

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM  
KARLSRUHE**

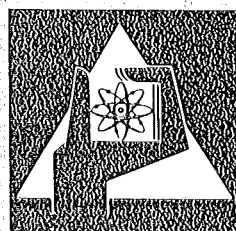
April 1976

KFK 2274

Projekt Schneller Brüter  
Institut für Reaktortechnik der Technischen Hochschule  
Darmstadt

**Jahresbericht der Arbeitsgruppe Brennstab- und  
Brennelementmechanik des Instituts für Reaktortechnik  
der Technischen Hochschule Darmstadt (Prof. Dr. W.  
Humbach)**

H. Fabian, U. Krugmann, K. Laßmann, R. Schwarz



**GESELLSCHAFT  
FÜR  
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

**KARLSRUHE**

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.  
KARLSRUHE

Kernforschungszentrum Karlsruhe

KFK 2274

Projekt Schneller Brüter

Institut für Reaktortechnik der  
Technischen Hochschule Darmstadt

Jahresbericht der Arbeitsgruppe Brennstab-  
und Brennelementmechanik des Instituts  
für Reaktortechnik der Technischen Hochschule  
Darmstadt \* \*

---

von

H. Fabian, U. Krugmann, K. Laßmann, R. Schwarz

Durchgeführt im Auftrag der Gesellschaft für  
Kernforschung in Zusammenarbeit mit G.Karsten \*

Gesellschaft für Kernforschung mbH, Karlsruhe

---

\* Projektleitung Schneller Brüter

\* \* Institutsdirektor Prof. Dr.W.Humbach



## Z u s a m m e n f a s s u n g

Der vorliegende Bericht gibt vier Einzelvorträge wieder, die im Rahmen eines Informationstags vom Institut für Reaktortechnik der Technischen Hochschule Darmstadt (IRT) bei der Gesellschaft für Kernforschung gehalten wurden. Die Vorträge stellen einen Rechenschaftsbericht über die im IRT durchgeführten Arbeiten zur Brennstab- und Brennelementmechanik dar, die vom Projekt PSB der GfK gefördert werden.

Diese Arbeiten können in Untersuchungen zum integralen Brennstab (Rechenprogramm URANUS), in mehrdimensionale Untersuchungen mit Hilfe der Finiteelementmethode (Rechenprogramm FINEL und ZIDRIG) und in Untersuchungen auf der Basis der Schalentheorie eingeteilt werden. Zusätzlich zu diesen Themenkreisen wird über ein kapazitives Meß- und Auswerteverfahren bei der experimentellen Untersuchung von Brennelementhüllrohren durch Innen- und Außendruck sowie über theoretische Arbeiten des IRT auf dem Gebiet der Bruchmechanik berichtet.

## Summary

Annual Report of the Working Group Fuel Rod and Fuel Element Mechanics, Institut für Reaktortechnik der Technischen Hochschule Darmstadt (Prof. Dr. W. Humbach).

This report comprises four individual lectures presented at Gesellschaft für Kernforschung on the occasion of an information panel organized by Institut für Reaktortechnik der Technischen Hochschule Darmstadt (IRT). The lectures give an account of activities on fuel rod and fuel element mechanics performed by IRT and sponsored by the Fast Breeder Project of GfK.

These activities can be broken down into studies of the integral fuel rod (URANUS computer program), multi-dimensional studies relying on the finite element method (FINEL and ZIDRIG computer programs) and studies based on the theory of shells. In addition to these subjects a capacitive measurement and evaluation method is reported for the experimental investigation of fuel element cladding tubes by means of internal and external pressure and theoretical work is described which has been carried out by IRT in the field of failure mechanics.

Einleitung (K. Laßmann)	I
1. Der integrale Brennstabcode URANUS (K. Laßmann) Abbildungen und Diagramme	1
2. Mehrdimensionale Brennstabberechnung nach der Finitelementmethode (H. Fabian)	21
2.1 Einleitung	
2.2 Die Finitelementmethode	
2.3 Der rotationssymmetrische Brennstab endlicher Länge (Programm FINEL)	
2.3.1 Das rotationssymmetrische Hüllrohr	
2.3.2 Die Brennstofftablette	
2.3.3 Brennstofftablette und Hüllrohr im Kontakt	
2.3.4 Nichtrotationssymmetrische Belastung	
2.4 Ebener Schnitt durch den Brennstab (Programm ZIDRIG)	
2.5 Dreidimensionale Hüllrohrberechnung (Programm PRESTO) Abbildung und Diagramme	
3. Ein kapazitives Meßverfahren für die experimentelle Untersuchung von Brennelementhüllrohren bei Innen- und Außendruck (U. Krugmann)	56
3.1 Schalenmodell	
3.2 Kapazitives Verfahren zur kontinuierlichen Messung der Rohrverformung beim Kriechen	
3.3 Testmessungen Abbildungen und Diagramme	

4.	Stand und Entwicklung eines theoretischen Forschungsprojekts zur Bruchmechanik von Brennelementhüllrohren (R. Schwarz)	95
4.1	Entstehungsgeschichte des Arbeitsgebiets Bruchmechanik	
4.2	Was leistet die Bruchmechanik?	
4.2.1	Theorie der linear-elastischen Bruchmechanik	
4.2.2	Fließbruchmechanik	
4.3	Stand und Weiterentwicklung der Arbeiten zur Bruchmechanik	
4.3.1	Rechenprogramm RIMOD für linear-elastische Probleme	
4.3.2	Rechenprogramm PLMOD für plastische Rißmodelle	
4.3.3	Rechenprogramm PLAST für elasto-plastische Strukturen	
4.4	Zeitplan Abbildungen und Diagramme	102



## Einleitung

---

Zunächst sollen die allgemeinen Aufgaben und Ziele der Arbeitsgruppe Brennstab- und Brennelementmechanik am Institut für Reaktortechnik der Technischen Hochschule Darmstadt (IRT) erläutert werden. Dieses Projekt ist in Zusammenhang mit weiteren technologischen Projekten des IRT zu sehen, die im Bild 0 dargestellt sind.

Die Arbeitsgruppe Brennstab- und Brennelementmechanik beschäftigt sich im wesentlichen mit der Brennstabanalyse und nur zum Teil mit der Analyse eines einzelnen Brennelements bzw. der Wechselwirkung mehrerer Brennelemente. Die bisherigen Arbeiten zum Brennstabverhalten haben gezeigt, daß eine vollständige Brennstabanalyse mit einem einzigen Rechenprogramm - sozusagen einer Weltformel für Brennstäbe - aus wirtschaftlichen und auch aus methodischen Gründen nicht möglich sein wird. Zum Beispiel können die sehr umfangreichen zweidimensionalen Betrachtungen (Kapitel 2) stets nur auf einen gewissen Bereich eines Brennstabs angewendet werden. Die Philosophie des IRT zur Brennstabauslegung orientiert sich an diesen Anforderungen. Es werden deshalb gleichermaßen globale wie auch bereichsweise Analysen durchgeführt. Hierfür wurden verschiedene Methoden und Rechenprogramme entwickelt, die detailliert in den Kapiteln 1 - 4 dargestellt werden. Eine Klassifizierung der Modelle läßt sich folgendermaßen vornehmen:

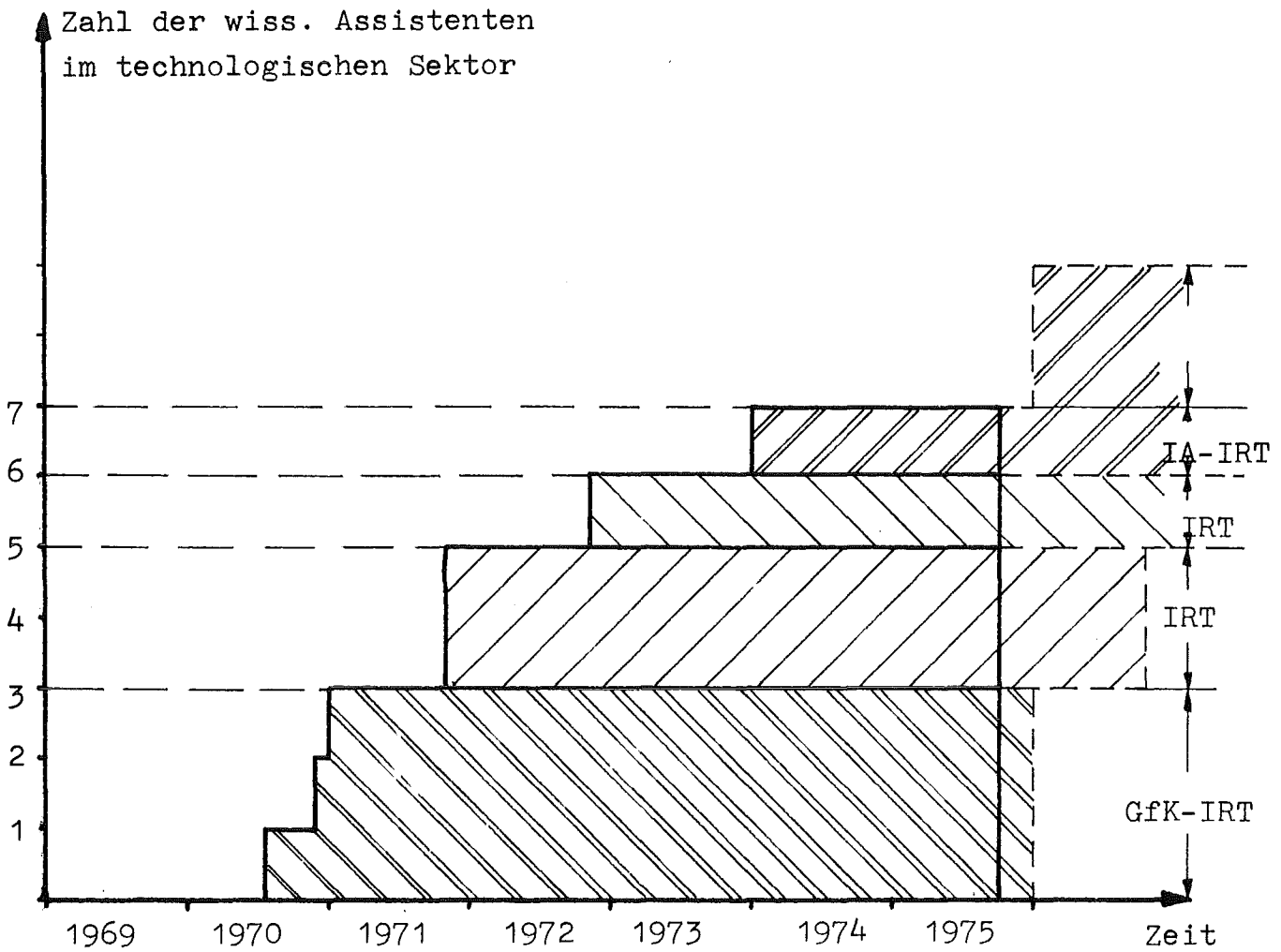
- a) räumlich eindimensionale Modelle
- b) räumlich mehrdimensionale Modelle

Für die erste Klasse (Punkt a) ist es möglich, den gesamten Brennstab sehr detailliert zu beschreiben. Dies wurde im Rahmen der Entwicklung zum URANUS-Rechenprogramm (Kapitel 1) durchgeführt. Räumlich zweidimensionale Modelle, die auf der Finitelementmethode basieren, sind in der Regel numerisch sehr aufwendig.

Vom IRT wurden die Programme FINEL, ZIDRIG und PRESTO erstellt (Kapitel 2). Zur Beschreibung des Hüllrohrverhaltens kann eine spezielle Schalentheorie herangezogen werden (Kapitel 3).

Die genannten Methoden decken ein breites Feld aller möglichen Methoden, die bei einer Brennstabanalyse Verwendung finden können, ab. Ein Methodenvergleich wurde hinsichtlich des Deformationsverhaltens einer Zircaloy-Hülle im Fall eines Kühlmittelverlustunfalls durchgeführt und im Kfk-Bericht 2176 veröffentlicht.

Die Arbeiten zur Brennstab- und Brennelementmechanik des IRT werden im Rahmen des Projekts Schneller Brüter durchgeführt. Die Hauptaufgaben liegen in der Entwicklung der Methoden selbst und weniger in deren ingenieurmäßigen Anwendung. Die folgenden Ausführungen geben einen Aufschluß darüber, inwieweit die entwickelten Rechenprogramme als Basis für ingenieurmäßige Anwendung dienen können.



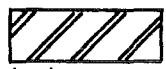
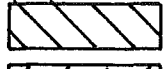
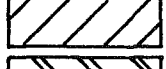
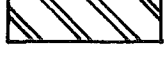

-  Coremechanik
-  Bruchmechanik
-  Strahlensimulation
-  Kriechbeulverhalten (bis 1972)
-  Brennstab- und Brennelementmechanik (ab 1973)

Bild:0

Ueberblick über technische Projekte im Inst. für Reaktortechnik

1. Der integrale Brennstabcode

U R A N U S

K. Laßmann

Im folgenden Vortrag möchte ich über meine Arbeiten am URANUS-Programmsystem berichten, mit dem das gesamte Verhalten eines Brennstabs beschrieben werden kann. Das URANUS-Rechenprogramm ist somit ein integraler Brennstabcode und kann in seiner Zielsetzung in etwa verglichen werden mit Codes wie SATURN, LIFE oder IAMBUS, um nur 3 von mehreren Codes zu nennen. Die mechanische Behandlung erfolgt pseudo-zweidimensional. Unter diesem Begriff ist folgende Vorgehensweise zu verstehen: Der Brennstab wird durch Schnitte in einzelne Scheiben eingeteilt. Die Berechnung in einem einzelnen Schnitt erfolgt eindimensional. Aus den Ergebnissen der Schnittberechnung wird nun das Verhalten der Scheiben berechnet, aus denen wiederum auf das Verhalten des gesamten Stabs geschlossen werden kann. Im folgenden wird diese Behandlung auch mit dem Begriff "axiale Kopplung" bezeichnet.

Die Grundzüge des URANUS-Rechenprogramms lassen sich durch folgende Stichworte beschreiben:

a) Variables Multizonen-Konzept im Brennstoff

Jeder axiale Schnitt kann in eine beliebige Anzahl von radialen Grobzonen unterteilt werden, die wiederum in eine beliebige Anzahl von Feinzonen gegliedert sind. Diese Aufteilung in Grob- und Feinzonen hat sich sowohl numerisch als auch vom rechentechnischen Aufwand her sehr gut bewährt. Innerhalb einer Grobzone gelten analytische mechanische Lösungen.

b) Anwendung der Theorie großer Verformungen

Dem Rechenprogramm URANUS liegt eine Anwendung der Theorie großer Verformungen zugrunde.

c) Berechnung der Ribstruktur

Risse sind in allen drei Raumrichtungen zugelassen und werden berechnet.

d) Axiale Kopplung

Mit diesem Modell werden die wechselseitigen Einflüsse einzelner Scheiben auf die Verschiebungen und Reibkräfte aller Scheiben und damit auf die gesamte Axialkraftverteilung berücksichtigt.

e) Konsequente Blockstruktur

Das Rechenprogramm URANUS wurde so aufgebaut, daß Werkstoffgrößen, mechanische und physikalische Modelle in austauschbaren Unterprogrammen formuliert sind. Dabei ist die gegenseitige Abhängigkeit verschiedener Daten berücksichtigt. Brennstabspezifische Programmversionen können deshalb leicht entwickelt werden.

Bevor ich auf einige Hauptaspekte näher eingehe, möchte ich Ihnen einen Überblick über den zeitlichen Ablauf der bisherigen Arbeiten geben (Diagramm 1). Die theoretischen Arbeiten begannen im Juni 1973 mit allgemeinen Überlegungen für eine theoretische Brennstabbeschreibung. Behandelt wurden die Punkte

- a) variables Multizonenkonzept
- b) Theorie großer Verformungen

Im November 1973 wurde eine Theorie zur Behandlung der gerissenen Struktur begonnen:

- a) Plastifizierung
- b) Bruchmechanisches Modell, wobei Risse in allen 3 zugelassen sind und berechnet werden

Dieser Punkt erwies sich als sehr umfangreich und kompliziert. Im Juni 1974 wurden die Arbeiten zum Modell der axialen Kopp- lung aufgenommen. Da die bisher vorhandenen Modelle hierzu nur teilweise befriedigen, bedeuteten diese Arbeiten ebenso wie die Behandlung der gerissenen Struktur eine Neuentwick- lung. Zwei Punkte sollten insbesondere berücksichtigt werden

- a) Auswirkung der axialen Kraft oder Verschiebung in einem einzelnen Schnitt auf Kräfte oder Verschiebungen in allen übrigen Schnitten ("quasi-zweidimensionales Modell")
- b) Möglichkeit des Verlusts von axialem Kontakt einzelner Tabletten

Dieser Punkt konnte im wesentlichen abgeschlossen werden, eine Veröffentlichung hierzu ist eingereicht worden. Einige Ergebnisse hierzu werden im Laufe des Vortrags vorgestellt.

Parallel zu den theoretischen Arbeiten wurden verschiedene Entwurfs- und Codierphasen des URANUS-Programmsystems durchgeführt, auf die ich im einzelnen nicht eingehen kann. Ich möchte Ihre Aufmerksamkeit gleich auf das vierte Kästchen von oben auf der linken Seite lenken. Bis zum Ende des letzten Jahres wurden folgende Arbeiten durchgeführt:

- a) Codierphase: axiale Kopplung  
Testphase : axiale Kopplung  
Entwicklung eines speziellen Testprogramms zur axialen Kopplung.
- b) Studie zum Deformationsmodul in SSYST  
(Gegenüberstellung Theorie 1. Ordnung - Theorie 2. Ordnung also der Theorie großer Verformungen)
- c) erste Rechnungen für den Karbidstab  
(gemeinsam mit Dr. Steinbock)

Die Arbeiten zur axialen Kopplung erzwangen eine Neu-Konstruktion des bisherigen URANUS-Systems. Im wesentlichen ergaben sich diese Neu-Konstruktionen durch die Änderung der Iterationsführung. In der neuesten Fassung des URANUS-Systems wird nun über alle axialen Schnitte iteriert - meines Wissens ist dies der erste integrale Brennstab-Code, der eine axiale Iterationsschleife aufweist. Die Arbeiten der letzten Monate lassen sich durch die Stichworte Programmintegration, System-Maintenance und Definition der Testphase beschreiben. Die Testphase wird - so hoffe ich - in diesem Jahr abgeschlossen werden, so daß ab 1976 eine bedingte Freigabe des URANUS-Systems angestrebt wird. Bedingt heißt hier, daß die Betreuung des Systems noch in Darmstadt erfolgen muß.

Im folgenden werde ich kurz auf 3 Punkte eingehen

- a) Programmstruktur
- b) Behandlung der gerissenen Struktur
- c) axiale Kopplung

Das Diagramm 2 zeigt die Programmstruktur. Nach der Definition von

Anfangsdaten werden die Belastungen berechnet. Anschließend folgt die axiale Schleife, in der für jeden Schnitt Temperatur, Geometrie, Nachverdichtung, Schnittmechanik, Plastizität sowie Bruchmechanik berechnet bzw. behandelt wird. Sind alle Schnitte durchgerechnet, dann erfolgt die axiale Kopplung. Wurde Konvergenz erreicht, dann wird die Zeit erhöht, bei Nichterreichen von Konvergenz wird zum Punkt B zurückgesprungen und die gesamte Berechnung für alle Schnitte wiederholt. Insgesamt weist das URANUS-System z.Zt. ca. 70 Unterprogramme auf.

Zur Rechentechnik selbst möchte ich zwei Bemerkungen machen. Auf Grund der entstehenden Datenmenge ist es schwierig, alle Daten im Kernspeicher zu halten. Im URANUS-System befinden sich deshalb im wesentlichen nur die Daten eines einzelnen Schnitts im Kernspeicher. Vor Aufruf des Steuerprogramms innerhalb der axialen Schleife, d. h. vor der Berechnung eines Schnitts 1 werden von der Platte alle dazu notwendigen Daten in den Kernspeicher übertragen. Nach der Berechnung dieses Schnitts werden die neuen Werte wieder auf die Platte abgelegt. Für den Datentransfer konnte eine maschinenspezifische Technik entwickelt werden, die praktisch genau so schnell arbeitet wie eine Abspeicherung im Kernspeicher. Dadurch ist es möglich, daß das URANUS-System auch auf kleinen Maschinen eingesetzt werden kann.

Die zweite rechentechnische Bewertung zielt auf die eigentliche Programmiertechnik der verschiedenen Unterprogramme. Derzeit wird eine Optimierung der angewendeten Methoden selbst durchgeführt. Z.B. wird getestet, mit welcher Genauigkeit Iterationsziele für eine sinnvolle Anwendung des Programms notwendig sind. Die bisherigen Ergebnisse zeigen, daß durch diese globalen Optimierungen sehr viel Rechenzeit eingespart werden kann. Lokale Programmoptimierungen sind erst zum Teil vorhanden. Derzeit lege ich mehr Gewicht auf die Klarheit einzelner Statements als auf deren programmtechnische Optimierung.



Damit möchte ich den Punkt "Programmstruktur" abschließen und zum zweiten Punkt, der Behandlung des gerissenen Brennstoffs und der gerissenen Hülle übergehen.

Ich habe vorher dargestellt, daß sich das URANUS-System in einer Testphase mit eigenen Datenfällen befindet. Diese Datenfälle sind reine Modelldatenfälle, die vor allem das sinnvolle Zusammenspiel aller Komponenten nachweisen sollen. Insbesondere wurden sie so gewählt, daß mögliche Schwachstellen in der mechanischen Behandlung oder der numerischen Genauigkeit auffindbar sind. Die Datenfälle stellen also nur in gewissem Umfang realistische Fälle dar. In diesem Sinn bitte ich Sie, die folgenden Ergebnisse zur gerissenen Struktur zu sehen.

Im Diagramm 3 ist die tangentielle Spannung über dem Radius aufgetragen. Unmittelbar zu erkennen ist der Anstieg der Spannung an der Rißspitze. Im Diagramm 4 ist exemplarisch das Entstehen von Axial- und Radialrissen beim Anfahren zu sehen. Umfangsrisse entstehen nicht, diese treten jedoch beim Abfahren auf.

In umfangreichen Untersuchungen wurde das Ausheilen von Rissen sowie - ganz generell - die Änderung der Rißstruktur unter zyklischer Belastung bei Berücksichtigung von Kriechen, Schwellen sowie Nachsintern untersucht. Dabei konnte die volle rechen-technische Funktionsfähigkeit und Anwendbarkeit der Modelle zur Plastizität und zur Bruchmechanik nachgewiesen werden. In Kürze sollen die Ergebnisse hierzu unter Verwendung realistischer Daten zusammengestellt werden. Ein wichtiges Ergebnis möchte ich noch nennen:

Die radiale Verschiebung des Tablettenrandes infolge von Rissen ist in der gleichen Größenordnung wie die Verschiebung infolge Wärmedehnungen. Für Spaltberechnungen bzw. ganz allgemein Tempe-

raturberechnungen ist deshalb dieser Verformungseffekt stets zu berücksichtigen. In Dehnungen ausgedrückt stellen die Reißdehnungen somit einen der größten Dehnungsterme dar. Das URANUS-System bietet somit gute Möglichkeiten, Relocation-Effekte quantitativ zu berechnen.

Als letzten Punkt meines Vortrags möchte ich die axiale Kopplung behandeln.

Als Einführung in die Problematik soll das Diagramm 5 dienen. Dargestellt ist die Geometrie des Brennstabs. Bedingt durch die Fahrweise des Reaktors oder durch die Versuchsdurchführung in einem Brennstabexperiment kann in einem Schnitt sowohl radialer Kontakt zwischen Hülle und Brennstoff als auch axialer Kontakt benachbarter Brennstoffscheiben vorhanden sein. Es sind jedoch auch andere Kombinationen denkbar, die in der Rechnung berücksichtigt bzw. ausgerechnet werden müssen. Die Abb. 5 zeigt einige Möglichkeiten:

z.B. Schnitt 2: kein radialer Kontakt, jedoch  
axialer Kontakt

Schnitt 1-1: radialer Kontakt, jedoch  
kein axialer Kontakt

Die Theorie kann im Rahmen dieses Vortrags nicht behandelt werden. Um Ihnen dennoch eine Vorstellung zu geben, wie dieses Problem behandelt wird, möchte ich folgendes Gedankenexperiment durchführen: Der in der Abb. 5 dargestellte Stab erfahre eine Leistungserhöhung. Bedingt durch höhere Temperaturen im Brennstoff möchte sich der Brennstoff stärker als die Hülle ausdehnen. Durch den radialen Kontakt in den Schnitten 1, 1 + 1 und 1 + 2 wird diese Relativverschiebung jedoch behindert. Im Fall großer Haftkräfte sogar vollständig verhindert. Durch diese Behinderung entstehen Reibkräfte, die berechnet werden. Die vorliegende Konfiguration ist ein statisch mehrfach unbestimmtes System, das durch keine Iteration innerhalb einer einzigen Scheibe gelöst werden kann. Die im URANUS-System durchgeführte

theoretische Behandlung führt wegen der mehrfach statischen Unbestimmtheit auf ein lineares Gleichungssystem. Damit wird die Rückwirkung einer Kraft bzw. Verschiebung in einem einzelnen Schnitt auf Kräfte bzw. Verschiebungen in allen übrigen Schnitten berücksichtigt. Das Ergebnis muß in zweifacher Hinsicht geprüft werden:

- a) die lokale Reibkraft darf die maximal mögliche Haftkraft nicht überschreiten
- b) in der Tablettensäule darf keine axiale Zugkraft auftreten.

Beide Punkte sind im Modell zur axialen Kopplung enthalten. Die numerische Durchführung erfolgt im Unterprogrammsystem AXREIB.

Der wichtige kritische Vergleich zwischen der vorliegenden quasi-zweidimensionalen Behandlung und einer theoretisch besser begründeten zweidimensionalen Behandlung wurde mit Hilfe des Rechenprogramms FINEL von Fabian vorgenommen. Testfälle und Ergebnisse werden im folgenden dargestellt. Das Diagramm 6 zeigt 4 Verteilungen von Reibkräften, die auf einen zylindrischen Stab wirken. Dadurch werden Dehnungen hervorgerufen, die mit dem Programm FINEL berechnet wurden. Es wurde nun gefragt, welche Reibkräfte nach dem Modell zur quasi-zweidimensionalen Kopplung zu den gleichen Dehnungen führen. Im Idealfall sollten die Verteilungen nach FINEL mit den vorgegebenen Verteilungen der Reib- bzw. Axialkräfte nach AXREIB übereinstimmen. Der Vergleich ist in den Diagrammen 7 und 8 dargestellt. Dabei ist zu berücksichtigen, daß im Rechenprogramm FINEL die Reibkräfte Einzelkräfte sind, während sie nach dem vorliegenden Modell als Kräfte pro Länge eingeführt wurden. Das Diagramm 7 zeigt, daß die Übereinstimmung in der Berechnung der Axialkraft  $P(Z)$  außerordentlich gut ist, während die lokalen Reibkräfte an den Einleitstellen der Kräfte zu Einschwingvorgängen neigen (Diagr.8). Hier zeigen sich die Grenzen der Annahme, daß Reibkräfte als Normalkräfte behandelt werden können und keine Verwölbungen zugelassen werden. In einer Brenn-

stabanalyse spielt jedoch praktisch nur die Axialkraft  $P(Z)$  eine Rolle. Die lokale Reibkraft geht als Einzelgröße in die Analyse nur zum Vergleich mit der Hafttreibkraft ein, die wegen der Ungenauigkeit der Reibkoeffizienten selbst höchst unsicher ist.

Eine weitere Untersuchung beschäftigte sich mit der Notwendigkeit, axiale Reibkräfte in einem integralen Brennstabcode zu berücksichtigen (Diagramm 9). Als Fazit dieser Betrachtungen ergibt sich, daß in der Bilanz des axialen Gleichgewichts eines integralen Brennstabcodes die durch Reibung hervorgerufenen Axialkräfte stets berücksichtigt werden müssen.

Zum Abschluß dieses Punktes ein weiteres Bild (Diagramm 10). Angenommen wurde, daß über die gesamte Brennstabsäule radialer Kontakt zwischen Hülle und Brennstoff vorhanden ist. In der 1. Phase wurde der Stab auf 500 W/cm angefahren, z. Teil (im Bild nicht dargestellt) tritt Reiben auf, die Tablettensäule bleibt jedoch in axialem Kontakt. In der 2. Phase wurde die Stabileistung auf 300 W/cm reduziert. Es zeigt sich, daß im oberen Stabende Tabletten den axialen Kontakt verlieren. Eine erneute Leistungserhöhung schließt diese Lücken wieder (Phase 3). Reduziert man die Leistung auf 100 W/cm (Phase 4), dann geht der axiale Tablettenkontakt im gesamten oberen Stabdrittel verloren. Es leuchtet unmittelbar ein, daß diese Effekte die Stabmechanik beeinflussen.

Die Rechenzeiten einer Reibkraftberechnung nach dem vorliegenden Modell einer quasi-zweidimensionalen axialen Kopplung liegen trotz dieser sehr detaillierten Berechnungen - umgerechnet auf eine Großrechenanlage - im Bereich von Bruchteilen einer Sekunde.

Zum Abschluß dieses Vortrags möchte ich eine kurze Bemerkung zu den Rechenzeiten des URANUS-Systems machen. Wie vorhin schon erwähnt, befindet sich das System in einer Testphase, in der die gesamte numerische Behandlung überprüft wird und in der

die Iterationsziele für die Konvergenz festgelegt werden. Die bisherigen Ergebnisse lassen den Schluß zu, daß das URANUS-System durch die Grundtendenz, wo immer es möglich ist, analytische Lösungen zu verwenden, sehr schnell arbeitet und somit ein nützliches Werkzeug sowohl für Auslegungs- als auch Auswertungsrechnungen von Brennstäben darstellt.

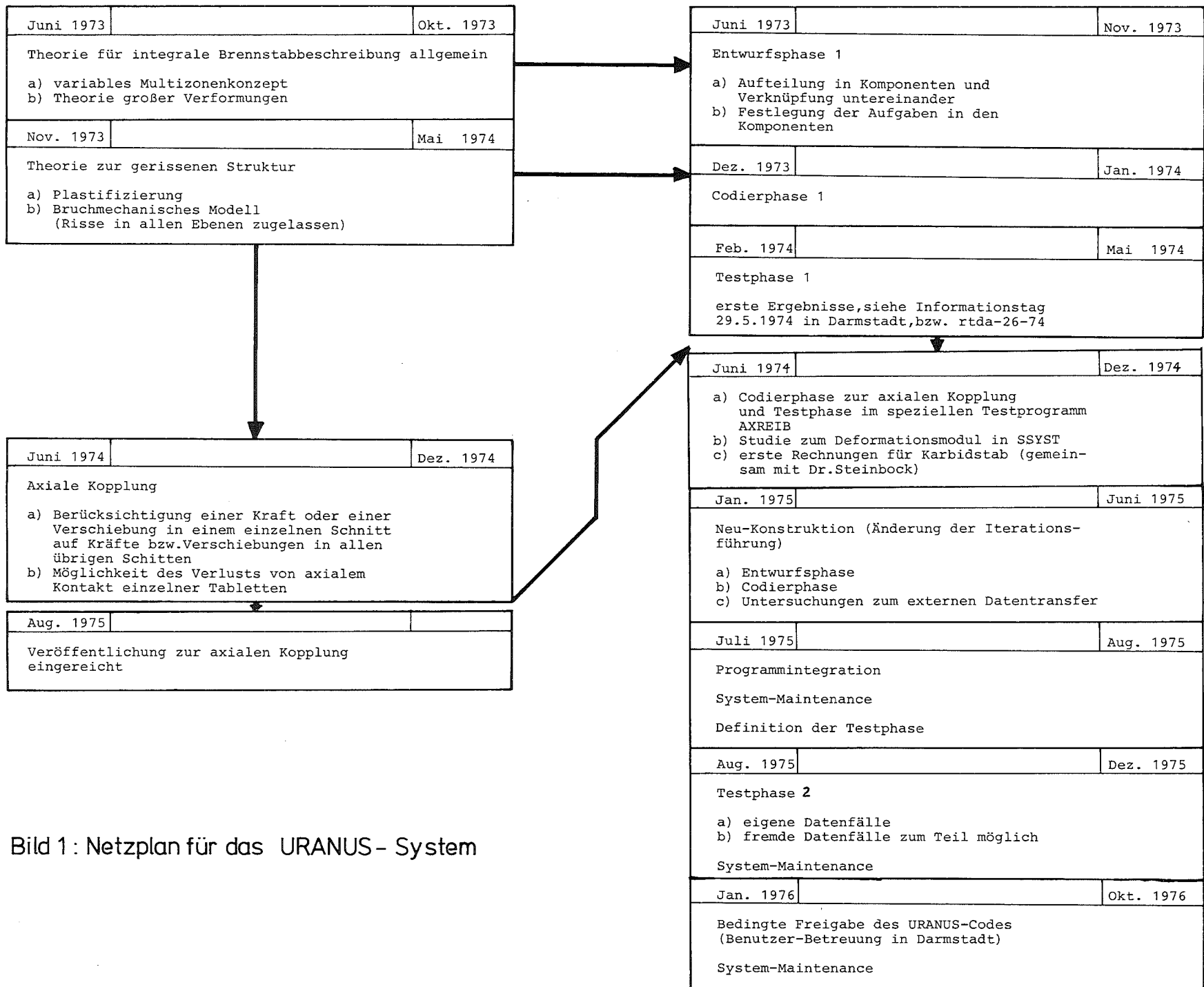
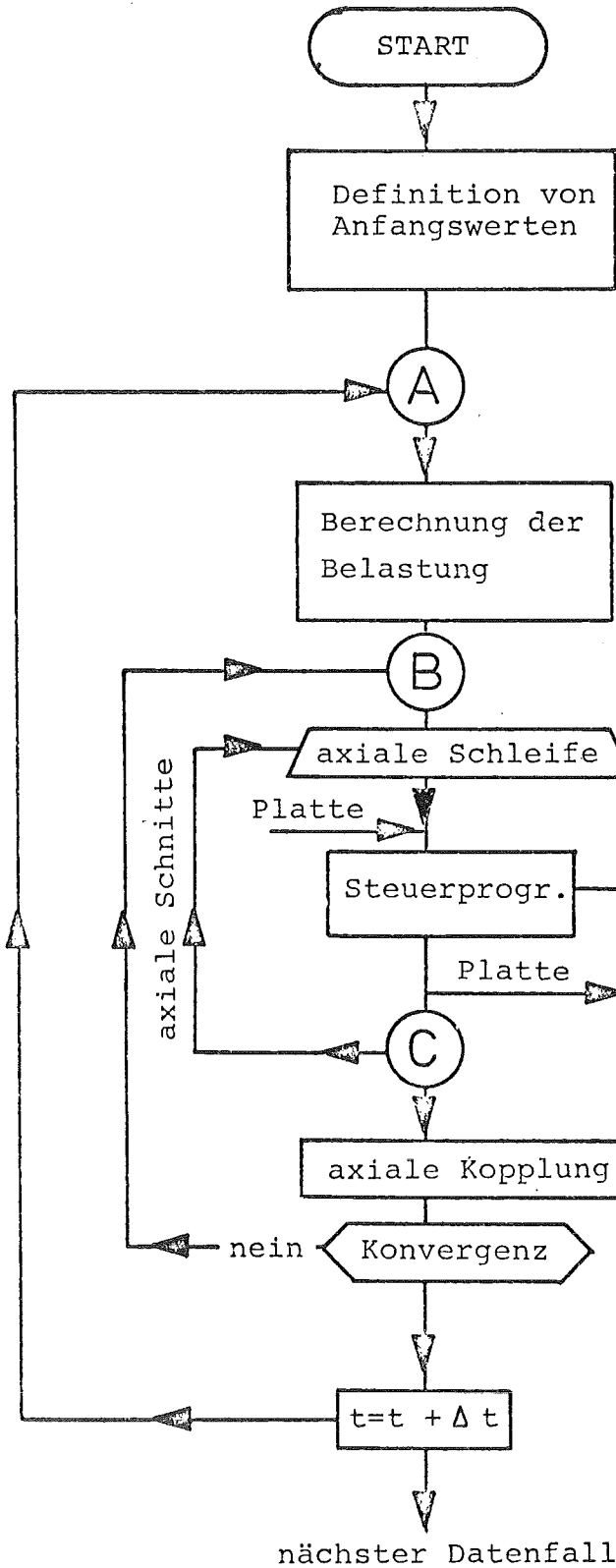


Bild 1 : Netzplan für das URANUS - System



Berechnung folgender örtlicher Größen je Schnitt (Hü + B):

- Gewicht
- Leistungsdichte
- Abbrand
- O/M-Verhältnis
- Pu-Umverteilung
- Temperatur
- Nachverdichtung
- Kriechen
- Schwellen
- Innen-Außenkorrosion
- Schnittmechanik
- Plastifizierung
- Bruchmechanik
- Rißausheilung
- Spaltgasfreisetzung
- Geometrie

insgesamt z.Zt.  
ca. 80 UP

Bild:2

Programmstruktur des URANUS-Systems

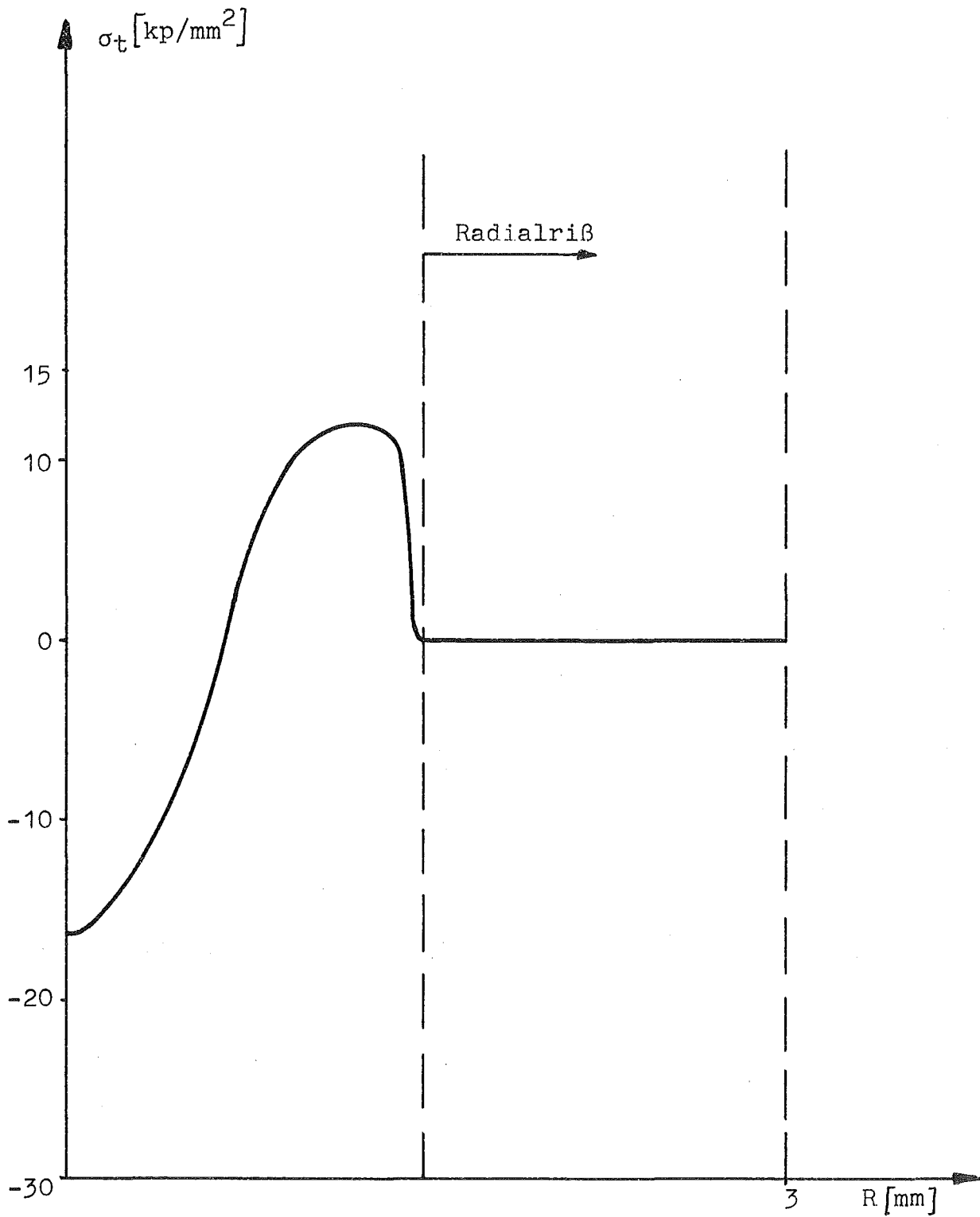


Bild:3

Tangentialspannung  $\sigma_t$  in Abhängigkeit vom Radius  $R$  bei einem Radialriß



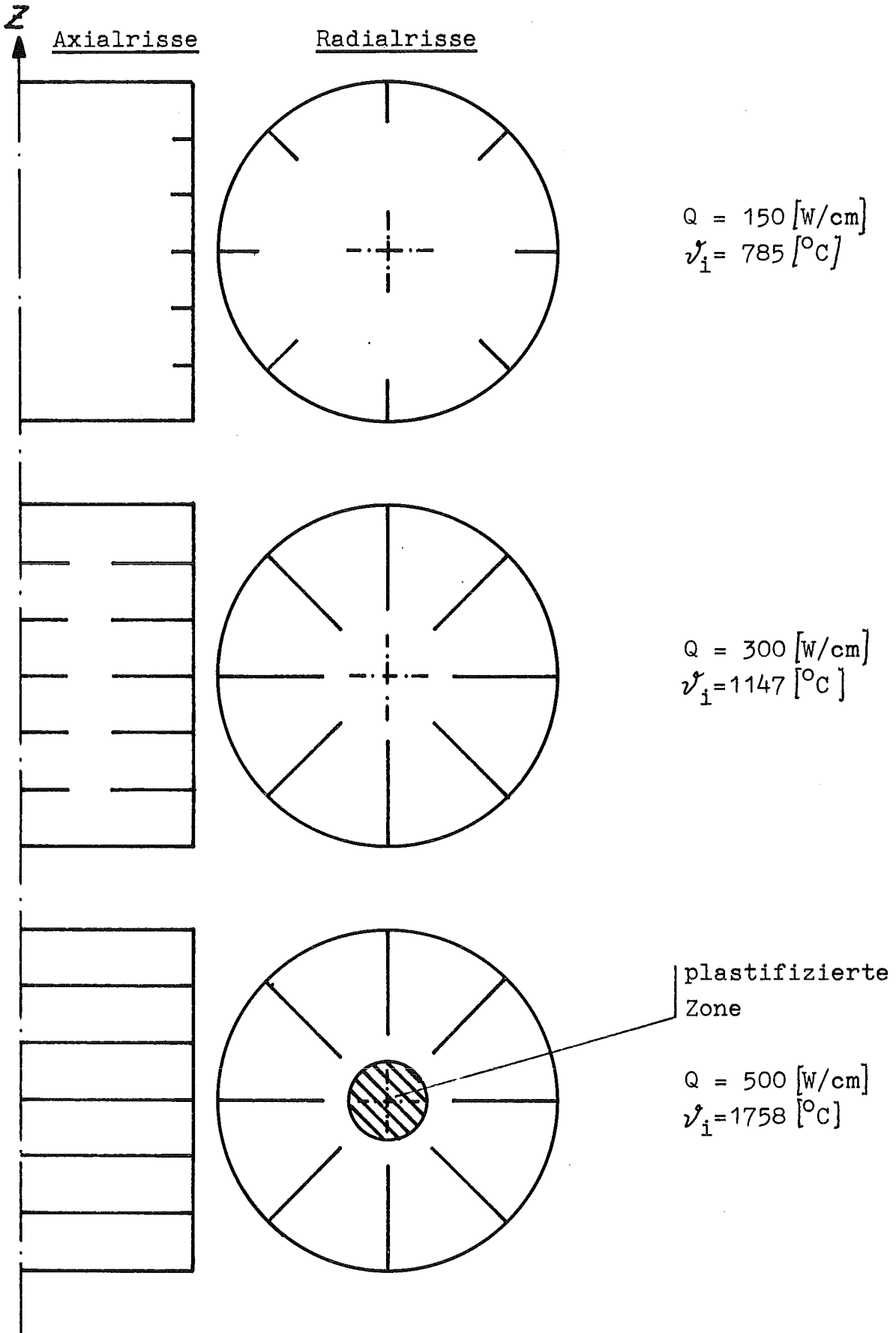


Bild:4

Rißentstehung beim Anfahren

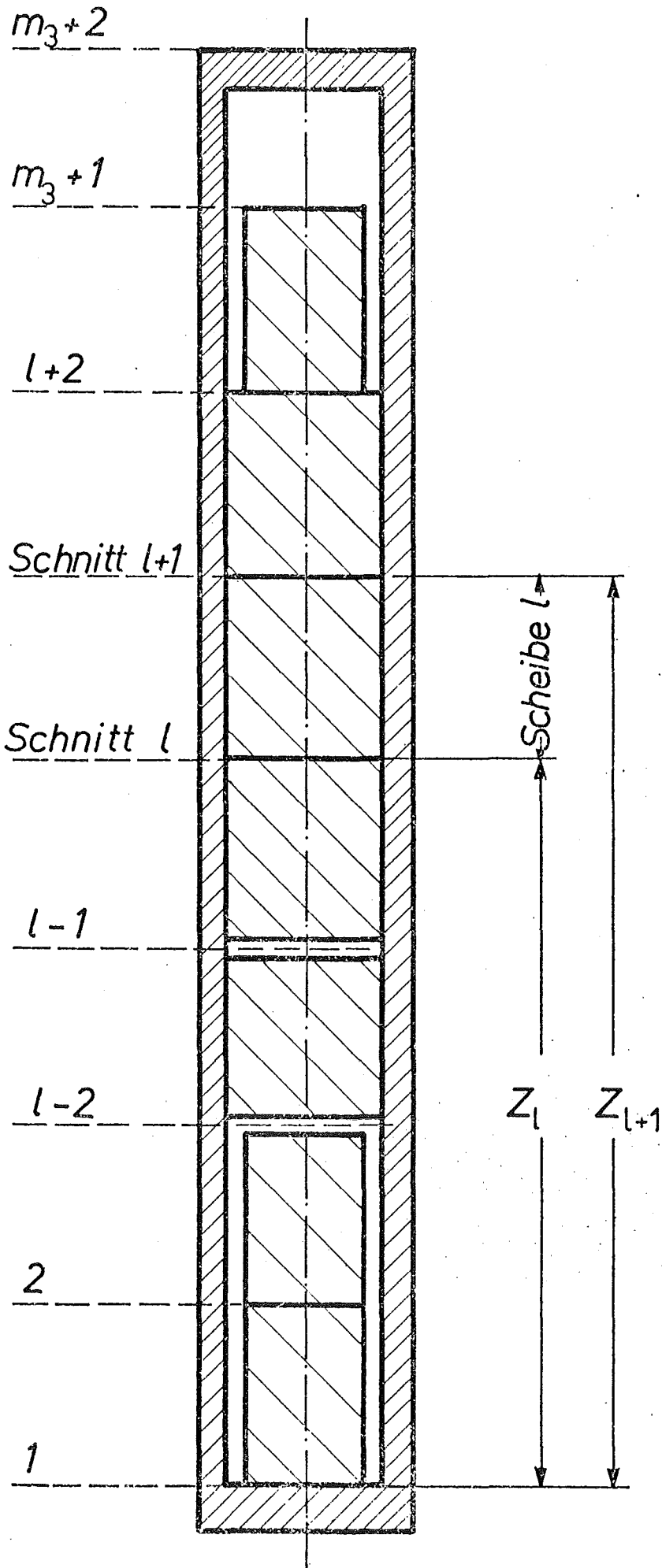


Bild 5 : Geometrie des Brennstabs

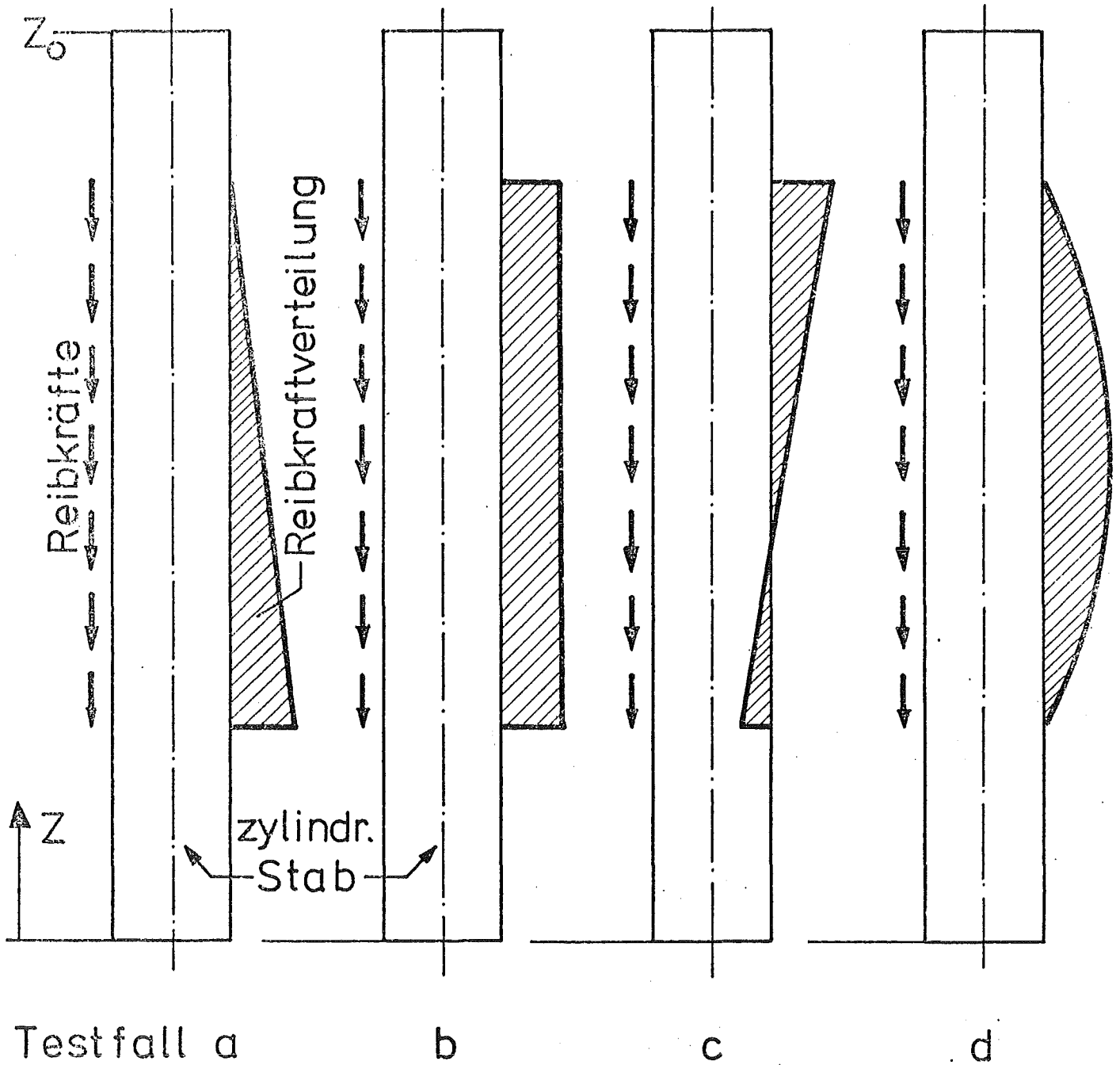


Bild 6 : Verteilungen der Reibkräfte für den Vergleich zwischen einer zweidimensionalen Finitelement-Methode (FINEL, [ 1 ]) und dem im URANUS-System enthaltenen quasi-zweidimensionalen Modell ( AXREIB )

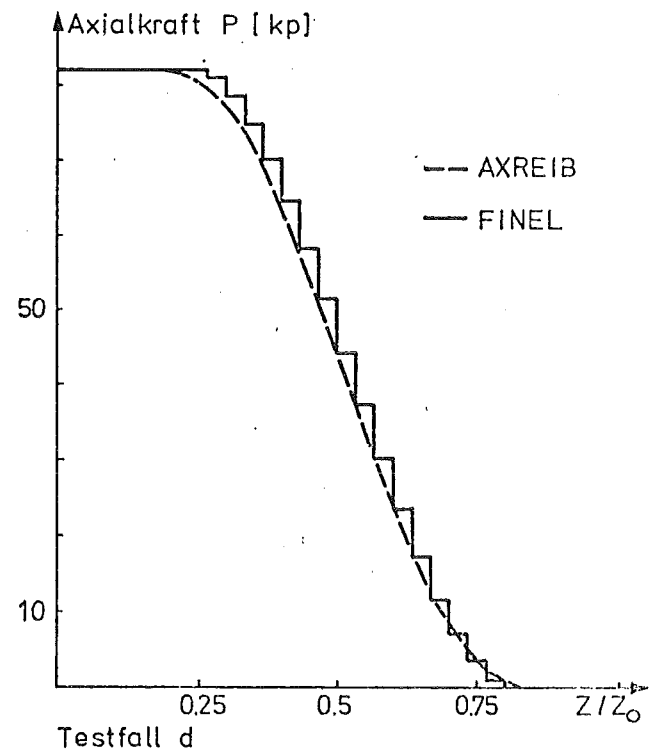
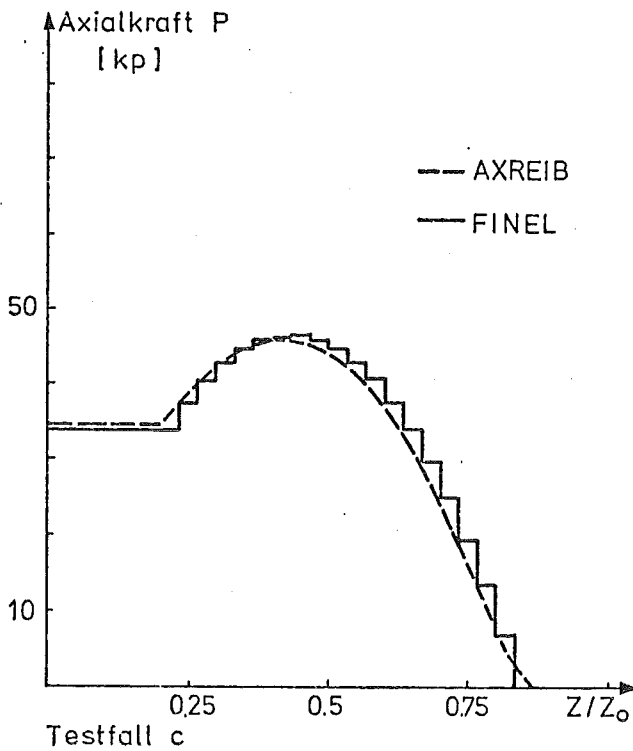
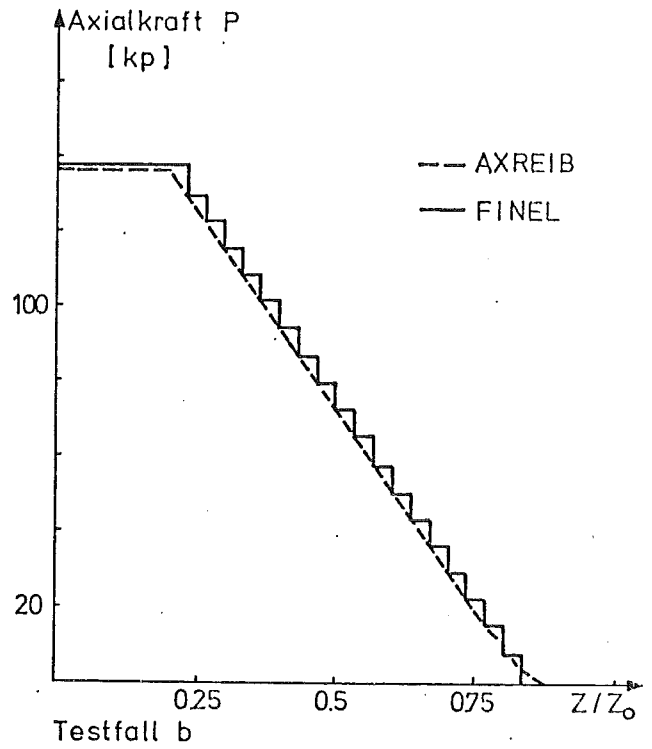
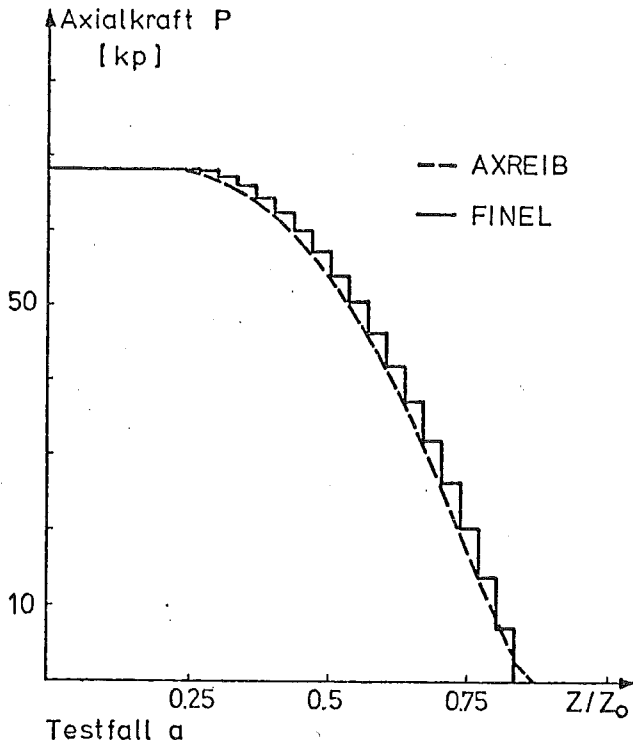
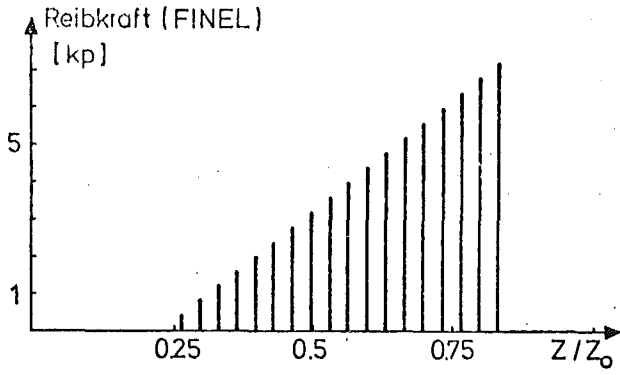
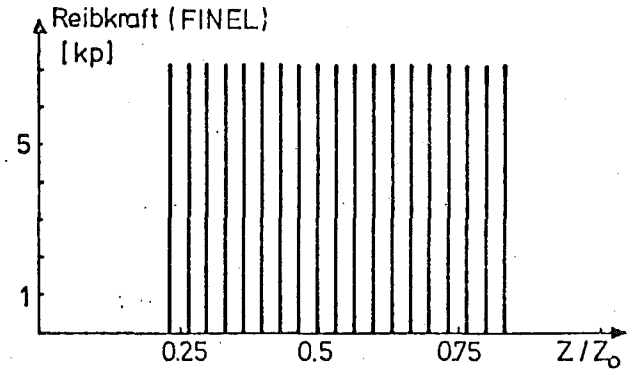


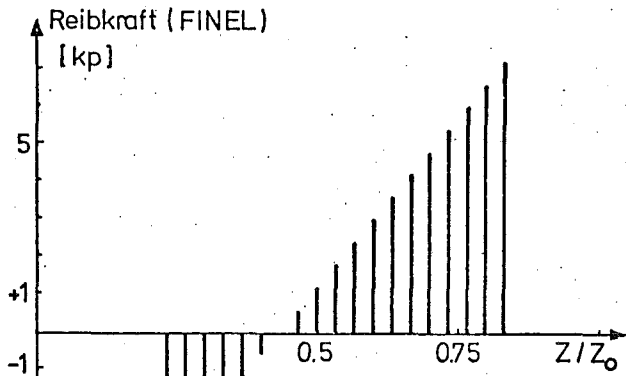
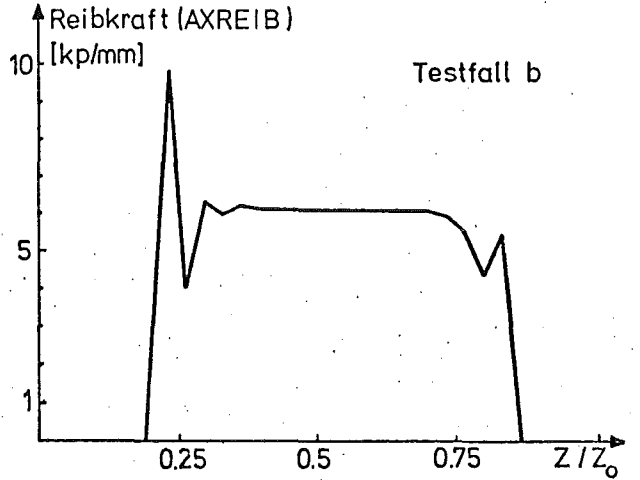
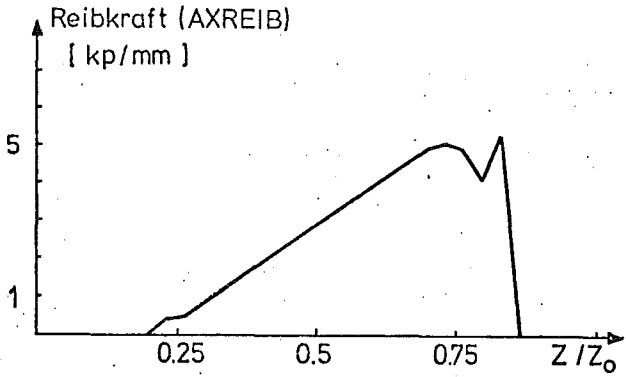
Bild 7 : Vergleich zwischen der vorgegebenen Axialkraft P nach FINEL [1] und der berechneten Axialkraft P nach dem im URANUS-System enthaltenen Modell (AXREIB) für die Testfälle a-d



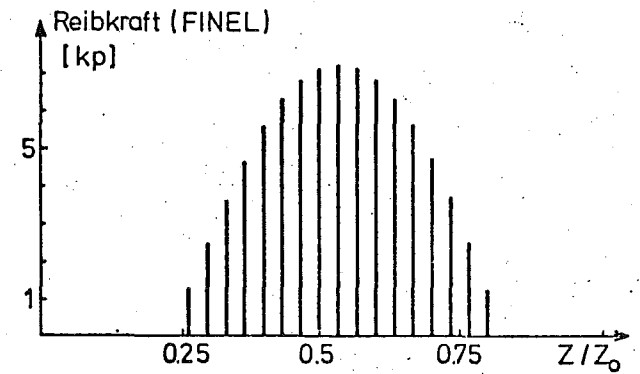
Testfall a



Testfall b



Testfall c



Testfall d

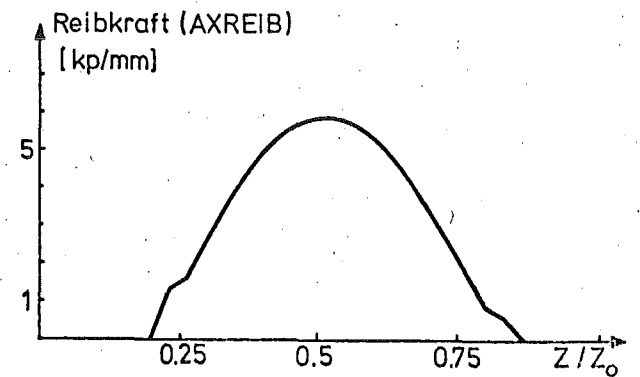
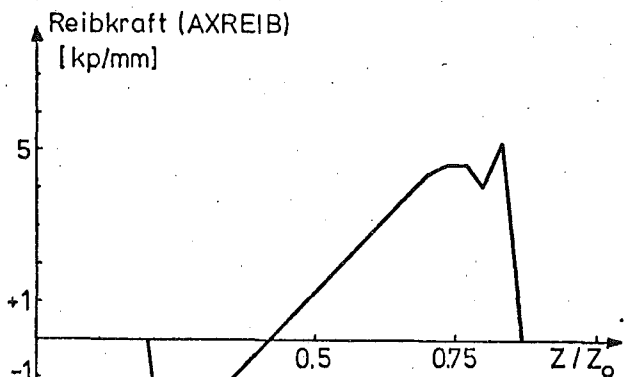


Bild 8 : Vergleich zwischen den vorgegebenen Reibkräften  $F$  [kp] nach FINEL [1] und den errechneten Reibkräften  $F$  [kp/mm] nach dem im URANUS-System enthaltenen Modell (AXREIB) für die Testfälle a-d

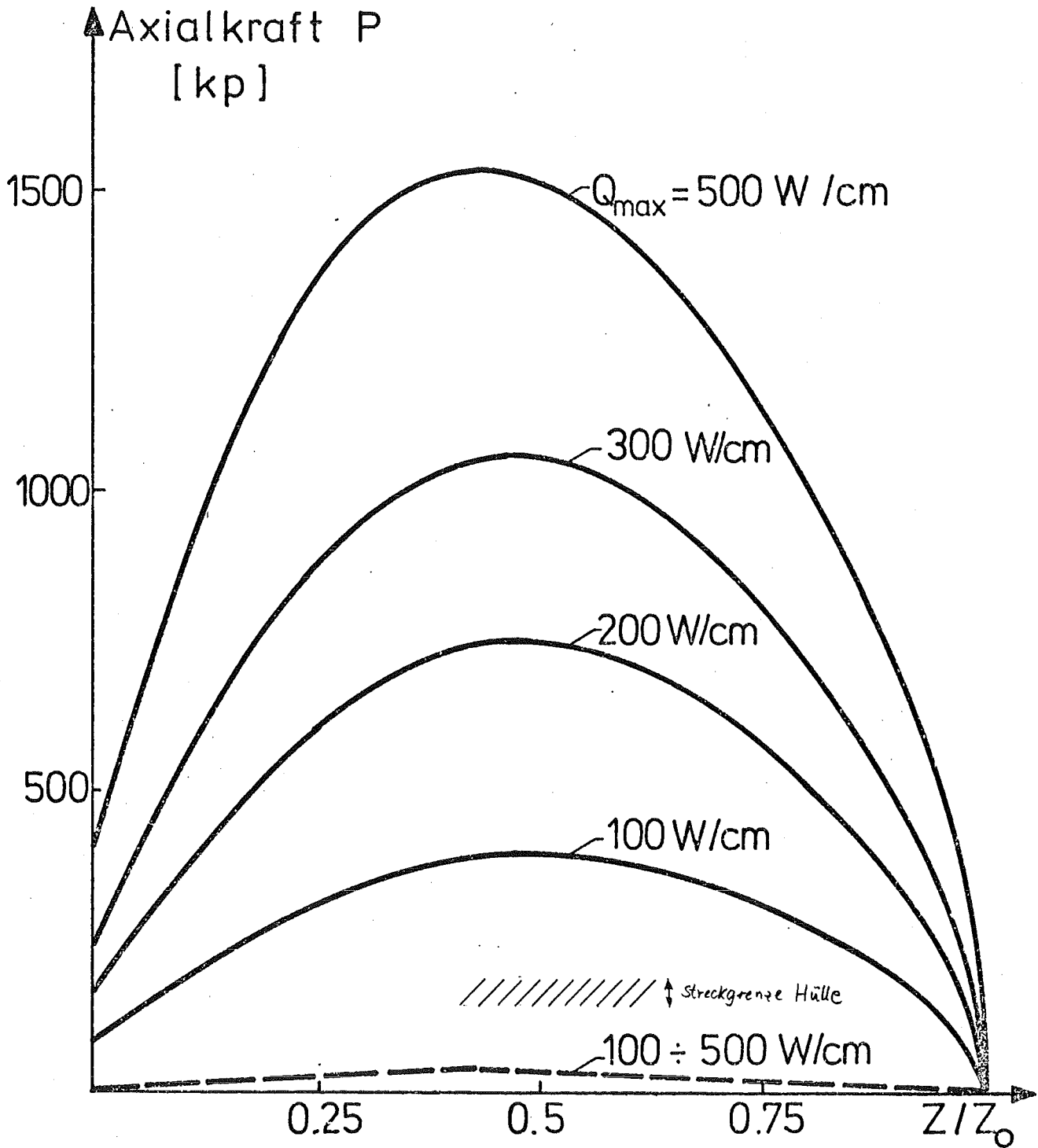


Bild 9 : Axialkraft  $P$  in Abhängigkeit von der Brennstabhöhe

(Geometrien und Belastungen entsprechen den Bedingungen eines natriumgekühlten schnellen Brutreaktors)

———— Haften

//////// Bereich der Streckgrenze bei 700°C

- - - - - Gleiten

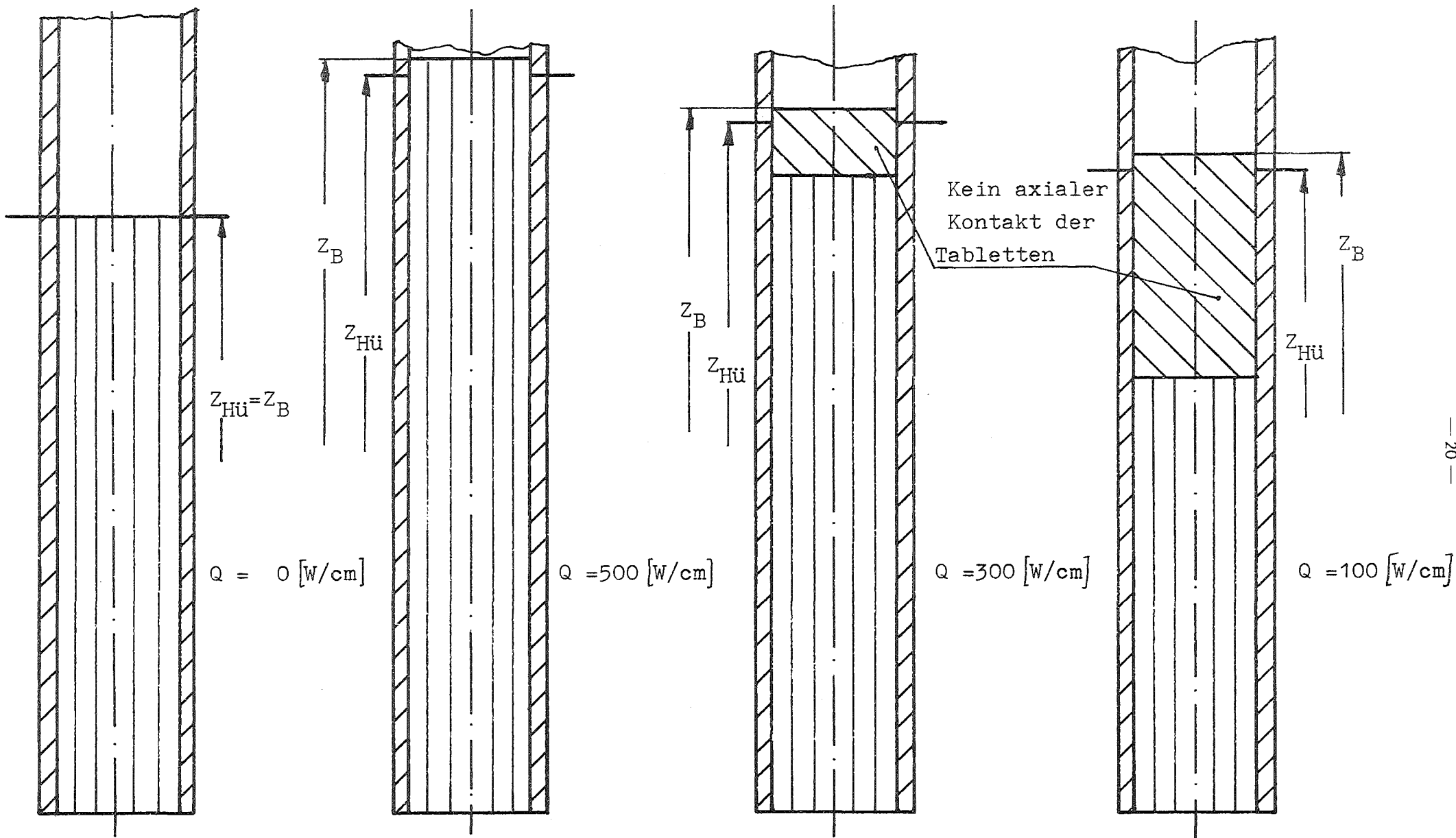


Bild:10

Geometrie der Tablettensäule bei zyklischer Belastung

2. Mehrdimensionale Brennstabberechnung nach der

Finitelementmethode

H. Fabian



## 2.1. Einleitung

Alle Anstrengungen zum Verständnis des Verhaltens von Brennstäben eines Kernreaktors haben zum Ziel, unter allen Reaktorbedingungen die Integrität der Hülle sicherzustellen. Die hohen Anforderungen an einen Brennstab, besonders an den eines schnellen Brutreaktors, haben schon vor Jahren dazu geführt, daß Rechenmodelle zur quantitativen Prognose des Brennstabverhaltens entwickelt werden mußten. Primär waren die Fragen nach Temperaturverteilung und Spaltgasinnendruck zu beantworten. Im fortgeschrittenen Stadium wurde deutlich, daß das mechanische Verhalten der Hülle nur dann ausreichend analysiert werden kann, wenn zusätzlich eine ganze Reihe verschiedenartiger Einflußgrößen quantitativ beschrieben werden kann. Die zur Brennstabauslegung zu berücksichtigenden Effekte sind sehr zahlreich, äußerst vielfältig und zudem sehr komplex. Mit einem einzigen großen Computercode würde man den einzelnen Effekten im Detail aus den verschiedenen Gründen nicht nachgehen können. Ein Brennstabcode muß sich deshalb auf eine kurze zusammengedrückte Analyse der herausragendsten Prozesse, die bekanntermaßen im Stab auftreten, beschränken.

Es gibt eine ganze Auswahl von Brennstabcodes, die jeweils ihre Schwerpunkte unterschiedlich gesetzt haben, z. T. durch den speziellen Brennstabtyp bestimmt. Die Aufmerksamkeit für einzelne durchaus wichtige Details bleibt speziellen Codes vorbehalten. Alle großen mechanischen Brennstabauslegungscodes verwenden als modelltheoretische Grundlage den ebenen Schnitt durch den rotationssymmetrischen Brennstab. Ein solches Modell erlaubt lediglich die Variation der Auslegungsparameter in radialer Koordinate.

Zur quantitativen Beschreibung einzelner Effekte ist es unumgänglich, eine mehrdimensionale Analyse durchzuführen. Hierzu benötigt man spezielle Rechenprogramme. Im Fachgebiet Reaktortechnik der Technischen Hochschule Darmstadt widmen

wir u.a. unsere Aufmerksamkeit seit einiger Zeit dieser mehrdimensionalen Brennstabrechnung. Gegenüber einer eindimensionalen Strukturberechnung bedarf es bei einer mehrdimensionalen Analyse eines wesentlich höheren rechentechnischen Aufwandes. Um diesen Aufwand in verträglichen Grenzen zu halten, werden die Berechnungen soweit wie möglich mit Hilfe von zweidimensionalen und nur für spezielle Fälle mit dreidimensionalen Computerprogrammen durchgeführt. Hierdurch ergaben sich drei getrennte Brennstabprogramme:

FINEL        betrachtet den rotationssymmetrischen Brennstab endlicher Länge unter beliebiger Belastung. Auslegungsfragen in radialer und axialer Koordinate (bedingt sogar in azimuthaler) können diskutiert werden.

ZIDRIG       betrachtet das Hüllrohr im ebenen Schnitt. Das Modell erlaubt Freiheitsgrade in radialer und azimuthaler Koordinate.

PRESTO       ist ein dreidimensionales Programm.

Alle diese Programme basieren auf einer rein numerischen Rechenmethode, der Finitelementmethode.

## 2.2. Finitelementmethode

Ausführlich kann nicht auf die Finitelementmethode (FEM) eingegangen werden. Es sollen nur einige Worte zum besseren Verständnis der anschließenden Betrachtungen gesagt werden.

Die FEM geht davon aus, daß eine Struktur oder ein Kontinuum in eine endlich große Anzahl finiter Elemente ausgeteilt wird, wie in Bild 1 gezeigt. Im einfachsten Fall sind das dreieckförmige Elemente. Darüber hinaus gibt es natürlich noch eine ganze Reihe anderer finiter Elemente zur Beschreibung einer Struktur, die zum Teil auch problemorientiert sind. Als Beispiel dazu sollen die Ringelemente zur Unterteilung rota-

tionssymmetrischer Strukturen genannt werden. Die Elemente sind untereinander über Knotenpunkte gekoppelt. An diesen müssen die Verschiebungsgrößen benachbarter Elemente in allen zur Verfügung stehenden Freiheitsgraden übereinstimmen. Die auf eine Struktur einwirkenden Kräfte werden über die Knotenpunkte eingeleitet. Es ist damit die Möglichkeit gegeben, auf jede beliebige Strukturbelastung - von einer gleichförmig verteilten Last bis zur extremen Einzellast - einzugehen. Die Grundgleichung der Methode läßt sich in der folgenden Form darstellen:

$$\{F_a\} = [K]\{U\} + \{F_{ts}\} + \{F_v\}$$

Die Gesamtsteifigkeitsmatrix  $[K]$  ergibt sich aus der Summation aller Elementsteifigkeitsmatrizen unter Beachtung der Elementkoinzidenz. Diese enthält im wesentlichen Geometrie-, Material- und Temperaturdaten.

Die Kraftvektoren  $\{F\}$  sind entweder durch die äußere Belastung  $\{F_a\}$  vorgegeben, im Falle einer Temperatur-Belastung mit Struktur- und Materialdaten zu errechnen, oder ähnlich wie die Temperaturkräfte für zeitabhängige Strukturkräfte wie z.B. Kriechen und Schwellen aus der Vordehnung zu ermitteln  $\{F_v\}$ .

Der Verschiebungsvektor  $\{U\}$  ist im allgemeinen die eigentliche Unbekannte im Gleichungssystem. Sie gilt es für die Gesamtstruktur über einen entsprechenden Algorithmus zu ermitteln. Anschließend erfolgt in einer Art Rückrechnung die Bestimmung der Dehnungen und Spannungen in der Struktur.

### 2.3 Der rotationssymmetrische Brennstab endlicher Länge (Programm FINEL)

Wie einleitend gesagt wurde, versucht man aus rechentechnischen Gründen die mehrdimensionale Betrachtung eines Brennstabes in einfache damit zweidimensionale Berechnungsebenen aufzugliedern. Denkt man sich einen axialen Schnitt durch den rotationssymmetrischen Brennstab, bleiben axiale und radiale Koordinate zur Variation der Auslegungsparameter frei. Das Rechenprogramm, in dem dieses Brennstabmodell verwirklicht wurde, heißt FINEL. Man kann mit diesem Programm das Hüllrohr selbst, den Brennstoff alleine und Hüllrohr mit Brennstoff in Wechselwirkung berechnen.

#### 2.3.1 Berechnung des rotationssymmetrischen Hüllrohres

Das Hüllrohr wird, wie Bild 2 in einer Skizze zeigt, in finite Elemente aufgeteilt, die ringförmig sind und dreieck- oder rechteckförmigen Querschnitt haben. Jeder Knotenpunkt des Elements und damit auch die Gesamtstruktur hat Freiheitsgrade in radialer und axialer Koordinate. Die Anzahl der finiten Elemente hängt sowohl in radialer als auch in axialer Koordinate von dem zu behandelnden Problem und der geforderten Genauigkeit ab. Eine Konvergenzbetrachtung hat gezeigt, daß bereits sechs dreieckförmige Elemente in radialer Koordinate das Hüllrohr mit ausreichender Genauigkeit beschreibt. Die Elemente können aber auch innerhalb der gleichen Struktur in ihrer Größe variiert werden, so daß an Stellen großer Spannungsgradienten eine detailliertere Berechnung möglich ist.

Das Computerprogramm FINEL kann in der derzeitigen Version neben den elastischen und thermischen Dehnungen auch die Kriechdehnung berücksichtigen. Mit der Beschreibung von Kriechvorgängen ist auch die eine allgemeine Betrachtung von zeitabhängigen Problemen in dem Programm vorgesehen.

Ein solches Modell erlaubt unter Beachtung der Rotations-symmetrie die Berechnung beliebiger Geometrie- und Belastungsformen eines Hüllrohres.

An den folgenden Diagrammen sollen einige Rechenergebnisse beispielhaft für die Einsatzmöglichkeit des Programmes dargestellt werden.

Die Verteilung der Spannungen über die Wandstärke in radialer Koordinate unter Berücksichtigung des Materialkriechens, vergleiche Bild 3, zeigt die für eine Kriechrechnung typische Spannungsumlagerung. Die thermoelastischen Spannungen zur Zeit  $T=0$  [h] zeigen unter einer relativ hohen Belastung starke Gradienten über die Hüllrohrwand. Durch den Kriechprozeß lagern sich diese Spannungen fast vollständig um. Nach etwa  $T=700$  [h] ist der Umlagerungsprozeß praktisch abgeschlossen. Die Spannungsspitzen sind abgebaut worden, bleiben aber insgesamt infolge des großen Außendruckes auf einem hohen Niveau. Diese Spannungsverteilung gilt für den randeinflußfreien Rohrbereich.

Am Hüllrohrende, oben und unten, sind die Endstopfen verschweißt. Die belastungsbedingte Verformung des Hüllrohres wird durch die Verschweißung mit dem relativ steifen Endstopfen stark behindert, wodurch Rückwirkungen auf die Verformungen und Spannungen in diesem Teil des Hüllrohres zu erwarten sind. Für den unteren Endstopfen des SNR ist dies in Bild 4 dargestellt. Die Rechnung wurde rein thermoelastisch durchgeführt. Die Geometrie ist im rechten Teil des Bildes sowohl für den Ausgangszustand als auch für die verformte Struktur, hier in stark vergrößertem Maßstab, gezeigt. Die axialen Spannungsverläufe sind für die Innenwand des Hüllrohres in linken Bildteil dargestellt. Es zeigt sich eine Spannungsspitze unmittelbar an der Innenkante des Rohres, die sich infolge der Verformungsbehinderung besonders in der Axialspannung niederschlägt. Mit steigender axialer Koordinate

zeigt sich ein typischer Einschwingungsvorgang, der nach einer Länge, die etwa dem Rohrdurchmesser entspricht, abgeschlossen ist. Während unmittelbar an der Schweißnaht die Vergleichsspannung durch die Axialspannung geprägt wird, ist für den weiter oberhalb liegenden Bereich die Tangentialspannung die bestimmende Einzelspannung. Zur Kriechbetrachtung wurde ein weniger aufwendiges Modell, und zwar ein am unteren Rand fest eingespanntes Hüllrohr verwendet. Die Vergleichsspannung am Außenrand des Rohres in Abhängigkeit von der axialen Koordinate zeigt in einer rein thermoelastischen Rechnung ein deutliches Überschwingen der Spannung, im Bild 5 für die Zeit  $t=0$  zu sehen. Das Maximum liegt um 5% höher als im randeinflußfreien Rohrbereich. Der Überschwingungsvorgang ist nun nicht durch die Finitelementmethode bedingt, sondern ein physikalisches Randwertproblem. Durch den Kriechprozeß wird dieses Maximum zwar relativ zum eingeschwungenen Rohrbereich geringer, wird dafür aber breiter. Betrachtet man nun den zeitlichen Ablauf der Vergleichsspannung an den Stellen unterschiedlicher axialer Koordinate, zeigt sich, daß die anfänglichen Spannungsspitzen rasch abgebaut werden und sich zum Teil ganz umlagern (vergl. Bild 6). Mit größer werdender Zeit steigen diese infolge des Materialkriechens wieder an. Ein Maximum im Spannungsverlauf bleibt durch den Überschwingvorgang immer vorhanden. Die Rechnung wurde bis zu einer Zeit, die einer bleibenden Dehnung von 5% entspricht, durchgeführt. Als maximale Einzelspannung ergibt sich an der Überschwingungsstelle die Tangentialspannung  $\sigma_t$ .

Aus dieser Betrachtung läßt sich schließen, daß die gefährdete Stelle am verschweißten Hüllrohr<sup>die</sup> ist, an der sich durch den Überschwingvorgang ein Spannungsmaximum einstellt. Dort kann man zuerst Anrisse an der Rohraußenwand erwarten. Bestätigt wird dieser Schluß durch die zahlreichen Innendruckversuche, die Herr Krugmann im Fachgebiet Reaktortechnik an der Zeitstandanlage durchgeführt hat. Alle Rohrproben, die defekt wurden, zeigten die oben beschriebenen Risse.

Neben der Berechnung von Struktureffekten infolge der Hüllrohrgeometrie kann das Programm auch zur Diskussion spezieller Belastungsfälle eingesetzt werden. Eine extreme Belastung eines Stabes ergibt sich im Falle eines Kühlmittelverlustunfalles. Diese ist durch zeitlich und räumlich rasch ansteigendes Temperatur- und Druckprofil gekennzeichnet. Die sich hieraus ergebende Zeitstandkurve (siehe Bild 7) eines Hüllrohres zeigt über den weitaus größten Zeitraum der Exkursion keinerlei Veränderung der Hüllrohrgeometrie. Dann entsteht plötzlich sehr schnell im Bereich der maximalen Temperatur eine Ausbeulung, die zum Platzen des Hüllrohres führt. Zur Ermittlung der Standzeit wurden methodisch verschiedene im Fachgebiet Reaktortechnik der THD vorhandenen ein- und mehrdimensionale Rechenprogramme eingesetzt, Sie liefern in sehr guter Übereinstimmung die Standzeit des Hüllrohres. Dies ist als Bestätigung für die Richtigkeit der einzelnen Theorien und Rechenprogramme zu werten. In Bild 8 ist sowohl die Strukturunterteilung des Stabmodelles aufgetragen als auch das räumliche Temperaturprofil dargestellt. Der Temperaturverlauf zeichnet sich durch eine extreme Spitze von  $50^{\circ}\text{C}$  bei einer Halbwertsbreite von  $1[\text{cm}]$  in der Mitte der Rohrachse aus. Das zweidimensionale Programm FINEL koppelt die einzelnen Elemente der Struktur in axialer und radialer Koordinate. Die Verformung des Hüllrohres folgt im wesentlichen dem Temperaturverlauf, was bedeutet, daß das Rohr an der Stelle des Temperaturpieks ausbeult. Die nach verschiedenen Programmen errechnete radiale Aufweitung des Hüllrohres ist in Abhängigkeit von der Rohrachse in Bild 9 aufgetragen. Sieht man davon ab, daß die Verformungskurven zu verschiedenen Zeiten ermittelt wurden, erkennt man den Einfluß der methodisch bedingten Elementkopplung, wie sie in dem Programm FINEL enthalten ist. Sie bewirkt, daß verglichen mit den anderen Programmen die errechnete Beule an ihrer Höhe niedriger dafür aber breiter wird.

### 2.3.2 Die Brennstofftablette

Das Programm FINEL ist allgemein für rotationssymmetrische Strukturen auch endlicher Länge einsetzbar. Die geometrische

Form und Belastung einer Tablette ob mit oder ohne Einsenkung an den Stirnseiten kann mit einer Strukturunterteilung, wie sie nach der FEM vorgenommen wird, gut beschrieben werden.

Die durch thermischen Einfluß bedingte Verformung, vergleiche Bild 10, zeigt deutlich die Aufwölbung der Tablette an den Stirnseiten und die Überhöhung in der Radialverschiebung an den Rändern. Eine Tablette mit dish hat die gleiche Tendenz; an der Stelle der Einsenkung ist natürlich die Axialverschiebung nicht so groß. Die Axialverschiebungen einer Tablette mit und ohne Einsenkung bei freier Ausdehnung betragen 2,5% bzw. 1,5% der Tablettenhöhe. Bei einer Stableistung von  $Q_L = 500 \text{ [W/cm]}$  und einer Brennstoffaußentemperatur von  $\vartheta_{sa} = 700 \text{ [}^\circ\text{C]}$  beträgt das Verhältnis von maximaler zu minimaler Radialverschiebung immerhin 15%. Diese errechnete bambusartige Verformung der Tablette kann im Kontaktfall mit der Hülle einen nicht unbedeutenden Einfluß auf die Spannungsverteilung im Hüllrohr ausüben.

### 2.3.3 Brennstoff und Hüllrohr im Kontakt

Infolge der überstehenden Tablettenkanten sind die Kräfte auf das Hüllrohr sowohl in radialer als auch in axialer Koordinate ganz lokal, vgl. Bild 11. In einem speziellen Unterprogramm werden die Kräfte zwischen Brennstofftablette und Brennstabhüllrohr für die Vorgänge des Reibens oder Haftens an der Hüllrohrinnenwand mit den Rückwirkungen auf beide Strukturen beschrieben. Es ergibt sich eine qualitative Hüllrohrverformung, wie sie im Bild gestrichelt dargestellt ist. Das Rohr geht zuerst an den Tablettenkanten, dann in der Tablettenmitte in Kontakt mit dem Hüllrohr und je nach Belastung werden die Anlageflächen dann größer, bis das Hüllrohr über die gesamte Tablette vollständig anliegt. Bild 12a zeigt die im Programm ermittelte thermoelastische Verformung von Hüllrohr und Brenn-



stoff unter der Voraussetzung des Reibens an den Kontaktstellen. Der zuvor geschilderte qualitative Verformungsverlauf ist gut wiederzuerkennen: Kontakt an den Kanten und der axialen Mitte der Tablette. Das Hüllrohr zeigt die typische bambusartige Form. Die axiale Stauchung der untersten Tablette ist infolge der sich addierenden Reibkräfte größer als in den darüberliegenden, was sich auch in den unterschiedlichen Spaltweiten in radialer und axialer Koordinate widerspiegelt. Die Spannungsverteilung im Hüllrohr zeigt für den Modelldatenfall eine deutliche Überhöhung im Bereich der Tablettenkanten. Im Bild 12b ist dies am Beispiel der Axialspannung dargestellt. Für die Axialspannung wird der Einfluß besonders deutlich, da hier der Biegespannungseinfluß an den Kanten direkt eingeht. Für die Vergleichsspannung ist quantitativ zu sagen, daß sie in Höhe der Tablettenkante etwa doppelt so hoch ist wie im Glattrohrbereich.

#### 2.3.4 Nicht rotationssymmetrische Belastung

Die Entwicklungen am Programm FINEL sollen mit diesen Rechnungen noch nicht abgeschlossen werden. Die Einschränkung auf rotationssymmetrische Belastung ist sehr einschneidend für viele Auslegungsfragen. Durch die Einführung eines geeigneten Fourier-Ansatzes mit dem Umfangswinkel als Argument für die Verschiebungen und Kräfte kann auch auf nicht rotationssymmetrische Belastung eingegangen werden. Bild 13 zeigt die Spannungsschwankung über dem Umfang eines Hüllrohres infolge einer um 10% azimutal schwankenden Temperaturverteilung. Spannungsverteilung und Radialverschiebung folgen im wesentlichen dem Temperaturverlauf.

## 2.4 Ebener Schnitt durch den Brennstab

(Programm ZIDRIG)

Betrachtet man das Hüllrohr als eine in axialer Koordinate unendlich ausgedehnte Struktur, lassen sich für den ebenen Dehnungszustand eine Reihe interessanter Auslegungsfragen diskutieren. Verzichtet man auf einschränkende Annahmen bezüglich der Struktursymmetrie stehen die radiale und azimutale Koordinate zur Variation der Auslegungsparameter zur Verfügung.

In Bild 14 ist das als Rechengrundlage dienende Modell in Form einer Skizze dargestellt. Das Programm kann neben der thermoelastischen Berechnung auch zeitabhängige Probleme mitberücksichtigen. Hier wurde zunächst an Kriechprozesse gedacht, so daß sich die Gesamtdehnung aus folgenden Termen zusammensetzt:

$$\epsilon_{\theta} = f(\xi) + \epsilon_{\theta} + \epsilon_{cr}$$

Eine Genauigkeitsstudie hat ergeben, daß bei einer Unterteilung eines  $90^{\circ}$  Sektors eines Hüllrohres in NE-120 Elemente der Fehler bezüglich der Radialverschiebung am rotationssymmetrischen Rohr nur  $\Delta f=0.2\%$  beträgt. Diese Unterteilung der Struktur wurde in Anbetracht des geringen Fehlers und der kleinen Rechenzeit den weiteren Rechnungen zugrunde gelegt. Das Programm kann aber leicht auf eine größere Elementzahl umgestellt werden.

ZIDRIG soll auf eine beliebige im Rahmen der technischen Verwirklichung mögliche Hüllrohrgeometrie-Konfiguration eingehen können. Daraus resultiert eine getrennte Betrachtung von Innen- und Außenradius in Abhängigkeit von der azimutalen Koordinate  $\varphi$ . Die Unterteilung in die einzelnen Elemente wird selbständig vom Programm durchgeführt.

Die Belastung durch äußere Lasten oder Temperatur sind ebenfalls in radialer und azimuthaler Koordinate frei vorgebar. Dies ist interessant für eine Temperaturverteilung im Brennstab, die weder radial noch azimuthal konstant ist. Dadurch, daß man zusätzlich die Kräfte ganz lokal auf die Struktur einwirken lassen kann, besteht die Möglichkeit, auch die Auswirkung von Einzelkräften, wie z.B. Abstandhalterkräfte oder Brennstoffbruchstücke, auf die mechanische Festigkeit zu diskutieren.

Als Beispiel für die Einsatzmöglichkeit des Programmes sollen im folgenden einige Rechenergebnisse gezeigt werden, die sich im wesentlichen mit Geometrieeffekten bei der Stabauslegung beschäftigen.

Ein Vergleich der rein elastischen Tangentialspannung am Innenrand eines infolge Außendruckes belasteten Hüllrohres unterschiedlicher Geometrieform ist in Bild 15 dargestellt. Verglichen wurde ein rotationssymmetrisches Hüllrohr, ein Hüllrohr mit ovaler Kontur aber konstanter Wandstärke und ein Hüllrohr mit exzentrischer Bohrung. Die beiden Geometriefehler sind in etwa von gleicher Größenordnung bei der Stabspezifikation, Ovalität  $f_o$  und Exzentrizität  $e_o$  betragen im Beispiel 0,02 mm. Die Spannungsschwankungen sind im ovalen Hüllrohr wesentlich größer als in einem Hüllrohr mit exzentrischer Bohrung. Entscheidend hierfür ist, daß die Belastung im ersten Fall auf eine ovale Struktur wirkt, im zweiten auf eine kreisförmige. Von geringerem Einfluß ist die Schwankung der Wandstärke. Unter dem Einfluß des Materialkriechens wurde diese Tendenz noch verstärkt. Ein Vergleich aller möglichen Geometrieformen eines Hüllrohres gegeneinander ergab, daß ein Hüllrohr mit einfacher Ovalität die geringste Standzeit aufweist.

Der zeitliche Verlauf der Radialverschiebung unter Einfluß des Kriechens eines ovalen Hüllrohres unter Außendruck an den beiden Hauptachsen zeigt Bild 16. Die Zunahme der Radialverschiebung verläuft progressiv und endet schließlich in einem Steilanstieg, wo es zum Kollabieren des Rohres kommt.

Die Tangentialspannung, siehe Bild 17, verhält sich entsprechend. Der Abbau der thermoelastischen Spannungen infolge von Kriechvorgängen spielt sich in den ersten Stunden ab, bei dem hier gewählten Maßstab kaum sichtbar.

Die Strukturunterteilung des Hüllrohres in finite Elemente, sowohl für die Ausgangsgeometrie als auch für die verformte Struktur, ist in Bild 18 dargestellt. Die Maßstäbe sind für beide Konturen unterschiedlich gewählt. Im linken oberen Quadranten ist die Tangentialspannungsverteilung innerhalb der Struktur gezeigt. Der Tangentialspannungsverlauf in radialer Koordinate ist an den beiden Halbachsen entgegengesetzt. Der Verlauf der neutralen Faser ( $\sigma_t=0$ ) ist im Bild zu erkennen.

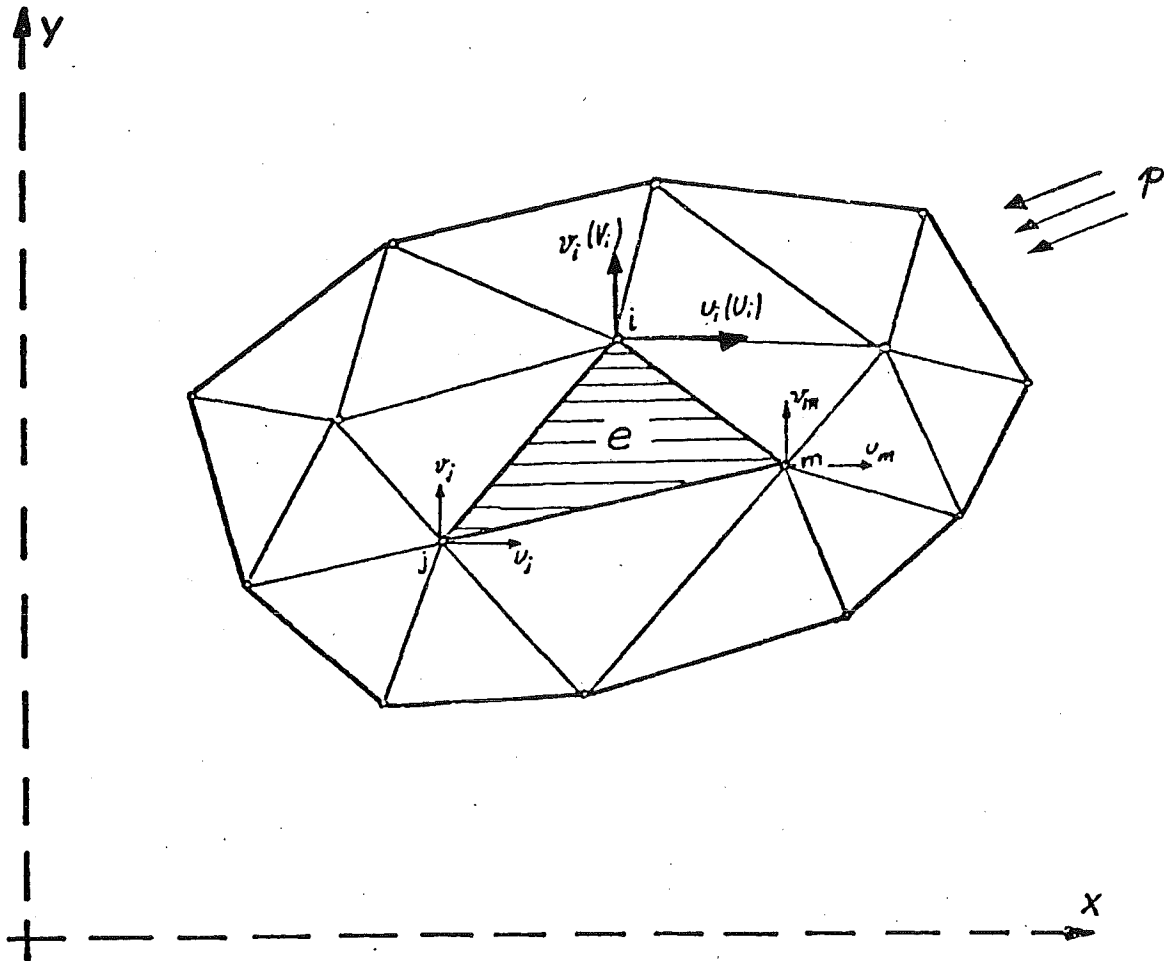
Die Arbeiten am Kernprogramm ZIDRIG sind im großen und ganzen abgeschlossen. Das Programm befindet sich in einer Testphase und es werden zur Betrachtung spezieller Fragestellungen noch einige Zusatzunterprogramme erstellt. Dazu gehört u.a. ein spezielles Geometrieprogramm, welches eine Erweiterung des Programmes dahingehend vornimmt, daß berippte Hüllrohre mit in die Berechnung einbezogen werden können. Weiterhin ist soeben ein Auswertungsprogramm fertiggestellt worden, welches die methodisch bedingten Datenfälle zur übersichtlicheren Auswertung aufarbeitet. Das Programm zeichnet sowohl die Struktur des Hüllrohres mit ihrer Unterteilung in die einzelnen Elemente als auch die Spannungsverteilung innerhalb der Struktur in Form von Iso-spannungslinien. Als Beispiel ist in Bild 19 die Hüllrohrunterteilung in finite Elemente mit deren Numerierung dargestellt. Die zugehörigen Geometrie- und Belastungsdaten werden im unte-

ren Teil des Bildes ausgeschrieben. Im Bild 20 wird die errechnete Tangentialspannung  $\bar{\sigma}_t$  innerhalb der Struktur für ein ovales Hüllrohr unter Außendruck gezeigt. Die Interpolation zur Ermittlung der einzelnen Spannungslinien wird im Zeichenprogramm durchgeführt.

## 2.5 Dreidimensionale Hüllrohrberechnung

(Programm PRESTO)

Die Arbeiten an dem dreidimensionalen Finitelementprogramm PRESTO wurden in letzter Zeit zu Gunsten der beiden oben diskutierten Programme zurückgestellt. Der derzeitige Stand des Programmes PRESTO wurde an vorausgegangenen Projekt-Veranstaltungen und in einzelnen rtda-Berichten dargestellt. Nach allen ein- und zweidimensionalen Betrachtungen zur Brennstabauslegung scheint aber nach wie vor die recht aufwendige dreidimensionale Methode eine sehr gute Möglichkeit darzustellen, einen Brennstab mit einer möglichst umfassenden Zahl von Einflüssen zu erfassen.



elast. Kraft-Versch.-Bez. für ein Element

$$\underline{\underline{\{F\}^e}} = [K]^e \cdot \{\delta\}^e \quad (\delta \triangleq u.)$$

allg. Kraft-Versch.-Bez. für Gesamtstruktur

$$\{F_a\} = [K] \{U\} + \{F(\varepsilon_s)\} + \{F(\varepsilon_r)\}$$

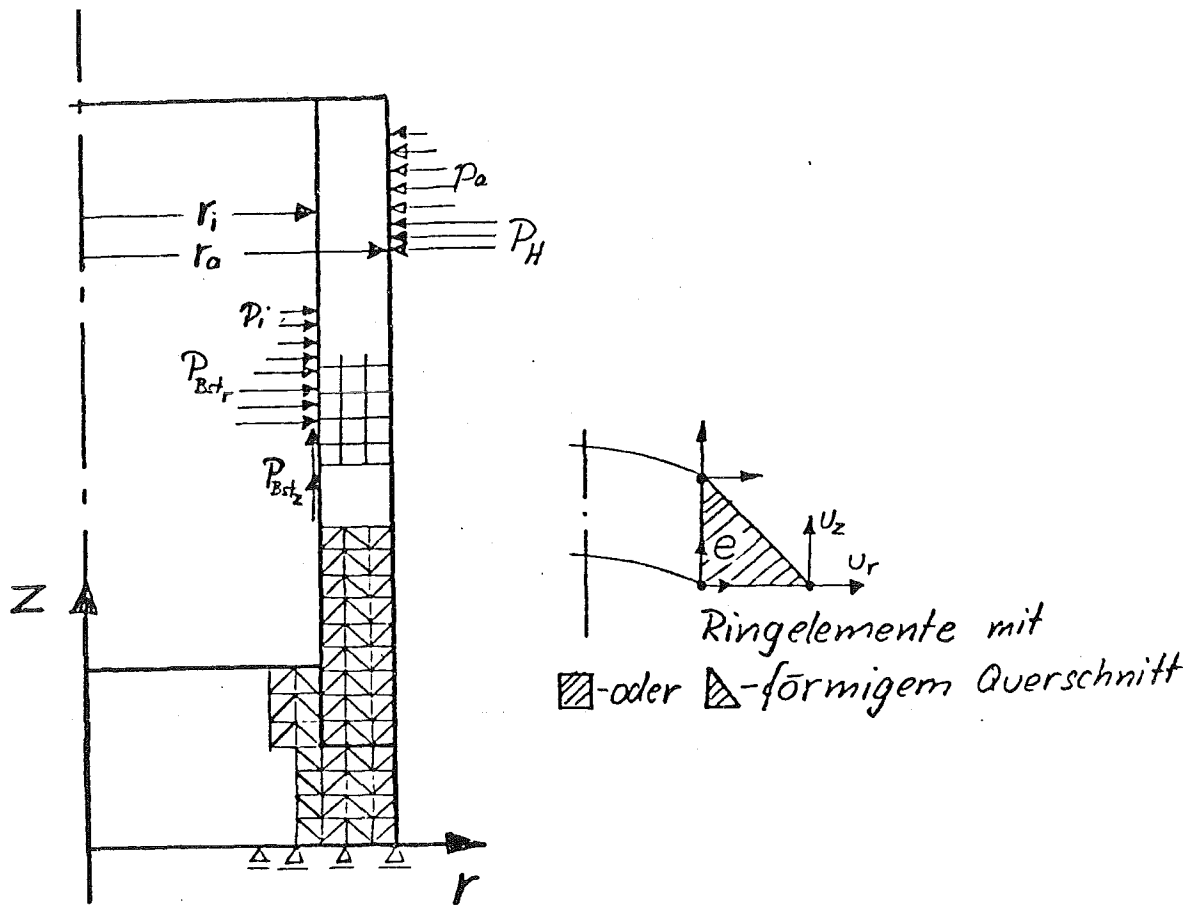
rtda

Strukturaufteilung  
einer dünnen Scheibe

Abb.:

1

Skizze



Rechenprogramm: FINEL

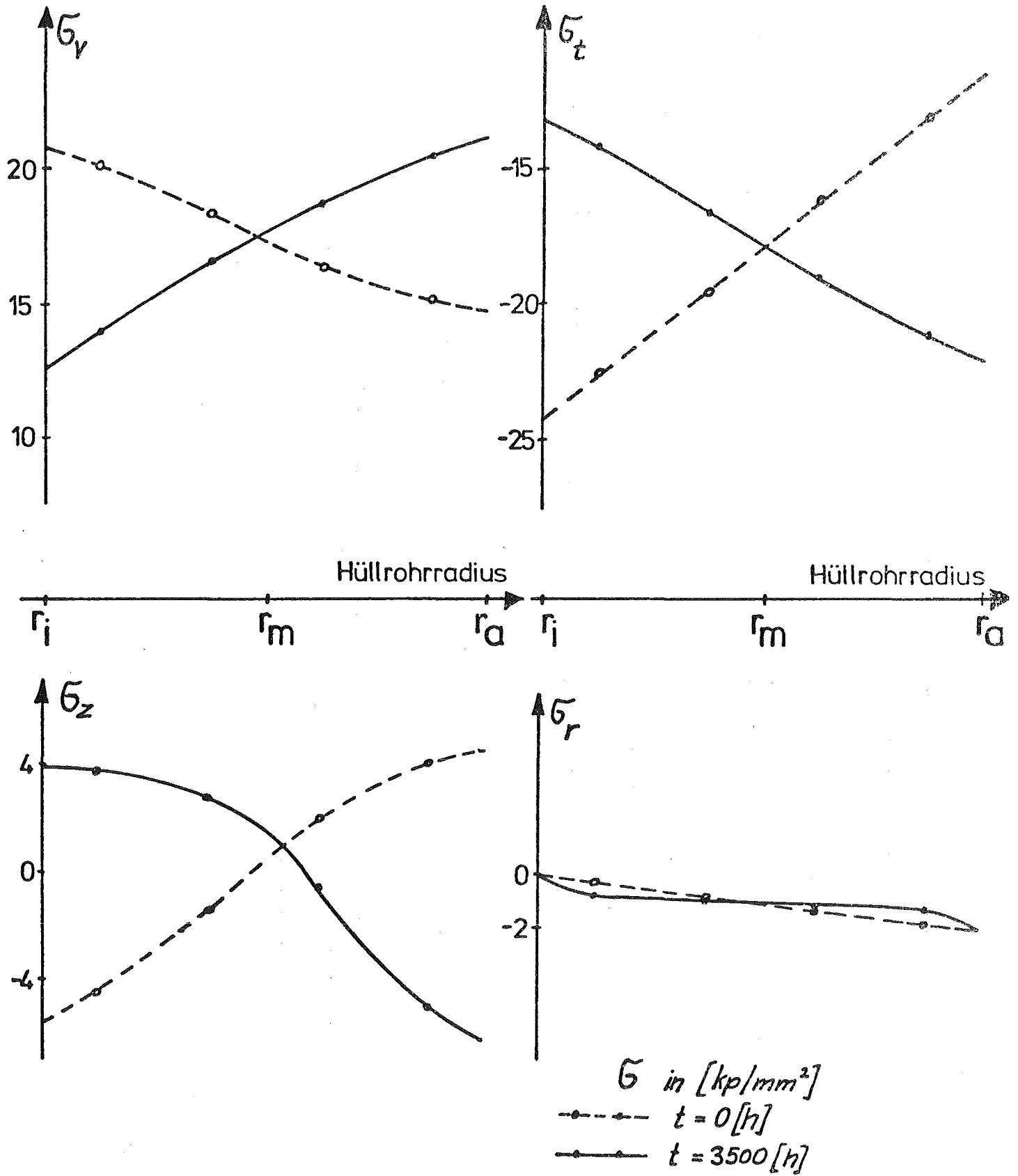
Hüllrohrberechnung mit:

$$\varepsilon = f(\sigma) + \varepsilon_r + \varepsilon_{cr}$$

in Abhängigkeit von:

- radialer ( $r$ )
- und axialer ( $z$ )-Koordinate,
- sowie der Zeit ( $t$ ).

Bild 2: Rotationssymmetrisches Hüllrohr



rt da

Spannungsverteilung in der Hüllrohrwand  
 bei Berücksichtigung des Materialkriechens  
 Außendruck:  $p_a = 200 \text{ at}$ , Temperatur:  $\vartheta_a = 700, \vartheta_i = 670^\circ\text{C}$

Abb.:  
 3



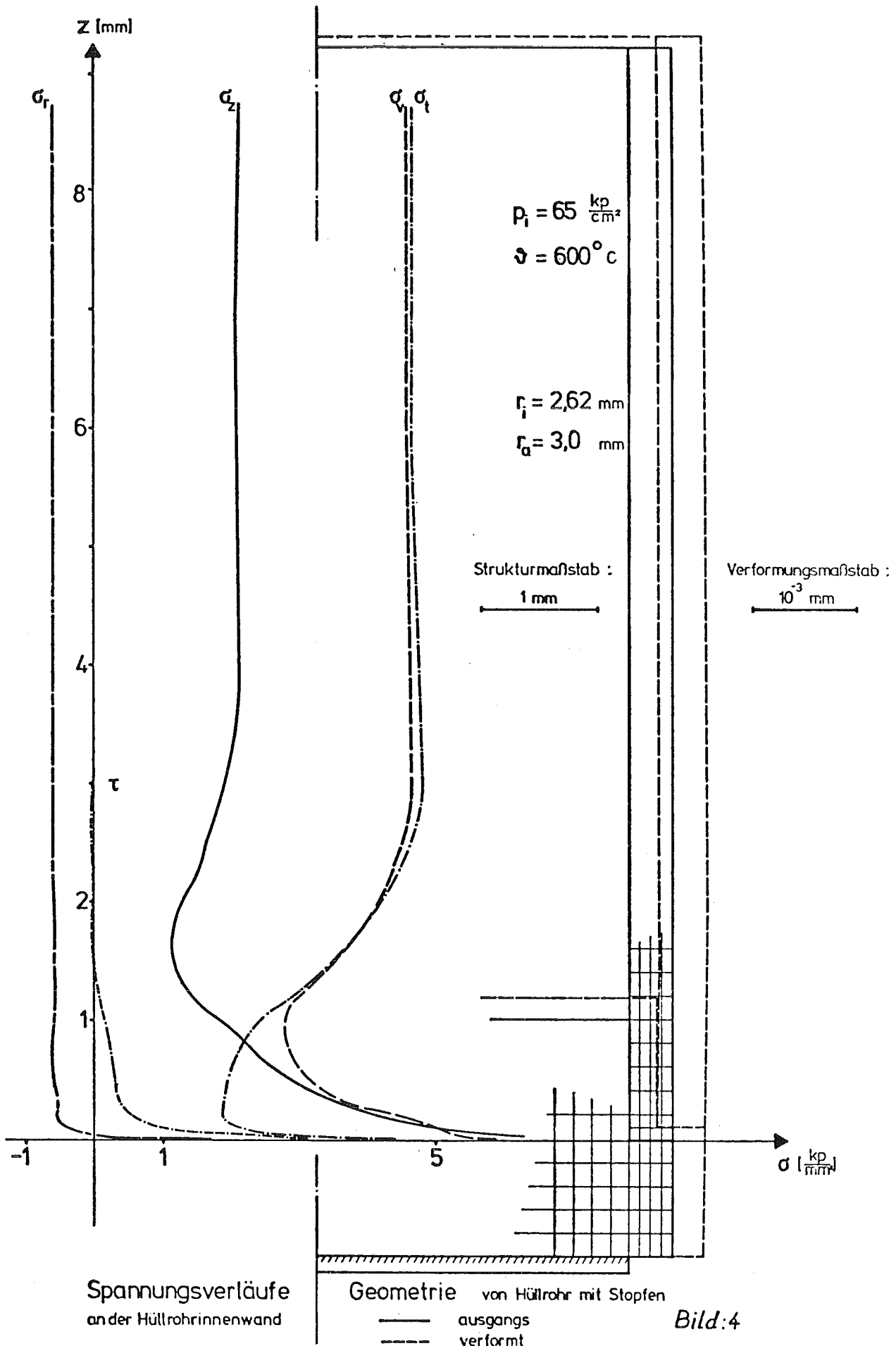


Bild:4

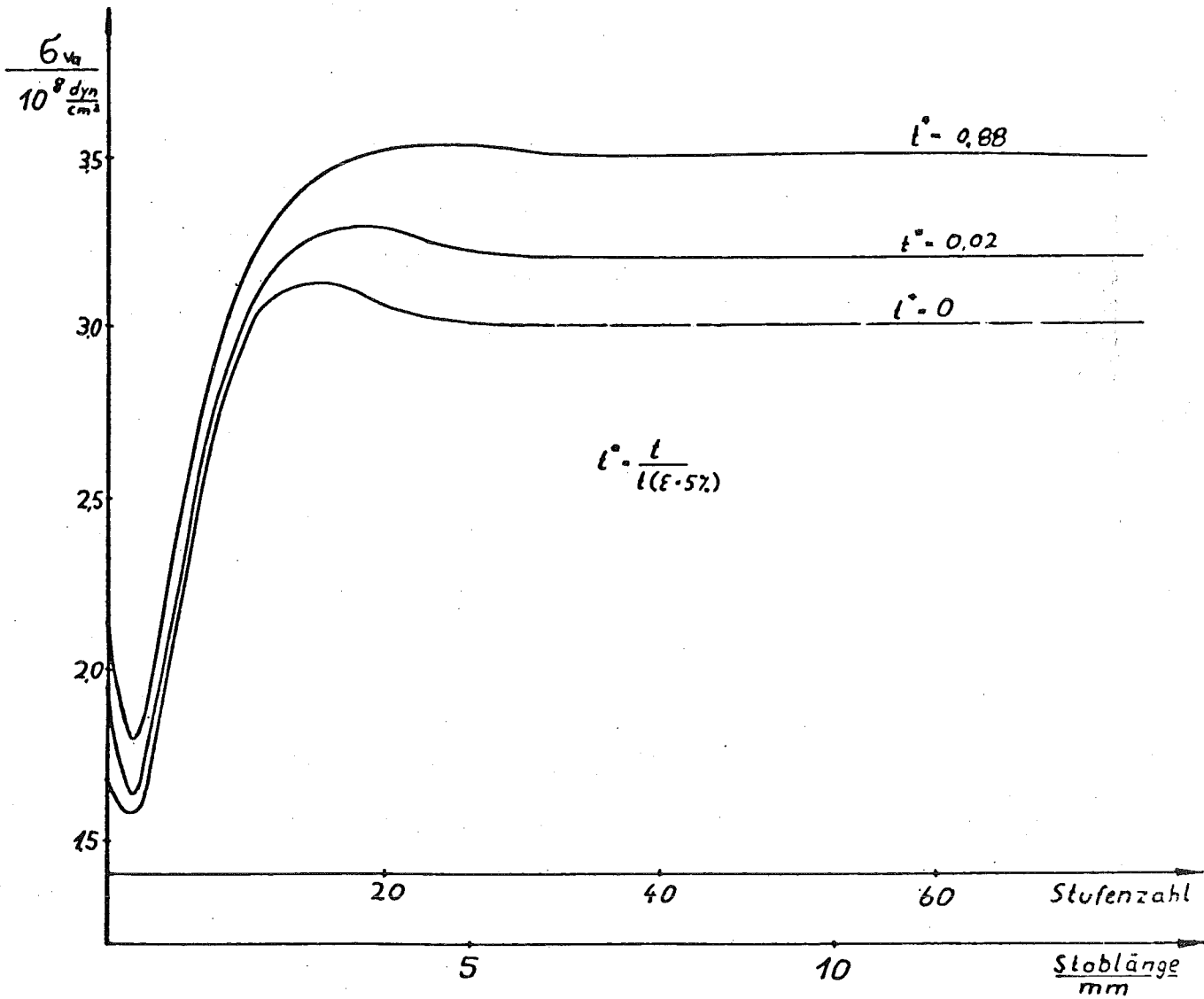
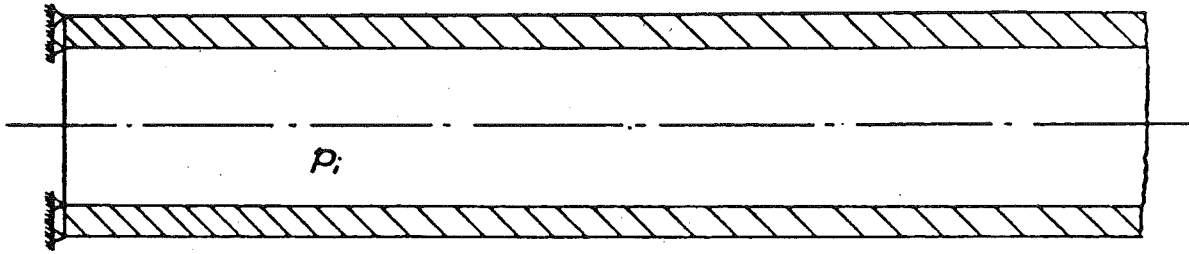


Bild 5: Vergleichsspannung am Außenrand eines eingespannten Hüllrohres unter Innendruck für verschiedene Zeiten

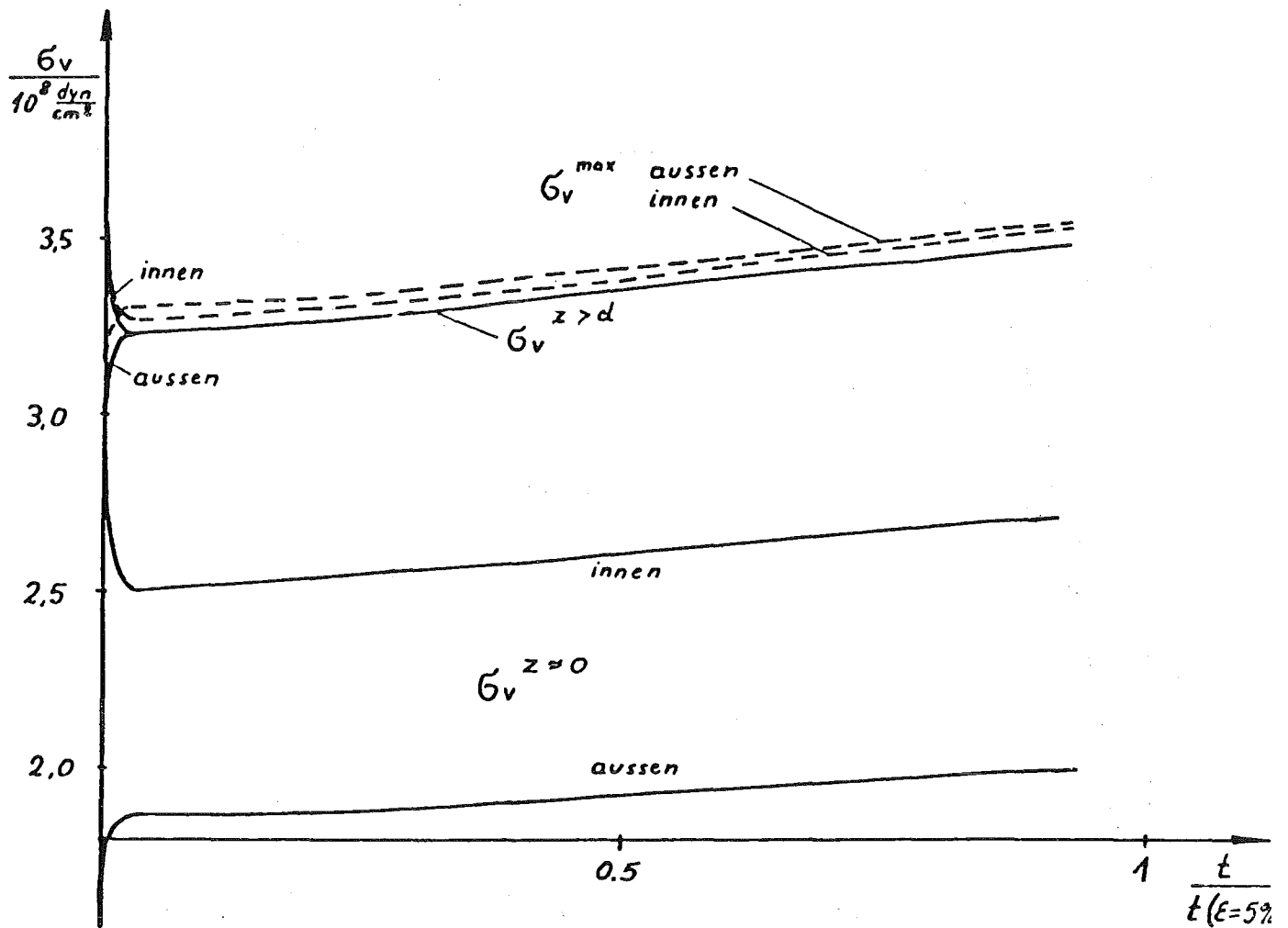
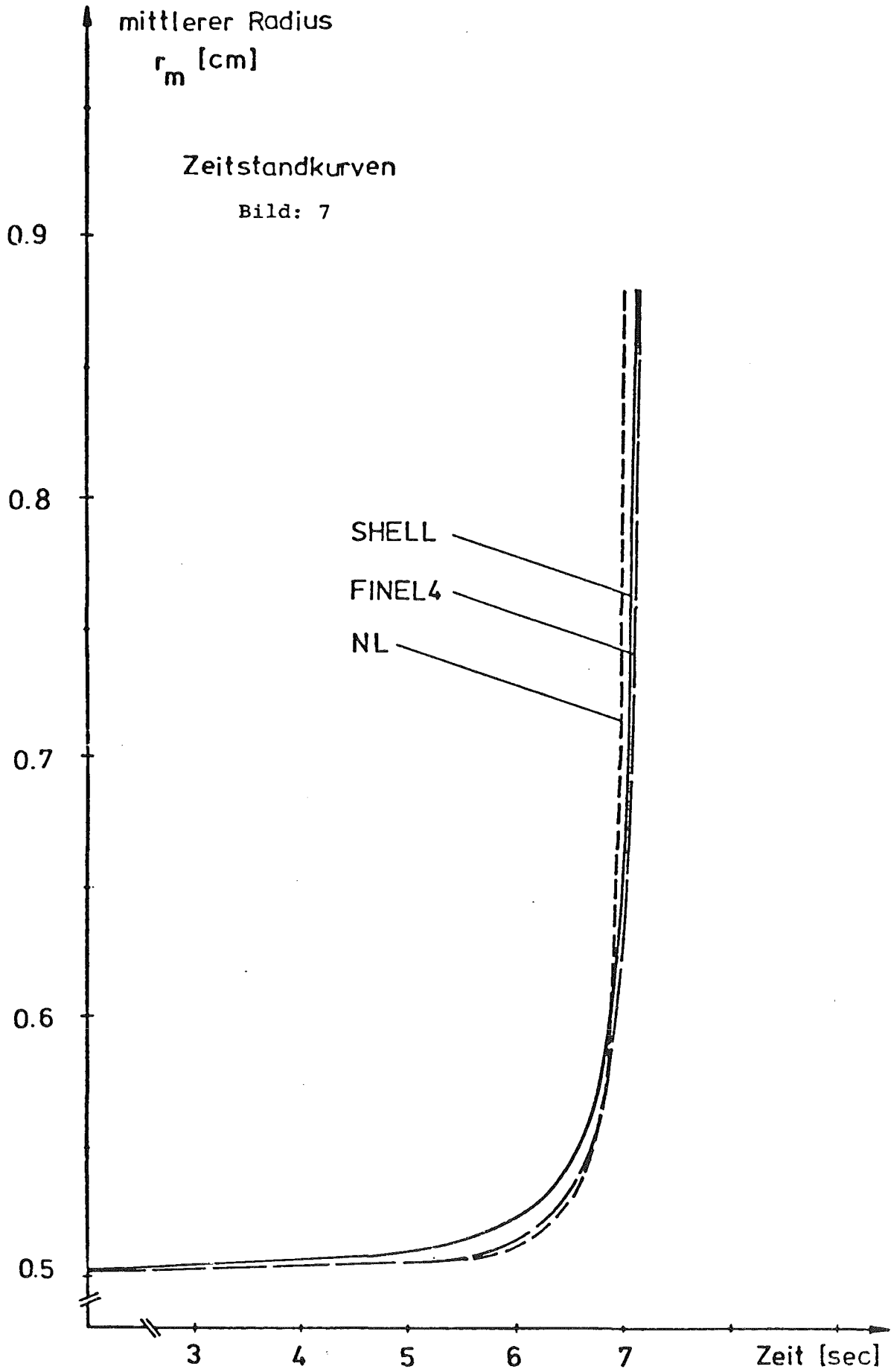


Bild 6: Vergleichsspannung am Außenrand eines eingespannten Hüllrohres unter Innendruck für verschiedene axiale Koordinaten



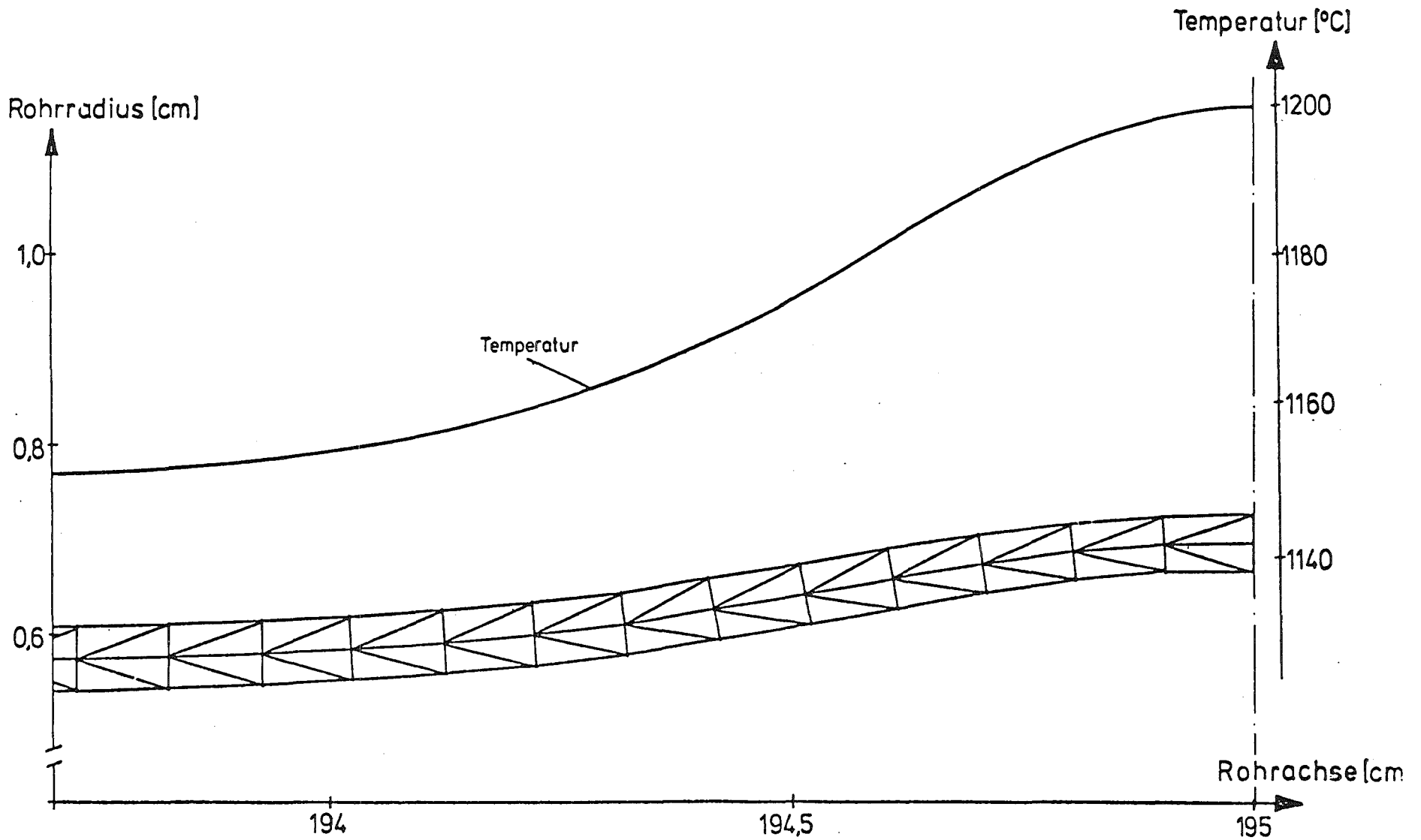
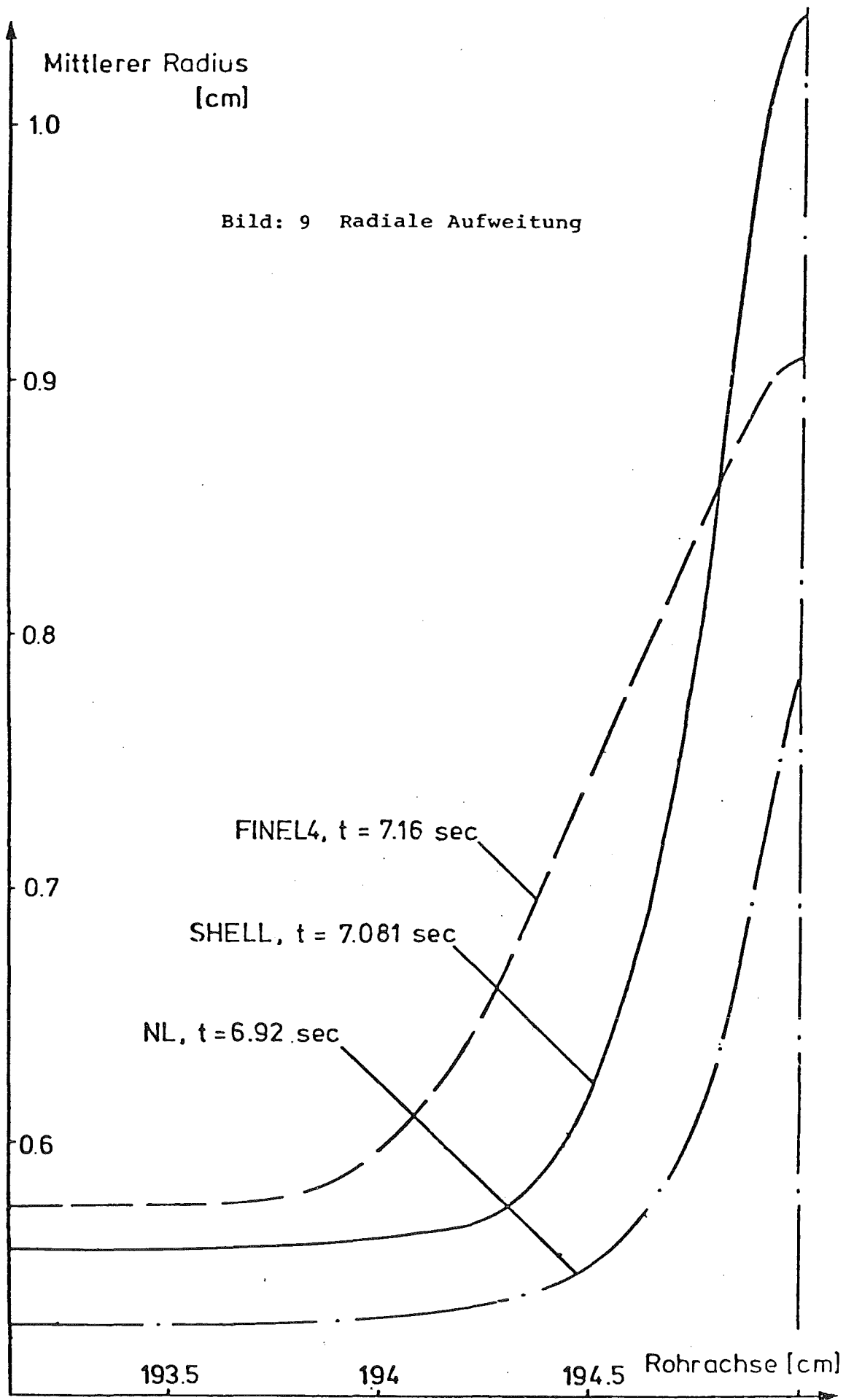
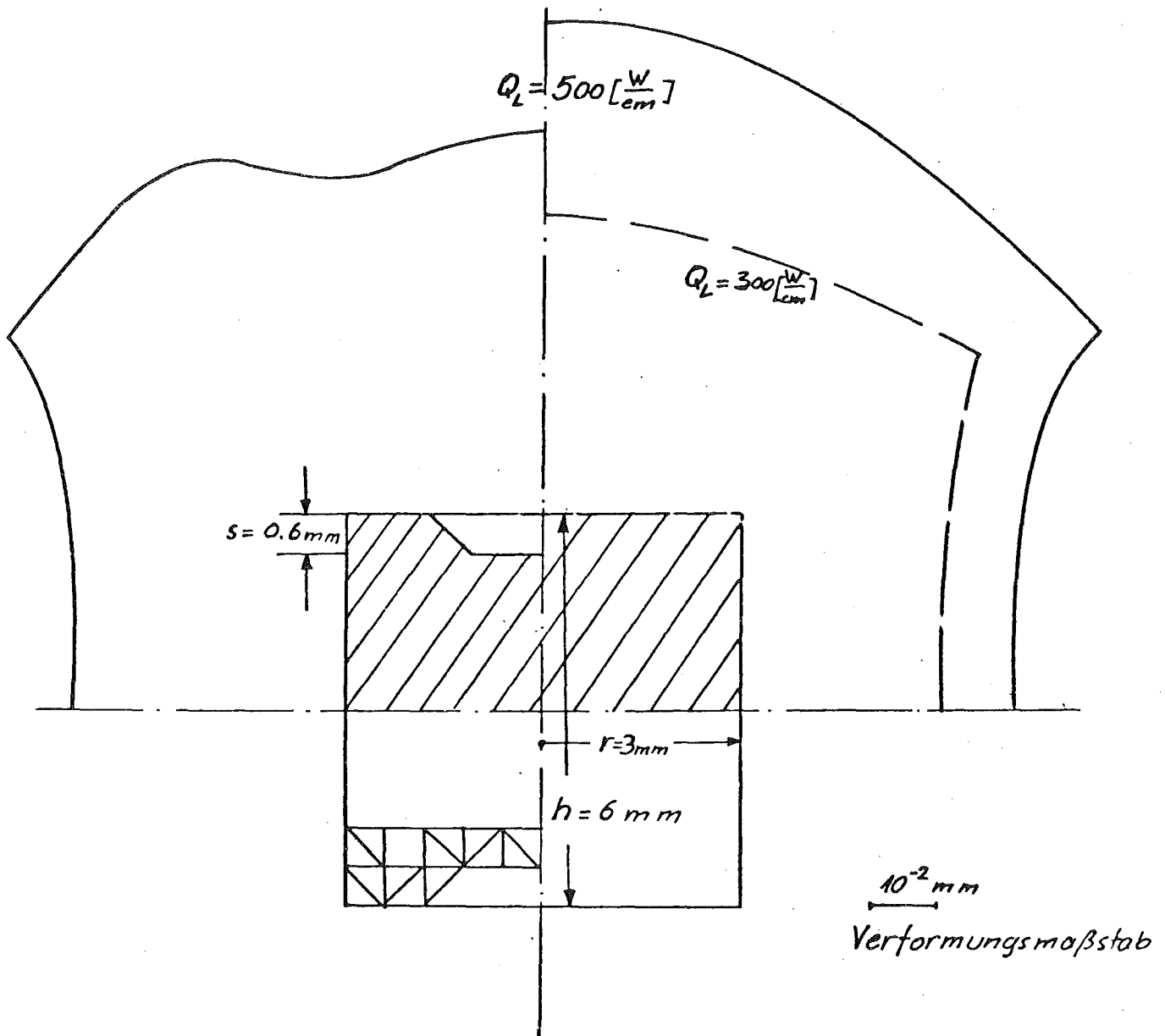


Bild: 8 Strukturunterteilung des verformten Rohres  
mit Temperaturprofil bei  $t=8,03 \text{ sec}$  ( $v=1200^\circ\text{C}$ ).





Tablette mit dish

Tablette ohne dish

Brennstofftemperatur  $\vartheta = 700 \text{ }^\circ\text{C}$

Porosität  $p = 0$

Axialkraft  $p_{ax} = 0$

Bild 10: Verformung einer Brennstofftablette mit und ohne dish

Skizze: Brennstoff und Hüllrohr in Kontakt

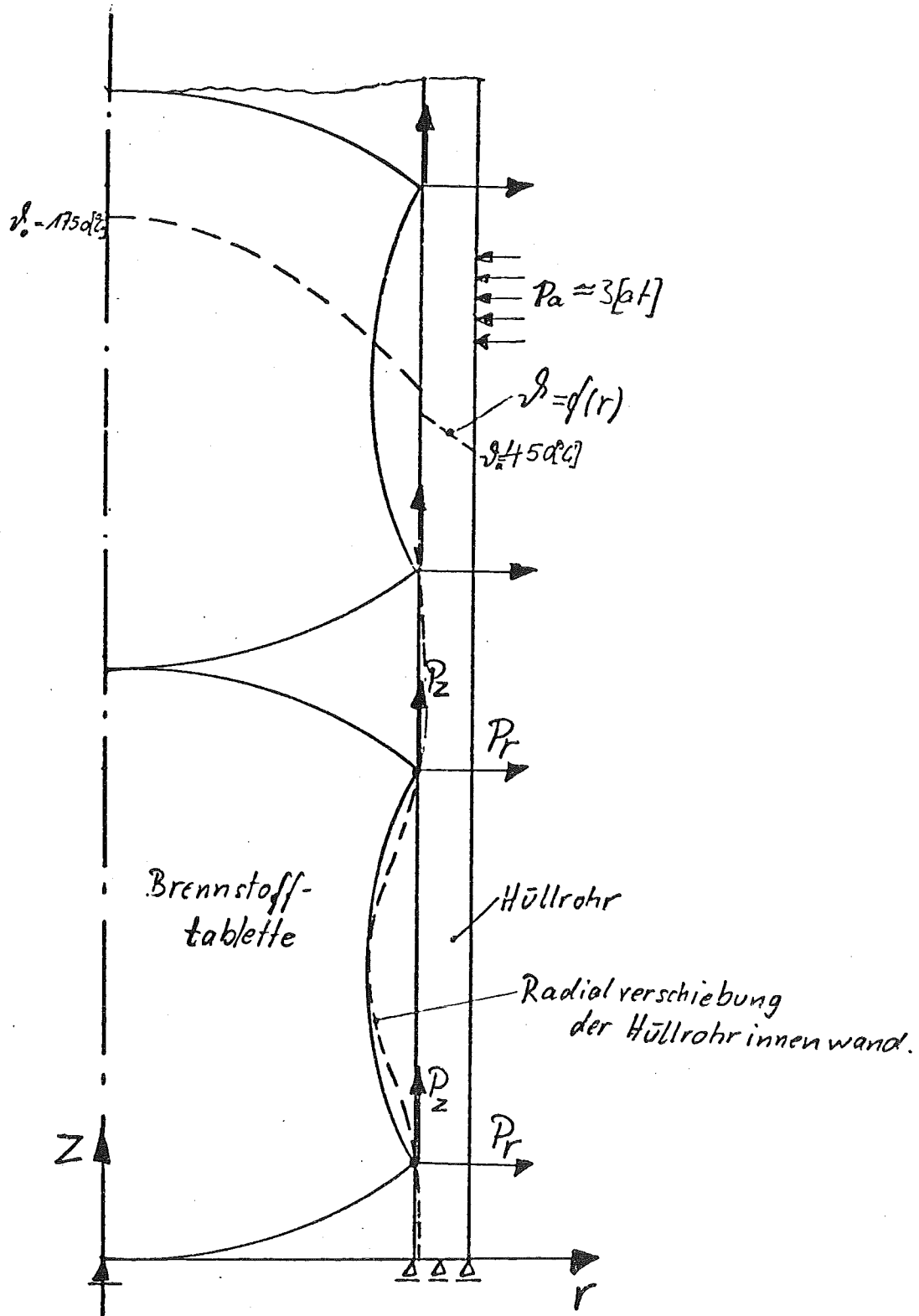


Bild 11: Thermoelastische Berechnung von Hüllrohr und Brennstoff im Kontakt



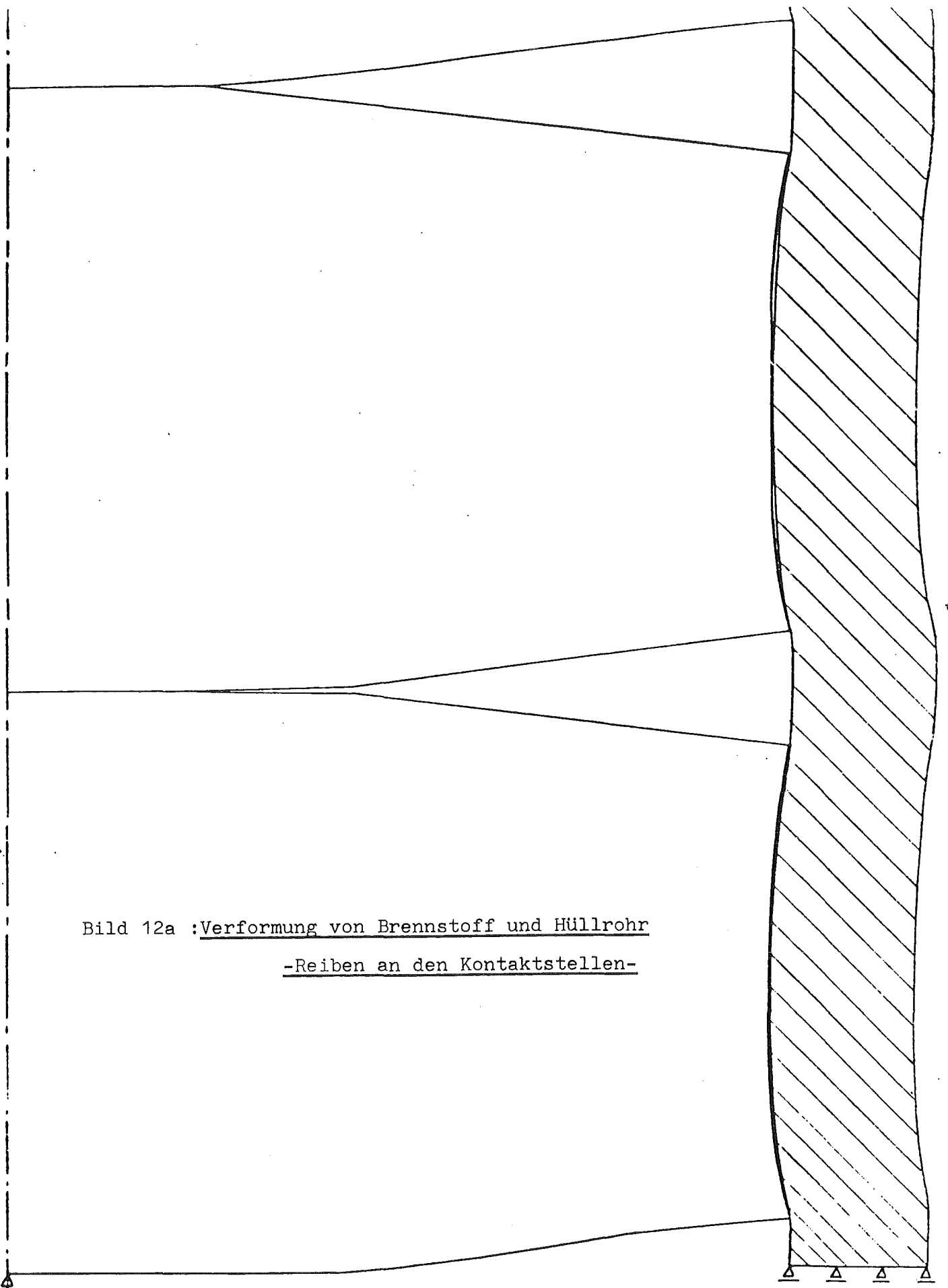


Bild 12a : Verformung von Brennstoff und Hüllrohr  
-Reiben an den Kontaktstellen-

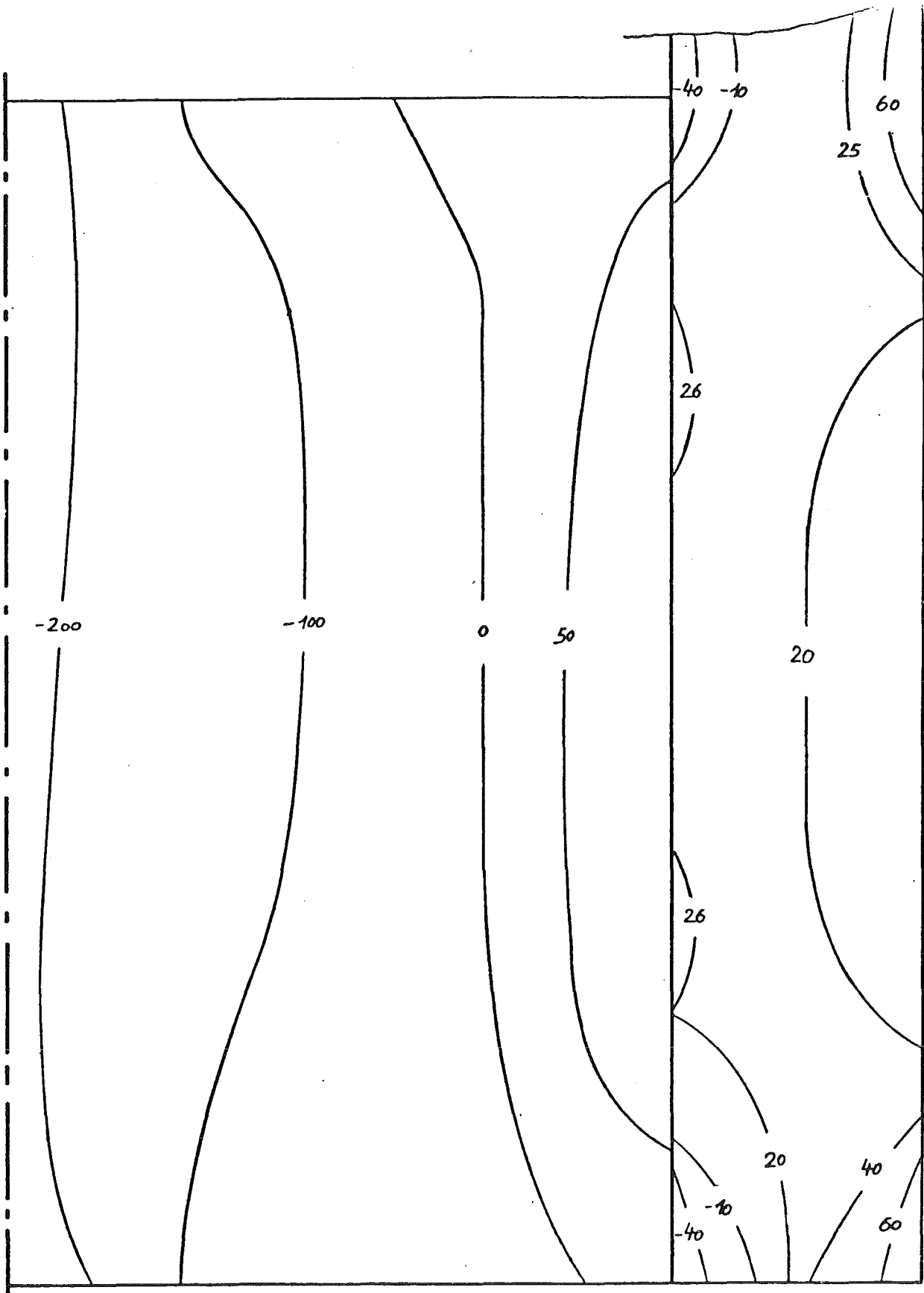
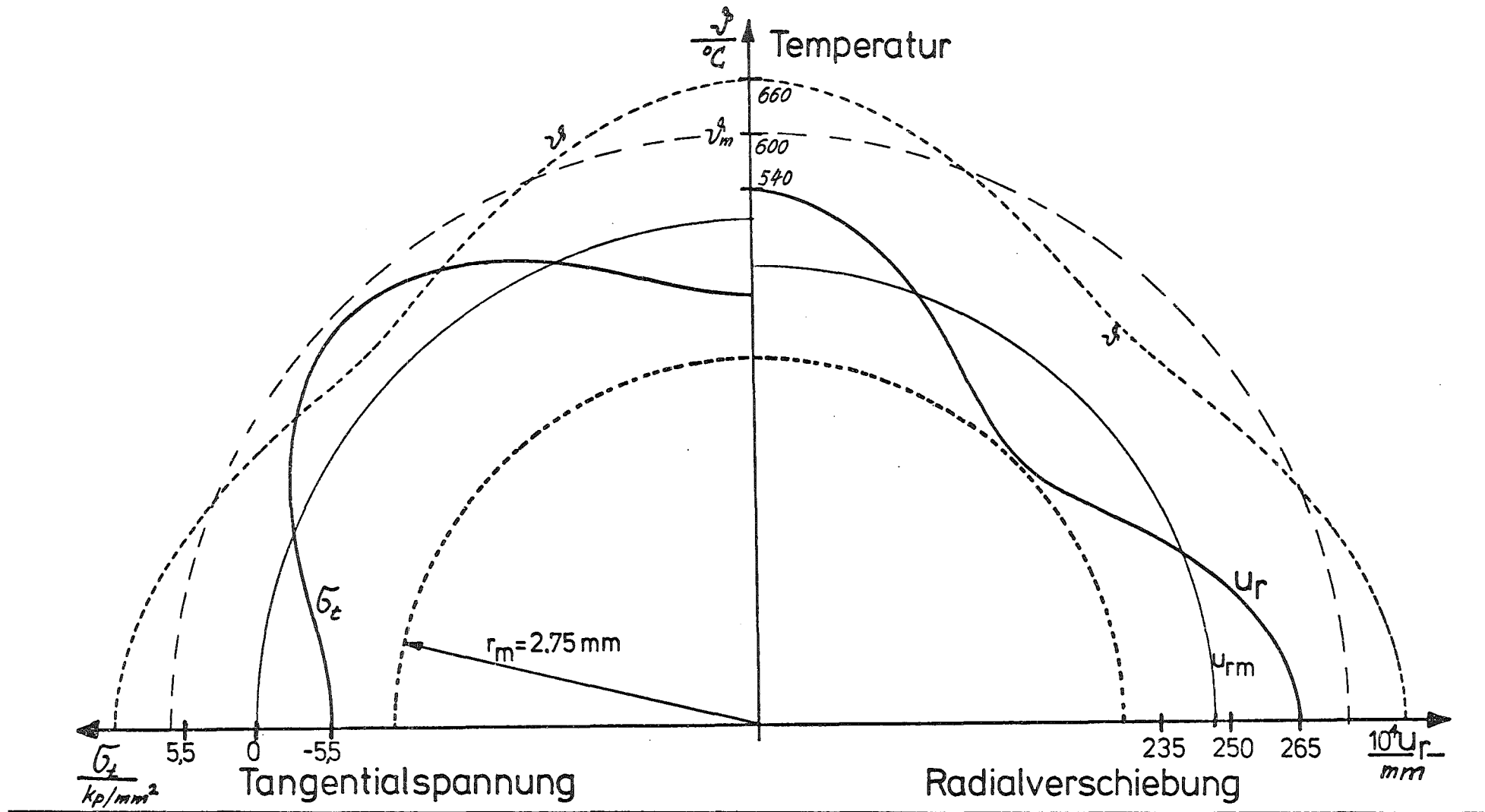


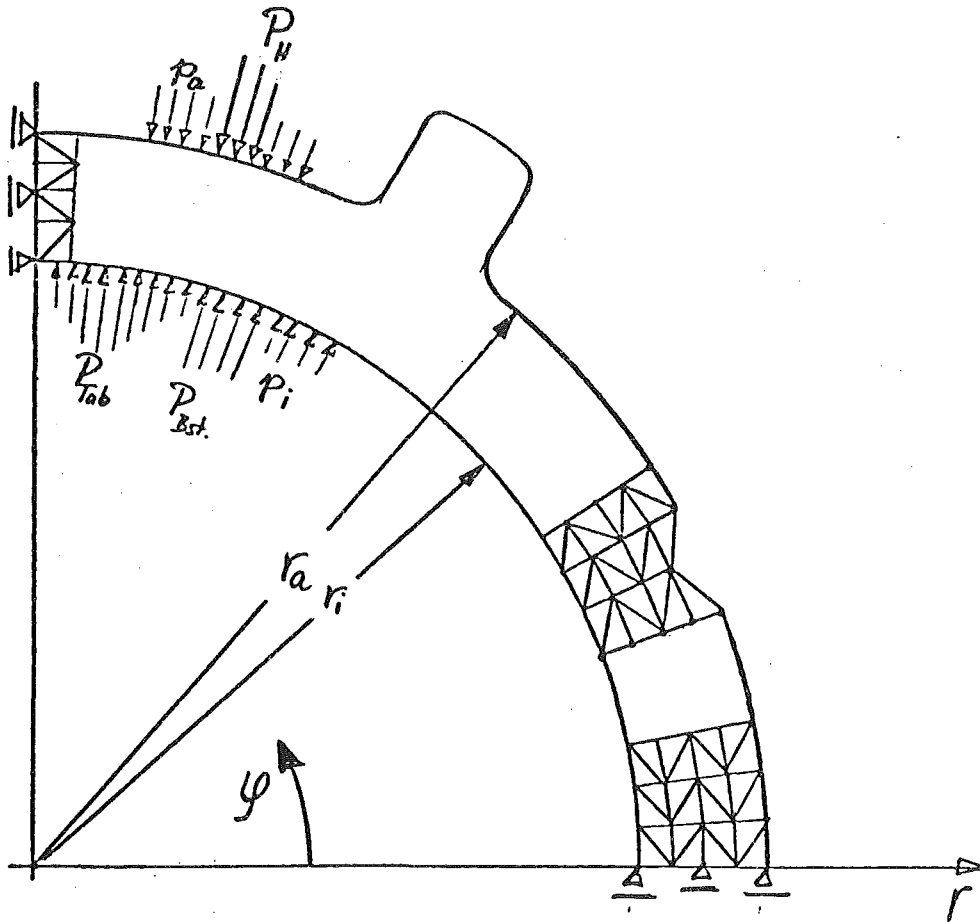
Bild 12b : Axialspannungsverteilung ( $\sigma_z$  [kp/mm<sup>2</sup>]) im Brennstoff  
und Hüllrohr -Reiben an den Kontaktstellen-



r t d a

Tangentialspannung und Radialverschiebung  
eines rotationssymmetrischen Hüllrohres  
bei azimuthaler Temperaturschwankung

Abb.:13



Rechenprogramm: ZIDRIG

Berechnung eines Hüllrohres mit:

$$\varepsilon = f(\sigma) + \varepsilon_{\varphi} + \varepsilon_{cr}$$

in Abhängigkeit von radialer ( $r$ ) und tangentialer ( $\varphi$ ) Koordinate.

$r_i, r_a = f(\varphi)$	Ovalität	} Geometrie	}
	Exzentrizität		
	Wandstärkeschwankungen		
	Rippenrohre		
	Riefen		
$p_i, p_a = f(\varphi)$	Abstandhalterkräfte-Außendruck	} Innendruck	} Belastung
	Brennstoffbruchstücke		
	Tablettenverschiebung		
$\vartheta = f(r, \varphi)$	radiale und tangentiale Temperaturverteilung		

Bild 14: Ebener Schnitt durch ein Brennstabhüllrohr

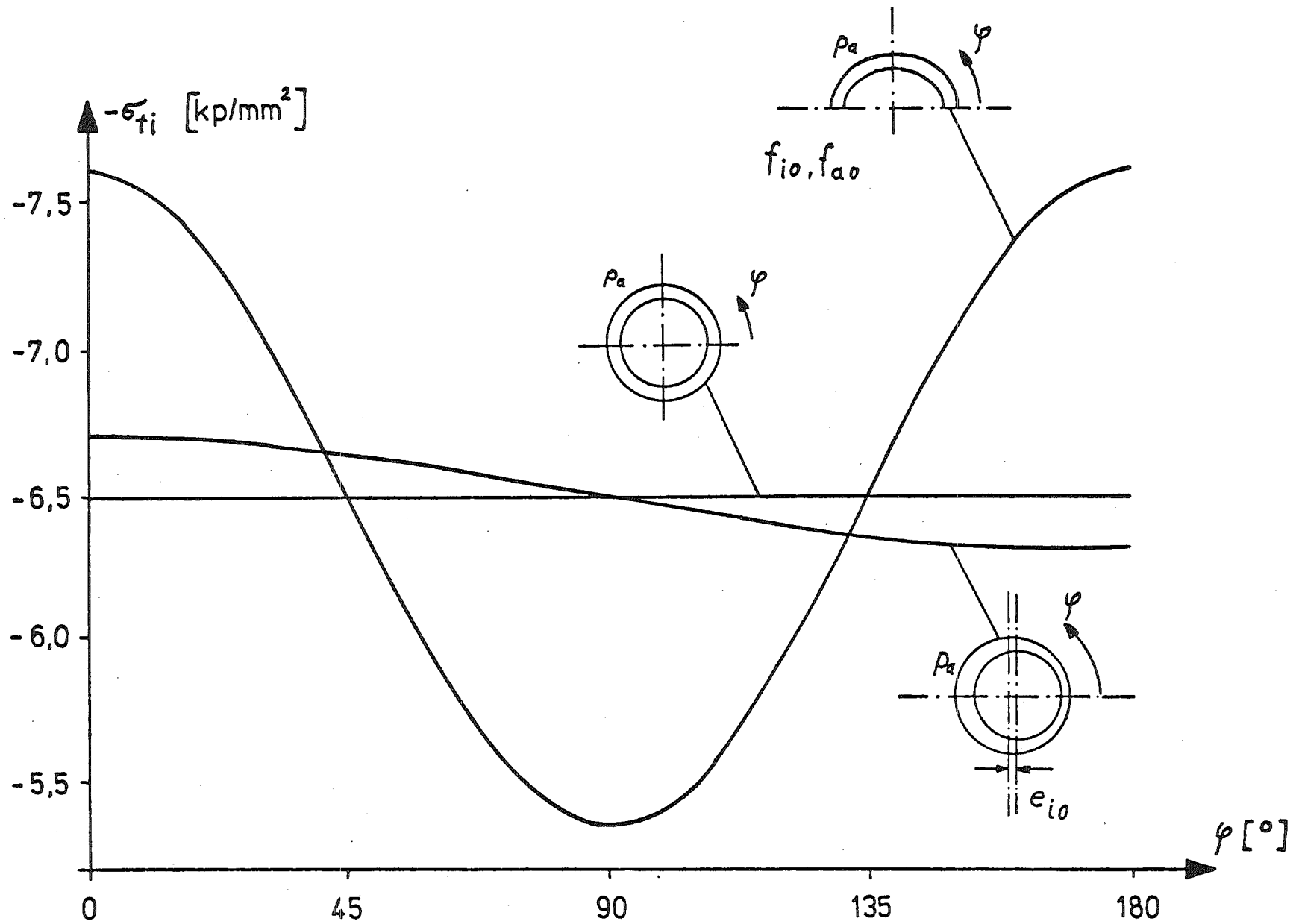
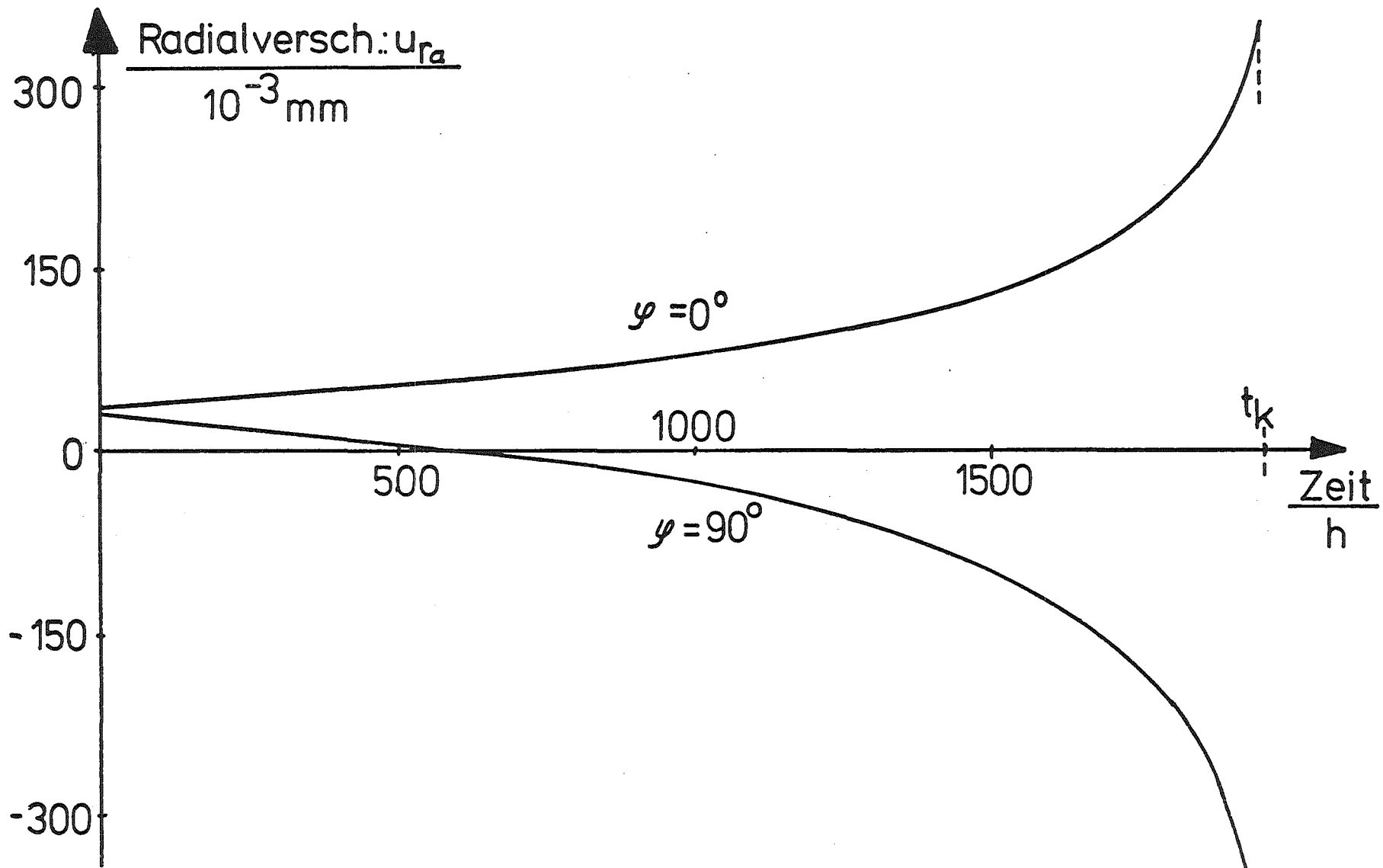


Bild: 15 Vergleich der Tangentialspannungen (Innenrand) infolge Außendruckes am rotations-symmetrischen Hüllrohr mit dem ovalen und mit einem mit exzentrischer Bohrung versehenen Hüllrohr



rtda

Zeitlicher Verlauf der Radialverschiebung  
 eines ovalen Hüllrohres unter Außendruck

Abb.:  
16

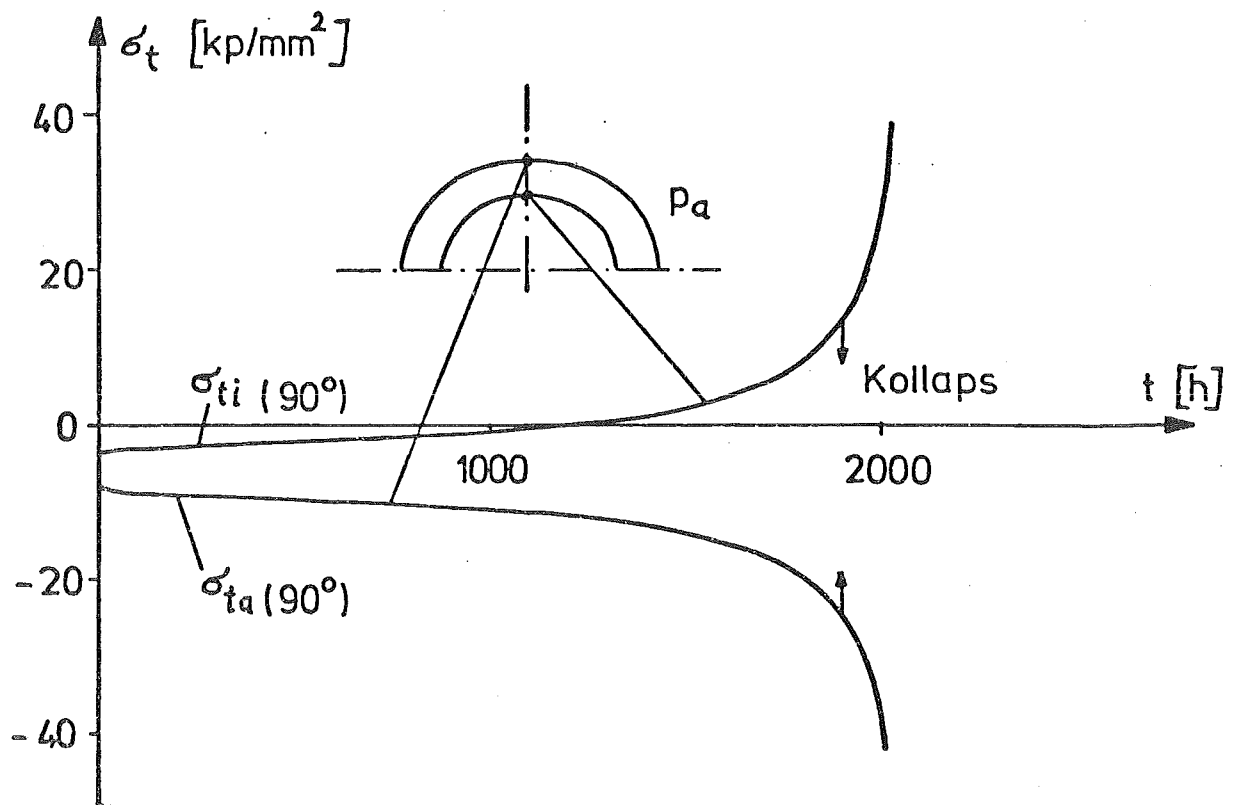
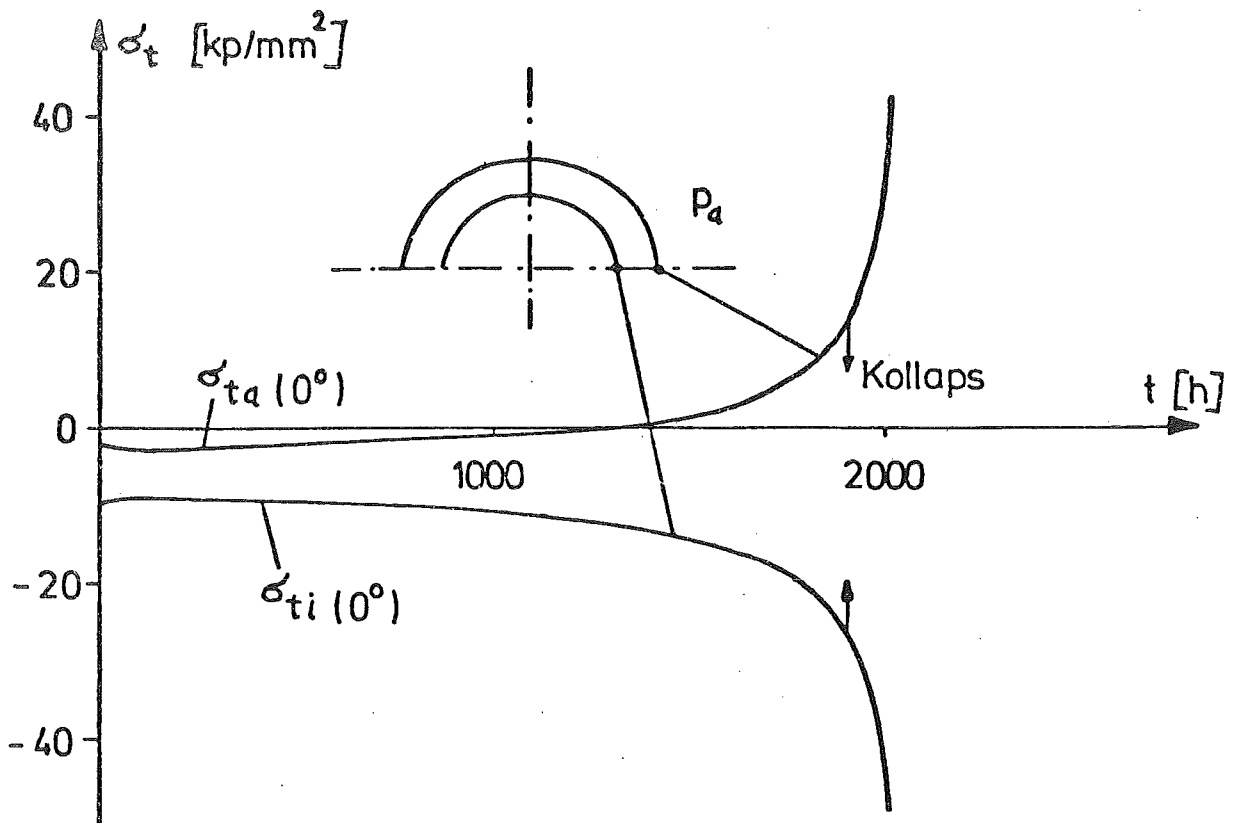
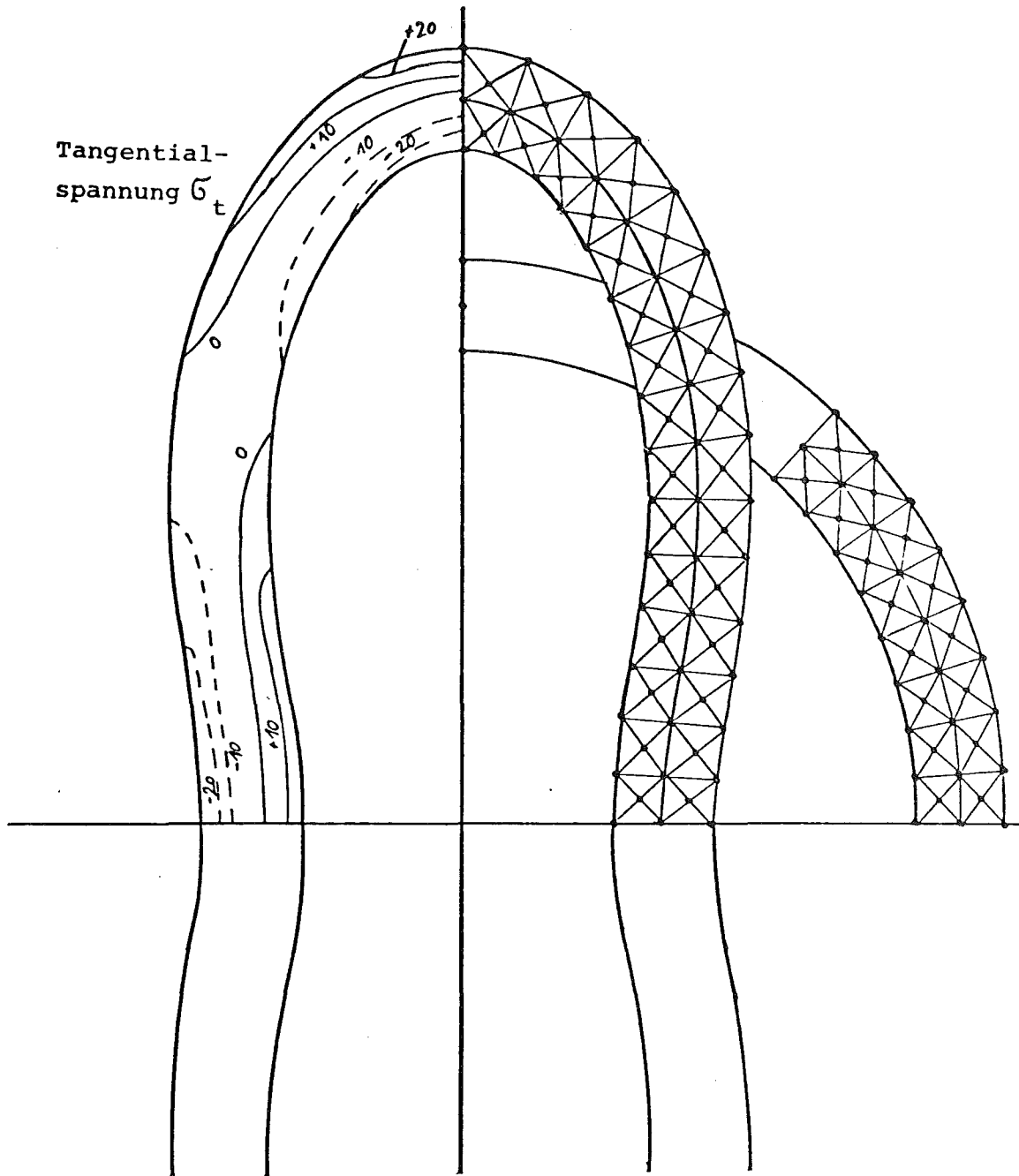


Bild: 17 Zeitlicher Verlauf der Tangentialspannungen des mit Außendruck beaufschlagten ovalen Hüllrohres



Inconel 625

Temperatur:  $t^h = 750^\circ\text{C}$

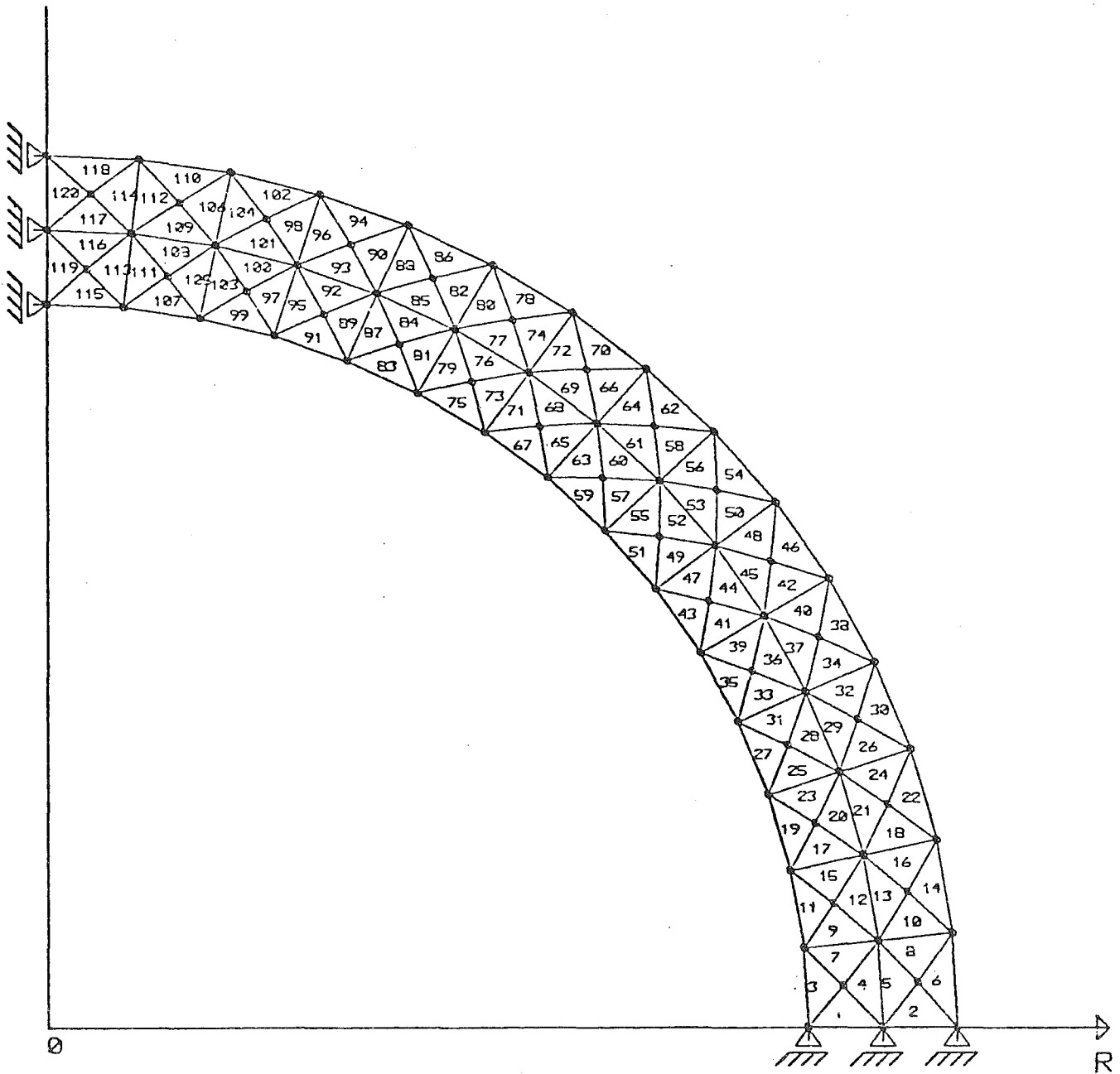
Druck:  $P_a = 100 \text{ at}$

Anfangsovalität:  $f_a = 0.05 \text{ mm}$

(Verformungsmaßstab größer als Geometriemaßstab)

Bild: 18 Verformung eines ovalen Hüllrohres  
mit Strukturunterteilung  
und Tangentialspannungsverteilung.





RA = 3.00	IGI = 2	PI = 1.00
RI = 2.50	IGA = 8	PA = 0.
EI = 0.	IFOVI = 2	TEMP = 750.0
EA = 0.	IFOVA = 0	T = 0.
OVI = 0.050		
OVA = 0.		

Bild: 19

FACHGEBIET  
REAKTORTECHNIK

TH DARMSTADT

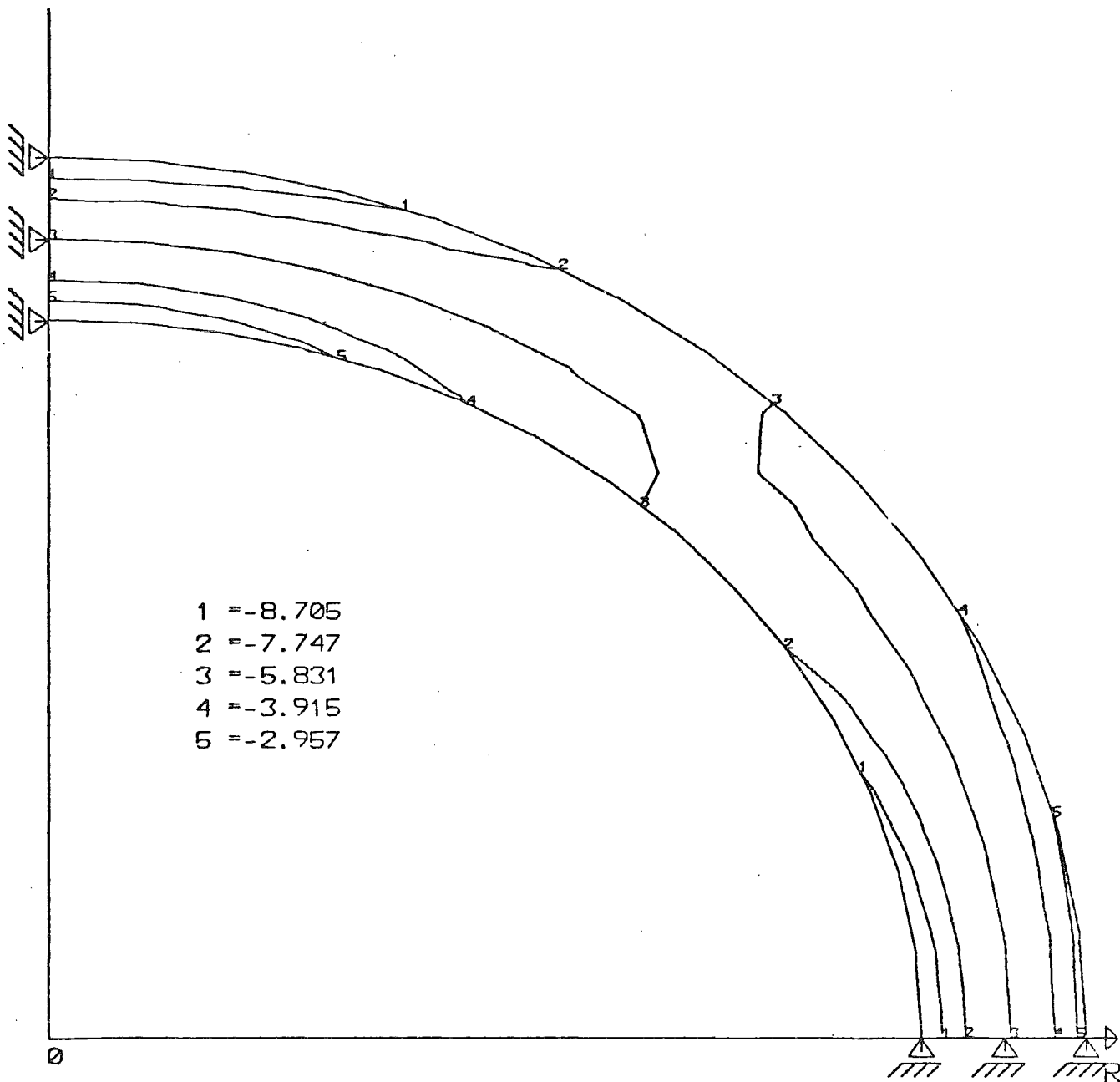
BRENNSTABHUELLE ROHR

ELEMENTNUMERIERUNG

MU 5.7 : 1

M 46 : 1

25. 8.1975



RA = 3.00

RI = 2.50

EI = 0.

EA = 0.

OVI = 0.050

OVA = 0.

IGI = 2

IGA = 2

IFOVI = 2

IFOVA = 0

PI = 1.00

PA = 0.

TEMP = 750.0

T = 585.34

Bild: 20

FACHGEBIET  
REAKTORTECHNIK

TH DARMSTADT

BRENNSTABHUELLE ROHR

TANGENTIALSPANNUNGEN

MU 7.0 : 1

M 46 : 1

25. 8.1975

3. Ein kapazitives Meßverfahren für die experimentelle  
Untersuchung von Brennelementhüllrohren bei Innen-  
und Außendruck

U. Krugmann

Mein Vortrag gliedert sich in 3 Teile. Zunächst werde ich das theoretische Modell vorstellen, das anfangs bei der Entwicklung des kapazitiven Verfahrens zur Abschätzung von Meßeffekten diente und später zur Auswertung der Meßergebnisse benutzt wurde. Daran anschließend wird das kapazitive Dehnungsmeßverfahren behandelt, seine quantitative Aussage und deren Genauigkeit. Zum Schluß gehe ich auf Testexperimente an Rohrproben aus dem Werkstoff Nr. 1.4981 ein.

### 3.1 Schalenmodell

Das theoretische Modell, das meiner Arbeit zugrunde liegt, basiert auf den Annahmen der Schalentheorie. Speziell wird ein linearer Verschiebungs- und Spannungsansatz über die Wand der Schale gemacht. Es gilt das Norton'sche Kriechgesetz und die Invariantentheorie von Odvust. Auf der Grundlage eines Variationsprinzips werden unter diesen Voraussetzungen die Differential-Gleichungen hergeleitet, die das Verhalten der allgemein geformten kriechenden Schale vollständig beschreiben.

Für die Anwendung auf Hüllrohrproben unter hydrostatischer Bruchbelastung von innen bzw. außen müssen diese Gleichungen spezialisiert werden. Dabei wird ausgenutzt, daß bei Rohren mit Endstopfen unter hydrostatischer Druckbelastung der ebene Dehnungszustand sehr gut erfüllt ist. Die Spezialisierung muß daher nicht auf die endlich-lange zylindrische Schale erfolgen. Es genügt die Betrachtung der unendlich-langen zylindrischen Schale. Nur in sehr kleinen Bereichen unmittelbar am Rand des Rohres treten dann kleine Abweichungen vom wahren Kriechverhalten des Rohres auf. Die allgemeine zylindrische Schale enthält sowohl das kreis-

zylindrische Rohr als auch das ovale Rohr als Sonderfälle. Damit ist das Schalenmodell in der Lage, die Rohraufweitung unter Innendruckbelastung und die Rohrschrumpfung und Rohrovalisierung unter Außendruckbelastung zu beschreiben.

Bei der Beschränkung auf Kriechverformungen von einigen Prozent - dies ist der auslegungstechnisch interessante Bereich - liefert das Schalenmodell den zeitlichen Verlauf der Rohrverformung in geschlossener Form. Ich will darauf verzichten, dies formelmäßig anzugeben und beschränke mich auf einen Vergleichsdatenfall (Diagramm 1), den schon Malmberg und Laßmann zum Vergleich ihrer Theorien mit der Hoff'schen Theorie benutzt haben (Diagramme 2, 3).

### 3.2 Kapazitives Verfahren zur kontinuierlichen Messung der Rohrverformung beim Kriechen

Am Anfang der Entwicklung des Meßverfahrens zur kontinuierlichen Dehnungsmessung beim Kriechen von Brennstabhüllrohrproben stand ein Katalog von Anforderungen:

1. Die maximale Hüllrohrtemperatur des SNR beträgt etwa 700°C. Da die Kriechrate mit wachsender Temperatur zunimmt, stellt die maximal zu erwartende Temperatur den Hauptarbeitsbereich des Meßverfahrens dar.
2. Das Verfahren soll bei Innen- und Außendruckversuchen bis zu 20 N/mm<sup>2</sup> arbeiten.
3. Es soll die Messung von Kriechkurven bis zu Einsatzzeiten über 1000 Stunden möglich sein. Dies erfordert eine hohe Langzeitstabilität und damit gleichzeitig die Erfassung von Kriechgeschwindigkeiten bis hinab zu 10<sup>-5</sup> mm/h.
4. Um diese kleinen Bewegungen erfassen zu können, soll die Genauigkeit der Dehnungsmessung im Mikrometer-Bereich liegen.

5. Die Messungen sollen reproduzierbar sein.
6. Durch die Messung soll der Kriechvorgang nicht beeinflusst werden.
7. Die Meßvorrichtung soll einfach herstellbar und einsetzbar sein.

Auf die Diskussion verschiedener schon woanders im Einsatz befindlicher oder außerdem prinzipiell möglicher Meßverfahren unter den hier angegebenen Gesichtspunkten will ich verzichten und gleich auf das Konzept eingehen, das dem von mir entwickelten Meßverfahren zugrunde liegt (Diagramm 4).

Meßgröße ist die Kapazität eines Zylinder-Kondensators mit veränderlichem Spalt zwischen den Elektroden. Aus einer Kapazitätsänderung kann man auf eine Spaltweitenänderung bzw. auf eine Geometrieänderung des zu untersuchenden Rohres schließen, wenn man ein geeignetes theoretisches Modell anwendet. Verwirklicht wird dieses Meßprinzip in den Meßanordnungen wie sie in den Diagrammen 5 und 6 dargestellt sind. Für eine homogene elektr. Feldverteilung im Meßspalt ist der Zusammenhang zwischen den geometrischen Größen:

Radius der Innenelektrode  
Radius der Außenelektrode  
Länge der Meßstrecke  
Ovalität des Rohres

und der Kapazität bekannt. Kapazitätsänderungen lassen sich damit auf Geometrieänderungen zurückführen. Das Diagramm 7 zeigt jedoch schematisch, daß diese homogene Feldverteilung nicht generell vorliegt. Besonders in den Randzonen liegt ein inhomogener Feldverlauf vor, der mit Streufeld bezeichnet wird und in Form von Streukapazitäten zur Gesamtkapazität beiträgt. Diese Streukapazitäten wurden in Modellversuchen untersucht. Speziell interessierte dabei die Abhängigkeit der einzelnen Kapazitätsanteile (des homogenen und des inho-

mogenen) von der Spaltweite und von der Ovalität der Meßanordnung. Dies wurde experimentell durch Variation der Länge der Meßanordnung erreicht. Das Diagramm 8 zeigt die Ergebnisse. Der gemessene homogene Anteil zeigt eine gute Übereinstimmung mit dem unabhängig davon aus den geometrischen Größen berechneten Verlauf. Der gemessene inhomogene Anteil zeigt, daß die Ovalität der Anordnung die Streukapazität nicht beeinflußt und daß die Spaltweite die Streukapazität nur wenig beeinflußt. Der inhomogene Anteil kann in guter Näherung als unabhängig von Spaltweite und Ovalität und damit als konstant angesetzt werden. Damit trägt er mit zum Kapazitätsuntergrund bei, der in jedem Fall in Form von Anschluß- und Leitungskapazitäten vorhanden ist. Auf den Fehler, der in dieser Annahme liegt, werde ich noch eingehen.

Eine zweite experimentelle Schwierigkeit ist in der stets vorhandenen Exzentrizität der Meßanordnung begründet. In Modellversuchen wurde deshalb in weiten Grenzen die Exzentrizität der Anordnung variiert und ihr Einfluß in Abhängigkeit von Ovalität und Spaltweite gemessen. Als Beispiel zeige ich das Diagramm 9. Kleine Exzentrizitäten beeinflussen nach diesen Modellversuchen die Kapazität nicht und können vernachlässigt werden. Dieses Ergebnis deckt sich mit einer theoretischen Analyse der Kapazität eines exzentrischen Zylinderkondensators. Auf den Fehler, der in der Vernachlässigung der Exzentrizität liegt, werde ich noch eingehen.

Nun komme ich zur eigentlichen Kapazitätsmessung. Das Diagramm 10 zeigt das Blockschaltbild der automatischen Kapazitätsmessung. Die Meßkapazität bildet zusammen mit einer fest vorgegebenen Induktionsspule einen Schwinkreis, der von einem Oszillator angeregt wird. Manuell oder nach Ablauf einer Wartezeit wird ein Meßzeitgeber gestartet. Dieser Meßzeitgeber aktiviert einen Zähler, der die Oszillatorimpulse auszählt.

Mit Ablauf der Meßzeit wird der Zähler geschlossen und die Ausgabeinheit, bestehend aus Drucker und Lochstreifenstanzer, gestartet. Nach Beendigung der Ausgabe werden alle Einheiten resettet und die Wartezeit neu gestartet.

Damit liegen die Meßdaten

- Frequenz und
- Zeit, die sich additiv aus Wartezeit, Meßzeit und Ausgabezeit zusammensetzt,

vor und können mit einer Rechenanlage ausgewertet werden.

Die Auswertung bei Innendruckversuchen ist sehr einfach. Das einzige Problem besteht in der Elimination der Untergrundkapazität. Dies erfordert eine relative Messung: die Meßfrequenzen werden auf den Wert bezogen, den sie vor Versuchsbeginn hatten. Da sich während des Versuchs nach der Druckbeaufschlagung nur noch eine Einflußgröße, der Rohrradius ändert, während alle anderen Einflußgrößen: Sondenradius, Sondenlänge, Untergrundkapazität und Eichkonstante des Schwingkreises gleich bleiben, ergibt sich aus dem zeitlichen Verlauf der Frequenz direkt der zeitliche Verlauf des Rohrradius.

Bei Außendruckversuchen ist die Auswertung der Meßdaten etwas schwieriger. Dies hat seine Ursache darin, daß aus dem zeitlichen Verlauf der Meßgröße Frequenz sowohl der zeitliche Verlauf des mittleren Rohrradius als auch der zeitliche Verlauf der Rohrovalität separiert werden muß. Die Separation wird nach folgendem Rezept vorgenommen: Da die Rohrovalität über weite Strecken des Verformungsvorganges nur kleine Werte annimmt und nur einen kleinen Einfluß auf die Kapazität, wird sie zunächst vernachlässigt (Diagramm 11). Die Änderung der Frequenzwerte wird also lediglich durch eine Änderung des Rohrradius interpretiert. Der sich daraus ergebende zeitliche Verlauf dieses fiktiven Rohrradius knickt im



letzten Teil der Einsatzzeit nach unten ab. In Wirklichkeit müßte der Rohrradius weiterhin einen in sehr guter Näherung linearen Verlauf haben. Der zeitliche Verlauf des Rohrradius ergibt sich also aus dem Anfangsbereich der gemessenen Frequenzwerte und aus der linearen Extrapolation in den Endbereich. Die Ovalisierung ergibt sich aus der Diskrepanz zwischen dem extrapolierten und dem gemessenen Verlauf.

Die Darstellung im Diagramm 11 hat das Schalenmodell zur Grundlage.

Nun komme ich zu der Genauigkeit des kapazitiven Meßverfahrens. Ich gehe hier von den Innendruckmessungen aus. Für Außendruck gelten vollständig analoge Betrachtungen. Wie ich schon gesagt habe, wird der zeitliche Verlauf des Rohrradius relativ zu dem Wert bestimmt, den er vor Versuchsbeginn hatte. Damit ist es erforderlich, die Meßanordnung vor Versuchsbeginn möglichst genau zu vermessen. Dies betrifft die Einflußgrößen

Rohrradius  
Sondenradius  
Sondenlänge  
Eichkonstante des Schwingkreises  
Frequenz

Während des Versuchs ist die einzige Größe, die sich ändert, die Meßfrequenz. Alle diese Größen und ihre Genauigkeiten gehen in die Genauigkeit des kontinuierlich zu bestimmenden Rohrradius mit ein. Das Diagramm 12 zeigt, mit welchen "Gewichten" sich Fehler der einzelnen Einflußgrößen als Fehler des zeitlichen Verlaufs des Rohrradius bemerkbar machen. Die Abzisse in dieser Auftragung entspricht qualitativ einer Zeitachse: links ist Versuchsbeginn, rechts Versuchsende. Es fällt auf, daß die Sondenlänge  $L$  und die Eichkonstante  $A$  nur sehr schwach in die Genauigkeit eingehen. Dies hat seinen Grund darin, daß sich durch die relative Messung ihr Einfluß fast aufhebt.

Am stärksten, besonders in der Anfangsphase gehen die Meßfrequenzen ( $v(t)$  und  $v(o)$ ) in die Genauigkeit ein. Da die Frequenzen aber sehr genau meßbar sind ( $\sim 10^{-5}$ ), treten nur sehr kleine absolute Fehler auf. Damit wird die Genauigkeit der kontinuierlich gemessenen praktisch nur abhängig von der Genauigkeit, mit der Rohrradius und Sondenradius vor Versuchsbeginn vermessen werden. Zur Vermessung wurden 1/1000-mm-Mikrometerschrauben verwendet. Die Genauigkeit liegt deswegen im Mikrometerbereich.

Weiterhin werden Fehler für den kontinuierlich gemessenen Rohrradius durch die beiden Effekte verursacht, die anfangs in Modellexperimenten untersucht wurden. Diese Fehler sind im Diagramm 13 zusammengestellt. In beiden Fällen wird ein zu großer Radienwert vorgeteusch, deshalb sind die Fehler negativ anzutragen.

Der Fehler durch Vernachlässigung der Streukapazität übersteigt betragsmäßig nicht  $7\mu\text{m}$ . Der Exzentrizitätsfehler hängt ab vom aktuellen Wert der Exzentrizität und nimmt gegen Ende der Einsatzzeit stark zu. Um diesen Fehler in den Griff zu bekommen, ist die Exzentrizität der Anordnung möglichst genau zu messen. Sie setzt sich aus verschiedenen Anteilen zusammen:

Rohrprobe und Meßsonde sind axial gekrümmt. Diese axiale Krümmung wird mit einem Rundheitsmeßgerät ermittelt (Diagramm 14). Außerdem tritt Lagerspiel an den Keramik-Zentrierungen zwischen Rohr und Sonde durch die unterschiedliche thermische Dehnung bei Keramik und Stahl auf. Dieser Effekt wird quantitativ ermittelt durch Vermessung der Lagerradien und Berechnung der unterschiedlichen thermischen Dehnung. Damit ist jedoch keine aktuelle sondern nur die maximale Exzentrizität angebbar, da unbekannt bleibt, welche aktuelle Exzentrizität sich durch Überlagerung der einzelnen Anteile ergibt. Bevor ich auf die Testmessungen nach dem hier geschilderten Meßverfahren eingeehe, will ich noch summarisch die experimentellen Hauptschwie-

rigkeiten nennen, die beim Betrieb dieses Verfahrens auftreten.

1. Die Meßflächen an Rohr und Sonde korrodieren. Dies verändert die geometrischen und dielektrischen Eigenschaften der Meßanordnung.
2. Die Meßflächen emittieren bei  $700^{\circ}\text{C}$  Elektronen. Dieser Effekt der thermischen Elektronenemission führt zu freien Ladungsträgern im Meßspalt. Dadurch wird praktisch im Meßschwingkreis ein Widerstand parallel geschaltet, die Resonanz des Meßschwingkreises wird gedämpft.
3. Die Keramikzentrierkörper stellen ein weiteres Dämpfungsglied im Schwingkreis dar. Der spezifische Widerstand im Handel erhältlichlicher Keramik nimmt mit steigender Temperatur stark ab und begrenzt dadurch die Einsatzmöglichkeit des Meßverfahrens.
4. In der Aufheizphase gibt es Änderungen der geometrischen Konfiguration der Meßanordnung. Diese Änderungen werden hervorgerufen durch Freisetzen von Eigenspannungen und verschiedene thermische Ausdehnung in den einzelnen Bauteilen.

Jeder einzelne der hier aufgeführten Temperatureffekte kann eine Rohrverformung vortäuschen, bis hin zum Anliegen des Rohres an die Sonde. Die Beseitigung dieser Effekte ist also unerlässlich für das Funktionieren des Meßverfahrens.

Die Oxydation der Meßflächen läßt sich verhindern, wenn das gesamte Meßvolumen (der Raum zwischen den Meßflächen) evakuiert oder unter Heliumatmosphäre gesetzt wird. Die Dämpfung des Meßkreises durch elektrische Leitung über den Meßspalt (Elektronenemission) oder über die Keramikkörper verändert zwar nicht die Eigenfrequenz des Meßkreises, bewirkt aber elektronische Probleme beim Oszillator und beim Frequenz-

zähler. Die Elektronenemission ist prinzipiell nicht vermeidbar, die elektrische Leitung über die Keramikkörper kann aber durch geeignete Wahl des Materials reduziert werden.

Bei Verwendung von hochreiner Aluminiumoxydkeramik konnte der Gesamtwiderstand der Meßordnung bei 700°C aufgehoben werden. Dabei traten keine frequenztechnischen Probleme mehr auf.

Die Frequenzänderung in der Aufheizphase ließ sich nicht unterdrücken. Um dennoch reproduzierbare Verhältnisse zu haben, wurde jede Meßanordnung vor der Druckbeaufschlagung der Probe etwa 200 Stunden der Untersuchungstemperatur ausgesetzt. Innerhalb dieser Zeit waren die Konfigurationsänderungen stets abgeschlossen, was an einem konstanten Wert der Frequenz des Meßkreises zu beobachten war. Die Anfangskonfiguration der Meßanordnung wurde dann definiert durch

- die geometrischen Größen der Meßanordnung, die vor Probeneinsatz durch eine Vermessung ermittelt und auf thermische Ausdehnung korrigiert wurden, und
- die Anfangsfrequenz des Meßkreises, die sich als konstanter Wert unmittelbar vor der Druckbeaufschlagung bei der Untersuchungstemperatur eingestellt hatte.

### 3.3 Testmessungen

Die Erfüllung der Anforderungsliste, die ich am Anfang der Entwicklung des kapazitiven Meßverfahrens genannt habe, wird durch Testmessungen unter Innen- und Außendruckbelastung belegt, die ich im folgenden behandeln will.

Über den Versuchsstand, an dem die Versuche durchgeführt werden, brauche ich nicht viel zu sagen. Er ist in ähnlichen Veranstaltungen wie heute bereits vorgestellt worden. Das Meßverfahren wurde im vorangegangenen Abschnitt ausführlich darge-

stellt. Deshalb will ich hier nur die untersuchten Rohre anführen. Das Diagramm 15 zeigt die wichtigsten Daten. Es wurden diese speziellen Rohre ausgewählt und uns von der Firma INTERATOM zur Verfügung gestellt, da damit Vergleichsmöglichkeiten mit Innendruckversuchen von Schäfer (IMF) und Braun (INTERATOM) bestehen. Untersuchungstemperatur ist  $700^{\circ}\text{C}$ . Zwei Beispiele für Innendruckmessungen zeigen die Diagramme 16 und 17. Hierbei wird deutlich, daß Einsatzzeiten von weit über 1000 Stunden erreichbar sind. Die einzelnen Meßpunkte sind als Kreuze dargestellt. Der senkrechte Balken gibt dabei die Vertrauenswürdigkeit des jeweiligen Meßpunktes an. Deutlich wird die Asymmetrie des Meßfehlers, verursacht durch die Exzentrizität der Meßanordnung. Besonders stark wird dieser Einfluß im Diagramm 17 deutlich. Es zeigt sich allerdings, daß die resultierende Exzentrizität hier überschätzt wurde, denn das starke Anwachsen des Exzentrizitätsfehlers in der Endphase deutet darauf hin, daß sich das Rohr zu dieser Zeit schon an die Sonde angelegt hätte, wenn diese Exzentrizität tatsächlich bestanden hätte.

Die Auswertung der Innendruckversuche geschieht nach dem Schalenmodell. Dabei werden an jede Meßkurve drei Größen nach den Regeln der Ausgleichsrechnung angepaßt. Der Anpassungsbereich ist der Bereich, in dem die Anpassungskurve in den Plot eingezeichnet ist.

Die erste Größe ist der auf den Zeitnullpunkt, das ist der Zeitpunkt der Druckbeaufschlagung extrapolierte Wert des Rohrradius. Dieser Wert wurde im Rahmen meiner Arbeit nicht weiter untersucht, denn es wurde keine charakteristische Druckabhängigkeit des extrapolierten Anfangsradius gefunden.

Die zweite Anpassungsgröße ist die auf den Zeitnullpunkt extrapolierte Anfangssteigung der Meßpunkte. Sie hat eine charakteristische Druckabhängigkeit, wie Diagramm 18 zeigt und wird mit Kriechrate bezeichnet. Aus dieser charakteristischen Druckabhängigkeit der Kriechrate lassen sich die Kriechparameter

bestimmen. Dieses Verfahren wendet z.B. auch Schäfer an, darüber jedoch später mehr.

Die dritte Anpassungsgröße ist die zeitliche Krümmung der Meßwerte. Diese Anpassungsgröße ist nach dem Schalenmodell unmittelbar durch den Kriechparameter  $n$  gegeben. Es besteht also die Möglichkeit, aus einer einzelnen Kriechkurve durch Auswertung der zeitlichen Krümmung den Kriechexponenten zu ermitteln. Da die Kriechrate als zeitliche Anfangssteigung ebenfalls für jede einzelne Kurve vorliegt, läßt sich daraus auch der Kriechparameter  $K$  angeben.

Die Druckabhängigkeit der so ermittelten  $n$ -Werte zeigt Diagramm 19. Im Rahmen der Meßfehler zeigt sich keine Druckabhängigkeit. Das weit schraffierte Band ergibt sich aus der Druckabhängigkeit der Kriechrate, das eng schraffierte Band stellt den resultierenden Wert dar.

Eine analoge Auswertung der  $K$ -Werte zeigt das Diagramm 20. In beiden Fällen zeigt sich Konsistenz der Kriechparameter, die nach völlig verschiedenen Verfahren gewonnen wurden und damit die Reproduzierbarkeit des Meßverfahrens. Eine weitere Bestätigung der Reproduzierbarkeit lieferte die Nachuntersuchung der untersuchten Rohre. Der Radius bei der Nachuntersuchung stimmte im Rahmen der Meßfehler jeweils mit dem Endradius der kontinuierlichen Vermessung überein.

Der Vergleich mit Ergebnissen des IMF wird an Hand der Kriechraten durchgeführt. Dargestellt sind Innendruckmessungen und Messungen unter Zug. Der Werkstoff war jeweils der in der Tabelle angegebene Austenit 1.4981 derselben Charge teils 12%-kaltverformt, teils lösungsgeglüht.

Es scheint, daß Rohre unter Innendruck eine schwächere Spannungsabhängigkeit haben als unter axialem Zug. Im Bereich der Ergebnisse für lösungsgeglühte Rohre liegen meine Ergebnisse mit kaltverformten Rohren. Diese Rohre wurden jedoch vor der

Druckbeaufschlagung bereits 200 h bei 700°C ausgelagert, um thermische Effekte der Aufheizphase zu vermeiden. Dabei ist die Erhöhung der Langzeitstabilität durch Kaltverformung wieder rückgängig gemacht worden.

Der Vergleich mit den Ergebnissen von Braun wird an Hand der Spannungsabhängigkeit der Kriechgeschwindigkeit durchgeführt, die aus den Kriechkurven gewonnen werden kann. Während der Einsatzzeit der Probe unter Innendruck vergrößert sich der Rohrradius. Gleichzeitig wird die Wandstärke geschwächt. Beide Effekte führen zu einer Erhöhung der Umfangsspannung bei gleichbleibendem Druck. Diese Spannungserhöhung durch Geometrieeffekte führt zu der Krümmung der Kriechkurven, obwohl stationäres Kriechen vorliegt. Sie wurde vorher ausgenutzt, um aus einer einzelnen Kriechkurve direkt die Kriechparameter zu bestimmen.

Das Diagramm 22 zeigt den Vergleich mit den Ergebnissen von Braun. Während sich bei den dick ausgezogenen Kurven Konsistenz zwischen dem Verhalten der einzelnen Probe und dem Verhalten der Proben zueinander ergibt, besteht diese Konsistenz bei den Ergebnissen von Braun nicht.

Im Vergleich der einzelnen Kurven zeigt sich praktisch Spannungsunabhängigkeit, während jede Kurve für sich eine starke Abhängigkeit der Kriechgeschwindigkeit von der Spannung aufweist. Ich führe diese Inkonsistenz auf das von Braun benutzte Verfahren der diskontinuierlichen Vermessung zurück. Besonders in der Anfangsphase jeder Probe wurde in einem 24-stündigen Turnus vermessen, was zu einer starken Druck- und Temperaturwechselbeanspruchung führte und damit den Verformungsvorgang entscheidend beeinflusste.

Abschließend möchte ich noch zu den Außendruckmessungen kommen. Kriechkurven wie bei Innendruckbelastung kann ich dafür jedoch nicht vorzeigen. Der Grund dafür liegt in der zu geringen Größe des Meßeffektes bei den Außendruckmessungen (Faktor 50).

Eine nur schwache, evtl. nur in der Größe der Meßgenauigkeit liegende Änderung des Rohrradius war zwar auf Grund von Schalenmodellrechnungen zu erwarten. Durch die Ovalisierung wurde jedoch ein massiver Meßeffect vorausgesagt. Daß dieser Meßeffect nicht eintritt, ist ein Indiz dafür, daß die Ovalisierung nicht in dem Maße erfolgt, wie sie z.B. nach dem Schalenmodell berechnet wird. Aus den kontinuierlich gemessenen Frequenzverläufen ergibt sich, daß die Ovalität kontinuierlich wächst, bis zu einem Wert von maximal 2 bis 3%, und daß dann plötzlich das Rohr kollabiert.

Zur quantitativen Auswertung liegen damit nur die Standzeiten der Rohrproben vor. Das Diagramm 23 zeigt die Druckabhängigkeit der Standzeit. Daraus ist eine Kriechparameterbestimmung möglich. Die Anwendung des Schalenmodells ergibt einen n-Wert, der im Rahmen seiner Genauigkeit mit dem n-Wert übereinstimmt, der unter Innendruck gewonnen wurde. Der K-Wert liegt aber um einen Faktor 30 unter dem Innendruck-K-Wert. Unter Außendruck stellt sich das Material also wesentlich kriechfester dar als unter Innendruck. Dieses Ergebnis erfordert eine Revision der meisten Kriechansätze, die davon ausgehen, daß die gleichen Kriechparameter unter Druck und Zug gelten. Die herkömmlichen Theorien stimmen gerade da nicht, wo das Material bereichsweise auf Druck und bereichsweise auf Zug beansprucht wird. Dieser Fall der bereichsweisen Beanspruchung sowohl auf Druck als auch auf Zug ist nun gerade beim Rohr unter Außendruck verwirklicht. Das Diagramm 24 zeigt den Spannungszustand in einem obalen Rohr unter Außendruck in Abhängigkeit von der Ovalität nach dem Schalenmodell. Mit zunehmender Ovalisierung entstehen an den Rohrscheiteln Zugbereiche. In diesen Zugbereichen ist das Material erheblich kriechfreudiger als in den übrigen Druckbereichen. Dies entspricht "quasi" der Installation von Kriechgelenken an den Rohrscheiteln und hat den augenblicklichen Kollaps des Rohres zur Folge. Das Schalenmodell berechnet, daß Zugbereiche bei den untersuchten Rohren bei etwa 2,1% Ovalität entstehen. Dies erklärt den niedrigen Meßeffect bei den Kriechkurven unter Außendruckbelastung.



Abschließend möchte ich zusammenfassen:

1. Mit dem kapazitiven Meßverfahren steht ein leistungsfähiges und genaues Verfahren zur kontinuierlichen Dehnungsmessung bei Kriechversuchen an Rohren zur Verfügung.
2. Kriechversuche sind sowohl unter Zug- als auch unter Druckbelastung des Materials sinnvoll, da nur so der gesamte Belastungsbereich im Reaktor abgedeckt werden kann. Eine Möglichkeit dafür bietet das kapazitive Meßverfahren.
3. Das unterschiedliche Verhalten des Materials unter Zug und Druck erfordert neue theoretische Ansätze.

Rohr 7 x 0.4 mm

Hastelloy X, 700°C

$n = 6.1$

$K = 2 \cdot 10^{-11} \text{ h}^{-1} (\text{kp/mm}^2)^{-n}$

$E = 15350 \text{ Kp/mm}^2$

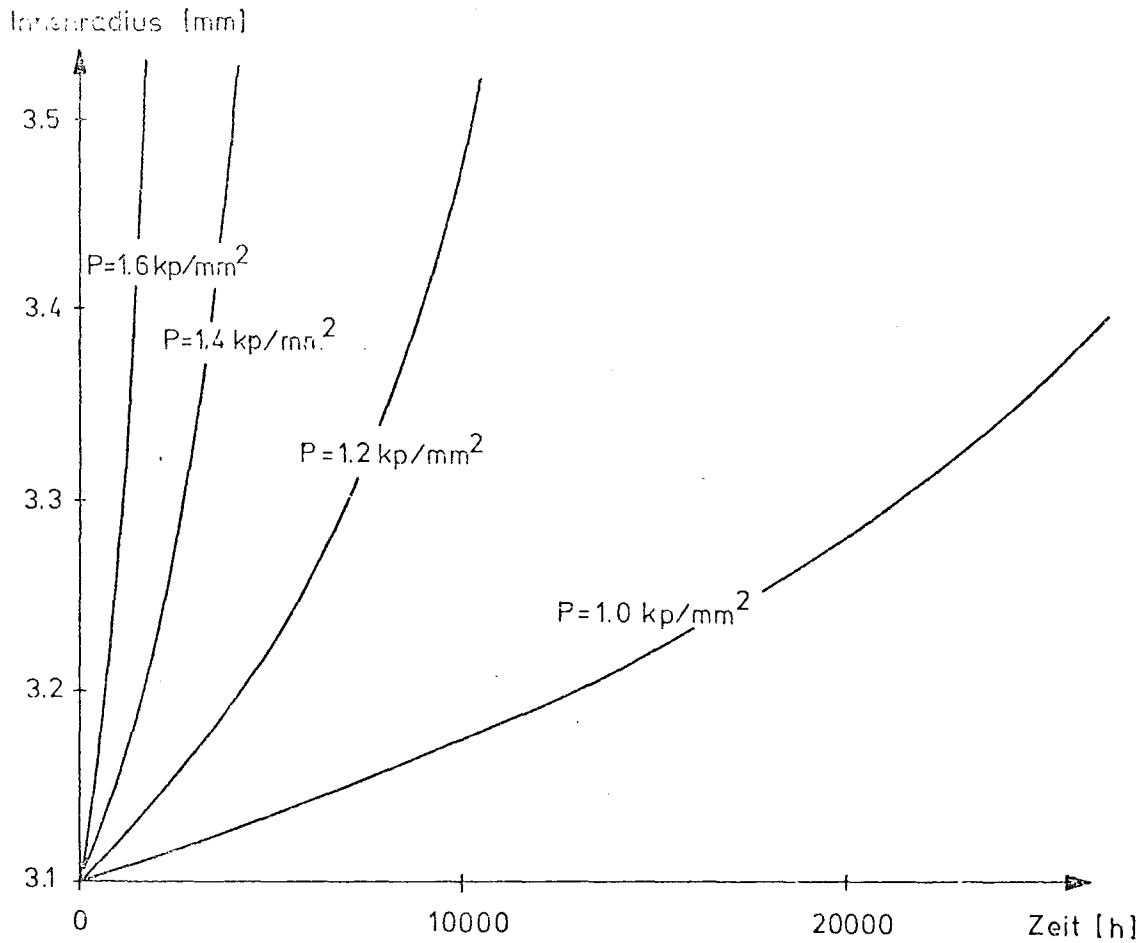
$\nu = 0.3$

$R_a = 3.5 \text{ mm}$

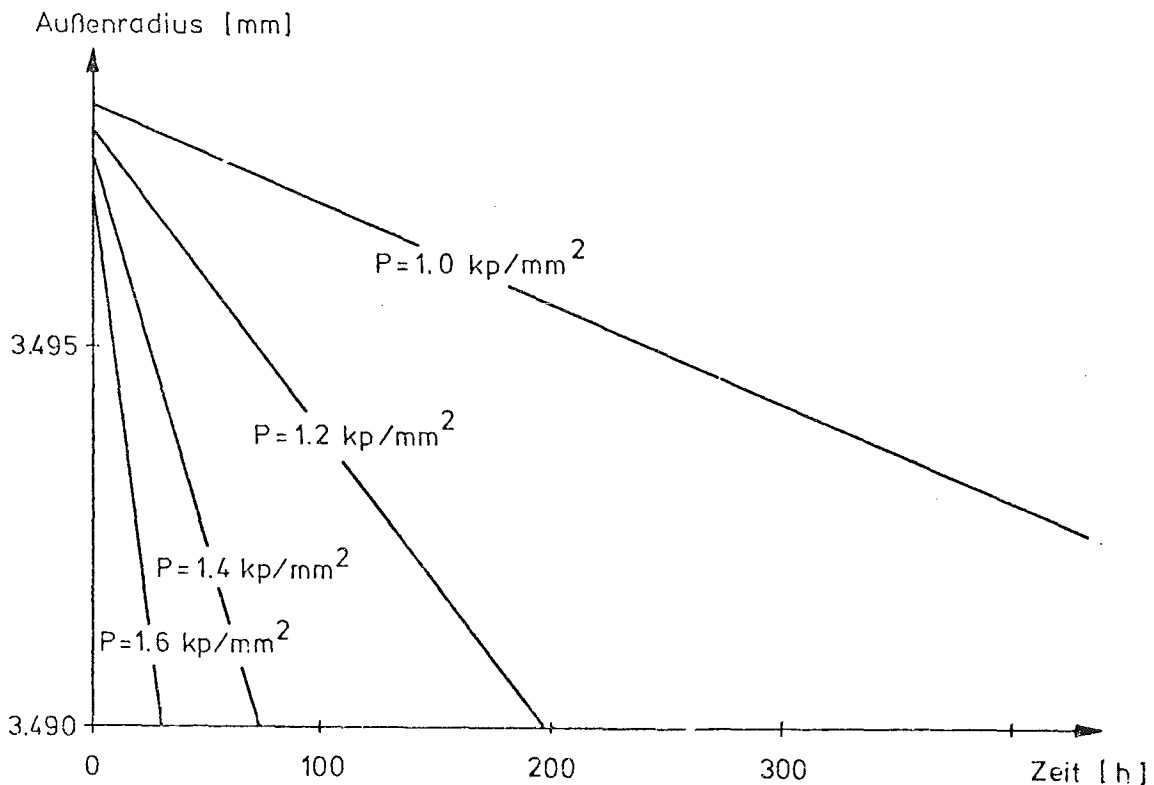
$h = 0.4 \text{ mm}$

$\alpha_0 = 1.225 \cdot 10^{-3}$

Diagramm 1 (Tabelle 2.1): Vergleichsdatenfall für  
Schalenmodell

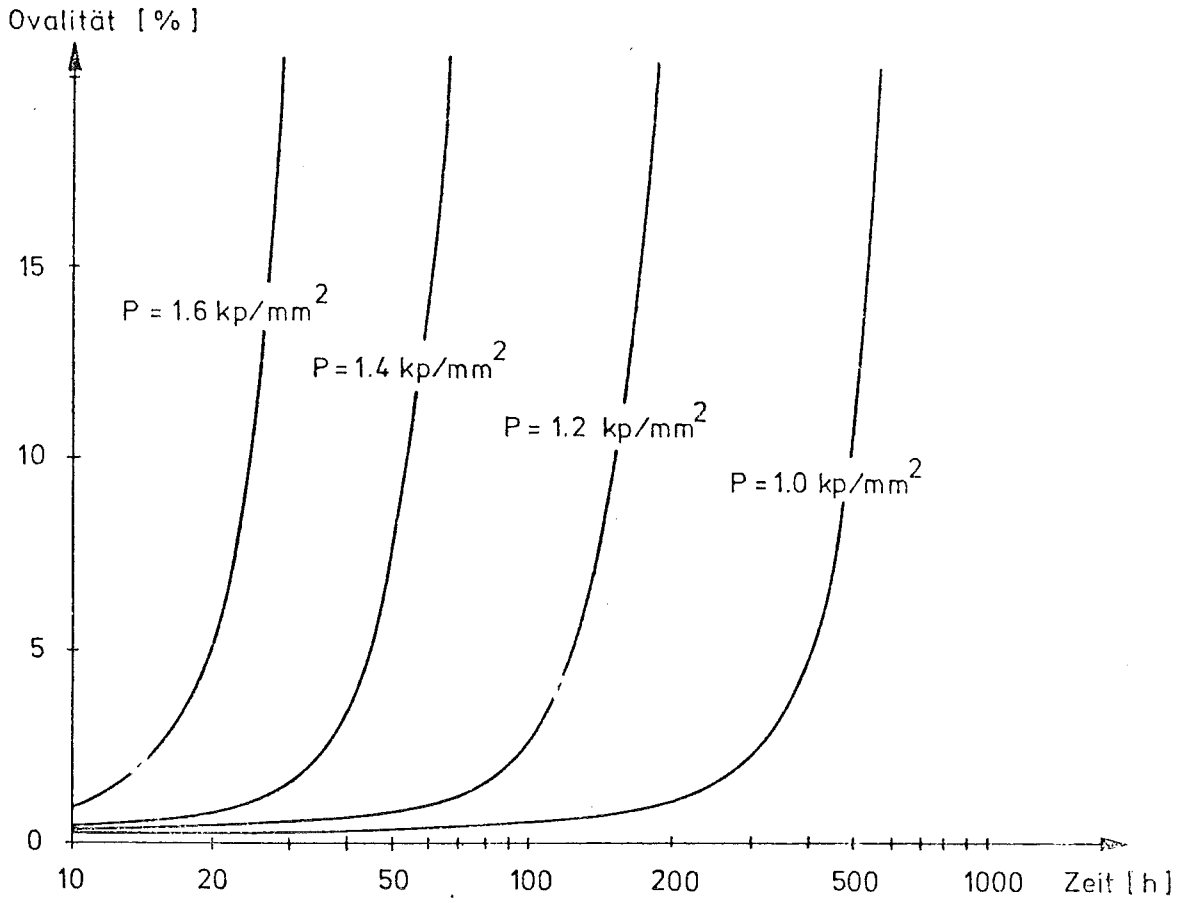


Rohraufweitung unter Innendruckbelastung ( Vergleichsdatenfall )

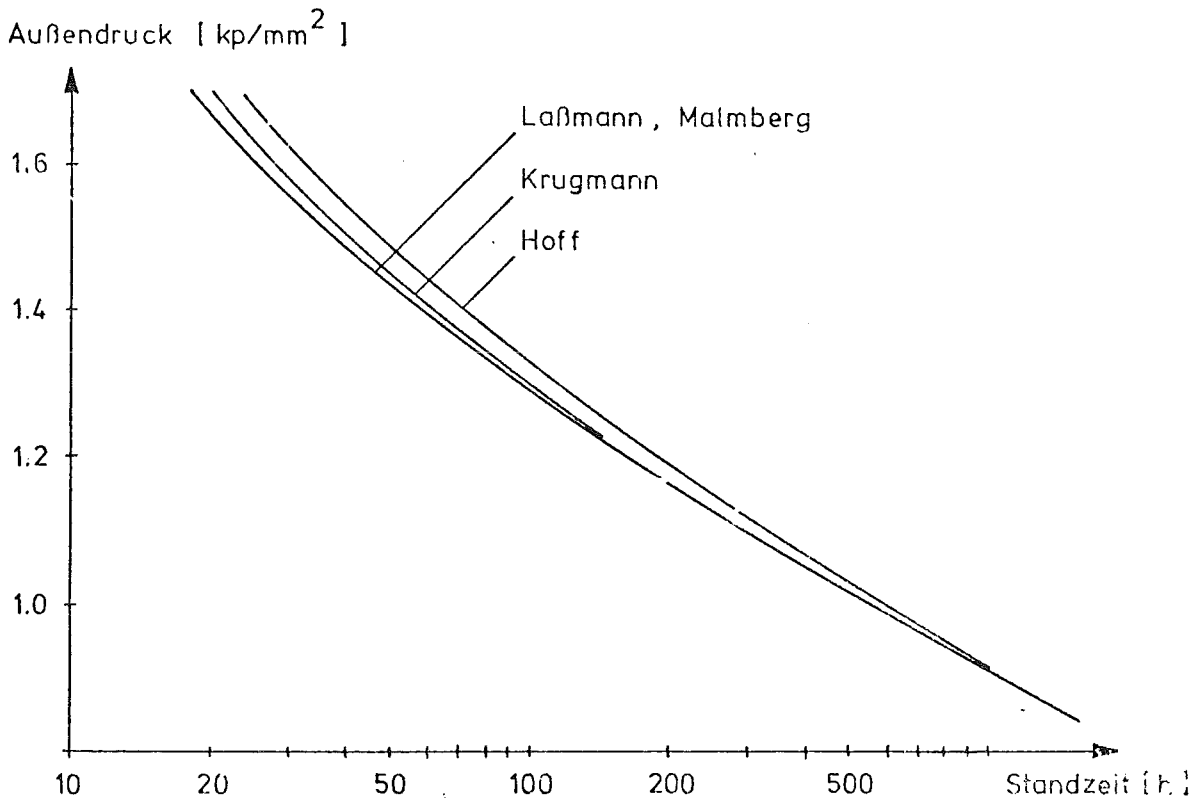


Rohrschrumpfung unter Außendruckbelastung ( Vergleichsdatenfall )

Diagramm 2

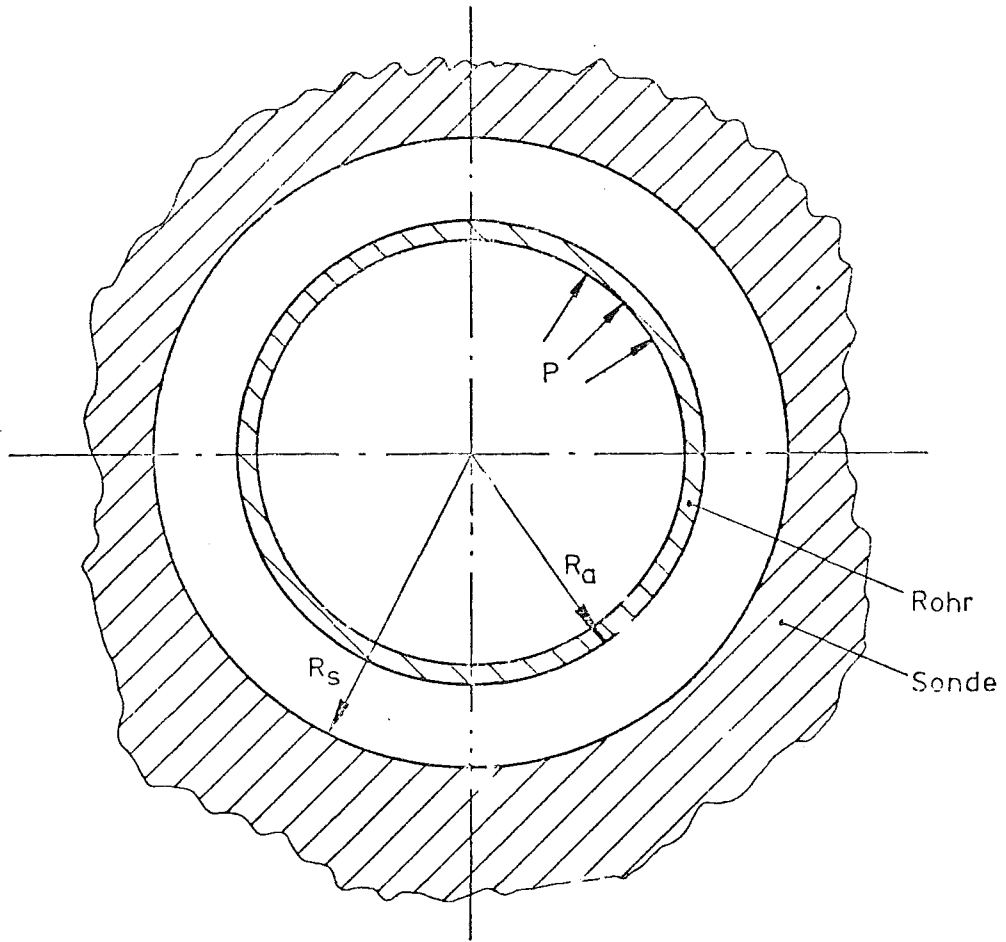


Rohrovalisierung unter Außendruckbelastung ( Vergleichsdatenfall )

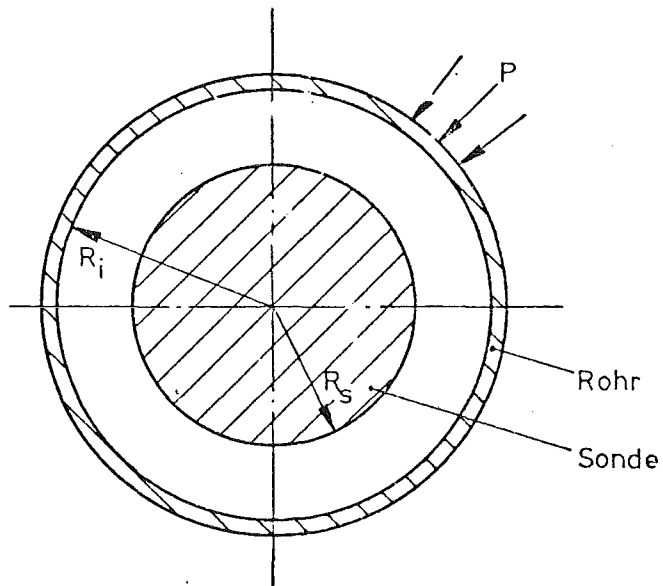


Standzeit in Abhängigkeit vom Außendruck ( Vergleichsdatenfall )

Diagramm 3

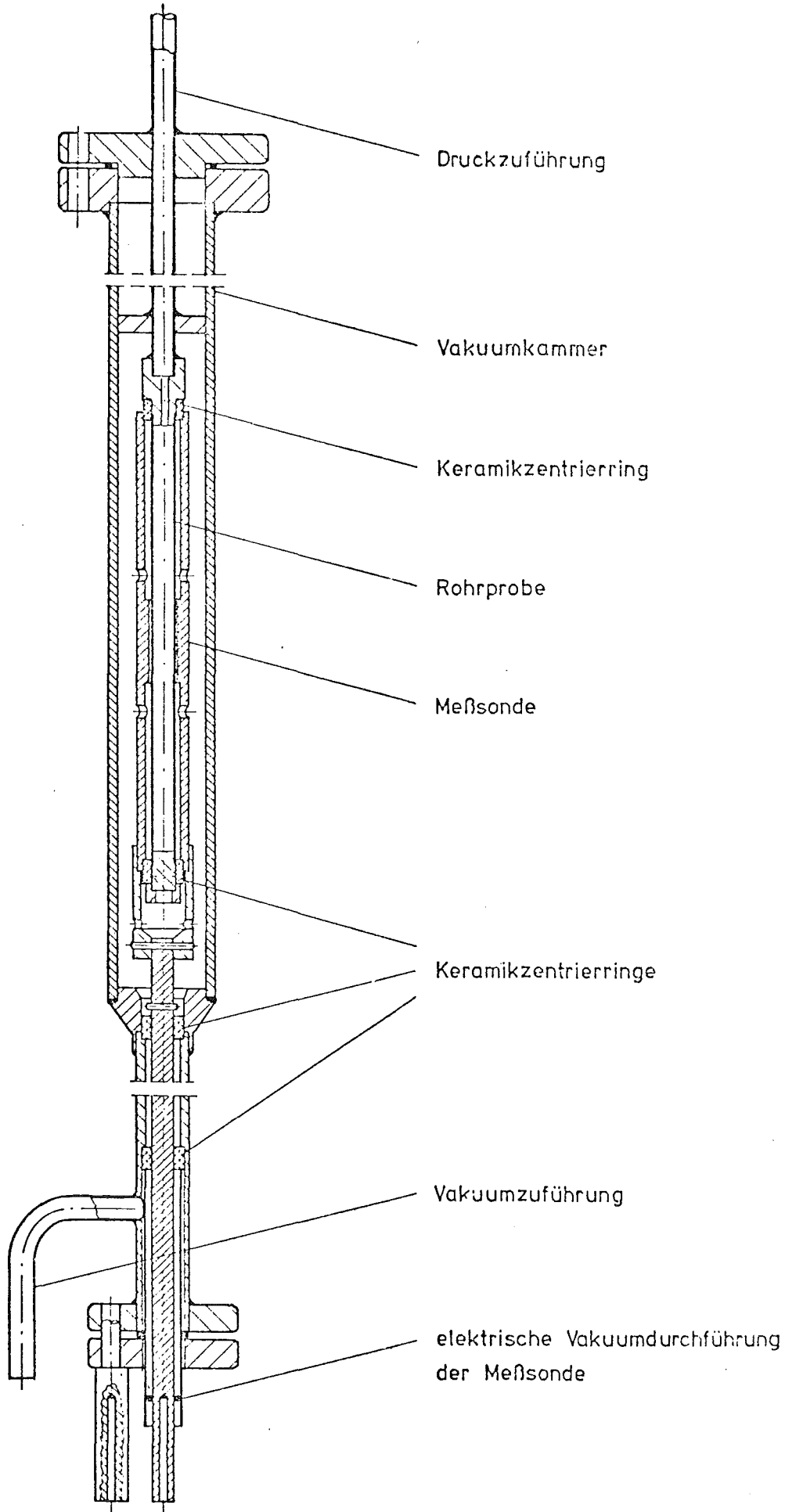


Meßprinzip bei Innendruckbelastung

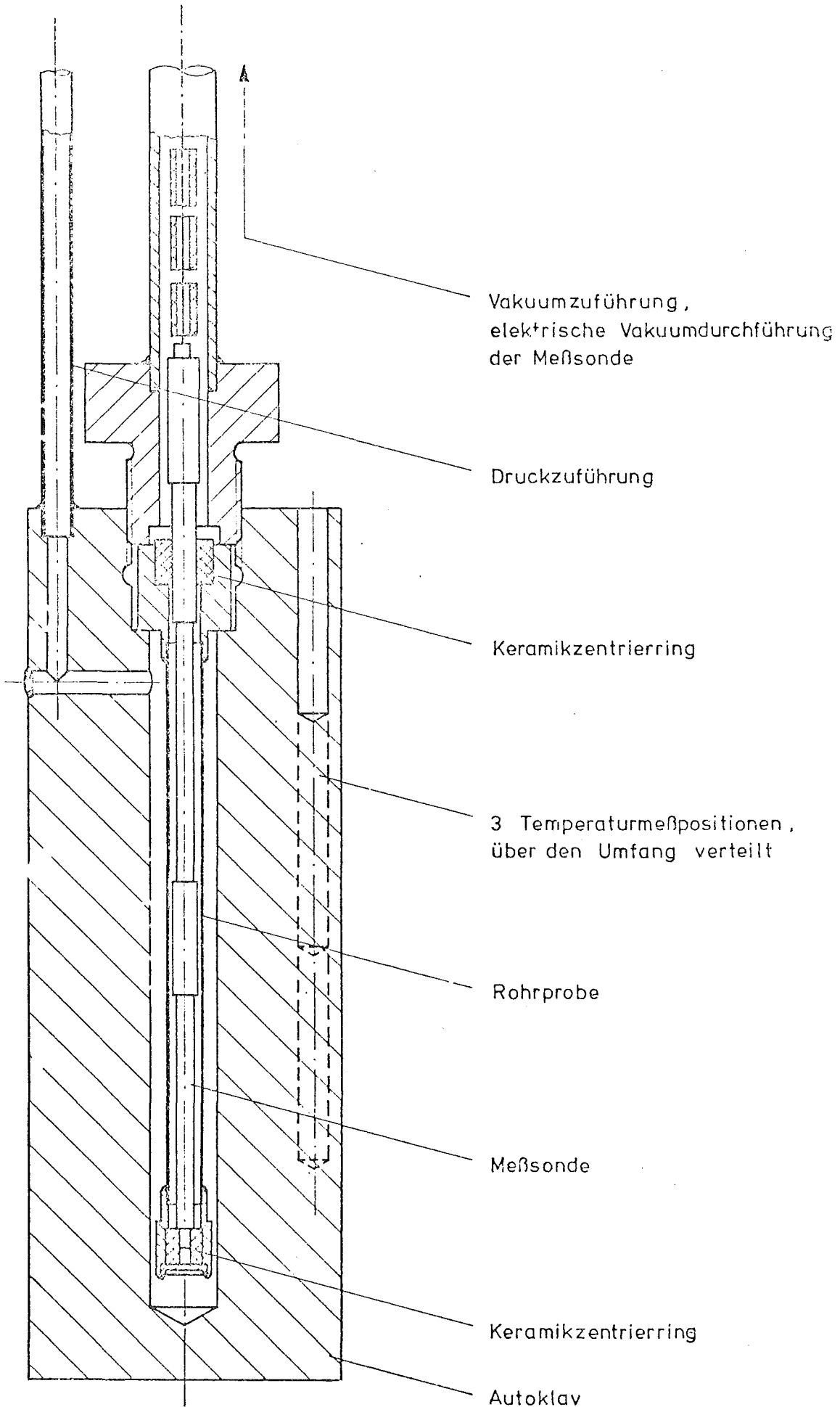


Meßprinzip bei Außendruckbelastung

Diagramm 4

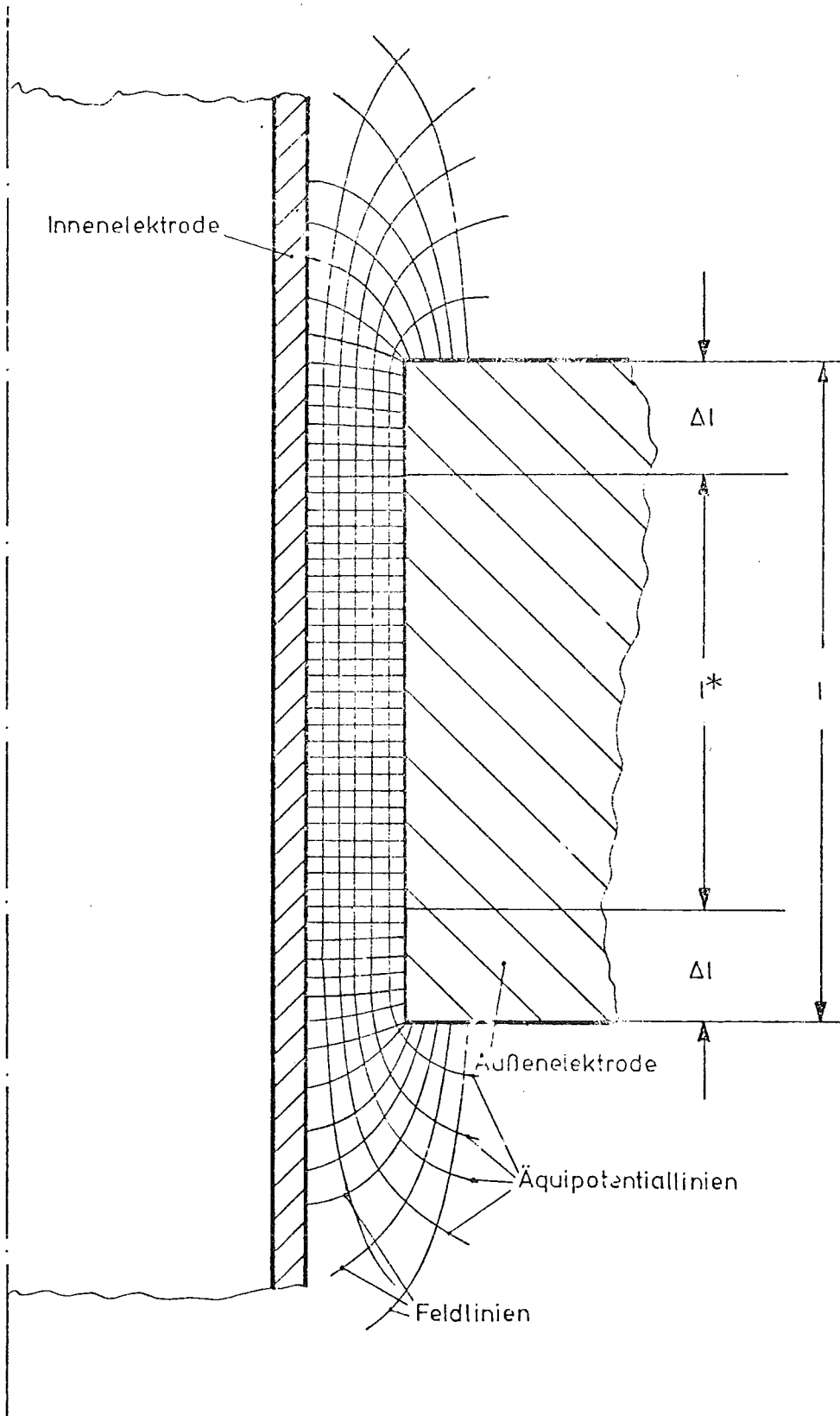


Innendruckmeßvorrichtung, verkleinert  
Diagramm. 5



Außendruckmeßvorrichtung

Diagramm 6

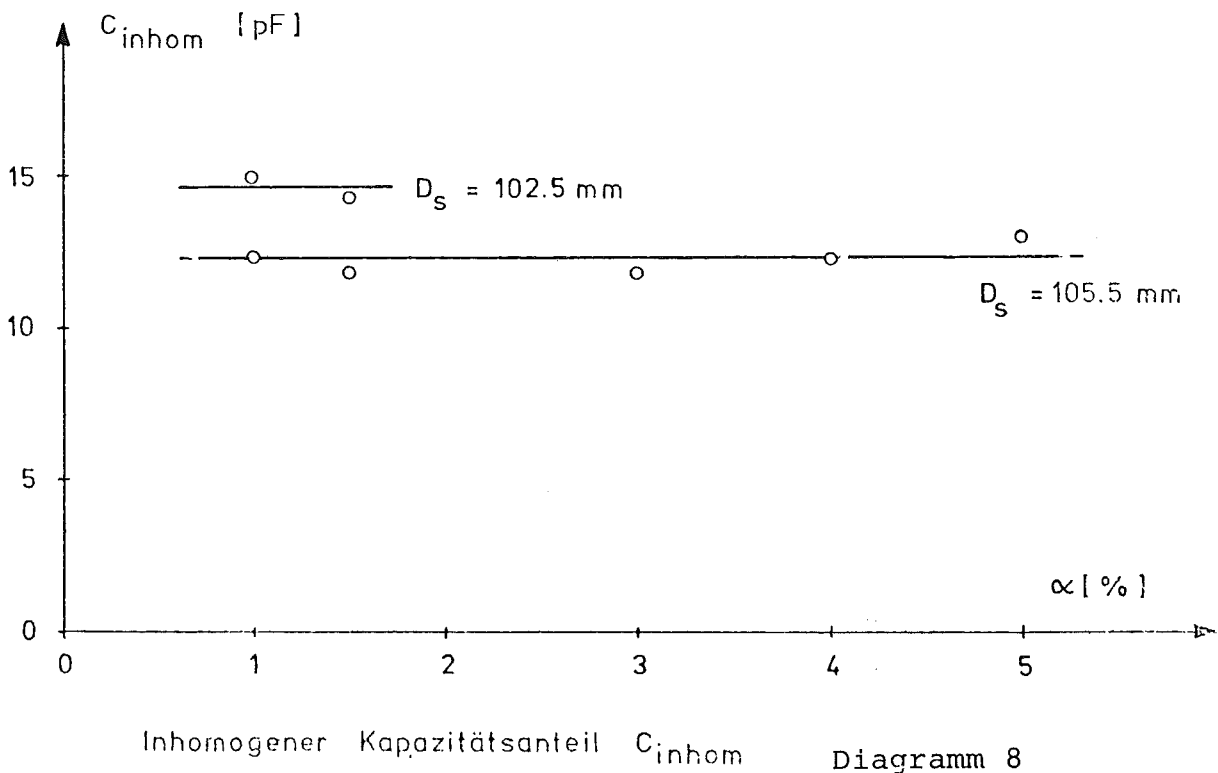
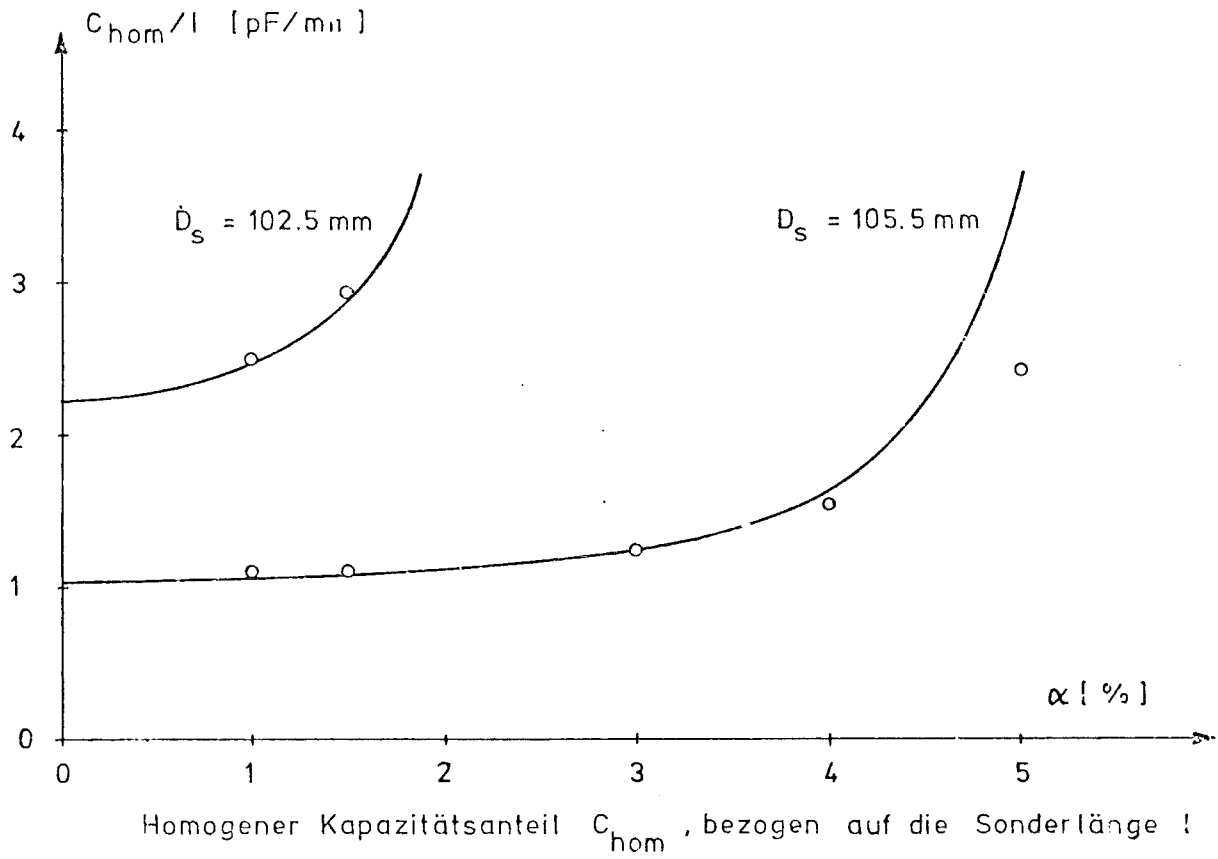


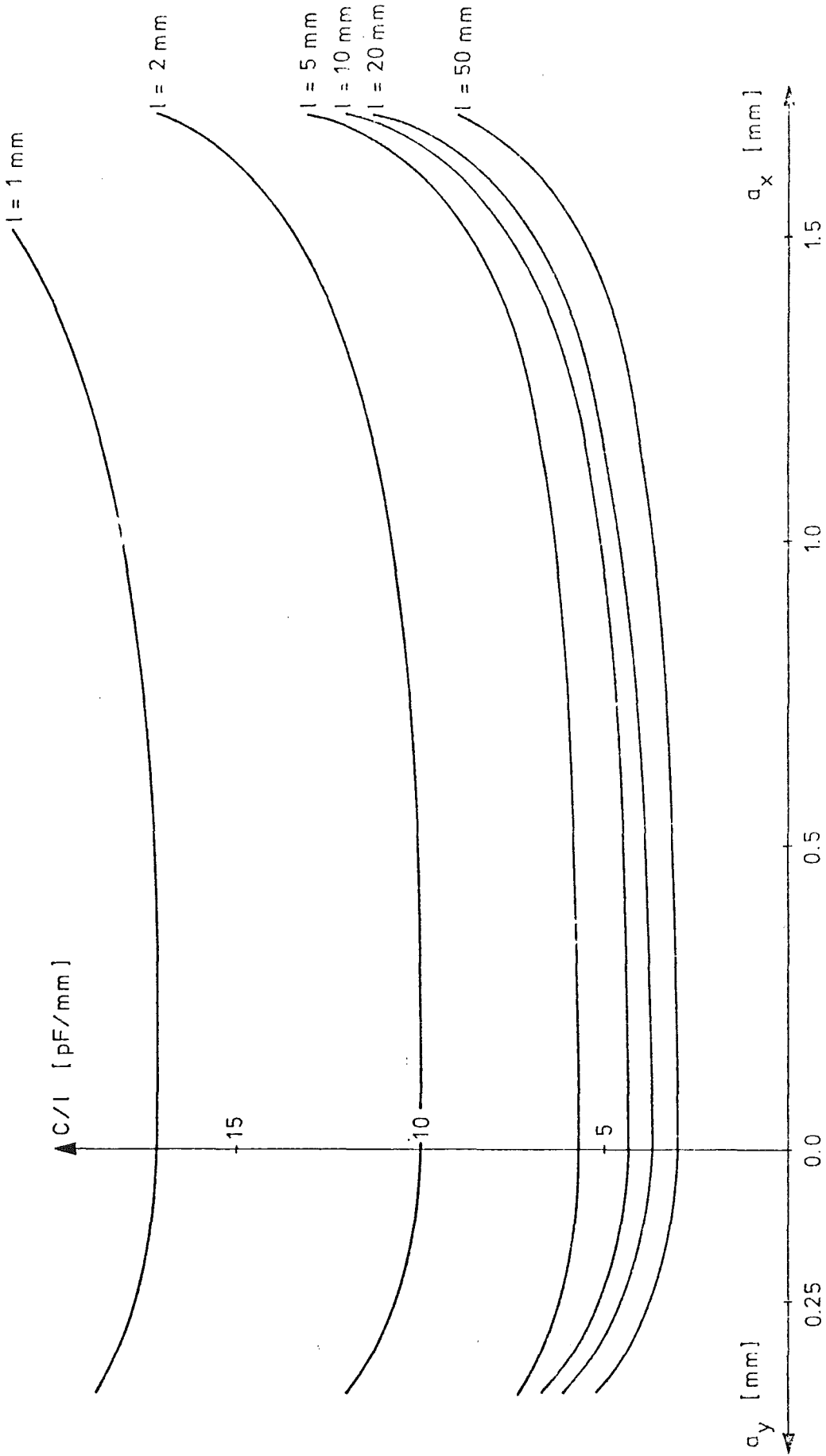
Längsschnitt durch die Innendruckmeßanordnung , schematisch

Diagramm 7



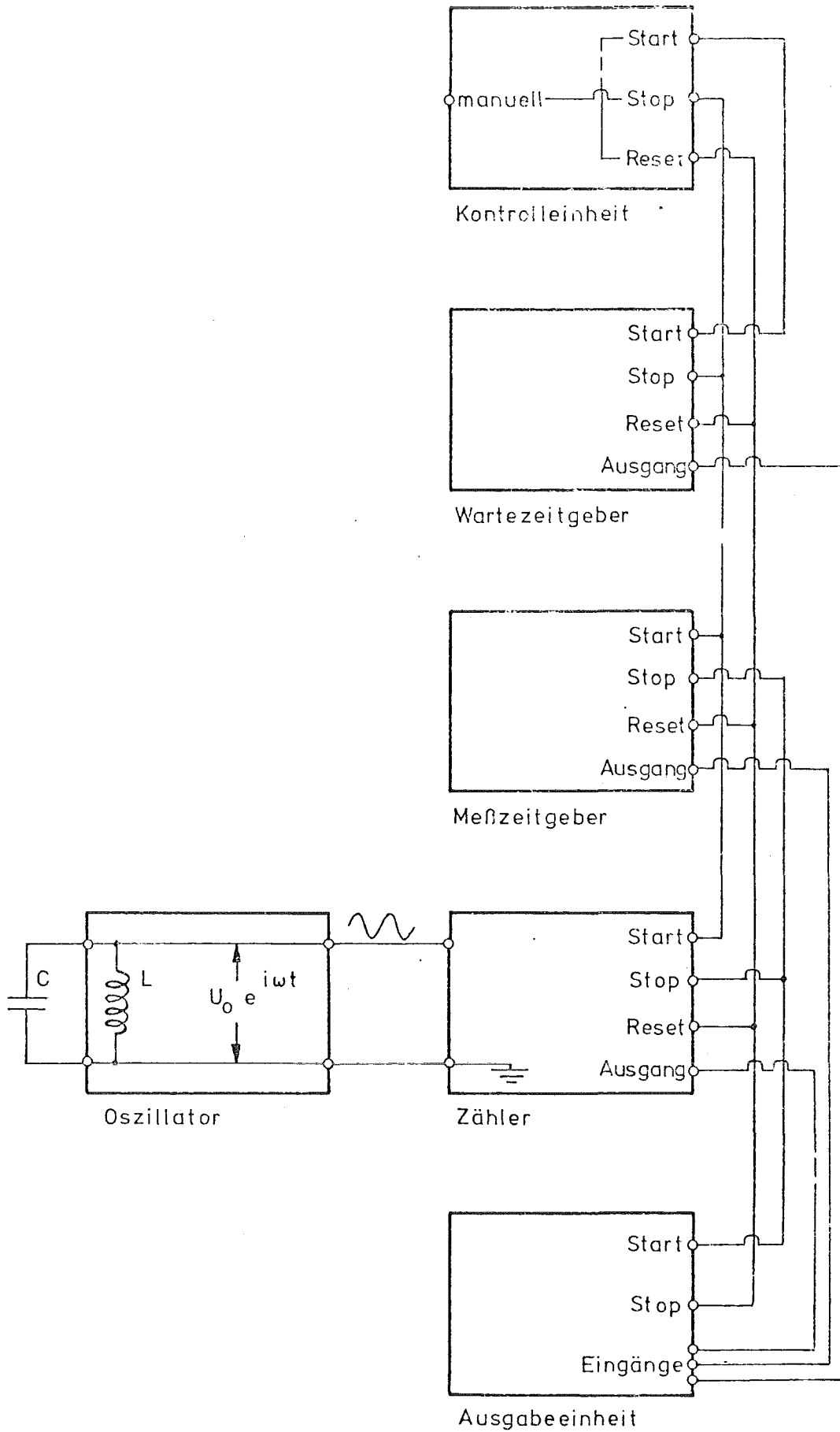
Modellversuche, Auswertung der Streufeldmessungen,  
Ausgleichsgrößen in Abhängigkeit von  
Sondendurchmesser  $D_S$  und Ovalität  $\alpha$



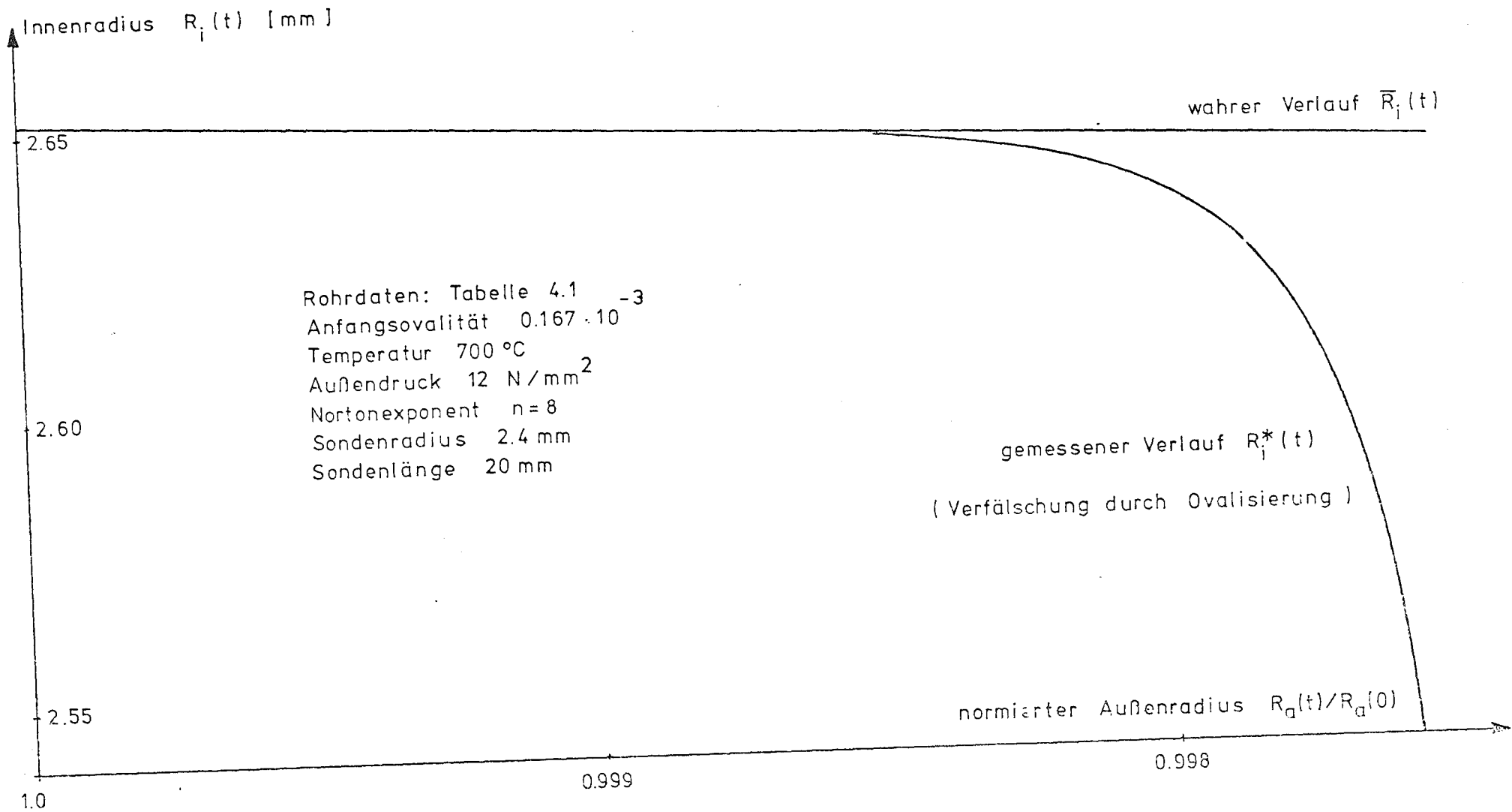


Sondendurchmesser 102.5 mm, Ovalität 1.5 %

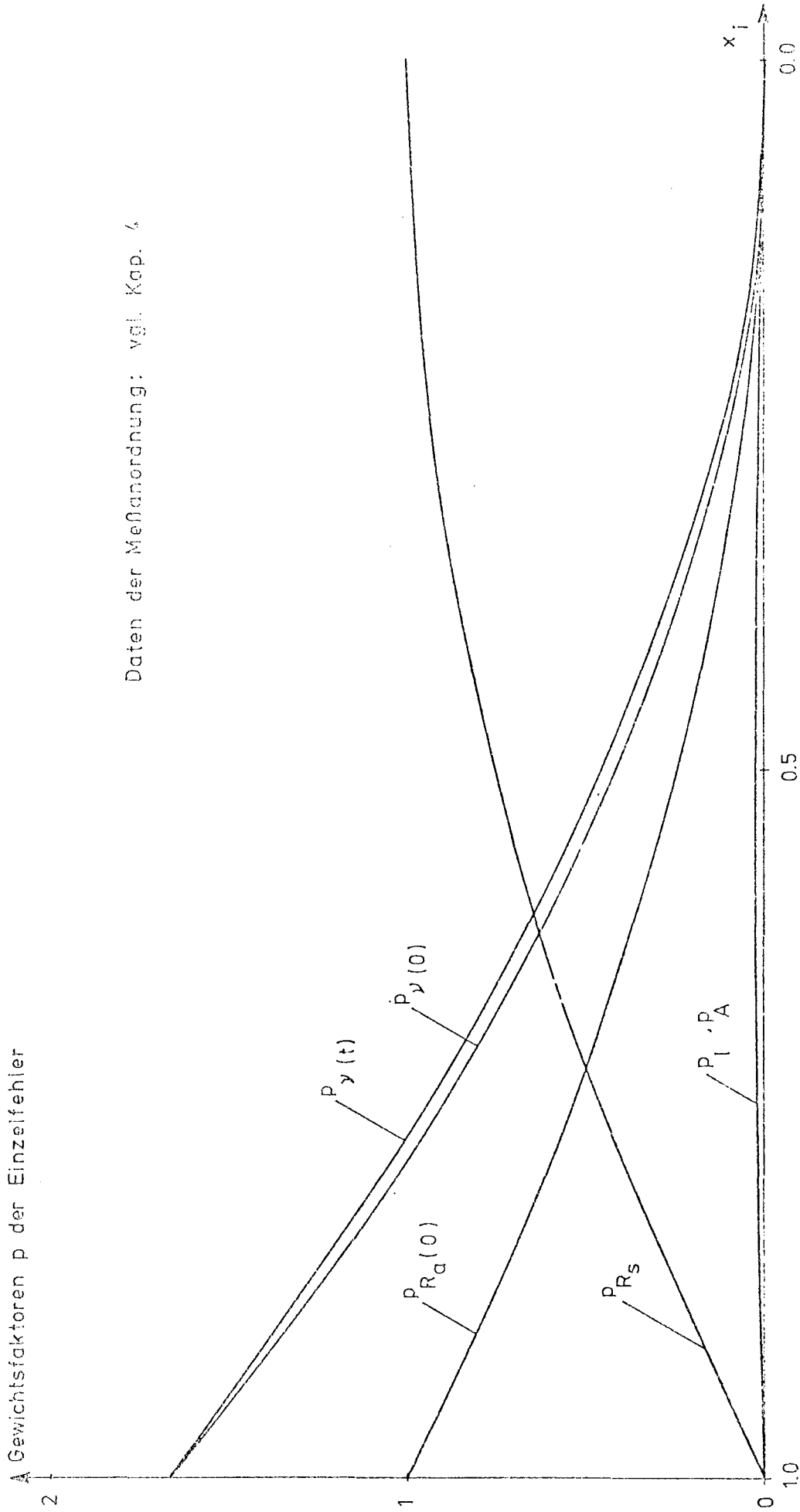
Diagramm 9



Blockschaltbild der automatischen Kapazitätsmessung  
Diagramm 10



Kapazitive Radienmessung unter Außendruckbelastung



Daten der Meßanordnung: vgl. Kap. 4

Fehler des kontinuierlich gemessenen Rohradius durch Fehlerfortpflanzung

Diagramm 12

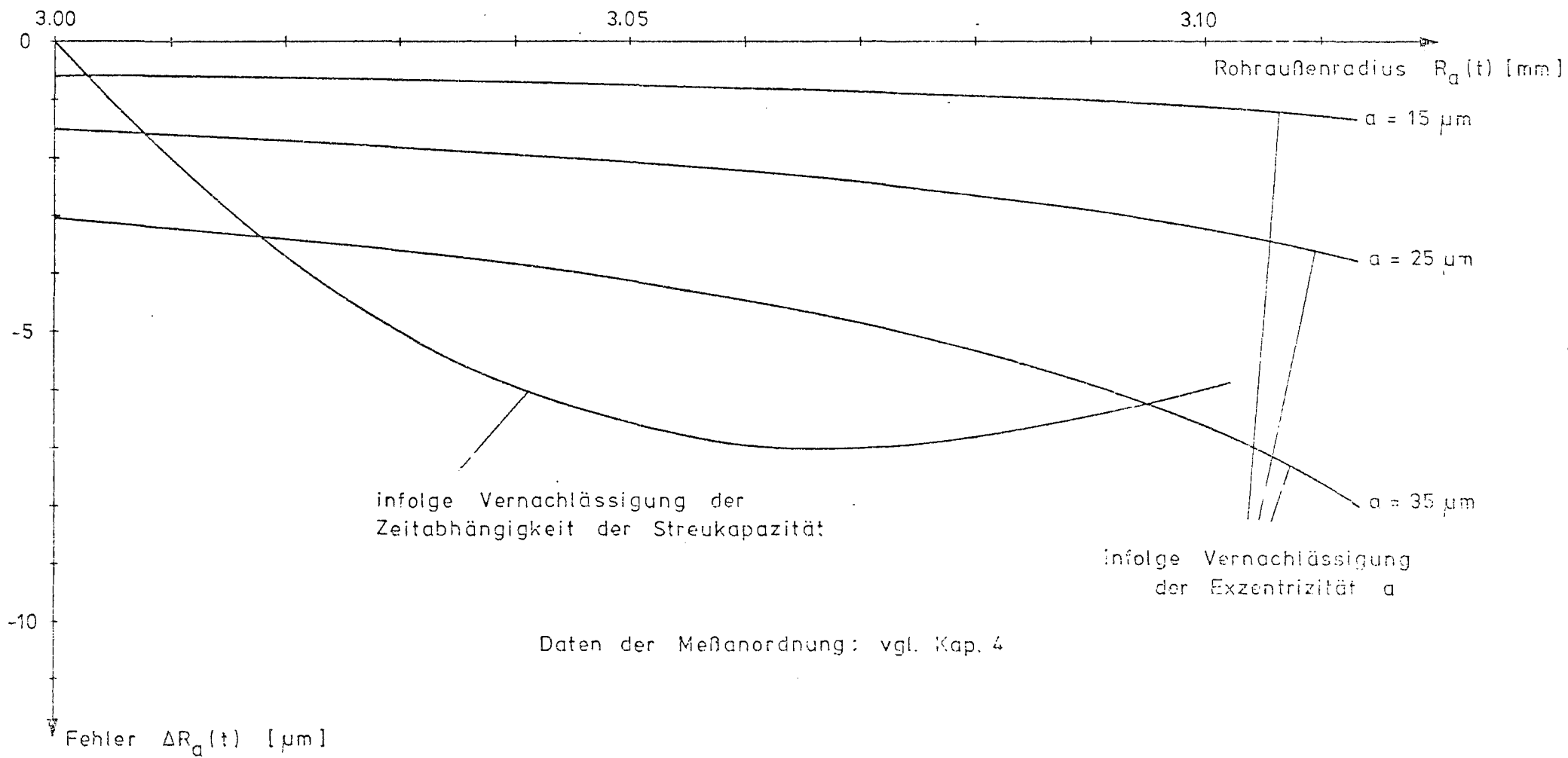
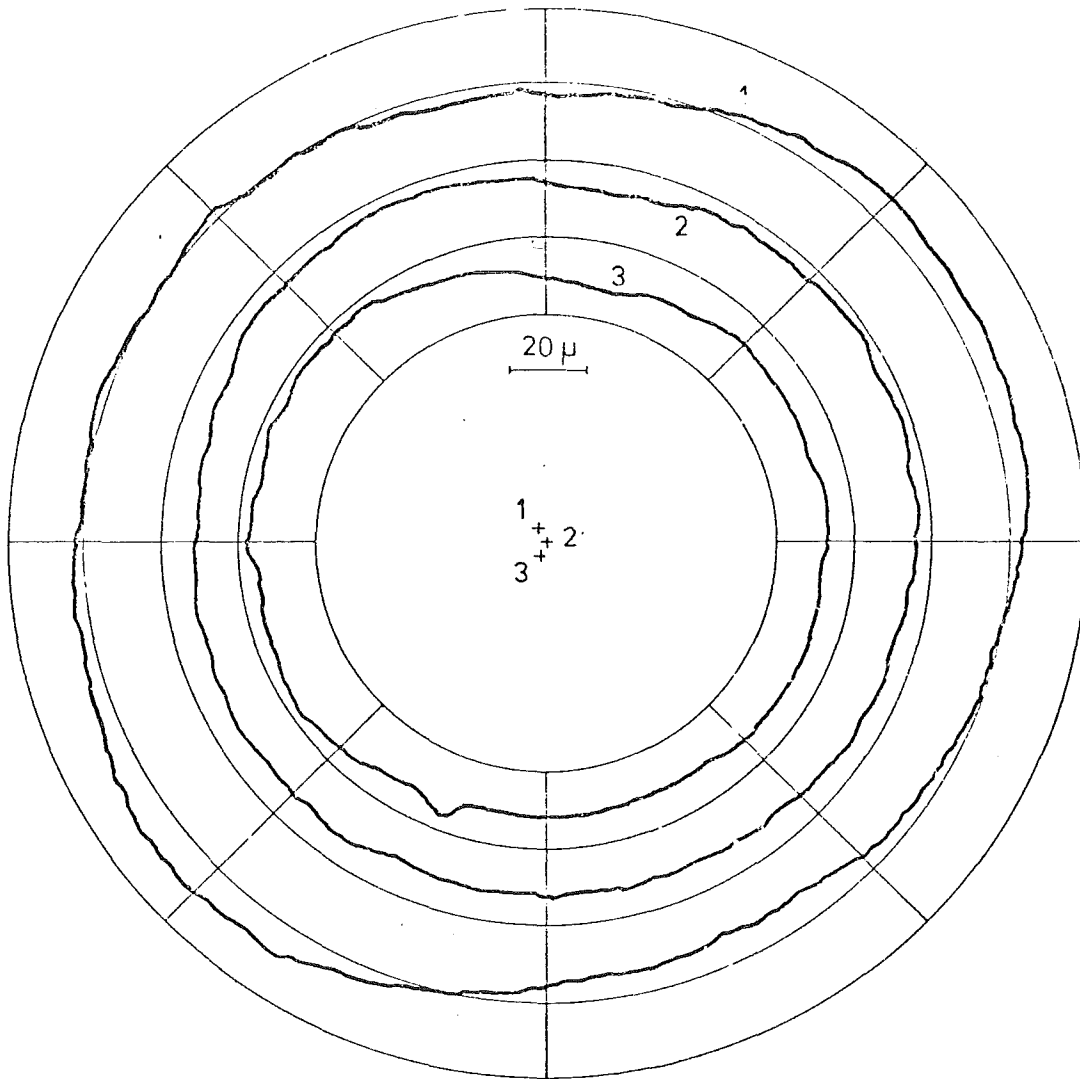


Diagramm 13

Einseitige systematische Fehler des kontinuierlich gemessenen Rohrradius



Polarschrieb zur Bestimmung der Exzentrizität

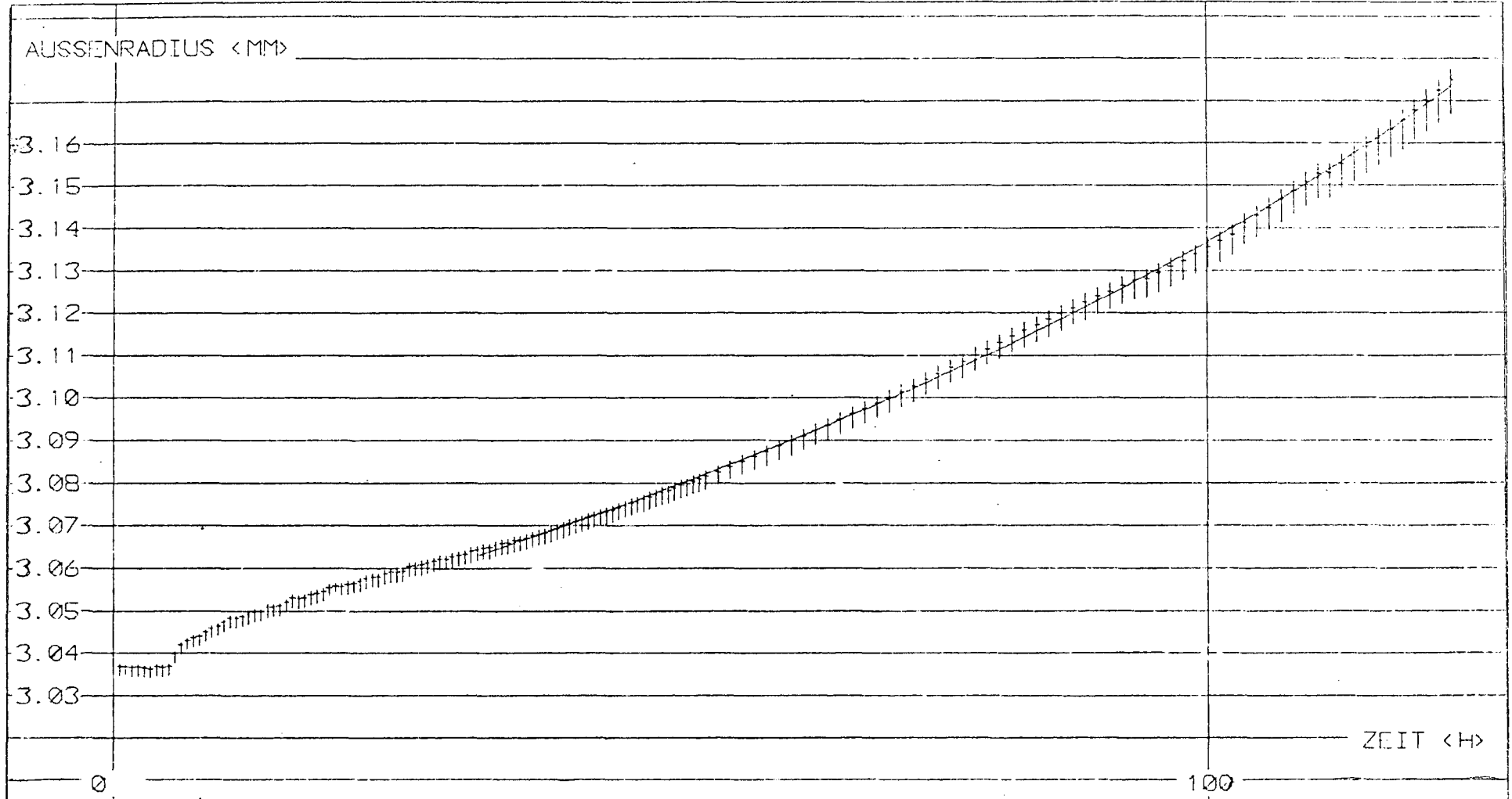
Diagramm 14

Nenndurchmesser	6 mm
Nennwandstärke	0,38 mm
Werkstoff	X8 CrNiMoNb 1616
Werkstoff-Nr.	1.4981
Charge-Nr.	70015
Anlieferungszustand	5 min Lösungsgeglüht bei 1080°C, danach 12% kaltverformt

Diagramm 15 (Tabelle 4.1): Rohrdaten



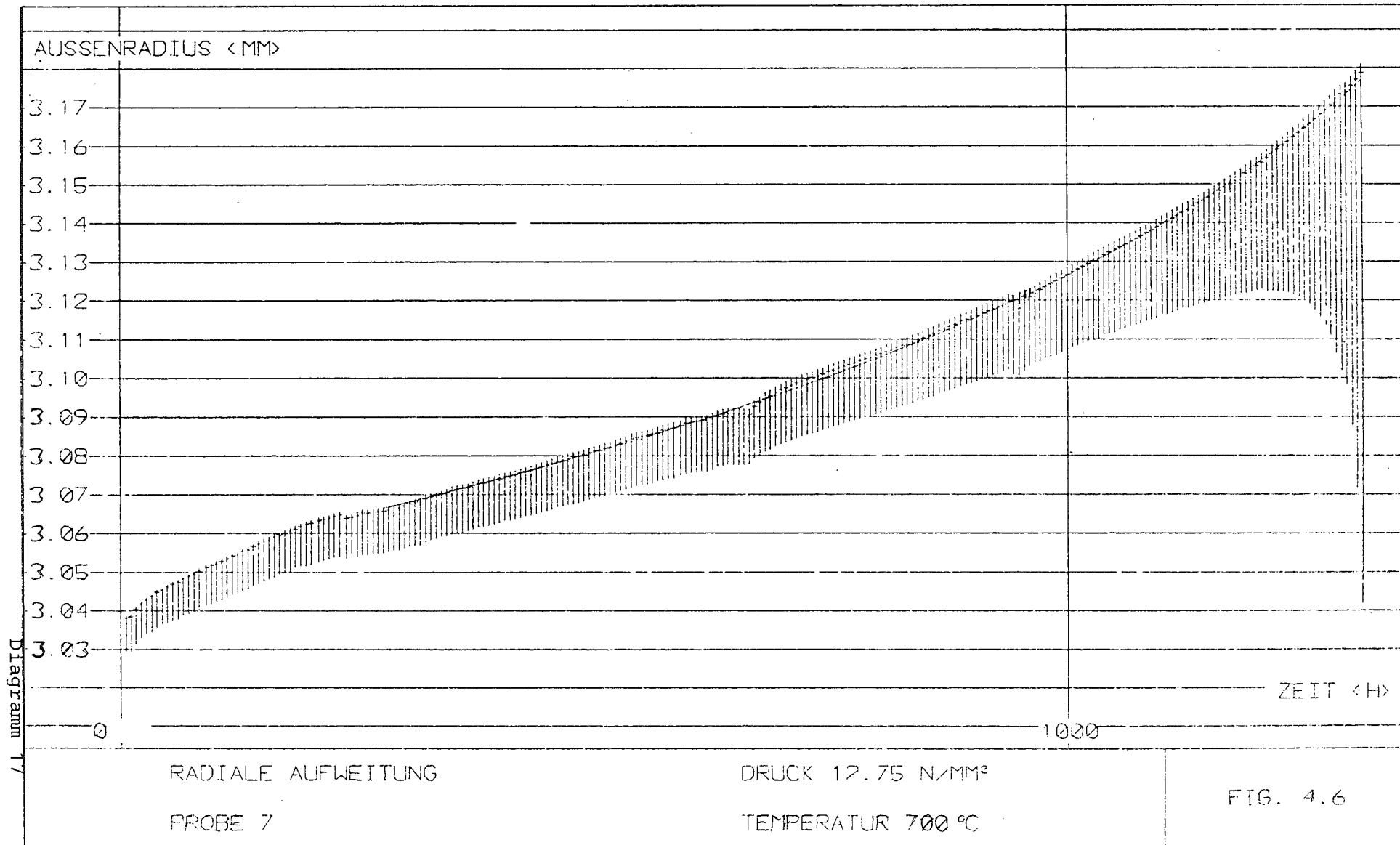
Diagramm 16



RADIALE AUFWEITUNG  
PROBE 4

DRUCK 17.66 N/MM<sup>2</sup>  
TEMPERATUR 700 °C

FIG. 4.4



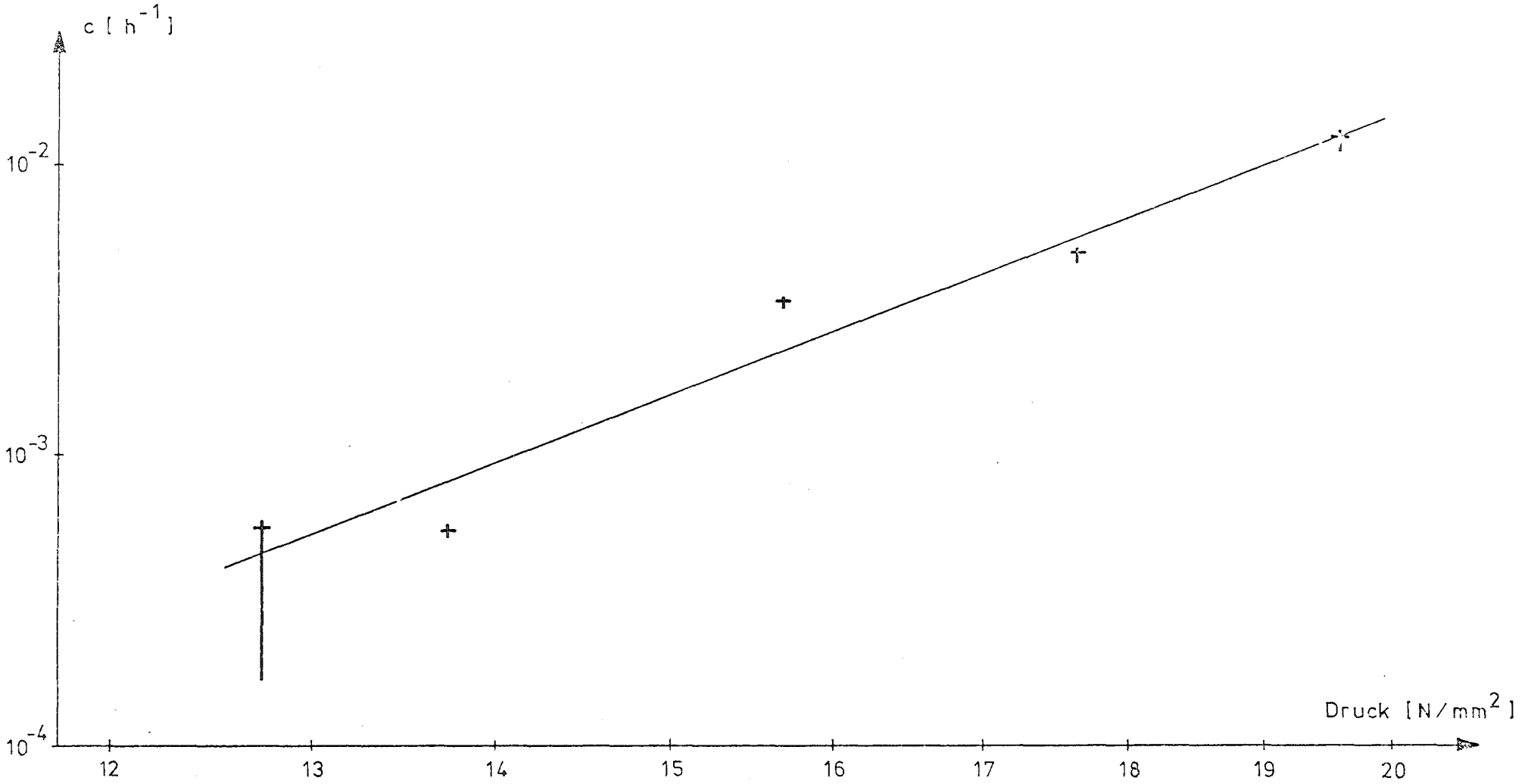
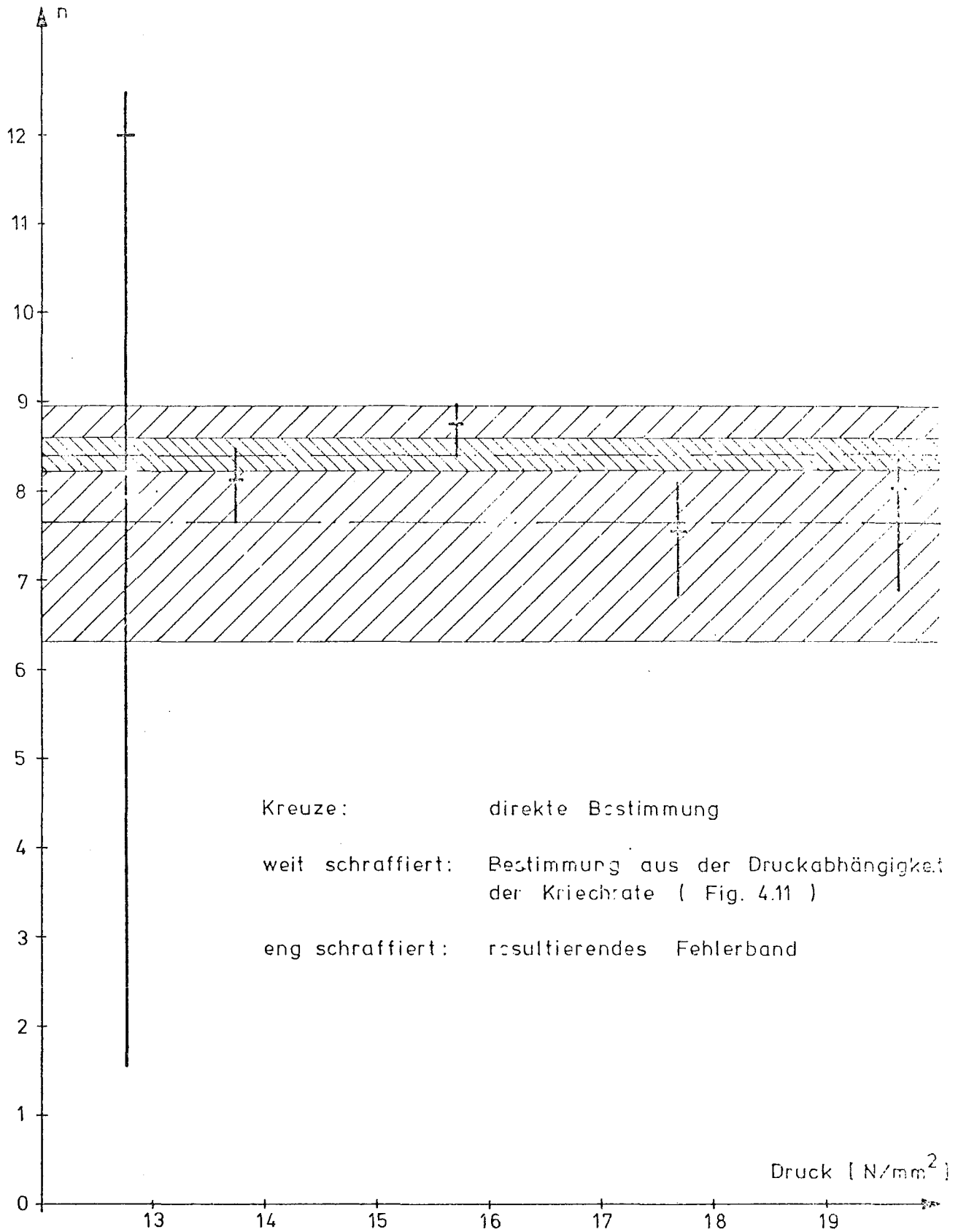


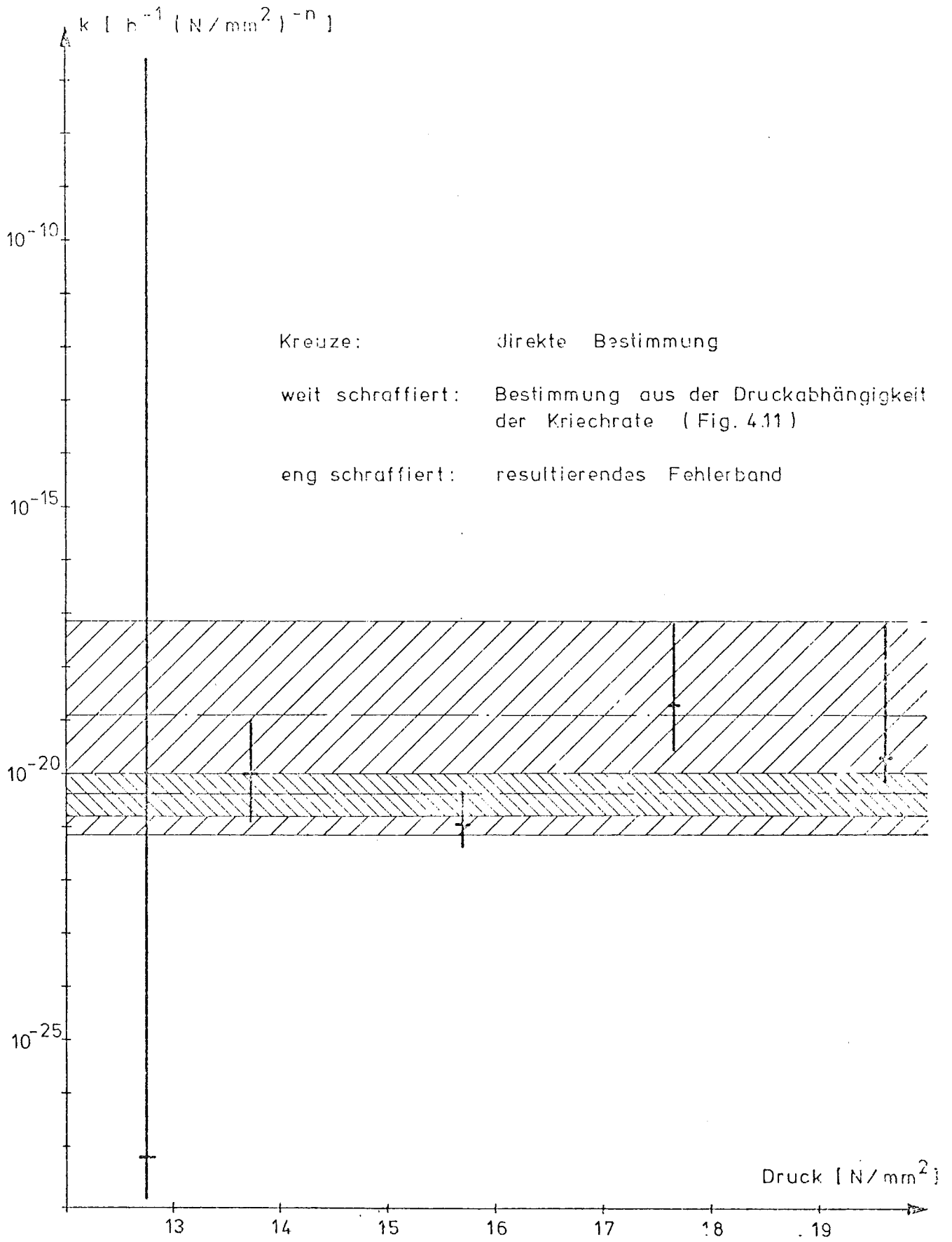
Fig. 4.11: Druckabhängigkeit der Kriechrate  $c$  aus Innendruckversuchen an Rohren ( Tab. 4.1) bei 700 °C

Diagramm 18



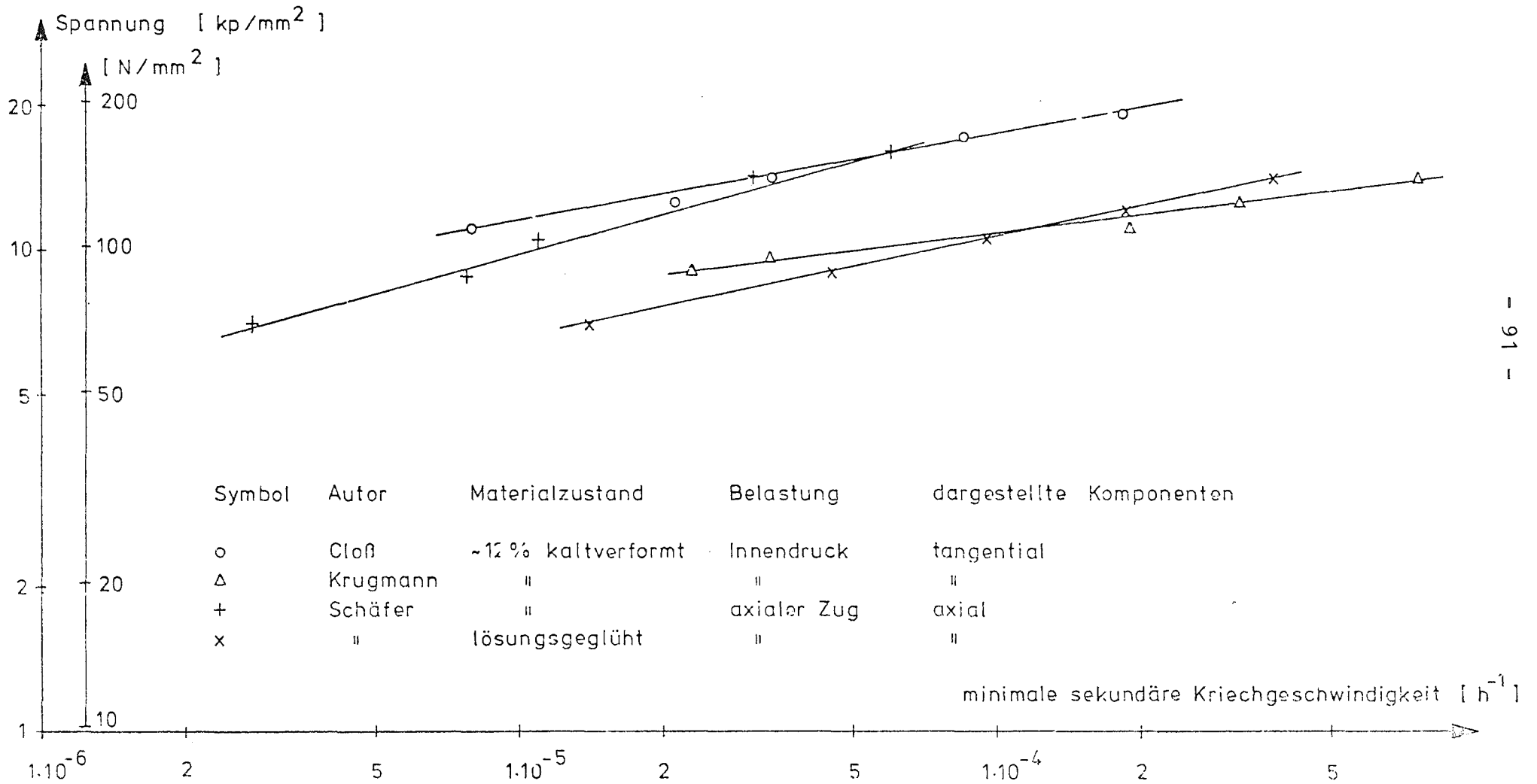
Bestimmung des Nortonparameters  $n$  aus Innendruckversuchen an Röhren ( Tab. 4.1 ) bei 700 °C

Diagramm 19

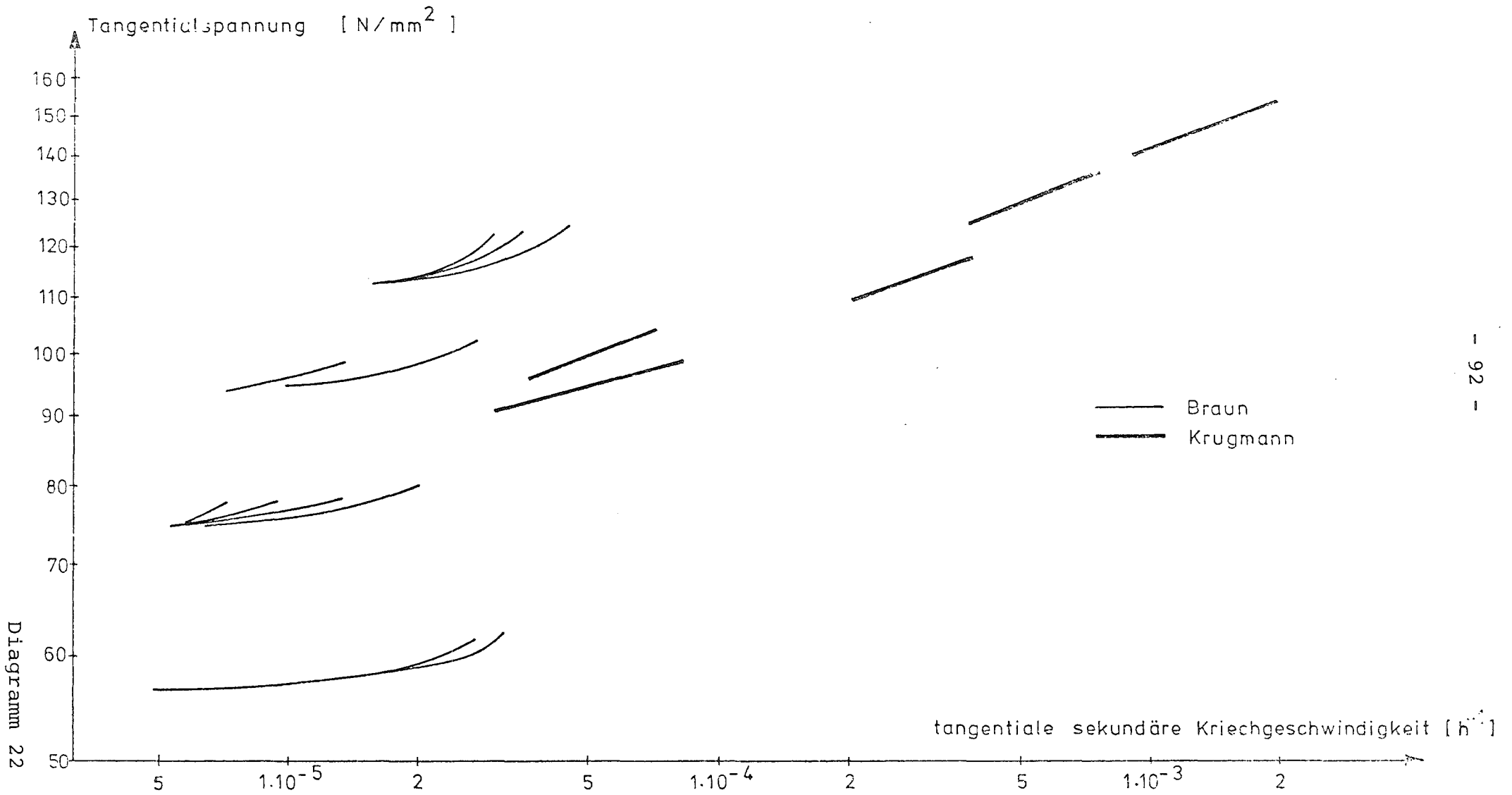


Bestimmung des Nortonparameters  $k$  aus Innendruckversuchen an Röhren (Tab. 4.1) bei 700°C

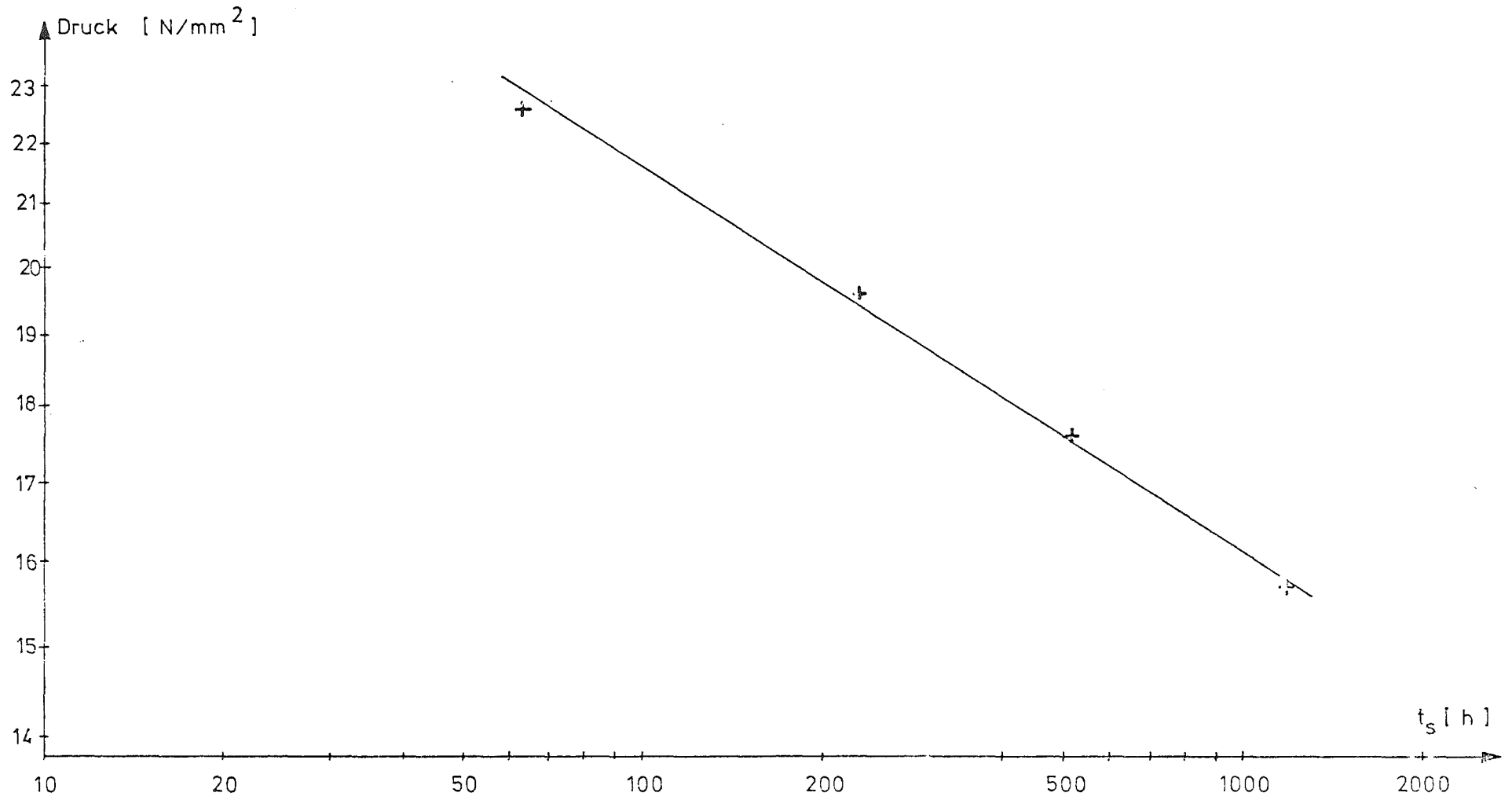
Diagramm 20



Vergleich von Kriechgeschwindigkeiten aus Kriechversuchen an Rohren ( Tab. 4.1 ) bei 700°C

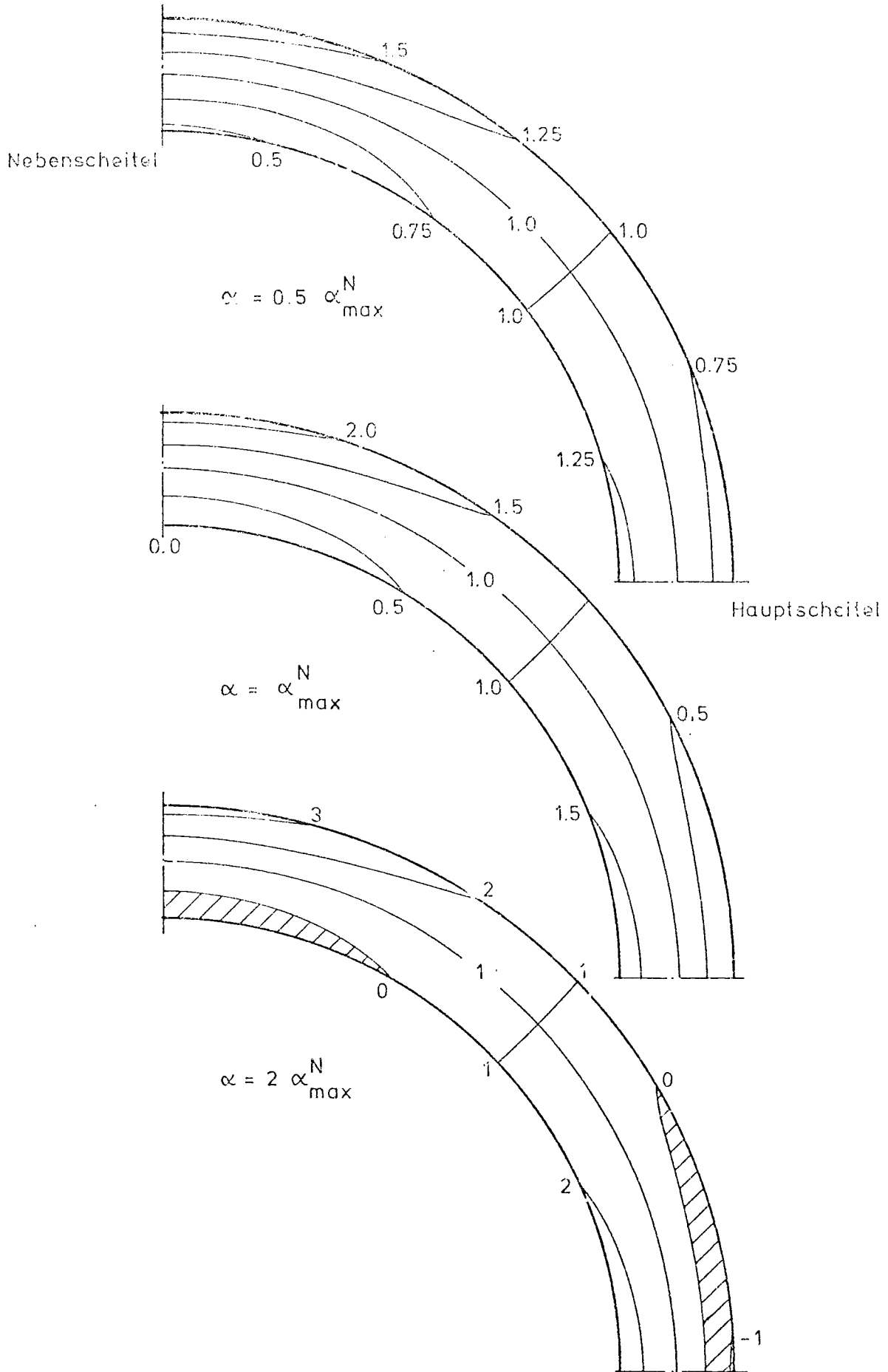


Vergleich von Kriechgeschwindigkeiten aus Innendruckversuchen an Rohren ( Tab. 4.1 ) bei 700 °C



Druckabhängigkeit der Standzeit  $t_s$  von Rohren ( Tab. 4.1 ) aus Außendruckversuchen





Isodynen der Umfangsspannung  $\sigma_\varphi$  (bezogen auf die momentfreie Faser) im Rohr unter Außendruck in Abhängigkeit von der Ovalität  $\alpha$ , Zugbereiche schraffiert, Rohrdaten vgl. Tab. 4.1

Diagramm 24

4. Stand und Entwicklung eines theoretischen Forschungs-  
projekts zur Bruchmechanik von Brennelementhüllrohren

R. Schwarz

#### 4.1 Entstehungsgeschichte des Arbeitsgebietes Bruchmechanik

Aus den Arbeiten zum Kriechverhalten von Brennelementhüllrohren und zur Brennelementmechanik, die am Institut für Reaktortechnik durchgeführt werden, richtete sich notwendigerweise das Interesse auf die Analyse von Schadensfällen und auf Untersuchungen zum Bruchverhalten von Brennelementhüllrohren. Das Arbeitsgebiet Bruchmechanik entstand im September 1972.

Als die Arbeiten zur Bruchmechanik aufgenommen wurden, konnte noch davon ausgegangen werden, daß aufgrund der Bedeutung der Hüllrohrintegrität für die Rückhaltung radioaktiver Spaltprodukte mit einer Unterstützung des Forschungsprogramms im Rahmen des Umwoltprogramms 1971 [1] der Bundesregierung gerechnet werden konnte. Das Projekt umfaßte sowohl theoretische wie auch experimentelle Arbeiten. Da schließlich eine finanzielle Unterstützung nicht erfolgte, mußte das Projekt auf theoretische Arbeiten beschränkt werden. Eine Reihe von Ansätzen haben sich als recht vielversprechend erwiesen.

Über den Stand der bisherigen Arbeiten soll kurz berichtet werden. Anschließend wird ein Überblick über die für die nächsten zwei Jahre geplanten Arbeiten gegeben.

#### 4.2 Was leistet die Bruchmechanik?

Mit den Methoden der Mechanik kann die Spannungsverteilung in Bauteilen berechnet werden, die einen Riß oder eine Kerbe enthalten. Mit der Theorie der Bruchmechanik kann eine Aussage darüber getroffen werden, bei welcher Belastung für eine vorgegebene Schwachstellengeometrie der Bruch eintritt.

##### 4.2.1 Theorie der linear-elastischen Bruchmechanik [2]

Belastet man eine ebene Scheibe [3] mit einem definierten, durchgehenden Riß (FIG. 1), so kann man bei Stei-

gerung der Zugbelastung feststellen, daß der Riß zunächst stabil bleibt. Bei einer bestimmten Rißlänge breitet sich der Riß schlagartig aus und die Scheibe zerreißt sprödebrüchartig. Man bezeichnet diesen Vorgang mit instabiler Rißausbreitung.

Aus FIG. 1 erkennt man:

- a. Die kritische Rißlänge  $a_c$ , bei welcher instabile Rißausbreitung einsetzt, ist abhängig von der Nennspannung  $\sigma_\infty$ . Je größer sie ist, desto kleiner ist die kritische Rißlänge.

Das Produkt

$$K_{Ic} = \sigma_\infty \sqrt{\pi a}$$

stellt die Verknüpfung der beiden Einflußgrößen  $a_c$  und  $\sigma_\infty$  zu einer werkstoffabhängigen Kenngröße dar.

Die Konstante  $K_{Ic}$  wird als Spannungsintensitätsfaktor bezeichnet.

- b. Der Kurvenverlauf in FIG. 1 zeigt, daß ein sprödebrüchartiges Versagen der Scheibe bei einer Nennspannung  $\sigma_\infty$  möglich ist, die weit unterhalb der Streckgrenze liegt. Nur für sehr kleine Risse (hier  $< 10$  mm) ist eine Nennspannung von der Größe der Streckgrenze zulässig, ohne daß instabile Rißausbreitung eintritt.

Das reale Bruchverhalten des Werkstoffs weicht unter Umständen sehr stark von diesem einfachen Modell ab, das keine Plastifizierung an der Rißspitze zuläßt. In FIG. 2 ist die Ausbildung der plastischen Zone an der Rißspitze für die Zugscheibe dargestellt.

#### 4.2.2 Fließbruchmechanik

Es gibt in der Fließbruchmechanik verschiedene Ansätze, um das Bruchkriterium der linear-elastischen Bruchmechanik bis in den plastischen Bereich zu erweitern. IRWIN [4] berücksichtigt in seinem Modell (FIG. 3) kleine plastische Zonen, indem er sich den wahren Riß mit der Länge  $a$  um den Radius der plastischen Zone  $r_{pl}$  verlängert denkt. Dadurch gelingt es ihm, den Spannungsintensitätsfaktor

als Bruchkriterium auch für den plastischen Bereich beizubehalten.

Wird die Ausdehnung der plastischen Zone nicht auf den rißnahen Bereich beschränkt, so kann aus dem Spannungsintensitätsfaktor keine Bruchaussage getroffen werden. Anstelle dieser Bruchaussage tritt dann das Kriterium, daß der Bruch einsetzt, wenn entweder an der Rißspitze die kritische Spannung oder die kritische Dehnung erreicht ist. Der Spannungsintensitätsfaktor verliert also im plastischen Bereich seine Berechtigung. Das erklärt sich aus der Eigenart des Spannungsfeldes, das an der Rißspitze einem nicht-linearen Werkstoffgesetz folgen muß. In der linearelastischen Bruchmechanik weist das Spannungsfeld an der Rißspitze eine Singularität auf. Es läßt sich durch einen einzigen Parameter, den Spannungsintensitätsfaktor, beschreiben. In der Fließbruchmechanik muß man von einem Spannungsfeld ausgehen, das sich physikalisch nur noch durch mehrere Parameter beschreiben läßt.

In England hat sich als Bruchkriterium für die Fließbruchmechanik weitgehend das COD-Konzept [5] durchgesetzt. Dabei stellt die Rißöffnungsverschiebung COD an der Rißspitze die entscheidende, werkstoffabhängige Kenngröße dar.

#### 4.3 Stand und Weiterentwicklung der Arbeiten zur Bruchmechanik

Eine Behandlung von Riß- und Kerbproblemen läßt sich mit der Methode der Finiten Elemente besonders rationell durchführen. Zu diesem Zweck wurden am Institut für Reaktortechnik verschiedene Rechenprogramme entwickelt.

##### 4.3.1 Rechenprogramm RIMOD für linear-elastische Probleme

Mit dem Rechenprogramm RIMOD (FIG. 4) lassen sich die kritischen Spannungsintensitätsfaktoren für ebene Probleme nach der Energiemethode von BUECKNER [6] berechnen. Nach zwei verschiedenen Verfahren wird die Änderung

der elastischen Energie der Struktur bei Rißverlängerung gewonnen. Aus der Änderung der elastischen Energie wird der kritische Spannungsintensitätsfaktor berechnet.

In FIG. 5 wird gezeigt, welche Genauigkeit bei der Bestimmung der  $K_I$ -Werte mit RIMOD erreicht wird. Auf der Ordinate ist die relative Abweichung des berechneten gegenüber dem exakten Spannungsintensitätsfaktor für verschiedene Rißlängen aufgetragen. Durch arithmetische Mittelung der Kurven erhält man die mittlere Kurve, die für Risse zwischen 5 und 12.5 mm Fehler kleiner als 1% aufweist. Die Scheibe besitzt eine Breite  $b$  von 30 mm. Man erkennt daß für sehr kleine Risse und für Risse, deren Spitze zu nah am Rand liegen, größere Fehler auftreten. diese Fehler hängen zusammen mit dem Auflösungsvermögen der Netzunerteilung. Durch ein feineres Netz können die Spannungsintensitätsfaktoren auch für Risse exakt berechnet werden, die, bezogen auf die Scheibenbreite, sehr kleine bzw. sehr große Abmessungen haben.

Mit dem Rechenprogramm RIMOD können neben ebenen Scheiben mit verschiedener Rißanordnung und für verschiedene Belastungen auch Rohre im ebenen Schnitt mit axialem Oberflächenriß an der Innen- bzw. Außenseite behandelt werden (FIG. 4). In einer weiteren Stufe ist der Ausbau des Rechenprogramms auf die Berechnung der Spannungsintensitätsfaktoren nach der  $J$ -Integralmethode [7] vorgesehen. Bei dieser Methode wird ein Linienintegral ausgewertet, das es erlaubt, kleine plastische Zonen an der Rißspitze in die Bruchaussage einzubeziehen.

#### 4.3.2 Rechenprogramm PLMOD für plastische Rißmodelle

Die elastizitätstheoretisch gewonnenen unendlichen Spannungen an der Rißspitze sind physikalisch nicht möglich. Eine allgemeine theoretische Behandlung des elastisch-plastischen Verhaltens führt zu erheblichen mathematischen Schwierigkeiten. Die plastische Zone an der Rißspitze beschreibt man daher zur Vereinfachung mit elastisch-plastischen Rißmodellen. Das BARENBLATT/DUGDALE-Modell nimmt in einer schmalen Zone an der Rißspitze

atomare bzw. molekulare Kohäsivkräfte an, aus denen sich physikalisch sinnvolle Rißkonfigurationen ergeben.

Durch die negative Überlagerung von zwei elastischen Problemen erhält man Rißöffnungen mit sich an der Rißspitze glatt schließenden Rißufern (FIG. 6). Für die Superposition wird die Bedingung gestellt, daß sich die Spannungsintensitätsfaktoren aus beiden elastischen Problemen aufheben müssen.

Zahlreiche Untersuchungen am BARENBLATT/DUGDALE-Modell zeigen eine gute Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen an dünnen Rißscheiben.

Von SEEGER [8] wurde ein Lösungsverfahren auf der Grundlage von komplexen Spannungsfunktionen entwickelt, mit dessen Hilfe er Versuche an dünnen Rißscheiben bis 4 mm Wandstärke ausgewertet hat, und das sich für Vergleichsrechnungen gut heranziehen läßt.

Nach dem BARENBLATT/DUGDALE-Modell ist die Berechnung von Rißproblemen auch am Rohr möglich. Mit dem Rechenprogramm PLMOD (FIG. 7) sollen nach der Methode der Finiten Elemente Scheiben und Rohre mit unendlichen axialen Oberflächenrissen behandelt werden. Das DUGDALE-Modell umfaßt alle Probleme, bei denen starr-plastisches Werkstoffverhalten in einem schmalen Bereich an der Rißspitze angenommen werden kann. Das BARENBLATT-Modell stellt die Verallgemeinerung des Modells mit einem beliebigen Werkstoffverhalten in der plastifizierten Zone dar. Die Auswertung erfolgt sowohl nach der Energiemethode wie nach der J-Integralmethode. Mit dem Rechenprogramm PLMOD soll ein Instrument geschaffen werden, mit dem Rißversuche an Scheiben und Rohren über einen weiten Last- und Geometriebereich untersucht werden können.

Mit der Berücksichtigung von Temperatur- und Kriechdehnungen hätte ein solches Rechenprogramm den Vorteil gegenüber den entsprechenden amerikanischen Programmen von CHOPRA, daß auch plastische Zonen (nach einem Modell) berücksichtigt werden können.

#### 4.3.3 Rechenprogramm PLAST für elasto-plastische Strukturen

Derzeit wird am Institut für Reaktortechnik das Rechenprogramm PLAST (FIG. 8) ausgetestet, mit dem elasto-plastische Rißprobleme unter Verzicht auf Modellvorstellungen berechnet werden sollen. Dem Berechnungsverfahren liegen die Plastizitätsgesetze von PRANDTL-REUSS für ein bilineares Werkstoffgesetz [9] zugrunde. Das Rechenprogramm PLAST kann die tatsächliche Ausbildung der plastischen Zone vor der Rißspitze berücksichtigen. Es soll als das Standardprogramm zur Auswertung von Rißversuchen in zweidimensionalen Spannungs- und Verformungszuständen ausgebaut werden. Die Erweiterung des Rechenprogramms auf die Behandlung dreidimensionaler Rißprobleme ist ohne weiteres möglich, im Rahmen der laufenden Arbeiten zur Bruchmechanik jedoch derzeit nicht vorgesehen.

Die Arbeitsfähigkeit des Rechenprogramms soll am Beispiel des gleichmäßig belasteten, frei aufliegenden Balkens demonstriert werden. FIG. 9 zeigt den Balken in seiner geometrischen Anordnung. Die dimensionslose Größe  $m = \frac{q}{q_e}$  gibt an, um das wievielfache der Balken über der elastischen Grenzlast  $q_e$  beansprucht wird, bei der gerade noch kein Fließen der Randfaser einsetzt.

Bei höheren Lasten bildet sich für einen idealplastischen Werkstoff eine Grenzkurve [10] zwischen dem elastischen und dem plastischen Gebiet aus, deren Funktion in Abhängigkeit von dem Überlastfaktor  $m$  in FIG. 9 angegeben ist. Für das 1.5-fache der elastischen Grenzlast bildet sich ein Fließgelenk aus; d.h. der Balken ist auf der Symmetrielinie über den ganzen Querschnitt durchplastifiziert. Die elasto-plastische Grenzkurve geht dann über in die Asymtote der Hyperbel  $(x)$ .

Eine entsprechende Funktion für die Grenzkurve zwischen dem elastischen und dem plastischen Gebiet läßt sich auch für den verfestigenden Werkstoff nach einem bilinearen Werkstoffgesetz angeben. Hier wird allerdings nur der idealplastische Balken betrachtet.

Die Struktur des Balkens wird in FIG. 10 in dem linken oberen



Quadranten dargestellt. In den Abbildungen darunter sind in der Reihenfolge von oben nach unten

- die Hauptspannung  $\sigma_I$
- die Hauptspannung  $\sigma_{II}$
- das Richtungsfeld der Hauptspannungen
- die Vergleichsspannung  $\sigma_V$

für die elastische Grenzlast aufgezeichnet. Das Spannungsfeld am linken Rand ergibt sich durch die Art der Lagerbedingung. Bei der Verformung des Balkens wird durch die Lager dem Rand eine Verzerrung aufgezwungen, die allerdings nicht weit in den Balken hineinragt. Man kann daher davon ausgehen, daß die Ausbildung der Grenzkurve zwischen dem elastischen und dem plastischen Gebiet bei niedrigen Überlastfaktoren nicht gestört wird.

Ein Vergleich der Absenkung nach der eindimensionalen Balkentheorie mit den Ergebnissen der FEM-Rechnung zeigt im unteren Bereich eine weitgehende Übereinstimmung (FIG. 11). Die Abweichung bei höheren Überlastfaktoren beträgt ungefähr 20%. Diese Abweichung ist auf den Randeinfluß und die relativ grobe Netzunterteilung zurückzuführen. Außerdem muß man berücksichtigen, daß der FEM-Lösung der zweidimensionale Verzerrungszustand zugrunde liegt, für den Fließen bei einer höheren elastischen Grenzlast eintritt als bei der eindimensionalen Balkentheorie. Die Abweichung muß in nächster Zeit durch Konvergenzrechnung noch näher untersucht werden.

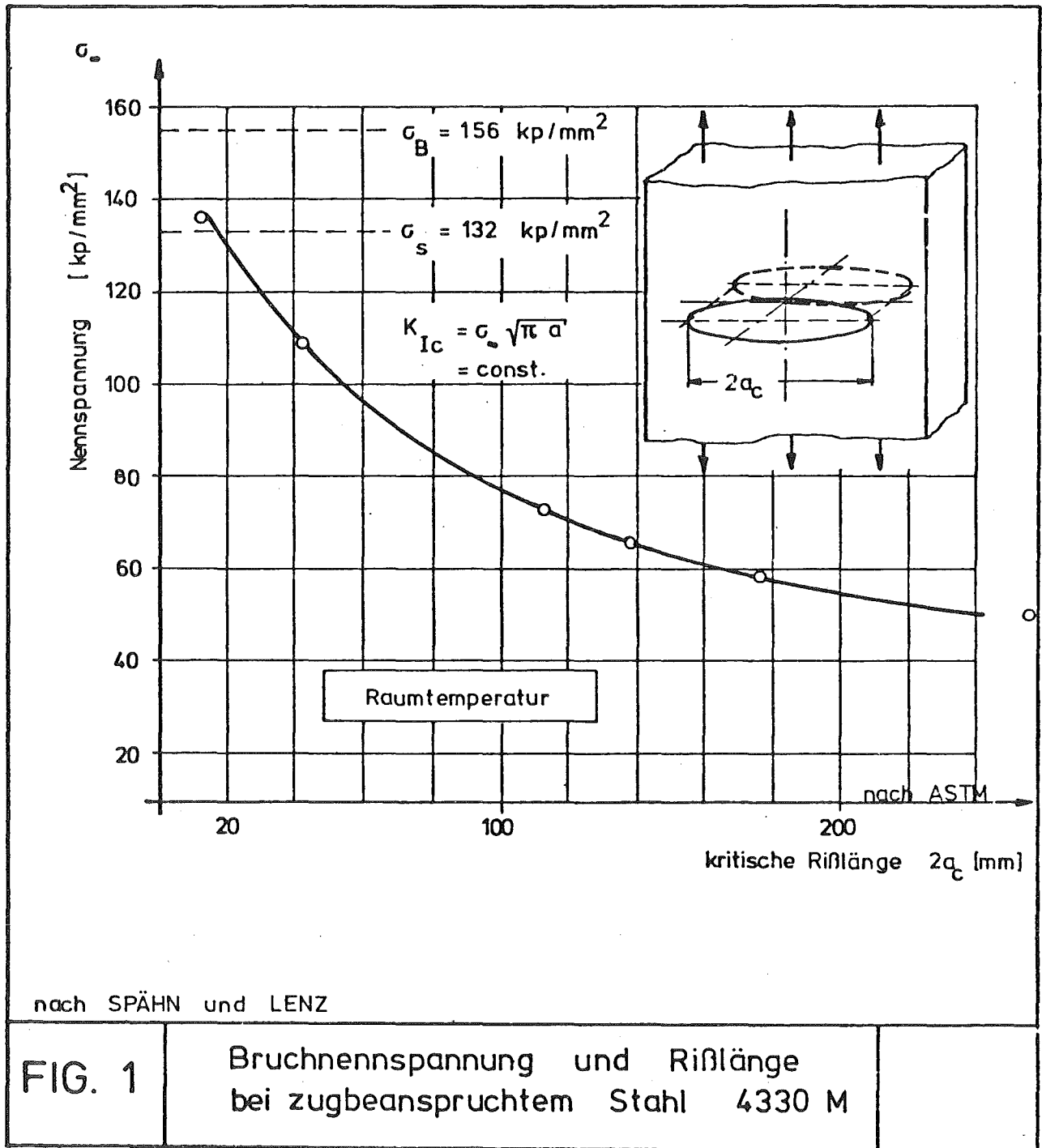
Der gleichmäßig belastete, frei aufliegende Balken soll in einem nächsten Schritt auch für verfestigende Werkstoffe untersucht werden. Nach Abschluß dieser Testphase steht dann ein vertrauenswürdiges Rechenprogramm zur Verfügung, mit dem unter Verzicht auf Modellvorstellungen beliebige elasto-plastische Rißprobleme analysiert werden können.

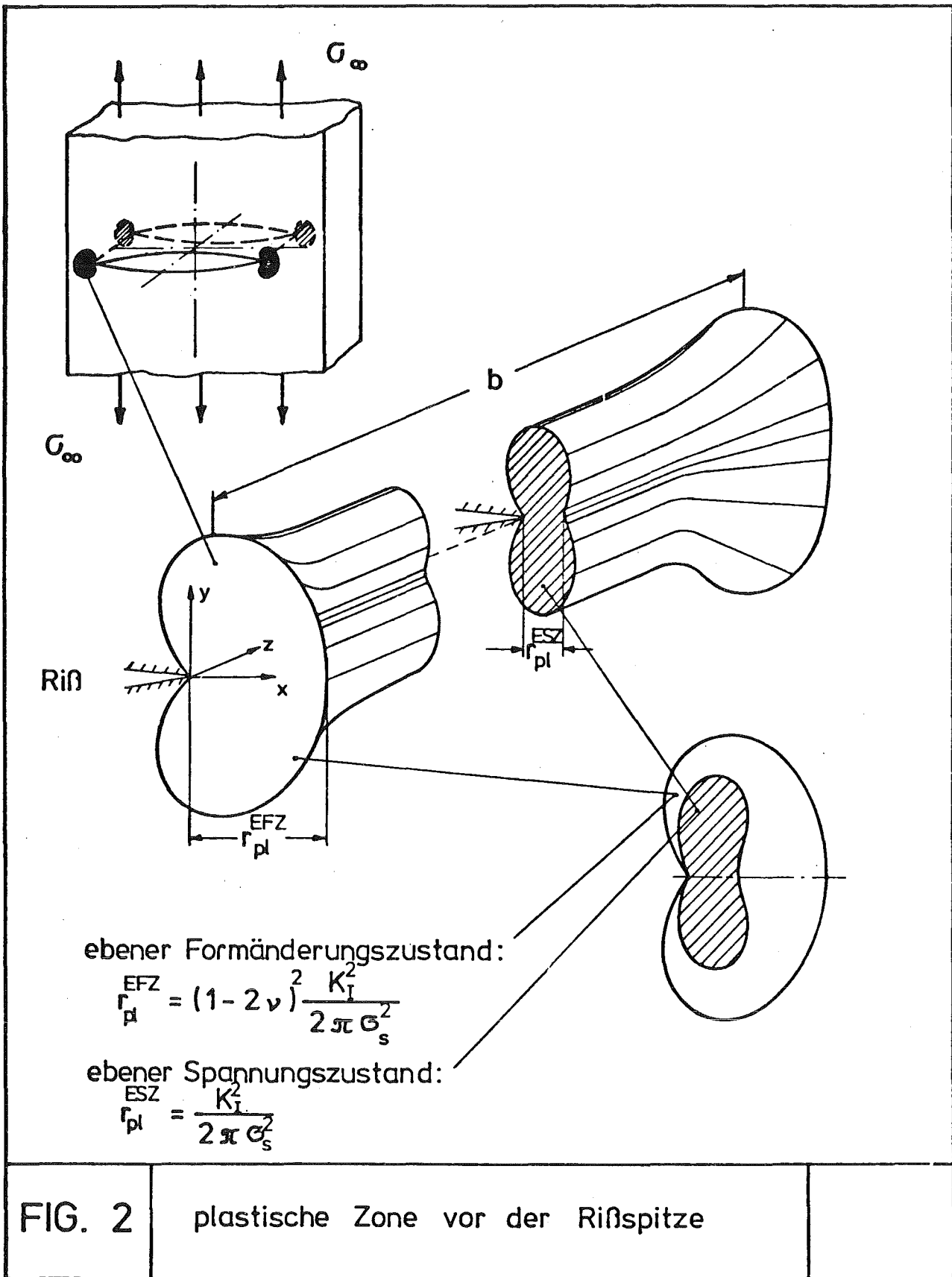
#### 4.4 Zeitplan

Der Zeitplan für das vorgeschlagene Forschungsprojekt ist in FIG. 12 angegeben.

Literatur:

- [1] Materialien zum Umweltprogramm der Bundesregierung 1971; Teil IV: Umweltradioaktivität und Strahlenbelastung, Bundesminister des Inneren
- [2] H.G. Hahn: Die linear-elastische Bruchmechanik; VDI-Z 113 (1971), Nr. 1, S. 43
- [3] J.N. Sneddon: The distribution of stress in the neighbourhood of a crack in an elastic solid; Proc. Roy. Soc., London, A-187 (1946), p. 229
- [4] G.R. Irwin: Fracture Dynamics; Fracturing of Metals, American Soc. of Metals, Cleveland, Ohio, 1948
- [5] A. A. Wells: Fracture control of thick steels for pressure vessels, British Welding Journal, May 1968, p. 221
- [6] H. F. Bueckner: The propagation of cracks and the energy of elastic deformations, Trans. ASME, Vol. 80, 1958, p. 1225
- [7] J.R. Rice: A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches und cracks, J. Appl. mech, June 1968, p. 379
- [8] T. Seeger: Ein Beitrag zur Berechnung von statisch und zyklisch belasteten Rißscheiben nach dem DUGDALE/BARENBLATT-Modell, Heft 21, Institut für Statik und Stahlbau der Technischen Hochschule Darmstadt, 1973
- [9] A. K. Gupta, B. Mohraz, W.C. Schnobrich: Elasto-plastic analysis of three-dimensional structures using the isoparametric element, Nucl. Eng. Design, Vol. 22 (1972), p. 305-317
- [10] I. Szab: Höhere technische Mechanik, Springer Verlag, Berlin/Göttingen/New York (1964), 4. Auflage





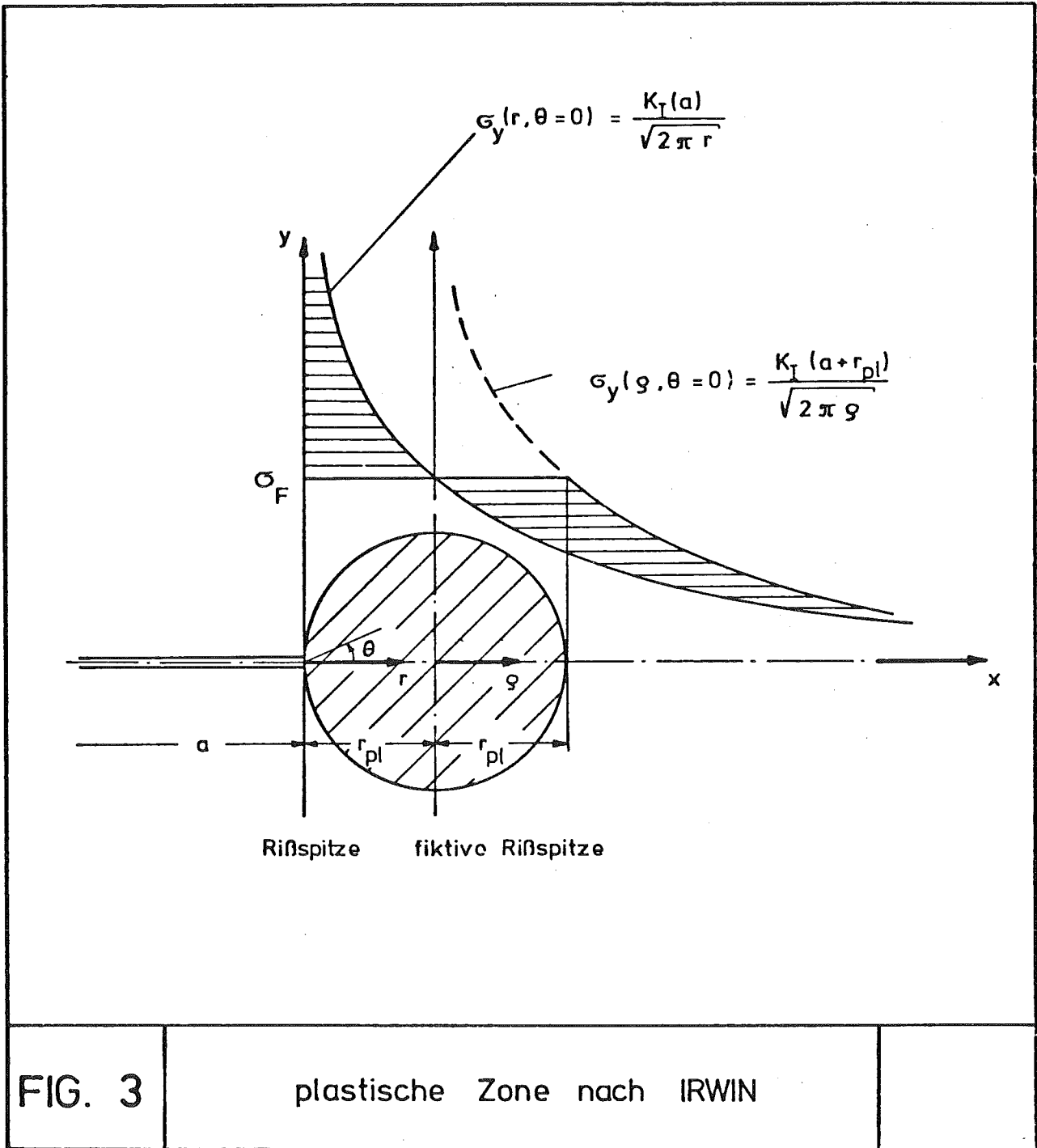


FIG. 3

plastische Zone nach IRWIN

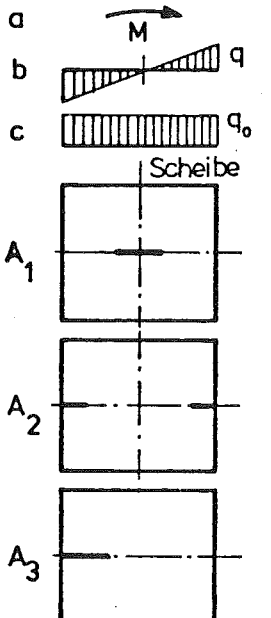



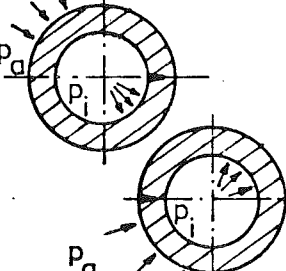
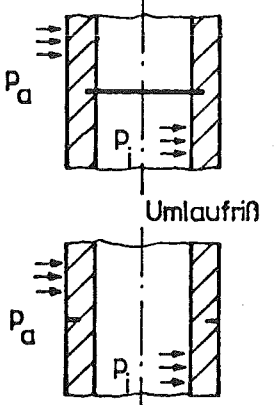
RIMOD	1, Energiemethode		2, J - Integral - methode
Berechnung der kritischen Spannungsintensitätsfaktoren $K_I$	1,1 Arbeit der äußeren Kräfte $W = \int \sigma_{ij} n_j u_i dO$	1,2 Formänderungsarbeit $W = \int \sigma_{ij} \epsilon_{ij} dV$	$J_R = \oint (W dy - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x} ds)$
 <p>a </p> <p>b </p> <p>c </p> <p>Scheibe</p> <p>A<sub>1</sub></p> <p>A<sub>2</sub></p> <p>A<sub>3</sub></p>	I. A vorhanden (Produktionsläufe)		II. A Entwicklung
 <p><math>p_a</math></p> <p><math>p_i</math></p> <p><math>p_a</math></p> <p><math>p_i</math></p>	II. A vorhanden (Testläufe)		
 <p><math>p_a</math></p> <p><math>p_i</math></p> <p>Umlaufriß</p> <p><math>p_a</math></p> <p><math>p_i</math></p>	IV. A Aufnahme der Arbeit nach Priorität		

FIG. 4

linear - elastische Bruchmechanik

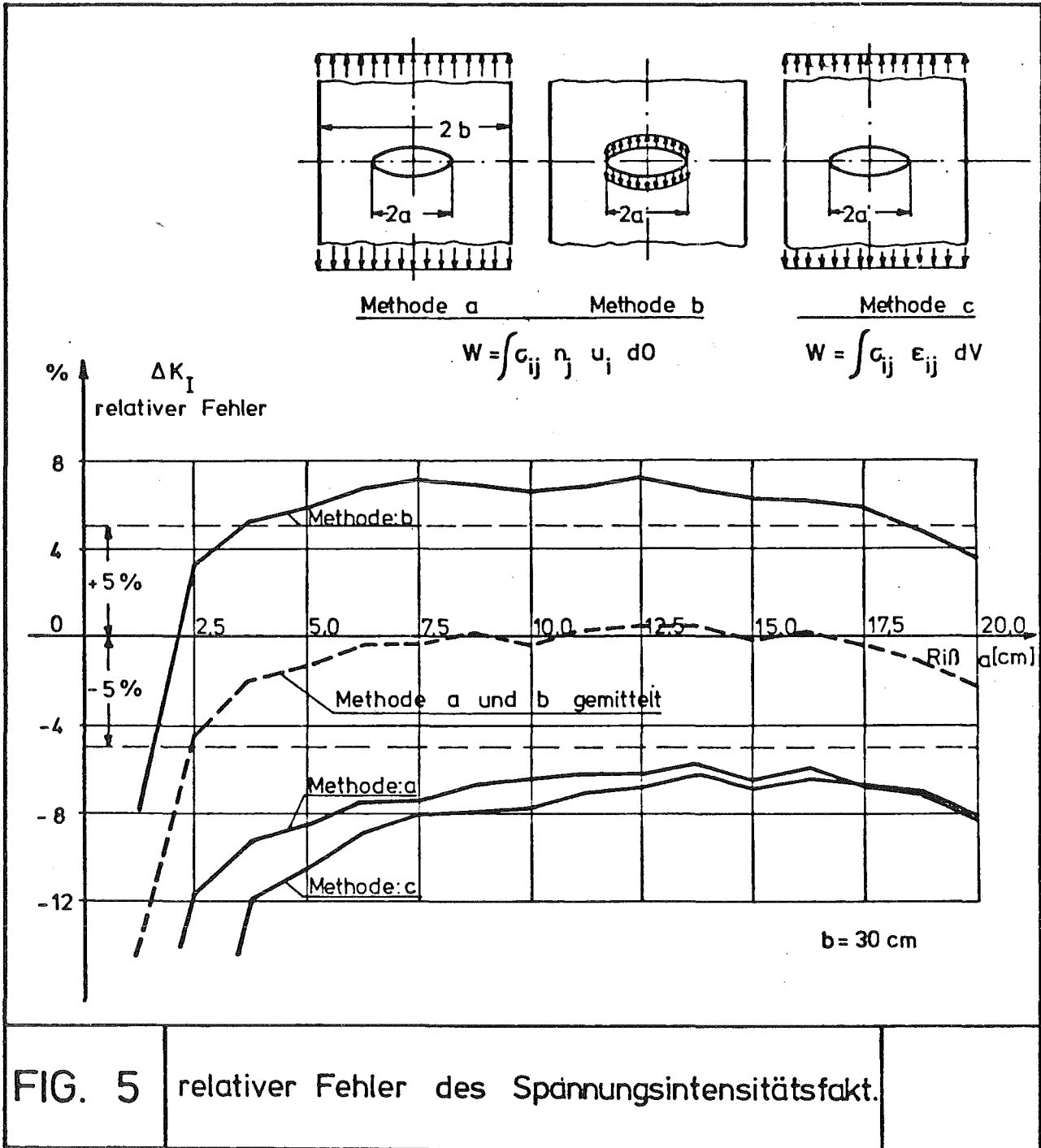


FIG. 5 relativer Fehler des Spannungsintensitätsfakt.

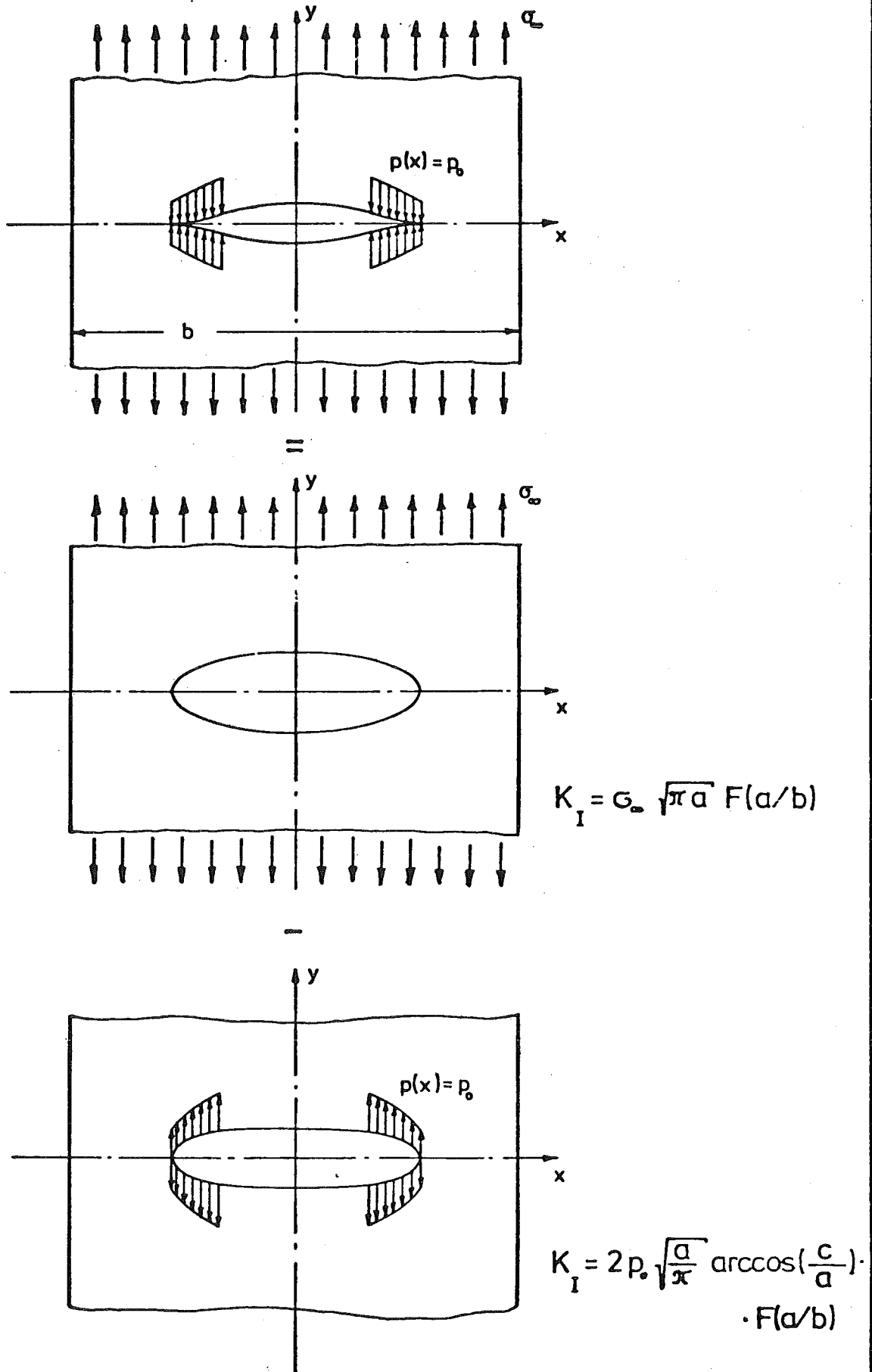
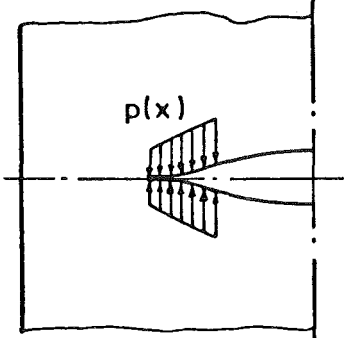
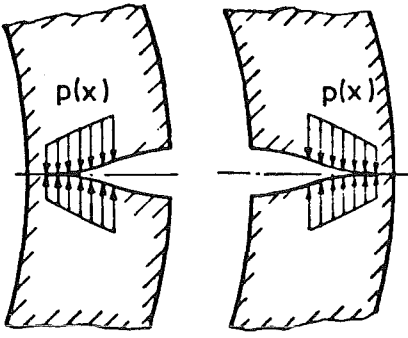


FIG. 6

BARENBLATT / DUGDALE - Rißmodell



PLMOD	DUGDALE	BARENBLATT
Berechnung der kritischen Riffnungsverschiebung nach verschiedenen elasto- plastischen Rimodellen	starr - plastisches Werkstoffgesetz	elastoplastisches Werkstoffgesetz
	I.B Entwicklung	II.B Entwicklung
		
<b>FIG. 7</b>	Fließbruchmechanik	

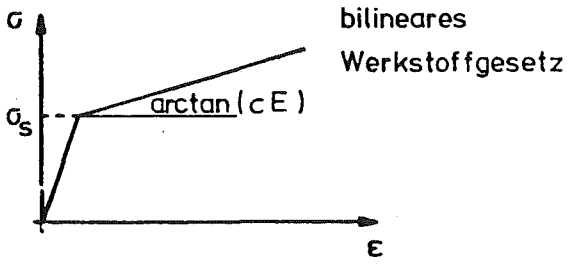
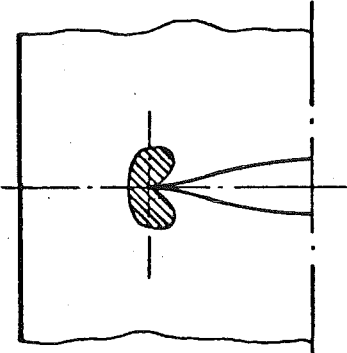
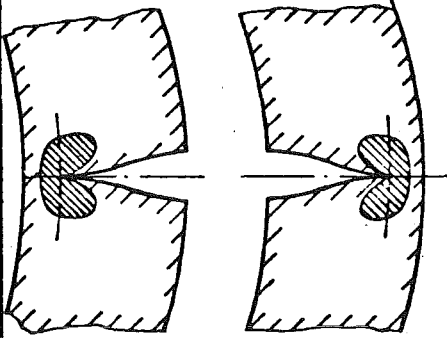
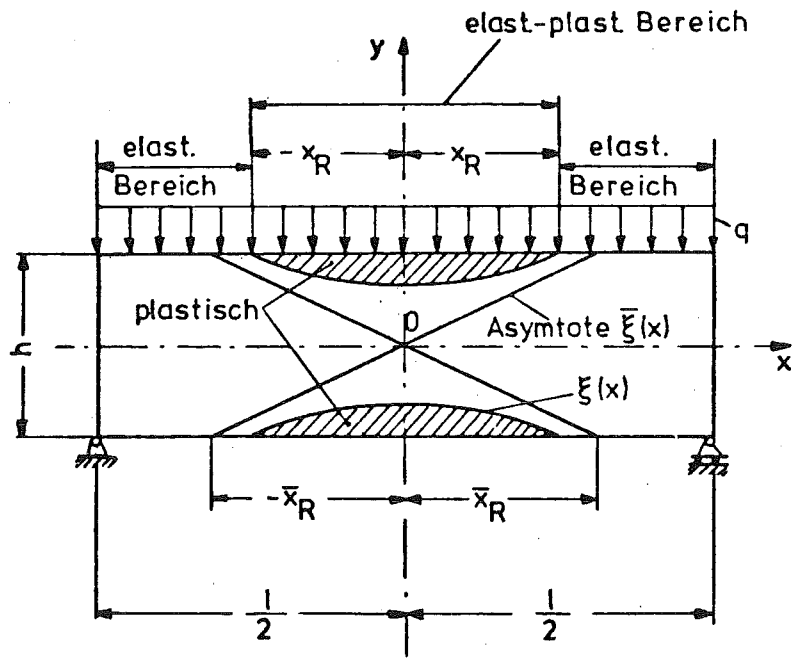
PLAST	
Berechnung der kritischen Riffnungsverschiebung nach den PRANDT-REUSS Gesetzen der Plastizitstheo.	 <p>bilineares Werkstoffgesetz</p>
	I.C vorhanden (Testläufe)
	I.C Entwicklung

FIG. 8

Fließbruchmechanik

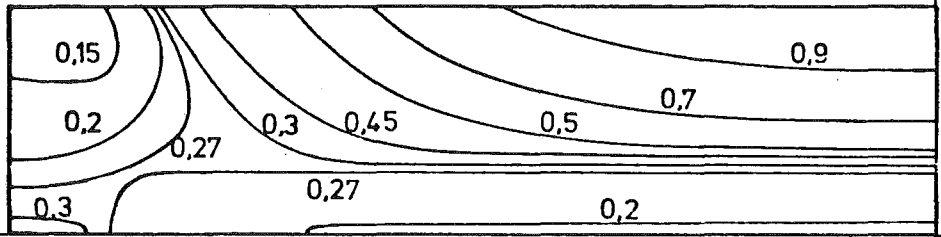
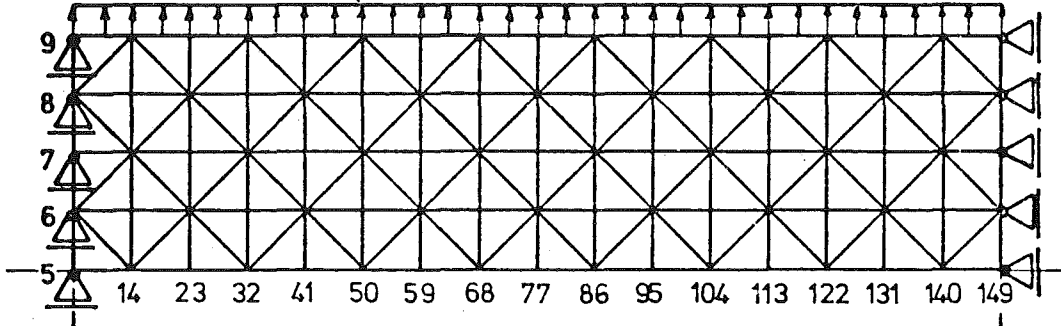


idealplastische Grenzkurve:

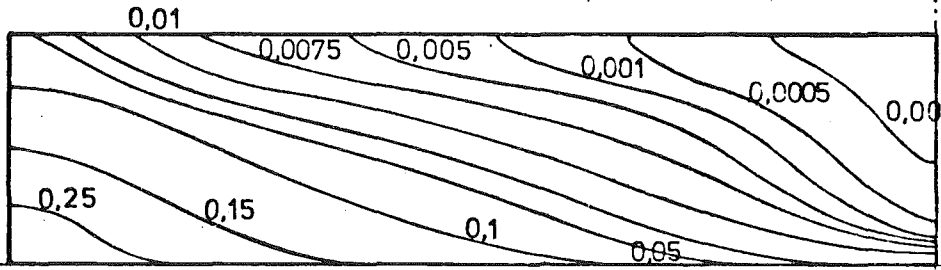
$$\xi(x)^2 = \frac{h^2}{4} [3 - 2m + 8m \left(\frac{x}{l}\right)^2] \quad \text{für } 1.0 < m = \frac{q}{q_e} < 1.5$$

FIG. 9

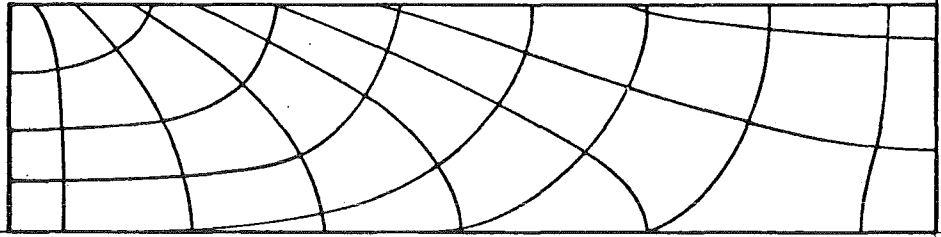
gleichmäßig belasteter  
frei aufliegender Balken



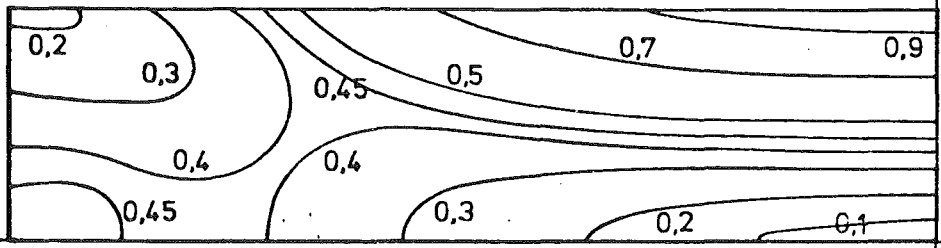
Hauptspannung  $\sigma_I / \sigma_F$



Hauptspannung  $\sigma_{II} / \sigma_F$



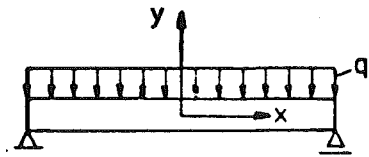
Richtungsfeld



Vergleichspannung

FIG. 10

Spannungsfeld für die elast. Grenzlast



$q_e$  - elast. Grenzlast

$f$  - Absenkung am  
Punkt  $(x=0, y=0)$

$f_e$  - Absenkung bei  
elast. Grenzlast

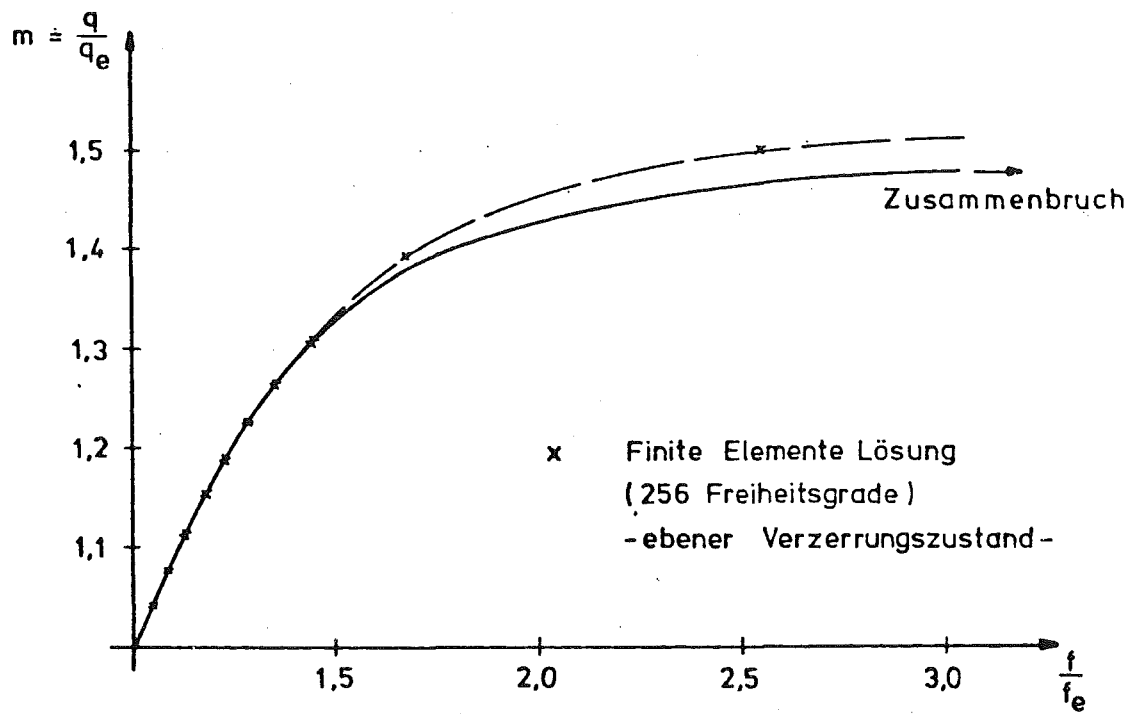


FIG. 11

Lastdiagramm

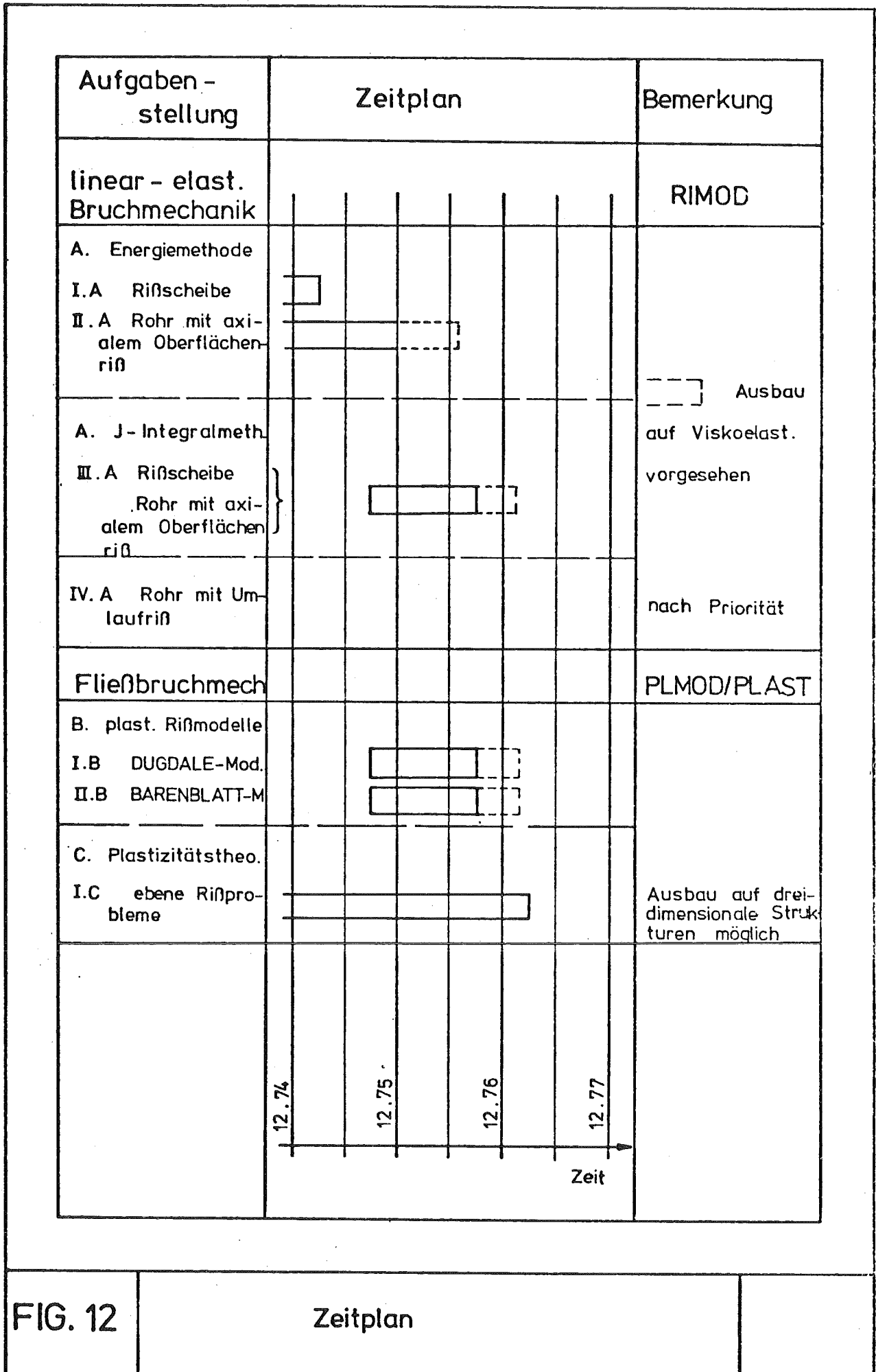


FIG. 12

Zeitplan