

KfK 2688
August 1978

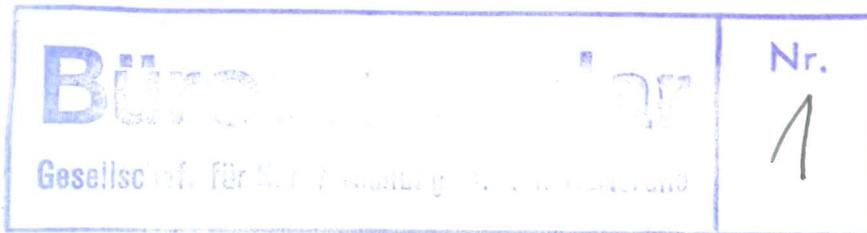
Zum Zusammenhang zwischen Eigenschaften und Gefügestruktur mehrphasiger Werkstoffe

G. Ondracek
Institut für Material- und Festkörperforschung

Kernforschungszentrum Karlsruhe

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE
Institut für Material- und Festkörperforschung

KfK 2688



Zum Zusammenhang zwischen Eigenschaften und
Gefügestruktur mehrphasiger Werkstoffe

Gerhard Ondracek *

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH., Karlsruhe

*

gleichzeitig Lehrbereich Werkstoffkunde für Wirtschaftsingenieure der Fakultäten für Maschinenbau und Wirtschaftswissenschaften der Universität Karlsruhe

Zusammenfassung

Zum Zusammenhang zwischen Eigenschaften und Gefügestruktur mehrphasiger Werkstoffe

Der elektrische Widerstand, der Elastizitätsmodul und der thermische Ausdehnungskoeffizient mehrphasiger Werkstoffe hängen von deren Gefügestruktur, d.h. der Geometrie und geometrischen Anordnung ihrer Phasen ab. Die vorliegende Arbeit behandelt in vier Teilen die Ableitung und experimentelle Prüfung quantitativer Beziehungen zwischen diesen Eigenschaften und der Gefügestruktur.

Einleitend wird der Kenntnisstand zum Problem zusammengefaßt und die quantitative Beschreibung der Gefügestruktur aus Meßdaten erörtert. Die Meßdaten werden mit Hilfe der quantitativen Gefügeanalyse ermittelt. Anschließend wird die Ableitung der Gleichungen beschrieben, die die Abhängigkeit des elektrischen Widerstandes, des Elastizitätsmoduls und des thermischen Ausdehnungskoeffizienten zweiphasiger Werkstoffe quantitativ erfassen. Berechnete Werte werden verglichen mit zahlreichen experimentellen Werten zweiphasiger Werkstoffe. Da die Gleichungen auch auf poröse Werkstoffe anwendbar sind, wird auch für diese ein entsprechender Vergleich durchgeführt. Die Arbeit schließt mit einer allgemeinen und ingenieurmäßigen Einschätzung der Ergebnisse:

die Kenntnis von Gefüge-Eigenschaftsgleichungen

- ermöglicht Eigenschaftsbestimmungen ohne Eigenschaftsmessung aus Daten der quantitativen Gefügeanalyse und erweitert damit die konventionelle Qualitätskontrolle
- ermöglicht die Vorausberechnung von Eigenschaftsverbesserungen durch Gefügeoptimierung ("maßgeschneiderte Werkstoffe")
- vertieft das physikalische Verständnis der Eigenschaften mehrphasiger Werkstoffe.

Als Manuskript eingereicht am 18.09.1978

Abstract

On the Relationship Between the Properties and the Microstructure of Multiphase Materials

The electrical resistivity, Youngs modulus of elasticity and the thermal expansion coefficient of multiphase materials depend on their microstructure, that is on the geometry and geometrical arrangement of their phases. The present contribution in four parts deals with the derivation and experimental confirmation of quantitative relationships between properties and microstructure. It is introduced by summarizing the state-of-the-art to the problem and considering the microstructure description quantitatively from data measured by quantitative microstructural analysis. The derivation of microstructure-property-equations follows providing the interrelationship between the microstructure of two phase materials including porous materials and their electrical resistivity, Youngs modulus of elasticity and thermal expansion coefficient. Calculated properties are compared to those measured for two phase materials including porous materials. Finally a general and engineering evaluation is made saying, that the knowledge of microstructure-property-equations

- provides the basis to determine properties by quantitative microstructural analysis without measuring them so extending the conventional quality control
- opens the way to pre-calculate property improvements by optimizing the microstructure ("taylor-made-materials")
- provides a better insight physically to the properties of multiphase materials.

Inhalt

0. Vorwort

(G. Ondracek)

I. Zielsetzung, Kenntnisstand und stereologische Beschreibung der Gefügestruktur (G. Ondracek)

I.1 Einleitung

I.2 Zielsetzung und Kenntnisstand

I.3 Zur Beschreibung der Gefügestruktur

Danksagung und Literaturverzeichnis

II. Gefügestruktur und spezifischer elektrischer Widerstand (G. Ondracek)

II.1 Zur Theorie des Zusammenhangs zwischen Gefügestruktur und spezifischen elektrischen Widerstand

II.2 Vergleich zwischen berechneten und experimentellen Werten des spezifischen elektrischen Widerstandes zweiphasiger Werkstoffe

III. Gefügestruktur und Elastizitätsmodul (G. Ondracek)

III.1 Zur Theorie des Zusammenhangs zwischen Gefügestruktur und Elastizitätsmodul

III.2 Vergleich zwischen berechneten und experimentellen Werten des Elastizitätsmoduls zweiphasiger Werkstoffe

IV. Gefügestruktur und thermischer Ausdehnungskoeffizient (S. Nazare, G. Ondracek)

IV.1 Zur Theorie des Zusammenhangs zwischen Gefügestruktur und linearem Ausdehnungskoeffizienten

IV.2 Vergleich zwischen berechneten und experimentellen Werten des linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten zweiphasiger Werkstoffe

Schlußfolgerungen

V o r w o r t

Das Erscheinen aller vier Teile der vorliegenden Arbeit hat einen gewissen Zeitraum in Anspruch genommen. Inzwischen wurden weitere Rechnungen und Experimente durchgeführt, die noch nicht abgeschlossen und veröffentlicht sind. Sie erlauben jedoch im einzelnen weitergehende Einschätzungen der Problematik des Gefüge-Eigenschafts-Zusammenhangs, als sie zum Zeitpunkt des Drucks der vorliegenden Arbeit möglich waren. Dieses Vorwort soll diesen Ergebnissen Rechnung tragen, gleichzeitig zusammenfassen und Hinweise auf Berichtigungen geben.

Die Eigenschaften mehrphasiger Werkstoffe hängen von den Eigenschaften ihrer Phasen und ihrer Gefügestruktur (Geometrie und geometrische Anordnung der Gefügebestandteile) ab. Diese Abhängigkeit für den elektrischen Widerstand, Elastizitätsmodul und thermischen Ausdehnungskoeffizienten zweiphasiger Werkstoffe quantitativ zu erfassen war das Ziel dieser Arbeit. Durch eine umfangreiche Literaturlauswertung sowohl hinsichtlich der Theorie des Zusammenhangs der Eigenschaften und Gefügestruktur als auch experimenteller Werte sowie die Weiterentwicklung theoretischer Ansätze und eigene Messungen wurde der Vergleich errechneter und gemessener Eigenschaftswerte für bestimmte Gefügestrukturen möglich. Danach ergibt sich derzeit folgende Einschätzung der Problematik:

- die Abhängigkeit der genannten Eigenschaften zweiphasiger Werkstoffe von ihrer Gefügestruktur ist theoretisch über Gefüge-Eigenschaftsgleichungen erfaßbar, in die der Gefügeeinfluß durch Gefügefaktoren eingeht.
- für Einlagerungsgefüge ergeben sich die Gefügefaktoren aus Gefügestrukturparametern zur Konzentration der Phasen, sowie der Form und Orientierung der Teilchen der eingelagerten Phase
- für bestimmte Randbedingungen, wie beispielsweise isotrope Werkstoffe, ergeben sich für die Gefügefaktoren mathematisch Wertepaare, zwischen denen der reale Eigenschaftswert liegen muß (Grenzwertkonzept)

- bei Unkenntnis oder Fehlen definierbarer Randbedingungen können die Gefügefaktoren durch Messung von Gefügeparametern und stereologische Rechnung ("Quantitative Gefügeanalyse", siehe Band 8, Sonderbände der Praktischen Metallographie, Dr. Riederer Verlag Stuttgart 1978, Seite 103) bestimmt werden. Mit Näherungslösungen (Gleichung 3) führt dies sogar zu eindeutigen Gefügefaktoren für gemessene Gefügeparameter. Jedoch sind diese so störanfällig gegenüber Messungenauigkeiten der quantitativen Gefügeanalyse, daß auch hier die - in der vorliegenden Arbeit noch nicht diskutierte* - Angabe von Wertepaaren für jeden Gefügefaktor der realistischere Weg sein dürfte. Diese Wertepaare liefern die Grenzwerte der Gefügefaktoren, zwischen denen die Werte für das reale Gefüge liegen müssen. Mit ihnen ergeben sich für jede Eigenschaft und jede Konzentration der Phasen Grenzkurven für die Konzentrationsfunktion der Eigenschaften zweiphasiger Werkstoffe, zwischen denen die realen Eigenschaftswerte liegen müssen.
- für die praktische Anwendung der Grenzkurvengleichungen beispielsweise
 - zur Abschätzung von Eigenschaften bei Zustandsbedingungen, die eine direkte Eigenschaftsmessung nicht zulassen oder schwierig und daher aufwendig und/oder ungenau machen oder
 - zur Erweiterung der konventionellen gefügeanalytischen Qualitätskontrolle zur quantitativen Gefügecharakterisierung mit berechneten Eigenschaftsangaben
 - zur Berechnung des Porositätseinflusses auf die Eigenschaften poröser Werkstoffe durch Behandlung der Poren als eine Phase

sind am besten geeignet und am weitesten entwickelt bisher die Beziehungen für Feldeigenschaften (z.B. elektrischer Widerstand, Wärmeleitfähigkeit). Beim Elastizitätsmodul ist eine allgemeine, mathematisch übersichtliche und widerspruchsfreie Gefüge-Eigenschaftsgleichung bisher nicht verfügbar. Die Gleichungen sind auf spezielle Randbedingungen, wie z.B. den isotropen Werkstoff, beschränkt und unterschiedlich zuverlässig. Während die Gleichungen 37 bis 42 für die Spezialfälle des Gefüge-Elastizitätsmodul-Zusammenhangs isotroper zweiphasiger Werkstoffe sowohl in der Herleitung als auch beim Test von Grenzübergängen keinen Anlaß zu Zweifeln bieten - sie wurden daher dem Vergleich mit experimentellen Werten und der Ableitung der Porositätsabhängigkeit des Elastizitätsmoduls bei geschlossenen, sphärischen Poren (Gleichung 45, siehe auch im folgenden "Preface") zugrundegelegt - führten neuere, in der vorliegenden Arbeit noch nicht ausgeführte*, Fallstudien an der allgemeineren Gleichung für den Gefüge-Elastizitätsmodul isotroper Werkstoffe nach Tai Te Wu über ihre programmierten Terme (Gleichungen 26 bis 36) bisher nicht zu eindeutigen, zweifelsfreien Ergebnissen. So wird beispielsweise der Elastizitätsmodul für den zweiphasigen Werkstoff nicht identisch mit demjenigen der eingelagerten Phase, wenn die Konzentration der Matrixphase Null wird und unabhängig von der Form der eingelagerten Phasenteilchen ergeben sich lineare Konzentrationsabhängigkeiten des Elastizitätsmoduls z.B. für $E_D/E_M = 10$, $\nu_D = \nu_M = 0,2$. Dies ist nicht in

* Zum Vortrag vorgesehen auf dem "Third Int. Symposium on Continuum Models of Discrete Systems" (CMDS 3), Bad Honnef, 1979

Übereinstimmung mit den von Tai Te Wu in der Originalarbeit mitgeteilten Ergebnissen.

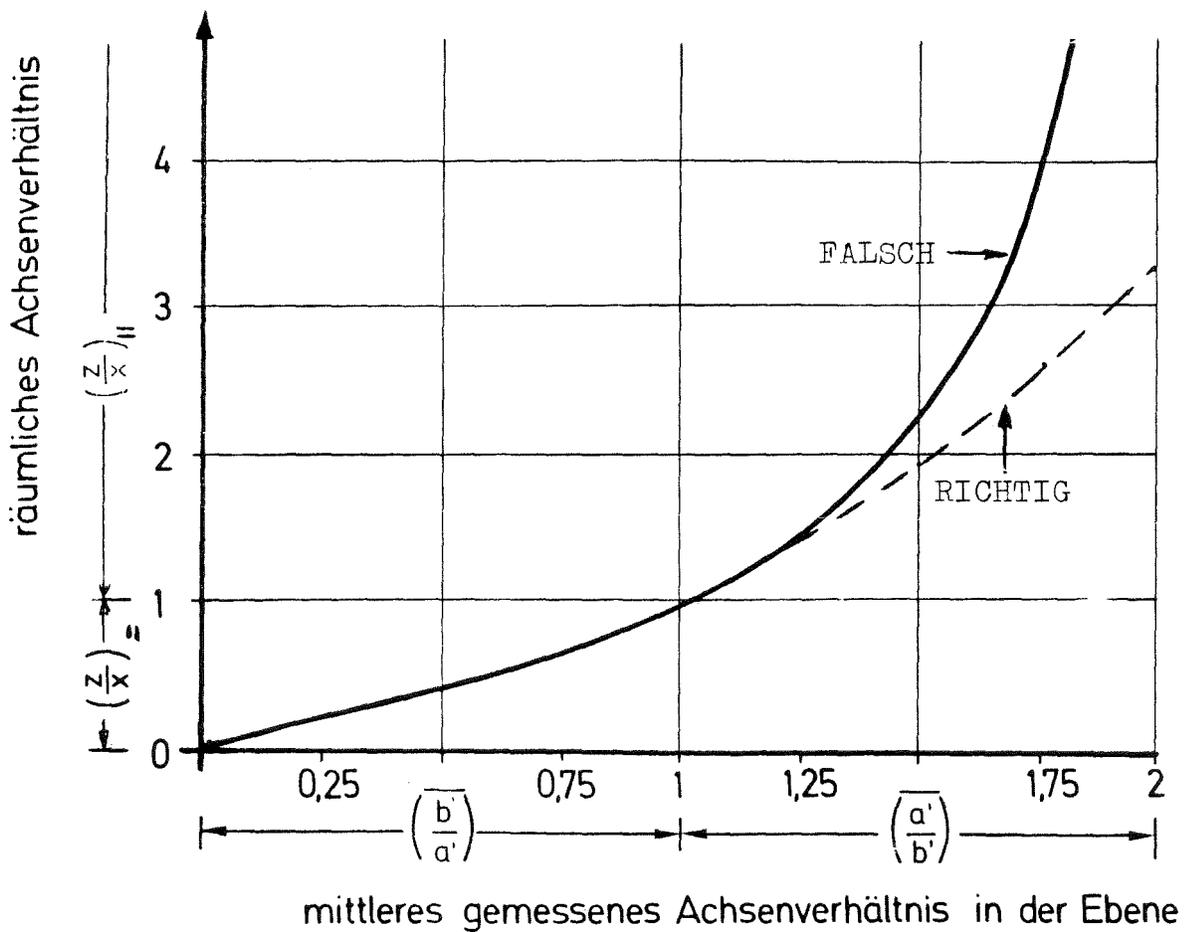
Die Lösung dieser Fragen sowie die Entwicklung einer allgemeinen Gefüge-Elastizitätsmodul-Gleichung steht für zukünftige Arbeiten an.

Schließlich sind einige Korrekturen nachzutragen:

Gleichung 3 muß richtig heißen:

$$n_{\perp} = \frac{6 \cdot c_D \left[\left(\frac{\bar{b}'}{a'} \right) \cdot a_{11} + \left(\frac{\bar{a}'}{b'} \right) \cdot b_{\perp} \right] - 2N'_A \cdot \pi \cdot a_{11} b_{\perp}^2}{\pi (a_{\perp}^2 b_{\perp}^2 - a_{11} b_{\perp}^2) \cdot 2N'_A} \quad (3)$$

und in Abbildung 3 ist der Kurvenverlauf gemäß der gestrichelten Linie zu korrigieren:



In Gleichung 19 und Gleichung 20 müssen die Terme

$$\frac{1-\cos^2\alpha_D}{F_D} + \frac{\cos^2\alpha_D}{2F_D} \quad \text{und} \quad \frac{1-\cos^2\alpha_D}{F_D^{-1}} - \frac{\cos^2\alpha_D}{2F_D}$$

als Exponenten erscheinen. Die Gleichungen müssen richtig heißen:

$$\rho_C = \rho_M [1-c_D] \left[\frac{1-\cos^2\alpha_D}{F_D} + \frac{\cos^2\alpha_D}{1-2F_D} \right] \quad (19)$$

$$\rho_C = \rho_M [1-c_D] \left[\frac{1-\cos^2\alpha_D}{F_D^{-1}} - \frac{\cos^2\alpha_D}{2F_D} \right] \quad (20)$$

Aus ihnen ergibt sich auch die Gleichung der Porositätsabhängigkeit des spezifischen elektrischen Widerstandes zweiphasiger Werkstoffe bei geschlossenen, sphärischen Poren (Gleichung 22, siehe auch im folgenden "Preface").

Schließlich muß in Gleichung 27 der Term

$$\frac{c_D \cdot T_G}{3}$$

ersetzt werden durch den Term

$$\frac{c_D \cdot T_G}{5} .$$

P r e f a c e

(Summary, additional remarks, corrections)

Since the four parts of the present publication were issued work was going on the results of which have been neither completed nor published. They improve however the insight to the microstructure-property-problem compared to the state entered when this contribution was in print. This is why this abstract is extended to be a preface, taking into account the recent, unpublished results as well as summarizing the content of the printed four parts and correcting printing errors.

The properties of multiphase materials depend on the properties of their phases as well as on the microstructure, which means the geometry and geometrical arrangement of their microstructural constituents. It was the aim of the work presented here to find out quantitatively the inter-relationship between the microstructure of two-phase materials and their electrical resistivity, youngs modules of elasticity and thermal expansion coefficient. An extended literature survey concerning the theoretical background of the microstructure-property-relationships and experimental values together with theoretical steps to improve the available equations and own measurements formed the background to compare calculated and measured properties related to defined microstructures. This basis provides the following evaluation of the problem under consideration:

- theoretically derived equations exist describing the microstructure-property dependence quantitatively by propriate microstructure factors
- in the case of matrix microstructures the microstructural factors concern the phase concentration, the shape of particles of the inclusion phase and their orientation
- under special microstructural conditions as isotropic two-phase material for example property value couples follow mathematically bounding the real property values of the material (bound concept)

- where special microstructure conditions do not exist or cannot be observed the microstructural factors follow from measured microstructural quantities and stereological calculations ("quantitative microstructure analysis", see vol. 8, special issues of Practical Metallography, Dr. Riederer Verlag Stuttgart, 1978, page 103). There are even approximations as equations 3 leading to unique values for the microstructural factors derived from measured microstructural parameters. However as known now - but not yet included in the following papers* - these unique factor values are extremely sensitive to the experimental scattering in quantitative microstructural analysis. This is why the more promising way, also not described here and until now, should be the one providing too value couples for each microstructural factor. By them bounds are defined for each microstructure and property of two-phase materials in between of which the measured property values have to be expected.
- the present mathematical state and reliability of the equations in view of their practical use is different for the different properties. The field property equations (e.g. for electrical resistivity or thermal conductivity) are in the most progressed state to be used as an engineering approach for example:
 - to estimate properties at state conditions not permitting direct property measurements or making some difficult and therefore expensive and/or inaccurate
 - to extent the microstructure analysis in conventional quality control by quantitative microstructure characterisation and related computed property data
 - to calculate the effect of porosity on the properties of porous materials by considering pores to be particles of a gaseous phase.

A much less developed situation exists in the case of the microstructure-Youngs modulus of elasticity-relationship. Up to now there is no general equation available not to cumbersome mathematically and without contradictions. The various equations are restricted to special conditions as isotropic materials for example and their reliability is different. No doubts occur for instance in the special equations 37 to 42 describing the microstructure dependence of Youngs modulus of elasticity for defined particles shapes and statistical orientation. This is why they have been used in the comparison with measured values and to derive an equation describing the porosity effect on Youngs modulus of elasticity (E_C) in the case of closed spherical porosity:

$$E_C = E_M \frac{3(3-5c_D)(1-c_D)}{9-c_D(9,5-5,5v_M)} \quad (45)$$

(E_M, v_M = Youngs modulus and Poisson, ratio of the nonporous matrix material, respectively;
 c_D = Porosity)

* Presentation intended on the "Third Int.Symposium on Continuum Models of Discrete Systems (CMDS 3), Bad Honnef, 1979

On the contrary and although taken up in part III.1 of this paper the Tai Te Wu equations 26-36 concerning more generally isotropic two-phase materials led to contradictions. Doubtful results obtained recently, not yet reported in the present publication,* demonstrate for example, that in the limiting case of a two-phase isotropic material, where the concentration of the matrix phase becomes zero it does not follow that the overall Youngs modulus of elasticity becomes identical with the one of the inclusion phase as has to be expected. And linear concentration functions of the overall Youngs modulus follow using definite values (e.g. $E_D/E_M = 10$; $\nu_D = \nu_M = 0.2$) not agreeing with the ones given in the original paper by Tai Te Wu.

It is a prior task of futural work to solve these contradictions and to develop a general microstructure-Youngs modulus of elasticity-equation.

Caused by printers devil there have to be made some corrections in the paper:

Equation 3 has to be:

$$n_{=} = \frac{6 \cdot c_D \left[\left(\frac{b_{=}'}{a_{=}'} \right) \cdot a_{=} + \left(\frac{a_{=}'}{b_{=}'} \right) \cdot b_{=} \right] - 2N'_A \cdot \pi \cdot a_{=} \cdot b_{=}^2}{\pi (a_{=}^2 b_{=} - a_{=} \cdot b_{=}^2) \cdot 2N'_A}$$

and in fig. 3 the dashed line of the curve its the correct slope (see fig.3 in the above german "Vorwort").

In equations 19 and 20 the terms

$$\frac{1 - \cos^2 \alpha_D}{F_D} + \frac{\cos^2 \alpha_D}{2F_D} \quad \text{and} \quad \frac{1 - \cos^2 \alpha_D}{F_D - 1} - \frac{\cos^2 \alpha_D}{2F_D}$$

have to be exponents, so that the correct forms of these equations are

$$\rho_C = \rho_M [1 - c_D] \left[\frac{1 - \cos^2 \alpha_D}{F_D} + \frac{\cos^2 \alpha_D}{1 - 2F_D} \right] \quad (19)$$

$$\rho_C = \rho_M [1 - c_D] \left[\frac{1 - \cos^2 \alpha_D}{F_D} - \frac{\cos^2 \alpha_D}{2F_D} \right] \quad (20)$$

This is the more important as equation 20 provides the porosity dependence of the electrical resistivity of porous materials containing closed spherical porosity:

$$\rho_C = \rho_M (1 - c_D)^{-\frac{3}{2}} \quad (22)$$

(ρ_C = overall resistivity of the porous materials;
 ρ_M = nonporous matrix materials resistivity;
 c_D = porosity.)

Finally the term

$$\frac{c_D \cdot T_G}{3}$$

in equation 27 has to be

$$\frac{c_D \cdot T_G}{5}$$

Zum Zusammenhang zwischen Eigenschaften und Gefügestruktur mehrphasiger Werkstoffe

On the Relationship between the Properties and the Microstructure of Multiphase Materials

Teil I: Zielsetzung, Kenntnisstand und stereologische Beschreibung der Gefügestruktur

G. Ondracek

Mitteilung aus dem Institut für Material- und Festkörperforschung des Kernforschungszentrums und der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe, Deutschland

I. 1. Einleitung

Der Zusammenhang zwischen den Eigenschaften und der Gefügestruktur zweiphasiger Werkstoffe wird in der vorliegenden Arbeit in vier Teilen behandelt. Gleichungen und Abbildungen sind durchlaufend nummeriert über alle vier Teile, die wie folgt gegliedert sind:

- Zielsetzung, Kenntnisstand und stereologische Beschreibung der Gefügestruktur
- Gefügestruktur und spezifischer elektrischer Widerstand. Zur Theorie des Zusammenhanges zwischen Gefügestruktur und spezifischem elektrischem Widerstand. Vergleich zwischen berechneten und experimentellen Werten des spezifischen elektrischen Widerstandes zweiphasiger Werkstoffe. Literaturverzeichnis (für die gesamte Abhandlung)
- Gefügestruktur und Elastizitätsmodul. Zur Theorie des Zusammenhanges zwischen Gefügestruktur und Elastizitätsmodul. Vergleich zwischen berechneten und experimentellen Werten des Elastizitätsmoduls zweiphasiger Werkstoffe
- Gefügestruktur und thermischer Ausdehnungskoeffizient. Zur Theorie des Zusammenhanges zwischen Gefügestruktur und thermischem Ausdehnungskoeffizienten. Vergleich zwischen berechneten und experimentellen Werten des thermischen Ausdehnungskoeffizienten zweiphasiger Werkstoffe. Schlußfolgerungen.

I. 2. Zielsetzung und Kenntnisstand

Die Eigenschaften mehrphasiger Werkstoffe hängen von den Eigenschaften ihrer Phasen und deren Geometrie und geometrischer Anordnung (Gefügestruktur) ab. In der vorliegenden Arbeit wird die theoretische Ableitung und experimentelle Prüfung mathematischer Beziehungen zwischen der Gefügestruktur und dem spezifischen elektrischen Widerstand, dem Elastizitätsmodul sowie dem thermischen Ausdehnungskoeffizienten zweiphasiger Werkstoffe zusammenfassend behandelt.

Um den Kenntnisstand rückblickend zu beschreiben, wie er bei Beginn dieser Arbeit vorlag, ist es aufgrund von gewissen Analogien und Gemeinsamkeiten aus der Sicht des Gefüge-Eigenschafts-Zusammenhanges sinnvoll, zwischen Eigenschaftsgruppen zu unterscheiden. So lassen sich beispielsweise die *Feldeigenschaften*, d. h. die Verhaltensweisen von Werkstoffen beim Auftreten von Temperaturfeldern, elektrischen und magnetischen Feldern, theoretisch als

Einheit behandeln, weil die Feldgleichungen für unterschiedliche Feldeigenschaften mathematisch analog sind (67, 87). Die theoretischen Ableitungen für den elektrischen Widerstand lassen sich daher auf die Wärmeleitfähigkeit oder die magnetische Permeabilität direkt übertragen. Auch das Verhalten von Werkstoffen gegenüber – elektromagnetischen – Lichtwellen (optische Eigenschaften) kann man wie Feldeigenschaften behandeln. Felder in diesem Sinne sind nicht an Materie gebunden und daher in der Lage, ein Vakuum zu überbrücken.

Eine solche Übertragbarkeit existiert dagegen nicht bei den *mechanischen Eigenschaften*, wo zwischen dem Bereich der elastisch-anelastischen und demjenigen der plastisch-viskosen Verformung sowie dem Bruchbereich zu unterscheiden ist. Andererseits bestehen auch hier Analogien. So können beispielsweise Betrachtungen zum Elastizitätsmodul auf akustische Eigenschaften übertragen werden, weil akustische Wellen elastische Deformationen des Werkstoffs hervorrufen und ebenso wie mechanische Spannungs- und Dehnungsfelder stets an Materie gebunden sind.

Ebenfalls teilweise Gemeinsamkeiten bestehen bei den *thermodynamischen Eigenschaften*, wie der Dichte und dem thermischen Ausdehnungskoeffizienten, der Wärmekapazität, den latenten Wärmen sowie Schmelz-, Siede- und Umwandlungspunkten, dem Dampfdruck, den Grenzflächenenergien und Bildungsenthalpien, die den Werkstoff als thermodynamisches System direkt charakterisieren sollen. So sind die Gefüge-Eigenschafts-Beziehungen beispielsweise bei der Dichte oder der Wärmekapazität eines mehrphasigen Werkstoffs sehr einfach. Beide Eigenschaften ergeben sich additiv aus denjenigen der Phasen. Von Einfluß auf diese Eigenschaften ist lediglich der Anteil der Phasen im Gefüge. Schwieriger dagegen sind die Zusammenhänge beim thermischen Ausdehnungskoeffizienten eines mehrphasigen Werkstoffes, der durch innere, mechanische Spannungen mitbestimmt wird, die von der Gefügestruktur abhängen.

Die Literatur zum Gefüge-Eigenschafts-Zusammenhang mehrphasiger Werkstoffe beginnt chronologisch mit theoretischen Betrachtungen über die Feldeigenschaften von Zweiphasensystemen. Es wurden zahlreiche empirische, halbempirische und auf physikalischer Basis abgeleitete Gleichungen ohne oder ohne zuverlässige experimentelle Prüfung vorgestellt. In einer größeren Vorarbeit zu dieser Abhandlung wurden alle Gleichungen für die Feldeigenschaften zusammengestellt und zum besseren Vergleich aufgrund der vorn erwähnten Analogien auf den spezifischen elektrischen Widerstand zweiphasiger Werkstoffe umgeschrieben (87). Ihre Zuverlässigkeit wurde mit Plausibilitätskriterien überprüft. So muß beispielsweise aus Gefüge-Feldeigenschafts-

Gleichungen folgen, daß der Widerstand des zweiphasigen Werkstoffs identisch wird mit demjenigen einer Phase, wenn die Konzentration der anderen Phase Null wird. Außerdem muß für einen solchen Werkstoff auch dann ein reeller spezifischer elektrischer Widerstand existieren, wenn derjenige einer Phase unendlich groß wird (Poren als zweite Phase). Auf diese Weise konnten die folgenden – für weitere Betrachtungen zuverlässigsten – Gefüge-Feldeigenschaften-Gleichungen ausgewählt werden:

- die *Maxwell*-Gleichung (67)
- die *Bruggemann*-Gleichung (10)
- die *Niesel*-Gleichung (79)

Sie gelten für zweiphasige Werkstoffe mit Einlagerungsgefüge, d. h. für solche mit einer – kontinuierlichen – Matrixphase, die eine – diskontinuierliche – Einlagerungsphase enthält. Die später mehrfach bestätigte *Maxwell*-Gleichung (siehe Literatur in (87)) gilt für geringe Konzentration und sphärische Gestalt der Teilchen der Einlagerungsphase. Auf ihr bauen die *Bruggemann*- und die *Niesel*-Gleichung auf mit dem Ziel, die Beschränkungen auf geringe Konzentration und sphärische Form der Teilchen der Einlagerungsphase zu überwinden. Dies entspricht einer besseren Anpassung der Theorie an die Verhältnisse im realen Werkstoff. So gilt die *Bruggemann*-Gleichung zwar ebenfalls nur für sphärische Teilchen der Einlagerungsphase, dehnt aber den Gültigkeitsbereich auf beliebige Phasenkonzentrationen aus, während mit der *Niesel*-Gleichung zusätzlich die i. a. irregulär gestalteten Teilchen der Einlagerungsphase durch Substitutions-Teilchen rotationsellipsoider Gestalt näherungsweise beschrieben werden können.

In weiteren Vorarbeiten zu dieser Abhandlung wurde die Ableitung der Gefüge-Feldeigenschaften-Gleichung für zweiphasige Werkstoffe mit Einlagerungsgefüge zusammenfassend dargestellt, die Integralform der *Niesel*-Gleichung in eine explizite Form aufgelöst und wurden aus dieser die Spezialfälle für große Unterschiede der Phasenwiderstände hergeleitet (84, 88, 107). Diese speziellen Gefüge-Feldeigenschaften-Gleichungen schließen den praxisrelevanten Fall poröser Werkstoffe ein. – Es wurde weiter gezeigt, daß sich diejenigen Parameter, die die Gefügeeinflüsse in den so abgeleiteten Feldeigenschaften-Gleichungen berücksichtigen, aus dem Gefüge realer Werkstoffe deuten lassen. Sie betreffen

- die Konzentration der Einlagerungsphase
- die Form der Teilchen der Einlagerungsphase
- die Orientierung der Teilchen der Einlagerungsphase

und lassen sich durch stereologische Analyse realer Gefügebilder bestimmen. Im Falle der Feldeigenschaften sind sie in drei unabhängig voneinander variierbaren Stereologiefaktoren erfaßbar (82, 83, 85, 90, 91).

Eines der vorerwähnten Plausibilitätskriterien für die Gefüge-Feldeigenschaften-Gleichungen ist die theoretisch begründete Bedingung, daß die Feldeigenschaften zweiphasiger Werkstoffe bei allen möglichen Gefügestrukturen zwischen zwei Grenzwerten liegen müssen. Diese entsprechen der Parallel- und Reihenanzordnung der beiden Phasen und ergeben sich aus den Kirchhoff-Gesetzen. Das Analogon dazu für den Elastizitätsmodul zweiphasiger Werkstoffe sind die *Voigt-Reuss*-Grenzwerte (94, 95, 123). Anders als bei den Feldeigenschaften sind die meisten der in der Literatur enthaltenen Arbeiten zum Gefügeeinfluß auf elastische Eigenschaften auf die Einengung dieser Grenzwerte durch statistische Behandlung der Energieprinzipien der linearen

Elastizitätstheorie gerichtet (41, 42, 60, 61). In der vorliegenden Abhandlung wird versucht, die über das Grenzwertkonzept hinausgehenden Arbeiten mit zu erfassen und in den Zusammenhang mit Betrachtungen am realen Gefüge zu stellen; d. h. die in solchen Gleichungen auftretenden Parameter aus dem Gefüge zu deuten. Sie lassen sich bislang nicht zu unabhängig variierbaren Stereologiefaktoren zusammenfassen, wie dies bei den Gefüge-Feldeigenschaften-Gleichungen möglich war. Wohl aber lassen sich spezielle Fälle des Gefüge-Elastizitätsmodul-Zusammenhanges herleiten, wie beispielsweise der praxisrelevante Fall des Elastizitätsmoduls poröser Werkstoffe mit sphärischen Poren, der in der vorliegenden Arbeit angegeben wird.

Von unmittelbarer Bedeutung ist die Bestimmung der elastischen Eigenschaften zweiphasiger Werkstoffe für die Behandlung ihres thermischen Ausdehnungskoeffizienten. In der Literatur wurde die lineare Schrumpfung eines zweiphasigen Werkstoffs mit Hilfe eines Gedankenexperimentes mathematisch behandelt (17), das zum linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten führt. Dieses Gedankenexperiment wurde in der vorliegenden Arbeit angewendet auf die Betrachtung der thermischen Volumenausdehnung. Die Ableitung führt zu einer Gefüge-Ausdehnungskoeffizienten-Beziehung, in die die Gefügeeinflüsse über die elastischen Eigenschaftskenngrößen des zweiphasigen Werkstoffs eingehen.

Die für die Ableitungen gemachten Voraussetzungen und in ihnen verwendeten, formalen Schritte führen zu Gefüge-Eigenschafts-Beziehungen, deren Zuverlässigkeit für eine ingenieurmäßige Anwendung erst durch ihre experimentelle Überprüfung erwiesen werden kann. Diese Prüfung wurde in der vorliegenden Arbeit durch einen umfassenden Vergleich zwischen berechneten Kurven und experimentellen Werten für den elektrischen Widerstand, den Elastizitätsmodul und den thermischen Ausdehnungskoeffizienten zweiphasiger Werkstoffe mit Einlagerungsgefüge durchgeführt. Eine kritische Wertung der Ergebnisse dieses Vergleichs schließt die Arbeit ab.

I. 3. Zur Beschreibung der Gefügestruktur

Um den Gefüge-Eigenschafts-Zusammenhang quantitativ zu erfassen, benötigt man neben den Kenngrößen zur Beschreibung der Eigenschaften auch solche zur Beschreibung der Gefügestruktur. Für einen mehrphasigen Werkstoff sind dies Parameter, die Auskunft über

- die Größe
- die Anzahl pro Gesamtvolumen (Teilchendichte)
- die Form
- die Orientierung und
- die Art der örtlichen Verteilung

der Teilchen jeder Phase geben. Damit sie quantitativ beschrieben werden können, sind Annahmen nötig, die das Ergebnis zur Näherungslösung machen:

a) Mittelwert und Kontinuumsprinzip

Im realen Werkstoff werden die o. a. Parameter mehr oder weniger variieren, was durch Verteilungsfunktionen erfaßbar wäre. Beim gegenwärtigen Wissensstand über den Zusammenhang zwischen Gefügestruktur und Eigenschaften

soll hier jedoch von stereologischen Mittelwerten für die Teilchen einer Phase ausgegangen werden (83). Diese Mittelwertsprämisse bedeutet, daß die realen Phasenteilchen unterschiedlicher Größe, Form und Orientierung im theoretischen Modell durch die gleiche Anzahl von Phasenteilchen ersetzt werden, die eine einzige – mittlere – Form, Größe und Orientierung besitzen. Dies hängt unmittelbar mit der Tatsache zusammen, daß alle tragfähigen theoretischen Ableitungen über den Zusammenhang zwischen Eigenschaften und Gefügestruktur eines mehrphasigen Werkstoffs auf dem Kontinuumsprinzip basieren; danach wird der mehrphasige Werkstoff als „quasihomogenes Kontinuum“ aufgefaßt, d. h. statistisch sind die vorkommenden Größen, Teilchendichten, Formen, Orientierungen und Verteilungsarten in jedem Volumenelement des Werkstoffes gleich. Ist diese Voraussetzung in Wirklichkeit nicht erfüllt, so muß man den Werkstoff in Bereiche mit unterschiedlicher Gefügestruktur aufteilen. Dies ist in *Abb. 1* am Beispiel der

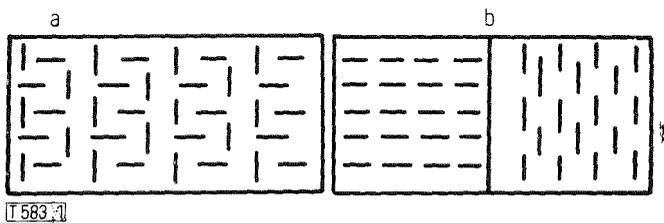


Abb. 1. Orientierungsverteilungen nach dem Kontinuums- (a) und dem Mehrzonenprinzip (b).

Fig. 1. Distributions of orientation due to the continuum principle (a) and the multi-regions principle (b).

Orientierung erläutert: in *Abb. 1a* haben gleich viele Teilchen senkrechte bzw. waagerechte Orientierungen wie in *Abb. 1b*. Letztere erfüllt jedoch nicht die Voraussetzung statistischer Gleichverteilung der vorkommenden Orientierungen. Ein solcher Werkstoff ist daher zusammengesetzt aus zwei Zonen mit unterschiedlicher Gefügestruktur und muß theoretisch auch so behandelt werden (Mehrzonenprinzip).

b. Rotationsellipsoide Formbeschreibung

Die quantitative Beschreibung der Gefügestruktur erfordert die Umrechnung von Meßgrößen aus dem zweidimensionalen Gefügebild in den dreidimensionalen Raum. Hinsichtlich der Form und Orientierung der Gefügebestandteile machen es solche Rechnungen über die stereologischen Grundgleichungen notwendig, irregulär gestaltete Gefügebestandteile durch eine reguläre, mathematisch erfaßbare Geometrie zu beschreiben. Für den hier behandelten Fall zweiphasiger Werkstoffe hat sich das Rotationsellipsoid als beste definierte Geometrie für die näherungsweise stereologische Beschreibung der realen Phasenteilchen erwiesen und zwar aus folgenden Gründen:

- Rotationsellipsoide besitzen ein hohes Maß an Anpassungsfähigkeit an reale irreguläre Geometrien, weil man ihr Achsenverhältnis kontinuierlich verändern kann. Beispielsweise führen die Extremfälle – die Achsenverhältnisse Null und Unendlich – näherungsweise zur Scheibe bzw. zum Stab, d. h. zu zwei Sonderfällen des Zylinders

und das Achsenverhältnis Eins ergibt den Spezialfall der Kugel.

- Rotationsellipsoide besitzen keine Unstetigkeitsstellen wie Ecken und Kanten, was bei mathematischen Ableitungen von Vorteil ist.

c. Parameterreduzierung

Bei gegebener Konzentration der Phasen sind die stereologischen Gefügeparameter Größe und Anzahl der Phasenteilchen im Gesamtvolumen nicht unabhängig voneinander variierbar. Die Konzentration der Phasen ist eine Funktion des Produktes aus Teilchengröße und Teilchendichte, weswegen diese beiden zu einem Stereologieparameter „Konzentration der Phasen“ zusammengefaßt werden. –

Da die Behandlung makroskopisch inhomogener Gefüge nach der Kontinuumsprämisse nur über das Mehrzonenprinzip erfolgen kann, ist der Stereologieparameter „Art der örtlichen Verteilung“ auf die Erfassung statistischer oder geometrisch regelmäßiger Anordnungen der Phasenteilchen beschränkt (87). Eine solche Erfassung durch einen geeigneten definierten Mittelwert hat sich bisher bei theoretischen Ansätzen nicht ergeben. Sie folgt auch nicht als zwingende Notwendigkeit aus experimentellen Ergebnissen, da sich bei diesen der Einfluß der Verteilungsart bislang nicht eindeutig gezeigt hat (87).

Mit diesen Voraussetzungen genügen drei Stereologiefaktoren zur quantitativen Beschreibung der Gefügestruktur, nämlich

- der Phasenkonzentrationsfaktor
- der Formfaktor und
- der Orientierungsfaktor.

Je nach Kombination dieser – unabhängig variierbaren – Stereologiefaktoren ergibt sich die Gefügestruktur eines Werkstoffes. Sie sind es auch, die darüber entscheiden, welcher der beiden möglichen Gefügegrundtypen vorliegt: das Einlagerungs- oder das Durchdringungsgefüge (72, 75, 83). Beim Einlagerungsgefüge tritt mindestens eine Phase („Einlagerungsphase“) diskontinuierlich auf. Ihre Teilchen sind in eine kontinuierliche Phase („Matrixphase“) eingebettet und durch diese voneinander isoliert. Durchdringungsgefüge liegt dagegen vor, wenn alle Phasen kontinuierlich auftreten. Dies ist ganz allgemein dann der Fall, wenn sich die Phasen in Form von schwammähnlichen Netzstrukturen dreidimensional durchdringen. Einschränkungen ergeben sich, wenn sämtliche Phasen in mehrphasigen Werkstoffen nur in zwei Dimensionen (z. B. Schichtaggregate) oder einer Dimension (z. B. gerichtet erstarrte Eutektika) kontinuierlich vorliegen. Ein solcher Werkstoff besitzt möglicherweise in „Eigenschaftsrichtung“ (Richtung des elektrischen Feldes oder Stromes, des magnetischen- oder Temperaturfeldes, der mechanischen Spannungen und Dehnungen, der thermischen Ausdehnung) Durchdringungs-, senkrecht dazu hingegen Einlagerungsgefüge. Mit diesem Hinweis soll angedeutet werden, was sich bei der theoretischen Behandlung von Gefüge-Eigenschafts-Beziehungen noch aus anderen Gründen ergibt und im Zusammenhang mit dem elektrischen Widerstand dort erläutert wird: Durchdringungsgefüge haben ihre zusätzliche Problematik! Zur quantitativen Erfassung der Gefügeeinflüsse geht man daher von dem eindeutigen Fall des Einlagerungsgefüges aus, das durch stereologische

Messung am Gefügebild und Rechnung vom Durchdringungsgefüge unterscheidbar ist (37, 38, 108). Leitet man für Einlagerungsgefüge unter den beschriebenen Voraussetzungen den Gefüge-Eigenschafts-Zusammenhang mathematisch ab, so ergibt sich (83)

- der Phasenkonzentrationsfaktor als Volumenanteil der Einlagerungs- oder der Matrixphase
- der Formfaktor aus den Achsenverhältnissen der die Teilchen der Einlagerungsphase beschreibenden Rotationsellipsoide (Abb. 2) (74, 83, 90, 91)
- der Orientierungsfaktor als Mittelwert der Kosinusquadrate derjenigen Winkel, den die Rotationsachsen der Rotationsellipsoid beschriebenen Phasenteilchen mit der „Eigenschafts-Richtung“ bilden (Abb. 2) (74, 90, 91).

Die Stereologiefaktoren hängen mit am Gefüge meßbaren bzw. aus Meßdaten errechenbaren Größen wie folgt zusammen (85, 90, 91)

- die Konzentration der Phasen ergibt sich direkt aus dem Mittelwert der Flächenanteile der Phasen in Gefügebildern, die von statistisch durch den zweiphasigen Werkstoff gelegten Schnitten stammen (Delesse-Prinzip) (121)
- der Einfluß der Form ergibt sich aus dem mittleren Achsenverhältnis der Rotationsellipsoide

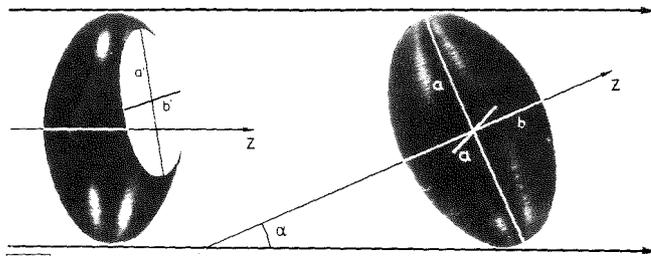


Abb. 2. Das Rotationsellipsoid und seine stereologischen Daten.
Fig. 2. The spheroid and its stereological quantities.

$$\left(\frac{\bar{z}}{\bar{x}}\right) = (1 - n_{\perp}) \left(\frac{z}{x}\right)_{\parallel} + n_{\perp} \left(\frac{z}{x}\right)_{\perp} \quad (1)$$

Bezeichnungen siehe Legende nach Gleichung (3).

Zu seiner Ermittlung sind nach Gl. 1 drei Größen zu bestimmen:

- das Achsenverhältnis der im Werkstoff enthaltenen, näherungsweise durch ein gestrecktes Rotationsellipsoid zu beschreibenden Teilchen der Einlagerungsphasen $\left(\frac{z}{x}\right)_{\parallel}$
- das Achsenverhältnis der im Werkstoff enthaltenen, näherungsweise durch ein abgeplattetes Rotationsellipsoid zu beschreibenden Teilchen der Einlagerungsphase $\left(\frac{z}{x}\right)_{\perp}$ und
- der relative Anteil an abgeplatteten Rotationsellipsoiden (n_{\perp}).

Man geht dazu folgendermaßen vor: Zunächst mißt man die größte lineare Ausdehnung jeder Schnittfläche der irregulären Teilchen der Einlagerungsphase und setzt diese als große Achse (a') derjenigen Schnittellipse an, durch die die betreffende Schnittfläche des irregulären Teilchens der Einlagerungsphase beschrieben werden soll. Dann mißt man den Flächeninhalt jeder Schnittfläche der irregulären Teilchen der Einlagerungsphase, setzt diesen als Flächeninhalt der Schnittellipse (A') an, durch die die betreffende reale Schnittfläche beschrieben werden soll und erhält daraus mit Hilfe der Flächeninhaltsbezeichnung für Ellipsen

$$\frac{b'}{a'} = \frac{4A'}{\pi a'^2} \quad (2a)$$

bzw.

$$\frac{a'}{b'} = \frac{\pi a'^2}{4A'} \quad (2b)$$

Aus den so ermittelten Achsenverhältnissen für jede einzelne Schnittellipse und ihrer Gesamtzahl (N') lassen sich die mittleren Achsenverhältnisse der Schnittellipsen errechnen

$$\left(\frac{\bar{b}'}{\bar{a}'}\right) = \frac{1}{N'} \sum \frac{b'}{a'} \neq \frac{\bar{b}'}{\bar{a}'} \quad (2c)$$

$$\left(\frac{\bar{a}'}{\bar{b}'}\right) = \frac{1}{N'} \sum \frac{a'}{b'} \neq \frac{\bar{a}'}{\bar{b}'} \quad (2d)$$

Sie sind nicht identisch mit den Verhältnissen der Mittelwerte der Achsen, was die Ungleichheitsterme in Gl. 2c, d anzeigen. — Jedes der beiden mittleren Achsenverhältnisse der Schnittellipsen entspricht dem Achsenverhältnis eines bestimmten Rotationsellipsoids, durch das die realen Teilchen der Einlagerungsphase substituiert werden können. Über eine — in Abb. 3 graphisch dargestellte — stereologische Beziehung lassen sich aus den beiden gemessenen mittleren Achsenverhältnissen der Schnittellipsen diese Achsenverhältnisse der beiden Rotationsellipsoide angeben (50, 83, 90, 107). Das Verfahren impliziert die Annahme, daß alle irregulären realen Teilchen der Einlagerungsphase einmal durch gestreckte, zum anderen durch abgeplattete Rotationsellipsoide substituiert gedacht werden. Die Frage, wo zwischen diesen beiden Grenzwerten das der Realität am besten entsprechende räumliche Achsenverhältnis $\left(\frac{\bar{z}}{\bar{x}}\right)$ liegt,

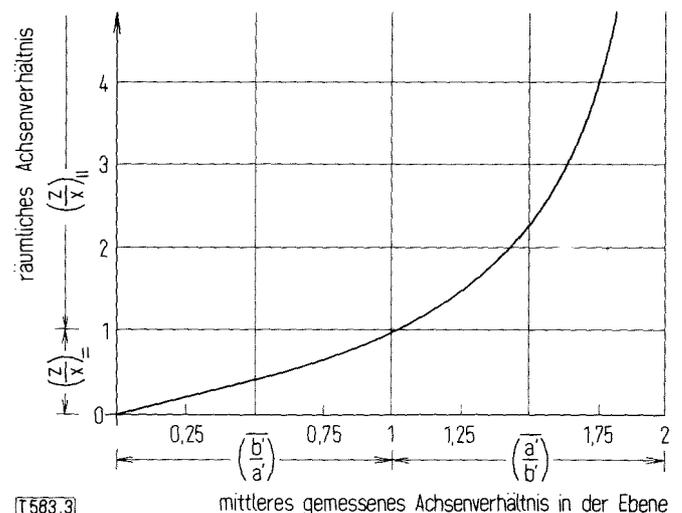


Abb. 3. Achsenverhältnis eines Rotationsellipsoids $\left(\frac{\bar{z}}{\bar{x}}\right)$ als Funktion des mittleren Achsenverhältnisses der Schnittellipsen

$$\left(\frac{\bar{b}'}{\bar{a}'}\right) \text{ bzw. } \left(\frac{\bar{a}'}{\bar{b}'}\right).$$

Fig. 3. Axial ratio of the spheroid $\left(\frac{\bar{z}}{\bar{x}}\right)$ as function of the mean axial ratios of its intercept ellipses $\left(\frac{b'}{a'}\right), \left(\frac{a'}{b'}\right)$.

wird durch den Ansatz der Gl. 1 gelöst. Man setzt näherungsweise die Grenzwerte der Achsenverhältnisse für diejenigen der abgeplatteten ($\frac{z}{x}$)₌ bzw. gestreckten Rotationsellipsoide ($\frac{z}{x}$)_„ in Gl. 1 ein und sucht nun jene relativen Anteile der beiden Rotationsellipsoide ($n_{\pm}; n_{\pm} = 1 - n_{\pm}$) so zu bestimmen, daß das den realen Verhältnissen näherungsweise am besten entsprechende Achsenverhältnis aus Gl. 1 folgt. Eine solche erste Näherungslösung ergibt

$$n_{\pm} = \frac{6c_D \left[\left(\frac{\bar{b}}{a}\right) a_{\pm} + \left(\frac{\bar{a}}{b}\right) b_{\pm} \right] - 2N'_A \cdot \pi \cdot a_{\pm} b_{\pm}^2}{\pi \left[\left(\frac{\bar{b}}{a}\right) a_{\pm} + \left(\frac{\bar{a}}{b}\right) b_{\pm} \right] [a_{\pm}^2 b_{\pm} - a_{\pm} b_{\pm}^2]} \quad (3)$$

(n = Anteil von abgeplatteten Rotationsellipsoiden; $\frac{z}{x}$ = Achsenverhältnis der gestreckten (Index „) bzw. abgeplatteten (Index =) Rotationsellipsoide; $z \triangleq a_{\pm} \triangleq b_{\pm} \triangleq$ Rotationsachse; $x \triangleq a_{\pm} \triangleq b_{\pm} \triangleq$ Nebenachse der Rotationsellipsoide; $\left(\frac{\bar{b}}{a}\right), \left(\frac{\bar{a}}{b}\right)$ = Mittelwerte der in statistisch durch den Werkstoff gelegten Schnittebenen gemessenen Achsenverhältnisse der Schnittellipsen; a' = große Achse der Schnittellipse; b' = kleine Achse der Schnittellipse; c_D = Volumenanteil der Einlagerungsphase; N'_A = mittlere Anzahl der zur Einlagerungsphase gehörenden Schnittflächen pro Schnittebene A).

Sie folgt aus einer Ableitung, die an mehrere Voraussetzungen gebunden ist (90). So wird beispielsweise angenommen, daß die Mittelwerte der großen Achsen der Schnittellipsen der abgeplatteten bzw. gestreckten Substitutions-Rotationsellipsoide gleich sind und daß zwischen den durch den Werkstoff gelegten Schnittebenen bestimmte Entfernungen (t) nicht überschritten werden:

$$t \leq \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\bar{b}}{a}\right) a_{\pm} + \left(\frac{\bar{a}}{b}\right) b_{\pm} \right] \quad (4)$$

Die angestrebte ingenieurmäßige Näherung erlaubt jedoch auch hier Abweichungen. Die Absolutwerte der großen Achsen folgen näherungsweise aus den Gleichungen (90, 107)

$$a_{\pm} = \frac{4 \bar{a}' \cdot \left(\frac{z}{x}\right)_{\pm}}{\pi \cdot \left(\frac{\bar{a}}{b}\right)} \quad (5a)$$

für gestreckte und

$$a_{\pm} = \frac{4 \bar{a}'}{\pi} \quad (6)$$

für abgeplattete Rotationsellipsoide. – Mit den Gleichungen 5a und 6 ergeben sich aus den bereits bekannten Achsenverhältnissen der Rotationsellipsoide $\left[\left(\frac{\bar{a}}{b}\right)_{\pm} = \left(\frac{z}{x}\right)_{\pm}, \left(\frac{\bar{b}}{a}\right)_{\pm} = \left(\frac{z}{x}\right)_{\pm}\right]$ die Absolutwerte der kleinen Achsen (b_{\pm}, b_{\pm}). – Der Volumenanteil der Einlagerungsphase (c_D) und die Anzahl ihrer Schnittflächen pro Schnittebene sind direkt meßbar. Damit sind alle Größen zur Bestimmung des Achsenverhältnisses (Gleichung 1) aus Gefügemessungen bekannt. Dieses Achsenverhältnis führt über eigenschaftsspezifische Funktionen zum Formfaktor, wobei diese Funktionen für jede Eigenschaft so abgeleitet werden, daß der aus ihnen folgende Formfaktor den Einfluß der Form auf die betreffende Eigenschaft

richtig wiedergibt. Der Formfaktor für ein- und denselben Werkstoff kann daher für Feldeigenschaften ein anderer sein als für elastische Eigenschaftskenngrößen. Er vermittelt keine direkte Vorstellung über die tatsächliche Geometrie des Teilchens, das er beschreibt, wie dies mit „direkten Formfaktoren“ in der Stereologie – oder für Pulverteilchen in der Pulvertechnologie (Pulvermetallurgie) – oft angestrebt wird. Man bezeichnet ihn deshalb als „indirekten Formfaktor“.

– der Orientierungsfaktor ($\cos^2 \alpha$) ergibt sich aus den Gleichungen

$$\cos^2 \alpha_{\pm} = \frac{\left[\frac{\left(\frac{z}{x}\right)^2 \left(\frac{\bar{b}}{a}\right)^2}{A} - 1 \right]}{\left(\frac{z}{x}\right)^2 - 1} \quad (6a)$$

bzw.

$$\cos^2 \alpha_{\pm} = \frac{\left[\frac{\left(\frac{z}{x}\right)^2 \left(\frac{\bar{a}}{b}\right)^2}{A} - 1 \right]}{\left(\frac{z}{x}\right)^2 - 1} \quad (6b)$$

$\left(\frac{\bar{a}}{b}\right)_A, \left(\frac{\bar{b}}{a}\right)_A$ = Mittelwerte der in senkrecht zur „Eigenschaftsrichtung“ gelegenen Schnitten gemessenen Achsenverhältnisse der Schnittellipsen) je nachdem, ob das Achsenverhältnis ($\frac{z}{x}$) gestreckte (Gl. 6a) oder abgeplattete Substitutionsrotationsellipsoide (Gl. 6b) vorschreibt.

Die beschriebenen Gleichungen sind Näherungslösungen. Ihre Genauigkeitsgrenzen sowie die meßtechnische Ermittlung ihrer Einzeltermen wurden bereits beschrieben (5, 74, 83, 107).

Unabhängig von der gewählten Eigenschaftskenngröße läßt sich zu deren Abhängigkeit von der Gefügestruktur folgendes feststellen: trägt man die Eigenschaftswerte zweiphasiger Werkstoffe über der Konzentration der Phasen auf, so liegen diese in einem Variationsbereich. Dieser Variationsbereich wird durch zwei Grenzkurven zwischen den Eigenschaftskenngrößen ihrer Phasen gebildet, die – stereologisch – zwei wohlbekannten Gefügestrukturen entsprechen: der Parallel- und der Reihenanzordnung der Phasen. Im ersten Fall sind die Phasen nebeneinander in Richtung – z. B. – des elektrischen Stromes (elektr. Leitfähigkeit), des Spannungsfeldes (Elastizitätsmodul) oder der linearen Ausdehnung (thermischer Ausdehnungskoeffizient) angeordnet, im zweiten Fall hintereinander. Für den elektrischen Widerstand sind die Gleichungen der Grenzkurven durch die Kirchhoff-Gesetze für Parallel- und Reihenschaltung formuliert. Die Voigt-Reuss-Grenzkurven für den Elastizitätsmodul entsprechen gleicher Dehnung beider Phasen bei Parallelanzordnung und gleicher Spannung bei Reihenanzordnung. Mit diesen Grenzkurven sind auch diejenigen für den linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten gekoppelt, da er beim zweiphasigen Werkstoff durch elastische Spannungen mitbestimmt wird.

Daß diese Grenzkurven die Extremwerte der jeweiligen Eigenschaftskenngröße darstellen, ist theoretisch bewiesen worden (47, 94, 130). Wo zwischen ihnen die Realwerte liegen, bestimmen die Stereologiefaktoren eines Gefüges. In Abb. 4 ist dies schematisch dargestellt. Durch Form- (z. B. Scheibe → „Linse“ → Kugel → „Ei“ → zyl. Stab),

Konzentrations- (z. B. Größe und/oder Anzahl) und Orientierungsänderung (z. B. statistisch \rightarrow gerichtet) der Teilchen der Einlagerungsphase ist die Eigenschaftskenngröße zwischen den Grenzkurven variierbar. Dabei ist der Variationsbereich i. a. um so größer, je mehr sich die Eigenschaftskenngrößen der beiden Phasen unterscheiden. Auch dies ist in *Abb. 4* schematisch durch Vergleich der Grenzkurven bei großem Unterschied der Phaseigenschaften (Fall A) und demjenigen bei geringer Differenz der Phaseeigenenschaftswerte (Fall B) wiedergegeben. — Teilt man die Werkstoffe — von Übergangsfällen absehend — in

- metallische Werkstoffe
- keramische Werkstoffe und
- polymere Werkstoffe

ein, so wird der Variationsbereich zwischen den Eigenschafts-Grenzkurven eines mehrphasigen Werkstoffes i. a. dann verhältnismäßig groß sein, wenn seine Phasen verschiedenen Werkstoffgruppen angehören (z. B. Cermets) oder Poren als Einlagerungsphase auftreten: denn in solchen Fällen unterscheiden sich die Eigenschaftskenngrößen der Phasen im allgemeinen mehr als bei mehrphasigen Werkstoffen mit Phasen aus derselben Werkstoffgruppe (z. B. mehrphasige metallische Legierungen). Die Variation der Eigenschaftskenngrößen durch Gefügeänderung ist deshalb dort technisch relevant und experimentell gut prüfbar, wo sich die Phaseeigenschaften stark unterscheiden. Dies ist der Grund dafür, daß zur Prüfung des Gefüge-Eigenschafts-Zusammenhanges in der vorliegenden Abhandlung vorwiegend experimentelle Daten von Cermets und porösen Werkstoffen verwendet werden.

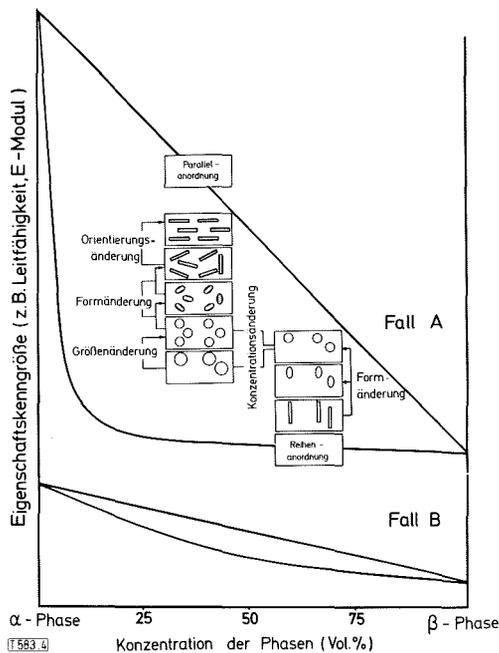


Abb. 4. Eigenschaftsgrenzkurven über dem Konzentrationsbereich und Änderung der Gefügestruktur zweiphasiger Werkstoffe.

Fig. 4. Extreme boundaries for the properties of two-phase materials as function of their concentration and model microstructural modifications.

Danksagung

Die Professoren E. Kröner, Stuttgart, sowie E. Macherauch und F. Thümmeler, Karlsruhe, haben die vierteilige Abhandlung durchgesehen und kommentiert. Herr Dipl.-Ing. R.

Pejsza hat zum I. Teil wertvolle Korrekturhinweise gegeben. Allen Herren sowie Frau Dr. B. Schulz und den anderen Mitarbeitern des Instituts für Material- und Festkörperforschung im Kernforschungszentrum Karlsruhe, die durch zahlreiche Diskussionen zur Gestaltung der Arbeit beigetragen haben, sei an dieser Stelle besonders gedankt.

Literatur

1. A. B. Altmann, I. P. Melaschenko, *Elektrotechnik* 9 (1955) 44.
2. J. Amato, R. L. Colombo, F. Polin, *Rev. Haute Temp.* 3 (1966) 189.
3. G. Arthur, J. A. Coulson, *J. Nucl. Mat.* 13–2 (1964) 242.
4. J. E. Ashton, J. C. Halpin, P. H. Petit, *Primer on Composite Materials: Analysis*, Technomic Publ. Co. Stamford Conn. 1969.
5. T. Babke, Studienarbeit Institut für Werkstoffkunde II, Universität Karlsruhe, 1973.
6. W. S. Blackburn, in Arthur G., Coulson J. A., *J. Nucl. Mat.* 13–2 (1964) 242.
7. T. H. Blakeley, White A. E. S. in Benesovsky F., *Hochwärmefeste und korrosionsbeständige Sinterwerkstoffe*, Proc. 2nd Plansee Seminar, Springer Verlag Wien (1956) 335.
8. J. Boocock, A. S. Furzer, J. R. Matthews, *AERE-M* 2565, 1972.
9. H. Borchers, Walter de Gruyter-Verlag, Berlin, *Metallkunde II* (1963) 41.
10. D. A. G. Bruggeman, *Ann. Phys.* 24 (1935) 636 und *Ann. Phys.* 25 (1936) 645.
11. A. Buch, S. Goldschmidt, *Mater. Sci. Eng.* 5 (1969/70) 111.
12. B. Budiansky, *J. Mech. Phys. Solids* 13 (1965) 223.
13. B. A. Chandler *J. Nucl. Mat.* 6 (1963) 329.
14. N. Claussen, *Ber. Dtsch. Keram. Ges.* 44–6 (1967) 267.
15. N. Claussen, *BMW-FBK* 68-24 (1968).
16. R. C. Coble, W. D. Kingery, *J. Am. Ceram. Soc.* 39 (1956) 377.
17. J. L. Cribb, *Nature* 220 (1968) 576.
18. G. W. Cunningham, D. E. Kizer, S. J. Paprocki, in F. Benesovsky, *Pulvermetallurgie in der Atomkerntechnik*, Proc. 4th. Plansee Seminar, Springer Verlag Wien (1962) 483.
19. W. Dawid, J. Hinn, *Kolloid-Zeitschrift* 104 (1943) 233.
20. R. W. Dayton, C. R. Tipton, S. J. Paprocki, *Reactor Core Materials* 3-4 (1960).
21. R. W. Dayton, W. Tipton, *BMI* 1259 (1958), *BMI* 1324, 1330, 1340, 1366, 1377, 1391, 1398 (1959), *BMI* 1614, 1632, 1644, 1655 (1963).
22. E. Dörre, W. Ziegele, *Ber. Dtsch. Keram. Ges.* 47 (1970) 622.
23. H. Doi, Y. Fujiwara, K. Miyake, Y. Oosawa, *Met. Trans.* 1 (1970) 1417.
24. D. V. Edmonds, C. J. Beevers, *J. Mat. Science* 3 (1968) 457.
25. R. H. Edwards, *J. Appl. Mechanics* (1951) 19.
26. F. Eisenkolb, W. Richter, *Wiss. Z. TH Dresden* 3-1 (1953/54) 71.
27. F. Eisenkolb, W. Schatt, *Neue Hütte* 2 (1957) 471.
28. J. D. Eshelby, *Proc. R. Soc. A* 241 (1957) 376.
29. J. D. Eshelby, *Proc. R. Soc. A* 252 (1959) 561.
30. W. A. Fischer, C. Pieper, *Arch. Eisenhüttenwesen* 44 (1973) 483.
31. D. Francois, C. Terraz, R. Meyer, H. Pastor, *Planseeberichte für Pulvermetallurgie* 20-3 (1972) 185.
32. W. F. Funke, A. N. Schurschakov, C. J. Judkowsky, K. F. Kuźnezowa, W. J. Schulepov, J. N. Jurkewicz, *Fiz. metallov i metallovedenije* 10-2 (1960) 207.
33. N. Fuschillo, M. L. Gimbl, *J. Mat. Sci.* 5 (1970) 1078.
34. E. Gebhardt, G. Ondracek, F. Thümmeler, *J. Nucl. Mat.* 13 (1964) 229.
35. J. G. Goetzel, *Iron Age* 150 (1942) 82.
36. J. N. Goodier, *Appl. Mechanics* 1 (1933) 39.
37. J. Gurland, *J. Trans. Am. Soc. Metals* 50 (1958) 1063.
38. J. Gurland, *Trans. Met. Soc. AIME* 221 (1961) 407.
39. A. G. Guy, *Metallkunde für Ingenieure*, Akademische Verlagsgesellschaft Frankfurt/Main (1970) 179.
40. F. L. C. Harrington, G. H. Rowe, *CNLM-4479* (1963).

41. Z. Hasbin, S. Shtrikman, J. Mech. Phys. Solids 10 (1962) 355, J. Mech. Phys. Solids 11 (1963) 127.
42. Z. Hasbin, in R. M. Fulrath und J. A. Pask (Eds.), Ceramic Microstructures, Proc. 3rd Berkeley Int. Mech. Conf. (1966) 313.
43. Z. Hasbin, Int. J. Engng. Sci. 7 (1969) 11.
44. D. P. H. Hasselman, J. Am. Ceram. Soc. 46 (1963) 103.
45. D. P. H. Hasselman, R. M. Fulrath, J. Am. Ceram. Soc. 47-1 (1964) 52.
46. D. P. H. Hasselman, R. M. Fulrath, UCRL-16360 (1965).
47. R. Hill, J. Mech. Phys. Solids 11 (1963) 357.
48. R. Hill, J. Mech. Phys. Solids 12 (1964) 199.
49. R. Hill, J. Mech. Phys. Solids 13 (1965) 213.
50. R. T. de Hoff, F. N. Rhines, Trans. Met. Soc. AIME 221 (1961) 975.
51. H. Hofmann, Wiss. Z. TU Dresden 19 (1970) 595.
52. K. R. Janowski, R. C. Rossi, J. Am. Ceram. Soc. 50-11 (1967) 600.
53. W. Jellinghaus, Forschungsbericht des Landes Nordrhein-Westfalen, Westdeutscher Verlag Köln (1961) Nr. 1016.
54. A. Jesse, Diss. Universität Karlsruhe (1970) 81.
55. E. E. Kerner, Proc. Phys. Soc. B 69 (1968) 808.
56. W. D. Kingery, Property Measurements at high Temperatures. John Wiley and Sons, New York (1959) 135.
57. F. P. Knudsen, J. Am. Ceram. Soc. 39 (1956) 377.
58. R. F. Kozlova, V. B. Rabkin, Soviet Powder Metallurgy and Metal Ceramics, 11-3 (1972) 234.
59. E. Kröner, Z. Physik 151 (1958) 504.
60. E. Kröner, J. Mech. Phys. Sol. (1976) im Druck.
61. E. Kröner, H. Koch, Solid Mech. Arch. (1976) im Druck.
62. V. Levin, Mekhanika Tverdoge Tela (1967) 88.
63. C. T. Lynch, J. P. Kershaw, B. R. Rollins, Critical Reviews in Solid State Sciences (1970) 481.
64. N. F. Macdonald, C. E. Ransley, Symp. Powder Met. Iron Steel Inst. London, Spec. Rep. 58 (1956) 242.
65. W. M. Manning, J. Am. Ceram. Soc. 49 (1966) 227.
66. M. O. Marlowe, D. R. Wilder, J. Am. Ceram. Soc. 48-5 (1965) 227.
67. J. C. Maxwell, Treatise on Electricity and Magnetism Vol. I, Clarendon Oxford (1904) 309.
68. G. D. McAdam, Powd. Met. 10 (1959) 307.
69. L. Meny, J. Buffet, C. Sauve, Pulvermetallurgie in der Atomkerntechnik-4. Plansee Seminar Metallwerk Plansee-Verlag Reutte (1962) 566.
70. Z. Ministr, Prokroky Proskové Metallurgie 4 (1969) 13.
71. J. L. Mogford, Metallurgical Reviews 12 (1967) 49.
72. S. Nazaré, G. Ondracek, in Verbundwerkstoffe, Buchband der Deutschen Gesellschaft für Metallkunde (1970) 316.
73. S. Nazaré, G. Ondracek, Atomkernenergie 17-4 (1971) 251.
74. S. Nazaré, G. Ondracek, Powder Metallurgy International 6-1 (1974) 8.
75. S. Nazaré, G. Ondracek, F. Thümmler, High Temperatures-High Pressures 3 (1971) 615.
76. S. Nazaré, G. Ondracek, F. Thümmler, in H. H. Hausner, Modern Development in Powder Metallurgy, Plenum Press New York-London Vol. 5 (1971) 171.
77. S. Nazaré, G. Ondracek, F. Thümmler, J. Nucl. Mat. 56 (1975).
78. W. Niesel, Diss. Universität Karlsruhe, 1953.
79. W. Niesel, Ann. Phys. 6-10 (1952) 336.
80. C. Nishimatsu, J. Gurland, Trans. Am. Soc. Metals 52 (1960) 469.
81. A. W. Nutt, A. W. Allen, J. H. Handwerk, J. Am. Ceram. Soc. 53-4 (1970) 207.
82. G. Ondracek, in R. Mitsche, F. Jeglitsch, G. Petzow, Praktische Metallographie 3 (1972) 263.
83. G. Ondracek, in Newsletter '73 in Stereology, KFK-Ext. 6/73-2 (1973) 40, 129.
84. G. Ondracek, Z. F. Werkstofftechnik 5-8 (1974) 416.
85. G. Ondracek, in Newsletter '75 in Stereology, KFK Ext. 6/75-3 (1975) 75.
86. G. Ondracek, B. Schulz, Rev. Int. Temper. et. Refract. 7 (1970) 397.
87. G. Ondracek, B. Schulz, Ber. Dtsch. Keram. Ges. 48-10.
88. G. Ondracek, B. Schulz, Ber. Dtsch. Keram. Ges. 48-12 (1971) 525.
89. G. Ondracek, B. Schulz, J. Nucl. Mat. 46 (1973) 253.
90. G. Ondracek, B. Schulz, in Newsletter '73 in Stereology KFK Ext. 6/73-2 (1973) 84 und Praktische Metallographie 10 (1973) 16.
91. G. Ondracek, B. Schulz, in Newsletter '73 in Stereology, KFK Ext. 6/73-2 (1973) 94 und Praktische Metallographie 10 (1973) 67.
92. G. Ondracek, B. Schulz, in H. Böhm, W. Dienst, K. Kummerer, Arbeiten zur Brennelemententwicklung für den schnelleren Brutreaktor SNR 300, KFK 1999 (1974) 43.
93. S. J. Paprocki, D. L. Keller, G. W. Cunningham, E. D. Kizer, in Dayton R. W., Tipton C. R., BMI 1448, BMI 1487 (1960).
94. B. Paul, Transactions of the Metallurgical Society of AIME 218 (1960) 36.
95. A. Reuss, ZAMM 9 (1929) 49.
96. N. Rhines, Phase Diagrams in Metallurgy, McGraw Hill Book Company New York (1956) 54.
97. B. W. Rosen, Z. Hasbin, Int. J. Eng. Science 8 (1970) 157.
98. R. C. Rossi, J. R. Cost, K. R. Janowski, J. Am. Ceram. Soc. 55-5 (1972) 237.
99. J. C. Rowely, Proc. of the Thermionic Specialists Conference Miami/Florida (1970).
100. M. A. Sadowsky, E. Sternberg, J. Appl. Mechanics 16 (1949) 149.
101. E. J. Sandford, Trent E. M. Symp. Powder Met. Iron Steel Inst. London, Spec. Rep. 38 (1947) 84.
102. R. A. Schapery, J. Comp. Mat. 2-3 (1968) 380.
103. W. Schikarski, G. Ondracek, J. Nucl. Mat. 45-2 (1972/73) 171.
104. D. Schmidt, Diss. Universität Karlsruhe, 1968.
105. R. Schmitt, Diplomarbeit Universität Karlsruhe, Institut für Werkstoffkunde, 1974.
106. H. Schreiner, Pulvermetallurgie elektrischer Kontakte, Springer Verlag Berlin (1964) 98 178–180, 188.
107. B. Schulz, Diss. Universität Karlsruhe, 1974.
108. B. Schulz, in Newsletter '75 in Stereology, KFK Ext. 6/75-3 (1975) 10.
109. B. Schulz, in Proc. of the Int. Conf. on Composite Materials, AIME New York, Vol. II (1976) 578.
110. F. R. Steel, Int. J. Solids and Structures 4 (1968) 1149.
111. U. Stille, Arch. Elektrotechnik 38-3/4 (1944) 91.
112. C. S. Swamy, P. Weimar, Powder Metallurgy International (1970) 134.
113. J. H. Swisher, E. O. Tucks, T. D. Schlaback, J. Inst. Met. 97 (1969) 105.
114. Tai Te, Wu, Int. J. Solids Structures 2 (1966) 1.
115. J. P. Thomas, AD 287 826 (1960).
116. Y. S. Touloukian, Thermophysical Properties of High Temperature Solid Materials, the MacMillan Co. New York 1-6 (1967).
117. R. R. Tumalla, J. Am. Ceram. Soc. 53 (1970) 376.
118. R. R. Tumalla, A. L. Friedberg, J. Nucl. Mat. 32 (1969) 354.
119. P. S. Turner, J. Res. NBS 37 (1946) 239.
120. S. Umekawa, R. Kotfila, A. D. Sberby, J. Mech. Phys. Solids. 13 (1965) 229.
121. E. E. Underwood, Quantitative Stereology, Addison-Wesley Publishing Company, Reading Mass. (1970).
122. K. Veevers, W. B. Rotsey, J. Mater. Sci. 1 (1966) 346.
123. W. Voigt, Lehrbuch der Kristallphysik, Teubner Verlag Berlin (1910).
124. K. Wakashima, S. Otsuka, J. Composite Materials 8 (1974) 391.
125. L. J. Walpole, J. Mech. Phys. Solids 14 (1966) 151.
126. L. J. Walpole, J. Mech. Phys. Solids 17 (1969) 235.
127. F. F. Y. Wang, Mater. Sci. Eng. 7 (1971) 109.
128. H. H. Wawra, H. Koch, E. Kröner, Japan J. Mat. Science (1976) im Druck.
129. P. Weimar, Diss. Universität Karlsruhe (1969).
130. O. Wiener, Abh. math. phys. Kl. königl.-sächs. Ges. Wiss. 32/6 (1912) 509.
131. K. Winkelmann, Handbuch der Physik, Band V (1908) 124.
132. R. H. T. Yeh, J. Appl. Physics 42-3 (1971) 1101.
133. R. Zeller, P. H. Dederichs, Phys. Stat. Sol. (b) 55 (1973) 831 und KFA Jül 877 FF (1972).

Anschrift: Dr. G. Ondracek, Institut für Material- und Festkörperforschung, Postfach 3640, Kernforschungszentrum, D-7500 Karlsruhe.

Zum Zusammenhang zwischen Eigenschaften und Gefügestruktur zweiphasiger Werkstoffe

On the Relationship between the Properties and the Microstructure of Multiphase Materials

Teil II: Gefügestruktur und spezifischer elektrischer Widerstand

Gerhard Ondracek

Mitteilung aus dem Institut für Material- und Festkörperforschung des Kernforschungszentrums und der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe, Deutschland

II. 1. Zur Theorie des Zusammenhanges zwischen Gefügestruktur und spezifischem elektrischem Widerstand

Feldeigenschaften charakterisieren die Verhaltensweisen eines Werkstoffes in einem elektrischen Feld bzw. gegenüber einem stationären elektrischen Strom, einem Temperatur-Feld, einem magnetischen oder elektromagnetischen Feld. Quantitativ erfolgt dies über Feldgleichungen, die für verschiedene Felder unterschiedliche Feldeigenschaftskenngrößen enthalten, mathematisch aber analog sind. Theoretische Ableitungen für eine Feldeigenschaft lassen sich daher auf andere übertragen (87).

Zwischen dem spezifischen elektrischen Widerstand als Feldeigenschaftskenngröße und anderen Feldeigenschaftskenngrößen, wie der Dielektrizitätskonstanten, der magneti-

schen Permeabilität oder der Wärmeleitfähigkeit, besteht umgekehrte Proportionalität, da der spezifische elektrische Widerstand der Kehrwert der elektrischen Leitfähigkeit ist ($\rho = \phi^{-1}$). Die Leitfähigkeit ist – gemäß den Feldgleichungen – die zu anderen Feldeigenschaftskenngrößen direkt analoge für den stationären elektrischen Strom. Sollen die folgenden Gleichungen daher auf andere Feldeigenschaftskenngrößen angewendet werden, so sind sie zunächst auf Leitfähigkeit umzuschreiben (84).

Die äußeren Grenzkurven, die den durch den Einfluß der Gefügestruktur gegebenen Variationsbereich des elektrischen Widerstandes zweiphasiger Werkstoffe einschließen, sind durch die *Kirchhoff*-Gleichungen zur Parallel- und Reihenschaltung von Widerständen gegeben (siehe Abb. 9, Gleichung 12 und Gleichung 14). Da sich die spezifischen elektrischen Widerstände der Phasen zweiphasiger Werkstoffe um weit mehr als 10 Größenordnungen unterscheiden können, kann der Variationsbereich für elektrische Eigenschaftsänderungen eines zweiphasigen Werkstoffes durch Änderung seiner Gefügestruktur sehr groß sein (Abb. 5).

Die Angabe von äußeren Grenzkurven ist daher in diesem Falle der Feldeigenschaften – auch technisch – nicht ausreichend. Bei geringem Unterschied der spezifischen elektrischen Widerstände der Phasen eines zweiphasigen Werkstoffes dagegen fällt dieser Variationsbereich relativ schmal aus. Dies ist beispielsweise bei zweiphasigen metallischen Legierungen der Fall (Abb. 6). Vermutlich ist es auch dieser Tatsache zuzuschreiben, daß selbst in neueren Lehrbüchern zur Abhängigkeit des spezifischen elektrischen Widerstandes bzw. der elektrischen Leitfähigkeit von der Konzentration der Phasen als Regel angegeben wird, daß „im festen Zustand die Änderung in heterogenen Gebieten linear“ ist (9). Entsprechende Darstellungen sind in Abb. 7 wiedergegeben. In Wirklichkeit entsprechen solche linearen Darstellungen nicht der Regel, sondern vielmehr der Ausnahme – bzw. dem Grenzfall der Regel.

Zur Ableitung des elektrischen Widerstandes eines zweiphasigen Werkstoffes als Funktion seiner Gefügestruktur wird von der Vorstellung eines homogenen elektrostatischen Feldes im *einphasigen* Werkstoff ausgegangen (67, 87). Dieses Feld ist über die Feldgleichung für das elektrostatische Feld quantitativ beschreibbar. Werden in den Werkstoff Teilchen einer zweiten Phase eingelagert (Einlagerungsgefüge), so wird durch Influenz ein Störfeld erzeugt, das sich dem ursprünglichen Feld überlagert. Für jedes der beiden Felder läßt sich die Feldgleichung aufstellen. Das resultierende Feld ergibt sich durch Superposition des homogenen „äußeren“ Feldes und des induzierten Störfeldes unter Beachtung der Grenzbedingungen, daß

– die Summe der induzierten Oberflächenladungen in jedem Teilchen der Einlagerungsphase Null ist.

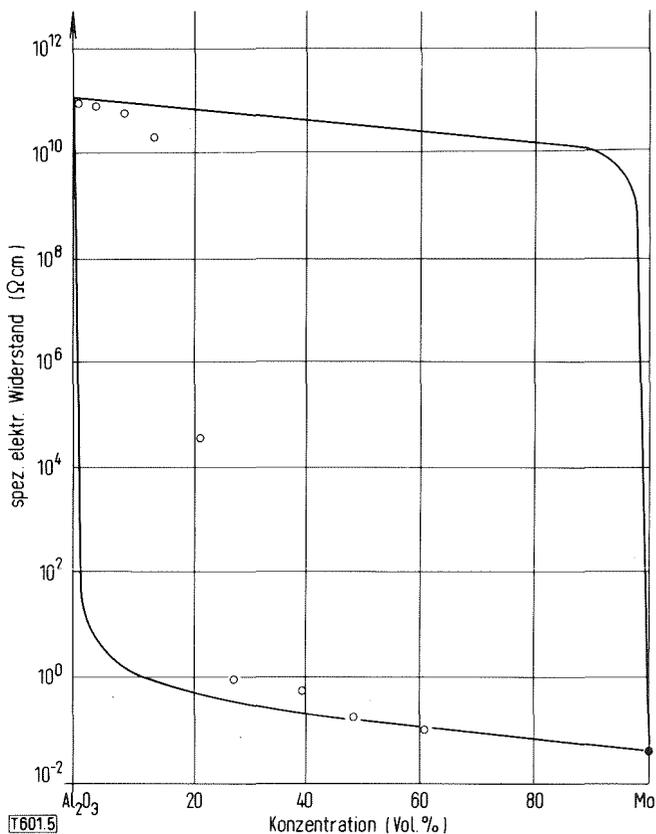


Abb. 5. Spezifischer elektrischer Widerstand von Al₂O₃-Mo-Cermets in Abhängigkeit von der Konzentration der Phasen bei Raumtemperatur; berechnete Grenzkurven für Parallel- und Reihenarrangements der Phasen – (Gln. 12, 14) Meßwerte ○ (22).

Fig. 5. Electrical resistivity of Al₂O₃-Mo-Cermets at room temperature as a function of the phase concentration; calculated bounds for parallel and series array of the phases – (eqs. 12, 14) measured values ○ (22).

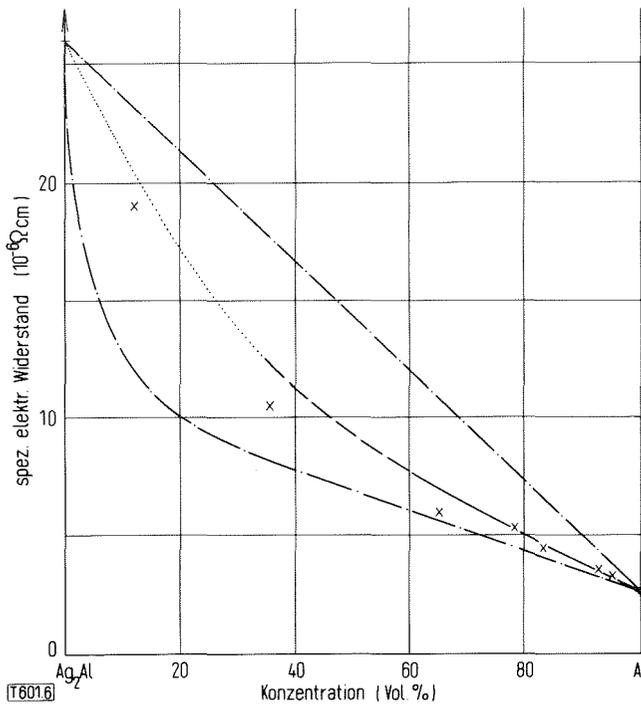


Abb. 6. Spezifischer elektrischer Widerstand von Ag₂Al-Al-Legierungen; berechnete Kurve für Ag₂Al-Matrix (Gl. 15), berechnete Kurve für Al-Matrix — (Gl. 13), Übergangsbereich - - - - -, berechnete Grenzkurven für Parallel- und Reihenordnung der Phasen - · - · - (Gln. 12, 14), Meßwerte x • (105, 116).

Fig. 6. Electrical resistivity of Ag₂Al-Al alloys; calculated curve for Ag₂Al matrix (equ. 15), calculated curve for Al matrix — (equ. 13), transition region - - - - -, calculated bounds for parallel and series array of the phases - · - · - (eqs. 12, 14), measured values x • (105, 116).

— sich das elektrische Potential in der Grenzfläche stetig ändert, oder mit anderen Worten: beim Übergang von der Einlagerungs- in die Matrixphase gibt es keinen — un-stetigen — Potentialsprung.

Der Superposition liegt das Prinzip der Additivität von Energien zugrunde; d. h. in diesem Falle, die Energie des resultierenden elektrischen Feldes ergibt sich additiv aus den Energien der beiden überlagerten elektrischen Teilfelder. Die durch die Teilchen der Einlagerungsphase hervorgerufene Feldänderung ist dabei abhängig von ihrer Konzentration, Form und Orientierung. Sie wurde zuerst für sphärische Gestalt und geringe Konzentration der Teilchen der Einlagerungsphase berechnet (67). Dieser Fall ist der einfachste aus zwei Gründen:

- bei Kugeln entfällt der Orientierungseinfluß
- bei geringer Konzentration der Einlagerungsphase kommt eine zusätzliche gegenseitige Überlagerung der influenzierten Störfelder nicht in Betracht.

Der zweite Grund ergibt sich aus der Tatsache, daß die Reichweite der Störfelder bei geringer Konzentration der Einlagerungsphase kleiner ist als der Abstand ihrer Teilchen. Nach der Fullman-Gleichung (121)

$$\lambda = L_3 \frac{c_M}{1 - c_M} \tag{7}$$

wächst der mittlere Abstand (λ) zwischen den Teilchen der Einlagerungsphase mit ihrer mittleren Sehnenlänge (L_3) — als Maß für ihre Größe — und dem (Volumen-) Anteil der kontinuierlichen Matrixphase (c_M).

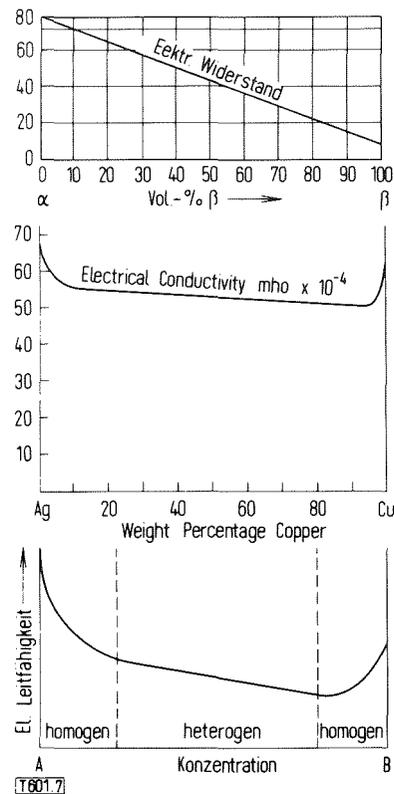


Abb. 7. Abhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit (9, 96) bzw. des elektrischen Widerstandes (39) zweiphasiger Werkstoffe von der Konzentration der Phasen-(Originalwiedergabe aus Lehrbüchern). Fig. 7. Dependence of the electrical conductivity (9, 96) and resistivity (39) of two phase materials on the phase concentration due to originals in text books.

Die Gleichung für den Widerstand zweiphasiger Werkstoffe mit sphärischer Einlagerungsphase in geringer Konzentration (Maxwell-Gleichung) lautet (67, 87):

$$\rho_C = \rho_M \frac{2 + c_D + \frac{\rho_M}{\rho_D} (1 - c_D)}{2 - 2c_D + \frac{\rho_M}{\rho_D} (1 + 2c_D)} \tag{8a}$$

(Bezeichnungen s. Gl. 9–11). Zur Erweiterung ihrer Gültigkeit auf den gesamten Konzentrationsbereich muß die Vorstellung des quasihomogenen Kontinuums benutzt werden (10). Es wird angenommen, daß die Matrix ein zweiphasiger Werkstoff mit geringer Konzentration der Einlagerungsphase ist. Das effektive elektrische Feld in diesem Werkstoff kann mit Gleichung 8a für geringe Konzentration der Einlagerungsphase berechnet werden. Nun wird — näherungsweise — dieses Feld wie dasjenige in einer homogenen Matrixphase behandelt, der erneut eine geringe Menge der Einlagerungsphase zugegeben wird. Zur Berechnung des resultierenden Feldes wird wieder die vorhandene Gleichung 8a für geringe Konzentration der Einlagerungsphase angewendet. Man erreicht mit diesem Konzept des quasihomogenen Kontinuums, daß die Störfeldüberlagerung bei hohen Phasenkonzentrationen im zweiphasigen Werkstoff formal erfaßt wird. Mathematisch geht man so vor, daß Gleichung 8a differenziert wird. Man erhält die Feldänderung bei geringer Konzentrationsänderung der Einlagerungsphase. Integriert man die differenzierte Gleichungsform zwischen dem Widerstand der Matrixphase und dem Widerstand der

Einlagerungsphase als Grenzen des Widerstandes des zweiphasigen Werkstoffes, so erhält man die *Bruggemann*-Gleichung (10, 79, 87), welche den spezifischen elektrischen Widerstand eines zweiphasigen Werkstoffes bei sphärischer Form der eingelagerten Phasenteilchen ohne Konzentrationsbeschränkungen zu berechnen gestattet:

$$1 - c_D = \frac{\rho_C - \rho_D}{\rho_M - \rho_D} \sqrt{\left(\frac{\rho_M}{\rho_C}\right)^2} \quad (8b)$$

(Bezeichnung s. Gl. 9-11). Unter Annahme rotationsellipsoider Form der eingelagerten Phasenteilchen und unter Berücksichtigung ihrer Orientierung wurde diese Ableitung für das stationäre elektrische Feld wiederholt (79). Sie führt zunächst auf eine Integralform, in der man aufgrund der Analogie zwischen allen Feldgleichungen die Feldeigenschaftskenngröße für das stationäre elektrische Feld – die Dielektrizitätskonstante – durch diejenige für den stationären elektrischen Strom – die elektrische Leitfähigkeit bzw. durch den spezifischen elektrischen Widerstand ersetzen kann. Die so umgeschriebene Integralform lautet (88)

$$\int_0^{c_D} \frac{dc}{1-c} = - \int \frac{\rho_C}{\rho_M}$$

$$\rho \left(\frac{1}{\rho_D} - \frac{1}{\rho} \right) \left[\frac{1 - \cos^2 \alpha_D}{\rho + \left(\frac{1}{\rho_D} - \frac{1}{\rho} \right) F_D} + \frac{\cos^2 \alpha_D}{\rho + \left(\frac{1}{\rho_D} - \frac{1}{\rho} \right) (1 - 2 F_D)} \right] d\rho \quad (8c)$$

Sie wurde explizit gelöst (107) und ergibt die **allgemeine Gefügeelektrische Widerstands-Gleichung**

$$1 - c_D = \frac{\rho_C - \rho_D}{\rho_M - \rho_D} \frac{\rho_M}{\rho_C} \left[\frac{\rho_C}{\rho_M} \right] f(F_D, \cos^2 \alpha_D)$$

$$\left[\frac{\rho_D + \left(\frac{1}{(1 - F_D) \cos^2 \alpha_D + 2 F_D (1 - \cos^2 \alpha_D)} - 1 \right) \rho_C}{1} \right] \cdot \left[\frac{\rho_D + \left(\frac{1}{(1 - F_D) \cos^2 \alpha_D + 2 F_D (1 - \cos^2 \alpha_D)} - 1 \right) \rho_M}{1} \right]$$

$$\left. \begin{matrix} \rho_M \\ \rho_C \end{matrix} \right] \psi(F_D, \cos^2 \alpha_D) \quad (9)$$

$$f(F_D, \cos^2 \alpha_D) = \frac{F_D (1 - 2 F_D)}{1 - (1 - F_D) \cos^2 \alpha_D - 2 F_D (1 - \cos^2 \alpha_D)} \quad (10)$$

$$\psi(F_D, \cos^2 \alpha_D) = \frac{F_D (1 - 2 F_D)}{1 - (1 - F_D) \cos^2 \alpha_D - 2 F_D (1 - \cos^2 \alpha_D)} + \frac{2 F_D (1 - F_D)}{(1 - F_D) \cos^2 \alpha_D + 2 F_D (1 - \cos^2 \alpha_D)} - 1 \quad (11)$$

(C = Index für zweiphasigen Werkstoff; $\cos^2 \alpha =$ Orientierungsfaktor; D = Index für Einlagerungsphase; M = Index für Matrixphase; $\rho =$ spezifischer elektrischer Widerstand; c = Volumenanteil; F = Formfaktor). Aus der Ableitung folgt, daß die Gefügeeinflüsse als Stereologiefaktoren zur Konzentration, Form und Orientierung der Teilchen der Einlagerungsphase in Gl. 9 erfaßbar sind und in der im Teil I dieser Arbeit erörterten Weise mit am Gefügebild meßbaren Größen zusammenhängen. Als – indirekter – Formfaktor für Feldeigenschaften ergibt sich der in der Physik seit langem bekannte Entelektrisierungsfaktor (131). Er ist ausschließlich vom Mittelwert für das Verhältnis aus Symmetrie- und Nebenachse der rotationsellipsoid beschriebenen Teilchen der Einlagerungsphase abhängig und läßt sich für jedes Achsenverhältnis berechnen (Abb. 8) (111).

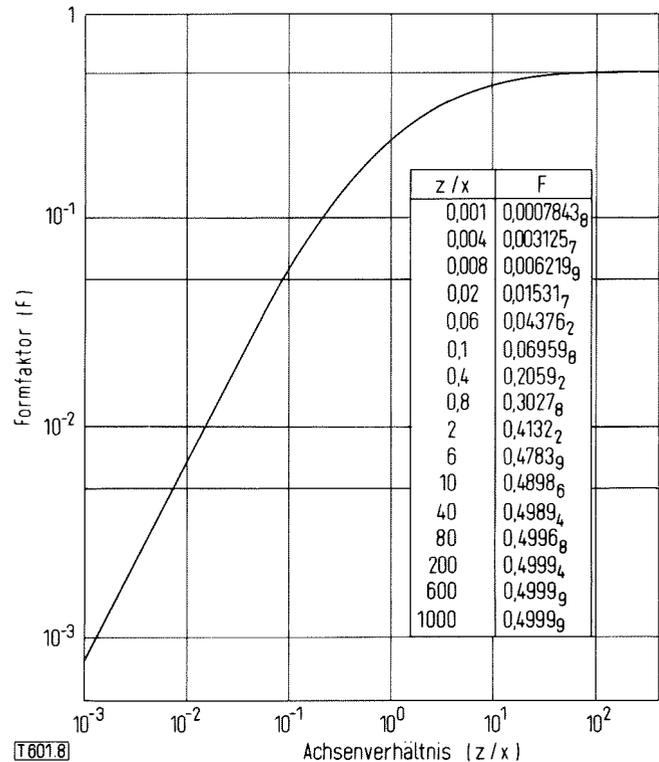


Abb. 8. Indirekter Formfaktor für Feldeigenschaften als Funktion des Achsenverhältnisses rotationsellipsoider Teilchen.

Fig. 8. The indirect shape factor concerning field properties as a function of the axial ratio of spheroidal particles.

Für einige wichtige Spezialfälle von Orientierung und Form läßt sich Gl. 9 vereinfachen. Als Sonderfälle der Orientierung ergeben sich

- Statistische Orientierung: die Teilchen der Einlagerungsphase sind nicht orientiert, es liegt kein Vorzugswinkel zur Feldrichtung vor ($\cos^2 \alpha = \frac{1}{3}$)
 - vollständige Orientierung in Feldrichtung: alle Teilchen der Einlagerungsphase sind mit ihrer Symmetrieachse parallel zur Feldrichtung ($\cos^2 \alpha = 1$) orientiert
 - vollständige Orientierung senkrecht zur Feldrichtung: die Symmetrieachsen (z) aller Teilchen der Einlagerungsphase sind senkrecht zur Feldrichtung orientiert ($\cos^2 \alpha = 0$)
- Sonderfälle der Form sind
- die plättchenförmige zylindrische Scheibe: sie entsteht, wenn das Verhältnis von Symmetrie (z) – zu Nebenachse

(x) der rotationsellipsoid beschriebenen Teilchen der Einlagerungsphase sehr klein wird ($F = 0$ für $\frac{z}{x} = 0$)
 – die Kugel: für sie ist das Verhältnis von Symmetrie (z) – zu Nebenachse (x) der rotationsellipsoid beschriebenen Teilchen der Einlagerungsphase Eins ($F = \frac{1}{3}$ für $\frac{z}{x} = 1$)
 – der zylindrische Stab: er entsteht, wenn das Verhältnis von Symmetrie (z) – zu Nebenachse (x) der rotationsellipsoid beschriebenen Teilchen der Einlagerungsphase sehr groß wird; d. h. im Grenzfall, die Nebenachse wird „unendlich“ klein bei endlich großer Symmetrieachse

$$F = \frac{1}{2} \text{ für } \frac{z}{x} = \infty$$

Abb. 9 enthält die Gleichungen, die sich für die möglichen Kombinationen der Spezialfälle von Form und Orientierung der Teilchen der Einlagerungsphase aus Gleichung 9 ergeben (84). Sie lassen sich für jeweils zwei Fälle darstellen

- die schlechter leitende Phase bildet die Matrix, die besser leitende ist eingelagert (Abb. 10)
- die besser leitende Phase bildet die Matrix, die schlechter leitende ist eingelagert (Abb. 11).

Die Extremfälle der eingelagerten zylindrischen Scheibe ($\lim \frac{z}{x} = 0$) in senkrechter Orientierung zum Feld (Gl. 12) und des in Feldrichtung orientierten eingelagerten zylindrischen Stabes ($\lim \frac{z}{x} = \infty$, Gl. 18) entsprechen dem Grenzfall der Parallelanordnung der Phasen. Der Extremfall der in Feldrichtung orientierten eingelagerten zylindrischen Scheibe ($\lim \frac{z}{x} = 0$) entspricht der Reihenanordnung der Phasen (Gl. 14). Demgemäß sind die Kurven dieser Extremfälle in Abb. 10 und Abb. 11 identisch (quer zur Feldrichtung orientierte zylindrische Scheiben der Einlagerungsphase = Parallelanordnung der Phasen; quer zur Feldrichtung orientierte zylindrische Stäbe der Einlagerungsphase = Reihenanordnung der Phasen). Die Reihenfolge der anderen Kombinationen der Spezialfälle für Form und Orientierung der Teilchen der Einlagerungsphase in bezug auf zunehmenden spezifischen elektrischen Widerstand dagegen ist in Abb. 10 und Abb. 11 verschieden (siehe Legende der Abbildungen). Vergleicht man beispielsweise die Fälle für den isotropen Werkstoff (statistische Orientierung), so ergeben in schlechter leitender Matrixphase Scheibenteilchen, in besser leitender Matrixphase dagegen Kugelteilchen der Einlagerungsphase minimalen spezifischen elektrischen Widerstand.

Außerdem folgt aus dem Vergleich der entsprechenden Kurven in Abb. 10 und Abb. 11 die überraschende Fest-

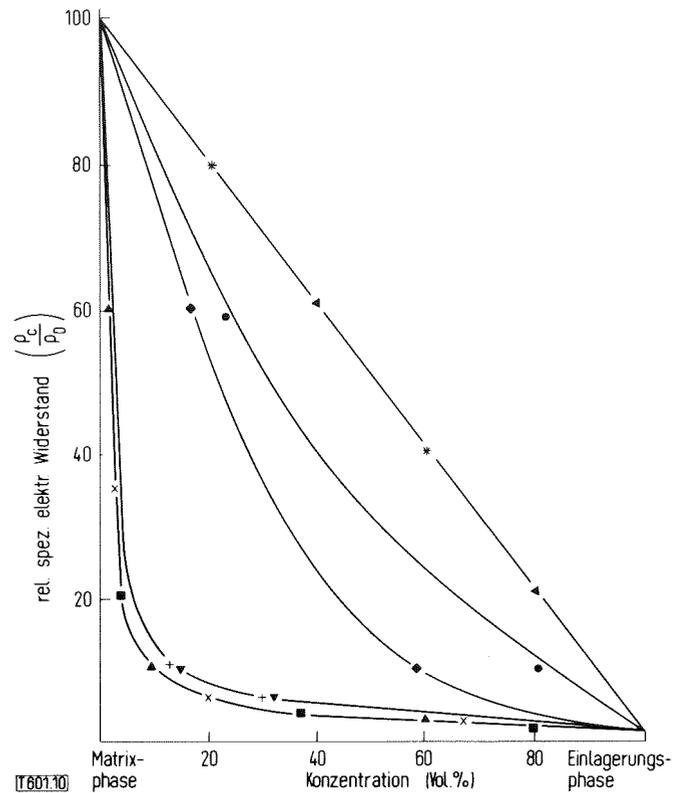


Abb. 10. Theoretischer Verlauf des spezifischen elektrischen Widerstandes zweiphasiger Werkstoffe bei schlechter leitender Matrixphase und besser leitender Einlagerungsphase ($\rho_M : \rho_D = 10^2$).

- Parallelanordnung der Phasen
- ▲ eingelagerte Scheiben quer zum Feld orientiert
- × eingelagerte Stäbe in Feldrichtung orientiert
- + eingelagerte Scheiben statistisch orientiert
- ▼ eingelagerte Stäbe statistisch orientiert
- ◆ eingelagerte Kugeln
- eingelagerte Stäbe quer zum Felde orientiert
- eingelagerte Scheibe in Feldrichtung orientiert
- * Reihenanordnung der Phasen
- ▲

Fig. 10. Theoretical slope of the electrical resistivity supposing a worse conducting matrix phase and a better conducting inclusion phase ($\rho_M : \rho_D = 10^2$).

- parallel array of the phases
- ▲ included discs oriented perpendicular to the field
- × included rods oriented parallel to the field
- + included discs oriented statistically
- ▼ included rods oriented statistically
- ◆ included spheres
- included rods oriented perpendicular to the field
- included discs oriented parallel to the field
- * series array of the phases
- ▲

$\cos^2 \alpha$	0	0,33	1
F	Orientierung quer zum Feld	Orientierung statistisch	Orientierung in Feldrichtung
0 zyl. Scheibe	$1 - c_D = \frac{\rho_M (\rho_C - \rho_D)}{\rho_C (\rho_M - \rho_D)}$ (12)	$1 - c_D = \frac{\rho_C - \rho_D}{\rho_M - \rho_D} \cdot \frac{\rho_D + 2 \rho_M}{\rho_D + 2 \rho_C}$ (13)	$1 - c_D = \frac{\rho_C - \rho_D}{\rho_M - \rho_D}$ (14)
0,33 Kugel		$1 - c_D = \frac{\rho_C - \rho_D}{\rho_M - \rho_D} \sqrt[3]{\frac{\rho_M}{\rho_C}}$ (15)	
0,5 zyl. Stab	$1 - c_D = \frac{\rho_C - \rho_D}{\rho_M - \rho_D} \left(\frac{\rho_M}{\rho_C}\right)^{\frac{1}{2}}$ (16)	$1 - c_D = \frac{\rho_M (\rho_C - \rho_D)}{\rho_C (\rho_M - \rho_D)} \left[\frac{\rho_C (\rho_M + 5 \rho_D)}{\rho_M (\rho_C + 5 \rho_D)} \right]^{2/5}$ (17)	$1 - c_D = \frac{\rho_M (\rho_C - \rho_D)}{\rho_C (\rho_M - \rho_D)}$

Abb. 9. Spezialfälle der allgemeinen Gefüge-elektrischen Widerstands-Gleichung zweiphasiger Werkstoffe mit Einlagerungsgefüge.

Fig. 9. Special cases of the general microstructure-electrical resistivity equation of two phase matrix materials.

stellung, daß bei statistisch eingelagerten zylindrischen Scheiben (oder Stäben) der Widerstand zweiphasiger Werkstoffe mit schlechter leitender Matrixphase bei gleicher Phasenkonzentration rechnerisch geringer sein kann als derjenige bei gleicher Gefügestruktur, aber besser leitender Matrixphase. Dies ist theoretisch abhängig vom Verhältnis der spezifischen elektrischen Widerstände der beiden Phasen. Ein experimentelles Ergebnis zu dieser Feststellung liegt bisher nicht vor.

Die Berücksichtigung extremer Unterschiede zwischen den Widerständen der Phasen führt zu zwei weiteren Spezialfällen der allgemeinen Beziehung zwischen Gefügestruktur und elektrischem Widerstand zweiphasiger Werkstoffe (Gl. 9). Es sind diejenigen für schlecht leitende Matrixphase mit gutleitender Einlagerungsphase ($\frac{\rho_M}{\rho_D} \gg 1$) (84, 87):

$$\rho_C = \rho_M [1 - c_D] \frac{1 - \cos^2 \alpha_D}{F_D} + \frac{\cos^2 \alpha_D}{1 - 2 F_D} \quad (19)$$

und gut leitender Matrixphase mit schlechtleitender Einlagerungsphase ($\frac{\rho_M}{\rho_D} \ll 1$)

$$\rho_C = \rho_M [1 - c_D] \frac{1 - \cos^2 \alpha_D}{F_D - 1} - \frac{\cos^2 \alpha_D}{2 F_D} \quad (20)$$

Diese Gleichungen sind im allgemeinen dann als gute Näherungen zu betrachten, wenn der Unterschied zwischen den spezifischen elektrischen Widerständen der Phasen (ρ_M, ρ_D) nicht weniger als vier Größenordnungen beträgt. Sie sind daher besonders gut auf Cermets und poröse Werkstoffe mit geschlossener Porosität als Einlagerungsphase anwendbar (76, 89).

In allen Gleichungen wird der Einfluß der Fein- und Gefügestruktur der einzelnen Phasen auf deren spezifischen elektrischen Widerstände (ρ_M, ρ_D) direkt über diese erfaßt. So kann beispielsweise dieselbe Phase in verschiedenen mehrphasigen Werkstoffen unterschiedliche Phasenwiderstände besitzen, weil sie einmal feinkristallin im anderen Fall grobkristallin vorliegt (103) (Gefügeeinflüsse im einphasigen Werkstoff). Ebenso über die Widerstände der einzelnen Phasen erfaßt wird der Einfluß der Zustandsgrößen. So erhält man beispielsweise die Temperaturabhängigkeit des spezifischen elektrischen Widerstandes mehrphasiger Werkstoffe, indem man die temperaturabhängigen Phasenwiderstände

$$\rho_M = \rho_M (T); \rho_D = \rho_D (T) \quad (21)$$

in die Gleichungen (9) bis (20) einsetzt.

Die bisherigen Erörterungen galten für mehrphasige Werkstoffe mit Einlagerungsgefüge. Eine entsprechende Behandlung für den elektrischen Widerstand zweiphasiger Werkstoffe mit Durchdringungsgefüge ist möglich und auch durchgeführt worden (10, 107). Allerdings ergeben sich dabei – wie im Teil I dieser Arbeit bereits erwähnt wurde – zusätzliche Probleme. Im Gegensatz zu Gleichung (9) für Einlagerungsgefüge, in der nur die Stereologiefaktoren der Einlagerungsphase auftreten, erfordert die entsprechende Gleichung für Durchdringungsgefüge die Kenntnis der Stereologiefaktoren für beide Phasen. Diese aber sind nicht unabhängig voneinander. Nimmt man beispielsweise für eine Phase Zylindergestalt an wie bei faserver-

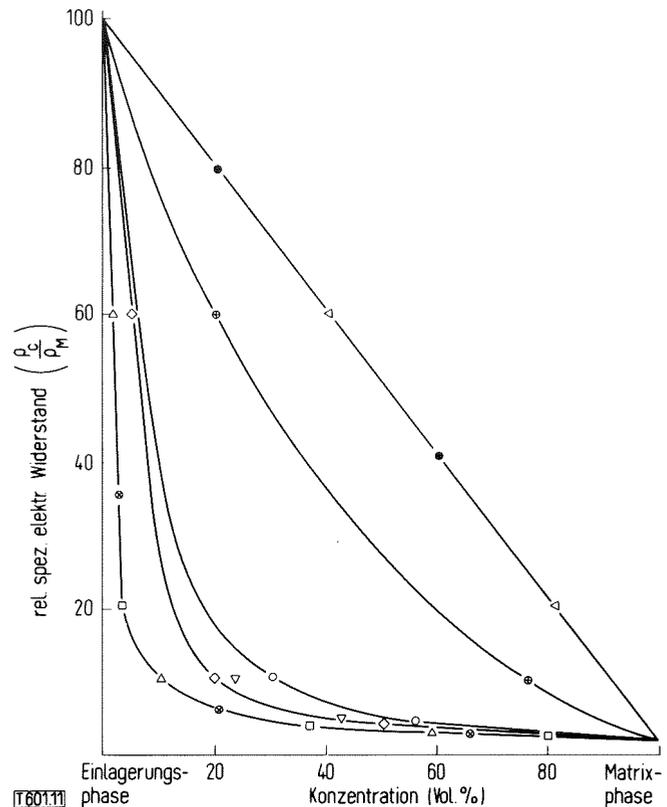


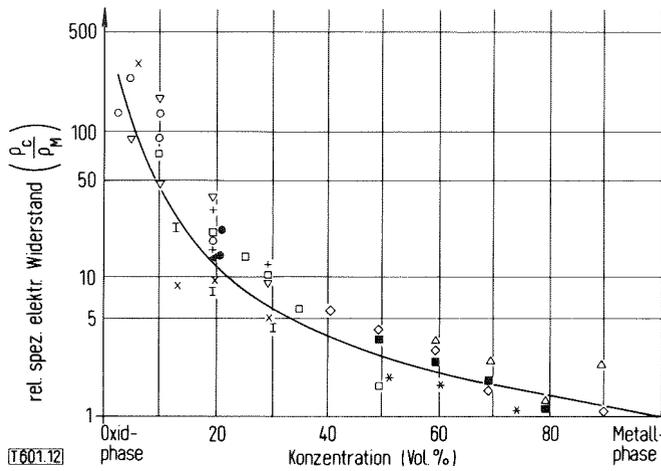
Abb. 11. Theoretischer Verlauf des spezifischen elektrischen Widerstandes bei besser leitender Matrixphase und schlechter leitender Einlagerungsphase ($\rho_M : \rho_D = 10^{-2}$).

- Parallelanordnung der Phasen
- △ eingelagerte Scheiben quer zum Feld orientiert
- ⊗ eingelagerte Stäbe in Feldrichtung orientiert
- ◇ eingelagerte Kugeln
- ▽ eingelagerte Stäbe statistisch orientiert
- eingelagerte Stäbe quer zum Feld orientiert
- ⊙ eingelagerte Scheiben statistisch orientiert
- ⊕ eingelagerte Scheiben in Feldrichtung orientiert
- < Reihenanordnung der Phasen

Fig. 11. Theoretical slope of the electrical resistivity supposing a better conducting matrix phase and a worse conducting inclusion phase ($\rho_M : \rho_D = 10^{-2}$).

- parallel array of the phases
- △ included discs oriented perpendicular to the field
- ⊗ included rods oriented parallel to the field
- ◇ included spheres
- ▽ included rods oriented statistically
- included rods oriented perpendicular to the field
- ⊙ included discs oriented statistically
- ⊕ included discs oriented parallel to the field
- ⊖ series array of the phases

stärkten Werkstoffen, so ist die Form der anderen Phase durch diese Annahme mitbestimmt. Über diesen funktionalen Zusammenhang konnten bisher lediglich Ansätze für spezielle Fälle gemacht werden. Sie stimmen zwar teilweise gut mit experimentellen Daten überein, sind aber dennoch als – allgemein unzureichende – Näherungen zu betrachten (84, 86, 107). Hinzu kommt, daß Durchdringungsgefüge immer jenen Konzentrationsbereich zweiphasiger Werkstoffe kennzeichnen, in dem die Matrixphase wechselt. Die Kurve für die elektrischen Widerstände eines zweiphasigen Werkstoffes mit Durchdringungsgefüge (gestrichelt in Abb. 6) – aufgetragen über der Konzentration der Phasen – verbindet daher die beiden Kurventeile für die elektrischen Widerstände desselben Werkstoffes bei Einlagerungsgefüge mit



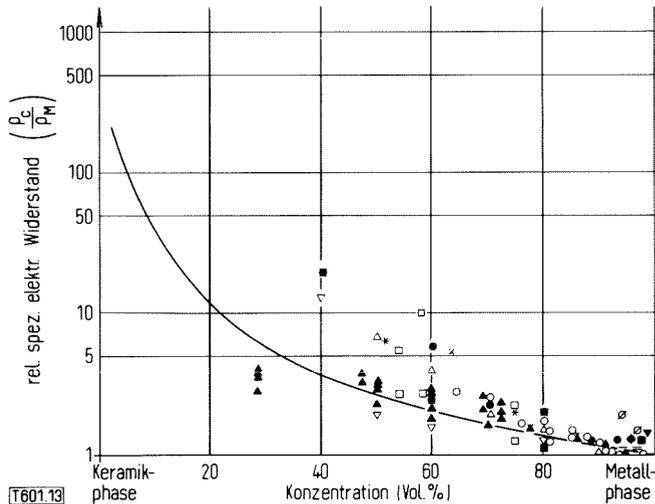
T601.12

Abb. 12. Relativer spezifischer elektrischer Widerstand von UO₂-Cermets mit Metallmatrix (84).

Fig. 12. Electrical resistivity of UO₂-metal matrix cermets (84).

- UO₂-Cr ◀ (18, 116) I (112) Δ (84)
- UO₂-Cu ● (54)
- UO₂-Mo + (18) x (112) ▽ (2) * (34)
- UO₂-Nb ● (18, 116)
- UO₂-Stahl □ (18, 21, 116)
- UO₂-W ○ (2) ◇ (84)
- berechnete Kurve/calculated curve — (Gl. 22/equ. 22).

besser bzw. schlechter leitender Matrixphase. Demnach liegen die Widerstandswerte eines zweiphasigen Werkstoffes bei Durchdringungsgefügen i. a. zwischen seinen Widerstandswerten bei Einlagerungsgefüge mit schlechter und besser leitender Matrixphase, deren Berechnung daher Priorität hat. Dieser Priorität wurde hier mit der Erörterung der Gleichungen für Einlagerungsgefüge entsprochen. Die



T601.13

Abb. 13. Relativer spezifischer elektrischer Widerstand von nicht uranhaltigen Oxid- und WC-Ag-Cermets (84).

Fig. 13. Electrical resistivity of oxide-metal matrix and WC-Ag-matrix cermets not containing uranium (84).

- Al₂O₃-Ag x (7) Al₂O₃-Al — (70)
- Al₂O₃-Au x (33) Al₂O₃-Cr Δ (27)
- Al₂O₃-Fe □ (27) Al₂O₃-Fe * (26)
- Al₂O₃-Ni₃Al₂ ● (53) Al₂O₃-Pt ■ (33)
- CdO-Ag ○ (1, 106) ThO₂-Au + (33)
- ThO₂-Pt ▽ (33) ZrO₂-Mo ∅ (30)
- WC-Ag ▲ (106)
- berechnete Kurve/calculated curve — (Gl. 15/equ. 15).

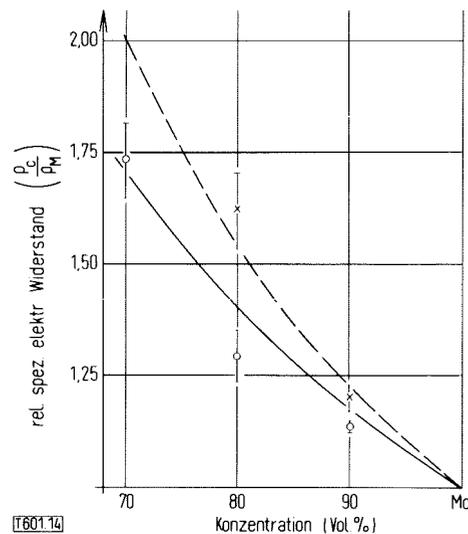
mit ihnen errechenbaren Werte für den elektrischen Widerstand zweiphasiger Werkstoffe sollen nun mit Meßwerten verglichen werden.

II. 2. Vergleich zwischen berechneten und experimentellen Werten des spezifischen elektrischen Widerstandes zweiphasiger Werkstoffe

In den Abb. 5 und 6 sind bereits erste Vergleiche zwischen experimentellen Werten und berechneten Kurven gezeigt worden. Eine Zusammenstellung von experimentellen Werten von UO₂-Cermets mit metallischer Matrixphase aus der Literatur enthält Abb. 12. Die spezifischen elektrische Widerstände wurden jeweils auf denjenigen der metallischen Phase bezogen. Sie bildet auch bei sehr geringer Metallkonzentration die — kontinuierliche — Matrixphase, was durch spezielle technologische Bedingungen erreichbar ist (75). Die theoretische Kurve entspricht daher der Gleichung (20), wobei sphärische Gestalt der Einlagerungsphase angenommen wurde ($F_D = 0,33$; $\cos^2 \alpha_D = 0,33$):

$$\frac{\rho_C}{\rho_M} = (1 - c_D)^{-\frac{3}{2}} \quad (22)$$

Auch in Abb. 13 wurde Kugelform der Einlagerungsphase und metallische Matrixphase angenommen; jedoch wurde die Kurve mit der für diese Gefügestruktur exaktgültigen Gleichung 15 berechnet. Der Vergleich mit experimentellen Werten von verschiedenen Oxidcermets und WC-Ag-Cermets zeigt, daß im mittleren Konzentrationsbereich die angenommene Gefügestruktur — insbesondere das Vorliegen einer kontinuierlichen Metallphase — weniger zutrifft als in Abb. 12.



T601.14

Abb. 14. Relativer spezifischer elektrischer Widerstand von UO₂-Mo-Cermets mit Mo-Matrix- und UO₂-Einlagerungsphase in statistischer Orientierung.

- UO₂-Scheiben: Meßwert x (74) berechnete Kurve: - - - - (Gl. 20)
 - UO₂-Kugeln: Meßwert ○ (74) berechnete Kurve: — (Gl. 22)
- Fig. 14. Relative electrical resistivity of UO₂-Mo-cermets with a Mo-matrix and statistically oriented UO₂ inclusions.
 UO₂-discs: measured value x (74) calculated curve: - - - - (equ. 20)
 UO₂ spheres: measured value ○ (74) calculated curve: — (equ. 22)

In den bisherigen Beispielen mußten — mangels exakter stereologischer Angaben in der Literatur — über die Gefügestruktur Annahmen zur Berechnung des spezifischen elektrischen Widerstandes gemacht werden. Die Gefügestruktur der UO_2 -Mo-Proben dagegen, deren experimentelle Werte in *Abb. 14* eingetragen sind, war aus stereologischen Messungen an mikroskopischen Gefügebildern bekannt: Molybdänmatrix mit orientierungslos eingelagerten UO_2 -Scheibchen ($F_D = 0,125$; $\cos^2 \alpha_D = 0,33$) bzw. eingelagerten UO_2 -Kugeln ($F_D = 0,33$; $\cos^2 \alpha_D = 0,33$). Die berechneten Kurven (Gleichung 20) zeigen wie die Meßwerte, daß der Widerstand ein und desselben Werkstoffes bei Scheibenteilchen der Einlagerungsphase höher ist als bei Kugelform (84). Ein ähnlicher Vergleich ergab sich für Cu_2O -Cu-Cermets mit eutektischem Gefüge. Anhand von Gefügebildern wurden die Form- und Orientierungsfaktoren eines orientierungslos aus der Schmelze ($F_D = 0,33$; $\cos^2 \alpha_D = 0,33$) und eines gerichtet erstarrten Eutektikums ($F_D = 0,484$; $\cos^2 \alpha_D = 1$) bestimmt (84). Berechnung und Experiment ergaben, daß der Widerstand des orientierungslos erstarrten Eutektikums (Cu-Matrix mit 5,1 Vol% eingelagerten UO_2 -Kugeln) höher ist ($\rho_{berechnet} = 1,861 \mu\Omega \text{ cm}$; $\rho_{gemessen} = 1,825 \mu\Omega \text{ cm}$ (113)) als derjenige des gerichtet

erstarrten eutektischen Werkstoffes (Cu-Matrix mit 5,1 Vol% eingelagerten UO_2 -Nadeln) mit zur Feldrichtung paralleler Erstarrungsrichtung ($\rho_{berechnet} = 1,818 \mu\Omega \text{ cm}$; $\rho_{gemessen} = 1,782 \mu\Omega \text{ cm}$ (113)). — Entsprechende Ergebnisse wurden auch beim Vergleich experimenteller und berechneter Werte für andere Feldeigenschaften und andere zweiphasige

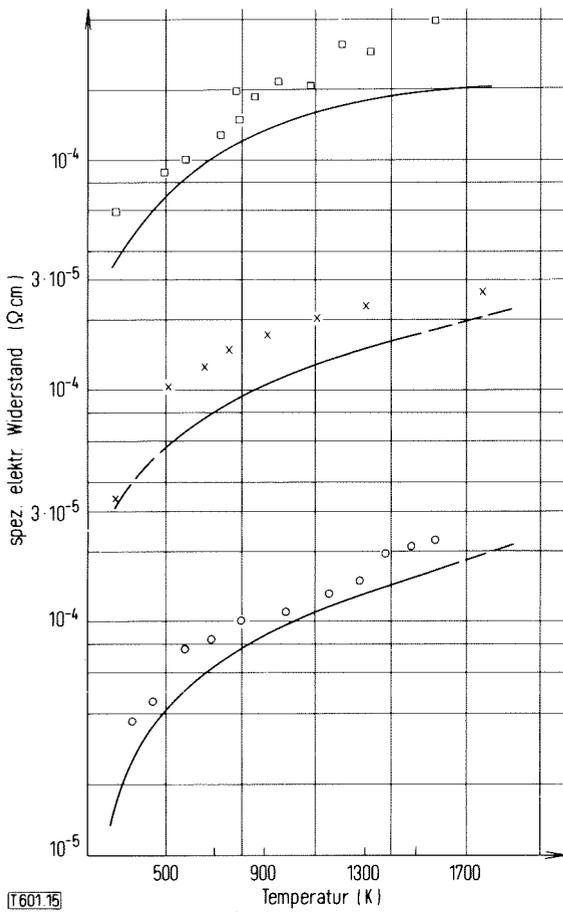


Abb. 15. Spezifischer elektrischer Widerstandsverlauf mit der Temperatur für UO_2 -Cermets und WC-Co-Hartmetalle (84).

Fig. 15. The temperature functions of the electrical resistivity of UO_2 cermets and WC-Co-hard metals (84).
 UO_2 -Mo-Cermets (70/30 Vol%) □ (2)
 UO_2 -W-Cermets (48/52 Vol%) ○ (2)
 WC-Co-Hartmetall (82/18 Vol%) × (32)
 berechnete Kurven/calculated curves — (Gln. 15, 19, 20/ equs. 15, 19, 20).

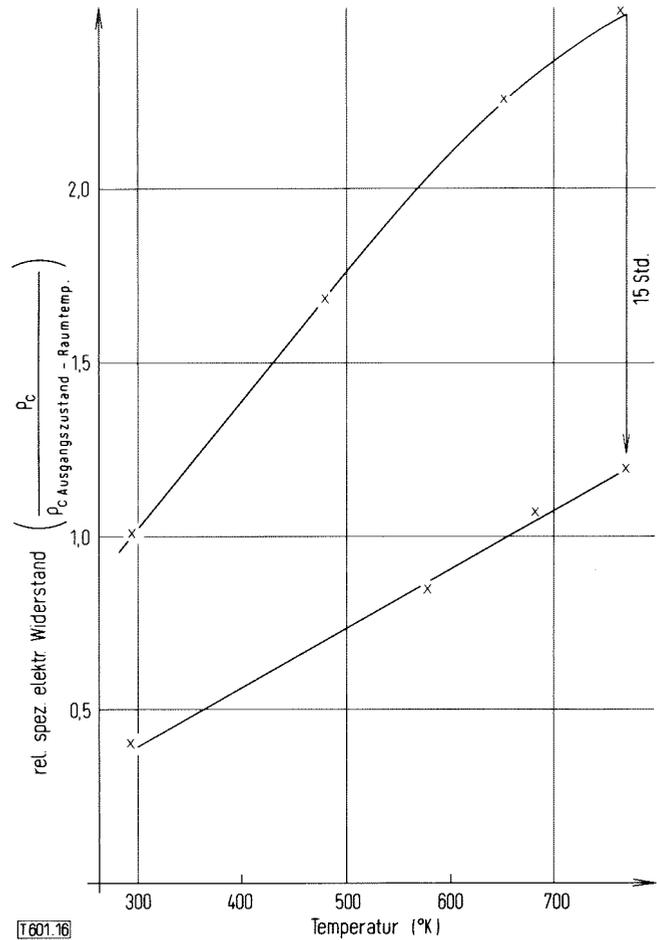


Abb. 16. Spezifischer elektrischer Widerstandsverlauf mit der Temperatur bei instabilen UO_2 -Al-Cermets (2,7 Vol% UO_2). Erhitzungskurve oben; Abkühlungskurve unten.

Fig. 16. The temperature function of the electrical resistivity of unstable UO_2 -Al cermets (2.7 Vol% UO_2) heating curve upside, cooling curve downside.

Werkstoffe gefunden, unter ihnen Stahl, WC-Co-Hartmetall sowie poröse Metalle und keramische Werkstoffe (84). Insbesondere gilt dies für die Wärmeleitfähigkeit als Feldeigenschaft und den Einfluß der Porosität (76, 89, 92, 107, 109).

Abb. 15 zeigt die berechneten und die gemessenen spezifischen elektrischen Widerstände für ein WC-Co-Hartmetall und UO_2 -W- bzw. UO_2 -Mo-Cermets mit der Temperatur. Die berechneten Werte ergeben sich aus Gleichung 15 (für WC-Co) bzw. Gleichung 19 (für UO_2 -Mo) und Gleichung 20 (für UO_2 -W), wenn die Temperaturfunktionen der Phasenwiderstände eingesetzt werden (84). Diese waren nur in erster Näherung verfügbar, woraus sich die Abweichung der Meßwerte von den theoretischen Kurven erklärt. — Die erzielte Übereinstimmung gemessener und berechneter Widerstandswerte für zweiphasige Werkstoffe bestätigt nachträglich die den Gleichungen zugrunde liegende Voraussetzung, daß der

betreffende Werkstoff im thermodynamischen Gleichgewicht ist. Werkstoffe wie UO_2 -Al-Cermets, die nicht im thermodynamischen Gleichgewicht sind, haben irreversible Temperaturfunktionen des spezifischen elektrischen Widerstandes (Abb. 16). Die Reaktion zwischen Urandioxid und Aluminium zu Urantetraaluminid und Aluminiumoxid erhöht das Metall-zu-Oxid-Verhältnis etwas zugunsten der Metallphase, woraus sich die Widerstandsabnahme in Abb. 16 ergibt.

Literatur

Siehe Teil I dieser Arbeit, Z. f. Werkstofftechnik 8, 245–246 (1977)

Anschrift: Dr. G. Ondracek, Kernforschungszentrum Karlsruhe, Institut für Material und Festkörperforschung, Postfach 3640, 7500 Karlsruhe.

Zum Zusammenhang zwischen Eigenschaften und Gefügestruktur mehrphasiger Werkstoffe

On the Relationship Between the Properties and the Microstructure of Multiphase Materials

Teil III: Gefügestruktur und Elastizitätsmodul

Part III: Microstructure and Youngs Modulus of Elasticity

Gerhard Ondracek

Mitteilung aus dem Institut für Material- und Festkörperforschung des Kernforschungszentrums und der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe, Deutschland

III. 1. Zur Theorie des Zusammenhangs zwischen Gefügestruktur und Elastizitätsmodul

In den Gefüge-Feldeigenschaften-Gleichungen traten drei Parameter auf, durch die der Gefügeeinfluß erfaßt wurde. Diese aus der Ableitung der Gefüge-Feldeigenschaften-Gleichungen eindeutig definierten „Stereologiefaktoren“ berücksichtigen den Einfluß der Phasenkonzentration, der Form und der Orientierung der Teilchen der Einlagerungsphase auf die Feldeigenschaften mehrphasiger Werkstoffe. Sie können aus Daten der stereologischen Gefügeanalyse am realen Werkstoff näherungsweise bestimmt werden.

Prinzipiell werden diese drei Stereologiefaktoren auch für den Einfluß der Gefügestruktur auf den Elastizitätsmodul zweiphasiger Werkstoffe verantwortlich sein: Steht ein einphasiger Werkstoff unter einer eindimensionalen Kraftwirkung, so herrscht in ihm ein homogener Spannungs- und Dehnungszustand. Dieser wird gestört, wenn eine zweite Phase in den ursprünglich einphasigen Werkstoff eingelagert wird. Wegen der unterschiedlichen elastischen Konstanten überträgt die Einlagerungsphase die Spannungen nicht in der gleichen Weise wie die Matrixphase. Es kommt zu einer heterogenen Spannungsverteilung auf beide Phasen. Dabei ist Phasenbindung an der Phasengrenzfläche und linearelastisches Verhalten beider Phasen vorausgesetzt. Im Extremfall der Pore müssen sogar sämtliche auf das Volumen der Einlagerungsphase entfallenden Spannungen von der Matrixphase übernommen werden (Abb. 17).

Die dadurch verursachten Kerbspannungen sind – wie elastizitätstheoretische Rechnungen und spannungsoptische Messungen zeigen (24, 25, 28, 29, 36, 43, 78, 100) – abhängig von der Konzentration, Form und Orientierung der Teil-

chen der Einlagerungsphase und von den elastischen Konstanten (Kompressions-, Gleit- und Elastizitätsmodul, Poissonzahl) der Matrix- und Einlagerungsphase. Sie haben Maxima bei B' (vertikaler Äquator, Abb. 17) oder bei A' , A (horizontaler Äquator) je nachdem, ob die Teilchen der Einlagerungsphase elastisch „härter“ ($E_D > E_M$) oder elastisch „weicher“ ($E_D < E_M$) sind als die Matrixphase. Mit zunehmendem Abstand von der Grenzfläche werden sie abgebaut und erreichen im Abstand vom drei- bis vierfachen Radius des eingelagerten Teilchens den Normalspannungswert.

Dem Konzept der Stereologiefaktoren in Gefüge-Eigen-schafts-Gleichungen liegt die Voraussetzung zugrunde, daß sich diese aus der Ableitung solcher Gleichungen als Funktionen meßbarer variabler Gefügeparameter ergeben. Bei den Feldeigenschaften war diese Voraussetzung unter den Randbedingungen erfüllt, daß das Kontinuumsprinzip und die Mittelwertsprämisse gelten und daß Einlagerungsgefüge vorliegt. Für die Ableitung einer quantitativen Beziehung zwischen dem Elastizitätsmodul und der Gefügestruktur zweiphasiger Werkstoffe dagegen wurde zunächst nicht davon ausgegangen, daß sich aus meßbaren Gefügeparametern eindeutig definierte Stereologiefaktoren ergeben. Stattdessen wurden statistische Informationen, die sich aus Messungen mit einem Ein-, Zwei-, Drei- bzw. n-Punktsystem am Gefüge eines zweiphasigen Werkstoffes ergeben, in sog. „Korrelationsfunktionen“ zusammengefaßt. In ihnen werden stereologische Parameter, die durch die Anordnung der Meßpunkte zueinander in die Funktionen eingehen, mit Informationen über die Häufigkeit des Auftretens bestimmter Spannungen bzw. Dehnungen korreliert, die von den Meßpunkten ange-troffen wurden. Die statistische Behandlung solcher Korrelationsfunktionen liefert jeweils zwei Lösungen (60, 61, 125, 133). Aus ihnen läßt sich ein maximaler und ein minimaler Grenzwert angeben, zwischen denen der Elastizitätsmodul des zweiphasigen Werkstoffes liegt. Die Grenzwerte für alle möglichen Phasenkonzentrationen eines zweiphasigen Werkstoffes aneinandergereiht ergeben Grenzkurven über der Konzentration der Phasen. Diese Grenzkurven liegen um so näher beieinander, je bestimmter die statistisch verwendeten Informationen sind, d. h. je mehr sie etwa zur Homogenität, Isotropie oder Unordnung des Werkstoffgefüges aussagen. Das den Grenzkurven zugrunde liegende unterschiedliche Informationsausmaß wird durch das verwendete Ein-, Zwei-, bzw. Mehrpunktmeßsystem bestimmt und durch ihren Ordnungsgrad ausgedrückt. Der Ordnungsgrad 1 entspricht beispielsweise dem Fall, daß durch das gewählte Punktmeßsystem lediglich die statistische Aussage ermittelt werden kann, ob die Phasen des zweiphasigen Werkstoffes parallel oder in Reihe angeordnet sind.

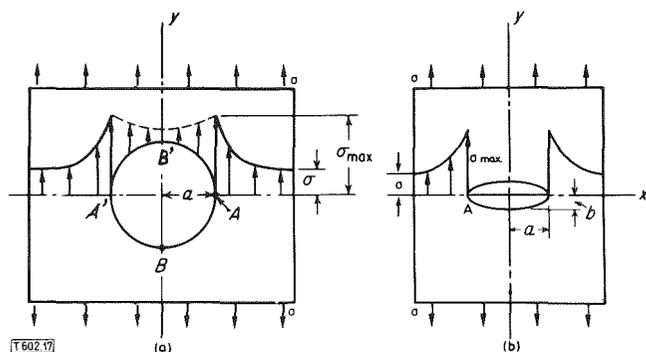


Abb. 17. Kerbspannungen bei festem, sphärischem Einlagerungsteilchen (a) bzw. bei rotationsellipsoider Pore (b).

Fig. 17. Stress concentration due to a solid spherical inclusion (a) and a spheroidal pore (b).

Für Parallelanordnung tritt bei einachsigem elastischem Spannungszustand gleiche Dehnung beider Phasen ein. Sie entspricht der – oberen – Grenzkurve 1. Ordnung für den Elastizitätsmodul eines zweiphasigen Werkstoffs (94, 123)

$$E_C = (1 - c_D) E_M + c_D \cdot E_D \quad (23a)$$

(E_C , E_M , E_D = Elastizitätsmodul des zweiphasigen Werkstoffes und seiner beiden Phasen; c_D = Volumenanteil der Phase D)

Reihenordnung der Phasen dagegen führt zu gleicher Spannung in beiden Phasen und ergibt die – untere – Grenzkurve 1. Ordnung des Elastizitätsmoduls eines zweiphasigen Werkstoffes (94, 95)

$$E_C = \frac{E_M \cdot E_D}{(1 - c_D) \cdot E_D + c_D \cdot E_M} \quad (23b)$$

Für die anderen elastischen Moduln gelten exakt die gleichen Beziehungen, wobei an Stelle der Elastizitätsmoduln in die Gleichungen 23a und 23b die entsprechenden Gleit- bzw. Kompressionsmoduln einzusetzen sind (47).

Liefert das verwendete Punktsystem dagegen soviel statistische Information, daß aus ihr folgt, daß der zweiphasige Werkstoff isotrop aufgebaut ist und Einlagerungsgefüge besitzt, so ergibt sich aus den Lösungen der entsprechenden Korrelationsfunktion mit der allgemeinen Beziehung

$$E_C = \frac{9 G_C \cdot K_C}{3 K_C + G_C} \quad (24)$$

die obere Grenzkurve II. Ordnung für den Elastizitätsmodul zweiphasiger Werkstoffe (41, 42) mit

$$K_C = \frac{E_D}{3(1 - 2\nu_D)} + \left[\frac{1 - c_D}{E_M(1 - 2\nu_D) - E_D(1 - 2\nu_M)} \cdot \frac{3(1 - 2\nu_M)(1 - 2\nu_D)}{E_D(1 - \nu_D)} + \frac{c_D(1 - 2\nu_D)(1 + \nu_D)}{E_D(1 - \nu_D)} \right] \quad (25a)$$

$$G_C = \frac{E_D}{2(1 + \nu_D)} + \frac{1 - c_D}{\frac{2(1 + \nu_M)(1 + \nu_D)}{E_M(1 + \nu_D) - E_D(1 + \nu_M)} + \frac{4c_D(4 - 5\nu_D)(1 + \nu_D)}{15E_D(1 - \nu_D)}}$$

und die untere Grenzkurve II. Ordnung für den Elastizitätsmodul zweiphasiger Werkstoffe (41) mit

$$K_C = \frac{E_M}{3(1 - 2\nu_M)} + \frac{c_D}{\frac{3(1 - 2\nu_D)(1 - 2\nu_M)}{E_D(1 - 2\nu_M) - E_M(1 - 2\nu_D)} + \frac{(1 - c_D)(1 - 2\nu_M)(1 + \nu_M)}{E_M(1 - \nu_M)}} \quad (25b)$$

$$G_C = \frac{E_M}{2(1 + \nu_M)} + \frac{c_D}{\frac{2(1 + \nu_D)(1 + \nu_M)}{E_D(1 + \nu_M) - E_M(1 + \nu_D)} + \frac{4(1 - c_D)(4 - 5\nu_M)(1 + \nu_M)}{15E_M(1 - \nu_M)}}$$

(Bezeichnungen siehe Abb. 18). Inzwischen sind explizite Gleichungen für noch engere Grenzkurven III. Ordnung angegeben worden (60, 61, 128). Da jedoch durch stereologische Gefügeanalyse konkrete Informationen zur Gefügestruktur verfügbar sind, soll hier nicht die weitere Einengung des Elastizitätsmoduls zweiphasiger Werkstoffe durch statistisch gewonnene Grenzkurven höherer Ordnung verfolgt werden, sondern vielmehr die Möglichkeit der Berechnung des Gefügeeinflusses aus stereologischen Gefügedaten. Zur Ableitung von Gefüge-Elastizitätsmodul-Gleichungen, in denen durch stereologische Gefügeanalyse bestimmbare Parameter auftreten, werden zwei Spannungs-Dehnungsfelder überlagert (78):

- ein homogenes „äußeres“ Spannungs-Dehnungs-Feld in der Einlagerungs- und Matrixphase
- ein Zusatzfeld, das homogen in den Teilchen der Einlagerungsphase, inhomogen in der Matrixphase ist und in dieser mit zunehmender Entfernung von der Phasengrenzfläche stetig abnimmt bis zum völligen Verschwinden. Die Grenzbedingungen für die Lösung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach Superposition der Teilfelder sind:
 - die Summe der durch die gesamte Phasengrenzfläche übertragenen Kräfte ist Null
 - der „Verrückungsvektor“, der angibt, wohin ein bestimmter Punkt durch Dehnung verschoben wird, muß in der Grenzfläche stetig von einer Phase in die andere übergehen.

Der Superposition liegt wieder – wie bei den Feldeigenschaften (s. Teil II dieser Arbeit, Z. f. Werkstofftechnik) – 8–8, 1977, – das Prinzip der Additivität von Energien zugrunde; d. h. in diesem Falle, die Energie des resultierenden elastischen Spannungs-Dehnungsfeldes ergibt sich additiv aus den Energien der beiden überlagerten Teilfelder.

Die Feldersuperposition erfaßt die Spannungsumverteilung und erlaubt die Berechnung einer mittleren Spannung und einer zugehörigen, mittleren Dehnung für den zweiphasigen Werkstoff (quasihomogenes Spannungs-Dehnungs-Kontinuum). Die Ableitung wurde zunächst durchgeführt für bestimmte rotationsellipsoide Formen und statistische Orientierung sowie geringe Konzentration der Einlagerungsphase. Diese Konzentrationsbeschränkung ist erforderlich, weil die Rechnung voraussetzt, daß sich Kerbspannungen verschiedener Teilchen der Einlagerungsphase nicht überlagern. Aus der Spannungs-Dehnungs-Beziehung für den zweiphasigen

Werkstoff ergibt sich der Elastizitätsmodul als Funktion der elastischen Konstanten der Phasen bei geringer Konzentration, rotationsellipsoider Form und statistischer Orientierung der Teilchen der Einlagerungsphase (41, 42, 47, 59). Zur Überwindung der Konzentrationsbeschränkung wird – wie beim elektrischen Widerstand (s. Teil II dieser Arbeit, Z. f. Werkstofftechnik 8–8, 1977, – das Modell des quasihomogenen Kontinuums angewandt. Es wird der Elastizitätsmodul eines zweiphasigen Werkstoffes bei geringer Konzentration der Einlagerungsphase berechnet. Dann wird dieser zweiphasige

eingelagerte Kompressions- und Gleitmodul des zweiphasigen Werkstoffs Phase

$$K_C = \frac{E_D}{3(1-2\nu_D)} - \frac{E_D(1-c_D)(1-\nu_D)[E_D(1-2\nu_M) - E_M(1-2\nu_D)]}{3E_D(1-2\nu_D)(1-\nu_D)(1-2\nu_M) - c_D(1-2\nu_D)(1+\nu_D)[E_D(1-2\nu_M) - E_M(1-2\nu_D)]} \quad (37)$$

$$G_C = \frac{E_D}{2(1+\nu_D)} - \frac{15E_D(1-c_D)(1-\nu_D)[E_D(1+\nu_M) - E_M(1+\nu_D)]}{30E_D(1+\nu_D)(1-\nu_D)(1+\nu_M) - 4c_D(1+\nu_D)(4-5\nu_D)[E_D(1+\nu_M) - E_M(1+\nu_D)]} \quad (38)$$

$$K_C = \frac{4G_C[E_D c_D(1-2\nu_M) + E_M(1-c_D)(1-2\nu_D) + E_D E_M]}{12G_C(1-2\nu_M)(1-2\nu_D) + 3E_M c_D(1-2\nu_D) + 3E_D(1-c_D)(1-2\nu_M)} \quad (39)$$

$$G_C = \frac{E_M(3-5c_D)}{12(1+\nu_M)} - \frac{E_D(2-5c_D)}{12(1+\nu_D)} + \sqrt{\frac{E_D E_M}{6(1+\nu_D)(1+\nu_M)} + \left[\frac{E_M(3-5c_D)}{12(1+\nu_M)} - \frac{E_D(2-5c_D)}{12(1+\nu_D)} \right]^2} \quad (40)$$

$$\text{zylindrischer Stab } K_C = \frac{E_D}{3(1-2\nu_D)} - \frac{(1-c_D)[E_D(1+\nu_C) + E_C(1-2\nu_D)(1+\nu_D)]}{3(1-2\nu_D)(1-2\nu_M)[E_D(1+\nu_C) + E_C(1-2\nu_D)(1+\nu_D)] - 2c_D(1-2\nu_D)(1+\nu_D)(1+\nu_C)} \cdot \frac{[E_D(1-2\nu_M) - E_M(1-2\nu_D)]}{[E_D(1-2\nu_M) - E_M(1-2\nu_D)]} \quad (41)$$

$$\text{statistisch orientiert } G_C = \frac{E_D}{2(1+\nu_D)} - \frac{5(1-c_D)[E_D(1+\nu_M) - E_M(1+\nu_D)]}{10(1+\nu_D)(1+\nu_M) - 2c_D(1+\nu_D)(1+\nu_C)[E_D(1+\nu_M) - E_M(1+\nu_D)]} \cdot \frac{1}{\left[\frac{1-2\nu_D}{3E_D(1+\nu_C) + 3E_C(1-2\nu_D)(1+\nu_D)} + \frac{2(8-13\nu_C)}{E_D(1+\nu_C)(8-13\nu_C) + E_C(1+\nu_D)} + \frac{2}{E_D(1+\nu_C) + E_C(1+\nu_D)} \right]} \quad (42)$$

Abb. 18. Substitutionsterme zu Gleichung 24 für die Spezialfälle des Gefüge-Elastizitätsmodul-Zusammenhangs isotroper zweiphasiger Werkstoffe mit Einlagerungsgefüge; K_C, G_C = Kompressions- und Gleitmodul des zweiphasigen Werkstoffs (C); E_C, E_M, E_D = Elastizitätsmoduln des zweiphasigen Werkstoffs (C), der Matrixphase (M), der Einlagerungsphase (D); a, b = große und kleine Achse der eingelagerten Rotationsellipsoide; c_D = Volumenanteil der Einlagerungsphase (D).

Fig. 18. Substitutional terms to equation 24 to obtain the special cases of the microstructure-Youngs modulus of elasticity relationship for two-phase matrix materials; K_C, G_C = bulk and shear modulus of elasticity for a two-phase matrix material (C), resp.; E_C, E_M, E_D = Youngs modulus of elasticity of the two-phase matrix material (C), the matrix phase (M) and the inclusion phase (D) a, b = large and small axis of the included spheroids; c_D = volume content of the inclusion phase (D).

Werkstoff als quasihomogene Matrix betrachtet, in die nochmals Teilchen der Einlagerungsphase in geringer Konzentration eingebracht werden. Wieder wird die Gefüge-Elastizitätsmodul-Gleichung für geringe Konzentration der Einlagerungsphase angewendet usw. Das mit diesem Konzept des quasihomogenen Kontinuums für den zweiphasigen Werkstoff näherungsweise gelöste physikalische Problem ist dasjenige der Überlagerung der Kerbspannungen verschiedener Teilchen bei erhöhter Konzentration der Einlagerungsphase. Mathematisch wird dieser Prozeß durch Differentiation der Gefüge-Elastizitätsmodul-Gleichung für geringe Konzentration der Einlagerungsphase vollzogen. Man erhält die Änderung des Elastizitätsmoduls des zweiphasigen Werkstoffs bei geringer Konzentrationsänderung. Integriert man diese differenzierte Gleichung zwischen dem Elastizitätsmodul der Matrixphase und demjenigen der Einlagerungsphase als Grenzfälle des Elastizitätsmoduls des zweiphasigen Werkstoffs, so erhält man die Gefüge-Elastizitätsmodul-Gleichung zweiphasiger Werkstoffe mit Einlagerungsgefüge bei rotationsellipsoider Gestalt und statistischer Orientierung der Einlagerungsphase (114, 126).

Sie ist mathematisch wenig übersichtlich und ergibt sich aus Gleichung 24 durch Einsetzen folgender Ausdrücke:

$$K_C = \frac{E_M}{3(1-2\nu_M)} - \frac{c_D T_K}{3} \left(\frac{E_M}{3(1-2\nu_M)} - \frac{E_D}{3(1-2\nu_D)} \right) \quad (26)$$

$$G_C = \frac{E_M}{2(1+\nu_M)} - \frac{c_D T_G}{3} \left(\frac{E_M}{2(1+\nu_M)} - \frac{E_D}{2(1+\nu_D)} \right) \quad (27)$$

mit (114)

$$T_K = \frac{3 \left| 1 + A \left[\frac{3}{2} (f + \theta) - R \left(\frac{3}{2} f + \frac{5}{2} \theta - \frac{4}{3} \right) \right] \right|}{1 + A \left[1 + \frac{3}{2} (f + \theta) - R \left(\frac{3}{2} f + \frac{5}{2} \theta \right) \right]} \quad (28)$$

$$+ B \left(3 - 4R \right) - \frac{A}{2} (A + 3B) (3 - 4R) \left[f + \theta - R (f - \theta + 2\theta^2) \right]$$

und

$$T_G = 2 \left\{ 1 + \frac{1}{2} A \left[R(2 - \theta) + \frac{a^2 + b^2}{b^2} f \right] - \frac{a^2 + b^2}{b^2} f \right\}^{-1} + \left\{ 1 + \frac{1}{4} A [3\theta + f - R(f - \theta)] \right\}^{-1} + \left\{ 1 + \frac{1}{4} A [3\theta + f - R(f - \theta)] \right\} \cdot \left\{ A \left[-f + R(f + \theta - \frac{4}{3}) \right] + B\theta(3 - 4R) \right\} +$$

$$\begin{aligned}
& + 2 \{ 1 + A [1 + f - R (f + \theta)] + B (1 - \theta) (3 - 4R) \} \cdot \\
& \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{8} A [9\theta + 3f - R (5\theta + 3f)] + \frac{1}{2} B \theta (3 - 4R) \right\} - \\
- 2 \{ & A \left[1 - \frac{3}{2} \theta - \frac{1}{2} f + \frac{1}{2} R (5\theta + f - 4) \right] + B (1 - \theta) (3 - 4R) \} \\
& \cdot \left\{ A \left[\frac{1}{2} R (f - \theta) - \frac{1}{2} f \right] + \frac{1}{2} B \theta (3 - 4R) \right\} \cdot \\
& \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{4} A [3\theta + f - R (f - \theta)] \right\}^{-1} \left\{ 1 + A \left[1 + \frac{3}{2} (f + \theta) - \right. \right. \\
& \left. \left. - R \left(\frac{3}{2} f + \frac{5}{2} \theta \right) \right] + B (3 - 4R) + \frac{1}{2} A (A + 3B) (3 - 4R) \right\} \cdot \\
& \cdot [f + \theta - R (f - \theta + 2\theta^2)]^{-1} \quad (29)
\end{aligned}$$

$$A = \frac{E_D (1 + \nu_M)}{E_M (1 + \nu_D)} - 1 \quad (30)$$

$$B = \frac{E_D \nu_M}{3 E_M \nu_D} \quad (31)$$

$$R = \frac{1 - 2\nu_C}{2(1 - \nu_C)} \quad (32)$$

wobei für abgeplattete Rotationsellipsoide gilt

$$\theta = \frac{a^2 b}{\sqrt{(a^2 - b^2)^3}} \left[\arccos \frac{b}{a} - \frac{b}{a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \right] \quad (33)$$

$$f = \frac{b^2}{a^2 - b^2} (3\theta - 2); \quad (34)$$

und für gestreckte Rotationsellipsoide

$$\theta = \frac{a b^2}{\sqrt{(a^2 - b^2)^3}} \left[\frac{a}{b} \sqrt{\frac{a^2}{b^2} - 1} - \text{Arcosh} \frac{a}{b} \right] \quad (35)$$

$$f = \frac{a^2}{a^2 - b^2} (2 - 3\theta) \quad (36)$$

(Bezeichnungen siehe Abb. 18). In den Substitutionstermen (Gl. 26–36) zu Gl. 24 ist der Gefügeeinfluß erkennbar. Die Gleichungen 26 und 27 enthalten die Phasenkonzentration, die Gleichungen 28, 29 und 33–36 die Achsenverhältnisse der Rotationsellipsoide, durch die die realen, irregulären Teilchen der Einlagerungsphase beschrieben werden. Da statistische Orientierung der Teilchen der Einlagerungsphase vorausgesetzt wurde, ist die Definition von drei unabhängig variierbaren Stereologiefaktoren zur Konzentration der Einlagerungsphase sowie zur Form und Orientierung ihrer Teilchen bislang nicht möglich. Zur Ableitung von Gefüge-Elastizitätsmodul-Gleichungen für spezielle Gefügestrukturen ist daher nicht die gleiche, allgemeingültige Ausgangsbasis gegeben, wie sie Gl. 9 für den Fall der Feldeigenschaften bietet. Die der Abb. 9 analogen Gleichungen für den Elastizitätsmodul von zweiphasigen Werkstoffen bei speziel-

len Formen und Orientierungen der Einlagerungsphase liegen daher nur für jene Fälle vor, die den isotropen Werkstoff betreffen. Für

- eingelagerte zylindrische Scheiben in statischer Orientierung
 - eingelagerte Kugeln
 - eingelagerte zylindrische Stäbe in statischer Orientierung
- erhält man Gefüge-Elastizitätsmodul-Gleichungen, wenn man die in Abb. 18 zusammengestellten Ausdrücke in Gl. 24 einsetzt (12, 42, 49, 114, 126). Wie der Vergleich zeigt, erhält man aus den Gleichungen 37 und 38 die Gleichungen 25a bzw. 25b, je nachdem, welche der beiden Phasen die Matrix bildet. Die Grenzkurven II. Ordnung des Elastizitätsmoduls isotroper zweiphasiger Werkstoffe entsprechen demnach einen Gefügebrau, bei dem zylindrische Scheiben in statistischer Orientierung in die Matrixphase eingelagert sind. Weitere spezielle Gleichungen liegen vor für den technisch relevanten Fall eingelagerter – oder in Spannungsrichtung kontinuierlicher – zylindrischer Stäbe (gerichtet faserverstärkte Werkstoffe, gerichtet erstarrte Eutektika) sowie denjenigen eingelagerter Scheiben – mit zur Spannungsrichtung parallelen Rotationsachsen (48, 126). Ihre Umformung ergibt
- die Gefüge-Elastizitätsmodul-Gleichung zweiphasiger Werkstoffe mit Einlagerungsgefüge und eingelagerten zylindrischen Stäben mit in Spannungsrichtung orientierten Rotationsachsen

$$\begin{aligned}
E_C = & E_M - c_D (E_M - E_D) + \\
& + \frac{2 E_M E_D [\nu_C - \nu_M + c_D (\nu_M - \nu_D)] (\nu_D - \nu_M)}{E_D (1 - 2\nu_M) (1 + \nu_M) - E_M (1 - 2\nu_D) (1 + \nu_D)} \quad (43)
\end{aligned}$$

– die Gefüge-Elastizitätsmodul-Gleichung zweiphasiger Werkstoffe mit Einlagerungsgefüge und eingelagerten zylindrischen Scheiben mit in Spannungsrichtung orientierten Rotationsachsen

$$\begin{aligned}
E_C = & \sqrt{\frac{E_M^2 (1 - 2\nu_C) (1 + \nu_C)}{(1 - 2\nu_M) (1 + \nu_M)} +} \quad (44) \\
& + \frac{c_D E_M (1 - 2\nu_C) (1 + \nu_C) (1 - \nu_M) [E_D^2 (1 - 2\nu_M)}{(1 - 2\nu_M) (1 + \nu_M) [(1 - c_D) E_D (1 - \nu_D) (1 - 2\nu_M)} \\
& \cdot \frac{(1 + \nu_M) - E_M^2 (1 - 2\nu_D) (1 + \nu_D)}{(1 + \nu_M) + c_D E_M (1 - 2\nu_D) (1 + \nu_D) (1 - \nu_M)}
\end{aligned}$$

Diese Gleichungen sind den vorher erörterten Spezialfällen nicht völlig gleichwertig, da sie zwei unbekannte elastische Eigenschaftskenngrößen enthalten: den Elastizitätsmodul (E_C) und die Poisson-Zahl (ν_C) des zweiphasigen Werkstoffes. Sie sind daher nur bedingt anwendbar. –

Wie beim spezifischen elektrischen Widerstand, so lassen sich auch die Gefüge-Elastizitätsmodul-Gleichungen für jeweils zwei Fälle darstellen:

- die elastisch härtere („steife“) Phase bildet die Matrix, die elastisch weichere ist eingelagert.
- die elastisch weichere Phase bildet die Matrix, die steifere ist eingelagert.

In Abb. 19 ist der erste Fall für ein angenommenes Verhältnis der Elastizitätsmodul ($E_D/E_M = 0,1$) und gleiche Poisson-Zahl ($\nu_D = \nu_M = 0,2$) der Phasen graphisch wiedergegeben, in Abb. 20 der zweite Fall ($E_D/E_M = 10$; $\nu_D = \nu_M = 0,2$). Aus dem Vergleich der entsprechenden Kurven der Abb. 19 und 20 folgt die beim elektrischen Widerstand analog gemachte überraschende Feststellung, daß bei statistisch eingelagerten zylindrischen Stäben oder Scheiben der Elastizitätsmodul zweiphasiger Werkstoffe mit elastisch weicherer Matrixphase bei gleicher Phasenkonzentration theoretisch größer sein kann, als derjenige mit elastisch härterer Matrixphase. Ein experimentelles Ergebnis zu dieser Feststellung liegt bisher nicht vor.

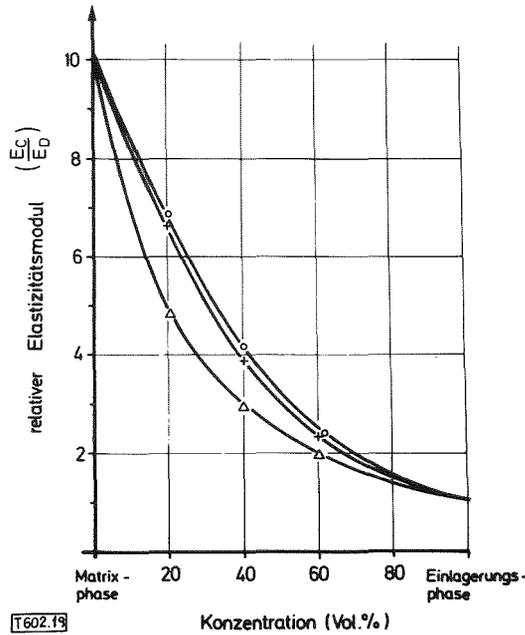


Abb. 19. Relativer Elastizitätsmodul isotroper zweiphasiger Werkstoffe ($E_D/E_M = 0,1$; $\nu_D = \nu_M = 0,2$) mit Einlagerungsgefüge in Abhängigkeit von der Phasenkonzentration; berechnet von Tai Te Wu bei sphärischen Teilchen der Einlagerungsphase —○—; bei statistisch orientierten zylindrischen Stäben als Teilchen der Einlagerungsphase —+—; bei statistisch orientierten zylindrischen Scheiben als Teilchen der Einlagerungsphase —△—.

Fig. 19. Normalized Youngs modulus of elasticity of two-phase isotropic matrix materials ($E_D/E_M = 0,1$; $\nu_D = \nu_M = 0,2$) in dependence on the phase concentration; calculated by Tai We Wu for spherical inclusions —○—, for statistically oriented cylindrical rod-shaped inclusions —+—, for statistically oriented cylindrical disc shaped inclusions —△—.

Außer für Form und Orientierung der Einlagerungsphase müssen Spezialfälle für große Unterschiede der Elastizitätsmoduln der Phasen ($E_D/E_M \rightarrow 0$; $E_D/E_M \rightarrow \infty$) existieren. Für Poren als Einlagerungsphase ($\lim E_D/E_M = 0$) ergibt sich aus den Gleichungen 39, 40 und 24 die Gefüge-Elastizitätsmodul-Gleichung poröser Werkstoffe bei sphärischer Porenform

$$E_C = E_M \frac{3(3 - 5c_D)(1 - c_D)}{9 - c_D(9,5 - 5,5\nu_M)} \quad (45)$$

und aus Gleichung 43 die Gefüge-Elastizitätsmodul-Gleichung poröser Werkstoffe mit in Spannungsrichtung orientierten stabförmigen Poren:

$$E_C = E_M (1 - c_D) \quad (46)$$

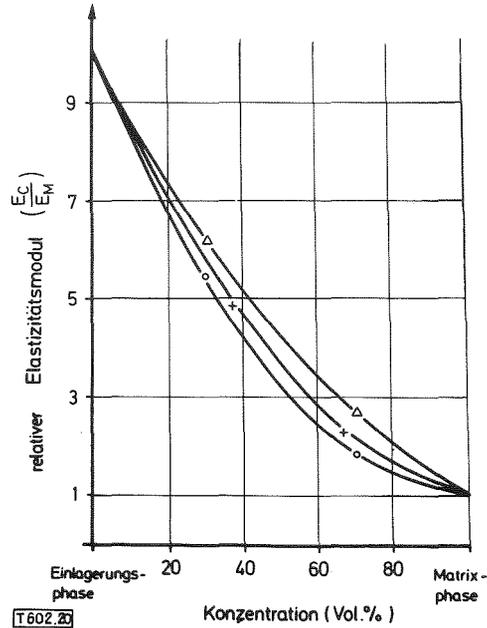


Abb. 20. Relativer Elastizitätsmodul isotroper zweiphasiger Werkstoffe ($E_D/E_M = 10$; $\nu_D = \nu_M = 0,2$) mit Einlagerungsgefüge in Abhängigkeit von der Phasenkonzentration bei sphärischen Teilchen der Einlagerungsphase, berechnet von Tai Te Wu (—) und nach Hill (○); bei statistisch orientierten zylindrischen Stäben als Teilchen der Einlagerungsphase, berechnet von Tai Te Wu (—) und nach Walpole (+); bei statistisch orientierten zylindrischen Scheiben als Teilchen der Einlagerungsphase, berechnet von Tai Te Wu (—) und nach Walpole (△).

Fig. 20. Normalized Youngs modulus of elasticity of two-phase isotropic matrix materials ($E_D/E_M = 10$; $\nu_D = \nu_M = 0,2$) in dependence on the phase concentration calculated for spherical inclusions by Tai Te Wu (—) and following Hill (○); calculated for statistically oriented cylindrical rod-shaped inclusions by Tai Te Wu (—) and following Walpole (+); calculated for statistically oriented cylindrical disc-shaped inclusions by Tai Te Wu (—) and following Walpole (△).

Diese entspricht Gleichung 23 a für poröse Werkstoffe, da zylindrische Gestalt als Grenzfall des Rotationsellipsoides entweder dadurch entsteht, daß bei endlicher Rotationsachse die Nebenachse der eingelagerten Phasenteilchen unendlich klein oder dadurch, daß bei endlicher Nebenachse die Rotationsachse unendlich groß wird. Der zweite Fall entspricht der Parallelanordnung der Phasen mit Poren als zweiter Phase. — Eine entsprechende Gleichung für Werkstoffe mit statistisch orientierten zylindrischen Poren folgt aus den Gleichungen 41, 42 und 24. Der Grenzfall der statistisch orientierten scheibenförmigen Pore dagegen läßt sich aus den Gleichungen 37 und 38 nicht herleiten, da die Kompressions- und Gleitmoduln (K_C, G_C) Null werden. Dieses Ergebnis hängt mit der Tatsache zusammen, daß diese Gleichungen bereits mit einem Grenzübergang ($\lim z/x = 0$) abgeleitet wurden, der mit dem zweiten Grenzübergang für die Pore ($\lim E_D/E_M = 0$) in diesem Fall nicht verträglich ist. Das Achsenverhältnis Null für die Scheiben kann nämlich dadurch erreicht werden, daß die Rotationsachse Null wird — oder dadurch, daß die Nebenachse unendlich wird. Die zweite Möglichkeit führt bei zusätzlicher Annahme von Poren als Einlagerungsphase zur makroskopischen Trennung des Werkstoffs quer zur Krafrichtung.

Die besprochenen Unzulänglichkeiten der behandelten Gleichungen zu reduzieren wird ebenso das Ziel weiterer Arbeiten sein wie ihre Vereinfachung, insbesondere für tech-

nisch bedeutsame Fälle. Im folgenden Abschnitt sollen diese Gleichungen jedoch zunächst in ihrer gegenwärtigen Form zur Berechnung der Elastizitätsmoduln realer zweiphasiger Werkstoffe benutzt und diese mit experimentellen Werten verglichen werden.

Schluß von Teil III folgt in Heft 2/1978.

Zum Zusammenhang zwischen Eigenschaften und Gefügestruktur mehrphasiger Werkstoffe

On the relationship between the properties and the microstructure of multiphase materials

Teil III: Gefügestruktur und Elastizitätsmodul

Part III: Microstructure and Youngs Modulus of Elasticity

Gerhard Ondracek

Mitteilung aus dem Institut für Material- und Festkörperforschung des Kernforschungszentrums und der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe, Deutschland

Schluß von Heft 1/1978, S. 36.

III. 2. Vergleich zwischen berechneten und experimentellen Werten des Elastizitätsmoduls zweiphasiger Werkstoffe

Wie bereits erwähnt, müssen zur Berechnung der Elastizitätsmoduln zweiphasiger Werkstoffe sowohl die Poisson-Zahlen als auch die Elastizitätsmoduln ihrer Phasen- bzw. deren Verhältnis (E_D/E_M) – bekannt sein. Diese Eigenschaftskenngrößen sind in *Abb. 21* für solche Phasen angegeben, die in zweiphasigen Werkstoffen vorkommen, für welche experimentelle Daten vorliegen. In *Abb. 22* sind die theoretischen Kurvenverläufe für den relativen Elastizitätsmodul zweiphasiger Werkstoffe über der Konzentration bei bestimmten Verhältnissen der Elastizitätsmoduln der Phasen und bestimmten Poisson-Zahlen angegeben. Die Kurven wurden mit den Gleichungen 40, 39 und 24 bzw. Gleichung 45 berechnet. Jeder Kurve wurden diejenigen experimentellen Werte aus der Lite-

Werkstoff	Poisson-Zahl	Elastizitätsmodul (N/mm ²)
Ag	0,21	75500
Al	0,34	70700
C	0,14	10500
Co	0,32	198700
Cr	0,30	166200
Cu	0,34	124500
Fe	0,30–0,33	214500
Stahl	0,21–0,30	194000
Mo	0,31	333000
Sn	0,36	151600
W	0,27	339000
Al ₂ O ₃	0,26	411000
Ba ₂ CaWO ₆	0,30	53200
BeO	0,27	363600
MgO	0,21	314000
SiO ₂	0,20	80500
(Ta _{0,4} Hf _{0,6})C	0,21	490500
ThO ₂	0,30	245000
UAl ₃	0,30	135000
UAl ₄	0,30	114700
UO ₂	0,33	228000
WC	0,27	665000
Y ₂ O ₃	0,28	171000
ZrC	0,17	475000
ZrO ₂	0,30	152900

Abb. 21. Poisson-Zahlen und Elastizitätsmoduln von einphasigen metallischen und keramischen Werkstoffen.

Fig. 21. Poisson ratios and Youngs moduli of elasticity of single phase metals and ceramics.

ratur zugeordnet, die an Werkstoffen mit entsprechenden Poisson-Zahlen und Elastizitätsmoduln der Phasen gemessen worden sind. Die unterste Kurve gilt für – metallische und keramische – Werkstoffe mit sphärischen Poren als Einlagerungsphase. – Daß der Einfluß der Poisson-Zahl der Matrixphase auf den Verlauf dieser nach Gleichung 45 berechneten Kurve kleiner sein kann als der Streubereich der Meßwerte, zeigt *Abb. 23*.

In den Abbildungen 24–26 sind die theoretischen Grenzkurven I. und II. Ordnung mit experimentellen Werten für den Elastizitätsmodul von solchen zweiphasigen Werkstoffen verglichen, bei denen sich die Elastizitätsmoduln der Phasen relativ stark unterscheiden; d. h. der Variationsbereich zwischen den Grenzkurven ist verhältnismäßig groß. Ein entsprechender Vergleich zwischen experimentellen Werten und theoretischen Grenzkurven III. Ordnung für zweiphasige metallische Werkstoffe wird an anderer Stelle behandelt (128). Im Falle der WC-Co-Hartmetalle (*Abb. 24*) liegen alle Meßwerte zwischen den Grenzkurven II. Ordnung; bei den Ta_{0,4}Hf_{0,6}C-Co-Hartmetallen (*Abb. 25*) dagegen sind die Meßwertstreuungen sogar größer als die Grenzkurven I. Ordnung und im Falle der Al₂O₃ ((Whisker)-Al-Cermets füllen die Meßwerte den gesamten Variationsbereich zwischen diesen Grenzkurven aus (*Abb. 26*). Da es sich bei den Al₂O₃-Al-Cermets mit Al-Matrix um in Spannungsrichtung eingelagerte Al₂O₃-Whiskers handelt, müßten die Meßwerte gemäß Gleichung 43 nahe an der oberen Grenze liegen. Wie diese Beispiele zeigen, wird der Einfluß der Gefügestruktur durch den Streubereich überdeckt. Er wird daher nur dann deutlich erkennbar – und damit technisch relevant – sein, wenn sich die Elastizitätsmoduln der Phasen eines zweiphasigen Werkstoffs um mehr als eine Größenordnung unterscheiden. Dies ist bei MgO-C ($E_D/E_M = 0,03$) und ZrC-C-Verbundwerkstoffen ($E_D/E_M \cong 0,02$) der Fall. In *Abb. 27* sind die Kurven gemäß den Gleichungen 40, 39, 24 für sphärische Grafitteilchen ($\frac{z}{x} = 1$) und gemäß Gleichung 44 für scheibenförmige Grafitteilchen ($\lim \frac{z}{x} = 0$) als Einlagerungsphase mit Meßwerten verglichen. Die Meßwerte für stark abgeplattete Graphitteilchen ($\frac{z}{x} = 0,081$) in einer MgO-Matrixphase liegen erwartungsgemäß nahe an der Kurve für scheibenförmige Graphitteilchen. Dagegen sind die Meßwerte für schwach abgeplattete Graphitteilchen ($\frac{z}{x} = 0,31$) in einer MgO-Matrixphase in Richtung der Kurve für sphärische C-Teilchen verschoben. Erwartungsgemäß *zwischen* den Kurven für in Spannungsrichtung orientierte scheibenförmige und für sphärische

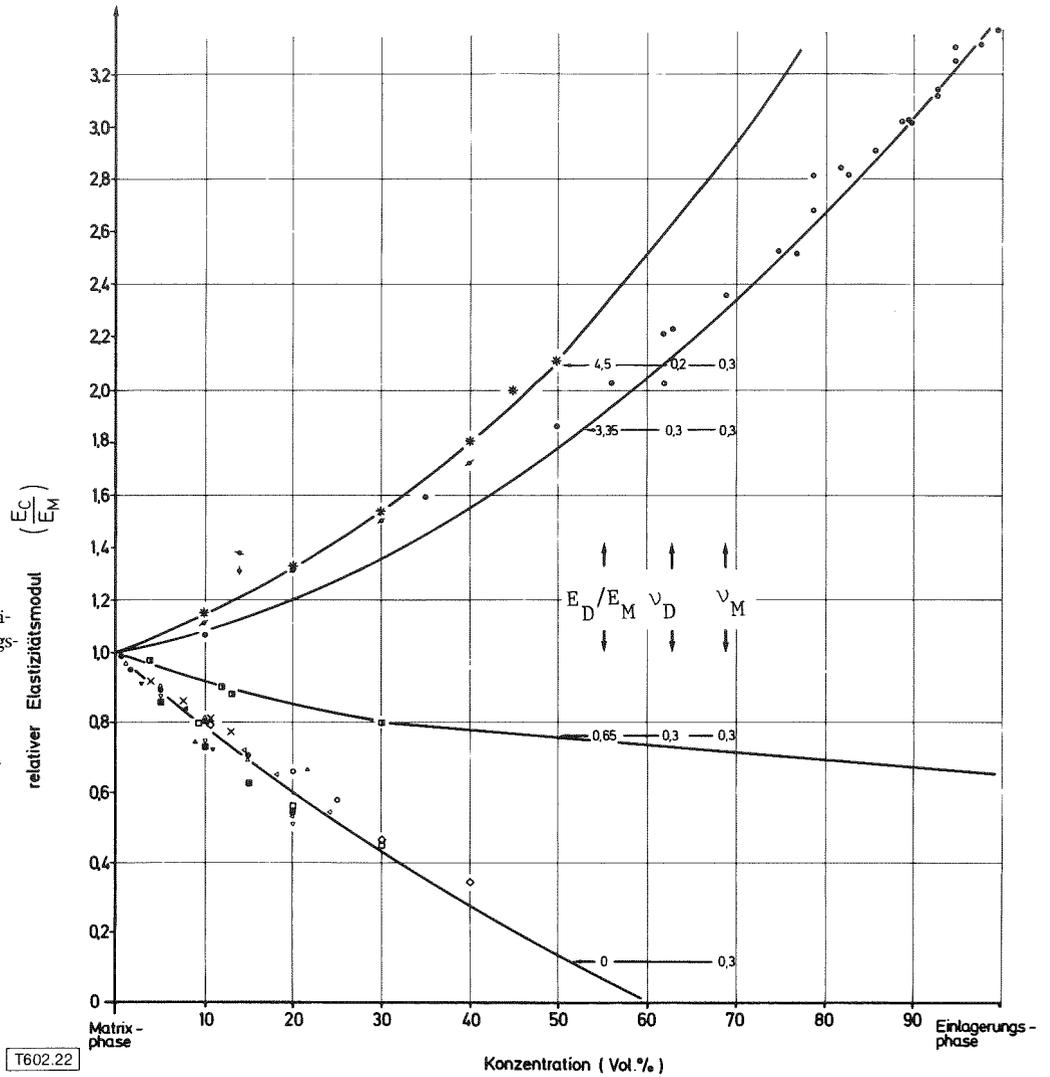


Abb. 22. Relativer Elastizitätsmodul zweiphasiger Werkstoffe mit Einlagerungsgefüge und sphärischen Teilchen der Einlagerungsphase in Abhängigkeit von der Phasenkonzentration bei verschiedenen Poisson-Zahlen und Elastizitätsmodulverhältnissen ihrer Phasen. Meßwerte: Berechnete Kurve — (Gln. 24, 39, 40 resp. 45).

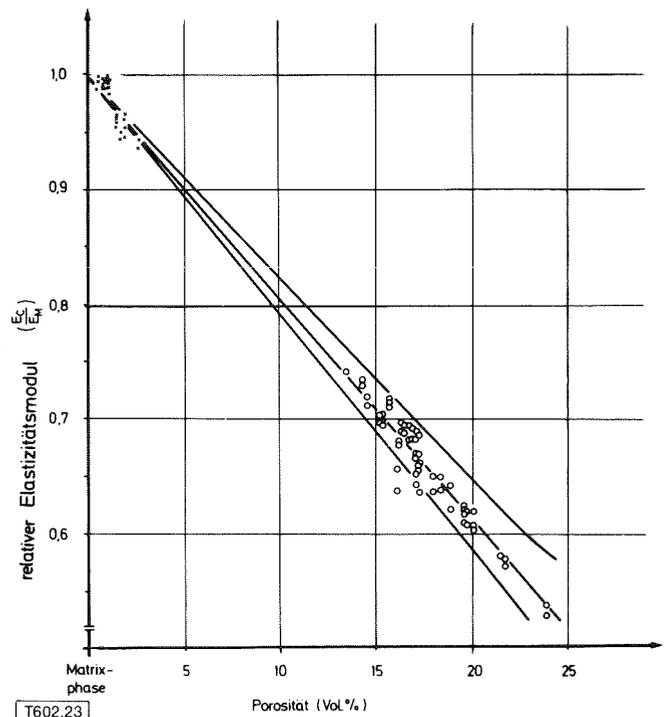
Fig. 22. Normalized Youngs modulus of elasticity for two-phase matrix materials containing spherical inclusions in dependence on the phase concentration at different Poisson ratios of the Youngs moduli of their phases. Calculated curves — (Gln. 24, 39, 40 bzw. 45/eqs. 24, 39, 40 resp. 45).

T602.22

Matrix-Phase	Einlagerungsphase inclusion phase	Symbol (Literatur)
Cu	Pore	x (11)
Fe	Pore	▲ (35)
Mo	Pore	□ (31) △ (14)
W	Pore	● (11)
Al ₂ O ₃	Pore	◇ (16)
BeO	Pore	△ (13)
UN	Pore	○ (15)
UO ₂	Pore	▼ (8) ■ (14, 15)
Y ₂ O ₃	Pore	▽ (65)
Ag	Mo	◆ (38, 71)
Ag	W	♣ (38, 71)
Co	WC	⊙ (80, 132) ⊖ (23) ⊕ (71, 101)
SiO ₂	Al	* (127)
SiO ₂	W	♣ (127)
BeO	ThO ₂	■ (122)

Abb. 23. Relativer Elastizitätsmodul poröser Werkstoffe bei sphärischer Porenform. Meßwerte: SiO₂-Pore x (45), U_{0,8}Pu_{0,2}O_{2-x}-Pore ○ (81) berechnete Kurven für verschiedene Poisson-Zahlen — (Gln. 45) (untere Kurve: $\nu_M = 0$; mittlere Kurve: $\nu_M = 0,2$; obere Kurve: $\nu_M = 0,5$).

Fig. 23. Normalized Youngs modulus of elasticity of porous materials containing closed spherical porosity measured values: SiO₂-pore x (45), (45), U_{0,8}Pu_{0,2}O_{2-x}-pore ○ (81) calculated curves for different poisson ratios — (equ. 45) (lower curve; $\nu_M = 0$, intermediate curve: $\nu_M = 0,2$; upper curve: $\nu_M = 0,5$).



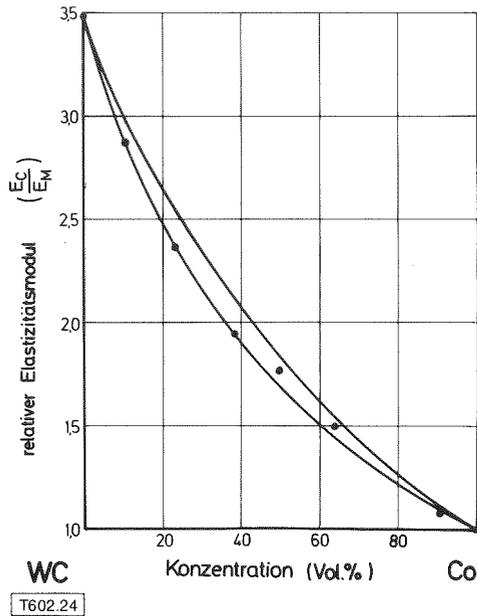


Abb. 24. Meßwerte und Grenzkurven II. Ordnung für den Elastizitätsmodul von WC-Co-Hartmetallen (42).

Fig. 24. Measured values and second order bounds for the Youngs modulus of elasticity of WC-Co hard metals (42).

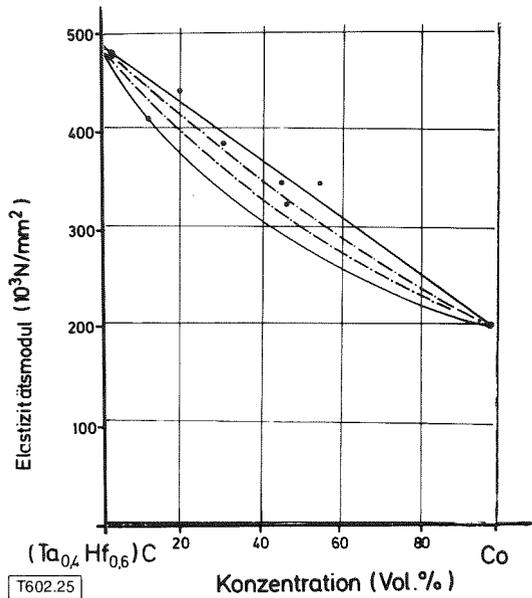


Abb. 25. Streuung gemessener Werte des Elastizitätsmoduls von $(Ta_{0,4}Hf_{0,6})C$ -Co Hartmetallen zwischen den Grenzkurven I. Ordnung — (Gl. 23) und den Grenzkurven II. Ordnung - - - (Gln. 24, 25).

Fig. 25. Scattering of measured Youngs moduli of elasticity of $(Ta_{0,4}Hf_{0,6})C$ -Co hardmetals between the first order bounds — (equ. 23) and the second order bounds - - - (equs. 24, 25).

Fig. 27. Alteration of Youngs modulus of elasticity of two-phase matrix material with carbon inclusions as consequence of the variation of the shape, orientation and concentration of the C-particles; measured values:

Mg O-C ($\frac{z}{x} = 0,08$; oriented parallel to the stress direction) \circ (98);
 Mg O-C ($\frac{z}{x} = 0,31$; oriented parallel to the stress direction) \bullet (98);

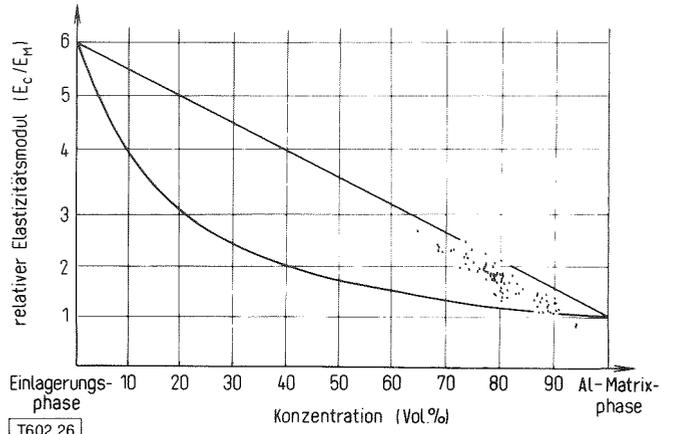


Abb. 26. Streuung gemessener Werte des Elastizitätsmoduls von Al_2O_3 (Whisker)-Al-Cermets (Al-Matrixphase) \times (63) und TiC-Al-Hartmetall (Al-Matrixphase) \blacktriangle (64, 71); Grenzkurven I. Ordnung — (Gl. 23).

Fig. 26. Scattering of measured Youngs moduli of elasticity of Al_2O_3 (whisker)-Al-cermets (Al-matrix phase) \times (63) and TiC-Al hard metals (Al-matrix phase) \blacktriangle (64, 71) between first order bounds — (equ. 23).

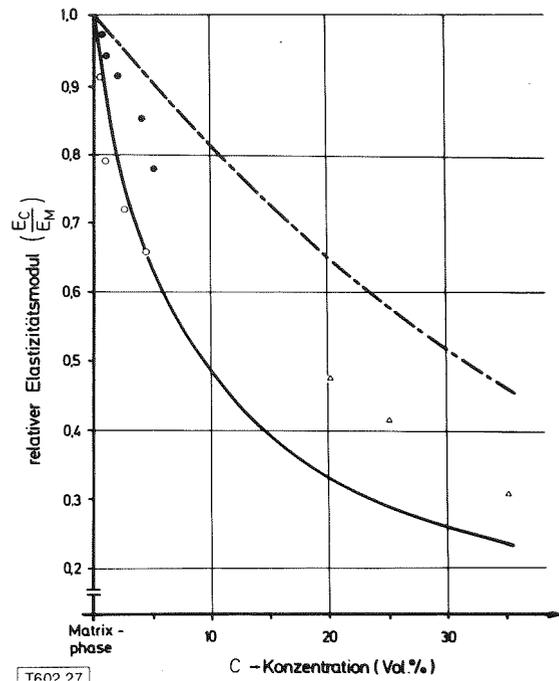


Abb. 27. Änderung des Elastizitätsmoduls von zweiphasigen Werkstoffen mit Graphit als Einlagerungsphase bei Änderung der Form, Orientierung und Konzentration der C-Teilchen;

Meßwerte: MgO-C ($\frac{z}{x} = 0,08$; orientiert in Spannungsrichtung) \circ (98);
 (98); MgO-C ($\frac{z}{x} = 0,31$; orientiert in Spannungsrichtung) \bullet (98);
 ZrC-C (orientiert in Spannungsrichtung) \triangle (44, 46, 71); berechnete Kurven ($E_D/E_M = 0,03$; $\nu_M = 0,2$; $\nu_M = 0,14$; $\nu_C = 0,17$) für sphärische Teilchen der Einlagerungsphase - - - (Gln. 24, 39, 40), für scheibenförmige Teilchen der Einlagerungsphase — (Gl. 44).

Zr C-C (oriented parallel to the stress direction) \triangle (44, 46, 71);
 calculated curves ($E_D/E_M = 0,03$; $\nu_M = 0,2$; $\nu_M = 0,14$; $\nu_C = 0,17$):
 for spherical inclusions - - - (equs. 24, 39, 40)
 for disc-shaped inclusions — (equ. 44).

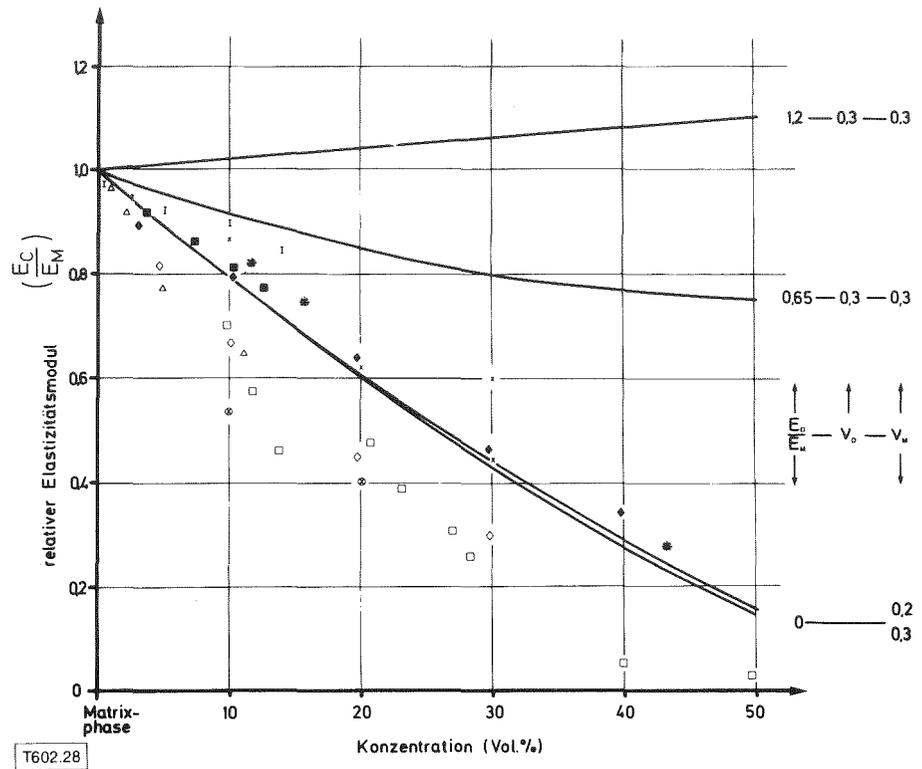


Abb. 28. Relativer Elastizitätsmodul von porösen Werkstoffen und zweiphasigen Werkstoffen ohne Phasenbindung. Meßwerte: Berechnete Kurven für sphärische Teilchen der Einlagerungsphase (Gln. 24, 39, 40 bzw. 45/equs. 24, 39, 40 resp. 45).

Fig. 28. Normalized Youngs modulus of elasticity for porous materials and two-phase matrix materials without phase bonding. Measured values: Calculated curves for spherical inclusions (Gln. 24, 39, 40 bzw. 45/equs. 24, 39, 40 resp. 45).

Matrix-phase	Einlagerungsphase Inclusion phase	Symbol (Literature)	Matrix-Phase	Einlagerungsphase Inclusion phase	Symbol (Literatur)
Al ₂ O ₃	Kugelpore/spherical pore	◆ (16)	Al ₂ O ₃	Linspore/lenticular pore	◇ (57)
Cu	Kugelpore/spherical pore	■ (11)	Cu	Linspore/lenticular pore	□ (diese Arbeit – this work)
MgO	Ni	I (52)	MgO	Linspore/lenticular pore	△ (52)
Mo	UO ₂ (sphärisch/spherical)	+ (74)	Mo	UO ₂ (abgeplattet/oblate: $\frac{z}{x} = 0,2$)	⊕ (74)
SS	UO ₂	* (68, 73)	W	UO ₂	x (15)

Graphitteilchen liegen die Meßwerte für ZrC-C-Verbundwerkstoffe. Ihre stereologischen Gefügedaten sind nicht bekannt, qualitativ aber aus ihrer Technologie abschätzbar. Die Proben wurden einaxial druckgesintert, ihre Elastizitätsmoduln wurden in Drucksinterrichtung gemessen. Es darf angenommen werden, daß es sich bei dem eingelagerten Graphitlamellen um abgeplattete rotationsellipsoide Teilchen handelt, deren Rotationsachse in Spannungsrichtung orientiert war. – Eine entsprechende Abschätzung gilt für die Meßwerte der porösen Werkstoffe in Abb. 28. Die vollen Symbole gelten für Werkstoffe mit annähernd sphärischen Poren und liegen nahe bei der für diesen Fall geltenden Kurve gemäß Gleichung 45. Dagegen muß aufgrund ihrer Technologie für die mit leeren Symbolen eingetragenen Meßwerte poröser Werkstoffe linsenförmige Porenform angenommen werden. Dementsprechend liegen diese Meßwerte unterhalb der theoretischen Kurven für sphärische Porenform. – Mit Kreuz- und Strichsymbolen eingetragene Meßwerte solcher Cermets, deren Lage bei oder unterhalb der theoretischen Kurve für sphärische Poren eine Schlußfolgerung über ihre Phasenbindung zuläßt. So müßten beispielsweise die Werte für UO₂-Mo- und UO₂-W-Cermets mit metallischer Matrix- und sphärischer UO₂-Einlagerungsphase bei der mittleren theoretischen Kurve ($E_D/E_M = 0,65$), diejenigen für UO₂-Stahl-Cermets bei der oberen theoretischen Kurve ($E_D/E_M = 1,2$) liegen. Da die Bindung zwischen Einlagerungs- und Matrixphase jedoch schlecht ist, ist der Effekt der Einlagerungsphase auf den relativen Elastizitätsmodul demjenigen

von Poren vergleichbar. – Im Falle der UO₂-Mo-Cermets wurden außer UO₂-Kugeln auch UO₂-Plättchen ($\frac{z}{x} = 0,2$) in die Mo-Matrix eingelagert (74). Die Meßwerte liegen erwartungsgemäß im Bereich unterhalb der theoretischen Kurve für sphärische Poren, die die obere Grenzkurve für den Elastizitätsmodul des isotropen porösen Werkstoffes mit geschlossenen Poren darstellt. Die untere Grenzkurve für den Elastizitätsmodul eines solchen Werkstoffes ist diejenige für scheibenförmige geschlossene Poren. Ihre Gleichung wurde wegen den im Anschluß an Gleichung 46 genannten Schwierigkeiten hier nicht abgeleitet. Der Bereich zwischen diesen Grenzkurven ist derjenige Variationsbereich, in dem eine über die Grenzkurven hinausgehende theoretische Bestimmung des Elastizitätsmoduls technisch von Interesse sein muß. Die praktische Anwendung der theoretischen Gleichungen wird sich daher insbesondere auf poröse Werkstoffe und solche mit schwacher Phasenbindung konzentrieren.

Will man mit den gegebenen Gleichungen den Elastizitätsmodul eines zweiphasigen Werkstoffes als Temperaturfunktion berechnen, so sind lediglich die Temperaturfunktionen der Phasen der elastischen Konstanten in die entsprechenden Gleichungen einzuführen. In Abb. 29 wurde dies für poröses Yttriumoxid (21 Vol.% Poren) und eine W-Ag (20 Vol.%) - Legierung durchgeführt. Die theoretischen Kurven wurden mit Gleichungen 45 bzw. den Gleichungen 40, 39, 24 berechnet. Die Elastizitätsmoduln der Phasen und ihre Temperaturabhängigkeiten waren nicht unter identischen experimentellen Bedin-

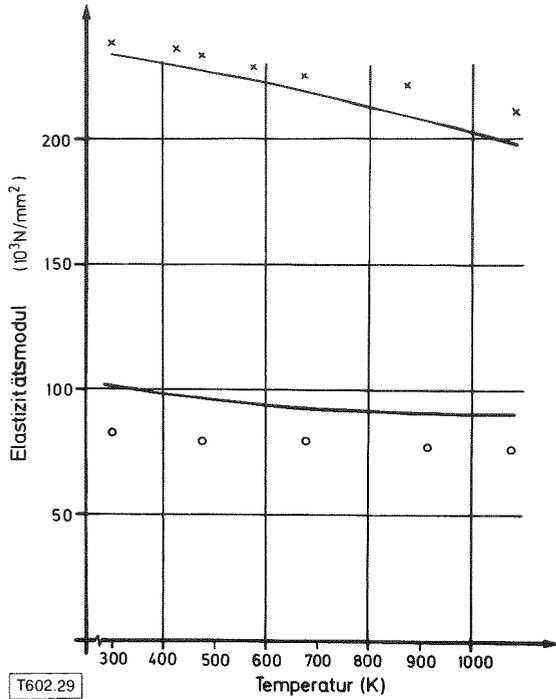


Abb. 29. Temperaturabhängigkeiten des Elastizitätsmoduls zwei-phasiger Werkstoffe mit sphärischem Teilchen der Einlagerungsphase.
Fig. 29. Youngs modulus of elasticity of two-phase matrix materials with spherical inclusions in dependence on the temperature.
 Meßwerte / measured values: Y_2O_3 -Pore (21 Vol.%) o (66); W-Ag (20 Vol.%) x (120); berechnete Kurven/calculated curves — (Gln. 24, 39, 40 bzw. 45/equs. 24, 39, 40 resp. 45).

gungen ermittelt worden wie die Meßwerte des porösen Yttriumoxids und der W-Ag-Legierung. Sie mußten daher anderer Literatur entnommen werden (116), was zu den systematischen Abweichungen zwischen berechneten Kurven und Meßwerten in Abb. 29 führt.

Die behandelten Gleichungen gelten stets für stabile Werkstoffe, d. h. solche, die sich im thermochemischen Gleichgewicht befinden. Bei instabilen Werkstoffen ändern sich die Phasen z. B. durch Reaktion. Sie haben daher sowohl irreversible Temperaturfunktionen ihrer Eigenschaftskenngrößen – was am Beispiel des elektrischen Widerstandes bereits ge-

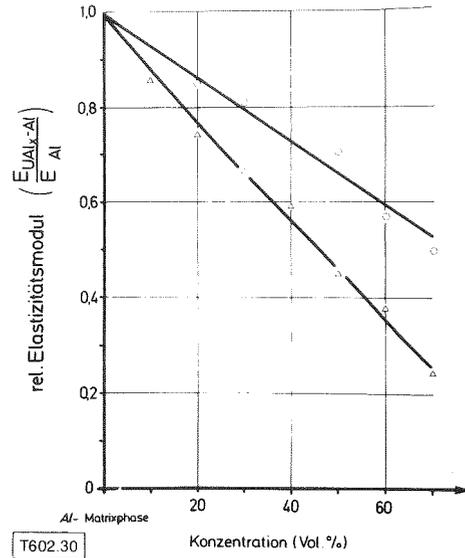


Abb. 30. Irreversible Änderung des relativen Elastizitätsmoduls instabiler $Al-UAl_x$ -Werkstoffe mit Al-Matrixphase bei verschiedenen Konzentrationen (77). $Al-UAl_3$ vor der Reaktion o, $Al-UAl_3-UAl_4$ nach 50% Umsatz Δ .

Fig. 30. Irreversible alteration of the normalized Youngs modulus of elasticity of unstable Al(matrix)- UAl_x composites at different phase concentrations (77). $Al-UAl_3$ unreacted o, $Al-UAl_3-UAl_4$ 50% reacted Δ .

zeigt wurde ((s. Teil II dieser Arbeit, Z. f. Werkstofftechnik 8 (1977) 280–287 – als auch irreversible Konzentrationsfunktionen. Letzteres ist in Abb. 30 am Beispiel von $Al-UAl_3$ -Verbundwerkstoffen gezeigt (36). Urantrialuminid reagiert mit Aluminium zur stabilen UAl_4 -Phase. Die damit verbundene – erwartungsgemäß irreversible – Erniedrigung des relativen Elastizitätsmoduls (vgl. E_{UAl_3} u. E_{UAl_4} , Abb. 21) tritt bei allen UAl_x -Konzentrationen ein.

Literaturverzeichnis

siehe Teil I dieser Arbeit; Z. f. Werkstofftechnik 8 (1977) 245–246

Anschrift: Dr. G. Ondracek, Kernforschungszentrum Karlsruhe, Institut für Material- und Festkörperforschung, Postfach 3640, 7500 Karlsruhe.

Zum Zusammenhang zwischen Eigenschaften und Gefügestruktur mehrphasiger Werkstoffe

Teil IV: Gefügestruktur und thermischer Ausdehnungskoeffizient

Sylvestre Nazare und Gerhard Ondracek

Mitteilung aus dem Institut für Material- und Festkörperforschung des Kernforschungszentrums und der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe, Deutschland

Die Eigenschaften mehrphasiger Werkstoffe hängen von den Eigenschaften ihrer Phasen und deren Geometrie und geometrischer Anordnung (Gefügestruktur) ab. Mikroskopische Gefügebilder mehrphasiger Werkstoffe sind vielfach auch dann verfügbar, wenn der Werkstoff extremen Zustandsbedingungen ausgesetzt war (z. B. hohe Temperaturen, radioaktive Strahlung), unter denen direkte Eigenschaftsmessungen unmöglich oder schwierig und daher aufwendig und/oder ungenau sind. Durch stereologische Gefügeanalyse kann aus solchen Gefügebildern die Gefügestruktur ermittelt werden. Die Kenntnis des quantitativen Zusammenhangs zwischen Gefügestruktur und Eigenschaften würde dann die direkte Messung von Eigenschaftskenngrößen ersetzbar machen durch eine stereologische Gefügeanalyse. Da dies nicht nur für extreme Zustandsbedingungen gilt, würde die stereologische Gefügeanalyse in der konventionellen Qualitätskontrolle – ebenfalls ohne direkte Eigenschaftsmessung – Aussagen über Eigenschaftskenngrößen erlauben. Außerdem vertiefen solche Gefüge-Eigenschafts-Beziehungen das physikalische Verständnis für den Zusammenhang zwischen Eigenschaften und Gefügestruktur von Werkstoffen und ermöglichen damit die Vorausberechnung von Eigenschaftsverbesserungen durch Gefügeoptimierung. Diese Arbeit behandelt in 4 Teilen die Ableitung und experimentelle Prüfung quantitativer Beziehungen zwischen der Gefügestruktur und der Leifähigkeit, dem Elastizitätsmodul sowie dem thermischen Ausdehnungskoeffizienten zweiphasiger Werkstoffe.

Im vorliegenden 4. Teil dieser Abhandlung wird die Ableitung der Gleichungen beschrieben, die den quantitativen Zusammenhang zwischen dem linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten und der Gefügestruktur zweiphasiger Werkstoffe mit Einlagerungsgefüge und linearelastischen, isotropen Werkstoffphasen erfassen. Berechnete und gemessene Ausdehnungskoeffizienten von zweiphasigen Werkstoffen aus etwa 15 binären Systemen werden verglichen und zeigen befriedigende Übereinstimmung. Die allgemeine Gleichung zum Zusammenhang zwischen dem linearen, thermischen Ausdehnungskoeffizienten und der Gefügestruktur zweiphasiger Matrix-Werkstoffe liefert das experimentell bestätigte Ergebnis, daß geschlossene Poren den Ausdehnungskoeffizienten poröser Werkstoffe nicht beeinflussen. Der vorliegende letzte Teil der Abhandlung schließt ab mit einer ingenieurmäßigen Einschätzung der in allen vier Abschnitten gewonnenen Ergebnisse.

On the relationship between the properties and the microstructure of multiphase materials. Part IV: Microstructure and thermal expansion coefficient. The properties of multiphase materials depend on the properties as well as on the geometry and geometrical arrangement (microstructure) of their phases. In many cases, where the material exists under extreme conditions (e. g. high temperatures, radioactive

irradiation) not admitting direct property measurements or making them difficult and less accurate two dimensional pictures (micrographs) are available as the only reliable source of information.

A stereologic image analysis then provides the tool to characterize the microstructure of multiphase materials quantitatively from their micrographs. Knowing equations describing the dependence of the properties on the microstructure characterized by appropriate parameters direct property measurements would become substitutable by stereologic analyses of the microstructure. Due to the fact, that this holds not only under extreme conditions the stereological microstructure analysis could also be used in conventional quality control to obtain properties without measuring them directly. Furthermore quantitative relationships between properties and microstructural parameters provide a better insight into the property-microstructure-dependence thus enabling theoretically the pre-calculation of property improvements by optimisation of the microstructure ("taylor-made-materials").

This paper – subdivided in four articles – considers the derivation and the experimental proof of quantitative relationships between the microstructure and the conductivity, elastic modulus and thermal expansion coefficient of two phase matrix materials.

In the present fourth part of this paper the derivation of the equations is considered which describe the dependence of the linear thermal expansion coefficient on the microstructure of two phase matrix materials quantitatively, the phases of which show linear elastic and isotropic behaviour. Calculated and measured thermal expansion coefficients of two phase materials from about 15 binary systems are compared agreeing sufficiently well. The general equation describing mathematically the relationship between the microstructure and the linear thermal expansion coefficient of two phase materials confirms theoretically, that closed pores do not affect the thermal expansion coefficient of porous materials. – At the end of the present article an engineering statement is made summarizing and judging the results obtained in the altogether four parts of this publication.

IV. 1. Zur Theorie des Zusammenhangs zwischen Gefügestruktur und linearem thermischem Ausdehnungskoeffizienten

Der thermische Ausdehnungskoeffizient (α_V) ist definiert als die durch Temperaturänderung (δT) eintretende Volumenänderung (δV) bezogen auf das Ausgangsvolumen (V_A) bei konstantem Druck (p) und konstanter stofflicher Zusammensetzung (c_i) des Werkstoffs

$$\alpha_V = \frac{1}{V_A} \left(\frac{\delta V}{\delta T} \right)_{p, c_i} \quad (47)$$

Unter der Voraussetzung, daß eine Temperaturabhängigkeit des thermischen Ausdehnungskoeffizienten über kleine Temperaturbereiche vernachlässigbar ist, erhält man durch Integration von Gleichung 47

$$\alpha_V = \frac{V - V_A}{\Delta T \cdot V_A} = \frac{\Delta V}{\Delta T \cdot V_A} \quad (48)$$

Ist ein Werkstoff isotrop, so ist sein *linearer* thermischer Ausdehnungskoeffizient (α)

$$\alpha = \frac{\alpha_V}{3} \approx \frac{\Delta l}{\Delta T \cdot l_A} = \frac{\Delta V}{3 \Delta T \cdot V_A} \quad (49)$$

(l = Länge bei der Temperatur T ; l_A = Ausgangslänge bei Raumtemperatur T_A)

Für die folgende Ableitung zum Zusammenhang zwischen Gefügestruktur und linearem thermischem Ausdehnungskoeffizienten eines zweiphasigen Werkstoffes wird Isotropie und linear-elastisches Verhalten seiner Phasen vorausgesetzt. –

Wird ein solcher Werkstoff (Abb. 31) erwärmt ($\Delta T = T - T_A$), so dehnen sich seine Phasen unterschiedlich aus, wobei sie sich gegenseitig behindern. Dadurch entstehen innere Spannungen. Wenn sich beispielsweise die Matrixphase thermisch weniger ausdehnt als die Einlagerungsphase ($\alpha_M < \alpha_D$), so entstehen Zugspannungen ($+\sigma$) in der Matrix-, Druckspannungen ($-\sigma$) in der Einlagerungsphase. Im Gedankenexperiment lassen sich die beiden Phasen so trennen, daß eine Matrixphase mit geschlossenen Hohlräumen einerseits und im Raum frei schwebende Teilchen der Einlagerungsphase andererseits entstehen, ohne daß diese ihre räuml. Anordnung verändern (17). Sie können sich dann bei Erwärmung von Anfangs- (T_A) auf Endtemperatur (T) ungehindert ausdehnen. Dabei würde sich infolge der unterschiedlichen Ausdehnungskoeffizienten der Phasen eine Volumendifferenz ergeben, die sich mit Gl. 49 bestimmen läßt:

$$\frac{\Delta V_D}{V_{AD}} - \frac{\Delta V_M}{V_{AM}} = 3 \Delta T (\alpha_D - \alpha_M) \quad (50)$$

(α_M, α_D = lineare thermische Ausdehnungskoeffizienten der Matrix- bzw. Einlagerungsphase; V_{Ai} = Matrix- ($i = M$) bzw. Einlagerungsphasenvolumen ($i = D$); $V_{AD} + V_{AM} = V_{AC} =$ Gesamtvolumen ($i = C$) bei Raumtemperatur). Will man den erwärmten zweiphasigen Werkstoff im Gedankenexperiment nun wieder zusammenfügen, so muß man seine Matrixphase erst mechanisch allseitig dehnen, seine Einlagerungsphase allseitig stauchen, damit sie ineinander „passen“. Die dazu nötigen isostatischen Zugspannungen für die Matrixphase und Druckspannungen für die Einlagerungsphase sind dem Betrage nach gleich groß und entsprechen den inneren Spannungen, die beim Erwärmen des realen zweiphasigen Werkstoffes entstehen. Nach dem *Hook*-Gesetz gilt für den dreidimensionalen Spannungszustand eines isotropen, linear-elastischen Körpers

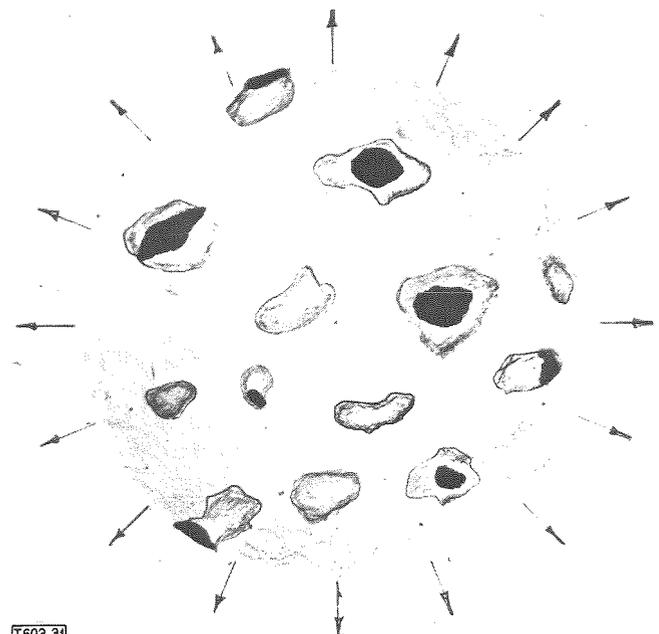


Fig. 31

Abb. 31. Schematische Darstellung eines zweiphasigen Werkstoffes mit Einlagerungsgefüge bei thermischer Ausdehnung.

Fig. 31. Schematical demonstration of a two-phase matrix material under thermal expansion.

$$\sigma_i \cdot (1 - 2\nu) = \epsilon_i E$$

und mit

$$K = \frac{E}{3 \cdot (1 - 2\nu)}$$

folgt aus G. 51

$$\sigma_i = \epsilon_i \cdot 3K$$

und mit Gl. 49

$$\epsilon_i = \frac{\Delta l}{l_{iA}} = \frac{\Delta V}{3V_i} = \frac{\sigma_i}{3K}$$

Die isostatische Stauchung der Einlagerungsphase ist dann

$$-\frac{\Delta V_{Dx}}{V_D} = \frac{\sigma}{K_D} \quad (55)$$

und die isostatische Dehnung der Matrixphase beträgt

$$\frac{\Delta V_{Mx}}{V_M} = \frac{\sigma}{K_M} \quad (56)$$

(V_D , V_M = Phasenvolumina bei der Temperatur T)

Damit die beiden Phasen nach Erwärmung ineinander passen, muß ihre mechanische Volumendeformation ihre Volumendifferenz infolge unterschiedlicher thermischer Ausdehnung kompensieren; d. h. nach den Gleichungen 50, 55 und 56 gilt

$$\frac{\Delta V_D}{V_{AD}} - \frac{\Delta V_M}{V_{AM}} = \frac{\Delta V_{Dx}}{V_D} + \frac{\Delta V_{Mx}}{V_M} \quad (57)$$

$$3\Delta T(\alpha_D - \alpha_M) = \sigma \left(\frac{1}{K_M} - \frac{1}{K_D} \right) \quad (58)$$

und die isostatische Spannung ist

$$\sigma = 3\Delta T(\alpha_D - \alpha_M) \frac{K_M K_D}{K_D - K_M} \quad (59)$$

Die Vorstellung, daß jede Phase einer allseitigen mechanischen Spannung ausgesetzt wird, die die thermisch induzierte Volumendifferenz durch mechanische Deformation ausgleicht, führt nach Zusammensetzung der Phasen zu einer nichtspannungsfreien Oberfläche des zweiphasigen Matrixwerkstoffs. An den inneren Phasengrenzflächen halten sich Druck- und Zug-Spannungen das Gleichgewicht, d. h. innere Spannungen sind im realen Werkstoff tatsächlich vorhanden. Die Oberfläche dagegen ist in Wirklichkeit spannungsfrei. Um diese Bedingung auch im Gedankenexperiment zu erfüllen, muß an der Oberfläche des zweiphasigen Werkstoffs eine Druck- bzw. Zugspannung angelegt werden (97), je nachdem, ob man zur Ermittlung der Gesamtdehnung bei Erwärmung von der thermischen Ausdehnung der Einlagerungsphase oder – wie im folgenden – von derjenigen der Matrixphase ausgeht:

$$\frac{\Delta V_C}{V_{AC}} = \frac{\Delta V_M}{V_{AM}} + \frac{\sigma}{K_M} - \frac{\sigma}{K_C} = \frac{\Delta V_M}{V_{AM}} + \sigma \cdot \frac{K_C - K_M}{K_M K_C} \quad (60)$$

Mit den Gleichungen 49 und 59 folgt

$$\alpha_C = \alpha_M + (\alpha_D - \alpha_M) \frac{K_D(K_C - K_M)}{K_C(K_D - K_M)} \quad (61)$$

$$\alpha_C = \alpha_M \frac{K_M(K_D - K_C)}{K_C(K_D - K_M)} + \alpha_D \frac{K_D(K_C - K_M)}{K_C(K_D - K_M)} \quad (62)$$

Gleichung 62 ist identisch mit derjenigen aus der ursprünglichen Ableitung über das geschilderte Gedankenexperiment, bei der von unterschiedlicher linearer Schrumpfung der Phasen ausgegangen worden ist (17). Die Umformung von Gl. 61 mit Gl. 52 ergibt die **allgemeine Gefüge-lineare thermische Ausdehnungskoeffizienten-Gleichung zweiphasiger Werkstoffe mit Einlagerungsgefüge**:

$$\alpha_C = \alpha_M + (\alpha_D - \alpha_M) \frac{E_D[3K_C(1 - 2\nu_M) - E_M]}{3K_C[E_D(1 - 2\nu_M) - E_M(1 - 2\nu_D)]} \quad (63a)$$

$$\alpha_C = \alpha_M + (\alpha_D - \alpha_M) \frac{E_D[E_C(1 - 2\nu_M) - 3E_M(1 - 2\nu_C)]}{3E_C[E_D(1 - 2\nu_M) - E_M(1 - 2\nu_D)]} \quad (63b)$$

S Sie ist unmittelbar mit den elastischen Eigenschaftskenngrößen des zweiphasigen Werkstoffes verknüpft und hängt von deren Lösung ab. – Mit den Gleichung 23a und Gleichung 23b analogen Ausdrücken für den Kompressionsmodul des zweiphasigen Werkstoffes (K_C) bei Parallel- bzw. Reihenanordnung seiner Phasen (47) erhält man aus Gleichung 63a die Gefüge-Ausdehnungskoeffizienten-Gleichungen der Grenzkurven des linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten:

$$\alpha_C = \alpha_M + c_D(\alpha_D - \alpha_M) \quad (64)$$

$$\cdot \frac{E_D(1 - 2\nu_M)}{(1 - c_D)E_M(1 - 2\nu_D) + c_DE_D(1 - 2\nu_M)}$$

$$\alpha_C = (1 - c_D)\alpha_M + c_D\alpha_D = \alpha_M + c_D(\alpha_D - \alpha_M) \quad (65)$$

Welche der beiden Gleichungen 64 und 65 die untere bzw. obere Grenzkurve im jeweiligen Fall beschreibt, hängt ab von dem Ausdruck

$$\frac{K_M}{K_D} = \frac{E_M(1 - 2\nu_D)}{E_D(1 - 2\nu_M)} \quad (66)$$

Der Wechsel der Grenzkurven erfolgt, wenn dieser Ausdruck (Gleichung 66) Eins ist. In diesem Fall sind obere und untere Grenze identisch. Die Spezialfälle der allgemeinen Gefüge-thermische Ausdehnungskoeffizienten-Gleichung *isotroper* zweiphasiger Werkstoffe mit Einlagerungsgefüge für – statistisch orientierte scheibenförmige Teilchen der Einlagerungsphase
– sphärische Teilchen der Einlagerungsphase
– statistisch orientierte stabförmige Teilchen der Einlagerungsphase ergeben sich aus Gleichung 63 mit den Gleichungen 37–42. Die bei den elastischen Eigenschaftskenngrößen

nicht oder nicht hinreichend erfaßten Spezialfälle der orientierten scheibenförmigen und stabförmigen Teilchen der Einlagerungsphase wurden gesondert hergeleitet (124). Man erhält als Gefüge-lineare thermische Ausdehnungskoeffizienten-Gleichung mit Einlagerungsgefüge und scheibenförmigen Teilchen der Einlagerungsphase ($\lim \frac{z}{x} = 0$) mit

– quer zur Spannungsrichtung orientierter Rotationsachse

$$\alpha_C = \alpha_M + c_D(\alpha_D - \alpha_M) \left[1 + \frac{(1 - c_D) E_D (1 - \nu_M) - E_M (1 - \nu_D)}{E_M (1 - c_D) (1 - \nu_D) + E_D c_D (1 - \nu_M)} \right] \quad (67)$$

– in Spannungsrichtung orientierter Rotationsachse

$$\alpha_C = \alpha_M + c_D(\alpha_D - \alpha_M) \left[1 + \frac{2(1 - c_D)(\nu_D E_M - \nu_M E_D)}{E_M (1 - c_D)(1 - \nu_D) + E_D c_D (1 - \nu_M)} \right] \quad (68)$$

und als Gefüge-lineare thermische Ausdehnungskoeffizienten-Gleichung zweiphasiger Werkstoffe mit Einlagerungsgefüge und stabförmigen Teilchen der Einlagerungsphase ($\lim \frac{z}{x} = \infty$) mit

– quer zur Spannungsrichtung orientierten Rotationsachsen

$$\alpha_C = \alpha_M + c_D(\alpha_D - \alpha_M) \left[c_D + (1 - c_D) E_D \frac{H - L}{HM - LQ} \right] \quad (69)$$

– in Spannungsrichtung orientierten Rotationsachsen

$$\alpha_C = \alpha_M + c_D(\alpha_D - \alpha_M) \left[c_D + (1 - c_D) E_D \frac{M - Q}{HM - LQ} \right] \quad (70)$$

– wobei

$$H = c_D E_D \frac{1 - \nu_D}{1 + \nu_D} + \frac{1 - c_D}{1 - \nu_M} \left[\frac{E_D \nu_M \nu_D}{1 + \nu_D} + \frac{E_M}{1 + \nu_M} \right] \quad (71)$$

$$L = c_D E_D \frac{\nu_D}{1 + \nu_D} + \frac{1 - c_D}{2(1 - \nu_M)} \left[\frac{E_D \nu_M}{1 + \nu_D} + \frac{E_M \nu_D}{1 + \nu_M} \right] \quad (72)$$

$$M = \frac{c_D E_D}{1 + \nu_D} + \frac{1 - c_D}{2(1 - \nu_M)} \left[\frac{E_D}{1 + \nu_D} + \frac{E_M (1 - 2\nu_D)}{1 + \nu_M} \right] \quad (73)$$

$$Q = 2c_D E_D \frac{\nu_D}{1 + \nu_D} + \frac{1 - c_D}{1 - \nu_M} \left[\frac{E_D \nu_D}{1 + \nu_D} + \frac{E_M \nu_M (1 - 2\nu_D)}{1 + \nu_M} \right] \quad (74)$$

Wie die numerische Prüfung der Gleichung 70 zeigt, entsprechen die Ergebnisse denjenigen der Gleichung 64 (Parallelanordnung der Phasen); eine Feststellung, wie sie bereits bei den Feldeigenschaften angetroffen wurde (s. Teil II dieser Arbeit, Z. f. Werkstofftechnik). – Damit sind alle Fälle der allgemeinen Gefüge-Eigenschafts-Gleichung

zweiphasiger Werkstoffe bei speziellen Formen und Orientierungen der Teilchen der Einlagerungsphase – wie sie in Abb. 9 für den elektrischen Widerstand zusammengestellt wurden – auch für den linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten erfaßt. – Die meisten in der Literatur angegebenen Beziehungen führen durch geeignete Umformung zu Gleichung 63 (97, 110, 119) oder folgen aus ihr (6, 51, 55, 62, 102), wenn man die dort gemachten Voraussetzungen berücksichtigt. – Für den Sonderfall des porösen Werkstoffes ($\frac{E_D}{E_M} = 0$) folgt aus Gleichung 63 grundsätzlich, daß

der thermische Ausdehnungskoeffizient zweiphasiger Werkstoffe mit Einlagerungsgefüge von der Porosität unabhängig ist ($\alpha_C = \alpha_M$). Es muß in diesem Zusammenhang wieder darauf hingewiesen werden, daß die Gleichungen für den Ausdehnungskoeffizienten von zweiphasigen Werkstoffen bei Teilchen der Einlagerungsphase mit extremem Achsenverhältnis ($\lim \frac{z}{x} = 0$) nicht ohne weiteres auf den Sonderfall des porösen Werkstoffs übertragen werden können. Das Achsenverhältnis Null wird sowohl bei verschwindend kleiner Rotationsachse (z) und endlicher Nebenachse (x) als auch bei endlicher Rotationsachse und „unendlich“ großer Nebenachse erreicht. Im zweiten Fall ist Einlagerungsgefüge nicht mehr gegeben. Er entspricht bei quer zur Ausdehnungsrichtung orientierten scheibenförmigen „Poren“ der Parallelanordnung, d. h. Gleichung 67 wird identisch mit Gleichung 64. Die „Porenlamellen“ tragen nicht zur Ausdehnung bei, der Ausdehnungskoeffizient ist – wie beim Einlagerungsgefüge mit scheibenförmigen Poren – gleich demjenigen der festen bzw. Matrix-Phase. Dagegen entspricht der Fall der in Ausdehnungsrichtung orientierten scheibenförmigen Poren mit unendlich großer Nebenachse der Reihenanordnung von „Porenschichten“ und „Matrixschichten“. Die Ausdehnung der Matrixschichten könnte durch den Porenraum aufgefangen werden. Möglicherweise wird Gleichung 68 daher nicht identisch mit Gleichung 65 für Reihenanordnung der Phasen, sondern liefert – scheinbar – auch für Einlagerungsgefüge eine Porositätsabhängigkeit, die grundsätzlich nicht besteht. – Gleichungen, die bereits durch einen Grenzübergang ($\frac{z}{x} \rightarrow 0$; $\frac{x}{z} \rightarrow 0$) erhalten wurden, liefern für einen zweiten Grenzübergang ($\alpha_D \rightarrow 0$; $E_D/E_M \rightarrow 0$) nicht unbedingt schlüssige oder sichere Ergebnisse und sollten daher für einen solchen besonders geprüft werden. Dies war bereits im Falle des elektrischen Widerstandes und des Elastizitätsmoduls erwähnt worden (siehe Teil I und Teil II dieser Arbeit, Z. Werkstofftech. 7 u. 8/77).

IV. 2. Vergleich zwischen berechneten und experimentellen Werten des linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten zweiphasiger Werkstoffe

Die für den Vergleich mit experimentellen Daten benutzten Kurven wurden mit Hilfe der elastischen Eigenschaftskenngrößen der Phasen nach Abb. 22 berechnet (s. Teil III dieser Arbeit, Z. f. Werkstofftechnik). Deren Temperaturabhängigkeit wurde dabei vernachlässigt, was insofern berechtigt sein dürfte, als diese Temperaturabhängigkeiten für Matrix-Phase, Einlagerungsphase und zweiphasigen Werkstoff gleichsinnige Tendenz haben werden und in Gleichung 63 – und damit auch in die Gleichungen der Spezialfälle – nur die Verhältnisse der elastischen Konstanten von Matrix-

und Einlagerungsphase bzw. zweiphasigem Werkstoff eingehen. In Abb. 32 sind die nach den Gleichungen 63 bzw. 39 und 40 (siehe Teil III dieser Arbeit, Z. f. Werkstofftechnik) mit Hilfe der Ausdehnungskoeffizienten, Elastizitätsmoduln und Poisson-Zahlen ihrer Phasen berechneten Kurven der relativen linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten verschiedener zweiphasiger Werkstoffe mit Einlagerungsgefüge und sphärischen Teilchen der Einlagerungsphase mit experimentellen Werten verglichen. Die theoretischen und experimentellen Werte wurden auf die linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten der jeweiligen Matrixphase normiert.

Da die Grenzkurven nach den Gleichungen 64 und 65 nicht allein von den linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten der Phasen, sondern auch von deren Elastizitätsmoduln und Poisson-Zahlen abhängen, fällt der Variationsbereich zwischen ihnen je nach Werkstoff sehr unterschiedlich aus. Andererseits unterscheiden sich alle diese ihn bestimmenden Größen bei festen Phasen um nicht mehr als eine Größenordnung, so daß der Variationsbereich auch beim linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten oft nicht größer ist als der Streubereich der Messungen (Abb. 33), der vielfach von der technologischen Qualität der Proben abhängt. Bei hoher Probenqualität zeigen die Meßwerte auch dann den Matrixwechsel richtig an, wenn – wie im Beispiel

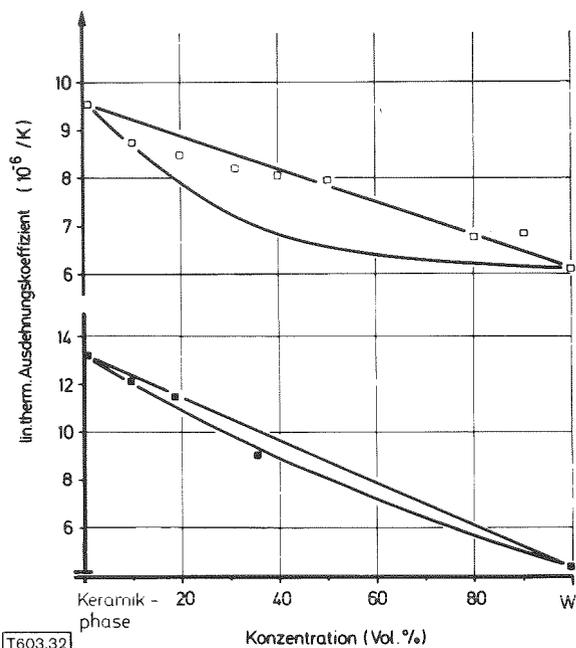


Abb. 32. Relative lineare thermische Ausdehnungskoeffizienten zweiphasiger Werkstoffe in Abhängigkeit von der Phasenkonzentration.

Fig. 32. Normalized linear thermal expansion coefficient of two-phase matrix materials in dependence on the phase concentration.

der Abb. 34 – die berechneten Kurven (Gleichung 63, 39, 40) für Co-Matrix und für $(\text{Ta}_{0,4}\text{Hf}_{0,6})\text{C}$ -Matrix sehr nahe beieinander liegen. Der Wechsel von der Co-Matrix zur $(\text{Ta}_{0,4}\text{Hf}_{0,6})\text{C}$ -Matrix vollzieht sich dort, wo die experimentellen Werte ihre Lage oberhalb der – oberen – Kurve für Co-Matrix (>40 Vol% Co) in eine Lage unterhalb der Kurve für Hartstoff-Matrix (>30 Vol% Co) verändern.

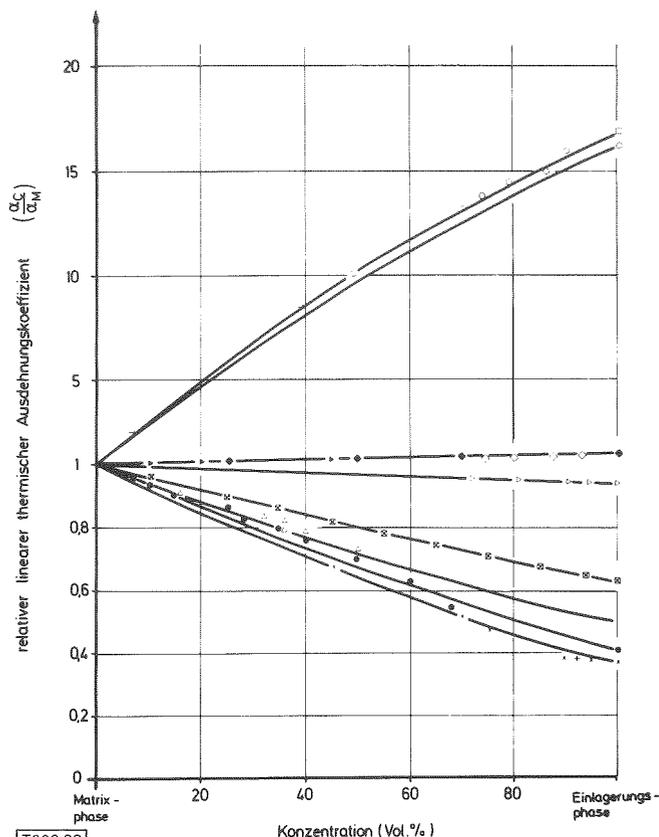


Abb. 33. Meßwertstreuungen zwischen den Grenzkurven des linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten zweiphasiger Werkstoffe.

Fig. 33. Scattering of measured linear thermal expansion coefficients of two-phase matrix materials between their bounds
 Meßwerte/measured values
 $\text{Ba}_{2-x}\text{Ca}_{0,5+x}\text{WO}_6\text{-W}$ 673 – 1273 K \square (104)
 MgO-W 373 – 1273 K \blacksquare (56)
 berechnete Grenzkurven/calculated bounds – (Gln. 64, 65/equs. 64, 65).

Zu Abb. 32. Meßwerte/measured values:

Matrix-Phase	Einlagerungsphase inclusion phase	Temperaturbereich (K) temperature region (K)	Symbol (Literatur)
SiO_2	Al	373– 873	\square (56)
SiO_2	Sn		\circ (117)
Co^{2+}	WC	293–1073	$+$ (19)
			\times (37)
Sn	ZrO_2		\bullet (117)
Mo	UO_2	293–1073	\blacklozenge (34)
		293–1273	\diamond (129)
			(91)
Cr	UO_2	293–1273	∇ (129)
SS	UO_2	293–1173	\triangle (69)
Ag	Fe		\square (51)

berechnete Kurven für sphärische Teilchen der Einlagerungsphase/
 calculated curves for spherical inclusions:
 – (Gln. 63, 40, 39/equs. 63, 40, 39).

In Abb. 35 sind die theoretischen Kurven für UO_2 -Cu-Cermets mit Cu-Matrix (≤ 40 Vol.% Cu) und UO_2 -Matrix (≥ 55 Vol.% Cu) für sphärische und statistisch orientierte scheibenförmige Teilchen der Einlagerungsphase nach den Gleichungen 63, 39, 40 bzw. 63 und 37, 38 mit experimentellen

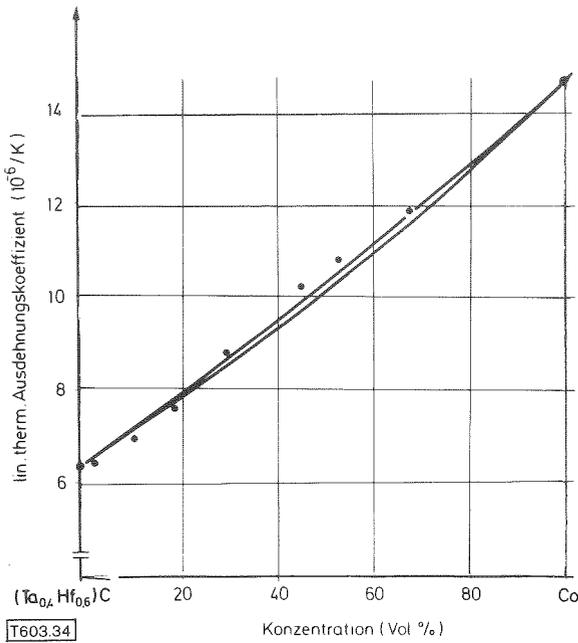


Abb. 34. Lineare thermische Ausdehnungskoeffizienten von $(\text{Ta}_{0,4}\text{Hf}_{0,6})\text{C}$ -Hartmetallen, Meßwerte 293–1273 K •, berechnete Kurven für Bindemetallmatrix (oben) und Hartstoffmatrix (unten) — (Gln. 63, 40, 39).

Fig. 34. Linear thermal expansion coefficients of $(\text{Ta}_{0,4}\text{Hf}_{0,6})\text{C}$ -hard metals; measured values 293–1273 K •; calculated curves for binder metal matrix (above) and carbide matrix (below) — (equs. 63, 40, 39).

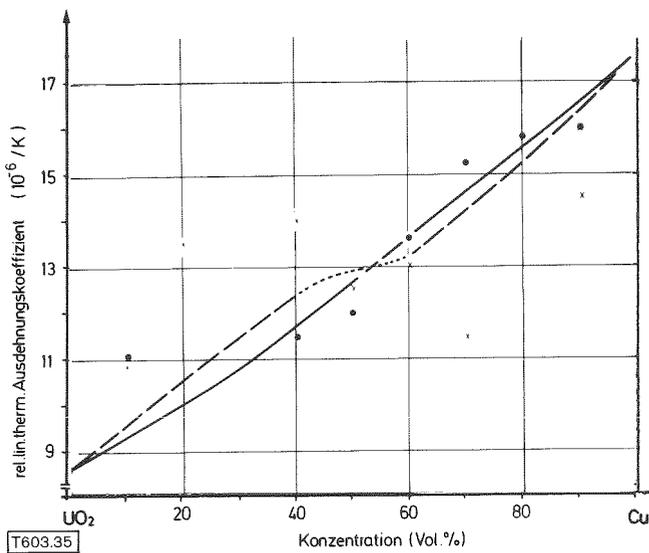


Abb. 35. Linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient von UO_2 -Cu-Cermets; Meßwerte: für näherungsweise sphärische Teilchen der Einlagerungsphase •; für näherungsweise scheibenförmige Teilchen der Einlagerungsphase in statistischer Orientierung x; berechnete Kurven: für sphärische Teilchen der Einlagerungsphase — (Gl. 63, 40, 39), für statistisch orientierte scheibenförmige Teilchen der Einlagerungsphase - - - - (Gl. 63, 37), Matrixwechsel

Fig. 35. Linear thermal expansion coefficient of UO_2 -Cu-cermets, measured values: for approximately spherical particles of the inclusion phase •; for approximately disc-shaped particles of the inclusion phase x; calculated curves: for spherical inclusions — (equs. 63, 40, 39), for statistically oriented disc-shaped inclusions - - - - (equs. 63, 37), matrix transition

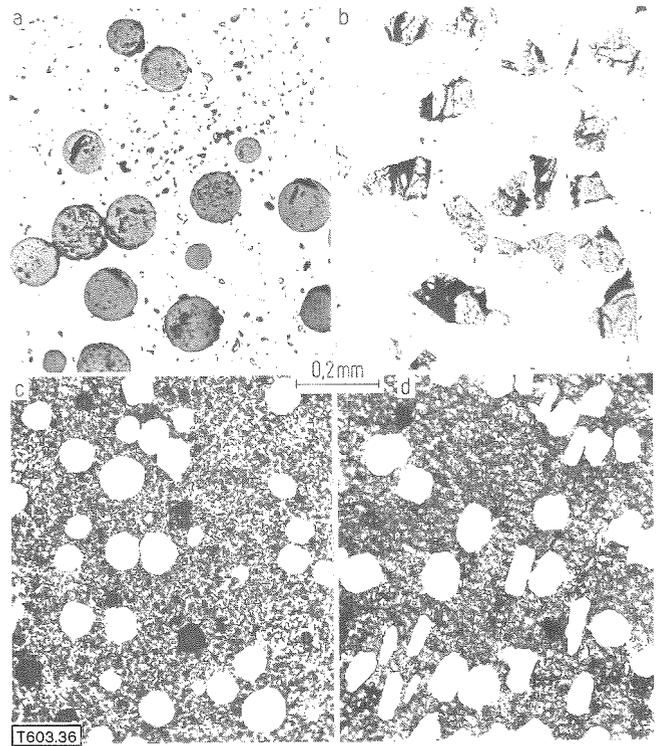


Abb. 36. Gefüge von UO_2 -Cu-Cermets; a) Cu-Matrixphase, UO_2 -Kugeln als Einlagerungsphase, b) Cu-Matrixphase, UO_2 -Scheiben als Einlagerungsphase, c) UO_2 -Matrixphase, Cu-Kugeln als Einlagerungsphase, d) UO_2 -Matrixphase, Cu-Scheiben als Einlagerungsphase.

Fig. 36. Microstructure of UO_2 -Cu-cermet; a) Cu-matrix phase, UO_2 spheric inclusions, b) Cu matrix phase, UO_2 disc-shaped inclusions, c) UO_2 matrix phase, Cu spherical inclusions, d) UO_2 matrix phase, Cu disc-shaped inclusions.

Werten verglichen. Wie die Gefügebilder in Abb. 36 zeigen, erfüllen die Teilchen der Einlagerungsphase die stereologische Achsenbedingung für Kugeln ($\frac{z}{x} = 1$) und extreme Scheiben ($\frac{z}{x} = 0$) nur in grober Näherung. Die Meßwerte bestätigen aber den theoretisch vorhergesagbaren Wechsel, wonach sphärische Teilchen der Einlagerungsphase bei Cu-Matrix zu höheren, bei UO_2 -Matrix dagegen zu niedrigeren Ausdehnungskoeffizienten als bei scheibenförmigen Teilchen der Einlagerungsphase führen. — Ein entsprechender Vergleich von experimentellen Werten W-faserverstärkten Kupfers mit der für diesen Fall nach Gleichung 70 berechneten Kurve zeigt Abb. 37 (124).

Die Veränderung des mittleren linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten zweiphasiger Werkstoffe mit Einlagerungsgefüge mit zunehmendem Temperaturbereich läßt sich nach Gleichung 63 ausrechnen, wenn man die für jede Temperatur geltenden mittleren Ausdehnungskoeffizienten der Phasen einsetzt. Für UO_2 -Mo-Cermets mit UO_2 -Matrix ist diese Rechnung durchgeführt worden. In Abb. 38 sind die — experimentell ermittelten — Kurven für die Temperaturabhängigkeit der linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten der Phasen angegeben (116). Mit diesen Werten wurde die Kurve der Temperaturabhängigkeit des linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten von UO_2 -Mo-(30 Vol.%)Cermets berechnet. Wieder wurde, wie bisher auch, die Temperaturabhängigkeit der elastischen Eigenschaftskenngrößen der Phasen in Gleichung 63 bzw. 39/40

vernachlässigt. Zum Vergleich sind die verfügbaren experimentellen Werte eingetragen (34, 93). Ähnliche Vergleiche ließen sich für andere Cermets oder auch für Verbundwerkstoffe mit polymeren Phasen (3, 4, 20, 40, 58, 115) durchführen. Hier sei abschließend nur noch die meßbare Verschiebung des linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten solcher zweiphasiger Werkstoffe gezeigt, die instabil sind und für die eine Berechnung mit den erörterten Gleichungen daher nicht möglich ist. Abb. 39 zeigt die gemessene Änderung des linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten von Al-Matrix-Werkstoffen mit eingelagerten UAl_3 -Teilchen durch Reaktion von Urantrialuminid mit Aluminium zu Urantetraaluminid (54, 77).

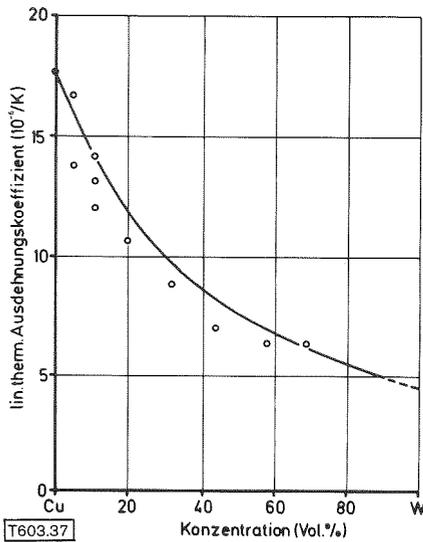


Abb. 37. Linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient von Kupfer mit orientiert eingelagerten Wolframfasern (124); Meßwerte \circ , berechnete Kurve — (Gl. 70).

Fig. 37. Linear thermal expansion coefficient of copper-tungsten material with copper matrix and oriented tungsten fiber inclusions (124); measured values \circ , calculated curve — (equ. 70).

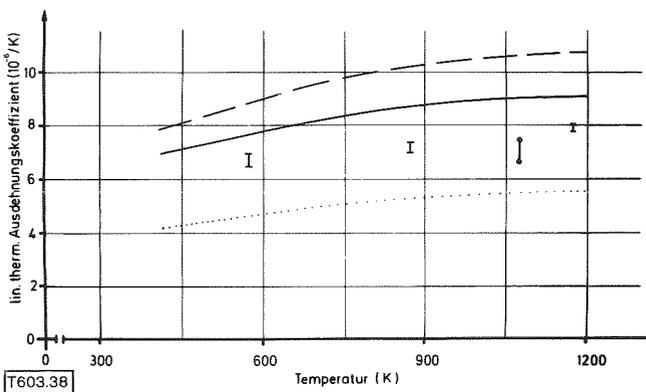


Abb. 38. Temperaturabhängigkeit des linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten von UO_2 -Mo-Cermets mit UO_2 -Matrix.

Fig. 38. Linear thermal expansion coefficient of UO_2 matrix - Mo cermets in dependence on the temperature; Meßwerte/measured values

UO_2 -Mo (30 Vol%) \circ (34)
 UO_2 - - - (116)
 Mo (116)
 berechnete Kurve für UO_2 -Mo/calculated curves for UO_2 -Mo — (Gl. 63/equ. 63).

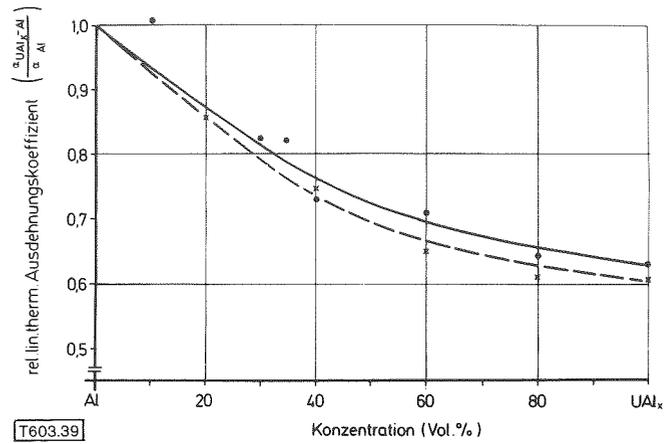
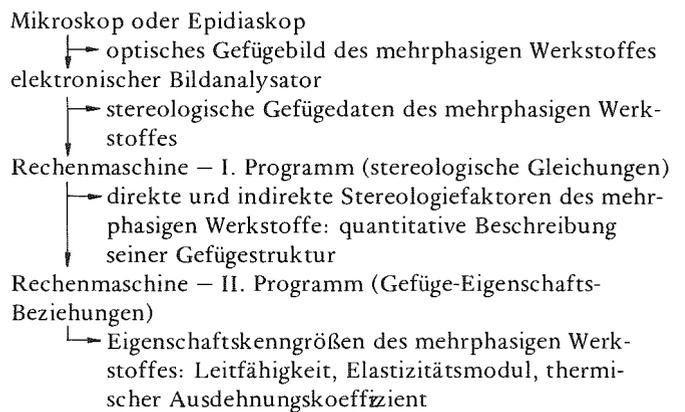


Abb. 39. Gemessene Änderung des linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten von UAl_3 -Al-Werkstoffen \bullet — \bullet durch Reaktion zu UAl_4 -Al-Werkstoffen \times — \times (54, 77).

Fig. 39. Measured shift of the linear thermal expansion coefficients of UAl_3 -Al material \bullet — \bullet by reaction to UAl_4 -Al material \times — \times (54, 77).

IV. 3. Schlußfolgerungen

Mit der Erörterung quantitativer Beziehungen über den Gefügeeinfluß auf den elektrischen Widerstand, Elastizitätsmodul und thermischen Ausdehnungskoeffizienten zweiphasiger Werkstoffe mit Einlagerungsgefüge wurde versucht, das ingenieurmäßige Verständnis des Zusammenhanges zwischen Gefügestruktur und Eigenschaften zu vertiefen. Die Gefüge-Eigenschafts-Gleichungen ermöglichen die Bestimmung von Eigenschaften ohne deren direkte Messung aus Daten der stereologischen Gefügeanalyse mehrphasiger Werkstoffe, deren Durchführung das nachfolgende Schema veranschaulicht:



Die gefügeanalytische Qualitätskontrolle kann nun nicht nur quantitative Aussagen über die Gefügestruktur, sondern auch solche über die Eigenschaften eines mehrphasigen Werkstoffes machen. Da mikroskopische Gefügebilder vielfach auch dann verfügbar sind, wenn der Werkstoff extremen Zustandsbedingungen ausgesetzt war (z. B. hohe Temperaturen, radioaktive Strahlungen), unter denen direkte Eigenschaftsmessungen unmöglich oder schwierig und daher aufwendig und/oder ungenau sind, können diese direkten Eigenschaftsmessungen durch eine stereologische Gefügeanalyse ersetzt werden. Außerdem machen die Gefügestruktur-

Eigenschafts-Gleichungen die oft aufwendige Messung, Sammlung und Darstellung experimenteller Werte für zweiphasige Werkstoffe, deren Phaseigenschaftenwerte bekannt sind, entbehrlich und ermöglichen die vorausberechnete Verbesserung von Eigenschaften durch Gefügeoptimierung („maßgeschneiderte Werkstoffe“), sofern diese technologisch verwirklicht werden kann.

Ein Beispiel für den Ersatz der direkten Messung einer Eigenschaftskenngröße durch stereologische Gefügeanalyse ist die Ermittlung der Porositätsabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit nuklearer Brennstoffe, die wegen der störenden Bestrahlungseinflüsse nicht direkt meßbar ist (92). Ein anderes Beispiel ist die Ermittlung von Leitfähigkeiten intermetallischer Phasen durch rechnerische Extrapolation (96). Die Eigenschaftskenngrößen intermetallischer Phasen sind vielfach unbekannt, weil diese sich schmelztechnologisch nicht einphasig darstellen oder wegen ihrer Sprödigkeit nur unzureichend pulvertechnologisch verdichten lassen. Dagegen liegen sie in hochdichten zweiphasigen Werkstoffen vor, deren Eigenschaftskenngrößen ohne besondere meßtechnische Schwierigkeiten zugänglich sind. Gleichungen, die den Zusammenhang zwischen Gefügestruktur, Phaseigenschaften und Eigenschaftskenngrößen zweiphasiger Werkstoffe erfassen, erlauben die Berechnung der Eigenschaftskenngröße der intermetallischen Phase, wenn die Eigenschaftskenngröße des zweiphasigen Werkstoffes, seiner anderen Phase und seiner Stereologiefaktoren bekannt sind (96). — Aus ingenieurmäßiger Sicht theoretisch am weitesten entwickelt ist der quantitative Gefüge-Eigenschafts-Zusammenhang bei den Feldeigenschaften, und zwar aus folgenden Gründen:

- die Feldgleichungen der verschiedenen Feldeigenschaften sind einander völlig analog. Sie erlauben daher die direkte Übertragung von für eine Feldeigenschaftskenngröße abgeleiteten Gleichungen auf andere Feldeigenschaften
- die Gefügeeinflüsse werden durch unabhängig variierbare Stereologiefaktoren in den Gefüge-Eigenschafts-Gleichungen erfaßt
- jede Feldeigenschaftskenngröße eines zweiphasigen Werkstoffes mit Einlagerungsgefüge hängt außer von den Stereologiefaktoren ausschließlich von nur einer entsprechenden Feldeigenschaftskenngröße jeder Phase ab.

Obwohl der Variationsbereich zwischen den Grenzkurven für Parallel- und Reihenanzordnung der Phasen zweiphasiger Werkstoffe für Feldeigenschaften besonders groß und ihre Bestimmung aus stereologischen Gefügedaten über die Grenz-

werte hinaus daher technisch besonders relevant ist, kann der erreichte Stand als befriedigend angesehen werden. Berechnete und experimentelle Werte stimmen hinreichend gut überein. — Im Gegensatz zu den Gefüge-Feldeigenschafts-Beziehungen sind bei den Gefüge-Elastizitätsmodul- und Gefüge-Ausdehnungskoeffizienten-Gleichungen Analog-Übertragungen auf andere mechanische oder thermodynamische Eigenschaften nur bedingt oder gar nicht möglich. Zur Erfassung der Gefügeeinflüsse auf solche anderen Eigenschaften, wie z. B. die Bruchfestigkeit, ist daher weitere Arbeit erforderlich. — Die Einflüsse der Orientierung und Form der Teilchen der Einlagerungsphase auf den Elastizitätsmodul und den thermischen Ausdehnungskoeffizienten sind bisher nicht durch unabhängig variierbare Stereologiefaktoren darstellbar. Bei den Gefüge-Elastizitätsmodul-Gleichungen kommt erschwerend hinzu, daß eine elastische Eigenschaftskenngröße zweiphasiger Werkstoffe außer von der Gefügestruktur stets v o n z w e i Eigenschaftskenngrößen (E , ν) ihrer Phasen abhängt. Dies gilt sinngemäß auch für die thermischen Ausdehnungskoeffizienten, in deren allgemeine Gefüge-Eigenschafts-Gleichung die elastischen Eigenschaftskenngrößen des zweiphasigen Werkstoffes eingehen.

Bleibt man bei einer ingenieurmäßigen Beurteilung der Gleichungen und ihres Vergleiches mit experimentellen Werten, so ergibt sich allerdings, daß die Weiterentwicklung der Gefüge-Eigenschafts-Beziehungen beim Elastizitätsmodul nur für den Fall des porösen Werkstoffes technisch relevant ist. Da der Unterschied der Elastizitätsmoduln der — festen — Phasen eines zweiphasigen Werkstoffes maximal eine Größenordnung beträgt, ist die Festlegung seines Elastizitätsmoduls zwischen Grenzkurven meist genauer als der Streubereich der Meßwerte und damit technisch ausreichend. Für poröse Werkstoffe dagegen trifft dies nicht zu. Die für diesen Fall vorliegenden Gleichungen für spezielle Gefügestrukturen sollten daher zu einer mathematisch übersichtlichen, auf alle Porenkonzentrationen, -formen und -orientierungen anwendbaren Gefüge-Elastizitätsmodul-Beziehung weiterentwickelt werden.

Literatur

siehe Teil I dieser Arbeit, Z. Werkstofftech. 8 (1977) 245/246.

Anschrift: Dr. G. Ondracek, Kernforschungszentrum Karlsruhe, Institut für Material- und Festkörperforschung, Postfach 3640, 7500 Karlsruhe.