

KfK 2981 B
Juni 1980

Über das räumliche Auflösungsvermögen numerischer Simulationen von turbulenter Bénard-Konvektion

G. Grötzbach
Institut für Reaktorentwicklung
Projekt Schneller Brüter

Kernforschungszentrum Karlsruhe

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE
Institut für Reaktorentwicklung
Projekt Schneller Brüter

KfK 2981 B

Über das räumliche Auflösungsvermögen numerischer
Simulationen von turbulenter Bénard-Konvektion

G. Grötzbach

Kernforschungszentrum Karlsruhe G.m.b.H., Karlsruhe

Zusammenfassung

In einem früheren Bericht wurden Ergebnisse numerischer Simulationen von turbulenter Naturkonvektion dokumentiert, die mit Hilfe relativ grober Maschennetze und ohne Verwendung von Feinstrukturmodellen erzielt wurden. Auf der Basis neuerer Simulationen mit feineren Maschennetzen werden die früheren Rechnungen und die theoretischen Ergebnisse für die Koeffizienten des Temperaturfeinstrukturmodells überprüft. Die Auswertung dieser numerischen Ergebnisse zeigt, daß die ursprünglich ermittelten Nusselt-Zahlen um etwa 6 % zu groß sind, und die rms-Werte der Temperaturschwankungen um etwa 4 %. Dabei wird von den früher benutzten räumlich schlecht auflösenden Maschennetzen bei hohen Wellenzahlen weniger als 1 % der Turbulenzenergie vernachlässigt. Die Theorie zur Berechnung der Modellkoeffizienten erweist sich als taugliches Werkzeug zur Beurteilung des räumlichen Auflösungsvermögens der Maschennetze. Alle hier verwendeten Netze erreichen die totale Auflösung auch der kleinsten wesentlichen Wirbel. Für das feinste Netz wird eine vollständige Plotausgabe des Rechenprogramms TURBIT diskutiert.

On spatial resolution capabilities with direct numerical simulations of turbulent Bénard convection

Abstract

In a former paper results of numerically simulated turbulent natural convection have been presented for which rather coarse finite difference grids and no subgrid-scale models have been used. These results, and the theoretically determined values for the coefficients of the subgrid-scale heat flux model are tested in this paper on the basis of recent direct numerical simulations using finer grids. As a result of increasing spatial resolution capabilities the earlier published Nusselt numbers decrease by about 6% and the rms-values of the temperature fluctuations by about 4%. Only less than 1% of the turbulence energy is neglected by the restricted spatial resolution for high wave numbers of the coarse grids used earlier. The theory to calculate the subgrid-scale model coefficients turns out to be a suitable tool to judge on the spatial resolution capabilities of the finite difference grids used actually. Due to the moderate Rayleigh number under consideration all grids used in this work are fine enough to resolve even the smallest relevant turbulence elements; therefore, subgrid-scale models have not to be used. A complete plot output of the analyzing part of the TURBIT computer program is discussed in the appendix.

<u>Inhalt:</u>	<u>Seite</u>
1. Einleitung	1
2. Folgen mangelnden Auflösungsvermögens	2
3. Fallspezifikationen zur Untersuchung des Maschennetzeinflusses	3
4. Auswertung der Simulationsergebnisse	5
4.1 Qualitative Beurteilung	5
4.2 Quantitative Beurteilung	9
5. Koeffizienten des Temperaturfeinstrukturmodells	13
6. Schlußfolgerungen	16
7. Literatur	18
8. Anhang: Plotausgabe des TURBIT-3-Auswerteprogrammes für Fall 14 mit $64 \cdot 32^2$ Maschen	A1
Diskussion der Plotausgabe	A1
Literatur zum Anhang	A8
Nomenklatur	A10
Plotausgabe	A12

1. Einleitung

Als Vorstufe zur numerischen Simulation turbulenter Kernschmelzen wurde in [1,2] die experimentell besser untersuchte laminare und turbulente Bénard-Konvektion von Luft behandelt. Mit dem Simulationsrechenprogramm TURBIT-3, das auf den vollständigen drei-dimensionalen instationären Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Enthalpie basiert, wurden ohne die Verwendung von Feinstrukturmodellen trotz relativ schlecht auflösender Maschennetze folgende Ergebnisse erzielt: Die Strömungszustände im Bereich laminarer Konvektion und im Übergangsbereich von laminarer zu turbulenter Konvektion stimmen mit experimenteller Erfahrung überein. Überdies kann in [2] der von Clever und Busse [3] vorhergesagte Strömungszustand der "skewed varicose instability" erstmals für das Fluid Luft identifiziert werden. Die Ergebnisse statistischer Daten für turbulente Konvektion hängen in der gewählten Normierung nicht von der Rayleigh-Zahl ab. Sie liegen im Bereich glaubwürdiger experimenteller Daten. Die Nusselt-Zahlen sind 30 bis 40 % höher als diejenigen, die experimentell in Kanälen mit großer horizontaler Ausdehnung gefunden wurden.

Ursache für die Diskrepanz in den Nusselt-Zahlen könnte zum einen die geringe horizontale Ausdehnung sein, die in der Rechnung vorgegeben wurde, und zum anderen eventuell mangelndes räumliches Auflösungsvermögen der verwendeten Maschennetze. Der Einfluß der horizontalen Ausdehnung wird in [2] diskutiert. Wie von Experimenten her bekannt, findet man auch in der Simulation ansteigende Nusselt-Zahlen mit abnehmender horizontaler Ausdehnung bzw. Periodenlänge des Kanals. Der Einfluß des räumlichen Auflösungsvermögens wird in [1,2] ebenfalls untersucht. Anhand von Indizien wird gefolgert, daß von den feinsten verwendeten Maschennetzen keine signifikanten Einschränkungen zu erwarten sind. Ein zwingender Beweis hierfür kann mit Hilfe der dort verwendeten Maschennetze mit bis $32 \cdot 16^2$ Maschen nicht erbracht werden.

Ziel dieser Arbeit ist es über weitere Simulationen mit noch feiner auflösenden Netzen das Mindestauflösungsvermögen für die höchste untersuchte Rayleigh-Zahl von $Ra = 381\,225$ aufzuzeigen und eventuell Fehlergrenzen für die bisherigen Simulationen anzugeben.

2. Folgen mangelnden Auflösungsvermögens

Die in [1,2] diskutierten Simulationen wurden ohne Feinstrukturmodelle durchgeführt. Man muß daher sicherstellen, daß die verwendeten Maschennetze alle Turbulenzelemente auflösen, bis hinab zu den kleinsten wesentlichen Wirbeln, so daß auch tatsächlich keine Turbulenzinformation durch mangelnde Auflösung verlorenght. Gelingt dies nicht, so müssen Feinstrukturmodelle verwendet werden. Sie sollen die aufgelösten Grobstrukturanteile der turbulenten Geschwindigkeits- und Temperaturschwankungen in dem Maße dämpfen, wie dies die kleinen nicht aufgelösten Wirbel normalerweise tun würden.

Die Konsequenzen für ein ungerechtfertigtes Vernachlässigen der Feinstrukturmodelle sind deshalb folgende: Die fehlende Dämpfung durch die Feinstrukturmodelle läßt höhere Geschwindigkeitsfluktuationen zu, die ihrerseits höhere Temperaturfluktuationen verursachen, und umgekehrt. Da beide Größen korreliert sind, stellen sich höhere turbulente Wärmeströme und steilere Temperaturgradienten an den Wänden ein. Die Nusselt-Zahlen werden zu groß, und zwar in zunehmendem Maße mit größer werdender Rayleigh-Zahl.

Dieses Verhalten wurde tatsächlich bei TURBIT-Simulationen von turbulenter Konvektion intern beheizter Fluide bei mangelnder Auflösung beobachtet [4]. Die Nusselt-Zahlen verlaufen trotz doppellogarithmischer Auftragung nicht-linear. Sie weichen mit wachsender Rayleigh-Zahl von experimentellen Ergebnissen ab. Die root-mean-square-Werte der Geschwindigkeits- und Temperaturschwankungen wachsen mit der Rayleigh-Zahl ebenfalls an, obwohl eine Normierung benutzt wird, die von der Rayleigh-Zahl unabhängige Ergebnisse erwarten lassen sollte.

Ein derartiger Anstieg der Nusselt-Zahl usw. bei steigender Rayleigh-Zahl wurde in [1,2] bei einigen schlecht auflösenden Netzen ebenfalls beobachtet. Die für jede Rayleigh-Zahl jeweils verwendeten feinsten Netze ließen ein derartiges Verhalten jedoch nicht erkennen.

3. Fallspezifikationen zur Untersuchung des Maschennetzeinflusses

Für die höchste untersuchte Rayleigh-Zahl, $Ra = 381\,225$, wurden in $\sqrt[1,2]{}$ zwei Maschennetze mit gleicher horizontaler Ausdehnung von $2,8 \cdot D$ (D =Kanalweite) benutzt. Die Maschennetzparameter dieser Fälle 7 und 9 sind in Tabelle 1 zusammen mit denen der zusätzlichen Rechnungen, Fälle 12, 13 und 14 zusammengestellt. Alle Fälle gehen von derselben nicht-äquidistanten vertikalen Verteilung der vertikalen Maschenweite Δx_3 aus. Von Fall zu Fall wird sukzessive die Maschenanzahl in einer Raumrichtung verdoppelt und entsprechend die zugehörige Maschenweite halbiert. Damit enthalten die Maschennetze 16^3 bis $64 \cdot 32^2$ Maschen. Bei gleicher Kanalabmessung unterscheiden sich die charakteristischen Maschenweiten \bar{h} maximal um den Faktor $\sqrt[3]{2^4} \approx 2,52$.

Eine weitere Verfeinerung der Netze ist aus Rechenzeitgründen (Tab. 1) nicht sinnvoll, und auch kaum effektiv durchführbar, da der benötigte Kernspeicherbereich den physikalisch verfügbaren der IBM 370/3033 überschreitet. Letzteres verursacht entweder immense Warte- und Verweilzeiten, oder aber einen überproportionalen Kostenanstieg durch die Benutzung temporärer Dateien.

Tabelle 1: Maschenetzparameter und Angaben zur praktischen Durchführung. IM, JM sind die Maschenanzahlen, $\Delta x_1, \Delta x_2$ die Maschenweiten in den horizontalen Richtungen, KM bzw. Δx_3 in vertikaler Richtung. Index w kennzeichnet die wandnächste Masche, m die in Kanalmitte. \bar{h} ist die mittlere Maschenweite in Einheiten von D ($\bar{h} = \frac{3}{\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3}$, $\Delta x_3 = D/KM$). NT = Zahl der Zeitschritte, t_{\max} = Problemzeit (dimensionslos, siehe Anhang).

Fall	IM	JM	KM	Δx_1	Δx_2	Δx_{3w}	Δx_{3m}	\bar{h}	NT	t_{\max}	CPU-Zeit (min)		CPU-Zeit (μsec)
											IBM	370/...	
7	16	16	16	.175	.175	.02	.09	.1242	1320	41.01	38.7/168	429	
9	32	16	16	.088	.175	.02	.09	.0987	920	26.85	57.7/168	459	
12	32	32	16	.088	.088	.02	.09	.0785	3680	100.7	253.5/3033	252	
13	32	32	32	.088	.088	.01	.045	.0623	5040	42.7	706.3/3033	256	
14	64	32	32	.044	.088	.01	.045	.0495	3880	32.7	1087.0/3033	256	

4. Auswertung der Simulationsergebnisse

4.1 Qualitative Beurteilung

Bei der Simulation der Konvektion volumenbeheizter Fluide in [4] wurde festgestellt, daß sich zwar bei erheblichen Auflösungsängeln der Maschennetze die wichtigsten statistischen Daten um nur ca. 20 % ändern (im untersuchten Bereich), daß aber dennoch die sich einstellenden Strömungszustände und die räumlichen Energiespektren teilweise als geradezu unsinnig bezeichnet werden müssen. Eine wichtige Aussage über die Glaubwürdigkeit der numerischen Ergebnisse der groben Netze (Fälle 7 und 9) wird man also u.a. aus den Darstellungen von Strömungsbildern ableiten können.

In den Abb. 1-3 sind vertikale Schnitte durch momentane Temperatur- und Geschwindigkeitsfelder für die Fälle 7, 9 und 14 wiedergegeben. Die Isothermenfelder des Falles 7 (Abb. 1) wirken im Vergleich zu denen des Falles 9 (Abb. 2) recht kantig, aber nicht unähnlich. Sie erscheinen etwas unterschiedlich, obwohl die räumliche Auflösung in der dargestellten x_2 - x_3 -Ebene dieselbe ist. Dagegen weisen die Geschwindigkeitsfelder beider Fälle qualitativ vergleichbare Strukturen auf. (Identische Strukturen können sich wegen der unterschiedlichen randomen Anfangswerte nicht einstellen; daher ist es ohne Belang, daß die willkürlich ausgewählten Bilder zu verschiedenen Problemzeiten t gehören.) Die Darstellungen für Fall 9 unterscheiden sich prinzipiell nicht von denen für Fall 14 (Abb. 13). Die mit dem höchsten Auflösungsvermögen ausgestattete x_1 - x_3 -Ebene des Falles 14 liefert natürlich schönere, d.h. glattere Temperatur- und insbesondere Geschwindigkeitsfelder; aber sie liefert keine qualitativ anderen Felder.

Eine Aussage über die Fragwürdigkeit der Ergebnisse des Falles 9 kann daraus also nicht abgeleitet werden. Lediglich beim Fall 7 sind eventuell Bedenken angebracht. Das Auflösungsvermögen des Netzes von Fall 14 ist mit Sicherheit ausreichend, da die Abmessungen der auftretenden Strukturen durchweg größer sind als die lokalen Maschenweiten.

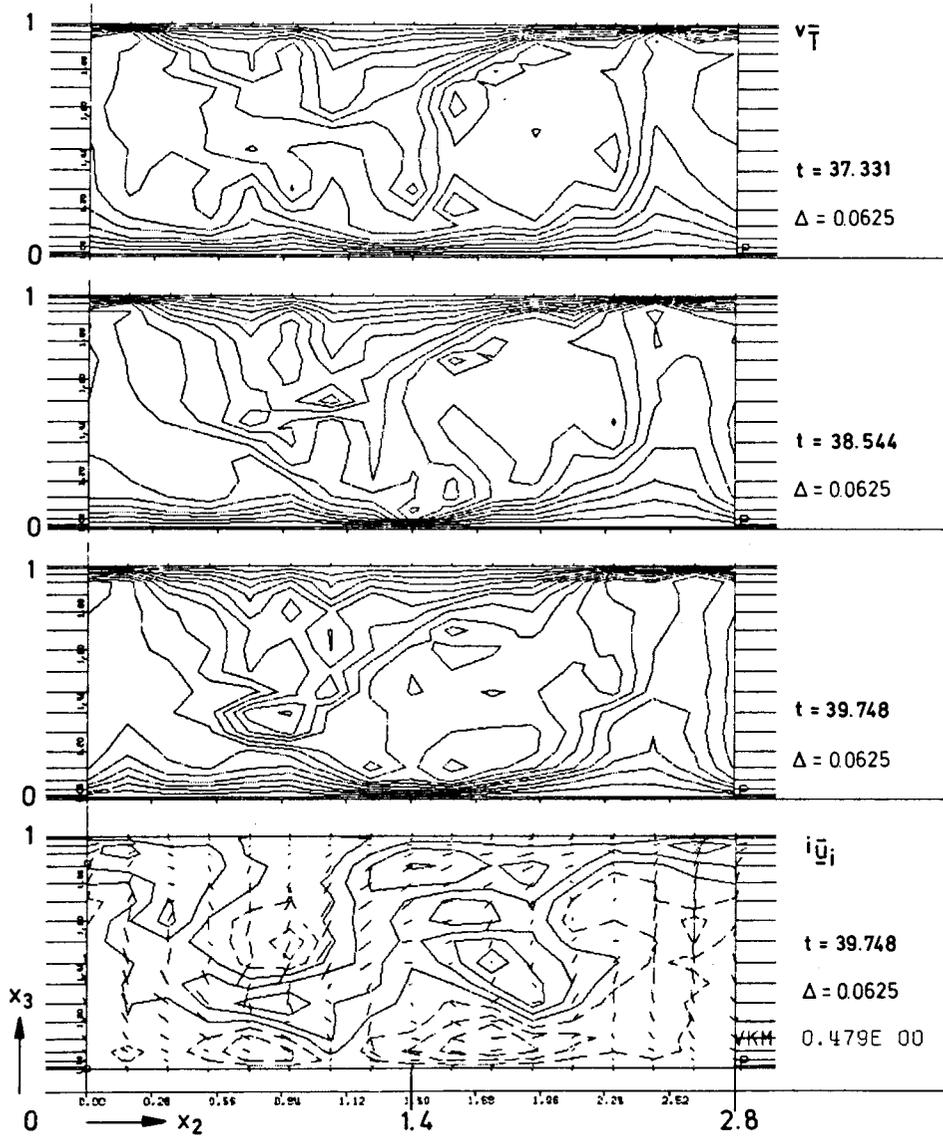


Abb. 1: Vertikale Schnitte durch Temperatur- und Geschwindigkeitsfelder zu verschiedenen Zeitpunkten für Fall 7. Durchgezogene Linien stellen positive Werte der Temperatur bzw. Geschwindigkeit u_1 dar, gestrichelte negative. Die kurzen Striche stellen nach Länge und Richtung die Geschwindigkeitskomponenten in der Zeichenebene dar; ihr Ursprung ist in den jeweiligen Maschenknoten. Δ = Höhenlinieninkrement, VKM = maximale Geschwindigkeit in der Zeichenebene.

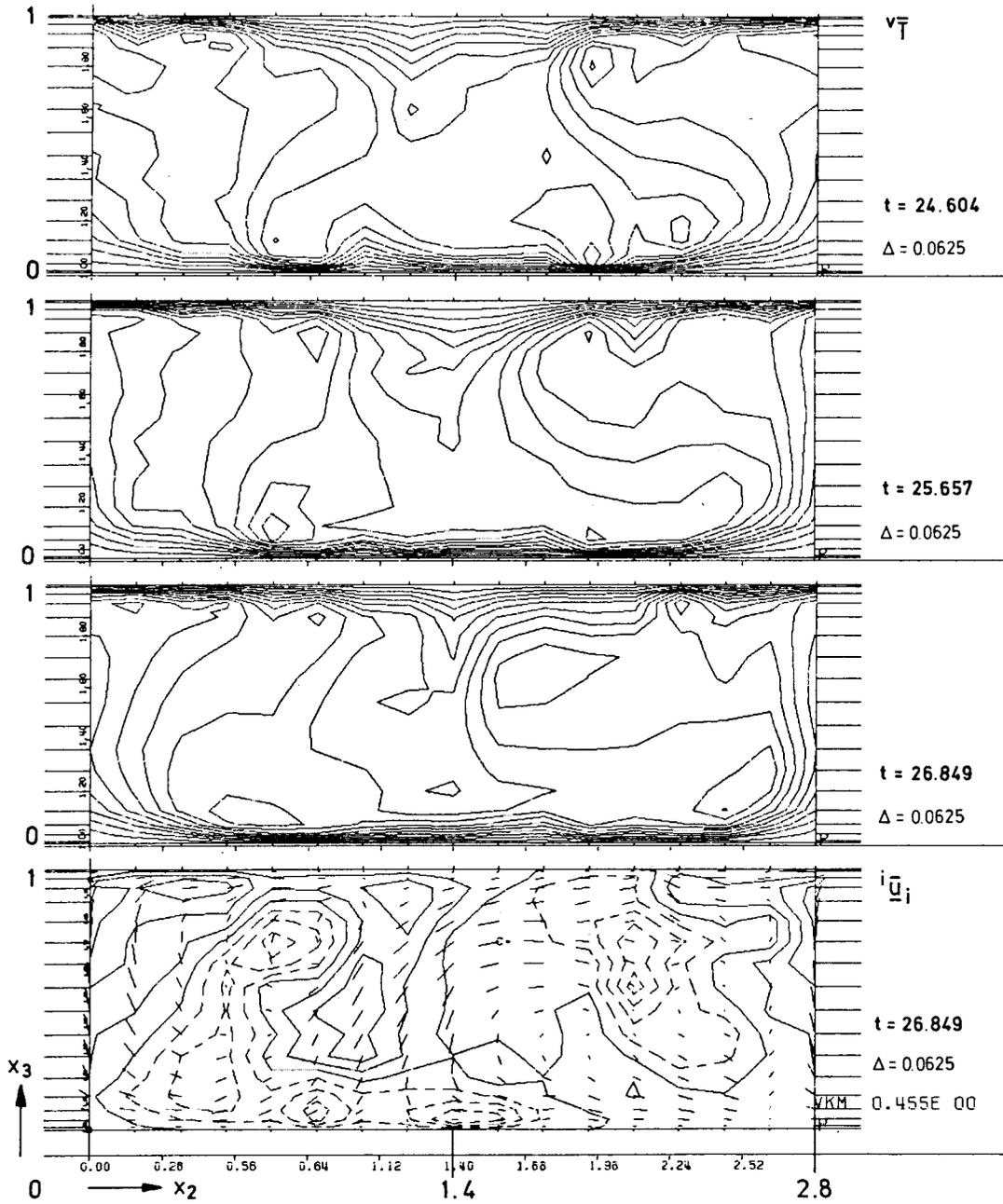


Abb. 2: Vertikale Schnitte durch Temperatur- und Geschwindigkeitsfelder zu verschiedenen Zeitpunkten für Fall 9.

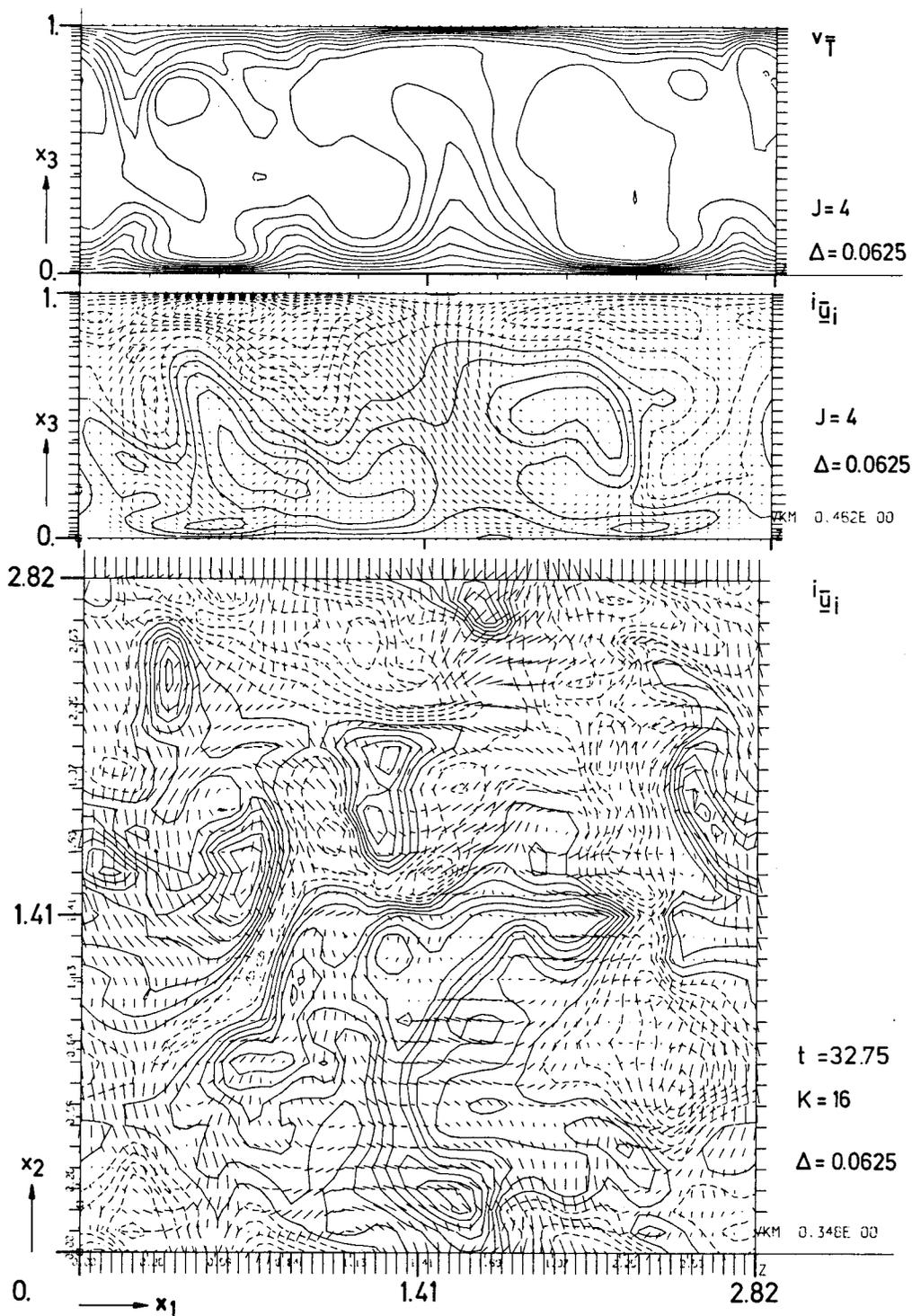


Abb. 3: Vertikale und horizontale Schnitte durch Temperatur- und Geschwindigkeitsfelder für Fall 14. Die Maschenindizes J und K geben die Lagen der Schnittebenen an ($x_2(J=4)=0.264.D$ und $x_3(K=16)=0.478.D$).

4.2 Quantitative Beurteilung:

Quantitative Ergebnisse werden durch Zeitmittelung und Flächenmittelung (über Flächen parallel zu den Wänden) erzielt. Die für die Mittelung benutzte Anzahl von Zeitschritten NM ist zusammen mit den wichtigsten statistischen Daten für die Geschwindigkeits- und Temperaturfelder in Tab. 2 angegeben.

Die ausgewerteten Nusselt-Zahlen fallen mit abnehmender Maschenweite \bar{h} vom Fall 7 über 9 bis zum Fall 12 ab. Die Fälle 12, 13 und 14 zeigen keine einheitliche Tendenz. Die rms-Werte der Geschwindigkeitsfluktuationen verhalten sich generell uneinheitlich, die grafische Darstellung in Abb. 4 läßt ebenfalls keine Tendenz erkennen. Die rms-Werte der Temperaturfluktuation fallen dagegen vom Fall 7 ausgehend zum Fall 9 deutlich ab, und von da weiter sehr schwach. Aus den Wärmestromkorrelationskoeffizienten kann wegen der großen Streuung keine Tendenz abgelesen werden (Tab. 2).

Neben den Höhenlinienbildern von Strömungsfeldern reagieren meist auch die Energiespektren der Geschwindigkeits- und Temperaturfluktuationen recht empfindlich auf eine mangelhafte Feinstrukturmodellierung. In Abb. 5 sind Energiespektren $E_{\gamma\gamma}$ der Temperaturfluktuationen der Fälle 9 und 14 gegenübergestellt. Das Spektrum des Falles 9 fällt ebenso kontinuierlich mit zunehmender Wellenzahl ab, wie das von Fall 14. Letzteres überstreicht einen Energiebereich von 5,4 Größenordnungen, ersteres einen von 2,6 Größenordnungen. Bis zur maximal auflösbaren Wellenzahl des Falles 9 überstreichen beide Fälle etwa denselben Energiebereich. Die Energiebeiträge, die im Fall 14 oberhalb dieser Grenzwellenzahl des Falles 9 noch aufgelöst werden, sind kleiner als 2,5 ‰.

Die Ergebnisse, besonders zur Nusselt-Zahl, belegen die Folgerung in [1,2], daß das Netz des Falles 7 sicherlich kein ausreichendes Auflösungsvermögen hat. Überdies muß dies hier allerdings auch für den Fall 9 gefolgert werden, da die Nusselt-Zahl verglichen mit den Ergebnissen der Fälle 12 bis 14 um ca. 6-7 % zu groß ist, und der Temperatur-rms-Wert um ca. 4 % zu groß ist. Aus dem Vergleich der Energiespektren folgt, daß dem Fall 9 kein schwerwiegender Mangel anhaftet, da weniger als 1 % der Temperaturschwankungsenergie vom Netz des Falles 9 nicht erfaßt wird.

Tab. 2: Einfluß der mittleren Maschenweite \bar{h} auf die Nusselt-Zahl, die Maxima der rms-Werte der Geschwindigkeits- und Temperaturschwankungen, und auf den Mittelwert des vertikalen Wärmestromkorrelationskoeffizienten innerhalb der inneren Kanalhälfte. NM ist die Anzahl der zur Zeitmittelung benutzten Datensätze zu verschiedenen Zeitpunkten.

Fall	\bar{h}	NM	Nu	$\sqrt{\langle u_1^{-1'2} \rangle_{\max}}$	$\sqrt{\langle u_2^{-1'2} \rangle_{\max}}$	$\sqrt{\langle u_3^{-1'2} \rangle_{\max}}$	$\sqrt{\langle v_T^{-1'2} \rangle_{\max}}$	$v/2 \sqrt{\frac{\langle u_3^{-1'2} \rangle_{\max}}{\langle v_T^{-1'2} \rangle_{\max}}}$
7	.1242	8	7.75 ⁺ .35	.163 ⁺ .010	.180 ⁺ .018	.207 ⁺ .012	.166 ⁺ .007	-
9	.0987	8	7.44 ⁺ .29	.151 ⁺ .008	.163 ⁺ .016	.207 ⁺ .009	.157 ⁺ .006	.67 ⁺ .05
12	.0785	40	6.80 ⁺ .26	.202 ⁺ .014	.162 ⁺ .010	.199 ⁺ .005	.159 ⁺ .005	.62 ⁺ .04
13	.0623	64	7.04 ⁺ .30	.166 ⁺ .008	.170 ⁺ .012	.203 ⁺ .012	.152 ⁺ .004	.65 ⁺ .06
14	.0495	31	6.93 ⁺ .16	.166 ⁺ .010	.170 ⁺ .009	.214 ⁺ .011	.151 ⁺ .005	.60 ⁺ .08

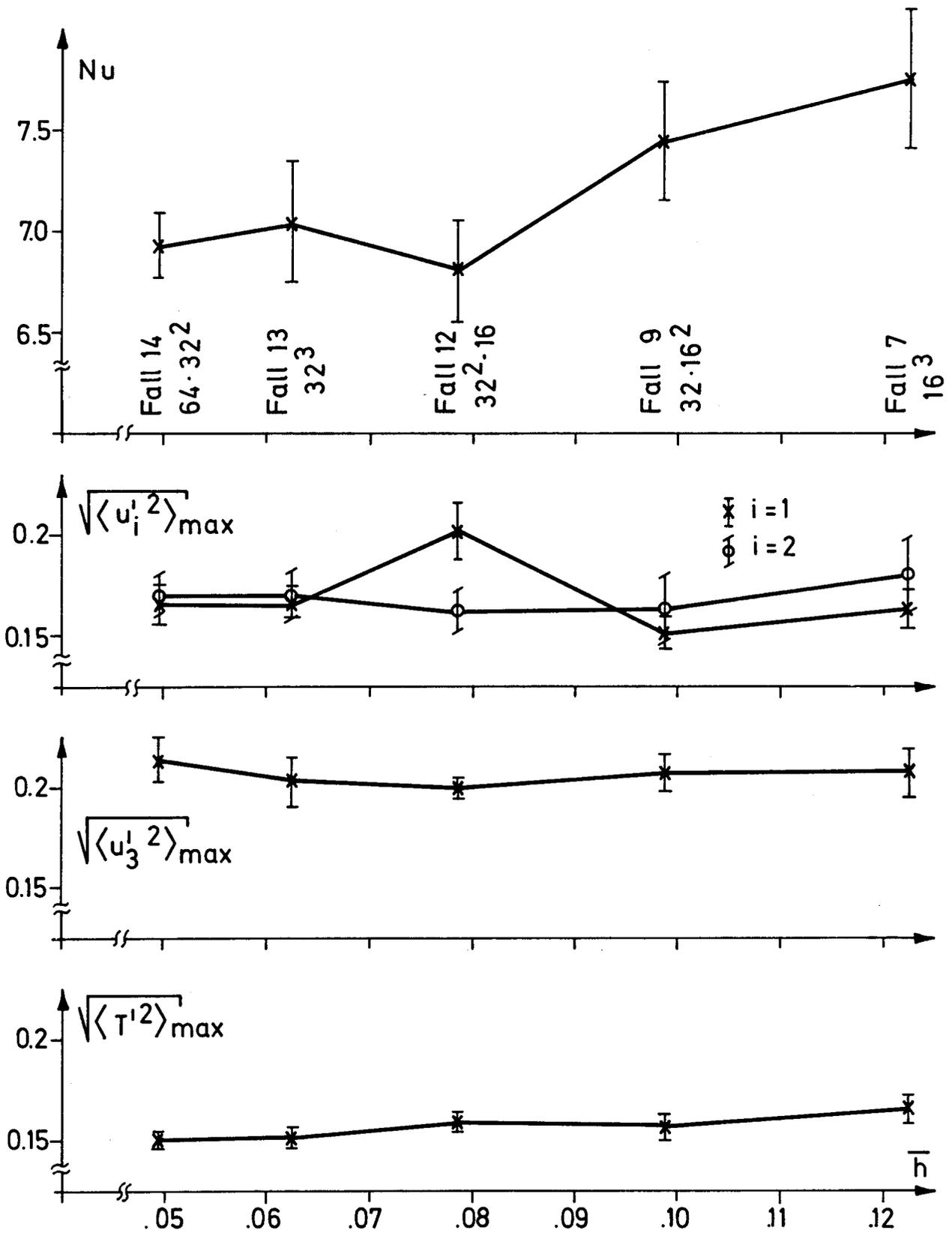
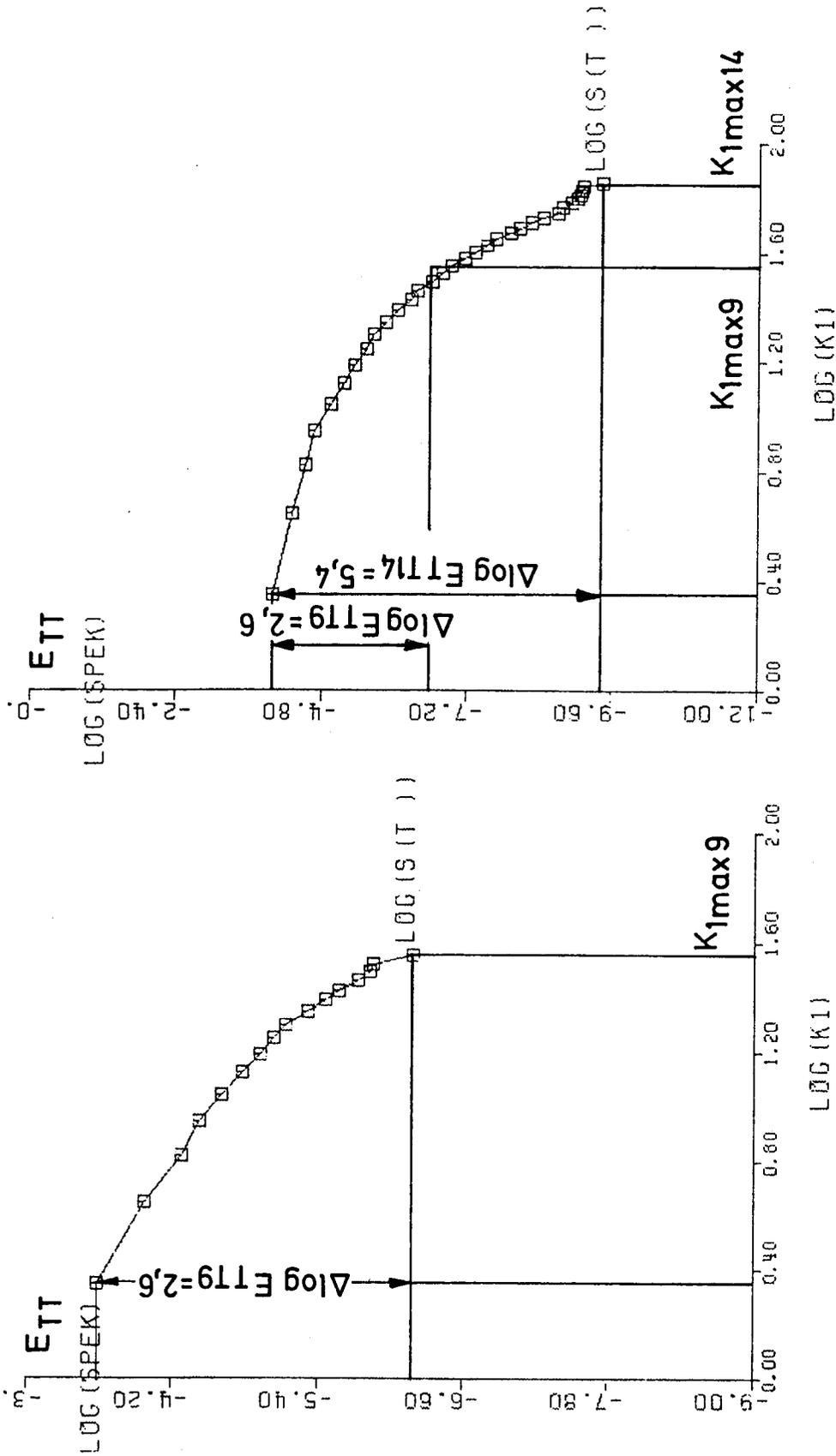


Abb. 4: Einfluß der mittleren Maschenweite \bar{h} auf Wärmeübergang und Turbulenzgrad. Die Nullpunkte von Abszissen und Ordinaten liegen außerhalb des Bildbereiches.



FALL 9, ORTSSPEKTRUM K = 2 T = 42.08 **FALL 14, ORTSSPEKTRUM K = 4 T = 32.75**

Abb. 5: Energiespektren der Temperaturfluktuationen für die Fälle 9 und 14. Der Wandabstand zur unteren Wand ist in beiden Fällen etwa $Y = 0.035 \cdot D$. Die maximal auflösbare Wellenzahl ist $K_{1\text{max}} \approx \eta / \Delta x_1$.

5. Koeffizienten des Temperaturfeinstrukturmodells

Da also bei den Fällen 12 bis 14 die Feinstrukturmodelle berechnigt vernachlässigt werden können, bietet sich hier die Gelegenheit, die Theorie [5] zur Berechnung der Koeffizienten der Feinstrukturmodelle zu überprüfen. Diese Theorie basiert auf den mathematischen Hilfsmitteln für isotrope Turbulenz. Bei hohen Turbulenzgraden dient das Kolmogorov'sche Energiespektrum für Geschwindigkeits- und Temperaturfluktuationen als einzige empirische, jedoch universelle Eingabegröße. Bei geringen Turbulenzgraden bzw. nahe der Auflösungsgrenze der Maschennetze muß zusätzlich das Dissipationsprofil bekannt sein, um die Modellkoeffizienten berechnen zu können.

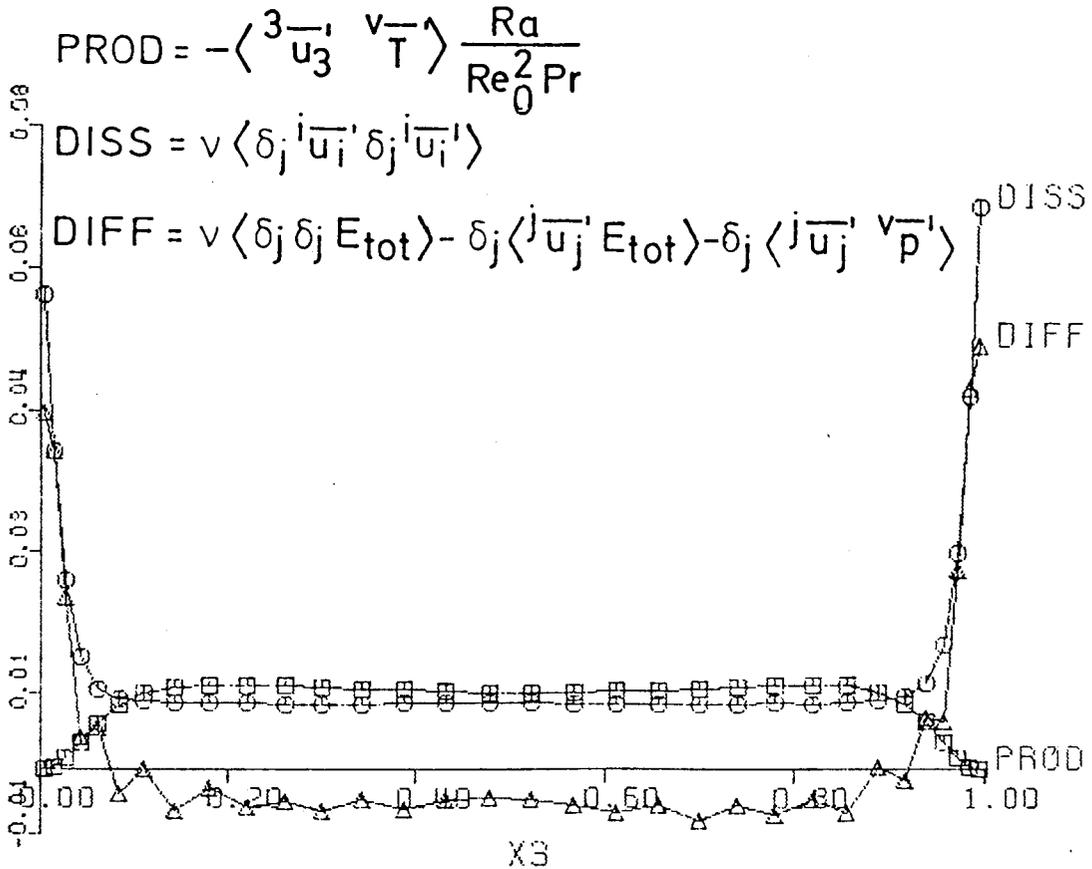
Eine entsprechende Näherung für die Dissipation wird aus den numerischen Ergebnissen von Fall 14 gewonnen (Abb. 6). Die Dissipation $= \langle \epsilon \rangle$ ist mit Ausnahme der wandnächsten Maschen konstant und annähernd gleich der Produktion $= -Ar \langle u_3' T' \rangle$ ($Ar = \text{Archimedes-Zahl} = RaPr/Pe^2$; $\langle u_3' T' \rangle = \text{vertikaler turbulenter Wärmestrom}$). Unter Berücksichtigung der Normierung (siehe Nomenklatur im Anhang) wird hier der folgende ortsunabhängige Wert angesetzt:

$$\langle \epsilon \rangle \approx -Ar \langle u_3' T' \rangle = \frac{Ar}{Pe} Nu$$

Damit ist die Dissipation unter Verwendung empirischer Daten für die Nusselt-Zahl berechenbar. Hier wird wegen der guten Übereinstimmung mit den numerischen Ergebnissen die Beziehung von Busse [6] verwendet.

Der dominierende Koeffizient c_2 des für reine Naturkonvektion erweiterten Impulsfeinstrukturmodells nach [7] kann nicht ohne zusätzliche Annahmen über die Zusatzproduktion durch Auftriebskräfte geschlossen theoretisch nach [5] berechnet werden. Dies gelingt dagegen für den dominierenden Koeffizienten c_{T2} des Temperaturfeinstrukturmodells. Die Auswertung ist für die Fälle 7 bis 14 in Abb. 7 zusammengefaßt. Bei Fall 7 werden Werte bis zu 44 % des Grenzwertes für unendliche Rayleigh-Zahl und schlechte Auflösung erreicht, bei Fall 9 Werte bis zu 24 %. Bei den Fällen 12 bis 14 ist c_{T2} im ganzen Kanal Null.

Daraus folgt, daß schon bei Verwendung der groben Näherung für das Dissipationsprofil Koeffizienten für das Temperaturfeinstrukturmodell berechnet werden können, die qualitativ in Übereinstimmung mit den Ergebnissen dieser Maschennetzstudie stehen: Die berechneten Koeffizienten bestätigen den Netzen der Fälle 12 bis 14 ausreichendes räumliches Auflösungsvermögen.



T= 32.75 RAE=881225.

IM=64

Abb. 6: Die Terme Dissipation, Diffusion und Produktion in der Erhaltungsgleichung der zeitlich gemittelten Energie der Geschwindigkeitsfluktuationen, ausgewertet von Fall 14. (Siehe auch Abb. A39 bis A43 im Anhang.)

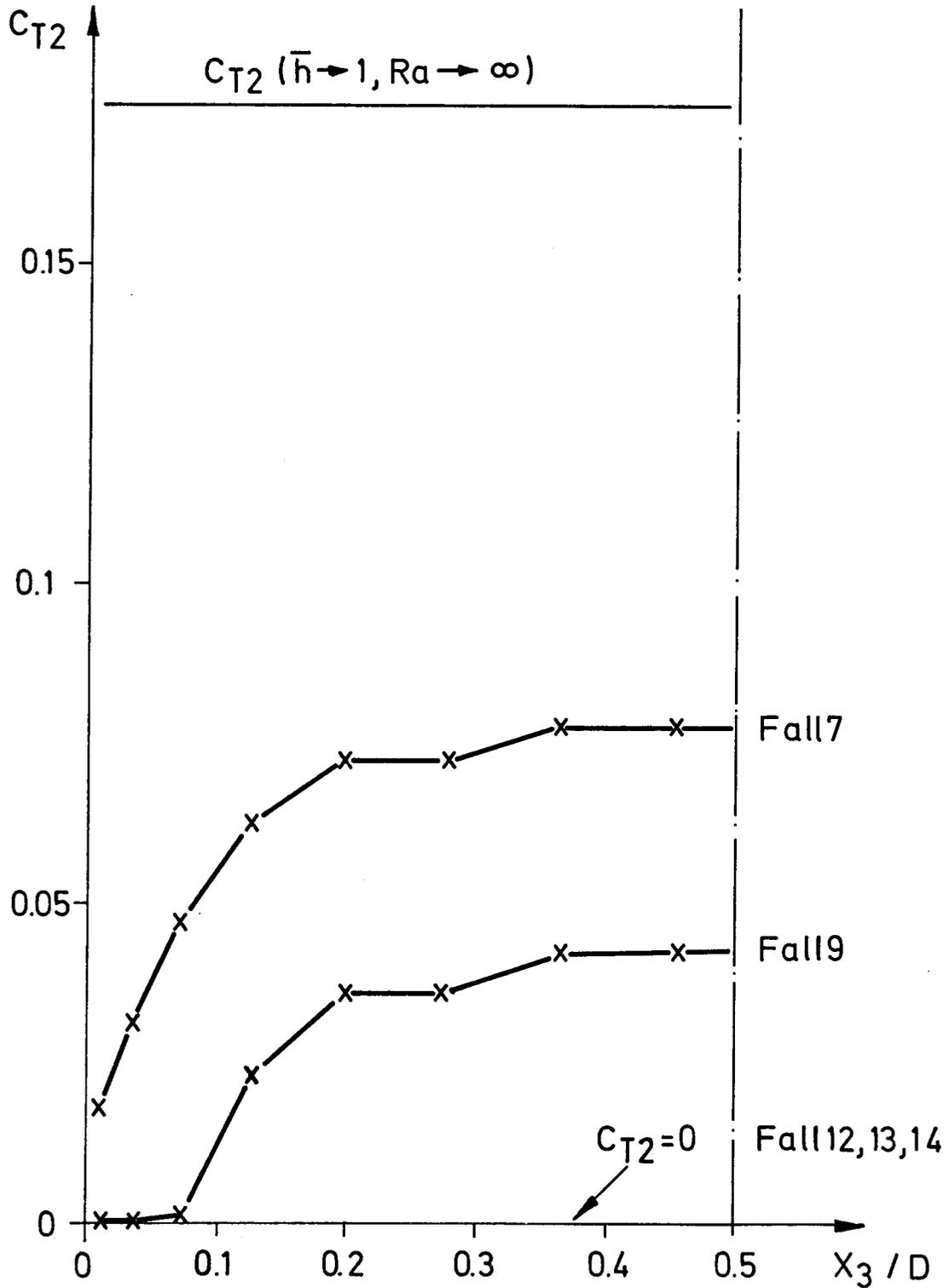


Abb. 7: Berechnete vertikale Profile des Koeffizienten c_{T2} des Temperaturfeinstrukturmodells. Plateaus stellen sich bei Gleichheit benachbarter Δx_3 -Werte ein.

6. Schlußfolgerungen

Die in [1,2] gezogene Schlußfolgerung wird bestätigt, daß nämlich das Maschenetz des Falles 7 mit 16^3 Maschen unzureichendes Auflösungsvermögen hat. Es bestätigt sich auch, daß Fall 9 mit $32 \cdot 16^2$ Maschen nahe der Auflösungsgrenze ist; allerdings erreicht dieses Netz nicht die totale Auflösung aller wesentlichen Turbulenzelemente. Die Konsequenzen dieses Mangels sind nicht schwerwiegend, da insbesondere die Höhenliniendarstellungen und die Energiespektren die Strömungsfelder realistisch beschreiben.

Die entstehenden Abweichungen gegenüber Fällen mit totaler Auflösung sind gering. So ist beim Fall 9 die Nusselt-Zahl um ca. 6-7 % zu hoch, was natürlich praktisch nichts daran ändert, daß die numerisch ermittelten Nusselt-Zahlen um ca. 30-40 % höher liegen als viele experimentell ermittelten. Ursache hierfür ist offensichtlich tatsächlich der Einfluß der horizontalen Ausdehnung auf den turbulenten Wärmetransport. Weiterhin liefert Fall 9 Temperatur-rms-Werte, die um 4 % zu hoch sind. Und die Energiespektren der Temperaturschwankungen schließlich verdeutlichen, daß das Netz von Fall 9 weniger als 1 % der tatsächlichen Energie vernachlässigt. Die relativ geringen Rechenkosten von Fall 9 müssen also mit den angegebenen Unsicherheiten bezahlt werden.

Die Theorie zur Berechnung des Koeffizienten des Temperaturfeinstrukturmodells liefert Ergebnisse, die mit diesen Folgerungen in Einklang sind. Diese Theorie kann damit in all jenen Fällen zur Beurteilung des Auflösungsvermögens von Maschennetzen herangezogen werden, bei denen es gelingt, adäquate Näherungen für die Dissipationsverteilung anzugeben. Hier wurde diese Näherung aus den Ergebnissen von Fall 14 abgeleitet, dessen Netz mit $64 \cdot 32^2$ Maschen mit Sicherheit auch die kleinsten relevanten Turbulenzelemente auflöst.

Für die Anwendung des isotropen Teils des Feinstrukturmodells nach [7] auf Bénard-Konvektion vergleichbarer Rayleigh-Zahlen werden aus den im Anhang diskutierten Ergebnissen des Falles 14 Schwierigkeiten offensichtlich: Bei derart geringen Turbulenzgraden (Rayleigh-Zahlen) wird auch bei hohen Wellenzahlen keine Isotropie erreicht. Dies erfordert eine entsprechende Einarbeitung der Inhomogenitätseinflüsse in das vorhandene Feinstrukturmodell wie sie analog für Zwangskonvektion in [5] vorgenommen wurde. Ob allerdings derartige Erweiterungen, die für eine konsistente modelltheoretische Behandlung sicherlich wünschenswert wären, auch wirklich notwendig sind, kann wegen der hier festgestellten hohen Unempfindlichkeit der numerischen Ergebnisse gegenüber Unzulänglichkeiten der Feinstruk-

turbeschreibung (hier Vernachlässigung) nur an Hand von Genauigkeitsanforderungen an die Ergebnisse geklärt werden.

7. Literatur

- [1] G.Grötzbach:
Direct numerical simulation of laminar and turbulent
Bénard convection
Primärbericht 01.02.15/23A, Jan. 1979
- [2] G.Grötzbach:
Direct numerical simulation of laminar and turbulent
Bénard convection
to be published
- [3] R.M.Clever, F.H.Busse:
Large wavelength convection rolls in low Prandtl
number fluids
Zeitschrift für Angew. Math. und Physik 29, 1978, 711-714
- [4] G.Grötzbach:
Anwendung von TURBIT-3 auf die Konvektion volumenbeheizter
Fluide
In: PSB-Vierteljahresbericht 4/1979, ZV-Nr. 01.02.15/23
- [5] G.Grötzbach:
Direkte numerische Simulation turbulenter Geschwindigkeits-,
Druck- und Temperaturfelder bei Kanalströmungen
KfK 2426, 1977
- [6] F.H.Busse, J.A.Whitehead:
Oscillatory and collective instabilities in large Prandtl
number convection
J. Fluid Mech. 66, 1974, 67-79
- [7] G.Grötzbach:
Numerical investigation of radial mixing capabilities in
strongly buoyancy-influenced vertical, turbulent channel
flows
Nucl. Engng. Design 54, 1979, 49-66

8. Anhang: Plotausgabe des TURBIT-3-Auswerteprogrammes für Fall 14
mit $64 \cdot 32^2$ Maschen

Zur Vervollständigung der in diesem Bericht diskutierten Ergebnisse wird hier eine vollständige Plotausgabe des TURBIT-Auswerteprogrammes beigelegt und kurz diskutiert. Die Fallspezifikationen des Falles mit der besten räumlichen Auflösung, Fall 14, sind in Tab. 1 zusammengestellt. Ergänzend ist in Tab. A1 die vertikale Verteilung der vertikalen Maschenweite $\Delta x_3 \neq \text{const}$ angegeben. Durch die feine Auflösung der Wandbereiche ergeben sich mit $\Delta x_2 / \Delta x_{3w} = 8.8$ stark ungleichseitige Maschen. Ähnlich stark ungleichseitige Maschen wurden bereits in [5] für die Simulation von turbulenter Flüssigmetallströmung in einem Ringspalt mit einem Radienverhältnis von 0,1 angewendet.

Die Rechenzeit und die Problemzeit für diesen Fall ist ebenfalls in Tab. 1 angegeben. Die simulierte Problemzeit ist wesentlich kürzer als bei Fall 12, aber dennoch für das Erreichen voll angelaufener Strömung ausreichend. Erreicht wurde dies durch Erhöhung der Turbulenzenergie in der Anlaufphase. Ausgehend von $u_i(\underline{x})=0$ und $T'(\underline{x}) = \text{random}$ steigt die Turbulenzenergie in allen Fällen anfangs kurz an, dann stellt sich aber ein deutliches Minimum ein. Zur Verkürzung der anschließenden Erholzeit wurden im jeweils ersten Restartfile alle drei Geschwindigkeitskomponenten mit einem ortsunabhängigen Faktor multipliziert, und zwar beim Fall 13 beim Zeitschritt $NT = 840$ mit dem Faktor 5, und beim Fall 14 beim Zeitschritt $NT = 400$ mit dem Faktor 50.

Zur Auswertung statistischer Daten aus den orts- und zeitabhängigen numerischen Ergebnissen muß eine geeignete Mittelungsvorschrift eingeführt werden. Zunächst werden die mit $\langle y \rangle$ bezeichneten Zeitmittelwerte einer beliebigen Größe Y berechnet durch Mittelung zu einem festen Zeitpunkt über Flächen parallel zur Wand; über die so zu verschiedenen Zeitpunkten berechneten Flächenmittelwerte (bei Experimenten zur Bénard-Konvektion werden meist Linienmittelwerte benutzt) wird zusätzlich gemittelt. Die hierfür ausgewählten $NM = 31$ (Tab. 2) Zeitpunkte liegen jeweils in einem Abstand von 40 Zeitschritten. Der zur Mittelung herangezogene Zeitbereich erstreckt sich somit von $t = 22.46$ bis zum Ende der Simulation bei $t = 32.75$. Die sich daraus ergebenden Standardabweichungen einzelner Ergebnisse sind meist kleiner als 10 % (vergleiche die absoluten Angaben in Tab. 2).

Tab. A1: Maschenindizes K und zugehörige Wandabstände Y_{wi} zur unteren (i=1) und oberen Wand (i=2)

K (i=1)	K (i=2)	$Y_{wi}(K)/D$	$\Delta x_3(K)/D$
1	32	.0050	.010
2	31	.0150	.010
3	30	.0275	.015
4	29	.0425	.015
5	28	.0610	.022
6	27	.0835	.023
7	26	.1110	.032
8	25	.1435	.033
9	24	.1800	.040
10	23	.2200	.040
11	22	.2600	.040
12	21	.3000	.040
13	20	.3425	.045
14	19	.3875	.045
15	18	.4325	.045
16	17	.4775	.045

Bei Integration und Auswertung wird ein "staggered grid" verwendet, in dem Temperatur- und Druckwerte in den Maschenmittelpunkten definiert sind, und Geschwindigkeiten an den entsprechenden Maschenoberflächen. Werden an einem Ort Korrelationen von Größen berechnet, die an diesem Ort nicht definiert sind, so wird ein geeigneter Näherungswert durch lineare Mittelung aus den angrenzenden Werten berechnet. In der vertikalen Richtung gilt wegen $\Delta x_3(K) \neq \text{const.}$ beispielsweise für die Berechnung von Drucken und Temperaturen an Maschenoberflächen folgende Mittelungsvorschrift:

$$\bar{Y}^{-3}(x_3 + \Delta x_3/2) = \frac{Y(K) \Delta x_3(K) + Y(K+1) \Delta x_3(K+1)}{\Delta x_3(K) + \Delta x_3(K+1)}$$

Zur Vereinfachung der Abbildungsbeschriftungen wurde darauf verzichtet, derartige Mittelungen zu kennzeichnen.

Die vertikalen Profile der gemittelten horizontalen Geschwindigkeit u_1 , der Temperatur und des turbulenten Druckes sind in den Abb. A4 bis A9 wiedergegeben. (Der Buchstabe A wird im Text für alle Abbildungsnummern des Anhanges benutzt.) Die mittlere Geschwindigkeit ist mit \bar{u} im Vergleich zu den auftretenden momentanen Maximalwerten (VKM in Abb. 1-3) gering. Sie sollte Null sein. Das Temperaturprofil ist antisymmetrisch, es zeigt offensichtlich keine Inversionen, wie sie bei kleineren Rayleigh-Zahlen bei Luft [1,2] und bei Wasser [A1] beobachtet wird. Die logarithmische Darstellung des universellen Temperaturprofils, wie es für Zwangskonvektion definiert und hier analog mit $u_T = \sqrt{\tau_w / \rho} = u_o = \sqrt{g \beta \Delta T_w D}$ (siehe Nomenklatur) berechnet wurde, zeigt einen ähnlichen Verlauf wie bei Zwangskonvektion; allerdings ist es steiler, und eine logarithmische Wandabstandsabhängigkeit kann wohl wegen der niedrigen Rayleigh-Zahl nur über einen kurzen Bereich beobachtet werden. Eventuell ist auch die Darstellung für reine Naturkonvektion ungeeignet. Andere Darstellungen und Normierungen werden z.B. in [A2] benutzt.

Der turbulente Druck (Abb. A9) zeigt Maxima in Wandnähe, weil dort die Schwankungen der vertikalen Geschwindigkeitskomponente stark behindert werden und die Energie aus der u_3 -Komponente abgezogen und über den Druck den horizontalen Komponenten u_1 und u_2 zugeführt wird (Abb. A10). Diesen Sachverhalt geben auch die Pressure-Strain-Terme in Abb. A26 wieder, die für $i=j=3$, d.h. für die x_3 -Richtung als Senke, und für $i=j=1,2$ als Quelle in der Energiegleichung der Geschwindigkeitsfluktuationen wirken. Die Druckschwankungen selbst sind an den Wänden am höchsten (Abb. A11). Ihr Profil ist nicht symmetrisch; wie schon bei Zwangskonvektion festgestellt [5, A3] scheint auch bei Naturkonvektion das Druckfeld langwelliger zu sein als die Geschwindigkeitsfelder, und erfordert somit nicht nur größere Periodenlängen, sondern auch insbesondere längere Auswerteziträume. Eine Bestätigung für die größere Langwelligkeit des Druckes in horizontaler Richtung folgt aus den Zweipunktkorrelationen und zugehörigen Korrelationslängen (Abb. A18, A19).

Die Temperaturschwankungen haben ebenfalls je ein Maximum in Wandnähe (Abb. A12), das jedoch bei Normierung mit der Differenz der lokalen Temperatur und der der nächstliegenden Wand ganz an die Wand rückt (Abb. A13). Die Turbulenzenergie (Abb. A14), die direkt aus Abb. 10 folgt, ist relativ flach und auch nicht ganz symmetrisch durch den zu kurzen Mittelungszeitbereich.

Zweipunktkorrelationen in horizontaler Richtung für die Geschwindigkeitskomponenten (Abb. A15), für den Druck und die Energie (Abb. A18), und für

die Temperatur (Abb. A20), sowie für einige Kreuzkorrelationen mit diesen Größen, lassen in Kanalmitte auf ausreichende statistische Entkopplung innerhalb des Kanals und damit auf ausreichende Periodenlängen schließen. Die zugehörigen Profile der Korrelationslängen in den Abb. A16, A17 und A19, A21 lassen die Erweiterung dieser Folgerung auf alle Bereiche des Kanales zu.

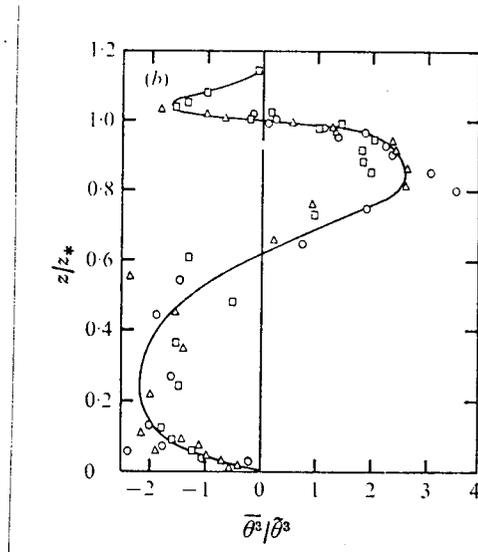


Abb. A1: Skewness der Temperaturschwankungen aus $\overline{[A4]}$. Für $z > 1$ ist die Schichtung stabil (Wasseranomalie) und somit nicht vergleichbar mit dem TURBIT-Ergebnis aus Abb. A23.

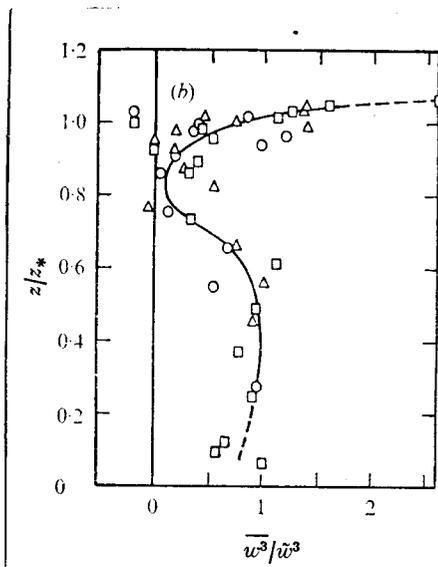


Abb. A2: Skewness der vertikalen Geschwindigkeitsschwankungen aus $\overline{[A4]}$. Vergleiche das TURBIT-Ergebnis in Abb. A22.

Skewness und Flatness der Geschwindigkeits- und Temperaturfluktuationen, berechnet aus den ortsabhängigen Signalen, zeigen, daß keine dieser Größen an irgendeiner Stelle normal verteilt ist (Abb. A22 bis A25): Für keine der Größen ist am selben Ort die Skewness = 0 und Flatness = 3. Qualitativ ähnliche Verteilungen mit noch höheren Abweichungen von der Normalverteilung wurden von Adrian [A4] in Wasser- über -Eis-Experimenten für u_3 und T bestimmt, jedoch ohne die Vorzeichenwechsel bei T-Skewness in Wandnähe (Abb. A1, A2).

Die Druck-Temperatur-Kreuzkorrelationen der Abb. A27 bis A29 sind mit bekannten Meßmethoden nicht experimentell bestimmbar. Entsprechend treten auch Probleme bei der Modellierung dieser Terme bei statistischen Turbulenzmodellen auf [5, S.101]. Daß auch die numerische Auswertung nicht ohne Probleme ist wird daran deutlich, daß die Druck-Temperatur-Korrelation in Abb. A28 und der zugehörige Korrelationskoeffizient Abb. A27 nicht genau antisymmetrisch zur Kanalmitte sind. Die Ursache dafür ist in der Langwelligkeit des Druckfeldes und der kurzen Mittelungszeit zu suchen. Der Pressure-Scrambling-Term (Abb. A29) zeigt, wie auch schon bei Zwangskonvektion mit verschiedenen Prandtl-Zahlen beobachtet [5, A5], in Wandnähe enge Bereiche mit umgekehrtem Vorzeichen in der x_3 -Komponente.

Die turbulente Schubspannung (Abb. A30) sowie der konvektive Transport von Druckschwankungen und kinetischer Energie (Abb. A39) ist von der Größenordnung 10^{-3} . Diese Größen sind wahrscheinlich wegen $\langle u_1 \rangle \neq 0$ (Abb. A4) ebenfalls $\neq 0$. Die Bedeutung des konvektiven Wärmetransportes wird aus dem turbulenten Wärmestrom deutlich (Abb. A31): Im Innern des Kanales, wo nach Abb. A5 die Temperatur nahezu konstant ist, wird wegen $\langle u_3' T' \rangle \approx \dot{q}_w = 0.0127$ der überwiegende Anteil (6/7, da $Nu \approx 7$) der Wärme durch Konvektion transportiert. Die daraus berechneten turbulenten Austauschgrößen ϵ_m und ϵ_H (Abb. A32) sind recht unsicher, da sie definitionsgemäß von lokalen Geschwindigkeits- bzw. Temperaturgradienten abhängen. Sie werden daher teilweise auch aus Feldgrößen berechnet, die während der Integration der Grundgleichungen gemittelt wurden (Abb. A35-A37). Dennoch ist z.B. wegen Abb. A30 $\epsilon_m \neq 0$, und damit auch $Pr_t \neq 0$ (Abb. A34, A37, A38). Die Wärmeaustauschgröße ϵ_H ist in Kanalmitte negativ; d.h. wir haben, wenn auch nicht aus Abb. A5 ersichtlich, dennoch eine Inversion in Kanalmitte. (Die Plateaus in einigen dieser und der folgenden Bilder werden von den Plotprogrammen verursacht.)

Einige Terme der Erhaltungsgleichung der kinetischen Energie der Geschwindigkeitsfluktuationen sind in den Abb. A40 bis A43 zusammengestellt. Die Produk-

tion ist in Wandnähe gering, die Dissipation ϵ dagegen hoch. Der Ausgleich erfolgt durch die turbulente Diffusion, die Energie aus dem Kanalinnern zu den Wänden transportiert, und in unmittelbarer Wandnähe durch viskose Diffusion. Diese numerischen Ergebnisse stimmen qualitativ mit den experimentellen Ergebnissen aus [A7] überein (Abb. A3).

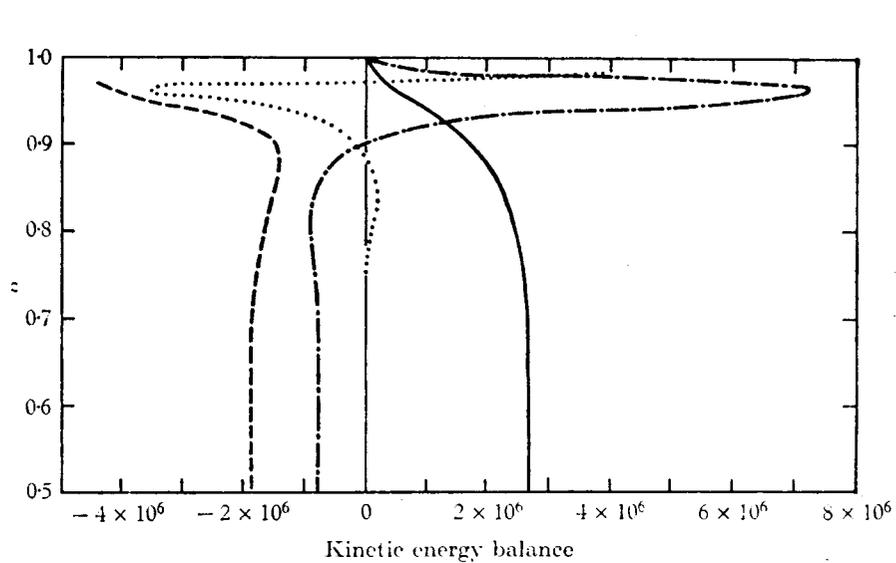


Abb. A3: Vertical profiles of terms in kinetic energy equation at $Ra = 6.3 \times 10^5$.
 - - - - production, $Pr.Ra\langle vT \rangle$; - - - - dissipation, $-Pr\langle \epsilon u_i' \epsilon x_i \epsilon u_i' \epsilon x_i \rangle$; molecular transfer, $\langle \epsilon KE \rangle / \epsilon z$; - · - · - diffusion (residual), $-\epsilon' \epsilon z \langle u(p + u^2 + (v/2)^2) \rangle$. [A7]

Die Korrelationskoeffizienten der vertikalen und horizontalen turbulenten Wärmeströme und Schubspannungen sind mit einer Ausnahme nahe Null (Abb. A46 bis A49): Der Korrelationskoeffizient des vertikalen turbulenten Wärmestromes zeigt Werte um 0.7. Er ist damit vergleichbar mit den früheren Rechnungen (Tab. 2 und [1,2]) und den experimentellen Ergebnissen für Wasser aus [A4]. Er zeigt überdies in Wandnähe einen deutlichen Anstieg, wie er sich in den experimentellen Daten nur vage andeutet, wie er aber auch bei Zwangskonvektion verschiedener Prandtl-Zahlen in der konduktiven Unterschicht beobachtet wird [A5].

Die Energiespektren der Geschwindigkeitsfluktuationen (Abb. A50, A54, A58...), der totalen Turbulenzenergie (Abb. A51, A55, A59...), der Druckschwankungen (Abb. A52, A56, A60...), und der Temperaturschwankungen (Abb. A53, A57, A61...) sind aus den ortsabhängigen Größen für verschiedene Wandabstände (diese folgen aus dem Maschenindex K aus Tab. A1) berechnet.

Die Energiespektren der Geschwindigkeitsfluktuationen (Abb. A50 ff) haben an keiner Position einen ausgeprägten inertial subrange mit der Abhängigkeit $K_1^{-5/3}$ nach Kolmogorov; sie zeigen dagegen fast alle eine K_1^{-7} -Abhängigkeit bei hohen Wellenzahlen, wie sie von Heisenberg im Bereich molekularer Einflüsse (Dissipation) vorhergesagt wird [A8]. Ursache für das Fehlen des -5/3-Bereiches ist sicherlich die geringe Rayleigh-Zahl. Für die Anwendung schlecht auflösender Netze unter gleichzeitiger Verwendung von Feinstrukturmodellen folgt für diese geringen Rayleigh-Zahlen daraus, daß man mit einem isotropen Modell alleine, wie es z.B. für Naturkonvektion bereits in TURBIT-3 existiert [7], nicht sehr erfolgreich sein wird, sondern, daß vielmehr auch eine geeignete Erweiterung für inhomogene Turbulenz entwickelt werden müßte. Der inhomogene Modellanteil, wie er für Kanalturbulenz benutzt wird [5,7], kann hier nicht angewandt werden.

Die Spektren der Turbulenzenergie (Abb. A51 ff) lassen ebenfalls keine -5/3-Bereiche erkennen, dagegen aber ausgedehnte -7-Bereiche bei hohen Wellenzahlen. Auftriebseinflüsse auf die Energiespektren, wie z.B. Energiezufuhr in engen Wellenzahlenbereichen und entsprechende Versätze in den -5/3-Bereichen, wie dies nach Ozmidov bei instabilen Schichtungen zu erwarten ist [A9], treten hier nicht auf, sie sind aber bei Simulationen volumenbeheizter Fluidschichten zu finden [A10].

Die Spektren der Druckschwankungen (Abb. A52 ff) lassen ebenfalls keinen, oder fast keinen inertial subrange mit dem zugehörigen $K_1^{-7/3}$ -Verlauf [A11] erkennen. Bei hohen Wellenzahlen fallen diese Spektren meist steiler als mit K_1^{-7} ab. Die Energiebeiträge bei hohen Wellenzahlen sind hier also von geringerer Bedeutung als die im Geschwindigkeitsfeld.

Die Energiespektren der Temperaturschwankungen (Abb. A53 ff) lassen ebenfalls keinen inertial subrange mit -5/3-Steigung erkennen. Bei kleinen Wandabständen (z.B. $K = 2$ und 4 in Abb. A53 und A57) stellt sich bei kleinen Wellenzahlen der für den Produktionsbereich typische K_1^{-1} -Verlauf [5, S.121] ein, und gleichzeitig bei mittleren Wellenzahlen der K_1^{-3} -Verlauf, der nach [A12] charakteristisch ist für den inertial diffusive subrange bei sehr kleinen Prandtl-Zahlen. Bei hohen Wellenzahlen fallen die Spektren überwiegend steiler als nach K_1^{-7} ab.

Alle ausgewerteten Energiespektren sind bei den höchsten Wellenzahlen nur wenig oder nicht beeinflusst von Aliasing-Fehlern. Sie zeigen fast durchweg gleichmäßige Energieabnahme bis zu den höchsten Wellenzahlen. Nach den Erfahrungen aus [A10] ist dies eines der wichtigsten Zeichen dafür, daß das verwendete Maschennetz tatsächlich ohne die gleichzeitige Benutzung von Feinstrukturmodellen benutzt werden darf.

Literatur:

- [A1] T.Y.Chu, R.J.Goldstein:
Turbulent Convection in a horizontal layer of water
J. Fluid Mech. 60, 1973, 141-159
- [A2] A.A.Townsend:
Temperature fluctuations over a heated horizontal surface
J. Fluid Mech. 5, 1959, 209-241
- [A3] U.Schumann:
Numerical investigation of the wall pressure
fluctuations in channel flows
Nucl. Engng. Design 32, 1975, 37-46
- [A4] R.J.Adrian:
Turbulent convection in water over ice
J. Fluid Mech. 69, 1975, 753-781
- [A5] G.Grötzbach:
Numerical simulation of turbulent liquid metal
flows in plane channels and annuli
KfK 2968, 1980
- [A6] L.Fulachier, R.Dumas:
Spectral analogy between temperature and velocity
fluctuations in a turbulent boundary layer
J. Fluid Mech. 77, 1976, 257-277
- [A7] J.W.Deardorff, G.E.Willis:
Investigation of turbulent thermal convection
between horizontal plates
J. Fluid Mech. 28, 1967, 675-704
- [A8] W.Heisenberg:
Zur statistischen Theorie der Turbulenz
Zeitschrift für Physik 124, 1948, 628-657

- [A9] R.V.Ozmidov:
Energy distribution between oceanic motions of different
scales
Bull. Acad. Sci. USSR. Atmos. and Oceanic Phys. I,
1965, 257-261
(Disk. in J.S.Turner: Buoyancy effects in fluids,
Cambridge 1973, S.142)
- [A10] G.Grötzbach:
Numerische Simulation laminarer und turbulenter Konvektion
in intern beheizten Fluidschichten
KfK-Bericht in Vorbereitung
- [A11] A.S.Monin, A.M.Yaglom:
Statistical fluid Mechanics: Mechanics of turbulence,
Vol. 2 MIT-Press 1975, S.376 u. 516
- [A12] C.H.Gibson:
Fine structure of scalar fields mixed by turbulence
Physics of Fluids 11, 1968, 2305-2327

Nomenklatur:

B Konstante in der Hypothese von Fulachier, Dumas /A6/

$$B = \left(\frac{2 \langle E_{\text{tot}} \rangle}{\sqrt{\langle v_{T'}^2 \rangle}} \right)^{1/2} \left| \frac{\delta_3 \langle v_{T'} \rangle}{\delta_3 \langle u_1 \rangle} \right|$$

c_{T2} Koeffizient im Temperaturfeinstrukturmodell nach [5, A5]

$$\overline{u_j' T'} \sim c_{T2} (j_F j_{E'}^T)^{1/2} \delta_j^v \bar{T}'$$

D Vertikale Kanalweite

E_{ii} Energiespektren, berechnet aus den ortsabhängigen Ergebnissen

E_{tot} Totale Turbulenzenergie

$$E_{\text{tot}}(\underline{x}) = (\overline{u_i' u_i'})^2 / 2$$

K_1 Eindimensionale Wellenzahl

$L_{ij,k}$ Korrelationslänge von $R_{ij}(\underline{x}_k)$ in der \underline{x}_k -Richtung

$$= \frac{2}{X_k} \int_0^{X_k/2} R_{ij}(\underline{x}_k) d\underline{x}_k$$

p Druck / ($\rho g \beta \Delta T_w D$)

Pe Peclet-Zahl = $\sqrt{g \beta \Delta T_w D^3} / a$

Pr Prandtl-Zahl = ν / a

Pr_{tB} Turbulente Prandtl-Zahl berechnet aus B /A6/

$$Pr_{tB} = \frac{\langle \overline{u_1'} \overline{u_3'} \rangle}{\langle \overline{u_3'} \overline{v_T'} \rangle} \left(\frac{\sqrt{\langle \overline{v_T'^2} \rangle}}{2 \langle \overline{E_{tot}} \rangle} \right)^{1/2} B$$

$R_{ij}(\underline{x}_k)$ Zweipunkt-Korrelation

$$= \frac{\langle u'_i(\underline{x}) u'_j(\underline{x} + \underline{x}_k) \rangle}{\langle u'_i(\underline{x}) u'_j(\underline{x}) \rangle}$$

Ra Rayleigh-Zahl = $g \beta \Delta T_w D^3 / \nu \alpha$

t Zeit $\cdot \sqrt{g \beta \Delta T_w D} / D$

T Temperatur / ΔT_w , ΔT_w = Wandtemperaturdifferenz

T^+ Temperatur $\cdot \rho C_p u_\tau / \dot{q}_w$

u Geschwindigkeit / $\sqrt{g \beta \Delta T_w D}$

(VZ, VP, VR) Geschwindigkeitsvektor
 = (u_1, u_2, u_3) ; VR, u_3 vertikal

\underline{x}_j Verschiebungsvektor
 = $(x_1, 0, 0)$ $j = 1$
 = $(0, x_2, 0)$ $j = 2$
 = $(0, 0, x_3)$ $j = 3$

$\overline{v_Y}, \overline{j_Y}$ Grobstrukturwerte: Mittelwert über Maschenvolumen $V = \Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$
 bzw. über Maschenoberfläche $\overline{j}_F = V / \Delta x_j$

Y^+ Wandabstand $\cdot u_\tau / \nu$

ϵ_m Impulsaustauschgröße
 = $-\langle \overline{u_1' u_3'} \rangle / \delta_3 \langle \overline{u_1'} \rangle$

ϵ_H Wärmeaustauschgröße
 = $-\langle \overline{u_3' v_T'} \rangle / \delta_3 \langle \overline{v_T'} \rangle$

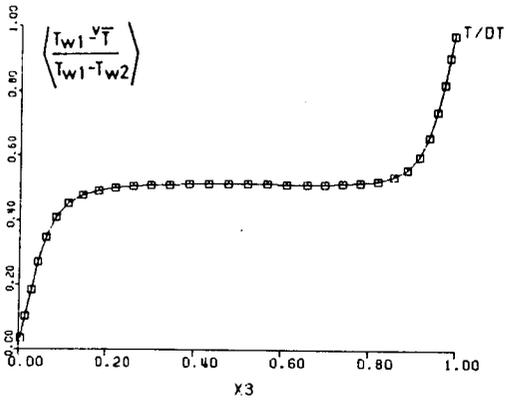


ABB.6 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

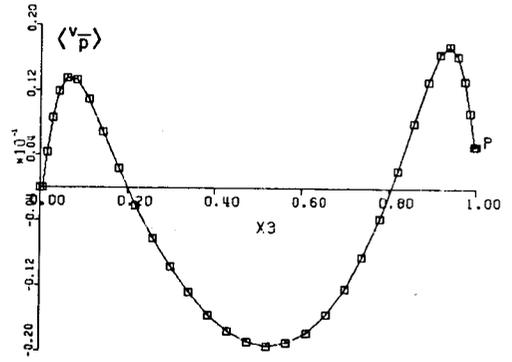


ABB.9 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

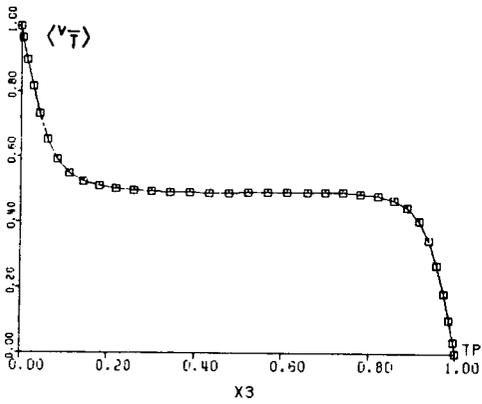


ABB.5 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

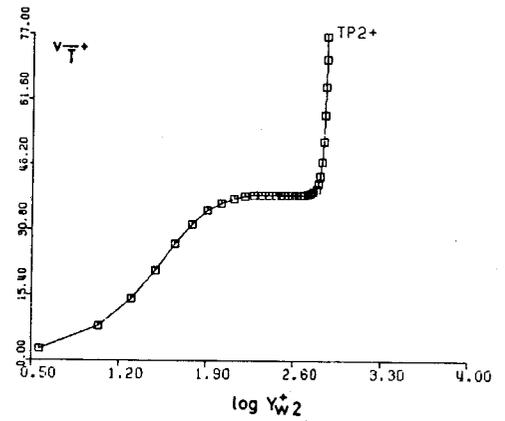


ABB.8 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

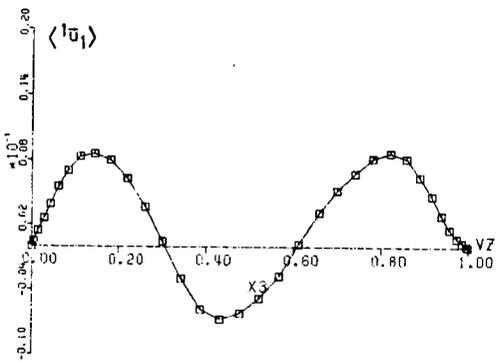


ABB.4 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

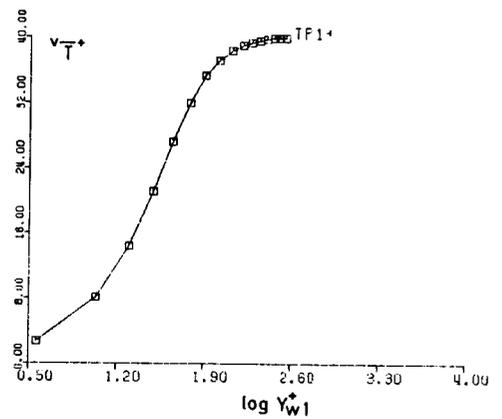


ABB.7 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

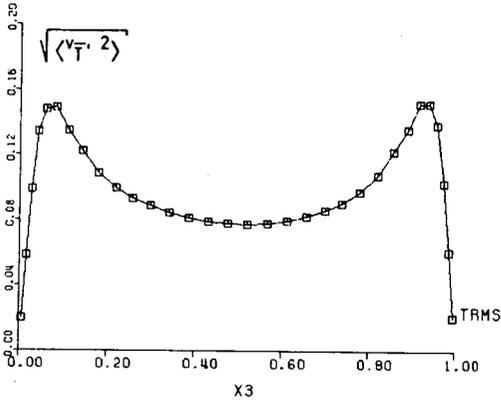


ABB.12 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

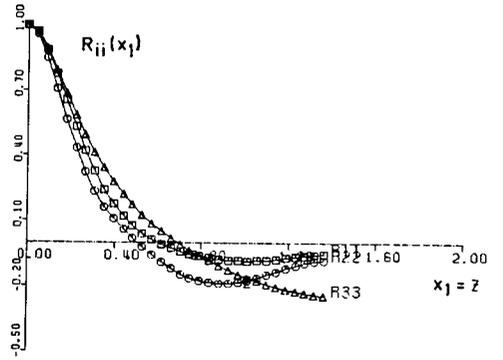


ABB.15 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

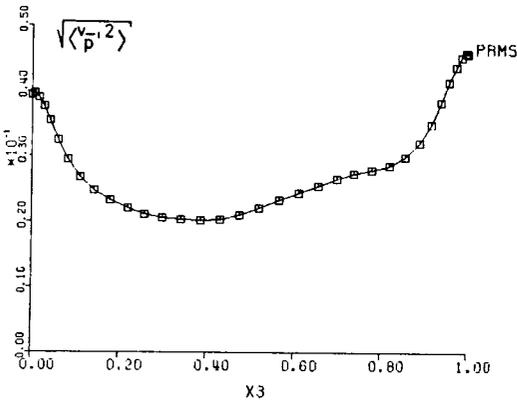


ABB.11 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

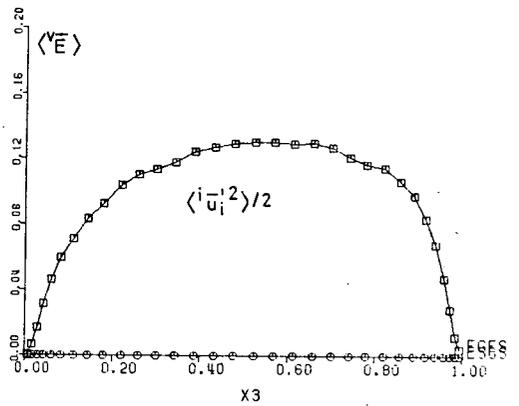


ABB.14 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

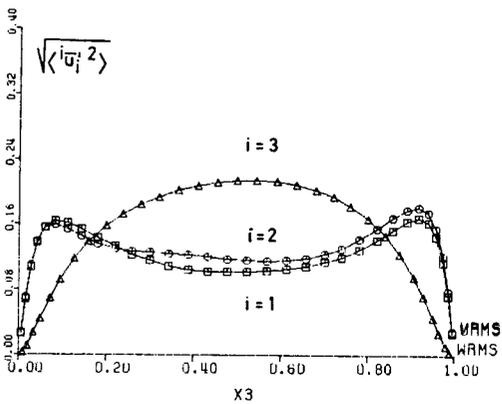


ABB.10 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

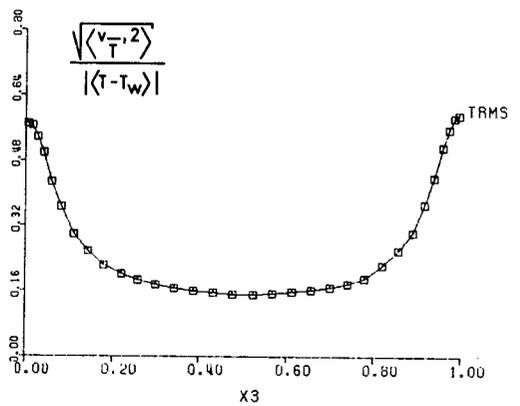


ABB.13 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

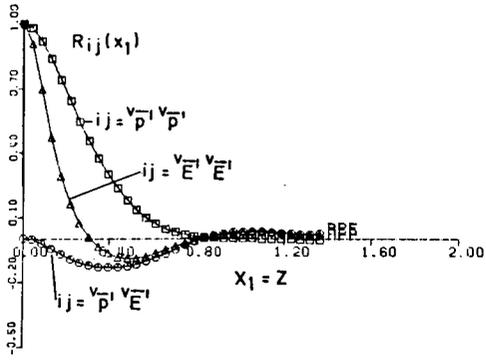


ABB.18 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

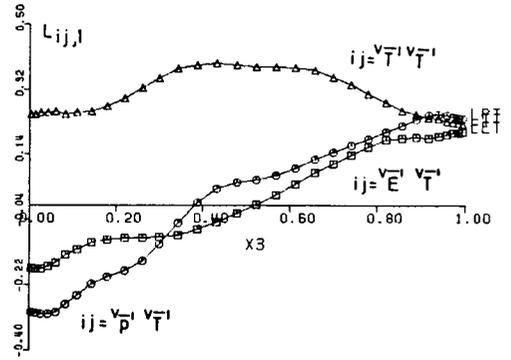


ABB.21 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

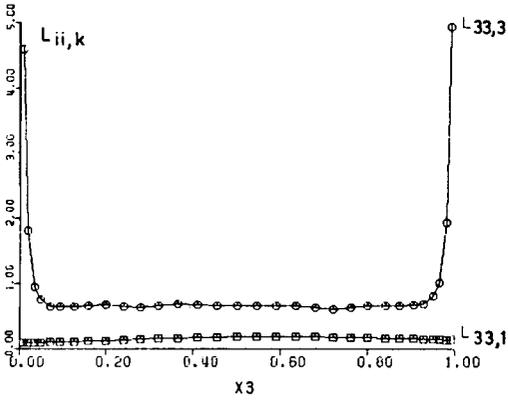


ABB.17 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

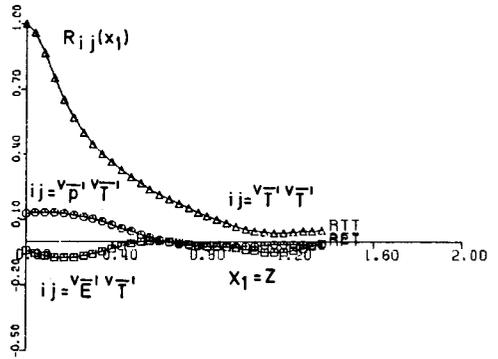


ABB.20 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

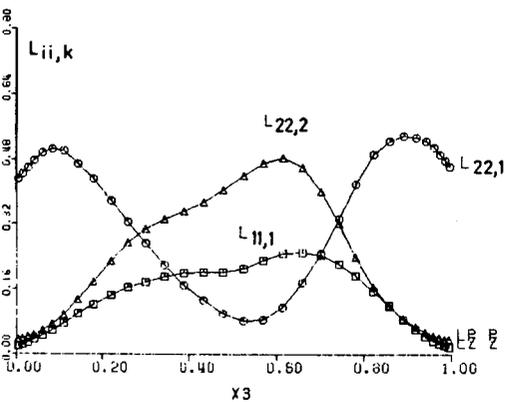


ABB.16 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

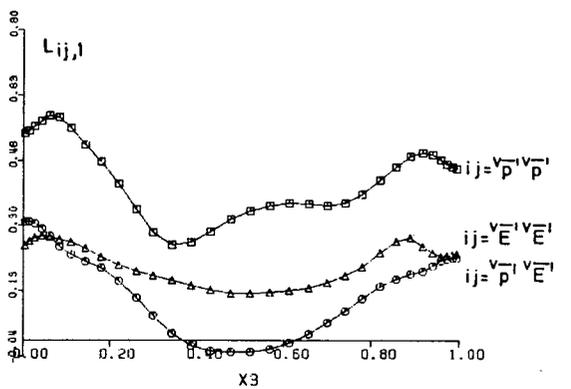


ABB.19 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

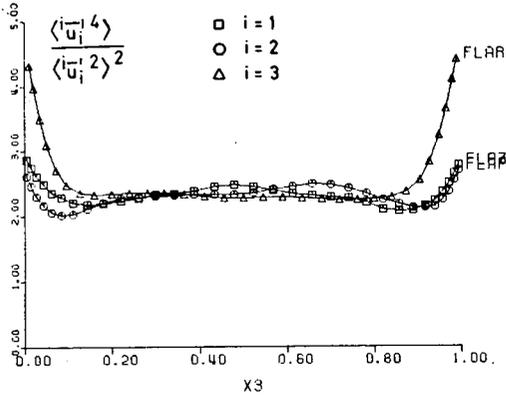


ABB.24 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

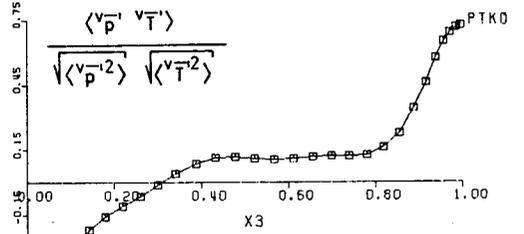


ABB.27 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

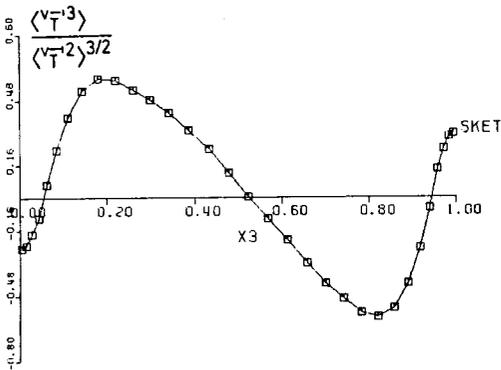


ABB.23 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

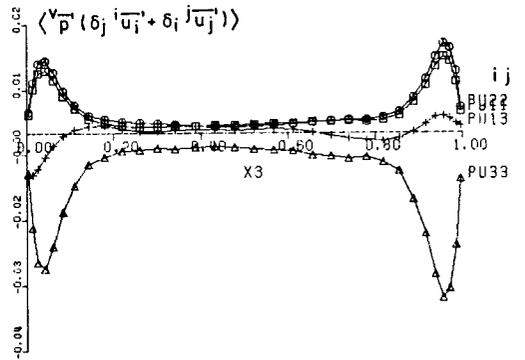


ABB.26 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

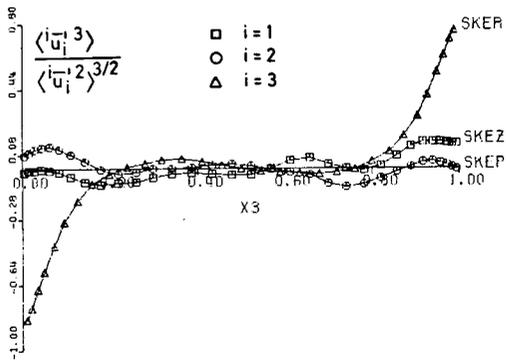


ABB.22 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

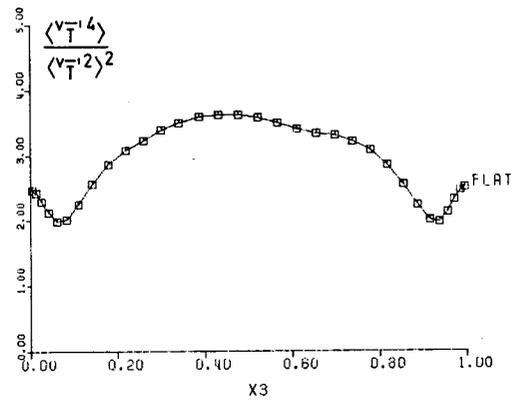


ABB.25 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

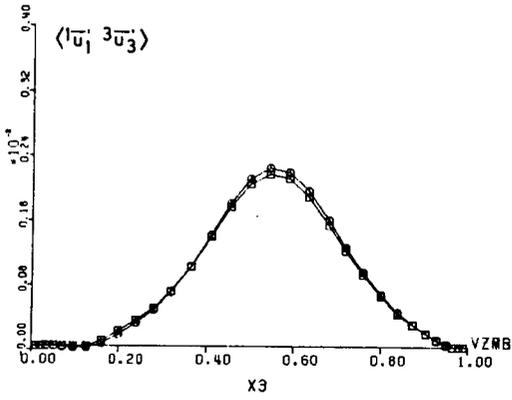


ABB.30 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

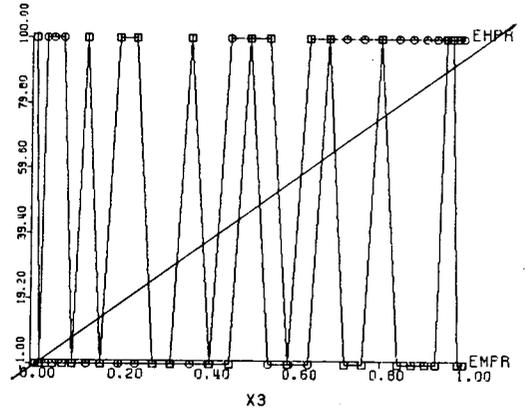


ABB.33 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

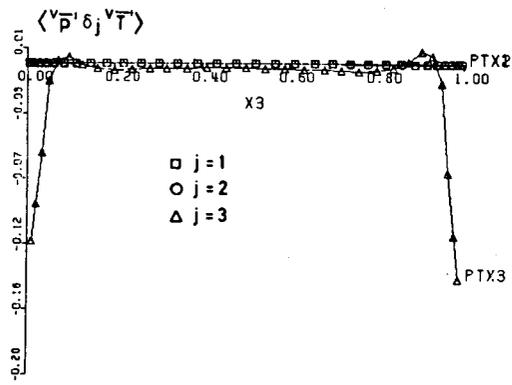


ABB.29 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

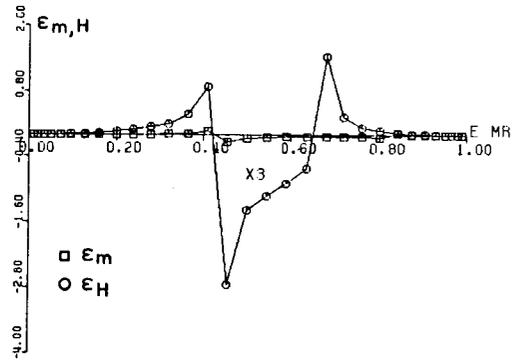


ABB.32 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

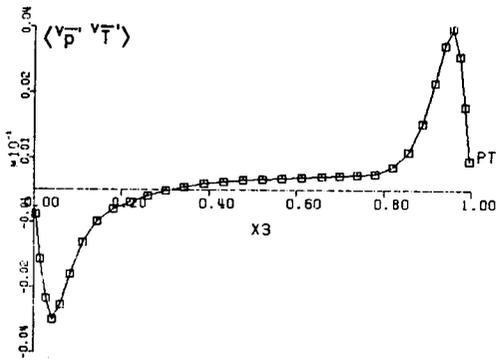


ABB.28 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

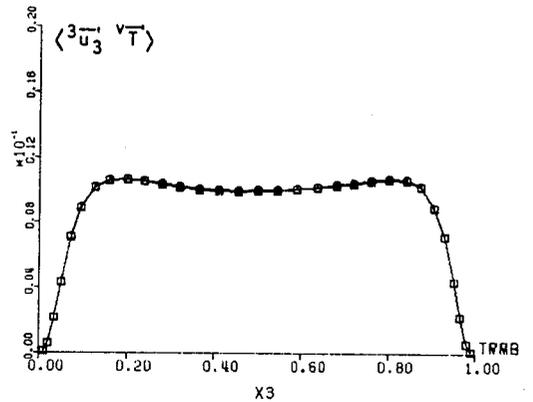


ABB.31 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

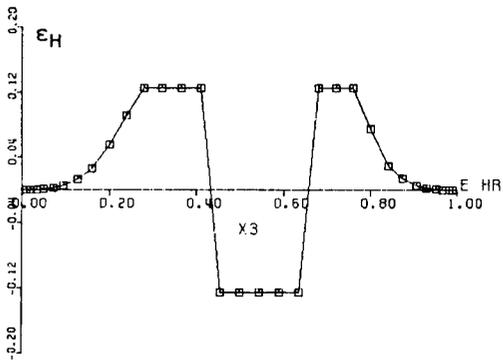


ABB.36 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

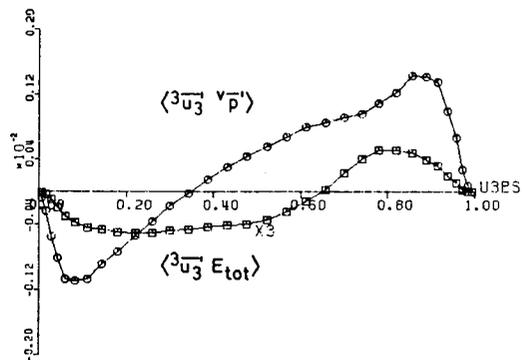


ABB.39 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

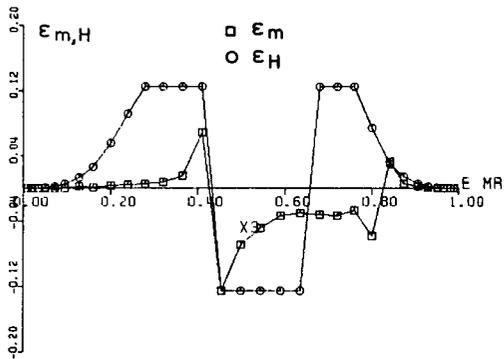


ABB.35 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

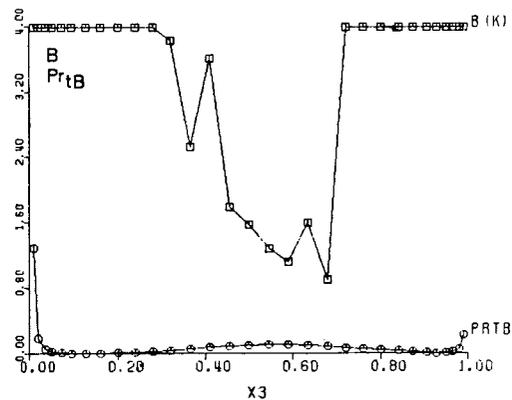


ABB.38 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

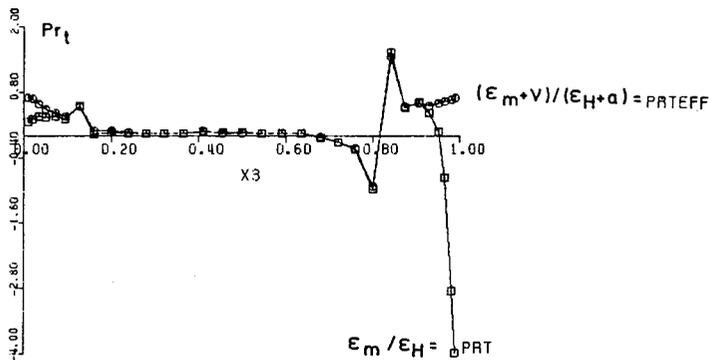


ABB.34 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

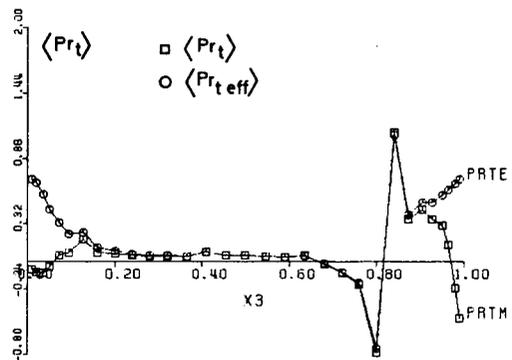


ABB.37 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

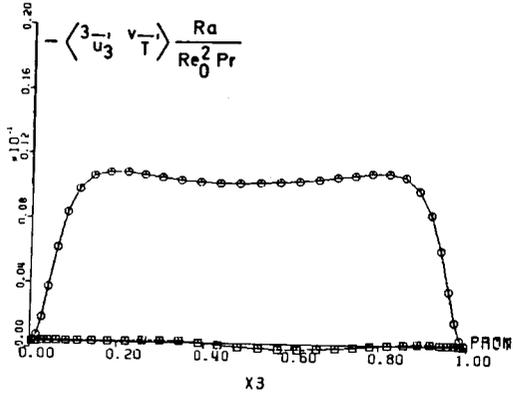


ABB.42 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

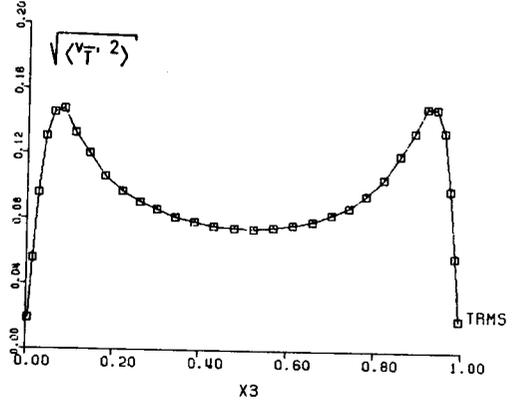


ABB.45 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

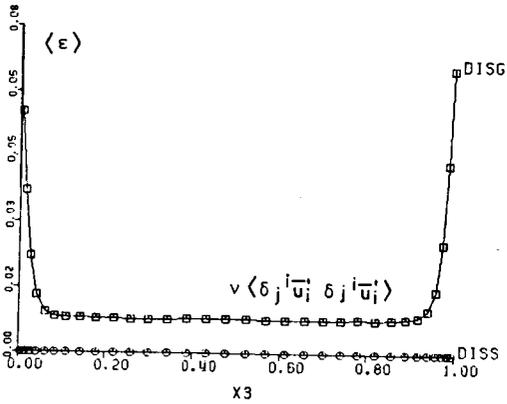


ABB.41 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

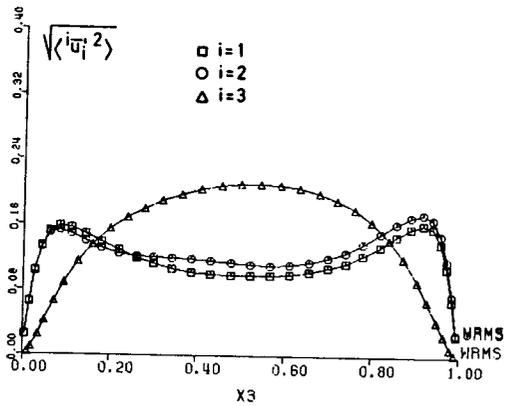


ABB.44 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

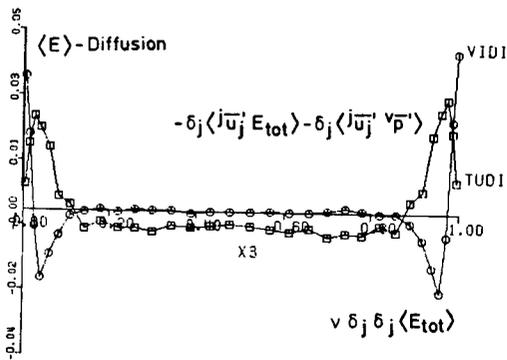


ABB.40 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

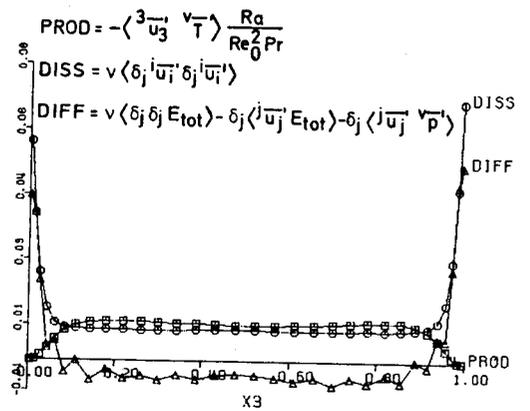


ABB.43 T= 32.75 RAE=381225. DRW=.01 IM=64

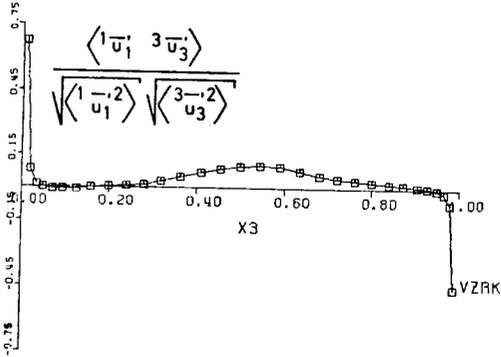


ABB.48 T= 32.75 RAE=381225. DRAW=.01 IM=64

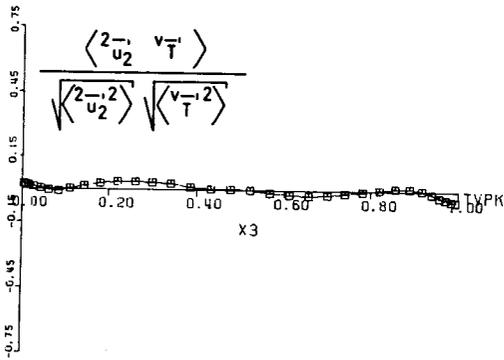


ABB.47 T= 32.75 RAE=381225. DRAW=.01 IM=64

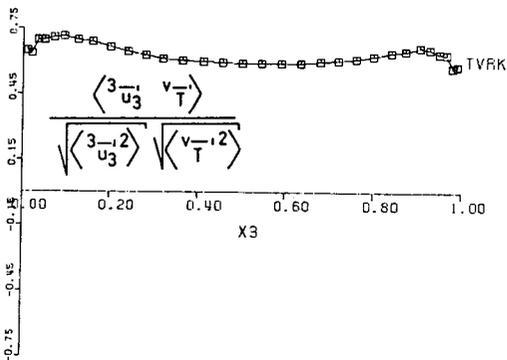


ABB.46 T= 32.75 RAE=381225. DRAW=.01 IM=64

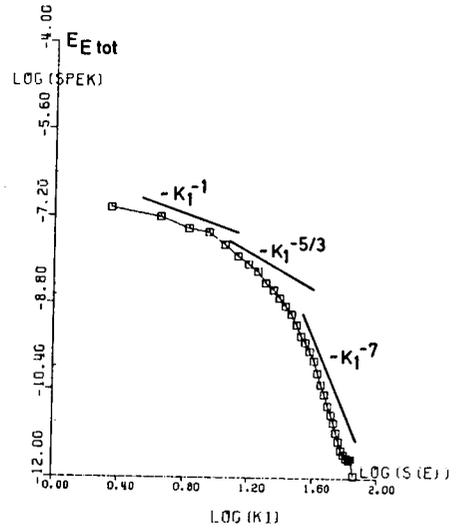


ABB.51 ORTSSPEKTRUM K= 2 T= 32.75

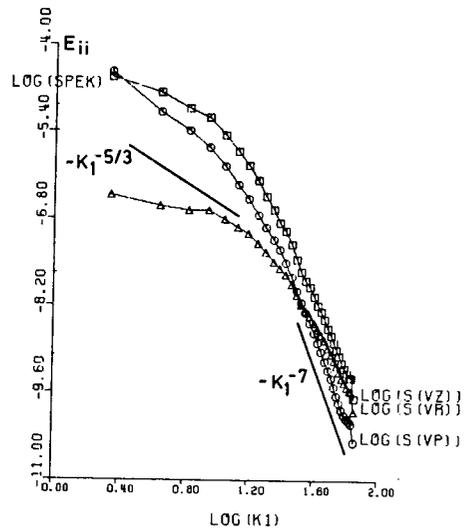


ABB.50 ORTSSPEKTRUM K= 2 T= 32.75

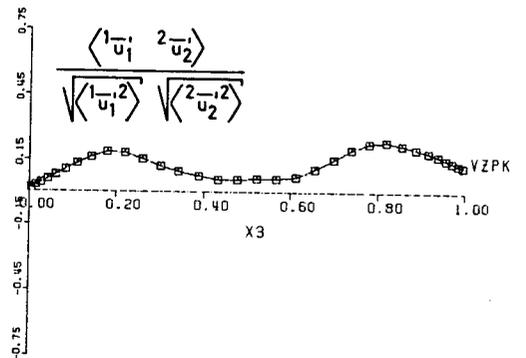


ABB.49 T= 32.75 RAE=381225. DRAW=.01 IM=64

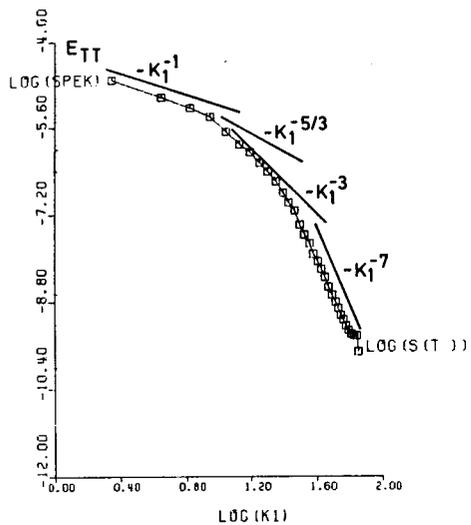


ABB.53 ORTSSPEKTRUM K= 2 T= 32.75 RAE=381225.

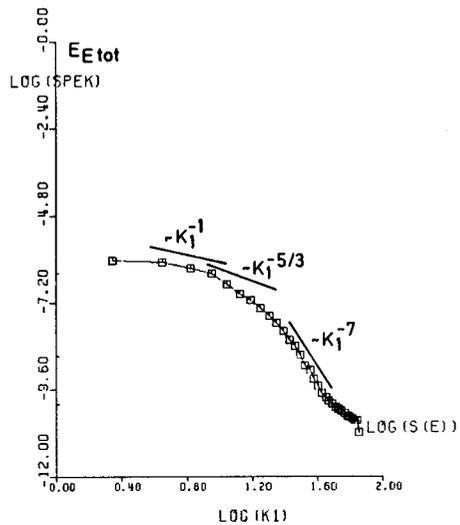


ABB.55 ORTSSPEKTRUM K= 4 T= 32.75

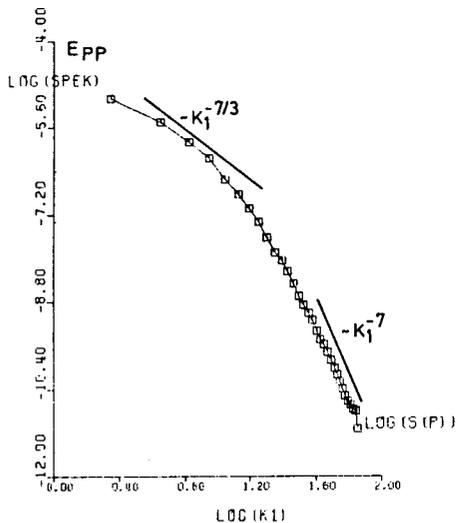


ABB.52 ORTSSPEKTRUM K= 2 T= 32.75 RAE=381225.

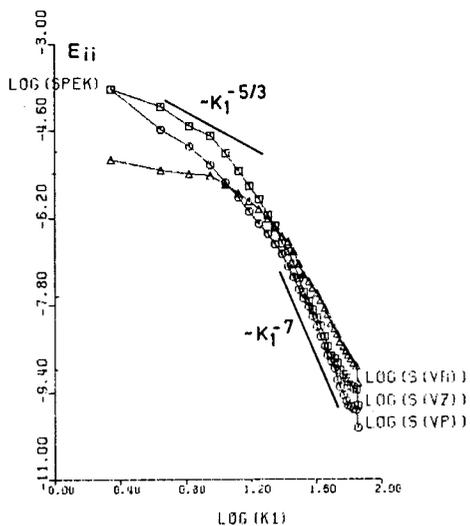


ABB.54 ORTSSPEKTRUM K= 4 T= 32.75

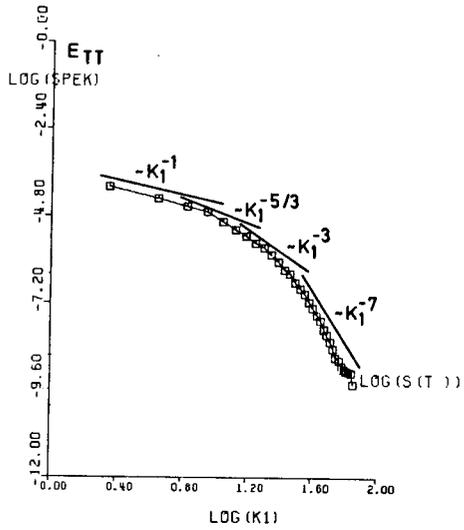


ABB.57 ORTSSPEKTRUM $K=4$ $T=32.75$ $RAE=381225$.

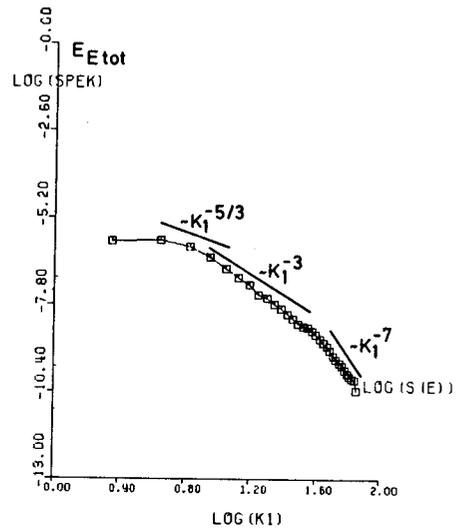


ABB.59 ORTSSPEKTRUM $K=6$ $T=32.75$

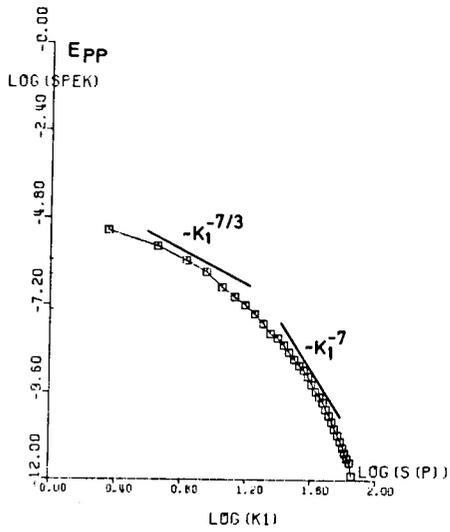


ABB.56 ORTSSPEKTRUM $K=4$ $T=32.75$ $RAE=381225$.

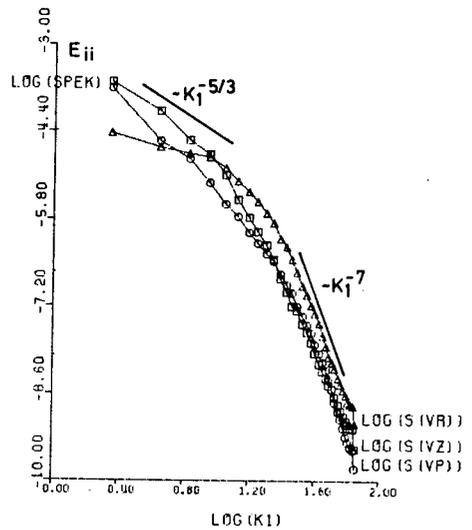


ABB.58 ORTSSPEKTRUM $K=6$ $T=32.75$

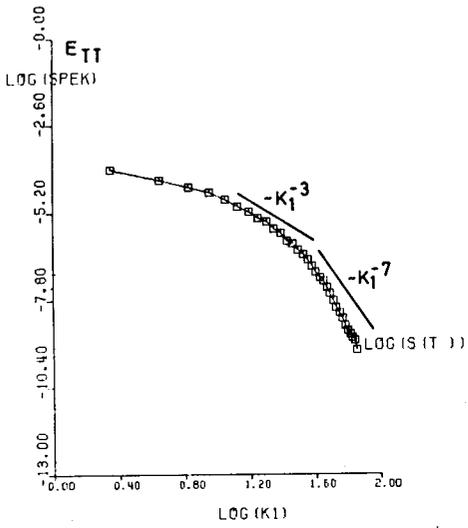


ABB.61 ORTSSPEKTRUM K= 6 T= 32.75 RAE=381225.

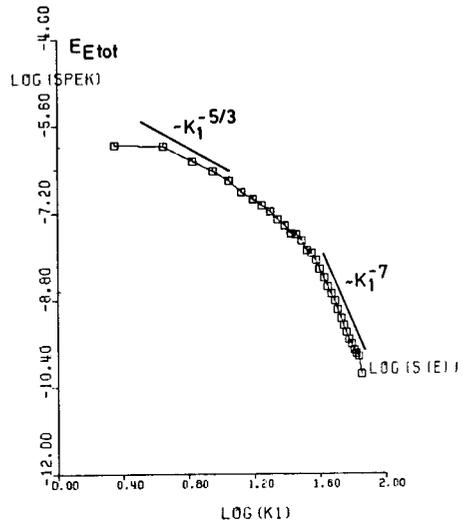


ABB.63 ORTSSPEKTRUM K= 8 T= 32.75

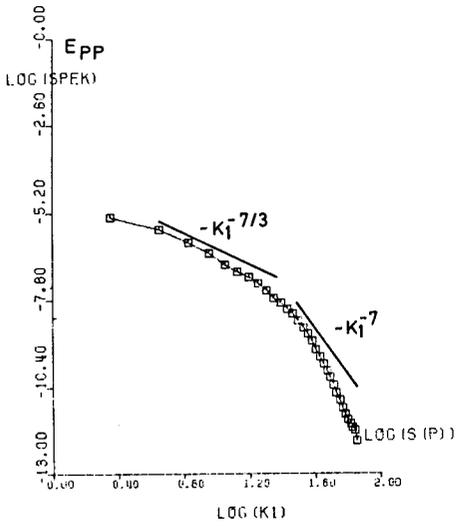


ABB.60 CRTSSPEKTRUM K= 6 T= 32.75 RAE=381225.

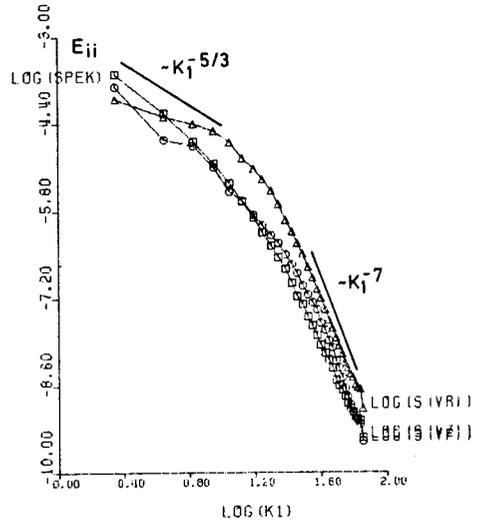


ABB.62 ORTSSPEKTRUM K= 8 T= 32.75

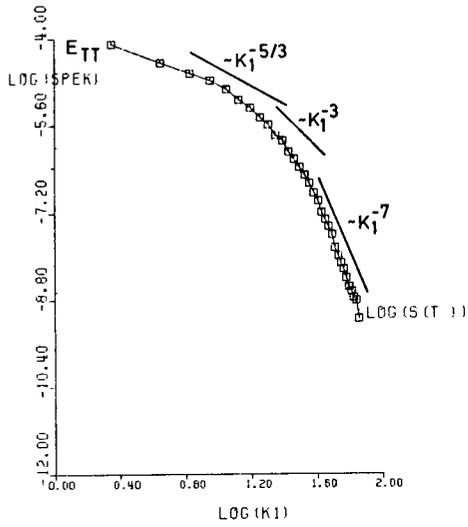


ABB.65 ORTSSPEKTRUM K= 8 T= 32.75 RAE=381225.

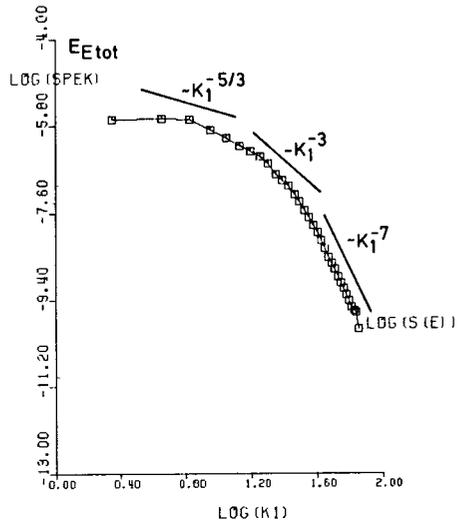


ABB.67 ORTSSPEKTRUM K= 13 T= 32.75

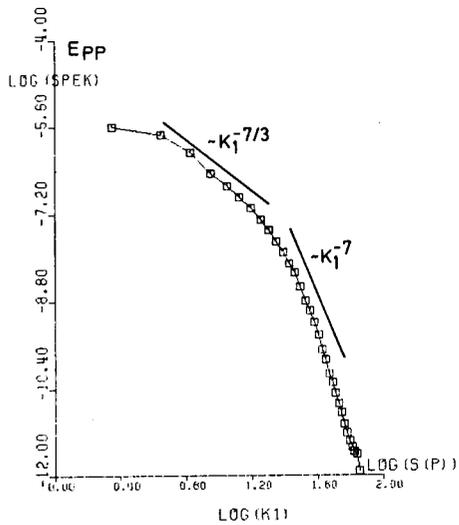


ABB.64 ORTSSPEKTRUM K= 8 T= 32.75 RAE=381225.

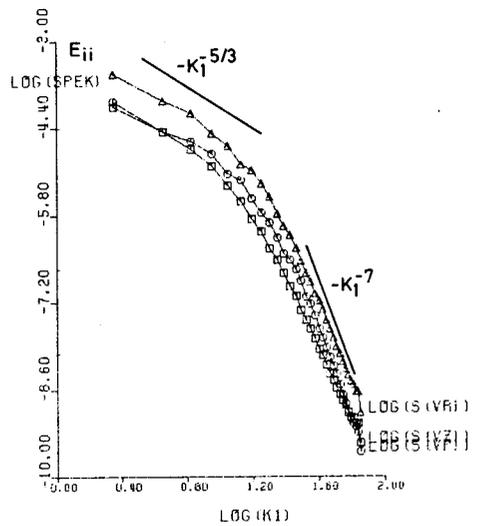


ABB.66 ORTSSPEKTRUM K= 13 T= 32.75

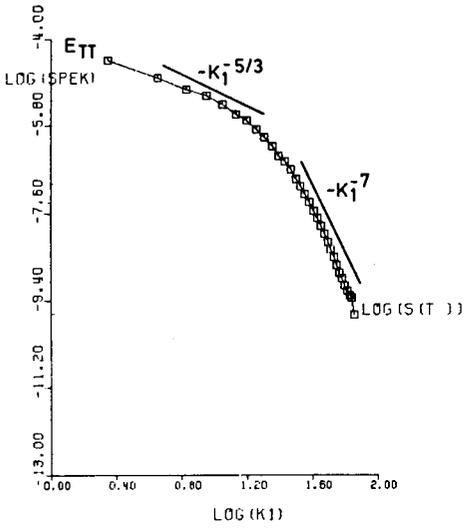


ABB.69 ORTSSPEKTRUM K= 13 T= 32.75 RAE=381225.

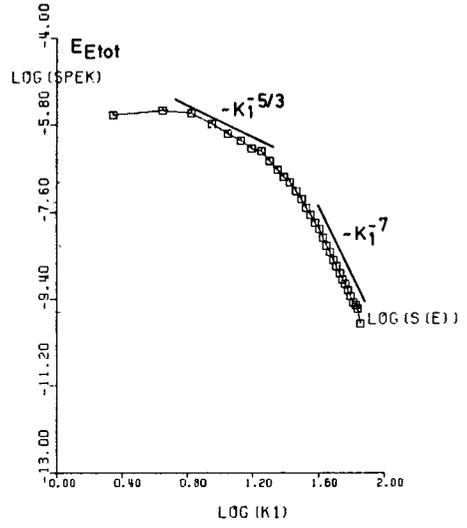


ABB.71 ORTSSPEKTRUM K= 15 T= 32.75

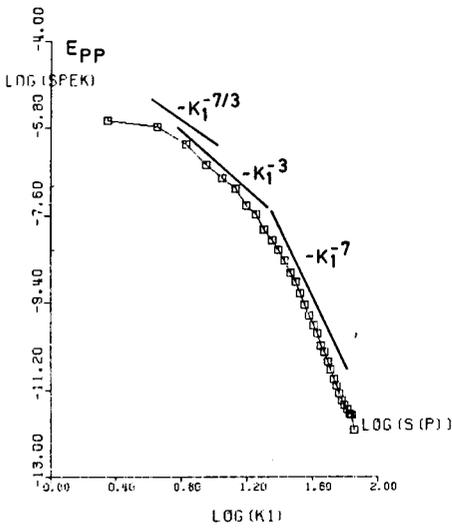


ABB.68 ORTSSPEKTRUM K= 13 T= 32.75 RAE=381225.

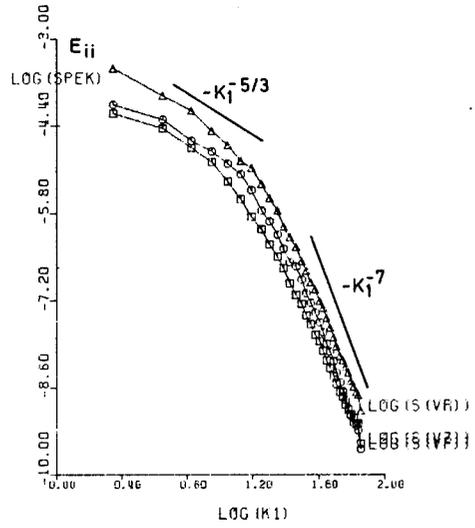


ABB.70 ORTSSPEKTRUM K= 15 T= 32.75

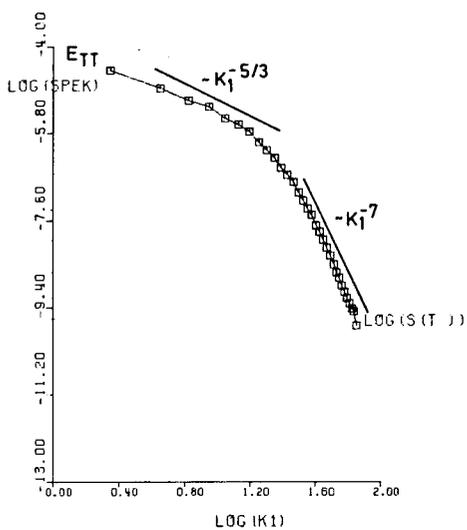


ABB.73 ORTSSPEKTRUM K= 15 T= 32.75 RAE=381225.

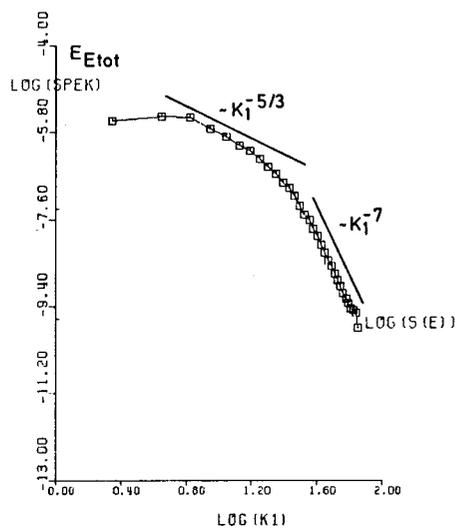


ABB.75 ORTSSPEKTRUM K= 17 T= 32.75

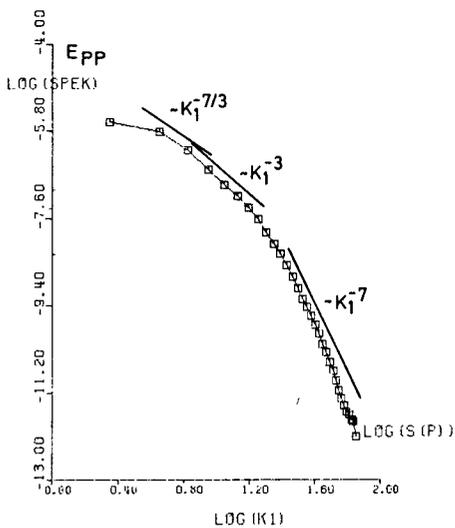


ABB.72 ORTSSPEKTRUM K= 15 T= 32.75 RAE=381225.

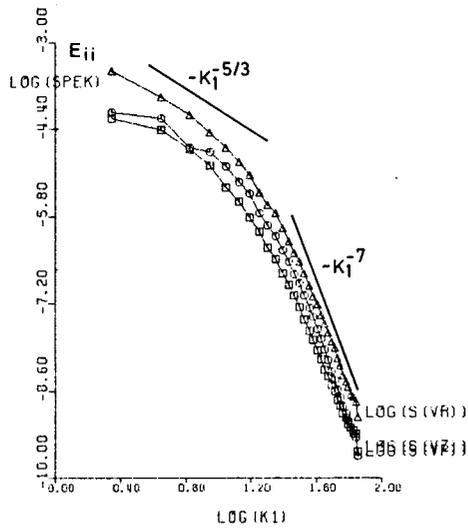


ABB.74 ORTSSPEKTRUM K= 17 T= 32.75

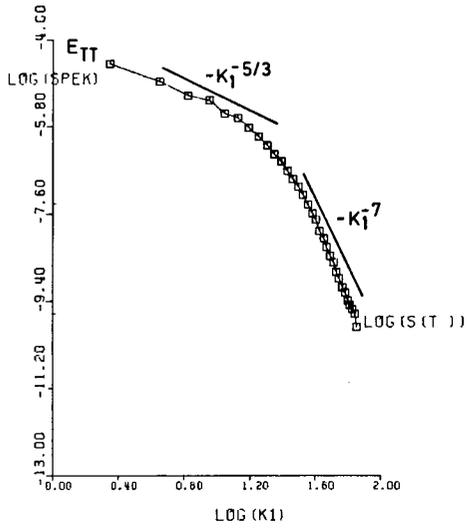


ABB.77 ORTSSPEKTRUM K= 17 T= 32.75 RAE=381225.

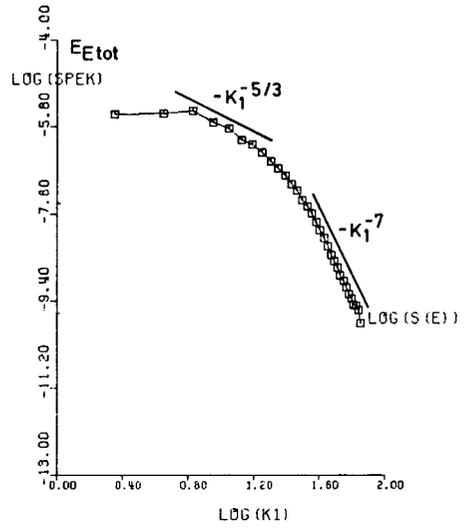


ABB.79 ORTSSPEKTRUM K= 19 T= 32.75

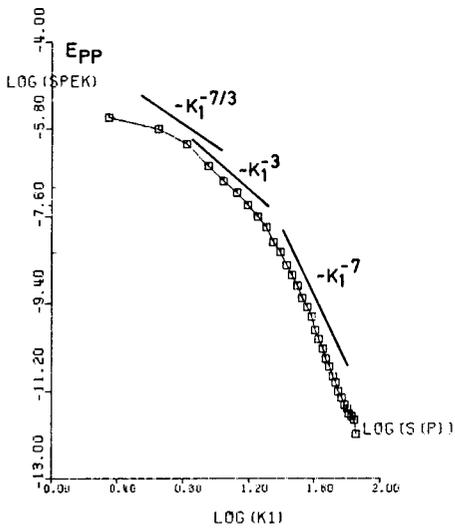


ABB.76 ORTSSPEKTRUM K= 17 T= 32.75 RAE=381225.

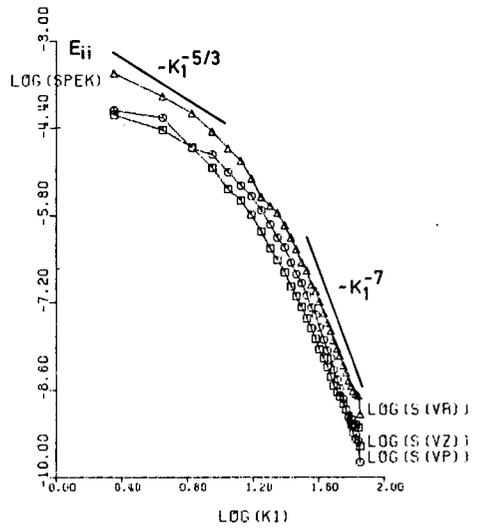


ABB.78 ORTSSPEKTRUM K= 19 T= 32.75

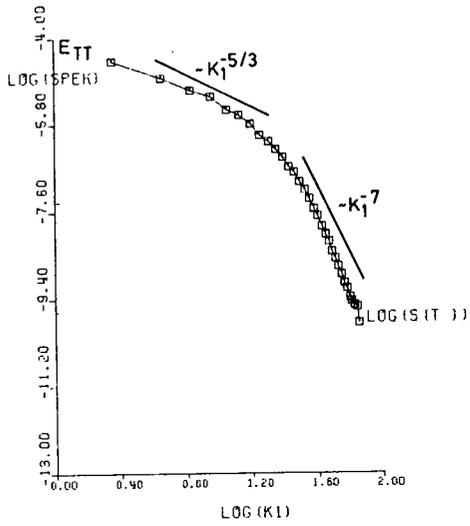


ABB.81 ORTSSPEKTRUM K= 19 T= 32.75 RAE=381225.

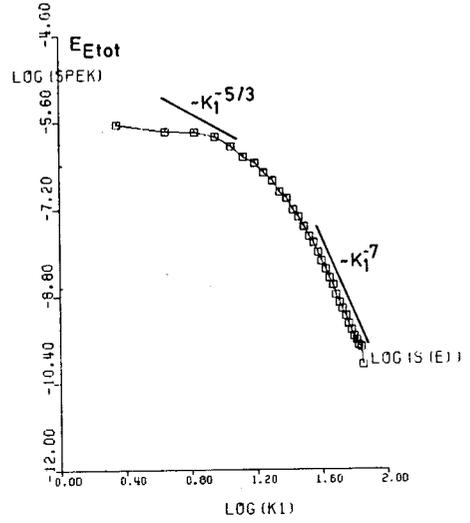


ABB.83 ORTSSPEKTRUM K= 23 T= 32.75

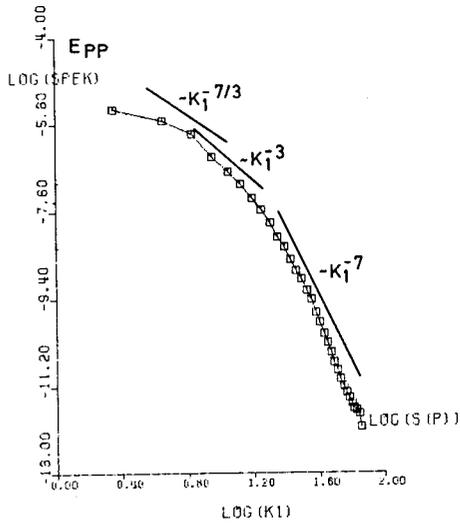


ABB.80 ORTSSPEKTRUM K= 19 T= 32.75 RAE=381225.

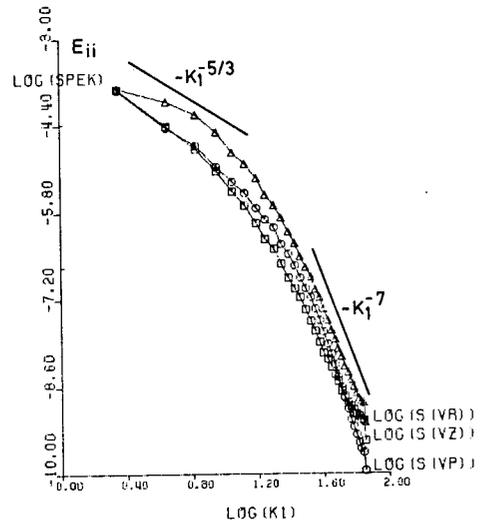


ABB.82 ORTSSPEKTRUM K= 23 T= 32.75

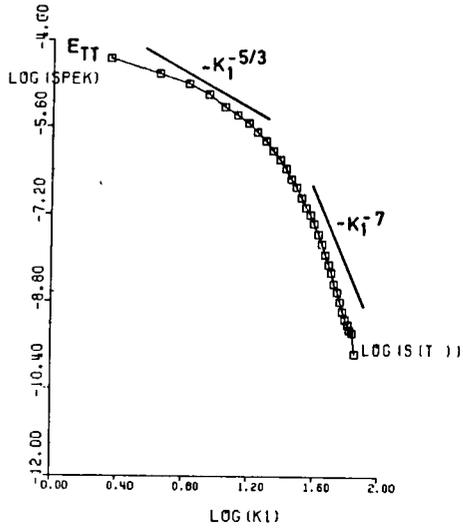


ABB.85 ORTSSPEKTRUM K= 23 T= 32.75 RAE=381225.

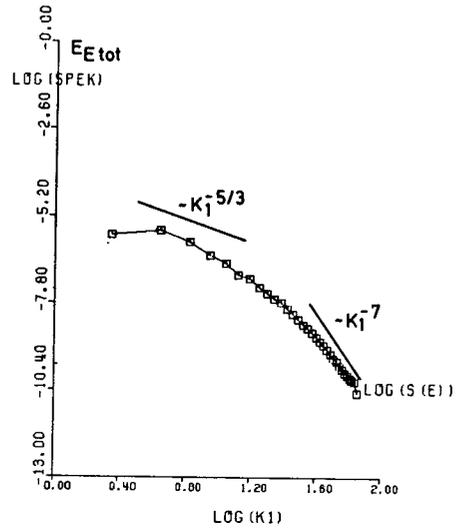


ABB.87 ORTSSPEKTRUM K= 27 T= 32.75

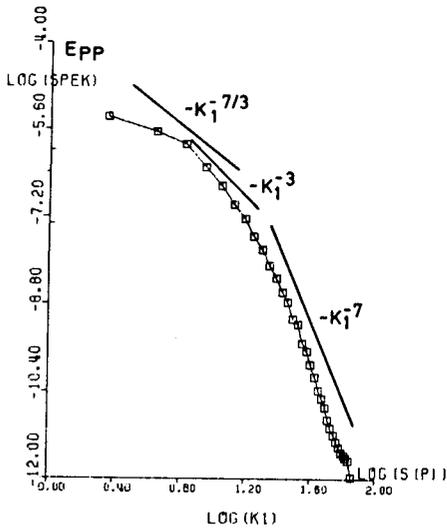


ABB.84 ORTSSPEKTRUM K= 23 T= 32.75 RAE=381225.

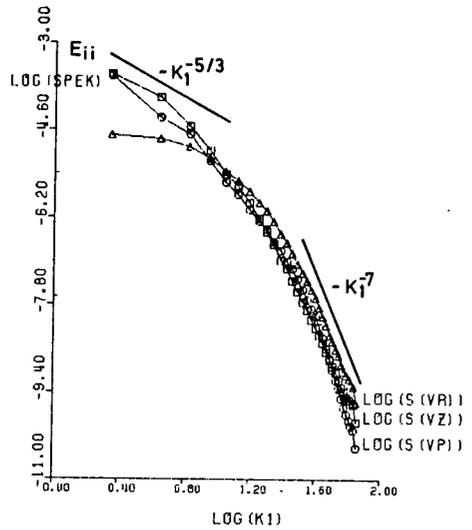


ABB.86 ORTSSPEKTRUM K= 27 T= 32.75

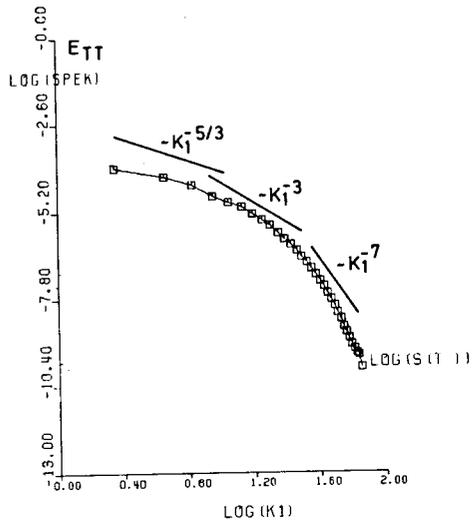


ABB.89 ORTSSPEKTRUM K= 27 T= 32.75 RAE=381225.

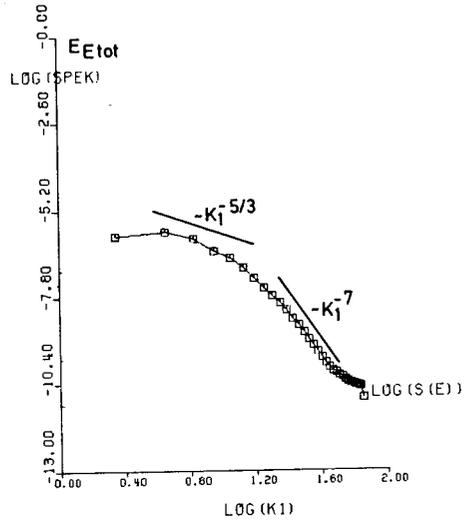


ABB.91 ORTSSPEKTRUM K= 29 T= 32.75

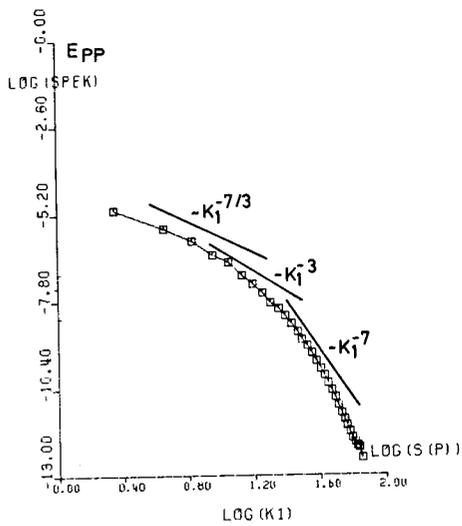


ABB.88 ORTSSPEKTRUM K= 27 T= 32.75 RAE=381225.

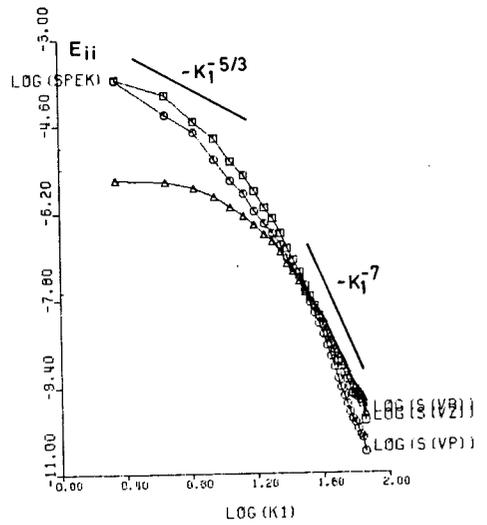


ABB.90 ORTSSPEKTRUM K= 29 T= 32.75

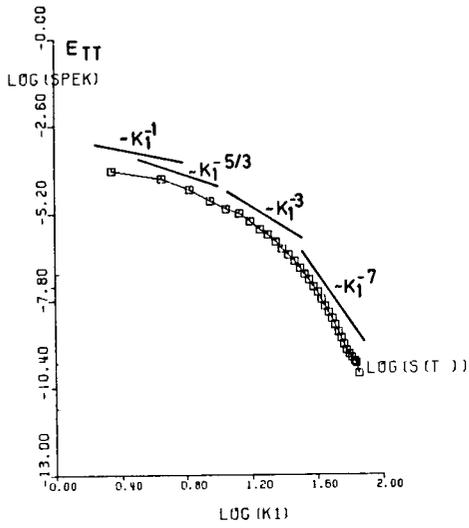


ABB.93 ORTSSPEKTRUM K= 29 T= 32.75 RAE=381225.

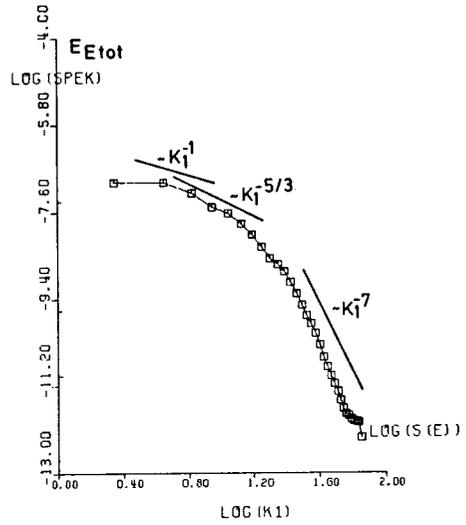


ABB.95 ORTSSPEKTRUM K= 31 T= 32.75

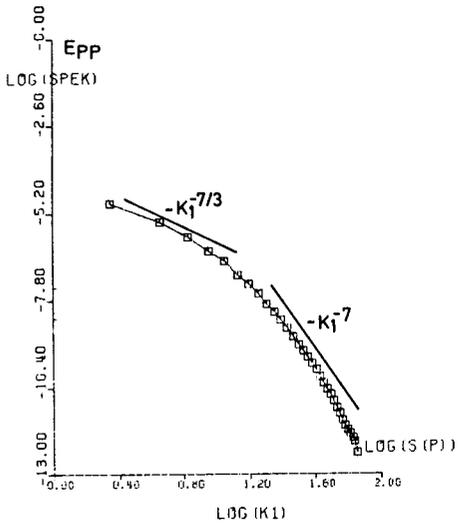


ABB.92 ORTSSPEKTRUM K= 29 T= 32.75 RAE=381225.

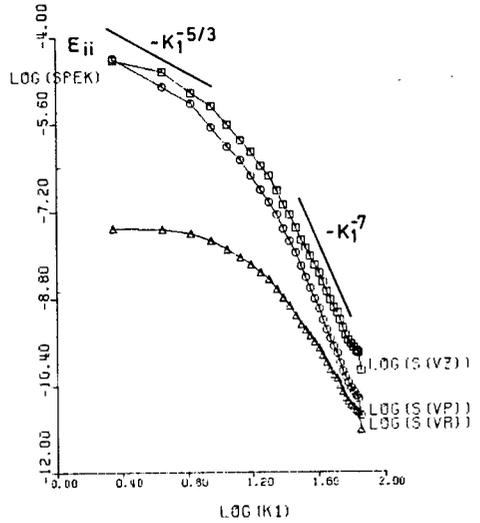


ABB.94 ORTSSPEKTRUM K= 31 T= 32.75