

KfK 2648

Juni 1978

# **Numerische Untersuchung der Quervermischung bei auftriebsbeeinflußter turbulenter Konvektion in einem vertikalen Kanal**

G. Grötzbach

Institut für Reaktorentwicklung  
Projekt Nukleare Sicherheit

**Kernforschungszentrum Karlsruhe**

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE  
Institut für Reaktorentwicklung  
Projekt Nukleare Sicherheit

KfK 2648

Numerische Untersuchung der Quervermischung bei  
auftriebsbeeinflusster turbulenter Kon-  
vektion in einem vertikalen Kanal

G. Grötzbach

Kernforschungszentrum Karlsruhe G.m.b.H., Karlsruhe

## Zusammenfassung

Im Rahmen des Reaktorsicherheitsforschungsprogrammes am HDR-Reaktor sollen Blowdown-Versuch durchgeführt werden. Um diese Versuche von einem möglichst reaktortypischen Temperaturfeld aus starten zu können, werden zwei verschieden heiße Massenströme in den Druckbehälter eingespeist. Das Strömungsverhalten im HDR-Ringraum bei dieser Einstellung der Enthalpischichtung wurde mit dem numerischen Simulationsprogramm für turbulente Kanalströmungen TURBIT-3 untersucht. In dem vorliegenden Bericht werden die wesentlichen Erweiterungen des Rechenprogrammes für die Berücksichtigung des Auftriebs bei turbulenter Kanalströmung vorgestellt.

Mit dem erweiterten Rechenprogramm wird untersucht, wie rasch Temperaturunterschiede, hervorgerufen durch unzureichende Vermischung im unteren Plenum, bei der Durchströmung des Ringraumes bei gemischter Konvektion abgebaut werden. Es zeigt sich, daß im Gegensatz zu einer früheren Rechnung ohne Auftriebseinflüsse die Temperaturunterschiede schon im Einlaufbereich des Ringraumes sehr rasch abgebaut werden. In diesem Bereich stellt sich in der kalten Zone lokale Rückströmung ein, die mit zunehmender Lauflänge durch verstärkte Turbulenzwirkung rasch unterdrückt wird. Ein durch den ganzen Ringraum reichender heißer Kamin kann sich so nicht ausbilden. Schon auf halber Höhe kann in dem als adiabat angenommenen Ringraum der Einfluß des Auftriebes als vernachlässigbar angesehen werden.

Die detaillierten Ergebnisse der Simulation können wegen des Fehlens experimenteller Daten nicht direkt verifiziert werden. Das numerisch gewonnene exponentielle Zerfallsgesetz für das Temperaturfeld und die Ergebnisse für die statistischen Eigenschaften der Temperaturschwankungen sind jedoch näherungsweise vergleichbar mit experimentellen Ergebnissen für ebene und runde thermische Auftriebsstrahlen und Wandauftriebsstrahlen.

## ABSTRACT

Numerical investigation of radial mixing capabilities by strongly buoyancy influenced turbulent convection in a vertical plane channel.

Within the scope of the reactor safety research programme at the HDR-reactor blowdown-experiments shall be performed. As initial condition for these tests one aims at setting a temperature distribution which is typical for a water cooled nuclear reactor during normal operation. To this purpose the pressure vessel is fed with two mass flows of different temperatures: A hot water flow to the upper plenum and a cooler one to the lower plenum. The mixed water is removed through the annular space between core barrel and pressure vessel. The thermohydraulic behaviour of the flow in this annular space has been investigated with the three-dimensional time-dependent direct numerical simulation code for turbulent channel flows TURBIT-3. This report summarizes the extensions of the programme to include buoyancy effects, especially in the subgrid-scale models employed.

The extended code has been used to analyse the mixing capabilities of the combined buoyancy-influenced pressure driven convection within the annular space. As initial condition two zones of different temperatures have been assumed. In contrast to an earlier numerical simulation without buoyancy effects in this work a rapid decrease of the temperature differences has been found even in the entry region of the annular space. In this region flow reversal develops in the cold zone. Not too far away from the entrance, flow reversal is suppressed by the very efficient turbulent radial momentum and heat transport. Therefore no extended hot chimney can develop. On the contrary already beyond the half length of the adiabatic channel buoyancy effects seem to be meaningless.

Because of the lack of experimental results a direct verification of the detailed numerical results is not possible. The numerically found exponential decay law for the temperature field and the results for the statistical behaviour of the temperature fluctuations are anyway nearly comparable to experimental results for plane and round thermal jets and thermal wall jets.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Liste der Abbildungen und Tabellen	II
1. Einleitung	1
2. Grundgleichungen des Simulationsverfahrens	4
2.1 Normierte Grundgleichungen	4
2.2 Normierte Feinstrukturenergiegleichung	6
2.3 Naturkonvektionseinfluß auf die Wandbedingungen	9
3. Festlegung der Anfangswerte	14
4. Ergebnisse der numerischen Simulation	16
4.1 Verhalten des Geschwindigkeits- und Temperaturfeldes	18
4.2 Wirkungsweise der Turbulenz auf das Temperaturfeld	23
4.3 Verhalten der Wandtemperaturdifferenz	28
5. Schlußfolgerungen für das HDR-Enthalpieschichtungsproblem	31
6. Nomenklatur	34
7. Literatur	37

Liste der Abbildungen und Tabellen

	Seite
Abb. 1 Strömungsführung im HDR - Druckbehälter zur Einstellung der Enthalpieschichtung	2
Abb. 2 Universelles Geschwindigkeitsprofil in Wandnähe	9
Abb. 3 Beeinflussung von Reibbeiwert und Nusselt-Zahl durch Naturkonvektion	11
Abb. 4 Das Rechenmodell und seine Parameter	14
Abb. 5 Temperatur- und Geschwindigkeitsprofile im Einlaufbereich bis $Z = 3,8$	19
Abb. 6 Temperatur- und Geschwindigkeitsprofile im Einlaufbereich bis $Z = 6,2$	20
Abb. 7 Temperatur- und Geschwindigkeitsprofile bis $Z = 9$	22
Abb. 8 Temperatur- und Geschwindigkeitsprofile am Ende der Simulation bei $Z = 32,4$	24
Abb. 9 Profile des radialen turbulenten Wärmestroms und der rms-Werte der Temperaturschwankungen bis $Z = 26,1$	25
Abb. 10 Profile des radialen turbulenten Wärmestroms und der rms-Werte der Temperaturschwankungen am Ende der Simulation bei $Z = 32,4$	27
Abb. 11 Abfall der Differenz der Wandtemperaturen über der axialen Lauflänge $Z$	28
Tab. 1 Der Verlauf des zurückgelegten Weges, der Wandtemperaturdifferenz, der lokalen Grashof-Zahl, und der mittleren Geschwindigkeit	17

## 1. Einleitung

Im Rahmen des HDR-Sicherheitsforschungsprogramms [1] sollen am stillgelegten Heißdampfreaktor (HDR) in Kahl unter anderem auch Blowdown - Versuche durchgeführt werden. Diese Versuche dienen der Untersuchung der Fluid- und strukturdynamischen Belastung des Reaktordruckbehälters und seiner Einbauten bei plötzlicher Druckentlastung durch den Bruch eines Kaltwasser-Stranges. Es wird angestrebt, diese Versuche von einem Temperaturfeld innerhalb des Druckbehälters aus zu starten, das für den Betriebszustand eines Druckwasserreaktors typisch ist. D.h. man will innerhalb des Kernmantels höhere, nach oben ansteigende Temperaturen einstellen als im Ringraum zwischen Kernmantel und Druckbehälterwand (Abb. 1). Erreicht werden soll diese Enthalpieschichtung durch Zufuhr heißen Wassers (H) im Bereich des oberen Plenums und durch Zufuhr kälteren Wassers (K) im Bereich des unteren Plenums. Das Mischwasser (M) wird am oberen Ende des Ringraumes abgezogen [2].

Der sich bei dieser Strömungsführung ausbildende radiale Temperaturgradient im und am Kernmantel ruft einige Probleme hervor, die mit der möglichen Überlagerung von Naturkonvektionsphänomenen innerhalb des Kernmantels und im Ringraum und der erzwungenen Strömungsführung zusammenhängen. Die möglichen Störungen innerhalb des Kernmantels sind wegen der überwiegend stabilen Schichtung von untergeordneter Bedeutung, zumal sie dem Ziel dieser Strömungsführung, nämlich eine von oben nach unten abfallende Temperatur einzustellen, nicht entgegenwirken. Dagegen treten erhebliche Unsicherheiten im Ringraum auf. So werden hier insbesondere die Fragen aufgeworfen, ob

1. durch den radialen Wärmestrom durch den Kernmantel in den Ringraum eine "Kaminbildung" gefördert werden kann (heiße, sich beschleunigende Zone auf sich reduzierendem Querschnitt in Kernmantelnähe, und kalte, verzögerte Zone auf sich erweiterndem Querschnitt auf der Seite der Druckbehälterwand),
2. durch die azimutale Anordnung der Stützen die unter 1. genannte "Kaminbildung" sich in azimutaler Richtung über größere Bereiche des Ringraumes einstellen kann,
3. durch eine unzureichende Vermischung der beiden Massenströme im unteren Plenum ebenfalls im Ringraum eine Kaminbildung gefördert wird,

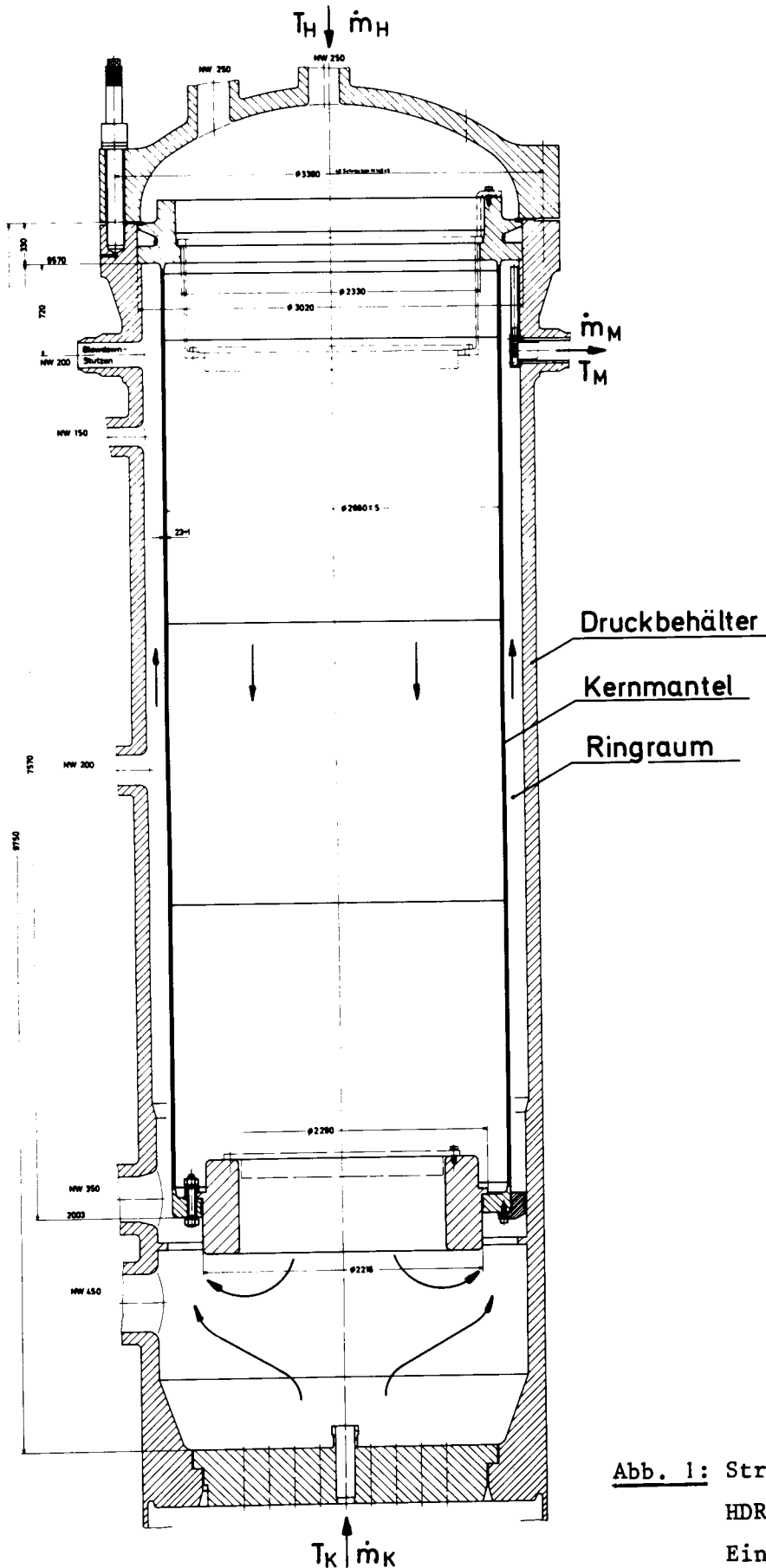


Abb. 1: Strömungsführung im HDR-Druckbehälter zur Einstellung der Enthalpieschichtung



4. oder ob sich durch intensive turbulente Vermischung der beiden Massenströme im Ringraum ein radial nahezu konstantes Temperaturprofil einstellt, das nicht zu Naturkonvektionseinflüssen führen wird.

In [3] wurde als erste Näherung ein Teilaspekt der Frage 4 mit einer überarbeiteten Version des numerischen Simulationsprogramms TURBIT-2 [4] untersucht. Mit diesem Rechenprogramm, das durch die Verwendung der vollständigen instationären, 3-dimensionalen Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Enthalpie, und durch die Verwendung spezieller Feinstrukturmodelle eine recht realitätsnahe Simulation der energiereichen, großräumigen Turbulenzanteile erlaubt, wurde untersucht, wie rasch lokale Temperaturunterschiede im Ringraum durch turbulente Zwangskonvektion abgebaut werden. Der Einfluß der lokalen Auftriebsunterschiede, verursacht durch lokale Temperaturunterschiede, blieb dabei unberücksichtigt. Für den Fall gemäß Frage 3, daß das eingespeiste heiße Wasser und kältere Wasser unvermischt in den Ringraum eintreten, wurde numerisch festgestellt, daß die maximale Temperaturdifferenz in radialer Richtung beim Durchfließen des Ringraumes nach kurzem Einlauf einem exponentiellen Zerfallsgesetz ( $\Delta T \sim Z^{-0,7}$ ) folgt und bis zum oberen Ringraumende auf nicht weniger als ca. 25% des Eintrittswertes reduziert wird. Es wurde daraus geschlossen, daß die turbulente Vermischung im realen System vermutlich nicht so wirksam ist, daß Auftriebsphänomene gänzlich unterbunden werden.

Inzwischen wurde die um die Auftriebsterme erweiterte Version TURBIT-3 derart vervollständigt, daß die Auftriebsphänomene konsistent in den Feinstrukturmodellen berücksichtigt werden. Die erweiterten Grundgleichungen des Simulationsverfahrens werden im Kapitel 2 zusammengestellt. Der oben diskutierte Fall wurde mit dem auf den vollständigen Erhaltungsgleichungen basierenden Code erneut untersucht, wobei für den HDR typische Auftriebskennzahlen vorgegeben wurden. Die entsprechenden numerischen Ergebnisse, die jetzt auch eine qualitative Beantwortung der Fragen 1 und 2 zulassen, die Probleme des Rechenprogramms, und die Probleme der Übertragbarkeit der vorliegenden Ergebnisse auf den HDR werden in diesem Bericht dargestellt.

## 2. Grundgleichungen des Simulationsverfahrens

### 2.1 Normierte Grundgleichungen

Die Grundgleichungen für gemischte Konvektion sind die Kontinuitätsgleichung (Massenbilanz), die Temperaturgleichung (Enthalpiebilanz), und die um die Auftriebsterme erweiterte Navier-Stokes Gleichung (vektorielle Impulsbilanz). Zur Vereinfachung wird die Gültigkeit der Boussinesq-Approximation [5] vorausgesetzt, d.h. es wird angenommen, daß die Stoffwerte in allen Termen dieser Gleichungen als konstant angesehen werden können, mit Ausnahme des Auftriebstermes  $\hat{g}_i \hat{\beta} (\hat{T}_{ref} - \hat{T})$  (Größen mit  $\hat{\phantom{x}}$  sind dimensionsbehaftet). Weiterhin werden folgende Normierungen mit den mit  $\hat{\phantom{x}}$  gekennzeichneten Normierungsgrößen eingeführt:

$$u_i = \frac{\hat{u}_i}{\hat{u}_o} \quad x = \frac{\hat{x}}{\hat{D}_o} \quad T = \frac{\hat{T}}{\hat{T}_o} \quad (1)$$

$$t = \frac{\hat{t}}{\hat{t}_o} \quad p = \frac{\hat{p}}{\hat{p}_o}$$

mit:

$$\hat{t}_o = \frac{\hat{D}_o}{\hat{u}_o} \quad \hat{p}_o = \hat{\rho}_o \hat{u}_o^2 \quad (2)$$

$$\hat{D}_o = \hat{D} = \text{Kanalweite}$$

Damit erhält man die dimensionslosen Grundgleichungen in der Form  
( $\langle y \rangle$  bedeutet Zeitmittelwert von  $y$ ):

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} \left\langle \frac{\partial p}{\partial x_i} \right\rangle + \frac{Gr_{oi}}{Re_o^2} (T_{ref} - T) + \frac{1}{Re_o} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (Tu_j) = + \frac{Da_o}{Re_o Pr} + \frac{1}{Re_o Pr} \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial T}{\partial x_j}$$

Hier ist, wie im folgenden ebenso, auf alle Terme mit doppelt vorkommenden gleichen Indizes die Einstein'sche Summationsregel anzuwenden (siehe Nomenklatur). Der Druckterm ist rein formal aufgespalten worden in einen zeitlich gemittelten Anteil und einen zeitabhängigen Anteil, den rein turbulenten Schwankungsanteil. Die in ( 3 ) vorkommenden Kennzahlen sind wie folgt definiert:

$$\text{Reynolds-Zahl} \quad Re_o = \frac{\hat{u}_o \hat{D}}{\hat{\nu}}$$

$$\text{Prandtl-Zahl} \quad Pr = \frac{\hat{\nu}}{a}$$

$$\text{Grashof-Zahl} \quad Gr_{oi} = \hat{g}_i \hat{\beta} \hat{T}_o \frac{\hat{D}^3}{\hat{\nu}^2}$$

$$\text{Damköhler-Zahl} \quad Da_o = \frac{\hat{Q} \hat{D}^2}{\hat{\lambda} \hat{T}_o}$$

( 4 )

Die im Auftriebsterm erscheinende Kennzahlkombination ist auch bekannt als  $\overline{[6]}$

$$\text{Archimedes-Zahl} \quad Ar_{oi} = \frac{Gr_{oi}}{Re_o^2} \quad ( 5 )$$

Die Festlegung der freien Normierungsgößen erfolgt insbesondere wegen der Übernahme der Wandbedingungsformulierungen für das Geschwindigkeitsfeld möglichst konsistent mit der für TURBIT-2  $\overline{[4]}$ , S. 7ff $\overline{[7]}$ . So wird für  $\hat{u}_o$  ebenfalls die über beide Wände gemittelte Wandschubspannungsgeschwindigkeit  $\hat{u}_\tau$  gewählt,

$$\hat{u}_o = \hat{u}_\tau = \sqrt{\hat{\tau}_w / \hat{\rho}} \quad ( 6 )$$

mit dem Vorteil, daß der aufgeprägte Druckgradient aus einer Kräftebilanz am Strömungsvolumen berechnet werden kann  $\overline{[4]}$ :

$$\left\langle \frac{\partial p}{\partial x_i} \right\rangle_{i=1} \equiv 2 \quad (7)$$

Mit Rücksicht auf den hier speziell zu untersuchenden Fall eines beidseits adiabaten Kanals wird als Normierungstemperatur die Temperaturdifferenz zwischen den beiden Wänden zum Zeitpunkt  $t=0$  eingeführt:

$$\hat{T}_o = \hat{T}_{w1} - \hat{T}_{w2} \quad (8)$$

Die Referenztemperatur  $T_{ref}$  im Auftriebsterm wird gleich dem Volumenmittelwert  $\langle T \rangle$  der Temperatur im gesamten Kanal gesetzt, um einen Nettobeitrag des Auftriebsterms zum aufgeprägten Druckgradienten zu vermeiden:

$$T_{ref} = \langle T \rangle \quad (9)$$

Die vorzugebenden Kennzahlen nach (4) sind wegen (6, 8, 9) mit den üblicherweise benutzten wie folgt verknüpft:

$$\begin{aligned} Re_o = Re_\tau &= \frac{Re}{\langle u_1 \rangle} & Re &= \frac{\langle u_1 \rangle \hat{D}}{\hat{\nu}} \\ Gr_{oi} &= \frac{Gr_i}{T_{w1} - T_{w2}} = Gr_i & Gr_i &= \hat{g}_i \hat{\beta} (\hat{T}_{w1} - \hat{T}_{w2}) \frac{\hat{D}^3}{\hat{\nu}^2} \end{aligned} \quad (10)$$

( $\hat{D}$  ist  $\hat{d}_h/2$  !)

Der Volumenmittelwert der Hauptströmungsgeschwindigkeit  $\langle u_1 \rangle$  kann nach [4] bei bekanntem Reibbeiwert  $C_f$  berechnet werden aus (10) mit

$$Re_\tau = Re \sqrt{C_f/8} \quad (11)$$

Damit sind die wesentlichen Änderungen an den Grundgleichungen eingeführt. Für die Anwendung der Theorie nach [4] zur Ableitung eines Differenzverfahrens für die vollständigen Gleichungen (3) fehlt lediglich noch die Überarbeitung des Feinstrukturmodells.

## 2.2 Normierte Feinstrukturgleichung

Für den Impuls- und Wärmetransport, der durch die vom Maschennetz räumlich nicht aufgelösten Wirbel verursacht wird, werden in TURBIT-2,3 zweiteilige

Feinstrukturmodelle [4, 7] benutzt. Sie basieren im Prinzip weitgehend auf statistischen Turbulenzmodellen. Ihr Einfluß wird allerdings durch die Wahl der Maschenweite als charakteristischer Längenmaßstab stark reduziert. Die Vorgänge innerhalb der Feinstruktur gehorchen weitgehend universellen Gesetzmäßigkeiten, wie sie aus der Theorie isotroper Turbulenz ableitbar sind. Um diese Theorie streng auf die theoretische Bestimmung der Modellkonstanten anwenden zu können, wurden die Modelle formal aufgespalten in einen zeitabhängigen Anteil, der mit der Theorie isotroper Turbulenz behandelbar ist, und in einen zeit-, bzw. ensemblegemittelten Anteil, der die durch die Wände hervorgerufenen Inhomogenitäten berücksichtigt. Für die Konstantenbestimmung der letztgenannten Anteile muß in stärkerem Maße auf experimentelle Ergebnisse zurückgegriffen werden.

Die inhomogenen Anteile dieser Modelle basieren im wesentlichen auf modifizierten Mischwegformulierungen. Aus der Untersuchung meteorologischer Strömungen ist bekannt [8, 9], daß sowohl die turbulenten Austauschgrößen, als auch die Mischweglängen selbst vom Naturkonvektionseinfluß abhängen. Dies trifft nach den Erfahrungen in [10] ebenso auf vertikale Rohrströmungen zu. Leider sind die existierenden Modelle, wie z.B. [11], lediglich für horizontale Strömungen längs ebener Platten, bzw. [12] für runde Auftriebsstrahlen in ruhendem Medium gültig, so daß ein Einfluß des Auftriebes auf die inhomogenen Modellanteile der Feinstrukturmodelle nicht sinnvoll formuliert werden kann. Die Auswirkungen dieses Mangels können nach den Ergebnissen einer Empfinglichkeitsstudie [4] bei der direkten numerischen Simulation, im Gegensatz zu den statistischen Turbulenzmodellen, als gering angesehen werden, da zum einen die Feinstrukturmodelle ja generell nur den Turbulenzanteil beschreiben, der vom Maschennetz nicht aufgelöst wird, und zum anderen die zweiten Modellanteile, die isotropen Modelle [4, 7], den Auftriebseinfluß vollständig berücksichtigen. Die entsprechende Modellerweiterung wird im folgenden gezeigt.

Die isotropen Anteile der Feinstrukturmodelle basieren auf modifizierten Prandtl'schen Energie-Längen-Modellen; d.h. zusätzlich zu den Grundgleichungen ( 3 ) wird als sechste Gleichung eine Energiegleichung notwendig. Nach [13] wird hier sinnvollerweise die Bilanzgleichung für die Energie  $\overline{vE}$  der vom Maschennetz nicht aufgelösten Geschwindigkeitsschwankungen benutzt, denn diese sind im wesentlichen für den Impuls- und Wärmetransport in der Feinstruktur verantwortlich. Die in [13] abgeleitete Gleichung kann in folgender Form dargestellt werden:

$$\frac{\partial \overline{v_E}}{\partial t} = \text{Produktion} + \text{Diffusion} - \text{Konvektion} - \text{Dissipation} \quad (12)$$

Die im Produktionsterm

$$\text{Produktion} = - \overline{j_{u_i' u_j'}} \delta_j \overline{j_{u_i'}} \quad (13)$$

enthaltenen Feinstrukturschubspannungen  $\overline{j_{u_i' u_j'}}$  ( $\overline{j_{u_i'}}$  = Mittelwert über die Maschenoberfläche mit Normalen in  $x_j$  - Richtung) werden in der verbesserten Fassung nach [4] durch das vollständige Impulsfeinstrukturmodell dargestellt.

Soll diese Energiegleichung auf gemischte Konvektion oder reine Naturkonvektion angewandt werden, dann ist hier zusätzlich ein Produktionsterm einzuführen, der die Feinstrukturproduktion durch Dichteschwankungen beschreibt [14]:

$$\text{Zusatzproduktion} = \hat{g}_i \hat{\beta} \overline{\hat{u}_i' \hat{T}'} \quad (14)$$

Dieser Term, der bei der formalen Ableitung der Feinstrukturgleichung zwangsläufig entsteht, ist das Analogon zum Zusatzproduktions- term in der Bilanz der gesamten Turbulenzenergie [15].

Für die Anwendung in TURBIT-3 muß diese Zusatzproduktion gemäß Kapitle 2.1 normiert werden. Man erhält anschließend als Ersatz für (13) für den Produktionsterm:

$$\text{Produktion} = - \overline{j_{u_i' u_j'}} \delta_j \overline{j_{u_i'}} + Ar_{oj} \overline{j_{u_j' T'}} \quad (15)$$

Der im Zusatzterm enthaltene turbulente Feinstrukturwärmestrom  $\overline{j_{u_j' T'}}$  ist durch das komplette Temperaturfeinstrukturmodell nach [4] zu beschreiben. Da dieser Term dem Maschenmittelpunkt zugeordnet ist, aber in der Temperaturgleichung der Maschenoberfläche, muß er im Programm zweimal berechnet werden. Dies ist nicht nur bezüglich der Programmierung aufwendig, sondern macht sich auch durch deutlich längere Rechenzeiten bemerkbar.

Die übrigen Terme der Energiegleichung (12) bleiben von Naturkonvektionsphänomenen unberührt. Sie werden aus [4] übernommen.

2.3 Naturkonvektionseinfluß auf die Wandbedingungen.

In den Grundgleichungen ( 3 ) treten folgende Terme an den Wänden auf:

$$\begin{aligned}
 - \frac{1}{Re_o} \left. \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right|_w &= \tau_w \\
 - \frac{1}{Re_o Pr} \left. \frac{\partial T}{\partial x_3} \right|_w &= \dot{q}_w
 \end{aligned}
 \tag{ 16 }$$

Es ist bekannt, daß bei turbulenten Strömungen die Profile von u und T in Wandnähe sehr steil sind und sich außerdem sehr stark ändern. Da dies aus der gewöhnlich benutzten halblogarithmischen Darstellung der Geschwindigkeitsprofile nicht offensichtlich ist, soll dies in Abb. 2 durch Vergleich mit einer linearen Darstellung verdeutlicht werden.

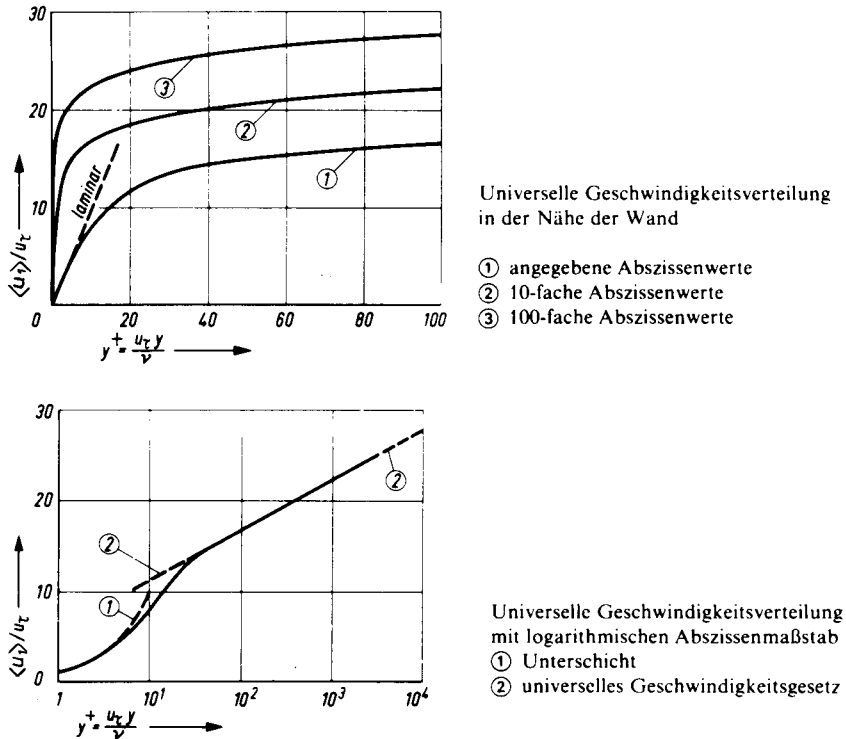


Abb. 2 Universelles Geschwindigkeitsprofil in Wandnähe [ 16 ]. Beim HDR-Problem nach [ 3 ] ist die Kanalmitte etwa bei  $y^+ = 1150$ .

Die bisher in [ 3, 4, 7 ] benutzten Maschennetze haben eine radiale Auflösung von  $D/16$ , d.h. in Einheiten von  $y^+$  eine Maschenweite von

$\Delta x_3^+ = 1/16 \cdot Re_{\tau} \approx 200$  ( $Re_{\tau}$  siehe Kap. 3). Damit ist es wegen Abb. 2 oben, Kurve 1, nicht zulässig, die Gradienten in (16) linear zu approximieren. In [4, 7] wurde daher eine Approximation benutzt, die das über die wandnächste Masche integrierte universelle Geschwindigkeitsprofil

$$\frac{\langle u_1 \rangle}{u_{\tau}^+} = u^+ = \ln y^+ + B(h^+, Gr, Pr (?)) \dots \quad (17)$$

zu Hilfe nimmt. Die darin vorkommende Größe B ist offensichtlich bei gemischter Konvektion abhängig von der Grashofzahl [9, 17, 18]. Diese Abhängigkeit ist auch leicht durch die theoretische Verkopplung des logarithmischen Wandgesetzes (17) mit bekannten Reibbeiwertbeziehungen aufzuzeigen, siehe z.B. [16]. Von den Reibbeiwerten ist zumindest aus [19] bekannt, daß sie erheblich verändert werden. So soll nach [19] der Reibbeiwert und die Nusselt-Zahl gegenüber dem reinen Zwangskonvektionsfall ZK für typische HDR-Ringraumdaten [3, 20, 21] recht erheblich erhöht sein:

$$\begin{aligned} C_f / C_{fZK} &= 8,92 \\ Nu / Nu_{ZK} &= 2,23 \end{aligned} \quad (18)$$

Eine brauchbare Formulierung von B (Gr, Pr) für vertikale Kanalströmungen kann dennoch beim derzeitigen Wissensstand nicht erfolgen, da die existierenden Einflußkriterien [19, 22, 23] für die Beeinflussung von Reibbeiwert und Nusselt-Zahl sehr widersprüchlich sind (Abb. 3). In der gewählten Darstellung ist die Zwangskonvektion im Gebiet oberhalb der Grenzkurven dominant, und die Naturkonvektion im Gebiet unterhalb.

Um eine Bewertung der verschiedenen Einflußkriterien zu ermöglichen sei bemerkt, daß das Yantovskii-Kriterium direkt aus der Gleichung (3) unter Benutzung von (6 - 9) aus dem Größenvergleich von aufgeprägtem Druckgradienten (7) und Auftriebsterm abgeleitet werden kann. Es sagt nämlich eine Beeinflussung des Geschwindigkeitsprofils  $\langle u_1 \rangle$  für den Fall voraus, daß beide Terme von derselben Größenordnung sind, d.h. speziell nach [22], wenn gilt:

$$Ar_{01} = \frac{Gr_{01}}{Re_{\tau}^2} > 1 \quad (19)$$



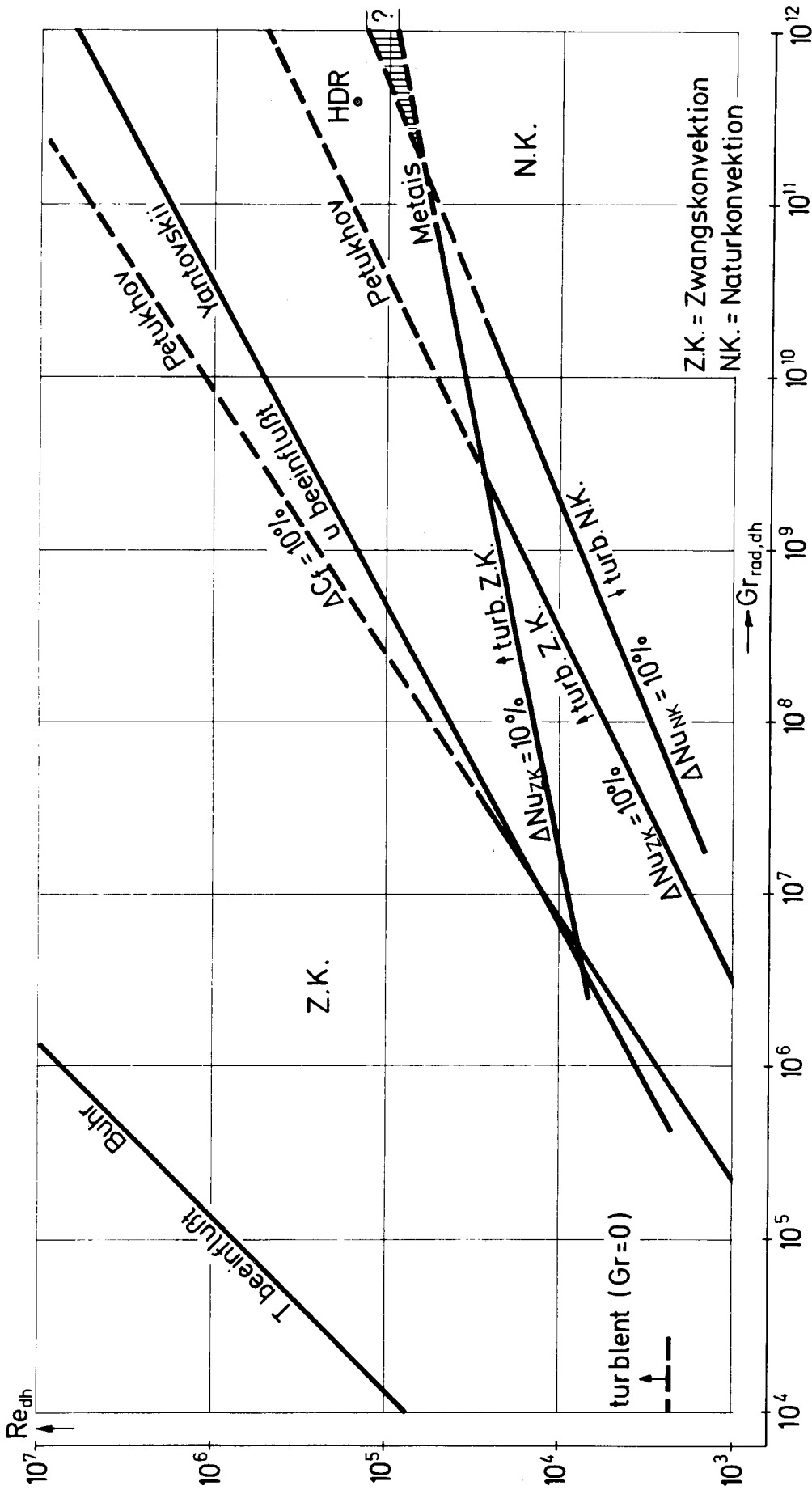


Abb. 3 Beeinflussung von Reibbeiwert  $C_f$  und Nusselt-Zahl  $Nu$  durch Naturkonvektion. Die Kriterien von Bohr und Yantovskii sind [22] entnommen. Für die gemeinsame Auftragung wurden spezielle HDR-Daten und zusätzliche Annahmen benutzt.

Dieses Kriterium erscheint zumindest qualitativ plausibel. Es läßt allerdings keine quantitativen Aussagen zu. Die relativ gute Übereinstimmung mit dem Petukhov-Kriterium läßt jedoch beide Kriterien glaubwürdig erscheinen.

In TURBIT-3 wurde wegen der aufgezeigten Schwierigkeiten angenommen, daß B aus ( 17 ) nicht von der Naturkonvektion beeinflusst wird. Dadurch leidet zwar die quantitative Aussage der numerischen Ergebnisse von TURBIT-3 bei stark beeinflusster gemischter Konvektion, aber wie die Nachrechnung des HDR-Problems zeigen wird (s. Kap. 4), stellt sich dennoch ein erhöhter Reibbeiwert ein.

In TURBIT-3 ist für vollausbildete Strömungen eine Möglichkeit vorgesehen, dieses Problem zu umgehen. Es ist aufgrund der gewählten Normierung, speziell wegen ( 11 ) möglich, die zeitlich gemittelte Wandschubspannung  $\langle \tau_{WZK} \rangle$ , wie sie mit ( 6 ) aus ( 17 ) für reine Zwangskonvektion berechnet werden kann, entsprechend dem Verhältnis der Reibbeiwerte nach der Petukhov-Beziehung zu korrigieren:

$$\langle \tau_W \rangle = \langle \tau_{WZK} \rangle \cdot C_f / C_{fZK} \quad ( 20 )$$

Von dieser Möglichkeit wurde bei der vorliegenden Simulation kein Gebrauch gemacht, da durch die Vorgabe des Reibbeiwertverhältnisses ebenfalls Unsicherheiten bei der Untersuchung des Einlaufproblem es einfließen würden. Außerdem ist bei dem hier zu untersuchenden Fall von sehr starkem Auftriebseinfluß der Ort der wesentlichen Produktion ( 15 ) von Turbulenzenergie von der Wand weg verlagert ins Strömungsinere. Dadurch wird der sich einstellende Turbulenzzustand und die mittlere Geschwindigkeit unempfindlicher gegen unzureichende Wandnäherungen.

Dieselben Probleme treten natürlich auch bei molekularen Prandtl-Zahlen  $Pr \gg 0,1$  bei der Formulierung des Wandwärmestromes  $\dot{q}_w$  nach ( 16 ) auf. Hier ist zwar ebenso in TURBIT-3 eine zu ( 20 ) analoge Korrektur vorgesehen,

$$\langle \dot{q}_w \rangle = \langle \dot{q}_{wZK} \rangle \cdot Nu / Nu_{ZK} \quad ( 21 )$$

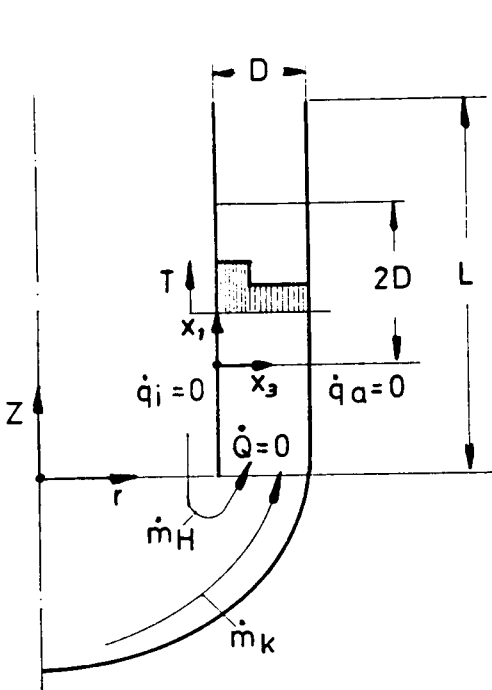
aber sie wurde wegen der oben genannten Gründe auch nicht benutzt. Viel-

mehr wurde zur Vermeidung jeglicher zusätzlicher Probleme im Temperaturteil des Rechenprogramms das zu simulierende Modell als an beiden Wänden adiabatisch angenommen (wie auch in [3]). Die Aussagen zur radialen Vermischung werden hierdurch wesentlich nur in der Endphase beeinflusst, wenn der radiale Temperatursausgleich zum Verschwinden des Auftriebstermes führt.

### 3. Festlegung der Anfangswerte

Für das Rechenmodell werden in Übereinstimmung mit der Problemstellung in der Einleitung, mit [3] und einigen zusätzlichen Forderungen folgende Annahmen gemacht:

- Der Ringraum wird durch einen Plattenkanal dargestellt. Die Zulässigkeit dieser Annahme kann aus dem geringen Radienverhältnis von 1.11 aus Abb. 1 abgeleitet werden.
- Das Maschennetz hat 16 Maschen in Hauptströmungsrichtung, 8 in "Umfangsrichtung" und 16 in radialer Richtung; die Periodizitätslänge in  $x_1$ -Richtung (Hauptströmungsrichtung) ist  $X_1 = 2 \cdot D$  ( $D$  = Kanalweite) und in  $x_2$ -Richtung ( $\varphi$ -Richtung des Druckbehälters)  $X_2 = D$ . Dieses Netz entspricht dem Netz K7 in [4]
- Die beiden Massenströme unterschiedlicher Temperatur treten unvermischt in den Ringraum ein.
- Die Flächenaufteilung der beiden Zonen entspricht dem Verhältnis der beiden Massendurchsätze (ca. 25 % heiß, 75 % kalt).
- Die Wände sind adiabat; die interne Wärmequelle ist  $\dot{Q} = 0$  ( $\rightarrow Da_o = 0$ ).



$$\begin{aligned} \hat{m}_H &= 62,4 \text{ t/h} \\ \hat{m}_K &= 180,0 \text{ t/h} \\ \hat{T}_H &= 310 \text{ }^\circ\text{C} \\ \hat{T}_K &= 252,5 \text{ }^\circ\text{C} \\ \hat{D} &= 0,15 \text{ m} \\ \hat{L} &= 7,9 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Re_D &= 72\,440 \\ Pr &= 0,89 \\ Gr_{o1} &= -2,27 \cdot 10^{10} \end{aligned}$$

Abb. 4: Das Rechenmodell und seine Parameter

- Die vorzugebende Reynoldszahl  $Re_{\tau} = Re_o$  (10) wird wie beim Fall ohne Naturkonvektion mit (11) aus dem Reibbeiwert nach Blasius

$$C_f = 0,3164 \cdot Re_{dh}^{-1/4} \quad (22)$$

unter Benutzung der Daten nach Abb. 4 abgeschätzt zu  $Re_{\tau} = 3300$ .

- Die vorzugebende Grashofzahl in der Hauptströmungsrichtung  $Gr_{o1}$  wird nach (4) und (8) mit  $\hat{T}_{W1} = \hat{T}_H$  und  $\hat{T}_{W2} = \hat{T}_K$  (Abb. 4) berechnet. Es ist  $Gr_{o1} = -2.27 \cdot 10^{10} < 0$ , da der Gravitationsvektor  $g$  in positiver  $x_1$ -Richtung als positiv angesetzt wurde. Die Querkomponenten des Auftriebstermes sind wegen der vertikalen Anordnung Null, d.h. es ist  $Gr_{o2} = Gr_{o3} = 0$ .

Für den Start der instationären, 3-dimensionalen Integration der Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Enthalpie ist die Vorgabe der gesamten 3-d Felder für  $u_i$  und  $T$  zum Zeitpunkt  $t = 0$  erforderlich. Da beide Massenströme bei der Anströmung des Ringraumeintrittes entlang von Wänden strömen (Kernmantelinnenseite und Druckbehälterboden) wird wie in [3] angenommen, daß das Geschwindigkeitsfeld beim Eintritt in den Ringraum nahezu voll entwickelt ist. Nach [4] werden entsprechende Anfangswerte aus vorhandenen Integrationsergebnissen für dasselbe Maschennetz dadurch gewonnen, daß

- das mittlere Geschwindigkeitsprofil entsprechend den universellen logarithmischen Wandgesetzen für die vorliegende Reynolds-Zahl  $Re$  korrigiert wird, und
- die statistischen Eigenschaften der Geschwindigkeitsschwankungen unverändert übernommen werden.

Um eine konservative Abschätzung für das Vermischungsverhalten zu erhalten, wird das Temperaturfeld vollkommen statistisch entkoppelt vom Geschwindigkeitsfeld vorgegeben. Es wird angenommen, daß die Temperaturen innerhalb der beiden Zonen jeweils konstant sind ( $\rightarrow$  Temperaturschwankungen  $T' \approx 0$ ).

#### 4. Ergebnisse der numerischen Simulation

Ausgehend von den oben angeführten Anfangswerten wurde über 40 min CPU-Zeit an der IBM 370/168 des KFK das Gleichungssystem integriert. In den TURBIT-Programmen kommen in der Hauptströmungsrichtung periodische Randbedingungen zur Anwendung. Es ist aus Kostengründen nicht sinnvoll die ganze Länge des Ringraumes zu erfassen. Vielmehr wird lediglich ein Kontrollvolumen von der Länge  $2 D$  betrachtet (Abb.4), das allerdings mit der mittleren Geschwindigkeit durch den Ringraum hindurch transportiert wird. Die axiale Entwicklung des Strömungsfeldes muß deshalb aus der zeitlichen Entwicklung der Felder im Kontrollvolumen gefolgert werden. Der zurückgelegte Weg des Kontrollvolumens innerhalb der genannten Rechenzeit ist (Tab. 1):

$$Z(t) = \frac{\hat{Z}(t)}{\hat{D}} = \int_0^t \langle u_1 \rangle dt = 32,4 \quad (23)$$

Dieser Weg ist trotz der gegenüber [3] um den Faktor 2 größeren Rechenzeit um den Faktor 2,5 kleiner. Wesentliche Ursache hierfür ist nicht die Erweiterung des Rechenprogramms gemäß Kapitel 2.2, sondern das Auftreten von lokal sehr hohen Geschwindigkeitswerten, die ihrerseits über die Zeitschrittautomatik nach [13] den zulässigen Zeitschritt für das explizite Integrationsverfahren sehr stark reduzieren. Der zurückgelegte Weg (23) ist kleiner als die Ringraumlänge  $L$  (Abb.4):

$$L = \frac{\hat{L}}{\hat{D}} = 52,67 \quad (24)$$

Dennoch ist eine weitere Integration wenig sinnvoll, da durch das zeitweise Auftreten lokaler Rückströmung, durch die hohen Geschwindigkeiten in der Anfangsphase in der heißen Zone, und die in der Realität damit verbundene Rückkehr des heißen Fluids in der kalten Zone, die Summe des zurückgelegten Weges des Kontrollvolumens (23) und des zurückgelegten Weges des lokalen Geschwindigkeitsmaximums  $Z_{\max}$  (Tab. 1) etwa die zweifache Ringraumlänge ergibt:

$$Z(t) + Z_{\max} = 106 \gtrsim 2 \cdot L \quad (25)$$

Tab. 1: Der Verlauf des zurückgelegten Weges  $Z$  des Kontrollvolumens, der Wandtemperaturdifferenz  $\Delta T_w = \langle T_{w1} - T_{w2} \rangle$ , der lokalen Grashof-Zahl  $Gr_1$  und der mittleren Geschwindigkeit  $v_{\langle u_1 \rangle}$  des Kontrollvolumens, aufgetragen für jeden Makro-Zeitschritt der Integration.

$Z$	$Z_{\max}$	$\Delta T_w$	$-Gr_1$	$v_{\langle u_1 \rangle}$
.64164	1.9361	1.0009	.22719E+11	21.388
1.2809	5.2602	1.0003	.22708E+11	20.870
1.5835	7.0137	.99298	.22541E+11	21.038
1.9865	9.6539	.98219	.22296E+11	20.424
2.3556	12.284	.88253	.20033E+11	19.713
2.6958	14.857	.76593	.17366E+11	18.976
2.9924	17.192	.68992	.15661E+11	18.314
3.2891	19.598	.63185	.14343E+11	17.672
3.5551	21.796	.58873	.13364E+11	17.135
3.7981	23.785	.55043	.12495E+11	16.702
4.0318	25.698	.51046	.11587E+11	16.348
4.2759	27.646	.47285	.10734E+11	16.042
4.5164	29.496	.44744	.10157E+11	15.801
4.7482	31.184	.42576	.96648E+10	15.619
4.9798	32.765	.37621	.85399E+10	15.499
5.2012	34.221	.31030	.70438E+10	15.393
5.4446	35.696	.22869	.51912E+10	15.213
5.6919	37.075	.20568	.46690E+10	15.034
5.9402	38.305	.14448	.32798E+10	14.882
6.2026	39.291	.92542E-01	.21007E+10	14.772
6.4658	40.007	.59088E-01	.13413E+10	14.748
6.7227	40.563	.47730E-01	.10935E+10	14.392
6.8989	40.907	.41779E-01	.94839E+09	14.407
7.2163	41.575	.30236E-01	.68635E+09	14.422
7.6714	42.553	.23406E-01	.53131E+09	14.418
8.2383	43.709	.17723E-01	.40232E+09	14.387
9.0098	45.186	.12300E-01	.27921E+09	14.347
10.007	46.924	.82978E-02	.18836E+09	14.323
11.152	48.770	.61735E-02	.14014E+09	14.324
12.382	50.680	.45975E-02	.10436E+09	14.341
14.019	53.075	.34657E-02	.78670E+08	14.366
15.632	55.262	.28319E-02	.64285E+08	14.398
17.576	57.726	.20560E-02	.46671E+08	14.457
19.785	60.406	.17209E-02	.39065E+08	14.549
22.742	63.805	.13415E-02	.30451E+08	14.688
26.127	67.468	.95046E-03	.21575E+08	14.852
28.935	70.335	.76461E-03	.17357E+08	14.987
32.361	73.685	.50128E-03	.11379E+08	15.160

D.h. am Ende der Simulationszeit würde in der mit diesem Modell konsistenten "Realität" das Fluid aus der schnellen, heißen Zone das obere Ringraumende erreicht haben, dort umgelenkt und vermischt worden sein, und bereits in der kalten Zone wieder abwärts geströmt sein, bis zum entgegenkommenden Kontrollvolumen. Wir werden an den folgenden Ergebnissen für die Geschwindigkeitsprofile sehen, daß diese Argumentation nur eine grobe Näherung ist, da sich nicht über die gesamte Ringraumlänge Rückströmung in der kalten Zone einstellt. Dennoch ist eine weitere Integration wenig sinnvoll, da durch den raschen Zerfall des Temperaturfeldes zunehmend numerische Ungenauigkeiten die Ergebnisse beeinflussen würden.

#### 4.1 Verhalten des Geschwindigkeits- und Temperaturfeldes

Als integrale Größe für das Geschwindigkeitsfeld ist in Tab. 1 die über das Kontrollvolumen gemittelte Geschwindigkeit  $\bar{v} \langle u_1 \rangle$  aufgetragen. Die mittlere Geschwindigkeit, und damit die sich tatsächlich einstellende Reynoldszahl, ist nicht konstant, da in TURBIT-3 mit konstant vorgegebenen Normierungsgrößen gearbeitet wird. Die mittlere Geschwindigkeit fällt am Anfang zusammen mit der Wandtemperaturdifferenz  $\Delta T_w$  ab und steigt gegen Ende der Simulation wieder langsam an. Diese Eigenheit der Simulation erlaubt es u.a. nicht die im unendlichen Plattenkanal numerisch gewonnenen Ergebnisse für die zeitabhängige Entwicklung der Strömungsfelder quantitativ auf die ortsabhängige Entwicklung im endlichen HDR-Ringraum zu übertragen, sondern erlaubt nur die qualitative Untersuchung der Phänomenologie. Daß dennoch die numerischen Ergebnisse einer quantitativen Auswertung standhalten zeigt der Vergleich mit den Ergebnissen der Petukhov-Beziehung [19] für den Reibbeiwert: Der an der Stelle der minimalen mittleren Geschwindigkeit bei  $Z = 10$  aus der Simulation mit Hilfe von (10, 11, 22) berechnete Reibbeiwert ist 2,1 mal so groß wie bei reiner Zwangskonvektion; die Petukhov-Beziehung liefert mit den entsprechenden an dieser Stelle gültigen Kennzahlen eine Vergrößerung um das 1,9-fache.

Die Entwicklung der numerisch simulierten Geschwindigkeits- und Temperaturprofile ist aus den Übersichtsdarstellungen der Abb. 5 - 8 ersichtlich. Die dort angegebenen axialen Ortskoordinatenwerte  $Z$  werden mit (23) aus der Zeit und der mittleren Geschwindigkeit berechnet. Die Unregelmäßigkeiten in den Profilen sind auf unzureichende Mittelung zurückzuführen, denn die simulierten Turbulenzfelder können nicht über die Zeit, sondern nur über den Ort gemittelt werden, d.h. über Ebenen parallel zur Wand.



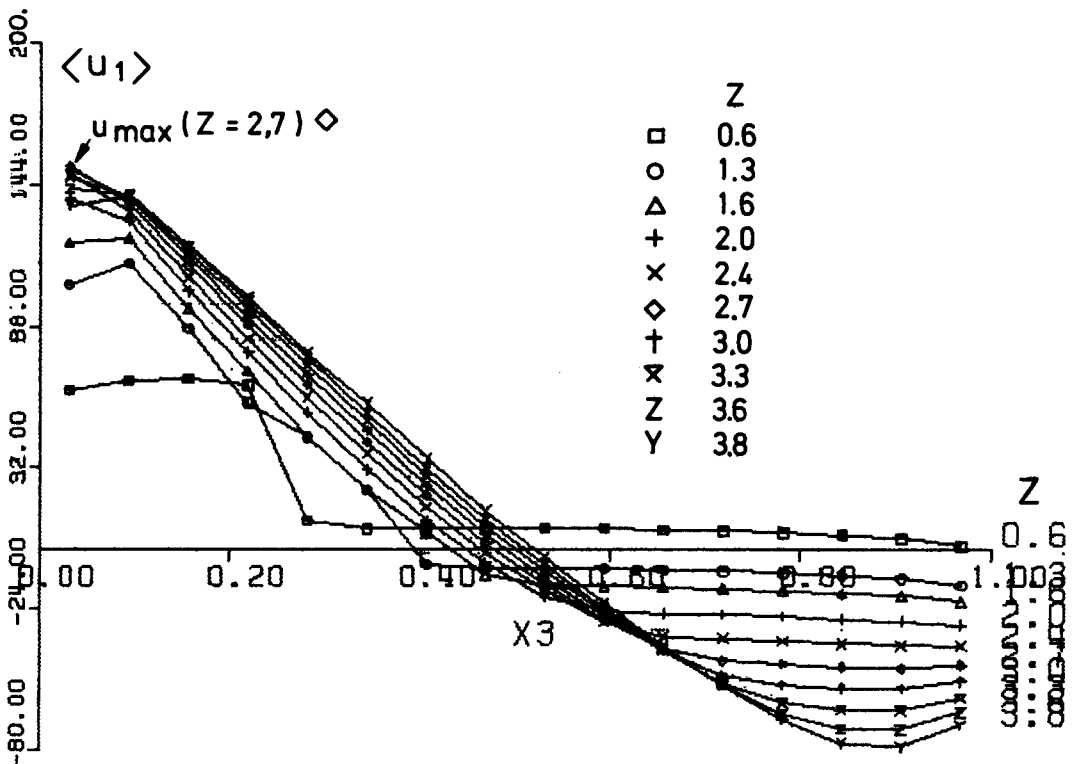
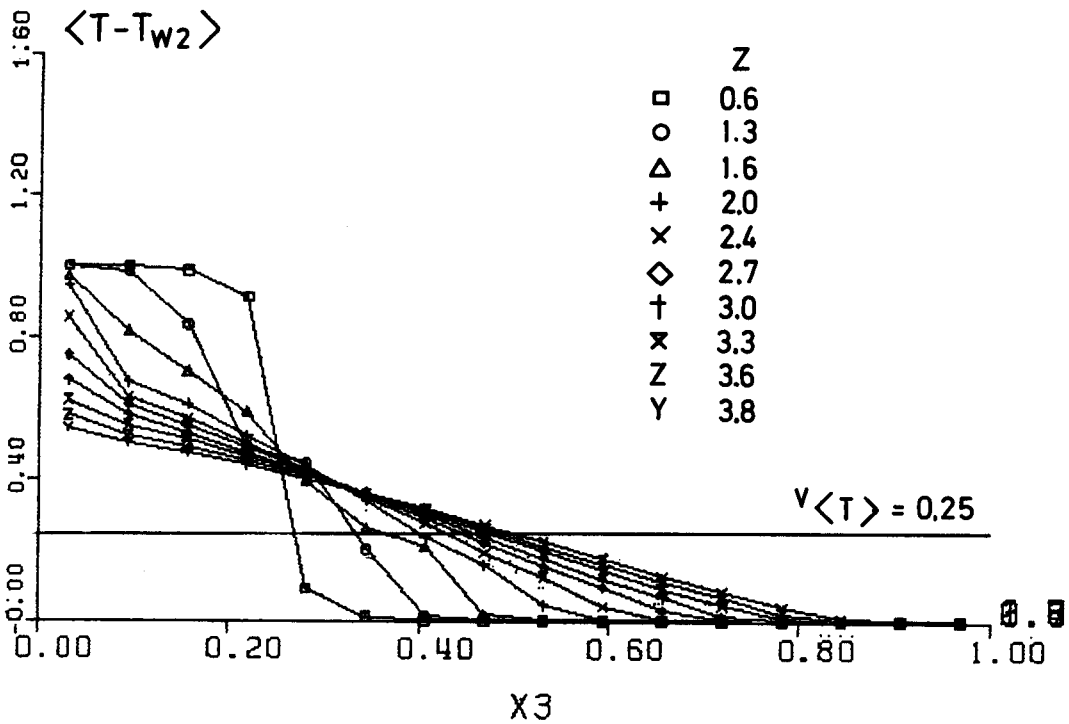


Abb. 5: Radiale Temperatur- und Geschwindigkeitsprofile im Einlaufbereich des Ringraumes bis  $Z = 3.8$ .  $x_3$  = Wandabstand von der heißen Wand mit der Temperatur  $T_{w1}$ ,  $T_{w2}$  = Temperatur der kalten Wand.  $v \langle T \rangle$  = mittlere Temperatur über das Kanalvolumen.

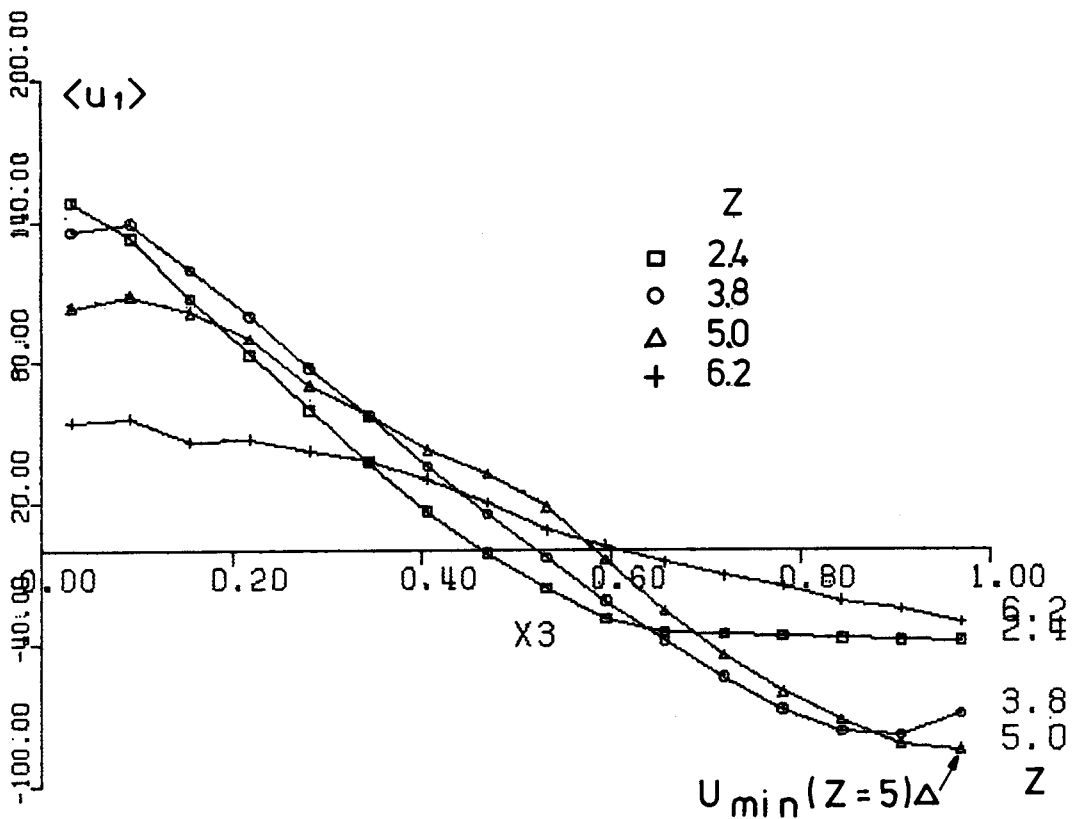
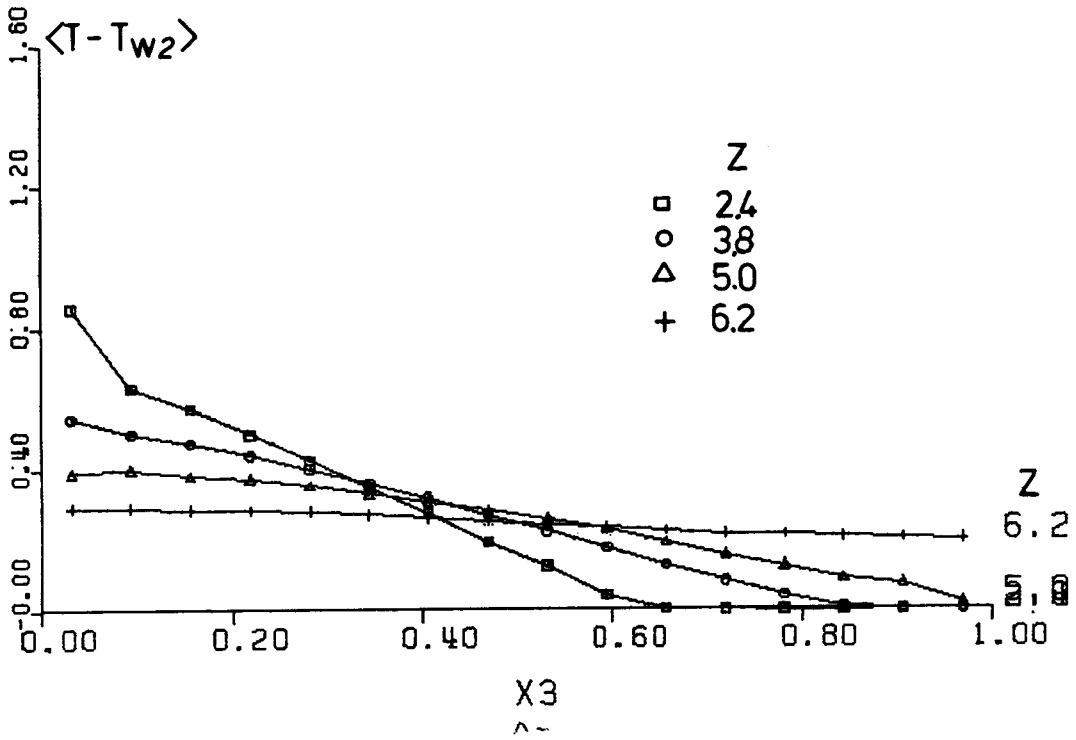


Abb. 6: Radiale Temperatur- und Geschwindigkeitsprofile im Einlaufbereich des Ringraumes bis  $Z = 6.2$ . Die maximale Rückströmgeschwindigkeit wird bei  $Z = 5$  erreicht.

Die Abb. 5 gibt einen Einblick in die Anfangsphase der Simulation. Das Fluid wird an der heißen (linken) Wand sehr stark beschleunigt und an der kalten Wand stark verzögert. Bei  $Z = 1.3$  kommt es über 60% des Kanalquerschnittes zu Rückströmung. Die räumliche Ausdehnung der Rückströmung wird zwar für größere  $Z$  reduziert durch die Anhebung der Temperatur im ehemals kalten Gebiet der Mischzone, die maximale Rückströmgeschwindigkeit steigt jedoch weiter an. Die positive Geschwindigkeit im heißen Bereich erreicht durch die rasche Reduktion der Temperatur in diesem Bereich bereits bei  $Z = 2.7$  mit etwa dem 7-fachen des Anfangswertes ihren absoluten Maximalwert. Für größere  $Z$  sinkt dieser Maximalwert zunächst nur langsam ab.

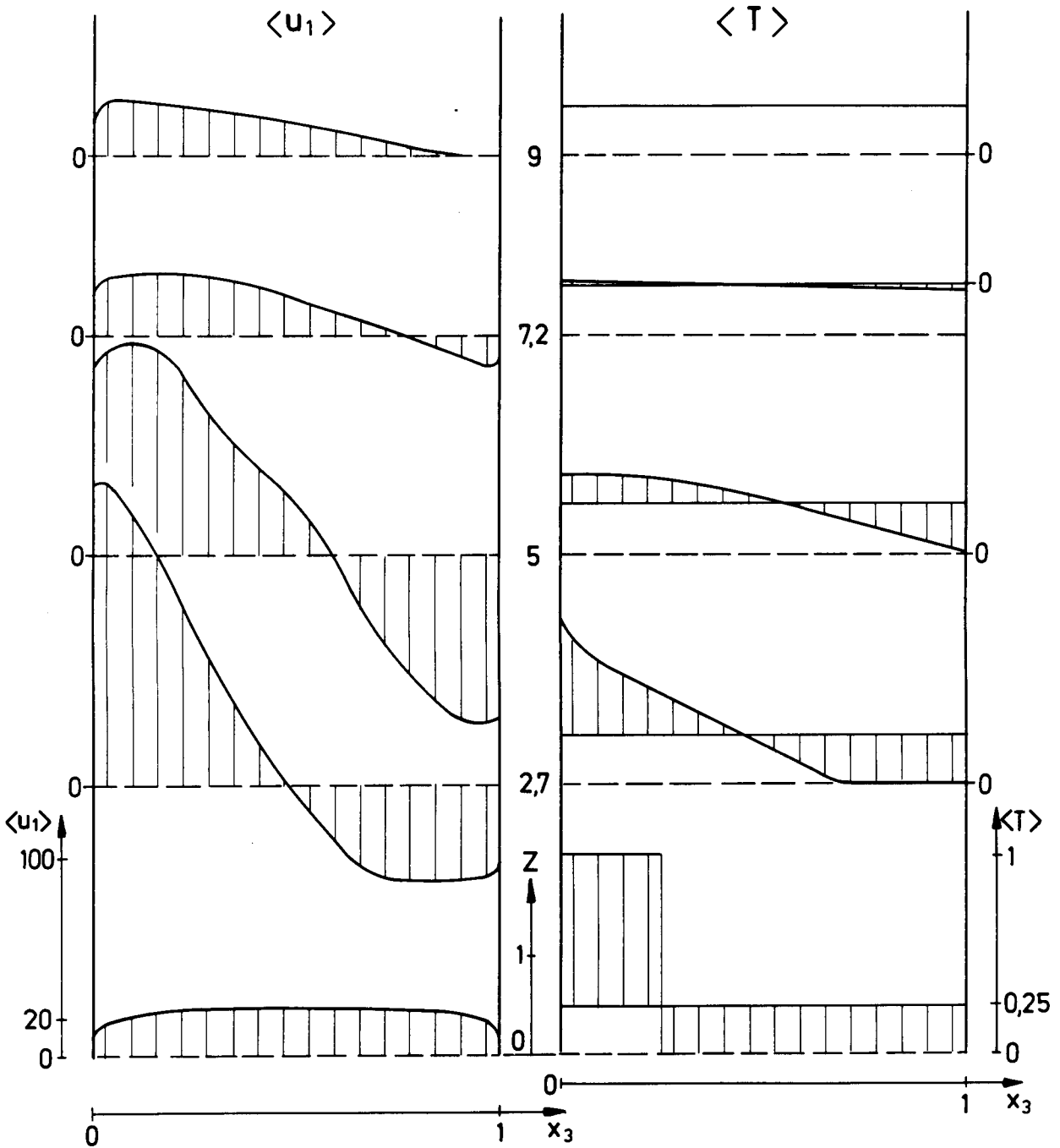
Das absolute Minimum der Geschwindigkeit, d.h. der absolute Maximalwert der Rückströmgeschwindigkeit, erreicht bei  $Z = 5$  betragsmäßig das 4,5-fache der mittleren Anfangsgeschwindigkeit (Abb. 6, 7). An dieser Stelle wird die (rechte) kalte Wand von der Mischzone im Temperaturfeld erreicht. D.h. die durch den Auftrieb verursachte Druckdifferenz (3, 5, 9)

$$\Delta p_{NK}(x_3) = Ar_{01} (\overline{v} \langle T \rangle - \langle T(x_3) \rangle) \quad (26)$$

wird nun auch in der kalten Zone durch zunehmende Verflachung des Temperaturprofiles reduziert. Im weiteren Verlauf ändern sich die Profile rascher. Bei  $Z = 6.2$  (Abb. 6) scheint das Temperaturprofil weitgehend linear und konstant. Nach Tab. 1 beträgt hier die Temperaturdifferenz zwischen den beiden Wänden  $\Delta T_w$  nur noch ca. 9% des Anfangswertes. Entsprechend reduzieren sich auch die positiven und negativen Geschwindigkeitsextremwerte. Hier wird deutlich, daß diese Simulation einen rascheren Zerfall des Temperaturfeldes liefert als in [3].

Das Ende der lokalen Rückströmung in der kalten Zone ist bei  $Z = 9$  zu finden (Abb. 7). Das zugehörige Temperaturprofil läßt in der gewählten Darstellung kaum noch Unterschiede vom Endergebnis oder dem Volumenmittelwert  $\overline{v} \langle T \rangle = 0.25$  erkennen, da die Wandtemperaturdifferenz  $\Delta T_w$  nach Tab. 1 auf ca. 1% des Anfangswertes zurückgegangen ist. Die Unterdrückung der Sekundärströmung bereits an dieser Stelle ist überraschend, da hier die lokale Nettoantriebsdruckdifferenz als Summe aus (7) und (26) nahe der kalten Wand noch kleiner Null ist

$$\left\langle \frac{\partial p}{\partial x_1} \right\rangle + \Delta p_{NK} \approx 2 - 10 = -8 < 0 \quad (27)$$



**Abb. 7** Radiale Temperatur- und Geschwindigkeitprofile bis  $Z = 9$ . Die Rückströmung ist bei  $Z = 9$  beendet. Man beachte die unterschiedlichen Maßstäbe für  $Z$  und  $x_3$ .

Offensichtlich wird diese lokale axiale negative Impulseinleitung durch den turbulenten Impulsaustausch quer zur Hauptströmungsrichtung bereits überkompensiert. Die Nettoantriebsdruckdifferenz ( 27 ) wird erst für  $Z > 17,6$  im ganzen Kanal positiv.

Die sich am Ende der Simulation bei  $Z = 32,4$  einstellenden Profile sind in der Abb. 8 wiedergegeben. Das Geschwindigkeitsprofil ist hier bereits wieder nahezu symmetrisch, weil das ausgeglichene Temperaturfeld praktisch keinen Einfluß mehr auf die Nettoantriebsdruckdifferenz ( 27 ) ausübt. Nach Tab. 1 beträgt die Wandtemperaturdifferenz lediglich noch 0,5% des Anfangswertes. Die zugehörige Grashof-Zahl ( 10 ) hat sich entsprechend um mehr als 3 Größenordnungen reduziert.

Verglichen mit der Resttemperaturdifferenz von 25% am Ende der Simulation ohne Naturkonvektion [ 3 ] führt diese Rechnung zu einem wesentlich rascheren Abbau der Wandtemperaturdifferenz. Außerdem ist die befürchtete Ausbildung eines über die gesamte Ringraumhöhe sich erstreckenden sich selbst erhaltenden heißen Kamines ausgeblieben. Die am Eintritt sich einstellende Rückströmung (Abb. 7) wird durch einen verstärkten turbulenten Queraustausch bei größeren  $Z$  unterbunden. Damit bestätigen diese Rechnungen die Erfahrung, daß sich lokale Rückströmung nur bei entgegengesetzt wirkendem Zwangs- und Auftriebsantrieb über die ganze Kanallänge einstellt [ 10, 19 ], d.h. bei beheizter Abwärtsströmung oder gekühlter Aufwärtsströmung. Durchgehende Rückströmung wäre nur in der kalten Zone bei erheblichen radialen Wärmeverlusten durch die Druckbehälterwand (Abb. 1) denkbar.

#### 4.2 Wirkungsweise der Turbulenz auf das Temperaturfeld

Da das Rechenprogramm TURBIT-3 nach der Erweiterung gemäß Kapitel 2.2 nicht durch separate Rechnungen verifiziert wurde, was beim derzeitigen Wissensstand über gemischte Konvektion wohl auch kaum zuverlässig möglich ist (vergleiche Kapitel 2.3), sollen hier wenigstens wie in [ 3 ] einige Daten über die Auswirkungen der Turbulenz auf das Temperaturfeld diskutiert werden. Der Abb. 9 kann man entnehmen, daß der rasche Zerfall des Temperaturfeldes bei kleinen  $Z$  mit hohen Temperaturschwankungen, und auch hohen radialen turbulenten Wärmeströmen in positiver  $x_3$ -Richtung, d.h. zur kälteren Zone hin, verbunden ist. Die jeweiligen Maxima der Profile beider Größen treten nicht in Wandnähe auf, wie dies bei Zwangskonvektion in

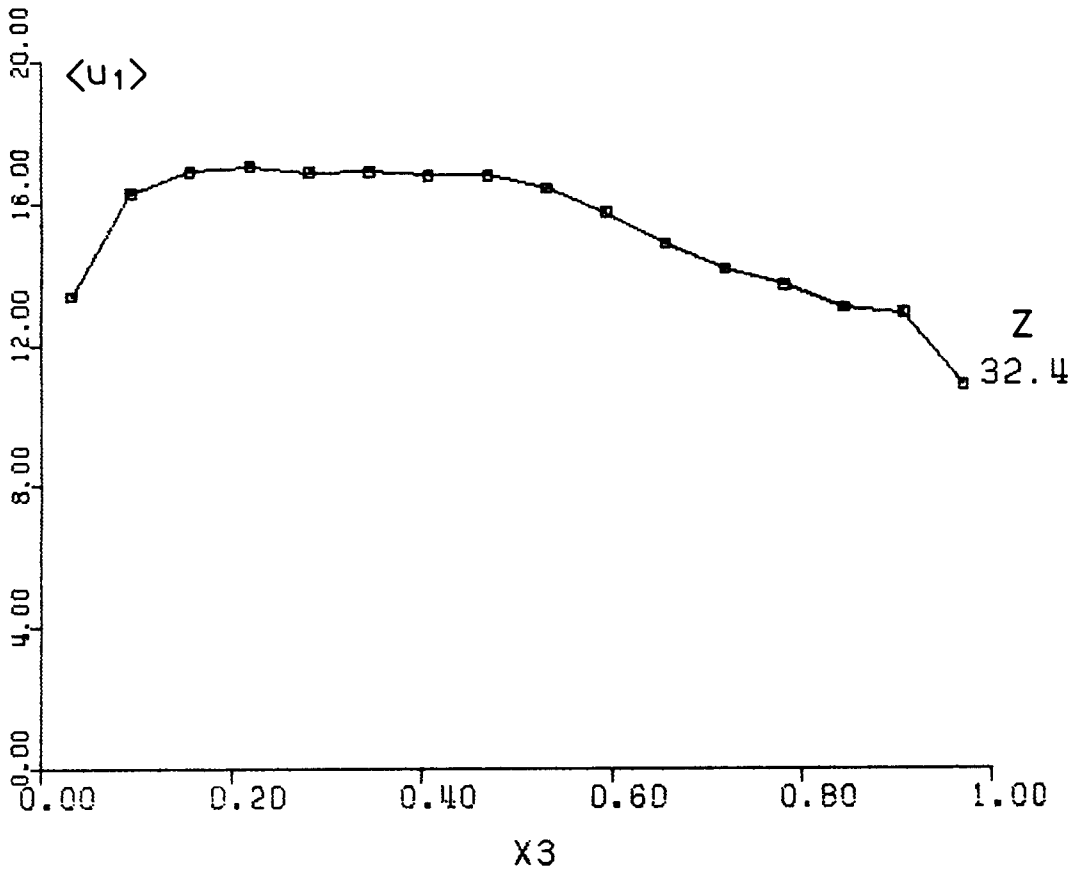
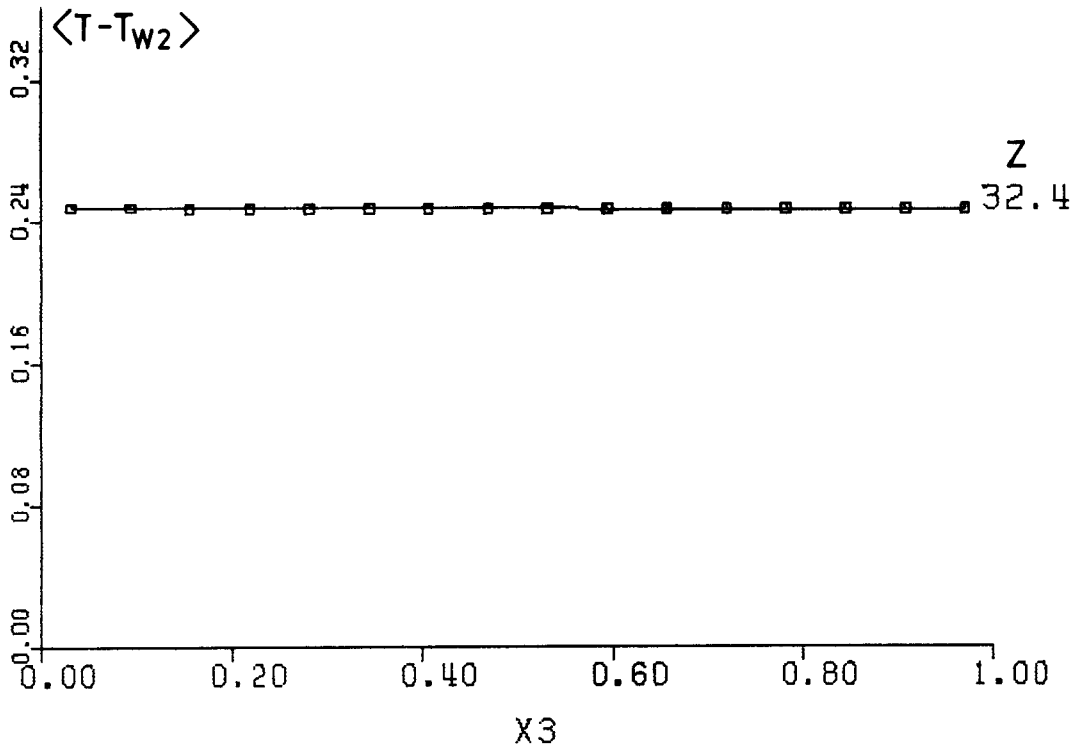


Abb. 8 Radiales Temperatur- und Geschwindigkeitsprofil am Ende der Simulation bei  $Z = 32,4$ .

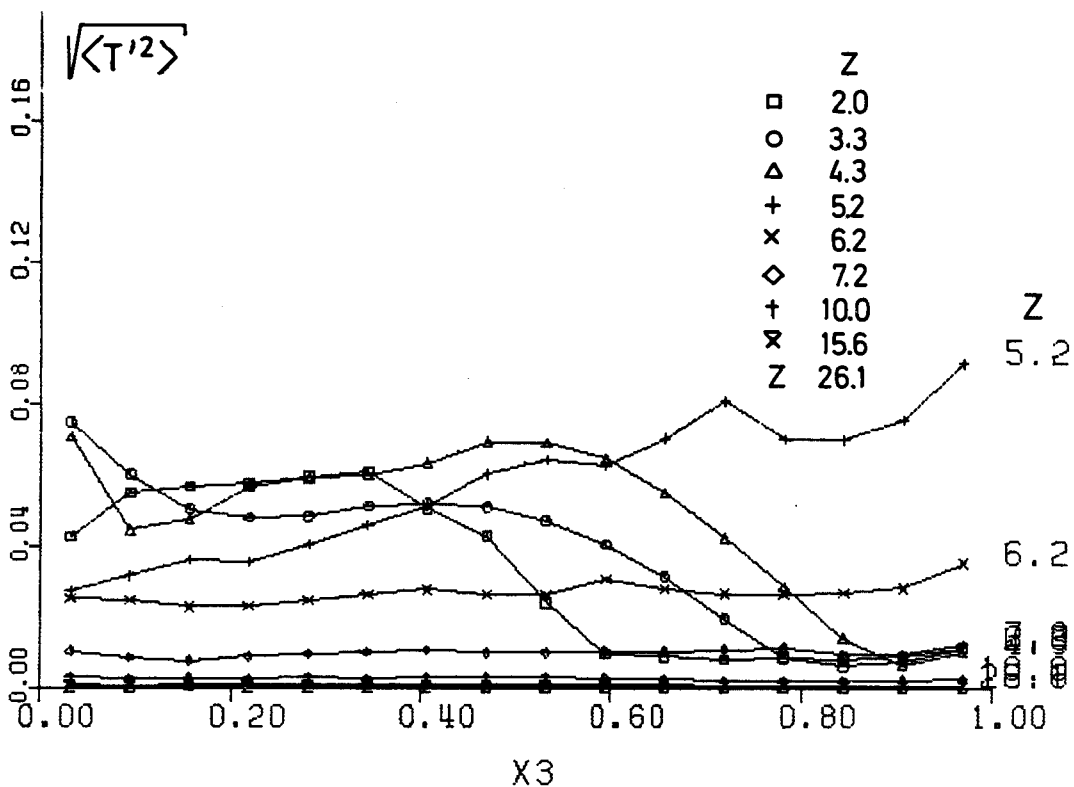
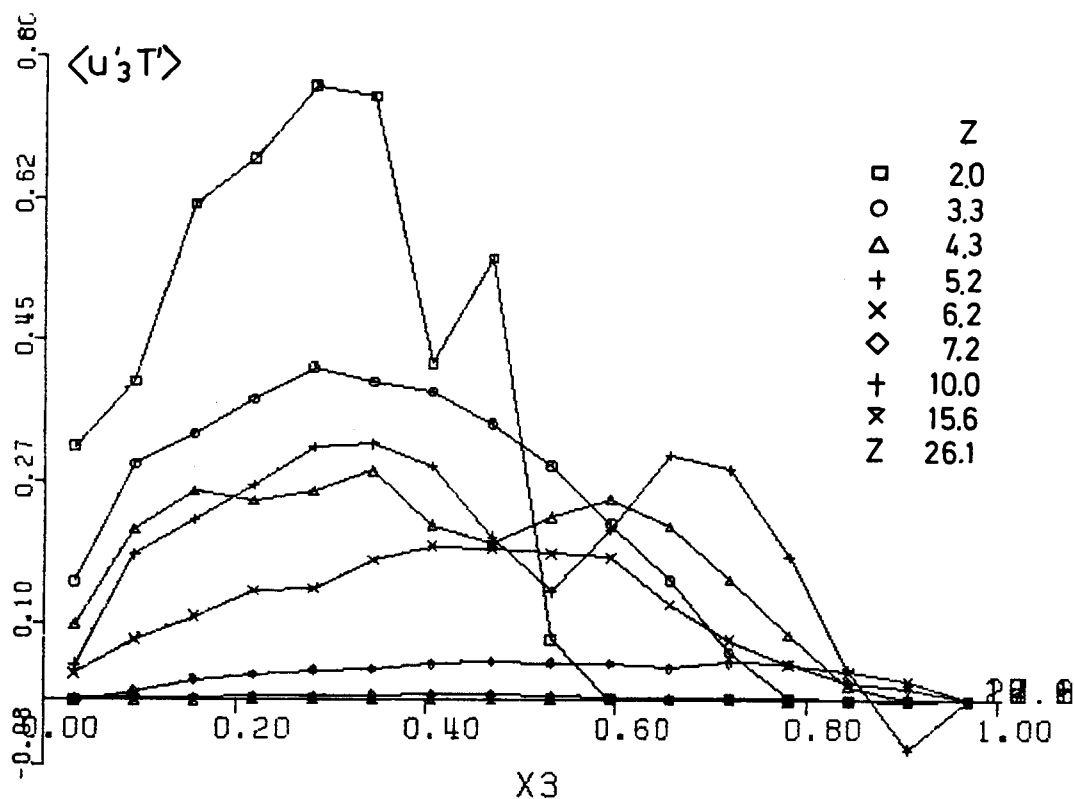


Abb. 9 Radiale Profile des radialen turbulenten Wärmestromes  $\langle u_3' T' \rangle$  und der root-mean-square-Werte der Temperaturschwankungen bis  $Z = 26,1$ .

Kanälen mit nicht adiabaten Wänden der Fall ist, sondern wie in [24, 25] in einiger Entfernung von der Wand, offensichtlich in Übereinstimmung mit den Ergebnissen in [3, 26] im Bereich der Maxima des radialen Temperaturgradienten bzw. der radialen Geschwindigkeitsschwankungen.

Der quantitative Vergleich mit dem Zwangskonvektionsfall [3, Abb. 8, 9] macht deutlich, daß der sich hier einstellende radiale Wärmestrom um etwa den Faktor 3-5 größer ist, und die root-mean-square-Werte (rms) der Temperaturschwankungen entsprechend kleiner sind. Die Auswirkungen auf das Temperaturfeld lassen sich hieraus qualitativ ableiten: Wie bei Experimenten an ebenen Strahlen beobachtet [26], führt auch hier der Auftriebsterm gegenüber der Simulation ohne Naturkonvektion zu einer Verdoppelung der Geschwindigkeitsschwankungen, und damit zu einer Erhöhung des radialen turbulenten Wärmestromes. Dieser führt zu einem schnelleren Abbau radialer Temperaturunterschiede. Da die Temperaturschwankungen nur in Bereichen mit Temperaturunterschieden entstehen können, und bekanntlich größere Strecken zur Ausbildung benötigen [4], stellen sich hier im rascher zerfallenden Temperaturfeld kleinere Temperatur-rms-Werte ein. Damit sind die hier gefundenen Ergebnisse in sich konsistent und mit den in [3] gegebenen Ergebnissen verträglich. Zwingend vorhersagbar ist dieses Verhalten jedoch nicht, da der radiale turbulente Wärmestrom  $\langle u_3^1 T' \rangle$  sowohl von der (erhöhten) radialen Geschwindigkeitsschwankung, als auch von der (verminderten) Temperaturschwankung beeinflusst wird.

In Abb. 10 sind die Profile des radialen turbulenten Wärmestromes und der rms-Werte der Temperaturschwankungen für das Ende der Simulation bei  $Z = 32,4$  aufgetragen. Am radialen Wärmestrom wird deutlich, daß der Wärmeaustauschvorgang weitgehend abgeschlossen ist. Er ist, ausgehend von der Größenordnung eins in der Anfangsphase (Abb. 9), bis auf  $5 \cdot 10^{-5}$  zurückgegangen. Die rms-Werte der Temperaturschwankungen sind nur noch von der Größe  $2 \cdot 10^{-4}$ . Bezieht man sie auf die verbliebene Wandtemperaturdifferenz, so ist die maximale relative Temperaturschwankungsintensität mit  $T'_{rms}/\Delta T_w \approx 0,4$  von gleicher Größe wie bei einem ebenen Auftriebsstrahl [26]. Sie ist verglichen mit den Erfahrungswerten 20% bei Zwangskonvektion in Kanälen [4] etwas höher, da die Temperaturschwankungen langsamer als die radialen Temperaturunterschiede aussterben. Ein analoges Verhalten wurde bei Kanälen mit Sekundärströmungen numerisch beobachtet und an Experimenten verifiziert [7].



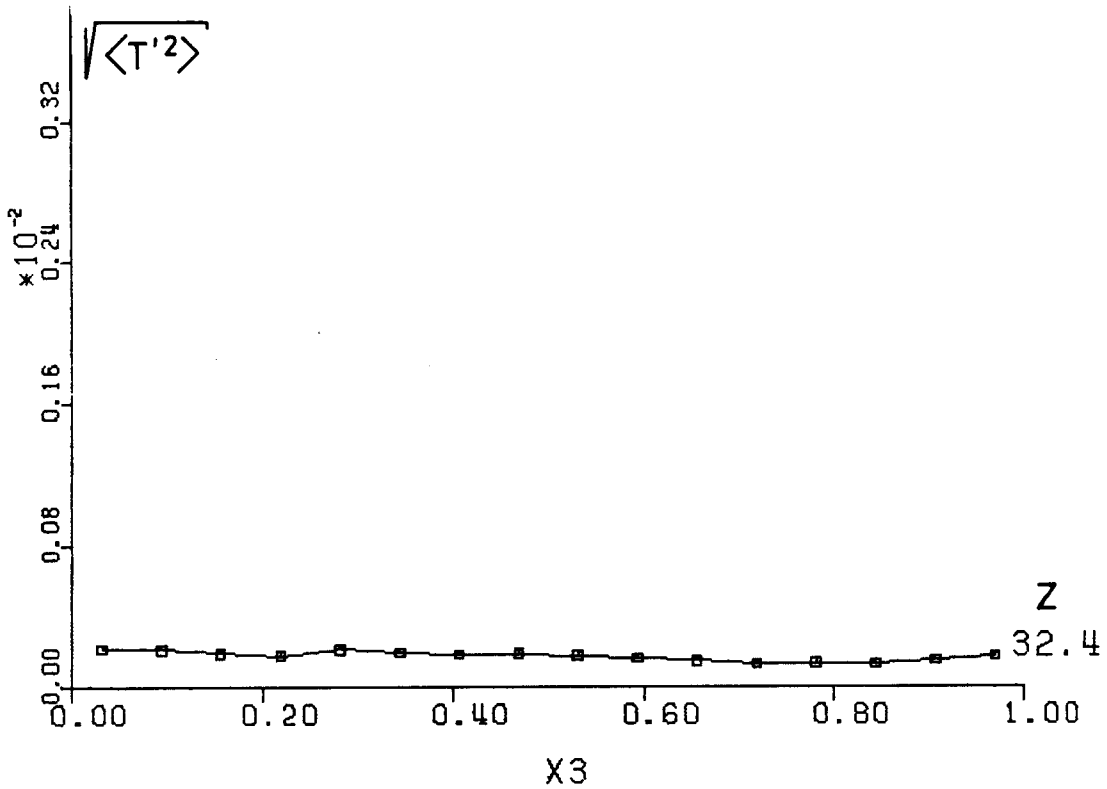
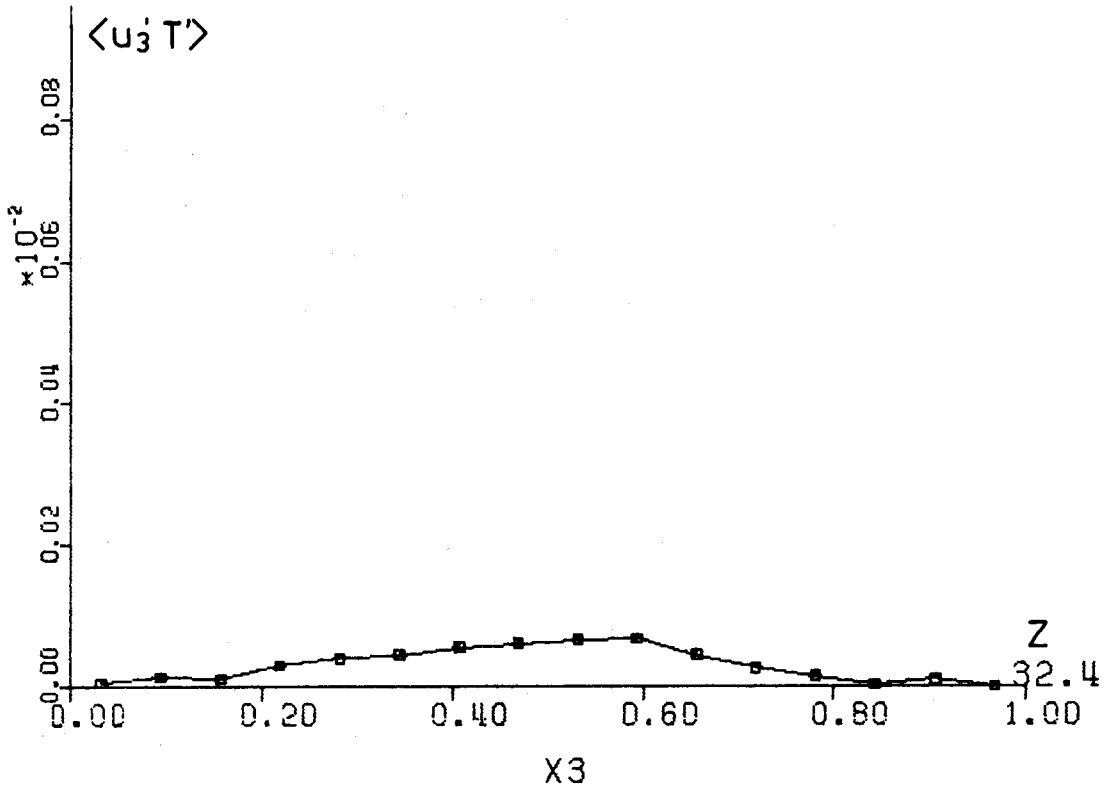


Abb. 10 Radiale Profile des radialen turbulenten Wärmestromes und der rms-Werte der Temperaturschwankungen am Ende der Simulation bei  $Z = 32,4$

### 4.3 Verhalten der Wandtemperaturdifferenz

Der Einfluß der Naturkonvektion auf die Grundgleichungen ( 3 ) äußert sich zum einen über die Form des Temperaturprofils, das im Kapitel 4.1 ausführlich erläutert wurde, und zum anderen über die Größenordnung der Grashof-Zahl ( 10 ). Diese wiederum wird wesentlich durch die Wandtemperaturdifferenz  $\Delta T_w$  bestimmt. Die aus der numerischen Simulation gewonnenen Ergebnisse für  $\Delta T_w$  werden im folgenden diskutiert.

Die ortsabhängige Entwicklung der Wandtemperaturdifferenz ist in Abb. 11 in einer halblogarithmischen Darstellung aufgetragen. Es sind vier Bereiche deutlich zu unterscheiden: Der Einlaufbereich, zwei aufeinanderfolgende Bereiche mit exponentiellem Abfall, und der asymptotische Ausklingbereich mit  $\Delta T_w \rightarrow 0$ . Letzterer wurde bei der Simulation ohne Naturkonvektion [ 3 ] am oberen Ringraumende bei  $Z = L = 52$  ( 24 ) nicht erreicht. Die Vergleichskurve aus [ 3 ] zeigt den raschen Zerfall des Temperaturfeldes bei der vorliegenden Simulation.

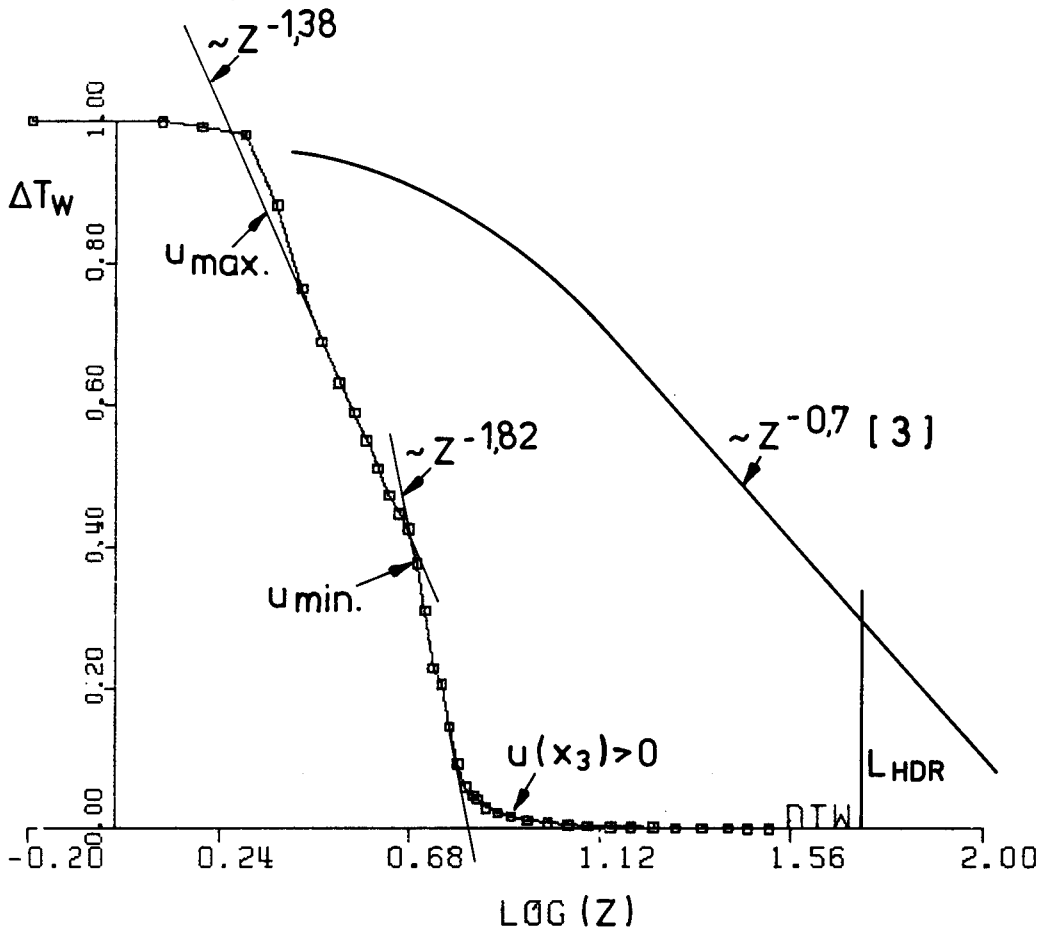


Abb. 11: Abfall der Differenz der Wandtemperaturen  $\Delta T_w$  über dem Logarithmus der axialen Lauflänge  $Z$ . Die eingezeichneten Punkte stimmen mit den Werten in Tab. 1 überein.

Der Einlaufbereich zeichnet sich durch nahezu konstantes  $\Delta T_w$  aus. Er ist bei  $Z \approx 2$  beendet. Aus dem kurzen Einlauf kann man schließen, daß die Vorgabe von total von den Geschwindigkeitsanfangswerten entkoppelten Temperaturanfangswerten keinen nennenswerten Einfluß auf das Vermischungsverhalten hat. Der geringe Einfluß einer Verschiebung um  $\Delta Z = 2$  auf  $\Delta T_w$  am Ende der Simulation wird in Tab. 1 quantitativ bestätigt.

Der erste exponentielle Bereich wird durch  $2 < Z < 5$  eingegrenzt. Hier folgt die Wandtemperaturdifferenz recht gut der Proportionalität:

$$\Delta T_w \sim Z^{-1.38} \quad \text{für } 2 < Z < 5 \quad (28)$$

Das Ende dieses Bereiches fällt mit dem Ort zusammen, an dem nach Kap. 4.1, Abb. 7, die Mischzone die rechte, kalte Wand erreicht, d.h. auch, mit dem Ort, an dem sich die maximale Rückströmgeschwindigkeit einstellt. Innerhalb dieses Bereiches ist also die Wandtemperatur  $T_{w2}$  konstant. Daher läßt sich dieser Bereich noch am ehesten mit thermischen Auftriebstrahlen vergleichen. Die gefundene Abhängigkeit (28) ist in guter Übereinstimmung mit der Erfahrung, daß thermische Wandstrahlen in ruhendem Medium einen "etwas rascheren Abfall als  $Z^{-1}$ " [27] zeigen. Weiterhin liegt die gefundene Abhängigkeit zwischen dem  $Z^{-1}$ -Gesetz für ebene [28], bzw.  $Z^{-5/3}$ -Gesetz für runde Auftriebsstrahlen in ruhendem Medium [12, 28]. Der Zusatz "ruhendes Medium" ist nicht als zusätzliche Einschränkung für den Vergleich anzusehen, da ja die heiße Zone in der Anfangsphase praktisch nur durch den Auftriebsterm  $\Delta p_{NK}$  (26) beherrscht wird:

So ist dort am Anfang

$$\Delta p_{NK} (t = 0) = 2085 \cdot 0,75 = 1564 \gg 2 \quad (29)$$

und damit wesentlich größer als der aufgeprägte Druckgradient (7); außerdem sind ja auch die Geschwindigkeit und der Wärmestrom in dieser Zone um ein Vielfaches größer (siehe Kap. 4.2) als bei reiner Zwangskonvektion.

Der zweite exponentielle Bereich ist eingegrenzt durch die Bedingung  $5 < Z < 6,4$ . Hier gilt etwa die Proportionalität:

$$\Delta T_w \sim Z^{-1,82} \quad \text{für } 5 < Z < 6,4 \quad (30)$$

Der Abfall von  $\Delta T_w$  ist natürlich steiler, als im ersten exponentiellen Be-

reich, da hier beide Wandtemperaturen durch die turbulente Vermischung verändert werden. Verglichen mit dem in [3] gefundenen  $z^{-0,7}$ -Abfall haben wir hier wesentlich steilere exponentielle Abfälle von  $\Delta T_w$  gefunden. Am Ende dieser Bereiche ist  $\Delta T_w$  bereits auf 6% des Anfangswertes reduziert worden.

Der asymptotische Übergang von  $\Delta T_w$  gegen Null ist aus Abb. 11 kaum auswertbar. Von größerem Nutzen ist hier die Tabelle 1. Die Größenordnung der Wandtemperaturdifferenz wird hier weiter deutlich reduziert. Am Ende der Simulation verbleibt das  $5 \cdot 10^{-4}$ -fache der Anfangswandtemperaturdifferenz. Die zugehörige lokale Grashof-Zahl ist entsprechend auf  $1 \cdot 10^7$  abgesunken. Demnach kann in diesem Bereich erwartet werden, daß der Auftriebsterm ( 26 ) wegen  $Ar_1 < 1$  nicht mehr den aufgeprägten Druckgradienten überwiegt. Da diese Erwartung bereits durch die Ergebnisse der Kapitel 4.1 und 4.2 bestätigt wurde, finden wir hier qualitativ auch eine Bestätigung für das Yantovskii-Kriterium ( 19 ).

## 5. Schlußfolgerungen für das HDR-Enthalpieschichtungsproblem

Das HDR-Enthalpieschichtungsproblem ist mit TURBIT-3 nicht als Ganzes numerisch untersuchbar. Vielmehr kann das Problem nur in Teilprobleme zergliedert untersucht werden. Für die Diskussion des Einflusses von Naturkonvektionseffekten im HDR-Ringraum ist es wichtig zu wissen, wie stabil radiale Temperaturdiskontinuitäten im Ringraum sind, bzw. wie rasch diese bei dessen Durchströmung abgebaut werden. In einem früheren Bericht [3] wurde als Näherung in einem adiabaten Kanal die Ausbreitung eines Sprunges im radialen Temperaturprofil untersucht, wie er durch unzureichende Vermischung am Eintritt in den Ringraum auftreten kann. Naturkonvektionseinflüsse blieben dabei zunächst unberücksichtigt. Es zeigte sich, daß bei reiner Zwangskonvektion keine gravierende Vermischung der beiden Temperaturzonen zu erwarten ist.

Zur konsistenten Berücksichtigung von Auftriebseinflüssen im Rechenprogramm TURBIT-3 wurden hier sowohl die vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen um den Auftriebsterm in Form der Boussinesq-Approximation erweitert, als auch die im Feinstrukturmodell benutzte Feinstrukturenergiegleichung um den zugehörigen Produktionsterm. Bei der Formulierung der Wandbedingungen bleiben beim derzeitigen Kenntnisstand über gemischte Konvektion einige Probleme ungelöst. Die Ergebnisse lassen jedoch darauf schließen, daß die eingeführten Erweiterungen, insbesondere in der Energiegleichung, von größerer Bedeutung sind, als eine exaktere Formulierung der Wandbedingungen. Dadurch, und durch einige kleinere Probleme, die bei der Diskussion der Ergebnisse erwähnt wurden, können die gewonnenen numerischen Ergebnisse nur qualitativ auf das Einlauf-Problem in den Ringraum übertragen werden.

Für das oben spezifizierte Ausbreitungsproblem wurde mit den um die Auftriebseinflüsse erweiterten Grundgleichungen erneut eine Simulation vorgenommen. Die ermittelten radialen Geschwindigkeitsprofile werden im Einlaufbereich durch starke Beschleunigungen in der heißen Zone und Verzögerungen in der kalten Zone geprägt. So stellt sich auf den ersten neun Kanalweiten in der kalten Zone eine starke Rückströmung ein, die in der Realität am HDR-Ringraumeintritt zu einer intensiven Vermischung führen würde. Im Anschluß an das Rückströmgebiet verschwindet der Einfluß des Auftriebstermes sehr rasch, so daß gegen Ende der Simulation schon vor dem oberen Ringraume nahezu Zwangskonvektionsbedingungen vorzufinden sind. Damit konnte bei dieser Simulation keine Ausbildung von durchgehenden heißen "Kaminen" beobachtet

werden und wird auch beim HDR im Ringraum nicht zu erwarten sein, vorausgesetzt, die radialen Wärmeverluste aus dem Druckbehälter sind im Vergleich zu den übrigen Wärmeströmen vernachlässigbar.

Die Auswertung der sich einstellenden Temperaturdifferenz zwischen der heißen Innenwand und der kalten Außenwand des Ringraumes ergibt einen wesentlich rascheren Abfall über der axialen Lauflänge, als bei der Simulation ohne Auftriebseinflüsse. Die Wandtemperaturdifferenz folgt zwei exponentiellen Zerfallsgesetzen: Im Einlaufbereich folgt sie einem  $Z^{-1,38}$ -Gesetz, und anschließend, nachdem sich die Mischzone über den ganzen Kanal radial ausgebreitet hat, einem  $Z^{-1,82}$ -Gesetz. Im sich anschließenden asymptotischen Übergang gegen Null unterschreitet die Wandtemperaturdifferenz nach der halben Lauflänge durch den Ringraum die 1-Promillgrenze. Der Auftriebseinfluß ist für den weiteren Verlauf von untergeordneter Bedeutung.

Am Beispiel des aus der Simulation ausgewerteten radialen turbulenten Wärmestromes wurde gezeigt, wie der Auftriebseinfluß über eine verstärkte Turbulenzproduktion im Einlaufbereich zu der raschen Vermischung der beiden Temperaturzonen führt. Die Ergebnisse zur Temperaturfeldstatistik konnten trotz des Mangels an ausreichender experimenteller Information wenigstens in einem Punkt an Experimenten verifiziert werden. Außerdem sind sie konsistent mit den übrigen Ergebnissen dieser Simulation, und auch verträglich mit denen der Simulation ohne Auftriebseinflüsse. Sie lassen den Schluß zu, daß in der nicht adiabaten Realität des HDR-Ringraumes eventuell sogar mit einer geringfügig rascheren Vermischung der kalten und der heißen Zone gerechnet werden kann. Somit wurde bei den vorliegenden Simulationsergebnissen kein Phänomen gefunden, das eine Änderung der Versuchsführung zur Einstellung der Enthalpieschichtung am HDR notwendig machen würde.

Danksagung

Der Autor dankt Herrn Dr. W. Rodi Sonderforschungsbereich 80, Universität Karlsruhe für die kritische Durchsicht des Manuskriptes, zahlreiche Anregungen und einige Literaturhinweise.

## 6. Nomenklatur

### Allgemeine Kennzeichnung einer beliebigen Größe Y:

Y	beliebige dimensionslose Größe
$\overset{\wedge}{Y}$	dimensionsbehaftete Größe
$\overline{Y}$	Mittelwert über ein Maschenvolumen
$\overline{j}_Y$	Mittelwert über eine Maschenoberfläche mit Normalen in $x_j$ -Richtung
$\langle Y \rangle$	Zeit- oder Ensemblemittelwert
$\overset{v}{\langle} Y \rangle$	Mittelwert über das erfaßte Strömungsvolumen
Y'	Schwankungen um den Zeitmittelwert, $Y' = Y - \langle Y \rangle$ , oder um den Flächenmittelwert, $Y' = Y - \overline{j}_Y$
Y <sup>+</sup>	universelle Darstellung nach (Abb. 2) und (17)
$\underline{Y}$	Vektor ( $Y_1, Y_2, Y_3$ )
$Y_{ii}$	$\sum_{i=1}^3 \overline{Y_{i-}} \overline{Y_{i-}}$ bei gleichen rechts unten stehenden nicht geklammerten Indizes
$\delta_j Y$	Differenzenquotient in $x_j$ -Richtung

### Lateinische Symbole

a	molekulare Temperaturleitzahl $\hat{a} = \hat{\lambda} / \hat{\rho} \hat{C}_p$
Ar	Archimedes-Zahl (5)
B	Konstante (17)
$C_f$	Reibbeiwert
D	Kanalweite
Da	Damköhler-Zahl (4)
E'	Energie der räumlich nicht aufgelösten Wirbel (12)
g	Erdbeschleunigung
Gr	Grashof-Zahl (4)
L	Ringraumlänge (Abb. 4), (24)
$\dot{m}$	Massenstrom
Nu	Nusselt-Zahl



p	Druck
$\dot{q}$	Wärmestrom
$\dot{Q}$	volumetrische Wärmequelle
Pr	Prandtl-Zahl (4)
Re	Reynolds-Zahl (4)
t	Zeit
T	Temperatur
u	Geschwindigkeit, indiziert nach Abb. 4
x	Ortskoordinate im Rechenmodell (Abb. 4)
y	Wandabstand
Z	axiale Koordinate im Ringraum

#### Griechische Symbole

$\beta$	Volumenausdehnungskoeffizient $\hat{\beta} = - 1/\hat{\rho} (\partial \hat{\rho} / \partial \hat{T})$
$\kappa$	Karman-Konstante $\kappa = 0.4$
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit
$\nu$	kinematische Zähigkeit
$\rho$	spezifische Dichte
$\tau$	Schubspannung

#### Indizes

dh	auf hadraulischen Durchmesser bezogen, $d_h = 2 D$
D	auf Kanalweite bezogen
H	heiß
HDR	Heiß-Dampf-Reaktor
i, j	Richtungsindex (Abb.4)
K	kalt
NK	Naturkonvektion
ref	Referenzgröße

- W<sub>1,2</sub>    Wandwerte bei  $x_3 = 0, D$
- ZK        Zwangskonvektion
- $\tau$         auf Wandschubspannung(sgeschwindigkeit) bezogen (6)
- o         Normierungsgröße

## 7. Literatur

- [1]  
W.Müller-Dietsche:  
Das Projekt HDR-Sicherheitsprogramm-Übersicht  
KFK-Nachrichten 9, 1977, 2, 5-10
- [2]  
R.Krieg, E.G.Schlechtendahl, K.H.Scholl:  
Design of the HDR experimental program on blowdown  
loading and dynamic response of PWR-vessel internals  
Nucl. Engng. and Design 43, 1977, 419-435
- [3]  
G.Grötzbach:  
Untersuchung der Mischmöglichkeiten im HDR-Ringraum  
bei Einstellung der Enthalpieschichtung.  
- TURBIT-2-Rechnungen ohne Naturkonvektion  
1977, unveröffentlicht
- [4]  
G.Grötzbach:  
Direkte numerische Simulation turbulenter Geschwindigkeits-,  
Druck- und Temperaturfelder bei Kanalströmungen  
KFK 2426, 1977
- [5]  
D.D.Gray, A.Giorgini:  
The validity of the Boussinesq approximation of liquids  
and gases  
Int. J. of Heat and Mass Transfer 19, 1976, 545-551
- [6]  
F.Stelzer:  
Wärmeübertragung und Strömung  
Thiemig Taschenbücher Nr. 18, München 1971
- [7]  
G.Grötzbach:  
Numerical investigation of the influence of secondary  
flows on characteristic turbulence data  
KFK 2553, 1978
- [8]  
J.S.Turner:  
Buoyancy effects in fluids  
Cambridge Univ. Press 1973

- [ 9 ] F.Wippermann:  
The planetary boundary layer of the atmosphere  
Deutscher Wetterdienst, Offenbach 1973
- [ 10 ] J.Khosla, T.W.Hoffmann. K.G.Pollock:  
Combined forced and natural convective heat transfer to  
air in a vertical tube  
Proc. 5th International Heat Transfer Conf.,  
Tokyo 1974, Paper NC 4.4
- [ 11 ] A.T.Wassel, I.Catton:  
Diffusion from a line source in a neutral or stably  
stratified atmospheric surface layer  
Int. J. Heat and Mass Transfer 20, 1977, 383-391
- [ 12 ] R.A.Seban, M.M.Behnia:  
Turbulent buoyant jets in unstratified surroundings  
Int. J. Heat and Mass Transfer 19, 1976, 1197-1204
- [ 13 ] U.Schumann:  
Ein Verfahren zur direkten numerischen Simulation turbulen-  
ter Strömungen in Platten- und Ringspaltkanälen und über  
seine Anwendung zur Untersuchung von Turbulenzmodellen  
KFK 1854, 1973
- [ 14 ] J.W.Deardorff:  
Three-dimensional numerical modeling of the planetary  
boundary layer, Workshop on Micrometeorology, Ed. D.A. Haugen,  
American Meteorological Society, 1973, 271-311
- [ 15 ] H.Tennekes, J.L.Lumley:  
A first course in turbulence  
MIT-Press (1973)
- [ 16 ] J.C.Rotta:  
Turbulente Strömungen  
B.G.Teubner, Stuttgart 1972
- [ 17 ] L.H.Back, R.F.Cuffel, P.F.Masaier:  
Effect of wall cooling on the mean structure of a turbulent  
boundary layer in low-speed gas flow  
Int. J. Heat and Mass Transfer 13, 1970, 1029-1047

- [ 18 ] S.P.S.Arya:  
Buoyancy effects in a horizontal flat-plate boundary layer  
J. Fluid Mech. 68, 1975, 321-343
- [ 19 ] B.S.Petukhov:  
Turbulent flow and heat transfer in pipes under considerable  
effect of thermogravitational forces  
International Seminar on Turbulent Buoyant Convection,  
Dubrovnik 1976, Hemisphere Publ. Corp. 1976, 701-717
- [ 20 ] H.Mösinger, U.Schumann:  
Berechnung der Anfangstemperaturverteilung im HDR für zwei  
vorgegebene Austrittstemperaturen zur Vorausberechnung von  
Blowdown-Versuchen  
1976, unveröffentlicht
- [ 21 ] U.Schumann:  
persönliche Mitteilung, 8.Juni 1977
- [ 22 ] J.K.Jacoby:  
Free convection distortion and eddy diffusivity effects in  
turbulent mercury heat transfer  
M.S. thesis, Purdue Univ. 1972
- [ 23 ] B.Metais, E.R.G.Eckert:  
Forced, mixed and free convection regimes  
J. Heat Transfer 86, 1964, 295-296
- [ 24 ] A.D.Carr, M.A.Connor, H.O.Buhr:  
Velocity, temperature, and turbulence measurements in air  
for pipe flow with combined free and forced convection  
J. Heat Transfer 95, 1973, 445-452
- [ 25 ] C.K.Brown, W.H.Gauvin:  
Temperature profiles and fluctuations in combined free -  
and forced - convection flows  
Chem. Engng. Science 21, 1966, 961-970

- [26] N.E.Kotsovinos:  
Plane turbulent buoyant jets. Part. 2 :  
Turbulence structure  
J.Fluid Mech. 81,1977, 45-62
- [27] J.A.Liburdy, G.M.Faeth:  
Heat transfer and mean structure of a turbulent thermal  
plume along vertical isothermal wall  
ASME - Winter Annual Meeting, Atlanta, Georgia,  
Nov.27-Dec.2,1977, ASME-Paper 77 -WA/HT-30
- [28] C.-J.Chen, W.Rodi:  
On decay of vertical buoyant jets in uniform environment  
Preprint: 6-th Int. Heat Transfer Conf., Toronto, Aug.7-11,1978