

KfK 2623
Oktober 1978

Vergleich zwischen ein- und zweidimensionaler Berechnung einer Wasser-Dampf Düsenströmung

F. Kedziur, H. Möisinger
Institut für Reaktorentwicklung
Projekt Nukleare Sicherheit

Kernforschungszentrum Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE GMBH

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE
Institut für Reaktorentwicklung
Projekt Nukleare Sicherheit

KfK 2623

Vergleich zwischen ein- und zweidimensionaler
Berechnung einer Wasser-Dampf Düsenströmung

von

F. Kedziur
H. Mösinger

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

I n h a l t

1. Einleitung
2. Die Codes DRIX-2D und DUESE am Beispiel einer konvergenten Düse
 - 2.1 Die Codes
 - 2.1.1 Gemeinsamkeiten von DRIX-2D und DUESE
 - 2.1.2 Besonderheiten von DUESE
 - 2.1.3 Besonderheiten von DRIX-2D
 - 2.2 Der Vergleichsfall
 - 2.2.1 Geometrie, Zeitschritt
 - 2.2.2 Rand- und Anfangsbedingungen
 - 2.2.3 Behandlung der Wandreibung bei der 2D-Berechnung
 - 2.3 Diskussion der Ergebnisse
3. Der Code STRUYA am Beispiel HENRY-Düse
 - 3.1 Der Code STRUYA
 - 3.2 Der Vergleichsfall
 - 3.2.1 Geometrie
 - 3.2.2 Rand- und Anfangsbedingungen
 - 3.3 Ergebnisse
4. Einfaches analytisches Modell zur Problematik
5. Schlußfolgerungen
6. Literatur

Zusammenfassung

Es wird eine stationäre Wasser-Dampf Strömung durch eine konvergente Düse mit den Zweiphasen-Rechencodes DRIX-2D (zweidimensional, transient) und DUESE (eindimensional, stationär) berechnet. Die Ergebnisse beider Programme werden verglichen und unter Beachtung der verschiedenartigen Modellierung interpretiert, insbesondere im Hinblick auf die Dimensionalität und das Zeitverhalten. In entsprechender Weise werden die ein- und zweidimensionale Rechnung mit dem Code STRUYA am Beispiel der von idealem Gas durchströmten HENRY-Düse verglichen.

Ergänzend wird ein anschauliches, analytisches Modell entwickelt, daß unter gewissen Annahmen den Unterschied im Druckabfall bei ein- bzw. zweidimensionaler Berechnung einer Düsenströmung bestimmt.

Das Hauptergebnis dieser Vergleiche ist die Erkenntnis, daß eine zweidimensionale Rechnung gegenüber der eindimensionalen prinzipiell einen höheren Druckabfall in der Düsenströmung liefert.

COMPARISON BETWEEN A ONE- AND A TWO-DIMENSIONAL CALCULATION OF A WATER-VAPOR NOZZLE FLOW

Abstract

The steady water-vapor flow through a convergent nozzle is simulated with the two-phase computer codes DRIX-2D (two-dimensional, transient) and DUESE (one-dimensional, stationary). The results of both codes are compared and interpreted under consideration of their different modeling, especially with respect to the dimensionality and the time-behaviour.

In a similar way the one- and two-dimensional calculations of the code STRUYA are compared, which is applied to an ideal gas flow through the HENRY-nozzle.

In addition an illustrative, analytical model is developed, which under certain assumptions, determines the difference in the pressure drop between one- and two-dimensional calculation of a nozzle-flow.

The main result of these comparisons is the understanding, that in principle the two-dimensional calculation renders a larger pressure-drop of the nozzle-flow than the one-dimensional one.

1. Einleitung und Problemstellung

Im Rahmen der Analyse eines angenommenen Druckwasserreaktor (DWR)-Blowdowns sollen für die Berechnung der transienten Wasser-Dampf Strömung fortgeschrittene Zweiphasen-Rechencodes eingesetzt werden. Diese Finite-Differenzen-Codes simulieren die transiente, zweidimensionale (2D) und kompressible Zweiphasenströmung, zum Teil auch im thermodynamischen und hydromechanischen (Relativgeschwindigkeit zwischen beiden Phasen) Ungleichgewicht. Sie enthalten eine Anzahl von Modellen mit empirischen Parametern, beispielsweise für die Rohrrauhigkeit, Phasenübergangsrate, Relativgeschwindigkeit usw. Besonders im Bereich Ringraum-Bruchstutzen sollen die Codes DRIX-2D und STRUYA [1, 12] eingesetzt werden.

Zur experimentellen Bestimmung der Modellparameter und allgemeiner zur Verifikation o.g. Codes wurde im IRE eine Zweiphasen-Teststrecke - im folgenden mit "Düse" bezeichnet - konstruiert [2] (s. Abb. 1.1). Sie wird im Wasser-Dampf-Kreislauf des Instituts für Reaktorbauelemente installiert, der stationären Betrieb unter DWR-Bedingungen ermöglicht [3].

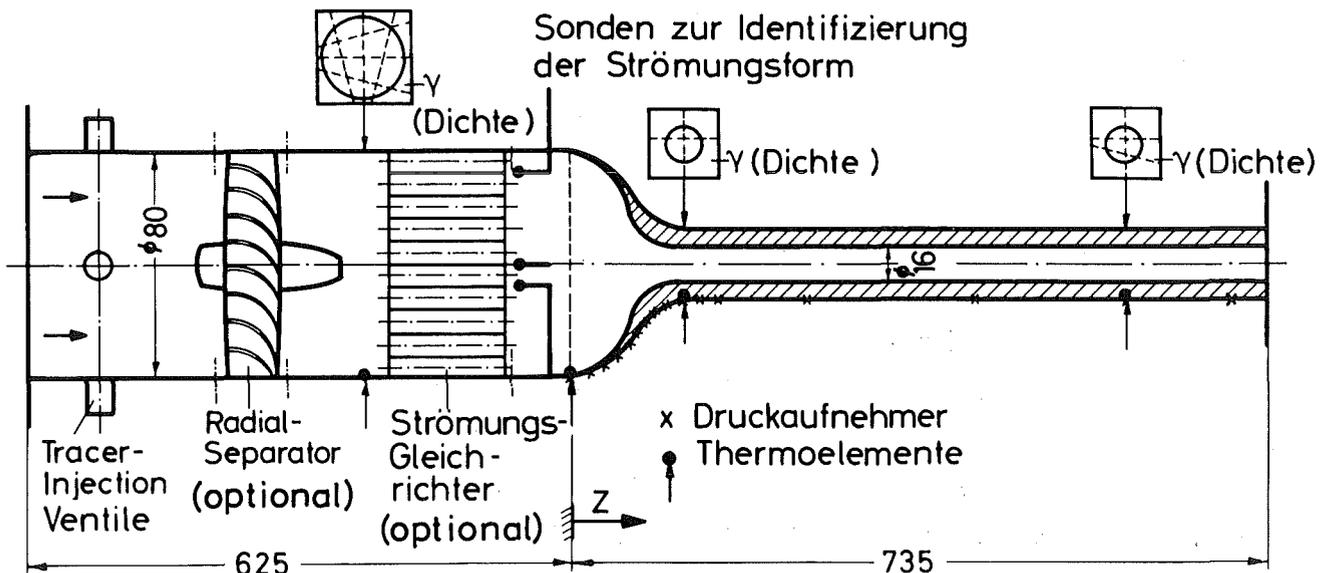


Abb.1.1: Test-Strecke für Zweiphasen - Strömung

Zum Verständnis der in diesem Bericht behandelten Problematik ist eine kurze Erläuterung der besonderen Düsenform erforderlich (s. Abb. 1.1):

- die beim Reaktorblowdown auftretende starke Beschleunigung in der Zeit soll zugunsten einer besser beherrschbaren Meßtechnik bei stationärer Durchströmung in eine Beschleunigung über den Ort verlegt werden (→starke Verengung);
- eine Parameterstudie zeigt, daß eine klare Trennung zwischen Beschleunigungs- und Reibphase erforderlich ist (→zunächst Verengung, dann konstanter Durchmesser);
- die o.g. Verengung verläuft proportional einem Tangens Hyperbolicus und entspricht damit annähernd dem Verlauf der Randstromlinien bei einer plötzlichen Strömungseinschnürung [4]; hiermit wird der Fehler bei einer eindimensionalen (1D) Berechnung nach der Stromfadentheorie möglichst klein gehalten.

Zunächst soll DRIX-2D an diesem Experiment verifiziert werden. Ein Code DUESE [5], der speziell dem Düsenexperiment angepaßt ist (eindimensional, stationär), der aber mit Ausnahme der Zustandsgleichung alle physikalischen Modelle und Eigenheiten mit DRIX-2D gemeinsam hat, wurde erstellt. Sein Vorteil liegt in der einfachen Handhabung und kurzen Rechenzeiten. Damit sind umfangreiche Parameterstudien und eine kostengünstige Versuchsauswertung möglich.

Der Hauptunterschied zwischen DRIX-2D und DUESE liegt also in der Dimensionalität (2D bzw. 1D) und im Zeitverhalten (transient bzw. stationär). Angesichts dieser Unterschiede und der Tatsache, daß die Codeverifikation von DRIX-2D hauptsächlich über DUESE geschehen wird (Versuchsauswertung!), ist eine Vergleichsrechnung anhand eines Testbeispiels unumgänglich. Dabei ergeben sich eine Reihe von Fragen, deren Klärung auch über den genannten Anwendungsfall hinaus von Bedeutung ist:

1. Ist eine eindimensionale Berechnung der Düsenströmung mit DUESE gerechtfertigt?

2. Können mit dem transienten Code DRIX-2D stationäre Zustände berechnet werden?
3. Wie verhalten sich die in DRIX-2D verwendeten Zustandsgleichungen für reines Wasser und reinen Wasserdampf im Verhältnis zu den in DUESE verwendeten Wasserdampf-Werten für das Zweiphasengemisch?
4. Ist in DUESE trotz Benutzung der Wasserdampf-Werte (=Gleichgewichtswerte) die Rechnung thermodynamischer Nichtgleichgewichtszustände möglich?
5. Kann bei der 2D-Berechnung einer Rohrströmung der turbulente Impulsaustausch in radialer Richtung vernachlässigt werden (Übertragung der Wandreibungskraft auf innenliegende Nicht-Wandmaschen!)?
6. Wie beeinflussen bei DRIX-2D Rand- und Anfangsbedingungen die Konvergenz und das stationäre Ergebnis?

Ein ähnlicher, die Fragen 1. und 2. betreffender Vergleich wurde vom Los Alamos Scientific Laboratory (LASL) mit verschiedenen Codes an einer HENRY-Düse durchgeführt [6]. Dieser weitere Testfall wurde aufgegriffen und mit dem transienten Code STRUYA nachgerechnet. Um dieses Problem auch mit anderen (z.B. auf Charakteristiken-Verfahren basierenden) Codes behandeln und die Ergebnisse untereinander vergleichen zu können, wird zwecks einfacher Zustandsgleichung das Zweiphasengemisch hier als ideales Gas behandelt.

2. Die Codes DRIX-2D und DUESE am Beispiel einer konvergenten Düse

2.1 Die Codes

2.1.1 Gemeinsamkeiten von DRIX-2D und DUESE

Beide Finite-Differenzen Codes berechnen die kompressible Wasserdampf Zweiphasenströmung. Sie basieren auf 4 Erhaltungsgleichungen

(Masse des Gemisches, Masse der Dampfphase, Energie des Gemisches und Impuls des Gemisches) und zwei konstitutiven Gleichungen für die Relativgeschwindigkeit zwischen den Phasen sowie für die Phasenübergangsrate. Bei DRIX-2D ist die Berechnung der Relativgeschwindigkeit alternativ auch mittels einer Differentialgleichung möglich. Die Gleichung für die Phasenübergangsrate beinhaltet das in den Codes enthaltene Modell für thermodynamisches Nichtgleichgewicht. Die Zwischenphasenreibung wird im wesentlichen durch ein Blasen/Tropfen-Modell und das Reibgesetz für umströmte Kugeln bestimmt (Drift-Flux-Modell [9]). Die Wandreibung wird durch ein übliches Reibgesetz (Colebrook and White, [7]) mit wahlweise verschiedenen Zweiphasenmultiplikatoren berücksichtigt, während innere Reibung (Zähigkeits-terme der Navier-Stokes-Gleichungen) unberücksichtigt bleibt. Auch einphasiger (unterkühlter) Zustand des Fluids ist möglich. Beide Codes sind in PL/1 programmiert.

2.1.2__Besonderheiten_von_DUESE

DUESE berechnet eindimensional (mit variabler Querschnittsfläche) und stationär die Strömung eines Zweiphasengemisches (Wasser-Dampf oder Wasser-Luft) durch einen rotationssymmetrischen Strömungskanal, dessen axialer Durchmesser verlauf beliebig vorgegeben werden kann.

Bei der Berechnung der Druck-, Geschwindigkeits-, Dampfgehalts- und Dichteverläufe wird prinzipiell so vorgegangen, daß von einem Ort z in axialer Richtung um Δz fortgeschritten wird. Für die Stelle $z+\Delta z$ wird ein Druck geschätzt, alle übrigen Größen lassen sich nun in Abhängigkeit davon durch Lösung eines Gleichungssystems iterativ berechnen. Erfüllen diese Größen mit dem Schätzdruck die Impulsgleichung nicht, so wird ein neuer Schätzdruck bestimmt und die Prozedur so lange wiederholt, bis die Impulsgleichung erfüllt und damit die Lösung für diesen Schritt gefunden ist.

Alle Zustandsgrößen und Stoffwerte werden durch Aufruf von Routinen der Programmbibliothek MAPLIB [8] erhalten, die u.a. die Wasserdampf-tafel [13] in katalogisierter Form enthalten. Aus diesem Grund sind die Zustandsgrößen im Gegensatz zu DRIX-2D stets Gleichgewichtsgrößen. Es muß daher bei der Berechnung der Phasenübergangsrate im

thermodynamischen Nichtgleichgewicht anders als dort vorgegangen werden: ohne auf Einzelheiten einzugehen (näheres siehe [5_7]), wird die in DRIX-2D benutzte makroskopische Ungleichgewichts-Dampfdichte ρ_v aufgespalten in das Produkt aus der mikroskopischen Gleichgewichts-Dampfdichte ρ_v^0 (aus Wasserdampf Tafel) und dem Ungleichgewichts-Dampfvolumengehalt θ .

Thermodynamische Eingabegrößen sind: Druck und Temperatur am Düsen eintritt sowie der Massenstrom. Während der mit dem Ort fortschreitenden Rechnung wird laufend überprüft, ob der vorgegebene Massenstrom über dem kritischen für diese Stelle liegt. Ist dies vor dem Düsenende der Fall, waren die Eingabewerte physikalisch nicht sinnvoll, und es muß mit neuer Eingabe (kleinerer Massenstrom) gestartet werden.

2.1.3__Besonderheiten_von_DRIX-2D

Geometrie

DRIX-2D ist für die Berechnung instationärer Zweiphasenströmungen in zweidimensionaler Geometrie konzipiert. Der Code kann für kartesische oder zylindrische Koordinaten eingesetzt werden. Das Maschenetz kann auch unter Verwendung nichtäquidistanter Knotenpunkte aufgespannt werden, um die zu berechnende Geometrie möglichst optimal zu approximieren. Einzelne Maschen oder Maschenbereiche können ausgeblockt werden; damit ist es möglich, auch kompliziertere, rechtwinkelig begrenzte Geometrie vorzugeben.

Basisgleichungen

Im Prinzip löst DRIX-2D ein 6-Gleichungssystem, wobei eine Differentialgleichung durch die Annahme gleicher Phasentemperaturen ($T_v=T_L$) ersetzt wird. Die Differentialgleichung zur Berechnung der Relativgeschwindigkeit kann wahlweise durch eine Drift-Flux-Approximation ersetzt werden. In diesem Fall bleiben dann 4 gekoppelte Differentialgleichungen zur Lösung übrig [15_7].

Die Gleichungen im einzelnen sind:

1. Erhaltungsgleichung für die Dampfmasse

2. Erhaltungsgleichung für die Gemischmasse
3. Erhaltungsgleichung für den Impuls des Phasengemisches
4. Erhaltungsgleichung für die Energie des Phasengemisches
5. Annahme gleicher Phasentemperaturen ($T_V = T_L$)
6. Gleichung zur Berechnung der Relativgeschwindigkeit
 - a) Differentialgleichung
 - b) Drift-Flux-Approximation.

Das Druckfeld wird je nach Zustand mit Hilfe zweier alternativer Zustandsgleichungen festgelegt. Welche Zustandsgleichung zur Anwendung kommt, wird aufgrund des Dampfvolumengehaltes θ entschieden. Ein kritischer Wert $\theta = \theta_c$ (im vorliegenden Beispiel zu $\theta_c = 0.003$ gewählt) bildet somit die Übergangsstelle der Gültigkeitsbereiche beider Zustandsgleichungen.

- In der unterkühlten Phase und für Zweiphasengemisch mit sehr geringem Dampfanteil gilt ($\theta < \theta_c$):

$$p = p(\rho_L, I_L, \rho_V, I_V)$$

ρ_L : makroskop. Dichte der Flüssigkeit
 ρ_V : makroskop. Dichte des Dampfes
 I_L : inn. Energie der Flüssigkeit
 I_V : inn. Energie des Dampfes

Bei dieser Gleichung handelt es sich im wesentlichen um eine stückweise parabolische Approximation der Wasserdampf tafel im unterkühlten Bereich.

- Für Zweiphasengemisch mit größerem Dampfanteil ($\theta \geq \theta_c$) wird eine Zustandsgleichung für ideales Gas verwendet.

$$p = \rho_V^0 (\kappa - 1) I_V$$

ρ_V^0 : mikroskopische (= reelle) Dichte des Dampfes

Der Isentropenexponent wird mit 1,07 angesetzt, wodurch gesättigter Wasserdampf in einem weiten Bereich recht gut beschrieben wird.

Die Zustandsgleichung für $\theta < \theta_c$ enthält einen Korrekturterm als Funktion von ρ_v und I_v , der einen stetigen Übergang beider Zustandsgleichungen an der Bereichsgrenze $\theta = \theta_c$ gewährleistet. Im echt unterkühlten Bereich, d. h. für $\rho_v = 0$ verschwindet der Korrekturterm.

Drift-Flux-Approximation

Eine Drift-Flux-Approximation, wie sie im vorliegenden Beispiel verwendet wird, erhält man, wenn man in der entsprechenden Differentialgleichung (Kräftebilanz) die Trägheit eines Bläschens bzw. Tröpfchens ganz oder teilweise vernachlässigt. In DRIX-2D wird im Gegensatz zu [9] diese Trägheit nur teilweise vernachlässigt, indem zur Darstellung der Relativbeschleunigung die zeitliche Änderung der Relativgeschwindigkeit herangezogen wird, ihre örtlichen Änderungen dabei aber vernachlässigt werden. Dies führt zu einer gewöhnlichen Differentialgleichung, für die nach geeigneter Linearisierung für jeden Zeitschritt eine analytische Lösung angegeben werden kann [16].

Numerik

Die Differentialgleichungen werden durch finite Differenzgleichungen approximiert. Zur Gewährleistung der Stabilität werden die konvektiven Terme der Gleichungen mittels "Donor-cell-Technik" gewichtet.

Ein Rechenzyklus beginnt mit der expliziten Lösung der Kontinuitätsgleichung für Phasengemisch und Dampfphase. Diese liefern Schätzwerte für die Dichten zum neuen Zeitpunkt. Über die Zustandsgleichungen werden dann Drucke zum neuen Zeitpunkt und anschließend mittels Impulsgleichung Schätzwerte für die Geschwindigkeit des Phasengemisches berechnet.

In der folgenden impliziten Phase werden Druck, Dichte und Geschwindigkeit unter Einbeziehung der Impulsgleichung iteriert. Iterationskriterium ist die Massenerhaltung für das Gemisch. Anschließend wird die implizit formulierte Kontinuitätsgleichung für die Dampfphase iterativ gelöst. Letzter Schritt in diesem Lösungszyklus ist die explizite Lösung der Energiegleichung, wobei alle Werte auf der rech-

ten Seite der Gleichung mit Ausnahme der Energie selbst zum neuen Zeitpunkt eingesetzt werden.

2.2 Der Vergleichsfall

2.2.1 Geometrie, Zeitschritt

Die in Abb. 1.1 dargestellte Düse wird in DRIX-2D durch ein ortsfestes Maschengitter in Zylinderkoordinaten (Berandung siehe Abb. 2.1) abgebildet. Die Düsenachse ist Symmetrieachse. Die hyperbolische Kontur wird durch geeignetes Abblocken der Randmaschen approximiert. Die Maschengröße im konvergenten Teil der Düse beträgt 4x4 mm. Im zylindrischen Teil werden die Maschen kontinuierlich bis auf 20 mm in axialer Richtung gestreckt. Aus Platzgründen wird auf die Darstellung der langen Maschen im zylindrischen Teil verzichtet und die Düse nur bis zum Ende der quadratischen Maschen abgebildet. In radialer Richtung befinden sich somit zwischen 10 Maschen (im Einlauf) und 2 Maschen (im zylindrischen Teil). Der Versuch, die Nachbildung der Kontur durch Verkleinerung der Maschen zu verbessern, wird nicht unternommen, da eine weitere Erhöhung der Rechenzeit nicht mehr in Kauf genommen werden kann.

Für eine Problemzeit von 0,01 sec (500 Integrationszyklen) werden für die kompressible Rechnung mit der Drift-Flux-Approximation im Durchschnitt 45 min Rechenzeit auf einer IBM 370/168 benötigt.

Es wurde kein Versuch unternommen, die Rechenzeit durch Zeitschrittvergrößerung zu reduzieren. Eine signifikante Erhöhung des Zeitschrittes ist auch aus Stabilitätsgründen nicht mehr möglich.

Die Courant-Zahl beträgt

$$C = \frac{\text{Max. } |v| \cdot \Delta t}{\Delta x} \approx 0,3$$

Für eindimensionale Transpottvorgänge liegt die theoretische Stabilitätsgrenze bei $C = 1$. Bei zweidimensionalen Rechnungen sind

Instabilitäten bereits früher zu erwarten [14]. Die Schrittweite in DUESE beträgt 2 mm, die Rechnung beginnt bei $z=0$ (s. Abb. 1.1) gemäß Abschnitt 2.1.2.

2.2.2 Rand- und Anfangsbedingungen

Erfahrungsgemäß ist es problematisch, in einem transienten 2D-Code geeignete Rand- bzw. Anfangsbedingungen für die stationäre Durchströmung einer Düse zu finden [10]. Da die Anfangsbedingungen von der stationären Lösung erheblich abweichen, erzeugen sie eine stark transiente Anfangsphase, was häufig zu Stabilitätsschwierigkeiten führt.

Für DRIX-2D wird folgender Lösungsweg gewählt:

Der Druck am Ende der Düse (Gegendruck) wird mit

$$p_E = 95 \text{ bar} \quad (\text{RB.1})$$

festgehalten, ebenso der Massenstrom mit

$$\dot{m} = 5,5 \text{ kg/sec} \quad (\text{RB.2})$$

An Ein- und Austritt der Düse findet

$$\text{" continuative inflow/outflow" } \quad (\text{RB.3})$$

statt. Dies bedeutet, daß sämtliche Gradienten mit Ausnahme desjenigen des Druckes zu Null gesetzt werden. Der Druck in den Randmaschen am Eintritt wird über die Zustandsgleichung aus Dichte und innerer Energie bestimmt. Mit diesen Randwerten wird nun zunächst der Druckverlauf einer inkompressiblen Wasser-Strömung durch die Düse bis zu seinem stationären Zustand berechnet. Diese inkompressible Lösung ist ihrerseits Anfangsbedingung für die sich anschließende kompressible, zweiphasige Rechnung.

$$p_{\text{incomp.}} = p(x,y, \rho=\text{konst.}) \quad (\text{AB.1})$$

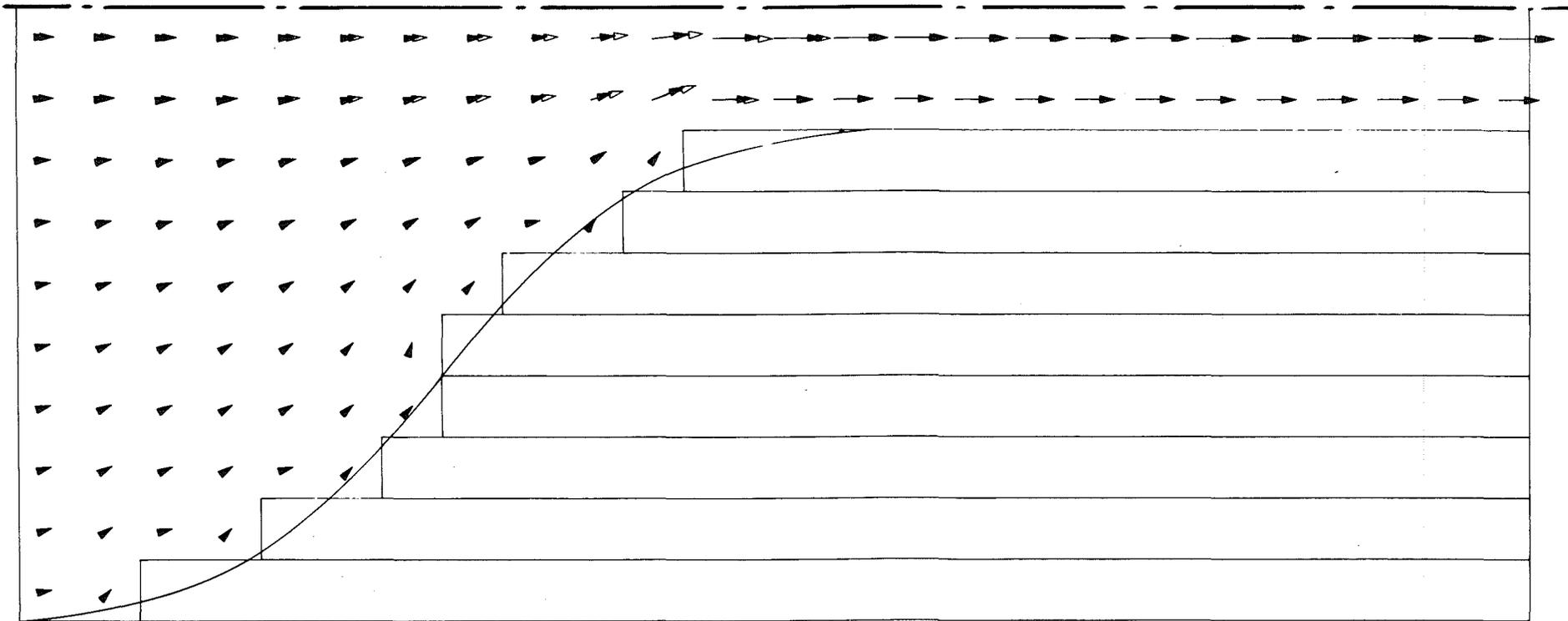


Abb. 2.1: Nachbildung des Düseneinlaufes und Phasengeschwindigkeiten
 (weiß: Dampf, schwarz: Flüss.)
 gekrümmte Linie: tatsächliche Kontur
 Maschengröße: 4x4 mm

Für diese Rechnung ist noch eine zusätzliche Randbedingung erforderlich: der Dampfvolumengehalt θ am Düsen Eintritt wird auf

$$\theta_0 = 0.006 \quad (\text{RB.4})$$

festgelegt. In diesem Bereich sehr kleiner Dampfvolumina spielt der absolute Zahlenwert von θ keine Rolle, es handelt sich praktisch noch um reines Wasser, es wird aber so ein Umschalten zwischen den Zustandsgleichungen für reines Wasser und für Zweiphasengemisch vermieden, deren Umschaltgrenze bei $\theta_c = 0.003$ liegt. Ein solches Umschalten verursacht häufig Stabilitätsschwierigkeiten.

Die DUESE-Rechnung erfordert folgende Randbedingungen:

$$\begin{aligned} \text{Druck an Düsen Eintritt } p_0 &= 113.46 \text{ bar} && (\text{RB.}^*1) \\ &(\text{gemäß dem Ergebnis der DRIX-2D Rechnung}) \end{aligned}$$

$$\text{Massenstrom} \quad \dot{m} = 5,5 \text{ kg/sec} \quad (\text{RB.}^*2)$$

Dampfvolumengehalt am Düsen Eintritt

$$\theta_0 = 0.006 \quad (\text{RB.}^*3)$$

Für die Berechnung der inkompressiblen Näherungslösung in DRIX-2D wird von folgenden Anfangswerten ausgegangen:

$$\begin{aligned} \text{Im konvergenten Teil der Düse:} \quad p &= 110 \text{ bar} \\ \rho &= 672,5 \text{ kg/m}^3 \\ v &= 1,627 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Im zylindrischen Teil der Düse:} \quad p &= 95 \text{ bar} \\ \rho &= 672,5 \text{ kg/m}^3 \\ v &= 40,67 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Die Geschwindigkeiten sind so gewählt, daß sie dem gewünschten Massentstrom $\dot{m} = 5,5 \text{ kg/s}$ entsprechen. Die Dichte von $672,5 \text{ kg/m}^3$ gehört zu einer Wassertemperatur von 591 K! Das entspricht dem Sättigungszustand von $p = 110 \text{ bar}$.

Die als stationär anerkannte Lösung (maximale Änderung von korrespondierenden Geschwindigkeiten in zwei aufeinanderfolgenden Zeitschritten kleiner als ca. 0,1 %) wird nach einer Problemzeit von 50 ms erreicht. Das entspricht bei einem konstanten Zeitschritt von $\Delta t = 0,02$ ms 2500 Integrationsschritten. Mit dieser Lösung als Anfangszustand wird eine neue, kompressible Rechnung gestartet, die zunächst im hydromechanischem Gleichgewicht, also ohne Schlupf (Relativgeschwindigkeit) durchgeführt wird. Nach einer weiteren Problemzeit von 38 ms wird damit begonnen, die Relativgeschwindigkeit mittels Drift-Flux-Approximation zu berechnen. Nach einer Problemzeit von 98 ms - ausgehend von der inkompressiblen Lösung - wird eine Lösung erreicht, die als die stationäre Endlösung akzeptiert wird. In Abb. 2.2 ist der Gesamttablauf der Rechnung verdeutlicht.

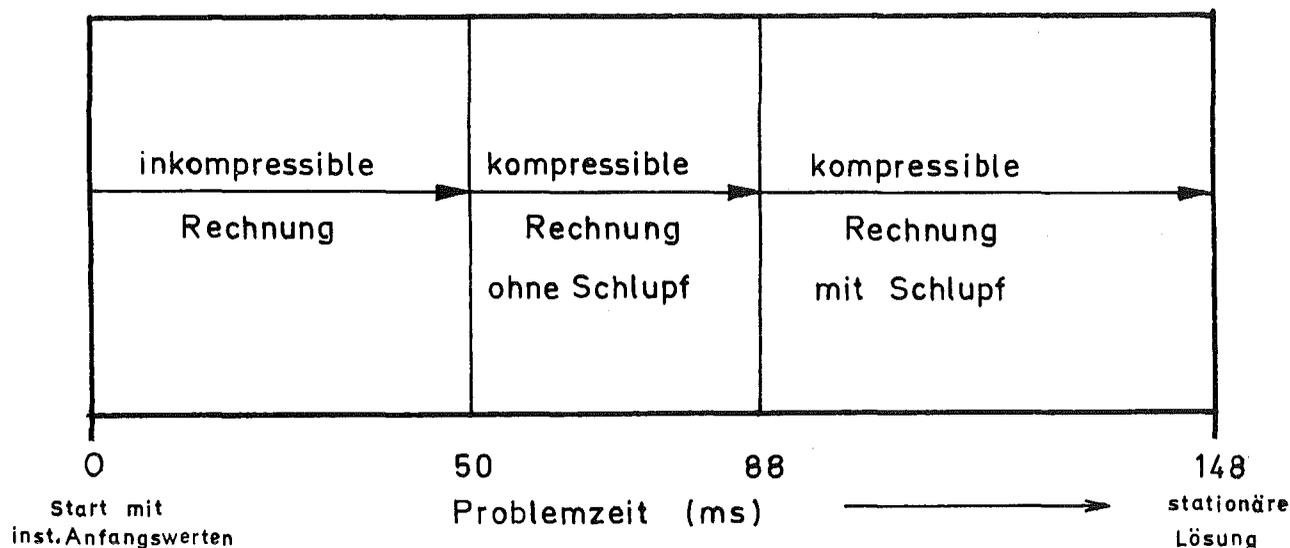


Abb. 2.2: Gesamttablauf der Rechnung mit DRIX-2D

2.2.3 Behandlung der Wandreibung bei der 2D-Berechnung

Die Behandlung der Rohrreibung bedarf hier besonderer Erläuterung, da es bei der 2D-Berechnung ohne besondere Maßnahmen zu Instabilitäten in den innenliegenden Maschenreihen kommt. Dies ist auf eine physikalisch unzulässige Vernachlässigung des turbulenten Impulsaustausches in radialer Richtung zurückzuführen.

Die Rohrreibung wird auf die in der Hydromechanik übliche Weise berechnet, jedoch (wie in [9]) mit einem Zweiphasenmultiplikator,

der Ringströmung impliziert, korrigiert. Die Rohrreibziffer λ wird dabei mit dem Ansatz von Colebrook und White [7] bestimmt. Natürlich erfahren so nur Wandmaschen die Reibkraft, innenliegende Maschen bleiben mangels innerer Zähigkeiten unbeeinflusst. Um hier Instabilitäten (fehlende Dämpfung!) zu vermeiden, wird versucht, eine physikalisch plausible Übertragung der Rohrreibung auf innenliegende Maschen durchzuführen: nach Ermittlung der Gesamtreibkraft, die sich bei 1D-Berechnung für eine Maschen-Ebene senkrecht zur Hauptströmungsrichtung ergäbe, wird die Reibkraft proportional zum Geschwindigkeitsunterschied zur jeweils radial angrenzenden Nachbarmasche auf alle Radialmaschen aufgeteilt.

2.3 Diskussion der Ergebnisse

In Abb. 2.3 sind Druck, Dampfanteil, Geschwindigkeit und mittlere Dichte als Ergebnis der 1D- und 2D-Rechnung, aufgetragen über der Düsenachse, dargestellt. Bei der 2D-Rechnung wurde dabei in radialer Richtung über alle Maschen entsprechend ihrem Querschnittsanteil gewichtet.

DRUCK:

Der Einlaufdruck von $p = 113,46$ bar bleibt bei beiden Rechnungen bis kurz vor dem zylindrischen Rohrstück nahezu konstant und fällt dann über eine Strecke von ca. 3 cm bei der 1D-Rechnung auf 107,8 bar, bei der 2D-Rechnung auf 104,4 bar ab. Diese Diskrepanz im Druckabfall kann als das wesentlichste Ergebnis dieser Untersuchung bezeichnet werden. Der Grund ist darin zu suchen, daß bei der 2D-Rechnung im Gegensatz zur 1D-Rechnung neben der axialen Beschleunigung eine zusätzliche Radialbeschleunigung erforderlich ist, die ihrerseits eine gewisse Druckdifferenz in Anspruch nimmt. In Kapitel 4 wird dieses Phänomen durch eine Impulsbilanz auf andere Weise verdeutlicht.

Der radiale, nach innen gerichtete Druckgradient ist in Abb. 2.4 in den beiden Maschenreihen vor dem zylindrischen Rohrstück gut erkenn-

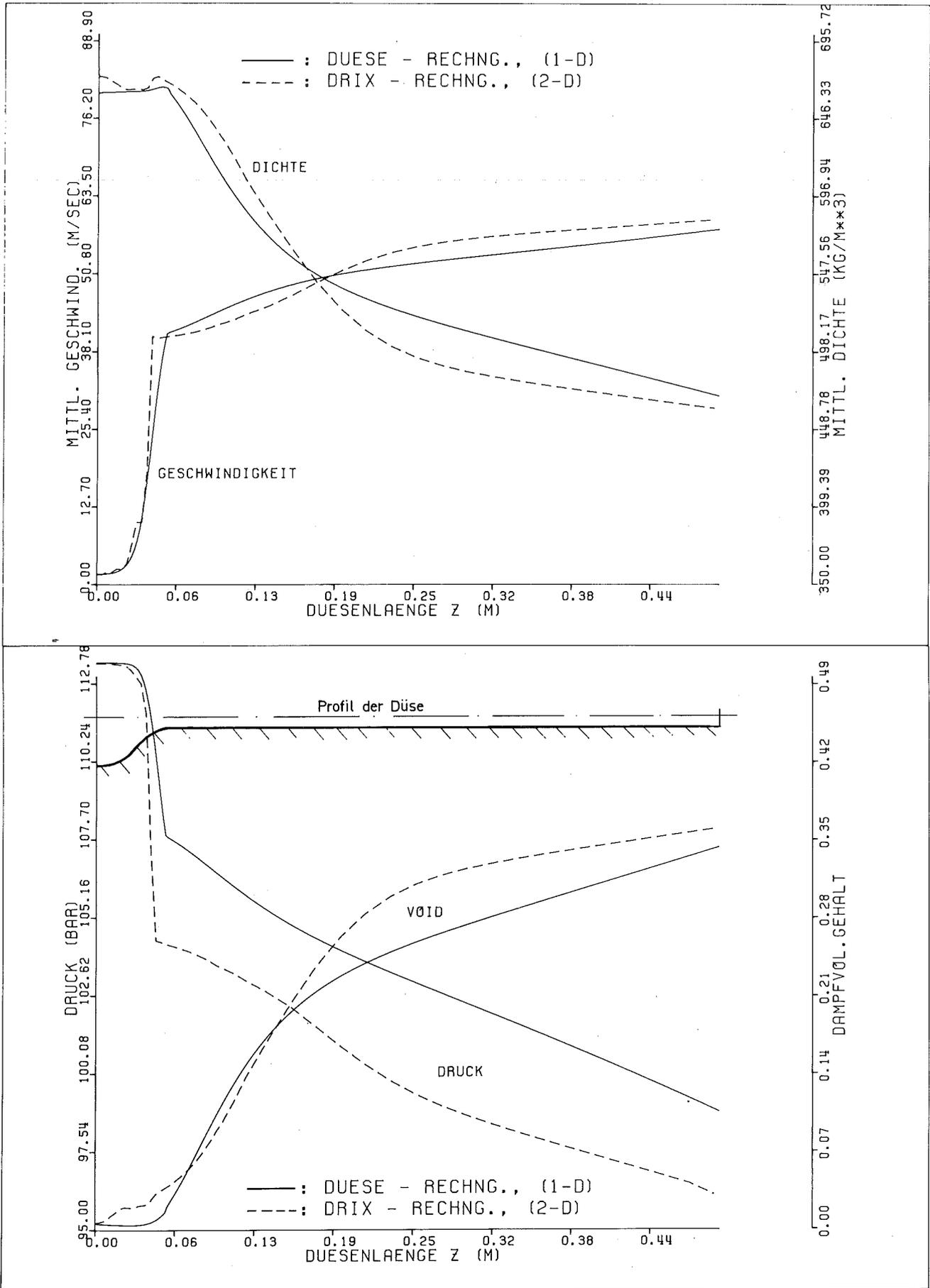


Abb. 2.3: Vergleich zwischen DRIX-2D und DUESE (1D)-Rechnung (DRIX-Werte gemittelt, s. Text)

bar. Am Anfang des zylindrischen Teilstücks ist der radiale Druckgradient bedingt durch die Fliehkraft (Einschnürung) vom Zentrum zur Wand gerichtet.

Im zylindrischen Teil der Düse fällt der Druck wegen der in beiden Rechnungen berücksichtigten Rohrreibung mit ungefähr gleichmäßigem Gradienten von ca. $18,5 \frac{\text{bar}}{\text{m}}$ weiter ab.

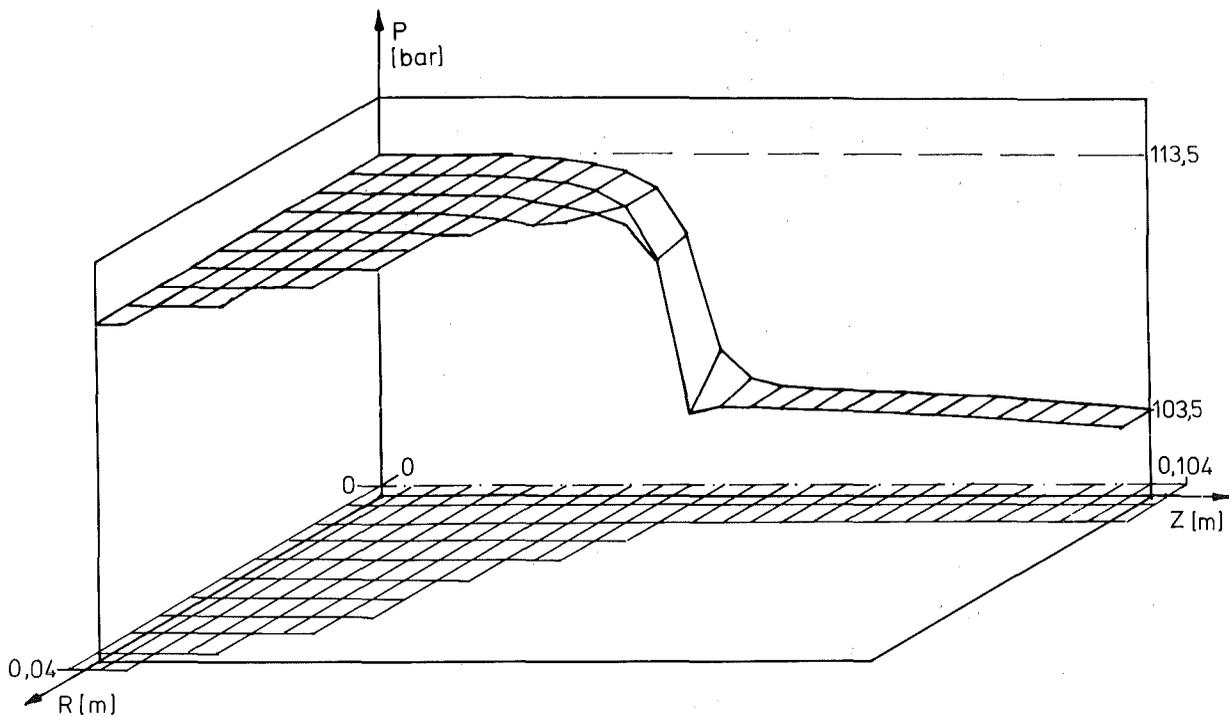


Abb. 2.4: Stationäres Druckrelief vom Düseneinlauf, gerechnet mit DRIX-2D.

Das Druckgitter ist auf den Maschenmittelpunkten des Diskretisierungsgitters (Abb. 2.1) zentriert.

Dichte:

Im konvergenten Einlaufbereich steigt bei der 1D-Rechnung die Dichte von ca. 663 kg/m^3 bis zum Beginn des zylindrischen Düsentails auf ca. 667 kg/m^3 kontinuierlich an. Bei der 2D-Rechnung ist in diesem Bereich erst ein Abfall und dann ein etwas höherer Anstieg der Dichte zu beobachten. Im zylindrischen Teil nimmt dann die Dichte in beiden Rechnungen wegen des zunehmenden Dampfgehaltes auf ca. 460 kg/m^3 ab. Der Dichteanstieg im konvergenten Teil der Düse bedarf einer etwas ausführlicheren Erläuterung:

Im Eintrittsquerschnitt wird Wasser im gesättigten Zustand als Randbedingung vorgegeben. Dabei wird ein geringer Dampfanteil von $\theta=0.006$ angenommen, um in DRIX mit einer einzigen Zustandsgleichung auszukommen und somit ein Umschalten in den reinen, kompressiblen Wasserbereich zu vermeiden. Somit liegt im ganzen Problembereich "echtes" Zweiphasengemisch vor, in dem die Kompressibilität allein durch die Dampfphase gegeben ist und die Wasserphase als inkompressibler Mischungsanteil behandelt wird. Für die mikroskopische (=reele) Wasserdichte im Zweiphasengemisch wird in beiden Programmen Sattwasserdichte zugrunde gelegt.

Wegen des geringen Dampfanteils wird nun im konvergenten Einlauf der Düse die Mischungsdichte fast ausschließlich durch die Wasserdichte bestimmt. Der einsetzende Druckabfall am Ende des konvergenten Teils bewirkt deshalb eine Erhöhung der Dichte, da die Zustandsänderung für die Wasserphase de facto auf der Sättigungslinie erfolgt und hier ein inverser Zusammenhang zwischen Dichte und Druck besteht. Eine Dichteverminderung infolge Verdampfung erfolgt wegen der Verzögerung des Verdampfungsprozesses erst am Anfang des zylindrischen Teilstückes.

In der Realität dürfte diese Dichtezunahme im konvergenten Teil ausbleiben, da die tatsächliche Zustandsänderung nicht entlang der Sättigungslinie verläuft, sondern eher isentrop bis isotherm und folgedessen der Wasserzustand in die Überhitzung geht. In DRIX ist der überhitzte Wasserzustand aber nur mit der Zustandsgleichung für reines

Wasser, also für ein $\theta < \theta_c = 0,003$, approximierbar. In DUESE wird grundsätzlich Sattwasserdichte für die mikroskopische Wasserdichte angenommen.

Geschwindigkeit:

Die mittleren Geschwindigkeiten beider Rechnungen zeigen eine bessere Übereinstimmung. Bis zum Beginn des zylindrischen Rohres erfolgt die durch die Geometrie bedingte Beschleunigung auf ca. 40 m/s. Im zylindrischen Teil nimmt die Geschwindigkeit wegen der abnehmenden Dichte etwa gleichmäßig bis auf 58,2 m/s bei der 1D-Rechnung und bis auf 59,5 m/s bei der 2D-Rechnung zu. Die Vektoren der Phasen-Geschwindigkeiten im Einlauf der Düse sind in Abb. 2.1 dargestellt.

Dampfanteil:

Die qualitativen Verläufe der Dampfanteile stimmen gut überein. Während in der 1D-Rechnung die Verdampfung erst zu Beginn des zylindrischen Teiles beginnt, ist bei der 2D-Rechnung bereits im konvergenten Teil eine leichte Zunahme des Dampfanteils feststellbar. Im Durchschnitt ist der Dampfanteil bei der 2D-Rechnung um etwa 5 % höher als bei der 1D-Rechnung, was aufgrund des niedrigeren Druckniveaus unmittelbar einsichtig ist. Es ist hier zu erwähnen, daß trotz gleicher Verdampfungsmodelle in beiden Programmen wegen der unterschiedlichen Berechnungsweise der Grad des thermischen Nichtgleichgewichts und damit die Verdampfungsrate nicht notwendigerweise gleich sind. Zu Beginn des zylindrischen Rohres zeigen beide Rechnungen eine stärkere Zunahme des Dampfanteils, was durch das sich in diesem Bereich abbauende Nichtgleichgewicht verursacht wird. In der Düsenmündung liefert die 1D-Rechnung einen Dampfvolumenteil von 35 %, die 2D-Rechnung von 36 %.

Es sei an dieser Stelle hervorgehoben, daß trotz Benutzung von Wasserdampf-Werten in DUESE die Berechnung von thermodynamischen Nichtgleichgewichtszuständen möglich ist. Dies erspart den Gebrauch schwer zugänglicher Nichtgleichgewichts-Tabellen.

3. Der Code STRUYA am Beispiel der HENRY-Düse

Diese Untersuchung ähnelt im wesentlichen derjenigen von Abschnitt 2, beschränkt sich jedoch ausschließlich auf die Effekte der Dimensionalität und des Zeitverhaltens bei kritischer Strömung. Angeregt durch das Experiment mit der HENRY-Düse (Semiscale Mod-1, Idaho) und die Nachrechnung von LASL mit verschiedenen Codes [6], wurde dieser Testfall zunächst mit Wasserdampf-Werten anstatt einer Zustandsgleichung in STRUYA nachgerechnet. Um eine Vergleichsmöglichkeit mit den Resultaten aus [6] zu haben, wurde für diese Untersuchung die HENRY-Düse und nicht die eingangs beschriebene, konvergente Düse gewählt. Die Ergebnisse waren insofern unbefriedigend, als sich im Widerspruch zu Experiment, LASL-Untersuchungen und den Rechnungen in Abschnitt 2 kaum Unterschiede in der kritischen Massendichte und dem Druckverlauf, sondern eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse unabhängig vom Modell (1D oder 2D) zeigten.

Um eine einwandfreie Übertragbarkeit auf Codes anderer Institutionen zu gewährleisten und somit den Fall weiter untersuchen zu können, wird hier die einfache Zustandsgleichung des idealen Gases zur Simulation des Zweiphasengemisches gewählt.

STRUYA berechnet in gleicher Weise wie DRIX-2D eine stationäre Düsenströmung als asymptotische Lösung der transienten Rechnung beginnend von festen Anfangsdaten.

3.1 Der Code STRUYA

STRUYA [1] ist eine Weiterentwicklung des transienten Codes YAQUI vom Los Alamos Scientific Laboratory (LASL) [11]. Es ist ein beliebig Lagrange-Eulersches Rechenprogramm für kompressible Fluidströmungen mit beliebigen Geschwindigkeiten. Sowohl 1D- als auch 2D-Rechnung werden durchgeführt, außerdem besteht die Option der Strukturkoppelung, von der hier jedoch kein Gebrauch gemacht wird. Das Maschengitter für den Finite-Differenzen Code muß nicht rechtwinkelig sein, was eine exakte Nachbildung der Geometrie der HENRY-Düse ermöglicht. Ein zweiphasiges Fluid wird homogen, d.h. mit mitt-

leren Werten behandelt. Thermodynamisches und hydrodynamisches Ungleichgewicht sind nicht möglich.

Die verwendete Zustandsgleichung ist die bekannte Beziehung für die adiabate Entspannung eines idealen Gases:

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\kappa \quad (3.1)$$

Im Gegensatz zu den unter 2. aufgeführten Codes berücksichtigt STRUYA die Viskositäts-Terme der Navier-Stokes-Gleichungen, nicht jedoch die Wandreibung.

3.2 Der Vergleichsfall

3.2.1 Geometrie

Abb. 3.1 zeigt die HENRY-Düse sowie das verwendete 2D-Zylinderkoordinaten-Maschengitter in unterschiedlichen Maßstäben. Die variable Zellengröße und -form gestattet eine exakte Nachbildung der Kontur. Die Achse der Düse ist Symmetrielinie des Maschengitters. Ein zylindrischer Vorlauf aus fünf Maschen konstanter Länge wird vorgeschaltet, um die Zuströmungsprofile naturgetreuer zu gestalten.

Das 1D-Gitter (dick ausgezogen) hat gleiche Eck- und Randmaße wie das 2D-Gitter, ebenso ist die axiale Länge der Maschen identisch. Nur in radialer Richtung ergibt sich die 1D-Masche aus der Summe der vier 2D-Maschen.

Was hier vereinfacht mit 1D-Rechnung bezeichnet wird, ist bei näherer Betrachtung eine sehr grobe zweidimensionale Auflösung des Problems. STRUYA generiert in jedem Fall eine äußere, fiktive (= massenlose) Maschenberandung. Für diese Maschen wird ein Geschwindigkeitsvektor bestimmt, der in der 1D-Version von dem der einzigen (in radialer Richtung), reellen Masche z.B. bei schräger Berandung unterschiedlich sein kann. Beide Geschwindigkeiten und nicht nur die der reellen Masche, werden zur weiteren Rechnung herangezogen.

3.2.2 Rand- und Anfangsbedingungen

Für den gesamten Bereich der Düse wird die Dichte des Fluids

$$\rho_0 = 56 \text{ kg/m}^3 \quad (\text{AB.1})$$

gesetzt, was über die Zustandsgleichung (3.1) einem Druck von 48 bar entspricht. Dies würde bei einer echten Zweiphasenströmung einem Dampfvolumenteil von $\theta = 0,958$ entsprechen; wir wollen uns bei dieser Betrachtung jedoch mehr an die Vorstellung des idealen Gases halten, obwohl sich mit dem für die Zustandsgleichung (3.1) gewählten Isentropenexponent $\kappa = 1,07$ eine erstaunlich gute Übereinstimmung mit den in Abschnitt 3 erwähnten Rechnungen mit Wasserdampf-Werten ergibt. Für das Ziel der Untersuchung spielt der Wert von κ im Prinzip keine Rolle.

Ferner werden alle Geschwindigkeiten zu Beginn gleich Null gesetzt:

$$u, v = 0 \quad (\text{AB.2})$$

In der Maschenreihe (bzw. 1D: Masche) am Düsenaustritt wird die Dichte in verschiedenen Rechenläufen derart festgelegt, daß sich über die Zustandsgleichung jeweils ein Druck zwischen 10 und 40 bar in Stufen von 5 bar ergibt (Gegendruck).

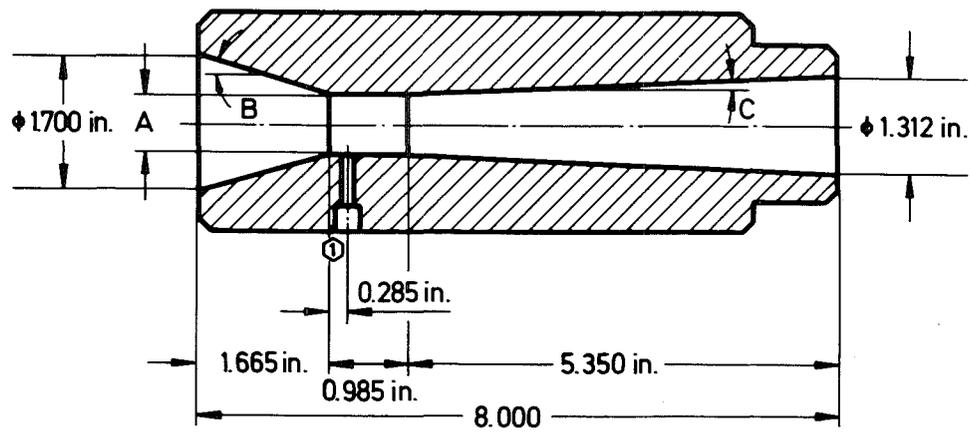
$$\rho_E = \rho_E(p_E), p_E = 10, 15, 20 \dots, 40 \text{ bar} \quad (\text{AB.3} = \text{RB.1})$$

Dies ist gleichzeitig Randbedingung für den Düsenaustritt. Weiter wird am Düseneintritt die Dichte

$$\rho_0 = 56 \text{ kg/m}^3 \quad (\text{RB.2})$$

festgehalten. Am Ein- und Austritt sind die

$$\text{Geschwindigkeitsgradienten} = 0 \quad (\text{RB.3})$$



Druckmeßstelle
 ① = PB-CN1

A	0.593
B	16° 50'
C	3° 19'
Hals l/d = 1.43	

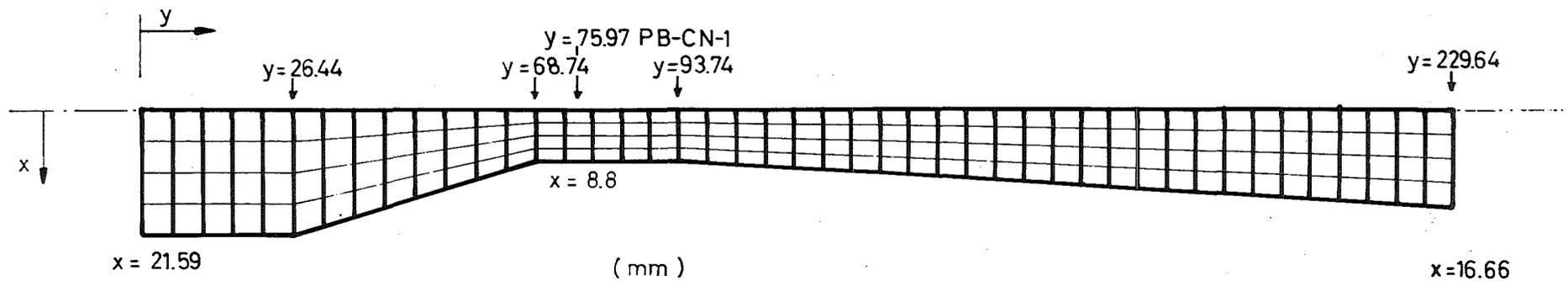


ABB. 31: HENRY - Düse und STRUYA - Maschengitter

1D : dick, 2D : dünn

3.3 Ergebnisse

Unter den genannten Rand- und Anfangsbedingungen ist es mit STRUYA möglich, sowohl bei 1D- als auch 2D-Rechnung die stationäre Lösung als asymptotischen Grenzfall der zeitabhängigen Strömung zu erhalten (stationär: max. Änderung von korrespondierenden Geschwindigkeiten in 0,5 msec kleiner als ca. 0,1 %). Die zur Erhaltung der numerischen Stabilität notwendigen Parameterwerte (Zeitschritt, künstliche Viskositäten, Koppelungsfaktoren für Geschwindigkeiten etc.) können jedoch für diesen Anwendungsfall erst nach einer Vielzahl von Versuchen bestimmt werden.

Abb. 3.2 zeigt die mit der 1D-Version berechneten stationären Druckverläufe bei verschiedenen Gegendrücken, aufgetragen über der Düsenachse. Es ist festzustellen, daß STRUYA korrekt bei Gegendrücken unter ca. 32 bar eine kritische Strömung berechnet, bei der sich stromaufwärts der "kritischen Stelle" die Strömungsdaten trotz weiterer Druckabsenkung nicht mehr ändern. Die "kritische Stelle", an der gerade die Schallgeschwindigkeit $a = \sqrt{\kappa p / \rho}$ erreicht wird, liegt ca. 2 Maschenweiten oder 5 mm stromab der Druckmeßstelle PB-CN1. Auch das kritische Druckverhältnis

$$\frac{P_{\text{krit}}}{P_0} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

wird von STRUYA sowohl in der 1D- als auch in der 2D-Version bis auf einen Fehler von ca. 1,5 % genau berechnet.

Wie bei dem in STRUYA realisierten numerischen Verfahren nicht anders zu erwarten ist, werden die stromabwärts nach den Gesetzen der Gasdynamik auftretenden Verdichtungsstöße nur verschmiert wiedergegeben.

Zum Vergleich dieser 1D-Ergebnisse mit denen der 2D-Rechnungen werden nur die Werte des Druckes und der Massenstromdichte an der Vergleichsstelle PB-CN1 (s. Abb. 3.1) herangezogen. Bei der notwendigen Mittelung der 2D-Werte wird (Zylinderkoordinaten!) mit der zugehörigen

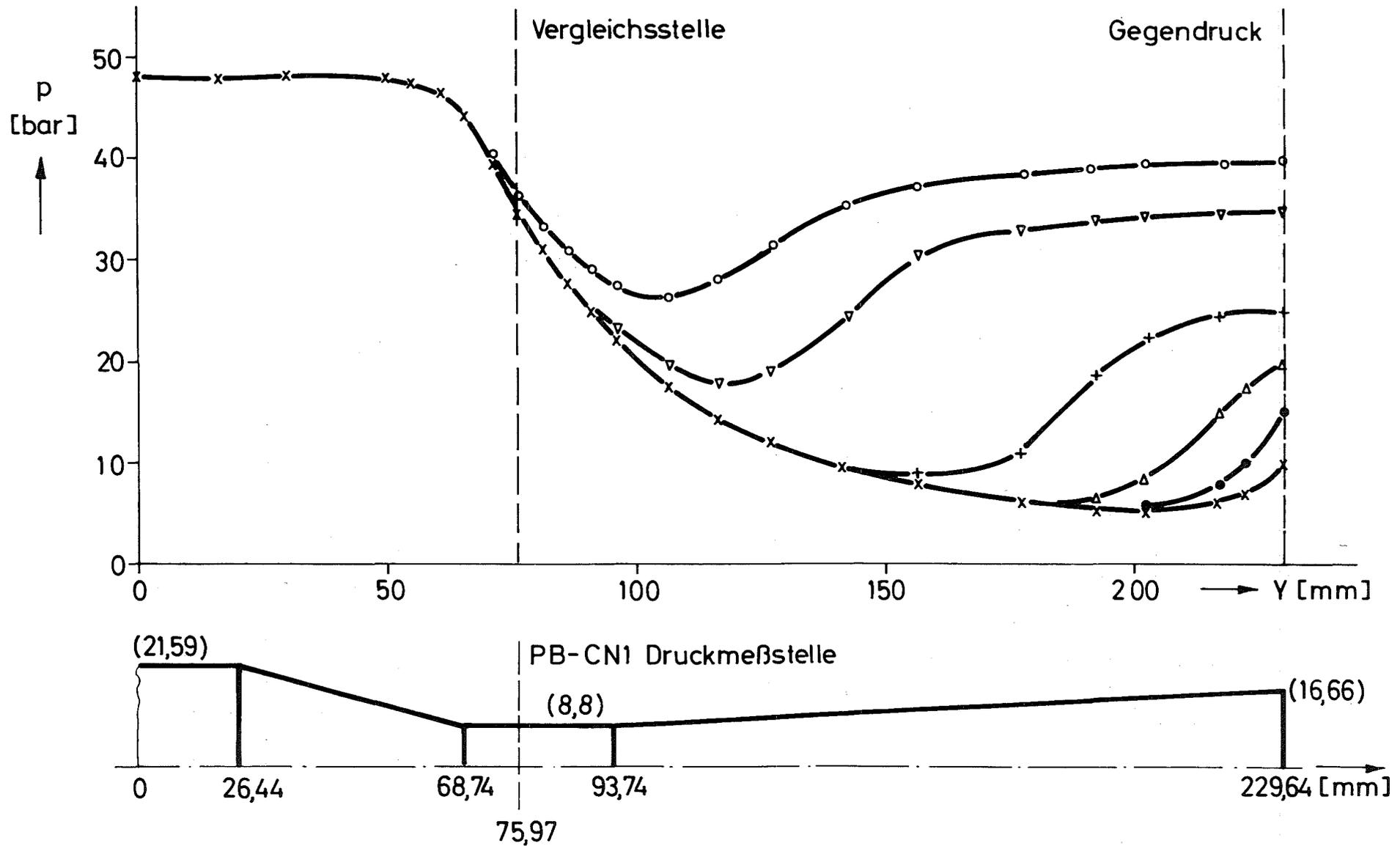
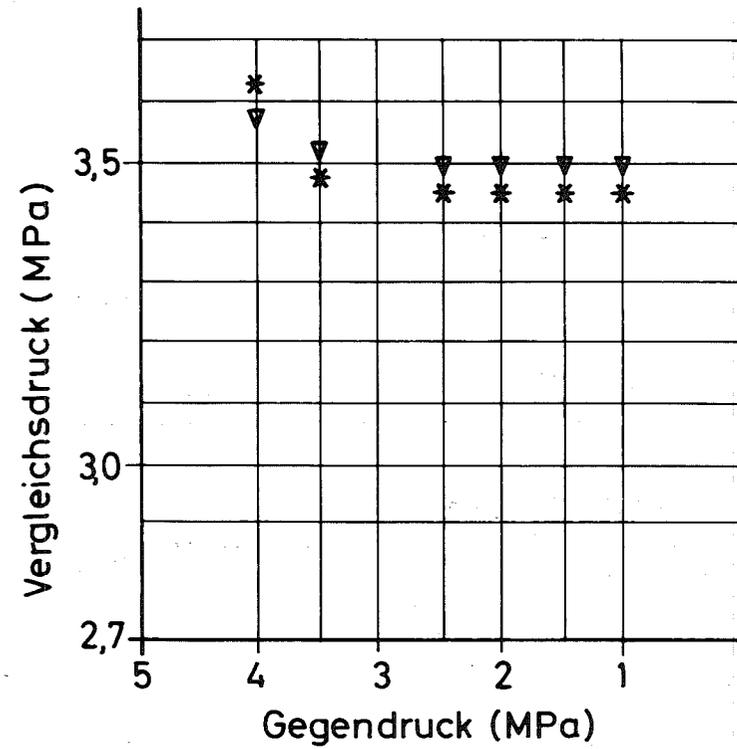
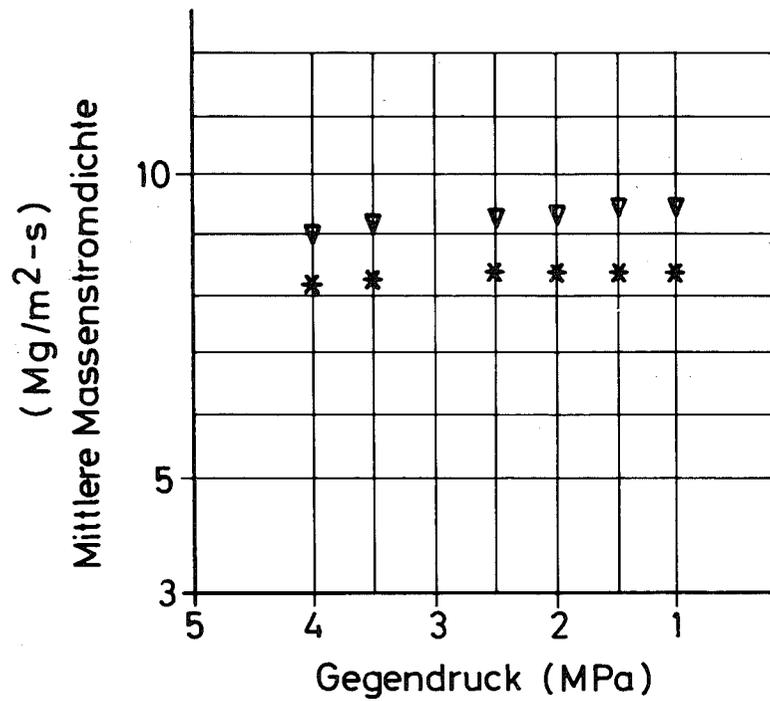


Abb.3.2: Stationäre Druckverläufe in der HENRY-Düse gerechnet mit STRUYA (1-D)



* STRUYA 1 D ideales Gas $\kappa=1,07$

▽ STRUYA 2 D ideales Gas $\kappa=1,07$

Abb.3.3: Mittlere Massenstromdichte und Druck an Vergleichsstelle

Ring- bzw. Kreisfläche gewichtet. Diese Größen, aufgetragen über dem Gegendruck, zeigt Abb. 3.3 .

Auffallend ist, daß der 2D-Vergleichsdruck über dem entsprechenden 1D-Wert liegt, ebenso die Massenstromdichte. Das bedeutet, daß die 2D-Rechnung bei gleichem Massenstrom einen geringeren Druckabfall über der Düse liefert, was im Widerspruch zu den LASL-Untersuchungen [6] und denjenigen von Kapitel 2 und 4 steht. An dieser Tatsache ändert sich auch bei Verlegung der Vergleichsstelle nichts. Es muß allerdings darauf hingewiesen werden, daß die Verengung bei der HENRY-Düse weit weniger stark ausgebildet ist als bei der konvergenten Düse im Abschnitt 2. Es darf daher auch nur ein wesentlich geringerer 2D-Effekt erwartet werden, wie auch die analytische Rechnung in Abschnitt 4 zeigt. Die angefügte Tabelle zeigt zusammengefaßt alle interessierenden Ergebnisse dieser Untersuchung.

Abschließend kann gesagt werden, daß bis heute keine eindeutige Erklärung für diesen Widerspruch gefunden ist. Tatsache ist, daß in STRUYA die zahlreichen, zur Stabilität notwendigen und oft unphysikalischen Parameter relativ hohen Einfluß auf die Ergebnisse haben und zwar bisweilen von unterschiedlicher Größe bei 1D- bzw. 2D-Rechnung. Dies legt die jedoch nicht unmittelbar beweisbare Vermutung nahe, daß bei den Lösungen die physikalischen Effekte von numerischen überspielt werden. Außerdem sei nochmals darauf hingewiesen, daß eine echte 1D-Rechnung mit STRUYA nicht möglich ist und es sich somit bei obigem Vergleich im Grunde um 2D-Versionen mit feiner bzw. grober Maschenauflösung handelt.

Weitere Untersuchungen sind geplant, wobei besonders die eingangs erwähnten Experimente mit der konvergenten Düse Verifikationspunkte liefern sollen.

Wichtigste Daten der STRUYA 1D - 2D Vergleichsrechnung

HENRY-Düse mit idealem Gas

Druck vor der Düse $p_o = 48 \text{ bar}$
 Dichte vor der Düse $\rho_o = 56 \text{ kg/m}^3$
 Zustandsgleichung $p/p_o = (\rho/\rho_o)^\alpha$
 Isentropenexponent $\alpha = 1.07$

Donor-cell Technik

Abbruchkriterium für die Iteration:

$$\text{Quellstärke} \cdot \Delta T < \epsilon \cdot \rho$$

$$\epsilon = 10^{-4}$$

Gegendruck [bar]	Druck an der Vergleichsstelle [bar]			Massenstromdichte [kg/(m ³ sec)]		stationär nach[msec]		Problem-Zeit [msec] und Zyklen	Rechenzeit [min] IBM 370/168	
	1D	2D		1D	2D	1D	2D		1D	2D
		Wand	Durchschnitt							
10	34,57	34,25	34,91	8522,23	9241,92	6	5	8/8000	20'30"	69'
15	34,57	34,25	34,91	8522,23	9241,92	6	5	8/8000	20'30"	69'
20	34,57	34,25	34,91	8522,23	9241,92	6	5	9/9000	23'20"	77'
25	34,58	34,26	34,92	8522,23	9238,82	6,5	5,5	8/8000	20'30"	68'40"
35	34,88	34,41	35,06	8457,46	9202,0	6,5	5,5	8/8000	22'	68'
40	36,19	35,21	35,84	8152,80	8995,06	6,5	6,5	8/8000	20'30"	67'

4. Einfaches analytisches Modell zur Problematik

Im folgenden wird für die stationäre Strömung durch eine Düse der Unterschied im Druckverlust zwischen 1D- und 2D-Berechnung unter gewissen Annahmen hergeleitet.

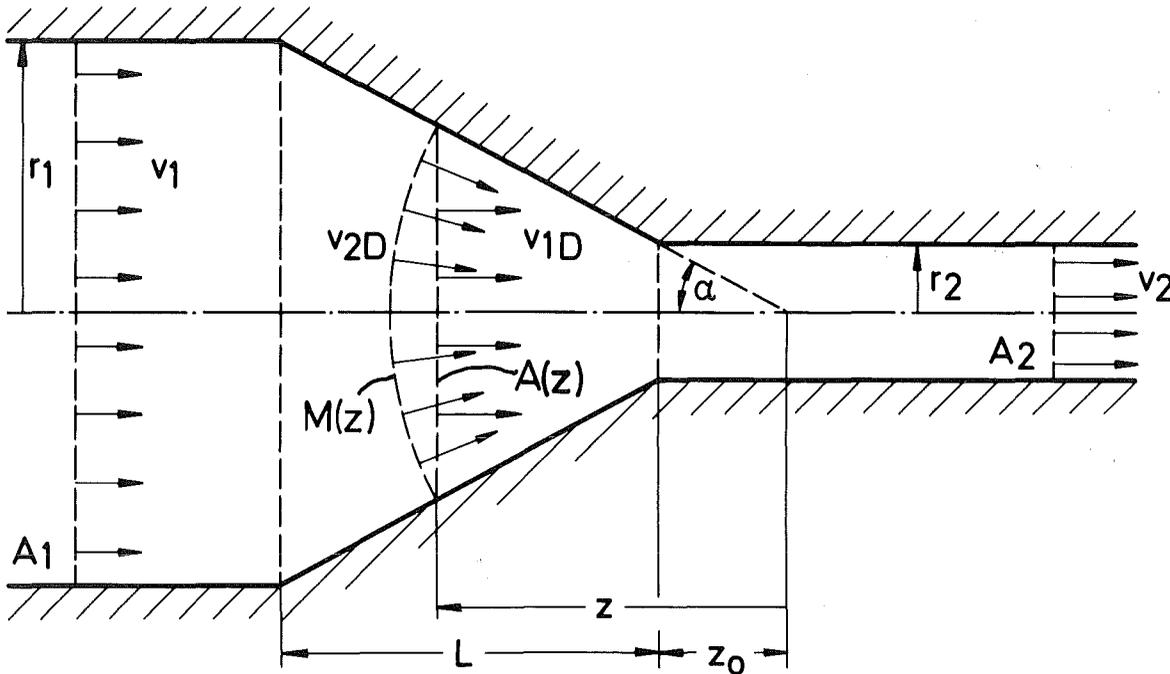


Abb. 4.1: Geometrie und Geschwindigkeiten

Voraussetzungen:

1. stationäre Strömung ($\dot{m} = \text{const.}$)
2. inkompressible Strömung ($\rho = \text{const.}$)
3. 1D-Rechnung: Stromfadentheorie
2D-Rechnung: Potentialströmung } im konvergenten Teil
4. reibungsfreie Strömung
5. kegelstumpfförmige Verengung

Mit Hilfe des Impulssatzes soll gezeigt werden, daß die 2D-Rechnung einen größeren Druckabfall liefert als die 1D-Rechnung.

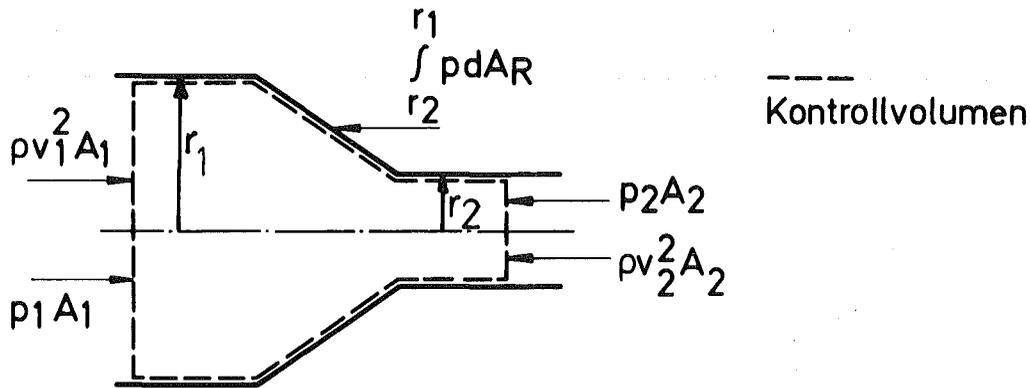


Abb. 4.2: Kontrollraum für Impulssatz, angreifende Kräfte

Impulssatz:

$$\underline{\rho v_1^2 A_1} + \underline{p_1 A_1} - \int_{r_2}^{r_1} p \, dA_R - \underline{\rho v_2^2 A_2} - p_2 A_2 = 0 \quad (4.1)$$

Die unterstrichenen Terme sind für beide Fälle gleich.
Ziel ist es, $[p_2]_{1D} - [p_2]_{2D}$ zu bestimmen:

$$[p_2]_{1D} - [p_2]_{2D} = \frac{1}{A_2} \left\{ \left[\int_{r_2}^{r_1} p \, dA_R \right]_{2D} - \left[\int_{r_2}^{r_1} p \, dA_R \right]_{1D} \right\} \quad (4.2)$$

Die Integrale (Reaktion der Wand auf das Fluid) können unter den Annahmen 1-5 und mit Hilfe von Kontinuitätsgleichung sowie Satz von Bernoulli bestimmt werden.

Dazu sind zunächst die Geschwindigkeiten an der Wand als Funktion der Ortskoordinate z zu bestimmen (vgl. Abb. 4.1):

1D-Rechnung:

$$A(z) = (\text{Kreisfläche}) = \pi z^2 \tan^2 \alpha$$

$$v_{1D}(z) = \frac{\dot{m}}{\rho A(z)} = \frac{\dot{m}}{\rho \pi z^2 \tan^2 \alpha} \quad (4.3)$$

2D-Rechnung:

$M(z)$ = (Fläche der Kugelkalotte, die $A(z)$ als Grundfläche hat)

$$= 2 \pi \cdot (\text{Radius}) \cdot (\text{Höhe})$$

$$= 2 \pi \cdot \frac{z}{\cos \alpha} \cdot \left(\frac{z}{\cos \alpha} - z \right)$$

$$= 2 \pi \cdot \frac{z^2}{\cos^2 \alpha} (1 - \cos \alpha)$$

$$v_{2D}(z) = \frac{\dot{m}}{\rho M(z)} = \frac{\dot{m} \cos^2 \alpha}{\rho 2 \pi z^2 (1 - \cos \alpha)} \quad (4.4)$$

$v_{1D}(z)$ und $v_{2D}(z)$ liefern an der Wand einen unterschiedlichen Druck für das zu berechnende Integral; nach Bernoulli gilt:

$$p + \frac{\rho}{2} v^2 = p_{ges} = \text{const.}$$

$$\Rightarrow p = p_{ges} - \frac{\rho}{2} v^2 \quad (4.5)$$

Ferner ist dA_R aus Gl. (4.2) (differentielle Ringfläche):

$$\begin{aligned} dA_R(z) &= 2 \pi r(z) dr \\ &= 2 \pi z \tan \alpha \cdot dr \\ &= 2 \pi z \tan \alpha \cdot dz \cdot \tan \alpha \\ &= 2 \pi z \tan^2 \alpha \cdot dz \end{aligned} \quad (4.6)$$

Mit Gln. (4.3) bis (4.6) ist für 1D:

$$\begin{aligned} \left[\int_{r_2}^{r_1} p dA_R \right]_{1D} &= \int_{z_2=z_0}^{z_1=z_0+L} \left[p_{ges} - \frac{\rho}{2} \left(\frac{\dot{m}^2}{\rho^2 \pi^2 \tan^4 \alpha} \cdot \frac{1}{z^4} \right) \right] \cdot 2 \pi z \tan^2 \alpha \cdot dz \\ &= 2 \pi \tan^2 \alpha \left[\frac{1}{2} p_{ges} z^2 + \frac{\dot{m}^2}{4 \rho \pi^2 \tan^4 \alpha} \cdot \frac{1}{z^2} \right]_{z_0}^{z_0+L} \\ &= \pi \tan^2 \alpha p_{ges} [(z_0+L)^2 - z_0^2] + \frac{\dot{m}^2}{2 \rho \pi \tan^2 \alpha} \cdot \left[\frac{1}{(L+z_0)^2} - \frac{1}{z_0^2} \right] \end{aligned} \quad (4.7)$$

Mit Gl. (4.4) bis (4.6) ist für 2D:

$$\begin{aligned} \left[\int_{r_2}^{r_1} p dA_R \right]_{2D} &= \int_{z_2=z_0}^{z_1=z_0+L} \left[p_{ges} - \frac{\rho}{2} \left(\frac{m^2 \cos^4 \alpha}{\rho^2 4\pi^2 (1-\cos \alpha)^2} \right) \cdot \frac{1}{z^4} \right] 2\pi z \tan^2 \alpha \cdot dz \\ &= 2\pi \tan^2 \alpha \left[\frac{1}{2} p_{ges} z^2 + \frac{\rho}{4} \left(\frac{m^2 \cos^4 \alpha}{\rho^2 4\pi^2 (1-\cos \alpha)^2} \right) \cdot \frac{1}{z^2} \right]_{z_0}^{z_0+L} \\ &= \pi \tan^2 \alpha p_{ges} [(z_0+L)^2 - z_0^2] + \frac{m^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{8 \rho \pi (1-\cos \alpha)^2} \left[\frac{1}{(z_0+L)^2} - \frac{1}{z_0^2} \right] \quad (4.8) \end{aligned}$$

Mit (4.2), (4.7) und (4.8) ergibt sich für den Druckunterschied:

$$[p_2]_{1D} - [p_2]_{2D} = \frac{1}{\pi r_2^2} \left\{ \frac{m^2 \cos^2 \alpha}{2 \rho \pi} \left[\frac{1}{z_0^2} - \frac{1}{(z_0+L)^2} \right] \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{4(1-\cos \alpha)^2} \right) \right\} \quad (4.9)$$

Die rechte Seite dieser Gleichung ist für $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ größer Null, da:

$$\sin^2 \alpha < \frac{4(1-\cos \alpha)^2}{\sin^2 \alpha}$$

$$\sin \alpha < \frac{2(1-\cos \alpha)}{\sin \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha < 2(1-\cos \alpha)$$

$$(1-\cos^2 \alpha) < 2(1-\cos \alpha)$$

$$(1+\cos \alpha)(1-\cos \alpha) < 2(1-\cos \alpha)$$

$$(1+\cos \alpha) < 2$$

$$\cos \alpha < 1 \quad \text{wzwbw.}$$

Damit ist der eindimensional berechnete Druckabfall unter den genannten Voraussetzungen stets kleiner als der zweidimensional berechnete.

Aus (4.3) und (4.4) sieht man leicht, daß

$$V_{2D}(z) = V_{1D}(z) \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \alpha\right)}_{< 1 \text{ für } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}}$$

(Geschwindigkeiten am Rand)

sowie

$$V_{zD}(z) = V_{1D}(z) \cdot \underbrace{\frac{1 + \cos \alpha}{2 \cos^2 \alpha}}_{> 1 \text{ für } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}}$$

(Geschwindigkeiten auf der Achse)

D.H. bei 2D-Rechnung ist "außen" die Geschwindigkeit kleiner und damit der Druck höher als bei 1D-Rechnung. Auf der Achse verhält es sich umgekehrt. Die so bei 2D entstehende Druckdifferenz beschleunigt das Fluid von außen nach innen.

Zahlenbeispiel 1 (aus dem Vergleich DRIX-DUESE von Abschnitt 2):

$$\alpha = 36^\circ \left(\frac{8 \text{ Maschen}}{11 \text{ Maschen}} = \tan \alpha \right)$$

$$r_1 = 0.04 \text{ m} \quad \dot{m} = 5.5 \text{ kg/sec}$$

$$r_2 = 0.008 \text{ m} \quad \rho = 671 \text{ kg/m}^3$$

$$z_0 = 0.011 \text{ m} \quad p_0 = 113.46 \text{ bar}$$

$$L = 0.044 \text{ m}$$

$$\text{mit (4.9) } [p_z]_{1D} - [p_z]_{2D} = 97485 \text{ N/m}^2 \\ = 0.975 \text{ bar}$$

für den Gesamt-Druckabfall ergibt sich:

$$1D: \text{ (Bernoulli) } p_1 - p_2 = 5.5669 \text{ bar}$$

$$\text{ (Impulssatz 4.1) } p_1 - p_2 = 5.5669 \text{ bar}$$

$$2D: \text{ (mit 4.9) } p_1 - p_2 = 6.5419 \text{ bar}$$

Zum Vergleich die Ergebnisse aus Abschnitt 2, wobei jedoch folgendes zu beachten ist: erstens vergrößert die dort berücksichtigte Zweiphasigkeit den Druckabfall (in beiden Fällen) und zweitens wird er im 2D-Fall nochmals durch die Nachbildung der Geometrie durch rechtwinkelige Maschen vergrößert (in den Ecken ist die Geschwindigkeit kleiner als bei der angenommenen Potentialströmung, damit das Druckintegral in Abb. 4.2 größer und damit p_2 kleiner).

$$1D: p_1 - p_2 = 5.62 \text{ bar}$$

$$2D: p_1 - p_2 = 9.06 \text{ bar}$$

$$\overline{\Delta p}_{2D} - \overline{\Delta p}_{1D} = 3.44 \text{ bar (DRIX-DUESE)}$$

$$\overline{\Delta p}_{2D} - \overline{\Delta p}_{1D} = 0.96 \text{ bar (analyt. Mod)}$$

Zahlenbeispiel 2 (aus dem Vergleich 1D/2D Berechnung der HENRY-Düse von Abschnitt 4):

$$\alpha = 16.82^{\circ} \quad \dot{m} = 2.07 \text{ kg/sec}$$

$$r_2 = 8.8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$z_0 = 29.11 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad \rho = 56 \text{ kg/m}^3$$

$$L = 42.3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\overline{p_2}_{1D} - \overline{p_2}_{2D} = 0.228 \text{ bar (analyt.Mod.)}$$

$$\overline{p_2}_{1D} - \overline{p_2}_{2D} = -0.34 \text{ bar (STRUYA)}$$

Aus den Beispielen 1 und 2 geht hervor, daß DRIX und DUESE im Gegensatz zu STRUYA die richtige Tendenz wiedergeben - die Diskrepanz ist aus den vereinfachenden Annahmen des analytischen Modells erklärbar. Außerdem scheint die Düse aus Abschnitt 2 aufgrund der größeren Konvergenz für eine derartige Untersuchung besser geeignet.

5. Schlußfolgerungen

Ziel der Untersuchungen war ein Vergleich zwischen den Codes DRIX-2D und DUESE (1D) sowie STRUYA (1D und 2D): Als Hauptergebnis des erstgenannten Vergleichs ist der Unterschied bei der Berechnung des Druckabfalls einer Düsenströmung zu nennen, der tendenzmäßig auch mit einer analytischen Abschätzung übereinstimmt.

Die in der Einleitung aufgeworfenen Fragen können wie folgt beantwortet werden:

1. Die Rechtfertigung für eine 1D-Berechnung einer Düsenströmung konnte diese Untersuchung - die kritischste aller Fragen - nur beschränkt liefern:

Die STRUYA-Rechnungen zeigen nahezu identische Ergebnisse für 1D- und 2D-Version; sie sind jedoch gerade deshalb unbefriedigend und müssen Gegenstand weiterer Untersuchungen sein (echte 1D-Rechnung nicht möglich!). Die Ergebnisse von DRIX-2D und DUESE, insbesondere Dichte, Dampfanteil und Geschwindigkeiten, zeigen eine Übereinstimmung, die eine Versuchsauswertung und Analyse der in der Einleitung genannten Experimente mit DUESE als gerechtfertigt erscheinen lassen (Rechenzeiten von DRIX-2D!). Falls aber die Diskrepanz im Druckabfall in dieser Größe experimentell bestätigt werden sollte, ist die Möglichkeit zu prüfen, ob mit Hilfe der durch die analytische Abschätzung gewonnenen Ergebnisse eine geeignete Korrektur in DUESE eingebracht werden kann.

2. Die Berechnung stationärer Zustände ist mit den transienten Codes DRIX-2D und STRUYA möglich.

3. Die in DRIX-2D verwendeten Zustandsgleichungen für Wasser und Wasserdampf sind gleichwertig mit den in DUESE benutzten Wasserdampftafel-Werten.
4. Trotz Benutzung von Wasserdampftafel-Werten ist in DUESE (in Übereinstimmung mit DRIX-2D) die Berechnung von thermodynamischen Nichtgleichgewichtszuständen möglich.
5. Für die 2D-Rechnung wurde ein Verfahren zur Übertragung der Wandreibungskraft auf innenliegende (Nicht-Wand)-Maschen entwickelt.
6. Die Rand- und Anfangsbedingungen beeinflussen die Konvergenz und die Stabilität der DRIX-2D-Rechnung nicht unerheblich; Einflüsse auf das stationäre Ergebnis konnten aus Zeitgründen nicht untersucht werden.

Anknüpfend an die Punkte 1 und 6 sowie unter Erinnerung an die STRUYA-Untersuchung kann zusammenfassend gesagt werden, daß der Eindruck entstanden ist, daß die Numerik der betrachteten Rechencodes bei den Ergebnissen häufig eine vor den physikalischen Modellen dominierende Rolle spielt. Deshalb erscheint es als sinnvoll, zukünftig bei Zweiphasen-Rechencodes die Einflüsse der Numerik (Differenzenformulierung, Schrittweite, Diskretisierung des Gitters etc.) unter Kontrolle zu bekommen, bevor mit enormem Aufwand eine immer weitergehende Verfeinerung der physikalischen Modelle vorgenommen wird.

L i t e r a t u r

- [⁻1_] F. Katz, R. Krieg, A. Ludwig, E.G. Schlechtendahl,
K. Stölting:
2D Fluid Flow in the Downcomer and Dynamic Response of the
Core Barrel during PWR-Blowdown.
4th SMIRT-Conf. San Francisco 1977, B5/2
- [⁻2_] F. Kedziur:
Investigation of Strongly Accelerated Two-Phase Flow.
ICHMT-Int. Seminar Dubrovnik/Yugoslavia, Sept. 1978
- [⁻3_] H. John, U. Müller, J. Reimann:
A Test Loop for Testing Measuring Methods for the Mass Flow
Rate of Two-Phase Flows.
1976 Meeting of the European Two-Phase Flow Group, Erlangen
- [⁻4_] VDI-Richtlinien 2040
Berechnungsgrundlage für die Durchflußmessung mit Drossel-
geräten
Oktober 1971
- [⁻5_] F. Kedziur:
(1978) unveröffentlicht
- [⁻6_] J.R.Travis, C.W. Hirt:
Multidimensional Effects in Critical Nozzle Flows
LASL Quarterly Report 4/77-6/77
- [⁻7_] C.F. Colebrook:
Turbulent Flow in Pipes with Particular Reference to the
Transition Region between the Smooth and Rough Pipe Laws
J. Institution Civil Engineers, 1939
- [⁻8_] U. Schumann:
MAPLIB; Ein Programmsystem zur Bereitstellung von Stoffdaten
für Rechenprogramme.
KfK-Bericht Nr. 1253, 1970

- [⁻9_] C.W. Hirt, N.C. Romero:
Application of a Drift-Flux Model to Flashing in Straight
Pipes
LASL report LA-6005-MS, 1975
- [⁻10_] M.D. Griffin, J.D. Anderson:
On the Application of Boundary Conditions to Time Dependent
Computation for Quasi One-Dimensional Fluid Flows
Computers and Fluids, Vol. 5, pp. 127-137, 1977
- [⁻11_] A. Amsden, C.W. Hirt:
YAQUI: An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computer Program
for Fluid Flow at all Speeds.
LASL-report LA-5100, März 1973
- [⁻12_] E.G. Schlechtendahl, R. Krieg, U. Schumann:
Analyse der fluid-strukturdynamischen Wechselwirkung von
RDB-Einbauten beim Blowdown
Jahreskolloquium 1977 des Projekts Nukleare Sicherheit,
KfK 2570, pp. 127-153.
- [⁻13_] W. Zimmerer:
MAPLIB-Funktionen zur Berechnung der Zustandsgrößen von
Helium, Luft, Kohlendioxid und Wasser
KfK 1403, Mai 1971
- [⁻14_] U. Schumann:
Linear Stability of Finite Difference Equations for Three-
Dimensional Flow Problems
Journal of Computational Physics, Vol. 18, No. 4, Aug. 1975,
pp. 465-470
- [⁻15_] H. Möisinger:
(1977) unveröffentlicht
- [⁻16_] H. Möisinger:
Assessment of a Drift-Flux Approximation for a strongly
transient Two-phase flow
Specialists' Meeting on Transient Two-phase Flow
Paris 1978