

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

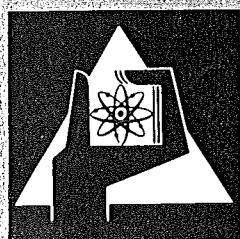
August 1973

KFK 1758

Institut für Angewandte Systemtechnik und Reaktorphysik
Projekt Schneller Brüter

**Das Aerosolverhalten in geschlossenen Behältern
(PARDISEKO 2)**

K. Keller



**GESELLSCHAFT
FÜR
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

KARLSRUHE

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

KFK 1758

Institut für Angewandte Systemtechnik und Reaktorphysik
"Projekt Schneller Brüter"

DAS AEROSOLVERHALTEN IN GESCHLOSSENEN BEHÄLTERN

(PARDISEKO 2)

von

K. Keller

Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe

Zusammenfassung:

Es wurde ein Aerosol-Modell erstellt (und hierzu ein digitales Rechenprogramm (PARDISEKO) entwickelt), welches gestattet, das zeitliche Verhalten von Aerosolen in geschlossenen Systemen (z.B. Reaktor-Containments) zu bestimmen. Hierbei wurden folgende einzelne Aerosolprozesse berücksichtigt: die Koagulation als Folge der Brown'schen Bewegung, die Diffusion, die Sedimentation, die Thermophorese und das eventuelle Vorhandensein einer kontinuierlichen Aerosolquelle.

Ein Vergleich von Rechenergebnissen mit experimentellen zeigt gute Übereinstimmung.

Summary:

An aerosol model was developed and a corresponding computer program (PARDISEKO II) written which permit prediction of the time behaviour of aerosols in closed containers (e.g. reactor containments). The model includes the following elementary aerosol-mechanical processes: coagulation due to Brownian motion, diffusion to the walls of the container, sedimentation, thermophoresis at the containment walls, a continuous, time independent, source.

The model achieves satisfactory agreement with experiments.

<u>Inhalt</u>	<u>Seite</u>
1. Einleitung	- 1 -
2. Anfangsgrößenverteilung der aus einem Reaktorunfall resultierenden Aerosole	- 1 -
3. Koagulation	- 2 -
4. Sedimentation und Diffusion	- 4 -
5. Thermophorese (Abscheidung von Aerosolen infolge lokaler Temperaturgradienten)	- 8 -
6. Die Grenzschichtdicken δ_{th} und δ_o	- 10 -
7. Gesamte Konzentrationsänderung	- 14 -
Literatur	- 16 -

1. Einleitung

Dieser Bericht stellt die Erweiterung des KFK-Berichts 1490 dar (Theoretische Behandlung des Aerosolverhaltens im geschlossenen zylindrischen Behälter (PARDISEKO 1)). In dem genannten Bericht wurde das zeitliche Verhalten der Teilchenkonzentration von Brennstoffaerosolen im geschlossenen zylindrischen Behälter untersucht; hierbei wurden nur drei Effekte, nämlich die Koagulation, die Sedimentation und die Diffusion berücksichtigt (letztere auch nur für zylindrische Behälter).

Als Ausgang der in einem digitalen Rechenprogramm endenden Betrachtungen wurde dort angenommen, daß zum Zeitpunkt $t = 0$ im Aerosolbehälter eine konstante Teilchenkonzentration vorhanden ist; ihr zeitlicher Verlauf wurde unter den oben genannten Einwirkungen berechnet.

Auf Reaktor-Containment-Verhältnisse läßt sich PARDISEKO 1 nur begrenzt anwenden. Es werden in ihm nur Effekte behandelt, die in einem im Temperaturgleichgewicht befindlichen Behälter, z.B. im äußeren Containment des SNR, auftreten. Im inneren Containment eines Reaktors können bezüglich der Aerosolerzeugung und des Aerosolverhaltens Unfallsituationen entstehen, die im PARDISEKO 1-Modell nicht beschrieben sind. Solche Unfallsituationen sind z.B., daß nach einem Unfall Brennstoff oder Natrium (bei Reaktoren mit Natriumkühlung) oder beides zusammen in Aerosolform über längere Zeitdauer hinweg freigesetzt werden. Wir haben es dann hier mit zeitabhängigen Aerosolquellen zu tun. Unter bestimmten Bedingungen kann es zur Ausbildung von beträchtlichen Temperaturgradienten kommen, die ihrerseits einen erheblichen Beitrag zur Aerosolabscheidung liefern. Ziel dieser Arbeit ist es, diese möglichen Effekte mathematisch zu erfassen und in das bestehende digitale Rechenprogramm PARDISEKO 1 einzubauen.

2. Anfangsgrößenverteilung der aus einem Reaktorunfall resultierenden Aerosole

Experimente über Brennstoffproben-Explosionen mit Hilfe einer Stoßstromanlage deuten darauf hin, daß die Größenverteilung von Aerosolen, die aus einer Brennstoffverdampfung hervorgeht, eine logarithmische Normalverteilung ist [1]. Damit ist die Anfangsgrößenverteilung von Aerosolen, die aus einem Verdampfungs-

prozeß während eines Reaktorunfalls entstehen, durch folgende Gleichung gegeben:

$$(2.1) \quad f_0(r) = \frac{C_0}{\sqrt{2\pi} r \ln\sigma_0} e^{-\frac{(\ln r - \ln r_{g0})^2}{2(\ln\sigma_0)^2}}$$

Hierbei ist C_0 die Anfangs-Teilchenkonzentration, r_{g0} ist der mittlere Erwartungswert der Teilchengröße und $\ln\sigma_0$ ist die Varianz.

Es wird nun angenommen, daß zum Zeitpunkt $t = 0$ im Containment die Aerosolkonzentration C_0 ist. Weiter soll für $t > 0$ eine Aerosolquelle bestehen, die pro Zeiteinheit eine konstante Teilchenkonzentration \dot{C}_1 liefert. Es ist nun naheliegend anzunehmen, daß die Größenverteilung dieser Aerosole ebenfalls einer logarithmischen Normalverteilung folgt.

Damit gilt für die Aerosol-Quellverteilung folgende Gleichung:

$$(2.2) \quad \dot{f}_1(r) = \frac{\partial C(r,t)}{\partial t} \Big|_Q = \frac{\dot{C}_1}{\sqrt{2\pi} r \ln\sigma_1} e^{-\frac{(\ln r - \ln r_{g1})^2}{2(\ln\sigma_1)^2}}$$

Hierbei ist r_{g1} der mittlere Erwartungswert der Quellaerosolgröße und $\ln\sigma_1$ die Varianz.

Für die obigen Aerosolverteilungen treten nun folgende zeitliche Änderungseffekte auf: die Koagulation, die Sedimentation, die Diffusion und, im Falle des Vorhandenseins von Temperaturgradienten, die Thermophorese.

3. Koagulation

Die zeitliche Änderung der Größenverteilung der Aerosole und damit die Änderung der Teilchenkonzentration infolge Koagulation kann, je nach der Art wie die Aerosole zusammengeführt werden, auf viererlei Weisen geschehen. Dies sind die Koagu-

lation infolge von elektrischen Ladungen auf den Aerosolen, die Koagulation infolge eines Geschwindigkeitsgradienten (Gradientenkoagulation) des Trägergases (Luft), die Koagulation infolge Turbulenz und die Koagulation infolge der Brown'schen Bewegung. Die Koagulation infolge elektrischer Ladungen tritt hier nicht auf, da die Aerosolerzeugung im allgemeinen (z.B. nach Reaktorunfällen) durch Verdampfen bzw. Verbrennen von Stoffen entsteht und somit keine elektrischen Vorgänge im Spiele sind. Die Gradientenkoagulation spielt im allgemeinen eine untergeordnete Rolle, weil laminare Strömungen relativ selten sind; man braucht ihr daher keine besondere Beachtung schenken. Wie schon angedeutet, sind Aerosol-Trägergas-Strömungen, wenn solche vorhanden sind, meist turbulent. Bei der Berechnung der Koagulation infolge turbulenter Strömungen geht man davon aus, daß die Aerosole von den mit verschiedenen Geschwindigkeiten um eine Gleichgewichtslage schwankenden turbulenten Trägergasballen zusammengeführt werden. Um daher die turbulente Koagulation berechnen zu können, muß der Bewegungsablauf der genannten turbulenten Ballen sowie die Aerosolkonzentration in den Ballen bekannt sein. Die Bewegungsabläufe der Ballen sind aber rechnerisch sehr schwer zu erfassen. (Es gelingt nur halbwegs mit mehr oder weniger guten halbempirischen Ansätzen.) Demzufolge sind die Berechnungen der Koagulation infolge turbulenter Strömungen nur erste Näherungen. Solche Näherungsrechnungen haben gezeigt, daß diese Art der Koagulation nur für relativ große Aerosole Bedeutung haben. Für Aerosolgrößen wie sie in [1] gemessen wurden, ist diese Art der Koagulation ebenfalls nicht von großer Bedeutung. Sie wird deshalb hier nicht berücksichtigt. Die weitaus wichtigste Koagulationsart ist die der thermischen Bewegung. Sie soll daher hier auch nur berücksichtigt werden.

Die Änderung der Größenverteilung der Aerosole infolge Koagulation, hervorgerufen durch die Brown'sche Bewegung, wird durch folgende Koagulationsgleichung beschrieben:

$$(3.1) \quad \frac{\partial C(r,t)}{\partial t} \Big|_K = \frac{W_0}{4} \left\{ \int_0^{\frac{r}{\sqrt{2}}} \phi(\rho, \rho') C(\rho, t) C(\rho', t) \frac{r^2}{\rho'^2} d\rho \right. \\ \left. - C(r, t) \int_0^\infty \phi(r, \rho) C(\rho, t) d\rho \right\}$$

Hierbei ist W_0 eine Konstante, sie stellt den teilchengrößenunabhängigen Teil des für die thermische Koagulation verantwortlichen Diffusionskoeffizienten dar und ist gegeben durch: $W_0 = \frac{8}{3} \frac{kT}{\eta}$ (k = Boltzmann'sche Konstante, T = absolute Temperatur, η = dynamische Zähigkeit des Trägergases (Luft)); $C(\rho, t)$ und $C(\rho', t)$ sind die zum Zeitpunkt t bestehenden Konzentrationen der Aerosole vom Radius ρ bzw. ρ' , $\left. \frac{\partial C(r, t)}{\partial t} \right|_K$ ist die zeitliche Konzentrationsänderung der Aerosole vom Radius r , die beim Zusammenstoß der Aerosole vom Radius ρ und ρ' entstehen.

Gl. (3.1) gilt streng nur für flüssige Aerosole, da sie beinhaltet, daß die Aerosole vor und nach dem Koagulieren kugelförmig sind; trotzdem kann man sie auch in guter Näherung für feste Aerosole benutzen. Der Zusammenhang der einzelnen Teilchenradien ist durch die Beziehung der Volumbeständigkeit gegeben. Nach ihr ist: $\rho' = \sqrt[3]{r^3 - \rho^3}$. $\phi(\rho, \rho')$ bzw. $\phi(r, \rho)$ sind Koagulationsfunktionen (Cunningham'sche Korrektur für die Beweglichkeit). Sie geben Größenabhängigkeit des Diffusionskoeffizienten der Aerosole an und lauten:

$$(3.2) \quad \phi(\rho, \rho') = \left(\frac{1}{\rho} \left(1 + \frac{1}{\rho} \left(0,1 + 0,0333 e^{-10,38\rho} \right) \right) + \frac{1}{\rho'} \left(1 + \frac{1}{\rho'} \left(0,1 + 0,0333 e^{-10,38\rho'} \right) \right) \right) (\rho + \rho')$$

Für die Koagulationsfunktion $\phi(r, \rho)$ tritt anstelle von ρ der Radius r .

4. Sedimentation und Diffusion

Das Verhalten der Teilchen-Konzentration (Aerosole vom Radius r) bezüglich der Diffusion und Sedimentation wird durch die vollständige Diffusionsgleichung (Diffusion unter der Einwirkung von äußeren Kräften) gegeben.

Sie lautet für Teilchen vom Radius r (in Vektorform):

$$(4.1) \quad \left. \frac{\partial C(r, t)}{\partial t} \right|_{D+S} = D(r) \Delta C(r, t) - \text{div} (C(r, t) \vec{v}(r))$$

Hierbei ist $C(r,t)$ die Konzentration, $D(r)$ der Diffusionskoeffizient der Teilchen, $v(r)$ der Geschwindigkeitsvektor und Δ der Laplace-Operator. Der erste Teil der Gl. (4.1) auf der rechten Seite ist der Diffusionsanteil, der zweite entsteht durch die Einwirkung äußerer Kräfte (konvektiver Anteil).

Gl. (4.1) ist, wenn man voraussetzt, daß der Diffusionskoeffizient und die Sedimentationsgeschwindigkeit konstant sind (was hier zutreffend ist), eine lineare partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung, die exakt gelöst werden kann. (Siehe KFK 1490, PARADISEKO 1, dort wurde sie für Zylindergeometrie gelöst.)

Aus der Lösung könnte die Konzentrationsänderung pro Zeiteinheit infolge Diffusion und Sedimentation bestimmt werden. Da Gl. (4.1) nur für eine einzige Teilchengröße (r) gilt, muß das durch die Gln. (2.1) und (2.2) gegebene Größenspektrum in einzelne Abschnitte unterteilt werden, innerhalb deren der Teilchenradius konstant angenommen wird. Das bedeutet, die Lösung von Gl. (4.1) müßte mehrere Male mit jeweils anderen, für die einzelnen Teilchengrößen gültigen Konstanten ($D(r)$ und $\vec{v}(r)$) numerisch berechnet werden. Da die exakte allgemeine Lösung von Gl. (4.1) ohnehin ziemlich kompliziert ist, erscheint diese Methode der Bestimmung von Konzentrationsänderungen infolge Diffusion und Sedimentation relativ aufwendig. Es wird daher ein anderer Lösungsweg eingeschlagen.

(Der Vorteil hierbei ist außerdem noch, daß eine geometrieunabhängige Lösung erreicht wird.)

Mit größer werdendem Aerosolradius (r) wird der Diffusionskoeffizient $D(r)$ rasch kleiner, so daß sehr schnell folgende Beziehung gilt:
 $D(r) \cdot \Delta C(r,t) \ll \text{div} (C(r,t) \vec{v}(r))$. Eine Abschätzung zeigt, daß für Reaktor-Containment-Bedingungen die Diffusionsterme $D(r) \Delta C(r,t)$ einen sehr kleinen Einfluß auf die Ablagerung haben. Die Aerosole (mit großen Diffusionskoeffizienten), für die die obige Beziehung nicht gilt, verschwinden ziemlich rasch. Dies nicht etwa wegen der Diffusion auf die Behälterwände, sondern wegen der raschen Koagulation zu größeren Teilchen, die ihrerseits dann einen kleinen Diffusionskoeffizienten besitzen. Das bedeutet: die Diffusion als Aerosolablagerung erscheint hier als Effekt zweiter Ordnung. Da also der durch die exakte Lösung beschriebene Diffusionseffekt ohnehin klein ist, wird hier die Diffusion durch eine leicht überschaubare Näherung berücksichtigt. Zu diesem Zweck wird Gl. (4.1) in den Sedimentationsterm und den Diffusionsterm aufgespalten und getrennt behandelt.

Aus Gl. (4.1) ergibt sich für die Konzentrationsänderung infolge von Kraftwirkungen auf die Aerosole vom Radius r :

$$(4.2) \quad \frac{\partial C(r,t)}{\partial t} \Big|_S = - \operatorname{div} (C(r,t) \cdot \vec{v}(r))$$

Nach den Regeln der Vektoranalysis gilt:

$$(4.3) \quad \operatorname{div} (C \cdot \vec{v}) = C \cdot \operatorname{div} \vec{v} + \vec{v} \operatorname{grad} C$$

Die einzige Kraftwirkung auf die Aerosole ist die der Schwerkraft. Durch sie wird die Sedimentation hervorgerufen. Sie stellt eine kontinuierliche Strömung dar. Damit ist $\operatorname{div} \vec{v} = 0$.

Aus Gl. (4.3) wird somit:

$$(4.4) \quad \operatorname{div} (C \cdot \vec{v}) = \vec{v} \operatorname{grad} C$$

Die konstante Schwerkraft senkrecht nach unten (in negativer z -Richtung) ergibt eine konstante Geschwindigkeit in negativer z -Richtung.

Damit sind die Geschwindigkeitskomponenten $\vec{v}_x = \vec{v}_y = 0$ und $\vec{v}_z = -v$.

Damit wird aus Gl. (4.2) unter Beachtung von Gl. (4.4):

$$(4.5) \quad \frac{\partial C(r,t)}{\partial t} \Big|_S = v(r) \frac{\partial C(r,t)}{\partial z}$$

Wenn man nun annimmt (was durch Messungen bestätigt wird), daß durch Luftbewegungen im Aerosolbehälter die augenblickliche Konzentration stets gleichmäßig über das gesamte Volumen verteilt wird (stirred settling), kann man für Gl. (4.5) schreiben:

$$(4.6) \quad \frac{\partial C(r,t)}{\partial t} \Big|_S = -v(r) \frac{C(r,t)}{H}$$

Hierbei ist H die Behälterhöhe.

Die Sedimentationsgeschwindigkeit $v(r)$ der Aerosole kann wegen der kleinen Strömungsgeschwindigkeiten (die Reynold'sche Zahl bleibt selbst für die größten vorkommenden Aerosole kleiner als eins) mit der Stokes'schen Formel bestimmt werden, wenn man dort die Cunningham'sche Korrektur anbringt.

Damit gilt für die Sedimentationsgeschwindigkeit der Teilchen vom Radius r :

$$(4.7) \quad v(r) = K(r) \frac{2g (\rho_1 - \rho_2) r^2}{9 \eta}$$

Hierbei ist ρ_1 die Teilchendichte, ρ_2 die Luftdichte, g die Erdbeschleunigung und η die dynamische Zähigkeit der Luft.

$K(r)$ ist die Cunningham'sche Korrektur, die hier folgende Form hat:

$$(4.8) \quad K(r) = 1 + A \frac{1}{r} + Q \frac{1}{r} e^{-\frac{br}{l}}$$

Hierbei ist l die mittlere freie Weglänge der Luft, A , Q und b sind Konstanten. (Sie sind experimentell zu bestimmen.)

(Brauchbare Werte für unsere Verhältnisse sind [7]:
 $A = 1,246$, $Q = 0,42$, $b = 0,87$), $l = 0,653 \cdot 10^{-5}$ cm

Aus Gl. (4.1) ergibt sich die zeitliche Änderung der Aerosolkonzentration infolge Diffusion (für Aerosole vom Radius r):

$$(4.9) \quad \frac{\partial C(r,t)}{\partial t} \Big|_D = D(r) \Delta C(r,t)$$

Die durch diese Gleichung beschriebene Aerosoländerung soll durch eine einfache Näherung gegeben werden. Der Diffusionsstrom auf die Flächeneinheit ist durch folgende Gleichung gegeben (Fick'sches Gesetz):

$$(4.10) \quad j(r)_D = -D(r) \frac{\partial C(r,t)}{\partial x}$$

Die Diffusion auf eine Fläche findet durch eine sogenannte adhärierende Grenzschicht δ_o statt. Damit kann man für Gl. (4.10) schreiben:

$$(4.11) \quad j(r)_D = -D(r) \frac{C(r,t) - C_w(r,t)}{\delta_o}$$

Hierbei sind $C_w(r,t)$ und $C(r,t)$ die Konzentrationen an den Rändern der Grenzschicht. Wie bereits erwähnt, ist wegen des Vermischens der Luft im Aerosolbehälter die Konzentration bis nahe an die Wand über den Behälterquerschnitt gleich verteilt. Damit kann man die Konzentration am inneren Rand der Grenzschicht gleich $C(r,t)$ setzen. Die Konzentration an dem an die Wand angrenzenden Grenzschichtrand ist wegen der Ablagerung Null. Damit wird aus Gl. (4.11) der Diffusionsstrom auf die Flächeneinheit:

$$(4.12) \quad j(r)_D = -D(r) \frac{C(r,t)}{\delta_o}$$

Ist nun F_D die gesamte effektive Diffusionsfläche und V das Volumen des Aerosolbehälters, dann ergibt sich aus Gl. (4.12) die zeitliche Änderung der Aerosolkonzentration infolge Diffusion zu:

$$(4.13) \quad \frac{\partial C(r,t)}{\partial t} \Big|_D = -D(r) \frac{C(r,t)}{\delta_o} \frac{F_D}{V}$$

5. Thermophorese (Abscheidung von Aerosolen infolge lokaler Temperaturgradienten)

Befinden sich Aerosole in einem Gebiet mit einem Temperaturgradienten, so erfahren sie eine thermische Kraftwirkung, die ihnen in Richtung des Gradienten eine Geschwindigkeit verleiht und damit zu einer vermehrten Abscheidung führt.

Nach Stetter [2] ist diese Geschwindigkeit gegeben durch:

$$(5.1) \quad v_{th} = \frac{1}{3} \frac{D_g}{T} \frac{dT}{dx}$$

Hierbei ist T die absolute Temperatur, D_g der Luft-Diffusionskoeffizient.

Durch die, wie bereits erwähnt, fortlaufende Vermischung der Luft im Aerosolbehälter ist dort über den Behälterquerschnitt die Temperatur ebenso wie die Aerosolkonzentration annähernd konstant. Wenn ein Temperaturgradient auftritt, dann tritt er damit immer in Wandnähe auf. Durch diesen Temperaturgradienten wird entlang der Wand infolge Volumenunterschieden eine Strömung erzeugt, die zu einer Strömungsgrenzschicht führt. (Die Strömung kann auch durch irgendwelche andere Vorgänge im Aerosolbehälter erzeugt werden.)

Mit guter Näherung kann man annehmen, daß die Temperatur innerhalb dieser Strömungsgrenzschicht δ_{th} von der Lufttemperatur T_L auf die Wandtemperatur T_W abfällt. Setzt man $(T_L - T_W) = \Delta T$, so kann man für den Temperaturgradienten setzen: $\frac{dT}{dx} \approx \frac{\Delta T}{\delta_{th}}$. Diesen Ausdruck in Gl. (5.1) eingesetzt ergibt:

$$(5.2) \quad v_{th} \approx \frac{1}{3} \frac{D_g}{T} \frac{\Delta T}{\delta_{th}}$$

Bemerkenswert ist, daß die thermische Geschwindigkeit teilchengrößenunabhängig ist. (Nicht zu verwechseln mit der Brown'schen Bewegung!)

Mit der Geschwindigkeit aus Gl. (5.2) wird der Teilchenstrom auf die Flächeneinheit:

$$(5.3) \quad j_{th}(r) = \frac{1}{3} \frac{D_g}{T} \frac{\Delta T}{\delta_{th}} C(r,t)$$

Ist nun F_{th} die effektive thermische Ablagerungsfläche und V das Volumen des Behälters, dann ist mit Gl. (5.3) die Konzentrationsänderung infolge Thermophorese

gegeben durch:

$$(5.4) \quad \left. \frac{\partial C(r,t)}{\partial t} \right|_T = - \frac{1}{3} \frac{D}{T} \frac{g}{\delta_{th}} \frac{\Delta T}{\delta_{th}} \frac{F_{th}}{V} C(r,t)$$

6. Die Grenzschichtdicken δ_{th} und δ_o

a) Die Strömungsgrenzschichtdicke δ_{th}

Wie aus den Diffusionsgleichungen (4.13) und (5.4) ersichtlich ist, sind die Konzentrationsänderungen infolge Diffusion und Thermodiffusion umgekehrt proportional einer Diffusionsgrenzschicht bzw. einer Strömungsgrenzschicht; d.h. diese beiden Aerosolabscheidungseffekte sind stark von diesen Grenzschichten abhängig.

Da es sich bei den hier betrachteten Aerosolbehältern um relativ große Containers handelt, kann zur Berechnung der Strömungsgrenzschichtdicke die Formel für die Berechnung der Grenzschicht δ_{th} entlang einer ebenen Wand benutzt werden (Einfluß der Wandkrümmung des Behälters ist vernachlässigbar).

Für die ebene Wand wurde aus dem Vergleich von Reibungskraft und Trägheitskraft in der Strömungsgrenzschicht die Grenzschichtdicke bestimmt zu [4] :

$$(6.1) \quad \delta_{th} = a \sqrt{\frac{\nu x}{U}}$$

(Dasselbe Ergebnis wurde auch durch Impulsbetrachtungen in der Grenzschicht erreicht.) Hierbei ist ν die kinematische Zähigkeit der Luft (Trägergas), U die Geschwindigkeit der Luft an der Innenseite der Grenzschicht, x ist der Abstand vom Strömungsbeginn auf der betrachteten Fläche und a ist ein Proportionalitätsfaktor.

Der Proportionalitätsfaktor a wurde in guter Übereinstimmung (von J. Nikuradse) experimentell, (von H. Blasius) theoretisch zu $a \approx 5$ bestimmt.

Damit ist die Strömungsgrenzschichtdicke (Grenzschicht, in der die Thermophorese zur Wirkung kommt) nach Gl. (6.1):

$$(6.2) \quad \delta_{th} = 5 \sqrt{\frac{\nu x}{U}}$$

b) Die Diffusionsgrenzschichtdicke δ_o

Um die Diffusionsgrenzschicht δ_o zu berechnen, ist es notwendig, die strömungstechnischen Vorgänge in der Grenzschicht etwas genauer zu betrachten.

Für den Stofftransport in der Strömungsgrenzschicht gilt folgende Gleichung [5]:

$$(6.3) \quad v_x \frac{\partial C}{\partial x} + v_y \frac{\partial C}{\partial y} = D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}$$

Hierbei ist C die Stoffkonzentration, x die Längskoordinate, y die Querkoordinate, v_x und v_y die Längs- bzw. Quergeschwindigkeit in der Grenzschicht.

Die Randbedingungen lauten:

$$(6.4) \quad v_x = v_y = 0 \text{ (für } y = 0\text{); } \quad v_y \rightarrow 0, v_x \rightarrow U \text{ (für } y \rightarrow \delta_{th}\text{)}$$

Wie aus Gl. (6.3) hervorgeht, findet in der Grenzschicht Stofftransport durch Konvektion und Diffusion statt. Mit zunehmender Annäherung an die Wand wird hauptsächlich die Quergeschwindigkeitskomponente v_y rasch kleiner und geht bei einem bestimmten Wandabstand gegen Null. Von diesem Wandabstand an ist (wegen $v_y \approx 0$) kein Stofftransport infolge Konvektion mehr möglich. Ab hier ist Stofftransport in Richtung auf die Wand nur noch durch Diffusion möglich. Man nennt diesen Abschnitt der Grenzschicht die laminare Unterschicht. Ihre Breite ist mit der früher erwähnten adhärierenden Grenzschicht δ_o identisch.

Durch Näherungsansätze soll nun mit Hilfe der Grenzschichtgleichung (6.3) die Diffusionsgrenzschicht δ_0 näherungsweise bestimmt werden.

Nach [6] sind die Geschwindigkeitskomponenten in der gesamten Grenzschicht gegeben durch:

$$(6.5) \quad v_x \approx \frac{U y}{\delta_{th}}, \quad v_y \approx \frac{U y^2}{\delta_{th}^3}$$

Für die sehr dünne laminare Unterschicht kann man annehmen, daß die Stoffkonzentration linear von C (an der Stelle δ_0) auf Null (an der Wand) abfällt.

Damit kann man für die y -Richtung setzen:

$$(6.6) \quad v_y \frac{\partial C}{\partial y} \approx v_y \frac{C}{\delta_0}$$

Den Ausdruck von v_y aus Gl. (6.5) in Gl. (6.6) an der Stelle δ_0 eingesetzt ergibt:

$$(6.7) \quad v_y \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_{y=\delta_0} \approx \frac{U \delta_0 C}{\delta_{th}^3}$$

Analog gilt für die x -Richtung (an der Stelle δ_0):

$$(6.8) \quad v_x \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{y=\delta_0} \approx \frac{U \delta_0 C}{\delta_{th}^2 x}$$

Wegen der Erhaltung der Kontinuität gilt: $v_x \frac{\partial C}{\partial x} \approx v_y \frac{\partial C}{\partial y}$

Aus Gl. (6.6) ergibt sich (an der Stelle δ_0):

$$(6.9) \quad D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \Big|_{\delta_0} \approx \frac{DC}{\delta_0^2}$$

An der Stelle δ_o müssen (ebenfalls aus Kontinuitätsgründen) konvektiver Term und Diffusionsterm einander gleich sein.

Gleichsetzen von Gl. (6.7) und (6.9) und Auflösen nach der laminaren Grenzschichtdicke δ_o (Diffusionsgrenzschicht) ergibt:

$$(6.10) \quad \delta_o \approx \left(\frac{D}{v}\right)^{1/3} \delta_{th}$$

In der Strömungsmechanik wird der Quotient $\frac{v}{D} = Pr$ als Prandtl-Zahl bezeichnet. Damit wird aus Gl. (6.10)

$$(6.11) \quad \delta_o \approx \frac{\delta_{th}}{Pr^{1/3}}$$

Damit ist eine Beziehung (näherungsweise) zwischen der Strömungsgrenzschicht (für die Thermophorese maßgebend) und der laminaren Unterschicht (für die Diffusion maßgebend) gefunden.

Da nach obigen Ausführungen die Prandtl-Zahl eine Funktion des Diffusionskoeffizienten ist, würde man (nach Gl. (6.11)) für jeden einzelnen Diffusionskoeffizienten, d.h. für jede einzelne Teilchengröße, einen anderen Wert δ_o für die Diffusionsgrenzschicht erhalten. Da aber Gl. (6.11) ohnehin nur eine Näherung ist, wird die Prandtl-Zahl für einen mittleren Aerosoldiffusionskoeffizienten berechnet.

Für den Aerosolradius $r = 10^{-6}$ cm beträgt der Diffusionskoeffizient $D = 0,135 \cdot 10^{-3}$ cm²/sec; die kinematische Zähigkeit der Luft beträgt $v = 0,135$ cm²/sec.

Damit ist die Prandtl-Zahl: $Pr = 10^3$. Diesen Wert in Gl. (6.11) eingesetzt ergibt:

$$(6.12) \quad \delta_o \approx \frac{1}{10} \delta_{th}$$

Nach den Gln. (6.2) und (6.12) können nun die beiden Diffusionsgrenzschichtdicken bestimmt werden. (Die Strömungsgeschwindigkeit U ist entweder zu messen, oder auf

irgendeine Art, z.B. als Folge der Volumvergrößerung infolge lokaler Aufheizung, zu berechnen.)

7. Gesamte Konzentrationsänderung

Die pro Zeiteinheit stattfindende Konzentrationsänderung der Aerosole vom Radius r ist nach den Gln. (2.2), (3.1), (4.6), (4.13) und (5.4):

$$(7.1) \quad \frac{\partial C(r,t)}{\partial t} = \frac{\partial C(r,t)}{\partial t} \Big|_Q + \frac{\partial C(r,t)}{\partial t} \Big|_K + \frac{\partial C(r,t)}{\partial t} \Big|_S + \frac{\partial C(r,t)}{\partial t} \Big|_D + \frac{\partial C(r,t)}{\partial t} \Big|_T$$

Die gesamte Konzentrationsänderung pro Zeiteinheit ist damit:

$$(7.2) \quad \frac{\partial C(t)}{\partial t} = \int_{r=0}^{\infty} \left(\frac{\partial C(r,t)}{\partial t} \Big|_Q + \frac{\partial C(r,t)}{\partial t} \Big|_K + \frac{\partial C(r,t)}{\partial t} \Big|_S + \frac{\partial C(r,t)}{\partial t} \Big|_D + \frac{\partial C(r,t)}{\partial t} \Big|_T \right) dr$$

Zur numerischen Auswertung der Gl. (7.2) ist zu sagen: Setzt man die oben angegebenen Gleichungen in Gl. (7.2) ein, so erkennt man sofort, daß von dieser Gleichung keine analytische Lösung zu erwarten ist. Man ist daher gezwungen, zu ihrer Lösung numerische Lösungsverfahren anzuwenden. Zu diesem Zweck wird das durch die Gln. (2.1) und (2.2) gegebene kontinuierliche Teilchengrößenspektrum in ein diskretes mit n (vierzig) Zonen aufgeteilt, innerhalb deren der Teilchenradius als konstant angenommen wird.

Damit wird aus Gl. (7.2):

$$(7.3) \quad \frac{\partial C(t)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{40} \left(\frac{\partial C(r_n,t)}{\partial t} \Big|_Q + \frac{\partial C(r_n,t)}{\partial t} \Big|_K + \frac{\partial C(r_n,t)}{\partial t} \Big|_S + \frac{\partial C(r_n,t)}{\partial t} \Big|_D + \frac{\partial C(r_n,t)}{\partial t} \Big|_T \right)$$

Die Funktion $C(t)$ ist zu einem bestimmten Zeitpunkt bekannt. Dann berechnet sie sich zum Zeitpunkt $(t+\Delta t)$ mit Gl. (7.3) nach der Tayler'schen Reihe (diese nach dem zweiten Glied abgebrochen) zu:

$$(7.4) \quad C(t + \Delta t) = C(t) + \frac{\partial C(t)}{\partial t} \Delta t$$

Mit dem oben angegebenen Gleichungssystem kann nun die Aerosolkonzentration (Teilchenkonzentration) iterativ berechnet werden.

Die Massenkonzentrationen werden aus den Teilchenkonzentrationen dadurch erhalten, daß man letztere mit dem Volumen und der Dichte multipliziert und die einzelnen Terme addiert. Für das vorstehende Gleichungssystem wurde ein digitales Rechenprogramm (PARADISEKO) erstellt, mit dem die Aerosolkonzentration als Funktion der Zeit in einem geschlossenen Behälter (Reaktor-Containment) berechnet werden kann.

Numerische Rechnung:

Um theoretische Ergebnisse mit experimentellen vergleichen zu können, wurden in den numerischen Rechnungen Anfangsdaten verwendet, die bei der GfK im Rahmen eines Forschungsprogrammes für die Untersuchung nuklearer Aerosole gemessen wurden [17].

Folgende, im vorstehenden Gleichungssystem benötigten Anfangswerte für die Aerosolverteilung wurden experimentell ermittelt:

$$C_0 = 10^7/\text{cm}^3 \text{ (Anfangskonzentration)}, \ln \sigma = 0,62 \text{ (Varianz)}$$
$$r_g = 0,0365 \mu\text{m} \text{ (mittlerer Erwartungswert des Teilchenradius)}$$

Die Abmessungen des zylindrischen Versuchsbehälters betragen:

$$H = 290 \text{ cm (Behälterhöhe)}, R = 50 \text{ cm (Radius)}, V = 2,22 \text{ m}^3 \text{ (Volumen)}.$$

Für eine Quellverteilung, wie sie z.B. bei einem Natriumbrand in einem Reaktor-Containment auftreten würde, liegen zur Zeit noch keine experimentellen Ergebnisse vor. Es wurde daher die Quellverteilung gleich der Anfangsverteilung angenommen.

Die Diffusionsfläche des Versuchsbehälters beträgt: $F_D = 8,8 \cdot 10^4 \text{ cm}^2$.

Experimentell wurde, um den Einfluß eines Temperaturgradienten zu untersuchen, z.B. die Außenwand des Aerosolbehälters auf 70°C aufgeheizt. Dies ergab rechnerisch am inneren Rand der Grenzschicht eine Geschwindigkeit, infolge thermischer Ausdehnung der Luft, von $U \approx 35 \text{ cm/sec}$. Die kinematische Zähigkeit der Luft beträgt: $\nu = 0,135 \text{ cm}^2/\text{sec}$. Mit diesen Werten ergibt sich nach Gl. (6.2) eine mitt-

lere Strömungsgrenzschichtdicke ($x = H/2$): $\delta_{th} \approx 3,7$ cm. Die Diffusionsgrenzschicht wird damit nach Gl. (6.12): $\delta_o \approx 0,37$ cm. Die Fläche, in der die Thermophorese wirksam ist, beträgt in diesem Fall: $F_{th} \approx 1,7 \cdot 10^4$ cm.

Die Abbildung zeigt drei Konzentrationsverläufe: Verlauf (I) ergibt sich mit folgenden Effekten: Koagulation, Sedimentation und Diffusion; beim Verlauf (II) kommt zu den genannten Effekten die Thermophorese hinzu, und beim Verlauf (III) ist die zeitlich konstante Aerosolquelle noch zusätzlich wirksam.

Aus dem Diagramm erkennt man, daß die Einwirkung eines Temperaturgradienten einen beträchtlichen Einfluß auf die Aerosolabscheidung hat. Weiter erkennt man, daß sich beim Vorhandensein einer Aerosolquelle schon nach relativ kurzer Zeit im Aerosolbehälter eine konstante Aerosolkonzentration einstellt. Mit den Experimenten [1] verglichen, stimmen Experiment und Theorie gut überein.

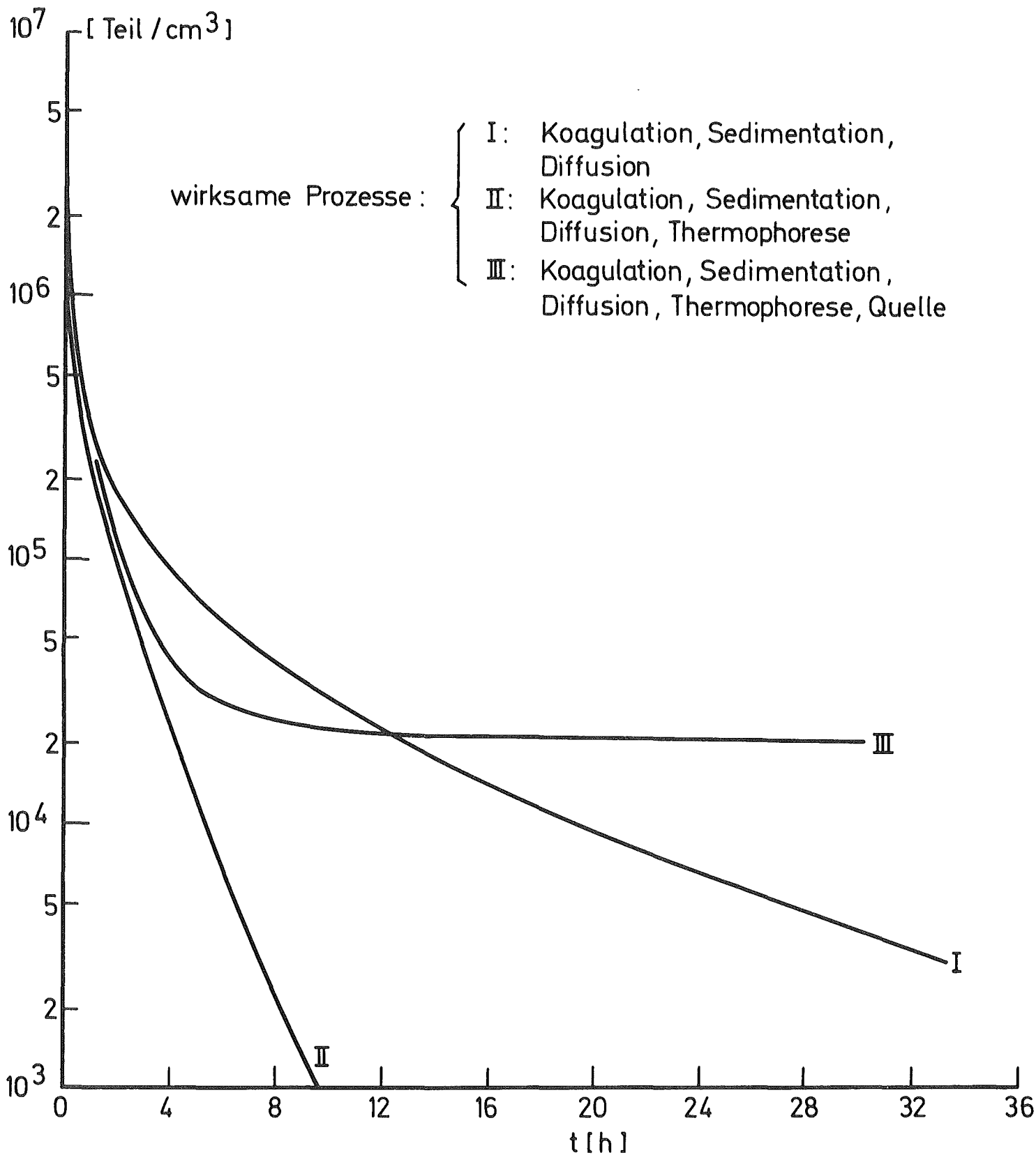
Literatur

- [1] W. Schikarski, H. Wild
"Das Verhalten von UO_2 -Aerosolen in geschlossenen Systemen"
KFK-Bericht 1032, Dezember 1969
- [2] G. Stetter
"Staubabscheidung durch Druck- und Thermodiffusion"
Staub 20 (1960), Nr. 8, August
- [3] K. Keller
"Theoretische Behandlung des Aerosolverhaltens im geschlossenen zylindrischen Behälter (PARDISEKO 1)"
KFK-Bericht 1490, November 1971
- [4] W. Kaufmann
"Technische Hydro- und Aeromechanik"
Springer-Verlag, 1958

[5] L. Prandtl
"Strömungslehre"
Friedr. Vieweg u. Sohn, Braunschweig, 1949

[6] V.G. Levich
"Physicochemical Hydrodynamics"
Prentice-Hall, Inc., 1962

[7] N.A. Fuchs
"The Mechanics of Aerosols"
Pergamon Press



Zeitlicher Aerosolkonzentrations - Verlauf im TUNA [1]