

KfK 2619
Juni 1978

**Möglichkeiten zur Bestimmung
des Wärmeüberganges
zwischen nuklearen
Brennstäben und dem
Kühlmittel in einem
natriumgekühlten Reaktor
während des Betriebes**

F. Mitzel
Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik
Projekt Schneller Brüter

Kernforschungszentrum Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE GMBH

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik

Projekt Schneller Brüter

KfK 2619

Möglichkeiten zur Bestimmung des Wärmeüberganges
zwischen nuklearen Brennstäben und dem Kühl-
mittel in einem natriumgekühlten Reaktor während
des Betriebes

F. Mitzel

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH., Karlsruhe

Möglichkeiten zur Bestimmung des Wärmeüberganges zwischen nuklearen Brennstäben und dem Kühlmittel in einem natriumgekühlten Reaktor während des Betriebes

Zusammenfassung

Zur Verbesserung der Sicherheit, der Überwachung und der Ökonomie von natriumgekühlten Reaktoren ist eine genauere Kenntnis des Wärmeüberganges zwischen dem Brennstoff und dem Kühlmittel wünschenswert.

Es wurden daher verschiedene Möglichkeiten untersucht, durch Messung von geeigneten Übertragungsfunktionen die entsprechende Wärmeübergangszahl zu bestimmen. Das Ergebnis war folgendes: Ohne Sonderinstrumentierung kann die Wärmeübergangszahl mittels kleiner, pseudostochastischer Leistungsschwankungen mit sinnvoller Genauigkeit an der KNK II und am SNR bestimmt werden. Diese Leistungsschwankungen müssen künstlich induziert werden, erfordern aber keine Unterbrechung des normalen Reaktorbetriebes.

Durch zusätzliche Messung der Brennstofftemperatur mit einer Sonderinstrumentierung ließe sich die Meßgenauigkeit allerdings noch weiter verbessern.

Possibilities to Determine the Heat Transfer Between Nuclear Fuel Elements and the Coolant in a Sodium Cooled Reactor During Normal Power Operation

Summary

In order to improve the safety, the surveillance and economy of sodium cooled reactors it is desirable to obtain a more precise knowledge of the heat transfer between the fuel and the coolant.

Different possibilities have been investigated to determine the corresponding heat transfer coefficient by measuring the pertinent transfer functions. The result was the following: The heat transfer coefficient can be determined with reasonable accuracy at the KNK II and the SNR by means of small pseudostochastic power oscillations. These power oscillations must be artificially induced but do not require an interruption of the normal plant operation.

The accuracy could however still be further improved by an additional measurement of the fuel temperature with a special instrumentation.

Inhalt

1. Problemstellung
2. Bestimmung der Wärmeübergangszahl mit Hilfe der Übertragungsfunktion $V(\omega)$ zwischen der Leistung und der Kühlmitteltemperatur
3. Bestimmung der Wärmeübergangszahl bei zusätzlicher Messung der Brennstofftemperatur
4. Genauigkeit der Wärmeübergangszahl bei Anpassung der Übertragungsfunktionen an Meßwerte unter ausschließlicher Berücksichtigung der statistischen Fehler
5. Systematische Fehler
6. Anforderungen an die Meßgenauigkeit
7. Messungen an KNK I
8. Schlußfolgerungen

Literaturverzeichnis

- Anhang 1 Nomenklatur
- 2 Daten für KNK I und SNR
 - 3 Verwendete Fehlerformeln

1. Problemstellung

In verschiedenen Publikationen /1-4/ wurden Messungen der Wärmeübergangszahl h_f zwischen den Brennstäben und dem Kühlmittel während des normalen Reaktorbetriebes vorgeschlagen und beschrieben. Dabei handelt es sich um dynamische Meßmethoden, bei denen der Wärmeübergang aus inhärenten oder aufgeprägten Leistungs- und Temperaturschwankungen bestimmt wird. In allen Fällen wurden aber Annahmen getroffen, die an kommerziellen Leistungsreaktoren entweder nicht oder nur schwer realisierbar sind (z.B. Messung der mittleren Brennstofftemperatur /1,3/) oder es wurden nur integrale, d.h. über das ganze Core gemittelte Werte bestimmt /2/. Das in Ref. /4/ vorgeschlagene "Balanced Oscillator" Meßverfahren wurde bisher für diesen Zweck nur bei out-of-pile Messungen verwendet und ist für Messungen während des normalen Reaktorbetriebes nicht einfach anwendbar.

Zur einfachen Anwendung der dynamischen Meßmethoden in Kernkraftwerken müssen folgende Bedingungen berücksichtigt werden:

Die einzelnen Brennelemente (BE) besitzen außer am Brennelement-Kopf keine weitere individuelle Instrumentierung, d.h. die Leistung und der Kühlmitteldurchsatz können für einzelne BE nicht separat gemessen werden. Daher stehen im Normalfall zur Messung des Wärmeüberganges nur die Kühlmitteltemperatur θ_a am BE-Kopf sowie die gesamte Reaktorleistung, der gesamte Kühlmitteldurchsatz und die Kühlmittelintrittstemperatur θ_e in das untere Plenum zur Verfügung. Da Kühlmittelaustrittstemperaturschwankungen $\Delta\theta_a$ hauptsächlich durch integrale Leistungsschwankungen erzeugt werden /5/ und die Übertragungsfunktion zwischen diesen beiden Meßgrößen von h_f abhängt, liegt es nahe, h_f mit Hilfe dieser Übertragungsfunktion zu bestimmen. In /5/ wurde gezeigt, daß dieses Verfahren, für welches keine Sonderinstrumentierung benötigt wird, prinzipiell anwendbar ist. Im folgenden wird nachgewiesen, daß aber dabei eine befriedigende Meßgenauigkeit (welche die bestehenden Unsicherheiten nennenswert verringert) bei Verwendung von inhärenten Leistungsschwankungen nicht erreicht werden kann, sondern nur bei Verwendung von künstlich aufgeprägten Leistungs-

schwankungen. Da an Forschungsreaktoren häufig die Möglichkeit des Einsatzes von instrumentierten BE besteht, wurde auch untersucht, inwiefern sich die Meßgenauigkeit von h_f durch zusätzliche Messung der Brennstofftemperatur verbessern läßt.

2. Bestimmung der Wärmeübergangszahl mit Hilfe der Übertragungsfunktion $V(\omega)$ zwischen der Leistung und der Kühlmittelaustrittstemperatur

Während des normalen Reaktorbetriebes können für einzelne BE nur die Kühlmittelaustrittstemperatur und -eintrittstemperatur (θ_a und θ_e) direkt gemessen werden. In der Regel kann man aber auch die relativen Schwankungen der Leistung und des Kühlmitteldurchsatzes für einzelne BE ($\frac{\Delta p}{p}$ und $\frac{\Delta \mu}{\mu}$) bestimmen, da sie (mit Einschränkungen) identisch sind mit den entsprechenden, direkt meßbaren integralen Schwankungen.

Für die Schwankungen gilt das in Fig. 1 dargestellte Modell. Die Systemantwortfunktion $V(t)$ oder die entsprechende Übertragungsfunktion $V(\omega)$ hängt von der Wärmeübergangszahl h_f ab. Sie läßt sich daher aus den meßtechnisch erfaßbaren Größen $\Delta p/p$ und $\Delta \theta_a$ bestimmen.

Wie in Fig. 1 angedeutet, hängt $\Delta \theta_a$ (die einzig meßbare von allen in Fig. 1 angegebenen Temperaturen) aber nicht nur von $\Delta p/p$, sondern auch noch von anderen Einflußgrößen ab, welche jedoch im allgemeinen nur kleine Beiträge zu $\Delta \theta_a$ liefern /5/. Falls nötig, können sie auch durch Anwendung der Kreuzkorrelationstechnik eliminiert werden, sofern sie mit Δp nicht korreliert sind (vgl. Abschnitt 5).

Grundsätzlich sind für die Auswertung der Messungen der Zeit- und der Frequenzbereich gleichwertig verwendbar. Die Darstellung im Frequenzbereich bietet jedoch den Vorteil, daß die Beziehungen zwischen den Meßgrößen in Form algebraischer Gleichungen dargestellt werden können.

Dagegen treten bei der Darstellung im Zeitbereich immer Integralgleichungen auf. Deshalb wird im folgenden die Darstellung im Frequenzbereich verwendet. Die Übertragungsfunktion $V(\omega)$ läßt sich dann mit Hilfe folgender Beziehung bestimmen

$$S_{p, \theta_a}(\omega) = V(\omega) S_{pp} \quad (2.1)$$

wobei S_{pp} = autospektrale Leistungsdichte von p
 S_{p, θ_a} = kreuzspektrale Leistungsdichte zwischen p und θ

Die Übertragungsfunktion $V(\omega)$ wurde in /6/ unter Berücksichtigung der Wärmeleitung im Brennstoff sowie des axialen Wärmetransportes im Kühlmittel berechnet, wobei außerdem berücksichtigt wurde, daß sowohl die Wärmeübergangszahl h_g für den Spalt zwischen Brennstoff und Hülle als auch die Wärmeleitfähigkeit λ temperaturabhängige Größen sind.

Die mit diesem Modell erhaltene analytische Funktion für $V(\omega)$ ist zu kompliziert, um den Einfluß einer Änderung von λ oder h_g direkt zu überblicken. Deshalb wurde mit Hilfe eines entsprechenden Rechenprogrammes HETRA /6/ numerisch untersucht, wie Änderungen von λ und h_g in der Größenordnung ihrer Fehlergrenzen die Übertragungsfunktion $V(\omega)$ beeinflussen.

Die Ergebnisse sind in Fig. 2 für das KNK I Brennelement als Beispiel dargestellt, Rechnungen für SNR-Brennelemente führten aber im wesentlichen zu denselben Ergebnissen. Man erkennt, daß bei Variation von $\Delta\lambda$ um 20 % und von Δh_g um 50 % sich $V(\omega)$ in beiden Fällen nur um ca. 10 % ändert. Für eine Fehleranalyse sowie zum Verständnis des Einflusses dieser beiden für den Wärmeübergang wichtigen Parameter auf $V(\omega)$ wurde diese Funktion auch mit Hilfe eines einfachen Modells ("lumped model") berechnet, bei welchem dem Brennstoff nur eine mittlere Temperatur T_f und dem Kühlmittel nur eine Coreeintritts- bzw. Coreaustrittstemperatur θ_e und θ_a sowie eine mittlere Temperatur $\theta = \frac{\theta_e + \theta_a}{2}$ zugeordnet wurden. Der Wärmeübergang vom Brennstab zum Kühlmittel wird dann durch die beiden folgenden Gleichungen beschrieben:

$$2\pi R_f h_f (\bar{T}_f(t) - \theta(t)) - \sum_N s_N c_N \frac{V}{\ell} (\theta_a(t) - \theta_e) = \sum_N s_N c_N \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (2.2)$$

$$R_f^2 \pi p(t) - 2\pi R_f h_f (\bar{T}_f(t) - \theta(t)) = R_f^2 \pi s_f c_f \frac{d\bar{T}_f(t)}{dt} \quad (2.3)$$

mit der im Anhang 1 angegebenen Nomenklatur.

Die Wärmeleitung durch das Hüllrohr wurde hier vernachlässigt. Das führt aber nur zu geringen Fehlern, da das Hüllrohr infolge seiner kleinen Wärmekapazität und der guten Wärmeleitung zum Kühlmittel praktisch immer sofort (im Vergleich zu den hier betrachteten Zeitintervallen) die Kühlmitteltemperatur annimmt.

Im folgenden sollen nur kleine Abweichungen von einem Mittelwert (Index o) betrachtet werden, wobei die Eintrittstemperatur θ_e als konstant angenommen wird, d.h. es gilt:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \theta_e(t) &= 0 \\ \Delta T_f(t) &= T_f(t) - T_{fo} \\ \Delta \theta(t) &= \frac{1}{2} (\theta_a(t) - \theta_e(t)) - \frac{1}{2} (\theta_a - \theta_e)_o = \frac{\Delta \theta_a(t)}{2} \\ \Delta \theta_a(t) &= \theta_a(t) - \theta_{ao} \\ \Delta p(t) &= p(t) - p_o \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

$$\text{mit } p_o = \frac{1}{R_f^2 \pi} \sum_N s_N c_N \frac{V}{\ell} (\theta_a - \theta_e)_o \quad (2.5)$$

Mit den Gln. (2.2) und (2.3) folgt für diese Schwankungen

$$\begin{aligned} 2\pi R_f h_f (\Delta \bar{T}_f(t) - \frac{1}{2} \Delta \theta_a(t)) - \sum_N s_N c_N \frac{V}{\ell} \Delta \theta_a(t) & \quad (2.2') \\ &= \frac{1}{2} \sum_N s_N c_N \frac{d\theta_a(t)}{dt} \end{aligned}$$

$$R_f^2 \pi \Delta p(t) - 2R_f h_f (\Delta T_f(t) - \frac{1}{2} \Delta \theta_a(t)) = \frac{dT_f(t)}{dt} \quad (2.3')$$

Nach Laplace-Transformation der Gln. (2.2') und (2.3') und anschließender Umformung erhält man für die normierte dimensionslose Übertragungsfunktion zwischen $\Delta \theta_a$ und Δp folgenden Ausdruck:

$$V(s) = \frac{\Delta \theta_a^* / (\theta_a - \theta_c)_0}{\Delta p^* / p} = \frac{V_0(s)}{1 + \frac{1}{2} s t_{ax} (1 + V_0(s) m)} \quad (2.6)$$

wobei s die Laplace-Variable ist und der Index "*" die Laplace-transformierten Größen bezeichnet.

Außerdem wurden folgende Abkürzungen eingeführt

$$t_{ax} = \frac{l}{v} \quad (2.7)$$

$$m = \frac{R_f^2 \pi S_f C_f}{S_N S_N C_N} = \frac{\text{Wärmekapazität des Brennstoffs}}{\text{Wärmekapazität des Kühlmittels}} \quad (2.8)$$

$$V_0(s) = \frac{1}{1 + s \tau_f} \quad (2.9)$$

$$\tau_f = \frac{R_f S_f C_f}{2 h_f} = \text{Zeitkonstante für den Wärmeübergang vom Brennstoff zur Brennstaboberfläche.} \quad (2.10)$$

Setzt man $s = j\omega$ (wobei ω die Kreisfrequenz ist) und beschränkt sich auf kleine Frequenzen, welche folgende Bedingung erfüllen:

$$\frac{1}{2} \omega^2 t_{ax} \tau_f \ll 1 \quad (2.11)$$

dann läßt sich aus Gl. (2.6) folgende Näherung ableiten

$$V(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T} \quad (2.12)$$

mit

$$T = \tau_f + \frac{1}{2} t_{ax} (1 + m) \quad \text{gesamte Zeitkonstante für den Wärmeübergang vom Brennstab zum Kühlmittel} \quad (2.13)$$

aus Gl. (2.12) bekommt man für Betrag und Phase

$$|V| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega T)^2}} \quad (2.14)$$

$$\angle V = \arctg \{-\omega T\} \quad (2.15)$$

Der Wärmewiderstand zwischen Brennstoff und Kühlmittel setzt sich zusammen aus dem Anteil für den Brennstoff und dem Widerstand zwischen Brennstoffoberfläche und Kühlmittel, d.h. es gilt

$$\frac{1}{2\pi R_f h_g} = \frac{1}{8\lambda \pi} + \frac{1}{2\pi R_f h_g} \quad (2.16)$$

wobei h_g die Wärmeübergangszahl zwischen Brennstoffoberfläche und Kühlmittel ist (im hier betrachteten vereinfachten Modell enthält h_g auch den Wärmewiderstand des Hüllrohrs). Aus den Gln. (2.16) und (2.10) bekommt man

$$\tilde{\tau}_f = \frac{R_f^2 S_f C_f}{8\lambda} + \frac{R_f S_f C_f}{2 h_g} = \tilde{\tau}_{f1} + \tilde{\tau}_{f2} \quad (2.17)$$

wobei

$$\tilde{\tau}_{f1} = \frac{R_f^2 S_f C_f}{8\lambda} \quad \text{die Zeitkonstante für die Wärmeleitung im Brennstoff ist} \quad \text{und} \quad (2.18)$$

$$\tilde{\tau}_{f2} = \frac{R_f S_f C_f}{2 h_g} \quad \text{die Zeitkonstante für den Wärmeübergang von der Brennstoff - zur Brennstaboberfläche} \quad (2.19)$$

Mit den im Anhang 2 angegebenen Daten für die KNK I und den SNR erhält man für die Zeitkonstanten folgende Werte:

KNK I	SNR
$\tau_f = 3,26 \text{ s}$	$\tau_f = 1,46 \text{ s}$
$\tau_{f1} = 2,45 \text{ s}$	$\tau_{f1} = 1,03 \text{ s}$
$\tau_{f2} = 0,81 \text{ s}$	$\tau_{f2} = 0,43 \text{ s}$
$T = 4,6 \text{ s}$	$T = 1,8 \text{ s}$

In beiden Fällen gilt

$$\tau_f \gg \frac{1}{2} t_{ax} (1+m) \quad (2.20)$$

d.h. die Zeitkonstante T für den Wärmeübergang wird hauptsächlich durch den Wärmeübergang im Brennstab bestimmt und nur unwesentlich durch die Kühlmiteileigenschaften. Das eingangs beschriebene Ergebnis, daß $V(\omega)$ relativ unempfindlich gegenüber Änderungen von τ und h_g ist (vgl. Abb. 2 a, b), wird nun aufgrund folgender Betrachtung verständlich:

Aus den Gln. (2.13) und (2.17) folgt

$$T = \frac{R_f S_f C_f}{8\lambda} + \frac{R_f S_f C_f}{2h_j} + \frac{1}{2} t_{ax} (1+m) \quad (2.21)$$

Durch Differentiation folgt für $t_{ax} = \text{const}$ aus Gl. (2.21)

$$|\Delta T| = \tau_{t1} \left| \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \right| + \tau_{t2} \left| \frac{\Delta h_j}{h_j} \right| \quad (2.22)$$

und aus den Gln. (2.14) und (2.15)

$$\frac{|\Delta V|}{|V|} = \frac{(\omega T)^2}{1 + (\omega T)^2} \left| \frac{\Delta T}{T} \right| \quad (2.23)$$

$$|\Delta \angle V| = \frac{\omega T}{1 + (\omega T)^2} \left| \frac{\Delta T}{T} \right| \quad (2.24)$$

für KNK I erhält man mit $\left| \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \right| = 0,2$ und $|\Delta h_g / h_g| = 0,5$

$$|\Delta T|_{h_g = \text{const}} = 0,50 \text{ s} \quad \text{entsprechend} \quad \left| \frac{\Delta T}{T} \right| \approx 11 \%$$

$$|\Delta T|_{\lambda = \text{const}} = 0,4 \text{ s} \quad \text{entsprechend} \quad \left| \frac{\Delta T}{T} \right| \approx 9 \%$$

und für $\left| \frac{\Delta T}{T} \right| = 10 \%$ folgt (für $\omega = 1$) $\frac{|\Delta V|}{|V|} \approx 10 \%$

$$\Delta \angle V \approx 1 \text{ Grad}$$

Für den SNR ergibt sich für dieselben Ungenauigkeiten etwa dasselbe Ergebnis.

3. Bestimmung der Wärmeübergangszahl bei zusätzlicher Messung der Brennstofftemperatur

Im vorherigen Abschnitt wurde gezeigt, daß die Übertragungsfunktion $V(\omega)$ verhältnismäßig unempfindlich gegenüber Änderungen von λ und h_g ist. Dies trifft vor allem für kleine Frequenzen zu, was damit zusammenhängt, daß im stationären Fall $V(\omega)$ unabhängig von T wird: $V(\omega \rightarrow 0) = 1$. Dies folgt direkt aus der Gl. (2.12) oder aus den Beziehungen für den stationären Fall:

Mit der Bedingung

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{dT_f}{dt} = 0 \quad (3.1)$$

erhält man aus den Gln. (2.2) und (2.3) die Beziehung

$$p_o = \frac{v}{l} \frac{S_N S_N C_N}{R_f^2 \pi} (\theta_a - \theta_c)_o \quad (3.2)$$

welche unabhängig von der Wärmeübergangszahl h_f ist. Außerdem folgt aus denselben Gln.

$$p_o = \frac{2 h_f l}{R_f} (T_f - \theta)_o \quad (3.3)$$

$$(T_f - \theta)_o = \frac{1}{2 R_f h_f} \frac{v}{l} S_N S_N C_N (\theta_a - \theta_c)_o \quad (3.4)$$

D.h. im Gegensatz zur stationären Beziehung (3.2) sind die stationären Beziehungen zwischen p_o und T_{f_o} sowie zwischen T_{f_o} und θ_{a_o} (Gln. (3.3) und (3.4)) abhängig von h_f . Infolgedessen ist auch bei den entsprechenden Übertragungsfunktionen zumindest bei kleinen Frequenzen eine stärkere Abhängigkeit von h_f zu erwarten als bei $V(\omega)$.

Aus diesem Grund sollen auch diese Übertragungsfunktionen untersucht werden hinsichtlich der Genauigkeit, mit der daraus h_f bestimmbar ist, obwohl die Brennstofftemperatur in Leistungsreaktoren normalerweise nicht gemessen werden kann. Die Ergebnisse sind jedoch für Untersuchungen

mit instrumentierten Brennelementen von Interesse, bei denen auch Thermoelemente zur Messung von T_f vorgesehen sind. Im Rahmen des einfachen sog. "lumped model" folgt aus den Gln. (2.2) und (2.3) nach Laplace-Transformation und Umformung:

$$U(j\omega) = \frac{\Delta \tilde{T}_f^* / (\theta_c - \theta_c)_0}{\Delta p^* / p_0} = \frac{1}{2} \frac{1 + \frac{\tilde{\tau}_f}{m \tau_{ax/2}} + j\omega \frac{\tilde{\tau}_f}{m}}{1 + j\omega \left[\tilde{\tau}_f + \frac{\tau_{ax}}{2} (m+1) \right]} \quad (3.5)$$

$$W(j\omega) = \frac{\Delta \theta^*}{\Delta T_f^*} = \frac{m}{\left(m + \frac{\tau_f}{\tau_{ax/2}} \right) + j\omega \tau_f} \quad (3.6)$$

für den Betrag und die Phase folgt

$$|U(\omega)| = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Z_u}{N_u}} \quad (3.7)$$

$$\angle U(\omega) = -\arctg \omega \tilde{\tau}_f \frac{\tilde{\tau}_f + m \tau_{ax}}{\tau_f + m \tau_{ax/2}} \quad (3.8)$$

wobei

$$\left. \begin{aligned} Z_u &= \left(1 + \frac{\tilde{\tau}_f}{m \tau_{ax/2}} \right)^2 + \left(\omega \frac{\tilde{\tau}_f}{m} \right)^2 \\ N_u &= 1 + \omega^2 \left[\tilde{\tau}_f + \frac{\tau_{ax}}{2} (1+m) \right]^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.7')$$

$$|W(\omega)| = \frac{m}{\sqrt{\left(m + \frac{\tilde{\tau}_f}{t_{ax}/2}\right)^2 + (\omega \tilde{\tau}_f)^2}} \quad (3.8')$$

$$\angle W(\omega) = -\arctg \left\{ \frac{\omega \tilde{\tau}_f}{m + \frac{\tilde{\tau}_f}{t_{ax}/2}} \right\} \quad (3.9)$$

Bei der Berechnung von $|U(\omega)|$ und $\angle U(\omega)$ wurde die Bedingung (2.11) berücksichtigt. Die Abb. 3 und 4 zeigen diese Funktionen für den SNR. Da $|U(\omega)|$ und $|W(\omega)|$ auch bei kleinen Frequenzen ω noch von τ_f (d.h. von h_f) abhängen, sollten diese Übertragungsfunktionen besser als $V(\omega)$ zur Bestimmung von h_f geeignet sein.

Im folgenden Abschnitt wird quantitativ die Genauigkeit untersucht, mit der sich τ_f aus den Übertragungsfunktionen $V(\omega)$, $U(\omega)$ und $W(\omega)$ bestimmen läßt.

4. Genauigkeit der Wärmeübergangszahl bei Anpassung der Übertragungsfunktionen an Meßwerte unter ausschließlicher Berücksichtigung der statistischen Fehler

Es wird angenommen, daß nur die Funktionswerte der gemessenen Übertragungsfunktionen mit statistischen Fehlern behaftet sind, die Frequenz aber fehlerfrei bestimmt werden kann. Diese Voraussetzung ist gerechtfertigt, da die erstere Fehlerquelle dominiert.

Wie im Anhang 3 gezeigt wird, ergibt sich allgemein für die Varianz σ_a^2 des nach der Methode der kleinsten Quadrate angepaßten Parameters τ_f folgende Beziehung (Gl. A-25)

$$\sigma_a^2 \approx \frac{1}{\sum_{n=1}^{n_t} \left(\frac{F_{an}}{\epsilon_n} \right)^2} \quad (4.1)$$

wobei

ϵ_n = statistischer Fehler eines einzelnen Meßpunktes

$$F_{an} = \frac{\partial F_n}{\partial \tau_f} = \text{Ableitung der Übertragungsfunktionen nach dem anzupassenden Parameter} \quad (4.2)$$

Als anzupassender Parameter wird hier zur Vereinfachung der Gleichungen die Zeitkonstante τ_f gewählt. In Abschnitt 6 wird dann die Genauigkeit von τ_f angegeben, die erforderlich ist, um die bestehenden Ungenauigkeiten der Wärmeübergangszahl h_f (d.h. von λ und h_g) zu verringern. Wird die Übertragungsfunktion für $n = 1, 2, \dots, n_o$ Frequenzpunkte gemessen, dann müssen zur Bestimmung von σ_a^2 die Werte $F_{an}^{(1)}$ und $F_{an}^{(2)}$ aus der Gl. (4.2) für jeweils den Betrag und die Phase der Übertragungsfunktion berechnet und in Gl. (4.1) eingesetzt werden. Die Gesamtzahl n_t der verfügbaren Meßpunkte ist dann

$$n_t = 2 n_o$$

Es wird nun für die verschiedenen Fälle untersucht, unter welchen Bedingungen σ_a^2 möglichst klein wird.

Betrachtung der Funktionen F_{an} :

Die Funktionen $F_{an}^{(1)}(\omega)$ (für den Betrag) und $F_{an}^{(2)}(\omega)$ (für die Phase) ergeben sich durch Differentiation nach dem anzupassenden Parameter entsprechend der Gl. (4.2):

a) Übertragungsfunktion V(ω)

Aus Gl. (4.2) und den Gln. (2.14) und (2.15) folgt:

$$\bar{F}_{an}^{(1)} = \frac{\partial}{\partial \tau_f} |V(\omega)| = \frac{\omega^2 T}{[1 + (\omega T)^2]^{3/2}} \quad (4.3)$$

$$\bar{F}_{an}^{(2)} = \frac{\partial}{\partial \tau_f} \angle V(\omega) = \frac{\omega}{1 + (\omega T)^2} \quad (4.4)$$

In den Abb. 5 a und b sind diese Funktionen für die KNK I und den SNR dargestellt. Sie können durch geeignete Wahl des Frequenzbereiches so optimiert werden, daß σ_a^2 möglichst klein wird.

Die Frequenzen für die Maxima von $\bar{F}_{an}^{(1,2)}$ ergeben sich aus

$$\frac{\partial \bar{F}_{an}^{(1,2)}}{\partial \omega} = 0$$

Man erhält

$$\omega_0 = \frac{1}{T} \sqrt{2} \quad \text{für den Betrag} \quad (4.5)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{T} \quad \text{für die Phase} \quad (4.6)$$

mit den zugehörigen Maximalwerten

$$\bar{F}_{a,max}^{(1)} = \frac{2}{3^{3/2} T} \quad \text{für den Betrag} \quad (4.7)$$

$$\bar{F}_{a,max}^{(2)} = \frac{1}{2T} \quad \text{für die Phase} \quad (4.8)$$

D.h. zur Bestimmung von T aus der Übertragungsfunktion $V(\omega)$ sollten möglichst Frequenzen im Bereich $\omega \approx \frac{1}{T}$ bis $\frac{1}{T} \sqrt{2}$ gewählt werden. Aus den Abb. 5 a und 5 b ist ersichtlich, daß sich kleine Frequenzen $\omega \ll \frac{1}{T}$ hierfür nicht eignen, worauf schon in Abschnitt 2 durch Betrachtung der stationären Verhältnisse hingewiesen wurde.

b) Übertragungsfunktion $U(\omega)$

Aus Gl. (4.2) und den Gln. (3.7) und (3.8) folgt

$$F_{an}^{(1)} = \frac{\partial}{\partial \hat{\tau}_f} |U(\omega_n)| = - \frac{\frac{1}{m \tau_{ax}} + \frac{2 \hat{\tau}_f}{m^2} \left(\omega_n^2 + \frac{1}{(\tau_{ax}/2)^2} \right) N_u - \omega_n^2 [2 \hat{\tau}_f + \tau_{ax} (1+m)] Z_u}{4 |U| N_u^2} \quad (4.9)$$

wobei die Bedingung (2.20) wieder als gültig vorausgesetzt wurde

$$F_{an}^{(2)} = \frac{\partial}{\partial \hat{\tau}_f} \angle U(\omega_n) = - \frac{\omega_n \left[\frac{\hat{\tau}_f (\hat{\tau}_f + m \tau_{ax}) + m^2 \frac{\tau_{ax}^2}{2}}{\hat{\tau}_f + m \frac{\tau_{ax}}{2}} \right]}{1 + \omega_n^2 \left[\hat{\tau}_f \frac{\hat{\tau}_f + m \tau_{ax}}{\hat{\tau}_f + m \tau_{ax}/2} \right]^2} \quad (4.10)$$

Diese Funktionen sind für den SNR als Beispiel in Abb. 6 dargestellt.

c) Übertragungsfunktion $W(\omega)$

Aus Gl. (4.2) und den Gln. (3.8) und (3.9) folgt

$$F_{an}^{(1)} = \frac{\partial |W(\omega_n)|}{\partial \hat{\tau}_f} = - m \frac{\frac{m}{\tau_{ax}/2} + \frac{\hat{\tau}_f}{(\tau_{ax}/2)^2} + \omega_n^2 \hat{\tau}_f}{\left[\left(m + \frac{\hat{\tau}_f}{\tau_{ax}/2} \right)^2 + (\omega_n \hat{\tau}_f)^2 \right]^{3/2}} \quad (4.11)$$

$$F_{an}^{(2)} = \frac{\partial \angle W(\omega_n)}{\partial \hat{\tau}_f} = - \frac{\omega_n m}{\left(\frac{\hat{\tau}_f}{m + \frac{\hat{\tau}_f}{\tau_{ax}/2}} \right)^2 + \omega_n^2} \quad (4.12)$$

Diese Funktionen sind für den SNR als Beispiel in Abb. 7 dargestellt.

Der Vergleich der Abb. 6 und 7 zeigt, daß $|U|$ wesentlich stärker als $|W|$ von τ_f abhängt. Für die Phase gilt zwar das Gegenteil, doch wird wegen $|W| < |U|$ bei der Messung die Kohärenz zwischen Θ und T_f wesentlich geringer sein als zwischen T_f und μ . Man wird daher, falls T_f auch gemessen werden kann, für die Analyse hauptsächlich die Übertragungsfunktion $U(\omega)$ heranziehen.

Betrachtung des statistischen Fehlers

Bei Messungen der Übertragungsfunktion hängt der statistische Fehler ϵ ab von der Meßzeit T_m und der Kohärenz γ zwischen den beiden Meßsignalen (z.B. bei $V(\omega)$ zwischen den Signalen p und Θ_a , wobei

$$\gamma = \frac{|S_{p, \Theta_a}|}{\sqrt{S_{pp} \cdot S_{\Theta_a, \Theta_a}}}$$

Die Fehlerformeln für die nach Gl. (2.1) bestimmte Übertragungsfunktion sind in /7/ angegeben. Mit diesen Fehlerformeln wurden Fehlerfunktionen in Abhängigkeit von T_m und der Kohärenz berechnet /8/. Die Ergebnisse wurden aus Ref. /8/ entnommen und sind in den Abb. 8 und 9 dargestellt. Dabei ist der Parameter n bestimmt durch die gesamte Meßzeit T_m und die Frequenzauflösung Δf

$$n = T_m \Delta f$$

Damit lassen sich auch für eine gewünschte Meßgenauigkeit die Versuchsparameter T_m und Δf festlegen.

5. Systematische Fehler

Im folgenden sollen nur jene systematischen Fehler betrachtet werden, welche bei der Messung der Übertragungsfunktionen $V(\omega)$, $U(\omega)$ und $W(\omega)$ auftreten können und deren Korrektur unter Umständen problematisch ist.

5.1 Zeitkonstante des Thermoelementes

Die Wärmekapazität und Leitfähigkeit der üblicherweise im Reaktor verwendeten Mantelthermoelemente bilden für das Temperatursignal ein Tiefpaßfilter mit einer typischen Zeitkonstante von etwa 0,25 s. ^{x)} Die entsprechenden Korrekturen können bei Kenntnis dieser Zeitkonstanten leicht vorgenommen werden. Ihre Berechnung aus den Materialdaten kann durch spezielle Einbauweisen (z.B. in Rohre) erschwert werden. Bei Bedarf könnte jedoch in einem Modellaufbau die Zeitkonstante direkt gemessen werden.

5.2 Strömungsgeschwindigkeit des Kühlmittels

Für die Fehleranalyse wurde hier das vereinfachte sog. "lumped model" verwendet. Zur Parameterbestimmung wird man bessere Modelle benutzen, welche auch Laufzeiteffekte durch das strömende Kühlmittel zu berücksichtigen gestatten. Daher muß zur Berechnung der anzupassenden Übertragungsfunktionen $V(\omega)$ und $W(\omega)$ auch die Kühlmittelgeschwindigkeit für das untersuchte BE bekannt sein. Da diese im Normalfall nicht direkt separat gemessen werden kann (mangels Instrumentierung mit Durchflußmessern), muß sie entweder direkt berechnet oder aus der Aufheizspanne und der Leistung bestimmt werden. Nimmt man für die Durchsatzgeschwindigkeit einen relativen Fehler von 5 % bis 10 % an, dann bedingt das nach Gl. (2.13) für die Zeitkonstante T den Fehler

$$|\Delta T| = \frac{1}{2} (1 + m) t_{ax} \left| \frac{\Delta v}{v} \right|$$

Entsprechend obiger Annahme beträgt er für

^{x)} Die effektive Zeitkonstante t_{eff} war aber bedingt durch die Einbauweise in besonderen Schutzrohren in KNKI größer ($t_{eff} \approx 0,7$ s)

$$\begin{aligned} \text{KNK I} \quad \Delta T &= 0,07 \text{ s} \hat{=} 1,5 \% \text{ bei } \frac{\Delta v}{v} = 5 \% \\ \Delta T &= 0,14 \text{ s} \hat{=} 3 \% \text{ bei } \frac{\Delta v}{v} = 10 \% \end{aligned}$$

und für den

$$\begin{aligned} \text{SNR} \quad \Delta T &= 0,018 \text{ s} \hat{=} 1 \% \text{ für } \frac{\Delta v}{v} = 5 \% \\ \Delta T &= 0,036 \text{ s} \hat{=} 2 \% \text{ für } \frac{\Delta v}{v} = 10 \% \end{aligned}$$

Bei Anpassung der nach Gl. (2.12) gegebenen Funktion $V(\omega)$ an Meßdaten kann zunächst nur die Zeitkonstante T adjustiert und bestimmt werden. Wird dann daraus die für den Wärmeübergang eigentlich interessierende Zeitkonstante τ_f bestimmt (nach Gl. (2.13)), dann ist bei der Berechnung des Gesamtfehlers auch dieser systematische Fehler mit zu berücksichtigen. Er ist beim SNR etwas kleiner als bei KNK I, weil beim SNR die Kühlmittelgeschwindigkeit größer und damit die Laufzeit kleiner ist als bei KNK I.

In jedem Fall ist dieser systematische Fehler aber kleiner als die statistisch bedingten Meßfehler (vgl. Abschnitt 6).

5.3 Fehler durch Eingangssignale, welche mit dem gemessenen Eingangssignal korreliert sind

Diese Fehler treten auf, wenn außer dem eigentlichen Eingangssignal (z.B. der Leistung bei $V(\omega)$) noch weitere mit Δp korrelierte Eingangssignale existieren, welche ebenfalls die betrachtete Ausgangsgröße (z.B. $\Delta \theta_a$) beeinflussen. Fehler dieser Art können durch Rückkopplungseffekte auftreten. Sie spielten zwar an KNK I wegen der inhärenten Instabilität des Reaktors bei kleinen Frequenzen eine Rolle, dürften aber sonst im allgemeinen vernachlässigbar sein.

6. Anforderungen an die Meßgenauigkeit

Im Abschnitt 4 wurde eine Analyse des statistischen Fehlers durchgeführt, mit dem die adjustierte Zeitkonstante τ_f für den Wärmeübergang bei der Anpassung der Übertragungsfunktionen an die entsprechenden Meßwerte behaftet ist. Diese Zeitkonstante hängt von den eigentlich interessierenden Parametern λ und h_g nach Gl. (2.17) ab. Für den mittleren Fehler $\overline{\Delta\tau_f}$, welcher durch die Ungenauigkeiten $\Delta\lambda$ und Δh_g bedingt ist, folgt daraus

$$|\overline{\Delta\tau_f}| = \sqrt{\left(\frac{\partial\tau_f}{\partial\lambda}\right)^2 \Delta\lambda^2 + \left(\frac{\partial\tau_f}{\partial h_g}\right)^2 \Delta h_g^2} = \sqrt{\left(\tilde{c}_{f1} \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\tilde{c}_{f2} \frac{\Delta h_g}{h_g}\right)^2} \quad (5.1)$$

Um eine Größenvorstellung zu bekommen, wurden für die zur Zeit noch bestehenden Ungenauigkeiten folgende Richtwerte angesetzt:

$$\begin{aligned} \left|\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right| &= 20\% \\ \left|\frac{\Delta h_g}{h_g}\right| &= 50\% \text{ bis } 100\% \end{aligned} \quad (5.2)$$

Mit Gl. (5.1) ergeben sich daraus folgende mittlere Fehler für τ_f (mit $\Delta h_g/h_g = 50\%$)

$$\overline{\Delta\tau_f} = 0,63 \text{ s} = > \approx 20\% \text{ für KNK I}$$

$$\overline{\Delta\tau_f} = 0,28 \text{ s} = > \approx 20\% \text{ für den SNR}$$

Zur Verbesserung der Genauigkeit von λ und (oder) h_g muß daher der Fehler der angepaßten Zeitkonstanten τ_f deutlich unter 20 % liegen.

Neben der Verbesserung der Genauigkeit von λ und h_g für ein frisches Core besteht auch der Wunsch, mögliche Änderungen dieser beiden Parameter (z.B. durch den Abbrand bedingt) während des Reaktorbetriebes zu identifizieren. Es ist bekannt, daß sich während des Betriebes h_g unter Umständen stark ändern kann.

Die während des Betriebes auftretenden und nachzuweisenden Änderungen sollten aber aus Konsistenzgründen ebenfalls kleiner als die oben angegebenen noch bestehenden Unsicherheiten sein. Damit ergeben sich bezüglich der Genauigkeit von τ_f dieselben Anforderungen.

7. Messungen an KNK I

Da an KNK I die Brennstofftemperatur nicht gemessen werden konnte, war es nur möglich, die Wärmeübergangszahl aus der Übertragungsfunktion $V(\omega)$ zu bestimmen. Dabei wurden zwei Verfahren angewandt:

- a) Messung während des normalen Reaktorbetriebes unter Verwendung der inhärenten Leistungsschwankungen
- b) Messung mit pseudostatistischen Leistungsschwankungen, welche durch Regelstabbewegungen manuell erzeugt wurden.

7.1 Messung von $V(\omega)$ während des normalen Reaktorbetriebes unter Verwendung der inhärenten Leistungsschwankungen

Über Messungen dieser Art wurde bereits berichtet /5/. Es lagen folgende typische Meßbedingungen vor:

$$\begin{aligned} \text{Meßzeit } T_m &\approx 8 \text{ h} = 28,8 \cdot 10^3 \text{ s} \\ \Delta f &\approx 10^{-3} \text{ Hz} \\ n &= T_m \cdot \Delta f \approx 30 \end{aligned}$$

Für die Kohärenz ergab sich dabei die in Abb. 10 dargestellte Funktion $\gamma(\omega)$. Unter Verwendung dieser Funktion wurden mit Hilfe der in den Abb. 8 und 9 gezeigten Fehlerfunktionen die ϵ_n -Werte für die einzelnen Meßpunkte bestimmt. Mit diesen Werten und den Funktionen $F_{an}^{(1,2)}$ (Abb. 5) ergab sich für die relative Standardabweichung der angepaßten Zeitkonstanten nach Gl. (4.1)

$$\frac{\sigma_a}{\tau_f} \approx 16 \%$$

Diese Fehlerspanne liegt etwas unter der geforderten oberen Grenze (vgl. Abschnitt 6), so daß an KNK I die Anwendung dieser Methode zur Bestimmung der Wärmeübergangszahl gerade noch vertretbar ist.

Eine analoge Fehlerbetrachtung wurde auch für den SNR durchgeführt unter der Voraussetzung, daß zwischen den beiden Meßgrößen Δp und $\Delta \theta_a$ dieselbe Kohärenz besteht. (Diese Annahme ist infolge der am SNR im Vergleich zur KNK I günstigeren Stabilitätsbedingung sicher optimistisch.) Da die SNR Brennstäbe eine kleinere Zeitkonstante haben, verschiebt sich in diesem Fall der empfindliche Meßbereich ($\omega \approx \frac{1}{T}$) zu höheren Frequenzen, was gleichzeitig infolge der abnehmenden Kohärenz zu größeren statistischen Fehlern führt. Dieser Effekt ist größer als die Zunahme der Funktionswerte F_a (vgl. Abb. 5 und Gln. (4.7) und (4.8)).

Es ergab sich für die relative Standardabweichung

$$\frac{\tilde{\sigma}_a}{\tau_f} = 30 \%$$

Dieser Fehler entspricht nicht den Anforderungen, so daß solche Messungen am SNR nicht sinnvoll erscheinen. Dieselbe Aussage gilt auch für die KNK II, da die Wärmeübergangszahl der des SNR ähnlich ist.

7.2 Messungen von $V(\omega)$ durch manuelle Regelstabanregung

Zur Verringerung des statistischen Fehlers wurden anstelle der inhärenten Leistungsschwankungen auch größere Leistungsschwankungen, welche durch manuelle Regelstabbewegungen erzeugt wurden, für die Messung von $V(\omega)$ verwendet. Dieser Versuch wurde vollkommen analog zur Messung der Reaktivitätsleistungsübertragungsfunktion durchgeführt /9/: Das automatische Regelsystem wurde ausgeschaltet und der Operateur bewegte entsprechend einer pseudostatistischen binären Impulsfolge den Regelstab. Die pseudostatistische binäre Impulsfolge (PBI) wurde mit Hilfe der üblichen Pseudoräuschgeneratoren erzeugt. (Daten über den verwendeten Pseudoräuschgenerator sowie über die erzeugte Zufallsfolge sind in Ref. /9/ angegeben.) Die

so erzeugten Leistungsschwankungen waren etwas kleiner als 1 % und stellten demnach einen verhältnismäßig unerheblichen Eingriff in den normalen Betriebsablauf dar. Sie waren aber im Vergleich zu den inhärenten Leistungsschwankungen ca. um den Faktor 10 größer. Dadurch wurde die Kohärenz zwischen Δp und $\Delta \Theta_a$ im Bereich $\omega > 0,1 \left[\frac{1}{s} \right]$ wesentlich verbessert (Abb. 10), da der Anteil der weiteren Ursachen für Kühlmitteltemperaturschwankungen (nämlich $\Delta \Theta_e$ und $\Delta \mu$ sowie lokale Effekte) im Vergleich zu den durch die Leistungsschwankungen erzeugten relativ klein wurde. Die Abb. 11 a, b zeigen einen Vergleich der auf diese Weise gemessenen Übertragungsfunktion $V(\omega)$ mit berechneten Funktionen, welche mit dem Rechenprogramm HETRA /6/ sowie mit Gl.(2.12) erhalten wurden. Wie erwartet besteht im ersteren Fall eine bessere Übereinstimmung mit den Messungen als zwischen dem "lumped Model" (Gl. 2.12) und den Messungen.

Beide Rechnungen wurden mit $h_g = 0,4 \frac{W}{cm^2 s}$ durchgeführt (alle übrigen Daten wie im Anhang 2). Für andere Wärmeübergangszahlen h_g war die Übereinstimmung mit den Meßergebnissen weniger gut. Die noch bestehenden Diskrepanzen zwischen den HETRA-Rechnungen und den Messungen bei der Phase für $\omega > 0,3$ sind entweder auf eine noch nicht optimal angepaßte Temperaturabhängigkeit von h_g zurückzuführen oder auf systematische Fehler. Die Meßergebnisse enthalten zwar Korrekturen für die in Abschnitt 5 angegebenen systematischen Fehler. Die effektive Zeitkonstante für die Thermolemente und die Kühlmittelgeschwindigkeit wurden jedoch nur näherungsweise bestimmt, da eine höhere Genauigkeit erheblich mehr Aufwand erfordert hätte der nach dem Umbau von KNK I nicht mehr sinnvoll erschien.

Im Rahmen dieser Untersuchung bestand das eigentliche Ziel vielmehr darin, die überhaupt erzielbare Genauigkeit von τ_f bzw. der gesamten Wärmeübergangszahl h_f abzuschätzen.

Hierfür wurde wie im vorhergehenden Fall mit Hilfe der Kohärenz (Abb. 10), der Fehlerfunktion (Abb. 8, 9) sowie unter Verwendung der Funktionen F_a (Abb. 5) nach Gl. (4.2) die Varianz der adjustierten Zeitkonstante berechnet. Für die relative Standardabweichung ergab sich

$$\frac{\sigma_a}{\tau_f} = 5 \%$$

Da dieser Wert beträchtlich kleiner als die bestehenden Unsicherheiten ist, können solche Messungen zusätzliche Information liefern. Voraussetzung dafür ist, daß auch die systematischen Fehler entsprechend klein bleiben. Für analoge Messungen am SNR (und KNK II) ist ungefähr dieselbe relative Standardabweichung zu erwarten ($\sigma_a / \tau_f \approx 7 \%$), da dieselben Meßbedingungen bezüglich T_m und γ realisierbar sein sollten und die Maxima der Funktionen $F_{an}^{(1,2)}$ immer noch im Bereich großer Kohärenz zwischen den Meßgrößen liegen.

8. Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

Mit Hilfe eines einfachen Modells wurden die Übertragungsfunktionen zwischen der Leistung und der Kühlmittel- sowie der Brennstofftemperatur und zwischen der Kühlmittel- und der Brennstofftemperatur berechnet. Unter Verwendung dieser einfachen Funktionen wurden die statistischen Fehler der Zeitkonstanten τ_f abgeschätzt, welche sich bei der Anpassung der verschiedenen berechneten Übertragungsfunktionen an die entsprechenden gemessenen Übertragungsfunktionen ergeben. Am ausführlichsten wurde die Übertragungsfunktion $V(\omega)$ betrachtet, da diese praktisch an jedem Reaktor ohne zusätzliche Instrumentierung gemessen werden kann. Hierfür zeigte der Vergleich zwischen den statistischen Fehlern mit den wichtigsten systematischen Fehlern, daß die Genauigkeit des anzupassenden Parameters h_f im wesentlichen von den statistischen Fehlern abhängt. Bei Messungen an KNK I mit inhärenten stochastischen Leistungs-

schwankungen entsprach der erreichbare statistische Fehler ungefähr den Anforderungen. Für dieselben Messungen am SNR und KNK II ist der erwartete Fehler größer als zur Gewinnung von neuer Information notwendig wäre. Das liegt an der kleinen Zeitkonstante τ_f , welche am SNR und KNK II den empfindlichen Frequenzbereich in eine Gegend verschiebt, in der durch die geringere Kohärenz größere statistische Fehler auftreten. Durch Verwendung von manuell induzierten Leistungsschwankungen (mit der Amplitude von ca. 0,5 % bis 1 %) konnte der statistische Fehler erheblich reduziert werden. Durch Anwendung dieses Verfahrens (mit einer Regelstabanregung ähnlich wie bei den an KNK I durchgeführten Messungen /9/) können auch an KNK II und am SNR die Zeitkonstanten τ_f mit einem statistischen Fehler von ca. 7 % bestimmt werden. Wie die Abb. 5 a und b zeigen, liefert die Phase von $V(\omega)$ mehr Information als der Betrag. Dies muß bei der Auswertung unbedingt berücksichtigt werden.

An Leistungsreaktoren ohne Sonderinstrumentierung ist also durch Messung von $V(\omega)$ mit Hilfe kleiner Leistungsschwankungen bis höchstens 1 %, welche mit dem Regelsystem induziert werden können, die Wärmeübergangszahl bestimmbar. Die dabei erzielbare Genauigkeit ist besser als die bisher bekannte. Eine weitere Optimierung bezüglich der Meßdauer und Genauigkeit kann dadurch erreicht werden, daß die induzierten Leistungsschwankungen hauptsächlich auf den Frequenzbereich konzentriert werden, in welchem F_a möglichst groß ist ($\omega \approx \frac{1}{T}$). Solche Messungen sind daher zur Erhöhung der Sicherheit und zur besseren Überwachung sinnvoll. Der normale Betrieb wird dadurch kaum beeinträchtigt.

Wenn in Ausnahmefällen auch zusätzlich die Brennstofftemperatur T_f gemessen werden kann, dann kann man mit der Übertragungsfunktion $U(\omega)$ zwischen T_f und q die Wärmeübergangszahl h mit wesentlich größerer Genauigkeit bestimmen als mit der Übertragungsfunktion $V(\omega)$. Dies kann direkt aus dem Verlauf der Funktionen $U(\omega)$ und $\frac{\partial U(\omega)}{\partial \tau_f}$ geschlossen werden. Eine genaue Aussage darüber, ob diese Verbesserung ausreicht, um auch inhärente Leistungsschwankungen zur Messung von $U(\omega)$ verwenden zu können, läßt sich ohne Überprüfung der dabei erzielbaren Kohärenz zwischen Δq und ΔT_f aber nicht machen. Eine grobe Abschätzung läßt dies jedoch erwarten in Übereinstimmung mit den Aussagen in Ref. /1/.

Bei der außerdem meßbaren Übertragungsfunktion $W(\omega)$ zwischen T_f und $\Delta\theta$ hängt die Phase sehr empfindlich von der Wärmeübergangszahl ab. Falls die Kohärenz zwischen den beiden Meßgrößen bei inhärenten Leistungsschwankungen etwa denselben Verlauf hat, wie die Kohärenz zwischen Δp und $\Delta\theta_a$ (vgl. Abb. 10), kann auch aus $W(\omega)$ die Wärmeübergangszahl mit einer im Vergleich zum gegenwärtigen Stand verbesserten Genauigkeit bestimmt werden.

Literaturverzeichnis

- /1/ E. Robinson: Heat Transfer Properties of Fuel Pins Determined by Noise Analysis. IAEA-SM-190/11 Symposium Prag 1973
- /2/ H. Raum, G. Bronner, W.D. Krebs: Bestimmung des Wärmeüberganges Brennstoff-Hülle aus Reaktivitätsmessungen am KCB-Reaktor. Reaktortagung, Nürnberg, 1975, Deutsches Atomforum, Kerntechnische Gesellschaft. Seite 225
- /3/ B. Puch, E. Robinson: Heat Transfer Time Constant of a Fuel Pin Measured by Cross-Correlation Methods. Atomwirtschaft, Band 19, 1974, Seite 181
- /4/ W. Dänner: Bestimmung der betriebsmäßigen Wärmeleitfähigkeit von keramischem Kernbrennstoff und der Wärmedurchgangszahl des Gaspaltes zwischen Brennstoff und Hüllrohr nach dem Balanced Oscillator Verfahren. KFK 1125, Jan. 1970
- /5/ P. Hoppé, F. Mitzel: Die Bedeutung von integralen und lokalen Kühlmitteltemperaturschwankungen für die Sicherheit und Regelung natriumgekühlter Reaktoren. Unveröffentlicht
- /6/ C. Calderola, P. Ferranti, F. Mitzel: Fast Reactor Transfer Functions with Special Reference to the Nonlinearities and to the Spatial Dependence of the Heat Transfer Process. Nuclear Technology Vol. 31 Nr. 3 1976, Seite 306
- /7/ G.M. Jenkins, D.G. Watts: Spectral Analysis and Its Applications. Holden-Day, San Francisco, 1968
- /8/ J. Ehrhardt: Statistische Fehler bei der digitalen Messung von Kohärenzfunktion, spektraler Leistungsdichte und Übertragungsfunktion. Unveröffentlicht
- /9/ P. Hoppé, F. Mitzel: Berechnung, Messung und Analyse der Übertragungsfunktion zwischen der Reaktivität und der Leistung an der KNK I. KFK 2385, Feb. 1977
- /10/ R. Zurmühl: Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker. Springer, Berlin 1961

Anhang 1 Nomenklatur

C_N	spezifische Wärmekapazität des Natriums
C_f	spezifische Wärmekapazität des Kernbrennstoffs
F	allg. Symbol für eine Übertragungsfunktion
F_a	Ableitung von F nach dem anzupassenden Parameter
h_f	Wärmeübergangszahl zwischen Brennstoff und Kühlmittel
h_g	Wärmeübergangszahl zwischen Brennstoffoberfläche und Kühlmittel
l	Corelänge
m	Verhältnis von Wärmekapazitäten (Gl. (2.8))
n	Anzahl der verwendeten Zeitintervalle bei Messung der Übertragungsfunktionen
p	Leistung in einem Brennstab
R_f	Radius des Brennstoffstabes
S	spektrale Leistungsdichte
S_N	Kühlmittelquerschnittsfläche, bezogen auf einen Brennstab
s	Laplace-Variable (= $j\omega$)
T	Zeitkonstante Gl. (2.13)
T_f	mittlere Brennstofftemperatur
T_m	Meßzeit
t	Variable für die Zeit
t_{ax}	Zeitkonstante für den Kühlmitteldurchsatz Gl. (2.8)
v	Kühlmittelgeschwindigkeit
v_n	Differenz zwischen gemessenem und angepaßtem Wert der Übertragungsfunktion
w_n	Wichtungsfunktion für einzelne Meßpunkte

$U(s)$	Übertragungsfunktion zwischen der Brennstofftemperatur und der Leistung
$V(s)$	Übertragungsfunktion zwischen der Kühlmitteltemperatur und der Leistung
$W(s)$	Übertragungsfunktion zwischen der Kühlmittel- und der Brennstofftemperatur
γ	Kohärenz
ϵ_n	statistischer Fehler eines Meßpunktes
θ	mittlere Kühlmitteltemperatur im Core
θ_a	Kühlmittelaustrittstemperatur
θ_e	Kühlmittelintrittstemperatur
λ	Wärmeleitfähigkeit des Kernbrennstoffs
μ	Kühlmitteldurchsatz in einem Brennelement
ρ_f	Dichte des Kernbrennstoffs
ρ_N	Dichte des Natriums
σ_a^2	mittlerer quadratischer Fehler des angepaßten Parameters τ_f
τ_f	Zeitkonstante für den Wärmeübergang Gl. (2.10)
ω	Kreisfrequenz
Indizes	n Spezifizierung individueller Meßpunkte
	o stationärer Wert
	* Operation der Laplace-Transformation

Anhang 2 Verwendete Daten

Größe	Dimension	KNK I	SNR
R_f	cm	0,43	0,26
l	cm	100	96
ρ_f	g/cm^3	10,7	11,1
c_f	Ws/gK	0,32	0,33
λ	W/cmK	0,033	0,027
t_{ax}	s	0,74	0,20
h_g	$\text{W/cm}^2\text{K}$	1,0	1,0
m	-	2,7	2,6

Anhang 3 Verwendete Fehlerformeln

Die Wärmeübergangszahl wird bestimmt durch Anpassung der berechneten Übertragungsfunktionen an die Meßwerte nach der Methode der kleinsten Quadrate. Dabei wird die Zeitkonstante τ_f adjustiert. Aus ihr ergibt sich dann nach Gl. (2.16) die Wärmeübergangszahl h_f .

Im vorliegenden Fall gibt es zwei meßbare Koordinaten, nämlich die Kreisfrequenz ω_n als unabhängige Variable und die Werte der Übertragungsfunktionen $F_n(\omega_n)$, wobei

$$F_n(\omega_n, \tau_f) \equiv \begin{cases} V_n(\omega_n, \tau_f) \\ U_n(\omega_n, \tau_f) \\ W_n(\omega_n, \tau_f) \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Der Index n bezeichnet individuelle Meßpunkte.

Es wird vorausgesetzt, daß die Frequenz fehlerfrei bestimmt werden kann und nur $F_n(\omega)$ mit statistischen Fehlern behaftet ist. Diese Näherung ist gerechtfertigt, da die letzteren Fehler dominieren. Nach /10/ ergeben sich für den mittleren quadratischen Fehler σ_a^2 des Parameters folgende Beziehungen:

1. Für den Fall, daß alle Meßpunkte bei der Anpassung dieselbe Wichtung erhalten, folgt

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{n_t} \frac{\sum_n v_n^2}{\sum_n \bar{f}_{a_n}^2} \quad (\text{A.2})$$

wobei

n_t = Gesamtzahl der Meßpunkte ($n_t = 2 n_o$, jeweils n_o für den Betrag und die Phase)

v_n = Differenz zwischen gemessener Übertragungsfunktion und
angepaßter Übertragungsfunktion am Meßpunkt n

$$F_{an} = \frac{\partial F_n}{\partial \tau_f} \text{ für jeweils Betrag und Phase} \quad (\text{A.3})$$

2. Wenn die einzelnen Meßpunkte mit folgenden Gewichtungsfaktoren w_n
versehen werden

$$w_n = \frac{1}{\epsilon_n^2}$$

wobei ϵ_n den statistischen Fehler des einzelnen Meßpunktes bezeichnet,
dann ergibt sich

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{n_t} \frac{\sum_n \left(\frac{v_n}{\epsilon_n}\right)^2}{\sum_n \left(\frac{F_{an}}{\epsilon_n}\right)^2} \quad \text{für } n_t \gg 1 \quad (\text{A.4})$$

Da die Differenzen v_n beim Fehlen von systematischen Fehlern in
demselben Bereich liegen wie die statistischen Fehler, gilt

$$\frac{1}{n_t} \sum_n \left(\frac{v_n}{\epsilon_n}\right)^2 \approx 1 \quad (\text{A.5})$$

Damit erhält man folgende Abschätzung für den mittleren quadratischen
Fehler des angepaßten Parameters

$$\sigma_a^2 \approx \frac{1}{\sum_{n=1}^{n_t} \left(\frac{F_{an}}{\epsilon_n}\right)^2} \quad (\text{A.6})$$

Fluktuationen

Kühlmittelaustrittstemperatur

Einzelkomponenten

Gesamtwert

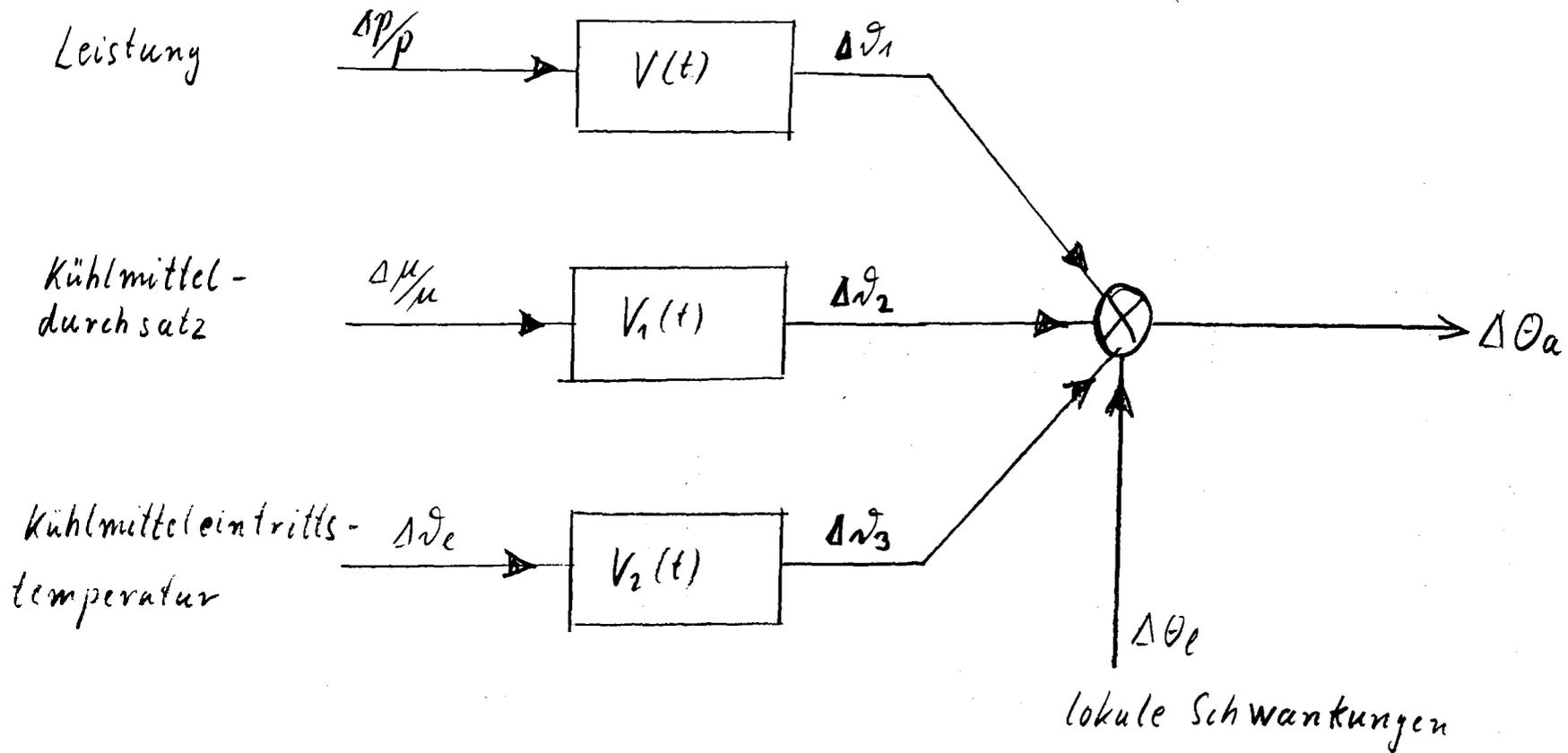


Abb. 1 Einflußgrößen der Kühlmittelaustrittstemperatur

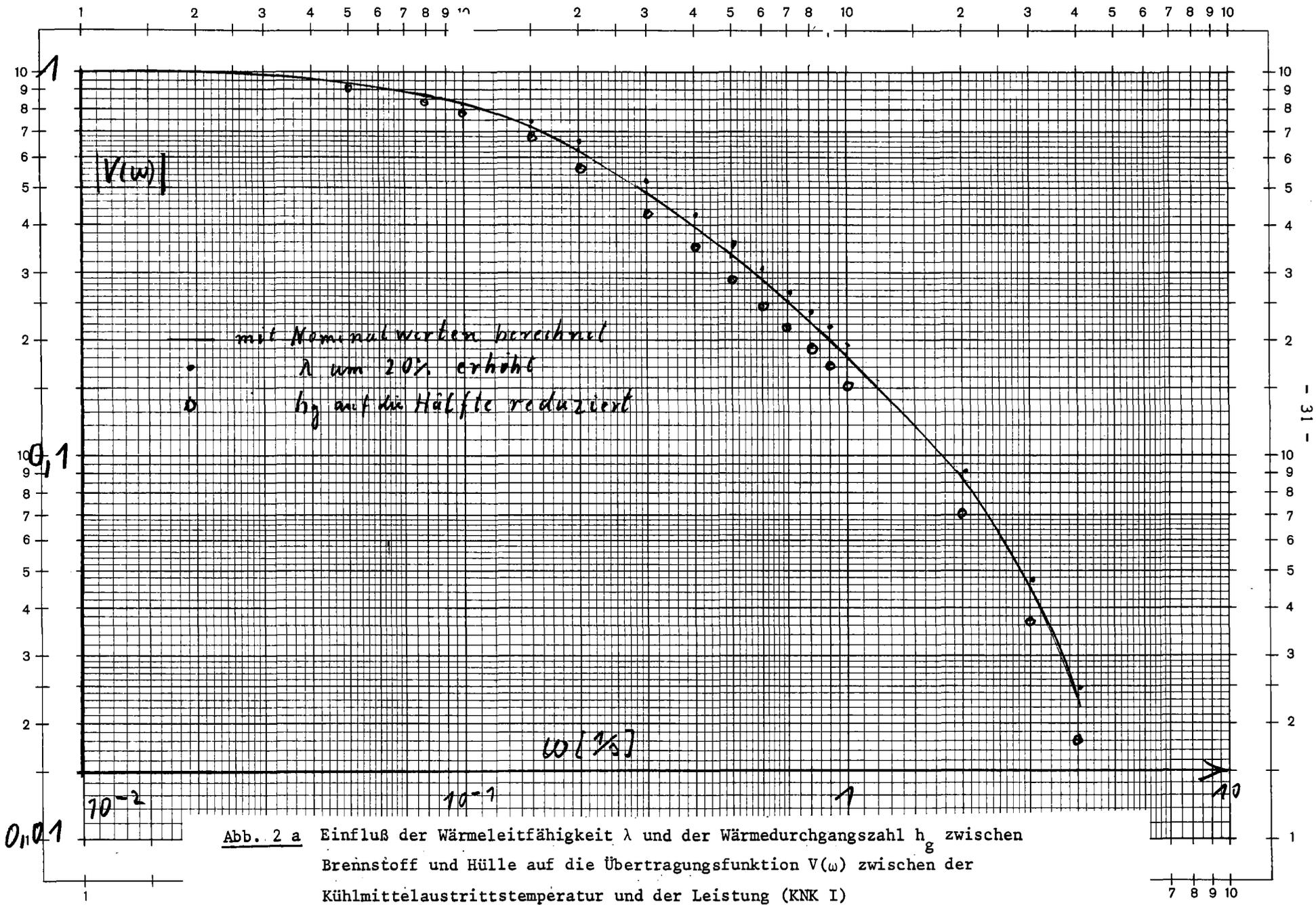


Abb. 2 a Einfluß der Wärmeleitfähigkeit λ und der Wärmedurchgangszahl h_g zwischen Brennstoff und Hülle auf die Übertragungsfunktion $V(\omega)$ zwischen der Kühlmittelaustrittstemperatur und der Leistung (KNK I)

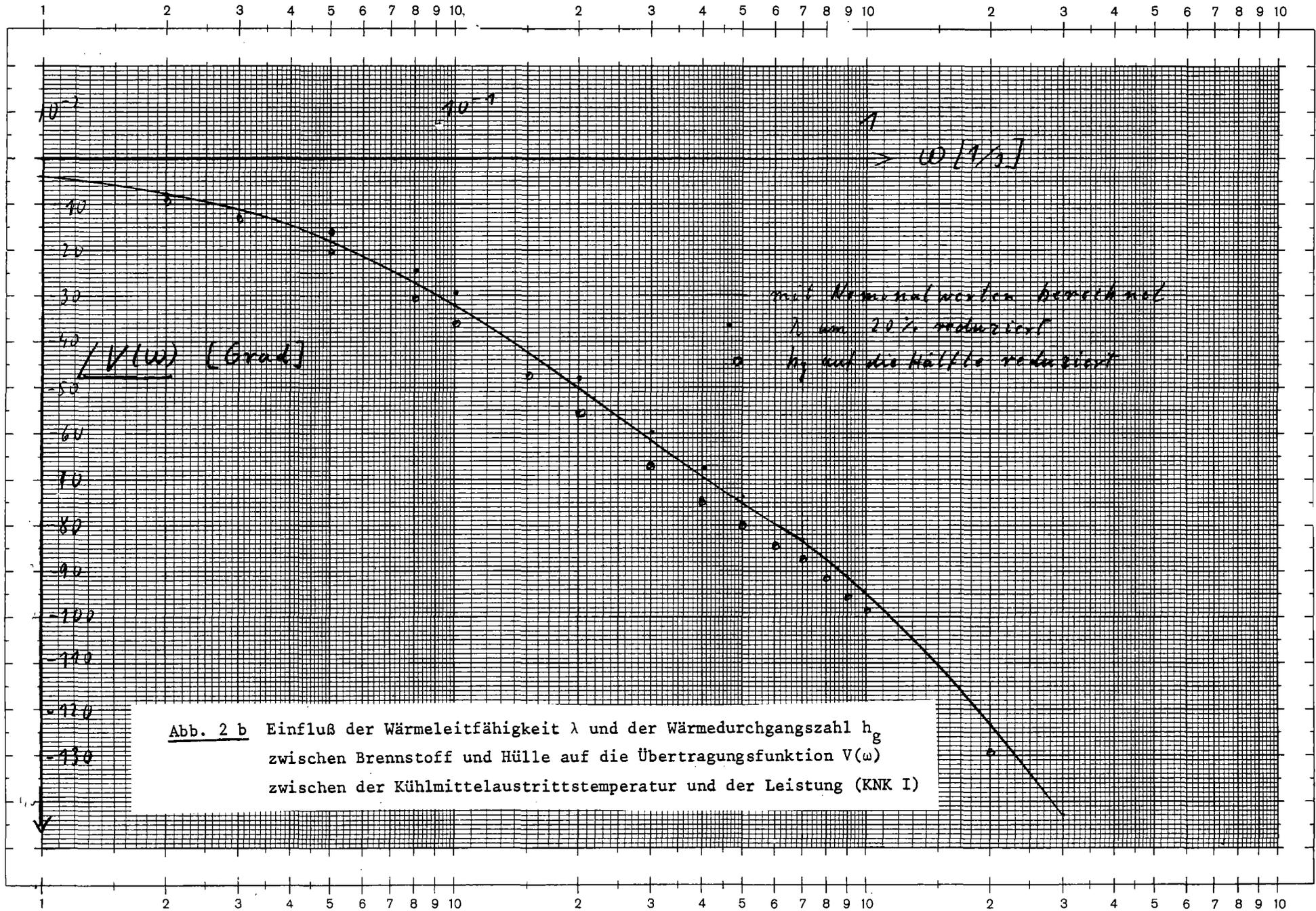


Abb. 2 b Einfluß der Wärmeleitfähigkeit λ und der Wärmedurchgangszahl h_g zwischen Brennstoff und Hülle auf die Übertragungsfunktion $V(\omega)$ zwischen der Kühlmittelaustrittstemperatur und der Leistung (KNK I)

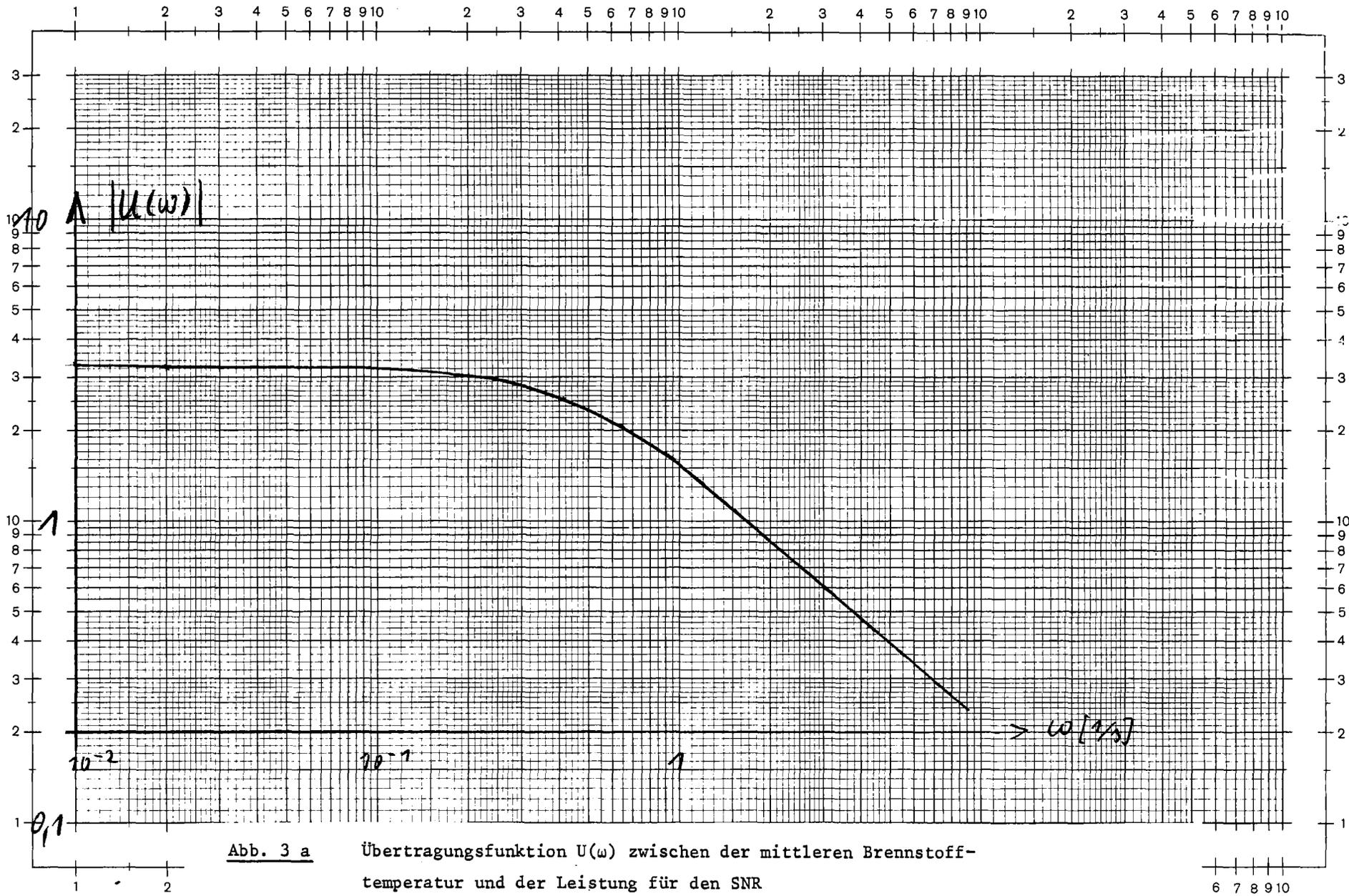


Abb. 3 a

Übertragungsfunktion $U(\omega)$ zwischen der mittleren Brennstofftemperatur und der Leistung für den SNR

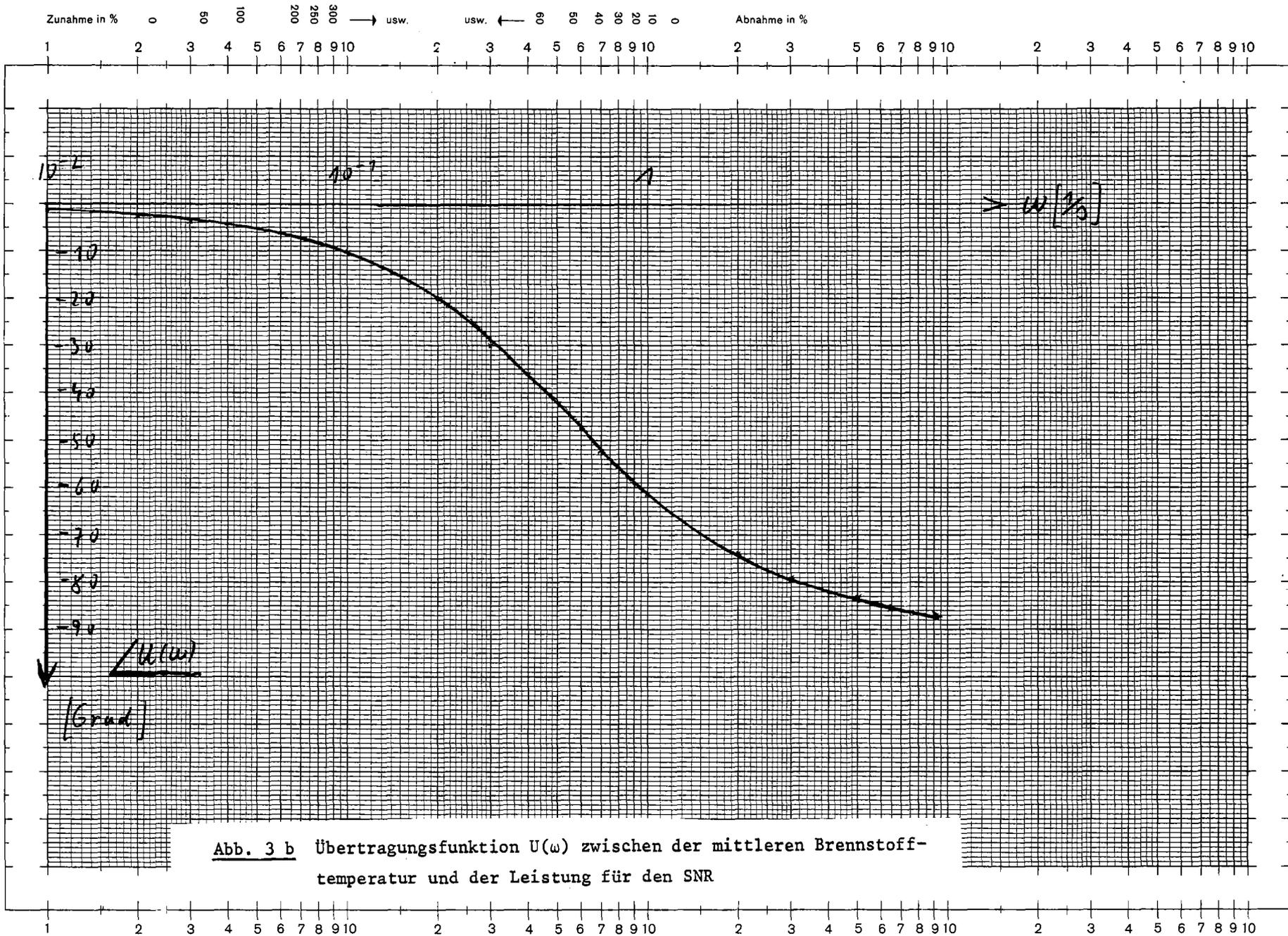


Abb. 3 b Übertragungsfunktion $U(\omega)$ zwischen der mittleren Brennstofftemperatur und der Leistung für den SNR

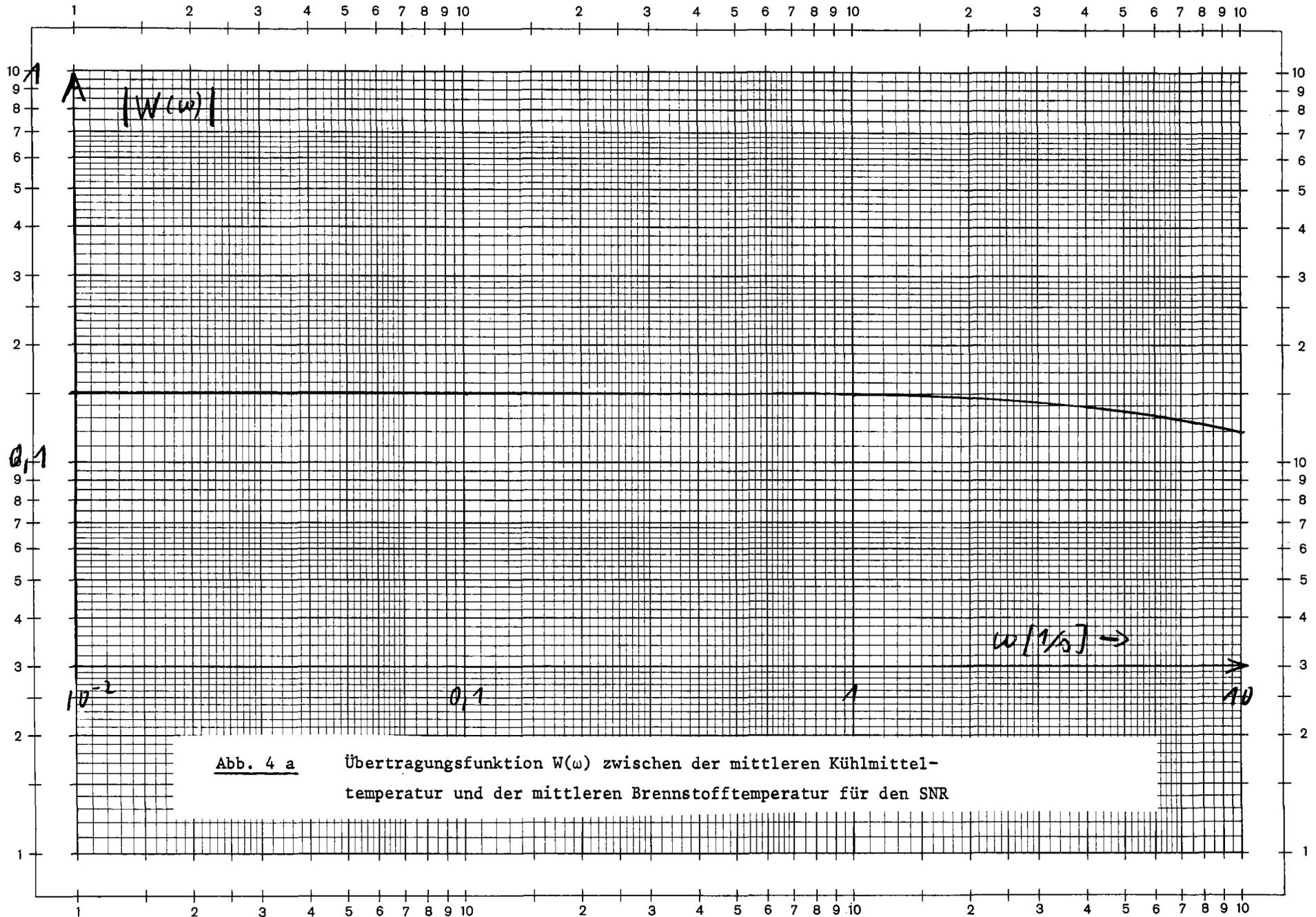


Abb. 4 a Übertragungsfunktion $W(\omega)$ zwischen der mittleren Kühlmitteltemperatur und der mittleren Brennstofftemperatur für den SNR

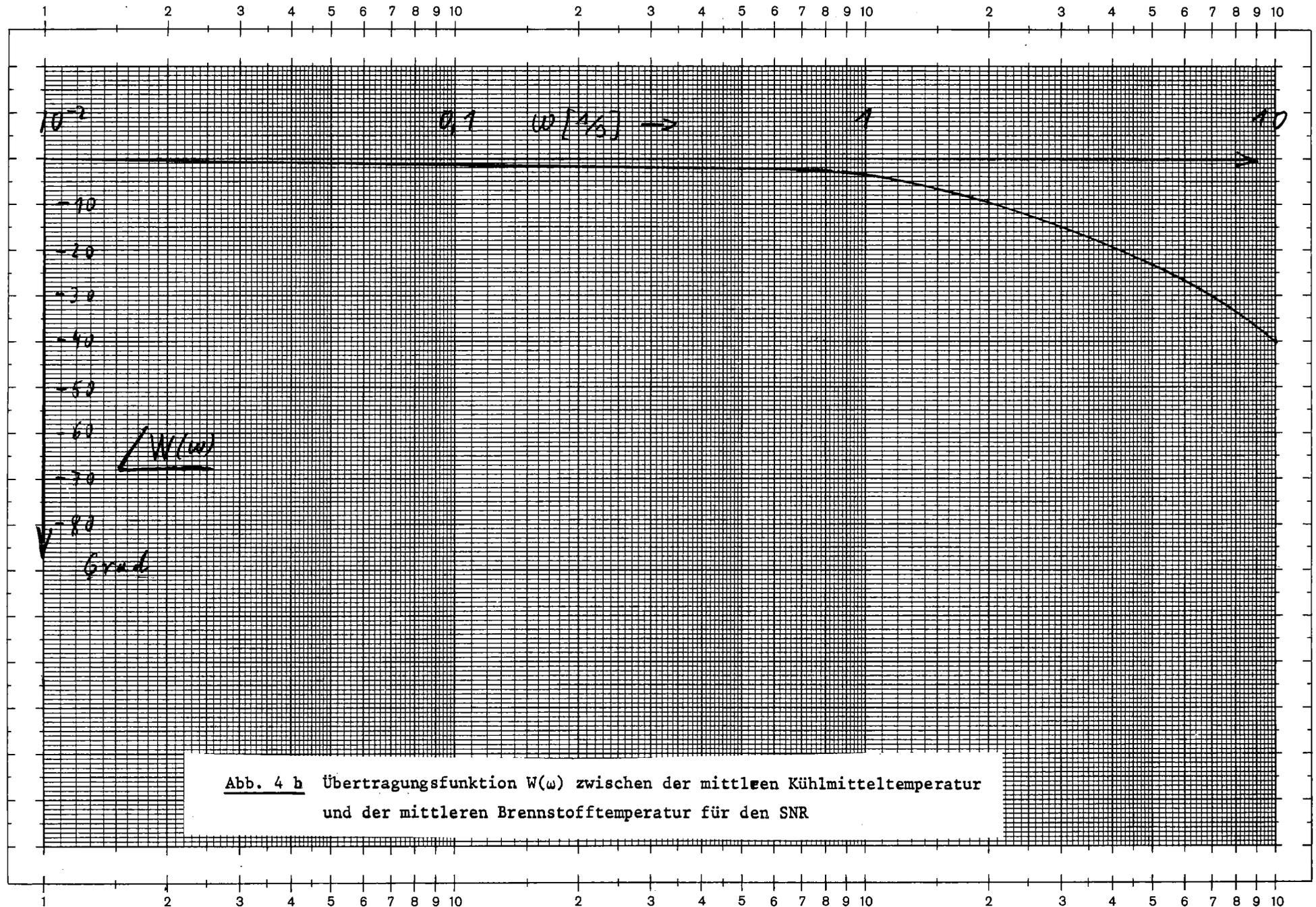


Abb. 4 b Übertragungsfunktion $W(\omega)$ zwischen der mittleren Kühlmitteltemperatur
 und der mittleren Brennstofftemperatur für den SNR

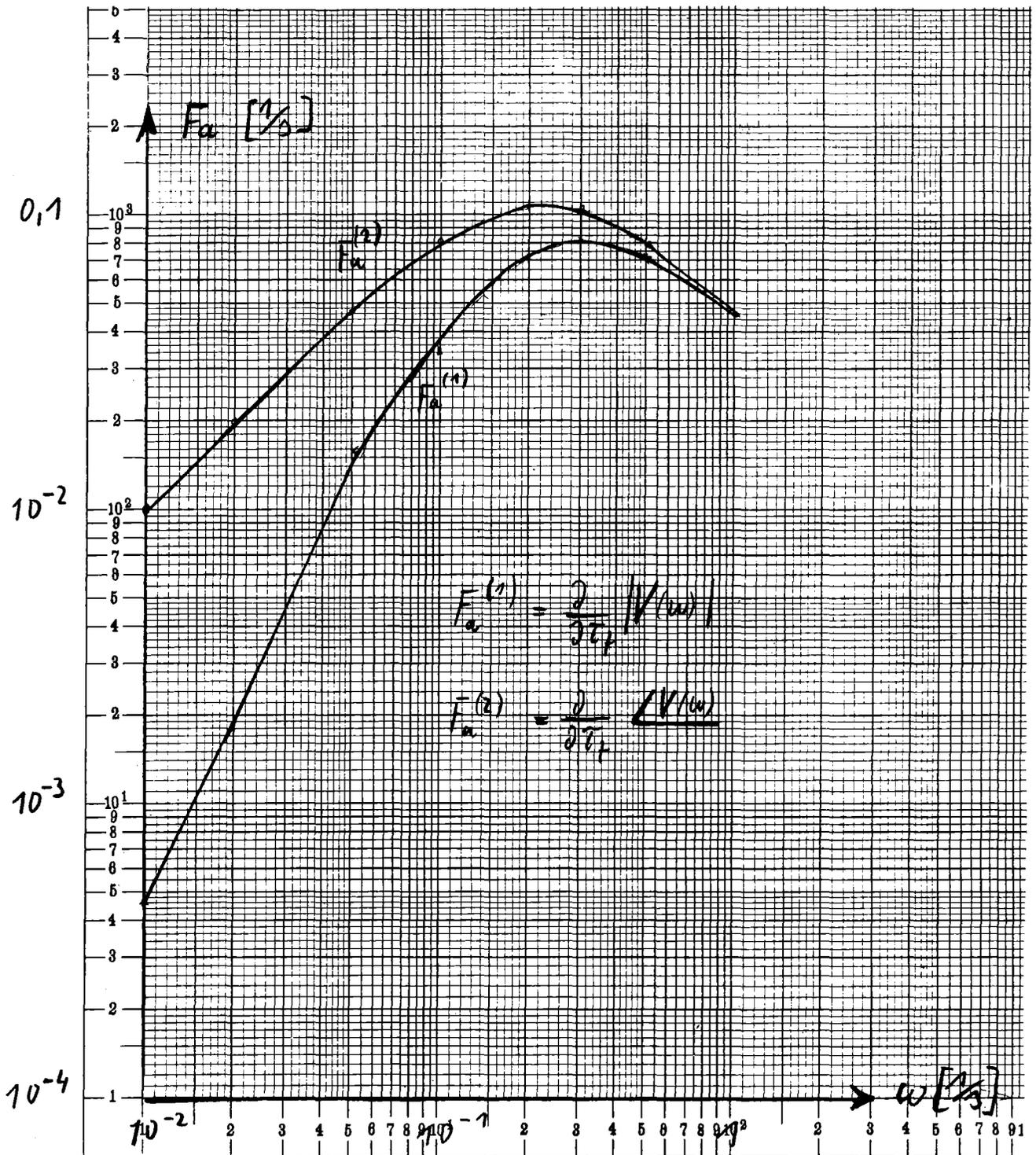


Abb. 5 a Einfluß der Wärmeübergangszahl auf $V(\omega)$ für KNK I

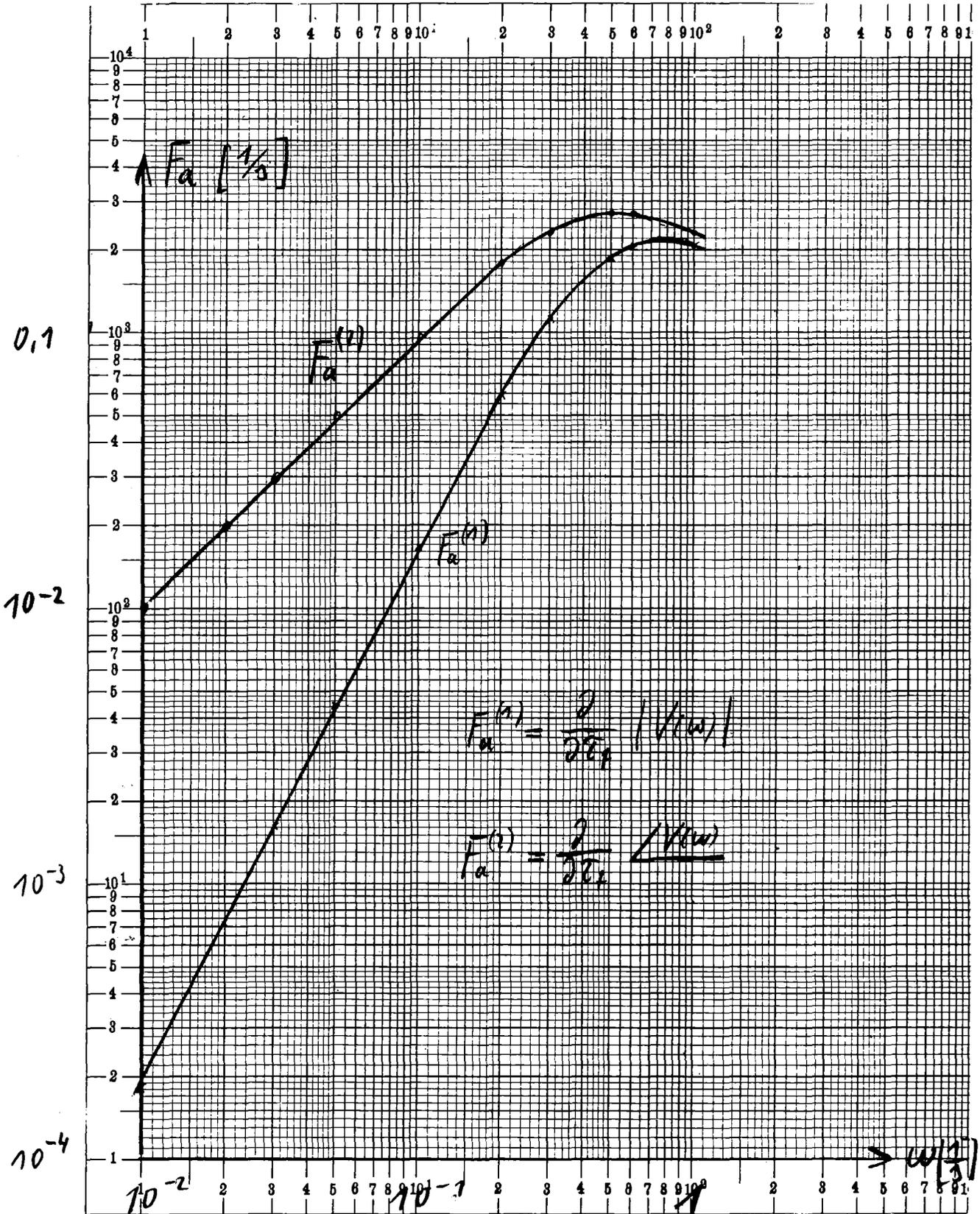


Abb. 5 b Einfluß der Wärmeübergangszahl auf $V(\omega)$ für den SNR

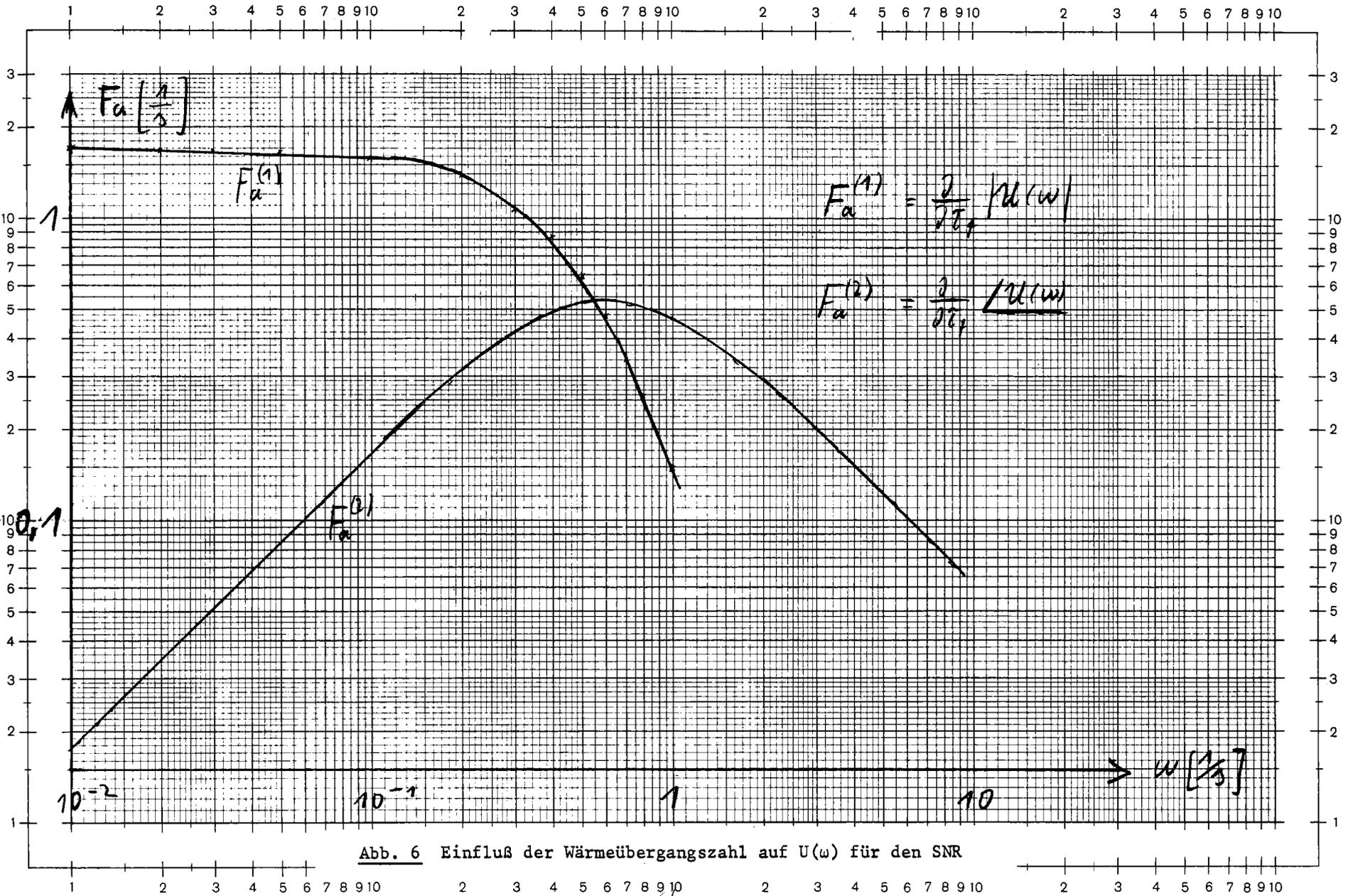


Abb. 6 Einfluß der Wärmeübergangszahl auf $U(\omega)$ für den SNR

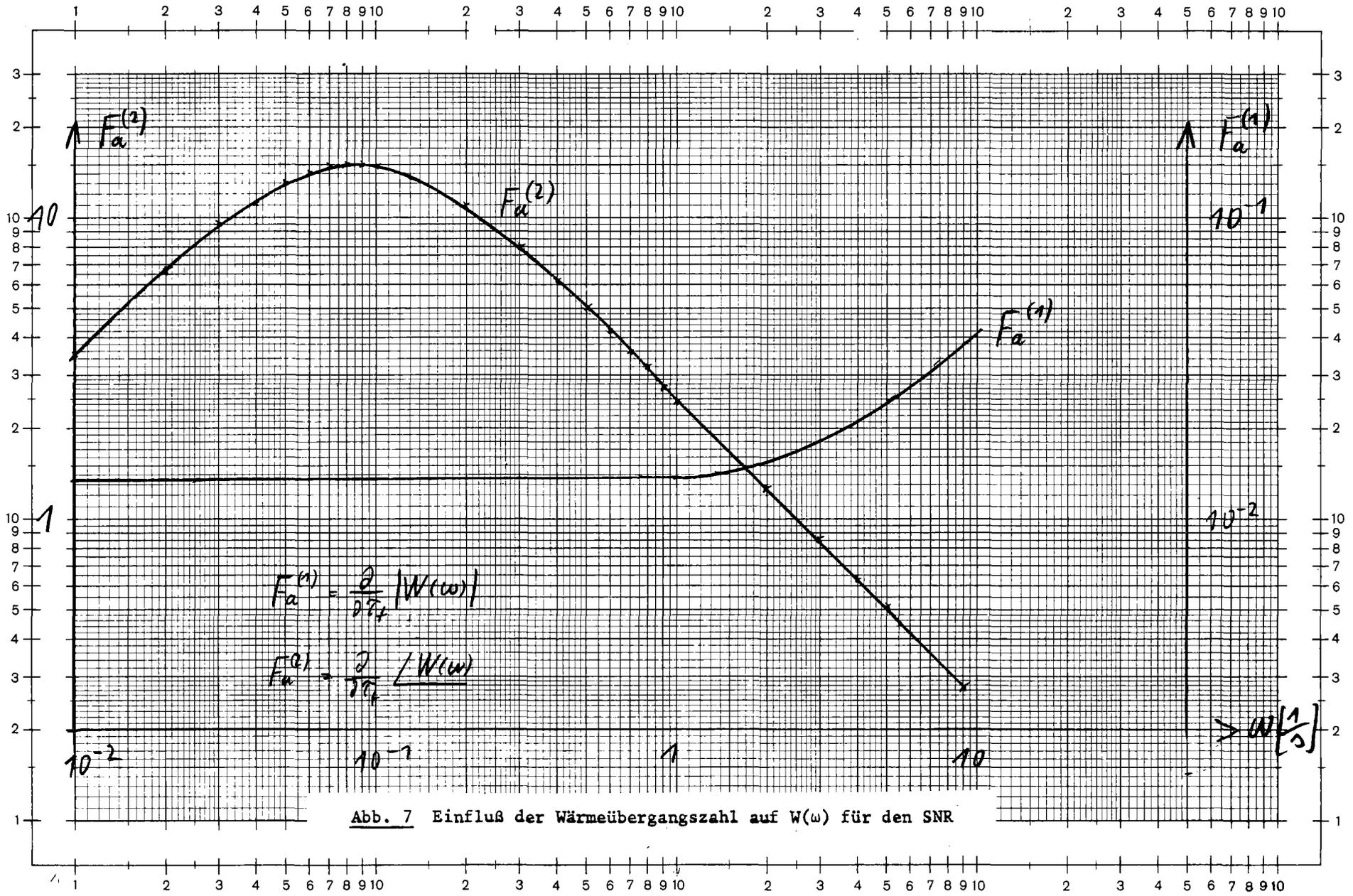


Abb. 7 Einfluß der Wärmeübergangszahl auf $W(\omega)$ für den SNR

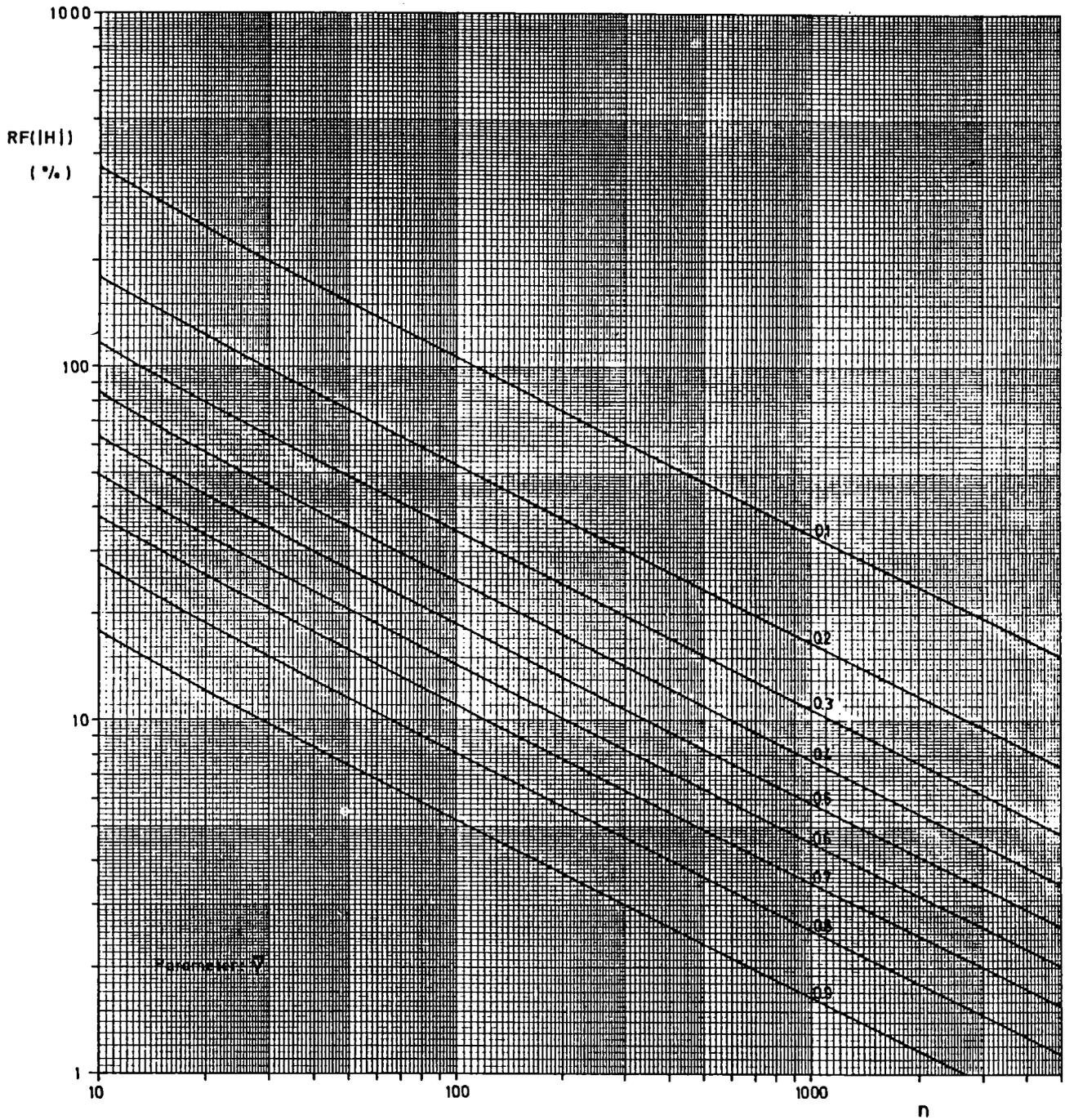


Abb. 8 Statistischer relativer Fehler des Betrages der Übertragungsfunktion

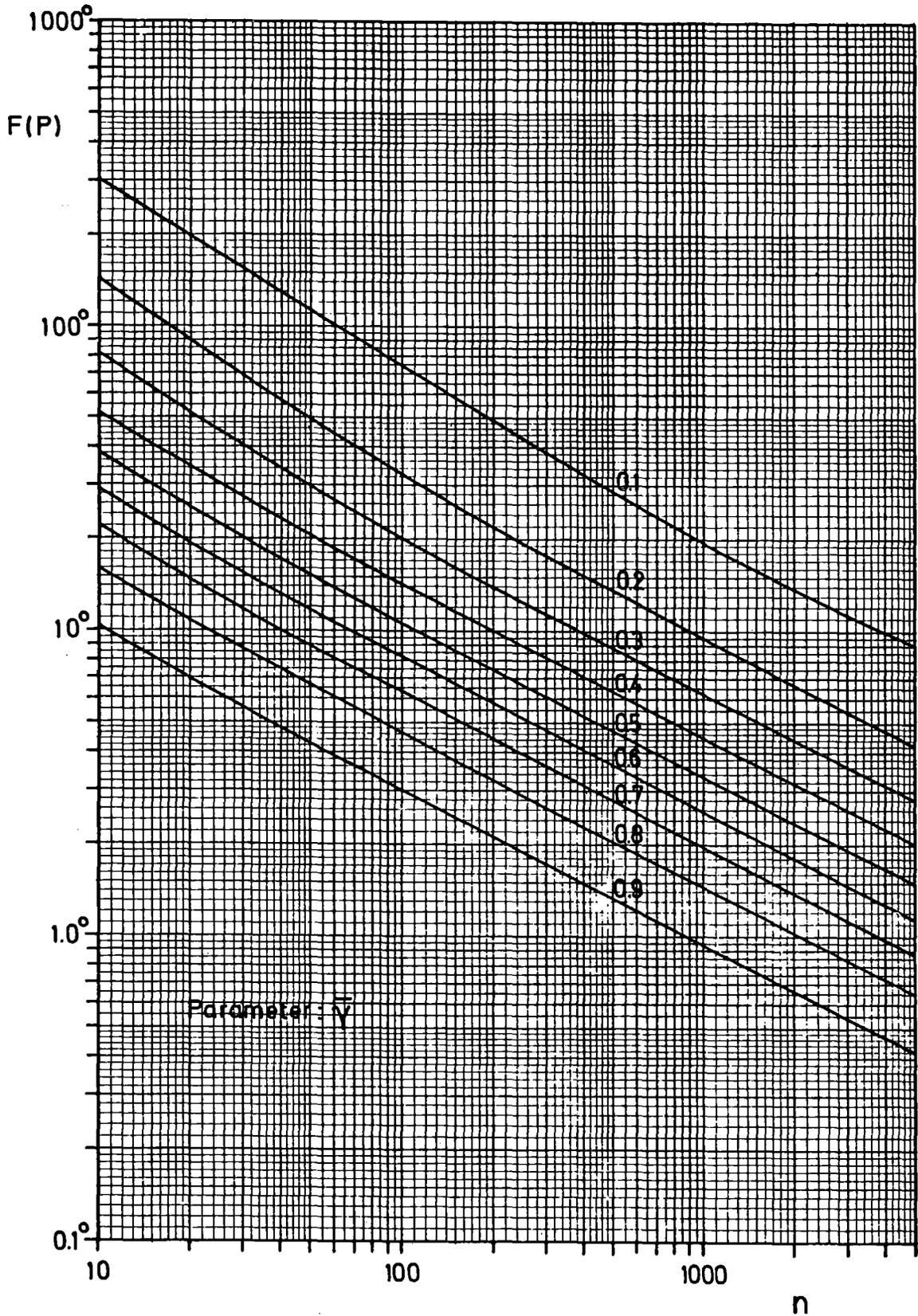


Abb. 9 Statistischer relativer Fehler der Phase der Übertragungsfunktion

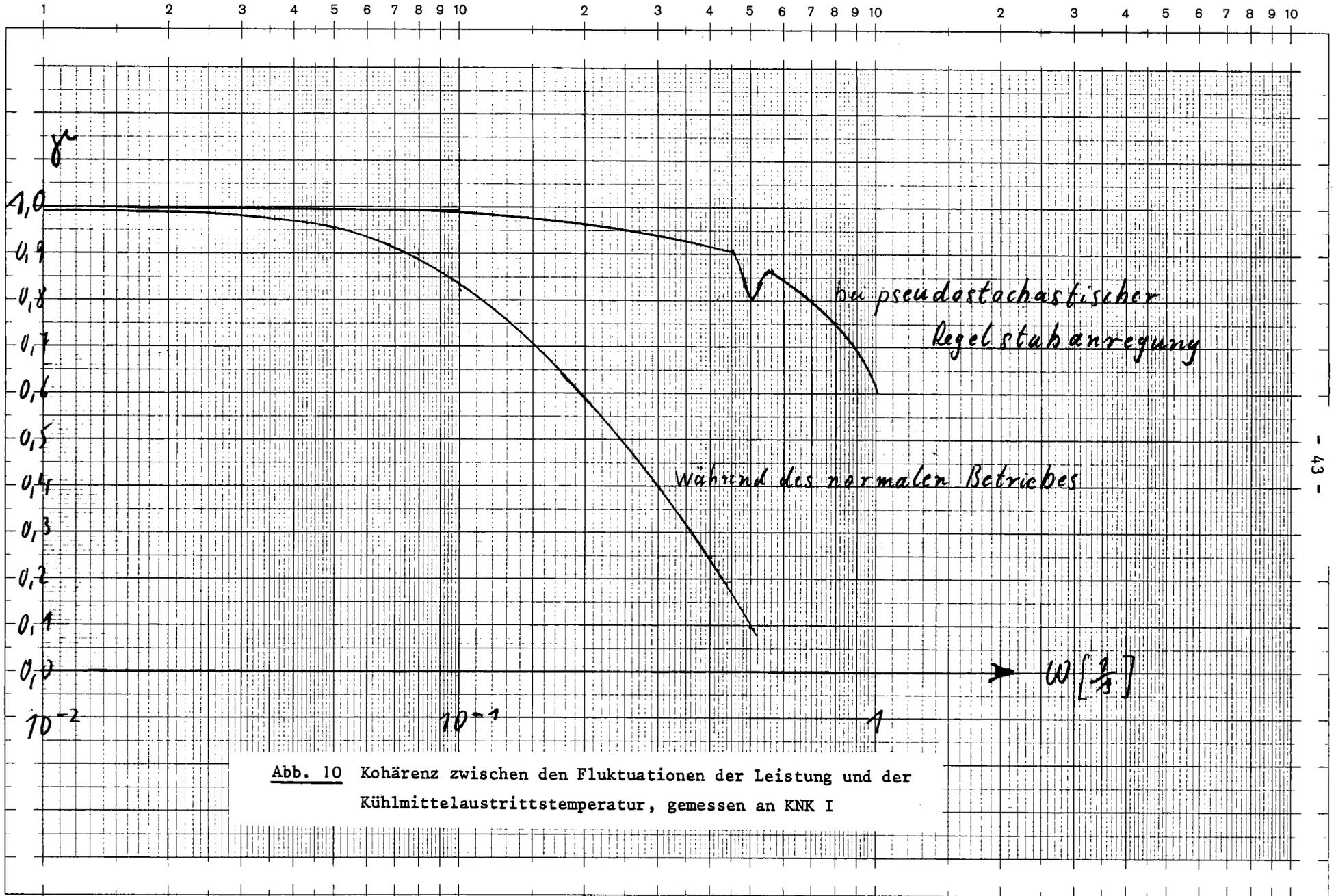


Abb. 10 Kohärenz zwischen den Fluktuationen der Leistung und der Kühlmittelaustrittstemperatur, gemessen an KNK I

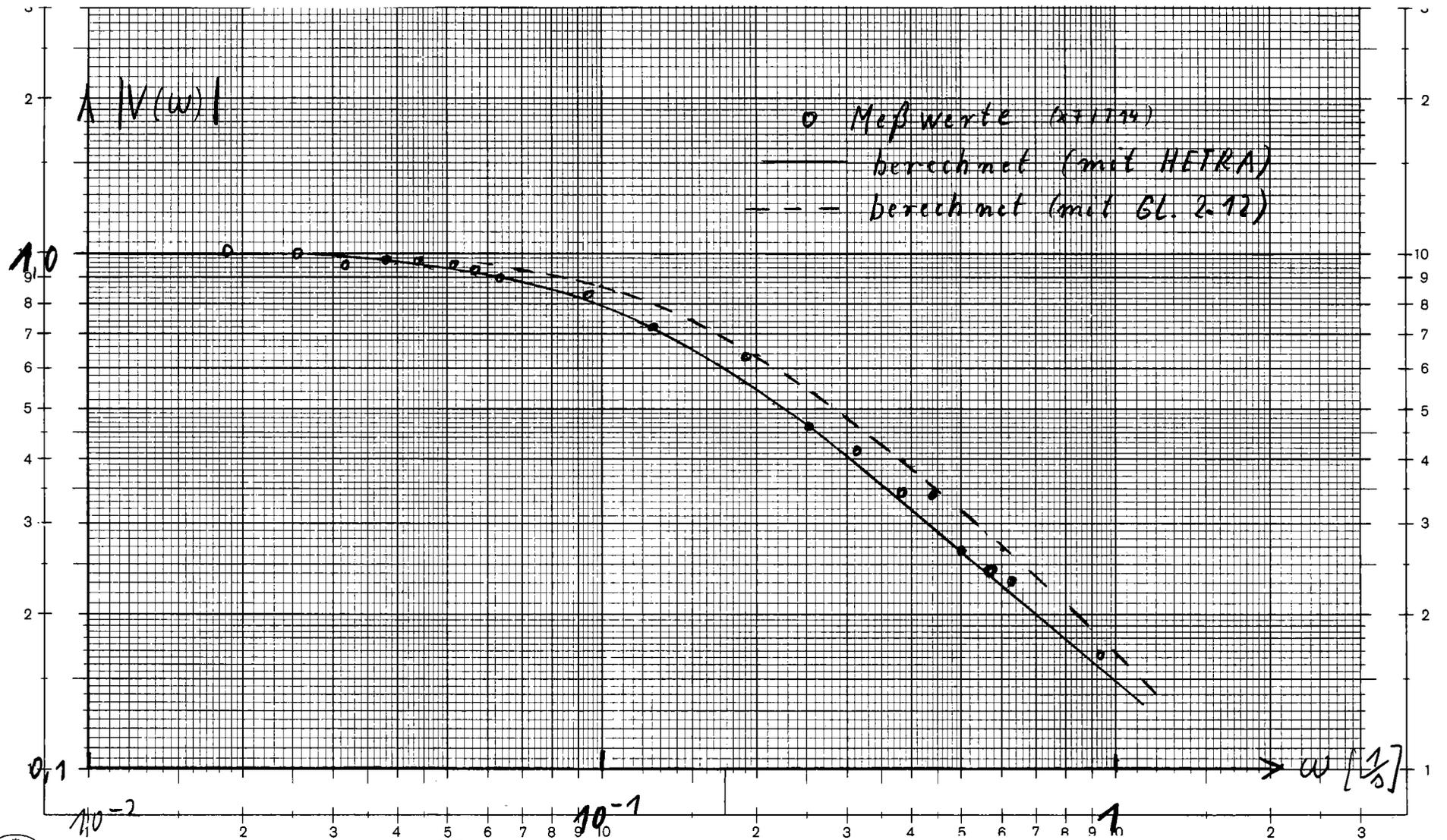


Abb. 11 a Vergleich von berechneten Übertragungsfunktionen $V(\omega)$ mit Messungen an KNK I bei pseudostochastischer Regelstabanregung

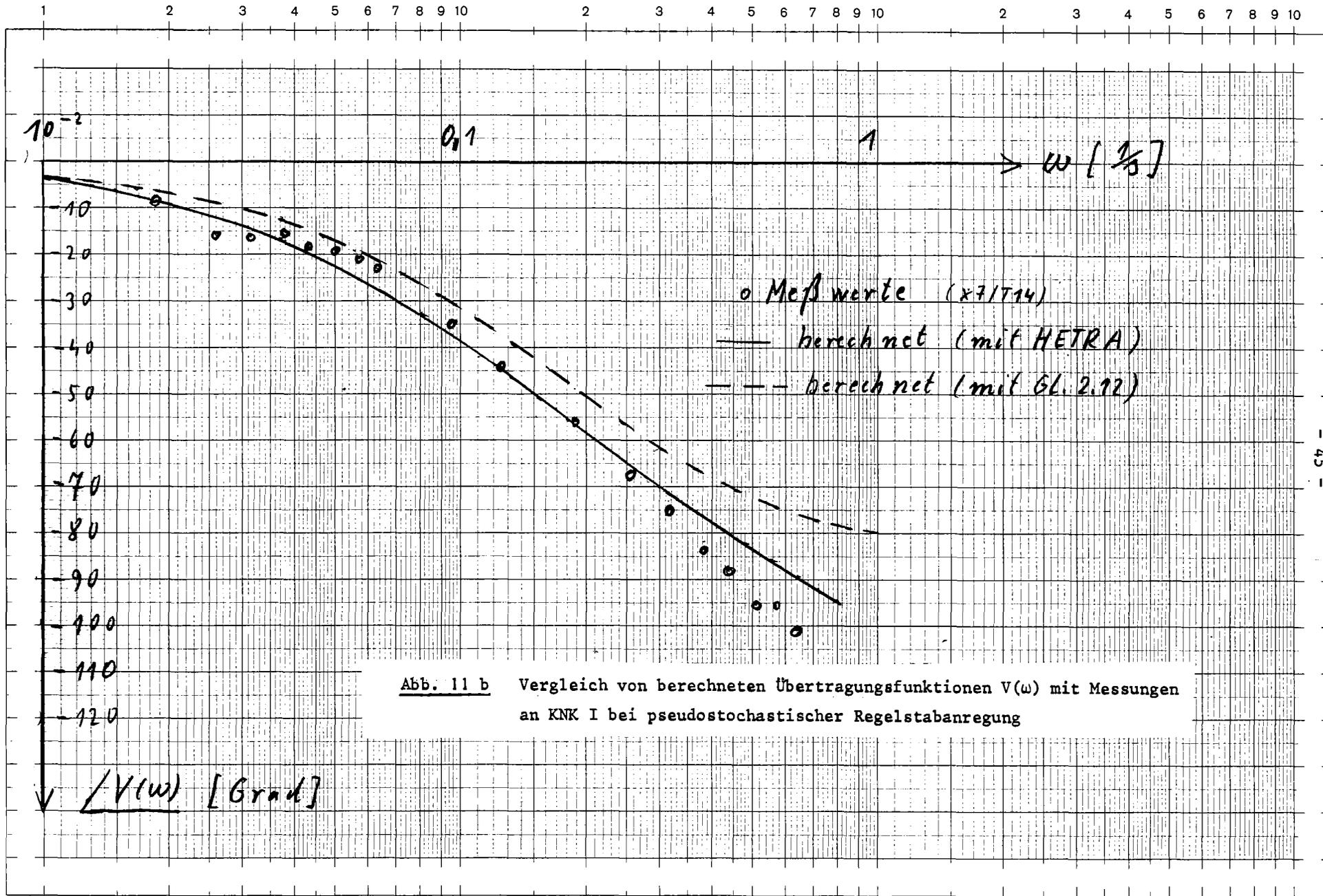


Abb. 11 b Vergleich von berechneten Übertragungsfunktionen $V(\omega)$ mit Messungen an KNK I bei pseudostochastischer Regelstabanregung