

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM  
KARLSRUHE**

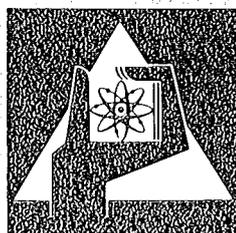
Juni 1975

KFK 2176

Projekt Nukleare Sicherheit  
Institut für Reaktortechnik der Technischen Hochschule Darmstadt

**Methodenvergleich für die Berechnung großer Hüllrohrdeformationen  
beim Kühlmittelverlustunfall von Leichtwasserreaktoren**

H. Fabian, U. Krugmann, K. Laßmann, R. Schwarz



**GESELLSCHAFT  
FÜR  
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

**KARLSRUHE**

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.  
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

KFK 2176

Projekt Nukleare Sicherheit  
Institut für Reaktortechnik der  
Technischen Hochschule Darmstadt

Methodenvergleich für die Berechnung großer  
Hüllrohrdeformationen beim Kühlmittelverlust-  
unfall von Leichtwasserreaktoren

---

von

H. Fabian, U. Krugmann, K. Laßmann, R. Schwarz

Durchgeführt im Auftrag der Gesellschaft für  
Kernforschung, Projekt Nukleare Sicherheit

Gesellschaft für Kernforschung mbH, Karlsruhe



## Zusammenfassung

Im vorliegenden Bericht werden Ergebnisse einer vergleichenden Berechnung zum Deformationsverhalten der Zircaloy Hülle während eines Kühlmittelverlustunfalls diskutiert. Die zugrundegelegten Modelldaten berücksichtigen sowohl isotherme als auch transiente Bedingungen. Die Kriechverformung der Hülle wird durch charakteristische Temperatur- und Druckverläufe bestimmt. Allen Rechnungen liegt das Kriechgesetz nach NORTON zugrunde. Es werden folgende Methoden gegenübergestellt:

- analytische Lösung (eindimensional)
- Finit Element Methode (zweidimensional)
- Theorie der kriechenden Schalen (zweidimensional)

Neben methodischen und rechentechnischen Unterschieden wird der Einfluß der Theorie großer Verformungen untersucht. Aus dem Vergleich der Ergebnisse folgt, daß der Unterschied zwischen den Methoden klein ist und durch eine geringe Variation von Kriechparametern bei weitem überdeckt wird. Zusammenfassend wird für die Berechnung des Deformationsverhaltens in umfangreichen Programmsystemen die Schalentheorie vorgeschlagen.

Comparison of methods for calculation of large cladding deformation in the case of a loss-of-coolant accident.

---

## CONCLUSION

Some results of mechanical computations of cladding deformation are discussed in the case of a loss-of-coolant accident. The models for data-creation realize isothermal and transient conditions. The creep-deformation of the cladding is caused by significant temperature and pressure profiles. In all cases the constitutive creep-law of NORTON is used. The computations are based on three methods:

- analytical solution (one-dimensional)
- finite element solution (two-dimensional)
- theory of creeping shells (two-dimensional)

The differences in the solutions depend on the methods themselves and on computational differences. The influence of large deflection theory is discussed. In comparing the results it is evident that the differences in the methods are covered by a small variation of the creep-parameters. In conclusion we propose for extensive computer-codes the theory of the creeping shell.

## I n h a l t s v e r z e i c h n i s

1.	Einleitung	1
2.	Theoretische Grundlagen der Methoden	
2.1	Näherungslösung, Theorie zum SPAR- bzw. URANUS-Rechenprogramm	5
2.2	Die Finitelementmethode	9
2.3	Schalentheorie (SHELL)	12
3.	Datenfälle	
3.1	Datenfall 0	14
3.2	Datenfälle 1,6,2 und 4	15
3.3	Datenfälle 3 und 5	16
4.	Allgemeiner Vergleich der Methoden	17
4.1	Datenfall 0	18
4.2	Datenfälle 1,6,2 und 4	22
4.3	Behandlung der Datenfälle 1,6,2 und 4 mit FINEL4	25
4.4	Datenfälle 3 und 5	28
5.	Anwendung der verschiedenen Methoden im Deformationsmodul	31
6.	Literaturverzeichnis	35
7.	Tabellen	36
8.	Figuren	39

## 1. Einleitung

Im Rahmen von Untersuchungen zum Verhalten von Leichtwasserreaktor-Brennstäben beim Kühlmittelverlustunfall ist das Deformationsverhalten der Hülle von entscheidender Bedeutung. Hierzu wird vom Projekt Nukleare Sicherheit (PNS) der Gesellschaft für Kernforschung (GfK), Karlsruhe, in enger Zusammenarbeit mit dem Institut für Kerntechnik und Energieumwandlung (IKE), Stuttgart, ein Code-System (1) entwickelt, das die quantitative Beschreibung des dynamischen Verhaltens von LWR-Brennstäben beim Kühlmittelverlustunfall gestattet, insbesondere die Berechnung von Zeitpunkt, Ort und Ausmaß der Werkstoffdehnungen bzw. des Ballooning. Zentral in diesem Code-System SSYST steht ein Deformationsmodul, der in der Lage ist, auch Kriechvorgänge und große Verformungen zu beschreiben.

Es ist das Ziel dieser Studie, verschiedene Methoden zur Berechnung von Hüllrohrverformungen auf ihre Verwendbarkeit in dem geplanten Deformationsmodul zu überprüfen. Dazu wurden in Zusammenarbeit mit dem PNS, dem IKE und dem Institut für Reaktortechnik (IRT) der Technischen Hochschule Darmstadt Referenzdatenfälle erarbeitet, die in Kapitel 3 näher beschrieben sind. Bei den Datenfällen zur Charakterisierung des Kühlmittelverlustunfalles handelt es sich um Modelldatenfälle, die die wirklichen Verhältnisse beim Kühlmittelverlustunfall eines DWR nicht quantitativ korrekt wiedergeben, sondern stark schematisiert und bewußt pessimistisch gehalten wurden, um die erwartenden Ballooning-Effekte deutlich herauszuarbeiten.

Die im IRT entwickelten Methoden zur Beschreibung der Hüllrohrmechanik unter Berücksichtigung von Kriechverformungen lassen sich in drei Gruppen von verschiedenen Lösungsverfahren einordnen:

- a) analytische Methoden
- b) Finitelementmethode
- c) schalentheoretische Methode

Ausführliche Darstellungen finden sich im Kapitel 2. Grundsätzlich unterscheiden sich die verschiedenen Methoden sowohl in den Annahmen, die gemacht werden (methodische Unterschiede), als auch in der numerischen Behandlung (rechentechnische Unterschiede).

Zur ersten Gruppe gehört z.B. die Annahme, ob die Struktur als ein- oder mehrdimensional angenommen wird; zur zweiten Gruppe gehören z.B. alle Annahmen zur zeitlichen und räumlichen Diskretisierung (also z.B. die Zahl der Elemente in der Rohrwand, die Wahl des Zeitschritts oder die Zeitschrittsteuerung). Kennzeichnend für die Kriechmechanik an einem Hüllrohr ist, daß sich während eines betrachteten Zeitschritts die Unterschiede der Methoden kaum bemerkbar machen, daß sich im Verlauf der Verformung diese Unterschiede jedoch summieren. Durch die Summation wird die Analyse der Auswirkung eines einzelnen methodischen Unterschieds auf die Ergebnisse praktisch ausgeschlossen. Sehr genau analysierbar sind rechentechnische Unterschiede. Hierzu wurden im Verlauf der Studie eine Reihe von Untersuchungen durchgeführt.

Betrachtet man sich die Verformung eines Hüllrohrs unter konstantem Innendruck und konstanter Temperatur, dann wird der zeitliche Verlauf der Hüllrohraufweitung wegen der nichtlinearen Kriechgesetze qualitativ folgenden Verlauf haben: Zunächst ändert sich die Verformung nur geringfügig, um dann sehr rasch gegen Unendlich zu streben.

Wie in einer früheren Arbeit gezeigt wurde (2) hängen derartige instabile Kriechvorgänge in einem sehr hohen Maß von den Ungenauigkeiten der vorgegebenen Kriechgesetze ab.

Die während eines Kühlmittelverlustunfalls ablaufenden Verformungsvorgänge werden zwar durch die zeitliche Änderung von Temperatur und Druck bestimmt, jedoch bleibt die oben gemachte Aussage in vollem Umfang gültig. Ungenauigkeiten der Kriechgesetze lassen sich in zwei Kategorien einteilen:

- a) Unsicherheiten durch die Wahl eines bestimmten Kriechgesetzes (d.h. durch Wahl der Kriechparameter und deren funktionalem Zusammenhang)
- b) Bestimmung der Kriechparameter und deren Fehler

Im vorliegenden Fall ist vor allem auf die Tatsache hinzuweisen, daß Kriechparameter in der Regel unter konstanten Bedingungen (Last, Temperatur) ermittelt werden, die so bestimmten Kriechgesetze jedoch auf einen Vorgang unter sich rasch ändernden Bedingungen angewandt werden. Die daraus resultierenden Ungenauigkeiten sind beträchtlich. Auf weitere Unsicherheiten der Kriechgesetze, die durch Extrapolation in andere Spannungs- und Temperaturbereiche entstehen, sowie Fragen des anisotropen Werkstoffverhaltens, soll nicht näher eingegangen werden.

Die Unterschiede der Methoden bei identischen Kriechdaten müssen den Unterschieden durch unsichere Kriechdaten gegenübergestellt werden. Auch hierzu wurden im Verlauf der Studie eine Reihe von Untersuchungen durchgeführt. Offen bleibt, ob die Ergebnisse dieser Studie, die auf dem Norton'schen Kriechgesetz basieren, auch für andere Kriechgesetze Gültigkeit haben.

Diese Frage kann nur soweit beantwortet werden, wie die vorgegebenen Daten das Werkstoffverhalten gut beschreiben. Für Kriechgesetze anderer Form, die etwa die gleichen Kriechgeschwindigkeiten unter gleichen Bedingungen liefern, werden die Ergebnisse jedoch ähnlich sein.

Im Rahmen dieser Studie wird ein Textureinfluß auf das Hüllrohrverhalten nicht untersucht. Allen Untersuchungen liegt ein homogenes, isotropes Material zugrunde. Die Einflüsse, die z.B. von der Oxidation der Zircaloy-Hülle in Dampf oder vom chemischen Angriff durch Spaltprodukte herrühren, werden also nicht berücksichtigt. Diese Fragen müssen weiteren Untersuchungen vorbehalten bleiben.

## 2. Theoretische Grundlagen der Methoden

### 2.1 Näherungslösung, Theorie zum SPAR bzw. URANUS-Rechenprogramm

Allen drei Lösungen ist gemeinsam, daß nur eine einzige räumliche Variable, nämlich in radialer Richtung, betrachtet wird. Es sind somit folgende Annahmen enthalten:

- a) das Rohr ist rotationssymmetrisch
- b) das Rohr ist in axialer Richtung unendlich ausgedehnt und weist keine axiale Variation in Geometrie und Belastung auf

Jede Berechnung nach diesen Methoden ist nur dann gültig, wenn axiale Effekte sehr klein sind.

Die Näherungslösung, die im Rechenprogramm NL numerisch ausgewertet wird, basiert auf der Annahme eines zweidimensionalen Spannungszustandes, in dem die radiale Spannung  $\sigma_r$  vernachlässigt wird. Für die Kriechgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}^k$  gilt:

$$\dot{\epsilon}_t^k = \frac{\dot{\epsilon}_v^k}{\sigma_v} \left\{ \sigma_t - \frac{1}{2} \sigma_a \right\} \quad (2.1.1)$$

$$\dot{\epsilon}_a^k = \frac{\dot{\epsilon}_v^k}{\sigma_v} \left\{ \sigma_a - \frac{1}{2} \sigma_t \right\} \quad (2.1.2)$$

$\dot{\epsilon}^k$  : Kriechgeschwindigkeit

$\sigma$  : Spannung

t : tangential

a : axial

Unter der Annahme eines ebenen Dehnungszustandes in axialer Richtung sowie den Annahmen der Invariantentheorie nach Odqvist (12) erhält man die tangentiale Kriechgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}_t^k$  :

$$\dot{\epsilon}_t^k = k \left( \frac{3}{4} \right)^{\frac{n+1}{2}} \left\{ \frac{p_i r_i - p_a r_a}{s} \right\}^n \quad (2.1.3)$$

- $k, n$  : Nortonparameter  
 $p_i, p_a$  : Innen-, Außendruck  
 $r_i, r_a$  : Innen-, Außenradius  
 $s$  : Wandstärke

Pro Zeitschritt  $\Delta t$  beträgt der Zuwachs der tangentialen Kriechdehnung

$$\Delta \epsilon_t^k = \dot{\epsilon}_t^k \cdot \Delta t \quad (2.1.4)$$

und der Radienzuwachs  $\Delta u$

$$\Delta u = \Delta \epsilon_t^k \cdot \bar{r}(t) \quad (2.1.5)$$

Näherungsweise werden auch die elastische Dehnung sowie die Wärmedehnung berücksichtigt:

$$\Delta \varepsilon_t^{el} = \frac{\Delta \sigma_t}{E} \cdot \left( 1 - \frac{\nu}{2} \right) \quad (2.1.6)$$

$$\Delta \varepsilon_t^{wa} = \alpha \cdot \Delta \mathcal{T} \quad (2.1.7)$$

$\Delta \mathcal{T}$ : Änderung der Temperatur  $\mathcal{T}$  im  
Zeitschritt  $\Delta t$

Die speziellen Annahmen dieser sehr einfachen Beschreibung der Hüllrohraufweitung können mit Hilfe der Theorie zum SPAR bzw. URANUS-Rechenprogramm überprüft werden. Dabei werden alle Hauptspannungen berücksichtigt, zusätzlich wird in axialer Richtung ein modifizierter ebener Dehnungszustand ( $\varepsilon_a(R) = \text{konst}$ ) angenommen.

Die Theorie zum SPAR-Rechenprogramm ist ausführlich in (2) enthalten, so daß im folgenden nur die Unterschiede zur Theorie des URANUS-Rechenprogramms dargestellt werden.

1. URANUS kann eine geometrisch nichtlineare Theorie berücksichtigen, d.h. es werden die folgenden exakten Beziehungen zwischen den Dehnungen  $\varepsilon$  und den Verschiebungen  $u$  verwendet:

$$\varepsilon_r(R) = \frac{du}{dR} - \frac{1}{2} \left( \frac{du}{dR} \right)^2 \quad (2.1.8)$$

$$\varepsilon_t(R) = \frac{u}{R} - \frac{1}{2} \left( \frac{u}{R} \right)^2 \quad (2.1.9)$$

$$\varepsilon_{\alpha}(R) = C_3 - \frac{1}{2} C_3^2 \quad (2.1.10)$$

$C_3$  : Konstante

(große Buchstaben deuten an, daß die Gleichungen bei Bezug auf die verformte Geometrie gelten)

2. Im URANUS wird die verformte Geometrie durch folgende Gleichung ermittelt:

$$R(t) = r(t=0) + u(R, t)$$

$r$  : Referenzradien (2.1.11)

$R$  : Radien der verformten Geometrie

$t$  : Zeit

3. Die Integrale über die Kriechdehnungen werden im URANUS- und SPAR-Rechenprogramm nach verschiedenen Methoden numerisch ausgewertet. Wegen dieser numerischen Auswertung von Integralen sind beide Methoden streng genommen nicht mehr als analytische Methoden zu bezeichnen. Da jedoch die Analytik bei weitem überwiegt, ist der Begriff "analytisch" im Sinne von "quasi analytisch" zu verstehen.

Beide Lösungen stimmen bis zu Kriechdehnungen, die kleiner als 1% sind, im Rahmen der Rechengenauigkeit überein, bei größeren Dehnungen erhält man geringfügig unterschiedliche Ergebnisse, die im Kapitel 4 noch näher diskutiert werden.

## 2.2 Die Finitelementmethode

Die Finitelementmethode wird in der Literatur ausführlich beschrieben ( (3), (4), (5) u.a.). Es soll deshalb nur auf einige spezielle Randbedingungen eingegangen werden, wie sie für die nachfolgend diskutierten Rechnungen zugrundegelegt wurden.

Die zur Berechnung einer Struktur notwendige Unterteilung in eine endliche Anzahl finiter Elemente wird weitgehend bestimmt von der geometrischen Form, der Belastung und dem Materialaufbau. Für die hier zu berechnende Struktur wurden rotationssymmetrische Ringelemente mit dreieckförmiger Querschnittsfläche verwendet. Die Elemente besitzen in ihren Eckpunkten Knotenpunkte, die jeweils zwei Freiheitsgrade in radialer und axialer Koordinate aufweisen. Damit ist der Verschiebungsansatz eines Elementes in beiden Koordinatenrichtungen linear und somit die Dehnungen und Spannungen innerhalb des Elementes konstant. Nach der Verschiebungsmethode resultieren daraus Verschiebungen der Elementknoten, die kinematisch verträglich sind; die Dehnungen und Spannungen müssen über die Elementränder hinweg aber nicht stetig sein. Aus diesem Grunde faßt man bei der Spannungsberechnung die sich zu einem Rechteck ergänzenden benachbarten Elemente zusammen.

Das Gleichungssystem zur Strukturberechnung nach der Finitelementmethode lautet unter Beachtung der äußeren Belastung, der Temperatur und des Materialkriechens:

$$F = \underbrace{\int B^T \cdot E \cdot B dv}_{\text{Äußerer Lastvekt.}} \cdot \delta - \underbrace{\int B^T \cdot E \cdot \epsilon^T}_{\text{Steifigkeitsmatrix}} \cdot dv - \underbrace{\int B^T \cdot E \cdot \epsilon^k}_{\text{Versch. Vekt.}} \cdot dv - \underbrace{\int B^T \cdot E \cdot \epsilon^k}_{\text{Temp.dehnmatrix}} \cdot dv - \underbrace{\int B^T \cdot E \cdot \epsilon^k}_{\text{Kriechdehnmatrix}} \cdot dv$$

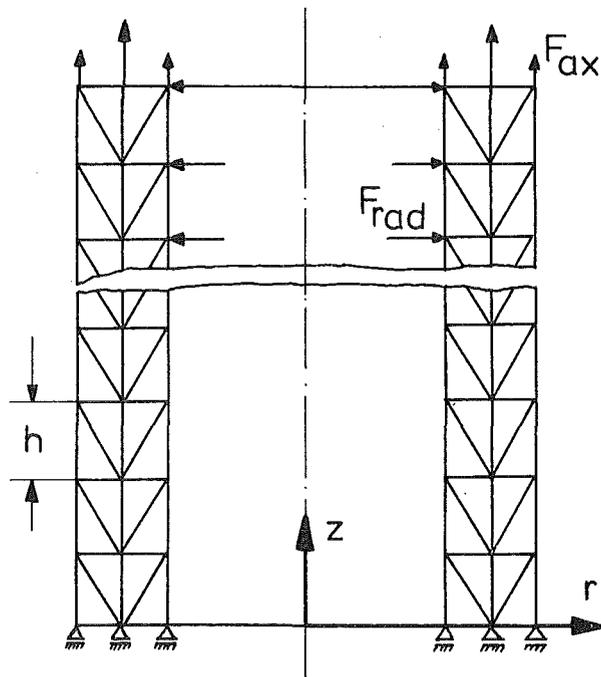
B : Dehnungsmatrix  
E : Elastizitätsmatrix  
dv : Volumenelement

Hieraus läßt sich auch der Ablauf des Computerprogramms FINEL4 (6) verstehen, der sich analog zur obigen Gleichung in drei Teile gliedert. Abgesehen von der allgemeinen Vorrechnung zur Strukturunterteilung werden in jedem Zeitschritt die elastische, thermische und Kriechverformung berechnet. Für den jeweils folgenden Zeitschritt wird die verformte Struktur, durch das Materialkriechen aus dem vorausgegangenen Zeitschritt hervorgerufen, als Ausgangsgeometrie zugrunde gelegt. Dadurch können auch große Verformungen gut beschrieben werden.

Um die Genauigkeit zu erhöhen, numerische Stabilität zu erhalten und die Rechenzeit zu verkürzen, wird der Zeitschritt jeweils abhängig vom Verhältnis der elastischen zur Kriechdehnung neu ermittelt.

Der Finitelementrechnung wurde das skizzierte "mechanische Modell" zugrundegelegt (Abb. 1).

Abb. 1:  
mechanisches  
Modell eines  
zylindrischen  
Hüllrohres



In radialer Koordinate sind 4 Elemente über die Hüllrohrwand verteilt angeordnet. Eine Vorstudie hat gezeigt, daß dies ausreichend ist, um die Spannungen in einem geraden Rohr zu beschreiben und gleichzeitig den Rechenaufwand gering zu halten.

Durch den linearen Verschiebungsansatz in radialer und axialer Koordinate kann das Verhältnis von Elementbreite zu Elementhöhe nicht größer als 2,5 gewählt werden. Durch die vorgegebene Wandstärke und die gewählte Elementanordnung benötigt man somit 4 Elemente, um eine Stufe des Rohres mit einer Höhe von  $h = 0.094$  cm zu beschreiben. Diese notwendigerweise feine Unterteilung der Struktur erlaubt es, auch die "kritischen Stellen" des Rohres (z.B. hoher Temperaturgradient) zu berechnen.

Mit dieser Strukturunterteilung benötigt man zur Berechnung einer Stablänge von  $L = 28,2$  cm insgesamt 1 200 Elemente. Die Struktur hat dann 1 806 Freiheitsgrade und liefert für jedes einzelne Element die fünf Komponenten des Dehnungs- und Spannungstensors. Dazu benötigt das Computerprogramm FINEL4 auf einer Großrechenanlage wie z.B. dem Telefunkenrechner TR 440 120 K Kernspeicherplätze, dies sind 2/3 der Maschinenkapazität.

Zur Vermeidung der Ganzkörperverschiebung einer Struktur unter Belastung muß für die mechanische Berechnung das Modell eindeutig gelagert werden. Hierzu wurden die Knotenpunkte an der Unterseite des Rohres in axialer Koordinate fixiert. Die äußeren Lasten werden an den Randknoten der Kontur eingeleitet. Radialkräfte an der Innen- und Außenseite, Axialkräfte auf der Oberseite des Rohres. Frühere Rechnungen

zum Brennstabhüllrohr (7) und am Anfang dieser Studie durchgeführte Untersuchungen haben gezeigt, daß das hier gewählte Modell eine gute Beschreibung der realen Lastverhältnisse am Hüllrohr wiedergibt.

### 2.3 Schalentheorie ( SHELL )

Im Rechenprogramm SHELL wird das Hüllrohr bereichsweise durch Kreiszyinderschalen ersetzt. Innerhalb jedes Bereichs werden alle Eigenschaften des Hüllrohrs als konstant angenommen. Das Problem der thermoelastischen, kriechenden Kreiszyinderschale ist geschlossen lösbar. Den axialen Verlauf von Radial- und Axialverschiebung, Verdrehung der axialen Tangente, von Schnittkräften und -momenten in axialer und azimutaler Richtung und der Querkraft liefert die Theorie der Thermoelastizität der Kreiszyinderschale ((8), (9), (10)). Den axialen Verlauf der Kriechgeschwindigkeit in axialer und radialer Richtung und der Verdrehungsgeschwindigkeit der axialen Tangente liefert die Theorie des Kriechens der Kreiszyinderschale (11).

Diesen Theorien liegen in der Hauptsache folgende Annahmen zugrunde:

1. linearisierter Verzerrungs- bzw. Verzerrungsgeschwindigkeitstensor,
2. Gleichgewichtsbedingungen werden am unverformten Element aufgestellt,
3. linearer Verschiebungsansatz über die Schalenwand,
4. linearer Spannungsansatz über die Schalenwand,
5. Wandstärke ist klein gegenüber dem minimalen Krümmungsradius.

Die Lösungen des Problems enthalten sowohl im Falle der Thermoelastizität als auch im Falle des Kriechens jeweils 4 freie Konstanten, die durch Vorgabe der Randbedingungen und Formulierung der Übergangsbedingungen jeweils zwischen zwei Bereichen berechnet werden können. Durch die Randbedingungen kann man z.B. Radialverschiebung und Verdrehung, bzw. Radialverschiebung und Moment an den Enden des Rohrs vorgeben. Die Übergangsbedingungen bestehen darin, daß Radialverschiebung, Verdrehung, Moment und Querkraft an den Anschlußstellen zweier Bereiche stetig sein müssen. Die axiale Kopplung durch Bestimmung der freien Konstanten erfolgt sowohl im Falle der Thermoelastizität als auch im Falle des Kriechens durch Lösung eines linearen Gleichungssystems. Diese Kopplung ist allerdings nur dann sinnvoll, wenn sich die Eigenschaften des Rohrs längs der Rohrachse stark ändern. Ist dies nicht der Fall, dann lassen sich die Verformungen des Rohrs in sehr guter Näherung durch die Verformungen der ungekoppelten Bereiche beschreiben. Dies erspart die rechenzeitintensive Lösung von großen linearen Gleichungssystemen.

Aus diesem Grund besteht bei SHELL die Möglichkeit, diejenigen Anschlußstellen vorzugeben, an denen Kopplung zwischen den anliegenden Bereichen durchgeführt werden soll.

In jedem Zeitschritt wird nach diesem Verfahren der axiale Verlauf der Rohrverformung berechnet. Die Änderung der thermoelastischen Verzerrungen gegenüber den Verzerrungen des vorangegangenen Zeitschritts und die zeitliche Integration der Kriechverformungen führen am Ende des Zeitschritts zu einer neuen Geometrie eines Rohres. Diese neue Geometrie wird wieder bereichsweise durch Kreiszyylinder angenähert und als Ausgangsgeometrie für den nächsten Zeitschritt verwendet.

### 3. Datenfälle

Allen Datenfällen sind folgende Größen gemeinsam:

#### a) kalte Rohrgeometrie

Länge:	$l$	=	390,0	cm
Innenradius:	$R_i$	=	0,4569	cm
Wandstärke:	$d_H$	=	0,0752	cm

#### b) thermoelastische Eigenschaften

Wärmeausdehnungszahl	$\alpha$	=	$3 \cdot 10^{-5}$	1/grad = const.
Elastizitätsmodul	in dyn/cm <sup>2</sup> vergl. Tab. 1			
Poissonkonstante	$\nu$	=	0,3	

#### c) Kriechdaten

Kriechgesetz:

$$\dot{\epsilon}^k = A \cdot e^{-Q/RT}$$

mit

A : Materialkonstante	=	$2,46 \cdot 10^{-20}$	sec <sup>-1</sup> (dyn/cm <sup>2</sup> ) <sup>-n</sup>
Q : Aktivierungsenergie	=	$3,285 \cdot 10^5$	Ws/g
R : Gaskonstante	=	8,3166	Ws/g <sup>o</sup> K
$\sigma$ : Spannung variabel	dyn/cm <sup>2</sup>		
n : Norton-Konstante	=	3,96	

#### 3.1 Datenfall 0

Der Datenfall 0 stellt den eindimensionalen Vergleichsdatenfall dar, er ist also durch axiale Konstanz der Belastung gekennzeichnet. Die Temperatur  $T$  beträgt 1 050 °C, der Innendruck  $p_i = 10^7$  dyn/cm<sup>2</sup> (Außendruck  $p_a = 0$ ).

In einer Variation wurden folgende Werte gewählt:

$$T = 800 \text{ }^{\circ}\text{C}, p_i = 7 \cdot 10^7 \text{ dyn/cm}^2, p_a = 0.$$

Dieser Datenfall wird zusätzlich zu den Referenzdatenfällen 1-6 behandelt, die Gegenstand dieser Studie sind.

### 3.2 Datenfälle 1, 6, 2 und 4

Die Datenfälle 1, 6, 2 und 4 werden zu einer Gruppe zusammengefaßt, deren Behandlung auf die Einzelanalyse eines axialen und radialen Temperaturfeldes zielt.

- a) Im Datenfall 1 wird von einer konstanten Temperatur von  $350 \text{ }^{\circ}\text{C}$  über die ganze Stablänge  $l$  ausgegangen, der ein zeitlich linear ansteigendes Kosinusprofil überlagert ist. Die Anstiegsrate der Scheiteltemperatur beträgt  $100 \text{ grad/sec}$ .

$$T(z, t) = 350 + 100 \frac{t}{\text{sec}} \cos \frac{\pi z}{l} \quad (3.2.1)$$

Für die gesamte Zeit gilt ein konstanter Innendruck  $p_i = 10^7 \text{ dyn/cm}^2$ .

- b) Bei Datenfall 6 sind die Druck- und Temperaturverhältnisse wie bei Datenfall 1. Zusätzlich wird eine radiale Temperaturdifferenz von  $50 \text{ }^{\circ}\text{C}$  berücksichtigt.
- c) Die Druckverhältnisse werden im Datenfall 2 wie in Fall 1 gewählt. Es soll der Einfluß des Temperaturfeldes bei einer Anstiegsrate der Scheiteltemperatur von  $10 \text{ grad/sec}$  untersucht werden.

d) Mit dem Datenfall 4 soll der Einfluß eines zeitlich linear ansteigenden Druckverlaufes untersucht werden.

$$p_i(t) = 0,25 \cdot 10^7 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{t}{\text{sec}} \quad (3.2.2)$$

Der Temperaturverlauf des Datenfalls 1 wird auch hier zugrunde gelegt.

### 3.3 Datenfälle 3 und 5

In den Datenfällen 3 und 5 wird der Einfluß von lokalen Temperaturspitzen untersucht. Eine axial konstante Untergrundtemperatur wird von einer Temperaturspitze überlagert. Der Temperaturuntergrund steigt linear mit der Zeit an. Das zeitliche und räumliche Temperaturprofil hat damit folgendes Aussehen:

$$T(z,t) = 350 + 100 \cdot \frac{t}{\text{sec}} + 50 \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{z - l/2}{G} \right)^2 \right] \quad (3.3.1)$$

$2G = 1 \text{ cm}$  (Halbwertsbreite)

Bei Datenfall 3 liegt ein zeitlich konstanter Druck  $p_i = 10^7 \text{ dyn/cm}^2$  vor. Im Datenfall 5 steigt der Druck analog zu Datenfall 4 linear mit der Zeit an.

#### 4. Allgemeiner Vergleich der Methoden

Die Behandlung der Datenfälle (Kap. 3) nach den verschiedenen vorliegenden mechanischen Methoden (Kap. 2) wird in diesem Abschnitt vorgenommen. Aus drei Gründen wurde den Referenzdatenfällen 1-6 ein zusätzlicher Datenfall o vorgeschaltet.

1. Es stellte sich nach den ersten Testrechnungen heraus, daß die in Kapitel 3 formulierten Referenzdatenfälle relativ unkritisch sind. Die Annahmen der verschiedenen mechanischen Modelle schlagen sich nicht in einer charakteristischen Aufstreuung der Ergebnisse nieder. Die Unterschiede zwischen den berechneten Standzeiten liegen ohne Ausnahme im Bereich weniger Zehntelsekunden.
2. Bei allen Referenzdatenfällen liegt jeweils ein axiales Temperaturprofil vor. Damit sind diese Datenfälle zweidimensional. Ein aussagekräftiger Vergleich der verschiedenen Methoden läßt sich jedoch nur an eindimensionalen Datenfällen vornehmen, da die Modelle teilweise eindimensional sind.
3. Die Belastung durch Druck und Temperatur ist in allen Referenzdatenfällen außer vom Ort auch von der Zeit abhängig. Zu der charakteristischen Zeitabhängigkeit der Kriechverformungen bei konstanten Lasten (praktisch stationäre Kriechrate) kommt hier noch eine Zeitabhängigkeit infolge zeitabhängiger Belastung hinzu (instationäre Kriechrate).

#### 4.1 Datenfall O

Aufgrund der einfachen Lastverhältnisse liegt mit dem Datenfall O ein kritischer Vergleichsfall für die verschiedenen Methoden vor. Darüber hinaus stellt der Datenfall O auch den Testfall dar, an dem programmtechnische Fragen, wie das Problem der räumlichen und zeitlichen Diskretisierung, geklärt werden können.

In einigen Punkten werden die Annahmen in den Modellen noch geprüft, die den einzelnen Rechenprogrammen zugrunde liegen.

Wie schon in Kapitel 1 erläutert wurde, ist jedoch eine Überprüfung der Auswirkung von Einzeleinflüssen im allgemeinen nicht möglich. Stattdessen werden die Ergebnisse der verschiedenen Rechenprogramme global verglichen. Dieser globale Vergleich wird relativiert durch die Untersuchung der Kriechparameterschwankung.

Fig. 1 zeigt den zeitlichen Verlauf des mittleren Radius  $r_m$  nach allen Methoden.

Die Ergebnisse der Näherungslösung NL zeigen tendenziell ein ähnliches Verhalten wie die Ergebnisse nach SHELL. Dies liegt darin begründet, daß die Näherungslösung der eindimensionalen Behandlung nach SHELL bis auf die Behandlung der Wandstärkeschwankung im wesentlichen entspricht. In der Näherungslösung sind axiale Dehnungen nicht berücksichtigt.

Auffällig ist weiterhin die Tatsache, daß die Ergebnisse von SHELL unterhalb der übrigen Ergebnisse liegen. Dies zeigt sich auch in weiteren Vergleichen der Methoden.

Es konnte nicht ermittelt werden, auf welche Annahmen in den verschiedenen Modellen dieser Effekt zurückgeht.

Insgesamt bilden die Ergebnisse der verschiedenen Methoden ein enges Streuband, das auch bei hohen Kriechverformungen von 40 % noch eine genaue Angabe der Kriechrate in Abhängigkeit von der Einsatzzeit ermöglicht.

Fig. 2 zeigt den Einfluß der radialen Diskretisierung nach SPAR. Hierbei wird deutlich, daß schon eine grobe radiale Diskretisierung ausreicht (vgl. Kap. 2.2, Strukturteilung bei FINEL4).

Die Zeitschrittdiskretisierung wird bei verschiedenen Methoden in Fig. 3, 4, 5 untersucht. Hierbei zeigt sich allgemein Konvergenz bei Zeitschritten von ungefähr 0,1 sec. In den Fig. 3, 4, 5 wird auch die Zunahme der Rechenzeit (CPU) bei verkleinertem Zeitschritt deutlich.

Besonders problematisch wird die Zeitschrittsteuerung bei den Programmen FINEL4, SPAR und URANUS. Da hier keine Annahmen über die Verteilung der Spannungen über die Hüllrohrwand getroffen werden, erfordern diese Programme sehr kleine Zeitschritte in zeitlichen Bereichen, in denen sich Spannungen umlagern. Im Datenfall 0 tritt dies ein, wenn die elastischen Spannungen durch Materialkriechen abgebaut werden (Fig. 6). Allgemein kann man diesen Effekt erwarten, wenn plötzliche Änderungen von Druck oder Temperaturgradient auftreten. Wählt man während dieser Umlagerungszeit die Zeitschritte zu groß, überschätzt man die Spannungsumlagerung. Dies führt damit zu neuen Spannungsspitzen, die das Rechenprogramm im nächsten Zeitschritt abbauen will. In ungünstigen Fällen kann dies zu numerischer Instabilität führen.

Beim Datenfall O wurde deshalb die zeitliche Diskretisierung auch unter dem Gesichtspunkt der numerischen Stabilität geprüft. Fig. 6 zeigt, daß die Umlagerung der Spannungen nach SPAR, URANUS und FINEL4 schon innerhalb einer Sekunde abgeschlossen ist. Danach liegt eine stationäre Spannungsverteilung vor. Hieraus ergibt sich die Konsequenz, daß eine Theorie 2. Ordnung zur Berechnung der Hüllrohrdeformation bei rotationssymmetrischer Belastung nicht notwendig ist.

Bei den Programmen SHELL und NL tritt numerische Instabilität nicht auf. Dies hat seinen Grund darin, daß der Spannungsverlauf über die Wandstärke schon durch Annahmen festgelegt ist und nicht erst numerisch bestimmt werden muß.

Die Aufstreuung der Kriechkurven beim Datenfall O (Fig. 1) läßt sich einerseits auf unterschiedliche modelltheoretische Annahmen, andererseits auf unterschiedliche numerische Behandlung zurückführen. Dies wird in Fig. 7 deutlich.

Bei SPAR und URANUS (Theorie 1. Ordnung) liegt dasselbe Modell zugrunde (vgl. Kap. 2.1). Unterschiedliche numerische Integration und Zeitschrittsteuerung führen trotzdem zu einer Aufstreuung der Ergebnisse. In der gleichen Größenordnung liegt die Aufstreuung infolge verschiedener modelltheoretischer Ansätze, nämlich der Theorie 1. Ordnung gegenüber der Theorie 2. Ordnung (vgl. Kap. 2.1).

Zur Beurteilung der Frage, ob die Aufstreuung der Kriechkurven nach den verschiedenen Methoden zur Behandlung gleicher Datenfälle zugelassen werden kann, ist das Streuband der Kriechkurve wichtig, das infolge ungenauer Kenntnis der Kriechparameter zustande kommt.

Die Ungenauigkeit der Kriechkurve infolge dieses Effektes läßt sich auch nicht mit genauerer mechanischer bzw. numerischer Behandlung verbessern. Die Ungenauigkeit der Kriechparameter liefert damit die Grenze, bei der eine absolute Aussage noch möglich ist.

In Fig. 8 wird der empfindlichste Kriechparameter, der Kriechexponent  $n$ , um  $\pm 1\%$  variiert. Dies stellt schon eine sehr optimistische Abschätzung für die Genauigkeit dieses Kriechparameters dar (siehe Kap. 1).

Diese Variation liefert eine Aufstreuung der Kriechkurve, innerhalb der alle anderen Effekte untergehen. Direkte Konsequenz dieser Untersuchung ist, daß jeder der benutzten Methoden zur quantitativen Behandlung des Datenfalles 0 geeignet ist. Die einzelnen modelltheoretischen Annahmen und die numerische Durchführung sind im Rahmen der erforderlichen Genauigkeit zulässig.

In Fig. 9 wird untersucht, welchen Einfluß die Vergleichsspannung auf den Kriechprozeß hat. Die Vergleichsspannung wurde einmal nach Mises, zum anderen nach Tresca berechnet (12). Da Kriechparameter häufig nur aus einaxialen Versuchen bekannt sind, bedeutet die Wahl eines bestimmten Vergleichsspannungskriteriums für Kriechrechnungen im mehraxialen Spannungszustand eine Ungenauigkeit der Ergebnisse.

Abschließend wird in Fig. 10 die Belastung des Hüllrohrs variiert. Dabei werden Druck und Temperatur so geändert, daß die Kriechgeschwindigkeit die gleiche Größenordnung wie im Datenfall 0 hat. Es zeigt sich dieselbe charakteristische Aufstreuung wie in Fig. 1.

Aufgrund dieses Ergebnisses liegt der Schluß nahe, daß der Datenfall 0 ein charakteristischer Datenfall ist und die Ergebnisse der Genauigkeitsuntersuchungen auch auf grundsätzlich andere Belastungsfälle übertragen werden können.

#### 4.2 Datenfälle 1,6,2 und 4

In diesem Abschnitt werden alle Datenfälle dieser Studie diskutiert, die ein kosinusförmiges Temperaturprofil zur Grundlage haben (Fig. 11). Die Untersuchung mit Hilfe des Rechenprogramms FINEL4 weist hierbei einige Schwierigkeiten auf, die in Kap. 4.3 gesondert behandelt werden.

Die Rechenprogramme SPAR und URANUS werden zur Behandlung dieser Datenfälle nicht herangezogen. Aufgrund ihrer Eigenschaft als Stabprogramme ist bei ihnen die Eingabemöglichkeit eines bestimmten Temperaturverlaufes nicht vorgesehen. Eingabegröße ist die Stablängenleistung. Da darüber hinaus gute Übereinstimmung mit den anderen Methoden bei Datenfall 0 gezeigt wurde (vgl. Kap. 4.1), erscheint die Verwendung von SPAR und URANUS bei den Datenfällen 1, 2, 4 und 6 nicht notwendig.

Bei all diesen Datenfällen ergibt sich qualitativ ähnliches Hüllrohrverhalten. Über ungefähr 80 % der Exkursionszeit ändert sich an der Hüllgeometrie praktisch nichts. Dann entsteht plötzlich sehr schnell im Bereich der maximalen Temperatur eine Ausbeulung mit einer axialen Halbwertsbreite von 20 - 30 cm, die zum Platzen des Hüllrohres führt. Es lagen bei der Erarbeitung dieser Studie zwar keine Bruchkriterien vor, aus den Zeitstanduntersuchungen lassen sich jedoch trotzdem aufgrund der extrem schnellen Aufweitung sehr genaue Standzeiten ermitteln.

Die Fig. 12, 16 und 18 zeigen diesen charakteristischen zeitlichen Anstieg des mittleren Radius am Scheitelpunkt der Temperatur für die verschiedenen Datenfälle. Auffallend ist die gute Übereinstimmung der verschiedenen Methoden FINEL4, NL und SHELL bei der Berechnung der Standzeit, obwohl bei kleinen Verformungen eine charakteristische Aufstreuung der Ergebnisse zu beobachten ist.

In Übereinstimmung mit Datenfall O (Fig. 1) liegt das Ergebnis von NL bei kleinen Aufweitungen unterhalb der SHELL-Lösung<sup>④</sup>. Für FINEL4 würde nach den Ergebnissen von Datenfall O ein stärkerer Anstieg als bei SHELL erwartet werden. Dies ist aus Gründen der Zeitschrittsteuerung bei FINEL4 nicht zu beobachten. Danach wird der Zeitschritt bei FINEL4 aus der Kriechrate berechnet. Liegt dieser Zeitschritt oberhalb einer vorgebbaren Grenze, dann wird ein fester vorgegebener Zeitschritt angenommen, in dem die Kriechrate vernachlässigt wird. Dies führt zu einer Unterschätzung der Kriechverformungen in der Anfangsphase der Hüllrohrverformung.

Aus der Tatsache, daß diese Näherung in der Anfangsphase der Verformung die Standzeit nicht verfälscht, läßt sich schließen, daß hauptsächlich der zeitliche Druck- und Temperaturverlauf für den extrem schnellen Anstieg des Rohrradius verantwortlich zu machen sind. Die "Vorgeschichte" des Rohrs, in unserem Falle die kleinen Kriechverformungen vor dem Zeitpunkt der Aufweitung, beeinflußt die Standzeit nur wenig. Bei der gegenüber Datenfall 1 auf 10 % verringerten Lastanstiegsrate von 10 grd/sec bei Datenfall 2 (Fig. 16) erkennt man, daß der Einfluß der Kriechdehnung in der Anfangsphase größer wird. Einmal vergrößert sich die Standzeit nicht ganz um den Faktor 10, der zu erwarten wäre, wenn das Kriechen in der Anfangsphase keinen Einfluß auf die Standzeit hätte. Zm zweiten wird eine stärkere Aufstreuung der verschiedenen Kurven in Fig. 16 im Bereich der Explosion sichtbar, eine Folge der Aufstreuung beim unterschiedlichen Kriechen in der Anfangsphase (vgl. Datenfall O, Fig. 1).

Grundsätzlich läßt sich aus den Ergebnissen der Zeitstanduntersuchungen bei Datenfall 1, 6, 2 und 4 schließen, daß bei exkursionsartigen Lastanstiegen in erster Linie der Druck- und Temperaturverlauf die Hüllrohrdeformation bestimmt.

Diese Aussage gilt nur für eine ältere Programmversion von NL.

Daher ist die genaue Kenntnis dieser Verläufe für die Berechnung des Hüllrohrverhaltens von primärem Interesse. Erst in zweiter Linie geht die spezielle mechanische bzw. numerische Behandlung ein.

Temperaturgradienten über die Wandstärke des Hüllrohres beeinflussen sein Verhalten nur unwesentlich (vgl. Datenfall 6, Fig. 12). Sie sind im Rahmen der Zeichengenauigkeit nicht darstellbar.

Den axialen Verlauf der Hüllrohrdeformation zeigen die Fig. 13, 17 und 19. Hierbei lassen sich die Ergebnisse von FINEL4 nicht verwenden (vgl. Kap. 4.3). Aufgetragen ist jeweils der mittlere Radius des Rohres im Bereich der Beule in Abhängigkeit von der axialen Koordinate. Dargestellt sind die axialen Verläufe der Beulen zu Zeitpunkten, bei denen schon große Verformungen vorliegen, und damit die Standzeit fast erreicht ist. Diskussionsgrundlage bilden die Rechenprogramme SHELL und NL.

Zum besseren Vergleich (bei NL findet keine axiale Verschiebung statt) wird die axiale Verschiebung, die bei SHELL berechnet wird, in den Fig. 13, 17 und 19 nicht angetragen.

Ein Vergleich von SHELL und NL bei gleichen Zeiten wäre nicht sinnvoll, da wegen des steilen zeitlichen Verlaufs der Zeitstandkurve damit sehr unterschiedliche Verformungszustände verglichen würden.

Ein Vergleich von SHELL und NL bei gleichen Verformungszuständen scheiterte an rechentechnischen Details. Deshalb werden in den Figuren 13, 17 und 19 verschiedene Verformungszustände zu verschiedenen Zeiten gegenübergestellt. Sie zeigen anschaulich und konsistent das Wachstum und die Form der jeweiligen Beule. Die radiale Aufweitung ist stark ver-

zerzt dargestellt. In den Fig. 14 und 20 wird für Datenfall 1 bzw. 4 der Einfluß der axialen Kopplung nach SHELL auf den axialen Verlauf der Beule dargestellt. Gegenüber den Zeitstandsuntersuchungen, bei denen kein Kopplungseffekt erkennbar wird, ergibt die Untersuchung der Beulenform eine geringfügige Abhängigkeit von der axialen Kopplung: Die Beule wird etwas kleiner und schmaler.

Die Größenordnung des Kopplungseffektes legt den Schluß nahe, auf axiale Kopplung bei ähnlichen Temperaturverläufen zu verzichten und damit die Rechenzeit auf 10 - 20 % zu verringern.

Abschließend wird der dominierende Einfluß der Kriechparameter in Fig. 15 deutlich. Änderungen der Kriechparameter um jeweils 10 % wirken sich bereits im Zeitstandverhalten der Hüllrohre stark aus.

Zu der Forderung nach möglichst genauer Kenntnis des Druck- und Temperaturverlaufs kommt hiermit noch die Forderung nach möglichst genauer Kenntnis der einzelnen Kriechparameter unter Exkursionsbedingungen.

#### 4.3 Behandlung der Datenfälle 1, 6, 2 und 4 mit FINEL4

Bevor auf die Ergebnisse im einzelnen eingegangen wird, muß noch einmal kurz an Kap. 2.2 angeknüpft werden. Aus rechentechnischen Gründen wie Speicherplatzbelegung, Rechengenauigkeit und Rechenzeit ist es schlecht möglich, das Hüllrohr in seiner ganzen Länge mit FINEL4 zu beschreiben. Die für die Durchrechnung der Studie vorgesehene Rechenanlage des Fachbereiches Maschinenbau pdp 10 erlaubt lediglich eine Stablänge von  $L = 6$  cm zu berechnen. Durch die Möglichkeit, auf Rechner anderer Institutionen auszuweichen, konnte auf der TR440 und der IBM-370/168 eine Stablänge von  $L = 28$  cm untersucht werden.

Bei der vorliegenden Geometrie und Belastung sowie den großen Verformungen der Struktur benötigt das Rechenprogramm mind. 10 Stellen Rechengenauigkeit. Für die IBM-370 Anlage bedeutet dies, daß die Rechnung mit doppelter Genauigkeit durchgeführt werden muß. Dies schlägt sich in den Rechenzeiten deutlich nieder.

Der behandelte Stabausschnitt wurde in die unmittelbare Umgebung der max. Temperaturspitze gelegt. Dabei wurde die Symmetrie der Temperatur auch auf den Stabausschnitt übertragen. Somit konnten 14 cm vor und hinter der Stabmitte in die Rechnung einbezogen werden. Innerhalb dieses Bereiches beträgt die max. Wölbung des Temperaturprofils für die hier diskutierten Datenfälle lediglich  $\Delta T = 8^{\circ}\text{C}$ .

Jede Rechnung, die sich mit einem Modell endlicher Länge befaßt, hat es mit Randproblemen zu tun. Bei dem FINEL4 zugrunde gelegten Modell (vgl. Abb. 1) sind an den unteren Knotenpunkten Axiallager angebracht, die eine Verschiebung in axialer Koordinate und auch die Verdrehung des unteren Rohrquerschnittes verhindern. An den oberen Knotenpunkten werden die Axialkräfte eingeleitet, wie sie sich aus dem Druck auf den Endstopfen eines Rohres ergeben würden. Für die Auslegung eines Brennstabhüllrohres hat sich dieses Modell bewährt. Eine Vorstudie zu den hier durchgeführten Rechnungen hat das Modell auch für diese extremen Belastungen favorisiert. Die modellbehafteten Randeffekte drücken sich in zusätzlichen Spannungen aus. Durch die Kopplung der Elemente untereinander und infolge des Materialkriechens pflanzt sich dieser Fehler in axialer Richtung fort. Abhängig von der Stablänge beeinflussen diese Randeffekte die Beulform mehr oder weniger stark. Zusätzlich wird dieser Effekt dadurch verstärkt, daß der kosinusförmige Temperaturverlauf und der relativ kleine Hüllrohrausschnitt zusammen eine hohe Temperatur in den Randzonen bewirken. In den Datenfällen 3 und 5 stört das Temperaturprofil die Randzonen nicht.

Durch die Rohraufweitung ergeben sich im Bereich der Beule zusätzliche Axialkräfte, die eine höhere Vergleichsspannung bewirken. In Anbetracht des erhöhten Rechenaufwandes wurde dieser Einfluß nicht berücksichtigt.

Die zweidimensionale Finitelementrechnung koppelt die einzelnen Elemente in beiden Koordinatenrichtungen durch ihren Ansatz. Damit werden auch alle lokal auftretenden Effekte, ob am Rand oder in der Stabmitte, an ihre Umgebung weitergeleitet. Die Verformungsbehinderung in den Randzonen z.B. und auch die weniger kriechfreudigen Rohrbereiche stützen die Rohrmitte ab. Die starke Kriechdehnung in der Rohrmitte zieht die umgebenden Bereiche mit. Daraus ist für die zweidimensionale Rechnung im Vergleich zur eindimensionalen eine radial weniger große, axial dafür breitere Beulform zu erwarten.

Die Diskussion der Zeitstandkurven wurde im vorangegangenen Kapitel im Vergleich zwischen NL, SHELL und FINEL4 durchgeführt und ergab gute Übereinstimmung aller Berechnungsmethoden.

Die Aufweitung des Rohres in Abhängigkeit von der axialen Koordinate nach FINEL4 ist für die Datenfälle 1, 6, 2 und 4 in Fig. 21 dargestellt. Die in Kap. 4.2 getroffenen Aussagen über die Ursachen zur Ausbildung der Beulform gelten auch für die mit FINEL4 errechneten Kurvenverläufe.

Die Berechnung eines kurzen Stabmodelles ( $L = 6$  cm) auf der pdp 10-Anlage scheiterte an der zu großen Auswirkung des Randeinflusses auf die Beulform. Das längere Stabmodell von  $L = 28$  cm, gerechnet an der TR440 und IBM-370, ergab die in Fig. 21 dargestellten Kurvenverläufe.

Die Fig. verdeutlicht, daß in der Tat nur ein kleiner Ausschnitt des Rohres dargestellt werden kann. Entsprechend kann auch für diese Datenfälle der axiale Verlauf der Beule nicht vollständig wiedergegeben werden.

In Datenfall 1 und 6 wurde die Maximaltemperatur  $\vartheta_{\max} = 1200^{\circ}\text{C}$  an der Hüllrohrinnenwand erreicht. Da oberhalb  $1200^{\circ}\text{C}$  keine elastischen Daten mehr vorlagen, vgl. Tab. 1, wurde die Rechnung abgebrochen. Die errechnete Beulform bestätigt den vermuteten Kopplungseinfluß: weniger stark radial aufgeweitete und axial weiter gestreckte Beulë.

Statt Datenfall 2 wurde der zeitliche Anstieg der Scheiteltemperatur von Datenfall 1 um 10 % auf  $90^{\circ}\text{C}/\text{sec}$  verringert. Hierdurch ergibt sich eine Standzeiterhöhung um etwa 10 %. Der Einfluß des Temperaturverlaufes auf die Standzeit wurde im vorangegangenen Kapitel bereits diskutiert. Durch diese Rechnung wird die Forderung nach möglichst genauer Kenntnis des Temperaturverlaufes nochmals verdeutlicht.

Die Verformung des Hüllrohres nach Datenfall 4 wurde an einem geänderten Belastungsmodell vorgenommen. Dabei lag die Symmetrielinie des Temperaturprofils am Rande des Rohrausschnittes. Die Rohraufweitung kann nun bis zu einem größeren Abstand vom Scheitelpunkt der Kurve verfolgt werden. Dieses spezielle Modell kann jedoch in einem allgemeinen Fall nicht angewendet werden.

#### 4.4 Datenfälle 3 und 5

Die Datenfälle 3 und 5 weisen in vielen Punkten Ähnlichkeit mit den schon unter Kap. 4.2 behandelten Datenfällen auf. Wie dort herrschen rapide Lastanstiegsraten. Der axiale Verlauf der Temperatur ist allerdings anders (Fig. 22). Wegen der konstanten Verhältnisse außerhalb der Temperaturspitze, die sich axial nur über wenige Zentimeter erstreckt, lassen sich für diese Datenfälle Rechnungen mit FINEL4 durchführen, die den gesamten kritischen Bereich des Rohres beschreiben. Deshalb kann die Diskussion in diesem Kapitel mit FINEL4, NL und SHELL erfolgen.

Ebenso wie bei den früher behandelten Datenfällen beginnt die Hüllrohrverformung zunächst schleppend und endet schließlich sehr schnell. Dabei bildet sich diesmal eine Beule aus, die auf den Bereich der Temperaturspitze beschränkt ist.

Für die Zeitstanduntersuchungen (Fig. 23, 28) gilt analog das, was in Kapitel 4.2 die Diskussion der Datenfälle 1, 6, 2 und 4 ergab:

- Übereinstimmung bei der Standzeitberechnung nach den verschiedenen Methoden
- Unabhängigkeit der Standzeit von der Kriechrate in der Anfangsphase des Verformungsvorgangs

Die Strukturaufteilung bei FINEL4 und SHELL für Datenfall 3 wird in Fig. 24 und Fig. 25 dargestellt. Aufgetragen ist jeweils die Struktur im direkten Bereich der Beule in der Endphase des Verformungsvorgangs und der dazugehörige Temperaturverlauf. Rohrachse und Rohrradius sind jeweils 12,5-fach vergrößert, die Beule ist also nicht verzerrt, wie dies bei allen anderen Auftragungen der Rohrgeometrie der Fall ist. Axiale Verzerrungen der Struktur sind hier im Gegensatz zu den übrigen Auftragungen berücksichtigt.

Deutlich werden die unterschiedlichen mechanischen Modelle, die FINEL4 (vgl. Kap. 2.2) und SHELL (vgl. Kap. 2.3) zugrunde liegen.

Bei FINEL4 wirkte im Datenfall 3 die vorgegebene Maximaltemperatur  $T_{\max} = 1200^{\circ}\text{C}$  standzeitbeschränkend. Sie wurde erreicht, bevor sich die Beule voll ausprägen konnte.

Für diesen Datenfall wurde eine Variation des Verhältnisses Elementhöhe zu Elementbreite vorgenommen. Bis zu dem im FINEL4 gewählten Verhältnis von 2.5 läßt sich keine Abweichung in der Beulform erkennen, so daß selbst für diesen extremen Datenfall die gewählte Strukturunterteilung bestätigt wird.

Den Vergleich des axialen Verlaufs des mittleren Radius nach SHELL, FINEL4 und NL im Bereich der Beule zeigen Fig. 26 und Fig. 29. Bei FINEL4 erkennt man deutlich eine Verbreiterung der Beule gegenüber SHELL.

Wegen der zugrundeliegenden verschiedenen Strukturaufteilungen (Fig. 24, 25) wird eine unterschiedliche Beulform erwartet. Quantitativ ergibt sich jedoch nur eine Vergrößerung der Halbwertsbreite um wenige Millimeter.

Im Gegensatz dazu ergibt sich bei NL eine schmalere Beule als bei SHELL. Der Unterschied in der Halbwertsbreite liegt ebenfalls in der Größenordnung von einigen Millimetern.

Die Tendenz, daß axiale Kopplung die Beule verbreitert und zudem noch erniedrigt, zeigt sich bei der Untersuchung der axialen Kopplung bei SHELL (Fig. 27, 30). Quantitativ reichen diese Kopplungseffekte allerdings nicht ganz aus, um Übereinstimmung mit FINEL4 zu erzielen. Dies ist auf das einfache SHELL (und auch NL) zugrundeliegende Modell der sich stufenförmig aneinanderschließenden Kreiszyinderschalen zurückzuführen. Auf das Zeitstandverhalten hat der Kopplungseffekt keinen Einfluß.

## 5. Anwendung der verschiedenen Methoden im Deformationsmodul

Unter der Annahme, daß die der Studie zugrundeliegenden Referenzdatenfälle die Vorgänge bei Kühlmittelverlustunfall repräsentativ beschreiben, wurden folgende Resultate gewonnen:

1. Im Rahmen der zu erwartenden maximalen Genauigkeit der Kriechparameter ergeben sich keine Unterschiede zwischen den Methoden. Eine Ungenauigkeit des Nortonparameters  $n$  von  $\pm 1$  % überdeckt bereits die Aufstreuung der verschiedenen Methoden (Datenfall 0). In diesem Zusammenhang ist die Frage zu berücksichtigen, ob die Kriechparameter extrapoliert wurden und ob sie bei konstanten oder nicht konstanten Versuchsbedingungen ermittelt wurden (siehe Kap. 1).
2. In gleichem Maße wichtig ist die genaue Kenntnis des Temperatur- und Druckverlaufes. Die mögliche sehr schnelle Aufweitung des Rohres bei Lastanstiegen hängt in erster Linie vom aktuellen Druck und Temperatur und damit von den Kriechparametern unter diesen Bedingungen ab und erst in zweiter Linie von der Vorgeschichte des Verformungsvorgangs. Geringfügige Ungenauigkeiten können die Verformung vollständig verfälschen.
3. In allen Referenzdatenfällen zeigt sich kein Unterschied zwischen den Methoden in der Bestimmung der Standzeit. Der Anstieg der Verformung knapp unterhalb der Standzeit ist sehr schnell, so daß in diesen Fällen eine Differenzierung nach Abbruchkriterien (maximale Spannung bzw. maximale Dehnung) bedeutungslos ist.
4. Die Finitelementmethode FINEL4 ist nicht in der Lage, das gesamte Hüllrohr zu beschreiben. Dies ergibt sich zwingend aus den vorhandenen Rechenkapazitäten. Selbst auf Großanlagen ist es mit FINEL4 nur möglich, einen Ausschnitt zu behandeln. Aus dieser Einschränkung resultiert eine

erhebliche Schwierigkeit in der Anwendung von FINEL4: an den Schnittstellen des Ausschnitts liegen keine klar definierten Randbedingungen vor. Einer Anwendung dieser Methode müssen Überlegungen zur Verbesserung der Annahmen am zugrunde gelegten Modell vorangestellt werden (siehe Kap. 4.3).

5. Die Anwendung der Theorie zweiter Ordnung zur Beschreibung der Hüllrohraufweitung ist nicht notwendig. Es wurde nachgewiesen, daß Methoden, die auf einer Theorie erster Ordnung basieren, dann große Verformungen behandeln können, wenn die Dehnungen pro Zeitschritt klein sind und wenn in jedem Zeitschritt die verformte Geometrie als Referenzgeometrie des letzten Zeitschritts zugrundegelegt wird.
6. Der Einfluß der gekoppelten Schalenelemente bezogen auf die nicht gekoppelten Elemente spielt erwartungsgemäß nur in den Fällen eine Rolle, in denen starke axiale Gradienten auftreten (Datenfälle mit Temperaturpiek). Der Effekt wirkt sich als eine geringfügige Verbreiterung der Beule bei gleichzeitiger Reduktion der Beulenhöhe aus. Bei der Abwägung, ob dieser Einfluß in einem Deformationsmodul berücksichtigt werden sollte, muß der Kopplungseffekt den Unsicherheiten durch Werkstoffdaten, Temperaturen und Druck gegenüber gestellt werden.

Nach der bisherigen Erfahrung empfehlen wir Rechnungen mit einer ungekoppelten Theorie, da die Rechenzeit bei einer Kopplung erheblich ansteigt (siehe Punkt 11). Auf den zeitlichen Verlauf der Verformung hat diese Annahme keine Bedeutung.

7. Die Näherungslösung wurde zur ersten Berechnung der Datenfälle verwendet. Sie stellt eine nullte Näherung zur ungekoppelten Schalentheorie dar und berücksichtigt nicht:
  - a) radiale Temperaturgradienten
  - b) axiale Dehnungen und damit eine korrekte Wandstärkenänderung

Aus diesem Grund sollte sie nicht weiter verfolgt werden.

8. Eine radiale Temperaturdifferenz von  $50^{\circ}\text{C}$  wirkt sich bei dem gegebenen hohen Temperaturniveau während der Exkursion nicht aus, jedoch berücksichtigen alle Methoden, die für einen Deformationsmodul zur Diskussion stehen, die radiale Temperaturabhängigkeit.
9. Im Rahmen dieser Studie wurde der Textureinfluß nicht behandelt. Die zu diskutierenden Methoden wurden also nicht darauf untersucht, inwieweit der Einfluß von Anisotropie des Kriechens, einer Oxidschicht oder einer Schicht, die durch chemische Reaktion mit Spaltprodukten entstanden ist, berücksichtigt werden kann. Von den zur Diskussion stehenden Methoden ist die Schalentheorie nicht, SPAR und URANUS im eindimensionalen Fall nur bedingt in der Lage, Textureinflüsse zu berücksichtigen. Für die Finitelementmethode gibt es in diesem Punkt keinerlei Restriktionen.
10. Die verschiedenen Methoden weisen erhebliche Unterschiede in ihrem numerischen Stabilitätsverhalten auf. Alle Methoden, die Spannungsumlagerungseffekte in der Rohrwand beschreiben (SPAR-, URANUS-, FINEL4-Rechenprogramm), benötigen eine interne Zeitschrittsteuerung. Derartige Methoden bedeuten für die Erstellung eines Deformationsmoduls, der in einem Programmsystem eingegliedert ist, zusätzliche Schwierigkeiten, die bei der Schalentheorie nicht existieren.
11. Ganz grob lassen sich Rechenzeiten durch folgende Verhältnisse charakterisieren (vgl. Tab. 2)
  - a)  $\frac{\text{ungekoppelte Schalentheorie}}{\text{gekoppelte Schalentheorie}} \approx \frac{1}{5} \dots \frac{1}{10}$   
(je nach Kopplungsbereich)  
Zugrunde gelegt ist das gesamte Hüllrohr.

b)  $\frac{\text{ungekoppelte Schalentheorie}}{\text{Finitelementmethode}} < \frac{1}{10}$

Dabei ist zu berücksichtigen, daß die Finitelementmethode nur einen Rohrausschnitt rechnet.

12. Auf der Grundlage der speziellen Referenzfälle dieser Studie wird die Verwendung der Schalentheorie nach Krugmann (11) vorgeschlagen. Ihre Hauptvorteile sind:
- a) niedriger numerischer Aufwand bei hoher Genauigkeit
  - b) es treten keine numerischen Stabilitätsprobleme auf
  - c) je nach Anforderung kann die Schalentheorie als ein- oder zweidimensionale Theorie angewendet werden
  - d) die programmtechnische Beschreibung in einem zu erstellenden Deformationsmodul ist im Rechenprogramm SHELL bereits verwirklicht. Zur Verwendung im Programmsystem SSYST (1) wurde SHELL an IKE übergeben.

Die derzeitige Version von SHELL ist auf das Norton'sche Kriechgesetz beschränkt.

13. In den diskutierten Datenfällen wurde die Belastung, also Druck und Temperatur, als Mechanismus zur Auslösung des Ballooning verwendet. Die Aussagen 1-12 müssen durch Untersuchung weiterer Trigger-Mechanismen (z.w. Wandstärkeschwankung) noch überprüft werden.

6. Literaturverzeichnis

- (1) G. Gulden, M. Meyder, Die analytische Beschreibung des Brennstabverhaltens beim Kühlmittelverlustunfall von LWR mit dem Programmsystem SSYST, KFK-Ext. 28/74-2
- (2) K. Laßmann, Untersuchungen zum mechanischen Verhalten von zylindrischen Brennstäben eines Kernreaktors, KFK 1853 (Nov. 1973)
- (3) Zienkiewicz, The Finit Element Method in Engineering Science, McGraw- Hill, 1971
- (4) Holand, Bell, Finit Element Methods in Stress Analysis, Tapir, 1972
- (5) Przemieniecki, Theorie of Matrix Structural Analysis, McGraw- Hill, 1968
- (6) H. Fabian, Der Einsatz der Finiteelementmethode bei der Brennstabberechnung, Veröffentlichung in Vorbereitung
- (7) H. Fabian, Untersuchung zur Festigkeit von Brennstabhüllrohren im Bereich der unteren Schweißnaht, ATW 7, 1973
- (8) E. Klingbeil, Tensorrechnung für Ingenieure, Bibliographisches Institut, 1966
- (9) A. E. Green, W. Zerna, Theoretical Elasticity, At the Clarendon Press, 1968
- (10) W. Flügge, Statik und Dynamik der Schalen, Springer Verlag, 1962
- (11) U. Krugmann, Schalentheoretische Analyse der Brennstabhülle, Veröffentlichung in Vorbereitung
- (12) F. K. G. Odqvist, J. Hult, Kriechfestigkeit metallischer Werkstoffe, Springer Verlag, 1962

7. Tabellen

Tab.1: Temperaturabhängiger E-Modul  
(lineare Interpolation)

T(°C)	20	150	250	350	500
E( $\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$ )	$2,28 \cdot 10^{12}$	$1,66 \cdot 10^{12}$	$1,36 \cdot 10^{12}$	$1,26 \cdot 10^{12}$	$9,34 \cdot 10^{11}$

T(°C)	600	730	800	850	900
E( $\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$ )	$5,17 \cdot 10^{11}$	$2,50 \cdot 10^{11}$	$1,25 \cdot 10^{11}$	$7,70 \cdot 10^{10}$	$5,00 \cdot 10^{10}$

T(°C)	950	1000	1100	1200
E( $\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$ )	$1,00 \cdot 10^{10}$	$5,00 \cdot 10^9$	$1,40 \cdot 10^9$	$0,50 \cdot 10^9$

Tab 2: Rechenzeiten ( min:sec an pdp 10  
des Fachbereichs Maschinenbau der  
Technischen Hochschule Darmstadt)

Datenfall	Methode	Rechenzeit	Bemerkung
0	SHELL	0:05,26	konst. Zeitschritt $t=0,1\text{sec}$ 1 axiale Stufe
	NL	0:08,08	ca. 400 Zeitschritte 2 axiale Schnitte
	SPAR	1:36,98	$\Delta t \approx 0,01\text{sec}$ 1 Schnitt
	FINEL4	11:50	$\Delta t = 0,7 - 0,1\text{sec}$ 50 Stufen
	URANUS	0:20,0	$\Delta t \approx 0,01\text{sec}$ 1 Schnitt
1	SHELL	2:42,34 0:52,86	ax. Kopplung zw. 180 u. 210cm ungekoppelt, 53 ax. Stufen
	NL	0:02,0	1 ax. Schnitt 200 Zeitschritte
	FINEL4	7:56	IBM 370 300 Stufen
2	SHELL	0:51,14	ungekoppelt 53 ax. Stufen
	NL	0:02,0	1 ax. Schnitt 200 Zeitschritte
	FINEL4	6:28	IBM 370 300 Stufen
3	SHELL	2:40,76 0:42,10	Abstand der ax. Stützstellen 1mm ax. Kopplung zw. 194,3 u 195,7cm ungekoppelt, 35 ax. Stufen
	NL	0:02,0	1 ax. Schnitt 200 Zeitschritte
	FINEL4	9:41	50 Stufen

Datenfall	Methode	Rechenzeit	Bemerkung
4	SHELL	3:18,00 0:55,54	ax. Kopplung zw. 180 u. 210cm ungekoppelt, 53 ax. Stufen
	NL	0:02,0	1 ax. Schnitt 200 Zeitschritte
	FINEL4	9:56	IBM 370 300 Stufen
5	SHELL	2:44,38 0:30,46	ax. Kopplung zw. 194 u. 196cm ungekoppelt, 35 ax. Schnitte
	NL	0:02,0	1 ax. Schnitt 200 Zeitschritte
	FINEL4	16:20	50 Stufen
6	SHELL	2:55,00	ax. Kopplung zw. 180 u. 210cm 53 ax. Stufen
	NL	0:02,0	1 ax. Schnitt 200 Zeitschritte
	FINEL4	6:40	IBM 370 300 Stufen

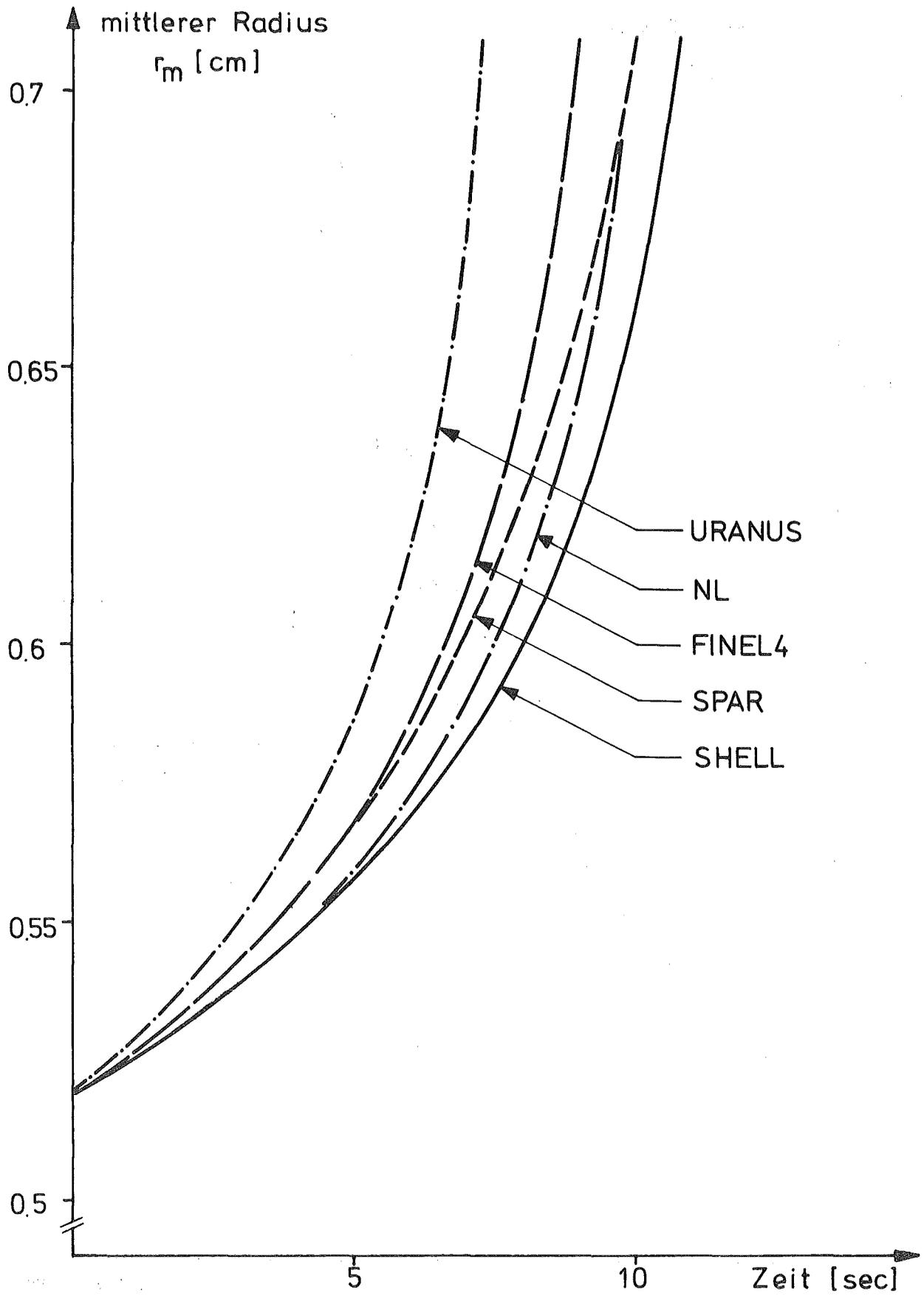


Fig.1 : Vergleich der Methoden (Datenfall 0 )

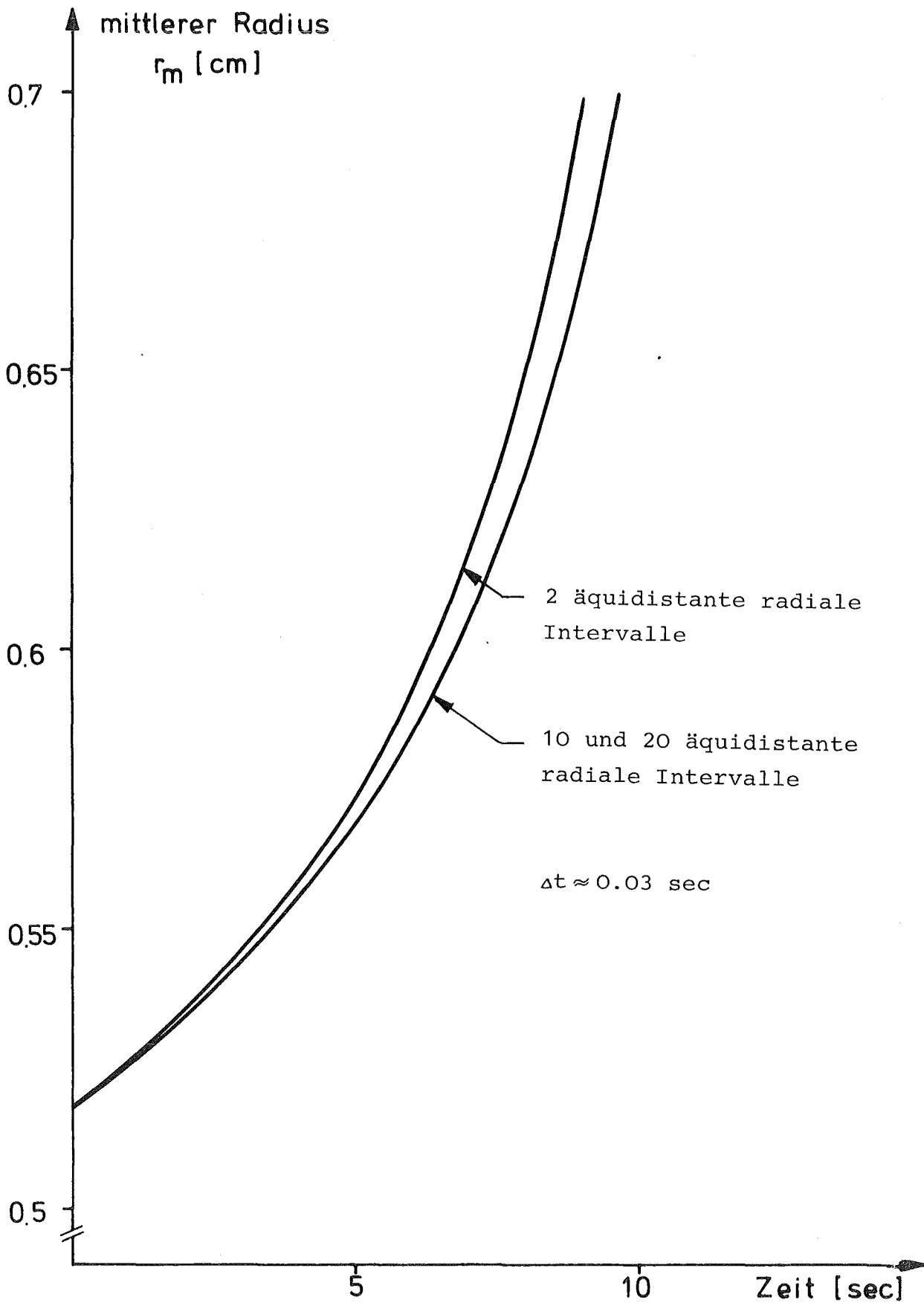


Fig.2 : Einfluß der radialen Diskretisierung auf die Aufweitung nach SPAR ( Datenfall 0 )

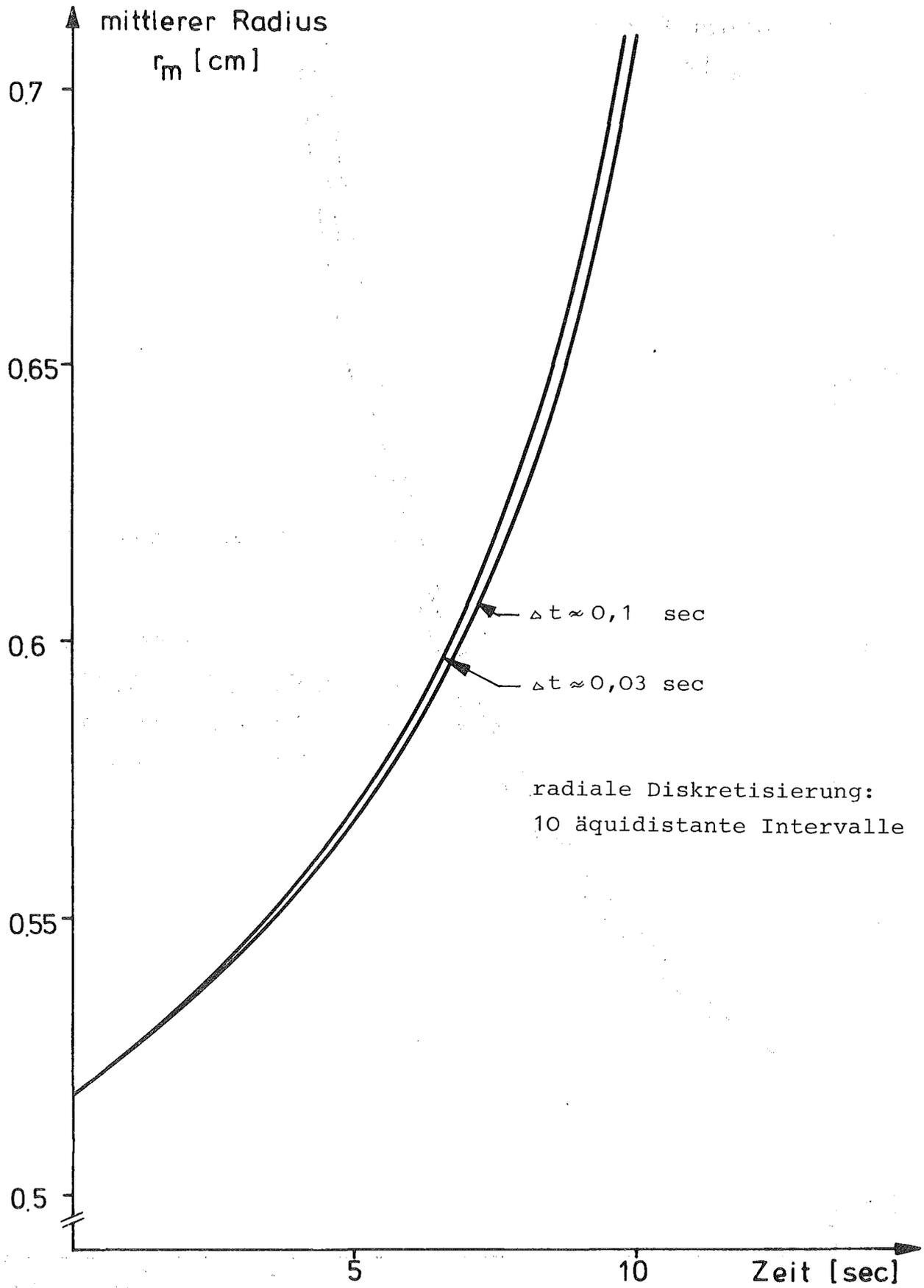


Fig.3 : Einfluß der zeitlichen Diskretisierung auf die Aufweitung nach SPAR ( Datenfall 0 )

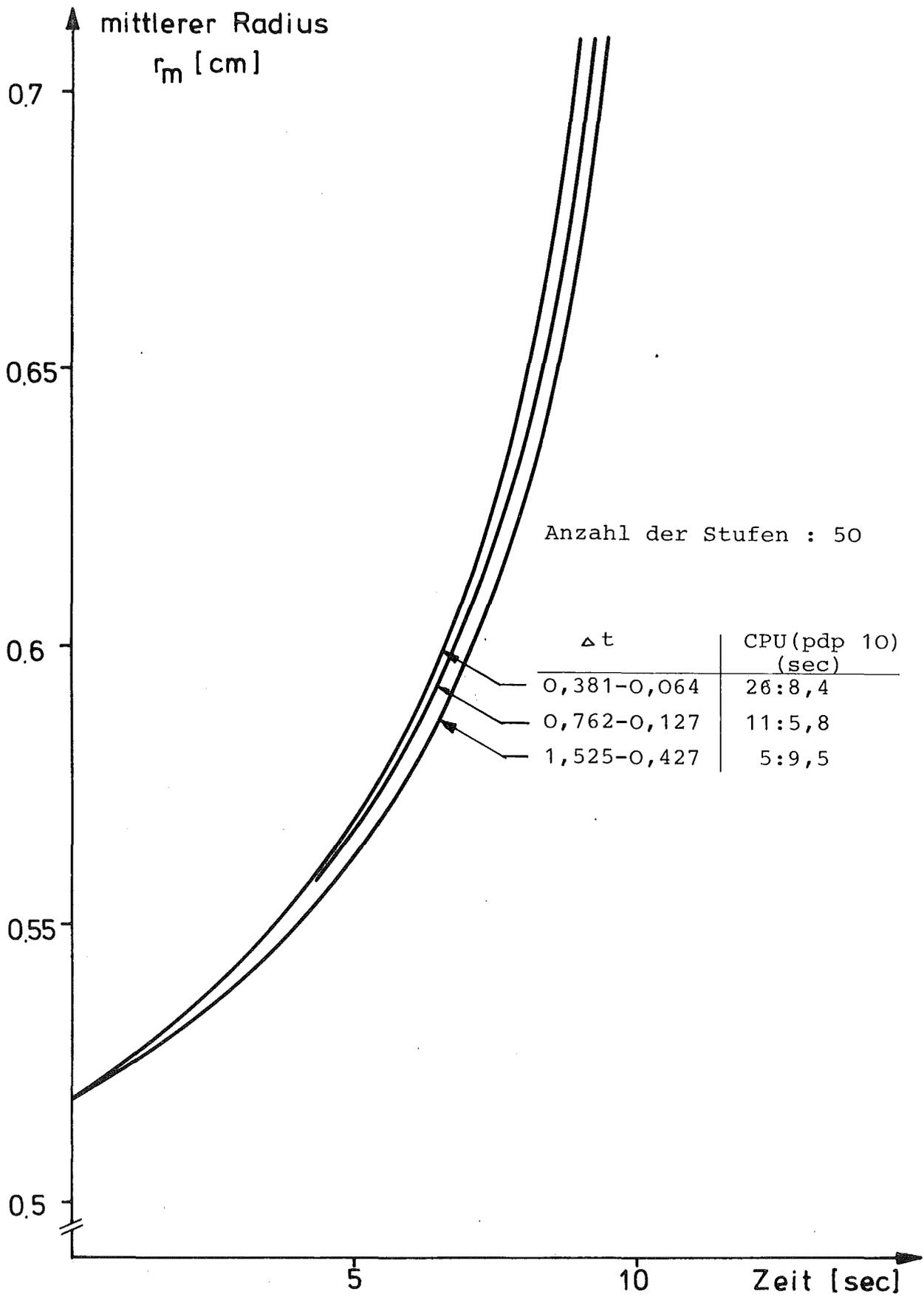


Fig.4 : Einfluß der zeitlichen Diskretisierung auf die Aufweitung nach FINEL4 ( Datenfall 0 )

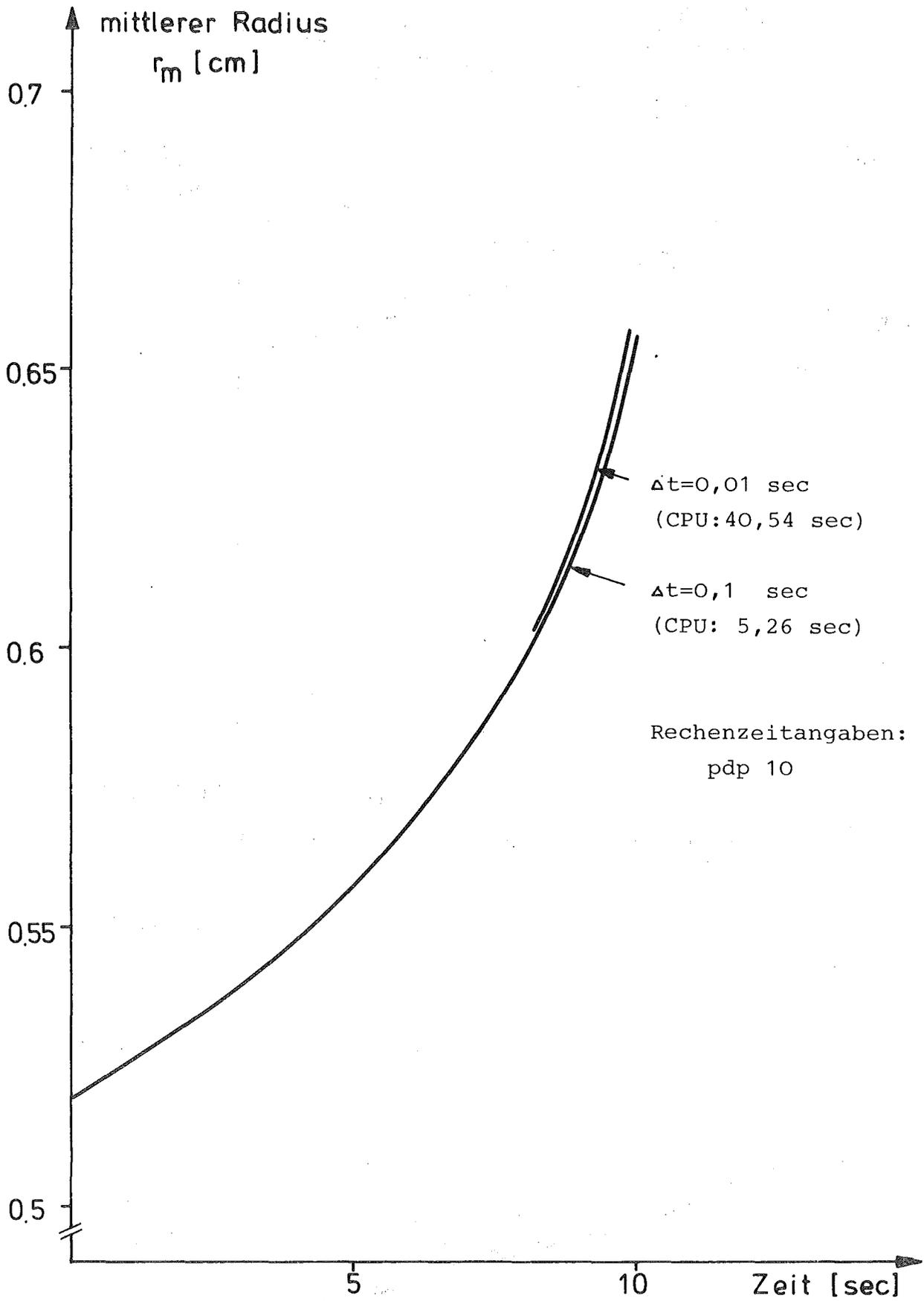


Fig.5 : Einfluß der zeitlichen Diskretisierung auf die Aufweitung nach SHELL ( Datenfall 0 )

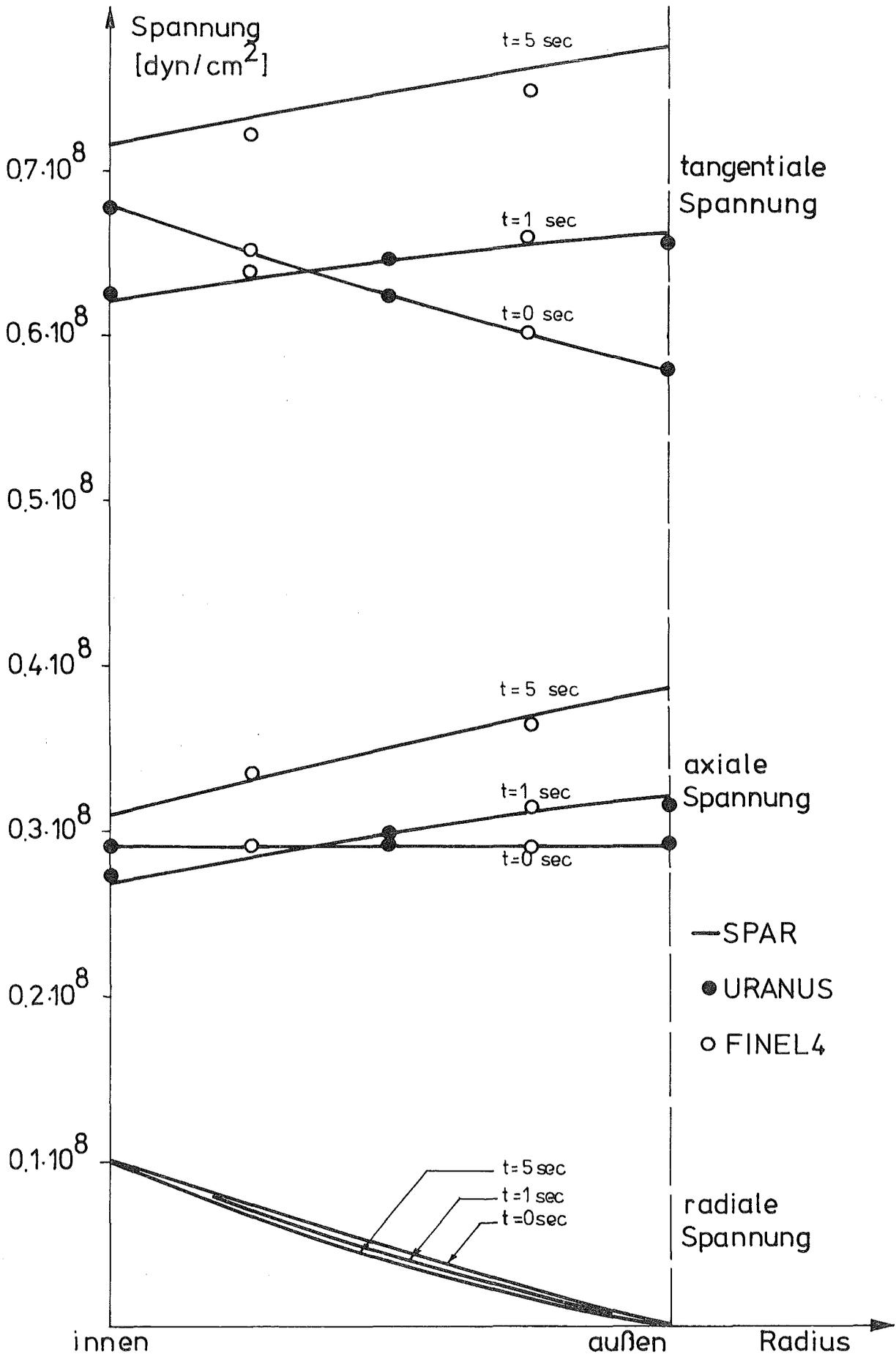


Fig. 6: Räumliche Spannungsverteilungen zu verschiedenen Zeiten t ( Datenfall 0 )

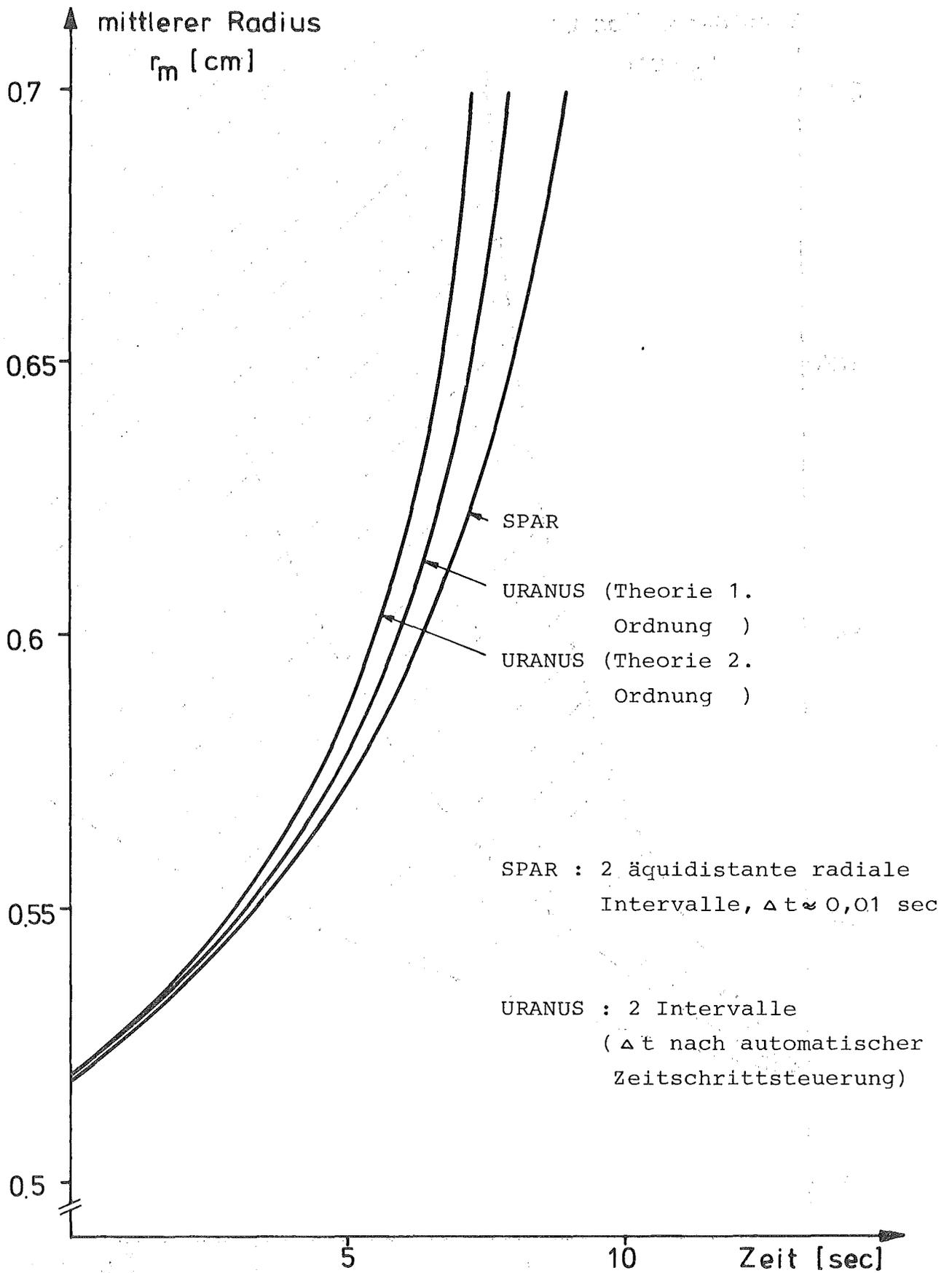


Fig.7 : Einfluß einer Theorie 2.Ordnung nach URANUS gegenüber einer Theorie 1.Ordnung nach URANUS bzw. SPAR auf die Rohraufweitung (Datenfall 0 )

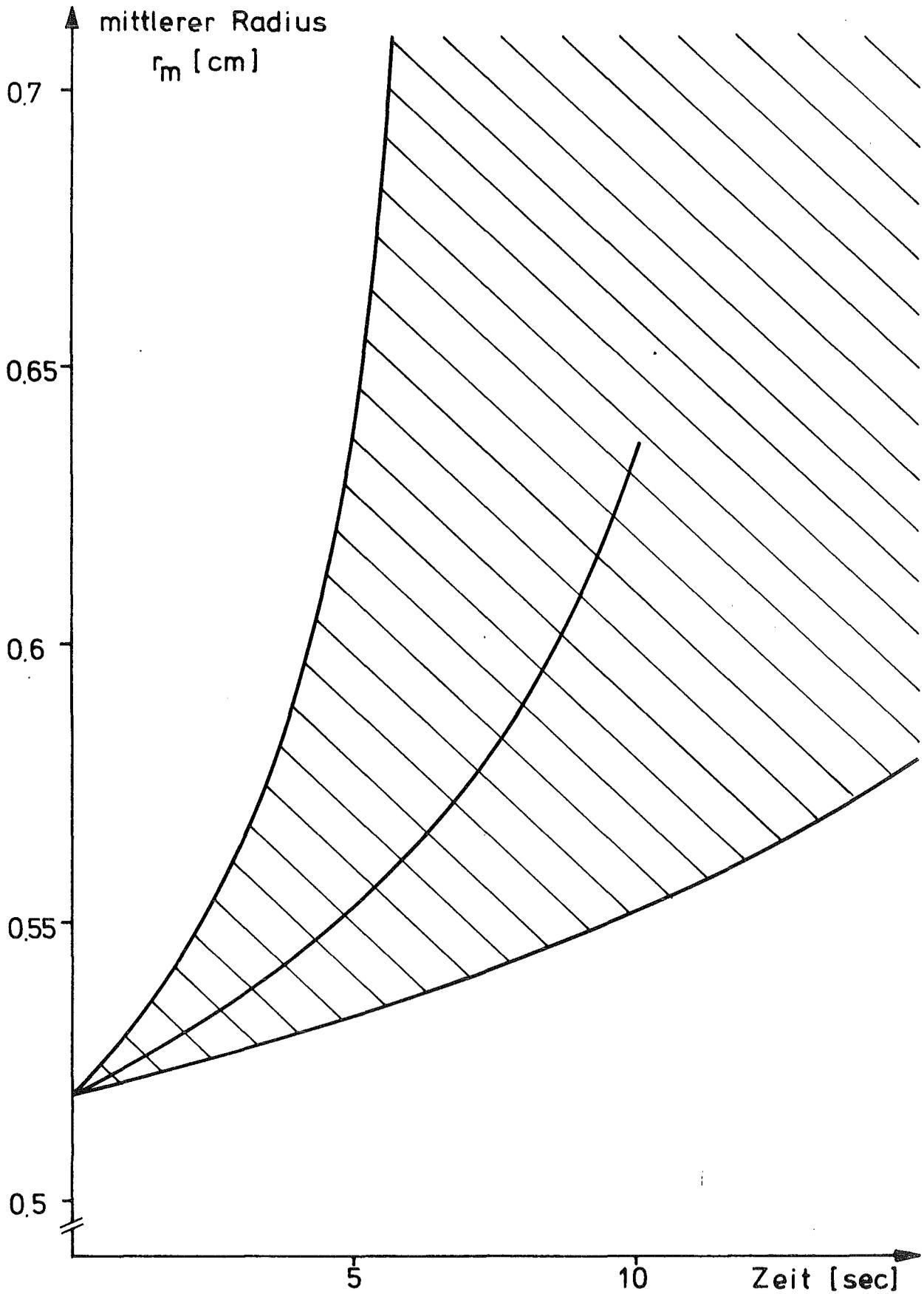


Fig.8 : Variation des Kriechparameters  $n$  um  $\pm 1\%$   
nach SHELL ( Datenfall 0 )

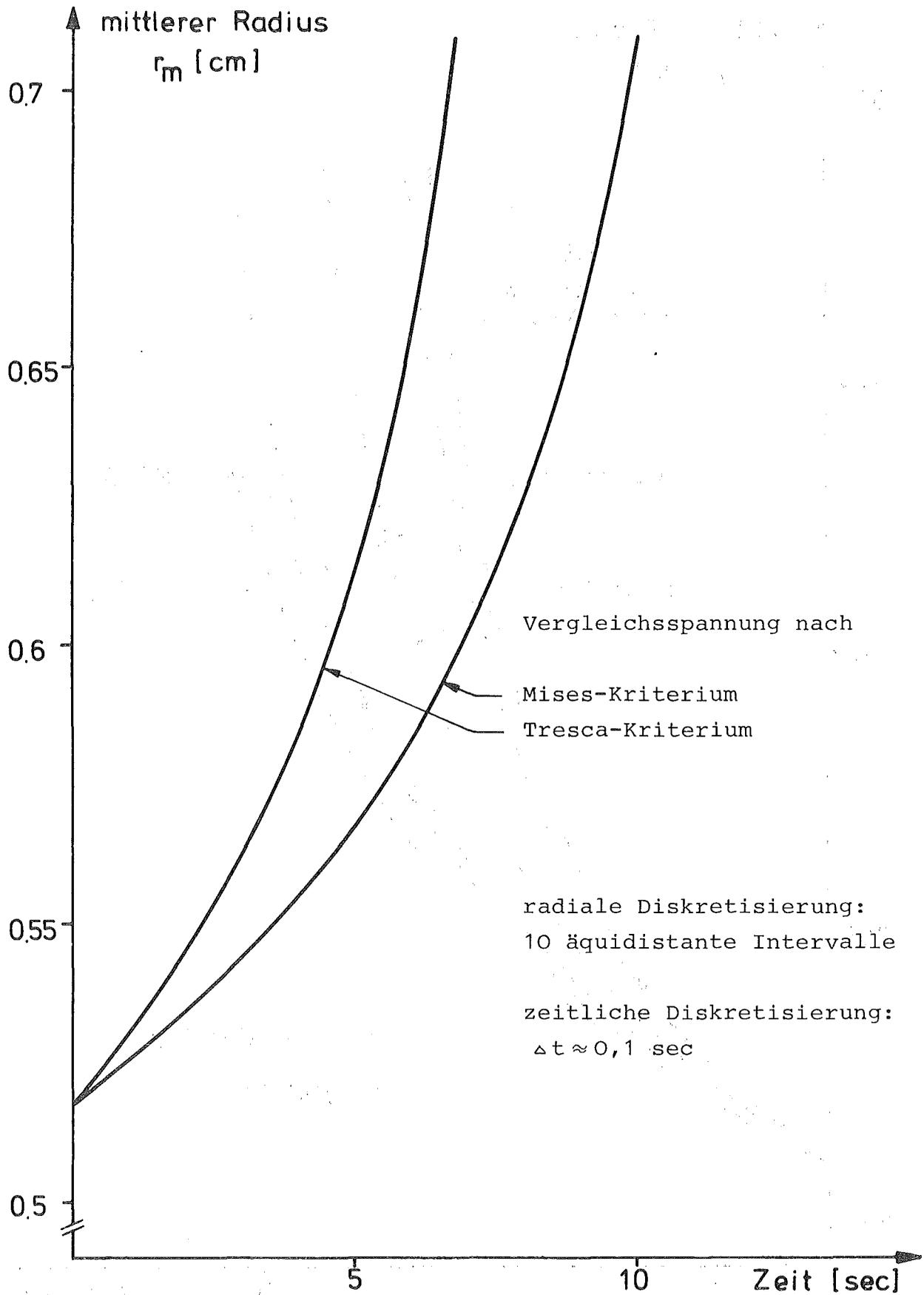


Fig.9 : Einfluß des Vergleichsspannungskriteriums auf die Aufweitung nach SPAR ( Datenfall 0 )

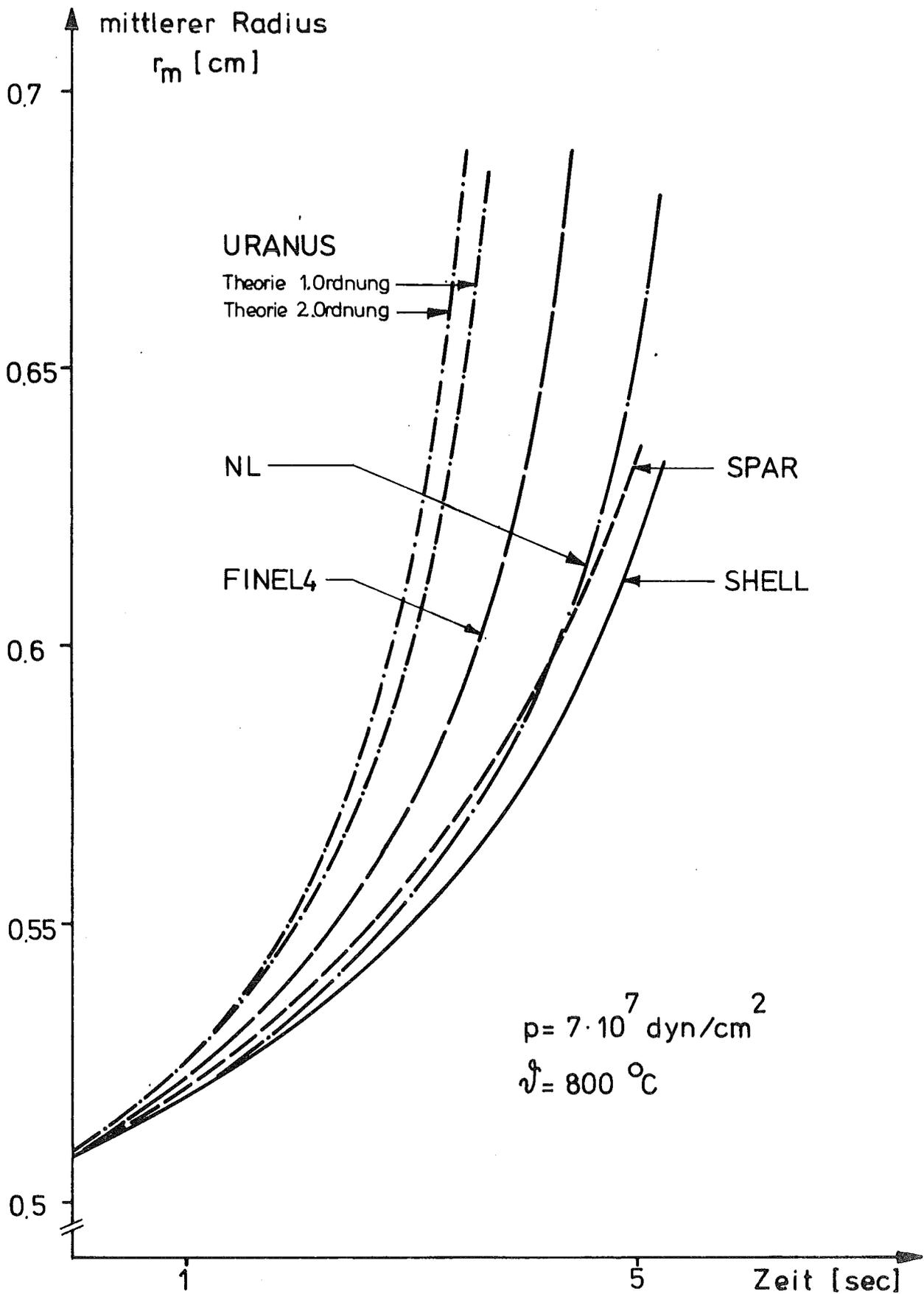
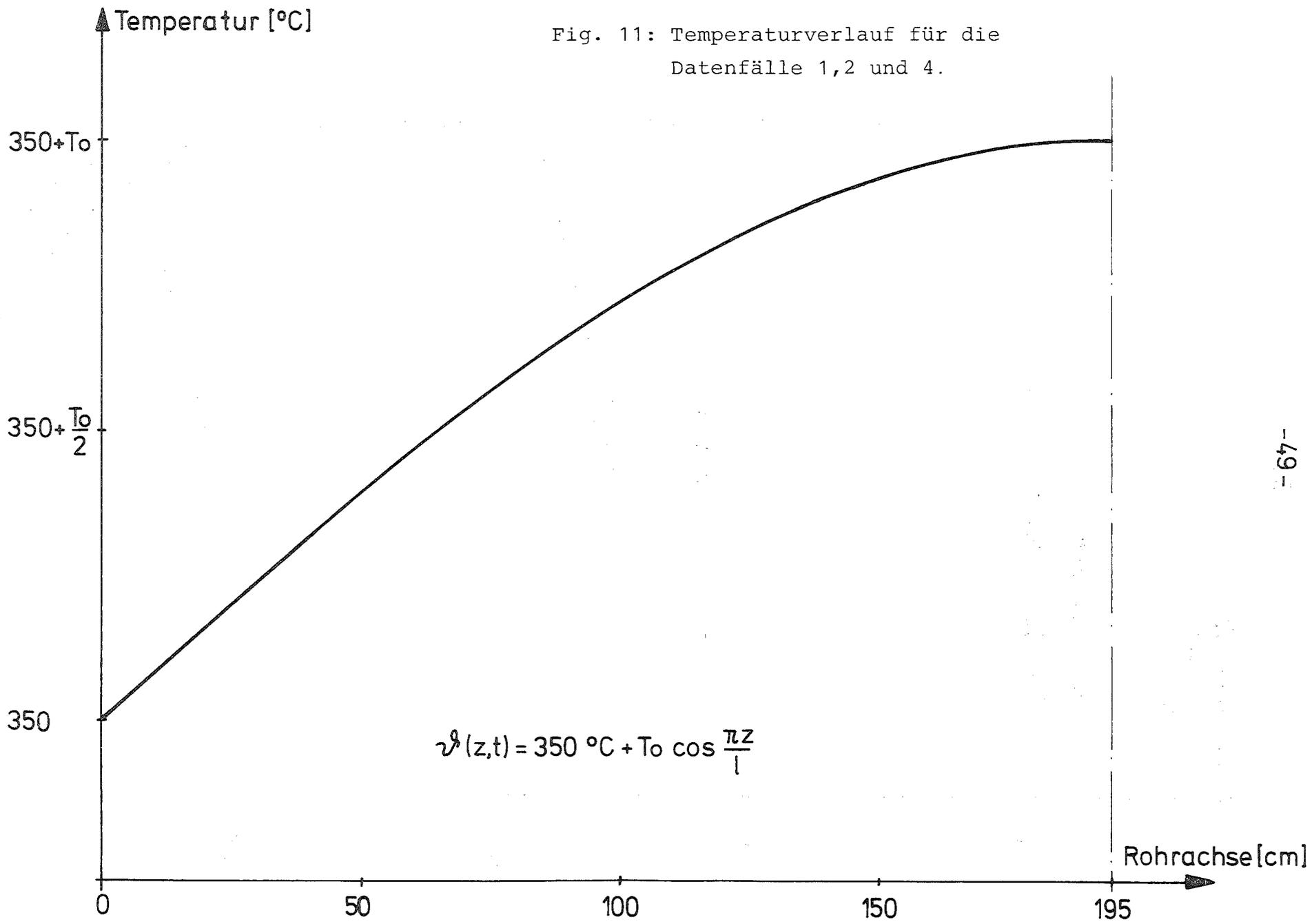
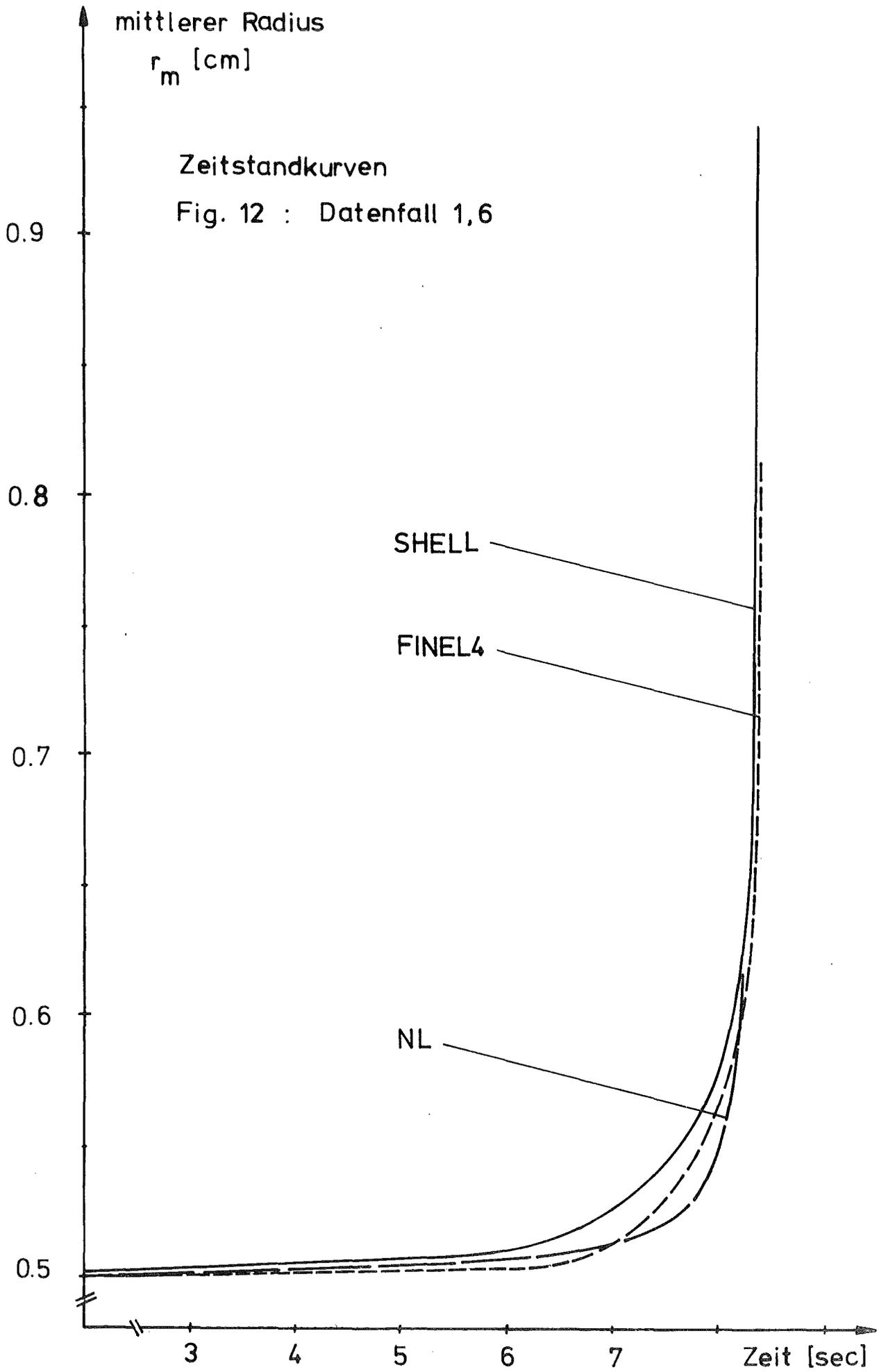


Fig.10: Vergleich der Methoden bei gegenüber dem Datenfall 0 geändertem Druck und geänderter Temperatur





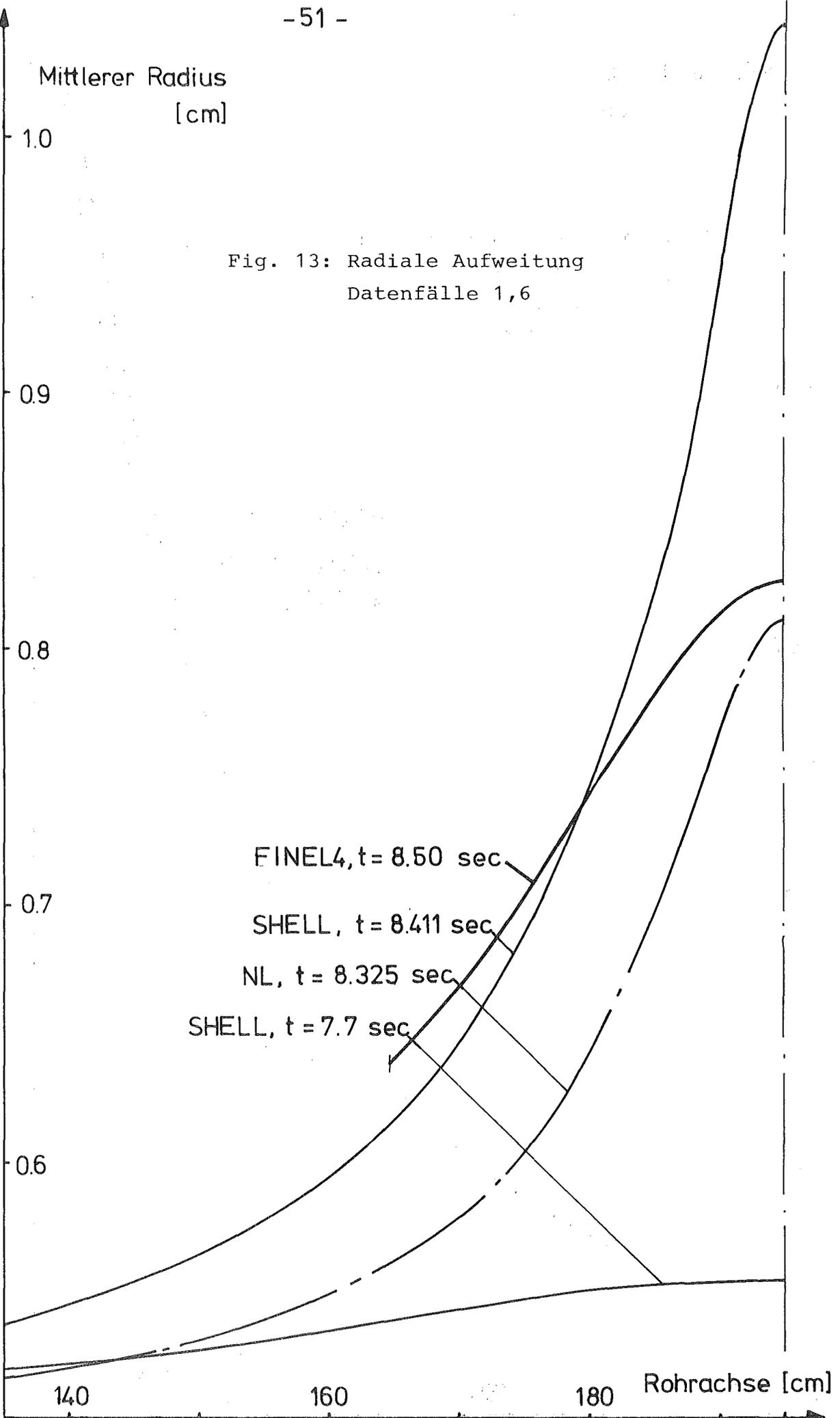
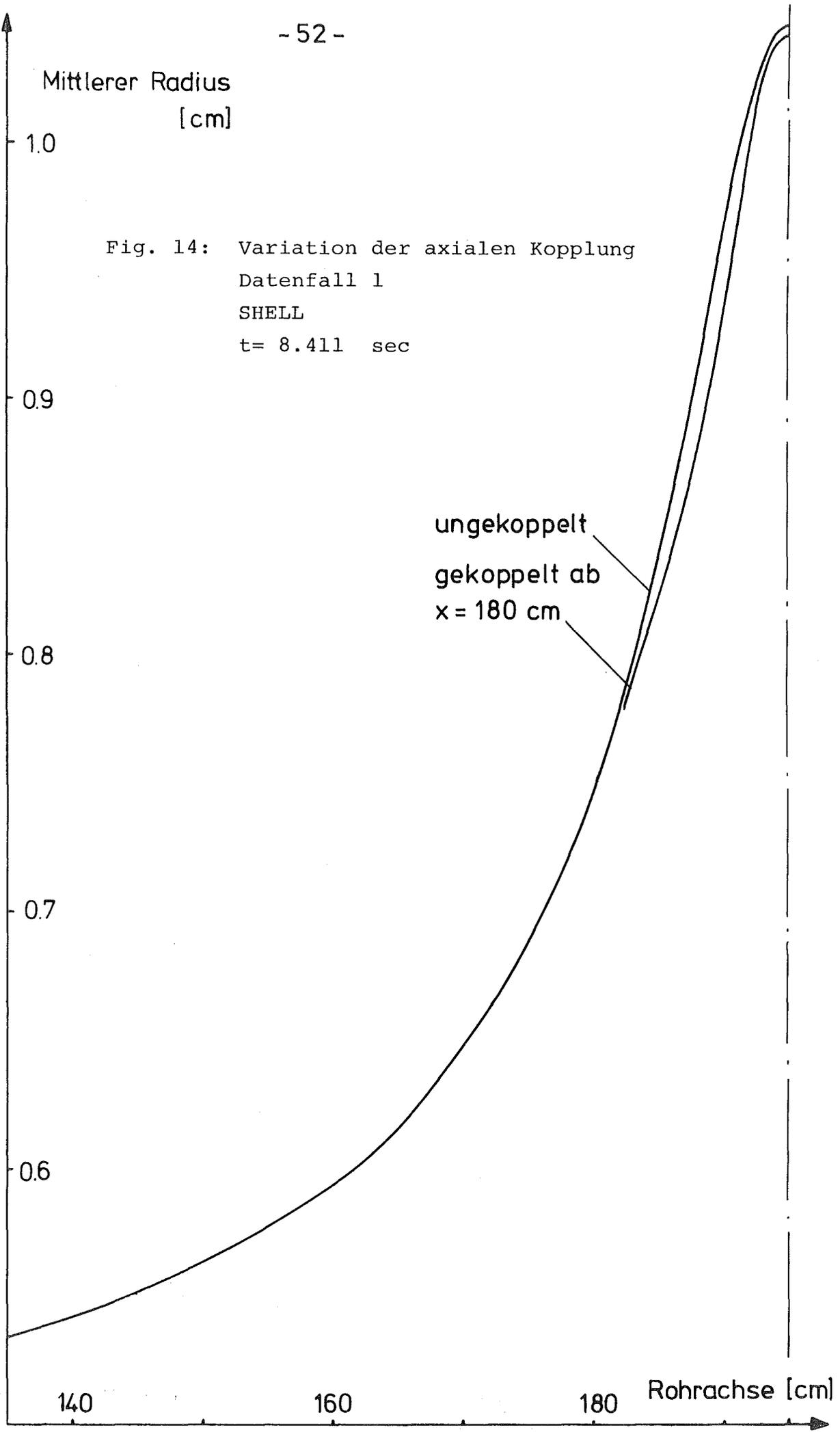
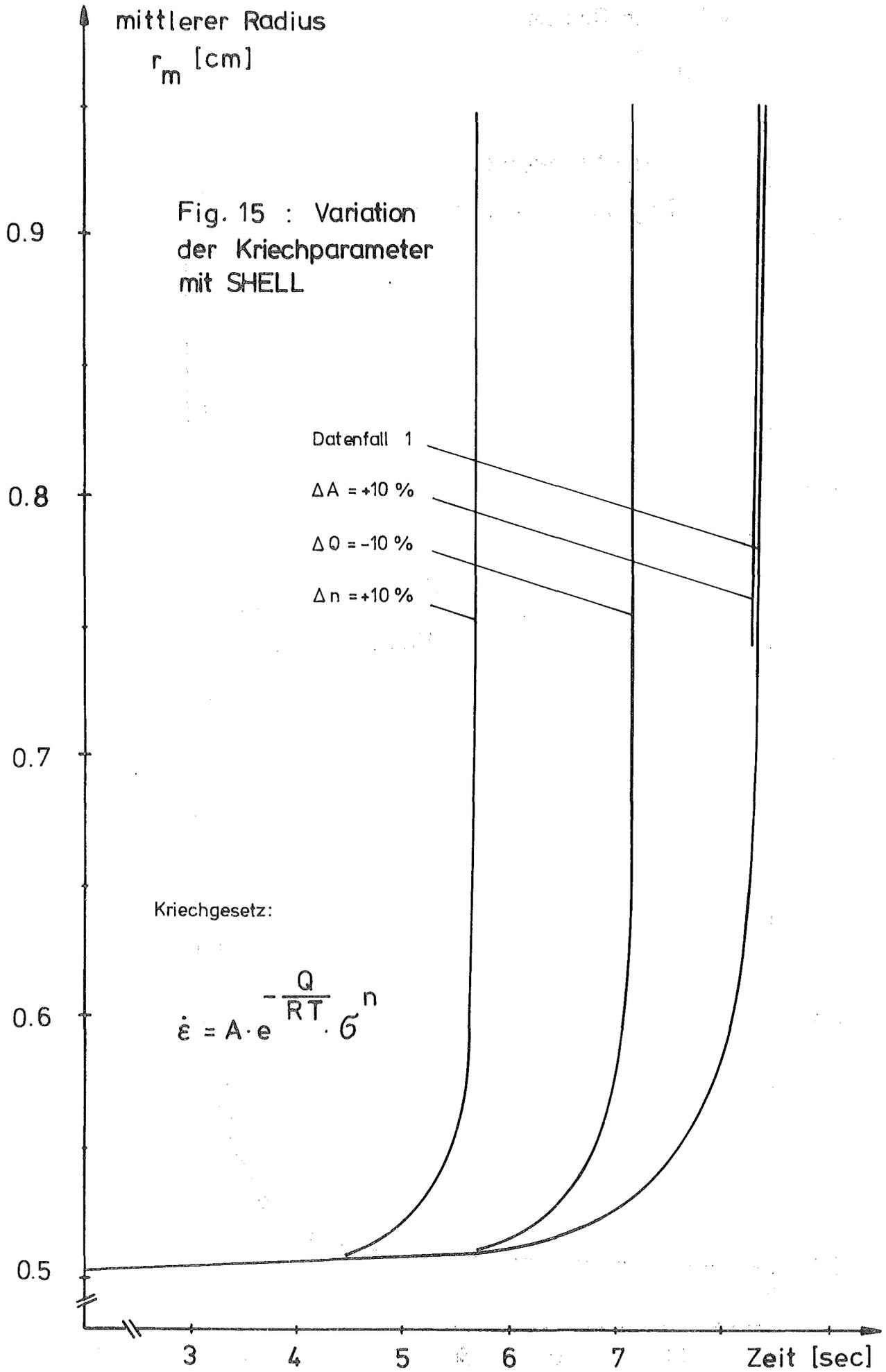


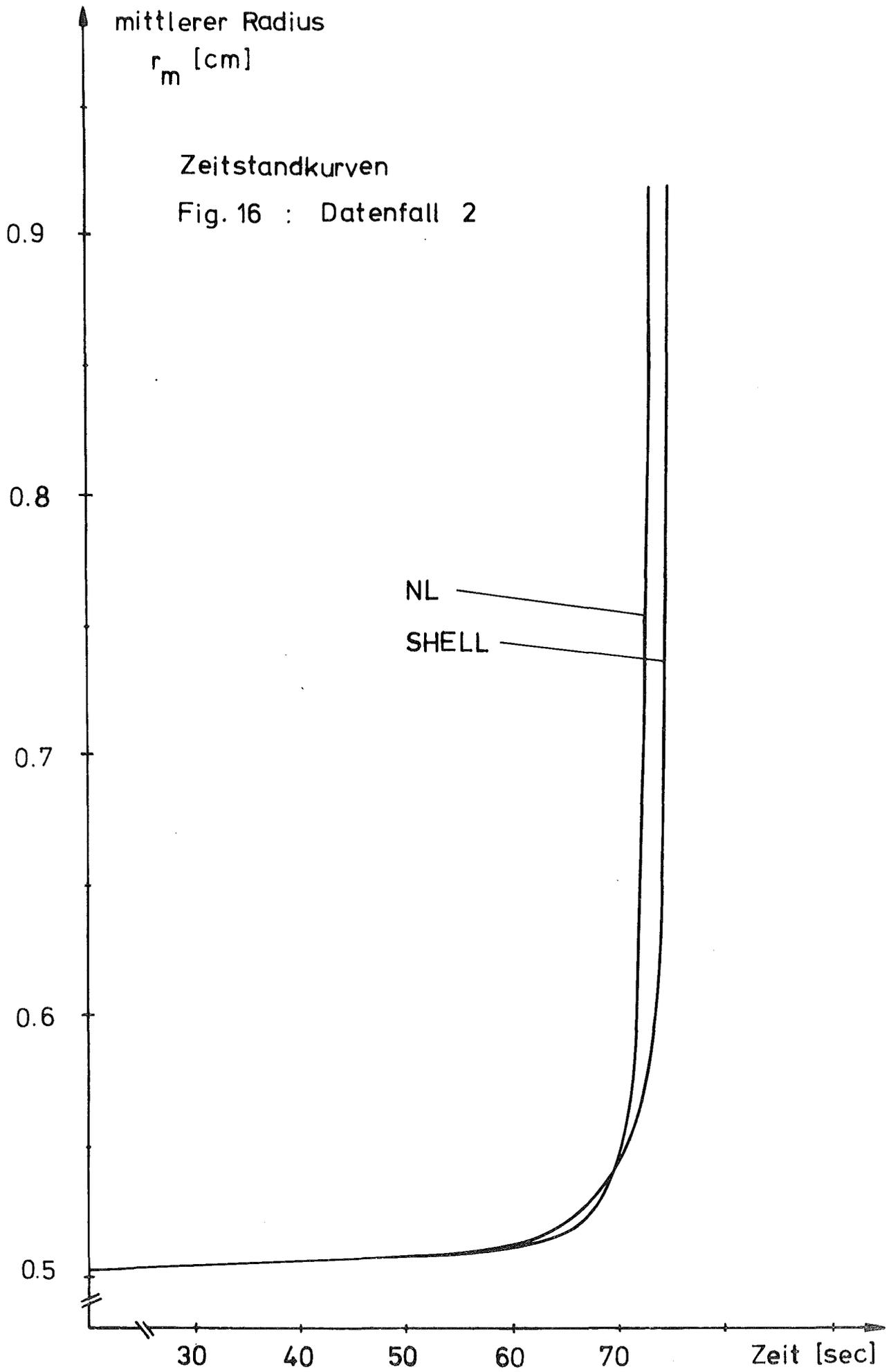
Fig. 13: Radiale Aufweitung  
Datenfälle 1,6

Mittlerer Radius  
[cm]

Fig. 14: Variation der axialen Kopplung  
Datenfall 1  
SHELL  
t = 8.411 sec







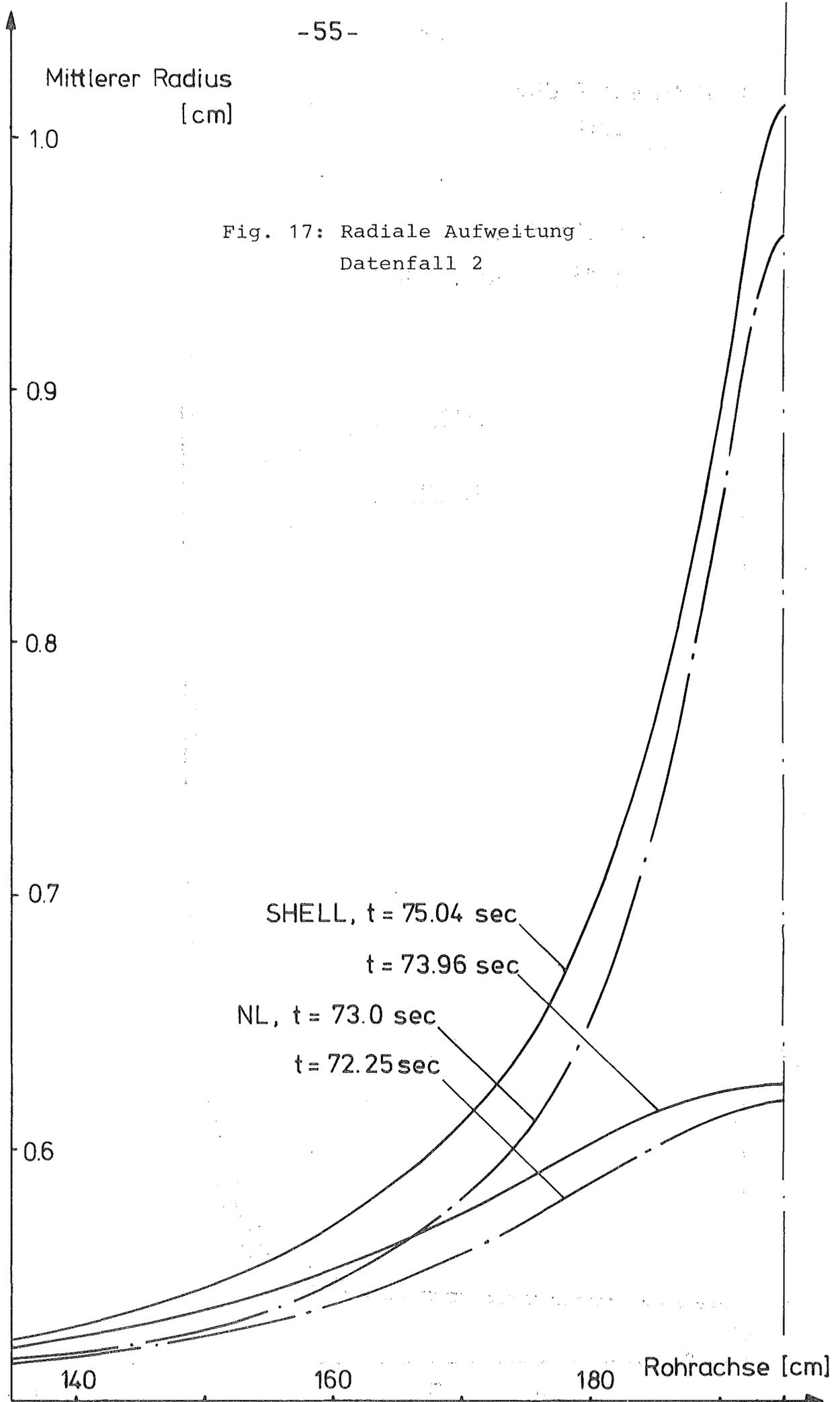
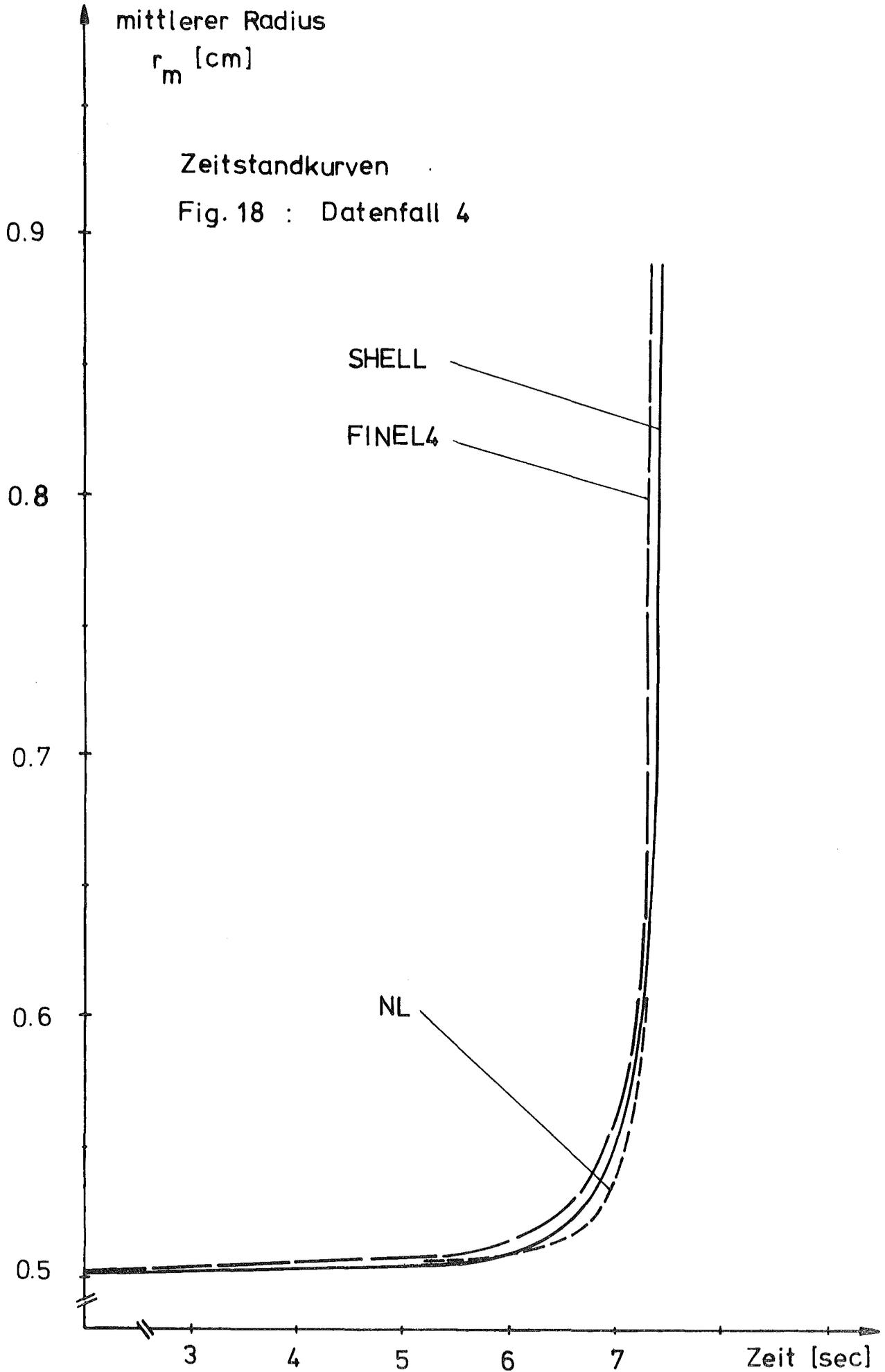


Fig. 17: Radiale Aufweitung  
Datenfall 2



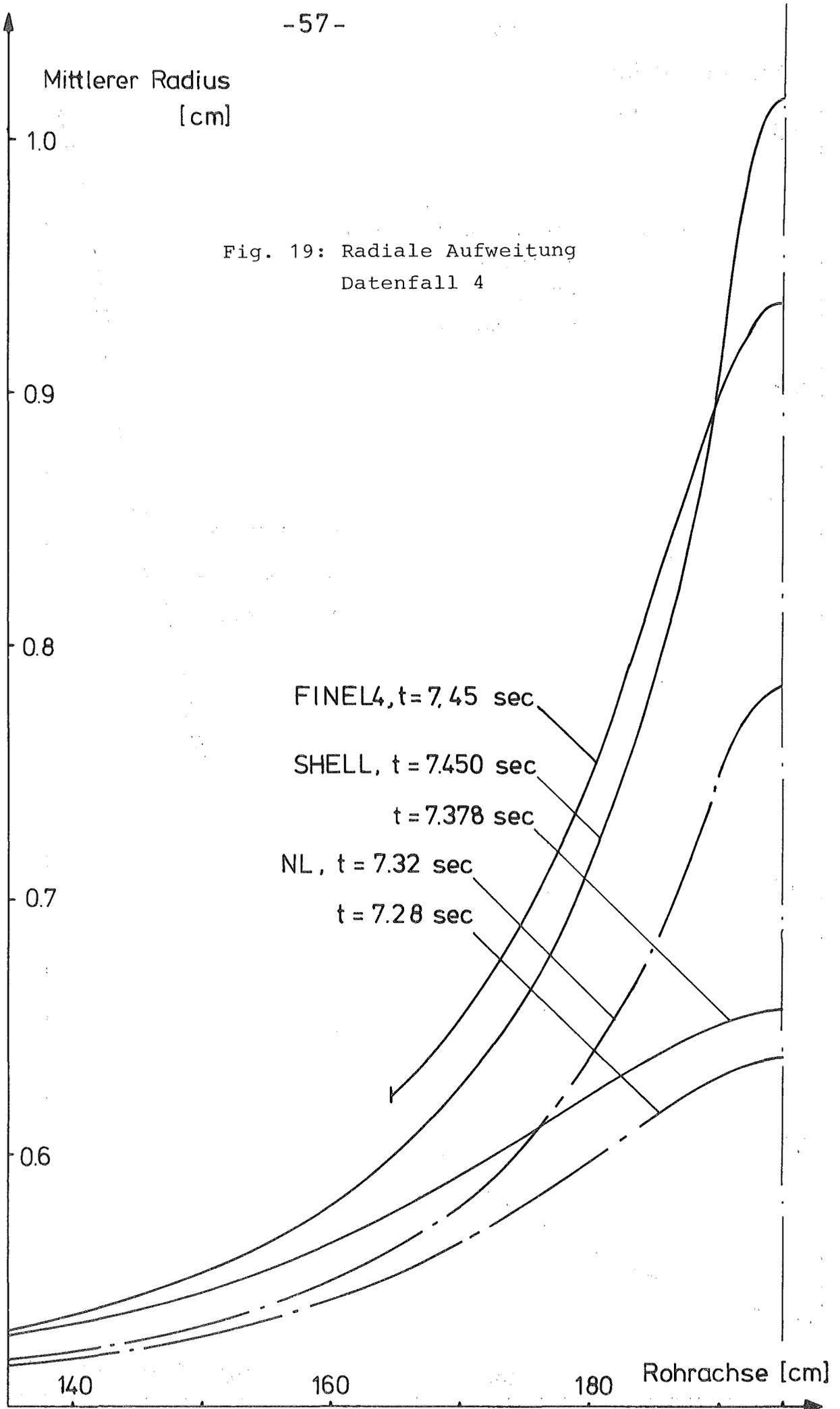
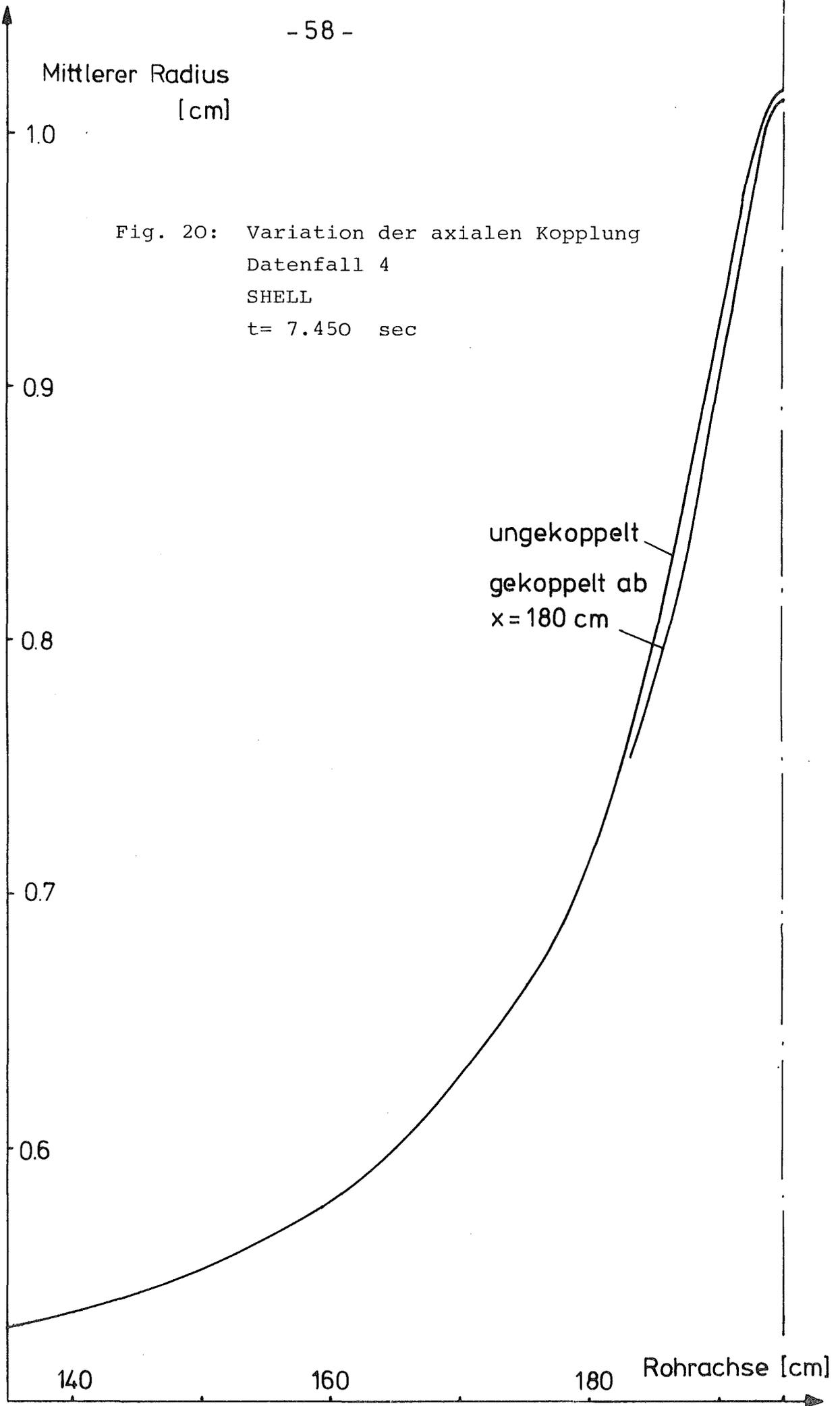


Fig. 19: Radiale Aufweitung  
Datenfall 4

Mittlerer Radius  
[cm]

Fig. 20: Variation der axialen Kopplung  
Datenfall 4  
SHELL  
t = 7.450 sec



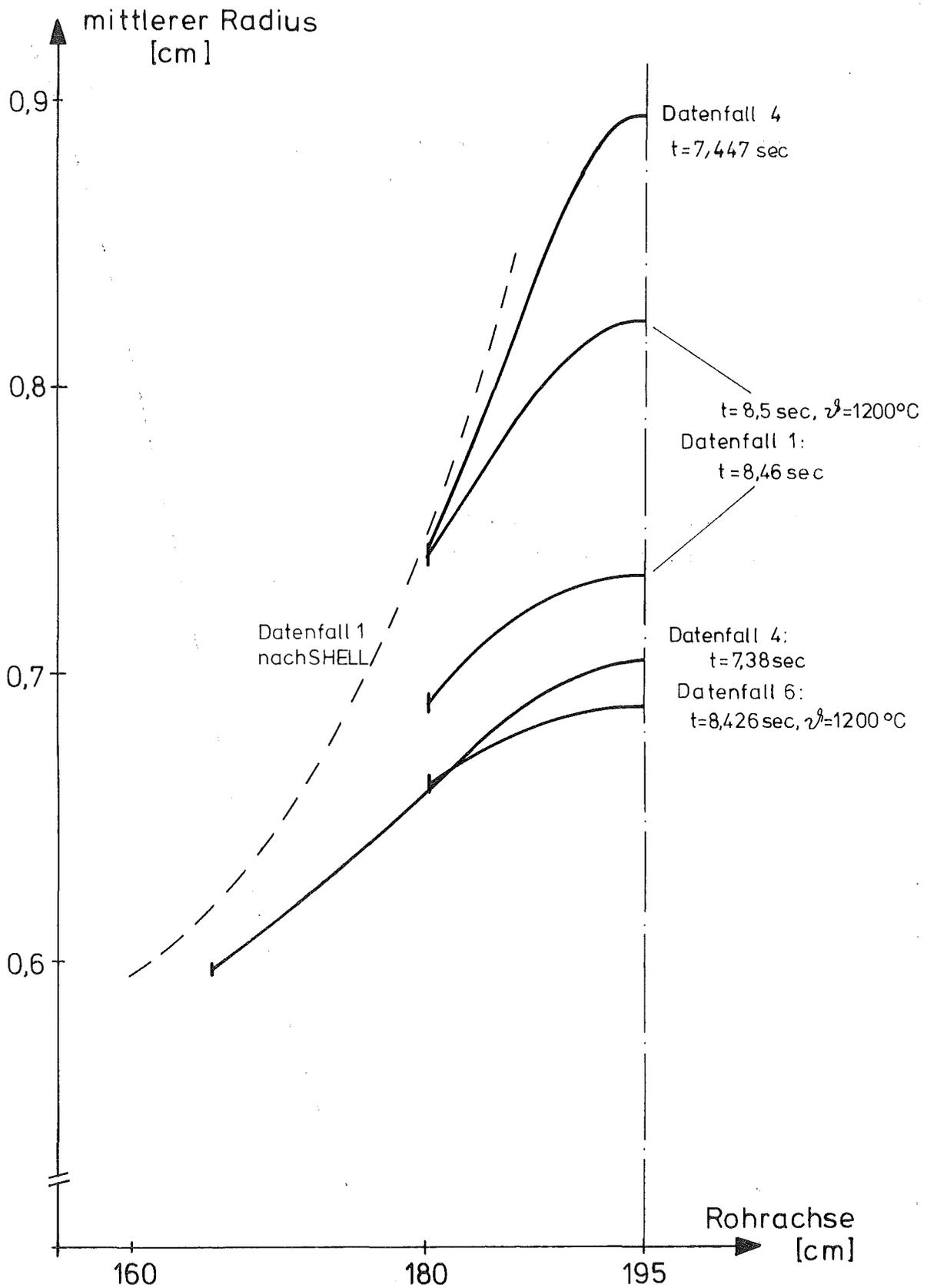
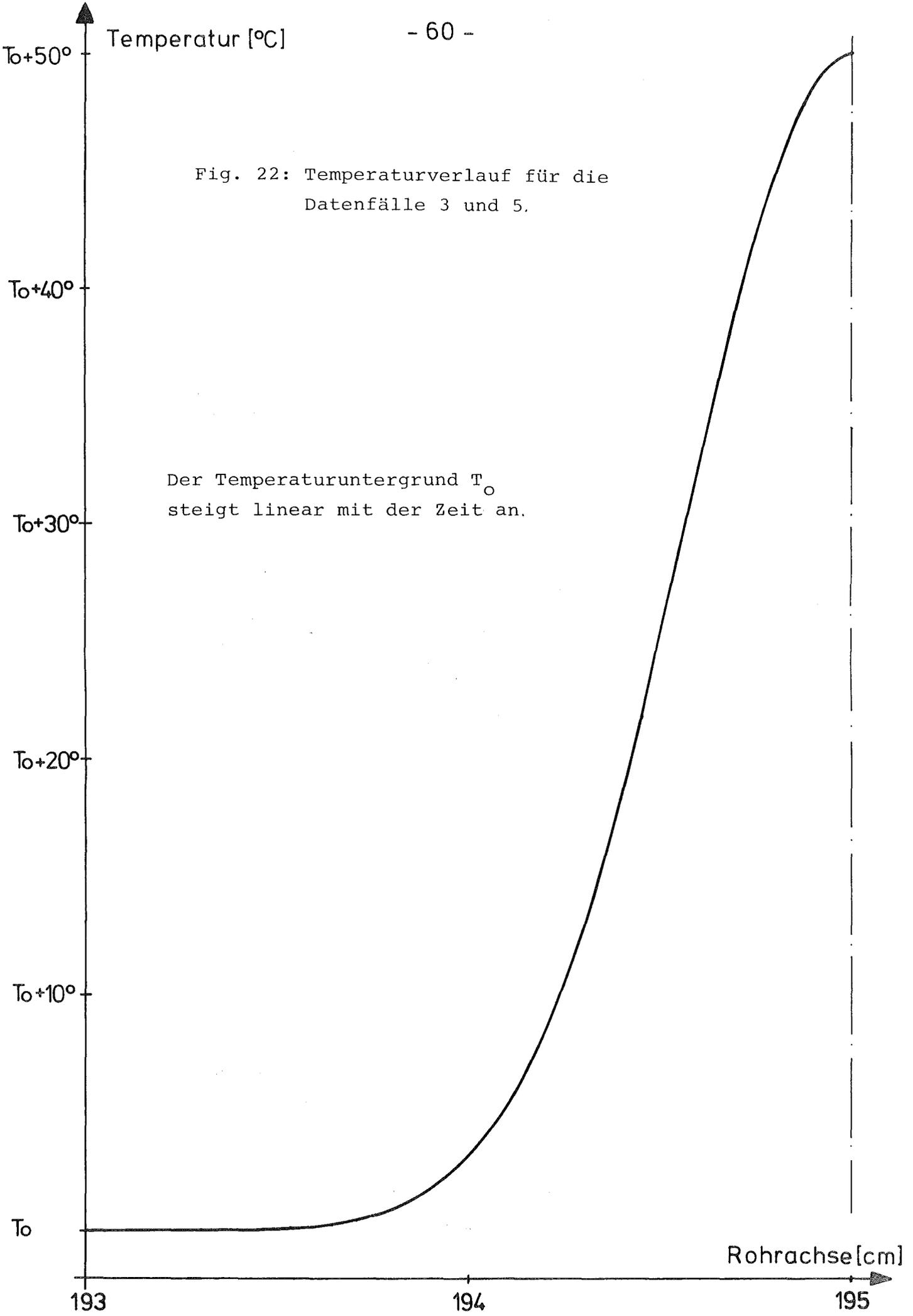
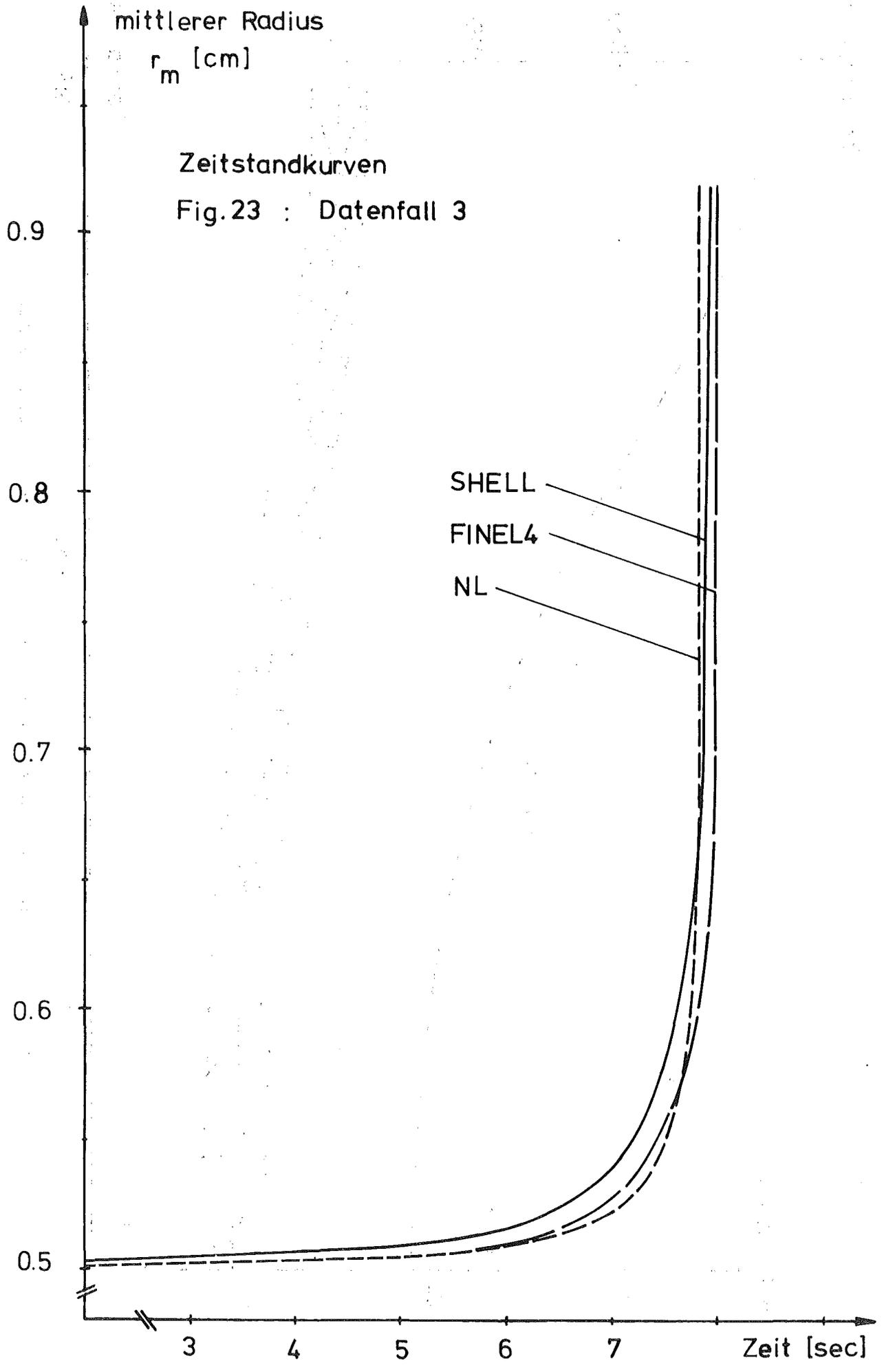


Fig.21: Radiale Aufweitung des Rohres nach FINEL4.  
Datenfälle 1,6 und 4





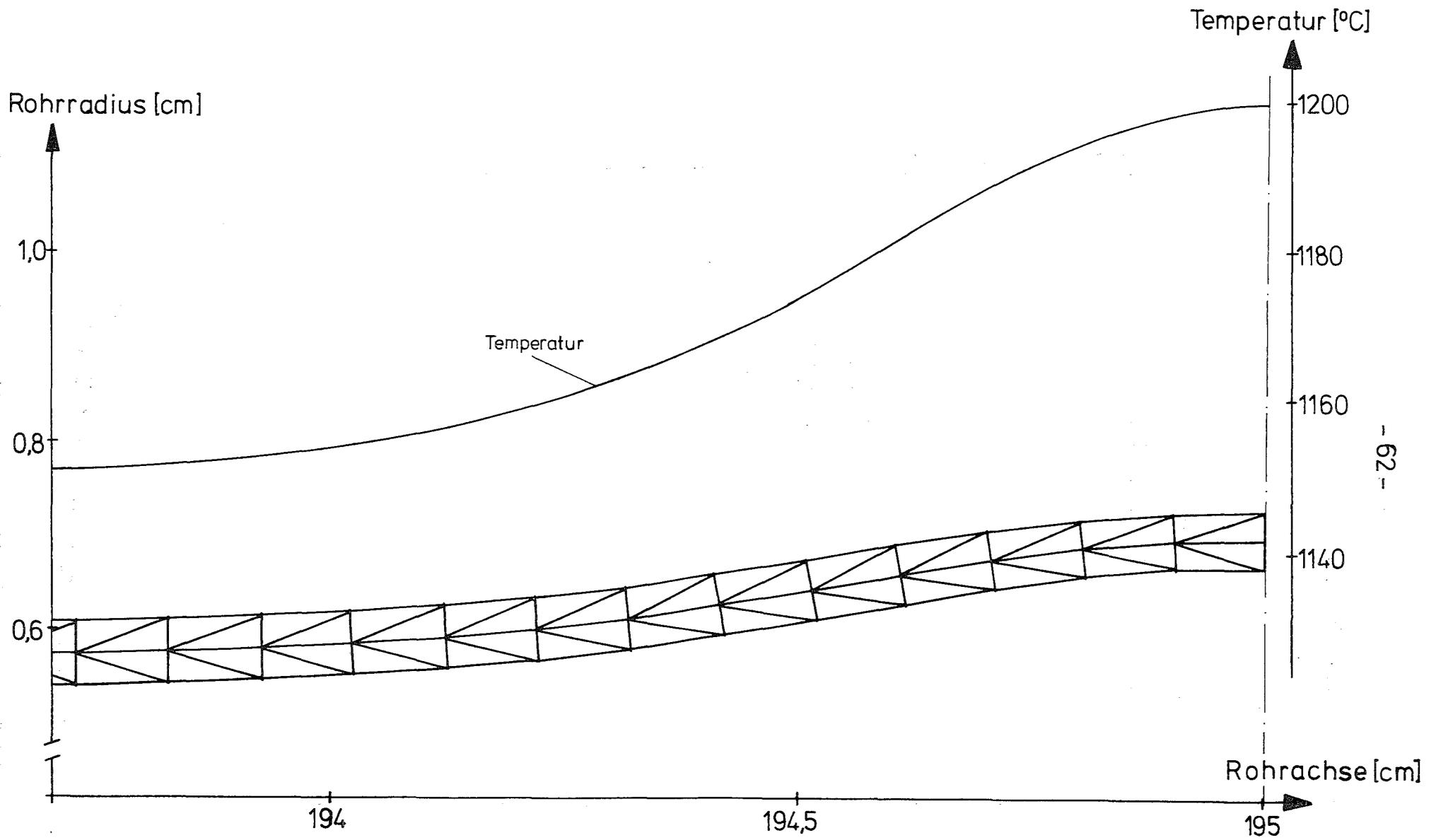


Fig. 24: FINEL4, Strukturunterteilung des verformten Rohres  
 mit Temperaturprofil bei  $t=8,03 \text{ sec}$  ( $v=1200^\circ\text{C}$ ).  
 Datenfall 3

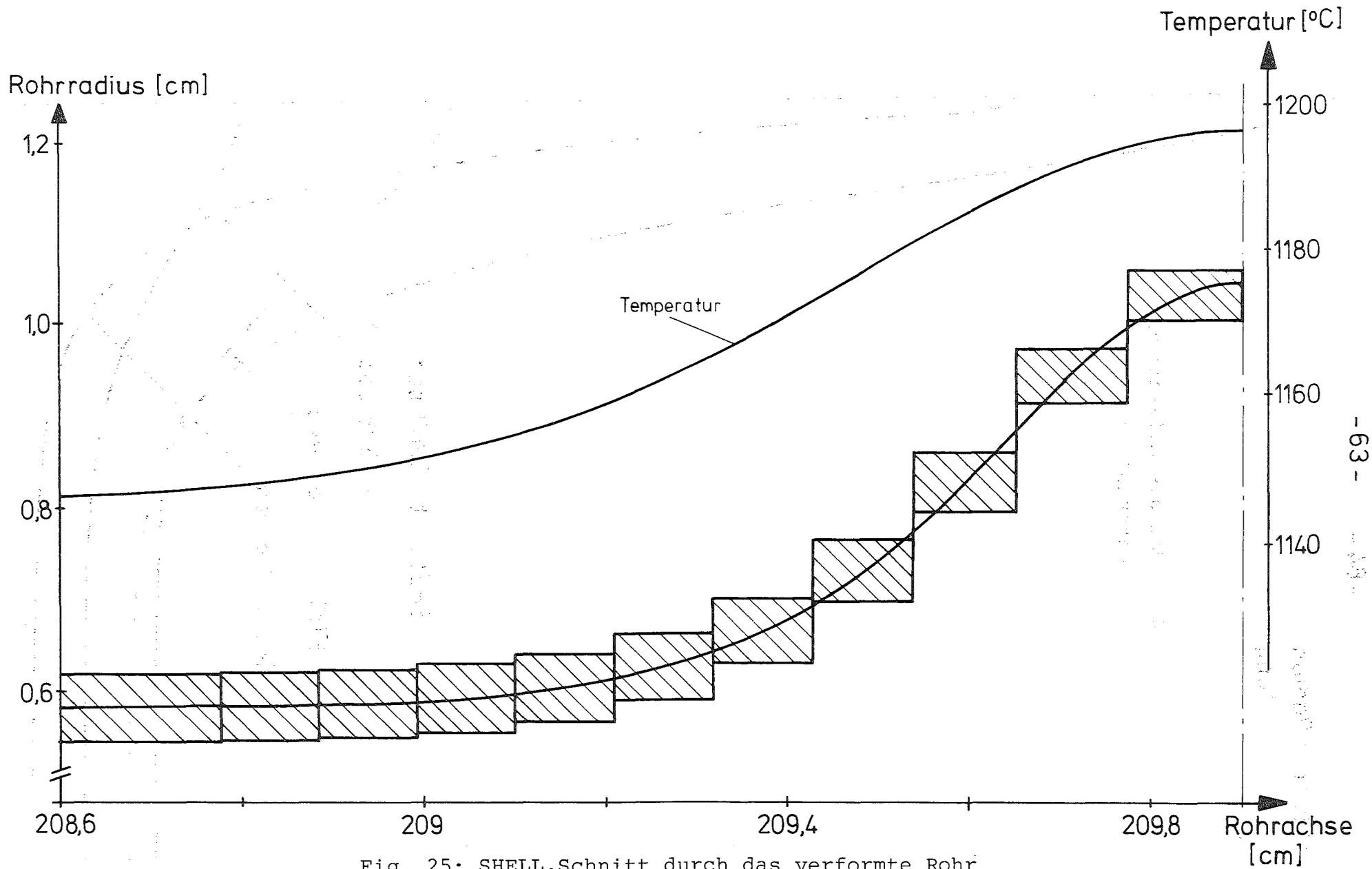
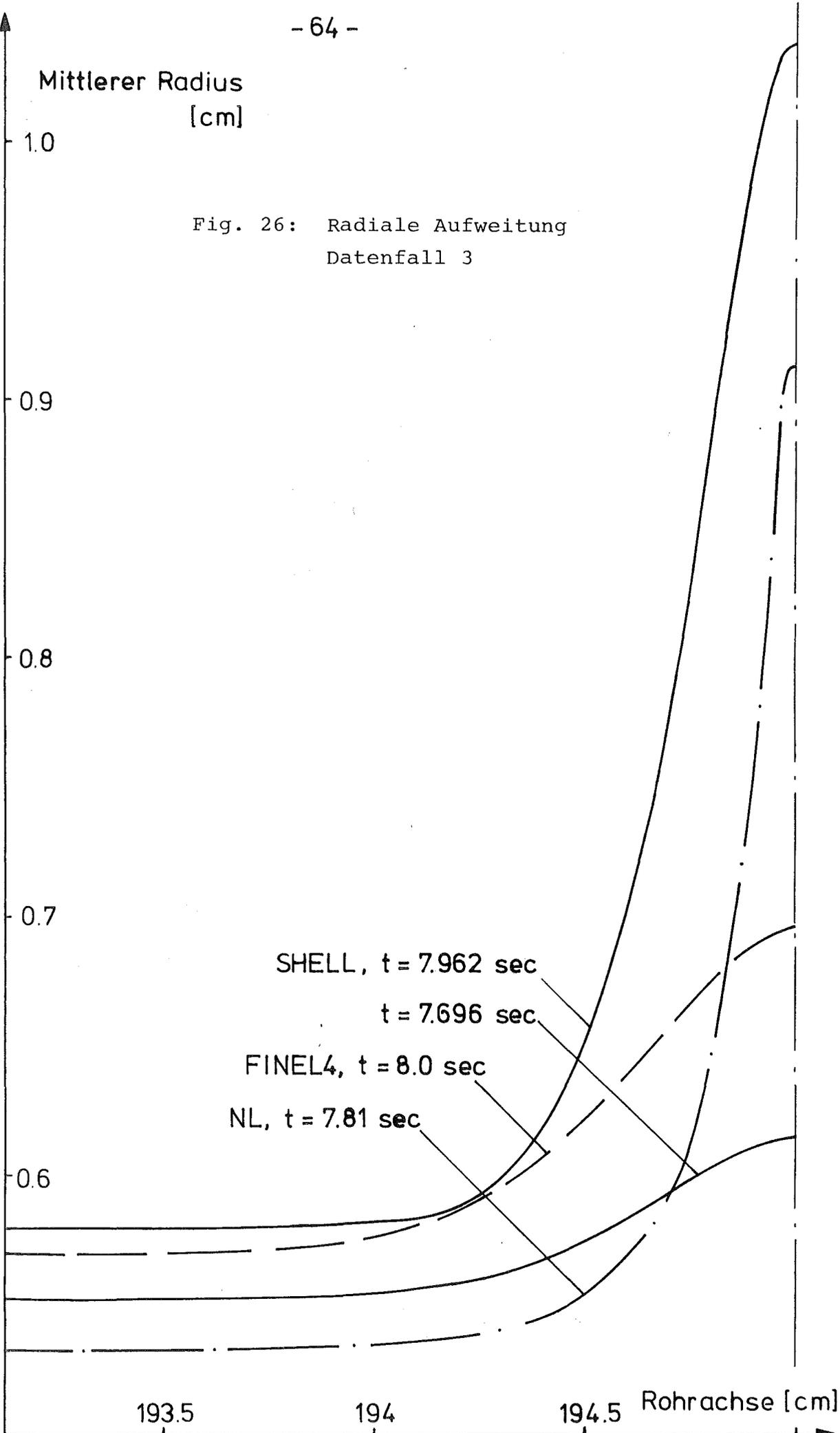


Fig. 25: SHELL, Schnitt durch das verformte Rohr  
mit Temperaturprofil bei  $t=7,96$  sec.  
Datenfall 3

Mittlerer Radius  
[cm]

Fig. 26: Radiale Aufweitung  
Datenfall 3



0.7

0.8

0.9

1.0

SHELL, t = 7.962 sec

t = 7.696 sec

FINEL4, t = 8.0 sec

NL, t = 7.81 sec

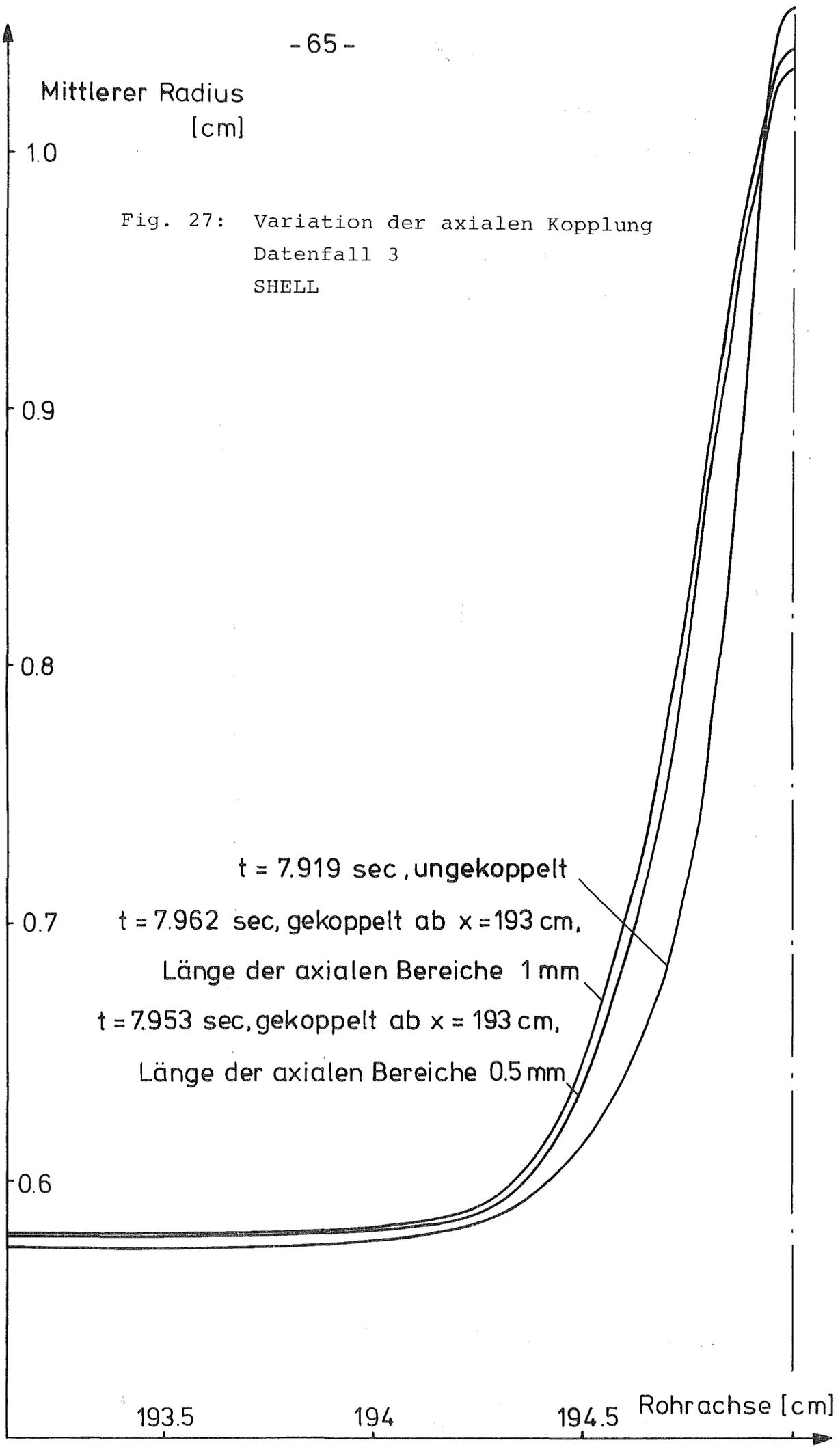
0.6

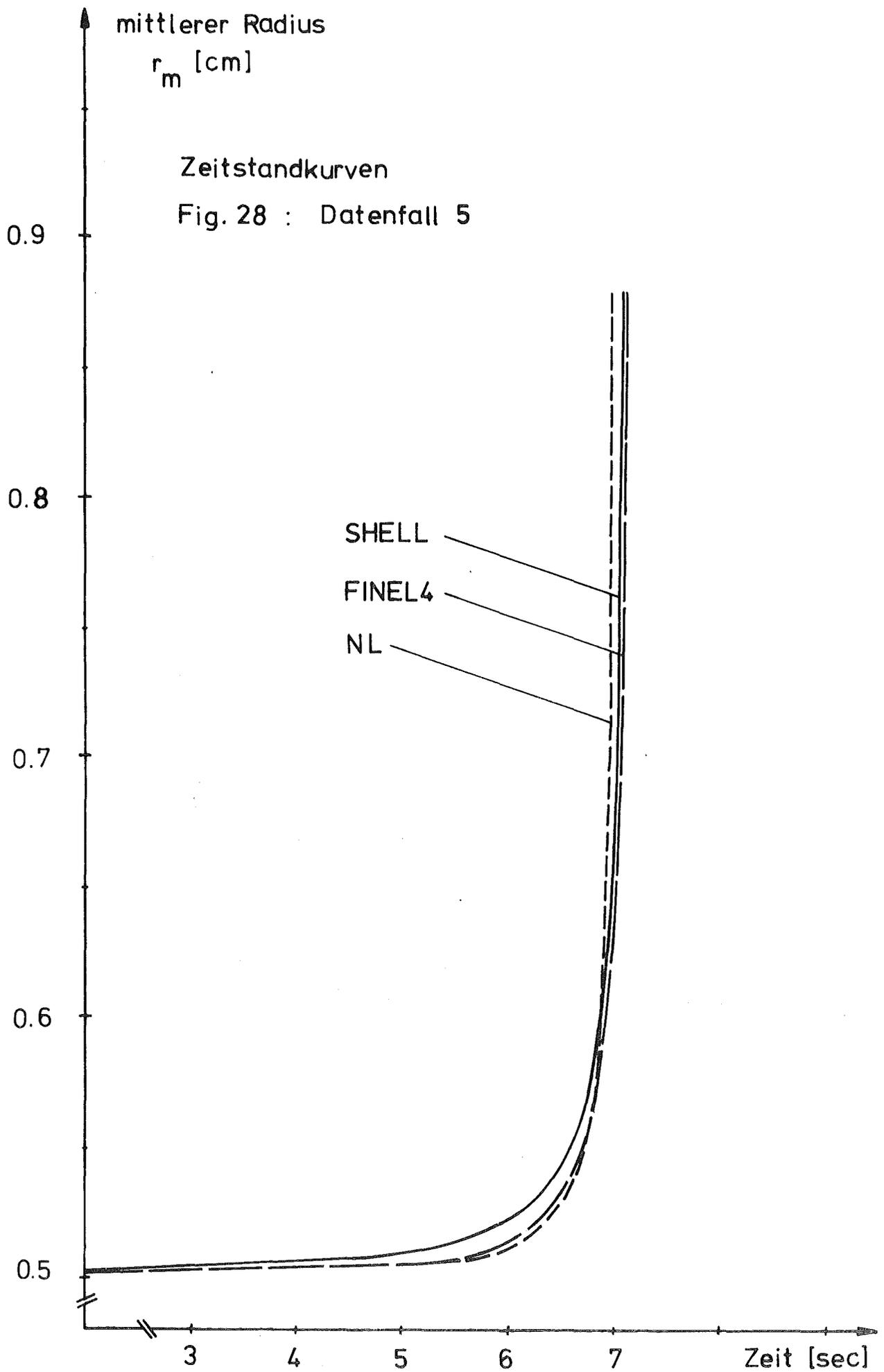
193.5

194

194.5

Rohrachse [cm]





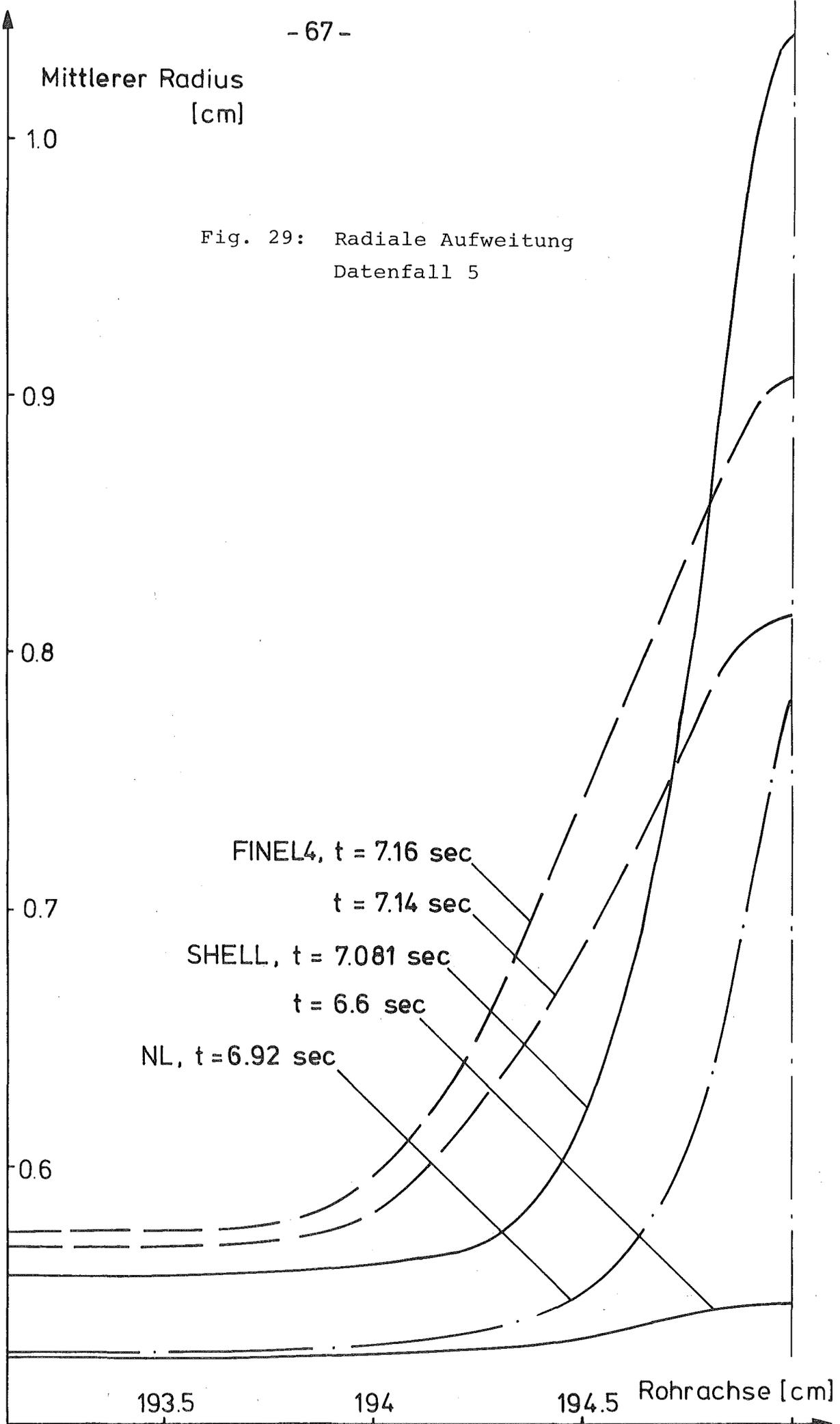


Fig. 29: Radiale Aufweitung  
Datenfall 5

Mittlerer Radius  
[cm]

Fig. 30: Variation der axialen Kopplung  
Datenfall 5  
SHELL

