

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

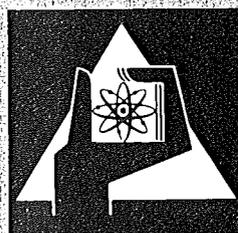
März 1973

KFK 1769

Institut für Reaktorentwicklung
Projekt Schneller Brüter

**Untersuchung der Verspannungsebene als Teilproblem der
Kernhalterung Schneller Natriumgekühlter Brutreaktoren**

G. Class



**GESELLSCHAFT
FÜR
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

KARLSRUHE

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

KFK-1769

Institut für Reaktorentwicklung

Projekt Schneller Brüter

Untersuchung der Verspannungsebene als
Teilproblem der Kernhalterung Schneller
Natriumgekühlter Brutreaktoren

von

G. Class

Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe

Zusammenfassung

Das Auftreten des Strukturmaterialschwellens in schnellen natriumgekühlten Brutreaktoren macht eine spezielle Kernhalterung erforderlich. Die Niveaus, auf denen sich die hexagonförmigen Brennelementkästen über Distanzstücke gegeneinander abstützen, werden Verspannungsebenen genannt. Im vorliegenden Bericht werden einige möglich erscheinende Ansätze für Rechenmodelle diskutiert, um das Betriebsverhalten der Verspannungsebenen zu beschreiben.

Das Ergebnis der Studie ist, daß lediglich ein Vorgehen auf weitgehend empirischer Basis Erfolg verspricht. Ausgehend von einem stark vereinfachten "Ringmodell" der Verspannungsebene wird ein Experiment vorgeschlagen, mit dem die notwendigsten Informationen für die Beurteilung des Systems gewonnen werden können. Ein Vergleich zwischen Ringmodell und Speichenmodell der Verspannungsebene wird gezogen. Von den bisher bekannt gewordenen Rechenmodellen dürfte allein das Ringmodell die Möglichkeit bieten, die realen Verhältnisse in Verspannungsebenen angenähert quantitativ zu beschreiben. Der Bericht schließt mit einer Diskussion einiger mit der Kernverspannung zusammenhängender Probleme am Beispiel des SNR-300; er zeigt auf, daß das Problem der Kernverspannung beim SNR-300 weniger ein Problem der Reaktor-sicherheit, als vielmehr ein Problem des Reaktorbetriebes darstellt.

Problems related to the plane of radial constraint in fast sodium cooled reactor core clamping structures

abstract

The occurrence of structural material swelling in fast sodium-cooled breeder reactors requires a specific core clamping system. The levels on which the hexagonal fuel element wrapper tubes support each other through spacers are termed planes of radial constraint. In this report some possible analytical models are discussed in order to describe the performance of the planes of radial constraint.

The study indicates the application of the analytical model necessitates experimental work. Starting from a strongly simplified "annular model" of the plane of radial constraint an experiment is proposed which allows to obtain information required to evaluate the system. A comparison is made between the annular model and the "spoke model" of the plane of radial constraint.

Of the computation models known up till now only the annular model should offer the possibility of describing in an approximately quantitative manner the actual conditions in planes of radial constraint.

Finally some problems associated with core constraint are discussed, taking SNR-300 as an example. It is shown that in the case of SNR-300 the problem of core constraint is less a problem of reactor safety than a problem relating to reactor operation.

Inhalt

| | Seite |
|---|-------|
| 1. Einleitung | 4 |
| 2. Rechenmodelle der Verspannungsebene | 7 |
| 2.1 Rechenmodell der Verspannungsebene mit direkter Berücksichtigung der Reibung und der Spalte | 9 |
| 2.2 Rechenmodell der Verspannungsebene mit Verschmierung der Detailvorgänge | 22 |
| 2.3 Ringmodell der Verspannungsebene | 29 |
| 2.4 Vorschlag für die experimentelle Ermittlung einiger Eigenschaften der Verspannungsebene | 37 |
| 3. Das Konzept der reibungsarmen Verspannungsebene | 41 |
| 4. Zusammenfassende Diskussion am Beispiel des SNR-300 | 47 |
| Schrifttum | 53 |
| Anhang 1 | 54 |
| Anhang 2 | 59 |

1. Einleitung

Das in schnellen Leistungsreaktoren auftretende Strukturmaterialschwellen bewirkt bleibende Verbiegungen der Brennelementkästen, die sich den leistungsabhängigen thermischen Verbiegungen überlagern. Bei Verwendung von Einrichtungen zur Kernverspannung kommen noch die bleibenden Verbiegungen aus dem Zusammenwirken von Biegemomenten und strahlungsinduziertem Kriechen hinzu.

Von besonderem Interesse sind die leistungsabhängigen Verbiegungsanteile der Brennelemente, weil sie entsprechend rasche Reaktivitätsänderungen bewirken. Diese leistungsabhängigen Reaktivitätsänderungen werden durch sogen. Bowingkoeffizienten angegeben, die nicht völlig unabhängig von der Reaktorleistung zu sein brauchen. Das Vorzeichen und die Größe der Bowingkoeffizienten sind in starkem Maße vom Coreentwurf abhängig /1/. Sowohl vom betrieblichen als auch vom sicherheitstechnischen Standpunkt gesehen sind negative Bowingkoeffizienten wohl vorzuziehen. Man ist jedoch nicht völlig frei mit der Vorgabe von Bowingkoeffizienten beim Coreentwurf, weil die Entscheidung über Vorhandensein und Art der Kernverspannung von den Erwartungswerten für das Strukturmaterialschwellen und das strahlungsinduzierte Kriechen abhängig ist. Von da her ist auch ein Coreentwurf mit freistehenden, also nichtverspannten Brennelementen, im Bereich des Möglichen.

Wird eine Kernverspannung vorgesehen, so bilden diejenigen Niveaus der Distanznocken, welche die gegenseitige Abstützung der Brennelemente bewerkstelligen, die sogenannten Verspannungsebenen. In Abb. 1 ist eine schematische Darstellung der SNR-300-Kernverspannung gegeben, wobei zwei Verspannungsebenen vorgesehen sind. Infolge der hexagonalen Querschnittsform der Brennelemente, sowie der elastischen Verformbarkeit der Brennelement-Querschnitte und dem Auftreten von Spalten und Reibung zwischen benachbarten Brennelementen stellen die Verspannungsebenen ein schwer durchschaubares und deswegen problematisches System dar /1/.

Hauptziel der vorliegenden Arbeit war daher die Untersuchung der Eigenschaften der Kernverspannungsebene und die Erstellung eines Rechenmodells für dieselbe.

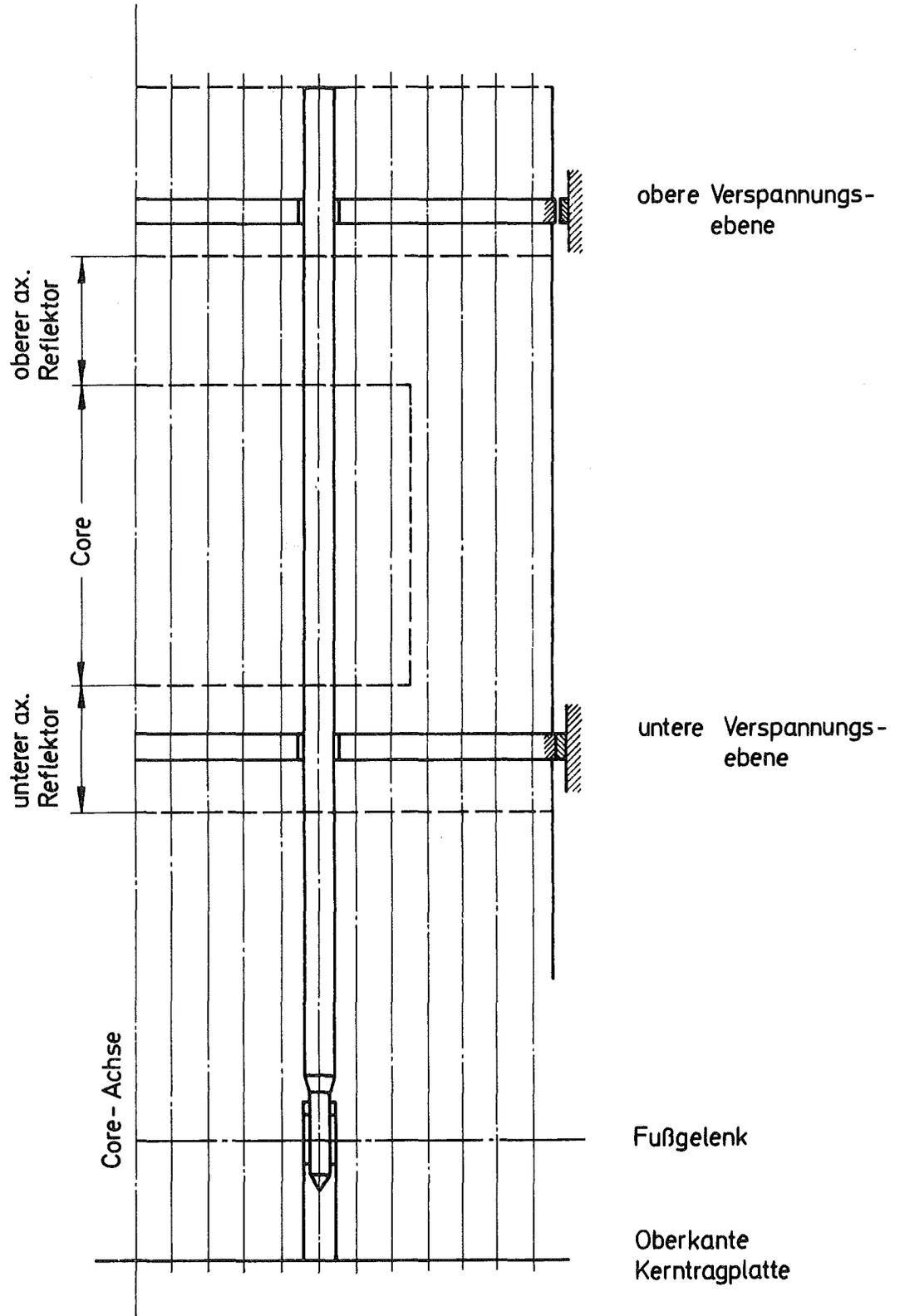


Abb. 1: Schematische Darstellung der SNR- 300 - Kernverspannung

Ziel war, einerseits Aussagen über die mechanischen Beanspruchungen der einzelnen Brennelement-Querschnitte in der Verspannungsebene zu erhalten, und andererseits die Verformungsrückwirkung der ganzen Verspannungsebene auf die Bowingkoeffizienten (3-dimensionale Bowing-Rechnung mit Schwellen und Kriechen des Kastenmaterials) zu ermitteln. - Daneben war jedoch stets auch auf die möglich erscheinenden Alternativlösungen zum Core-Verspannungskonzept mit Verspannungsebenen nach dem Gleitreibungskonzept geachtet worden.

In diesem Bericht werden zunächst die Möglichkeiten und Grenzen einer Berechnung des Verhaltens von Kernverspannungsebenen dargestellt, wobei auch die Frage behandelt wird, welche Aufgaben ein Experiment "Verspannungsebene" erfüllen sollte. Nach der Behandlung des Konzeptes der reibungsarmen Verspannungsebene, bei der die Gleitreibung zwischen benachbarten Brennelementkästen weitgehend durch rollende Reibung ersetzt wird, wird eine zusammenfassende Diskussion des Gesamtkomplexes der Kernverspannung am Beispiel des SNR-300 gebracht.

2.) Rechenmodelle der Spannungsebene

Bevor ein Rechenmodell eines so komplexen Systems, wie es die Spannungsebene darstellt, aufgestellt werden kann, muß eine klare Aussage darüber gemacht werden, welche speziellen Eigenschaften des Systems durch das Rechenmodell vordringlich beschrieben werden sollen; dabei werden durch den Verzicht auf eine gute Beschreibung der übrigen Eigenschaften Rechenvorteile zu erlangen gesucht, die eine Problemlösung oft überhaupt erst ermöglichen.

Im Falle der Spannungsebenen sind in dieser Hinsicht mindestens vier Möglichkeiten denkbar:

- 1) Detaillierte Beschreibung der Verformung jedes einzelnen Brennelement-Kastenquerschnittes. Berücksichtigung der Wirkung der von diesem Brennelement selbst und der von den Nachbarelementen über die aktuellen Berührungspunkte ausgeübten Kräfte. Die aktuellen Berührungspunkte müssen aus der Kopplung der Verformungen und Verschiebungen mit den Kräften unter Einschluß der Wirkung der Reibung ermittelt werden.
(= detaillierte mechanische Beschreibung).
- 2) Beschreibung der groben Verschiebungen der Brennelement-Kastenquerschnitte unter Vernachlässigung der Verformung der Querschnitte. Die Reibung wird berücksichtigt. Die Kräfte am einzelnen Querschnitt sind statisch unbestimmt, so daß nur eine zonenweise integrale Beschreibung möglich ist. Grobe Brückenbildungen sind erfaßbar.
(= Beschreibung der groben Verschiebevorgänge).
- 3) Beschreibung der rein elastischen Zusatzverschiebungen der Brennelement-Kastenquerschnitte, beispielsweise in Ringzonen, die sich unter der Wirkung von betrieblich bedingten Veränderungen der von den einzelnen Brennelementen ausgeübten Kräfte ergeben. Dabei wird von einer unverändert gedachten relativen Anordnung der Brennelemente (wie dichteste Packung der Hexagone in der Ebene) ausgegangen (= Beschreibung des elastischen Gesamtverhaltens der Spannungsebene; Scheiben- oder Ringmodell mit konstanten Stoffeigenschaften).
- 4) Eine "verschmierte" Beschreibung der elastisch-quasiplastischen Brennelement-Verschiebungen mit Hilfe veränderlicher Stoffeigenschaften, die die unter Punkt 2. und 3. genannten Möglichkeiten zusammenfaßt. Hierbei könnten dagegen über die mechanische Beanspruchung der Einzel-Brennelement-Querschnitte nur noch statistische Aussagen gemacht werden.
(= Rechenmodell mit Verschmierung der Detailvorgänge).

Die unter Punkt 3 genannte Art der Beschreibung ist vor allem dann von Interesse, wenn die Rückwirkungen der Verformung der Verspannungsebenen auf die Bowingkoeffizienten erfaßt werden sollen. Dagegen sind die groben Brennelement-Verschiebungen nach Punkt 2 vorwiegend beim Verspannen des Core-Verbandes im Anschluß an Brennelement-Wechselvorgänge von Interesse. Am wirkungsvollsten wäre natürlich die detaillierte Beschreibung nach Punkt 1, weil sie die für alle wichtigen Abläufe wesentliche Information beinhalten würde. Eine Beschreibung entsprechend Punkt 1 wird durch die unter Punkt 4 genannte Möglichkeit in jedem Falle nur unvollkommen ersetzt.

Bei einer Beschreibung des Verhaltens der Verspannungsebene gemäß Punkt 2 könnte von starren Brennelement-Querschnitten in der Verspannungsebene ausgegangen werden. Da aber große Brennelement-Verschiebungen beim SNR-300 von untergeordnetem Interesse sind, soll auf Punkt 2 im folgenden nicht näher eingegangen werden. Dagegen werden die Rechenmodelle gemäß den Punkten 1, 4 und 3 diskutiert, wobei aber nur das dem Punkt 3 entsprechende Modell zu verwertbaren Ergebnissen führt (siehe Abschnitt 2.3).

Bei den oben genannten vier denkbaren Rechenmodellen wurde nicht auf die sogenannte Speichenrechnung eingegangen, von der sowohl eine konservative Abschätzung der mechanischen Einzel-Brennelement-Beanspruchung (entsprechend Punkt 1) als auch der Verformungen der Verspannungsebene (entsprechend Punkt 3) erwartet wurde. Um diese Vermutung zu überprüfen, werden die Ergebnisse des Brennelement-Speichenmodells im Abschnitt 2.3 mit denjenigen des Ringmodells verglichen und das Resultat wird nochmals im Abschnitt 4 diskutiert.

2.1) Rechenmodell der Verspannungsebene mit direkter Berücksichtigung der Reibung und der Spalte

Zunächst muß die Frage beantwortet werden, ob zur Beschreibung der mechanischen Beanspruchung der Brennelement-Querschnitte durch Querdruck in den Verspannungsebenen ein Rechenmodell mit starren Brennelement-Querschnitten gewählt werden darf, oder ob auf das wesentlich aufwendigere Modell mit Berücksichtigung der elastischen Verformungen der Brennelement-Querschnitte übergegangen werden muß.

Die Anordnung der Hexagonquerschnitte der Brennelemente in einer Verspannungsebene ist unter Berücksichtigung der die Verspannungsebene außen umfassenden Anschläge und der Nachbarschaftsverhältnisse der Brennelemente untereinander ein System mit sehr wenigen Freiheitsgraden; m.a. Worten sind die geometrischen Kompatibilitätsbedingungen ziemlich streng und in ihren Auswirkungen nicht leicht zu durchschauen. Wenn z.B. Selbsthemmungsmechanismen diskutiert werden sollen, dann darf nicht übersehen werden, daß die Möglichkeit des Auftretens der kritischen geometrischen Anordnungsmuster infolge der geometrischen Kompatibilitätsbedingungen sehr stark eingeschränkt sind. Dies bedingt ein relativ seltenes Auftreten der kritischen Anordnungsmuster in Zufallsanordnungen von gleichgroßen Hexagonen, wie es in /1/ am Beispiel starrer Brennelement-Querschnitte dargestellt wurde.

In den praktisch interessanten Fällen ist überdies das einer ganzen Verspannungsebene zugebilligte radiale Gesamtspiel von gleicher Größenordnung oder jedenfalls höchstens eine Größenordnung größer als die größte zulässige elastische Querschnittsverformung eines Brennelements. Der auf ein einzelnes Brennelement entfallende Anteil des Gesamtspieles wird (insbesondere bei Zufallsanordnungen) in weiten Grenzen veränderlich und für die meisten Brennelemente klein sein. Das bedeutet aber, daß für die meisten Brennelemente die tatsächlich zu erwartenden elastischen Verformungen im wesentlichen durch die vorhandenen Spiele begrenzt werden, während sich nur einige wenige Brennelemente in der Situation der "kritischen Anordnung" befinden, in der sie unter Umständen unzulässig große Querschnittsverformungen erleiden können.

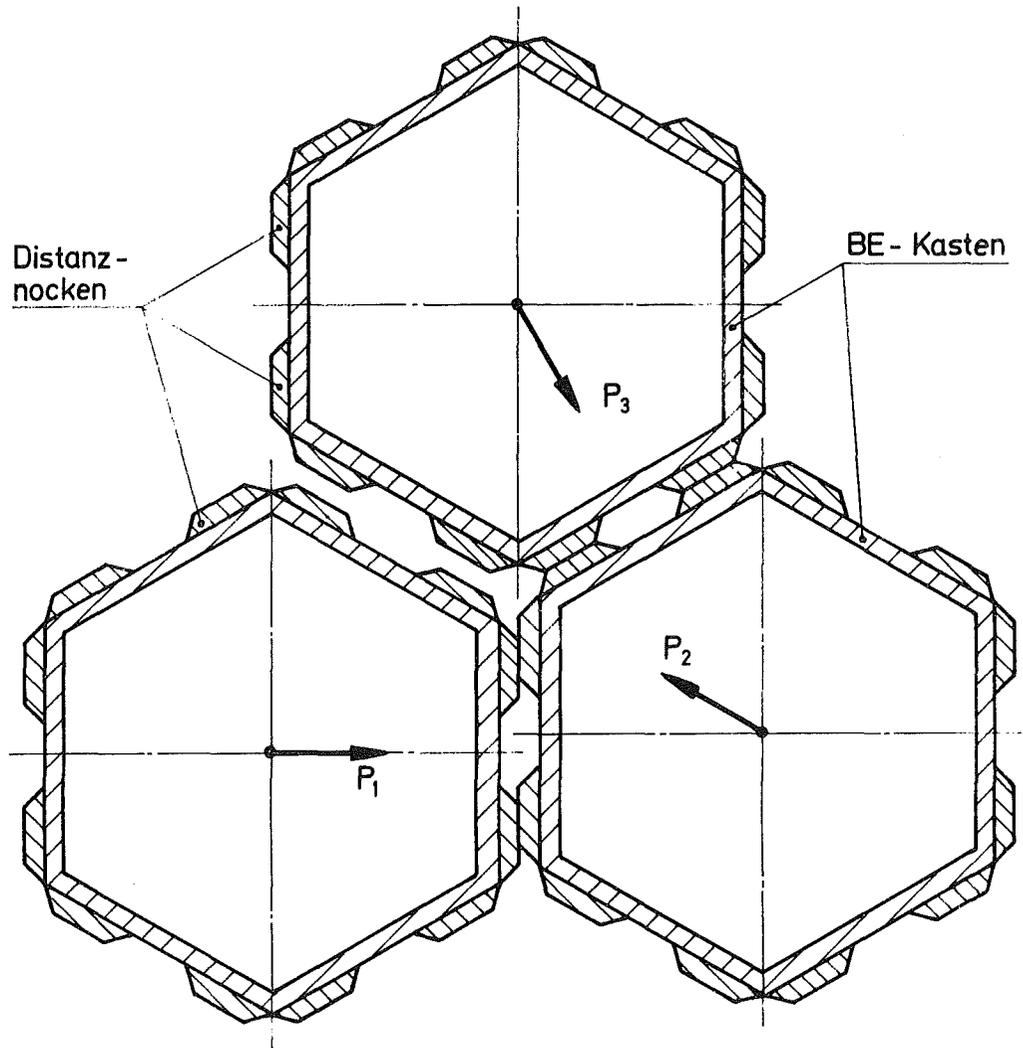
Dieser Überlastungseffekt der Brennelement-Querschnitte durch Querdruck tritt mit um so größerer Wahrscheinlichkeit ein, je größer das in der Verspannungsebene vorhandene Gesamtspiel ist, weil durch die Querschnittsverformung ein Dehnen der Abmessungen quer zur Hauptbelastungsrichtung eintritt und daher eine Abstützung an Nachbarelementen in dieser Querrichtung um so später erfolgt, je weiter diese Nachbarelemente entfernt sind.

Es sollte eines der Ergebnisse des im folgenden diskutierten Rechenmodells sein, festzustellen, ob es eine untere Grenze des Gesamtspiels der Verspannungsebene gibt, unter der kritische Anordnungen nur noch zulässige Querschnittsverformungen ergeben, bzw. wie die Wahrscheinlichkeit des Auftretens unzulässiger Beanspruchungen mit wachsendem Gesamtspiel anwächst. Ein Rechenmodell unter Verwendung von starren Brennelement-Querschnitten kann in dieser Hinsicht keine Aussage liefern und ist daher, weil zu unrealistisch, aus der weiteren Betrachtung auszuschließen.

Im folgenden sollen die Möglichkeiten der rechnerischen Erfassung des Verhaltens einer Verspannungsebene mit Reibung, Spalten und elastischen Brennelement-Querschnitten bei Änderungen sowohl der durch die Brennelemente in die Verspannungsebene eingeleiteten Kräfte als auch der Lage der äußeren Spannvorrichtungen, die die Verspannungsebene begrenzen, dargestellt werden.

Als Ganzes gesehen ist die Kernverspannungsebene unter den genannten Bedingungen (Reibung, Spalte) ein hochgradig nichtlineares System. Wird jedoch die Entwicklung der aufeinanderfolgenden Zustände der Verspannungsebene quasistationär betrachtet (also ohne Massenkräfte) und wird ein konstanter, weder von der örtlichen Temperatur, noch von der Flächenpressung oder der Reibgeschwindigkeit abhängiger Reibbeiwert μ für die Reibung der Distanznocken gegeneinander eingeführt, dann ist das Gesamtsystem jeweils solange linear, bis sich die Anordnung durch das Erreichen irgendeiner Restriktion unstetig ändert. Wird das lineare Gleichungssystem für die zu berechnenden Zustandsgrößen (Verschiebungen, Verzerrungen, Kräfte) in Matrizenform dargestellt, dann muß beim Erreichen irgendeiner Restriktion (z.B. Schließen eines Spaltes oder Beginn einer Gleitbewegung) die Systemmatrix durch Entnehmen von Zeilen und Ersatz durch davon völlig verschiedene Zeilen geändert werden. Diese Matrixänderungen werden also von den systemeigenen Restriktionen gesteuert.

Das System besteht hauptsächlich aus gegeneinander beweglichen hexagonförmigen Brennelement-Kästen mit Distanznocken, wie in Abb. 2 schematisch gezeigt ist. An den Hexagonkästen greifen die in Abb. 2 angedeuteten, aus der Brennelement-Verbiegung herrührenden "inneren" und an den Distanznocken entsprechende, noch unbekannt und vom Gesamtsystem abhängige "äußere" Kräfte an.



P_i = Kräfte, die aus der BE-Verbiegung herrühren und auf die Verspannungsebene wirken

Abb. 2: Schnitt durch BE-Kästen mit Distanznocken in der Verspannungsebene

In der Ebene des Distanznocken wird das elastische Verhalten des Hexagonkastens entweder durch einen Balkenrahmen dargestellt (1. Näherung mit ungefährender Korrektur für die mittragende Kastenlänge) oder es werden (in 2. Näherung) die Schalenanteile des echten Hexagonrohres berücksichtigt. In beiden Fällen wird die "innere" an den Brennelement-Querschnitten angreifende Kraft durch eine sinnvoll auf Punkte oder auf das ganze Teilstück verteilte Querkraft oder Massenkraft berücksichtigt; in ähnlicher Weise lassen sich azimutale Drehmomente der Brennelemente berücksichtigen. Das aus der Balkenlösung für die Brennelement-Verbiegung herrührende Biegemoment, das über die Lösung für die Hexagonschale Zusatzverschiebungen bewirkt, muß im Sinne der Systemkopplung hierbei vernachlässigt werden. Hierdurch läßt sich der Zusammenhang zwischen den an einem Brennelement-Querschnitt des Kastens k angreifenden Kräften $K_{i,k}$ und den daraus resultierenden Verschiebungen $w_{i,k}$ durch ein lineares Gleichungssystem mit Hilfe der Matrizenrechnung explizit in der Form darstellen:

$$\left. \begin{array}{l} \sum_i a_{i,k} \cdot w_{i,k} + \sum_i b_{i,k} \cdot K_{i,k} = 0 \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right\} (2.1.1)$$

Das Gleichungssystem (1) besteht für jeden Kasten aus 24 Gleichungen, entsprechend der Normal- und der Tangentialrichtung von je einem gedachten körperfesten Kraftangriffspunkt an jedem der 12 Distanznocken eines Kastens (Abb. 2); die Koeffizienten $a_{i,k}$ und $b_{i,k}$ können für Gruppen von Brennelementen usw. gleichlautend sein.

Um das Rechenmodell der Verspannungsebene mit der Brennelement-Verbiegungsrechnung, die keine Querschnittsverformungen der Kästen berücksichtigt, kompatibel zu machen, muß der immaterielle Mittelpunkt des verformten Kastenquerschnittes, dem die absoluten Koordinaten x_k, y_k zugeordnet werden können, in sinnvoller Weise definiert werden. Dasselbe ist für einen Verdrehwinkel α_k des Kastenquerschnittes gegenüber dem raumfesten x,y -Koordinatensystem zu fordern. Diese Forderungen können nach Abb. 3 dadurch erfüllt werden, daß die Koordinaten x_k, y_k in den Schwerpunkt der 12 körperfesten Lastangriffspunkte gelegt werden und das um dem Winkel α_k verdrehte körpereigene ξ, η -Koordinatensystem mit dem Ursprung x_k, y_k durch die Forderung $\sum_{i=1}^{12} \eta_i = 0$ festgelegt wird.

Die Größen x_k, y_k und α_k müssen, wie weiter unten ausgeführt ist, in jedem Entwicklungsschritt der Rechnung neu ermittelt werden.

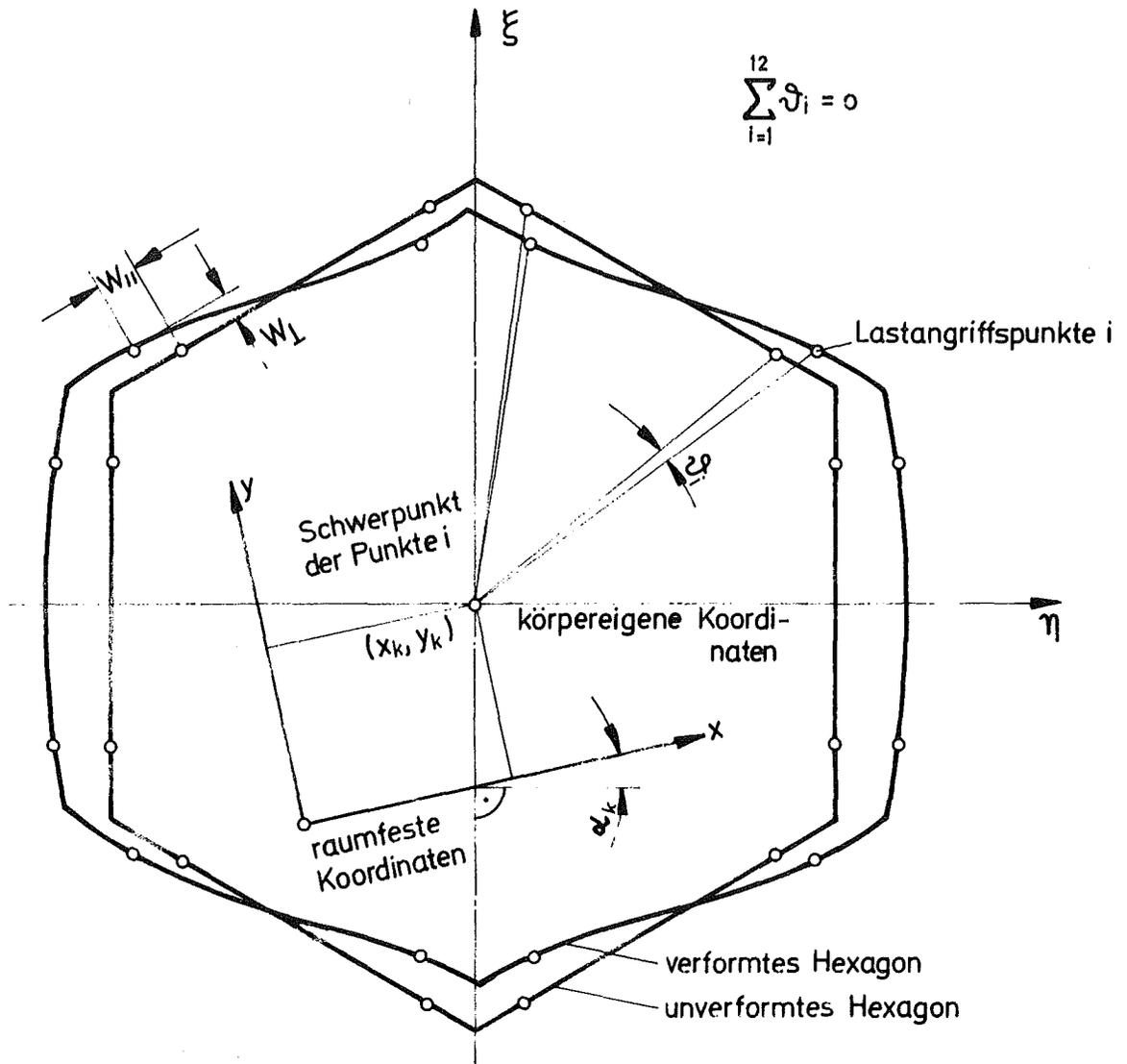


Abb. 3: Koordinaten am verformten Hexagon

Nachdem so eine Beziehung zwischen den auf das körpereigene Koordinatensystem bezogenen Verschiebungen $w_{i,k}$ und dem raumfesten x,y -Koordinatensystem hergestellt ist, kann das Problem der Beschreibung der Nachbarschaftsverhältnisse der Brennelement-Querschnitte angegangen werden. Um das Gleichungssystem (1) linear und zumindest für ganze Brennelement-Gruppen identisch hinsichtlich der Koeffizienten zu erhalten, mußten anstelle wandernder Lastangriffspunkte körperfeste Lastangriffspunkte i gewählt werden. Wandernde Lasten bedingen nichtlineare Änderungen der Koeffizienten und machen deshalb Schwierigkeiten bei der Ermittlung von Lastangriffspunkten bei sich berührenden Hexagonen, sofern bekannt ist, daß Berührung vorliegt; dies ist jedoch erst zu ermitteln.

Aus Abb. 4 ist ersichtlich, daß bei gegeneinander verschobenen Hexagonen im allgemeinen keine direkte Berührung von Lastangriffspunkten benachbarter Brennelemente vorkommen wird. Unter Verletzung der mechanischen Gleichgewichtsbedingungen, was voraussetzt, daß die Relativverschiebungen der Hexagone gegeneinander klein gegenüber der Hexagonschlüsselweite bleiben und daß die Drehwinkel α_k klein sind, kann man ersatzweise Berührung dann annehmen, wenn der Abstand zweier benachbarter Lastangriffspunkte normal zur gemittelten Elementkante zu Null wird. Die relative Tangentialverschiebung ergibt sich durch den Abstand der Lote auf diese gemittelte Elementkante (s. Abb. 4). Wenn im Vergleich zu den Hexagonabmessungen nur kleine Verschiebungen $w_{i,k}$ zugelassen werden, dann ergibt sich der Winkel β der gemittelten Elementkante entsprechend Abb. 4 aus

$$\beta = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad (2.1.2)$$

Da weiter $\beta \ll \pi/2$ vorausgesetzt war, ergeben sich entsprechend Abb. 4 folgende Beziehungen zwischen den Normal- und Tangentialverschiebungen (zur gemittelten Elementkante) u und v und den im raumfesten Koordinatennetz gemessenen Abständen δ_x und δ_y der Lastangriffspunkte

$$\left. \begin{aligned} \delta_x &= u + v \cdot \beta \\ \delta_y &= -u \cdot \beta + v \end{aligned} \right\} \quad (2.1.3)$$

Ähnliche Beziehungen könnten für alle Hexagonkanten aufgestellt werden - hier sollen jedoch nur die Grundzüge eines möglichen Lösungsverfahrens angedeutet werden und auf eine vollständige Formulierung der Gleichungen wird verzichtet. - Die δ_x und δ_y lassen sich mit linearen Beziehungen durch die im körpereigenen Koordinatennetz gemessenen und noch unbekanntem Verschiebungen $w_{i,k}$ ausdrücken.

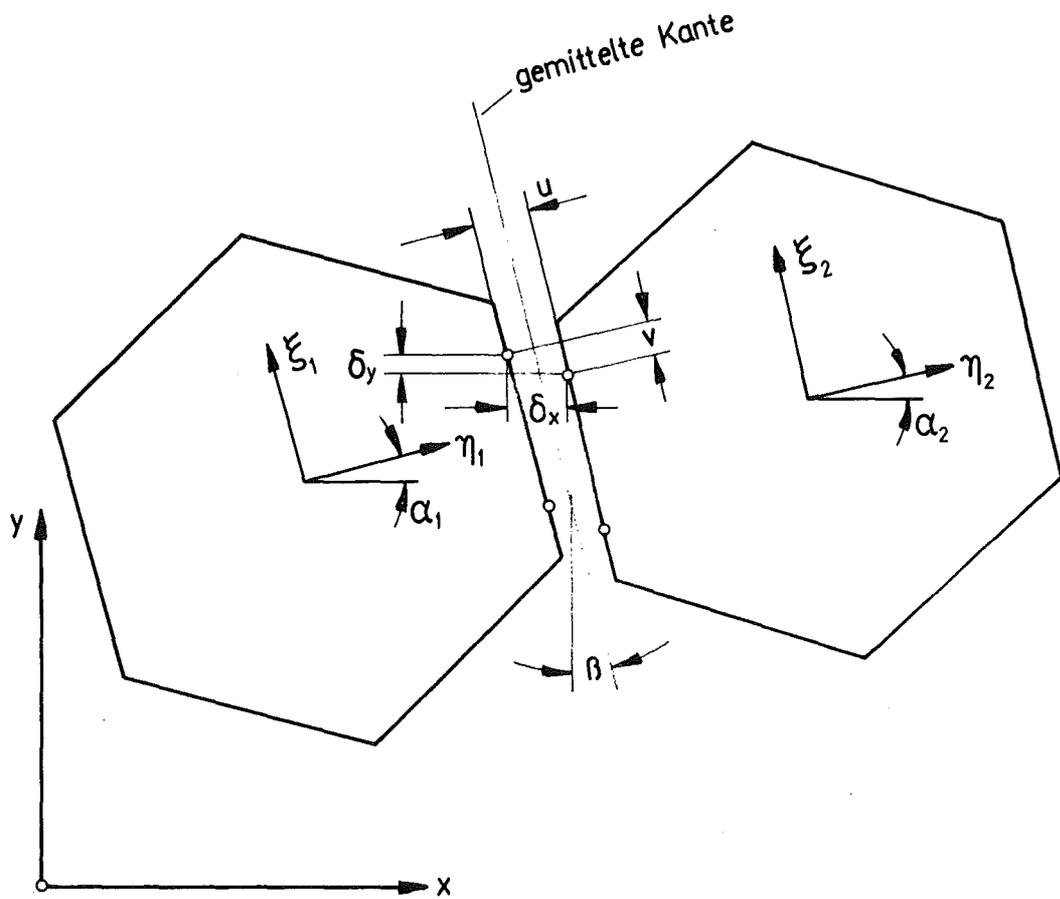


Abb. 4: Beschreibung der Nachbarschaftsverhältnisse von Hexagonen in der Verspannungsebene

Im Beispiel der Abb. 4 ergibt sich eine Berührung benachbarter Hexagone an den betrachteten Lastangriffspunkten gerade dann, wenn u zu Null wird. Aus den Gln. 3 erhält man also die Beziehungen

$$\left. \begin{array}{l} \text{Berührung: } \delta_x - \delta_y \cdot \beta = 0 \\ \text{Abstand : } \delta_x - \delta_y \cdot \beta > 0 \end{array} \right\} \quad (2.1.4)$$

sowie die Beziehungen für Haften und Gleiten bei Berührung

$$\left. \begin{array}{l} \text{Haften : } \delta_y = \text{constant} \\ \text{Gleiten : } \delta_y = \text{variabel} \end{array} \right\} \quad (2.1.5)$$

Streng genommen sind allerdings die Gleichungen 3, 4 und 5 nicht mehr linear, weil β im allgemeinen eine Funktion der übrigen Unbekannten (Verschiebungen $w_{i,k}$) sein wird. Da die Winkel β jedoch sowieso klein sein sollen, können kleinere Winkeländerungen β pro Entwicklungsschritt der Rechnung vernachlässigt werden, um wenigstens innerhalb jedes Entwicklungsschrittes ein lineares Gleichungssystem zu haben.

Dieses Vorgehen dürfte sinnvoller sein (weil bereits kleine Verdrehungen der Brennelement-Querschnitte einen merklichen Einfluß auf die Hexagonanordnung in der Verspannungsebene haben und umgekehrt deswegen auch in Wirklichkeit bevorzugt auftreten), als wenn einfach generell alle $\beta = \alpha_k = 0$ gesetzt werden.

Der weitere Lösungsweg werde nun am Beispiel der zeitabhängigen Veränderungen (infolge Schwellen, Kriechen, Laständerungen) der über die Brennelemente in die Verspannungsebene eingeleiteten Kräfte P_k (Abb. 2) diskutiert. Wird die Verbiegungsrechnung in Zeitinkrementen vorgenommen, so wird angenommen, daß sich die Kräfte P_k innerhalb jedes Zeitinkrementes simultan linear vom Wert P_k^0 auf den Wert P_k^1 ändern. Mit Hilfe einer Prozeßvariablen $0 \leq \varphi \leq 1$ erhält man die Kräfte P_k in jedem dazwischenliegenden Zeitpunkt nach

$$P_k = P_k^0 + \varphi \cdot (P_k^1 - P_k^0) \quad (2.1.6)$$

so daß sich (mit der einzigen Einschränkung bezüglich β) alle Unbekannten wie Kräfte, Verzerrungen, Spalte linear mit φ verändern müssen. Nun werde vorausgesetzt, daß die Lösung für $\varphi = 0$ bereits vollständig bekannt ist, während der angestrebte Lösungspunkt durch $\varphi = 1$ gegeben wird.

Bezeichnet Z_n irgendeine Zustandsgröße (Kraft, Spaltweite usw.), so gilt entsprechend Gl. 6

$$Z_n = Z_n^0 + \varphi \cdot (Z_n^1 - Z_n^0) \quad (2.1.7)$$

Für die Kräfte P_k^1 im angestrebten Lösungspunkt kann somit zunächst ohne Rücksicht auf irgendwelche Restriktionen entsprechend den Gln. 4 und 5 eine noch u.U. falsche Hilfslösung Z_n^1 gewonnen werden. Die Restriktionen (eine Pressung darf beispielsweise keine Zugspannung sein und ein Abstand nicht kleiner Null) werden nun dazu verwendet, den kleinsten positiven Wert φ_{grenz} aus allen Restriktionen zu ermitteln, an dem das Gleichungssystem seine Gültigkeit verliert (weil sonst die zugehörige Restriktion verletzt wäre). Lautet beispielsweise eine solche Restriktion $Z_j \geq 0$ und wird Z_j^1 negativ, so wird mit dem Grenzfall $Z_j = 0$ nach Gl. 7

$$\varphi_{\text{grenz}} = \frac{-Z_j^0}{Z_j^1 - Z_j^0} \quad (2.1.8)$$

Um mit einem Gleichungssystem bis zum angestrebten Lösungspunkt $\varphi = 1$ weiterrechnen zu können, muß die zu der zur Wirkung gekommenen Restriktion gehörende, bis dahin aktive Gleichung durch eine Restriktion ersetzt werden, d.h. daß in dem linearen Gleichungssystem für das Gesamtsystem im durch φ_{grenz} gegebenen Punkt eine bisher aktive Gleichung durch eine neue Gleichung ersetzt wird.

Es ist erforderlich in jedem Rechenschritt unmittelbaren Zugriff zu allen Kräften und Verschiebungen zu haben, weil sich erst aus der Rechnung ergibt, an welcher Stelle des Gleichungssystems eine aktive Gleichung auszuwechseln ist. Deswegen kann die sonst bei linearen Systemen angewandte Reduktion der Zahl der Unbekannten mit Hilfe einfacher Beziehungen wie Aktio = Reaktio usw. nicht zur Anwendung kommen.

Ein Beispiel soll diese Einschränkung verdeutlichen. Ist N eine Normalkraft (Druck) an einer Berührstelle, so gilt bei Berührung (vgl. Gl. 4):

$$\left. \begin{array}{l} \text{Restriktion:} \quad N > 0 \\ \text{aktive Gleichung:} \quad \sigma_x - \sigma_y \cdot \beta = 0 \end{array} \right\} \quad (2.1.9)$$

Wird mit wachsendem φ der Wert von N kleiner und schließlich für $\varphi = 1$ sogar negativ, so wird nach Gl. 8 die Restriktion durch $N = 0$ gerade bei φ_{grenz} verletzt.

War dies der kleinste Wert φ_{grenz} aus allen Restriktionsverletzungen, dann erhält man mit $\varphi = \varphi_{\text{grenz}}$ aus Gl. 7 eine vollständige und gültige Lösung. Für die weitere Rechnung in Richtung $\varphi = 1$ müssen aber von φ_{grenz} an aufwärts die Gln. 9 ersetzt werden durch folgende:

$$\left. \begin{array}{l} \text{aktive Gleichung: } N = 0 \\ \text{Restriktion : } \delta_x - \delta_y \cdot \beta > 0 \end{array} \right\} \quad (2.1.10)$$

Die Behandlung aller im System zu beachtenden Restriktionen erfolgt in entsprechender Weise. Schwierigkeiten können jedoch dadurch entstehen, daß durch eine Änderung der Systemmatrix durch Auswechseln von Zeilen an anderer Stelle Restriktionen verletzt werden können, indem z.B. eine Gleitbewegung zum Stillstand kommt, was nur bei Matrixänderungen ohne zusätzliche Wandberührung möglich ist. Dies kann nur dadurch überprüft werden, daß auf Vorzeichenwechsel der Ausdrücke $(\delta_{y,j}^1 - \delta_{y,j}^0)$ bei der Matrixänderung abgefragt wird, wozu allerdings jedesmal das ganze Gleichungssystem gelöst werden muß, ohne daß man zu größeren φ -Werten fortschreitet. Nachdem die das Gleiten beschreibenden Gleichungen

$$\left. \begin{array}{l} \text{aktive Gleichung: } |R| - \mu \cdot N = 0 \\ \text{Restriktion : } -\text{unnötig-} \end{array} \right\} \quad (2.1.11)$$

durch die das Haften beschreibenden Gleichungen

$$\left. \begin{array}{l} \text{Restriktion : } |R| - \mu \cdot N < 0 \\ \text{aktive Gleichung: } \delta_y = \delta_y^0 \end{array} \right\} \quad (2.1.12)$$

(R = Reibkraft) ersetzt worden sind, muß das Gleichungssystem erneut gelöst werden und erneut alles auf Vorzeichenwechsel von $(\delta_y^1 - \delta_y^0)$ abgefragt werden.

(Bemerkung: Natürlich bezieht sich der obere Index ⁰ in den zuletzt gemachten Ausführungen stets auf den Lösungszustand bei $\varphi = \varphi_{\text{grenz}}$ vor der Matrixänderung, so daß nach der Matrixänderung $\varphi = 0$ denselben Lösungszustand beschreibt).

Abgesehen von den erwähnten Schwierigkeiten, die von den Elementdrehungen hervorgerufen werden können und die gegebenenfalls weitere Verkleinerungen der Schrittweiten beim Erarbeiten der Lösung erforderlich machen, ist nun die Lösung des Gesamtproblems auf das schrittweise Lösen eines allerdings sehr großen linearen Gleichungssystems mit sich schrittweise verändernder Systemmatrix zurückgeführt. Die weiteren Ausführungen müssen sich daher mit dem Problem der Durchführbarkeit dieses schrittweisen Lösungsprozesses hinsichtlich der erforderlichen Rechenzeit auf Großcomputern beschäftigen.

Die aus der Brennelement-Verbiegung herrührenden Kräfte P_k sind zu jedem Zeitpunkt bekannt. Die Zahl der Unbekannten pro Brennelement-Querschnitt in der Verspannungsebene beträgt (6 Seiten mit je 2 Lastangriffspunkten und je 2 Komponenten) 24 Verschiebungen und 24 Kräfte, sowie die Mittelpunktskoordinaten x_k, y_k , der Verdrehungswinkel α_k und das zugehörige Rückstellmoment M_k , also zusammen 52 Unbekannte. Für einen Reaktor mit z.B. 500 Brennelementen und Reflektorelementen ergibt sich also ein Gleichungssystem mit 26 000 Unbekannten. Da in diesem Beispiel die Zahl der Berührungsstellen zwischen den Distanznocken bei 3000 liegt und die Zahl der möglichen Konfigurationen praktisch beliebig groß ist, so ist damit zu rechnen, daß das Gleichungssystem bei ständig sich verändernder Koeffizientenmatrix innerhalb einer auch nur kurzen Spanne "Realzeit" mehrtausendfach zu lösen sein wird.

Abb. 5 soll einen ungefähren Eindruck vom Aufbau der Koeffizientenmatrix des zu lösenden Gleichungssystems für die 36 inneren (zentralen) Brennelemente einer Verspannungsebene geben; es handelt sich bereits um eine Matrix mit $1872 \times 1872 \approx 3,5 \cdot 10^6$ Elementen. Der Aufbau der Matrix dürfte für eine iterative Lösung des Gleichungssystems nicht besonders geeignet sein. Für jedes Zeitinkrement muß aber für den neuen Satz der P_k^1 mindestens eine vollständige Lösung des Systems berechnet werden, sofern die relativ schwachen Matrixänderungen im Laufe der Entwicklung von $\varphi = 0$ bis $\varphi = 1$ (vgl. Gl. 7) iterativ berücksichtigt werden können; wenn auch innerhalb der Zeitschritte keine iterativen Lösungsmöglichkeiten bestehen, dann muß das System pro Zeitschritt mehrmals direkt gelöst werden.

Daraus ist der Schluß zu ziehen, daß die hier diskutierte detaillierte Rechenmethode aus Rechenzeitgründen nicht für eine komplette Kernverspannungsebene, sondern wahrscheinlich nur für eine kleine Gruppe von 3 oder 7 Elementen anwendbar ist (Abb. 6). Auch bei nur 7 Elementen wird die Rechenzeit noch einen merklichen Engpaß darstellen, wenn das Gleichungssystem mit dann knapp 400 Unbekannten nicht iterativ lösbar wird, oder wenn man nicht Gebrauch von den großen mit Null besetzten Bereichen der Matrix macht, um die Zahl der Unbekannten durch vereinfachte Eliminationsprozesse vor dem eigentlichen Auflösen des Gleichungssystems zu verringern.

Element- Nr. → (spiralförmig von innen nach außen gezählt)

0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32 34

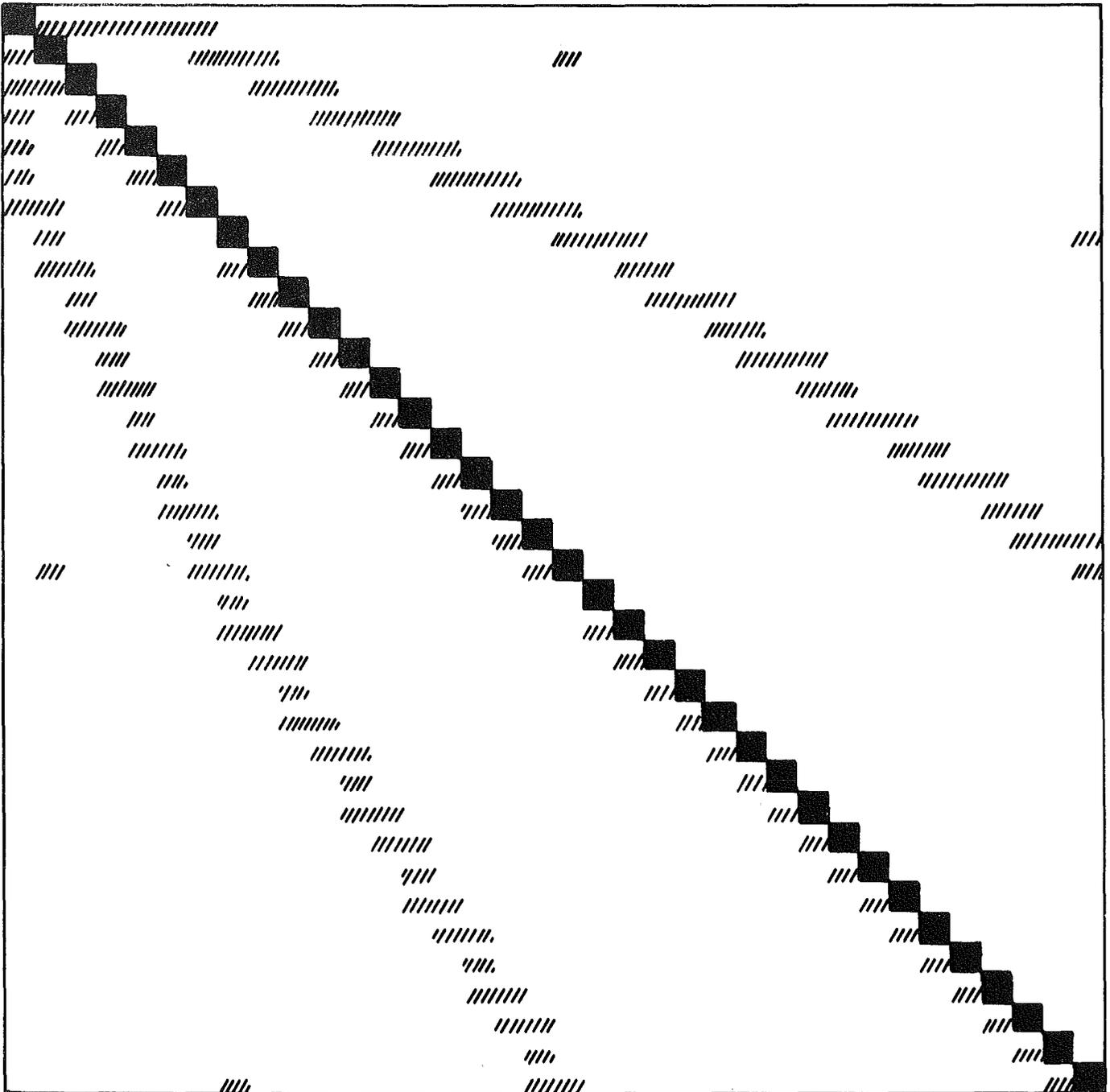
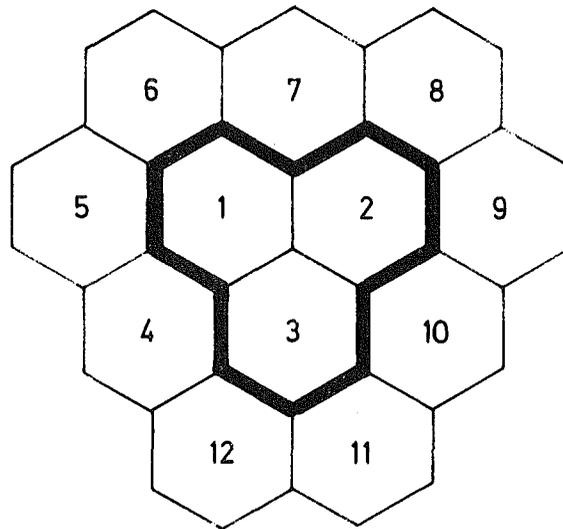
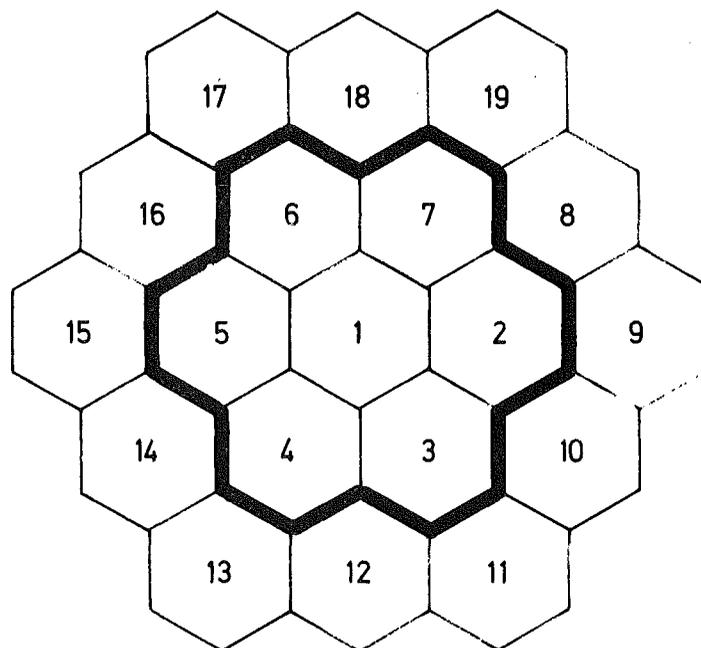


Abb. 5: Schematische Darstellung der Koeffizientenmatrix für 36 zentrale Brennelemente der Verspannungsebene (1872x 1872- Matrix) ohne Berücksichtigung der äußeren Randbedingungen



3-er Gruppe



7-er Gruppe

Abb. 6 : Anordnungen von 3 bzw. 7 Elementen zur „ mikro -
Beschreibung “ der Vorgänge und Zustände von
Verspannungs - Ebenen

2.2 Rechenmodell der Verspannungsebene mit Verschmierung der Detailvorgänge

Aus den Ausführungen des vorigen Kapitels war hervorgegangen, daß ein Rechenmodell auf der Basis einer Detailbeschreibung der in einer Verspannungsebene ablaufenden Vorgänge wahrscheinlich nur für sehr kleine Anordnungen von wenigen Brennelementen anwendbar ist. Man kann daher versuchen, auf eine Makrobeschreibung mit Verschmierung der Mikro Vorgänge überzugehen. Im Prinzip ist dieses Vorgehen z.B. demjenigen bei der Beschreibung des elastisch-plastischen Materialverhaltens ähnlich, wo man ebenfalls zwischen Mikro Vorgängen (wie stufenweises Wandern von Versetzungen) und den "verschmierten" Makroeffekten zu unterscheiden hat.

Es besteht allerdings ein erheblicher qualitativer Unterschied zwischen der Makrobeschreibung des plastischen Materialverhaltens und der Makrobeschreibung der Vorgänge in einer Kernverspannungsebene. Denn bei letzterer sind die "Mikro"- und die "Makro"-Vorgänge von derselben Größenordnung; vor allem aber interessieren in erster Linie die Mikro Vorgänge, für die sich dann aus der Makrobeschreibung nur noch Aussagen von statistischem Charakter ableiten lassen.

Da mit der Verschmierung der Stoffeigenschaften im Rechenmodell die Wirkungen von Unstetigkeiten infolge von Spalten und Reibung verloren gehen, scheiden Methoden der Homogenisierung, wie sie z.B. in /2/ verwendet werden, hier aus. Die Frage, ob Anisotropieeffekte im Rechenmodell berücksichtigt werden müssen, kann vorläufig noch zurückgestellt werden; einerseits gibt es hier immerhin drei gleichwertige Vorzugsrichtungen und andererseits stehen die Auswirkungen der Spalte und der Reibung mehr im Vordergrund. Daher wird zunächst am zweckmäßigsten von den Voraussetzungen der Isotropie und der Homogenität im Makrobild auszugehen sein. Beispielsweise müssen Brückenbildungen in der Verspannungsebene dann durch lastfreie Schnitte im Rechenmodell (mit Überprüfung der geometrischen Kompatibilität) dargestellt werden. Die Wirkung der Reibung (Gleiten/Haften) und der Spalte muß durch verschmierte Stoffgrößen (Elastizitätsmodul, Querdehnzahl, Kriechparameter usw.), die u.a. von der Packungsdichte der Elemente abhängen, wiedergegeben werden. Durch die Kriechsimulation wird eine von der Vorgeschichte abhängige Beanspruchungsverteilung erreicht. Ein besonders Problem stellt die Festlegung des Startpunktes jeder Rechnung dar.

Gegenüber den üblichen Stoffgesetzen bei Kriechrechnungen ist hier mit nichtkonservativem Volumen (= veränderliche Packungsdichte) zu rechnen. Dies wirft die Frage nach der rechnerischen Behandelbarkeit des Stoffgesetzes und auch nach den Computer-Rechenzeiten pro Zeitschritt bei Behandlung einer ganzen Verspannungsebene auf, so daß diesem Modell auch von daher Beschränkungen aufzuerlegen sind, zumal das homogenisierte Modell hier stets nur eine rohe Näherung sein kann.

Als Kompromißlösung und zur Beurteilung der Brauchbarkeit sei daher folgendes Modell diskutiert: Zu jedem Zeitpunkt gelte eine stationäre elastische Beschreibung des Zustandes der ganzen Verspannungsebene oder von Teilen derselben. Unter Voraussetzung der Homogenität und der Isotropie, jedoch mit ortsabhängigen Werten des Elastizitätsmoduls E und der Querdehnzahl ν . Die Änderungsgeschwindigkeit \dot{D} der Packungsdichte bzw. E und ν sollen Funktionen der Packungsdichte D , des Reibungsfaktors μ und des Spannungszustandes σ , bzw. von D allein sein:

$$\left. \begin{aligned} \dot{D} &= f_{\dot{D}}(D, \mu, \sigma) \\ E &= f_E(D) \\ \nu &= f_{\nu}(D) \end{aligned} \right\} (2.2.1)$$

Diese Zusammenhänge müßten einerseits rechnerisch am detaillierten 7-Element-Modell und experimentell an größeren Anordnungen ermittelt werden. Dazu gehört dann auch die Ermittlung eines Belastungsfaktors B der Elemente

$$B = f_B(D, \delta) \quad (2.2.2)$$

der die mögliche Überlast einzelner Elemente im Vergleich zu der im homogenen Modell errechneten ortsabhängigen Durchschnittslast angibt.

Die Gleichungen 1 sind in der vorliegenden Form eigentlich noch nicht vollständig, weil die Einflüsse der Richtung der irreversiblen Zustandsänderung $\text{sgn}(\dot{D})$ und der Asymmetrie des Spannungszustandes unberücksichtigt geblieben sind. Es müßte zunächst geklärt werden, inwiefern diese Vernachlässigungen zu unbrauchbaren Ergebnissen führen könnten.

Im Abschnitt 2.4 wird die experimentelle Ermittlung von E und ν diskutiert; es zeigt sich, daß man im Experiment sehr enge Einschränkungen bezüglich der Packungsdichteänderungen in Kauf nehmen muß, um sowohl Werte für E , als auch für ν zu erhalten. Die experimentelle Ermittlung von brauchbaren Daten für die Änderungen der Packungsdichte scheint ziemlich aussichtslos zu sein. Aber auch die rechnerische Ermittlung von E und ν stößt auf einige Schwierigkeiten, die kaum in theoretisch befriedigender Weise zu bewältigen sind. Die Entwicklung eines Rechenmodells auf dieser Basis scheint also ziemlich aussichtslos zu sein.

Im folgenden sollen am Beispiel der dichtesten Packung der Elemente ($D = D_{\max} = \text{const.}$) die für die reversiblen Zustandsänderungen gültigen Größen E' und ν' mit Hilfe einiger vereinfachender Annahmen abgeleitet werden. Es wird hierbei angenommen, daß im Makrobild keine Relativverschiebungen der Brennelemente gegeneinander zugelassen sind (Haftreibung), daß jedoch im Mikrobild gewisse, aus der geometrischen Kompatibilität folgende Relativbewegungen reibungsfrei zugelassen werden dürfen. Die unter diesen Voraussetzungen abgeleiteten Größen E' und ν' werden im nächsten Kapitel für Orientierungsrechnungen mit Hilfe eines Ringmodells der Verspannungsebene (= ohne Schubspannungen) verwendet.

Für den in Abb. 7 dargestellten Hexagonrahmen erhält man folgende Beziehungen für die Durchbiegung f_i :

$$f_1 = \frac{P_1}{E \cdot I} \left(\frac{\ell^3}{24} + \frac{a \cdot \ell^2}{6} + \frac{a^2 \cdot \ell}{6} - \frac{a^3}{3} - \frac{a^4}{6 \cdot \ell} \right) - \frac{P_2 \cdot \sqrt{3}}{E \cdot I} \left(\frac{\ell^3}{24} + \frac{a \cdot \ell^2}{8} + \frac{a^2 \cdot \ell}{24} - \frac{a^3}{3} + \frac{a^4}{6 \cdot \ell} \right) \quad (2.2.3 \text{ a})$$

$$f_2 = \frac{P_1 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot E \cdot I} \left(\frac{a \cdot \ell^2}{12} + \frac{5 \cdot a^2 \cdot \ell}{12} - \frac{7 \cdot a^3}{12} + \frac{a^4}{6 \cdot \ell} \right) - \frac{P_2 \cdot 3}{2 \cdot E \cdot I} \left(\frac{a \cdot \ell^2}{12} + \frac{a^2 \cdot \ell}{4} - \frac{a^3}{6} - \frac{a^4}{6 \cdot \ell} \right) \quad (2.2.3 \text{ b})$$

$$f_3 = \frac{P_1 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot E \cdot I} \left(\frac{\ell^3}{12} + \frac{a \cdot \ell^2}{6} - \frac{a^2 \cdot \ell}{3} - \frac{a^3}{12} + \frac{a^4}{6 \cdot \ell} \right) - \frac{P_2 \cdot 3}{2 \cdot E \cdot I} \left(\frac{\ell^3}{12} + \frac{a \cdot \ell^2}{12} - \frac{a^2 \cdot \ell}{4} + \frac{a^3}{6} - \frac{a^4}{6 \cdot \ell} \right) \quad (2.2.3 \text{ c})$$

Hierin ist

ℓ = (mittlere) Seitenlänge des Hexagonkastens

E = Elastizitätsmodul des Kastenmaterials

$I = \frac{h \cdot s^3}{12}$ = Flächenträgheitsmoment

Man kann sich nun aus Hexagonkastenstücken entsprechend Abb. 7 eine ebene Scheibe (= Ausschnitt aus einer großen Verspannungsebene) zusammengesetzt denken. Diese ebene Scheibe wird einem zweiachsigen Druckspannungszustand ausgesetzt, wobei die Haupttrichtungen jeweils auf Symmetrielinien der Hexagone gelegt werden. Die sich ergebenden Verschiebungen werden benutzt, um unter der Annahme einer homogenen und isotropen Ersatzscheibe "verschmierte" Stoffdaten zu erhalten. Setzt man in dieser Rechnung

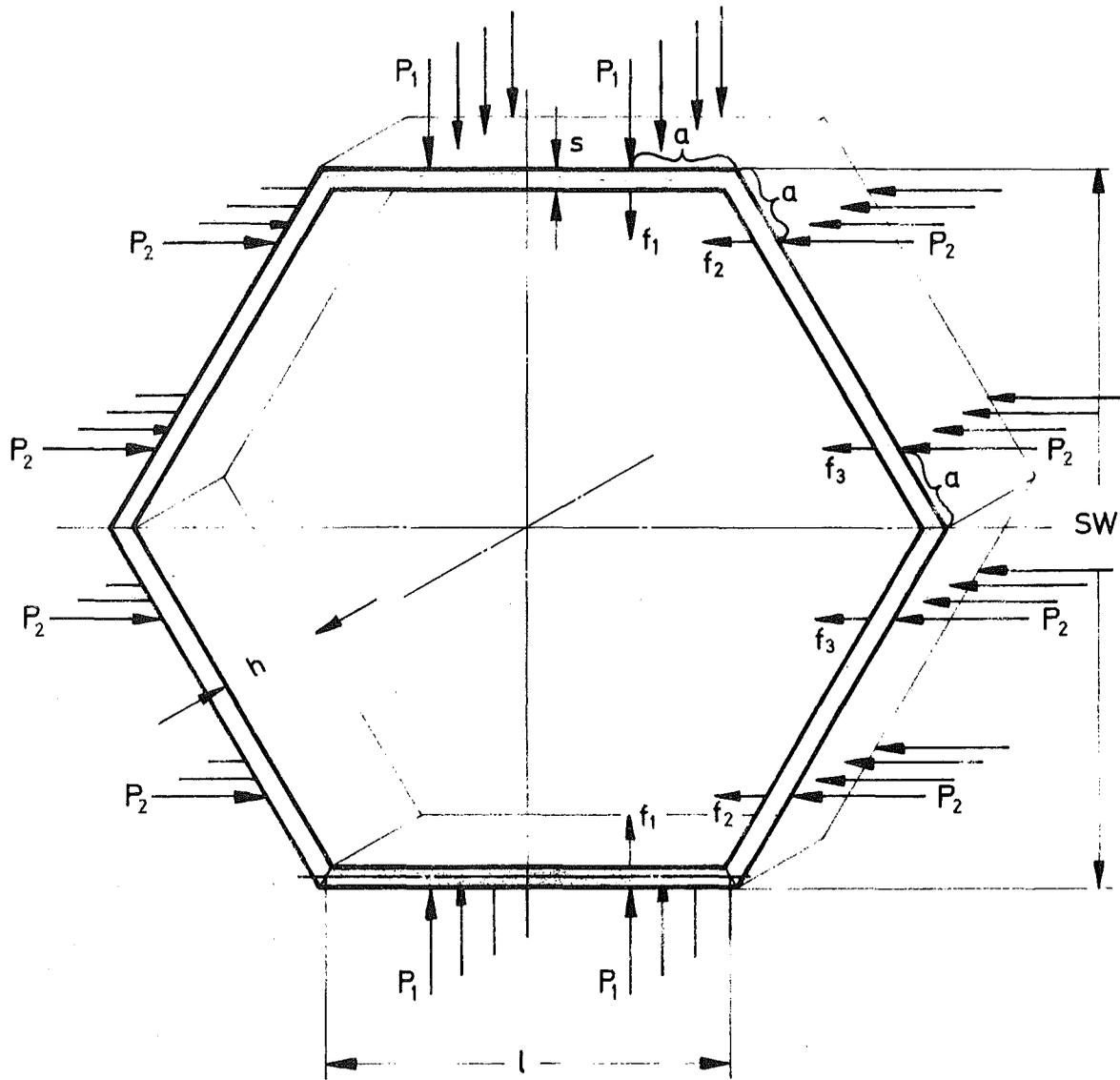


Abb. 7: Hexagonrahmen unter Außenlasten

$$e_1 = 1 + 4x + 4x^2 - 8x^3 - 4x^4 \quad (2.2.4 \text{ a})$$

$$e_2 = 1 + 2x - 4x^4 \quad (2.2.4 \text{ b})$$

$$e_3 = 1 + 3x + x^2 - 8x^3 + 4x^4 \quad (2.2.4 \text{ c})$$

mit

$$x = \frac{a}{\ell} ; 0 \leq x \leq 1/2 \quad (2.2.5)$$

so erhält man für eine Darstellung der Verspannungsebene als homogene, isotrope elastische Scheibe die "verschmierten" Stoffgrößen aus:

$$e_4 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2} \right) \quad (2.2.6)$$

$$E' = 12 \cdot e_4 \cdot E \cdot \left(\frac{s}{SW-s} \right)^3 \cdot \left(1 + \frac{SW^2}{12,9 \cdot h \cdot s} \right) \quad (2.2.7)$$

$$\nu' = e_3 \cdot e_4 \quad (2.2.8)$$

Hierin sind E' und ν' die Modell-Stoffgrößen, mit deren Hilfe man Spannungen und Dehnungen im Mittel richtig aus dem Scheibenmodell ermitteln kann.

In E' ist mit dem letzten Klammerausdruck näherungsweise berücksichtigt, daß die Hexagonkästen nicht nur auf der Länge h (= Pflasterlänge) tragen (mittragende Länge, vgl. /3/, S.3-85).

In Abb. 8 ist der Verlauf von e_4 und ν' über $x = a/l$ dargestellt. Auffällig ist, daß ν' stets nahe bei 1 liegt. Das bedeutet, daß die Hexagone bzw. die Verspannungsebene bei dichtester Packung annähernd ein "in der Ebene inkompressibles" System bilden.

E' ist so definiert, daß sich die Spannung im Rechenmodell als Quotient aus der auf eine Seitenfläche der Brennelementkästen wirkenden Kraft und der Seitenfläche (=Pflasterlänge · Schlüsselweite/ $\sqrt{3}$) ergibt.

Eine Vorstellung von der Anisotropie in der dichtesten Packung erhält man, wenn man das Verhältnis der Hilfsfunktionen $1/e_1$ und $1/e_2$ (vgl. Gl. 6) bildet; es erreicht bei $x = 0,5$ mit ca. 1,57 seinen Maximalwert. Die Richtungen, für die e_1 und e_2 Extremalwerte annehmen, bilden entsprechend den Symmetrieeigenschaften des Hexagons einen Winkel von 30° . Die Anisotropie hat also (bei einem 2π -Umlauf) 6 Perioden.

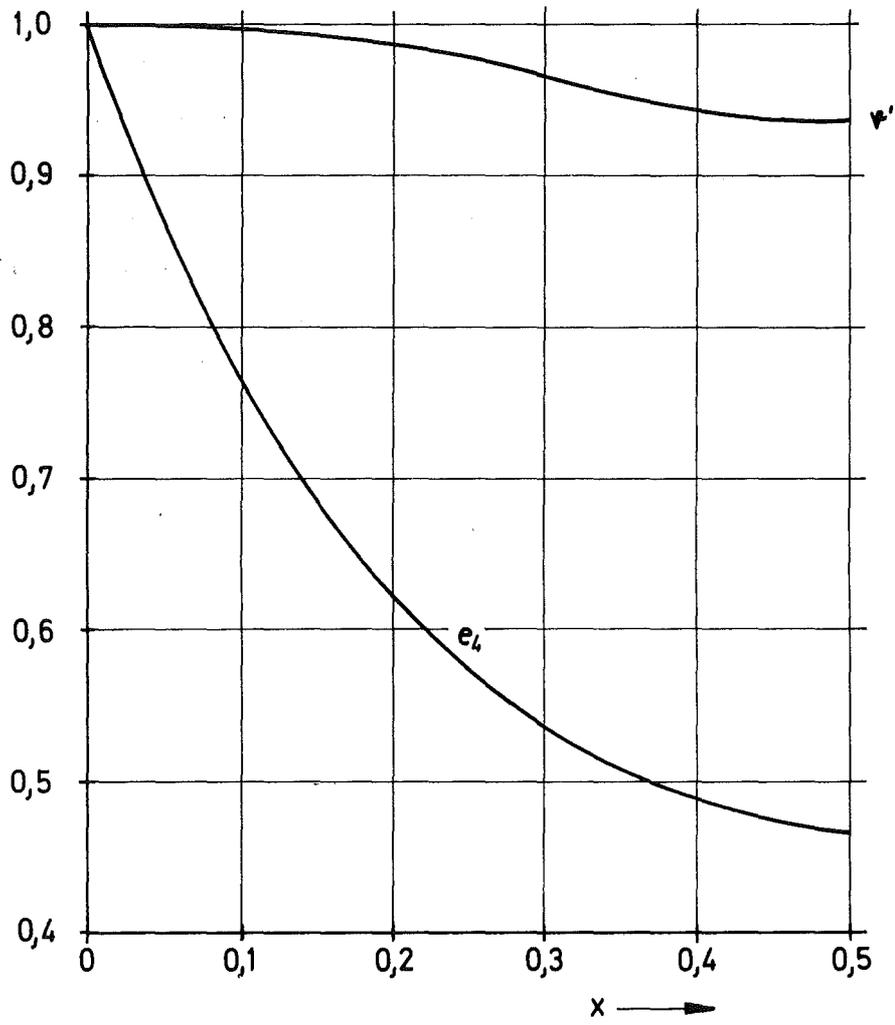


Abb. 8 : Verlauf der Funktionen e_4 und v' über $x = a/l$

Auf die Berücksichtigung derartig hochperiodischer Anisotropien im Rechenmodell kann zumindest vorläufig verzichtet werden. Immerhin könnte daran gedacht werden, ausgehend von einem Stabwerk in (60°) -Dreiecksgeometrie, die einzelnen Brennelemente durch finite Elemente in einer verschmierten Rechnung zu ersetzen (vgl. /2/).

Dies würde aber erst die Berücksichtigung der Anisotropie in einem linear-elastischen System bedeuten. Ob überhaupt eine Darstellung entsprechend den Gln. 1 mittels analytischer Funktionen vom theoretischen Standpunkt zu erwarten ist, müßte erst noch geklärt werden.

Zusammenfassend ist zu diesem Abschnitt festzustellen, daß infolge der Verschmierung der eigentlich interessanten Detailvorgänge alle Aussagen über die Querdruckbelastungen der Brennelemente mit großen Fehlern behaftet sein werden und daß der Aufwand zur Entwicklung eines Rechenmodells für die irreversiblen Zustandsänderungen der Verspannungsebene in keinem vertretbaren Verhältnis zu den zu erwartenden Aussagen stehen dürfte.

2.3) Ringmodell der Verspannungsebene

Das Ringmodell der Verspannungsebene geht von den Hilfsannahmen aus, daß

- a) die kräftefreie und isotherme Anordnung der Brennelemente in der Verspannungsebene einer dichtesten (=lückenfreien) Packung gleichgroßer regulärer Hexagone entspricht, daß
- b) in radialer und in Umfangsrichtung nur Hauptspannungen und entsprechend keine Schubspannungen wirken sollen, daß
- c) durch geeignete Wahl von Elastizitätsmodul und Querdrehzahl das elastische Verhalten der Verspannungsebene durch ein homogenes, isotropes elastisches Material in ausreichender Näherung wiedergegeben wird, und daß
- d) zwischen den einzelnen Brennelementen keine Zugspannungen herrschen können, weil die Brennelemente einander nur lose im Verband berühren.

Die Annahme "a" liefert eine eindeutige geometrische Zuordnung der Brennelemente zueinander, durch die Annahme "b" und "c" wird der Einfluß der Reibung eliminiert und eine rotationssymmetrische "Ersatzscheibe" ermöglicht, während aus der Annahme "d" folgt, daß die Rechenergebnisse nur Gültigkeit haben, wenn beispielsweise eine Randbelastung für einen lückenlosen Zusammenschluß der Hexagone sorgt.

Um die von den einzelnen Brennelementen in die Verspannungsebene eingebrachten Kräfte darstellen zu können, werden diese Kräfte als rein zentripetal (nach innen oder nach außen) wirkende Massenkräfte eingeführt. Um dem rotationssymmetrischen Modell gerecht zu werden, werden die einzelnen Brennelement-Ringe der wirklichen Verspannungsebene durch flächengleiche Kreisringe jeweils einheitlicher individueller Temperatur und radiusunabhängiger Massenkraft (Mittelwertbildung über je einen Brennelement-Ring) dargestellt.

Sind R_i die am i -ten Ring angreifende Massenkraft, $C_{1,i}$ und $C_{2,i}$ aus den Randbedingungen sich ergebende Konstante und E und ν der Elastizitätsmodul und die Querdehnzahl des "Modellwerkstoffes" und ist schließlich r der Radius, so ergibt sich nach Szabó /4/ für die Radialspannung $\sigma_{r,i}$ bzw. die Tangentialspannung $\sigma_{t,i}$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r,i} &= -R_i \cdot r \cdot \frac{2+\nu}{3} + \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left[C_{1,i} \cdot (1+\nu) - \frac{C_{2,i}}{r^2} \cdot (1-\nu) \right] \\ \sigma_{t,i} &= -R_i \cdot r \cdot \frac{1+2\nu}{3} + \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \left[C_{1,i} \cdot (1+\nu) + \frac{C_{2,i}}{r^2} \cdot (1-\nu) \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.3.1)$$

Für die Massenkraft R_i ergibt sich aus den radial (positiv nach außen) gerichteten Einzelkräften $P_{i,j}$ der Brennelemente des i -ten Brennelement-Ringes (mit ZW = Zellenweite, h = Länge der Distanznocken in axialer Richtung und bei m Elementen im i -ten Brennelement-Ring):

$$R_i = \frac{2 \cdot \sum_{j=1}^m P_{i,j}}{\sqrt{3} \cdot m \cdot h \cdot ZW^2} \quad (2.3.2)$$

Die Rinqradien ergeben sich, wie schon erwähnt, aus der Forderung der Flächengleichheit mit den Brennelement-Ringen.

Die Berücksichtigung unterschiedlicher Temperaturen ϑ_i der einzelnen Brennelement-Ringe führt an der Berührungslinie des i -ten und des $(i+1)$ -ten Ringes mit der Wärmedehnzahl α zu den Kompatibilitätsbedingungen

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r,i} &= \sigma_{r,i+1} \\ \sigma_{t,i} &= \sigma_{t,i+1} - E \cdot \alpha \cdot (\vartheta_i - \vartheta_{i+1}) \end{aligned} \right\} \quad (2.3.3)$$

Die Ermittlung der Konstanten $C_{1,i}$ und $C_{2,i}$ erfolgt iterativ so, daß durch Veränderung der Randbelastung oder der Konstanten C_2 für den Innenring schließlich die Forderung d (Verschwinden der Zugspannungen) bei fortwährendem Einhalten der Randbedingungen erfüllt wird. Die Randbedingungen besagen, daß bei der vollen Scheibe im Zentrum $\sigma_r = \sigma_t$ sein muß (woraus $C_2 = 0$ für das Zentrum folgt), bzw. daß bei der Scheibe mit Bohrung am Innenrand $\sigma_r = 0$ sein muß.

Das für den Kleincomputer pdp-8E (Fa. Digital) geschriebene Rechenprogramm für das Ringmodell der Verspannungsebene ist diesem Bericht als Anhang 1 beigelegt; es enthält auch die Möglichkeit, Rechnungen für das im 3. Kapitel beschriebene reibungslose Konzept der Verspannungsebene (mit Rollen und Federn) durchzuführen.

Das Rechenprogramm liefert die Belastungen pro Seitenfläche, denen die Brennelemente in der Verspannungsebene ausgesetzt sind. Zusätzlich werden die Verschiebungen gegenüber dem spannungsfreien isothermen Bezugszustand angegeben. Um die Verschiebungen durch die Wärmedehnung zu erhalten, werden noch gesonderte Rechnungen durchgeführt, die allein die Verschiebungen durch die Kräfte berücksichtigen. Ein kommentiertes Rechenbeispiel ist dem Anhang 1 angefügt; dieses Beispiel zeigt auch die Eingabedaten, die zu den in den Abb. 9 und 10 dargestellten Ergebnissen führten.

In Abb. 9 ist im oberen Bildteil die (zur Schließung der infolge der Wärmedehnung der Corelemente im Reflektor entstehenden Lücken notwendige) Randbelastung als Funktion der Nummer des (lt. Annahme) Brückenbildung verursachenden Brennelement-Ringes dargestellt; die Nummer Null repräsentiert hierbei das zentrale Brennelement im Core. Im unteren Bildteil von Abb. 9 sind die sich ergebenden Querdruckbelastungen pro Seitenfläche der Elemente dargestellt. Man erkennt, wie mit zunehmender Brückenbildung (= Ausdehnung der nicht mittragenden zentralen Corezone) die Querdruckbelastung der tragenden Elemente, also der Elemente des Brückenringes, zunimmt, während entsprechend die weiter im Inneren liegenden Elemente unbelastet bleiben.

Zu bemerken ist noch, daß für die Querschnittsbeanspruchung der Brennelemente weniger der allseitige Druck, sondern mehr die Differenz zwischen Tangential- und Radialbelastung maßgeblich ist. Die so gegebene Querschnittsbeanspruchung der Brennelemente durch Querdruckkräfte in der Verspannungsebene ist nach Abb. 9 in der durch Brückenbildung gestörten Anordnung etwa ebenso groß, wie die (fast unschädliche) allseitige Beanspruchung der zentralen Brennelements in der ungestörten Anordnung.

In Abb. 10 sind die sich am Core-Rand (7. Brennelement-Ring) und am die Brücke bildenden Brennelement-Ring ergebenden radialen Verschiebungen über der Nummer des Brückenbildung verursachenden Brennelement-Ringes aufgetragen. Hier fällt auf, daß die Verschiebungen, die sich beim Einführen der vollen Brennelement-Kräfte in der Verspannungsebene ergeben, bei der ungestörten Brennelement-Anordnung sehr klein sind. Die Erklärung für dieses Verhalten ergibt sich aus der außerordentlich kleinen Kompressibilität des Brennelement-Querschnittes bei allseitiger Querdruckbelastung (vgl. $\nu' \approx 1$ in Abb. 8).

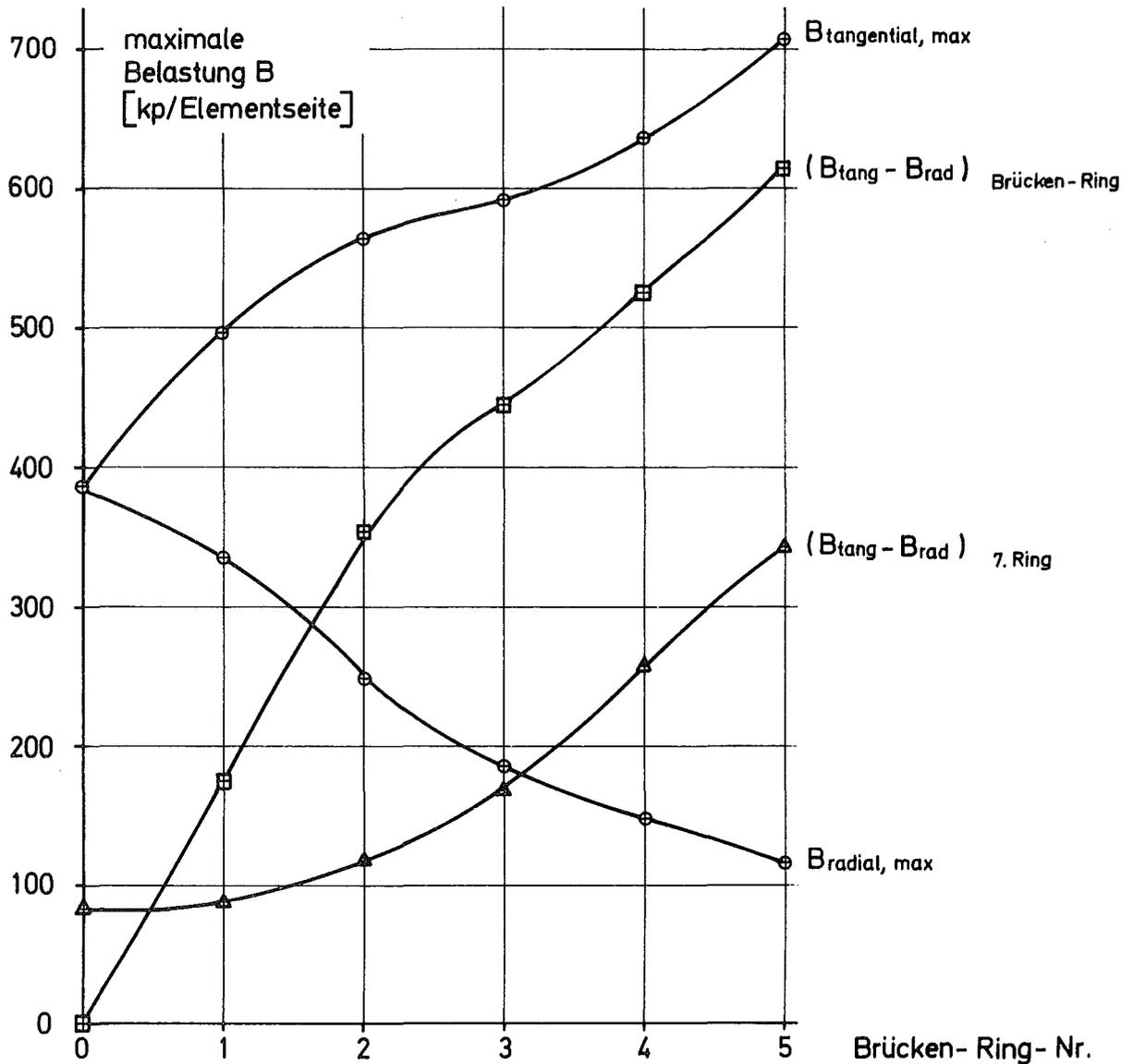
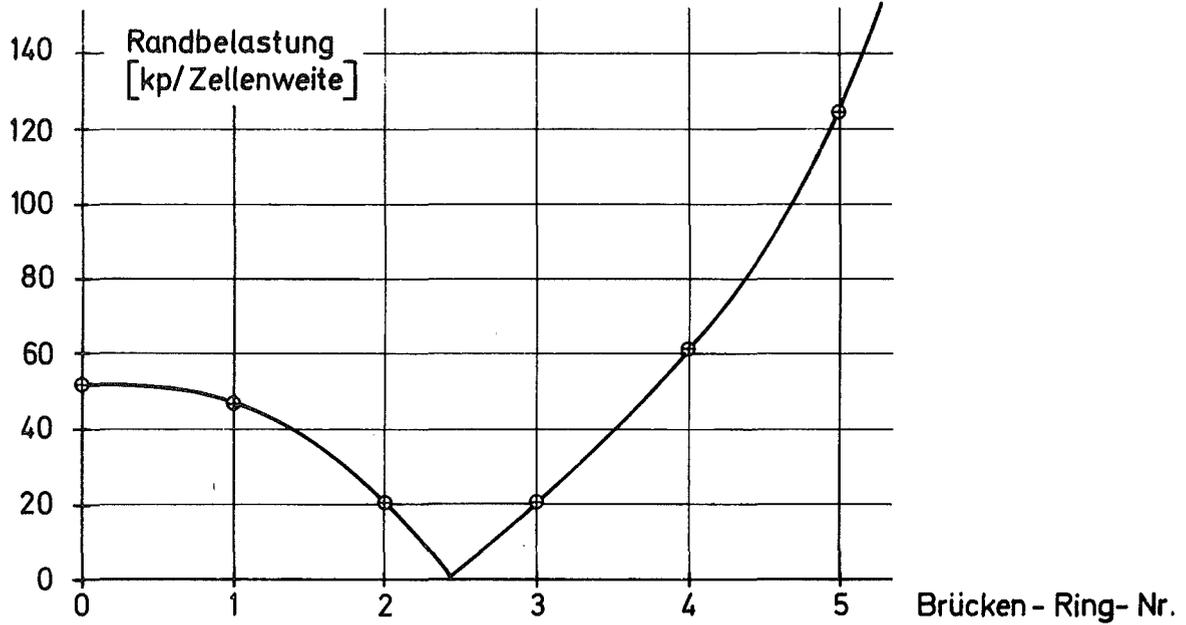


Abb. 9 : Zur Schließung der Spalte im Reflektor notwendige Randbelastung und Belastung der BE- Querschnitte im Core ohne und mit Brückenbildung (nach Ringmodell berechnet)

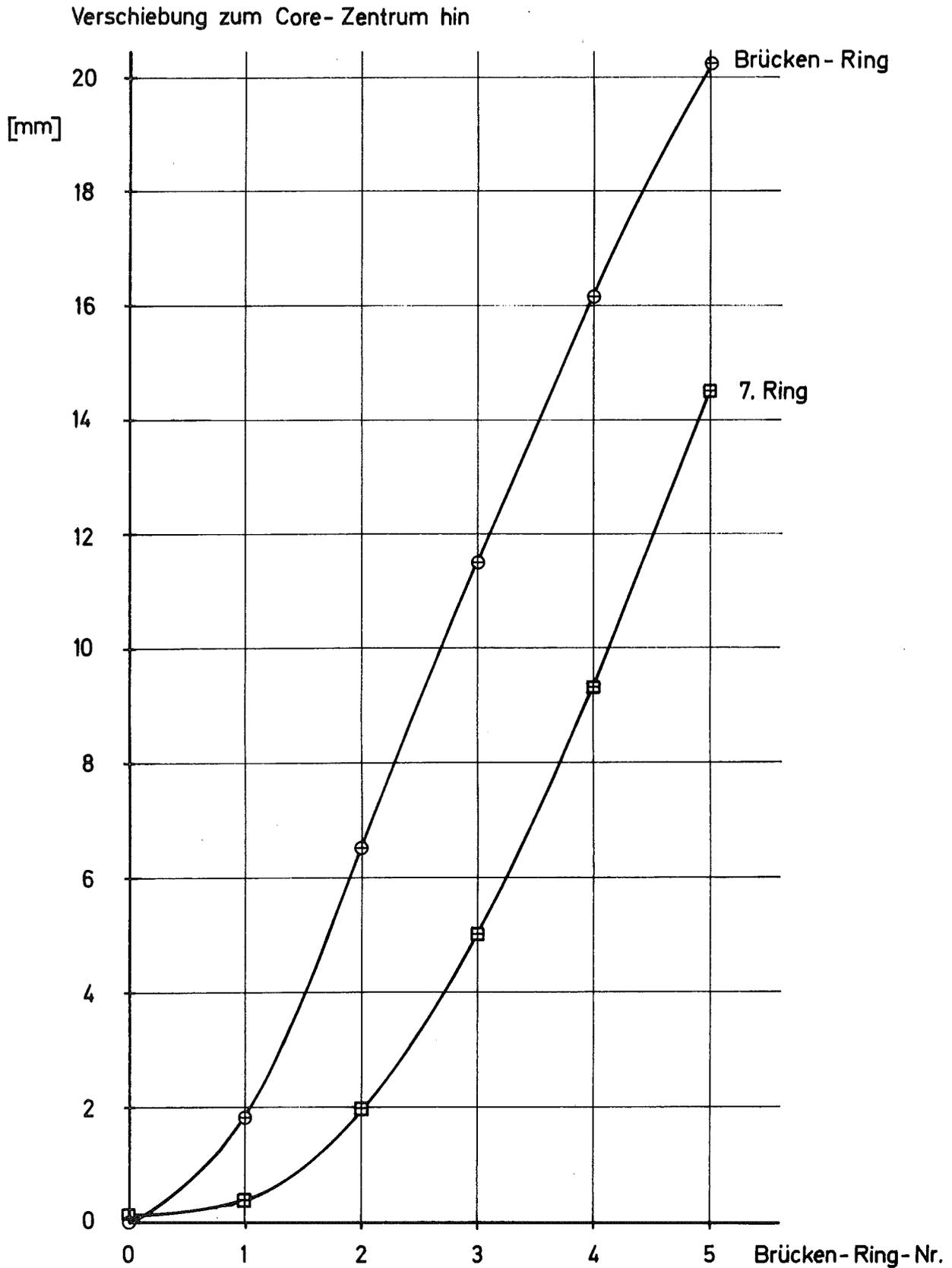


Abb. 10: Verschiebungen der BE in der Verspannungsebene beim Einführen der Kräfte (nach Ringmodell berechnet), ohne und mit Brückenbildung im Core-Zentrum

Die Verschiebungen werden jedoch sofort sehr groß, wenn nur ein einziges Element dem Verband entnommen wird. Das bedeutet, daß einerseits das Kollabieren z.B. des zentralen Brennelements eine merkliche Reaktivitätszunahme infolge der Core-Kompaktion ergeben könnte, andererseits heißt das, daß im realen Core beim Vorliegen radial nach innen gerichteter Einspannkraften ("innere" Kräfte) der Brennelemente (also nicht nur unter der Wirkung einer Randbelastung) eine wirksame Brückenbildung nicht zu erwarten sein wird. Wenn dafür gesorgt war, daß die "Unordnung" (= die Relativverschiebungen der Brennelemente) der Anordnung zu Beginn nicht zu groß war, dann werden durch Zunahme der Querdruckbelastung von in Selbsthemmungsposition stehenden Brennelementen die Verformungender selben so groß, daß schließlich ein Mittragen im Verband erzwungen wird.

Das hier vorgestellte "Ringmodell" der Verspannungsebene wurde in der im Anhang 1 angegebenen Form lediglich für erste Orientierungsrechnungen herangezogen. Für Rechnungen am realen Reaktor kann es notwendig sein, größere Spiele (vgl. Abb. 1, obere Verspannungsebene) in der Verspannungsebene mit zu berücksichtigen. Im Zusammenhang mit diesen Spielen kann auch eine Gruppenbildung der Elemente eintreten (eine Elementgruppe ist an ihrem Rande kräftefrei). Zu diesem Zweck kann das Ringmodell in eine solche Form gebracht werden, daß solche Gruppen mit beidseitiger Randlast Null möglich sind, wobei allerdings Elementringe auftreten können, die tangential nicht "geschlossen" sind (vgl. /3/, S.3-88, Kernscheibenmodell) und deswegen nur in radialer Richtung Kräfte übertragen. Die Elemente eines solchen Ringes werden dann nur durch einachsigen Querdruck beansprucht.

Eine weitere Ergänzung des Ringmodells ist dadurch möglich, daß die von den Brennelementen auf die Verspannungsebene ausgeübten ("inneren") Kräfte von den Deformationen der Verspannungsebene abhängen. Diese Kopplung kann in den Prozeß der iterativen Errechnung des Gleichgewichtszustandes mit einbezogen werden.

Zur Berechnung der wahrscheinlichen wirksamen Querdruckbeanspruchung der Elemente können schließlich Belastungsfaktoren, wie sie nach dem Vorschlag in Abschnitt 2.4 experimentell bestimmbar sind, herangezogen werden.

Es darf nach diesen Anmerkungen wohl doch der Schluß gezogen werden, daß von den bekannten Rechenmodellen für die Verspannungsebenen das Ringmodell noch am ehesten eine Möglichkeit bietet, die wahren Verhältnisse angenähert quantitativ zu erfassen.

An dieser Stelle erscheint ein Vergleich zwischen den Ergebnissen der sogenannten "Speichenrechnung" und des hier vorgestellten Ringmodells der Verspannungsebene angebracht. Bei der Speichenrechnung handelt es sich um ein eindimensionales Rechenmodell, bei dem nur eine Reihe auf einem Radius hintereinander stehender Elemente, die sich in der Höhe der Verspannungsebenen gegeneinander abstützen, betrachtet wird.

Benutzt man nun dieselben Daten wie bei den vorher genannten Beispielen, so ergibt sich mit Hilfe der Gleichung 4 durch Addition der Einzeldurchbiegungen die Verschiebung am Corerand, die dann mit den Daten von Abb. 10 verglichen werden kann. Dasselbe gilt natürlich auch für die Belastungen, die im Speichenmodell durch einfache Addition erhalten werden und mit den Werten von Abb. 9 verglichen werden können.

$$f = \frac{P \cdot (SW - s)^3}{5,46 \cdot E \cdot h \cdot s^3 \cdot \left(1 + \frac{SW^2}{12,9 \cdot h \cdot s}\right)} \quad (2.3.4)$$

Hierbei ist

- P = wirksame Querdruckbelastung pro Brennelement
- E = Elastizitätsmodul des Kastenmaterials
- SW = Schlüsselweite des Brennelement-Kastens
- s = Wandstärke des Brennelement-Kastens
- h = axiale Länge der Distanz-Pflaster
- f = Kasten-Querzusammendrückung

In Tabelle 1 sind die pro Brennelement auf der Brennelement-Speiche wirkenden Lasten (vgl. Beispiel im Anhang) und die sich aus Gl. 4 ergebenden Verschiebungen eingetragen.

| Ring-Nr. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|
| wirks.Last (kp) | 568,3 | 560,8 | 536,6 | 497,5 | 447,5 | 390 | 315 | 135 |
| Gesamtverschiebung (mm) | 0 | 0,87 | 1,69 | 2,46 | 3,15 | 3,76 | 4,23 | 4,46 |

Tabelle 1: Gesamtverschiebung der Brennelemente nach dem Speichenmodell

Während also aus dem Speichenmodell eine größte Querdruckbelastung von 561 kp folgt (das zentrale Brennelement zählt nicht, da es allseitig belastet ist), ergibt sich aus dem Ringmodell eine ebenso hohe Brennelement-Querdruckbeanspruchung erst beim Fehlen der sieben inneren Elemente (also bei Brückenbildung). Da aber eine gewisse Brückenbildung der reibungsbehafteten und nicht ideal geordneten Verspannungsebenen stets zu erwarten sein wird, kann hier die halbquantitative Schlußfolgerung gezogen werden:

- Bezüglich der maximalen Querdruckbeanspruchung ist das Speichenmodell nicht konservativ, sondern einigermaßen realistisch!

Die Erklärung ist darin zu sehen, daß beim Speichenmodell zwar das günstig wirkende Mittragen der Belastungen in tangentialer Richtung vernachlässigt wird, daß aber gleichzeitig eine nichtkonservative Vereinfachung durch die Vernachlässigung der Zunahme der Zahl der nach innen drückenden Brennelemente mit zunehmendem Ringradius getroffen wird.

Betrachtet man die Verschiebungen, so ergibt sich ein ganz ähnliches Bild. Zwar überschätzt die Speichenrechnung die Verschiebungen des Corerandes bei der ungestörten Anordnung um etwa das 40-fache. Bei der gestörten Anordnung (mit Brückenbildung), wie sie in etwa der Realität entspricht, dürfte im Vergleich zu Abb. 10 die Speichenrechnung die Brennelement-Verschiebungen im Core-Zentrum stark unterschätzen und am Core-Rand etwa um den Faktor 2,5 bis 20 überschätzen. Da aber im Zentrum des Cores so große freie Bewegungen, wie sie das Ringmodell mit etwa $2 \div 6,5$ mm verlangt, nicht auftreten können, die Verschiebungen also mehr verteilt auftreten müssen, während gleichzeitig Brennstoffverschiebungen am Corerand die größte Rückwirkung auf die Reaktivität ergibt, kann hier der weitere Schluß gezogen werden:

- Bezüglich der für die Reaktivitätsänderungen wichtigen Brennelement-Verschiebungen in den Verspannungsebenen ist das Speichenmodell konservativ und überschätzt die Brennelement-Verschiebungen um einen Faktor von etwa 2 bis 20.

Selbstverständlich können diese Schlußfolgerungen nur halbquantitativen Charakter haben; sie sollten durch ein entsprechendes Experiment überprüft werden, um die Brauchbarkeit des Ringmodelles (mit der Hilfsvorstellung der Brückenbildung) zu verifizieren.

2.4) Vorschlag für die experimentelle Ermittlung einiger Eigenschaften der Verspannungsebene

Wird die Verspannungsebene im Sinne des Ringmodells (Abschn. 2.3) oder im Sinne einer nullten Näherung des "verschmierten Modells" (Abschn.2.2) als volle homogene isotrope Scheibe behandelt, dann wird mit einer Last P_a am äußeren Rand und mit $R = \text{const.}$ (Massenkraft, vgl. Gl.2.3.1)

$$\frac{E'}{1-\nu'} = \frac{r_a}{\Delta r_a} \cdot \left(p_a + \frac{R \cdot r_a}{3} \right) \quad , \quad (2.4.1)$$

wobei r_a der Außenradius der Scheibe und Δr_a die Änderung des Radius bei Belastung sind. Die Einleitung einer Einzelkraft in alle Elemente zur Erzeugung von R ist experimentell jedoch aufwendig und nicht unbedingt erforderlich (wird darauf verzichtet, dann wird in Gl.1 $R = 0$ gesetzt).

Allerdings erweist sich die volle Scheibe als relativ ungeeignet, um z.B. ν' oder E' direkt experimentell zu erhalten, weil diese Anordnung auf kleine Störungen sehr empfindlich reagiert (wenn beispielsweise das Zentralelement oder ein anderes Element in der Nähe des Zentrums nicht fest im Verband sitzt).

Wird dagegen aus der vollen Scheibe das Zentralelement entfernt (Scheibe mit Bohrung), so kann die Querdehnzahl allein aus den äußerlich abgreifbaren Radien r_a und r_i und aus deren Änderungen Δr_a und Δr_i bei einer beliebigen Belastungsänderung ΔP_a nach

$$\nu' = 1 - \frac{2 \cdot \left(\frac{r_i}{r_a} \right)}{1 - \left(\frac{r_i}{r_a} \right)^2} \cdot \left(\frac{\Delta r_a}{\Delta r_i} - \frac{r_i}{r_a} \right) \quad (2.4.2)$$

ermittelt werden. Die Meßwerte Δr_i müssen dabei wie die Δr_a an den entsprechenden Berührstellen der Hexagone als Radialverschiebung abgegriffen und über den jeweiligen Umfang gemittelt werden. So erhält man aus zwei Messungen an der Scheibe mit und ohne Zentralelement (z.B. bei bekanntem P_a und mit $R = 0$) aus den Gln. 2 und 1 Meßwerte für ν' und E' .

Nach den Feststellungen, die bereits in den vorigen Abschnitten (wie 2.2) getroffen wurden, ist allerdings nicht damit zu rechnen, daß insbesondere E' von der Belastung unabhängig sein wird. Es handelt sich durch den Einfluß z.B. von Gleitbewegungen, oder durch lastabhängiges Wandern der gegenseitigen Berührungspunkte der Brennelemente in der Verspannungsebene durch die Verbiegungen der Kastenwände, um ein System mit progressiv mit der Belastung anwachsender Steifigkeit und mit Hysterese-Effekten bei Entlastung.

Diese Phänomene hängen von dem jeweiligen Ordnungszustand in der Verspannungsebene ab. Sowie sich ein bestimmter Zustand der Unordnung in der Verspannungsebene gut reproduzierbar herstellen läßt, so wenig darf eine gute Reproduzierbarkeit der Meßwerte E' und ν' erwartet werden. Jedoch können bereits die Schwankungen dieser Größen interessante Einblicke in das Verhalten der Verspannungsebene möglich machen.

Wird das Experiment zur Ermittlung von Daten der Verspannungsebene nur mit einer einzigen Ausführung der Hexagonkästen durchgeführt, dann können etwa die Gln. 2.2.7 und 2.2.8 zur Bestimmung von Korrekturfaktoren verwendet werden, um dann in Form der entsprechend modifizierten Gleichungen ein angenähertes Modellgesetz zur Umrechnung der Meßdaten auf andere Kastenabmessungen zu haben. Kastenverstärkungen im Bereich der Verspannungsebene (wie sie beim SNR-300-Konzept vorgesehen sind) können durch Anpassung einer "rechnerischen Kastenwandstärke" in das Modellgesetz einbezogen werden.

Aus dem Experiment lassen sich aber auch (allerdings nur statistisch gültige) Belastungsfaktoren für die Brennelement-Querdruckbelastung gewinnen. Als rechnerische Basis bietet sich hierfür das Ringmodell an, mit dessen Hilfe sich die "Soll"-Beanspruchungen der Elemente an jeder Position (gegebenenfalls auch bei Belastung der Verspannungsebene durch Einzelkräfte; $R \neq 0$) berechnen lassen. Durch einfaches Ausmessen der lichten Maße der belasteten Brennelement-Kästen im Experiment lassen sich die wahren Querdruckbelastungen ermitteln (= "Ist"-Beanspruchung). Aus dem Verhältnis der Ist- und der Soll-Beanspruchungen erhält man durch mehrfache Wiederholung der Messung die gesuchten Korrekturfaktoren für die Querdruckbelastung. Bei der statistischen Auswertung der Messung können die Belastungsfaktoren mit dem azimutalen Winkel (60° -periodisch, wegen Spiegelsymmetrie also Bereich $0 \div 30^\circ$) korreliert werden, um die Periodizität der Anisotropie wenigstens in einer ersten Näherung zu erfassen.

Zweckmäßigerweise ist bei den Messungen so vorzugehen, daß die Ermittlung der E' und ν' -Werte an möglichst ungestörten Anordnungen vorgenommen wird, um für die Anwendung des Ringmodells eine brauchbare Basis zu haben. Die Belastungsfaktoren hingegen werden dann an "realistisch" gestörten Anordnungen bestimmt. Werden die Reibungskoeffizienten genügend hoch gewählt, dann können auf diese Weise sowohl die Einflüsse der relativen Unordnung des Systems, als auch der Selbsthemmung von Ordnungsbewegungen (Reibbeiwert $> 1/\sqrt{3}$, vgl. /1/) statistisch (und ggf. winkelkorreliert) erfaßt werden.

Weil das soeben geschilderte Vorgehen die derzeit einzige Möglichkeit zu sein scheint, die notwendigen Einblicke in das Verhalten von Verspannungsebenen und auch Berechnungsunterlagen für die Auslegung und Beurteilung zu erhalten, seien im folgenden noch in Kürze die zugehörigen experimentellen Anforderungen geschildert:

- a) Die Gesamtanordnung sollte wenigstens aus 7 bis 8 Brennelement-Ringen bestehen (169 bzw. 217 Hexagon-Elemente).
- b) Biegelinien brauchen nicht simuliert zu werden; Kastenstücke einer Länge von etwa $10 \times SW$, deren Enden mit Deckeln verschlossen sind und in deren Mitte sich die Distanznocken befinden, reichen aus. An den genannten Deckeln greifen bei Bedarf die Brennelement-Einzelkräfte an (hierauf kann jedoch auch verzichtet werden).
- c) Es können relativ dünnwandige Hexagonkästen zum Einsatz kommen (aus Blech gebogen, längsgeschweißt), um die für gut meßbare Deformationen notwendigen Belastungen nicht unnötig in die Höhe zu treiben.
- d) Die Distanznocken sind als auswechselbare Schuhe auszuführen: Durch Variation des Materials (z.B. auch nasses Holz!) können hohe und niedrige Reibbeiwerte eingestellt werden.
- e) Die Randbelastung kann über Leisten aufgebracht werden; unerwünschte tangentialer Kräfte lassen sich beispielsweise durch Rollenlagerung entsprechender Paßstücke klein halten.
- f) Das Experiment kann bei Raumtemperatur in Luft durchgeführt werden.
- g) Die Kästen brauchen nicht instrumentiert zu werden; die Messungen können "von Hand" durchgeführt werden.

Abb. 11 soll einen Eindruck von der beschriebenen experimentellen Anordnung vermitteln.

Natürlich können so einfache Experimente nur erste Einblicke in das Verhalten von Verspannungsebenen mit Reibung und Spalten geben. Diese ersten Einblicke wären aber von großem Nutzen, weil die bisher bekannten Beurteilungskriterien für Verspannungsebenen noch zu dürftig sind.

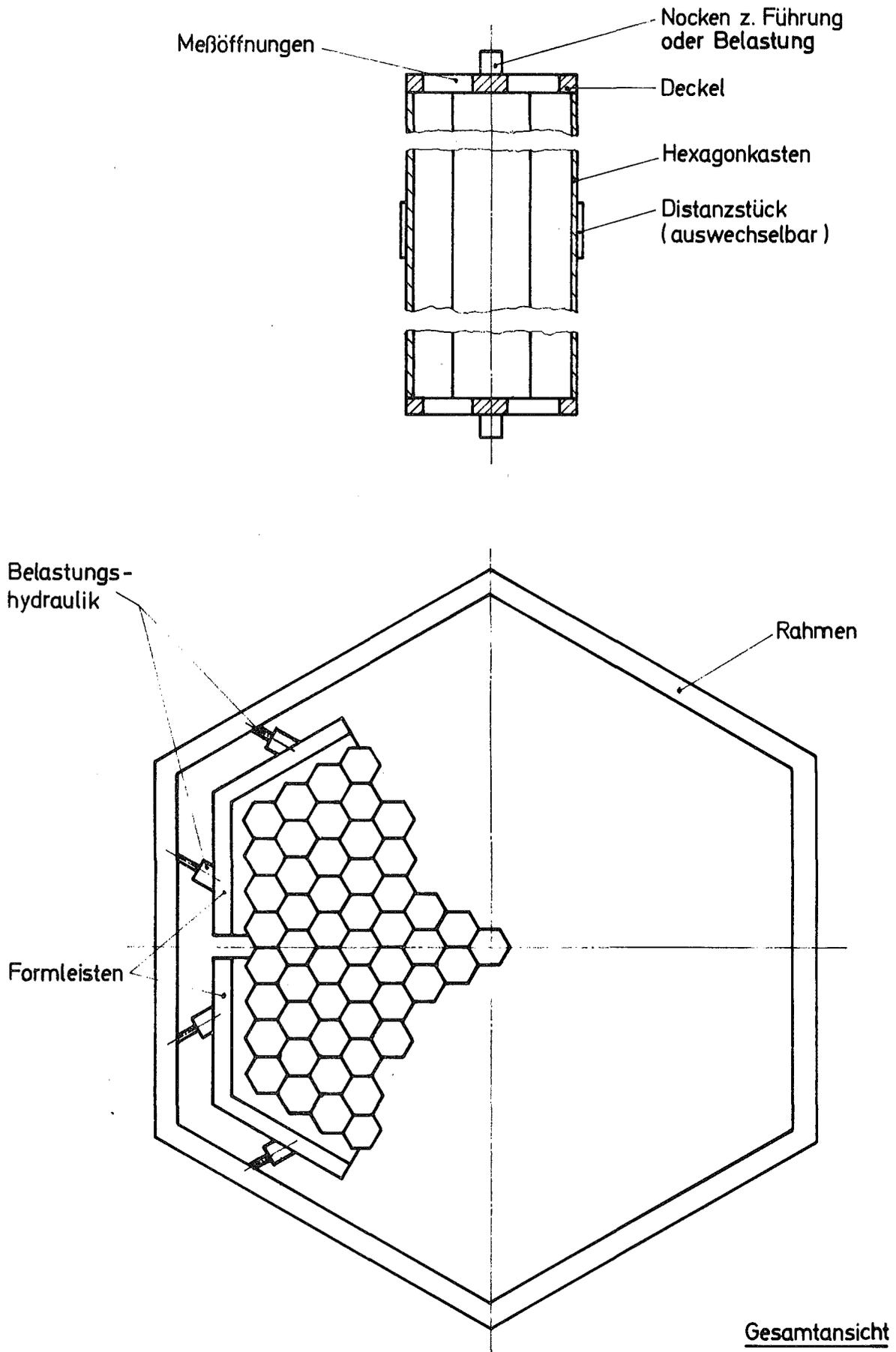


Abb. 11 : Aufbau eines Experimentes „Verspannungsebene“

3.) Das Konzept der reibungsarmen Verspannungsebene

Das Konzept der "reibungsarmen" Verspannungsebene sieht vor, die Gleitreibung zwischen den Distanznocken der Brennelemente in den Verspannungsebenen durch die rollende Reibung zu ersetzen. Hierbei müssen jedoch Überlastungen einzelner Rollen, wie sie sich beispielsweise durch Wärme-
dehnungseffekte ergeben könnten, nach Möglichkeit vermieden werden. Es scheint daher sinnvoll zu sein, als Gegenstücke zu den Rollen bei den benachbarten Brennelementen Federn anzubringen. Das ganze System ist in /1/ ausführlich beschrieben, so daß hier auf eine Wiederholung der Beschreibung verzichtet werden kann. Erwähnt sei lediglich noch, daß im Brennelementkasten nur dann Platz für Rollen und Federn vorhanden ist, wenn die Verspannungsebenen in Bereichen angeordnet werden, in denen sich kein Brennstab-
bündel mehr befindet. Dies trifft zu, wenn beim Na-gekühlten Reaktor das Spaltgasplenum auf die Kühlmittel-Eintrittsseite, also nach unten gelegt wird. Dann können oberhalb des oberen axialen Blankets zwei Verspannungsebenen in geeignetem Abstand angebracht werden /1/, so daß die Bowingkoeffizienten durch die thermische Rückbiegung der Brennelemente aus diesem oberen Bereich insgesamt negativ werden.

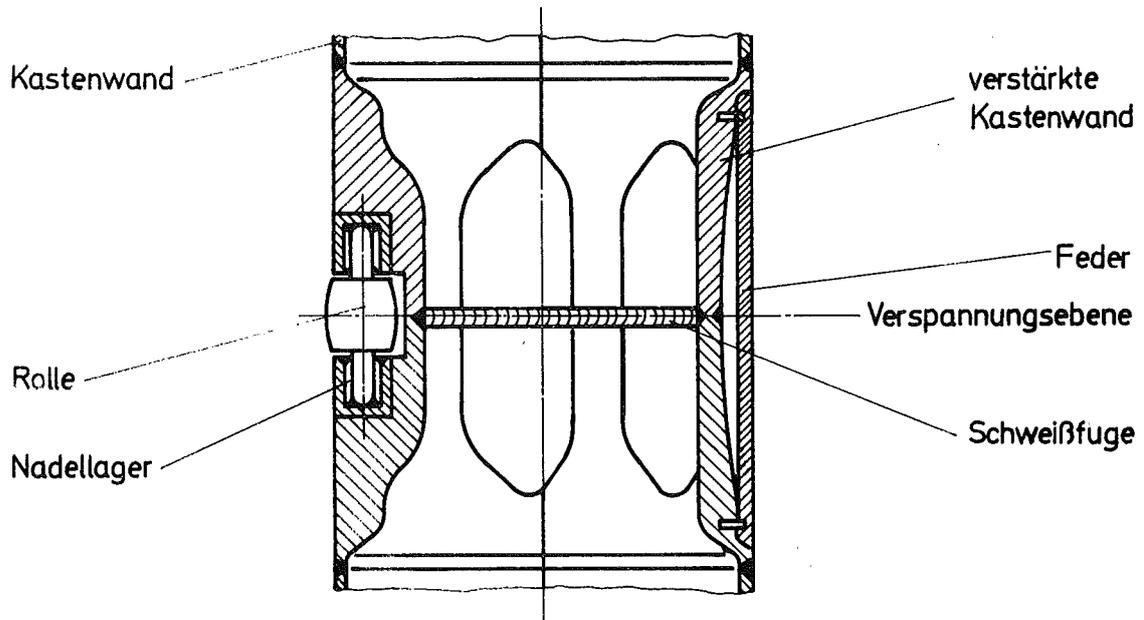
In Abb. 12 ist ein möglicher Entwurf eines Verspannungsebenen-Elementes mit Rollen und Federn dargestellt. Die Berechnung der Querdruckbeanspruchung der Brennelemente bzw. der Belastungen der Rollen und Federn erfolgt wieder mit dem Ringmodell der Verspannungsebene (vgl. Abschn.2.3). Zur Berechnung der Modellkonstanten E' und ν' für den vorliegenden Fall mit Rollen und Federn treten an die Stelle der Gleichungen 2.2.7 und 2.2.8 nun die Beziehungen

$$E'_{R,F} = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot h \cdot c_F} \quad (3.1)$$

$$\nu'_{R,F} = \frac{1}{3} \quad (3.2)$$

Hierbei ist h die "Dicke" der Verspannungsebene in axialer Richtung und c_F die Federsteifigkeit (cm/kp), die die Annäherung benachbarter Brennelemente beim Gegeneinanderdrücken beschreibt. Für c_F lassen sich Werte von etwa 10^{-4} (cm/kp) pro Kastenseite bei einer Kastenschlüsselweite von etwa 11 cm gut verwirklichen. Die Federn sind rechteckige, flache Streifen, die dann Abmessungen von etwa 6,5 x 38 x 120 mm erhalten und bei Temperaturen bis 700°C Belastungen von 500 kp pro Kastenseite (also Belastung von 2 Federn) mit Durchfederungen von etwa 0,6 ÷ 0,8 mm zulassen. Hierbei ist eine berechnete Kriechverformung von etwa 0,2 mm über einen Zeitraum von 8500 Stunden bereits berücksichtigt. Als Federmaterial war Inconel 718 in Betracht gezogen worden.

Längsschnitt



Querschnitt

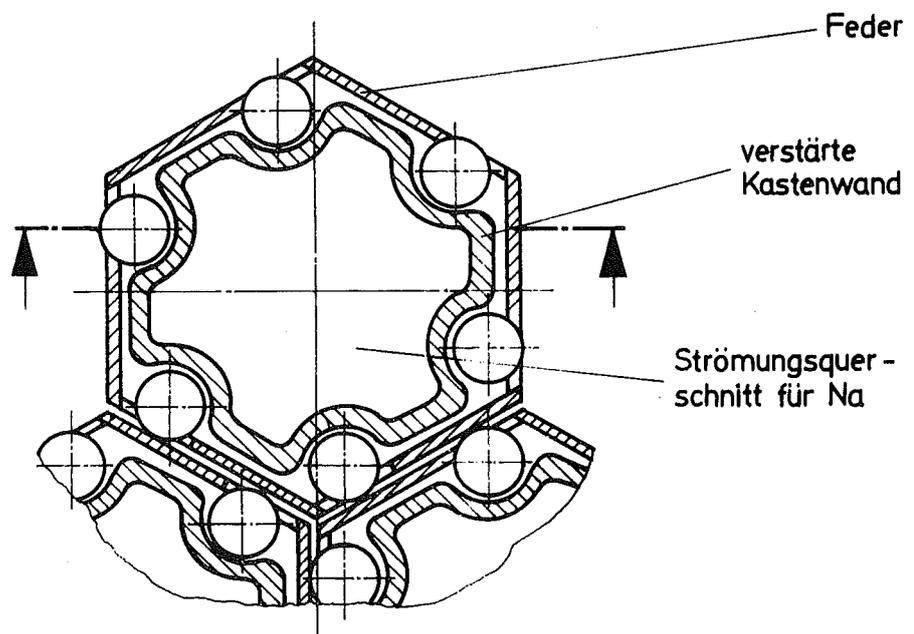


Abb. 12: Element der Verspannungsebene mit Rollen und Federn

Interessant ist noch ein Vergleich des Zahlenwertes $\nu' = 1/3$ nach Gl. 3.2 mit den sehr viel näher bei Eins liegenden Werten von ν' nach Abb. 8. Mit Hilfe der Gleichung 2.4.2 läßt sich (bei sonst gleichen Verhältnissen) die Auswirkung von ν' auf das Zusammenfallen des sich beim Ziehen eines Brennelementes in der Verspannungsebene bildenden Loches abschätzen. Wird $r_i/r_a = 0,1$ gesetzt und $\nu' = 1/3$ bzw. $\nu' = 0,98$, dann erhält man nach Gl. 2.4.2 $\Delta r_i/\Delta r_a = 0,3$ für das Rolle/Feder-Konzept bzw. $\Delta r_i/\Delta r_a = 5$ für das Konzept mit Gleitreibung. Das bedeutet, daß bei einer unter Druckspannungen stehenden Verspannungsebene das sich bildende Loch beim Ziehen eines Brennelements beim Gleitreibungskonzept etwa 15 mal stärker schließt, als dies beim Rolle/Federkonzept der Fall ist (wenn vorausgesetzt ist, daß sich die volle Verspannungsebene bei Belastung beim Rolle/Feder-Konzept durch entsprechende Wahl von C_F etwa doppelt so stark zusammendrücken läßt wie die Verspannungsebene nach dem Gleitreibungskonzept).

Dieses Verhalten des Rolle/Feder-Konzeptes ist natürlich beim Brennelement-Wechsel erwünscht. Es wirkt sich aber bei einer Brückenbildung relativ ungünstig aus. Eine solche Brückenbildung kann allerdings nur in kleinem Maße beim Bruch von Federn (vgl. Abb. 12) zustande kommen, wenn also ein einzelnes Element im Verband schrumpft, so daß die Nachbarelemente erheblich höher belastet werden. Beim Konzept mit Gleitreibung wird das Δr_i demgegenüber so groß, daß ein gewissermaßen "geschrumpftes" Brennelement sich nicht aus dem Verband als tragendes Element völlig zurückziehen kann; zwar werden in diesem Falle die Nachbarelemente nicht so stark zusätzlich belastet, doch kann das aufgrund einer Beschädigung "geschrumpfte" Brennelement nun der Gefahr eines stärkeren Kollabierens ausgesetzt sein.

Die Frage der Verformungen ungestörter oder gestörter Kernverspannungsebenen ist im Hinblick auf die lastabhängigen Reaktivitätsänderungen des Reaktors von besonderem Interesse. Diese Aussage gilt zwar auch für eine Kernverspannung entsprechend Abb. 1, sie ist aber für die FFTF-artige Alternative (ähnlich Abb. 13, jedoch muß sich die "untere Abstützung" außerhalb des Neutronenflusses oberhalb der oberen Brutzone befinden) der Kernverspannung von größerem Gewicht, weil die Kräfte größer werden und die Verformungen beider Verspannungsebenen positive Reaktivitätsbeiträge liefern.

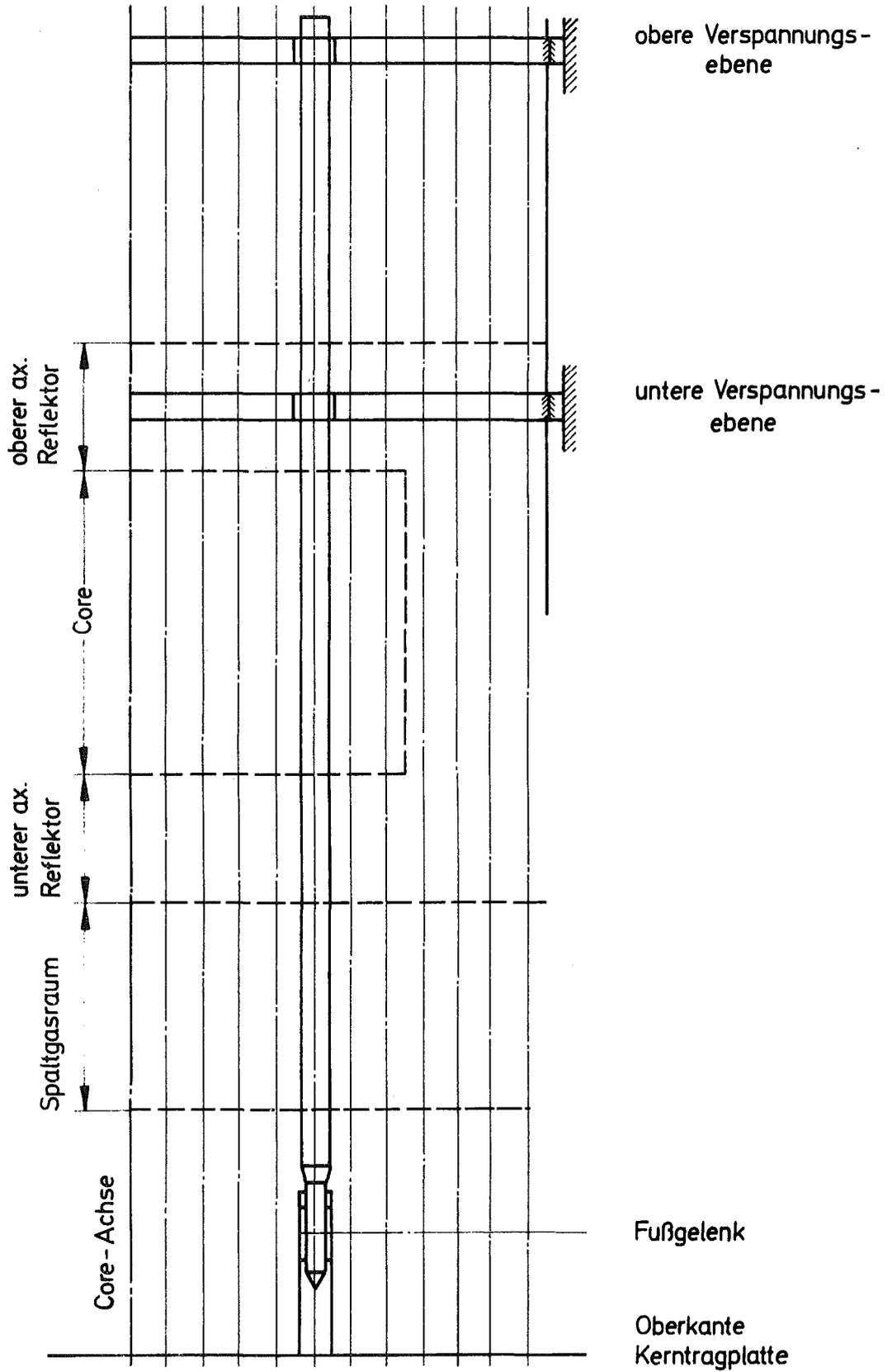


Abb. 13: SNR-300 - Alternative mit FFTF-artiger Kernverspannung (obenliegende Spannungsebenen)

Werden die Verspannungsebenen einer solchen FFTF-artigen Kernverspannung nach dem Gleitreibungskonzept ausgeführt, so hat man den Vorteil, daß bei optimal dichter Packung der Brennelemente nur kleine Verformungen der Verspannungsebenen auftreten. Tritt infolge des Gleitreibungseinflusses dagegen eine Störung der idealen Anordnung, z.B. durch Brückenbildung auf, dann wachsen entsprechend Abb. 10 die durch Laständerung bewirkten Verformungen sehr stark an. Das Verformungsverhalten ist also in starkem Maße vom Ordnungsgrad abhängig und ein hoher Grad von Ordnung läßt sich infolge des Peibungseinflusses nur schwer herstellen.

Im Gegensatz dazu steht das Verhalten von Verspannungsebenen nach dem Rolle/Feder-Konzept, wobei vorausgesetzt sei, daß die Rollen ihre Funktion in überwiegendem Maße erfüllen. Dann ist eine Brückenbildung nur noch in dem Sinne möglich, daß z.B. durch Federbruch einzelne Elemente "schrumpfen", wobei die Rückwirkung dieses Schrumpfens von einzelnen Brennelementen auf die Verformung der ganzen Verspannungsebene ziemlich klein ist. Das Verformungsverhalten der ganzen Verspannungsebenen ist demnach beim Rolle/Feder-Konzept wesentlich weniger veränderlich, als beim Gleitreibungskonzept. Hinzu kommt, daß die Steifigkeit der Verspannungsebenen beim Rolle/Feder-Konzept etwa ebenso groß gemacht werden kann wie beim Gleitreibungskonzept bei nur wenig gestörter Ordnung.

Bei der Diskussion der Reaktivitätseffekte muß darauf geachtet werden, daß es der ursprüngliche Zweck der FFTF-artigen Kernverspannung mit oberliegenden Verspannungsebenen war /1/, ohne Inanspruchnahme anderer Effekte für die lastabhängigen thermischen Brennelement-Verbiegungen allein negative Reaktivitätskoeffizienten zu erzeugen, wobei wegen des strahlungsinduzierten Materialkriechens die Verspannungsebenen außerhalb des schnellen Neutronenflusses angeordnet werden müssen. Dieser angestrebte Effekt wird durch die Verformungen der Verspannungsebenen unter Belastungsänderungen stark abgeschwächt. Dennoch dürfte es ein Vorzug einer Kernverspannung mit oberliegenden Verspannungsebenen sein, daß der negative Reaktivitätseffekt der Wärmedehnung der Verspannungsebene größer ist als etwa bei einem Konzept nach Abb. 1, das zudem noch (je nach Einsatzzeit der Brennelemente) durch einen positiven Bowingkoeffizienten belastet ist.

Es dürfte also der Schluß zulässig sein, daß die Kombination der oben-
liegenden Verspannungsebenen (FFTF-artiges Konzept) mit dem Rolle/Feder-
Konzept genügend attraktiv ist, um eine experimentelle Überprüfung der
Machbarkeit, insbesondere der Rollen mit ihren Nadellagern vorzunehmen.
Eine rein theoretische Behandlung dieser Frage dürfte ziemlich aussichts-
los sein, doch deuten die ersten Abschätzungen unter Annahme der Werkstoff-
daten für Inconel 718 auf ausreichend hoch liegende Auslegungsarenzen hin.
Anscheinend dürfen Belastungen von 250 kp pro Rolle (vgl. Abb. 12) bei
Temperaturen bis 650°C als "machbar" in Betracht gezogen werden.

4.) Zusammenfassende Diskussion am Beispiel des SNR-300

Im Anhang 2 ist eine kurze Darstellung über die in diesem Bericht verwendeten Verfahren zur näherungsweise Ermittlung von Brennelement-Verbiegungen und von Bowingkoeffizienten gegeben.

Wenn im folgenden Zahlenwerte für Bowingkoeffizienten genannt werden, dann beziehen diese sich ausschließlich auf Rechnungen mit den in Anhang 2 genannten Näherungsverfahren und haben dementsprechend eine stark eingeschränkte Gültigkeit.

Devor eine kritische Bewertung von Bowingkoeffizienten vorgenommen werden kann, muß eine Stabilitätsbetrachtung hinsichtlich der Reaktordynamik vorgenommen werden. Hier werde Bezug auf die Na-2-Studie /5/ genommen:

Bei dem schnellen natriumgekühlten Reaktor Na-2 handelt es sich um einen mit dem SNR-300 reaktorphysikalisch gut vergleichbaren Reaktor. Für den Na-2-Reaktor wird für Vollast ein Brennstoffkoeffizient von ca.

$-1,7 \cdot 10^{-6} / \text{grad}^{-1}$ und bei 25 % Teillast von ca. $-3,6 \cdot 10^{-6} / \text{grad}^{-1}$ angegeben. Die Stabilitätsgrenze wird nach /5/ überschritten, wenn der

Strukturkoeffizient (der die thermische Ausdehnung des Cores und die Verbiegung der Brennelemente berücksichtigt) bei

Vollast $> + 21 \cdot 10^{-6} / \text{grad}^{-1}$ und bei 25% Teillast $> + 12 \cdot 10^{-6} / \text{grad}^{-1}$ ist.

Wichtig ist hierbei im wesentlichen nur, daß der gesamte Strukturkoeffizient (Ausdehnung plus Verbiegung) stets größer Null sein darf, um die Stabilität zu gewährleisten. Da bei alleiniger Änderung der Austrittstemperatur der Anteil der Ausdehnung am Strukturkoeffizienten bei $-29 \cdot 10^{-6} / \text{grad}^{-1}$ (nach/5/) liegt, können kompensierende kleine positive Bowingkoeffizienten BK zugelassen werden, ohne die Stabilität des Reaktors infrage zu stellen. Um auch unvorhergesehenen Ereignissen und Unsicherheiten in der Ermittlung von BK vorzubauen, dürfte es sinnvoll sein,

$$BK \ll 29 \cdot 10^{-6} / \text{grad}^{-1}$$

zu fordern.

Mit Hilfe der im Anhang 2 angegebenen Näherungsrechnungen wurden für die reinen Bowingkoeffizienten die in Tabelle 2 angegebenen Werte abgeschätzt.

| Fall | Bowingkoeffizient BK |
|---|--|
| SNR-300-Core mit freistehenden Brennelementen (Kopfebene nicht verspannt) | $\approx -0,9 \cdot 10^{-6} \text{ /grd}^{-1}$ |
| SNR-300-Core mit feststehenden Brennelement-Auflagern (fest verspannt, vgl. Abb. 1) | $\approx +5,1 \cdot 10^{-6} \text{ /grd}^{-1}$ |
| SNR-300-Alternativverspannung FFTF-artig (vgl. /1/) mit feststehenden Brennelement-Auflagern | $\approx -5,3 \cdot 10^{-6} \text{ /grd}^{-1}$ |
| SNR-300-Alternativverspannung FFTF-artig (vgl. /1/) mit Verspannungsebenen nach Rolle/Feder-Konzept | ≈ 0 (pos. oder neg. möglich, je nach Wahl von C_F) |

Tabelle 2: Abgeschätzte Bowingkoeffizienten für das SNR-300-Core bei unterschiedlichen Verspannungsfällen.

Nach den Bowing-Koeffizientenwerten von Tabelle 2 ist die dynamische Stabilität des Reaktors gegeben. Ob allerdings der Wert $+ 5,1 \cdot 10^{-6} \text{ /grd}^{-1}$ für das verspannte SNR-300-Core nach Abb. 1 genügend Sicherheitsspielraum für Rechengenauigkeiten usf. läßt, wird erst aufgrund genauerer Rechnungen mit kritischer Fehlerabschätzung zu entscheiden sein. Aus diesem Grund dürfte dieser hohe positive Wert an der oberen vertretbaren Grenze liegen.

Das Verhalten der Kernverspannung ist zweifelsohne schwer zu durchschauen. Es gibt daher bisher keine gesicherten Auslegungskriterien. Daher wäre es von großem Nutzen, wenigstens abzuschätzen, inwieweit dieser Mangel an Kenntnis über das Systemverhalten relevant ist. Es ist ja nicht sicher, daß es für das reale System genau festlegbare Grenzwerte z.B. für zulässige Reibungskoeffizienten gibt. Und es muß auch diskutiert werden, ob solche Grenzwerte bei begrenzten Verschiebungsmöglichkeiten der Brennelemente in den Verspannungsebenen wegen der Kompensation durch die elastischen Verformungen im gegebenen Fall nicht doch bedeutungslos werden (vgl. Abschnitte 2.3 und 2.4). Hierbei kann folgendermaßen argumentiert werden: Die nach einer Elementumlagerung verbleibenden Teilanordnungen in Selbsthemmungskonstellation müssen

nach Anzahl und Verschiebungsgrad beschränkt sein. Der mögliche Verschiebungsgrad wird am größten, wenn nur eine einzige derartige Teilkonstellation existiert. Beim endgültigen Zusammenspannen einer solchen gestörten Anordnung liefert die elastische Verformbarkeit der Umgebung der gestörten Stelle trotz der örtlichen Selbsthemmung begrenzt überhöhte Belastungen. Wenn diese Belastungen tolerierbar sind, dann spielt die Selbsthemmung keine Rolle mehr (vgl. Abschnitt 2.4). Eine rechnerische Abschätzung der hierbei vorhandenen Verformungen und Belastungen ist nur bedingt möglich, wie in Abschnitt 2.3 ausgeführt wurde. Dabei ist es ohne Verwendung experimenteller Ergebnisse auch nicht möglich, auf einfache Weise eine Abschätzung der Bruchwahrscheinlichkeit eines Brennelementkastens durch Überlastung in der Verspannungsebene zu geben (wobei ggf. auch die Versprödung des Kastenmaterials durch Bestrahlung in Betracht zu ziehen wäre). Als mögliche Folgen eines Kastenbruchs sind vor allem Schwierigkeiten bei der nachfolgenden Brennelement-Handhabung und mögliche Kühlkanalblockaden (sofern eine Verspannungsebene unterhalb des Cores liegt) zu nennen. Einer experimentell gesicherten Kenntnis des Verhaltens von Verspannungsebenen kommt daher nach wie vor große Bedeutung zu.

Offen ist in diesem Zusammenhang auch noch die Frage nach den Materialpaarungen für die Distanznocken, wobei die Forderung nach einem geringen Haftreibungsbeiwert und nach völligem Fehlen von Selbstverschweißungseffekten unverändert besteht. Hier ist auf das diesbezügliche FFTF-Testprogramm (vgl. z.B. /6/), nach welchem 3 x 18 Reibpaare untersucht werden sollen, und auf die entsprechenden GfK-Arbeiten zu verweisen.

Abgesehen von der bereits angeschnittenen Problematik der Querdruckbeanspruchung von Brennelementen in Verspannungsebenen und der daraus folgenden möglichen Kastenbeschädigungen, muß die Frage der von den Verspannungsebenen her bewirkten oder zugelassenen Coregeometrieänderungen in sicherheitstechnischer Hinsicht beantwortet werden. Hierbei lassen sich brauchbare Aussagen mit Hilfe der von Huebotter und Bump /7/ genannten Abschätzung, die mit Ergebnissen z.B. in /5/ recht gut übereinstimmt, machen:

$$\frac{\Delta k}{k} = - 0,5 \cdot \frac{\Delta r}{r} [-] \quad (4.1)$$

wobei r = Coreradius. Für einen schnellen Reaktor mit Pu-Brennstoff ist der Anteil der verzögerten Neutronen etwa 0,0035, so daß aus Gl. 4.1 (mit $\frac{\Delta k}{k} = 0,0035 = 1 \text{ } \beta$) wird

$$\frac{\Delta k}{k} = - 143 \cdot \frac{\Delta r}{r} [\$] \quad (4.2)$$

Rechnet man für den SNR-300-Entwurf nach Abb. 1 mit 10 mm radialem Betriebsspiel und mit 2 mm Zusatzspiel im kalten Zustand (Brennelementwechsel, Differenzdehnung zwischen austenitischem Strukturmaterial und Ferritring) in der oberen Verspannungsebene, so kann bei einer schlagartigen größtmöglichen Kompaktion des gesamten Cores nur ein größtes Δr von etwa 6 mm auftreten. Nach Gleichung 4.2 erhält man ($r \approx 800$ mm) damit einen Reaktivitätssprung von knapp 1,1 $\%$. Da kein Mechanismus existiert, der diese größte Kompaktion bewirken kann, sind die aus den Verformungen der Verspannungsebenen des SNR-300-Konzeptes nach Abb. 1 folgenden größtmöglichen plausiblen Reaktivitätsänderungen weitaus mehr ein betriebliches als ein sicherheitstechnisches Problem.

Ähnliche Aussagen lassen sich aber auch zu der FFTF-artigen Kernverspannung (etwa nach Abb. 13) mit aktivem Verspannungsmechanismen machen. Hierbei darf nämlich /1,3/ beim Entspannen des Cores die Radiusvergrößerung Δr etwa 65% der Breite der Distanznocken nicht überschreiten. Bei einer Breite der Distanznocken von ca. 14 mm (bei ca. 110 mm Brennelement-Kasten-Schlüsselweite ausführbar) ergibt sich also ein Δr von ca. 9 mm und damit eine größtmögliche Reaktivitätsänderung von 1,43 $\%$. Da es sich durch engineered safeguards sicherstellen läßt, daß nur voll verspannte Cores kritisch gemacht werden, spielen die dann noch möglichen Reaktivitätssprünge unter 1 $\%$ durch Core-Kompaktion für die Reaktorsicherheit keine entscheidende Rolle.

Der in Abb. 1 dargestellte SNR-300-Entwurf stellt, wenn die 1. Coreladung aus zu Beginn geraden Brennelementen besteht, ein anfänglich völlig freistehendes Core dar. Mit der Zeit lehnen sich jedoch die äußeren Brennelemente sukzessive in der Kopfverspannungsebene nach außen an und drücken von da an die untere Verspannungsebene radial nach innen zusammen. Abb. 14 gibt eine Vorstellung über den zeitlichen Ablauf dieses Prozesses, der hinsichtlich der Bowingkoeffizienten einen allmählichen Übergang von negativen zu später positiven Werten bewirkt. Hierdurch wird der Reaktor mit der ersten frischen Brennelementladung ein wesentlich günstigeres Stabilitätsverhalten zeigen als mit einem Gleichgewichtscore (in dem bereits verbogene Brennelemente sitzen). Befinden sich im Core dann auch noch Brennelemente, die zur Verringerung von Schwellverbiegungen azimuthal um 180° gedreht worden waren (Verringerung des Gradienten der Neutronenfluenz), dann werden die Verhältnisse hinsichtlich der Stabilität und der Querdruck-Beanspruchungen recht unübersichtlich. Doch kann festgehalten werden, daß durch eine leistungsabhängige Verformung der Verspannungsebenen, wobei die untere Verspannungsebene eine Kompaktion des Cores bewirkt, keine wesentlichen positiven Beiträge zum Bowingkoeffizienten des SNR-300 nach Abb. 1 zu erwarten sind.

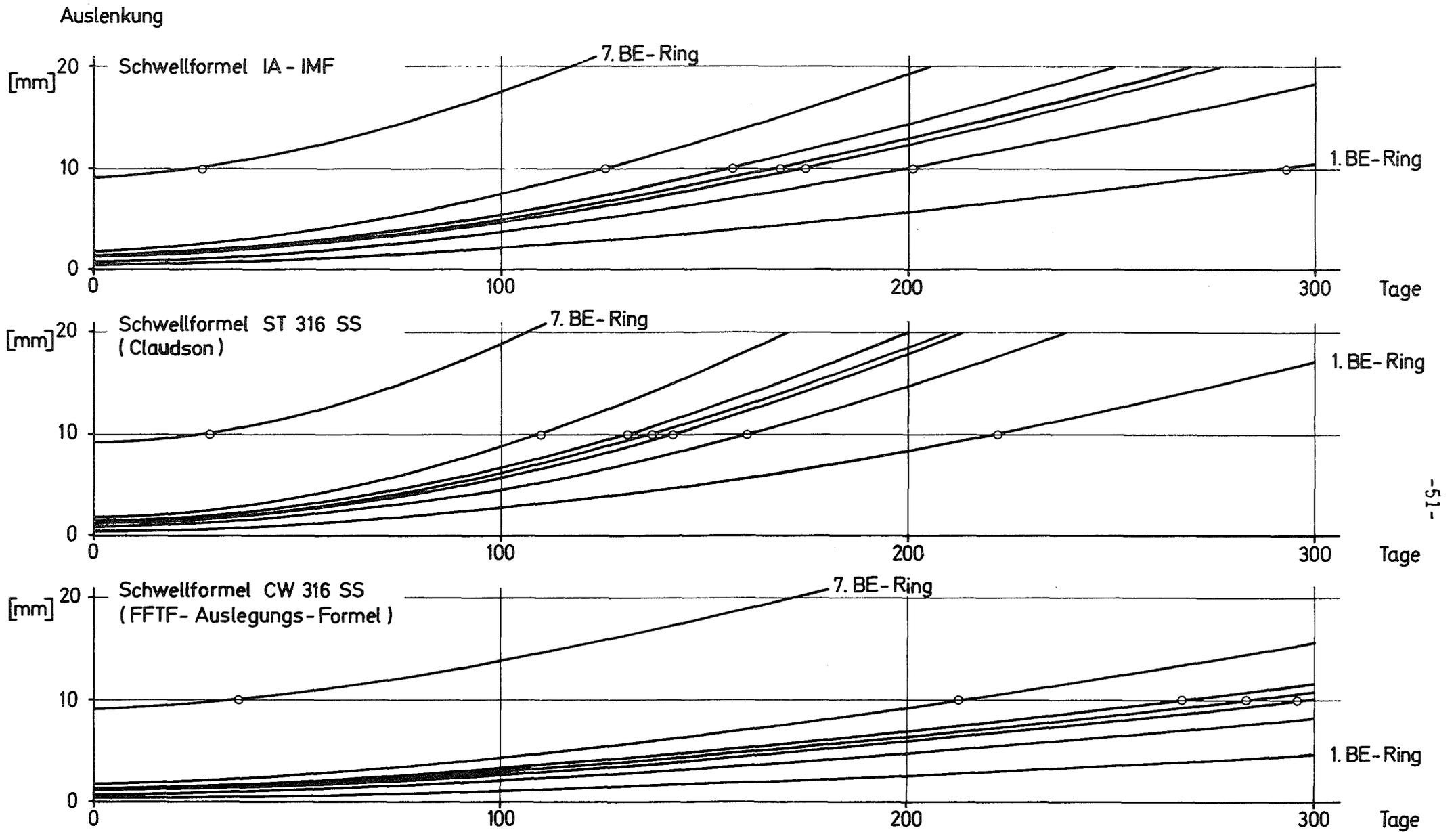


Abb. 14: Zeitliche Veränderung der Kopfauslenkung der Brennelemente durch thermische Verbiegung und Strukturmaterialschwellen

Abschließend ist noch eine Diskussion der Wahl der Kernverspannung des SNR-300 hinsichtlich der Weiterentwicklung der Natrium-Brüterlinie zu großen Reaktoren um $2000 \text{ MW}_{\text{el}}$ hin von Interesse. Hierbei dürfte eine klare Entscheidung entweder zu einem freistehenden Core (etwa vom englischen PFR-Typ) oder zu einem voll verspannten Core (etwa vom amerikanischen FFTF-Typ) notwendig werden. Neben dem Gesichtspunkt der in den Verspannungsebenen auftretenden Brennelement-Belastungen muß derjenige der Handhabung abgebrannter Brennelemente beachtet werden. Welches System optimal ist, kann heute noch nicht beurteilt werden; die Entscheidung muß von den Bestrahlungserfahrungen und der Materialentwicklung abhängig gemacht werden. Das Konzept mit freistehendem Core ist nur sinnvoll, wenn die Verbiegungen der Brennelemente durch Strukturmaterialschwellen merklich kleiner werden, als es bei den heute infrage kommenden Strukturmaterialien der Fall ist. Bei starkem Strukturmaterialschwellen bietet dagegen die volle, aktive Kernverspannung nach dem FFTF-Typ die Möglichkeit, durch Ausnutzung des strahlungsinduzierten Kriechens und durch Abstimmung von Brennelement-Schlüsselweite und Lage der Verspannungsebenen die bleibenden Brennelement-Verbiegungen in technisch sinnvollen Grenzen zu halten.

Schrifttum

- /1/ G. Class, Y.S.Hoang, U.Hitzschke, K.Kleefeldt:
Auswirkungen des Strukturmaterialschwellens auf den
Entwurf schneller Reaktorkerne
J.Nuclear Engineering and Design
Vol. 18 (1972), 335-352

- /2/ Z.P. Bazant, M.Christensen:
Analogy between micropolar continuum and grid frameworks
under initial stress.
Ind.J.Solids Structures, 1972, Vol. 8, 327-346

- /3/ M.Fischer: Durchführbarkeitsstudie für den Schnellen
Hochflußtestreaktor FR 3
KFK 1356, März 1971

- /4/ I.Szabó: Höhere Technische Mechanik
3. Auflage
Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1960

- /5/ K.Gast, E.G.Schlechtendahl: Schneller Natriumgekühlter
Reaktor Na 2
KFK 660, Oktober 1967

- /6/ Quarterly technical program report, fuels, materials,
and coolant
AI-AEC-13015, July-Sept.1971

- /7/ P.R.Huebotter, T.R.Bump: Implications of metal
swelling in fast reactor design
International Conf. on Radiation-Induced Voids in Metals,
Albany, New York, June 9-11,1971
AED-Conf., 1971, 148-001

- /8/ D. Smidt: Reaktortechnik
Band 1 und Band 2
G. Braun, Karlsruhe, 1971

Anhang 1

Rechenprogramm "Ringmodell der Verspannungsebene"

Maschine: PDP-8E-Kleincomputer von Digital, USA

Programmsprache: FOCAL

C-8K FOCAL @1969

```
01.01 C STARTBLOCK MIT EINGABE, BRAUCHT BLOCK 29
01.02 T !!!!          RINGMODELL FUER VERSPANNUNGSEBENE"!
01.04 C ROTATIONSSYMMETRISCHES MODELL MIT MASSENKRAEFTEN
01.06 C UND WAERMEDEHNUNG (BEI ROLLEN UND FEDERN ALS DISTANZ-
01.08 C STUECKE IST REIBUNGSFREIHEIT VORAUSGESETZT)
01.10 A !"ROLLEN+FEDERN ALS DISTANZSTUECKE, JA/NEIN ? "AN
01.11 I (AN-0JA)1.2,1.12,1.2
01.12 D 1.2;D 1.25;D 1.3
01.13 C JE KASTENSEITE ZWEI PFLASTER ANGENOMMEN
01.14 A !"FEDERKONSTANTE CM/KP PRO PFLASTER "CP
01.15 S EM=(7/6)/FSQT(3)*CP*.5
01.17 S NU=1/3;G 1.7
01.20 A !"ERSTER RING"M
01.25 A !"GESAMTANZAHL DER ELEMENTRINGE"RG
01.30 A !"NENNZELLENWEITE CM DER ELEMENTE "SW
01.35 C JE KASTENSEITE ZWEI PFLASTER ANGENOMMEN
01.36 A !"SCHLUESSELWEITE CM DES KASTENS "AN
01.37 A !"KASTENWANDDICKE CM "S
01.38 A !"LAENGE CM DER DISTANZ-PFLASTER "H
01.40 A !"ABSTAND CM DES KRAFTANGRIFFS VON KASTENECKE "A
01.42 S A=A*FSQT(3)/(AN-S)
01.43 A !"ELASTIZITAETSMODUL KP/CM^2 DES K-MATERIALS "EM
01.44 S EM=12*EM*(S/(AN-S))^3*(1+AN^2/12.9*H*S)
01.48 S AN=1+3*A+A^2-8*A^3+4*A^4
01.49 S E1=1+4*A+4*A^2-8*A^3-4*A^4
01.50 S E2=1+2*A-4*A^4
01.52 S NU=(1/E1+1/E2)/2
01.54 S EM=EM*NU
01.56 S NU=NU*AN
01.70 A !"WAERMEDEHNZAHL ALPHA "AF
01.75 C UEBERTEMP. UEBER BEZUGSTEMP. F. GANZE VSP.-EBENE
01.80 T !!!! "RING UEBERTEMP. C KRAEFTE KP FUER 3 ZUSTAENDE"!
01.85 F I=M,RG;D 29
01.86 T !;I (-M)1.87;S SM=0;G 2.6
01.87 S I=M-1;D 29.1

02.05 C SPANNUNGSZUSTAND,RANDLAST,BRAUCHT BLOECKE 5,18,19,20,21,22
02.10 S SM=-1E12;D 5;S I=M-1;S R=RA(M-1);D 19;D 21
02.15 S ST=SP;S R=RA(M);D 19;D 21;D 20;D 21
02.20 F I=M,RG-1;D 18
02.30 I (FITR(SM*1E4))2.35,3.2,2.35
02.35 S ST=ST-2*SM*S^2/(S^2+E2*RA(M-1)^2)
02.40 S C2(M)=(ST-KR(M)*RA(M-1))*(1-NU)/3*(1+NU)*RA(M-1)^2/2*EM
02.50 G 2.1
02.60 F I=0,RG-1;D 18
02.70 S PA=-SP+SM
02.80 F I=0,RG;S C1(I)=C1(I)-SM*(1-NU)/EM
```

03.10 C AUSGABEBLOCK, BRAUCHT BLOECKE 27, 28; DANN QUIT
03.20 T !!!,%6.02,"RANDBELASTUNG ";I (M)0,3.22;T -SP*SW," KP/ZW"!!!;G 3.3
03.22 T PA*SW," KP/ZW"!!!
03.30 T "RING TANGENTIAL- RADIAL- RADIAL-
03.40 T !" BELASTUNG BELASTUNG VERSCHIEBUNG
03.50 T !" NR. KP/SEITE KP/SEITE CM"
03.55 I (-M)3.6;F J=0, RG;S I=J-1;T !,%2,J;D 28
03.57 G 3.7
03.60 F J=M-1 ,RG;S I=J-1;T !,%2,J;D 28
03.65 T !!!" RANDBELASTUNG = 0"
03.70 T !!!"RING VERSCHIEBE-"
03.72 T !" KOEFFIZIENT"
03.74 T !" NR. CM/100% LAST"!!;I (-M)3.76,3.92,0
03.76 S C2(M)=0
03.77 D 2.1;D 2.15;D 2.20;S SM=SP;S E2=-1
03.80 I (FITR(SM*1E4))3.82,3.86,3.82
03.82 D 2.35;D 2.4;
03.84 G 3.77
03.86 F J=M, RG;S I=J-1;T !,%2,J;D 27
03.87 T !!!" RANDBEL. UND TEMP. = 0"!!!;S C2(M)=0;F I=M, RG;S TH(I)=0
03.88 D 3.77;I (FITR(SM*1E4))3.89,3.9,3.89
03.89 D 2.35;D 2.4;G 3.88
03.90 D 3.86;T !!!;Q
03.92 S C1(0)=0;S C2(0)=0;F I=0, RG;S TH(I)=0
03.93 F I=0, RG-1;D 18
03.94 S SM=PA+SP;D 2.8
03.96 F J=1, RG;S I=J-1;T !,%2,J;D 27
03.98 T !!!;Q

05.10 C C1=F(C2) FUER RING M
05.20 S $C1(M)=KR(M)*RA(M-1)*(2-NU-NU+2)/(3*EM)$
05.30 S $C1(M)=C2(M)*(1-NU)/((1+NU)*RA(M-1)+2)+C1(M)$
05.40 R

18.05 C KONSTANTE C1, C2; BRAUCHT BLOECKE 19, 20, 21
18.10 S $C1(I+1)=(KR(I+1)-KR(I))*RA(I)*(1-NU+2)/2*EM$
18.20 S $C1(I+1)=C1(I+1)+C1(I)+AF*(TH(I)-TH(I+1))*(1-NU)/2$
18.30 S $C2(I+1)=-((KR(I+1)-KR(I))*(2+NU)*(1+NU)*RA(I)+3/3*EM)$
18.40 S $C2(I+1)=C2(I+1)+(C1(I+1)-C1(I))*(1+NU)*RA(I)+2/(1-NU)$
18.50 S $C2(I+1)=C2(I+1)+C2(I)$
18.60 S R=RA(I);D 19;D 21;D 20;D 21
18.70 S R=RA(I+1);D 19;D 21;D 20;D 21
18.80 R

19.10 C TANGENTIALSPANNUNG FUER I+1
19.20 S $SP=-KR(I+1)*R*(1+2*NU)/3$
19.30 S $SP=SP+EM*C1(I+1)/(1-NU)$
19.40 S $SP=SP+EM*C2(I+1)/(1+NU)*R+2$
19.50 S E1=1;R

20.10 C RADIALSPANNUNG FUER I+1
20.20 S $SP=-KR(I+1)*R*(2+NU)/3$
20.30 S $SP=SP+EM*C1(I+1)/(1-NU)$
20.40 S $SP=SP-EM*C2(I+1)/(1+NU)*R+2$
20.50 S E1=-1;R

21.10 C MAXIMALSPANNUNG
21.20 I (SM-SP)21.3;R
21.30 S SM=SP;S E2=-E1;S S=R;R

```
27.10 C AUSGABE UNTERROUTINE VERSCHIEBUNGEN
27.20 D 28.6;D 28.65;D 28.7;S DR=(DR+(1-NU)*PA/EM)*R
27.30 D 28.74;R

28.05 C AUSGABE-UNTERROUTINE
28.07 I (-M)28.1;I (J)0,28.9;
28.10 I (J+1-M)0,28.9;
28.20 S R=(RA(J)+RA(J-1))/2;D 19
28.30 T %6.02,"          "SP*SW/FSQT(3)
28.40 S R=RA(J);D 20
28.50 T "          "SP*SW/FSQT(3);I (J)0,28.8;
28.60 S R=(RA(J)+RA(J-1))/2
28.65 D 20;S DR=NU*SP;D 19;S DR=SP-DR
28.70 S DR=DR/EM+AF*TH(J)
28.71 I (-M)28.72;S DR=(DR+(1-NU)*PA/EM)*R;G 28.74
28.72 S DR=DR*R
28.74 T %5.03,"          "DR
28.80 R
28.90 T %6.02,"          ";I (M)0,28.4;
28.91 S R=RA(M-1);S I=M-1;D 20
28.92 T %6.02,"          "SP*SW/FSQT(3);R

29.05 C EINGABE UNTERROUTINE
29.10 S RA(I)=SW*FSQT(FSQT(3)*(I*(I+1)*3+1)/2*3.141593)
29.20 T %2,!,I;A "      "TH(I),"      "
29.30 S KR(I)=0
29.40 F J=0,2;A "      "AN;S KR(I)=KR(I)+AN
29.50 S KR(I)=2*KR(I)/3*FSQT(3)*SW+2
29.60 S C1(I)=0;S C2(I)=0;R
```

Rechenbeispiel zum Programm "Ringmodell der Verspannungsebene"

Eingabe

Die Fragen, die vom Rechenprogramm bei der Eingabe gestellt werden, bedürfen im allgemeinen keiner besonderen Kommentierung. Die Zählung der Brennelementringe geht von innen nach außen, die Nummer Null bezeichnet das zentrale Hexagon. Mit dem "ersten Ring" ist der innerste noch geschlossene und somit tragende Brennelementring gemeint. "Übertemperatur" meint die gemittelte Übertemperatur eines Brennelementringes über eine zu wählende Bezugstemperatur. Für jeden Brennelementring sind entsprechend einem Brennelement-Dreierzyklus drei Kräfte anzugeben, die z.B. unterschiedlichen Abbrandzuständen entsprechen und die von den Brennelementen auf die Verspannungsebene ausgeübt werden.

Negatives Vorzeichen bei Kräften und Verschiebungen gibt die Richtung zum Corezentrum hin an. Negatives Vorzeichen bei den Belastungen gibt Druckspannungen an.

Ausgabe

Die Randbelastung ist auf die Zellenweite der Elemente bezogen und ist stets eine Druckbelastung. Die Belastungen der Brennelemente beziehen sich auf eine Hexagonseite. Die Tangentialbelastungen sind für den mittleren Durchmesser der Brennelement-Ringe und die Radialbelastungen für den Außendurchmesser angegeben. Die Brennelement-Ringe werden in der Rechnung als mit den realen Hexagon-"Ringen" flächengleiche Kreisringe dargestellt; die Radialverschiebungen sind für den mittleren Durchmesser derselben angegeben und berücksichtigen die Verformungen der Brennelement-Ringe durch Brennelement-Kräfte, Randlast und Wärmedehnung. Die Randlast wird so bestimmt, daß in der Verspannungsebene keine Zugspannungen auftreten.

Der Verschiebekoeffizient gibt die Verformungen der einzelnen Brennelement-Ringe an, wenn die bei der Eingabe vorgegebene Belastung (ohne Wärmedehnung) aufgegeben wird.

Die Ausgabe bei Brückenbildung (Angabe für den "ersten Ring" > 0) liefert außerdem noch die Verformungen der Brennelement-Ringe allein durch die Brennelement-Kräfte und die Wärmedehnung, damit die Verformung durch die Randlast durch Differenzbildung mit der Spalte "Radialverschiebung" gewonnen werden kann.

RINGMODELL FUER VERSpannungSEBENE

ROLLEN+FEDERN ALS DISTANZSTUECKE, JA/NEIN ? :NEIN
 ERSTER RING:Ø
 GESAMTANZAHL DER ELEMENTRINGE:11
 NENNZELLENWEITE CM DER ELEMENTE :11.2
 SCHLUESSELWEITE CM DES KASTENS :10.97
 KASTENWANDDICKE CM :.28
 LAENGE CM DER DISTANZ-PFLASTER :5
 ABSTAND CM DES KRAFTANGRIFFS VON KASTENECKE :1
 ELASTIZITAETSMODUL KP/CM² DES K-MATERIALS :1.725E6
 WAERMEDEHNZAHL ALPHA :17.6E-6

| RING | UEBERTEMP. C | KRAEFTE KP FUER 3 ZUSTAENDE | | |
|------|--------------|-----------------------------|-------|-------|
| = 0 | :208 | :0 | :0 | :0 |
| = 1 | :208 | :-10 | :-15 | :-20 |
| = 2 | :208 | :-20 | :-30 | :-50 |
| = 3 | :208 | :-30 | :-45 | :-60 |
| = 4 | :208 | :-40 | :-55 | :-70 |
| = 5 | :208 | :-45 | :-60 | :-85 |
| = 6 | :208 | :-60 | :-90 | :-120 |
| = 7 | :208 | :-240 | :-260 | :-310 |
| = 8 | :100 | :0 | :0 | :0 |
| = 9 | :0 | :0 | :0 | :0 |
| = 10 | :0 | :0 | :0 | :0 |
| = 11 | :0 | :0 | :0 | :0 |

RANDBELASTUNG = 51.81 KP/ZW

| RING NR. | TANGENTIAL-BELASTUNG KP/SEITE | RADIAL-BELASTUNG KP/SEITE | RADIAL-VERSCHIEBUNG CM |
|----------|-------------------------------|---------------------------|------------------------|
| = 0 | | -- 385.97 | |
| = 1 | -- 381.67 | -- 377.34 | = 0.037 |
| = 2 | -- 367.45 | -- 357.39 | = 0.071 |
| = 3 | -- 344.02 | -- 330.30 | = 0.106 |
| = 4 | -- 313.99 | -- 297.11 | = 0.141 |
| = 5 | -- 278.41 | -- 258.87 | = 0.177 |
| = 6 | -- 232.28 | -- 204.47 | = 0.213 |
| = 7 | -- 124.02 | -- 41.09 | = 0.250 |
| = 8 | -- 20.64 | -- 38.68 | = 0.269 |
| = 9 | -- 2.09 | -- 34.83 | = 0.256 |
| = 10 | -- 5.36 | -- 32.02 | = 0.231 |
| = 11 | -- 7.79 | -- 29.92 | = 0.210 |

| RING NR. | VERSCHIEBE-KOEFFIZIENT CM/100% LAST |
|----------|-------------------------------------|
| = 1 | -- 0.003 |
| = 2 | -- 0.005 |
| = 3 | -- 0.007 |
| = 4 | -- 0.008 |
| = 5 | -- 0.010 |
| = 6 | -- 0.011 |
| = 7 | -- 0.011 |
| = 8 | -- 0.010 |
| = 9 | -- 0.009 |
| = 10 | -- 0.008 |
| = 11 | -- 0.007 |

Anhang 2

Näherungsweise Ermittlung von Brennelementverbiegungen und Bowingkoeffizienten

Bezeichnet y die Auslenkung eines Brennelementes, so ergibt sich mit der Wärmedehnzahl α , der Schlüsselweite SW des Kastens mit der Wandstärke s und der Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ der in y -Richtung gegenüberliegenden Kastenvände für die thermische Verbiegung:

$$y''_{th} = \frac{\alpha}{SW-s} \cdot \Delta\vartheta \quad (A.1)$$

und für die Schwellverbiegung

$$y''_{sw} = \frac{\beta_i - \beta_a}{SW} \quad (A.2)$$

Dabei ist mit den schnellen Neutronenflüssen ϕ_i und ϕ_a und der Zeit t

$$\beta_i = \frac{1}{3} \cdot (\phi_i \cdot t) f_1(\vartheta_i) \cdot f_2(\vartheta_i) \quad (A.3)$$

$$\beta_a = \frac{1}{3} \cdot (\phi_a \cdot t) f_1(\vartheta_a) \cdot f_2(\vartheta_a) \quad (A.4)$$

Die Funktionen $f_1(\vartheta)$ und $f_2(\vartheta)$ werden der jeweils benutzten Formel für das Strukturmaterialschwellen entnommen.

Die Größen $\Delta\vartheta$, ϑ und ϕ sind vor allem Funktionen der axialen Koordinate z und der Nummer des Brennelement-Pinges (also des Core-Radius).

Die Biegekurven $Y = Y(z)$ werden unter der Annahme temperatur- und ortsunabhängiger Geometrie und Materialdaten unter Berücksichtigung der Randbedingungen durch zweimalige Integration von

$$Y'' = Y''_{th} + Y''_{sw} \quad (A.5)$$

gewonnen.

Bei der Ermittlung von Bowingkoeffizienten kann in ausreichender Näherung immer vom unverbogenen Brennelement ausgegangen werden, so daß hier nicht auf die angenäherte Ermittlung des Einflusses des strahlungsinduzierten Kriechens auf die Brennelement-Verbiegung eingegangen zu werden braucht.

Bei der Durchführung von Parameterrechnungen im Rahmen von Design-Studien werden für eine große Zahl von relativ ähnlichen Verbiegungszuständen der Brennelemente Anhaltswerte für die Bowingkoeffizienten benötigt; zur ersten groben Abschätzung könnte die Gleichung 4.1 benutzt werden. Steht jedoch für den jeweils zu betrachtenden Reaktor ein genauer Bowingkoeffizient zur Verfügung und ist der zugehörige Verbiegungszustand bekannt, dann kann zur Umrechnung auf den veränderten Verbiegungszustand das (im Trend richtige) statistische Gewicht /8/

$$\frac{\phi^2 \cdot \Delta V}{\int_{\text{Reaktor}} \phi^2 \cdot dV} \quad (\text{A.6})$$

des Volumenelementes ΔV herangezogen werden.

Gleichung A.6 wird hierbei im Sinne der neutronenphysikalischen Eingruppentheorie (wodurch wichtige Glieder aus der Störungsrechnung nach der Multigruppentheorie verlorengehen) zur nichtlinearen Wichtung der durch die Verbiegungen bedingten Brennstoffverschiebungen benutzt.