

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

Dezember 1975

KFK 2237

Institut für Radiochemie

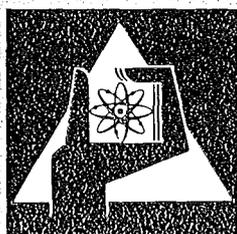
**Optimierung von Massenauflösung und Empfindlichkeit
bei der Analyse durch Vorwärtsstreuung schwerer
geladener Teilchen**

W. Bäuerle, V. Krivan

Max-Planck-Institut für Metallforschung, Stuttgart

H. Münzel

Gesellschaft für Kernforschung mbH, Karlsruhe



**GESELLSCHAFT
FÜR
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

KARLSRUHE

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

KFK 2237

Institut für Radiochemie

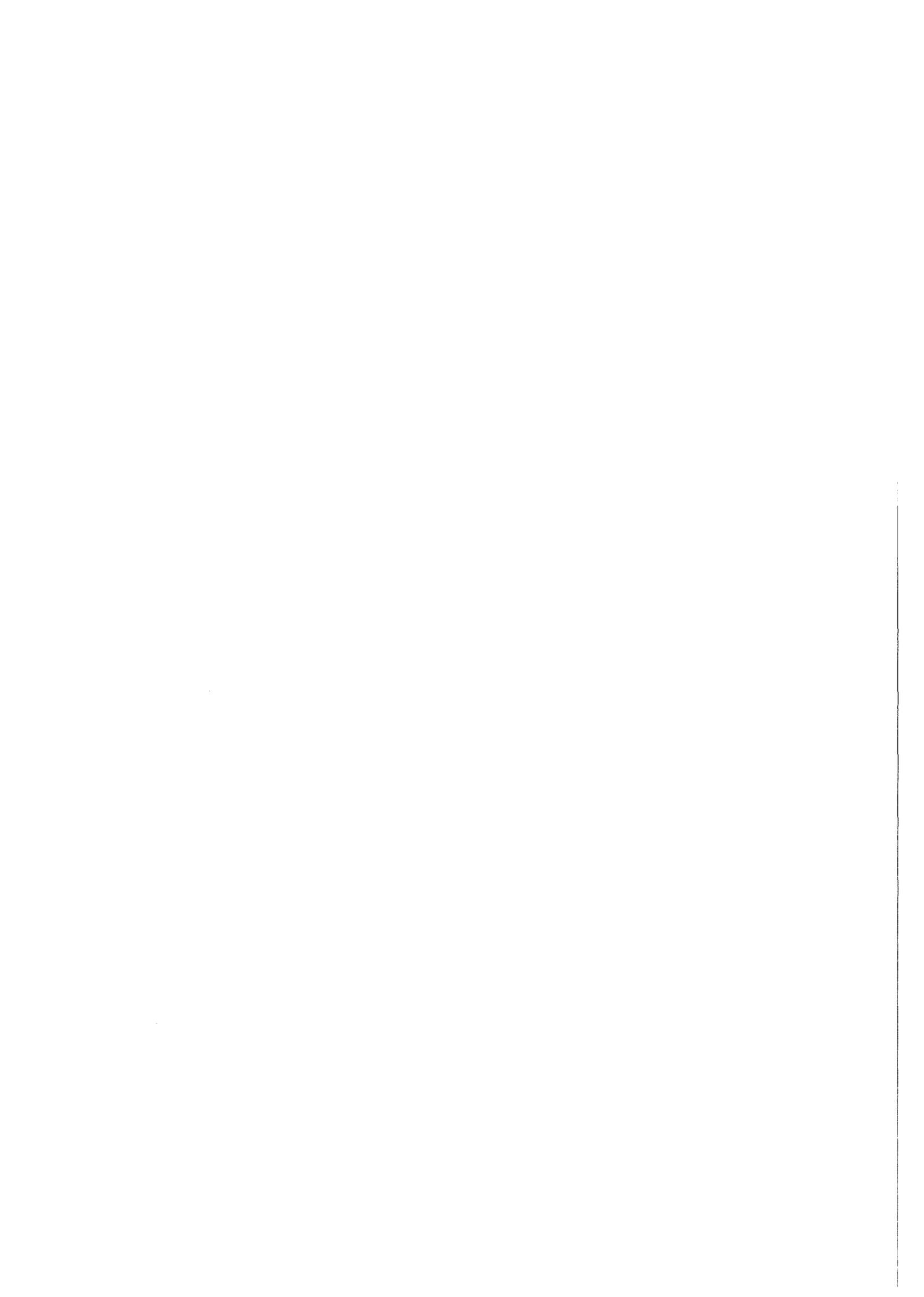
Optimierung von Massenauflösung und Empfindlichkeit
bei der Analyse durch
Vorwärtsstreuung schwerer geladener Teilchen

von

W. Bäuerle⁺, H. Münzel, V. Krivan⁺

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H., Karlsruhe

⁺Max-Planck-Institut für Metallforschung Stuttgart,
Institut für Werkstoffwissenschaften, Laboratorium
für Reinststoffe



Zusammenfassung

Für das Analysenverfahren der Spurenbestimmung durch Vorwärtsstreuung schwerer geladener Projektile an dünnen Folien wird der Einfluß der wesentlichen Parameter auf die Massenauflösung und das Nachweisvermögen diskutiert. Beide für die Auflösung entscheidenden Größen - Abstand der Linien für Nuklide mit den Nukleonenzahlen A und $A+1$ sowie deren Halbwertsbreite - werden erörtert. Zur Abschätzung der für die Berechnung des Nachweisvermögens erforderlichen differentiellen Wirkungsquerschnitte dient ein Interpolationsverfahren. Die für eine gegebene Problemstellung optimalen Arbeitsbedingungen können mit Hilfe einer Iterationsprozedur ermittelt werden.

Trace analysis by forward scattering of heavy charged particles: Optimization of mass resolution and sensitivity

Abstract

The influence of the essential parameters on the mass resolution and the sensitivity of the analytical method based on the forward scattering of heavy charged particles are considered. For the mass resolution the two most important quantities - position and half width of the peaks for neighbouring nuclides - are discussed. The differential cross sections needed for sensitivity calculations can be obtained by interpolation. A procedure for the evaluation of the optimal working conditions are described.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1.	1
1.1.	3
1.1.1.	8
1.1.2.	11
1.1.2.1.	13
1.1.2.2.	15
1.2.	19
1.2.1.	21
1.2.1.1.	22
1.2.1.2.	24
1.2.1.3.	28
1.2.1.4.	29
1.2.2.	30
1.2.2.1.	31
1.2.2.2.	32
1.2.2.3.	38
1.2.3.	39
1.3.	44
1.3.1.	45
1.3.2.	48
1.3.3.	50
2.	56

3. Vorwärtsstreuung schwerer geladener Teilchen

Das bekannteste kernchemische Verfahren zur Spurenbestimmung ist die Aktivierungsanalyse, bei der die entstandene Aktivität nach der Bestrahlung ermittelt wird. In den letzten Jahren ist jedoch das Interesse an den Verfahren, bei denen die Messungen während der Bestrahlung erfolgen, stark angestiegen, da die Zahl der dafür verfügbaren Beschleuniger erheblich größer geworden ist. Ein solches Verfahren der Spurenbestimmung beruht auf dem Nachweis elastisch gestreuter schwerer Projektile.

Die ersten Experimente zur elastischen Streuung durch Geiger und Marsden [2] und deren Interpretation durch Rutherford im Jahre 1911 [3] führten zur Entdeckung des Kernes. Die bis heute entwickelten intensitäts- und energiereichen Quellen in Form von Beschleunigern erlauben es, die elastische Streuung von stabilen, geladenen Teilchen wie p und α zur Elementanalyse zu verwenden. Dabei kann man prinzipiell zwei verschiedene Verfahren anwenden, je nachdem auf welcher Seite des Targets die gestreuten Teilchen untersucht werden sollen. Werden diese auf derselben Seite des Targets nachgewiesen, auf der sie auch auf-treffen, so spricht man von der Rückstreuung. Werden dagegen gestreute Teilchen nach dem Durchdringen des Targets auf der dem einfallenden Strahl gegenüberliegenden Seite beobachtet, so spricht man von der Vorwärtsstreuung.

Die bei der Rückstreuung verwendeten niederenergetischen Teilchen (1 - 3 MeV) erlauben es durch deren hohen spezifischen Energieverlust innerhalb der Probe, Oberflächenuntersuchungen durchzuführen. So wurde die Rückstreuung unter anderem dazu verwendet, die Zusammensetzung der Mondoberfläche zu bestimmen [4]. Die Methode der Rückstreuung wird im Moment weiter erforscht und gehört bereits jetzt zu den Routineuntersuchungen an Oberflächen [1].

In letzter Zeit wurde auf die Methode der Vorwärtsstreuung hingewiesen, die bei Verwendung von höherenergetischen Teilchen (> 10 MeV) - und damit entsprechend kleinerem spezifischen Energieverlust - die elastische Streuung in Vorwärtsrichtung erlaubt. Der Vorteil dieser Methode liegt darin, daß man bei ihr viele Elemente, sofern sie schwerer als die Matrix sind, gleichzeitig nebeneinander nachweisen kann. In den bis jetzt erschienenen Arbeiten [5 - 8] wurde die hohe Leistungsfähigkeit der Methode der Vorwärtsstreuung in bezug auf ihre Massenauflösung und ihr Nachweisvermögen experimentell belegt. Die wenigen - anhand einiger speziellen Beispiele - dabei durchgeführten Messungen erlauben es leider nicht, einen Überblick über die Möglichkeiten und auch die Begrenzungen dieser Methode zu erhalten.

Für einen optimalen Einsatz dieser Analysenmethode in bezug auf die Massenauflösung und das Nachweisvermögen soll die Frage nach den dabei zu verwendenden Parametern wie Teilchenart, Teilchenenergie, maximale Targetdicke, Streuwinkel, Targetorientierung usw. überschaubar gemacht werden.

1.1. Massenbestimmung über die Energiemessung elastisch gestreuter Teilchen

Die elastische Wechselwirkung zweier Teilchen läßt sich völlig exakt durch die Stoßgesetze beschreiben.

Ein nukleares Projektil der Masse m_{pr} soll mit der kinetischen Energie E_0 auf das zu bestimmende Teilchen der Masse m , das sich dabei in Ruhe befindet (kinetische Energie $E = 0$) auftreffen. Aufgrund der elastischen Wechselwirkung wird das Teilchen der Masse m_{pr} unter dem Streuwinkel ϑ gestreut und besitzt nach dem Stoß die kinetische Energie E_{pr} , während das Teilchen der Masse m unter dem Winkel φ gestreut wird und die kinetische Energie E_m hat (siehe Abb. 1).

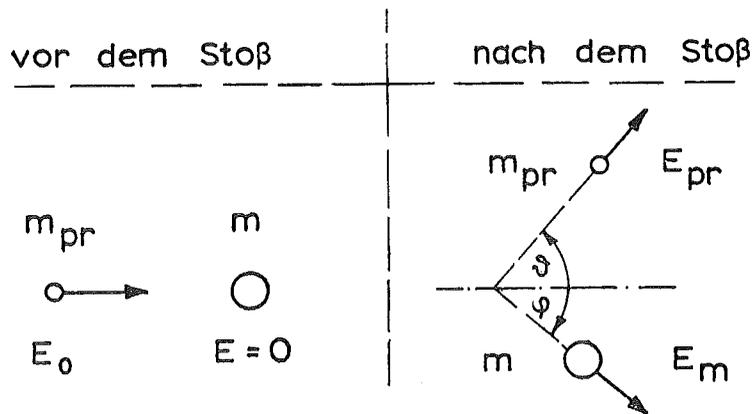


Abb. 1: Elastischer Stoß zweier Teilchen

Mit Hilfe der elastischen Stoßgesetze kann nun die kinetische Endenergie E_{pr} des einfallenden Teilchens berechnet werden. Im allgemeinen relativistischen Fall, der hier betrachtet werden muß, gilt die Erhaltung der totalen Energien $E_{tot} = m_0 c^2 + E_{kin}$

und die Erhaltung der relativistischen Impulse

$$P_{rel} = \frac{1}{c} \sqrt{E_{kin} (E_{kin} + 2m_0 c^2)} ,$$

wobei E_{kin} die kinetische Energie und $m_0 c^2$ die Ruheenergie eines Teilchens bedeuten und c die Lichtgeschwindigkeit ist. Die Energie- und Impulserhaltung liefert dann für die kinetische Energie E_{pr} folgenden Ausdruck:

$$\frac{E_{pr}}{m_{pr} c^2} + 1 = \frac{(1+M+K) (1+M+MK) + K (K+2) \cos \vartheta \sqrt{M^2 - \sin^2 \vartheta}}{(1+M+K)^2 - K (K+2) \cos^2 \vartheta} \quad (1)$$

$$\text{wobei } K = \frac{E_0}{m_{pr} c^2} \quad \text{und} \quad M = \frac{m}{m_{pr}} \quad \text{ist.}$$

Der Zusammenhang in (1) zwischen der kinetischen Endenergie E_{pr} des einfallenden Teilchens und dem Streuwinkel ϑ wird in der Literatur [9] üblicherweise als die relativistische elastische Kinematikkurve bezeichnet. Die Beziehung (1) bietet nun die Möglichkeit, Kerne der unbekannt Masse m , die in einem Target enthalten sind, zu bestimmen, und zwar auf folgende Art und Weise: Bei bekannter Masse m_{pr} und kinetischer Energie E_0 des einfallenden Projektils und bei Verwendung eines bestimmten Laborstreuwinkels ϑ sind in dieser Beziehung alle Größen außer E_{pr} und m bekannt, so daß man eine eindeutige Funktion der Art

$$E_{pr} = E_{pr} (m) \quad (1.1)$$

erhält, mit deren Hilfe es möglich ist, gemessenen E_{pr} -Werten eine Masse m zuzuordnen.

Die Massenbestimmung bei der elastischen Streuung ist dabei analog der Z -bestimmung beim Moseleyschen Gesetz. Während bei der Z -bestimmung die Energieabhängigkeit der Röntgenquanten von der Kernladungszahl Z als grundlegende Gleichung benutzt wird, ist es bei der Methode

der Vorwärtsstreuung die Energieabhängigkeit der gestreuten Projektile von der Massenzahl m gemäß Beziehung (1.1).

Wählt man als Beispiel einen Laborstreuwinkel von $\vartheta = 90^\circ$, so wird aus (1) folgender einfacher Ausdruck:

$$E_{pr} = E_0 \frac{M - 1}{M + 1 + K} \quad (1.2)$$

wobei $M = \frac{m}{m_{pr}}$.

Die Beziehung (1.2) ist in Diagramm 1 speziell für α -Teilchen der kinetischen Energie $E_0 = 40$ MeV aufgezeichnet.

Mißt man nun die kinetische Energie E_{pr} , so läßt sich dieser mit Hilfe der Beziehung (1.2) - oder für einen anderen Streuwinkel gemäß Beziehung (1) - eine Masse m zuordnen. Bei dieser Art des Massennachweises läßt sich also über eine Energiespektroskopie eine Massenbestimmung durchführen.

Sind nun in einer Matrix zwei Kernarten mit den Massen m_1 und m_2 enthalten, so besitzt das zugehörige Energiespektrum der gestreuten Projektile folgende prinzipielle Form (Abb. 2):

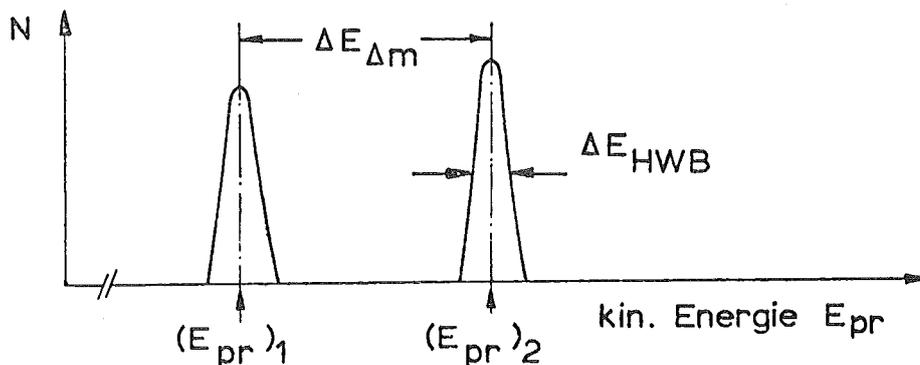


Abb. 2: Prinzipielle Form des Energiespektrums für zwei um Δm verschiedene Massen

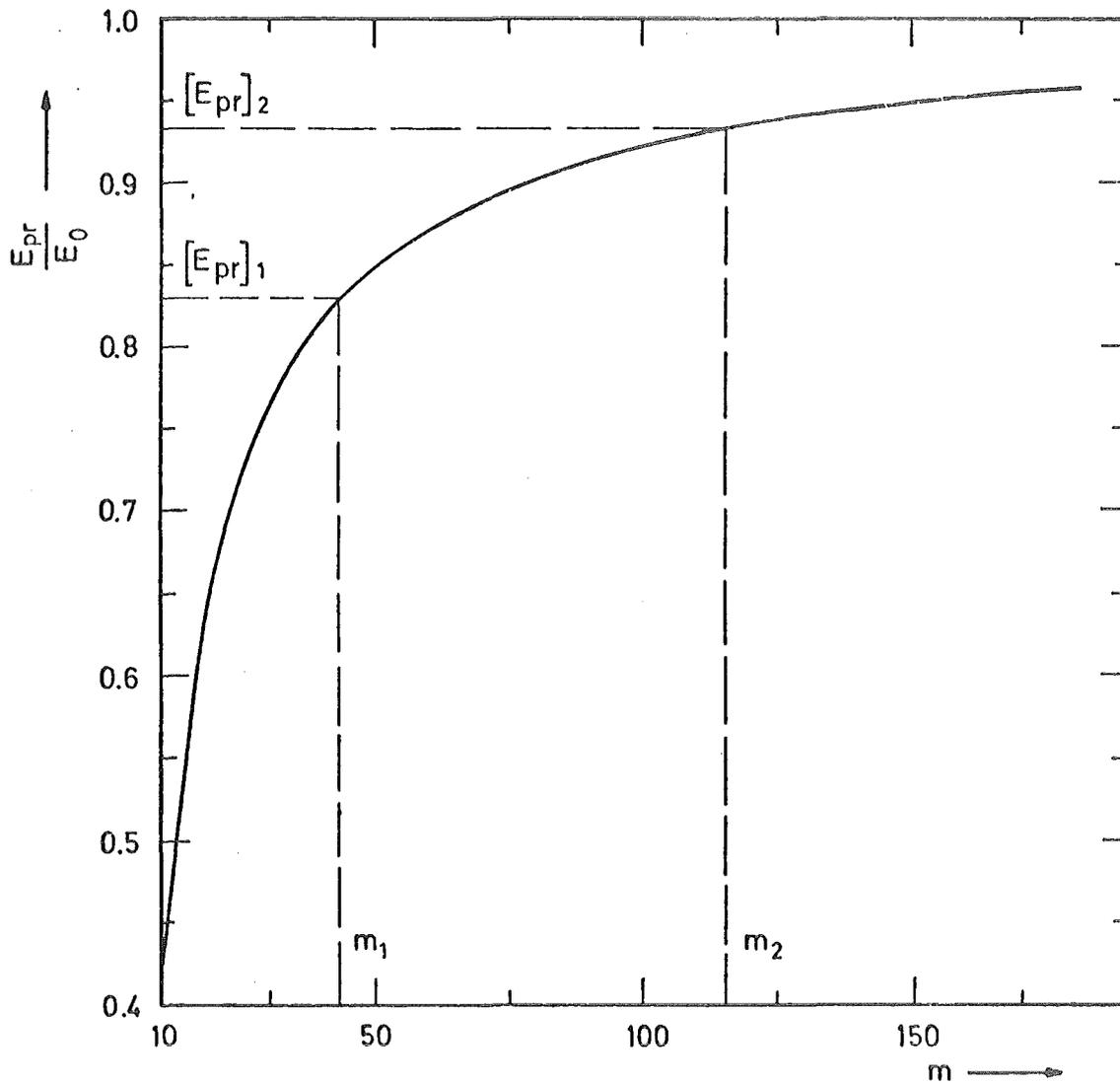


Diagramm 1: Beispiel für eine relativistische elastische Kinematik (anhand von α -Teilchen mit $E_0 = 40$ MeV bei einem Streuwinkel von $\vartheta = 90^\circ$)

Mit steigender Masse m ($m_2 > m_1$) steigt auch die zugehörige kinetische Energie E_{pr} . Die beiden zu m_1 und m_2 ($\Delta m = m_2 - m_1$) gehörigen Linien haben einen energetischen Abstand von $\Delta E_{\Delta m}$ und besitzen außerdem eine endliche Halbwertsbreite ΔE_{HWB} .

Bis jetzt wurde nur über das Prinzip einer solchen Analysenart gesprochen. Für den qualitativen und quantitativen Massennachweis einer Kernart sind die beiden nun folgenden Punkte von entscheidender Bedeutung. Man benötigt

- 1) eine genügende Massenauflösung zur Trennung zweier benachbarter Massen, die um Δm voneinander entfernt liegen sollen,
- 2) ein genügend großes Nachweisvermögen.

Die Begrenzung in der Massenauflösung ist bedingt durch die endliche Linien-Halbwertsbreite ΔE_{HWB} . Sollen zwei um Δm auseinanderliegende Massen nebeneinander nachgewiesen werden können, so ist erforderlich, daß der Energieabstand $\Delta E_{\Delta m}$ der beiden zugehörigen Linien größer ist als deren Linienbreite. Es gilt also die Forderung

$$\Delta E_{\Delta m} > \Delta E_{HWB} \quad (2)$$

Das Nachweisvermögen ist bedingt durch die Stärke der elastischen Wechselwirkung. Die Nachweisgrenze für eine Kernart wird dabei bestimmt durch die Anzahl N der bei der zugehörigen Linie zu bestimmenden Teilchen. Diese Anzahl N muß so groß sein, daß die Linie noch einwandfrei identifiziert werden kann. Diese beiden Punkte sollen im einzelnen in den später folgenden Kapiteln besprochen werden.

Für die absolute Massenbestimmung muß unbedingt die relativistische Kinematik (1) verwendet werden, die noch durch die endliche Dicke des Targets eine Korrektur erfährt, die im nächsten Kapitel besprochen werden wird. Für die sonst benötigten Abschätzungen genügt aber mit ausreichender Genauigkeit auch die nichtrelativistische Kinematik (da $K \ll 1$; z.B. für 100 MeV α : $K = 0,027$):

$$E_{pr} = E_0 \frac{(\cos \vartheta + \sqrt{M^2 - \sin^2 \vartheta})^2}{(1 + M)^2} \quad (3)$$

1.1.1. Energieabstand $\Delta E_{\Delta m}$ zweier Linien und die Massenauflösung

Die Endenergie E_{pr} eines Teilchens der Masse m_{pr} ist eine stetige und monoton wachsende Funktion der Masse m , wobei für große m $E_{pr} \rightarrow E_0$ geht (siehe Diagramm 1). Sollen nun zwei um Δm verschiedene Massen gleichzeitig nebeneinander nachgewiesen werden, so muß ihr Energieabstand $\Delta E_{\Delta m}$ genügend groß sein, damit sie (bedingt durch die endliche Halbwertsbreite ΔE_{HWB} einer Linie) noch voneinander getrennt beobachtet werden können (Abb. 2).

In diesem Abschnitt soll nun die Größe $\Delta E_{\Delta m}$ in allgemeiner Form diskutiert und es soll weiter gezeigt werden, wo die Grenzen der Massenauflösung liegen, d.h. unter welchen Bedingungen ein vom Experiment gefordertes Δm noch erreicht werden kann.

Aus der nichtrelativistischen Kinematikurve (3) erhält man durch Differenzieren den Differentialquotienten $\frac{dE_{pr}}{dM}$ und aus diesem mit Hilfe folgender Näherungen

$$\left(\frac{\sin \vartheta}{M}\right)^2 \ll 1 \quad \text{und} \quad \left(\frac{\cos \vartheta}{M}\right) \ll 1$$

und für kleine Δm den Ausdruck

$$\frac{\Delta E_{pr}}{E_{pr}} \equiv \frac{\Delta E_{\Delta m}}{E_{pr}} = \frac{4}{m^2} m_{pr} \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \Delta m \quad (4)$$

Die nichtrelativistische Näherung kann verwendet werden, da in allen Fällen gilt:

$$(\Delta E_{pr})_{nrel} < (\Delta E_{pr})_{rel}$$

und damit das in (4) angegebene $\Delta E_{\Delta m}$ eine untere Grenze für die nun folgenden Abschätzungen darstellt.

In Diagramm 2 ist der relative Energieabstand $\Delta E_{\Delta m}/E_{pr}$ zweier Linien in Abhängigkeit aller Parameter aufgezeichnet. Die Begrenzung der Möglichkeiten der Methode läßt sich daraus nun folgendermaßen ablesen:

Die endliche Halbwertsbreite ΔE_{HWB} einer Linie - die in Kapitel 1.2. noch ausführlich besprochen werden wird - bedingt gemäß (2), daß $\Delta E_{\Delta m}/E_{pr}$ größer als ein bestimmter Wert sein muß. Dieser Wert ist durch die Größe von ΔE_{HWB} vorgegeben und liegt, je nachdem was die Experimentieranordnung zu leisten vermag, in der Größenordnung von

$$5 \cdot 10^{-4} < \frac{\Delta E_{HWB}}{E_{pr}} < 5 \cdot 10^{-3} .$$

Relevant für diese Methode sind deshalb nur Werte von $\Delta E_{\Delta m}/E_{pr}$, die oberhalb dieser Grenzen liegen. Weiter bedingt die Nachweisempfindlichkeit - siehe Kapitel 1.3. -, daß der Streuwinkel ϑ einen oberen Wert nicht überschreiten darf, wobei ϑ in der Größenordnung $20^\circ < \vartheta < 100^\circ$ liegt. Dies führt zu einer Begrenzung des Streuwinkels ϑ , der primär gegeben ist durch die Forderung an das Nachweisvermögen. Dabei liegt die Begrenzungslinie bei

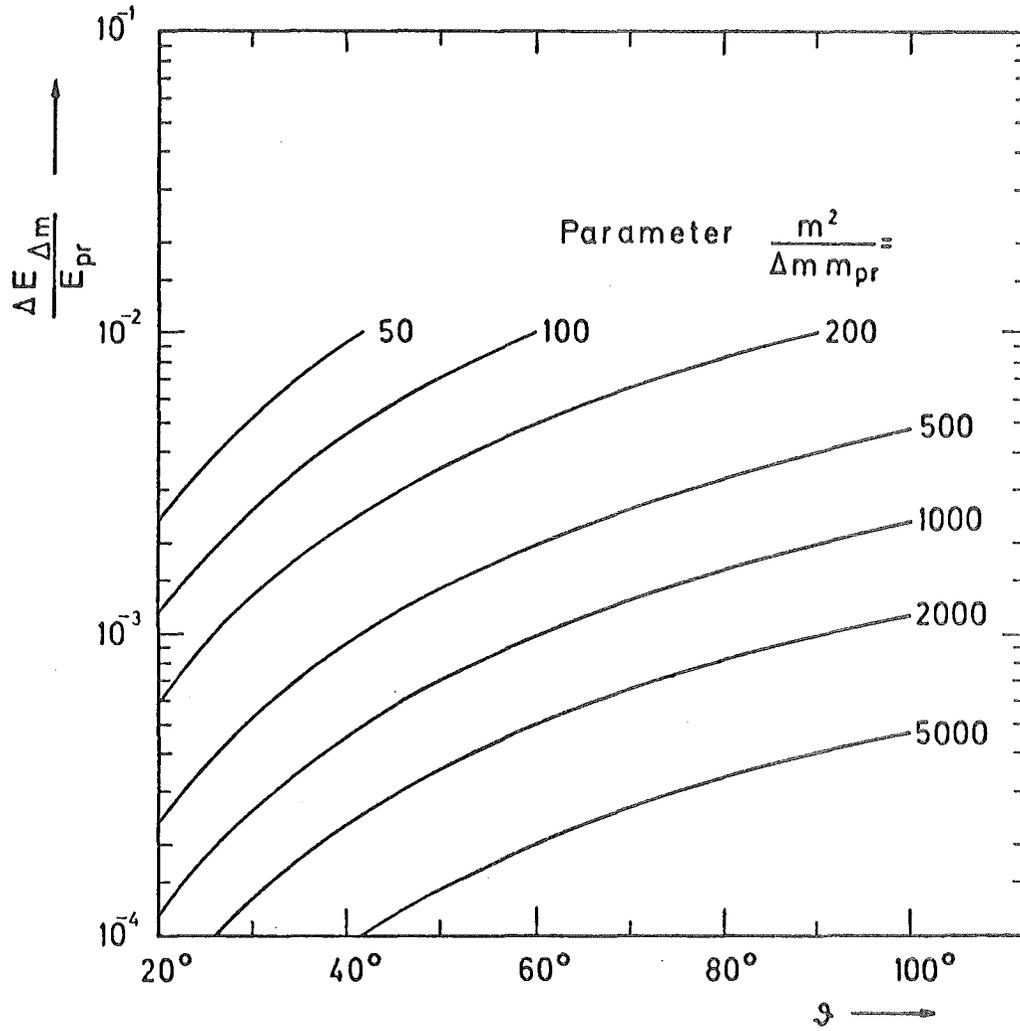


Diagramm 2: Relativer Energieabstand zweier Linien beim Massennachweis

hohen Nachweisvermögen bei kleineren Streuwinkeln ϑ . Für das Experiment bedeutet das, daß im Einzelfall nur der Teil des Diagramms 2 relevant ist, der im linken oberen Bereich des Diagramms liegt.

Ein willkürlich herausgegriffenes Beispiel, in dem $\frac{\Delta E}{\Delta m} / E_{pr} = 10^{-3}$ als horizontale und $\vartheta = 60^\circ$ als vertikale Begrenzungslinie gewählt wird, soll dies erläutern. Man erhält dann als Parameter

$$\frac{m^2}{\Delta m m_{pr}} \approx 10^3$$

Das heißt, daß z.B. im Massenbereich $m = 60$

$$\Delta m m_{pr} \approx 3.6$$

gelten muß.

Bei Verwendung von z.B. Protonen ($m_{pr} = 1$) lassen sich dann noch Massen trennen, die um 3 - 4 Masseneinheiten auseinanderliegen; bei Verwendung von α -Teilchen ($m_{pr} = 4$) lassen sich Massen trennen, die um 1 Masseneinheit auseinanderliegen.

In Diagramm 3 ist sowohl für Protonen als auch für α -Teilchen die Begrenzung der Methode in bezug auf die Massenauflösung gezeigt. Für zwei verschiedene Werte von $\frac{\Delta E}{E_{pr}} = 5 \cdot 10^{-4}$ und 10^{-3}

wird gezeigt, bei welchen Streuwinkeln und bis zu welchen Massen m man noch um $\Delta m = 1$ und 5 auseinanderliegende Massen voneinander trennen kann.

1.1.2. Massenbestimmung bei Berücksichtigung der endlichen Dicke des Targets

Die kinetische Energie E_{pr} eines Teilchens gemäß Formel (1) entspricht dem Fall, daß die Dicke d des Targets vernachlässigt wird (d.h. $d = 0$).

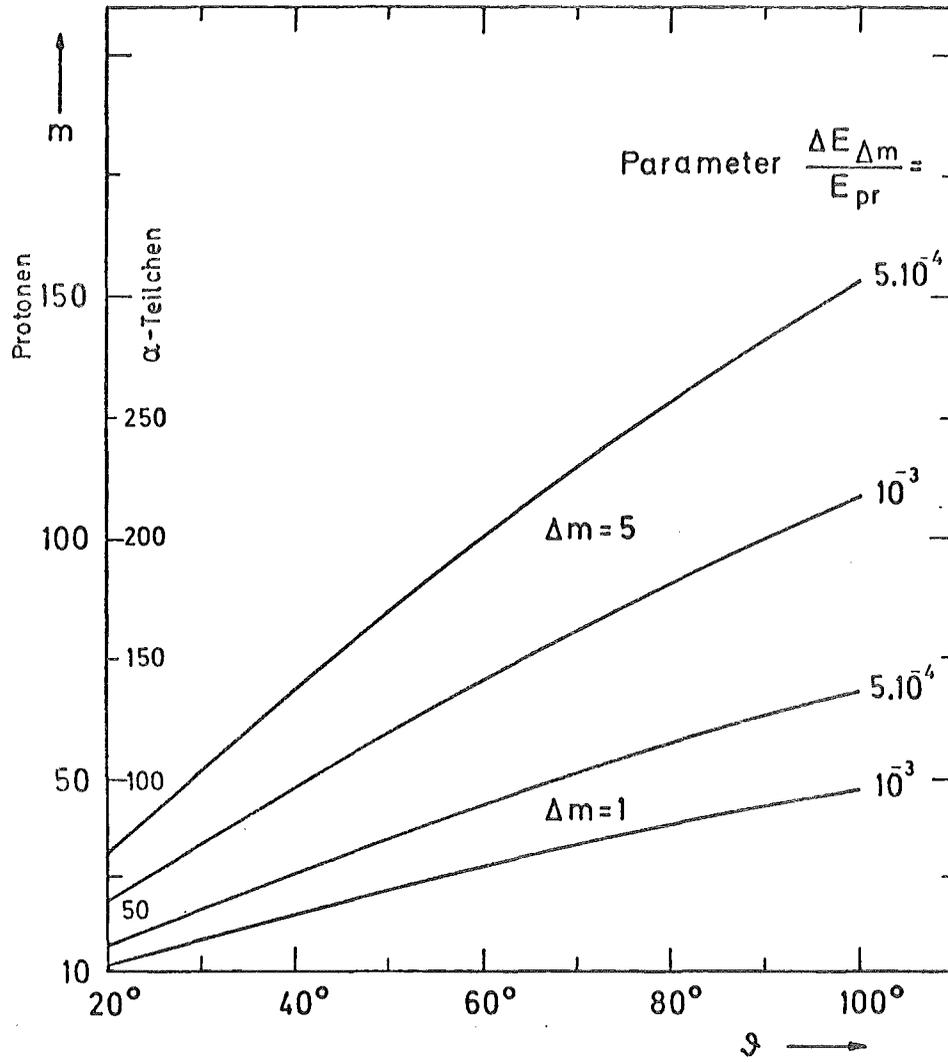


Diagramm 3: Erreichbare Massenauflösung für Protonen und α -Teilchen

Beim Durchgang durch ein Target endlicher Dicke erfahren geladene Teilchen aber einen sogenannten spezifischen Energieverlust $\frac{dE}{dx}$, der zusätzlich zur elastischen Streuung (von E_0 auf E_{pr}) einen Energieverlust ΔE_{loss} der elastisch gestreuten Teilchen bedingt und gleichzeitig aus noch zu besprechenden Gründen zur Halbwertsbreite ΔE_{HWB} beiträgt.

Um nun ΔE_{loss} und die dadurch bedingte Halbwertsbreite genauer diskutieren zu können, soll im nächsten Kapitel zunächst etwas über den spezifischen Energieverlust $\frac{dE}{dx}$ gesagt werden.

1.1.2.1. Spezifischer Energieverlust $\frac{dE}{dx}$ schwerer, geladener Teilchen

Der spezifische Energieverlust $\frac{dE}{dx}$, den ein geladenes Teilchen beim Durchgang durch Materie erfährt, ist Gegenstand zahlreicher theoretischer und experimenteller Arbeiten. Eine Zusammenfassung der ganzen Aspekte ist in [10] gegeben. Numerische Werte können Tabellen [11] entnommen werden.

Der Energieverlust $\frac{dE}{dx}$ ist stark abhängig von der Art der einfallenden Teilchen, deren Energie und von der Art des Absorbermaterials. In Diagramm 4 ist mit Hilfe der Tabellen [11] die Energieabhängigkeit des spezifischen Energieverlustes im Energiebereich von 10 - 100 MeV gezeigt. Stellvertretend für alle leichte bis schwere Elemente wurde $\frac{dE}{dx}$ für C, Ni und Au sowohl für α -Teilchen als auch für Protonen aufgetragen. Die reine Energieabhängigkeit des spezifischen Energieverlustes kann nun nach Diagramm 4 in sehr guter Näherung im hier be-

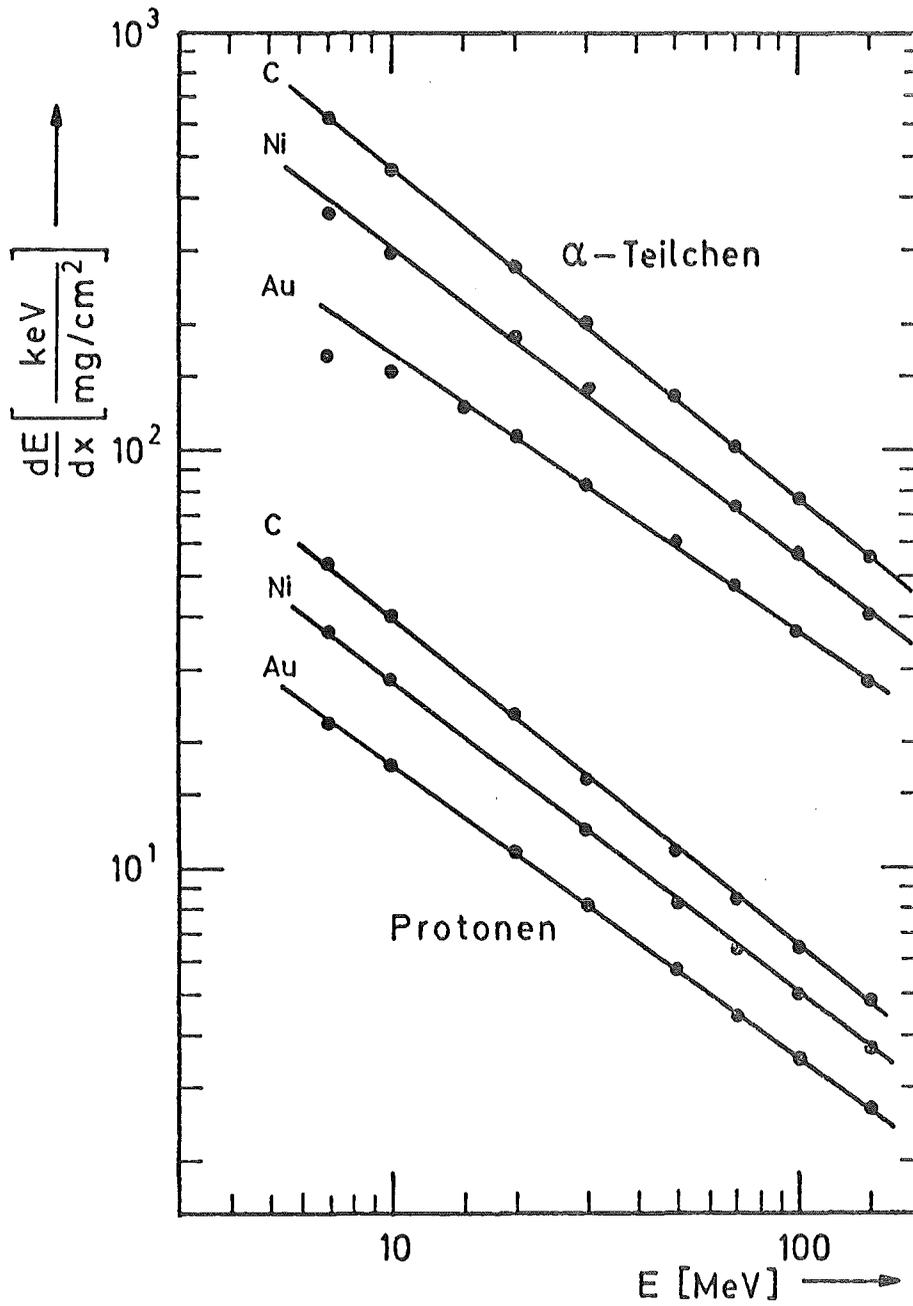


Diagramm 4: Energieabhängigkeit des spezifischen Energieverlustes $\frac{dE}{dx}$ im Energiebereich von 10 - 100 MeV für α -Teilchen und Protonen

trachteten Energiebereich durch folgende Gesetzmäßigkeit beschrieben werden:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{b}{E^a}$$

Dabei ergibt sich a sowohl für α -Teilchen als auch für Protonen und für alle Elemente näherungsweise zu 0,75, während b eine Konstante ist, die von der Projektilart und dem Absorbermaterial abhängt. Man erhält also

$$\frac{dE}{dx} \approx \frac{b}{E^{0,75}} \quad (5)$$

Dieser Zusammenhang wird in den nächsten Abschnitten noch mehrmals benutzt werden.

1.1.2.2. Die tatsächlichen Energieverhältnisse

Setzt man für den elastischen Streuakt die Gültigkeit von Formel (3) voraus, so beschränkt man sich auf die elastische Streuung im nichtrelativistischen Fall. Außer acht gelassen wird dabei die Wechselwirkung mit dem Target, so daß Formel (3) im Grenzfall $d = 0$, d.h. für verschwindende Dicke des Targets gilt:

$$E_{pr} = fE_0 \quad (6),$$

wobei $f = \frac{(\cos \vartheta + \sqrt{M^2 - \sin^2 \vartheta})^2}{(1 + M)^2}$

Bedingt durch die endliche Dicke d eines Targets ist aber E_{pr} nicht die tatsächliche Endenergie E . E soll jetzt für folgende Targetanordnung (Abb. 3) berechnet werden.

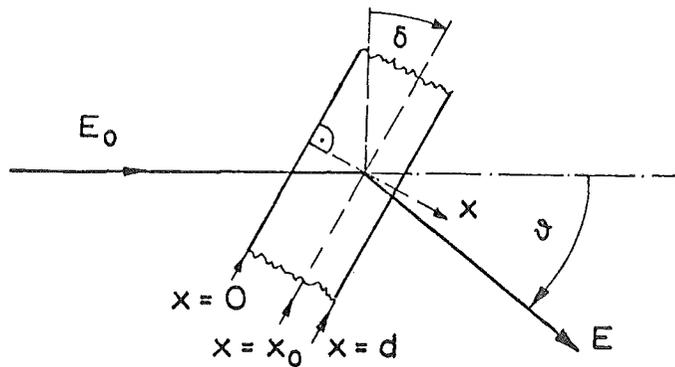


Abb. 3: Targetanordnung für ein Target endlicher Dicke

Teilchen, die vor dem Eindringen in das Target die Energie E_0 besitzen, erfahren auf dem Weg von $x = 0$ bis zum Ort x_0 einen Energieverlust ΔE_1 , der vom spezifischen Energieverlust herührt. Am Ort x_0 besitzen die Teilchen dann die Energie $E_0 - \Delta E_1$, bevor sie gemäß obiger Formel (6) elastisch gestreut werden. Danach besitzen sie die Energie $f(E_0 - \Delta E_1)$. Auf dem Weg von x_0 bis $x = d$ erfahren sie dann nochmals aufgrund des spezifischen Energieverlustes einen Energieverlust ΔE_2 . Die Endenergie E ist dann gegeben durch:

$$E = f(E_0 - \Delta E_1) - \Delta E_2 \quad (7)$$

wobei f durch Formel (6) festgelegt ist. ΔE_1 und ΔE_2 sind gegeben durch:

$$\Delta E_1 = \frac{1}{\cos \delta} \int_{x=0}^{x_0} \left(\frac{dE}{dx} \right) dx$$

$$\Delta E_2 = \frac{1}{\cos(\vartheta - \delta)} \int_{x_0}^d \left(\frac{dE}{dx} \right) dx$$

Der Verlauf der Energie in Abhängigkeit von x ist dabei qualitativ in Abbildung 4 wiedergegeben.

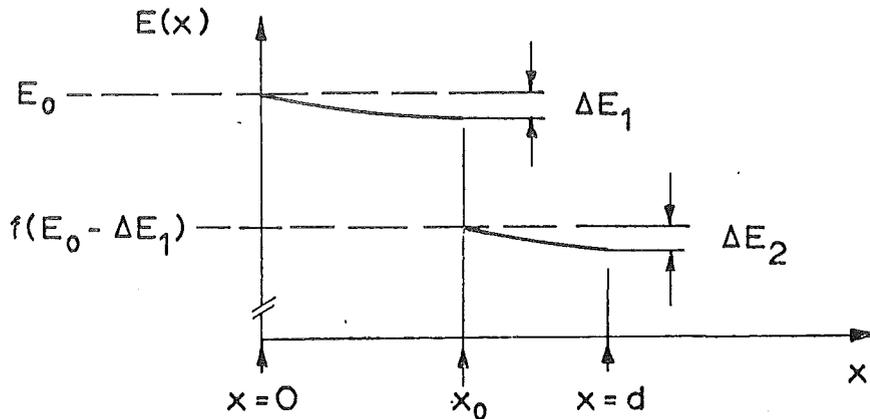


Abb. 4: Energieverhältnis im Target

Zur Berechnung der Endenergie E gemäß Formel (7) lassen sich für dünne Targets folgende Näherungen machen:

a) $\frac{dE}{dx} = \text{const} (E)$

b) die untere Grenze im Integral in ΔE_2 sei E_{pr}

Mit Hilfe dieser Näherungen erhält man:

$$E = E_{pr} - \frac{d}{\cos(\vartheta - \delta)} \left(\frac{dE}{dx} \right)_{E_{pr}} - \frac{x_0 f}{\cos \delta} \left(\frac{dE}{dx} \right)_{E_0} \left[1 - \frac{\cos \delta}{\cos(\vartheta - \delta)} \left(\frac{1}{f} \right)^{a+1} \right] \quad (8)$$

wobei $a = 0,75$ gemäß Formel (5).

Die wirkliche Endenergie E setzt sich dabei zusammen aus der elastisch gestreuten Energie E_{pr} für ein Target der Dicke $d = 0$ abzüglich einem von x_0 unabhängigen Term, der für alle Teilchen der gleiche ist, egal in welcher Tiefe des Targets sie gestreut werden. Dieser Term bewirkt eine Korrektur der Endenergie und muß bei der Massenbestimmung berücksichtigt werden. Der von x_0

abhängige Term ist wesentlich kleiner als dieser Korrekturterm und bedingt einen Beitrag zur Energiehalbwertsbreite ΔE_{HWB} , da Teilchen, die an verschiedenen Orten x_0 im Target gestreut werden auch verschiedene Endenergien besitzen. Für ein Target der endlichen Dicke d ist dann die tatsächliche Endenergie E gegeben durch

$$E = E_{\text{pr}} - \frac{d}{\cos(\vartheta - \delta)} \left(\frac{dE}{dx} \right)_{E_{\text{pr}}}$$

Eine handlichere Form gewinnt man, wenn man berücksichtigt, daß

$$\delta \approx \vartheta/2 \quad \text{und} \quad \left(\frac{dE}{dx} \right)_{E_{\text{pr}}} \approx \left(\frac{dE}{dx} \right)_{E_0}$$

Für die Massenbestimmung muß dann folgende modifizierte Form für die Endenergie verwendet werden:

$$E = E_{\text{pr}} - \frac{d}{\cos \vartheta/2} \cdot \left(\frac{dE}{dx} \right)_{E_0}$$

Dabei ist die tatsächliche Energie E gleich der Energie E_{pr} gemäß der Kinematik-Kurve (1) oder (3) korrigiert um einen Anteil, der proportional zur Dicke d des Targets ist und dem Energieverlust innerhalb des Targets Rechnung trägt.

1.2. Die Energie-Gesamt-Halbwertsbreite ΔE_{HWB} einer Linie

Verschiedenartige Einflüsse i bedingen jeweils eine endliche Linienbreite $(\Delta E)_i$ einer Linie im Energiespektrum. Die einzelnen voneinander unabhängigen Einflüsse führen entweder auf eine Gauß- oder auf eine Rechteckverteilung in bezug auf die Energie der Teilchen. Eine Rechteckverteilung kann dabei als Gaußverteilung angenähert werden, wobei die Breite der Rechteckverteilung die FWHM (Full Width at Half Maximum) der angenäherten Gaußkurve darstellt. Die einzelnen Beiträge $(\Delta E)_i$, wobei $(\Delta E)_i$ die FWHM sein soll, d.h. die volle Energiebreite bei halbem Maximum, addieren sich, sofern sie voneinander unabhängig sind, quadratisch zur gesamten Linien-Halbwertsbreite ΔE_{HWB} , so daß gilt:

$$\Delta E_{\text{HWB}}^2 = \sum_i (\Delta E_i)^2$$

Zur näheren Diskussion der einzelnen $(\Delta E)_i$ läßt sich nun die Meßanordnung zur Durchführung der Spektroskopie folgendermaßen schematisieren (Abb. 5):

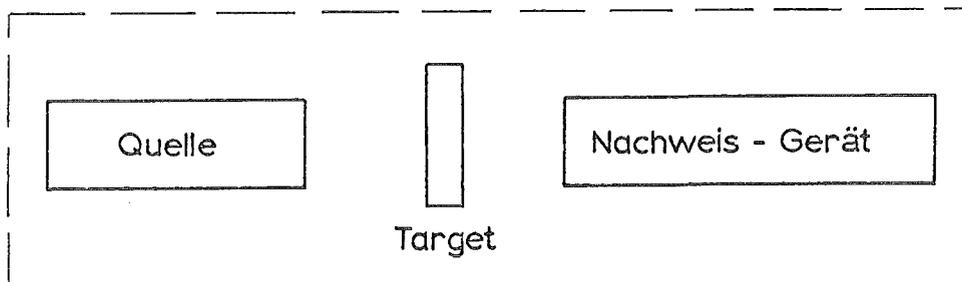


Abb. 5: Schema der drei wichtigsten Beiträge zur Halbwertsbreite

In den nun folgenden Abschnitten sollen die einzelnen Beiträge $(\Delta E)_i$, die von der Quelle, dem Target und dem Nachweisgerät herrühren, genauer diskutiert werden. Dazu zeigt die Abbildung 6 eine detaillierte Schematisierung einer solchen Versuchsanordnung.

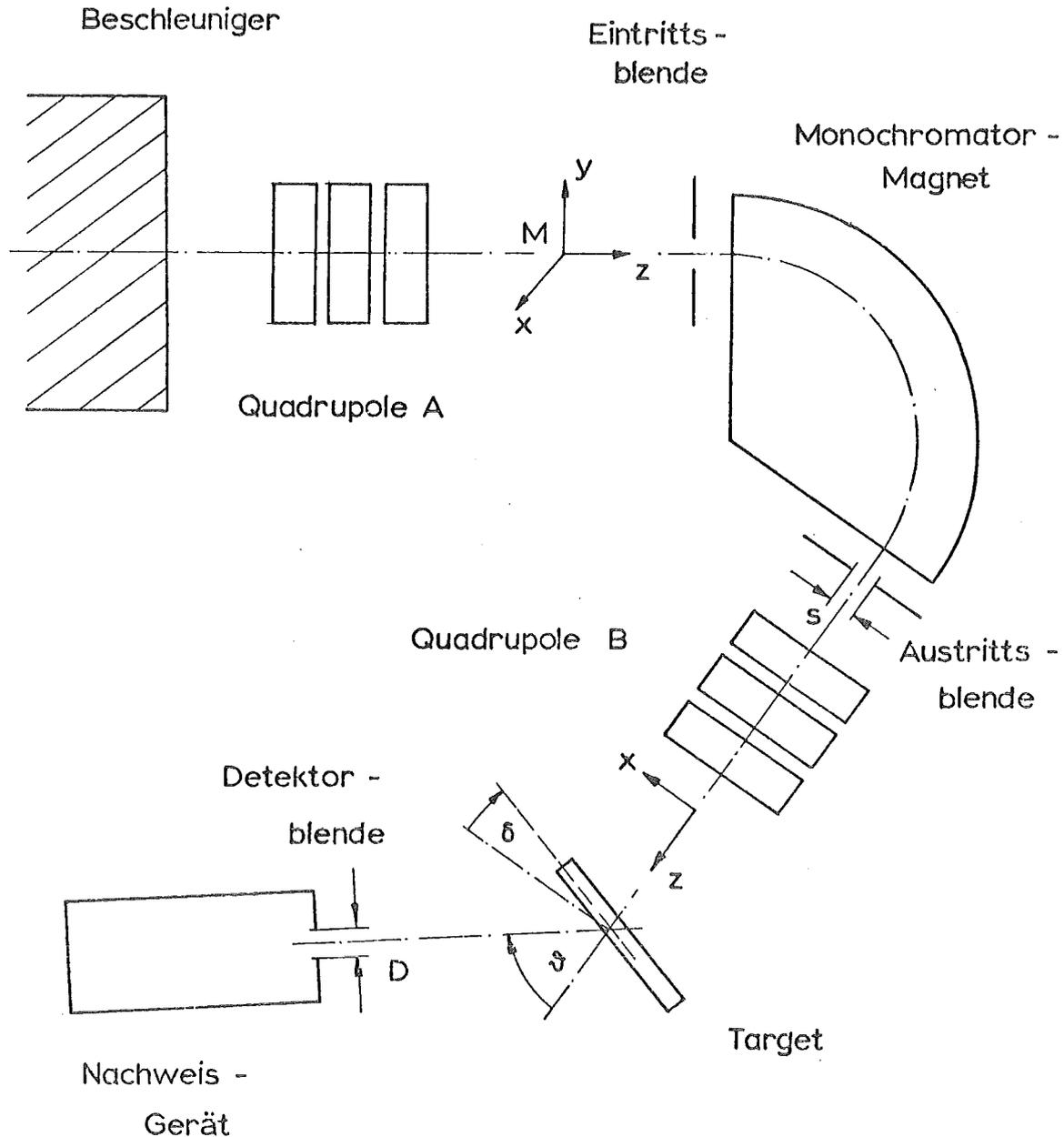


Abb. 6: Schema einer Versuchsanordnung

Der vom Beschleuniger kommende Strahl geladener Teilchen wird durch die Quadrupole A fokussiert und durch die Eintrittsblende in den Monochromator-Magneten geführt. Durch die Wahl der Austrittsblende (Größe s) am Monochromator wird die endgültige Energieselektion der Teilchen, d.h. die Monochromasie des Strahles festgelegt. Die dabei entstehende Aufweitung des Strahles wird durch die Quadrupole B rückgängig gemacht. Außerdem haben sie die Aufgabe, den Strahl auf das Target (Targetwinkel δ) zu fokussieren. Von diesem werden die Teilchen gestreut. Durch die Detektorblende mit der Größe D wird der Teil des Strahles ausgeblendet, der unter dem Streuwinkel ϑ gestreut wird. Im Nachweisgerät schließlich werden diese ausgeblendeten Teilchen energetisch spektroskopiert.

1.2.1. Beiträge der Quelle zu ΔE_{HWB}

Als Quelle wird gemäß Abbildung 5 und 6 das System aus Beschleuniger, Quadrupolen und Monochromator-magnet angesehen. Als Beschleuniger kommt dabei ein Zyklotron oder ein Linearbeschleuniger in Frage, deren Strahlqualität sehr stark die Energie-Halbwertsbreite beeinflusst. Die Güte einer Quelle läßt sich dabei durch folgende Strahlparameter charakterisieren:

- 1) die Emittanz $\Sigma\Sigma'$ des Strahles, d.h. das Produkt aus der Strahlbreite Σ und der Divergenz Σ' des Strahles,
- 2) die Monochromasie des Strahles

Die Emittanz ist im wesentlichen durch den Beschleuniger vorgegeben und kann durch den Monochromator-Magneten noch geringfügig verbessert werden. Die endgültige Monochromasierung des Strahles geschieht durch den Magneten. Sind die unter 1) und 2) genannten Größen am Ort des Targets bekannt, so läßt sich ihr Einfluß auf die Energie-Halbwertsbreite berechnen.

1.2.1.1. Die Emittanz $\Sigma\Sigma'$ des Strahles

Die vom Beschleuniger kommenden Teilchen folgen auf ihrem Weg zum Target der z-Richtung (Abb. 6). In dieser Flugrichtung besitzen sie den Impuls $p_z = p_0$, der der Energie E_0 der Teilchen entspricht. Senkrecht zu dieser Flugrichtung, d.h. in den beiden Richtungen x und y besitzt der Strahl sowohl räumliche Ausdehnung als auch Impulse p_x und p_y , die eine Schiefe oder Divergenz des Strahles bedingen.

Betrachtet man der Einfachheit halber zunächst nur die x-Richtung (die x-z-Ebene sei dabei die Streuebene),

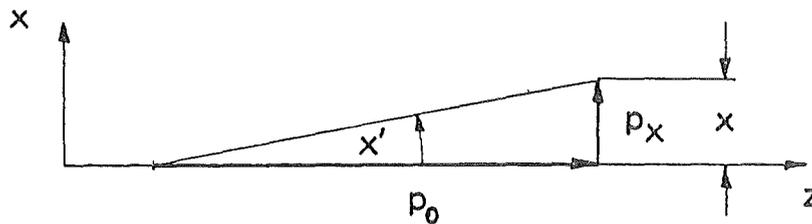


Abb. 7: Die Variablen x und x' in der Phasenraumdichte

so läßt sich (Abb. 7) das Verhalten von Teilchen durch ihren Abstand x von der z-Achse und durch die Schiefe $x' = \frac{p_x}{p_0}$ beschreiben, wobei x' einige mrad beträgt.

Das Verhalten aller Teilchen wird durch die Phasenraumdichte $F(x, x')$ beschrieben. Sie nimmt in einem Fokus, d. h. an einer Stelle, an der der Strahl minimale räumliche Ausdehnung besitzt (z.B. am Ort des Targets) folgende einfache Form an [12] :

$$F(x, x') = \frac{8 \ln 2}{2\pi \Sigma_x \Sigma_{x'}} \exp \left[- \frac{8 \ln 2}{2} \left(\frac{x^2}{\Sigma_x^2} + \frac{x'^2}{\Sigma_{x'}^2} \right) \right]$$

Die Phasenraumdichte $F(x, x')$ wird dabei durch eine in bezug auf x und x' entkoppelte zweidimensionale Gaußverteilung beschrieben. Diese liefert die totalen Halbwertsbreiten in FWHM sowohl für die Strahlbreite zu Σ_x als auch für die Divergenz zu Σ_x' . Dabei wird die Strahlbreite Σ_x (FWHM) üblicherweise in mm und die Divergenz Σ_x' (FWHM) in mrad angegeben. Auf Grund des Liouvilleschen Phasenraum-Theorems sind dabei die beiden Größen auf die folgende Art miteinander korreliert:

$$\Sigma_x \Sigma_x' = \text{constant}$$

Dieses Produkt wird üblicherweise als Emittanz bezeichnet und ist für einen bestimmten Beschleuniger eine Konstante.

Eine zu oben analoge Phasenraumdichte läßt sich auch für die y -Richtung angeben. Gemäß [12, Seite 10] sind dabei in erster Näherung die beiden Phasen-Unterräume (x, x') und (y, y') vollständig entkoppelt, so daß für die y -Richtung das Liouvillesche Phasenraum-Theorem die gleiche Korrelation liefert, nämlich $\Sigma_y \Sigma_y' = \text{const}'$.

Die beiden Größen $\Sigma_x \Sigma_x'$ und $\Sigma_y \Sigma_y'$ wurden für das Karlsruher Isochron-Zyklotron an der Stelle M (siehe Abb. 6) vor dem Monochromatormagneten gemessen [12]; dabei erhält man z.B. für $\Sigma_x \Sigma_x' = 31 \text{ mm} \cdot \text{mrad}$. Für die Abbildung von M (M vor dem Eintrittsschlitz) über den Monochromatormagnet (Beschneidung des Phasenraumes durch Ein- und Ausgangsschlitz) an den Ort des Targets, werden die Phasenraumdichten höchstens kleiner, so daß am Ort des Targets gilt:

$$\text{Emittanz}_x = \Sigma_x \Sigma_x' \leq \text{constant}$$

$$\text{Emittanz}_y = \Sigma_y \Sigma_y' \leq \text{constant}'$$

In Tabelle 1 wird die Emittanz $\Sigma_X \Sigma_X'$ für zwei verschiedene Beschleunigertypen angegeben, nämlich einmal für ein Zyklotron und andererseits für einen Linearbeschleuniger.

	Zyklotron	Linear- beschleuniger
$\Sigma_X \Sigma_X'$ (mm · mrad)	30 [12 - 15]	3 [16]

Tabelle 1: Emittanz zweier Beschleuniger

Die angegebenen Werte stellen die charakteristische Größenordnung für den jeweiligen Beschleunigertyp dar. Die Emittanz $\Sigma_Y \Sigma_Y'$ in der y-Richtung ist dabei von gleicher Größenordnung wie $\Sigma_X \Sigma_X'$.

1.2.1.2. Die Divergenz Σ_X' und die Strahlbreite Σ_X

Betrachtet man zunächst nur den Einfluß der Divergenz (Abb. 8) (d.h. nimmt man an, daß $D \rightarrow 0$ und $\Sigma_X \rightarrow 0$), so bedingt Σ_X' , daß nicht alle Teilchen exakt unter dem Streuwinkel ϑ gestreut werden, sondern im Winkelbereich von $\vartheta - 1/2 \Sigma_X'$ bis $\vartheta + 1/2 \Sigma_X'$. Die gestreuten Teilchen besitzen also einen endlichen Streuwinkelbereich von

$$\Delta \vartheta = \Sigma_X' \quad (9)$$

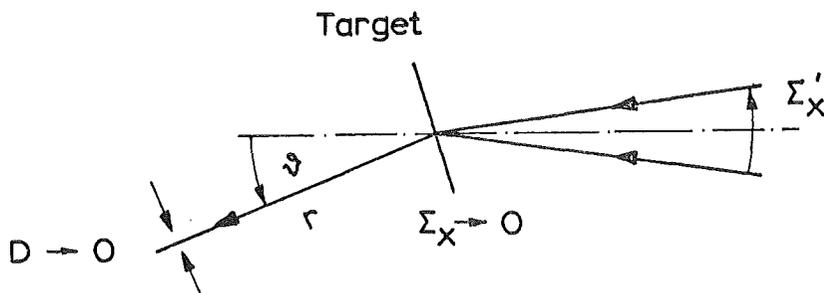


Abb. 8: Einfluß der Divergenz

Ebenso bedingt die Strahlbreite Σ_X einen endlichen Streuwinkelbereich $\Delta\vartheta$. Gemäß Abb. 9 folgt aus rein geometrischen Überlegungen (wenn man annimmt, daß $D \rightarrow 0$ und $\Sigma_X' \rightarrow 0$ geht),

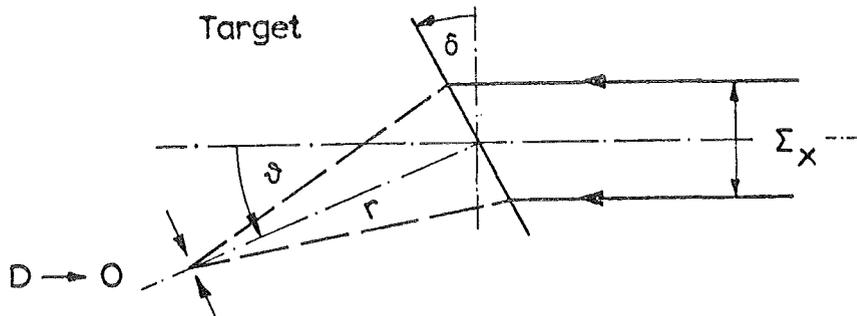


Abb. 9: Einfluß der Strahlbreite

daß gilt:

$$\Delta\vartheta = \frac{\Sigma_X}{r} \frac{\cos(\vartheta - \delta)}{\cos\delta} \quad (9.1)$$

Die endlichen Streuwinkelbereiche $\Delta\vartheta$ gemäß (9) und (9.1) bewirken andererseits wieder einen endlichen Bereich ΔE_{pr} in der kinetischen Energie E_{pr} der gestreuten Teilchen. Dabei gilt für kleine $\Delta\vartheta$:

$$\Delta E_{pr} = \frac{dE_{pr}}{d\vartheta} \Delta\vartheta$$

Mit $\frac{dE_{pr}}{d\vartheta}$ aus der Formel (3) und mit Hilfe der

Näherung $(\frac{\sin\vartheta}{M})^2 \ll 1$ erhält man schließlich

$$\frac{\Delta E_{pr}}{E_{pr}} = \frac{2}{m} m_{pr} \sin\vartheta \Delta\vartheta \quad (10)$$

Aus (9), (9.1) und (10) resultieren dann die Beiträge von Σ_X' und Σ_X zur Energie-Halbwertsbreite in FWHM.

Man erhält

$$\text{für } \Sigma'_X: \quad \Delta E_{FWHM} = \frac{2 E_{pr}}{m} m_{pr} \sin \vartheta \cdot \Sigma'_X \quad (11)$$

$$\text{für } \Sigma_X: \quad \Delta E_{FWHM} = \frac{2 E_{pr}}{m} m_{pr} \sin \vartheta \cdot \frac{\Sigma_X}{r} \cdot \frac{\cos(\vartheta - \delta)}{\cos \delta} \quad (11.1)$$

Die in Tabelle 1 gezeigten charakteristischen Werte für die Emittanz $\Sigma_X \Sigma'_X$ für zwei verschiedene Beschleunigertypen sind Werte, die einem üblicherweise bei der Verwendung von einem Zyklotron oder einem Linearbeschleuniger zur Verfügung stehen. Die Strahlbreite Σ_X beim Experiment selbst ist zwar frei wählbar, wird aber für ein vernünftig angelegtes Experiment in der Regel in der Größenordnung von $\Sigma_X \approx 2$ mm liegen. Dann erhält man für die Strahlbreite Σ_X und die Divergenz Σ'_X folgende Werte (Tabelle 2):

	Zyklotron	Linearbeschleuniger
Σ_X (mm)	2	2
Σ'_X (mrad)	15	1,5

Tabelle 2: Strahlbreite und Divergenz zweier Beschleuniger

Mit Hilfe dieser Werte für die Divergenz ist der Beitrag (11) zur Energie-Halbwertsbreite in Diagramm 5 aufgezeichnet. Dabei wurde der höchste Wert abgeschätzt ($\vartheta = 90^\circ$). Es zeigt sich, daß der Beitrag bei einem Zyklotron um den Faktor 10 höher liegt als für einen Linearbeschleuniger und für α -Teilchen um einen Faktor 4 höher als der für Protonen.

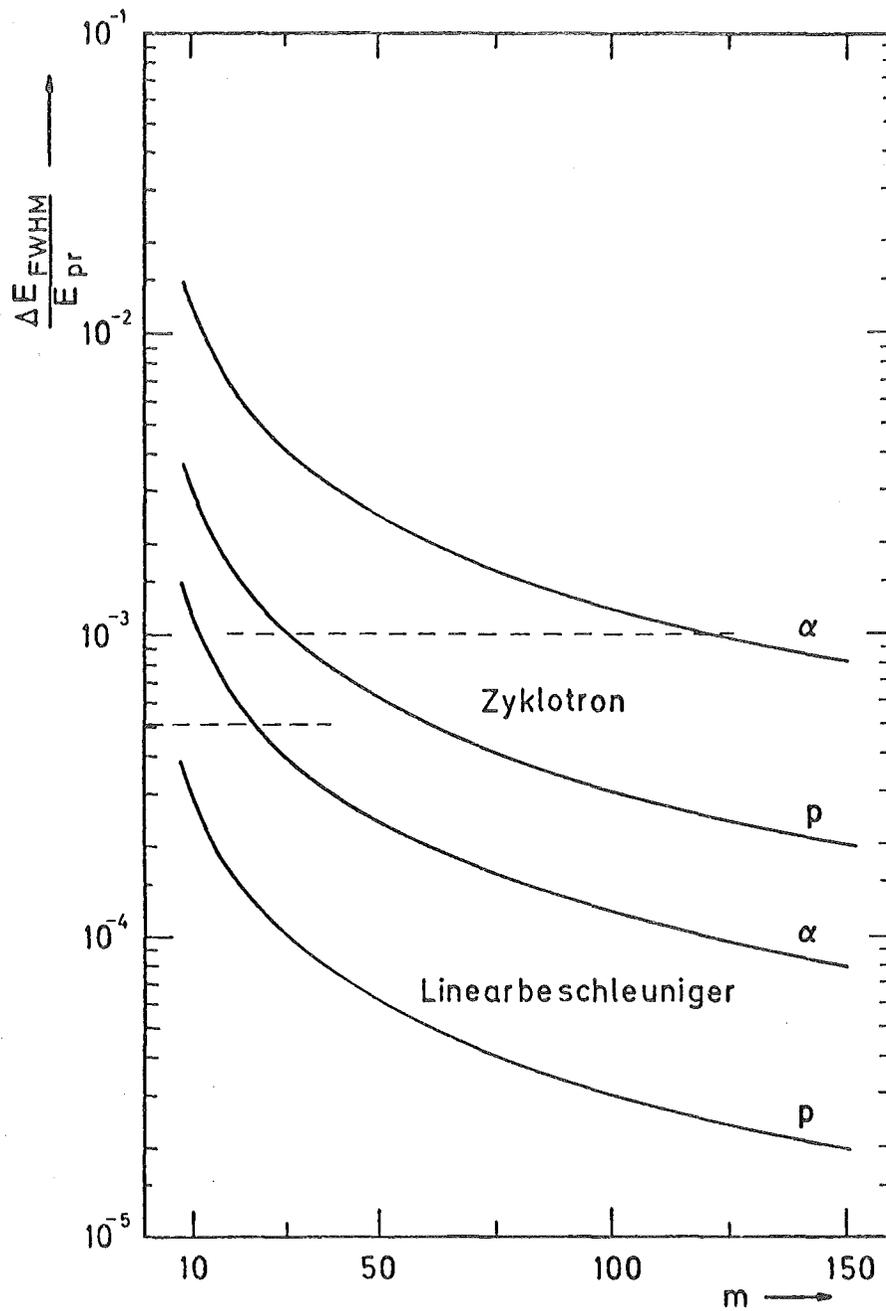


Diagramm 5: Beitrag der Divergenz Σ_X' zur Energie-Halbwertsbreite für Protonen und α -Teilchen und für zwei verschiedene Beschleuniger

Die Begrenzung in der Energie-Halbwertsbreite bei Verwendung eines Zyklotrons liegt bei $\Delta E/E = 10^{-3}$ und bei einem Linearbeschleuniger bei $5 \cdot 10^{-4}$. Diese beiden Werte sind als Horizontale in Diagramm 5 eingezeichnet. Der Beitrag der Divergenz ist relevant für kleine m und ist in Tabelle 3 für verschiedene Kombinationen von Beschleuniger und Projektil unter dem Gesichtspunkt angegeben, daß er für die in Tabelle 3 angegebenen Werte von m berücksichtigt werden muß.

$m \leq$	Zyklotron	Linearbeschleuniger
für p	30	5
für α	120	25

Tabelle 3: Fälle, für die der Beitrag der Divergenz berücksichtigt werden muß

1.2.1.3. Die Monochromasie des Strahles

Die endgültige Monochromasierung des Strahles wird durch den Monochromator-Magneten bestimmt. Die dabei erreichbare Energieauflösung richtet sich nach der Größe der Dispersion D des Monochromator-Magneten und ist durch dessen Blendenöffnung s verstellbar. Nach [17] ist die Dispersion D gegeben durch $D = \frac{s}{\Delta p/p}$ oder $D \equiv \frac{2s}{\Delta E/E}$.

Dabei ist Δp die Impulsunschärfe des Impulses p_0 in der z -Richtung. Bei Annahme Gaußscher Verteilung am Ort des Targets ist dann die Halbwertsbreite gegeben durch

$$\Delta E = \frac{2E_0}{D} s \quad (\text{vor dem Target})$$

und da nach (3) $E_{pr} \sim E_0$:

$$\Delta E_{FWHM} = \frac{2}{D} E_{pr} s \quad (12)$$

Dabei ist zu beachten, daß die Dispersion D unabhängig von der Energie ist.

Wie Ausdruck (12) zeigt, kann der Beitrag der Monochromasie beliebig klein gehalten werden. Für verschwindende Blendenöffnung ($s \rightarrow 0$) geht der Beitrag gegen null. Leider wird dann auch die Anzahl der zur Verfügung stehenden Teilchen N sehr klein, was wiederum das Nachweisvermögen beeinträchtigt. Verwendbare und vernünftige Werte sowohl für ein Zyklotron als auch für einen Linearbeschleuniger sind in Tabelle 4 gezeigt.

	Zyklotron	Linearbeschleuniger
$\frac{\Delta E_{FWHM}}{E_{pr}} =$	$10^{-3} [15,18]$	$5 \cdot 10^{-4} [19]$

Tabelle 4: Sinnvoll erreichbare Monochromasiewerte für zwei Beschleunigertypen

1.2.1.4. Einfluß der Divergenzen Σ'_x und Σ'_y auf die Energieschärfe des Strahles

In Abschnitt 1.2.1.3. wurde die Monochromasie des Strahles besprochen. Dabei war $\Delta E_{FWHM} \sim s$. Nimmt man nun an, daß $s \rightarrow 0$ geht, so müßte auch die Energieschärfe $\Delta E_{FWHM} \rightarrow 0$ gehen. Daß dann aber die Teilchen doch nicht alle die gleichen Energien besitzen, liegt an den Divergenzen Σ'_y und Σ'_x (Abb. 10).

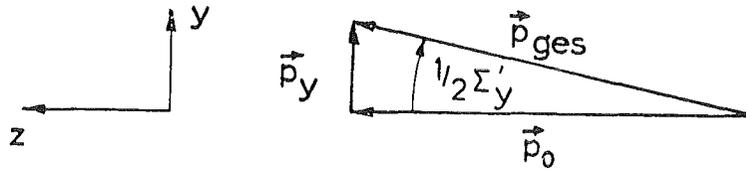


Abb. 10: Beitrag von Σ'_x und Σ'_y zur Halbwertsbreite

Nimmt man an, daß die Teilchen in z-Richtung alle exakt denselben Impuls p_0 hätten (das entspricht dem Fall $s = 0$), so ist bei vorhandener Divergenz Σ'_y der Energieunterschied $\Delta E_{\Sigma'_y}$ zwischen den Teilchen, die in den Richtungen $\pm \frac{1}{2} \Sigma'_y$ und in der z-Richtung fliegen gegeben durch:

$$\Delta E_{\Sigma'_y} = \frac{p_{\text{ges}}^2}{2m} - \frac{p_0^2}{2m} = \frac{p_y^2}{2m} = \frac{1}{4} E_0 \Sigma'_y \quad ,$$

wobei $\frac{1}{2} \Sigma'_y = \frac{p_y}{p_0}$.

Wegen der Proportionalität $E_{\text{pr}} \sim E_0$ in Formel (3) gilt am Ort nach der Streuung

$$\Delta E = \frac{1}{4} E_{\text{pr}} \Sigma_y'^2$$

Analog gilt für Σ'_x

$$\Delta E = \frac{1}{4} E_{\text{pr}} \Sigma_x'^2$$

Zusammengesetzt ergibt sich:

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = \frac{1}{4} E_{\text{pr}} \sqrt{\Sigma_x'^4 + \Sigma_y'^4} \quad (13)$$

1.2.2. Beiträge des Targets und des Nachweis-Gerätes zu ΔE_{HWB}

Die in Abschnitt 1.2.1. behandelten Beiträge stammen von der Quelle. In diesem Abschnitt sollen nun die Beiträge besprochen werden, die durch die Wechsel-

wirkung der Teilchen mit dem Target, die Ausblendung des Strahles unter dem Streuwinkel ϑ und den Nachweis der Teilchen im Nachweis-Gerät bedingt sind. Alle Beiträge, die dabei das Target zur gesamten Halbwertszeit ΔE_{HWB} liefert, lassen sich auf den spezifischen Energieverlust $\frac{dE}{dx}$ zurückführen, der im Abschnitt 1.1.2.1. schon ausführlich besprochen wurde.

1.2.2.1. Dicke-Ungenauigkeit und Targetorientierung

Die Betrachtung der tatsächlichen Energieverhältnisse bei Berücksichtigung der endlichen Targetdicke führte in Abschnitt 1.1.2.2. auf den Ausdruck (8) für die wirkliche Endenergie E .

Dabei liefern die beiden letzten Terme in Formel (8) einen Beitrag zur Energie-Halbwertsbreite und zwar folgender Art: Ist das verwendete Target um die Dicke Δd ungleichmäßig dick, so bewirkt der zweite Term einen Beitrag zur Energiehalbwertsbreite von

$$\Delta E_{\text{FWHM}} \approx \frac{d}{\cos \vartheta/2} \left(\frac{dE}{dx} \right)_{E_0} \frac{\Delta d}{d} = d_{\text{eff}} \left(\frac{dE}{dx} \right)_{E_0} \frac{\Delta d}{d} \quad (14)$$

Der von x_0 -abhängige Term bewirkt, daß Teilchen, die einmal an der Vorderseite des Targets (entsprechend $x_0 = 0$) und an der Hinterseite des Targets (entsprechend $x_0 = d$) gestreut werden, einen Beitrag zur Energie-Halbwertsbreite liefern von

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = \frac{d}{\cos \delta} f \left(\frac{dE}{dx} \right)_{E_0} \left[1 - \frac{\cos \delta}{\cos(\vartheta - \delta)} \left(\frac{1}{f} \right)^{a+1} \right] \quad (14.1)$$

Wird nun der Ausdruck in eckigen Klammern gerade gleich null, was einer Anpassung von δ entspricht, so wird $\Delta E_{FWHM} = 0$.

Es läßt sich nun theoretisch exakt zeigen (ohne die beiden Näherungen für Formel (8)), daß bei der Wahl von δ gemäß

$$\tan \delta = \frac{\left(\frac{1}{f}\right)^{a+1} - \cos \vartheta}{\sin \vartheta}$$

der Beitrag von ΔE_{FWHM} gerade gleich null wird. Es zeigt sich, daß dabei $\delta \approx \vartheta/2$.

Um nun eine Abschätzung für den Ausdruck (14.1) zu erhalten, werden die folgenden Näherungen verwendet:

$$\delta \approx \vartheta/2 ; \quad 1 - \left(\frac{1}{f}\right)^{a+1} \approx 2 \left(1 - \frac{1}{f}\right), \text{ da } f \approx 1.$$

Daraus folgt

$$\Delta E \approx \frac{2d}{\cos \vartheta/2} \cdot \left(\frac{dE}{dx}\right)_{E_0} \cdot (1-f)$$

und mit $(1 - f) \approx \frac{2}{M} (1 - \cos \vartheta)$:

$$\Delta E_{FWHM} = \frac{4d m_{pr}}{m \cos \vartheta/2} \cdot \left(\frac{dE}{dx}\right)_{E_0} \cdot (1 - \cos \vartheta) \quad (14.2)$$

1.2.2.2. "Energy Loss Straggling"

Monochromatisch mit der Energie E_0 auf ein Target fallende geladene Teilchen erleiden wegen des spezifischen Energieverlustes $\frac{dE}{dx}$ beim Durchgang durch Materie einen Energieverlust. Dieser wird in der Literatur üblicherweise als "Energy loss" bezeichnet und ist für $\delta = \vartheta/2$ in (8) gegeben zu

$$\frac{d}{\cos \vartheta/2} \cdot \left(\frac{dE}{dx}\right)_{E_0} \hat{=} d_{eff} \left(\frac{dE}{dx}\right)_{E_0}$$

Daß die Teilchen nach dem Durchgang durch das Target nicht alle wieder die gleiche Energie $E_0 - d_{\text{eff}} \left(\frac{dE}{dx} \right) E_0$ besitzen, liegt an der statistischen Natur dieses Prozesses. Die energetische Aufweitung der Verteilung nennt man dann "energy loss straggling" (Abb. 11). Dieser Anteil an ΔE_{FWHM} soll im folgenden abgeschätzt werden.

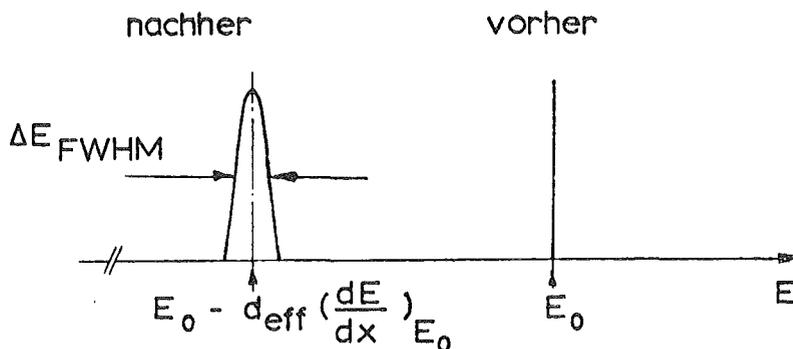


Abb. 11: Energieverteilung von Teilchen vor und nach dem Durchdringen eines Targets

Der "energy loss" kommt dadurch zustande, daß die Teilchen in sehr vielen aufeinanderfolgenden statistischen Prozessen kleine Bruchteile ihrer Energie abgeben. Der Hauptanteil der Energieabgabe für schwere geladene Teilchen ($m \gg m_e$, wobei m_e die Elektronenmasse) im hier betrachteten Energiebereich erfolgt durch inelastische Stöße mit den Atomelektronen, wobei diese entweder angeregt oder ionisiert werden.

Die statistische Natur des "energy loss" führt zu statistischen Fluktuationen, die das "energy loss straggling" ΔE_{FWHM} bedingen.

Die Theorie des energy loss straggling ist Gegenstand zahlreicher Veröffentlichungen. Eine kurze Zusammenfassung aller wichtigen Theorien

bis 1967 ist in [20] gegeben. Die wichtigste Theorie stammt dabei von Vavilov [21], der 1957 eine exakte Lösung des Problems angab.

In [22] sind die Ergebnisse der Vavilov-Theorie tabelliert. Leider gehen aber in diese Arbeit zu viele Parameter ein, die einen übersichtlichen Ausdruck zur Abschätzung des energy loss stragglings nicht zulassen. Eine wesentliche Aussage dieser Theorie enthält Abb. 12.

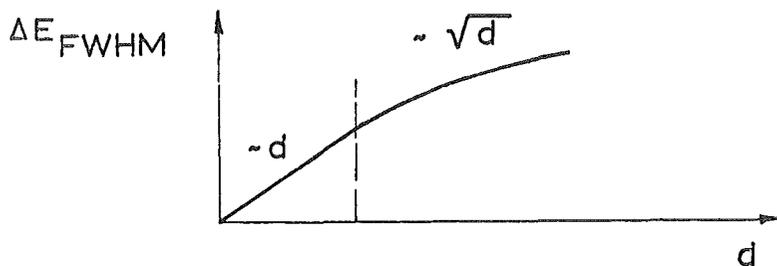


Abb. 12: Abhängigkeit von ΔE_{FWHM} von der Dicke d des Targets

Bei kleinen Targetdicken ist das energy loss stragglings proportional zu d , bei größeren proportional zu \sqrt{d} . Bei den in der Vorwärtsstreuung verwendbaren Dicken für Protonen und α -Teilchen liegen die Dicken für Protonen im $\sim d$ -Bereich und diejenigen für α -Teilchen im $\sim \sqrt{d}$ -Bereich.

Ein Zusammenfassen dreier neuerer Arbeiten zu diesem Gebiet [23-25] erlaubt es, innerhalb dieser Bereiche für das energy loss stragglings eine handliche Form anzugeben.

Man erhält damit für α -Teilchen

$$\Delta E_{FWHM} = \sqrt{50} \cdot 10^{-4} \text{ fwhm}_{\alpha} \sqrt{E_0 \left(\frac{dE}{dx}\right)_{E_0} \frac{d}{\cos \vartheta/2}} \quad (15)$$

und für Protonen

$$\Delta E_{FWHM} = 10^{-2} \text{ fwhm}_p \left(\frac{dE}{dx}\right)_{E_0} \cdot \frac{d}{\cos \vartheta/2} \quad (15.1)$$

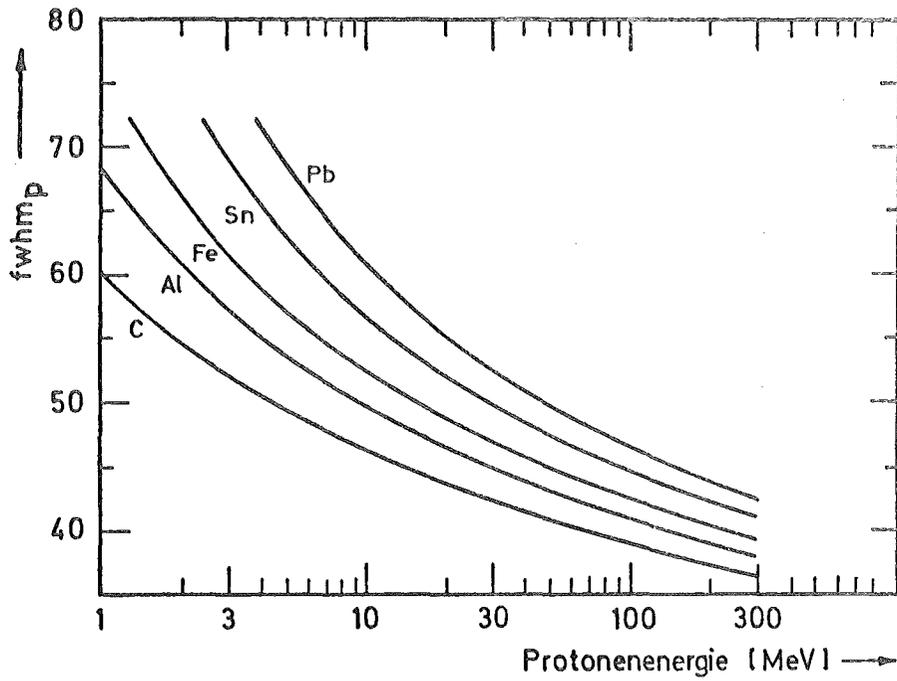


Diagramm 6: Die Energieabhängigkeit von $fwhm_p$ für Protonen

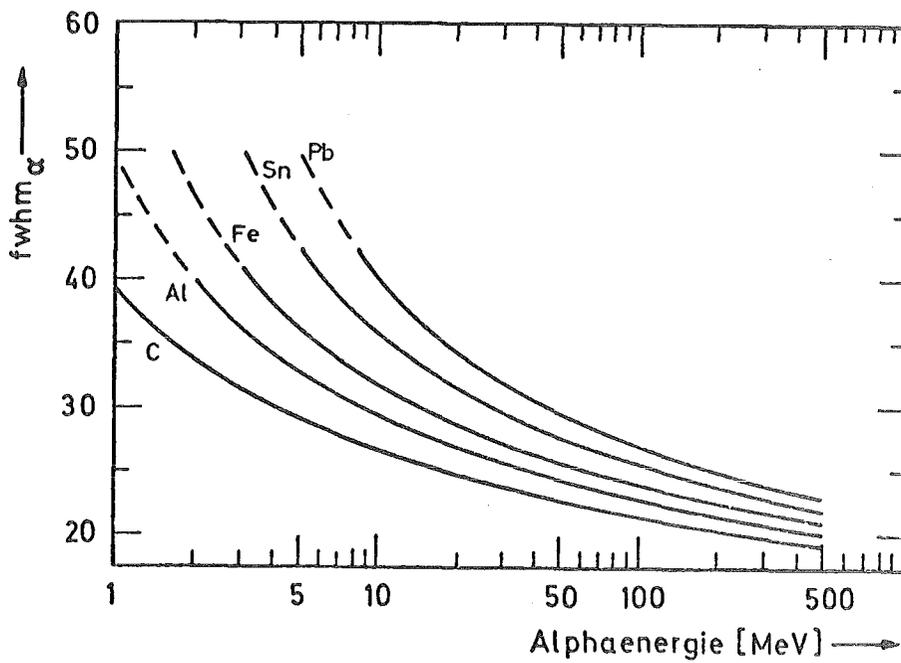


Diagramm 7: Die Energieabhängigkeit von $fwhm_\alpha$ für α -Teilchen

Dabei sind die Funktionen $fwhm_{\alpha}$ und $fwhm_p$ aus den Diagrammen 6 und 7 folgendermaßen zu entnehmen.

Zunächst wählt man Diagramm 6 oder 7 je nach der Verwendung von Protonen oder α -Teilchen aus. Dann bestimmt man zur verwendeten Einschubenergie (auf Abszisse) den dimensionslosen Wert von $fwhm$ auf der Ordinate. Die Berechnung von ΔE_{FWHM} gemäß Formel (15) und (15.1) bietet dann keine Schwierigkeiten mehr.

Um nun den Einfluß des energy loss straggling abzuschätzen, soll dessen relative Energie-Halbwertsbreite $\Delta E_{FWHM}/E_{pr}$ vorgegeben werden. Gewählt werden wieder als Referenzmaß die für ein Zyklotron und einen Linearbeschleuniger charakteristischen Werte von 10^{-3} und $5 \cdot 10^{-4}$.

Die effektiven Dicken $d_{eff} = \frac{d}{\cos \vartheta/2}$, die im energy loss straggling gerade diesen Anteil bewirken, sind in Diagramm 8 sowohl für Protonen als auch für α -Teilchen in Abhängigkeit von der Energie aufgezeichnet. Dabei ergibt sich in der Energieabhängigkeit ein Exponentialgesetz $d_{eff} \sim E^n$, wobei für Protonen $n = 1,86$ und für α $n = 1,98$ ist.

Für eine erste Abschätzung der Energieabhängigkeit von verwendbaren Dicken bei fest gegebenem relativem Wert des energy loss straggling genügt

$$d_{eff} \sim E^2 \quad (15.2)$$

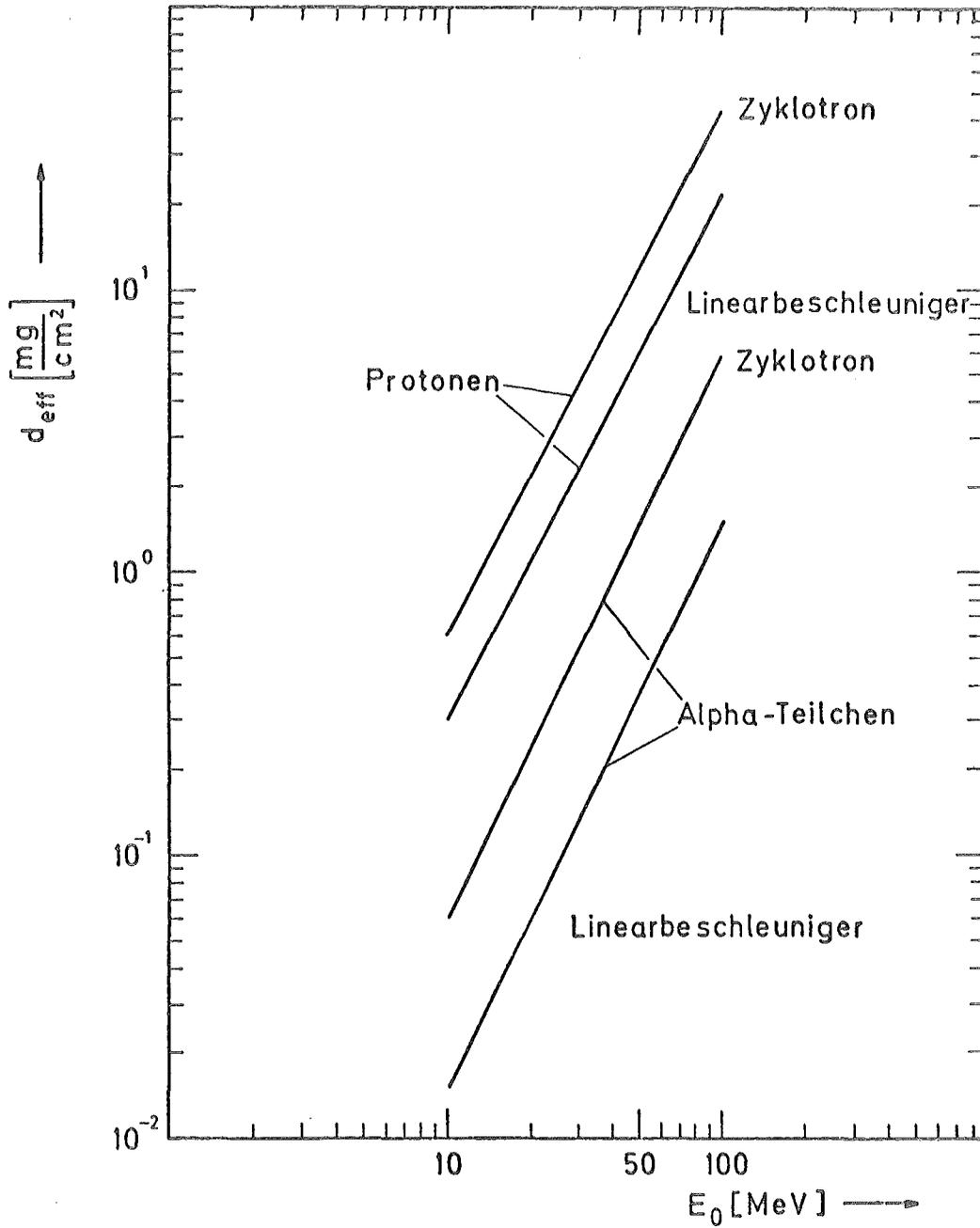


Diagramm 8: Die Energieabhängigkeit verwendbarer effektiver Dicken für Protonen und α -Teilchen für ein Zyklotron und einen Linearbeschleuniger

1.2.2.3. Nachweisgeräte

Um die unter dem Streuwinkel ϑ gestreuten Teilchen auszublenden und dem Nachweis-Gerät zuzuführen, benötigt man vor diesem eine Detektorblende. Die Abmessung der Detektorblende in der Streuebene sei D . Die endliche Größe D bewirkt gemäß Abb. 13 einen endlichen Streuwinkelbereich $\Delta\vartheta$, der sich am besten betrachten läßt, wenn man annimmt, daß sowohl $\Sigma_X \rightarrow 0$ als auch $\Sigma'_X \rightarrow 0$ geht.

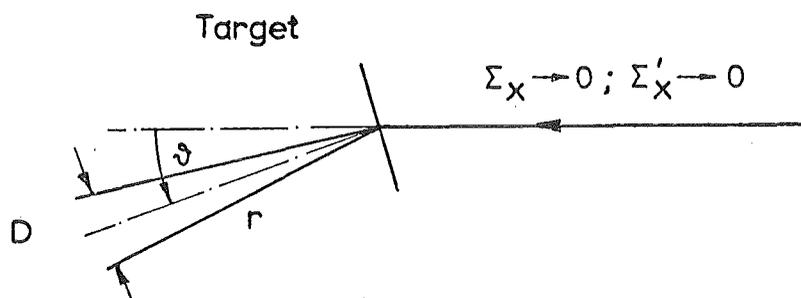


Abb. 13: Einfluß der Detektorblende

Aus Abbildung 13 folgt, daß $\Delta\vartheta = \frac{D}{r}$.

Mit Hilfe von Formel (10) ist dann die Energie-Halbwertsbreite gegeben durch

$$\Delta E_{FWHM} = \frac{2 E_{pr}}{m} m_{pr} \frac{D}{r} \sin \vartheta \quad (16)$$

Als Detektor-Gerät selbst kommen prinzipiell zwei verschiedene Systeme in Betracht. Als erstes System kann ein Halbleiter-Detektor mit angeschlossener Elektronik dienen, als zweites System ein Magnet-Spektrograph.

Der Vorteil eines Halbleiter-Detektors - Elektronik - Systems ist seine Handlichkeit. Mit ihm lassen sich im Energiebereich von 10 - 100 MeV Energieauflösungen in der Größenordnung von

$$\frac{\Delta E}{E} = 10^{-3}$$

erzielen [26]. Eine ausführliche Literaturzusammenstellung für die Anwendung dieses Systems gibt [27]. Bei Verwendung von Magnet-Spektrographen lassen sich noch wesentlich bessere Energieauflösungen erzielen. Mit Hilfe eines Magnet-Spektrographen erreicht man bis zu [28]

$$\frac{\Delta E}{E} \approx 10^{-4}$$

1.2.3. ΔE_{HWB} im Zusammenhang

In diesem Kapitel sollen nocheinmal die einzelnen Beiträge, die zur gesamten Halbwertsbreite ΔE_{HWB} beitragen, aufgezählt werden.

Aus den Kapiteln 1.2.1. und 1.2.2. resultieren dann die folgenden Beiträge (wobei der Beitrag aus Kapitel 1.2.1.4. nicht berücksichtigt wurde, da er normalerweise vernachlässigt werden kann):

Beitrag i) herrührend von	$\Delta E_{FWHM}/E_{pr}$	Nebenbedingung	Beitrag aus Formel oder Kapitel
1) Nachweisgerät	$\sim 10^{-3}$ $\geq 10^{-4}$	Halbleiter-Elektronik Magnet-Spektrograph	1.2.2.3.
2) Monochromasie	$\sim 10^{-3}$ $\sim 5 \cdot 10^{-4}$	Zyklotron Linearbeschleuniger	1.2.1.3.
3) Divergenz Σ'_x	$2 \frac{m_{pr}}{m} \sin \vartheta \Sigma'_x$		(11)
4) Strahlbreite Σ_x	$2 \frac{m_{pr}}{m} \sin \vartheta \frac{\Sigma_x}{r}$	$\delta = \vartheta/2$	(11.1)
5) Detektorblende D	$2 \frac{m_{pr}}{m} \sin \vartheta \frac{D}{r}$		(16)
6) energy loss straggling	$\sqrt{50} \cdot 10^{-4} f_{whm} \alpha \sqrt{\frac{1}{E_0} \left(\frac{dE}{dx}\right)_{E_0} d_{eff}}$	für Alpha	(15)
	$10^{-2} f_{whm} \frac{1}{E_0} \left(\frac{dE}{dx}\right)_{E_0} d_{eff}$	für Protonen	(15.1)
7) Dicke- Ungenauigkeit	$\frac{1}{E_0} \left(\frac{dE}{dx}\right)_{E_0} d_{eff} \frac{\Delta d}{d}$	$\delta = \vartheta/2$	(14)
8) Vorder-Rückseite-streuung	$4 \frac{m_{pr}}{m} \frac{1}{E_0} \left(\frac{dE}{dx}\right)_{E_0} d_{eff} (1 - \cos \vartheta)$	$\delta = \vartheta/2$	(14.2)

Tabelle 5: Beiträge zur Energie-Gesamt-Halbwertsbreite ΔE_{HWB}

Diese acht einzelnen Teile setzen sich nun unter quadratischer Addition (Kapitel 1.2.) zur Gesamthalbwidthsbreite ΔE_{HWB} zusammen.

Im Einzelfall muß zur Bestimmung von ΔE_{HWB} jeder einzelne dieser Beiträge berechnet und dann quadratisch addiert werden. Um aber nun einen schnellen Überblick zu bekommen, verfährt man am sinnvollsten so:

Für ein vorgegebenes Experiment ist in Diagramm 2 der Parameter $\frac{m^2}{\Delta m m_{\text{pr}}}$ bekannt. Die Wahl des Streuwinkels ϑ bestimmt dann den zu erwartenden Linienabstand $\frac{\Delta E_{\Delta m}}{E_{\text{pr}}}$.

Gemäß Forderung (2) muß die Auflösung genügend gut sein, so daß gelten muß

$$\frac{\Delta E_{\Delta m}}{E_{\text{pr}}} > \frac{\Delta E_{\text{HWB}}}{E_{\text{pr}}}$$

Ob nun diese Forderung zu erfüllen ist, ist mit Hilfe der Tabelle 5 folgendermaßen zu beantworten:

Es sei

$$\left(\frac{\Delta E_{\text{HWB}}}{E_{\text{pr}}}\right)^2 = \left(\frac{\Delta E}{E_{\text{pr}}}\right)_{1+2}^2 + \left(\frac{\Delta E}{E_{\text{pr}}}\right)_3^2 + \left(\frac{\Delta E}{E_{\text{pr}}}\right)_{4+5}^2 + \left(\frac{\Delta E}{E_{\text{pr}}}\right)_{6+7+8}^2 \quad (17)$$

Die quadratische Addition wird dabei am sinnvollsten in vier Teile aufgeteilt: Der Erste Term (1 + 2) enthält Nachweisgerät und Monochromasie; der zweite Term (3) die Divergenz; der dritte Term enthält die r-Abhängigkeit (4 + 5) und der vierte und letzte Term die Dickenabhängigkeit (6 + 7 + 8).

Die einzelnen Terme sind nun folgendermaßen zu behandeln:

$\left(\frac{\Delta E}{E_{pr}}\right)_{1+2}$: Bei bekanntem Nachweisgerät und Beschleunigertyp liegt die Größenordnung schon von vornherein fest.

Bsp: a) Zyklotron + Halbleiter-Elektronik $\sim \sqrt{2} \cdot 10^{-3}$

b) Linearbeschleuniger + Magnet-Spektrograph $\approx 5 \cdot 10^{-4}$

$\left(\frac{\Delta E}{E_{pr}}\right)_3$: Anhand von Diagramm 5 läßt sich die Frage beantworten, ob dieser Term berücksichtigt werden muß.

$\left(\frac{\Delta E}{E_{pr}}\right)_{4+5}$: Da $\Sigma_x \approx D \approx 2$ mm, so sind die beiden Terme 4 und 5 etwa gleich groß und $\sim \frac{1}{r}$. Ihre Größe legt man fest durch die Auswahl von r (und damit des Raumwinkels Ω). r wird am besten so ausgewählt, daß dieser Beitrag kleiner wird als der aus den ersten beiden.

$\left(\frac{\Delta E}{E_{pr}}\right)_{6+7+8}$: Dieser Term bestimmt die Wahl der verwendbaren Targetdicke. Dabei sollte die Dicke so klein gehalten werden, daß dieser Beitrag die bis jetzt besprochenen Beiträge nicht übertrifft.

Der wesentliche Anteil von 6, 7 und 8 stammt von 6. Anhand von Diagramm 8 läßt sich dabei die verwendbare Targetdicke abschätzen. Die beiden Beiträge 7 und 8 werden nur relevant für großes $\Delta d/d$ in 7 und für kleines m und großes ϑ in 8.

Die beiden Beiträge 7 und 8 sind dabei gegenüber dem Beitrag 6 zu vernachlässigen, wenn folgende Forderungen eingehalten werden:

Beitrag 7 mit der Voraussetzung, daß dieser weniger als 10 % gegenüber 6 beiträgt. Dann ergibt sich als Forderung für $\Delta d/d$ für die einzelnen Fälle:

$\Delta d/d$ (%) \lesssim	Zyklotron	Linearbeschleuniger
Protonen	20 %	20 %
Alpha	30 %	15 %

Der Beitrag 8 braucht nur bei kleinem m und $\vartheta \rightarrow 90^\circ$ berücksichtigt zu werden.

Aus (17) erhält man dann den Wert für die zu erwartende relative Energieauflösung $\frac{\Delta E_{\text{HWB}}}{E_{\text{pr}}}$.

1.3. Kriterien für das Nachweisvermögen und dessen Grenzen

In diesem Abschnitt soll nun untersucht werden, welche Mengen einer bestimmten Masse m überhaupt noch nachgewiesen werden können.

Ist in der Matrix mit dem Atomgewicht A und der effektiven Dicke d_{eff} die Masse m mit der Atomkonzentration f enthalten, so ist die Anzahl N der an dieser Masse m elastisch gestreuten Teilchen gemäß der Definition des Wirkungsquerschnittes gegeben als

$$N = \frac{1,354}{z_{\text{pr}} A} I T f \sigma \Omega d_{\text{eff}} \quad (18)$$

wobei N : Anzahl der in der Zeit T elastisch gestreuten Teilchen

z_{pr} : Ladung des Projektils

A : Atomgewicht der Matrix in g/mol

I : Strahlstrom in μA

T : Bestrahlungszeit in h

f : Atomkonzentration in ppm $\hat{=}$

$\frac{\text{Anzahl der Teilchen der Masse } m}{\text{Anzahl der Teilchen der Matrix}}$
in 10^{-6} -Einheiten

σ : elastischer differentieller Wirkungsquerschnitt für die Masse m in mbarn/sr

Ω : Raumwinkel in 10^{-4} sr-Einheiten

$d_{\text{eff}} = \frac{d}{\cos \vartheta/2}$: effektive Targetdicke der Matrix
in mg/cm^2

Anhand von Formel (18) soll nun im einzelnen diskutiert werden, welches Nachweisvermögen bei dieser Methode zu erwarten ist.

1.3.1. Der Parameter σf

Legt man sich nun auf ein bestimmtes Experiment fest, d.h. wählt man die Art des Beschleunigers und des Nachweisgerätes, so sind die Größen z_{pr} , I , T und Ω fest vorgegeben. Die Auswahl des Targets bestimmt die Größen A und d_{eff} .

Wählt man nun $N = N_{min}$, d.h. für N die Mindestanzahl von elastisch gestreuten Teilchen, die benötigt werden, um einen Peak noch einwandfrei zu identifizieren, so ist der Faktor $\frac{N_{min}}{IT\Omega d_{eff}}$ vorgegeben. Die Mindestanzahl N_{min} liegt dabei in der Größenordnung von 5 bis 50 Teilchen und ist abhängig von der geforderten Genauigkeit der Bestimmung und der Energieauflösung.

Der obige Faktor ist in Diagramm 9 als Funktion von σf aufgetragen. Dabei wurde für $z_{pr} A = 10$ und 60 ein Minimal- und ein Maximalwert gewählt. Anhand von Diagramm 9 kann nun der Wert für σf abgelesen werden. Das Produkt σf gibt bei bekanntem Wirkungsquerschnitt die Begrenzung dieser Methode in f an, wie im folgenden noch gezeigt werden soll.

Für große Werte von σ ergeben sich dabei kleine bestimmbare Werte von f . Die Auswahl von σ wird sehr erschwert durch seine starke Streuwinkel- und Energieabhängigkeit $\sigma(\vartheta, E)$.

Für eine erste grobe Abschätzung werde die Gültigkeit des Rutherford'schen Wirkungsquerschnittes σ_R [29] vorausgesetzt.

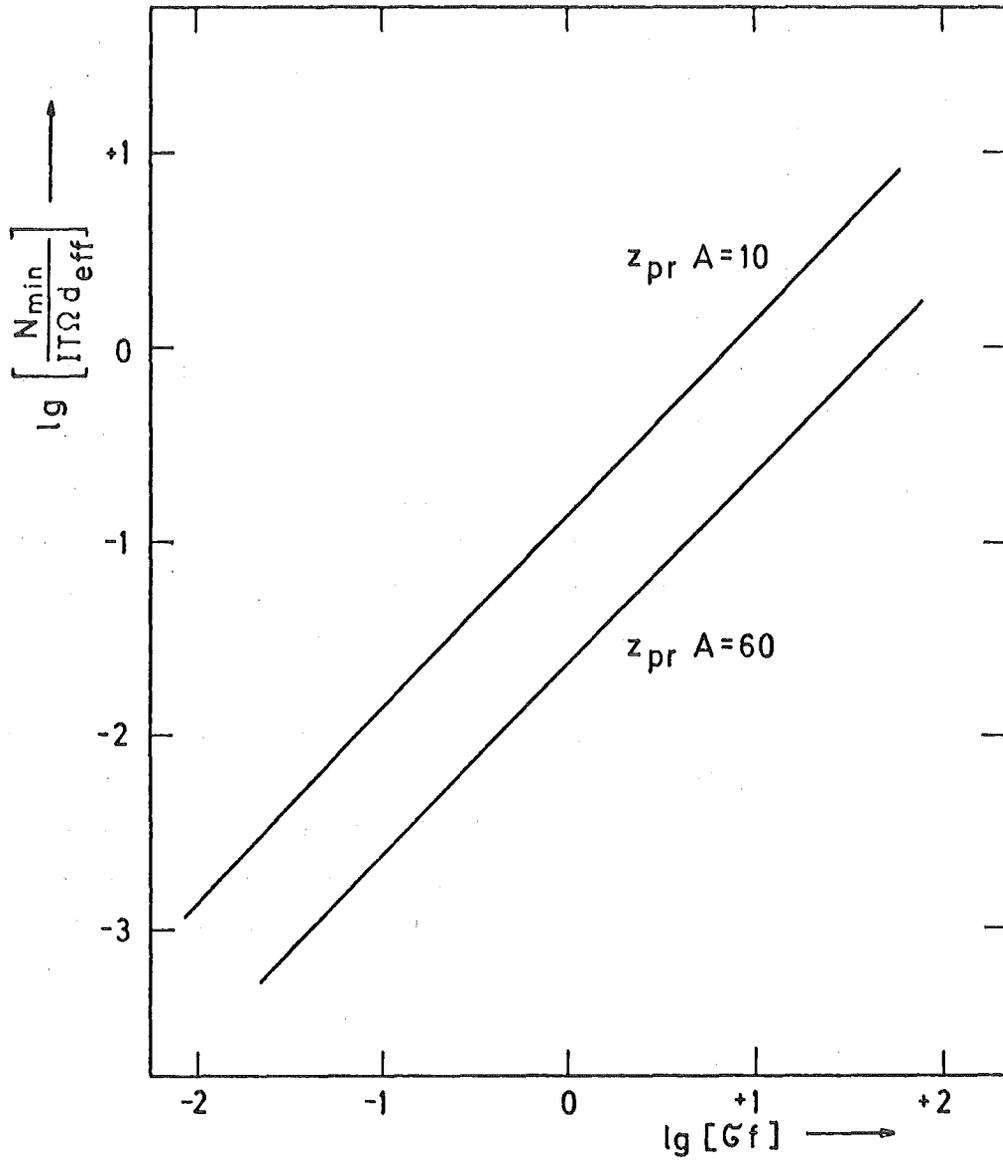


Diagramm 9: Die Bestimmung des Produktes σf

Mit Hilfe des Rutherford'schen Wirkungsquerschnittes σ_R wird aus (18)

$$\frac{N}{IT\Omega} = 1,75 \frac{z_{pr}}{A} Z^2 \frac{d_{eff}}{E_o^2} \frac{f}{\sin^4 \vartheta/2} \quad (19)$$

wobei

E_o : Energie des einfallenden Teilchens in MeV

Z: Kernladungszahl der nachzuweisenden Masse m

Gemäß (15.2) ist $d_{eff} \sim E_o^2$, und somit $\frac{d_{eff}}{E_o^2} = \text{const} (E_o)$.

Weiter sind durch das Experiment die Größen z_{pr} , A und Z festgelegt.

Bei Festlegen des Parameters $\frac{N}{IT\Omega}$ durch die Auswahl des Experiments ergibt sich dann in (19) ein Zusammenhang zwischen der Konzentration f und dem Streuwinkel ϑ . Diese Korrelation zwischen ϑ und f ergibt dann direkt das Nachweisvermögen dieser Methode.

Kleinere Konzentrationen f lassen sich erreichen, wenn man zu kleineren Streuwinkeln ϑ geht. Kleinere ϑ bedingen dann aber wieder eine schlechtere Massenauflösung (Diagramm 3). Der Streuwinkel muß deshalb unter den zwei Gesichtspunkten betrachtet werden

- 1) Nachweis geringer Konzentrationen, d.h. kleines ϑ
- 2) genügende Massenauflösung, d.h. großes ϑ

1.3.2. Der differentielle Wirkungsquerschnitt σ der elastischen Streuung

Der für Formel (19) verwendete Rutherfordsche differentielle Wirkungsquerschnitt entspricht nun leider in dem hier betrachteten Energiebereich von 10 - 100 MeV nicht dem tatsächlichen experimentell gemessenen differentiellen Wirkungsquerschnitt. Diagramm 10 zeigt am Beispiel von 40 MeV Protonen experimentell gemessene Wirkungsquerschnitte für verschieden schwere Elemente von ^{12}C bis ^{208}Pb [30] .

Aufgetragen ist dabei das Verhältnis σ/σ_R , d.h. experimentell bestimmte Wirkungsquerschnitte σ normiert auf den Rutherfordschen differentiellen Wirkungsquerschnitt σ_R . Diagramm 10 ist dabei charakteristisch sowohl für Protonen als auch für α -Teilchen im Energiebereich von 10 - 100 MeV. Ganz allgemein läßt sich dann über den Wirkungsquerschnitt folgendes sagen, wobei zu beachten ist, daß

$\sigma/\sigma_R = 1$ bedeuten würde, daß der experimentell gemessene Wirkungsquerschnitt dem Rutherfordschen Verhalten entspricht:

- a) die Wirkungsquerschnitte weisen in ihrer Abhängigkeit vom Streuwinkel ϑ starke Oszillationen mit ausgeprägten Maxima und Minima auf;
- b) betrachtet man nur die Maxima, so stellt man fest, daß das Verhältnis σ/σ_R mit steigendem Streuwinkel ϑ (außer dem ersten Maximum) immer kleiner wird. Dasselbe gilt für steigende Massen. Dasselbe gilt auch - was in Diagramm 10 nicht zu sehen ist - für die Energieabhängigkeit.

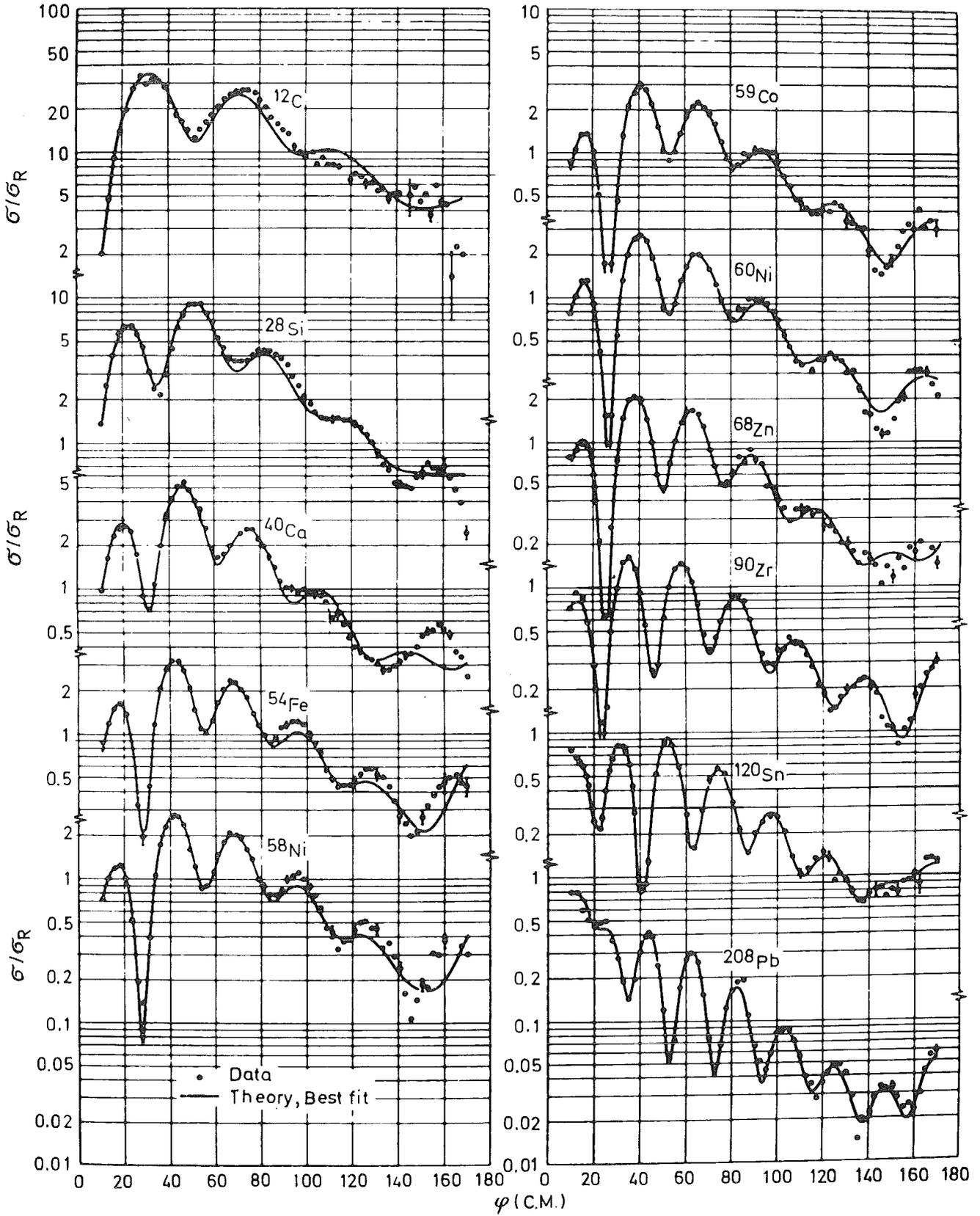


Diagramm 10 : Massenabhängigkeit des differentiellen elastischen Wirkungsquerschnittes am Beispiel von 40 MeV Protonen [30]

Die im Rutherford'schen Wirkungsquerschnitt beschriebene Abhängigkeit vom Element, Energie und vom Streuwinkel ($\sigma_R \sim Z^2/E_0^2 \cdot \frac{1}{\sin^4 \vartheta/2}$) ist dann nicht mehr gegeben. Eine wirklichkeitsgerechte Darstellung über den Wirkungsquerschnitt soll im nächsten Kapitel gezeigt werden.

Nimmt man für eine Größenordnungsabschätzung den Faktor 2 in Kauf, so ist im Bereich der Maxima (bei denen man natürlich mißt) die Rutherford-Formel und damit Formel (19) für 40 MeV Protonen in folgendem Bereich gültig:

Für $\vartheta < 100^\circ$ im Massenbereich von $70 < m < 100$.

Abweichungen in den übrigen Fällen sind aber im wesentlichen so erheblich, daß mit Hilfe des Rutherford'schen Wirkungsquerschnittes über das Verhalten von σ keine allgemeingültigen Voraussetzungen gemacht werden können. Im nächsten Kapitel soll gezeigt werden, wie Wirkungsquerschnitte für diese Methode am sinnvollsten dargestellt werden können.

1.3.3. Systematik von Wirkungsquerschnitten

Bei der Auswahl des Streuwinkels in bezug auf den Wirkungsquerschnitt ist es am besten, Streuwinkel in der Nähe eines Maximums auszuwählen, da dann der Wirkungsquerschnitt am größten ist. Betrachtet man nun in Diagramm 10 die Lage der Maxima bei steigender Masse m , so stellt man fest, daß die zu einem bestimmten Maximum gehörigen Streuwinkel ϑ_{MAX} sich mit steigender Masse zu kleineren Streuwinkeln hin verschieben. In Diagramm 11 ist dieser Zusammenhang für Protonen von 28 MeV [31] aufgetragen. ϑ_{MAX} in Abhängigkeit von $m^{-1/3}$ ergibt dabei für die einzelnen Maxima Geraden. Um eine bessere Inter-

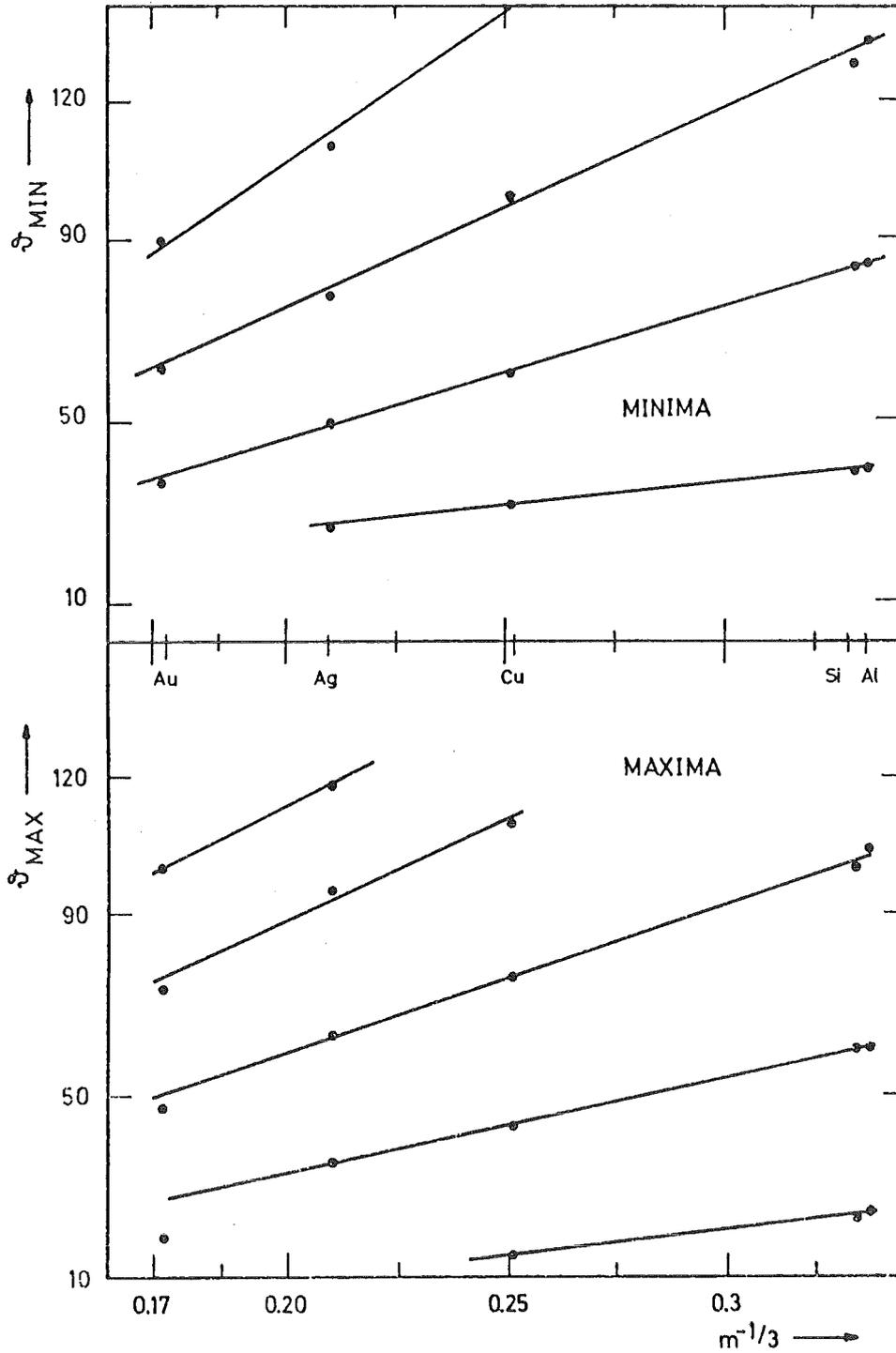


Diagramm 11: Massenabhängigkeit der Maxima und Minima des differentiellen elastischen Wirkungsquerschnittes für Protonen der Energie 28 MeV [31]

polarisation zu ermöglichen, ist im selben Diagramm auch noch die Lage der Minima aufgetragen. In Diagramm 12 ist dasselbe Verhalten aufgetragen, aber nun für α -Teilchen der Energie 104 MeV [32] . Diese beiden Beispiele wurden deshalb ausgewählt, weil diese beiden Energien am Karlsruher Isochronzyklotron zur Verfügung stehen. Sofern Daten vorhanden sind, kann diese Systematik aber für jeden beliebigen Fall gemacht werden.

Um nun den absoluten Wert σ für den Wirkungsquerschnitt zu bekommen, können prinzipiell zwei verschiedene Wege eingeschlagen werden:

- 1) aus Diagrammen wie 10 entnimmt man den Wert σ/σ_R und bekommt mit Hilfe von Formel (19) den richtigen Zusammenhang
- 2) trägt man für die einzelnen Maxima σ in Abhängigkeit von m auf, so erhält man Geraden.

Fall 1) bietet den Vorteil, daß Diagramme der Art von Diagramm 10 sowohl für Protonen als auch α -Teilchen bei vielen Energien und Massen bekannt sind. Die grundlegende Formel ist dann

$$\frac{N}{I T \Omega} = 1.75 \frac{z_{pr}}{A} z^2 \frac{d_{eff}}{E_o^2} \frac{f}{\sin^4 \vartheta/2} \cdot \frac{\sigma}{\sigma_R}$$

oder umgestellt:

$$\frac{N}{I T \Omega} \frac{d_{eff}}{E_o^2} \frac{A}{z_{pr}} z^2 = 1.75 \frac{f}{\sin^4 \vartheta/2} \cdot \frac{\sigma}{\sigma_R}$$

Ist die linke Seite bekannt, so läßt sich bei bekanntem σ/σ_R der Zusammenhang zwischen f und ϑ leicht berechnen.

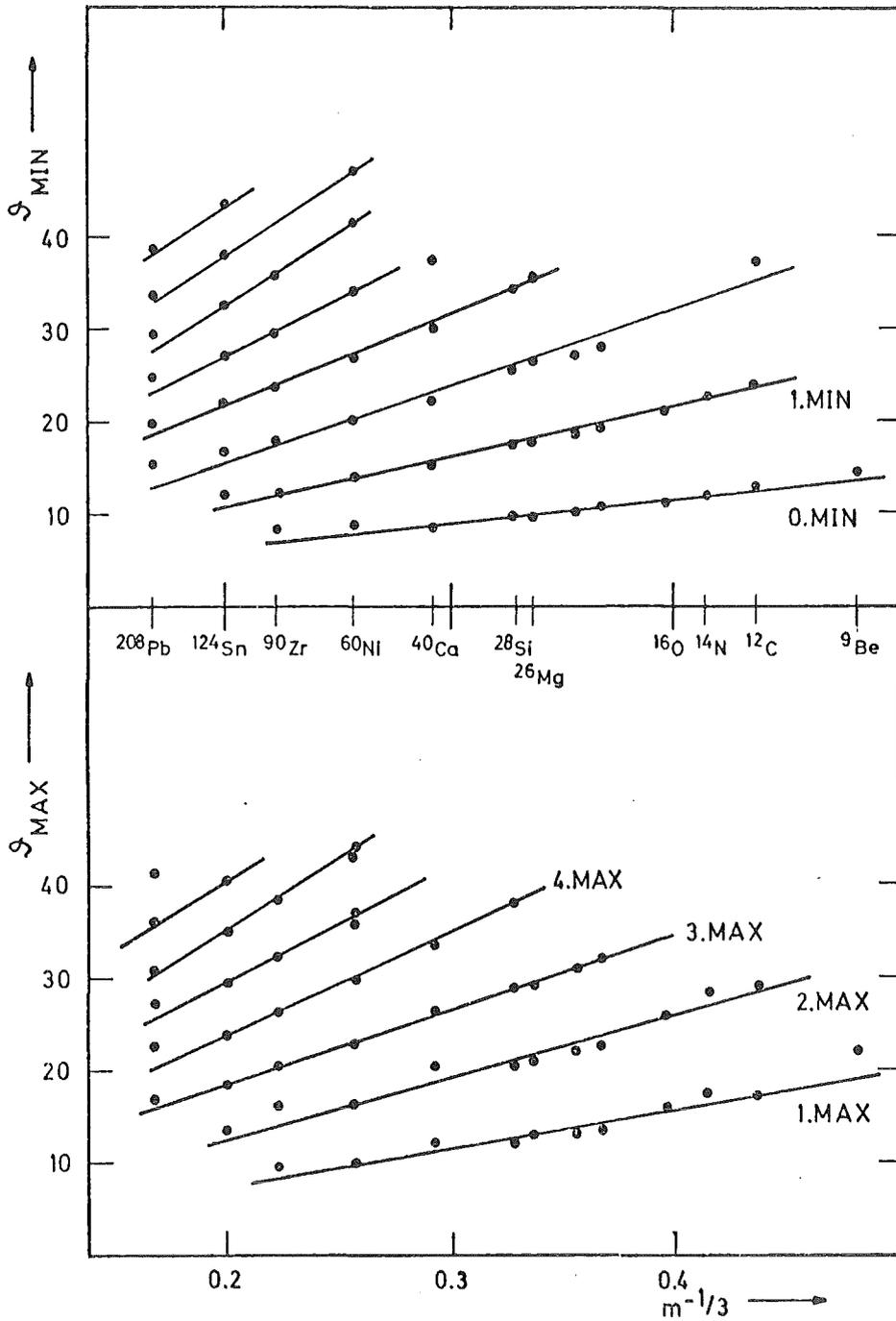


Diagramm 12: Lage der Maxima und Minima des differentiellen Wirkungsquerschnittes in Abhängigkeit von der Masse für α -Teilchen der Energie 104 MeV [32]

Fall 2) wird in Diagramm 13 an einem speziellen Beispiel (α -Teilchen von 104 MeV) gezeigt. In diesem Fall hat man den Vorteil, absolute σ -Werte zur Verfügung zu haben und mit Hilfe von Diagramm 9, 12 und 13 den Zusammenhang zwischen δ und f zu kennen. Der Nachteil ist, daß Diagramme der Art 12 und 13 in der Literatur nicht existieren und für jeden konkreten Fall zuerst konstruiert werden müssen.

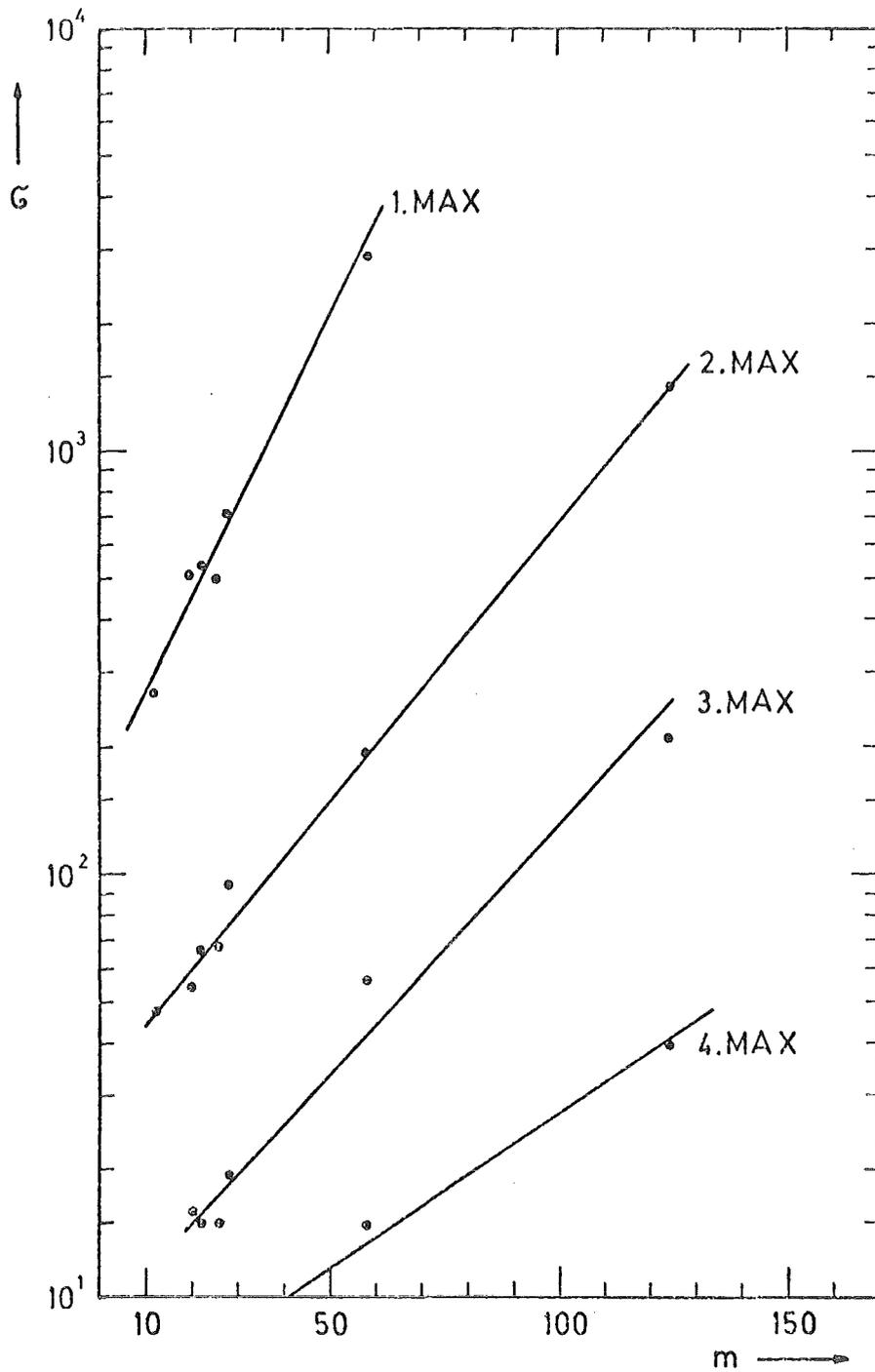


Diagramm 13: Abhängigkeit der absoluten differentiellen Wirkungsquerschnitte von der Masse für die einzelnen Maxima am Beispiel von α -Teilchen der Energie von 104 MeV [32]

2. Literaturverzeichnis

- [1] E.A. Wolicki, NRL Report 7477, December 13 (1972)
- [2] H. Geiger, and E. Marsden, Proc. Roy. Soc. (London) A 82, 495 (1909)
- [3] E. Rutherford, Phil. Mag. 21, 669 (1911)
- [4] J. A. Patterson, A. L. Turkevich, and E. J. Franzgrote, J. Geophys. Res., 70, 1331 (1965)
- [5] B. L. Cohen, and R. A. Moyer, Anal. Chem., Vol. 43, No. 1, Jan. 1971
- [6] R. K. Jolly, and H. B. White, Nucl. Instr. and Meth. 97, 299 (1971)
- [7] B. L. Cohen, C. L. Fink, and J. H. Degnan, J. Appl. Phys., Vol. 43, No. 1, Jan. 1972
- [8] R. L. Meek, and W. M. Gibson, Nucl. Instr. and Meth. 98, 375 (1972)
- [9] A. M. Baldin, V. I. Gol'danskii, and I. L. Rozenthal, "Kinematics of Nuclear Reactions", p. 25
- [10] U. Fano, "Penetration of Protons, Alpha Particles and Mesons" in M. J. Berger, and S. M. Seltzer, Ed., Nat. Acad. Sci. - Res. Council Publ. 1133; U. S. Atomic Energy Commission NAS-NS 39 (1964) 287
- [11] C. F. Williamson, J. P. Boujot, J. Picard, "Tables of Range and Stopping Power of Chemical Elements for Charged Particles of Energy 0.05 to 500 MeV", Rapport CEA-R 3042, Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay (1966)
- [12] D. Hartwig, W. Linder, M. E. Lösel, G. Schatz, and H. Schweickert, KFK-Report 754 (1968)

- [13] R. S. Lord, M. L. Mallory, S. S. Stevens,
B. L. Duelli, E. Newman, and W. R. Smith,
IEEE Trans. Nucl. Science, NS-14 No. 3 (June 1967)
- [14] A. A. van Kranenburg, H. L. Hagedoorn, P. Kramer,
and D. Wirts, IEEE Trans. Nucl. Science,
13^{II} (1966), p. 43
- [15] H. A. Grunder, IEEE Trans. Nucl. Science,
13^{II} (1966), p. 371
- [16] G. Denhöfer, "An Emittance Measuring System for
the MP-Tandem Accelerator in Munich",
Diplomarbeit (November 1972)
- [17] D. L. Judd, The Rev. of Scient. Instr.,
Vol. 21, No. 3, 213 (1950)
- [18] D. Hartwig, Externer Bericht 18/68-1, Zyklotron-
Laboratorium
- [19] H. Morinaga, H. Münzer, L. Rohrer et. al.,
"The Munich MP-Tandem"- eingereicht an Nucl.
Instr. and Meth. (private Mitteilung)
- [20] H. D. Maccabee, M. R. Raju, and C. A. Tobias,
Phys. Rev. 165, 469 (1968)
- [21] P. V. Vavilov, Zh. Eksperim. i. Teor. Fiz. 32,
920 (1957) - English transl.: Soviet Phys. -
JETP 5, 749 (1957)
- [22] M. J. Berger, and S. M. Seltzer, Nat. Acad. Sci. -
Res. Council Publ. 1133; U. S. Atomic Energy
Commission NAS-NS 39 (1964) 187
- [23] C. Tschalär, Nucl. Instr. and Meth. 61, 141 (1968)
- [24] N. M. Clarke, Nucl. Instr. and Meth. 96, 497 (1971)
- [25] J. A. Penkrot, B. L. Cohen, G. R. Rao, and
R. H. Fulmer, Nucl. Instr. and Meth. 96, 505 (1971)

- [26] F. S. Goulding, D. A. Landis, and R. H. Pehl,
"The Energy Resolution Capabilities of Semiconductor
Detectors for Particles in the 10 - to 100 MeV Range"
in "Nuclear Science Series Report", Numer 44 -
National Academy of Sciences (1969)

- [27] A. J. Ravendale, "Semiconductor Nuclear Radiation
Detectors" - Annual Review of Nuclear Science,
Vol. 17 (1967)

- [28] IEEE Trans. Nucl. Science NS 13^{II} (1966), p. 346

- [29] J. B. Marion, and F. C. Young, "Nuclear Reaction
Analysis", North-Holland Publishing Co.,
Amsterdam, 1968, p. 154

- [30] M. P. Fricke, E. E. Gross, B. J. Morton, and
A. Jucker, Phys. Rev. 156, 1207 (1967)

- [31] R. Dittman, H. S. Sandhu, R. U. Cole, and
C. N. Waddell, Nucl. Phys. A 126, 592 (1969)

- [32] Externer Bericht 18/70-2, Zyklotron-Laboratorium;
veröffentlicht in Nucl. Phys. A 128, 81 (1969)