

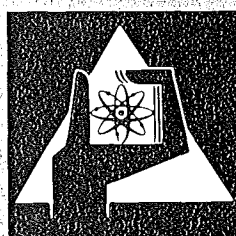
**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

Dezember 1975

KFK 1793

**Möglichkeiten der Energierückgewinnung im
öffentlichen Nahverkehr durch Gravitationsantrieb**

V. Jung



**GESELLSCHAFT
FÜR
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

KARLSRUHE

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

KFK 1793

Institut für Fördertechnik der Universität Karlsruhe

(Direktor: Prof. Dr.-Ing. Erich Bahke)

75 Karlsruhe 1, Kaiserstr. 12

Möglichkeiten der Energierückgewinnung im
Öffentlichen Nahverkehr durch Gravitationsantrieb

von

V. Jung

Gesellschaft für Kernforschung mbH, Karlsruhe

Kurzfassung

70 bis 80 % der eingesetzten Antriebsenergie entfallen bei kurzen Haltestellenabständen beim S-Bahn bzw. U-Bahn-Betrieb auf die kinetische Energie der Fahrzeuge, die nicht immer und - wenn überhaupt - nur zu etwa 30 % zurückgewonnen wird. Mithilfe des Gravitationsantriebes ist es möglich, die kinetische Energie der Fahrzeuge beim Bremsen zu etwa 90 % zurückzugewinnen, wodurch der Gesamtenergieeinsatz um 63 bis 72 % verringert werden kann. Hierzu ist jedoch eine Trassierung des Fahrweges in Berg- und Talform und eventuell ein Antrieb erforderlich, der nicht auf die Kraftwirkung Rad-Schiene angewiesen ist (z.B. Linearmotor). Der Gravitationsantrieb ermöglicht es darüberhinaus, ohne Steigerung der Antriebsleistung, eventuell sogar ohne eigenen Antrieb (passives Fahrzeug) für den Fahrgast nicht spürbare und für Güter unschädliche große Beschleunigungswerte und damit hohe Durchschnittsgeschwindigkeiten selbst bei kleinen Haltestellenabständen zu erreichen. Der Zusammenhang zwischen den Bahnparametern und der zeitlichen Änderung der Vertikal- bzw. Horizontalbeschleunigungswerte wird hergeleitet. Der Bereich der Seekrankheit bzw. zu große zeitliche Beschleunigungsänderungen können durch geeignete Wahl der Bahnparameter ausgeschlossen werden.

Eingereicht zum Druck am: 7. 11. 75

Possibilities of Energy Recuperation
by Gravity Traction in Public Transit
Systems

Abstract

70 or 80% of the traction energy employed in the operation of metropolitan and suburban railways on lines with the stops arranged at short intervals are used for the kinetic energy of the vehicles. If at all, this energy is recuperated only at a rate of approximately 30%. Gravity traction allows the kinetic energy of the vehicles to be recuperated at a rate of about 90% during deceleration, which would decrease the overall energy input by 63 - 72%. However, this requires the line to be arranged uphill and downhill and might need a traction system not based on the interaction of forces between a wheel and a rail (e.g. linear induction motor). In addition, it may be possible by means of gravity traction to attain high acceleration levels, which will not be felt by the passengers and will not be detrimental to cargo, and thus high average speeds even at short intervals between stops without requiring more traction power, perhaps even without the need for active traction (passive vehicle). A relationship is established between the parameters of the trackway and the change, as a function of time, of the vertical and horizontal acceleration values, respectively. The seasickness range and excessively high changes in acceleration as a function of time, respectively, can be excluded by the proper choice of the trackway parameters.

1. Einleitung

Etwa 40 % des Bedarfes in der BRD an hochwertiger mechanischer (geordneter) Energie - im Gegensatz zu niederwertiger (ungeordneter) Wärmeenergie - entfallen z. Z. auf Transportvorgänge⁰⁾. Wenn der Anteil des elektrisch betriebenen und eventuell auch der des hybridbetriebenen Verkehrs zur Verringerung der Umweltbelastung des Brennkraftverkehrs erheblich zunehmen soll, erlangt die Energierückgewinnung im Verkehr größere Bedeutung (s. Abb. 0).

Energieeinsparungen sind besonders bei diskontinuierlichen Transportvorgängen möglich, bei denen stets ein Beschleunigen und nachfolgendes Abbremsen der zu transportierenden Massen erforderlich ist. Bei kontinuierlichen Transportvorgängen wäre eine Reduzierung des Energieeinsatzes nur durch Verringerung der verschiedenen Reibungskomponenten möglich. Ein Beispiel für den diskontinuierlichen Transport von Personen oder auch Gütern ist der öffentliche Nahverkehr, dessen Netze des Nachts auch der Beförderung von Gütern im Linienbetrieb dienen können. Ein hoher Energierückgewinnungsgrad ist nur mit einem kinetischen Speicher möglich, bei dem die zu speichernde Energie nicht zweimal verlustbehaftet in andere Energieformen umgewandelt werden muß. Ein sehr guter kinetischer Energiespeicher mit fast 100 % Wirkungsgrad wird durch Beschleunigen und Abbremsen mithilfe der Schwerkraft verifiziert.

Ein wichtiger Vorteil des Gravitationsantriebes (Trassierung der Bahn in Berg- und Talform) wäre darin zu sehen, daß durch die hiermit ermöglichte Anlage von ebenerdigen Stationen mindestens 40 % der Anlagekosten gegenüber einer U-Bahnlinie mit unterirdischen Stationen eingespart werden können. Weiterhin wichtig ist die Möglichkeit, ebenerdige Kreuzungs- bzw. Vermaschungsbahnhöfe mit kurzen, ebenerdigen Umsteigewegen anlegen zu können. Durch größeres zulässiges Gefälle (10 bis 28 %) wird die Trassierung der Linien äußerst flexibel. Für eine Station genügt z. B. ein Freiraum von 20 m mal 120 m zwischen Gebäuden. Außerhalb von Stationen ist die Trassierung nicht mehr an Straßen und Plätze gebunden. Schließlich werden die Fahrgäste vom lästigen Treppensteigen bzw. vom nicht ungefährlichen Rolltreppenfahren und von der nicht zu unterschätzenden Aversion befreit, die viele Menschen überfällt, wenn sie in den Keller steigen sollen. Auch wird das Be- und Entladen der U-Bahnzüge mit Gepäck, Kinderwagen, Rollstühlen und Fahrrädern, ebenfalls der nächtliche Gütertransport durch die ebenerdigen Bahnsteigzugänge und Fahrzeugeinstiege wesentlich erleichtert.

Im Vergleich des Energieeinsatzes pro Personenkilometer^{1, 18)} scheidet die S- und U-Bahn nur deswegen gegenüber dem Privat-Pkw so günstig ab, weil - wie im Gutachten Auto und Umwelt nachzulesen ist - bei der Berechnung der Platzausnutzung, die bei der S-Bahn im Mittel 25 % beträgt, nicht nur Sitzplätze, sondern auch sämtliche Stehplätze mit berücksichtigt wurden. Dabei lag der Primärenergieeinsatz beim Pkw im Stadtverkehr doppelt so hoch wie bei der S-Bahn (Pkw 7,2 SKE/100 km·Pers., bzw. S-Bahn 3,6 SKE/100 km·Pers.). Die Platzausnutzung des zugrundegelegten Mittelklasse-Pkw war 40 %.

Würde man nun für den Vergleich zwischen Pkw und S-Bahn gleiche Bequemlichkeit fordern, so müßte bei einem Verhältnis Sitzplätze zu Stehplätze von z. Zt. 1:1,2 (S-Bahn-Langzug 1330 Personen) der Anteil der Stehplätze auf etwa 10 % sinken (so viele Fahrgäste würden etwa freiwillig stehen). Dann aber wäre der Energieeinsatz pro Personenkilometer beim Privat-Pkw und bei der S-Bahn gleich.

Eine U- oder S-Bahn bietet aber im Gegensatz zum Pkw bessere Möglichkeiten der Energierückgewinnung an. Die Rückspeisung in das Versorgungsnetz kann ohne Zwischenspeicher nur bei langen Talfahrten befriedigend durchgeführt werden.²⁾

In Nahverkehrsnetzen (z.B. U-Bahn Berlin) werden durch Nutzbremmung ohne Zwischenspeicher etwa nur 30 % der kinetischen Energie der Fahrzeuge zurückgewonnen, die jedoch etwa 80 % des Gesamt-Energieeinsatzes ausmacht.

2. Verifizierung des Gravitationsantriebes

Mithilfe des Gravitationsantriebes^{3,4)} hingegen ist es möglich, ohne jegliche komplizierte Elektronik etwa 90 % der kinetischen Energie der Fahrzeuge zurückzugewinnen.

Für den Vortrieb eines Fahrzeuges wird Energie für zweierlei Zwecke benötigt:

- 1) Aufbau der kinetischen Energie durch Beschleunigung
- 2) Überwindung der Reibungskräfte entlang des zurückgelegten Weges

Die erste Energieform, die kinetische Energie ist prinzipiell rückgewinnbar, im günstigsten Fall sogar ohne Verluste.

Die zweite Energieform, die dissipative Energie - also die Energie, die durch Luft-, Roll- und Lagerreibung in Wärmeenergie umgewandelt wird - ist praktisch nicht rückgewinnbar.

Die günstigste Rückgewinnung der kinetischen Energie ist die, bei der die kinetische Energie direkt - ohne Zwischenspeicher - in potentielle Energie umgewandelt wird.

Unter potentieller Energie soll hier potentielle mechanische Energie - also geordnete Energie - verstanden werden, im Gegensatz zur potentiellen Energie im Atomkern, die eine Form der ungeordneten Energie darstellt und - über einen thermodynamischen Prozeß - nur mit Verlusten in mechanische, also in geordnete Energie verwandelt werden kann.

Elektrische Energie ist ebenfalls eine Form der geordneten Energie. Nur treten bei nichtsupraleitenden Generatoren stets Ohm'sche Verluste auf, so daß sich mechanische Energie nicht verlustfrei in elektrische und sich auch elektrische Energie nicht verlustfrei in mechanische Energie umwandeln läßt. Es ist dies aber keine prinzipielle Eigenschaft der elektrischen Energie, sondern nur eine Frage der Leitungswiderstände. Bei Verschwinden des Ohm'schen Widerstandes im Falle der Supraleitung kann - unter bestimmten Bedingungen - mechanische Energie verlustfrei in elektrische Energie und elektrische Energie verlustfrei in mechanische Energie umgewandelt werden.

Ist man gezwungen, z.B. bei der Bremsung eines Fahrzeuges die in kurzer Zeit anfallende elektrische Energie chemisch zu speichern, so treten weitere Verluste auf. Die Umwandlungskette würde dann folgendermaßen lauten:

- 1) Mechanische Energie
- 2) Elektrische Energie
- 3) Chemische Bindungsenergie
- 4) Elektrische Energie
- 5) Mechanische Energie

Der theoretisch höchste Wirkungsgrad dieser Kette von 1 nach 5 beträgt z. Zt. 64 %⁺), liegt aber in der rauhen Praxis bei etwa nur 42 % (Europazyklus, η Batterie 0,75 η Motor, Getriebe + Elektronik 0,75 η Generator 0,75 nach S. Meurer, VDI Berichte 238, S. 44 (1975).) Pumpspeicherwerke haben z. Zt. einen Wirkungsgrad von 60 % für die Kette:⁺⁺⁾

- 1) Elektrische Energie
- 2) Mechanische Energie
- 3) Potentielle hydraulische Energie
- 4) Mechanische Energie
- 5) Elektrische Energie

Wird nun noch eine zweimalige Wandlung von elektrischer Energie in mechanische und wiederum von mechanischer Energie in elektrische Energie mit einem Wirkungsgrad von 80 % vorgenommen, was bei der Rückgewinnung der kinetischen Energie zum Abbremsen eines Zuges der Fall wäre, dann käme man auf einen Rückgewinnungswirkungsgrad von etwa 48 %.

Mithilfe des Gravitationsantriebes ist es jedoch möglich, etwa 90 % der kinetischen Energie der Fahrzeuge zurückzugewinnen, da hier kinetische Energie unmittelbar in potentielle Energie verwandelt wird. Ein 100 %iger Wirkungsgrad ist theoretisch möglich, bringt aber praktische Schwierigkeiten mit sich. Vielmehr ist es praktikabel, mit einem Überschuß an kinetischer Energie zu arbeiten und etwa die letzten 30 % der Maximalgeschwindigkeit auf einer Horizontalstrecke abzubremesen. Die Rückgewinnung der kinetischen Energie betrage dann etwa 90 %.

Dabei muß jedoch das vertikale Profil der Trasse geeignet beschaffen sein. Analog zum

+) Einsatzmöglichkeiten neuer Energiesysteme V Fernwärme, S. 307,

++) Auf dem Wege zu neuen Energiesystemen V, S. 204, beides Schriften des BMFT Bonn 1975.

Fahrspiel, $1/4$ der Strecke (zwischen zwei Halten) Beschleunigen, die Hälfte der Haltestellendistanz Fahrt mit Höchstgeschwindigkeit und $1/4$ der Distanz Bremsen, müßten die Steigungsverhältnisse bemessen werden.

Eine Steigung von 10 % würde einer Beschleunigung von $0,95 \text{ m/s}^2$ entsprechen, wenn man die effektive Masse der sich drehenden Räder mit 3 % der Fahrzeugmasse ansetzt. Eine Höhe von 25,7 m würde eine übliche U-Bahn-Höchstgeschwindigkeit von 80 km/h erbringen. Die Motorleistung hätte lediglich für die Beschleunigung auf der Horizontalen im Bahnsteigbereich zu sorgen und die Reibungskräfte (Luft-, Roll- und Lagerreibung) zu überwinden.

Nun ist aber nach BO Strab nur eine maximale Steigung von 40 ‰ zugelassen. Doch schon für die Stuttgarter Talquerlinie werden 70 ‰ bei 50 km/h vorgesehen⁵⁾. Damit wäre der Bremsweg bei einer Haftwertausnutzung Rad-Schiene von 0,10 genauso lang wie bei 70 km/h und 40 ‰ Gefälle.

Wenn nun aber ein nur kurzes Gefälle auftritt (z.B. 250 m), könnte ohne weiteres auf dieser Strecke auf eine Verzögerung verzichtet und - wenn es nötig sein sollte - auf der folgenden Horizontalstrecke gebremst werden. Der Bremsweg betrüge anstelle von 250 m nun maximal das Doppelte, also 500 m vom Ort des Eintreffens des Bremsbefehls an gerechnet.

Sicherheitstechnisch wäre eine solche U-Bahn zu behandeln wie eine S-Bahn mit 120 km/h Höchstgeschwindigkeit. Mit dem Einsatz von Magnetschienenbremsen ließe sich jedoch auch auf einem Gefälle von 100 ‰ mit $2,0 \text{ m/s}^2$ Verzögerung statt auf der Horizontalen mit $3,0 \text{ m/s}^2$ bremsen.

Kommen wir zum Bergauffahren: Hier ist ein Schleudern der Räder besonders störend. Daher wäre für Notfälle eine Seilwinde vorzusehen, mithilfe derer ein Zug über die nur 250 m lange Steigungs-

strecke hochgezogen werden kann (s. Abb. 1).

Einfacher erscheint jedoch die Lösung, daß sowohl für das Antreiben als auch für das Bremsen auf die Nutzung des Haftwertes Rad-Schiene bzw. Magnet-Schiene verzichtet wird und zum gummi-bereiften Antrieb⁶⁾ oder zum Antrieb durch einen Linearmotor⁷⁾ übergegangen wird. Ein genügend kräftiger Linearmotor kann laut H-Bahn-Entwurf der Siemens AG eine Kabine 250 ‰ Steigung überwinden bzw. entsprechende Gefällestrecken durchfahren lassen, ohne daß die Kabine beschleunigt wird.

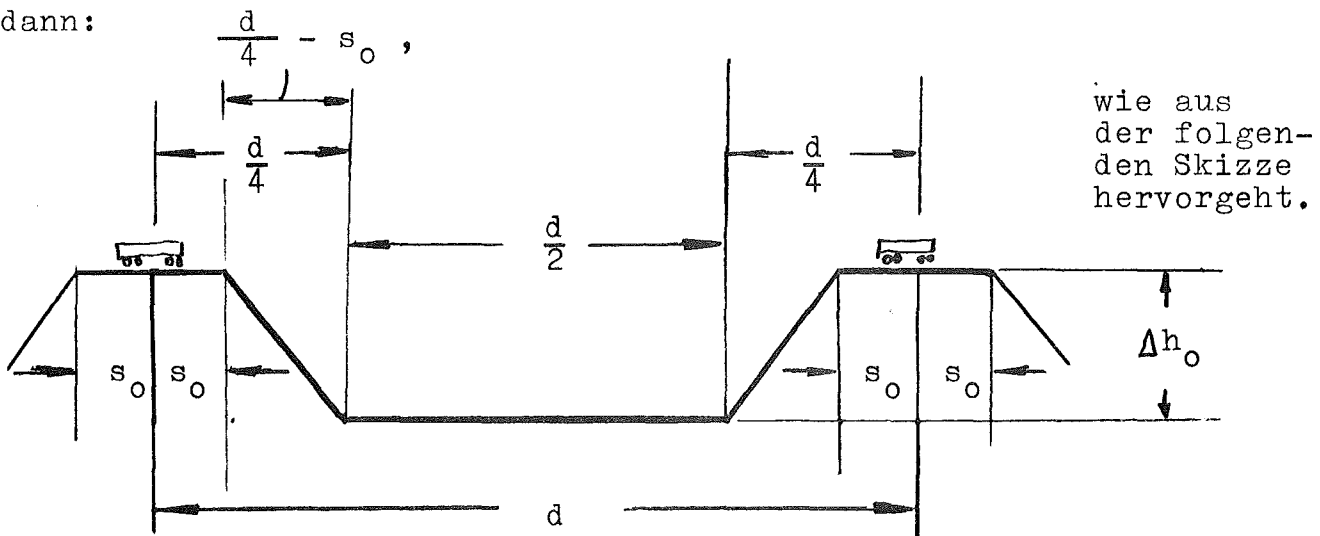
Schließlich könnte an ein passives Fahrzeug⁸⁾ gedacht werden, das mithilfe einer kielähnlichen Reaktionsschiene durch die ortsfesten Statoranordnungen in den Stationen oder durch andere Vorrichtungen⁹⁾ beschleunigt wird.

Hierbei wäre dafür zu sorgen, daß das passive Fahrzeug die Stationen mit genügend großer Anfangsenergie (zur Überwindung der Reibung auf der Strecke) verläßt und noch mit einem Energieüberschuß in die nächste Station gelangt. Nach halbem horizontalen Beschleunigungsweg in der Station könnte die Geschwindigkeit des Fahrzeugs überprüft werden, so daß bei mangelnder Leistung der Beschleunigungseinrichtung eine Zwangsbremmung auf der zweiten Hälfte des horizontalen Beschleunigungsweges eintritt. Sollte ein Fahrzeug dennoch über die Horizontalstrecke in das Gefälle geraten, so könnte es durch eine Bremseinrichtung in der Talsohle nach wenigen Malen Durchpendeln zum Stehen gebracht werden. Die vorhin erwähnte Seilwindenanlage könnte wiederum ein liegengebliebenes Fahrzeug aus der Talsohle über eine Distanz von maximal 500 m in die nächste Station ziehen.

An einem Beispiel wollen wir nun die Möglichkeit des Gravitationsantriebes untersuchen:

Im Bahnsteigbereich (z.B. einer U-Bahn) benötigen wir eine Horizontalstrecke zum Halten; eine Gefällestrecke wäre nicht praktikabel und auch schwer durchsetzbar.

Die Länge der Horizontalstrecke möge $2 s_0$ sein, gerechnet von Visierbruch zu Visierbruch der an beiden Seiten anschließenden Gefällestrecken. Die Haltestellendistanz sei d . Die Strecke $d/2$ möge mit der Höchstgeschwindigkeit (von 80 km/h) durchfahren werden und ebenfalls horizontal verlaufen. Die beiden Gefällestrecken mögen gleich lang sein, ihre projizierte Länge ist dann:



Wird die geschwindigkeitsabhängige Gesamtreibungskraft eines Fahrzeuges (Luft-, Roll- und Lagerreibung) durch dessen effektive Masse m (einschließlich rotierender Massen) dividiert, so erhält man den variablen Verzögerungswert b_w , mit dem ein ausrollendes Fahrzeug gebremst würde. Soll das Fahrzeug mit der Beschleunigung b_0 beschleunigt werden, so ist die Antriebskraft auf $m(b_0 + b_w)$ zu bemessen. Die Bremskraft beim Bremsen mit einer dem Betrage nach gleich großen Verzögerung b_0 muß folglich nur $m(b_0 - b_w)$ betragen. Ein kleiner Teil der kinetischen Energie des Fahrzeuges wird also auf dem Bremsweg zur Überwindung der Reibungskräfte irreversibel abgebaut.

In unserem Beispiel möge das Fahrzeug in der Mitte der oberen Horizontalstrecke mit einer Beschleunigung b_0 starten. Diese Beschleunigung sei entlang der Strecke s_0 konstant, so daß am Visierbruch die Geschwindigkeit $v_0 = \sqrt{2b_0 \cdot s_0}$ erreicht ist.

Am Beginn der Gefällestrecke möge die Motorantriebskraft soweit reduziert werden, daß über den nun folgenden Weg, Gefällestrecke, untere Horizontalstrecke und Steigungsstrecke, der geschwindigkeitsabhängige Verzögerungswert b_w gerade durch die Motorantriebskraft kompensiert wird.

Die gewünschte Höchstgeschwindigkeit (z.B. 80 km/h) und die Anfangsgeschwindigkeit v_0 ($v_0 = \sqrt{2 \cdot b_0 \cdot s_0}$) bestimmen nun die Neigung der Gefällestrecke. Die folgende Horizontalstrecke wird dann mit dieser Höchstgeschwindigkeit durchfahren. Da auch auf der folgenden Steigungsstrecke die Reibungskräfte durch Motorkraft kompensiert werden, erreicht das Fahrzeug nach Abbremsung durch die nun wirkende Hangabtriebskraft den Visierbruch an der anschließenden oberen Horizontalstrecke wieder mit der ursprünglichen Anfangsgeschwindigkeit v_0 . Danach möge das Fahrzeug mit der Verzögerung b_0 auf dem Bremsweg s_0 zum Stehen gebracht werden. Das Fahrspiel ist nach einer Haltestellenaufenthaltszeit beendet.

Zur Berechnung des Rückgewinnungswirkungsgrades müssen die Einzelkomponenten der Gesamtenergie des Fahrzeugs aufgeschrieben werden:

Auf dem Wege s_0 wurde der reversible Energiebetrag $m \cdot s_0 \cdot b_0$ vom Fahrzeug aufgenommen. Auf dem Gefälle kam der reversible Energiebetrag $m \cdot g^* \cdot \Delta h_0$ hinzu, wobei wiederum m die effektive Masse des Fahrzeugs, g^* die reduzierte Erdbeschleunigung und Δh_0 die zum Erreichen der gewünschten Höchstgeschwindigkeit nötige Höhendifferenz ist. Der Wirkungsgrad η wird definiert als

$$\eta = \frac{\text{rückgewonnene Energie}}{\text{max. kinetische Energie}}$$

Die Energiebilanz zeigt: $m \cdot g^* \cdot \Delta h_0 = m \cdot \frac{v_{\max}^2}{2} - m \cdot s_0 \cdot b_0$

Dabei ist jedoch zu beachten, daß - gegenüber dem gleichen Fahrspiel mit gleichem zeitlichen Geschwindigkeitsablauf auf einer Horizontalstrecke - bei Berg- und Talfahrt zusätzlich der Energiebetrag

$$\Delta E = m \cdot \frac{3}{4} d \int_{d-s_0}^{d-s_0} b_w \cdot ds \text{ aufgewandt werden mußte,}$$

um am Visierbruch wieder die Anfangsenergie $m \cdot s_0 \cdot b_0$ zu erhalten.

Ob das Integral über den Verzögerungswert b_w im Wirkungsgrad zu berücksichtigen ist, hängt von der Betrachtungsweise ab. Tatsächlich wird der Energiebetrag bereits beim Bremsen auf einer Horizontalstrecke eingespart, da auf dieser Strecke die Überwindung der Reibungskräfte aus der kinetischen Energie des Fahrzeugs bestritten wird. Jedoch ist dieser Energiebetrag anschließend nicht mehr verfügbar.

Zieht man also das Integral über den Verzögerungswert b_w entlang der Steigungsstrecke von der rückgewonnenen Energie ab, weil dieser Energiebetrag ja zur Rückgewinnung des vollen obigen Betrages $m \cdot g^* \cdot \Delta h_0$ vorher zusätzlich aufgewandt werden mußte, so lautet der Wirkungsgrad η :

$$\eta = \frac{g^* \cdot \Delta h_0 - \frac{3}{4} d \int_{d-s_0}^{d-s_0} b_w \cdot ds}{g^* \cdot \Delta h_0 + s_0 \cdot b_0} \quad (1)$$

Bei einem Fahrspiel auf einer Horizontalstrecke ohne Auslauf über den Weg d (Haltestellendistanz) wurde nun zusätzlich zur Beschleunigungsenergie die Arbeit

$$m \cdot \int_0^{\frac{3}{4}d} b_w \cdot ds$$

aufgewandt. Der Anteil der eingesparten Energie über das ganze Fahrspiel (Beschleunigen, Fahrt mit konstanter Höchstgeschwindigkeit und Bremsen) ist dann bei Gravitationsantrieb gegenüber einem Motorantrieb auf horizontaler Strecke mit gleicher Höchstgeschwindigkeit und gleichem Geschwindigkeitsprofil:

$$\text{Ersparnisfaktor} = \frac{\frac{v_{\max}^2}{2} - s_0 \cdot b_0 - \int_{\frac{3}{4}d}^{d-s_0} b_w \cdot ds}{\frac{v_{\max}^2}{2} + \int_0^{\frac{3}{4}d} b_w \cdot ds} \quad (2)$$

=====

Für den Fall Fahrt mit Auslauf steht im Nenner als Summand das Integral $\int_{\frac{3}{4}d}^{d-s_0} b_w \cdot ds$. Die untere Integrationsgrenze des Integrals im Zähler ist dann $d/4$. Der notwendige Höhenunterschied Δh_0 zwischen den beiden Horizontalstrecken der Länge $2s_0$ bzw. $d/2$ ergibt sich aus der Beziehung:

$$m \cdot \frac{v_{\max}^2}{2} - m \cdot s_0 \cdot b_0 = m \cdot g^* \cdot \Delta h_0 \quad (3)$$

wobei g^* die reduzierte Erdbeschleunigung (zur Berücksichtigung rotierender Massen des Fahrzeugs) und m die effektive Masse des Fahrzeugs (mit Berücksichtigung rotierender Teile) ist. Für Δh_0 ergibt sich die Beziehung:

$$\Delta h_0 = \frac{\frac{v_{\max}^2}{2} - s_0 \cdot b_0}{g^*} \quad (4)$$

=====

Das nötige Gefälle ist:
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta h_0}{\frac{d}{4} - s_0}$$

Ist die Grösse des zulässigen Gefälles beschränkt, so ergibt sich die mögliche Höhendifferenz Δh_1 zu:

$$\Delta h_1 = \left(\frac{d}{4} - s_0\right) \cdot \text{zulässiges Gefälle}$$

Bei der Bedingung
$$\Delta h_1 \leq \Delta h_0 - \frac{b_w}{g^*} \left(\frac{d}{4} - s_0\right)$$
 ist ein Motor-

antrieb auf der Steigungsstrecke zur Wiedererlangung der Anfangsenergie am Visierbruch nicht mehr erforderlich, da zusätzlich zur bremsenden Hangabtriebskraft auf andere Art gebremst werden muss. Im Ausdruck des Rückgewinnungswirkungsgrades entfällt daher das Integral über den Verzögerungswert b_w entlang der Steigungsstrecke. Bei der obigen Bedingung lautet der Rückgewinnungswirkungsgrad η :

$$\eta = \frac{\left(\frac{d}{4} - s_0\right) \cdot \text{zulässiges Gefälle} \cdot g^*}{\frac{v_{\max}^2}{2}} \quad (5)$$

Für den Ersparnisfaktor

gilt entsprechend:

$$\text{Ersparnisfaktor} = \frac{\left(\frac{d}{4} - s_0\right) \cdot \text{zulässiges Gefälle} \cdot g^*}{\frac{v_{\max}^2}{2} + \int_0^{\frac{3}{4}d} b_w \cdot ds} \quad (6)$$

Für den Vergleich mit dem Fall - Fahrt im Auslauf auf einer Horizontalstrecke mit Abschalten der Motoren direkt nach Ende der Beschleunigungsphase - muss die obere Integrationsgrenze beim Integral im Nenner dieses Ausdrucks $d/4$ lauten.

Datenbeispiel: $v_{\max} = 22,2 \text{ m/s}$ $s_0 = 50 \text{ m}$ $b_0 = 1,2 \text{ m/s}^2$
 $d = 1000 \text{ m}$ $\Delta h_0 = 19,7 \text{ m}$ ($\Delta h_0 = \Delta h_1$) nötiges Gefälle = 98,5 ‰
 mittlere Verzögerung durch Reibungskräfte $b_w = 0,075 \text{ m/s}^2$

Gefälle in ‰	Rückgewinnung η	Energieeinsparung in ‰ gegenüber	
		Trapez	Auslauf
98,5	0,705	57	49
70,0	0,54	43	33
40,0	0,31	25	11

3. Sicherheitsabstände

Der Sicherheitsabstand der Züge auf einer Strecke wäre bei Gravitationsantrieb gegenüber der herkömmlichen Antriebsart etwas vergrößert. In einer Talmulde zwischen zwei Stationen darf sich nur ein Zug befinden. Auch darf ein Zug in einer Station erst dann beschleunigt werden, wenn die nächste folgende Station bereits völlig frei ist. Bei 1000 m Stationsabstand, trapezförmigem zeitlichen Geschwindigkeitsablauf, 80 km/h Höchstgeschwindigkeit, 22 s Haltestellenaufenthalt, 50 m horizontaler Beschleunigungsstrecke und 1,2 m/s² horizontaler Anfangsbeschleunigung beträgt die minimale mögliche Zugfolgezeit 100 Sekunden.

Zusammen mit 20 Sekunden Sicherheitsspielraum wäre dann eine Zugfolgezeit von 2 Minuten möglich. Die meisten U-Bahnlinien schöpfen ihre maximale Kapazität ohnehin nicht aus, so daß im dichten führerlosen Betrieb zu kleineren Einheiten übergegangen werden kann¹⁰⁾. Statt alle 6 Minuten ein 6-Wagenzug könnte alle 2 Minuten ein 2-Wagenzug mit nur 37 m Länge verkehren.

Eine abhängige Vermaschung der Linien stört ohnehin einen dichten Takt; bringt Unpünktlichkeit in das System und verringert die Sicherheit und sollte daher nicht in Betracht gezogen werden. Beim Münchener und Nürnberger U-Bahn-Netz ist z.B. eine Vermaschung der drei autonomen Stammlinien im Kernbereich der Stadt nicht vorgesehen. Die Betriebsverbindungen des Netzes sind - ohne die Autonomie der Stammlinien zu stören - sämtlich in den Außenbezirken geplant, eine Stammlinie spaltet dort in maximal zwei Zweige auf. 11-13)

4. Beschleunigungsänderungen

(und eventuell transversale)
Während bei horizontal verlegten Strecken nur longitudinale Beschleunigungen auf die Fahrgäste wirken, kommen bei der Berg- und Taltrassierung vertikale hinzu. Diese können jedoch bei entsprechenden Ausrundungsradien beim Neigungswechsel vergleichswei-

se klein gehalten werden (s. Abb. 1). Geeignete vertikale Übergangsbögen sorgen für einen geringen "Ruckbeiwert". Gute Übergangsbögen erzeugen z.B. einen sinusquadratförmigen Verlauf des Beschleunigungswertes. Doch darf die Amplitude und die Frequenz dieses cosinusförmigen zeitlichen Beschleunigungsverlaufes ($\sin^2 x = \frac{1}{2} (1 - \cos 2x)$) nicht in den Bereich der Seekrankheit geraten¹⁴⁾. Der halbe Beschleunigungswert (Halbierung der Amplitude durch Quadrieren) sollte bei mindestens $1,2 \text{ m/s}^2$ liegen, wenn die doppelte Frequenz (Frequenzverdopplung durch Quadrieren) bei 0,5 Hertz liegt; das bedeutet, daß der volle Beschleunigungswert in 1 Sekunde erreicht ist. Die maximale zeitliche Änderung der Beschleunigung \dot{b}_v ist dabei:

$$\dot{b}_v = 1,2 \text{ m/s}^2 \cdot 2\pi \cdot 0,5 \text{ Hz} = 3,8 \text{ m/s}^3 \quad *)$$

=====

Wird der volle Beschleunigungswert in kürzerer Zeit erreicht, bereits in 0,8 Sekunden, so ist das Gebiet der Seekrankheit verlassen, und die Amplitude kann beliebig kleine Werte annehmen (s. Abb. 2), und damit kann auch \dot{b}_v auf z.B. $1,0 \text{ m/s}^3$ sinken.

Das bedeutet, daß die Übergangsbögen bei 38 km/h bzw. 88 km/h nur 8,5 m bzw. 20 m lang sein dürfen, um bei den Fahrgästen nicht Seekrankheit zu erzeugen. Längere Übergangsbögen erzeugen nur dann keine Seekrankheit, wenn die sinusquadratförmig ansteigende vertikale Zentrifugalbeschleunigung $2,4 \text{ m/s}^2$ übersteigt oder $0,16 \text{ m/s}^2$ unterschreitet. Da nun auf der ganzen Distanz zwischen 2 Halten insgesamt 8 vertikale Beschleunigungswechsel bei trapezförmiger vertikaler Trassierung (mit gerundeten Knicken) auftreten (s. Abb. 1) und dieser häufige Wechsel sicher nicht so angenehm empfunden wird, ist es besser, zu einer kontinuierlich trassierten Bahnkurve in Form einer Zykloide überzugehen (s. Abb. 3). Hierbei treten nur 4 Beschleunigungswechsel in der Vertikalen auf (s. Abb. 4), ebenso 4 Beschleunigungswechsel in der Horizontalen, da ja im gefällefrei-

*) Grenzwert "unangenehm" $\dot{b}_v = 38 \text{ m/s}^3$

en Stationsbereich vorbeschleunigt und gebremst werden muß. Die beschleunigende bzw. bremsende Hangabtriebskraft wird im Gefälle stets durch die Trägheitskraft des Fahrzeugs kompensiert, so daß die resultierende Erdbeschleunigungskomponente bis auf einen kleinen Winkel $\Delta\alpha = \frac{g^* - g}{g} \sin\alpha$ stets senkrecht auf der Bahntangente steht, wobei g^* die reduzierte Erdbeschleunigung bei Berücksichtigung rotierender Massen ist (s. Abb. 5).

Bei einer Zykloidenbahn oder auch bei trapezförmiger vertikaler Trassierung können nun auf dem Gefälle erheblich höhere Longitudinalbeschleunigungen als bei der Beschleunigung in der Horizontalen wirksam werden, ohne daß sie den Fahrgast stören. Der Fahrgast nimmt bei Beschleunigung durch die Hangabtriebskraft lediglich eine Entlastung wahr, deren Größe $g(1 - \cos\alpha)$ beträgt (α = Steigungswinkel), die jedoch von der vertikalen Zentrifugalbeschleunigung nicht unterschieden werden kann.

Die Fahrt auf einer Zykloidenbahn mit Gravitationsantrieb weist - abgesehen von der horizontalen Vorbeschleunigungs- bzw. Endbremsstrecke - (bei einer bestimmten Anfangsgeschwindigkeit v_{AO}) die gleichen Beschleunigungsverhältnisse auf, wie sie der Umlauf einer Gondel in einem Riesenrad bei konstanter Drehgeschwindigkeit von Höhe zu Höhe mit sich bringt, sofern die Pendellänge der Gondel klein gegen den Radius des Riesenrades ist. Der Unterschied besteht nur darin, daß eine konstante Longitudinalgeschwindigkeit beim Riesenrad gegenüber der Zykloidenbahn wegtransformiert ist.

Die mathematischen Zusammenhänge sollen im nachfolgenden Abschnitt hergeleitet werden. Besonders wichtig dabei ist der sogenannte "Ruckbeiwert", der von allen Parametern der Zykloiden-gleichung abhängt. Die Geschwindigkeit, mit der in die Zykloidenbahn einzufahren ist, wird ebenfalls durch die Parameter der Bahngleichung gegeben.

5. Herleitung der mathematischen Zusammenhänge

Verwendete Zeichen:

x Horizontalkoordinate der Zykloidenbahn

y Vertikalkoordinate der Zykloidenbahn

$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha$ Steigung der Bahn, α = Steigungswinkel

φ Winkelkoordinate des abrollenden Rades (Zeitkoordinate)

g Erdbeschleunigung

L = $2\pi r$ Periodenlänge (Abstand von Kuppe zu Kuppe)

r Radius des abrollenden Rades

a Divisor für den Radius des abrollenden Rades

c Stauchungsparameter der Zykloide

$v_u = \sqrt{gr}$ Umfangsgeschwindigkeit des abrollenden Rades

v_0 Anfangsgeschwindigkeit auf der Kuppe der Zykloide

v_{\max} Maximalgeschwindigkeit im Tal bei Kompensation der Reibung

R_1 Vertikaler Krümmungsradius in der Kuppe

R_2 Vertikaler Krümmungsradius im Tal

R Vertikaler Krümmungsradius der Zykloidenbahn

Δh Durchlaufener Höhenunterschied

\dot{b} Zeitliche Änderung der Beschleunigung im Bezugssystem
der Bahn

\dot{b}_v Zeitliche Änderung der Vertikalbeschleunigung im Bezugs-
system des Fahrzeugs

\dot{b}_h Zeitliche Änderung der Longitudinalbeschleunigung im Be-
zugssystem des Fahrzeugs

$b_{v_{\max}}$ Maximale Vertikalbeschleunigung

$b_{h_{\max}}$ Maximale Longitudinalbeschleunigung

T Umlaufzeit von Kuppe zu Kuppe

$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ Umlauffrequenz

$b_{v_e} = g(1 - \cos \alpha)$ vertikale Entlastung

Um in den Kuppen und in den Tälern einer Bahntrasse in Berg- und Talform bei gegebener Anfangsgeschwindigkeit v_0 gleiche Beträge der vertikalen Zentrifugalbeschleunigung zu erhalten und um ausserdem eine möglichst geringe zeitliche Änderung der Vertikalbeschleunigungskomponente im Bezugssystem des Fahrzeugs zu gewährleisten, ist das vertikale Trassenprofil in Form einer ungestauchten oder gestauchten Zyклоide zu gestalten. In den Kuppen der Zyклоide ist dann für die Stationen eine Horizontalstrecke mit anschliessenden Übergangsbögen einzusetzen.

Eine Zyклоide wird durch die Spur eines Punktes auf einer abrollenden Radscheibe erzeugt. Für die obengenannte Zyклоide muss die Radscheibe an einer horizontalen Ebene hängend und um eine horizontale Achse rotierend abrollen. Durch das Hängen der Radscheibe - im Gegensatz zum Stehen - weisen die erzeugten Kuppen der Zyклоide starke und die erzeugten Täler schwache Krümmungen auf. Liegt der erzeugende Punkt auf dem Rande der Radscheibe, so wird eine spezielle Zyклоide mit Spitzen erzeugt - die Brachistochrone oder Tautochrone.

Wenn ein Rad um eine horizontale Achse mit derjenigen Geschwindigkeit rotiert, die auf seinem Umfang eine Zentrifugalbeschleunigung erzeugt, die gleich der Erdbeschleunigung g ist ($v_u^2/r = g$), so liegt für einen Massenpunkt auf dem Umfang des Rades der gleiche zeitliche Ablauf der gleichen Beschleunigungsgrösse vor wie beim reibungslosen Gleiten eines Massepunktes auf einer Brachistochrone, die durch einen Punkt auf dem Umfang einer abrollenden Radscheibe bei gleichem Radius r erzeugt wurde.

Für einen Punkt, dessen Abstand von der Achse des rotierenden oder rollenden Rades $\frac{1}{a}r$ beträgt, ist die Umfangsgeschwindigkeit und auch die Zentrifugalbeschleunigung um den Faktor $1/a$ gegenüber einem Punkt auf dem Radumfang verkleinert. Die Umlaufzeiten sind in jedem Falle die gleichen, nämlich

$$T = \frac{2\pi r}{v_u} = \frac{2\pi r}{\sqrt{g \cdot r}} = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g}} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (7)$$

Beispiel: $r = 50 \text{ m}$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $T = 14,2 \text{ s}$
=====

Die Gesamtänderung der Beschleunigung über einen Umlauf ist im Koordinatensystem der Bahn $\Delta b = 2\pi g/a$. Der Betrag der zeitlichen

Änderung der Beschleunigung ist dann:

$$\dot{b} = \frac{2\pi g}{a T} = \frac{g^{3/2}}{a r^{1/2}} = \frac{\sqrt{g^3}}{a \sqrt{\frac{L}{2\pi}}}, \quad (8)$$

wobei $L = 2\pi r$ die Projektion der erzeugten Zykloidenbahn über eine Periode auf die Ebene darstellt, an der das Rad abläuft.

Beispiel: $r = 50 \text{ m}, \quad a = 3 \quad \dot{b} = 1,45 \text{ m/s}^3$
 =====

Wenn L der Abstand der Kuppen ohne Horizontalstrecke ist, x die Koordinate in der Horizontalen, y die Koordinate in der Vertikalen und $\varphi = \omega t$ die Winkelkoordinate des die Zykloide erzeugenden ablaufenden Rades ist, lauten die Koordinatengleichungen der Zykloide folgendermassen:

$$x = \frac{L}{2\pi} \left(\varphi + \frac{\sin\varphi}{a} \right) \quad y = \frac{L}{2\pi} \cdot \frac{1 - \cos\varphi}{a c} \quad (9)$$

Dabei stellt der Parameter a den Divisor für den Radius des die Zykloide erzeugenden abrollenden Rades dar. c ist der Stauchungsparameter der erzeugten Zykloidenbahn. Die Winkelkoordinate φ setzt sich aus der Zeitkoordinate t und der Umlauffrequenz

$$\omega = \sqrt{\frac{2\pi g}{L c}} \quad \text{zusammen.} \quad (\text{siehe (7)})$$

Da die Fallzeiten der Wurzel aus der Fallhöhe proportional sind, ändern sich auch alle Geschwindigkeiten mit dem Faktor $1/\sqrt{c}$, sofern auch die Anfangsgeschwindigkeit die nachfolgend aufgeführte Bedingung erfüllt. Die Umlaufzeit von einer Kuppe zur nächsten ist um den Faktor \sqrt{c} verändert. Dabei ist die unterschiedliche Bahnlänge und ein geringfügig verändertes Beschleunigungsprofil vernachlässigt. Für $c \neq 1$ sind die Beschleunigungswerte auf der obengenannten Zykloidenbahn der Stauchung bzw. Streckung entsprechend verändert. Zum einen ist die Fallhöhe und damit v^2 um den Faktor $1/c$ variiert und zum anderen ist der minimale Bahnradius in der Kuppe bzw. im Tal um den Faktor c verändert. Beide Einflüsse bewirken - wenn auch v_0^2 , die normierte Anfangsenergie, in gleichem Masse wie die Fallhöhe Δh mit $1/c$ verändert wird -, dass die Zentrifugalbeschleunigungswerte in den Kuppen bzw. Tälern mit $1/c^2$ variieren.

Beispiel: $a = 2, \quad c = 2 \quad b_v = \frac{g}{a c^2} = g/8 = \underline{\underline{1,23 \text{ m/s}^2}}$

Soll auf der Zykloide mit den Koordinaten (9) ein Massenpunkt reibungsfrei durch die Schwerkraft gleitend den gleichen Beschleunigungen ausgesetzt sein wie der obengenannte Massenpunkt auf der rotierenden Radscheibe, so muss der auf der Zykloidenbahn gleitende Körper auf der Kuppe der Zykloide mit der nachfolgend definierten Anfangsgeschwindigkeit v_0 in die Zykloidenbahn hineinlaufen.

Für v_0 gilt:
$$v_0 = \left(1 - \frac{1}{a}\right) \sqrt{\frac{g L}{2\pi c}} \quad (10)$$

Die Maximalgeschwindigkeit in der Talmulde v_{\max} ist bei Kompensation der Reibungskräfte auf der ganzen Zykloidenbahn

$$v_{\max} = \left(1 + \frac{1}{a}\right) \sqrt{\frac{g L}{2\pi c}} \quad (11)$$

Sofern auf der ganzen Zykloidenbahn die Reibungskräfte durch die Motorantriebskräfte kompensiert werden, können bei einem Parameter $a = 2$ und freiem Parameter c 89 % der maximalen kinetischen Energie des Fahrzeugs in Form von potentieller mechanischer Energie zurückgewonnen werden. Restliche 11 % werden als Überschussenergie im Stationsbereich weggebremst.

Nulldurchgang von b_v im Bezugssystem des Fahrzeugs
=====

Um den Nulldurchgang der superponierten Vertikalbeschleunigung b_v im Bezugssystem des Fahrzeugs zu bestimmen, kommen wir zum Bilde des ablaufenden Rades zurück, durch das die Zykloidenbahn erzeugt wird. Die vertikalen Beschleunigungen treten einerseits als Entlastung auf der schiefen Ebene und zum anderen als Zentrifugalbeschleunigung in den vertikalen Kurven auf.

Die Zentrifugalbeschleunigung eines Punktes im System abrollene Radscheibe mit dem Abstand r/a vom Zentrum war g/a . Soll sich als Resultierende von Erdbeschleunigung g und Zentrifugalbeschleunigung g/a wiederum der Betrag der Erdbeschleunigung ergeben, so muss die Richtung der Erdbeschleunigung und die der Zentrifugalbeschleunigung den Winkel φ einschliessen, der durch die Gleichung

$$\sin\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2a} \quad \text{bestimmt ist.} \quad (12)$$

Beispiel: $a = 2 \quad \varphi - \pi/2 = 14,5^\circ \quad \varphi = 104,5^\circ \quad \alpha = 29^\circ$

Um die Lage der Wendepunkte der Zykloidenbahn mit $x = \frac{L}{2\pi} \left(\varphi + \frac{\sin\varphi}{a} \right)$ und $y = \frac{L}{2\pi} \cdot \frac{1 - \cos\varphi}{a c}$ zu bestimmen, werden die

Differentialquotienten $\frac{dy}{d\varphi}$ und $\frac{dx}{d\varphi}$ abgeleitet und anschließend

wird der Quotient beider Ableitungen gebildet. Somit erhält man die Steigung der Zykloidenbahn:

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{\sin \varphi}{a c}}{1 + \frac{\cos \varphi}{a}} \quad (13)$$

=====

Differenziert man weiter nach $d\varphi$, so erhält man:

$$\frac{d^2 y}{dx d\varphi} = \frac{\frac{\cos\varphi}{a c} + \frac{1}{a^2 c}}{1 + \frac{2\cos\varphi}{a} + \frac{\cos^2\varphi}{a^2}} \quad (14)$$

Wenn $\frac{d^2 y}{dx d\varphi} = 0$ wird, erreicht $\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dx}$ seine Extremwerte und die Zykloidenbahn ihre Wendepunkte. Aus der Forderung nach Null-Werden dieser 2. Ableitung folgt die Bestimmungsgleichung für die Wendepunktskoordinate φ :

$$\cos \varphi = - \frac{1}{a} \quad (15)$$

=====

Die Wendepunktskoordinate $x = \frac{L}{2\pi} \left(\varphi + \frac{\sin\varphi}{a} \right)$ ist somit von c , dem Stauchungsparameter der Zykloide unabhängig.

Beispiele: $a = 2, \quad \cos\varphi = -0,5, \quad \varphi = 120^\circ$
 $a = 3, \quad \cos\varphi = -0,33 \quad \varphi = 109,5^\circ$

Zeitliche Änderung der Horizontalkomponente der Beschleunigung
 =====
 Mithilfe der obigen Ableitung $\frac{d^2 y}{dx d\phi}$ (in (14)) lässt sich relativ einfach
 die zeitliche Änderung der Horizontalkomponente der Beschleunigung
 \dot{b}_h im Bezugssystem des gleitenden Fahrzeugs bestimmen. Multipli-
 ziert man $\frac{d^2 y}{dx d\phi}$ mit ω , der Umlauffrequenz, so erhält man die
 zeitliche Ableitung der Steigung der Zykloidenbahn $\frac{d^2 y}{dx dt}$.
 Die durch den Hangabtrieb erzeugte Beschleunigung entlang der Bahn
 ist $b_h = g \cdot \sin(\arctg \frac{dy}{dx})$. Für kleine Neigungswinkel kann vereinfachend
 geschrieben werden: $b_h = g \frac{dy}{dx}$ und schliesslich:

$$\dot{b}_h = g \cdot \omega \cdot \frac{d^2 y}{dx d\phi} \quad (16)$$

=====

Diese Approximation ist an den Stellen $\phi = 0$ und $\phi = \pm 2n\pi + \pi$
 ($n = 1, 2, 3, \dots$) exakt gültig, da dort der Steigungswinkel = 0
 wird. Setzt man in den obigen Ausdruck für $\frac{d^2 y}{dx d\phi} \sqrt{\cos\phi} = +1$ bzw.
 -1 ein, so erhält man:

$$\left(\frac{d^2 y}{dx d\phi}\right)_{\phi = 0, \pm\pi} = \frac{1}{a \cdot c \cdot \left(1 \pm \frac{1}{a}\right)} \quad (17)$$

und
$$\dot{b}_h = \frac{g \cdot \omega}{a \cdot c \cdot \left(1 \pm \frac{1}{a}\right)} \quad (18)$$

(nach (7))
 Da $\omega = \sqrt{\frac{2 \pi g}{L c}}$ ist, folgt
$$\dot{b}_h = \frac{g^{3/2}}{a \cdot c^{3/2} \sqrt{\frac{L}{2 \pi}} \left(1 \pm \frac{1}{a}\right)} \quad (19)$$

=====

Das Pluszeichen gilt für $\phi = 0$, also für die Talsohle und das
 Minuszeichen für $\phi = \pi \pm 2n\pi$ ($n = 1, 2, 3 \dots$), also für die Kuppen.

Als Beispiel mögen wieder folgende Daten angesetzt werden:

$$a = 2 \quad c = 2 \quad L = 314 \text{ m}$$

$$\dot{b}_h = 1,54 \text{ m/s}^3 \quad \text{für die Kuppe}$$

=====

$$\dot{b}_h = 0,51 \text{ m/s}^3 \quad \text{für das Tal}$$

=====

Die zeitliche Änderung der Horizontalkomponente der Beschleunigung besitzt also, wie auch aus Abb. 5. hervorgeht, zwei Extremwerte.

In der Kuppe wird bei

$$L = 471 \text{ m} \quad \dot{b}_h = 1,26 \text{ m/s}^3$$

$$L = 628 \text{ m} \quad \dot{b}_h = 1,09 \text{ m/s}^3 .$$

Diese Beschleunigungsänderungen in der Horizontalkomponente werden jedoch von den Insassen des Fahrzeugs nicht wahrgenommen, da die resultierende Beschleunigung richtungsmässig stets mit der Senkrechten im beschleunigt bewegten Fahrzeug zusammenfällt.

Für die Kenntnis der Eigenschaften der Zykloidenbahn ist es von Interesse, sowohl die Krümmungsradien als auch die Zentrifugal-Beschleunigung nebst Entlastung auf dem Gefälle und die zeitliche Ableitung der Vertikalkomponente \dot{b}_v der Beschleunigung im Bezugssystem des Fahrzeugs zu bestimmen.

Herleitung der Zentrifugalbeschleunigung

Die Zentrifugalbeschleunigung ist v^2/R , wobei v die momentane Geschwindigkeit entlang der Bahnkurve und R der jeweilige Krümmungsradius ist. Um gleiche Verhältnisse vorzufinden wie bei einem sich um eine horizontale Achse drehenden Rade, das an einer horizontalen Ebene hängend abrollt, muss der auf der Zykloidenbahn durch Gravitationsantrieb gleitende Körper mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 auf der Kuppe der Zykloidenbahn in diese Bahnkurve hineinlaufen. Es gilt die Beziehung:

$$v_0^2 = v_u^2 \frac{(1 - 1/a)^2}{c} \quad , \text{ wobei für das } (20)$$

Quadrat der Umfangsgeschwin-

digkeit des abrollenden Rades $v_u^2 = g \frac{L}{2\pi}$ gilt und (21)

$$v_0^2 = g \frac{L}{2\pi} \frac{(1 - 1/a)^2}{c} \quad \text{geschrieben } (22)$$

werden kann.

Die weitere Erhöhung der kinetischen Energie ist durch den durchlaufenen Höhenunterschied $\Delta h = \frac{2r}{ac} - \frac{r}{ac}(1 - \cos\varphi)$ gegeben, (23)

wobei r der Radius des abrollenden Rades ist. Da $L = 2\pi r$ die Periodenlänge ist, kann geschrieben werden: $\Delta h = \frac{L}{2\pi ac} (1 + \cos\varphi)$ (24)

Da $\Delta(v^2) = 2g\Delta h$ ist, folgt für v^2 (25)

$$v^2 = \frac{gL}{2\pi c} \left(\left(1 - \frac{1}{a}\right)^2 + \frac{2(1 + \cos\varphi)}{a} \right) \quad (26)$$

=====

Der Bahnradius R ist durch folgende Beziehung bestimmt:

$$R = \frac{\left(1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right)^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}} \quad \text{Für } \frac{d^2y}{dx^2} \text{ gilt:} \quad (27)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{d^2y}{dx d\varphi}}{\frac{dx}{d\varphi}} \quad (28)$$

Da, wie oben (in (14)) gezeigt, $\frac{d^2y}{dx d\varphi} = \frac{\frac{\cos\varphi}{ac} + \frac{1}{a^2c}}{\left(1 + \frac{\cos\varphi}{a} \right)^2}$ ist, folgt (29)

für $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{\cos\varphi}{ac} + \frac{1}{a^2c}}{\frac{L}{2\pi} \left(1 + \frac{\cos\varphi}{a} \right)^3}$. (30) Für R ergibt sich dann nach Einsetzen der Ausdrücke aus (13) und (30) in (27):

$$R = \frac{\frac{L}{2\pi} \left(1 + \frac{\cos\varphi}{a} \right)^3 \cdot \left(1 + \frac{\frac{\sin^2\varphi}{a^2c^2}}{\left(1 + \frac{\cos\varphi}{a} \right)^2} \right)^{3/2}}{\frac{\cos\varphi}{ac} + \frac{1}{a^2c}} \quad \text{und für} \quad (31)$$

$$\frac{v^2}{R} = \frac{g \frac{1}{ac^2} \left(\left(1 - \frac{1}{a} \right)^2 + \frac{2(1 + \cos\varphi)}{a} \right) \cdot \left(\cos\varphi + \frac{1}{a} \right)}{\left(1 + \frac{\frac{\sin^2\varphi}{a^2c^2}}{\left(1 + \frac{\cos\varphi}{a} \right)^2} \right)^{3/2} \cdot \left(1 + \frac{\cos\varphi}{a} \right)^3} \quad (32)$$

Die Behnradien in den Kuppen bzw. Tälern der Zykloidenbahn können, da $\sin\varphi = 0$ und $\cos\varphi = 1$ bzw. -1 ist, leicht bestimmt werden. Nach Einsetzen von $\sin\varphi = 0$ ^{(in (31))} folgt:

$$R = \frac{\frac{Lac}{2\pi} \left(1 + \frac{\cos\varphi}{a}\right)^3}{\cos\varphi + \frac{1}{a}} \quad (33)$$

Für $\cos\varphi = +1$ bzw. -1 folgt:

$$\underline{\underline{R_1 = \frac{Lac}{2\pi} \left(1 - \frac{1}{a}\right)^2}} \quad \underline{\underline{R_2 = \frac{Lac}{2\pi} \left(1 + \frac{1}{a}\right)^2}} \quad (34)$$

Die Bahnradien sind folglich in den Kuppen bzw. Tälern der Zykloidenbahn streng dem Stauchungsparameter c der Bahngleichung proportional. Beispiel: $a = 2$ $c = 2$ $L = 314$ m $R_1 = 50$ m, $R_2 = 450$ m

Die Zentrifugalbeschleunigung in den Kuppen bzw. Tälern kann ebenfalls einfach bestimmt werden, da genauso wie oben $\sin\varphi = 0$ und $\cos\varphi = +1$ bzw. -1 ist. Nach Einsetzen von $\sin\varphi = 0$ ^{(in (32))} folgt:

$$\frac{v^2}{R} = g \frac{1}{ac^2} \left\langle \left(1 - \frac{1}{a}\right)^2 + \frac{2(1 + \cos\varphi)}{a} \right\rangle \cdot \frac{\cos\varphi + \frac{1}{a}}{\left(1 + \frac{\cos\varphi}{a}\right)^3} \quad (35)$$

Für $\cos\varphi = +1$ bzw. -1 folgt:

$$\frac{v^2}{R} = g \frac{1}{ac^2} \quad \text{für } \varphi = 0^\circ \quad \text{und} \quad \frac{v^2}{R} = -g \frac{1}{ac^2} \quad \text{für } \varphi = 180^\circ$$

===== (36) siehe S.15 unten

Die Zentrifugalbeschleunigung ist somit in den Kuppen bzw. Tälern der Zykloidenbahn, wenn für v_0 die obengenannte Bedingung ⁽²²⁾ eingehalten wird, streng $\frac{1}{c^2}$ und $\frac{1}{a}$ proportional, wobei a und c die beiden Parameter der Zykloidengleichung sind.

Resultierende Vertikalbeschleunigung und ihre zeitliche Änderung

Um die resultierende Vertikalbeschleunigung im Bezugssystem des auf der Zykloide gleitenden Fahrzeugs zu bestimmen, muss die Entlastung berücksichtigt werden, die durch beschleunigte Bewegung entlang der abschüssigen Bahn erzeugt wird. Die Entlastung des Fahrzeugs ist $m \cdot g \cdot (1 - \cos\alpha)$, wobei m die Masse des Fahrzeugs ist und α der Neigungswinkel der Bahn. Die auf die Masse normierte Entlastung hat die Dimension einer Beschleunigung und möge b_{ve} genannt werden. Die Masse des Fahrzeugs braucht dann nicht mehr berücksichtigt zu werden.

$$\text{Da } \underbrace{\text{tg } \alpha}_{\text{(nach (13))}} = \frac{\frac{\sin\varphi}{a c}}{1 + \frac{\cos\varphi}{a}} \text{ ist, gilt:}$$

$$b_{ve} = g \left(1 - \cos \arctg \frac{\frac{\sin\varphi}{a c}}{1 + \frac{\cos\varphi}{a}} \right) \quad (37)$$

$$\text{Wenn } \arctg \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx} - \frac{\left(\frac{dy}{dx}\right)^3}{3} \dots \text{ und } \cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^4}{24} \dots$$

approximiert wird, kann geschrieben werden:

$$(38)$$

$$b_{ve} = g \left(\frac{\frac{\sin^2\varphi}{a^2 c^2}}{2 \left(1 + \frac{\cos\varphi}{a}\right)^2} - \frac{3 \frac{\sin^4\varphi}{a^4 c^4}}{8 \left(1 + \frac{\cos\varphi}{a}\right)^4} \right) \quad (39)$$

Die Vertikalkomponente der Beschleunigung im Bezugssystem des bewegten Fahrzeugs ist dann $b_v = \frac{v^2}{R} - b_{ve}$.

$$(40)$$

Um die zeitliche Ableitung dieser Vertikalkomponente der Beschleunigung \dot{b}_v zu erhalten, müsste der Gesamtausdruck für b_v nach $d\varphi$ differenziert werden. Da aber die Differentiation des Gesamtausdrucks

nach $d\varphi$ einen unüberschaubaren Ausdruck erbringt, bei dessen ^{weiterer Differentiation} und ^{der weiteren Ableitung} Nullsetzen zum Auffinden des Maximums von \dot{b}_v eine nur schwer lösbare Extremalbedingung resultiert, und weil ausserdem der Ausdruck für b_{ve} ohnehin nur approximativ gilt, soll die zeitliche Änderung der Vertikalbeschleunigung und ihr Maximum numerisch bestimmt werden. In der Nähe des Nulldurchganges der superponierten Vertikalbeschleunigung, der an der Stelle $\varphi = \arccos \frac{1}{2a}$ liegt und vom Stauchungsparameter c der Zykloide nur äusserst schwach abhängt, ^{werden hierzu} die Werte der Vertikalbeschleunigungskomponente b_v durch Einsetzen der Grössen a , c und φ bestimmt, und anschliessend wird der Differenzenquotient gebildet. ^{(nach (7))} Dabei ist zu berücksichtigen, dass sich ^{(nach (7))} die Koordinate $\varphi = \omega t$ aus der Multiplikation der Zeitkoordinate t mit der Frequenz

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r c}} = \sqrt{\frac{2 \pi g}{L c}} \quad (41) \quad \text{ergibt. Somit gilt:}$$

$$\dot{b}_v = \frac{\Delta b_v \sqrt{\frac{2 \pi g}{L c}}}{\Delta \varphi} \quad (42)$$

Beispiel: $a = 2$ $c = 2$ $L = 314 \text{ m}$ $\dot{b}_v = 0,53 \text{ m/s}^3$

Da sich sowohl $\frac{v^2}{R}$ als auch b_{ve} , die Entlastung, im wesentlichen mit $\frac{1}{c^2}$ verändern und der Stauchungsparameter c in anderer Potenz nur äusserst schwach eingeht, verändert sich \dot{b}_v - nach Berücksichtigung des Faktors $\frac{1}{c}$ in obiger ^{(in (42))} Wurzel - mit $\frac{1}{c^{5/2}}$.

Zusammenfassend kann folgendes gesagt werden:

Bei gegebener Gestalt der Zykloidenbahn sind sowohl die maximale zeitliche Vertikalbeschleunigungsänderung als auch die maximale zeitliche Horizontalbeschleunigungsänderung, \dot{b}_v und \dot{b}_h , beide im Bezugssystem des Fahrzeuges, und auch die Beschleunigungsänderungen im Bezugssystem der Trasse der Wurzel aus dem Abstand von Kuppe zu Kuppe umgekehrt proportional (Vervierfachung des Abstandes bedeutet Halbierung der Beschleunigungsänderung).

Bei durch den Parameter a gegebener Lage der Wendepunkte der Zykloidenbahn ist die maximale zeitliche Vertikalbeschleunigungsänderung $\dot{b}_v \propto 1/c^{2,5}$ proportional und die maximale zeitliche Horizontalbeschleunigungsänderung $\dot{b}_h \propto 1/c^{1,5}$ proportional, wobei c der Stauungsparameter der Zykloidenbahn ist. Beide Werte, \dot{b}_v und \dot{b}_h sind in guter Näherung proportional zu $\frac{1}{a}$, dem reziproken Hauptparameter. Der Nulldurchgang der Vertikalbeschleunigung im Bezugssystem des Fahrzeuges liegt bei $\varphi = \pi/2 + \arcsin \frac{1}{2a}$, das Maximum der Longitudinalbeschleunigung im Bezugssystem des Fahrzeuges bei $\varphi = \pi/2 + \arcsin \frac{1}{a}$, wobei a der Hauptparameter der Zykloidenbahn ist. Der Einfluß des Parameters c auf die Lage des Nulldurchganges von \dot{b}_v ist vernachlässigbar klein. Eine Verkleinerung des Parameters c um 10 % ergibt eine Vergrößerung von \dot{b}_v um 27 % und von \dot{b}_h um 15 %, b_v und b_h werden dadurch um 21 % bzw. 10 % vergrößert, die Maximalgeschwindigkeit v_{\max} wächst um nur 5 %.

6. Weitere Vorteile der Trassierung einer U-Bahnlinie in
Berg- und Talform

Die weiteren Vorteile der Trassierung einer U-Bahnlinie in Berg- und Talform mit starkem Gefälle und mit Bahnhöfen in der Ebene 0 sollen kurz aufgelistet werden:

- 1) Beschwerliches Treppensteigen entfällt, nicht immer ungefährlie Rolltreppen werden überflüssig.
- 2) Bequemer Zugang zu den Zügen, besonders bei der Beförderung von Rollstühlen, Kinderwagen, Einkaufskarren und Fahrrädern.
- 3) Verminderung der Wegzeit zum Bahnsteig, die Zeitersparnis beträgt gegenüber 1 $\frac{1}{2}$ facher Tieflage der Bahnhöfe 1,5 Minuten, gegenüber 4 $\frac{1}{2}$ facher Tieflage (21 m) 3,5 Minuten für Zu- und Abgang. Die Aversion mancher Fahrgäste, in den Keller zu steigen, ist bei ebenerdigen Einstieg nicht wirksam. Damit gewinnt das Verkehrsmittel an Attraktivität.
- 4) Eine Güterbeförderung des Nachts mit U-Bahnzügen im Linienverkehr wird wegen der ebenerdigen Zufahrt einfacher ermöglicht als bei Stationen in Tieflage.
- 5) Die Baukosten einer U-Bahnlinie mit ebenerdigen Stationen können gegenüber den Baukosten einer Linie mit unterirdischen Stationen um etwa 40 % gesenkt werden.
- 6) Erhebliche Vorteile bei der Trassierung, besonders bei der Gestaltung von Kreuzungs- bzw. Vermaschungsbahnhöfen durch starkes Gefälle und kurze Überwerfungslängen.

Zu 6): Die Horizontaltrassierung ist nicht mehr an Straßenzüge gebunden. Plätze von ca. 120 m Länge genügen, um eine Station mit 60 m Bahnsteiglänge einschließlich zweier kurzer steiler Rampen mit Neigungsaustrundung unterzubringen. Die erreichte Tiefe beträgt an beiden Enden der benötigten lichten Öffnung bereits 6,5 m unter der Ebene 0. Das reicht aus, um einen Keller zu unterbauen. Für eine Tiefe von 21 m zur Unterfahung tiefgegründeter Fundamente ist bei 28 % maximalem Gefälle und ebenfalls bei 60 m Bahnsteiglänge ein Abstand der tiefgegründeten Fundamente von nur 260 m erforderlich, um zwischen solchen Bauten eine ebenerdige U-Bahnstation anzulegen.

Bei 11 % Gefälle und 80 m Bahnsteiglänge ist für eine zu erreichende Tunnelsohlentiefe von 6,5 m vor und hinter der Station ein Abstand der zu unterbauenden Keller von nur 220 m erforderlich. Wenn vor und hinter einer Station tiefgegründete Fundamente unterfahren werden sollen, wächst der zum Anlegen einer ebenerdigen Station zwischen den Gebäuden erforderliche Abstand bei 11 % Gefälle auf 480 m an. Die Anlage von Umsteigeknoten wird sehr einfach. Ohne Treppen steigen zu müssen, gelangt der Fahrgast auf einem ebenerdigen Fußweg von nur 60 bis 110 m Länge zum Bahnsteig der kreuzenden Linie. Mit einem zusätzlichen Weg von 50 bis 80 m gelangt er auf den gegenüberliegenden Bahnsteig. Der Zeitbedarf zum Umsteigen ist nicht größer als 2 Minuten. Die kreuzungsfreie Verschlingung von U-Bahnlinien ist selbst bei 11 % Gefälle mit einer Längsversetzung der Bahnsteige um nur 50 m möglich. Bei 28 % Gefälle sinkt dieser Wert auf ganze 20 m.

Abb. 7 und 8 geben einen Eindruck von dem geringen Platzbedarf ebenerdiger Stationen.

Zu 5): Die Kostenersparnis für in die Ebene 0 gelegte U-Bahnhöfe, die bei Trassierung der Bahn in Zykloidenform nur einen Freiraum zwischen Gebäuden von etwa 120 m Länge benötigen, kann wie folgt abgeschätzt werden:

Mittlere Kosten für 1 km U-Bahn-Doppelgleistunnel:

18 Millionen DM/km

Zusätzliche mittlere Kosten für unterirdische Bahnhöfe:

22 Millionen DM/km

Mittlere Kosten für eine U-Bahnlinie mit unterirdischen Bahnhöfen:

40 Millionen DM/km
=====

Kosten für Bahnhöfe in der Ebene 0:

6 Millionen DM/km

Kosten für eine U-Bahnlinie mit ebenerdigen Bahnhöfen (Ebene 0):

24 Millionen DM/km
=====

Kostenersparnis gegenüber einer Linie mit unterirdischen Bahnhöfen:

16 Millionen DM/km bzw. 40 %
=====

Die Ersparnisse durch Nichtbeeinträchtigung des Oberflächenverkehrs sind in dieser Rechnung noch nicht berücksichtigt.

Wiederum ist offen, wie hoch die Mehraufwendungen für die Umlegung von Ver- und Versorgungsleitungen sind, wenn die U-Bahntrasse fortwährend - bei Berg- und Taltrassierung - ihre Tiefenlage ändert und dadurch die Wahrscheinlichkeit größer ist, daß die genannten Leitungen der geplanten U-Bahntrasse im Wege liegen. Dies müßte anhand einiger konkreter Beispiele durchkalkuliert werden.

6. Schlußbetrachtung

Durch Trassierung der Bahn in Zykloidenform (mit Ausnahme der Übergangsbögen an den Kuppen zur Überleitung in die Horizontale) können äußerst kurze Fahrzeiten (sogar bei kurzen Stationsabständen) erreicht werden, drei Beispiele sind in Tabelle 1 angegeben. Weiterhin günstig ist, daß die Durchstoßlänge durch die Ebene 0 bei 5 m Tunnelhöhe in dem gewählten Beispiel nur 20 m beträgt und daher die Trassierungsmöglichkeiten sehr flexibel sind. Es können z.B. die Stationen in die Ebene + 5 m gelegt werden. Dann kann der Raum unter der Station ebenerdig genutzt werden. Es kann aber auch die Station ebenerdig gelegt werden. Sie ist dann für Fahrgäste optimal erreichbar. Anstatt Treppen steigen zu müssen, gelangt man mit einem ebenerdigen Fußweg von nur 50 m zum gegenüberliegenden Bahnsteig. Die Kosten für derartige ebenerdige Stationen dürften im Vergleich zu unterirdischen Stationen äußerst gering sein.

In den Außenbereichen, in denen die Strecken nicht im Tunnel geführt zu werden brauchen, könnten ortsfeste Energiespeicher (z.B. Schwungräder) installiert werden¹⁵⁾, die dort sicher billiger sind als eine kostspielige Berg- und Taltrassierung, die bei Tiefen über 25 m ohnehin problematisch wird (Grundwasser) und hochgeständert erstens die Installation von Aufzügen zu den Stationen erfordert und zweitens landschaftsstörend wirkt. Beim Abwägen der einmaligen Investitionskosten für die Berg- und Taltrassierung gegen die laufenden Energiekosten (bzw. laufenden Kosten für andere Speicher) darf nicht vergessen werden, daß unser heutiger Energiepreis ein Subventionspreis ist, der nicht die vollen Kosten zur Verhinderung von Umweltbelastungen bei der Energiefreisetzung und auch nicht die Forschungs- und Entwicklungskosten neuer Energieanlagen deckt. Wegen der Energieverknappung wird der Energiepreis in Zukunft (in den nächsten 100 Jahren) wesentlich ansteigen, wenn zum Prinzip der Marktwirtschaft (Verursacherprinzip) zurückgekehrt wird. Da aber die zu bauenden U-Bahnlinien wohl in den nächsten

100 Jahren nicht wieder umgebaut werden sollten und die nachträgliche Installation von Schwungradspeichern oder Ähnlichem für 100 Jahre evtl. höhere feste und laufende Kosten erzeugt als die einmalige Investition der Kostendifferenz für eine etwas teurere Trassierung einer ohnehin vorgesehenen Tunnelstrecke in Form einer Zykloidenbahn (etwa 5 %), sollte die Verifizierbarkeit des Gravitationsantriebes, der es erlaubt, 90 % der kinetischen Energie zurückzugewinnen, und dem durch die Bereitstellung des Linearmotors neue Möglichkeiten eröffnet werden, mit Nachdruck untersucht werden.^{16, 17)}

Herrn Prof. Dr. E. Bahke, Direktor des Instituts für Förder-technik der Universität Karlsruhe, danke ich sehr herzlich für das rege Interesse an dieser Arbeit und für zahlreiche fruchtbare Diskussionen.

Literaturverzeichnis:

- 0) R. Schulten et al., Nukleare Energie und sekundäre Energieträger, Vortrag Physikertagung 1974 in Nürnberg.
- 1) Auto und Umwelt, der Rat der Sachverständigen für Umweltfragen, Gutachten September 1973, Verlag W. Kohlhammer GmbH Stuttgart und Mainz, Bestellnummer: 780 001 - 730 000.
- 2) R. Schacher, Die Rekuperationsbremse der Lokomotiven Bo'Bo'Bo' der Serien Re 6/6 der Schweizerischen Bundesbahnen, Brown Boveri Mitteilungen 12-1973 S. 572 - 576.
- 3) E. Bahke, Transportsysteme heute und morgen, S. 143, Mainz Krauskopfverlag 1973.
- 4) L. K. Edwards, Urban Gravity - Vacuum Transit System, Transportation Engineering Journal ASCE Vol. 95 (1969) TE 1 Febr. S. 173 - 202 B. 22, Tab. 1.
- 5) H. B., Stuttgarts künftiger U-Bahnwagen, nahverkehrs-praxis (1974) S. 272.
- 6) E. Hèjj, Krupp Forschungsinstitut Essen, Evolution im Linienverkehr, Vortrag im Kolloquium "Neue Transportsysteme für den innerstädtischen Verkehr" der Universität Karlsruhe am 5.2.1974.
- 7) F. Marten, H-Bahn - ein Verkehrsmittel für Stadtzentren, Nahverkehrspraxis 20, Sept. 1972, S. 359 - 369.
- 8) E. Bahke, Transportsysteme heute und morgen, S. 80 ff., Mainz Krauskopfverlag 1973.
- 9) E. Bahke, Stadtverkehr der Zukunft, Umschau 73 (1973) S. 658 - 664.
- 10) V. Jung, Möglichkeiten der Verlagerung von Verkehrsanteilen auf spurgebundene öffentliche Verkehrsmittel durch Verkürzung der Reisezeit, Verkehr und Technik (V+T) 27 (1974) S. 477 - 483.
- 11) P. Engelbrecht, Planung und Betrieb der Münchener U-Bahn, Verkehr und Technik (V+T) 24 (1971), 4. Sonderheft "Zweite Ebene" S. 34 -39.

- 12) P. Engelbrecht, Zur Frage der betrieblichen Notwendigkeit für Eckverbindungen an Netzknoten, dargestellt am Münchener U-Bahn-Netz, Verkehr und Technik (V+T) 27 (1974) 5. Sonderheft S. 80-82.
- 13) H. Dillmann, Die U-Bahn in Nürnberg, Verkehr und Technik (V+T) 27 (1974) 5. Sonderheft S. 47.
- 14) C. Albrecht, Elektrodynamische Schwebesysteme mit Supraleitern für Hochgeschwindigkeitsbahnen, Herbstschule der DPG über "Anwendung der Supraleitung in der Elektrotechnik und Hochenergiephysik", Titisee, 9. - 13. 10. 1972 -S21-, -S43-.
- 15) F. Post and F. S. Post, Flywheels, Scientific American 12/73 p. 17.
- 16) A. Mies und W. Schmidt, Ein Beitrag zur Trassierung von Stadtschnellbahnen, Elektrische Bahnen 45 (1974), Heft 6, S. 126-134.
- 17) P. H. Melville, Magnetic propulsion for magnetically levitated trains, Cryogenics 13 (1973) p. 716 - 717.
- 18) M. Rudolph, Energetisches Betriebsverhalten von Verkehrsmitteln, Brennst. - Wärme - Kraft 27 (1975) S. 358 - 360.

Bildunterschriften:

Abb. 0: Auffächerung des Endenergieverbrauchs auf Verbrauchsart und Sektoren (s. Zitat 0)

Abb. 1: Trapezförmige vertikale Trassierung einer U-Bahnlinie zwischen 2 Stationen zur Rückgewinnung von 82 % der kinetischen Energie der Fahrzeuge.

Abb. 2: Zur subjektiven Wahrnehmung von mechanischen, sinusförmigen Schwingungen. Das Gebiet der Seekrankheit liegt unter 0,6 Hz mit Amplituden zwischen 0,08 m/s² und 1,2 m/s².

Abb. 3: Vertikale Trassierung in Zykloidenform. Die Zahl der vertikalen Beschleunigungswechsel verringert sich gegenüber der trapezförmigen Trassierung von 8 auf 4. An den Kuppen ist jeweils ein Übergangsbogen anzusetzen.

Abb. 4: Zeitlicher Verlauf der Vertikalbeschleunigungskomponente b_v während einer Fahrt von Kuppe zu Kuppe. Die Amplitude ist

$$b_{v_{\max}} = g \frac{1}{ac^2}$$

Abb. 5: Zeitlicher Verlauf der Longitudinalbeschleunigungskomponente b_h während einer Fahrt von Kuppe zu Kuppe. Die Amplitude $b_{h_{\max}}$ ist zu $\frac{1}{ac}$ proportional.

Abb. 6: Variante der vertikalen Trassierung mit 4 starken vertikalen Beschleunigungswechseln und 2 ~~stärken~~ bzw. sanften Wechseln in den Varianten Brachistochronensegment bzw. Sinusform.

Abb. 7: Ebenerdiger Kreuzungsbahnhof mit sehr kurzen, ebenerdigen Umsteigewegen und äußerst geringem Flächenbedarf bei starkem Gefälle der Rampen (maximal 28 %).

Abb. 8: Flächenbedarf für einen oberirdischen, ebenerdigen Vermaschungsbahnhof mit sanftem Gefälle der Rampen (1 : 9). Die Haltebereiche der vermaschten Linien sind um nur 50 m längsversetzt.

Tabelle 1

Zusammenstellung der Daten für Gravitationsantrieb auf einer Zykloidenbahn mit den Gleichungen

$$x = \frac{L}{2\pi} \left(\varphi + \frac{\sin\varphi}{2} \right) \quad y = \frac{L}{2\pi} \frac{1 - \cos\varphi}{4} \quad b_{h_{\max}} = 2,72 \text{ m/s}^2 \quad b_{v_{\max}} = 1,23 \text{ m/s}^2$$

größte Steigung = 28 o/o $\hat{=} 16,1^\circ$ Hangabtrieb wird jeweils durch Trägheit kompensiert, nur zum Beschleunigen bzw. Bremsen auf bzw. von v_0 treten longitudinale Beschleunigungen von $1,2 \text{ m/s}^2$ auf.

Höhenunterschied	Abstand der Kuppen L	Anfahr- und Bremsweg f. $1,2 \text{ m/s}^2$	Stations-Abstand	v_0 R_1	v_{\max} R_2	Anfahr- und Bremszeit	Fahrzeit von Kuppe zu Kuppe	Fahrzeit von Halt zu Halt + 20 s	Reisegeschwindigkeit	\dot{b}_h Trasse bzw. Fahrz.	\dot{b}_v Fahrz.
25 m	314 m	50 m	<u>364 m</u>	28 km/h 50 m	84 km/h 450 m	13 s	20 s	53 s	6,85 m/s <u>24,7 km/h</u>	$0,85 \text{ m/s}^3$ $1,54 \text{ m/s}^3$	$0,53 \text{ m/s}^3$
37,5 m	471 m	75 m	<u>546 m</u>	$34,3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ 75 m	103 km/h 675 m	16 s	24,5 s	60,5 s	9,0 m/s <u>32,4 km/h</u>	$0,7 \text{ m/s}^3$ $1,26 \text{ m/s}^3$	$0,43 \text{ m/s}^3$
50 m	628 m	100 m	<u>728 m</u>	$39,7 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ 100 m	119 km/h 900 m	18,4 s	28,3 s	66,7 s	10,9 m/s <u>39,3 km/h</u>	$0,6 \text{ m/s}^3$ $1,09 \text{ m/s}^3$	$0,37 \text{ m/s}^3$

Rekuperation der maximalen kinetischen Energie : 89 o/o
=====

1
35
1

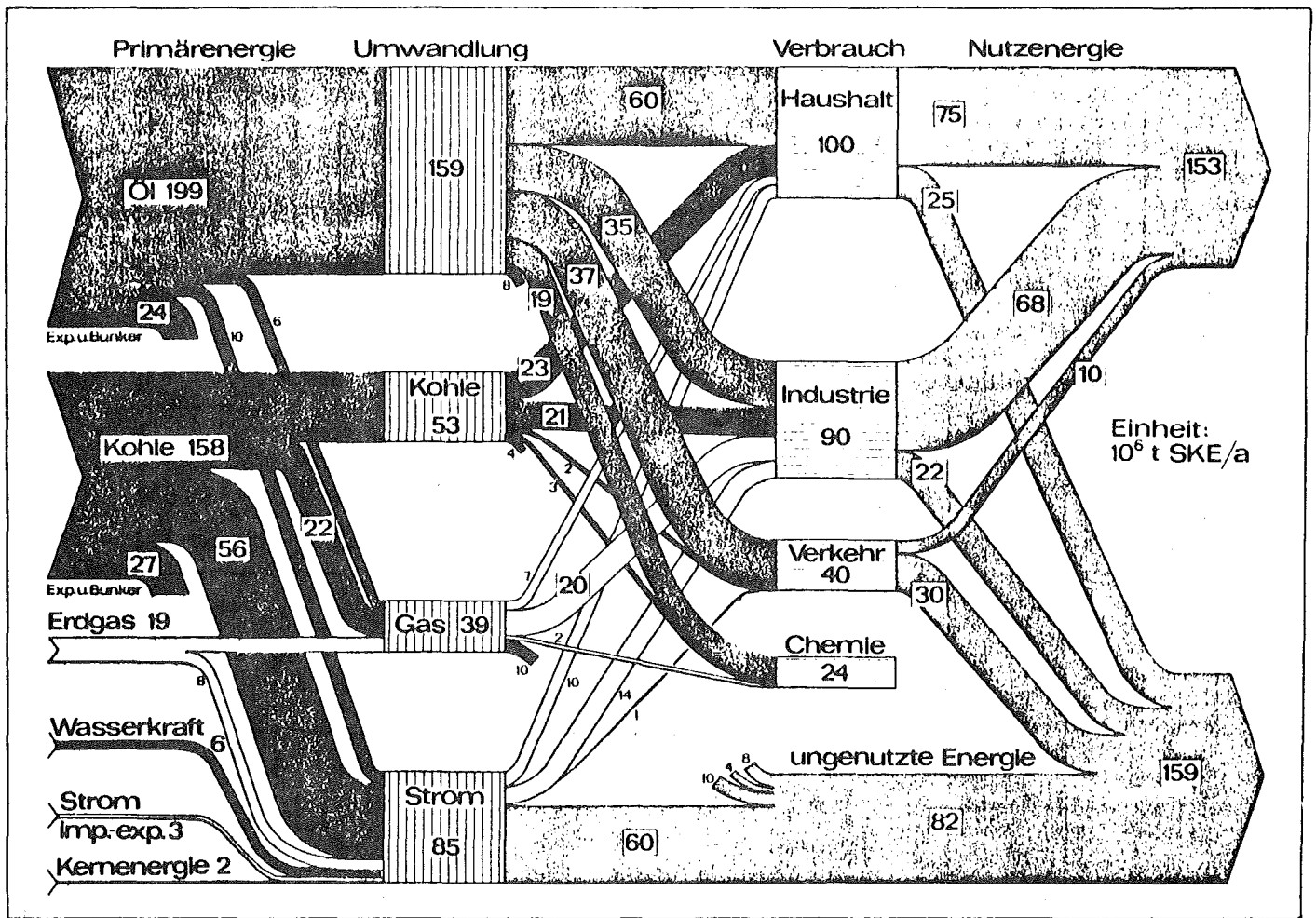


Bild 1: Vereinfachtes Energieflußdiagramm für die Bundesrepublik Deutschland im Jahre 1971, Energiesorten und Verbrauchssektoren. Zahlenangaben in Millionen Tonnen Steinkohle-Einheiten (tSKE) pro Jahr.

R. Schulten et al.
Vortrag, Physikertagung
1974 Nürnberg

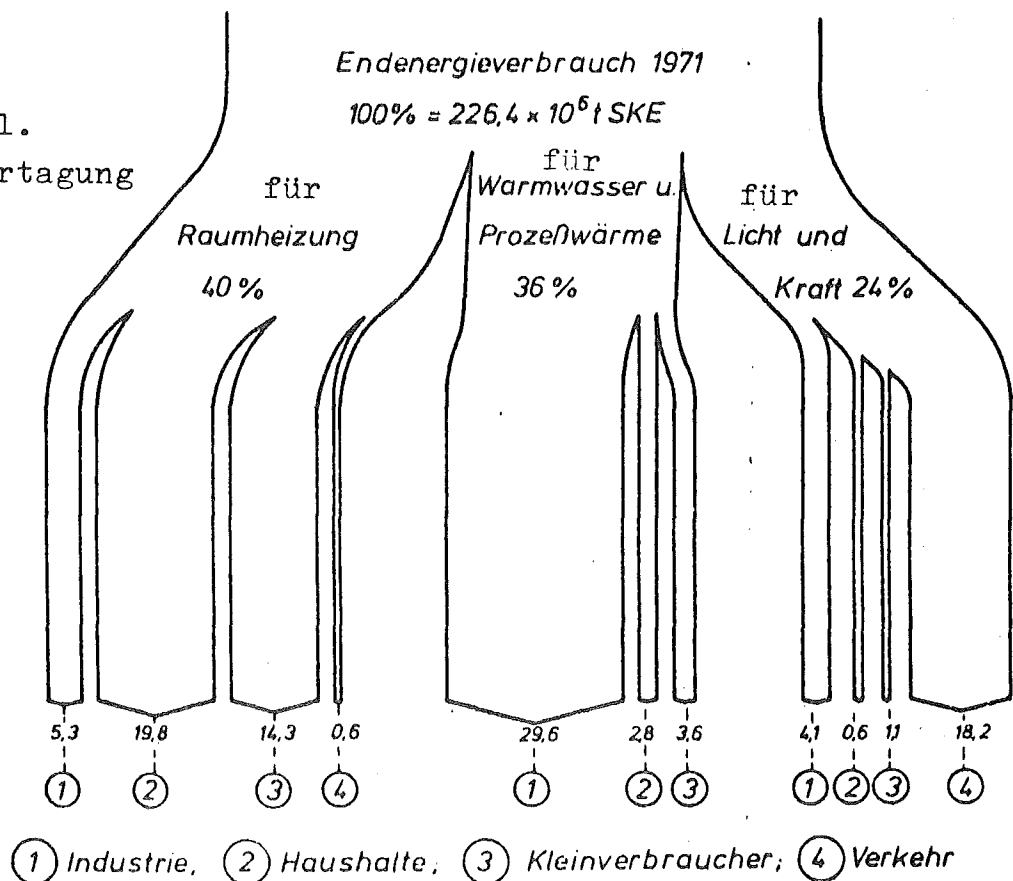
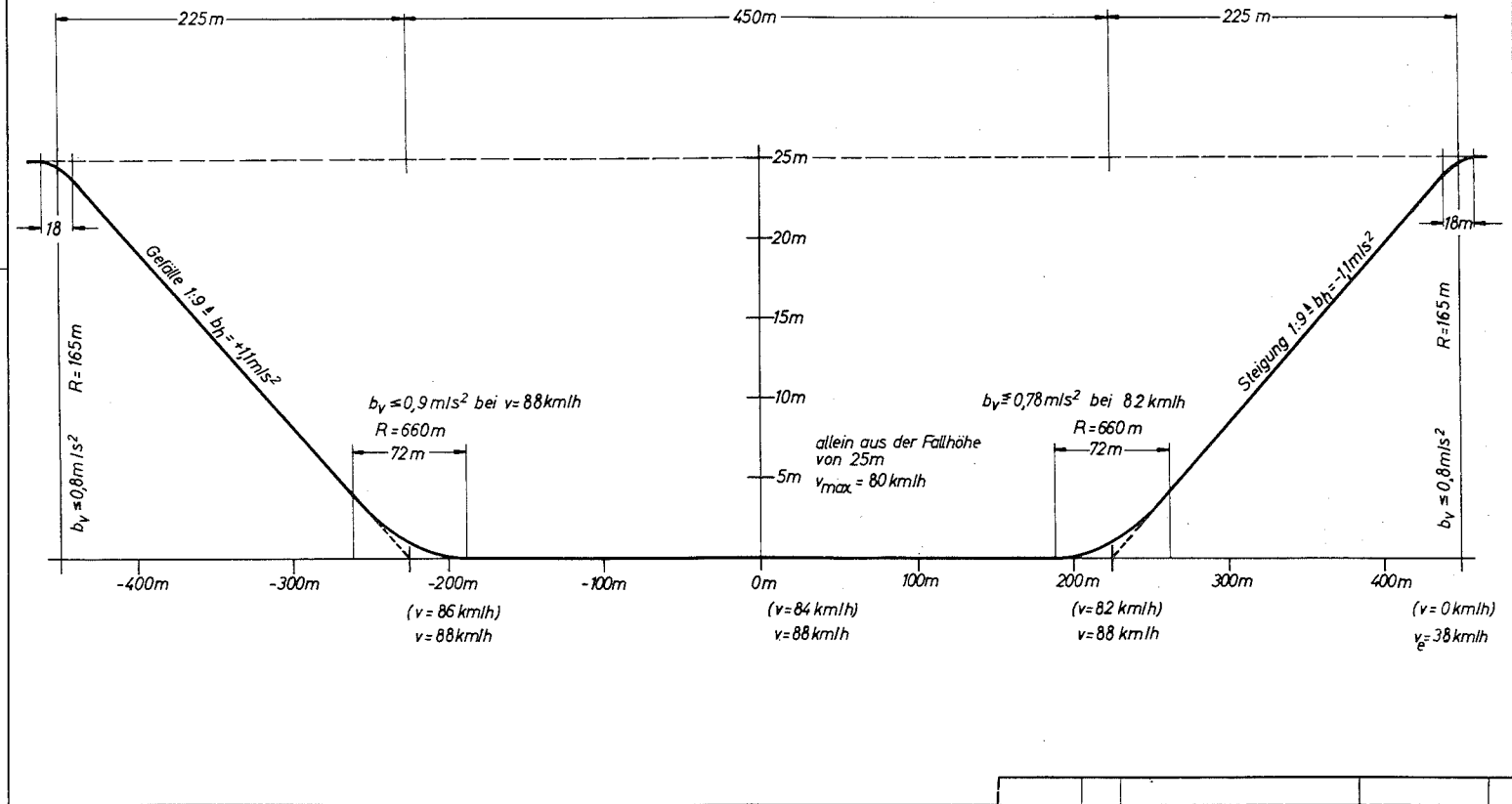


Abb. 2: Auffächerung des Endenergieverbrauchs auf Verbrauchsart und Sektoren

Vertikales Trassenprofil für Gravitationsantrieb

$v_0 = 38 \text{ km/h}$ kompensiert Luft und
Rollreibung für 900m
 $s = 50 \text{ m}$, $b = 1,1 \text{ m/s}^2$
mittlere Verzögerung = $0,06 \text{ m/s}^2$

Haltestellenabstand : 1000 m
Bahnsteiglänge : 82 m



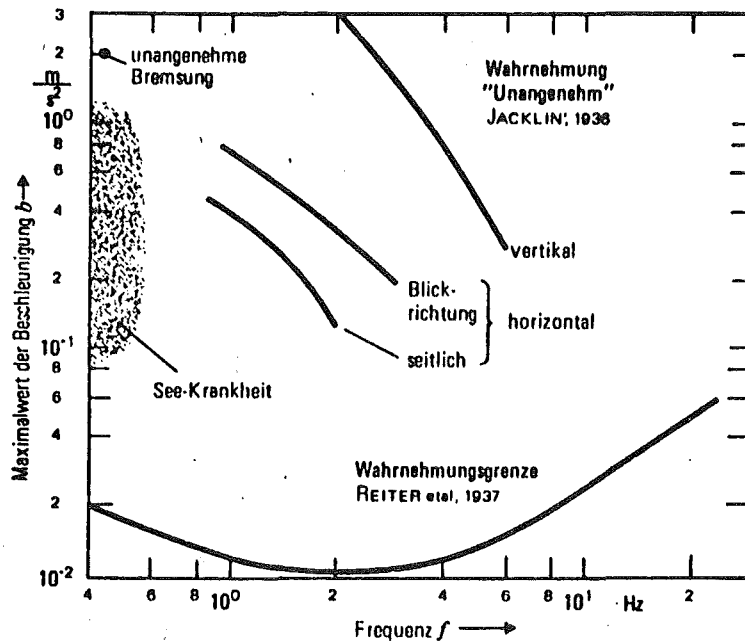


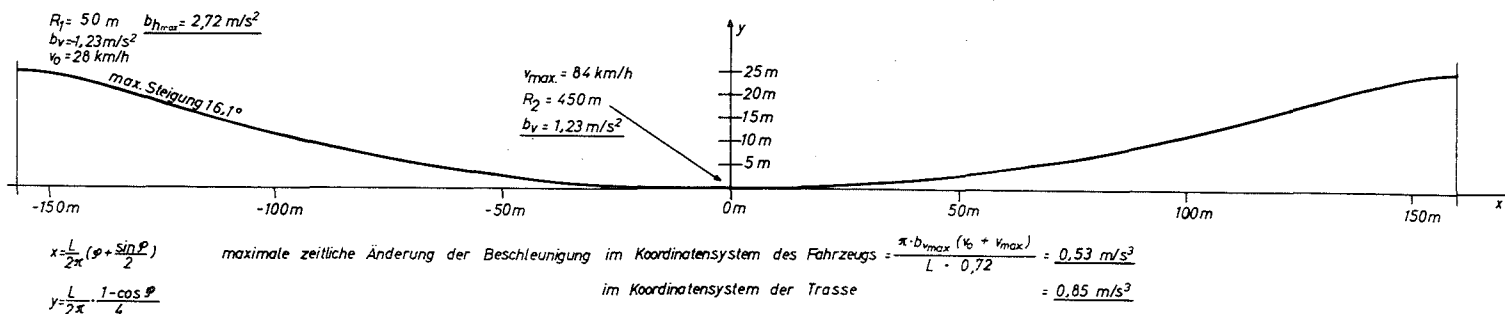
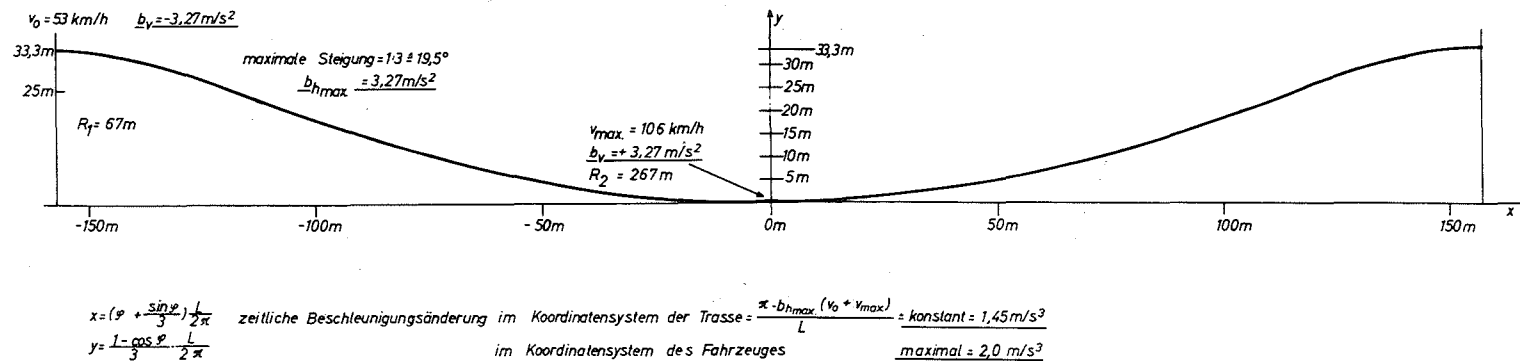
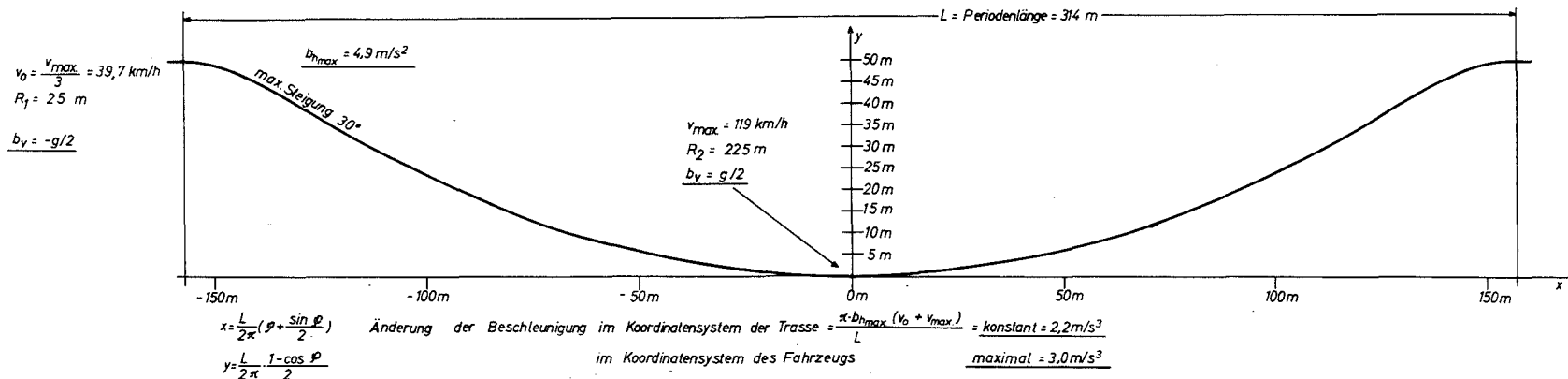
Bild 13: Zur subjektiven Wahrnehmung von mechanischen, sinusförmigen Schwingungen

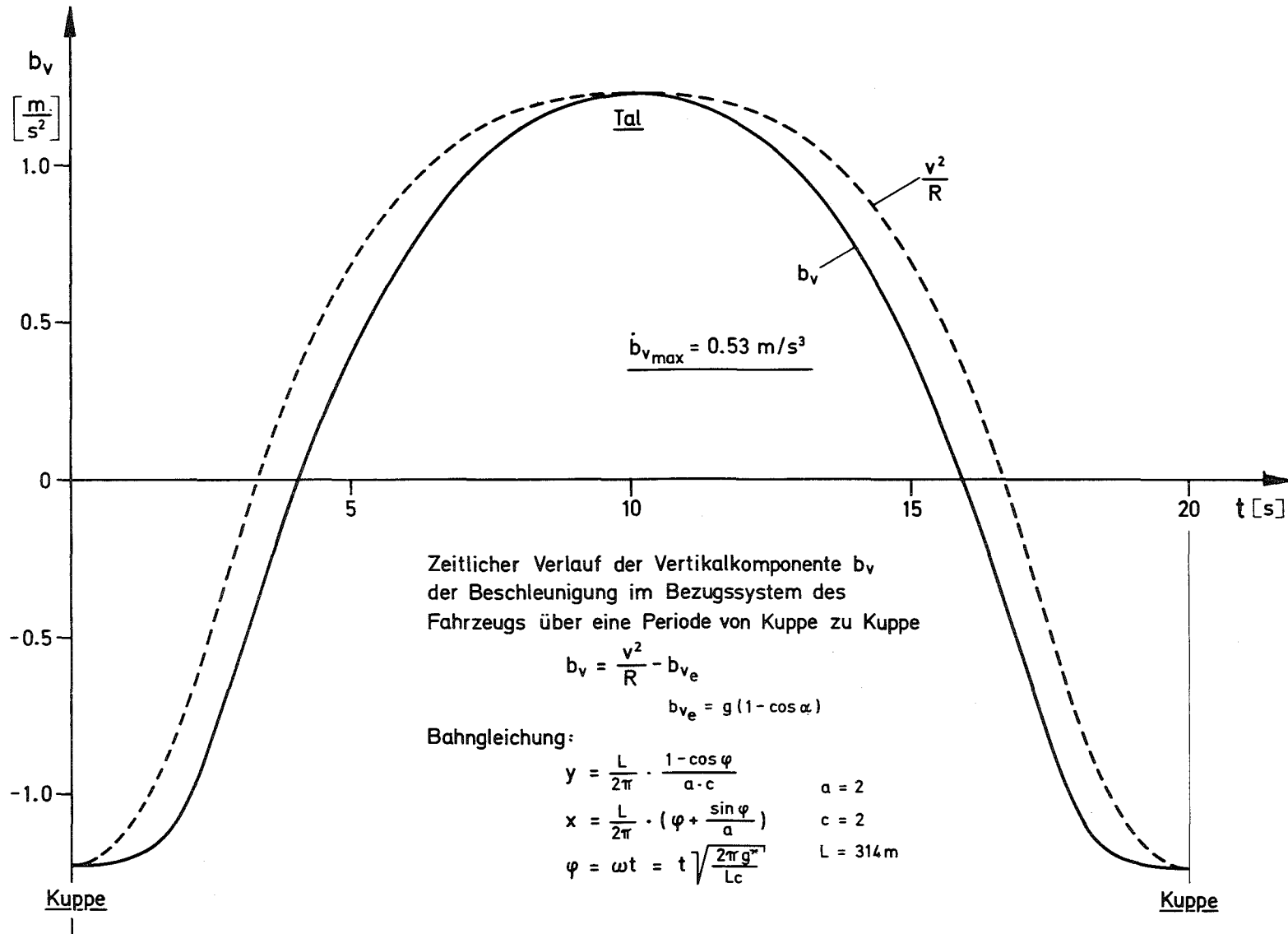
Diese Abbildung stellte mir freundlicherweise Herr C. Albrecht, Siemens AG Erlangen zur Verfügung.

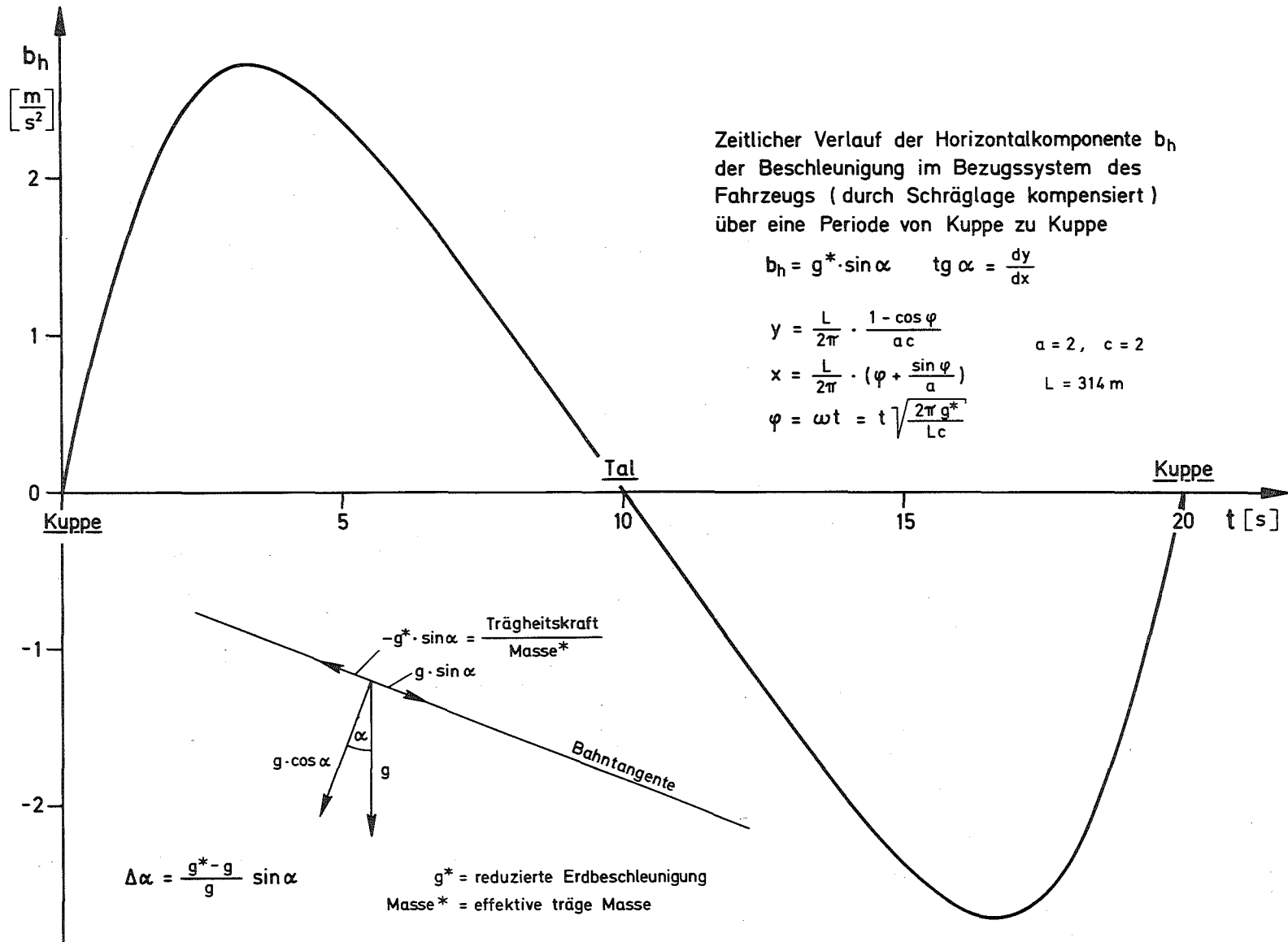
Abb. 2 Eine longitudinale Beschleunigung von $1,75 \text{ m/s}^2$ wird bei einer Frequenz von 0,5 Hertz noch nicht als unangenehm empfunden. Der volle Beschleunigungswert kann daher in 1 sec erreicht werden.

Vertikale Trassenprofile für Gravitationsantrieb

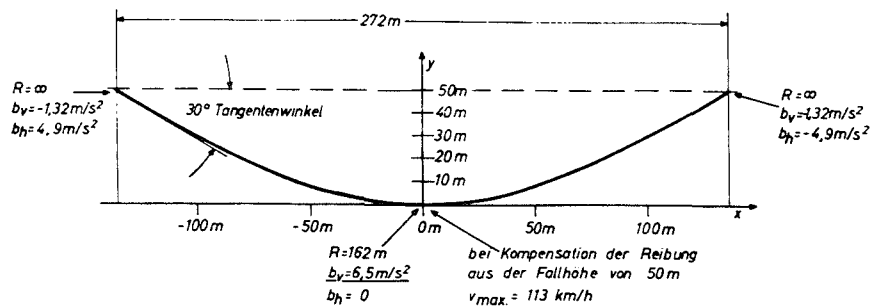
mit verschiedenen Beschleunigungswerten und
verschiedenen zeitlichen Beschleunigungsänderungen



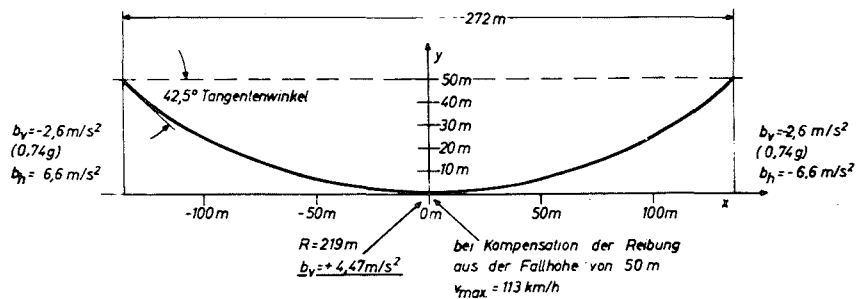




Gravitationsantrieb für $v_{max} = 113 \text{ km/h}$ auf kurzer Strecke (272 m) auf sinusförmiger Bahn

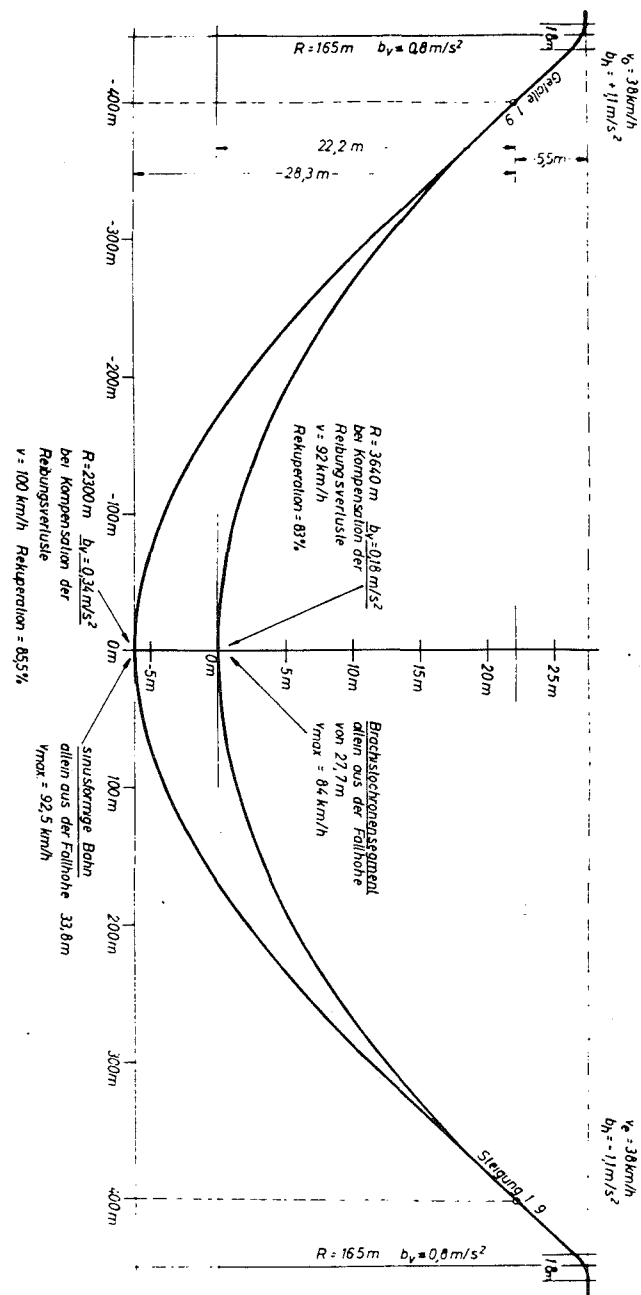


Gravitationsantrieb auf Brachistochronensegment



$$x = (\varphi + \sin \varphi) \frac{R}{4}$$

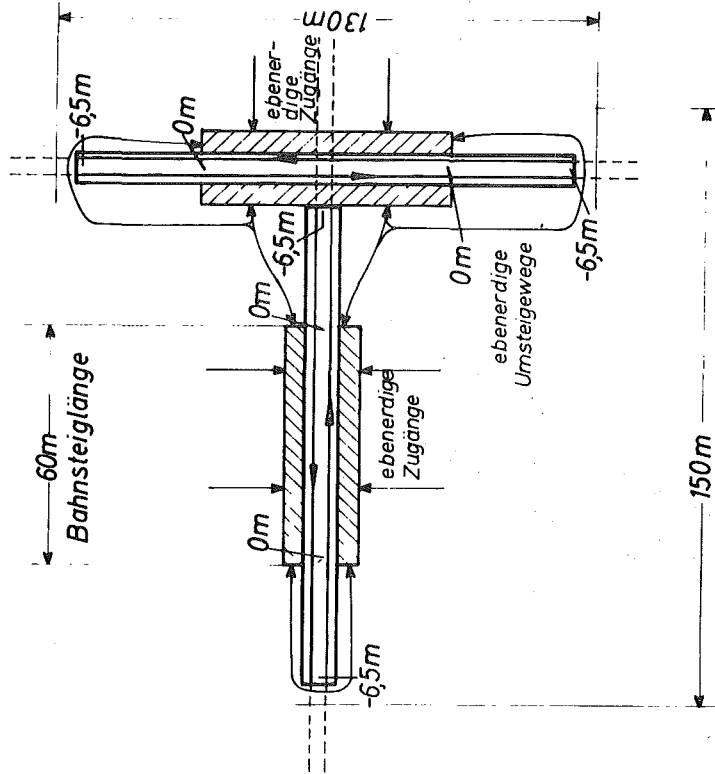
$$y = (1 - \cos \varphi) \frac{R}{4}$$



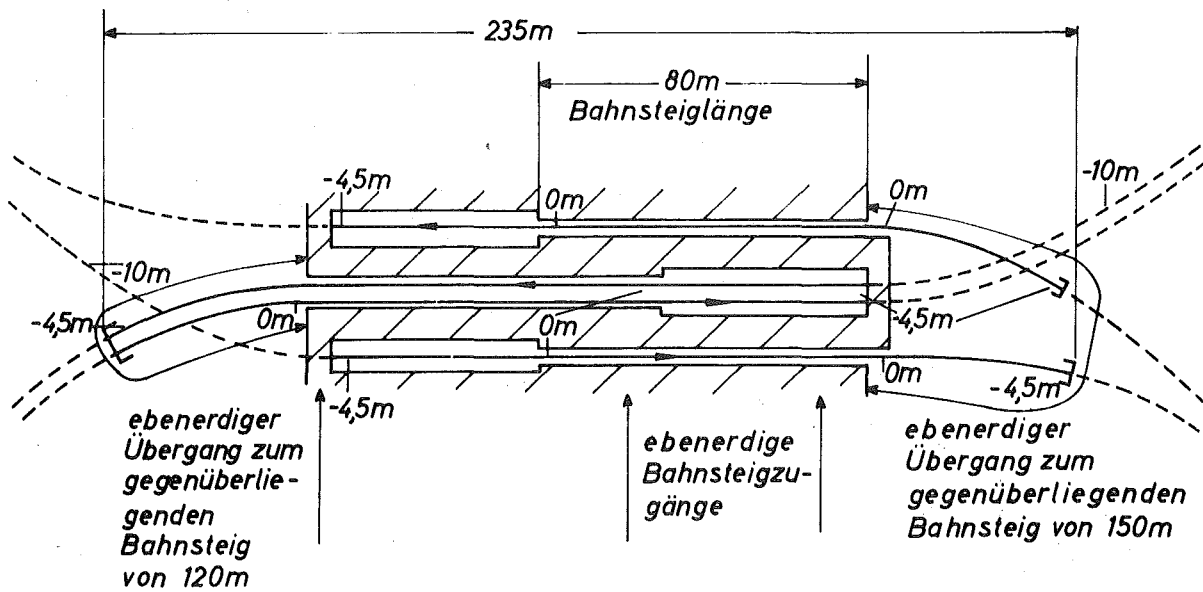
Haltstellenabstand 1000 m
Bahnsteigbreite 82 m

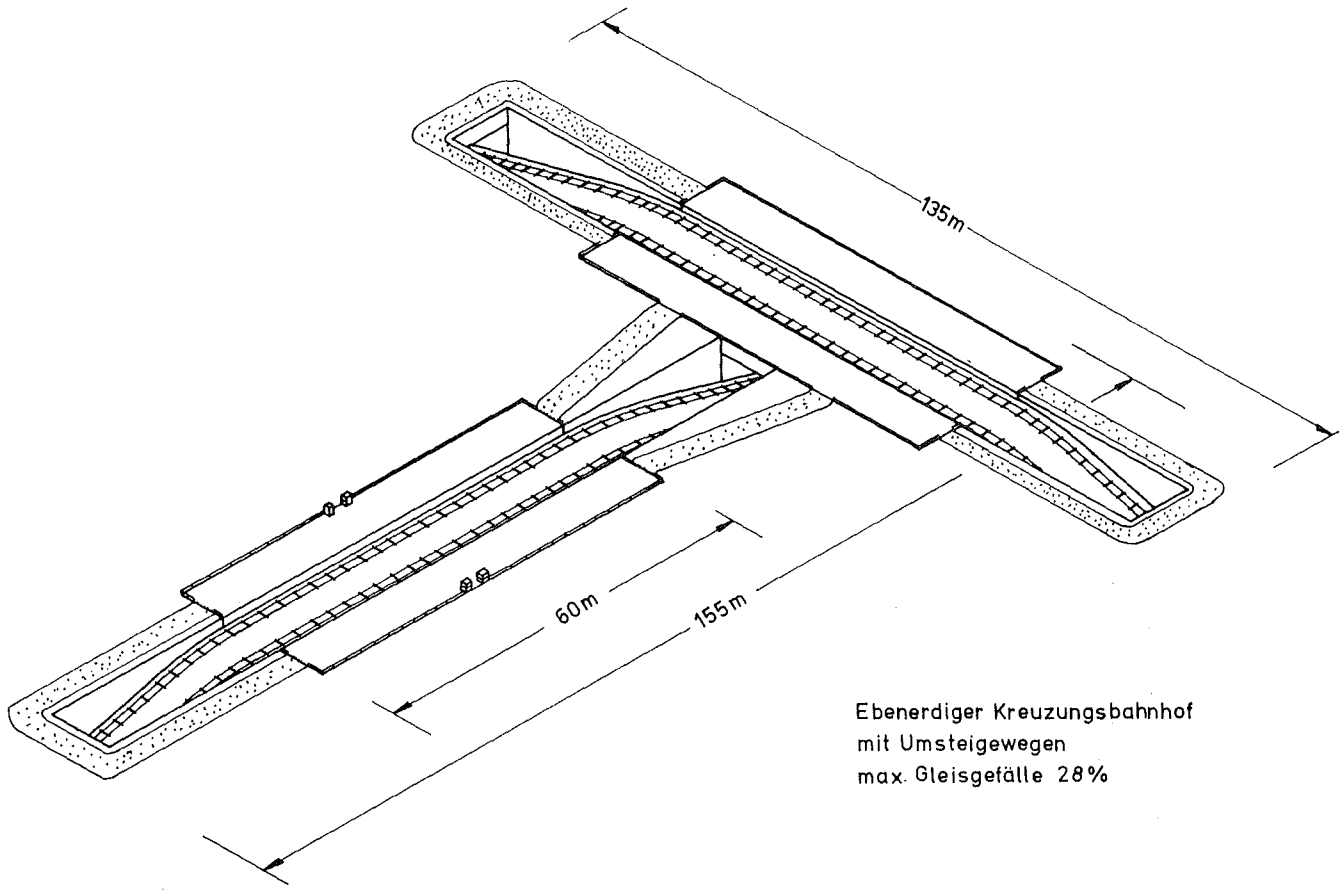
Vertikales Trassenprofil für Gravitationsantrieb

*Ebenerdiger Kreuzungsbahnhof,
benötigter freier Raum 130 x 150 m*

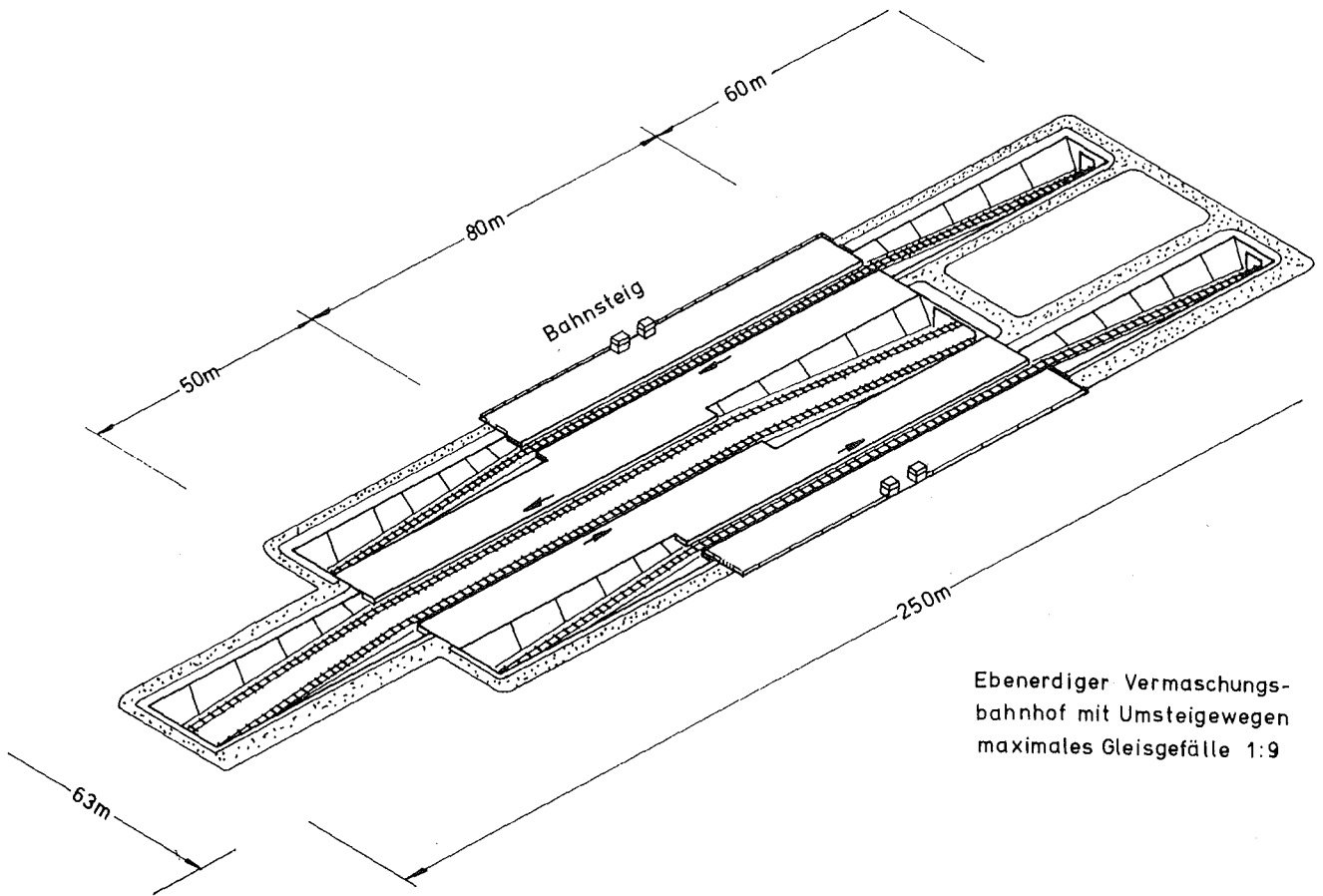


*Flächenbedarf für oberirdischen ebenerdigen
Vermauschungsbahnhof bei Gefälle 1:9
50 x 235m*





Ebenerdiger Kreuzungsbahnhof
mit Umsteigewegen
max. Gleisgefälle 28%



Ebenerdiger Vermaschungsbahnhof
mit Umsteigewegen
maximales Gleisgefälle 1:9

Übersicht über die verschiedenen Möglichkeiten zur Speicherung der kinetischen Energie der

 Fahrzeuge bei Nutzbremmung

Art des Spei- chers Ort des Speichers	Blei- Akkumulator	Hydraulischer Speicher	Kinetischer Speicher (schwungrad mit Generator)	Gravitations- Antrieb	Ohne Speicher zeitliche Staffelung der Brems- und Anfahrvorgänge
im Fahrzeug	erhebliche Zunahme des Fahrzeugge- wichtes	nicht praktikabel	bereits reali- siert z. B. <u>Gyrobus</u>	Fahrzeug und Trasse in Berg- und Tal- form bilden zu- sammen den Speicher	Das Anfahren und Bremsen der Züge muss so gesteuert werden, dass ein Zug erst anfahren kann, wenn ein ande- rer bremsender Zug die Anfahr- energie liefert,
in der Station	geringe erforderliche Leiterquerschnitte für Stromversorgung nur einzelner Züge über kurze Entfernungen (z. B. 250 m)				
Zentraler Speicher für ein ganzes ÖPNV-Netz	sehr starke Leiterquerschnitte zur Verhinderung des Spannungsabfalles sind bei weit voneinander entfernten Verbrauchern bzw. stromerzeugenden, nutzbremsenden Fahrzeugen erforderlich, hohe Investitionskosten für Stromversorgungsleitungen				

Wirkungsgrade bei Energiespeicherung und Wandelung für verschiedene Speicher

	Wirkungsgrad bei Wandlung von elektrischer zurück zu elektrischer Energie	Wirkungsgrad bei Wandlung von kinetischer Energie zurück zu kinetischer Energie	
Pumpspeicher 4)	el. - hydr. - el. 55 - 65 %	kin. - el. - hydr. - el. - kin. 44 - 52 %	
Akkumulator-Batterie 1)	el. - chem. - el. 70 - 80 %	kin. - el. - chem. - el. - kin. 56 - 64 %	
Schwungradspeicher 2)	el. - kin. - el. 80 % (93 % ³⁾)	kin. - el. - kin. - el. - kin. 64 % (75 %)	
Gravitationsantrieb	el. - kin. - pot. - kin. - el. 72 %	kin. - pot. - kin. 90 % =====	

Wirkungsgrad el. - kin. - el. in allen Fällen 80 %, wenn der Motor- bzw. Generatorwirkungsgrad bei max. Drehzahl 95 % beträgt, liegt der mittlere Wirkungsgrad über den gesamten Drehzahlbereich bei ca. 90 %, sodass als Gesamtwirkungsgrad die genannten 80 % resultieren.

- 1) Einsatzmöglichkeiten neuer Energiesysteme V Fernwärme, S. 307, Information des Bundesministers für Forschung und Technologie Bonn 1975
- 2) Zitat 1) S. 308.
- 3) Auf dem Wege zu neuen Energiesystemen V , S. 196, BMFT Bonn 1975
- 4) Zitat 3) S. 204.