

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM  
KARLSRUHE**

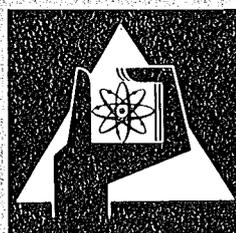
April 1974

KFK 1938

Institut für Experimentelle Kernphysik

**Mehrfachstreuung von Gammastrahlung an  
ferromagnetischen Platten (II)**

P. Bock



**GESELLSCHAFT  
FÜR  
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

**KARLSRUHE**

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.  
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

KFK 1938

Institut für Experimentelle Kernphysik

Mehrfachstreuung von Gammastrahlung an  
ferromagnetischen Platten (II)

P. Bock

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H., Karlsruhe



### Zusammenfassung:

Wird Gammastrahlung an einer magnetisierten Metallplatte gestreut, hängen die Intensitäten der einfach und doppelt gestreuten Photonen von der Magnetisierung ab, da die Streuquerschnitte für unpolarisierte und linear polarisierte Photonen Funktionen der Elektronenpolarisation sind. In dieser Arbeit wird ein Computer-Programm beschrieben, das entworfen wurde, um diese Effekte numerisch zu berechnen. Das Programm enthält die Faraday-Rotation der Photonenpolarisationsebene, die in einem früheren Bericht berechnet wurde. Damit sind alle Polarisationsphänomene in Doppelstreuprozessen vollständig behandelt.

## Multiple Scattering of Gamma Rays on Ferromagnetic Plates

### Abstract:

If nuclear gamma rays are scattered on a magnetized metal plate, the intensities of singly and doubly scattered photons depend on the magnetization, because the scattering cross sections for unpolarized and linearly polarized photons are functions of the electron polarization. In this work, a computer program is presented, which has been designed to calculate these effects numerically. The program incorporates the Faraday rotation of the photon polarization plane, calculated in a previous report. Hence, all polarization phenomena in single and double scattering processes are treated completely.

## I. Einleitung

Die vorliegende Arbeit ist Teil eines Programmes, in dem die Links-Rechts-Asymmetrie in der Compton-Streuung an ferromagnetischen Metallen untersucht wird. Bei derartigen Experimenten tritt ein störender Untergrund an doppelt und mehrfach gestreuter Strahlung auf, der von der Magnetisierung im Target abhängt und eine Links-Rechts-Asymmetrie vortäuscht. In einem früheren Bericht (im folgenden mit |I| bezeichnet) wurden für einige spezielle experimentelle Anordnungen die Energiespektren zweifach und dreifach gestreuter Strahlung berechnet. Die Hauptursache für die Abhängigkeit der Intensität der Mehrfachstreuung von der Magnetisierung ist die Faraday-Rotation der Photonen-Polarisationsebene zwischen den verschiedenen Streuprozessen im Target. Dieser Effekt wurde in ref. |I| untersucht.

Neben der Faraday-Rotation gibt es einige weitere polarisationsabhängige Phänomene in Doppelstreu-Prozessen (in ref |I| mit (A1) und (A2) bezeichnet), die bei der Auswertung von Experimenten über die Links-Rechts-Asymmetrie berücksichtigt werden müssen. Sie werden in der vorliegenden Arbeit berechnet. Nimmt man die Ergebnisse von ref. |I| hinzu, sind sämtliche Polarisationsphänomene in Doppelstreuprozessen erschöpfend behandelt.

Numerische Ergebnisse für Gammastrahlung der Energie 412 keV sind in den Tabellen 1 und 2 auf den Seiten 13 und 14 aufgeführt. Alle Bezeichnungen in dieser Arbeit sind ebenso gewählt wie in ref. |I|, deren Kenntnis in Kap. III dieser Arbeit vorausgesetzt wird.

eingereicht am 19.3.74

## II. Polarisationsabhängigkeit der Doppelstreuung

Für den Wirkungsquerschnitt der Streuung polarisierter Photonen an polarisierten Elektronen und für die Photonenpolarisation nach der Streuung lassen sich folgende Entwicklungen angeben |3|:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \cdot (1 + C_3 \xi_3 + \frac{[\vec{Q}_0 \times \vec{Q}_1] \cdot \vec{Z}}{|\vec{Q}_0 \times \vec{Q}_1|} \cdot (B + D_3 \xi_3) + \vec{D}_1 \cdot \vec{Z} \cdot \xi_1 + \vec{D}_2 \cdot \vec{Z} \cdot \xi_2)$$

$$\xi_i \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \cdot (F_i + \vec{G}_i \cdot \vec{Z} + \sum_k H_{ik} \xi_k + \sum_k \vec{T}_{ik} \cdot \vec{Z} \cdot \xi_k)$$

$$i, k = 1, 2, 3$$

Hierin ist  $\vec{Z}$  der Polarisationsvektor des als ruhend angenommenen Elektrons, ( $|\vec{Z}| \leq 1$ ), und  $\xi_1, \xi_2$  und  $\xi_3$  sind Stokes'sche Parameter zur Beschreibung der Photonenpolarisation ( $\xi_3 =$  lineare Polarisation parallel oder senkrecht zur Streuebene,  $\xi_2 =$  zirkuläre Polarisation,  $\xi_1 =$  lineare Polarisation unter  $45^\circ$  zur Streuebene).  $\vec{Q}_0$  und  $\vec{Q}_1$  sind Einheitsvektoren in Richtung der Photonenimpulse vor und nach der Streuung.  $\frac{d\sigma_0}{d\Omega}$  ist der Klein-Nishina-Wirkungsquerschnitt. Die Größen  $B, C_3, D_3$  u.s.w. sind Funktionen der Energie und des Streuwinkels, sie sind z.B. in ref. |2| angegeben. In den zu untersuchenden Doppelstreuungsprozessen sind die Photonen vor der ersten Streuung unpolarisiert, so daß gilt

$$\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0$$

Da  $F_1 = F_2 = 0$  ist und  $\vec{G}_3$  parallel zur Normalen auf der Streuebene ist  $|\vec{G}_3|$ , sind die Stokes'schen Parameter nach der ersten Streuung

$$\xi_1' \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_o}{d\Omega} \cdot (\vec{G}_1 \cdot \vec{z})$$

$$\xi_2' \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_o}{d\Omega} \cdot (\vec{G}_2 \cdot \vec{z})$$

$$\xi_3' \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_o}{d\Omega} \cdot (F_3 + G_3 \cdot \frac{[\vec{O}_0 \times \vec{O}_1] \cdot \vec{z}}{|\vec{O}_0 \times \vec{O}_1|})$$

Die Streuebene einer zweiten Compton-Streuung im Target fällt i.a. nicht mit der Streuebene der ersten Streuung zusammen, sondern bildet einen Winkel  $\phi$  mit ihr. Darum weichen die Photonen-Polarisationen vor der zweiten Streuung von den oben berechneten Werten ab:

$$\tilde{\xi}_1' = \xi_1' \cdot \cos 2\phi - \xi_3' \cdot \sin 2\phi$$

$$\tilde{\xi}_3' = \xi_3' \cdot \cos 2\phi + \xi_1' \cdot \sin 2\phi$$

$$\tilde{\xi}_2' = \xi_2'$$

Der Wirkungsquerschnitt der zweiten Streuung ist

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma'}{d\Omega'} &= \frac{d\sigma_o'}{d\Omega'} \cdot (1 + C_3' \cdot \tilde{\xi}_3' + \frac{[\vec{O}_1 \times \vec{O}_2] \cdot \vec{z}}{|\vec{O}_1 \times \vec{O}_2|} \cdot [B' + D_3' \cdot \tilde{\xi}_3']) \\ &+ (\vec{D}_1' \cdot \vec{z}) \cdot \tilde{\xi}_1' + (\vec{D}_2' \cdot \vec{z}) \cdot \tilde{\xi}_2' \end{aligned}$$

$\vec{Q}_2$  gibt die Flugrichtung des Photons nach der zweiten Streuung an. In der letzten Gleichung gibt es einige Terme (z.B.  $(\vec{D}'_2 \cdot \vec{Z}) \cdot \vec{\xi}'_2$ ), die quadratisch von  $\vec{Z}$  abhängen und daher vom Vorzeichen der Magnetisierung unabhängig sind. Da andererseits in der Praxis stets  $|\vec{Z}| < 0.1$  ist, können derartige Terme gegen 1 vernachlässigt werden. Die Wahrscheinlichkeit für Doppelstreuung ist bei Verwendung dieser Näherung proportional zu

$$\begin{aligned}
 (1) \quad K(\Omega, \Omega') &= \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \frac{d\sigma'}{d\Omega'} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \cdot \frac{d\sigma_{0'}}{d\Omega'} \cdot \{1 + C'_3 F_3 \cdot \cos 2\phi + \\
 & B \cdot \frac{\vec{P}_1 \cdot \vec{Z}}{|\vec{P}_1|} + B' \cdot \frac{\vec{P}_2 \cdot \vec{Z}}{|\vec{P}_2|} + C'_3 G_3 \cdot \frac{\vec{P}_1 \cdot \vec{Z}}{|\vec{P}_1|} \cdot \cos 2\phi \\
 & + D'_3 \cdot F_3 \cdot \frac{\vec{P}_2 \cdot \vec{Z}}{|\vec{P}_2|} \cdot \cos 2\phi + C'_3 \cdot (\vec{G}_1 \cdot \vec{Z}) \cdot \sin 2\phi \\
 & - F_3 \cdot (\vec{D}'_1 \cdot \vec{Z}) \cdot \sin 2\phi \}
 \end{aligned}$$

In Gleichung (1) wurde zusätzlich ein Ausdruck proportional zu  $B \cdot B'$  als klein vernachlässigt. Es wurden die Abkürzungen

$$\vec{P}_1 = \vec{Q}_0 \times \vec{Q}_1 \quad \text{und} \quad \vec{P}_2 = \vec{Q}_1 \times \vec{Q}_2$$

eingeführt.

Die Vektor-Parameter  $\vec{G}_1$  und  $\vec{D}'_1$  lassen sich in 2 Komponenten parallel und senkrecht zu den Impulsen der einlaufenden Photonen zerlegen |2|:

$$\vec{G}_1 = \vec{Q}_0 \cdot G_{1p} + \frac{\vec{P}_1 \times \vec{Q}_0}{|\vec{P}_1|} \cdot G_{1s}$$

$$\vec{D}'_1 = \vec{Q}_1 \cdot D'_{1p} + \frac{\vec{P}_2 \times \vec{Q}_1}{|\vec{P}_2|} \cdot D'_{1s}$$

Damit ist die Berechnung der Doppelstreuung an einer magnetisierten Platte zurückgeführt auf

- (1) die Bestimmung der Polarisationsparameter  $B, G_3, G_{1p}, G_{1s}, D_3, D_{1p}$  und  $D_{1s}$  sowie
- (2) die Integration des Produkts  $K(\Omega, \Omega')$  über das Target-Volumen.

Die Polarisationsparameter werden am zweckmäßigsten durch Streuamplituden für Teilchen mit definierter Helizität ausgedrückt. In ref. |2| wurden die folgenden Gleichungen hergeleitet:

$$B = a^{-1} \cdot \text{Im}(f_1^* f_2 + f_3^* f_4 - f_2^* f_5 - f_3^* f_6)$$

$$G_3 = a^{-1} \cdot \text{Im}(f_1 f_6^* + f_4 f_5^* + 2f_2 f_3^*)$$

$$G_{1p} = a^{-1} \cdot \text{Im}(f_1 f_3^* + f_2 f_6^* + f_3 f_5^* + f_2 f_4^*)$$

$$G_{1s} = a^{-1} \cdot \text{Im}(f_1 f_6^* - f_4 f_5^*)$$

$$D_3 = a^{-1} \cdot \text{Im}(f_1^* f_4 + f_5 f_6^* + 2f_2 f_3^*)$$

$$D_{1p} = a^{-1} \cdot \text{Im}(f_1^* f_3 + f_2 f_4^* + f_2 f_6^* + f_3^* f_5)$$

$$D_{1s} = a^{-1} \cdot \text{Im}(f_1 f_4^* + f_5 f_6^*)$$

$$a = \frac{1}{2}(|f_1|^2 + |f_4|^2 + |f_5|^2 + |f_6|^2) + |f_2|^2 + |f_3|^2$$

Die Realteile und die Imaginärteile der  $f_i$  kann man einer Arbeit von Milton, Tsai und de Raad entnehmen |4|. Es seien  $E$  und  $E'$  die Photonenenergien vor und nach der Streuung im Laborsystem. Mit den Abkürzungen

$$\kappa = - 2E$$

$$\tau = + 2E'$$

$$d = \kappa + \tau - \kappa \cdot \tau$$

$$t = \kappa + \tau$$

$$Y = \frac{\log\left(\frac{1}{2} \sqrt{-(\kappa + \tau)} + \sqrt{1 - \frac{1}{4}(\kappa + \tau)}\right)}{\sqrt{-(\kappa + \tau) \left(1 - \frac{1}{4}(\kappa + \tau)\right)}}$$

erhält man aus ref. [4]\*)

$$\text{Ref}_1 = - 8\pi\alpha (\kappa^2 + t) \cdot \frac{\sqrt{d}}{\kappa^2 \tau}$$

$$\text{Ref}_2 = + 8\pi\alpha \cdot d \cdot \frac{\sqrt{-t}}{\kappa^2 \cdot \tau}$$

$$\text{Ref}_3 = + 8\pi\alpha \cdot t \cdot \frac{\sqrt{d}}{\kappa^2 \tau}$$

$$\text{Ref}_4 = - 8\pi\alpha \cdot t \cdot \frac{\sqrt{-t}}{\kappa^2 \tau}$$

$$\text{Ref}_5 = - 8\pi\alpha \cdot d \cdot \frac{\sqrt{d}}{\kappa^2 \tau}$$

$$\text{Ref}_6 = - 8\pi\alpha \cdot (\kappa - 1) \cdot t \cdot \frac{\sqrt{-t}}{\kappa^2 \tau}$$

$$\begin{aligned} \text{Im } f_1 = & + 4\pi\alpha^2 \cdot \frac{\sqrt{d}}{\kappa} \cdot \left\{ \frac{1}{d} (-\kappa^2 - 2\kappa + 4 - \tau) \cdot \ln(1 - \kappa) + \right. \\ & + \frac{5\kappa^2 - 8\kappa + 4}{2\kappa \cdot (\kappa - 1)^2} + \frac{1}{\kappa d} \left[ \tau^2 (2 - \kappa) + \tau (-\kappa^3 - 3\kappa^2 + 8\kappa - 4) \right. \\ & \left. \left. + \kappa \cdot (-\kappa^3 + 10\kappa - 4) \right] \cdot Y \right\} \end{aligned}$$

\*)

nach Vorzeichenkorrektur von  $f_4$  und  $\text{Ref}_2$

$$\begin{aligned} \text{Im } f_2 = & + 4\pi\alpha^2 \cdot \frac{\sqrt{-t}}{\kappa} \cdot \left\{ + \frac{1}{d} (-\tau(\kappa - 1) - 2\kappa^2 + 7\kappa - 4) \cdot \ln(1 - \kappa) \right. \\ & + \frac{2(\kappa - 1)}{\kappa} - \frac{1}{\kappa d} \cdot \left[ (\kappa^2 - 3\kappa + 2)\tau^2 + \tau(3\kappa^3 - 10\kappa^2 + 12\kappa - 4) \right. \\ & \left. \left. + \kappa(2\kappa^3 - 11\kappa^2 + 14\kappa - 4) \right] \cdot Y \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Im } f_3 = & + 4\pi\alpha^2 \cdot \frac{\sqrt{d}}{\kappa} \cdot \left\{ \frac{t(\kappa - 1)}{d \cdot \kappa} \cdot \ln(1 - \kappa) - \frac{2}{\kappa} \right. \\ & \left. + \frac{1}{\kappa d} \cdot \left[ 2\tau^2(\kappa - 1) + \tau(3\kappa^2 - 10\kappa + 4) + \kappa(\kappa^2 - 4\kappa + 4) \right] \cdot Y \right\} \end{aligned}$$

$$\text{Im } f_4 = + 4\pi\alpha^2 \cdot \frac{\sqrt{-t}}{\kappa} \cdot \left\{ \frac{2}{\kappa} \cdot \ln(1 - \kappa) + \frac{\kappa - 2}{\kappa(\kappa - 1)} + \frac{2(2\kappa + \tau - 2)}{\kappa} \cdot Y \right\}$$

$$\begin{aligned} \text{Im } f_5 = & 4\pi\alpha^2 \cdot \frac{1}{\kappa \cdot \sqrt{d}} \cdot \left\{ \frac{1}{d} \cdot \left[ -\tau^2(\kappa - 1)^2 - \tau(2\kappa^3 - 10\kappa^2 + 13\kappa - 4) \right. \right. \\ & \left. \left. - \kappa(\kappa^3 - 5\kappa^2 + 8\kappa - 4) \right] \cdot \ln(1 - \kappa) + \frac{\kappa - 2}{2\kappa(\kappa - 1)} \times \right. \\ & \times \left[ \tau(3\kappa^2 - 5\kappa + 2) + 2\kappa^3 - 3\kappa^2 + 2\kappa \right] + \frac{1}{\kappa d} \cdot \left[ -\tau^3(\kappa - 1)^2(\kappa - 2) + \right. \\ & + \tau^2(-3\kappa^4 + 14\kappa^3 - 24\kappa^2 + 18\kappa - 4) + \kappa\tau(-3\kappa^4 + 19\kappa^3 - 39\kappa^2 + 30\kappa - 8) \\ & \left. \left. + \kappa^2(-\kappa^4 + 7\kappa^3 - 16\kappa^2 + 14\kappa - 4) \right] \cdot Y \right\} \end{aligned}$$

$$\text{Im } f_6 = + 4\pi\alpha^2 \cdot \frac{\sqrt{-t}}{\kappa} \cdot \left\{ + \frac{3\kappa - 2}{\kappa} + \frac{2}{\kappa} \left[ \kappa^2 - 4\kappa + 2 + \tau(\kappa - 1) \right] \cdot Y \right\}$$

Für numerische Rechnungen wurde ein FORTRAN-Unterprogramm DØPP (E, E1, B, G3, G1P, G1S, D3, D1P, D1S) geschrieben, das aus den Photonenenergien vor und nach einer Streuung (E bzw.  $E' = E1$ ) alle benötigten Polarisationskoeffizienten berechnet.

### III. Doppelstreuung in einer magnetisierten Platte

In Gleichung (1) sind die Parameter  $B, B', G_3, D_3', \vec{G}_1$  und  $D_1'$  von der Größenordnung der Feinstrukturkonstanten und daher klein gegen eins. Daher gilt

$$(2) \quad K(\Omega, \Omega') \approx K_0(\Omega, \Omega') = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \cdot \frac{d\sigma_0'}{d\Omega'} \cdot \{1 + C_3' \cdot F_3 \cdot \cos 2\phi\}.$$

Die hier vernachlässigten Terme sind alle proportional zu  $\vec{z}$  und führen daher beim Umkehren der Elektronenpolarisation zu einer Änderung der Intensität, die proportional ist zu

$$(3) \quad \Delta K(\Omega, \Omega') = 2 \cdot \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \cdot \frac{d\sigma_0'}{d\Omega'} \cdot (\Delta K_B + \Delta K_3 + \Delta K_1)$$

$$\Delta K_B = B \cdot \frac{\vec{P}_1 \cdot \vec{z}}{|\vec{P}_1|} + B' \cdot \frac{\vec{P}_2 \cdot \vec{z}}{|\vec{P}_2|}$$

$$\begin{aligned} \Delta K_1 = \{ & C_3' \cdot (\vec{Q}_0 \cdot \vec{z} \cdot G_{1p} + \frac{\vec{P}_1 \times \vec{Q}_0}{|\vec{P}_1|} \cdot \vec{z} \cdot G_{1s}) \\ & - F_3 (\vec{Q}_1 \cdot \vec{z} \cdot D_{1p}' + \frac{\vec{P}_2 \times \vec{Q}_1}{|\vec{P}_2|} \cdot \vec{z} \cdot D_{1s}') \} \cdot \sin 2\phi \end{aligned}$$

$$\Delta K_3 = (C_3' G_3 \cdot \frac{\vec{P}_1 \cdot \vec{z}}{|\vec{P}_1|} + D_3' \cdot F_3 \cdot \frac{\vec{P}_2 \cdot \vec{z}}{|\vec{P}_2|}) \cdot \cos 2\phi$$

Im folgenden wird in dieser Arbeit wie in ref. |I| die Doppelstreuung an einer ferromagnetischen Platte behandelt, deren Breite und Höhe groß gegenüber der mittleren freien Weglänge der Photonen sein sollen. Es wird angenommen, daß die Gammastrahlung von einer punktförmigen Quelle emittiert wird und

nach der Streuung von einem punktförmigen Detektor mit der Ansprechwahrscheinlichkeit  $w(E'')$  nachgewiesen wird. Der Abstand  $R$  zwischen der Quelle und einem beliebigen Punkt  $P$  des Targets sowie der Abstand  $R''$  zwischen  $P$  und dem Detektor sollen ebenfalls groß gegenüber der freien Weglänge der Photonen sein. In ref. |I| wurde gezeigt, daß unter diesen Annahmen die Intensitäten der Einfach- und Doppelstreuung - abgesehen von einem gemeinsamen Proportionalitätsfaktor - gegeben sind durch

$$(4) \quad \bar{I}_1 = \iint dF \frac{1}{R^2} \cdot \frac{1}{R''^2} \cdot \frac{d\sigma_o}{d\Omega} \cdot w(E') \cdot \frac{e^{-m_o d} e^{-m_1 d}}{m_1 - m_o}$$

$$(5) \quad \bar{I}_2 = \iiint dF \iint d\Omega \cdot (n \cdot \frac{r_o^2}{2}) \cdot \frac{1}{R^2} \cdot \frac{1}{R''^2} \cdot K_o(\Omega, \Omega') \cdot w(E'') \cdot W_d$$

$$W_d = \frac{1}{|\cos \xi'|} \cdot \left\{ \frac{e^{-m_o d}}{(m_o - m_1)(m_o - m_2)} - \frac{e^{-m_1 d}}{(m_o - m_1)(m_1 - m_2)} + \frac{e^{-m_2 d}}{(m_o - m_2)(m_1 - m_2)} \right\}$$

(Fall I)

$$W_d = \frac{1}{|\cos \xi'|} \cdot \left\{ \frac{-e^{-m_o d}}{(m_o - m_2)(m_1 + m_2)} + \frac{e^{-m_2 d}}{(m_o - m_2)(m_o + m_1)} + \frac{e^{-m_o d - m_1 d - m_2 d}}{(m_o + m_1)(m_1 + m_2)} \right\}$$

(Fall II)

Die Integration  $\iint dF$  erstreckt sich über die Targetoberfläche,  $\iint d\Omega$  ist die Integration über die Photonenimpulsrichtung nach der ersten Streuung im Target. Es wurden die Abkürzungen

$$m_o = \frac{\mu}{|\cos \xi|}, \quad m_1 = \frac{\mu'}{|\cos \xi'|} \quad \text{und} \quad m_2 = \frac{\mu''}{|\cos \xi''|}$$

eingeführt, worin  $\mu$ ,  $\mu'$  und  $\mu''$  die Absorptionskoeffizienten vor der ersten, nach der ersten und nach der zweiten Streuung sind.  $\xi$ ,  $\xi'$  und  $\xi''$  sind die Winkel zwischen den Impulsrichtungen  $\vec{Q}_0$ ,  $\vec{Q}_1$  und  $\vec{Q}_2$  und der Normalen auf dem Target,  $d$  ist die Targetdicke.

Die angegebenen Formeln für  $W_d$  gelten unter der Annahme, daß die gestreute Strahlung das Target durchdringt und auf der anderen Seite verläßt. Die Fälle I und II sind dann dadurch unterschieden, daß im Falle I das Photon nach der ersten Streuung im Target weiter in Richtung der Austrittsfläche läuft, während es sich im Falle II bis zur zweiten Streuung rückwärts in Richtung auf die Eintrittsfläche hin bewegt.  $n$  = Elektronendichte im Target,  $r_0$  = klassischer Elektronenradius.

Das experimentelle Ziel ist die Bestimmung der Links-Rechts-Asymmetrie  $B$ , die beim Umpolen der Magnetisierung zu einer Änderung der Intensität  $\bar{I}_1$  führt:

$$(6) \quad \bar{\Delta I}_1 = \frac{2}{13} \iint dF \frac{1}{R^2} \cdot \frac{1}{R'^2} \cdot \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \cdot B \cdot w(E') \frac{e^{-m_0 d} - e^{-m_1 d}}{m_1 - m_0}$$

(angenommener Polarisationsgrad der Elektronen = 1/13 [Eisen]).  
Durch die Doppelstreuungsprozesse erhält man eine zusätzliche Intensitätsasymmetrie

$$(7) \quad \bar{\Delta I}_2 = \iiint dF \iint d\Omega \cdot \left( n \cdot \frac{r_0^2}{2} \right) \cdot \frac{1}{R^2} \cdot \frac{1}{R'^2} \cdot \Delta K(\Omega, \Omega') \cdot w(E'') \cdot W_d \cdot \frac{1}{13}$$

Die in den Gleichungen (4) bis (7) auftretenden Mehrfach-Integrale können nur numerisch gelöst werden. Dazu geeignete Verfahren wurden in ref. |I| angegeben. Für die Integration über die Targetoberfläche genügt es, Rechnungen für den Targetmittelpunkt und vier Randpunkte auszuführen und die Ergebnisse geeignet zu mitteln.

Es wurde ein FORTRAN-Programm geschrieben, das für vorgegebene Streugeometrien  $\bar{I}_1$ ,  $\bar{I}_2$ ,  $\overline{\Delta I}_1$  und  $\overline{\Delta I}_2$  berechnet. Dabei wird  $\overline{\Delta I}_2$  aufgeschlüsselt nach Beiträgen von  $\Delta K_B$ ,  $\Delta K_3$  und  $\Delta K_1$ . Numerische Resultate sind in den Tabellen 1 und 2 aufgeführt. Angegeben sind die Größen

$$R = \frac{\bar{I}_2}{\bar{I}_1}, \quad \delta_1 = \frac{\overline{\Delta I}_1}{\bar{I}_1}, \quad \delta_2 = \frac{\overline{\Delta I}_2}{\bar{I}_1}.$$

Es ist ersichtlich, daß die Doppelstreuung mehr als 10% zur gesamten Asymmetrie beitragen kann. Den Rechnungen liegen folgende Annahmen zugrunde:

Abstand Quelle-Target (Mitte) = 22.5 cm

Abstand Target (Mitte)-Detektor = 35 cm

Targetbreite = 8 cm

Höhe des Photonenstrahls auf dem Target (durch einen Kollimator begrenzt) in der Targetmitte 9.2 cm,  
an den Targeträndern 5.72 cm und 8.68 cm.

Das Target steht unter einem Winkel von  $45^\circ$  relativ zur mittleren Richtung der auftreffenden Photonen. Die in ref. |I| definierten Parameter  $z_1$  und  $z_m$  haben die Werte 16 und 64.

Die Funktion  $w(E'')$  beschreibt einen Szintillationszähler mit einem  $2'' \times 2''$  CsJ-Kristall und integraler Strommessung. Zur Unterdrückung niederenergetischer Photonen können Bleifilter vor dem Detektor angebracht werden, deren Dicke in den Tabellen angegeben ist. Die Photonenenergie, die Targetdicke und der Streuwinkel  $\gamma$  der Einfachstreuung, gemessen in der Targetmitte sind ebenfalls in den Tabellen aufgeführt.

Tabelle 1: Einfluß der Magnetisierung auf die Einfach- und Doppelstreuung  
 Programm: T5, A - CsJ, D1

E	$\gamma$	d		Blei-Filter			
				0 mm	1 mm	2 mm	3 mm
412 keV	90°	3,3 mm	R	0.255	0.168	0.149	0.150
			$\bar{\delta}_1 \times 10^6$	17.4	17.2	16.9	16.7
			$\Delta K_B$	2.3	1.7	1.3	1.1
			$\Delta K_3$	-0.7	-0.5	-0.2	0.1
			$\Delta K_1$	0.6	0.3	0.3	0.3
			Summe	2.2	1.5	1.4	1.4
412 keV	90°	2.2 mm	R	0.192	0.118	0.101	0.100
			$\bar{\delta}_1 \times 10^6$	17.4	17.2	17.0	16.7
			$\Delta K_B$	1.6	1.2	0.9	0.7
			$\Delta K_3$	-0.5	-0.3	-0.2	0.0
			$\Delta K_1$	+0.5	+0.2	+0.2	0.2
			Summe	1.7	1.1	0.9	1.0

Tabelle 2:

E	$\gamma$	d		Blei-Filter			
				0 mm	1 mm	2 mm	3 mm
412 keV	$53^{\circ}$	3.3 mm	R	0.139	0.087	0.070	0.062
			$\bar{\delta}_1 \times 10^6$	-1.0	-1.2	-1.4	-1.6
			$\Delta K_B$	0.5	0.2	0.1	-0.0
			$\Delta K_3$	-0.3	-0.3	-0.2	-0.2
			$\Delta K_1$	+0.7	+0.1	-0.0	-0.0
			Summe	0.9	0.0	-0.2	-0.3
			$\bar{\delta}_2 \times 10^6$				
412 keV	$53^{\circ}$	2.2 mm	R	0.103	0.061	0.048	0.042
			$\bar{\delta}_1 \times 10^6$	-1.0	-1.2	-1.4	-1.6
			$\Delta K_B$	0.4	0.2	0.1	-0.0
			$\Delta K_3$	-0.2	-0.2	-0.2	-0.1
			$\Delta K_1$	0.6	0.1	-0.0	-0.0
			Summe	0.8	0.1	-0.1	-0.2
			$\bar{\delta}_2 \times 10^6$				

Literaturverzeichnis

- |1| P. Bock, Mehrfachstreuung von Gammastrahlung  
an ferromagnetischen Platten, KFK 1937
- |2| P. Bock, Nucl. Phys. A177 (1971) 289
- |3| G.V. Frolov, JETP (Sov. Phys.) 12(1961) 1277
- |4| W.Y. Tsai, L.L. de Raad und K.A. Milton,  
Phys. Rev. D6 (1972) 1411 und 1428

## Anhang

In diesem Anhang werden die Subroutine DØPP und das Hauptprogramm zur Berechnung der Doppelstreuung abgedruckt. Das letztere umfaßt auch eine Berechnung des Einflusses der Faraday-Rotation, die in ref. |I| behandelt wurde.

Fehlende Unterprogramme sind in ref. |I| beschrieben, im Anhang dieser Arbeit befindet sich außerdem eine Liste der in den Programmen verwendeten Bezeichnungen.

```

0001      SUBROUTINE DOPP(E0,E1,B,G3,G1P,G1S,D3,D1P,D1S)      06688
0002      DOUBLE PRECISION P,T,P2,P3,PM,T2,T3,XI,TW,ICY,FLOG,TS,D,DW
0003      P=-2.*E0      06688
0004      P2=P*P      06688
0005      P3=P2*P      06688
0006      PM=P-1.      06688
0007      FLOG=DLOG(1.-P)
0008      6 T=2.*E1      06688
0009      T2=T*T      06688
0010      T3=T2*T      06688
0011      XI=-0.25*(P+T)      06688
0012      TW=2.*DSQRT(XI)
0013      IF(XI-0.00001)1,2,2
0014      1 YCY=0.5
0015      GO TO 3
0016      2 YCY=DLOG(0.5*TW+DSQRT(1.+XI))/DSQRT(XI*(1.+XI))*0.5
0017      3 TS=P+T      06688
0018      D=TS-P*T      06688
0019      IF(D-1.0D-8)4,4,5
0020      4 F1=E0/(1.+1.9999D+0*E0)
0021      GO TO 6
0022      5 DW=DSQRT(D)
0023      FR1=-DW/T*(P2+TS)
0024      FR2=D/T*TW      06688
0025      FR3=DW/T*TS      06688
0026      FR4=-TW/T*TS
0027      FR5=-D/T*DW      06688
0028      FR6=-PM/T*TW*TS      06688
0029      F11=-DW*(-P/D*(-P2-2.*P+4.-T))*FLOG      06688
0030      1-(5.*P2-8.*P+4.)/(PM*PM*2.)      06688
0030      2-(T2*(2.-P)+T*(-P3-3.*P2+8.*P-4.))+P*(-P3+10.*P-4.))*ICY/D)      06688
0030      F12=+TW*(P/D*(-T*PM-2.*P2+7.*P-4.))*FLOG+2.*PM      06688
0030      1-(T2*(P2-3.*P+2.))+T*(3.*P3-10.*P2+12.*P-4.))      06688
0030      2+P*(2.*P3-11.*P2+14.*P-4.))*ICY/D)      06688
0031      F13=-DW*(-TS/D*PM*FLOG+2.)      06688
0031      1-(2.*T2*PM+T*(3.*P2-10.*P+4.))+P*(P2-4.*P+4.))*ICY/D)      06688
0032      F14=-TW*(-2.*FLOG-(P-2.)/PM-2.*(T+2.*P-2.))*ICY)      06688
0033      F15=-1./DW*(-P/D*(-T2*PM*PM-T*(2.*P3-10.*P2+13.*P-4.))-P*(P3-5.*P2      06688
0033      +8.*P-4.))*FLOG      06688
0033      2-(P-2.)/PM*0.5*(T*(3.*P2-5.*P+2.))+2.*P3-3.*P2+2.*P)      06688
0033      3-(-T3*PM*PM*(P-2.))+T2*(-3.*P3*P+14.*P3-24.*P2+18.*P-4.))      06688
0033      4+P*T*(-3.*P3*P+19.*P3-39.*P2+30.*P-8.))      06688
0033      5+P2*(-P3*P+7.*P3-16.*P2+14.*P-4.))*ICY/D)      06688
0034      F16=+TW*(3.*P-2.+2.*(P2-4.*P+2.+T*PM))*ICY)      06688
0035      AR=1./137./((FR1**2+FR4**2+FR5**2+FR6**2+2.*(FR2**2+FR3**2))      06688
0036      R=AR*(FR1*FI2-FR2*FI1+FR3*FI4-FR4*FI3-FR2*FI5+FR5*FI2      06688
0036      1-FR3*FI6+FR6*FI3)      06688
0037      G3=AR*(FR6*FI1-FR1*FI6+FR5*FI4-FR4*FI5+2.*(FR3*FI2-FR2*FI3))      06688
0038      G3=AR*(FR1*FI4-FR4*FI1+FR6*FI5-FR5*FI6+2.*(FR3*FI2-FR2*FI3))      06688
0039      G1P=AR*(FR3*FI1-FR1*FI3+FR6*FI2-FR2*FI6+FR5*FI3-FR3*FI5      06688
0039      1+FR4*FI2-FR2*FI4)      06688
0040      G1S=AR*(FR6*FI1-FR1*FI6-FR5*FI4+FR4*FI5)      06688
0041      D1P=AR*(FR1*FI3-FR3*FI1+FR4*FI2-FR2*FI4+FR6*FI2-FR2*FI6      06688
0041      1+FR3*FI5-FR5*FI3)      06688
0042      D1S=AR*(FR4*FI1-FR1*FI4+FR6*FI5-FR5*FI6)      06688
0043      RETURN      06688
0044      END      06688

```

```

C      BLITZ-PROGRAMM ZUR BERECHNUNG DES FARADAY-EFFEKTS BEI RLA
0001      DIMENSION SQ(3),SD(3),TAR(3,5),Q0(3),Q1(3),Q2(3),S(3),VN(3),SIG(2)
          1,SIG1(2),SIG2(2),POL1(3),POL2(3)
0002      DIMENSION G(32),WAHR(4),SUM(4),SUMF(4),
          IAB(5,4),ABD(5,4),ARF(5,4),SIPHI(64),COPHI(64),DREH(3)
0003      DIMENSION GR(5,3)
0004      DIMENSION ABB(5,4),ADR(5,4),AD3(5,4),AD1(5,4),SUMB(4),SUM3(4),
          ISUM1(4),ZS1(3),ZS2(3),DOK(4),AER(4)
0005      DOUBLE PRECISION H1,H2,H3,H4,H5,H6,WD1,WD2,WD3,WD,WEG,H01,H02,H12,
          EFUN1,EFUN2,EFUN3
0006      COMMON COM
0007      PI2=3.14159*2.
0008      CONST=(2.82E-13)**2*7.87/(55.85)*(6.03E+23)*13.
0009      READ(5,1002)XT,YT,YT2,YT3
0010      1002 FORMAT(4F6.2)
0011      FLAE=40.*YT+10.*(YT2+YT3)
0012      GR(1,1)=(32.*YT-6.*(YT2+YT3))/FLAE
0013      GR(2,1)=(4.*YT+8.*YT2-2.*YT3)/FLAE
0014      GR(3,1)=(4.*YT-2.*YT2+8.*YT3)/FLAE
0015      GR(4,1)=5.*(YT2+YT3)/FLAE
0016      GR(5,1)=GR(4,1)
0017      GR(1,2)=1./3.
0018      GR(1,3)=0.5
0019      DO 11 K=2,5
0020      GR(K,2)=1./6.
0021      11 GR(K,3)=1./8.
0022      31 READ(5,1000) RQ,PSI,F,D
0023      1000 FORMAT(F5.1,F4.0,F5.1,F6.3)
0024      IF(RQ)40,40,30
0025      30 READ(5,1001) GAMMA,RD,ZL,ZM
0026      1001 FORMAT(F4.0,F5.1,2F4.0)
0027      WRITE(6,1020)D,PSI,E,GAMMA,ZL,ZM
0028      1020 FORMAT(/7H TARGET,F6.3,5X,F4.0,5X,9HSTRAHLUNG,F7.1,5X,F7.1,5X,7HGI
          ITTER ,2F6.0/)
0029      PSI=PSI/360.*PI2
0030      GAMMA=GAMMA/360.*PI2
0031      E=E/511.
0032      MM=ZM/2.
0033      LM=ZL
0034      COPSI=COS(PSI)
0035      SIPSI=SIN(PSI)
0036      SQ(1)=-RQ*COPSI
0037      SQ(2)=0.
0038      SQ(3)=+RQ*SIPSI
0039      VN(1)=COS(GAMMA+PSI)
0040      VN(2)=0.
0041      VN(3)=-SIN(GAMMA+PSI)
0042      SD(1)=VN(1)*RD
0043      SD(2)=0.
0044      SD(3)=RD*VN(3)
0045      DO 1 L=2,LM,2
0046      G(L)=2./3.
0047      1 S(L-1)=4./3.
0048      G(LM)=1./3.
0049      DO 2 I=1,3
0050      DO 2 J=1,5
0051      2 TAR(I,J)=0.
0052      TAR(1,2)=+XT/2.

```

```

0001      SUBROUTINE DOPP(E0,E1,R,G3,G1P,G1S,D3,D1P,D1S)      06688
0002      DOUBLE PRECISION P,T,P2,P3,PM,T2,T3,XI,TW,ICY,FLOG,TS,D,OW
0003      P=-2.*E0      06688
0004      P2=P*P      06688
0005      P3=P2*P      06688
0006      PM=P-1.      06688
0007      FLOG=DLOG(1.-P)
0008      6 T=2.*E1      06688
0009      T2=T*T      06688
0010      T3=T2*T      06688
0011      XI=-0.25*(P+T)      06688
0012      TW=2.*DSQRT(XI)
0013      IF(XI-0.00001)1,2,2
0014      1 YCY=0.5
0015      GO TO 3
0016      2 YCY=DLOG(0.5*TW+DSQRT(1.+XI))/DSQRT(XI*(1.+XI))*0.5
0017      3 TS=P+T      06688
0018      D=TS-P*T      06688
0019      IF(D-1.0D-8)4,4,5
0020      4 F1=E0/(1.+1.9999D+0*E0)
0021      GO TO 6
0022      5 DW=DSQRT(D)
0023      FR1=-DW/T*(P2+TS)
0024      FR2=D/T*TW      06688
0025      FR3=DW/T*TS      06688
0026      FR4=-TW/T*TS
0027      FR5=-D/T*DW      06688
0028      FR6=-PM/T*TW*TS      06688
0029      FI1=-DW*(-P/D*(-P2-2.*P+4.-T))*FLOG      06688
0030      1-(5.*P2-8.*P+4.)/(PM*PM*2.)      06688
0031      2-(T2*(2.-P)+T*(-P3-3.*P2+8.*P-4.))+P*(-P3+10.*P-4.))*YCY/D)      06688
0032      FI2=+TW*(P/D*(-T*PM-2.*P2+7.*P-4.))*FLOG+2.*PM      06688
0033      1-(T2*(P2-3.*P+2.))+T*(3.*P3-10.*P2+12.*P-4.))      06688
0034      2+P*(2.*P3-11.*P2+14.*P-4.))*YCY/D)      06688
0035      FI3=-DW*(-TS/D*PM*FLOG+2.      06688
0036      1-(2.*T2*PM+T*(3.*P2-10.*P+4.))+P*(P2-4.*P+4.))*YCY/D)      06688
0037      FI4=-TW*(-2.*FLOG-(P-2.)/PM-2.*(T+2.*P-2.))*YCY)      06688
0038      FI5=-1./DW*(-P/D*(-T2*PM*PM-T*(2.*P3-10.*P2+13.*P-4.))-P*(P3-5.*P2      06688
0039      +18.*P-4.))*FLOG      06688
0040      2-(P-2.)/PM*0.5*(T*(3.*P2-5.*P+2.))+2.*P3-3.*P2+2.*P)      06688
0041      3-(-T3*PM*PM*(P-2.))+T2*(-3.*P3*P+14.*P3-24.*P2+18.*P-4.))      06688
0042      4+P*T*(-3.*P3*P+19.*P3-39.*P2+30.*P-8.)      06688
0043      5+P2*(-P3*P+7.*P3-16.*P2+14.*P-4.))*YCY/D)      06688
0044      FI6=+TW*(3.*P-2.+2.*(P2-4.*P+2.+T*PM))*YCY)      06688
0045      AR=1./137./((FR1**2+FR4**2+FR5**2+FR6**2+2.*(FR2**2+FR3**2))      06688
0046      R=AR*(FR1*FI2-FR2*FI1+FR3*FI4-FR4*FI3-FR2*FI5+FR5*FI2      06688
0047      1-FR3*FI6+FR6*FI3)      06688
0048      G3=AR*(FR6*FI1-FR1*FI6+FR5*FI4-FR4*FI5+2.*(FR3*FI2-FR2*FI3))      06688
0049      D3=AR*(FR1*FI4-FR4*FI1+FR6*FI5-FR5*FI6+2.*(FR3*FI2-FR2*FI3))      06688
0050      G1P=AR*(FR3*FI1-FR1*FI3+FR6*FI2-FR2*FI6+FR5*FI3-FR3*FI5      06688
0051      1+FR4*FI2-FR2*FI4)      06688
0052      G1S=AR*(FR6*FI1-FR1*FI6-FR5*FI4+FR4*FI5)      06688
0053      D1P=AR*(FR1*FI3-FR3*FI1+FR4*FI2-FR2*FI4+FR6*FI2-FR2*FI6      06688
0054      1+FR3*FI5-FR5*FI3)      06688
0055      D1S=AR*(FR4*FI1-FR1*FI4+FR6*FI5-FR5*FI6)      06688
0056      RETURN      06688
0057      END      06688

```

```
0053      TAR(1,3)=-XT/2.
0054      TAR(2,4)=+YT/2.
0055      TAR(2,5)=-YT/2.
0056      DO 3 J=1,5
0057      DO 3 N=1,4
0058      ADR(J,N)=0.
0059      AD3(J,N)=0.
0060      AD1(J,N)=0.
0061      ARD(J,N)=0.
0062      3 ARF(J,N)=0.
0063      DT=PI2/ZL/4.
0064      DPHI=PI2/ZM
0065      PHI=-DPHI/2.
0066      DO 4 M=1,MM
0067      PHI=PHI+DPHI
0068      SIPHI(M)=SIN(PHI)
0069      4 COPHI(M)=COS(PHI)
0070      S(3)=-D/2.
0071      DO 100 J=1,5
0072      S(1)=TAR(1,J)
0073      S(2)=TAR(2,J)
0074      CALL RICHT(SQ,S,Q0,DOM)
0075      CALL RICHT(S,SQ,Q2,PYT)
0076      CALL SKAL(Q2,VN,COM)
0077      CALL SKAL(Q0,Q2,WINK)
0078      CALL STREU(F,E2,WINK,SIG,C01)
0079      CALL DOPP(F,E2,B,G3,G1P,G1S,D3,D1P,D1S)
0080      CALL VEPRD(Q0,Q2,POL1)
0081      H1=-FMUE(E)/Q0(3)
0082      H3=-FMUE(E2)/Q2(3)
0083      DIF=(H1-H3)/H1
0084      IF(ABS(DIF)-0.001)5,5,5
0085      5 H3=H3*1.002
0086      6 H2=-H1*D
0087      FFUN1=DEXP(H2)
0088      H4=-H3*D
0089      WE=(DEXP(H4)-EFUN1)/(H1-H3)*SIG(1)/DOM/PYT
0090      CALL DET(E2,WAHR)
0091      DO 7 N=1,4
0092      AR(J,N)=WE*WAHR(N)
0093      7 ARB(J,N)=AR(J,N)*B*POL1(2)/SQRT(C01)/6.5
0094      T=0.
0095      DO 90 L=1,LM
0096      T=T+DT
0097      SIT=SIN(T)
0098      COT=COS(T)
0099      STG=SIT*G(L)
0100      DO 8 N=1,4
0101      SUMB(N)=0.
0102      SUM3(N)=0.
0103      SUM1(N)=0.
0104      SUM(N)=0.
0105      8 SUMF(N)=0.
0106      DO 89 M=1,MM
0107      Q1(1)=SIT*COPHI(M)
0108      Q1(2)=COT
0109      Q1(3)=-SIT*SIPHI(M)
0110      13 CALL SKAL(Q0,Q1,WINK1)
```

```
0111      CALL STREU(E,E1,WINK1,SIG1,C01)
0112      CALL DOPP(E,E1,B,G3,G1P,G1S,D3,D1P,D1S)
0113      CALL VEPRO(Q0,Q1,POL1)
0114      H3=-FMUE(E1)/Q1(3)
0115      IF(H3)16,16,17
0116      16 H3=-H3
0117      VA1=1./Q1(3)
0118      GO TO 18
0119      17 VA1=1./(-Q1(3))
0120      18 DIF=(H1-H3)/H1
0121      IF(ABS(DIF)-0.001)9,9,10
0122      9 H3=H3*1.002
0123      10 H4=-H3*D
0124      EFUN2=DEXP(H4)
0125      20 CALL SKAL(Q1,Q2,WINK2)
0126      CALL STREU(F1,E2,WINK2,SIG2,C02)
0127      CALL DOPP(E1,E2,B2,G32,G1P2,G1S2,D32,D1P2,D1S2)
0128      CALL VEPRO(Q1,Q2,POL2)
0129      CALL SKAL(POL1,POL2,CON1)
0130      C=C01*C02
0131      IF(C)22,22,21
0132      22 CON1=1.
0133      S11=0.
0134      GO TO 29
0135      21 WU1=SQRT(C01)
0136      WU2=SQRT(C02)
0137      C=WU1*WU2
0138      23 CALL VEPRO(POL1,POL2,DREH)
0139      CALL SKAL(Q1,DREH,VA)
0140      CON1=CON1/C
0141      S11=VA/C
0142      DO 14 N=1,3
0143      POL1(N)=POL1(N)/WU1
0144      14 POL2(N)=POL2(N)/WU2
0145      29 CALL VEPRO(POL1,Q0,ZS1)
0146      CALL VEPRO(POL2,Q1,ZS2)
0147      H5=-FMUE(E2)/Q2(3)
0148      39 DIF=(H5-H3)/H3
0149      IF(ABS(DIF)-0.001)37,36,36
0150      36 DIF=(H5-H1)/H1
0151      IF(ABS(DIF)-0.001)37,37,38
0152      37 H5=H5*1.002
0153      GO TO 39
0154      38 H6=-H5*D
0155      IF(Q1(3))46,46,50
0156      46 EFUN3=DEXP(H6)
0157      H01=1./(H1-H3)
0158      H02=1./(H1-H5)
0159      H12=1./(H3-H5)
0160      WD1=EFUN1*H01*H02
0161      WD2=EFUN2*H01*H12
0162      WD3=EFUN3*H02*H12
0163      WD=WD1-WD2+WD3
0164      WES=-WD1*H01+WD2*(H01-H12-D)+WD3*H12
0165      GO TO 70
0166      50 EFUN3=DEXP(H6)
0167      H01=1./(H1+H3)
0168      H02=1./(H1-H5)
```

```

0169      H12=1./(H3+H5)
0170      WD1=EFUN1*H02*H12
0171      WD2=EFUN1*EFUN2*EFUN3*H12*H01
0172      WD3=EFUN3*H02*H01
0173      WD=-WD1+WD2+WD3
0174      WEG=-WD1*H12+WD2*(D+H01+H12)+WD3*H01
0175      70 CALL DEF(E2,WAHR)
0176      W11=(SIG1(1)*SIG2(1)+SIG1(2)*SIG2(2))*(2.*CON1*CON1-1.)*VA1*WD
0177      W12=SIG1(2)*SIG2(2)*CON1*S11*FAR(E1)*VA1*VA1*WEG
0178      W13=SIG1(1)*SIG2(1)*VA1*WD
0179      W14=SIG1(1)*SIG2(2)*VA1*WD
0180      W15=SIG1(2)*SIG2(1)*VA1*WD
0181      DO 71 N=1,4
0182      SUMB(N)=SUMB(N)+W13*(B*POL1(2)+B2*POL2(2))*WAHR(N)
0183      SUM3(N)=SUM3(N)+(W14*G3*POL1(2)+W15*D?2*POL2(2))*WAHR(N)
      1*(2.*CON1*CON1-1.)
0184      SUM1(N)=SUM1(N)+(W14*(Q0(2)*G1P+ZS1(2)*G1S)
      1-W15*(Q1(2)*D1P2+ZS2(2)*D1S2))*2.*S11*CON1*WAHR(N)
0185      SUM(N)=SUM(N)+W11*WAHR(N)
0186      71 SUMF(N)=SUMF(N)+W12*WAHR(N)
0187      IF(Q1(3))12,12,89
0188      12 Q1(3)=-Q1(3)
0189      GO TO 13
0190      89 CONTINUE
0191      DO 15 N=1,4
0192      ADB(J,N)=ADB(J,N)+SUMB(N)*STG
0193      AD3(J,N)=AD3(J,N)+SUM3(N)*STG
0194      AD1(J,N)=AD1(J,N)+SUM1(N)*STG
0195      ABD(J,N)=ABD(J,N)+SUM(N)*STG
0196      15 ABF(J,N)=ABF(J,N)+SUMF(N)*COT*STG
0197      90 CONTINUE
0198      DO 91 N=1,4
0199      ADB(J,N)=ADB(J,N)*CONST*DT*DPHI*2./DOM/PYT/6.5
0200      AD3(J,N)=AD3(J,N)*CONST*DT*DPHI*2./DOM/PYT/6.5
0201      AD1(J,N)=AD1(J,N)*CONST*DT*DPHI*2./DOM/PYT/6.5
0202      ABD(J,N)=ABD(J,N)*CONST*DT*DPHI*2./DOM/PYT
0203      91 ABF(J,N)=ABF(J,N)*CONST*DT*DPHI*64.*CONST/13./DOM/PYT
0204      100 CONTINUE
0205      DO 120 J=1,5
0206      120 WRITE(6,1010)J,(AB(J,N),ABF(J,N),N=1,4)
0207      1010 FORMAT(I4,4(2X,2E12.4))
0208      DO 112 K=1,3
0209      IF(K-2)113,114,115
0210      113 WRITE(6,1011)
0211      1011 FORMAT(/13H KOLL.-MITTEL)
0212      GO TO 116
0213      114 WRITE(6,1013)
0214      1013 FORMAT(/15H QUADRAT-MITTEL)
0215      GO TO 116
0216      115 WRITE(6,1014)
0217      1014 FORMAT(/13H KREIS-MITTEL)
0218      DO 117 N=1,4
0219      ABR(N)=ABR(1,N)*GR(1,K)
0220      SUMB(N)=ADB(1,N)*GR(1,K)
0221      SUM3(N)=AD3(1,N)*GR(1,K)
0222      SUM1(N)=AD1(1,N)*GR(1,K)
0223      DOK(N)=0.
0224      WAHR(N)=AB(1,N)*GR(1,K)

```