

KfK 2584  
April 1978

# **Theoretische und experimentelle Untersuchung der nichtlinearen Strukturdynamik von Schnellbrüter-Brennelementen**

R. Liebe  
Institut für Reaktorentwicklung  
Projekt Schneller Brüter

**Kernforschungszentrum Karlsruhe**

Als Manuskript vervielfältigt  
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE GMBH

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE  
Institut für Reaktorentwicklung  
Projekt Schneller Brüter

KfK 2584

Theoretische und experimentelle Untersuchung der nicht-  
linearen Struktur­dynamik von Schnellbrüter-Brennelementen

R. Liebe

Als Dissertation genehmigt von der Fakultät für  
Maschinenbau der Universität Karlsruhe

Kernforschungszentrum Karlsruhe G.m.b.H., Karlsruhe



# Theoretische und experimentelle Untersuchung der nicht-linearen Struktur-dynamik von Schnellbrüter-Brennelementen

R.Liebe

## 1. Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden theoretische und experimentelle Untersuchungen über das Verformungsverhalten von Schnellbrüter-Brennelementen infolge extremer, Störfall-bedingter Stoßbelastungen beschrieben. Ausgangspunkt der Untersuchungen ist die Annahme, daß lokale Störungen in einem Brennelement zu einer thermischen Wechselwirkung zwischen Brennstoff und Natrium und zu einem entsprechenden Druckanstieg geführt haben. Nach heutigem Kenntnisstand ist nicht auszuschließen, daß dieser Druckaufbau zum Bersten des Brennelementkastens, zur Druckausbreitung im Core und zu kohärenten Struktur-Bewegungen bzw. -Verformungen führen kann.

Zur Behandlung dieses gekoppelten Fluid-Struktur Problems wird angenommen, daß die Störfallbelastung bekannt ist und daß die Strukturverformung keine Rückwirkung auf den Lastverlauf hat. Im theoretischen Teil der Arbeit wird zunächst die statische Tragfähigkeit des starr-ideal-plastischen Brennelementkastens mit den Methoden der Traglastanalyse berechnet. Die dynamische Berechnung großer, elastoplastischer Verformungen des Querstoß-belasteten, realen Brennelements erfordert jedoch die Berücksichtigung des nichtlinearen Werkstoff- und Brennstab-Bündel-Verhaltens sowie der geometrischen Nichtlinearitäten.

Es wird ein physikalisches Modell zur Berechnung der Stoßantwort elastisch-plastischer Balkensysteme aufgestellt, und die Bewegungs-Differentialgleichungen des diskreten Ersatzsystems konnten mit Hilfe des Prinzips von D'Alembert hergeleitet werden. Ein entsprechendes Rechenprogramm ermöglicht auf dieser Basis und mit Hilfe eines halbempirischen Stabbündel-Modells die statische und dynamische Analyse eines kompletten Brennelements.

Der experimentelle Teil der Arbeit enthält die Beschreibung von statischen und stoßartigen Belastungsversuchen an SNR-300-ähnlichen 1:1 Brennelement-Modellen. Die Verwendung einer Fallmassen-Apparatur erforderte besondere Versuchstechniken zur Lastkontrolle, und für die Messung großer und schneller Verformungen mußte eine spezielle Wegmeßeinrichtung entwickelt werden.

Unter Verwendung gemessener Stoßkräfte und bekannter Werkstoff-Eigenschaften konnten die Versuche weitgehend nachgerechnet werden. Die relativ gute Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten zeitlichen Verläufen der Verformung, Energieaufnahme, Tragfähigkeit u.a. bestätigt die Brauchbarkeit der theoretischen Modellvorstellungen im interessierenden Parameterbereich. Darüberhinaus werden aber auch die Grenzen der für die Versuchsnachrechnung gewählten groben Diskretisierung deutlich.

Die für die Schnellbrüter-Sicherheit und insbesondere den SNR-300 relevanten Ergebnisse zeigen in Übereinstimmung mit bisherigen Erfahrungen aus Sprengversuchen an 1:1 Coremodellen, daß nur lokal begrenzte Verformungen auftreten und daß die kompakte Brennelement- und Kernstruktur eine wirksame, inhärente Barriere gegen extreme Störfallbelastungen dargestellt.

Theoretical and Experimental Investigation of the Non-linear Structural Dynamics of Fast Breeder Reactor

Fuel Elements

R. Liebe

Summary

This study describes theoretical and experimental investigations of the dynamic deformation behavior of single and clustered fuel elements under local fault conditions in a Fast Breeder Reactor core. In particular an energetic molten-fuel-coolant-interaction (FCI) is assumed in one subassembly with corresponding pressure pulses, which may rupture the wrapper and load the adjacent fuel elements impulsively. Associated coherent structural deformation may exceed tolerable limits and damage the control rods.

To attack the outlined coupled fluid-structure-interaction problem it is assumed, that the loading at the structures is known in space and time, and that there is no feedback from the deformation response. Then current FCI-knowledge and experience from underwater core model explosion tests is utilized to estimate upper limits of relevant pulse characteristics.

As a first step the static carrying capacity of the rigid-plastic hexagonal wrapper tube is calculated using the methods of limit analysis. Then for a general dynamic simulation of the complete elastoplastic subassembly response the concept of a discrete nonlinear hinge is introduced. A corresponding physical lumped parameter hinge model is presented, and general equations of motion are derived using D'Alembert's principle. Application to the static and dynamic analysis of a single complete fuel element (computer code BEDYN-2) includes the semiempirical modelling of the fuel-pin bundle by a homogeneous compressible medium.

In the experimental part a description is given of both static and impulsive loading experiments on single natural size SNR-300-type fuel element models. A special drop tower test facility has been constructed to produce a controlled impact loading, and an optoelectronic large displacement pick-up had to be developed. Typical experimental findings are reported and compared with numerical predictions using measured impact forces and tested material properties as input for the code. A fairly good correlation is found between measured and calculated subassembly deformations, plastic structural work and static load capacities of models fabricated from different materials and having different geometries.

Most important conclusions are concerning the capability of the theoretical models, the failure modes and threshold load levels of single as well as clustered SNR-300 fuel elements and the safety relevant finding, that only limited deformations are found in the first row around the incident element. This shows in agreement with explosion test results that the structured and closely spaced fuel elements constitute an effective, inherent barrier against extreme dynamic loadings.

Inhalt

	Seite
1. ZUSAMMENFASSUNG	1
2. ÜBERSICHT UND PROBLEMSTELLUNG	5
3. TYPISCHE STÖRFALLBELASTUNG UND RESULTIERENDES BRENNLEMENT-VERHALTEN	12
4. EIN DISKRETES MODELL ZUR NUMERISCHEN SIMULATION DER CORESTRUKTUR	17
4.1 Traglastanalyse des Hexagon-Kastenquerschnitts	18
4.2 Stoffgesetz und große Verformungen	22
4.3 Feder-Massen-Ersatzsysteme	26
4.4 Ein diskretes Balken-Gelenk-Modell	30
4.4.1 Modell-Annahmen	31
4.4.2 Grundgleichungen	32
4.4.3 Biegemoment-Krümmungs-Relationen, Kopplungsgrößen	35
4.5 Integration der Bewegungsgleichungen	40
4.6 Rechenprogramm BEDYN-2	43
5. STATISCHE UND STOSSARTIGE VERFORMUNGSEXPERIMENTE AN BRENNLEMENTEN	46
5.1 Versuchstechnik und Belastungsanlage	47
5.2 Instrumentierung und Versuchsablauf	50
5.3 Auswertung, Ergebnisdarstellung und Fehlerbetrachtungen	54
6. ANWENDUNG SOWIE VERGLEICH UND DISKUSSION THEORETI- SCHER UND EXPERIMENTELLER ERGEBNISSE	59
6.1 Statisches Brennelement-Verhalten	59
6.2 Dynamisches Brennelement-Verhalten	65
6.3 Verhalten mehrerer Brennelemente im Kernverband	70

	Seite
7. SCHLUSSFOLGERUNGEN	72
ANHANG	78
NOMENKLATUR	90
TABELLEN	100
ABBILDUNGEN	107
LITERATUR	136

## 2. Übersicht und Problemstellung

Die Energieerzeugung wird heute in zunehmendem Maße von Kernkraftwerken übernommen, wobei der Typ des Leichtwasser-Reaktors (LWR) z.Z. bevorzugt eingesetzt wird. Wegen der schlechten Uranausnutzung im LWR werden jedoch schnelle Brutreaktoren (SBR) immer wichtiger, da sie als Nebenprodukt zur Energie neues spaltbares Material erzeugen. Im Vordergrund der Entwicklungsarbeiten steht der natriumgekühlte schnelle Brüter [1], der sich vom LWR u.a. durch folgende Merkmale unterscheidet:

- hohe Leistungsdichte
- fein strukturierter Brennelement- und Kernaufbau (viele dünne Brennstäbe, viele Brennelemente)
- hohe Empfindlichkeit gegenüber Reaktivitätsänderungen

Diese Eigenschaften bewirken ein grundsätzlich anderes Störfallverhalten des SBR gegenüber dem LWR. Die Frage der Sicherheit spielt ebenso wie bei anderen nuklearen Anlagen eine entscheidende Rolle. Umfangreiche Untersuchungen zur Sicherheit des schnellen Brutreaktors betreffen alle denkbaren Mechanismen, die zu Core-Konfigurationen höherer Kritikalität und damit zur Freisetzung größerer Energien führen könnten. Im Zusammenhang mit der Analyse hypothetischer, d.h. extrem unwahrscheinlicher Störfallsituationen hat in den letzten Jahren unter anderem das Problem der sogenannten Brennstoff-Natrium Reaktion (BNR) eine zentrale Bedeutung erlangt [2], [3]. Ob es bei dem interessierenden System  $UO_2/Na$  eine derartige energetische Reaktion überhaupt gibt, ist heute noch ungeklärt. Unabhängig von dieser Frage wird bei einer Reihe von Sicherheitsuntersuchungen angenommen, daß eine rasche Freisetzung größerer Energien im Core erfolgt; in letzter Zeit hat man sich mit der weiterführenden Frage befaßt, mit welchen mechanischen und nuklearen Auswirkungen dann zu rechnen ist, d.h. ob bzw. unter welchen Bedingungen eine Propagation zunächst begrenzter Störungen in größere Corebereiche denkbar ist und dadurch u.U. eine nukleare Exkursion eingeleitet wird [4], [5].

Um die strukturmechanische Seite dieses als Propagationsproblem bezeichneten Fragenkomplexes zu beleuchten, ist in Abb. 1 der prinzipielle Aufbau eines Brennelements (BE) des prototypischen schnellen Leistungsreaktors SNR-300 gezeigt: In einem langen, sechseckigen Brennelementkasten aus ca. 3 mm starkem Blech sind etwa 200 dünne, kreiszylindrische Brennstäbe angeordnet, d.h. dünnwandige Hüllrohre, in denen sich Brennstofftabletten befinden. Dieses Brennstab- oder Pin-Bündel wird an mehreren Axialpositionen mit einem Abstandshaltergitter in seiner Soll-Konfiguration innerhalb des Kastens gehalten. Etwa 200 solcher Brenn- bzw. Brutelemente bilden den kompakten Kernverband. Beim SNR-300 hat man das Prinzip des verspannten Cores gewählt, d.h. die ca. 3-4 m langen, in Hexagonalanordnung auf der Kerntragplatte fixierten sechseckigen Elemente stützen sich dabei in zwei Verspannungsebenen (je eine oberhalb und unterhalb des Corebereichs, vgl. Abb. 1, 2) über Distanzstücke aufeinander ab. Das Kühlmittel Natrium strömt axial von unten nach oben durch den freien Querschnitt im Inneren der Brennelemente sowie durch die engen Spalte (Breite etwa 5 mm) zwischen den Kästen und erwärmt sich dabei von rund 350° auf 600 °C. Beim SBR sind die Strukturmaterialien im Corebereich nicht nur diesen hohen Temperaturen sondern auch Bestrahlungsdosen von  $10^{22}$  bis  $10^{23}$  nvt ausgesetzt, und ein Versagen einiger (von insgesamt etwa  $10^5$ ) Brennstäbe ist selbst im Normalbetrieb nicht auszuschließen. Eine andere Art von lokaler Störung könnte dann eintreten, wenn etwa infolge örtlicher Ansammlung von Fremdpartikeln an Abstandshaltergittern die Natrium- bzw. Kastentemperatur unzulässig stark ansteigen würde. Derartige Störungen wurden in mehreren Karlsruher Arbeiten untersucht. Man hat dabei postuliert, daß beide voneinander unabhängigen Abschaltssysteme nicht wirksam werden [4]. Der Störfallablauf wurde nach folgender Ereigniskette analysiert:

- A) Lokale Störungen:
- Blockaden oder Brennstabdefekte, die nicht detektierbar sind
  - örtliches Sieden, Brennstoffschmelzen und begrenzte BNR
- B) Brennelement Störungen:
- Sieden, Abdampfen des Restfilms im BE und
  - BNR im gesamten Brennelement, Druckaufbau im Kasten

- C) Core Störfall:
- Bersten des BE-Kastens, Druckpuls ausbreitung im Kernverband
  - Bewegung und Verformung von Brennelementen, Beeinträchtigung der Abschaltstäbe
  - Überkritische Kavität, Zurückschwingen der Brennelemente

Dabei ist die wichtige Frage zu klären, ob es Mechanismen am Ende der ersten beiden Stufen A) und B) gibt, welche die relativ hohen thermischen Energien im geschmolzenen Brennstoff so schnell freisetzen können, daß es zu einem nennenswerten Druckanstieg im BE-Kasten kommt. In diesem Zusammenhang spielt die erwähnte Brennstoff-Natrium Reaktion eine erhebliche Rolle. Bei der BNR handelt es sich um eine schnelle (Millisekundenbereich) thermische Wechselwirkung zwischen geschmolzenem Brennstoff, der direkt in Kontakt mit flüssigem Natrium kommt; dabei wird ein Teil der thermischen Brennstoffenergie freigesetzt, wobei infolge hydraulischer und mechanischer Verdämmung innerhalb kurzer Zeit relativ hohe Druckpulse erzeugt werden können [6], [7]. Initierung und Ablauf der BNR ist von einer Vielzahl von physikalischen Phänomenen abhängig. Seit mehreren Jahren werden diese Vorgänge in vielen experimentellen und theoretischen Arbeiten studiert [3], [2], [8], [9], [10], ohne daß bisher eine ausreichende Klärung der Auslösemechanismen gelungen ist und eine befriedigende Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment erzielt werden konnte (vgl. Abb. 3). Wegen dieser Unsicherheit bezüglich der maximalen Strukturbelastung wurde für den Sicherheitsnachweis des SNR-300 und ähnlicher Leistungsreaktoren postuliert, daß die erwähnte Ereigniskette bis zum Beginn der Stufe C) durchlaufen wird, d.h. daß im gesamten BE-Querschnitt eine "energetische" BNR [2] abläuft. Je nach beteiligten Brennstoff- und Natrium-Massen, hydraulischer Verdämmung etc. hat dies in starrer BE-Kastengeometrie zur Folge, daß der Innendruck in ungünstigsten Fällen auf 100. bis 350. bar in etwa 0.50 bis 3.0 millisec ansteigt [6], [7] (vgl. Abb. 3). Da der Berstdruck des realen, d.h. nachgiebigen SNR-Kastens unter Betriebsbedingungen etwa zwischen 50. ÷ 250. bar liegt (vgl. Kap. 4.1), ist ein Versagen des gestörten Brennelements nicht auszuschließen. Die sich daraufhin im Kernverband ausbildende dynamische Stördruckverteilung kann zu einer erheblichen Querstoßbelastung und Verformung der benachbarten Brennelemente führen. Abb. 2 zeigt in vereinfachter Weise die Strukturdeformationen

infolge eines durch  $p_o(t)$  und  $\Delta p_i(t)$  charakterisierten transienten Druckfeldes. Ein wichtiger Beitrag zur Sicherheitsanalyse besteht daher in dem Nachweis, daß es bei diesem Propagationsstörfall nur zu begrenzten Verformungen bzw. Schäden (Abschaltbarkeit) mit kleiner Hohlrumbildung (Reaktivitätsänderung) kommt [5], [11], [12].

Zur Behandlung dieses 3D, nichtlinearen Fluid-Struktur-Dynamik Problems gibt es weder gängige Rechenverfahren noch allgemein aussagefähige Experimente, die eine Trennung der physikalischen Einzelphänomene zulassen. Aus diesem Grunde sind in den letzten Jahren umfangreiche theoretische und experimentelle Arbeiten zur Frage der mechanischen Auswirkungen transienter Druckbelastungen auf die Corestruktur durchgeführt worden [11], [13] bis [18]. Ziel dieser Untersuchungen ist die Klärung folgender Teilfragen, die für eine Beurteilung des Propagationsstörfalls im Zusammenhang mit dem SBR-Sicherheitsnachweis von erheblicher Bedeutung sind:

1. Mit welcher maximalen transienten Druckbelastung  $p_o(t)$  (Abb. 2) ist in der unmittelbaren Nachbarschaft eines infolge einer BNR berstenden Brennelements zu rechnen?
2. In welcher Weise breitet sich ein vorgegebener Druckpuls  $p_o(t)$  im umliegenden Kernverband aus?
3. Wie deformiert sich ein Einzelbrennelement bei örtlich und zeitlich vorgegebener Querstoßbelastung? Welche maximalen sowie bleibenden Verformungen (Schäden) sind zu erwarten?
4. Welche Belastungen (Zeitkonstanten) und Impulse sind für die dynamisch-plastische Verformung eines Brennelements erforderlich? Wie teilen sich dabei die Energien auf?
5. Wie erfolgt die Deformations- und Schadenspropagation im Kernverband? In welchem Umfang können Abschaltstäbe in ihrer Funktion beeinträchtigt werden?
6. Welche nuklearen Auswirkungen (überkritische Kavitäten, Rekompaktierung beim Zurückschwingen der Brennelemente) sind zu erwarten?

Bisher sind zwei im wesentlichen getrennte Lösungswege zur Behandlung des dargestellten Problems eingeschlagen worden: Das rein empirische Vorgehen (Modellversuche am kompletten Core) und die numerische Simulation z.B. mit Hilfe von finiten Elementen. Die theoretische Untersuchung wird erschwert durch

- die komplizierte Strukturgeometrie
- das physikalisch und geometrisch nichtlineare Verhalten des BE-Kastens
- die mit Reibung und starker plastischer Verformung der Abstandshalter-Gitter verbundene Wechselwirkung zwischen Kasten und Brennstab-Bündel (Abb. 6)
- eine komplexe Kühlmittelausweich-Strömung durch mehrfach verzweigte, enge zeitveränderliche Spalte
- unscharf definierte Störfallbedingungen (Werkstoffdaten, Versagenskriterien) und Stoßbelastungen.

Auf der experimentellen Seite liegen die Probleme bei der Simulation definierter und reproduzierbarer dynamischer Belastungen und bei der Übertragbarkeit der Ergebnisse auf Reaktorbedingungen (Temperatur, Bestrahlungseinfluß) Rees et al. [13] haben die mechan. Auswirkungen eines vorgegebenen Druckpulses auf die Corestruktur des englischen PFR experimentell ermittelt. Mit der gleichen Versuchstechnik wurden ähnliche Experimente für den SNR-300 von Will [17], [19] durchgeführt. In diesen Unterwasser-Simulationsversuchen an 1:1 Coremodellen konnte ein spezifizierter BNR-ähnlicher Druckpuls  $p_6$  (vgl. Abb. 3) durch kontrollierte Verbrennung einer Sprengladung innerhalb des Störfall-BEs erzeugt werden. Gemessen wurde die Druckentlastung beim Bersten des BE-Kastens, die radiale Druckverteilung im Kernverband sowie die bleibenden Strukturdeformationen nach dem Versuch.

Marciniak [15] untersuchte experimentell die elastoplastische Aufweitung eines leeren Brennelementkastens infolge statischer und dynamischer Innendrucke. Bisher sind jedoch nur relativ kleine Verformungen (radial ca. 5 mm) ohne Bersten des Hexagon-Kastens erzeugt worden, um die experimentellen Ergebnisse mit numerischen Resultaten vergleichen zu können.

Das linear-elastische Verhalten eines Hexagons (statische Analyse, Eigenschwingungen, Stabilität) ist von Krajcinović [20], Goodman [21], Winter [22] experimentell sowie theoretisch untersucht worden, und Youngdahl [23] hat unter der Annahme starr-idealplastischen Werkstoffverhaltens die statische und dynamische Aufweitung eines BE-Kastens unter Innendruck berechnet.

Mit der Methode der finiten Elemente haben Belytschko et al. [14], [24] und Donéa [25] die nichtlineare Strukturmechanik von Brennelementkästen sehr ausführlich studiert (zwei- und dreidimensionale Programme STRAW, SADCAT, EURDYN/1/2/3). Beiträge zum umfassenderen Problem der gekoppelten Fluid-Struktur-Dynamik mehrerer Brennelemente sind in [14], [26], [27] zu finden. Rechnungen in [24] haben u.a. gezeigt, daß der Aufwand (Kosten) zur Behandlung mehrerer Kästen extrem zunimmt. Dabei ist in allen bisher genannten Arbeiten das mechanische Verhalten des Brennstabbbündels überhaupt noch nicht oder nur unvollständig erfaßt worden; dabei kommt dem Kompressionsverhalten des Bündels erhebliche Bedeutung deswegen zu, weil bei der Querstoßbelastung mit Kastenquerschnittsänderungen gerechnet werden muß. Experimentelle Untersuchungen zu dieser Frage gibt es nach Kenntnis des Autors bisher nicht.

Am Institut für Reaktorentwicklung (IRE) werden umfangreiche theoretische und experimentelle Untersuchungen zum Coreverformungsproblem durchgeführt. Im Gegensatz zu den Arbeiten in Argonne [14], [24] wird im IRE das Bersten des gestörten Brennelements unterstellt und die Frage untersucht, welche Schäden eine gegebene, transiente Druckbelastung an den Nachbar-Elementen hervorruft. Die Komplexität der dabei auftretenden Phänomene erforderte folgende Einzelaktivitäten:

1. Simulationsversuche an 1:1-Coremodellen des SNR-300 [17]
2. Entwicklung theoretischer Modelle, geeigneter Lösungsmethoden sowie entsprechender Rechenprogramme zur numerischen Analyse einzelner und mehrerer Brennelemente [18], [27], [29], [31]
3. Statische und dynamische Verformungsexperimente an Einzel-Brennelementen unter definierten Rand- und Lastbedingungen [18]
4. Experimentelle Untersuchungen des dynamischen Werkstoffverhaltens [28]

In der vorliegenden Arbeit wird die nichtlineare Strukturdynamik eines einzelnen Brennelements theoretisch und experimentell untersucht. Schwerpunkt dieser die Simulationsversuche an Coremodellen ergänzenden Arbeit ist die rechnerische Behandlung der Einzel-BE-Dynamik unter ausgewogener Berücksichtigung dominierender Effekte durch geeignete mathematisch-mechanische Idealisierungen. Aufbauend auf theoretischen Überlegungen zur diskreten Simulation elastisch-plastischer Bauteile unter dynamischer Belastung wird hier ein Rechenmodell beschrieben, mit dem man die Deformationsgeschichte der Struktur bei vorgegebener Stoßbelastung allgemein und mit erträglichem Rechenaufwand ermitteln kann. Für das komplette Brennelement wird ein entsprechendes Rechenprogramm beschrieben. Zur Überprüfung und Verbesserung des Rechenmodells sind darüber hinaus statische und stoßartige Verifikationsexperimente an verschiedenen SNR-ähnlichen Einzel-Brennelementen durchgeführt worden. Unter Verwendung gemessener Stoßkräfte und bekannter Werkstoffdaten konnten diese Versuche weitgehend nachgerechnet werden.

### 3. Typische Störfallbelastung und resultierendes Brennelementverhalten

Zur Eingrenzung der am Einzel-BE zu erwartenden Störfallbelastung ist der mechanische Aspekt des Propagationsproblems in Abb. 2 schematisch dargestellt. Das Bild zeigt im vereinfachten Quer- und Längsschnitt durch den gestörten Kernverband die Strukturverformung und Bereiche stärkerer Kühlmittelbewegung infolge einer als bekannt angenommenen, lokalen Druckpulsbelastung  $p_o(t)$ . Das dreidimensionale gekoppelte Fluid-Struktur-Problem ist durch folgende Annahmen vereinfacht worden:

- Rotationssymmetrischer Stördruck  $p_o$  längs einer gewissen axialen Erstreckung  $L_o$
- Die Druckpropagation im Kernverband sei bekannt (d.h. die Gradienten  $\Delta p_i(t)$  sind gegeben)

Wegen der Hexagonaltopologie ergibt sich somit eine  $30^\circ$  Symmetrie in der  $r\varphi$ -Ebene; für jedes schraffierte Element erhält man eine torsionsfreie Biegeverformung der Brennelemente in der durch  $H$  laufenden  $r_z$ -Ebene. Darüberhinaus ist zu erwarten, daß der dünnwandige Hohlquerschnitt des hexagonalen Kastens ( $d/s_o \sim 0.02$ ) zumindest im Belastungsbereich infolge der relativ hohen Druckdifferenzen  $\Delta p_i$  zwischen den Brennelement-Flachseiten eine merkliche Formänderung erfährt. Wegen der Querschnitts- und Lastsymmetrie erfolgt diese Formänderung symmetrisch zur Querschnittsmitte  $H$ . Das im Kasteninnern befindliche Brennstab Bündel wirkt der Querschnittsformänderung entgegen, da es sich über die Abstandshalter an der BE-Wand abstützt. Das schlanke Brennelement ( $s_o/L < 0.10$ ) ist in den beiden Verspannungsebenen raumfest gehalten und wird sich daher infolge der Querstoßbelastung  $\Delta p_i$  als Balken durchbiegen. Da die BE-Biegesteifigkeit stark von der Geometrie, d.h. Formänderung des Kastenquerschnitts abhängt und diese wiederum durch das Bündelverformungsverhalten beeinflusst wird, bestimmen im wesentlichen drei zusammenwirkende Verformungs-Modi das Deformationsverhalten des gesamten Brennelements (vgl. Abb. 2):

- Kastendurchbiegung zwischen den BE-Stützebenen
- Querschnittsdeformation
- Bündelverformung

Durch die Relativbewegungen der in Abb. 2 schraffiert gezeichneten Elemente längs  $H$  wird außerdem das Kühlmittel in einem Teil der engen Spalte zwischen den Kästen verdrängt. Dadurch kommt es zu örtlichem Druckaufbau d.h. zu hydrodynamischen Zusatzkräften an der Struktur. In [26], [27] wurde gezeigt, daß diese Zusatzkräfte infolge der Verdrängungsströmung mitberücksichtigt werden müssen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden daher nichtkonservative Zusatzbelastungen zugelassen, auf deren Berechnung hier jedoch nicht näher eingegangen werden soll.

Für die Entwicklung von geeigneten Rechenmodellen zur Simulation des Strukturverhaltens und für die Planung von repräsentativen Experimenten an Einzel-Brennelementen soll zunächst die Größenordnung der im ungünstigsten Fall zu erwartenden stoßartigen BE-Belastung abgeschätzt werden. Dazu wurden sehr unterschiedliche zeitliche Druckverläufe der Literatur (vgl. Tabelle 1) entnommen und in Abb. 3 gegenübergestellt. Es handelt sich um Drücke, die für radial starre, SNR-300-BE-Geometrien unter konservativen thermodynamischen BNR-Bedingungen (Brennstoff- und Spaltgasbewegung, BNR-Ablauf) berechnet wurden ( $p_3, p_4, p_5$ ) oder die bei Brennstab-Niederschmelzversuchen unter Natrium und bei reaktorähnlichen Bedingungen gemessen werden konnten ( $p_1, p_2$ ). Einzelheiten zu diesen z.T. sehr unterschiedlichen Druckverläufen sowie einige im Zusammenhang mit der Strukturdeformation relevante Kenngrößen sind in der Tabelle 1 zusammengestellt. Beim Vergleich der Kurven  $p_1$  bis  $p_5$  untereinander sowie mit dem SNR-300-Referenzdruckpuls  $p_6$  (zur Ermittlung der Sprengladung für den Simulationsversuch Nr. 3 [19]) erkennt man, daß die dynamische Kasteninnendruckbelastung  $p(t)$  nur in gewissen Grenzen bekannt ist; es ergeben sich etwa die folgenden charakteristischen Bereiche:

Druckimpuls	$J = 0.50 \div 2.90$	(barsec)
Spitzendruck	$\hat{p} = 50. \div 400.$	(bar)
Zeit zum Erreichen von $\hat{p}$	$\hat{t} \approx 1.50$	(msec)

Welchen Druckpuls  $p_o(t)$  und welche Druckdifferenz  $\Delta p_1(t)$  erfährt ein Brennelement in unmittelbarer Nachbarschaft des berstenden Störfallelements? Alle Sprengversuche an SNR-300 Coremodellen haben gezeigt, daß sich beim Bersten eines realen Elements im nachgiebigen und von Kühlmittel umgebenen BE-Verband ein Druckpuls einstellt, der um einen Faktor  $\sim 0.125$  bis  $0.25$  niedriger ist als der in starrer Geometrie

gemessene Referenzdruck (z.B.  $p_6$  in Abb. 3) [19\_7]. Diese Druckminderung infolge nachgiebiger Umgebung wäre auch bei einer tatsächlichen BNR Druckbelastung voll wirksam. Weiterhin haben die Sprengversuche ergeben, daß die in Abb. 2 schematisch gezeigte Druckstörung  $p_0$  mit der Entfernung  $r$  vom berstenden Element sehr schnell abklingt. Das bedeutet, daß merkliche Druckdifferenzen, d.h. Einzel-BE-Belastungen  $\Delta p_i$  nur an den ersten beiden Reihen ( $i = 1, 2$  in Abb. 2) auftreten. Als typische Pulsbelastung für das Einzel-BE zeigen Abb. 4, 5 einige im nachgiebigen Coreverband des SNR-300 gemessenen Druckverläufe  $p_I, p_{II}$  und die Belastung  $\Delta p = p_{II} - p_{III}$  in der ersten BE-Reihe (Sprengversuche 3, [19\_7]). Hier ergeben sich die in Tab. 2 zusammengestellten charakteristischen Größen, die wesentlich milder ausfallen als in Tab. 1 und die für die maximale Beanspruchung und Verformung des Einzel-Brennelements maßgeblich sind. Zum Vergleich sind zwei repräsentative Stoßbelastungen  $p_A, p_B$  in Abb. 5 eingezeichnet, die bei dynamischen Einzel-BE-Versuchen gemessen wurden (vgl. Kap. 5).

Wenn selbst der konservative BNR-Druckpuls  $p_6$  (Abb. 3) unterstellt wird, so zeigen die SNR-Sprengversuche, daß man die am Einzel-Brennelement maximal zu erwartende dynamische Störbelastung durch folgende Größen abgrenzen kann:

Spitzendruck	$\hat{p} \leq 80.$	(bar)
Zeit zum Erreichen von $\hat{p}$	$\hat{t} \geq 3.0$	(msec)
Effektive Pulsdauer Kap. 5, Glg. (48)	$2t_M \geq 15.0$	(msec)
Druckimpuls Kap. 5, Glg. (48)	$J \leq 0.300$	(bar sec)

Welche maximalen Verformungen, Energieaufteilungen etc. sind an einem vereinfacht gelagerten und belasteten Einzel-BE (vgl. Anhang A7 sowie Abb. 6) zu erwarten, und welche Anforderungen sind an Rechenmodelle und Lösungsmethoden zu stellen, mit denen die dynamische Systemantwort zu simulieren ist? Aus obiger Eingrenzung der Störfallbelastung einerseits und mit Hilfe einiger strukturmechanischer Eigenschaften des SBR-Brennelements andererseits kann man grob abschätzen, welche physikalischen Effekte dominieren werden

und wo kritische Belastungen liegen. Dazu wird das in Abb. 6 gezeigte beidseitig gelenkig gelagerte BE betrachtet und angenommen, daß der Kasten aus linear-elastischem Werkstoff mit bekannter Fließgrenze  $\sigma_Y$  besteht. Unter Benutzung der im Anhang A1 abgeleiteten Beziehungen für den idealisierten Hexagon-Hohlquerschnitt sowie der elementaren Balkenbiegetheorie erhält man für SNR-typische Verhältnisse die in der Tab. 3 zusammengefaßten BE-Eigenschaften. Stellt man folgende Eigenschaften der Struktur den Belastungsparametern  $\hat{p}, \hat{t}, 2t_M, J$  [32\_7] gegenüber,

BELASTUNG:

Spitzenwert  $\hat{p}$  der dynamischen Pulslast  $p(t)$

Zeit  $\hat{t}$  zum Erreichen von  $\hat{p}$  sowie effektive Pulsdauer  $2t_M$  nach Glg. (48)

STRUKTUR:

Maximale statische Grenzlast  $P_{GA}$  (Querschnittsabplattung) sowie  $P_{GB}$  (BE-Durchbiegung), bei der die Streckgrenze gerade (örtlich) erreicht wird.

Grundschwingungsdauer  $t_A$  (Abplatt-Mode) sowie  $t_B$  (BE-Durchbiege-Mode, ohne Bündel) bzw.  $t'_B$  (BE mit Bündel) der Systeme in Tab. 3.

so können bezüglich der BE-Antwort einige Schlußfolgerungen gezogen werden:

- Neben elastoplastischen Rückstellkräften spielen Trägheitskräfte der Struktur eine dominierende Rolle ( $2t_M \approx t_A, t_B$ ) [33\_7, [34\_7
- Bereits nach wenigen Millisekunden ist mit plastischen, d.h. bleibenden Abplatt- und Durchbiege-Verformungen des Brennelements zu rechnen ( $\hat{p} \approx P_{GB}, P_{GA}$ ) [35\_7, [36\_7
- Sieht man von Lasteinleitungseffekten sowie lokalen Beulverformungen des Kastens ab, so kann bei nicht zu schneller Belastung der Einfluß der Schubverformung und Drehträgheit auf elastische Deformationen in erster Näherung vernachlässigt werden ( $2t_M \gg t_{A,B} / 100$  nach [37\_7,  $s_0/L < 0.10$ )

- Die Laufzeit  $\tau$  von Längs- und Querwellen durch das BE ist ein bis zwei Größenordnungen kleiner als die effektive Pulsdauer ( $\tau / (2 t_M) \sim 0.01 \div 0.07$ ), d.h. Wellenausbreitungsvorgänge quer zur Balkenachse können in erster Näherung vernachlässigt werden (Anhang A1.4)

Eine Abschätzung der maximal zu erwartenden BE-Deformationen und Verformungsenergien kann mit Hilfe der Elastizitätstheorie allein nicht erfolgen; das elastisch-plastische Werkstoffverhalten muß dazu in geeigneter Weise mitberücksichtigt werden. Eine weitere wesentliche Unbekannte ist die bereits erwähnte Kompressibilität des Brennstab-Bündels, das infolge der Querschnittsverformung wie in Abb. 6 gezeigt u.U. erheblich deformiert wird. Der Beitrag des Pin-Bündels zur Biegesteifigkeit des BE-Querschnitts kann hingegen vernachlässigt werden, da keine starre Verbindung zwischen BE-Kasten und Bündel besteht (axiale Verschieblichkeit durch Gleiten der Abstandshalter an der Kasteninnenwand). Messungen von Barinka [38] haben gezeigt, daß nur eine begrenzte Kopplung zwischen Kasten und Bündel besteht, die im vorliegenden Fall auf eine Erhöhung der BE-Biegesteifigkeit um maximal 4 % führen würde.

#### 4. Ein diskretes Modell zur numerischen Simulation des Strukturverhaltens

Bei der Beanspruchung von balkenähnlichen Bauteilen durch Querstoß kann man nach dem chronologischen Ablauf der physikalischen Vorgänge drei Stoßphasen unterscheiden [37], [39], [40]:

1. Phase: Von der Stoßkraft-Einleitungsstelle breiten sich die Spannungswellen etwa halbkugelförmig aus.
2. Phase: Die Stoßwellen sind an der Balkenober- und Unterseite hinreichend oft reflektiert worden, so daß sich ihre Front im wesentlichen in Balkenlängsrichtung ausbreitet.
3. Phase: Die Stoßwellen sind jetzt auch an den Balkenenden hinreichend oft reflektiert worden, so daß der gesamte Balken in Bewegung ist.

Ein Rechenmodell, mit dem alle drei Stoßphasen gleich gut behandelt werden können, gibt es bisher nicht [41]. Im allgemeinen lassen sich jedoch Stoßprobleme in zwei Klassen gliedern: In Wellenausbreitungsprobleme (1. und 2. Phase) und in Trägheitsprobleme (Zustand der 3. Phase). Die hier untersuchte dynamische BE-Verformung gehört in die Klasse der Trägheitsprobleme. Da es sich außerdem um ein deutlich nichtlineares System handelt (plastische und u.U. große Deformationen), gibt es wenig Anhaltspunkte zur Auswahl optimaler Rechenmodelle und Zeitintegrationsverfahren (vgl. Kap. 4.5).

Ausgangspunkt des hier beschriebenen Rechenmodells ist die Annahme, daß das vorliegende Problem auf ein einfacheres reduziert werden kann, das durch gekoppelte, elastoplastische Ersatzbalken charakterisiert ist. Eine zweite wesentliche Annahme betrifft das im vorigen Kapitel beschriebene BE-Verformungsverhalten (Vgl. Abb. 6). Neben der im Anhang A7 erläuterten Idealisierung der unteren BE-Halterung wird angenommen, daß die BE-Anwort durch die folgenden drei Verformungstypen approximiert werden kann:

- Durchbiegung mit zeitlich und örtlich variierender Biegesteifigkeit
- örtliche Deformation des dünnwandigen Kastenquerschnitts

- und der Verformung des Brennstabbündels im Bereich der Querschnittsdeformation.

Damit wird das 3D-Schalenproblem auf ein einfacheres Balkenproblem reduziert, und die Zulässigkeit dieser Annahme muß experimentell überprüft werden.

Zunächst wird die statische Tragfähigkeit und das Versagen eines idealisierten Hexagon-Kastens mit Hilfe der Traglasttheorie untersucht, und nach einigen Bemerkungen zum Stoffverhalten und zur Diskretisierung der Struktur wird ein Rechenmodell beschrieben, das auf der Bernoullischen Balkenbiegetheorie und der Plastizitätstheorie basiert. Mit Hilfe des Prinzips von D'Alembert werden für das diskretisierte System die Bewegungs-Differentialgleichungen abgeleitet (gekoppelte, gewöhnliche Differentialgleichungen 2. Ordnung) und mit üblichen numerischen Integrationsverfahren gelöst.

#### 4.1 Traglastanalyse des Hexagon-Kastenquerschnitts

Mit der Fließgelenkhypothese und den Methoden der Traglastanalyse kann man oft ohne größeren Rechenaufwand die statische Belastbarkeit von Balken- und Rahmensystemen abschätzen [36]. Abb. 8 zeigt einen vereinfacht gelagerten, leeren Hexagon-Kasten unter symmetrischen, statischen Belastungen, die im wesentlichen ebene Biege- und Membrandehnungen ( $\epsilon_{xx} = 0$ , ebener Dehnungszustand) über der Wandstärke des aus sechs ebenen, dünnen Platten bestehenden Kastens hervorrufen (Eckenradius Null). Die drei Gleichgewichtsbedingungen reichen allein nicht aus, um alle Reaktions- und Schnittgrößen bestimmen zu können; es handelt sich hier um ein 1-fach statisch unbestimmtes System, und man muß z.B. zur Berechnung des maximalen Biegemoments  $M^*$  ( $M_i$  = Biegemoment im Abschnitt  $i$ ) zusätzliche energetische Aussagen wie den 1. Satz von Castigliano

$$\frac{\partial W_D}{\partial M^*} = \sum_i^{1,6} \int_0^{l_i} \frac{M_i(\xi_i)}{(EI)_i} \frac{\partial M_i}{\partial M^*} d\xi_i = 0. \quad (1)$$

hinzuziehen, um etwa das größte Biegemoment  $M^*$  an den Stellen  $\xi^*$  des geschlossenen Kastens berechnen zu können. Betrachtet man nur den (wegen  $d/s_0 \ll 1.0$ ) überwiegenden Beitrag der Biegemomente  $M_i$  zur gesamten Formänderungsarbeit  $W_D$ , so ergeben sich z.B. für die idealisierten Lastfälle in Abb. 7 folgende Maximalmomente  $M^*$  an den Stellen  $\xi^*$ :

Lastfall	Größtes Biegemoment $M^*$	an der Stelle $\xi^*$
1	$-\left(\frac{1}{6}\right) F_r l$	$\xi_2 = 0.$
2	$\left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right) F_\varphi l$	$\xi_2 = 0.$
3	$-\left(\frac{7}{36}\right) p L_0 l^2$	$\xi_2 = 0.$
4	$\left(\frac{1}{12}\right) p L_0 l^2$	$\xi_i = l/2 \quad i = 1 \dots 4$

Damit können die im Anhang A1 angegebenen und in Abb. 7 schematisch gezeigten Schnittlastverläufe berechnet werden. Man kennt jetzt auch diejenigen Stellen, an denen bei Laststeigerung und elastisch-plastischem Stoffverhalten erstmals Werkstofffließen durch Erreichen der Fließgrenze einsetzen würde. Beim Lastfall 1 wäre z.B. die zugehörige elastische Grenzlast durch

$$\left(\frac{M d}{2 I}\right)^* + \left(\frac{N}{A}\right)^* \stackrel{!}{=} \sigma_Y \quad \text{d.h.} \quad \left(\frac{F_r}{L_0}\right) = \left(\frac{\sigma_Y d^2}{s_0}\right) \left(\frac{4\sqrt{3}}{4 + 3d/s_0}\right) \quad (2)$$

gegeben. Die Tragfähigkeit der Struktur ist jedoch erst dann erschöpft, wenn die Fließgrenze  $\sigma_Y$  an hinreichend vielen Stellen erreicht ist. Mit der konservativen Annahme elastisch ideal-plastischen Werkstoffverhaltens und den üblichen Verfahren der Traglastanalyse (Theorie erster Ordnung, [36], [42]) kann man die Tragfähigkeitsreserve bis zum Versagen abschätzen. Das Erreichen der sogenannten Traglast ist dadurch gekennzeichnet, daß gerade so viele Querschnitte voll plastifiziert sind (alle Fasern haben  $\sigma_Y$  erreicht), um aus der Struktur einen Mechanismus mit einem Freiheitsgrad werden zu lassen. Es sind dann hinreichend viele plastische Gelenke vorhanden, die zu einer kinematisch bestimmten Gelenkkette führen, so daß bei gleichbleibender Last die Verformungen unbeschränkt zunehmen.

Dieser Versagensmechanismus ist konservativ, da reale Stähle stets eine gewisse Verfestigung nach dem Erreichen von  $\sigma_Y$  zeigen (vgl. auch Abb. 8). Dadurch können die plastischen Gelenke mit zunehmender Verformung höhere Biegemomente übertragen, wodurch eine weitere Laststeigerung ermöglicht wird. Der gemäß Abb. 2 im Kernverband durch radiale  $F_r$  und tangentiale  $F_\varphi$  Kräfte (Lastfall 1 plus 2 in Abb. 7) beanspruchte Hexagon-Kasten erreicht seine Traglast dann, wenn in seinen Ecken die Fließbedingung (aus der Integration der Längs- und Biegespannungen über den voll plastifizierten Querschnitt)

$$\left| \frac{M}{M_f} \right| + \left( \frac{N}{N_f} \right)^2 = 1.0 \quad (3)$$

erreicht ist. Hierin bedeuten  $M_f, N_f$  die sogenannten Fließlasten des Querschnitts, bei denen der gesamte Querschnitt plastifiziert ist. Für den vorliegenden ebenen Dehnungszustand  $\epsilon_{zz} = 0$  des Rechteckquerschnitts ist z.B.:

$$M_f = \sigma_Y d^2 L_0 / 4 \alpha \quad N_f = \sigma_Y d L_0 / \alpha \quad (4)$$

wobei für  $\alpha = \sqrt{1 - \nu + \nu^2} = \sqrt{3}/2$  (von Mises Fließbedingung) oder  $\alpha = 1.0$  (Tresca Fließbedingung) einzusetzen ist. Für den Fall einer kombinierten Belastung  $F_r, F_\varphi$  ergibt sich durch Superposition der Schnittlasten (Anhang A1) und Beachtung des Momentengleichgewichts an der freigeschnittenen, beidseitig voll plastifizierten ( $M_B = -M_C = M$ ) Kastenseite mit Glg. (3):

$$\left| -\frac{\sqrt{3}}{4} f_\varphi + \frac{1}{2} f_r \right| + \left( \frac{3}{64} \right) \left( \frac{d}{s_0} \right)^2 \left[ f_\varphi^2 + 2\sqrt{3} f_\varphi f_r + 3 f_r^2 \right] = 1.0 \quad (5)$$

Diese Gleichung definiert die gesuchte Traglastgruppe  $f_r, f_\varphi$  und stellt damit die Ortskurve für Fließen dar. Es wurde dabei die von Mises Fließbedingung [33] benutzt, und die Kräfte  $F_r, F_\varphi$  sind in geeigneter Weise normiert worden:

$$f_\varphi = \left( \frac{F_\varphi s_0}{\sigma_Y d^2 L_0} \right) \quad f_r = \left( \frac{F_r s_0}{\sigma_Y d^2 L_0} \right) \quad (6)$$

Mit  $f_r = 0$  bzw.  $f_\varphi = 0$  in Glg. (5) erhält man die Traglasten bei reiner Tangential- bzw. Radialbelastung durch Linienlasten:

$$\begin{aligned} (F_{\varphi}/L_0)_T &= \left( \frac{\sigma_Y d^2}{s_0} \right) \left( \frac{8}{\sqrt{3} [1 + \sqrt{1 + (d/s_0)^2}]} \right) \\ (F_r/L_0)_T &= \left( \frac{\sigma_Y d^2}{s_0} \right) \left( \frac{8}{2 + \sqrt{4 + 9 (d/s_0)^2}} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

als Tragfähigkeitsgrenze. In ähnlicher Weise folgt für den an zwei gegenüberliegenden Flachseiten durch gleichmäßigen Druck  $p = \sqrt{3} F_r / (L_0 s_0)$  belasteten Kasten (Lastfall 3 mit idealisiertem Versagensmechanismus Abb. 7) als Traglast,

$$p_T = \sigma_Y \left( \frac{d}{s_0} \right)^2 \frac{8\sqrt{3}}{7} \quad (8)$$

so daß sich beispielsweise für den SNR-300 Mark 1A-Kasten unter Reaktorbetriebsbedingungen (Werkstoff 1.4981 bei 500 °C und  $> 10^{23}$  nvt Bestrahlungsdosis:  $\sigma_Y = 0.5886 \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-2}$  [44\_7]) die relativ geringe Außendruckbelastung von 6.79 (bar) ergibt. Bei allseitiger hydrostatischer Außen- (oder Innendruck-) Belastung  $p = \sqrt{3} F_r / (L_0 s_0)$  kann der Kasten erwartungsgemäß wesentlich höheren Drücken standhalten (Lastfall 4 Abb. 7). Für den Fall ergibt sich als Traglast in Übereinstimmung mit [23\_7],

$$p_T = \sigma_Y \left( \frac{d}{s_0} \right)^2 \frac{16\sqrt{3}}{1 + \sqrt{1 + 144 (d/s_0)^2}} \quad (9)$$

und für obiges Zahlenbeispiel ein Druck von 48.1 (bar). Dieser nach Glg. (9) berechnete Innendruck stellt eine konservative untere Grenze für den Berstdruck eines Hexagon-Kastens dar, da selbst das durch Neutronenbestrahlung versprödete Kastenmaterial noch eine merkliche Duktilität und Verfestigung aufweist. Eine sehr grobe obere Grenze für den Berstdruck ist etwa dadurch gegeben, daß die Membranspannung am "kreiszyklindrisch" aufgeweiteten Hexagon-Kasten die Bruchspannung  $\sigma_B$  erreicht [15\_7]. Bei dem betrachteten Zahlenbeispiel wäre dies mit  $\sigma_B = 0.6377 \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-2}$  [44\_7] bei 267. (bar) erreicht.

Bei der dynamischen Belastung einer Struktur sind die Beanspruchungsverhältnisse infolge hinzukommender Trägheitskräfte häufig so unübersichtlich, daß man die Traglastverfahren nicht mehr ohne weiteres anwenden kann. Fließgelenke könnten nämlich bereits vor dem Erreichen der Traglast gebildet werden; außerdem wird ihre Anzahl und Lage sowie ihr Drehsinn im allgemeinen zeitabhängig sein. Mit Hilfe der sogenannten starr-plastischen Methoden [45\_7], [46\_7] lassen sich zwar

z.T. geschlossene Lösungen für die plastische Enddeformation einfacher Balken und Ringe angeben (z.T. auch für verfestigende und viskoplastische Werkstoffe sowie große Deformationen), doch bleiben die Spitzendeformationen und die Verformungsgeschichte unbekannt. Hinzu kommt die Erfahrung, daß selbst bei einfachen Systemen mit wenigen Freiheitsgraden [23], [46] der Wechsel der Bewegungsphasen u.U. so viele Fallunterscheidungen bei der numerischen Lösung der nichtlinearen Differentialgleichungen erfordert [47], daß der Rechenaufwand im Vergleich zu allgemeineren Modellen/Verfahren oft nicht mehr gerechtfertigt ist.

#### 4.2 Stoffgesetz und große Verformungen

Bei der Entwicklung von Strukturmechanik-Rechenmodellen kommt der Idealisierung des realen Werkstoffverhaltens durch ein Stoffgesetz deswegen eine zentrale Bedeutung zu, weil

- einerseits die mathematische Beschreibung möglichst einfach und den erforderlichen numerischen Lösungsmethoden angepaßt sein muß
- andererseits mit wenigen Materialkennwerten das gemessene nicht-lineare Werkstoffverhalten möglichst gut anzunähern ist.

Bei dem vorliegenden Problem der stoßartigen Brennelementverformung muß davon ausgegangen werden, daß die erreichten Dehnungen u.U. weit in den plastischen Bereich hineingehen und daß der Einfluß der Verformungsgeschwindigkeit (Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}$ ) nicht ohne weiteres vernachlässigt werden kann. Diese Fragen sind besonders wichtig, weil im Rahmen der Arbeiten zur Coreverformung nicht nur das Verhalten des originalen SNR-300 Kastenwerkstoffs (1.4981) unter Reaktorbedingungen, sondern auch dasjenige der Simulationsmaterialien (1.4306, St45 für Core-Simulations- und Einzel-BE-Versuche) bei Raumtemperatur interessiert. Zur Beurteilung der Ergebnisse aus Simulationsversuchen und zur Bereitstellung von relevanten Stoffdaten für die Strukturmechanik-Rechenprogramme wurden daher statische und dynamische Zugversuche an Flachproben durchgeführt [28], [48]. Die in diesen Versuchen ermittelten einachsigen Spannungs-Dehnungs-Verläufe (bei näherungsweise konstanter Gesamtdehnungsrate) bilden den Ausgangspunkt der hier beschriebenen Werkstoff-Idealisierungen.

Das in Kap. 4.4 vorgestellte Rechenmodell simuliert die Struktur im wesentlichen durch balkenförmige Elemente, und das zugrunde gelegte Stoffgesetz beschränkt sich auf den einachsigen Spannungszustand. Zur Charakterisierung des Stoffverhaltens durch ein Gesetz der Art  $\sigma(\epsilon, \dot{\epsilon})$  wird zunächst folgendes angenommen:

- das Material ist homogen und isotrop
- linear elastische und (zeitunabhängig) plastische Dehnungen sind additiv
- das Spannungs-Dehnungs-Verhalten ist im Zug- und Druckbereich gleich
- es sind Be- und Entlastung zugelassen, wobei die Entlastung linear elastisch erfolgt.

Als elastoplastisches Stoffgesetz wird eine bilineare Approximation (vgl. [49\_7]) mit kinematischer Verfestigung gewählt, so daß ein idealer Bauschinger Effekt mitberücksichtigt werden kann. Dieses Stoffgesetz liefert zumindest bei überwiegend einachsigen Problemen gute Ergebnisse [43\_7]. Bei Belastung mit  $(\sigma \dot{\sigma}) > 0$  ergibt sich

$$\sigma = \begin{cases} E \epsilon & \text{im linear elastischen Bereich} \\ \sigma^* + E_p \epsilon & \text{im plastischen Bereich mit Verfestigung} \end{cases} \quad (10)$$

( $\sigma_{ys}$  = statische Fließspannung (Abb. 8, 11) und  $\sigma^* = \sigma_{ys}(E - E_p/E)$  als Hilfsgröße bei quasistatischer ( $\dot{\epsilon} \leq 10^{-4} \text{sec}^{-1}$ ) Belastung), das heißt das in Abb. 8 gezeigte Stoffgesetz  $\sigma(\epsilon)$ , das im quasistatischen Fall durch die drei Werkstoffparameter  $E, E_p, \sigma_{ys}$  festliegt. Die Fließgrenze  $\sigma_{ys}$  und der Plastizitätsmodul  $E_p$  sind in üblicher Weise [49\_7] dem Spannungs-Dehnungs-Diagramm aus klassischen Zugversuchen zu entnehmen (Abb. 11). Im dynamischen Fall ( $\dot{\epsilon} > 10^{-4} \text{sec}^{-1}$ ) muß bei den hier interessierenden Werkstoffen zumindest bei Raumtemperatur damit gerechnet werden, daß die Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}$  einen merklichen Einfluß auf das Materialverhalten hat [50\_7, 51\_7]. In Erweiterung von Glg. (10) wird daher ein linear-elastisch viskoplastisches Stoffgesetz nach [52\_7] angenommen. Danach ist für Glg. (10) in  $\sigma^* = \sigma_y(E - E_p)/E$  die mit  $\dot{\epsilon}$  steigende dynamische Fließspannung  $\sigma_y$  nach folgendem

Potenzgesetz aus der momentanen plastischen Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}_p$  zu berechnen:

$$\sigma_Y = \sigma_{YS} \left[ 1 + \left( \dot{\epsilon}_p / \dot{\epsilon}_{p0} \right)^{1/P} \right] \quad (11)$$

Zu  $E, E_p, \sigma_{YS}$  treten demnach zwei zusätzliche Materialparameter  $P, \dot{\epsilon}_{p0}$  hinzu, die unter der näherungsweise zulässigen Annahme  $\dot{\epsilon}_p \approx \dot{\epsilon}$  [51] z.B. aus Split-Hopkinson Schlagzugversuchen [48] durch Regressionsanalysen bestimmt werden können.

Im unmittelbaren Zusammenhang mit dem Stoffgesetz und der Zulassung größerer Dehnungen in der zu berechnenden Struktur steht eine weitere wichtige Frage, inwieweit nämlich große Verformungen mitberücksichtigt werden müssen [53]. Bei linear-elastischen Balkenstrukturen und Verformungen in der Größenordnung der Balkendicke kann dieser Geometrieeffekt vernachlässigt werden, d.h. die Gleichgewichtsbedingungen werden für den unverformten Körper aufgestellt. Bei den hier untersuchten u.U. großen plastischen BE-Querschnittsverformungen ist dies nicht mehr zulässig.

Um eine Vorstellung von der Größenordnung geometrischer und physikalischer Nichtlinearitäten zu geben, ist in Abb. 8 das experimentell (Kurve **G**) und numerisch (Kurven **A** bis **F**) ermittelte Deformationsverhalten eines leeren, symmetrisch durch zwei statische Linienlasten  $F/2L_0$  beanspruchten Hexagon-Kastens dargestellt. Zur Berechnung wurde das in Kap. 4.4 beschriebene Modell mit sechs Ersatzbalken für den BE-Querschnitt benutzt, und den Varianten **A** bis **F** liegen die folgenden Annahmen bezüglich geometrischer und physikalischer Nichtlinearitäten zugrunde (Abb. 8):

Kurve in Abb. 8	Stoffverhalten und Materialparameter in Glg. (10)	Geometrieinfluß: Gleichgewicht am verformten ( <b>V</b> ) oder unverformten ( <b>U</b> ) Kasten
<b>A</b>	linear-elastisch ( $E; \sigma_{YS} = 1.0 \cdot 10^{12} \text{N/m}^2$ )	linear, <b>U</b>
<b>B</b>	linear-elastisch ( $E; \sigma_{YS} = 1.0 \cdot 10^{12} \text{N/m}^2$ )	nichtlinear, <b>V</b>

Kurve in Abb. 8	Stoffverhalten und Materialparameter in Glg. (10)	Geometrieinfluß: Gleichgewicht am verformten ( <b>V</b> ) oder unver- formten ( <b>U</b> ) Kasten
<b>C</b>	bilinear, elastisch- plastisch mit Ver- festigung ( $E, E_p; \sigma_{YS} =$ $0.30 \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-2}$ )	linear, <b>U</b>
<b>D</b>	bilinear, elastisch- plastisch mit Ver- festigung ( $E, E_p; \sigma_{YS} =$ $0.30 \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-2}$ )	nichtlinear, <b>V</b>
<b>E</b>	starr-plastisch mit Verfestigung ( $E = 1.0 \cdot 10^{15} \text{ Nm}^{-2};$ $E_p; \sigma_{YS} = 0.30 \cdot 10^9$ $\text{Nm}^{-2}$ )	linear, <b>U</b>
<b>F</b>	starr-plastisch mit Verfestigung ( $E = 1.0 \cdot 10^{15} \text{ Nm}^{-2};$ $E_p; \sigma_{YS} = 0.30 \cdot 10^9$ $\text{Nm}^{-2}$ )	nichtlinear, <b>V</b>
<b>G</b> Experimen- te S1 (vgl. Tab. 7)	Werkstoffverhalten des austenitischen Stahls 1.4306 nach Abb. 12	Reale Verhältnisse

Ohne hier auf Einzelheiten einzugehen (vgl. Kap. 6) zeigt das Rechenbeispiel den starken Einfluß der physikalischen (Stoffgesetz) und geometrischen (große Deformationen) Nichtlinearitäten auf die Last-Deformations-Kurve **F(a)**. Die Kurve **D** stimmt erwartungsgemäß am besten mit dem experimentell ermittelten Verlauf **G** überein, und man kann folgendes feststellen: Im Bereich kleiner Verformungen ( $a/s_0 \leq 0.02$ )

ist  $F(\alpha)$  im wesentlichen linear. Die Tragfähigkeit  $F_{\max} = 10810$ . (N) des Kastens (Experiment:  $F_{\max} \approx 11000$ . (N)) wird bei  $\alpha = 11.08$  (mm) erreicht ( $dF/d\alpha = 0$ ), und der weitere Verlauf von  $F(\alpha)$  ist durch die gegenläufige Wirkung einer gewissen Materialverfestigung ( $E_p/E = 0.0193$ ) einerseits und einem Steifigkeitsverlust infolge großer Abplattungen  $\alpha$  andererseits bestimmt. Die mit der Fließgelenkhypothese nach Glg. (7) errechenbare Traglast beträgt für die vorliegenden Verhältnisse (Abb. 8) 7456. (N), d.h. die Werkstoffverfestigung erhöht nach diesem Rechenbeispiel die Tragfähigkeit um 45 % (vgl. auch Kap. 6 und Abb. 15).

#### 4.3 Feder-Massen Ersatzsysteme

Die einfachste strukturdynamische Simulation eines stoßbelasteten, balkenartigen Bauteils besteht darin, die kontinuierliche Struktur mit ihren unendlich vielen Freiheitsgraden durch ein diskretes System aus endlich vielen Punktmassen und Koppelfedern zu ersetzen [33], [34], [54]. In der Technik werden derartige Näherungen sehr häufig zur Lösung von Schwingungsproblemen benutzt. Mit Hilfe der Superpositionsgesetze der linearen Schwingungsdifferentialgleichungen kann man aber auch transiente oder Stoßvorgänge untersuchen, falls es sich um lineare Systeme handelt. Aber auch zur Berechnung von Stoßvorgängen an elastoplastischen Bauteilen können Feder-Masse-(FM-) Ersatzmodelle herangezogen werden, nur müssen die Bewegungsdifferentialgleichungen dann auf numerischem Wege gelöst werden. Dies erfordert auch oft schon der komplizierte, u.U. nur als Meßschrieb vorliegende Verlauf der Stoßbelastung. Wichtig für die Anwendbarkeit von FM-Ersatzsystemen ist hingegen generell, daß die folgenden Voraussetzungen hinreichend gut erfüllt sind:

1. Das Verformungsverhalten muß zumindest bereichsweise vorher definiert und bekannt sein. Üblicherweise wird die statische Deformation zugrunde gelegt und angenommen, daß diese Form näherungsweise auch für den dynamischen Fall gilt
2. Die mittlere Stoßzeit  $2 t_M$  darf im Vergleich zur größten (elastischen) Grundperiode  $t_B$  des Bauteils nicht zu klein sein (nach [34] ungefähr  $2 t_M \geq 0.4 t_B$ )

3. Die Stoßbelastung darf örtlich nicht zu konzentriert erfolgen (Vermeidung von Zusatzverformungen durch Eindringvorgänge, [39\_7]).

Die zweifellos einschneidendste Voraussetzung ist die erste, denn damit ist für das Bauteil bereichsweise nur eine einzige Deformationsform zugelassen. Weiterhin bedeutet diese Forderung, daß zusätzliche Information über das Strukturverhalten benötigt wird. Diese Zusatzinformation über das nichtlineare, statische Last-Deformationsverhalten von Brennelementen wird hier sowohl experimentell (Kap. 5) als auch numerisch mit detaillierteren Rechenmodellen (Kap. 4.4) gewonnen.

Ohne hier auf Einzelheiten der rechnerischen Behandlung und der Dynamik diskreter FM-Systeme einzugehen [54], soll hervorgehoben werden, daß die Güte der Simulation ganz entscheidend davon abhängt, wie gut man vor der eigentlichen Rechnung die reale Struktur abbildet, d.h. wie realistisch man die Trägheits- und Steifigkeitseigenschaften des Ersatzsystems bestimmt hat.

Im linear-elastischen Fall lassen sich diese sogenannten dynamisch äquivalenten Größen in guter Näherung mit Hilfe der einfach berechenbaren statischen Deformationsform ermitteln. Für den beidseitig gelenkig gelagerten, symmetrisch durch  $p(z,t)$  belasteten Biegebalken (ohne Querschnittsverformung) soll kurz der Gedankengang zur Bestimmung der charakteristischen Eigenschaften eines Einmassen-Ersatzsystems skizziert werden. Mit den drei Größen

$m_e$  Punktmasse, die der Gesamtmasse äquivalent ist

$F_e(t)$  der Belastung  $p(z,t)$  äquivalente Einzelkraft, die auf  $m_e$  einwirkt

$D_e(q)$  der statischen Balkenrückstellkraft  $D$  äquivalente Federkraft, die auf  $m_e$  einwirkt ( $q$  = Auslenkung von  $m_e$  in Richtung von  $F_e$ )

lautet die Differentialgleichung der Bewegung:

$$m_e \ddot{q} + D_e = F_e \quad (12)$$

Wie berechnet man  $m_e, D_e, F_e$  aus den gegebenen Balkeneigenschaften wie  $E I(z)$  = Biegesteifigkeit,  $\mu(z)$  = Massenbelegung,  $L$  = Balkenlänge und  $B$  = Querschnittsbreite? Für den realen Balken mit der Auslenkung  $y(z,t)$  gilt zunächst die folgende Leistungsbilanz

$$\dot{W} = \dot{W}_K + \dot{W}_D = \frac{d}{dt} \left\{ \int_0^L \frac{E I(z)}{2} y''^2 dz + \int_0^L \frac{\mu(z)}{2} \dot{y}^2 dz \right\} = B \int_0^L p(z,t) \dot{y} dz \quad (13)$$

Nimmt man unter Verwendung der 1. Voraussetzung in erster Näherung an, daß die dynamische Balkenauslenkung nur in einer einzigen Form (Einmassen-Ersatzsystem) erfolgt, so läßt sich die Zeit- und Ortsabhängigkeit in bekannter Weise separieren,

$$y(z,t) = q(t) \cdot \gamma(z) \quad (14)$$

wobei für die generalisierte Koordinate  $q(t)$  z.B. die maximale Balkendurchbiegung und für die Formfunktion  $\gamma(z)$  die dimensionslose Biegelinie unter der statischen Last  $p(z)$  gewählt wird. Mit der Affinitätsbeziehung (14) zwischen statischer und dynamischer Biegeform ergibt sich aus (13) als Bewegungsgleichung des realen Balkens ( $\dot{q} \neq 0$ ):

$$\ddot{q} \int_0^L \mu \gamma^2 dz + q \int_0^L E I \gamma''^2 dz = B \int_0^L p \gamma dz \quad (15)$$

Ein Einmassen-Ersatzsystem ist diesem Balken dynamisch äquivalent, wenn die Koeffizienten in (12) mit denen in (15) übereinstimmen.

Mit den Bezugsgrößen des realen Balkens

$$m = \int_0^L \mu dz \quad F = B \int_0^L p dz \quad (16)$$

lassen sich zunächst  $m_e, F_e$  durch Koeffizientenvergleich angeben;  $\alpha_m, \alpha_F$  bezeichnet man als Transformationsfaktoren für die Masse bzw. äußere Kraft:

$$\alpha_m = (m_e/m) = \int_0^L \mu \gamma^2 dz / \int_0^L \mu dz \quad \alpha_F = (F_e/F) = \int_0^L p \gamma dz / \int_0^L p dz \quad (17)$$

Weiterhin gilt für die Formänderungsarbeiten des realen  $W_D$  bzw. Ersatz-Systems  $W_{De}$  bei der statischen Auslenkung  $q$  und mit den Definitionen von  $D, q$ :

$$W_D = Dq - Bq \int_0^L p dz = Fq \quad W_{De} = D_e q = \int_0^L \frac{EI}{2} \gamma''^2 dz = F_e q = Bq \int_0^L p \gamma dz \quad (18)$$

Für den dritten Transformationsfaktor gilt damit stets:

$$\alpha_D = D_e/D = W_{De}/W_D = F_e/F = \alpha_F \quad (19)$$

Mit dem Verhältnis  $\alpha = \alpha_m/\alpha_F$  lautet Glg. (12):

$$\alpha m \ddot{q} + D(q) = F(t) \quad (20)$$

Wendet man die dargestellte Reduktionsmethode z.B. auf den durch eine symmetrische Stoßkraft  $F(t)$  auf Abplattung beanspruchten Hexagon-Kasten (Abb. 8) mit den Formfunktionen  $\gamma_i(\xi_i)$  an (die  $\gamma_i$  müssen die geometrischen Randbedingungen erfüllen, vgl. Anhang A1.2), so ergibt sich:

$$\alpha_m = 0.4460 \quad \alpha_F = 1.0 \quad (21)$$

Für die Eigenfrequenz der Kastenabplattung (vgl. Tab. 3) z.B. erhält man damit einen Wert, der nur 4 % über der exakten Lösung [20] liegt. Für den Durchbiege-Mode des nach Abb. 6 belasteten Brennelements ergibt sich (vgl. Anhang A1.3,  $L_0/L = 0.284$ , [55]):

$$\alpha_m = 0.4904 \quad \alpha_F = 0.9645 \quad (22)$$

Bei komplizierten linear-elastischen Strukturen muß das Bauteil je nach der Massen-, Steifigkeits- und Lastverteilung zunächst in einfachere, miteinander gekoppelte Bereiche unterteilt werden, die dann in der angedeuteten Weise reduziert werden können. Abb. 9b) zeigt z.B. ein sehr einfaches FM-Ersatzsystem für ein durch  $F(t)$  quergestoßenes Brennelement mit der Durchbiegung  $q_2$  und Kastenabplattung  $q_1 - q_2$ . Mit den als bekannt vorausgesetzten, statischen Last-Deformations-Charakteristiken  $D_1(q_1 - q_2)$ ;  $D_2(q_2)$  ist das transiente BE-Verhalten durch folgende Bewegungsgleichungen und Anfangsbedingungen gegeben (Anhang A2.) :

$$\begin{aligned} \alpha_1 m_1 \ddot{q}_1 + D_1 &= F_1 \\ \alpha_2 m_2 \ddot{q}_2 + D_2 - D_1 &= 0 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} q_1(0) &= 0 & q_2(0) &= 0 \\ \dot{q}_1(0) &= 0 & \dot{q}_2(0) &= 0 \end{aligned}$$

Bewegt sich das BE im Kernverband nach Abb. 2, so treten auf der rechten Seite nichtkonservative Zusatzkräfte infolge der Kühlmittel-Verdrängungsströmung bzw. Kollision mit Nachbarelementen hinzu [27]. Die durch  $F(t)$  am Einzel-BE verrichtete Arbeit  $W$  und ihre Aufteilung in kinetische Energie  $W_K$  sowie Deformationsenergie  $W_D$  läßt sich mit folgenden Gleichungen berechnen

$$\begin{aligned} \dot{W}(t) &= F_1 \cdot \dot{q}_1 \\ \dot{W}_D(t) &= D_1 (\dot{q}_1 - \dot{q}_2) + D_2 \cdot \dot{q}_2 \\ W_K(t) &= (\alpha_1 m_1 \dot{q}_1^2 + \alpha_2 m_2 \dot{q}_2^2) / 2 \end{aligned} \quad (24)$$

Die geschilderte Vorgehensweise ist sehr allgemein und damit auch auf nichtlineare Systeme anwendbar, solange bereichsweise nur eine einzige zulässige Deformationsform (Formfunktion  $\gamma_i$ ) auftritt. Dies trifft näherungsweise zu, wenn z.B. die plastischen Deformationen deutlich überwiegen und wenn die Lage der zu erwartenden Fließgelenke bekannt und unveränderlich ist; dann lassen sich nämlich eindeutig Transformationsfaktoren auf der Basis polygonartiger Verformungsmodes berechnen (vgl. Kap. 4.1, Abb. 7). Auf dieser Basis bekäme man z.B. für den gelenkig gelagerten, mittig durch  $F(t)$  belasteten Biegebalken im linear-elastischen Fall  $\alpha = 0.490$  und im starr-ideal-plastischen Fall (ein Gelenk in Balkenmitte)  $\alpha = 0.330$  [35].

Im allgemeinen muß jedoch beim elastoplastischen Stoß mit wechselnden Deformationsmodes durch zeitlich veränderliche Fließgelenke gerechnet werden. Hinzu kommt häufig der Einfluß der Verformungsgeschwindigkeit  $\dot{q}$  auf die Charakteristiken  $D(q)$  (vgl. Kap. 4.2), so daß man in solchen Fällen die Feder-Massen-Ersatzmodelle nur begrenzt anwenden darf.

#### 4.4 Ein diskretes Balken-Gelenk-Modell

Die bisherigen einfachen Betrachtungen haben gezeigt, daß die von der Traglastanalyse herkommenden starr-plastischen Methoden [46] und die auf Feder-Massen-Ersatzsystemen basierenden Verfahren [34] allein

nur begrenzt eine Abschätzung der elastoplastischen Stoßantwort eines Brennelements ermöglichen. Um andererseits den Rechenaufwand für ein BE in erträglichen Grenzen zu halten, wird hier auf die klassische Simulation mit Hilfe von finiten Elementen [14] oder finiten Differenzen [56] verzichtet; stattdessen soll zunächst ein physikalisches Ersatzmodell definiert werden, das konzentrierte Punktmassen und diskrete Drehfeder-Gelenke verwendet und auf diese Weise eine erheblich einfachere mathematische Formulierung des dynamischen Systemgleichgewichts zuläßt. Erste Arbeiten in dieser Richtung benutzten die sogenannte Fachwerk-Analogie [57] oder die Methode der Ersatzstäbe [58]. Ein anderes sehr einfaches Balkenmodell ersetzt die reale Struktur durch eine Reihe von starren Stäben, die durch Drehfeder-Gelenke miteinander verbunden sind [59], [60], [47]. Dieses Balkenelement ist nach Kenntnis des Autors (vgl. [60], [61]) bisher nur auf spezielle Systeme (Rechteckrahmen) meist unter statischer Belastung angewandt worden. Hier wird ein diskretes Balken-Gelenk-Modell entwickelt und auf die statische und dynamische Analyse weitgehend beliebiger, ebener Balkensysteme angewandt (vgl. auch [18]).

#### 4.4.1 Modell-Annahmen

Der Balken-Idealisierung liegen folgende Annahmen zugrunde (Abb. 10):

1. Das beliebige, ebene Balkensystem wird durch  $n$  gerade, starre Stäbe gleicher Länge  $l$  ersetzt, die durch Drehfeder-Gelenke miteinander verbunden sind.
2. Die Stabmasse wird auf zwei gleiche Punktmassen an den Stabenden (Gelenke, Knoten) aufgeteilt, und die "Drehfederkonstante"  $(MR/l)_i$  am Knoten  $i$  ist durch die elastoplastischen Steifigkeitseigenschaften des Balkenquerschnitts am Gelenk  $i$  gegeben ( $R_i$  = Radius des Kreises durch die Knoten  $i-1, i, i+1$ ).
3. Die Knotenquerschnitte stehen unter einem einachsigen Spannungszustand; für sie gelten die Bernoullischen Annahmen (Ebenbleiben und Normalität der Querschnitte auf der verformten, gedachten Mittellinie).

4. Die zunehmende Plastifizierung des Querschnitts am Knoten  $i$  infolge der Biegespannungen wird integral durch explizit angebbare, nichtlineare Biegemoment-Krümmungs-Relationen  $M_i(K_i)$  wiedergegeben, wobei das bilineare Stoffgesetz Glg. (10) verwendet wird. Eine Entlastung und Wiederbelastung, d.h.  $\dot{K}_i \geq 0$  (Gelenk-Drehrichtungsumkehr) ist zugelassen. Als Fließregel dient  $|M/M_f| = 1.0$ , da die Biegedehnungen gegenüber den Membrandehnungen stark überwiegen (vgl. Kap. 5).
5. Geometrische Nichtlinearitäten werden insofern berücksichtigt, als große Knotenverschiebungen zugelassen sind. Außerdem besteht die Möglichkeit, über eine mittlere plastische Dehnungsrate im Knotenquerschnitt eine mittlere dynamische Fließspannung  $(\sigma_Y)_i$  nach Glg. (11) zur Berechnung von  $M_i$  zu benutzen (Viskoplastizität).
6. Als äußere, eingeprägte Belastungen sind weitgehend beliebige, zeitlich vorgebbare dynamische oder kinematische Knotenbelastungen (quasistatisch bis stoßartig) zugelassen. Darüberhinaus können zusätzlich nichtkonservative Knotenkräfte berücksichtigt werden (Knotenkräfte zwischen Hexagonkasten und Pin-Bündel, hydrodynamische Druckkräfte).

Dieses diskrete Balken-Gelenk Modell kann als direktes Analogon zu der in [56] verwendeten Finit-Differenzen Simulation angesehen werden. Da das skizzierte Konzept jedoch auf einem physikalischen Ersatzmodell beruht, das hinreichend einfach ist, können die Bewegungsgleichungen exakt abgeleitet werden. Im Gegensatz zu [56] liefert demnach das hier entwickelte Ersatzmodell konsistente Differentialgleichungen der Bewegung. Dabei hat es sich als zweckmäßig erwiesen, generalisierte Koordinaten zu verwenden und die Gleichgewichtsformulierung nicht knotenweise sondern simultan für das gesamte diskrete System vorzunehmen. Aus diesem Grunde wurde das sehr allgemeine Prinzip von D'Alembert in Verbindung mit dem Prinzip der virtuellen Arbeiten benutzt [33].

#### 4.4.2 Grundgleichungen

Abb. 10 a) zeigt eine ebene Anordnung aus  $n$  Massenpunkten und Gelenken, die durch  $(n-1)$  Stäbe gekoppelt sind; dieses diskrete System simuliert z.B. einen Hexagon-Kasten unter der eingeprägten

äußeren Stoßbelastung  $\underline{F} = \underline{F}_E + \underline{F}_Q$  ( $\underline{F}_E$  = extern vorgegeben,  $\underline{F}_Q$  = infolge Wechselwirkung mit dem Pin-Bündel), die symmetrisch zur  $y$ -Achse und gegeben sein soll. Weiterhin wird angenommen, daß die Verformungen der kinematischen "Kette" symmetrisch zur  $y$ -Achse erfolgen; das System hat damit insgesamt  $(n+2)$  Stäbe, wovon  $(n-2)$  in dem raumfesten System  $(x,y)$  beweglich sind, und die Lage aller Massenpunkte ist durch  $H = (n-1)$  voneinander unabhängige Größen eindeutig festgelegt. Mit den Translations-  $(u,v)_k$  und Rotations-  $\varphi_k$  Freiheitsgraden  $\zeta_k$  ( $k=1 \dots 3n$ ) der  $n$  Massen lautet das Prinzip von D'Alembert in Lagrange'scher Fassung allgemein:

$$\sum_k^{1,3n} (\mathcal{F}_k - \mu_k \ddot{\zeta}_k) \delta \zeta_k = 0 \quad (25)$$

Hierin sind die  $\mathcal{F}_k$  äußere eingeprägte Knotenkräfte (Drehmomente), die  $\mu_k$  translatorische (rotatorische) Massenträgheiten, und  $\delta \zeta_k$  bedeutet die virtuelle Verschiebung (Rotation) eines Massenpunktes. Da das System aber nur  $H$  Freiheitsgrade hat, sind die  $\zeta_k$  nicht alle unabhängig voneinander. Bei dem untersuchten Balkensystem treten daher zu (25) noch  $r = (3n - H)$  algebraische Koppelbedingungen hinzu. Wählt man zweckmäßigerweise als freie, d.h. generalisierte Koordinaten z.B. (vgl. Anhang A3),

$$(q_i) = (v_1 \varphi_1 \varphi_2 \dots \varphi_{n-2}) \quad (26)$$

dann lauten die  $r$  holonomen Koppelbedingungen für die Inkremente  $(\varphi, u, v)_i$  der Knotenkoordinaten  $\phi_i = \phi_{i,0} + \varphi_i$   $x_i = x_{i,0} + u_i$   $y_i = y_{i,0} + v_i$  wie folgt:

1) Undehnbarkeit der Stäbe ( $2(n-2) + 1$  Gleichungen):

$$\left. \begin{aligned} v_i &= (v_{i-1} + y_{i-1,0}) + l \sin(\phi_{i-1,0} + \varphi_{i-1}) - y_{i,0} \\ u_i &= (u_{i-1} + x_{i-1,0}) + l \cos(\phi_{i-1,0} + \varphi_{i-1}) - x_{i,0} \end{aligned} \right\} \text{ für } i=2 \dots (n-1)$$

$$\varphi_{n-1} = \arccos \left[ \frac{-u_1 - x_{1,0} - l \sum_l^{1, n-2} \cos(\phi_{l,0} + \varphi_l)}{l} \right] - \phi_{n-1,0}$$

2) Symmetrie-Bedingungen (4 Gleichungen):

(27)

$$\begin{aligned} v_n &= (v_{n-1} + y_{n-1,0}) + l \sin(\phi_{n-1,0} + \varphi_{n-1}) - y_{n,0} \\ \varphi_n &= 2\pi - \varphi_{n-1} \\ u_1 &= 0 \quad u_n = 0 \end{aligned}$$

Schneidet man nun sämtliche Knoten in Abb. 10) frei, so ver-  
richten nur die freigeschnittenen Biegemomente  $M_i$  Arbeit, da  
die Stäbe undeformierbar sind. Damit liefert Glg. (26) für die frei-  
geschnittenen Punktmassen (Drehträgheit, Drehmomente sind Null)  
in dem raumfesten Koordinatensystem  $(x, y)$ :

$$\sum_k^{1,n} \left\{ (F_{x,k} - m_k \ddot{u}_k) \delta u_k + (F_{y,k} - m_k \ddot{v}_k) \delta v_k + (-M_k) \delta (\varphi_k - \varphi_{k-1}) \right\} = 0 \quad (28)$$

Durch Einsetzen der Koppelbedingungen (27) und ihrer zeitlichen  
Ableitungen in (28) sind sämtliche abhängigen kinematischen Größen  
eliminiert, und man bekommt eine Beziehung in der Form,

$$\sum_k^{1,H} (g_k) \delta q_k = 0 \quad (29)$$

worin die  $g_k$  nichtlinear von den  $(q, \dot{q})_k$  und linear von den gene-  
ralisierten Beschleunigungen  $\ddot{q}_k$  abhängen. Aus der Beliebigkeit der  
einzelnen  $\delta q_k$  folgt aus (29) ein Gleichungssystem für die  $\ddot{q}_k$ ,  
das linear in  $\ddot{q}_k$  und  $(F_{x,i}, F_{y,i})$  ist ( $i = 1 \dots n$ ):

$$\alpha_{KL} \ddot{q}_K = \beta_K \quad \text{mit } K, L = 1 \dots H \quad (30)$$

Mit den im Anhang A3. definierten Größen und Variablen sind die  
nichtlinearen Koeffizienten  $\alpha_{KL}(\phi_i, m_i)$  und die rechten Seiten  
 $\beta_K(\phi_i, \dot{\phi}_i, m_i, M_i, F_{x,i}, F_{y,i})$  bei  $i = 1 \dots n$  der Tabelle 4 zu entnehmen.  
Die Glgn. (30) können dann zur numerischen Berechnung der gesuch-  
ten generalisierten Beschleunigungen benutzt werden, so daß zu-  
sammen mit den Anfangsbedingungen die System-Bewegung eindeutig  
festliegt.

Im allgemeinen sind die äußeren, eingepprägten Knotenkräfte  $F_{x,i}; F_{y,i}$   
als Zeitfunktionen gegeben. Bei dem BE-Verformungsproblem ist je-  
doch auch der inverse Fall von Bedeutung, bei dem die Knotenkin-  
ematik (z.B. als  $H$  Beschleunigungen  $\ddot{q}_k$ ) vorgegeben ist und nach  
den Kontaktkräften  $F_{x,i}; F_{y,i}$  gefragt wird (Weg-kontrollierte sta-  
tische Belastung mit Hydraulikstempel, vgl. Kap. 5). In die-  
sem Fall ist lediglich eine Umordnung der Glg. (30) derart vorzu-  
nehmen, daß mit den jetzt als bekannt anzusehenden  $(q, \dot{q}, \ddot{q})_k$   
ein lineares algebraisches Gleichungssystem für die gesuch-  
ten  $H = (n-1)$  generalisierten Lasten  $Z_K$  entsteht,

$$\gamma_{KL} Z_K = \chi_L \quad \text{mit } K, L = 1 \dots H \quad (31)$$

wobei die Koeffizienten  $\delta_{KL}(q_K)$  und rechten Seiten  $\chi_K(q_K \dot{q}_K \ddot{q}_K)$  allgemein angebar sind.

Die durch die externen Kräfte  $F_{Ex,i}; F_{Ey,i}$  am System "Kasten plus Bündel" verrichtete Arbeit  $W$  und ihre Aufspaltung in kinetische Energie  $W_K$  sowie Deformationsenergie  $W_D$  (Kasten) und  $W_Q$  (Bündel) ist schließlich mit den folgenden einfachen Beziehungen berechenbar:

$$\begin{aligned} \dot{W}(t) &= \sum_{i=1,n}^{1,n} (F_{Ex,i} \dot{U}_i + F_{Ey,i} \dot{V}_i) \\ \dot{W}_D(t) &= \sum_{i=1,n}^{2,n} M_i (\dot{\psi}_i - \dot{\psi}_{i-1}) + M_1 (\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_n) \\ \dot{W}_Q(t) &= \sum_{i=1,n}^{1,n} (F_{Qx,i} \dot{U}_i + F_{Qy,i} \dot{V}_i) \\ W_K(t) &= \sum_{i=1,n}^{1,n} m_i (\dot{U}_i^2 + \dot{V}_i^2) / 2 \end{aligned} \quad (32)$$

Bei komplizierter aufgebauten u.U. 3D Strukturen kommen zu den kinematischen Beziehungen (27) noch weitere Kopplungsrelationen hinzu, und in Glg. (28) bis (31) erscheinen je nach Knotenanzahl bzw. Freiheitsgrad zusätzliche Variationsterme. Abb. 9a) zeigt beispielsweise die einfachste Diskretisierung eines Brennelements unter Querstoß mit 8 Balkenelementen, 9 Knoten und  $H = 2$  Freiheitsgraden (vgl. Kap. 6).

#### 4.4.3 Biegemoment-Krümmungs-Relationen, Kopplungsgrößen

Mit den Glgn. (30) oder (31) sind die Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen des diskreten Systems erfüllt. Das Stoffgesetz geht über die durch Glg. (10) und (11) berechenbare Spannungs-Dehnungs-Beziehung  $\sigma(\epsilon, \dot{\epsilon})$  in die Bestimmung der noch offenen, diskreten Balken-Biegemomente  $M_i$  an den Gelenkquerschnitten  $i = 1 \dots n$  ein. Dem späteren Rechenablauf entsprechend wird jedoch zunächst die Krümmungsänderung  $K_i$  an den Knoten  $i$  mit dem durch die drei Punkte  $(i-1, i, i+1)$  hindurchgehenden Krümmungskreis (Radius  $R_i$ ) bestimmt (Abb. 10),

$$|K_i| = (1/R_{i,0} - 1/R_i) = \left[ \sqrt{4 - (\sum_{i,0}/\ell)^2} - \sqrt{4 - (\sum_i/\ell)^2} \right] / \ell \quad (33)$$

worin  $1/R_{i,0}$  die eventuell vorhandene, spannungsfreie Vorkrümmung des zu simulierenden Balkensystems ist. Im Fall des Hexagon-Kastens wäre an den Eck-Knoten  $1/R_{i,0} \neq 0$  bei der axialen Diskretisierung des durchbiegenden Brennelements hingegen  $1/R_{i,0} = 0$ . Die Krümmung  $K_i$  hat das gleiche Vorzeichen wie  $h_i$  in Abb. 10b, wobei  $h_i$  den Abstand des Knotenpunktes  $(x_i, y_i)$  von der Sehne  $\Sigma_i$  in der Hesse-Normalform darstellt [62]. Damit ergibt sich für die Krümmung  $K_i$  und die ebenfalls benötigte Krümmungsgeschwindigkeit  $\dot{K}_i$ ,

$$K_i = \left[ \operatorname{sgn}(h_{i,0}) \sqrt{4 - (\Sigma_{i,0}/l)^2} - \operatorname{sgn}(h_i) \sqrt{4 - (\Sigma_i/l)^2} \right] / l \quad (34)$$

$$\dot{K}_i = - \operatorname{sgn}(h_i) \Sigma_i \dot{\Sigma}_i / (l^3 \sqrt{4 - (\Sigma_i/l)^2})$$

worin die Sehnenlängenänderung  $\dot{\Sigma}_i$  nach der Kettenregel aus den kinematischen Knotengrößen  $(u, v, \dot{u}, \dot{v})_i$  berechenbar ist:

$$\dot{\Sigma}_i = \left( \frac{\partial \Sigma_i}{\partial u_{i+1}} \right) \dot{u}_{i+1} + \left( \frac{\partial \Sigma_i}{\partial u_{i-1}} \right) \dot{u}_{i-1} + \left( \frac{\partial \Sigma_i}{\partial v_{i+1}} \right) \dot{v}_{i+1} + \left( \frac{\partial \Sigma_i}{\partial v_{i-1}} \right) \dot{v}_{i-1} \quad (35)$$

Mit  $(K, \dot{K})_i$  und gewissen Phasengrößen (Zustandsgrößen der Umkehrpunkte bei Entlastung, Wiederbelastung, Deformationsgeschichte) kann das zugehörige Biegemoment  $M_i$  eindeutig berechnet werden. Dabei wird von der Linearität der Gesamtdehnung  $\epsilon(\zeta)$  über dem Balkenquerschnitt  $A$  (Die neutrale Faser  $\zeta = 0$  sei fest, der Querschnitt sei doppelt symmetrisch) sowie der Normalitätsbedingung d.h.  $\epsilon = \zeta/R = \zeta \cdot K$  ausgegangen. Aus der Momentan-Gleichgewichtsbedingung am Querschnitt folgt:

$$M = \int_A \sigma(\epsilon) \zeta dA = \int_{\zeta} \sigma(\zeta) \zeta B(\zeta) d\zeta \quad (36)$$

Wegen des bilinearen Stoffgesetzes (10) ist die Integration bereichsweise vorzunehmen (elastischer Kern, plastische Außenbereiche), kann aber für viele übliche Querschnittsformen elementar durchgeführt werden [63]. Besteht der Querschnitt aus einem oder mehreren Rechteckbereichen so erhält man allgemein als Biegemoment-Krümmungs-Zusammenhang im linearen bzw. nichtlinearen Bereich (exakt):

elastisch:  $(M/M_E) = K/K_E$

plastisch:  $(M/M_E) = C_0 + C_1(K/K_E) + C_2(K_E/K)^2$  (37)

Dabei ist  $M_E(\sigma_Y)$  und  $K_E$  das elastische Grenzmoment bzw. die zugehörige Grenzkrümmung  $K_E = M_E/EI$ , und der entsprechende Referenzzustand  $M_E, K_E$  ist dadurch charakterisiert, daß in den Querschnitts-Randfasern gerade die Fließspannung  $\sigma_Y$  erreicht wird. Die Koeffizienten  $C_0, C_1, C_2$  hängen von der speziellen (beim Kasten u.U. zeitabhängigen) Querschnittsgeometrie und den Werkstoffparametern  $E, E_p$  ab (Kap. 6).

Bei allgemeiner dynamischer Belastung sind die Knoten einer stark wechselnden Beanspruchung ausgesetzt, und man muß mit mehrfacher Entlastung und Wiederbelastung ( $\dot{K} \cong 0$  d.h. Gelenk-Drehrichtungs-umkehr) z.T. bis in den plastischen Bereich hinein ( $|K| > K_E$ ) rechnen. Um diese Vorgänge rechnerisch erfassen zu können, wird analog zum Stoffgesetz  $\sigma(\epsilon, \dot{\epsilon})$  angenommen, daß im dimensionslosen Diagramm  $\tilde{M}(\tilde{K})$  (worin  $\tilde{M} = M/M_E; \tilde{K} = K/K_E$ ) die lineare Be- und Entlastung mit der Steigung 1.0 erfolgt und daß sowohl die plastische Belastung als auch die überelastische Lastumkehr durch eine einzige nichtlineare Funktion (37) beschrieben werden kann. Daraus folgt, daß sich ein voller Umlauf  $\tilde{M} = f(\tilde{K})$  entlang der Biegemoment-Krümmungs-Hysterese aus folgenden sechs Bereichen zusammensetzt (Abb. 11,  $\tilde{M}_1$  und  $\tilde{K}_1 =$  erster bzw.  $\tilde{M}_2$  und  $\tilde{K}_2 =$  zweiter Umkehrpunkt):

$$\begin{aligned}
 & \text{I. Elastische Belastung } (\dot{\tilde{K}} = \dot{\tilde{K}}_1 > 0; \tilde{M}_1 = 0) \quad \text{entlang:} \\
 & \tilde{M} = \tilde{K} \\
 & \text{II. Plastische Belastung } (\dot{\tilde{K}} = \dot{\tilde{K}}_1 > 0; \tilde{M}_1 = 0) \quad \text{entlang:} \\
 & \tilde{M} = \text{sgn } \dot{\tilde{K}} \left\{ C_0 + C_1 |\tilde{K}| + C_2 / \tilde{K}^2 \right\} \\
 & \text{III. Elastische Entlastung } (\dot{\tilde{K}} = \dot{\tilde{K}}_1 < 0; \tilde{M}_1 > 0) \quad \text{entlang:} \\
 & \tilde{M} = \tilde{M}_1 + \tilde{K} - \tilde{K}_1 \\
 & \text{IV. Plastische Lastumkehr } (\dot{\tilde{K}} = \dot{\tilde{K}}_1 < 0; \tilde{M}_1 > 0) \quad \text{entlang:} \\
 & \tilde{M} = \tilde{M}_1 + \text{sgn } \dot{\tilde{K}} \left\{ 1 + C_0 + C_1 |\text{sgn } \dot{\tilde{K}} (\tilde{K} - \tilde{K}_1) - 1| + C_2 / (\text{sgn } \dot{\tilde{K}} (\tilde{K} - \tilde{K}_1) - 1)^2 \right\} \\
 & \text{V. Elastische Wiederbelastung } (\dot{\tilde{K}} = \dot{\tilde{K}}_2 > 0; \tilde{M}_2 < 0) \quad \text{entlang:} \\
 & \tilde{M} = \tilde{M}_2 + \tilde{K} - \tilde{K}_2 \\
 & \text{VI. Plastische Wiederbelastung } (\dot{\tilde{K}} = \dot{\tilde{K}}_2 > 0; \tilde{M}_2 < 0) \quad \text{entlang:} \\
 & \tilde{M} = \tilde{M}_2 + \text{sgn } \dot{\tilde{K}} \left\{ 1 + C_0 + C_1 |\text{sgn } \dot{\tilde{K}} (\tilde{K} - \tilde{K}_2) - 1| + C_2 / (\text{sgn } \dot{\tilde{K}} (\tilde{K} - \tilde{K}_2) - 1)^2 \right\}
 \end{aligned} \tag{38}$$

Die Glgn. (38) gelten allgemein auch für die umgekehrte Belastungsrichtung, bei der statt  $\dot{K}_1 > 0$ ,  $\dot{M}_1 > 0$ ,  $\dot{M}_2 < 0$  dann  $\dot{K}_1 < 0$ ,  $\dot{M}_1 < 0$ ,  $\dot{M}_2 > 0$  wird. Man erkennt, daß zur eindeutigen Beschreibung des Biegemoments  $\tilde{M}$  die Deformationsgeschichte in jedem Zeitpunkt zu registrieren ist; d.h. außer der momentanen Krümmung  $\tilde{K}$  müssen die Koordinaten der Zyklus-Umkehrpunkte  $\tilde{K}_1, \tilde{M}_1$  und  $\tilde{K}_2, \tilde{M}_2$  sowie die Krümmungsgeschwindigkeit  $\dot{\tilde{K}}$  als Knoten-Zustandsgrößen bekannt sein. Bei viskoplastischem Stoffgesetz, d.h. einer dynamischen Fließspannung  $\tilde{\sigma}_Y$  nach Glg. (11) müssen zur Berechnung der Biegemomente  $M$  auch noch die Krümmungsgeschwindigkeiten  $\dot{K}_1$  bzw.  $\dot{K}_2$  kurz vor den Umkehrpunkten registriert werden.

Als typisches Beispiel für realistische  $M(K)$  Verläufe zeigt Abb. 11 wie das experimentell ermittelte  $\sigma(\epsilon)$  Verhalten (mittlere Kurve aus 6 Einzelversuchen) durch ein bilineares Stoffgesetz approximiert wird, das seinerseits nach Glg. (37) auf einen nichtlinearen Biegemoment-Krümmungsverlauf  $M(K)$  führt.

Im Fall des Hexagon-Kastens sind außer den Knotenbiegemomenten  $M_i$  noch zusätzliche Knotenlasten  $F_{ax,i}; F_{ay,i}$  (Abb. 10) zu berechnen. Diese Kräfte werden durch die Wechselwirkung zwischen dem sich verformenden BE-Kasten und dem Brennstab-Bündel hervorgerufen. Bei statischen Belastungsexperimenten an BE-Kästen mit und ohne Pin-Bündel (Abb. 6 und Kap. 5) hat sich gezeigt, daß

- die Stützwirkung des Bündels über einen weiten Verformungsbereich nicht vernachlässigt werden darf (Abb. 20)
- primär durch die Verringerung des freien Kastenquerschnitts  $A_a$  die dünnen Abstandshalter-Röhrchen (Abb. 1, 6) plastisch verformt und lokal zerstört werden. (Die Kompressibilität der Brennstäbe ist vernachlässigbar klein, sie können als starr angesehen werden;  $A_a = A_c - A_b$  mit dem konstanten Bündelquerschnitt  $A_b$ )
- nach geringer elastischer Bündelabplattung  $f_A = a/s_0 \leq 0.02$  eine geringe Laststeigerung genügt, um große, bleibende Bündel-deformationen zu bewirken (Abb. 12)

- der Kompressionswiderstand des Bündels im gesamten Bereich vor dem kompaktierten Zustand (d.h. dem Erreichen der dichtesten Packung der starren Brennstäbe) stark progressiv mit der Querschnittsabnahme  $A_{00} - A_Q$  zunimmt (Abb. 12)
- die Kastenflachseiten trotz der Bündelkompression in einem weiten Verformungsbereich ( $0 \leq f_A \leq 0.3$ , Abb. 20) im wesentlichen eben bleiben.

Diese experimentellen Erfahrungen haben zu der Entwicklung eines halbempirischen Bündelmodells geführt, das darauf verzichtet, die durch plastische Verformung und Reibung der Abstandshalterröhrchen bestimmten Detailvorgänge nachzubilden. Stattdessen wird das inhomogene System "Brennstäbe plus Abstandshalter" durch ein homogenes in der  $(x,y)$ -Ebene kompressibles Medium ersetzt (Abb. 12). Weiterhin wird angenommen, daß die durch Querschnittsänderungen  $\alpha_A = (A_{00} - A_Q) / A_{00}$  bedingte Kompression des idealisierten Mediums zu Normalspannungen, d.h. zu einem "hydrostatischen Innendruck"  $p_Q$  an den Kasteninnenflächen führt. Auf der Basis dieser Modellvorstellung und mit Hilfe des Balken-Gelenk-Modells wurden experimentelle Ergebnisse (Versuchstyp 1 und 2, Tab. 5) ausgewertet, wobei die im Anhang A6 beschriebene Vorgehensweise gewählt wurde. Abb. 12 zeigt, wie der aus  $\Delta\lambda_A$  bestimmbare Ersatzdruck  $p_Q$  ( $\lambda_A =$  dimensionsloser Lastparameter bei Abplattung, Gl. (45)) progressiv mit der Querschnittsabnahme  $\alpha_A$  zunimmt, was mit der steigenden "Verfestigung" und zunehmenden Reibung innerhalb der Bündelstruktur zu erklären ist. Bei  $\dot{\alpha}_A < 0$  d.h. Bündelentlastung sinkt  $p_Q$  sehr schnell und etwa linear mit  $\alpha_A$  bis auf Null ab (Hysterese mit  $p_Q \geq 0$ ). Zur Darstellung des empirisch ermittelten nichtlinearen Teils der Bündelcharakteristik  $p_Q(\alpha_A)$  hat sich der Potenzansatz

$$(p_Q/p_{Q0}) = \sum_j^{0,n} Q_j \alpha_A^j \quad (39)$$

bewährt. Abb. 12 zeigt, daß man die progressive Bündelcharakteristik über einen weiten Bereich  $0 \leq \alpha_A \leq 0.3$  d.h.  $0 \leq f_A \leq 0.275$  mit einem Polynom 4. Grades sehr gut approximieren kann.

Mit den empirisch bestimmbaren fünf Koeffizienten  $Q_0 \dots Q_4$  ermöglicht das beschriebene Bündelmodell die Berechnung der Knotenkräfte  $F_{ax,i}; F_{ay,i}$  als Kopplungsgrößen, die durch den gleichmäßigen

Innendruck  $p_a$  des Bündels am verformten Hexagon-Kasten hervorgerufen werden. In ähnlicher Weise wie bei der Biegemomenten-Berechnung wird zunächst die aufgeprägte Querschnittsänderung  $\alpha_A$  bzw. die geometrische Polygon-Fläche  $A_G$  (Abb. 10b) sowie ihre zeitliche Änderung  $\dot{A}_G$  aus der Kinematik der  $n$  Knoten bestimmt:

$$A_G = -\frac{1}{2} \sum_i^{1, n-1} \left[ (x_i - x_{i+1})(y_i + y_{i+1}) + (x_n - x_1)(y_n + y_1) \right]$$

$$\dot{A}_G = -\frac{1}{2} \sum_i^{1, n-1} \left[ (\dot{u}_i - \dot{u}_{i+1})(y_i + y_{i+1}) + (x_i - x_{i+1})(\dot{v}_i + \dot{v}_{i+1}) + (\dot{u}_n - \dot{u}_1)(y_n + y_1) + (x_n - x_1)(\dot{v}_n + \dot{v}_1) \right] \quad (40)$$

Mit den Bündel-Zustandsgrößen  $\alpha_A, \dot{\alpha}_A, \alpha_{A1}$  (mit  $\alpha_{A1}$  als Umkehrpunkt bei Bündelentlastungsbeginn) ist dann eine eindeutige Berechnung des momentanen Druckes  $p_a$  möglich. Die zugehörigen resultierenden Knotenkräfte  $F_a = p_a A_\ell$  bzw. ihre Vektorkomponenten  $F_{ax,i}, F_{ay,i}$  ergeben sich knotenweise mit den Winkeln  $\phi_i^+ = (\phi_{i-1} + \phi_i)/2$  und  $\phi_i^- = (\phi_{i-1} - \phi_i)/2$

$$F_{ax,i} = \text{sgn } x_i F_a \cos \phi_i^- \sin \phi_i^+ \quad (41)$$

$$F_{ay,i} = -\text{sgn } x_i F_a \cos \phi_i^- \cos \phi_i^+$$

#### 4.5 Integration der Bewegungsgleichungen

Ähnlich wie eine Feder-Massen Diskretisierung Glg.(23) führt das im vorigen Kapitel beschriebene Rechenmodell auf einen Satz von  $H$  nichtlinearen, gekoppelten, gewöhnlichen Bewegungs-Differentialgleichungen zweiter Ordnung. Diese Glgn. (30) können ohne numerische Probleme nach den generalisierten Beschleunigungen  $\ddot{q}_K$  aufgelöst werden, da die Diagonalelemente der bandförmigen Matrix  $\alpha_{KL}$  ( $K, L = 1 \dots H$ ) dominieren (vgl. Tabelle 4); anschließend sind die  $\ddot{q}_K$  für die gesuchten  $\dot{q}_K, q_K$  zu integrieren. Beim inversen Problem mit vorgegebenen Knotenbeschleunigungen sind diese zuerst zu integrieren, und danach kann man das algebraische Gleichungssystem (31) nach den gesuchten generalisierten Lasten  $Z_K$  auflösen. Für die Elimination von Glg. (30) bzw. (31) eignet sich in beiden Fällen der verkettete Gauß-Seidel Algorithmus [64]. Bei vorgegebenen Knotenkräften erhält man als Resultat die Beschleunigungen  $\ddot{q}_K$  explizit, die zusammen mit entsprechenden Anfangsbedingungen für  $\dot{q}_K$  und  $q_K$  das folgende, numerisch zu lösende Anfangswert-Problem darstellen :

$$\left. \begin{aligned} \ddot{q}_K &= \mathcal{V}_K(t, q_K, \dot{q}_K) \\ \dot{q}_K(t=0) &= \dot{q}_{K0} \\ q_K(t=0) &= q_{K0} \end{aligned} \right\} K = 1 \dots H \quad (42)$$

Die Funktionen  $\mathcal{V}_K$  enthalten bei dem hier untersuchten Problem z.T. stark dominierende nichtlineare Terme, so daß man zur numerischen Lösung von (42) ein geeignetes Zeitintegrationsverfahren verwenden muß. Für nichtlineare Strukturdynamik-Probleme gibt es zwar keine allgemeine Regel zur Verfahrensauswahl, doch stellen bei Punktmassen-Diskretisierung und schnellen Belastungsänderungen die expliziten Verfahren mit automatischer Anpassung der Zeitschrittweite einen guten Kompromiß dar (vgl. [41], [65]). Zur direkten Integration von (42) werden die  $H$  Differentialgleichungen 2. Ordnung zunächst aufgespalten in  $2H$  gekoppelte, gewöhnliche Gleichungen 1. Ordnung,

$$\left. \begin{aligned} \dot{g}_K &= \mathcal{V}_K(t, q_K, g_K) & g_K(0) &= g_{K0} \\ \dot{q}_K &= g_K & q_K(0) &= q_{K0} \end{aligned} \right\} K = 1 \dots H \quad (43)$$

wobei die generalisierten Geschwindigkeiten  $g_K$  als neue, unabhängige Variablen einzuführen sind. Zur Berechnung der Energien und Energieaufteilungen nach Glg. (32) kommen zu (43) noch mindestens drei weitere, gewöhnliche Leistungs-Differentialgleichungen mit entsprechenden Anfangsbedingungen für  $W, W_D, W_Q$  hinzu:

$$\left. \begin{aligned} \dot{W} &= f(\dot{u}_i, \dot{v}_i) & W(0) &= 0 \\ \dot{W}_D &= f_D(\dot{\psi}_i) & W_D(0) &= 0 \\ \dot{W}_Q &= f_Q(\dot{u}_i, \dot{v}_i) & W_Q(0) &= 0 \end{aligned} \right\} i = 1 \dots n \quad (44)$$

Zur numerischen Integration von (43) und (44) wurde das von Schlechtendahl [76\_7] entwickelte Simulationsprogramm DYSYS benutzt, das auf einem Runge-Kutta Verfahren 4. Ordnung basiert. Diese Art von Verfahren sind bei entsprechender Zeitschrittwahl relativ zuverlässig, und bei den hier untersuchten Problemen hat sich DYSYS insbesondere deswegen bewährt, weil es in Verbindung mit einer effektiven automatischen Zeitschritt-Anpassung auch in Extremfällen nur geringe Rechenzeiten erfordert. Bisherige Erfahrungen zeigten außerdem, daß eine Zeitschritt-Variationsbreite von  $\Delta t_{max} \approx 10^3 \Delta t_{min}$  erforderlich ist, wobei  $\Delta t_{max}$  aus Stabilitätsgründen nach folgenden Kriterien zu wählen ist:

$\Delta t_{max}$  unterhalb der kleinsten Schwingungsdauer  $t_e$  des linearen, physikalischen Ersatzsystems  
(Richtwert:  $\Delta t_{max} \leq t_e/10$  )

$\Delta t_{max}$  so klein, daß die vorgegebene transiente Belastung hinreichend gut aufgelöst werden kann

$\Delta t_{max}$  so klein, daß die Rechnung ausreichend genau den Änderungen der Systemeigenschaften (plastische Gelenke, Kollision etc.) folgen kann.

#### 4.6 Rechenprogramm BEDYN-2

Abb. 16 zeigt in einem stark vereinfachten Flußdiagramm den prinzipiellen Rechengang und die wichtigsten Ein- und Ausgabe-Größen des modular aufgebauten Codes. Das in FORTRAN IV geschriebene Programm (ca. 2500 Anweisungen und etwa 200 K Speicherplatzbedarf einschließlich Zeitintegration mit DYSYS [66\_7]) umfaßt im wesentlichen vier größere Unterprogramme:

- KINEMA:** Berechnet mit der vom Zeitintegrator ermittelten Kinetik  $(q, \dot{q}, \ddot{q})_k$  der generalisierten Koordinaten Glg. (26) sämtliche Knoten-Wege, -Geschwindigkeiten, -Beschleunigungen, Rotationen, Winkel-Geschwindigkeiten sowie -Beschleunigungen nach Glg. (27) und Anhang A3.
- PIN:** Ermittelt aus der Knotenkinematik den durch  $\alpha_A, \dot{\alpha}_A, \alpha_{A1}, p_Q$  gegebenen Bewegungs- und Kompressionszustand des Brennstab-Bündels. Mit dem aus Glg. (39) berechneten Ersatz-Innendruck  $p_Q$  werden die resultierenden Knotenzusatzkräfte  $F_{ax,i}$  und  $F_{ay,i}$  nach Glg. (41) bestimmt.
- DEKRUE:** Mit Hilfe der Knotenbewegungen werden die Sehnenslängen  $\Sigma_i$ , Abstände  $h_i$ , Knotenkrümmungen  $K_i$ , Rand-Dehnungen  $\epsilon_{max,i} = (K_i \cdot r_{max,i})/2$  sowie deren zeitliche Ableitungen  $\dot{\Sigma}_i, \dot{K}_i$  und  $\dot{\epsilon}_{max,i}$  bestimmt; Glgn. (33) bis (35).
- MOMCUR:** Prüft zunächst nach, ob irgendwo die Bruchdehnung erreicht bzw. überschritten ist (für die weitere Rechnung wird das übertragbare Moment an diesen Knoten gleich einem vorgegebenen  $\pm M$ -Rest gesetzt). Berechnet aus einer mittleren plastischen Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}_{p,i}$  nach Glg. (11) für jeden Knoten eine mittlere dynamische Streckgrenze  $\sigma_{Y,i}$  sowie die Bezugsgrößen  $M_{E,i}$ ;  $K_{E,i}$  und Koeffizienten  $(C_0, C_1, C_2)_i$  für Glg. (37). Dann erfolgt die eigentliche Berechnung der Knoten-Biegemomente  $M_i$  aus den Zustandsgrößen  $(\tilde{K}, \tilde{K}, \tilde{K}_1, \tilde{K}_1, \tilde{M}_1, \tilde{K}_2, \tilde{M}_2)_i$  unter Berücksichtigung der Bewegungsphasen Glg. (38) innerhalb einer  $\tilde{M}(\tilde{K})$ -Hysterese.

Zur numerischen Simulation der diskontinuierlichen Knotenzustandsänderungen bei Bewegungsumkehr (Entlastung/Wiederbelastung) infolge unregelmäßiger Stoßbelastungen mußte innerhalb der durch Glg. (38) (Abb. 11) gegebenen Fallunterscheidungen während der Umkehrphase eine Zustandsänderungs-Iteration zwischengeschaltet werden (Unterprogramm TRANS). Schließlich sei erwähnt, daß die digital einzugebenden äußeren Belastungen (diskrete Druck-Zeit- bzw. Beschleunigungs-Zeit Wertepaare) durch Linearinterpolation in polygonartige, kontinuierliche Lastfunktionen umgewandelt werden (Unterprogramm INTP). Auf diese Weise können weitgehend beliebige Lasten, z.B. aus Meßschrieben flexibel verarbeitet werden.

Abb. 9a) zeigt die dem Programm BEDYN-2 zugrunde liegende Anwendung des Balken-Gelenk-Modells auf ein Brennelement. Der dünnwandige Kasten wird durch das dargestellte Balkensystem ersetzt. Das BE wird durch einen Kastenbalken mit bereichsweise verformbarem Hohlquerschnitt und einer kompressiblen (Bündel-)Füllung angenähert. Sowohl die Durchbiegung in der  $yz$ -Ebene als auch die bereichsweise konstante Querschnittsverformung in der  $xy$ -Ebene wird durch ebene Systeme aus diskreten Balkenfeldern nachgebildet. Die Kopplung der beiden in Abb. 9a) gezeigten diskreten Systeme für Durchbiegung und Abplattung erfolgt durch die kinematische Bedingung, daß die Knoten 2 und 4 stets den gleichen Bewegungszustand in  $y$ -Richtung haben:  $(v \dot{v} \ddot{v})_2 \stackrel{!}{=} (v \dot{v} \ddot{v})_4$ . Stellt man die Bewegungsdifferentialgleichungen dieses spezialisierten gekoppelten Systems auf, so ergibt sich für den

Mode "A" (Reine Abplattung, Tab. 3):

$$\alpha_{11} \ddot{q}_1 = \beta_1 \quad \text{oder} \quad \delta_{11} Z_1 = \chi_1$$

Mode "B" (Abplattung u. Durchbiegung, Tab. 3):

$$\begin{aligned} \alpha_{11} \ddot{q}_1 + \alpha_{12} \ddot{q}_2 &= \beta_1 & \text{oder} & & \delta_{11} Z_1 + \delta_{12} Z_2 &= \chi_1 \\ \alpha_{21} \ddot{q}_1 + \alpha_{22} \ddot{q}_2 &= \beta_2 & & & \delta_{21} Z_1 + \delta_{22} Z_2 &= \chi_2 \end{aligned}$$

Unter Verwendung der allgemeinen Ergebnisse von Tab. 4 erhält man die im Anhang A4 angegebenen speziellen Koeffizienten  $\alpha_{KL}$ ,  $\beta_K$  bzw.  $\gamma_{KL}$ ,  $\chi_K$  für das Ersatzsystem von Abb. 9a).

Mit dem Einzel-BE-Rechenprogramm BEDYN-2 kann man durch Wahl entsprechender Steuervariablen folgende verschiedenen Fälle sowie deren Kombinationen untersuchen:

1. BE-Belastung: "Dynamisch", d.h. Vorgabe des (radialen) Differenzdruckes in  $y$ -Richtung (Kräfte  $F_{Ey,1}$  und  $F_{Ey,3}$ ) sowie des (seitlichen) Druckes in  $x$ -Richtung (Kraft  $F_{Ex,2}$ ) entsprechend einer gemischten Belastung im Kernverband (vgl. Lastfall 1 und 2 in Abb. 7)

"Kinematisch", d.h. Vorgabe der beiden Knotenbeschleunigungen  $\ddot{V}_1$  und  $\ddot{V}_3$  (Abb. 9a) z.B. bei wegkontrollierter Belastung.

2. Randbedingungen: "Mode A", d.h. 2D Abplattung des Kastens mit/ohne Bündel auf starrer Unterlage (vgl. Tab. 3).

"Mode B", d.h. Abplattung und Durchbiegung des beidseitig gelenkig gelagerten Brennelements (Tab. 3, Abb. 9a) mit/ohne Bündel.

3. Rechengang: "Große", d.h. geometrisch nichtlineare Deformationen oder

"Kleine", d.h. Deformationen, bei denen wegen  $\varphi_i \ll 1$   
gilt:  
$$\sin \varphi_i \approx \sin \varphi_{i,0} + \varphi_i \cos \varphi_{i,0}$$
$$\cos \varphi_i \approx \cos \varphi_{i,0} - \varphi_i \sin \varphi_{i,0}$$

BEDYN-2 wurde bisher für folgende Anwendungsrechnungen benutzt:

- Nachrechnung stoßartiger Einzel-BE-Experimente zur Codeverifizierung
- Berechnung statischer, globaler Last-Verformungs-Charakteristiken  $D(x)$  als notwendige Eingabe für den in [27] beschriebenen Mehrreihen-Code CORE-1 (Feder-Massen-Modell nach Abb. 9b)
- Parametrische Studien zum BE-Verhalten (Einfluß z.B. der Wandstärke, Streckgrenze, Pulsform, Bündel, Abmessungen etc. auf die Deformationsgeschichte u.a.)

Abschließend sei erwähnt, daß typische Rechenzeiten (CPU-Zeiten) von BEDYN-2 auf einer IBM 370/168 Anlage bei 10÷100 Sekunden liegen.

## 5. Statische und stoßartige Verformungsexperimente an Brennelementen

Um die Brauchbarkeit und Grenzen der im vorigen Kapitel beschriebenen Modellvorstellungen zur Berechnung der Brennelement-Struktur-  
dynamik zu überprüfen, wurden statische und dynamische Versuche an verschiedenen Einzel-Brennelementen durchgeführt. Gleichzeitig sind diese Grundlagenuntersuchungen als Ergänzung für die Unterwasser-Core-Simulationsversuche [17] und zum besseren Verständnis der Sprengversuchs-Resultate zu sehen.

Tabelle 5 zeigt eine Übersicht des Versuchsprogramms, das 60 Einzelversuche umfaßt. Die Querbelastung der im Maßstab 1:1 gefertigten, SNR-300-typischen BE-Modelle (Abb. 6) erfolgt sowohl statisch als auch stoßartig bis weit in den plastischen Bereich hinein. Die stufenweise komplexer werdenden Versuchstypen 1 bis 4 sind z.T. mit Modellen unterschiedlicher Kastenwandstärke aus verschiedenen Werkstoffen durchgeführt worden. Zweck dieses Experimentalprogramms ist die qualitative und quantitative Untersuchung von Einflußgrößen und physikalischen Effekten, die die dynamisch-plastische BE-Verformung bestimmen. Belastung und Randbedingungen müssen definiert und bekannt sein, und die wichtigsten Phänomene müssen trennbar sein, damit eine aussagefähige Nachrechnung des Einzel-experiments möglich ist. Ziel der Versuche ist weniger eine möglichst genaue Simulation der SNR-300 Verhältnisse sondern vielmehr die Überprüfung theoretischer Konzepte (Balkenidealisierung, einfache Wechselwirkung zwischen BE-Durchbiegung, Kastenquerschnitts-Abplattung und Bündelverformung, Balken-Gelenk-Modell), die Klärung des Bündelverhaltens und schließlich die Ermittlung des statischen Last-Deformationsverhaltens sowie der Energieaufnahmefähigkeit typischer SNR-Brennelemente. Von dieser Aufgabenstellung her resultieren folgende vier Versuchstypen, die schematisch in Tab. 5 zusammengestellt sind:

TYP 1: Kurzer, leerer Hexagonkasten (ohne Bündel) unter symmetrischer Linienlast  $F/L_0$  auf starrer Unterlage. 2D Abplattung bei ebenem Dehnungszustand ( $L_0 = 0.330$  (m)), Belastung nach Abb. 8, 17)

TYP 2: Kurzer, voller Hexagonkasten (mit Bündel) unter symmetrischer Linienlast  $F/L_0$  auf starrer Unterlage. 2D Abplattung bei ebenem Dehnungszustand  $L_0 = 0.330$  (m), Belastung nach Abb. 20.

TYP 3: Komplettes BE (Länge  $L$ , voller Kasten) mit Bündel unter symmetrischer Linienlast  $F/L_0$  im Mittelbereich  $L_0$  auf starrer Unterlage längs  $L$ . 3D Abplattung bei dreiaxsigem Dehnungszustand ( $L_0 = 0.330$  (m),  $L = 1.160$  (m)).

TYP 4: Komplettes BE (Länge  $L$ , voller Kasten) mit Bündel unter symmetrischer Linienlast  $F/L_0$  im Mittelbereich  $L_0$ ; beidseitig gelenkige Lagerung im Stützabstand  $L$ . 3D Abplattung und Durchbiegung bei mehrachsigen Dehnungszustand ( $L_0 = 0.330$  (m),  $L = 1.160$  (m))

Die Länge  $L_0$  ergibt sich aus der Distanz der SNR-300-Abstandshaltergitter  $\beta = 165$  mm und der Forderung nach mindestens zwei Gittern im Modell (Abb. 12). Die Stützweite  $L$  wurde so gewählt, daß das BE-Modell näherungsweise die gleiche Biege-Grundfrequenz hat wie die im SNR-300 gehaltenen Brennelemente (Einzelheiten im Anhang A7, S.89). Die 169 Brennstäbe des SNR-Bündels wurden in den Modellen der Einfachheit halber mit vollem Rundmaterial simuliert; 6 mm Durchmesser, Baustahl; dies ist aus zweierlei Gründen näherungsweise zulässig:

- der Beitrag der Pin-Querschnitte zur Gesamtbiegesteifigkeit des BE-Querschnitts ist relativ gering (vgl. Anmerkungen auf S. 16), so daß sich der Fehler infolge Vollmaterial-Simulation nur geringfügig auswirkt (unterhalb 5 %).
- die beim BE-Abplattvorgang am Einzel-Pin zu erwartenden Druckdifferenzen liegen (zumindest bis zum Erreichen der dichtesten Packung bei  $f_A = a/s_0 \approx 0.40$ ) etwa eine Größenordnung unterhalb der elastisch vom Hüllrohr aufnehmbaren Last; d.h. die realen Pins verhalten sich praktisch wie starre Körper.

Die für die Modelle benötigten Brennelement-Kästen wurden aus dem gleichen Sechskant-Rohrmaterial und in gleicher Weise gefertigt wie die bei den Sprengversuchen verwendeten Brennelemente [19]. Die chemische Zusammensetzung der Simulations-Werkstoffe 1.4306 und St 45 sowie des SNR-300 Original-Materials 1.4981, die Herstellungsart der Hexagon-Rohre sowie ungefähre statische Festigkeitseigenschaften (aus [67]) sind in der Tabelle 6 zusammengestellt (vgl. Abb. 11, [28]).

Bei den hier zu untersuchenden extremen Belastungsbedingungen (kontinuierlicher Steifigkeitsabfall durch lokale Plastifizierung) und wegen des dynamischen Charakters der Last  $F$  (Problem der Lastkontrolle) mußte eine geeignete Belastungseinrichtung entwickelt und gebaut werden; darüberhinaus waren entsprechende Versuchstechniken zu konzipieren.

### 5.1 Versuchstechnik und Belastungsanlage

Die kontrollierte Erzeugung von Stoßbelastungen an komplizierten und sich plastisch verformenden Bauteilen ist versuchstechnisch nicht ganz einfach. Der Grund dafür liegt an der stets vorhandenen dynamischen Wechselwirkung zwischen dem stoßenden und dem gestoßenen Körper. Hinzu kommt bei Stoßproblemen die verzerrungsfreie Messung und Verarbeitung schnell veränderlicher Größen.

Emschermann [40], Rühl [69] und Bartram [37] haben elastische Biegeträger unter extrem kurzer Querstoßbelastung untersucht (Pulsdauer  $\ll 1$  msec), wobei ein Fallhammer bzw. eine Bolzenschußvorrichtung verwendet wurde. Die Kontaktkraft ist bei diesen Versuchen nicht ermittelt worden. Parkes [70] berichtet über Stoßversuche an beidseitig eingespannten Balken, die mit einem Fallgewicht bzw. Projektil plastisch verformt wurden; er stellt u.a. fest, daß der Stoßvorgang nur bei sehr kleinen oder großen Massenverhältnissen der Stoßpartner überschaubar ist. Rawlings [71], [72] hat eine ganze Reihe von Versuchen an Stabsystemen und kleinen Rechteckrahmen mit Hilfe eines Fallgewichtsapparates durchgeführt. Die "Entkopplung" der Stoßpartner erreicht er durch die Verwendung eines zerreißenden, duktilen Drahtes als

Übertragungselement, so daß eine ungefähre Kontrolle der Stoß-Zugbelastung möglich wird. Die Messung der zeitabhängigen Stoßkraft und Verformungen erfolgte mit Dehnungsmeßstreifen bzw. potentiometrischen Weggebern.

Bei der statischen Belastung elastoplastischer Strukturen ist sowohl die Erzeugung definierter Lasten als auch die Meßtechnik wesentlich einfacher. Im Zusammenhang mit dem hier untersuchten Last-Deformationsverhalten von biegenden und abplattenden Hexagonkästen sind die in [72], [73], [74] zu findenden Ergebnisse für Balken und Kreiszyylinder nützlich gewesen.

Abb. 13 zeigt den Aufbau der hier verwendeten Belastungsanlage, die speziell für die statische und stoßartige Verformung von Brennelement-Modellen entwickelt worden ist. Im Prinzip wird eine Fallmasse verwendet, deren kinetische Energie zur Verformung der BE-Modelle dient. Zwischen Fallmasse und Versuchsobjekt ist ein "ideal-plastisch" verformbares Wabenmaterial angebracht, durch das die sich einstellende Stoßkraft wirkungsvoll begrenzt werden kann. Die statische Belastung des Modells erfolgt mit einem hydraulischen Druckzylinder, d.h. Weg-kontrolliert. Damit können auch Bereiche des Strukturverhaltens vermessen werden, die durch extreme "Entfestigung" und  $dF/da \leq 0$  (Abb. 8) charakterisiert sind. In Abb. 13 und 14 sind die im folgenden beschriebenen Hauptbestandteile der Versuchsanlage zu erkennen:

- Eine Gerüstkonstruktion, die auf der Fundamentplatte befestigt ist und zwei parallele Stangen zur Führung der Fallmasse trägt. Die Fallmasse besteht aus einem Doppelkasten, dessen Masse durch Zuladung von Bleiziegeln zwischen 100 und 800 (kg) variiert werden kann. Der Kasten läuft reibungsarm und kippsicher mit zwei Kugelbuchsen an den Führungsstangen. Bei einer maximalen Fallhöhe von 3.0 (m) beträgt seine Energie beim Auftreffen auf das Wabenmaterial maximal  $23.5 \cdot 10^3$  (Joule). Mit einer am Gerüst angebrachten Seilwinde und einem Hubmagneten kann die Fallmasse auf die gewünschte Höhe gebracht und freigegeben werden.

- Ein ca. 1900. (kg) schwerer Tisch, der mit sechs Schraubenfedern gegen die Fundamentplatte abgefedert und geführt ist und dessen Masse mit Bleiziegeln erhöht werden kann. Das BE-Modell befindet sich entweder auf einer durchgehenden Montage-schiene (Versuchstyp 1 bis 3) oder auf zwei Rollenlagern bzw. Lagerböcken (Typ 4), die auf dem Tisch befestigt werden. Der Tisch trägt außerdem zwei Abfangrahmen mit einer Wabenmaterialauflage, die bei extremer BE-Verformung dazu dient, die Restenergie der Fallmasse aufzunehmen bzw. in den schwingungsfähigen Tisch abzuleiten.
- Ein Belastungsstempel (Al-Schweißkonstruktion), der zusammen mit einer speziellen Krafteinleitungsvorrichtung für eine definierte und während des gesamten Stoßvorganges möglichst symmetrische Belastung der BE-Oberseite sorgt. Zu diesem Zweck ist der Aluminiumstempel mit zwei Kugelbuchsen an den beiden Führungsstangen geführt. Die in Abb. 25 erkennbare Krafteinleitungsvorrichtung besteht aus einem System von Platten und Rollen, das auch bei größerer BE-Durchbiegung eine nahezu gleichmäßige Linienbelastung  $F/L_0$  längs  $L_0$  bewirkt (Abb. 6). Das der Fallmasse ausgesetzte Wabenmaterial befindet sich oberhalb des Stempels und ist ringförmig um beide Führungsstangen angeordnet. Es handelt sich dabei um ein Aluminium-Wabenmaterial von der Fa. Hexcel (Typ 1/8-5052 0.001), dessen Kompressionsspannung in Vorversuchen zu  $\sigma_c = (19.1 \pm 1.7) 10^5 \text{ (N/m}^2\text{)}$  ermittelt wurde.

## 5.2 Instrumentierung und Versuchsablauf

Die wichtigsten simultan zu messenden Größen sind zeitlich schnell veränderliche Kräfte und Struktur-Deformationen. Darüberhinaus wurden aber auch Geschwindigkeiten, Beschleunigungen sowie Drücke gemessen, und der Stoßvorgang wurde mit einer Hochgeschwindigkeits-Kamera gefilmt. Zur Auslegung der aus Signalaufnehmer, Verstärker und Registriereinrichtung bestehenden Meßketten wurde davon ausgegangen, daß als typische Signalfrequenz zumindest für die am BE zu erwartenden Stoßkräfte und Beschleunigungen  $f \leq 10$  (kHz) anzusetzen ist. Als obere Grenze für die erforderliche Stoßkraft wurden  $2.5 \cdot 10^5$  (N) angenommen. Die maximal interessierenden BE-Deformationen (BE-Durchbiegung und Querschnittsabplattung) lie-

gen bei 90. (mm). Auf der Registrierseite war außerdem davon auszugehen, daß auf der bestehenden Datenerfassungsanlage maximal 16 Kanäle zur Aufnahme schneller Signale zur Verfügung standen.

Bei den dynamischen Versuchen wurden simultan die Stoßkraft, die beiden Lagerreaktionskräfte, getrennt die Verschiebungen der BE-Ober- und Unterseite in zwei Querschnittsebenen, zwei Beschleunigungen am Belastungsstempel sowie der Weg des durchfedernden Tisches gemessen. In Abb. 15a) und 25 ist das Prinzip der Stoßkraftmessung zu erkennen: Vier Quarzkristall-Meßunterlegscheiben befinden sich kraftschlüssig zwischen Stempel und Krafteinleitungsvorrichtung; sie sind auf Kugelscheiben gelagert sowie durch Stifte geführt, so daß die Kraftmessung auch bei größerer BE-Verformung ermöglicht wird. In ähnlicher Weise wurden die dynamischen Lagerkräfte mit je zwei Aufnehmern gemessen. Die Beschleunigung des Stempels und der BE-Oberseite wurde ebenfalls piëzoelektrisch erfaßt, und bei den Versuchen mit Wasserfüllung des BE-Modells ist der Innendruck an 5 axialen Positionen des Kastens mit Normal-Quarzkristall-Druckaufnehmern aufgenommen worden. Die verwendeten Piëzo-Aufnehmer der Fa. Kistler haben folgende Haupteigenschaften:

	Kraftaufnehmer Typ		Beschleunigungs- aufnehmer Typ	Druckaufnehmer Typ
	902A	903A	816A	601H
Meßbereich	0 ÷ 3.4 (10 <sup>4</sup> N) 0 ÷ 5.9		± 5000. (g)	
Nenn-Empfindlichkeit	4. (pC/N)	4.	5. (pC/g)	16. (pC/bar)
Eigenfrequenz (unmontiert)	~60. (kHz)		~20 (kHz)	~130 (kHz)
Federkonstante	~3.10 <sup>9</sup> (N/m)			

Die Frequenzen der gemessenen Signale liegen damit genügend weit unterhalb der Aufnehmer-Eigenfrequenzen (in der Regel sollte für eine verzerrungsfreie Aufnahme  $f_e \geq 3 f$  sein, [75]).

Zur Messung der schnellen und großen Kastendeformationen konnten handelsübliche Weggeber mit bewegten Massen nicht verwendet werden. Für die spezielle Meßaufgabe wurde deswegen eine praktisch trägheitslose Einrichtung entwickelt und gebaut, die eine berührungslose Messung der Kastenverformung auf optoelektroni-

scher Basis ermöglicht. In Abb. 15b) ist das Prinzip dargestellt: Der sich verformende BE-Querschnitt befindet sich zwischen einer starken Punktlichtquelle und einer linearen Anordnung von vielen Photodioden. Unter Lichteinwirkung fällt der elektrische Widerstand der Einzeldiode stark ab. Die Verformung bzw. Verschiebung der BE-Kontur bewirkt ein Wandern der Licht-Schatten-Grenze, so daß sich das Verhältnis von dunklem zu hellem Teil der lichtempfindlichen Diodenkette proportional zur BE-Verschiebung ändert. An den parallel an einer Konstant-Spannungsquelle liegenden "Photoelementen" der Kette entsteht dadurch ein Spannungssignal  $\Delta$ , das sich mit der beleuchteten Länge  $a_\Delta$  d.h. der BE-Verformung  $a$  oder  $c$  ändert (Abb. 15b). Die Ketten wurden aus je 8 AEG Photodioden-Zeilen vom Typ BPW 17/9 aufgebaut, und die ebenso einfache wie robuste Wegmeßanordnung zeigt eine gute Linearität und ein starkes Signal (Abb. 15b)) mit Empfindlichkeiten von  $\Delta/a_\Delta = 34.-42.$  mVolt/mm. Anfängliche Schwierigkeiten traten infolge der 50 Hz Versorgung der 400 (Watt)/36 (Volt) starken Glühlampen auf: Der Wechselstrom führte zu ausgeprägten Helligkeitsschwankungen, die zu Störschwingungen des Dioden-Nutzsignals führten. Erst nach Umstellung auf eine besondere Gleichstromquelle mit sehr geringer Restwelligkeit wurden gute Ergebnisse erzielt. Der relativ langsame Tischweg (Tisch-Eigenfrequenz  $2.37 \div 2.55$  (Hz) je nach Versuchstyp) wurde mit einem gewöhnlichen Karbon-Film Potentiometer (Meßbereich  $0 \div 50$  (mm), Eigenfrequenz ca. 13 (Hz)) gemessen. Die Geschwindigkeit der Fallmasse ist mit Hilfe einer Doppelphotozelle (Fa. Siek) unmittelbar vor dem Auftreffen auf das Wabenmaterial über eine elektronische Zeitmessung ermittelt worden, um eventuelle Reibungsverluste an den Führungsstangen umgehen zu können. Während der etwa 30. bis 200. (msec) dauernden Wechselwirkung zwischen Fallmasse, Belastungsstempel und BE-Modell wurde außerdem die BE-Verformung mit einer Fastax Kamera gefilmt. Um lokale Beulvorgänge im Lasteinleitungsbereich (vgl. Abb. 6, 21, 25) besser sichtbar zu machen, ist auf den Kasten ein Rasterfeld (2 x 2 cm) gezeichnet worden. Die hohe Bildfrequenz beim Hochgeschwindigkeitsfilmen (ca.  $6000 \text{ sec}^{-1}$ ) erforderte eine starke Ausleuchtung des Objekts; dadurch wiederum mußten die Diodenketten vor eventuellem Störlicht geschützt werden. Die zeitliche Zuordnung zwischen aufgenommenen Signalen und den Filmbildern erfolgte schließlich durch einen Lichtblitz (ca. 1 msec Dauer), der bei Stoßbeginn erzeugt und sowohl vom Film als auch von einer der Diodenketten registriert wurde.

Zur Verstärkung der Piëzo-Aufnehmer-Signale sind Kistler-Ladungsverstärker vom Typ 5001 (Frequenzbereich 0-180 (kHz), Ausgangsspannung  $\pm 10$ . (Volt) eingesetzt worden. Mit dem üblichen Übertragungskabel zwischen Geber und Verstärker konnte sogar die statische Kraftmessung (Minutenbereich) piëzoelektrisch erfolgen. Sämtliche Spannungssignale wurden schließlich über gewöhnliche Dana-Trennverstärker auf die Registrieranlage am Ende der Meßkette übertragen. Die Registrier-einheit ( $\pm 10$  V Eingang) bestand aus einem zentralen Prozessor vom Typ RAYTHEON 703 mit Magnetband-Aufzeichnung. Zur Registrierung aller maximal 24 Signale wurde parallel dazu ein angekoppeltes Analogbandgerät vom Typ Ampex FR1900 verwendet. Die anschließende Weiterverarbeitung der digitalisierten auf Band geschriebenen Daten erfolgte mit dem Programmsystem SEDAP [76] auf dem Computer.

Vor den Versuchen und zwischendurch wurden regelmäßig Kontroll-Eichungen aller Aufnehmer vorgenommen. Für die Quarz-Unterlegscheiben sind dabei Kraftmeßdosen sowie eine Präzisions-Waage mit hydraulischer Drückvorrichtung (Meßbereiche  $0 \div 1000$ .,  $5000$ . bzw.  $10^4$  und  $10^5$  (N)) benutzt worden, während der Eichfaktor für die Wegmeß-Photodiodenketten mit einer auf  $\pm 0.1$  (mm) ablesbaren "Verschiebe-Blende" und einem Digitalvoltmeter überprüft wurde.

Von dem Versuchsprogramm in Tabelle 5 ist zunächst ein wesentlicher Teil der statischen Versuche soweit durchgeführt und vorläufig ausgewertet worden, daß eine experimentell abgesicherte Vorstellung über das globale Last-Verformungsverhalten bei den Versuchstypen 1 bis 4 vorlag. Diese Vorinformation wurde später zur gezielten Vorbereitung der Stoßversuche benötigt. Die statische Be- und Entlastung erfolgte stufenweise (ca. 40 Meßpunkte) und Weg-kontrolliert bei arretiertem Tisch; dazu wurde ein Hydraulikzylinder mit Handpumpe und Manometerkontrolle benutzt. (Deformationsraten im Mittel bei  $\dot{a}/s_0 \leq 0.01$  ( $\text{sec}^{-1}$ ), Lastbereich ca.  $0 \div 3 \cdot 10^5$  (N), Fa. Weber, Typ Nr. ER GS 80-150). Auf jeder Laststufe sind die piëzoelektrischen Kraftsignale mit einem Digitalvoltmeter registriert worden. Die zugehörigen Verformungen des BE-Modells wurden über Taster und Wegmeßuhren an maximal 10 Stellen erfaßt (Abb. 20, 21), woraus die Durchbiegung und Abplattung getrennt und an mehreren Axialpositionen bestimmbar waren. Mit bekanntem statischen Kraft-Deformationsverhalten ist eine wesentlich bessere Abstimmung der für die kontrollierten Stoßversuche entscheidenden Größen

- $h_o$  Fallhöhe
- $m_o$  Fallmasse
- $A_o$  Gedrückte Fläche  
des Wabenmaterials

möglich, wodurch ein definierter Lastpuls (bzw. eine entsprechende plastische Endverformung) in etwa eingestellt werden konnte. Zu diesem Zweck ist das aus Fallmasse, Wabenmaterial, Stempel, BE-Modell und Tisch bestehende nichtlineare System nach den in Kap. 4.3 beschriebenen Methoden durch ein Feder-Massen Ersatzsystem simuliert worden. Mit einem einfachen Rechenprogramm wurde die nichtlineare Dynamik für jeden Versuchstyp und bei vorgegebenem statischen BE-Verhalten für mehrere  $h_o, m_o, A_o$ -Kombinationen numerisch ermittelt; die Ergebnisse dienten der Festlegung dieser drei Größen für den eigentlichen Stoßversuch.

### 5.3 Auswertung, Ergebnisdarstellung und Fehlerbetrachtungen

Die Auswertung der statischen Versuche, d.h. die Verarbeitung und Kondensation der bis zu 500 Daten pro Experiment wurde automatisch mit speziell dafür entwickelten Rechenprogrammen STAT1, 2, 3 vorgenommen. Diese Programme führen mit den einzugebenden Spannungs- und Weg-Signalen, Eichfaktoren etc. (Lochkarten) folgende einfachen Rechnungen durch:

- Ermittlung der Gesamtkraft  $F_j$ , Querschnittsabplattung  $a_j$ , BE-Durchbiegung  $b_j$  (an der Stelle  $z = L/2$ ) für jeden Meßpunkt  $j$  unter Verwendung der elektrischen Einzelspannungen sowie der Wegsignale für die Verschiebungen der BE-Oberseite  $Y_{jo}^k$  und Unterseite  $Y_{ju}^k$  an mehreren Axialpositionen  $k$ .
- Aufstellung kontinuierlicher Funktionen  $F, a, b$  und durch Linear-Interpolation zwischen den diskreten Meßpunkten  $F_j, a_j, b_j, Y_{jo}$ ; Berechnung verschiedener Lastparameter sowie der Formänderungsarbeit  $W_D = \int_{Y_o} F dY_o$
- Zeichnung div. Funktionen (z.B.  $F(a), F(b), \lambda_A(f_A), \lambda_B(f_B), W_D(a)$  etc.) und Darstellung der Brennelement-Kontur.

Zur vergleichenden Gegenüberstellung der Ergebnisse sind die dimensionslosen Lastparameter  $\lambda_A$  bzw.  $\lambda_B$  eingeführt worden, die das Verhältnis der bezogenen Belastung  $F/s_0$  bzw.  $F/L$  zur Federkonstanten  $C_A$  bzw.  $C_B$  (vgl. Anhang A1) der linear elastischen Struktur darstellen. Für den Fall der 2D Abplattung des leeren Kastens nach Abb. 8 erhält man bis auf unwesentliche Zahlenfaktoren für  $F/(s_0 C_A)$  die Größe  $\lambda_A$  (lineare Balkentheorie),

$$\lambda_A = \left[ \frac{F s_0^2 (1-\nu^2)}{L_0 d^3 E} \right] \quad f_A = \left[ \frac{a}{s_0} \right] \quad (45)$$

die gegen die dimensionslose Abplattung  $f_A$  aufgetragen, zumindest im elastischen Bereich die Geometrie- und Materialeinflüsse eliminiert (Abb. 19).

Eine andere geeignete Normierungsmöglichkeit besteht darin,  $F$  auf die durch (2) bzw. (7) gegebene elastische Grenzlast bzw. Traglast zu beziehen. Im übrigen sind die in den Leerkasten-Versuchen (Typ 1 ohne Bündel) gemessenen Maximallasten (Kollapspunkt ( $F_{max}/L_0$ ) mit  $dF/da = 0$ ) gegen den Parameter ( $d^2 \sigma_{YS}/s_0$ ) aufgetragen worden (Glg. (2), (7)), um die zusätzliche Tragfähigkeitsreserve gegenüber der Traglast bzw. elastischen Grenzlast deutlich zu machen (Abb. 17). Das Kraft-Deformationsverhalten  $F(b)$  für die BE-Durchbiegung wird in analoger Weise mit  $F/(L C_B)$  (s. Anhang A1.) durch den Ausdruck

$$\lambda_B = \frac{F L^2 e_B}{d s_0^3 (1-3d/s_0)} \quad f_B = \left[ \frac{b}{L} \right] \quad (46)$$

dargestellt (Abb. 21), wobei die im Anhang A1. angegebene Größe  $e_B = f(L_0/L)$  den Einfluß der Belastungsausdehnung  $L_0$  von  $F$  berücksichtigt. Zwischen den beiden Grenzfällen  $L_0 = 0$  (Einzellast bei  $z = L/2$ ) und  $L_0 = L$  (gleichmäßige Streckenlast entlang  $L$ ) variiert  $e_B$  zwischen 1.0 und 0.625 [55\_7].

Die statischen Versuchsergebnisse aus mehreren Einzelversuchen gleichen Typs (sowie gleicher Nennabmessungen und bei gleichem Werkstoff) können gemittelt, d.h. zu Gruppen S1, S2 usw. (Tabelle 7) zusammengefaßt werden. Bei der Darstellung der dynamischen Versuche ist dies nicht mehr möglich, da zu jedem Einzelversuchsergebnis eine individuelle Stoßbelastung  $F(t)$  gehört. Jedes Experiment ist im wesentlichen für sich zu betrachten. Nach Youngdahl [32\_7] kann man zwar mit Hilfe der last- und struktur-typischen integralen Korrelationsparameter

$$\begin{aligned}
 J' &= \int_{t_{YA}}^{t_{YE}} p(t) dt \\
 t'_M &= \frac{1}{J'} \int_{t_{YA}}^{t_{YE}} (t - t_{YA}) p(t) dt & P'_M &= J' / (2 t'_M)
 \end{aligned}
 \tag{47}$$

den Einfluß der Pulsform  $p(t)$  auf die plastische Enddeformation einfacher, starr-plastischer Strukturen weitgehend eliminieren ( $W_D^{plast} \gg W_D^{elast}$ ), doch sind in der Praxis die in (47) benötigten Größen  $t_{YA}, t_{YE}$  stets unbekannt ( $t_{YA}$  = Beginn,  $t_{YE}$  = Ende der plastischen Deformation); hinzu kommt, daß  $J', t'_M, P'_M$  selbst für einfache Balken und Rahmen ortsabhängig sind. Aus diesen Gründen und der Einfachheit halber wurden für Vergleichszwecke die Stoßpulse in der vorliegenden Arbeit mit folgenden Integralgrößen charakterisiert ( $t_{YA} \approx 0; t_{YE} \approx t_E$  = Pulsdauer):

$$\begin{aligned}
 \int_0^{t_E} p(t) dt &= J && \text{= Fläche unter } p(t) \\
 \frac{1}{J} \int_0^{t_E} p(t) t dt &= t_M && \text{= Schwerpunkt von } p(t) \\
 J / (2 t_M) &= P_M && \text{= Höhe des flächengleichen Rechtecks}
 \end{aligned}
 \tag{48}$$

Ansonsten werden jedoch alle Stoßversuche individuell ausgewertet; d.h. es werden hier die folgenden wichtigsten Größen als Funktion der Zeit aus den Meßsignalen berechnet und gezeichnet:

Stempelstoßkraft	$F(t)$
Summe der Lagerkräfte	$F_L(t)$
Stempel-Beschleunigung	$\ddot{Y}_s(t)$
Verschiebungen der BE-Ober- und Unterseite an den Axialpositionen	$Y_o, Y_u(t)$
$z = (L \pm L_o) / 2$ (Abb. 6)	$W = \int_0^{t_E} F \ddot{Y}_o dt$
Arbeit der äußeren Last	
Tischweg (Maximalwert $\hat{G}$ )	$G(t)$

Unter Vernachlässigung der sehr kleinen elastischen Formänderungsarbeiten und der kinetischen Restenergie  $W_K$  des BE-Modells kann eine grobe Abschätzung der durch plastische BE-Verformung verbrauchten Energie  $W_D^{plast}$  mit folgender Bilanzgleichung für den Zustand nach dem Stoß vorgenommen werden,

$$W^{Fall} = W_D^{Waben} + W_D^{plast} + W^{Tisch}$$

$$W_D^{plast} \approx m_0 g h_0 - \sigma_c A_0 \Delta h - \left(\frac{C_T}{2}\right) \hat{G}^2 \quad (49)$$

worin die Tischfederkonstante  $C_T$  zu  $1.138 (10^6 \text{ Nm}^{-1})$  ermittelt wurde und  $\Delta h$  die nach dem Versuch gemessene Höhenabnahme des Wabenmaterials ist.

Abschließend soll mit einigen Fehlerbetrachtungen das durch die gesamte Meßkette bedingte Fehlerband der wichtigsten Meßgrößen ermittelt werden. Mit den Angaben aus Herstellerkatalogen und auf Grund eigener Eichmessungen (vgl. z.B. Abb. 15b) kann man im einzelnen von folgenden meßübertragungs- und registriertechnisch bedingten Einzelfehlern ausgehen:

Meßgröße	Fehlerquelle Teilfehler (%)			Fehler (%) der Meßgröße
Kraft $ \Delta F/F _{dyn}$ $ \Delta F/F _{stat}$	Piëzo- Geber	Verstärker	Registrierung u. Ablesung	$\pm 3.26$
	$\pm 1.0$	$\pm 1.16$	$\pm 1.10$	
BE-Verformung $ \Delta a/a _{dyn}$ $ \Delta b/b _{dyn}$	Diodenkette	Trenn- Verstärker	Registrie- rung und Ablesung	$\pm 3.70$
	$\pm 1.60$	$\pm 0.10$	$\pm 2.00$	
Tischweg $ \Delta G/G $	Potentio- meter	Trenn- Verstärker	Registrie- rung und Ablesung	$\pm 2.20$
	$\pm 1.0$	$\pm 0.10$	$\pm 1.10$	

Meßgröße	Fehlerquelle Teilfehler (%)	Fehler (%) der Meßgröße
BE-Kasten- Wandstärke $ \Delta d/d $	Mikrometer- Maß-Toleranzband messung $\sim \pm 2.5$	$\pm 2.50$
Schlüssel- weite etc. $ \frac{\Delta s}{s}  \quad  \frac{\Delta h}{h} $ Längen $ \Delta L/L $ $ \Delta L_0/L_0 $ $ \Delta h_0/h_0 $	Schublehren- Maß-Toleranzband messung $\pm 0.50$  Bandmaß $\sim \pm 0.10$	$\pm 0.50$  $\pm 0.10$
Massen $ \Delta m_0/m_0 $	Federwaage $\pm 1.0$	$\pm 1.0$

Aus den Vorversuchen zur Bestimmung der Wabenkompressionsspannung ist zu entnehmen, daß  $\sigma_c$  (trotz Vorverformung) nur auf ca.  $\pm 9\%$  genau bekannt ist. Weiterhin muß bei der Werkstoff-Fließspannung  $\sigma_{ys}$  (Abb. 11) mit einem Schwankungsbereich von  $\pm 5\%$  gerechnet werden. Für eine aus den fehlerbehafteten Meßgrößen  $x_k$  berechnete Größe  $y$  beträgt der Gesamtfehler in erster Näherung:

$$\Delta y \approx \sum_k^{1,n} \left| \frac{\partial y}{\partial x_k} \right| \Delta x_k \quad (49)$$

Damit und unter Berücksichtigung der Einzelfehler ergeben sich für die abgeleiteten Größen  $\lambda_A, \lambda_B, F_{max}/L_0, W_D^{plast}$  etwa folgende relativen Gesamtfehler:

$$\left| \frac{\Delta \lambda_A}{\lambda_A} \right| = \left| \frac{\Delta F}{F} \right| + 2 \left| \frac{\Delta s}{s} \right| + 3 \left| \frac{\Delta d}{d} \right| + \left| \frac{\Delta L_0}{L_0} \right| \approx \pm 11.1\% \quad (50)$$

$$\left| \frac{\Delta \lambda_B}{\lambda_B} \right| = \left| \frac{\Delta F}{F} \right| + 3 \left| \frac{\Delta s}{s} \right| + \left| \frac{\Delta d}{d} \right| \approx \pm 6.90\%$$

$$\left| \frac{\Delta F_{max}/L_0}{F_{max}/L_0} \right| = \left| \frac{\Delta s}{s} \right| + 2 \left| \frac{\Delta d}{d} \right| + \left| \frac{\Delta \sigma_{ys}}{\sigma_{ys}} \right| \approx \pm 10.5\%$$

6. Anwendung sowie Vergleich und Diskussion theoretischer und experimenteller Ergebnisse

Das im Kapitel 4.6 beschriebene Rechenprogramm BEDYN-2 für das Einzel-Brennelement ist so konzipiert, daß man unter Eingabe der BE-Geometrie, der Auflagerbedingungen und Werkstoffeigenschaften entweder Kraft-Deformations-Charakteristiken infolge aufgeprägter Knotenbeschleunigungen oder die Strukturbe-  
 wegung infolge zeitlich vorgegebener Knotenkräfte berechnen kann. Dadurch ist es möglich, sowohl die statischen wie die stoßartigen Verformungsexperimente vom Typ 1 bis 4 unter Verwendung der in Tabelle 5 angedeuteten, direkt gemessenen Belastungen nachzurechnen. Darüberhinaus hat man mit BEDYN-2 z.B. auch die Möglichkeit, das für eine Feder-Massen Simulation mehrerer Brennelemente als bekannt vorausgesetzte statische Deformationsverhalten eines vorgeb-  
 baren BE-Typs zu berechnen (vgl. Kap. 6.4).

Die nachfolgende Übersicht zeigt die in den verschiedenen Ver-  
 suchen gemessenen Hauptgrößen, die für BEDYN-2 Versuchsnachrech-  
 nungen benötigte Eingabeinformation sowie diejenigen Größen, die zum Vergleich von Experiment und Rechnung benutzt worden sind (vgl. Tab. 7, Abb. 16):

VERSUCHS TYP NR.	HAUPTMESS- GRÖSSEN	INPUT FÜR BEDYN-2	GRÖSSEN ZUM VERGLEICH EXPERIMENT/RECHNUNG
1 bis 3 dynamisch	$F(t), a(t), W_D(t)$	$F(t)$ , Geom.-, Bündel- und Werkstoffdaten	$a(t)$ , $a^{plast}$ sowie $\hat{a}$ , $t_{\hat{a}}$ und $W_D^{plast}$
1 bis 3 statisch	$F(a), W_D$	$a(t)$ , Geom.-, Bündel- und Werkstoffdaten	$F(a)$ , $max F$ , $a_{max F}$ und $W_D^{plast}$
4 dynamisch	$F(t), a(t), b(t),$ $W_D(t)$	$F(t)$ , Geom.-, Bündel- und Werkstoffdaten	$b(t)$ , $b^{plast}$ , $\hat{b}$ , $t_{\hat{b}}$ ; $a(t)$ , $a^{plast}$ , $\hat{a}$ , $t_{\hat{a}}$ $W_D^{plast}$
4 statisch	$F(b), F(a), W_D(b)$	$a(t), b(t)$ Geom.-, Bündel- und Werkstoffdaten	$F(b)$ , $max F$ , $b_{max F}$ und $W_D^{plast}$

## 6.1 Statisches Brennelement-Verhalten

Das statische Last-Verformungsverhalten des symmetrisch gedrückten BE-Querschnitts (Abb. 8, 20) kann phänomenologisch durch den Verlauf der Funktion  $\lambda_A(f_A)$  gekennzeichnet werden (Versuche vom Typ 1 bis 3).

### 1) VERSUCHSTYP 1 bis 3:

Linearer Bereich innerhalb von  $0 \leq f_A \leq 0.02$  mit linearem Werkstoffverhalten und vernachlässigbarem Geometrie-Effekt (konstante Steifigkeit und Gültigkeit der elementaren Balkentheorie).

Übergangsbereich etwa zwischen  $0.02 < f_A < 0.10$ . Nach Überschreiten der elastischen Grenzlast  $F_E$  Glg. (2) und zunehmender Plastifizierung des Querschnittes an den Ecken III und schließlich auch I, II wird die Traglast  $F_T$  Glg. (7) erreicht. Die Steifigkeit nimmt dabei zwar kontinuierlich ab, und es erfolgt eine "nivellierende" Umverteilung der Biegemomente, doch infolge Werkstoffverfestigung steigt die reale Belastbarkeit  $F$  noch weiter an.

Bereich großer, bleibender Verformungen ab  $f_A \geq 0.10$ . Das Erreichen eines Kollaps-ähnlichen Zustandes ist entweder durch den Punkt  $d\lambda_A/df_A = 0$  mit dem Maximum  $\lambda_{A \max}$  gegeben (Steifigkeit Null z.B. beim kollabierenden leeren Hexagon-Kasten) oder zumindest durch ein Steifigkeitsminimum  $d^2\lambda_A/df_A^2 = 0$  charakterisiert (Abb. 20). Der weitere Verlauf von  $\lambda_A(f_A)$  ist beim Leerkasten durch den gegenläufigen Einfluß der Werkstoffverfestigung einerseits und den steifigkeitsmindernden Einfluß geometrischer Nichtlinearitäten andererseits gekennzeichnet (fallende Kennlinien beim leeren Kasten mit  $d\lambda_A/df_A < 0$ . Abb. 19). Beim Kasten mit Bündel überlagert sich zusätzlich die mit  $f_A$  zunehmende Stützwirkung des Bündels, was ab  $f_A \approx 0.20$  eine stark progressive Kennlinie zur Folge hat (Abb. 20).

### Verhalten des leeren Kastens (Versuchstyp 1):

Abb. 17 zeigt für leere Hexagon-Kästen unterschiedlicher Geometrien und aus verschiedenen Werkstoffen (vgl. Tabelle 6) den Vergleich der numerisch (BEDYN-2 Rechnungen) und experimentell (Versuche der

Gruppen **S1**, **S2**, **S5**, **S6** in Tabelle 7) ermittelten Tragfähigkeit  $F_{\max}$  mit der theoretischen Traglast  $F_T$ , Glg. (7) sowie der elastischen Grenzlast  $F_E$ , Glg. (2). Man erkennt deutlich die durch Verfestigung bedingte Tragfähigkeitsreserve  $(F_{\max} - F_T)/F_T$ , die je nach Werkstoff usw. bei 10 ÷ 40 % liegt. Außerdem ist eine recht gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung festzustellen. In Abb. 18 ist das gesamte Last-Deformationsverhalten  $\lambda_A(f_A)$  wiedergegeben, und zwar werden die experimentellen Resultate der Versuchsgruppen **S1** bis **S6** (gemitteltes Versuchsergebnis aus den in Tab. 7 angegebenen Einzelversuchen) mit BEDYN-2 Rechnungen verglichen. Als Eingabe für die Rechnungen wurden die in Tab. 6 sowie Abb. 11 angegebenen Materialdaten verwendet; als Geometrie ist jeweils der Mittelwert aus entsprechenden Abmessungen der Einzel-Kästen eingegeben worden. Die in der Abb. 18 um die experimentellen Kurven gezeichneten Streubänder berücksichtigen sowohl die Ergebnisse der Fehlerabschätzung Glg. (50) als auch die Schwankungen der nominell gleichen Einzelversuche innerhalb ihrer Gruppe. Der Gesamtverlauf der rechnerisch und experimentell ermittelten Kurven stimmt relativ gut überein; bei kleinen Verformungen (elast. Bereich) zeigt sich jedoch, daß die elastische Steifigkeit  $d\lambda_A/df_A$  von der Rechnung systematisch unterschätzt wird (vgl. auch Abb. 8). Man kann zeigen, daß diese Unterschätzung mit dem hier verwendeten Balkenmodell an der groben Diskretisierung mit 6 Eck-Knoten liegt. Aus dem gleichen Grunde werden die Krümmungen, d.h. auch die maximalen Randdehnungen an den Eck-Knoten unterschätzt; hingegen wird der Gesamtverlauf von  $\lambda_A$  und das am meisten interessierende Maximum  $\lambda_{A \max}$  recht gut wiedergegeben. Der Grund hierfür ist die in allen Kastenversuchen beobachtete Tatsache, daß die Ausbildung und das Verhalten lokal begrenzter Eck-Fließgelenke (vgl. Fotos in Abb. 17) entscheidend die Charakteristik  $\lambda_A(f_A)$  bestimmen, und gerade an den Ecken liegen die Knoten des Simulationsmodells Abb. 9a). Das Verhalten dieser Fließgelenke wird offensichtlich durch die Biegemoment-Krümmungs-Relation (37) (vgl. Darstellung  $M(K)$  in Abb. 11) gut beschrieben; im vorliegenden Fall (Rechteck-Vollquerschnitt mit  $L_0 \times d$ ) erhält man im übrigen durch bereichsweise Integration in Glg. (36) mit

$$M_E = \frac{L_0 d^2 \sigma_{ys}}{6} \quad K_E = \frac{2 \sigma_{ys}}{E d} \quad (51)$$

$$e_1 = E_p/E$$

folgende Koeffizienten für die in Abb. 11 dargestellte nichtlineare Beziehung Glg. (37):

$$C_0 = \frac{3}{2}(1 - e_1); \quad C_1 = e_1; \quad C_2 = -\frac{1}{2}(1 - e_1) \quad (52)$$

Schon aus Glg. (51) und aus der Traglastbeziehung Glg. (7) ist der Einfluß der Kastenwandstärke  $d$  sowie der Werkstoff-Fließspannung  $\sigma_{ys}$  auf die Tragfähigkeit  $F_{max}$  zumindest für ideal-plastische Materialien abzuschätzen. Detaillierte Rechnungen für einen leeren Hexagon-Kasten aus verfestigendem Werkstoff mit  $E = 216 \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-2}$  und  $e_1 = 0.0193$  ergaben das in Abb. 19 gezeigte Kennlinienfeld mit  $d, \sigma_{ys}$  als Parameter. Dabei sind zwei verschiedene Darstellungsmöglichkeiten gegenübergestellt: Die nach Glg. (45) mit der elastischen Federkonstanten normierte Last  $\lambda_A$  und der Verlauf der Streckenlast  $(F/L_0)$  selbst. Eine Verdoppelung der Wandstärke  $d$  führt zu einer Vergrößerung der Tragfähigkeit  $(F_{max}/L_0)$  um den Faktor 4.5, und eine Anhebung der Fließspannung um 50 % resultiert in einer ca. 39 % höheren Tragfähigkeit. Diese aus Abb. 19 zu entnehmenden Resultate sind charakteristisch für Schnellbrüter-Verhältnisse.

#### Verhalten des Kastens mit Bündel (Versuchstyp 2 u. 3):

Durch das Brennstab-Bündel im BE-Kasten und seine Stützwirkung verändert sich das Deformationsverhalten  $\lambda_A(f_A)$  grundlegend. Zwar versagt der Kasten in gleicher Weise wie zuvor, nämlich durch die Ausbildung lokal begrenzter Fließgelenke an den Ecken (vgl. Abb. 20), doch erhöht sich durch den progressiven Kompressionswiderstand des Bündels (vgl. Kap. 4.4.3) zunehmend die Tragfähigkeit des Gesamtquerschnitts unter einer 2D Belastung (Versuchstyp 2) gegenüber dem entsprechenden Fall ohne Bündel (Versuchstyp 1). Dabei ist die relativ geringe Eigenfestigkeit der Abstandshaltergitter praktisch bedeutungslos; entscheidend für das Zustandekommen der Stützwirkung ist die mechanische Wechselwirkung zwischen den im wesentlichen starren Brennstäben und den reibenden bzw. sich plastisch bis zum Versagen verformenden Abstandshalter-Röhrchen (Querschnitt in Abb. 6) innerhalb einer begrenzten Geometrie. Auch bei starker Kastenquerschnitts-Abplattung kommt es, wie die Experimente gezeigt haben, zu keiner bleibenden Membran-Dehnung oder Vergrößerung des Hexagon-

Umfangs; dagegen nimmt die freie Querschnittsfläche  $A_Q$  mit steigender Abplattung ab, wobei im übrigen die Flachseiten nahezu gerade bleiben ( $f_A \leq 0.35$ ). Eine Gegenüberstellung resultierender  $\lambda_A$ -Verläufe zeigt Abb. 20: Im 2D Fall bewirkt das Bündel eine um 54 % höhere Tragfähigkeit bei  $f_A = 0.10$  ( $\approx$  Wendepunkt, "Kollaps"), während die Rechnung unter Benutzung des in Kap. 4.4.3 beschriebenen Bündelmodells (mit den in Abb. 12 angegebenen Polynom-Koeffizienten  $Q_0$  bis  $Q_4$ ) eine Erhöhung von ca. 52 % ergibt. Experiment und Rechnung stimmen in dem weiten Bereich  $f_A = 0.$  bis  $0.3$  innerhalb von 4 bis 6 % überein. Bei der komplexeren 3D Verformung von Kästen und Bündel im Versuchstyp 3 (Tab. 5) liegen bereits bei kleinen Deformationen mehrachsige Dehnungszustände mit  $\epsilon_{xx} \neq 0$ . vor. U.a. durch die mittragende Wirkung weiter Kastenbereiche außerhalb  $L_0$  erhöht sich die Tragfähigkeit etwa um einen Faktor 3. gegenüber 2D Verhältnissen. Die entsprechende Versuchsgruppe **S4** wurde ebenfalls mit dem 2D-Abplatt-Modell von BEDYN-2 unter der Annahme nachgerechnet, daß ein größerer Bereich  $L_F > L_0$  gleichmäßig verformt wird. Das in Abb. 20 eingezeichnete numerische Ergebnis entspricht einem  $L_F/L_0 = 2.42$ , was durch Anpassung an die Experimente erzielt wurde.

## 2) VERSUCHSTYP 4

Die Durchbiegung des nach Abb. 6 beidseitig gelenkig gelagerten Brennelements ist u.a. durch eine ausgeprägte Wechselwirkung zwischen Querschnittsabplattung und Durchbiege-Mode gekennzeichnet. In Abb. 21 sind einige experimentelle Ergebnisse in der nach Glg. (46) normierten Form  $\lambda_B(f_B)$  gezeigt, und im Foto (vgl. auch Abb. 25) erkennt man, wie kompliziert das reale Verformungsbild im höchstbeanspruchten Mittelbereich ist (lokales plastisches Beulen der Kastenwand). Mit der vereinfachten Modellvorstellung von Abb. 9a) wird nur ein Teilaspekt der Biege-Abplatt-Wechselwirkung erfaßt, nämlich die Abhängigkeit der BE-Biegesteifigkeit von der momentanen BE-Querschnittsgeometrie. Unter der näherungsweise zutreffenden Annahme gerade bleibender Kastenflachseiten kann man das Momenten-Gleichgewicht Glg. (36) bereichsweise integrieren und erhält für den um  $a$  abgeplatteten Hexagon-Kastenquerschnitt mit der momentanen Außen-Schlüsselweite  $s^* = (s - a)$  und der Flachseitenlänge  $l$  :

$$e_1 = E_p/E \quad e_3 = [1 - 4d/(s^* - d)] e_2^3 \quad (53)$$

$$e_2 = (1 - 2d/s^*) \quad e_4 = (1 - e_1)/(1 - e_3)$$

sowie dem im wesentlichen quadratisch von  $a$  abhängigen elastischen Grenzmoment

$$M_E = \frac{1}{6} \sigma_{Ys} \ell s^{*2} (1 - e_3) \quad K_E = \frac{2 \sigma_{Ys}}{E s^*} \quad (54)$$

die Koeffizienten  $C_0 C_1 C_2$  für die Biegemoment-Krümmungs-Relation (37). Je nachdem, welche Teile des Querschnittes bereits plastifiziert sind, müssen drei Fälle (mit unterschiedlichen Koeffizienten) getrennt betrachtet werden. Mit der Plastifizierungsgrenze

$$\zeta_p = \sigma_{Ys} / E |K|$$

erhält man folgende Ergebnisse:

- 1) Bei  $\zeta_p > (s^* - 2d)/2$  d.h. Plastifizierung nur in der oberen/unteren Flachseite:

$$C_0 = \frac{3}{2} e_4 \quad C_1 = (e_1 - e_3)/(1 - e_3) \quad C_2 = -\frac{1}{2} e_4 \quad (55a)$$

- 2) Im Grenzfall  $\zeta_p = (s^* - 2d)/2$  gerade:

$$C_0 = \frac{3}{2} e_4 (1 - e_2^2) \quad C_1 = \frac{1}{2} e_1 (1 - e_2^3) + e_2^3 - e_3 \quad C_2 = 0 \quad (55b)$$

- 3) Bei  $\zeta_p < (s^* - 2d)/2$  d.h. Plastifizierung in den Außenflachseiten und im Mittelbereich:

$$C_0 = \frac{3}{2} e_4 (1 - e_3/e_2) \quad C_1 = e_1 \quad C_2 = -\frac{1}{4} e_4 (1 - e_3/e_2^3) \quad (55c)$$

Bei den in Abb. 21 gezeigten Versuchen wurden Abplattungen bis zu  $f_A = 0.42$  im Bereich  $L_0$  erreicht, d.h.  $M$  fällt wegen der Querschnittsabflachung auf rund 34 % seines ursprünglichen Wertes ab. Dieser Effekt führt zusammen mit der durch Glg. (55) beschriebenen Plastifizierung zu dem charakteristischen flachen Kurvenverlauf  $\lambda_B(f_B)$  etwa ab  $f_B = 0.007$ .

## 6.2 Dynamisches Brennelement-Verhalten

In Tabelle 7 sind die wichtigsten experimentellen Ergebnisse im Vergleich zu BEDYN-2 Nachrechnungen für eine Reihe von dynamischen BE-Belastungsversuchen dokumentiert. Die Abb. 22 bis 28 zeigen zusätzliche experimentelle Resultate repräsentativer Stoßversuche sowie entsprechende numerische Ergebnisse, die mit BEDYN-2 und einfachen Feder-Massen Ersatzsystemen gewonnen wurden. Die Stoßversuche sind individuell unter Verwendung der gemessenen Gesamt-Stoßkraft  $F(t)$  als Belastungs-Eingabe nachgerechnet worden, wobei in der Regel eine Approximation der kontinuierlichen Belastung durch 10 bis 50 Wertepaare Last/Zeit ausreichend war. Die zweite "Schnittstelle" für die Nachrechnung des gemessenen BE-Verhaltens bildet die Lagerung des Modells auf dem gefederten Tisch. Strenggenommen müßte eine gekoppelte Nachrechnung des Systems Tisch plus BE-Modell erfolgen. Da der Tisch jedoch im Vergleich zum elasto-plastischen Brennelement tief abgestimmt ist (große Masse, weiche und lineare Federung), d.h. die Stoßantworten der beiden Teilsysteme weitgehend entkoppelt sind (Vgl. Anhang A5.), kann man das Brennelement-Lager näherungsweise als raumfest ansehen.

Abb. 22 gibt die wichtigsten Ergebnisse der digitalen Auswertung des dynamischen Versuchs D 26 (Leerkasten, Versuchstyp 1) wieder. Außer einem Prinzipbild zeigt die Abbildung den stark verformten Kasten unter dem Belastungsstempel. Ein zweites Foto demonstriert das sehr gleichmäßige Deformationsverhalten des "ideal-plastischen" Wabenmaterials, dessen wirksame Fläche  $A_o$  so gewählt worden war, daß die Spitzenkraft auf  $\hat{F} < \sigma_c A_o = 3.40 \cdot 10^4$  (N) begrenzt wurde. Das Stoßexperiment D 26 ist durch folgende Angaben charakterisiert:

$h_o = 1.82$	(m)	$s = 110.35$	(mm)
$m_o = 175.0$	(kg)	$d = 3.00$	(mm)
$A_o = 0.01775$	(m <sup>2</sup> )	$L_o = 379.0$	(mm)

BE-Simulations-Werkstoff (unbestrahltes BE-Material): 1.4306

Die gemessene Gesamtkraft  $F(t)$  erreicht nach  $\hat{t} = 4.84$  (msec) ihren

Spitzenwert von  $\hat{F} = 3.148 \cdot 10^4$  (N) und mit den Gln. (48) ergab die numerische Integration von  $F(t)$  folgende strukturdynamischen Kenngrößen (vgl. Abb. 5, Tab. 2, 7):

Druckimpuls	$J = 0.509$ (bar sec)
Effektiver Druck	$P_M = 10.7$ (bar)
Dauer des effektiven Pulses $P_M$	$2 t_M = 47.6$ (msec)

Vergleicht man den effektiven Druck  $P_M$  mit der theoretischen statischen Traglast  $P_{TA}$  des ideal-plastischen Hexagons nach Glg. (7),

$$P_{TA} = \frac{2 \sqrt{3} \sigma_{YS} d^2}{s_0 (s_0 + d)} = 7.90 \text{ (bar)}$$

so zeigt sich, daß bei diesem Stoßversuch mit großen plastischen Deformationen ( $a^{plast} = 53. \text{ mm}$ )  $P_M = 1.35 P_{TA}$  ist. Auch die Nachrechnungen anderer Leerkasten-Stoßversuche ergaben (vgl. Tab. 7) ähnliche Resultate, und man kann bei nicht wesentlich schnellerer Last davon ausgehen, daß hier nur dann größere bleibende Verformungen ( $a^{plast} > 10. \text{ mm}$ ) zu erwarten sind, wenn  $P_M$  etwa die reale statische Tragfähigkeit  $P_{max,A}$  erreicht (Ergebnis von Kap.6.1:  $P_{max,A} = 1.1 \div 1.4 P_{TA}$ ):

$$P_M \geq (1.10 \div 1.40) P_{TA} = P_{max,A}$$

Abb. 22 zeigt weiterhin die Stempelbeschleunigung  $\ddot{Y}_S$ , die Spitzenwerte um 200. ( $\text{msec}^{-2}$ ) nach ca. 3 (msec) erreichte; die überlagerten hochfrequenten Störschwingungen rühren wahrscheinlich von der Stoßübertragung durch den Al-Stempel her. Die Verformungsgeschichten

$a(t)$ ,  $c(t)$  und das Foto der Hexagon-Endkonfiguration geben in Übereinstimmung mit den Fastax-Filmaufnahmen ein gutes Bild der Kastendeformation; nach etwa 33.7 (msec) wird eine Spitzenabplattung von  $\hat{a} = 60.5$  (mm) erreicht, was etwa 14 % über der plastischen Enddeformation liegt. Die aus den Meßschrieben  $F(t)$  und  $a(t)$  durch numerische Integration mit [76] ermittelte plastische Verformungsenergie  $W^{plast}$  ergab:

$$W^{plast} = \int_0^{t_E} F \dot{a} dt = 1882. \text{ (Joule)}$$

Abb. 23 zeigt die mit BEDYN-2 (Diskretisierung nach Abb. 9a) und einem Einmassen-Feder-Ersatzsystem (Diskretisierung nach Abb. 9b) berechnete Abplattungsgeschichte  $a(t)$  im Vergleich zum gemessenen Verlauf. Für die BEDYN-2 Nachrechnung wurden aus Abb. 11

und den dynamischen Materialversuchen [28] folgende Stoffdaten ermittelt:

Elastizitätsmodul	$E$	$= 216 \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-2}$
Plastizitätsmodul	$E_p$	$= 2.3 \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-2}$
Mittlere dynamische Fließgrenze [67]	$\sigma_Y$	$= 0.310 \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-2}$

In guter Übereinstimmung mit Experimenten (vgl. Kap. 6.2) wurde der Feder-Massen-Rechnung eine mit BEDYN-2 ermittelte statische Last-Deformations-Charakteristik  $D(a)$  zugrunde gelegt (für obige Kasten-Istmaße sowie die mittlere Fließgrenze  $\sigma_Y$ ). Als System-Transformationsfaktor wurde  $\alpha = 0.466$  verwendet (vgl. Anhang A1.2). Der Vergleich zeigt, daß der qualitative Verlauf recht gut mit dem gemessenen Resultat übereinstimmt und daß die Endabplattung von BEDYN-2 um 13 % unterschätzt wird. Weitere numerische Ergebnisse sind in Abb. 24 gezeigt: Geschwindigkeiten  $\dot{a}$ , Beschleunigungen  $\ddot{a}$  sowie kinetische ( $W_k$ ), Deformations- ( $W_D$ ) und Gesamtenergien ( $W$ ) des Kastens. Aus dem Vergleich der numerischen Resultate untereinander erkennt man, daß auch eine Feder-Massen Simulation gute Näherungslösungen liefert, wenn die Verformungsgeschwindigkeit  $\dot{a}$  keinen wesentlichen Einfluß auf die nichtlineare Deformations-Charakteristik  $D(a)$  hat und wenn man  $D(a)$  hinreichend gut entweder aus Experimenten oder detaillierten Rechnungen kennt.

Abb. 25 zeigt die wichtigsten Ergebnisse des Stoßexperiments DB33 (komplettes gelenkig gelagertes BE, Versuchstyp 4), das durch folgende Angaben charakterisiert ist:

$h_o$	$= 2.50$	(m)
$m_o$	$= 399.3$	(kg)
$A_o$	$= 0.03582$	(m <sup>2</sup> )
$s$	$= 110.30$	(mm)
$d$	$= 3.00$	(mm)
$L_o$	$= 310.0$	(mm)
$L$	$= 1160.$	(mm)

BE-Simulationswerkstoff: St45  
(leicht versprödeter Zustand)

Die gemessene Stoßkraft erreicht hier nach etwa  $\hat{t} = 12.5$  (msec) ihren Spitzenwert von  $\hat{F} = 7.67 \cdot 10^4$  (N), der die rechnerische Wabenkompressions-Grenze  $\sigma_c A_0 = 6.85 \cdot 10^4$  (N) leicht übersteigt. Als Last-typische Größen wurden

$$\begin{aligned} J &= 1.717 \quad (\text{bar sec}) \\ P_M &= 31.5 \quad (\text{bar}) \\ 2 t_M &= 54.5 \quad (\text{msec}) \end{aligned}$$

ermittelt. Die statische Durchbiege-Traglast  $P_{TB}$  zu Beginn der Verformung ( $a = 0$ ) ergibt sich über das Traglast-Biegemoment  $M_{TB}$  bei  $z = L/2$  mit  $\sigma_{YS} = 0.45 \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-2}$  aus Glg. (53), (54), (55c)

$$\begin{aligned} \lim_{K \rightarrow \infty} \left( \frac{M}{M_E} \right) &= \left( \frac{M_{TB}}{M_E} \right) = C_0 = 1.24 \\ M_{TB} &= 17453. \quad (\text{Nm}) \\ P_{TB} &= 31.3 \quad (\text{bar}) \end{aligned}$$

Die statischen Versuche vom Typ 4 hatten gezeigt, daß die reale Tragfähigkeit  $P_{max,B}$  etwa durch (Vgl. Kap. 6.1):

$$P_{max,B} = (1.05 \div 1.20) P_{TB}$$

gegeben ist, so daß auch für die nicht zu schnelle Durchbiegung (inkl. Abplattung) in der Regel nur dann größere plastische Biegeverformungen zu erwarten sind, wenn  $P_M$  in etwa die reale statische Tragfähigkeit  $P_{max,B}$  erreicht:

$$P_M \geq P_{max,B}$$

Abb. 25 zeigt außer der Stoßkraft  $F$  den zeitlichen Verlauf der Lagerkraft-Summe  $F_L$ , der Stempelbeschleunigung  $\ddot{Y}_S$ , der am System verrichteten Arbeit  $W = \int F \dot{Y}_0 dt$ , der Verschiebungen  $Y_0, Y_u$  der oberen/unteren BE-Flachseiten sowie des Tischweges  $G$ . Die erneute Stempelbeschleunigung ab ca. 80. msec ist auf die Wechselwirkungen zwischen Stempel und Fallmasse zurückzuführen, während die Oszillationen der Lagerkraft nach dem Hauptstoß mit den realen Biegeschwingungen des Brennelements zu erklären sind. Der vergleichenden Tabelle 7 sowie der Abb. 26 entnimmt man, daß die gemessene

permanente Durchbiegung  $b^{plast}$  von BEDYN-2 um rund 6 % überschätzt wird, während die bleibende Querschnittsabplattung  $\alpha^{plast}$  bei diesem Einzelexperiment um 18 % unterschätzt worden ist. Die Fehlerbetrachtungen von Kap. 5.3 ergaben, daß BE-Verformungen auf rund  $\pm 4$  % genau gemessen werden konnten. Diese Zahlen zeigen zusammen mit anderen Nachrechnungen von Biegestoßversuchen (Tab. 7) u.a. die Grenzen des verwendeten Rechenmodells und insbesondere die grobe Diskretisierung nach Abb. 9a). Für die Feder-Massen Simulation wurden in ähnlicher Weise wie beim Leerkastenversuch die Deformationscharakteristiken  $D_1(a)$  und  $D_2(b)$  aus statischen Experimenten sowie BEDYN-2 Rechnungen ermittelt, und als Transformationsfaktoren sind  $\alpha_1 = 0.446$   $\alpha_2 = 0.508$  verwendet worden. Der BEDYN-2 Nachrechnung von DB33 liegen folgende Stoffdaten zugrunde (Tab. 6, [28\_7]):

$$\begin{aligned} E &= 216. \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-2} \\ E_p &= 12. \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-2} \\ \sigma_Y &= 0.525 \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-2} \end{aligned}$$

Einzelheiten zur Bestimmung der Knotenmassen für das 9-Knotenmodell von Abb. 9a sind im Anhang A2. zu finden. Die Abb. 27, 28 geben weitere numerische Ergebnisse der Nachrechnungen von DB33 wieder: Die Geschwindigkeiten  $\dot{a}$ ,  $\dot{b}$  und Beschleunigungen  $\ddot{a}$ ,  $\ddot{b}$  sowie die Lagerkraft  $F_L$  und folgende Energien:

- $W$  Am BE insgesamt verrichtete Arbeit
- $W_D$  Gesamte elastoplastische Formänderungsarbeit am BE-Kasten
- $W_D^B$  Anteil von  $W_D$  infolge BE-Durchbiegung
- $W_K$  Gesamte kinetische BE-Energie
- $W_Q$  Gesamte Formänderungsarbeit am Stabbündel

Hervorzuheben ist der relativ große Anteil  $W_D^B$  an der Gesamtenergie  $W_D$  (ca. 90 %), was daran liegt, daß das gestoßene BE überwiegend durch plastische Durchbiegung versagt. Die vom Bündel aufgenommene Energie  $W$  ist nur relativ klein (ca. 10 % von  $(W_D - W_D^B)$ ). Schließlich zeigt die Größenordnung von  $W_K$  ähnlich wie bereits in Abb. 24, daß es sich bei den hier untersuchten Stoßbelastungen nur um relativ langsame dynamische Lasten handelt.

### 6.3 Verhalten mehrerer Brennelemente im Kernverband

Die Strukturdynamik mehrerer im kompakten Kernverband wechselwirkender Brennelemente wurde im Kap. 3 von der Kühlmitteldynamik dadurch entkoppelt, daß die äußere eingeprägte Belastung als bekannt und durch  $p_o(t), \Delta p_i(t)$  gegeben angesehen worden ist. Auf dieser Grundlage und mit der zusätzlichen Annahme, daß man sich im wesentlichen auf radiale Stoßwechselwirkung (Richtung  $r$  in Abb. 2) beschränken kann, wurde parallel zu dem hier beschriebenen Balken-Gelenk-Modell (Code BEDYN-2) das Rechenprogramm CORE-1 entwickelt [27]. Auf Einzelheiten des zugrundeliegenden Simulationsmodells soll im Rahmen dieser Arbeit nicht eingegangen werden; es basiert im wesentlichen auf einem dynamisch — äquivalenten Feder-Massen-Ersatzsystem, das die Stoßantwort mehrerer über dünne Kühlmittelschichten wechselwirkender Brennelemente (2D inkompressible, instationäre Spaltströmung) beschreibt. Der Vollständigkeit halber werden hier nur einige typische Rechenergebnisse zum Verhalten mehrerer Brennelemente gezeigt.

Abb. 29, 30 gibt die wichtigsten Ergebnisse einer Nachrechnung des SNR-300 Sprengversuchs 3 mit dem Rechenprogramm CORE-1 wieder. Dieser Rechnung liegen experimentell ermittelte, statische Deformationscharakteristiken  $D_1(a)$  und  $D_2(b)$  zugrunde, und die in den Kühlmittel-Spalten (Abb. 2) während des Sprengversuchs gemessenen Drücke  $p_i(t)$  (bzw. Diskrete Wertepaare mit den Polygonartigen Lastfunktionen  $\bar{p}_i(t)$ ) wurden als vorgegebene transiente Belastungen in die Rechnung eingegeben. Dieser Sprengversuch eignete sich insofern gut für eine Nachrechnung, als die Belastungsgeschichte weitgehend vollständig aufgenommen werden konnte, ohne daß Druckaufnehmer vorzeitig versagten (Abb. 29 oben).

Als Last-typische Größen ergaben sich für die höchstbeanspruchte 1. BE-Reihe (vgl. Tab. 2),

$$\begin{aligned} J &= 0.2274 \quad (\text{bar sec}) \\ p_M &= 16.31 \quad (\text{bar}) \\ 2t_M &= 13.94 \quad (\text{msec}) \end{aligned}$$

und nach der Demontage der leicht plastisch verformten Brennelemente aus St45 wurde eine mittlere permanente Abplattung im Lastbereich von  $a_1 \approx 4$ . (mm) und keine plastische Durchbiegung  $b_1 \approx 0$ . in der 1. Reihe gemessen. Die Rechnung mit  $\alpha_1 = 0.446$  und  $\alpha_2 = 0.508$  ergab die in Abb. 30 gezeigten Deformationsgeschichten  $a_i(t), b_i(t)$  für 4 Reihen. Die Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten Enddeformationen ist relativ gut; diese Resultate sollten jedoch nicht verallgemeinert werden, da bisher nur zwei Sprengversuche mit einigermaßen vollständiger Belastungsgeschichte nachgerechnet werden konnten. Die in Abb. 29 unten wiedergegebenen, berechneten Systemenergien

$W$  = Am System durch die äußeren Kräfte  $F_i$  insgesamt verrichtete Arbeit

$W_D$  = Gesamte elastoplastische Formänderungsarbeit am System  $i = 1 \dots 4$

$W_K$  = Kinetische Energie im System

$W_F$  = Auf das Kühlmittel in den Spalten übertragene Energie

zeigen ähnliche Verläufe wie beim Einzel-BE in Abb. 28. Im Gegensatz zum gelenkig gelagerten Einzel-BE versagt das Brennelement im Kernverband jedoch primär durch plastische Querschnittsdeformationen. Dies liegt an der dichten Packung im Core und der dadurch ermöglichten progressiven Abstützung des sich durchbiegenden Elements auf den Nachbar-Reihen. Die Belastungsgrenze ist damit nicht durch die statische Biegetragfähigkeit  $P_{max,B}$  wie beim Einzel-BE, sondern durch die Querschnitts-Tragfähigkeit  $P_{max,Q}$  gegeben. Wegen der Werkstoffverfestigung, der starken Bündelstützwirkung und der mittragenden Wirkung des langen BE-Kastens (vgl. Kap. 6.2) ist die reale Querschnitts-Tragfähigkeit etwa um einen Faktor 5. bis 6. mal größer als die theoretische Traglast  $P_{TA}$ . Im vorliegenden Fall des Sprengversuchs 3 ist

$$P_{TA} = 13.2 \text{ (bar)}$$

so daß erst ab  $P_M \geq (5 \div 6) P_{TA} \approx 66. \div 79. \text{ (bar)}$  größere Querschnittsdeformationen in der 1. Reihe und damit u.U. auch plastische Verformungen zumindest in der 2. Reihe zu erwarten gewesen wären.

## 7. Schlußfolgerungen

### a) Allgemeine Bemerkungen

Im Zusammenhang mit dem Sicherheitsnachweis bei natriumgekühlten Schnellbrüter-Reaktoren wurde das Problem der dynamischen Coreverformung untersucht. Ziel der hier beschriebenen Arbeiten war es, eine Berechnungsmethode zu entwickeln und experimentell abzustützen, mit der man die mechanischen Auswirkungen extremer, lokaler Störfallbelastungen auf die Corestruktur zumindest näherungsweise analysieren kann. Dabei sollten die zu entwickelnden Rechenmodelle eine verallgemeinernde Extrapolation der Ergebnisse von Sprengversuchen ermöglichen, und damit die rein empirische Untersuchung des Propagationsproblems an 1:1 SNR-300 Coremodellen ergänzen.

Die Berechnung der Brennelement-Verformung unter hoher Querbelastung erfordert wegen der komplexen Geometrie und wegen des nichtlinearen Deformationsverhaltens geeignete Idealisierungen. Es wurde ein mechanisches Modell aufgestellt, das die Struktur durch diskrete Systeme aus elastoplastischen Balken und Punktmassen simuliert. Dabei ermöglichte das Konzept diskreter elastoplastischer Gelenke eine erhebliche Vereinfachung der mathematischen Formulierung. Mit Hilfe des Prinzips von D'Alembert für nichtkonservative Systeme konnten sehr allgemeine Bestimmungsgleichungen entweder für die generalisierten Knotenbeschleunigungen (bei dynamischer Belastung) oder die generalisierten Lasten (bei kinematischer Belastung) formuliert werden. Das Modell wurde für ein Einzel-Brennelement programmiert (Rechenprogramm BEDYN-2), wobei die Berücksichtigung allgemeiner Stoßbelastungen mit Entlastung, Wiederbelastung etc. ein besonderes numerisches Vorgehen an den Umkehrpunkten erforderte. Das Brennstab-Bündel wurde durch ein homogenes, kompressibles Ersatz-Medium simuliert, dessen Kompressions- und Dissipations-Eigenschaften aus statischen Experimenten ermittelt werden konnten.

Zur Überprüfung und Verbesserung dieser Modellvorstellungen wurden statische und stoßartige Verformungsexperimente an 1:1 Brennelement-Modellen durchgeführt. Eine dafür konzipierte Versuchsanlage (Fallmassen-Prinzip) ermöglicht eine kontrollierte dynamische Belastung

der unterschiedlichen BE-Modelle. Die Messung der Stoßkraft erfolgte direkt mit Piëzoaufnehmern, während für die Messung der großen und schnellen Verformungen eine spezielle optoelektronische Einrichtung entwickelt wurde. Unter Verwendung der gemessenen Lastpulse und der in Zugversuchen ermittelten Werkstoffeigenschaften konnten die Versuche mit dem Rechenprogramm BEDYN-2 weitgehend nachgerechnet werden. Der Vergleich numerischer und experimenteller Resultate ermöglichte es, in einem weiten Parameterbereich die Fähigkeiten des Modells und die Genauigkeit der BEDYN-2 Ergebnisse zu überprüfen. Die hier beschriebenen Resultate lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Der Ersatz des Brennelements durch einen Biegebalken (klassische Balkentheorie) mit deformierbarem Hohlquerschnitt und kompressibler Füllung (Stabbündel) stellt eine brauchbare 1. Näherung des Problems im interessierenden Parameterbereich dar.
2. Das hier entwickelte Balken-Gelenk-Modell eignet sich zur näherungsweise statischen und dynamischen Berechnung elastoplastischer Balkensysteme. Für ein beidseitig gelenkig gelagertes SNR-Brennelement-Modell konnte mit BEDYN-2 die Geschichte der Verformungen, Energieaufnahme, Tragfähigkeit etc. innerhalb eines Bandes von etwa  $\pm 10$  % der in statischen bzw. stoßartigen Experimenten ermittelten Meßgrößen berechnet werden.
3. Zur Berechnung der kleinen linear-elastischen Deformationsanteile sowie lokaler Dehnungen ist die in BEDYN-2 verwendete Diskretisierung zu grob. Der Vergleich von Rechnung und Experiment zeigt u.a., daß zumindest beim Abplattungs-Mode die Struktursteifigkeit von der Rechnung systematisch unterschätzt wird.
4. Eine Erweiterung des Balken-Gelenk-Modells wäre prinzipiell in zweierlei Hinsicht möglich: Durch Berücksichtigung zusätzlicher Balken-Längsdehnungen mit entsprechender Modifikation des Fließgesetzes; darüber hinaus durch Schichtung des Balkenquerschnitts und damit Zulassung allgemeinerer Stoffgesetze/Versagenskriterien.

b) Konsequenzen für den Reaktor

Die hier beschriebenen Experimente und Rechnungen zum Einzel-BE-Verhalten (BEDYN-2) sowie ergänzenden Resultate zum Verhalten des Kernverbandes (CORE-1) haben eine Reihe spezieller Aussagen zum Propagationsproblem ermöglicht. Davon sollen diejenigen Ergebnisse, die für die Schnellbrüter-Sicherheit und insbesondere den SNR-300 am wichtigsten sind und die über den bisherigen Stand der Kenntnisse deutlich hinausgehen, kurz zusammengefaßt werden:

1. Ausgangspunkt des hier untersuchten mechanischen Aspekts der Propagationsproblematik waren folgende Annahmen: Eine lokale Störung in einem Brennelement wird nicht detektiert; es kommt zum Kühlmittelsieden, Brennstoffschmelzen und schließlich zu einer Brennstoff-Natrium-Reaktion im gesamten Brennelement-Querschnitt mit einem entsprechenden Druckaufbau im Kasten. Eine Gegenüberstellung neuerer theoretischer und experimenteller BNR-Arbeiten führte zu dem konservativen Ergebnis, daß eine obere Grenze für denkbare BNR-Druckpulse  $p(t)$  in starrer BE-Geometrie durch folgende Angaben charakterisiert werden kann:

effektiver Druck	$P_M$	= 200. (bar)
Druckimpuls	$J$	= 3. (bar sec)
Spitzendruck	$\hat{p}$	= 400. (bar)
Zeit zum Erreichen des Spitzendrucks	$\hat{t}$	= 1.5 (msec)

Zur Beurteilung des möglichen Schadenspotentials von  $p(t)$  in nachgiebigen Strukturen genügt es nämlich nicht, nur eine Größe, etwa den Spitzendruck oder Impuls zu betrachten; man muß den Effektivdruck  $P_M$  zusammen mit  $J, \hat{p}, \hat{t}$  sehen.

2. Bei Belastungen obiger Größenordnung muß mit einem Bersten des BE-Kastens gerechnet werden, was zu einer erheblichen Druckabsenkung führt. Nach den Erfahrungen aus SNR-300 Sprengversuchen werden im nachgiebigen Core maximal ca. 100 (bar) erreicht (Störfall-Element-Mitte), und nur an der benachbarten, höchstbelasteten 1. BE-Reihe sind merkliche Querdruck-Differenzen  $\Delta p(t)$  gemessen worden. Für diese sind folgende charakteristische Größen ermittelt worden:

$$\begin{aligned}\Delta p_M &= 20. \quad (\text{bar}) \\ J &= 0.30 \quad (\text{bar sec}) \\ \Delta \hat{p} &= 80. \quad (\text{bar}) \\ \hat{t} &= 3. \quad (\text{msec})\end{aligned}$$

Verhalten des Einzel-Brennelements:

3. Das Verhalten des beidseitig gelenkig gelagerten, quergestoßenen SNR-300 Brennelements wird durch das Zusammenwirken von Durchbiegung, Kastenquerschnittsdeformation und Stabbündelkompression bestimmt. Für übliche Kastenmaterialien unter Betriebsbedingungen und im fri-schen oder leicht versprödeten Zustand konnten die mechanischen Be-lastungsgrenzen theoretisch und experimentelle ermittelt werden. Es zeigte sich dabei in Übereinstimmung mit experimenteller Erfahrung, daß das gelenkig gelagerte Einzel-BE im wesentlichen durch große plastische Durchbiegung versagt, (Bildung eines Fließgelenkes in BE-Mitte), d.h. große plastische Durchbiegungen sind ab einem dyna-mischen Differenz-Druckpuls  $p_M$  zu erwarten:

$$p_M \cong 1.2 p_{TB} \quad (p_{TB} = \text{Theoretische Traglast bei Durch-biegung})$$

4. Das Verhalten des auf starren Unterlagen gestützten BE-Querschnitts (inkl. Bündel) wird durch das Zusammenwirken der Kastenwand-Biegung und der Stabbündelkompression bestimmt. Auch hierfür wurden im interessierenden Parameterbereich die mechanischen Belastungsgrenzen theoretisch und experimentell ermittelt; es zeigte sich in befriedi-gender Übereinstimmung von Theorie und Experiment, daß erst ab einem dynamischen Differenz-Druckpuls  $p_M$  größere plastische Querschnittsab-plattungen zu erwarten sind:

$$p_M \cong (5\div 6) p_{TA} \quad (p_{TA} = \text{Theoretische Traglast bei Ab-plattung, d.h. Bildung von Fließ-gelenken in den Kastenecken})$$

Verhalten der Brennelemente im Kernverband

5. Im Kernverband können sich die radial ausbiegenden Brennelemente (Abb. 2) nach dem Schließen der Spalte aufeinander abstützen. Da-

bei erfährt z.B. die 1. Reihe um das Störfallelement eine starke progressive Steigerung ihrer "scheinbaren" Durchbiege-Tragfähigkeit. Die Folge davon ist ein grundsätzlich anderer Versagens-Mode als beim gelenkig gelagerten Einzel-Brennelement: Bei Laststeigerung treten im Kernverband zuerst große, bleibende Querschnittsverformungen auf, so daß die Tragfähigkeit einer Reihe primär durch das Querschnittsverhalten bestimmt wird (vgl. oben), d.h.:

$$P_M \cong 5. \text{ bis } 6. P_{TA}$$

Der entscheidende Grund für diese hohe Tragfähigkeitsreserve von  $(5 \div 6) P_{TA}$  ist die Werkstoffverfestigung und insbesondere die starke Stützwirkung des Brennstab-Bündels, was theoretisch und experimentell nachgewiesen werden konnte.

6. Diese Tragfähigkeit liegt deutlich oberhalb der in den Sprengversuchen an der höchstbelasteten 1. Reihe gemessenen Druckbelastungen.

Beispiel 1: Mit folgenden SNR-typischen Größen:

$$\begin{array}{ll} d = 2.0 \text{ mm} & L_0 = 330. \text{ mm} \\ s = 108. \text{ mm} & \sigma_Y = 0.50 \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-2} \\ L = 1.75 \text{ m} & \text{(Werkstoff 1.4981, im} \\ & \text{frischen Zustand bei } 490 \text{ }^\circ\text{C)} \end{array}$$

ist demnach mit größeren bleibenden Verformungen im Kernverband zu rechnen, falls

$$P_M \cong 6. P_{TA} \approx 36. \text{ bar ist.}$$

Beispiel 2: Beim Sprengversuch 3 war:

$$\begin{array}{ll} d = 3.0 \text{ mm} & L_0 \approx 330. \text{ mm} \\ s = 110. \text{ mm} & \sigma_Y = 0.50 \cdot 10^9 \text{ Nm}^{-2} \\ L \approx 1.16 \text{ m} & \text{(Werkstoff St45 bei Raum-} \\ & \text{temperatur)} \end{array}$$

Es wäre also mit größeren Verformungen ab

$$P_M \cong 6. P_{TA} \approx 79. \text{ bar zu rechnen.}$$

Gemessen wurden aber bei einem effektiven Druck von nur  $\Delta p_M = 16.3$  bar (Tab. 2) eine begrenzte, plastische Abplattung von ca. 4 mm in der 1. Reihe (vgl. Abb. 30).

7. In Übereinstimmung mit Sprengversuchen zeigen die durchgeführten Rechnungen und Versuche, daß für das frische bis leicht versprödete SNR-300 Core bei konservativer BNR-ähnlicher Belastung (BNR-einhüllende  $p_6$  in Abb. 3 bzw. zugehörige Druckbelastung  $\Delta p$  mit  $\Delta p_M = 16.3$  bar in Tab. 2) nur geringe bleibende Abplattungen in der 1. Reihe zu erwarten sind. Eine Propagation in größere Corebereiche ist demnach auszuschließen, und es bleiben selbst im ungünstigsten Fall noch genügend viele Abschaltstäbe funktionsfähig, um die erforderliche Abschaltreaktivität in den Kern einzubringen.

Die angeführten Überlegungen und Schlußfolgerungen gelten grundsätzlich auch für den Fall der durch längere Neutronenbestrahlung verfestigten und versprödeten Kernstruktur. Bei Neutronenfluß-Dosen  $> 10^{23}$  nvt steigt die Werkstoff-Streckgrenze zunächst um ca. 10÷20 % an, gleichzeitig nimmt jedoch die Duktilität stark ab: Die Bruchdehnung  $\epsilon_B$  fällt von ca. 8 % auf 2÷3 % (Tab. 6).

Damit ist die plastische Verformbarkeit und entsprechende Energieaufnahme-fähigkeit des hochabgebrannten Brennelements begrenzt; es ist bei Verformungen der in Abb. 30 gezeigten Größenordnung dann nicht auszuschließen, daß lokal (insbesondere am Knoten 2 in Abb. 9a) die Dehnungen die Versagensgrenze überschreiten, d.h. örtlich Risse im Kasten auftreten. Die Folge davon wäre, daß an diesen Stellen nur noch ein begrenztes Biegemoment übertragen werden kann (Querschnitts-Schwächung). Die dann zu erwartenden Versagens- und Verformungsvorgänge sollten in ergänzenden Untersuchungen analysiert werden, um ihre Auswirkungen auf die Propagation im hochspröden Kern eingrenzen zu können.

Anhang

A1. Eigenschaften des linear-elastischen Brennelement-Kastens

1. Schnittlasten am Hexagon-Kasten Abb. 8

Mit dem 1. Satz von Castigliano Glg. (1) erhält man in Abb. 7 für den Lastfall 1:

Balken- feld-Nr. $i$	Biegemoment $M_i(\xi_i)$	Querkraft $Q_i(\xi_i)$	Längskraft $N_i(\xi_i)$
1	$\frac{1}{12} F_r l$	o.	o.
2	$\frac{1}{2} \left[ -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \left( \frac{\xi_2}{l} \right) \right] F_r l$	$\frac{1}{4} F_r$	$-\frac{\sqrt{3}}{4} F_r$
3	$\frac{1}{2} \left[ -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \left( \frac{\xi_3}{l} \right) \right] F_r l$	$\frac{1}{4} F_r$	$-\frac{\sqrt{3}}{4} F_r$
4	$\frac{1}{12} F_r l$	o.	o.
für den Lastfall 2:			
1	$-\frac{\sqrt{3}}{12} F_\varphi l$	o.	$-\frac{1}{2} F_\varphi$
2	$\frac{\sqrt{3}}{4} \left[ \frac{2}{3} - \left( \frac{\xi_2}{l} \right) \right] F_\varphi l$	$-\frac{\sqrt{3}}{4} F_\varphi$	$-\frac{1}{4} F_\varphi$
3	$\frac{\sqrt{3}}{4} \left[ \frac{2}{3} - \left( \frac{\xi_3}{l} \right) \right] F_\varphi l$	$\frac{\sqrt{3}}{4} F_\varphi$	$-\frac{1}{4} F_\varphi$
4	$-\frac{\sqrt{3}}{12} F_\varphi l$	o.	$-\frac{1}{2} F_\varphi$

für den Lastfall 3 mit  $p = \sqrt{3} F_r / (L_0 s_0)$  :

Balken- feld Nr. $i$	Biegemoment $M_i(\xi_i)$	Querkraft $Q_i(\xi_i)$	Längskraft $N_i(\xi_i)$
1	$\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{9} + \frac{\xi_1}{\ell} - \left( \frac{\xi_1}{\ell} \right)^2 \right] F_r \ell$	$\left[ \frac{1}{2} - \frac{\xi_1}{\ell} \right] F_r$	0.
2	$\frac{1}{4} \left[ -\frac{7}{9} + \frac{\xi_2}{\ell} \right] F_r \ell$	$\frac{1}{4} F_r$	$-\frac{\sqrt{3}}{4} F_r$
3	$\frac{1}{4} \left[ -\frac{7}{9} + \frac{\xi_3}{\ell} \right] F_r \ell$	$\frac{1}{4} F_r$	$-\frac{\sqrt{3}}{4} F_r$
4	$\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{9} + \frac{\xi_4}{\ell} - \left( \frac{\xi_4}{\ell} \right)^2 \right] F_r \ell$	$\left[ \frac{1}{2} - \frac{\xi_4}{\ell} \right] F_r$	0.

für den Lastfall 4 mit  $p = \sqrt{3} F_r / (L_0 s_0)$  :

1	$\frac{1}{2} \left[ -\frac{1}{6} + \frac{\xi_1}{\ell} - \left( \frac{\xi_1}{\ell} \right)^2 \right] F_r \ell$	$\left[ \frac{1}{2} - \frac{\xi_1}{\ell} \right] F_r$	$-\frac{\sqrt{3}}{2} F_r$
2	$\frac{1}{2} \left[ -\frac{1}{6} + \frac{\xi_2}{\ell} - \left( \frac{\xi_2}{\ell} \right)^2 \right] F_r \ell$	$\left[ \frac{1}{2} - \frac{\xi_2}{\ell} \right] F_r$	$-\frac{\sqrt{3}}{2} F_r$
3	$\frac{1}{2} \left[ -\frac{1}{6} + \frac{\xi_3}{\ell} - \left( \frac{\xi_3}{\ell} \right)^2 \right] F_r \ell$	$\left[ \frac{1}{2} - \frac{\xi_3}{\ell} \right] F_r$	$-\frac{\sqrt{3}}{2} F_r$
4	$\frac{1}{2} \left[ -\frac{1}{6} + \frac{\xi_4}{\ell} - \left( \frac{\xi_4}{\ell} \right)^2 \right] F_r \ell$	$\left[ \frac{1}{2} - \frac{\xi_4}{\ell} \right] F_r$	$-\frac{\sqrt{3}}{2} F_r$

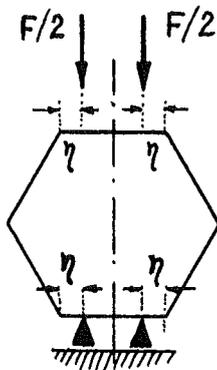
2. Biegelinien, Formfunktionen, Transformationsfaktoren und Grundfrequenz des nach Lastfall 1, Abb. 7 beanspruchten Hexagonkastens

Durch zweimalige Integration der Biegemomente  $M_i(\xi_i)$  erhält man unter Berücksichtigung der Rand- und Übergangsbedingungen an den steifen Kastenecken die statischen Biegelinien  $w_i(\xi_i)$ . Die Formfunktionen  $\delta_i(\xi_i)$  ergeben sich durch Normierung der  $w_i$  mit der Abplattung  $a$  unter Berücksichtigung der Starrkörperverschiebungen der Balkenfelder in  $y$ -Richtung:

$$a = \frac{1}{24} \left( \frac{F_r \ell^3 (1 - \nu^2)}{E I} \right) \quad \text{mit} \quad I = \frac{L_0 d^3}{12}$$

Balkenfeld Nr. $i$	Biegelinie $w_i(\xi_i)$	Formfunktion $\gamma_i(\xi_i)$
1	$w_1 = a \left[ \frac{\xi_1}{l} - \left( \frac{\xi_1}{l} \right)^2 \right]$	$\gamma_1 = 1 + \frac{\xi_1}{l} - \left( \frac{\xi_1}{l} \right)^2$
2	$w_2 = 2a \left[ \left( \frac{\xi_2}{l} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{\xi_2}{l} \right)^3 \right]$	$\gamma_2 = \frac{1}{2} + \left( \frac{\xi_2}{l} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{\xi_2}{l} \right)^3$
3	$w_3 = 2a \left[ \left( \frac{\xi_3}{l} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{\xi_3}{l} \right)^3 \right]$	$\gamma_3 = \frac{1}{2} - \left( \frac{\xi_3}{l} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\xi_3}{l} \right)^3$
4	$w_4 = a \left[ \frac{\xi_4}{l} - \left( \frac{\xi_4}{l} \right)^2 \right]$	$\gamma_4 = -\frac{\xi_4}{l} + \left( \frac{\xi_4}{l} \right)^2$

Greifen die Kräfte  $F/2$  nicht genau in den Ecken an (Abb. 7), sondern symmetrisch zur  $y$ -Achse um die Strecke  $\eta$  versetzt, so ergeben sich etwas andere Momentenverläufe, Biegelinien etc. Der Hexagon-Kasten ist etwas nachgiebiger, und man erhält bei gleicher Kraftein-



wirkung eine um den Faktor  $e \geq 1.0$  größere Abplattung  $a_\eta$  (vgl. [22,7]):

$$a_\eta = a e = a \left\{ 1 + 2 \left( \frac{\eta}{l} \right) \left[ 1 - \left( \frac{\eta}{l} \right) \right] \right\}$$

Für den Lastfall in Abb. 8 und mit der Glg. (17) sowie einer konstanten Massenbelegung  $\mu = \rho L_0 d$  läßt sich die dynamisch äquivalente Ersatzmasse des vollen Hexagon-Kastens (Masse  $m = 6 \mu l$ ) berechnen:

$$m_e = \mu \sum_i^{1,4} \int_0^l \gamma_i^2(\xi_i) d\xi_i + m_z \left[ \gamma_1^2(0) + \gamma_1^2(l) \right]$$

$$m_e = \frac{m}{6} \left[ \frac{41}{30} + \frac{443}{420} + \frac{31}{140} + \frac{1}{30} \right] + 2 m_z = 0.44603 m + 2 m_z$$

Hierbei ist noch je eine zusätzliche Punktmasse  $m_z$  an den beiden oberen Ecken I und II angenommen worden. Da die Einzelkräfte  $F/2$  an den Verschiebungspunkten I und II angreifen, ist  $F_e = F$ , so daß im vorliegenden Fall gilt:

$$\mathcal{L} = \frac{\partial \mathcal{L}_m}{\partial F} = 0.446$$

Mit der Abplatt-Federkonstanten

$$C_A = \frac{F}{a} = 6\sqrt{3} \left( \frac{EL_0}{1-\nu^2} \right) \left( \frac{d}{s_0} \right)^3$$

kann damit die Grund-Eigenfrequenz der Abplattschwingung (Deformationsmode Abb. 8, vgl. Tabelle 3) in guter Näherung berechnet werden:

$$\omega_A^2 = \frac{C_A}{\rho l m} = 6.7257 \left( \frac{E}{1-\nu^2} \right) \frac{1}{\rho} \left( \frac{d}{s_0} \right)^2 = 1.083 \omega_{A \text{ exakt}}^2$$

### 3. Transformationsfaktoren und Grundfrequenz des nach Abb. 6 auf Durchbiegung beanspruchten Brennelementkastens

Der Biegemomenten-Verlauf  $M(z)$  und die Biegelinie  $w(z)$  des längs  $L_0$  durch die Streckenlast  $F/L_0$  belasteten Balkens setzt sich aus drei verschiedenen Anteilen gemäß den drei Bereichen ① bis ③ (Abb. 6) zusammen. Mit [55] erhält man nach längerer Rechnung für die Formfunktionen  $\gamma_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  in den drei Bereichen,

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= 3.0331 \left( \frac{z}{L} \right) - 4.1562 \left( \frac{z}{L} \right)^3 \\ \gamma_2 &= 0.11967 + 1.6952 \left( \frac{z}{L} \right) + 5.6098 \left( \frac{z}{L} \right)^2 - 14.610 \left( \frac{z}{L} \right)^3 + 7.3049 \left( \frac{z}{L} \right)^4 \\ \gamma_3 &= -1.1231 + 9.4356 \left( \frac{z}{L} \right) - 12.469 \left( \frac{z}{L} \right)^2 + 4.1562 \left( \frac{z}{L} \right)^3 \end{aligned}$$

woraus sich nach Glg. (17) folgende Transformationsfaktoren ergeben:

$$\alpha_F = \frac{1}{L} \int_{(L-L_0)/2}^{(L+L_0)/2} \gamma_2(z) dz = 0.9645$$

$$\alpha_m = \frac{1}{L} \left[ \int_1 \gamma_1^2(z) dz + \int_2 \gamma_2^2(z) dz + \int_3 \gamma_3^2(z) dz \right] = 0.4904$$

$$\alpha = 0.5084$$

Die Durchbiegungs-Federkonstante  $C_B$  ist,

$$C_B = 49.88 \frac{EI}{L^3} \quad I = \frac{5}{6\sqrt{3}} \left[ 1 - 3d/s_0 \right] s_0^3 d$$

wobei ein nach [55] berechenbarer Faktor  $e_B$  berücksichtigt ist, der den Einfluß der relativen Belastungslänge  $(L_0/L)$  erfaßt:

$$e_B = 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{L_0}{L} \right)^2 + \frac{1}{8} \left( \frac{L_0}{L} \right)^3$$

Mit der BE-Kastenmasse  $m_K$  bzw. Brennstab-Bündelmasse  $m_B$

$$m_K = A_K L \rho \quad m_B = A_B L \rho$$

kann man die Grund-Eigenfrequenz der Durchbiegeschwingung (Deformationsmode Abb. 6, vgl. Tabelle 3) mit/ohne Stabbündel-Füllung berechnen:

$$\omega_B^2 = \frac{G_B}{\partial e (m_K + m_B)} = 47.244 \left( \frac{E}{\rho} \right) \frac{d s_o^3}{L^4} \left( \frac{1 - 3d/s_o}{A_K + A_B} \right)$$

4. Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen in Stäben (vgl. [33], [39])

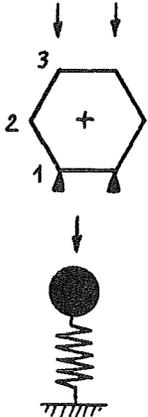
Longitudinalwellen:  $c_w = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

Biegewellen (der Wellenlänge  $\lambda$ ):  $c_w = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{EI}{A\rho}}$

Scherwellen:  $c_w = \sqrt{\frac{E}{2(1+\nu)\rho}}$

A2. Berechnung der Knotenmassen bei der Brennelement-Diskretisierung nach Abb. 9

1) Bei 2D Abplattung des Hexagon-Kastens gemäß Abb. 8 erhält man für die



a) Balken-Gelenk Diskretisierung:

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_K/6$$

b) Darstellung mit einem Feder-Massen-Ersatzsystem, wobei z.B. im elastischen Fall

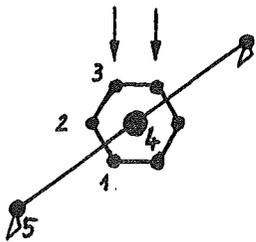
$$\alpha_A = 0.446 \text{ ist:}$$

$$m_1 = \alpha_A m_K$$

2) Bei der BE-Durchbiegung mit Abplattung im Bereich  $L_o$  (Abb. 6) erhält man (unter der Annahme, daß der Anteil  $\gamma_Q < 1$ , der Bündelmasse  $m_B$  plus Fluidmasse  $m_F$  auf die anteilige Kastenmasse  $m_K(L_o/L)$  gleichmäßig aufgeteilt werden kann) mit den Abkürzungen:

$$m_a = [m_K + \gamma_Q(m_B + m_F)] L_o/L$$

$$m_b = \alpha_B (m_K + m_B + m_F) - m_a$$



a) Bei der Balken-Gelenk Diskretisierung folgende Knotenmassen:

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_a/6$$

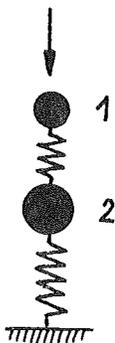
$$m_4 = m_b$$

$$m_5 = (m_K + m_B + m_F - m_b - m_a)/2$$

b) Bei der Feder-Massen Darstellung analog:

$$m_1 = \alpha_A m_a$$

$$m_2 = m_b$$



A3. Definitionen und Abkürzungen zur Aufstellung der Bewegungsgleichungen (30)

Nach Abb. 10 werden folgende diskrete Größen eingeführt: Äußere, eingeprägte Kräfte an den Knoten :

$$\underline{F}_E = \{ \bar{F}_{Ex}, \bar{F}_{Ey} \} \quad \underline{F}_a = \{ \bar{F}_{ax}, \bar{F}_{ay} \} \quad \underline{F} = \underline{F}_E - \underline{F}_a$$

$$\bar{F}_{Ex} = \begin{pmatrix} 0 \\ F_{Ex,2} \\ \vdots \\ F_{Ex,i} \\ \vdots \\ F_{Ex,n-1} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \bar{F}_{ax} = \begin{pmatrix} 0 \\ F_{ax,2} \\ \vdots \\ F_{ax,i} \\ \vdots \\ F_{ax,n-1} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \bar{F}_{Ey} = \begin{pmatrix} F_{Ey,1} \\ \vdots \\ F_{Ey,i} \\ \vdots \\ F_{Ey,n} \end{pmatrix} \quad \bar{F}_{ay} = \dots$$

Punktmassen, Biegemomente, Krümmungen und Krümmungsgeschwindigkeiten an den Knoten  $i$  :

$$\bar{m} = \begin{pmatrix} m_{1,2} \\ m_2 \\ \vdots \\ m_i \\ \vdots \\ m_{n-1} \\ m_{n,2} \end{pmatrix} \quad \bar{M} = \begin{pmatrix} M_1 \\ \vdots \\ M_i \\ \vdots \\ M_n \end{pmatrix} \quad \bar{K} = \begin{pmatrix} K_1 \\ \vdots \\ K_i \\ \vdots \\ K_n \end{pmatrix} \quad \dot{\bar{K}} = \dots$$

Winkel, Winkelgeschwindigkeiten, Winkelbeschleunigungen:

$$\bar{\phi} = \begin{pmatrix} \phi_{1,0} + \psi_1 \\ \vdots \\ \phi_{i,0} + \psi_i \\ \vdots \\ \phi_{n,0} + \psi_n \end{pmatrix} \quad \dot{\bar{\phi}} = \begin{pmatrix} \dot{\psi}_1 \\ \vdots \\ \dot{\psi}_i \\ \vdots \\ \dot{\psi}_n \end{pmatrix} \quad \ddot{\bar{\phi}} = \begin{pmatrix} \ddot{\psi}_1 \\ \vdots \\ \ddot{\psi}_i \\ \vdots \\ \ddot{\psi}_n \end{pmatrix}$$

Generalisierte Koordinaten und ihre Ableitungen:

$$\bar{q} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_i \\ \vdots \\ \psi_{n-2} \end{pmatrix} \quad \dot{\bar{q}} = \begin{pmatrix} \dot{\psi}_1 \\ \dot{\psi}_1 \\ \vdots \\ \dot{\psi}_i \\ \vdots \\ \dot{\psi}_{n-2} \end{pmatrix} \quad \ddot{\bar{q}} = \begin{pmatrix} \ddot{\psi}_1 \\ \ddot{\psi}_1 \\ \vdots \\ \ddot{\psi}_i \\ \vdots \\ \ddot{\psi}_{n-2} \end{pmatrix}$$

Knotenkoordinaten und ihre Ableitungen:

$$\bar{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ x_{2,0} + u_2 \\ \vdots \\ x_{i,0} + u_i \\ \vdots \\ x_{n-1,0} + u_{n-1} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \bar{y} = \begin{pmatrix} y_{1,0} + v_1 \\ \vdots \\ y_{i,0} + v_i \\ \vdots \\ y_{n,0} + v_n \end{pmatrix} \quad \dot{\bar{x}} = \dots \quad \dot{\bar{y}} = \dots$$

Berechnung der Knoten-Wege, -Geschwindigkeiten und -Beschleunigungen:

$$u_i = l \sum_k^{1,i-1} c_k \quad \dot{u}_i = -l \sum_k^{1,i-1} s_k \dot{\varphi}_k \quad \ddot{u}_i = -l \sum_k^{1,i-1} (c_k \ddot{\varphi}_k^2 + s_k \ddot{\varphi}_k)$$

$$v_i = v_1 + l \sum_k^{1,i-1} s_k \quad \dot{v}_i = \dot{v}_1 + l \sum_k^{1,i-1} c_k \dot{\varphi}_k \quad \ddot{v}_i = \ddot{v}_1 + l \sum_k^{1,i-1} (-s_k \dot{\varphi}_k^2 + c_k \ddot{\varphi}_k)$$

Hilfsgrößen zur Berechnung der Koeffizienten und rechten Seiten in Glg. (30):

$$(G_{ji}) = \begin{pmatrix} 1 & c_1 & \dots & c_i & \dots & c_{n-2} \\ 1 & (c_1 - \vartheta s_1) & \dots & (c_i - \vartheta s_i) & \dots & (c_{n-2} - \vartheta s_{n-2}) \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} i = 1, 2 \\ j = 1, n-1 \end{matrix}$$

$$(S_j) = \{ 0 \quad -s_1 \quad \dots \quad -s_i \quad \dots \quad -s_{n-2} \}$$

$$P_{ji} = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & 0 & 1 & -1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & 1 & -1 & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & a_1 & a_2 & \cdot & \cdot & a_{n-3} & a_{n-2} & 0 \\ 0 & 2a_1 & 2a_2 & \cdot & \cdot & 2a_{n-3} & 2a_{n-2} & 0 \end{pmatrix} \quad i, j = 1, \dots, n$$

wobei

$$a_i = \sin \phi_i \sin \phi_{n-1} \quad c_i = \cos \phi_i \quad s_i = \sin \phi_i \quad \vartheta = \cot \phi_{n-1}$$

A4. Koeffizienten für die Glg. (30), (31) im Falle der BE-Diskretisierung nach Abb. 9a)

1) Lastfall **A** / Bei Vorgabe der Kräfte  $F_{Ey,3}$  ;  $F_{Ex,2}$  :

Mit den Knotenkräften  $F_{y,3} = F_{Ey,3} - F_{ay,3}$  und  $F_{x,2} = F_{Ex,2} - F_{ax,2}$  sowie den Schnittbiegemomenten  $M_i$   $i = 1 \dots 3$  bekommt man (vgl. Tabelle 4):

$$\alpha_{11} = - \ell (m_2 + 4m_3 \cos^2 \phi_1)$$

$$\beta_1 = F_{x,2} \sin \phi_1 - 2 \cos \phi_1 F_{y,3} + \left( \frac{M_1 - 2M_2 + M_3}{\ell} \right) - 4 \ell m_3 \cos \phi_1 \sin \phi_1 \dot{\psi}_1^2$$

Bei Vorgabe der Beschleunigung  $\ddot{V}_3$  :

$$\delta_{11} = 2 \cos \phi_1$$

$$\chi_1 = F_{x,2} \sin \phi_1 + \left( \frac{M_1 - 2M_2 + M_3}{\ell} \right) - 4 \ell m_3 \cos \phi_1 \sin \phi_1 \dot{\psi}_1^2 + \ell (m_2 + 4m_3 \cos^2 \phi_1) \ddot{\psi}_1$$

2) Lastfall **B** , bei Vorgabe der Kräfte  $F_{Ey,1}$   $F_{Ey,3}$   $F_{Ex,2}$  :

$$\alpha_{11} = -\ell [(m_1 + m_3) \cos^2 \phi_1 + m_2 \sin^2 \phi_1]$$

$$\alpha_{12} = \frac{\ell}{4} (m_1 - m_3) \cos\left(\frac{\psi_4}{2}\right) \cos \phi_1 = \alpha_{21}$$

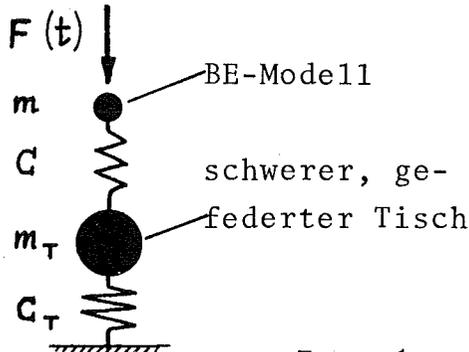
$$\alpha_{22} = -\frac{\ell^2}{16\ell} \left[ \cos^2\left(\frac{\psi_4}{2}\right) \sum_i^{1,4} m_i + \sin^2\left(\frac{\psi_4}{2}\right) m_5 \right]$$

$$\beta_1 = F_{x,2} \sin \phi_1 - (F_{y,3} - F_{y,1}) \cos \phi_1 + \left( \frac{M_1 - 2M_2 + M_3}{\ell} \right) - \ell (m_1 - m_2 + m_3) \cos \phi_1 \sin \phi_1 \dot{\psi}_1^2$$

$$\beta_2 = -\left(\frac{\ell}{4\ell}\right) \cos\left(\frac{\psi_4}{2}\right) [F_{y,1} + F_{y,3}] + \left(\frac{M_4}{2\ell}\right) - \left(\frac{\ell^2}{32\ell}\right) \left[ \sum_i^{1,4} m_i - m_5 \right] \cos\left(\frac{\psi_4}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi_4}{2}\right) \dot{\psi}_4^2 + \frac{\ell}{4} (m_1 - m_3) \cos\left(\frac{\psi_4}{2}\right) \sin \phi_1 \dot{\psi}_1^2$$

A5. Zur Entkopplung der Brennelement- und Tisch-Bewegung bei den Stoßversuchen

Das aus Tisch plus BE-Modell (inkl. A1-Belastungsstempel) bestehende und durch eine Stoßkraft  $F(t)$  belastete elastoplastische System ist



näherungsweise durch das nebenstehende Feder-Massen-Ersatz-System charakterisierbar, worin im vorliegenden Fall gilt:

$$C = 0. \text{ bis } 1.5 \cdot 10^7 \text{ Nm}^{-1}$$

$$C_T = 1.14 \cdot 10^6 \text{ Nm}^{-1}$$

$$m \approx \begin{cases} \text{Vers. typ 1} & : 60. \text{ kg} \\ \text{Vers. typ 3,4} & : 200. \text{ kg} \end{cases}$$

$$m_T = 4805. \text{ kg}$$

Die beiden System-Eigenfrequenzen sind (z.B. nach [54\_7]) durch

$$\omega_{1,2}^2 = + \left\{ \frac{1}{2} \left[ \frac{C_T + C}{m_T} + \frac{C}{m} \pm \sqrt{\left( \frac{C_T + C}{m_T} - \frac{C}{m} \right)^2 + \frac{4 C^2}{m_T m}} \right] \right\}$$

gegeben, und mit obigen Werten ergibt sich für die hier interessierende tiefere Frequenz  $\omega_1$  je nach Plastifizierungsgrad:

$$\omega_1 = \begin{cases} \text{Vers. typ 1} & : 0. \text{ bis } 502.9 \text{ sec}^{-1} \\ \text{Vers. typ 4} & : 0. \text{ bis } 279.5 \text{ sec}^{-1} \end{cases}$$

Betrachtet man hingegen das durch  $m, C$  gegebene Teilsystem mit raumfester BE-Lagerung, so ergeben sich nur geringfügig kleinere  $\omega_1$ -Werte (Abweichung < 2. %):

$$\omega_1 = \begin{cases} \text{Vers. typ 1} & : 0. \text{ bis } 500.0 \text{ sec}^{-1} \\ \text{Vers. typ 4} & : 0. \text{ bis } 273.9 \text{ sec}^{-1} \end{cases}$$

Das bedeutet, daß die Stoßantworten der beiden Teilsysteme "Tisch" und "BE-Modell" infolge des tief abgestimmten Tisches ( $\omega_T = 15.40 \text{ sec}^{-1}$ ) im wesentlichen entkoppelt sind, so daß man bei der Nachrechnung der Stoßversuche die BE-Lagerung näherungsweise als raumfest ansehen kann.

A6. Zur halbempirischen Bestimmung des Bündel-Ersatzdrucks  $p_Q$  aus experimentellen Ergebnissen  $\Delta\lambda_A$  (Abb. 12) sowie statischen BEDYN-2 Rechnungen

1. Schritt: Einteilung des interessierenden Abplattungs-Intervalls  $0 \leq f_A \leq f_{A \max}$  in  $n$  diskrete Punkte  $f_A^i$  ( $i = 1 \dots n$ ). Abgreifen der zu den  $f_A^i$  gehörenden Ordinaten-Differenzen (vgl. Glg. (45))  $\Delta\lambda_A^i = \lambda_{A2}^i - \lambda_{A1}^i$  aus den dimensionslosen experimentellen Ergebnissen  $\lambda_{A2}$  (Versuchstyp 2 (mit Bündel), mittlere Kurve durch mehrere Einzelversuche), mit  $\lambda_{A1}$  (Versuchstyp 1 (ohne Bündel), mittlere Kurve durch mehrere Einzelversuche gleicher Nenn-Abmessungen wie bei  $\lambda_{A2}$ ). Ergebnis: empirische Wertepaare  $\Delta\lambda_A^i ; f_A^i$  für das reale Bündel in einem Hexagon-Kasten mit den über alle Versuche gemittelten Abmessungen  $(\bar{d}, \bar{s})$

2. Schritt: BEDYN-2 Berechnung der infolge aufgeprägter Abplattung  $\alpha(t)$  (quasistatisch mit  $\dot{\alpha}/\bar{s} \leq 0.01 \text{ sec}^{-1}$ ) sich einstellenden äußeren Kontaktkraft  $F_E(\alpha)$  für zwei Fälle (Abmessungen  $\bar{d}, \bar{s}$ ): Kasten mit Bündel ( $F_{E2}$ ) d.h. mit einem (unbekanntem) Innendruck  $p_Q$ ; Kasten ohne Bündel ( $F_{E1}$ ), d.h.  $p_Q = 0$ . Bildung der Differenzkraft  $\Delta F(p_Q) = F_{E2}(p_Q) - F_{E1}$  sowie der Differenz  $\Delta\lambda_A^*(f_A)$  nach Glg. (45).

3. Schritt: Aus der Gleichheitsforderung der experimentell und numerisch ermittelten Funktion  $\Delta\lambda_A$  an den  $n$  Stützstellen  $f_A^i$ , d.h.

$$\Delta\lambda_A^{*i}(p_Q^i) \stackrel{!}{=} \Delta\lambda_A^i$$

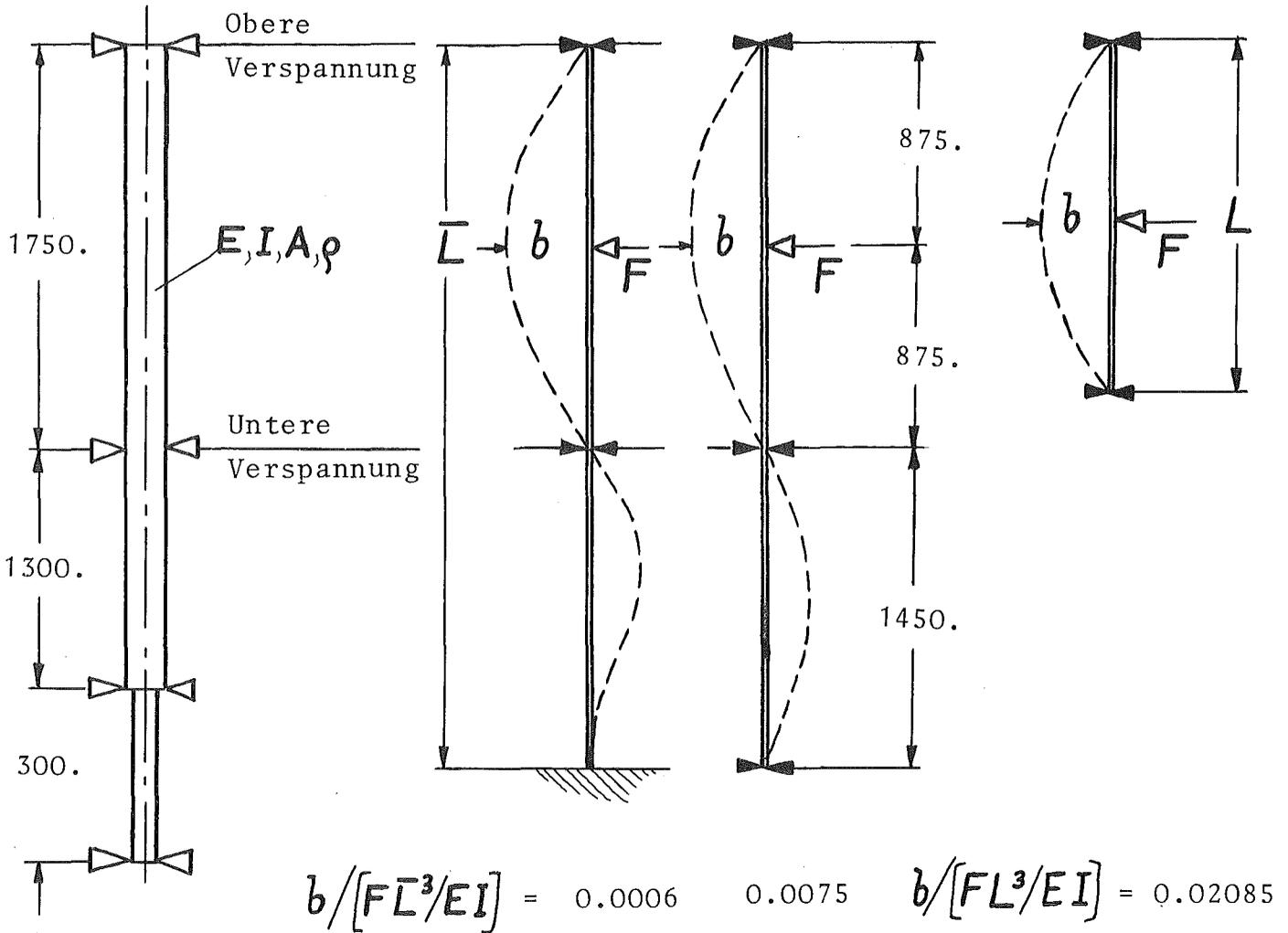
lassen sich die gesuchten, zu  $f_A^i$  gehörenden diskreten Innendruck-Werte  $p_Q^i$  bestimmen.

A7. Zur Wahl der BE-Länge  $L$  für Modellversuche vom Typ 4  
(vgl. Tab. 5)

BE-Halterung im SNR-300  
(Maße in mm)

Idealisierung der  
Randbedingungen

Äquivalentes Modell  
für BE-Versuche



z.B. nach [557]:

$$\rightarrow L \text{ (mm)} = 977.7 \quad 1245.$$

Die Stützweite  $L$  der beidseitig gelenkig gelagerten BE-Modelle wurde so gewählt, daß sie bei einer Mittenbelastung  $F$  etwa die gleiche Durchbiegung  $b$  an der Lastangriffsstelle erfahren, wie das real gelagerte BE im SNR-300 Core (z.B. aus  $0.0006 L^3 \stackrel{!}{=} 0.02085 L^3$  ergibt sich  $L = 977.7$  mm). Dadurch ist zumindest näherungsweise gewährleistet, daß die Grundschwingungsdauer des äquivalenten Modells der Länge  $L$  gleich derjenigen des realen BEs ist. Aus konstruktiv-praktischen Gründen wurde als Stützweite  $L = 1160.$  mm  $\approx 7\beta$  gewählt (vgl. Abb. 6).

Nomenklatur

1) Benutzte Zeichen und ihre Bedeutung

Symbol	Bedeutung	Dimension
$a$	Abplattung des Hexagon-Kasten-Querschnitts, Abb. 8	m
$A$	Balken-Querschnittsfläche	$m^2$
$A_B$	Querschnittsfläche des Brennstab-Bündels, Abb. 12	$m^2$
$A_G$	Fläche eines von $n$ Knoten gebildeten Polygons, Glg. (40)	$m^2$
$A_\ell$	Wirkungsfläche des Bündel-Ersatz-Druckes $p_Q$ , Glg. (39), Abb. 12	$m^2$
$A_a$	Freie Querschnittsfläche des abplattenden Brennelements,	$m^2$
$A_o$	Wirksame Fläche des Wabenmaterials zwischen Fallmasse und Belastungsstempel, Abb. 13, 22	$m^2$
$b$	Maximale Brennelement-Durchbiegung, d.h. Weg des BE-Querschnittsschwerpunkts an der Stelle $z = L/2$ , Abb. 6	m
$B$	Breite eines Rechteck-Vollquerschnitts in Glg. (13)	m
$c$	Halbe Quer-Aufweitung des Hexagon-Querschnitts bei Abplattung, Abb. 22	m
$c_w$	Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen in Stäben (vgl. Anhang A1.4)	m/s

Symbol	Bedeutung	Dimension
$C_A$	Federkonstante bei linear-elastischer Abplattung $\alpha$ eines Hexagon-Kastens, Anhang A1.2	N/m
$C_B$	Federkonstante bei linear-elastischer Durchbiegung $b$ eines Hexagon-Kastens (ohne Bündel), Abb. 6, Anhang A1.3	N/m
$C_T$	Federkonstante des Tisches an der Belastungsanlage, Abb. 13, 14	N/m
$d$	Wandstärke des Brennelement-Kastens	m
$D$	Globale Rückstellkraft (am Lastangriffspunkt in Lastrichtung) einer durch statisch belasteten elastoplastischen Struktur	N
$E$	Elastizitätsmodul	$N/m^2$
$E_P$	Plastizitätsmodul im bilinearen Stoffgesetz Glg. (10), Abb. 8	$N/m^2$
$e$	Faktor zur Berücksichtigung des realen Kraftangriffspunktes bei der Abplattung eines Hexagon-Kastens, Anhang A1.2	$\div$
$e_B$	Faktor zur Berücksichtigung der relativen Belastungslänge $L_o/L$ in Glg. (46), Anhang A1.3	$\div$
$f$	Frequenz	Hz
$f_e$	Tiefste Eigenfrequenz	Hz
$f_A = \alpha/s_o$	Bezogene Querschnittsabplattung	$\div$
$f_B = b/L$	Bezogene Brennelement-Durchbiegung	$\div$

Symbol	Bedeutung	Dimension
$f_{r,\psi}$	Dimensionslose Belastung eines Hexagonkastens in $r$ bzw. $\psi$ -Richtung, Abb. 7, Glg. (6)	$\div$
$F$	Äußere, eingeprägte Kraft	N
$\mathcal{F}$	Äußere, eingeprägte Knotenbelastung (Kraft/Drehmoment), Glg. (25)	N, Nm
$g_k$	Generalisierte Geschwindigkeit, Glg. (43)	m/s, 1/s
$G$	Tischweg im Stoß-Experiment, Abb. 22	m
$h_i$	Abstand des Knotenpunktes $(x, y)_i$ von der Sehne $\sum_i$ durch die beiden Nachbarpunkte $(i+1, i-1)$ Abb. 10	m
$h_0$	Fallhöhe der stoßenden Masse $m_0$ im dynamischen Belastungsexperiment, Abb. 13	m
$\Delta h$	Höhenabnahme des Wabenmaterials durch Stauchung im Stoßversuch	m
$H$	Anzahl der Freiheitsgrade eines mechanischen Systems	$\div$
$I$	Flächenträgheitsmoment eines Balkenquerschnitts	$m^4$
$J$	Druckimpuls von $p(t)$ , Glg. (48)	bar sec
$K_i$	Balkenkrümmung $1/R_i$ am Knoten $i$ Glg. (34)	1/m
$\tilde{K}$	Auf die elastische Grenzkrümmung $K_E = M_E / (EI)$ bezogene Balkenkrümmung, $K = K/K_E$ , Glg. (37)	$\div$

Symbol	Bedeutung	Dimension
$l$	Länge eines Balkenfeldes, Abb. 10; Länge der Brennelementflachseite, $l = s_0/\sqrt{3}$ , Abb. 8	m
$L$	Stützweite eines beidseitig gelenkig gelagerten Brennelements (Abb. 6); BE-Länge (Tab. 5)	m
$L_0$	Belastungslänge (Abb. 6); Länge eines BE-Kastens (Tab. 5)	m
$M$	Schnitt-Biegemoment, Abb. 10	Nm
$m$	Masse	kg
$\tilde{M}$	Auf das elastische Grenzmoment $M_E$ bezogenes Biegemoment, $\tilde{M} = M/M_E$ Glg. (37)	÷
$n$	Anzahl der diskreten Punktmassen, Abb. 10	÷
$N$	Schnitt-Normalkraft, Abb. 10	
$p$	Druck	bar
$p_0$	Druck in unmittelbarer Nachbarschaft des im Kernverband berstenden Störfall- Brennelements, Abb. 2	bar
$\Delta p_i$	Druckgradient in Richtung $r$ über gegen- überliegende Flachseiten eines Brennele- ments in der $i$ -ten Reihe um das Störfall- element, Abb. 2	bar
$p_a$	Brennstab-Bündel Ersatz-Innendruck des Bündelmodells in Abb. 12	bar
$P$	Exponent im Potenzgesetz Glg. (11) für $\sigma_Y$	÷

Symbol	Bedeutung	Dimension
$Q$	Schnitt-Querkraft, Abb. 10	N
$q_k$	Generalisierte Koordinate, Glg. (26), (30)	m, rad
$Q_0 \dots Q_n$	Empirisch bestimmte Koeffizienten in der Bündel-Ersatz-Charakteristik Glg. (39)	$\div$
$r$	Radius, d.h. Abstand vom Zentrum des Störfall-Brennelements, Abb. 2	m
$R_i$	Krümmungsradius des Knotens $i$	m
$s$	Außen-Schlüsselweite des Brennelement-Kastens	m
$s_i = s - 2d$	Innen-Schlüsselweite des Brennelement-Kastens,	m
$s_0 = s - d$	Schlüsselweite der Wandmitte eines Brennelement-Kastens,	m
$t$	Zeit	sec
$u_i, v_i$	Verschiebungen des Knotens $i$ in Richtung $(x, y)$ , Abb. 10	m
$w$	Durchbiegung eines Balkenfeldes im lokalen Koordinatensystem, $(w, \xi)_i$ , Abb. 8	m
$W$	Durch $F$ an der Struktur insgesamt verrichtete Arbeit	Joule
$W_D$	Elastoplastische Gesamt-Formänderungsarbeit in der Kasten-Struktur	Joule

Symbol	Bedeutung	Dimension
$W_D^B$	$W_D$ -Anteil infolge Brennelement-Kasten-Durchbiegung	Joule
$W_Q$	Elastoplastische Formänderungsarbeit am Brennstab-Bündel	Joule
$W_K$	Kinetische Energie des gesamten Brennelements	Joule
$W_F$	Auf das Kühlmittel übertragene Energie	Joule
$x, y$	Raumfeste Koordinaten, Abb. 10	m
$Y_o, Y_u$	Verschiebungen der BE-Oberseite, -Unterseite in Richtung $y$ an den Axialpositionen $z = (L \mp L_o)/2$ , Abb. 6	m
$z$	Raumfeste Axialkoordinate des Brennelements, Abb. 6	m
$Z$	Generalisierte Last, Glg. (31)	N, Nm
$\alpha$	Konstante in den Fließlasten, Glg. (4)	÷
$\alpha_A$	Normierte Abnahme der freien Querschnittsfläche $A_Q$ gemäß $\alpha_A = (A_{Q0} - A_Q)/A_{Q0}$	÷
$\alpha_{KL}$	Koeffizienten in der Knoten-Bewegungsgleichung (30)	
$\beta$	Axialer Abstand zweier Abstandshalter-Gitter, Abb. 12	m
$\beta_B$	Länge der Abstandshalter-Röhrchen	m
$\beta_K$	Rechte Seiten der Glgn. (30)	
$\gamma$	Formfunktion zur Beschreibung der dynamischen Biegelinie, Glg. (14)	÷

Symbol	Bedeutung	Dimension
$\Delta$	Elektrisches Spannungssignal an einer Photodioden-Kette, Abb. 15	Volt
$\delta$	Außendurchmesser des einzelnen Brennstabes	m
$\varepsilon$	Gesamtdehnung	÷
$\varepsilon_p$	Plastische Dehnung	÷
$\zeta$	Koordinate der Querschnittshöhe durch die neutrale Faser	m
$\zeta_k$	Translatorischer oder rotatorischer Freiheitsgrad einer Knotenmasse	m, rad
$\eta$	Abstand des Kraftangriffspunktes (Lagers) von der Kastenecke (vgl. Anhang A1.2)	m
$\eta_a$	Bündelmassen-Anteil, der auf die Punktmassen des Hexagon-Kastens im Bereich aufgeteilt wird, Anhang A2.	÷
$\mathcal{V}_k$	Nichtlineare Funktionen in den Differentialgleichungen (42)	
$\mathcal{R}$	Transformationsfaktor zur Systemreduktion Glg. (17), (20) $\mathcal{R} = \partial \mathcal{L}_m / \partial \mathcal{L}_F$	÷
$\lambda_A$	Dimensionsloser Lastparameter bei der Abplattung eines Hexagon-Kastens, Abb. 8, Glg. (45)	÷
$\lambda_B$	Dimensionsloser Lastparameter bei der Durchbiegung eines Hexagon-Rohres, Abb. 6, Glg. (46)	÷
$\mu$	Massenbelegung eines Balkens, Glg. (13)	kg/m

Symbol	Bedeutung	Dimension
$\mu_K$	Generalisierte Masse, Glg. (25)	kg/ kgm <sup>2</sup>
$\nu$	Querkontraktionszahl	$\div$
$\chi_K$	Rechte Seiten der Glg. (31)	
$\psi_i$	Rotation des Drehgelenks am Knoten $i$ Abb. 10, Anhang A3.	rad
$\phi_i$	Winkel am Knoten $i$ gegen die positive $x$ -Richtung, Abb. 10, Anhang A3.	rad
$\rho$	Massendichte	kg/m <sup>3</sup>
$\sigma$	Mechanische Spannung bezogen auf den Ausgangsquerschnitt	N/m <sup>2</sup>
$\sigma_{ys}, \sigma_Y$	Statische bzw. dynamische Fließspannung im bilinearen Stoffgesetz Glg. (10)	N/m <sup>2</sup>
$\sigma_B$	Bruchspannung	N/m <sup>2</sup>
$\sigma_c$	Kompressions-Spannung des sich im wesent- lichen elastisch-ideal-plastisch ver- haltenden Wabenmaterials	N/m <sup>2</sup>
$\sum_i$	Länge der Sehne zwischen den Knoten ( $i+1, i-1$ ), Abb. 10	m
$\tau$	Laufzeit von Längs- oder Biege- wellen (Anhang A1.4) entlang der charakteristi- schen BE-Abmessung	sec
$\xi_i$	Axialkoordinate des Balkenfeldes $i$ , Abb. 8	m
$\omega$	Kreisfrequenz	1/sec

2) Kennzeichnung einer Größe A durch Indizes etc.

$\hat{A}$	Spitzenwert
$\dot{A}$	Zeitliche Ableitung
$A'$	Räumliche Ableitung $\frac{d}{dz}$ oder $\frac{d}{d\xi}$
$\bar{A}$	Vektor
$\underline{A}$	Matrix
$A_A$	Die Abplattung betreffend
$A_B$	Die Durchbiegung betreffend
$A_D$	Die Deformation betreffend
$A_e$	Dynamisch äquivalent im Sinne von Glg. (20)
$A_E$	Eingeprägt, elastisch
$A_f$	Den Fließzustand betreffend
$A_F$	Zur Kraft $F$ zugehörig, das Kühlmittel betreffend
$A_G$	Geometrisch
$A_K$	Kinetisch
$A_L$	Am Brennelement-Auflager
$A_m$	Die Masse betreffend
$A_M$	Mittlere oder effektive Größe im Sinne von Glg. (47), (48)
$A_o$	Referenz-Zustand, Zustand zur Zeit $t = 0$

$A_a$	Das Brennstabbündel betreffend
$A_p$	Plastisch
$A_r$	Radial
$A_T$	Traglast im Sinne von Glg. (7)
$A_{x,y}$	Bezüglich $x, y$
$A_\psi$	Azimutal

Druckpuls $p(t)$	Literatur- quelle	Randbedingungen	Spitzen- druck $\hat{p}$ (bar)	Zeit zum Erreichen von $\hat{p}$ $\hat{t}$ (msec)	Effektive Pulsdauer* nach Glg.(48) $2t_M$ (msec)	Druck- impuls* $J$ (barsec)	Effektiver Druck* nach Glg.(48) $P_M$ (bar)
$P_1$	[9], Fig.8	Druckpuls in der Primärphase des in-pile Einzel-Pin-Niederschmelzversuchs TREAT-S11 (2000. MWsec Leistungstransiente, unbestrahlter $UO_2$ -Brennstoff, Na-Anfangstemp. 150 °C)	167.8	1.46	18.82	1.475	78.4
$P_2$	[10]	Druckpuls im Reaktionsraum beim out-of-pile BNR-Versuch Nr. 1 der CORRECT-II Serie (Na-Säule von 80. kg/443 °C fällt auf teilweise flüssigen Brennstoff $UO_2$ von 3 ÷ 7 kg)	72.8	8.63	17.52	0.4993	28.5
$P_3$	[7], Fig.9	Konservative BNR-Rechnung nach Caldarola (1 gr Na/1100 °K in thermischer Wechselwirkung mit 8.3 gr geschmolzenem $UO_2$ /2900 °K; Fragmentationszeitkonst.: 10 msec (Partikel-R. 117 $\mu m$ ) instantane Mischung)	378.9	1.75	14.92	2.518	168.8
$P_4$	[6], Abb. 24	Konservative BNR-Rechnung nach Jacobs (1.3 gr Na/860 °K in inkohärenter thermischer Wechselwirkung mit 14. gr geschmolzenem $UO_2$ /3100 °K (Partikel-R. 117 $\mu m$ ) Durchmischungszeit 1.5 msec)	345.3	2.90	12.18	2.899	238.
$P_5$	[30], Fig. 6	Berechneter Druckpuls in der BNR-Zone nach Kuczera, Royl (Reaktivitätsstörfall am SNR-300 mit Pin-Versagen, Brennstoff- und Spaltgasbewegung; BNR-Modul: HOPE)	39.24	2.24	20.60	0.4841	23.5
$P_6$	[19], Abb. 39, "wrapper middle"	Gemessener Druckpuls in dickwandigem SNR-300-BE-Kasten zur Ermittlung der Sprengladung für den Simulationsversuch 3 am realen Coreverband (vgl. auch Abb. 4, 5)	383.3	3.15	18.24	4.981	273.1

\* Für die Berechnung von  $J, P_M, t_M$  wurden die Druckpulse  $p(t)$  mit dem Programm BEDYN-2 numerisch integriert, wobei als einheitliche Integrationsgrenzen  $t = 0$  und 20. (msec) gewählt wurden

Tabelle 1: Einzelheiten und charakteristische Größen der in Abb. 3 gezeigten Druckpulse

Druckpuls $p(t)$	Bemerkungen	Spitzen- druck $\hat{p}$ (bar)	Zeit zum Erreichen von $\hat{p}$ $\hat{t}$ (msec)	Effektive Puls- dauer <sup>x</sup> nach Glg.(48) $2 t_M$ (msec)	Druckimpuls $J$ (barsec)	Effektiver Druck <sup>x</sup> nach Glg. (48) $p_M$ (bar)
$p_I$	Druck im Innern des berstenden Elementes beim SNR-300 Sprengversuch 3 (Meßebene = 1940. mm unterhalb des BE-Kopfes)	101.4	5.35	12.76	0.6427	50.37
$p_{II}$	Druck im Unterkanal der ersten BE-Reihe (Abb. 4) beim SNR-300 Sprengversuch 3 (Meßebene wie bei $p_I$ )	79.09	3.707	16.98	0.4681	27.57
$\Delta p = p_I - p_{II}$	Differenzdruck Unterkanal erste/zweite BE-Reihe (Abb. 4) beim SNR-300 Sprengversuch 3 (Meßebene wie bei $p_I$ )	68.63	3.707	13.94	0.2274	16.31
$p_A$	Gemessene Stoßbelastung beim Einzel-BE-Versuch D26 (vgl. Kap. 6 und Abb. 23)	12.78	5.00	(22.28) <sup>x</sup>	(0.2060) <sup>x</sup>	(9.245) <sup>x</sup>
$p_B$	Gemessene Stoßbelastung beim Einzel-BE-Versuch DB33 (vgl. Kap. 6 und Abb. 25)	39.21	9.20	(22.14) <sup>x</sup>	(0.6509) <sup>x</sup>	(29.40) <sup>x</sup>

<sup>x</sup> Für die Berechnung von  $J$ ,  $p_M$ ,  $t_M$  wurden die Druckpulse  $p(t)$  mit dem Programm BEDYN-2 numerisch integriert, wobei als einheitliche Integrationsgrenzen  $t = 0$  und 20. (msec) gewählt wurden.

Tabelle 2: Einzelheiten und charakteristische Größen der in Abb. 4, 5 gezeigten experimentell ermittelten Druckpulse an SNR-300 Brennelementen

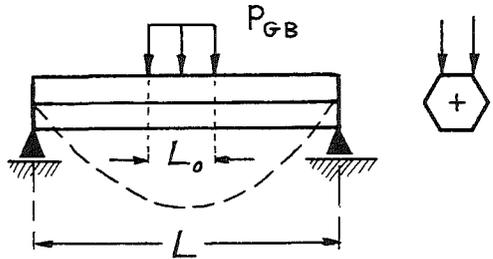
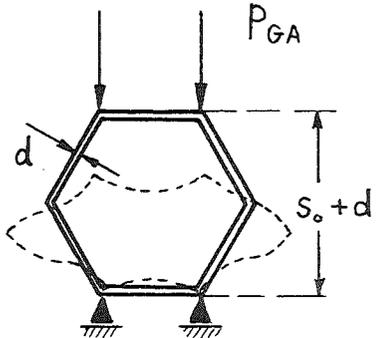
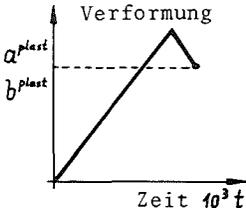
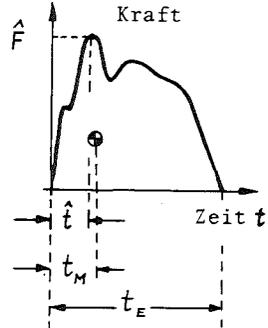
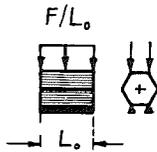
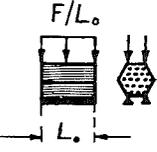
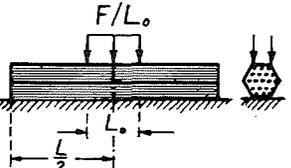
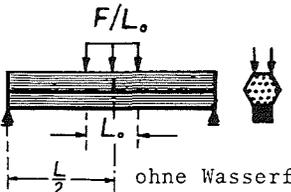
Berechnung nach den Formeln in Anhang A1.	Kastenwandstärke $d$ 2.0 (mm) 3.0	$E = 216 \cdot 10^9 \text{ (Nm}^{-2}\text{)}$ $\sigma_Y = 0.392 \cdot 10^9 \text{ (Nm}^{-2}\text{)}$ $\rho = 0.790 \cdot 10^4 \text{ (kgm}^{-3}\text{)}$
Grundswingungsdauer ("Durchbiegung")  ohne Bündel $t_B$ (msec) 3.84 3.73 mit Bündel $t'_B$ (msec) 10.5 8.64  Maximale statische Grenzlast $P_{GB}$ ("Durchbiegung") (bar) 15.3 22.3		 <p style="text-align: center;">Mode "B"</p>
Grundswingungsdauer ("Querschnittsabplattung")  ohne Bündel $t_A$ (msec) 2.58 1.94  Maximale statische Grenzlast $P_{GA}$ ("Querschnittsabplattung") (bar) 4.11 9.33		 <p style="text-align: center;">Mode "A"</p>

Tabelle 3: Typische Eigenschaften des linear-elastischen, in Abb. 6 gezeigten Rechenbeispiels für ein SNR-300 Brennelement

$K=1$ $L=1 \dots H$	<p>Rechte Seiten der ersten Gleichung (30):</p> $\beta_1 = - \sum_{\dot{L}}^{1,n} F_{y,i} + \ell \sum_{\dot{L}}^{2,n} \left[ m_i \sum_{\dot{r}}^{2,i} (S_r \dot{\varphi}_{r-1}^2) \right]$ <p>Koeffizienten der ersten Gleichung (30):</p> $\alpha_{1L} = - C_{KL} \sum_{\dot{L}}^{K,n} m_i$
$K=2 \dots H$ $L=1 \dots H$	<p>Rechte Seiten der 2. bis H-ten Gleichung (30):</p> $\beta_K = \sum_{\dot{L}}^{1,n} (M_i P_{i,K}) + \left\{ -C_{1K} \sum_{\dot{L}}^{K,H} F_{y,i} - C_{2K} F_{y,n} + S_K \sum_{\dot{L}}^{K,H} F_{x,i} + C_{2K} m_n \ell \sum_{\dot{L}}^{2,n} (S_i \dot{\varphi}_{i-1}^2) + \right. \\ \left. + C_{1K} \sum_{\dot{L}}^{K,H} \left[ m_i \sum_{\dot{j}}^{2,i} (S_j \dot{\varphi}_{j-1}^2) \right] - S_K \sum_{\dot{L}}^{K,H} \left[ m_i \ell \sum_{\dot{j}}^{2,i} (C_{1j} \dot{\varphi}_{j-1}^2) \right] \right\} / \ell$ <p>Diagonalelemente der 2. bis H-ten Gleichung (30) :</p> $\alpha_{KK} = -\ell \left[ \sum_{\dot{L}}^{K,H} m_i + m_n C_{2K} C_{1K} \right]$ <p>Nebendiagonalelemente der 2. bis H-ten Gleichung (30) :</p> $\alpha_{KL} = -\ell \left[ (S_K S_L + C_{1K} C_{1L}) \sum_{\dot{L}}^{K,H} m_i + m_n C_{1K} C_{1L} \right]$

Tabelle 4: Koeffizienten  $\alpha_{KL}$  und rechte Seiten  $\beta_K$  der Bewegungs-Differentialgleichung (30) mit den Abkürzungen im Anhang A3.

VORGEGEBENE BELASTUNGEN	VERSUCHS-TYPEN, MODELL-ANORDNUNGEN UND RANDBEDINGUNGEN	Zweck der Versuche	ANZAHL DER INSGESAM DURCHFÜHRTEN/AUSGEWERTETEN VERSUCHE KASTEN-WERKSTOFF (Tab. 6)			
			1.4981	1.4306	St 45	
			KASTEN-NENNWANDSTÄRKE			
			2.5 (mm)	2.0 (mm)	3.0	3.0 (mm)
<p>STATISCH:</p>  <p>STOSSARTIG:</p> 	<p>TYP 1</p>  <p>S und D</p>	<p>Ermittlung des elastoplastischen Verformungsverhaltens; Überprüfung des BALKEN-GELENK-MODELLS (Kap. 4.4)</p>	4/3	6/5	9/6	6/4
	<p>TYP 2</p>  <p>S</p>	<p>Studium der Wechselwirkung zwischen Bündel und Kasten; Bestimmung der Koeffizienten <math>Q_j</math> in Glg. (39) der Bündelcharakteristik</p>	÷	6/5	÷	3/3
	<p>TYP 3</p>  <p>S</p>	<p>Studium des 3D-Abplattverhaltens; Bestimmung der mittragenden Länge <math>L_F &gt; L_0</math> (Kap. 6.1)</p>	÷	6/4	6/3	÷
	<p>TYP 4</p>  <p>S und D</p> <p>mit/ ohne Wasserfüllung</p>	<p>Verhalten des kompletten Brennelements; Überprüfung des BALKEN-GELENK-MODELLS</p>	÷	6/6	6/5	2/2

S: statische Experimente

D: stoßartige Experimente

Tabelle 5: Versuchsprogramm für statische und stoßartige Verformungsexperimente an 1:1 SNR-300-ähnlichen Brennelement-Modellen

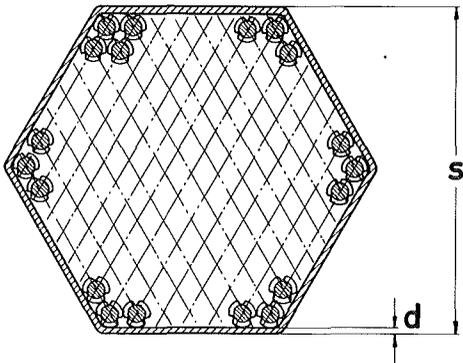
BE-Kastenwerkstoff	Herstellungsprozess des Hexagon-Kastens	Chemische Zusammensetzung							Statische Kurzzeit-Festigkeitseigenschaften nach Angaben von [ 4 ], [ 68 ] sowie nach vorläufigen Versuchsergebnissen aus [ 67 ], [ 28 ]		
		C	Si	Mn	Cr	Mo	Ni	sonstige	$\sigma_{0.2}$ (10 <sup>9</sup> Nm <sup>-2</sup> )	$\sigma_B$	$\epsilon_B$ %
Material, das für den Einsatz im SNR-300 unter realen Betriebsbedingungen vorgesehen ist:  <b>1.4981</b>	Kaltziehen nahtloser Kreis-zylinder-Rohre aus lösungs-geglühtem 4981 in mehreren Stufen (mit Wärmebehandlung), Kalibrieren auf Hexagon SNR-Geometrie, wobei mindestens 12÷15 % Kaltverformung erreicht sein müssen	<0.1	0.45	1.25	16.5	1.8	16.5	<1. Nb	490 °C, frisch: 0.50÷0.55 490 °C, >10 <sup>23</sup> nvt: ~ 0.59 Raumtemperatur: ~ 0.90	0.68÷0.72 ~ 0.64 ~ 1.10	5÷8 ~2÷3 20÷40
Material, das zur ungefähren Simulation des frischen BE-Zustandes in Sprengversuchen bei Raumtemperatur verwendet wurde:  <b>1.4306</b>	Kaltziehen nahtloser Kreis-zylinder-Rohre in mehreren Schritten mit spezieller Wärmebehandlung, Kalibrieren auf Hexagon-SNR-Geometrie	0.024	0.36	1.16	18.4	÷	10.2	<0.2 P, S	Raumtemperatur: 0.30÷0.35	0.49÷0.51	65÷75
Material, das zur ungefähren Simulation des leicht durch Bestrahlung versprödeten BE-Zustandes in Sprengversuchen bei Raumtemperatur verwendet wurde:  <b>St 45</b>	Kaltziehen nahtloser Kreis-zylinder-Rohre in mehreren Schritten mit spezieller Wärmebehandlung, Kalibrieren auf Hexagon-SNR-Geometrie	Gewöhnlicher Baustahl							Raumtemperatur: 0.40÷0.50	0.77÷0.80	9÷20

Tabelle 6: Zusammensetzung, Herstellung und mechanische Eigenschaften des BE-Kastenwerkstoffs von SNR-300

	Statische Versuche						Dynamische Versuche								
	S1	S2	S3	S4	S5	S6		D13	D14	D16	D17	D25	D26	DB32	DB33
EINZELVERSUCHE:	T4	V200	V1600	T7	T6	T5									
	T8	V600	V1700	V1300											
	V100	V700	V1800	V1400											
		V1500													
VERSUCHSTYP NR.: (s. Tabelle 5)	1	1	2	3	1	1		1	1	1	1	1	1	4	4
KASTENGEOMETRIE:															
d (mm)	2.06	2.95	2.03	1.80	3.05	2.80		2.00	1.90	2.06	2.06	2.90	3.00	2.95	3.00
s "	108.0	110.2	108.3	108.2	110.2	110.07		108.13	108.90	108.4	108.40	110.15	110.35	110.80	110.30
L <sub>0</sub> "	365.3	380.0	363.3	330.0	329.5	351.5		381.5	381.5	380.0	379.0	380.0	379.0	310.0	310.0
L "	÷	÷	÷	1160.	÷	÷		÷	÷	÷	÷	÷	÷	1160.	1160.
KASTEN-WERKSTOFF: (s. Tabelle 6)	1.4306	1.4306	1.4306	1.4306	St45	1.4981		1.4306	1.4306	1.4306	1.4306	1.4306	1.4306	1.4306	St45
STATISCHE BE- LASTUNG MIT: (s. Tabelle 5)															
max a plast (mm)	25.2	25.2	26.6	22.6	25.6	20.7									
max b plast "	÷	÷	÷	÷	÷	÷									
DYNAMISCHE BELASTUNG: (s. Tabelle 5)															
$\hat{F}$ (10 <sup>4</sup> N)								1.443	1.256	1.893	1.762	3.116	3.148	6.08	7.67
$\hat{t}$ (msec)								9.50	9.50	3.70	3.25	3.74	4.84	15.0	12.5
2 t <sub>M</sub> (msec)								58.7	76.7	65.64	63.5	42.5	47.6	65.6	54.5
J (barsec)								0.2691	0.3043	0.3338	0.3305	0.4320	0.509	1.659	1.717
p <sub>M</sub> (bar)								4.59	3.97	5.085	5.21	10.2	10.7	25.3	31.5
ERGEBNISSE STATI- SCHER VERSUCHE															
W <sub>D</sub> <sup>plast</sup> (Joule)	E: 274.3	511.5	646.3	1283.	1015.	1134.		E: 659.7	856.8	1215.	1227.	1945.	1882.	4543.	3686.
	R: 305.7	681.2	621.2	892.4	1065.	1217.		R: 736.5	788.5	963.5	1023.	1638.	1798.	3739.	3723.
max F (10 <sup>4</sup> N)	E: 1.065	2.064	4.05	9.50	4.282	5.605		E: 40.3	69.6	68.4	66.4	50.0	53.0	18.7	10.3
	R: 1.276	2.482	3.71	9.30	4.366	6.10		R: 38.1	43.1	45.5	44.7	51.1	46.0	5.35	8.4
a <sub>max</sub> (mm)	E: 11.5	12.9	33.0	30.0	8.80	18.4		E: 50.1	89.8	73.4	71.5	~57.1	60.5	~22.	~12.
	R: 11.1	8.7	33.0	30.0	13.7	30.0		R: 71.9	89.5	97.3	95.4	85.9	73.4	13.	20.7
Tabelle 7: Zusammenstellung der wichtigsten experimen- tellen Ergebnisse im Vergleich zu Versuchs- nachrechnungen mit BEDYN-2 (E = Experimentelles R = Numerisches Resultat)															
								E: 45.1	32.8	48.0	47.6	~30.1	33.7	~20.	~30.
								R: 67.0	87.0	78.1	75.4	50.5	52.7	36.9	31.0
								E: ÷	÷	÷	÷	÷	÷	54.0	42.0
								R: ÷	÷	÷	÷	÷	÷	57.0	44.6
								E: ÷	÷	÷	÷	÷	÷	60.1	51.1
								R: ÷	÷	÷	÷	÷	÷	71.2	65.3
								E: ÷	÷	÷	÷	÷	÷	45.7	41.0
								R: ÷	÷	÷	÷	÷	÷	44.2	34.6

Abbildungen

Brennelement-Querschnitt bei A-A



	s (mm)	d
Mark Ia Kern	110.25	2.60
Mark II Kern	108.25	3.00

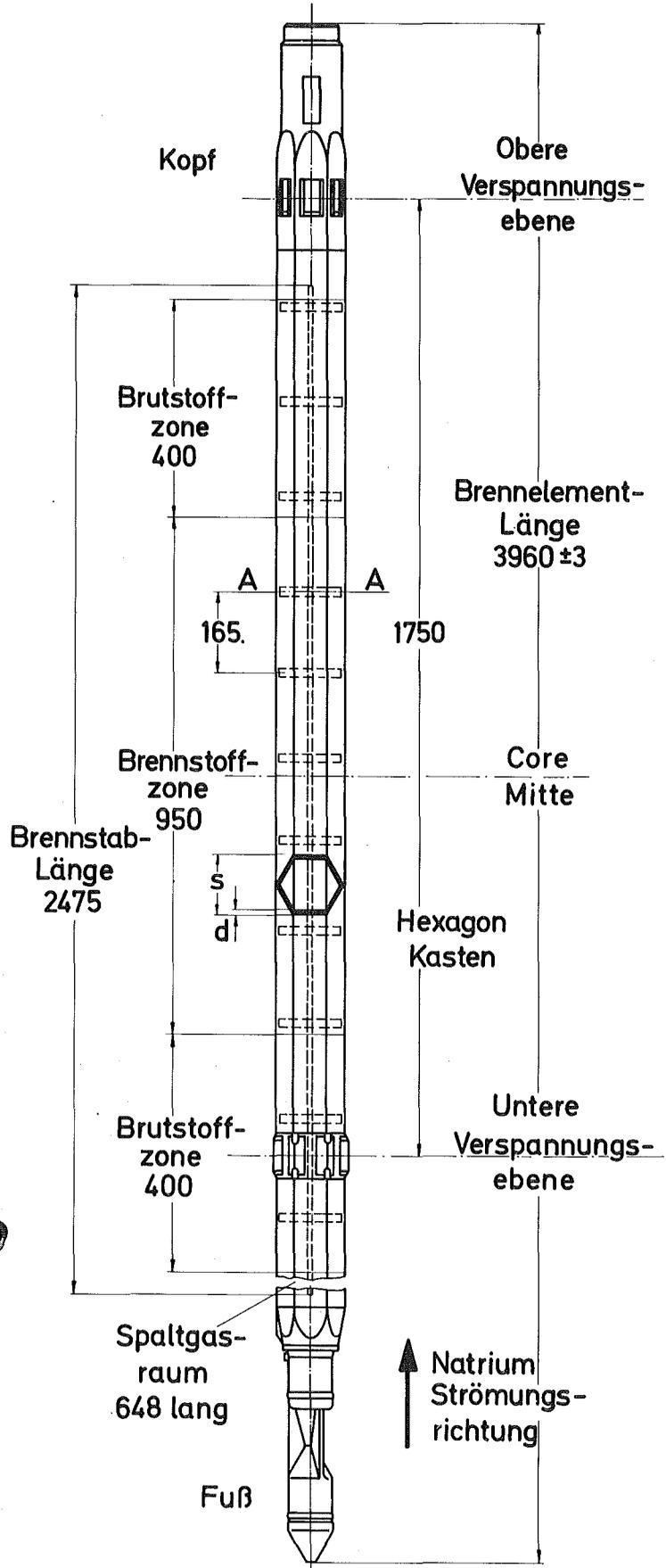
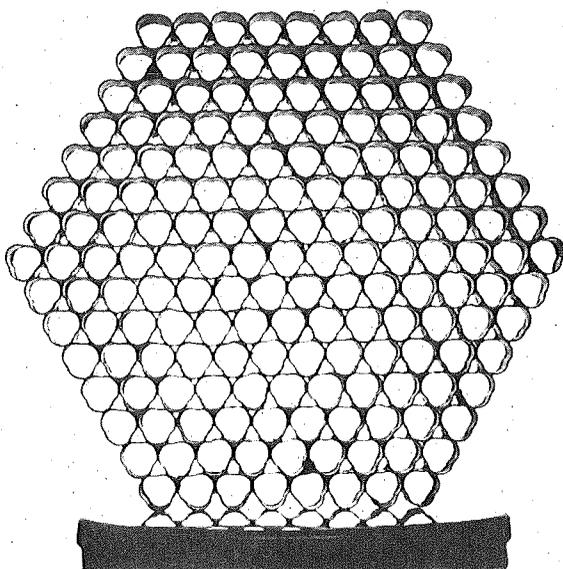


Abb. 1: Brennelement des prototypischen Leistungsreaktors SNR-300

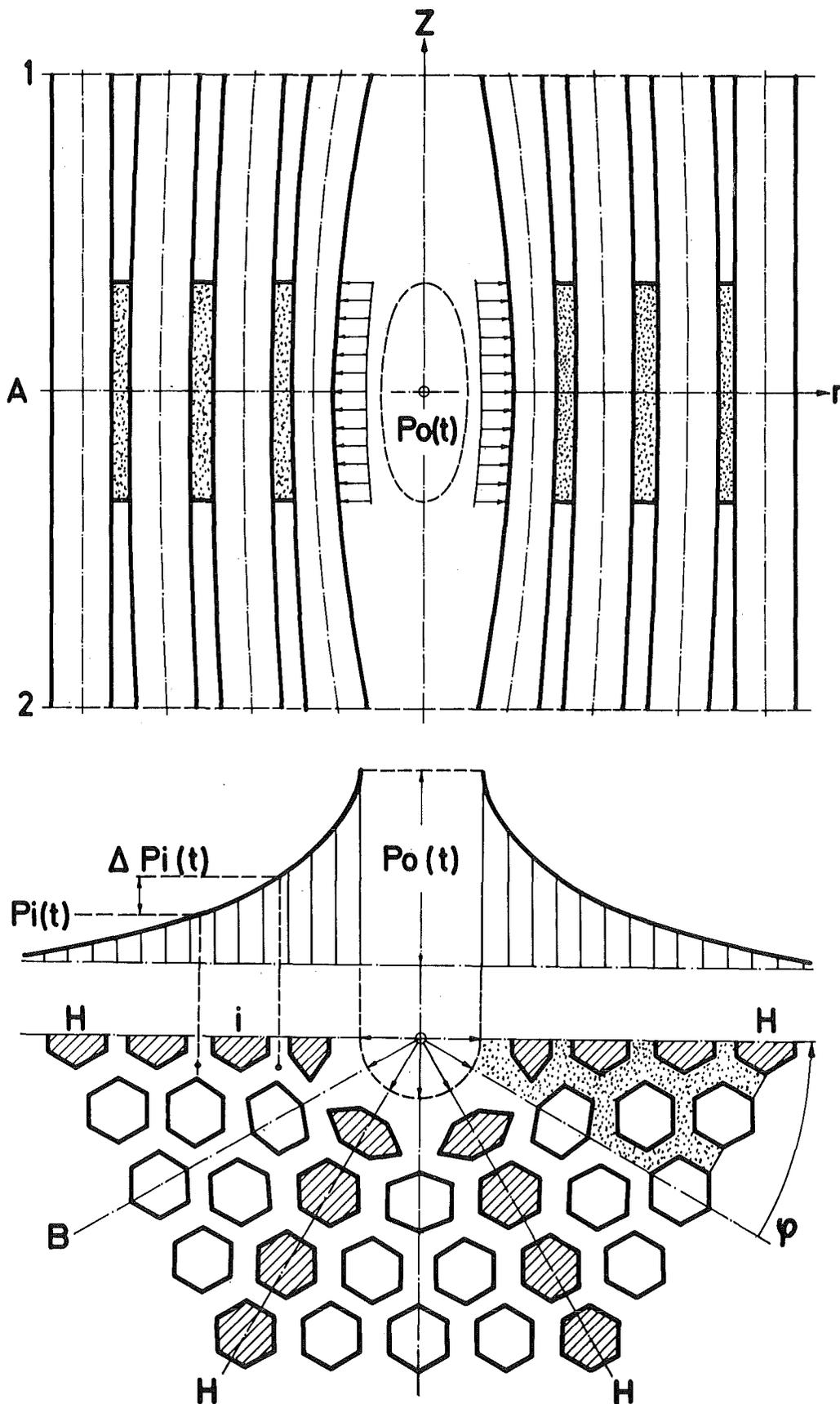


Abb. 2: Verformung der Corestruktur beim Propagationsstörfall  
 (1, 2 = Idealisierte Stützebenen der Brennelemente im Längsschnitt  $A$   
 $H$  = Symmetrielinien im Querschnitt  $B$  bei rotationssymmetrischem  
 Stördruck  $p_o$ )

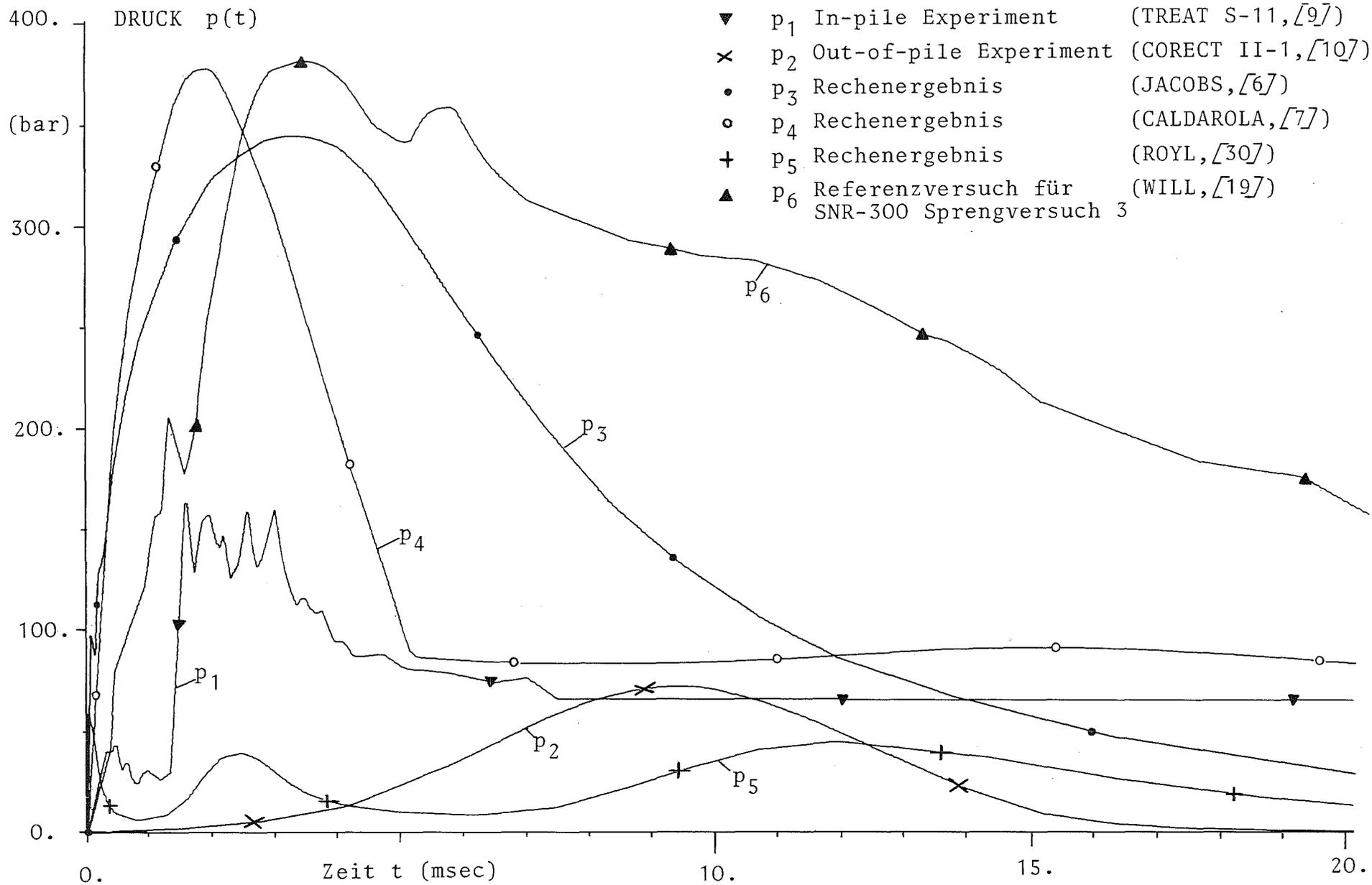


Abb. 3: Zeitliche Druckverläufe beim Kontakt von flüssigem Natrium mit geschmolzenem Brennstoff in radial starren, Brennelement-ähnlichen Geometrien (Einzelheiten in Tabelle 1)

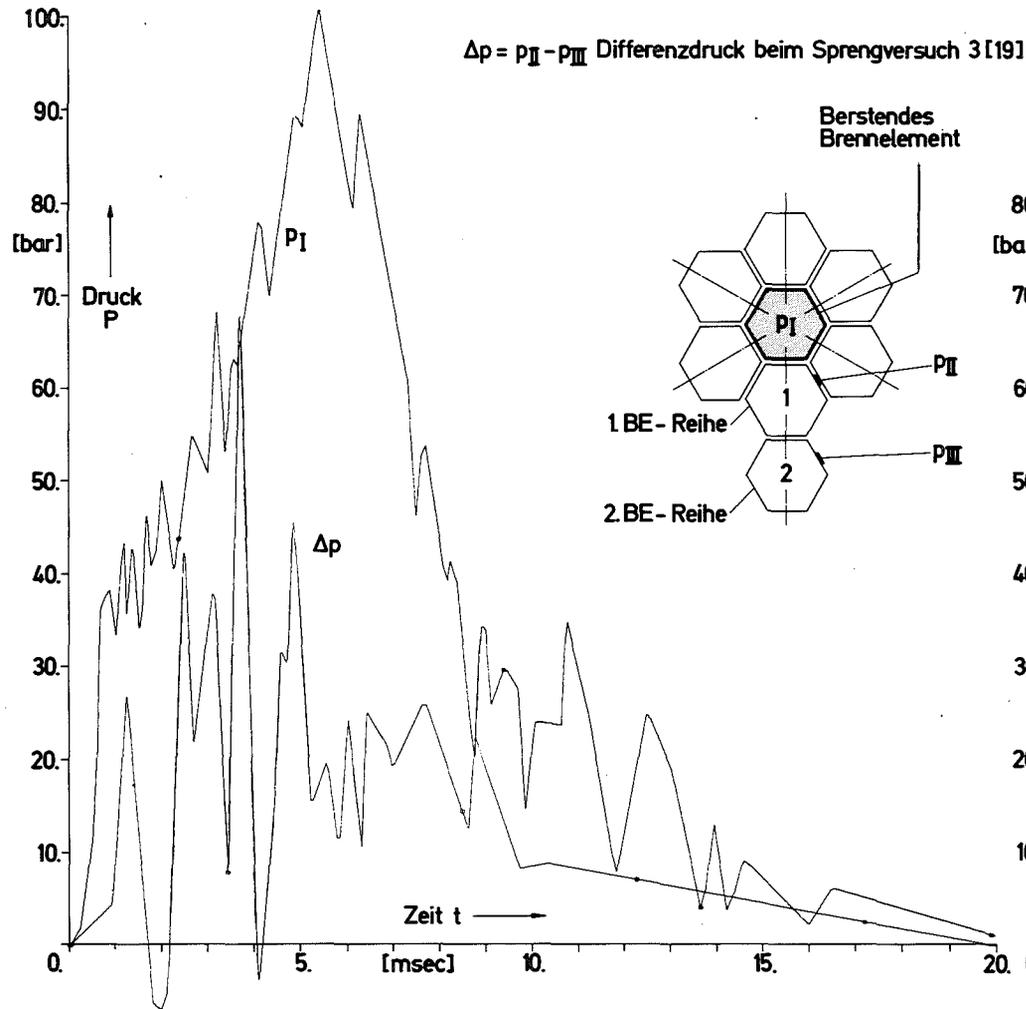


Abb. 4 :

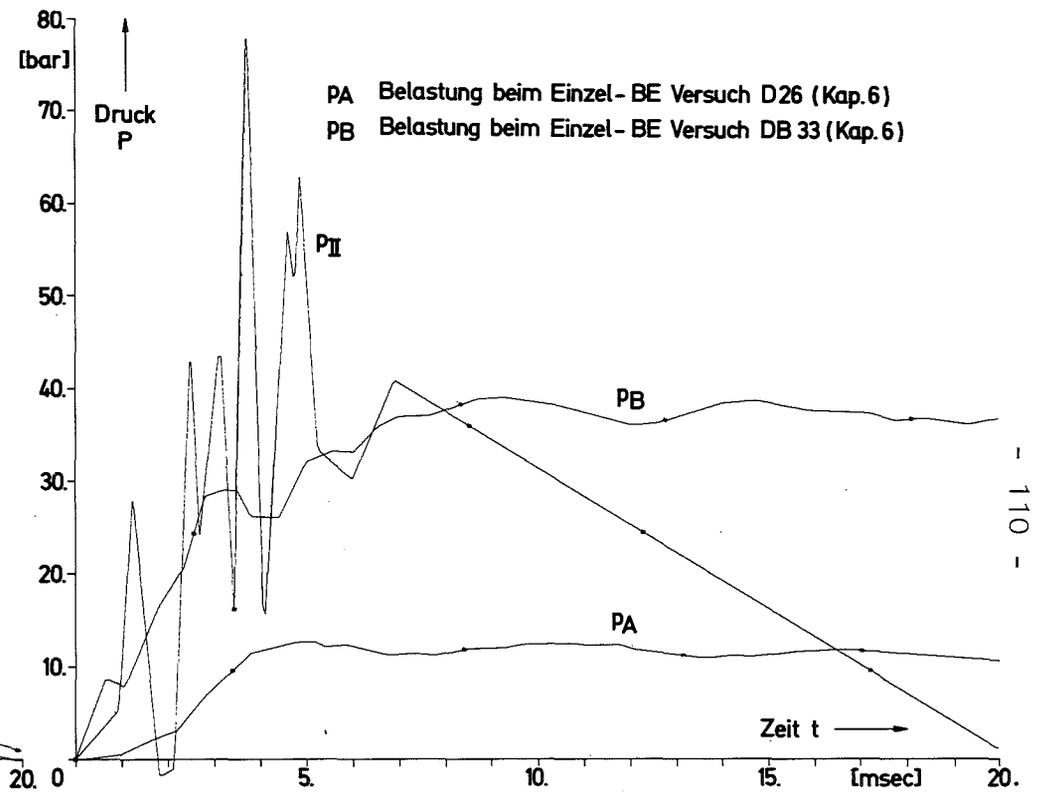
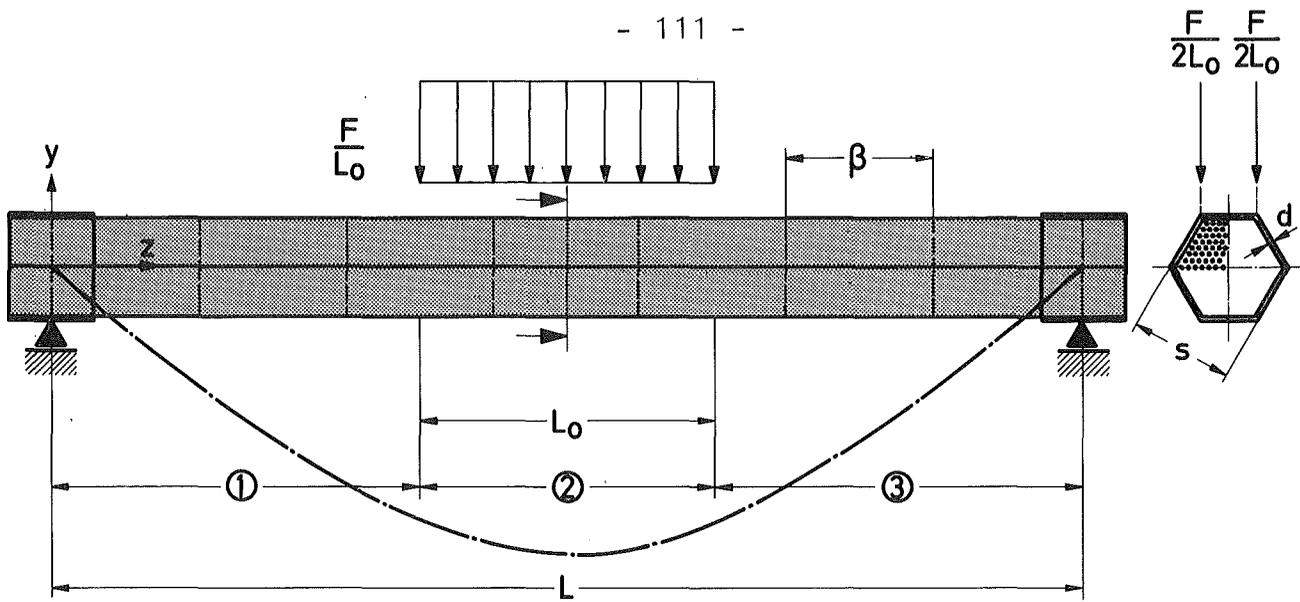


Abb. 5 :

Ergebnisse vom Sprengversuch 3 im Vergleich zu Einzel-BE-Stoßbelastungen (Einzelheiten in Tabelle 2) :  
 Gemessene Drücke im nachgiebigen Kernverband:  $p_I$  = Druck im berstenden BE-Kasten,  $p_{II,III}$  = Druck im Spalt an der 1./2. BE-Reihe,  $\Delta p = p_{II} - p_{III}$  = Typische Einzel-BE-Belastung im Kernverband,  $p_{A,B}$  = Gemessene Belastungen bei den Einzel-BE-Versuchen D 26 und DB 33 (Kap. 6).



Beispiel: Werkstoff 1.4306,  $L = 1160$ . mm,  $s = 108$ . mm,  $\beta = 165$ . mm  
 $L_0 = 330$ . mm,  $d = 2.0$  mm

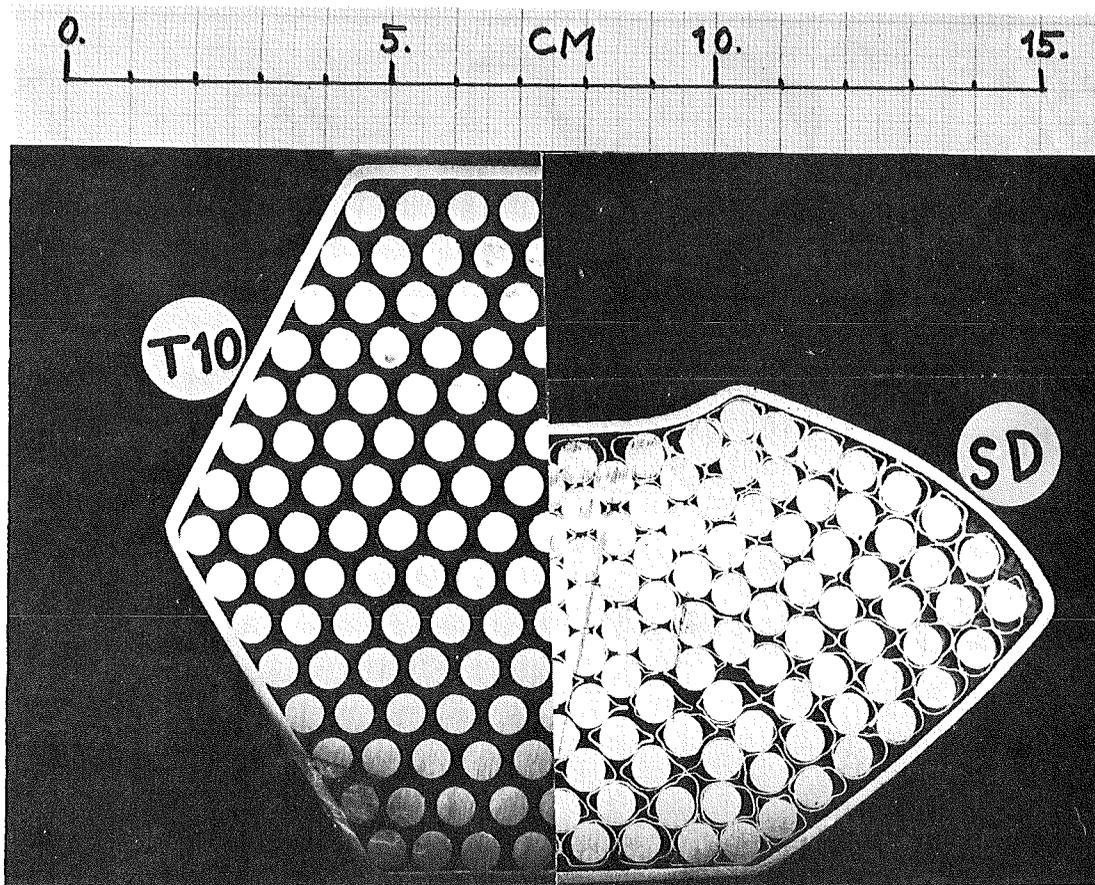
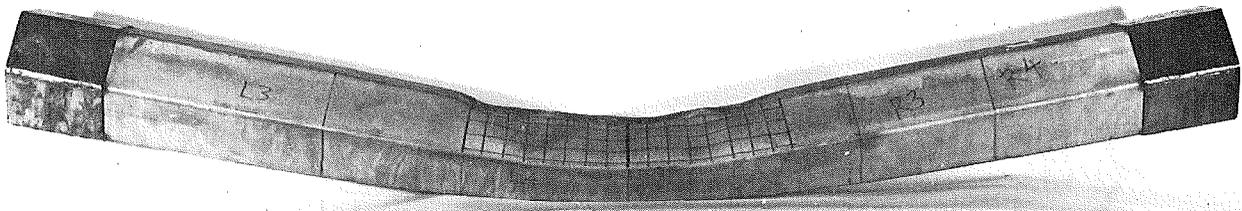


Abb. 6: Verformungsverhalten des Einzel-Brennelements bei Querbelastung

Lastfall Nr.	Biegemoment M	Querkraft Q	Normalkraft N	Versagensmechanismus

Beanspruchung im Coreverband:

Lastfall ① und ②

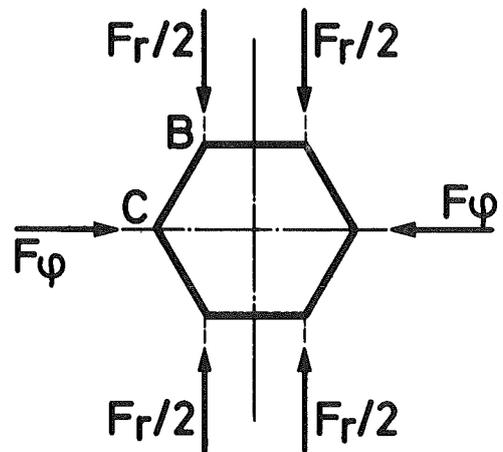
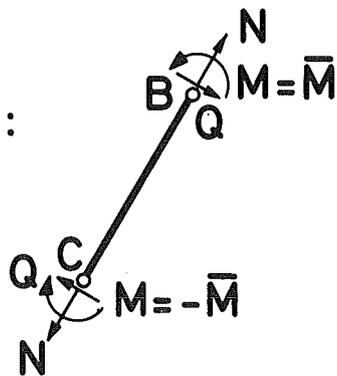


Abb. 7: Hexagon-Kasten unter verschiedenen Außenbelastungen: Linear-elastische Berechnung und Traglastanalyse

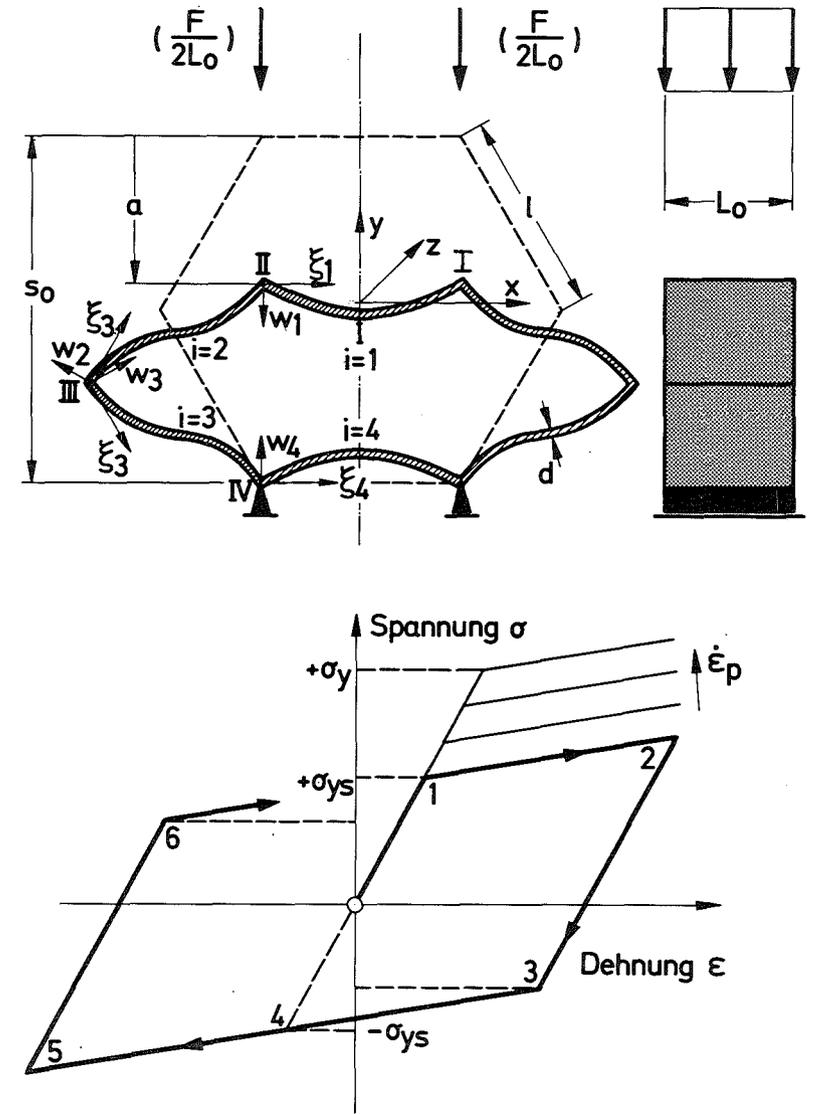
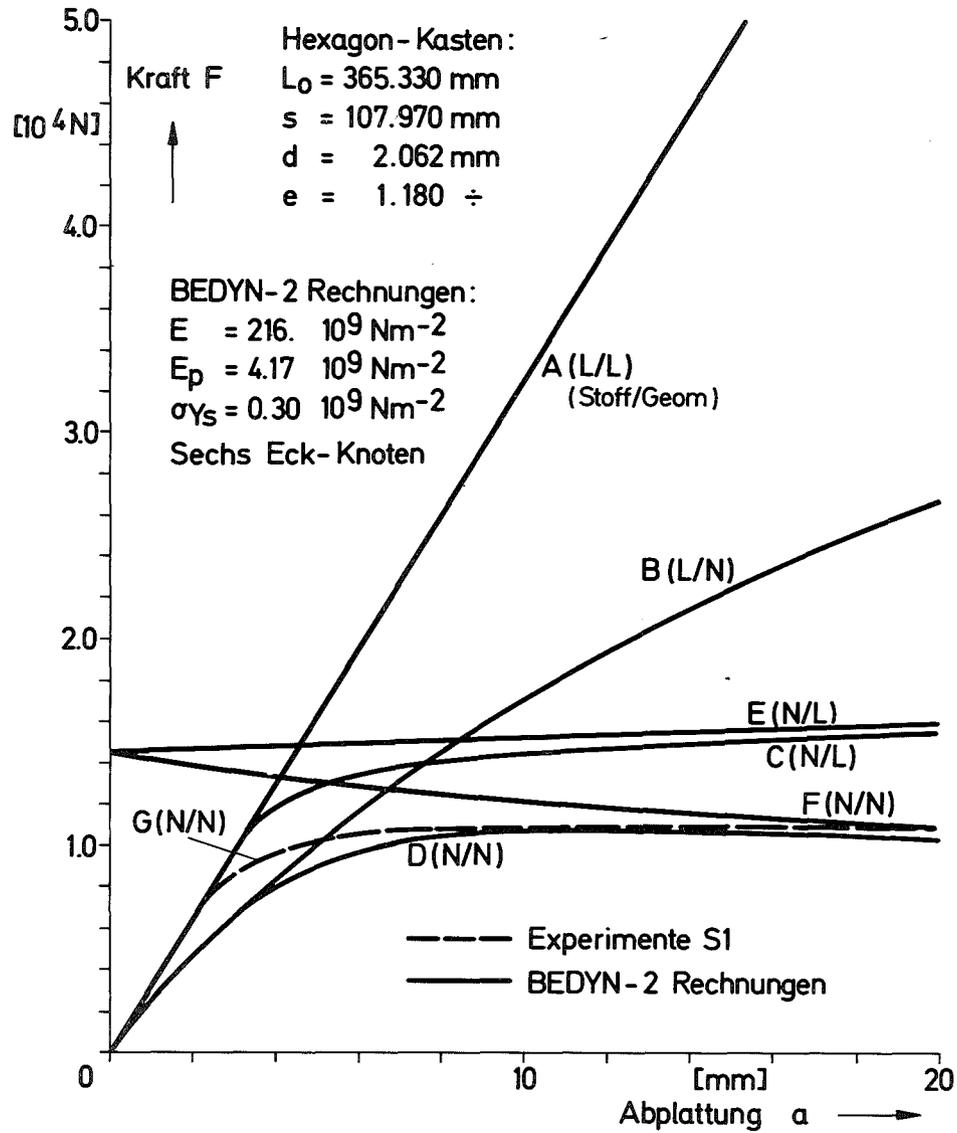
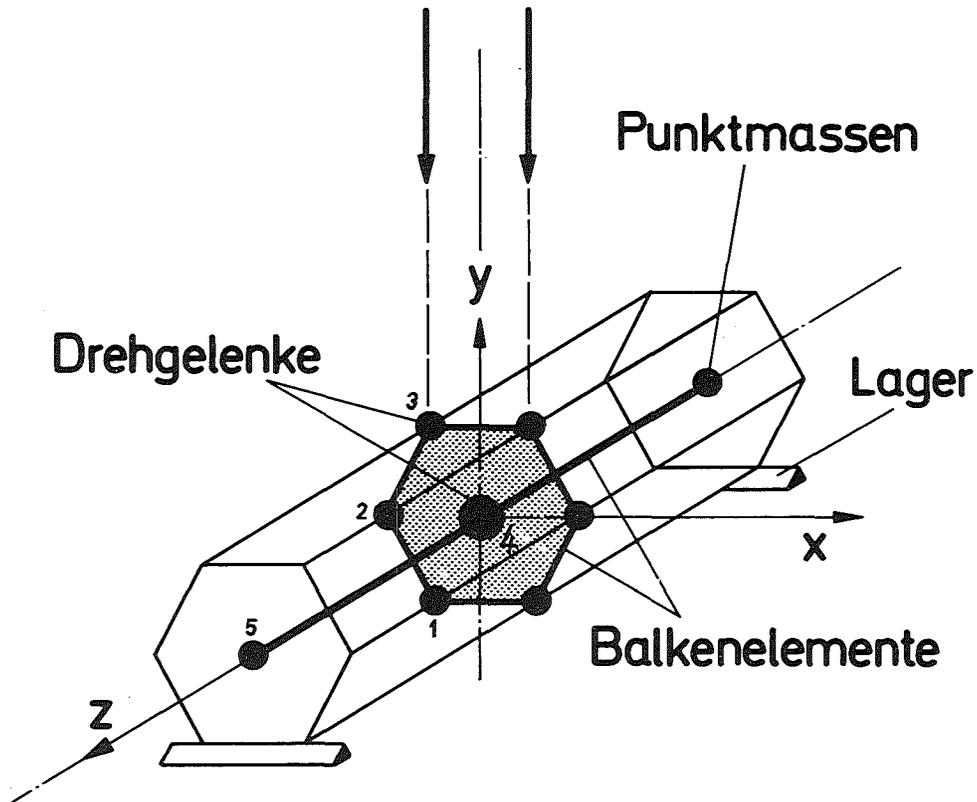


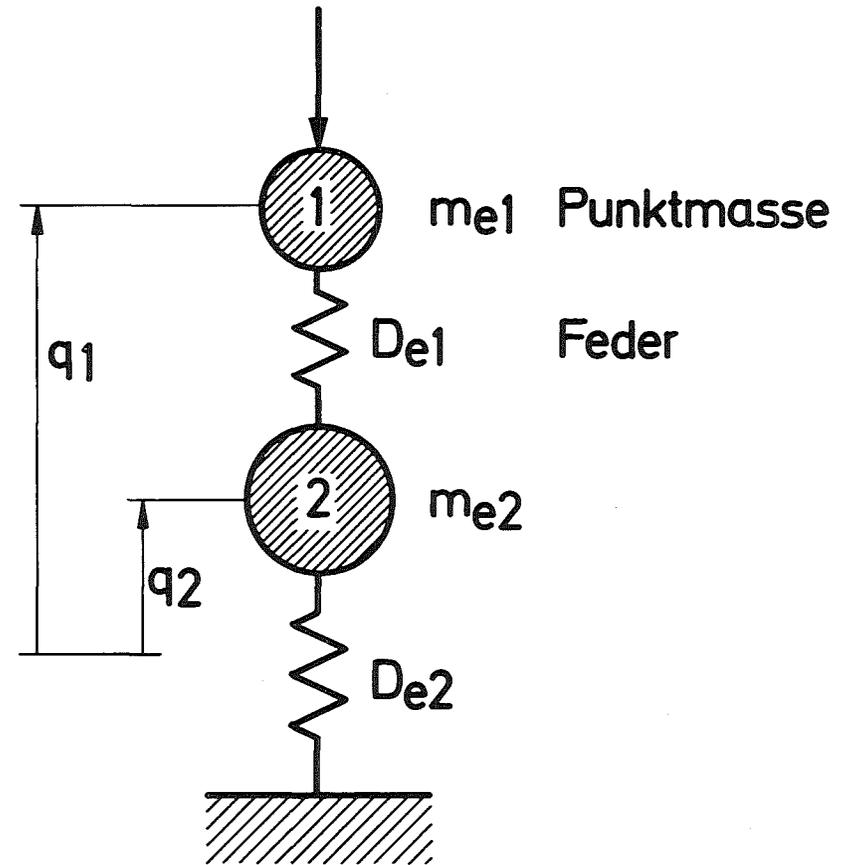
Abb. 8: Elastisch-viskoplastisches Stoffgesetz und Einfluß geometrischer und physikalischer Nichtlinearitäten auf das statische Abplattungsverhalten eines Hexagon-Kastens (L = Linear, N = Nichtlinear)

### Äußere eingeprägte Lasten



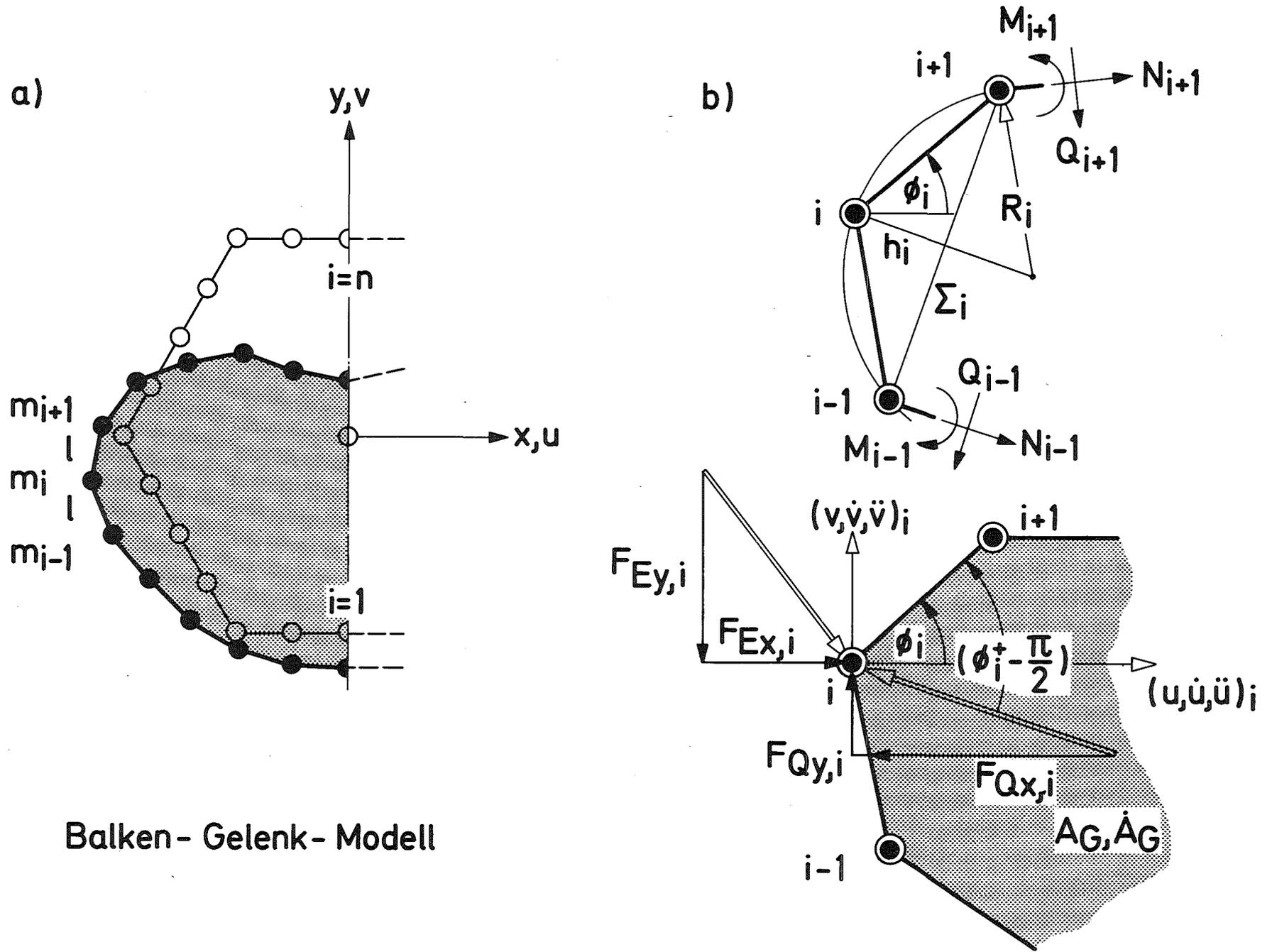
a) Balken-Gelenk-Modell

### Äußere eingeprägte Lasten



b) Feder-Massen-Ersatzsystem

Abb. 9: Einfachste Diskretisierung eines Brennelements unter Querstoß mit dem a) BALKEN-GELENK-MODELL  
b) FEDER-MASSEN-ERSATZSYSTEM



Balken- Gelenk- Modell

Abb. 10: Zur Simulation einer 2D Struktur mit dem Balken-Gelenk-Modell

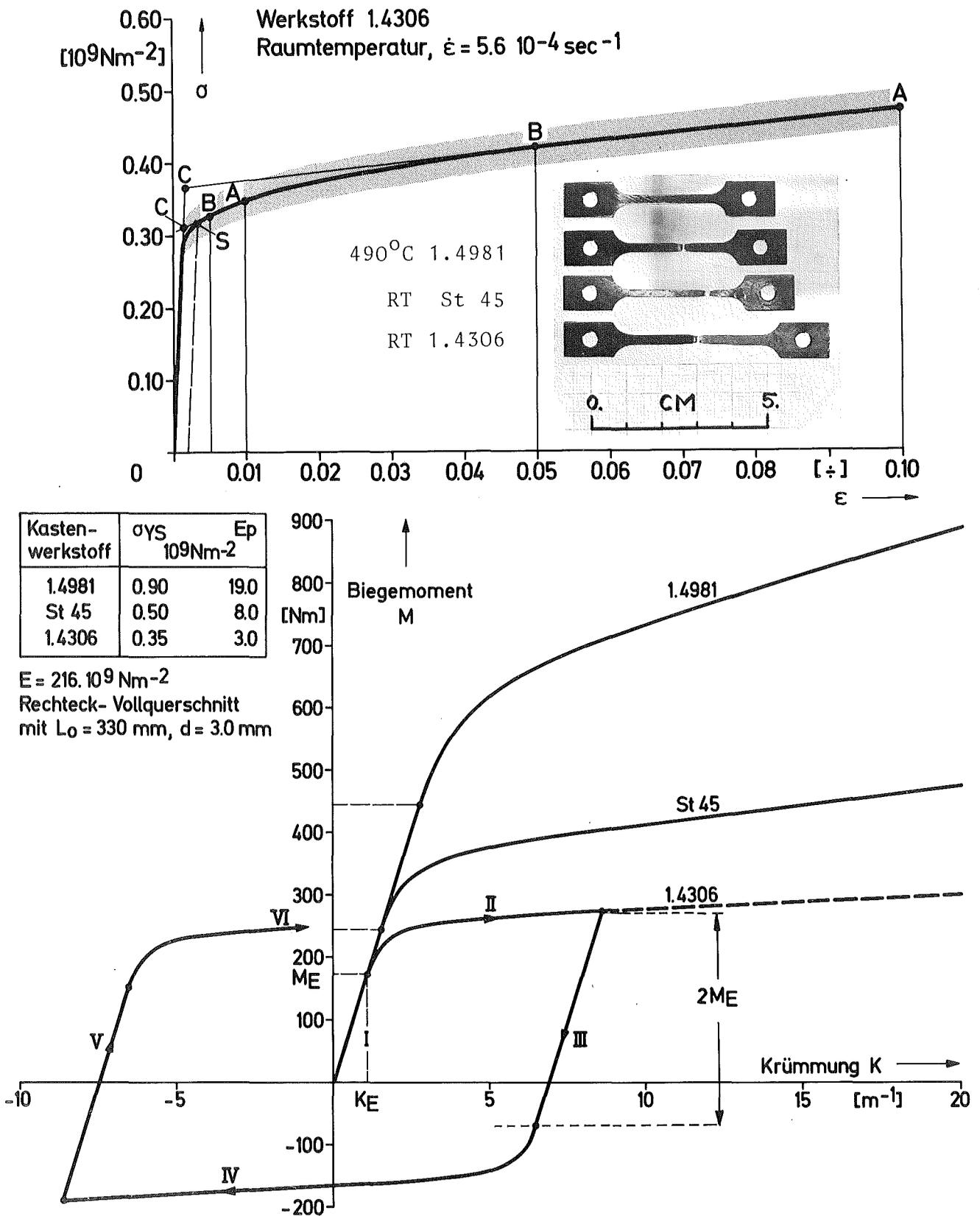
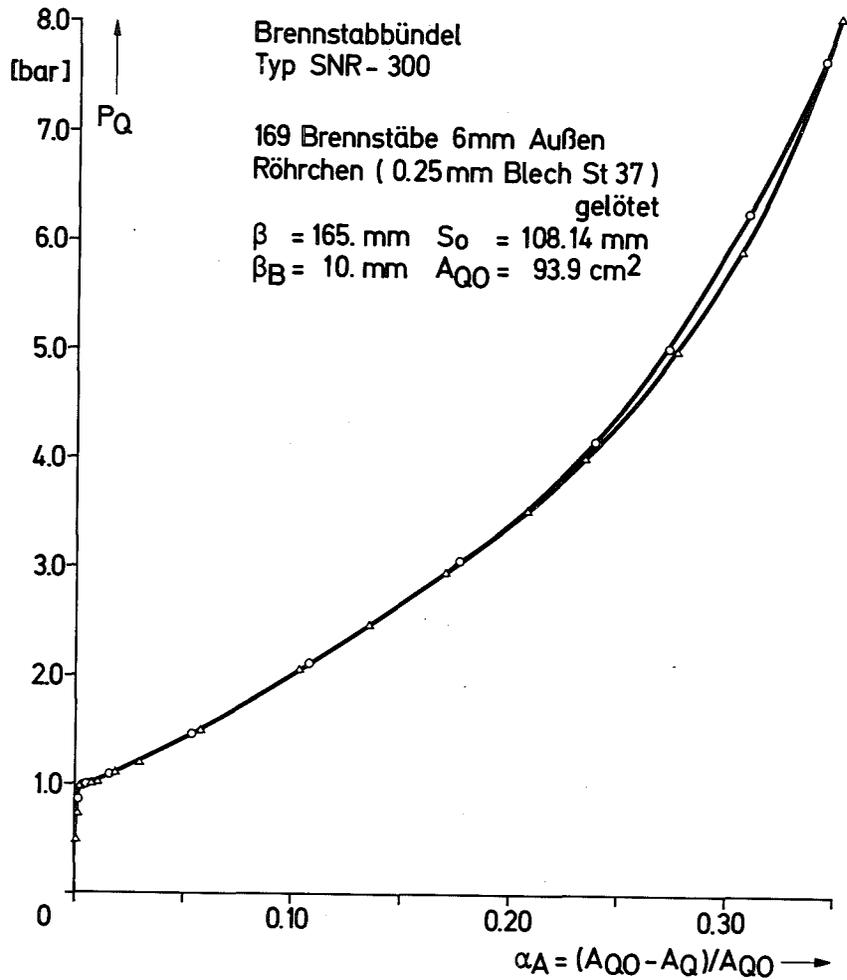


Abb. 11: Oben: Spannungs-Dehnungs-Kurve  $\sigma(\epsilon)$  aus statischen Zugversuchen [67] an Flachproben (BE-Kasten aus 1.4306) und bilineare Approximation A-B-C-0. Unten: zugehörige, nach den Gln. (37), (51), (52) berechnete Moment-Krümmungs-Verläufe  $M(K)$ .



- Experimente S1 und S2
- Polynom 4. Grades nach Glg. (39) mit:  
 $Q_0 = 0.191526$      $Q_3 = 79.0021$   
 $Q_1 = 1.23158$      $Q_4 = 167.158$   
 $Q_2 = 15.1470$      $P_{Q0} = 5.0 \text{ (bar)}$

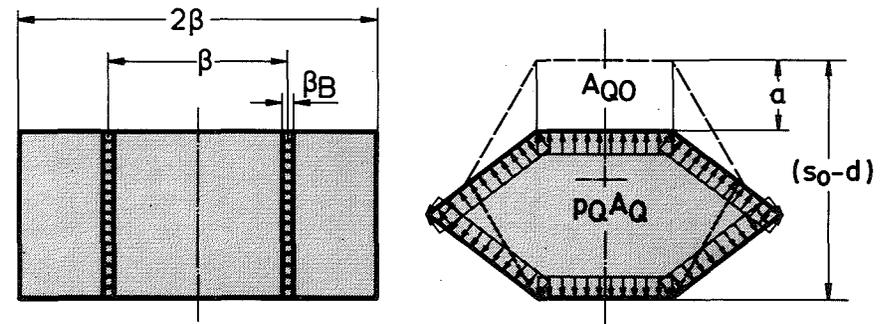
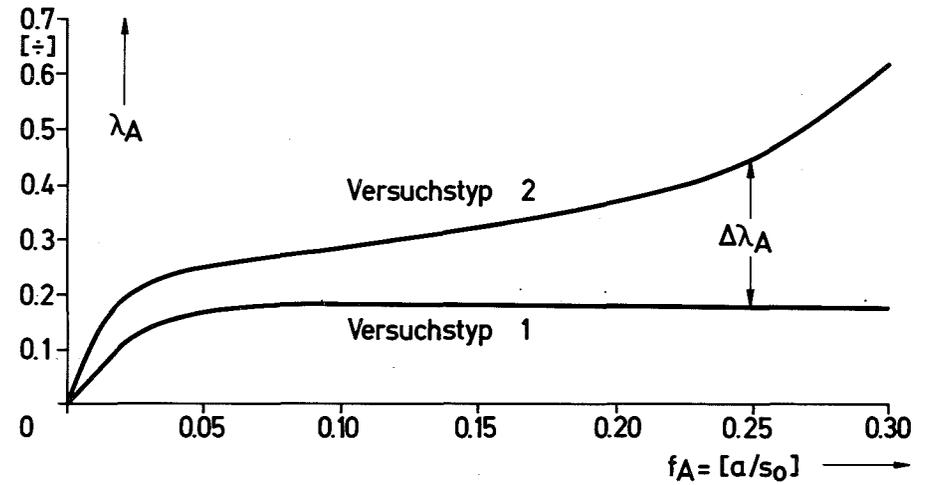


Abb. 12: Brennstab-Bündel-Modell und experimentell ermittelte Kompressionscharakteristik des Bündels vom SNR-300

(Vgl. Anhang A6. )

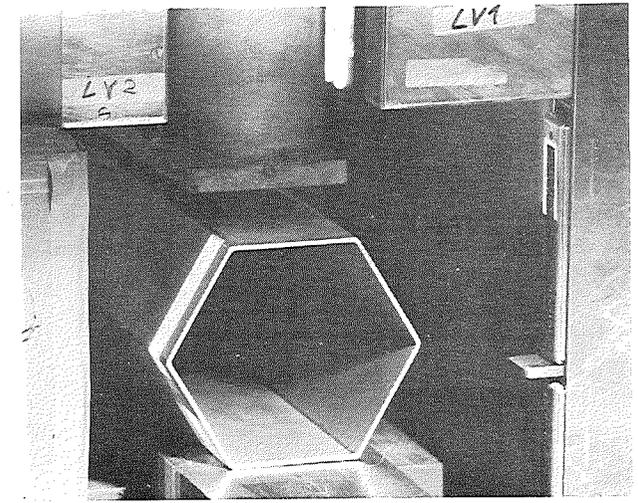
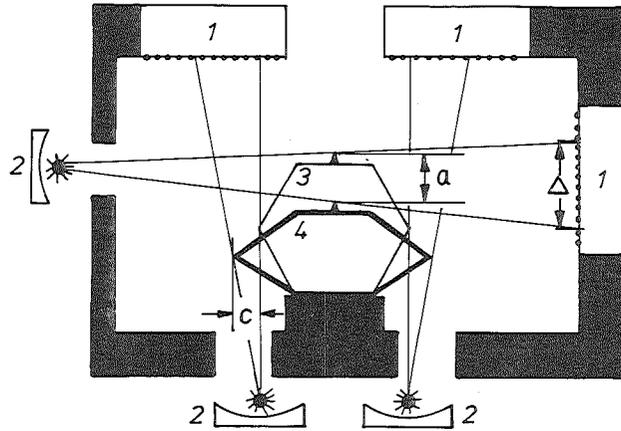




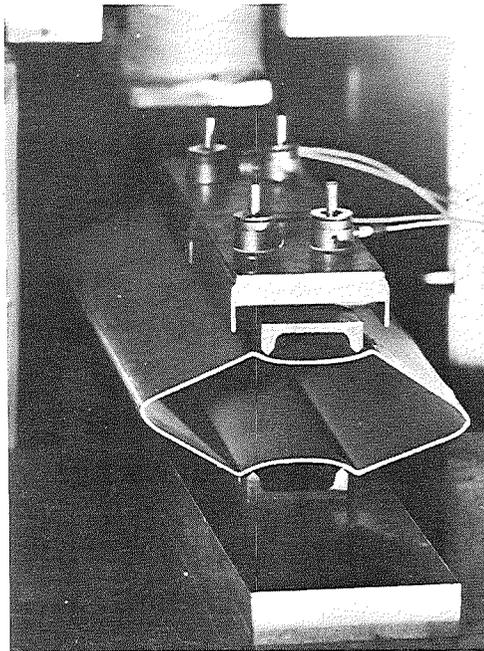
Abb. 14: Frontansicht der Versuchsanlage und Anordnung bei einem Stoßexperiment vom Typ 1

1: Photodiodenkett  
 2: Punktlichtquelle mit Reflektorspiegel

3: Be unverformt  
 4: Be verformt  
 a: Vertikalverformung  
 c: Horizontalverformung



a)



b)

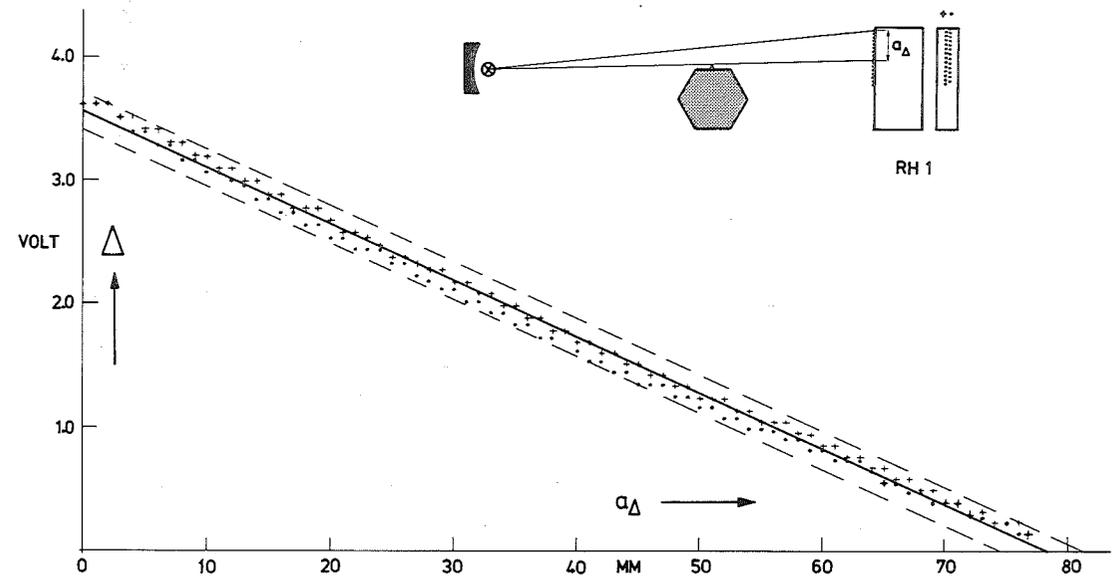


Abb. 15: a) Direkte piëzoelektrische Messung der Stoßkraft am Brennelement b) Prinzipieller Aufbau und typische Eichkurve einer speziell entwickelten optoelektronischen Verformungs-Meßeinrichtung

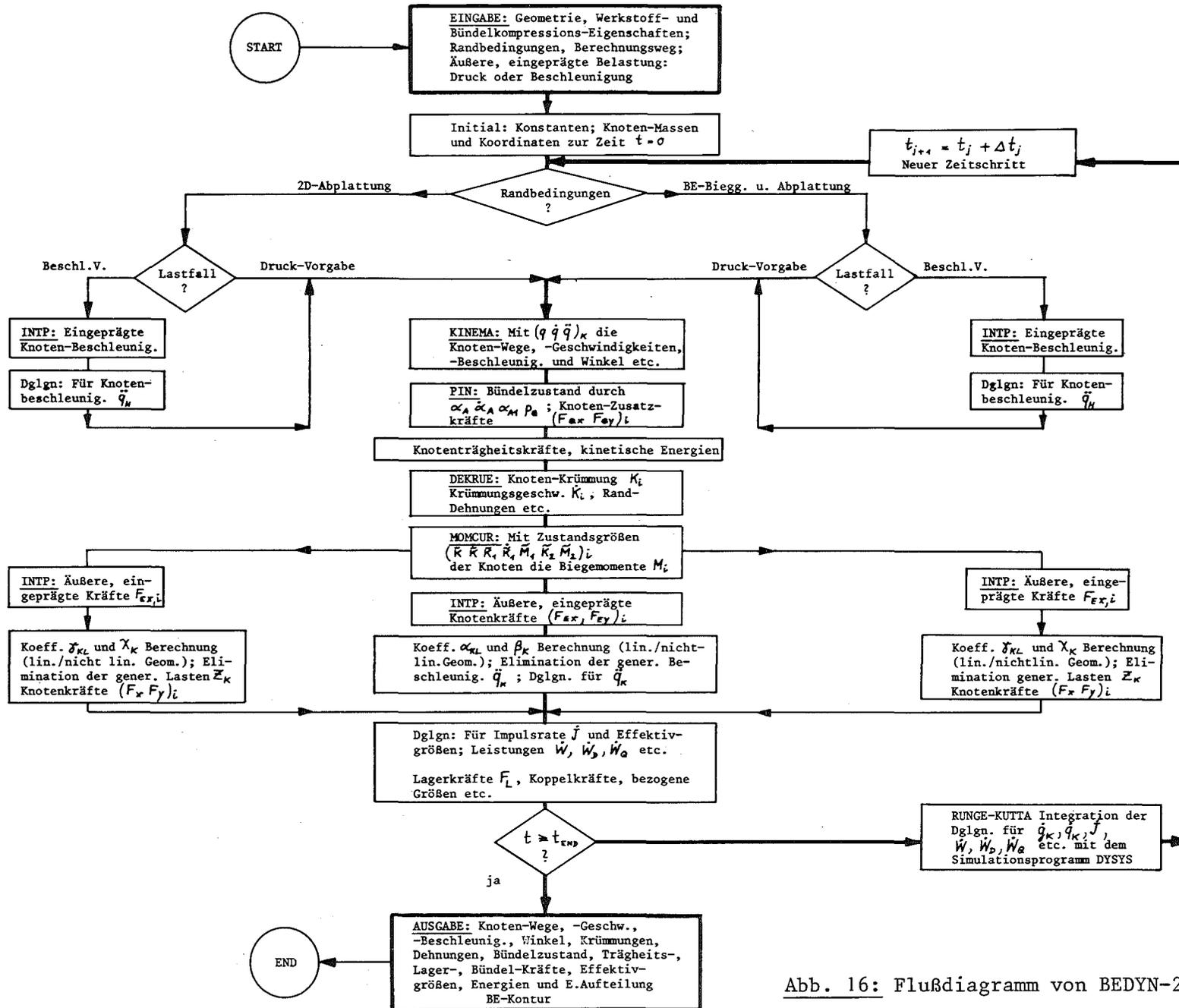
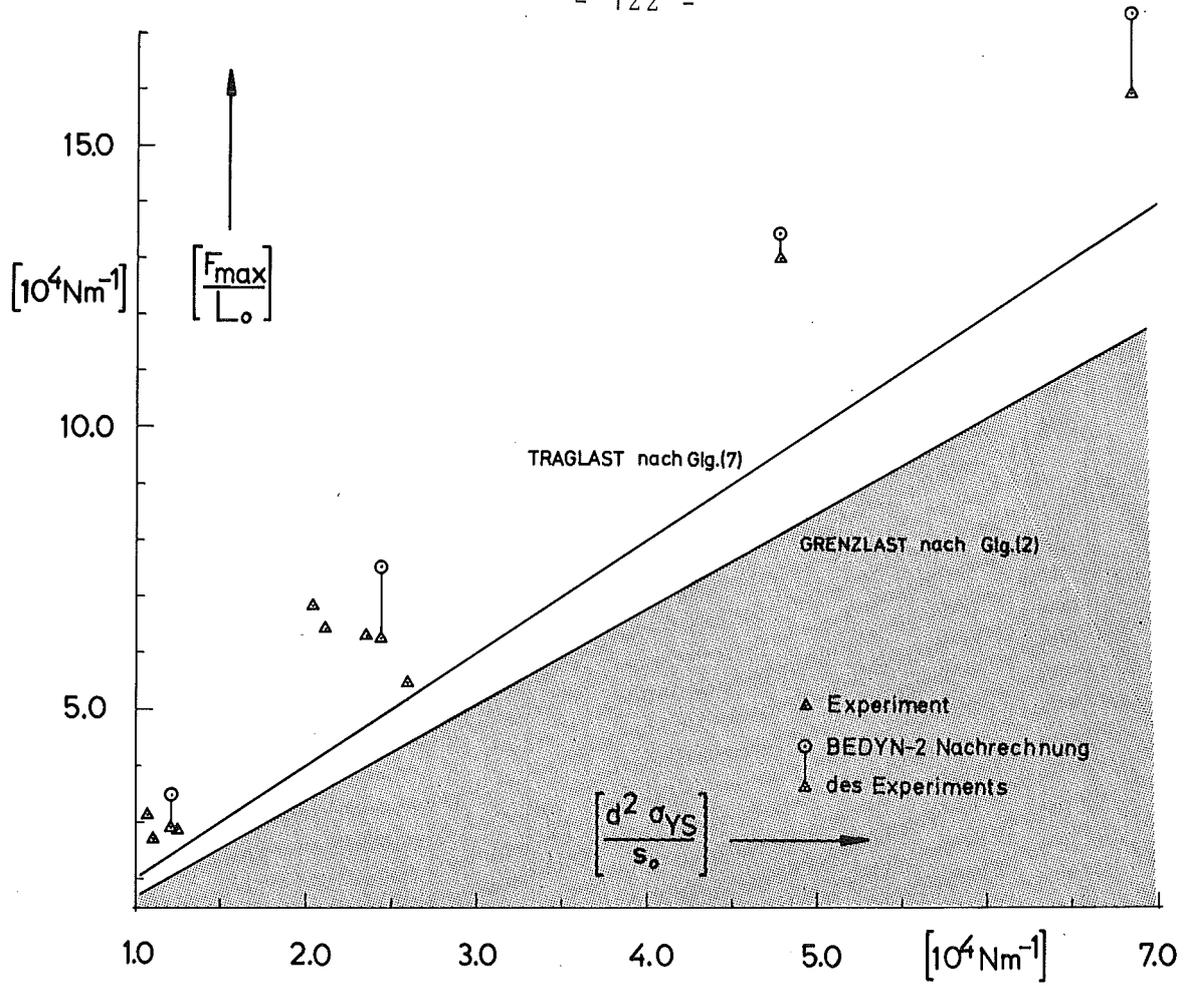


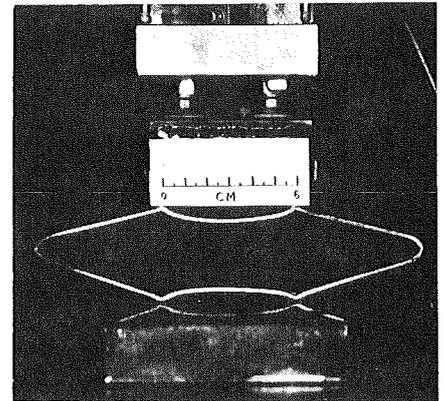
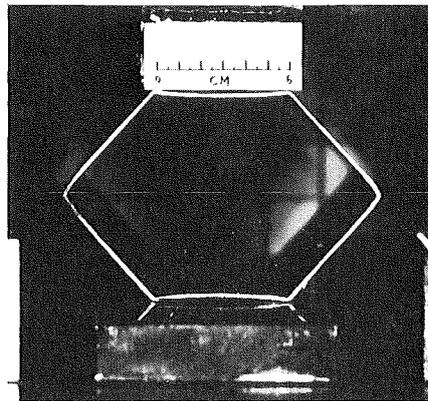
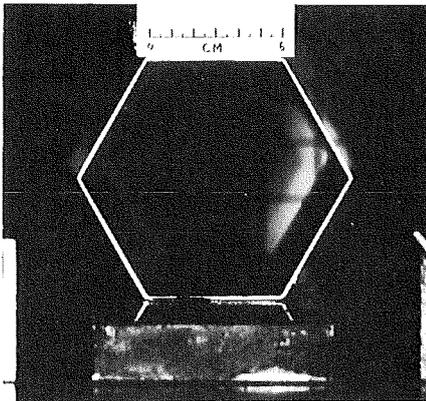
Abb. 16: Flußdiagramm von BEDYN-2



1)  $F=0$ .  
 $a=0$ .

2)  $F=0.8947(10^4 \text{N})$   
 $a=14.8 \text{ (mm)}$

3)  $F=0.8407(10^4 \text{N})$   
 $a=74.9 \text{ (mm)}$



VERSUCHSTYP 1 WERKSTOFF 1.4306  
 $d=1.99 \text{ mm}$   $s=108.0 \text{ mm}$   $L_0=360. \text{ mm}$   $e=1.09$

Abb. 17: Statisches Verhalten des Hexagon-Kastens: Vergleich der numerisch und experimentell ermittelten Spitzenlast  $F_{max}$  mit der theoretischen Traglast sowie der elastischen Grenzlast

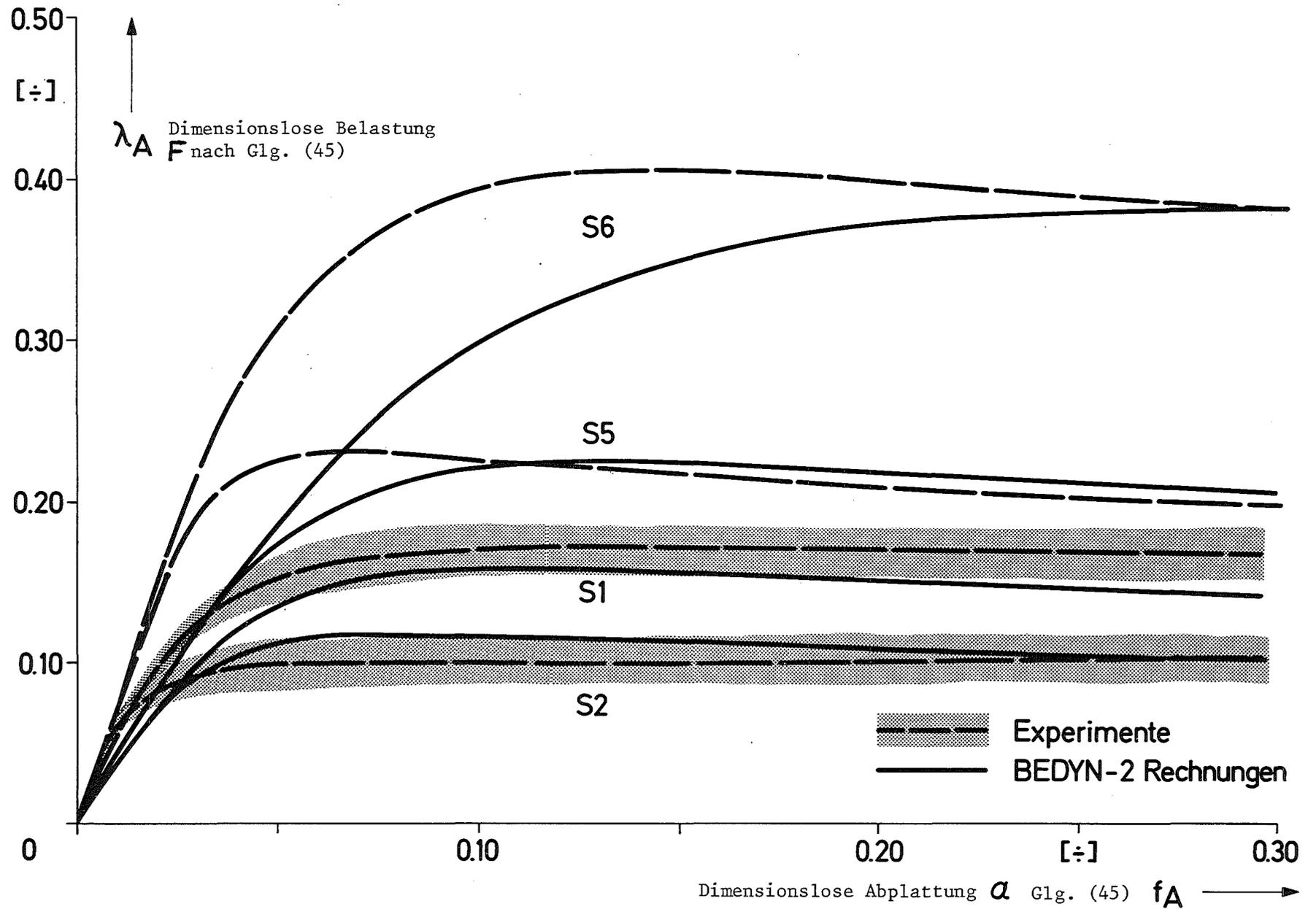


Abb. 18: Statisches Verhalten des Hexagon-Kastens: Vergleich experimenteller Last-Deformations-Verläufe mit numerischen Resultaten bei unterschiedlichen Kastenabmessungen und Werkstoffeigenschaften

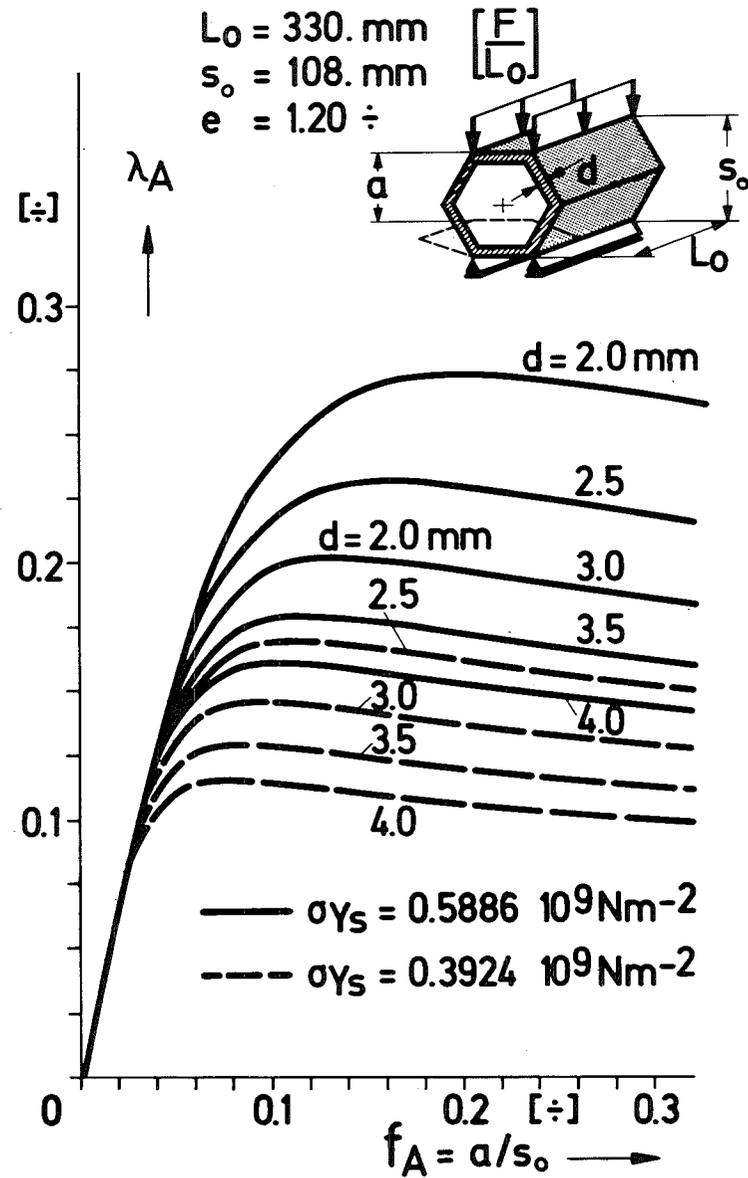
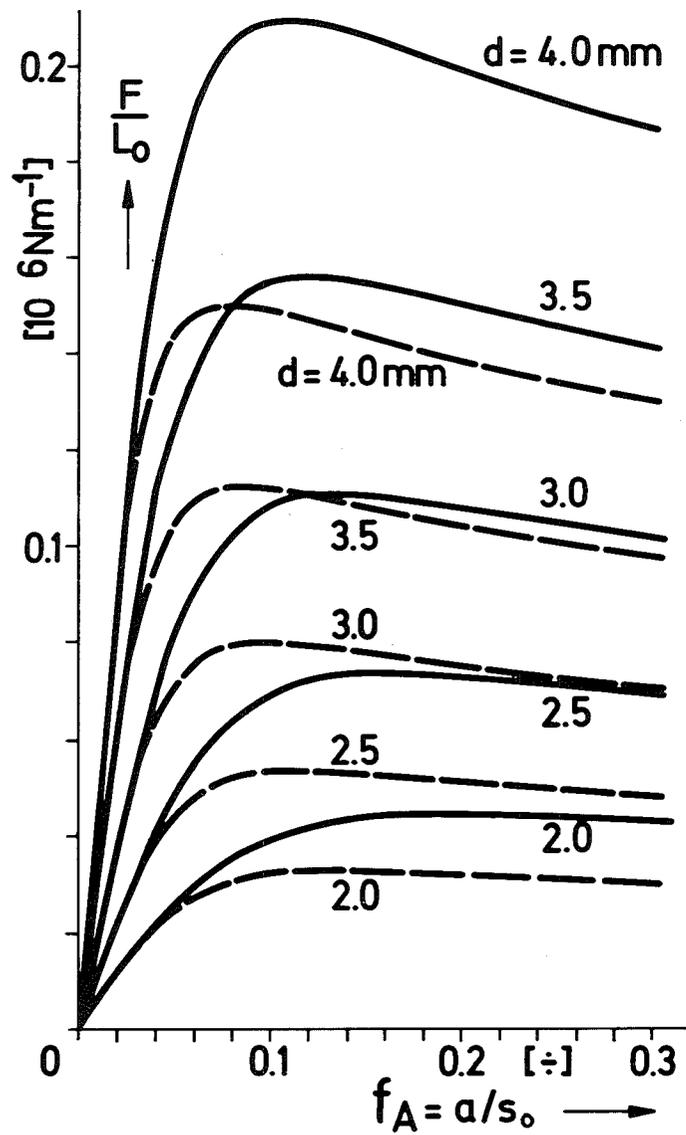
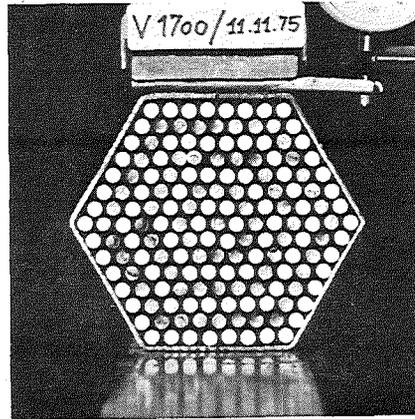


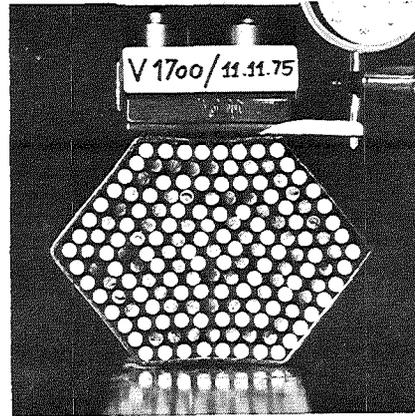
Abb. 19: BEDYN-2 Ergebnisse zum Einfluß der Kastenwandstärke  $d$  und der Werkstoff-Streckgrenze  $\sigma_{Ys}$  auf das Last-Deformations-Verhalten eines Hexagon-Kastens

VERSUCHSTYP 2 WERKSTOFF 1.4306

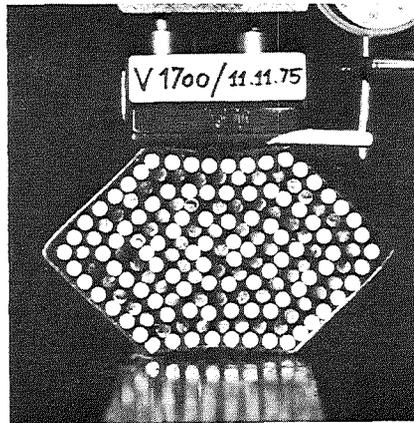
$d=1.98\text{mm}$   $s=108.2\text{mm}$   $L_0=380\text{mm}$   $e=1.09$



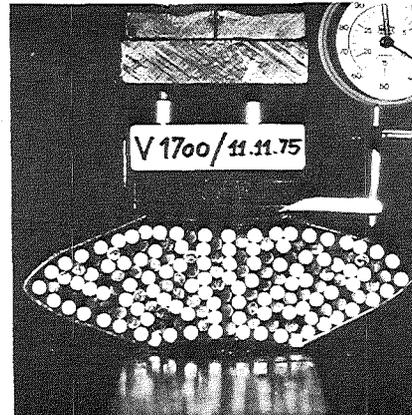
1)  $F = 0.$   
 $a = 0.$   
 $f_A = a/(s-d) = 0.$



2)  $F = 2.285 \cdot 10^4 \text{N}$   
 $a = 19.8 \text{ mm}$   
 $f_A = 0.186$



3)  $F = 3.35 \cdot 10^4 \text{N}$   
 $a = 29.7 \text{ mm}$   
 $f_A = 0.280$



4)  $F = 13.28 \cdot 10^4 \text{N}$   
 $a = 49.7 \text{ mm}$   
 $f_A = 0.468$

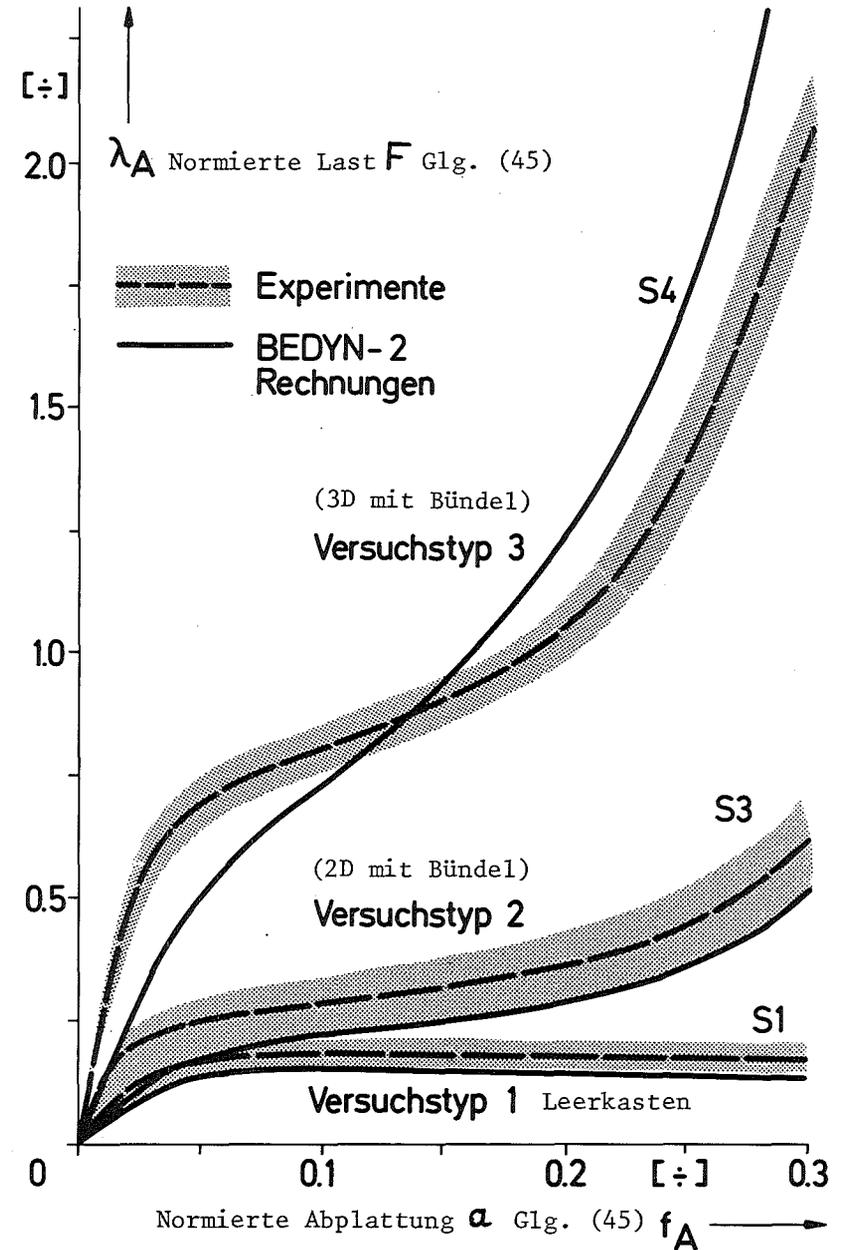


Abb. 20: Stützwirkung des SNR-Brennstab-Bündels bei Abplattung des BE-Querschnitts in den Versuchstypen 1 bis 3 (Tab. 5): Vergleich theoretischer (BEDYN-2) und experimenteller Ergebnisse

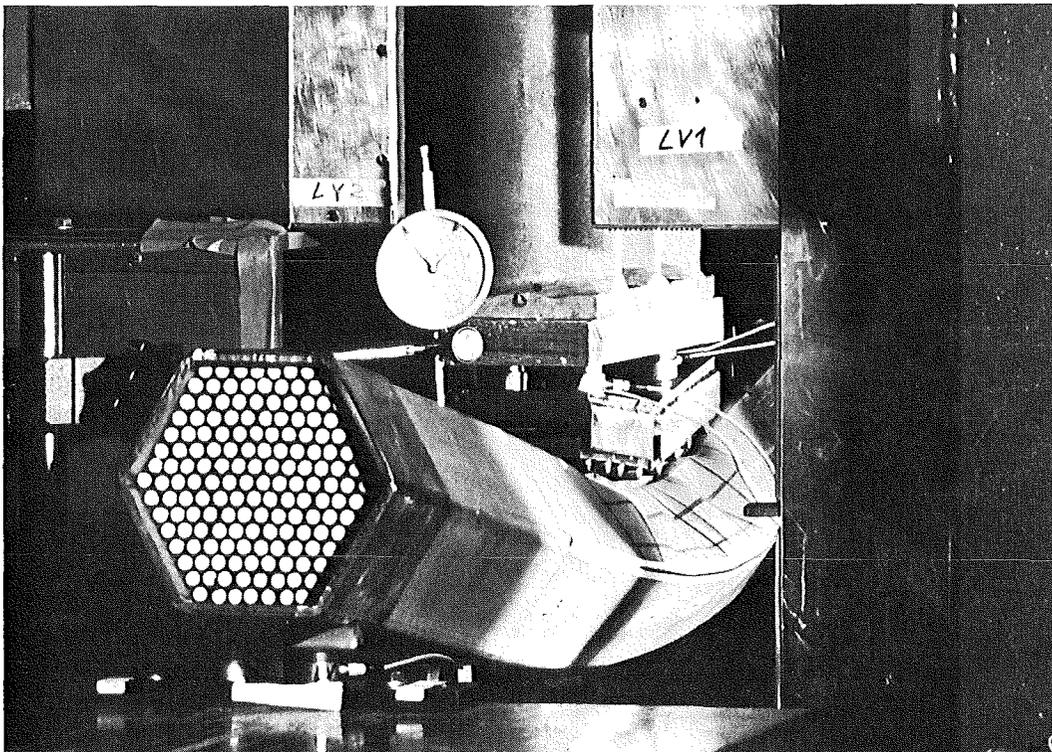
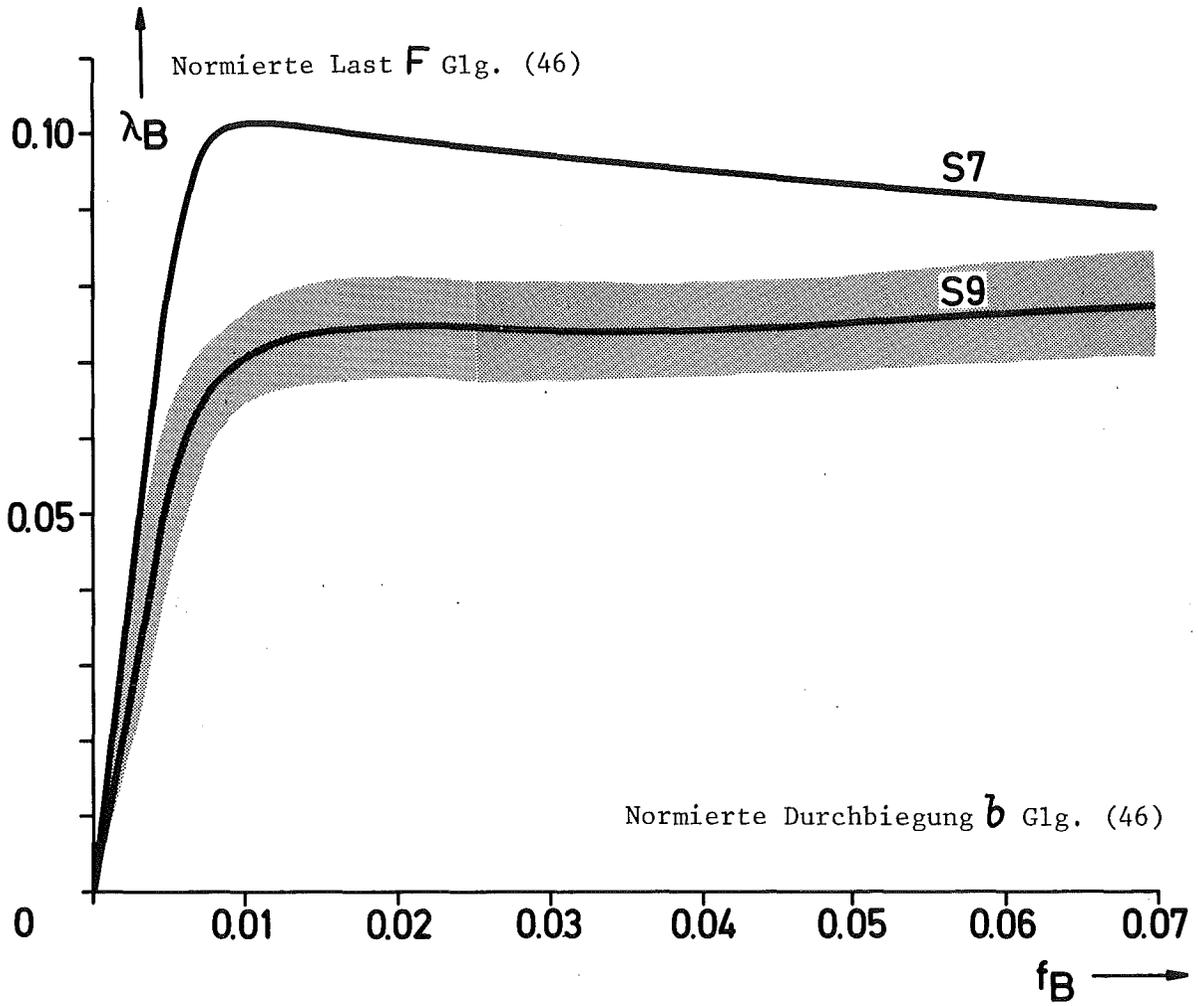
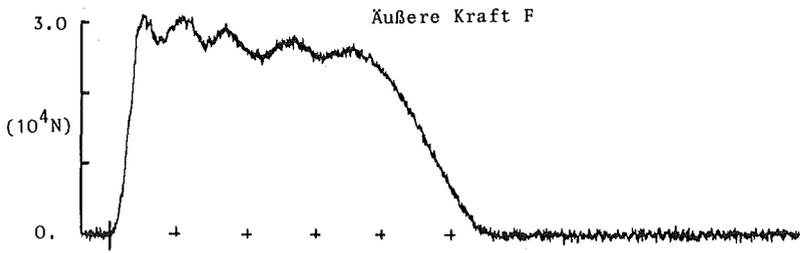


Abb. 21: Last-Durchbiegungs-Verhalten eines statisch belasteten, beidseitig gelenkig gelagerten Brennelements im Experiment (Abfall des Grenzmomentes  $M_E$  um ca. 63 % infolge einer Abplattung im Mittelbereich von  $f_A = 40$  %)



D 26

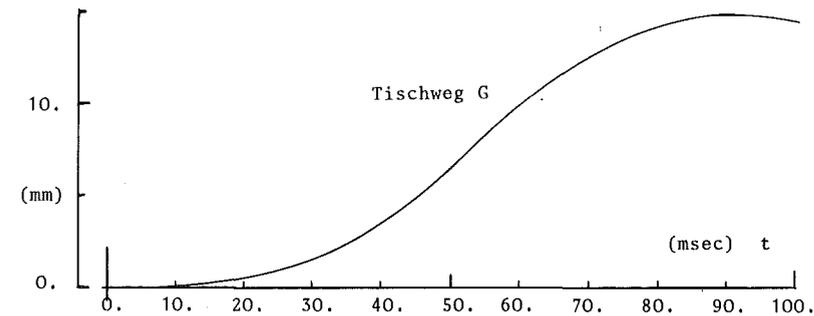
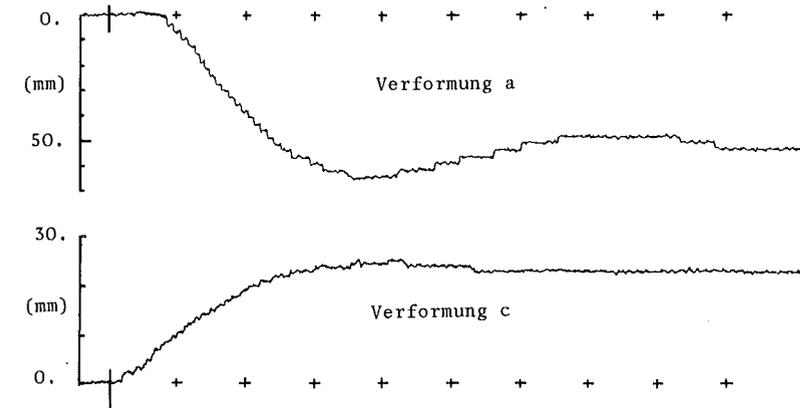
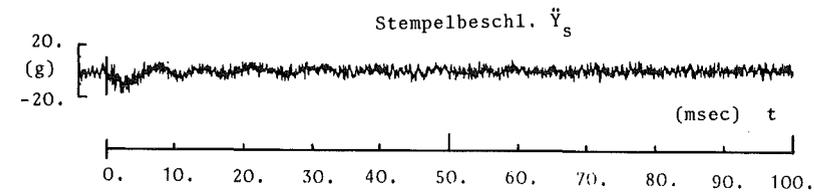
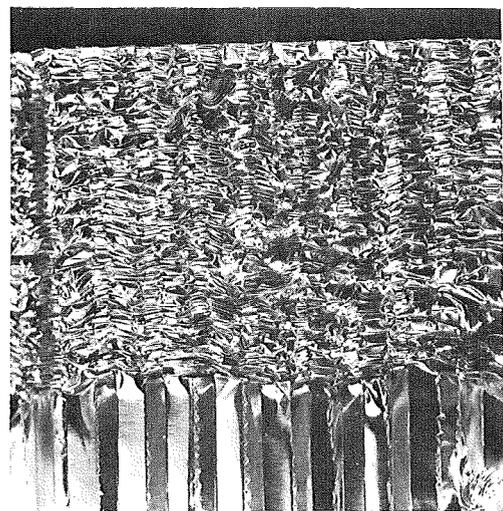
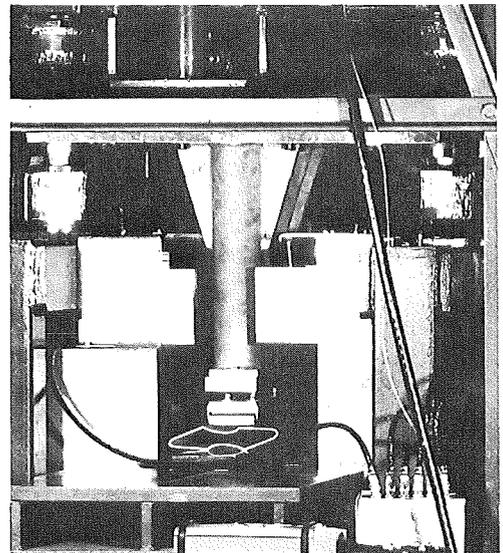
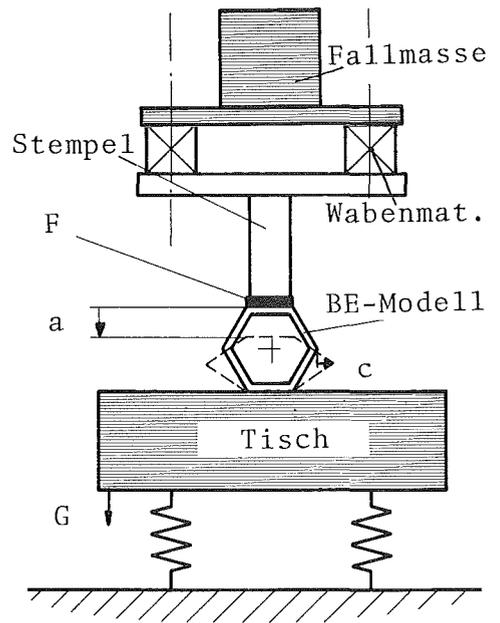
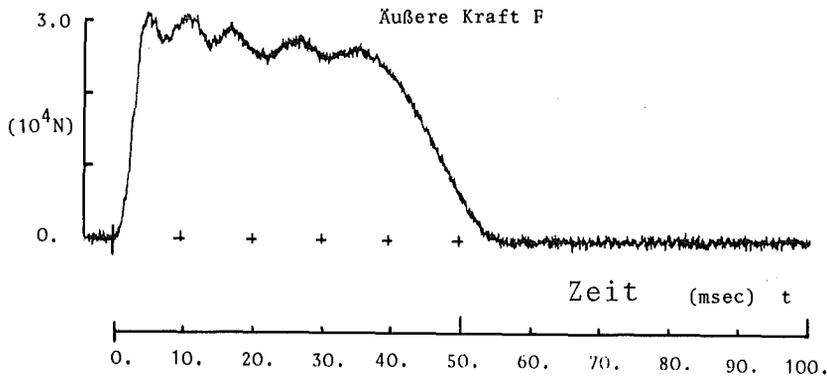
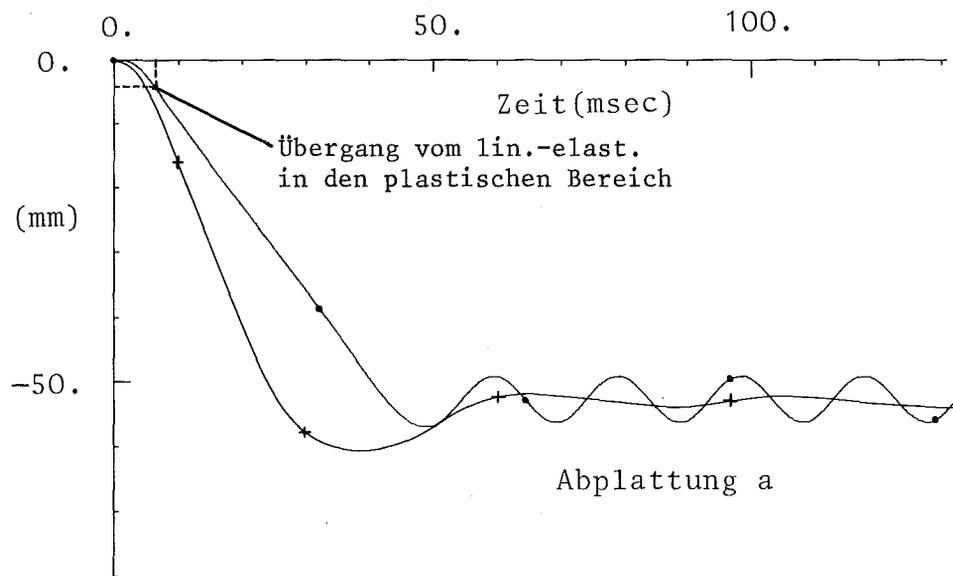
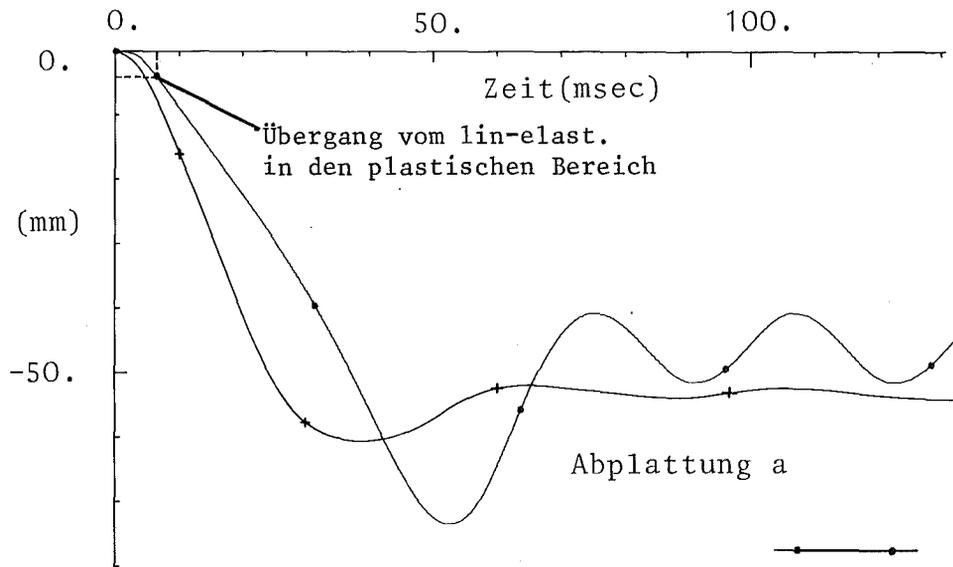


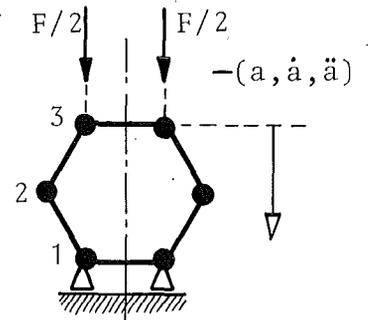
Abb. 22: Stoßartiges Belastungsexperiment an einem Hexagon-Kasten (Versuch D26):  
Prinzipieller Aufbau und wichtigste Ergebnisse der digitalen Auswertung.



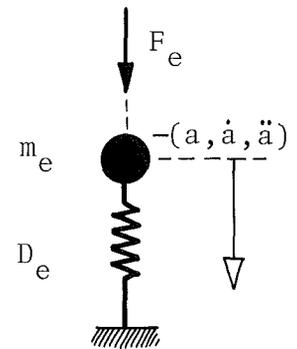
Gemessene Stoßkraft F im Experiment D 26 (Versuchstyp 1)



a) BEDYN-2

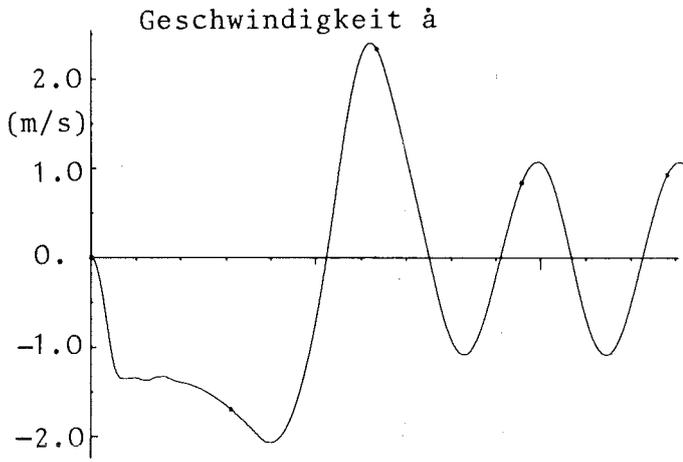


—●— Numerisches Ergebnis  
—+— Messung EXPERIMENT D 26

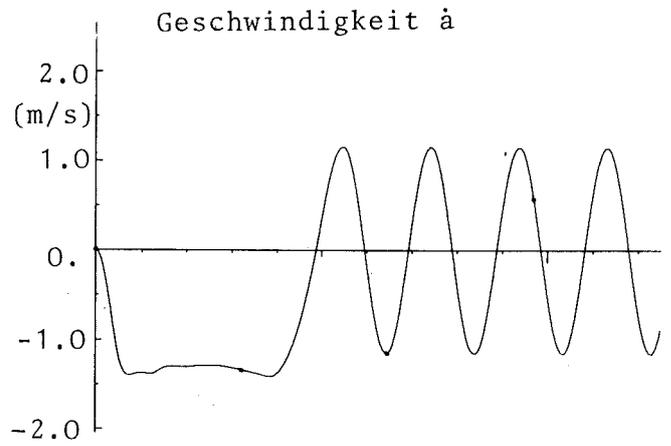


b) Feder-Massen Ersatzsystem

Abb. 23: Nachrechnung von Versuch D26 (Abb. 22): Vergleich der gemessenen Deformationsgeschichte mit den numerischen Ergebnissen nach zwei Modellen (Abb. 9): Dem BALKEN-GELENK-MODELL (a), FEDER-MASSEN-SYSTEM (b).



a) BEDYN-2



b) Feder-Massen  
Ersatzsystem

D 26

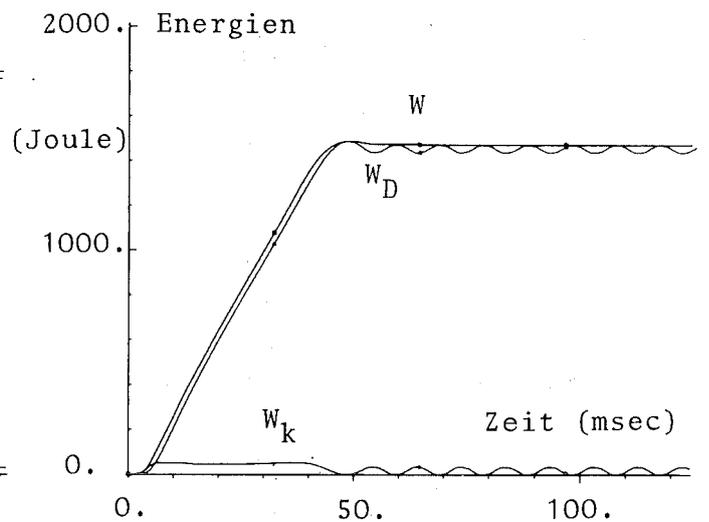
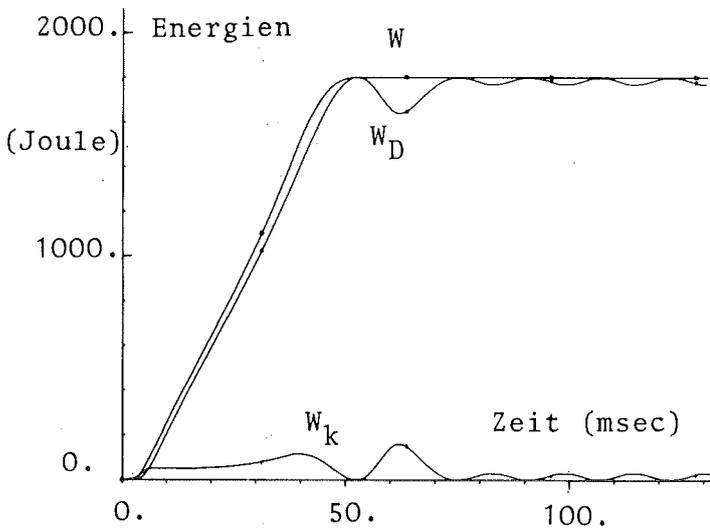
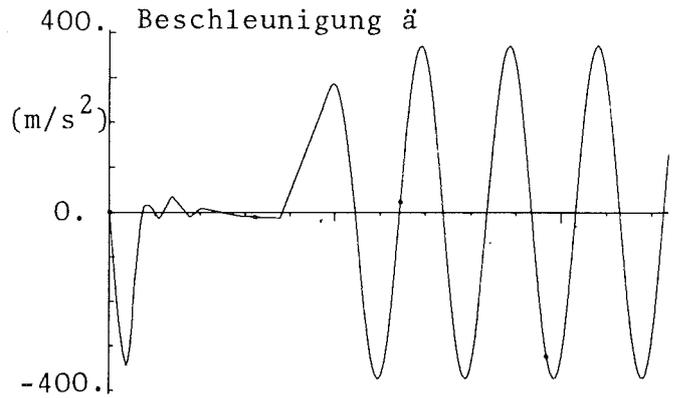
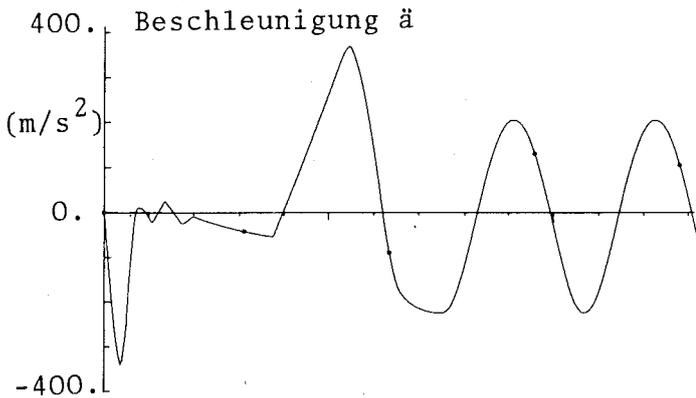
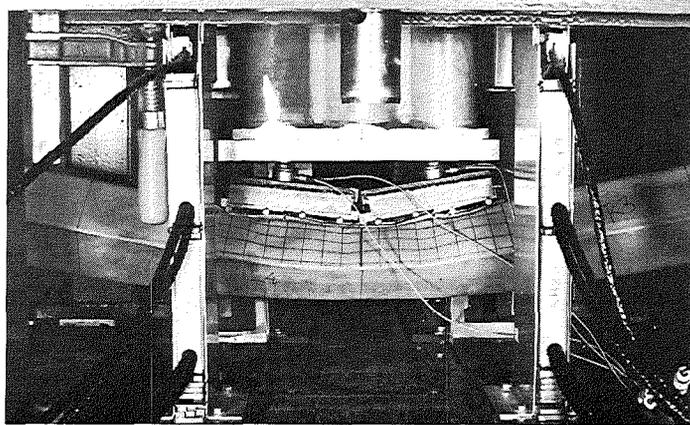


Abb. 24: Nachrechnung des Experiments von Abb. 22: Geschwindigkeiten, Beschleunigungen und Energieaufteilungen nach den beiden Rechenmodellen in Abb. 23



DB 33

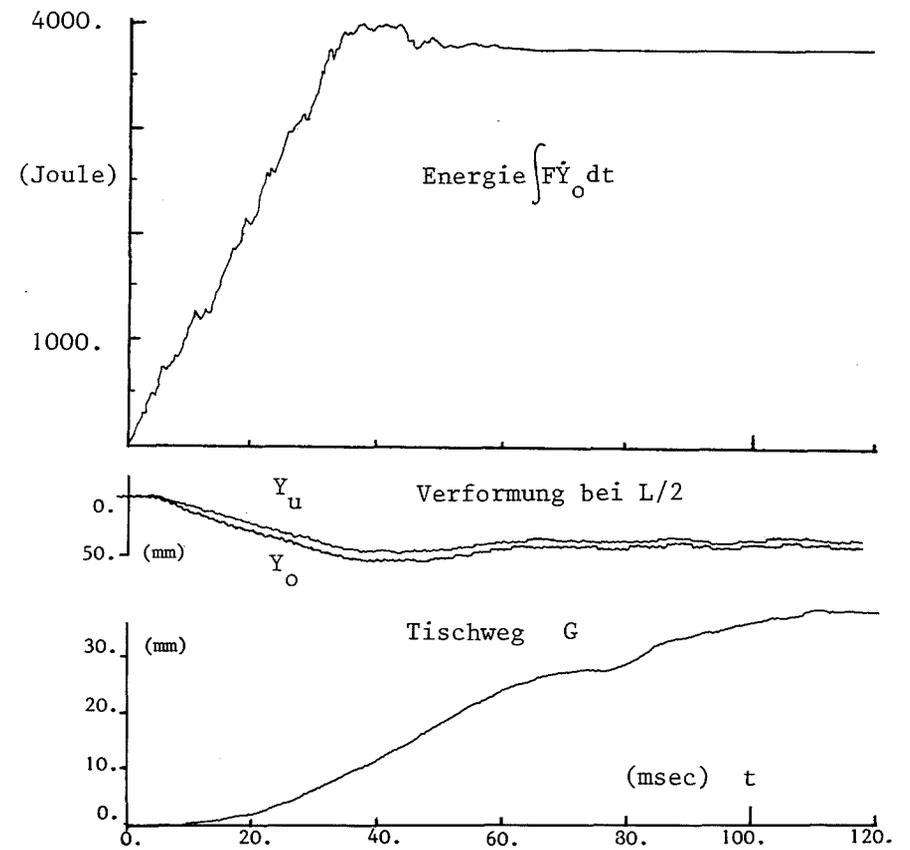
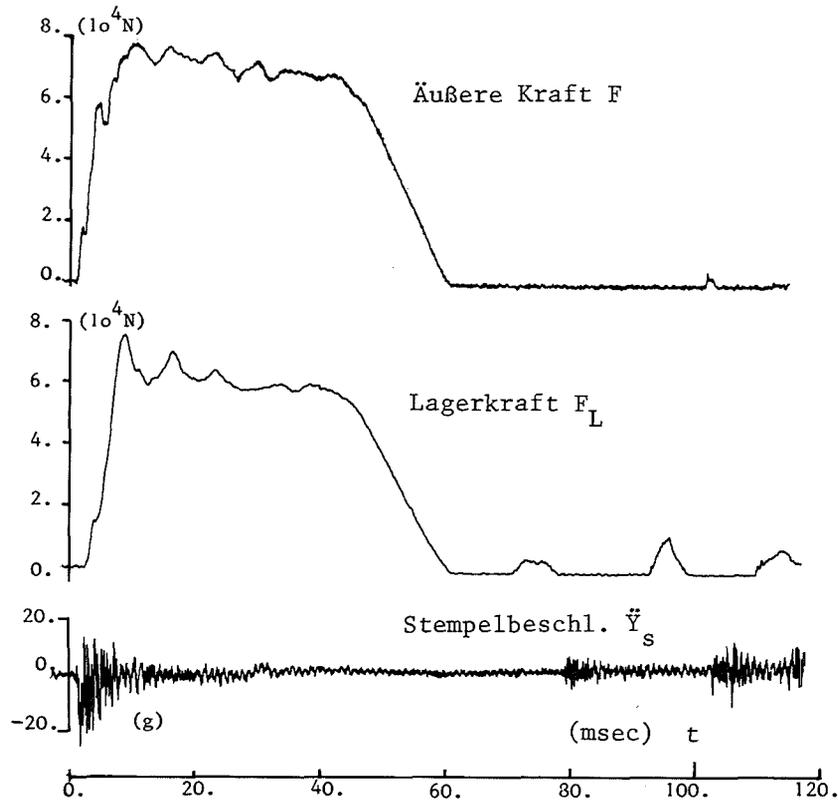
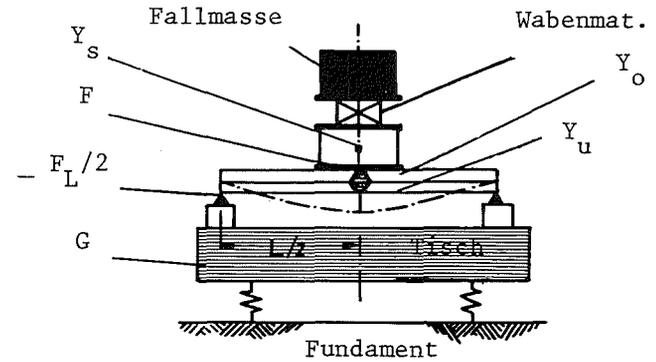
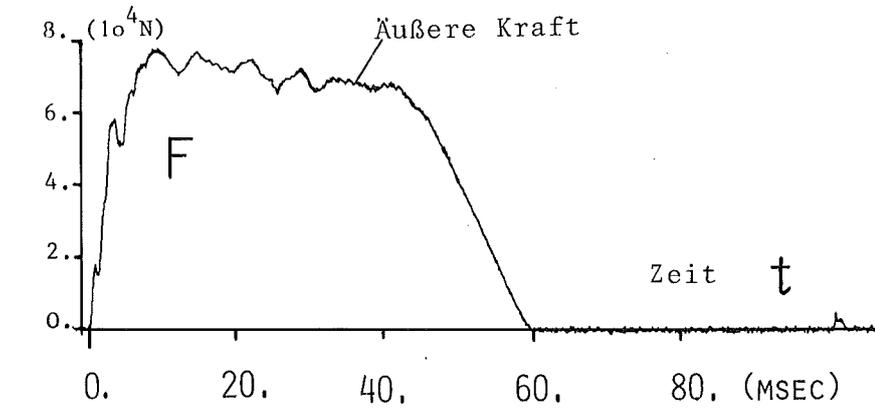
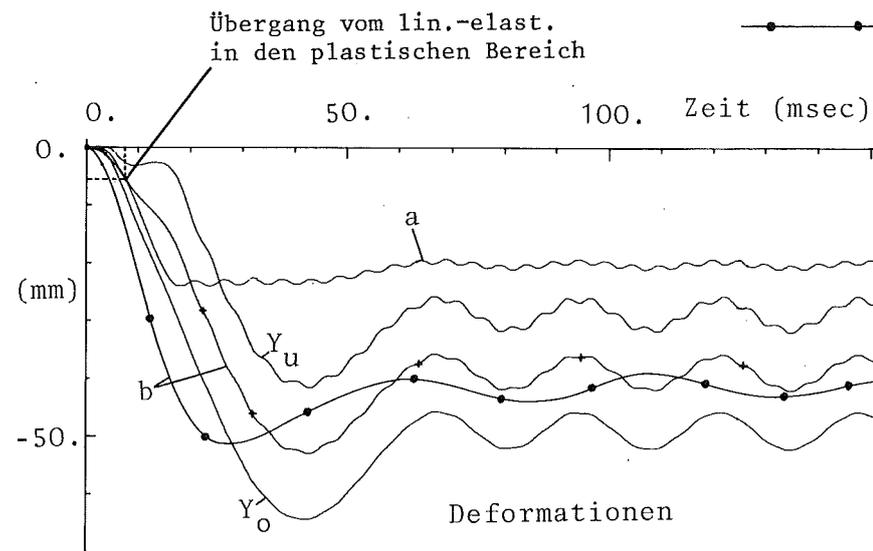
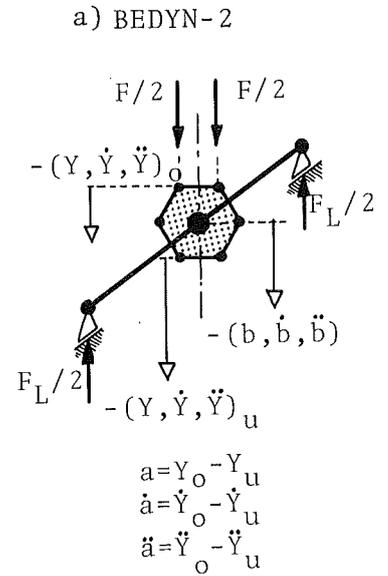
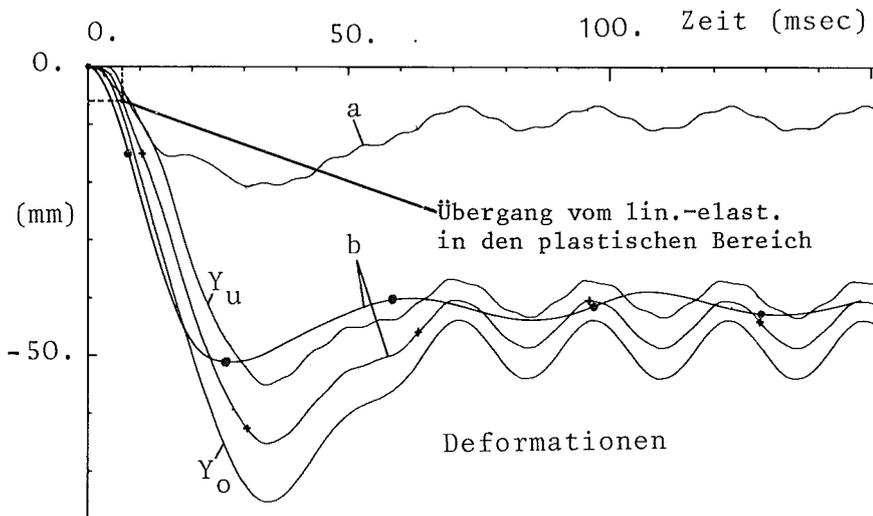


Abb. 25: Stoßartiges Belastungsexperiment an einem kompletten, beidseitig gelenkig gelagerten Brennelement (Versuch DB33): Prinzipieller Aufbau und wichtigste Ergebnisse der digitalen Auswertung



Gemessene Stoßkraft  $F$  im Experiment DB 33 (Versuchstyp 4)



$\text{---}+\text{---}+$  Numerisches Ergebnis: b  
 $\text{---}\bullet\text{---}\bullet\text{---}$  Messung EXPERIMENT DB 33: b

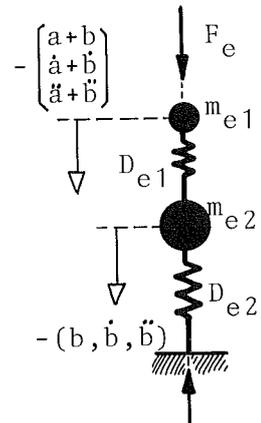


Abb. 26: Nachrechnung von Versuch DB33 (Abb. 25): Vergleich der gemessenen Deformationsgeschichte mit den numerischen Ergebnissen nach zwei Modellen (Abb. 9): Dem BALKEN-GELENK-MODELL (a), FEDER-MASSEN-SYSTEM (b).

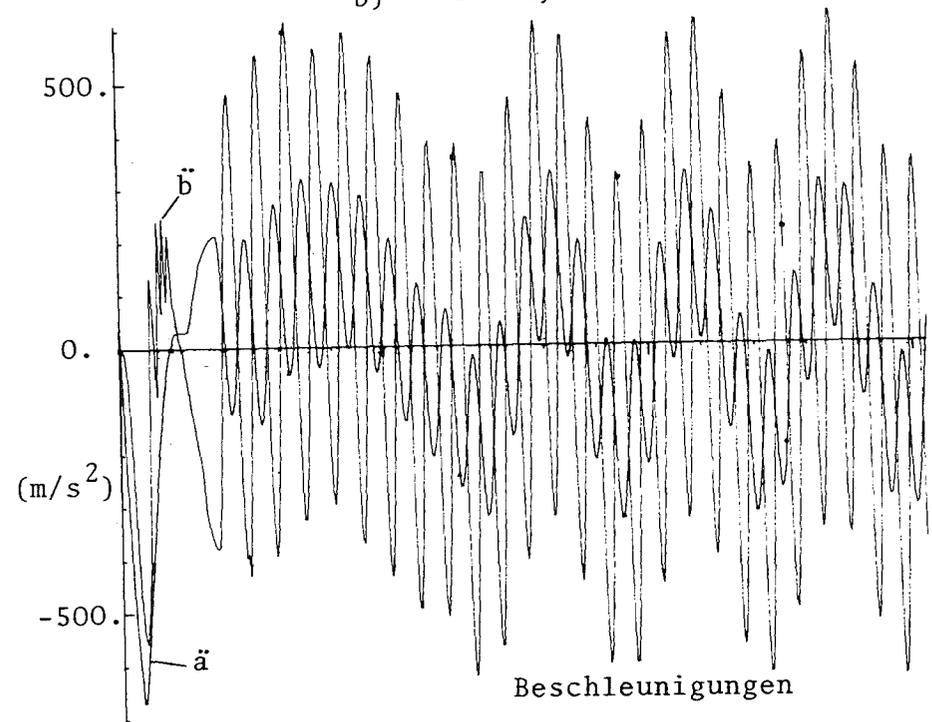
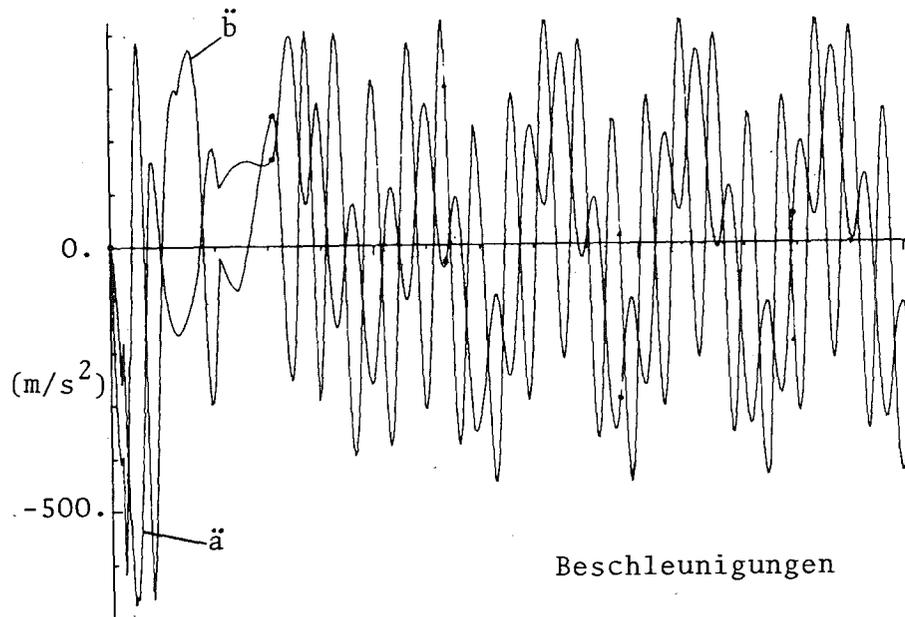
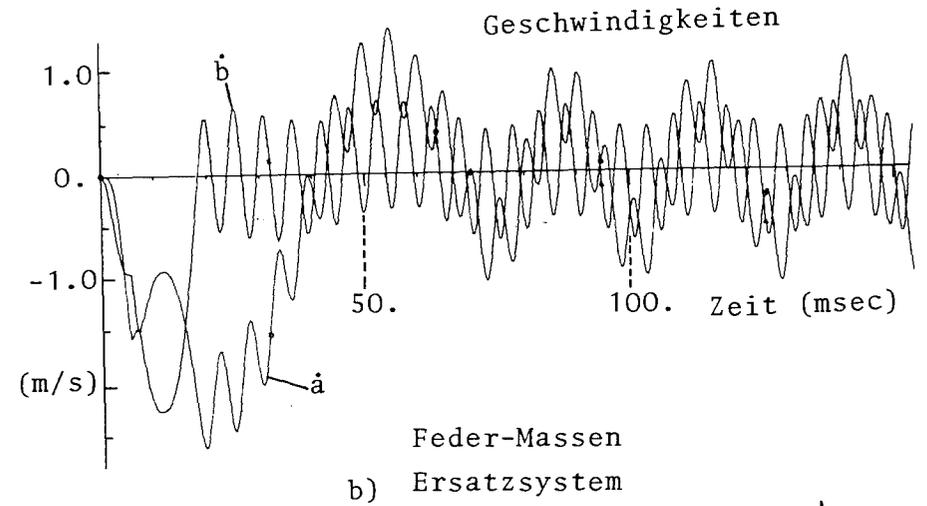
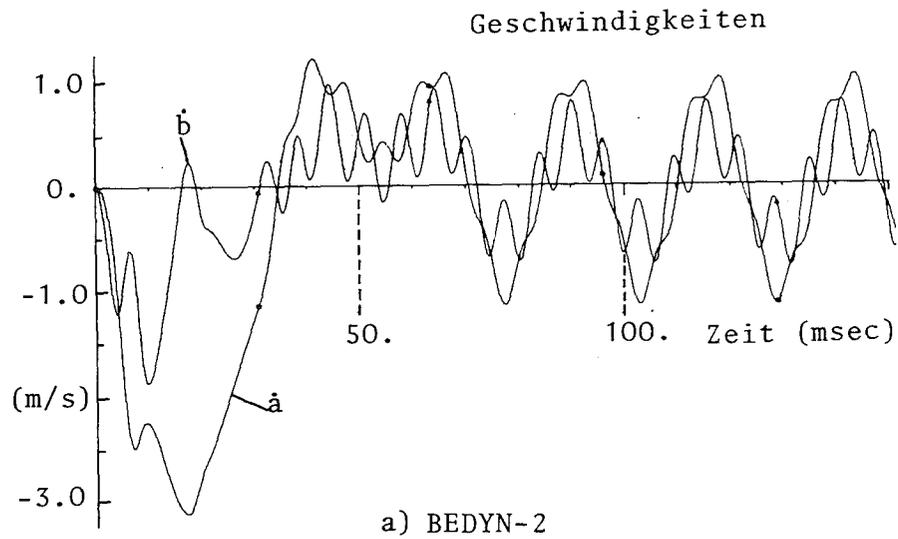


Abb. 27: Nachrechnung von Versuch DB33 (Abb. 25): Geschwindigkeiten und Beschleunigungen

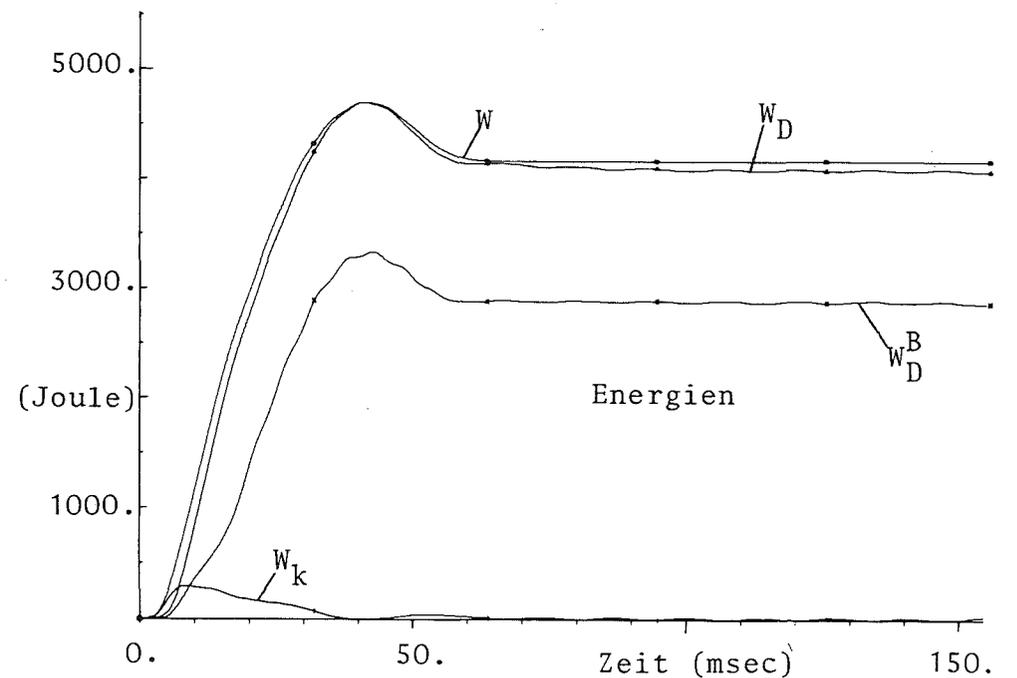
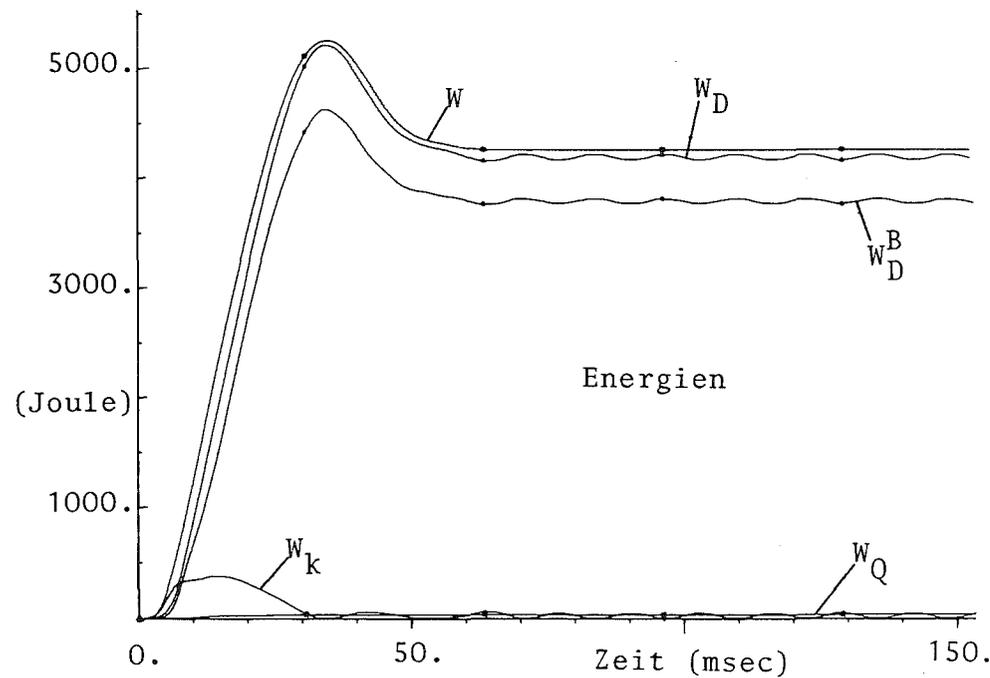
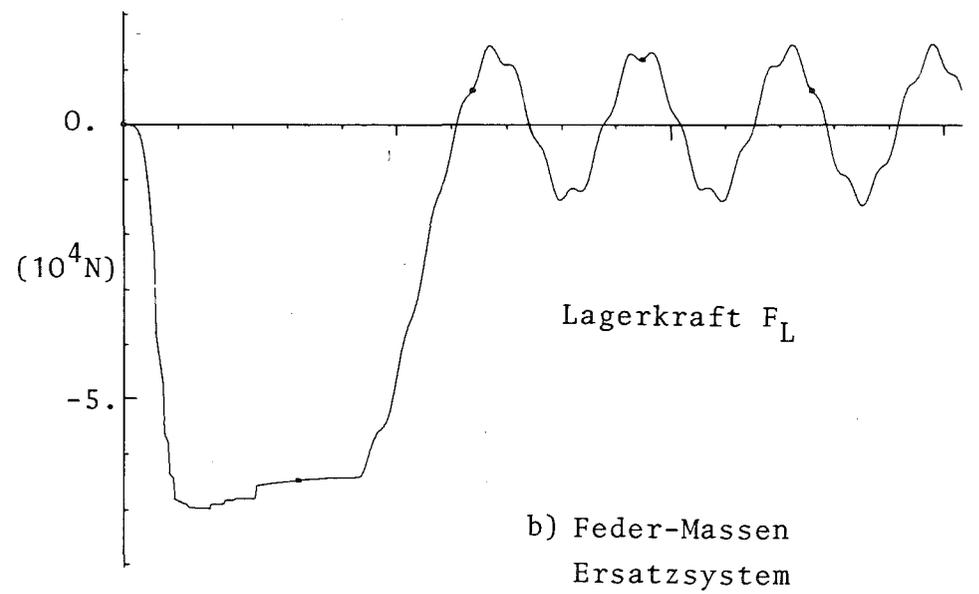
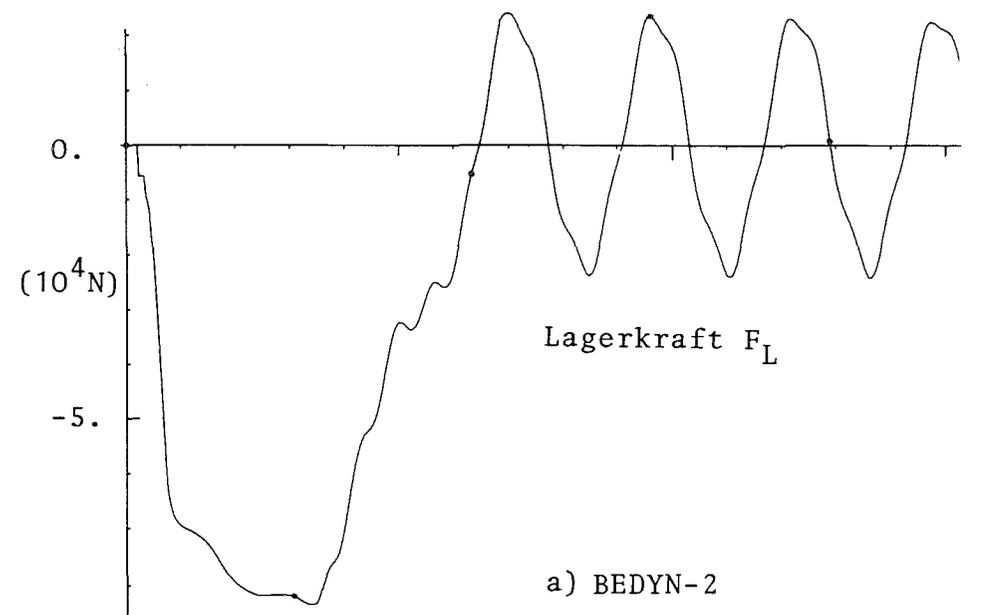


Abb. 28: Nachrechnung von Versuch DB33 (Abb. 25): Lagerkräfte und Energieaufteilungen

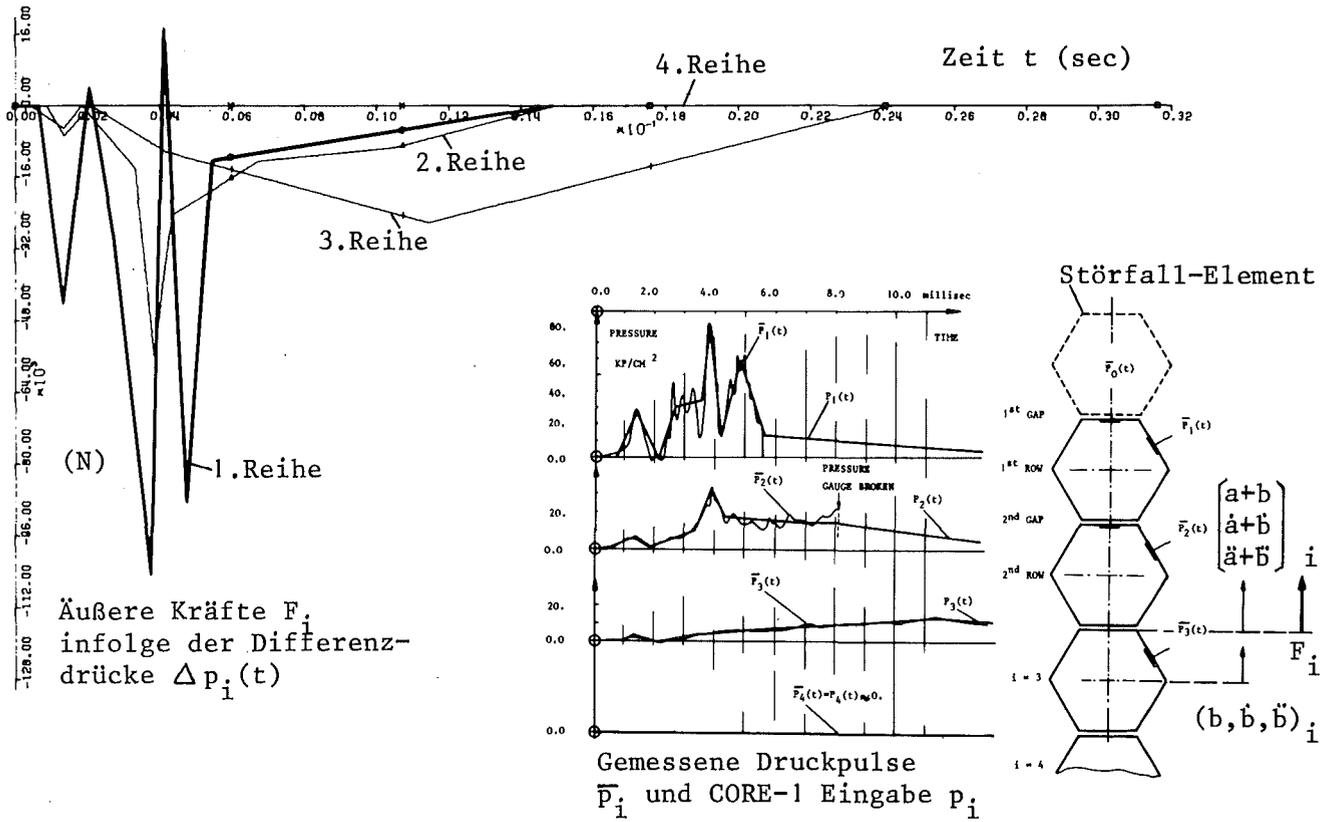
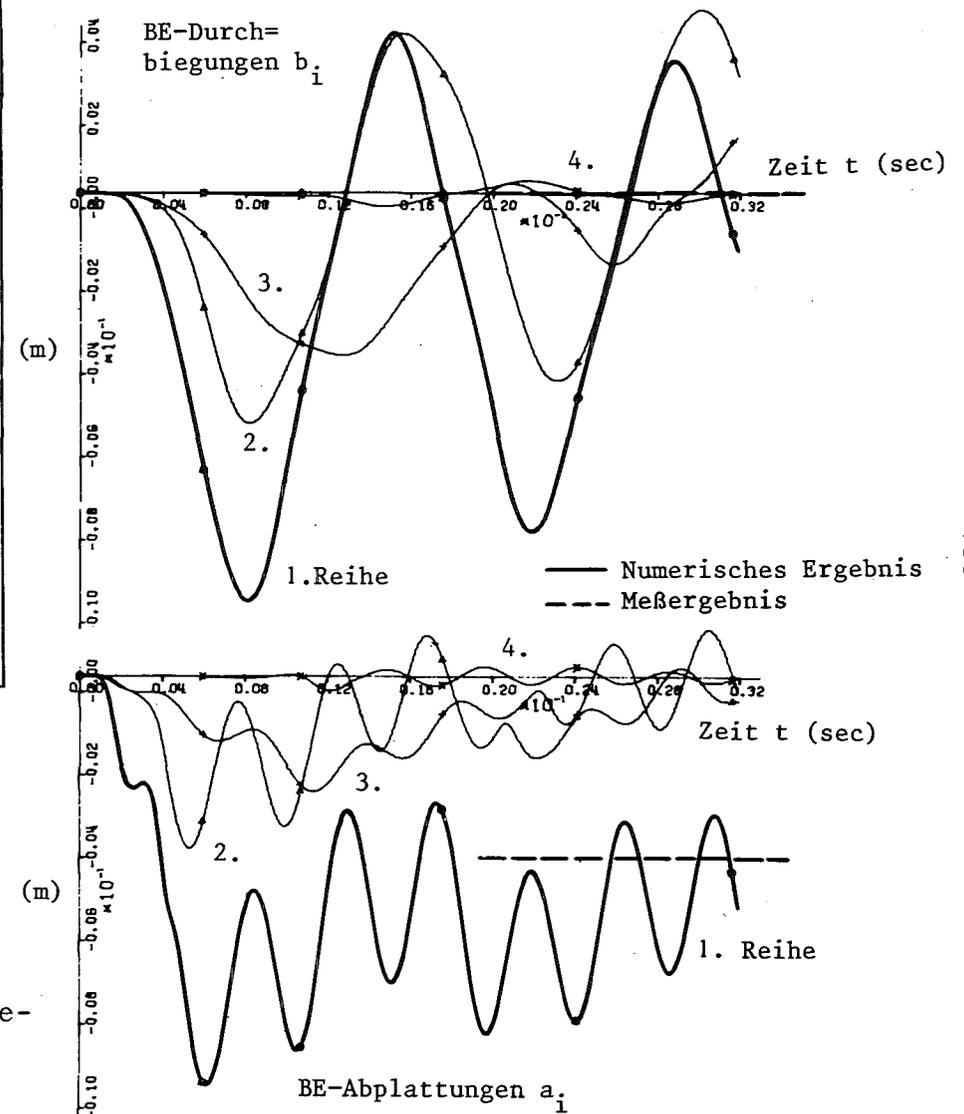


Abb. 29: Benutzung gemessener Druckpulse vom SNR-300 Sprengversuch 3 zur Nachrechnung der transienten, elastoplastischen Coreverformung sowie errechnete Energieaufteilung im System (Code CORE-1 nach [27]).

	CORE-1 Rechenergebnis (FM-Ersatzsystem Abb. 9)		Messung nach den Sprengversuchen
Enddeformationen in der 1. BE-Reihe	Transformationsfaktoren nach Glg. (20): Starr-ideal- plastisch $\alpha_1 = 0.335$ $\alpha_2 = 0.386$		linear- elastisch $\alpha_1 = 0.446$ $\alpha_2 = 0.508$
Maximale plastische BE-Durchbiegung $b_1^{plast}$	2.65 mm	2.51 mm	~ 0.
Maximale plastische Querschnitts-Abplat- tung $a_1^{plast}$	8.10 mm	5.23 mm	~ 4.0 mm

Abb. 30:

Nachrechnung der elastoplastischen Coreverformung beim Sprengversuch von Abb. 29: Maximale Brennelement-Durchbiegung und -Querschnittsabplattung im Vergleich zu Messungen nach der Demontage



Literatur

- [-1\_] P. ENGELMANN: "Stand und Zukunftsaussichten des natriumgekühlten Schnellen Brüters"  
VDI Bericht Nr. 208, (Tagung "Energieumwandlung in thermischen Kraftwerken), 1973
- [-2\_] H.K. FAUSKE: "The Role of Energetic Mixed-Oxide-Fuel-Sodium. Thermal Interactions in Liquid Metal Fast Breeder Reactor Safety"  
3rd CSNL Spec. Meeting, Inv. paper, Tokyo, March 1976
- [-3\_] L. CALDAROLA: "Current Status of Knowledge of Molten Fuel/Sodium Thermal Interactions"  
KFK 1944 (EUR 4973e), Karlsruhe, Febr. 1974
- [-4\_] D. SMIDT, K. SCHLEISIEK: "Fast Breeder Safety Against Propagation of Local Failures"  
Nucl. Engng. & Design 40, (1977), 393-402
- [-5\_] K. GAST, D. SMIDT: "Cooling Disturbances in the Core of Sodium Cooled Fast Reactors as Causes of Fast Failure Propagation"  
Nucl. Engng. & Design 14 (1970), 12-22
- [-6\_] H. JACOBS: "Die Analyse der thermischen Wechselwirkung von Brennstoff und Natrium unter Verwendung eines exakten thermo- und hydrodynamischen Modells"  
KFK 2260, Karlsruhe, Apr. 1976
- [-7\_] L. CALDAROLA: "A Theoretical Model with Variable Masses for the Molten Fuel-Sodium Thermal Interaction in a Nuclear Fast Reactor"  
Nucl. Engng. & Design 34, No. 2, Nov. 1975, 181-201
- [-8\_] S.J. BOARD, R.W. HALL, R.S. Hall: "Detonation of Fuel Coolant Explosions"  
Nature Vol.254, No. 5498 (1975)

- [<sup>-</sup>9\_] C.A. ERDMAN et al.: "Improvements in Modeling Fuel-Coolant Interactions and Interpretation of the S-11 Treat Test"  
Proc. ANS Topical Conf. on Fast Reactor Safety, Beverly Hills, Calif., April 1974
- [<sup>-</sup>10\_] M. AMBLARD: "Preliminary Results on a Contact between 4 kg of Molten UO<sub>2</sub> and Liquid Sodium"  
3rd Specialist Meeting on Sodium/Fuel Interactions in Fast Reactors, Paper SNI 6/14, Tokyo, March 1976
- [<sup>-</sup>11\_] H. BEUTEL et al. GfK Karlsruhe, N.J.M. REES et al. AWRE, Foulness/U.K.: "Transient Deformation of LMFBR Cores due to Local Failure: Experimental and Theoretical Investigation"  
Nucl. Engng. & Design 43, no.2, Sept. 1977, pp. 381-410
- [<sup>-</sup>12\_] R. KRIEG, R. LIEBE, H. WILL, H. ZEHLEIN: "Mechanical Behavior of the LMFBR Core Structure under Transient Pressure due to Local Failure"  
3rd Int. Conf. SMIRT, Inv.paper E 2/1<sup>x</sup>, London, Sept. 1975
- [<sup>-</sup>13\_] P.H. DENNY, N.J. REES, G.R. WARREN: "An Empirical Study of the Effects of a Simulated Sodium Coolant Vapour Explosion in a Subassembly of the PFR Core Structure"  
2nd Int. Conf. SMIRT, paper E 1/7, Berlin, Sept. 1975
- [<sup>-</sup>14\_] T. BELYTSCHKO, J.M. KENNEDY, A.H. MARCHERTA: "Dynamic Response of Fast Reactor Core Subassemblies"  
Nucl. Engng. & Design 28, 1974, pp. 31-41
- [<sup>-</sup>15\_] T.J. MARCINIAK, J.E. ASH, A.H. MARCHERTAS, D.J. CAGLIOSTRO: "LMFBR Subassembly Response to Local Pressure Loadings - An Experimental Approach"  
Int. Seminar ELCALAP, paper P 1/2, Berlin, 1975
- [<sup>-</sup>16\_] R. LIEBE, H. WILL, H. ZEHLEIN: "Mechanical Response of LMFBR Cores under Transient Pressure Loading"  
1st Intern. ENS Conf., Nuclear Energy Maturity, Paris, April 1975

- [-17\_] H. WILL: "Explosion Tests on LMFBR Core Models; An Evaluation for Reactor Safety"  
Conf. on Fast Reactor Safety and Related Physics,  
Chicago, Oct. 1976
- [-18\_] R. LIEBE: "Experimental Verification of Structural Models to Analyze the Nonlinear Dynamics of LMFBR Fuel Elements"  
Nucl. Engng. & Design 38, no. 1, July 1976, pp. 29-41
- [-19\_] H. WILL: "Dokumentation der Ergebnisse von vier Sprengversuchen an Coremodellen des SNR-300"  
(1975) unveröffentlicht
- [-20\_] D. KRAJCINOVIC: "Vibrations of Prismatic Shells with Hexagonal Cross Section"  
Nucl. Engng. & Design 22, 1972, p.43-50
- [-21\_] L. GOODMAN: "Structural Analysis of a Hexagonal Box Under Internal Pressure"  
NAA-SR-MEMO-8670, Atomics Internat., June 1963
- [-22\_] W. WINTER: "Experimentelle Verformungsuntersuchungen an Schnellbrüter-Brennelement-Modellen"  
Diplomarbeit, Univ. Karlsruhe, August 1975
- [-23\_] C.K. YOUNGDAHL: "Dynamic Plastic Deformation of Hexagonal Frames"  
Int. Journ. of Solids & Struct. Vol. 10, 1974, p. 709-734
- [-24\_] T. BELYTSCHKO, A.H. MARCHERTAS: "Nonlinear Finite-Element Method for Plates and its Application to Dynamic Response of Reactor Fuel Subassemblies"  
Trans. ASME, Journ. of Pressure Vessel Technology,  
paper No. 74-NE-10, July 1974
- [-25\_] J. DONEA, S. GIULIANI, J.P. HALLEUX: "Prediction of the Nonlinear Dynamic Response of Structural Components Using Finite Elements"  
Int. Seminar ELCALAP, Berlin, Sept. 1975

- [-26\_] D. KRAJCINOVIĆ, J.J. CAREY: "Fluid-Solid Interaction of Reactor Core Components, A Preliminary Analysis"  
Nucl. Engng. and Design 31, 1974, pp. 87-94
- [-27\_] R. LIEBE: "Subassembly Experiments and a Computer Code to Analyze the Dynamic Core Deformation During Local Failure Propagation"  
Nucl. Engng. & Design 43, no.2, Sept. 1977, pp. 353-371
- [-28\_] R. LIEBE: "Spezifikation von Materialversuchen an SNR-BE-Kastenwerkstoffen unter hohen Dehnungsgeschwindigkeiten"  
(1973) unveröffentlicht
- [-29\_] H. ZEHLEIN: "Direkte Integration strukturdynamischer Probleme"  
VDI-Z 116, Nr. 15, 1974, S. 1251-1264
- [-30\_] B. KUCZERA, P. ROYL: "Application of Different Failure Criteria in Fuel Pin Modelling and Consequences for Overpower Transients in LMFBRs"  
paper C 3/5, 3rd Int. Conf. SMIRT, London (Sept. 1975)
- [-31\_] H. ZEHLEIN: "Discretization and Time Integration Technique for Transient Nonlinear Dynamics of Fast Reactor Subassemblies"  
3rd Int. Conf. SMIRT, paper E2/3, London, Sept. 1975
- [-32\_] C.K. YOUNGDAHL: "Correlation Parameters for Eliminating the Effect of Pulse Shape on Dynamic Plastic Deformation"  
J. Appl. Mech. 37, 744-752, 1970
- [-33\_] I. SZABÓ: "Höhere Technische Mechanik"  
Springer Vlg., Berlin, Heidelberg, New York, 2. Auflage, 1958
- [-34\_] C.H. NORRIS, R.J. HANSEN et al.: "Structural Design for Dynamic Loads"  
Mc Graw Hill Book Comp., New York, 1959

- [-35\_] J.M. BIGGS: "Structural Dynamics"  
Mc Graw Hill Book Comp., New York 1964
- [-36\_] P.G. HODGE: "Plastic Analysis of Structures"  
Mc Graw Hill Book Comp., Inc. New York 1959
- [-37\_] R. BARTRAM: "Näherungsweise Berechnung der Verformung  
und Beanspruchung von impulsförmig belasteten Balken  
und Rahmen unter Berücksichtigung der endlichen Ausbrei-  
tungsgeschwindigkeiten von Stoßwellen"  
VDI-Z, Reihe 1, Nr. 31, April 1971
- [-38\_] L.L. BARINKA: "On the Lateral Deformation of Coupled  
Tubular Structures"  
1st Int. Conf. SMIRT, paper F 2/4, Berlin, Sept. 1971
- [-39\_] D.M. CUNNINGHAM, W. GOLDSMITH: "An Experimental Investi-  
gation of Beam Stresses Produced by Oblique Impact of a  
Steel Sphere"  
Trans. ASME, Journ. of App. Mech. 41, Dec 1956, pp. 606-616
- [-40\_] K.H. EMSCHERMANN, K. RÜHL: "Beanspruchungen eines Biege-  
trägers bei schlagartiger Querbelastung"  
VDI Forschungsheft 443, Ausg. B, Bd. 20, 1954
- [-41\_] T. BELYTSCHKO: "Comparative Evaluation of Numerical Methods  
for Dynamic Structural Analysis"  
Int. Seminar ELCALAP, paper T 1/1, Berlin, 1975
- [-42\_] K.A. RECKLING: "Plastizitätstheorie und ihre Anwendung  
auf Festigkeitsprobleme"  
Springer Vlg. Berlin, 1967
- [-43\_] B. HUNSAKER, Jr., D.K. VAUGHAN, J.A. STRICKLIN: "A Com-  
parison of the Capability of Four Hardening Rules to  
Predict a Material's Plastic Behavior"  
Journ. of Press. Vessel Technol., Febr. 1976, p. 66-74  
Trans. AMSE

- [-44\_] ANDERKO, SCHÄFER: "Kurzzeitfestigkeitskennwerte von SS. 1.4981 unter Reaktorbedingungen"  
(1977) unveröffentlicht
- [-45\_] E.H. LEE, P.S. SYMONDS: "Large Plastic Deformations of Beams under Transverse Impact"  
Journ. of Appl. Mech., Vol. 19, No. 3, T  
Trans. ASME Vol. 74, Sept. 1952, pp. 308-314
- [-46\_] N. JONES: "Review of the plastic behavior of beams and plates"  
AIAA 13th Structures, Struct. Dynamics, and Materials Conf.,  
April 1972
- [-47\_] B. RAWLINGS: "The Analysis of the Dynamic Behavior of Framed Structures"  
Research Rep. R. 40, Dept.-Civil Engrg., Univ. of Sydney,  
1962
- [-48\_] C. ALBERTINI, M. MONTAGNANI: "Testing Techniques Based on the Split Hopkinson Bar"  
Inst. of Physics Conf., Ser. No. 21, London, 1974
- [-49\_] C.F. PUGH, K.C. LIU, J.M. CORUM, W.L. GREENSTREET:  
"Currently Recommended Constitutive Equations for Inelastic Design Analysis of FFTF-Components"  
ORNL-TM-3602, Oak Ridge, Tenn. USA, Oct. 1971
- [-50\_] C. ALBERTINI, M. MOUNTAGNANI: "Dynamic Response of Several Steels for Reactor Safety Analysis"  
Euratom/Ispra, Rep. No. EUR/C-IS/473/74e, 1974
- [-51\_] T. MALMBERG: "Dynamisch Plastisches Verhalten von Metallen"  
KFK 2023, Karlsruhe, Sept. 1974
- [-52\_] G.R. COWPER, P.S. SYMONDS: "Strain-Hardening and Strain-Rate Effects in the Impact Loading of Cantilever Beams"  
Techn. Report No. 28, O.N.R. Contract, Nonr-562 (10), Brown University, Sept. 1957

- [<sup>-</sup>53\_] N. JONES: "The Influence of Large Deflections on the Behavior of Rigid-Plastic Cylindrical Shells Loaded Impulsively"  
Trans. ASME, Journ. of Applied Mech., June 1970,  
pp. 416-425
- [<sup>-</sup>54\_] E. PESTEL, F.A. LECKIE: "Matrix Methods in Elastomechanics"  
McGraw Hill, New York 1963
- [<sup>-</sup>55\_] R.J. ROARK: "Formulas for Stress and Strain"  
McGraw-Hill Book C., New York, 1954
- [<sup>-</sup>56\_] E.A. WITMER, et al.: "Large Dynamic Deformations of Beams, Ring, Plates and Shells"  
AIAA-Journ. Vol. 1, No. 8 (Aug. 1963) p. 1848-1857
- [<sup>-</sup>57\_] A.P. HRENNIKOFF: "Solution of Problems in Elasticity by Framework Method"  
J. Appl. Mech. 8, No. 4, Dec. 1941
- [<sup>-</sup>58\_] A. ZIMMER: "Ein digitales Verfahren für die wirtschaftliche Lösung von Festigkeitsproblemen und anderen Aufgaben der Elastizitätslehre"  
Dissertation Univ. Clausthal, Febr. 1969
- [<sup>-</sup>59\_] M.F. GIBERSON: "The Response of Nonlinear Multi-Story Structures Subjected to Earthquake Excitation"  
Ph.D. Thesis at Calif. Inst. of Techn., June 1967
- [<sup>-</sup>60\_] B. RAWLINGS: "Response of Structures to Dynamic Loads"  
Inst. of Physics Conf. Ser.No. 21, London, 1974
- [<sup>-</sup>61\_] B. RAWLINGS: "Recent Progress in the Study of Steel Structures Subjected to Impulsive Overload"  
Proc. of a Conf. by the Soc. for Earthquake & Civil Engng. Dynamics, Univ. Coll. of Swansea, Australia, July 1970,  
pp. 543-566

- [-62\_] BRONSTEIN-SEMENDJAJEW: "Taschenbuch der Mathematik"  
4. Auflage, Teubner Vgl., 1961
- [-63\_] A. CHAJES: "Inelastic Deflections of Beams"  
Struct. Div. ASCE, Vol. 94, No. ST6, paper 6012,  
June 1968, pp. 1549-1564
- [-64\_] R. ZURMÜHL: "Praktische Mathematik"  
Springer Vlg. Berlin, Heidelberg, New York,  
4. Auflage, 1963
- [-65\_] S.M.MA, K.J. BATHE: "On Finite Element Analysis of Pipe  
Whip Problems"  
Nucl. Engng. & Design 37, 1976, pp. 413-430
- [-66\_] E.G. SCHLECHTENDAHL: "DYSYS - A Dynamic System Simulator  
for Continous and Discrete Changes of State"  
KFK 1209, Karlsruhe, July 1970
- [-67\_] R. LIEBE: "Stand und erste Resultate der Materialversuche  
an Brennelementkasten-Werkstoffen unter hohen Dehnungsge-  
schwindigkeiten"  
(1975) unveröffentlicht
- [-68\_] M. SCHIRRA, GfK Karlsruhe, IMF, persönliche Mitteilung
- [-69\_] K. RÜHL, H.J. PAGEL: "Neue Untersuchungen über die Bean-  
spruchungen eines Biegeträgers bei schlagartiger Querbe-  
lastung"  
Forschg. a.d. Gebiete d. Ingen.wesens Bd. 22, Heft 6, VDI,  
Juli 1956
- [-70\_] E.W. PARKES: "The Permanent Deformation of an Encastré  
Beam Struck Transversely at any Point in its Span"  
Proc. Inst. Civil Engr. 10, 1958, pp. 277-304
- [-71\_] B. RAWLINGS: "Impact Tests on Model Steel Frames"  
Proc. Inst. Civ. Engrs. 29 (Australia), 1964, p. 389-414

- [72\_] B. RAWLINGS: "Energy Absorption of Dynamically and Statically Tested Mild Steel Beams under Conditions of Cross Deformations"  
Intern. J. Mech. Sci., Vol. 9, Sept. 1967, pp. 633-649
- [73\_] D.H. WHITE: "Experimental Determination of Plastic Collapse Loads for Cylindrical Shells Loaded Radially Through Rigid Support"  
2nd Int. Conf. on Pressure Vessel Technology, ASME, San Antonio/Texas, Oct. 1973, pp. 343-360
- [74\_] J.A. DE RUNTZ, Jr., P.G. HODGE, Jr.: "Crushing of a Tube Between Rigid Plates"  
Trans. ASME, Journ. of Appl. Mech., Sept. 1963, p. 391-395
- [75\_] K.H. HANSEN: "Einfache Dimensionierungsregeln für die Elektronik beim Messen stoßartiger Vorgänge mit piezoelektrischen Aufnehmern"  
VDI-Bericht Nr. 135, S. 57-60, 1969
- [76\_] M. AUDOUX, F.W. KATZ, W. OLBRICH, E.G. SCHLECHTENDAHL: "SEDAP - An Integrated System for Experimental Data Processing"  
KFK 1594 (EUR 4730e), Karlsruhe, Jan. 1973