

KERNFORSCHUNGSZENTRUM

KARLSRUHE

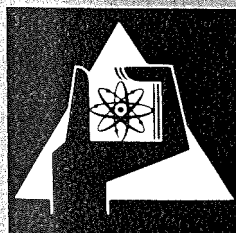
Juni 1977

KFK 2472

Institut für Material- und Festkörperforschung
Projekt Schneller Brüter

**Der Wärmedurchgang in Karbid-Brennstäben mit
mittleren bis großen Fertigungsspalten beim
Anfahren**

H. Steiner



**GESELLSCHAFT
FÜR
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

KARLSRUHE

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.
KARLSRUHE

K E R N F O R S C H U N G S Z E N T R U M K A R L S R U H E

KFK 2472

Institut für Material- und Festkörperforschung

Projekt Schneller Brüter

Der Wärmedurchgang in Karbid-Brennstäben mit mittleren
bis großen Fertigungsspalten beim Anfahren

H. Steiner

Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe

K U R Z F A S S U N G

Es wurde der Einfluß verschiedener Geometrieeffekte auf die Temperaturverteilung in He-gebundenen Karbid-Brennstäben durch Lösen der Wärmeleitungsgleichung mit Hilfe von Fourierreihenentwicklung untersucht. Im einzelnen wurden konzentrische, exzentrische und gestaffelte Lage von ungerissenen Tabletten betrachtet sowie das Aufreißen der Tabletten mit anschließender Verlagerung von Tablettenbruchstücken zur Hülle hin modellmäßig beschrieben. Es hat sich gezeigt, daß die experimentell ermittelten Wärmedurchgangszahlen beim Anfahren in He-gebundenen Karbid-Brennstäben mit mittleren Fertigungsspalten nur durch den letzteren Effekt erklärt werden können.

In der Nicht-Berücksichtigung dieses Effektes ist auch die Ursache zu suchen für die Diskrepanz zwischen den experimentellen Ergebnissen und den Vorhersagen des Wärmedurchgangsmodells GAPRS, dem eine konzentrisch liegende ungerissene Tablette zugrundeliegt.

A B S T R A C T

Heat Transmission during Startup in Carbide Fuel Rods Provided with Average to Large Fabrication Gaps

The influence was investigated of different geometry effects on the temperature distribution in helium bonded carbide fuel pins. For this purpose the heat conduction equation was solved using the development of the Fourier-series. Models were set up to describe concentric, excentric and stacked arrangements of pellets not cracked as well as pellet cracking followed by the displacement of pellet fractions towards the cladding. It appeared that the heat transmission coefficients in helium bonded carbide fuel rods with average fabrication gaps, determined experimentally during startup, can be explained solely by the latter effect.

The fact that this effect has not been taken into account is the cause of the discrepancy between the experimental results and the predictions by the GAPRS heat transmission model based on a concentric pellet not cracked.

<u>I n h a l t :</u>	<u>Seite</u>
1. Einleitung	1
2. Konzentrische Lage der Brennstofftablette im Hüllrohr	1
3. Ungerissene Tablette in exzentrischer Lage im Hüllrohr	3
3.1 Beschreibung der verwendeten Methode	3
3.2 Diskussion der Ergebnisse	7
4. Gerissene Tablette mit Verlagerungen von Tablettenbruchstücken	9
4.1 Beschreibung der verwendeten Methode	9
4.2 Diskussion der Ergebnisse	10
5. Zusammenfassung und Schlußfolgerung	12

1. Einleitung

Zur Aufnahme des Brennstoffschwellens benötigt man in He-gebundenen karbidischen Brennstäben größere Fertigungsspalte. Im GfK-Referenzkonzept ist ein solcher von 400 μm diametral vorgesehen /1/. Bei größeren Fertigungsspalten ist aber der Wärmedurchgang im Spalt von entscheidender Bedeutung für die keramische Belastung des Brennstoffs, besonders beim ersten Anfahren. Wegen der hohen Wärmeleitfähigkeit karbidischer Brennstoffe (siehe Abb. 1) ist der Temperaturabfall im Brennstoff, verglichen mit den bei Oxid üblichen Werten, auch bei relativ hohen linearen Stableistungen klein; bei 1000 W/cm beträgt er etwa 500°C.

In Abb. 2 sind experimentelle Werte für die Wärmedurchgangszahl beim ersten Anfahren für Fertigungsspaltbreiten im Bereich von 400 μm diametral gegen die Stableistung aufgetragen. Diese Werte sind aus /2/ und /3/ entnommen bzw. wurden aus Angaben über die Zentraltemperatur /3/ und ein leichtes Anschmelzen des Brennstoffs im Zentrum /4/ gewonnen. Es zeigt sich eine deutliche Tendenz der Zunahme der Wärmedurchgangszahl mit der Stableistung.

In den folgenden Abschnitten wird versucht, mit Hilfe einfacher Modelle die experimentellen Ergebnisse zu verifizieren. Ausgehend vom Modell einer konzentrisch liegenden ungerissenen Tablette wird der Einfluß verschiedener Geometrie-Effekte wie exzentrische Lage der Tablette und das Aufreißen derselben mit Verlagerung von Bruchstücken untersucht.

2. Ungerissene Tablette in konzentrischer Lage im Hüllrohr

In diesem Fall läßt sich die Wärmeleistungsgleichung im Hüllrohr sehr einfach lösen. Falls die Wärmequellendichte u im Brennstoff über den Querschnitt konstant ist, was wir in Zukunft immer annehmen wollen, dann sind die Temperaturen in Brennstoff und Hülle nur abhängig vom Radius r . Der Temperatursprung im Spalt läßt sich nach /5/ aus folgender Gleichung exakt berechnen:

$$\int_{T_{\text{si}}}^{T_{\text{fa}}} \lambda_g(T) dT = \ln \frac{r_{\text{si}}}{r_{\text{fa}}} \cdot \left[\frac{\chi}{2\pi} - r_{\text{fa}} C_R \{ (T_{\text{fa}}^{\text{K}})^4 - (T_{\text{si}}^{\text{K}})^4 \} \right] \quad (1)$$

$$C_R = \sigma / \left\{ \frac{1}{\epsilon_1} + \frac{r_{\text{fa}}}{r_{\text{si}}} \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right) \right\} \quad (2)$$

Die Notation ist im Anhang erklärt.

Da in karbidischen Brennstäben Brennstoffrandtemperaturen von 1600°C und mehr erreicht werden können, darf der Strahlungsterm in Gleichung (1) i.a. nicht vernachlässigt werden. Bei einer Brennstoffrand-Temperatur von 1800°C beträgt der Strahlungsanteil beim Wärmeübergang im Spalt ca. 20 %.

Durch Reihenentwicklung von $\frac{1}{1+x}$ und $\ln(1+x)$ läßt sich zeigen, daß in erster Näherung aus Gleichung (1) der folgende Ausdruck für die Wärmedurchgangszahl folgt:

$$h_{\text{gap}} = \frac{\lambda_g}{\delta + \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{\text{ex}_i} + \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{R}} + C_R \left[(T_{\text{fa}}^K)^2 + (T_{\text{si}}^K)^2 \right] \cdot \left[T_{\text{fa}}^K + T_{\text{si}}^K \right] \quad (3)$$

Bei (3) ist noch zusätzlich der Existenz von Extrapolationslängen und Rauigkeiten Rechnung getragen worden /6/. Da sowohl die Spaltbreite δ als auch der Strahlungsterm klein sind gegen dem Hüllinnenradius bzw. gegen der Größe $\chi/2\pi$, ist (3) in guter Näherung erfüllt. Die Wärmeleitfähigkeiten der in Frage kommenden Gase in der Bindung sind im entsprechenden Temperaturbereich (in guter Näherung) lineare Funktionen der Temperatur /6, 7/. Durch Lösen des Integrals in Gleichung (1) kann man ersehen, daß unter dieser Voraussetzung λ_g der Wert der Wärmeleitfähigkeit bei der mittleren Spalttemperatur ist.

Die Hauptschwierigkeit in der Anwendung von (3) zur Berechnung des Wärmedurchgangs im Spalt zwischen Brennstoff und Hülle beim Anfahren besteht darin, realistische Werte für die Spaltbreite einzusetzen. Durch das Aufreißen der Tabletten beim Anfahren ist der Heißspalt kleiner als der thermischen Differenzdehnung zwischen Hülle und Brennstoff entspricht.

Für den Referenzfall (siehe Anhang) wurden für verschiedene effektive Spaltbreiten im Heißzustand die Wärmedurchgangszahlen nach (3) und die maximalen Temperaturen im Brennstoff mit dem Rechencode GAPRS /8/ berechnet (in Abb. 3 aufgetragen). Für eine ungerissene Tablette liegt der Wert von δ bei etwa 130 μm (radial). Dies entspricht einer Wärmedurchgangszahl von knapp 0,3 $\text{W}/\text{cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$. Damit liegt man deutlich unterhalb des experimentellen Bereichs von ca. 0,4 - 0,45 $\text{W}/\text{cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$. Erst bei Werten von $\delta = 70 \mu\text{m}$ kommt man mit den berechneten Werten in den entsprechenden Bereich von h_{gap} .

3. Ungerissene Tablette in exzentrischer Lage im Hüllrohr

3.1 Beschreibung der verwendeten Methode

Die Methode zur Lösung der Wärmeleitungsgleichung im Brennstoff und in der Hülle durch Fourierreihen-Ansatz der Temperaturen und des Wärmedurchgangskoeffizienten im Spalt zwischen Brennstoff und Hülle ist in /9/ und /10/ ausführlich beschrieben und angewendet worden. Um diese Arbeit selbstkonsistent zu machen, soll sie aber hier noch einmal knapp skizziert werden, insbesondere wird auf einige bedeutende Modifikationen eingegangen.

Gelöst wird die Wärmeleitungsgleichung im Brennstab mit und ohne Berücksichtigung des axialen Wärmetransports unter den folgenden Annahmen /9/:

1. Die Bedingungen sind stationär.
2. Die Systemgrenzen sind konzentrische Zylinder, alle azimutalen Variationen der Spaltbreite werden in den Wärmedurchgangskoeffizient hineingenommen.
3. Die Wärmeleitfähigkeiten von Brennstoff und Hülle sind im betrachteten Temperaturbereich unabhängig von der Temperatur.
4. Wärmequellen in der Hülle und im Spalt werden vernachlässigt.
5. Die Wärmequellendichte ist konstant über den Brennstoffquerschnitt.
6. Der Wärmeübergangskoeffizient in der Hülle zum Kühlmittel ist über den Umfang hin konstant.
7. Chemische Reaktionen werden nicht in Betracht gezogen.

Die Annahmen 3. und 5. sind bei Karbid-Stäben im schnellen Fluß in guter Näherung erfüllt. Durch Verwendung von Mittelwerten bei der Wärmeleitfähigkeit werden die Fehler noch reduziert. Im übrigen hat sich bei den Rechnungen gezeigt, daß die Wärmeleitfähigkeiten von Hülle und Brennstoff nur geringen Einfluß auf den Wärmedurchgang im Spalt haben.

- i) ohne axialen Wärmetransport.

Die stationäre Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} = \begin{cases} -\frac{u}{\lambda_f} & \text{Brennstoff} \\ 0 & \text{Hülle} \end{cases} \quad (4)$$

wird für die in Abb. 4 dargestellte Brennstabgeometrie durch folgende Reihenansätze gelöst:

$$T_f(r, \theta) = -\frac{u}{4\lambda_f} r^2 + \sum_{i=1}^{\infty} A_i r^i \cos i\theta + C_0 \quad (5)$$

$$T_s(r, \theta) = B_0 + B \ln r + \sum_{i=1}^{\infty} \left(B_i r^i + \frac{C_i}{r^i} \right) \cos i\theta \quad (6)$$

Bestimmt werden die unbekanntenen Koeffizienten C_0, A_i, B_0, B usw. aus den folgenden drei Randbedingungen /9, 10/:

$$\lambda_f r_{fa} \frac{\partial T_f}{\partial r} \Big|_{r=r_{fa}} = \lambda_s r_{si} \frac{\partial T_s}{\partial r} \Big|_{r=r_{si}} \quad (7)$$

$$-\lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial r} \Big|_{r=r_{fa}} = h_{\text{gap}}(\theta) \left[T_f(r_{fa}) - T_s(r_{si}) \right] \quad (8)$$

$$-\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial r} \Big|_{r=r_{sa}} = h_c \left[T_s(r_{sa}) - T_c \right] \quad (9)$$

Da die Spaltbreite im Vergleich zum Tablettenumfang sehr klein ist, ist die Vernachlässigung des azimuthalen Wärmetransports im Spalt gerechtfertigt. Aus den Ergebnissen läßt sich abschätzen, daß die azimuthale Wärmeleitung im Spalt nur 1 - 2 % von derjenigen in radialer Richtung beträgt.

Der Ausdruck $h_{\text{gap}}(\theta)$ entspricht formal dem in (3), der einzige Unterschied besteht darin, daß die Spaltbreite eine Funktion des Azimuts θ ist:

$$\delta(\theta) = r_{si} + e \cos \theta - \sqrt{r_{fa}^2 - e^2 \sin^2 \theta} \quad (10)$$

Durch Reihenentwicklung der Wurzel ergibt sich:

$$\delta(\theta) = \delta^0 + e \cos \theta + \frac{1}{4} \frac{e^2}{r_{fa}} - \frac{1}{4} \frac{e^2}{r_{fa}} \cos 2\theta + \dots \quad (11)$$

Die Temperatur im Spalt ist eine Funktion von θ . Dies hat zur Konsequenz, daß auch $\bar{\lambda}_g$ von θ abhängt. Die Größe $\bar{\lambda}_g$ läßt sich in folgender Weise in eine Reihe entwickeln:

$$\bar{\lambda}_g = \bar{\lambda}_0 + \bar{\lambda}_1 \cos\theta + \bar{\lambda}_2 \cos 2\theta + \dots \quad (12)$$

In /9/ und /10/ wurde, soweit ersichtlich, dieser Tatsache nicht Rechnung getragen. Bei Karbid-Stäben mit großem Fertigungsspalt ist - wie man noch sehen wird - die azimutale Variation der Temperatur im Spalt beträchtlich und kann somit bei der Gasleitfähigkeit $\bar{\lambda}_g$ nicht mehr vernachlässigt werden.

Da Brennstoffrand - Temperaturen von 1600°C und mehr erreicht werden können, ist der Anteil der Strahlungsleitung zum Wärmedurchgang im Spalt durchaus nicht unbedeutend. Er wurde deshalb in den Rechnungen berücksichtigt, ebenso seine azimutale Variation.

Durch Anwendung der Randbedingungen (7, 8 und 9) und anschließende Fouriertransformation erhält man ein formal lineares Gleichungssystem für die unbekanntenen Größen C_0, A_i usw. Die Koeffizienten dieses Gleichungssystems sind teilweise selber Funktionen der Lösungen C_0, A_i usw., so daß im Grunde ein nichtlineares Gleichungssystem vorliegt. Überwunden wurde diese Schwierigkeit durch ein iteratives Vorgehen. Es hat sich bei den Rechnungen gezeigt, daß nach etwa 7 - 10 Iterationsschritten i.a. Konvergenz erreicht wird (Konvergenzschranke = 1°C).

Die Fourierkoeffizienten der Spaltbreite $\delta(\theta)$ werden sehr schnell klein ($e \ll r_{fa}$). Dies sichert die Brauchbarkeit der gewählten Methode. Nach /9/ ist schon für $i = 4$ die Genauigkeit besser als 10^{-3} . In Anbetracht der Tatsache, daß durch verschiedene Annahmen kleinere Fehler in der Rechnung immanent sind und auch in Anbetracht der Unsicherheit in den verwendeten Materialdaten, ist es nicht sinnvoll, mit solcher Genauigkeit zu rechnen. Man hat deshalb in den Fourierreihen nur die Glieder bis $i=2$ in den Rechnungen mitgenommen.

ii) mit axialem Wärmetransport.

Um den Einfluß von axialem Wärmetransport auf die Temperaturverteilung im Brennstoff zu studieren, wurde für die in Abb. 5 schematisch dargestellte Geometrie die drei-dimensionale Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = - \frac{u}{\lambda_f} \quad (13)$$

im Brennstab unter den folgenden Randbedingungen gelöst:

$$T_s (r = r_{si}) = T_{si} = \text{const} \quad (14)$$

und

$$T_f = C_o - \frac{u}{4\lambda_f} r^2 \quad \text{für } z = 0, l \quad (15)$$

Aufgrund der Symmetriebedingung:

$$T_f (r, \theta + \pi, l-z) = T_f (r, \theta, z)$$

ergibt sich für die Temperaturverteilung im Brennstoff folgende Lösung von (13):

$$T(r, \theta, z) = C_o - \frac{u}{4\lambda_f} r^2 + \sum_{n=0}^{\infty} \hat{A}_n I_0 \left((2n+1) \pi/l r \right) \sin (2n+1) \cdot \pi/l \cdot z$$

$$+ \sum_{\substack{n=1,3,5\dots \\ m=1,2,3,4\dots}} A_n^m \cos n \theta I_n \left(2 m \pi/l r \right) \sin \frac{2m\pi}{l} z \quad (16)$$

$$+ \sum_{\substack{n=2,4,6,8\dots \\ m=0,1,2,3\dots}} B_n^m \cos n \theta I_n \left((2m+1) \pi/l r \right) \sin (2m+1) \cdot \pi/l \cdot z$$

Die I_n sind dabei Lösungen der modifizierten Bessel'schen Differentialgleichung:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} - \left(1 + \frac{n^2}{x^2}\right) y = 0 \quad (17)$$

Durch Anwendung der Randbedingung:

$$-\lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial r} \Big|_{r=r_{fa}} = h_{\text{gap}}(\theta, z) \left[T_f \Big|_{r=r_{fa}} - T_{si} \right] \quad (18)$$

bei verschiedenen axialen und azimutalen Schnitten erhält man wieder ein Gleichungssystem ähnlich dem unter i), das sich in der dort beschriebenen Art und Weise lösen läßt.

Um abzuschätzen, ob die Reihenentwicklung (16) brauchbar ist, wurden Rechnungsergebnisse für verschiedene Näherungslösungen miteinander verglichen. Es hat sich gezeigt, daß nur in den Bereichen bei $z \approx \frac{1}{2}$ größere Schwankungen in den Ergebnissen auftreten, die aber noch tolerierbar sind. In den übrigen Bereichen ist die Genauigkeit der Methode ähnlich der ohne axialen Wärmetransport. Am Rande sei noch erwähnt, daß den in Abschnitt 3.2 dargestellten Ergebnissen eine Näherungslösung mit Gliedern bis $\cos 30$ und I_3 zugrundeliegt.

3.2 Diskussion der Ergebnisse

In diesem Abschnitt wollen wir die Ergebnisse der verschiedenen Modellrechnungen darstellen und diskutieren. Das Ziel wird in erster Linie darin liegen, die Größenordnung der verschiedenen Effekte aufzuzeigen und nicht so sehr eine Temperaturberechnung bis zur letzten Genauigkeit zu liefern. Das letztere wäre angesichts der Ungenauigkeit der Materialdaten und gewisser inhärenter Modellunsicherheiten nicht sehr sinnvoll.

Die bei den Rechnungen verwendeten Materialdaten sind im Anhang aufgelistet. Die entsprechenden Geometriewerte sind dabei im Heißzustand genommen. Bei der Gasbindung wurde eine 10 % Verunreinigung des Heliums durch Argon angenommen.

Für die in Abb. 4 dargestellte Geometrie wurde die Temperaturverteilung in Brennstoff und Hülle für verschiedene Werte des Parameters e , der ein Maß für die exzentrische Lage ist, mit dem Programm TEXZ berechnet. Die azimutalen Verteilungen von Brennstoffrand-, Hüllinnen- und Hüllaußen-Temperatur sind in den Abb. 6, 7 und 8 zu sehen. Die azimutalen Variationen der Temperatur in Brennstoff und Hülle nehmen mit e zu.

Bei $\theta = \pi$ ist die Brennstoffrandtemperatur natürlich minimal, die Hülltemperaturen aber maximal, da hier der Wärmefluß am größten ist. Bei Anliegen der Tablette variiert die Brennstoffrandtemperatur über den Umfang um ca. 800°C und die Hüllinnentemperatur um etwa 100°C . Das Letztere führt zu beträchtlichen Biegespannungen im Hüllrohr, deren Berechnung allerdings außerhalb des Rahmens dieser Arbeit liegt. Berechnen läßt sich allerdings auf einfache Weise das Biegemoment M_s .

$$M_s = \alpha_s E_s \int_{r_{si}}^{r_{sa}} \int_0^{2\pi} T_s(r, \theta) \cos\theta \, dr \, d\theta \quad (19)$$

Man erhält einen Wert von $14,6 \text{ kp/cm}$ für $e = \delta$.

Ein gewisser Test für das Rechenprogramm TEXZ stellt ein Vergleich der Ergebnisse für $e = 0$ mit denjenigen von GAPRS dar (Kurven (5) und (6) von Abb. 6). Wie man sieht, ist die Übereinstimmung sehr gut. In Abb. 9 ist die maximale Brennstofftemperatur T_f^{max} gegen die Exzentrizität $\epsilon = \frac{e}{\delta}$ aufgetragen. Durch exzentrische Lage der ungerissenen Tabletten kann also die maximale Brennstofftemperatur um ca. 180°C abgesenkt werden (bei Vernachlässigung des axialen Wärmetransports).

Um die Größe des Effekts durch axialen Wärmetransport abzuschätzen, wurde für die in Abb. 5 dargestellte Geometrie die Temperaturverteilung im Hüllrohr mit dem Rechencode TAX berechnet. Diese Geometrie kann als modellmäßige Darstellung einer "Wärmebrücke" aufgefaßt werden. Um einen direkten Vergleich mit der Temperaturverteilung in konzentrischer Lage zu haben, wurde der Parameter C_0 (siehe Abschnitt 3a) zu 2100 gewählt.

In den Abb. 10 und 11 sind die radialen Temperaturverteilungen im Brennstoff an drei axialen Höhengschnitten über der Linie $\theta = (0, \pi)$ aufgetragen und zwar für $e = \delta$ bzw. $e = \frac{\delta}{2}$. Am stärksten wird - wie zu erwarten war - die maximale Brennstofftemperatur auf Höhe der Tablettenstoßstelle, also bei $z = \frac{1}{2}$ abgesenkt und zwar im Maximum um etwas mehr als 200°C . Die Temperaturverteilung an diesem Höhengschnitt wird allerdings relativ stark vom Wert des Wärmedurchgangs bei verschwindendem Spalt beeinflusst. Dieser letztere Wert steigt unter anderem mit dem Gasdruck /6/. Bei $P_g = 7 \text{ at}$ beläuft sich die Absenkung der maximalen Brennstofftemperatur an der Stoßstelle auf etwas mehr als 300°C .

Die bisherigen Rechnungen bezogen sich auf ungerissene Tabletten. Die berechneten Absenkungen der maximalen Brennstofftemperatur können noch nicht die ganze Diskrepanz zwischen dem Experiment und den Ergebnissen von GAPRS /8/ erklären. Deshalb sollen im folgenden Abschnitt noch die Effekte durch das Aufreißen der Tabletten und das anschließende Verlagern von Tabletten-Bruchstücken diskutiert werden.

4. Gerissene Tablette mit Verlagerungen von Tablettenbruchstücken

4.1 Beschreibung der verwendeten Methode

Es wird angenommen, daß ein gewisser Bruchteil der Brennstofftablette (siehe Abschnitt 12), der durch den Winkel α charakterisiert sein soll, zur Hülle hin verschoben ist. Die Wärmedurchgangszahl hat dann folgende Gestalt:

$$h_{\text{gap}} = h_{\text{gap}}^{(1)} \left[\mathcal{J}\left(\theta + \frac{\alpha}{2}\right) - \mathcal{J}\left(\theta - \frac{\alpha}{2}\right) \right] + h_{\text{gap}}^{(2)} \left[\mathcal{J}\left(\theta - \pi + \frac{\alpha}{2}\right) - \mathcal{J}\left(\theta - \pi - \frac{\alpha}{2}\right) \right] \quad (20)$$

Dabei sind $h_{\text{gap}}^{(1)}$ und $h_{\text{gap}}^{(2)}$ die zu den beiden Bereichen gehörenden Wärmedurchgangszahlen und \mathcal{J} ist die Stufenfunktion:

$$\mathcal{J}(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 0 \\ 1 & \text{für } x > 0 \end{cases} \quad (21)$$

Die Funktion $h_{\text{gap}}(\theta)$ läßt sich als Fourierreihe schreiben:

$$h_{\text{gap}}(\theta) = \bar{h}_c \cdot \left[1 + \alpha_m \cos m\theta \right] \quad (22)$$

$$\bar{h}_c = \frac{1}{2\pi} \left[h_{\text{gap}}^{(1)} \cdot \alpha + h_{\text{gap}}^{(2)} (2\pi - \alpha) \right] \quad (23)$$

$$\alpha_m = 4 \frac{h_{\text{gap}}^{(1)} - h_{\text{gap}}^{(2)}}{h_{\text{gap}}^{(1)} \cdot \alpha + h_{\text{gap}}^{(2)} (2\pi - \alpha)} \cdot \frac{\sin m \frac{\alpha}{2}}{m} \quad (24)$$

Die Lösung der Wärmeleitungsgleichung geschieht in der unter 3.1 beschriebenen Weise. Der Einfachheit halber wurde eine konstante Hüllinnen-Temperatur angenommen. Durch Anwendung der Randbedingung (8) und anschließende Fourriertransformation erhält man wieder ein lineares Gleichungssystem für die unbekanntenen Koeffizienten in der Temperaturverteilung des Brennstoffs:

$$T_f = C_o - \frac{u}{4\lambda_f} r^2 + \sum_{i=1}^{\infty} A_i r^i \cos i \theta$$

Streng genommen müßten die beiden Wärmedurchgangskoeffizienten $h_{\text{gap}}^{(1)}$ und $h_{\text{gap}}^{(2)}$ wieder ausiteriert werden. Dies wurde in diesem Fall jedoch unterlassen, da es nur darauf ankommt, die Größenordnung des Effekts durch Verlagerung von Bruchstücken abzuschätzen.

Im gewählten Modell sind die Temperatursprünge in den Rissen vernachlässigt. Bei radialen Rissen ist dies sicher berechtigt / 5 /, aber auch bei tangentialen Rissen, die nicht zu weit außen liegen, da dann der Wärmestrom durch den Riß relativ klein bleibt. Die Verhältnisse bei kleinen Abplatzungen werden durch das Modell nur unzureichend beschrieben; hier sind seine Aussagen mit Sicherheit zu optimistisch.

4.2 Diskussion der Ergebnisse

Bei der Anwendung des in 4.1 beschriebenen Modells ist die Wahl der Parameter $h_{\text{gap}}^{(1)}$ und $h_{\text{gap}}^{(2)}$ von großer Bedeutung. Beide Größen sind unter anderem Funktionen der Restspalte und der Gaszusammensetzung. Den Rechnungen wurde die Annahme zugrundegelegt, daß sich ein Bruchstück der Tablette vom Winkel α an die Hülle anlegt und der restliche Teil der Tablette nicht verschoben wird. Entsprechend den Ergebnissen von GAPRS für eine Gaszusammensetzung von 90 % He und 10 % Ar im Spalt kann man also ansetzen:

$$h_{\text{gap}}^{(1)} = 1,5 \text{ W/cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$$
$$h_{\text{gap}}^{(2)} = 0,3 \text{ W/cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

In Abb. 13 sind die maximale Brennstofftemperatur T_{max} und die mittlere Wärmedurchgangszahl \bar{h}_{gap} als Funktion des Kontaktwinkels α aufgetragen. Die letztere Größe ist dabei durch folgende Gleichung definiert:

$$T_{\text{max}} = T_{\text{si}} + \frac{\chi}{2\pi r_{\text{si}} \bar{h}_{\text{gap}}} + \frac{\chi}{4\pi\lambda_f} \quad (25)$$

Für Werte von α größer $\frac{\pi}{2}$ dürften die Aussagen des Modells realistisch sein. Die Extrapolation der Kurven bis $\alpha = 0$ wurde nur deshalb durchgeführt, um einen direkten Bezug zu dem Fall einer ungerissenen Tablette herzustellen. Beide Größen T_{\max} und \bar{h}_{gap} sind sehr stark vom Kontaktwinkel α abhängig; eine Verlagerung von größeren Tablettenbruchstücken führt also zu einer deutlichen Abnahme der Brennstofftemperaturen. Der experimentelle Bereich der Wärmedurchgangszahl von ca. $0,4 - 0,55 \text{ W/cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ (siehe Abs. 2) wird durch Kontaktwinkel zwischen $\alpha = \frac{\pi}{2}$ und $\alpha = \pi$ reproduziert. Ein solcher Wertebereich für α sollte in etwa realistisch sein.

Wie man aus Abb. 13 ersieht, wächst \bar{h}_{gap} nicht linear mit α an. Empirische Modelle, die den Wärmedurchgang mit Hilfe einer Kontaktflächenfunktion beschreiben, setzen aber einen linearen Zusammenhang voraus. Für mittlere Winkel α würde ein linearer Ansatz für \bar{h}_{gap} ($f = \frac{\alpha}{2\pi}$):

$$\bar{h}_{\text{gap}} = h_{\text{gap}}^{(1)} \cdot f + h_{\text{gap}}^{(2)} (1-f) \quad (26)$$

zu deutlich höheren Wärmedurchgangszahlen führen, als vom Rißmodell vorausgesagt. Diese Diskrepanz beruht auf der Tatsache, daß der Wärmestrom vom Brennstoff zur Hülle vom Azimut θ abhängt. Beim einfachen Ansatz (26) wird dies nicht berücksichtigt.

In Abb. 14 und 15 sind für $\alpha = \pi$ der Vollständigkeit halber die azimutale Verteilung der Brennstoffrandtemperatur bzw. die radiale Verteilung der Brennstofftemperatur aufgetragen. Der steile Anstieg der Temperatur bei $\theta = \frac{\pi}{2}$ ist eine Folge des Sprungs der Wärmedurchgangszahl an dieser Stelle. Das Maximum der Brennstofftemperatur liegt etwas außerhalb des Zentrums. Das Temperaturprofil ist jedoch im betreffenden Bereich sehr flach. Man sieht daraus, daß zwar bei Messungen der Zentraltemperatur mit Hilfe von TE-Elementen i.a. nicht die maximale Brennstofftemperatur gemessen wird, der Fehler aber in jedem Fall klein bleibt.

5. Zusammenfassung und Schlußfolgerung

Es hat sich gezeigt, daß zur Berechnung des Temperatursprungs im Spalt zwischen Brennstoff und Hüllrohr ein einfaches Modell, das von einer konzentrisch liegenden, ungerissenen Tablette ausgeht, nicht ausreicht. Für mittlere bis große Fertigungsspalte liefert ein solches Modell Wärmedurchgangszahlen, die um mehr als 20 % unter den experimentell bestimmten liegen.

Um die tatsächlichen Verhältnisse in einem Karbid-Brennstab modellmäßig zu beschreiben, wurde die Wärmeleitungsgleichung für exzentrische und gestaffelte Lage von ungerissenen Tabletten sowie für gerissene Tabletten mit Verlagerungen von Bruchstücken gelöst. Die Methode der Fourierreihenentwicklung und der Fourier-Transformation hat sich dabei als sehr brauchbar erwiesen.

Den größten Effekt bei der Verbesserung des Wärmedurchgangs hatte das Aufreißen der Tabletten mit anschließender Verlagerung von Bruchstücken zur Hülle hin. Damit können die experimentell gemessenen Werte zwanglos erklärt werden. Dagegen sind die Auswirkungen einer rein exzentrischen Lage, was die maximale Brennstofftemperatur anbetrifft, nicht sehr gravierend. Von Bedeutung sind in diesem Fall aber die Ergebnisse über die Größe von azimuthalen Effekten, insbesondere bei der Hülle. Um deren Konsequenzen für die Auslegung von Karbid-Stäben abzuschätzen, braucht man empirische Aussagen über das Rißverhalten von Karbid-Tabletten, speziell wann und wie der Brennstoff aufreißt.

Literatur:

- /1/ D. Freund et al.:
Vorstudie zur Bestrahlung von Karbid-Brennelementen in der KNKII,
(1975) unveröffentlicht
- /2/ H. Plitz:
Evaluation of Central Temperatures in He-Bonded Carbide Pins of Experiment
DFR-330, (1972) unveröffentlicht
- /3/ H. Mikailoff:
L'élément combustible carbure à joint hélium pour la filière à neutrons
rapides: problèmes posés par le gonflement du combustible, Bull. d'Inform.
Scient et Techn. 196, S. 49, Okt. 1974
- /4/ M.H. Montgomery, et al:
High Power and Heat Flue Irradiation of Uranium-Plutonium Carbides,
unveröffentlicht
- /5/ P.R. Barrett:
Heat Transfer in LMFBR Fuel Elements, Part I: Effect of Fuel Pellet
Displacement, Nucl.Eng. and Design 26, S. 376, 1974
- /6/ R. Godesar:
Untersuchung des Einflusses des Wärmeübergangskoeffizienten im Spalt
zwischen Brennstoff und Hülle auf die sicherheitstechnische Auslegung
von stabförmigen Brennstäben für Schnelle Brutreaktoren, Dissertation
TH Aachen, Dez. 1972.
- /7/ Y.S. Touloukian, et al.:
Thermophysical Properties of Matter, Vol. 3, Thermal Conductivity,
Non-Metallic Liquids and Gases (New York 1970)
- /8/ H. Steiner:
Entwicklung einer Programmes zur Berechnung der Wärmedurchgangszahl
in Karbid-Stäben mit He-Bindung, unveröffentlicht

- /9/ R. Godesar:
Influence of the azimuthal Perturbations of the Heat Transfer
in the Gap on the Temperature Profile in Cylindrical Fuel Pins,
Int.Conf. on the Physic. Metal.of Reactor Fuel Elements,
Berkeley, Sept. 1973
- /10/ R. Nijsing:
Temperature and Heat Flux Distribution in Nuclear Fuel Element
Rods, Nucl. Eng. and Des. 4, S.1, 1966
- /11/ A.B.G. Washington:
Preferred Values for the Thermal Conductivity of Sintered Ceramic
Fuel for Fast Reactor Use, TRG-Report 2236, Sept. 1973
- /12/ J.F. Kerrisk:
The Consequences of Sodium Bond Loss from an LMFBR Fuel Element,
(1975) unveröffentlicht

Auslegungsdaten des Referenzfalles

Brennstoff	$(U_{0,85} Pu_{0,15})C$
Tablettendurchmesser	7,0 mm
Tablettenhöhe	10 mm
Tablettendichte	84 % TD
Hüllrohräußendurchmesser	8,5 mm
Hüllrohrinnendurchmesser	7,4 mm
Konzentration an He	90 %
Konzentration an Ar	10 %
Gasdruck im Hüllrohr	2,3 at
lineare Stableistung	800 W/cm
Kühlmitteltemperatur	450 °C
Wärmeübergangszahl von der Hülle zum Kühlmittel	14,5 W/cm ² °C

Nomenklatur

χ	= lineare Stabileistung
r_{fa}	= Tablettenaußenradius
r_{si}, r_{sa}	= Hüllinnenradius, bzw. -außenradius
T_{si}^K	= Hüllinnentemperatur in $^{\circ}K$
T_{fa}^K	= Brennstoffrandtemperatur in $^{\circ}K$
λ_g	= Wärmeleitfähigkeit der Gasmischung im Spalt
σ	= Stefan-Boltzmann-Konstante
ϵ_1, ϵ_2	= Emissivitäten von Brennstoff und Hülle
δ	= effektive Spaltbreite im Heißzustand
δ°	= Spaltbreite im Heißzustand bei ungerissener Tablette
$l_{ex1,2}$	= Extrapolationslängen von Brennstoff und Hülle
$R_{a1,2}$	= arithmetisch gemittelte Rauigkeiten von Brennstoff und Hülle
T_f	= Brennstofftemperatur
T_s	= Hülltemperatur
T_c	= Kühlmitteltemperatur
h_c	= Wärmeübergangszahl von der Hülle zum Kühlmittel
λ_f, λ_s	= Wärmeleitfähigkeit von Brennstoff, Hülle
h_{gap}	= Wärmedurchgangszahl im Spalt
e	= Exzentrizität ($\epsilon = e / \delta$)
h	= Tablettenhöhe ($l = 2h$)
u	= Wärmequellendichte
α_s	= thermischer Ausdehnungskoeffizient der Hülle
E_s	= Elastizitätsmodul der Hülle

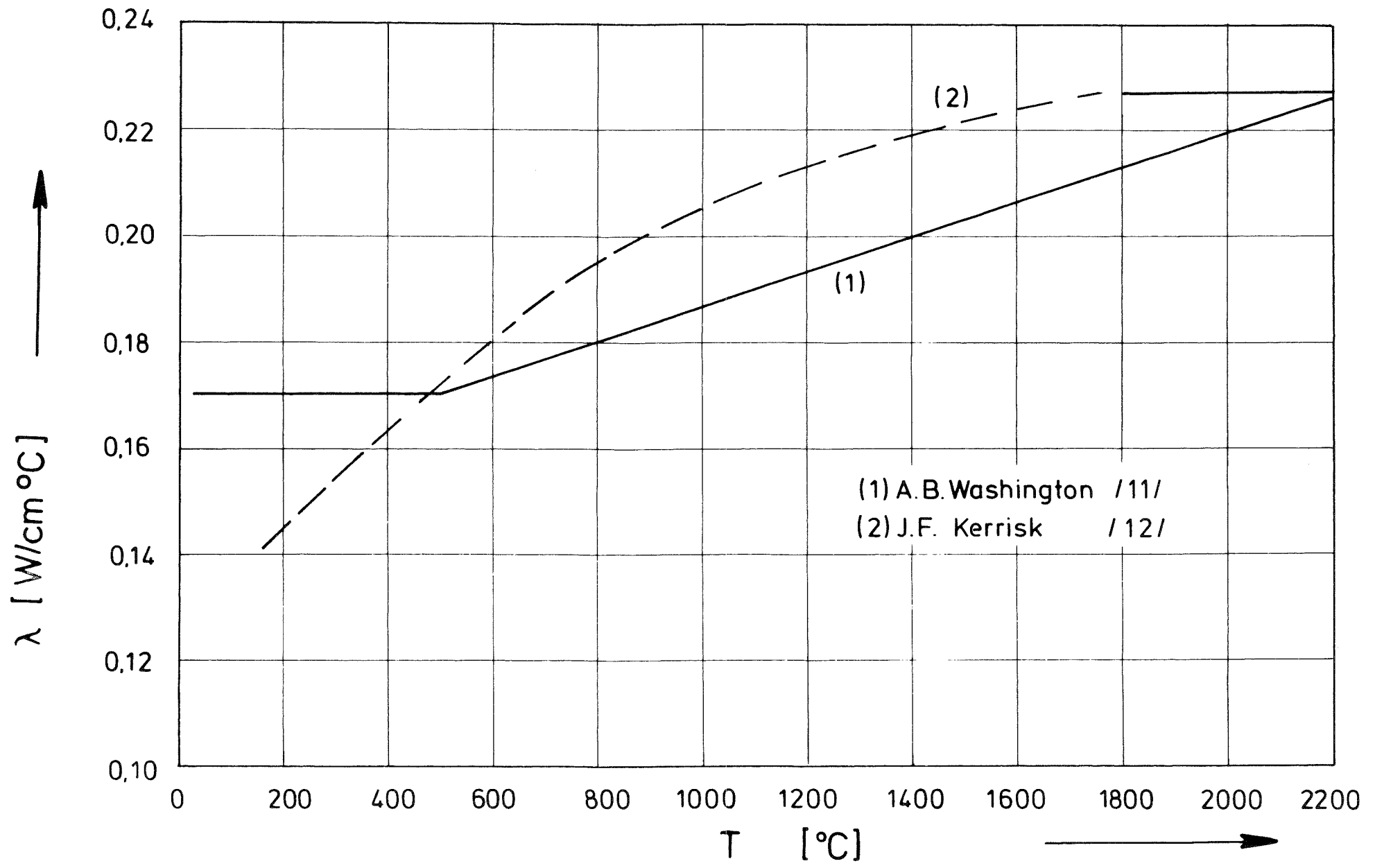


Abb. 1 Wärmeleitfähigkeit λ von Mischkarbid (100 % th.D.) als Funktion von der Temperatur T

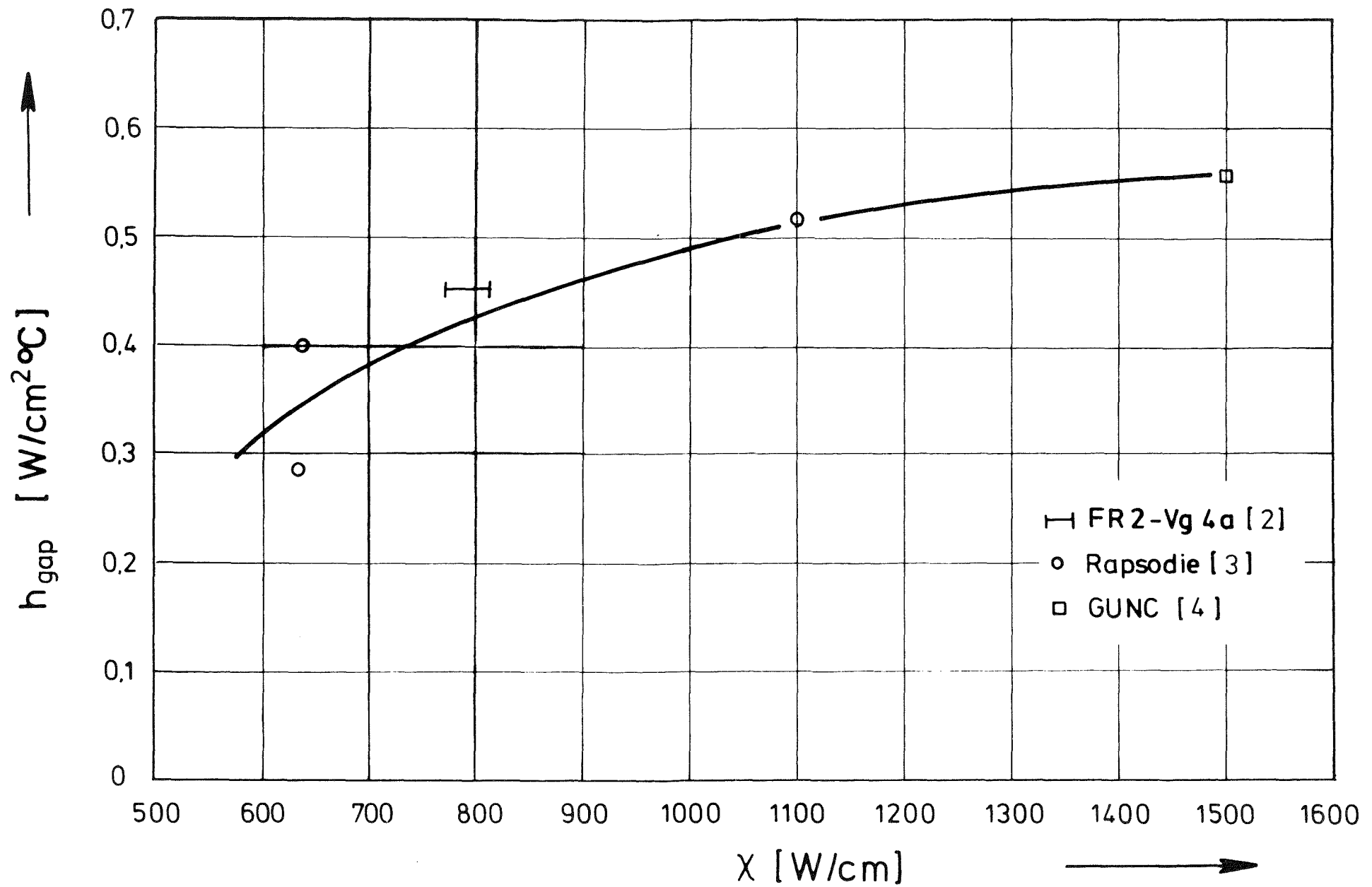


Abb. 2 Experimentelle Wärmedurchgangszahlen beim Anfahren in He-gebundenen Karbid-Stäben mit Fertigungsspalten von ca. 400 μm

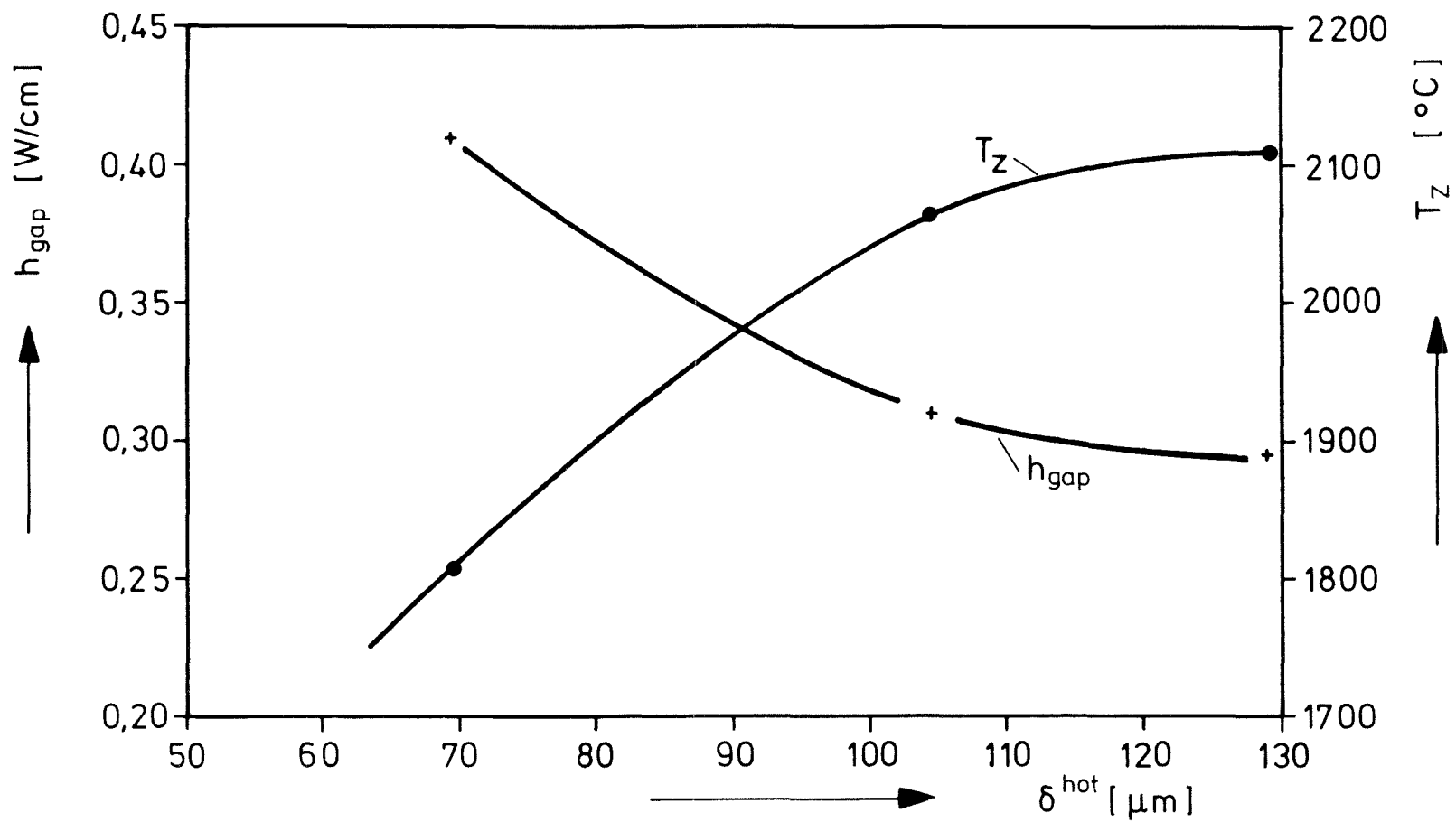


Abb. 3 Zentraltemperatur mit Wärmedurchgangszahl als Funktion des effektiven Spalts im Heißzustand nach GAPRS / 8 /

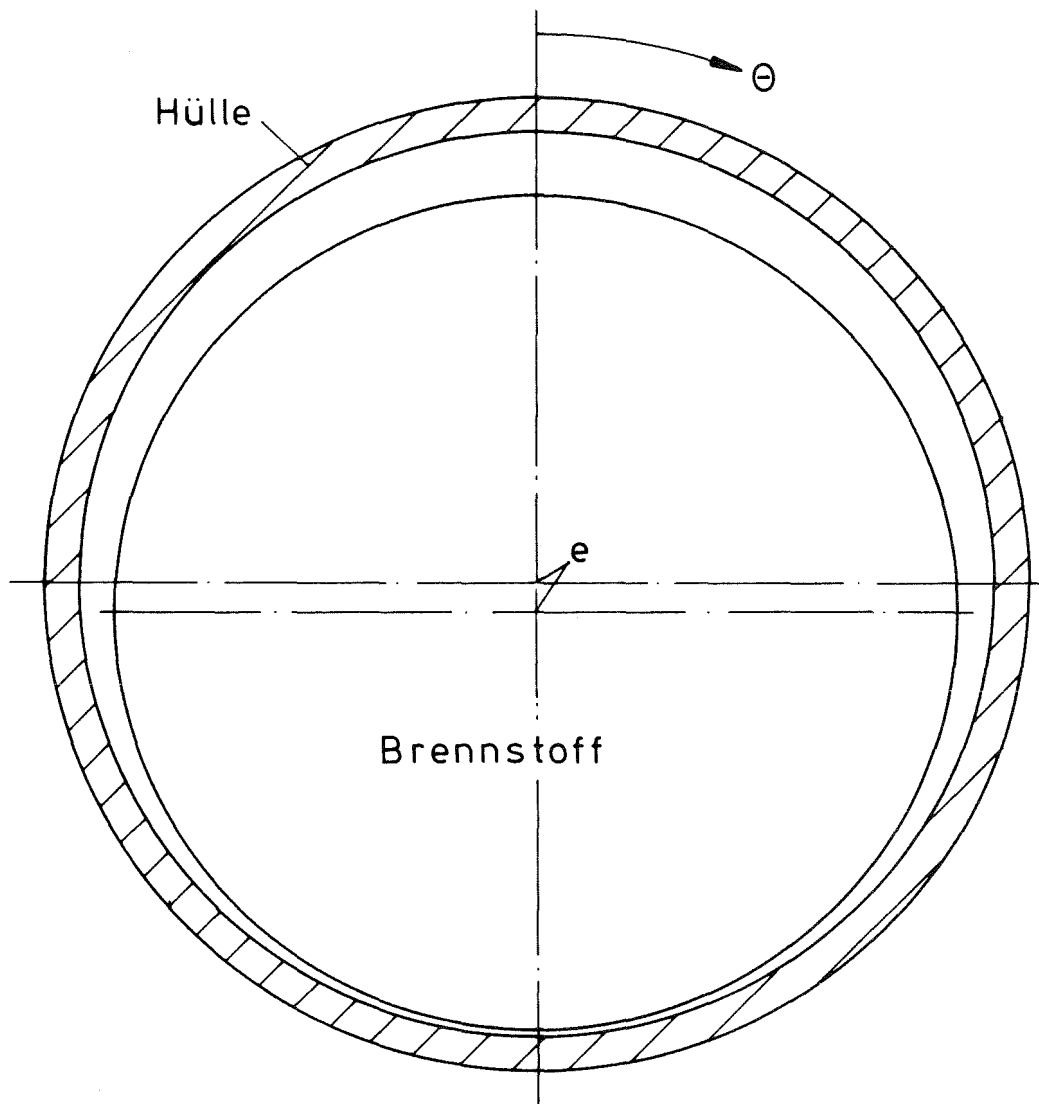


Abb. 4 Tablette in exzentrischer Lage im Hüllrohr

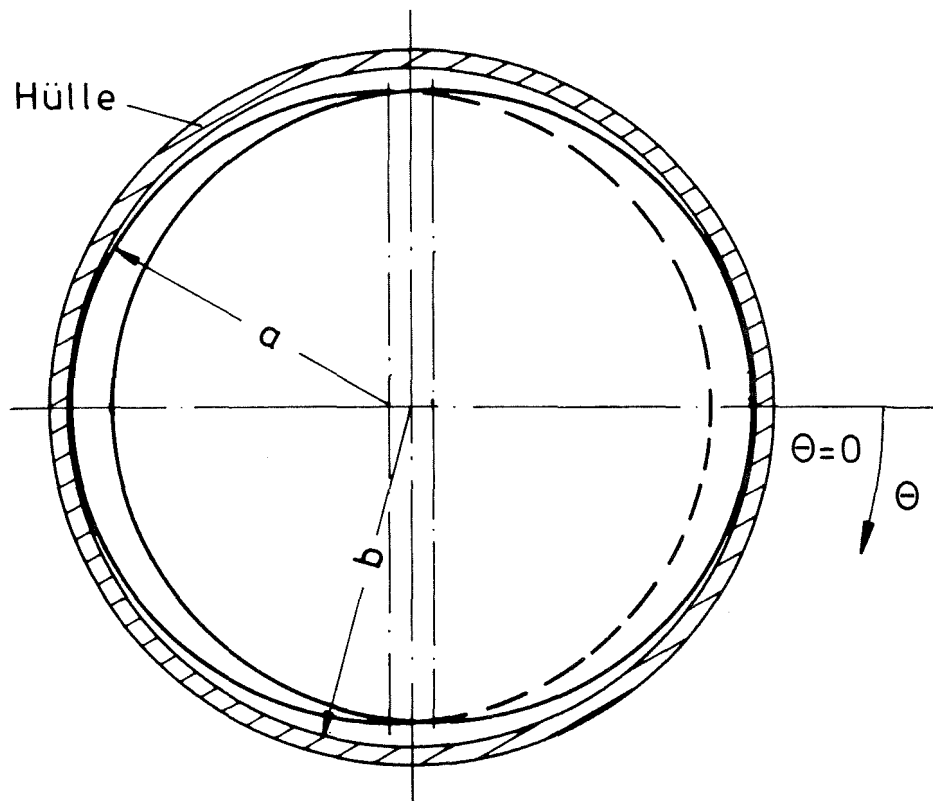
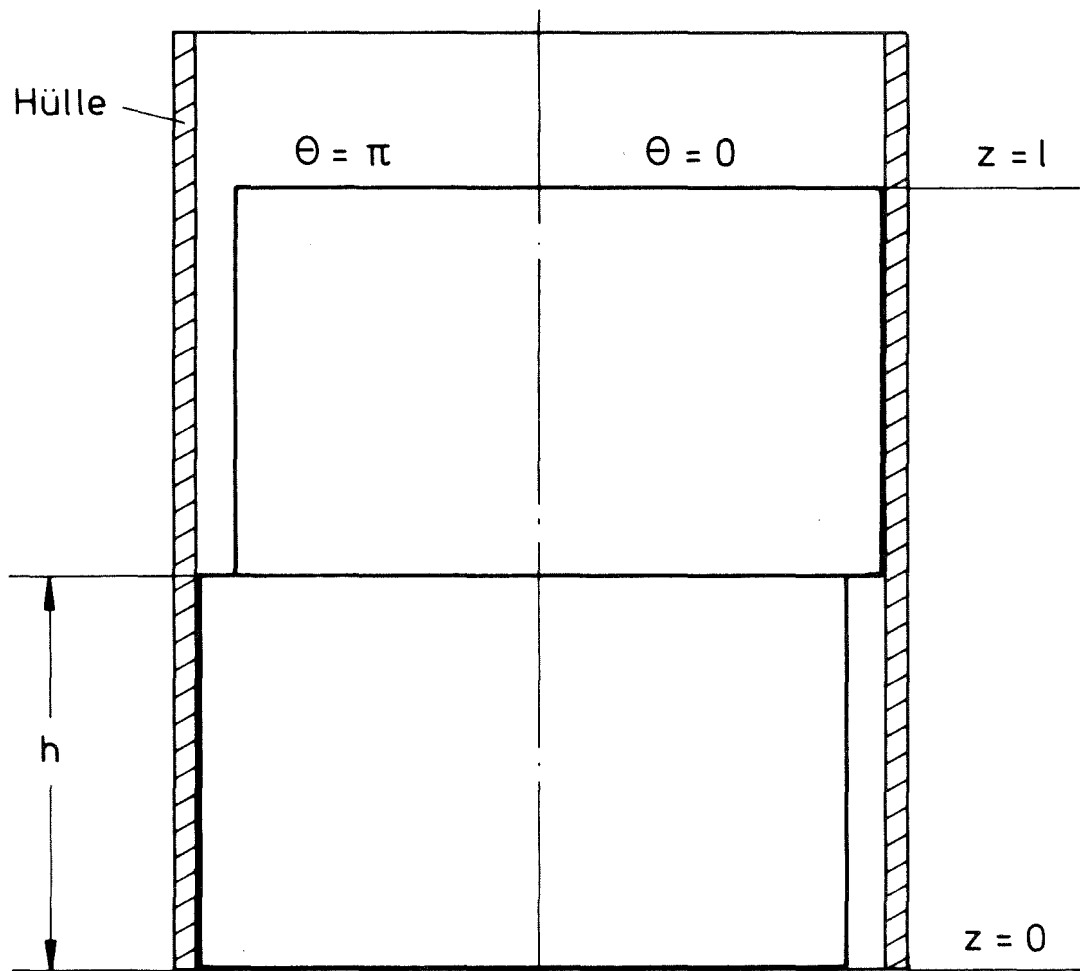


Abb. 5 Schematische Darstellung der Brennstoffgeometrie im Längs- und Querschnitt bei max Exzentrizität

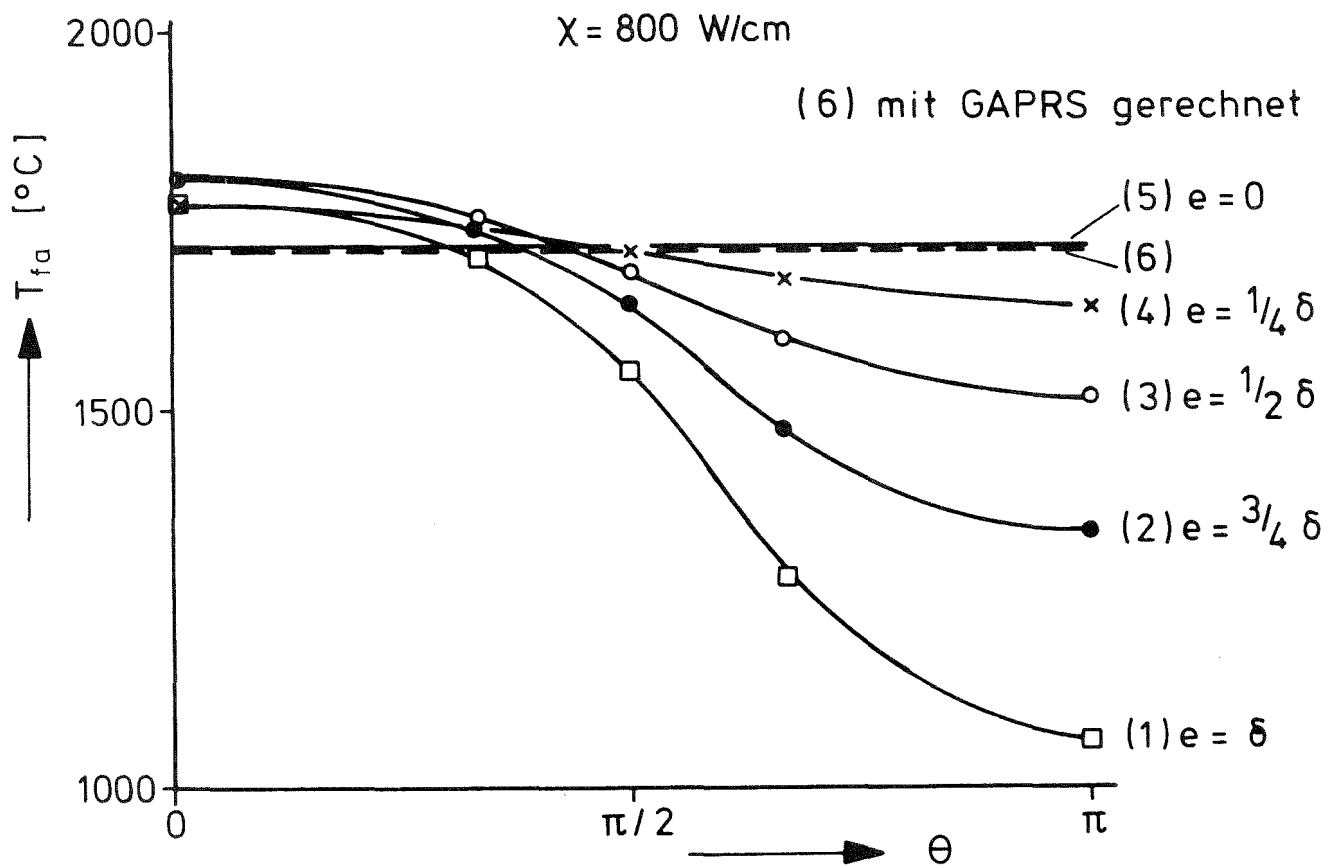


Abb. 6 Azimutale Verteilung der Brennstoffrandtemperatur (mit Strahlungsanteil)

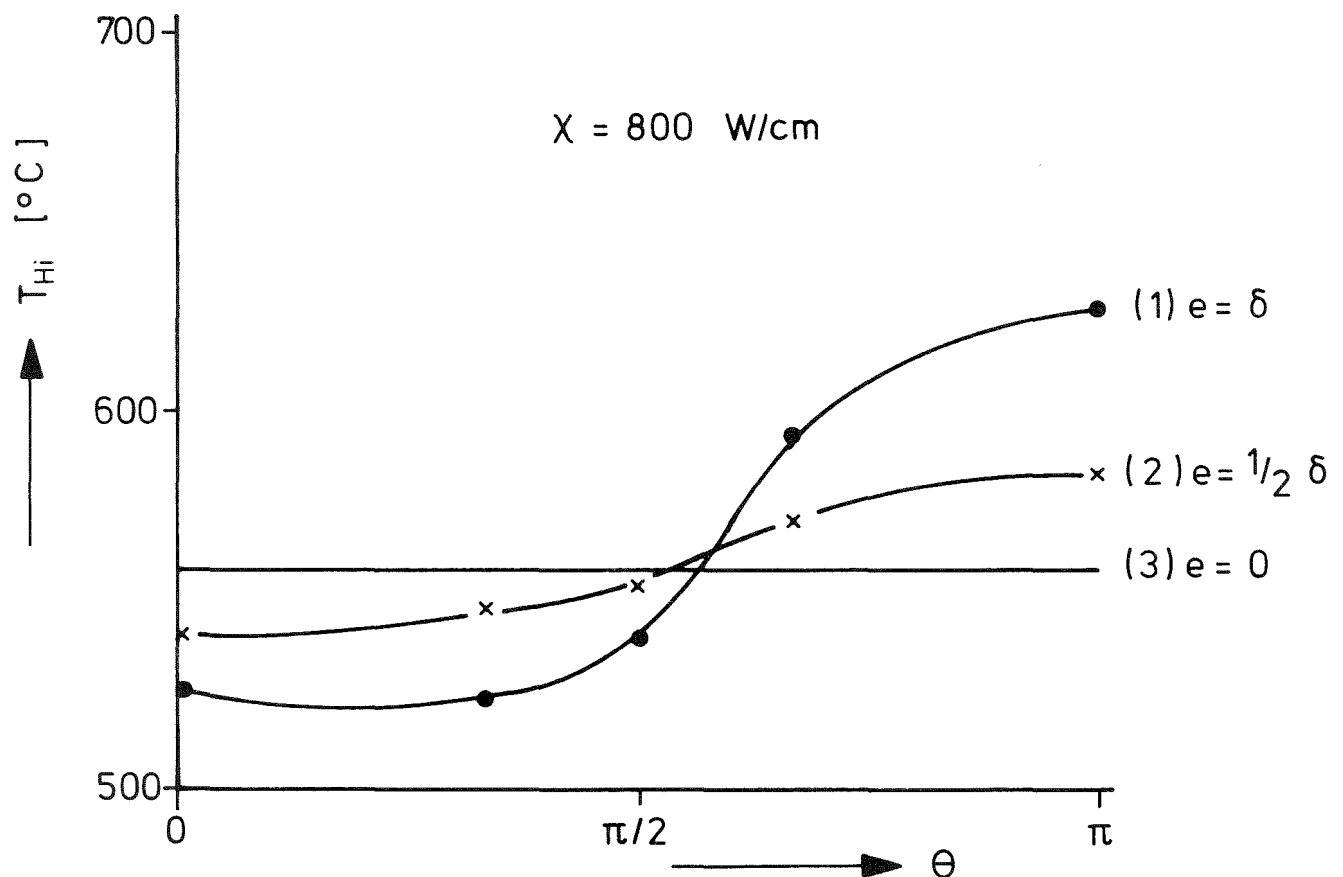


Abb. 7 Azimutale Verteilung der Hüllinnentemperatur

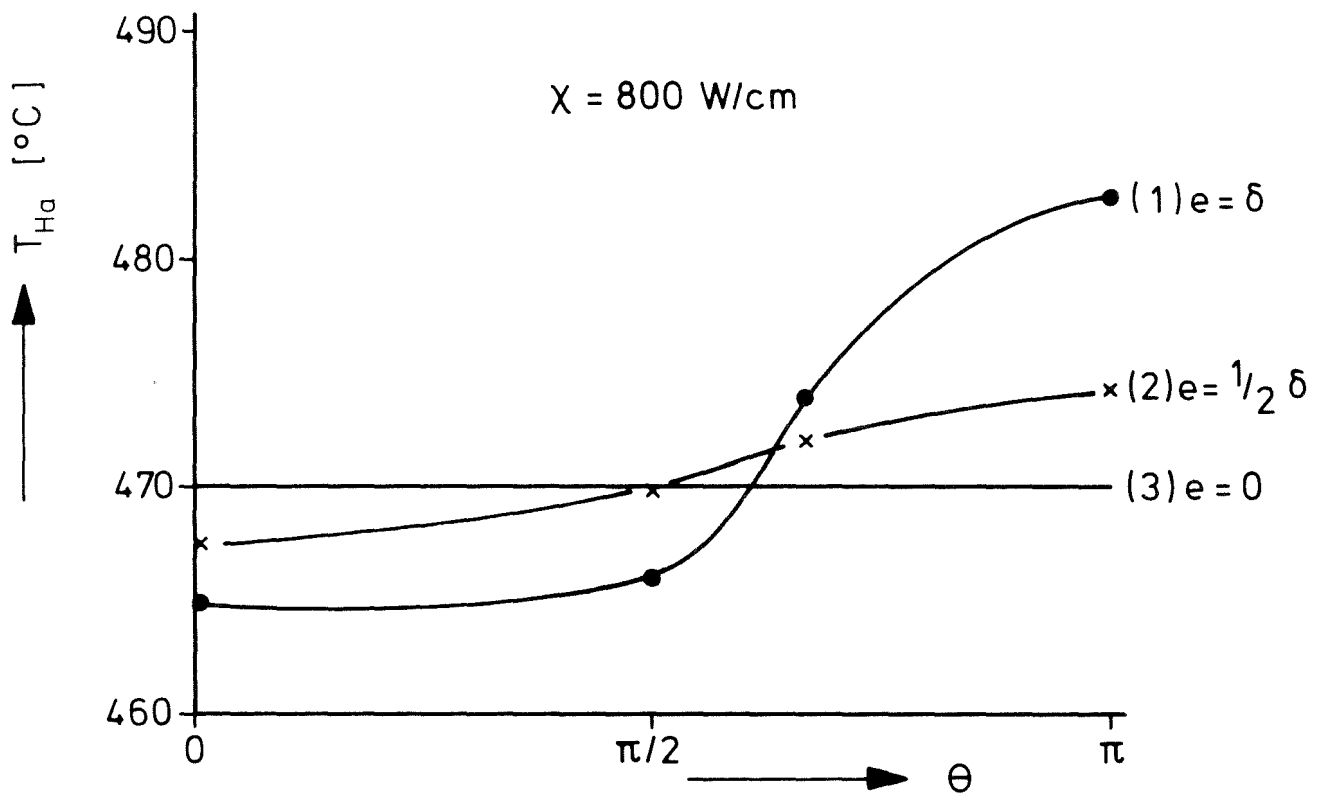


Abb. 8 Azimutale Verteilung der Hüllaußentemperatur

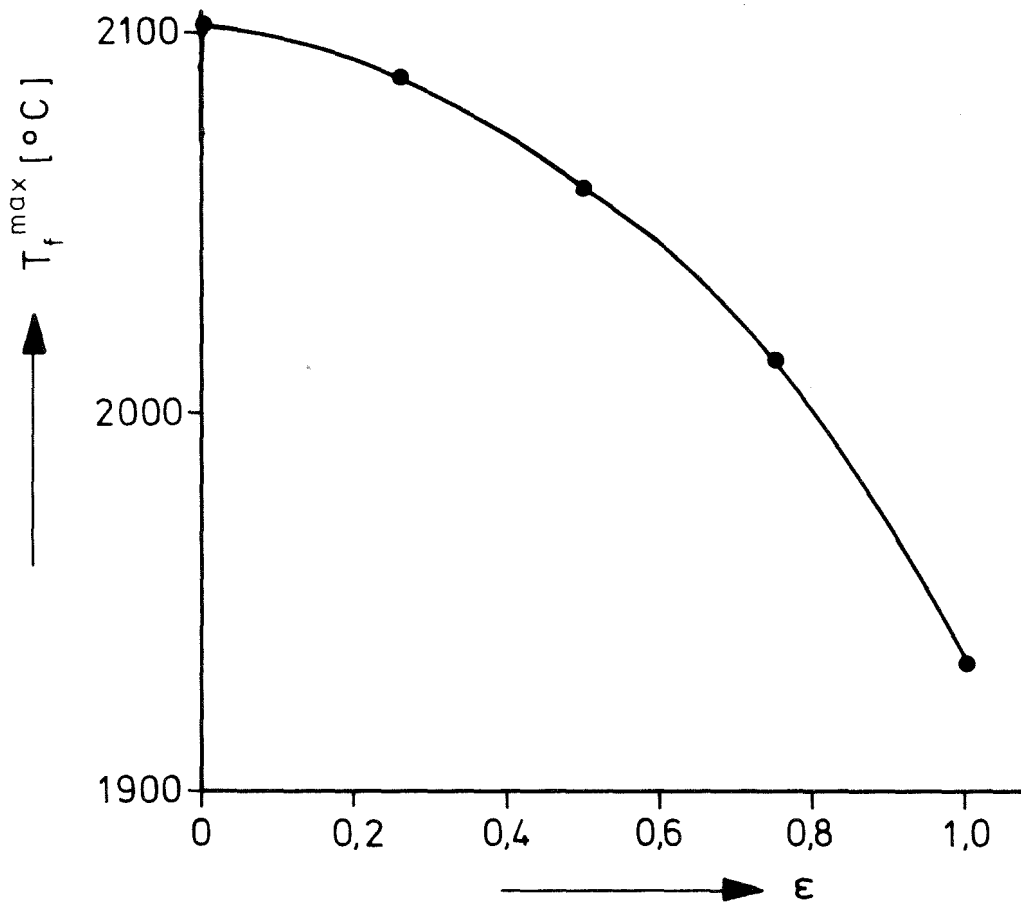


Abb. 9 Maximale Brennstofftemperatur als Funktion der Exzentrizität $\epsilon = e/\delta$ mit Strahlungsanteil

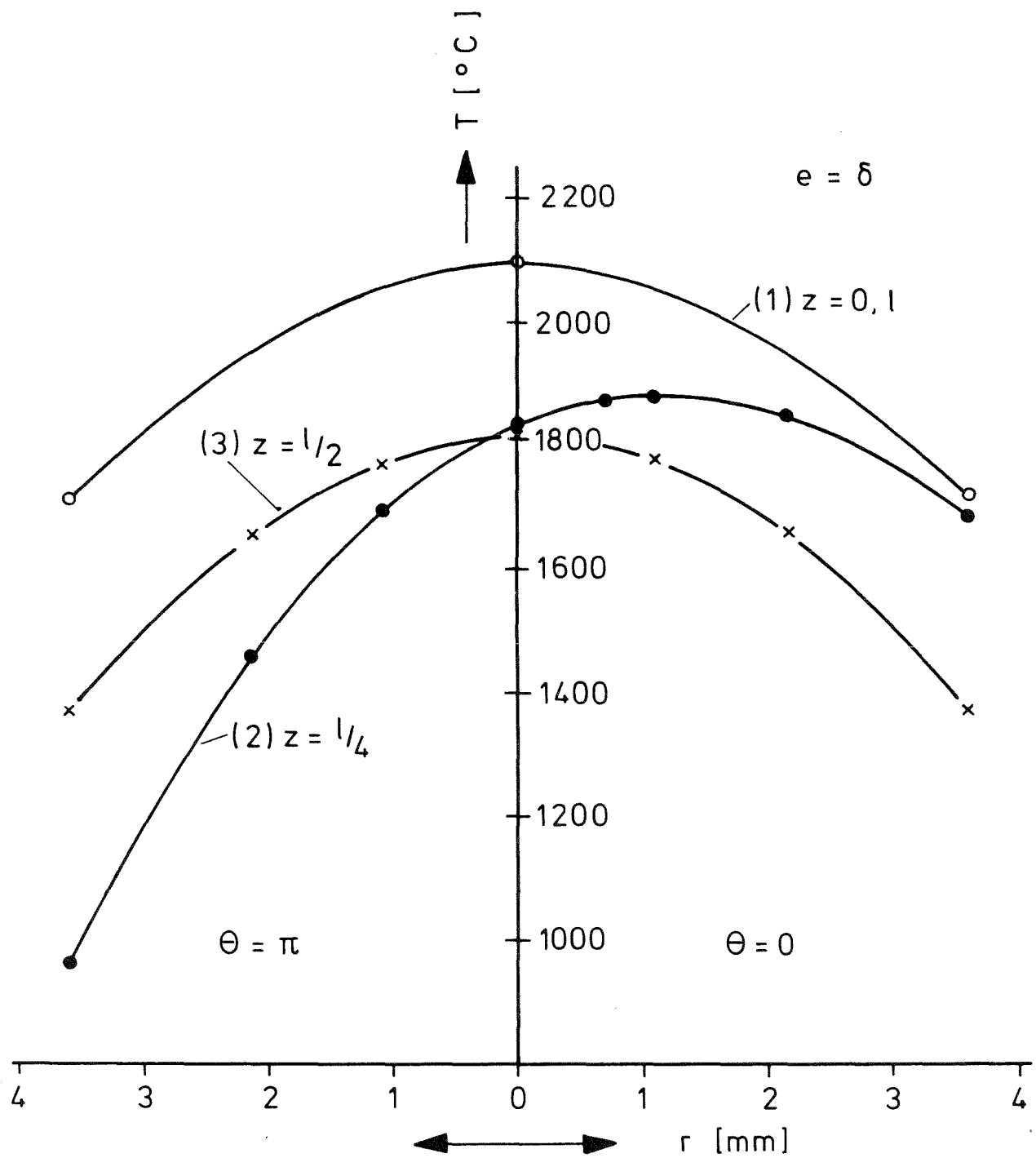


Abb. 10 Radiale Temperaturverteilung im Brennstoff über der Linie $\theta = [0, \pi]$ an 3 charakteristischen Höhenschnitten

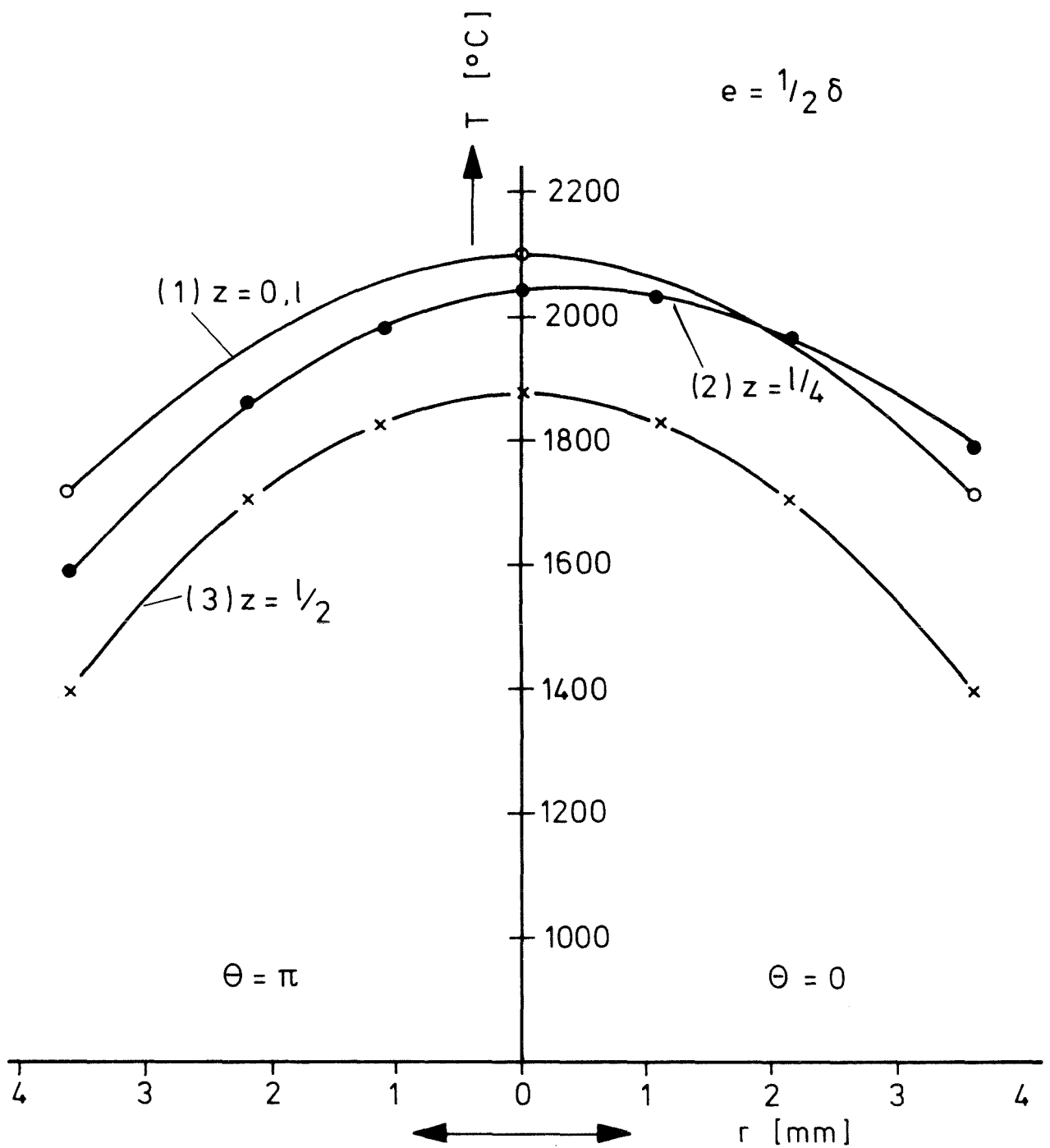


Abb. 11 Radiale Temperaturverteilung im Brennstoff über der Linie $\theta = [0, \pi]$ an 3 charakteristischen Höhenschnitten

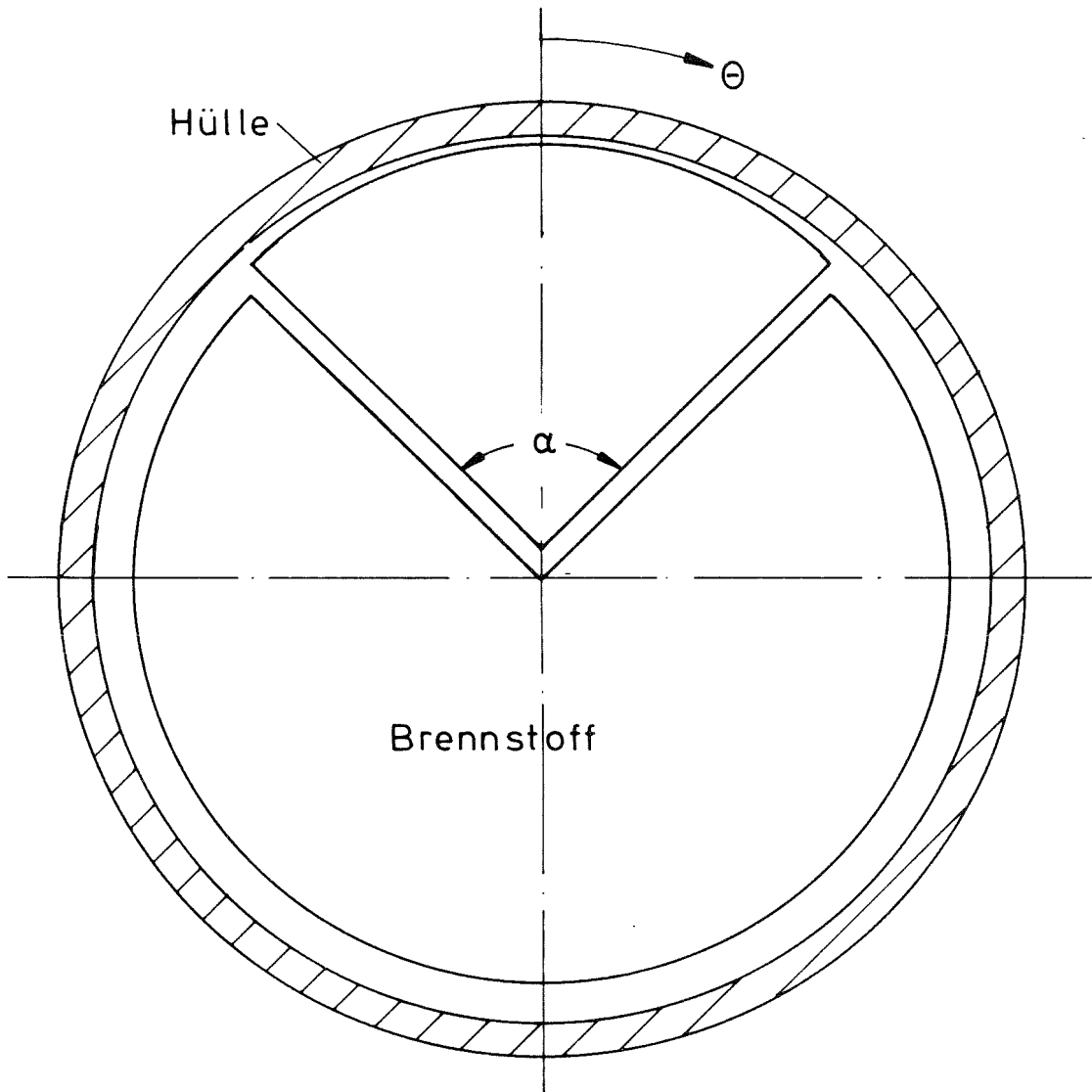


Abb. 12 Schematische Darstellung einer gerissenen Tablette

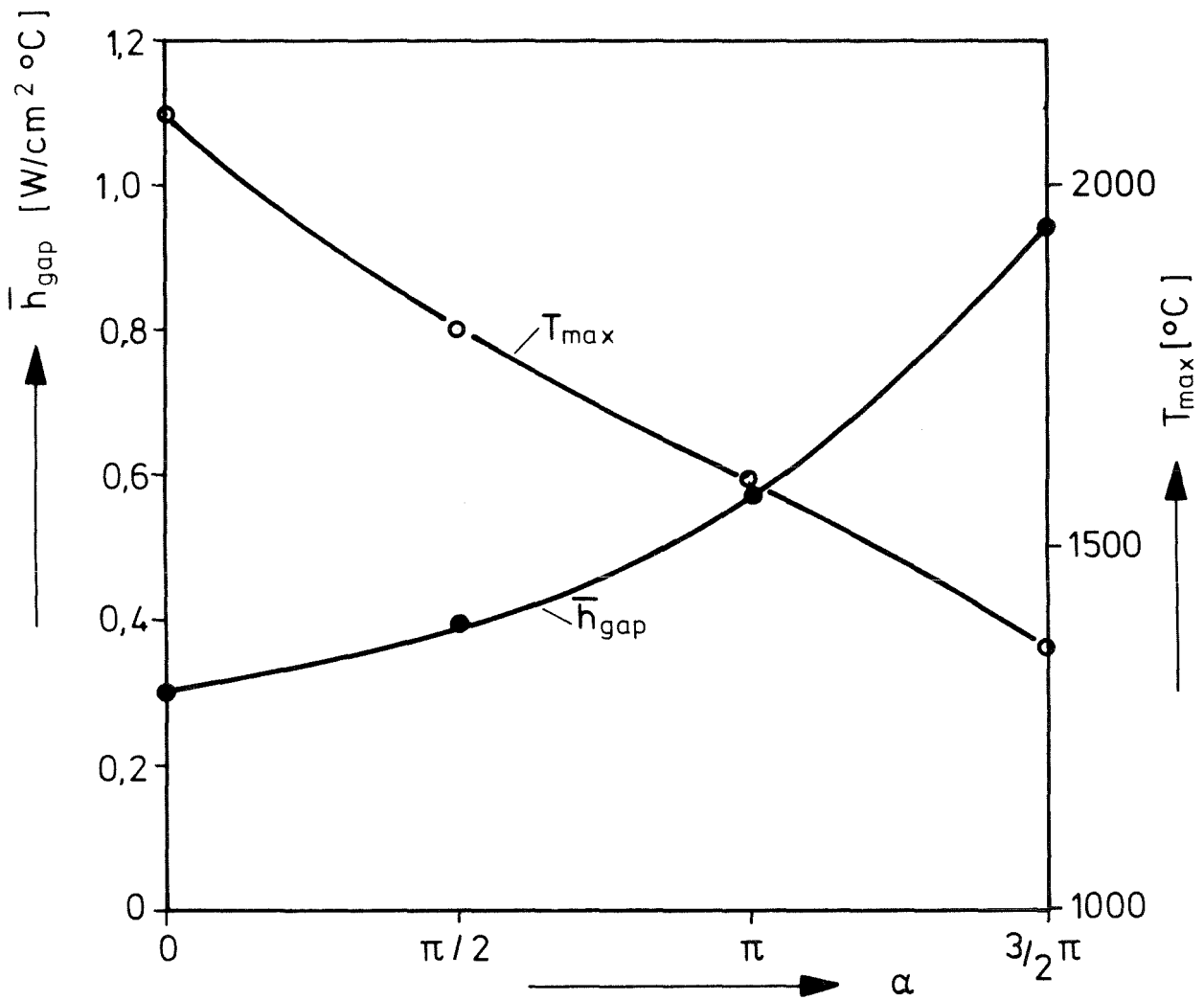


Abb.13 Mittlere Wärmedurchgangszahl und maximale Brennstofftemperatur als Funktion des Kontaktwinkels

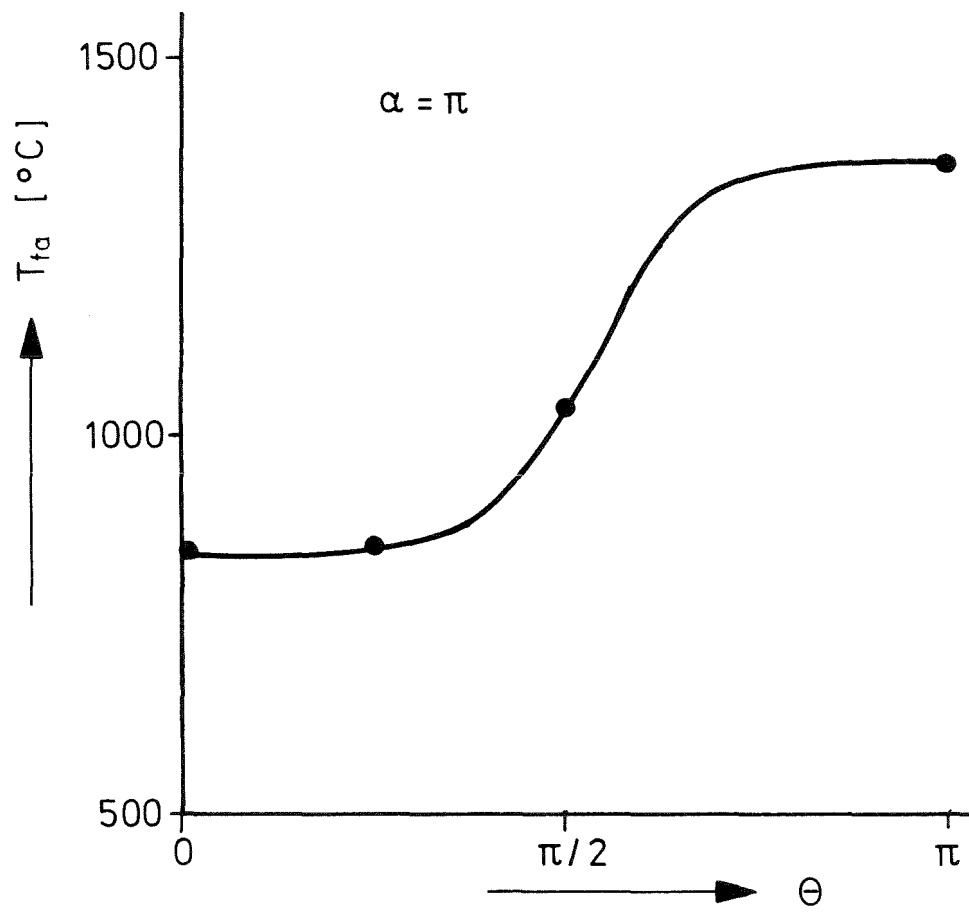


Abb.14 Azimutale Verteilung der Brennstoffrandtemperatur

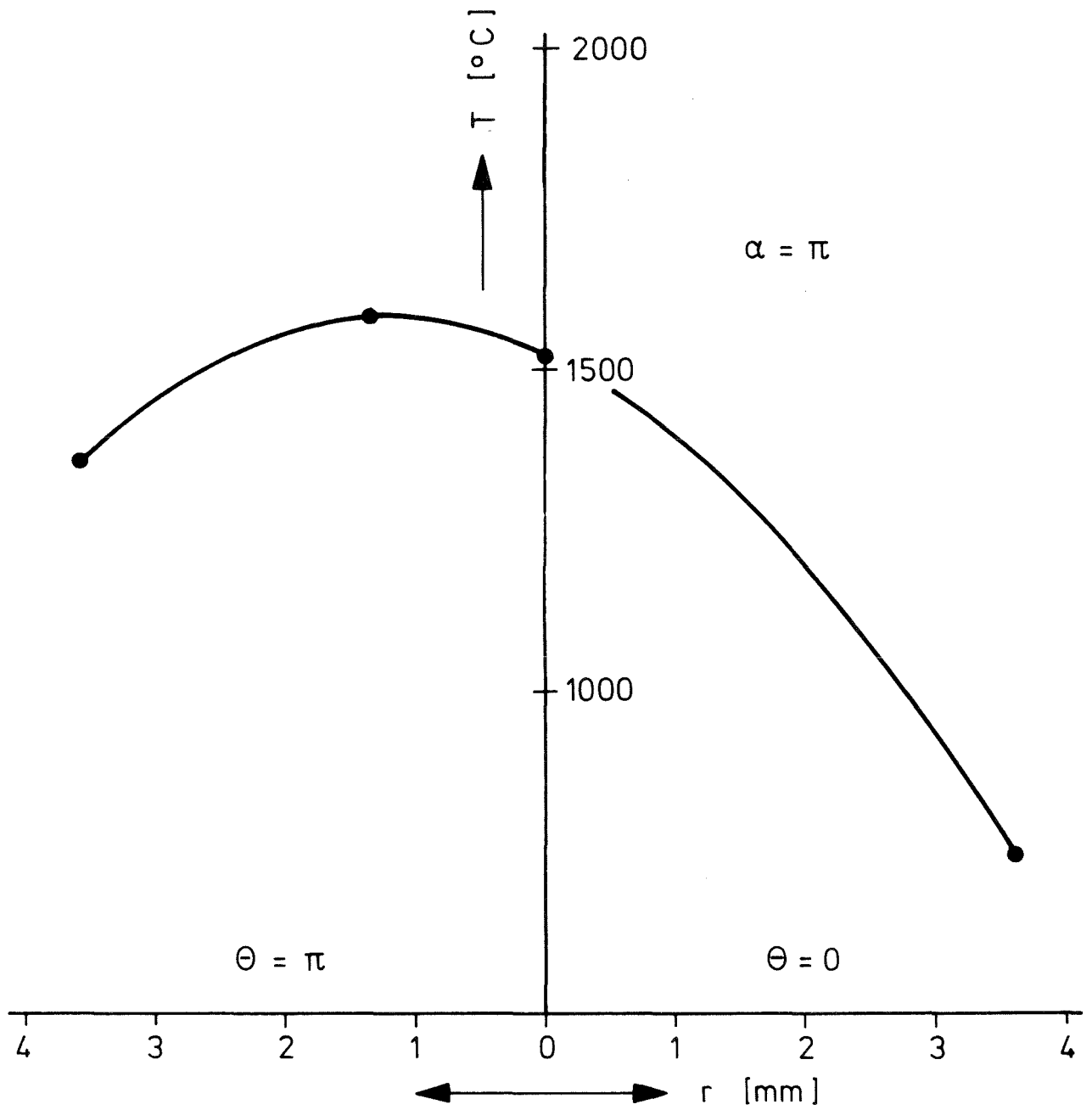


Abb. 15 Radiale Verteilung der Brennstofftemperatur über der Schnittlinie $\theta = [0, \pi]$