

KfK 3171  
April 1981

# **Fluiddynamische Untersuchungen zur Auslegung eines Flüssigmetalltargets für eine Spallationsneutronenquelle**

M. Piesche, W. Veith, K. O. Felsch, H. Hoffmann  
Institut für Reaktorbauelemente  
Projekt Spallationsneutronenquelle

**Kernforschungszentrum Karlsruhe**



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Institut für Reaktorbauelemente  
Projekt Spallationsneutronenquelle

**KfK 3171**

**FLUIDDYNAMISCHE UNTERSUCHUNGEN ZUR AUSLEGUNG EINES  
FLÜSSIGMETALLTARGETS FÜR EINE SPALLATIONSNEUTRONENQUELLE**

**M. Piesche \*, W. Veith \*, K. O. Felsch \*, H. Hoffmann**

\* Institut für Strömungslehre und Strömungsmaschinen  
Universität Karlsruhe (TH)

Diese Untersuchungen wurden im Auftrage des Instituts für Reaktorbauelemente  
des Kernforschungszentrums Karlsruhe durchgeführt.

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt  
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH  
ISSN 0303-4003

---

## INHALT

Zusammenfassung – Summary .....	1
1. Einleitung .....	2
2. Theorie .....	3
2.1. Berechnung der Düsenkontur .....	3
2.2. Berechnung der Hohlstrahlkontur .....	5
3. Numerische Ergebnisse .....	8
4. Experiment .....	9
4.1. Bestimmung der Lage der Kontraktionsstelle .....	10
4.2. Messung der Geschwindigkeitsverteilung und der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen ...	11
5. Schlußbemerkung .....	12
6. Bezeichnungen, dimensionslose Größen, Kennzahlen und Indizes .....	13
7. Literatur .....	14
8. Bildmaterial .....	15

## ZUSAMMENFASSUNG

Ein Rechenverfahren zur Auslegung eines Flüssigmetalltargets für eine Spallationsneutronenquelle wird vorgestellt, das durch erste experimentelle Untersuchungen eine Bestätigung findet. Das Target besteht aus einer Hohlstrahldüse, in der das Schwermetall an der Düsenwandung als Flüssigkeitsfilm strömt, anschließend die Düse verläßt und sich zu einem Hohlstrahl ausbildet. Weiter stromabwärts kontrahiert der Strahl zu einem Vollstrahl. Von Interesse ist die Bestimmung dieses Ortes als Funktion der geometrischen und physikalischen Größen und im speziellen der Stoffgrößen. Durch Kopplung zweier Rechenmodelle, die zum einen den reibungsbehafteten Strömungsvorgang an der Düsenwand miteinschließen und zum anderen die Bewegung außerhalb der Düse als reibungsfrei voraussetzen, gelingt es, den Ort der Vollstrahlausbildung zu bestimmen. Anschließend wurde experimentell abgeklärt, daß im Bereich der Kontraktion keine Rückströmungen unter Zugrundelegung der gewählten strömungstechnischen Parameter auftreten. Zum Einsatz kam ein Laser-Doppler-Anemometer, das die Messung von turbulenten Fluktuationen gestattete.

## **Fluid dynamic studies on the design of a liquid metal target for a neutron spallation source**

### SUMMARY

A calculation method for the design of a liquid metal target system for a spallation neutron source is presented and is confirmed by first experimental investigations. The target is formed by a hollow jet nozzle wherein the liquid heavy-metal flows down as a liquid film on the inner nozzle walls. At the nozzle exit the hollow jet is fully developed. Further downwards the jet contracts and becomes a solid jet. Of special interest is the determination of this location as a function of the geometrical and physical parameters and especially of the material properties. By means of coupling two calculation methods which on the one hand consider the influence of the friction within the nozzle and on the other hand postulate frictionless motion outside of the nozzle, it was possible to determine the location of the contraction. Afterwards it was clarified experimentally that within the area of the contraction no backflow occurs on the basis of the chosen fluid dynamic parameters. A Laser-Doppler-Anemometer was used which allowed the measuring of the turbulent fluctuations.

## FLUIDDYNAMISCHE UNTERSUCHUNGEN ZUR AUSLEGUNG EINES FLÜSSIGMETALLTARGETS

---

### 1. EINLEITUNG

Die Erzeugung von Neutronenquellen durch Targetstationen ist der Ausgangspunkt von theoretischen Überlegungen und experimentellen Untersuchungen. In der vorliegenden Studie wurde die geometrische Konzeption einer rotationssymmetrischen Düse verfolgt (s. Abb. 1), in der ein Flüssigmetall – infrage kommt ein Blei-Wismut-Eutektikum – strömt. Der ausgebildete Flüssigkeitsfilm kontrahiert außerhalb der Düse zu einem Vollstrahl. In diesem Bereich trifft ein Protonenstrahl mit einer hohen Energiedichte auf die freie Oberfläche des Metallstroms, wodurch der Spallationsprozeß hervorgerufen wird; die Folge ist eine Aufheizung des Targetmaterials.

Durch die aus der Aufgabenstellung resultierenden fluid- und thermodynamischen Probleme drängen sich folgende Fragestellungen auf:

- Gibt es beim Durchströmungsvorgang des Targets Einflüsse, die zu hohen lokalen Fluidüberhitzungen führen, so daß Fluidverdampfung zu erwarten ist und, falls diese Zustände möglich sind, durch welche Maßnahmen können sie verhindert werden? Ausführliche wärmetechnische Detailuntersuchungen bezüglich dieser Frage befinden sich in den Berichten [1, 2, 3, 5] und erfahren dort eine Beantwortung. Wesentliches Ergebnis ist, daß das beschriebene Targetkonzept die Forderung der sicheren Wärmeabfuhr erfüllt.
- Kann die Kontur der Düse, die das Target verkörpert, in Abhängigkeit geometrischer und physikalischer Parameter in der Art beschrieben werden, daß der Ort der Vollstrahlausbildung bestimmbar ist? Impliziert wird dadurch ein neuer Fragenkomplex, denn das Auftreten möglicher Rückströmungseffekte in diesem Bereich ist nicht auszuschließen; dadurch muß eine Vertiefung der Kenntnisse über das Strömungsfeld erfolgen.

Ziel der theoretischen Studie ist somit die Beschreibung der Kontur von rotationssymmetrischen Hohlstrahldüsen, die die technische Konzeption eines Flüssigmetalltargets verkörpert. Des weiteren interessiert die Koordinatenerstreckung bis zur Vollstrahlausbildung. Da komplizierte Strömungsverhältnisse in dieser Zone auftreten, drängt sich eine experimentelle Untersuchung des Strömungsfeldes auf. Im folgenden sollen die zu dieser Problemstellung durchgeführten Analysen und die erzielten Forschungsergebnisse beschrieben werden.

## 2. THEORIE

Die mathematische Betrachtung basiert auf dem in Abb. 2 ersichtlichen geometrischen Modell. Das Medium strömt mit den aufgeprägten axialen und radialen Geschwindigkeitskomponenten  $c_{x0}$  und  $c_{r0}$  aus dem Ringspalt mit der Erstreckung  $b_0$  und bewegt sich unter dem Einfluß der Erdschwere  $g$  entlang der Düsenberandung. Anschließend verläßt das Medium nach einer gewissen Laufstrecke  $x$  die Düse unter dem Winkel  $\beta$ , bildet einen Hohlstrahl mit zwei freien Oberflächen aus und kontrahiert stromabwärts zu einem Vollstrahl.

### 2.1. BERECHNUNG DER DÜSENKONTUR

Die Formgebung der Düse erfolgt in der Art, daß die Wandberandung den natürlichen reibungsbehafteten Bewegungsablauf der Strömung widerspiegelt, somit stellt sich die Kontur der Düse örtlich durch das Wechselspiel von Zähigkeits-, Impuls-, Schwere- und Oberflächenspannungskräften ein. Dadurch ergibt sich eine inverse Aufgabenstellung, d.h. es wird nicht eine Düsenkontur vorgegeben, sondern die Gestaltung der Düse ergibt sich stromabwärts aus dem Wechselspiel der beschriebenen Kräfte. Die Lösung dieser Aufgabe liefern die Grundgleichungen der Mechanik der Flüssigkeitsbewegung. Da beim gegenwärtigen Stand der mathematischen Kenntnisse wenig Aussicht besteht, diese komplizierten Gleichungen exakt zu lösen, ist es notwendig, die Gleichungen zu approximieren, wobei die eingehenden Kräfte größenordnungsmäßig abgeschätzt und die Glieder von kleinem Betrag vernachlässigt werden. Der spätere Vergleich mit experimentellen Werten muß zeigen, ob die in die Rechnung eingeführten Vernachlässigungen vertretbar sind. Dadurch werden letztlich die Brauchbarkeit und der Gültigkeitsbereich eingegrenzt. Außerdem wird der rechnerische Aufwand durch die folgenden Annahmen und Voraussetzungen begrenzt:

- (1) Das Medium besitzt Newtonsche Eigenschaften.
- (2) Das Strömungsfeld ist stationär.
- (3) Die Stoffwerte, d.h. die Dichte  $\rho$ , die dynamische Zähigkeit  $\mu$  und die Oberflächenspannung  $\sigma$  des Mediums werden als konstant angesehen.
- (4) Die Reibungskräfte an der Trennfläche zwischen gasförmigem und flüssigem Medium werden vernachlässigt.
- (5) Der Düseneintrittsradius  $r_0$  ist sehr viel größer als die Austrittsspaltbreite  $b_0$ .

Die zuletzt genannte Voraussetzung reduziert die Aufgabenstellung auf ein Grenzschichtproblem. Diese Betrachtungsweise impliziert ein vereinfachtes geometrisches Ersatzmodell, das der Vorstellung eines ebenen Geschwindigkeitsfelds entspricht, d.h. die rotationssymmetrische Düse wird gedanklich in Längsrichtung aufgeschnitten und zu einer ebenen Fläche aufgerollt [4]. Als Lösungsmethode kommt ein Integralverfahren zum Einsatz, welches auf dem Impulssatz der Grenzschichttheorie beruht. Hierbei werden die Gleichungen über eine charakteristische Länge integriert. Hauptmerkmal dieser Vorgehensweise ist, daß die Bewegungsgleichungen nicht in jedem Punkt des Strömungsfeldes erfüllt werden, sondern nur über die Breite des Flüssigkeitsfilms. Folgende dimensionslose Gleichungen für die radiale und axiale Bewegung sowie für die Erhaltung der Masse beschreiben das Modell:

■ Radiale Bewegungsgleichung

$$\frac{d}{dX} \left[ \frac{dR}{dX} \int_0^1 C_x d\eta \right] + \frac{1}{We_0} = 0 \quad (1)$$

■ Axiale Bewegungsgleichung

$$\frac{d}{dX} \int_0^1 B C_x \left[ C_x(\eta=1, X) - C_x \right] d\eta - \frac{dC_x}{dX}(\eta=1, X) B \int_0^1 C_x d\eta = \frac{r_0/b_0}{B} T - \frac{B}{Fr_0^2} \quad (2)$$

■ Kontinuitätsgleichung

$$R B \int_0^1 C_x d\eta = 1 \quad (3)$$

Mit den Bestimmungsgleichungen (1) bis (3) erfolgt die Berechnung der mittleren Kontur  $R = r/r_0$ , der Flüssigkeitsfilmbreite  $B = b/b_0$  und der Geschwindigkeitsverteilung der axialen Komponente  $C_x = c_x/c_{x0}$  längs der Koordinaten  $X = x/r_0$  und  $\eta = z/b$ .

In der Natur dieses Integralverfahrens liegt, daß die Anwendung Ansätze für die Geschwindigkeiten erfordert. Im Falle turbulenter Strömung sind diese Ansätze von empirischer Natur, außerdem muß bezüglich der Schubspannung  $T = \tau/(\rho c_{x0}^2)$  eine Gesetzmäßigkeit in die obige Gleichung eingesetzt werden, die in der vorliegenden Problemstellung im Falle laminarer Bewegung aus dem Stokesschen Reibungsgesetz und im Falle turbulenter Bewegung aus dem Blasiuschen Widerstandsgesetz der Rohrströmung resultiert.

Bei laminarer Strömung ist die Wandschubspannung mit dem Geschwindigkeitsgradienten zu

$$T = \frac{1}{Re} \left. \frac{\partial C_x}{\partial \eta} \right|_{\eta=0}$$

verknüpft und die Schubspannung bei turbulenter Strömung findet in der folgenden Form Verwendung:

$$T = \frac{0.03955}{(B Re_0)^{1/4}} \left( \int_0^1 C_x d\eta \right)^{7/4}$$

Mit einer dimensionslosen Betrachtung besteht die Möglichkeit einer universellen Darstellung der Düsenberandung durch charakteristische Kennzahlen. Diese erlauben physikalische und geometrische Größen und deren Einflußnahme auf die Formgebung abzuschätzen und die Vielzahl der dimensionsbehafteten Variablen einzuschränken.

Es kristallisieren sich folgende strömungsphysikalische und geometrische Parameter heraus:

- |                                 |  |                     |   |
|---------------------------------|--|---------------------|---|
| (1) Das geometrische Verhältnis | $\frac{r_0}{b_0}$ ;                    | (4) Die Weber-Zahl  | $We_0 = \frac{\rho c_{x0}^2 b_0}{\sigma}$ ; |
| (2) Der Austrittswinkel         | $\alpha = \frac{c_{r0}}{c_{x0}}$ ;     | (5) Die Froude-Zahl | $Fr_0 = \sqrt{\frac{c_{x0}^2}{r_0 g}}$ ;    |
| (3) Die Reynolds-Zahl           | $Re_0 = \frac{\rho c_{x0} b_0}{\mu}$ ; |                     |   |

## 2.2. BERECHNUNG DER HOHLSTRAHLKONTUR

In der weiteren Ausführung soll die Form des Hohlstrahls, wie sie sich nach dem Ausströmungsvorgang aus der Düse einstellt, mathematisch beschrieben werden. Hierbei soll die Reibung vernachlässigt werden. Der Strahl tritt unter einem zur Achse geneigten Winkel  $\beta$  aus der Düse aus. Außerhalb des Strahls herrscht der Druck  $p_a$  und im Innern der Druck  $p_i$ , wobei die Druckdifferenz  $p_i - p_a$  klein gegenüber dem Staudruck

$$\frac{\rho}{2} c_1^2 = \frac{\rho}{2} (c_{x1}^2 + c_{r1}^2)$$

sein soll.

Eine weitere wesentliche Annahme besteht darin, daß der Gradient  $dr/dx_1$  klein bleiben soll. Physikalisch gesehen bedeutet das, daß die Axialkomponente  $c_{x1}$  der Geschwindigkeit viel größer ist als die radiale Komponente  $c_{r1}$ . Dadurch können die Einflüsse, die aus der Krümmung in der  $r, x_1$ -Ebene herrühren, gegenüber jenen in der  $r, \varphi$ -Ebene vernachlässigt werden. Diese Einschränkung besagt, daß in  $x_1$ -Richtung nur die Schwerkraft wirkt.

Für die weitere rechnerische Behandlung denkt man sich ein Volumenelement der Längenerstreckung  $dx_1$  und der Breite  $b$  aus einem Ringelement herausgeschnitten (Abb. 3). An diesem Volumenelement greifen Druckkräfte und die Schwerkraft sowie in den Oberflächen Kräfte, die von den Oberflächenspannungen herrühren, an. Die Bilanzbildung liefert die Bewegungsgleichung in radialer Richtung

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{p_i - p_a}{\rho b} - 2 \frac{\sigma}{\rho b r} \quad (4)$$

und die axiale Bewegungsgleichung

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} = g \quad (5)$$

Diese Gleichungen sind über die Massenerhaltung

$$c_{x1} r_1 b_1 = c_x r b \quad (6)$$

verknüpft. Nach Substitution der Zeitvariablen  $t$  durch die Ortsvariable  $x_1$  gelangt man mittels der Gleichungen (4) bis (6) zu der konturbeschreibenden Differentialgleichung

$$\frac{d^2 R_1}{dX_1^2} + \left(1 + \frac{2}{Fr_1^2} X_1\right)^{-1} \frac{1}{Fr_1^2} \frac{dR_1}{dX_1} - \left(1 + \frac{2}{Fr_1^2} X_1\right)^{-1/2} \left[ Eu_1 \frac{r_1}{b_1} R_1 - \frac{2}{We_1} \right] = 0 \quad (7)$$

Analog zum Rechenablauf bei Betrachtung der reibungsbehafteten Strömung wird eine dimensionslose Schreibweise für die Koordinaten und für die Geschwindigkeiten eingeführt. Gewählt wurden die Bezugslänge  $r_1$  und die Geschwindigkeit  $c_{x1}$ ; infolge dieser Einführungen modifizieren sich die dimensionslosen Abmessungen und die Kennzahlen. Außerdem treten in der Problemstellung Druckkräfte auf, die sich in einer weiteren Kennzahl, der Euler-Zahl, äußern. Koordinaten und Kennzahlen sind wie folgt definiert:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Koordinaten:} & R_1 = \frac{r}{r_1}, \quad X_1 = \frac{x_1}{r_1} \\
 \text{Kennzahlen:} & Fr_1 = \sqrt{\frac{c_{x1}^2}{r_1 g}} \quad \text{Froude-Zahl} \\
 & We_1 = \frac{\rho c_{x1}^2 b_1}{\sigma} \quad \text{Weber-Zahl} \\
 & Eu_1 = \frac{p_i - p_a}{\rho c_{x1}^2} \quad \text{Euler-Zahl}
 \end{array}$$

Die Spezifikation der Anfangsbedingungen zu

$$r = r_1, \quad b = b_1: \quad c_x = c_{x1}, \quad c_r = c_{r1}, \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{c_{r1}}{c_{x1}}$$

gewährleistet eine sachgemäße Lösung der inhomogenen Differentialgleichung mit variablen Koeffizienten.

Die Lösung führt über eine Transformation von der unabhängigen Variablen  $X_1$  auf die Koordinate  $U$ . Gewählt wird der Zusammenhang

$$U = \sqrt{Fr_1^2 + 2X_1} - Fr_1$$

Damit ergibt sich aus (7) die Beziehung

$$\frac{d^2 R_1}{dU^2} - (U + Fr_1) \left[ Eu_1 \frac{r_1}{b_1} Fr_1 R_1 - 2 \frac{Fr_1}{We_1} \right] = 0 \quad (8)$$

Der Einfluß der Oberflächenspannung zeigt sich allein in der Inhomogenität. Mit der Angabe der partikulären Lösung

$$R_1 = \frac{2}{We_1 Eu_1 (r_1/b_1)} \quad (9)$$

gelingt mit der Gültigkeit des Superpositionsprinzips bei linearen Differentialoperatoren der Übergang auf das homogene Problem. Die Bearbeitung des homogenen Problems

$$\frac{d^2 R_1}{dU^2} - (U + Fr_1) Eu_1 \frac{r_1}{b_1} Fr_1 R_1 = 0 \quad (10)$$

erfolgt über einen Potenzreihenansatz. In einer Vorarbeit konnte die Existenz einer Lösung mittels des Cauchyschen Existenzsatzes nachgewiesen werden. Die Potenzreihe

$$R_1 = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{\nu} U^{\nu}$$

setzt man in die Gleichung (10) ein:

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} \nu(\nu-1) a_{\nu} U^{\nu-2} - EU_1 \frac{r_1}{b_1} Fr_1 \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{\nu} U^{\nu+1} - EU_1 \frac{r_1}{b_1} Fr_1^2 \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{\nu} U^{\nu} = 0 \quad (11)$$

Durch Umordnung der Summenglieder und Zusammenfassung der Vorfaktoren mit gleichen Potenzen in  $U$  innerhalb der Beziehung (11) ergibt sich der Ausdruck

$$\left( -EU_1 \frac{r_1}{b_1} Fr_1^2 a_0 + 2a_2 \right) U^0 + \sum_{\nu=0}^{\infty} \left\{ (\nu+3)(\nu+2) a_{\nu+3} - EU_1 \frac{r_1}{b_1} Fr_1^2 a_{\nu+1} \right\} U^{\nu+1} = 0 \quad (12)$$

Ein Koeffizientenvergleich führt dann direkt auf den Zusammenhang

$$a_2 = \frac{1}{2} EU_1 \frac{r_1}{b_1} Fr_1^2 a_0 \quad (13)$$

und die Rekursionsformel

$$a_{\nu+3} = \frac{EU_1 (r_1/b_1) Fr_1^2 a_{\nu+1} + EU_1 (r_1/b_1) Fr_1 a_{\nu}}{(\nu+2)(\nu+3)} \quad (14)$$

Die Koeffizienten  $a_0$  und  $a_1$  resultieren aus den Anfangswerten.

Mit dem gültigen Superpositionsprinzip und der inhomogenen Lösung stellt sich die allgemeine Lösung

$$R_1 = 1 + \left( 1 - \frac{2}{W_{E_1} EU_1 (r_1/b_1)} \right) \left\{ \frac{EU_1 (r_1/b_1) Fr_1^2}{2} U^2 + \frac{EU_1 (r_1/b_1) Fr_1}{2 \cdot 3} U^3 + \frac{(EU_1 (r_1/b_1))^2 Fr_1^4}{2 \cdot 3 \cdot 4} U^4 \dots \right\} + Fr_1 \operatorname{tg} \beta \left\{ U + \frac{EU_1 (r_1/b_1) Fr_1^2}{2 \cdot 3} U^3 + \frac{EU_1 (r_1/b_1) Fr_1}{3 \cdot 4} U^4 \dots \right\} \quad (15)$$

ein.

Um den gültigen Lösungsbereich der Reihe angeben zu können, bedarf es einer Untersuchung ihres Konvergenzverhaltens. Da die Vorzeichen der Reihenglieder wechselnd, aber nicht alternierend sind, ist eine absolute Konvergenz zu fordern. In Ermangelung eines allgemeinen Bildungsgesetzes für die Koeffizienten  $a_{\nu}$  erfolgt der Beweis mit dem Majorantenkriterium.

Als Vorarbeit für das Auffinden einer konvergenten Majorante soll in einem indirekten Beweis die Behauptung

$$a_{\nu+1+n} > \frac{a_{\nu+n}}{(\nu+1+n)^{4/5}} ; \quad n > n_0 \quad (A)$$

bestätigt werden. Der Index  $n$  bezeichnet eine feste, aber beliebige Variable. Nach wiederholtem Einsetzen des logischen Gegenteils der Behauptung (A)

$$a_{\nu+1+n} \leq \frac{a_{\nu+n}}{(\nu+1+n)^{4/5}} ; \quad n > n_0 \quad (B)$$

ergibt sich die Abschätzung

$$a_{\nu+1+n} \leq \frac{a_{\nu+n-1}}{(\nu+n+1)^{8/5}} \leq \frac{a_{\nu+n-2}}{(\nu+n+1)^{12/5}} \quad (C)$$

Verwendet man (C) in der Rekursionsformel (14) so folgt aus einer kurzen Zwischenrechnung die Ungleichung

$$1 > Eu_1 \frac{r_1}{b_1} Fr_1 (\nu + n + 1)^{2/5} \quad . \quad (D)$$

Nun läßt sich aber ein  $n_0$  so finden, daß für alle  $n > n_0$  die Beziehung (D) einen Widerspruch beinhaltet. Damit ist die Ungleichung (A) nachgewiesen.

Nach mehrmaligem Einsetzen der Behauptung (A) in die Rekursionsformel (14) resultiert daraus die obere Abgrenzung

$$\frac{Eu_1 (r_1/b_1) Fr_1^2}{(\nu + n + 1)(\nu + n)^{1/5}} + \frac{Eu (r_1/b_1) Fr_1}{(\nu + n + 1)} (\nu + n)^{3/5} > \frac{|a_{\nu+n+1}|}{|a_{\nu+n}|} > 0 \quad . \quad (E)$$

Mit dem d'Alembertschen Quotientenkriterium zur Bestimmung des Konvergenzradius  $\delta$

$$\frac{1}{\delta} = \lim_{\nu \rightarrow \infty} \frac{a_{\nu+n+1}}{a_{\nu+n}} \quad (F)$$

ergibt sich nach Durchführung des Grenzübergangs die Einschließung

$$0 = \lim_{\nu \rightarrow \infty} \frac{|a_{\nu+n+1}|}{|a_{\nu+n}|} > 0 \quad .$$

Diese Aussage ist gleichbedeutend mit der Existenz einer konvergenten Majorante für die Potenzreihe  $R_1(U)$  mit rein positiven Gliedern. Das Majorantenkriterium und der unendliche Konvergenzradius  $\delta$  erlauben die Feststellung, daß die Reihe im Bereich von  $U \geq 0$  für alle endlichen Werte der Kennzahlen  $Fr_1$  und  $Eu_1(r_1/b_1)$  absolut konvergiert.

Für den Sonderfall, daß die Druckkräfte vernachlässigt werden, gelingt es, die Ausgangsdifferentialgleichung direkt zu integrieren. Die Beziehung

$$R_1 = 1 + \left(1 + \frac{2}{Fr_1^2} X_1\right) \left[ \frac{2}{3} \frac{Fr_1^2}{We_1} (Fr_1^2 - X_1) + \operatorname{tg} \beta Fr_1^2 \right] - \frac{2}{3} \frac{Fr_1^4}{We_1} - \operatorname{tg} \beta Fr_1^2$$

stellt die Kontur des Hohlstrahls im Schwerfeld dar.

Die Auswertung der Differentialgleichungen (1) und (2) wurden im Rechenzentrum der Universität Karlsruhe auf einer Anlage des Typs UNIVAC 1108 durchgeführt. Als Integrationsmethode kam ein Runge-Kutta-Verfahren in Verbindung mit einem Iterationsprozeß zum Einsatz.

### 3. NUMERISCHE ERGEBNISSE

Einige Erkenntnisse mit exemplarischem Charakter vermitteln die folgenden Diagramme, wobei sich die Auswahl der numerischen Ergebnisse auf die Betrachtung der turbulenten Strömung beschränkt. In den Abbildungen 4 und 5 ist eine Schar von mittleren Strahlkonturen über der axialen Düsen- bzw. Hohlstrahlerstrek-

kung aufgetragen. Die Düsenkontur bzw. Hohlstrahlkontur ergibt sich jeweils durch Addition der halben Flüssigkeitsfilmbreite zum errechneten Wert  $R$  bzw.  $R_1$ . Die Untersuchungen werden in Form einer Reynolds-Zahl- und Euler-Zahl-Änderung durchgeführt. Im weiteren werden der Austrittswinkel  $\alpha$ , die Froude-Zahl, die Weber-Zahl und das geometrische Verhältnis  $r_o/b_o$  konstant gehalten, um die Parameteranzahl zu limitieren. Somit beschränkt sich die physikalische Diskussion auf die Einflußnahme der Zähigkeit  $\mu$  und der Druckdifferenz  $\Delta p = p_i - p_a$ . Einen ausführlichen Überblick über die Änderungen der mittleren Strahlkontur bei Variation der Froude- und der Weber-Zahl gibt die Literaturstelle [4]. Dort werden die vielfältigen Gestaltungsmöglichkeiten der Düsengeometrie in Abhängigkeit von der Oberflächenspannung und der Erdschwere demonstriert.

Bei der vorliegenden kennzahlenspezifischen Untersuchung muß immer in Betracht gezogen werden, daß z.B. eine Froude-Zahl-Änderung bei konstanter Erdschwere nur durch Änderung der kinetischen Energie, somit des Massenstroms, möglich ist und dadurch alle Kennzahlen berührt werden, wobei sich gegenläufige Tendenzen bezüglich der Form der Wandberandungen einstellen. Erhöht sich z.B. der Massendurchsatz bei gleichbleibender Einlaufgeometrie und bei unveränderten Stoffgrößen, so wird die Kontur durch die Froude-Zahl-Vergrößerung eine Verjüngung erfahren, aber durch den bedingten Anstieg der Reynolds- und der Weber-Zahl wird eine Aufweitung verursacht. Dadurch ergibt sich eine Vielzahl möglicher Düsenformen. Auftretende Betriebspunktabweichungen und deren Auswirkungen auf die Strömungslänge bis zur Vollstrahlausbildung können nur durch das Experiment beantwortet werden. Kontur- und Koordinatenänderung bei Verknüpfung beider Rechenmodelle zeigen beispielhaft die Auftragungen in den Abbildungen 4 und 5. Bei konstruktiver Vorgabe einer Düsenlänge, z.B.  $X = 2$ , ist zwar die Änderung der Düsenform in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl auf erste Sicht nicht besonders gravierend, aber durch die unterschiedlichen Anfangsbedingungen, die zur Lösung der Differentialgleichung (7) für die reibungsfreie Modellvorstellung benötigt werden, ergeben sich beträchtliche Unterschiede in der Lage der axialen Koordinate bis zur Stelle der Vollstrahlausbildung.

Eine ganz analoge Aussage gilt für eine aufgeprägte Druckdifferenz. Die Kurvenverläufe zeigen nun den Einfluß der Euler-Zahl auf die Formgebung und bestätigen die bereits aus dem Experiment gemachte Erfahrung, daß der Hohlstrahl sehr sensibel auf Druckdifferenzschwankungen reagiert.

#### 4. EXPERIMENT

Die theoretischen Ausführungen und die gewonnenen Kenntnisse ermöglichen die Bestimmung der Düsenkontur, der Form des sich ausbildenden Hohlstrahls und die Markierung der axialen Lage der Zusammenschlagstelle des Hohlstrahls zum Vollstrahl bei Vorgabe von gewünschten physikalischen und geometrischen Größen, bei denen der Betrieb der Targetstation erfolgen soll. Neben dem generellen Nachweis der strömungstechnischen Machbarkeit des Konzepts und der Auslegung des Hohlstrahltargets ist die experimentelle Realisierung von besonderer Bedeutung, um eine Aussage über die Zuverlässigkeit des benutzten Rechenmodells zu machen.

Ziel der im Rahmen von Experimenten durchzuführenden Arbeit ist daher:

- Einen Vergleich zwischen Experiment und Theorie vorzunehmen, um den Gültigkeitsbereich, die Brauchbarkeit und die Genauigkeit des Auslegeverfahrens zu belegen sowie die Auswirkung der zur rechnerischen

Darstellung notwendigen Vereinfachungen zu erkennen. (Für den technischen Anwendungsbereich interessiert naturgemäß der auftretende Fragenkomplex bezüglich der axialen Lage der Kontraktionsstelle.)

- Ein vertieftes Kennenlernen vom Strömungsgeschehen in der Zone der Zusammenschlagstelle zu ermöglichen. (Wichtig ist der Nachweis, daß es nicht zu Rückströmungen bzw. zu sogenannten Totwassergebieten kommt. Außerdem sollen zur Abstützung der thermodynamischen Rechnungen die Größen der lokalen axialen und radialen Geschwindigkeit und die dazugehörigen turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen ermittelt werden.)
- Eine Übertragbarkeit der Modelluntersuchungen auf Großausführungen vorzunehmen und sicherzustellen.

In den folgenden Tabellen sind neben den charakteristischen Kennzahlen für den Betriebspunkt zusätzlich die dimensionsbehafteten Abmessungen der ausgelegten Düsen aufgeführt.

	Modell	Großausführung
Radius $r_o$ [mm]	42.5	125
Spaltbreite $b_o$ [mm]	5	14.7
Winkel $\alpha$ [°]	- 21	- 20
Länge der Düse [mm]	90	264

	Modell	Großausführung
$Fr_o$	1.6	1.75
$We_o$	73	756
$Re_o$	5150	28500
$Eu_1$	0	0

Als Targetfluid wurde bei den Versuchen ausschließlich Wasser verwendet. Eine Teststrecke, die mit einem Blei-Wismut-Eutektikum gefahren wird, befindet sich im Institut für Reaktorbauelemente (KfK) in der Erprobung. Die bisherigen Untersuchungen zeigen ein stabiles Verhalten der Hohlstrahlkontur und demonstrieren die Übertragbarkeit der aus den  $H_2O$ -Versuchen gewonnenen Ergebnisse, so daß die Gesamtkonzeption des Flüssigmetalltargets als erfolgversprechend angesehen werden kann.

#### 4.1. BESTIMMUNG DER LAGE DER KONTRAKTIONSSTELLE

Einen ersten optischen Eindruck der Düsen und Hohlstrahlkontur sowie vom Strömungsverhalten am Zusammenschlagort liefert die Abbildung 6. Das Medium bewegt sich innerhalb der Düse entlang der Wandung, bildet einen Hohlstrahl aus und kontrahiert stromabwärts zu einem Vollstrahl. Die Flüssigkeitsoberflächen sind innerhalb und außerhalb der Düse dem Atmosphärendruck ausgesetzt, und somit sind die Abströmungsbedingungen wie die eines Freistrahls.

Eine Einsichtnahme in quantitative Ergebnisse vermittelt die Abbildung 7. Aufgetragen ist die Stelle X, an der sich der Hohlstrahl zum Vollstrahl ausbildet. Verglichen werden Ergebnisse aus Modelluntersuchungen mit denen aus einer Großausführung. Streng genommen müßte für jeden Betriebspunkt eine neue Düse konzipiert werden. Die experimentellen Daten zeigen aber das gleiche Verhalten bezüglich der Lage der Kontraktionsstelle wie dies die Theorie vorhersagt.

Kritisch anzumerken ist aber, daß im jetzigen Stadium der Forschungsarbeit noch keine universellen Aussagen über den Gesamtkomplex des Auslegeverfahrens möglich sind, da die beträchtliche Anzahl der eingehenden geometrischen und physikalischen Parameter und deren Wirkung auf die Lage des Ortes an dem es zur Vollstrahlausbildung kommt eine entsprechende Variation erfahren müssen. Speziell der Einfluß der axialen Erstreckung sowie die Abschätzung des Verhältnisses  $r_0/b_0$  bedarf einer Abklärung.

#### 4.2. MESSUNG DER GESCHWINDIGKEITSVERTEILUNG UND DER TURBULENTEN GESCHWINDIGKEITSSCHWANKUNGEN

Eine weitere wesentliche Erkenntnis aus dem Experiment ist der Nachweis des Auftretens von intensiven turbulenten Schwankungen im Bereich der Vollstrahlausbildung. Der Charakter der Strömung konnte deutlich durch Zuführung von Farbtracer (Tinte) sichtbar gemacht und der Ausbreitungsvorgang und der Abtransport konnten durch Filmaufnahmen festgehalten werden.

Bei mäßig großen Froude-Zahlen blieb der zugeführte Farbfaden in seiner Struktur längs des Strömungsweges annähernd erhalten. Bei Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit wurde jedoch ein Zustand erreicht, wo der Farbfaden sich mit der Flüssigkeit vermischt, so daß der ganze Querschnitt des Vollstrahls eingefärbt war. Dies war ein Anzeichen für eine unregelmäßige Querbewegung, welche für eine Durchmischung sorgte. Da die Filmaufnahmen keine eindeutigen Schlüsse über den Charakter des Strömungsfeldes – und im speziellen über das eventuelle Auftreten von Rückströmungsgebieten und sogenannten Totwassergebieten – zuließ, mußte diese relevante Frage eine Beantwortung finden, denn mögliche Geschwindigkeitsreduktionen im Zentrum der Targetoberfläche wirken sich entscheidend auf lokale Temperaturspitzen aus und geben einen Hinweis auf eine Verminderung des Wärmeaustauschs.

Im ersten Stadium der Messungen wurde die mittlere Strömungsgeschwindigkeit im Vollstrahl in verschiedenen axialen Ebenen durch eine Pitotsonde gemessen. Diese Meßmethode liefert befriedigende und reproduzierbare Resultate im Fernbereich der Zusammenschlagstelle, versagt aber im Nahbereich aufgrund der Richtungscharakteristik der Sonde, denn der starke Queraustausch und die vermuteten extremen Geschwindigkeitsgradienten verfälschen die Ergebnisse. Außerdem stören naturgemäß der Sondenkopf und der Schaft das Strömungsfeld. Dieser Nachteil tritt durch ein berührungsfreies Meßverfahren nicht auf. Hier bietet die Laser-Doppler-Anemometrie eine zuverlässige Methode zur Ermittlung der Größe der lokalen mittleren Geschwindigkeiten und deren turbulenten Schwankungen, die letzten Endes eine Aussage über den Wärmetransport im Strömungsgebiet ermöglichen.

Die Gesamtanlage ist in der Abbildung 8.a und 8.b zu sehen. Auf der optischen Bank sind Laser, Umlenkspiegeleinheiten und die Zweifarbenoptik mit den Strahlteiler- und Aufweitungsmodulen montiert. Außerdem sind die Elektronik zur Datenerfassung und die Düse mit der Meßortverstellvorrichtung zu erkennen.

Die verwendete Zweifarbenoptik arbeitet in der Differential-Doppler-Betriebsart. Zwei monochromatische, kohärente Laserstrahlen (Argon-Laser) schneiden sich im Meßvolumen unter Bildung eines Interferenzstreifensystems. Die durch dieses Volumen tretenden Partikel streuen das verwendete Licht; das erhaltene Dopplersignal wird von einem durch ein Linienfilter abgestimmten Photomultiplier aufgenommen. Zum Einsatz ge-

langen eine grüne (Wellenlänge 514.5 nm) sowie eine blaue (Wellenlänge 488 nm) Spektrallinie, welche durch entsprechende Anordnung Geschwindigkeitsinformationen in zwei zueinander senkrechten Richtungen liefern. Wird jeweils einer der beiden kohärenten Laserstrahlen einer künstlichen Frequenzverschiebung ausgesetzt, so wandert das Interferenzstreifenmuster. Die detektierte Frequenz wird dann im Verhältnis zu den sich bewegenden Streifen entweder zu- oder abnehmen. Dies erlaubt die Beschreibung der Strömungsrichtung. Das erhaltene Signal wird bandpaßgefiltert, um das unerwünschte Rauschen zu entfernen, und anschließend zum Triggern eines Schmitt-Triggers verwendet. Die Periodendauer der abgegebenen Rechteckwelle ist gleich der Zeitspanne, die die Partikel zur Durchquerung eines Streifens benötigen. Ein Streifenzähler verarbeitet diese Information derart, daß an seinem Ausgang ein zur Augenblicksgeschwindigkeit direkt proportionales Signal anliegt. Dieses wird den weiteren Datenbehandlungsschaltkreisen zugeführt, wie z.B. dem Mittelgeschwindigkeits-Computer und einem D/A-Umwandler. Der Signal-Conditioner dient zur Umformung der ankommenden Signale, so daß der gewünschte Parameter deutlich hervortritt. Das nachgeschaltete Digitalvoltmeter mißt den Gleichspannungsanteil, das Effektivvoltmeter den echten Effektivwert der überlagerten Wechselspannung des Signals. Aus den damit erhaltenen Werten ist die Bestimmung des Turbulenzgrades möglich. Diese Ausgangssignale werden gleichzeitig mit der Wegkoordinate auf Mehr-Kanal-Schreibern aufgezeichnet (Abb. 9).

Eine Auswahl der wesentlichsten Ergebnisse aus den umfangreichen Experimenten wird in den Abbildungen 10 und 11 vorgestellt. Aufgetragen ist einerseits ein Vergleich der Meßergebnisse, welche mit der optischen Methode und mit der mechanischen Sonde gewonnen wurden und andererseits der Turbulenzgrad als Funktion der radialen Erstreckung. Der Index des Turbulenzgrades weist auf dessen Bildung mit der Querschwankungs- und mit der Längsschwankungskomponente hin. Abweichungen zwischen den Ergebnissen aus den Messungen, wie sie sich mit der Pitotsonde gegenüber denen aus der LDA-Meßmethode ergeben, gründen sich auf die Verdrängungswirkung der Sonde in den Randzonen des Vollstrahls. Dadurch treten Übergeschwindigkeiten auf, die zu Fehlmessungen führen. Die turbulenten Mischbewegungen, dargestellt in Form des Turbulenzgrades  $Tu_x$  bzw.  $Tu_r$ , sind über einen großen Radienbereich gleichmäßig, nur in der Nähe der Rotationsachse ist der Impulsaustausch bedingt durch die Kontraktion sehr intensiv. Abbildung 11 verdeutlicht die Zunahme der Fluktuation längs des axialen Strömungsweges. Auffällig ist das außergewöhnliche Anwachsen der radialen Geschwindigkeitsschwankung. Fazit: Bei den gewählten Strömungsparametern liegt eine endliche Geschwindigkeit im Bereich der Vollstrahlausbildung vor, die auf keine Rückströmungen hindeutet.

## 5. SCHLUSSBEMERKUNG

Aufgrund der bisher durchgeführten experimentellen Untersuchungen ist die Auslegung eines Targets realisierbar. Wesentlichste Erkenntnis ist die Möglichkeit einer universellen Darstellung der Düsenberandung und der Hohlstrahlform durch charakteristische Kennzahlen, wodurch der Ort der Vollstrahlausbildung im voraus markiert werden kann. Die zur Verfügung gestellte Methode konnte experimentell anhand von Wasserversuchen bei einer Modell- und einer Großausführung abgesichert werden und scheint sich auch für Flüssigmetallströmungen zu bestätigen. Darüber hinaus gelingt der Nachweis, daß an der Zusammenschlagstelle mit den gewählten Parameterwerten keine Rückströmungen auftreten. Diese Vorgänge sind prinzipiell aber nicht auszu-

schließen. Da der Kontraktionsbereich die kritische Stelle des Targetkonzepts darstellt, sind diese Effekte ein zentrales Problem weiterer Untersuchungen.

Weitere Fragen bleiben aber bei der Gestaltung der Düsengeometrie offen. Speziell der Einlaufvorgang stromaufwärts des Düsen Eintritts, d.h. der Einfluß der strömungstechnischen Vorgeschichte auf die Düsenströmung und dessen Wirkung auf die axiale Lage des Vollstrahls, bleibt ungeklärt. Diese Probleme sind z.Z. Objekt einer ausführlichen Forschungsarbeit.

## 6. BEZEICHNUNGEN, DIMENSIONSLOSE GRÖSSEN, KENNZAHLEN UND INDIZES

### Bezeichnungen

a	Koeffizient	z	Koordinate
b	Hohlstrahlbreite	t	Zeit
df	differentielle Fläche des Volumenelements	U	Transformationsvariable
g	Erdschwere	$\tau$	Schubspannung
$c_x$	axiale Geschwindigkeit	$\rho$	Dichte
r	Radius	$\sigma$	Oberflächenspannung
p	Druck	$\mu$	dynamische Zähigkeit
n	Rechenvariable beim Konvergenzbeweis	$\alpha, \beta$	Winkel
$x, \varphi, r$	axiale, azimutale, radiale Koordinate	$\Delta$	Differenz
		$\nu$	Zahlenindizierung
		$\delta$	Konvergenzkreisradius

### Dimensionslose Größen

$B = \frac{b}{b_0}$	Breitenverhältnis	$X_1 = \frac{x_1}{r_1}$	axiale Wegstrecke im Hohlstrahl
$R = \frac{r}{r_0}$	Radienverhältnis der Düse	$\eta = \frac{z}{b}$	Koordinate
$R_1 = \frac{r}{r_1}$	Radienverhältnis des Hohlstrahls	$T = \frac{\tau}{\rho c_x^2}$	Schubspannung
$X = \frac{x}{r_0}$	axiale Wegstrecke in der Düse	$Tu = \sqrt{\frac{c'^2}{c^2}}$	Turbulenzgrad

## Kennzahlen

$Fr = \sqrt{\frac{c_x^2}{r g}}$	Froude-Zahl	$We = \frac{\rho c_x^2 b}{\sigma}$	Weber-Zahl
$Eu = \frac{\Delta p}{\rho c_x^2}$	Euler-Zahl	$Re = \frac{\rho c_x b}{\mu}$	Reynolds-Zahl

## Indizes

0	kennzeichnet die Verhältnisse am Düsen Eintritt	a	außen
1	kennzeichnet die Verhältnisse an der Düsenmündung	i	innen
2	kennzeichnet die Stelle der Vollstrahlausbildung		

## 7. LITERATUR

- [1] Hoffmann, H.:  
Prospect of a Liquid Metal Target System for a Spallation Neutron Source. Jül.-Conference 34 (1980) 127 – 153.
- [2] Huber, P. E.:  
Untersuchung zur Kühlmöglichkeit eines Flüssigmetall-Targets für eine intensive Neutronenquelle. Diplomarbeit am Institut für Reaktorbauelemente, Kernforschungszentrum Karlsruhe, 1980.
- [3] Hoffmann, H.; Huber, P. E.; Piesche, M.:  
Liquid Metal Target Development for the German Neutron Source (SNQ). Int. Collaboration on Advanced Neutron-Sources, ICANS-IV Meeting, KEK Tsukuba, Japan, 1980.
- [4] Felsch, K. O.; Piesche, M.; Veith, W.:  
Theoretische Untersuchung der reibungsbehafteten Strömung in rotationssymmetrischen Düsen zur Auslegung eines Flüssigmetalltargets für eine Spallationsneutronenquelle. KfK 3158, Kernforschungszentrum Karlsruhe, 1981.
- [5] Günther, Cl.; Hoffmann, H.: Unveröffentlichter Bericht, KfK 1980.

## 8. BILDMATERIAL

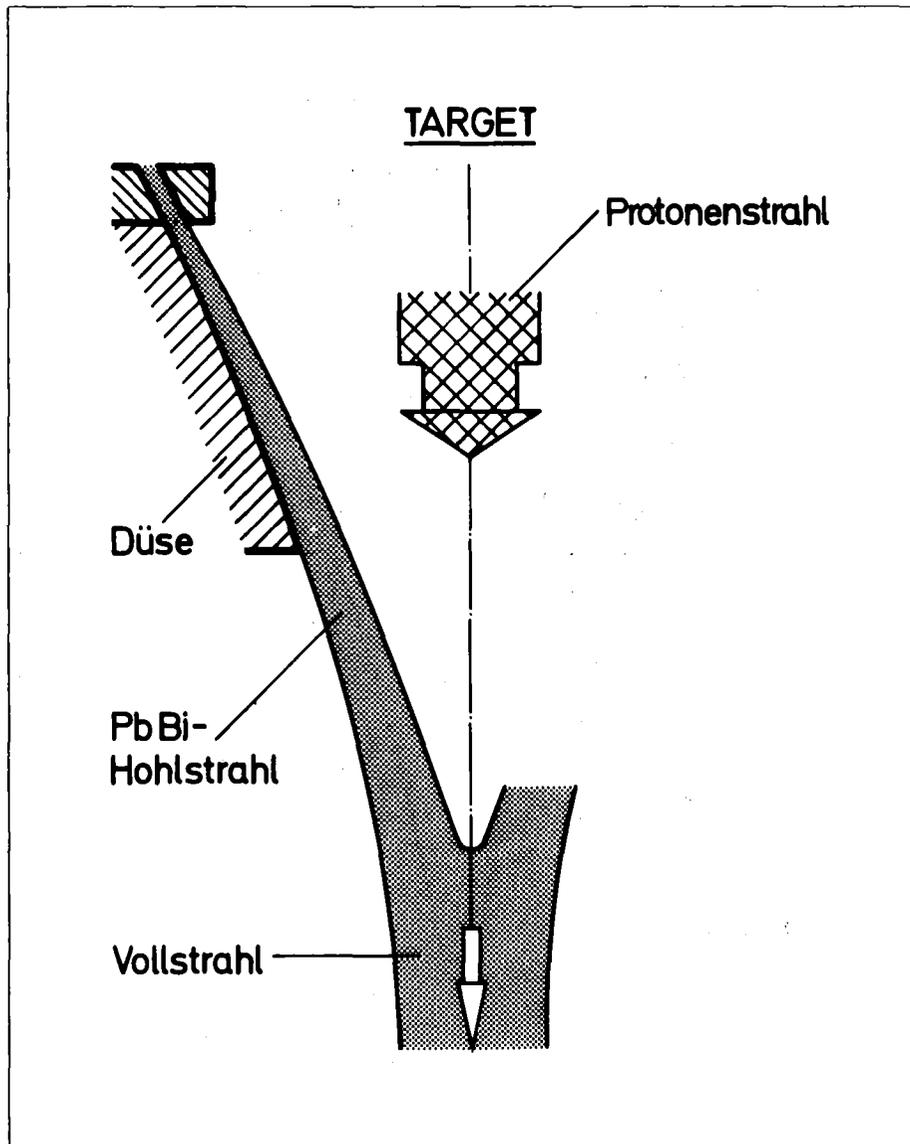


Abb. 1. Konzeption des Flüssigmetalltargets



Abb. 3. Kräftebilanz am Volumenelement

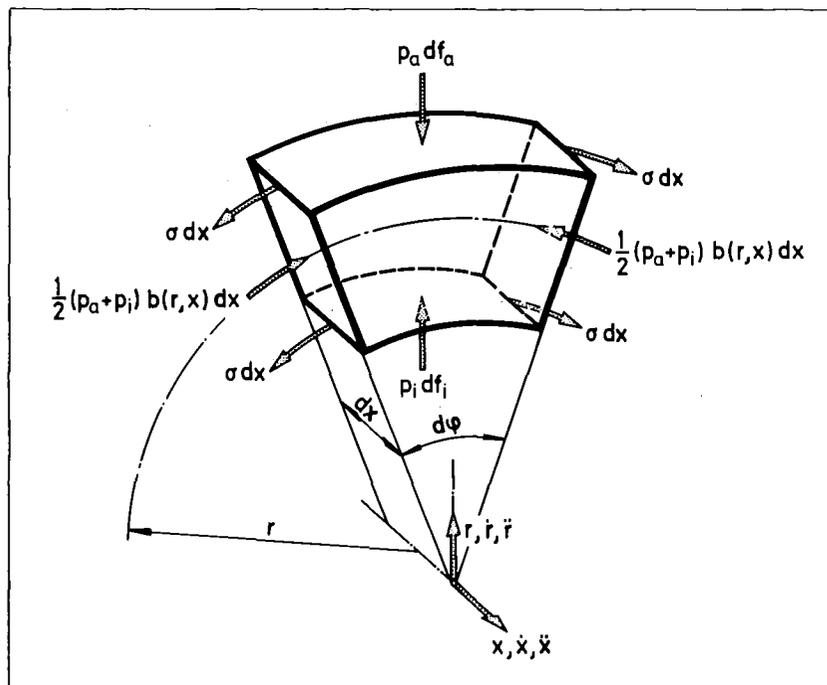
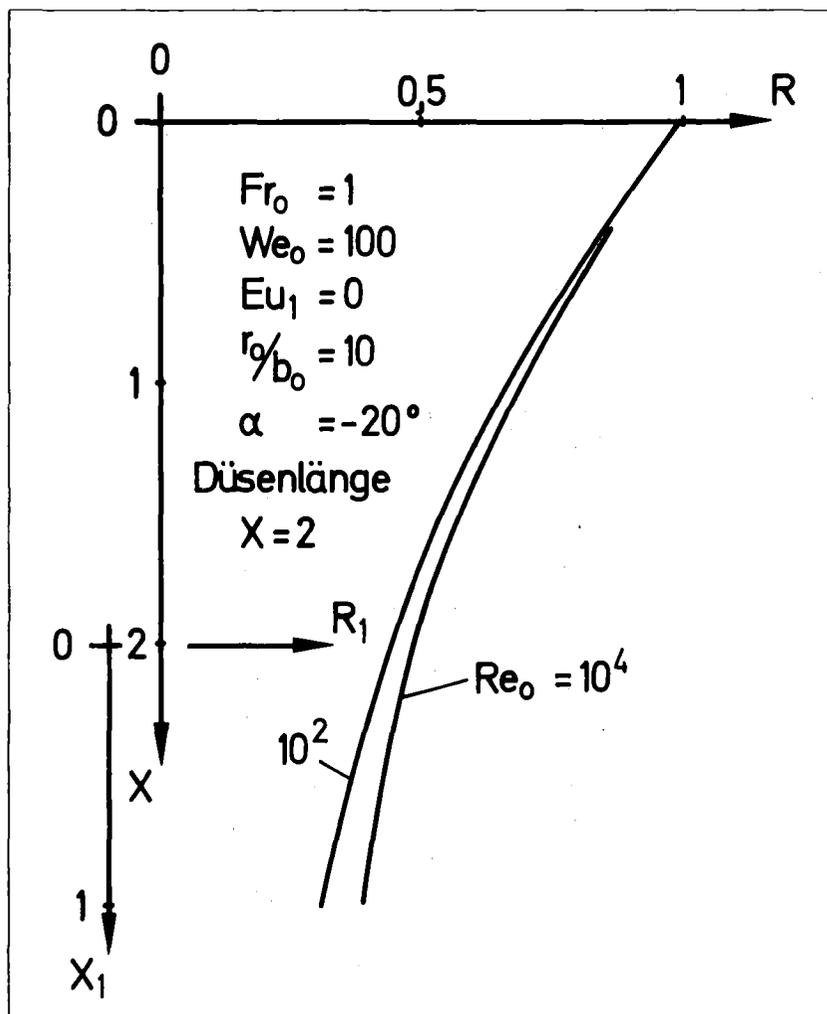


Abb. 4. Mittlere Strahlkontur als Funktion der Reynolds-Zahl



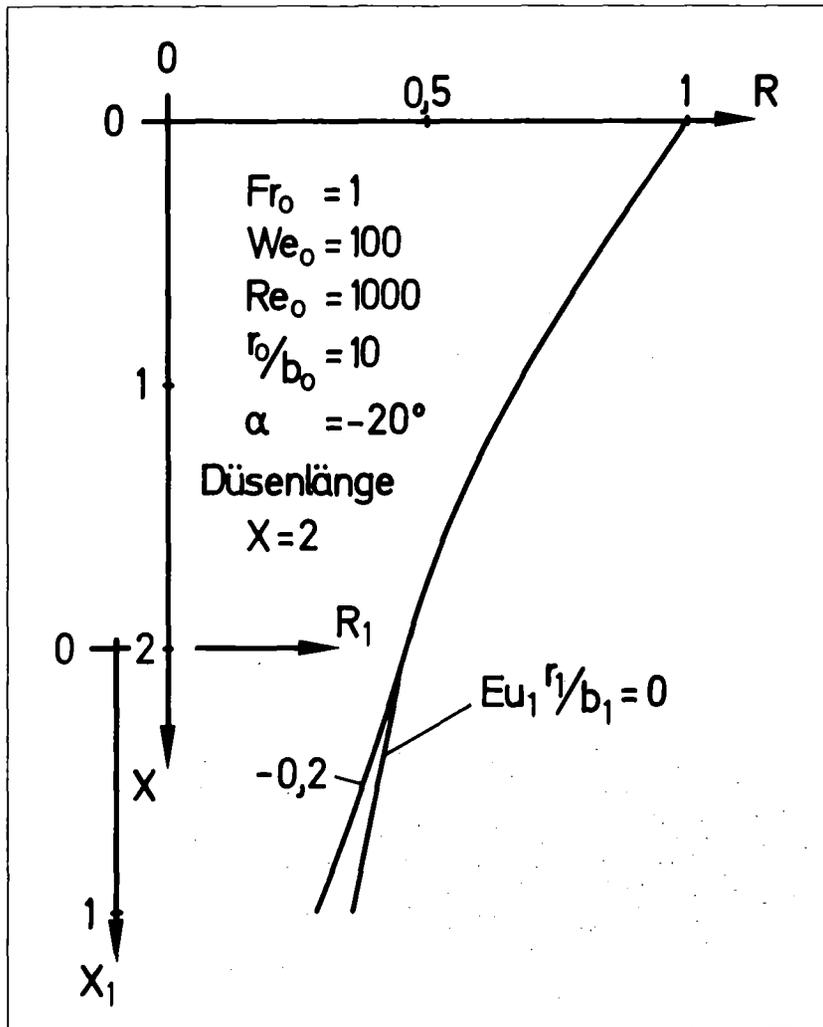


Abb. 5. Mittlere Strahlkontur als Funktion der Euler-Zahl

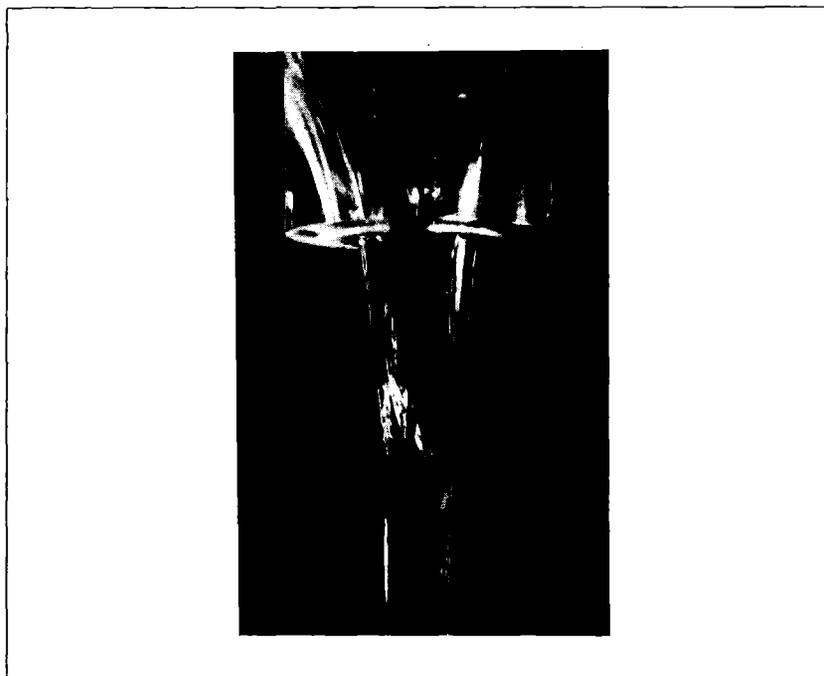


Abb. 6. Düse und Hohlstrahlform

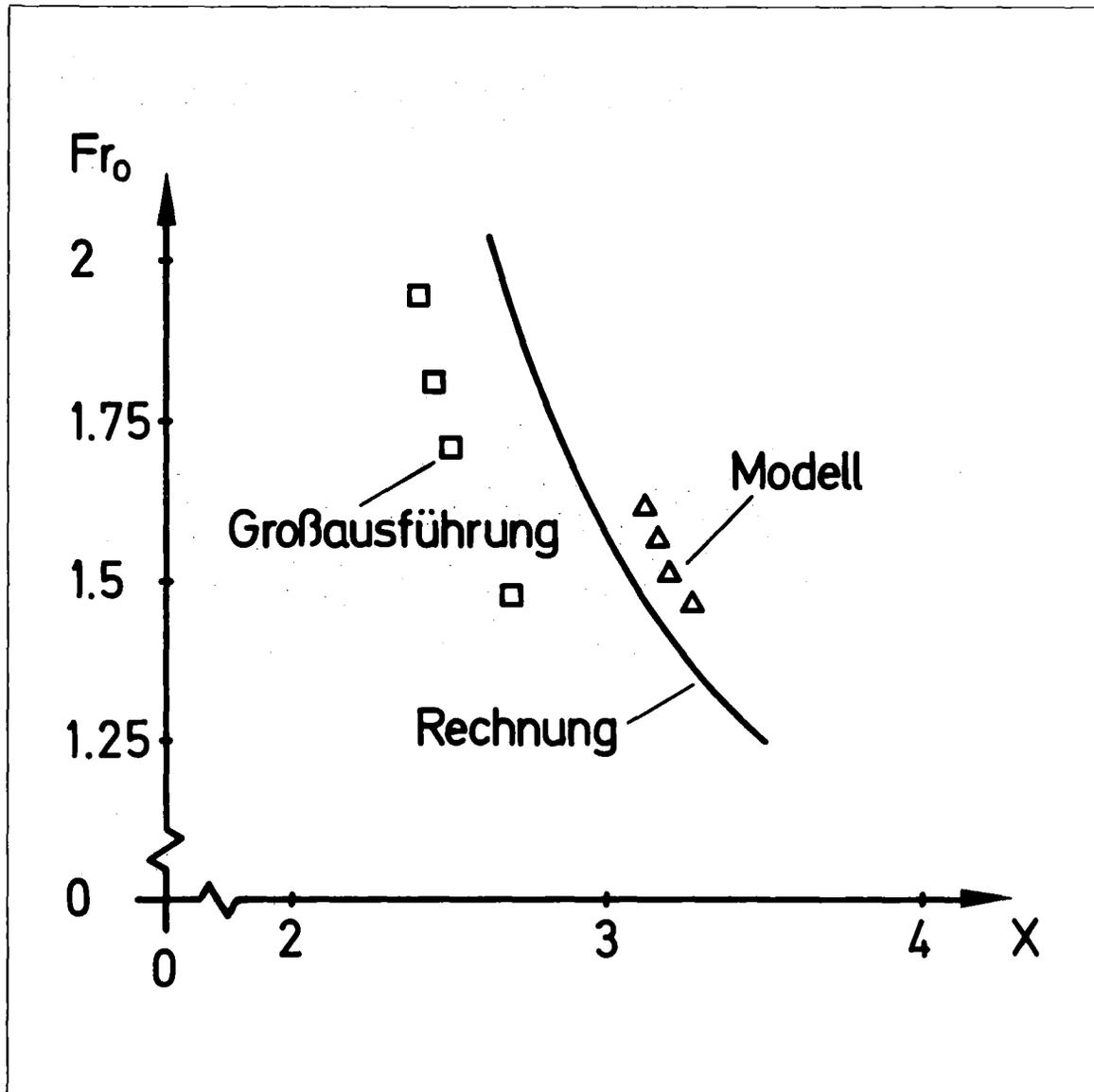
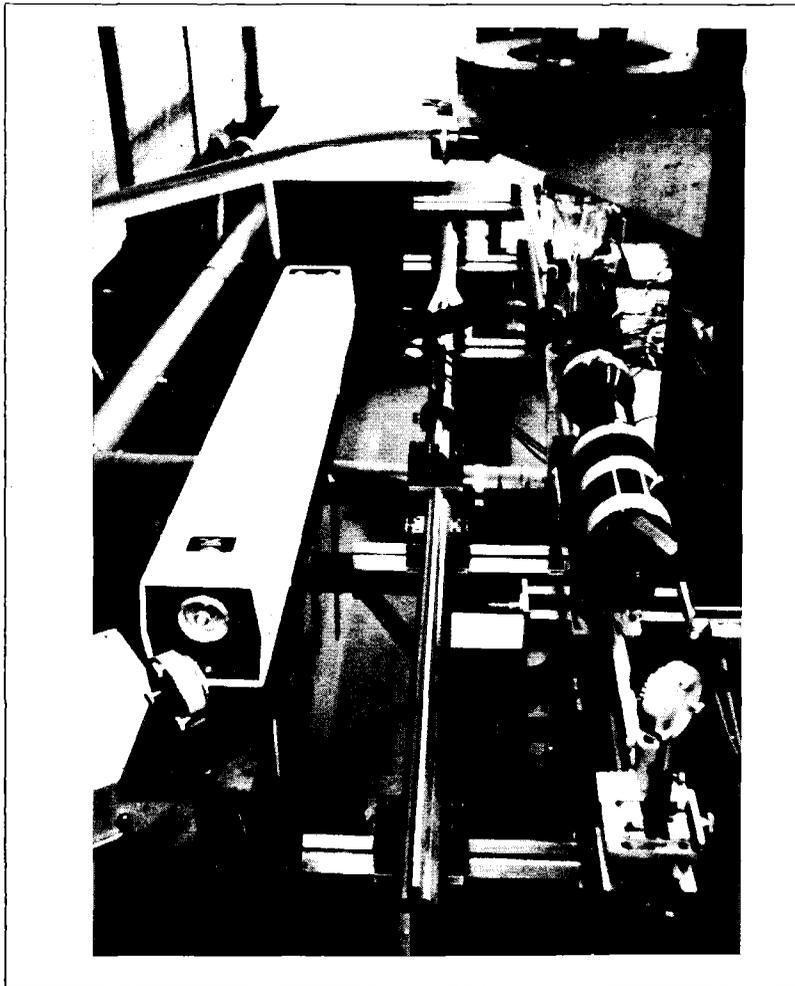
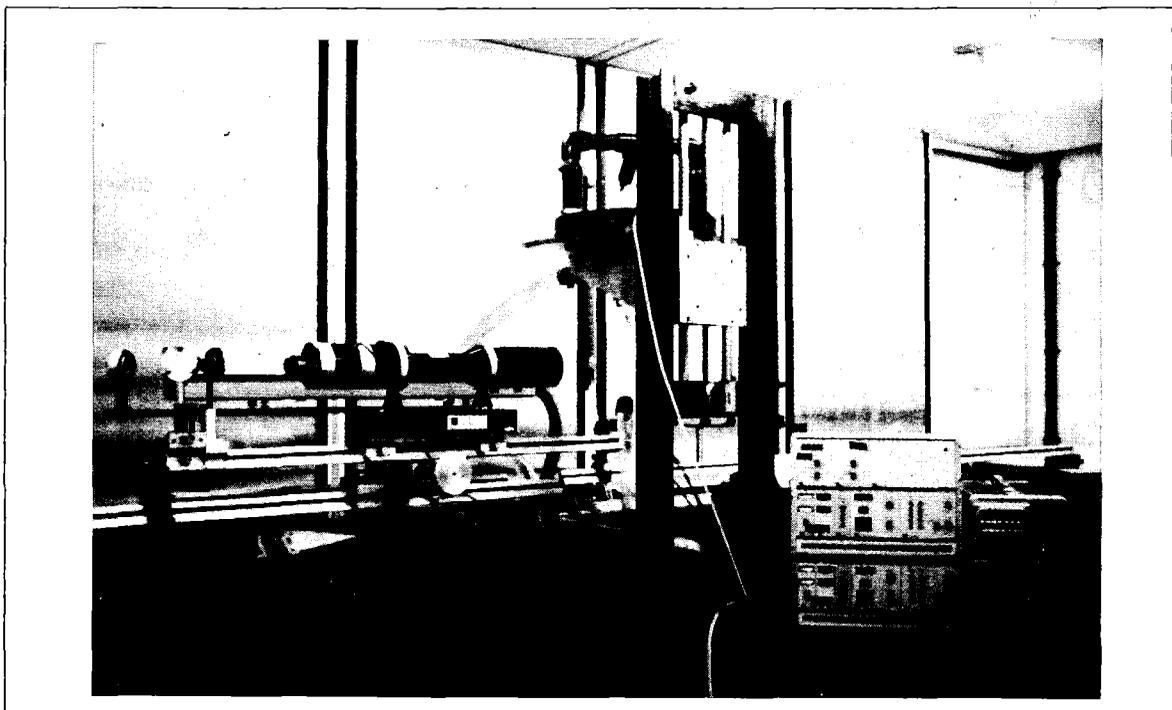


Abb. 7. Axiale Lage der Vollstrahlusbildung



◁ Draufsicht

Abb. 8.a,b. Laser-Doppler-Anemometrie-Versuchsanlage (LDA)



▽ Seitenansicht

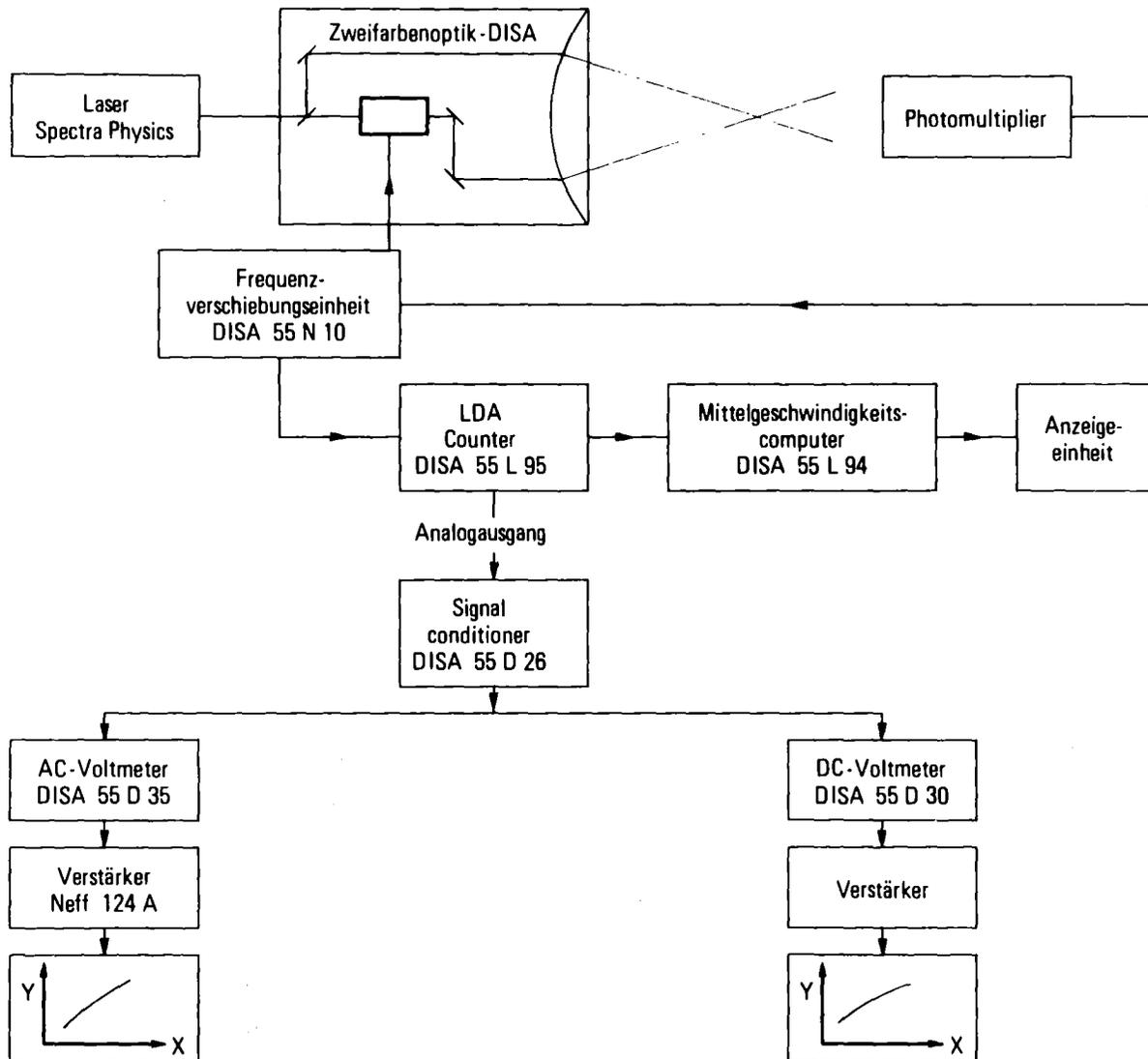


Abb. 9. Elektronischer Schaltkreis zur LDA-Signalerfassung

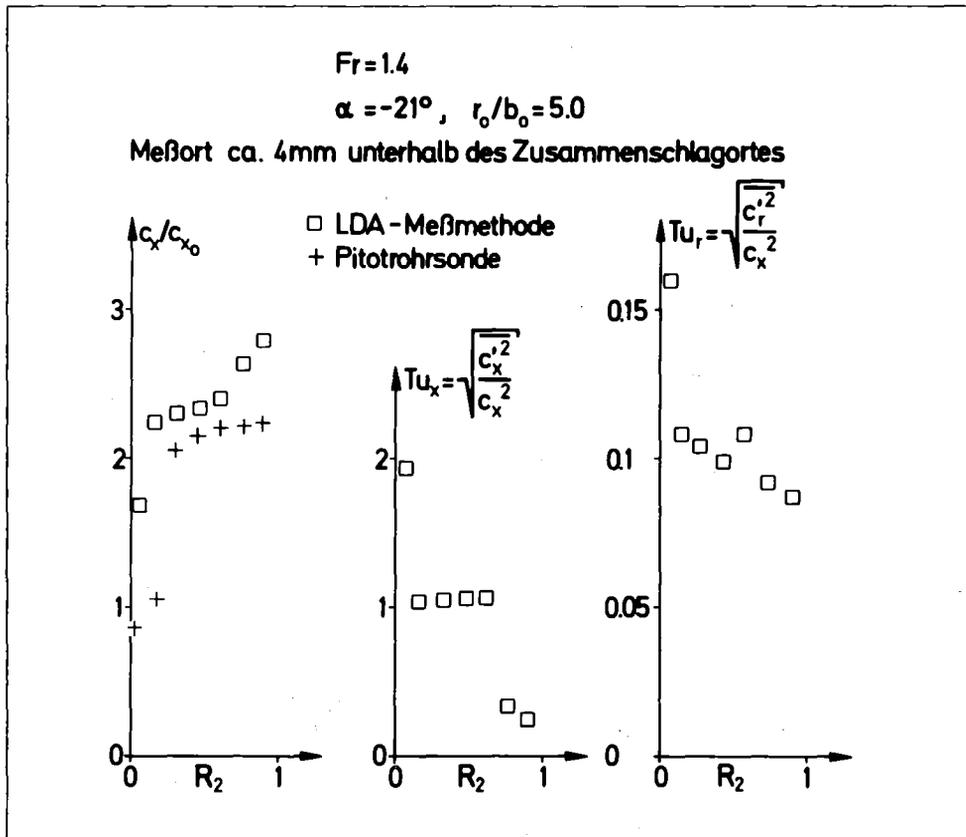


Abb. 10. Geschwindigkeitsverteilung und Turbulenzgrad im Bereich der Vollstrahlausbildung

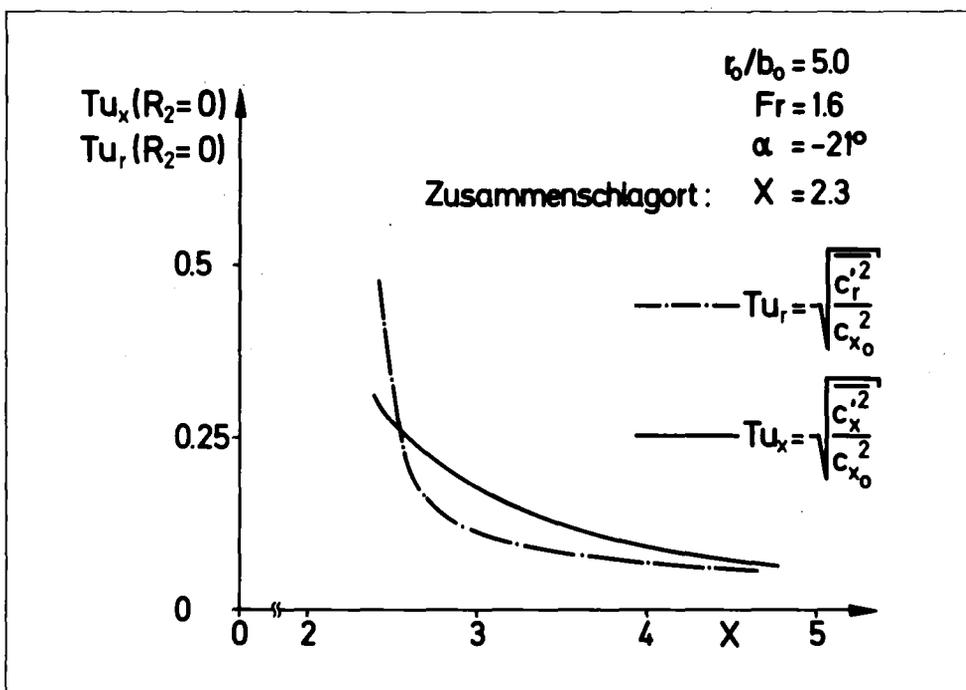


Abb. 11. Turbulenzgrad als Funktion der axialen Erstreckung