

KfK 2401
August 1980

Übersicht über Ansätze zur mehrperiodigen Materialbilanzierung

D. Sellinschegg
Entwicklungsabteilung Kernmaterialsicherung
Projekt Spaltstoffflußkontrolle

Kernforschungszentrum Karlsruhe

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Entwicklungsabteilung Kernmaterialsicherung
Projekt Spaltstoffflußkontrolle

KfK 2401

Übersicht über Ansätze zur
mehrperiodigen Materialbilanzierung

D. Sellinschegg

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
ISSN 0303-4003

Übersicht über Ansätze zur mehrperiodigen Materialbilanzierung

Zusammenfassung

Voraussetzung für die Durchführung einer mehrperiodigen Materialbilanzierung im Referenzzeitraum ist ein Meßsystem, das in der Lage ist, die erforderlichen Daten - Anlageninventar und Netto-Transfer - am Ende jeder Bilanzperiode zu liefern. Welches Meßsystem den gestellten Anforderungen entspricht, hängt davon ab, wie häufig man eine Bilanz machen möchte. Soll die Bilanzperiode im Bereich von Stunden sein, so wird man ein Meßsystem benötigen, das dem in Los Alamos entwickelten DYMAC-System - ein in-line Meßsystem, das auf NDA-Messungen basiert und welches z.Zt. in der TA-55 Fabrikationsanlage in Los Alamos implementiert wird - ähnlich ist. Liegt die Bilanzperiode jedoch im Bereich von Tagen bzw. Wochen, so ist das konventionelle Meßsystem, das im Fall einer Wiederaufarbeitungsanlage im wesentlichen auf chemischen Analysen beruht, durchaus ausreichend. Ein Problem ist die Inventarbestimmung bei laufender Anlage in Anlagenteilen wie Mixer-Settler, Pulskolonnen etc., auf dieses Problem wird in der Arbeit jedoch nicht näher eingegangen.

Im Fall der mehrperiodigen Materialbilanzierung werden in der Literatur neben dem aus der einperiodigen Bilanzierung bekannten MUF-Schätzer eine ganze Reihe unterschiedlicher Schätzer für eine Abzweigung diskutiert. Man kann dabei zwei Klassen unterscheiden, nämlich die No-Loss- und die Loss-Schätzer, wobei der Unterschied darin liegt, daß im Fall der Loss-Schätzer in der Materialbilanzgleichung eine spezielle Abzweigungsstrategie berücksichtigt wird. Die Idee, die sich hinter all diesen Schätzern für eine Abzweigung verbirgt, ist, einen Schätzer zu finden, der eine möglichst geringe Varianz besitzt und damit eine hohe Entdeckungswahrscheinlichkeit ermöglicht. Man versucht, dieses Ziel im wesentlichen dadurch zu erreichen, daß man in den üblichen Schätzern für eine Abzweigung anstelle der aktuellen Inventarmessung einen Schätzer für das wahre Inventar einführt, wobei die angesammelte Information der Vorperioden berücksichtigt wird und im Fall der Loss-Schätzer auch die Annahme über die zugrundeliegende Entwendungsstrategie. Es ist dann

nicht verwunderlich, wenn gezeigt wird, daß die speziellen Loss-Schätzer immer dann die höchste zu erreichende Entdeckungswahrscheinlichkeit ergeben, wenn die tatsächlich vorgenommene Entwendung mit der im Modell berücksichtigten einigermaßen übereinstimmt. Dieser Vorteil wird damit erkauft, daß Loss-Schätzer für die Entdeckung von Abzweigungen, die deutlich von denen im Modell zugrundegelegten abweichen, häufig schlechter als No-Loss-Schätzer sind.

Eine Aussage über eine Abzweigung kann man analog zur einperiodigen Materialbilanzierung dadurch erhalten, daß man den gewählten Schätzer für eine Abzweigung einem Hypothesentest unterzieht. In der Arbeit wird die Möglichkeit der Durchführung eines einfachen Hypothesentests nach jeder Materialbilanz sowie die Anwendung eines sequentiellen Hypothesentests behandelt. Interessant sind die Fehlalarmwahrscheinlichkeiten, mit denen die so erhaltenen Aussagen über eine Abzweigung verbunden sind. Es ist zu bemerken, daß die Befürworter des sequentiellen Hypothesentests zwar eine Fülle von Vorschlägen unterbreiten, jedoch über die damit verbundenen Fehlalarmwahrscheinlichkeiten keine Aussagen machen.

Die Leistungsfähigkeit der mehrperiodigen Materialbilanzierung wird anhand der in der Literatur bekannten Studien über die Barnwell-Anlage sowie über die PNC-Tokai-mura-Anlage demonstriert. Während in der Barnwell-Studie die Grenzen der Materialbilanzierung deutlich werden, wird in der Studie über die Tokai-mura-Anlage gezeigt, daß mit einer einwöchigen Materialbilanzierung, die mit der konventionellen und dort vorhandenen Meßeinrichtung möglich ist, die z.Zt. von der IAEA betrachteten Überwachungsziele erreicht werden können.

Survey of Approaches
to Dynamic Material Accountancy

Summary

Performance of a dynamic material accountancy within one reference period calls for a measuring system capable of providing the necessary data - plant inventory and net transfer - at the end of each balancing period. The type of measuring system which complies with the requirements depends on the requested frequency of the material balance. If the balance period is to be in the order of hours, a measuring system will be required which resembles the DYMAC system developed at Los Alamos, i.e. an in-line measuring system based on NDA measurements and presently being implemented in the TA-55 fabrication plant of Los Alamos. By contrast, if the balance period extends over days and weeks, respectively, the conventional measuring system will be fully adequate which, in case of a reprocessing facility, essentially relies on chemical analyses. One problem consists in inventory assay of such plant sections as mixer-settlers, pulsed columns, etc. while the plant is in operation, but this problem will not be treated in detail here.

Regarding dynamic material accountancy quite a number of different statistics are discussed in the literature in addition to the MUF-estimator as known from conventional material accountancy. Two categories are distinguished, namely the no-loss and the loss estimator the difference being that in case of the loss estimator a special diversion strategy is taken into account in setting up the material balance equation. The concept underlying all these estimators for a diversion is to find a minimum variance unbiased estimator and hence a high probability of

detection. It is attempted to reach this goal mainly by introducing in the usual statistics for diversions an estimator for the true inventory instead of the measured value of the inventory taking into account the information accumulated during preceding periods and in case of the loss estimator also the assumption on the basic diversion strategy. Then it is not surprising to show that the special loss estimators always provide the maximum probability of detection when the actual diversion agrees satisfactorily with that suggested in the model. This advantage is paid by the drawback that the loss estimators are often less effective than no-loss estimators in detecting diversions deviating clearly from that assumed by the model.

By analogy with conventional material accountancy a decision if a diversion has occurred or not can be obtained by hypothesis testing of the selected estimator for diversion. In this publication the possibility of performing a simple hypothesis test after each establishment of a material balance as well as application of a sequential hypothesis test will be discussed. The probabilities of false alarms are of interest which affect the statements so obtained on a diversion. It should be noted that although the advocates of sequential hypothesis testing bring forward quite a number of proposals, statements are missing on the corresponding probabilities of false alarms.

The effectiveness of dynamic material accountancy is demonstrated by studies known from the literature on the Barnwell facility and the Tokai-mura facility of the PNC. Whilst in the Barnwell study the limits of a dynamic material accountancy procedure get obvious, the study on the Tokai-mura facility shows that a weekly performed material balance which is feasible with conventional measuring systems available there, allows to reach the safeguards targets as presently recommended by the IAEA.

I N H A L T

	<u>Seite</u>
1. <u>Einführung</u>	1
2. <u>Eine Materialbilanzierung im Referenzzeitraum</u>	2
3. <u>Mehrere Materialbilanzierungen im Referenzzeitraum</u>	6
3.1 Schätzer als Basis für die Beurteilung einer Abzweigung	6
3.1.1 No-Loss-Schätzer	8
3.1.1.1 MUF(n)	8
3.1.1.2 CUMUF(n)	8
3.1.1.3 M(n)	9
3.1.1.4 S(n)	11
3.1.2 Loss-Schätzer	12
3.1.2.1 $\hat{L}(n)$	12
3.1.2.2 $\hat{L}_N(n)$	13
3.2 Eigenschaften einiger Schätzer	14
3.2.1 Varianz von $\hat{i}_{n/n}$	14
3.2.2 Einfluß eines Bias auf die Inventarschätzung	15
3.2.3 Güte einiger Schätzer	16
3.3 Aussagen über eine Abzweigung	22
3.3.1 Sequentiell durchgeführte einfache Hypothesentests	22
3.3.2 Sequentieller Hypothesentest	25
4. <u>Beispiele</u>	
4.1 Studie von Los Alamos	30
4.2 Studie von JAERI	41
5. <u>Literaturverzeichnis</u>	46

1. Einführung

Das in INFCIRC/153 definierte Ziel der internationalen Überwachung ist die rechtzeitige Entdeckung einer Abzweigung von signifikanten Mengen. Es ist bekannt, daß die quantitative Festlegung der Ziele in Absolutgrößen, wie z.Zt. von der IAEO praktiziert, sowohl bezüglich der Rechtzeitigkeit der Entdeckung einer Abzweigung als auch bezüglich der Entdeckung einer Entwendung von signifikanten Mengen zu einem Zielkonflikt führen kann. Für die geplanten großen Wiederaufarbeitungsanlagen ist ein solcher Zielkonflikt zu erwarten. Aus diesen Gründen wurden in den letzten Jahren eine Reihe von Vorschlägen ausgearbeitet, die sich damit beschäftigen, wie die Leistungsfähigkeit der Materialbilanzierung als Maßnahme zur internationalen Überwachung verbessert werden kann. Zusammenfassend kann diese Entwicklung als Übergang zur mehrperiodigen Materialbilanzierung bezeichnet werden.

In dieser Arbeit werden im Kapitel 2 die Gründe für den Zielkonflikt beleuchtet. Im Kapitel 3 wird auf die in der Literatur bekannt gewordenen Arbeiten eingegangen und, soweit möglich, versucht, die behandelten Vorschläge in Klassen einzuteilen und die Leistungsfähigkeit bzw. Grenzen herauszuarbeiten. Um Übersichtlichkeit zu erzeugen, wurde dabei das Problem der Auswahl eines geeigneten Schätzers für eine Abzweigung und das statistische Testproblem zur Prüfung dieser Schätzer, um eine Aussage über eine Abzweigung zu erhalten, getrennt behandelt. Welche Möglichkeiten sich bei der Anwendung ergeben, wird in Kapitel 4 anhand von zwei in der Literatur behandelten Studien dargestellt.

2. Eine Materialbilanzierung im Referenzzeitraum

Die Durchführung einer Materialbilanz im Referenzzeitraum - ein Jahr - kann man nahezu als Standard-Überwachungsmaßnahme bezeichnen. Dazu ist es erforderlich, alle Materialein- (E_0) und -ausgänge (A_0) durch Messungen zu erfassen und am Ende des Referenzzeitraums eine physikalische Bestandsaufnahme (I_1) in der Anlage durchzuführen. Das Inventar am Anfang des Referenzzeitraums (I_0) wird dem im vorhergehenden Bilanzierungszeitraum ermittelten Endinventar gleichgesetzt. Die Differenz der Materialein- und -ausgänge im Bilanzzeitraum wird üblicherweise als Netto-Transfer (T_0) bezeichnet:

$$T_0 = E_0 - A_0.$$

Der ebenfalls beinahe zum Standard gewordene Schätzer für eine Abzweigung ist MUF (Material Unaccounted For):

$$\text{MUF} = I_0 + T_0 - I_1.$$

Man geht davon aus, daß alle Meßwerte mit zufälligen und systematischen Fehlern behaftet sind, die einer Normalverteilung genügen. Daraus folgert man, daß der Schätzer MUF eine normalverteilte Zufallsvariable ist. Charakteristisch und intuitiv einleuchtend ist, daß der Erwartungswert von MUF gleich Null ist, wenn im Referenzzeitraum keine Abzweigung vorgekommen ist. Diese Eigenschaft wird auch benutzt, um eine Entscheidung darüber zu treffen, ob eine Abzweigung von Kernmaterial stattgefunden hat oder nicht. Zu diesem Zweck werden üblicherweise die folgenden zwei Hypothesen definiert:

$$\begin{aligned} H_0: & E(\text{MUF}) = 0 && \text{(keine Abzweigung)} \\ H_1: & E(\text{MUF}) = M && \text{(Abzweigung der Menge M)}. \end{aligned}$$

Um im aktuellen Fall eine Entscheidung darüber treffen zu können, welche der beiden Hypothesen richtig ist, wird der Schätzer MUF einem einfachen Hypothesentest unterworfen. D.h., man prüft den Erwartungswert von MUF bei bekannter Varianz. Als Entscheidungskriterium erhält man (vgl. /1/):

$$\text{MUF} \begin{cases} \leq s : H_0 \\ > s : H_1 \end{cases},$$

wobei s eine festzulegende Schranke ist.

Wichtig bei einer getroffenen Entscheidung ist das Wissen über die Fehlalarmwahrscheinlichkeit 1. Art (α) und 2. Art (β). Diese sind in der Statistik wie folgt definiert:

$\alpha := P\{\text{MUF} > s | H_0\}$; d.h. α ist die Wahrscheinlichkeit, daß H_0 abgelehnt wird, obwohl H_0 richtig ist.

$\beta := P\{\text{MUF} \leq s | H_1\}$; d.h. β ist die Wahrscheinlichkeit, daß H_0 angenommen wird, obwohl H_0 falsch ist.

Man kann zeigen, daß gilt (vgl. /1/):

$$\alpha = 1 - \Phi\left(\frac{s}{\sigma}\right)$$

$$\beta = \Phi\left(\frac{s-M}{\sigma}\right),$$

wobei Φ die Verteilungsfunktion der Normalverteilung $N(0,1)$ und σ die Standardabweichung von MUF angibt.

Geht man wie üblich davon aus, daß die Fehlalarmwahrscheinlichkeiten α und β fest vorgegeben sind - z.B. $\alpha = \beta = 0,05$ -, so ist die Schranke s und die mit dem vorgegebenen Signifikanzniveau festzustellende abgezweigte Menge M bestimmt.

Das sozusagen zum Standard gewordene Vorgehen, um eine Abzweigung festzustellen, wurde nur deshalb hier nochmals kurz dargestellt, um zu demonstrieren, an welche Grenzen man bei der Anwendung dieses Verfahrens stößt. Man bemerkt, daß für fest vorgegebenes α und β mit größer werdender Standardabweichung σ auch die festzustellende abgezweigte Menge M größer wird. Dies ist auch unmittelbar anschaulich, wenn man Abb. 1 betrachtet, wo der Test für die zwei Fälle $\text{MUF} \sim N(0, \sigma^2)$ und $\text{MUF}' \sim N(0, \sigma'^2)$ mit $\sigma' > \sigma$ dargestellt ist.

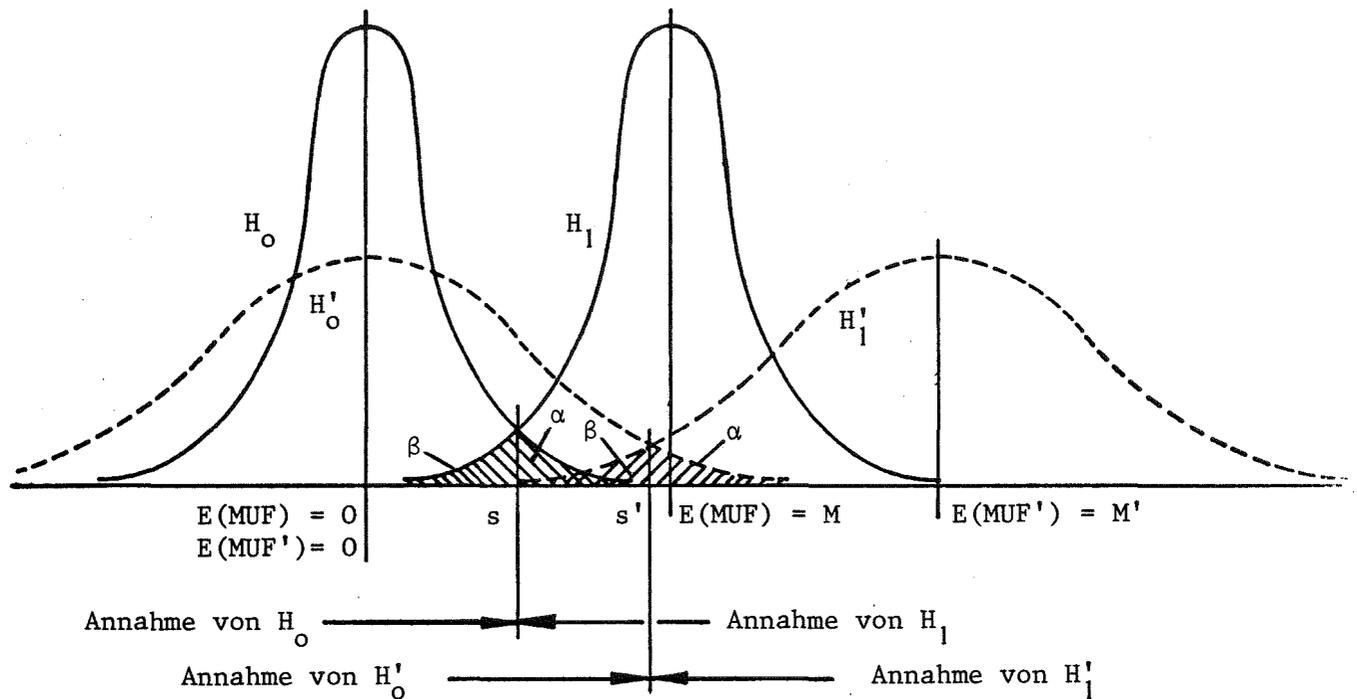


Abb. 1: Wahrscheinlichkeitsdichte von MUF und MUF' mit Annahme- und Ablehnungsbereich der Nullhypothese für einen einfachen Hypothesentest

Da man die Meßfehler auch bei hohem Aufwand nicht beliebig klein machen kann, ist eine Zunahme der Meßunsicherheit σ bei großen Anlagen wegen des größeren Inventars und Durchsatzes nicht vermeidbar. Andererseits hat sich die IAEO als Ziel gesetzt, die Abzweigung einer signifikanten Menge im Referenzzeitraum zu entdecken. Diese signifikante Menge ist von der IAEO in Abhängigkeit von der Kernmaterialart als zwischenzeitliche Arbeitshypothese festgelegt worden. Damit kann wie o.g. der Fall eintreten, daß bei großen Anlagen die mit dem vorgegebenen Signifikanzniveau festzustellende abgezweigte Menge M größer als die von der IAEO definierte signifikante Menge ist. In einem solchen Fall könnte die IAEO die Abzweigung einer signifikanten Menge nur mit geringerem Signifikanzniveau, d.h. größere Fehlalarmwahrscheinlichkeit α , entdecken. Bei den großen z.Zt. in der Diskussion stehenden Wiederaufarbeitungsanlagen befindet man sich mit Sicherheit in diesem Bereich. Zusammenfassend kann man feststellen, daß sich die IAEO durch die z.Zt. übliche anlagenunabhängige Festlegung der signifikanten Menge in einen Zielkonflikt gebracht hat.

Ein weiteres Problem ist dadurch entstanden, daß die IAE0 z.Zt. die rechtzeitige Entdeckung von abrupten Abzweigungen - in der Höhe einer signifikanten Menge - fordert. Dabei wurde die Entdeckungszeit wieder abhängig von der Kernmaterialart definiert. Für Kernmaterialien wie z.B. Plutonium wird im Augenblick eine Entdeckungszeit von ca. 10 Tagen diskutiert. Würde man in einem solchen Fall die Aussage über eine abrupte Abzweigung auf eine Materialbilanz stützen, so muß man am Ende dieses neuen Referenzzeitraums (Entdeckungszeit für abrupte Abzweigungen) das Inventar der Anlage bestimmen. Eine Inventarbestimmung bei Stillstand der Anlage, wie bisher üblich, ist jedoch gerade für große Anlagen aus betrieblichen und ökonomischen Gesichtspunkten weder möglich noch durchführbar.

3. Mehrere Materialbilanzierungen im Referenzzeitraum

Um bei großen Anlagen aus dem o.g. Dilemma herauszukommen, ist im Referenzzeitraum die Durchführung von mehr als einer Inventaraufnahme vorgeschlagen worden; siehe Ref. /17/ bis /38/. D.h., es wird eine Strategie vorgeschlagen, bei der - wie bisher - am Ende des Referenzzeitraums (1 Jahr) eine Inventarbestimmung bei Anlagenstillstand erfolgt, daneben aber in noch festzulegenden Abständen eine Inventaraufnahme ohne Anlagenstillstand durchgeführt wird. Es sind historische Gründe, die u.a. auf die Gegebenheiten in bestehenden Anlagen und die Forderung nach technischer Sicherheit (Kritikalität) zurückgehen und dazu führten, daß eine Inventaraufnahme immer mit Anlagenstillstand verbunden wurde. Prinzipiell erscheint eine Inventaraufnahme bei laufender Anlage möglich zu sein, es ist jedoch denkbar, daß sich für die praktische Durchführung in zukünftigen großen Anlagen spezielle Forderungen an die Anlagenauslegung ergeben. Ein wesentlicher Punkt dabei ist, in welchen Zeitabständen solche Inventarbestimmungen durchgeführt werden sollen.

Damit eine häufige Materialbilanzierung im Referenzzeitraum angewandt und deren Leistungsfähigkeit demonstriert werden kann, sind u.a. zwei Problemkreise zu untersuchen:

- Bestimmung des Inventars einer laufenden Anlage
- Auswertung der Materialbilanzdaten.

Im folgenden wird nur auf das Problem der Datenauswertung eingegangen.

3.1 Schätzer als Basis für die Beurteilung einer Abzweigung

Im Fall der häufig durchgeführten Materialbilanzen fallen pro Bilanz die gleichen Daten an wie für die übliche einperiodige Materialbilanzierung. D.h., in der n-ten Periode fallen entsprechend der Bezeichnung im vorhergehenden Kapitel die folgenden Meßdaten an:

- I_{n-1} : Anfangsinventar der n-ten Periode
- I_n : Endinventar der n-ten Periode
- T_{n-1} : Netto-Transfer der n-ten Periode

Wie üblich wird vorausgesetzt, daß die Meßwerte wie folgt zusammengesetzt sind:

$$\begin{aligned} I &= i + U \\ T &= t + V \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} i &= \text{wahres Inventar} \\ t &= \text{wahrer Netto-Transfer.} \end{aligned}$$

Die Größen U und V geben die mit der Messung verbundenen zufälligen und systematischen Fehler an. Es wird außerdem wie üblich angenommen, daß U und V normalverteilte Zufallsvariable sind, die den Erwartungswert Null besitzen.

Nach n durchgeführten Materialbilanzen hat man demnach den folgenden Datensatz zur Verfügung:

$$D_n = \begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ I_n \\ T_0 \\ T_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ T_{n-1} \end{pmatrix}$$

Um aus dem verfügbaren Datensatz eine Aussage über eine Abzweigung von Kernmaterial ableiten zu können, benötigt man zunächst einen Schätzer - auch Statistik genannt -, der als Indikator einer Abzweigung dient.

Im folgenden soll kurz auf die in der Literatur, Ref. /17/ bis /38/, behandelten Schätzer eingegangen werden.

3.1.1 No-Loss Schätzer

Unter der Bezeichnung no-loss Schätzer werden nach Stewart et al. /10/ solche Schätzer verstanden, denen ein Bilanzmodell zugrunde liegt, in dem keine irgendwie geartete Abzweigung berücksichtigt wird.

Ausgehend von der einperiodigen Materialbilanzierung ist es naheliegend, den Schätzer MUF auch im Fall der mehrperiodigen Bilanzierung zu betrachten.

3.1.1.1 MUF(n)

MUF(n) ist ein Schätzer für eine Abzweigung in der n-ten Bilanzperiode. Analog zur Definition von MUF gilt dann:

$$MUF(n) = I_{n-1} + T_{n-1} - I_n; \quad n = 1, 2, \dots$$

Wie im Fall der einperiodigen Bilanzierung ist MUF(n) eine normalverteilte Zufallsvariable mit dem Erwartungswert

$$E [MUF(n)] = 0 \quad \forall n$$

im Falle keine Abzweigung vorgefallen ist.

Da das Endinventar auch gleichzeitig das Anfangsinventar der nachfolgenden Periode ist, ist die Folge der MUF(i); $i = 1, \dots, n$ voneinander nicht stochastisch unabhängig. Dies gilt auch in dem Fall, daß alle Meßwerte voneinander stochastisch unabhängig sind.

3.1.1.2 CUMUF(n)

Hier ist man an einem Schätzer interessiert, der die kumulierte Abzweigung nach n Bilanzperioden angibt. Der Schätzer baut auf dem MUF(n) Schätzer auf und ist wie folgt definiert:

$$CUMUF(n) = \sum_{i=1}^n MUF(i).$$

Daraus folgt, daß CUMUF(.) eine normalverteilte Zufallsvariable ist mit dem Erwartungswert

$$E \left[\text{CUMUF}(n) \right] = 0 \quad \forall n ,$$

sofern in den n Bilanzperioden keine Abzweigung vorliegt.

Es gilt

$$\text{CUMUF}(n) = I_0 + \sum_{i=1}^n T_i - I_n ,$$

d.h., $\text{CUMUF}(n)$ ist identisch dem üblichen MUF Schätzer, wenn man davon ausgeht, daß die Bilanz erst nach n Inventurperioden durchgeführt wird.

Die Folge der $\text{CUMUF}(i)$; $i = 1, \dots, n$ ist stochastisch voneinander abhängig.

3.1.1.3 M(n)

Man bemerkt, daß bisher bei der Formulierung der Schätzer nie der volle Datensatz verwendet wurde. Die ersten Ansätze zur Verwendung des vollen Datensatzes gehen auf Stewart /7/ im Jahre 1958 bzw. /8/ im Jahre 1970 zurück. Die dahinterstehende Vorstellung ist, das wahre Inventar i_n aus der bis dahin aufgelaufenen Information von n Inventurperioden zu schätzen. Man kann sich überlegen, daß es für das Inventar i_n z.B. die folgenden $n+1$ Schätzer gibt:

$$I_0 + T_0 + T_1 + \dots + T_{n-1} \quad ;$$

$$I_1 + T_1 + \dots + T_{n-1} \quad ;$$

·
·
·

$$I_{n-1} + T_{n-1} \quad ;$$

$$I_n .$$

Stewart hat aus dieser Menge nach einem linearen MVUE-Schätzer (minimum variance unbiased estimate) gesucht und diesen mit $\hat{i}_{n/n}$ bezeichnet, wobei das zweite n nach dem Schrägstrich bedeuten soll, daß für die Ermittlung des Schätzers die Information aus n Inventurperioden verwendet wurde. Der Schätzer $\hat{i}_{n/n}$ hat demnach

unter allen Schätzern die minimale Varianz und außerdem gilt $E(\hat{i}_{n/n}) = i_n$.

Mit einem MVUE-Schätzer für das wahre Inventar kann man einen MUF-ähnlichen Ausdruck als Schätzer für eine Abzweigung in der n-ten Bilanzperiode definieren:

$$M(n) = \hat{i}_{n-1/n-1} + T_{n-1} - I_n.$$

Man bemerkt, daß der Unterschied zum MUF(n) Schätzer darin liegt, daß der Meßwert I_{n-1} für das Anfangsinventar durch den Schätzwert $\hat{i}_{n-1/n-1}$ für das wahre Anfangsinventar ersetzt wurde.

Man kann zeigen, daß M(n) eine normalverteilte Zufallsvariable ist mit dem Erwartungswert

$$E [M(n)] = 0 \quad \forall n$$

für den Fall, daß keine Abzweigung erfolgte.

Der Vorteil des M(n) Schätzers gegenüber dem MUF(n) Schätzer ist, daß die Varianz von M(n) kleiner oder höchstens gleich der Varianz von MUF(n) ist.

Man kann zeigen (vgl. z.B. /2/), daß die Folge der M(i); $i = 1, \dots, n$ voneinander stochastisch unabhängig ist für den Fall, daß die einzelnen Meßwerte voneinander stochastisch unabhängig sind. Dies ist zunächst überraschend, da in den Inventarschätzer die ganze Information der Vorperioden einfließt.

Bemerkung:

Durch die Arbeit von Kalman /6/ im Jahre 1960 - in der Literatur als Kalman-Filter bezeichnet - angeregt, haben viele Autoren, siehe z.B. /11/ und /26/, unter Benutzung dieser Methodik einen MVUE-Schätzer für das Inventar ermittelt. Stewart hat in /10/ gezeigt, daß bei der üblichen Problemdefinition für den Kalman-Filter, nämlich:

$$\begin{aligned} \text{Zustandsgleichung:} & \quad i_n = i_{n-1} + T_{n-1} - V_{n-1} & \forall n \\ \text{Beobachtungsgleichung:} & \quad I_n = i_n + U_n \end{aligned}$$

die erhaltenen Schätzer mit den von ihm erhaltenen Schätzern identisch sind.

Der Grund, warum man in der Literatur die Kalman-Filter-Methode bevorzugt, liegt nicht darin, daß man damit bessere Ergebnisse erzielt, sondern die Schätzer auf diese Art rekursiv zu ermitteln sind, während nach der Stewart-Methode umständliche Matrizenoperationen erforderlich sind. D.h., die üblich gewordene Anwendung des Kalman-Filters hat rechentechnische Gründe.

3.1.1.4 S(n)

Geht man davon aus, daß im Referenzzeitraum N Bilanzen durchgeführt werden und man erst nach der letzten Bilanz im Referenzzeitraum mit der Auswertung der Bilanzdaten beginnt, so kann man für eine beliebige Bilanz n mit $n < N$ nicht nur das wahre Anfangsinventar aus der Information der Vorperioden schätzen, sondern auch das Endinventar aus der Information der Folgeperioden. Diese Methode wurde von Stewart /7/ vorgeschlagen, wobei wie im Kapitel 3.1.1.3 ein MVUE-Schätzer für die Inventare bestimmt wird.

Mit den Schätzern für die wahren Inventare kann man dann einen MUF-ähnlichen Schätzer für eine Abzweigung definieren:

$$S(n) = \hat{i}_{n-1/1,2,\dots,n-1} + T_{n-1} - \hat{i}_{n/N,N-1,\dots,n}$$

Man kann zeigen, daß $S(n)$ eine normalverteilte Zufallsvariable ist, mit einer Varianz, die kleiner oder höchstens gleich der Varianz von $MUF(n)$ ist. Für den Erwartungswert gilt:

$$E [S(n)] = 0 \quad \forall n$$

im Fall keiner Abzweigung im Referenzzeitraum.

Der Vorteil dieses Schätzers gegenüber dem $M(n)$ Schätzer ist die normalerweise kleinere Varianz. Dieser Vorteil wird jedoch damit erkaufte, daß man zur Auswertung der Bilanzdaten den vollständigen Datensatz für den Referenzzeitraum benötigt; d.h. man kann erst nach der letzten Bilanz im Referenzzeitraum beginnen.

3.1.2 Loss-Schätzer

Im Unterschied zu den no-loss Schätzern sollen hier im Bilanzmodell spezielle Abzweigungsszenarios berücksichtigt werden. Man erhofft damit solche Abzweigungen, die den in den Abzweigungsszenarios modellierten einigermaßen entsprechen, besser detektieren zu können.

3.1.2.1 $\hat{L}(n)$

Beim $\hat{L}(n)$ Schätzer liegt die Annahme zugrunde, daß pro Bilanzperiode eine konstante Menge L entwendet wird. Die MUF-Gleichung würde dann in der n -ten Periode die folgende Form haben:

$$MUF_L(n) = I_{n-1} + T_{n-1} - I_n - L .$$

Man kann nun, wie im Kapitel 3.1.1.3 beschrieben, einen Schätzer für das wahre Anfangsinventar ermitteln. Dies erfolgt aus rechentechnischen Gründen üblicherweise mit der Kalman-Filter-Methode. Es gilt der folgende Ansatz:

$$\text{Zustandsgleichung: } i_n = i_{n-1} + T_{n-1} - V_{n-1} - L$$

$$\text{Beobachtungsgleichung: } I_n = i_n + U_n .$$

Damit kann man einen Schätzer für das wahre Anfangsinventar ermitteln, er soll hier $\hat{i}_{n-1/n-1}$ bezeichnet werden, um ihn vom Schätzer im no-loss Fall unterscheiden zu können.

In Analogie zum $M(n)$ Schätzer im no-loss Fall kann man auch hier einen solchen Ausdruck definieren, der eine Aussage über eine Abzweigung macht:

$$M_L(n) = \hat{i}_{n-1/n-1} + T_{n-1} - I_n .$$

Da in diesem Fall der wahre Wert des Anfangsinventars unter Berücksichtigung einer konstanten Abzweigung pro Periode ermittelt wurde, ist der Erwartungswert von $M_L(n)$ ungleich Null. Nach Stewart et al. /10/ gilt mit der dort gegebenen Definition von $\theta(\cdot)$ ^{*}:

$$E \left[M_L(n) \right] = L \theta(n) \quad \forall n .$$

Es liegt nun nahe, einen Schätzer $\hat{L}(n)$ für eine in der n-ten Periode erfolgte Abzweigung zu ermitteln, indem man den Ausdruck

$$\sum_{i=1}^n \frac{M_L(i) - L \theta(i)}{\sigma_{M_L(i)}}^2$$

minimiert. Stewart /10/ hat gezeigt, daß $\hat{L}(n)$ ein MVUE-Schätzer ist und mit der von ihm verwendeten Definition von $K(\cdot)$ ^{*} die folgende Gestalt hat:

$$\hat{L}(n) = \frac{\sum_{i=1}^n \left[\theta(i-1) - 1 \right] M_L(i)}{\sum_{i=1}^n \left[1 - K(i) \right] \theta^2(i)}$$

Shipley /28/ hat u.a. gezeigt, daß man den $\hat{L}(n)$ Schätzer mit der Kalman-Filter-Methode ermitteln kann und damit wieder ein rekursives Verfahren zur Bestimmung von $\hat{L}(n)$ hat.

3.1.2.2 $\hat{L}_N(n)$

Hier geht man davon aus, daß pro Bilanzperiode eine Abzweigung nach einer Normalverteilung $N(\mu_L, \sigma_L^2)$ erfolgt. Weiter wird dabei angenommen, daß der Mittelwert und die Varianz für alle Perioden konstant sind, jedoch a priori unbekannt. Diese Art

^{*}) Die Definitionen der Funktionen $\theta(i)$ und $K(i)$ sind für das Verständnis des Weges zur Ermittlung des MVUE-Schätzers $\hat{L}(n)$ nicht unmittelbar notwendig.

der Modellierung einer Abzweigung wurde von Shipley /28/ vorgeschlagen.

Zur Ermittlung des Schätzers wird zunächst für jede Periode ein Maximum-Likelihood-Schätzer für μ_L und σ_L^2 bestimmt. Dann wird mit der Kalman-Filter-Methode ein Schätzer für das Anfangsinventar ermittelt, und danach wird analog zum Vorgehen in 4.1.2.1 mit Hilfe der Kalman-Filter-Methode der Schätzer $\hat{L}_N(n)$ für eine Abzweigung in der n-ten Periode bestimmt.

Man erhofft sich von diesem Schätzer, daß er gegenüber Abweichungen vom modellierten Abzweigungsszenario robuster ist als der o.g. $\hat{L}(n)$ Schätzer.

3.2 Eigenschaften einiger Schätzer

Man bemerkt, daß alle Versuche, einen Schätzer für eine Abzweigung zu finden, der eine kleinere Varianz als der MUF(n) Schätzer besitzt, auf dem Prinzip der Schätzung des wahren Inventars aufbauen. Aus diesem Grund liegt es nahe, sich zunächst für die Eigenschaften dieser Schätzer zu interessieren.

3.2.1 Varianz von $\hat{i}_{n/n}$

Für den Fall, daß sowohl die Inventarmessung als auch die Durchflußmessung nur mit zufälligen Fehlern behaftet sind, hat Stewart et al. /10/ gezeigt, daß die folgenden Ausdrücke Gültigkeit haben:

$$(i) \quad \text{Var}(\hat{i}_{n/n}) = K_n \text{Var}(I_n) \leq \text{Var}(I_n) \quad \text{mit}$$
$$K_n = \frac{\text{Var}(\hat{i}_{n/n-1})}{\text{Var}(\hat{i}_{n/n-1}) + \text{Var}(I_n)}$$

$$(ii) \quad \text{Var}(\hat{i}_{n/n-1}) = \text{Var}(\hat{i}_{n-1/n-1}) + \text{Var}(T_{n-1}) > \text{Var}(T_{n-1}).$$

$$(iii) \quad \text{Var}(\hat{i}_{n/n}) \sim \text{Var}(I_n) \quad \text{für} \quad \text{Var}(T_n) \gg \text{Var}(I_n) \quad \text{bzw.} \quad K_n \sim 1.$$

Für $\text{Var}(I_n) = 0$ ist $K_n = 1$; es gilt dann $\hat{i}_{n/n} = I_n$.

$$(iv) \quad \text{Var}(\hat{i}_{n/n}) = \frac{V}{n+1} \quad \text{für } \text{Var}(I_n) = V \text{ und } \text{Var}(T_n) = 0 \quad \forall n.$$

Daraus sieht man, daß im Fall $\text{Var}(T_n) \gg \text{Var}(I_n)$ der MVUE-Schätzer für das wahre Inventar ungefähr gleich dem aktuellen Meßwert I_n ist, also durch den Schätzer keine nennenswerte Reduktion der Varianz möglich ist. Dies ist auch unmittelbar einleuchtend, da die Inventarschätzung im wesentlichen auf den Netto-Transfermessungen T aufbaut.

Andererseits wird deutlich, daß prinzipiell eine Reduktion der Varianz um den Faktor $\frac{1}{n+1}$ möglich ist und die Abnahme der Varianz mit der Anzahl der Bilanzperioden zunimmt.

Bemerkung:

Die Einführung eines MVUE-Schätzers für das Inventar bewirkt eine Reduktion der Varianz, die mit zunehmender Anzahl von Inventurperioden zunimmt. Die erreichbare Verringerung der Varianz ist jedoch nur dann bedeutend, wenn die Varianz des Netto-Transfers klein gegenüber der Inventarvarianz ist.

3.2.2 Einfluß eines Bias auf die Inventarschätzung

Interessant ist, wie sich ein Bias in der Inventarschätzung bemerkbar macht. Für den Fall $n \gg K$; d.h. $K_n \rightarrow K$ hat Stewart et al. /10/ gezeigt, daß sich ein Bias bei den no-loss Modellen wie folgt auswirkt:

- besitzt jeder Meßwert I einen Bias β , so gilt:

$$E(\hat{i}_{n/n}) = i(n) + \beta$$

- besitzt jeder Meßwert T einen Bias α , so gilt:

$$E(\hat{i}_{n/n}) = i(n) + \alpha \frac{1-K}{K}.$$

Man bemerkt, daß ein Bias in der Inventarbestimmung völlig unkritisch ist, da er unabhängig von der Anzahl der betrachteten Bilanzperioden ist. Außerdem sind die no-loss Schätzer für eine Abzweigung wie $MUF(n)$, $CUMUF(n)$, $M(n)$ und $S(n)$ auch in einem solchen Fall "unbiased", da sich ein Bias in der Inventarbestimmung durch die Subtraktion der Inventare heraushebt.

Ein Bias bei der Bestimmung des Netto-Transfers macht sich dagegen unangenehm bemerkbar. Gerade im interessanten Fall $\text{Var}(T.) \ll \text{Var}(I.)$ kann der Einfluß eines nur geringfügigen Bias sehr groß werden, da für $\frac{\text{Var}(T.)}{\text{Var}(I.)} \rightarrow 0$ folgt: $K \rightarrow 0$ und damit $E(\hat{i}_{n/n}) \rightarrow i(n) + \infty$.

Zu bemerken ist außerdem, daß ein Bias von einer Abzweigung nicht unterschieden werden kann.

3.2.3 Güte einiger Schätzer

Interessiert ist man an dem Unterschied in der Entdeckungswahrscheinlichkeit, mit der die verschiedenen Schätzer für eine Abzweigung unterschiedliche Entwendungsstrategien entdecken können. Stewart et al. /10/ hat eine solche Untersuchung durchgeführt, wobei die Schätzer MUF(n), CUMUF(n), $\hat{M}(n)$ und $\hat{L}(n)$ betrachtet wurden. Dieser Arbeit liegt die Annahme zugrunde, daß die Meßfehler nur mit zufälligen Fehlern behaftet sind.

Es werden die folgenden zwei Abzweigungsstrategien betrachtet, die in ähnlicher Weise auch z.Zt. bei der IAEO diskutiert werden:

- abrupte Abzweigung: in der n-ten Bilanzperiode wird die Menge A entwendet
- zeitlich gestreckte Abzweigung: in jeder der n Bilanzperioden wird die Menge $L = A/n$ entwendet.

Unter Güte eines Schätzers wird die Entdeckungswahrscheinlichkeit als Funktion der abgezweigten Menge verstanden. Um die Güte für die verschiedenen Schätzer zu ermitteln, wird für die n-te Bilanzperiode ein einfacher Hypothesentest durchgeführt. Dabei wurde die Schranke mit $s = 2\sigma$. - ein übliches Verfahren bei der Bestimmung von LEMUF - festgelegt, was einer Fehlalarmwahrscheinlichkeit $\alpha = 0,02275$ entspricht.

Zur Demonstration sind einige Ergebnisse in Abb. 2 - Abb. 5 dargestellt, wobei die zwei extremen Fälle $\frac{\text{Var}(T.)}{\text{Var}(I.)} = 0,01$ bzw. $\frac{\text{Var}(T.)}{\text{Var}(I.)} = 1,0$ für unterschiedliche Anzahl von Bilanzen im Referenzzeitraum $n = 2$ bzw. $n = 20$ herausgegriffen wurden.

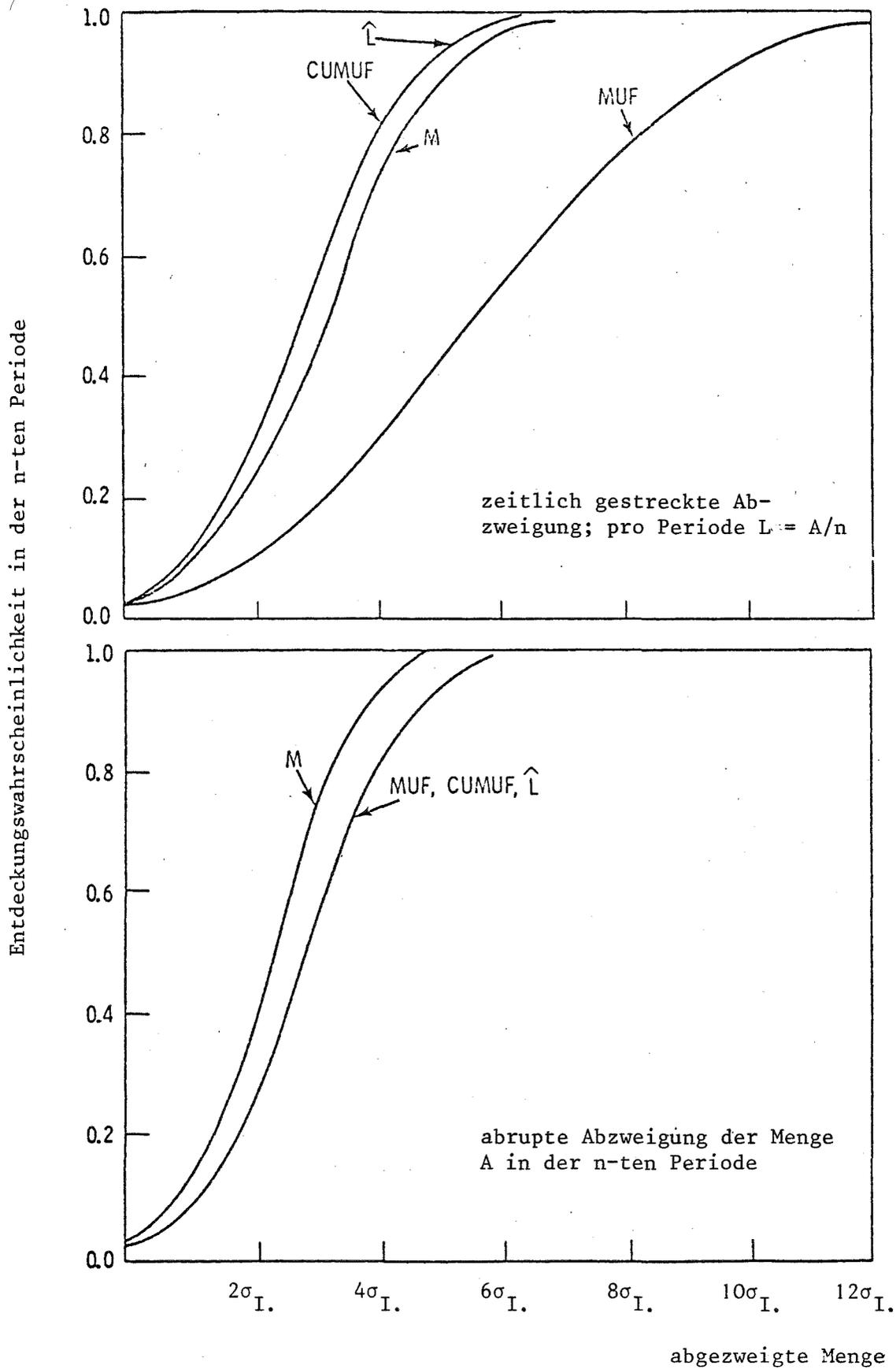


Abb. 2: Entdeckungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der abgezeichneten Menge für $\frac{\text{Var.}(T.)}{\text{Var.}(I.)} = 0,01$, $n = 2$; aus Ref. /10/

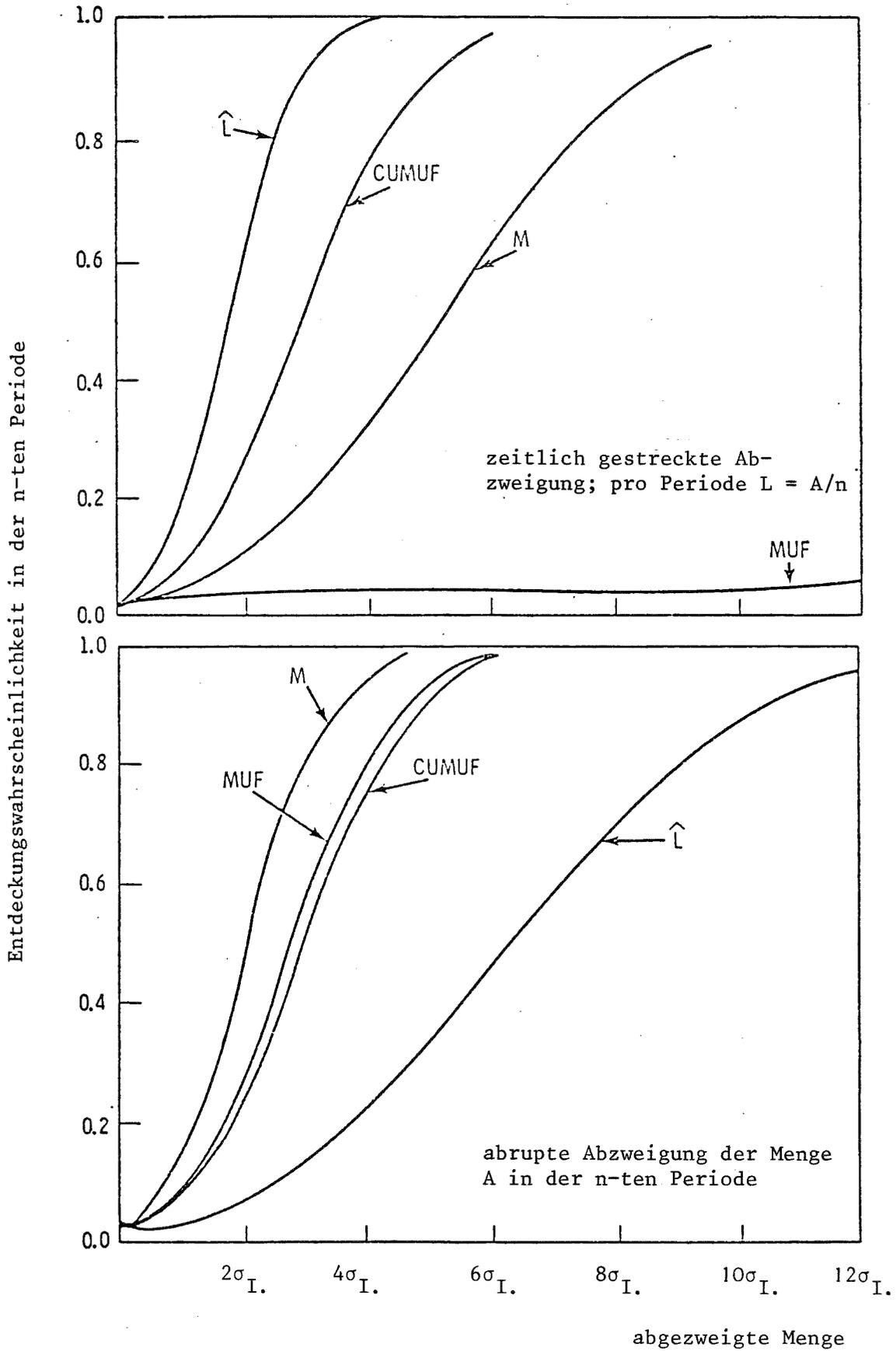


Abb. 3: Entdeckungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der abgezeichneten Menge für $\frac{\text{Var}(T.)}{\text{Var}(I.)} = 0,01$, $n = 20$; aus Ref. /10/

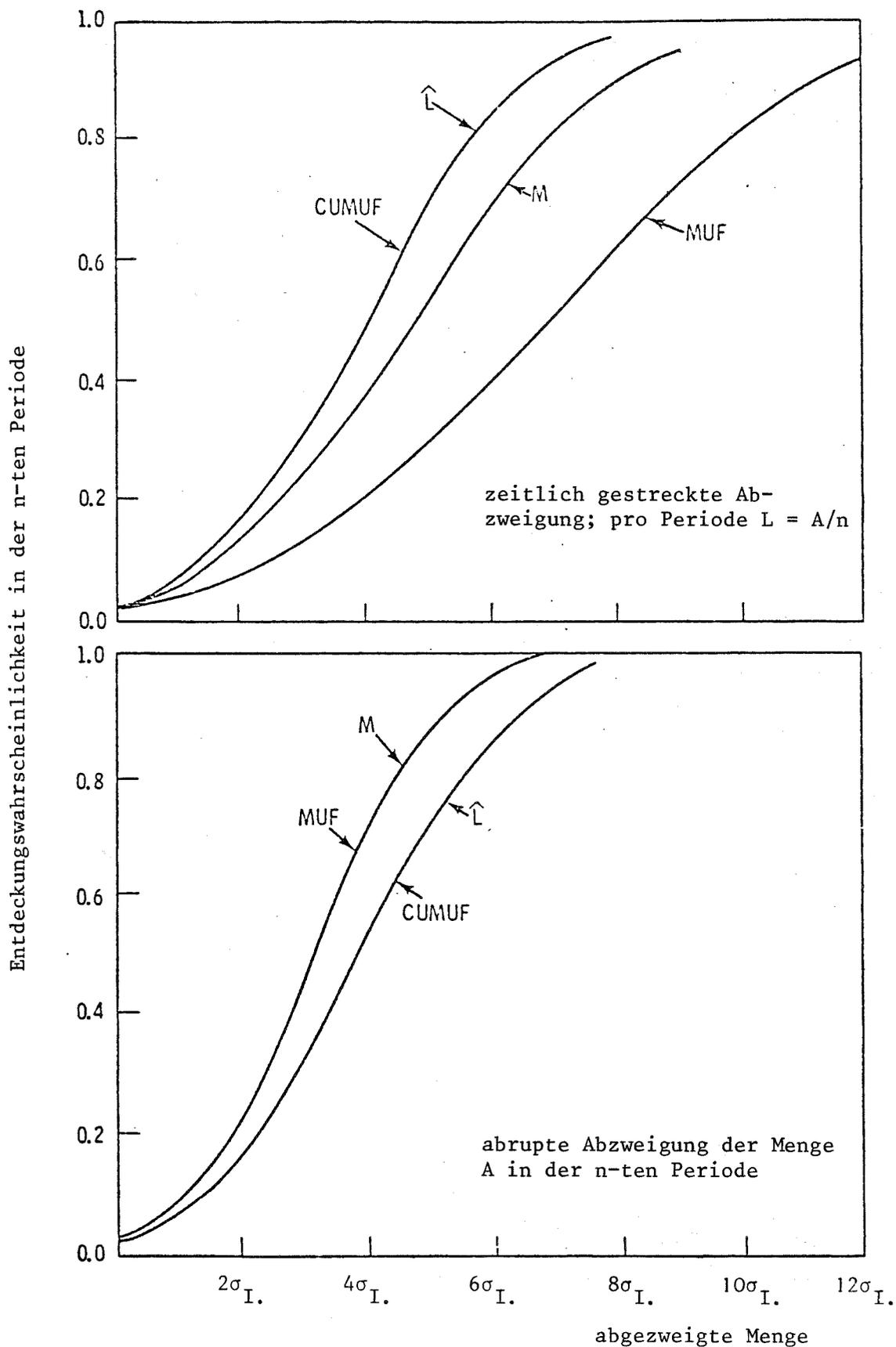


Abb. 4: Entdeckungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der abgezweigten Menge für $\frac{\text{Var}(T.)}{\text{Var}(I.)} = 1,0$, $n = 2$; aus Ref. /10/

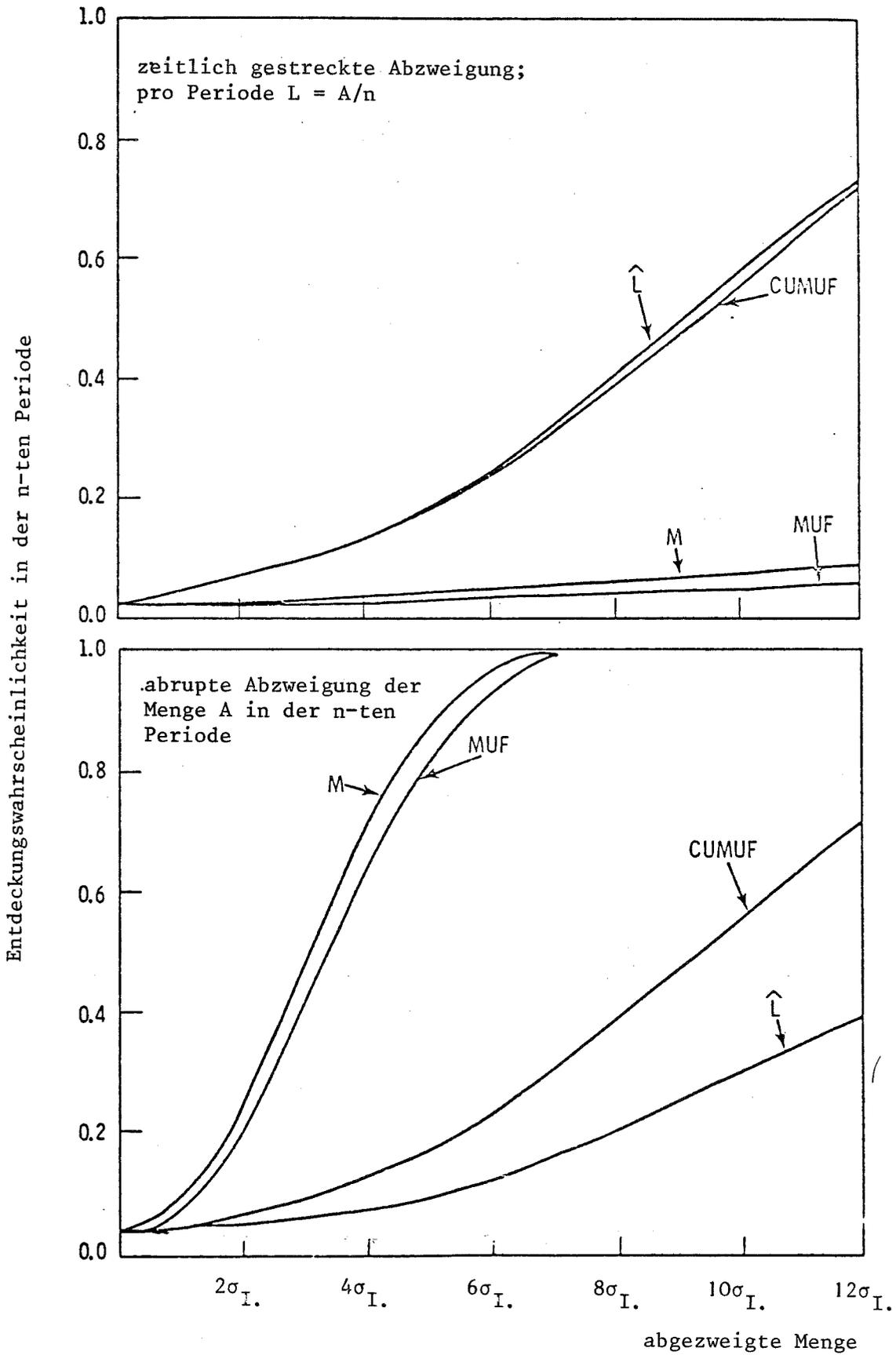


Abb. 5: Entdeckungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der abgezeichneten Menge für $\frac{\text{Var}(T.)}{\text{Var}(I.)} = 1,0$, $n = 20$; aus Ref. /10/

Man bemerkt, daß

- für alle Schätzer die Güte mit kleiner werdendem Verhältnis für $\frac{\text{Var}(T.)}{\text{Var}(I.)}$ zunimmt;
- $\hat{L}(n)$ für die Entdeckung einer pro Periode konstanten abgezweigten Menge die höchste Güte besitzt, während dieser Schätzer im Falle der abrupten Abzweigung die geringste Güte aufweist;
- die Güte für den CUMUF(n) Schätzer von der Abzweigungsstrategie unabhängig ist;
- M(n) im Fall der abrupten Abzweigung die größte Güte besitzt.

Bemerkung:

Bei der Auswahl eines optimalen Schätzers zur Entdeckung einer Abzweigung sind vor allem drei Dinge zu beachten:

(i) geeignetes Erwartungswert-Modell:

Spezielle MVUE-Loss-Schätzer, bei denen im Erwartungswert-Modell eine bestimmte Entwendungsstrategie berücksichtigt ist, wie z.B. beim $\hat{L}(n)$ Schätzer, sind immer dann die besten Schätzer, wenn die tatsächliche Abzweigungsstrategie der im Modell betrachteten einigermaßen nahekommt. Dies ist auch unmittelbar einleuchtend, denn in diesem Fall wird die vorhandene Information - auch über die Art der Entwendung - optimal genutzt. Erkauft wird dieser Vorteil damit, daß solche Schätzer nicht robust gegenüber Änderungen in der Abzweigungsstrategie sind.

Hat man spezielle Abzweigungsstrategien zu betrachten, so kann es durchaus vernünftig sein, für jede dieser Strategien einen optimalen Schätzer auszuwählen.

(ii) Reduktion der Varianz des zufälligen Fehlers:

Spezielle MVUE-Loss-Schätzer haben immer eine geringere Varianz als der CUMUF(n) Schätzer. Die Abnahme der Varianz ist umso größer, je kleiner das Verhältnis $\frac{\text{Var}(T.)}{\text{Var}(I.)}$ ist.

Die Güte des CUMUF(n) Schätzers ist unabhängig vom Verhältnis $\frac{\text{Var}(T.)}{\text{Var}(I.)}$, und außerdem ist dieser Schätzer für alle Abzweigungsstrategien unverfälscht. Dagegen sind spezielle Loss-Schätzer nur für diese Abzweigungsstrategie unverfälscht, für die sie ausgelegt sind.

(iii) *Größe der Varianz des systematischen Fehlers:*

Durch die Verwendung eines MVUE-Schätzers wird nur die Varianz des zufälligen Fehlers reduziert. Ist die Varianz des systematischen Fehlers groß im Verhältnis zu der des zufälligen Fehlers, so ist die zu erwartende Verbesserung der Güte durch Einführung eines MVUE-Schätzers gering.

3.3 Aussagen über eine Abzweigung

Um im Referenzzeitraum mit mehreren Bilanzierungsperioden entscheiden zu können, ob eine Abzweigung vorliegt oder nicht, muß ein Entscheidungskriterium vorliegen. Es ist naheliegend, den statistischen Hypothesentest - wie auch im Fall der einperiodigen Bilanzierung - zur Entscheidungsfindung zu benutzen. Im Unterschied zur einperiodigen Bilanzierung bieten sich hier jedoch mehrere Anwendungsmöglichkeiten. Im folgenden wird auf zwei unterschiedliche Verfahrensweisen, die in der Literatur behandelt werden, eingegangen.

3.3.1 Sequentiell durchgeführte einfache Hypothesentests

In diesem Fall wird der Schätzer, der zur Charakterisierung der Abzweigung gewählt wurde, nach jeder Bilanzperiode einem einfachen statistischen Hypothesentest - wie im Kapitel 2 beschrieben - unterworfen.

Das Problem bei einer solchen Vorgehensweise ist die Festlegung der Fehlalarmwahrscheinlichkeiten α und β . Analog zur einperiodigen Materialbilanzierung könnte man die Fehlalarmwahrscheinlichkeiten für den Referenzzeitraum fest vorgeben. D.h. man gibt sich vor, mit welchen Fehlalarmwahrscheinlichkeiten die endgültige, am Ende des Referenzzeitraums erhaltene Aussage über eine Abzweigung behaftet ist. Man hat dann zu bestimmen, mit welchen α_i und β_i der Test für die einzelnen Bilanzperioden i , $i = 1, 2, \dots$ durchgeführt werden muß, damit die insgesamt sich ergebende Fehlalarmwahrscheinlichkeit die vorgegebenen Werte α und β erreicht. In diesem Zusammenhang sind die Arbeiten von Avenhaus und Frick /1/, /2/, /3/ zu erwähnen, auf die im folgenden kurz eingegangen werden soll:

Als Schätzer für eine Abzweigung wird betrachtet:

$$\hat{M}(n) = \hat{i}_{n-1/n-1} + T_{n-1} - I_n .$$

Wobei $\hat{i}_{n/n}$ ein MVUE-Schätzer für das wahre Anfangsinventar i_n ist, der wie folgt rekursiv bestimmt wird:

$$\begin{aligned} \hat{i}_{n/n} &= a_n B_n + (1-a_n)I_n, \\ B_n &= \hat{i}_{n-1/n-1} + T_{n-1}, \\ a_n &= \frac{\text{Var}(I_n)}{\text{Var}(B_n) + \text{Var}(I_n)} . \end{aligned}$$

Man kann zeigen, daß gilt: $\hat{M}(n) = M(n)$; d.h. es wird der o.g. $M(n)$ Schätzer betrachtet.

Es wird ferner vorausgesetzt, daß alle Meßwerte nur mit zufälligen Fehlern behaftet sind. In diesem Fall sind wie o.g. die $M(i)$ voneinander stochastisch unabhängig. Wird $M(i)$ mit einem einfachen Hypothesentest mit den Fehlalarmwahrscheinlichkeiten α_i und β_i geprüft, so gilt für die Insgesamt-Fehlalarmwahrscheinlichkeit α nach n Bilanzperioden wegen der stochastischen Unabhängigkeit:

$$1-\alpha = \prod_{i=1}^n (1-\alpha_i).$$

Um optimale Strategien für den Anlagenbetreiber und die Überwachungsbehörde zu ermitteln, wurde ein Zwei-Personen-Null-Summen-Spiel (X, Y, β) betrachtet. Wobei X die Menge der Betreiberstrategien angibt mit

$$X = \{(M_1, \dots, M_n) : \sum_{i=1}^n M_i = M > 0\} .$$

D.h., es wird angenommen, daß der Betreiber im Referenzzeitraum die Menge M abzweigt, wobei er freie Hand hat, diese Abzweigung auf die verschiedenen Bilanzperioden zu verteilen.

Y bezeichnet die Menge der Inspektorstrategien mit

$$Y = \{(\alpha_1, \dots, \alpha_n) : \prod_{i=1}^n (1-\alpha_i) = 1-\alpha\} .$$

D.h., es wird angenommen, daß die Überwachungsbehörde im Referenzzeitraum insgesamt die Fehlalarmwahrscheinlichkeit α erreichen will, wobei die Einzelfehlalarmwahrscheinlichkeiten entsprechend ausgewählt werden können.

Die Größe β ist die sich in Abhängigkeit der gewählten Betreiber- und Inspektorstrategie im Referenzzeitraum einstellende Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit und gibt die Auszahlung für den Betreiber an. Diesem Spielansatz liegt demnach die Vorstellung zugrunde, daß der Betreiber sich solche Strategien $x \in X$ suchen wird, die die Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit β maximieren, während der Inspektor nach solchen Strategien $y \in Y$ sucht, die β minimieren.

Der garantierte zu erwartende Höchstverlust für den Inspektor ist gegeben durch

$$\bar{\beta} = \min_Y \max_X \beta$$

und entsprechend ist der garantierte zu erwartende Mindestgewinn für den Betreiber

$$\underline{\beta} = \max_X \min_Y \beta .$$

In der Arbeit /2/ wird gezeigt, daß es Optimalstrategien (x^*, y^*) gibt, für die gilt $\bar{\beta} = \underline{\beta} = \beta^*$.

Außerdem wurde das Verhalten des Spielwertes β^* in Abhängigkeit von der Anzahl der im Referenzzeitraum durchgeführten Materialbilanzen untersucht. Es wurde gezeigt, daß die optimale Fehlalarmwahrscheinlichkeit β^* für den Fall $n=1$ minimal ist. Mit anderen Worten bedeutet dieses Ergebnis, daß die Entdeckungswahrscheinlichkeit dann maximal ist, wenn im Referenzzeitraum nur eine Materialbilanzierung durchgeführt wird.

Bemerkung:

Interessant wäre, ob dieses Ergebnis nur für den speziellen Schätzer $M(n)$ zutrifft oder ob für andere Schätzer ein ähnliches Ergebnis Gültigkeit hat. Außerdem sollte der Einfluß der systematischen Fehler unter-

sucht werden. Bei den o.g. Arbeiten wurde ein systematischer Fehler bei der Bestimmung des Netto-Transfers innerhalb einer Materialbilanzperiode berücksichtigt. Eine Korrelation der Meßfehler von Periode zu Periode wurde jedoch durch die Annahme einer Rekalibrierung nach jeder Periode vernachlässigt.

Darüber hinaus ist zu bemerken, daß z.Zt. von der IAEA einerseits die Entdeckung einer abrupten Abzweigung innerhalb relativ kurzer Referenzzeiträume und andererseits die Entdeckung einer zeitlich gestreckten Abzweigung im Referenzzeitraum von einem Jahr gefordert wird. D.h. mit anderen Worten, daß zur Entdeckung einer abrupten Abzweigung die Durchführung von mehreren Materialbilanzen pro Jahr notwendig ist. In diesem Fall liegt nahe, die für die Entdeckung der abrupten Abzweigung ermittelten Materialbilanzdaten auch für die Entdeckung der zeitlich gestreckten Abzweigung zu benutzen.

3.3.2 Sequentieller Hypothesentest

Die Anwendung eines sequentiellen Hypothesentests, um eine Aussage über eine Abzweigung zu erhalten, wird u.a. von Shipley /26/ vorgeschlagen. Es wird dabei, wie im Fall des einfachen Hypothesentests, geprüft, ob die Hypothese H_0 oder die Hypothese H_1 zutrifft. D.h., der Test gilt dann als beendet, wenn im konkreten Fall eine Aussage darüber erreicht ist, ob H_0 oder H_1 anzunehmen ist.

Nach dem von Wald /4/, /5/ im Jahre 1947 eingeführten sequentiellen Hypothesentest gilt für eine zu prüfende Statistik S die folgende Testvorschrift:

$$S \quad \left\{ \begin{array}{ll} \leq S_0 & : \quad H_0 \text{ annehmen} \\ \geq S_1 & : \quad H_1 \text{ annehmen} \\ \text{sonst} & : \quad \text{Test mit einer neuen Stichprobe wiederholen.} \end{array} \right.$$

In Abb. 6 ist dies anschaulich dargestellt.

Um die Schranken s_0 und s_1 bei vorgegebenen Fehlalarmwahrscheinlichkeiten α und β bestimmen zu können, hat Wald die folgende Näherung eingeführt, die zu einer konservativen Abschätzung der Fehlalarmwahrscheinlichkeiten α und β führt:

$$s_0 = \frac{\beta}{1-\alpha} ; \quad s_1 = \frac{1-\beta}{\alpha} .$$

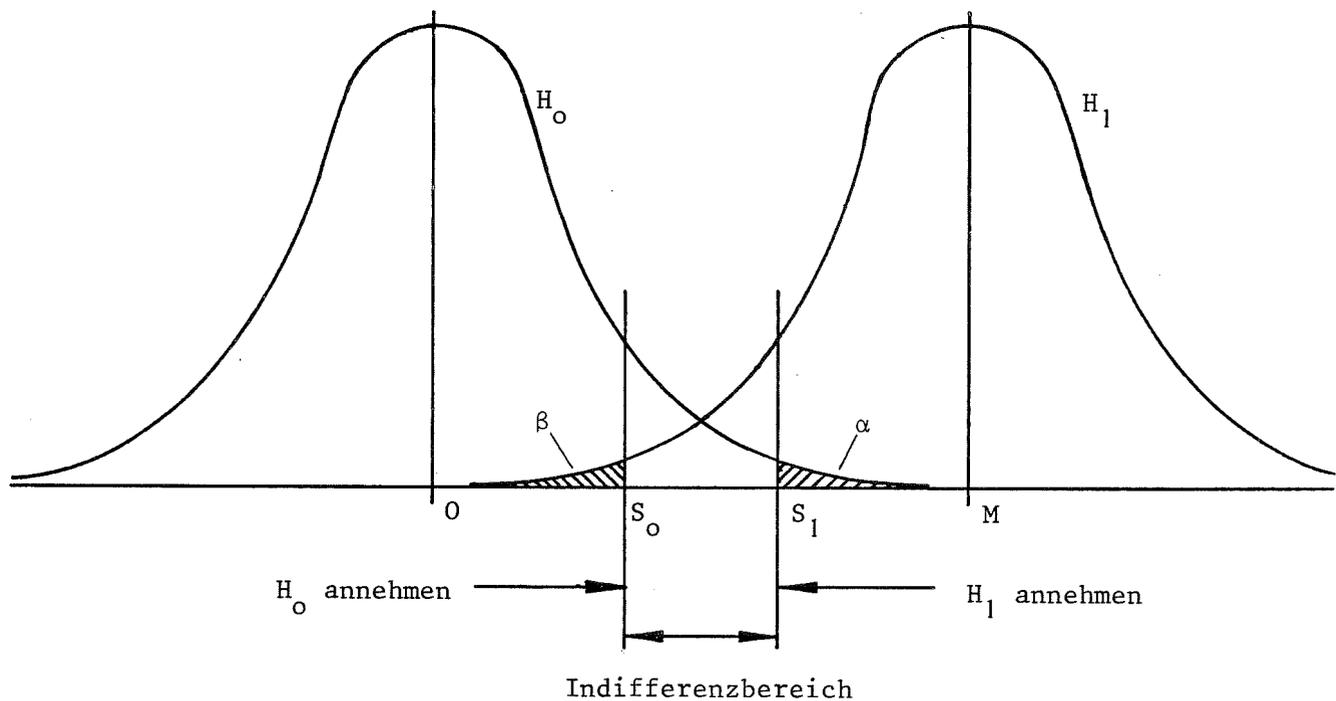


Abb. 6: Wahrscheinlichkeitsdichten einer Statistik mit Annahme-, Ablehnungs- und Indifferenzbereich für einen sequentiellen Hypothesentest

Man bemerkt, daß im Unterschied zum einfachen Hypothesentest die Testdauer bis zum Erreichen einer Aussage im Falle des sequentiellen Hypothesentests unbestimmt ist. Für die Anwendung auf die mehrperiodige Materialbilanzierung, um eine Aussage über eine Abzweigung im Referenzzeitraum zu erhalten, bedeutet dies, daß das Ende des Tests nur rein zufällig mit dem Ende des Referenzzeitraums zusammenfallen wird. Es erhebt sich somit die Frage, was dann zu tun ist, wenn der Test mit der Aussage "keine Abzweigung entdeckt" vor Beendigung des Referenzzeitraums endet bzw. dieser am Ende des Referenzzeitraums noch zu keiner Aussage geführt hat.

In den Arbeiten von Shipley et al., z.B. /17/, /26/, /35/ wird u.a. vorgeschlagen, alle Folgen des betrachteten Schätzers für eine Abzweigung anhand eines sequentiellen Hypothesentests zu prüfen mit dem Argument, daß man nie weiß, wann eine Entwendung anfängt und wann diese als beendet anzusehen ist. Dies bedeutet, daß man im Fall von n Materialbilanzperioden im Referenzzeitraum auch n Folgen des betrachteten Schätzers zu prüfen hat. Betrachtet man z.B. den $M(n)$ Schätzer, so sind die folgenden Folgen zu testen:

M(1), M(2),, M(n)
 M(2),, M(n)
 M(n-1), M(n)
 M(n)

Darüber hinaus wird in diesen Arbeiten vorgeschlagen, daß der sequentielle Hypothesentest für unterschiedliches Signifikanzniveau $1-\alpha$ durchgeführt und in einer "Alarm Sequence Chart" eingetragen werden soll. Die folgenden Bereiche für die Fehlalarmwahrscheinlichkeit α werden unterschieden und mit einem Buchstaben gekennzeichnet; aus Ref. /28/:

	α
A	$10^{-2} - 5 \cdot 10^{-3}$
B	$5 \cdot 10^{-3} - 10^{-3}$
C	$10^{-3} - 5 \cdot 10^{-4}$
D	$5 \cdot 10^{-4} - 10^{-4}$
E	$10^{-4} - 10^{-5}$
F	$< 10^{-5}$

Für jede der zu überprüfenden Folgen des betrachteten Schätzers wird die Entdeckung einer Abzweigung unter Angabe des dem vorliegenden Signifikanzniveaus entsprechenden Buchstaben in die "Alarm Sequence Chart" eingetragen. Zur Demonstration ist in Abb. 7 eine "Alarm Sequence Chart" für ein Beispiel dargestellt.

Dabei bedeutet der Buchstabe T, daß die Folge die Schranke s_0 unterschritten hat, d.h. die Hypothese H_0 angenommen wird und deshalb nicht weiter betrachtet wird. Man erkennt aus dem Beispiel, daß nach der 7-ten Bilanzperiode eine Abzweigung mit größer werdendem Signifikanzniveau festgestellt wird.

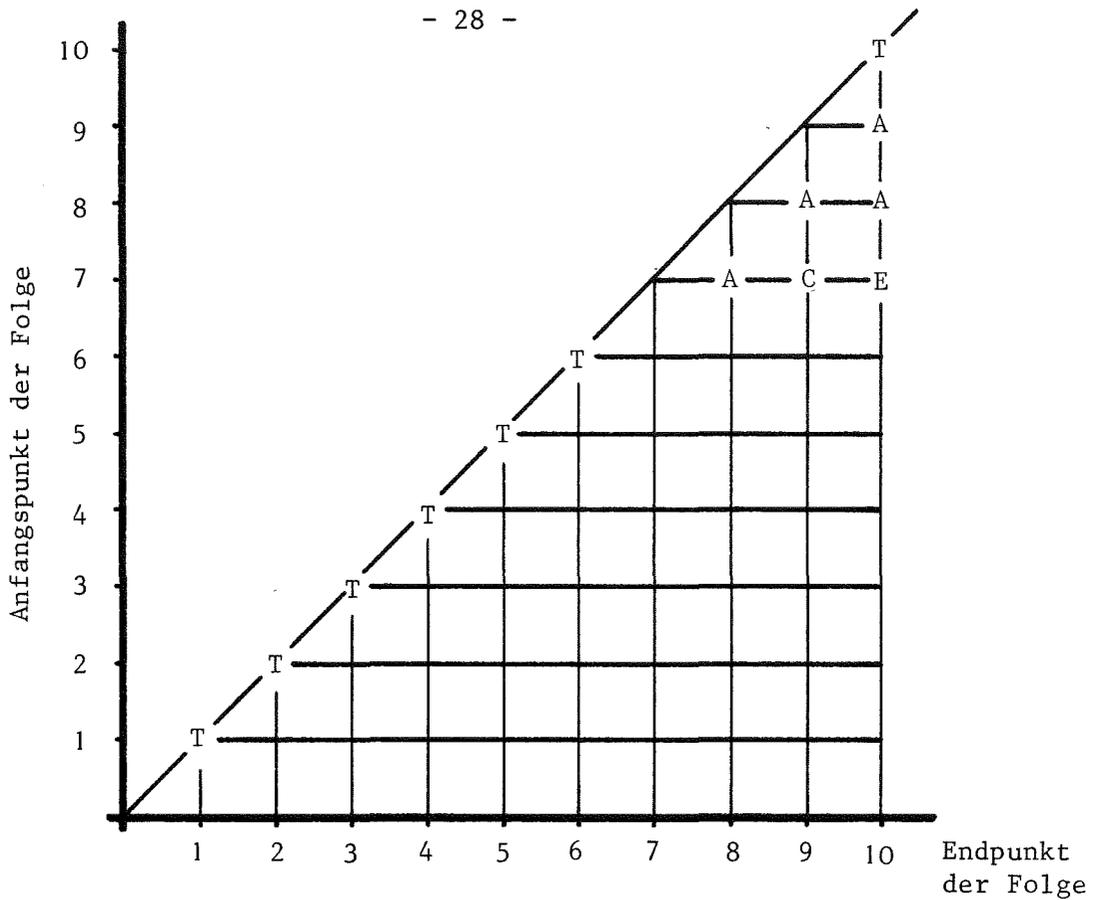


Abb. 7: Alarm Sequence Chart für 10 Bilanzperioden

Bemerkung:

Man kann feststellen, daß von Shipley et al. eine Reihe von Vorstellungen entwickelt wurden, um aus einer Folge von Bilanzdaten eine Aussage über eine Abzweigung zu erhalten. Es ist jedoch weiter zu bemerken, daß in dieser Fülle von Möglichkeiten nicht zum Ausdruck kommt, wie z.B. die IAEO im konkreten Fall eine Aussage über eine Abzweigung treffen soll und welche Fehlalarmwahrscheinlichkeiten mit dieser Entscheidung verbunden sind. Wenn man berücksichtigt, daß in diesen Arbeiten - wie in Kapitel 4.1 dargestellt - zur Entscheidungsfindung über eine Abzweigung vorgeschlagen wird, gleichzeitig mindestens vier unterschiedliche Schätzer für eine Abzweigung zu prüfen, so wird dieser Eindruck noch verstärkt.

In gewissem Sinn erhebt sich der Verdacht, daß man versucht, die übliche Entscheidungsfindung durch einen Hypothesentest durch eine Entscheidung infolge einer Musteridentifikation anhand einer "Alarm Sequence Chart" zu ersetzen. Der sequentielle Hypothesentest dient dann nicht zur Entscheidungsfindung über eine Abzweigung, sondern zur Erzeugung des zu analysierenden Musters.

Generell ist zu bemerken, daß in den Arbeiten nicht auf die Entdeckung der zwei extremen, z.Zt. von der IAE0 betrachteten Abzweigungsstrategien - abrupte und zeitlich gestreckte Entwendung - eingegangen wird. Dies ist verwunderlich, nachdem es sich dabei um zwei unterschiedliche Entscheidungen handelt, die in unterschiedlichen Referenzzeiträumen zu treffen sind. Es ist z.B. vorstellbar, daß es zur Entdeckung dieser Abzweigungsstrategien vorteilhaft ist, sowohl unterschiedliche Schätzer für eine Abzweigung als auch unterschiedliche Wege der Entscheidungsfindung zu wählen. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, daß man für die Entscheidungen nicht zwei unterschiedliche Datensätze zur Verfügung hat, sondern von ein und demselben Satz an Materialbilanzdaten auszugehen hat. Die Konsequenz ist, daß die Gesamtfehlalarmwahrscheinlichkeit nur schwierig zu bestimmen ist.

4. Beispiele

4.1 Studie von Los Alamos

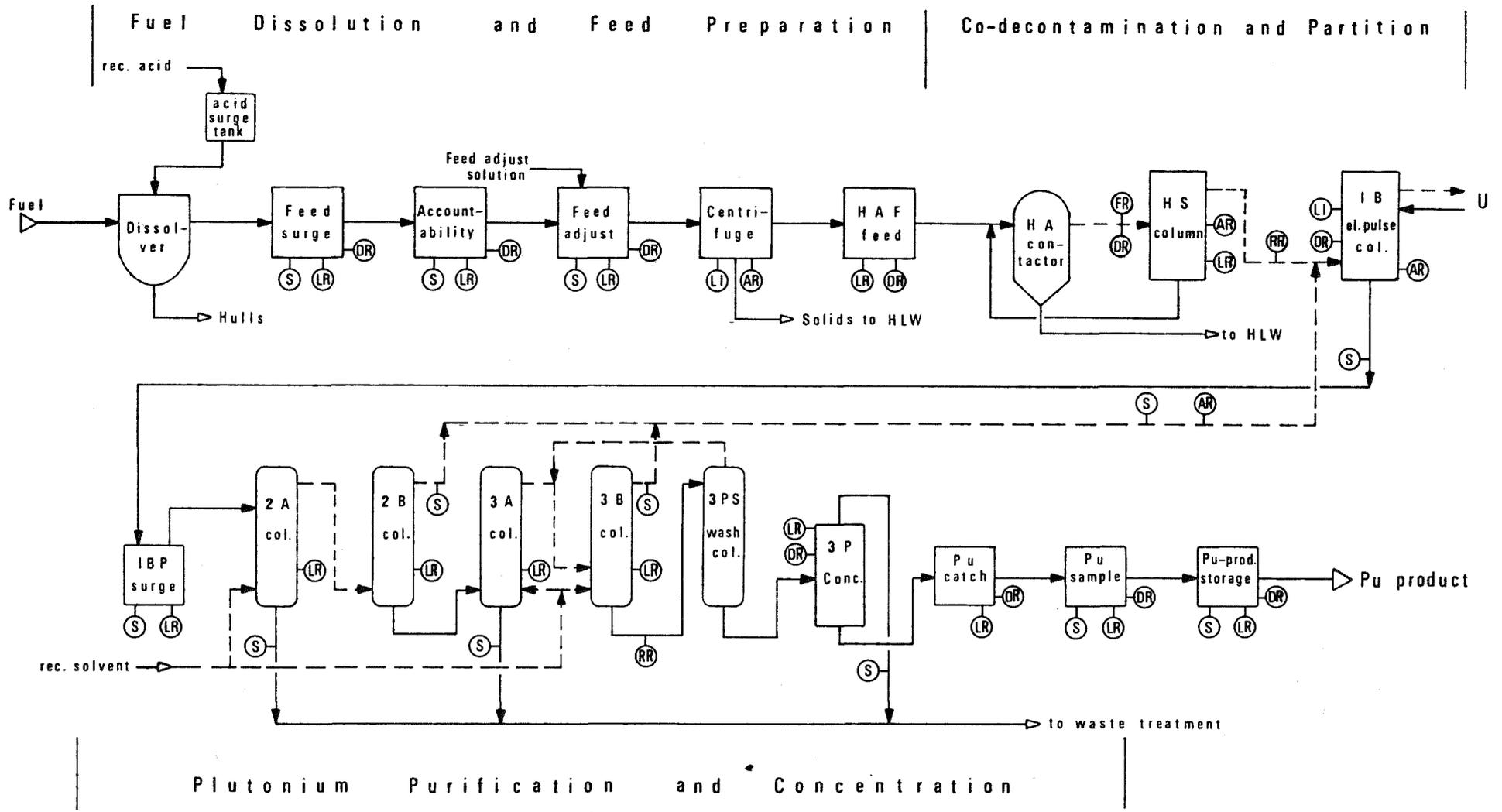
Im Auftrag der U.S.-Regierung/DOE wurde von Los Alamos ein Überwachungssystem für eine große Referenz-Wiederaufarbeitungsanlage mit einem Durchsatz von 5 t/d - die auf der Barnwell-Anlage basiert - entwickelt und die Leistungsfähigkeit dieses Systems untersucht /17/, /35/. Es wird der Eindruck erweckt, daß man in der Studie versucht, an die Grenzen des Möglichen zu gehen, um das maximal Erreichbare zu demonstrieren. In diesem Rahmen wird u.a. für den dritten Plutonium-Extraktionszyklus des Wiederaufarbeitungsprozesses ein "near real-time"-Materialbilanzierungssystem untersucht. Auf diesen Teil der Arbeit soll hier kurz eingegangen werden.

Die Studie stützt sich ausschließlich auf Computer-Simulationen, d.h. sowohl der Anlagenbetrieb als auch das Überwachungssystem werden simuliert.

Der Arbeit wird ein Meßmodell zugrunde gelegt, das neben den in der Barnwell-Anlage vorgesehenen Meßstellen für die Prozeßsteuerung, siehe Abb. 8, und den für die Materialbilanzierung vorgesehenen Meßstellen, siehe Abb. 9 und Abb.10, eine zusätzliche Instrumentierung vorsieht, siehe Abb.11, um eine "near real-time"-Materialbilanzierung durchführen zu können. Mit der o.g. Instrumentierung werden im Rhythmus von einer Viertelstunde die Flüsse und Konzentrationen der folgenden Materialströme gemessen:

- Eingang
- Ausgang bzw. Produkt
- Abfall
- Rezyklierung.

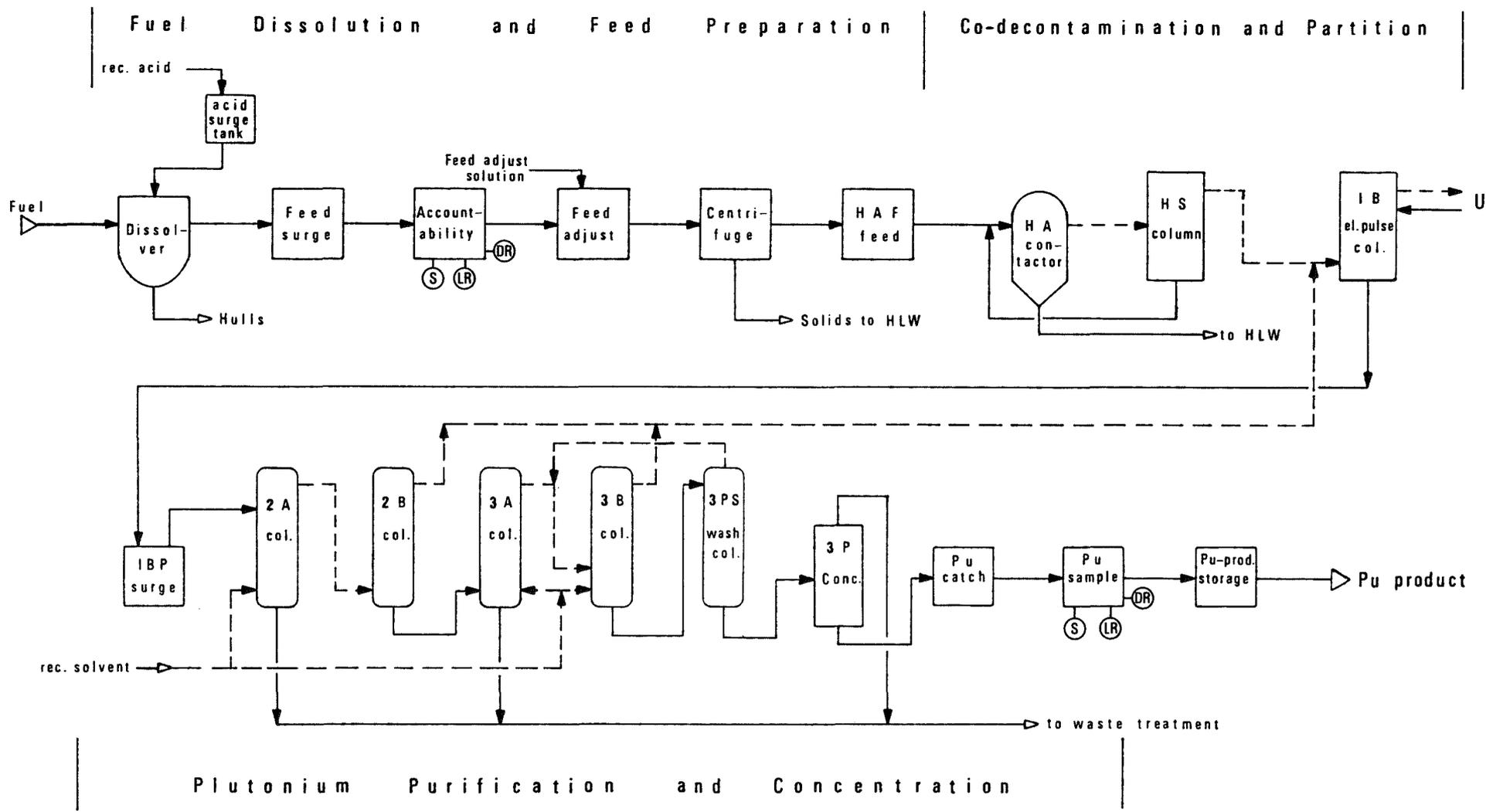
Untersucht werden die folgenden vier Fälle:



Legend:

- aqueous stream flow
- - - organic stream flow
- (S) Sample point
- (AR) Analyser recorder
- (FR) Flow recorder
- (LI) Level indicator
- (DR) Density recorder
- (RI) Radiation indicator
- (LR) Level recorder

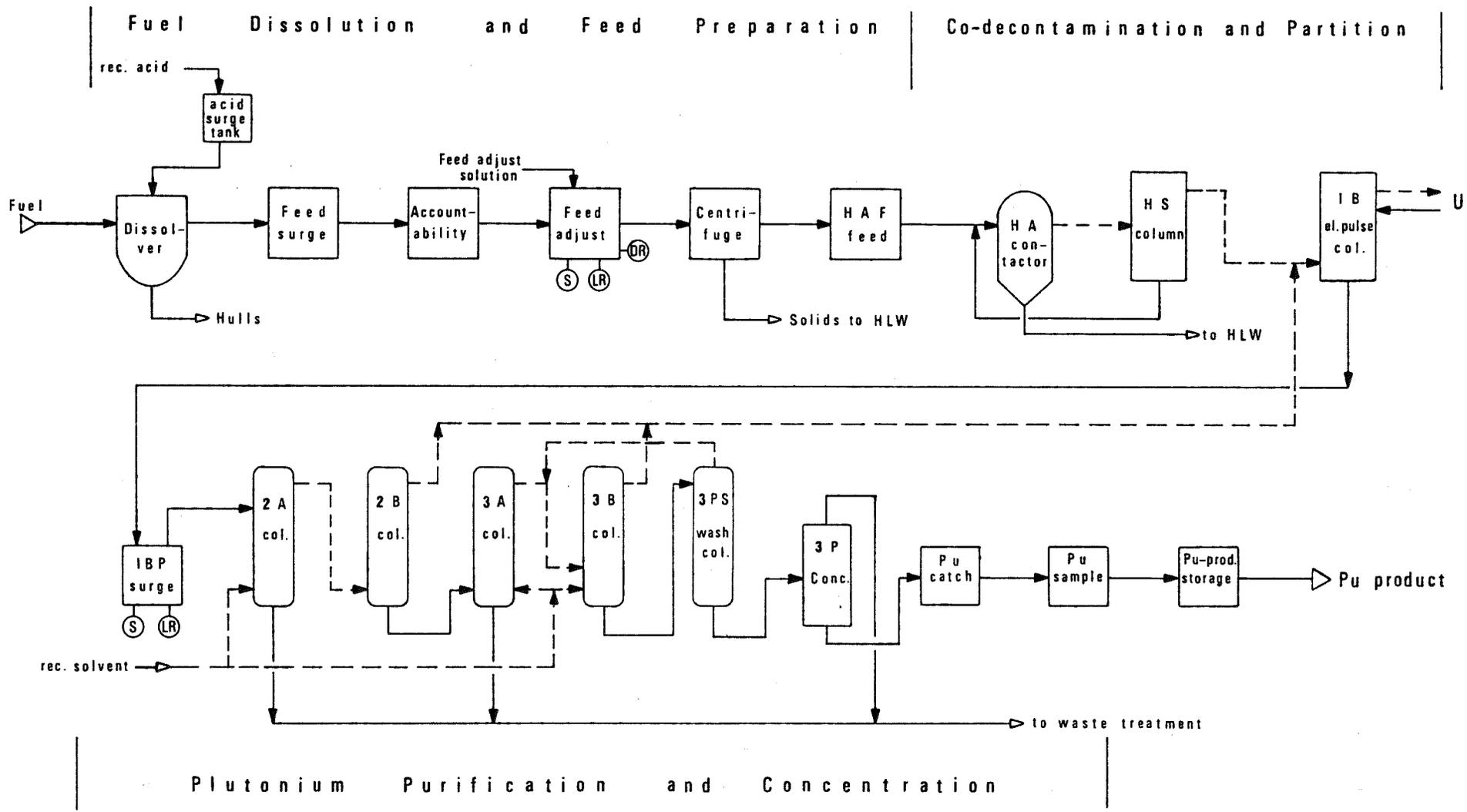
Abb. 3: Process Control Measurement Points; aus Ref. /17/



Legend:

- aqueous stream flow
- - - organic stream flow
- (S) Sample point
- (AR) Analyser recorder
- (FR) Flow recorder
- (LR) Level recorder
- (DR) Density recorder
- (RI) Radiation indicator

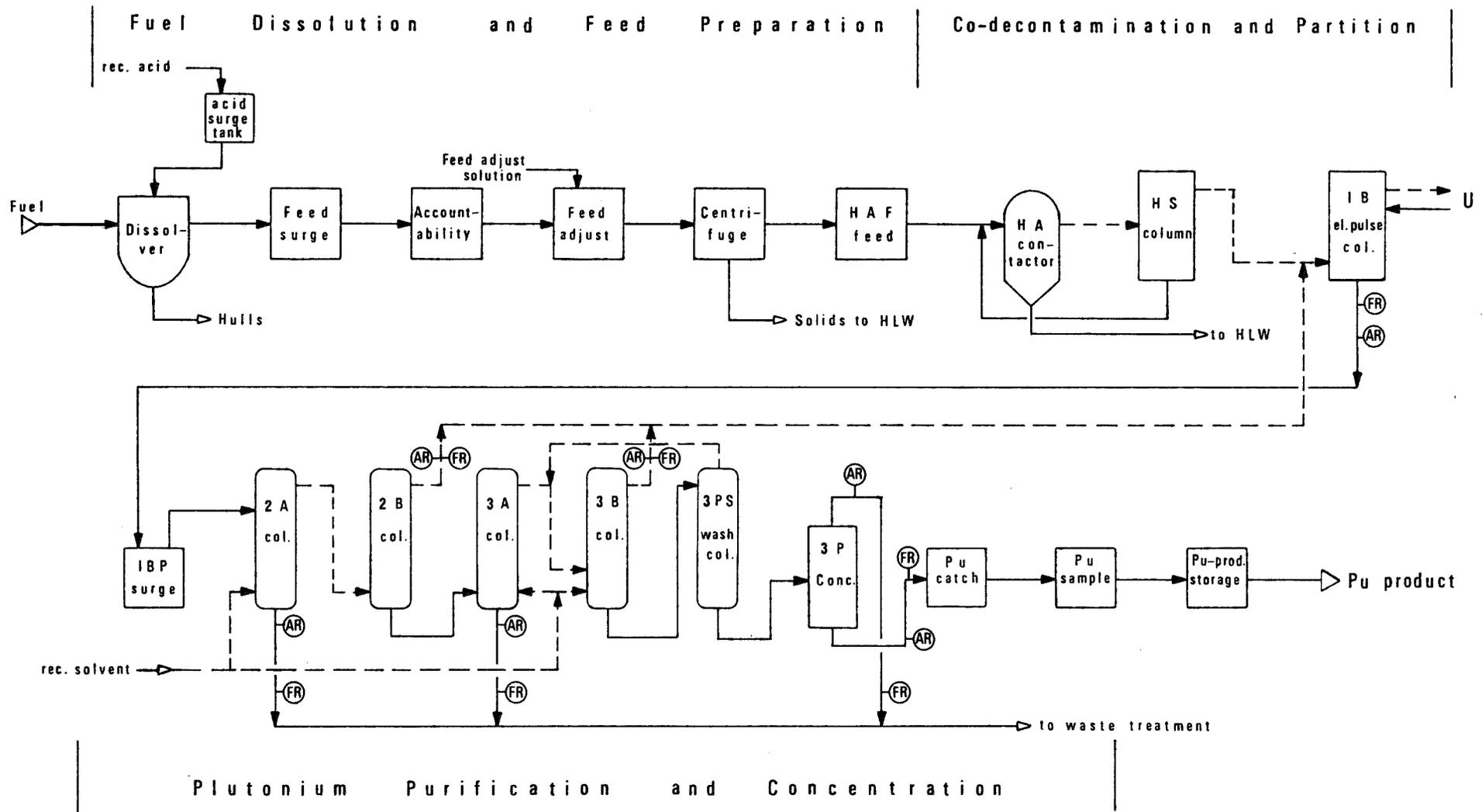
Abb. 9: Input, Output Measurement Points; aus Ref. /17/



Legend:

- aqueous stream flow
- - - organic stream flow
- Ⓢ Sample point
- Ⓐ Analyser recorder
- Ⓣ Flow recorder
- Ⓛ Level recorder
- Ⓓ Density recorder
- Ⓡ Radiation indicator

Abb. 10: Inventory Measurement Points; aus Ref. /17/



Legend:

- | | | |
|---------------------------|-----------------------|------------------------|
| —— aqueous stream flow | Ⓢ Sample point | ⓄR Density recorder |
| ----- organic stream flow | ⓂAR Analyser recorder | ⓂR Radiation indicator |
| | ⓂFR Flow recorder | |
| | ⓂLR Level recorder | |

Abb.11: Measurement Points Added For Dynamic Accountability; aus Ref. /17/

Fall 1: Alle 8 Stunden wird eine Materialbilanz durchgeführt. Die NDA-Meßgeräte zur Plutonium-Konzentrationsmessung werden alle 24 Stunden neu kalibriert.

Das Prozeßinventar der Pulskolonnen wird mit einer relativen Genauigkeit von 10 % bestimmt.

Fall 2: Wie Fall 1, nur werden zusätzlich die Flußmeßgeräte zur Bestimmung des lBP-Eingangsstromes und des 3PCP-Produktstromes alle 24 Stunden neu kalibriert. D.h., die Varianz der Durchflußmessung wird kleiner, da weniger korrelierte Meßwerte vorhanden sind.

Fall 3: Wie Fall 2, nur wird hier das Prozeßinventar der Pulskolonnen mit einer relativen Genauigkeit von 5 % bestimmt.

Fall 4: Wie Fall 3, nur wird hier die Materialbilanzierung im Stundenrhythmus durchgeführt.

Bemerkung:

Man stellt fest, daß mit den Fallunterscheidungen die maximale Leistungsfähigkeit des Materialbilanzierungssystems überprüft werden soll, wobei die Ansprüche von Fall 1 bis Fall 4 immer höher geschraubt werden. Mit anderen Worten, man will das maximal Machbare erkunden. Dabei entsteht jedoch der Eindruck, daß man nicht davon ausgeht, was unter realistischen Bedingungen möglich ist, sondern sich bereits mit dem Fall 1 an die Grenze des Möglichen setzt.

In der Analyse werden sowohl die zufälligen als auch die systematischen Meßfehler berücksichtigt. Welche Genauigkeiten der Arbeit zugrunde gelegt werden, kann in /17/ nachgelesen werden. Zu erwähnen ist, daß man von der Annahme eines stationären Betriebs der Anlage ausgeht. Mit dieser Argumentation wird der systematische Fehler bei der Inventaraufnahme nicht berücksichtigt, da sich dieser in diesem Fall durch die Subtraktion des Anfangs- vom Endinventar heraushebt.

Ein Vergleich der Standardabweichungen ist in Abb.12 dargestellt.

	(Standardabweichung σ in kg Pu)			
	Fall 1	Fall 2	Fall 3	Fall 4
Netto-Transfer: $\sigma_T(\cdot)$	0.15	0.15	0.15	0.027
Inventar: $\sigma_I(\cdot)$	0.99	0.99	0.60	0.60
$\sigma_{MUF}(\cdot)$	1.41	1.41	0.86	0.86
$\sigma_{CUMUF(n)}^*$ (Tag)	1.46	1.46	0.95	0.95
$\sigma_{CUMUF(n)}^{**}$ (Woche)	2.92	1.81	1.41	1.41

Abb.12: Vergleich der Standardabweichungen; aus Ref. /17/

Man bemerkt, daß die Fehler bei der Inventarbestimmung in Tanks und Kolonnen dominieren und daß der Aufbau des systematischen Fehlers bei der Durchflußmessung infolge der Korrelationen erheblichen Einfluß haben kann, was in der Erhöhung der Varianz von CUMUF beim Übergang von einem Tag auf eine Woche im Fall 1 besonders deutlich wird. Eine häufige Rekalibrierung reduziert diesen Einfluß, was im Fall 2 sichtbar wird. Interessant ist zunächst, daß die Varianz von MUF und CUMUF unabhängig von der Anzahl der im Referenzzeitraum durchgeführten Materialbilanzen ist. Dieser Effekt kommt jedoch daher, daß der Aufbau der systematischen Fehler in der Durchflußmessung von der Häufigkeit der Durchführung solcher Messungen abhängt und diese wie o.g. im Viertelstundenrhythmus erfolgen, und zwar für alle untersuchten Fälle.

Für den Fall 1 und 4 wurde eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt. In diesem Zusammenhang wurde geprüft, ob und nach welcher Zeit eine konstante Abzweigung im Fall 1 von 336 g/Bilanzperiode - entspricht $\approx \frac{\sigma_{MUF(n)}}{4}$ - und im Fall 4 von 73 g/Bilanzperiode - entspricht $\approx \frac{\sigma_{MUF(n)}}{10}$ - entdeckt werden kann. Zur Analyse der Daten wurden die folgenden Schätzer für eine Abzweigung betrachtet:

* $n = 3$ für Fall 1, 2 und 3; $n = 24$ im Fall 4

** $n = 21$ für Fall 1, 2 und 3; $n = 168$

- MUF(n)
- CUMUF(n)
- $\hat{L}(n)$
- Schätzer für den Wilcoxon-Rangtest.

Bemerkung:

Der Wilcoxon-Rangtest ist ein verteilungsunabhängiger Test, d.h. für die Durchführung dieses Tests wird nicht vorausgesetzt, daß die Meßfehler normalverteilt sind. Wie schon im vorhergehenden Kapitel angedeutet, ist die von Los Alamos entwickelte Philosophie zur Entdeckung einer Abzweigung derart, daß eine Reihe von Schätzern sozusagen parallel einem Test unterzogen werden. In diesem Sinne ist auch die Durchführung des Wilcoxon-Rangtests zu verstehen, wobei für diesen Schätzer die geringsten Voraussetzungen gemacht werden und deshalb dieser Test als eine Art Rückversicherung für die mit anderen Schätzern erzielten Aussagen dient. Auf die Problematik, wie die IAEO daraus die letztlich entscheidende Aussage über eine Abzweigung ableitet und welche Fehlalarmwahrscheinlichkeiten damit verbunden sind, wird in dieser Arbeit nicht eingegangen.

In der Arbeit werden die anhand von Computersimulationen erhaltenen Realisierungen dieser Schätzer für die Fälle mit und ohne konstante Abzweigung pro Bilanzperiode ermittelt und mit der Angabe des $1-\sigma$ -Fehlerbalkens in Diagrammen dargestellt. Um den Unterschied zwischen dem MUF(n)- und dem $\hat{L}(n)$ -Schätzer zu verdeutlichen, ist das Ergebnis in Abb.13 und Abb. 14 für den Fall 1 dargestellt. Man erkennt deutlich, daß man beim MUF(n)-Schätzer die Abzweigung nicht erkennen kann, während diese beim $\hat{L}(n)$ -Schätzer nach etwa 15 Bilanzperioden (~ 5 Tagen) klar erkennbar ist. Auch die Abnahme der Varianz mit zunehmender Anzahl von Bilanzierungsperioden wird deutlich. Ein ähnliches Verhalten wird für den Fall 4 festgestellt.

Um eine Aussage über eine Abzweigung zu erhalten, wurden alle Schätzer auf die im vorhergehenden Kapitel genannte Weise einem sequentiellen Hypothesentest mit variabler Fehlalarmwahrscheinlichkeit α unterzogen und das Ergebnis in Form einer "Alarm Sequence Chart" dargestellt. Es wird gezeigt, daß alle Schätzer mit Ausnahme des MUF-Schätzers die Abzweigung anzeigen, dies gilt sowohl für den Fall 1 als auch für den Fall 4.

Als Beispiel ist in Abb.15 die "Alarm Sequence Chart" für den $\hat{L}(n)$ -Schätzer dargestellt.

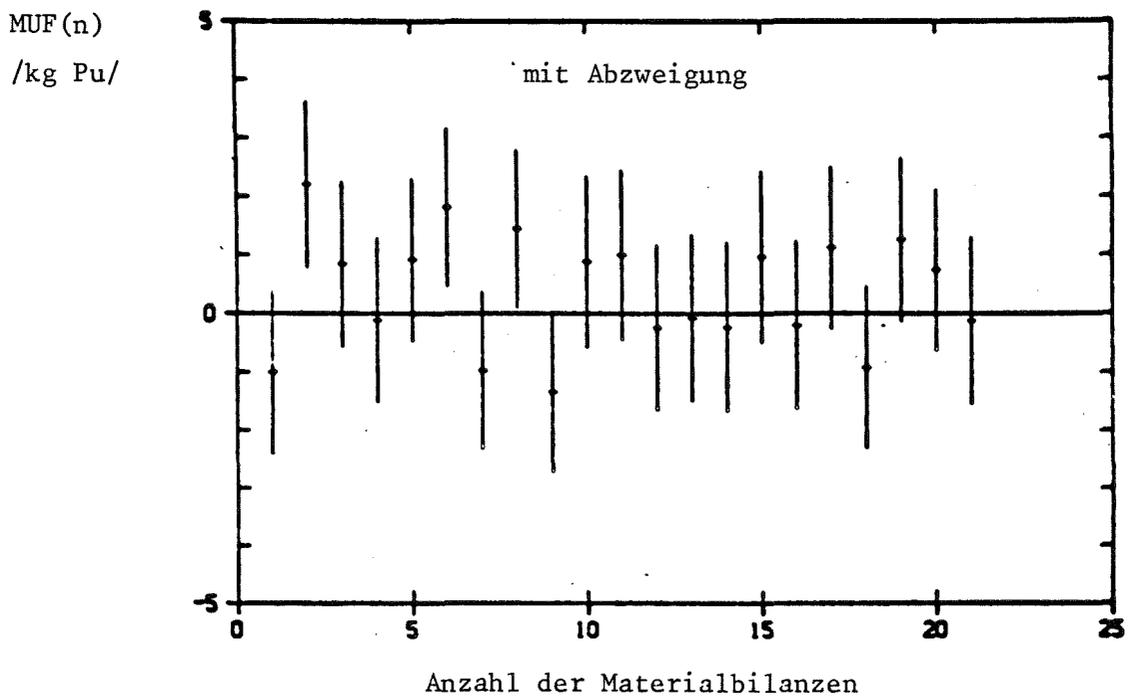
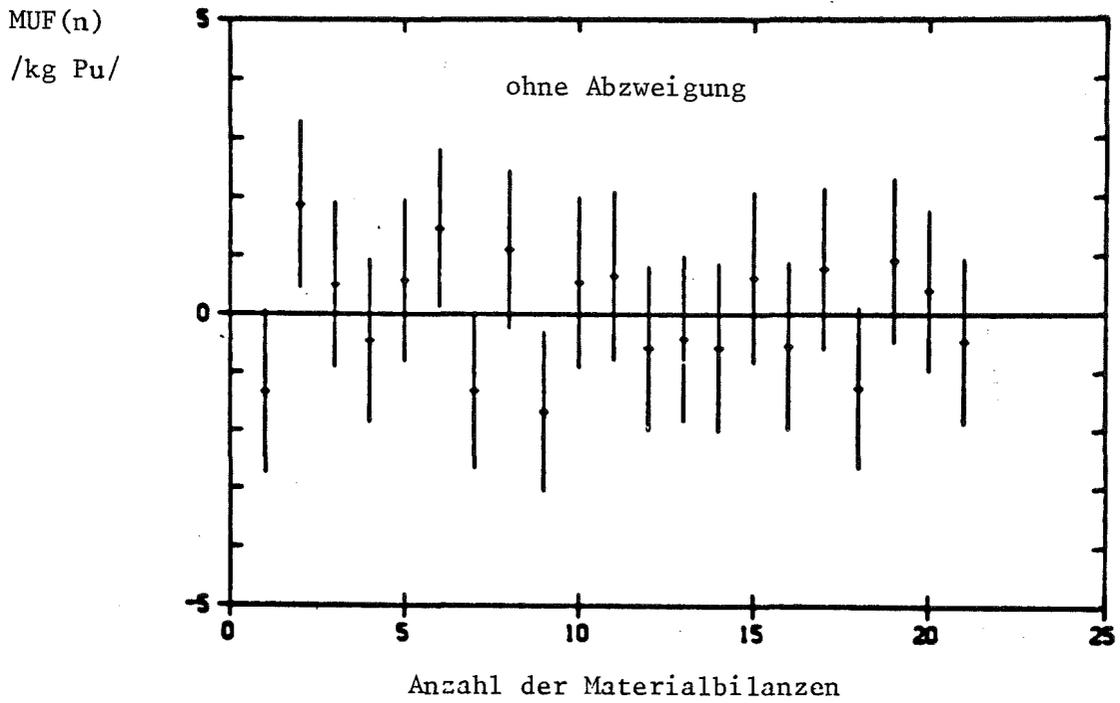


Abb.13: MUF(n) für den Fall 1; aus Ref. /17/

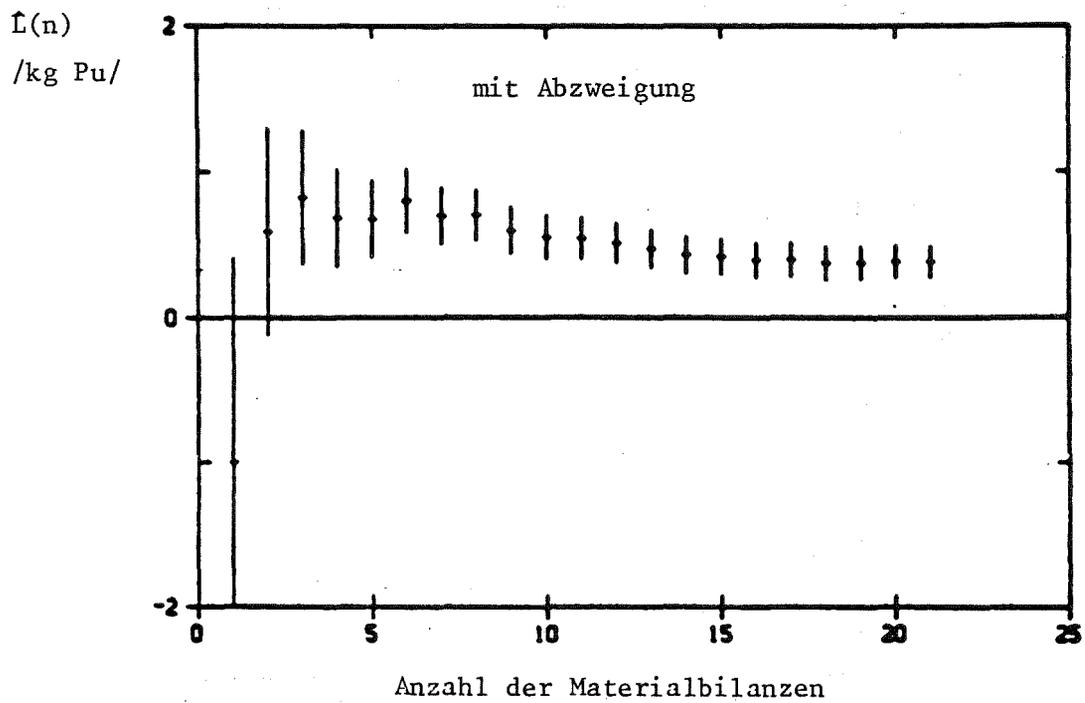
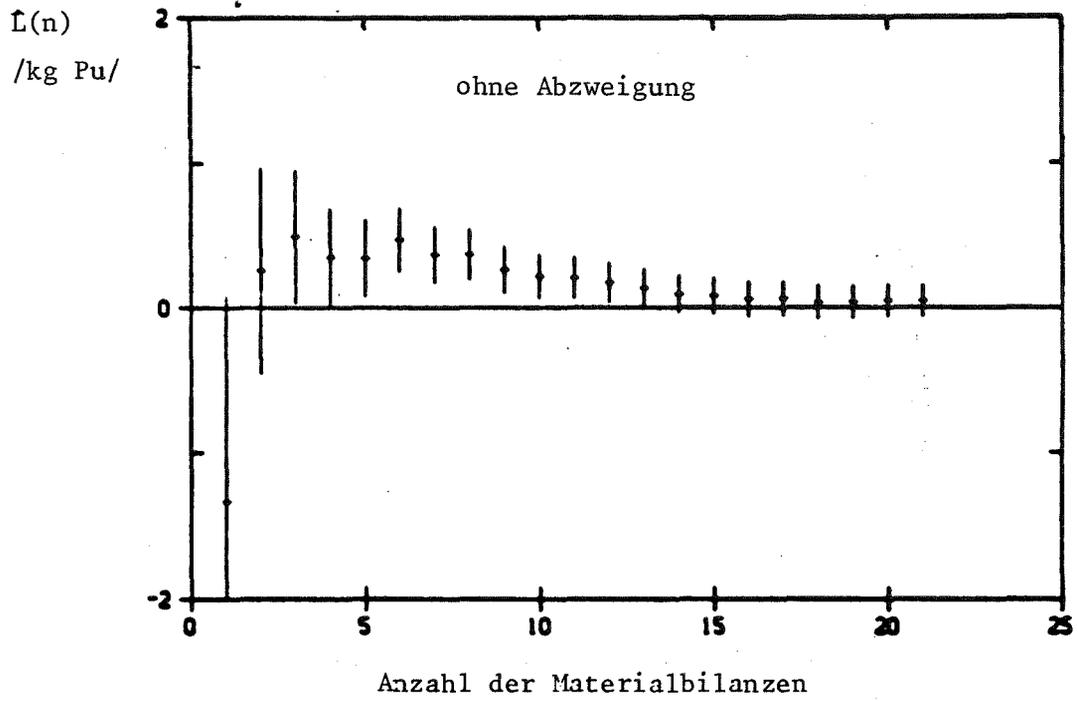


Abb.14: $\bar{L}(n)$ für den Fall 1; aus Ref. /17/

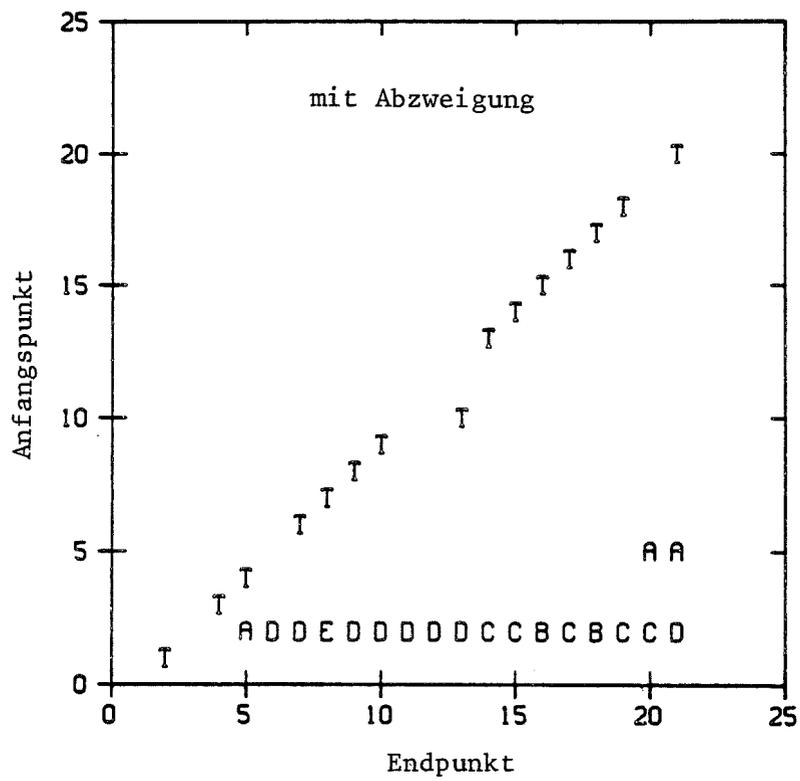
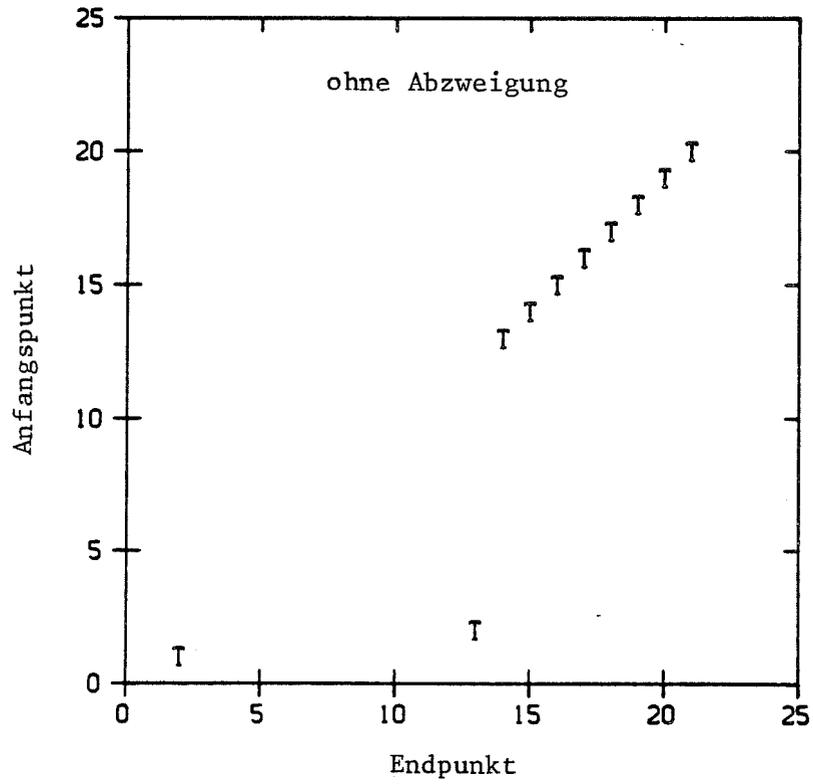


Abb.15: "Alarm Sequence Charts" für $\hat{L}(n)$; Fall 1; aus Ref. /17/

Man erkennt, daß für den Fall ohne Abzweigung die meisten Folgen von Bilanzen wegen des geringen Signifikanzniveaus nicht weiter verfolgt werden, was durch ein T angedeutet ist. Dagegen wird im Fall einer Abzweigung deutlich, daß eine Abzweigung zumindest mit einer Fehlalarmwahrscheinlichkeit $\alpha = 0,01 \div 0,005$, was durch den Buchstaben A gekennzeichnet ist, entdeckt wird.

Das Ergebnis der Sensitivitätsanalyse ist in Abb.16 dargestellt. Man bemerkt, daß im Fall 1 eine Abzweigung von ~ 300 g Pu/8 h in einer Woche entdeckt werden kann, während im Fall 4 im gleichen Zeitraum eine Abzweigung von ~ 25 g Pu/h entdeckt wird. D.h., eine Verkleinerung der Bilanzperioden und damit häufig durchgeführte Inventuren ändert die zu entdeckende insgesamt abgezweigte Menge nur unwesentlich (die Verbesserung ist auf die bessere Meßgenauigkeit im Fall 4 zurückzuführen), jedoch wird die Zeit bis zur Entdeckung einer Abzweigung dadurch deutlich reduziert.

4.2 Studie von JAERI

Im Rahmen des TASTEX-Programms (Tokai Advanced Safeguards Technology Exercise) hat JAERI (Japan Atomic Energy Research Institute) eine Studie über die Anwendung einer "near real-time"-Bilanzierung in der PNC-Tokai Wiederaufarbeitungsanlage - Durchsatz $\sim 0,7$ t/d - durchgeführt /37/, /38/. Die IAEO war bei diesen Untersuchungen beratend tätig.

Im Unterschied zu der von Los Alamos erarbeiteten Studie ist man in dieser Arbeit davon ausgegangen, daß zur Durchführung einer "near real-time"-Bilanzierung nur solche Meßgeräte und Verfahren eingesetzt werden sollen, die für die Prozeßführung bzw. Überwachung ohnehin vorhanden und installiert sind. D.h. z.B., daß die Messung der Plutoniumkonzentration nicht wie bei Los Alamos durch NDA-Meßgeräte erfolgt, sondern durch die übliche Prozedur des Probenziehens und der anschließenden chemischen Analyse.

In der PNC-Anlage ist das Inventar in Behältern jederzeit zu bestimmen und das Prozeßinventar in den Mixer-Settlern kann anhand von einfachen Computer-codes errechnet werden. Ein Problem ist die Inventarbestimmung beim Ver-

	Abzweigung pro Bilanzperiode (kg Pu)	Entdeckungszeit (h)	Abgezweigte Menge zur Zeit der Entdeckung (kg Pu)
Fall 1	4.2	8	4.2
Bilanzperiode	0.30	168 (1 Woche)	6.3
8 h	0.15	672 (4 Wochen)	12.6
Fall 4	2.6	1	2.6
Bilanzperiode	0.075	24 (1 Tag)	1.8
1 h	0.025	168 (1 Woche)	4.2

Abb.16: Sensitivitätsanalyse aus Ref. /17/

dampfer. Aus diesem Grund ist der Zeitpunkt der Inventarbestimmung so gewählt worden, daß der Verdampfer zu dieser Zeit gerade leer ist. Das nicht meßbare Inventar liegt bei ~ 250 g. Da nach Simulationsrechnungen die zu erwartenden Abweichungen von Batch zu Batch bei ~ 28 g liegen und nur diese Abweichungen einen signifikanten Beitrag zur Materialbilanz liefern können, wurde davon ausgegangen, daß der nicht meßbare Inventaranteil vernachlässigt werden kann.

Da zur Prozeßsteuerung täglich eine Inventaraufnahme in den Behältern erfolgt und der Verdampfer in etwa im 24-Stunden-Rhythmus betrieben wird, wäre prinzipiell eine tägliche Materialbilanzierung möglich. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, daß die Auswertung der Bilanz erst nach dem Vorliegen aller Meßdaten, was wegen der chemischen Analysen ca. 2-3 Tage erfordert, erfolgen kann. Die spätere Analyse hat jedoch gezeigt, daß eine wöchentlich durchgeführte Materialbilanz ausreicht, um abrupte und zeitlich gestreckte Abzweigungen einer signifikanten Menge zu entdecken. Auch das Kriterium der rechtzeitigen Entdeckung wird damit erfüllt, nachdem spätestens nach 10 Tagen eine Aussage über eine abrupte Abzweigung gemacht werden kann. Aus diesem Grund wurde der Studie die Annahme einer wöchentlichen Bilanz zugrunde gelegt.

In der Arbeit wird betont, daß zur Durchführung der wöchentlichen Bilanz keine einzige über den bisherigen Betrieb hinausgehende Messung erforderlich ist. Es ist nur wichtig, daß die Inventarbestimmung bei leerem Verdampfer vorgenommen wird, was eine Koordinierung der bisherigen Messungen erfordert. Die chemischen Analysen sollen etwas schneller als bisher durchgeführt werden.

Die Aussagen über die Leistungsfähigkeit der "near real-time"-Bilanzierung stützen sich wie in der Studie von Los Alamos auf Computersimulationen.

Zur Auswertung der Daten werden die folgenden Schätzer für eine Abzweigung betrachtet:

- $CUMUF(n)$
- $\hat{L}(n)$
- $\hat{L}_N(n)$
- $S(n)$.

Die letzten drei Schätzer werden von Shipley /28/ als besonders effektiv bezeichnet. Eine Aussage über eine Abzweigung wird nach dem von Los Alamos angegebenen Verfahren erzeugt; d.h. alle Folgen der o.g. Schätzer werden einem sequentiellen Hypothesentest mit variabler Fehlalarmwahrscheinlichkeit α unterzogen und das Ergebnis in einer "Alarm Sequence Chart" dargestellt.

In der Analyse werden 10 verschiedene Fälle betrachtet, wobei unterschiedliche Wiederaufarbeitungsstrategien und Abbrände berücksichtigt wurden. Eine Sensitivitätsanalyse wurde für eine konstante Abzweigung pro Materialbilanzperiode (1 Woche) in Höhe von ca.

- $1,5 \sigma_{\text{MUF}(.)}$
- $1,0 \sigma_{\text{MUF}(.)}$
- $0,25 \sigma_{\text{MUF}(.)}$ ($\sim 100 \text{ g}$)

durchgeführt. Das Ergebnis ist in Abb. 17 dargestellt. Man bemerkt, daß eine halbjährige Bilanzierung nur in sechs Fällen die zeitlich gestreckte Abzweigung entdecken würde, wobei jedoch die Abzweigung pro Jahr in allen Fällen größer als eine signifikante Menge ist. Mit dem $\hat{L}(n)$ -Schätzer sind alle Abzweigungen festzustellen, also auch die im Fall S.S.1-5.2, wo die Abzweigung pro Bilanzperiode nur $0,25 \sigma_{\text{MUF}(.)}$ ($\sim 100 \text{ g/Woche}$) ausmacht und damit im Jahr nur $\sim 4 \text{ kg}$ Plutonium abgezweigt werden können. Zu erwähnen ist, daß die betrachteten Abzweigungen ungefähr nach 10-15 Bilanzperioden entdeckt werden können.

Dieser Studie soll eine praktische Erprobung folgen.

5. Literaturverzeichnis

- /1/ Avenhaus, R., Material Accountability: Theory, Verification, and Applications, John Wiley & Sons, 1977
- /2/ Frick, H., Spieltheoretische Behandlung von Materialbilanzierungsproblemen, KfK-Bericht 2564, 1977
- /3/ Avenhaus, R.; Frick, H., Game Theoretical Treatment of Material Accountability Problems, Part I. Int. Journal of Game Theory 5, 1977, 117-135, und Part II. Int. Journal of Game Theory 6, 1977, 41-49
- /4/ Wald, A., Sequential Analysis, J. Wiley & Sons, Inc., N.Y., 1947
- /5/ Wald, A., Statistical Decision Functions, J. Wiley & Sons, Inc., N.Y., 1950
- /6/ Kalman, R.E., A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems, Journal of Basic Engineering (ASME), Vol. 82D, p. 35-45, 1960
- /7/ Stewart, K.B., B-PID and Inventory Estimates with Minimum Variance, HW-56536, Hanford Atomic Products Operation, Richland, WA, 1958
- /8/ Stewart, K.B., Statistical Techniques for Enhancing the Role of Material Balance Accounting in Safeguards, BNWL-1386, 1970
- /9/ Stewart, K.B., A New Weighted Average, Technometrics, 12, May 1970, pp. 247-258
- /10/ Wincek, M.A.; Stewart, K.B.; Piepel, G.F., Statistical Methods for Evaluating Sequential Material Balance Data, PNL-2920, NUREG/CR-0683, 1979
- /11/ Pike, D.H.; Morrison, G.W., Optimal State Estimation Theory Applied to Safeguards Accounting, Journal of the Inst. of Nuc. Mat. Management, proc. of the 18th annual meeting, Vol. VI, no. III, fall 1977
- /12/ Pike, D.H.; Morrison, G.H., A New Approach to Safeguards Accounting, ORNL/CSD/TM-25, 1977

- /13/ Pike, D.H.; Morrison, G.W., Enhancement of Loss Detection Capability Using a Combination of the Kalman Filter/Linear Smoother and Controllable Unit Accounting Approach, 20th Annual Meeting of the Inst. of Nuc. Mat. Management, Albuquerque, N.M., July 16-19, 1979
- /14/ Morrison, G.W., Real Time Material Accountability in a Chemical Reprocessing Unit, 20th Annual Meeting of the Inst. of Nuc. Mat. Management, Albuquerque, N.M., July 16-19, 1979
- /15/ Hostetler, D.E., The Optimal Use of Loss Estimators for Detecting Diversion, 20th Annual Meeting of the Inst. of Nuc. Mat. Management, Albuquerque, N.M., July 16-19, 1979
- /16/ Mervill, J.A.; Brouns, R.J., A Statistical Approach to Simultaneous Tests for Both Short Term & Long Term Material Losses, 20th Annual Meeting of the Inst. of Nuc. Mat. Management, Albuquerque, N.M., July 16-19, 1979
- /17/ Hakkila, E.A.; Cobb, D.D.; Dayem, H.A.; Dietz, R.J.; Kern, E.A.; Schelonka, E.P.; Shipley, J.P.; Smith, D.B.; Augustson, R.H.; Barnes, J.W., Coordinated Safeguards for Materials Management in a Fuel Reprocessing Plant, Los Alamos Scientific Laboratory report LA-6881, Vol. I + II, 1977
- /18/ Shipley, J.P.; Cobb, D.D.; Dietz, R.J.; Evans, M.L.; Schelonka, E.P.; Smith, D.B.; Walton, R.B., Coordinated Safeguards for Materials Management in a Mixed-Oxide Fuel Facility, Los Alamos Scientific Laboratory report LA-6536, 1977
- /19/ Shipley, J.P., Decision Analysis in Safeguarding Special Nuclear Material, Trans. Am. Nucl. Soc. 27, 178, 1977
- /20/ Smith, D.B.; Cobb, D.D.; Shipley, J.P.; Dietz, R.J., Dynamic Materials Control in Nuclear Fuel Cycle Facilities, LA-UR-77-657, 1977
- /21/ Dayem, H.A.; Cobb, D.D.; Dietz, R.J.; Hakkila, E.A.; Shipley, J.P.; Smith, D.B., Dynamic Materials Accounting in the Back End of the LWR Fuel Cycle, Am. Nucl. Soc. Meeting on Back End of the LWR Fuel Cycle, Savannah, Georgia, March 19-23, 1978

- /22/ Dayem, H.A.; Cobb, D.D.; Dietz, R.J.; Hakkila, E.A.; Kern, E.A.; Shipley, J.P.; Smith, D.B.; Bowersox, D.F., Coordinated Safeguards for Materials Management in a Nitrate-to-Oxide Conversion Facility, Los Alamos Scientific Laboratory report LA-7011, 1978
- /23/ Dayem, H.A.; Cobb, D.D.; Dietz, R.J.; Hakkila, E.A.; Shipley, J.P.; Smith, D.B., Coordinated Safeguards for Materials Management in Chemical Separations, Conversion, and Fuel Fabrication Facilities, Inst. Nuc. Mat. Management, VII, 126-131, 1978
- /24/ Dayem, H.A.; Cobb, D.D.; Dietz, R.J.; Hakkila, E.A.; Shipley, J.P.; Smith, D.B., Dynamic Materials Accounting in Chemical Separations, Conversion, and Fuel Fabrication Facilities, Int. Atomic Energy Agency Symp. on Nuc. Mat. Safeg., IAEA-SM-231/66, 1978
- /25/ Shipley, J.P., Decision Analysis for Nuclear Safeguards, Am. Chem. Soc. Meeting on Nondestructive and Analytical Chemical Techniques for Nuc. Safeg., Anaheim, CA, March 12-17, 1978
- /26/ Shipley, J.P., Decision Analysis for Dynamic Accounting of Nuclear Material, Am. Nuc. Soc. Topical Meeting, Williamsburg, Virginia, May 15-17, 1978
- /27/ Shipley, J.P., The Structure of Safeguards Systems, Los Alamos Scientific Laboratory report LA-7337-MS, 1978
- /28/ Shipley, J.P., Efficient Analysis of Materials Accounting Data, 19th Annual Meeting of the Inst. Nuc. Mat. Management, Cincinnati, Ohio, June 27-29, 1978
- /29/ Cobb, D.D.; Shipley, J.P., Performance Analysis of Nuclear Materials Accounting Systems, Nuc. Mat. Management, VIII(2), 81-92, 1979
- /30/ Cobb, D.D.; Ostenak, C.A., Dynamic Materials Accounting for Solvent-Extraction Systems, Am. Nuc. Soc. Topical Conference on Measurement and Technology for Safeguards and Materials Control, Kiawah Island, SC, November 26-29, 1979
- /31/ Dayem, H.A.; Cobb, D.D.; Dietz, R.J.; Hakkila, E.A.; Shipley, J.P.; Smith, D.B., Dynamic Materials Accounting in the Back End of the LWR Fuel Cycle, Nucl. Tech. 43, 222-243, 1979

- /32/ Shipley, J.P.; Christensen, E.L.; Dietz, R.J., The Evolution of Safeguards Systems Design, Am. Nuc. Soc. Topical Conference, Kiawah Island, Charleston, SC, November 26-29, 1979
- /33/ Hakkila, E.A.; Dietz, R.J.; Shipley, J.P., The Role of Near-Real-Time Accounting in International Safeguards for Reprocessing Plants, 20th Annual Meeting of the Inst. of Nuc. Mat. Management, Albuquerque, N.M., July 16-19, 1979
- /34/ Hakkila, E.A.; Cobb, D.D.; Dayem, H.A.; Dietz, R.J.; Kern, E.A.; Shipley, J.P., Materials Accounting Considerations for International Safeguards in a Light-Water Reactor Fuels Reprocessing Plant, Am. Nuc. Soc. Topical Conference on Measurement and Technology for Safeguards and Materials Control, Kiawah Island, SC, November 26-29, 1979
- /35/ Hakkila, E.A.; Cobb, D.D.; Dayem, H.A.; Dietz, R.J.; Markin, J.T.; Shipley, J.P.; Barnes, J.W.; Scheinman, L.A., Materials Management in an Internationally Safeguarded Fuels Reprocessing Plant, Vol. I-III, Los Alamos Scientific Laboratory report LA-8042, 1980
- /36/ Shipley, J.P., Data Analysis for Nuclear Materials Accounting, ESARDA Symp. on Safeg. and Nuc. Mat. Management, Brussels, Belgium, April 25-26, 1979
- /37/ Ikawa, K.; Ihara, H.; Sakuragi, H.; Nishimura, H.; Hirata, M., Study of the Application of DYMAC Principles to Safeguarding Spent Fuel Reprocessing Plants, JAERI memo 8241 (Japan Atomic Energy Research Institute), April 1979
- /38/ Lovett, J.E.; Hirata, M.; Ikawa, K.; Augustson, R.H., Application of the Basic Concepts of Dynamic Materials Accountancy to the Tokai Spent Fuel Reprocessing Facility, IAEA-STR-94, 1980