

KfK 2559  
März 1978

# **Nachweis bandbegrenzter Komponenten in verrauschten Signalen durch Überwachung der spektralen Auto- und Kreuzleistungsdichten**

J. Ehrhardt  
Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik  
Projekt Schneller Brüter

**Kernforschungszentrum Karlsruhe**

Als Manuskript vervielfältigt  
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE GMBH

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik  
Projekt Schneller Brüter

KfK 2559

Nachweis bandbegrenzter Komponenten in verrauschten  
Signalen durch Überwachung der spektralen Auto- und  
Kreuzleistungsdichten

J. Ehrhardt

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe



## Nachweis bandbegrenzter Komponenten in verrauschten Signalen durch Überwachung der spektralen Auto- und Kreuzleistungsdichten

---

### Zusammenfassung

An technischen Anlagen können Störungen auftreten, die nur in einem engen Frequenzbereich kleine zusätzliche Anteile in Meßsignalen erzeugen. Derartige bandbegrenzte Signalkomponenten können besonders gut durch die Beobachtung der Frequenzspektren der Rauschsignale erkannt werden, da sie dort einen resonanzförmigen Anstieg der Spektralwerte hervorrufen. Im vorliegenden Bericht werden Überwachungsanordnungen vorgestellt, die durch Anwendung der Kreuz- und Autokorrelationstechnik einen schnellen Nachweis von plötzlich auftretenden resonanzförmigen Änderungen in der spektralen Leistungsdichte von Rauschsignalen ermöglichen. Es wurden theoretisch allgemeine Kriterien entwickelt, mit deren Hilfe die für jedes Problem optimale Überwachungsanordnung und deren Nachweisempfindlichkeit berechnet werden können. Dabei wurde insbesondere die Frage des Vor- und Nachteils von Auto- und Kreuzkorrelationsmessungen mit Signalen unterschiedlicher Kohärenz behandelt. Die theoretischen Ergebnisse wurden in einer Anzahl von Experimenten überprüft und bestätigt. Es wurden experimentelle und theoretische Parameterstudien speziell zum optimalen Nachweis von Natriumsieden in natriumgekühlten Reaktoren durchgeführt. Die Ergebnisse zeigten, daß Überwachungsanordnungen möglich sind, die - basierend auf der Beobachtung des Neutronenflußrauschens - nahezu das gesamte Core des SNR-300 auf lokales Natriumsieden hin überwachen können.

## Detection of Band-Limited Components in Noise Signals by Surveillance of the Auto- and Cross Power Spectral Density

---

### Abstract

In technical plants disturbances are possible which generate small narrow-band components in the measured signals. For the detection of these oscillatory signals the observation of the frequency spectra of the measured signals' noise components is particularly advantageous because they produce additional characteristic peaks. In this paper detection systems for the fast detection of suddenly appearing peaks in the power spectral density of noise signals are presented based on auto- and cross correlation techniques. General criteria were developed to enable the determination of the optimal detection system and its sensitivity for the different problems. Specially auto- and cross correlation measurements were compared in dependence of the signal coherence. Theoretical results were confirmed in a number of experiments. Special experimental and theoretical parameter studies were done for the optimal detection of sodium boiling in LMFBR's. Computations showed that local sodium boiling can be detected in nearly the whole core range of SNR-300 by detection systems based on the observation of the neutron flux fluctuations.

## Inhaltsverzeichnis

### Verzeichnis der wichtigsten Symbole

1.	Einleitung	1
2.	Grundsätzliche Überlegungen zur Überwachung der spektralen Leistungsdichte	3
2.1	Signalstruktur und Überwachungskonzept	3
2.2	Prinzipieller Aufbau einer Meßanordnung	7
2.3	Kontinuierliche Messung der spektralen Kreuzleistungsdichte	8
2.4	Forderungen an geeignete Überwachungsanordnungen	10
3.	Theoretische Untersuchungen	12
3.1	Fehlalarmwahrscheinlichkeit und Schwellwerte	12
3.1.1	Nachweisbedingung für Störresonanzen	12
3.1.2	Wahrscheinlichkeitsverteilung der Schwankungen in der spektralen Leistungsdichte	14
3.1.3	Berechnung der Schwellwerte	20
3.1.4	Fehlalarmrate und Lebensdauer statistischer Resonanzen	23
3.2	Nachweisempfindlichkeit	24
3.2.1	Nachweiskriterium für die spektrale Kreuzleistungsdichte	25
3.2.2	Parameterstudien zur Nachweisempfindlichkeit	33
3.2.2.1	Fehlalarmrate	34
3.2.2.2	Nachweiswahrscheinlichkeit	34
3.2.2.3	Kohärenz	37
3.2.2.4	Maximal zulässige Nachweiszeit	38
3.2.2.5	Resonanzbreite	39
3.2.2.6	Zu überwachender Frequenzbereich	40

3.2.2.7	Sample-Zeit	41
3.2.2.8	Frequenzauflösung	41
3.2.2.9	Mittelungskonstante	43
4.	Experimentelle Untersuchungen	44
4.1	Versuchsaufbau	44
4.2	Schwellwerte und Fehllarme	46
4.2.1	Mittlere Lebensdauer statistischer Resonanzen	47
4.2.2	Fehllarmwahrscheinlichkeit in der spektralen Kreuzleistungsdichte	48
4.3	Nachweisempfindlichkeit	49
4.3.1	Schwankungen der Spektralwerte am Ort der Störresonanz	50
4.3.2	Zeitverhalten der Störresonanzen	50
4.3.3	Wahrscheinlichkeitsverteilung der Nachweisdauer	51
4.3.4	Statistische Kenngrößen der Nachweisdauer	52
5.	Beispiele möglicher Überwachungsanordnungen	53
5.1	Aufbau	54
5.2	Vergleich	55
6.	Nachweis von lokalem Na-Sieden im SNR-300	59
6.1	Siedenachweis durch Beobachtung des Neutronenflußrauschens	60
6.1.1	Reaktivitätseffekt von lokalem Na-Sieden	60
6.1.2	Das Neutronendetektorrauschen unter normalen Betriebsbedingungen	63
6.1.3	Nachweisempfindlichkeit für Na-Sieden	66
6.2	Siedenachweis durch Kreuzkorrelation verschiedener Meßgrößen	70
6.3	Siedenachweis im SNR-300 durch Beobachtung des Neutronenflußrauschens	71
7.	Zusammenfassung	73
	Referenzen	75
	Tabellen	78
	Abbildungen	

## Verzeichnis der wichtigsten Symbole

$A, A_{\min}$	Detektionsschwelle, $\sim$ bei optimaler Überwachungsanordnung
$a(m)$	Anteil der Resonanzfläche, der durch Summation über $2m+1$ Frequenzpunkte erfaßt wird
$B_1, B_2$	untere bzw. obere Grenze des überwachten Frequenzbereichs in der CPSD
$F$	Fehlalarmrate
$\Delta f$	zu überwachender Frequenzbereich in der CPSD
$f$	Frequenz
$\Delta f$	Frequenzauflösung in der CPSD
$G$	Gewinnfunktion (siehe Abschnitt 3.2.2.3)
$g(t)$	Zeitfunktion, die das Wachstum der Resonanzen in der CPSD beschreibt
$k, k_{\Sigma}, k_R$	Zahl der Freiheitsgrade von $\chi^2$ -verteilten Größen
$L_R$	Lebensdauer statistischer Resonanzen
$M$	Anzahl der Frequenzpunkte in der CPSD
$M'$	Anzahl der zu überwachenden Frequenzpunkte in der CPSD
$m$	Summationsgrenzen

$N$	Mittelungskonstante bei arithmetischer Mittelung
$N_i$	Zahl der Überschreitungen des Schwellwerts $Q_i = i\Delta Q$ durch voneinander unabhängige statistische Resonanzen
$N_{\text{zykl}}$	Anzahl der Überwachungszyklen
$N_D$	Anzahl der Nachweise eines bandbegrenzten Störsignals
$p$	Fehlalarmwahrscheinlichkeit
$Q$	Schwellwert
$R(f)$	spektrale Leistungsdichte der nachzuweisenden Störresonanz
$r_{\text{eff}}$	effektive Amplitude der nachzuweisenden Störsignale
$S(f)$	spektrale Leistungsdichte
$S_{xx}(f), S_{yy}(f)$	spektrale Autoleistungsdichte
$S_{xy}(f)$	spektrale Kreuzleistungsdichte
$T$	Meßzeit
$T_G; T_{RC}$	Zeitkonstanten ( $T_G \gg T_{RC}$ )
$\Delta T$	Zeitdifferenz zwischen zwei Überwachungszyklen
$t$	Zeit
$t_D$	Zeitdifferenz zwischen dem Auftreten des Störsignals und seinem Nachweis in der CPSD

$t_{\max}$	maximal zur Verfügung stehende Zeit zum Nachweis des Störsignals
$t_R$	Zeitpunkt des Auftretens des bandbegrenzten Störsignals
$\Delta t$	Zeitintervall zwischen zwei Digitalisierungsschritten des ADC ("sample-Zeit")
$U(f)$	Spektrale Leistungsdichte von Rauschsignalen im normalen Betriebszustand des überwachten Systems
$V(t), V_q$	Überwachungsfunktion, modifizierte $\sim$
$W_D$	Nachweiswahrscheinlichkeit
$W_{RX}, W_{RY}$	Signal-zu-Untergrund-Verhältnis
$x(t), y(t)$	Rauschsignale
$Z$	Mittelungskonstante bei RC-Mittelung
$1-\alpha$	statistische Sicherheit, berechnet aus der Fehlalarmwahrscheinlichkeit
$1-\beta$	statistische Sicherheit, gegeben durch die Nachweiswahrscheinlichkeit
$\gamma(f)$	Kohärenzfunktion
$\epsilon, \epsilon_{1-\beta}$	statistische Größen zur Berechnung der Detektionsschwelle
$2\sigma$	Breite der Störresonanz

$\varphi_R, \varphi_X, \varphi_B, \varphi_D$

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für die Resonanz;  
 $\sim \chi^2$ -Verteilung;  $\sim$  Binominalverteilung;  $\sim$  Nachweis-  
wahrscheinlichkeitsverteilung

$\chi^2, \chi^2_{\Sigma}, 1-\alpha; k_{\Sigma}$

statistische Größen der  $\chi^2$ -Verteilung

Indizes und Argumente:

$i, l, n, q$

ganze Zahlen

eff

Effektivwert

max, min

maximaler bzw. minimaler Wert

opt

optimierter Wert

R

betreffend die Störresonanz oder den Ort der Resonanz  
in der CPSD

u

betreffend das Untergrundrauschen

$\hat{Z}$

theoretischer Wert der Meßgröße Z (bei  $T \rightarrow \infty$ )

$\bar{Z}$

Erwartungswert der Meßgröße Z (bei endlicher Meßzeit T)

Abkürzungen:

ADC

Analog-zu-Digital-Konverter

APSD

Spektrale Autoleistungsdichte

CPSD

Spektrale Kreuzleistungsdichte

MW

Mittelwert

PSD

spektrale Leistungsdichte

RF

relativer Fehler

RQF

relativer quadratischer Fehler

VAR

Varianz

## 1. Einleitung

Die Beobachtung und Analyse von Rauschsignalen - also den Schwankungen von Meßsignalen um ihren zeitlichen Mittelwert - hat sich inzwischen zu einem allgemein anerkannten und angewandten Zweig der Meßtechnik entwickelt. Besonders durch die Entwicklungen auf dem Gebiet der Datenverarbeitung mit Hilfe von Kleinrechnern wurde die für viele Anwendungen interessante digitale Frequenzanalyse der Rauschsignale im on-line Verfahren möglich. Damit erschlossen sich sowohl für die Analyse als auch für die Überwachung von Signalen und Systemen neue Möglichkeiten.

Auf dem Gebiet der Reaktortechnik wird die Rauschanalyse derzeit vor allem zu Untersuchungen am Reaktorcore herangezogen. Dabei interessieren sowohl Messungen zur Bestimmung von reaktorphysikalischen und thermodynamischen Parametern als auch Anwendungsmöglichkeiten bei sicherheitsrelevanten Aufgabenstellungen.

Die in diesem Bericht dargestellten Untersuchungen sind dem letztgenannten Problemkreis zuzuordnen. Sie beziehen sich auf die Entwicklung von Überwachungsanordnungen speziell zum schnellen Nachweis bandbegrenzter Signalkomponenten durch Beobachtung der Frequenzspektren von Rauschsignalen. Derartige bandbegrenzte oder oszillatorische Anteile in Meßsignalen werden erzeugt durch Störungen in Form von Schwingungen, wie sie z.B. an Reaktorkomponenten oder als Folge fast-periodisch ablaufender Vorgänge auftreten können (integrales, lokales Na-Sieden in Na-gekühlten Reaktoren). Diese oszillatorischen Störungen beeinflussen nicht notwendigerweise den Mittelwert der Meßsignale und aktivieren folglich auch nicht konventionelle Überwachungssysteme, bei denen bewußt der Rauschanteil der Meßsignale unterdrückt wird. Dagegen können sie in den Frequenzspektren der Rauschanteile geeigneter Meßsignale nachgewiesen werden: die zusätzlichen bandbegrenzten Signalschwankungen rufen in der kontinuierlich gemessenen spektralen Leistungsdichte einen Anstieg der Spektralwerte bei der Störfrequenz in Form einer Resonanz

hervor. Auf der Grundlage des Nachweises derartiger durch plötzlich auftretende Signalanteile hervorgerufenen Resonanzen werden Überwachungsanordnungen vorgeschlagen und bezüglich ihrer Nachweisempfindlichkeit untersucht. Die durch Meßergebnisse bestätigten theoretisch abgeleiteten Formeln gelten dabei unabhängig vom speziellen Anwendungsproblem für alle Signale mit näherungsweise normal verteilten Amplitudenschwankungen.

In einem früheren Bericht /1/ wurden Überwachungsanordnungen, basierend auf der Autokorrelationstechnik, untersucht. Bei ihnen wird nur die Information eines Meßkanals zur Detektion von oszillatorischen Störsignalen genutzt. In der vorliegenden Arbeit wird vorzugsweise die Kreuzkorrelation zwischen zwei Signalen behandelt mit dem Ziel der Entwicklung von Anordnungen zur Überwachung von spektralen Kreuzleistungsdichten und der Bestimmung ihrer Nachweisempfindlichkeiten. Dabei werden die Resultate aus /1/ als Spezialfall der vorliegenden allgemeinen theoretischen Betrachtungen für zwei identische Signale nochmals diskutiert und mit den neuen Ergebnissen verglichen. Zusätzlich werden Kombinationsmöglichkeiten von Überwachungsanordnungen für spektrale Auto- und Kreuzleistungsdichten vorgeschlagen und untersucht.

Die dargestellten Ergebnisse sind als Folge des Zusammenwirkens zweier grundsätzlicher Kriterien für Überwachungsanordnungen zu sehen:

- 1) Die Fehlalarmrate ist äußerst gering zu halten.
- 2) Die Amplituden der nachweisbaren Signalkomponenten müssen sehr klein sein.
- 3) Die Nachweiswahrscheinlichkeit soll dabei möglichst hoch liegen.

Diese voneinander unabhängig gestellten Forderungen gehen ein in die mathematische Formulierung der Nachweisbedingung und beeinflussen sich dort gegenläufig. Die Nachweisempfindlichkeit der Überwachungsanordnungen ist darum als Kompromißlösung dieser drei Zielsetzungen zu verstehen.

## 2. Grundsätzliche Überlegungen zur Überwachung der spektralen Leistungsdichte

Die vorliegenden Untersuchungen beziehen sich auf den schnellen Nachweis bandbegrenzter Signalanteile in Rauschsignalen durch Überwachung der spektralen Leistungsdichte (PSD) im interessierenden Frequenzbereich. Überlegungen zum Aufbau geeigneter Überwachungsanordnungen haben zunächst von der Frage auszugehen, welches Überwachungsprinzip angewandt werden soll und welche theoretischen und apparativen Möglichkeiten zur Bestimmung der PSD zur Verfügung stehen. Dabei ist zu berücksichtigen, daß die Notwendigkeit einer schnellen und kontinuierlichen Datenanalyse mit vertretbarem Aufwand nur mittels Digitaltechnik möglich ist, also nur Methoden der digitalen Frequenzanalyse zur Anwendung kommen können.

### 2.1 Signalstruktur und Überwachungsprinzip

Bandbegrenzte, schmalbandige oder auch (fast-) periodische Signalanteile mit Amplituden etwa gleich groß oder kleiner als die des Rauschsignals, in dem sie auftreten, sind nicht ohne weitere Hilfsmittel im zeitlichen Verlauf des Meßsignals erkennbar. Wenn zusätzlich die mittlere Frequenz nur ungenau bekannt ist und innerhalb eines größeren Frequenzbereichs liegen kann, ist die alleinige Beobachtung der - eventuell mittleren - Signalamplitude zum Nachweis dieser im folgenden als "Störsignale" bezeichneten Signalanteile nicht geeignet.

Dagegen ist das Frequenzspektrum - genauer: die spektrale Leistungsdichte PSD - von Rauschsignalen besonders geeignet, um derartige oszillatorische Störsignale zu erkennen, da sie dort in Form von zusätzlichen resonanzförmigen Überhöhungen auftreten.

Es seien mit  $x(t)$  und  $y(t)$  zu untersuchende Rauschsignale - ohne Stör-  
signal - bezeichnet. Tritt zum Zeitpunkt  $t = t_R$  in  $x(t)$  und  $y(t)$  das  
gleiche Störsignal auf, dann gilt für den Betrag der spektralen Kreuz-  
leistungsdichte (CPSD)  $S_{xy}(f)$  beider Meßsignale

$$\hat{S}_{xy}(f) = \begin{cases} \hat{U}_{xy}(f) & t \leq t_R \\ \hat{U}_{xy}(f) + \hat{R}(f) & t > t_R \end{cases} \quad (2.1)$$

wobei

$U_{xy}(f)$  Betrag der CPSD der beiden ungestörten Rauschsignale  
 $x(t)$ ,  $y(t)$

$R(f)$  Betrag der spektralen (Auto-) Leistungsdichte (APSD)  
des von  $x(t)$ ,  $y(t)$  unabhängigen oszillatorischen  
Störsignals

Der Betrag der CPSD  $\hat{U}_{xy}(f)$  hängt von der Signalstruktur bzw. der Verwandt-  
schaft zwischen den beiden Rauschsignalen  $x(t)$  und  $y(t)$  ab. Sind die bei-  
den Signale voneinander statistisch unabhängig, dann gilt

$$\hat{U}_{xy}(f) = 0 ; \quad (2.2)$$

im Grenzfall identischer Signale  $x(t) = y(t) \neq 0$  dagegen gilt

$$\hat{U}_{xy}(f) = \hat{U}_{xx}(f) = \hat{U}_{yy}(f) > 0 \quad (2.3)$$

wobei

$U_{xx}(f)$  } spektrale Autoleistungsdichten (APSD) der ungestörten  
 $U_{yy}(f)$  } Rauschsignale  $x(t)$  bzw.  $y(t)$

Dieser Grenzfall beschreibt die Autokorrelationsexperimente, bei denen  
nur ein Signal analysiert wird.

Allgemein wird die Korrelation zwischen zwei Rauschsignalen durch die Kohärenzfunktion  $\gamma(f)$  beschrieben. Sie ist definiert als

$$\gamma^2(f) = \frac{U_{xy}^2(f)}{U_{xx}(f) U_{yy}(f)} \quad (2.4)$$

Mit den beiden Grenzwerten  $\gamma = 0$  und  $\gamma = 1$  werden die Fälle (2.2) und (2.3) erfaßt. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird darum nur noch die CPSD als Funktion der Kohärenz betrachtet, da alle Untersuchungen die APSD (bei  $\gamma = 1$ ) einschließen.

Die Beziehung (2.1) zeigt deutlich, daß der Einfluß des Störsignals  $R(f)$  auf die CPSD  $S_{xy}(f)$  um so größer wird, je kleiner der Wert von  $U_{xy}(f)$  ist. Mit kleiner werdender Kohärenz ist also zu erwarten, daß die Nachweisempfindlichkeit in der CPSD ansteigt. Die Kenntnis der Zusammenhänge zwischen den Rauschsignalen und ihrer inneren Zusammenhänge ist also wichtig zur Beurteilung der Nachweismöglichkeiten. Sind die Schwankungen der Meßsignale aus verschiedenen Meßkanälen weitgehend identisch, da sie z.B. gleichen Meßwertaufnehmern entstammen, so sind bei Beobachtung der APSD eines einzelnen Meßsignals und der CPSD beider Meßsignale die gleichen Empfindlichkeiten zum Nachweis von Störsignalen zu erwarten. Enthalten dagegen Meßsignale aus Meßwertaufnehmern, die z.B. unterschiedliche physikalische Meßgrößen erfassen und deren Schwankungen daher weitgehend oder völlig entkoppelt sind, im Störfall gleiche Informationen über das Störsignal, dann ist durch Anwendung der Kreuzkorrelationstechnik, also Beobachtung der CPSD, eine Erhöhung der Nachweisempfindlichkeit gegenüber der APSD-Überwachung der einzelnen Signale zu erwarten.

Nach Gl. (2.1) wird durch ein oszillatorisches Störsignal ein zusätzlicher resonanzförmiger Anteil additiv in der PSD erzeugt. Es sei im folgenden vorausgesetzt, daß die Frequenz des oszillatorischen Störsignals um eine zeitlich konstante Mittenfrequenz  $f_R$  schwankt; wird die Schwankungsbreite in der PSD mit  $2\sigma$  bezeichnet, dann gilt

$$\hat{R}(f_R + \delta f) = \frac{r_{\text{eff}}^2}{2\sigma} \varphi_R(\delta f) \quad (2.5)$$

wobei

$r_{\text{eff}}^2$  die effektive quadratische Amplitude des oszillatorischen Störsignals

$\varphi_R(f)$  normierte spektrale Verteilung der Resonanz

Zur Normierung unterschiedlicher Verteilungsfunktionen werden die Bedingungen

$$\frac{1}{2\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_R(f) df = 1 \quad (2.6)$$

und

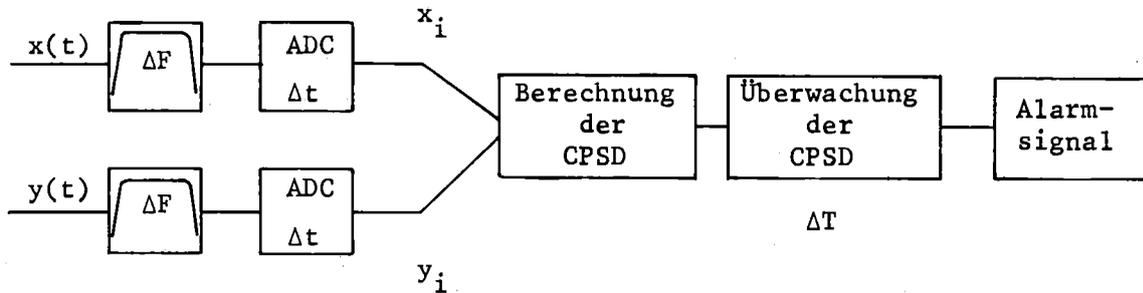
$$\frac{1}{2\sigma} \int_{-\sigma}^{\sigma} \varphi_R(f) df = 0.6827 \quad (2.7)$$

gefordert. Die zweite Normierungsbedingung erzwingt für alle Verteilungen innerhalb der Varianz  $\sigma$  den gleichen Leistungsanteil wie bei der Gauß-Verteilung. Die Verteilungsdichten sind aus den Frequenzspektren der Störsignale zu berechnen. In vielen Fällen kann dabei die Resonanzform genügend genau beschrieben werden durch bekannte symmetrische Verteilungen, wie Gauß-Verteilung,  $\text{Cos}^2$ -Verteilung, Exponentialverteilung oder - bei rein sinusförmiger Störung - durch die  $\delta$ -Funktion.

Der Nachweis der Störresonanzen in der PSD erfolgt am einfachsten durch Amplitudenüberwachung der Spektralwerte: Sobald die PSD innerhalb des interessierenden Frequenzbereichs einen gewissen Schwellwert überschreitet, ist das Störsignal im Meßsignal enthalten und ein Alarmsignal wird generiert. Im vorliegenden Bericht wird nun geklärt, welche Nachweisempfindlichkeiten mit einer solchen - noch zu präzisierenden - Überwachungsvorschrift zu erreichen sind. Die Ergebnisse sind anwendbar auf Rauschsignale mit beliebigen Werten der Kohärenz, solange die Amplituden der Zeitsignale näherungsweise Gauß-verteilt sind.

## 2.2 Prinzipieller Aufbau einer Meßanordnung

Der prinzipielle Aufbau einer Anordnung zur Überwachung der PSD von Rauschsignalen wird folgendermaßen aussehen:



Vom gleichspannungskompensierten und verstärkten Meßsignal  $x(t)$  bzw.  $y(t)$  wird mittels Bandpaßfilter der interessierende Signalanteil im Frequenzbereich  $\Delta F$  abgetrennt. In anschließenden Analog-zu-Digital-Wandlern (ADC) werden die Rauschsignale in Zeitabständen  $\Delta t$  digitalisiert. Aus der Folge von Signalwerten  $x_i$ ,  $y_i$  wird dann die CPSD an äquidistanten Frequenzpunkten berechnet. Die derart in kurzen zeitlichen Abständen - also quasi - kontinuierlich-berechneten Frequenzspektren werden in Zeitabständen  $\Delta T$  auf Veränderungen hin überprüft, wenn gewisse Kriterien erfüllt sind, wird ein Alarmsignal abgegeben.

Der angegebene prinzipielle Aufbau einer Überwachungsanordnung stellt die kleinstmögliche Einheit für zwei Meßsignale dar. Sie kann beliebig erweitert werden auf mehrere Meßkanäle, wobei Korrelationen zwischen allen Meßsignalen hergestellt werden können und/oder bedingte Überwachungskriterien Alarmsignale nur bei gleichzeitigem Auftreten von Veränderungen in mehreren PSD's generieren. Im Abschnitt 5 werden verschiedene Möglichkeiten von Überwachungsanordnungen untersucht und miteinander verglichen.

### 2.3 Kontinuierliche Messung der CPSD

Die Berechnung der CPSD aus digitalisierten Rauschsignalen  $x_i, y_i$  kann nach zwei Methoden durchgeführt werden, die allgemein bekannt und z.B. in /2/ beschrieben sind. Im folgenden wird kurz das Rechen-schemata zur Bestimmung der CPSD nach der "direkten" Methode behandelt. Dabei wird besonders auf die für die Dauerüberwachung notwendige kontinuierliche Berechnung der Spektralwerte hingewiesen:

Aus jeweils  $2 \cdot M$  aufeinander folgenden Signalwerten  $x_n = x(n \cdot \Delta t)$ ,  $y_n = y(n \Delta t)$  werden durch Fouriertransformationen in Zeitabständen  $2M\Delta t$  die Fourierkoeffizienten bei den Frequenzen

$$f_l = l \cdot \Delta f, \quad l = 0, \dots, M \quad (2.8)$$

mit

$$\Delta f = \frac{1}{2M\Delta t} \quad (2.9)$$

berechnet. Die höchste Frequenz, die bei einer sample-Zeit  $\Delta t$  analysiert werden kann (Nyquist-Frequenz), ist damit durch

$$f_{\max} = \frac{1}{2\Delta t} \quad (2.10)$$

gegeben. Die Fourierkoeffizienten sind i.a. komplexe Zahlen mit  $M$  Real- und  $M$  Imaginärteilen. Aus ihnen berechnet sich Real- und Imaginärteil der CPSD durch konjugiert komplexe Multiplikation. Zur Erreichung genügender statistischer Genauigkeit werden zur Bestimmung eines Frequenzspektrums die Real- und Imaginärteile arithmetisch gemittelt. Für die kontinuierliche Frequenzanalyse, wie sie für eine Dauerüberwachung notwendig ist, kann diese Art der Mittelung jedoch nicht angewandt werden. Hierfür hat sich das sogenannte "exponential averaging" oder die "RC-Mittelung" als günstig erwiesen. Sie entspricht einer Tiefpaßfilterung 1. Ordnung und wird beschrieben durch den Algorithmus

$$u(i) = u(i-1) + \frac{v(i) - u(i-1)}{Z} \quad (2.11)$$

mit

$v(i)$  zur Zeit  $t = t_i$  vorliegender aktueller Signalwert

$u(i)$  gemittelter Signalwert zur Zeit  $t = t_i$  (am "Filterausgang")

$Z$  Mittelungskonstante

Die Varianzen oder die statistischen Schwankungen der einzelnen Spektralwerte in der nach diesem Algorithmus gemittelten CPSD werden mit wachsender Mittelungskonstanten reduziert. Allerdings können dann Änderungen in der CPSD entsprechend der Antwortfunktion eines RC-Gliedes nur mit der Zeitkonstanten

$$T_{RC} = Z \cdot 2M\Delta t \quad (2.12)$$

erfolgen.

Die rechenintensivste Operation bei der Bestimmung der CPSD ist die Fouriertransformation der Zeitsignale. Vor allem an sie muß die Forderung nach möglichst geringer Rechenzeit gestellt werden. Als besonders günstig hat sich hierfür allgemein der Algorithmus der schnellen Fouriertransformation (FFT) /3/ durchgesetzt. Er ist anwendbar, wenn für die zu transformierenden Punktzahlen  $2M$  gilt:

$$M = 2^n, \quad n = \text{ganzzahlig, positiv}$$

Inzwischen werden mehrere weiterentwickelte Algorithmen zur FFT von verschiedenen Computerherstellern angeboten, die - bestehend aus einer Kopplung von Hardware- und Software-Systemen (Mikroprozessoren) - die Forderung nach geringer Rechenzeit zur Genüge erfüllen.

## 2.4 Forderungen an geeignete Überwachungseinheiten

Primäres Ziel jeder Art von Überwachung ist der schnellstmögliche und sichere Nachweis kleinster Störungen. Dementsprechend lautet die hauptsächlichste Forderung:

### I. Hohe Nachweisempfindlichkeit:

Detektion von anomalen Signalanteilen möglichst kleiner Amplituden innerhalb der maximal zulässigen Nachweiszeit  $t_{\max}$  mit einer hohen Nachweiswahrscheinlichkeit  $W_D$ .

Jedes Alarmsignal löst am überwachten System Sicherheitsmaßnahmen aus, die - z.B. an einem Reaktor - erheblichen Einfluß auf den Betriebsablauf (Abschaltung) haben können. Darum kann ein Überwachungssystem nur dann als (kosten-) optimal akzeptiert werden, wenn es keine oder nur mit sehr geringer Wahrscheinlichkeit Fehlalarme erzeugt. Die Forderung

### II. die Fehlalarmrate ist äußerst gering zu halten

bedingt natürlich strenge Überwachungskriterien, d.h. die als Entscheidungsgrenzen dienenden Schwellwerte für die Amplituden in der CPSD müssen so hoch gelegt werden, daß aufgrund der statistischen Schwankungen in der kontinuierlich mit der Zeitkonstanten  $T_{RC}$  gemessenen CPSD keine Fehlalarme ausgelöst werden. Wie stark die Mittelungs- oder Zeitkonstante die beiden Forderungen I und II miteinander koppelt, wird im folgenden kurz diskutiert.

Wie schon erwähnt, bedingt das verwendete RC-Mittelungsverfahren beim plötzlichen Auftreten eines oszillatorischen Störsignals im überwachten Rauschsignal ein Anwachsen der Resonanzen in der CPSD gemäß der Sprungantwortfunktion  $g(t)$  eines Tiefpaßfilters 1. Ordnung. Im Fall  $\Delta t \rightarrow 0$ ,  $Z \rightarrow \infty$ ,  $T_{RC} = \text{konst.}$  gilt

$$g(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T_{RC}}} \quad (2.13)$$

Der zeitabhängige Verlauf der gemessenen CPSD  $S_{xy}(f_R; t)$  bei der Resonanzfrequenz  $f_R$  läßt sich dann entsprechend Gl. (2.1) darstellen:

$$S_{xy}(f_R, t) = \begin{cases} U_{xy}(f_R) & t \leq t_R \\ U_{xy}(f_R) + R(f_R) \cdot g(t) & t \geq t_R \end{cases} \quad (2.14)$$

Mit größer werdender Zeitkonstanten  $T_{RC}$ , mit der die Mittelwertbildung in der CPSD durchgeführt wird, wächst die Resonanz im Spektrum langsamer an. Folglich ist es im Sinne eines schnellen Nachweises notwendig, kleine Zeitkonstanten  $T_{RC}$  für die Mittelung zu wählen. Andererseits erfordern Messungen statistischer Kenngrößen - also auch der CPSD - lange Meßzeiten, d.h. große Zeitkonstanten, um ausreichende statistische Genauigkeit der Meßwerte zu erzielen. Kleine Zeitkonstanten führen zu großen statistischen Schwankungen der Spektralwerte um ihren Erwartungswert  $\overline{S_{xy}}(f)$ , so daß statistische Resonanzen in Konkurrenz treten zu den nachzuweisenden Störresonanzen. Zur Vermeidung von Fehlalarmen müssen also die Schwellwerte sehr hoch angesetzt werden, wodurch aber die Nachweispfindlichkeit deutlich vermindert wird. Es ist also zu klären, bei welchen Zeitkonstanten trotz der Forderung nach geringsten Fehlalarmraten die hierzu notwendigen Schwellwerte den Nachweis von Störresonanzen möglichst kleiner oszillatorischer Störsignale innerhalb der geforderten Nachweiszeiten erlauben.

Zusätzlich zu den beiden Hauptforderungen I. und II. sollten beim Entwurf von Überwachungsanordnungen weitere Forderungen berücksichtigt werden:

- III. Das Überwachungskonzept soll allgemein anwendbar sein auf Signale unterschiedlicher Herkunft.

Das bedeutet vor allem, daß die Überwachungsvorschriften und Entscheidungskriterien weitgehend unabhängig sind vom i.a. frequenzabhängigen Verlauf der CPSD.

Veränderungen in der CPSD können nur durch Vergleich mit einem Referenzspektrum erkannt werden, das im Normalzustand des überwachten Systems gemessen wurde. Da jedoch normale betrieblich bedingte Langzeitänderungen in der CPSD im Laufe der Überwachungsdauer nicht auszuschließen sind, sollte eine

#### IV. möglichst kontinuierliche Erneuerung des Referenzspektrums

vorgesehen sein. Am einfachsten geschieht dies durch kontinuierliche Berechnung der Referenz-CPSD mittels RC-Mittelung, wobei die Mittelungskonstante sehr viel größer ist als in der zu überwachenden CPSD.

Schließlich sollten Defekte in den Meßkanälen und/oder der Überwachungsanordnung keine Alarmsignale auslösen. Dies führt zur Forderung nach redundanten Überwachungsanordnungen und der Möglichkeit der Selbstüberwachung auf defekte Meß- oder Überwachungskanäle.

### 3. Theoretische Untersuchungen

#### 3.1 Fehlalarmwahrscheinlichkeit und Schwellwerte

##### 3.1.1 Nachweisbedingung

Das in den bisherigen Abschnitten beschriebene prinzipielle Überwachungskonzept zum schnellen Nachweis bandbegrenzter Störsignale beruht auf dem Nachweis plötzlich auftretender Resonanzen in der CPSD der untersuchten Rauschsignale. Das Problem der sicheren Unterscheidung derartiger Resonanzen von den statistischen Schwankungen in der CPSD läßt sich allgemein als Problem der Signalerkennung bei Anwesenheit eines Rauschuntergrundes darstellen. In /1/ wurde auf der Grundlage der Optimalfiltertheorie ("matched

filters") ein Filter-Schwellwertverfahren entwickelt, das bei sehr geringem Rechenaufwand eine bestmögliche Trennung statistischer Resonanzen von Störresonanzen zuläßt. Hierzu wird vorausgesetzt, daß die Breite  $2\sigma$  der nachzuweisenden Resonanzen bekannt ist. Dann wird mittels der Vorschrift

$$\sum_{i=q-m}^{q+m} S(f_i) \quad ,$$

also Addition über jeweils  $2m+1$  benachbarte Punkte in der PSD, jeder Punkt eines - neuen - Summenspektrums berechnet, das dann auf Maximalwerte hin überwacht wird. Dabei können Optimalwerte für  $m$  berechnet werden, die den bestmöglichen Nachweis der Störresonanzen ermöglichen. Diese Optimalwerte sind stark abhängig von der Breite der nachzuweisenden Resonanzen, dagegen fast unabhängig von der Resonanzform //.

Nach den Überlegungen in Abschnitt 2.4 werden die Spektralwerte  $S_{xy}(f_i)$  relativ zur langzeitgemittelten CPSD  $S_G(f_i)$  überwacht. Wegen  $T_G \gg T_{RC}$  kann die CPSD  $S_G(f_i)$  zeitunabhängig als quasi-Mittelwert von  $S_{xy}(f_i)$  betrachtet werden. Die resultierende zeitabhängige Maximalfunktion  $V(t)$ , die die zeitliche Folge der Maximalwerte in der CPSD beschreibt, ist also definiert gemäß

$$V(t) = \underset{q=B_1, B_2}{\text{Max}} \frac{\sum_{i=q-m}^{q+m} S_{xy}(f_i, t)}{\sum_{i=q-m}^{q+m} \overline{S_{xy}}(f_i)} \quad (3.1)$$

wobei  $B_1, B_2$  die Anfangs- bzw. Endpunkte des zu überwachenden Bereichs in der an  $M$  Frequenzpunkten berechneten CPSD sind. Als Randbedingung muß gelten

$$B_2 - B_1 + 2m+1 \leq M \quad (3.2)$$

Zur Vermeidung von Fehlalarmen müssen geeignete Schwellwerte  $Q$  bestimmt werden, die mit nur sehr geringen Fehlalarmwahrscheinlichkeiten über-

schritten werden. Eine Störresonanz wird demgemäß also erst nachgewiesen, wenn die Nachweisbedingung

$$V(t) \geq Q \quad (3.3)$$

erfüllt ist. Um aus dieser Bedingung die Nachweisempfindlichkeit abzuschätzen, müssen zunächst die Schwellwerte bestimmt werden. Dazu ist die Kenntnis der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Schwankungen in der CPSD Voraussetzung.

### 3.1.2 Wahrscheinlichkeitsverteilung der Schwankungen in der CPSD

Im folgenden wird vorausgesetzt, daß die Amplituden der zu analysierenden Rauschsignale normalverteilt sind. Dann sind die einzelnen aktuellen Werte  $S(f_i; t)$  der PSD um ihren Mittelwert  $\chi^2$ -verteilt /2,4/. Dies wurde in /1/ für die Spektralwerte in der APSD experimentell bestätigt; Untersuchungen mit Rauschsignalen bei unterschiedlichen Werten der Kohärenz  $\gamma$  zeigten die Gültigkeit dieser Aussage auch für die Spektralwerte der CPSD (Abschnitt 4.2).

Die  $\chi^2$ -Verteilung ist charakterisiert durch die Zahl der Freiheitsgrade  $k$ . Es gilt /5/

$$\begin{aligned} \text{VAR} \left[ \chi^2 \right] &= 2 k \\ \text{MW} \left[ \chi^2 \right] &= k \\ \text{RQF} \left[ \chi^2 \right] &= \frac{2}{k} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Aus der letzten Beziehung folgt die Vorschrift zur Berechnung der Zahl der Freiheitsgrade in der CPSD

$$k = \frac{2}{\text{RQF}(S_{xy}(f))} = \frac{2 [\text{MW}(S_{xy}(f))]^2}{\text{VAR}(S_{xy}(f))} \quad (3.5)$$

Für die weiteren Betrachtungen wird an die Definitionsgleichungen der wichtigsten statistischen Fehler bias, Varianz und relativer quadratischer Fehler eines statistischen Prozesses  $a$  erinnert:

$$\begin{aligned} \text{bias}(a) &= \bar{a} - \hat{a} \\ \text{VAR}(a) &= \overline{a^2} - \bar{a}^2 \\ \text{RQF}(a) &= \frac{\text{VAR}(a)}{\bar{a}^2} = \frac{\overline{a^2} - \bar{a}^2}{\bar{a}^2} \end{aligned} \quad (3.6)$$

wobei

$\bar{a}$  Erwartungs- bzw. Mittelwert der Meßgröße  $a$  (bei endlicher Meßzeit  $T$ )

$\hat{a}$  theoretischer Wert für die Meßgröße  $a$  (bei  $T \rightarrow \infty$ )

Für den Betrag der spektralen Leistungsdichte  $S_{xy}(f)$  konnten exakte Fehlerformeln in der Literatur nicht gefunden werden. Die einzig verfügbare Näherungsformel für die Varianz ist in /4/ angegeben. Sie gilt für große Werte von  $N$ ,  $\gamma$  und lautet

$$\text{VAR}(S_{xy}(f)) \approx \frac{1}{2N} (\hat{S}_{xy}(f))^2 \left(1 + \frac{1}{\hat{\gamma}^2}\right) \quad (3.7)$$

Mit der Definitionsgl. (2.4) für die Kohärenz folgt daraus auch

$$\text{VAR}(S_{xy}(f)) \approx \frac{1}{2N} \hat{S}_{xx} \hat{S}_{yy} (1 + \hat{\gamma}^2) \quad (3.8)$$

Für die Spektralwerte in der APSD ( $\hat{\gamma} = 1$ ) ist das Ergebnis

$$\text{RQF} = \frac{1}{N} \quad (3.9)$$

auch in /6/ angegeben.

Die Erweiterung der Fehlerformeln nach kleinen Werten von  $\gamma, N$  hin wird möglich mit den aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $\gamma$  abgeleiteten Fehlerformeln für die Kohärenzfunktion /7/. Es gelten die folgenden Beziehungen:

$$\text{bias}(\gamma) = (1 - \hat{\gamma}^2)^N \frac{\Gamma(N)\Gamma(\frac{3}{2})}{\Gamma(N+\frac{1}{2})} \cdot \quad (3.10)$$

$$\cdot {}_3F_2 \left( \frac{3}{2}, N, N; N+\frac{1}{2}, 1; \hat{\gamma}^2 \right) - \hat{\gamma}$$

$$\text{VAR}(\gamma) = \frac{(1 - \hat{\gamma}^2)^N}{N} {}_3F_2 \left( 2, N, N; N+1, 1; \hat{\gamma}^2 \right) \quad (3.11)$$

$$- (\text{bias}(\gamma) + \hat{\gamma})^2$$

Mit  ${}_3F_2$  ist die hypergeometrische Funktion bezeichnet.

Für einige Grenzfälle können vereinfachte Formeln abgeleitet werden. So gilt für  $\hat{\gamma} = 0$ :

$$\text{bias}(\gamma) = \frac{\Gamma(N)\Gamma(\frac{3}{2})}{\Gamma(N+\frac{1}{2})} \quad (3.12)$$

für genügend große Werte von  $N$  kann mit der Beziehung

$$\Gamma(N) \Gamma(N+\frac{1}{2}) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2N-1}} \Gamma(2N)$$

und der Näherungsformel

$$\Gamma(N+1) \approx \left(\frac{N}{e}\right)^N \sqrt{2\pi N}$$

die Formel für den bias-Fehler vereinfacht werden:

$$\text{bias}(\gamma) \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{N}} \quad (3.13)$$

Für  $N > 12$  ist die Abweichung vom exakten nach Gl. (3.12) berechneten Wert kleiner als 1 %.

Mit der Näherungsformel (3.13) folgt aus Gl. (3.11) für  $\hat{\gamma} = 0$

$$\text{VAR}(\gamma) \approx \frac{4-\pi}{4N} \quad (3.14)$$

bei  $N = 12$  ist die Abweichung vom exakten Wert noch 8,4 %. Für den relativen quadratischen Fehler gilt mit diesen Näherungen bei  $\hat{\gamma} = 0$

$$\text{RQF}(\gamma) \approx \frac{4-\pi}{\pi} = 0.2732 \quad (3.15)$$

Für  $N > 120$  stimmt dieser von  $N$  unabhängige Wert auf besser als 1 % mit dem exakt berechneten Wert überein. Für  $N = 20$  liefern die Fehlerformeln (3.10), (3.11) den Wert  $\text{RQF}(\gamma) \approx 0.2574$  ( $\hat{\gamma} = 0$ ).

Aufgrund anderer Überlegungen wurde in /4/ eine Näherungsformel für die Varianz abgeleitet:

$$\text{VAR}(\gamma) \approx \frac{1}{2N} (1 - \hat{\gamma}^2)^2 \quad (3.16)$$

Die mit Gl. (3.11) berechneten Werte stimmen für große Werte von  $\gamma$  und  $N$  gut mit dieser Näherungsformel überein. Sie weichen um weniger als 10 % vom exakten Wert ab, wenn gilt  $\hat{\gamma} > 0,5$ ,  $N > 10$  oder  $\hat{\gamma} > 0,3$ ,  $N > 40$ .

Geht man davon aus, daß die Näherungsformeln (3.7) bzw. (3.8) für die Varianz der CPSD das gleiche Näherungsverhalten aufweisen, wie die Gl. (3.16) für die Kohärenz, so folgt direkt

$$\begin{aligned} \text{VAR}(S_{xy}(f)) &= \frac{1+\hat{\gamma}^2}{(1-\hat{\gamma}^2)^2 \hat{\gamma}^2} \text{VAR}(\gamma) \hat{S}_{xy}^2 \\ &= \frac{1+\hat{\gamma}^2}{(1-\hat{\gamma}^2)^2} \text{VAR}(\gamma) \hat{S}_{xx} \hat{S}_{yy} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Wird für  $\text{VAR}(\gamma)$  die exakte Gl. (3.11) eingesetzt, so ist mit dieser Beziehung eine Fehlerformel für die CPSD gefunden, die auch für kleine Werte von  $\gamma, N$  quantitativ richtige Ergebnisse liefern sollte.

Zur Berechnung des bias der CPSD wird folgende Betrachtung zugrunde gelegt. Unter der Voraussetzung, daß der bias-Fehler für die APSD  $S_{xx}(f)$  und  $S_{yy}(f)$  zu vernachlässigen ist gegen die theoretischen Werte  $\hat{S}_{xx}(f)$  und  $\hat{S}_{yy}(f)$ , ist der bias der Kohärenzfunktion nur bestimmt durch den bias-Fehler der CPSD  $S_{xy}(f)$ :

$$\text{bias}(\gamma) = \text{bias} \left[ \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} S_{yy}}} \right] \approx \frac{\text{bias}(S_{xy})}{\sqrt{\hat{S}_{xx} \hat{S}_{yy}}}$$

Daraus folgt

$$\begin{aligned} \text{bias}(S_{xy}) &= \text{bias}(\gamma) \cdot \sqrt{\hat{S}_{xx} \hat{S}_{yy}} \\ &= \frac{\text{bias}(\gamma)}{\hat{\gamma}} \hat{S}_{xy} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Mit der Fehlerformel für die Varianz berechnet sich daraus der relative quadratische Fehler in der CPSD zu

$$\text{RQF}(S_{xy}) = \frac{1+\hat{\gamma}^2}{(1-\hat{\gamma}^2)^2} \text{RQF}(\gamma) \quad (3.19)$$

Die abgeleiteten Fehlerformeln für die CPSD erlauben die Berechnung der statistischen Fehler aus den exakten Fehlerformeln für die Kohärenz, deren Wert hierzu allerdings bekannt sein muß. Darum sollten bei allen Messungen der CPSD sinnvollerweise gleichzeitig die APSD  $S_{xx}(f)$  und  $S_{yy}(f)$  mitgemessen werden.

Entsprechend den Ergebnissen bei der Fehleranalyse der Kohärenz lassen sich für einige Sonderfälle vereinfachte Formeln angeben:

$\hat{\gamma} = 0$ :

$$\begin{aligned} \text{VAR}(S_{xy}) &= \text{VAR}(\gamma) \cdot \hat{S}_{xx} \hat{S}_{yy} \\ \text{bias}(S_{xy}) &\approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{N} \hat{S}_{xx} \hat{S}_{yy}} \quad \text{für } N > 12 \\ \text{RQF}(S_{xy}) &= \text{RQF}(\gamma) \approx 0.2732 \end{aligned} \quad (3.20)$$

$\hat{\gamma} = 1$ :

In diesem Fall gilt  $\hat{S}_{xy}^2 = \hat{S}_{xx} \cdot \hat{S}_{yy}$  und die Varianz reduziert sich nach Gl. (3.7) auf

$$\text{VAR}(S_{xy}) \approx \frac{1}{N} \cdot \hat{S}_{xx} \hat{S}_{yy} = \frac{1}{N} S_{xy}^2 \quad (3.21)$$

Die Kohärenz  $\hat{\gamma} = 1$  schließt insbesondere den Fall  $x(t) = y(t)$  ein; dann gilt für die APSD

$$\text{VAR}(S_{xx}) \approx \frac{1}{N} S_{xx}^2 \quad (3.22)$$

Diese Fehlerformel ist auch in / 6 / angegeben.

Für den relativen quadratischen Fehler gilt dann (bei  $\hat{\gamma} = 1$  ist der bias zu vernachlässigen):

$$\text{RQF}(S_{xy}) = \text{RQF}(S_{xx}) = \frac{1}{N} \quad (3.23)$$

Zur Überprüfung der aus den exakten Fehlerformeln für die Kohärenzfunktion abgeleiteten statistischen Fehler für die CPSD wurden - vor allem für kleine Werte von  $N, \gamma$  - experimentelle Untersuchungen mit Testsignalen (siehe Abschnitt 4.2) durchgeführt. Sämtliche Meßergebnisse bestätigen im Rahmen der Meßgenauigkeit die abgeleiteten Fehlerformeln (3.17) und (3.18). Mit den Fehlerformeln ist nun die Berechnung der Zahl der Freiheitsgrade der  $\chi^2$ -verteilten Schwankungen in der PSD möglich. Aus Gl. (3.5) folgt mit (3.19)

$$k = \frac{2 \cdot (1 - \hat{\gamma}^2)^2}{(1 + \hat{\gamma}^2) \text{RQF}(\gamma)} \quad (3.24)$$

Für  $\gamma = 0$  gilt mit der Näherung (3.15)

$$k = \frac{2}{\text{RQF}(\gamma)} \approx \frac{2\pi}{4 - \pi} = 7.32 \quad (3.25)$$

Im Fall  $\gamma = 1$  ist die Zahl der Freiheitsgrade gegeben durch

$$k = 2 N \quad (3.26)$$

wie in /6/ angegeben.

Als wesentliche Größe geht in alle Fehlerformeln die Anzahl  $N$  von Spektren ein, aus denen durch arithmetische Mittelung die CPSD  $\overline{S_{xy}}(f)$  berechnet wird. Im Fall der zur kontinuierlichen Messung der CPSD vorgeschlagenen RC-Mittelung mit der Mittelungskonstanten  $Z$  behalten die Fehlerformeln ihre Gültigkeit, wenn

$$N = 2 Z \quad (3.27)$$

eingesetzt wird. Mit dieser Beziehung wird berücksichtigt, daß bei RC-Mittelung mit der Konstanten  $Z$  die Varianz der CPSD nur halb so groß ist wie bei arithmetischer Mittelung von  $N = Z$  Frequenzspektren /1/.

### 3.1.3 Berechnung der Schwellwerte

Der Nachweis von Resonanzen erfolgt nach Gl. (3.1) durch Überwachung der Maximalwerte der Funktion

$$V_q(t) = \frac{\sum_{i=q-m}^{q+m} S_{xy}(f_i, t)}{\sum_{i=q-m}^{q+m} \overline{S_{xy}}(f_i)}, \quad q \in [B_1, B_2] \quad (3.28)$$

Da die Spektralwerte  $S_{xy}(f_i, t)$   $\chi^2$ -verteilt sind mit  $k$  Freiheitsgraden, ist die Summe der Spektralwerte über  $2m+1$  Frequenzpunkte ebenfalls  $\chi^2$ -verteilt mit

$$k_{\Sigma} = (2m+1)k \quad (3.29)$$

Freiheitsgraden um ihren Mittelwert  $\sum_{i=q-m}^{q+m} \bar{S}_{xy}(f_i)$ . Folglich ist auch die Größe  $V_q$   $\chi^2$ -verteilt um ihren Mittelwert

$$\bar{V}_q = 1$$

und es gilt

$$V_q(t) = \frac{\sum_{i=q-m}^{q+m} S(f_i, t)}{\sum_{i=q-m}^{q+m} \bar{S}(f_i)} = \frac{\chi_{\Sigma}^2}{k(2m+1)} \quad (3.30)$$

mit

$$\chi_{\Sigma}^2 = \sum_{i=-m}^m \chi_i^2 \quad (3.31)$$

Aus der  $\chi^2$ -Verteilung kann nun für jedes  $k$  die Wahrscheinlichkeit  $\alpha$  berechnet werden, mit der ein bestimmter Wert  $\chi_{1-\alpha, k}^2$  überschritten wird. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der  $\chi^2$ -Verteilung lautet /5/

$$\varphi_{\chi} = \frac{2^{-\frac{k}{2}}}{\Gamma(\frac{k}{2})} (\chi^2)^{\frac{k}{2}-1} e^{-\frac{\chi^2}{2}} \quad (3.32)$$

Für den einseitigen Schwellwert  $\chi_{1-\alpha, k}^2$  zur statistischen Sicherheit  $1-\alpha$  gilt dann

$$\alpha = \frac{2^{-\frac{k}{2}}}{\Gamma(\frac{k}{2})} \int_{\chi_{1-\alpha, k}^2}^{\infty} U^{\frac{k}{2}-1} e^{-\frac{U}{2}} dU \quad (3.33)$$

Für  $k > 30$  können die Werte  $\chi^2_{1-\alpha;k}$  nach der folgenden Näherungsformel berechnet werden:

$$\chi^2_{1-\alpha;k} = \frac{1}{2} (\sqrt{2k-1} + U_{1-\alpha})^2$$

wobei

$U_{1-\alpha}$  einseitiger Schwellwert der Normalverteilung zur statistischen Sicherheit  $1-\alpha$ , für die gilt

$$1-\alpha = \frac{1}{2} (1 + \Theta(U_{1-\alpha}))$$

mit  $\Theta(U_{1-\alpha})$  Wahrscheinlichkeitsintegral /5/.

Nun ist die Größe  $V_q$  nach Gl. (3.30)  $\chi^2$ -verteilt mit  $k_\Sigma$  Freiheitsgraden. Also gilt für den einseitigen Schwellwert

$$Q \stackrel{\text{df}}{=} V_{q;1-\alpha;k_\Sigma} \tag{3.34}$$

zur statistischen Sicherheit  $1-\alpha$  die Beziehung

$$Q = \frac{\chi^2_{\Sigma; 1-\alpha;k_\Sigma}}{k_\Sigma} = \frac{\chi^2_{\Sigma; 1-\alpha;k}}{(2m+1)k} \tag{3.35}$$

Damit ist der Schwellwert  $Q$  zur Überwachungsfunktion  $V_q(t)$  für die Fehlalarmwahrscheinlichkeit  $\alpha$  bestimmt, d.h. ein nach Gl. (3.30) aus der relativen CPSD berechneter Wert wird mit der Wahrscheinlichkeit  $\alpha$  den Schwellwert  $Q$  überschreiten. Die CPSD besteht aber nun aus  $M$  äquidistanten Frequenzpunkten, von denen eine gewisse Anzahl von

$$M' = B_2 - B_1 + 1$$

Punkten überwacht wird. Falls alle  $M'$  Frequenzpunkte voneinander statistisch unabhängig sind, gilt nach der Binominalverteilung für die

Wahrscheinlichkeit  $\varphi_B(M', n)$ , daß eine beliebige Anzahl  $n < M'$  dieser Frequenzpunkte gleichzeitig den Schwellwert  $Q$  überschreitet /5/

$$\varphi_B(M', n) = \binom{M'}{n} \alpha^n (1-\alpha)^{M'-n} \quad (3.36)$$

Für die Wahrscheinlichkeit  $p(M')$ , daß der Schwellwert  $Q$  durch irgendeine Anzahl der  $M'$ -Punkte überschritten wird, gilt dann

$$p(M') = \sum_{n=1}^{M'} \varphi_B(M', n) = \sum_{n=1}^{M'} \binom{M'}{n} \alpha^n (1-\alpha)^{M'-n} \quad (3.37)$$

Für  $M'\alpha \ll 1$  folgt die Näherung

$$p(M') \approx M'\alpha \quad (3.38)$$

Diese Näherungsformel gilt mit vernachlässigbarer Abweichung für Werte von  $M'\alpha < 10^{-3}$ .

Mit Hilfe der Beziehung (3.37) kann nun aus Gl. (3.33) für  $k_\Sigma = (2m+1)k$  Freiheitsgrade der Schwellwert  $Q$  nach (3.35) berechnet werden. Die Zahl der Freiheitsgrade  $k$  ist nach Gl. (3.24), (3.27) durch die Kohärenz  $\gamma$  und die Mittelungskonstante  $Z$  gegeben.

#### 3.1.4 Fehlalarmrate und Lebensdauer statistischer Resonanzen

Das Überwachungskonzept sieht vor, die CPSD im zeitlichen Abstand  $\Delta T \geq 2M\Delta t$  auf Resonanzen hin zu überwachen. Wird die dabei zulässige Fehlalarmrate mit  $F$  bezeichnet, so darf die Fehlalarmwahrscheinlichkeit  $p$  pro Überwachungszyklus den Wert

$$p = \frac{F \cdot \Delta T}{365 \cdot 24 \cdot 3600} \quad (3.39)$$

nicht überschreiten. Die Fehlalarmrate ist dabei pro Jahr, der zeitliche Abstand  $\Delta T$  in Sekunden anzugeben. Diese Beziehung ist solange gültig,

wie aufeinanderfolgend untersuchte Spektren voneinander statistisch unabhängig sind. Bei Anwendung des RC-Mittelungsverfahrens trifft dies jedoch in guter Näherung nur zu, wenn die Bedingung  $\Delta T \gg T_{RC}$  erfüllt ist. In allen anderen Fällen ist zu berücksichtigen, daß die nach der Überwachungsvorschrift relevanten höchsten Resonanzen in der CPSD - bzw. Funktionswerte  $V_q(t)$  - wegen der zeitlichen Kopplung eine gewisse Lebensdauer  $L_R$  besitzen. Diese Zeit  $L_R$  gibt an, wie lange im Mittel die jeweilige Maximalresonanz "lebt", d.h. wie lange der Funktionswert  $V_q(t)$  bei der selben Frequenz ermittelt wird. Die Lebensdauer  $L_R$  bestimmt somit die Zahl der überhaupt auftretenden Resonanzen, so daß bei RC-Mittelung die zulässige Fehlalarmwahrscheinlichkeit durch

$$P = \frac{F \cdot L_R}{365 \cdot 24 \cdot 3600} \quad (3.40)$$

gegeben ist. Zur Bestimmung der Lebensdauer  $L_R$  wurden eine Reihe von experimentellen Untersuchungen durchgeführt (Abschnitt 4.2.1). Daraus wurde empirisch der folgende Zusammenhang zwischen Lebensdauer  $L_R$  und Zeitkonstante  $T_{RC}$  ermittelt

$$L_R = \Delta T \left\{ 1 + \left[ \ln \left( 1 + 0.15 \cdot \frac{T_{RC}}{\Delta T} \right) \right]^{1.55} \right\}$$

Die zulässige Fehlalarmwahrscheinlichkeit  $p$  pro Überwachungszyklus - und damit der Schwellwert  $Q$  - ist also nicht nur abhängig von der Fehlalarmrate  $F$ , sondern auch von der analysespezifischen Größe  $T_{RC}$ .

### 3.2 Nachweisempfindlichkeit

Bei der vorgesehenen Spektrumsüberwachung ist nur die relative Überhöhung der Resonanzen über den Erwartungswert der mit der Zeitkonstanten  $T_{RC}$  gemittelten CPSD von Bedeutung. Wegen der Forderung IV an die Überwachungsanordnung - kontinuierliche Erneuerung des Referenzspektrums - ist es darum günstiger, in der Meßvorschrift für die Funktion  $V(t)$  den Mittelwert  $\overline{S_{xy}}(f)$  zu ersetzen durch

$$\overline{S}_{xy}(f) = [\hat{\gamma} + \text{bias}(\gamma)] \sqrt{\hat{S}_{xx}(f) \hat{S}_{yy}(f)} \quad (3.41)$$

Die beiden APSD  $\hat{S}_{xx}(f)$  und  $\hat{S}_{yy}(f)$  können in guter Näherung ersetzt werden durch die mit einer Zeitkonstanten  $T_G \gg T_{RC}$  RC-gemittelten Spektralwerte  $\overline{S}_{xx}(f)$  und  $\overline{S}_{yy}(f)$ . Der Wert  $\text{bias}(\gamma)$  ist zu berechnen für die Mittelungskonstante  $Z$ .

Bei allen folgenden Betrachtungen wird nun vorausgesetzt, daß die Zeitkonstante  $T_G$  zur Berechnung der Referenz-APSD so groß gewählt ist, daß die Spektralwerte  $\overline{S}_{xx}(f_R)$ ,  $\overline{S}_{yy}(f_R)$  durch eine bei der Frequenz  $f_R$  auftretende Störresonanz innerhalb der maximal zulässigen Nachweiszeit  $t_{\max}$  nicht verändert werden. Außerdem sei die Funktion  $V_q(t)$  weiterhin nur bei dieser Frequenz  $f_R$  betrachtet, da für den Nachweis allein das Verhalten der CPSD am Ort der Resonanz relevant ist.

### 3.2.1 Nachweiskriterium in der CPSD

Mit den die Schreibweise vereinfachenden Abkürzungen  $f_R = r \cdot \Delta f$ ,  $f_i = i \cdot \Delta f$  läßt sich die Nachweisbedingung für Störresonanzen mit der Definitionsgleichung (3.1) der Überwachungsfunktion  $V(t)$  schreiben als

$$\sum_{i=-m}^m S_{xy}(r+i, t) \geq Q \sum_{i=-m}^m \overline{S}_{xy}(r+i) \quad (3.42)$$

Falls ein weißes, also frequenzunabhängiges Spektrum vorliegt, gilt

$$\sum_{i=-m}^m S_{xy}(r+i, t) \geq (2m+1)Q \overline{S}_{xy}(r) \quad (3.43)$$

Die Frequenzunabhängigkeit kann durch geeignetes "prewhitening" in den meisten Fällen genügend gut erreicht werden.

Zur weiteren theoretischen Behandlung muß die linke Seite obiger Gleichungen durch eine statistische Kenngröße ersetzt werden. Hierzu wird die Größe  $\epsilon$  definiert:

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=-m}^m S_{xy}(r+i, t)}{\sum_{i=-m}^m S_{xy}(r+i, t)} \quad (3.44)$$

Sie beschreibt die Schwankungen der Spektralwerte bei der Störfrequenz um das mittlere zeitliche Verhalten der Störresonanz. Nach Abschnitt 3.1.2 ist jeder Spektralwert in der CPSD  $\chi^2$ -verteilt um seinen Erwartungs- bzw. Mittelwert. Die Zahl der Freiheitsgrade berechnet sich nach Gl. (3.24) aus der Kohärenz  $\hat{\gamma}(t)$  der Meßsignale zum Zeitpunkt t nach Auftreten des oszillatorischen Störsignals. Aus der Definitionsgleichung für die Kohärenz

$$\bar{\gamma}(f, t) = \frac{\overline{S_{xy}}(f, t)}{\sqrt{\overline{S_{xx}}(f, t) \overline{S_{yy}}(f, t)}}$$

folgt wegen

$$\overline{S_{xx}}(f, t) \approx \hat{S}_{xx}(f, t), \quad \overline{S_{yy}}(f, t) \approx \hat{S}_{yy}(f, t) \quad ,$$

d.h.  $\text{bias}(S_{xx}(f, t)) \ll \hat{S}_{xx}(f, t)$ ,  $\text{bias}(S_{yy}(f, t)) \ll \hat{S}_{yy}(f, t)$ ,  
mit Gl. (2.14) am Ort der Störresonanz

$$\bar{\gamma}_R(f, t) = \frac{\hat{U}_{xy}(f) + \hat{R}(f, t)}{\sqrt{(\hat{U}_{xx}(f) + \hat{R}(f, t))(\hat{U}_{yy}(f) + \hat{R}(f, t))}} + \text{bias}(\gamma(f, t)) \quad (3.45)$$

Zunächst wird noch das Signal- zu Untergrund-Verhältnis  $W_{RX}(t)$  bzw.  $W_{RY}(t)$  mit

$$\hat{W}_{RX}(t) = \frac{\sum_{\text{alle } i} \hat{R}(r+i, t)}{\hat{U}_{xx}(r)} \quad (3.46)$$

eingeführt. Bei Summation über  $2m+1$  Punkte wird nur der Anteil  $a(m)$  der Resonanz erfaßt, d.h. es gilt

$$\sum_{i=-m}^m \hat{R}(r+i, t) = a(m) \sum_{\text{alle } i} \hat{R}(r+i, t) \quad (3.47)$$

Beschränkt sich die Resonanz auf nur eine Linie in der CPSD, dann gilt

$$\hat{W}_{RX}(t) = \frac{\hat{R}(r,t)}{\hat{U}_{xx}(r)} \quad (3.48)$$

In diesem Fall folgt aus Gl. (3.45) unter Berücksichtigung der Kohärenz  $\hat{\gamma}_u(f)$  der ungestörten Rauschsignale

$$\hat{\gamma}_u(f) = \frac{\hat{U}_{xy}(f)}{\sqrt{\hat{U}_{xx}(f)\hat{U}_{yy}(f)}} \quad (3.49)$$

für eine Störresonanz bestehend aus einer Spektrallinie in der PSD ( $m=0$ )

$$\hat{\gamma}_R(r,t) = \frac{\hat{\gamma}_u(r) + \sqrt{\hat{W}_{RX}(t)\hat{W}_{RY}(t)}}{\sqrt{(1+\hat{W}_{RX}(t))(1+\hat{W}_{RY}(t))}} \quad (3.50)$$

Erstreckt sich die Störresonanz über mehrere Frequenzpunkte, so wird die CPSD über  $2m+1$  Punkte um die Resonanzfrequenz  $f_R$  summiert. Die Schwankungen der APSD an jedem einzelnen Frequenzpunkt der Resonanz sind ebenfalls wieder  $\chi^2$ -verteilt. Allerdings liegt an jedem Frequenzpunkt entsprechend der Resonanzform ein anderes Signal-zu-Untergrund-Verhältnis vor. Durch Mittelung über die  $2m+1$  APSD-Werte kann dieses individuelle Signal-zu-Untergrund-Verhältnis ersetzt werden durch ein effektives Signal-zu-Untergrund-Verhältnis  $\hat{W}_{RXeff}(t)$  mit der Definition

$$\hat{W}_{RXeff}(t) = \frac{\sum_{i=-m}^m \hat{R}(r+i, t)}{(2m+1)U_{xx}(r)}$$

Mit Gl. (3.47) folgt daraus

$$\hat{W}_{RXeff}(t) = \frac{a(m)}{2m+1} \hat{W}_{RX}(t)$$

Durch Einführung dieses effektiven Signal-zu-Untergrund-Verhältnisses können alle Punkte, über die am Ort der Resonanz summiert wird, gleich behandelt werden; geht man also mit  $\hat{W}_{RXeff}(t)$  in Gl. (3.50) ein, dann erhält man für jeden der  $2m+1$  Frequenzpunkte die mittlere oder effektive Kohärenz  $\hat{\gamma}_R(r, t)$ . Daraus wiederum bestimmt sich nach Gl. (2.39) für jeden Frequenzpunkt eine effektive Zahl der Freiheitsgrade  $k(t)$ . Die Zahl der Freiheitsgrade  $k_R(t)$ , die der Summe der Spektralwerte am Ort der Resonanz zuzuordnen ist, berechnet sich daraus zu

$$k_R(t) = (2m+1)k(t) \quad (3.51)$$

Die Gültigkeit dieser Überlegungen konnte in einer Reihe von Experimenten nachgewiesen werden (Abschnitt 4.3.1).

Mit diesen Ergebnissen und den Eigenschaften  $\chi^2$ -verteilter Größen folgt für die mit Gl. (3.44) eingeführte Größe  $\epsilon$

$$\epsilon = \frac{\chi_{k_R}^2}{k_R(t)} \quad (3.52)$$

Aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung für  $\chi^2$  kann nun der Wert  $\epsilon_{1-\beta}$  berechnet werden, für den mit der Wahrscheinlichkeit  $W_D = 1-\beta$  gilt

$$\epsilon \geq \epsilon_{1-\beta}$$

mit der Definition

$$\epsilon_{1-\beta} = \frac{\chi^2_{\beta; k_R(t)}}{k_R(t)} \quad (3.53)$$

Mit Hilfe dieser Kenngröße kann jetzt Gl. (3.43) umgeformt werden und es gilt mit der Wahrscheinlichkeit  $W_D$

$$\overline{\sum_{i=-m}^m S_{xy}(r+i, t)} \geq \frac{(2m+1)Q}{\epsilon_{1-\beta}} \overline{S_{xy}(r)} \quad (3.54)$$

Für die linke Seite dieser Gleichung folgt mit Hilfe der Beziehungen (3.41) und (2.14)

$$\overline{\sum_{i=-m}^m S_{xy}(r+i, t)} = \sum_{i=-m}^m \hat{S}_{xy}(r+i, t) + \text{bias}(\gamma_R(t)) \cdot$$

$$\sqrt{\left[ \sum_{i=-m}^m (\hat{U}_{xx}(r+i) + \hat{R}(r+i, t)) \right] \left[ \sum_{i=-m}^m (\hat{U}_{yy}(r+i) + \hat{R}(r+i, t)) \right]}$$

Unter Benutzung der Näherung

$$\frac{\sum \hat{U}_{xx} + \sum \hat{U}_{yy}}{2} \approx \sqrt{\sum \hat{U}_{xx} \cdot \sum \hat{U}_{yy}} \quad ,$$

d.h. Ersetzen des arithmetischen Mittelwerts durch den geometrischen Mittelwert, gilt

$$\overline{\sum_{i=-m}^m S_{xy}(r+i,t)} = \sum_{i=-m}^m \hat{S}_{xy}(r+i,t) + \text{bias}(\gamma_R(t)) \left[ (2m+1) \sqrt{\hat{U}_{xx}(r) \hat{U}_{yy}(r)} + \sum_{i=-m}^m \hat{R}(r+i,t) \right]$$

Solange

$$\sum \hat{U}_{xx} = \sum \hat{U}_{yy}$$

ist arithmetischer gleich geometrischem Mittelwert und das Ergebnis gilt exakt. Mit Hilfe dieser Beziehung, die das mittlere zeitliche Verhalten der Summe der Spektralwerte am Ort der Störresonanz beschreibt, kann Gl. (3.54) derart umgeformt werden, daß für das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis folgt

$$\sqrt{\hat{W}_{RX} \hat{W}_{RY}} \geq \frac{\left[ \frac{Q}{\epsilon 1-\beta} - \frac{\hat{\gamma}_u + \text{bias}(\gamma_R(t))}{\hat{\gamma}_u + \text{bias}(\gamma_u)} \right] (2m+1)(\text{bias}(\gamma_u) + \hat{\gamma}_u)}{\left[ 1 + \text{bias}(\gamma_R(t)) \right] a(m) g(t)}, \quad (3.55)$$

wenn die Relation

$$\hat{W}_{RX}(t) = \hat{W}_{RX} \cdot g(t)$$

eingeführt wird. Dabei wurde vorausgesetzt, daß im Bereich der Resonanz die Kohärenz der ungestörten Spektralwerte etwa gleich ist, d.h.

$$\gamma_u(r) \approx \gamma_u(r+i), \quad i \in [-m, m]$$

Mit dieser Beziehung ist die Bedingung zum Nachweis von Störresonanzen bzw. oszillatorischen Signalanteilen in Rauschsignalen gefunden. Mit ihrer Hilfe kann das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis berechnet werden, das mindestens vorliegen muß, damit oszillatorische Störsignale innerhalb der Zeit  $t$  mit der Wahrscheinlichkeit  $W_D = 1-\beta$  in den Meßsignalen

$x(t)$ ,  $y(t)$  mit der Kohärenz  $\hat{\gamma}_u$  nachgewiesen werden. Der Schwellwert  $Q$  sichert dabei zu, daß die Fehlalarmrate  $F$  nicht überschritten wird.

Mit der Beziehung

$$r_{\text{eff}}^2 = \sum_{\text{alle } i} \hat{R}(r+i) \cdot \Delta f \quad (3.56)$$

für den Effektivwert  $r_{\text{eff}}$  des oszillatorischen Störsignals kann Gl. (3.55) auch geschrieben werden als

$$r_{\text{eff}}^2 \geq A \cdot \sqrt{\hat{U}_{xx}(f_R) \cdot \hat{U}_{yy}(f_R)} \quad (3.57)$$

mit der Definition für die im folgenden als Detektionsschwelle bezeichneten Größe  $A$

$$A = \frac{\left[ \frac{Q}{\epsilon_{1-\beta}} - \frac{\hat{\gamma}_u + \text{bias}(\gamma_R(t))}{\hat{\gamma}_u + \text{bias}(\gamma_u)} \right] (2m+1)\Delta f (\text{bias}(\gamma_u) + \hat{\gamma}_u)}{\left[ 1 + \text{bias}(\gamma_R(t)) \right] a(m) g(t)} \quad (3.58)$$

Für den Fall  $\hat{\gamma}_u = 1$  (Autokorrelationsexperiment) reduziert sich Gl. (3.57) auf

$$r_{\text{eff}}^2 \geq A \cdot \hat{U}_{xx}(f)$$

mit

$$A = \frac{\left( \frac{Q}{\epsilon_{1-\beta}} - 1 \right) (2m+1)\Delta f}{a(m) g(t)} \quad (3.59)$$

Diese Nachweisbedingung wurde schon in /1/ für die Überwachung der APSD abgeleitet.

Die Detektionsschwelle  $A$  hängt von zwei unterschiedlichen Arten von Parametern ab. Die "externen" Parameter sind durch die äußeren Bedingungen, wie Anforderungen an das Überwachungssystem und Signalstruktur, vorgegeben. Im Einzelnen handelt es sich um folgende Größen:

Fehlalarmrate  $F$

Nachweiswahrscheinlichkeit  $W_D$

Kohärenz  $\hat{\gamma}_u$

maximal zulässige Nachweiszeit  $t_{\max}$

Störresonanzbreite  $\mathcal{B}$

zu überwachender Frequenzbereich  $\Delta F$

Die "internen" Parameter bestimmen die analysatorspezifischen Eigenschaften:

sample-Zeit  $\Delta t$

Frequenzauflösung  $\Delta f$

Mittelungskonstante  $Z$

Bei vorgegebenen Werten für die externen Parameter kann durch geeignete Wahl der internen Parameter die Detektionsschwelle minimalisiert werden, so daß die größtmögliche Nachweisempfindlichkeit für Störresonanzen erreicht wird. Als Nachweisempfindlichkeit sei dabei im folgenden der aus Gl. (3.57) berechenbare kleinstmögliche Effektivwert der Amplituden von Störsignalen bezeichnet, der vorliegen muß, damit die Störresonanzen innerhalb der Zeit  $t_{\max}$  mit der Wahrscheinlichkeit  $W_D$  nachgewiesen werden.

### 3.2.2 Parameterstudien zur und Abhängigkeiten bei der Nachweisempfindlichkeit

Zur Untersuchung des Einflusses der genannten Parameter auf die Detektionsschwelle  $A$  und damit auf die Nachweisempfindlichkeit wurden theoretische Parameterstudien durchgeführt. Für die Rechnungen wurde das FORTRAN-IV-Rechenprogramm DETEC entwickelt. In ihm sind die aufgeführten Fehlerformeln und Nachweisbedingungen programmiert. Die theoretischen Ergebnisse wurden in später (Abschnitt 4.2) beschriebenen Experimenten überprüft. In den folgenden Abschnitten wird die Abhängigkeit der Detektionsschwelle  $A$  bzw.  $A_{\min}$  von den jeweils betrachteten Parametern diskutiert. Bei der Beschreibung des Einflusses der externen Parameter wurden für die internen Parameter die folgenden Zahlenwerte gewählt:

$$\begin{aligned}M &= 64 \\M' &= 46 \\ \Delta t &= 2^{-8} \text{ sec} \\ \Delta f &= 0.5 \text{ Hz}\end{aligned}$$

Die Größen  $A_{\min}$  wurden durch Minimalisierung der Detektionsschwelle  $A$  als Funktion der Mittelungskonstanten  $Z$  bestimmt. Der Abstand zwischen zwei Überwachungszyklen wurde abhängig von der maximal zulässigen Nachweiszeit gewählt:

$$\Delta T = 0.05 \cdot t_{\max}$$

Dieser Zusammenhang ergibt sich aus der Überlegung, daß schon von der jeweiligen Problemstellung her die vorgegebene Nachweiszeit  $t_{\max}$  mit gewissen Unsicherheiten behaftet ist. Darum wird es nicht notwendig sein, den Überwachungszyklus  $\Delta T$  beliebig klein zu wählen; die infolge der diskreten Überwachung mögliche Zeitverzögerung  $\Delta T$  sollte nur klein sein gegen die maximal zulässige Nachweiszeit  $t_{\max}$ . Eine Überschreitung von  $t_{\max}$  um höchstens 5 % wurde als zulässig betrachtet.

### 3.2.2.1 Fehllalarmrate

In Abb. 1 ist die Detektionsschwelle  $A_{\min}$  als Funktion der Fehllalarmrate aufgezeichnet. Der Zusammenhang ist für drei verschiedene Nachweiszeiten  $t_{\max}$  bei den Kohärenzen  $\hat{\gamma}_u = 0$  und  $\hat{\gamma}_u = 1$  berechnet. Wichtig ist die geringe Abhängigkeit der Detektionsschwelle von  $F$ : aus der Abbildung ist deutlich der logarithmische Zusammenhang erkennbar, der eine merkliche Verringerung der Fehllalarmrate ohne wesentlichen Verlust an Nachweisempfindlichkeit zulässt.

### 3.2.2.2 Nachweiswahrscheinlichkeit

Die Nachweiswahrscheinlichkeit  $W_D$  bestimmt den Wert  $\epsilon_{1-\beta}$  nach Gl. (3.53) und beeinflusst damit die Detektionsschwelle  $A$ . Abb. 2 zeigt den Zusammenhang zwischen  $A_{\min}$  und  $1-W_D$ . Wegen der logarithmischen Abhängigkeit verursacht eine Vergrößerung der Nachweiswahrscheinlichkeit eine nur geringe Reduktion der Nachweisempfindlichkeit. Die Rechenergebnisse sind bei verschiedenen Nachweiszeiten für  $\hat{\gamma}_u = 0$  und  $\hat{\gamma}_u = 1$  eingetragen. Davon abweichende Kohärenzen liefern Kurvenscharen, die zwischen demjenigen für  $\hat{\gamma}_u = 0$  und  $\hat{\gamma}_u = 1$  liegen. Die Fehllalarmrate betrug  $10^{-1}$ /Jahr.

Bei den weiteren Rechnungen wurde für die Nachweiswahrscheinlichkeit willkürlich der Wert  $W_D = 99\%$  angesetzt. Für ein spezielles Überwachungsproblem kann sich jedoch ein ganz anderer Wert als sinnvoll erweisen. Dabei ist die Wahl von  $W_D$  je nach den maßgebenden Kriterien in all jenen Fällen nicht unabhängig zu betrachten von der Fehllalarmrate, bei denen die gesamte Fehlerwahrscheinlichkeit des Überwachungssystems von Bedeutung ist. Dies betrifft auch jene Anwendungen, wo die Kostenfrage eine bedeutende Rolle spielt:

Allgemein berechnet sich die gesamte Fehlerwahrscheinlichkeit  $P_G$  bei der Entscheidung über die Anwesenheit eines Störsignals zu /8/

$$P_G = P(D1/H0) P(H0) + P(D0/H1) [1-P(H0)] \quad (3.60)$$

dabei bedeuten

- HO      Störsignal nicht anwesend
- H1      Störsignal anwesend
- P(HO)    Wahrscheinlichkeit, daß HO zutrifft
- DO      Entscheidung für HO
- D1      Entscheidung für H1

$P(D1/H0)$     ) Wahrscheinlichkeit der Entscheidung für D1 bzw. HO,  
 $P(D0/H1)$     ) falls HO bzw. H1 zutrifft.

Entsprechend dieser Definition gilt

$$\begin{aligned}
 P(D0/H1) &= 1-W_D \\
 P(D1/H0) &= p
 \end{aligned} \quad (3.61)$$

Berücksichtigt man die Kosten  $C_{01}$  bzw.  $C_{10}$ , die auftreten, wenn zugunsten HO bzw. H1 entschieden wird, falls H1 bzw. HO zutrifft, so folgt für die Gesamtkosten  $\bar{C}$  infolge fehlerhafter Entscheidungen

$$\bar{C} = P(H0) P(D1/H0) C_{10} + [1-P(H0)] P(D0/H1) C_{01}$$

bzw. mit (3.61)

$$\bar{C} = P(H0) \cdot p \cdot C_{10} + [1-P(H0)] [1-W_D] C_{01} \quad (3.62)$$

Je nach den i.a. unterschiedlichen Kosten  $C_{10}$  und  $C_{01}$  ist also zur Minimierung von  $\bar{C}$  entweder die Fehlalarmwahrscheinlichkeit  $p$  oder die Nachweiswahrscheinlichkeit  $W_D$  zu reduzieren. Als Beispiel sei kurz das in Abschnitt 6 betrachtete Problem des Nachweises von Kühlmittelsieden in einem Na-gekühlten Reaktor betrachtet. Dort wird für  $P(H1)$  der Wert

$$P(H1) = 4 \cdot 10^{-10}$$

berechnet. Aus Gl. (3.39) folgt bei einer Fehlalarmrate von  $10^{-1}$ /Jahr und  $\Delta T = 1 \text{ sec}$

$$p = 3,17 \cdot 10^{-9}$$

Damit ergibt sich wegen  $P(H1) = 1 - P(H0)$  aus Gl. (3.60)

$$P_G = 3,17 \cdot 10^{-9} + (1 - W_D) \cdot 4 \cdot 10^{-10}$$

Der Einfluß von  $W_D$  auf die Gesamtfehlerwahrscheinlichkeit ist für alle Werte der Nachweiswahrscheinlichkeit nur sehr gering.

Berücksichtigt man aber die Kosten und geht davon aus, daß die Kosten  $C_{01}$  für den Nichtnachweis sehr viel höher liegen - z.B. um den Faktor  $10^3$  - als bei einem Fehlalarm, so folgt aus Gl. (3.62)

$$\bar{C} = C_{10} (3,17 \cdot 10^{-9} + (1 - W_D) 10^{-7}).$$

Jetzt dominiert der Einfluß der Nachweiswahrscheinlichkeit auf die Kosten, erst bei Werten  $W_D > 99,9 \%$  ist er gegenüber dem der Fehlalarmrate zu vernachlässigen.

Bei der weiteren Diskussion der Abhängigkeit der Nachweisempfindlichkeit von  $W_D$  ist zu berücksichtigen, daß die Nachweiswahrscheinlichkeit nur für Störsignale mit der sich mittels  $A_{\min}$  zu berechnenden effektiven Amplitude zum Zeitpunkt  $t = t_{\max}$  gilt. Eine geringfügig höhere Amplitude bedingt wegen des quadratisch-logarithmischen Zusammenhangs nach Abb. 2 eine erhebliche Vergrößerung der Nachweiswahrscheinlichkeit. Ebenso steigt  $W_D$  mit Zeiten  $t > t_{\max}$  erheblich an, so daß eine geringfügige Zeitüberschreitung die Nachweisempfindlichkeit deutlich verbessert. Abb. 3 zeigt den Zusammenhang zwischen  $W_D$  und  $t_D$ . Infolge des logarithmischen Kurvenverlaufs bedeutet eine mögliche Forderung nach größerer Nachweiswahrscheinlichkeit ein nur geringes Anwachsen der Nachweiszeit.

### 3.2.2.3 Kohärenz

Die Detektionsschwelle  $A$  ist sowohl direkt als auch indirekt über  $\text{bias}(\gamma_u)$  und  $\hat{\gamma}_R(f,t)$  abhängig von der Kohärenz  $\hat{\gamma}_u$  der Rauschsignale im ungestörten Fall. Der Wert  $\text{bias}(\gamma_u)$  wird mit wachsender Kohärenz und Mittelungskonstanten schnell sehr klein. Es gilt z.B.  $\text{bias}(\gamma_u) < 10^{-3}$  für  $\hat{\gamma}_u = 0.3$  und  $N > 700$ ,  $\hat{\gamma}_u = 0.5$  und  $N > 250$ ,  $\hat{\gamma}_u = 0.7$  und  $N > 100$ ,  $\hat{\gamma}_u = 0.9$  und  $N > 10$ . Die Kohärenz  $\hat{\gamma}_R(f,t)$  der Summe der Spektralwerte am Ort der Störfrequenz ist zeitabhängig, da sich die Störresonanz wegen der RC-Mittelung entsprechend Gl. (2.13) ausbildet. Zur Zeit  $t = 0$  gilt  $\hat{\gamma}_R(f,t) = \hat{\gamma}_u(f)$ . Für Zeiten  $t > 0$  berechnet sich  $\hat{\gamma}_R(f,t)$  nach Gl. (3.50).

In Abb. 4 ist die Detektionsschwelle  $A_{\min}$  als Funktion der Kohärenz  $\hat{\gamma}_u$  aufgezeichnet. Als Parameter wurde die zulässige Nachweiszeit  $t_{\max}$  variiert. Der Kurvenverlauf bestätigt die den Untersuchungen zugrunde liegenden Überlegungen, daß die Nachweisempfindlichkeit durch Messung der CPSD unterschiedlicher Rauschsignale vergrößert wird: die Detektionsschwelle verringert sich mit kleiner werdender Kohärenz und es gilt immer  $A_{\min}(\hat{\gamma}_u = 0) < A_{\min}(\hat{\gamma}_u = 1)$ .

Zur quantitativen Beurteilung der durch Überwachung der CPSD gegenüber der APSD erhöhten Nachweisempfindlichkeit wurde für unterschiedliche externe und interne Parameterwerte die "Gewinnfunktion"  $G$  berechnet. Sie wurde definiert als

$$G \stackrel{\text{df}}{=} \sqrt{\frac{A_{\min}(\hat{\gamma}_u = 1)}{A_{\min}(\hat{\gamma}_u = 0)}} - 1 \quad (3.63)$$

Sie gibt direkt die relative Differenz der unteren Grenzen der effektiven Amplituden nachweisbarer Störsignale an, wenn sie durch Überwachung der APSD eines Meßsignals bzw. zweier Meßsignale (CPSD) mit  $\hat{\gamma}_u = 0$  detektiert werden sollen; dabei soll gelten  $U_{xx}(f) \approx U_{yy}(f)$ . Abb. 5 zeigt den

Verlauf der Gewinnfunktion in Abhängigkeit von der maximal zulässigen Nachweiszeit  $t_{\max}$ . Es zeigt sich, daß die Werte  $G$  nahezu unabhängig sind von der Breite der nachzuweisenden Resonanz, der Punktzahl  $M$  im Spektrum sowie der Sample-Zeit  $\Delta t$  und damit dem Frequenzbereich, in dem die Resonanz gesucht wird. Dagegen ist deutlich, daß mit wachsendem  $t_{\max}$  der Gewinn kleiner wird und damit Überwachung von APSD und CPSD immer gleichwertiger werden. Dies wird quantitativ erfaßt durch die die Rechenergebnisse in guter Näherung wiedergebende Zahlenwertgleichung

$$G \approx 4 \sqrt{\frac{0,71 \Delta t}{t_{\max}}} \quad (3.64)$$

Im Bereich  $4000 \cdot \Delta t \leq t_{\max} \leq 16000 \cdot \Delta t$  liegen die Nachweisgrenzen für die effektiven Amplituden der Störsignale bei Überwachung der APSD um  $11 \% \leq G \leq 8 \%$  höher als bei Überwachung der CPSD. Die Empfindlichkeitssteigerung gegenüber dem Autokorrelationsverfahren ist also nur gering, die Messung und Überwachung der CPSD kann jedoch im Sinne einer redundanten Auslegung der Überwachungsanordnungen sehr wohl Bedeutung erlangen (siehe Abschnitt 5).

#### 3.2.2.4 Maximal zulässige Nachweiszeit

Die maximal zulässige Nachweiszeit  $t_{\max}$  bestimmt die optimale Meßzeit - genauer: die günstigste Zeitkonstante  $T_{RC}$  - zur Berechnung der CPSD. Die Zeit  $t_{\max}$  beeinflusst somit die Amplituden der statistischen Schwankungen und damit die Höhe der Schwellwerte in der CPSD. Wie zu erwarten, nimmt darum die Detektionsschwelle  $A_{\min}$  mit wachsendem  $t_{\max}$  ab, d.h. die Nachweisempfindlichkeit erhöht sich (Abb. 6). Diese Abhängigkeit wird näherungsweise durch die aus den theoretischen Ergebnissen gewonnene Proportionalität

$$A_{\min} \sim \left( \frac{\Delta t}{t_{\max}} \right)^{0.6} \quad (3.65)$$

beschrieben. Durch Erhöhung der zulässigen Nachweiszeit um etwa den Faktor 3 wird die Detektionsschwelle etwa halbiert, d.h. die untere Grenze der effektiven Amplitude nachweisbarer Störsignale reduziert sich um etwa 30 %.

Zu jeder Detektionsschwelle  $A_{\min}$  gehört die Mittelungskonstante  $Z_{\text{opt}}$ , die die günstigste Zeitkonstante für die RC-Mittelung bestimmt. Der Wert von  $Z_{\text{opt}}$  ist abhängig von der zulässigen Nachweiszeit  $t_{\text{max}}$ ; der sich aus den Rechnungen ergebende Zusammenhang ist in Abb. 7 dargestellt. Danach ist  $Z_{\text{opt}}$  eine lineare Funktion von  $t_{\text{max}}$  und es gilt näherungsweise

$$Z_{\text{opt}} \cdot 2M\Delta t \approx t_{\text{max}} \quad (3.66)$$

externe und interne Parameter beeinflussen diese Abhängigkeit nur geringfügig.

Mit Hilfe des dargestellten Zusammenhangs kann nach Gl. (2.13) die Zeitfunktion  $g(t)$  zum Zeitpunkt  $t = t_{\text{max}}$  berechnet werden. Es gilt

$$g(t_{\text{max}}) \approx 1 - \frac{1}{e} = 0,6321 \quad ,$$

d.h. die Störresonanzen haben zum Zeitpunkt ihres Nachweises höchstens 63 % ihres Maximalwerts erreicht.

### 3.2.2.5 Resonanzbreite

Die Detektionsschwelle  $A_{\min}$  ist auch bezüglich der Summationsgrenzen  $m$  - bei gegebener Resonanzbreite  $2\sigma$  - zu minimalisieren. Bei den durchgeführten Parameterstudien wurde als Resonanzform die Gauß-Verteilung gewählt:

$$\varphi_R(i \cdot \Delta f) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} e^{-2 \left( \frac{i \Delta f}{2\sigma} \right)^2} \quad (3.67)$$

-  $m \leq i \leq m$

Wie schon in /1/ gezeigt wurde, beeinflussen unterschiedliche Resonanzformen die Nachweisempfindlichkeit nur geringfügig. Abb. 8 zeigt den Zusammenhang zwischen  $A_{\min}$  und  $2\sigma$  bei optimierten Parametern  $Z$  und  $m$ . Parameter der Kurvenschar ist die Kohärenz  $\hat{\gamma}_u$  und die maximal zulässige

Nachweiszeit  $t_{\max}$ . Bei Werten von  $2\sigma/\Delta f \approx 5$  besteht zwischen der Detektionsschwelle und der Resonanzbreite ein linearer Zusammenhang:  $A_{\min}$  vergrößert sich mit wachsendem  $\sigma$ , wobei die Zeit  $t_{\max}$  die Steigerung bestimmt. Die Nachweisempfindlichkeit wird mit zunehmender Resonanzbreite nur mäßig reduziert: bei Verdoppelung der Resonanzbreite von  $2\sigma/\Delta f = 5$  auf  $2\sigma/\Delta f = 10$  vergrößert sich  $A_{\min}$  um etwa 37,5 %, d.h. die Amplituden noch nachweisbarer Störsignale müssen bei doppelter Resonanzbreite etwa 17 % höher liegen.

Die zu jedem  $A_{\min}$  berechneten optimalen Summationsgrenzen  $m$  liegen im Wertebereich

$$(2m+1) \approx \frac{2\sigma}{\Delta f} \approx (2m+1) 1.8 \quad (3.68)$$

Sie sind vor allem abhängig von der Nachweiszeit  $t_{\max}$ . Bei der in den Rechnungen verwendeten Gauß-Verteilung werden durch die optimale Summation zwischen 68 % und 92 % der Resonanzfläche erfaßt.

### 3.2.2.6 Zu überwachender Frequenzbereich

Die Größe des Frequenzbereichs  $\Delta F$  beeinflusst nur insofern die Nachweisempfindlichkeit, als dadurch die Zahl  $M'$  der in der CPSD zu überwachenden Frequenzpunkte bestimmt wird. Der Parameter  $M'$  geht aber nur ein in die Fehlalarmrate und damit in den Schwellwert  $Q$ . Allerdings ist die Abhängigkeit  $Q(M')$  nur sehr gering, so daß Änderungen in  $\Delta F$  die Detektionsschwelle nur geringfügig beeinflussen. Dies wird bestätigt durch die theoretische Parameterstudie nach Abb. 9. Dort sind für den Fall  $M = 64$  die Funktionen  $A_{\min}(M')$  für  $\hat{\gamma}_u = 0$  und  $\hat{\gamma}_u = 1$  bei verschiedenen Werten von  $t_{\max}$  eingezeichnet. Mit abnehmender Punktzahl  $M'$  wird die Nachweisempfindlichkeit leicht erhöht bzw. die Detektionsschwelle geringfügig erniedrigt. Dies ist dadurch bedingt, daß mit kleiner werdendem  $M'$  die Wahrscheinlichkeit  $p$  reduziert wird, daß irgendein Punkt in der CPSD einen bestimmten Amplitudenwert überschreitet. Damit kann der

Schwellwert  $Q$  gesenkt werden und die Nachweisempfindlichkeit erhöht sich. Der Gewinn ist jedoch so geringfügig, daß bei der Wahl von  $\Delta F$  mit Rücksicht auf eventuelle Unsicherheiten bei der Kenntnis des zu überwachenden Frequenzbereichs großzügig verfahren werden kann.

### 3.2.2.7 Sample-Zeit

Nach dem Nyquist-Theorem bestimmt das Zeitintervall  $\Delta t$  zwischen zwei Digitalisierungsschritten die höchste Frequenz in der CPSD (Gl. 2.10). Bei vorgegebenem  $\Delta F$  und fester Punktzahl  $M$  muß je nach Wahl von  $\Delta t$  eine unterschiedliche Anzahl von  $M' \leq M$  Punkten im Spektrum überwacht werden. Da nach Abschnitt 3.2.2.6 die Nachweisempfindlichkeit zu kleineren Werten von  $M'$  hin leicht ansteigt, ist zu erwarten, daß durch Reduktion der Schrittweite  $\Delta t$  wegen

$$M' = \frac{\Delta F}{\Delta f} + 1 = 2M\Delta t\Delta F + 1 \quad (3.69)$$

auch die Detektionsschwelle  $A_{\min}$  verkleinert wird. Die in Abb. 10 dargestellten Ergebnisse von Parameterstudien bestätigen diese Überlegungen. Allerdings ist auch hier - wie schon in Abb. 9 - der Gewinn an Nachweisempfindlichkeit unbedeutend.

### 3.2.2.8 Frequenzauflösung

Bei konstantem Zeitintervall  $\Delta t$  ist die Frequenzauflösung nach Gl. (2.9) nur durch die Punktzahl  $M$  in der CPSD bestimmt. Durch Veränderung von  $M$  wird sowohl die Größe von  $M'$  als auch die Summationsgrenze  $m$  beeinflusst. Die Abhängigkeit der Detektionsschwelle  $A_{\min}$  von der Punktzahl  $M$  ist in Abb. 11 dargestellt. Auch hier zeigt sich, daß mit kleiner werdender Punktzahl die Nachweisempfindlichkeit ansteigt. Die Gewinne liegen bei Verminderung der Punktzahlen um etwa den Faktor 10 jedoch nur bei einigen Prozent.

Die geringe Abhängigkeit der Detektionsschwelle von M erklärt sich aus zwei gegenläufigen Effekten. Bei konstantem  $t_{\max}$  können bei Reduktion der Punktzahl M mehr Einzelspektren berechnet und gemittelt werden, die Zahl der Freiheitsgrade k nimmt folglich zu, die Schwankungen in der CPSD werden kleiner. Andererseits werden die Summationsgrenzen reduziert, so daß insgesamt im Summenspektrum der Wert  $k_{\Sigma} = (2m+1)k$  etwa konstant bleibt. Damit ändert sich nur wenig an den statistischen Schwankungen im Summenspektrum. Durch Erhöhung der Punktzahl M kann also keinesfalls eine Erhöhung der Nachweisempfindlichkeit erzielt werden. Wegen der Ergebnisse in Abschnitt 3.2.2.6 und 3.2.2.7 sowie aus Gründen des apparativen Aufwands sollte folglich die Entscheidung immer zugunsten kleiner Punktzahlen M fallen.

Die untere Grenze von M wird bestimmt durch den optimalen Wert von m, der etwa im Wertebereich (3.68) liegt. Kann nun infolge Reduktion von M, also Vergrößerung von  $\Delta f$ , die Minimalforderung

$$\Delta f \leq 2\sigma$$

nicht mehr erfüllt werden, dann wird das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis nach Gl. (3.46) und (3.56)

$$\hat{w}_{RX}(t) = \frac{r_{\text{eff}}^2}{\Delta f \hat{U}_{xx}(r)}$$

am Ort der Resonanzfrequenz immer schlechter, da  $\hat{U}_{xx}(r) = \text{const.}$  Die unterste Grenze  $M_{\min}$  für die Anzahl der Frequenzpunkte in der CPSD liegt also nach (3.68) etwa bei

$$\frac{1}{4\sigma \Delta t} \leq M_{\min} \leq \frac{1.8}{4\sigma \Delta t}$$

### 3.2.2.9 Mittelungskonstante Z

Wichtigster interner Parameter der Überwachungsanordnung ist die Mittelungskonstante  $Z$ . Sie bestimmt die Zahl der Freiheitsgrade in der CPSD und damit - insbesondere auch bei der Resonanzfrequenz - die Schwankungen der Spektralwerte. Andererseits wird durch  $Z$  die Zeitkonstante  $T_{RC}$  und damit das zeitliche Anwachsen der Resonanzen in der CPSD beeinflusst. Der unterschiedliche Einfluß von  $Z$  in beiden Abhängigkeiten bedingt, daß die Detektionsschwelle  $A$  als Funktion von  $Z$  bei  $Z_{opt}$  ein Minimum aufweist: mit größer werdender Zeitkonstanten  $T_{RC}$  wächst die Resonanz im Spektrum langsamer; um einen schnellen Anstieg der Spektralwerte bei der mittleren Frequenz der Störsignale zu erreichen, sollten also möglichst kleine Werte von  $Z$  gewählt werden. Diese kleinen Werte bedingen jedoch große statistische Schwankungen der Spektralwerte um ihren zeitlichen Mittelwert, da eine ausreichende Genauigkeit statistischer Meßgrößen lange Meßzeiten erfordert. Als Folge werden die Schwellwerte erhöht und die Nachweiswahrscheinlichkeit verschlechtert. Durch geeignete Wahl von  $Z$  werden die beiden gegenläufigen Forderungen derart berücksichtigt, daß die maximale Nachweisempfindlichkeit erreicht wird.

Der Verlauf der Funktion  $A(Z)$  ist in Abb. 12 für verschiedene Werte von  $t_{max}$  bei  $\hat{\gamma}_u = 0$  und  $\hat{\gamma}_u = 1$  dargestellt. Die Optimalwerte  $A_{min}(Z)$  bestimmen sich aus einem flachen Kurvenverlauf; der Zusammenhang  $Z_{opt}(t_{max})$  wurde schon in Abschnitt 3.2.2.4, Abb. 7, diskutiert. Die Funktionswerte  $A_{min}(Z_{opt})$  werden mit wachsendem  $t_{max}$  kontinuierlich kleiner, wie schon in Abb. 6 dargestellt.

#### 4. Experimentelle Untersuchungen

Zur Überprüfung der theoretischen Ergebnisse bezüglich Fehlalarmverhalten und Nachweisempfindlichkeit wurden die möglichen Überwachungsanordnungen zum Nachweis von Störresonanzen in der PSD in einem Kleinrechner simuliert und getestet. Dieser Kleinrechner ist das Kernstück einer vorhandenen Anlage zur digitalen Realtime-Frequenzanalyse /20/. Die Versuchsparameter wurden dabei so gewählt, daß der Kleinrechner mit den im zeitlichen Abstand  $\Delta T$  durchzuführenden Rechenoperationen (Überwachungs- und Auswertprogramme) voll ausgelastet war, so daß die größtmögliche Zahl von Versuchen durchgeführt werden konnte.

##### 4.1 Versuchsaufbau

Sämtliche Meßsignale wurden mit Hilfe binärer Rauschgeneratoren mit 28- bzw. 31-stelligen Schieberegistern erzeugt. Jeder dieser Rauschgeneratoren liefert - gesteuert durch ein Taktsignal der Frequenz  $f_T$  - eine Folge statistischer Binärsignale, die sich in Zeitabständen  $T_P$  wiederholen, wobei z.B. bei 31-stelligem Schieberegister gilt

$$T_P = (2^{31} - 1)/f_T \quad (4.1)$$

Bei den experimentellen Untersuchungen wurde  $f_T = 4096$  Hz gewählt, so daß folgt

$$T_P = 2^{19} \text{ sec} \approx 6 \text{ Tage.}$$

Mittels Tiefpaßfilterung mit der Grenzfrequenz  $f_G$  wird dann ein kontinuierliches Rauschsignal erzeugt. Unter der Voraussetzung /9/

$$\frac{f_T}{f_G} \approx 20 \quad (4.2)$$

sind die Amplituden dieses Rauschsignals Gauß-verteilt; das Frequenzspektrum hat für Frequenzen  $f \leq 1/2 f_G$  in guter Näherung einen glatten, frequenzunabhängigen Verlauf. Die erzeugten Meßsignale erfüllen also die bei der Ableitung der Nachweisbedingung gemachten Voraussetzungen. Die sehr lange Periode  $T_p$  erlaubt Langzeituntersuchungen z.B. bezüglich der Schwellwerte oder der Nachweiswahrscheinlichkeit.

Der schematische Aufbau der Meßanordnung ist in Abb. 13 dargestellt. Vier binäre Rauschgeneratoren werden von einem Taktgenerator aus angesteuert; die Rauschgeneratoren wurden zu unterschiedlichen Zeiten gestartet, die Signale sind also im interessierenden Frequenzbereich voneinander statistisch unabhängig. Zwei Rauschgeneratoren liefern die eigentlichen Rauschsignale  $x(t)$  und  $y(t)$  mit der Kohärenz  $\hat{\gamma}_u = 0$ . Durch gleichzeitige Addition des Signals eines 3. Rauschgenerators mit unterschiedlicher Amplitude können Kohärenzen  $\hat{\gamma}_u > 0$  erreicht werden. Im Fall  $\hat{\gamma}_u = 1$  wird das Signal eines Rauschgenerators sowohl in Kanal 1 als auch Kanal 2 gegeben.

Zu den Meßsignalen  $x(t)$  und  $y(t)$  kann über den vom Kleinrechner aus steuerbaren Schalter S1 das bandpaß-begrenzte Rauschsignal eines 4. Rauschgenerators zu vorwählbaren Zeiten addiert werden. Damit wird das plötzliche Auftreten des oszillatorischen Störsignals simuliert.

Vor der Frequenzanalyse werden die Signale der Meßkanäle 1 und 2 zur Vermeidung von aliasing-Fehlern in aktiven Tiefpaßfiltern auf Frequenzanteile unterhalb der Nyquistfrequenz (2.10) beschränkt. Das vorgeschaltete Hochpaßfilter unterdrückt den Gleichanteil und vermeidet somit Übersteuerung der folgenden Analog-zu-Digital-Konverter (ADC). In diesen ADC's werden die Meßsignale in zeitlichen Abständen  $\Delta t$  digitalisiert, wobei  $\Delta t$  einstellbar ist in Stufen von

$$\Delta t = 2^{-n} \text{ sec}; \quad n = 0, 1, 2, \dots, 15 \quad (4.3)$$

Die Analyse der Signalschwankungen erfolgte kontinuierlich nach der in Abschnitt 2.3 beschriebenen Methode. Zur schnellen Fouriertransformation (FFT) von jeweils  $2M$  Signalwerten war ein Fourierprozessor an den Kleinrechner gekoppelt, der die notwendigen Rechenoperationen sehr schnell ausführte. Die Transformation von z.B. 128 Punkten dauerte 21 ms. Real- und Imaginärteil der CPSD wird RC-gemittelt, die Mittelungskonstanten  $Z$  und  $Z_G$  konnten binär gewählt werden:

$$Z = 2^n, \quad n = 0, 1, \dots, 15 \quad (4.4)$$

Als letzter Programmschritt zur Berechnung der PSD wird noch Betrag und Phase berechnet. Je nach Zielsetzung der jeweiligen experimentellen Untersuchungen wird jetzt die Auswertung und/oder Überwachung der CPSD vorgenommen. Hierzu wurden mehrere Auswerteprogramme eingebaut, die nach Normierung der Summenspektren  $\sum_{i=-m}^m S(f_i)$  auf ihre quasi-Mittelwerte  $(2m+1)S_G(f_i)$  ausgeführt wurden. Sämtliche Rechenoperationen wurden innerhalb der Zykluszeit  $\Delta T$  beendet.

#### 4.2 Schwellwerte, Fehlalarmrate und Fehlalarmwahrscheinlichkeit

Zur Überprüfung der in Abschnitt 3.1 entwickelten theoretischen Beziehungen zwischen Fehlalarmwahrscheinlichkeit  $p$  und Schwellwert  $Q$  wurde mit Hilfe spezieller Auswerteprogramme die Amplitudenverteilung der Überwachungsfunktion  $V(t)$  gemessen. Ein zusätzliches Rechenprogramm erlaubte die Bestimmung der mittleren Lebensdauer von statistischen Resonanzen.

Die Zykluszeit  $\Delta T$  für eine Spektrumsüberwachung und -auswertung wird zu kleinen Werten hin durch die Rechenzeit des Computers begrenzt. Sie hängt stark ab von der auszuwertenden Punktzahl  $M'$  und der Digitalisierungsfrequenz  $\Delta t$ . Die durchgeführten und im folgenden beschriebenen Simulationsversuche wurden derart durchgeführt, daß bei Anwendung des längsten Rechenprogramms der Kleinrechner innerhalb des Zeitintervalls

$\Delta T = 0.5$  sec voll beschäftigt war. Daraus resultierten die folgenden Parameterwerte

$$\begin{aligned} M &= 64 \\ \Delta t &= 2^{-8} \text{ sec} \\ M' &= 46 \end{aligned} \tag{4.5}$$

die nur bedingt unter- bzw. überschritten werden konnten.

#### 4.2.1 Mittlere Lebensdauer statistischer Resonanzen

Wie schon in Abschnitt 3.1.4 beschrieben, ist bei der Berechnung der Fehlalarmwahrscheinlichkeit aus der Zahl von Schwellwertüberschreitungen zu berücksichtigen, daß die statistischen Resonanzen infolge der RC-Mittelung eine gewisse Lebensdauer  $L_R$  besitzen. Für die Überwachung relevant ist nur die mittlere Lebensdauer  $L_R$  der jeweils höchsten Resonanz im Spektrum, da sie ein Maß ist für den zeitlichen Abstand statistisch unabhängiger Frequenzspektren. In einem speziellen Auswerteprogramm wurde darum die Zahl  $n$  der aufeinanderfolgenden Überwachungszyklen registriert, während denen die Überwachungsfunktion  $V(t)$  bei der selben Frequenz berechnet wurde. Eine Frequenzvariation von  $\pm \Delta f$  war zugelassen. Von  $K$  beobachteten voneinander unabhängigen Resonanzen - also Funktionswerten  $V(t)$  bei unterschiedlichen Frequenzen - hatten  $K_n$  Resonanzen eine Lebensdauer von  $n \cdot \Delta T$ . Die mittlere Lebensdauer der jeweils höchsten statistischen Resonanzen in der CPSD berechnet sich daraus zu

$$L_R = \sum_n \frac{K_n \cdot n \cdot \Delta T}{K} \tag{4.6}$$

Die Meßergebnisse sind in Abb. 14 als Funktion der Mittelungskonstante  $Z$  eingetragen. Als Parameter wurden variiert die Kohärenz  $\hat{\gamma}_u$  und die Summationsgrenze  $m$ . Man erkennt deutlich, daß eine nur geringe Abhängig-

keit von diesen Parametern vorliegt, alle Meßpunkte liegen nahe der eingezeichneten Kurve, die sich aus der angepaßten Zahlenwertgleichung

$$L_R = \Delta T \left\{ 1 + \left[ \ln \left( 1 + 0.15 \frac{T_{RC}}{\Delta T} \right) \right]^{1.55} \right\} \quad (4.7)$$

berechnet.

#### 4.2.2 Fehlalarmwahrscheinlichkeit

Mittels eines speziellen Auswerteprogramms wurde die Zahl  $N_i$  der jeweils höchsten Resonanzen im Frequenzbereich  $\Delta F$  der CPSD bestimmt, die die Bedingung

$$V(t) \geq i \cdot \Delta Q \quad (4.8)$$

erfüllten. Dabei wurden während  $N_{\text{Zykl}}$  Überwachungszyklen alle Resonanzen, die aufeinanderfolgend bei der selben Frequenz auftraten, nur einmal gezählt und nur ihr Maximalwert über obige Abfrage registriert. Der Wertebereich des Schwellwerts  $Q$  war unterteilt in Intervalle  $\Delta Q$ , so daß für  $i = 1, 2, \dots$  direkt die Wahrscheinlichkeit  $p_i$  der Überschreitung des Wertes  $i \cdot \Delta Q$  gemessen wurde:

$$p_i = p(i\Delta Q) = \frac{N_i}{N_{\text{Zykl}}} \quad (4.9)$$

Die Meßvorschrift entspricht der in Abschnitt 3.1.4 eingeführten Definition der Fehlalarmwahrscheinlichkeit. Zur experimentellen Überprüfung der theoretischen Zusammenhänge zwischen  $p$ ,  $Q$ ,  $M'$ ,  $Z$ ,  $m$  und  $\hat{\gamma}_u$  wurden mit der in Abschnitt 4.1 beschriebenen Apparatur experimentelle Parameterstudien durchgeführt und die nach Gl. (4.9) bestimmten Meßpunkte mit dem theoretischen Verlauf verglichen. Abb. 15 zeigt die Ergebnisse für unterschiedliche Werte von  $Z$  bei  $\hat{\gamma}_u = 0.5$  und  $m = 1$ . In Abb. 16

wurde bei konstantem  $Z = 32$  die Kohärenz  $\hat{\gamma}_u$  und die Summationsgrenze  $m$  entsprechend den angegebenen Werten variiert. Die Meßergebnisse bestätigen bei allen durchgeführten Messungen gut die theoretisch abgeleiteten Beziehungen. Die experimentell bestimmte Fehlalarmwahrscheinlichkeit liegt immer sehr nahe an den theoretischen Werten. Die statistischen Fehler der Meßpunkte wachsen zu kleinen Fehlalarmwahrscheinlichkeiten beträchtlich an. Da die Meßzeit bei etwa  $T = 12$  Stunden pro Meßkurve lag, beträgt die mittlere Zahl von Schwellwertüberschreitungen bei  $p = 10^{-5}$ /Zyklus und  $\Delta T = 0,5$  sec

$$N_i = p \cdot \frac{T}{\Delta T} = 0,864 \quad ,$$

d.h. die Varianz der Meßwerte ist in diesem Bereich sehr groß. Die Tatsache, daß im gesamten Meßbereich die Funktion  $p(Q)$  den gleichen Verlauf wie die experimentellen Werte aufweist, rechtfertigt die Annahme, daß die theoretischen Überlegungen auch bei kleineren Fehlalarmwahrscheinlichkeiten zutreffen. Eine genauere Aussage kann nur aus Langzeittests gewonnen werden, bei denen die Meßzeit um mindestens den Faktor 100 erhöht wird.

#### 4.3 Nachweisempfindlichkeit

Neben der Fehlalarmwahrscheinlichkeit gehört die Nachweiswahrscheinlichkeit  $W_D$  zu den wichtigsten Größen, die die Funktionstüchtigkeit einer geeigneten Überwachungsanordnung bestimmen. Wie aus Gl. (3.58) hervorgeht, erhöht sich die Detektionsschwelle  $A_{\min}$  mit wachsender Nachweiswahrscheinlichkeit, da nach Gl. (3.53) der Wert  $\epsilon_{1-\beta}$  kleiner wird. Da Nachweiswahrscheinlichkeiten leicht meßbar sind, diene ihre experimentelle Bestimmung zur Überprüfung der theoretisch abgeleiteten Formeln der Nachweisbedingung bzw. -empfindlichkeit. Vor der Darstellung der durchgeführten Messungen in Abschnitt 4.3.3 und 4.3.4 werden zunächst einige bei der Ableitung der Nachweisbedingung gemachte Voraussetzungen experimentell überprüft.

#### 4.3.1 Schwankungen der Spektralwerte am Ort der Resonanz

Bei der Berechnung der Nachweisbedingung in Abschnitt 3.2.1 wurde vorausgesetzt, daß nach dem Auftreten der Resonanz bei der mittleren Frequenz  $f_R$  der bandbegrenzten Störsignale die Amplituden der Spektralwerte im Summenspektrum ebenfalls  $\chi^2$ -verteilt sind, wobei die Zahl der Freiheitsgrade  $k_R(t)$  zeitabhängig ist und sich mit Hilfe der zeitabhängigen Kohärenz  $\gamma_R(t)$  aus Gl. (3.51) berechnet. Zur experimentellen Überprüfung dieser Voraussetzung wurden in  $N_{\text{zykl}}$  Überwachungszyklen die Mittelwerte und die Varianzen der Amplituden im Summenspektrum am Ort der Resonanzfrequenz bei Anwesenheit des Störsignals gemessen. Dabei wurden sowohl die Summationsgrenzen  $m$  als auch das Signal-zu-Untergrundverhältnis  $W_{RX}, W_{RY}$  variiert. Nach Gl. (3.5) kann daraus die Zahl  $k_R$  der Freiheitsgrade berechnet werden.

In Tabelle 1 sind die Ergebnisse für unterschiedliche Parameter  $W_{RX} = W_{RY}$  und  $m$  mit den theoretischen Werten verglichen. Es zeigt sich in allen Bereichen eine gute Übereinstimmung, so daß die gemachten Voraussetzungen als im Rahmen der Meßgenauigkeit gültig zu betrachten sind.

#### 4.3.2 Zeitverhalten der Resonanzen

Bei der Berechnung der Detektionsschwelle  $A_{\text{min}}$  wurde vorausgesetzt, daß das Zeitverhalten der Resonanzen durch die Sprungantwortfunktion eines Tiefpaßfilters 1. Ordnung beschrieben werden kann. Als einzige Größe beeinflusst demnach die Zeitkonstante  $T_{RC} = Z \cdot \Delta t$  das Anwachsen der Resonanzen in der CPSD. Zur experimentellen Überprüfung dieser Voraussetzung wurde bei unterschiedlichen Mittelungskonstanten  $Z$  und Summationsgrenzen  $m$  die zeitabhängige Amplitude der CPSD im Summenspektrum bei der Resonanzfrequenz nach Zuschalten des Störsignals gemessen. Die Ergebnisse sind im Vergleich zum theoretischen Zeitverlauf in Abb. 17 eingetragen. Es

zeigt sich kein nennenswerter Unterschied zwischen Messung und Rechnung, ein Einfluß der Summationsgrenzen ist nicht erkennbar. Das Zeitverhalten wird also durch die Funktion  $g(t)$  nach Gl. (2.13) sehr gut beschrieben.

#### 4.3.3 Wahrscheinlichkeitsverteilung der Nachweisdauer

Die experimentelle Überprüfung der theoretischen Überlegungen zur Nachweisempfindlichkeit geschieht am einfachsten durch Messung der Nachweisdauer  $t_D$ , also der Zeit zwischen dem Auftreten des Störsignals und seiner Detektion durch Schwellwertüberschreitung der Überwachungsfunktion  $V(t)$ . Aufgrund der statistischen Schwankungen in der CPSD wird auch diese Zeit  $t_D$  um ihren Mittelwert  $\bar{t}_D$  mit einer gewissen Varianz schwanken. Durch Messung der Zahl der Nachweise  $N_i$ , die im Zeitintervall  $\left[ t_i - \frac{\Delta T}{2}, t_i + \frac{\Delta T}{2} \right]$  erfolgen, kann bei  $N_D$  Versuchen die Wahrscheinlichkeitsverteilungsdichte  $\varphi_D(t_i)$  der Nachweisdauer experimentell bestimmt werden:

$$\varphi_D(t_i) = \frac{N_i}{N_D \Delta T} \quad (4.10)$$

Der theoretische Verlauf  $\varphi_D(t_D)$  kann unter Verwendung der experimentellen Versuchsparameter aus der Nachweisbedingung (3.57) berechnet werden. Bei Kenntnis aller anderen relevanten Zahlenwerte bestimmt sich die Nachweiswahrscheinlichkeit aus  $\varepsilon_{1-\xi}$ . Als Resonanzform wurde zur Berechnung der Wahrscheinlichkeitsdichte die Normalverteilung (Gl. 3.67) vorausgesetzt. Sie beschreibt in guter Näherung die Form der sich in der CPSD ausbildenden Störresonanz. Abb. 18 zeigt den Vergleich zwischen der tatsächlichen Resonanzform und der für die Rechnungen benutzten Normalverteilung mit  $2\sigma = 11.2$  Hz und der mittleren Störfrequenz  $f_R = 50$  Hz.

Der Versuchsablauf wurde über Parametereingabe vom Rechner aus gesteuert. In wählbaren Zeitabständen wurde über den Schalter S1 (s. Abb. 13) das Störsignal zum Meßsignal zugeschaltet. Wenn die sich ausbildende Resonanz in der CPSD durch Überschreiten des theoretischen Schwellwerts nachgewiesen

wurde, erfolgte die Abschaltung des Störsignals. Registriert wurde die Zahl der Zuschaltungen  $N_D$  sowie die Zeitdauer zwischen Beginn der Addition des Störsignals und seinem Nachweis.

In Abb. 19 und 20 ist die berechnete Funktion  $\varphi_D(t_D)$  mit den Meßwerten  $\varphi_D(t_i)$  verglichen. Es zeigt sich gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Experiment. Abweichungen der Meßpunkte vom theoretischen Kurvenverlauf bei sehr kleinen oder großen Nachweiszeiten (an den Flanken der Verteilungsfunktion) sind bedingt durch statistische Fehler, da die Zahl der Zuschaltungen  $N_D \approx 1000$  betrug, so daß dort nur wenige Nachweise erfolgten. Außerdem bedingen Meßfehler bei der Bestimmung von  $r_{\text{eff}}$  und  $\hat{U}_{xx}$  bzw.  $\hat{U}_{yy}$  fehlerhafte Werte A, so daß nach Abb. 6 die Nachweiszeit und damit nach Abb. 2 die Nachweiswahrscheinlichkeit mit beträchtlichen Fehlern berechnet wird. Unter Berücksichtigung dieser Fehlerquellen bestätigt die erreichte Übereinstimmung zwischen Rechnung und Experiment die theoretischen Überlegungen zur Nachweiswahrscheinlichkeit.

#### 4.3.4 Kenngrößen zur Nachweisdauer

Aus der Wahrscheinlichkeitsverteilungsdichte der Nachweisdauer  $t_D$  lassen sich die statistischen Kenngrößen mittlere Nachweisdauer  $MW(t_D)$ , Nachweiswahrscheinlichkeit  $W_D$  für die Zeit  $t_D = t_{\text{max}}$  und relative Abweichung  $RF(t_D)$  vom Mittelwert berechnen. Sie sind folgendermaßen definiert:

$$MW(t_D) = \int \varphi_D(t_D) t_D dt_D = \Delta T \sum_i \varphi_D(t_i) t_i \quad (4.11)$$

$$RF(t_D) = \sqrt{\frac{\text{VAR}(t_D)}{[MW(t_D)]^2}} \quad (4.12)$$

$$\text{mit } \text{VAR}(t_D) = \int \varphi_D(t_D) t_D^2 dt_D = \Delta T \sum_i \varphi_D(t_i) t_i^2 \quad (4.13)$$

$$W_D = \int_0^{t_{\max}} \varphi_D(t_D) dt_D = \Delta T \sum_{i=1}^{t_{\max}/\Delta T} \varphi_D(t_i) \quad (4.14)$$

Vor allem die experimentelle Überprüfung der Nachweiswahrscheinlichkeit  $W_D$  ist für die Anwendbarkeit der Nachweisbedingung von Wichtigkeit.

In Tabelle 2 sind die aus den experimentellen Daten ermittelten Größen  $MW(t_D)$ ,  $RF(t_D)$  und  $W_D$  in Abhängigkeit der Versuchsparameter eingetragen. Zum Vergleich sind die theoretischen Werte angegeben. Es zeigt sich bei allen Messungen eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse. Bei allen Versuchen liegt die Nachweiswahrscheinlichkeit leicht über den theoretischen Erwartungswerten, was im Sinne einer zuverlässigen Überwachungsanordnung als positiv zu bewerten ist. Die Abweichungen sind jedoch sehr gering; die abgeleiteten Formeln zur Nachweisempfindlichkeit beschreiben also den Vorgang des Ausbildens von Störresonanzen und deren Nachweis mit ausreichender Genauigkeit.

## 5. Beispiele möglicher Überwachungsanordnungen

Aufgrund der bisherigen Überlegungen und Ergebnisse zur Überwachung der Frequenzspektren von Rauschsignalen können verschiedene Grundeinheiten von Überwachungsanordnungen angegeben werden, die die gestellten Forderungen nach Abschnitt 2.4 erfüllen. Im folgenden werden die wichtigsten Anordnungsmöglichkeiten vorgestellt und bezüglich ihrer Vor- und Nachteile diskutiert. Dabei wird vorausgesetzt, daß mindestens zwei Rauschsignale aus unterschiedlichen Meßkanälen zur Verfügung stehen.

## 5.1 Aufbau

Die einfachste der möglichen Überwachungsanordnungen stellt die Version 1 (Abb. 21) dar: Die APSD jedes Rauschsignals wird kontinuierlich berechnet und mit zwei Zeitkonstanten  $T_{RC} = Z \cdot \Delta t$  und  $T_G = Z_G \cdot \Delta t$  mit  $Z_G \gg Z$  gemittelt. Wegen der stark unterschiedlichen Zeitkonstanten sind die langzeitgemittelten Spektralwerte quasi-Mittelwerte (Referenzspektrum) für die mit der kleineren Zeitkonstanten gemessenen und damit aktuellen Werte. Die zeitlich aufeinanderfolgend berechneten Spektren werden durch Division auf das Referenzspektrum normiert. Bei der anschließenden Überwachung werden diese normierten Spektralwerte auf Resonanzen hin untersucht. Durch die Normierung auf das langzeitgemittelte Referenzspektrum werden die Forderungen III. und IV. nach Abschnitt 2.4 erfüllt. Falls in einem der beiden Kanäle der Schwellwert überschritten wird, liegt ein Alarmfall vor.

Durch Modifizierung der Bedingung für die Abgabe eines Alarmsignals entsteht die Version 2 (Abb. 21). Ihre apparative Realisierung ist in /10/ beschrieben. Bei Schwellwertüberschreitung wird in den einzelnen Überwachungskanälen ein Warnsignal generiert. Vom Gesamtsystem jedoch wird erst dann ein Alarmsignal abgegeben, wenn die Warnsignale in beiden Kanälen zeitlich koinzident für Resonanzen bei der selben Frequenz auftreten. Durch diese Koinzidenzforderung führen Fehlalarme in den Einzelkanälen mit großer Wahrscheinlichkeit nicht zu einem Alarmsignal.

Diese Grundeinheit eines Überwachungssystems kann auf beliebige Rauschsignale angewandt werden und bleibt bei allen Werten der Kohärenz sinnvoll. Allerdings wird hierbei der Vorteil der Kreuzkorrelationstechnik nicht angewandt.

Die Version 3 (Abb. 22) basiert auf der Überwachung der CPSD beider Rauschsignale. Die kurzzeitgemittelten Spektralwerte werden wiederum normiert, und zwar auf das geometrische Mittel der langzeitgemittelten APSD beider Rauschsignale (siehe auch Abschnitt 3.2, Gl. (3.41)). Die

Überwachung der so berechneten relativen CPSD erfolgt wie bei Version 1, allerdings liegt nur ein Überwachungskanal vor. Zur Erreichung einer Anordnung nach Version 2, also Möglichkeit der Koinzidenzforderung an die Alarmsignale, müßten mindestens drei verschiedene Rauschsignale analysiert werden.

Das als Version 3 bezeichnete Grundkonzept sollte nur bei weitgehend unkorrelierten Rauschsignalen Anwendung finden, da für den Fall  $\hat{\gamma}_u \approx 1$  sinnvollerweise die Version 1 benutzt wird.

Als Kombination der Vorteile von Version 1 und 3 wird für Rauschsignale mit  $\hat{\gamma}_u < 1$  die Grundeinheit Version 4 (Abb. 23) vorgeschlagen. Sie verbindet die erhöhte Nachweisempfindlichkeit durch Überwachung der CPSD mit den Vorteilen der APSD-Überwachung.

## 5.2 Vergleich der verschiedenen Überwachungsanordnungen

Die vorgestellten Grundeinheiten für Überwachungsanordnungen unterscheiden sich in ihrem Fehlalarmverhalten und besitzen darum - bei für alle gleicher zulässiger Fehlalarmrate - unterschiedliche Nachweisempfindlichkeiten. In dem im folgenden diskutierten Fall statistisch unabhängiger Meßsignale ( $\hat{\gamma}_u = 0$ ) wird dies besonders deutlich. Die Fehlalarmwahrscheinlichkeit der Version  $i$  sei mit  $p_i$  bezeichnet. Sie ist durch die zulässige Fehlalarmrate nach Gl. (3.40) vorgegeben. Wird mit  $p$  die Fehlalarmwahrscheinlichkeit bezeichnet, die den Schwellwert in jedem einzelnen Überwachungskanal bestimmt, so gilt für die Versionen 1 und 3

$$p_1 = 2p \quad (5.1)$$

$$p_3 = p \quad (5.2)$$

Die Wahrscheinlichkeit  $p_2$ , daß bei der Version 2 nach der Abfrage auf zeitliche Koinzidenz ein Alarmsignal auftritt, berechnet sich dann nach

$$p_2 = p \cdot p \quad (5.3)$$

Außer der zeitlichen Koinzidenz ist sinnvollerweise noch zu fordern, daß zur Erzeugung eines Alarmsignals die Frequenz der Resonanzen bis auf eine gewisse zulässige Unschärfe von  $\pm n_R$  Frequenzpunkten übereinstimmen muß. Aus dieser verschärften Koinzidenzabfrage folgt für die Version 2 (bei  $\hat{\gamma}_u = 0$ )

$$p_2 = \frac{p^2 \cdot (2n_R + 1)}{M'}$$

Für die Fehlalarmwahrscheinlichkeit  $p$  in jedem der beiden Überwachungskanäle ist also zu fordern

$$p = \sqrt{\frac{M' \cdot p_2}{2n_R + 1}} \quad (5.4)$$

Dieser Wert liegt deutlich höher als bei alleiniger Überwachung durch Version 1 und bedingt damit eine erhöhte Nachweisempfindlichkeit. In Abb. 24 ist die Detektionsschwelle  $A_{\min}$  der Versionen 1, 2 und 3 als Funktion der Nachweiszeit aufgetragen. Für die Parameter wurden die bei den theoretischen Untersuchungen verwendeten Werte gewählt. Der Kurvenverlauf für die Versionen 1 und 3 entspricht den Ergebnissen der theoretischen und experimentellen Untersuchungen in den vorangegangenen Kapiteln: die Detektionsschwellen liegen in der CPSD niedriger als in der APSD. Allerdings erfolgt der Nachweis von Störsignalen in der CPSD und APSD fast gleichwertig, wenn die Versionen 2 und 3 verglichen werden. Die schon in /1,10/ vorgeschlagene Grundeinheit 2 hat - abhängig von  $t_{\max}$  - eine gleiche oder höhere Nachweisempfindlichkeit als ein Detektionssystem, das auf der Überwachung der CPSD allein (Version 3) basiert. Allerdings unterscheiden sich die Überwachungskonzepte wesentlich im Hinblick auf die Nachweismöglichkeit bei

unterschiedlichen Signal-zu-Untergrund-Verhältnissen in beiden Meßkanälen. Nach Gl. (3.55) und (3.58) lautet die Nachweisbedingung in der CPSD (Version 3)

$$\sqrt{\hat{W}_{RX} \hat{W}_{RY}} \cdot \Delta f \geq A_{\min} \quad (3) \quad (5.5)$$

Bei Überwachung der APSD allein (Version 1) ist zu fordern

$$\begin{aligned} \hat{W}_{RX} \cdot \Delta f &\geq A_{\min} \quad (1) \\ \hat{W}_{RY} \cdot \Delta f &\geq A_{\min} \quad (1) \end{aligned} \quad (5.6)$$

Bei der Version 2 werden Störsignale nur nachgewiesen, wenn in beiden Kanälen gleichzeitig die Nachweisbedingung (5.6) für  $A_{\min} \quad (2)$  erfüllt ist. Der Unterschied in den Detektionsschwellen  $A_{\min} \quad (i)$  der Versionen  $i$  ist bedingt durch die verschiedenen Schwellwerte, die sich aufgrund der Fehlalarmwahrscheinlichkeiten  $p$  für die einzelnen Überwachungskanäle nach Gl. (5.1), (5.2) und (5.4) berechnen. Bei Überwachung der CPSD ist nur das geometrische Mittel der Signal-zu-Untergrund-Verhältnisse in beiden Meßkanälen maßgebend. Gilt also z.B.  $\hat{W}_{RX} \gg \hat{W}_{RY}$  und erfolgt darum kein Nachweis bei der Version 2, so kann aber sehr wohl die Bedingung (5.5) oder (5.6) erfüllt sein. In Abb. 25 sind die Nachweisbedingungen graphisch dargestellt. Bei Version 2 werden alle Störsignale nachgewiesen, für die das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis innerhalb der eingezeichneten Grenzen liegt. Bei Überwachung der CPSD (Version 3) erstreckt sich der Wertebereich der  $\hat{W}_{RX}$ ,  $\hat{W}_{RY}$  für detektierbare Störsignale über die gesamte innerhalb der Hyperbel liegende Fläche; bei allen Wertepaaren auf der Grenzkurve wird die Detektionsschwelle gerade erreicht. Bei der Version 1 schließlich werden alle Störsignale nachgewiesen, für die die Wertepaare  $\hat{W}_{RX}$ ,  $\hat{W}_{RY}$  oberhalb dem Abszissen- bzw. Ordinatenwert  $A_{\min} \quad (1)$  liegen. Von dieser Grundeinheit wird also auch der Wertebereich erfaßt, der außerhalb der Version 3 liegt, allerdings auf Kosten der Nachweisempfindlichkeit, die - abhängig von der Nachweiszeit  $t_{\max}$  - entsprechend dem Kurvenverlauf in Abb. 24 erniedrigt wird. Vergleicht man den Verlust  $V_1$  im Wertebereich von  $\hat{W}_{RX}$ ,  $\hat{W}_{RY}$  von

Version 1 gegenüber Version 3 mit dem entsprechenden Gewinn  $G_1$ , so ist deutlich, daß in den meisten Fällen nach diesem Kriterium die Version 1 vorteilhafter anzuwenden ist. Wenn also Überwachungsprobleme vorliegen, bei denen in den Meßsignalen mit stark unterschiedlichen oder wechselnden Signal-zu-Untergrund-Verhältnissen zu rechnen ist, dann ist das Nachweiskonzept nach Version 1 zu empfehlen. Wird aber primär eine hohe Nachweisempfindlichkeit angestrebt, so sollte die Überwachung der CPSD nach Version 3 erfolgen.

Das Grundkonzept nach der Version 4 verbindet die Vorteile der Version 1 (erhöhter Wertebereich für  $W_{RX}$ ,  $W_{RY}$ ) mit denen der Version 3 (kleinere Detektionsschwellen) unter Beibehaltung der Anzahl der Meßkanäle. Die Gesamtfehlalarmwahrscheinlichkeit ist gleich der der Version 1

$$p_4 = p_1 = 2p \quad , \quad (5.7)$$

da bei frequenz- und zeitkoinzidenter Schwellwertüberschreitung in den beiden APSD-Kanälen zu erwarten ist, daß auch in der CPSD die gleiche statistische Resonanz auftritt und dort ein Alarmsignal auslöst. Die resultierenden Detektionsschwellen unterscheiden sich praktisch nicht von den Ergebnissen der Versionen 1 und 3. Der Wertebereich von  $W_{RX}, W_{RY}$  für Version 4 ist also durch die Summe der Wertebereiche der Versionen 1 und 3 gegeben. Die Version 4 ist somit die günstigste aller bisherigen Überwachungsanordnungen. Da bei allen Versionen sowie zwei Meßkanäle vorgesehen sind, verursacht ihre Realisierung eine nur geringfügige Erhöhung des apparativen Aufwands in der Auswertelektronik.

Die bisherigen Überlegungen gelten nur für statistisch unabhängige Meßsignale, also Kohärenz  $\hat{\gamma}_u = 0$ . Mit zunehmender Korrelation der Rauschsignale verlieren die Gl. (5.1), (5.4) und (5.7) ihre Gültigkeit, bei  $\hat{\gamma}_u = 1$  ist bei allen Versionen die Fehlalarmwahrscheinlichkeit gleich. Wachsende Kohärenz bedeutet für alle vorgeschlagenen Überwachungsanordnungen Reduktion der Nachweisempfindlichkeit bis zur Detektionsschwelle bei alleiniger Überwachung der APSD eines Rauschsignals. Allerdings ist für  $\hat{\gamma}_u < 1$  immer ein - wenn auch nur kleiner - Empfindlichkeitsgewinn vorhanden.

## 6. Nachweis von lokalem Na-Sieden im SNR-300

Theoretische und experimentelle Untersuchungen zum Nachweis von lokalem Kühlmittelsieden in natriumgekühlten Reaktoren wurden u.a. in /1,11,12,13,21, 22/ durchgeführt. Das in /1/ vorgeschlagene Nachweisverfahren basiert auf der Überwachung der APSD des Neutronenflußrauschens. Im folgenden soll geklärt werden, ob und wenn ja unter welchen Bedingungen die Beobachtung der CPSD zweier Neutronendetektorsignale gemäß den vorgeschlagenen Überwachungsanordnungen vorteilhaft angewandt werden kann.

Durch lokales Na-Sieden werden nicht nur charakteristische Reaktivitäts- und damit Neutronenflußschwankungen erzeugt. Durch das Auftreten und Kollabieren der Dampfblasen werden sowohl die akustischen Rauschsignale als auch die Schwankungen der Kühlmitteltemperatur am Brennelementaustritt in charakteristischer Weise verändert. Neuere Messungen /11,12/ zeigen, daß die Frequenzspektren des akustischen Rauschens und des Temperaturrauschens durch Na-Sieden - ebenfalls wie beim Neutronenflußrauschen - im Frequenzbereich der Blasenwiederholfrequenz deutlich verändert werden. Da die durch Na-Sieden erzeugten Signalschwankungen innerhalb eines bekannten Frequenzbereichs in Form von Oszillationen mit nahezu konstanter Frequenz auftreten, können sie in den PSD als Resonanzen nachgewiesen werden. Mit Hilfe der in den vorangegangenen Kapiteln dargestellten Ergebnisse kann nun abgeschätzt werden, inwieweit durch Anwendung der vorgeschlagenen Überwachungsanordnungen auf der Grundlage der gleichzeitigen Auswertung von akustischem oder Temperaturrauschen und Neutronenflußrauschen (CPSD und APSD) die Nachweisempfindlichkeit für Na-Sieden gegenüber der reinen APSD-Überwachung verbessert werden kann. Die für die Gültigkeit der theoretischen Ergebnisse notwendige Voraussetzung  $\chi^2$ -verteilter Schwankungen in der PSD wurde schon in /1/ im interessierenden Frequenzbereich für das Neutronenflußrauschen experimentell überprüft und bestätigt.

## 6.1 Siedennachweis durch Beobachtung des Neutronenflußrauschens

Inwieweit ein natriumgekühlter Reaktor durch Beobachtung des Neutronenflußrauschens überwacht werden kann, hängt wesentlich von drei Faktoren ab:

- a) den durch lokales Na-Sieden erzeugten Reaktivitätseffekt
- b) die Nachweisempfindlichkeit der Überwachungsanordnung
- c) die unter normalen Betriebsbedingungen vorliegenden Signalschwankungen der Neutronendetektoren (Rauschuntergrund).

Zum Punkt b) sind die Ergebnisse der Abschnitte 3 bis 5 heranzuziehen. Zunächst wird jedoch der unter a) und c) angesprochene Problemkreis behandelt.

### 6.1.1 Reaktivitätseffekt von lokalem Na-Sieden

Lokales Na-Sieden in Brennelementen von natriumgekühlten Reaktoren tritt als Folge lokaler Temperaturerhöhungen des Na über die Sättigungstemperatur auf. Bei Siederversuchen, insbesondere den KNS-Experimenten /13/, hat sich gezeigt, daß bei konstanten Wärmestromdichten der lokale Siedeprozess unter Bildung von Einzelblasen abläuft. Die Dampfblasen werden ohne Wartezeiten in nahezu konstantem zeitlichem Abstand erzeugt. Das zeitliche Verhalten des Dampfblasenvolumens kann darum idealisiert beschrieben werden durch

$$V_s(t) = \frac{V_{s0}}{2} (1 - \cos 2\pi \cdot f_s \cdot t) \quad (6.1)$$

Die aufgetretenen Siedefrequenzen  $f_s$  liegen zwischen etwa 4 Hz und 12 Hz. Durch Beobachtungen im Frequenzbereich

$$\Delta F = 2 \text{ Hz} \div 20 \text{ Hz} \quad (6.2)$$

werden also die Siedefrequenzen sicher erfaßt.

Das zeitliche Aufeinanderfolgen der Na-Dampfblasen erzeugt im Reaktor Reaktivitätsmodulationen, deren Amplitude vom Voidkoeffizienten  $\alpha_{Na}$  am Ort der Dampfblasen abhängt. Unter der Voraussetzung kleiner Na-Dampfblasen berechnet sich der erzeugte Reaktivitätsbeitrag zu

$$\rho_s(t) = \alpha_{Na} \cdot V_s(t) \quad (6.3)$$

Mit Hilfe der Übertragungsfunktion  $H(f)$  zwischen Reaktivität  $\rho$  und Neutronenfluß  $\phi$  ergeben sich daraus die Neutronenfluß- bzw. Leistungsschwankungen zu

$$\frac{\Delta\phi_s}{\phi} = |H(f)| \rho_s \quad (6.4)$$

Im interessierenden Frequenzbereich  $\Delta F$  nach (6.2) gilt für alle im weiteren betrachteten Reaktortypen

$$|H(f)| = 1 \text{ } \$^{-1} \quad , \quad (6.5)$$

so daß die siedebedingten Leistungsschwankungen gegeben sind durch

$$\frac{\Delta\phi_s(t)}{\phi} = \frac{\alpha_{Na} \cdot V_{so}}{2} (1 - \cos 2\pi f_s t) \quad (6.6)$$

Dabei ist  $\alpha_{Na}$  in [ $\$/\text{cm}^3 \text{Na}$ ] einzusetzen. Für die Amplitude dieser Neutronenflußoszillation gilt also

$$\frac{\Delta\phi_{so}}{\phi} = \frac{\alpha_{Na} \cdot V_{so}}{2} \quad (6.7)$$

Beim lokalen Na-Sieden werden Dampfblasenvolumen bis zu wenigen hundert Kubikzentimetern erwartet, typische Werte bei den KNS-Versuchen liegen bei  $50 \text{ cm}^3 \div 100 \text{ cm}^3$ .

Die Messung der Neutronenflußschwankungen erfolgt mittels Neutronendetektoren der Empfindlichkeit  $\epsilon$ . Für die Amplitude  $r_{so}$  der siedebedingten Schwankungen im Neutronendetektorsignal gilt folglich

$$r_{so} = \epsilon \Delta \phi_{so} = \phi \epsilon \frac{\alpha_{Na} V_{so}}{2} \quad (6.8)$$

Entsprechend dem oszillatorischen Verhalten der siedebedingten Neutronendetektorschwankungen zeigt das Frequenzspektrum dieser Schwankungen eine Resonanz bei der Siedefrequenz. Für die APSD der Siedesignale gilt dann

$$S_s(f_s) = \frac{r_{so}^2}{2\Delta f} = \frac{\alpha_{Na}^2 V_{so}^2}{8 \cdot \Delta f} \phi^2 \epsilon^2 \quad (6.9)$$

Da die APSD  $S_s(f_s)$  vom Quadrat des Voidkoeffizienten abhängt, ist für den Siedenachweis nur der Betrag von  $\alpha_{Na}$  maßgebend.

Die bei der Ableitung von Gl. (6.9) vorausgesetzte konstante Siedefrequenz trifft jedoch in praxi nicht zu, sondern man muß eine gewisse Frequenzunschärfe in Rechnung stellen, die eine Verbreiterung der Siederesonanz im Frequenzspektrum verursacht. Die Wiederholfrequenz der Na-Dampfblasen schwankt also um einen mittleren Wert  $f_s$  und erzeugt in der PSD eine Resonanz der Breite  $2\sigma_s$ . Unter der Voraussetzung nahezu symmetrischer Resonanzen gilt für die APSD der siedebedingten Schwankungen im Neutronendetektorsignal nach Gl. (2.5)

$$S_s(f_s \pm i\Delta f) = \frac{r_{eff}^2}{2\sigma_s} \cdot \varphi_R(i\Delta f) = \frac{\alpha_{Na}^2 V_{so}^2 \phi^2 \epsilon^2}{16\sigma_s} \varphi_R(i\Delta f) \quad (6.10)$$

mit  $r_{eff}^2 = \frac{r_{so}^2}{2}$  und  $2\sigma_s \geq \Delta f$ .

Für die späteren Rechnungen wird für die Resonanzform  $\varphi_R(f)$  die schon in Abschnitt 3.2.2.5 angegebene Gauß-Verteilung (3.67) eingesetzt.

Zum Nachweis der Siederesonanzen (6.10) wird vorausgesetzt, daß die Resonanzbreite  $2\sigma_s$  hinreichend genau bekannt ist. Dies ist insoweit realistisch, als bis zum Einsatz einer Überwachungsanordnung genügend Kenntnisse bezüglich des Siedevorgangs vorliegen dürften.

### 6.1.2 Das Neutronendetektorrauschen unter normalen Betriebsbedingungen

Das Neutronendetektorrauschen setzt sich in einem Leistungsreaktor hauptsächlich aus zwei Anteilen zusammen: dem sogenannten Nachweisrauschen und dem Leistungsrauschen. Die APSD des Nachweisrauschens ist frequenzunabhängig und ist gegeben durch

$$S_D(f) = Wq^2F \quad (6.11)$$

mit  $WF\bar{q} = \epsilon\phi$  Mittelwert des Neutronendetektorsignals (6.12)

wobei

- W Detektorempfindlichkeit, definiert in Nachweisen pro Spaltung im Reaktor
- q im Detektor pro nachgewiesenem Neutron freigesetzte Ladung
- F Mittlere Gesamtspaltrate im Reaktor

Das eigentliche Leistungsrauschen wird durch die mit der Wärmeerzeugung und -abfuhr im Reaktor verbundenen Reaktivitätsstörungen hervorgerufen; die APSD dieses Terms lautet

$$S_L(f) = W^2q^2F^2|H(f)|^2P(f) \quad (6.13)$$

wobei  $P(f)$  die APSD der betriebsbedingten Reaktivitätsstörungen ist.

Das Leistungsrauschen ist proportional zum Quadrat der Reaktorleistung und übertrifft darum beim Leistungsreaktor in weiten Frequenzbereichen das Nachweisrauschen. Seine APSD  $S_L(f)$  zeigt jedoch bei allen Reaktortypen eine ausgeprägte Tiefpaßcharakteristik, so daß in höheren Frequenzbereichen immer das Nachweisrauschen dominiert.

In Abb. 26 sind typische APSD des Neutronendetektorrauschens aufgezeichnet, wie sie bei Messungen an der KNK I ermittelt wurden /14/. Ein-gezeichnet ist dabei die auf den Signalmittelwert normierte APSD  $S_N(f)$ ; für sie gilt mit (6.5), (6.11), (6.13)

$$S_N(f) = \frac{\overline{q^2}}{q_{WF}^2} + P(f) \quad (6.14)$$

Man erkennt deutlich die Leistungsabhängigkeit des Nachweisrauschens, während der den betriebsbedingten Reaktivitätsstörungen zuzuordnende normierte Leistungsterm von der Reaktorleistung nahezu unabhängig ist.

Für den SNR-300 sind weder der absolute Wert noch der frequenzabhängige Verlauf der APSD  $S_N(f)$  bekannt. Für weitere Abschätzungen bezüglich der zu erwartenden Rauschpegel sind in Tabelle 3 bekannte Daten einiger Reaktoren im interessierenden Frequenzbereich aufgelistet. Dabei ist deutlich zu erkennen, daß unabhängig von den sehr unterschiedlichen Reaktortypen und der Reaktorleistung die normierte APSD  $S_N(f)$  im Frequenzbereich  $\Delta F = 2 \div 20$  Hz zwischen etwa

$$S_N(f) = 5 \cdot 10^{-8} \div 10^{-10} \text{ Hz}^{-1} \quad (6.15)$$

liegt. Dabei dominiert je nach Detektorempfindlichkeit das Nachweisrauschen. Dieser Umstand gewinnt besondere Bedeutung, wenn man berücksichtigt, daß das Nachweisrauschen in verschiedenen Neutronendetektoren voneinander statistisch unabhängig ist. Bei Anwesenheit des Nachweisrauschens ist die Kohärenz zweier Detektorsignale folglich kleiner 1. Es gilt wegen Gl. (2.4) und (6.13) bei gleichem Nachweisrauschterm nach Gl. (6.11) in beiden Detektoren

$$\hat{\gamma}_u = \frac{1}{1 + \frac{\hat{S}_D}{\hat{S}_L}} \quad (6.16)$$

Das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis berechnet sich dabei aus

$$\hat{W}_{RX} = \frac{r_{\text{eff}}^2 / \Delta f}{\hat{S}_L + \hat{S}_D} \quad (6.17)$$

Wird mit

$$W_{RXO} = \frac{r_{\text{eff}}^2 / \Delta f}{\hat{S}_L} \quad (6.18)$$

das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis im Fall vernachlässigbaren Nachweisrauschens ( $\hat{S}_D = 0$ ), also  $\hat{\gamma}_u = 1$ , bezeichnet, dann folgt mit (6.16) aus (6.17)

$$\hat{W}_{RX} = \hat{W}_{RXO} \cdot \hat{\gamma}_u \quad (6.19)$$

Mit zunehmendem Nachweisrauschen reduziert sich also wegen reduzierter Kohärenz das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis für die nachzuweisenden Siedesignale. Es ist nun zu untersuchen, ob durch Anwendung der Kreuzkorrelation (CPSD) eine Verbesserung der Nachweisempfindlichkeit erreicht werden kann.

### 6.1.3 Nachweisempfindlichkeit für Na-Sieden

Zur Bestimmung der Nachweisempfindlichkeit der einzelnen Überwachungsanordnungen - genauer: Zur Bestimmung der Detektionsschwelle  $A_{\min}$  nach Gl. (3.58) - fehlen derzeit genaue Angaben für einige relevante Parameter. So kann weder die zu erwartende Resonanzbreite noch die maximal zulässige Nachweiszeit  $t_{\max}$  mit Sicherheit angegeben werden. Darum wurden Parameterstudien für verschiedene Werte von  $\sigma_s$  und  $t_{\max}$  durchgeführt und dabei jeweils der Minimalwert  $A_{\min}$  ermittelt. Für die Rechnungen wurden folgende Annahmen zugrunde gelegt:

Maximalfrequenz in der APSD	$f_{\max} = 25 \text{ Hz}$
Anzahl der Frequenzpunkte in der APSD	$M = 64$
Zeit zwischen zwei Digitalisierungsschritten	$\Delta t = 1/f_{\max} = 0.02 \text{ sec}$
Frequenzauflösung	$\Delta f = \frac{1}{2M\Delta t} = 0.3906 \text{ Hz}$
Zu überwachender Frequenzbereich	$\Delta F = 2 \div 20 \text{ Hz}$
Anzahl der zu überwachenden Frequenzpunkte in der APSD	$M' = 46$
Zeitlicher Abstand zwischen zwei Überwachungszyklen	$\Delta T = 0.05 \cdot t_{\max}$
Fehlalarmrate	0,1/Jahr
Nachweiswahrscheinlichkeit	$W_D = 99 \%$

Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Na-Sieden wurde zu 0.5 pro Lebensdauer von 40 Jahren eines Reaktors angenommen. Damit folgt für  $t_{\max} = 20 \text{ sec}$  der in Abschnitt 3.2.2.2 angegebene Wert

$$p(\text{HO}) = 4 \cdot 10^{-10}$$

für das Auftreten von Na-Sieden pro Überwachungszyklus.

Die maximal zulässige Nachweiszeit wurde zwischen  $t_{\max} = 30$  sec und  $t_{\max} = 270$  sec variiert, die Resonanzbreite  $2\sigma_s = 2$  Hz und  $2\sigma_s = 4$  Hz gewählt. Die berechneten Detektionsschwellen sind in Abb. 27 als Funktion der Kohärenz, in Abb. 28 als Funktion der Resonanzbreite und in Abb. 29 als Funktion der Nachweiszeit für die verschiedenen Überwachungsanordnungen Versionen 1 bis 4 dargestellt.

Der Verlauf der Detektionsschwellen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter zeigt das schon in Abschnitt 3.2.2 beschriebene Verhalten. Die Antwort auf die eingangs gestellte Frage nach Empfindlichkeits-erhöhung durch Kreuzkorrelation kann mit Hilfe der in Abb. 27 und Abb. 29 dargestellten Werte für  $A_{\min}$  gefunden werden. Nach Gl. (3.57) lautet die Nachweisbedingung

$$r_{\text{eff}}^2 \geq A_{\min} \hat{S}_L \quad (6.20)$$

Dabei sei vorausgesetzt, daß in beiden Rauschsignalen der Neutronendetektoren gilt  $\hat{W}_{\text{RXO}} = \hat{W}_{\text{RYO}}$ . Mit obiger Gl. (6.20) kann nun für jeden Wert von  $\hat{\gamma}_u$  nach Gl. (6.16) und jeder Version  $n$  der vorgeschlagenen Überwachungsanordnungen die Nachweisgrenze  $r_{\text{eff}}^2(\hat{\gamma}_u, n)$  der Siedesignale berechnet werden. Als Maß für die Änderung der Nachweisempfindlichkeit wird das Verhältnis

$$\Omega(1,1;\hat{\gamma}_u,n) = \frac{r_{\text{eff}}^2(1,1)}{r_{\text{eff}}^2(\hat{\gamma}_u,n)} = \hat{\gamma}_u \cdot \frac{A_{\min}(1,1)}{A_{\min}(\hat{\gamma}_u,n)} \quad (6.21)$$

eingeführt. Es gibt die Änderung der unteren Grenze noch nachweisbarer Siedesignale gegenüber der reinen APSD Messung nach Version 1 bei vernachlässigbarem Nachweisrauschen, also  $\hat{\gamma}_u = 1$ , an. Abb. 30 zeigt den Verlauf von  $\Omega(1,1;\hat{\gamma}_u,n)$  in Abhängigkeit von  $\hat{\gamma}_u$  für die Versionen 1 und 3. Bei Version 1, also Überwachung zweier Neutronendetektorsignale durch Beobachtung der APSD, reduziert sich  $\Omega(1,1;\hat{\gamma}_u,1)$  proportional  $\hat{\gamma}_u$ . Zwar gilt in diesem Fall  $A_{\min}(\hat{\gamma}_u,1) \approx A_{\min}(1,1)$ , aber wegen des wachsenden Nachweisrauschens erhöht sich die APSD des Untergrundrauschens,

so daß  $r_{\text{eff}}^2(\hat{\gamma}_u, n)$  ansteigt. Bei  $\hat{\gamma}_u = 0.81$  bedeutet dies eine Erhöhung der unteren Grenze noch nachweisbarer Siedesignale um 10 %, bei  $\hat{\gamma}_u = 0.64$  sind es schon 20 %. Die Einführung der Kreuzkorrelation mit Version 3 erhöht nach Abb. 30 die Nachweisempfindlichkeit nicht wesentlich. Die 10%ige Erhöhung der Minimalamplituden noch nachweisbarer Siedesignale erfolgt jetzt bei  $\hat{\gamma}_u \approx 0.70$ , eine Anhebung um 20 % bei  $\hat{\gamma}_u \approx 0.52$ . Das gleiche Ergebnis gilt für Version 4. Der Verlauf von  $\Omega(1,1; \hat{\gamma}_u, n)$  kann für Version 2 nicht berechnet werden, da die Bestimmung der Fehlalarmwahrscheinlichkeiten - wie schon in Abschnitt 5 erwähnt - wegen der statistischen Abhängigkeit beider Kanäle ( $\hat{\gamma}_u > 0$ ) nicht exakt möglich ist. Allerdings kann aus Abb. 29 geschlossen werden, daß entsprechend dem Verlauf von  $\Omega(1,1; \hat{\gamma}_u, 3)$  für mittlere Werte der Kohärenz  $\hat{\gamma}_u$  Empfindlichkeitsverbesserungen zu erwarten sind. Dabei dürften die Unterschiede zwischen den Versionen 2, 3 und 4 jedoch nur geringfügig sein. Der Hauptvorteil der Versionen 1 bis 4 als Überwachungsanordnungen für das Neutronendetektorrauschen liegt darum vor allem im redundanten Aufbau. Eine deutliche Verbesserung der Nachweisempfindlichkeit wird durch die Kreuzkorrelation also nicht erreicht.

Für die weiteren Abschätzungen zum Siedenachweis wurde wegen der Unsicherheiten im Rauschuntergrund die APSD  $S_N(f)$  als weiterer Parameter im Bereich zwischen  $10^{-7} \text{ Hz}^{-1}$  und  $10^{-10} \text{ Hz}^{-1}$  gewählt. Mit Gl. (6.1), (6.3) und (6.8) folgt aus Gl. (6.20) als Nachweisbedingung

$$\rho_{\text{eff}}^2 \geq A_{\text{min}} \cdot S_N(f_s) \quad (6.22)$$

wobei  $\rho_{\text{eff}}$  die effektive Amplitude der siedebedingten Reaktivitätsschwankungen ist.

In Tab. 4 sind die aus dieser Abschätzung ermittelten unteren Grenzen der effektiven Amplituden noch nachweisbarer Reaktivitätssoszillationen  $\rho_{\text{eff}}^{\text{min}}$  für verschiedene Werte von  $S_N(f)$  für  $\hat{\gamma}_u = 1$  (Version 1) angegeben.

Aus Gl. (6.4), (6.5) und (6.7) berechnet sich die effektive Reaktivitätsamplitude siedebedingter Schwankungen zu

$$|\rho_{\text{eff}}| = |\alpha_{\text{Na}}| \cdot \frac{V_{\text{so}}}{2\sqrt{2}} \quad (6.23)$$

Mit den nach Gl. (6.22) ermittelten unteren Nachweisgrenzen  $\rho_{\text{eff}}^{\text{min}}$  kann daraus für die jeweilige Blasengröße  $V_{\text{so}}$  ein minimaler Voidkoeffizient  $|\alpha_{\text{Na}}^{\text{min}}|$  berechnet werden. Alle Corebereiche, in denen der Voidkoeffizient über dieser unteren Grenze  $|\alpha_{\text{Na}}^{\text{min}}|$  liegt, können durch die Überwachungsanordnung auf lokales Sieden hin überwacht werden, wenn dabei Dampfblasen mit Volumen größer oder gleich  $V_{\text{so}}$  auftreten. Für  $|\alpha_{\text{Na}}^{\text{min}}|$  gilt bei  $\hat{\gamma}_u = 1$  und Überwachungsanordnung Version 1

$$|\alpha_{\text{Na}}^{\text{min}}| = \frac{2\sqrt{2}|\rho_{\text{eff}}^{\text{min}}|}{V_{\text{so}}} = \frac{2\sqrt{2}A_{\text{min}}(1)S_{\text{N}}(f_{\text{s}})}{V_{\text{so}}} \quad (6.24)$$

In Tabelle 5 ist  $|\alpha_{\text{Na}}^{\text{min}}|$  für verschiedene Werte von  $V_{\text{so}}$  berechnet. Aus Gl. (6.24) können die folgenden allgemeinen Aussagen getroffen werden:

- a) Die zulässige untere Grenze für den Voidkoeffizienten und damit der überwachbare Corebereich hängt stark ab vom Volumen der auftretenden Na-Dampfblasen. Darum ist vor allem die möglichst genaue Kenntnis des lokalen Siedevorgangs von besonderer Wichtigkeit bei der Abschätzung der Nachweisgrenzen.
- b) Das betrieblich bedingte Untergrundrauschen geht nur mit  $\sqrt{S_{\text{N}}(f_{\text{s}})}$  in die Nachweisgrenzen ein; da jedoch z.Zt. Unsicherheiten um mindestens den Faktor 10 in der Vorhersage der APSD  $S_{\text{N}}(f_{\text{s}})$  vorliegen, sind - vor allem zur Übertragung auf SNR-Bedingungen - Messungen des betrieblich bedingten Neutronenflußrauschens an prototypischen Reaktoren notwendig.
- c) Die zulässige Nachweiszeit  $t_{\text{max}}$  geht entsprechend dem Verlauf von  $A_{\text{min}}$  nach Abb. 29 nur schwach in Gl. (6.24) ein. So bedeutet z.B. eine Erhöhung von  $t_{\text{max}} = 30 \text{ sec}$  auf  $t_{\text{max}} = 270 \text{ sec}$  eine Reduktion von  $\alpha_{\text{Na}}$  um etwa den Faktor 2.

- d) Die Resonanzbreite  $\sigma_s$  beeinflusst die Nachweismöglichkeit nur gering. Eine Verdopplung der Resonanzbreite verursachte eine Erhöhung von  $\alpha_{Na}^{\min}$  um etwa 20 %.

## 6.2 Siedennachweis durch Kreuzkorrelation verschiedener Meßgrößen

Wird das Neutronendetektorrauschen mit den Rauschsignalen anderer Meßwertaufnehmer - wie z.B. Thermoelemente oder akustische MWA - korreliert, so kann die Detektionsschwelle wegen der im relevanten Frequenzbereich weitgehenden statistischen Unabhängigkeit der Rauschsignale für die Kohärenz  $\hat{\gamma}_u = 0$  berechnet werden. Für die in Abschnitt 5 vorgeschlagenen Überwachungsanordnungen ist zum Nachweis von Na-Sieden der Verlauf von  $A_{\min}(\hat{\gamma}_u = 0)$  schon in den Abb. 27 - 29 enthalten.

Gemäß den im Abschnitt 6.1 aufgeführten Faktoren, die die Detektierbarkeit von Na-Sieden bestimmen, ist abzuschätzen, welche siedebedingten Signalanteile im akustischen und Temperaturrauschen auftreten und mit welchem normalen betrieblich bedingten Rauschuntergrund zu rechnen ist. Da jedoch bisher keine oder nur unzureichende Daten über die zu erwartenden Siedesignale und das Untergrundrauschen vorliegen, kann nur der untere Grenzwert für das zu fordernde Signal-zu-Untergrund-Verhältnis berechnet werden, bei dem der Siedennachweis durch Kreuzkorrelation mit dem Neutronendetektorrauschen garantiert werden kann.

Wird in die Nachweisbedingung (5.5)

$$\sqrt{\hat{W}_{RX} \cdot \hat{W}_{RY}} \cdot \Delta f \geq A_{\min} \quad (3)$$

für  $\hat{W}_{RX}$  nach Gl. (6.17) das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis im Neutronendetektorrauschen eingesetzt, so folgt mit Gl. (6.9)

$$\hat{W}_{RY} \geq \frac{A_{\min}^2(3) S_N(f) \cdot 8}{\Delta f \cdot \alpha_{Na}^2 V_{so}^2} \quad (6.26)$$

Mit dieser Bedingung ist die untere Grenze des zur Erfüllung der Nachweisbedingung notwendigen Signal-zu-Untergrund-Verhältnisses im akustischen bzw. Temperaturrauschen mit dem Voidkoeffizienten verknüpft. Durch Einsetzen von  $\alpha_{Na}^{min}$  nach Gl. (6.24) erhält man daraus

$$\hat{W}_{RY} \geq \frac{A_{min}^2(3)}{A_{min}(1) \cdot \Delta f} \quad (6.27)$$

Sobald diese Bedingung erfüllt ist, wird durch Überwachung der CPSD eine höhere Nachweisempfindlichkeit erreicht als bei Version 1. In Tab. 6 sind einige Werte der nach dieser Bedingung berechneten unteren Grenzen des Signal-zu-Untergrund-Verhältnisses in Abhängigkeit der relevanten Parameter angegeben. Werden diese Grenzwerte speziell beim Temperaturrauschen erreicht oder überschritten, so kann durch zusätzliche gezielte Überwachung von Brennelementen, in denen der Voidkoeffizient sehr kleine Werte annimmt, so daß die alleinige Beobachtung des Neutronenflußrauschens in jenen Corebereichen zu unempfindlich ist, die Nachweismöglichkeit für Na-Sieden vergrößert werden. Eine Kombination oder Spezifikation von Überwachungsanordnungen nach Version 4 wäre hierbei vorteilhaft anzuwenden.

### 6.3 Siedennachweis im SNR-300 durch Beobachtung des Neutronenflußrauschens

Für quantitative Untersuchungen zum Siedennachweis im Core des SNR-300 wurden Ergebnisse der Berechnungen des Voidkoeffizienten für den in /19/ angegebenen Coreaufbau herangezogen. Der Corebereich ist aufgeteilt in 11 Ringzonen  $N_R$  mit jeweils  $N_{SUB}$  Subassemblies. Dabei entfallen auf die innere Corezone (Core 1) 9, auf die äußere, höher angereicherte Corezone 2 Ringzonen. Das radiale Blanket wird durch zwei weitere Ringzonen ( $N_R = 12, 13$ ) berücksichtigt. In Abb. 31 ist der Voidkoeffizient für jeweils ein Subassembly der entsprechenden Ringzone dargestellt. Aus Gründen der zeichnerischen Darstellung wurde nicht der Voidkoeffizient aller Ringzonen abgebildet. Der Voidkoeffizient der fehlenden Ringzonen liegt seinem Wert nach jedoch nahe den benachbarten Zonen.

Zur späteren Abschätzung des überwachbaren Corevolumens wurde durch Summation der den einzelnen Maschenpunkten zugehörigen Untervolumen  $V_{ij}$  über alle axialen Nodes  $i$  und alle radialen Ringzonen  $j$ , in denen für den Betrag des Voidkoeffizienten gilt

$$|\alpha_{Na}| \geq |\alpha_{Na}^{\min}|, \quad (6.28)$$

das anteilige Corevolumen  $V_\alpha$  bestimmt:

$$V_\alpha = \frac{\sum_{ij} V_{ij} (|\alpha_{Na}| \geq |\alpha_{Na}^{\min}|)}{V_G} \quad (6.29)$$

mit  $V_G = \sum_{ij} V_{ij}$  Gesamtvolumen des Cores.

In Abb. 32 ist der Verlauf von  $V_\alpha$  als Funktion von  $|\alpha_{Na}^{\min}|$  aufgezeichnet. Dabei ist unterschieden zwischen Gesamtcore (ohne Blanket) und innerer Corezone (Core 1).

Aus den in Abschnitt 6.1.3 berechneten Grenzwerten für den Voidkoeffizienten  $\alpha_{Na}^{\min}$  kann nun in Abb. 32 direkt das überwachbare Corevolumen  $V_\alpha$  abgelesen werden. In Tabelle 7 ist für verschiedene Werte von  $V_{so}$ ,  $S_N$ ,  $t_{\max}$  und  $\sigma_s$  das zugehörige  $V_\alpha$  eingetragen. Daraus ist deutlich abzulesen, daß das Core des SNR-300 zu einem sehr hohen Prozentsatz durch Beobachtung der APSD des Neutronendetektorrauschens auf lokales Na-Sieden hin überwacht werden kann. So werden bei einem Rauschuntergrund von  $S_N = 10^{-9} \text{ Hz}^{-1}$ , wie er an KNK I vorlag, Na-Dampfblasen mit Volumen  $V_{so} \geq 100 \text{ cm}^3$  innerhalb von 30 sec in etwa 90 % des Gesamtcores nachgewiesen. Durch Vergleich der Werte aus Tabelle 4 mit Abb. 31 (Verlauf des Voidkoeffizienten) kann die axiale und radiale Ausdehnung der überwachbaren Corebereiche ermittelt werden. Zur Messung des Neutronenflußrauschens sind die am SNR-300 vorgesehenen Neutronendetektoren geeignet /1/, so daß sie bei entsprechender Auslegung der Meßkanäle auch zur Siedeüberwachung herangezogen werden können.

## 7. Zusammenfassung

Die vorgeschlagenen Nachweismethoden für bandbegrenzte Komponenten in verrauschten Signalen beruhen auf der schnellen Detektion der resultierenden resonanzförmigen Veränderungen in den kontinuierlich überwachten spektralen Leistungsdichten der Meßsignale. Aufgrund der Ergebnisse der vorliegenden Untersuchungen können mit Hilfe der abgeleiteten Nachweisbedingungen alle derartigen Überwachungsprobleme theoretisch behandelt werden. Unter der Voraussetzung nahezu Gauß-verteilter Amplituden der Meßsignale ist es möglich, die Nachweisempfindlichkeit der verschiedenen auf der Kreuz- und Autokorrelationstechnik basierenden Detektionssysteme zu berechnen und miteinander zu vergleichen. Durch Variation analysespezifischer Parameter kann für jedes Nachweisproblem die optimale Überwachungsanordnung ermittelt werden. Hierzu sind als Randbedingungen die folgenden Parameter vorzugeben:

- a) die zulässige Fehlalarmrate
- b) die Nachweiswahrscheinlichkeit
- c) die obere Grenze der zur Verfügung stehenden Nachweiszeit
- d) der zu überwachende Frequenzbereich
- e) die Breite der nachzuweisenden Resonanz
- f) die Kohärenz der untersuchten Rauschsignale

Die abgeleiteten Nachweisbedingungen erlauben insbesondere die Beantwortung der Frage, ob bei Überwachung der spektralen Kreuzleistungsdichte eine höhere Nachweisempfindlichkeit erreicht werden kann als bei alleiniger Beobachtung der spektralen Autoleistungsdichten. Die durchgeführten Parameterstudien zeigten, daß durch Anwendung der Kreuzkorrelationstechnik nur ein geringer Gewinn zu erzielen ist. Diese Gleichwertigkeit der beiden Meßmethoden für Überwachungsprobleme kann folgendermaßen erklärt werden:

Bei der Messung der spektralen Kreuzleistungsdichte wird grundsätzlich nur der korrelierte Anteil aus beiden Rauschsignalen erfaßt. Wegen der Forderung nach kurzen Nachweiszeiten sind die Meßzeiten für die Frequenzspektren ebenfalls klein. Die dadurch bedingten relativen statistischen Fehler sind jedoch in der CPSD wesentlich größer als bei der Bestimmung der spektralen Autoleistungsdichte, so daß insgesamt die sichere Identifizierung der gesuchten Resonanzen mit nahezu gleicher Nachweisempfindlichkeit erfolgt.

Für die behandelten Überwachungsprobleme erwies sich die kombinierte Beobachtung von spektraler Auto- und Kreuzleistungsdichte am geeignetsten. Die resonanzförmigen Änderungen in den spektralen Leistungsdichten werden relativ zu Referenzspektren detektiert, die kontinuierlich über lange Meßzeiten hin ermittelt werden. Durch diese Relativüberwachung wird die Nachweismethode unabhängig vom Betrag und frequenzabhängigen Verlauf der spektralen Leistungsdichten sowie von Langzeitänderungen dieser Größen.

Die entwickelten Überwachungsanordnungen sind für den speziellen Zweck des Nachweises von lokalem Kühlmittelsieden in Na-gekühlten Reaktoren geeignet. Für den SNR-300 wurde nachgewiesen, daß durch Überwachung des Neutronenflußrauschens nahezu das gesamte Reaktorcore überwacht werden kann.

---

Mein Dank gilt Herrn Dr. W. Väth, der durch sorgfältiges und kritisches Lesen des Manuskripts sehr zum Gelingen der vorliegenden Niederschrift beigetragen hat.

Referenzen

- /1/ Ehrhardt J.:  
Detektion oszillatorischer Komponenten in verrauschten Signalen  
und Anwendung zum schnellen Nachweis von Kühlmittelsieden in  
natriumgekühlten Reaktoren  
KFK 2158 (1975)
- /2/ Blackman R.B., Tukey J.W.:  
The Measurement of Power Spectra  
Dover Publications, Inc., New York (1959)
- /3/ Cooley J.W., Tukey J.W.:  
An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series  
Math. Comput., Vol. 19, 297 (April 1965)
- /4/ Jenkins G.M., Watts D.G.:  
Spectral Analysis and Its Applications  
Holden-Day, Inc., San Francisco (1968)
- /5/ Graf, Henning, Stange:  
Formeln und Tabellen der mathematischen Statistik  
Springer Verlag, Berlin (1966)
- /6/ Bendat J.S., Piersol A.G.:  
Measurement and Analysis of Random Data  
John Wiley and Sons, Inc., New York (1966)
- /7/ Carter G.C., Knapp C.H., Nuttall A.H.:  
Statistics of the Estimate of the Magnitude-Coherence Function  
IEEE Trans. on Audio and El.ac., August 1973, S. 388-389
- /8/ Whalen A.D.:  
Detection of Signals in Noise  
Academic Press, Inc., New York (1971)

- /9/ Giloi W.:  
Simulation und Analyse stochastischer Vorgänge  
Oldenburg-Verlag, München (1967)
- /10/ Ehrhardt J., Massier H.:  
Überwachungsgerät für den schnellen Nachweis oszillatorischer  
Komponenten in verrauschten Signalen  
KFK 2159 (1976)
- /11/ Le Guillou G., Berger R., Brunet M.:  
Boiling Detection in Fast Reactors by Noise Analysis.  
Studies Performed in France.  
Specialists Meeting on Reactor Noise (SMORN II), Gatlinburg (USA)  
19. - 23. September 1977
- /12/ Krebs L., Weinkötz G.:  
Detection of Local Boiling in an LMFBR Subassembly by Temperature  
Fluctuations Analysis at the Outlet  
Specialists Meeting on Reactor Noise (SMORN II), Gatlinburg (USA),  
19. - 23. September 1977
- /13/ Brook A.J., Huber F., Pepler W.:  
Temperature Distribution and Local Boiling Behind a Central  
Blockage in a Simulated FBR-Subassembly  
Int. Meeting on Fast Reactor Safety and Related Physics.  
Chicago, 17-2 (1976)
- /14/ Hoppé P.:  
Untersuchungen zur Anwendbarkeit der Neutronenflußrauschenanalyse  
als Methode der Schadenfrüherkennung für natriumgekühlte Reaktoren  
KFK-Bericht, wird veröffentlicht
- /15/ Wach D.:  
Ein neues Meßmodell der Neutronenflußkreuzleistungsdichte zur  
Identifizierung von Rauschquellen in Leistungsreaktoren  
Dissertation, Techn. Universität München, 1976

- /16/ Fry D.N.:  
Experience in Reactor Malfunction Diagnosis Using  
On-Line Noise Analysis  
Nucl. Techn., 10, 273 (1971)
- /17/ Batch M.L., Klickman A.E.:  
Evaluation of Noise Analysis for the Enrico Fermi Reactor  
APDA-NTS 13 (1968)
- /18/ Edelman M.:  
persönliche Mitteilung
- /19/ Heusener G., Kessler G., Lauber H.:  
Analysis of Hypothetical Accidents for SNR-300  
KFK 1834 (1973)
- /20/ Massier H.:  
NOASYS, ein System zur on-line Analyse von Rauschsignalen  
KFK 2585 (1978)
- /21/ Rohrbacher H.A., Aberle J.:  
Akustische Messungen im KNK I-Reaktor  
KFK 2156 (1975)
- /22/ Wright S.A., Albrecht R.W., Edelman M.F.:  
Cross Correlation of Neutronic and Acoustic Noise Signals  
from Local Boiling  
KFK 2069 (1974)

## Verzeichnis der Tabellen

- 1 Statistische Kenngrößen der Schwankungen der Spektralwerte am Ort der Störresonanz
- 2 Statistische Kenngrößen der Nachweisdauer
- 3 Normierte spektrale Leistungsdichte des Neutronenflußrauschens an verschiedenen Reaktoren
- 4  $\rho_{\text{eff}}^{\text{min}}$  bei verschiedenen Parameterwerten
- 5  $\alpha_{\text{Na}}^{\text{min}}$  bei verschiedenen Parameterwerten
- 6 Grenzwerte für das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis im zweiten Meßsignal zum Nachweis von Na-Sieden mittels Kreuzkorrelation mit dem Neutronenflußrauschen
- 7 Überwachbarer Corebereich im SNR-300 bei Überwachung des Neutronenflußrauschens

Tabelle 1 Statistische Kenngrößen der Schwankungen in der CPSD am Ort der Störresonanz

$W_{RX}$	Z	m	$W_{RX} \frac{a(m)}{2m+1}$	$\gamma_R$ Theorie	$k_R$ Theorie	$k_R$ Experiment
3.1	16	0	0.4584	0.3143	14.85	14.14
		2	0.3901	0.2806	65.30	65.60
		4	0.2975	0.2293	97.17	96.25
		6	0.2259	0.1843	120.97	118.23
	32	0	0.4584	0.3143	25.83	29.68
		2	0.3901	0.2806	108.69	121.23
		4	0.2975	0.2293	146.80	170.07
		6	0.2259	0.1843	162.88	187.71
	64	0	0.4584	0.3143	48.65	42.79
		2	0.3901	0.2806	200.75	248.52
		4	0.2975	0.2293	257.62	313.45
		6	0.2259	0.1843	262.78	337.55
10.5	16	0	1.5526	0.6082	35.45	35.42
		2	1.3213	0.5692	162.77	168.11
		4	1.0077	0.5019	247.80	265.92
		6	0.7652	0.4335	293.16	312.53
	32	0	1.5526	0.6082	69.91	81.49
		2	1.3213	0.5692	318.81	330.10
		4	1.0077	0.5019	478.29	473.66
		6	0.7652	0.4335	553.62	522.33
	64	0	1.5526	0.6082	138.98	139.06
		2	1.3213	0.5692	631.70	670.31
		4	1.0077	0.5019	941.31	940.05
		6	0.7652	0.4335	1079.03	998.30

$\hat{\gamma}_u = 0.0, \quad 2\sigma = 11.2 \text{ Hz}, \quad M = 64, \quad M' = 46, \quad \Delta t = 0.003906 \text{ sec}$

Tabelle 2 Statistische Kenngrößen der Nachweisdauer

$W_{RX}$	$\hat{\gamma}_u$	m	$t_{max}$ [sec]	$W_D$ [%]		$\bar{t}_D$ [sec]		RF [%]	
				theor.	exp.	theor.	exp.	theor.	exp.
3.585	0	3	35	99.25	100.0	21.58	19.7	22.46	21.33
4.366	0	4	25	99.50	99.7	13.36	12.13	25.42	27.50
5.828	0	4	15	99.40	100.0	7.09	6.53	29.25	29.84
6.190	0	6	15	99.45	99.95	9.26	8.19	21.69	23.29
7.414	0	1	15	97.94	99.56	9.22	8.26	26.98	24.92
2.815	0.2	4	45	99.44	100.0	24.04	21.95	26.42	26.07
5.400	0.2	4	15	99.65	99.87	8.47	8.39	23.77	25.49
5.885	0.2	2	15	99.20	99.70	8.64	8.35	25.34	26.07
3.000	0.5	3	45	99.30	99.89	23.23	20.74	28.32	26.78
3.434	0.5	3	35	99.35	99.89	19.27	17.71	26.29	26.40
5.732	0.5	3	15	99.35	99.65	8.36	8.43	26.05	26.72
7.711	0.5	1	15	98.75	100.0	8.25	7.35	28.82	28.70
3.795	1.0	3	45	99.45	99.85	22.52	20.67	28.55	26.59
4.238	1.0	3	35	99.20	99.53	19.16	19.04	27.18	25.21
6.993	1.0	3	15	99.10	99.12	8.38	8.72	27.12	27.64
9.209	1.0	1	15	98.20	99.89	8.27	7.48	30.55	28.06

$M = 64, M' = 46, \Delta t = 0.003906, F = 0.1a^{-1}, 2\sigma = 11.2 \text{ Hz}$

**Tabelle 3** Normierte spektrale Leistungsdichte des Neutronenflußrauschens an verschiedenen Reaktoren

Reaktor	Referenz	$S_N(f)$ in	$S_D(f)$	dominiert ab $\approx$
		$\Delta F = 2 \div 20 \text{ Hz } [\text{Hz}^{-1}]$	$[\text{Hz}^{-1}]$	
KNK I	/14/	$2 \cdot 10^{-9} \div 7 \cdot 10^{-10}$	$5 \cdot 10^{-10}$	10 Hz
FR 2	/1/	$6 \cdot 10^{-9} \div 10^{-10}$	--	--
STADE	/15/	$2 \cdot 10^{-8} \div 4 \cdot 10^{-10}$	$3 \cdot 10^{-10}$	20 Hz
HFIR	/16/	$10^{-8} \div 5 \cdot 10^{-10}$	$4 \cdot 10^{-10}$	20 Hz
FERMI	/17/	durch Extrapolation $- 10^{-8}$	--	--
PHENIX	/18/	$10^{-8}$	$10^{-8}$	1 Hz

**Tabelle 4**  $\rho_{\text{eff}}^{\text{min}}$  bei verschiedenen Parameterwerten

$S_N$ $[\text{Hz}^{-1}]$	$\rho_{\text{eff}}^{\text{min}} [10^{-4} \text{ \$}]$			
	$t_{\text{max}} = 30 \text{ sec}$		$t_{\text{max}} = 270 \text{ sec}$	
	$2\sigma_s = 0.5 \text{ Hz}$	$2\sigma_s = 2 \text{ Hz}$	$2\sigma_s = 0.5 \text{ Hz}$	$2\sigma_s = 2 \text{ Hz}$
$10^{-7}$	5.37	6.75	2.63	3.47
$10^{-8}$	1.70	2.13	0.83	1.10
$10^{-9}$	0.54	0.67	0.26	0.35
$10^{-10}$	0.17	0.21	0.08	0.11

$M = 64, M' = 46, \Delta t = 0.02 \text{ sec}, F = 0.1 \text{ a}^{-1}, W_D = 0.99$

Tabelle 5  $\alpha_{Na}^{\min}$  bei verschiedenen Parameterwerten

		$\alpha_{Na}^{\min} [10^{-6} \text{ } \$/\text{cm}^3 \text{ Na}]$			
$V_{so}$ [cm <sup>3</sup> ]	$S_N$ [Hz <sup>-1</sup> ]	$t_{\max} = 30 \text{ sec}$		$t_{\max} = 270 \text{ sec}$	
		$2\sigma_s = 0.5 \text{ Hz}$	$2\sigma_s = 2 \text{ Hz}$	$2\sigma_s = 0.5 \text{ Hz}$	$2\sigma_s = 2 \text{ Hz}$
50	$10^{-8}$	9.61	12.08	4.71	6.21
	$10^{-9}$	3.04	3.82	1.49	1.96
100	$10^{-8}$	4.80	6.04	2.35	3.10
	$10^{-9}$	1.52	1.91	0.74	0.98
150	$10^{-8}$	3.20	4.02	1.57	2.07
	$10^{-9}$	1.01	1.27	0.50	0.65
200	$10^{-8}$	2.40	3.02	1.18	1.55
	$10^{-9}$	0.76	0.95	0.37	0.49
300	$10^{-8}$	1.60	2.01	0.78	1.03
	$10^{-9}$	0.51	0.64	0.25	0.33

$M = 64, M' = 46, \Delta t = 0.02 \text{ sec}, F = 0.1 \text{ a}^{-1}, W_D = 0.99$

Tabelle 6 Grenzwerte für das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis im zweiten Meßsignal zum Nachweis von Na-Sieden mittels Kreuzkorrelation

$t_{\max}$ [sec]	$\hat{W}_{RY}$		
	$2\sigma_s = 0.5 \text{ Hz}$	$2\sigma_s = 2 \text{ Hz}$	$2\sigma_s = 4 \text{ Hz}$
30	4.18	6.29	9.20
90	2.22	3.81	5.46
150	1.67	2.98	4.26
210	1.39	2.50	3.61
270	1.21	2.20	3.18

$M = 64, M' = 46, \Delta t = 0.02 \text{ sec}, F = 0.1 \text{ a}^{-1}, W_D = 0.99$

Tabelle 7 Überwachbarer Corebereich im SNR-300 bei Überwachung  
des Neutronenflußrauschens

$V_{\alpha}$  [%] (Gesamtcore SNR-300)

$V_{so}$ [cm <sup>3</sup> ]	$S_N$ [Hz <sup>-1</sup> ]	$t_{max} = 30 \text{ sec}$		$t_{max} = 270 \text{ sec}$	
		$2\sigma_s = 0.5 \text{ Hz}$	$2\sigma_s = 2 \text{ Hz}$	$2\sigma_s = 0.5 \text{ Hz}$	$2\sigma_s = 2 \text{ Hz}$
50	$10^{-8}$	35.0	27.5	75.0	67.5
	$10^{-9}$	83.0	79.5	91.5	89.0
100	$10^{-8}$	74.5	68.5	86.5	83.0
	$10^{-9}$	91.5	89.0	96.0	94.5
150	$10^{-8}$	82.5	78.5	91.5	88.0
	$10^{-9}$	94.5	93.0	97.0	96.0
200	$10^{-8}$	84.5	83.0	93.5	92.5
	$10^{-9}$	96.0	95.0	98.0	97.0
300	$10^{-8}$	91.0	88.5	95.5	94.5
	$10^{-9}$	97.0	96.5	98.5	98.0

$M = 64, M' = 46, \Delta t = 0.02 \text{ sec}, F = 0.1 \text{ a}^{-1}, W_D = 0.99$

Verzeichnis der Abbildungen

- 1 Detektionsschwelle und Fehlalarmrate
- 2 Detektionsschwelle und Nachweiswahrscheinlichkeit
- 3 Nachweiswahrscheinlichkeit und Nachweisdauer
- 4 Detektionsschwelle und Kohärenz
- 5 Gewinnfunktion in Abhängigkeit von der maximal zulässigen Nachweiszeit
- 6 Detektionsschwelle und maximal zulässige Nachweiszeit
- 7 Maximal zulässige Nachweisdauer und optimale Mittelungskonstante
- 8 Detektionsschwelle und Resonanzbreite
- 9 Detektionsschwelle als Funktion der zu überwachenden Punktzahl
- 10 Detektionsschwelle und Frequenzauflösung:  $\Delta t$ -Abhängigkeit
- 11 Detektionsschwelle und Frequenzauflösung:  $M$ -Abhängigkeit
- 12 Detektionsschwelle und Mittelungskonstante
- 13 Meßanordnung zur Überprüfung der theoretischen Ergebnisse
- 14 Lebensdauer statistischer Resonanzen in Abhängigkeit von der Mittelungskonstanten
- 15 Fehlalarmwahrscheinlichkeit und Mittelungskonstante

- 16 Fehllalarmwahrscheinlichkeit als Funktion der Kohärenz und der Summationsgrenzen
- 17 Zeitverhalten der Störresonanz
- 18 Amplitudenverteilung der Störresonanz in der PSD
- 19 Nachweiswahrscheinlichkeitsverteilung
- 20 Nachweiswahrscheinlichkeitsverteilung
- 21 Überwachungsanordnung, Version 1 und 2
- 22 Überwachungsanordnung, Version 3
- 23 Überwachungsanordnung, Version 4
- 24 Detektionsschwellen der unterschiedlichen Versionen als Funktion der Nachweiszeit
- 25 Graphischer Vergleich der Versionen 1 - 4
- 26 Spektrale Leistungsdichte des Neutronendetektorrauschens an der KNK I
- 27 Detektionsschwelle und Kohärenz beim Siedenachweis
- 28 Detektionsschwelle und Resonanzbreite beim Siedenachweis
- 29 Detektionsschwellen der Versionen 1 - 4 als Funktion der Nachweiszeit beim Siedenachweis
- 30 Die Funktion  $\Omega(1,1;\hat{\gamma}_u,n)$  in Abhängigkeit von der Kohärenz
- 31 Voidkoeffizient im Core des SNR-300
- 32 Corevolumen und Voidkoeffizient des SNR-300

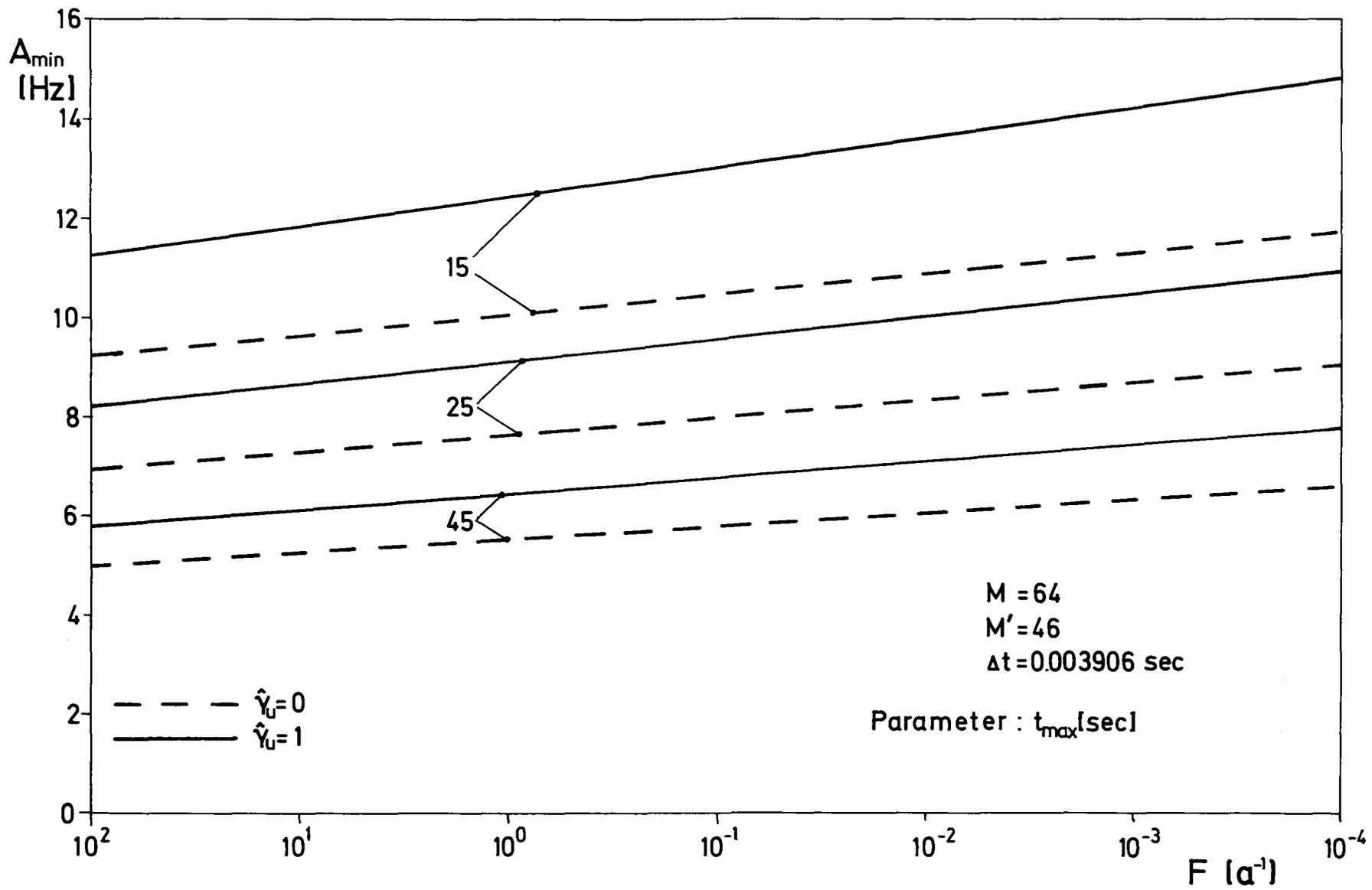


Abb. 1 Detektionsschwelle und Fehlalarmrate

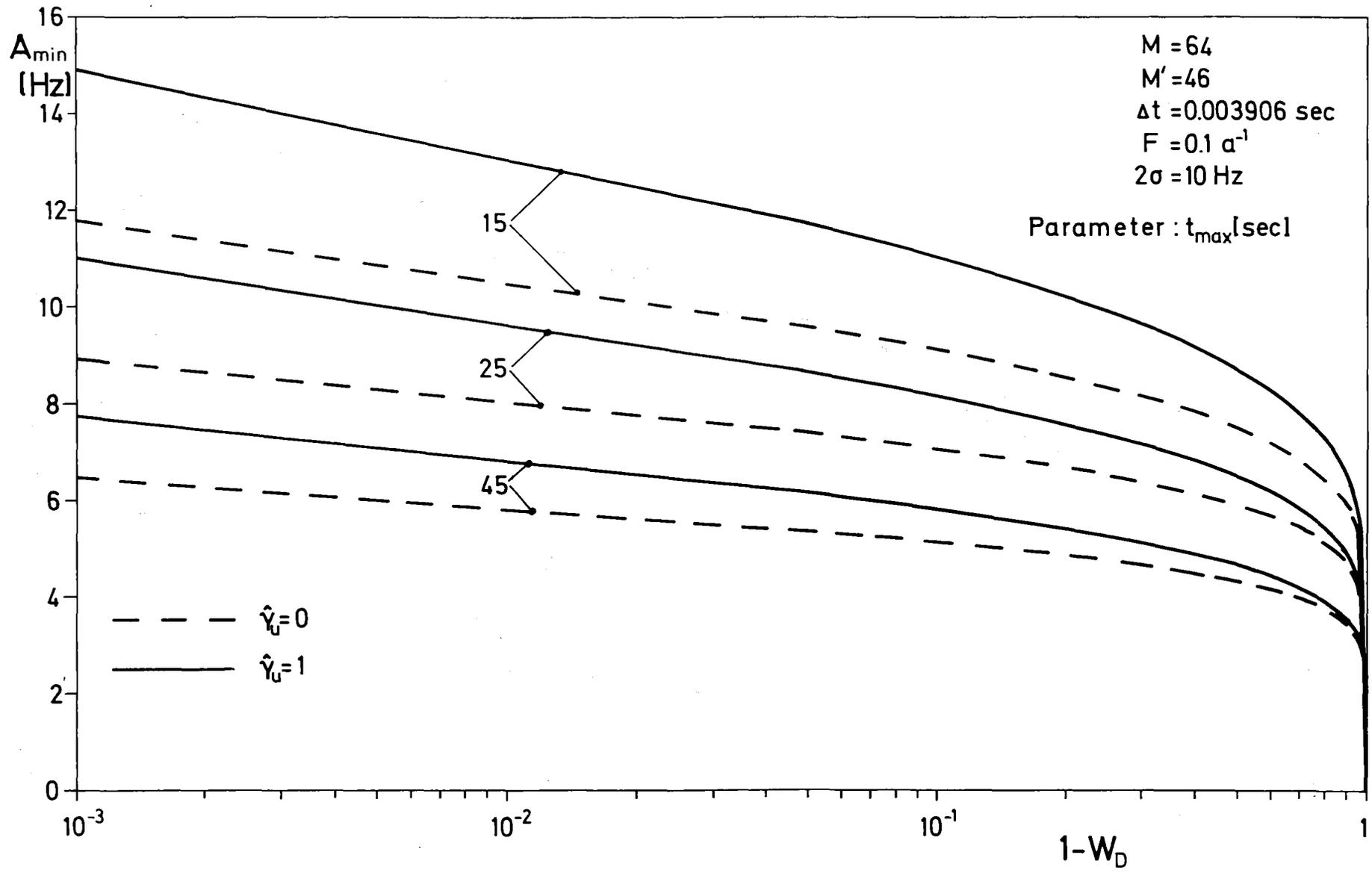


Abb. 2 Detektionsschwelle und Nachweiswahrscheinlichkeit

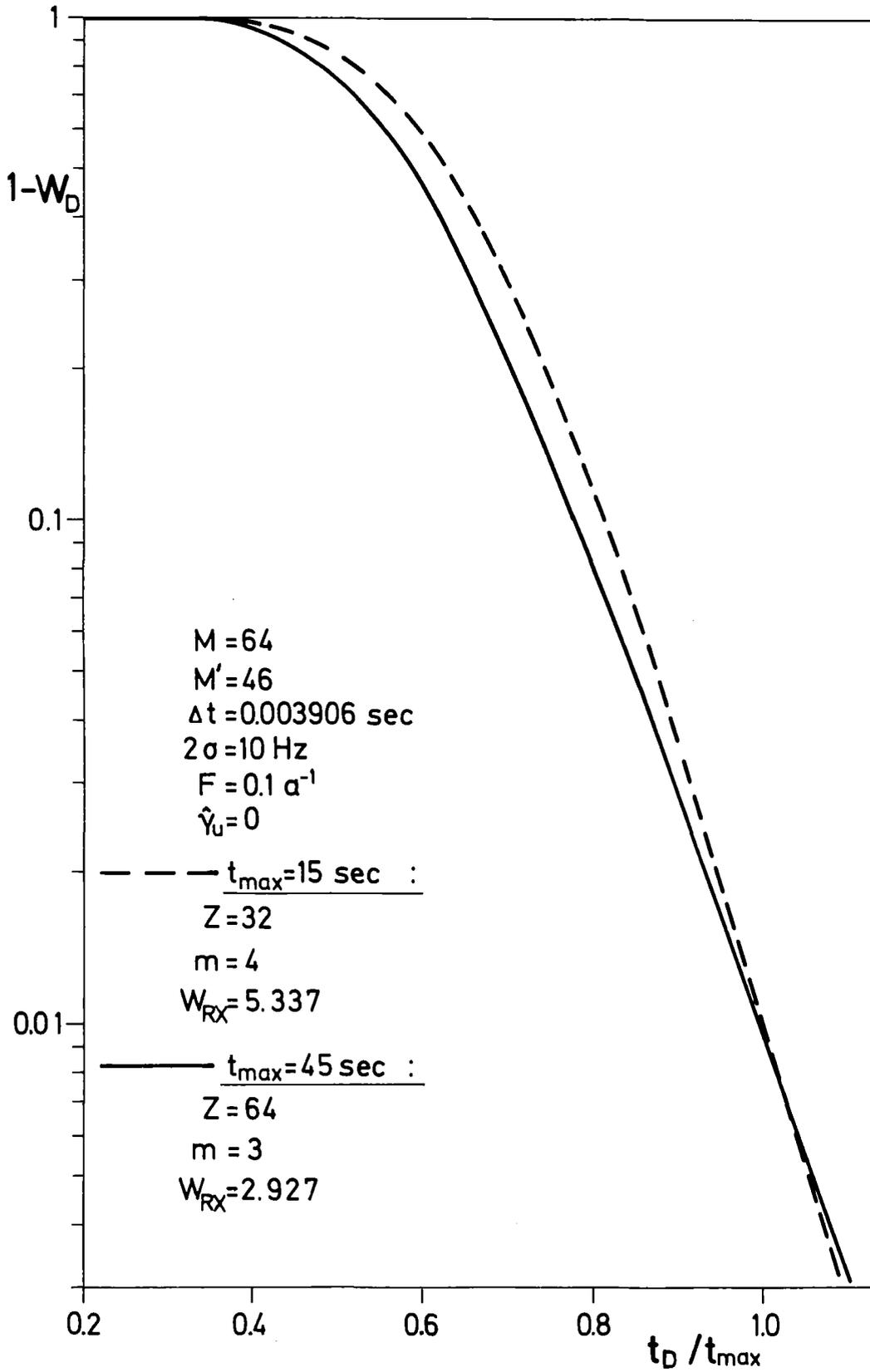


Abb. 3 Nachweiswahrscheinlichkeit und Nachweisdauer

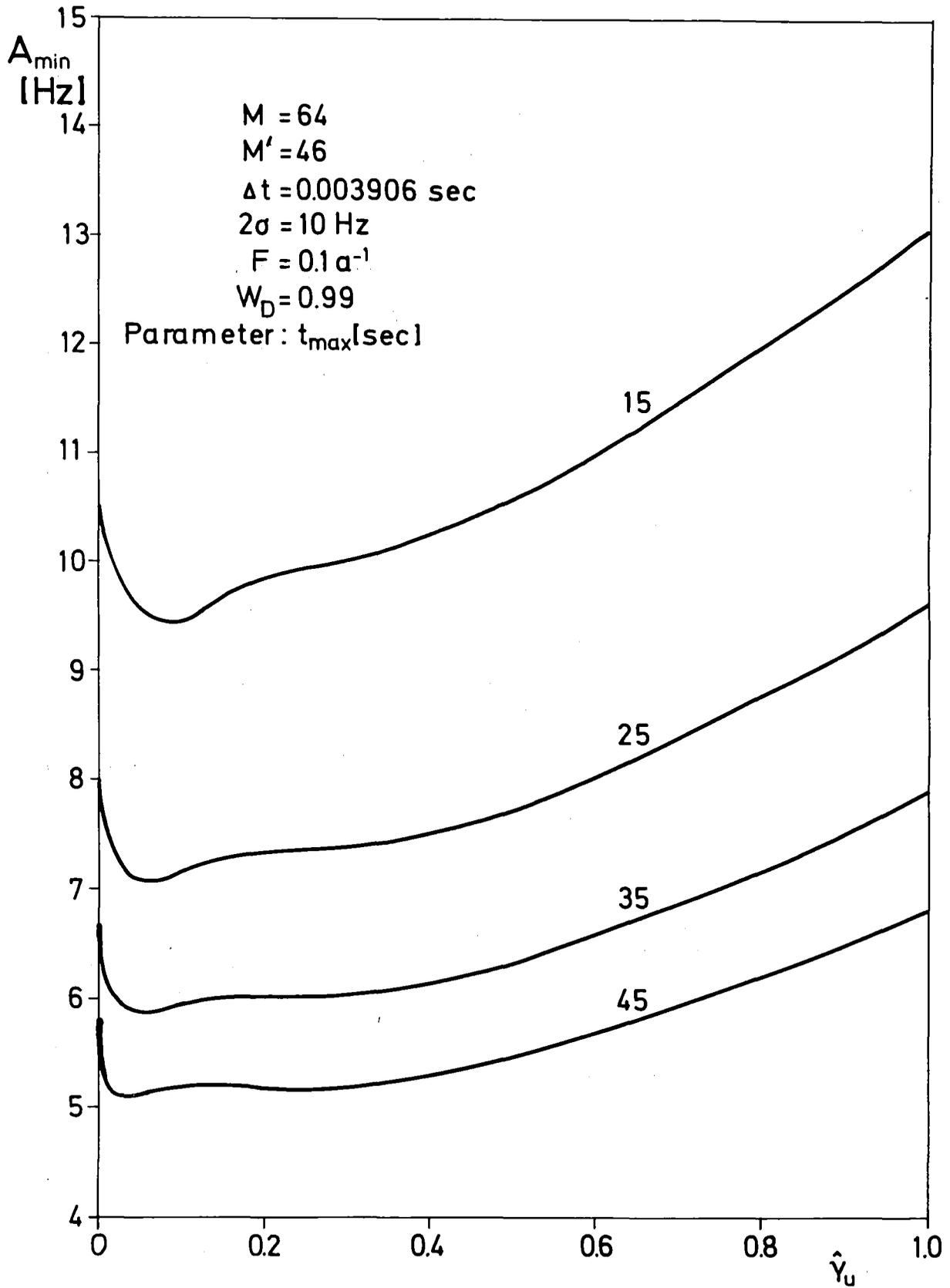


Abb. 4 Detektionsschwelle und Kohärenz

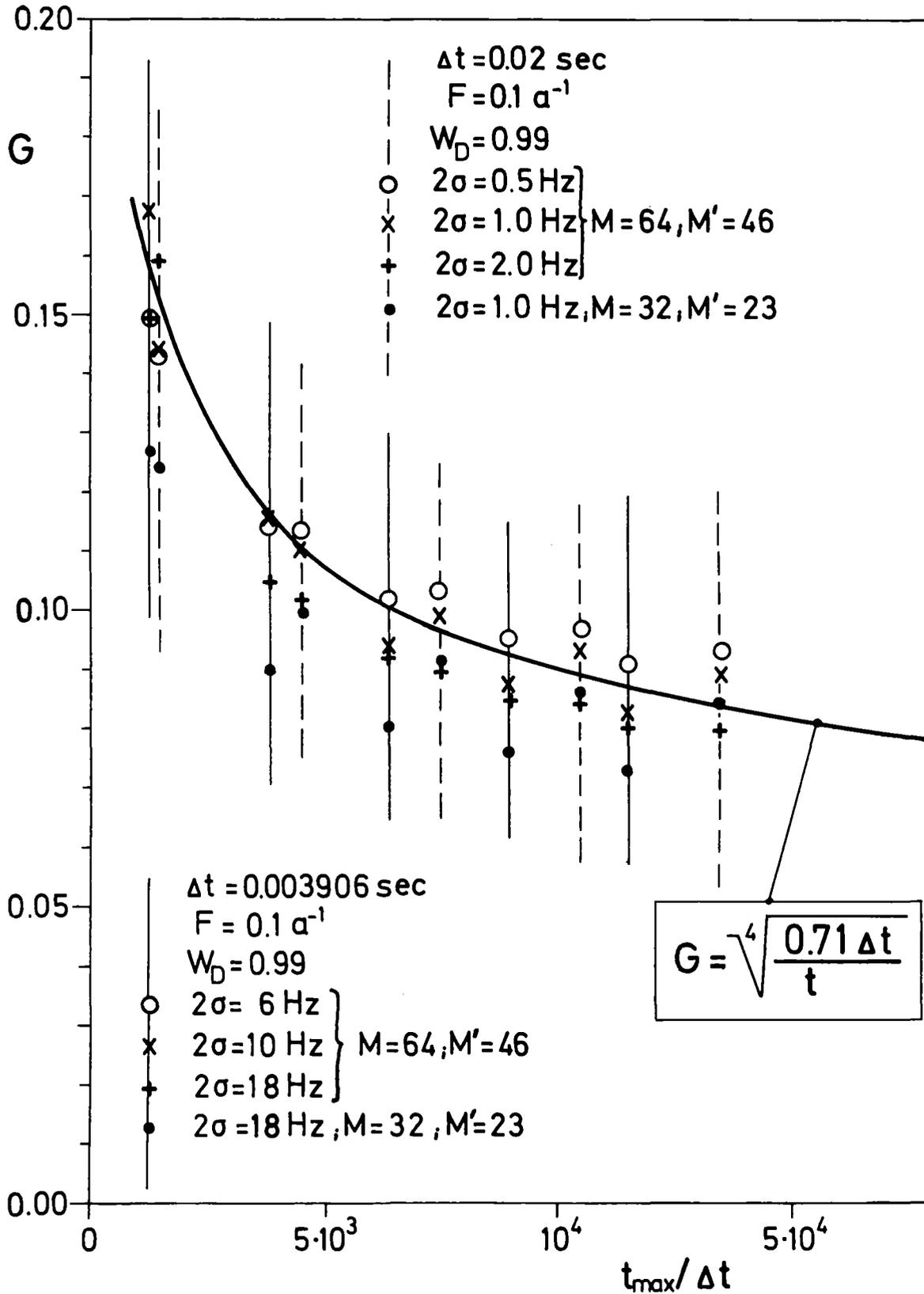


Abb. 5 Gewinnfunktion in Abhängigkeit von der maximal zulässigen Nachweiszeit

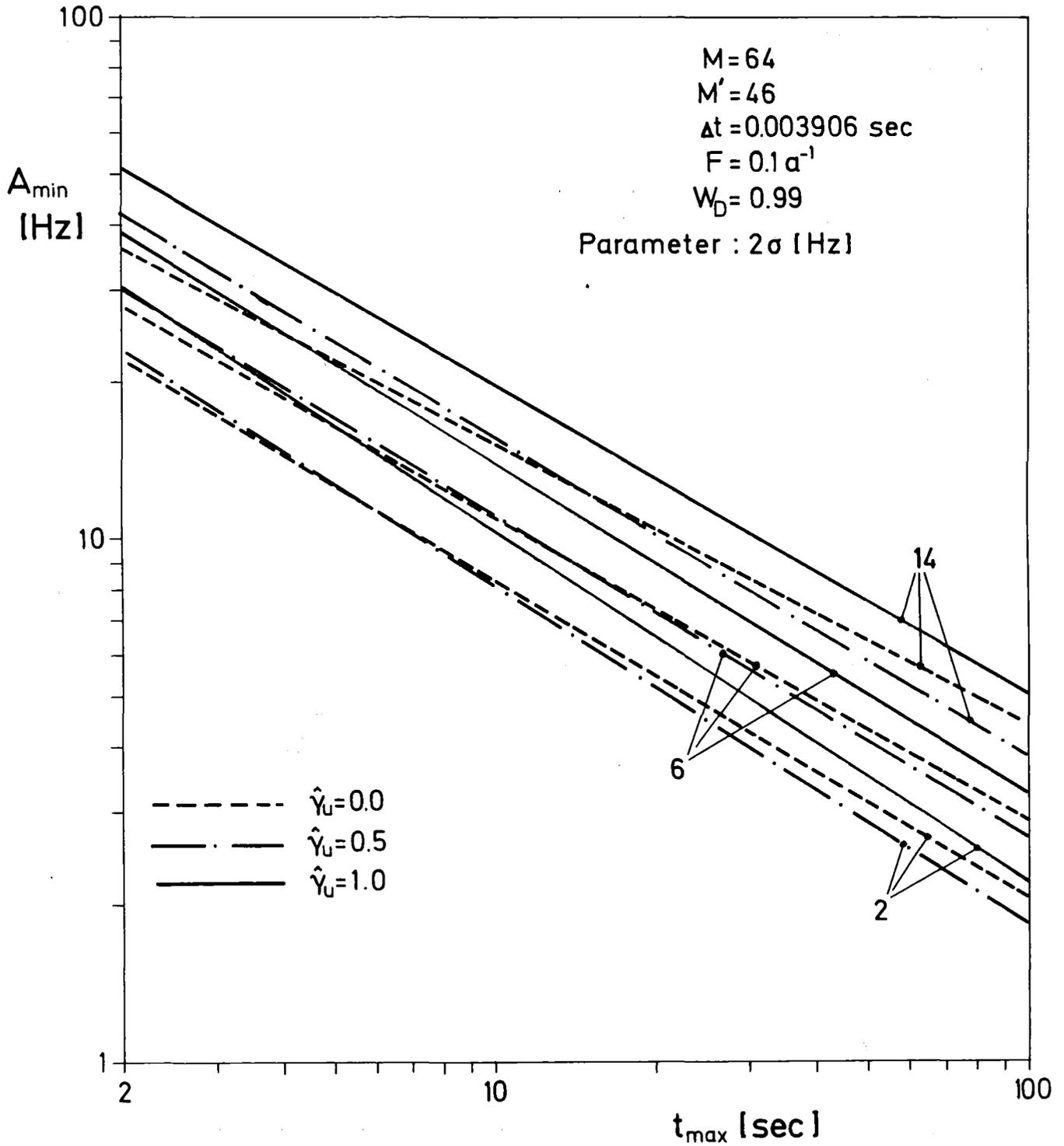


Abb. 6 Detektionsschwelle und maximal zulässige Nachweiszeit

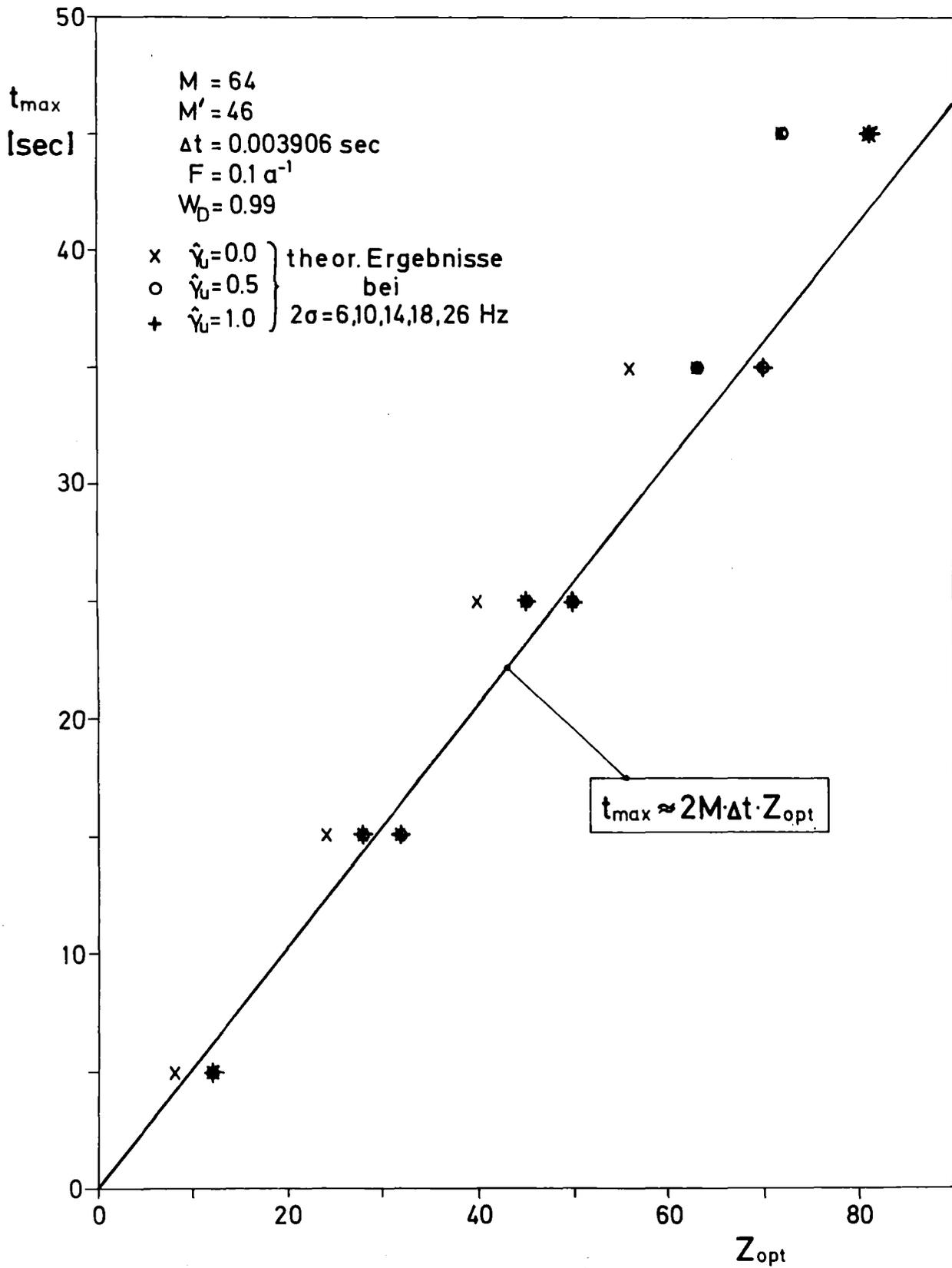


Abb. 7 Maximal zulässige Nachweisdauer und optimale Mittelungskonstante

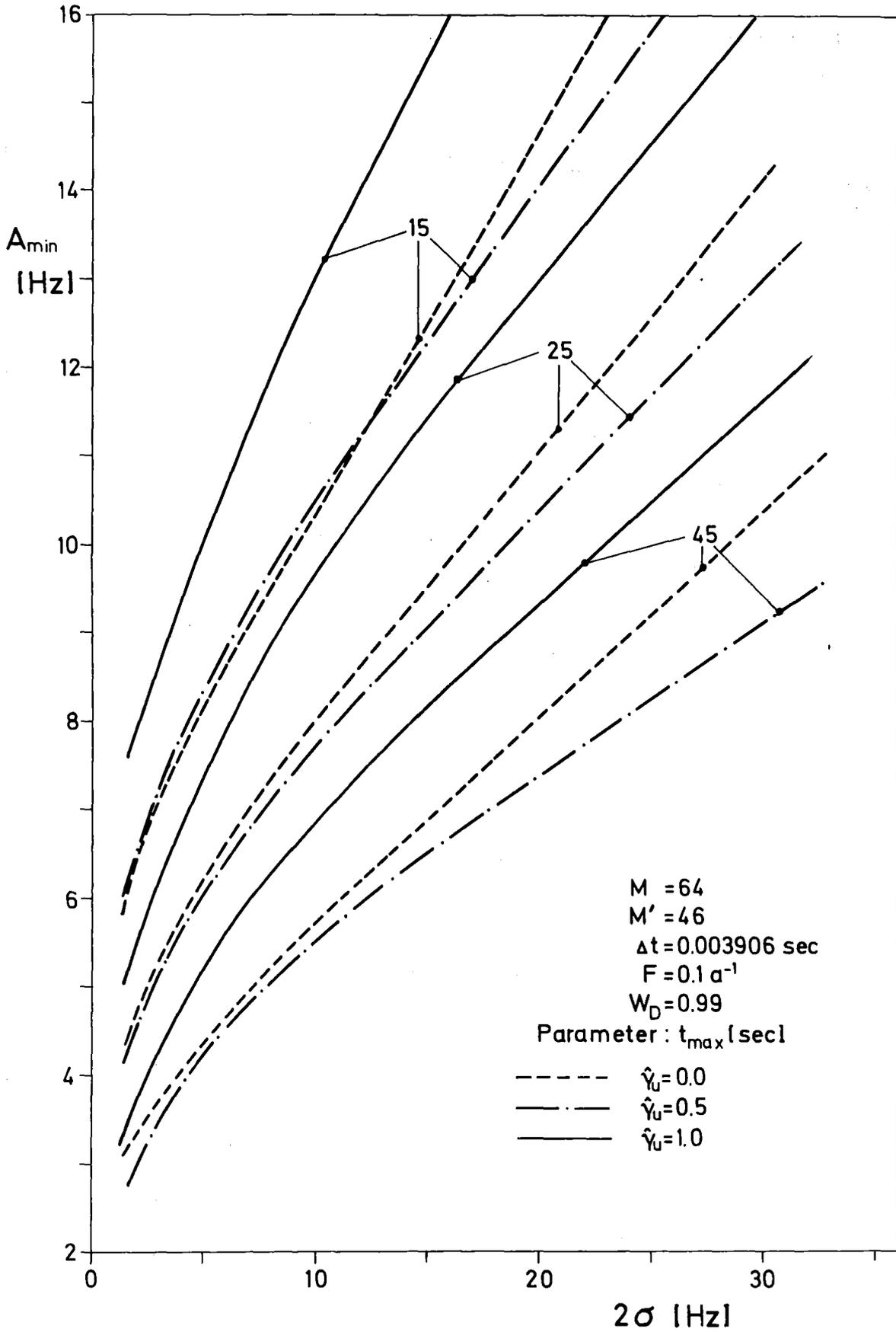


Abb. 8 Detektionsschwelle und Resonanzbreite

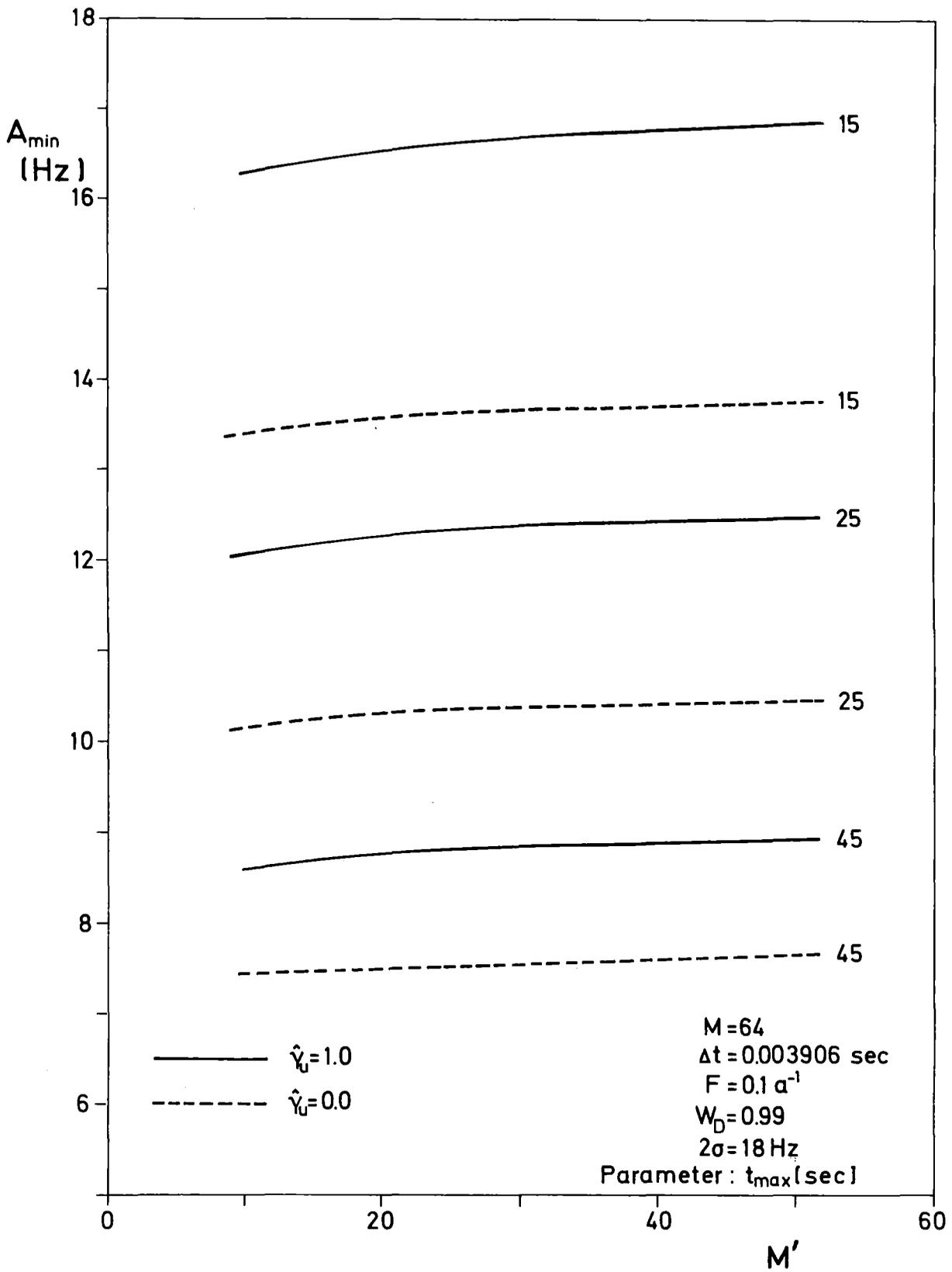


Abb. 9 Detektionsschwelle als Funktion der zu überwachenden Punktzahl

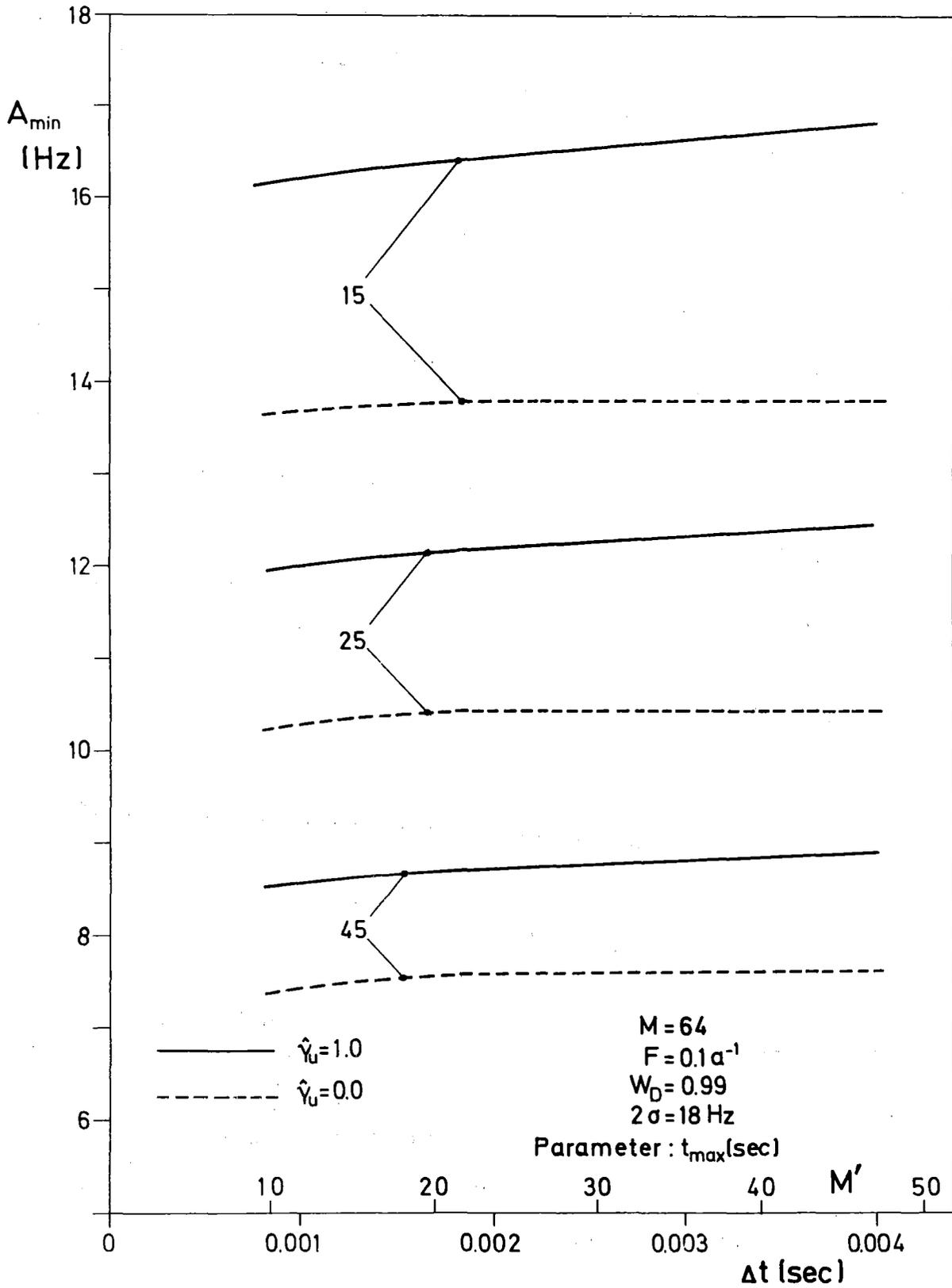


Abb. 10 Detektionsschwelle und Frequenzauflösung:  $\Delta t$ -Abhängigkeit

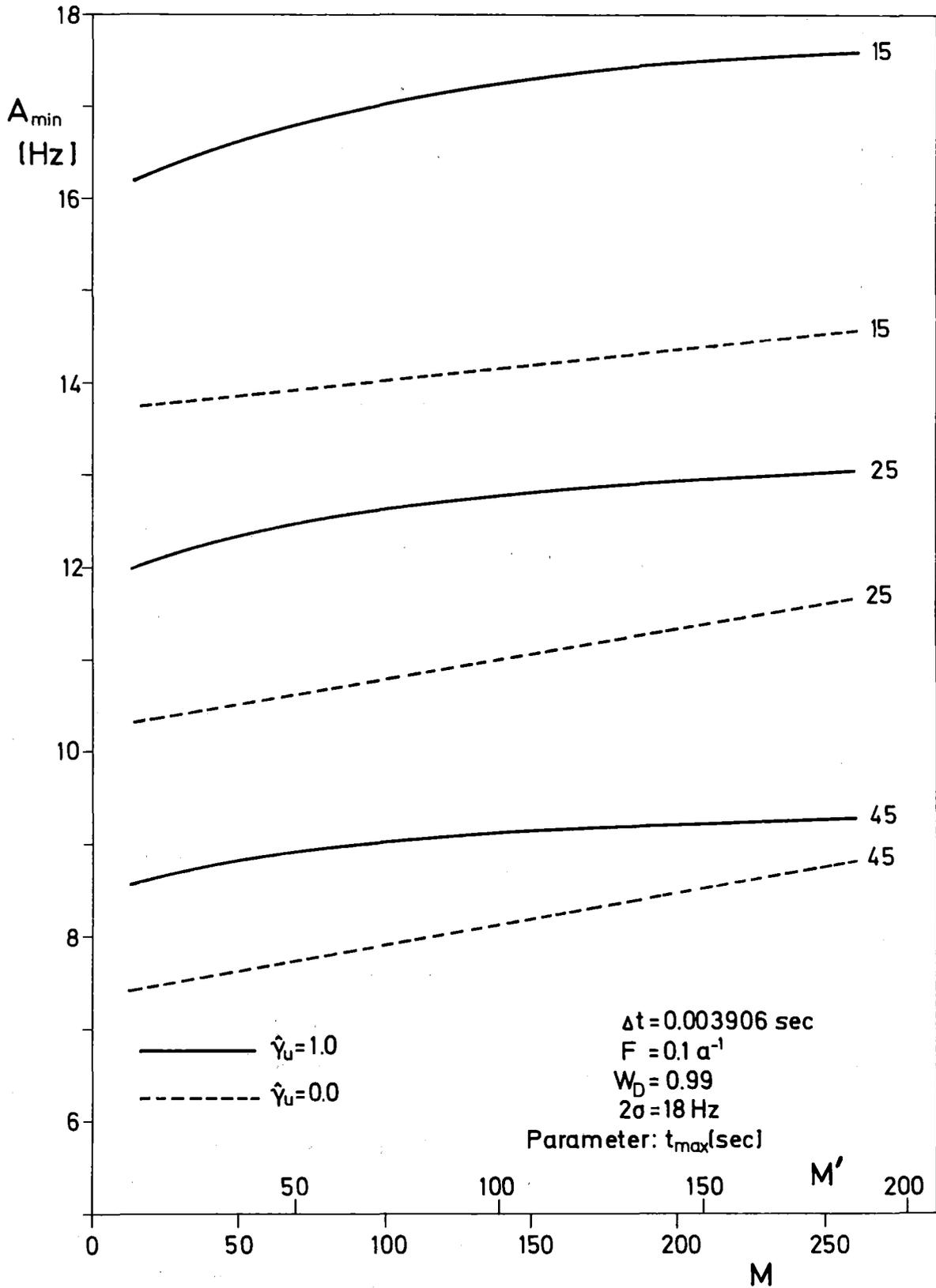


Abb. 11 Detektionsschwelle und Frequenzauflösung: M-Abhängigkeit

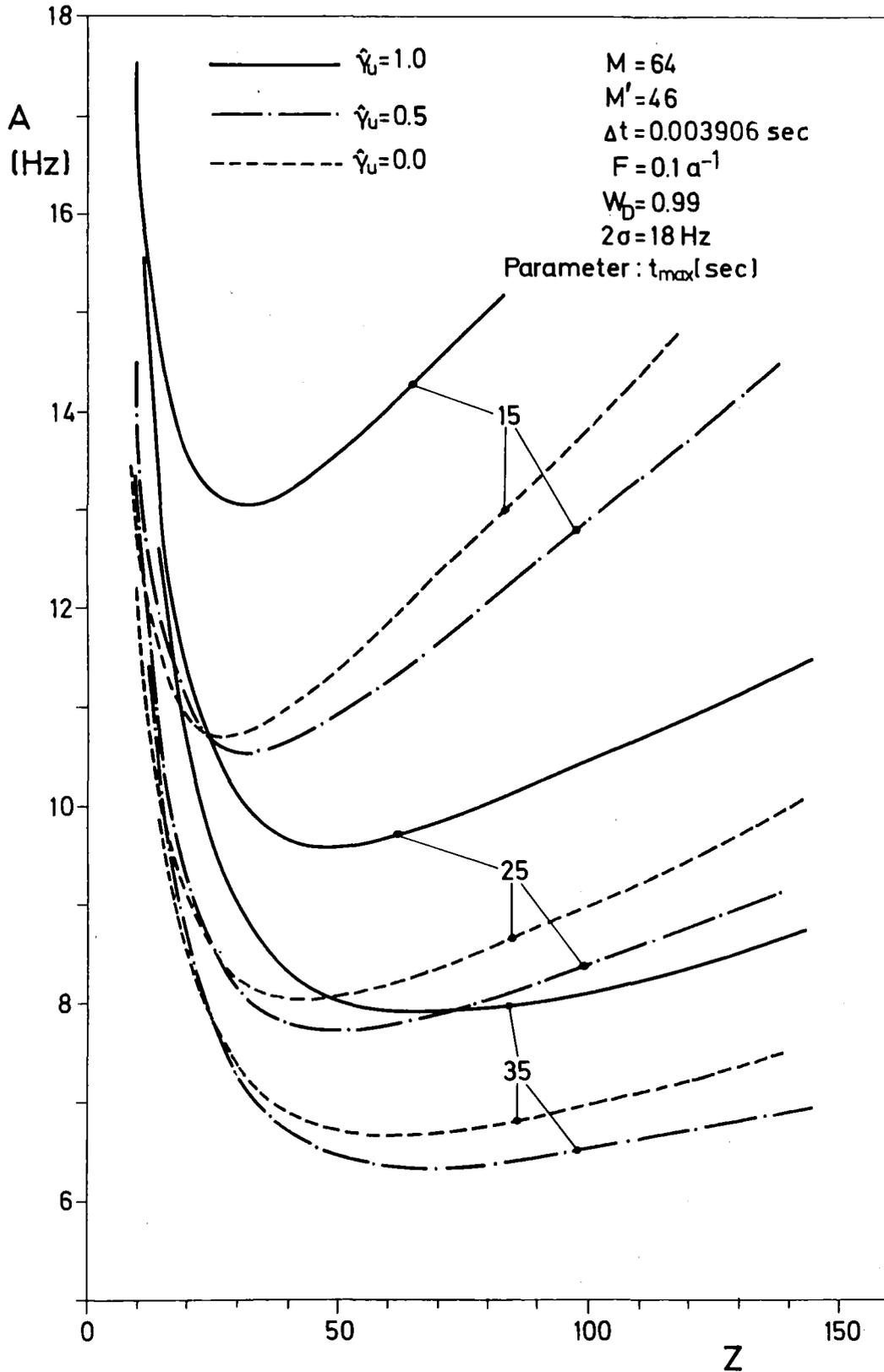


Abb. 12 Detektionsschwelle und Mittelungskonstante

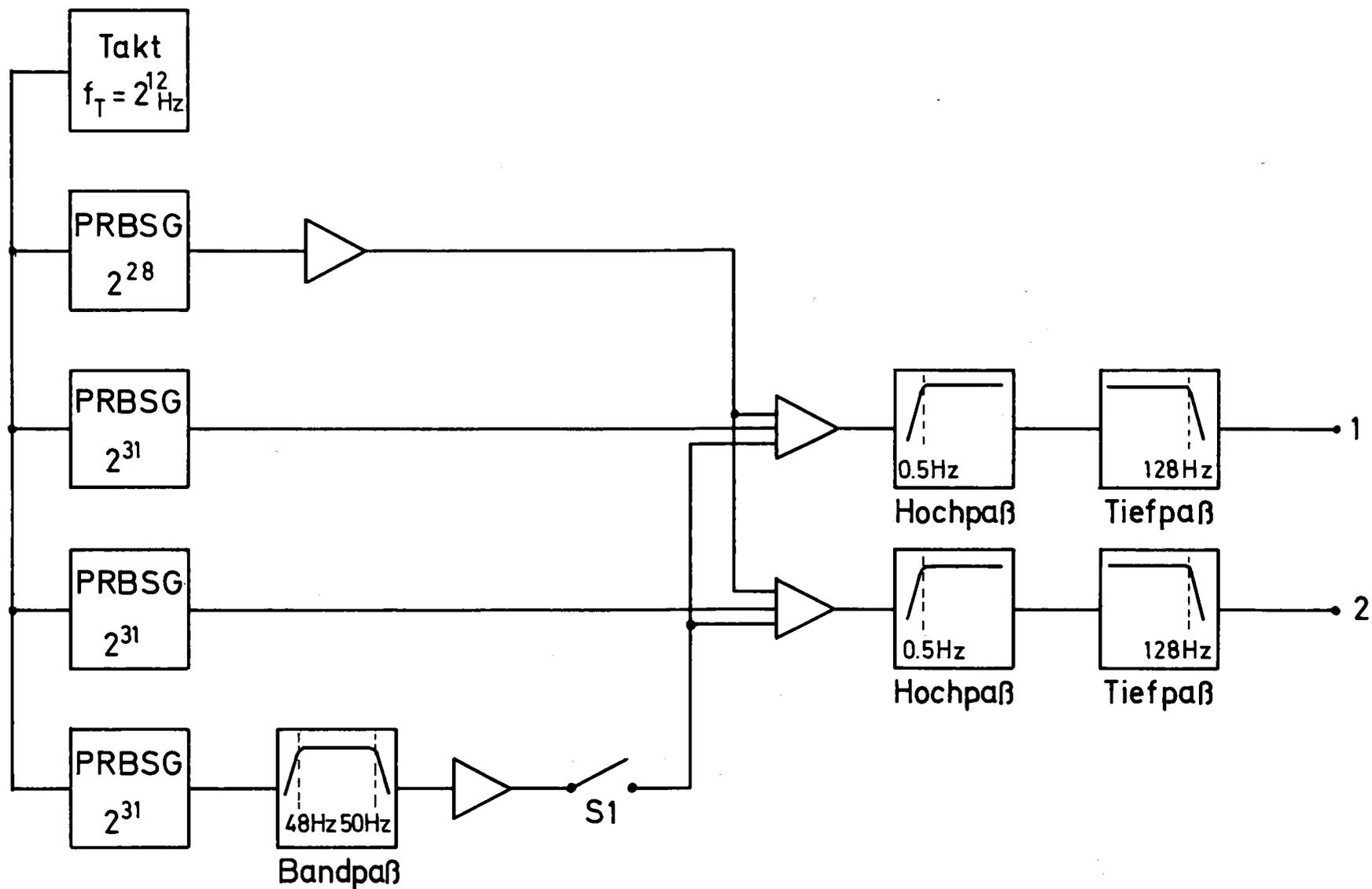


Abb. 13 Meßanordnung zur Überprüfung der theoretischen Ergebnisse

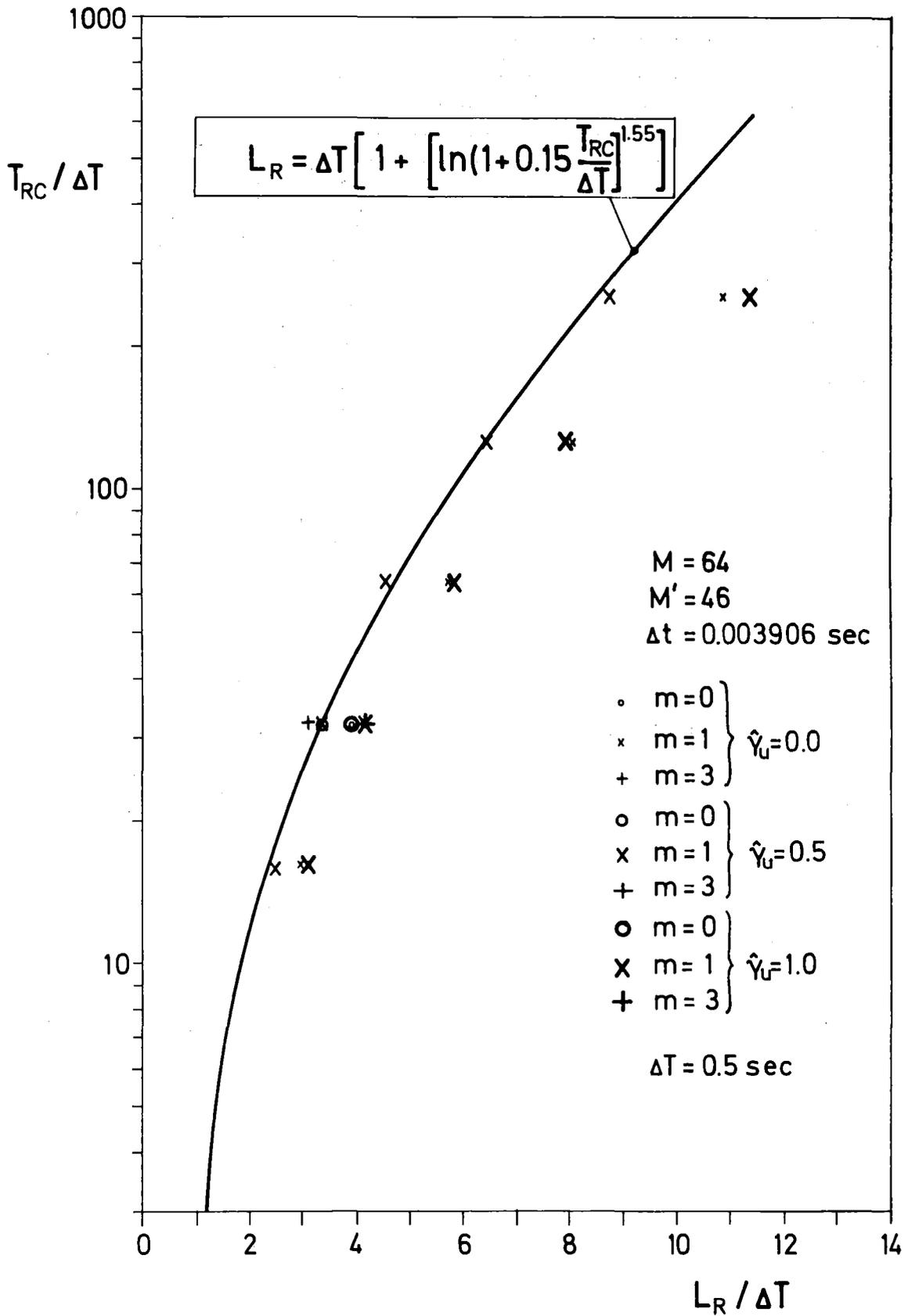


Abb. 14 Lebensdauer statistischer Resonanzen in Abhängigkeit von der Mittelungskonstanten

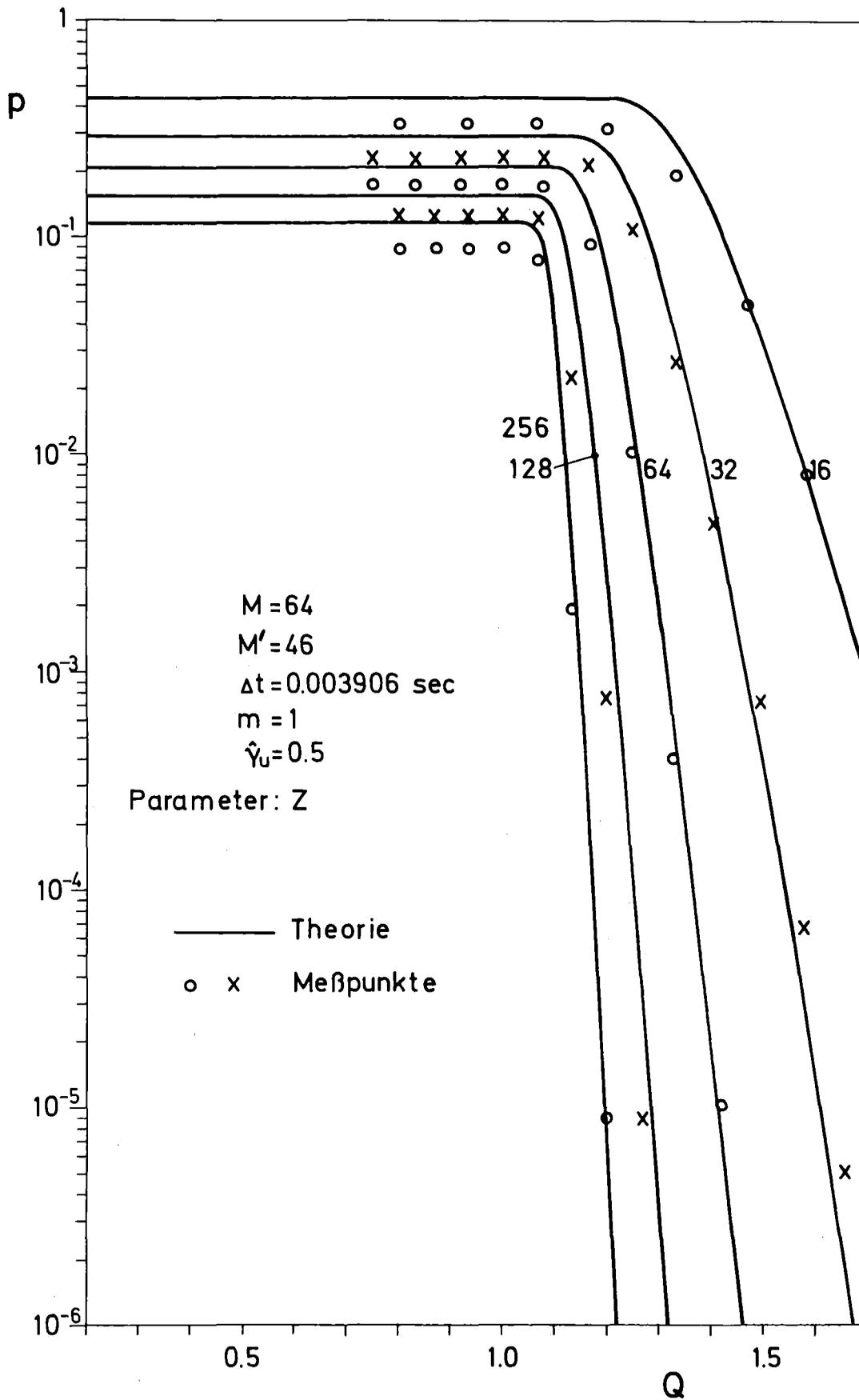


Abb. 15 Fehlalarmwahrscheinlichkeit und Mittelungskonstante

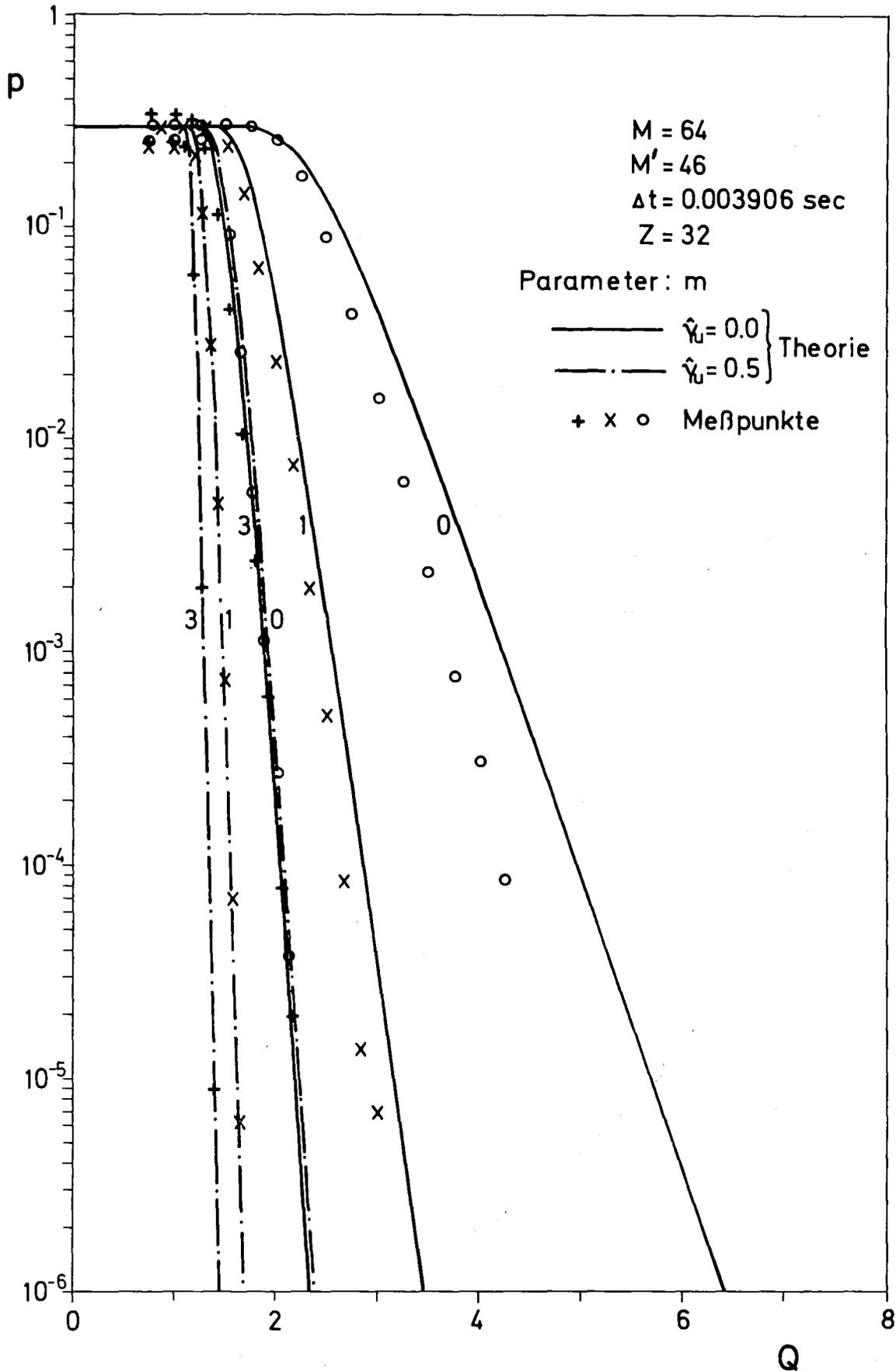


Abb. 16 Fehlalarmwahrscheinlichkeit als Funktion der Kohärenz und der Summationsgrenzen

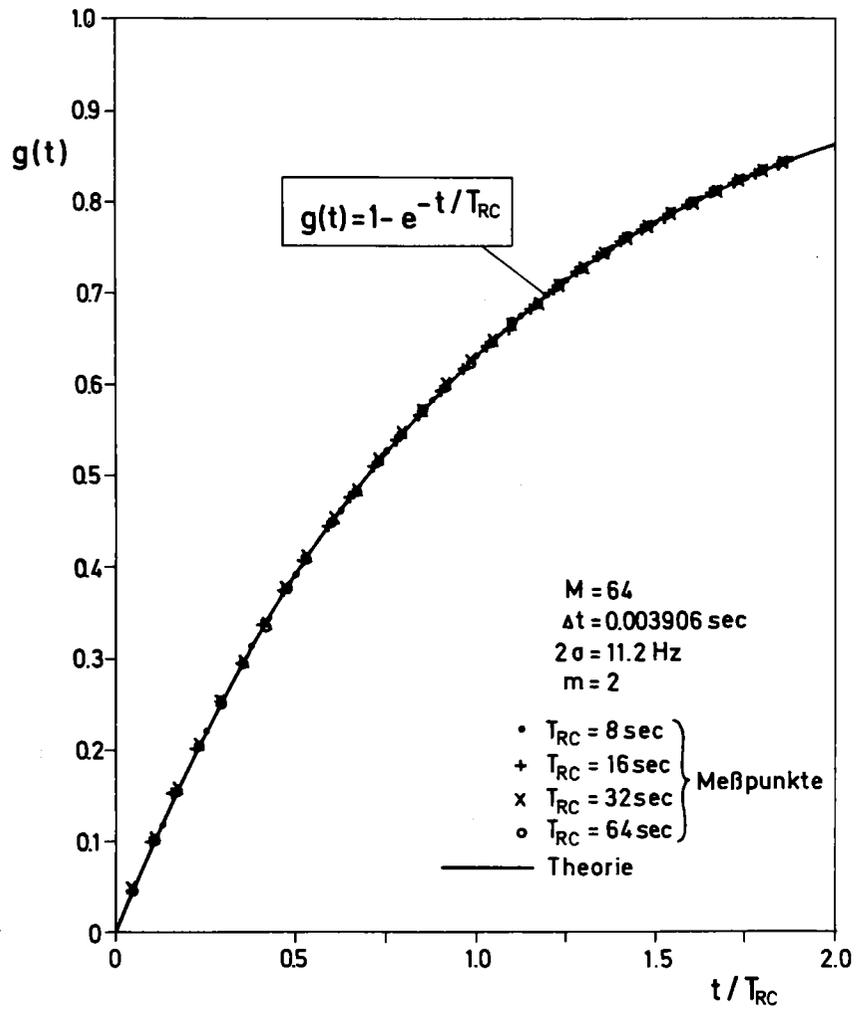


Abb. 17 Zeitverhalten der Störresonanz

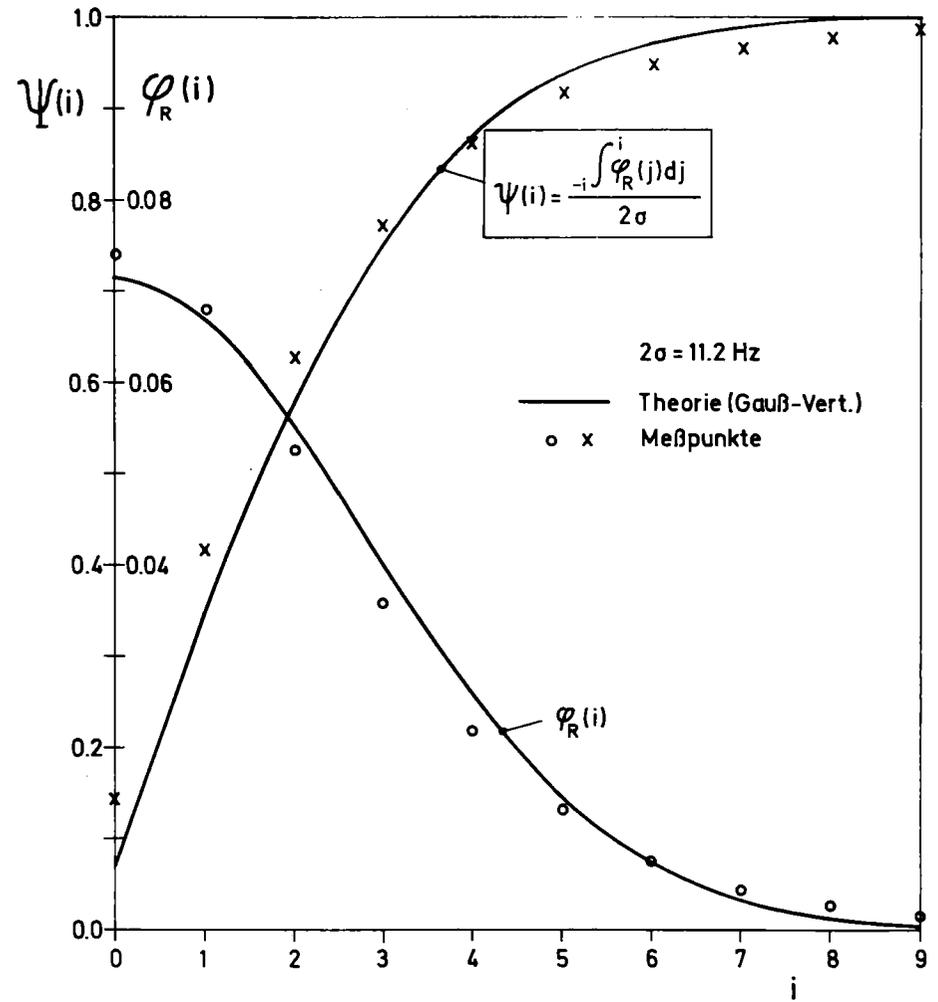


Abb. 18 Amplitudenverteilung der Störresonanz in der PSD

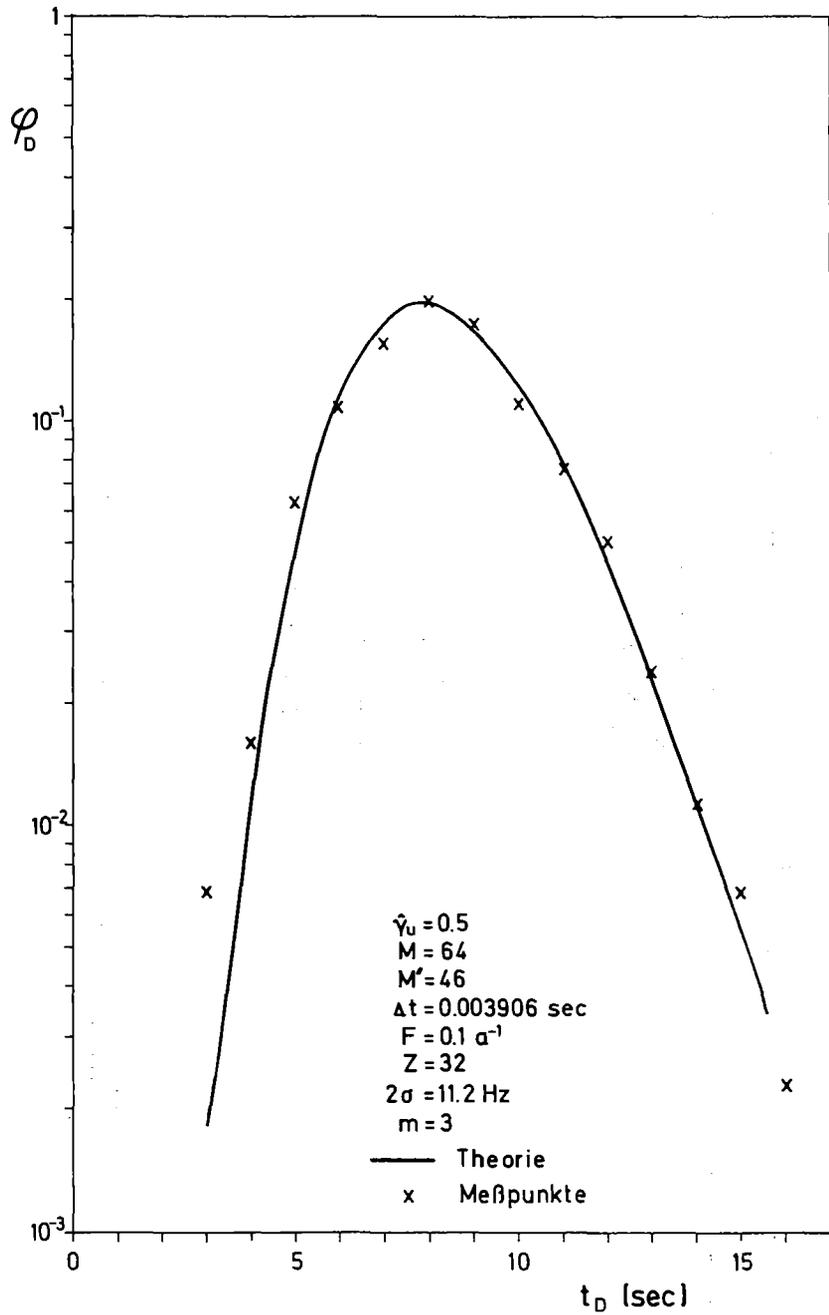


Abb. 19 Nachweiswahrscheinlichkeitsverteilung

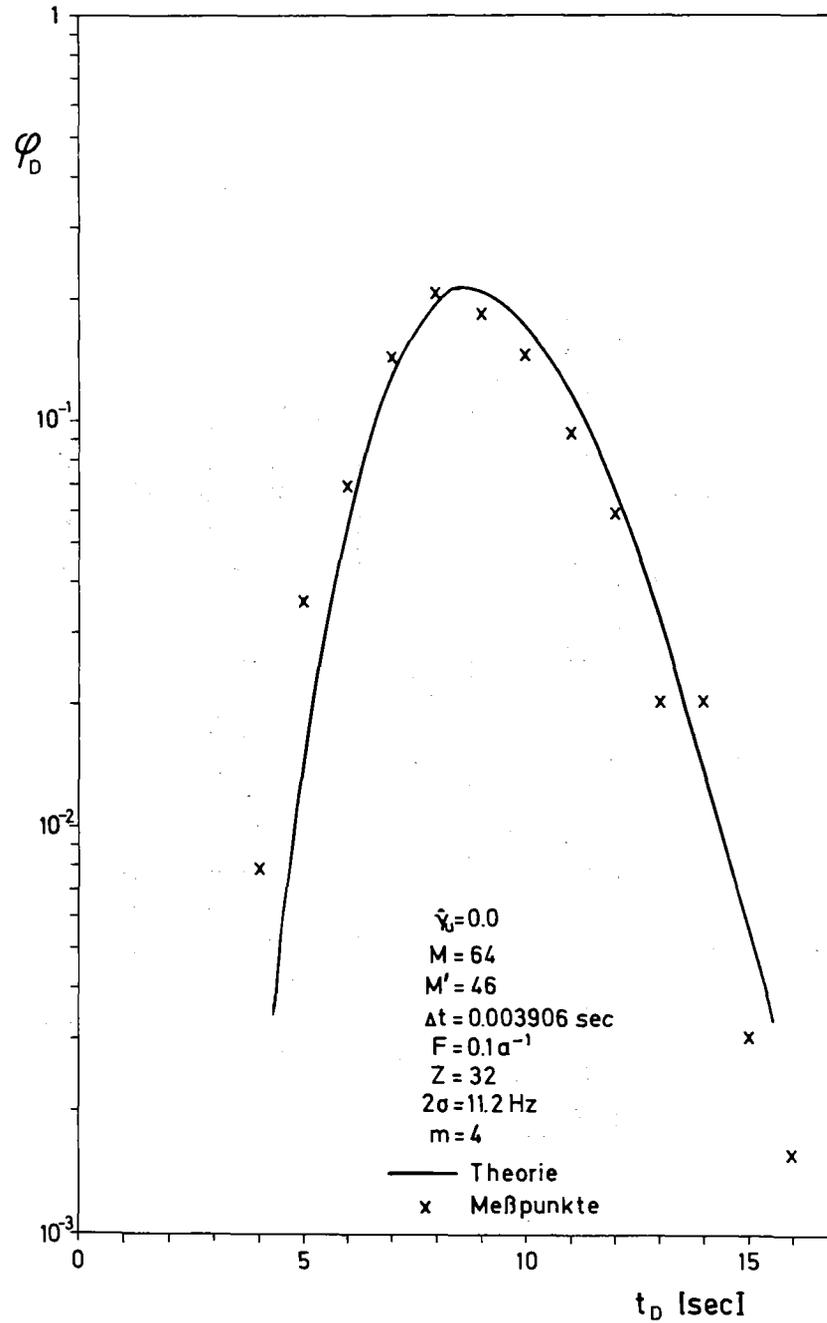


Abb. 20 Nachweiswahrscheinlichkeitsverteilung

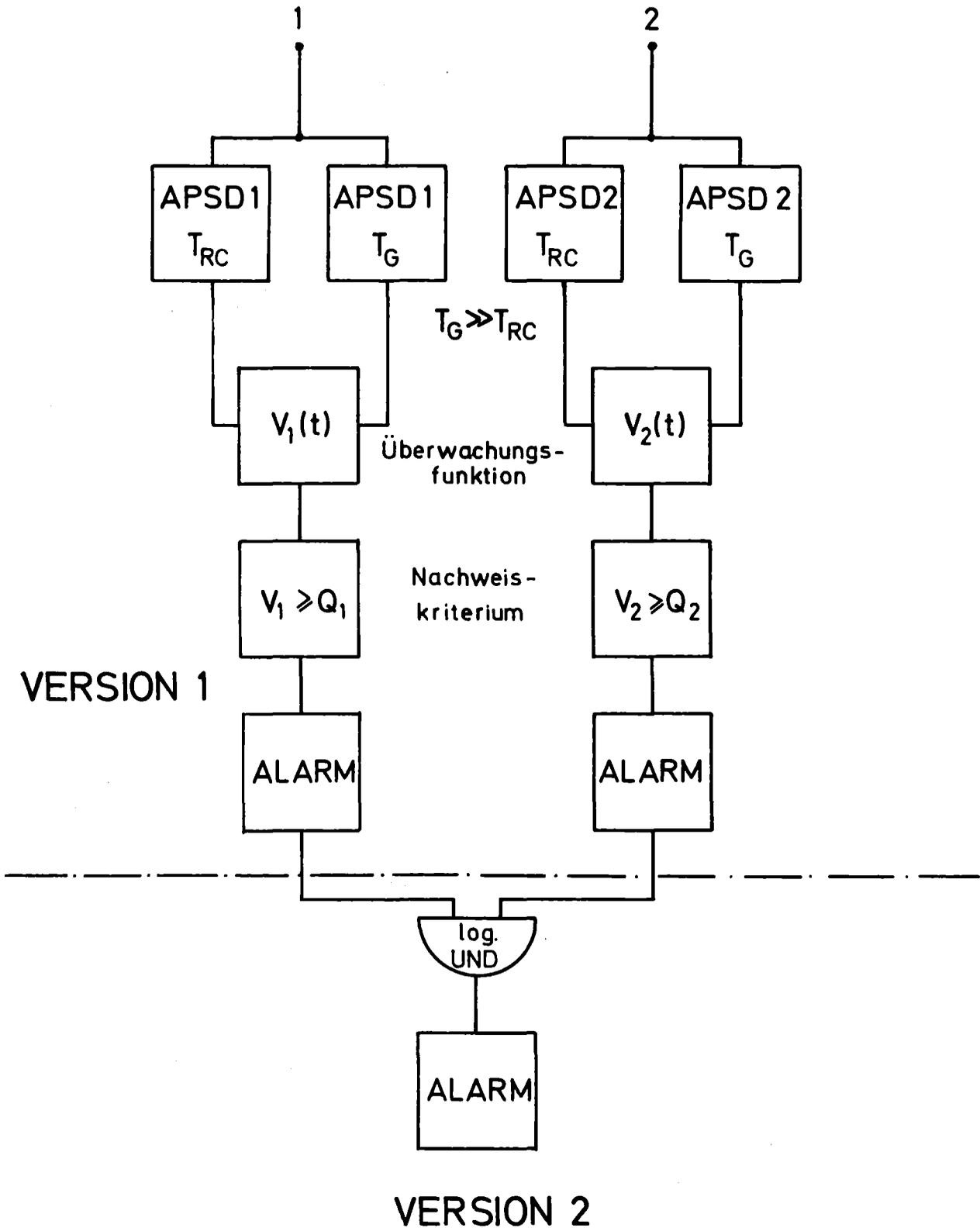
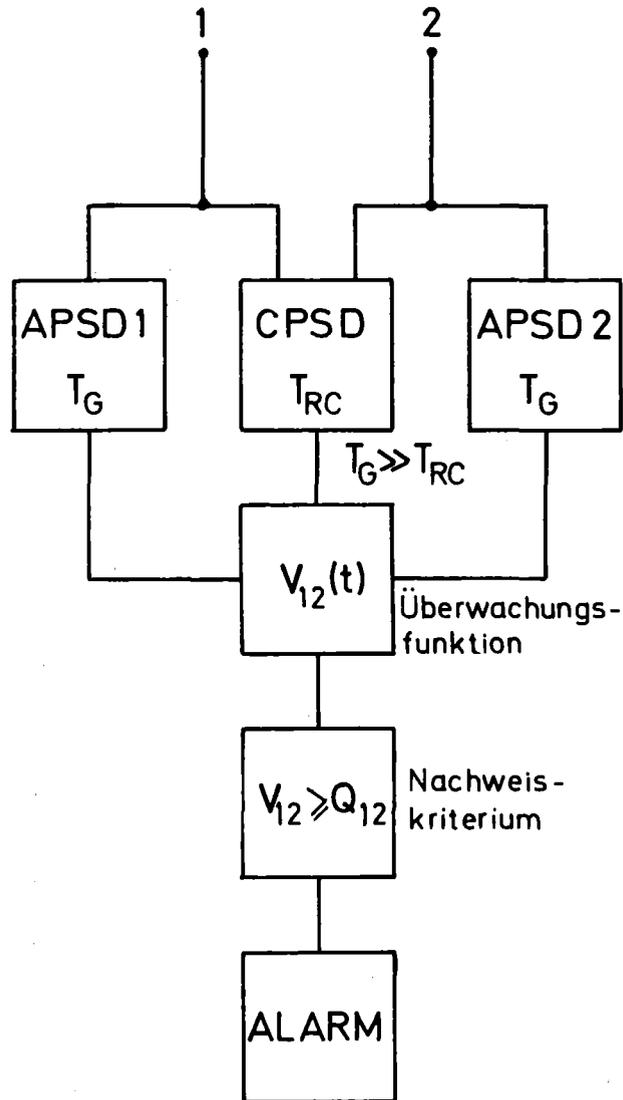
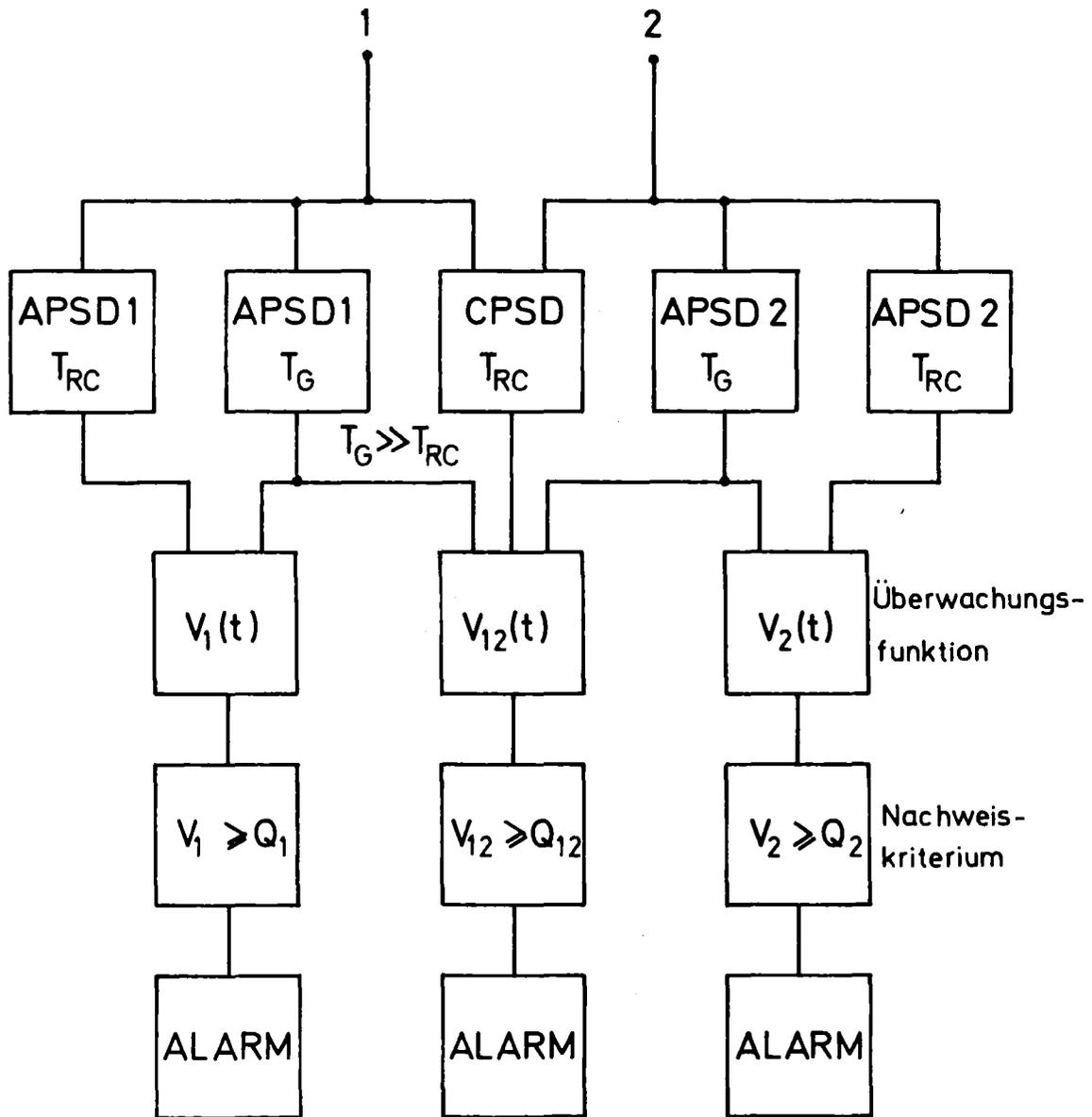


Abb. 21 Überwachungsanordnung, Version 1 und 2



### VERSION 3

Abb. 22 Überwachungsanordnung, Version 3



### VERSION 4

Abb. 23 Überwachungsanordnung, Version 4

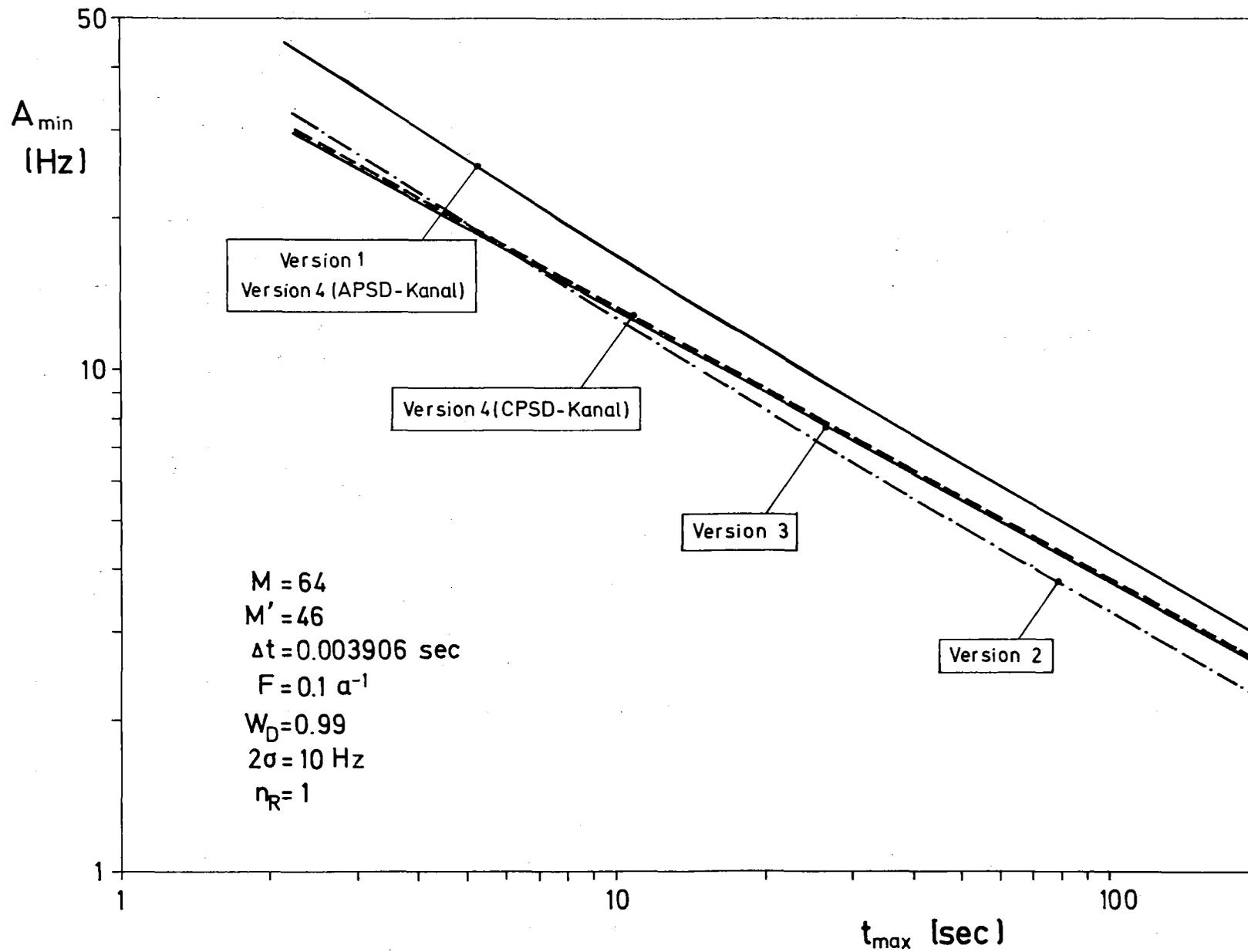


Abb. 24 Detektionsschwellen der unterschiedlichen Versionen als Funktion der Nachweiszeit

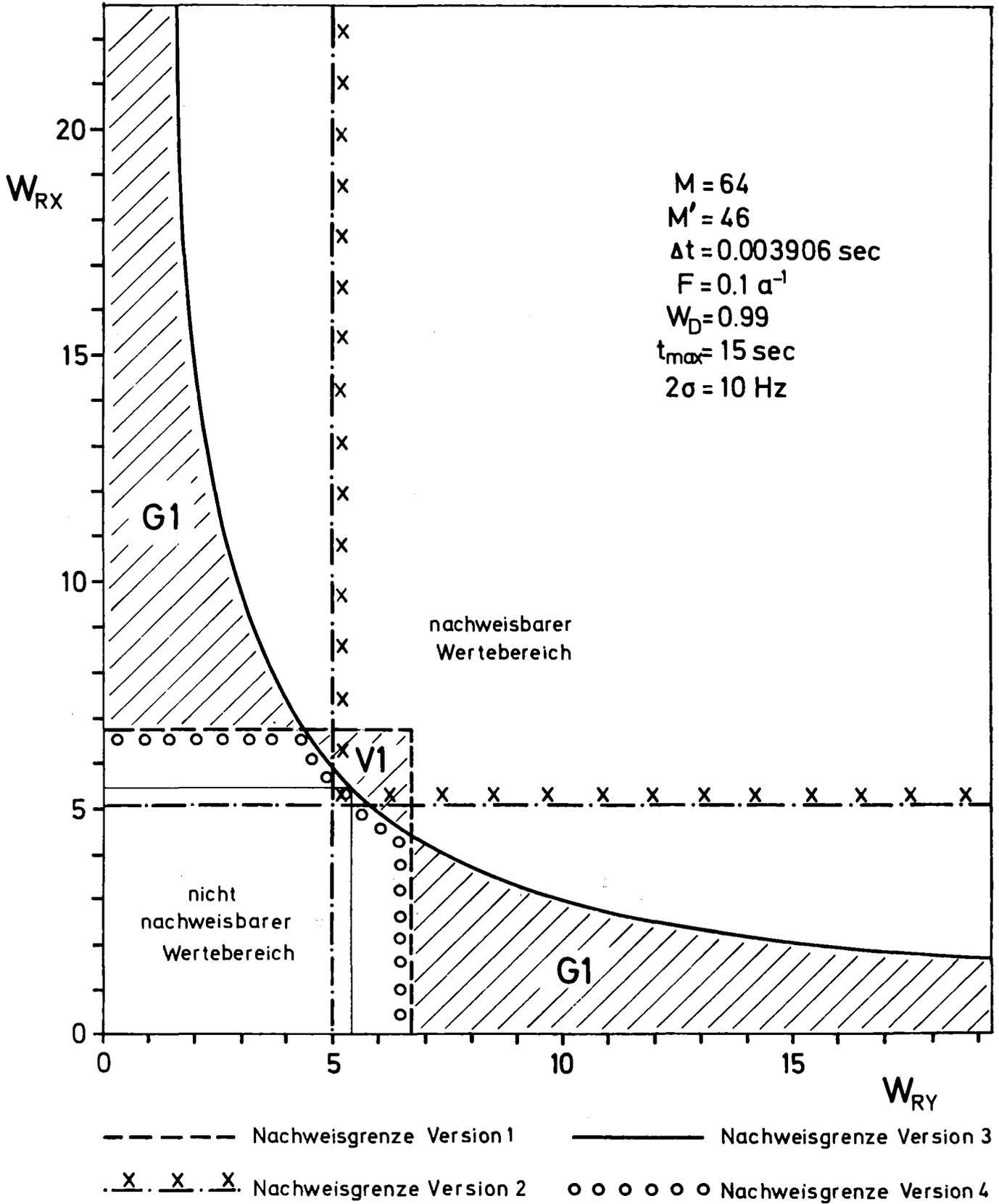


Abb. 25 Graphischer Vergleich der Versionen 1 - 4

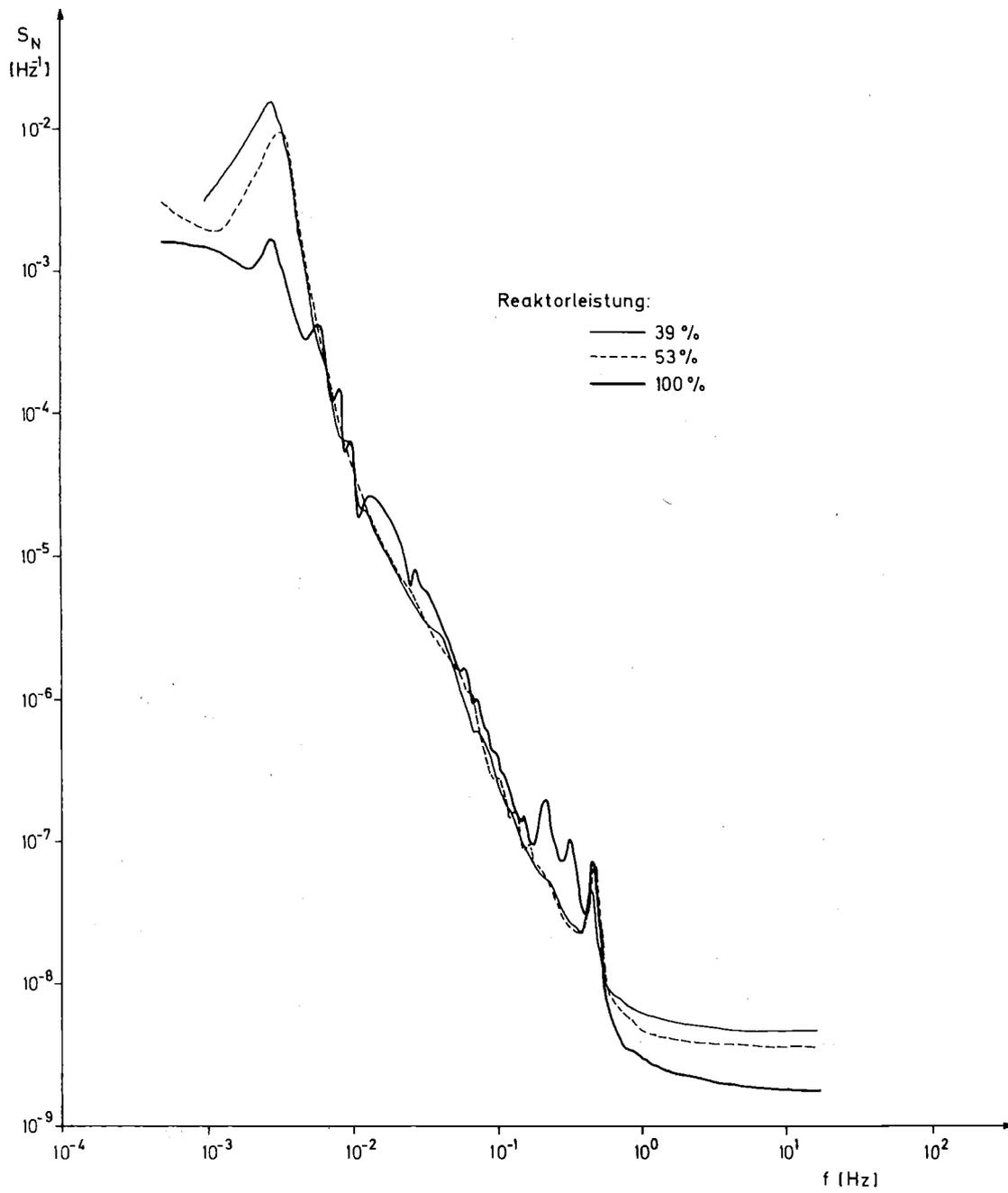


Abb. 26 Spektrale Leistungsdichte des Neutronendetektorrauschens an der KNK I [14]

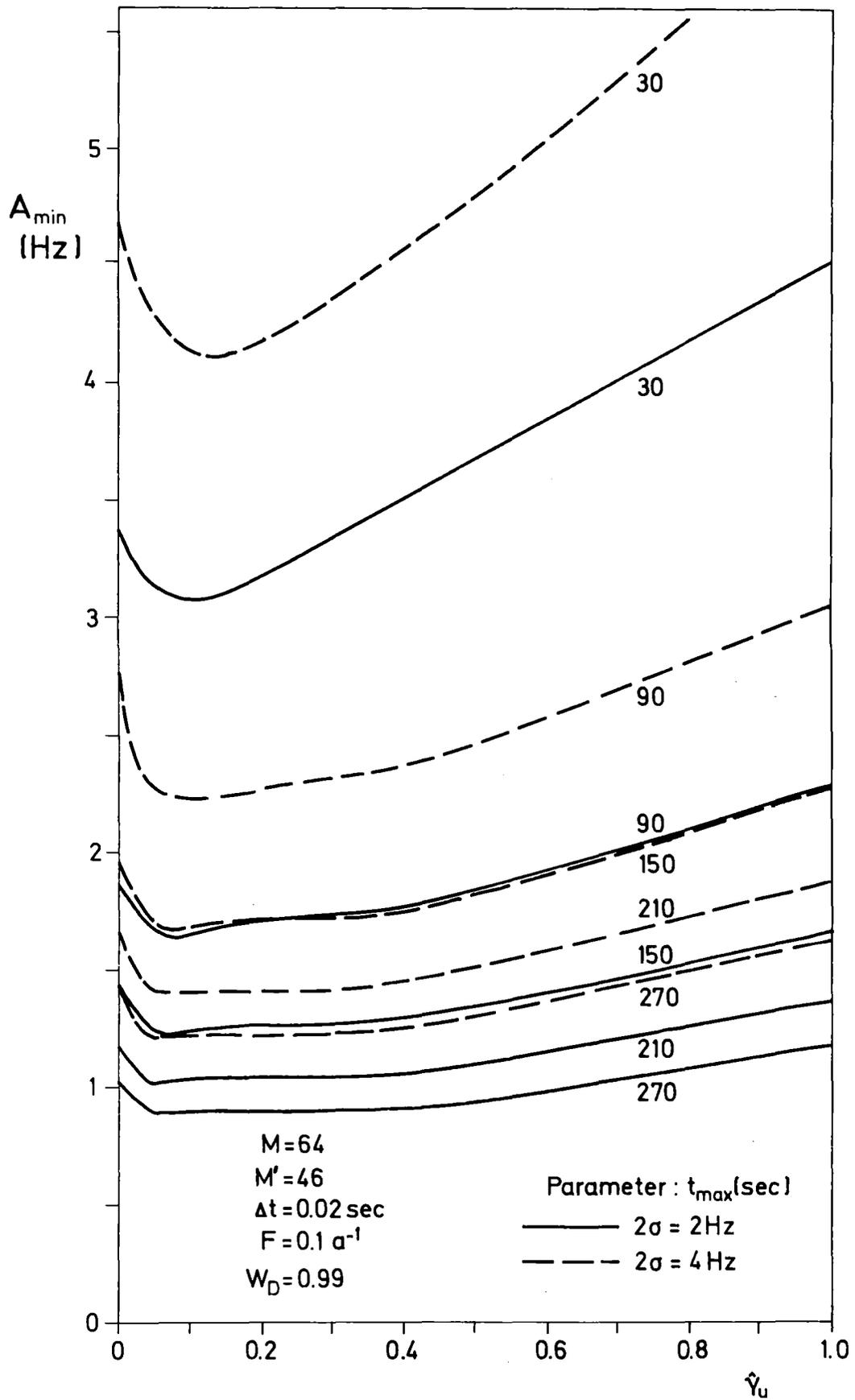


Abb. 27 Detektionsschwelle und Kohärenz beim Siedenachweis

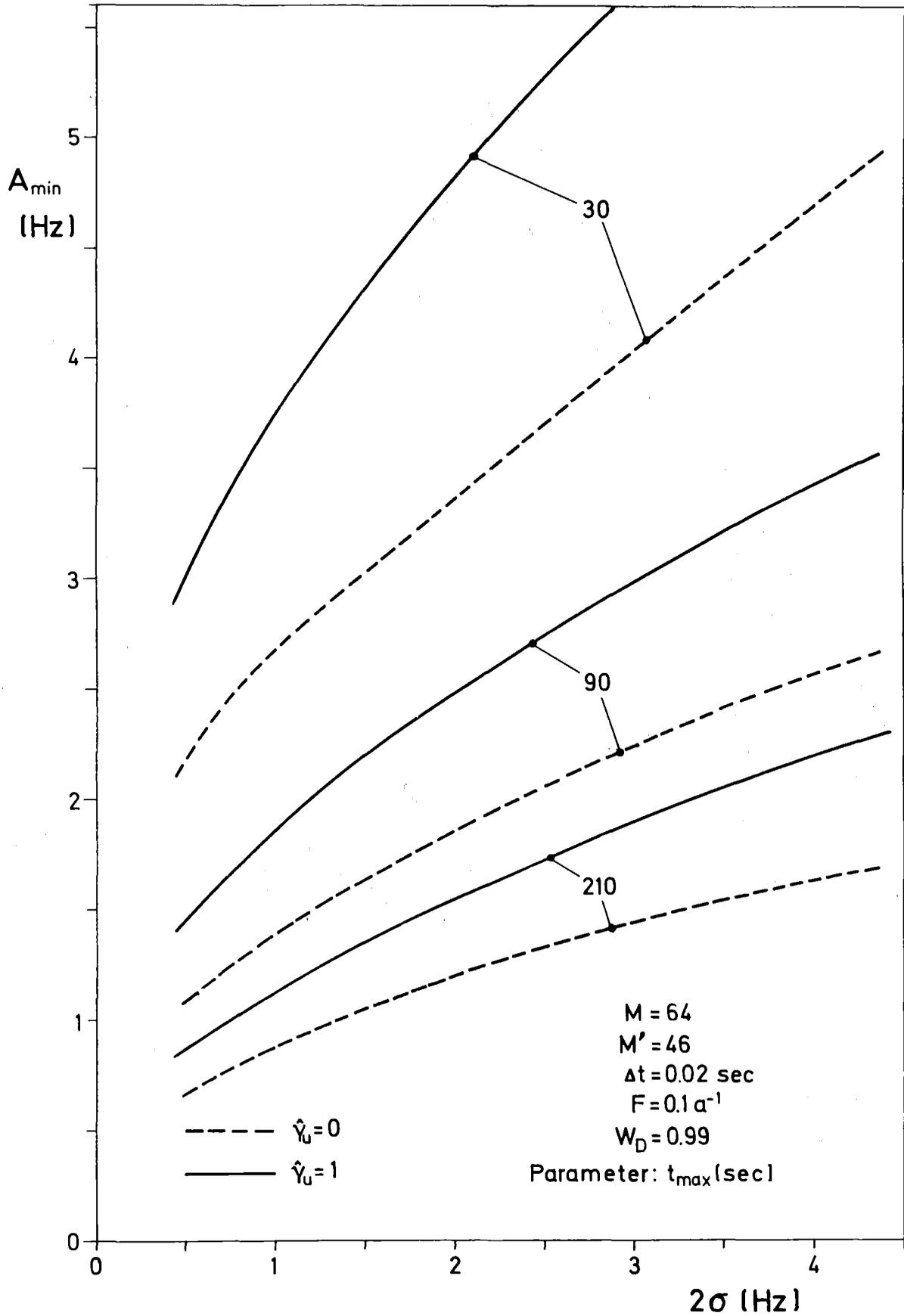


Abb. 28 Detektionsschwelle und Resonanzbreite beim Siedenachweis

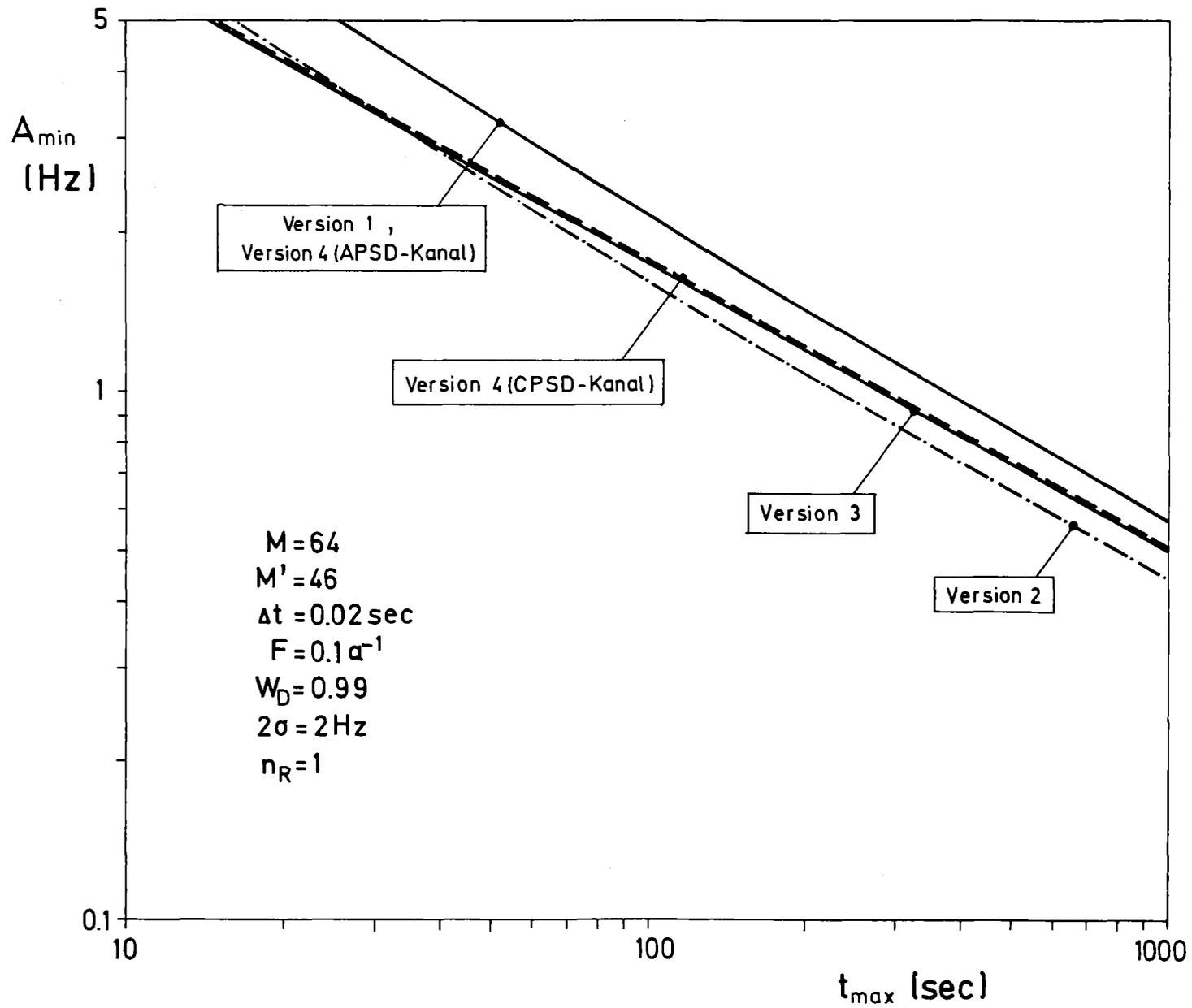


Abb. 29 Detektionsschwellen der Versionen 1 - 4 als Funktion der Nachweiszeit beim Siedenachweis

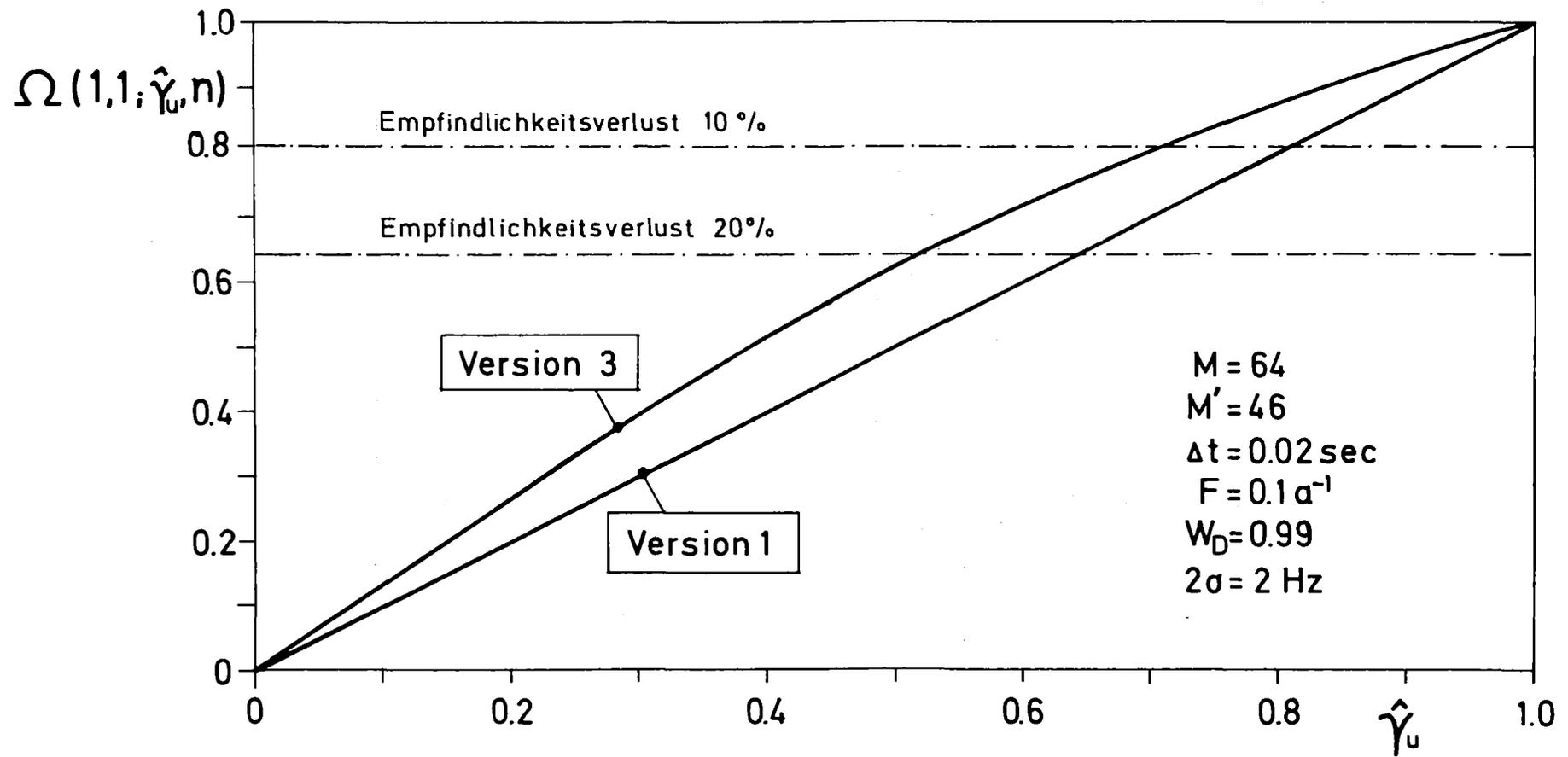


Abb. 30 Die Funktion  $\Omega(1,1; \hat{\gamma}_u, n)$  in Abhängigkeit von der Kohärenz

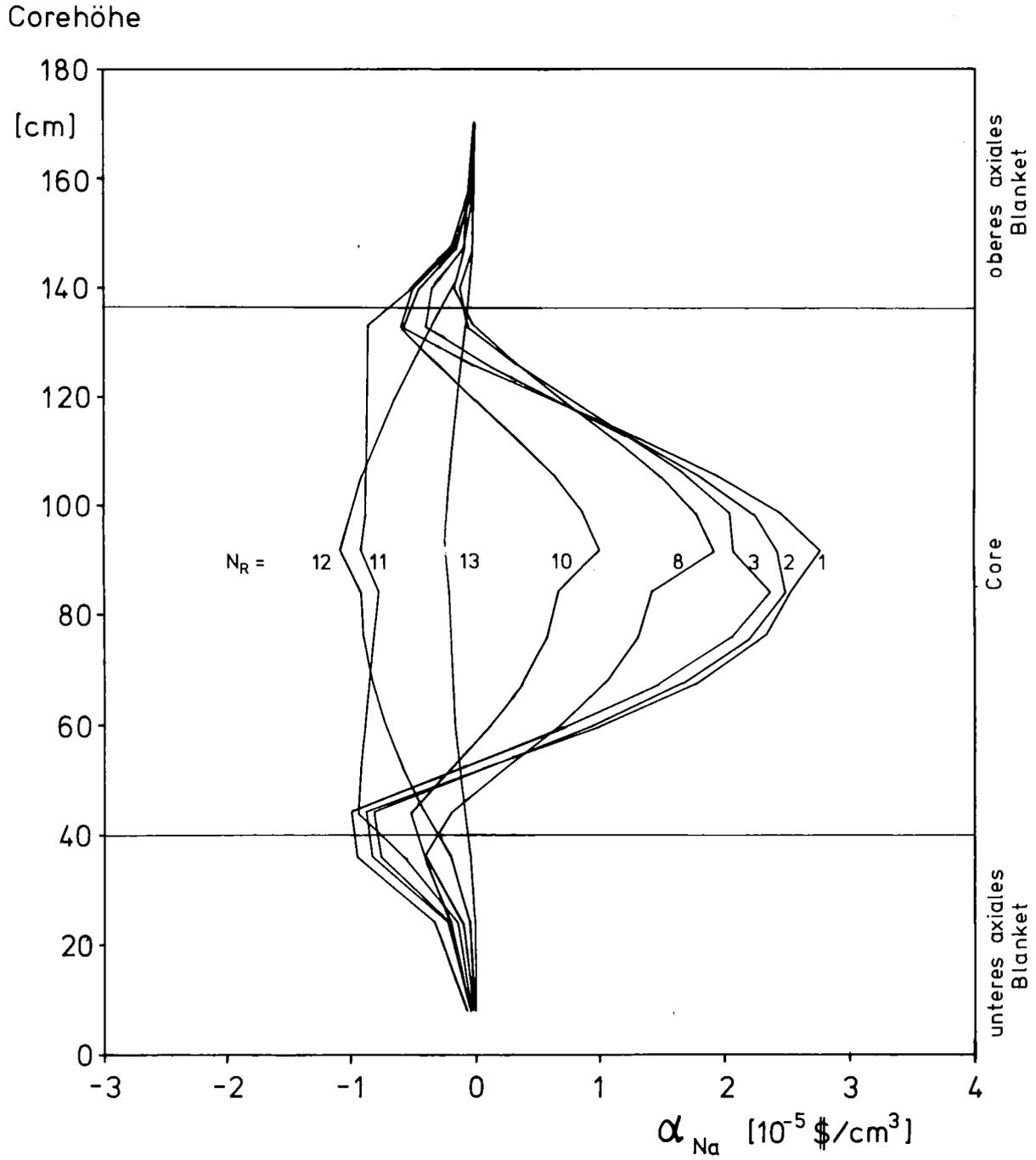


Abb. 31 Voidkoeffizient im Core des SNR-300

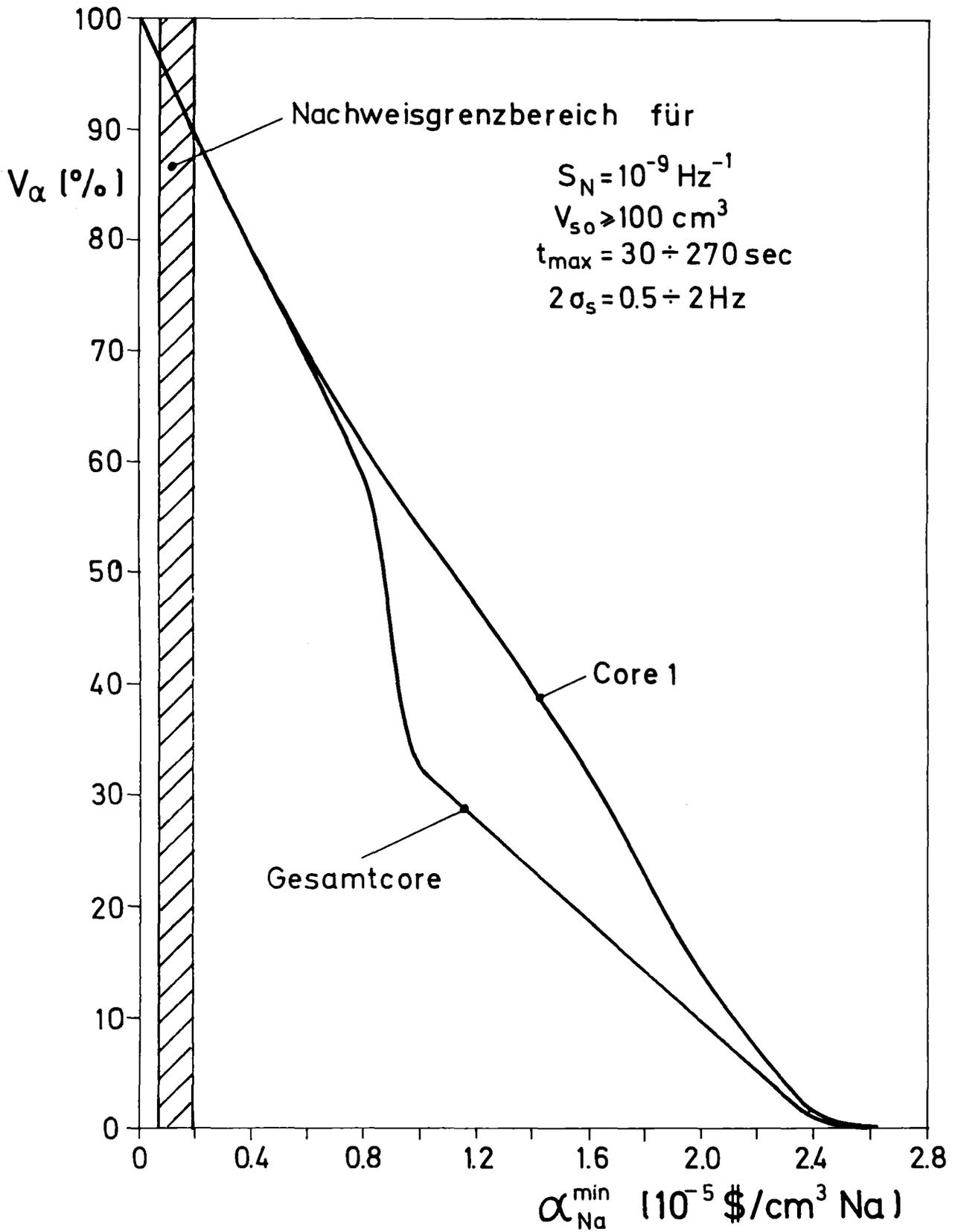


Abb. 32 Corevolumen und Voidkoeffizient des SNR-300