

KfK 3048
IKE-Ber. 4-96
Oktober 1980

**ZETHYD, ein SSYST-Modul zur
simultanen Lösung der
Wärmeleitungsgleichung im
Brennstab und der
Energiegleichung im Kühlkanal**

L. Ehnis
Projekt Nukleare Sicherheit

Kernforschungszentrum Karlsruhe

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Projekt Nukleare Sicherheit

KfK 3048

IKE - Ber. 4 - 96

ZETHYD, EIN SSYST-MODUL ZUR SIMULTANEN
LÖSUNG DER WÄRMELEITUNGSGLEICHUNG IM BRENNSTAB
UND DER ENERGIEGLEICHUNG IM KÜHLKANAL

LOTHAR EHNIS⁺

⁺ Institut für Kernenergetik und Energiesysteme der
Universität Stuttgart

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
ISSN 0303-4003

Kurzfassung

Der in FORTRAN IV programmierte SSYST⁺)-Modul ZETHYD berechnet den Wärmetransport aus dem Brennstab in den Kühlkanal eines Leichtwasser-Reaktors (LWR). ZETHYD ermöglicht die Analyse eines LWR-Brennstabs während eines postulierten Kühlmittelverluststörfalls oder kann zur Vorausberechnung und Auslegung von Experimenten herangezogen werden. Der Modul löst simultan für einen vorgegebenen Zeitschritt die Fouriersche Wärmeleitungsgleichung für den Brennstab und die Energiegleichung für das strömende Kühlmittel im Kühlkanal. Diese beiden Differentialgleichungen werden nach dem finiten Differenzenverfahren numerisch mit verschiedenen Methoden gelöst. Für den Wärmeübergang Brennstabhülle - Kühlmittel wird entsprechend dem momentanen örtlichen Zustand anhand verschiedener Modelle eine Wärmeübergangszahl bestimmt.

- +) Das Programmsystem SSYST zur genauen Analyse des Brennstabverhaltens wird im Auftrag des Projekts Nukleare Sicherheit (PNS) der Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe (KfK), in enger Zusammenarbeit zwischen dem Institut für Reaktorentwicklung (IRE) der KfK und dem Institut für Kernenergetik (IKE) der Universität Stuttgart entwickelt.

ZETHYD, a SSYST-Module for Solving Simultaneously the Heat Conduction Equation in the Fuel Rod and the Energy Equation in the Coolant Channel.

Abstract

The SSYST⁺-Module ZETHYD calculates the heat transfer between a fuel rod and the coolant channel of a light water reactor (LWR). It is programmed in FORTRAN IV. ZETHYD provides a tool to analyse a LWR fuel rod during a postulated loss of coolant accident or to precalculate and design fuel rod experiments. The module solves simultaneously for a given time step the Fourier heat conduction equation for the fuel rod and the energy equation for the fluid in the coolant channel. Both differential equations are solved numerically by the finite difference method and various algorithms. The heat transfer coefficient between fuel rod cladding and coolant is computed by different correlations depending on the surrounding conditions.

⁺) The SSYST program system for the detailed analysis of LWR fuel rod behaviour is being developed on behalf of the Nuclear Safety Project (PNS) of Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe (KfK) in close cooperation with the Institute of Reactor Development (IRE) of KfK and the Institute of Nuclear Energetics (IKE) of Stuttgart University.

Inhaltsverzeichnis

Seite

1	Einleitung	1
2	Aufbau des Moduls ZETHYD	4
3	Wärmeleitung im Brennstab	5
3.1	Theoretische Ansätze und Annahmen zur Lösung der WL-Gleichung	5
3.1.1	Lösung der Differentialgleichung	5
3.1.2	Randbedingungen	8
3.1.3	Annahmen und Voraussetzungen	9
4	Lösung der Strömungsgleichung im Kühlkanal	12
4.1	Aufstellen der Differentialgleichung für ein-dimensionale Strömungen in Kühlkanälen	12
4.2	Lösung der partiellen Differentialgleichung	16
4.2.1	Überführung der part. Differentialgleichung in Differenzengleichungen (explizites Verfahren)	16
4.2.2	Lösung der Differenzengleichung	19
4.2.3	Stabilitätsanalyse	22
4.2.4	Konsistenz	23
4.2.5	Konvergenz	23
4.3	Lösung der part. Differentialgleichung nach dem Verfahren von McCormack	24
4.4	Lösung nach dem gemischten explizit-impliziten Zwischenschritt-Verfahren	25
4.5	Lösung durch stationären Ansatz	28
5	Wärmeübergangsmodelle	29
5.1	Wärmeübergangsmodelle unterhalb der krit. Heiz-flächenbelastung	31
5.1.1	Erzwungene Konvektion bei unterkühltem Fluid	31

5.1.2	Blasensieden	31
5.1.3	Blasenverdampfung	32
5.2	Kritische Heizflächenbelastung	33
5.2.1	Beziehung von Babcock Wilcox (BW 2)	35
5.2.2	Beziehung von Barnett	35
5.2.3	Beziehung nach Modified Barnett	36
5.2.4	Beziehung nach Westinghouse (W 3)	36
5.2.5	Beziehung nach Zuber	37
5.3	Wärmeübergang nach der krit. Heizflächenbelastung	37
5.3.1	Übergangssieden	37
5.3.2	Stabiles Filmsieden	38
5.3.3	Kühlmittel in gasförmigem Zustand	38
6	Kopplung des Wärmeleitvorganges im Brennstab mit dem Wärmeübergang vom Stab an das Fluid	39
6.1	Berechnung der Wandtemperatur T_w bei verschiedenen Wärmeübergangsmodellen	41
7	Eigenschaften des Moduls	44
7.1	Steuerung des Moduls	45
7.2	Notwendige Eingabedaten	47
7.3	Ausgabedaten	48
8	Zusammenfassung und Erfahrungen mit dem Modul ZETHYD	50
8.1	Problematik der Lösung der Differentialgleichungen	50
8.2	Bestimmung der Wärmeübergangszahlen	52
	Literaturverzeichnis	55
	Verzeichnis der Abkürzungen	58
	Anhang: Eingabe-Beschreibung ZETHYD	61

1. Einleitung

Das Programmsystem SSYST⁺) /1/ ist ein modular aufgebautes Programmsystem mit zentraler Datenbasis, das sowohl zur Berechnung des LWR-Brennstabverhaltens bei einem Störfall als auch zur Unterstützung bei der Auslegung von Experimenten herangezogen werden kann.

Für Rechnungen zur Brennstabanalyse werden die Umgebungsrandbedingungen für den Brennstab (Kühlmitteldruck, -enthalpie, -massenstrom, Wärmeübergangszahl usw.) einem Rechenprogramm für Primärkreislauf-Analyse wie RELAP /19/ entnommen oder durch Eingabedaten entsprechend definiert.

Bei dieser Art der Definition des Kühlmittelzustands besteht keine Rückkopplung zwischen Wärmeleitung im Stab und der Thermo-hydraulik im Kühlkanal, da die Thermo-hydraulik-Daten (vor allem Wärmeübergangszahl und Kühlmitteltemperatur) als Randbedingungen fest vorgegeben sind. Weiter hat sich bei der Durchführung von Brennstabanalysen gezeigt, daß zur Bestimmung von lokalen Heißstellen eine detaillierte Berechnung des Brennstabs möglich sein muß (z.B. wegen Deformation). Auch bei der Auslegung von Experimenten ist eine feine Diskretisierung des Stabs notwendig, falls Rechenergebnisse zur Auslegung verwendet werden.

Eine solche detaillierte Beschreibung des Brennstabs ist in Primärkreislauf-Rechenprogrammen aus Speicherplatzgründen oder wegen hoher Rechenzeiten kaum möglich.

Der SSYST-Modul HYDRA /2/ ist ein Rechenprogramm, das es erlaubt, aus den Primärkreis-Bedingungen Kühlmitteldruck, - eintritts-enthalpie und -massenstromdichte eine mit der Wärmeleitung

+) Das Programmsystem SSYST zur genauen Analyse des Brennstabverhaltens wird im Auftrag des Projekts Nukleare Sicherheit (PNS) der Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe (KfK), in enger Zusammenarbeit zwischen dem Institut für Reaktorentwicklung (IRE) der KfK und dem Institut für Kernenergetik (IKE) der Universität Stuttgart entwickelt.

rückgekoppelte detaillierte Aussage über örtliche Kühlmitteltemperaturen und Wärmeübergangszahlen zu machen. Der Modul besteht aus 2 Hauptteilen:

1. Lösung der transienten Energiegleichung im Kühlkanal für homogene Flüssigkeit. Daraus folgt über die Zustandsgleichungen der Flüssigkeit die Kühlmitteltemperatur.
2. Bestimmung der Wärmeübergangszahlen Hülle-Kühlmittel entsprechend den gegebenen Randbedingungen und Wärmeübergangsmodellen.

Die Berechnung der Hüllrohr-Wandtemperatur und des Wärmestroms erfolgt dabei separat im Wärmeleitmodul ZET-1D /3/ und werden von HYDRA übernommen. Die Berechnung der Wärmeübergangszahl hängt somit direkt von HYDRA und ZET-1D ab, die jedoch vollkommen unabhängig voneinander sind.

Der Wärmetransport im Brennstab wird von aufgeprägten Wärmeströmen bestimmt, die von den Wärmequellen abhängen. Die Temperatur, bei welcher der Wärmetransport im Brennstab stattfindet, ist ein freier Parameter; d.h. das Temperaturniveau im Brennstab wird nicht von der Wärmeleitung festgelegt, sondern durch die Randbedingung des Kühlkanals. Dieses Temperaturniveau wird von der Kühlmitteltemperatur und dem Wärmeübergangsmodell bestimmt. Damit hängt das Niveau der im Brennstab berechneten Temperaturverteilung von den Kühlmittelbedingungen ab, die jedoch wiederum von der Aufheizung durch die aufgeprägten Wärmeströme bestimmt sind.

Diese sehr enge Kopplung muß auch bei der Bestimmung der Wärmeübergangszahl berücksichtigt werden. Rechnungen mit HYDRA und ZET-1D haben gezeigt, daß besonders für schnelle transiente

Vorgänge die Wärmeleitung und Thermohydraulik simultan gerechnet werden sollten, um die Rückkopplungseffekte durch Bestimmung neuer Wärmeübergangszahlen sofort abschätzen und geeignete Maßnahmen ergreifen zu können, wie z.B. andere Modellwahl für die Wärmeübergangszahl.

Diese Notwendigkeit führt zu einer Verschmelzung der beiden Modulen ZET-1D und HYDRA in einem Modul ZETHYD, der für einen vorgegebenen Zeitschritt simultan die Wärmeleitung im Brennstab und die Wärmeübergangszahl samt Kühlmitteltemperatur entlang des Stabes berechnet.

Der stationäre Anfangszustand für die transiente Rechnung ist wie bisher mit HYDRA zu berechnen (vgl. /1/).

2. Aufbau des Moduls ZETHYD

Der Modul ZETHYD berechnet den Vorgang der Wärmeleitung im Brennstab und den Wärmetransport ins Kühlmittel für transiente Vorgänge. Der zeitliche Ablauf wird durch definiert vorgegebene Zeitschritte (Mikrozeitschritte /1/) diskretisiert.

Der Modul löst die eindimensionale instationäre Wärmeleitgleichung für Zylindergeometrie in radialer Richtung (r), die axiale Wärmeleitung bleibt unberücksichtigt (s. Kap. 3). Im Kühlkanal löst ZETHYD die eindimensionale transiente Energiegleichung für strömendes Fluid in axialer Richtung (Z). Die einzelnen axialen Brennstabsegmente werden hierdurch axial gekoppelt. Über die Zustandsgleichungen des Fluids, in ZETHYD Wasser bzw. Wasserdampf, kann aus der Enthalpieverteilung die Kühlmitteltemperatur entlang des Brennstabs ermittelt werden (s. Kap. 4).

Die Wärmeübergangszahl Brennstabhülle-Kühlmittel wird während der Lösung der Wärmeleitgleichung für jedes axiale Segment berechnet, wobei diese aus den physikalischen Bedingungen und dem entsprechenden Modell bestimmt wird (s. Kap. 5 und 6).

Die verwendeten Lösungsverfahren und Methoden werden in den folgenden Kapiteln beschrieben.

3. Wärmeleitung im Brennstab

Die transiente Wärmeleitgleichung wird in radialer Richtung für jedes axiale Segment des Brennstabs gelöst, die axiale Wärmeleitung bleibt unberücksichtigt.

Der Brennstab wird als Zylinder dargestellt und kann aus beliebig vielen Materialien aufgebaut sein. Auch können Spalte zwischen Materialien durch Wärmeübergangszahlen berücksichtigt werden. Am inneren Rand (Hohlzylinder) können verschiedene wärmetechnisch wichtige Randbedingungsfunktionen vorgegeben werden. Die Zeitintegration wird durch eine beliebige Zeitkoordinatenachse definiert. Der Modul kann eine variable Geometrie berücksichtigen, d.h. die radialen Maschen von einem axialen Segment zum anderen können leicht versetzt sein. Die Zahl der Maschen in jedem Segment muß jedoch gleich sein.

3.1 Theoretische Ansätze und Annahmen zur Lösung der WL-Gleichung

3.1.1 Lösung der Differentialgleichung

Die zu lösende parabolische partielle Differentialgleichung lautet allgemein:

$$c_p(r, T) \cdot \rho(r, T) \cdot \frac{\partial T(r)}{\partial \tau} = \nabla \lambda(r, T) \nabla T(r) + \omega(r) \quad (1)$$

Durch Integration der Gleichung (1) über ein homogenes Volumen V_i erhält man durch Umformungen

$$\int_{V_i} c_{p_i} \rho_i \frac{\partial T_i}{\partial \tau} dV = \int_{\sigma_i} \lambda_i \text{grad } T d\sigma + \int_{V_i} \omega_i dV \quad (2)$$

Diese Wärmeleitgleichung wird mit numerischen Verfahren gelöst, da eine geschlossene Lösung für beliebige Koeffizienten praktisch nicht möglich ist. Der Lösungsbereich wird nach dem Finiten Differenzenverfahren in Maschen (Knoten) unterteilt (s. Abb. 1). Jede Masche ist gekennzeichnet durch spezielle Geometrie- und Materialdaten sowie ihre Temperatur, die innerhalb der Masche konstant sein soll. Durch Anwendung des Differenzenverfahrens folgt aus der Differentialgleichung (2) ein Differenzengleichungssystem für den Lösungsbereich mit den Temperaturen in den Maschenknoten als Unbekannte.

Aus Gleichung (2) folgt für eine Masche i durch Annäherung des Oberflächengradienten mit einer nach dem 2. Glied abgebrochenen Taylorreihe und Kontinuitätsbedingungen die folgende Differenzengleichung (vgl. Abb. 1).

$$\begin{aligned} c_{pi} \rho_i V_i \frac{\partial T_i}{\partial \tau} = & - \frac{4\pi \lambda_i r_{i-1/2} \cdot (T_i - T_{i-1})}{\Delta r_i + \Delta r_{i-1} \cdot \frac{\lambda_i}{\lambda_{i-1}}} \\ & + \frac{4\pi \lambda_i r_{i+1/2} \cdot (T_{i+1} - T_i)}{\Delta r_i + \Delta r_{i+1} \cdot \frac{\lambda_i}{\lambda_{i+1}}} \\ & + \omega_i V_i \end{aligned} \quad (3)$$

Die Zeitabhängigkeit der Gleichung (3) wird nach der Methode von Crank-Nicholson berücksichtigt, was sich auf den Aufbau des Differenzengleichungssystems auswirkt /5/. Diese Methode arbeitet mit einem gemischten expliziten-impliziten Auflösungsverfahren und ist stabil bezüglich der Lösungen /6/. In stark vereinfachter Form kann Gleichung (3) bezüglich der Zeitintegration formal geschrieben werden.

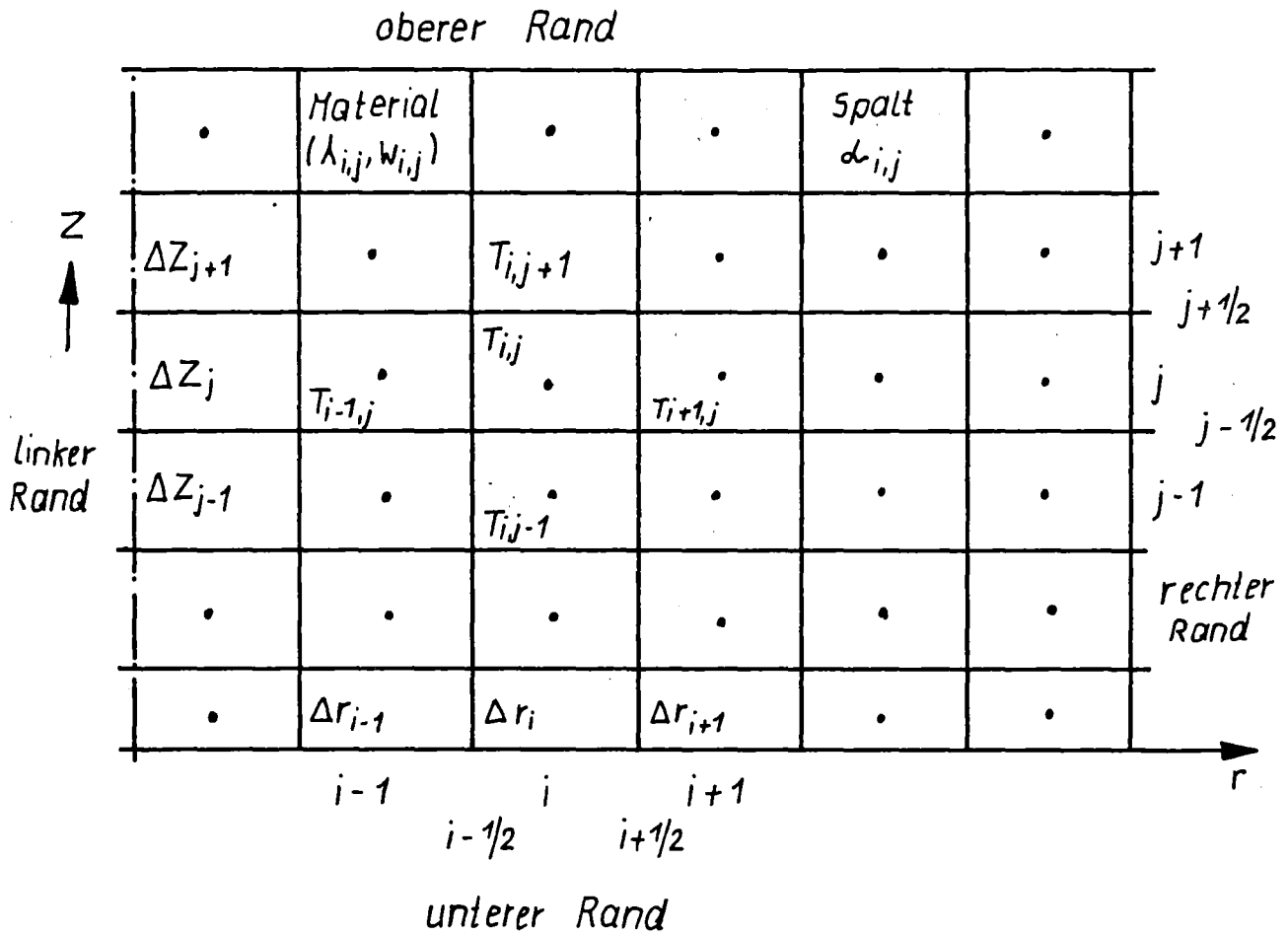


Abb. 1: Lösungsbereich für die 1D-Lösung der Wärmeleitgleichung für axiale Segmente

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta \tau} = \sigma \frac{T_{i+1}^m - 2T_i^m - T_{i-1}^m}{(\Delta x)^2} \quad (4)$$

Abhängig von der Wahl von m erhält man verschiedene Auflösungsverfahren. Die Methode von Crank-Nicholson auf Gleichung (3) angewandt, führt auf folgende formale Gleichung

$$\begin{aligned} m \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta \tau} = & b(T_{i+1} - T_i)^n - a(T_i - T_{i-1})^n \\ & + b(T_{i+1} - T_i)^{n+1} - a(T_i - T_{i-1})^{n+1} \\ & + Q_i \end{aligned} \quad (5)$$

Das Gleichungssystem dieser Differenzgleichungen ist ein tri-diagonales Gleichungssystem, das mit dem Gaußschen Eliminationsverfahren direkt nach der Temperatur aufgelöst werden kann /4/.

3.1.2 Randbedingungen

Die möglichen Randbedingungen auf dem linken Rand R sind in der allgemeinen Randbedingungsfunktion

$$A \cdot T_R + B \cdot \lambda_R \text{ grad } T_R = C \quad (6)$$

enthalten. Durch Wahl der Parameter A , B und C können folgende wärmetechnischen Randbedingungen realisiert werden:

1. konstante Randtemperatur $T_R = \text{const}$

$$B=0 \rightarrow T_R = \frac{C}{A} = \text{const.} \quad (A=1, T_R=C) \quad (7)$$

2. konstanter Randwärmestrom: $\dot{q} = - \text{grad } T_R = \text{const}$

$$B = -1, A = 0 \longrightarrow$$

$$\dot{q} = -\lambda(R) \text{grad } T_R = C = \text{const.} \quad (8)$$

3. Randbedingung mit $\dot{q} = \alpha \cdot (T_R - T_K)$

$$B = 1, A = \alpha, C = \alpha \cdot T_K \longrightarrow$$

$$\dot{q} = -\lambda(R) \text{grad } T_R = A \cdot T_R - C = \alpha (T_R - T_K) \quad (9)$$

Bei Symmetrie-Randbedingungen ist zu setzen: $A = 0, B = 1, C = 0$.

Die Randbedingungsfunktion (6) ersetzt entsprechende Differenzgleichungsglieder in Gleichung (5).

Es ist

$$\text{grad } T_R = \left. \frac{\partial T_R}{\partial \tau} \right|_R = 2 \left[\frac{C}{2B\lambda_R + A \cdot \Delta\tau_R} - \frac{A \cdot T_R}{2B\lambda_R + A \cdot \Delta\tau_R} \right] \quad (10)$$

3.1.3 Annahmen und Voraussetzungen

Die geometrische Definition des orthogonalen Maschensystems für den Brennstab ist dem Benutzer überlassen. Der Diskretisierungsfehler hängt davon ab. Jeder Masche ist über Zuordnungsziffern (= Materialreihenfolge) ein Material zugeordnet. Die

Stoffdaten dieser Materialien (Wärmeleitfähigkeit, spezifische Wärme, Dichte) werden aus vorgegebenen Interpolationstabellen temperaturabhängig berechnet. Die temperaturabhängigen Daten werden jeweils mit den Temperaturen des vorhergehenden Zeitschritts bestimmt. Bei sehr stark temperaturabhängigen Daten wird damit ein bestimmter Fehler zu Gunsten der Rechenzeit in Kauf genommen. Bei üblichen Stoffwerten stellt diese Methode eine brauchbare Lösung dar. Es soll gelten:

$$\frac{\partial f(T)}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} \approx 0 \quad (11)$$

Spalte zwischen Festkörpern (Gasspalte), die durch eine Wärmeübergangszahl α charakterisiert werden können, sind zugelassen. Der Modul bildet sich dabei aus der vorgegebenen α -Zahl eine fiktive Wärmeleitfähigkeit λ_f über die Beziehung

$$\lambda_f = \alpha \cdot s \quad s \text{ Spaltbreite} \quad (12)$$

Spalte werden durch negative Zuordnungsziffern ausgezeichnet. Die Definition des zugehörigen Materialblocks entspricht dem des Standardblocks, wobei die Wärmeleitfähigkeit als Wärmeübergangszahl interpretiert wird.

Das Programm erlaubt es, auf vorgegebenen Maschenlinien Temperaturen zu berechnen. Diese Temperaturberechnung erfolgt durch eine lineare Interpolation zwischen den benachbarten Knotentemperaturen, korrigiert mit den entsprechenden Wärmeleit- und Geometriedaten. Es gilt (vgl. Abb. 1):

$$T_{i-1/2} = T_i \cdot \frac{\Delta \tau_i}{\Delta \tau_i + \Delta \tau_{i-1} \frac{\lambda_i}{\lambda_{i-1}}} (T_i - T_{i-1}) \quad (13)$$

Am linken Rand wird die Randtemperatur aus der Randknotentemperatur und der Randbedingungsfunktion berechnet (vgl. Gleichung (6)).

Es ist

$$T_R = \frac{2B\lambda_R \cdot T_i + C \cdot \Delta r_R}{2B\lambda_R + A \cdot \Delta r_R} \quad (14)$$

Eine Fehlerabschätzung für die Lösungsmethode ist kaum möglich wegen der verschiedenen beliebig temperaturabhängigen Stoffdaten, der nicht-äquidistante Geometrie und den nicht-konstanten Zeitschrittgrößen. Eine Abschätzung des Fehlers kann man durch Sensitivitätsstudien der einzelnen Parameter erhalten.

4. Lösung der Strömungsgleichung im Kühlkanal

Zur Herleitung der transienten eindimensionalen Strömungsgleichung werden die Kontinuitäts-, die Impuls- und die Energiegleichung benutzt.

Die Lösung der 1D-Strömungsgleichungen geschieht mit Hilfe von Differenzenverfahren. Dem Benutzer werden folgende Verfahren zur Verfügung gestellt:

1. Explizites Lösungsverfahren
2. Predictor-Corrector-Verfahren von McCormack (Zweischritt)
3. Gemischt explizit-implizites Zwischenschritt-Verfahren
4. Stationäre Lösung (Aufaddieren der Wärmemengen).

Für das explizite Verfahren wird der Stabilitäts- und Konsistenzbeweis durchgeführt.

Zur Lösung der 1D-Strömungsgleichungen muß der Wärmestrom von der Staboberfläche ans Fluid bekannt sein. Den Wärmestrom erhält man aus Wärmeübergangszahlen, welche vom Zustand des Fluids und der Wandtemperatur abhängen. Der Zustand von Wasser und Wasserdampf ist über die Zustandsgleichungen (Dampftafel) definiert.

Die Lösungsverfahren werden für beide Strömungsrichtungen bereitgestellt, Stagnation ist nicht möglich und muß durch einen kleinen Massenstrom ($\dot{m} \ll 0$) simuliert werden. Im Programm wird der Druck $p(z)$ und die Massenstromdichte $\dot{m}(z)$ entlang des Stabes als konstant angenommen.

4.1 Aufstellen der Differentialgleichung für eindimensionale Strömungen in Kühlkanälen

Das Kühlmittel (Fluid) tritt an der Unterseite des **Reaktorkerns** ein. Es hat dabei die Geschwindigkeit u_E , die Eingangsenthalpie h_E und die Dichte ρ_E .

Im Reaktorkern strömt das Fluid im Kühlkanal entlang des Brennstabes, der den Wärmestrom $\dot{Q} = f(t, z)$ an das Kühlmittel abgibt. Dabei verändert sich der Zustand des Fluids. Es verläßt den Kühlkanal mit der Geschwindigkeit u_A , der Ausgangsenthalpie h_A und der Dichte ρ_A .

Bei den folgenden Betrachtungen wird angenommen, daß der Druckgradient entlang des Stabes Null ist ($\partial p / \partial z = 0$). Weiter ist angenommen, daß der Massenstrom ebenfalls konstant ist ($\partial \dot{m} / \partial z = 0$).

Zur Berechnung des Flüssigkeitszustandes entlang des Stabes werden die Kontinuitäts-, die Impuls- und die Energiegleichung /7/ berücksichtigt. Die Reibungsterme werden bei der Betrachtung vernachlässigt.

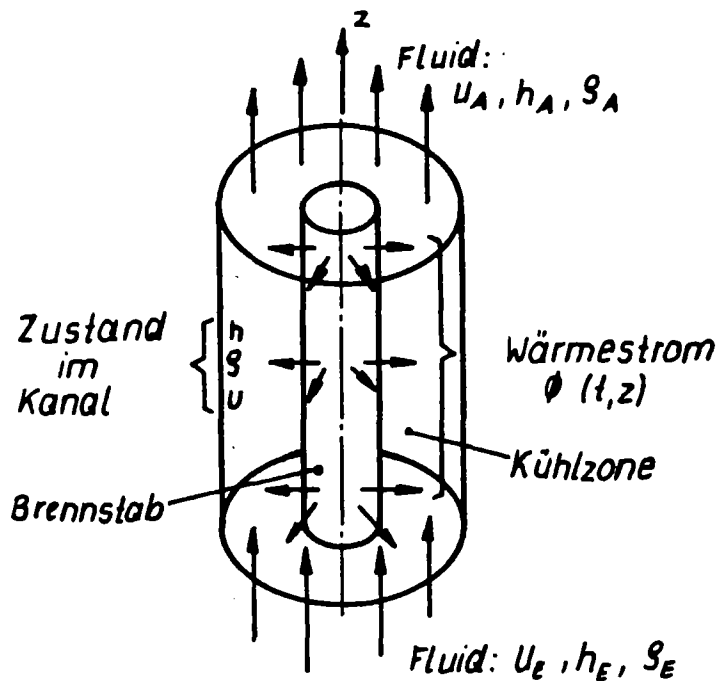


Abb. 2: Brennstab und Kühlkanal

Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u) = 0 \quad (15)$$

wobei

$$\rho u = \dot{m} \quad (16)$$

Die Änderung des Massenstroms entlang des Stabes hängt von der zeitlichen Dichteänderung des Fluids ab.

Impulsgleichung (1-dimensional)

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\dot{m}^2}{\rho} + p \right) = 0 \quad (17)$$

Die Änderung des Impulses entlang des Stabes hängt von der zeitlichen Änderung des Massenstroms und der Druckänderung entlang des Stabes ab.

Aus Gleichung (17) folgt mit (16) und $\partial \rho / \partial z = 0$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial z} (u \dot{m}) = 0 \quad (18)$$

Umformen der Gleichung (18) ergibt mit Gleichung (16)

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0 \quad (19)$$

Energiegleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(e + \frac{u^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho u \left(e + \frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho} \right) \right] = \phi \quad (20)$$

Die Energie E setzt sich aus der Inneren Energie $\dot{m} \cdot e$, der Strömungsenergie $\dot{m} \frac{u^2}{2}$ und einem Druckterm zusammen. Die Energie E ändert sich entlang des Stabes in Abhängigkeit von der zeitlichen Änderung der Energie und dem Wärmestrom.

Für die Innere Energie gilt der Zusammenhang

$$e = h - v p = h \frac{p}{\rho} \quad (21)$$

Durch Einsetzen und Umformen folgt:

$$\begin{aligned} \left(h + \frac{u^2}{2} \right) \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u) \right] + \rho \left(\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial z} \right) + \rho u \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ = \phi + \frac{\partial p}{\partial t} \end{aligned} \quad (22)$$

Der erste und der dritte Term der Gleichung fallen durch die Kontinuitätsgleichung und durch die Impulsgleichung weg. Dadurch erhält man aus (22) zusammen mit Gleichung (16) die gesuchte partielle Differentialgleichung.

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + \dot{m} \frac{\partial h}{\partial z} = \phi + \frac{\partial p}{\partial t} \quad (23)$$

Zur Lösung dieser partiellen Differentialgleichung benötigt man die Randbedingung

$$h(z_0, t) \quad (24a)$$

und die Anfangsbedingung

$$h(z, t_0) \quad (24b)$$

Die Anfangsbedingung erhält man aus der Gleichung (23) für den stationären Fall $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$ und $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$:

$$\dot{m} \frac{\partial h}{\partial z} = \phi \quad (25)$$

4.2 Lösung der partiellen Differentialgleichung

4.2.1 Überführung der partiellen Differentialgleichung in Differenzengleichungen (explizites Verfahren)

Das Gebiet, in dem die Differentialgleichung gelöst werden soll, wird mit einem Netz Maschenlinien überzogen und dadurch diskretisiert.

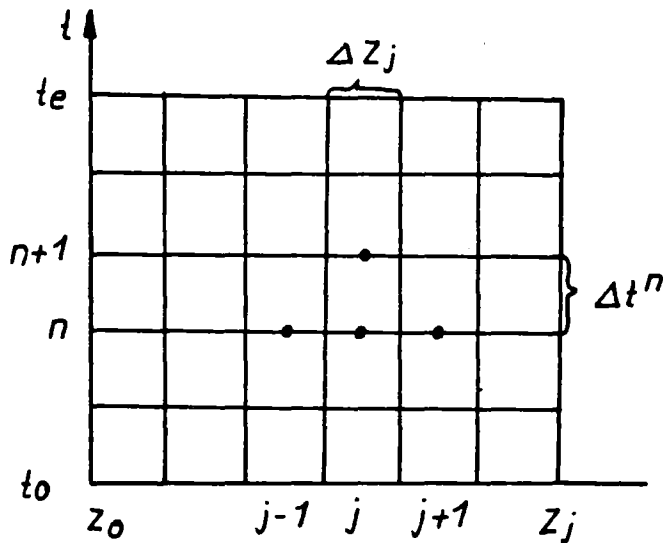


Abb. 3: Lösungsgebiet für die Differentialgleichung

Die Randbedingung muß bei $z = z_0$ gegeben sein, die Anfangsbedingung bei $t = t_0$.

Die Differentialgleichung wird im Zeitraum auf den Maschengrenzen angesetzt, im Ortsraum in Maschenmitte (Basisgebiet).

Da Stetigkeitsbedingungen zu erfüllen sind und die Stoffwerte der einzelnen Maschen nicht gleich sind, muß die Differentialgleichung (23) über das Basisgebiet integriert werden.

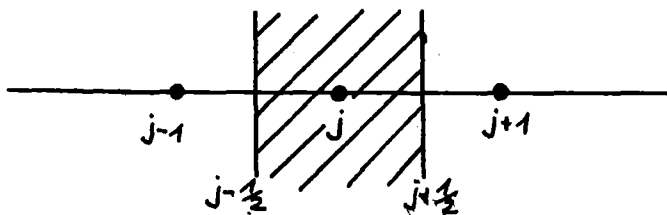


Abb. 4: Festlegung des Basisgebietes

$$\underbrace{\int_V \rho \frac{\partial h}{\partial t} dV}_I + \underbrace{\int_V \dot{m} \frac{\partial h}{\partial z} dV}_II = \underbrace{\int_V (\phi + \frac{\partial p}{\partial t}) dV}_III \quad (26)$$

Integral I:

$$\int_V \rho \frac{\partial h}{\partial t} dV = \int_{z_j - \frac{1}{2}}^{z_j + \frac{1}{2}} \rho \frac{\partial h}{\partial t} \Big|_j^n dz dO \quad (27)$$

Über eine Reihenentwicklung und die Annahme $\rho = \text{const.}$ im Basisgebiet folgt aus Gl. (27):

$$\int_{z_j - \frac{1}{2}}^{z_j + \frac{1}{2}} \rho \frac{\partial h}{\partial t} \Big|_j^n dz \Delta O = \rho_j^n \frac{h_j^{n+1} - h_j^n}{\Delta t^n} \Delta z_j \Delta O \quad (28)$$

Integral II:

Für das Integral II kann man mit dem Gauß'schen Satz schreiben:

$$\int_V \dot{m} \frac{\partial h}{\partial z} dV = \oint_O \dot{m} h dO \quad (29)$$

Für den Massenstrom \dot{m} wird angenommen, daß er am Rand des Basisgebietes stetig ist.

Damit läßt sich das Integral II angeben mit

$$\int_V m \frac{\partial h}{\partial z} dV = (m_{j+\frac{1}{2}} h_{j+\frac{1}{2}} - m_{j-\frac{1}{2}} h_{j-\frac{1}{2}}) \Delta O \quad (30)$$

Integral III:

$$\int_V \left(\phi + \frac{\partial P}{\partial t} \right) dV = \int_{z_j-\frac{1}{2}}^{z_j+\frac{1}{2}} \left(\phi + \frac{\partial P}{\partial t} \right) dz \Delta O \quad (31)$$

ϕ ist wie ϱ über das Basisgebiet konstant. Da p von z unabhängig ist, folgt aus (31)

$$\int_{z_j-\frac{1}{2}}^{z_j+\frac{1}{2}} \left(\phi + \frac{\partial P}{\partial t} \right) dz \Delta O = \left[\phi_j^n + \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right)^n \right] \Delta z_j \Delta O \quad (32)$$

Setzt man die Lösungen für die einzelnen Integrale in die Gleichung (26) ein, dividiert durch ΔO und löst nach h_j^{n+1} auf, so bekommt man folgendes explizites Differenzenschema

$$h_j^{n+1} = h_j^n + \frac{\Delta t^n}{S_j^n} \left[\phi_j^n + \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right)^n - \frac{1}{\Delta z_j} (m_{j+\frac{1}{2}}^n h_{j+\frac{1}{2}}^n - m_{j-\frac{1}{2}}^n h_{j-\frac{1}{2}}^n) \right] \quad (33)$$

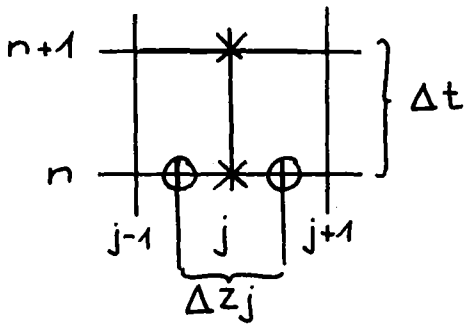
Ein besseres Verfahren erhält man, wenn für h_j^n in Gleichung (33)

$$h_j^n = 0.5 (h_{j+\frac{1}{2}}^n + h_{j-\frac{1}{2}}^n) \quad (34)$$

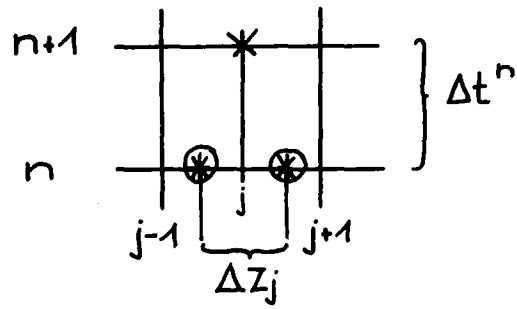
gesetzt wird.

Im Lösungsgebiet sehen die Differenzen entsprechend Abb. 5 aus.

* : $\frac{\partial h}{\partial t}$ 0 : $\frac{\partial h}{\partial z}$



Differenzen zu Gleichung (33)



Differenzen zu Gleichung (34)

Abb. 5: Differenzenschemata für verschiedene Diskretisierungen

4.2.2 Lösung der Differenzengleichung

Da Gleichung (33) ein explizites Differenzenschema darstellt, läßt sich die Enthalpie zur Zeit $n + 1$ direkt aus den Werten zur Zeit n berechnen.

Vor Beginn der Rechnung müssen die Zeitschrittweite Δt^n und die Ortsschrittweite Δz_j festgelegt werden.

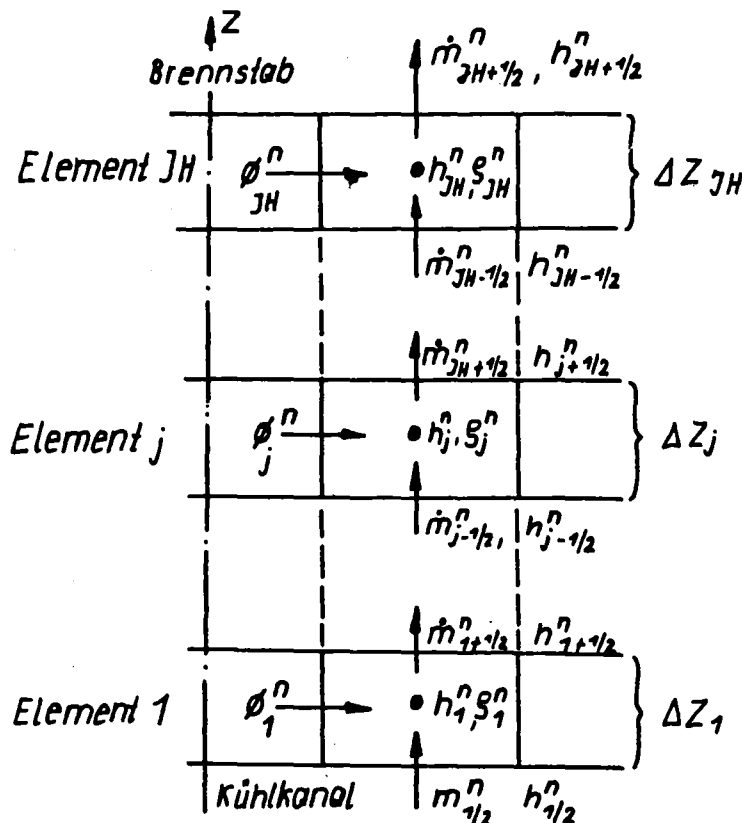


Abb. 6: Elemente des Kühlkanals für Differenzenschema

Außerdem benötigt man folgende Werte zu jedem Zeitschritt n :

den Druckgradienten $\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)^n$

den Massenstrom an den Berührungspunkten $\dot{m}_{j \pm 1/2}^n$

die spezifische Dichte des Fluids ρ_j^n

die Enthalpie am Eingang des Kühlkanals $h_{1/2}^n$

Als Anfangsbedingung benötigt man:

Die Enthalpie zur Zeit $t = t_0$ ($n = 1$) an den Berührungsstellen.

Die Werte $h_{1/2}^n$, $\dot{m}_{1/2}^n$ und $\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)^n$ müssen als Funktion der Zeit zu Beginn der Rechnung gegeben sein.

Die Dichte ρ_j^n erhält man aus der Dampftafel zu den Enthalpiewerten h_j^n und dem dazugehörigen Systemdruck p^n .

Die Anfangsbedingungen für $h_{j \pm 1/2}$ erhält man aus der Differentialgleichung (23) für den stationären Zustand. Es gilt:

$$h_{j+1/2} = h_{j-1/2} + \frac{\Delta z_j \cdot \phi_j}{\dot{m}_j} \quad (35)$$

Die Beziehung (35) läßt sich leicht physikalisch erklären:

Setzt man für ϕ_j

$$\phi_j = \frac{2 R_i \pi}{A_{sj}} \dot{q}_j \quad (36)$$

in Gleichung (35) ein:

$$h_{j+\frac{1}{2}} = h_{j-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta z_j 2R_j \pi}{A_{sj} m_j} \dot{q}_j \quad (37)$$

A_{sj} = Durchströmte Fläche des Kühlkanals (siehe Abbildung 7 "Geometrie des Stabelements")

R_j = Radius des Brennstabes

$2\pi R_j = U_j$ = Umfang des Stabes

$U_j \cdot \Delta z_j = A_{sj}$ = Wärmeübergangsfläche des Brennstabes

$A_{sj} \dot{q}_j = \dot{Q}_j$ = Wärmestrom pro Element j des Brennstabes

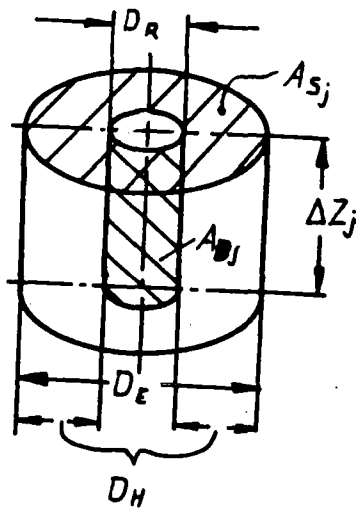
$A_{sj} m_j = \dot{M}_j$ = Der absolute Massenstrom durch das Kühlelement.

Mit diesen Beziehungen erhält man aus Gleichung (37)

$$h_{j+\frac{1}{2}} = h_{j-\frac{1}{2}} + \frac{\dot{Q}_j}{\dot{M}_j} \quad (37a)$$

(h ist auf den Massenstrom bezogen, deshalb muß \dot{Q} auch auf den Massenstrom \dot{M}_j bezogen werden.)

Die Enthalpie am Ausgang des Kühlkanalelements erhält man aus der Enthalpie am Eingang des Kühlkanalelements zuzüglich des in das Kühlkanalelement einströmenden Wärmestromes.



$$D_R = 2R$$

$$D_H = D_E - D_R$$

$$D_H = \text{hydraul. Durchmesser}$$

Abb. 7: Geometrie des Stabelementes

4.2.3 Stabilitätsanalyse

Bei der Auswahl einer Methode zur Lösung der Differentialgleichung ist die Stabilität der Rechnung ausschlaggebend. Der Fehler bei der Berechnung der Transienten darf sich nicht vergrößern.

Die Stabilität der Differenzengleichung kann durch die NEUMANNSCHE STABILITÄTSANALYSE (siehe /5/) festgestellt werden.

Die Bedingung für einen stabilen Zustand lautet hierfür:

$$\frac{\dot{m}_j^n \Delta t^n}{g_j^n \Delta z_j} \leq \frac{1}{2} \quad (38)$$

Es folgt für die Stabilität, daß es nicht genügt, nur Δt bzw. Δz beliebig klein zu machen, damit das Verfahren stabil bleibt. Hat man z.B. Δz_j festgelegt, so bekommt man für

$$\Delta t^n \leq \frac{S_j^n}{2 \dot{m}_j^n} \Delta z_j \quad (39)$$

(Zeitschritt nach kleinstem S_j^n und größtem \dot{m}_j^n festlegen).
Aus dieser Bedingung läßt sich eine automatische Zeitschrittberechnung ableiten.

4.2.4 Konsistenz

Die Konsistenzbedingung ist erfüllt, wenn die Differenzengleichung (33) gegen die Differentialgleichung (23) konvergiert.

Durch Reihenentwicklungen und Umformungen folgt für die Konsistenz der Gleichungssysteme die Bedingung /2/:

$$\frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\dot{m}}{S} \quad (40)$$

Damit ist ersichtlich, daß die Konsistenz nur erfüllt ist, wenn Δz und Δt in entsprechendem Verhältnis stehen. Eine Verkleinerung von nur Δz oder nur Δt bringt keine Verbesserung.

$\frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\dot{m}}{S}$ entspricht der Richtung der Charakteristiken der Differentialgleichung.

4.2.5 Konvergenz

Die Konvergenz ist erfüllt, wenn die Lösung der Differenzengleichung (33) gegen die Lösung der Differentialgleichung (23) konvergiert. Nach dem THEOREM VON LAX (siehe /5/) ist ein numerisches Verfahren konvergent, wenn es stabil und konsistent ist.

4.3 Lösung der partiellen Differentialgleichung nach dem Verfahren von MCCORMACK

Das Verfahren von MCCORMACK ist ein Zweischritt-(Predictor, Corrector)Verfahren, das im Rahmen der CFL-Bedingungen stabil ist (siehe z.B. /5/).

Der 1. Schritt dieses Verfahrens entspricht dem expliziten Verfahren (Gleichung (33)) mit dem Unterschied, daß für $\partial h/\partial z$ die Vorwärtsdifferenz benutzt wird:

$$\left. \frac{\partial h}{\partial z} \right|_j^n = \frac{h_{j+1}^n - h_j^n}{\Delta z_j} \quad (41)$$

Für den Massenstrom \dot{m}_j wird in diesem Fall angenommen, daß er über die Masche konstant ist. Damit erhält man den 1. Schritt des Verfahrens:

$$\tilde{h}_j^{n+1} = h_j^n - \frac{\Delta t^n}{S_1^n} \left[\phi_j^n + \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)^n - \frac{1}{\Delta z_j} (m_{j+1}^n \cdot h_{j+1}^n - m_j^n h_j^n) \right] \quad (42)$$

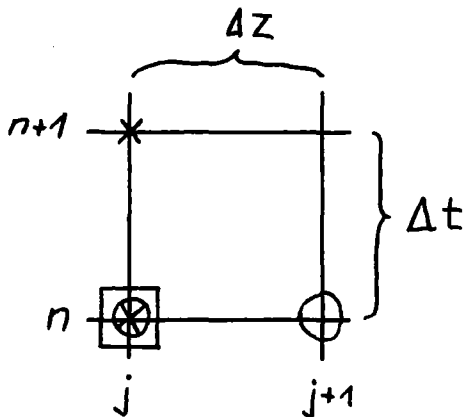
Da dieser 1. Schritt immer instabil ist, wird nicht h_j^{n+1} , sondern ein Rohwert \tilde{h}_j^{n+1} (Predictor) berechnet, der durch einen 2. Schritt (Corrector) korrigiert wird (Rückwärtsdifferenz).

2. Schritt:

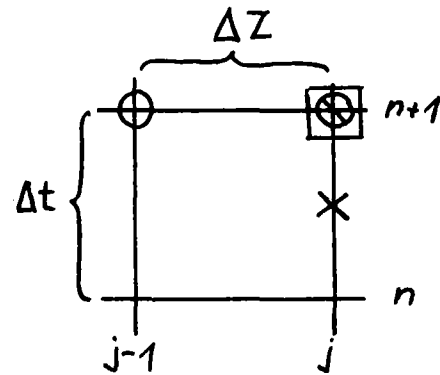
$$h_j^{n+1} = 0,5 \left(\tilde{h}_j^{n+1} + h_j^n \right) - \frac{\Delta t^n}{S_1^{n+1}} \left[\phi_j^{n+1} + \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)^{n+1} - \frac{1}{2\Delta z_j} (\dot{m}_j^{n+1} \tilde{h}_j^{n+1} - \dot{m}_{j-1}^{n+1} \tilde{h}_{j-1}^{n+1}) \right] \quad (43)$$

Im Lösungsgebiet erhält man die in Abb. 8 gezeigten Differenzenschemata. Die Lösung mit Rand- und Anfangsbedingungen erfolgt entsprechend dem expliziten Verfahren.

$$X: \frac{\partial h}{\partial t} \quad O: \frac{\partial h}{\partial t} \quad \square \text{ Zustandswerte für } \varnothing, \vartheta$$



1. Schritt



2. Schritt

Abb. 8: Differenzenschemata für Zweischrittverfahren

4.4 Lösung nach dem gemischten explizit-impliziten Zwischenschritt-Verfahren

Durch die Einführung eines Zwischenschrittes zum Zeitpunkt $n+1/2$ läßt sich die Genauigkeit der Lösung erhöhen /8/. Allgemein läßt sich die Differentialgleichung (23) darstellen durch

$$\varrho \frac{\partial h}{\partial \tau} + m \frac{\partial h}{\partial z} = f(z, \tau) \quad (44)$$

Durch Diskretisierung und Wahl des Ansatzpunktes in Maschenmitte mit Zentraldifferenzen folgt entsprechend Abb. 9

$$\begin{aligned}
 S_{j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{h_{j-\frac{1}{2}}^{n+1} - h_{j-\frac{1}{2}}^n}{\Delta \tau} + \frac{m_j^{n+\frac{1}{2}} \cdot h_j^{n+\frac{1}{2}} - m_{j-1}^{n+\frac{1}{2}} \cdot h_{j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} \\
 &= f_{j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}
 \end{aligned}
 \tag{45}$$

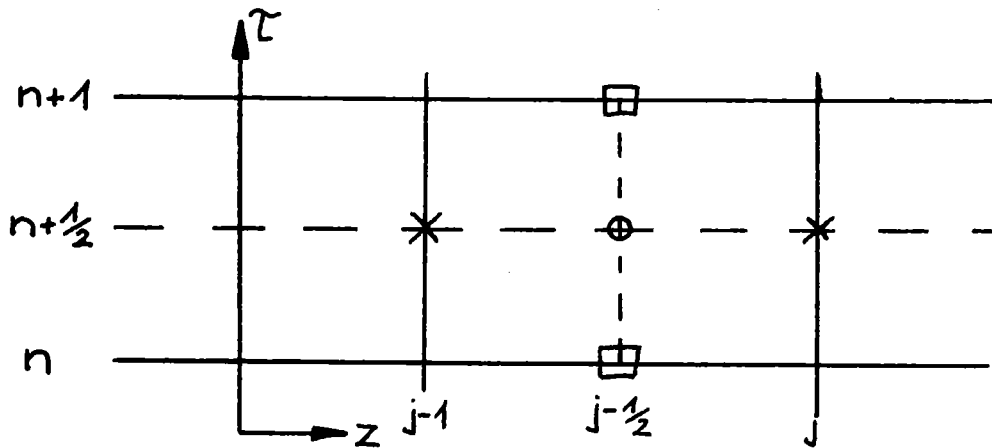


Abb. 9: Differenzenschema für Zwischenschritt-Verfahren.

Dieser Ansatz lässt sich durch Mittelungen und Approximation umformen.

Für $u_{j-\frac{1}{2}}^m$ gilt allgemein näherungsweise:

$$u_{j-\frac{1}{2}}^m = \alpha u_j^m + (1 - \alpha) u_{j-1}^m
 \tag{46}$$

Weiter gilt:

$$u_j^{n+\frac{1}{2}} = \beta u_j^{n+1} + (1-\beta) u_j^n \quad (47)$$

Man setzt:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 0.5 \\ \beta = 0.5 \end{array} \right\} \text{ für } u = h$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 0.5 \\ \beta = 0.0 \end{array} \right\} \text{ für } u = \vartheta \quad \text{und } u = f$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 1.0 \\ \beta = 0.0 \end{array} \right\} \text{ für } u = \dot{m}$$

Mit diesen Annahmen und den folgenden Abkürzungen

$$\frac{\Delta \tau}{\Delta z} = \mu$$

$$\frac{\dot{m}_j^n}{\vartheta_{j-\frac{1}{2}}^n} = \lambda_{1,j} \quad ; \quad \frac{\dot{m}_{j-1}^n}{\vartheta_{j-\frac{1}{2}}^n} = \lambda_{2,j}$$

$$\mu \cdot \lambda_{1,j} = \mu_{1,j} ; \quad \mu \cdot \lambda_{2,j} = \mu_{2,j} ; \quad \frac{2 \Delta \tau}{\vartheta_{j-\frac{1}{2}}^n} = \mu_{3,j}$$

erhält man für $\dot{m} > 0$ folgendes Lösungsschema:

$$h_j^{n+1} = h_j^n \frac{1 - \mu_{1,j}}{1 + \mu_{1,j}} + h_{j-1}^n \frac{1 + \mu_{2,j}}{1 + \mu_{1,j}} \quad (48)$$

$$- h_{j-1}^{n+1} \frac{1 - \mu_{2,j}}{1 + \mu_{1,j}} + \frac{\mu_{3,j}}{1 + \mu_{1,j}} f_{j-\frac{1}{2}}^n$$

Für $j = 1$ ist $j-1 = 0 \rightarrow$ unterer Rand; dort sind $h_{j=0}^n$ und $h_{j=0}^{n+1}$ als Randbedingungsfunktionen gegeben.

4.5 Lösung durch stationären Ansatz

Die stationäre Strömungsgleichung lautet entsprechend Gl. (25)

$$\dot{m} = \frac{\partial h}{\partial z} = \phi$$

Daraus folgt für die Differenzengleichung (vgl. (33))

$$h_{j+1/2} = h_{j-1/2} + \frac{\Delta z \cdot \phi_j}{\dot{m}_j} \quad (49)$$

Die Enthalpieerhöhung erhält man durch Aufsummieren der jeweils im axialen Segment dazukommenden Wärmemengen.

5. Wärmeübergangsmodelle

Zur Lösung der Differenzgleichungen für die Enthalpieberechnung benötigt man für jede Masche j den Wärmestrom ϕ_j^n , den der Brennstab an das Fluid abgibt.

Im Druckwasserreaktor wird die Wärme im wesentlichen durch erzwungene Konvektion an das unterkühlte Fluid (Convection to sub-cooled liquid) übertragen. Die Hüllrohrtemperatur des Brennstabes kann an besonders heißen Stellen über der Sättigungstemperatur liegen. In diesem Fall tritt Blasensieden (Nucleate Boiling) auf. Im Normalbetrieb bleibt das Fluid beim Austritt aus dem Reaktor unterkühlt. Durch Störfälle können sehr hohe Druck- und Massenstrom-Transienten im Reaktorkern ausgelöst werden. Dabei kann mit verhältnismäßig geringer Verzögerung die kritische Heizflächenbelastung überschritten und das Gebiet des Übergangs- bzw. Filmsiedens erreicht werden. Die dabei möglichen Wärmeübergangsvorgänge werden bei der Berechnung des Wärmestromes ϕ berücksichtigt. Druck und Massenstrom sind als Bedingungen vorgegeben. Der Wärmestrom ϕ ist nach Gleichung (36):

$$\phi_j = \frac{2\pi R_i}{A_{sj}} \dot{q}_j$$

Wobei für die Wärmestromdichte gilt:

$$\dot{q}_j = \alpha (T_w - T_f) \quad (50)$$

α = Wärmeübergangszahl

Bei gegebener Leistungsdichte \dot{q} und bekannter Wärmeübergangszahl α stellt sich eine bestimmte Temperaturdifferenz zwischen Stabhülle (T_w) und Fluid (T_f) ein.

Tritt ein Wechsel in den Kühlmittelphasen ein, so kann sich die Wärmeübergangszahl um mehrere Größenordnungen verändern. Da der Reaktorkern ein System mit aufgeprägter Leistungsdichte ist, äußert sich dies zwangsläufig in einer starken Erhöhung der Hüllrohrtemperatur, die zum Versagen der Brennstabhülle führen kann (siehe Abb. 10). Die in ZETHYD implementierten Modelle sind in Tab. 1 aufgeführt.

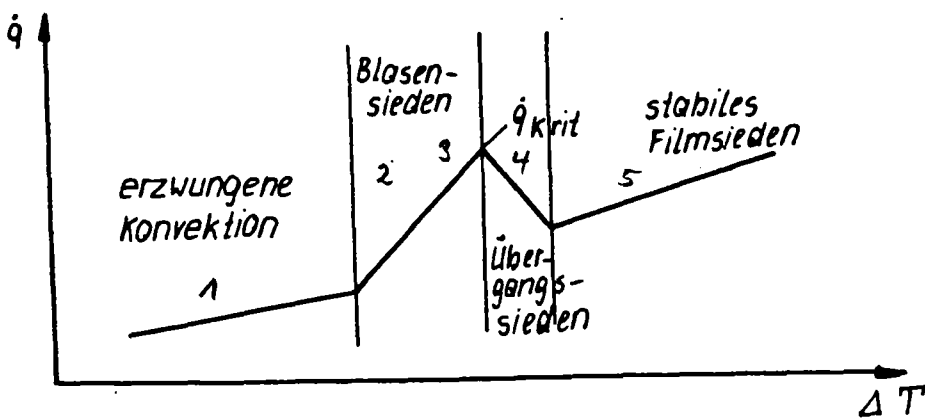


Abb. 10: Wärmeübergangsphasen (Siedekurve)

Tab. 1: Verwendete Wärmeübergangsmodelle

- | | |
|---|--|
| 1 | Erzwung. Konvektion nach Dittes-Boelter |
| 2 | Blasensieden nach Thom |
| 3 | Blasenverdampfung nach Schrock-Grossman |
| 4 | Übergangssieden nach McDonough, Milich, King |
| 5 | Filmsieden nach Groeneveld |

Beziehungen zur Bestimmung der kritischen Wärmestromdichten

- | | | |
|---|---|----------------------|
| A | { | Babcock-Wilcox (BW2) |
| | { | Barnett |
| | { | Modifiz. Barnett |
| B | { | Westinghouse-3 |
| | { | Zuber |

5.1 Wärmeübergangsmodelle unterhalb der kritischen Heizflächenbelastung

5.1.1 Erzwungene Konvektion bei unterkühltem Fluid

Bei unterkühltem Fluid ($T_F < T_{SAT}$) und einem konvektiven Wärmeübergang gilt die allg. Beziehung

$$N_u = A \text{ Pr}^m \text{ Re}^n \quad (51)$$

Nach Einsetzen von Nusselt-, Reynolds- und Prandtzahl in die Gleichung (51) erhält man nach DITTUS BOELTER /9/ die empirische Formel:

$$\alpha = 0,023 \frac{\lambda}{D_H} \left(\frac{\rho \cdot c_p}{\lambda} \right)^{0.333} \left(\frac{\dot{m} D_H}{\lambda} \right)^{0.8} \quad (52)$$

5.1.2 Blasensieden

Liegt die Wandtemperatur über der Sättigungstemperatur ($T_W > T_{SAT}$) und die Fluidtemperatur unter der Sättigungstemperatur ($T_F < T_{SAT}$), so bilden sich an der Wand Dampfblasen. Diese kondensieren in der unterkühlten Flüssigkeit wieder.

Ansatz für die Wärmeübertragung bei unterkühltem Sieden:

$$\Delta T_{SAT} = A \cdot \dot{q}^m \cdot e^{-pn} \quad (53)$$

dabei bedeutet:

$$\Delta T_{SAT} = T_W - T_{SAT} \quad (54)$$

die Überhitzung der Wand, \dot{q} die Wärmestromdichte und p den Druck.

Der Wärmeübergang bei unterkühltem Sieden ist unabhängig von der Strömungsgeschwindigkeit.

Nach THOM /10/ erhält man aus (53) für:

$$\dot{q} = 1971,25 e^{2,302 \cdot 10^{-7} P} (\Delta T_{\text{sat}})^2 \quad (55)$$

5.1.3 Blasenverdampfung (Forced convection Vaporisation)

Die Wand ist bei diesem Vorgang mit einem dünnen Fluidfilm bedeckt, an dessen Oberfläche die Verdampfung in das Dampf enthaltende Fluid erfolgt.

Blasenverdampfung besteht aus konvektivem Wärmeübergang an den dünnen Fluidfilm und Verdampfung in der Grenzschicht zwischen Flüssigkeit und Dampf.

Diesem Sachverhalt trägt folgender Ansatz Rechnung:

$$\alpha = B \cdot \alpha_0 \left(\frac{1}{X_{tt}} \right)^k \quad (56)$$

α_0 ist Wärmeübergangszahl bei erzwungener Konvektion aus der Nußelt-Beziehung (51).

$$\alpha = A \frac{\lambda}{D_H} Pr^m Re^n \quad (57)$$

$$\frac{1}{X_{tt}} \approx \left(\frac{x}{1-x} \right)^{0.9} \quad (58)$$

Die Abhängigkeit von X_{tt} (Lockhart-Martinelli-Parameter) bedeutet, daß mit steigendem Dampfgehalt ein kontinuierliches Anwachsen der Wärmeübergangszahl erfolgt.

Nach der Beziehung von SCHROCK-GROSSMANN /11/ für Blasenverdampfung folgt aus (56)

$$\alpha = 2.5 \alpha_0 \left(\frac{1}{X_{tt}} \right)^{0.75} \quad (59)$$

Bei α_0 muß bei der Berechnung der Reynoldszahl die Änderung der Strömung durch den Dampfgehalt berücksichtigt werden.

$$\alpha_0 = 0.023 \frac{\lambda}{D_H} Pr^{0.333} \left[\frac{\dot{m} D_H (1-x)}{\eta_f} \right] \quad (60)$$

Nach Schrock-Grossmann wird X_{tt} wie folgt berechnet:

$$\frac{1}{X_{tt}} = \left(\frac{x}{1-x} \right)^{0.9} \left(\frac{\rho_f}{\rho_g} \right)^{0.5} \cdot \left(\frac{\eta_g}{\eta_f} \right)^{0.1} \quad (61)$$

In Abhängigkeit des Blasenanteils α benützt man für die Berechnung des Wärmeübergangs folgende Kombinationen von Schrock-Grossman (SG) und Thom (TH):

$$\begin{array}{ll} \alpha \leq 0.8 & \dot{q} = \dot{q}_{TH} \\ 0.8 < \alpha \leq 0.9 & \dot{q} = \dot{q}_{TH} + 10x(\alpha - 0.8)(\dot{q}_{SG} - \dot{q}_{TH}) \\ \alpha > 0.9 & \dot{q} = \dot{q}_{SG} \end{array}$$

5.2 Kritische Heizflächenbelastung

Die kritische Heizflächenbelastung (Critical Heat Flux), bei deren Überschreiten der Vorgang des Blasensiedens in den des

Übergangssiedens bzw. Filmsiedens umschlägt, bedeutet einen plötzlichen Abfall der Wärmeübergangszahl mit den möglichen Folgen einer Überhitzung (Burnout).

Für die Berechnung der krit. Heizflächenbelastung stehen zwei verschiedene Modellfolgen zur Verfügung:

1. Die in THETA1-B /20/ empfohlenen Modelle, die druckabhängig angewandt werden:

Babcock Wilcox (BW2)
Barnett
mod. Barnett

2. Die massenstromabhängigen Modelle

Westinghouse 3 (W3)
Zuber

Für die kritische Heizflächenbelastung werden abhängig vom Druck folgende Wärmeübergangsbeziehungen benutzt:

$$p \leq 5 \cdot 10^6 \quad \dot{q}_{\text{krit}} = \dot{q}_{\text{MoBar}}$$

$$5 \cdot 10^6 < p \leq 7 \cdot 10^6 \quad \dot{q}_{\text{krit}} = \dot{q}_{\text{MoBar}} + \frac{p - 5 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^6} (\dot{q}_{\text{Bar}} - \dot{q}_{\text{MoBar}})$$

$$7 \cdot 10^6 < p \leq 9 \cdot 10^6 \quad \dot{q}_{\text{krit}} = \dot{q}_{\text{Bar}}$$

$$9 \cdot 10^6 < p \leq 10 \cdot 10^6 \quad \dot{q}_{\text{krit}} = \dot{q}_{\text{Bar}} + \frac{p - 9 \cdot 10^6}{1 \cdot 10^6} (\dot{q}_{\text{BWZ}} - \dot{q}_{\text{Bar}})$$

$$p > 10 \cdot 10^6 \quad \dot{q}_{\text{krit}} = \dot{q}_{\text{BWZ}}$$

Sinkt der Massenstrom unter $10^{-5} \text{ [kg/m}^2 \text{ s]}$, so wird mit einer minimalen Wärmestromdichte \dot{q}_{krit} von $2.84 \cdot 10^4 \text{ [W/m}^2\text{]}$ gerechnet, die aufgrund von experimentellen Messungen immer vorhanden ist /15/.

5.2.1 Die Beziehung von BABCOCK WILCOX (BW2) /12/

Die Konstanten wurden so umgerechnet, daß alle Werte im MKS-System einzusetzen sind.

$$\dot{q}_{krit} = 0.248 \left(\frac{1.1509 - 16.0265 D_H}{[2.2522 \cdot 10^{-3} \cdot \dot{m}]^A} \right) \cdot (0.3702 \cdot 10^8 [4.3604 \cdot 10^4 \dot{m}]^B - 4.8169 \cdot 10^{-2} (h_g - h_f) \cdot x \cdot \dot{m})$$

$$A = 0.29728 + 3.0064 \cdot 10^{-8} \cdot \rho \quad (62)$$

$$B = 9.9317 \cdot 10^{-8} \cdot \rho - 0.53558$$

5.2.2 Die Beziehung von BARNETT /13/

$$\dot{q}_{krit} = 3.1528 \cdot 10^6 \left[\frac{A + B(h_f - h_{in})}{C + L} \right]$$

$$A = 67.45 \cdot D_{HE}^{0.68} \cdot G_N^{0.192} [1 - 0.744 \cdot e^{(-6.512 \cdot D_{HE} \cdot G_N)}]$$

$$B = 0.2587 D_{HE}^{1.261} \cdot G_N^{0.817} \quad (63)$$

$$C = 185 D_H^{1.445} G_N^{0.212}$$

L = Brennstablänge bis zur betrachteten Masche

$$L = 39.3701 \cdot (z_j - z_1)$$

h_{in} = Eingangsenthalpie des Fluids

$$G_N = 7.3701 \cdot 10^{-4} / \dot{m} /$$

$$D_{HE} = \frac{D_E^2 - D_R^2}{D_R}$$

$$D_H = D_E - D_R$$

5.2.3 Die Beziehung nach MODIFIED BARNETT /14/

Gegenüber der Beziehung von Barnett werden folgende Größen modifiziert:

$$A = 73.71 D_{HE}^{0.68} \cdot G_N^{0.663} \cdot \frac{2.0686 \cdot 10^6}{h_g - h_f} \left[1 - 0.315 e^{(-11.34 \cdot D_H \cdot G_N)} \right]$$

$$B = 0.104 D_{HE}^{1.445} \cdot G_N^{0.691} \quad (64)$$

$$C = 45.55 D_H^{0.0817} \cdot G_N^{0.5866}$$

5.2.4 Die Beziehung nach Westinghouse (W3) /17/

$$\begin{aligned} \dot{q}_{krit.} = & 3,154 \cdot 10^6 \left\{ 2,022 - 6,2396 \cdot 10^{-6} \cdot p + (0,1722 - 1,4272 \cdot 10^{-8} \cdot p) \right. \\ & \cdot \exp \left[(18,775 - 5,9887 \cdot 10^{-7} \cdot p) \cdot x \right] \left. \cdot \right. \\ & (1,157 - 0,869x) \cdot \left[(0,1484 + (-1,596 + 0,1729 \cdot |x|) \cdot x) \cdot \right. \\ & 7,3732 \cdot 10^{-4} \cdot m + 1,037 \left. \right] \cdot \\ & \left[0,8258 + 3,411 \cdot 10^{-7} \cdot (H_F - H_{in}) \right] \cdot \\ & \left. \left[0,2664 + 0,8357 \exp(-124,06 D_{HE}) \right] \right\} \quad (65) \end{aligned}$$

H_F = Fluid Enthalpie

H_{in} = Einlaßenthalpie

$$D_{He} = \frac{D_e^2 - D_n^2}{D_r}$$

5.2.5 Die Beziehung nach Züber/18/

$$\dot{q}_{\text{krit}} = 0,15 \cdot \frac{(H_G - H_F)}{V_G} \cdot \left[\sigma \left(\frac{V_G}{V_F} - 1 \right) \cdot V_G \cdot g \right] \quad (66)$$

σ Oberflächenspannung

g Erdbeschleunigung

5.3 Wärmeübergang nach der kritischen Heizflächenbelastung

5.3.1 Übergangssieden (Transition Boiling)

Nach Überschreiten der kritischen Heizflächenbelastung schließt sich ein Übergangsgebiet (Übergangssieden oder instabiles Filmsieden) an.

Der Wärmestrom beim Übergangssieden berechnet sich nach MC-DONOUGH, MILICH und KING /15/ nach folgender Beziehung:

$$\dot{q} = \dot{q}_{\text{krit}} - c (T_w - T_{w,\text{krit}}) \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (67)$$

wobei $T_{w,\text{krit}}$ nach der Beziehung von Thom für $\dot{q} = \dot{q}_{\text{krit}}$ berechnet wird. c ist eine Funktion des Druckes:

P [N/m ²]	c [W/m ² grad]
$13.79 \cdot 10^6$	$6.25819 \cdot 10^3$
$8.274 \cdot 10^6$	$6.70812 \cdot 10^3$
$5.516 \cdot 10^6$	$8.52832 \cdot 10^3$

5.3.2 Stabiles Filmsieden (Stable Film Boiling)

Steigt die Temperaturdifferenz weiter, so tritt stabiles Filmsieden auf.

Es tritt ein konvektiver Wärmeübergang auf, der dem Ansatz (51) entspricht:

$$N_{UD} = A \operatorname{Re}^m \cdot \operatorname{Pr}^n$$

Eine Korrektur der Reynolds- und Nußeltzahl ist erforderlich:

$$N_u = N_{UD} \cdot f(x) \quad (68)$$

Nach GROENEFFELD /16/ erhält man folgende Beziehung für stabiles Filmsieden:

$$\alpha = 3.27 \cdot 10^{-3} \frac{\lambda}{D} (\operatorname{Pr}_{v,w})^{1.32} \left[\left(\frac{D \operatorname{Re}}{\eta g} \right) \left\{ x + \frac{S_g}{S_f} (1-x) \right\} \right]^{0.901} \cdot Y^{-1.5} \quad (69)$$

$$Y = 1 - 0.1(1-x)^{0.4} \left(\frac{S_f}{S_g} - 1 \right)^{0.4}$$

5.3.3 Kühlmittel in gasförmigem Zustand

Der Dampfgehalt des Kühlmittels kann so stark steigen, daß das Fluid einen gasförmigen Zustand erreicht ($x = 1$). Für diesen Fall wird der Wärmeübergang nach DITTUS BOELTER (5.1.1) berechnet, wobei alle Zustandswerte für Gas ($x = 1$) in Gleichung (52) einzusetzen sind.

6. Kopplung des Wärmeleitvorganges im Brennstab mit dem Wärmeübergang vom Stab an das Fluid

Die Randbedingung für das Wärmeleitproblem lautet:

$$\underbrace{-\lambda \text{ grad } T_w}_{-\dot{q}_s} = \underbrace{\alpha (T_w - T_f)}_{\dot{q}_f} \quad (70)$$

Der Wärmestrom $-\dot{q}_s$, der durch die Brennstabhülle geht, ist gleich dem Wärmestrom \dot{q}_f , der vom Fluid aufgenommen wird. Gleichung (70) zeigt den physikalischen Zusammenhang zwischen α , T_w und T_f .

Im Modul ZETHYD wird die Lösung der Wärmeleitgleichung und die Bestimmung der α -Zahl simultan durchgeführt:

Das Gleichungssystem wird nach dem Gauß'schen Verfahren (Vorwärtselemination - Rückwärtssubstitution) gelöst. Dabei treten allgemein folgende Terme auf:

Vorwärtselemination

$$h_i = \frac{a_i}{a_i + a_{i-1} + b_i - a_{i-1} * h_{i-1}} \quad (71)$$

$$p_i = \frac{q_i + a_{i-1} p_{i-1}}{a_i + a_{i-1} + b_i - a_{i-1} * h_{i-1}} \quad (72)$$

Rückwärtssubstitution

$$T_i = p_i + h_i * T_{i+1} \quad i = n, n-1, \dots, 1 \quad (73)$$

- T_i = Temperatur der Masche i
 b_i = kapazitives Glied für Masche i
 a_i = rechtes Kopplungsglied für Masche i
 a_{i-1} = linkes Kopplungsglied für Masche i
 q_i = Quellglied
 h_i, p_i = Rekursionskoeffizienten

Durch Erweiterung des Gleichungssystems um einen Temperaturpunkt, die Wandtemperatur T_W , erhält man aus Gl. (73) für die letzte Maschenknotentemperatur T_n

$$T_n = p_n + h_n * T_W \quad (74)$$

p_n und h_n erhält man aus Gl. (71) und (72).

Die Wandtemperatur T_W erhält man aus der Kontinuitätsgleichung für die Wärmeströme im Kühlmittel und in der Hülle, also

$$\frac{\lambda}{S} (T_n - T_w) = \alpha (T_w - T_K) \quad (75)$$

Gl. (75) kann in den Gauß'schen Algorithmus mit einbezogen werden und man erhält im Falle des Lösungsalgorithmus nach Crank-Nicholson die Variablen

$$UNV = a_n - a_n * h_n \quad (76)$$

$$UNK = ((-a_n - d) * T_W + a_n * T_n + d * T_K) + a_n * p_n \quad (77)$$

wobei

$$T_W = \frac{UNK + d * T_K}{UNV + d} \quad (78)$$

Die Terme h_n und p_n geben die Rückkopplung an die Wärmeleitgleichung.

6.1 Berechnung der Wandtemperatur T_w bei verschiedenen Wärmeübergangsmodellen

Die Wandtemperatur läßt sich bei Wärmeübergangsmodellen, in denen die α -Zahl explizit berechnet wird, entsprechend Gl. (78) angeben (Zwangskonvektion, Filmsieden).

Für Blasensieden und transientes Übergangssieden muß der Rechenformalismus speziell nach der Wandtemperatur aufgelöst werden.

Thom-Blasensieden:

Allg.

$$\frac{\lambda}{s} (T_n - T_w) = \left(\frac{(T_w - T_{\text{sat}})^{e^{K1}}}{K2} \right)^2 \quad (79)$$

Dies ergibt eine quadratische Gleichung für T_w .

Mit dem Lösungsalgorithmus erhält man

$$T_w = \frac{H2 + \sqrt{H3}}{2 \cdot H1} \quad (80)$$

$$H1 = 1 (e^{K1}/K2)^2 \quad (81)$$

$$H2 = 2 \cdot H1 \cdot T_{\text{sat}}^{-UNV} \quad (82)$$

$$H3 = H2^2 - 4 \cdot H1 (H1 \cdot T_{\text{SAT}}^2 - UNK) \quad (83)$$

T_{sat} = Sättigungstemperatur

$K1, K2$ = Koeffizienten

Analog gilt für transientes Übergangssieden (McDonough, Milich and King /15/)

$$T_w = \frac{(Q_{\text{krit}} - C \cdot T_{\text{TH}} - UNK)}{(C - UNV)} \quad (84)$$

Q_{krit} = kritische Wärmestromdichte

T_{TH} = Wandtemperatur bei der krit Wärmestrom-
dichte nach THOM

C = Koeffizienten

Bei der Lösung der Wärmeleitgleichung in jedem axialen Segment wird am Ende der Vorwärtselimination jeweils die Wärmeübergangszahl berechnet und daraus die neue Wandtemperatur T_W und die Maschenknotentemperaturen bestimmt. Die Logik in der Auswahl der Wärmeübergangsmodelle ist Abb. 11 zu entnehmen.

MODUL ZETHYD

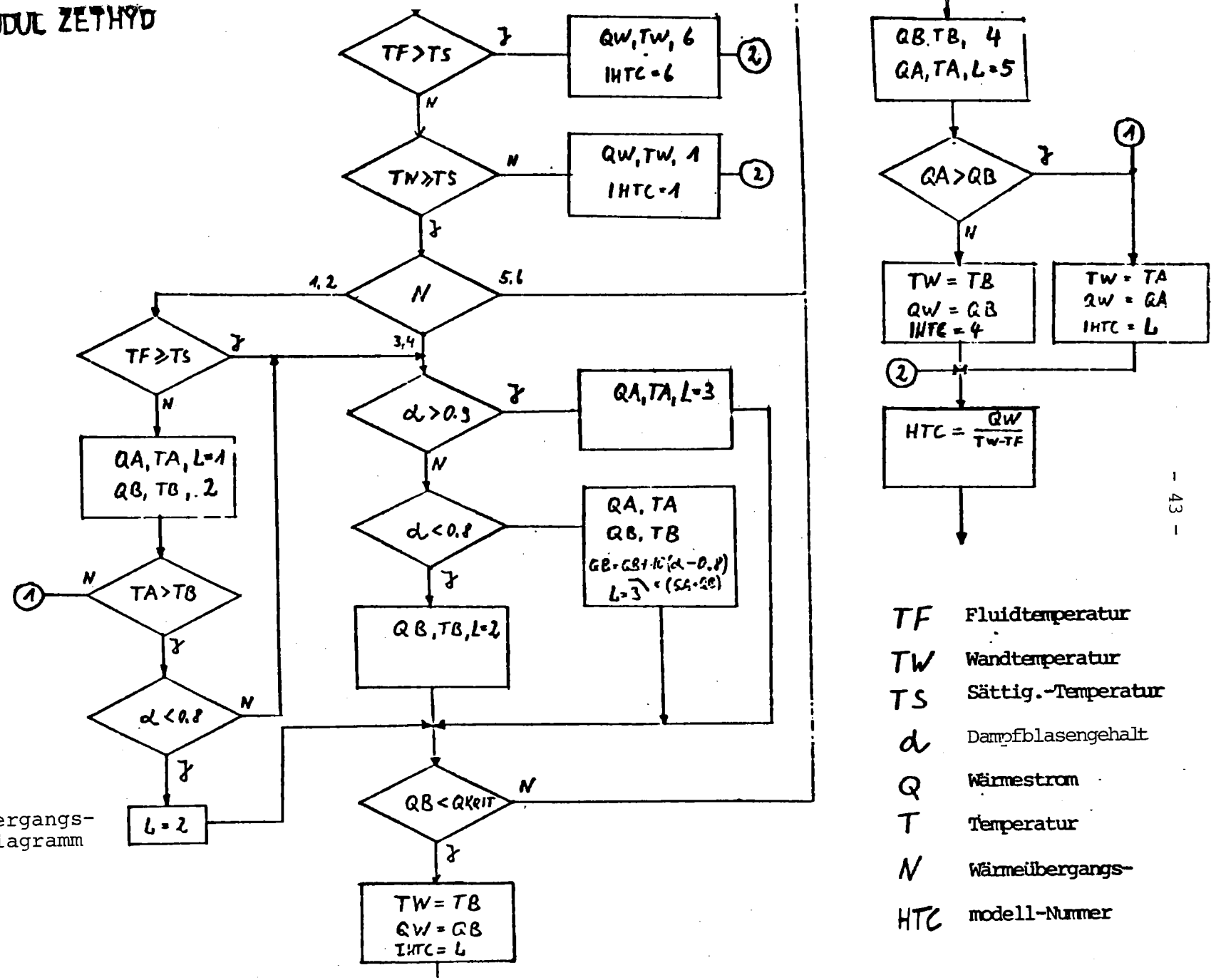


Abb. 11: Wärmeübergangs-Logik-Diagramm

- TF Fluidtemperatur
- TW Wandtemperatur
- TS Sättig.-Temperatur
- d Dampfblasengehalt
- Q Wärmestrom
- T Temperatur
- N Wärmeübergangs-
- HTC modell-Nummer

7. Eigenschaften des Moduls

Der Modul ZETHYD ist ein Modul des Programmsystems SSYST und greift ganz auf dessen Systemkern und Datenorganisation zurück. Der Modul ist dynamisch programmiert und damit der Hauptspeicherbedarf problemabhängig. Alle notwendigen Steuergrößen erhält der Modul aus dem allgemeinen SSYST-Steuerblock und zwei speziellen Steuerblöcken. Dadurch wird der Modul variabel in seinem Arbeits- (bzw. Aufruf-)rhythmus. Alle Eingabedaten müssen vor Rechenbeginn als Bibliotheksblöcke in der erforderlichen standardisierten Struktur bereitgestellt sein.

Die temperaturabhängigen Stoffwertdaten (λ , ρ , c_p) erwartet der Modul in Tabellenform mit TAB1-Struktur, die mit dem Modul WERBL erstellt werden können/1/.

Für den am weitesten rechts liegenden Spalt können Wärmeübergangszahlen α direkt unter Umgehung der α (bzw. λ)-Interpolation aus einem Materialdatenblock übernommen werden. c_p und ρ müssen aber trotzdem vorhanden sein!

Die Interpolation einer Wärmeübergangszahl α kann temperaturabhängig $\alpha = f(T)$ oder spaltbreitenabhängig $\alpha = f(s)$ vorgegeben werden.

Es kann ein Feld mit Maschenlinien-Nummern vorgegeben werden, an denen jeweils der axiale Temperaturverlauf berechnet und ausgedruckt wird.

Werden die Temperaturkontrollpunkt-Koordinaten [ITP, JTP] mit [0,0] angegeben, so prüft der Modul automatisch die Temperatur-Abbruchkriterien in den Temperaturknoten rechts und links des am weitesten rechtsliegenden Spalts ab.

Die Wärmequellendichte wird für jede Masche in einer Matrix vorgegeben. Damit können beliebige Wärmequellprofile erzeugt werden.

Ebenfalls wird die Randbedingungsfunktion für jede linke Randmasche einzeln vorgegeben, wodurch beliebige Randbedingungen simuliert werden können. Am rechten Rand werden die Randbedingungen in Form der Wärmeübergangszahl und Kühlmitteltemperatur berechnet.

Der Modul führt eine Bilanzierung der durch Quellen produzierten Wärme und der über die Ränder abgeführten Wärme durch. Damit läßt sich überblicken, in welchem Zustand (Aufheizung, Abkühlung) das System sich befindet.

Für die Thermohydraulik müssen Druck und Massenstromdichte im Kühlkanal sowie die Einlaßenthalpie des Kühlmittels als zeitabhängige Daten (Bibliotheksblöcke) vorgegeben werden. ZETHYD interpoliert linear daraus die entsprechenden Zustandsdaten des Kühlkanals. Mittels einem Trigger kann das Lösungsverfahren für die Strömungsgleichung angegeben werden. Um hier eine möglichst stabile Lösung zu erhalten, wird der Rechenzeitschritt automatisch bestimmt und der vorgegebene Zeitschritt in entsprechende Intervalle unterteilt. Eine max. Intervallzahl kann vorgegeben werden. Weiter kann der Output der Thermohydraulik-Daten über einen Zähler gesteuert werden. Die beiden Möglichkeiten zur Modellierung der krit. Wärmestromdichte werden über einen Trigger aktiviert. Zusätzlich können die krit. Wärmestromdichten aus der W3- und der Zuber-Beziehung durch einen Multiplikationsfaktor adjustiert werden.

Die Wasserdampftabelle wird von der Datenbank als Datenblock eingelesen. Somit ist die Möglichkeit für eine leicht auszuführende Modifikation gegeben.

7.1 Steuerung des Moduls

Der Modul besitzt verschiedene Möglichkeiten zur Steuerung von transienten Steuerfolgen und internen Rechenalgorithmen (z.B. Koeffizienten, Datenausgabe).

1. Abbruch der transienten Rechnung (START-SPEICHER-Folge) bei
 - a) Ende der vorgegebenen Zeitkoordinatenachse erreicht
 - b) Erreichen der in KP4 vorgegebenen Zeitschrittzahl.

2. Unterbrechen der Zeitintegration im Modul (Makrozeitschritt) bei
 - a) Erreichen der Makrozeitschrittgrenze TAUGR
 - b) Erreichen einer vorgegebenen Temperaturänderung TTEPS im Kontrollpunkt oder entlang des am weitesten rechts liegenden Gasspalts.
 - c) Erreichen der für einen Modulaufruf maximalen Zeitschrittzahl LZMAX.

3. Durchführung einer neuen Koeffizientenrechnung bei
 - a) Erreichen einer vorgegebenen Temperaturänderung TEPS im Kontrollpunkt oder entlang des am weitesten rechts liegenden Gasspalts.
 - b) Erreichen der maximalen Zeitschrittzahl LPMAX zwischen zwei Koeffizientenrechnungen.

4. Ausdrucken von Temperaturfeldern nach einer maximalen Zeitschrittzahl LDRUM.

5. Wahl des Lösungsverfahrens für die Strömungsgleichung (KENERG)

6. Unterteilung des vorgegebenen Zeitschritts durch rechnerisch ermittelte feinere Zeitschritte bei der Lösung der Strömungsgleichung. Der Maximalwert feiner Schritte ist vorzugeben.

7.2 Notwendige Eingabedaten

1. Allgemeiner Steuerblock für SSYST-Moduln mit

- Zeitschrittzähler IZT
- Zahl der radialen Maschen IMM
- Zahl der axialen Maschen JMM

- Matrix mit Temperaturdaten T [IMM, JMM]
- Matrix mit Radienkoordinaten R [IMM+1, JMM]
- Zeitvektor TAU [IZTAU]
- Matrix für linke Randbedingungskoeffizienten LRBD [JMM, 3]
- Matrix für rechte Randbedingungskoeffizienten RRBD [JMM, 3]
- Matrix für Wärmequellichten OMEG [IMM, JMM]
- wählbar: Vektor mit direkten Wärmeübergangszahlen ALPH [JMM]
- Materialdatenblöcke
- Makrozeitgrenze TAUGR

2. Spezieller Steuerblock für die Wärmeleitung

- Zahl der einzulesenden Materialien IMAT
- Materialblocknummern
- max. Zeitschrittzahl für einen Modulaufruf LZMAX
- max. Zeitschrittzahl für eine neue Koeffizienten-Rechnung LPMAX
- max. Zeitschrittzahl zum Ausdrucken von Temperaturfeldern LDRUM
- Koordinaten des Temperaturkontrollpunktes ITP, JTP
- Blocknummern für Vektor mit radialen Maschenlinien-Nummern für Temperaturrechnung.

- Max. Temperaturänderung im Kontrollpunkt zur Durchführung einer Koeffizientenrechnung TEPS
- Max. Temperaturänderung im Kontrollpunkt oder entlang des am weitesten rechts liegenden Gasspalts für Abbruch eines Makrozeitschritts TTEPS.

3. Spezieller Steuerblock für Thermohydraulik

- Trigger für Lösungsverfahren für Strömungsgleichung
- Max. Zeitschrittzahl für Auflösung d. Makrozeitschritts für die Strömungsgleichung
- Berechnung von \dot{q}_{krit} mit oder ohne „nonuniform heat flux factor“
- Ausdruckintervall für Thermohydraulik-Daten
- Wahl der Modelle für Berechnung von \dot{q}_{krit}
- Datenblock mit Wasserdampf-Tabellen
- Zeitvektor für Druck, Massenstromdichte u. Kühlmittelenthalpie
- Vektor für Druck im Kühlkanal
- Vektor für Massenstromdichte n
- Vektor für Kühlmittel-Einlaßenthalpie

Nähere Einzelheiten sind der Eingabebeschreibung zu entnehmen (Anhang).

7.3 Ausgabedaten

Der Modul gibt Daten auf die SSYST-Datenbibliothek in Form von Blöcken und auf die Drucker aus.

Auf die Datenbibliothek werden gebracht:

1. Allgemeiner Steuerblock mit aktuellen Integrationszeitwerten (IZT, TAUP, DT)
2. Aktuelle Temperaturmatrix
3. Aktueller Temperaturblock mit axialen Temperaturverläufen am rechten Außenrand und entlang des am weitesten rechts liegenden Spalts.
4. Aktueller Randbedingungsblock für rechten Rand
5. Arbeitsblock für den Modul ZETHYD.

Auf dem Drucker können ausgegeben werden:

1. Die eingelesenen Steuerdaten und Datenblöcke
2. Ausdruck für jeden Zeitschritt mit Zeitschrittnummer, Problemzeit, produzierter Wärmemenge (Quellen) und abgeführter Wärmemenge (Rand) sowie Druck, Massenstromdichte, Einlaßenthalpie und Sättigungstemperatur
3. Ausdruck der Knotentemperaturen
4. Ausdruck der Temperaturen auf Maschenlinien
6. Ausdruck der Thermohydraulikdaten (s. Abb. 12)

8 Zusammenfassung und Erfahrungen mit dem Modul ZETHYD

Im Modul ZETHYD werden mit der Wärmeleitgleichung im Brennstab und der Kühlmittel-Energiegleichung für den Kühlkanal zwei transiente Differentialgleichungen für einen Zeitschritt gelöst sowie die entsprechende Wärmeübergangszahl Hülle-Kühlmittel eines jeden Brennstabsegments bestimmt.

Die Differentialgleichungen werden numerisch mit gemischt implizit-expliziten Verfahren gelöst. Diese neigen bei verschiedenen Bedingungen zu einem oszillierenden Verhalten in den Lösungen, was durch die verschiedenen physikalischen Modelle zu unsinnigen Ergebnissen führen kann. Die Bestimmung der Wärmeübergangszahlen erfolgt punktuell über diskrete unabhängige Modelle, die nur momentane Zustände berücksichtigen. Dieses Vorgehen führt zu evtl. divergentem Verhalten der Wärmeübergangszahlen.

8.1 Problematik der Lösung der Differentialgleichungen

Die folgenden Differentialgleichungen werden in ZETHYD für einen Zeitschritt gelöst:

Wärmeleitgleichung

1-D, transient für Zylindergeometrie

$$c_p(r,T) \cdot \rho(r,T) \frac{\partial T(r)}{\partial \tau} = \nabla \lambda(r,T) \nabla T(r) + \omega(r)$$

τ Zeit

c_p spez. Wärme

T Temperatur

ρ Dichte

ω Wärmequellendichte

λ Wärmeleitzahl

Energiegleichung:

1-D, transient in axialem Kühlkanal:

$$\rho \frac{\partial h}{\partial \tau} + \dot{m} \cdot \frac{\partial h}{\partial z} = \phi + \frac{\partial p}{\partial \tau} \quad \begin{array}{l} \dot{m}(z) = \text{Konst.} \\ \rho(z) = \text{Konst.} \end{array}$$

h Enthalpie

ω Wärmestromdichte

\dot{m} Massenstromdichte

p Druck

Als kritische Größen für die Lösung der Differentialgleichungen können folgende Punkte angesehen werden:

- a) Ausgewogenheit zwischen Geometrie- und Materialdaten
- b) Größe der Zeitschritte
- c) Temperaturabhängigkeit der Stoffwertdaten
- d) steile Gradienten und Diskontinuitäten (Rampen) im zeitlichen Verlauf von
 - Randbedingungen
 - Wärmequellen
 - Massenstromdichten
 - Druck

Die numerischen Lösungsverfahren arbeiten weitgehend mit Bilanzansätzen über Oberflächen von diskreten Volumelementen, hierbei wird über den gesamten Zeitschritt ein konstanter Energiestrom vorausgesetzt. Dieser Strom errechnet sich teilweise aus Geometrie- und Stoffwertdaten der diskreten Maschen. Eine ausgewogene Diskretisierung ist z.B. gegeben mit $\lambda / (\rho \cdot c_p \cdot \Delta x^2) \approx \text{const.}$ Abweichungen führen zu einer Erhöhung des numerischen Fehlers (Diskretisierung). Die Wahl des Zeitschritts ist wichtig bei sich zeitlich schnell ändernden Vorgängen: Z.B. kann ein über einen Zeitschritt zu groß angesetzter Energiestrom zu oszillierendem Verhalten der Lösung führen. Durch kleinere Zeitschritte wird der Vorgang feiner unterteilt und der Energiestrom damit dem transienten Verhalten besser angepaßt.

Weiter können schnell aufeinander folgende rampenartige Änderungen aus numerischen Gründen ebenfalls zu Schwingungen führen. Zum Glätten der aus solchen Rampen resultierenden numerischen Fehler sollten zwischen Rampen genügend Zeitschritte gelegt sein.

Rampen werden verursacht durch starke Temperaturabhängigkeit der Stoffwertdaten oder durch entsprechende Änderungen in den Randbedingungen, Wärmequellen usw. Durch die dynamischen Kopplungen von Modellen können oszillierende Lösungen zu physikalisch unsinnigen Ergebnissen führen.

Bei der Übernahme von Eingabedaten (z.B. Druck-, Massenstrom- und Eintrittsenthalpie-Verlauf) aus Rechenläufen von anderen Programmen (z.B. RELAP) ist darauf zu achten, daß die Zeitschrittachse für ZETHYD feiner diskretisiert ist als die für die Eingabedaten vorhandenen Zeitachsen.

9.2 Bestimmung der Wärmeübergangszahlen

Die Berechnung der Wärmeübergangszahlen ist aus zwei verschiedenen Punkten kritisch:

1. Es gibt keine einheitlich anzuwendenden Modelle für die α -Zahl-Berechnung; dies führt zu Schwierigkeiten bei der Voraus- oder Nachrechnung von Beispielen. Die am besten geeigneten Modelle sind erst aufzufinden!
2. Die Modelle müssen keinen stetigen Verlauf ergeben, dadurch entstehen Sprünge, welche sich auf die Numerik (vgl. 9.1) fatal auswirken können.

Bei der Bestimmung der Wärmeübergangszahlen Hülle-Kühlmittel mit diskreten Modellen treten folgende Probleme auf:

- a) Die Wärmeübergangsmodelle bilden keinen stetigen Kurvenverlauf. Dadurch entstehen beim Modellwechsel Rampen in den Randbedingungen, die bei entsprechenden Zeitschritten die WL-Gleichung zum Oszillieren veranlassen können (vgl. 9.1.). Eine feinere Zeitschrittwahl (Druck-, Massenstrom usw.) kann hier Abhilfe schaffen.
- b) Die Wärmeübergangsmodelle sind stationäre Punktmodelle, die keinen transienten Term besitzen, der die Prozeßablauf-Geschichte berücksichtigt. Es ist für die Bestimmung der Wärmeübergangszahlen wichtig, etwas über die Vorgeschichte zu wissen, um entscheiden zu können, in welcher Richtung die Modellwahl zu gehen hat. Dieser Problemfall kann mit entsprechender Zeitdiskretisierung und einem konstanten Systemzustand (Druck, usw.) über einen kleinen Zeitbereich umgangen werden. Nach einem Einschwingvorgang muß sich die Wärmeübergangszahl konvergent verhalten. Bei sehr schnellen transienten Vorgängen ist es u.U. angebracht, um nicht allzu kleine Zeitschritte verwenden zu müssen, die verschiedenen Parameter, wie Druck, Massenstrom usw., durch eine Vorintegration über gewisse Zeitbereiche zu glätten.

Im Bereich der Wärmeübergangsmodelle und der zugehörigen Logik ist der momentane Stand nicht ganz befriedigend. Verbesserungen sind zu machen bezüglich

- Kontinuität der Modelle
- Berücksichtigung der transienten Ablauffolge
- detailliertere Modelle in den verschiedenen Wärmeübergangsbereichen
- möglichst einheitlich festgelegte Modelle.

Die Logik für die Auswahl der Wärmeübergangsrechenmodelle, entsprechend dem Systemzustand, kann im "nach kritischen"-Bereich (übergangssieden und Filmsieden) bei detaillierterem

Kenntnisstand ebenfalls noch verbessert werden. Auch der Rücksprung in den "unterkritischen" Bereich (Blasensieden, Konvektion) ist verbesserungsbedürftig und sollte genauer erfaßt werden.

Literaturverzeichnis

- /1/ W. Gulden et al.:
Dokumentation SSYST-1. Ein Programmsystem zur Beschreibung des LWR-Brennstabverhaltens bei Kühlmittelverluststörfällen. 1977, KfK 2496, IKE 2-32
- /2/ L. Ehnis, R. Krack:
HYDRA, ein Programm zur Lösung der eindimensionalen Strömungsgleichungen und zur Berechnung von Wärmeübergangszahlen im Kühlkanal.
IKE-Bericht Nr. 4-28 (1974)
- /3/ L. Ehnis:
Unveröffentlichte Ergebnisse
- /4/ L. Ehnis:
Numerische Lösung der mehrdimensionalen stationären Fourierschen Wärmeleitgleichung in Festkörpern.
IKE-Bericht 4-19 (1973)
- /5/ W. Klumpp:
Das Differenzenverfahren zur numerischen Lösung von part. Differentialgleichungen, 2. Teil.
IKE-Bericht Nr. 4-37, (1974)
- /6/ W. Klumpp:
Unveröffentlichte Ergebnisse
- /7/ G.B. Wallis:
One-dimensional Two-phase Flow
McGraham-Hill Book Company, New York (1969)

- /8/ M. Richtmyer, R.W. Morton:
Difference Methods for Initial-Value Problems
John Wiley & Sons, New York (1967)
- /9/ M. Jakob:
Heat Transfer, Vol. I,
John Wiley & Sons, New York (1957)
- /10/ J.R.S. Thom et al.:
Boiling in Subcooled Water During Flow Up Heated
Tubes or Annuli
Proc. Inst. Mech. Eng. 3C180 (1966)
- /11/ V.E. Schrock, L.M. Großman:
Forced Convection Boiling Studies
TID 14632 (1959)
- /12/ J.S. Gellerstedt et al.:
Correlation of Critical Heat Flux in a Bundle
Cooled by Pressurised Water
Two-Phase Flow and Heat Transfer in Rod Bundles
Symposium, Winter Annual Meeting of ASME
Los Angeles, Cal. (1969)
- /13/ P.G. Barnett:
A Correlation of Burnout Data for Uniformly Heated
Rod Bundles,
AEEW-R 463 (1966)
- /14/ E.D. Hughes:
A Correlation of Rod Bundle Critical Heat Flux for
Water in the Pressure Range 150 to 725 psia.
IN-1412 (1970)

- /15/ J.B. McDonough, W. Milich, E.C. King:
Partial Film Boiling with Water at 2000 psia in a
Round Vertical Tube
MSA Research Corp. Technical Report 62 (1958) NP-6976
- /16/ D.C. Groeneveld:
An Investigation of Heat Transfer in the Liquid Defi-
cient Regime,
AECL-3281 (1968), (Revised in August 1969)
- /17/ L.S. Tong
Critical Heat Fluxes in Rod Bundles in Two Phase
Flow and Heat Transfer in Rod Bundles
Symp. of American Soc. of Mech. Engineers, Los Angeles,
Nov. 1969
- /18/ N. Zuber et al.:
The Hydrodynamic Crisis in Pool Boiling of Saturated
and Subcooled Liquids
Internat. Developments in Heat Transfer, Part II, ASME (1961)
- /19/ K.R. Katsma et al.
RELAP4/MOD5 - A Computer Program for Transient Thermal-
Hydraulic Analysis of Nuclear Reactor and Related Systems
ANCR-NUREG-1335 (Sept. 1976)
- /20/ C. J. Hocevar, T. W. Wineinger:
THETA1-B, a Computer Code For Nuclear Reactor Core
Thermal Analysis,
Reactor Technology TID-4500, 1971

Verzeichnis der Abkürzungen

c_p	spezifische Wärme	(Ws/kg K)
e	innere Energie	(Ws/kg)
h	Enthalpie	(Ws/kg)
\dot{m}	Massenstrom (bezogener)	(kg/m ² sec)
p	Druck	(N/m ²)
\dot{q}	spezifischer Wärmestrom	(W/m ²)
r	Radius	(m)
t	Zeit	(sec)
u	Geschwindigkeit	(m/sec)
v	spezifisches Volumen	(m ³ /kg)
x	Dampfgehalt	(-)
z	Höhenkoordinate	(m)
A_s	durchströmte Fläche des Kühlkanals	(m ²)
D_E	Durchmesser des Kühlkanals	(m)
D_H	hydraulischer Durchmesser $D_E - D_R$	(m)
D_R	Durchmesser des Brennstabes	(m)
G	Amplifikationsfaktor	
L	Länge des Kühlkanals bis zur betrachteten Masche	(m)

\dot{M}	Massenstrom	(kg/sec)
Nu	Nußeltzahl	(-)
O	Oberfläche des betrachteten Elements	(m ²)
Pr	Prandtlzahl	(-)
\dot{Q}	Wärmestrom	(W)
Re	Reynoldszahl	(-)
T	Temperatur	(K)
T _F	Fluidtemperatur	(K)
T _{SAT}	Sattdampftemperatur	(K)
T _W	Wandtemperatur	(K)
U	Umfang des Brennstabes	(m)
V	Volumen des betrachteten Elements	(m ³)
α	Wärmeübergangszahl	(W/m ² K)
η	dynamische Viskosität	(kg/m ³ sec)
λ	Wärmeleitfähigkeit	(W/m K)
ρ	spezifische Dichte	(kg/m ³)
ϕ	spezifischer Wärmestrom multipliziert mit dem Umfang des Brennstabes, dividiert durch die durchströmte Fläche	(W/m ³)

σ	Oberflächenspannung	
τ	Zeit	(s)
w	Wärmequellendichte	$(\frac{W}{m^3})$

Indizes:

f	Flüssigkeitszustand (gesättigt)
g	Gaszustand (gesättigt)
j	Ortsindex
n	Zeitindex
JH	Anzahl der Ortsmaschen
KRIT	Kritischer Zustand
E	Eingang des Kühlkanals
A	Ausgang des Kühlkanals

ANHANG

ZETHYD

Der Modul ZET-1D löst die transiente eindimensionale Wärmeleitgleichung in r-Geometrie für r,z-Anordnungen. Weiter wird die Energiegleichung im Kühlkanal gelöst und die Wärmeübergangszahlen entsprechend dem Kühlmittelzustand ermittelt. Theoretische Erläuterungen und die Beschreibung des Programms sind in /1/ enthalten.

Eingabe für ZET-1D

1. Karte	Steuerung für RSYST/SSYST				
ZETHYD	K	K2	K3	K4	K5
K, K2	wie üblich (Bibliothekssteuerung)				
K3	Blocknummer des Steuerblocks für Brennstabanalyse				
K4	Maximaler Zeitschritt zur Beendigung einer START-SPEICHER-Folge				
K5	O/1	kleiner/großer Ausdruck			

1. Daten aus dem allgemeinen Steuerblock für Brennstabanalyse

Aus diesem Steuerblock holt sich ZETHYD Steuergrößen, die für die Durchführung von Brennstabanalysen allgemeinere Bedeutung haben. Eine genauere Beschreibung ist in /2/ enthalten. Die Größen der Matrizen sind in () angegeben.

Integergrößen

I(1)	IZT	AKTUELLER Zeitschritt (Anfangswert IZT=0)
I(3)	IMM	Zahl der Maschen in radialer Richtung
I(4)	JMM	Zahl der Maschen in axialer Richtung

- I(7) Blocknummer der Zuordnungsmatrix IZU
(IMM, JMM)
- I(12) Blocknummer der auszugebenden Matrix
mit aktuellen Temperaturen T (IMM, JMM)
- I(13) Blocknummer der auszugebenden Matrix mit
aktuellen Rand- bzw. Spalttemperaturen TC
(JMM, 3)
- I(15) Blocknummer des Vektors oder der Matrix mit
aktuellen Radienkoordinaten R (IMM+1) oder
R(IMM+1, JMM)
- I(16) Blocknummer der aktuellen Höhenkoordinaten Z
(JMM+1)
- I(17) Blocknummer des Vektors und der Zeitkoordinaten
TAU(IZTAU), IZTAU ist beliebig
- I(18) Blocknummer der Matrix mit den linken Randbe-
dingungen (A, B, C)^L. LRB(JMM, 3)
- I(19) Blocknummer der Matrix mit den rechten Rand-
bedingungen (A, B, C)^R. RRB(JMM, 3)
- I(22) Blocknummer der Matrix mit den Wärmequell-
dichten je Masche OMEG (IMM, JMM)
- (I23) Blocknummer des speziellen Steuerblocks für
Wärmeleitung. INTEGER, REAL-Werte
- I(28) Blocknummer des spez. Steuerblocks für Ther-
mohydraulik-Daten. Integer-, Real-Werte
- I(36) Blocknummer des Vektors mit α -Zahlen im
Spalt. Wenn I(36)=0, keine α Zahlen werden
als Block übernommen. ALPHA(JMM)

Realgrößen

- R(1) TAUP aktuelle Problemzeit
- R(2) TAUGR Zeitschranke, nach der die Zeitintegration
(START-SPEICHER-Folge) abgebrochen wird

R(3) DT Letztes gerechnetes Zeitintervall der
Zeitintegration

Textteil

Beliebige Anzahl von Textkarten

2. Daten aus dem speziellen Steuerblock für Wärmeleitung
Integergrößen

IZ(1)	IMAT	Zahl der einzulesenden Material-Daten- blöcke
IZ(2) ÷ IZ(IMAT+1)		IMAT Blocknummern für die thermophysika- lischen Stoffwertblöcke
IZ(IMAT+2)	LZMAX	Max. Zeitschrittzahl während eines ZET-1D-Aufrufs
IZ(IMAT+3)	LDRUM	Zeitschrittintervall zum Ausdrucken des aktuellen Temperaturfeldes
IZ(IMAT+4)	LPMAX	Max. Zeitschrittzahl für neue temperatur- abhängige Koeffizientenrechnung
IZ(IMAT+5)	ITP	Radiale Maschennummer des Temperatur- referenzpunkts TP. Falls ITP=0, werden die Spaltrandtemperaturen als Referenz- punkte gneommen.
IZ(IMAT+6)	JTP	Axiale Maschennummer von TP
IZ(IMAT+7)	-	} ohne Bedeutung
IZ(IMAT+8)	-	
IZ(IMAT+9)	LKORR	Blocknummer des Integervektors mit <u>ra-</u> <u>dialen</u> Stützstellennummern, an denen der axiale Temperaturverlauf ausgedruckt wer- den soll
IZ(IMAT+10)	ISPA	0/1 α -Zahl im Spalt wird abhängig von Temperatur T/Spaltbreite S interpoliert

Realgrößen

RZ(1)	TEPS	Max. Temperaturunterschied im Referenzpunkt zur Durchführung einer neuen Koeffizientenrechnung
RZ(2)	TTEPS	Max. Temperaturunterschied im Referenzpunkt TP zum Abbruch der Zeitintegration während eines Aufrufs

3. Daten des speziellen Steuerblocks für HYDRA

Integergrößen

Lösungsverfahren nach:

IH(1)	= 1 explizit = 2 Predictor-Corrector-Verfahren nach McCormack = 3 explizites-implizites Zwischenschritt-Verfahren = 4 stationäre Lösung
IH(2)	max. Zeitschrittzahl für die Auflösung eines Makrozeitschritts
IH(3)	0/1 ohne/mit nonuniform heat flux factor
IH(4)	Blocknummer der Wasserdampftabellen (RELAP3-MKS-System)
IH(5)	Blocknummer des Zeitvektors für Druck, Massenstrom, Enthalpie-Werte TAUH(IW)
IH(6)	Blocknummer des Druckvektors PH(IW)
IH(7)	Blocknummer des Massenstromdichte-Vektors MH(IW)
IH(8)	Blocknummer des Einlaß-Enthalpievektors HH(IW)
IH(9)	Blocknummer für HYDRA Speicherblock
IH(10)	Ausdruckintervall für Thermohydraulik-Daten bezogen auf Zeitschrittzähler IZT
IH(11)	ohne Bedeutung

ZETHYD Fehlermeldungen

Fehler-Nr.	Bedeutung	Maßnahme
2	Zahl der radialen Maschen nicht eindeutig	Vergleich Dimension der Zuordnungsmatrix I(7) mit IMM I(3)
3	Zahl der axialen Maschen nicht eindeutig	Vergleiche Dimension der Zuordnungsmatrix I(7) mit JMM I(3)
4	Radienmatrix I(15) hat falsche Länge	Länge der Radienmatrix ist (IMM+1), JMM
6	Wärmequellldichte-Matrix I(22) hat falsche Länge	Die Länge ist IMM, JMM
7	Linke Randbed.-Matrix I(18) hat falsche Länge	Die Länge ist JMM, 3
8	Rechte Randbed.-Matrix I(19) hat falsche Länge	Die Länge ist JMM, 3
12	Vektor für Alpha-Zahlen im Spalt I(36) hat falsche Länge	Die Länge ist JMM
9	Temperaturmatrix I(12) hat falsche Länge	Die Länge ist IMM, JMM
10	Arbeitsspeicher zu klein	Erhöhung der Feldlänge bzw. Vergrößerung des BLANK COMMON
5	Länge des axialen Stützstellenvektors I(16) ist falsch	Die Länge ist JMM+1
13	Temperaturmatrix I(13) hat falsche Länge	Länge ist 3, JMM
30	keine Zeitinterpolation möglich	Zeitvektor 14(6) zu klein
31	Einlaß-Enthalpievektor 14(8) hat falsche Länge	} Länge ist die von Zeitvektor IH(5)
32	Druckvektor IH(6) hat falsche Länge	
33	Massenstromdichtevektor IH(7) hat falsche Länge	
40	keine Interpolation in Wasserdampftabelle möglich	Daten nicht konsistent oder außerhalb

- IH(12) ohne Bedeutung
IH(13) O/1 Berechnung von \dot{q}_{krit} nach BW2, Barnett,
usw. / W3, Zuber

Realgrößen

- RH(1) Durchmesser des Strömungskanals um den
Brennstab
RH(2) Multiplik.-Faktor für W3-Beziehung
RH(3) " " " Zuber-Beziehung

Textkarten

keine

Literatur

- /1/ L. Ehnis:
ZETHYD, ein SSYST-Modul zur simultanen Lösung der
Wärmeleitgleichung im Brennstab und Strömungsglei-
chung im Kühlkanal
In Vorbereitung 1980
- /2/ W. Gulden et al.:
Dokumentation SSYST 1
Ein Programmsystem zur Beschreibung des LWR-Brennstab-
verhaltens bei Kühlmittelverluststörfällen
KFK-Bericht 2496, IKE-Bericht 2-32, 1977