



KfK 2694  
September 1978

**Der Einfluß eines nichtlinearen  
Regelelements auf das  
quasistationäre  
Betriebsverhalten der  
Kompakten Natriumgekühlten  
Kernreaktoranlage KNK I**

F. Mitzel  
Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik  
Projekt Schneller Brüter

**Kernforschungszentrum Karlsruhe**

Als Manuskript vervielfältigt  
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE GMBH

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik  
Projekt Schneller Brüter

KfK 2694

Der Einfluß eines nichtlinearen Regelements  
auf das quasistationäre Betriebsverhalten der  
Kompakten Natriumgekühlten Kernreaktoranlage  
KNK I

---

F.Mitzel

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

# Der Einfluß eines nichtlinearen Regelelements auf das quasistationäre Betriebsverhalten der Kompakten Natriumgekühlten Kernreaktoranlage

KNK I.

## Zusammenfassung:

Es wurde das Stabilitätsverhalten eines unregulierten und regulierten Leistungsreaktors untersucht. Das Hauptziel bestand darin, das aufgrund von Messungen vermutete Auftreten von eigeninduzierten Schwingungen (d.h. von sog. Grenzzyklen) theoretisch nachzuweisen. Solche Grenzzyklen können immer in geschlossenen Regelkreisen mit nichtlinearen Elementen auftreten. Da ihre Existenz im sehr niederfrequenten Bereich zu erwarten war, wurden für die Übertragungsfunktionen des Reaktors und des nichtlinearen Reglers durch Beschränkung auf kleine Frequenzen vereinfachte Näherungen abgeleitet. Die Verwendung dieser Näherungen für die Darstellung in der Parameterebene ermöglichte einen übersichtlichen Einblick in das Stabilitätsverhalten des unregulierten und regulierten Reaktors.

Mit Hilfe dieser von Šiljak entwickelten Methode konnte der Einfluß von zwei voneinander unabhängig frei variierbaren Parametern auf das Stabilitätsverhalten einfach analysiert werden. Beim unregulierten Reaktor wurde auf diese Weise der Einfluß der Reaktivitätstemperaturkoeffizienten des Brennstoffs und des Moderators untersucht und beim regulierten Reaktor der Einfluß des Reaktivitätstemperaturkoeffizienten des Brennstoffs und der Reglereinstellung. Im letzteren Fall konnte eindeutig die Existenz von stabilen Grenzzyklen nachgewiesen werden. Die praktische Bedeutung solcher Untersuchungen für die Betriebsüberwachung sowie für Neutronenflußrauschmessungen wird diskutiert.

The Influence of a Nonlinear Controller on the Quasi-Stationary  
Plant-Performance of the Sodium Cooled Power Reactor KNK I.

Summary:

The stability of a nuclear reactor without and with feedback by a control system has been investigated. The main objective was to demonstrate whether self-excited oscillations (i.e. limit cycles) can exist or not. Measurements indicated the existence of such limit cycles which always may occur under the influence of a non-linear element. As they were expected to occur in the low frequency region, for the transfer functions of the reactor and of the non-linear controller simplified approximations were derived restricted to low frequencies. Applying these approximations, for a description in the parameter plane a distinct insight into the stability of the reactor operated without and with an automatic control system was obtained. By means of this method, developed by Šiljak, the influence of two free system parameters on the stability could be simply analyzed. For the reactor without control system the influence of the reactivity coefficients for the fuel and the moderator have been investigated in this way. For the reactor with controller this has been done with respect to the fuel reactivity coefficient and to the controller adjustment. In the latter case the occurrence of stable limit cycles could be demonstrated unequivocally. The practical significance of such investigations for surveillance purposes and for neutron noise measurements is discussed.

## I N H A L T

	<u>Seite:</u>
1. <u>Problemstellung</u>	1
2. <u>Behandlung des unregulierten Reaktors</u>	3
2.1 Vereinfachte Darstellung der Reaktorleistungsübertragungsfunktion von KNK I	3
2.2 Einfluß der wichtigsten Reaktorparameter auf das Stabilitätsverhalten des unregulierten Reaktors	5
3. <u>Behandlung eines nichtlinearen Dreipunktreglers mit Rückführung</u>	12
3.1 Beschreibung des Reglers	12
3.2 Mathematische Behandlung des Reglers	13
4. <u>Analyse des geregelten Reaktors</u>	22
4.1 Charakteristische Gleichung und Stabilitätsverhalten des Reaktorregelkreises	22
4.2 Existenz von Grenzzyklen	27
4.3 Schlußfolgerungen	30
5. <u>Die Bedeutung von Grenzzyklen bei Rauschmessungen</u>	32
<u>Anhang:</u>	34
1. Verwendete Daten	34
2. Berechnung der An - und Abschaltvorgänge des Reglers	36
Nomenklatur	40
Literaturverzeichnis	43

## 1. Problemstellung

Aus dem instationären Verhalten eines Leistungsreaktors können wichtige Informationen über die Anlage gewonnen werden, welche aus stationären Messungen nur schwer oder überhaupt nicht erhältlich sind. Deshalb wurden auch zahlreiche dynamische Meßmethoden entwickelt, mit deren Hilfe wichtige Reaktorparameter sowie das Stabilitätsverhalten des Reaktors bestimmt werden können. /1/ /2/ /3/.

Aus ökonomischen Gründen sind hiervon besonders solche Verfahren von Bedeutung, welche während des normalen Betriebes der Anlage, d.h. unter Verwendung von sehr kleinen Testsignalamplituden durchgeführt werden können. Da in solchen Fällen auch das automatische Regelsystem in Betrieb bleiben soll, muß dessen Einfluß auf diese Messungen überprüft werden.

In den Übersichtsbeiträgen /1/ und /2/ wird auf dieses Problem überhaupt nicht eingegangen. Der Einfluß einer linearen Rückkopplung wurde aber bereits theoretisch und experimentell für Nulleistungsreaktoren untersucht /4/ /5/ /6/ wobei in /4/ und /6/ insbesondere die Auswirkung von Rauschquellen im Regelkreis diskutiert wird.

In /7/ wurden die Auswirkungen eines nichtlinearen Regelsystems auf einen Nulleistungsreaktor ohne Berücksichtigung von externen Störquellen beschrieben. Stabilitätsbetrachtungen für einen Leistungsreaktor mit einem einfachen nichtlinearen Regelement und Verzögerungsstrecken wurden ebenfalls schon untersucht /8/ doch handelte es sich dabei um eine relativ einfache Nichtlinearität.

Im folgenden wird das quasistationäre <sup>+)</sup>  Verhalten eines Leistungsreaktors (KNK I) untersucht, dessen Kühlmittelaustrittstemperatur mit einem in der Technik häufig verwendeten, nichtlinearen, rückgekoppelten Dreipunktregler konstant gehalten wurde. Dabei wird die Existenz von sog. Grenzyklen /9/ theoretisch nachgewiesen. Darunter versteht man selbstinduzierte periodische Vorgänge in einem Regelkreis mit mindestens einem nichtlinearen Element, welche ausschließlich von den Parametern des Regel-

---

+) Es wurden nur kleine Fluktuationen der Zustandsvariablen betrachtet.

kreises bestimmt sind (Beispiel aus der Elektronik: Multivibrator). Das Hauptproblem bestand dabei darin, eine geeignete mathematische Beschreibung für den nichtlinearen Dreipunktregler im Frequenzbereich zu finden.

Neutronenflußrauschmessungen deuteten auf die Existenz solcher Grenzzyklen hin /10/. Im allgemeinen sollen sie vermieden werden, da sie unerwünschte Leistungs- und Temperaturschwankungen bewirken, sowie dauernd das Regelsystem aktivieren bzw. die Regelstabantriebe bewegen, was zum vorzeitigen Verschleiß führen kann. Daher sind diesbezüglich Untersuchungen besonders wichtig.

Neben der Analyse des nichtlinearen Systems in Bezug auf Grenzzyklen wird deren Einfluß bei Rauschmessungen diskutiert.



## 2. Behandlung des unregelmässigen Reaktors

Bevor das dynamische Verhalten des geschlossenen Systems, bestehend aus einem Leistungsreaktor und einem Regler (Abb. 1) untersucht werden kann, sollen zunächst beide Teile unabhängig voneinander beschrieben werden.

Im Hinblick auf die Anwendung für Rauschmessungen und für Stabilitätsbetrachtungen wird für die Darstellung der Frequenzbereich gewählt.

### 2.1 Vereinfachte Darstellung der Reaktorleistungsübertragungsfunktion von KNK I

Berechnungsmethode und Ergebnisse für die Reaktorleistungsübertragungsfunktion  $G_p$  zwischen der Leistung und der Reaktivität sind in /11/ beschrieben. Für die hier getroffene Zielsetzung wird zugunsten der Übersichtlichkeit eine möglichst einfache Darstellung von  $G_p$  gesucht. Dabei wird eine Näherungslösung für kleine Frequenzen gewählt, da die Grenzfrequenzen bei kleinen Frequenzen zu erwarten sind, worauf Messungen hindeuteten /10/.

Zu diesem Zweck wird die Nulleistungsübertragungsfunktion (zur Nomenklatur vergleiche separate Zusammenstellung)

$$H_0(s) = \frac{\Delta p/p}{\Delta \rho} \left[ \frac{1}{\beta} \right] = \left\{ s \left[ \frac{\lambda}{\beta} + \sum_i \frac{\beta_i}{s + \lambda_i} \right] \right\}^{-1} \quad (2.1)$$

näherungsweise für nur eine Gruppe  $i$  von verzögerten Neutronen vereinfacht:

$$H_0(s) = \left( 1 + \frac{1}{s t_n} \right) \cdot h \left[ \frac{1}{\beta} \right] \quad (2.2)$$

Dabei wurden die  $\lambda_i$  durch die mittlere Zerfallskonstante  $\bar{\lambda} = \frac{1}{t_n} = \frac{\beta}{\sum_i \beta_i / \beta}$

ersetzt und berücksichtigt, daß  $\frac{\lambda}{\beta} \ll \left| \frac{1}{s + \bar{\lambda}} \right|$

Der Faktor  $h = 1(\beta^{-1})$  wurde zur Dimensionskontrolle eingeführt.

Zur Berechnung der Leistungsübertragungsfunktion (vergl. Abb. 1)

$$G_p(s) = \frac{H_0(s)}{1 - H_0(s)R(s)} \quad (2.3)$$

muß die inhärente Leistungsreaktivitätsrückführung  $R$  des Reaktors bestimmt werden.

Bei KNKI wurden die wichtigsten Reaktivitätsrückkopplungen durch die Temperatur - Reaktivitätskoeffizienten des Brennstoffs  $C_F$ , des Moderators  $C_M$  und

des Natriums  $C_e$  beschrieben.

Demnach ergibt sich:

$$R(s) = C_f F_f(s)(T_f - \theta) + C_m F_m(s)(T_m - \theta) + V(s)(\theta - \theta_e) \left[ C_f \cdot G_f(s) + C_m G_m(s) + C_e \right] \quad (2.4)$$

wobei die ersten beiden Terme die direkte Reaktivitätsrückwirkung bei Leistungsänderungen beschreiben und der dritte Term die Rückwirkung über die damit verbundene Temperaturänderung des Kühlmittels.

Die Übertragungsfunktionen  $F_f(s)$ ,  $F_m(s)$  und  $V(s)$  geben die Verhältnisse von Brennstoff - bzw. Moderator temperaturänderungen zu relativen Leistungsänderungen an und die Übertragungsfunktionen  $G_f(s)$ ,  $G_m(s)$  die Verhältnisse von Brennstoff - bzw. Moderator temperaturänderungen zu Kühlmitteltemperaturänderungen. Für das einfache "lumped Parameter Modell" lassen sich diese Übertragungsfunktionen alle durch Verzögerungsglieder 1. Ordnung beschreiben mit den entsprechenden Zeitkonstanten für den Wärmeübergang.

$$\left. \begin{aligned} F_f(s) = G_f(s) = V(s) &= \frac{1}{1+s\tau_1} \\ F_m(s) = G_m(s) &= \frac{1}{1+s\tau_2'} \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

Setzt man die Gleichungen (2.5) in (2.4) ein, dann ergibt sich

$$R(s) = \frac{1}{1+s\tau_1} \left\{ C_f \left[ (T_f - \theta) + \frac{1}{1+s\tau_1} (\theta - \theta_e) \right] + C_e (\theta - \theta_e) \right\} + \frac{1}{1+s\tau_2'} C_m \left\{ (T_m - \theta) + \frac{1}{1+s\tau_1} (\theta - \theta_e) \right\} \quad (2.6)$$

Durch Beschränkung auf kleine Frequenzen und unter Berücksichtigung der aufgetretenen Temperaturdifferenzen kann Gleichung (2.6) wie folgt weiter vereinfacht werden:

$$R(s) = a_1 \frac{1}{1+s\tau_1} + a_2 \frac{1}{1+s\tau_2} \quad (2.7)$$

$$\begin{array}{l}
 \text{mit} \quad \tau_2 = \tau_1 + \tau_2' \quad [s] \\
 a_1 = C_f(T_f - \theta_e) + C_e(\theta - \theta_e) \quad [\$] \\
 a_2 = C_m(T_m - \theta_e) \quad [\$]
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \tau_2 \\ a_1 \\ a_2 \end{array}} \right\} (2.8)$$

Damit erhält man aus Gleichung (2.3)

$$G_p(s) = h \frac{(1+st_n)(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}{st_n(1+s\tau_1)(1+s\tau_2) - (1+st_n)[a_1(1+s\tau_2) + a_2(1+s\tau_1)]} h \left[ \frac{1}{\$} \right] \quad (2.9)$$

Abbildung 2 zeigt einen Vergleich zwischen der nach Gleichung (2.9) näherungsweise berechneten Übertragungsfunktion und der mit Hilfe eines genauen Modells /12/ berechneten (bezüglich der verwendeten Daten siehe Anhang I). Zur Berechnung nach Gleichung (2.9) wurden die Zeitkonstanten  $\tau_1$  und  $\tau_2$  nach dem "lumped Parameter Modell" bestimmt /11/ und die Reaktivitätskoeffizienten  $a_1$  und  $a_2$  nach Gleichung (2.8). Man erkennt eine relativ gute Übereinstimmung besonders in dem Frequenzbereich, in welchem Messungen auf Grenzyklen hindeuten ( $0,02\text{Hz} \leq \omega \leq 0,03\text{Hz}$ ), deren Existenz hier theoretisch überprüft werden soll.

Durch Anpassung einiger der Parameter  $a_1, a_2, \tau_1$  und  $\tau_2$  könnte die Übereinstimmung noch verbessert werden. Da dabei deren ursprüngliche physikalische Bedeutung verloren ginge, wurde hier auf eine Anpassung verzichtet; sie könnte sich aber für andere Zwecke als sinnvoll erweisen.

Eine solche einfache näherungsweise Darstellung hat gegenüber der exakten aber komplizierten Darstellung folgende Vorteile:

- 1.) Der Einfluß von wichtigen Parametern ist leicht erkennbar.
- 2.) Die Abhängigkeit des Stabilitätsverhaltens von bestimmten Reaktorparametern kann leicht untersucht werden.

Dies wird im folgenden Abschnitt gezeigt.

## 2.2 Einfluß der wichtigsten Reaktorparameter auf das Stabilitätsverhalten der unregulierten Reaktors

Um den Einfluß der Regelung auf das dynamische Verhalten der Anlage zu verstehen, soll zunächst das Stabilitätsverhalten des unregulierten Reaktors untersucht werden.

Das Stabilitätsverhalten eines Systems ist nur durch die Lage der Pole von dessen Übertragungsfunktion abhängig, sofern  $n \geq m$ , wobei  $n$  bzw.  $m$  der Grad des Nenner - bzw. Zählerpolynoms der Übertragungsfunktion bezüglich  $s$  ist. Die Polstellen sind die Wurzeln zu der charakteristischen Gleichung der Reaktorübertragungsfunktion, Gleichung (2.9), nämlich :

$$F(s) \equiv 1 - H_0(s) R(s) = 0$$

oder

$$F(s) \equiv s^3 t_n \tau_1 \tau_2 + s^2 t_n [(\tau_1 + \tau_2) - (a_1 \tau_2 + a_2 \tau_1) h] + s \{ t_n [1 - (a_1 + a_2)h] - (a_1 \tau_2 + a_2 \tau_1) h \} - (a_1 + a_2)h = 0 \quad (2.10)$$

Liegen alle Wurzeln von Gleichung (2.10) in der linken Hälfte der  $s$  - Ebene, dann ist der Reaktor absolut stabil. Sobald aber mindestens eine Wurzel in der rechten Hälfte dieser Ebene liegt (also einen positiven Realteil hat) liegt eine Instabilität vor.

Die beiden Parameter  $a_1$  und  $a_2$ , welche die dominierenden Reaktivitätskoeffizienten für den Brennstoff und den Moderator enthalten (Gl. 2.8) hängen über die Temperatur von der Reaktorleistung ab. Um den Einfluß dieser Parameter auf das Stabilitätsverhalten leicht zu überblicken, wurde die Analyse unter Verwendung der Parameterebene /9/ durchgeführt:

Die beiden Parameter  $a_1$  und  $a_2$  werden als variable Größen betrachtet und für die anschließenden Rechnungen in folgender dimensionsloser Form verwendet:

$$\begin{aligned} a_1 h &= \tilde{\alpha} \\ a_2 h &= \tilde{\beta} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Das rechtwinklige Koordinatensystem mit  $\tilde{\alpha}$  als Abszisse und  $\tilde{\beta}$  als Ordinate bildet die Parameterebene.

Für jede Parameterkombination  $\tilde{\alpha}_k; \tilde{\beta}_k$  liefert die charakteristische Gleichung (2.10) die Lösungen  $s_{k,i} = \sigma_{k,i} + j\omega_{k,i}$ , wobei  $i$  durch den Grad der Gleichung

(2.10) bestimmt ist. Durch die charakteristische Gleichung (2.10) können also Punkte der Parameterebene  $M(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})$  in die  $s$ -Ebene abgebildet werden und umgekehrt.

Die Stabilitätsanalyse wird nun folgendermaßen durchgeführt:

- a) Abbildung der imaginären Achse der  $s$ -Ebene einschließlich des Koordinatenursprungs auf die Parameterebene.
- b) Es werden für alle Bereiche der Parameterebene die zugehörigen Verteilungen der Wurzeln der charakteristischen Gleichung (2.10) auf die linke und rechte Hälfte der  $s$ -Ebene bestimmt.

Damit kann für jeden Punkt  $M(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})$  in der Parameterebene das Stabilitätsverhalten des unregulierten Reaktors sofort erkannt werden.

Zu Punkt a):

Für den Koordinatenursprung  $s = 0$  der  $s$ -Ebene folgt direkt aus Gleichung (2.10) und Gleichung (2.11):

$$\alpha = -\beta \quad (2.12)$$

d.h. diesem Punkt entspricht in der Parameterebene eine um  $-45^\circ$  geneigte, durch den Koordinatenursprung gehende Gerade A (Abb.3b).

Zur Abbildung der imaginären Achse der  $s$ -Ebene in die Parameterebene bekommt man mit  $s = j\omega$  in Gleichung (2.10) eingesetzt, zwei Gleichungen, je eine für den Real- und Imaginärteil von  $F(s = j\omega)$ , welche sich in folgender Form schreiben lassen:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re} \{ F(s=j\omega) \} &= \tilde{\alpha} a_{11} + \tilde{\beta} a_{12} - \chi_1 = 0 \\ \operatorname{Im} \{ F(s=j\omega) \} &= \tilde{\alpha} a_{21} + \tilde{\beta} a_{22} - \chi_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{mit } a_{11} &= 1 - \omega^2 t_n \tau_2 & ; & \quad a_{12} = 1 - \omega^2 t_n \tau_1 \\ a_{21} &= \omega (t_n + \tau_2) & ; & \quad a_{22} = \omega (t_n + \tau_1) \\ \chi_1 &= -\omega^2 t_n (\tau_1 + \tau_2) & ; & \quad \chi_2 = \omega t_n (1 - \omega^2 \tau_1 \tau_2) \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

Durch Auflösung der Gleichungen (2.13) nach  $\tilde{\alpha}$  und  $\tilde{\beta}$  erhält man für jeden Punkt k der imaginären Achse der s-Ebene ( $s_k = j\omega_k$ ) mindestens einen Punkt  $M(\tilde{\alpha}_k, \tilde{\beta}_k)$  in der Parameter-Ebene:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\alpha}(\omega) &= \frac{\alpha_1 a_{22} - \alpha_2 a_{12}}{a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}} = - \frac{\tau_1 \tau_2 t_n \omega^4 + (\tau_1^2 + \tau_2 t_n) \omega^2 + 1}{t_n^2 (\tau_1 - \tau_2) \omega^2 + (\tau_1 - \tau_2)} \cdot t_n \\ \tilde{\beta}(\omega) &= \frac{-\alpha_1 a_{22} + \alpha_2 a_{11}}{a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}} = \frac{\tau_1 \tau_2 t_n \omega^4 + (\tau_2^2 + \tau_1 t_n) \omega^2 + 1}{t_n^2 (\tau_1 - \tau_2) \omega^2 + (\tau_1 - \tau_2)} \cdot t_n \end{aligned} \right\} \quad (2.15)$$

In Abb.3 ist die s-Ebene und die Abbildung ihrer imaginären Achse auf die Parameterebene nach den Gln. (2.15) dargestellt (Kurve B). Hierfür wurden die im Anhang (1) angegebenen Daten für 100% Reaktorleistung verwendet.

Zu Punkt b):

Aus den Gleichungen (2.10) und (2.11) ist direkt ersichtlich, daß die Abbildungen von der Parameter- in die s- Ebene und umgekehrt nicht umkehrbar eindeutig sind. Da Gleichung (2.10) vom dritten Grad bezüglich s ist, entsprechen z.B. jedem Punkt der Parameterebene drei Punkte in der s-Ebene.

Die Mehrdeutigkeit wird auch an der Abbildung der imaginären Achse der s-Ebene in die Parameterebene deutlich (Abb.3). Der Nullpunkt der s-Ebene wird durch die Gerade A und  $s=j\omega$  durch die Kurve B abgebildet mit P als Verzweigungspunkt. Durch die Grenzlinien A und B wird die Parameterebene in drei Bereiche (I, II, III) aufgeteilt. Dieser Aufteilung entspricht in der s-Ebene die Trennung in die linke und rechte Hälfte.

Um nun festzustellen wie für einen beliebigen Punkt M in der Parameter-ebene die zugehörigen Wurzeln von Gleichung (2.10) über die linke und rechte Hälfte der s-Ebene verteilt sind, gibt es verschiedene Möglichkeiten /9/. Bestimmt man für einen beliebigen Punkt M diese Verteilung mit dem Ergebnis, daß z.B.  $n < 3$  Wurzeln in der linken Hälfte der s-Ebene

liegen und 3-n in der rechten Hälfte, dann muß diese Verteilung natürlich für den ganzen Bereich (I, II oder III) gelten, in welchem der Punkt M liegt, entsprechend der Definition der Bereiche. Kennt man diese Verteilung der Wurzeln in der s-Ebene für einen Bereich der Parameterebene, dann kann man sie für die anderen Bereiche durch folgende Betrachtungen ohne Rechnung ermitteln:

Wenn sich in der Parameterebene infolge einer Parameteränderung der Punkt M von  $M\{\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}\}$  nach  $M'\{\tilde{\alpha} + \Delta\tilde{\alpha}, \tilde{\beta} + \Delta\tilde{\beta}\}$  bewegt und dabei eine der Grenzlinsen A oder B überschreitet, dann überschreitet auch der Bildpunkt einer reellen Wurzel oder mindestens einer komplexen Wurzel in der s-Ebene die imaginäre Achse. Der analoge Richtungssinn für diese Überschreitung ergibt sich aus den Vorzeichen des Nenners von Gleichung (2.15), nämlich:

$$\Delta = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} = (\omega^2 t_n^2 + 1)(\tau_1 - \tau_2) \omega \quad (2.16)$$

(Bezüglich des mathematischen Beweises und einer ausführlichen Darstellung dieser Regel vergl./9/)

Im vorliegenden Fall sind die linke Seite der s-Ebene und die entsprechenden Seiten in der Parameterebene in Abb.3 durch Schraffierung gekennzeichnet.

Da die charakteristische Gleichung in diesem Fall nur vom dritten Grad ist, wurde die Verteilung der Wurzeln in den verschiedenen Bereichen der Parameterebene direkt analytisch ermittelt. Dies erfolgte für die Punkte  $M_1$  bis  $M_6$ , sowie für die beiden Arbeitspunkte  $A_1$  und  $A_2$  von KNKI bei 100% bzw. 40% Leistung. Das Ergebnis läßt sich folgendermaßen zusammenfassen: (siehe Abb.3)

Im Bereich III der Parameterebene gibt es zu jedem Punkt  $M\{\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}\}$  drei Lösungen der charakteristische Gleichung, welche alle in der linken Hälfte der s-Ebene liegen, d.h. es handelt sich um den absolut stabilen Bereich.

Im allgemeinen existieren in diesem Bereich eine reelle negative und zwei konjugiert komplexe Wurzeln mit negativem Realteil. Nur in der Nähe der Grenzlinie A existieren drei reelle negative Wurzeln.

Verlegt man den Arbeitspunkt M vom Bereich III in den Bereich II dann wird die Grenzlinie B für die konjugiert komplexen Wurzeln überschritten. In diesem Fall bewegen sich dabei gleichzeitig zwei konjugiert komplexe Wurzeln von der linken in die rechte Hälfte der s-Ebene. Die Tatsache, daß gleich zwei konjugiert komplexe Wurzeln die Grenzlinie überschreiten ist dadurch bedingt, daß der Nenner von Gleichung (2.15) mit  $\omega$  das Vorzeichen wechselt (Gl. 2.16). (Bezüglich Einzelheiten vergl. /9/, Seite 38).

Im Bereich II hat also die charakteristische Gleichung (2.10) immer zwei Lösungen in der rechten Hälfte der komplexen s-Ebene und nur noch eine in der linken Hälfte. In der Nähe der Grenzlinie B ergeben sich im Bereich II immer zwei konjugiert komplexe Wurzeln mit positivem Realteil (Lösungen im rechten Teil der s-Ebene) und eine reelle negative Wurzel (Lösung im linken Teil der s-Ebene). Bewegt sich der Arbeitspunkt innerhalb des Bereiches II zur Grenzlinie A dann bleibt zwar die Verteilung der Wurzeln auf die rechte und linke Hälfte der s-Ebene erhalten, doch werden aus den beiden konjugiert komplexen Wurzeln zwei reelle Wurzeln mit positivem Realteil. Im ganzen Bereich II ist also das betrachtete System immer instabil.

Wird vom Bereich III bzw. vom Bereich II die Grenzlinie A für die reellen Wurzeln in Richtung des Bereiches I überschritten, dann überschreitet in der s-Ebene eine reelle Wurzel der Gleichung (2.10) den Koordinatenursprung von der negativen zur positiven Achse bzw. umgekehrt entsprechend der Schraffierung.

Für den Bereich I der Parameterebene existieren also in der s-Ebene eine reelle positive Wurzel der Gleichung (2.10) und zwei reelle



negative Wurzeln; d.h. für alle Parameterkombinationen von  $\tilde{\lambda}$  und  $\tilde{\beta}$  in diesem Bereich ist der unregelte Reaktor ebenfalls instabil.

Bei KNKI war der Reaktivitätskoeffizient ( $C_f$ ) für den Brennstoff negativ und für den Moderator ( $C_m$ ) positiv /13/, wobei beide noch über die Temperatur von der Reaktorleistung abhängen. In der Abbildung 3b sind für zwei Leistungsstufen (100%) und (40%) die aus den Gleichungen (2.8) und (2.11) erhaltenen Parameterkombinationen eingetragen<sup>1)</sup>. Man erkennt, daß beide Arbeitspunkte im instabilen Bereich I liegen, d.h. der unregelte Reaktor ist zwischen 40% und 100% Nennlastbetrieb, wie auch beobachtet wurde /11/, immer instabil.

Zusammenfassend läßt sich zu diesem Abschnitt feststellen, daß sich zumindest für bestimmte Frequenzbereiche die im allgemeinen ziemlich komplizierte Reaktorleistungsübertragungsfunktionen durch Polynome von relativ niedriger Ordnung gut approximieren läßt. Die Darstellung der charakteristischen Gleichung in der Parameterebene verschafft einen Überblick über das Stabilitätsverhalten des Reaktors bei verschiedenen Betriebsbedingungen. Die erhaltenen Ergebnisse stimmen mit den Beobachtungen gut überein.

---

1) Punkte  $A_1$  bzw.  $A_2$

### 3. Behandlung eines nichtlinearen Dreipunktreglers mit Rückführung

#### 3.1 Beschreibung des Reglers

An KNK I wurde zur Reaktivitätsregelung ein quasistetiger Schnittregler /14/ verwendet. Die Funktionsweise ist in /15/ ausführlich beschrieben. Zum Verständnis des Folgenden seien die wichtigsten Eigenschaften noch einmal kurz erklärt (vergl. Abb. 4 und 5).

Der Dreipunktschalter N mit den drei möglichen Stellungen  $+y_{1h}$  ; 0 ;  $-y_{1h}$  bleibt so lange auf Nullstellung bis die Eingangsgröße  $x_w$  die tote Zone  $\frac{x_r}{2}$  überschreitet ( $|x_w| > \frac{x_r}{2}$ ). Die Wirkungsweise des Reglers läßt sich einfach bei Betrachtung einer Sprungfunktion ( $x_w = 0$  für  $t < 0$  ;  $x_w = x_{w0} > \frac{x_r}{2}$  für  $t > 0$ ) als Eingangssignal  $x_w$  erläutern (Abb. 5). Bei Überschreitung der toten Zone  $\frac{x_r}{2}$  springt der Ausgang des Dreipunktschalters von 0 auf  $y_{1h}$ . Durch die negative Rückführung  $x_r$ <sup>1)</sup> fällt das tatsächlich am Dreipunktschalter liegende Eingangssignal  $x_e$  in der Zeit  $t_1$  von  $x_{w0}$  auf den Wert  $\frac{x_r}{2} - 2x_L$ , wobei  $2x_L$  die Hysterese darstellt. Zu diesem Zeitpunkt springt der Ausgang des Dreipunktschalters wieder auf Null zurück. Gleichzeitig klingt die Rückführung wieder ab wodurch  $x_e$  wieder ansteigt bis nach der Zeit  $t_2$  die Ansprechschwelle des Dreipunktschalters wieder überschritten wird. ( $|x_e| \geq \frac{x_r}{2}$ ). In diesem Moment springt  $y_1(t)$  von Null auf  $y_{1h}$  und der Betrag der Rückführung steigt wieder an. Entsprechend nimmt  $x_e$  wieder ab bis zur Zeit  $t_3$  wieder der Wert  $x_e = \frac{x_r}{2} - 2x_L$  erreicht wird. Danach wiederholt sich der Aus- und Einschaltvorgang wobei  $x_e$  und  $x_r$  immer um die Hysterese  $2x_L$  zu bzw. abnehmen.

Quantitativ ist dieser Verlauf im Anhang 2 beschrieben.

Die sich anschließende Integrierstufe I, welche beim Reaktor durch den Stellmotor für den Regelstab repräsentiert wird, soll im folgenden als Bestandteil des Reglers betrachtet werden. In ihr wurden die rechteckförmigen Ausgangssignale  $y_1$  des Dreipunktschalters zur eigentlichen

---

<sup>1)</sup> Im einfachsten Fall besteht sie aus einem RC-Glied.

Stellgröße  $y$  (das ist die Eintauchtiefe der Regelstäbe in den Reaktorkern) integriert.

Bei einer sprungförmigen Änderung der Regelgröße (bei KNK ist dies die Kühlmittelaustrittstemperatur) reagiert also der Regler mit einer schrittweisen Verstellung der Stellgröße (der Regelstabreaktivität). Damit soll die Reaktion der Regelstrecke (d.h. des Reaktors) auf kleine Regelschritte abgewartet werden um eine zu starke Gegensteuerung zu vermeiden. Die tote Zone soll außerdem den Regler für sehr kleine Schwankungen der Regelgröße (z.B. stochastischer Art) unempfindlich machen.

Durch die Charakteristik des Dreipunktschalters mit toter Zone und Hysterese, sowie durch unterschiedliche An- und Abklingkonstanten bei der Rückführung wird also absichtlich ein nichtlineares Verhalten erzeugt.

### 3.2 Mathematische Behandlung des Reglers

Das Verhalten des Reglers kann quantitativ im Zeitbereich mit Hilfe der Übergangsfunktion beschrieben werden (vergl. Anhang 2). In dem hier betrachteten Fall, bei dem das Auftreten von Eigenschwingungen untersucht werden soll, interessiert das Verhalten des Reglers bei sehr niederfrequenten Eingangssignalen. Bei einem linearen Übertragungssystem wird es durch die Übertragungsfunktion beschrieben. Bei nichtlinearen Systemen ist eine analoge Darstellung nur mit Hilfe der Beschreibungsfunktion möglich /16/. Sie ist definiert als das Verhältnis zwischen der harmonischen Grundschwingung des Ausgangssignals eines nichtlinearen Systems und dem entsprechenden sinusförmigen Eingangssignal. Im allgemeinen ist die Beschreibungsfunktion nicht

nur von der Frequenz sondern auch noch von der Signaleingangsamplitude A abhängig. Für den hier zu betrachtenden Dreipunktschalter mit toter Zone und Hysterese kann die Beschreibungsfunktion  $\mathcal{N}$  angegeben werden /17/. Ein zusätzliches Problem stellt aber die Rückkopplung des Dreipunktschalters dar (Abb.4). Zu ihrer Berücksichtigung müßte das Ausgangssignal des nichtlinearen Systems auf ein Eingangssignal berechnet werden, welches aber von dem Ausgangssignal abhängt. Man kann in diesem Falle unter Verwendung der Beschreibungsfunktion analog vorgehen wie bei linearen Systemen, wenn die durch das nichtlineare System erzeugten höherfrequenten Verzerrungsanteile durch die Rückkopplung nicht wieder auf das Eingangssignal rückgekoppelt werden, was z.B. durch ein geeignetes Tiefpaßfilter im Rückkopplungsweig erreicht werden kann.

Für hochfrequente Eingangssignale ( $\omega > \frac{2\pi}{t_e + t_a}$ ) sowie bei kleinen Frequenzen aber gleichzeitig großer Eingangsamplitude  $x_w \gg \frac{x_r}{2}$  wirkt die Rückführung F im Regler bezüglich des Signales  $y_1(t)$  wie ein Tiefpaßfilter. Dann gilt für die Übertragungsfunktion des Reglers (Abb.4) unter Verwendung der Beschreibungsfunktion  $\mathcal{N}$ :

$$R_e = \frac{\mathcal{N}}{1 + \mathcal{N}F} I \quad (3.1)$$

Durch Einsetzen der Übertragungsfunktionen für die Rückkopplung im Regler:

$$F = \frac{K_r}{1 + sT_a} \quad \text{mit} \quad T_e = T_a \quad (3.2)$$

und für die Integrierstufe

$$I = \frac{1}{s} \frac{y_h}{y_{1h} \cdot T_y} = \frac{1}{s} \cdot v_I \quad (3.3)$$

in die Gleichung (3.1) erhält man für  $\mathcal{N}K_r \gg 1$  :

$$R_e = K' \left( 1 + \frac{1}{s T_a} \right) \quad (3.4)$$

$$\text{mit } K' = \frac{y_h T_a}{y_{lh} K_r T_f} \quad (3.5)$$

Gleichung (3.4) stellt die Übertragungsfunktion eines P-I Reglers dar. Sie gilt für den betrachteten Regler nur unter den oben angegebenen Bedingungen, welche in dem hier zu untersuchenden Fall nicht erfüllt sind: Es werden zwar kleine Frequenzen betrachtet doch müssen gleichzeitig kleine Eingangssignalamplituden ( $A \approx \frac{x_{gr}}{2}$ ) zugelassen werden.

Für diese Bedingungen wird die Reglerübertragungsfunktion wie folgt näherungsweise berechnet:

Für die Elemente des Reglers (Abb.4) wird eine Ersatzschaltung ohne Rückkopplung eingeführt (Abb.6). In ihr bleiben der Dreipunktschalter (N) und die Integrierstufe (I) unverändert, aber der Einfluß der Rückkopplung (F) wird durch einen linearen Abschwächer  $k$  zwischen N und I ersetzt.

Dabei ist der Abschwächungsfaktor  $k_{so}$  zu bestimmen, daß das Ausgangssignal der Ersatzschaltung möglichst gut mit dem tatsächlichen Reglerausgang übereinstimmt.

Mit Ausnahme des Signals  $u$ , welches in der Originalschaltung (Abb.4) nicht auftritt, sollen alle übrigen Signale in der Ersatzschaltung den identisch bezeichneten in der Originalschaltung entsprechen.

Die Beschreibungsfunktion des Dreipunktschalters lautet /17/:

$$\mathcal{N} = n_r(A) + j n_f(A) \quad (3.6)$$

wobei

$$\left. \begin{aligned} n_r &= \frac{2y_{1h}}{\pi A} \left\{ \sqrt{1 - \left( \frac{\frac{x_r}{2} - 2x_L}{A} \right)^2} + \sqrt{1 - \left( \frac{\frac{x_r}{2}}{A} \right)^2} \right\} \\ n_j &= -\frac{4y_{1h} x_L}{\pi A^2} \end{aligned} \right\} (3.6)$$

Da der Dreipunktschalter keine Energiespeicher enthält, ist  $\mathcal{N}$  in diesem Falle von der Frequenz des Eingangssignales unabhängig.

Mit den Daten für die KNK-I-Reglereinstellung (Anhang 1) ergab sich für einen großen Amplitudenbereich  $n_r \gg n_j$  (Abb. 7), so daß für ein sinusförmiges Reglereingangssignal

$$x_w(t) = A \sin \Omega t \quad (3.7)$$

für die Antwortfunktion folgende reelle

Beziehungen gelten:

$$u(t) = \mathcal{N} x_w(t) = n_r A \sin \Omega t$$

$$y_1(t) = \mathcal{N} k x_w(t) = n_r k A \sin \Omega t$$

Zur Veranschaulichung sind in Abb. 8 für ein sinusförmiges Eingangssignal (Abb. 8a) die Antwortsignale  $u, y_1$  und  $y$  der Ersatzschaltung schematisch dargestellt (Abb. 8b, c, d), wenn für den Dreipunktschalter die Beschreibungsfunktion (Gl. 3.4) verwendet wird.

Außerdem wird in Abb. 8b die tatsächlich auftretende Antwortfunktion des einfachen Dreipunktschalters gezeigt, sowie in Abbildung 8c die wirkliche Antwortfunktion des rückgekoppelten Dreipunktschalters und in Abb. 8d das wirkliche Reglerausgangssignal.

Die Forderung einer guten Anpassung des approximierten Reglerausgangssignales  $y(t)$  an das tatsächliche (Abb. 8d) soll erfüllt sein, wenn

das Integral über eine halbe Periode  $\frac{T}{2} = \frac{\pi}{\Omega}$

$$\int_0^{\frac{T}{2}} y_1(t) dt$$

über das approximierte und echte Eingangssignal zur Integrierstufe übereinstimmen.

Dann erhält man für k:

$$V_{I \cdot R} \cdot n \cdot k \cdot A \int_0^{\frac{T}{2}} \sin(\Omega t) dt = v_I \int_0^{\frac{T}{2}} y_1(t) dt \quad (3.8)$$

wobei  $V_1$  die Verstärkung der Integrierstufe ist (vergl. Gl. 3.3). Zur Integration des tatsächlich auftretenden Signales  $y_1(t)$  erhält man für die rechte Seite der Gleichung (3.8):

$$\int_0^{\frac{T}{2}} y_1(t) dt = \sum_0^n y_{1h} \cdot t_e = y_{1h} \cdot t_e \cdot n = y_{1h} \cdot t_e \cdot \frac{\frac{T}{2}}{t_e + t_a} \quad (3.9)$$

$$\approx y_{1h} \frac{T}{2} \cdot \frac{t_e}{t_a}$$

unter Berücksichtigung von  $t_e \gg t_a$  <sup>1)</sup> und

$$2\omega < \frac{2\pi}{T_u} \quad (3.10)$$

Dann ergibt sich aus Gleichung (3.8)

$$k = y_{1h} \frac{t_e}{t_a} \frac{\frac{\pi}{2}}{n_r A} \quad (3.11)$$

1) Diese Bedingung ist im allgemeinen immer erfüllt (vergl. Anhang 2)

Setzt man in Gleichung (3.11) für  $t_a$  und  $t_e$  die Ausdrücke (A.14) bzw. (A15) ein und ersetzt die stufenförmige Eingangsfunktion durch den Mittelwert

$$x_{wv} = \overline{x_{wv}} = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} A \sin \Omega t = \frac{A}{\pi/2} \gg \frac{x_T}{2} \quad (3.12)$$

dann ergibt sich für die Übertragungsfunktion des Reglers:

$$R_e' = \mathcal{N} \cdot k \cdot I = K \cdot \frac{1}{sT_a} \quad (3.13)$$

mit 
$$K = \frac{y_h}{y_{1h} \cdot K_r} \cdot \frac{T_e}{T_y} \quad (3.14)$$

Die Gleichung (3.13) erhält man auch unmittelbar aus Gleichung (3.4), der Übertragungsfunktion für die Originalschaltung ( mit  $T_e = T_a$  ).

$$R_e = R_e' = K' \left( 1 + \frac{1}{sT_a} \right) = K \frac{1}{sT_a} \quad \text{für} \begin{cases} \omega \ll \frac{1}{T_a} \\ x_w \gg \frac{x_T}{2} \end{cases} \quad (3.13)$$

Im hier zu untersuchenden Fall ist aber die Bedingung  $x_w \gg \frac{x_T}{2}$  nicht erfüllt. Für den zu erwartenden Fall  $x_w \approx \frac{x_T}{2}$  gelten für  $t_a$  und  $t_e$  folgende Beziehungen (vergl. Anhang 2):

$$t_e = T_e \frac{2x_L}{K y_{1h}} \quad (3.15)$$

$$t_a = T_a \ln \left\{ 1 + \frac{2x_L}{x_{wv} - x_{T/2}} \right\} \quad (3.16)$$

für eine stufenförmige Eingangsfunktion  $x_{wv}$ . Wird  $x_{wv}$  wieder durch den über eine Halbperiode gemittelten Wert  $\overline{x_{wv}} = \frac{A}{\pi/2}$  ersetzt, dann folgt aus der Gleichung (3.11) mit den Gleichungen (3.15) und (3.16) :



$$k = \frac{T_e}{T_a} \frac{2x_L}{K_r} \frac{1}{\ln \left[ 1 + \frac{2x_L}{\frac{A}{\pi/2} - \frac{x_T}{2}} \right]} \cdot \frac{\pi/2}{n_r \cdot A} \quad (3.17)$$

Damit ergibt sich für die Übertragungsfunktion des Reglers:

$$R_e^{(1)} = n_r \cdot k \cdot I = K \cdot Z(A) \cdot \frac{1}{sT_a} = \hat{\beta} \frac{1}{sT_a} \quad (3.18)$$

$$\text{mit } Z(A) = \frac{\frac{x_L \pi}{A}}{\ln \left[ 1 + \frac{2x_L}{\frac{A}{\pi/2} - \frac{x_T}{2}} \right]} \quad \text{für } \begin{cases} \frac{A}{\pi/2} \geq \frac{x_T}{2} \\ \omega \ll \frac{2\pi}{t_e + t_a} \approx \frac{2\pi}{t_a} \end{cases} \quad (3.19)$$

Nach Definition der toten Zone gilt außerdem:

$$Z(A) = 0 \quad \text{für } \frac{A}{\pi/2} \leq \frac{x_T}{2} \quad (3.20)$$

Um den Einfluß der Amplitude auf  $R_e$  zu überblicken ist die Funktion  $Z(A)$  in Abbildung 9 für zwei Werte von  $x_L$  dargestellt. Für  $A \gg \frac{x_T}{2}$  wird  $Z(A) = 1$  und Gleichung (3.18) wird identisch mit Gleichung (3.13), d.h. Gleichung (3.18) stellt eine Verallgemeinerung von Gleichung (3.13) dar.

Letztere ergab sich für  $\omega \ll \frac{1}{T_a}$  aus der allgemeinen Gleichung (3.4) für welche im Bereich  $\omega \gg \frac{1}{T}$  keine Beschränkung auf kleine Eingangsamplituden erforderlich ist.<sup>a</sup>

Deshalb kann Gleichung (3.4) unter Verwendung von Gleichung (3.18) folgendermaßen verallgemeinert werden:

$$R_e = K \left\{ \frac{T_a}{T_e} + Z(A) \frac{1}{sT_a} \right\} \quad (3.21)$$

Diese Beziehung gilt nur unter folgenden Bedingungen:

$$\omega \ll \frac{2\pi}{t_a} \quad 1) \quad (3.22.a)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2\pi}{t_a} \\ \frac{1}{T_a} \end{array} \right\} \ll \omega \ll \frac{1 + \mathcal{N}K_r}{T_a} \quad (3.22.b)$$

$$\frac{A}{\pi/2} > \frac{x_r}{2} \quad (3.22.c)$$

Für den Zwischenbereich  $\omega \approx \frac{2\pi}{t_a}$  bzw.  $\frac{1}{T_a}$  kann Gleichung (3.21) als eine durch Interpolation gewonnene Näherung betrachtet werden.

Für  $\frac{A}{\pi/2} \rightarrow \frac{x_r}{2}$  wird  $Z(A) \rightarrow 0$ . Deshalb ist zu überprüfen, ob der zweite Term im Klammerausdruck von Gleichung (3.21) auch für kleine Werte von  $Z(A)$  und kleine Frequenzen groß im Vergleich zum ersten Term wird. Damit dies auch für sehr kleine Werte von  $Z(A)$  erfüllt wird, muß gelten:

$$\left| \frac{Z(A)}{sT_a} \right| \gg \frac{T_a}{T_e}$$

Daraus folgt unter Verwendung der Gleichungen (3.16) und (3.19) sowie mit

$$s = j\omega$$

$$\text{und} \quad \frac{A}{\pi/2} \approx \frac{x_r}{2}$$

und der Daten für die verwendete Reglereinstellung

1) Bei kleinen Amplituden ist  $t_a \gg T_a$ , daher ist auch  $\omega < \frac{1}{T_a}$  wenn  $\omega < \frac{2\pi}{t_a}$ .

$$\omega < 0,3 \frac{2\tilde{U}}{t_a}$$

Somit ist die Bedingung (Gl.3.22.a) zumindest für die an KNK-I verwendete Reaktorregelung auch für den Fall  $Z(A) \rightarrow 0$  ausreichend.

Für den Grenzfall :

$$\frac{A}{\pi/2} = \frac{x_T}{2}$$

wird  $t_a \rightarrow \infty$  und  $Z(A) \rightarrow 0$

In diesem Fall darf aber gemäß der Bedingung (3.22.c) die Gleichung (3.21) nicht mehr angewendet werden, sondern es gilt nach Gleichung (3.18):

$$\text{Re} = \text{Re}^{(1)} = 0$$

Der Frequenzgang ergibt sich mit  $s=j\omega$  aus Gleichung (3.21).

$$\text{Re} = K \sqrt{\left(\frac{T_\alpha}{T_e}\right)^2 + \left(\frac{Z(A)}{\omega T_\alpha}\right)^2} \quad (3.23)$$

$$\text{Re} = - \arctg \left\{ \frac{Z(A)T_e}{T_\alpha^2} \right\} \quad (3.24)$$

In Abbildung 10 sind der Betrag  $|\text{Re}|$  und die Phase  $\angle \text{Re}$  für mehrere Eingangsamplituden A dargestellt sowie für den Grenzfall:

$$A = 1,25V \hat{=} 50K \gg \frac{x_T}{2}$$

Bei letzterem wird  $Z(A) = 1$ , und Gleichung (3.21) geht über in Gleichung (3.4), für  $T_\alpha = T_e$ , d.h. die Übertragungsfunktion des Reglers wird unabhängig von der Eingangsamplitude und verhält sich wie ein reines P-I Glied.

#### 4. Analyse des geregelten Reaktors

##### 4.1 Charakteristische Gleichung und Stabilitätsverhalten des Reaktorregelkreises

Zunächst wird die Übertragungsfunktion des Regelkreises, welche der Reaktor mit der Reaktivitätsregelung bildet, berechnet. Dazu muß noch die Übertragungsfunktion  $V$  zwischen der Reaktorleistung und der Kühlmittelaustrittstemperatur berücksichtigt werden (vergl. Abb.1), da letztere (und nicht die Leistung) als Regelgröße verwendet wurde.

Für kleine Frequenzen gilt in guter Näherung /12/:

$$V(s) = \frac{\frac{\Delta\theta_a(s)}{\theta_a - \theta_e}}{\frac{\Delta p(s)}{p}} = \frac{1}{1 - s\tau} \quad (4.1)$$

Damit ergibt sich für die Übertragungsfunktion  $G$  des gesamten Regelkreises:

$$G(s) = \frac{G_p(s) \cdot V(s) (\theta_a - \theta_e)}{1 - G_p(s) V(s) Re(s) \cdot (\theta_a - \theta_e)} \quad (4.2)$$

Zur Untersuchung der Stabilität sowie der Existenz von Grenzzyklen wird die Übertragungsfunktion  $G(s)$  in ähnlicher Weise behandelt wie die Übertragungsfunktion  $G_p$  des Reaktors in Kapitel 2.

Die charakteristische Gleichung  $F(s)$  von Gleichung (4.2) lautet:

$$F(s) \equiv 1 - G_p(s) V(s) Re(s) \cdot (\theta_a - \theta_e) = 0 \quad (4.3)$$

Setzt man für  $G_p(s)$ ,  $V(s)$  und  $Re(s)$  die Gleichungen (2.9), (4.1) und (3.21) ein, so erhält man unter Verwendung der Parameter

$$\left. \begin{aligned} a_1 \left[ \frac{g}{\beta} \right] h \left[ \frac{1}{\beta} \right] &= \hat{\alpha} \quad (\text{dimensionslos}) \\ K \left[ \frac{g}{K} \right] Z(A) h \left[ \frac{1}{\beta} \right] &= \hat{\beta} \left[ \frac{1}{K} \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

folgenden Ausdruck für die charakteristische Gleichung

$$F(s) \equiv As^4 + Bs^3 + Cs^2 + Ds + E = 0 \quad (4.5)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} A &= T_a t_n \tau_1 \tau_2 \\ B &= T_u t_n (\tau_1 + \tau_2) - \hat{\alpha} T_a \tau_2 t_n - a_2 h T_a \tau_1 t_n - T_u \tau_2 t_n K \frac{T_a}{T_e} h (\theta_u - \theta_e) \\ C &= T_a t_n - \hat{\alpha} T_u (t_n + \tau_2) - a_2 h T_a (\tau_1 + \tau_n) - \hat{\beta} (\theta_u - \theta_e) t_n \tau_2 - \\ &\quad - K \frac{T_a}{T_e} h (\theta_u - \theta_e) T_a (t_n + \tau_2) \\ D &= - \left\{ \hat{\alpha} T_u + a_2 h T_a + \hat{\beta} (\theta_u - \theta_e) (t_n + \tau_2) + K h \frac{T_a}{T_e} (\theta_u - \theta_e) T_a \right\} \\ E &= - \hat{\beta} (\theta_u - \theta_e) \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

Die Untersuchung der Stabilität sowie der Existenz von Grenzzyklen wird wieder mittels Darstellung von Gleichung (4.5) in der Parameterebene und der in /9/ beschriebenen graphischen Methode durchgeführt. Dabei wurden die in Gleichung (4.4) definierten Parameter  $\hat{\alpha}$  und  $\hat{\beta}$  als frei wählbar betrachtet. Für die Wahl dieser Größen als variable Parameter waren folgende Gesichtspunkte maßgebend:

- a) Zur Beantwortung der Frage, ob Grenzzyklen, d.h. sich selbst erhaltende Schwingungen, in diesem Regelkreis auftreten können, welche sich durch die harmonische Oszillation

$$x_w \equiv \Delta \theta_a = A \sin \Omega t \quad (4.7)$$

approximieren lassen, muß  $\text{Re}(s)$  (bzw. der  $\hat{\beta}$  enthaltende Term in  $\text{Re}(s)$ ) zunächst als unbekannt angenommen werden. Es hängt nämlich  $\text{Re}(s)$  von der noch unbekanntenen Amplitude  $A$  ab (siehe Gl. 3.21). Letzteres ist eine Besonderheit des nichtlinearen Reglerverhaltens.

b) Da diese Untersuchungen für verschiedene Reaktorleistungsstufen durchgeführt werden sollen und  $a_1$  im Gegensatz zu  $a_2$  stark von der Reaktorleistung abhängt, und zwar über den Reaktivitätskoeffizienten  $C_f$  und die Brennstofftemperatur  $T_m$ , vergl. Gleichung (2.8), wird auch dieser Parameter als variabel betrachtet.

Zur Abbildung des Koordinatenursprunges der s-Ebene auf die Parameterenebene folgt mit  $s = 0$  aus Gleichung (4.5)

$$\hat{\beta} = 0 \quad 1) \quad (4.8)$$

d.h. dem Koordinatenursprung in der s-Ebene entspricht in der Parameterenebene die gesamte Abszisse (in Abb. 11 und 12 mit "A" gekennzeichnet.)

Zur Abbildung der imaginären Achse der s-Ebene auf die Parameterenebene wird  $s = j\omega$  gesetzt in Gleichung (4.5).

Da sowohl der Realteil als auch der Imaginärteil verschwinden muß ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re} \{F(s=j\omega)\} &= \hat{\alpha} a_{11} + \hat{\beta} a_{12} - \alpha_1 = 0 \\ \operatorname{Im} \{F(s=j\omega)\} &= \hat{\alpha} a_{21} + \hat{\beta} a_{22} - \alpha_2 = 0 \end{aligned} \right\} (4.9)$$

Löst man nun die Gleichung (4.9) nach den beiden Parametern  $\hat{\alpha}$  und  $\hat{\beta}$  auf, dann bekommt man:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\alpha}(\omega) &= \frac{\alpha_1 a_{22} - \alpha_2 a_{12}}{a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}} \\ \hat{\beta}(\omega) &= \frac{-\alpha_1 a_{21} + \alpha_2 a_{11}}{a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}} \end{aligned} \right\} (4.10)$$

mit:

---

1) Die Voraussetzung  $\Theta \neq \Theta_{\text{crit}}$  ist bei Leistungsbetrieb immer erfüllt.

$$\left. \begin{aligned}
 a_{11} &= T_a(\tau_2 + t_n) \omega^2 \\
 a_{12} &= (\Theta_a - \Theta_e) (t_n \tau_2 \omega^2 - 1) \\
 a_{21} &= T_a \omega (t_n \tau_2 \omega^2 - 1) \\
 a_{22} &= - (\Theta_a - \Theta_e) (t_n + \tau_2) \omega \\
 \chi_1 &= - T_a t_n \tau_1 \tau_2 \omega^4 + T_a [t_n - a_2 h(\tau_1 + t_n) - K \frac{T_a}{T_e} (\Theta_a - \Theta_e) T_a (\tau_2 + t_n)] \omega^2 \\
 \chi_2 &= T_a t_n [\tau_1 + \tau_2 - a_2 h \tau_1 - \frac{T_a}{T_e} h(\Theta_a - \Theta_e) \tau_2] \omega^3 + T_a [a_2 h + K \frac{T_a}{T_e} h(\Theta_a - \Theta_e)] \omega
 \end{aligned} \right\} (4.11)$$

Die Abbildungen 11 und 12 zeigen auch die Projektionen der imaginären Achse der s-Ebene auf die Parameterebene nach Gleichung (4.10) für 100% bzw. 40% Reaktorleistung (Kurve B). Zur numerischen Berechnung wurden die Daten aus Anhang 1 verwendet.

Zur Kennzeichnung des analogen Richtungssinnes, wenn ein Punkt in der Parameterebene <sup>1)</sup> die Grenzlinien A oder B überschreitet und gleichzeitig eine Wurzel (oder mehrere Wurzeln) der charakteristischen Gleichung die imaginäre Achse überschreitet, sind diese Linien auf den entsprechenden Seiten schraffiert (vergl. Abb. 11 und 12). Diese Kennzeichnung folgt aus dem Vorzeichen des Nenners  $\Delta$  der Gleichung (4.10).

Es ist

$$\Delta = a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12} \begin{cases} < 0 \text{ für } \omega > 0 \\ > 0 \text{ für } \omega < 0 \end{cases} \quad (4.12)$$

Daraus ergibt sich nach /9/ die in den Abbildungen 11 und 12 eingezeichnete Schraffierung. Aus der Beziehung (4.12) folgt auch, daß

---

1) Als Arbeits- oder Zustandspunkt bezeichnet.

beim Übergang des Zustandspunktes vom Bereich I in den Bereich II jeweils zwei konjugiert komplexe Wurzeln der charakteristischen Gleichung die imaginäre Achse in der s-Ebene von der linken in die rechte Hälfte überschreiten /9/.

Um die Verteilung der Wurzeln von Gleichung (4.5) in der s-Ebene für den Bereich I der Parameterebene zu ermitteln, wurden die Wurzeln für einen Punkt ( $\hat{\alpha} = \hat{\beta} = -1$ ) dieses Bereiches analytisch bestimmt. Es ergaben sich zwei Paare konjugiert komplexer Wurzeln mit ausschließlich negativen Realteilen.

Entsprechend der Festlegung der Bereiche in der Parameterebene müssen dann für alle Punkte des Bereiches I dieser Ebene sämtliche Wurzeln der charakteristischen Gleichung in der linken Hälfte der s-Ebene liegen. Damit ist nachgewiesen, daß der Bereich I der Parameterebene der Bereich absoluter Stabilität ist.

Dies gilt für beide betrachteten Leistungsstufen.

Die Abbildungen 11 und 12 zeigen folgendes:

- Zur Gewährleistung der Stabilität des Regelkreises muß die Rückkopplung durch den Regler auf alle Fälle negativ sein ( $\hat{\beta} < 0$ ).
- Die Kurve B (d.h. die Abbildung der imaginären Achse der s-Ebene) gibt die Grenzwerte von  $\hat{\beta}$  für entsprechende Werte von  $\hat{\alpha}$  an, welche zur Erzielung der absoluten Stabilität erforderlich sind.
- Falls  $\hat{\alpha}$  die Grenze  $\hat{\alpha}_i$  in positiver Richtung überschreitet ( $\hat{\alpha} > \hat{\alpha}_i$ ) gibt es keinen Wert  $\hat{\beta}$ , der das System absolut stabil hält d.h. in diesem Falle könnte der hier betrachtete Regler nicht verwendet werden. (Bei KNK-I war aber bei allen Leistungsstufen  $\hat{\alpha} < 0$ , so daß dieser Fall nur theoretische Bedeutung hat.)
- In den Abbildungen 11 und 12 ist auch die obere Grenze  $\hat{\beta}_{max}$  aus Abbildung 8 eingetragen, welche sich für große Signaleingangsamplituden A ergibt. Die horizontale Gerade  $\hat{\beta}(A) = \hat{\beta}_{max}$  grenzt in der



Parameterebene denjenigen Teilbereich I' vom Bereich I ab, in welchem die möglichen Zustandspunkte mit absoluter Stabilität liegen müssen.

- Unter Verwendung des berechneten Wertes für  $\hat{\alpha} = \alpha_{ber}$  ergibt sich die vertikale Gerade  $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_{ber}$  auf der bei einer bestimmten Leistung in Abhängigkeit von der Reglereingangsamplitude zwischen den Schnittpunkten  $S_0$  und  $S_1$  mit den horizontalen Geraden  $\hat{\beta} = 0$  und  $\hat{\beta} = \hat{\beta}_{max}$  alle möglichen Zustandspunkte des geregelten Reaktors liegen müssen. Bei genügend großen Frequenzen bzw. bei kleinen Frequenzen und genügend großen Amplituden gilt  $\hat{\beta} = \hat{\beta}_{max}$ . Der zugehörige Zustandspunkt  $S_1$  liegt im stabilen Bereich. Im folgenden Abschnitt wird gezeigt, welchen Zustandspunkt der von außen nicht gestörte Regelkreis annehmen wird.

#### 4.2 Existenz von Grenzzyklen

Eine Besonderheit stellt der Schnittpunkt  $S_g$  in der Parameterebene dar (siehe Abb. 11 und 12).

Es wird zunächst angenommen, daß sich der Regelkreis schon im Zustandspunkt  $S_g$  befindet.

Dann müssen nach obigen Ausführungen zwei konjugiert komplexe Wurzeln der charakteristischen Gleichung auf der imaginären Achse liegen. In diesem Fall kann ein einmal angeregtes, dann aber ungestörtes linearisiertes System eine harmonische Oszillation ausführen. Damit die Oszillation stabil ist, müssen die zwei folgenden Bedingungen erfüllt sein:

- a) Alle übrigen Wurzeln der charakteristischen Gleichung müssen auf der linken Hälfte der s-Ebene liegen. Das ist nach obigen Ausführungen erfüllt.
- b) Bei kleinen Amplitudenänderungen (d.h. bei Bewegungen des Punktes  $S_g$  in vertikaler Richtung  $S_g = S_{g0}(A) + S_g(A \pm \Delta A)$ ) muß immer wieder eine Rückkehr in den ursprünglichen Zustand erfolgen. Dies

ist im vorliegenden Fall ebenfalls erfüllt, wie folgende Betrachtung zeigt:

Bei geringfügiger Zunahme der Amplitude würde der Punkt  $S_g$  in den stabilen Bereich I wandern, was eine Dämpfung der Oszillation d.h. eine Rückkehr zum ursprünglichen Zustand bewirken würde. Eine kleine Abnahme der Amplitude würde den Punkt  $S_g$  in den instabilen Bereich II verschieben. Infolgedessen würde die Oszillation weiter anwachsen, was ebenfalls eine Rückkehr in den ursprünglichen Zustand bewirkt, da  $|\hat{\beta}|$  mit  $|A|$  wächst.

Daraus folgt, daß der Regelkreis im Zustandspunkt  $S_g$  eine stabile Oszillation ausführt. Ihre Entstehung kann durch eine kleine externe oszillatorische Störung angeregt werden. Dann wird der Zustandspunkt wegen  $|\hat{\beta}(\frac{A}{\pi/2} \approx \frac{x_T}{2})| \approx 0$  zunächst unmittelbar bei  $S_0$  im instabilen Bereich II der Parameterebene liegen. Infolge des instabilen Verhaltens wird aber die Amplitude  $A$  solange anwachsen, bis der Zustandspunkt auf der Geraden  $\hat{\lambda} = \hat{\lambda}_{ber}$  bis zum Punkt  $S_g$  gewandert ist. Die Oszillation wird also von den Anfangsbedingungen unabhängig d.h. es handelt sich um einen Grenzzyklus.

Aus den Abbildungen 11 und 12 bzw. aus den Gleichungen (4.10) und (3.18) erhält man für den durch eine harmonische Oszillation (Gl.4.7) approximierten Grenzzyklus die in Tabelle 1 angegebenen Werte:

Tab.1 : Amplitude  $A$  und Frequenz des Grenzzyklus.

$A = 1,3^\circ K$	$\hat{A}_{eff} = 0,9^\circ K$	$\hat{\Delta p} = 0,5\%$	}	für 100 % Reaktorleistung
$\Omega = 0,013 \frac{1}{s}$	$\hat{f}_g = 0,0021 \text{ Hz}$			
$A = 2,6^\circ K$	$\hat{A}_{eff} = 1,8^\circ K$	$\hat{\Delta p} = 1,1\%$	}	für 40 % Reaktorleistung
$\Omega = 0,016$	$\hat{f}_g = 0,0026 \text{ Hz}$			

Diese Werte entsprechen im Rahmen der zu erwartenden Genauigkeit bezüglich der verwendeten Daten und des Modells gut den Beobachtungen: Die gemessenen autospektralen Leistungsdichten (APSD) der Brennelementaustrittstemperatur  $\Theta_a$  und des Neutronenflusses  $p$  sind in den Abbildungen 13 und 14 dargestellt. In allen Fällen ist bei der Frequenz  $f = 0,003$  Hz ein Maximum festzustellen.

Außerdem wurde nachgewiesen, daß die genannten Signale des geschlossenen Regelkreises (Abb.1) stark miteinander korreliert sind. Da keine von außen auf diesen Regelkreis wirkenden Störungen als Ursache für dieses Maximum der APSD gefunden werden konnten, und der Regelkreis ein nichtlineares Element enthält, wurde die Existenz eines Grenzyklus vermutet. Die hier durchgeführte Analyse bestätigte eindeutig diese Annahme. Die Unterschiede zwischen den in Tab.1 angegebenen berechneten Werten für die Frequenz  $\Omega$  und die Amplitude  $A$  der Grenzyklen und den entsprechenden aus den spektralen Leistungsdichten ermittelten Werten ( $f_g \approx (3 \pm 0,6) \cdot 10^{-3} \left[ \frac{1}{s} \right]$ ;  $\Theta_{a,eff} \approx 0,5$  bis  $0,8$  [°K]) müssen den Ungenauigkeiten der für die Berechnung verwendeten Reaktivitätstemperaturkoeffizienten, der Zeitkonstanten  $\tau$  sowie den modellmäßigen Vereinfachungen zugeschrieben werden. In der Tendenz stimmt auch der theoretisch gefundene Einfluß der Reaktorleistung auf das Regelkreisverhalten mit den Beobachtungen überein: Bei Teillastbetrieb weist der Grenzyklus eine größere Schwingungsamplitude auf als bei Vollast.

In der Parameterdarstellung entspricht dies der Tatsache, daß der mit dem Regler realisierbare Bereich  $0 > \hat{\beta} > \hat{\beta}_{max}$  bei Teillast weniger in den stabilen Bereich I hineinragt als bei Vollast. Daraus folgt auch eine Abnahme der relativen Stabilität mit der Leistungsabnahme.

### 4.3 Schlußfolgerungen

Im allgemeinen erhält man für die Reaktorleistungsübertragungsfunktion  $G_p$  infolge der vielen Reaktivitätsrückkopplungen keinen einfachen mathematischen Ausdruck. Die Beschreibungsfunktion  $R_e$  für den nichtlinearen Regler mit interner Rückkopplung ist nicht bekannt. Durch die Beschränkung auf kleine Frequenzen, welche für die Untersuchung an Grenzyklen in diesem Fall zulässig ist, konnten für die Funktionen  $G_p$  und  $R_e$  relativ einfache analytische Näherungen angegeben werden. Dadurch konnte in Übereinstimmung mit dem beobachteten Betriebsverhalten mit einem einfachen analytischen Verfahren eindeutig die Existenz von Grenzyklen sowie die Stabilität der Reaktorregelung nachgewiesen werden.

Trotz der sehr starken Vereinfachungen stimmen die quantitativen Ergebnisse der Analyse ungefähr mit den Beobachtungen überein. Der hier erzielte Grad der Übereinstimmung ist für praktische Anwendungen meist ausreichend, weil es dabei in erster Linie auf den Nachweis der Stabilität und der Existenz von Grenzyklen ankommt. Für Optimierungsaufgaben ist ferner der hier untersuchte Einfluß von Reaktorparametern (Reaktivitätskoeffizienten) und Reglerparametern auf das Stabilitätsverhalten wichtig.

Je nach Verwendungszweck eines Regelkreises kann das Auftreten von Grenzyklen erwünscht oder unerwünscht sein /17/. Bei mechanischen Systemen können Grenzyklen z.B. als erwünschten Effekt das Auftreten einer großen Haftreibung verhindern. Andererseits beschleunigen sie auch den Verschleiß von mechanischen Bauteilen z.B. der Regelstabantriebe am Reaktor. Aus dem zuletzt genannten Grunde sowie zur Vermeidung von thermischen Spannungen sind Grenzyklen im Reaktorregelkreis im allgemeinen unerwünscht. Falls sie nicht völlig vermeidbar sind, wie z.B. bei KNK-I, muß daher die Regelung so optimiert werden daß ihre Amplitude und ihre Frequenz möglichst klein werden.

Bei dem hier untersuchten Regelkreis bewirkt eine Vergrößerung der Hysterese  $x_L$  eine Verkleinerung der Schwingungsamplitude  $A$ , denn nach Gleichung (3.19) wird dabei  $Z(A)$  größer (solange  $A \gg \frac{x_r}{2}$ ), und für den Punkt  $S_g(\hat{\alpha}_{br}, \hat{\beta}_g)$  in den Abbildungen 11 und 12 nimmt daher mit wachsendem  $x_L$  die entsprechende Schwingungsamplitude  $A$  ab. Bei der Optimierung des Reglers wurde  $x_L$  zwar nicht variiert, doch war diese Forderung durch die relativ groß gewählte Hysterese ( $2x_L \approx 0,9 \frac{x_r}{2}$ ) ziemlich gut erfüllt.

Grenzzyklen können in jedem Regelkreis mit nichtlinearen Elementen auftreten /9/. Da auch an Reaktoren meist Regler mit nichtlinearem Verhalten verwendet werden, sind Untersuchungen bezüglich von Grenzzyklen für ein sicheres Betriebsverhalten notwendig und wichtig. Die hier durchgeführten Analysen zeigen, daß auch ein stark vereinfachtes Modell noch sehr nützliche Ergebnisse liefert. Da infolge der gegebenen Zeitkonstanten für die Reaktorregelkreise Grenzzyklen nur bei relativ kleinen Frequenzen auftreten können, sind die hier verwendeten Näherungsverfahren auch für andere Reaktorregelkreise anwendbar.

## 5. Die Bedeutung von Grenzyklen bei Rauschmessungen

Da in Reaktorregelkreisen Grenzyklen im allgemeinen nur bei sehr kleinen Frequenzen auftreten können, sind sie bei Rauschmessungen unter Umständen nur in speziellen Fällen im niederfrequenten Bereich zu berücksichtigen. Dies trifft z.B. für Neutronenflußrauschmessungen zur Erkennung von mechanischen Bewegungen im Reaktorkern zu /10/. Zur Anwendung solcher Messungen für diagnostische Zwecke ist eine möglichst lückenlose Interpretation der bei Normalbetrieb durchgeführten Messungen erforderlich. Bei Neutronenrauschmessungen muß daher z.B. untersucht werden, welche Fluktuationen von Zustandsvariablen, d.h. welche Rauschquellen, Neutronenflußschwankungen im Normalzustand erzeugen. Beim Auftreten von Grenzyklen werden zwar alle Elemente des geschlossenen Regelkreises diese Schwingungen ausführen wie z.B. der Regler, aber die Regelstabbewegungen stellen nicht die eigentliche Ursache dar. Sie liegt auch nicht in den Anfangsbedingungen sondern ist in diesem Falle durch spezielle Eigenschaften des Regelkreises bedingt, deren wichtigste (aber nicht hinreichende) ein nichtlineares Element im Regelkreis und ein dem Regelkreis energiezuführendes Element (z.B. der Reaktor selbst) sind. Diese Eigenschaften weist im allgemeinen jede Reaktorregelung auf. Bei der Feststellung von niederfrequenten Periodizitäten in der spektralen Leistungsdichte muß daher die Möglichkeit des Auftretens von Grenzyklen theoretisch analysiert werden, da sie mit ihren Oberwellen für den Nachweis anderer Rauschquellen einen unerwünschten Untergrund bilden können.

Ihre Anregungssignale können aber andererseits auch für verschiedene Meßzwecke direkt benutzt werden.

Im Prinzip können sie dazu verwendet werden, die Übertragungseigenschaften von Elementen im Regelkreis zu bestimmen. Inwiefern dabei die zu stellenden Meßanforderungen erfüllt werden, hängt von den speziellen Bedingungen ab.

Da Grenzyklen in Frequenz und Amplitude von den Parametern des Reglers abhängen (z.B. von der toten Zone und der Hysterese) können sie bei Rauschanalysen auf alle Fälle zur permanenten Überprüfung der Reglereinstellung verwendet werden. Ferner kann durch Kreuzkorrelation des Reglerausgangssignals mit dem Neutronenfluß sowie des Neutronenflusses mit der Kühlmitteltemperatur die Instrumentierung während des Betriebs dauernd überprüft werden /18/. Außerdem kann durch Kreuzkorrelation des Reglerausgangssignales mit der Stabstellungsanzeige die Funktion der Regelstabantriebe während des Betriebes laufend kontrolliert werden.

Falls daher Grenzyklen während des Normalbetriebes nur mit geringer Amplitude auftreten, könnte geprüft werden, ob sie zwecks Durchführung von bestimmten Messungen, wie z.B. der oben erwähnten, durch eine geeignete Reglereinstellung für eine begrenzte Zeit absichtlich ange-regt werden sollten.

In jedem Falle kann das hier verwendete Verfahren dazu benutzt werden.

Anhang 1 : Verwendete Daten

1a) Reaktordaten:

	<u>für 100% Leistung</u>		<u>für 40% Leistung</u>
$T_f$	= 1015 °K		802 °K
$T_m$	= 765 °K		708 °K
$\theta$	= 738 °K		702 °K
$\theta_a$	= 791 °K		762 °K
$\theta_s$	= 631 °K		602 °K
$C_f$	= - 0,17 $\frac{1}{\text{°K}}$	-	0,194 $\frac{1}{\text{°K}}$
$C_e$	= 0,062 $\frac{1}{\text{°K}}$		0,062 $\frac{1}{\text{°K}}$
$C_m$	= 0,62 $\frac{1}{\text{°K}}$		0,62 $\frac{1}{\text{°K}}$
$a_1$	= - 0,69 \$		0,33 \$
$a_2$	= 0,836 \$		0,658 \$
$K'$	= - $5,65 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{s}}$	-	$5,65 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{s}}$
$t_n$	= 12,5 s		12,5 s
$\tau_1$	= 4,6 s		6,6 s
$\tau_2'$	= 8,8 s		8,8 s
$\tau_2$	= 13,4 s		15,4 s



1b) Daten des Reglers

Tote Zone  $x_T = 0,03V$  +)

Hysterese  $2x_L = \frac{x_T}{2} \cdot 0,9 = 0,0135 V$  +)

Meßbereich am Eingang  $\pm 3 V$  +)

Stellbereich am Reglerausgang (incl. Stellmotor)  $y_h = 310 \text{ mm Hub}$

Durchstellzeit  $T_y = 91 \text{ s}$

$$T_a = 13,2 \text{ s}$$

$$T_e = 27 \text{ s}$$

$$y_{1h} = \pm 15 \text{ V}$$

$$x_{p0} = 300 \%$$

$$x_p = x_{p0} \frac{T_y}{60} = 9,12$$

$$K_r = 0,27 \text{ V}$$

---

+)(Anm.) wobei  $1 V \hat{=} \Delta\theta_a = 40^\circ K$

Anhang 2 : Berechnung der Schaltzeiten des Reglers

Es wird das Verhalten des Reglers bei einer Sprungfunktion als Signaleingang betrachtet (vergl. Abb.5).

$$\begin{aligned}x_{Wv} &= 0 & t < 0 \\x_W &= x_{Wv} & t \geq 0\end{aligned}$$

Bereich I:  $0 < t < t_1$

Nach dem Beginn der Sprungfunktion verläuft die Rückführspannung gemäß der Funktion

$$x_r(t) = K_v \gamma_{1h} \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_e}} \right) \quad (\text{A } 1)$$

und zwar solange bis

$$x_e = x_{Wv} - x_r(t=t_1) = \frac{x_r}{2} - 2x_L \quad (\text{A } 2)$$

Zu diesem Zeitpunkt  $t_1$  hat nämlich die Rückführspannung  $x_r$  das Eingangssignal  $x_e$  zum Dreipunktschalter soweit kompensiert, daß er wieder auf Null zurückspringt. Hierfür wird die Zeitdauer  $t_1$  benötigt. Sie ergibt sich aus Gleichung (A 1) und (A 2) zu

$$x_r = x_r(t=t_1) = x_{Wv} - \left( \frac{x_r}{2} - 2x_L \right) = K_v \gamma_{1h} \left( 1 - e^{-\frac{t_1}{T_e}} \right) \quad (\text{A } 3)$$

Bereich II :  $t_1 < t < t_2$

Nach dem Zeitpunkt  $t_1$  nimmt  $x_r$  wieder ab, nach der Funktion

$$x_r = x_r(t_1) e^{-\frac{t-t_1}{T_a}} = \left[ x_{Wv} - \left( \frac{x_r}{2} - 2x_L \right) \right] e^{-\frac{t-t_1}{T_a}} \quad (\text{A } 4)$$

Dieser Vorgang hält solange an, bis  $x_e$  am Eingang zum Dreipunktschalter wieder um die Breite  $2x_L$  der Hysterese angewachsen ist.

$$x_e = x_{w0} - x_r(t=t_2) = \frac{x_r}{2} \quad (\text{A.5})$$

Für die Dauer  $t_a = t_2 - t_1$  dieser Ausschaltphase ergibt sich aus Gleichung (A.4) und Gleichung (A.5)

$$x_r = x_r(t_2) = x_{w0} - \frac{x_r}{2} = \left[ x_{w0} - \left( \frac{x_r}{2} - 2x_L \right) \right] e^{-\frac{t_a}{T_a}} \quad (\text{A.6})$$

Bereich III :  $t_2 < t < t_3$

Nachdem die Rückführspannung  $x_r$  auf  $x_r(t=t_2)$  abgeklungen d.h.  $x_e$  wieder auf  $\frac{x_r}{2}$  angestiegen ist, springt der Ausgang  $y_1$  des Dreipunktschalters wieder auf  $y_{1h}$ , dann beginnt aber wieder  $x_r$  exponentiell mit der Zeitkonstanten  $T_e$  anzuwachsen nach der Funktion

$$x_r = a e^{-\frac{t-t_2}{T_e}} + b \quad (\text{A.7})$$

Die Konstanten  $a$  und  $b$  lassen sich aus folgenden Randbedingungen bestimmen

$$\begin{aligned} x_r &= x_r(t_2) && \text{für } t = t_2 \\ x_r &= k_r y_{1h} && \text{für } t \rightarrow \infty \end{aligned}$$

Damit folgt aus Gleichung (A.7)

$$x_r = \left[ x_r(t_2) - k_r y_{1h} \right] e^{-\frac{t-t_2}{T_e}} + k_r y_{1h} \quad (\text{A.8})$$

$x_r$  wächst solange bis  $x_e$  wieder um den Betrag  $2x_L$  abgenommen hat. Für diesen Zeitpunkt  $t_3$  gilt

$$x_e = x_{w0} - x_r(t_3) = \frac{x_I}{2} - 2x_L \quad (\text{A.9})$$

Danach wiederholen sich die für die Zeitbereiche II und III beschriebenen Vorgänge fortlaufend. Die Einschaltdauer

$t_{\text{e}} = t_3 - t_2$  für den Zeitbereich III ergibt sich aus Gleichung (A.8) und (A.9).

$$x_r(t_3) = x_{w0} - \left(\frac{x_I}{2} - 2x_L\right) = \left[ x_r(t_2) - K_r y_{1h} \right] e^{-\frac{t_e}{T_e}} + K_r y_{1h} \quad (\text{A.10})$$

$$= \left[ x_{w0} - \frac{x_I}{2} - K_r y_{1h} \right] e^{-\frac{t_e}{T_e}} + K_r y_{1h}$$

Sonderfälle:

a) Für übliche Reglereinstellungen gilt

$$T_e ; T_a \gg t_1 ; t_a ; t_e \quad (\text{A.11 a})$$

Unter dieser Voraussetzung ergeben sich für die Schaltzeiten aus den Gleichungen (A.3), (A.6) und (A.10) folgende einfache Beziehungen:

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= T_e \frac{x_{w0} - \left(\frac{x_I}{2} - 2x_L\right)}{K_r y_{1h}} \\ t_a &= T_a \frac{2x_L}{x_{w0} - \frac{x_I}{2} + 2x_L} \\ t_e &= T_e \frac{2x_L}{K_r y_{1h} + \frac{x_I}{2} - x_{w0}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.12})$$

Für große Signaleingangsamplituden lassen sich diese Beziehungen noch weiter vereinfachen:

$$\text{Aus } x_{w0} \gg \frac{x_I}{2} ; 2x_L \text{ folgt} \quad (\text{A.11 b})$$

$$t_1 = T_e \frac{x_{w0}}{K_r y_{1h}} \quad (\text{A.13})$$

$$t_a = T_a \frac{2x_L}{x_{w0}} \quad (\text{A.14})$$

Gilt außerdem noch  $K_r y_{1h} > x_{w0}$  dann ergibt sich

$$t_e = T_e \frac{2x_L}{K_r y_{1h}} \quad (\text{A.15})$$

b) Die Regelgröße  $x_{w0}$  überschreitet knapp die tote Zone

$$x_{w0} \gtrsim \frac{x_T}{2}$$

Aus Gleichung (A.3) folgt dann

$$x_r = x_{w0} - \left(\frac{x_T}{2} - 2x_L\right) \approx 2x_L = K_r y_{1h} (1 - e^{-\frac{t_1}{T_e}})$$

$$1 - e^{-\frac{t_1}{T_e}} = \frac{2x_L}{K_r y_{1h}} \ll 1 \quad \text{d.h. } t_1 \ll T_e$$

$$\text{somit } t_1 = T_e \frac{2x_L}{K_r y_{1h}}$$

Aus Gleichung (A.10) folgt

$$x_r = x_{w0} - \left(\frac{x_T}{2} - 2x_L\right) \approx 2x_L = [x_r(t_2) - K_r y_{1h}] e^{-\frac{t_e}{T_e}} + K_r y_{1h} \quad (\text{A.16})$$

$$e^{-\frac{t_e}{T_e}} = 1 - \frac{2x_L}{K_r y_{1h}} \approx 1 \quad \text{d.h. } t_e \ll T_e$$

$$\text{somit } t_e = T_e \frac{2x_L}{K_r y_{1h}} \quad (\text{A.17})$$

Aus Gleichung (A.6) folgt:

$$x_r = x_w - \frac{x_T}{2} = (x_{w0} - \frac{x_T}{2} + 2x_L) e^{-\frac{t_a}{T_a}}$$

$$e^{-\frac{t_a}{T_a}} = \frac{x_{w0} - \frac{x_T}{2}}{x_{w0} - \frac{x_T}{2} + 2x_L} \ll 1 \quad \text{d.h. } t_a \gg T_a$$

$$t_a = T_a \ln \left\{ 1 + \frac{2x_L}{x_{w0} - \frac{x_T}{2}} \right\} \quad (\text{A.18})$$

In diesem Fall reagiert also der Regler mit sehr kurzen Einschaltzeiten  $t_1$  und  $t_e$  und langen Abschaltzeiten  $t_a$ .

N O M E N K L A T U R

A	Amplitude
$a_1$	Reaktivitätskoeffizient
$a_2$	Reaktivitätskoeffizient
$C_f$	Reaktivitätstemperaturkoeffizient für den Brennstoff
$C_m$	Reaktivitätstemperaturkoeffizient für den Moderator
$C_c$	Reaktivitätstemperaturkoeffizient für das Kühlmittel
F (s)	Charakteristische Gleichung von Übertragungsfunktionen (in Kapitel 2 und 4)
F (s)	Rückführung im Regler (in Kapitel 3)
$F_f(s)$	} Reaktorübertragungsfunktionen
$F_m(s)$	
$G_f(s)$	
$G_m(s)$	
$G_p(s)$	
	Reaktorübertragungsfunktion zwischen der Leistung und der Reaktivität
$H_o(s)$	Reaktorübertragungsfunktion zwischen der Leistung und der Reaktivität bei Nulleistung
h	Faktor 1 [ $\mathcal{V}\$$ ]
I	Übertragungsfunktion des Integriergliedes der Regelung
j	$\sqrt{-1}$
K	Proportionalitätsfaktor der Reglerübertragungsfunktion
K'	Def.Gl.(3.5)
Kr	Verstärkung der Reglerrückführung
k	Abschwächungsfaktor
l	Lebensdauer der prompten Neutronen
N	Symbol für das nichtlineare Element
$\mathcal{N}$	Beschreibungsfunktion des nichtlinearen Elementes
$n_r$	Realteil des Beschreibungsfunktion
$n_j$	Imaginärteil der Beschreibungsfunktion

p	Reaktorleistung (bzw. Neutronenfluß)	
R	inhärente Reaktivitätsrückkopplung eines Reaktors	
Re	Übertragungsfunktion des Reglers	
s	Variable der Laplace - Transformation ( $s = \sigma + j\omega$ )	
T	Periodendauer	
$T_f$	mittlere Brennstofftemperatur	
$T_m$	mittlere Moderatortemperatur	
t	Zeit	
$t_n$	mittlere Lebensdauer der verzögerten Neutronen	
$t_e$	Einschaltzeit des Reglers	
$t_a$	Abschaltzeit des Reglers	
$T_e$	Anklingzeit der Rückführung des Reglers	
$T_a$	Abklingzeit der Rückführung des Reglers	
$T_y$	Stellzeit des Reglers zum Durchlaufen des vollen Stellhubes	
u	Signal in der Ersatzschaltung für den Regler	
V (s)	Reaktorübertragungsfunktion	
$v_I$	Verstärkung der Integrierstufe des Reglers	
$y$	Signal am Reglerausgang bzw. Eintauchtiefe der Regelstäbe in den Reaktorkern	
$y_h$	voller Stellhub	
$y_1$	Ausgangssignal des Dreipunktschalters	
$y_{1h}$	maximale Stellgröße des Dreipunktschalters	
$x_w$	Reglereingangssignal	
$x_T$	tote Zone des Reglers	
$x_L$	Hysterese des Reglers	
$x_r$	Rückführsignal im Regler	
Z(A)	Amplitudenabhängiger Faktor der Reglerübertragungsfunktion Def.Gl.(3.19)	
$\tilde{\alpha}$	Definition Gleichung 2.11	} Variable der Parameterebene
$\hat{\alpha}$	Definition Gleichung 4.4	
$\tilde{\beta}$	Definition Gleichung 2.11	
$\hat{\beta}$	Definition Gleichung 4.4	
$\beta$	Anteil der verzögerten Neutronen	

$\theta$	mittlere Kühlmitteltemperatur
$\theta_e$	Kühlmitteleintrittstemperatur
$\theta_a$	Kühlmittelaustrittstemperatur
$\lambda$	Zerfallskonstante der Mutterkerne für verzögerte Neutronen
$\xi$	Reaktivität
$\sigma$	Realteil der Laplace - Variablen
$\tau_1$	Zeitkonstante für den Wärmeübergang vom Brennstoff zum Kühlmittel
$\tau_2'$	Zeitkonstante für den Wärmeübergang vom Moderator zum Kühlmittel
$\tau_2$	$\tau_1 + \tau_2'$
$\Omega$	Kreisfrequenz der Grenzyklen
$\omega$	Kreisfrequenz



L I T E R A T U R

- / 1 / T.W.Kerlin,G.C.Zwinglestein,B.R.Upadhyaya:  
Identification of Nuclear Systems,Nuclear Technology  
Vol.36 Nov.77,S.7 - 37 (1977)
- / 2 / B.Frogner,B.Friedländer,H.S.Rao:  
Methods for Identification of Dynamic Systems.Nuclear  
Science and Engineering 64,644 - 656 (1977)
- / 3 / T.W.Kerlin:  
Frequency Response Testing in Nuclear Reactors  
Academic Press,New York,London (1974)
- / 4 / H.Borgwaldt:  
Neutron Noise in a Reactor with an External Control  
Loop. Nukleonik 11,2 (1966)
- / 5 / H.Kataoka,M.Kabo:  
Identification of Transfer Function of Reactor Control  
System by Noise Analysis:Neutron Noise,Wave and Pulse  
Propagation,AEC Symp.Ser.No 9 Conf.66206 (1967)
- / 6 / W.Väth:  
Theoretische und experimentelle Untersuchungen von Rück-  
kopplungseffekten am Ein - Zonen - Reaktor und am gekop-  
pelten Zwei - Zonen - Reaktor KfK 2075 (Nov.1974)
- / 7 / N.Shimegi:  
Effect of Automatic Control System on Power Spectral Density  
of Neutron Fluctuations.Journal of Nuclear Science and  
Technology Vol.10. No 10 (Oct.1973)

- / 8 / M.Takano,Y.Ogawa:  
Stability of a Power Reactor with Multiple Transport Lags  
and Nonlinear Characteristics of Controller.Journal of  
Nuclear Science and Technology 13,8 S.432-411 (1976)
- / 9 / D.Siljak:  
Nonlinear Systems,The Parameter Analysis and Design.  
John Wiley & Sons,New York,London (1969)
- / 10 / P.Hoppe´:  
Analyse des Neutronenrauschens an natriumgekühlten Reak-  
toren zur Erkennung von Funktionsstörungen;  
KfK-Bericht Nr 2589 (1978)
- / 11 / P.Hoppe´,F.Mitzel:  
Berechnung,Messung und Analyse der Übertragungsfunktion  
zwischen der Reaktivität und der Leistung an der Kom-  
pakten Natriumgekühlten Kernenergieanlage KNK I  
KfK 2385 (1977)
- / 12 / L.Caldarola,P.Ferranti,F.Mitzel:  
Fast Reactor Transfer Functions with Special Reference to  
the Nonlinearities and to the Spatial Dependence of the  
Heat Transfer Process KfK 2027 (1974)
- / 13 / Sicherheitsbericht KNK I (1969) ,unveröffentlicht
- / 14 / Hartmann und Braun:  
Meß - und Regeltechnik ,Regelsystem Contronic,Dokumentation  
RC 011,Ausgabe April 1975
- / 15 / W.Böttcher:  
Vergleich von Dreipunktreglern mit linearer und nichtli-  
nearer Rückführung.Regelungstechnik Heft 7.12 S.297-304 (1964)

- / 16 / H.Schlitt:  
Theorie geregelter Systeme, Stochastische Vorgänge in linearen und nichtlinearen Regelkreisen. Vieweg & Sohn  
Braunschweig (1968)
- / 17 / Gelb & Vander Velde:  
Multiple-Input Describing Functions and Nonlinear System  
Design. McGraw-Hill New York (1968)
- / 18 / M.Edelmann:  
Two On-Line Methods for Routine Testing of Neutron and  
Temperature Instrumentation of Power Reactors. IAEA Specialists'  
Meeting on "Use of Computers for Protection Systems and  
Automatic Control". Neuherberg/München 11-13 May (1976)

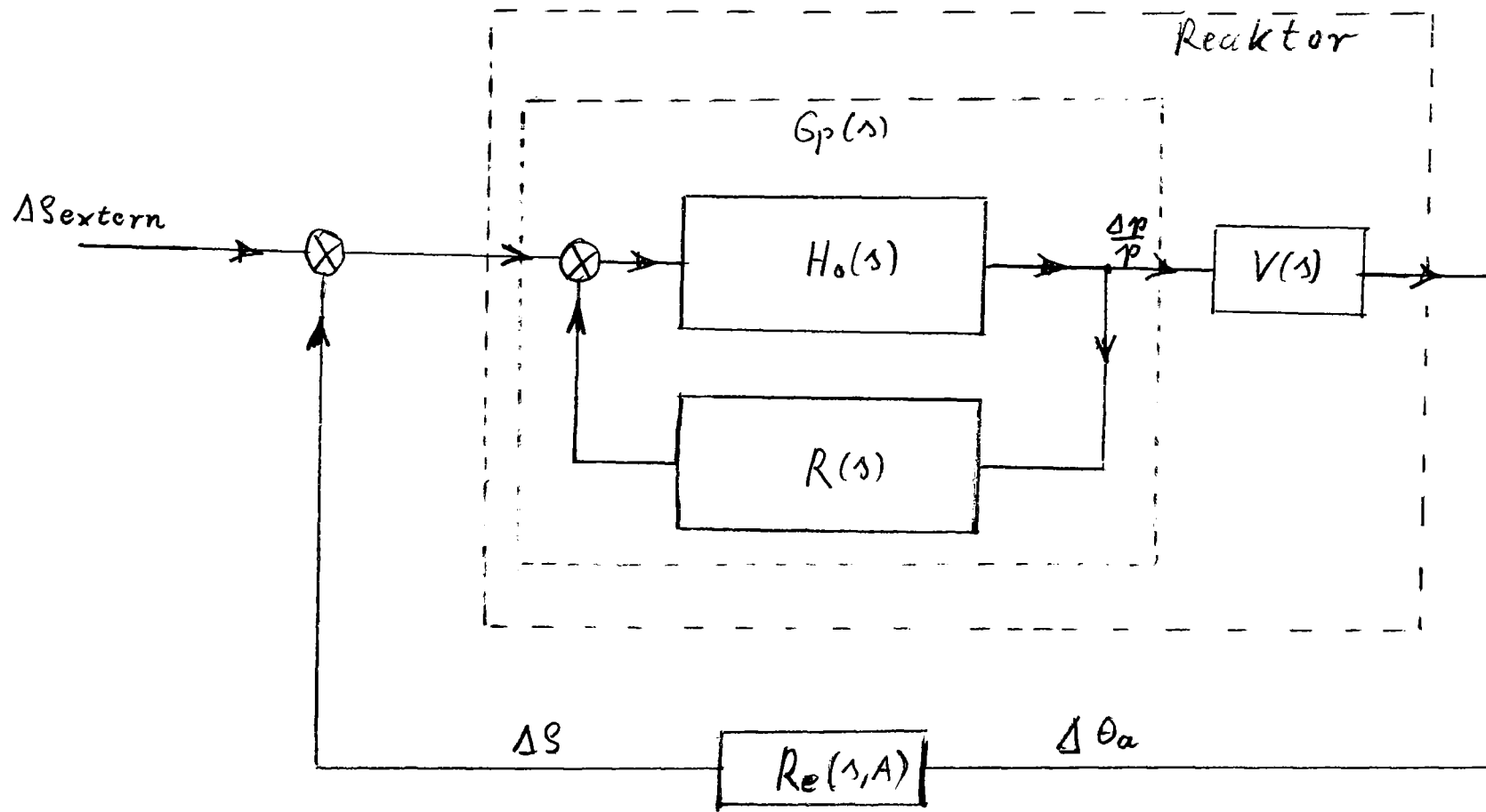


Abb.1 Blockschaltbild für den Reaktor (KNK I) mit Reaktivitätsregelung

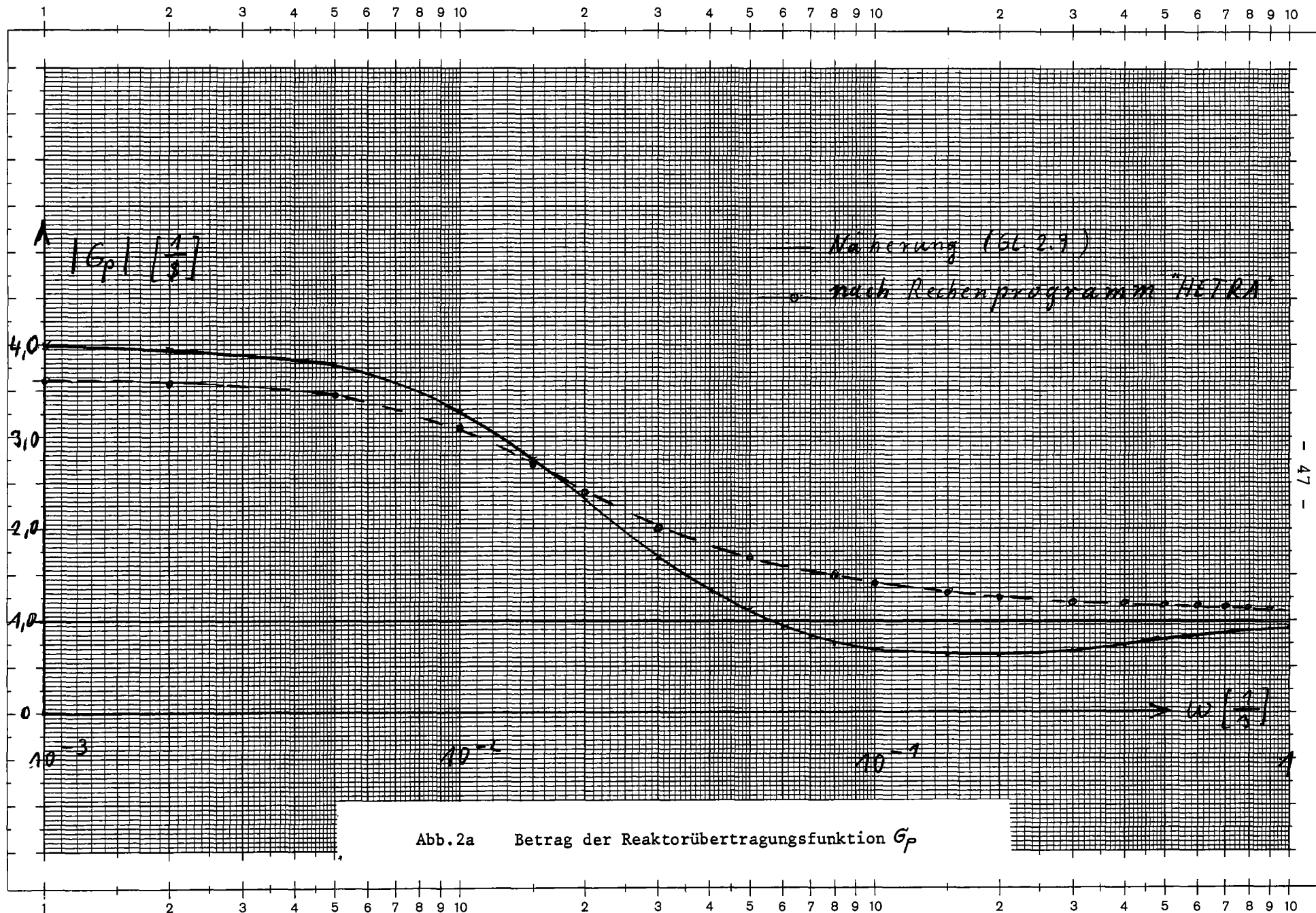


Abb. 2a Betrag der Reaktorübertragungsfunktion  $G_p$

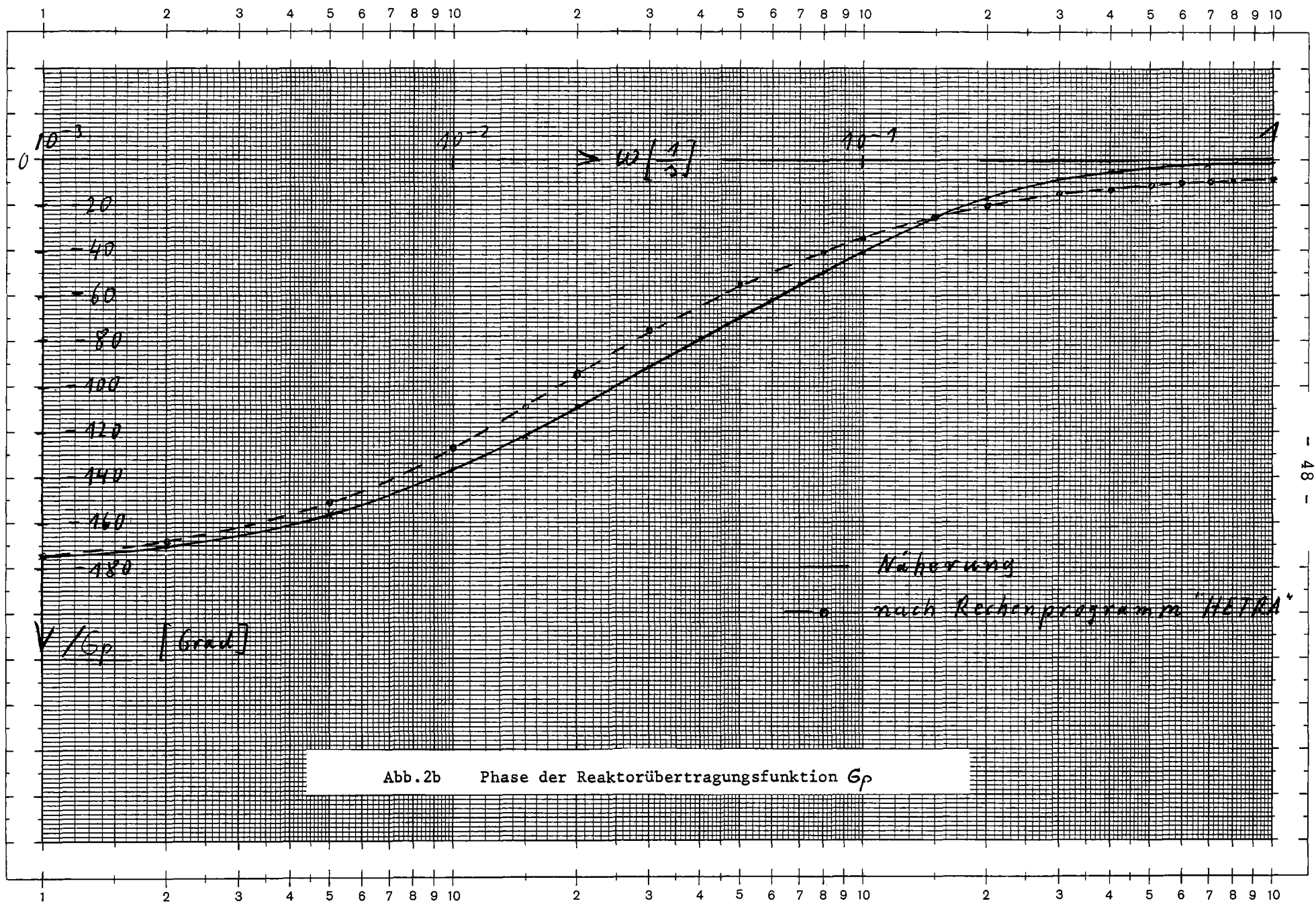


Abb.2b Phase der Reaktorübertragungsfunktion  $G_p$

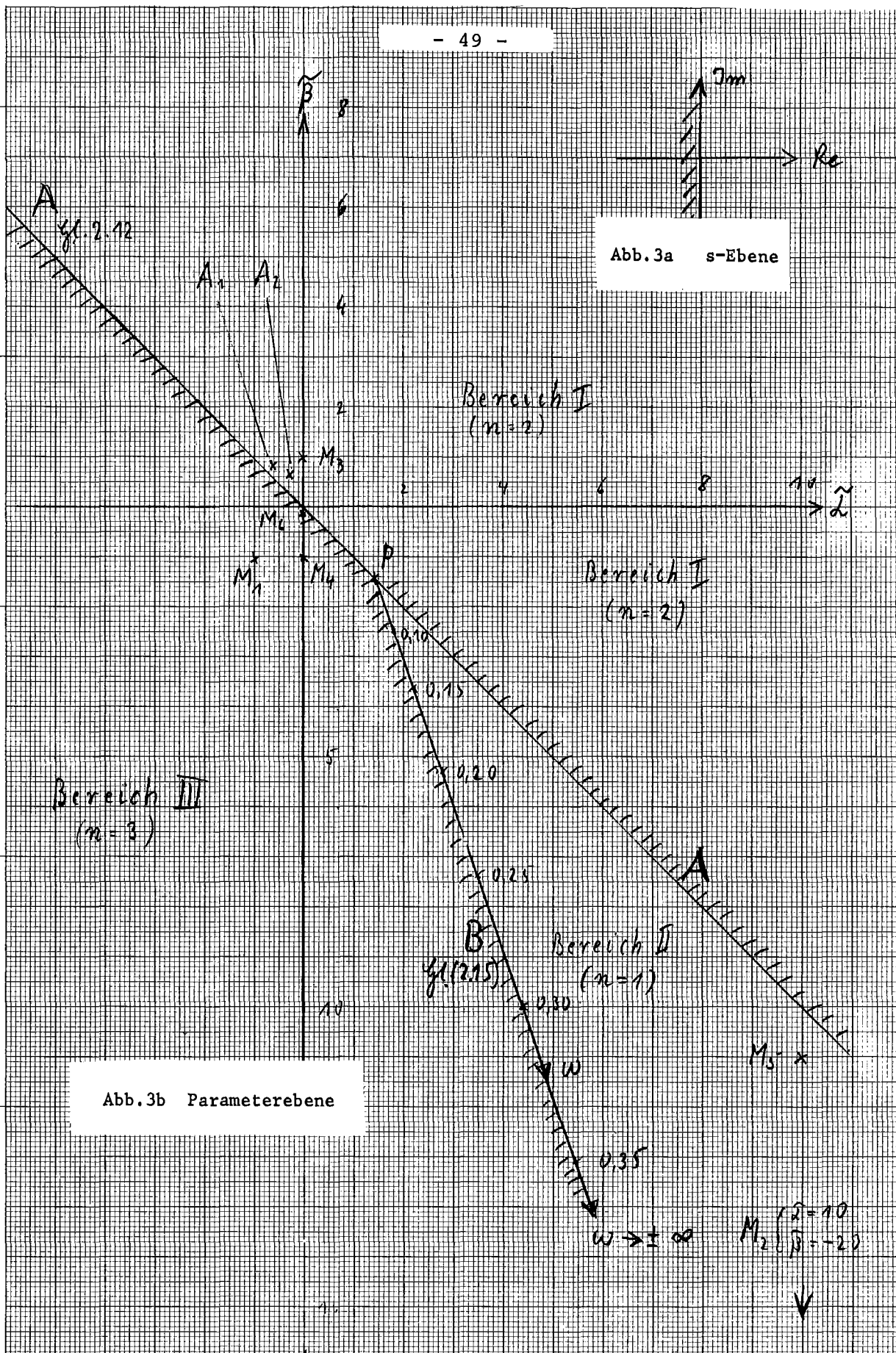


Abb. 3 Parameterdarstellung für das vereinfachte Modell des unregulierten Reaktors ( $n$  = Anzahl der Wurzeln in der linken Hälfte der s-Ebene)

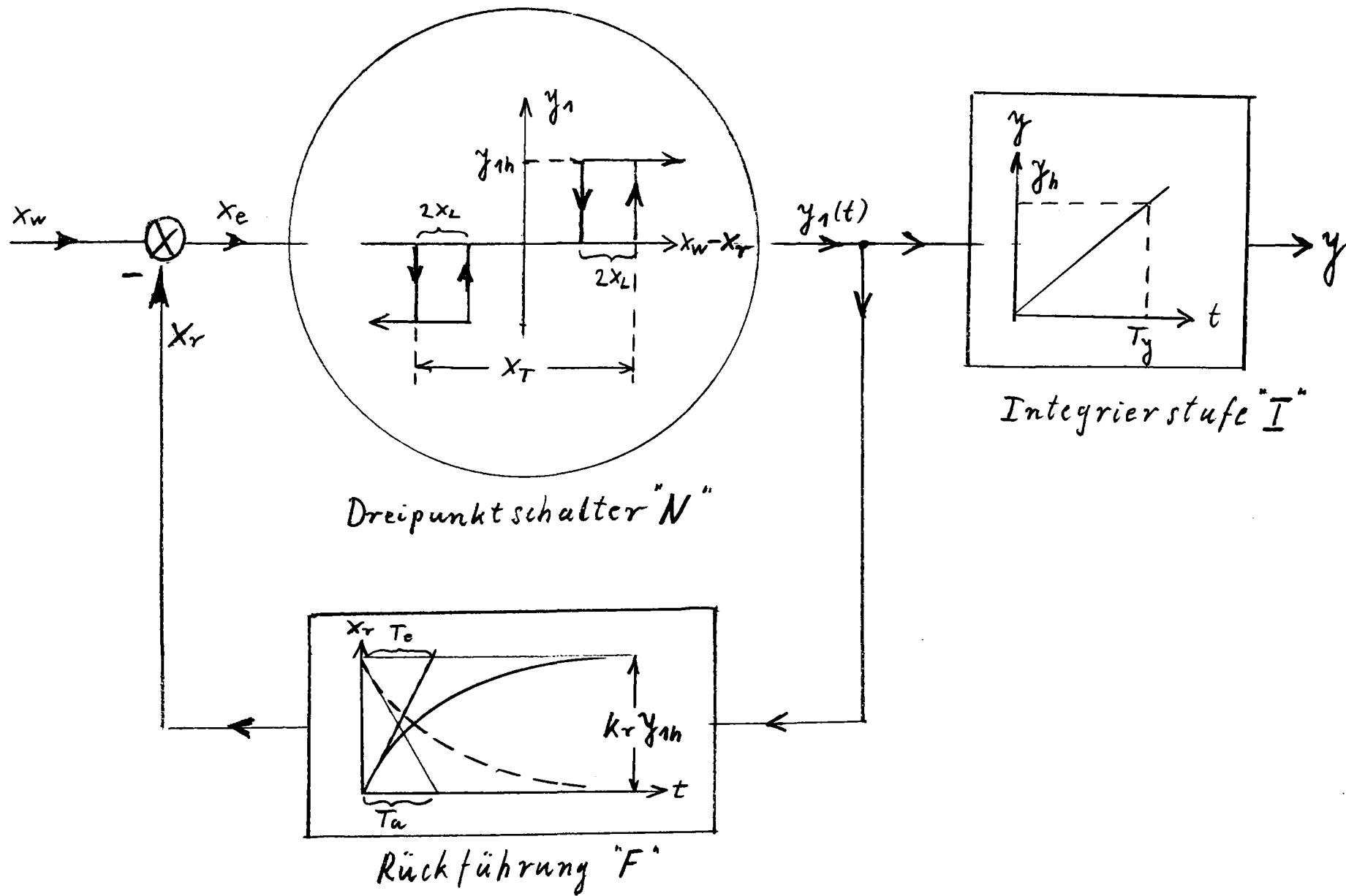


Abb.4 Blockschaltbild des Reglers



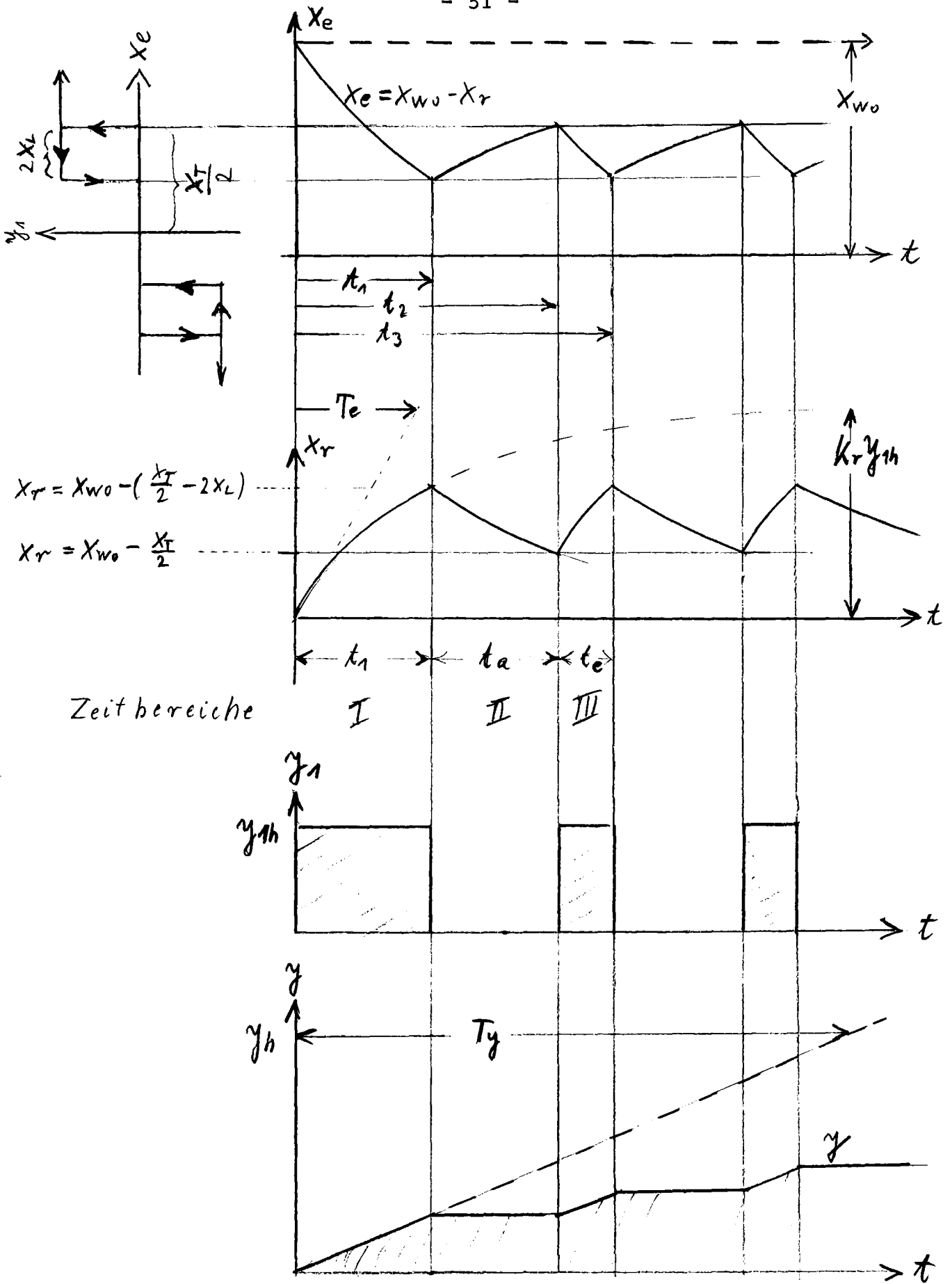


Abb.5 Wirkungsweise des Dreipunktreglers bei sprungförmigem Eingangssignal

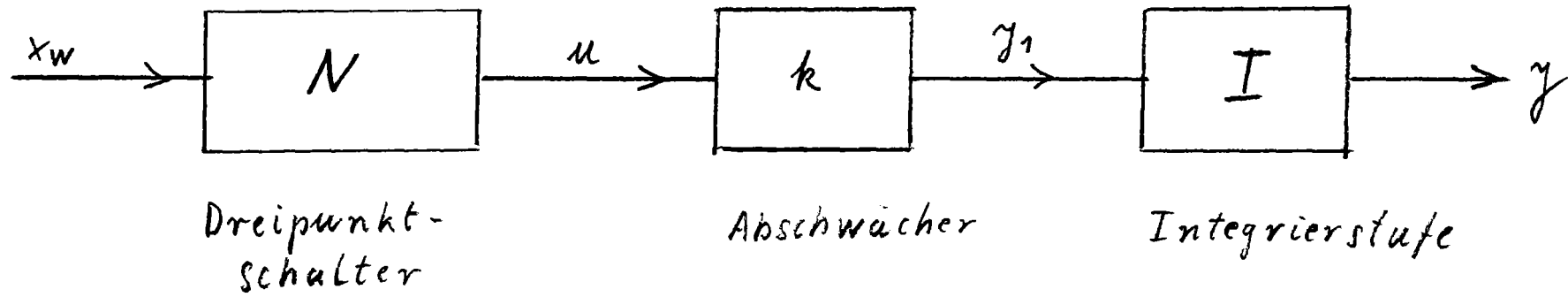
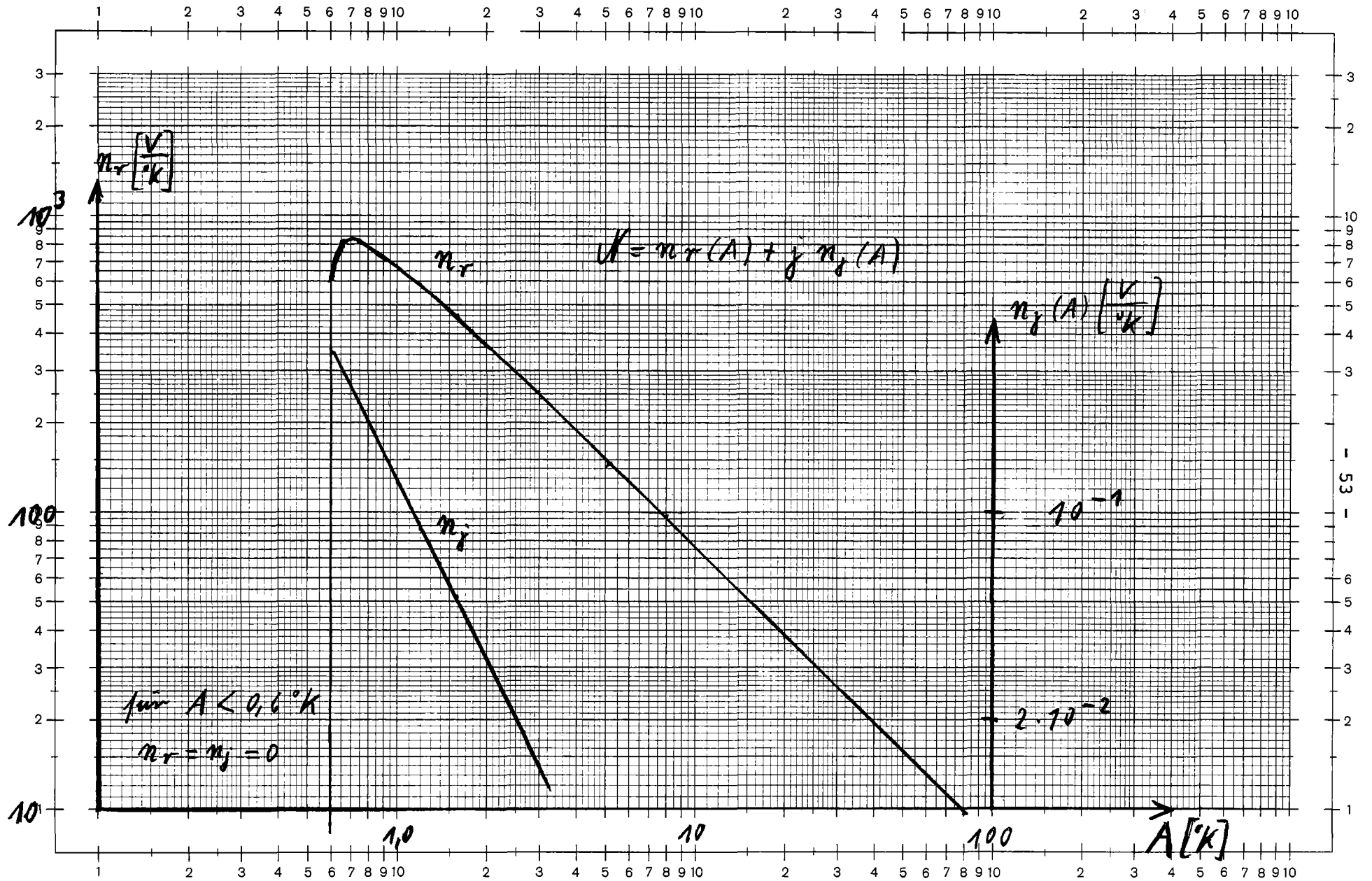


Abb.6 Ersatzschaltung für den Regler



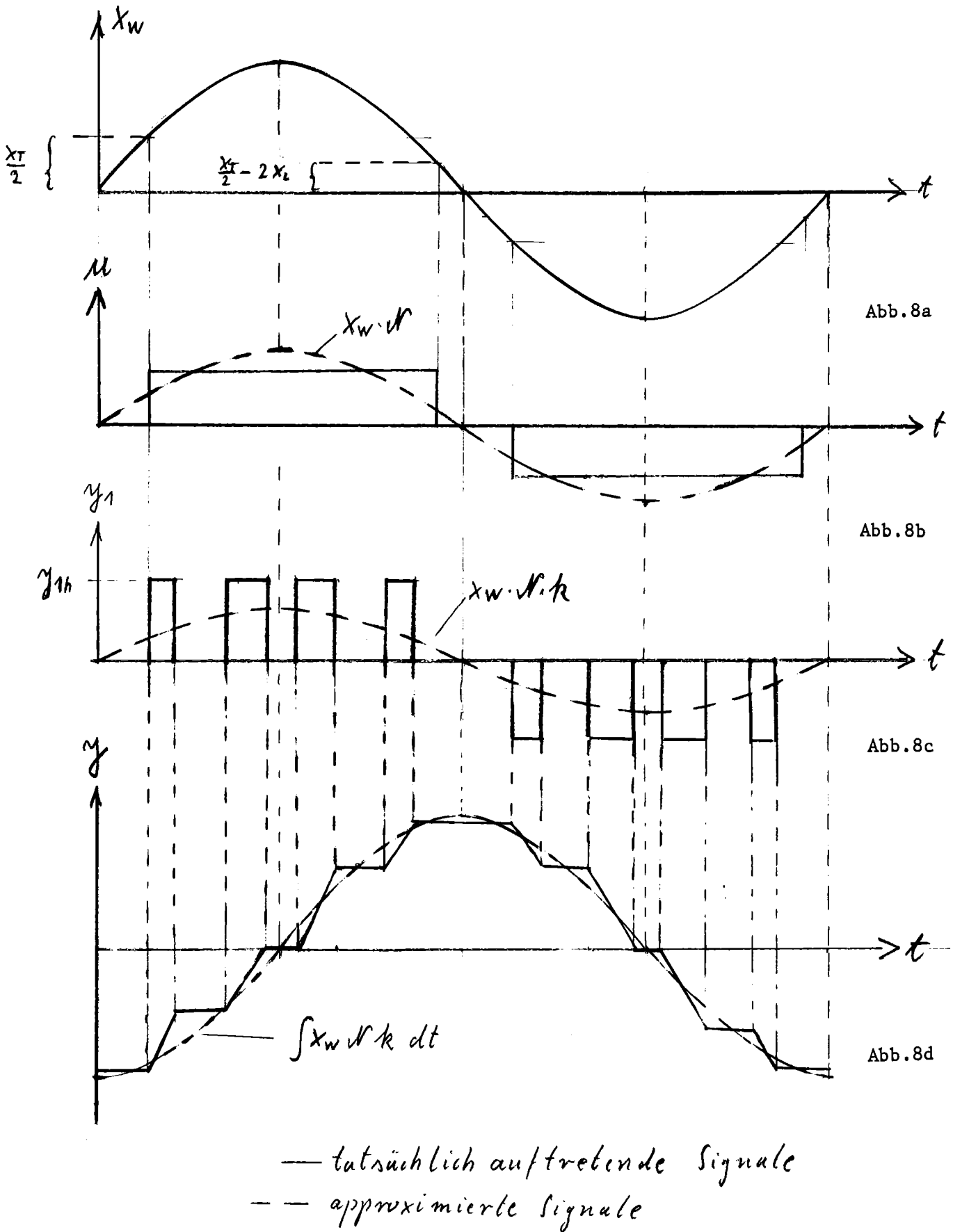


Abb. 8 Antwortsignale in der Ersatzschaltung auf ein sinusförmiges Eingangssignal. Vergleich zwischen den tatsächlich auftretenden und den approximierten Signalen.

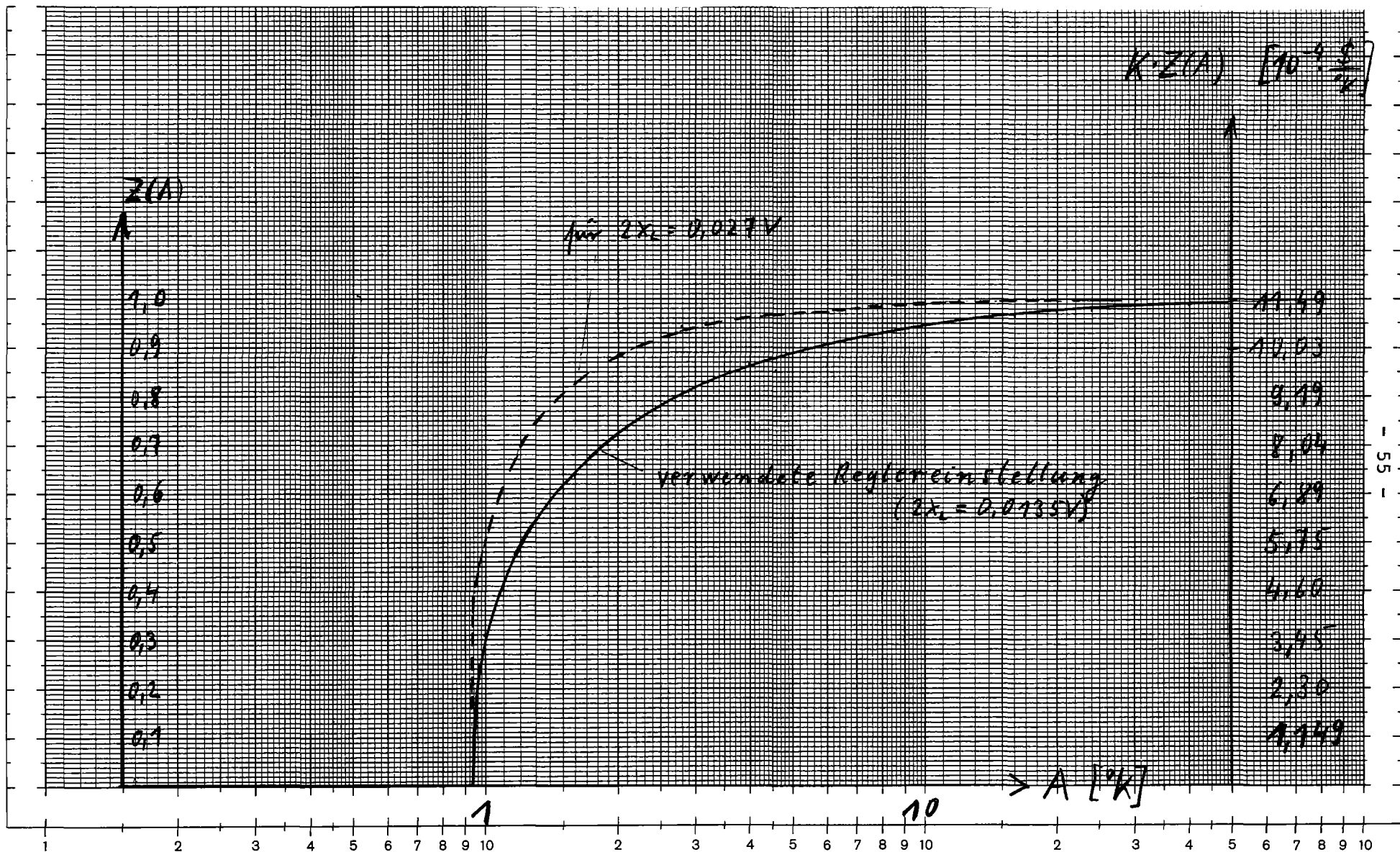


Abb.9 Einfluß der Amplitude auf die approximierte Beschreibungsfunktion für den Regler

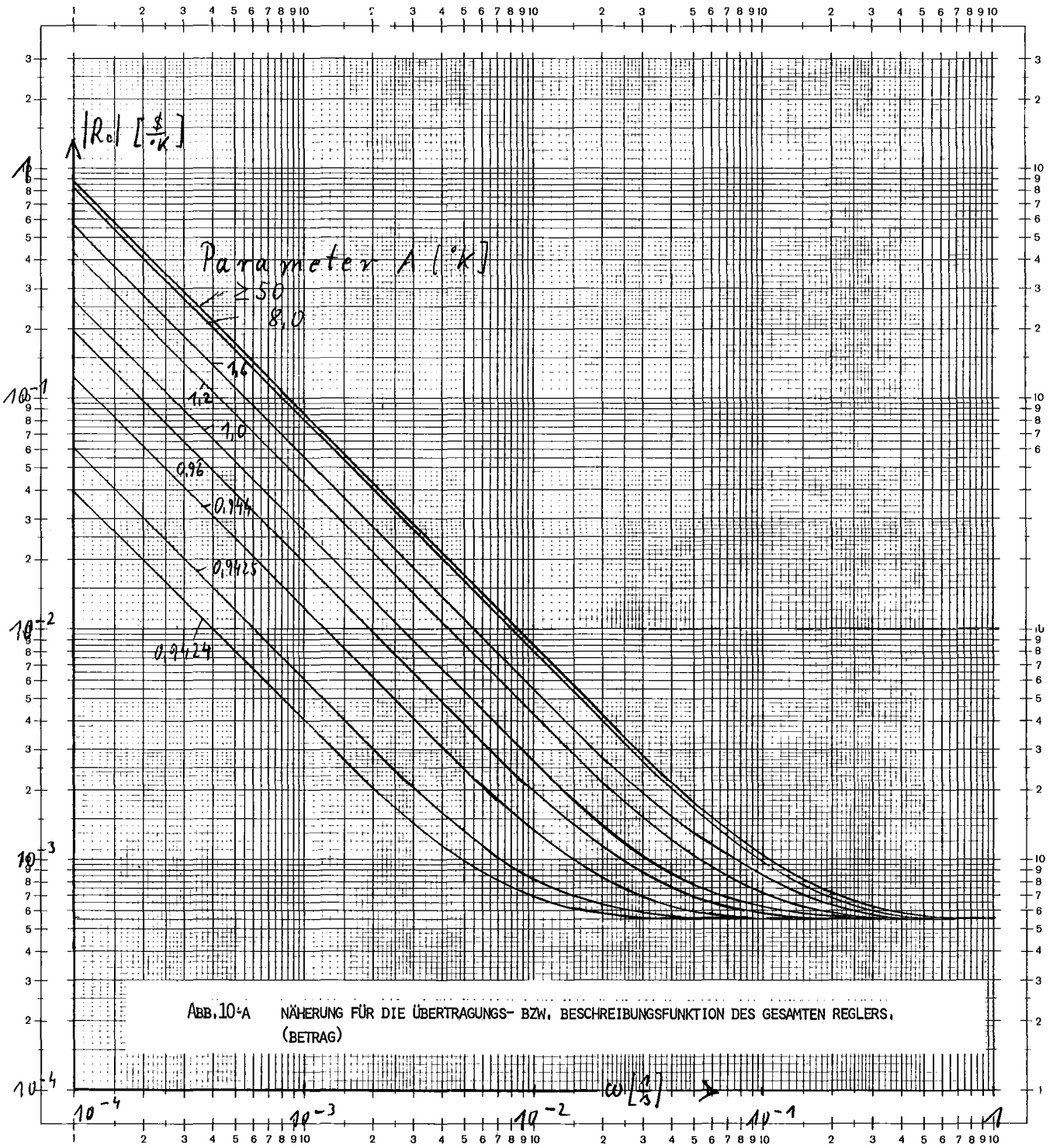


Abb. 10+A NÄHERUNG FÜR DIE ÜBERTRAGUNGS- BZW., BESCHREIBUNGSFUNKTION DES GESAMTEN REGLERS.  
(BETRAG)

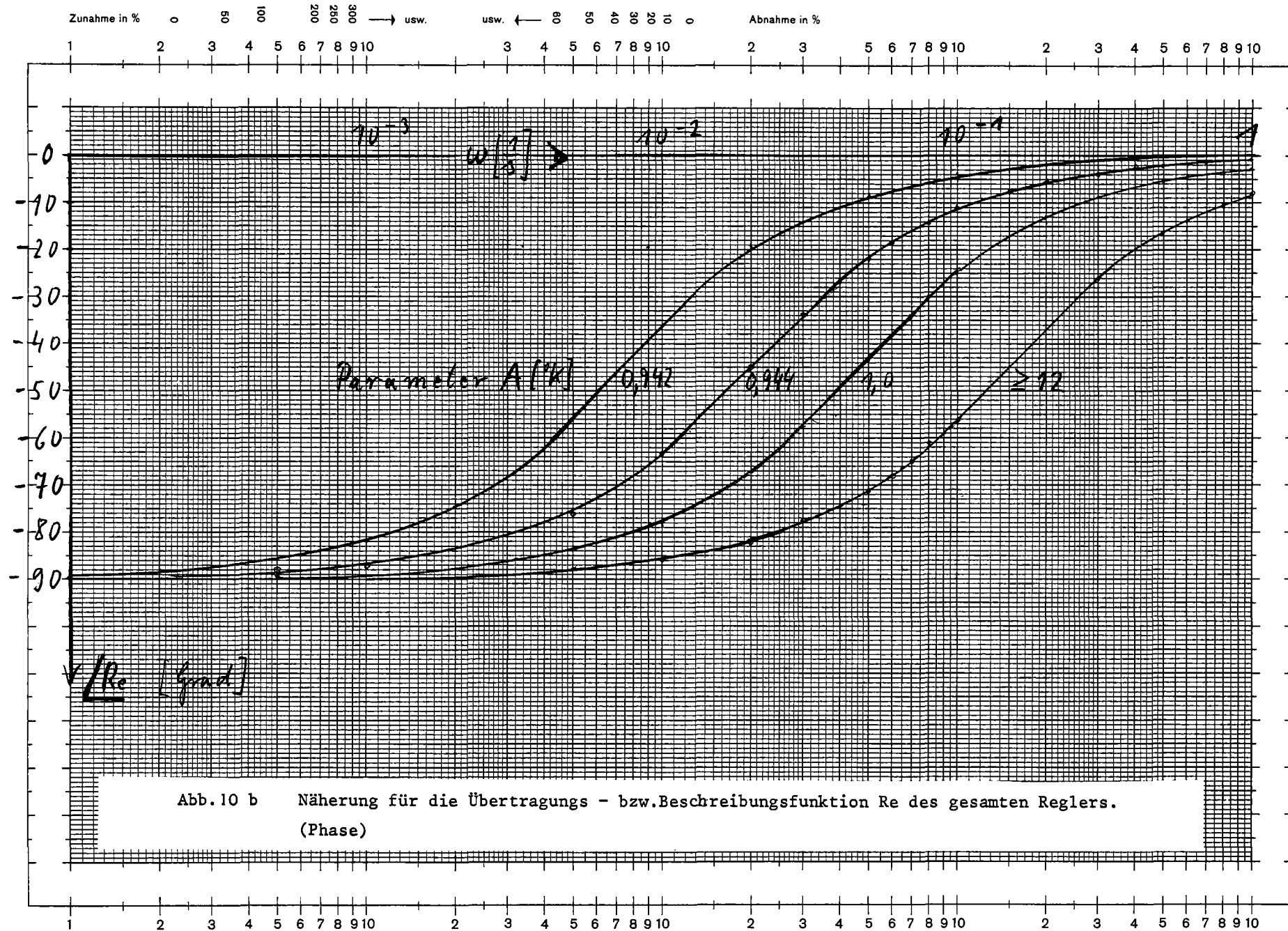


Abb.10 b Näherung für die Übertragungs - bzw. Beschreibungsfunktion  $Re$  des gesamten Reglers.  
(Phase)

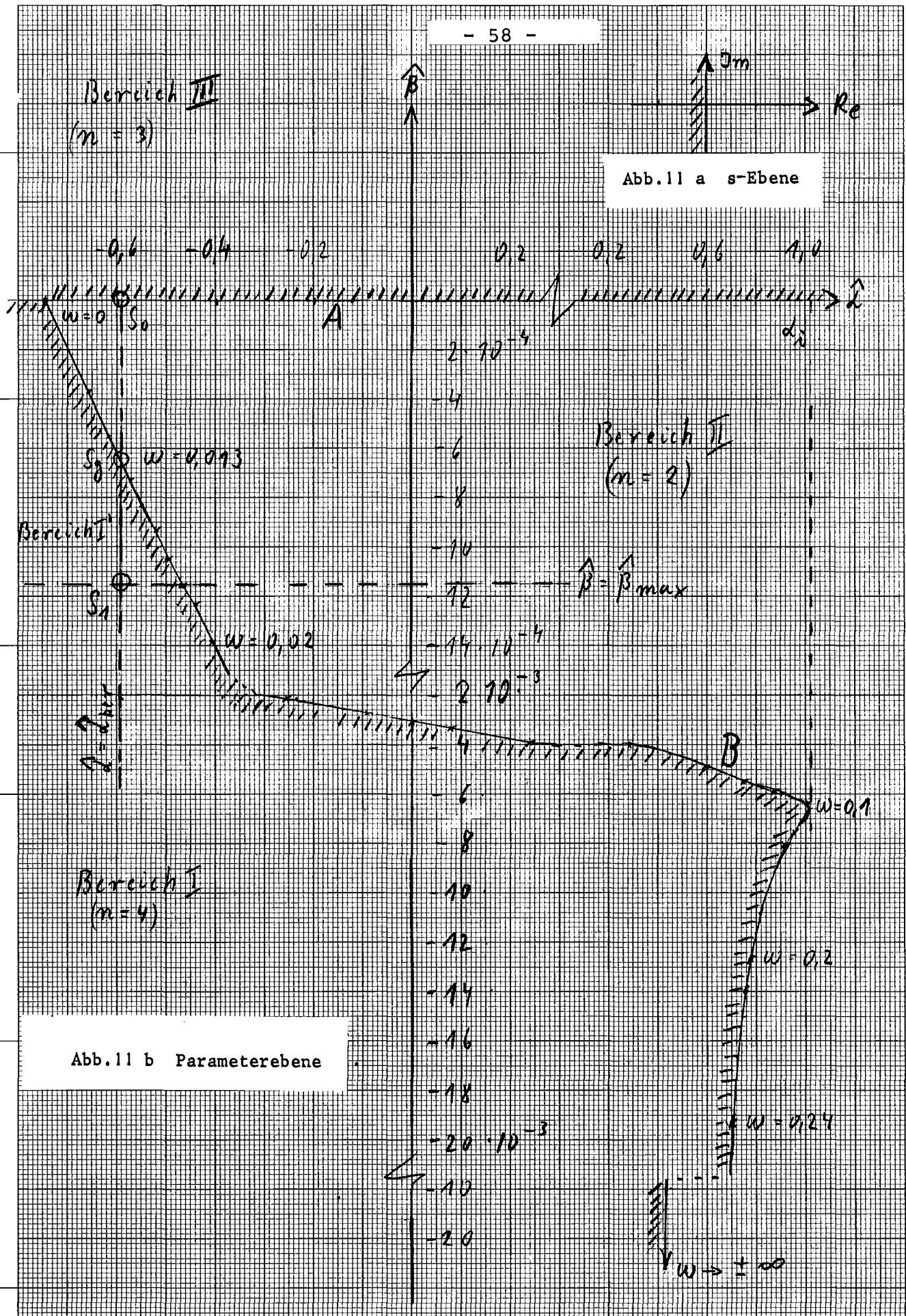


Abb. 11 b Parameterebene

Abb. 11 Parameterdarstellung für den geregelten Reaktor bei Volleistung  
( $n$  = Anzahl der Wurzeln in der linken Hälfte der s-Ebene)



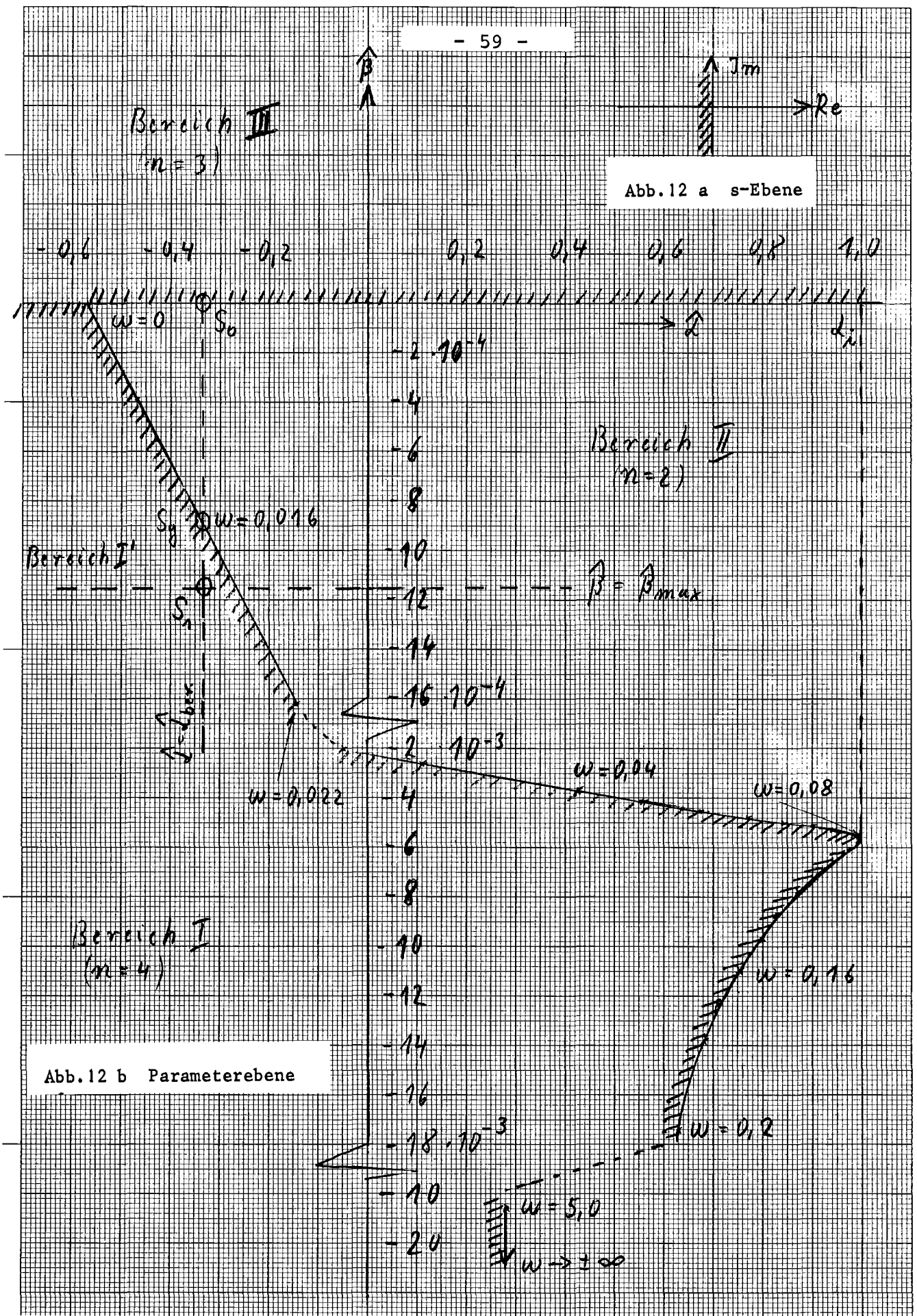


Abb.12 Parameterdarstellung für den geregelten Reaktor bei 40% Leistung (n = Anzahl der Wurzeln in der linken Hälfte der s-Ebene)

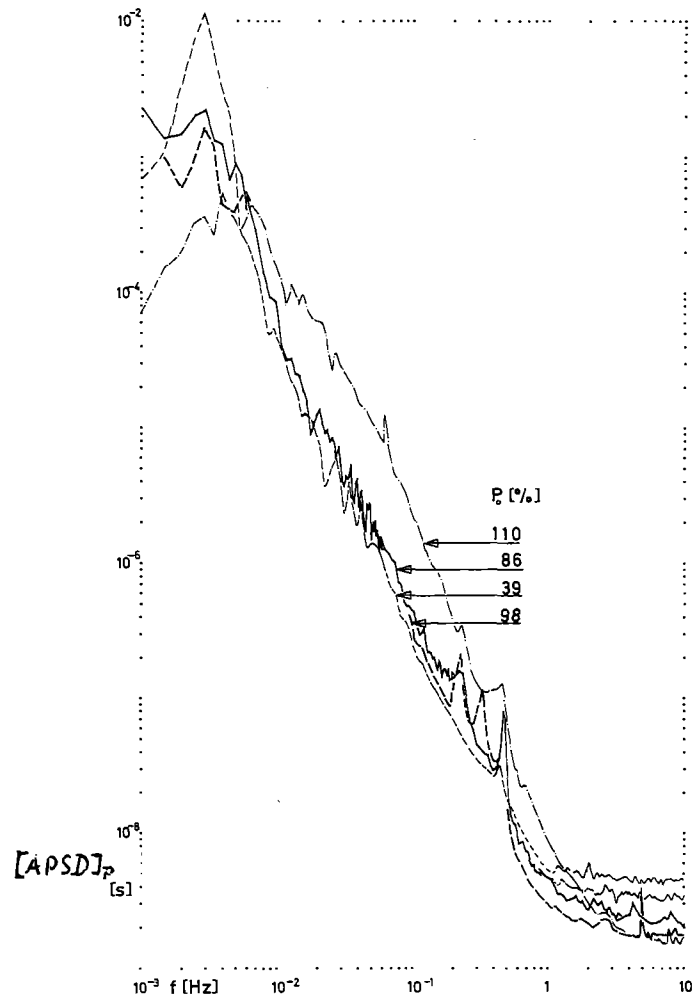


Abb.13 Spektrale Leistungsdichte  $[APSD]_p$  des Neutronenflusses bei verschiedenen Reaktorleistungen

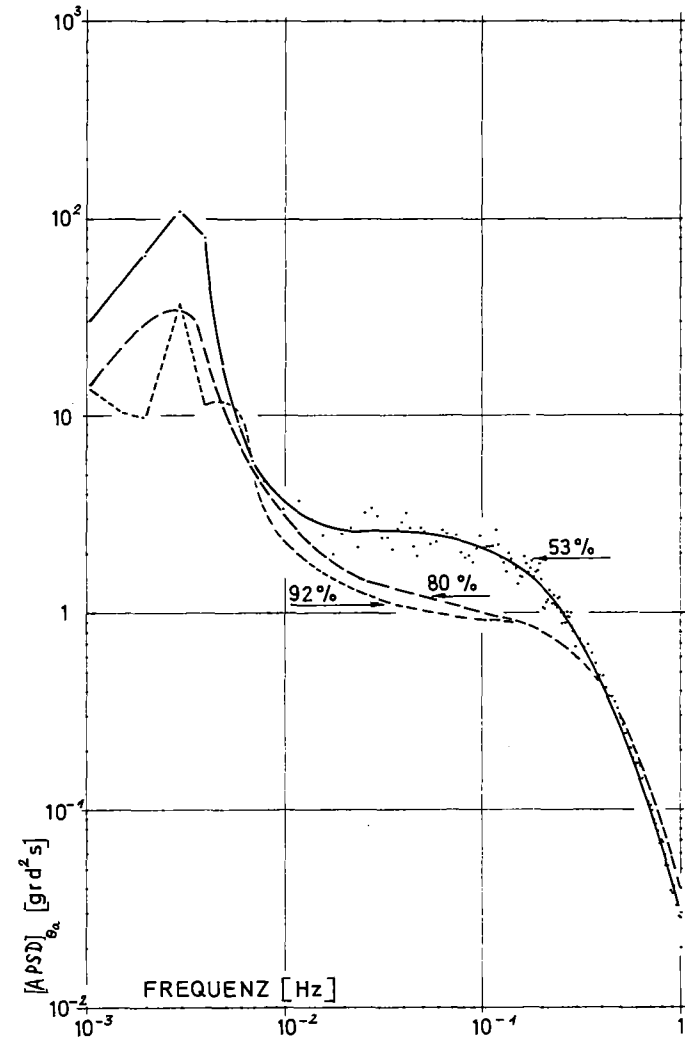


Abb.14 Spektrale Leistungsdichte  $[APSD]_{\theta_a}$  der Kühlmittelaustrittstemperatur bei verschiedenen Reaktorleistungen