

KfK 3191

Juli 1981

Laserspektroskopische Untersuchung der optischen Isotopieverschiebung und Hyperfeinstruktur bei stabilen und radioaktiven Kalzium- Nukliden

A. Andl

Institut für Angewandte Kernphysik

Kernforschungszentrum Karlsruhe

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE
Institut für Angewandte Kernphysik

KfK 3191

Laserspektroskopische Untersuchung der optischen
Isotopieverschiebung und Hyperfeinstruktur bei
stabilen und radioaktiven Kalzium - Nukliden

A. Andl

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
ISSN 0303-4003

Zusammenfassung

Isotopieverschiebung und Hyperfeinstrukturaufspaltung des CaI $4s^2 \ ^1S_0 - 4s4p \ ^1P_1$ - Resonanzüberganges ($\lambda=422,7\text{nm}$) wurden in allen Kalzium-Isotopen zwischen ^{40}Ca und ^{48}Ca , unter Einschluß des kurzlebigen ^{47}Ca ($t_{1/2}=4,54\text{d}$), untersucht. Es wurde die Resonanzfluoreszenz nach Anregung der Ca-Atome in einem gut kollimierten Atomstrahl mittels eines schmalbandigen durchstimmbaren Dauerstrich-Farbstofflasers beobachtet. Ziel der Experimente war die Bestimmung der Änderung der mittleren quadratischen Radien der Kernladungsverteilung und der Kernmomente der instabilen Ca-Nuklide. Die Ergebnisse werden diskutiert unter dem Gesichtspunkt ihrer Information über die Kernstruktur und es werden verschiedene Modellvorstellungen, wie das Droplet-Modell, für die Kalzium-Isotope beleuchtet. Es zeigt sich, daß das Verhalten der ms-Radien in erster Näherung durch Quadrupoldeformationen begründet ist. Das Droplet-Modell, das sich zur Beschreibung gemittelter Kerneigenschaften in vielen Fällen bewährt hat, ist nicht in der Lage, die Änderung der ms-Radien der Ca-Kerne wiederzugeben.

Laserspectroscopic study of the optical isotope shift and hyperfine structure of stable and radioactive calcium isotopes

Abstract

The isotope shift and hyperfine structure of the CaI resonance line ($4s^2 \ ^1S_0 - 4s4p \ ^1P_1$; $\lambda=422.7\text{nm}$) has been studied in all the calcium isotopes between ^{40}Ca and ^{48}Ca , including the short-lived isotope ^{47}Ca ($t_{1/2}=4.54\text{d}$). Resonance fluorescence was observed in a well-collimated atomic beam of calcium excited by a narrowband tunable continuous wave dye laser. The aim of the experiment was to determine the changes of the mean square radius of the nuclear charge distribution and the nuclear moments of the unstable calcium nuclei. The results are discussed in terms of the information they give about the nuclear structure in calcium, and various theoretical models, including the droplet model, are illustrated. It is shown that to a first approximation the behaviour of the mean square radii is accounted for by quadrupole deformations. The droplet model, which has shown itself capable of describing average nuclear properties in many cases, is not able to reproduce the mean square radii of the calcium nuclei.

LASERSPEKTROSKOPISCHE UNTERSUCHUNG DER OPTISCHEN
ISOTOPIEVERSCHIEBUNG UND HYPERFEINSTRUKTUR BEI
STABILEN UND RADIOAKTIVEN KALZIUM - NUKLIDEN

1. Einleitung	1
2. Experiment	4
2.1 Laser	4
2.2 Regelung des Referenzlasers	7
2.3 Frequenzmessung und Kopplung der beiden Farbstofflaser	9
2.4 Atomstrahl und Nachweis des Fluoreszenzlichtes	10
2.4.1 Atomstrahl und Atomstrahlapparatur	11
2.4.2 Fluoreszenzlichtnachweis	12
2.5 Steuerung des Experiments und Datenerfassung	15
3. Einfluß der Polarisierung des eingestrahlten Lichtes auf die Spektren	18
3.1 Optisches Pumpen	18
3.2 Drehung der Polarisierung	20
4. Winkelverteilung des Resonanzlichtes unter Berücksichtigung von Interferenzeffekten zwischen den Hyperfeinstrukturkomponenten	25
5. Messungen	27
5.1 Herstellung der Präparate	27
5.2 Experimentelle Ergebnisse	29
6. Isotopieverschiebung	38
6.1 Bestimmung der Kernradien aus der Isotopie- verschiebung	46
7. Hyperfeinstruktur und Kernmomente	49
8. Bestimmung der mittleren quadratischen Radien und der Kernmomente	53
9. Diskussion	58
9.1 Änderung der mittleren quadratischen Radien	58

9.2 Änderung der mittleren quadratischen Ladungsradien - Vergleich mit den Vorhersagen des Droplet-Modells	63
9.3 Odd-even-staggering	69
9.4 Mittlere quadratische Radien und Bindungsenergien	70
9.5 Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit mikroskopischen Rechnungen	74
9.6 Kernmomente	77
Anhang A: Winkelverteilung der Streustrahlung bei Resonanzfluoreszenz an freien Kalzium-Atomen unter Berücksichtigung von Interferenzeffekten zwischen den Hyperfeinstrukturkomponenten	80
Anhang B: Versuch zur Bestimmung des mittleren quadratischen Radius von ^{49}Ca	84
B1 Abschätzungen über den ms-Radius	84
B2 Experiment	
B2.1 Experimentelle Methode	85
B2.2 Herstellung der Proben	87
B2.3 Messungen	87
Literaturverzeichnis	90

1. EINLEITUNG

Die lange Reihe der Kalzium-Isotope zwischen den doppeltmagischen Kernen ^{40}Ca und ^{48}Ca bietet eine einzigartige Möglichkeit der Untersuchung von Kernstruktureffekten der Ladungs- und Massenverteilung dieser Nuklide. Dabei ändert sich die Neutronenzahl um 40%. Die Ladungsverteilung der stabilen Kalziumkerne wurde mit Hilfe der Streuung hochenergetischer Elektronen /FRO 68/, /SIC 79/, der Röntgenspektroskopie myonischer Atome /WOH 80/, konventionellen optischen Messungen /EPS 71/, /BRA 78/ und laserspektroskopischen Messungen /BER 80/ der Isotopieverschiebung eingehend untersucht. Zur Bestimmung der Massen- und Neutronenverteilung wurden in jüngster Zeit Experimente der Alpha-Teilchen-Streuung /GIL 80/, der Streuung hochenergetischer Protonen /SCH 79/ und der Untersuchung pionischer Atome /POW 80/ durchgeführt.

Die Untersuchungen zeigten für die gemessenen mittleren quadratischen Radien der Kernladungsverteilung im Gegensatz zu den Radien der Kernmassenverteilung ziemlich drastische Abweichungen vom $A^{1/3}$ -Gesetz. Diese Abweichungen werden in verschiedenen Arbeiten /SHE 76/, /ANG 77/ Schalenstruktur- und Deformationseffekten zugeschrieben. Theoretische Untersuchungen der Massen- und Ladungsverteilung /BRO 79/, /CAU 80/ sowie der Kernmomente /COL 81/ konnten experimentell bestimmte Werte bemerkenswert gut reproduzieren.

Eine systematische Verbesserung der Kenntnisse des Verhaltens der Kalzium-Kerne zwischen ^{40}Ca und ^{48}Ca verlangt die Ausdehnung der Untersuchungen auf die instabilen Kalzium-Isotope. Die klassische optische Spektroskopie benötigt relativ große Mengen an Probenmaterial, so daß die Experimente auf stabile oder langlebige Nuklide eingeeignet sind. Die einzigen Möglichkeiten der Untersuchung kurzlebiger Isotope bieten laserspektroskopische Studien der Isotopieverschiebungen optischer Linien. Die Laserspektroskopie, z.B. mit schmalbandigen durchstimmbaren Farbstofflasern, zeichnet sich aus durch hohe Auflösung und Empfindlichkeit, nur begrenzt durch die natürliche Linienbreite des ato-

21	Sc 44,9559 o 26.6		Sc 40 183 ms p: 5.7, 9.6 y: 3737, 755 p: 105, 124	Sc 41 596 ms p: 5.5 no y	Sc 42 61.1 p: 2.8 y: 438 p: 5.4 y: 925, 977	Sc 43 3.89 h p: 12... y: 373	Sc 44 244 d p: 271 y: 1027	Sc 45 100 p: 10... y: 10...	Sc 46 183 y p: 84 y: 489, 777 p: 80 y: 159	Sc 47 3.42 d p: 0.4, 0.6 y: 159	Sc 48 43.67 h p: 0.7 y: 983, 1312 p: 1038	Sc 49 67.2 m p: 2.0... y: ...	Sc 50 1.7 m p: 3.7, 4.2 y: 1554, 1121, 524	Sc 51 12 s p: 5.0... y: 1429, 2138	
20	Ca 40,08 o 0.43	Ca 37 175 ms p: 3.10, 1.72	Ca 38 439 ms p: 5.2 y: 1568	Ca 39 860 ms p: 5.5 no y	Ca 40 96.94 p: 0.25 y: 1047	Ca 41 1.3 · 10 ⁸ a p: 0.65 y: 1065	Ca 42 0.65 p: 2.7 y: 1071	Ca 43 0.14 p: 1.0 y: 1071	Ca 44 2.08 p: 0.3 y: 1071	Ca 45 163 d p: 0.2 y: 1297, 808, 489	Ca 46 0.003 p: 0.2 y: 1297, 808, 489	Ca 47 4.54 d p: 0.2, 2.0 y: 1297, 808, 489	Ca 48 11 y p: 11	Ca 49 8.72 m p: 2.2, 2.9... y: 3084, 4072	Ca 50 13.9 s p: 31 y: 257, 1519, 72, 1591
19	K 39,098 o 2.10	K 36 341 ms p: 9.9... y: 1970, 2434, 2208	K 37 1.22 s p: 5.1... y: 2784	K 38 929 ms p: 5.9 y: 2.7	K 39 93.3 p: 0.043 y: 1.92	K 40 1.28 · 10 ⁸ a p: 13, 6.0 y: 481, 4.44 p: 30, 0.10, 0.39	K 41 6.7 p: 1.92	K 42 12.36 h p: 3.5... y: 1525	K 43 22.2 h p: 0.8, 1.8... y: 373, 618	K 44 22.2 m p: 5.7... y: 1157, 2151	K 45 16.3 m p: 2.1, 4.0... y: 174, 1706	K 46 115 s p: 5.4... y: 1347, 3700	K 47 17.5 s p: 4.1... y: 2019, 566, 565	K 48 ~9 s p: 3633	K 49

Abb. 1 Ausschnitt aus der Karlsruher Nuklidkarte

maren Übergangs /DEM 73/. Deshalb ist die Anwendung selbst dann noch möglich, wenn die zu untersuchenden Proben nur noch einige Hundert der betreffenden Atome enthalten.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Experimente zur Bestimmung der Isotopieverschiebung und Hyperfeinstruktur aller Kalzium-Isotope zwischen ⁴⁰Ca und ⁴⁸Ca, unter Einschluß des kurzlebigen ⁴⁷Ca ($t_{1/2} = 4,54d$), durchgeführt (Abb. 1). Mit einem hochauflösenden durchstimmbaren Farbstofflaser wurde der atomare $4s^2 \ ^1S_0 - 4s4p \ ^1P_1$ - Resonanzübergang (Abb. 2) des Ca I in einem Atomstrahl angeregt und das Resonanzfluoreszenzlicht beobachtet. Ziel der Arbeit war es, die Änderung der mittleren quadratischen Radien der Ladungsverteilung der instabilen Kalzium-Isotope relativ zu ⁴⁰Ca und die Kernmomente zu gewinnen.

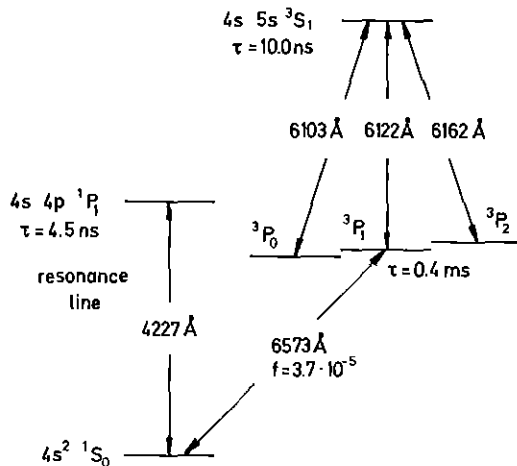


Abb. 2 Energieniveauschema des neutralen Kalzium-Atoms

Im folgenden wird zunächst auf das Experiment und die Messungen eingegangen, sodann die Probleme bei der Extraktion der mittleren quadratischen Radien und der Kernmomente aus den experimentellen Daten behandelt. Die Ergebnisse werden unter dem Aspekt ihrer Kernstrukturinformation diskutiert und verschiedene Modellvorstellungen für die Kalzium-Kerne beleuchtet.

2. EXPERIMENT

Die hier beschriebenen Experimente wurden durch nahezu dopplerfreie Anregung der Resonanzfluoreszenz an einem freien Atomstrahl mittels eines schmalbandigen Farbstofflasers durchgeführt. Die Bestimmung der optischen Frequenz konnte durch eine Mischtechnik, bei der zwei Farbstofflaser die Resonanzfluoreszenz in zwei getrennten Atomstrahlen unterschiedlicher Isotopenzusammensetzung anregen, auf eine sehr genaue Bestimmung von Hochfrequenzen zurückgeführt werden (Abb. 3). Der Nachweis der Resonanzfluoreszenzanregung erfolgte mit einem rauscharmen Photomultiplier, dessen Signale zur Photonenzählung verarbeitet wurden. Datenerfassung und Experimentsteuerung wurden mit Hilfe eines Kleinrechners durchgeführt.

2.1 Laser

Die Anregungsenergie des neutralen Kalzium-Atoms vom 1S_0 -Grundzustand zum 1P_1 -Zustand entspricht einer Wellenlänge von 422,7 nm. Farbstoffe wie Stilben haben einen Emissionsbereich, der diese Wellenlänge überstreicht. Diese Farbstoffe haben ihren Absorptionsbereich im Ultravioletten; sie können z.B. mit den UV-Linien eines Argon-Ionenlasers ($\lambda = 333,6; 351,1; 351,4; 363,8$ nm) gepumpt werden.

Die Farbstofflaser, die in früheren Barium-Experimenten /BEK 79/ verwendet wurden, konnten zur Laserspektroskopie der Kalzium-Isotope nicht mehr verwendet werden. Sie sind für den Betrieb mit Farbstoffen wie Stilben nicht geeignet, weil die hohen UV-Leistungsdichten des fokussierten Pumpstrahls ($\sim 1/2$ MW/cm²) die Fenster der Farbstoffzelle z.B. durch Farbzentrenbildung oder Absorption an kleinen Verunreinigungen in kurzer Zeit unbrauchbar machen. Daher wurden bei diesen Experimenten nur Farbstofflaser mit freiem Farbstoffstrahl als aktives Medium verwendet.

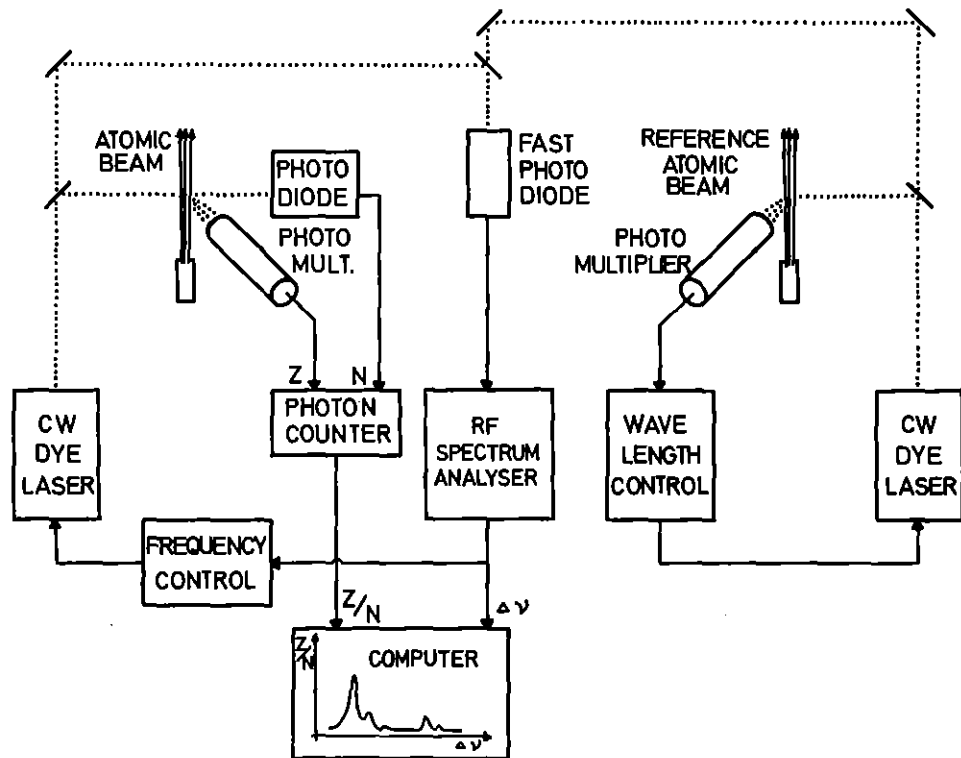


Abb. 3 Schematischer Aufbau der experimentellen Anordnung.

Bei einem dieser Laser handelt es sich um den kommerziell erhältlichen CR599-21 der Fa. Coherent, Neu-Isenburg. Der zweite Farbstofflaser, der bei Verwendung als Referenzfrequenz-Laser keinen großen kontinuierlichen Durchstimmbereich im Einmoden-Betrieb benötigt, wurde analog der älteren Farbstofflaser, jedoch mit einem freien Farbstoffstrahl gefertigt. Er sollte die Vorteile des freien Farbstoffstrahls mit der hohen Stabilität der älteren Eigenbau-Laser verbinden.

Der Eigenbau-Farbstofflaser besteht aus einem senkrecht gefalteten Resonator /KOG 72/ (siehe Abb. 4). Die optischen Elemente sind auf einer großen, massiven Invar-Platte befestigt. Alle Elemente, einschließlich des Farbstoff-Strahls, sind justierbar in Richtung und Position mittels Mikrometerschrauben

bzw. Translationstischen (Abb. 5). Der Referenzlaser hat eine Resonatorlänge von 600 mm, das entspricht einem freien Spektralbereich von 250 MHz. Ein-Moden-Betrieb kann mit zwei Etalons und von 4 mm Dicke und 35 % Reflexion und einer 3 mm dicken unbeschichteten Quarzplatte erreicht werden. Mit Stilben 3 als Farbstoff und mit den UV-Linien eines Argon-Ionenlasers gepumpt beträgt die Schwellpumpleistung 500 mW. Der Laser läßt sich zwischen

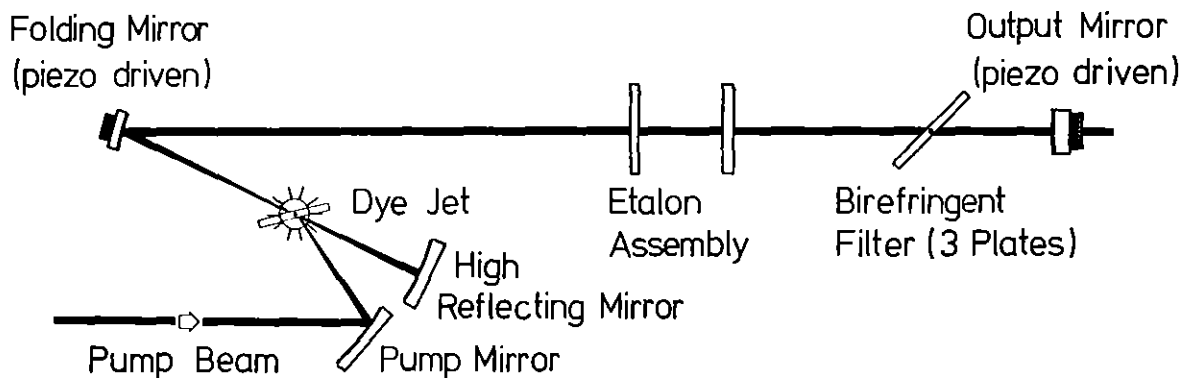


Abb. 4 Optischer Aufbau des Resonators

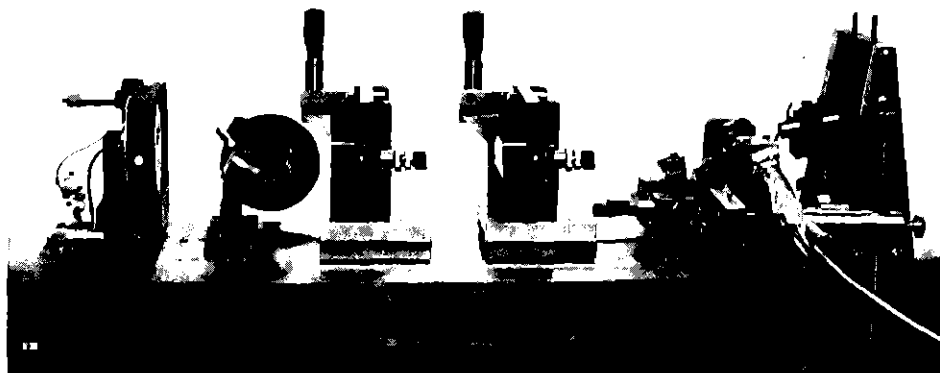


Abb. 5 Ansicht des benutzten Farbstofflasers für den Referenzweig des Experiments

414 und 470 nm durchstimmen; die Multimode-Leistung beträgt im Maximum von Stilben 3 (ca. 453 nm) 330 mW bei einer Pumpleistung von 3,5 W. Bei 422,7 nm läßt sich bei gleichen Bedingungen eine Multimode-Leistung von 100 mW und eine Singlemode-Leistung von 30 mW erreichen.

Die Stabilisierung des Referenzlasers auf den Resonanzübergang eines bestimmten Kalzium-Isotops (siehe Abschn. 2.2) erfolgt über die piezoelektrischen Antriebe von Auskoppel- und Faltungsspiegel, wobei schnelle Regelsignale (> 200 Hz) auf den Antrieb des Faltungsspiegels, die langsamen (< 200 Hz) auf den des Auskoppelspiegels gegeben werden.

Die Farbstofflaser werden mit einer Farbstofflösung aus Stilben 3 (625 mg/l) in 90 % Äthylenglycol und 10 % Methanol betrieben. Nach einer Bestrahlungsenergie von ca. 40 Wattstunden Bestrahlung pro Liter Farbstofflösung nimmt die Laserleistung soweit ab, daß der Farbstoff ausgetauscht werden muß. Beide Farbstofflaser wurden separat mit den UV-Linien eines Argon-Ionenlasers (Coherent, Modell CR18 und Spectra Physics, Modell 171) bei einer Leistung von 2,5 W gepumpt.

2.2 Regelung des Referenzlasers

Die in diesen Experimenten gewählte Heterodyne-Technik zur Messung der optischen Frequenz erfordert eine feste Referenzfrequenz, zu welcher die Frequenz des zweiten Farbstofflasers relativ bestimmt wird. Dazu wird der Referenzlaser auf den Resonanzübergang eines stabilen Kalzium-Isotops, das keine Hyperfeinstrukturaufspaltung besitzt - in diesem Falle auf ^{40}Ca - stabilisiert. Dieser Laser liefert die optische Referenzfrequenz. Um den Farbstofflaser auf den atomaren Übergang von ^{40}Ca zu regeln, wurde die Methode, die bereits bei der Messung neutronenarmer Barium-Isotope benutzt wurde /BEK 79/, angewandt:

Strahlt man mit einem schmalbandigen Farbstofflaser im Ein-Moden-Betrieb senkrecht zu einem *d i v e r g e n t e n* Atomstrahl ein, so entsteht aufgrund der Geschwindigkeitskomponente der

Atome in Richtung der Achse des Laserstrahls ein ortsabhängiger Fluoreszenzfleck, der von der Frequenz der Lasers abhängig ist. Wird die Frequenz der Lasers erhöht, so wandert der Fluoreszenzfleck in Richtung des Laserstrahls. Ein ortsempfindlicher Nachweis der Resonanzfluoreszenz (Abb. 6) liefert auf folgende Weise

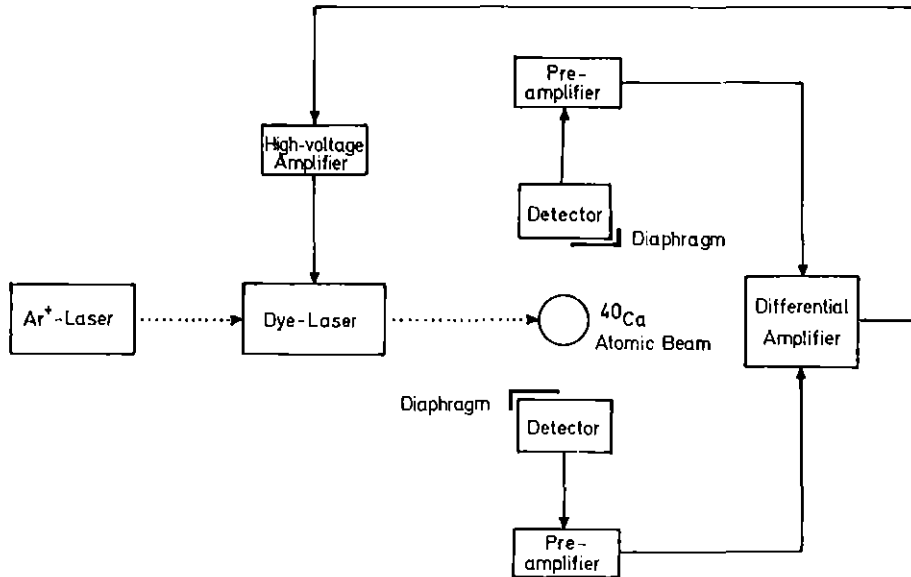


Abb. 6 Frequenzstabilisierung des Referenzlasers

das Fehlersignal für die Frequenzregelung des Lasers: Der Fluoreszenzfleck wird mit zwei asphärischen Linsen auf die Photokathode zweier identischer Photomultiplier abgebildet. Blenden sorgen dafür, daß der eine Multiplier nur die in Richtung des Laserstrahls liegende Hälfte des divergenten Atomstrahles sieht, während der andere Multiplier die andere Richtung beobachten kann. Das Differenzsignal (Abb. 7) der Anodenströme der beiden Multiplier wird bei entsprechender Verstärkung als Regelsignal für die Frequenz des Farbstofflasers verwendet.

Unter der Voraussetzung, daß beide Multiplier denselben Dunkelstrom und dieselbe Verstärkung haben, geben Laserintensitätsschwankungen in der Nähe der Resonanzfrequenz (Differenzsignal \approx Null) kein merkbares Regelsignal. Die Regelsignale werden - wie oben beschrieben - auf den piezoelektrischen Antrieb des Faltungs- bzw. des Auskoppelspiegels gegeben.

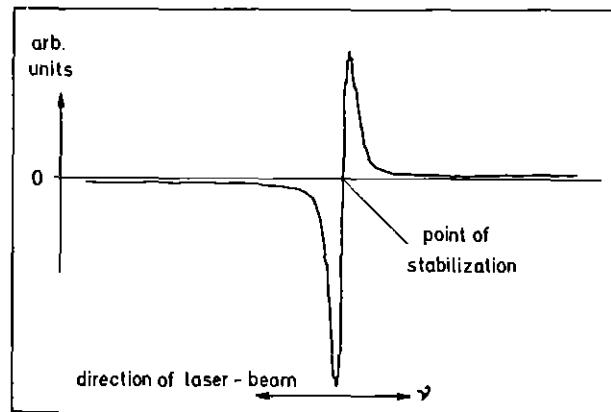


Abb. 7 Ortsabhängiges Differenzsignal der Stabilisierung des Referenzlasers

Der Regelbereich dieser Anordnung beträgt in unserem Fall ± 60 MHz, er ist abhängig davon, welchen Bereich des Atomstrahles die beiden Multiplier beobachten können.

Bei den Messungen werden sowohl beide Multiplier-Signale als auch das Differenzsignal über Oszillographen überwacht.

2.3 Frequenzmessung und Kopplung der beiden Farbstofflaser

Zur Bestimmung der optischen Frequenz werden zwei kohärente Lichtstrahlen überlagert und deren Schwebungsfrequenz, die gleich der Differenzfrequenz der beiden Lichtstrahlen ist, mit einer Photodiode nachgewiesen. Die Photodiode (Telefunken BPW 28A) hat eine Anstiegszeit von ca. 55 psec, was den Nachweis der Differenzfrequenz bis zu 18 GHz ermöglicht. Das ist mehr als ausreichend für die Bestimmung der Isotopieverschiebung der Kalzium-Isotope.

Während der Referenzlaser auf den Resonanzübergang von ^{40}Ca stabilisiert ist und damit die optische Referenzfrequenz liefert (s. Abschn. 2.2), wird der zweite Farbstofflaser relativ

zur optischen Referenzfrequenz durchgestimmt. Die Frequenz des Schwebungssignals wird mit einem Hochfrequenzspektrumanalysator (Hewlett Packard 8555 A) ermittelt. Der Spektrumanalysator bestimmt die Schwebungsfrequenz über zwei elektronische Mischstufen durch Vergleich mit einem Quarzoszillator fester Frequenz. Wird die Frequenz des variablen Oszillators des Spektrumanalysators um eine Mittenfrequenz gewobbelt und gibt man das analysierte Schwebungssignal aus der Differenzfrequenz der beiden Farbstofflaser und dem variablen Oszillator des Spektrumanalysators auf einen "Lock-in"-Verstärker, so erhält man ein Signal, mit dem der zweite Farbstofflaser auf eine bestimmte Differenzfrequenz bezüglich des Referenzlasers aktiv geregelt werden kann. Die Wobbelfrequenz beträgt 2 kHz, der Wobbelbereich ± 10 MHz symmetrisch zur Mittenfrequenz. Wird diese Mittenfrequenz des Spektrumanalysators langsam mit einer Geschwindigkeit von etwa 1 MHz/sec geführt, so wird die Frequenz des zweiten Farbstofflasers um den gleichen Betrag relativ zur Referenzfrequenz geändert.

2.4 Atomstrahl und Nachweis des Fluoreszenzlichtes

Für die Auslegung der gesamten Atomstrahlapparatur, des Ofens zur Erzeugung des Atomstrahles und der Komponenten für den Nachweis des Fluoreszenzlichtes sind die folgenden Kriterien /FEU 76/ entscheidend:

1. Eine gute Bündelung des Atomstrahles in Richtung des Laserstrahles, um die Dopplerverbreiterung der Resonanzlinien drastisch reduzieren zu können.
2. Eine gute Kollimation des Atomstrahles in Vorwärtsrichtung, um die kleinen Mengen der Proben weitestgehend ausnutzen zu können.
3. Eine möglichst gute Unterdrückung des Streulichtuntergrundes und des γ -Untergrundes bei radioaktiven Proben.
4. Eine hohe Nachweiswahrscheinlichkeit für das geringe Resonanzlicht.

2.4.1 Atomstrahl und Atomstrahlapparatur

Damit die interessierenden Kalzium-Isotope möglichst frei von Verunreinigungen durch andere Kalzium-Isotope gemessen werden können, wurde eine elektromagnetische Massentrennung durchgeführt. Bei dieser Massentrennung werden die Isotope gleichzeitig in ein geeignetes Ofenmaterial implantiert, aus dem sie zur Bildung eines Atomstrahles wieder ausgeheizt werden können. Das Ofenmaterial muß weitgehend frei sein von Verunreinigungen, die Ausheiztemperatur darf nicht zu hoch liegen. Mit Tantal als Ofenmaterial sind diese Bedingungen sehr gut erfüllt, die Kalzium-Isotope können bei etwa 1500 K wieder aus dem Ofen freigesetzt werden.

Um den Anforderungen 1 und 2 zu genügen, ist einerseits eine Blende unter dem Wechselwirkungsbereich von Atom- und Laserstrahl angebracht, andererseits ist der Deckel des Atomstrahlofens mit drei nebeneinanderliegenden 0,7 mm starken und 8 mm langen Kanälen versehen. Damit wird ein Kollimationsverhältnis von etwa 5 erreicht (Kollimationsverhältnis ist das Verhältnis von ausnutzbaren Atomen bei langen Kanälen zur Anzahl bei dünnem Ofendeckel).

Zwischen Ofen und Kreuzungspunkt von Laser- und Atomstrahl sind Blenden installiert, die Wärmestrahlung und das helle Glühlicht des Ofens möglichst ausblenden, um diesen Beitrag zum Untergrund niedrig zu halten. Eine weitere Quelle von Untergrund ist die Streuung des Laserlichtes an Staubpartikeln außerhalb der Atomstrahlapparatur, besonders am Eintritts- bzw. Austrittsfenster. Eine weitgehende Unterdrückung dieses Untergrundes wird erreicht, wenn man Ein- und Austrittsfenster in großer räumlicher Entfernung (100 bzw. 50 cm) vom Wechselwirkungsbereich anbringt und in diesen, mit tiefschwarzem Optiklack bestrichenen Rohren durch weitere Blenden die Ausbreitung von Streulicht verhindert. Außerdem kann, je nach Polarisation des Laserlichtes, das Austrittsfenster unter dem Brewster-Winkel zum Laserstrahl ausgerichtet werden, um den reflektierten Anteil des Laserstrahles zu minimalisieren.

Dies ist insbesondere deshalb auch von großer Bedeutung, weil das Fluoreszenzlicht durch eine, hinter dem Austrittsfenster angebrachte Photodiode auf die Laserintensität normiert wird.

Abb. 8 zeigt eine schematische Darstellung der Atomstrahlapparatur in der Ebene Atomstrahl-Laserstrahl. Die Ofenzelle besteht aus den äußeren beiden Hitzeschildern, einem gleichzeitig als Führungsrohr für den Ofen dienenden zylindrischen Heizkörper, sowie dem eigentlichen Ofen. Um das Magnetfeld des Heizstromes im Wechselwirkungsbereich von Atom- und Laserstrahl möglichst klein zu halten, wurde eine bifilare Heizwicklung benutzt. In diesem Bereich trägt der Heizstrom weniger als 1/10 des Erdmagnetfeldes zum gesamten Feld bei. Eine hieraus verursachte Störung durch Zeemanaufspaltung ist vernachlässigbar.

2.4.2 Fluoreszenzlichtnachweis

Für die Auswertung der gemessenen Spektren ist es wichtig, den Untergrund, der von dem Photonen-zähler registriert wird,

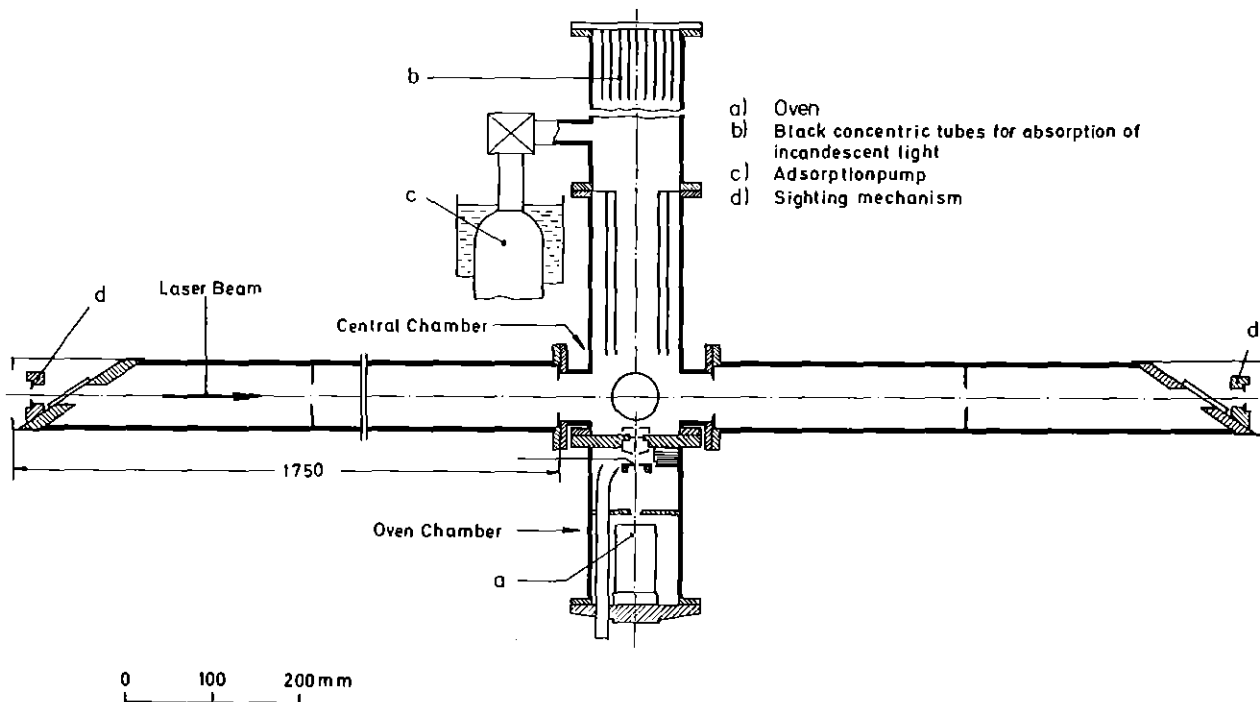


Abb. 8 Atomstrahlapparatur in der Ebene von Laser- und Atomstrahl

gering zu halten. Zu diesem Untergrund tragen verschiedene Faktoren bei: Streulicht des Lasers und Glühlicht des Atomstrahlofens (siehe auch Abschn. 2.4.1), γ -Aktivität der Proben und die Dunkelzählrate des Photomultipliers.

Neben den in Abschn. 2.4.1 beschriebenen Maßnahmen zur Senkung des Streulichtuntergrundes muß man insbesondere auf peinliche Sauberkeit der Ein- und Austrittsfenster, sowie des optischen Sammelsystems (siehe unten) achten. Dadurch kann das Streulicht auf etwa 60 Imp/sec pro Milliwatt Laserleistung reduziert werden. Der sehr langwellige Anteil des nicht ausgeblendeten Glühlichts des Atomstrahlofens wird durch Einsatz eines Infrarotfilters vor dem Multiplier weitgehend unterdrückt, so daß der Beitrag des Ofenlichts zum Untergrund auf etwa 5 Imp/sec gesenkt wird.

Bei der Messung der radioaktiven Kalzium-Isotope, besonders bei kurzer Halbwertszeit, trägt die γ -Strahlung zusätzlich zum Untergrund bei. Deshalb wurde ein großer räumlicher Abstand (60 cm) zwischen Wechselwirkungsbereich von Atom- und Laserstrahl sowie Kollimationsblenden einerseits und Photomultiplier andererseits gewählt und außerdem diese gesamte Anordnung mit einer dicken Bleiabschirmung versehen, so daß in der Hauptsache der Beitrag der γ -Strahlung aus dem Ofen und vor allem auch von den Blenden gedrückt werden kann.

Um aber dennoch eine hohe Nachweiswahrscheinlichkeit für das Fluoreszenzlicht zu erhalten, wird der Fluoreszenzfleck im Wechselwirkungsbereich mittels zweier Linsensysteme auf die Photokathode des Multipliers abgebildet (Abb. 9). Durch die Abbildung der Resonanzlichtquelle wird der Beitrag des von den Wänden stammenden Streulichts zum Untergrund stark reduziert. Die erste Linse, eine sehr lichtstarke asphärische Kondensorlinse mit einem Öffnungsverhältnis 1:0,8 richtet in erster Näherung das Licht parallel. Mit der zweiten Linse wird ein Zwischenbild des Quellenbereichs im Verhältnis 3:1 erzeugt. Das zweite Linsensystem, ein aus 3 Linsen bestehendes, kommerziell erhältliches Kondensorlinsensystem, überträgt

das Zwischenbild auf die Photokathode des Multipliers. Auf der, den Linsensystemen gegenüberliegenden Seite, ist ein Hohlspiegel installiert, der das auf seine Seite emittierte Resonanzlicht wieder in den Quellenbereich zurück und über die beiden Linsensysteme auf den Photomultiplier reflektiert. Dadurch wird eine Verdopplung des erfaßten Raumwinkels auf $0,22 \cdot 4 \pi$ erreicht.

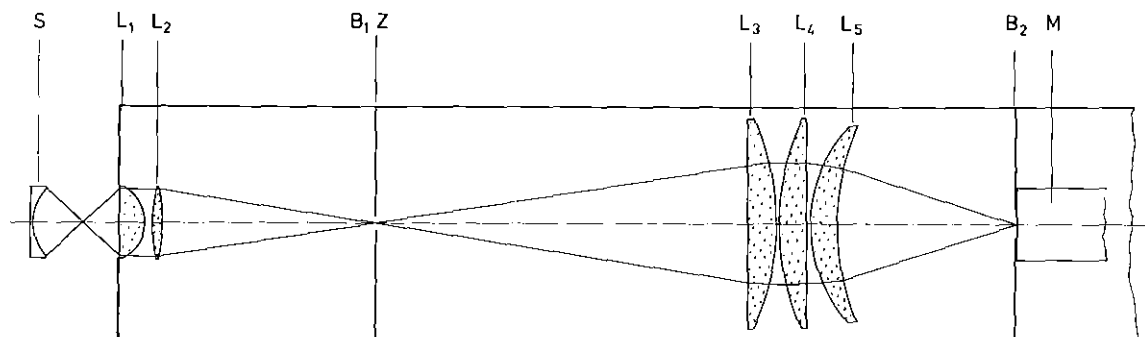


Abb. 9 Optische Abbildung des Fluoreszenzflecks auf die Photokathode des Multipliers (S: Hohlspiegel, L₁, L₂: erstes Linsensystem, B₁: erste Blende am Ort des Zwischenbildes Z, L₃, L₄, L₅: zweites Linsensystem, B₂: zweite Blende direkt vor dem Multiplier M).

Zwischen Wechselwirkungsbereich und Photomultiplier ist eine Blende angebracht, die die Abbildung des Resonanzfluoreszenzflecks beschränkt auf Bereiche mit einer Dopplerverbreiterung < 25 MHz. Bei einer natürlichen Linienbreite von 34,5 MHz /SWA 68/ ergibt dies eine Verbreiterung auf 39,9 MHz. Dadurch wird jedoch die Auflösung der einzelnen Linien der verschiedenen Spektren nicht eingeschränkt.

Die optischen Elemente befinden sich im Vakuum, das durch ein Fenster zum Multiplier hin abgeschlossen ist. Der Photomultiplier (EMI 9558A), ausgesucht auf hohe Empfindlichkeit und niedrige Dunkelzählrate, ist in einer, mit einem Peltier-

element versehenen Kühlkammer untergebracht. Er hat eine Ansprechwahrscheinlichkeit von 20 % bei einer Wellenlänge von $\lambda = 422,7$ nm. Unter Berücksichtigung der Verluste in den optischen Elementen - vor allem Reflexion an den Oberflächen - erhält man eine Nachweiswahrscheinlichkeit von 3 % für das Fluoreszenzlicht. Die Dunkelzählrate des Multipliers beträgt bei Kühlung auf 250 K etwa 8 Imp/sec. Der Gesamtuntergrund betrug während der Messungen weniger als 100 Imp/sec. Das heißt, selbst bei Emission von nur 10 000 Resonanzfluoreszenzphotonen pro Sekunde erhält man noch ein Signal-zu-Untergrundverhältnis von 3:1. Bei nur einer Anregung pro Atom gibt die Anzahl der Photonen gleichzeitig die Mindestanzahl von notwendigen Atomen pro Sekunde an.

Intensität und Polarisation des Laserstrahls können durch eine entsprechende Anordnung eines $\lambda/4$ -Plättchens und zweier Polarisatoren nach Glan-Thompson definiert gewählt werden. Diese Anordnung befindet sich direkt vor der Atomstrahlapparatur, so daß die Beeinflussung der Polarisation des Laserstrahls durch Reflexion an Spiegeln und anderen optischen Elementen ausgeschlossen werden kann.

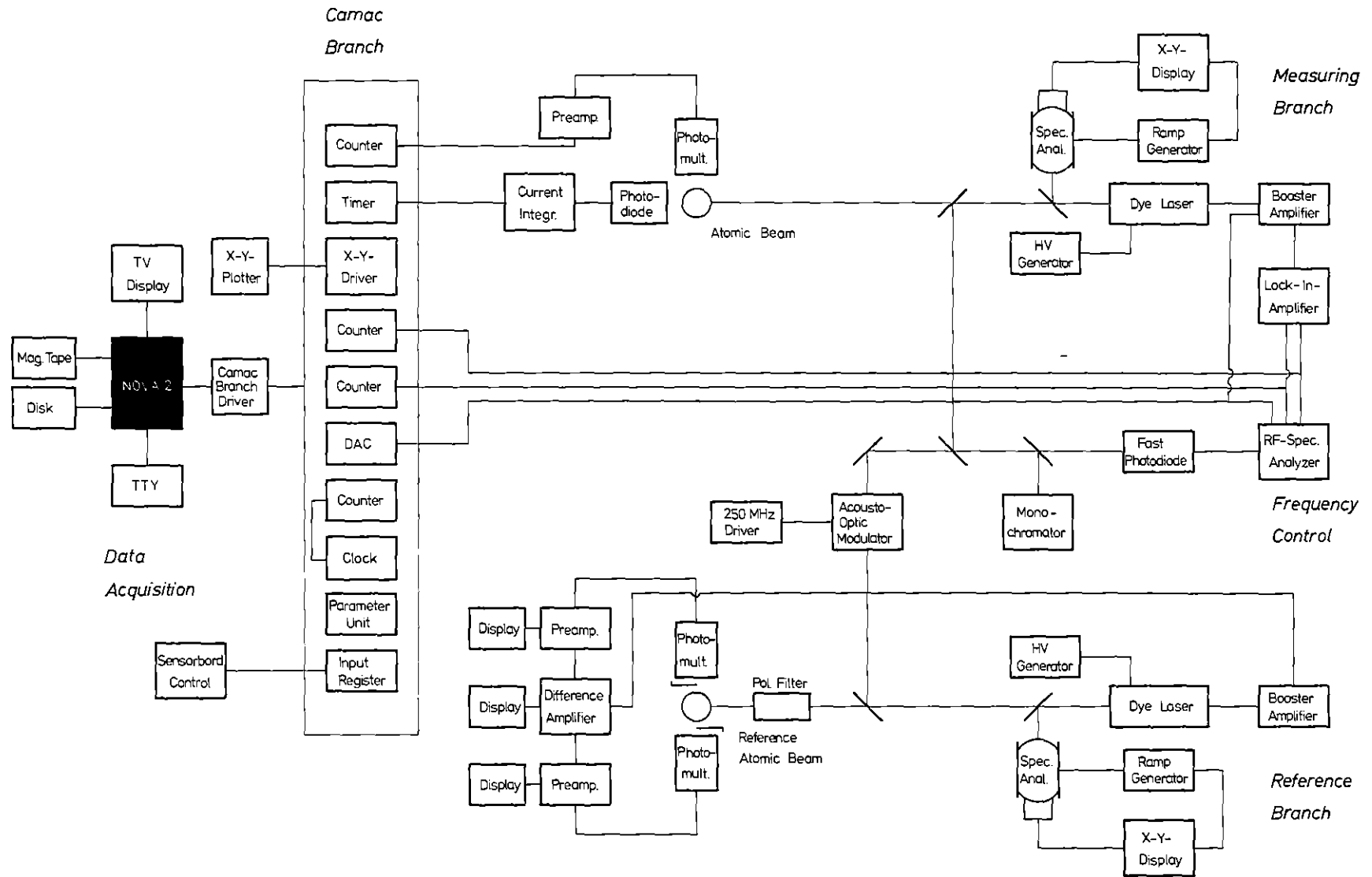
2.5 Steuerung des Experiments und Datenerfassung

Mit einem NOVA-2-Kleinrechner wird sowohl das Experiment gesteuert als auch die Daten erfaßt. Über ein CAMAC-System ist der Rechner an das laufende Experiment gekoppelt. Die einzelnen Komponenten sind aus Abb. 10 ersichtlich. Zur Aufnahme der Spektren steuert der Rechner synchron den Meßlaser und die Mittenfrequenz des Spektrumsanalysators, um die der zweite Laser auf eine bestimmte Differenzfrequenz bezüglich des Referenzlasers geregelt wird (s. auch Abschn. 2.3). Gleichzeitig wird ständig das Vorhandensein des Mischungssignals überprüft. Haben die beiden Farbstofflaser nicht die vorgesehene Differenzfrequenz - z.B. durch Springen eines Lasers zwischen zwei Moden - so wird die Messung gestoppt, die Werte des falsch gemessenen Punktes verworfen und erneut gemessen. Dabei sind die Spektren jeweils auf die Laserintensität normiert, d.h., die Zähler sperren

immer nach demselben integralen Laserlicht. Vor Beginn einer Messung werden allgemeine Daten über das Spektrum in den Rechner eingegeben. Alle diese Daten sind Bestandteil eines Protokolls, das vom Rechner über den Verlauf der Messung eines jeden Spektrums erstellt wird. Das laufende Experiment kann über ein Fernseh-Display-Gerät visuell kontrolliert werden. Der Bildschirm zeigt das Resonanzfluoreszenzspektrum sowie wichtige aktuelle Daten des Experiments, wie z.B. Laserleistung, Meßzeit, Kanalnummer und Frequenz, laufende Zählrate und Maximalzählrate des Spektrums.

Nach Beendigung der Messungen werden die Daten neben der Übertragung auf Magnetband zur Weiterverarbeitung auf der Großrechenanlage des Kernforschungszentrums, von einem Thermodrucker numerisch ausgegeben, und über einen X-Y-Plotter können die Spektren sofort graphisch ausgegeben werden.

Abb. 10 Detailanordnung des gesamten Experiments



3. EINFLUSS DER POLARISATION DES EINGESTRAHLTEN LICHTES AUF DIE SPEKTREN

Bei Anregung der Resonanzfluoreszenz durch polarisiertes Licht zeigt das Fluoreszenzlicht je nach Intensität des eingestrahlten Laserlichtes optische Pumpeffekte.

Optische Pumpeffekte bieten die Möglichkeit der Bestimmung des Gesamtdrehimpulses F der einzelnen Hyperfeinstrukturkomponenten /BEK 79/. Will man jedoch diese Pumpeffekte vermeiden, ist es notwendig, die Laserleistung bei linearer Polarisation auf ca. $50 \mu\text{W}$ zu begrenzen, bei zirkularer Polarisation auf noch geringere Werte, um Mehrfachanregung der Atome zu verhindern. Dies hat jedoch den gleichzeitigen Nachteil geringer Zählraten bei Präparaten mit nur 100-200 pg des zu untersuchenden Isotops.

3.1 Optisches Pumpen

Für den vorliegenden Fall der ungeraden Kalzium-Isotope mit $I = 7/2$ sind die 1S_0 - und 1P_1 ($F = 5/2, 7/2, 9/2$) Niveaus mit ihren magnetischen Unterniveaus ($m_F = +F, F-1, \dots, -F$) als sogenannte "Kastler-Diagramme" in Abb. 11 schematisch eingetragen. Nach den Auswahlregeln für elektrische Dipolübergänge

$$\Delta F = 0, \pm 1, 0 - 0 \text{ verboten}$$
$$\Delta m_F = 0, \pm 1$$

bewirkt linear polarisiertes Licht einen Übergang mit $\Delta m_F = 0$, zirkular polarisiertes Licht einen Übergang mit $\Delta m_F = \pm 1$. Abb. 11a zeigt die Möglichkeiten der Anregung des 1P_1 -Zustandes mit linear polarisiertem Licht (starke Pfeile), Abb. 11b die der Anregung mit zirkular polarisiertem Licht. Der Zerfall kann jeweils - also unabhängig von der Polarisation des eingestrahlten Lichtes - mit linear oder zirkular polarisiertem Licht erfolgen (schwache Pfeile), sofern ein entsprechendes Grundzustandsniveau vorhanden ist.

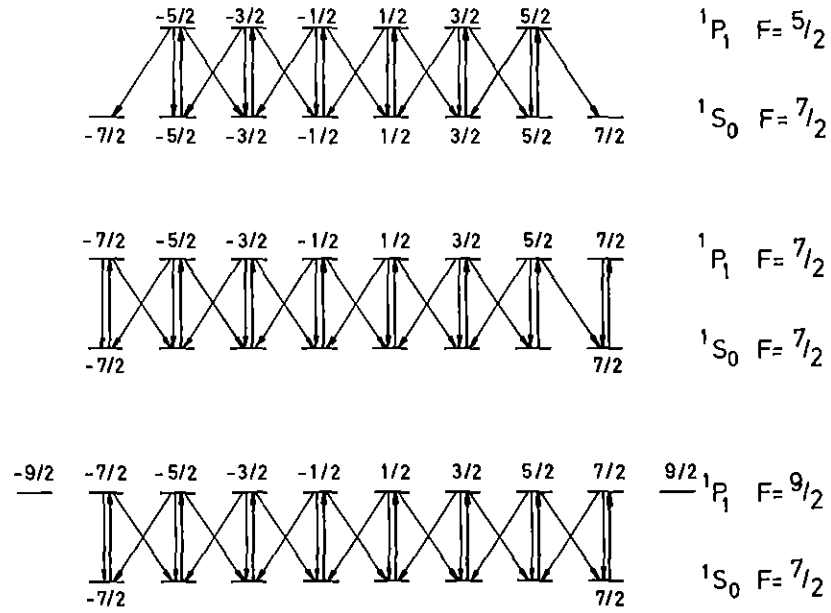


Abb. 11a Optischer Pumpeffekt des $^1S_0 - ^1P_1$ -Übergangs in einem Kern mit $I = 7/2$ bei linearer Polarisation

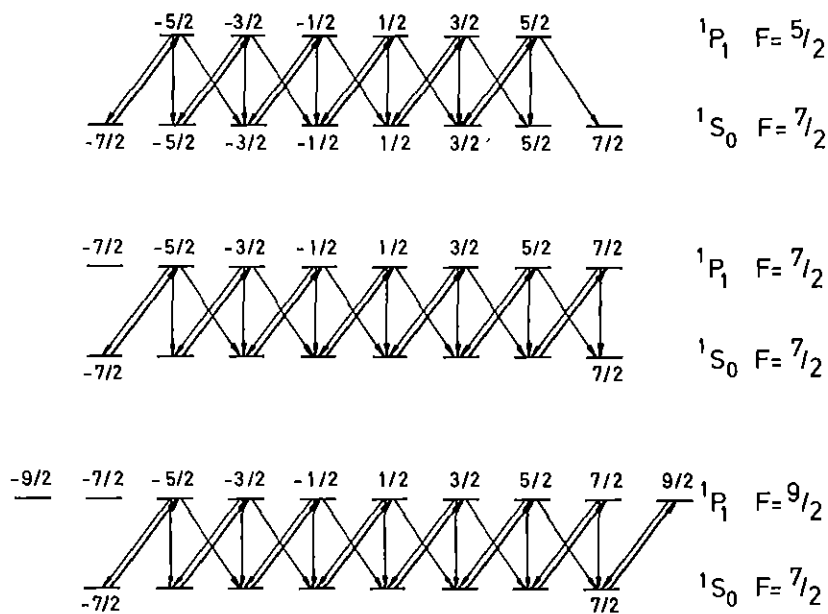


Abb. 11b Optischer Pumpeffekt des $^1S_0 - ^1P_1$ -Übergangs in einem Kern mit $I = 7/2$ bei zirkularer Polarisation

Für den Fall $F = 5/2$ in Abb. 11a kann dieser zwar in die Niveaus mit $m_F = -7/2, +7/2$ zerfallen, von dort aber nicht mehr angeregt werden, im Gegensatz zu den Niveaus mit $F = 7/2$ bzw. $F = 9/2$. Wird nun die Intensität des eingestrahlten Lichtes soweit erhöht, daß ein Atom beim Durchgang durch den Laserstrahl mehrfach angeregt werden kann, so wächst einerseits die Intensität des Fluoreszenzlichtes der $F = 7/2, 9/2$ -Komponenten proportional zur Intensität des eingestrahlten Lichtes, während andererseits die Intensität des Fluoreszenzlichtes der $F = 5/2$ -Komponente einem Sättigungswert zustrebt, denn mit der Zahl der möglichen Anregungen wächst die Wahrscheinlichkeit, das Atom in einem Grundzustand mit $m_F = \pm 7/2$ vorzufinden, aus dem mit linear polarisiertem Licht keine Anregung mehr möglich ist.

Wird zikular polarisiertes Licht eingestrahlt, so erkennt man aus Abb. 11b, daß hier neben der $F=5/2$ -Komponente auch die $F = 7/2$ -Komponente durch optisches Pumpen gesättigt werden kann. Damit kann man durch Aufnahme von Spektren mit einer Laserleistung, die im Mittel nur eine Anregung pro Atom zuläßt und einer hohen Laserleistung bei linearer und zirkularer Polarisation die Gesamtdrehimpulse eindeutig zuordnen.

3.2 Drehung der Polarisation

Die Ausnutzung der Mehrfachanregung auch der ungeraden Isotope ist nach der oben beschriebenen Methode nicht möglich. Jedoch können optische Pumpeffekte bei höherer Laserleistung durch eine schnelle Drehung der Polarisation vermieden werden. Dadurch werden die magnetischen Unterniveaus ständig umpumpt, und es kann eine höhere Laserleistung zur Mehrfachanregung der Atome ausgenutzt werden. Die Drehung der Polarisation des eingestrahlten Laserlichtes ist, neben anderen optischen Elementen wie z.B. nach Glan-Thompson, mit einem elektro-optischen Modulator möglich. Diese Polarisationsdrehung beruht auf dem sogenannten "Pockels-Effekt" /POC 06/, den

bestimmte Kristalle, wie z.B. Ammoniumdihydrogenphosphat (ADP), Kaliumdihydrogenphosphat deuteriert (KD*P), nach Anlegen eines elektrischen Feldes zeigen. Unter Einfluß des elektrischen Feldes wird der Kristall doppelbrechend.

Der Brechungsindex ist abhängig von der Stärke des elektrischen Feldes und hängt von der Polarisation des einfallenden Lichtes relativ zu den Kristallachsen ab. Denkt man sich beispielsweise linear polarisiertes Licht in zwei gleiche Komponenten bezüglich der zwei Hauptachsen des Kristalls aufgeteilt, so bewegen sich beide Komponenten aufgrund des elektrooptischen Effektes mit unterschiedlicher Geschwindigkeit durch das Medium, sie haben eine Phasenverschiebung ϕ entsprechend der angelegten Spannung. Die Polarisation des aus der elektrooptischen Zelle austretenden Lichtes ist gegenüber der des einfallenden gedreht (s. Abb. 12).

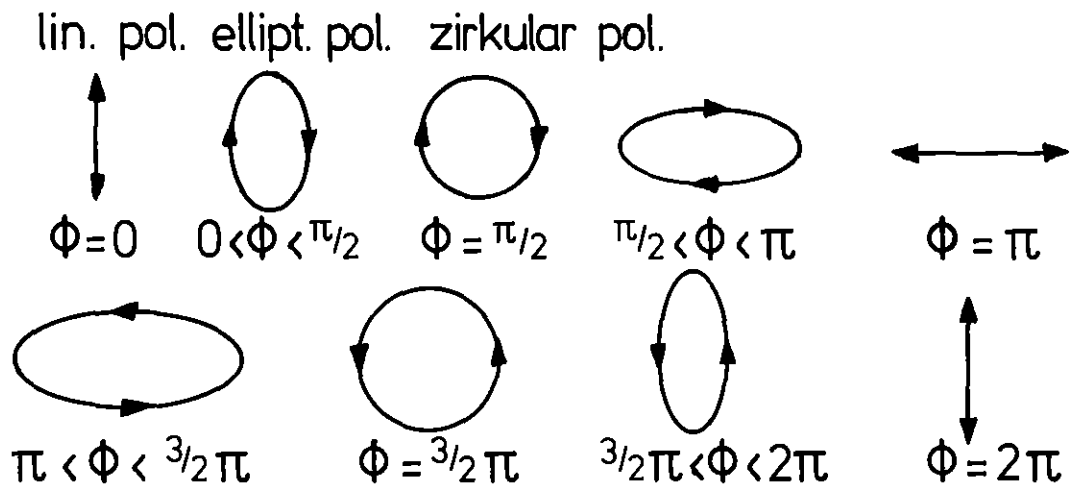


Abb. 12 Einfluß der Phasenverschiebung ϕ auf die Polarisation (Pol. des einfallenden Lichtes wie bei $\phi = 0$).

Man unterscheidet longitudinale und transversale Modulatoren. Im ersten Fall wird das elektrische Feld in Richtung der optischen (z)-Achse des Kristalls angelegt, und die einfallende Welle ist parallel zur x- oder y-Achse des Kristalls polarisiert. Mit einer angelegten Spannung wird der Kristall doppelbrechend, und die einfallende Welle wird in zwei zueinander senkrecht stehende polarisierte Komponente aufgeteilt, die unter 45° bezüglich der kristallographischen Achsen stehen. Dabei wird die außerordentliche Komponente gegenüber der ordentlichen verzögert. Die Phasenverschiebung ϕ ist für einen longitudinalen Modulator gegeben durch /DRI 78/:

$$\phi = \frac{n_o^3 r_{63} U}{\lambda}$$

dabei ist n_o der ordentliche Brechungsindex des Kristalls, r_{63} der elektrooptische Koeffizient, U die angelegte Spannung, λ die Wellenlänge des einfallenden Lichtes.

Bei transversalen Modulatoren wird das elektrische Feld senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des einfallenden Lichtes angelegt und parallel zur optischen (z)-Achse. Dabei steht die Polarisation des einfallenden Lichtes unter 45° bezüglich der z-Achse. Die Halbwellenspannung $U_{\lambda/2}$ (das ist die Spannung, die benötigt wird, um die Polarisation um 90° zu drehen) ist dann gegeben durch /DRI 78/:

$$U_{\lambda/2} = (E \cdot l)_{\lambda/2} \cdot \frac{a}{l}$$

Dabei ist a der Durchmesser und l die Länge des Kristalls.

Die Halbwellenspannung $U_{\lambda/2}$ ist in der Hauptsache abhängig vom Verhältnis Durchmesser zu Länge des Kristalls. $(E l)_{\lambda/2}$ ist eine Funktion der Kristallorientierung, der Wellenlänge des einfallenden Lichtes und der Temperatur. Benutzt man zwei Kristalle, die um 90° gegeneinander gedreht sind, so kann man Temperatur-Doppelbrechungseffekte stark reduzieren. Da bei transversalen Modulatoren $U_{\lambda/2}$ direkt abhängig ist von den Abmessungen des Kristalls, bietet ein kleines Verhältnis

a:1 den Vorteil niedriger Halbwellenspannung $U_{\lambda/2}$. Im vorliegenden Experiment wurde deshalb eine kommerziell erhältliche transversale "Pockels-Zelle" (Fa. Laser Optronic, München, Modell PC19, Kristall: KD*P) verwendet. Der KD*P Kristall bietet gegenüber anderen Kristallen die höchste spektrale Durchlässigkeit (300-1400 nm) und Transmission /DRI 78/.

Diese Zelle wird durch einen 5 MHz-Quarzoszillator über einen 10W-Leistungsverstärker angesteuert (Abb. 13), um die Polarisation des einfallenden Laserstrahls in diesem Takt zu drehen.

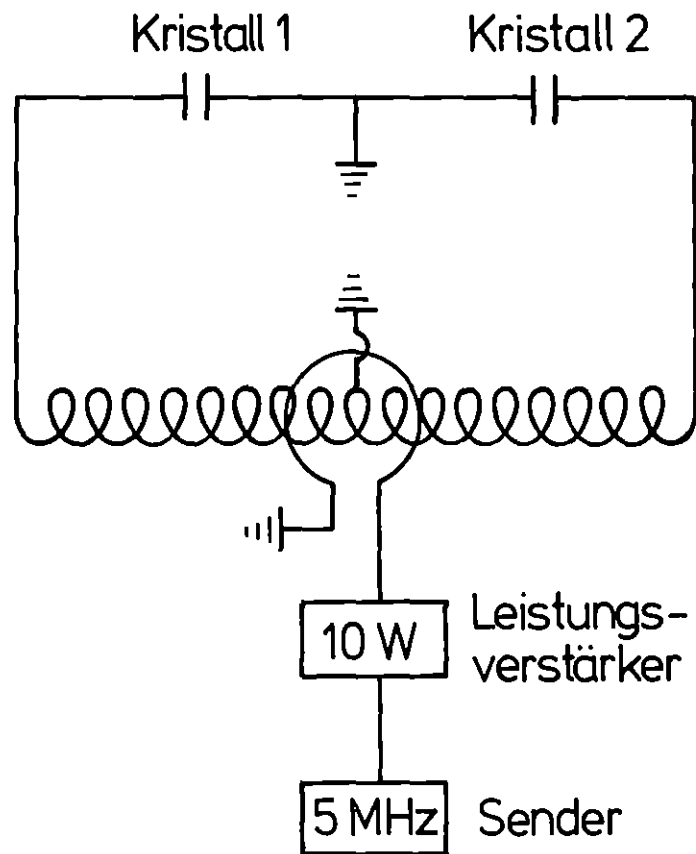


Abb. 13 Schaltbild der "Pockels-Zelle" bei 5 MHz-Polarisationsdrehung.

Bei einer mittleren Flugzeit eines Atoms durch den Laserstrahl von ca. 4 μsec durchläuft das Licht 20mal den Zyklus $0 < \phi < 2 \pi$. Jedoch treten bei der Drehung der Polarisierung Seitenbänder auf, die bei zu hoher Drehfrequenz die Linienform merkbar beeinflussen /THO 81/. Für die Seitenbänder ergeben sich bei 5 MHz Drehfrequenz folgende Intensitätsverhältnisse /SCH 81/:

$$I_1/I_0 = 1.4421$$

$$I_2/I_0 = 0.2798$$

$$I_3/I_0 = 0.0214$$

$$I_4/I_0 = 0.0001$$

Abb. 14 zeigt diese Einflüsse auf die Linienform. Bei einer Frequenz von 1 MHz machen sich diese Nachteile kaum noch bemerkbar, und selbst bei Laserleistungen von einigen Milliwatt wird man noch keine optischen Pumpeffekte erwarten können.

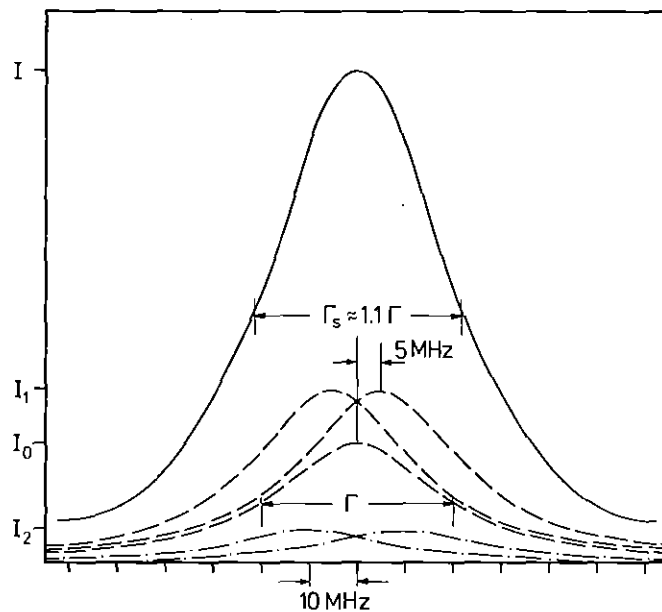


Abb. 14 Einfluß der Seitenbänder auf die Linienform.

4. WINKELVERTEILUNG DES RESONANZLICHTES UNTER BERÜCKSICHTIGUNG VON INTERFERENZEFFEKTEN ZWISCHEN DEN HYPERFEINSTRUKTURKOMPONENTEN

Die Winkelverteilung des Fluoreszenzlichtes ist im allgemeinen nicht isotrop, wenn die Resonanzfluoreszenz durch polarisiertes Licht angeregt wird. Bei CaI mit $I=0$ und $J=1$ (alle geraden Isotope) ist dies besonders leicht verständlich: Der Grundzustand besitzt nur ein magnetisches Unterniveau mit $J=F=m_F=0$, während der 1P_1 -Zustand mit $F=1$ drei magnetische Unterniveaus besitzt ($m_F = 0, \pm 1$). Deshalb ist hier das emittierte Licht immer wie das anregende Licht polarisiert. Bei Anregung mit linear polarisiertem Licht hat das Fluoreszenzlicht die Winkelverteilung eines oszillierenden Dipols, also eine $\sin^2\theta$ -Verteilung. Bei Kernen mit $I \neq 0$ tritt durch optisches Pumpen mit zirkular polarisiertem Licht eine Änderung der Winkelverteilung des Fluoreszenzlichtes auf. Wie aus dem Kastler-Diagramm (siehe oben) ersichtlich, tritt auch bei der $F = (I+1)$ -Komponente eine Polarisation des Atoms auf. Befindet sich das Atom durch Umpumpen im $m_F=7/2$ -Grundzustand, so kann der $m_F = 9/2$ -Zustand nur noch unter Aussendung von zirkular polarisiertem Licht zerfallen, d.h., während am Anfang noch zirkular und linear polarisiertes Licht abgestrahlt wird, ist nun linear polarisierte Emission nicht mehr möglich.

Man erhält so für hohe und niedrige Laserleistung verschiedene Intensitäten der $F=(I+1)$ -Komponente. Liegen, wie im vorliegenden Fall des CaI ($I = 7/2$ und $J = 1$) die Abstände der einzelnen Hyperfeinstrukturkomponenten in Größenordnung der Linienbreite (Abschnitt 5.2, Tab. 1), so müssen Interferenzeffekte zwischen dem emittierten Fluoreszenzlicht der einzelnen Hyperfeinstrukturkomponenten berücksichtigt werden /SCH 78/, die die Form der Resonanz verändern, insbesondere zwischen den Hyperfeinstrukturkomponenten. Ausgehend vom differentiellen Streuquerschnitt der elastischen Streuung von Licht an Atomen /LOU 73, SCH 78/ erhält man für die registrierte Streulichtintensität neben

dem bekannten Term der reinen Lorentzform gemischte Glieder der Form (siehe Anhang A):

$$\sum_{\nu} \sum_{\substack{F=I-1, I, I+1 \\ F'=I-1, I, I+1 \\ F \neq F'}} \frac{(\omega - \omega_F)(\omega - \omega_{F'}) + \gamma^2}{[(\omega - \omega_F)^2 + \gamma^2][(\omega - \omega_{F'})^2 + \gamma^2]} h(F, F', \nu, \beta, \theta)$$

dabei ist F, F' der Gesamtdrehimpuls der jeweiligen Hyperfeinstrukturkomponente und $\omega_F, \omega_{F'}$ die zugehörige Kreisfrequenz des Übergangs, γ die Halbwertsbreite der Resonanz, die Summation über ν erstreckt sich über die magnetischen Unterzustände des Grundzustandes, die Funktion $h(F, F', \nu, \beta, \theta)$ ist die Summe der Produkte von 3-j-Symbolen (siehe dazu Anhang A), sie ist weiterhin abhängig vom Öffnungswinkel β des Detektors, der mittleren Beobachtungsrichtung θ und der Polarisation des eingestrahlten Lichtes.

Diese Effekte beeinflussen merkbar die Linienlagen der ungeraden Isotope und damit die Isotopieverschiebung, A- und B-Faktor. Die Interferenzeffekte sind deshalb im Fitprogramm zur Auswertung der gemessenen Spektren berücksichtigt worden (siehe Anhang A).

5. MESSUNGEN

Neben den Messungen der instabilen Kalzium-Isotope ^{41}Ca , ^{45}Ca , ^{47}Ca wurden auch die stabilen Isotope gemessen, denn bisher gab es noch keine Ergebnisse, die an der CaI-Resonanzlinie mit laserspektroskopischen Methoden erzielt worden sind, und da zum Zeitpunkt der Messungen Diskrepanzen zwischen verschiedenen Meßergebnissen bestanden.

Die existierenden Messungen an der CaI-Resonanzlinie /EPS 71, BRA 78/, die mit klassischen optischen Methoden durchgeführt wurden, zeigen sehr große Linienbreiten und sind mit großen Fehlern behaftet, so daß beispielsweise die einzelnen Hyperfeinkomponenten des ^{43}Ca nicht mehr aufgelöst werden konnten.

5.1 Herstellung der Präparate

Die instabilen Kalzium-Isotope wurden über Neutroneneinfang aus entsprechenden stabilen Kalzium-Isotopen erzeugt oder durch Kernreaktion mit geladenen Teilchen. Da in der Regel auch benachbarte Isotope erzeugt werden - vor allem bei (n,γ) -Reaktionen sind Größenordnungen mehr Ausgangsisotope vorhanden - ist es insbesondere wegen der langen Ausläufer atomarer Resonanzlinien notwendig, das gewünschte Isotop abzutrennen. Außerdem sollen störende, natürlich vorkommende Isotope unterdrückt werden, und des weiteren müssen die Kalzium-Isotope in atomarer Form vorliegen.

Deshalb wurde zur Herstellung der Präparate für den Atomstrahl ein elektromagnetischer Massenseparator /FAB 65, FAB 66/ benutzt. Bei der Massentrennung werden die Kalzium-Isotope direkt in das Ofenmaterial implantiert.

Im Gegensatz zu den früheren Barium-Experimenten mußte wegen des höheren Ionisationspotentials von Kalzium und der niedrigeren Zersetzungstemperatur des Oxids, welche die Ausbeute des Ionisationsprozesses senken, eine neue Ofenampulle für die thermische Ionenquelle entwickelt werden. Die neue Ofenampulle liefert selbst bei den notwendigen hohen Ionenströmen brauchbare Ausbeuten für die Massenseparation. Um

die Verunreinigung durch natürliches Kalzium weiter zu senken, muß man sehr genau auf gutes Vakuum (10^{-6} Torr) innerhalb des Massenseparators achten, zum anderen wurde eine 22 cm lange Röhre vor dem Auffänger angebracht zur Abschirmung gegenüber störenden Ionen und Atomen.

Die Präparate mit stabilen Kalzium-Isotopen wurden ebenfalls am elektromagnetischen Massenseparator hergestellt, wo die selteneren Isotope, insbesondere ^{46}Ca , entsprechend angereichert und besonders ^{40}Ca abgereichert wurden, um Spektren mit vergleichbaren Linienhöhen zu erhalten.

Die Proben mit ^{41}Ca ($t_{1/2} = 1,3 \times 10^5$ a) und ^{45}Ca ($t_{1/2} = 163$ d) wurden aus natürlichem Kalziumoxid bzw. aus angereichertem ^{44}CaO durch 1 1/2-jährige Bestrahlung am Karlsruher Forschungsreaktor (FR2) über die Reaktionen $^{40}\text{Ca}(n,\gamma)^{41}\text{Ca}$ und $^{44}\text{Ca}(n,\gamma)^{45}\text{Ca}$ produziert (Neutronenfluß: $\sim 3 \times 10^{13}$ n cm $^{-2}$ sec $^{-1}$). Die Proben enthielten etwa ng ^{41}Ca und ng ^{45}Ca , die Verunreinigung durch natürliches Kalzium durch die Massentrennung war vernachlässigbar. Für die Probe mit ^{47}Ca ($t_{1/2} = 4,5$ d) wurde zuerst 1,5 mg zu 95 % angereichertes Oxid von ^{48}Ca mit 38 MeV-Deuteronen am Karlsruher Isochronzyklotron für 3 1/2 Tage bestrahlt. Die $^{48}\text{Ca}(d,2n+p)^{47}\text{Ca}$ -Reaktion führte zu einem $^{47}\text{Ca}/^{48}\text{Ca}$ -Verhältnis von $4,5 \times 10^{-6}$. Nach der elektromagnetischen Massentrennung enthielt die Probe etwa 80 pg ^{47}Ca , die mit etwa 110 pg ^{48}Ca verunreinigt wurde.

Weil für die elektromagnetische Massenseparation die Trennung einer leichteren von einer schwereren Massen ungünstiger ist als umgekehrt, wurden in einem weiteren Versuch 1,8 mg hochangereichertes ^{46}Ca -Karbonat (43 %) für 20 Tage im Karlsruher Reaktor bestrahlt. Damit konnte eine Ausbeute von insgesamt etwa 350 pg ^{47}Ca bei der elektromagnetischen Massentrennung erzielt werden. Diese Menge wurde zu etwa gleichen Teilen auf zwei Proben verteilt. Aus Eichgründen wurden zu jeder Probe neben ^{40}Ca auch andere, nicht störende gerade Isotope implantiert.

5.2 Experimentelle Ergebnisse

In Abb. 15 ist das Spektrum aller stabiler Kalzium-Isotope gezeigt. Die stabile Probe wurde aus natürlichem Kalzium hergestellt. Das Spektrum ist mit einer Laserleistung von 1,5 mW bei Drehung der Polarisation aufgenommen. Die Maximalzählrate beträgt etwa 800 kHz. Zum Vergleich ist in Abb. 16 das Spektrum der stabilen Kalzium-Isotope in ihrer natürlichen Zusammensetzung dargestellt (errechnet). Die Abbildungen 17a und 17b zeigen Ausschnitte aus Spektren stabiler Isotope, aufgenommen mit unterschiedlicher Laserleistung und Polarisation. Während in Abb. 17a (Laserleistung: 0,04 mW, Polarisation parallel zur Beobachtungsrichtung) noch keine optischen Pumpeffekte sichtbar sind, sind in

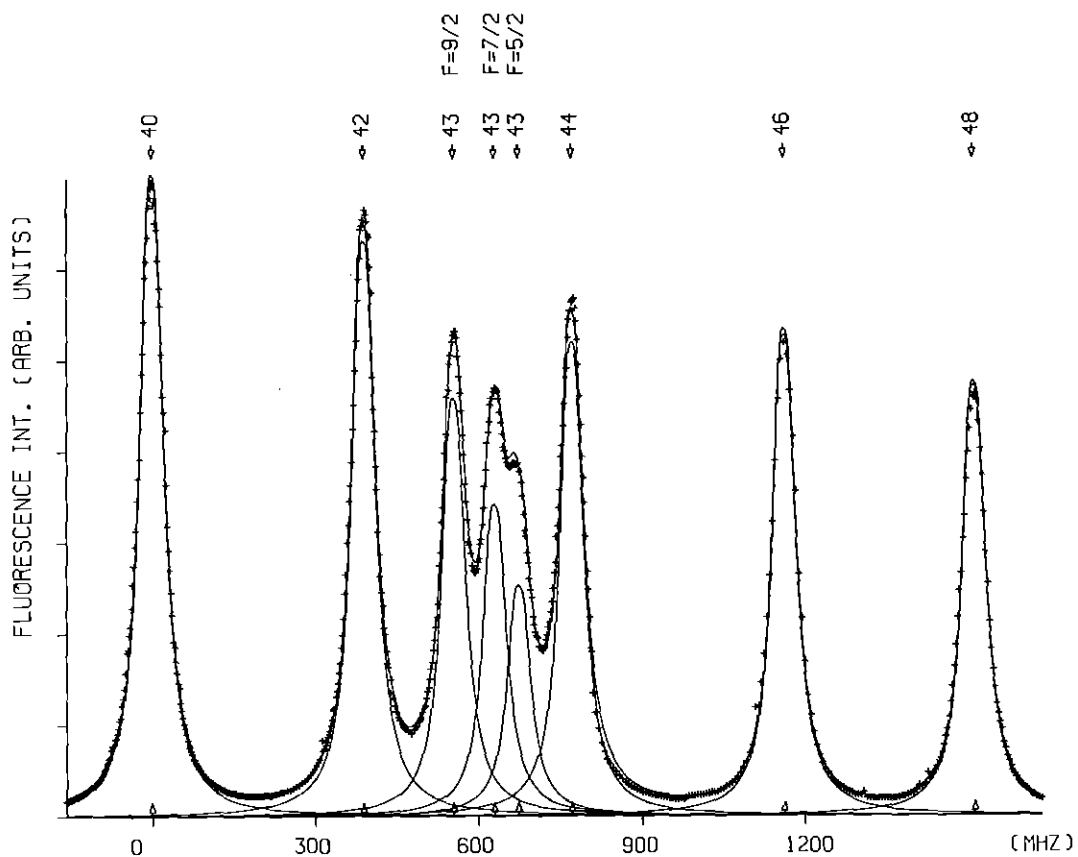


Abb. 15. Spektrum der stabilen Kalzium-Isotope (aufgenommen mit Polarisationsdrehung).

Abb. 17b sowohl die $F=5/2$ als auch die $F=7/2$ -Komponente optisch gepumpt (Laserleistung: 0,15 mW Zirkularpolarisation).

Das Spektrum der instabilen Kalzium-Isotope ^{41}Ca und ^{45}Ca ist in Abb. 18 bzw. Abb. 19 gezeigt. Nichtstörende gerade Isotope wurden zusätzlich in den Atomstrahlofen

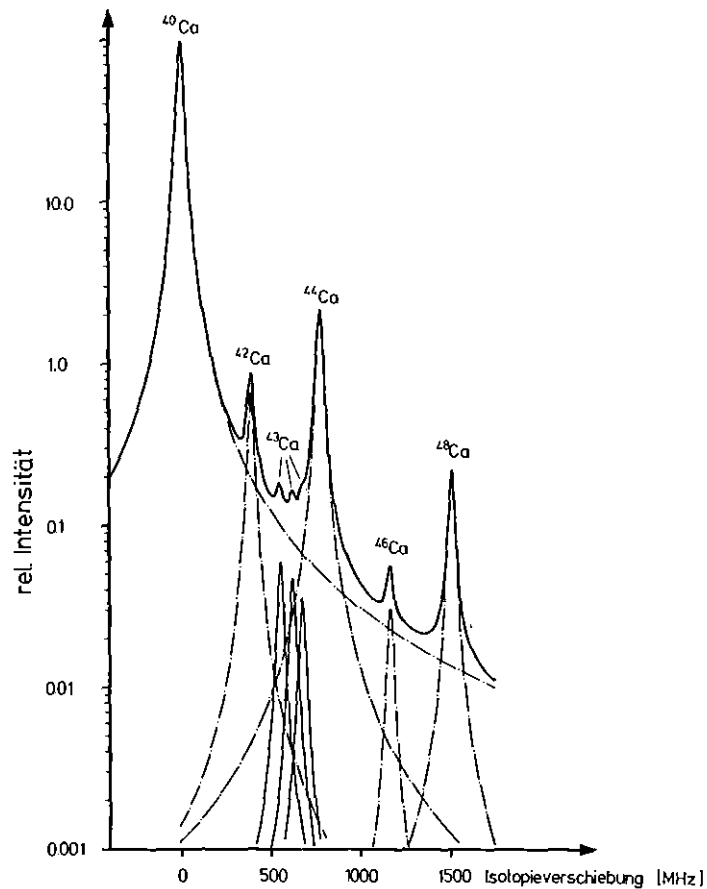


Abb. 16. Spektrum der stabilen Kalzium-Isotope in natürlicher Zusammensetzung (gerechnet)

implantiert. Die einzelnen Hyperfeinstrukturkomponenten von ^{41}Ca und ^{45}Ca sind sehr gut aufgelöst.

Das Spektrum mit ^{41}Ca wurde bei linearer Polarisation parallel zur Beobachtungsrichtung und 0,05 mW Laserleistung, das Spektrum mit ^{45}Ca bei linearer Polarisation senkrecht zur Beobachtungsrichtung bei gleicher Laserintensität aufgenommen.

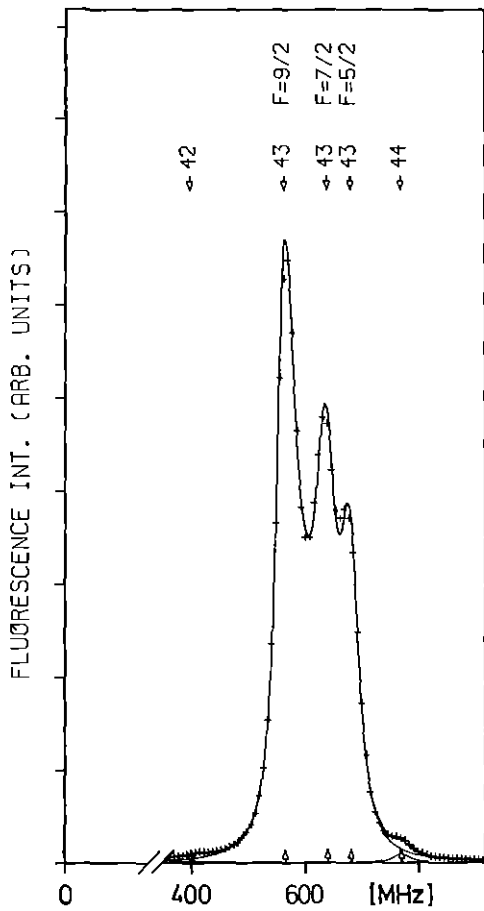


Abb. 17a. Spektrum ^{43}Ca ,
Laserleistung: 0,04 mW,
lin. Polarisation,
parallel

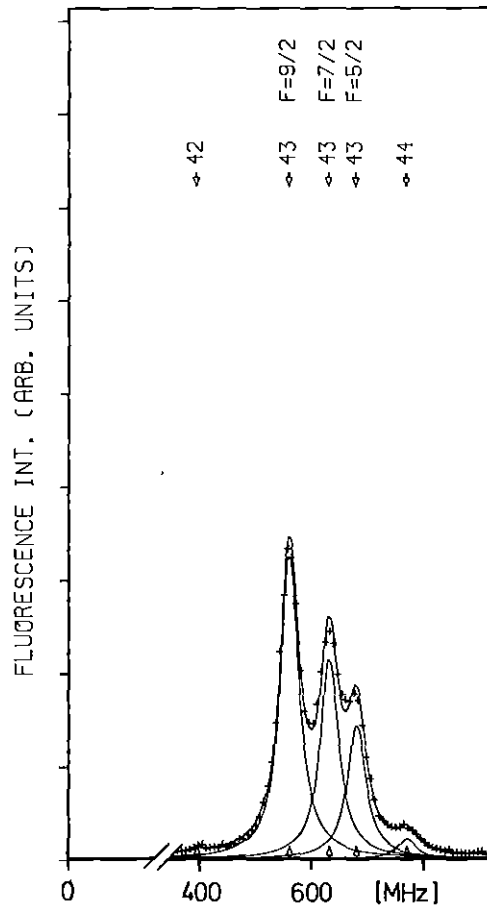


Abb. 17b. Spektrum ^{43}Ca ,
Laserleistung: 0,15 mW, Zirkular-
polarisation

Abb. 20 zeigt das Spektrum des ^{47}Ca mit den geraden Kalzium-Isotopen ^{44}Ca , ^{46}Ca und einer geringen Menge ^{48}Ca . Die Zählrate der $F=9/2$ -Komponente des ^{47}Ca beträgt etwa 1 kHz. Das Spektrum wurde bei einer Laserleistung von 0,05 mW bei linearer Polarisation senkrecht zur Beobachtungsrichtung aufgenommen. Der Untergrund beträgt etwa 100 Hz. Bei der Messung enthielt die Probe ca. 170 pg ^{47}Ca .

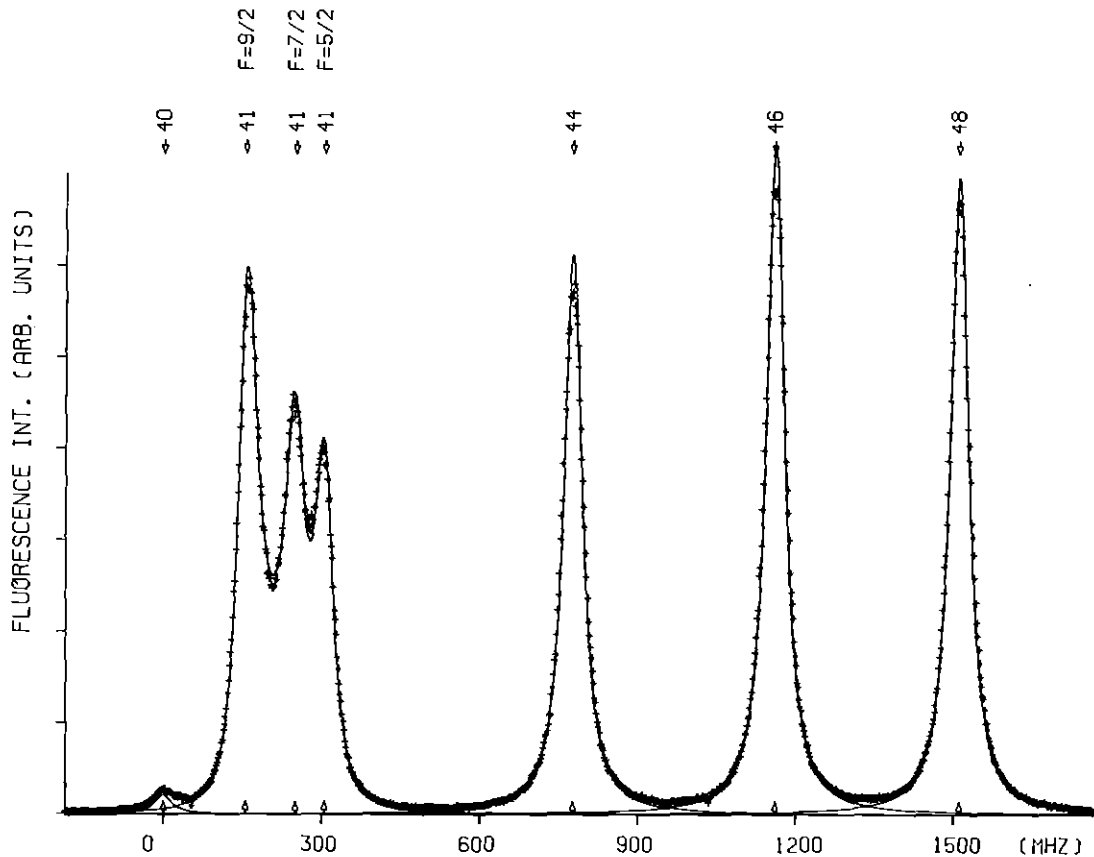


Abb. 18. Spektrum von ^{41}Ca mit $^{44,46,48}\text{Ca}$

Das Spektrum der zweiten Probe mit wieder 170 pg ^{47}Ca ist in Abb. 21 dargestellt. Bei der Aufnahme des Spektrums wurde bei einer Laserleistung von 0,5 mW die Polarisation gedreht. Die Zählrate der $F=9/2$ -Komponente beträgt ca. 10 kHz. Man sieht im Vergleich zu Abb. 20 augenscheinlich die Vorteile der Polarisationsdrehung, insbesondere bei Proben mit

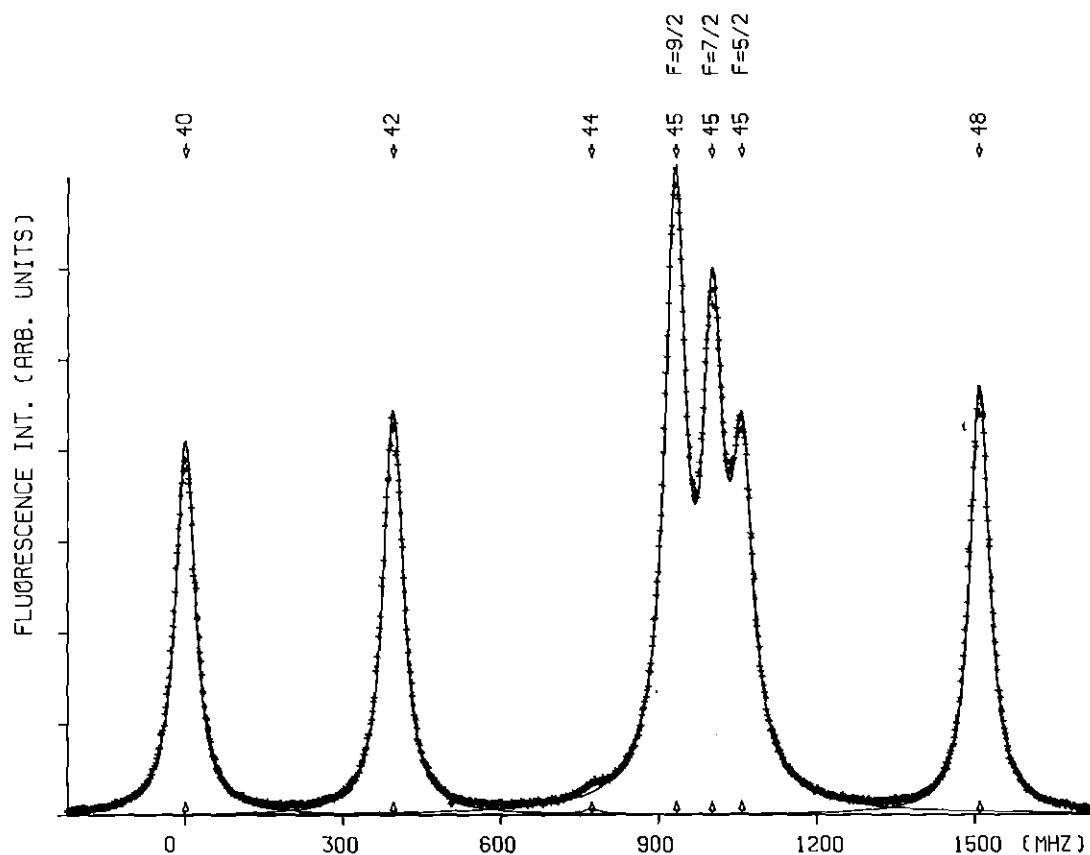


Abb. 19. Spektrum von ^{45}Ca mit $^{40,42,48}\text{Ca}$

nur sehr geringen Mengen des untersuchenden Isotops. Durch Mehrfachanregung der Atome konnte die Zählrate um den Faktor 10 gesteigert werden, ohne optische Pumpeffekte in Kauf nehmen zu müssen. Wegen der starken Abnahme des Atomstrahles (etwa 14 % pro Minute) wurde das Spektrum in 3 MHz-Schritten in ungefähr 3 Minuten aufgenommen. Das Spektrum ist um den Anteil des Abfalls des Atomstrahles korrigiert worden.

Die experimentelle Linienbreite beträgt bei den Spektren, die ohne Polarisationsdrehung aufgenommen wurden, 42 MHz. Sie setzt sich zusammen aus der natürlichen Linienbreite

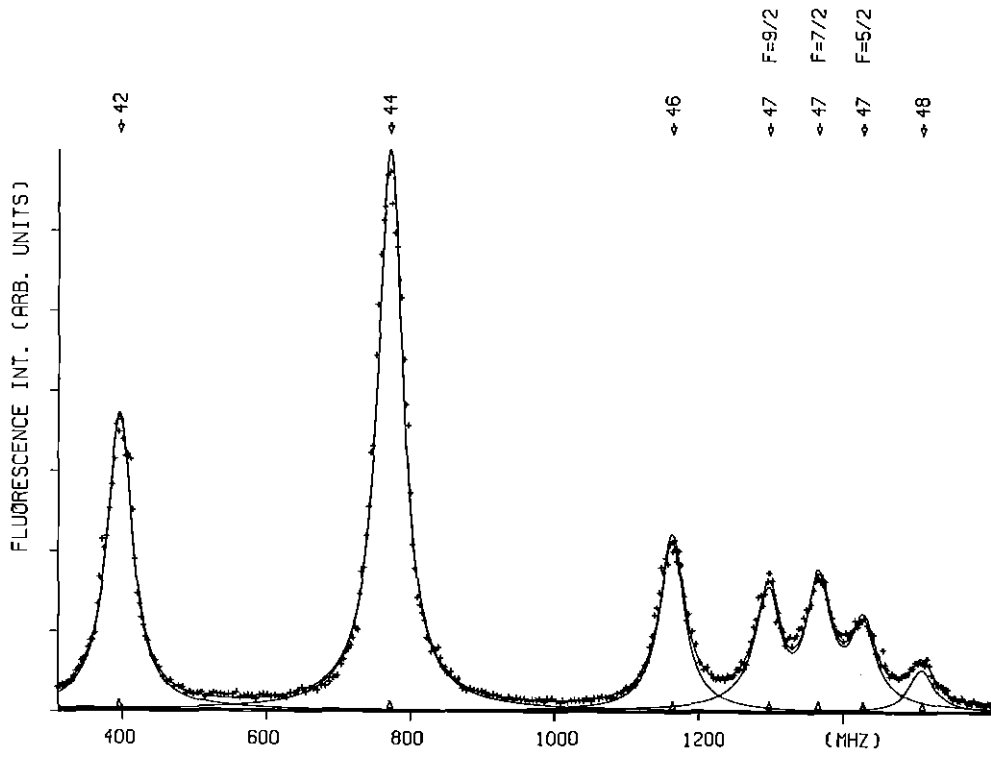


Abb. 20. Spektrum von ^{47}Ca , lineare Polarisation senkrecht zur Beobachtungsrichtung, Laserleistung: 0,05 mW.

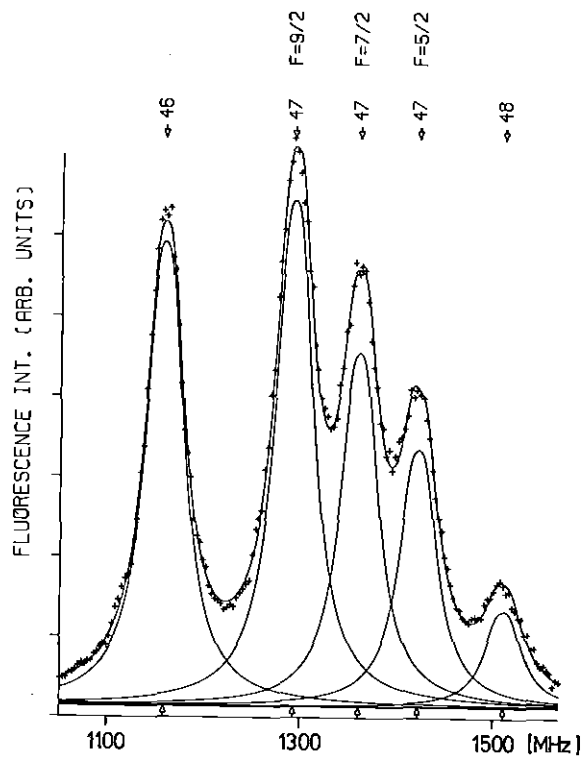


Abb. 21: Spektrum von ^{47}Ca , Polarisationsdrehung, Laserleistung: 0,5 mW.

des Resonanzübergangs von 34,5 MHz /SWA 68/, einer Doppler-
verbreiterung von etwa 22 MHz und einer Halbwertsbreite
des Lasers von ca. 9,5 MHz. Trotz dieser Verbreiterung
um etwa 22 % wird die Auflösung der einzelnen Linien der
Spektren nur wenig beeinträchtigt. Die mit Polarisations-
drehung aufgenommenen Spektren zeigen eine um ca. 5 MHz
größere Linienbreite (siehe dazu Abschn. 3).

Die gemessenen Spektren sind auf der IBM-Rechenanlage
des Kernforschungszentrums Karlsruhe nach der Methode der
kleinsten Fehlerquadrate /SCH 73/ angepaßt worden. Bei den
instabilen Kalzium-Isotopen mußten, wegen möglicher
Verunreinigung, die stabilen Isotope ebenfalls in den Fit
miteinbezogen werden. Die Linienlagen dieser Isotope
wurde nach den von uns erzielten Ergebnissen als feste
Parameter eingegeben. Freie Parameter waren: gemeinsame
Linienbreite, ein konstanter Untergrund, Lage und Höhe der
anzupassenden Linien. Wahlweise können auch Lagen und/oder
Intensitäten stabiler Isotope als Parameter freigegeben
werden, um eine bessere Konvergenz des Computerfits zu er-
reichen. Teilweise sind in den Spektren die Ergebnisse
dieser Fits sowie die Beiträge der einzelnen Linien als
durchgezogene Kurve eingezeichnet. Bei den ungeraden Isotopen
wurde ein entsprechendes Unterprogramm zur Berücksichtigung
des Interferenzeffektes aufgerufen (siehe Anhang). Die
Anpassung ist hiermit ohne zusätzliche freie Parameter möglich.
Da die Spektren auf die Laserlichtintensität normiert sind,
ergibt sich eine nicht-konstante Meßzeit für jeden
Meßpunkt. Ein zeitlich konstanter Untergrund im
Photomultiplier (Dunkelzählrate, γ -Strahlung radioaktiver
Proben) erzeugt bei Intensitätsschwankungen des Lasers einen
unterschiedlichen Beitrag zu jedem Punkt des Spektrums.
Dieser Beitrag ist der Meßzeit proportional und kann auf dem
Rechner "on-line" während der Messung oder vor der
Übertragung der Daten auf Band entsprechend berücksichtigt
werden.

In Tabelle 1 sind die Differenzfrequenzen des CaI
 $^1S_0 - ^1P_1$ -Resonanzüberganges der hier untersuchten Kalzium-

Tabelle 1: Frequenzen des CaI-Resonanzüberganges
 ($^1S_0 - ^1P_1$) der Isotope ^{41}Ca - ^{48}Ca relativ
 zum Übergang in ^{40}Ca

A	F	$\Delta\nu$ [MHz]	$\Delta\nu$ [MHz] andere Autoren	
			/BRA 78/	/EPS 71/
41	9/2	154,00 (43)		
	7/2	247,60 (72)		
	5/2	301,99 (80)		
42	1	391,09 (37)	389,1 (3,0)	383,9 (9,0)
43	9/2	554,49 (73)		
	7/2	633,37 (70)		
	5/2	675,35 (90)		
44	1	770,50 (39)	772,3 (3,0)	746,5 (6,0)
45	9/2	928,94 (83)		
	7/2	996,97 (84)		
	5/2	1053,72 (50)		
46	1	1158,77 (39)	1163,8 (3,6)	
47	9/2	1293,02 (99)		
	7/2	1361,94 (71)		
	5/2	1423,82 (65)		
48	1	1511,07 (42)	1506,5 (3,0)	1514,0 (12,0)

isotope relativ zum Übergang in ^{40}Ca dargestellt. Daneben sind die Ergebnisse anderer Autoren /BRA 78, EPS 71/ aufgelistet, die den $^1\text{S}_0$ - $^1\text{P}_1$ -Übergang mit klassischen spektroskopischen Methoden untersucht haben. Zum Teil zeigt sich eine erhebliche Verbesserung der Genauigkeit der Ergebnisse verglichen mit den anderen Autoren.

6. ISOTOPIEVERSCHIEBUNG

Die Energie gebundener atomarer Zustände und damit auch die Frequenzen optischer Übergänge werden von der Masse und der Ausdehnung des betreffenden Atomkerns beeinflusst. Die Spektrallinien verschiedener Isotope desselben Elements sind daher ein wenig gegeneinander verschoben, und diese Isotopieverschiebung gestattet es, Differenzen der Kernausdehnung zu messen.

Der nichtrelativistische Hamilton-Operator eines Systems aus einem Atomkern der Masse M und n Elektronen der Masse m hat unter Vernachlässigung der spinabhängigen Terme und der Annahme eines kugelsymmetrischen elektrostatischen Potentials des Kerns die folgende Form:

$$H = T + V \quad (1)$$

$$\text{mit } T = \frac{p^2}{2M} + \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^n \vec{p}_i^2$$

$$V = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\substack{i=j=1 \\ i \neq j}}^n \frac{1}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} - Z \sum_{i=1}^n f(|r_i - R|)$$

\vec{R} und \vec{r}_i sind die jeweiligen Koordinaten von Kern bzw. Elektronen, \vec{p} und \vec{p}_i sind die zugehörigen Impulse. Die Funktion $f(r)$ gibt die radiale Abhängigkeit des Kernpotentials wieder, sie ist so normiert, daß außerhalb des Kerns gilt:

$$f(r) = \frac{1}{r}$$

Führt man die üblichen Schwerpunkts- und Relativkoordinaten ein

$$\vec{S} = \frac{M}{\mu} \vec{R} + \frac{m}{\mu} \sum \vec{r}_i, \quad \vec{R} = \vec{S} - \frac{m}{M} \sum \vec{r}_k$$

$$\vec{s}_k = \vec{r}_k - \vec{S} = \vec{r}_k - \frac{M}{\mu} \sum \vec{r}_i, \quad \vec{r}_k = \vec{s}_k + \vec{S}$$

$$(\mu = M + n \cdot m)$$

so hat der Hamilton-Operator die folgende Form:

$$H_M = T_M + V_M \quad (2)$$

$$T_M = \frac{Q^2}{2\mu} + \frac{1}{2m} \sum q_i^2 - \frac{1}{2\mu} \sum_{i,j=1}^n \vec{q}_i \vec{q}_j$$

$$V_M = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{1}{|\vec{s}_i - \vec{s}_j|} - z \sum_i f_M(|\vec{s}_i + \frac{m}{M} \sum \vec{s}_k|)$$

\vec{Q}, \vec{q}_k sind die zu den Koordinaten \vec{s}, \vec{s}_k kanonisch konjugierten Impulse. Der erste Term der kinetischen Energie gibt die Energie der Translationsbewegung wieder. Diese läßt sich abseparieren und braucht im folgenden nicht mehr beachtet zu werden.

Der Hamilton-Operator eines anderen Isotops läßt sich durch $H_{M'}$ folgendermaßen ausdrücken:

$$\begin{aligned} H_{M'} &= H_M + \Delta H \\ &= H_M + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu'} \right) \sum_{i,j} \vec{q}_i \vec{q}_j \\ &\quad + \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0} \sum_i [f_M(z_i) - f_{M'}(z'_i)] \end{aligned}$$

mit $\vec{z}'_i = \vec{s}_i + \frac{m}{M'} \sum \vec{s}_k$, $M' = M + \Delta M$, $\mu' = (M + \Delta M) + n \cdot m$

Die Störungstheorie erster Ordnung ergibt dann die Differenz der Energien entsprechender Zustände der beiden Hamilton-Operatoren:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \langle \psi | \Delta H | \psi \rangle = \frac{M' - M}{2\mu\mu'} \langle \psi | \sum_{i,j} \vec{q}_i \vec{q}_j | \psi \rangle \\ &\quad + \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0} \langle \psi | \sum_i \Delta f_i | \psi \rangle \end{aligned}$$

mit der Abkürzung

$$\Delta f_i = f_M(z_i) - f_{M'}(z'_i)$$

Der erste Summand rührt vom Einfluß der Mitbewegung des Atomkerns auf die Energieniveaus des Atoms, hängt nur von den Massen der beteiligten Kerne ab und heißt "Masseneffekt" (ME). Der zweite Summand wird durch die Differenz der Potentiale hervorgerufen, die eine Folge der unterschiedlichen Ladungsverteilung der beiden Kerne ist. Er heißt "Feldeffekt" (FE) oder "Kernvolumeneffekt". Es ist üblich, den Masseneffekt ME aufzuteilen:

$$ME = \frac{M'-M}{2\mu\mu'} \{ \langle \psi | \sum_i q_i^2 | \psi \rangle + \langle \psi | \sum_{i \neq j} q_i q_j | \psi \rangle$$

Der erste Summand heißt "normaler Masseneffekt" (NME), der zweite "spezifischer Masseneffekt" (SME). Der normale Masseneffekt läßt sich auf die Energie des Niveaus bzw. Übergangs zurückführen /SCH 80/:

$$2\langle \psi | T_M | \psi \rangle + \langle \psi | V_O | \psi \rangle - \langle \psi | \sum_i \vec{s}_i \text{grad}_i \delta V | \psi \rangle = 0$$

$$2\langle \psi | T_M | \psi \rangle + \langle \psi | V_M | \psi \rangle = \langle \psi | \delta V + \sum_i \vec{s}_i \text{grad}_i \delta V | \psi \rangle = \delta \approx 0$$

mit
$$\delta V = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \left\{ \frac{1}{z_i} - f_M(z_i) \right\}$$

Das Matrixelement auf der rechten Seite ist klein, da δV_O nur im Kerninnern von 0 verschieden ist. Damit läßt sich näherungsweise das Matrixelement der kinetischen Energie auf die Gesamtenergie E des Zustands zurückführen:

$$E = \langle \psi | T_M + V_M | \psi \rangle$$

$$\langle \psi | T_M | \psi \rangle = -E + \delta$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{\mu} \right) \langle \psi | \sum_i q_i^2 | \psi \rangle - \frac{1}{2\mu} \langle \psi | \sum_{i \neq j} \vec{q}_i \vec{q}_j | \psi \rangle = -E + \delta$$

$$\langle \psi | \sum_i q_i^2 | \psi \rangle \left[1 - \frac{m}{\mu-m} \frac{SME}{NME} \right] = - \frac{2\mu m}{\mu-m} (E-\delta)$$

und man erhält für den normalen Masseneffekt:

$$NME = - \frac{m(M'-M)}{\mu'(\mu-M)} \frac{E-\delta}{1 - \frac{m}{\mu-m} \frac{SME}{NME}}$$

Im Rahmen der erreichbaren Genauigkeit kann die Elektronenmasse gegen die Kernmasse vernachlässigt werden und daher μ durch M und μ' durch M' ersetzt werden. Da ferner der spezifische Masseneffekt nicht Größenordnungen größer als der normale Masseneffekt ist, kann auch die Korrektur im Nenner des letzten Ausdrucks vernachlässigt werden. Damit ergibt sich mit $M=m_N \cdot A$ (A =Nukleonenzahl, m_N =Nukleonenmasse):

$$NME \approx \frac{-m(M'-M)}{MM'} (E-\delta) = \frac{-m}{m_N} \frac{A'-A}{A'A} (E-\delta)$$

Es tritt hier als Faktor im wesentlichen das Verhältnis der Elektronenmasse zur Kernmasse auf. Das bedeutet aber, daß man bei der Berechnung des NME konsequenterweise die Bindungsenergie der Kerne berücksichtigen sollte. Die Vernachlässigung der Elektronenmasse hat einen Fehler von maximal 1/4 o/oo zur Folge (außer bei den Wasserstoffisotopen), während die Bindungsenergie mehr als 8 MeV / Nukleon, d.h., fast 1 % der Ruheenergie betragen kann. Der Fehler, der durch Vernachlässigung des Matrixelementes δ entsteht, ist für leichte Elemente unbedeutend, er kann bei schweren Kernen die Größenordnung von Promille erreichen /SCH 80/.

Der Masseneffekt läßt sich also für den Übergang i formulieren:

$$ME = \frac{M'-M}{M'M} \cdot S'_i = \frac{A'-A}{A'A} \cdot S_i \quad (3)$$

Zur Bestimmung des Feldeffektes (FE) sind Matrixelemente der folgenden Form zu berechnen:

$$\langle \psi | \sum_i f_M(z_i) | \psi \rangle$$

Wegen der Antisymmetrie der Wellenfunktion sind die n Summanden des Ausdrucks untereinander gleich, so daß nur ein einziges derartiges Matrixelement berechnet werden muß, und man erhält:

$$\langle \psi | f_M(z_i) | \psi \rangle = \frac{M^3}{\mu^3} \int d^3 z f_M(z) g(z)$$

Die Funktion

$$g(\vec{z}_1) = \int \dots \int |\psi|^2 d^3z_2 \dots d^3z_n$$

gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, am Ort \vec{z}_1 irgendein Elektron zu finden, und wegen der Normierung von ψ gilt

$$\int g(\vec{z}_1) d^3z_1 = 1$$

Die Ladungsdichte $\rho_e(\vec{z})$ der Elektronen bestimmt sich daher zu

$$\rho_e(\vec{z}) = -n \cdot e g(\vec{z})$$

Mit Hilfe der Poisson-Gleichung ($\rho_e(\vec{r}) = -\epsilon_0 \Delta U_e$) läßt sich das Matrixelement schreiben

$$\langle \psi | f_M(\vec{z}_1) | \psi \rangle = \frac{\epsilon_0 M^3}{n \cdot e \mu^3} \int U_e \Delta f_M(\vec{z}) d^3z$$

Mit der Ladungsverteilung ρ_K des Kerns

$$\rho_K(z) = -\frac{Ze}{4\pi} \Delta f_M(z)$$

und unter Annahme einer konstanten Ladungsdichte der Elektronen im Kern ergibt sich für das Matrixelement:

$$\begin{aligned} \langle \psi | f_M(z_1) | \psi \rangle &= -\frac{2\pi}{3} \frac{\rho_e(z)}{nZe^2} \frac{M^3}{\mu^3} \int \rho_K(z) z^2 dz \\ &= -\frac{2\pi}{3} \frac{\rho_e(o)}{ne} \frac{M^3}{\mu^3} \langle r^2 \rangle \end{aligned}$$

Damit ergibt sich für den Feldeffekt eines atomaren Niveaus

$$FE = -\frac{Ze \rho_e(o)}{6 \epsilon_0} \frac{M^3}{\mu^3} \delta \langle r^2 \rangle = F' \langle r^2 \rangle$$

Für einen atomaren Übergang i gilt entsprechend

$$FE = -\frac{Ze \delta \rho_e(o)}{6 \epsilon_0} \frac{M^3}{\mu^3} \delta \langle r^2 \rangle = F_i \delta \langle r^2 \rangle \quad (4)$$

Der Ausdruck (4) enthält bereits eine Vernachlässigung höherer Momente, die korrekterweise mitgeführt werden müßten /HEI 74/:

$$FE = F_i \cdot \lambda^{AA'}$$

$$\text{mit } \lambda^{AA'} = \delta \langle r^2 \rangle^{AA'} + \frac{C_2}{C_1} \delta \langle r^4 \rangle^{AA'} + \frac{C_3}{C_1} \delta \langle r^6 \rangle^{AA'} + \dots$$

Weil die s-Wellenfunktion am Kernort weitgehend unabhängig von der Hauptquantenzahl ist, sind die relativen Beiträge der verschiedenen Momente zum Feldeffekt für K-X-Rays und optische Übergänge fast gleich /HEI 74/. Die Verhältnisse (C_n/C_1) können deshalb von tabellierten Werten für K-X-rays /BOE 74/ übernommen werden. Die Koeffizienten C_n streben mit sinkender Kernladungszahl Z gegen 0 und die Verhältnisse sind für Z = 30 (kleinste tabellierte Werte):

$$\frac{C_2}{C_1} = -3,6 \cdot 10^{-4} \quad , \quad \frac{C_3}{C_1} = 1,3 \cdot 10^{-6}$$

Die höheren radialen Momente (siehe Tabelle 2) wurden mit Hilfe einer 2-Parameter-Fermiverteilung

$$\rho_{CH}(r) = \rho_0 [1 + e^{(r-c)/a}]^{-1}$$

nach der Beziehung

$$\langle r^k \rangle = \frac{\int r^k \rho_{CH}(r) d^3r}{\int \rho_{CH}(r) d^3r} \quad ; \quad k \neq 0$$

errechnet. Dabei sind die Parameter c und a aus /WOH 80/ übernommen.

Tabelle 2: Höhere radiale Momente der Ladungsverteilung
(a = 0,55 fm), relativ zu ^{40}Ca

A	C [fm]	$\delta \langle r^4 \rangle$ [fm ⁴]	$\delta \langle r^6 \rangle$ [fm ⁶]
42	3,6868	6,7535	216,8349
44	3,7015	9,0022	289,5415
46	3,6713	4,6980	150,4888
48	3,6393	0,2233	7,1003

Mit diesen Werten und der oberen Abschätzung für C_n/C_1 sieht man, daß die Beiträge höherer Momente vernachlässigt werden können, so daß gilt:

$$F_{\lambda}^{AA'} \approx \delta \langle r^2 \rangle_{AA'}$$

Zur Berechnung von F_i ist für die beiden am Übergang beteiligten Zustände die Elektronendichte am Kernort zu bestimmen, sie setzt also die Lösung des atomaren Vielkörperproblems voraus. Mit Hartree-Fock-Programmen kann man Näherungslösungen erhalten, exakte Berechnungen von F_i liegen jedoch noch nicht vor /BAU 76/.

Für Alkalispektren läßt sich F_i zumindest halbempirisch bestimmen aus der Energie des s-Zustandes mit Hilfe der Landé-Goudsmit-Fermi-Segrè-Formel oder aus der Hyperfeinstruktur des Grundzustandes, wenn das magnetische Kernmoment bekannt ist.

Im ersten Fall ist die s-Elektronendichte am Kernort gegeben durch /KUH 69/:

$$|\psi(0)|_s^2 = \frac{Z_i Z_a^2}{\pi a_0^3 n^{*3}} \frac{dn^*}{dn}$$

Z_i ist die Kernladungszahl, Z_a die effektive Kernladungszahl, die das Leuchtelektron außerhalb des Restatoms sieht ($Z_a = 1$ für ein neutrales Atom, $Z_a = 2$ für ein einfach geladenes Ion etc.), a_0 ist der Bohrsche Radius, n ist die Hauptquantenzahl und n^* die effektive Quantenzahl, die sich aus der Energie E des Zustandes folgenderweise berechnet:

$$E = - \frac{R Z_a^2}{n^{*2}},$$

R ist die Rydbergkonstante

Relativistische Korrekturen können für leichte Kerne wie Kalzium vernachlässigt werden /KUH 69/.

Im zweiten Fall gilt für die Elektronendichte am Kernort:

$$|\psi(0)|_s^2 = \frac{3}{4} \frac{a_s \cdot I}{\mu_0 \mu_I \mu_B}$$

Dabei ist a_s die Hyperfeinstrukturaufspaltung des Grundzustandes, I der Kernspin, μ_0 die Permeabilität des Vakuums, μ_I das magnetische Kernmoment und μ_B das Bohrsche Magneton.

Für einen alkaliähnlichen Übergang (CORE + ns) - (CORE' + np) kann die Änderung der Elektronendichte am Kernort formuliert werden /HEI 74/:

$$\Delta |\psi(0)|_{ns-np}^2 = \beta |\psi(0)|_{ns}^2$$

mit dem Abschirmungsfaktor β :

$$\beta = \frac{|\psi(0)|_{CORE}^2 + |\psi(0)|_{ns}^2 - |\psi(0)|_{CORE'}^2}{|\psi(0)|_{ns}^2}$$

Der Abschirmungsfaktor β beinhaltet die Änderung der Abschirmung der inneren abgeschlossenen Elektronenschalen von der Kernladung durch das Valenzelektron beim Übergang von ns nach np. Für viele alkaliähnlichen Übergänge sind die Abschirmungsfaktoren β mittels Hartree-Fock-Rechnungen berechnet worden; für Kalzium liegen jedoch keine Werte vor, so daß man lediglich grobe Abschätzungen treffen kann.

Die oben beschriebenen Methoden lassen sich auf das alkaliähnliche Spektrum des einfach ionisierten Kalzium anwenden. Aus den Energie der Zustände des Ca^+ , bei denen sich das Leuchtelektron im 4s- bzw- 5s-Zustand befindet /BAS 78/, errechnet sich die effektive Quantenzahl n^* :

$$\begin{aligned} n = 4 & : E = 95751,87 \text{ [cm}^{-1}\text{]} , n^* = 2,1411 \\ n = 5 & : E = 43584,94 \text{ [cm}^{-1}\text{]} , n^* = 3,1745 \end{aligned}$$

$$\frac{dn^*}{dn} = 1,0345$$

$$\text{und damit } |\psi(0)|_{4s}^2 = 18,13 \text{ [Å}^{-3}\text{]}$$

Mit der Hyperfeinstrukturaufspaltung im 4s-Grundzustand des $^{43}\text{Ca}^+$ -Ions von 0,109 (2) [cm^{-1}] /KEL 54/ und $\mu_I = 1,317 \mu_N$ /LUT 73, OLS 72/ ergibt sich

$$|\psi(o)|_{4s}^2 = 18,34 [\text{\AA}^{-3}]$$

in guter Übereinstimmung mit dem aus den Termwerten erhaltenen Resultat.

Nach /HEI 74/ läßt sich für $(ns^2 - nsnp)$ -Übergänge ein empirisches Abschirmungsverhältnis bilden ($n = 6,7$):

$$\frac{\Delta |\psi(o)|_{ns^2 - nsnp}^2}{\beta |\psi(o)|_{ns}^2} \approx 0,65$$

Das Verhältnis beinhaltet eine Unsicherheit von etwa 10 % und ist weitgehend unabhängig von Z. Kennt man beispielsweise F_i (aus Gleichung 4), so läßt sich daraus $\Delta |\psi(o)|_{ns^2 - nsnp}^2$ bestimmen:

$$\Delta |\psi(o)|_{ns^2 - nsnp}^2 = \frac{-6 \epsilon_0 h \cdot F_i}{Z \cdot e}$$

Daraus erhält man den Abschirmungsfaktor β :

$$\beta \approx \frac{-6 \epsilon_0 h \cdot F_i}{Z \cdot e} \cdot (0,65 \cdot |\psi(o)|_{ns}^2)^{-1}$$

Für den $(4s^2 - 4s4p)$ -Übergang in CaI ergibt sich mit $F_i = 186,723$ (3.95) [MHz fm^{-2}] (siehe dazu Abschnitt 8):

$$\Delta |\psi(o)|_{4s^2 - 4s4p}^2 = 12,76 (53) [\text{\AA}^{-3}]$$

und damit

$$\beta \approx 1,07$$

für den Übergang $(4s-4p)$ in Ca^+ .

6.1 Bestimmung der Kernradien aus der Isotopieverschiebung

Mit den Ausdrücken (3) und (4) läßt sich die Isotopieverschiebung eines optischen Übergangs i in guter Näherung schreiben:

$$\Delta E = h \delta\nu = \frac{M' - M}{M' M} S'_i + F_i \delta \langle r^2 \rangle \quad (5)$$

Sind die Koeffizienten $S_i^!$ und F_i für einen Übergang bekannt, so lassen sich die entsprechenden $S_j^!$, F_j für einen anderen Übergang aus den gemessenen Isotopieverschiebungen nach dem Verfahren des "King-Plot" /KIN 63/ berechnen. Mit

$$\delta v_i = \frac{M'-M}{M'M} S_i^! + F_i \delta \langle r^2 \rangle, \quad i = 1, 2$$

läßt sich $\delta \langle r^2 \rangle$ eliminieren:

$$\frac{M'M}{M'-M} \delta v_1 = \frac{M'M}{M'-M} \delta v_2 \left(\frac{F_1}{F_2} \right) + \left(S_1^! - \frac{F_1}{F_2} S_2^! \right)$$

Die Parameter dieser Geraden liefern das Verhältnis der Feldeffektkonstanten (F_1/F_2) und $(S_1^! - F_1/F_2 S_2^!)$.

Ist bei einem atomaren Übergang j der spezifische Masseneffekt Null, so enthält $S_j^!$ nur noch den normalen Masseneffekt.

$$\text{Mit } \frac{M'M}{M'-M} \delta v_j^{\sim} \equiv \frac{M'M}{M'-M} \delta v_j - \frac{M'M}{M'-M} S_{j\text{NME}}^! = \frac{M'M}{M'-M} F_j \delta \langle r^2 \rangle$$

ergibt sich:

$$\frac{M'M}{M'-M} \delta v_i = \frac{M'M}{M'-M} \delta v_j^{\sim} \left(\frac{F_i}{F_j} \right) + S_i^!$$

Trägt man $\frac{M'M}{M'-M} \delta v_i$ gegen $\frac{M'M}{M'-M} \delta \langle r^2 \rangle$ auf, so liefert der Achsenabschnitt $S_i^!$, die Steigung F_i .

Es existiert aber keine optische Linie, für die der spezifische Masseneffekt mit Sicherheit Null ist, doch darf man dies bei den $K\alpha$ -Linien myonischer Atome weitgehend voraussetzen. Nach Barrett /BAR 77/ lassen sich die Übergangspotentiale im myonischen Atom durch

$$f_{ij} = a + b r^k e^{-\alpha r}$$

in Bereichen, in denen $r \rho_{\text{CH}}(r)$ groß ist, approximieren (k ist eine vom Übergang des Myons abhängige Zahl, α ist eine Funktion von Z). D.h., durch die Energien im myonischen Atom

wird nicht direkt der mittlere quadratische Radius bestimmt, sondern generalisierte Momente $\langle r^k e^{-\alpha r} \rangle$, sogenannte "Barrett-Momente" /BAR 77/.

Ein sinnvoller Vergleich von myonischen und optischen Isotopieverschiebungen bedingt daher eine Modellannahme über die Ladungsverteilung des Kerns. Bei Kalzium kann diese Schwierigkeit überwunden werden: neben Messungen der myonischen Isotopieverschiebung der stabilen Isotope /WOH 80/ ist die Ladungsverteilung des Kerns für einige stabile Isotope mit Hilfe der Elektronenstreuung /FRO 68, SIC 79/ bestimmt worden. Wohlfahrt und Mitarbeiter haben aus den Ergebnissen beider Experimente die mittleren quadratischen Radien modellunabhängig bestimmt, indem die Ladungsverteilung $\rho(r)$ in der Weise angepaßt wurde, daß sowohl die Wirkungsquerschnitte der elastischen Elektronenstreuung als auch die Barrett-Momente der Ladungsverteilung reproduziert wurden (zur näheren Diskussion des Verfahrens siehe /WOH 80/).

7. HYPERFEINSTRUKTUR UND KERNMOMENTE

Die Wechselwirkung elektromagnetischer Multipolmomente der Atomkerne mit der Elektronenhülle bewirkt die Aufspaltung der Feinstrukturterme der Atome in Hyperfeinstrukturterme. Das magnetische Dipolmoment $\vec{\mu}_I$ und das elektrostatische Quadrupolmoment Q des Atomkerns liefern den Hauptbeitrag zu dieser zusätzlichen Energieverschiebung. Höhere Multipolmomente tragen in viel geringerem Maße dazu bei; sie können im Rahmen der Meßgenauigkeit der vorliegenden Experimente nicht nachgewiesen werden.

Die Wechselwirkung des magnetischen Dipolmoments des Kerns mit den von den Elektronen am Kernort erzeugten Magnetfeld $\overline{H(o)}$ bewirkt die bekannte F-abhängige zusätzliche Energie zum ungestörten Feinstrukturniveau:

$$\Delta W_F = \frac{\overline{H(o)} \mu_I}{2 I J} [F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)]$$

Die Größe $\frac{\overline{H(o)} \mu_I}{I J}$ wird A-Faktor genannt.

Die Wechselwirkung zwischen dem elektrischen Kernquadrupolmoment und dem elektrischen Feldgradienten am Kernort $V_{zz}(o)$ verschiebt die Energie des Hyperfeinstrukturlevels:

$$\Delta W_Q = \frac{e Q V_{zz}(o)}{4} \frac{\frac{3}{2} K(K+1) - 2 I(I+1)J(J+1)}{J(2J-1)I(2I-1)}$$

mit $K = F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)$.

Die Größe $eQV_{zz}(o)$ ist der sogenannte B-Faktor.

Zur Bestimmung des magnetischen Dipolmomentes μ_I und des Kernquadrupolmomentes Q aus dem A- bzw. B-Faktor müssen das Magnetfeld $\overline{H(o)}$ bzw. der Feldgradient $V_{zz}(o)$ der Elektronenhülle bekannt sein. Die Verwendung experimenteller Ergebnisse liefert bei Nicht-Alkali-Atomen genauere Werte für $\overline{H(o)}$ und $V_{zz}(o)$ als die schwierige und mit großen Fehlern behaftete Berechnung für Mehrelektronensysteme. Mit einem bekannten Wert für μ_I

bzw. Q eines Isotops, kann aus dem experimentell bestimmten A-, bzw. B-Faktor, $\overline{H(0)}$ und $V_{ZZ}(0)$ für diesen Übergang berechnet werden.

Wegen der korrespondenzmäßigen Behandlung der Wechselwirkung von elektromagnetischen Momenten des Atomkerns mit der Elektronenhülle müssen verschiedene Korrekturen beachtet werden. Bei relativistischer Behandlung muß W_F mit einem Faktor $F_r(J, Z)$ /KUH 69/ multipliziert werden:

$$F_r(J, Z) = \frac{4J(J+1/2)(J+1)}{\rho(4\rho^2-1)}, \quad \rho = ((J+1/2)^2 + \alpha^2 Z^2)^{1/2}$$

α ist die Feinstrukturkonstante.

Bei Kalzium ergibt sich mit $J=1$ und $Z=20$:

$$F_r = 1,015$$

Dieser Korrekturfaktor liegt noch in Größenordnung des Fehlers für den A-Faktor (siehe Abschnitt 8).

Eine Änderung des Potentials im Kerninnern beeinflusst insbesondere die Hyperfeinstrukturaufspaltung für s-Elektronen. Diese zusätzliche Korrektur zu ΔW_F , die die Aufspaltung reduziert, ist nur für große Z von Bedeutung; für Kalzium mit $Z=20$ ist der Faktor $< 0,001$ /KUH 69/. Nimmt man zusätzlich noch eine räumliche Verteilung von μ_I an, kann sie von Isotop zu Isotop verschieden sein, und es müßte jeweils ein anderer Mittelwert für das Magnetfeld $\overline{H(0)}$ bestimmt werden. Diese "Hyperfeinstruktur-Anomalie", auch "Bohr-Weißkopf-Effekt" /BOH 50/ genannt, ist für Kerne wie Kalzium, das heißt bei kleinem Z ebenfalls vernachlässigbar und beträgt z.B. bei Rb 0,004, bei Cs 0,005 und 0,03 für Tl /KUH 69/.

Bei der Berechnung der Quadrupolaufspaltung sind die Beiträge abgeschlossener Elektronenschalen zum elektrischen Feldgradienten vernachlässigt worden. Man muß jedoch den Beitrag der Polarisierung der abgeschlossenen Schalen durch die Valenzelektronen zum elektrischen Feldgradienten einbeziehen.

Sternheimer hat diese Rumpfpolarisation der Elektronen zuerst quantenmechanisch berechnet /STE 71/. In dieser "Sternheimer Korrektur" ergeben sich aufgrund der Quadrupolwechselwirkung eines Rumpfelektrons mit dem elektrostatischen Feld des Kerns in erster Ordnung Störungstheorie Beimischungen jeweils anderer Schalen zu den ungestörten Wellenfunktionen. Jede dieser Beimischungen induziert ein Quadrupolmoment Q_i und für das Valenzelektron ergibt sich eine zusätzliche Energieverschiebung ΔW_{Q_i} :

$$\Delta W_{Q+\sum Q_i} = \Delta W_Q + \sum_i \Delta W_{Q_i}$$

Der Quotient

$$\frac{-\Delta W_{Q_i}}{\Delta W_Q} = R_i \quad (2)$$

ist in dieser Näherung eine Konstante /STE 71/ und für das Quadrupolmoment folgt:

$$Q_{\text{exp}} = Q_{\text{kor}} (1-R) \quad (3)$$

mit

$$R = \sum_i R_i$$

Diese so berechnete Korrektur hängt nur von der Elektronenkonfiguration ab, d.h., für einen bestimmten Übergang ist R konstant.

Die "Sternheimer-Korrektur" ist aber im wesentlichen nur für Alkaliatome berechnet und für den hier untersuchten Übergang in Kalzium nicht durchgeführt. Jedoch sind die Verhältnisse der gemessenen Quadrupolmomente unabhängig von dieser Korrektur, und es können somit über die Verhältnisse der Quadrupolmomente genauere Aussagen als über die Absolutwerte getroffen werden. Für den $4s^2 \ ^1S_0 - 4s4p \ ^3P_1$ -Übergang in CaI ist in /BER 80/ ein Wert von

$$C = (1-R)^{-1} = 0.83 \quad (4)$$

angegeben. Er ist vergleichbar mit dem Korrekturfaktor für den $4s\ ^1S_{1/2}-4p\ ^2P_{3/2}$ -Übergang in Kalium von $C = 0.824$ /STE 71/. Damit lassen sich zumindest näherungsweise die korrigierten Werte für Q berechnen.

8. BESTIMMUNG DER MITTLEREN QUADRATISCHEN RADIIEN
UND DER KERNMOMENTE

Die Differenzfrequenzen der verschiedenen Kalzium-Isotope zu ^{40}Ca (Tabelle 1) liefern für die geraden Isotope ($I=0$) direkt die Isotopieverschiebung $\Delta\nu_{\text{IS}}$. Für die ungeraden Kalzium-Isotope ($I = 7/2$) wird der Schwerpunkt der Hyperfeinstrukturaufspaltung und damit die Isotopieverschiebung festgelegt nach:

$$\Delta W_{\text{F}} = \Delta\nu_{\text{IS}} + \frac{A}{2} K + \frac{B}{4} \frac{\frac{3}{2}K(K+1) - 2I(I+1)J(J+1)}{J(2J-1) I(2I-1)} \quad (1)$$

mit $K = F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)$

Um die Änderung der mittleren quadratischen Radien der Kernladungsverteilung bestimmen zu können, müssen Feld- und Masseneffekt nach dem in Abschnitt 6.1 beschriebenen Verfahren getrennt werden. Mit Hilfe der Ergebnisse der myonischen Isotopieverschiebung /WOH 80/ wird ein "King-Plot" durchgeführt. Das Diagramm (Abb. 22) zeigt die sehr gute Konsistenz der vorliegenden Experimente mit den myonischen Daten. Aus dem Achsenabschnitt der Geraden erhält man $S_1 = 362,623 (189) [\text{GHz} \cdot \text{m.u.}]$, und die Steigung der Geraden ergibt sich zu $F_1 = -186,723 (2950) [\text{MHz fm}^{-2}]$. Die Genauigkeit dieser Parameter und damit von $\delta\langle r^2 \rangle$ (Tabelle 3) wird bestimmt durch die kleinsten Fehler der myonischen Daten, die im King-Plot" entsprechend gewichtet sind, so daß die Regressionsgerade in der Hauptsache durch die Wertepaare mit der Nukleonenzahl 40,44 und 40,48 gegeben ist. Eine Verbesserung der Fehler der optischen Messung bringt daher keine Verbesserung der Fehler für $\delta\langle r^2 \rangle$.

Die Abbildungen 23 und 24 zeigen King-Diagramme der vorliegenden Ergebnisse und der Ergebnisse, die von Bergmann et al. /BER 80/ an der Kalzium-Interkombinationslinie bzw. Brandt et al. /BRA 78/ an der Kalzium-Resonanzlinie mit klassischen optischen Methoden gewonnen wurden. Auch hier zeigt sich eine recht gute Konsistenz der verschiedenen Messungen.

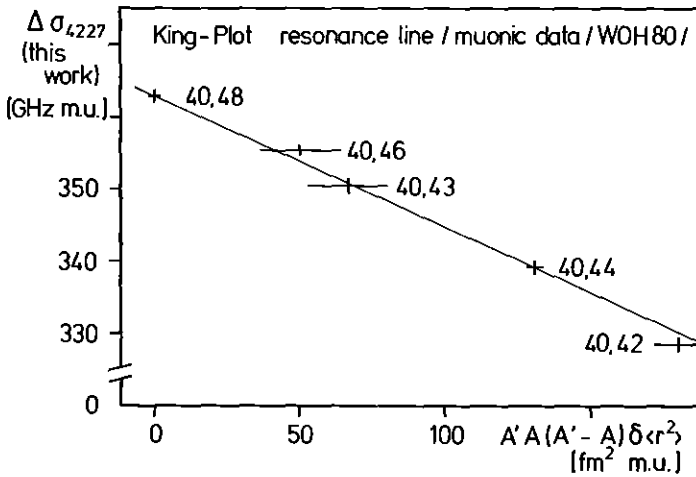


Abb. 22 King-Diagramm der Isotopieverschiebung der Resonanzlinie und der myonischen Daten /WOH 80/ ($\Delta\sigma = A'A/(A'-A)\Delta\nu_{IS}$; A ist die Anzahl der Nukleonen)

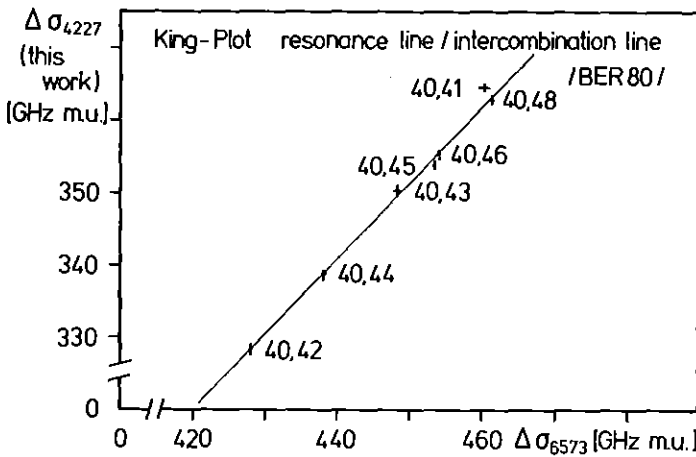


Abb. 23 King-Diagramm der Isotopieverschiebung der Resonanzlinie und der Interkombinationslinie /BER 80/

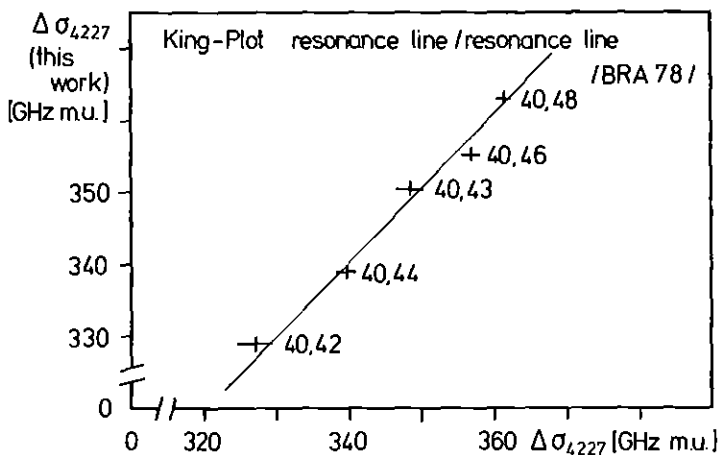


Abb. 24 King-Diagramm der Isotopieverschiebung der Resonanzlinie (Laserspektroskopie) und der Resonanzlinie (klassische optische Spektroskopie) /BRA 78/

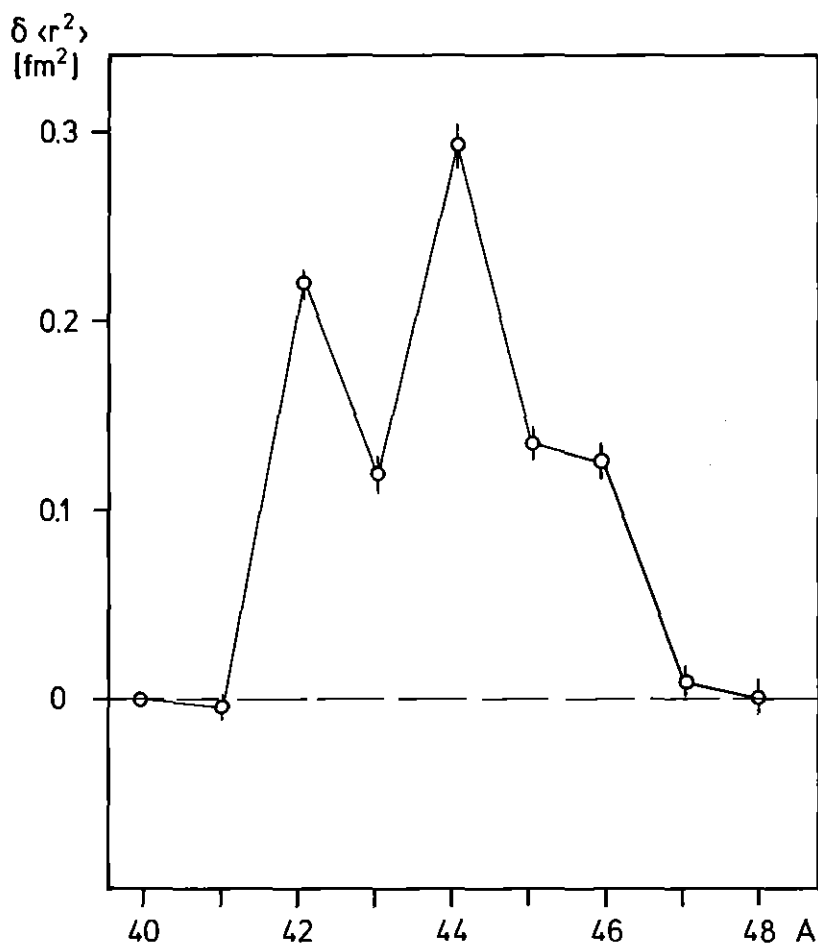


Abb. 25. Verlauf der mittleren quadratischen Radien der Ladungsverteilung

Tabelle 3: Isotopieverschiebung, spezifischer Masseneffekt, Feldeffekt und die Änderung der mittleren quadratischen Radien

Nukleonen- zahl A	Δv_{IS} [MHz]	Δv_{SME} [MHz]	Δv_{Feld} [MHz]	$\delta \langle r^2 \rangle^{A-40}$ [fm ²]
41	222,20 (26)	-14,42 (12)	+1,09 (54)	-0,006 (6)
42	391,09 (37)	-28,15 (23)	-40,60 (43)	0,217 (5)
43	611,02 (47)	-41,25 (33)	-21,46 (57)	0,115 (4)
44	770,50 (39)	-53,74 (43)	-53,64 (58)	0,287 (7)
45	982,81 (48)	-65,68 (53)	-25,17 (73)	0,135 (6)
46	1158,77 (39)	-77,10 (62)	-23,70 (73)	0,127 (5)
47	1348,68 (57)	-88,01 (70)	-1,51 (90)	0,008 (5)
48	1511,07 (42)	-98,52 (79)	+0,14 (89)	-0,001 (5)

Abb. 25 zeigt den Verlauf der mittleren quadratischen Radien der Ladungsverteilung relativ zu ^{40}Ca . In Tabelle 4 werden die vorliegenden Ergebnisse mit denen von Wohlfahrt et al. /WOH 80/ (myonische Atome), Brandt et al. /BRA 78/ (klassische optische Spektroskopie) und Bergmann et al. /BER 80/ (Laserspektroskopie an der Interkombinationslinie) verglichen.

Zur Bestimmung des magnetischen Dipolmomentes aus dem A-Faktor wurden Ergebnisse der "Levelcrossing"-Experimente von Kluge et al. /KLU 74/ des ersten angeregten $4s4p\ ^1P_1$ -Zustandes von ^{43}Ca herangezogen und damit das Magnetfeld $\overline{H(0)}$ am Kernort bestimmt. Die elektrischen Quadrupolmomente wurden mit Hilfe der Ergebnisse von Hyperfeinstrukturmessungen am metastabilen $4s4p\ ^3P_2$ -Zustand von ^{43}Ca mit einer magnetischen Resonanzmethode am Atomstrahl von Grundevik et al. /GRU 79/ gewonnen. Das Ergebnis von /GRU 79/ $Q = -0,065$ (20) [eb] ist in guter Übereinstimmung mit jüngeren Messungen von Aydin et al. /AYD 81/ mit $Q = -0,063$ (7) [eb].

In Tabelle 5 sind die A- und B-Faktoren neben den zugehörigen elektromagnetischen Momenten aufgelistet. Die Momente von /KLU 74/, /GRU 79/ für ^{43}Ca dienen als Referenzpunkte.

Tabelle 4: Änderung der mittleren quadratischen Radien; Vergleich mit anderen Experimenten

Nukleonen- zahl A	$\delta\langle r^2 \rangle^{A-40}$ [fm ²]	$\delta\langle r^2 \rangle^{A-40}$ [fm ²] myon. At./WOH 80/	$\delta\langle r^2 \rangle^{A-40}$ [fm ²] Laser Spekt. /BER 80/
41	-0,006 (6)	-	0,0033 (28)
42	0,217 (5)	0,215 (11)	0,2198 (71)
43	0,115 (4)	0,122 (32)	0,1286 (70)
44	0,287 (7)	0,297 (9)	0,290 (10)
45	0,135 (6)	-	0,127 (10)
46	0,127 (5)	0,155 (75)	0,136 (11)
47	0,008 (5)	-	-
48	0,001 (5)	-0,001 (6)	0,010 (12)

Tabelle 5: A- und B-Faktoren, sowie die magnetischen Momente μ_I und die spektroskopischen Quadrupolmomente Q

Nukleonen- zahl A	A-Faktor [MHz]	μ_I [μ_k]	B-Faktor [MHz]	Q [eb]
41	-18,83(7)	-1,605(52)	-9,20(44)	-0,062(9)
43	-15,46(15)	-1,3172(6) ^a	-9,70(70)	-0,065(20) ^b
45	-15,53(10)	-1,324(68)	+1,91(16)	+0,013(11)
47	-16,20(23)	-1,381(50)	+4,14(51)	+0,028(11)

^a aus /KLU 74/, ^b aus /GRU 79/

9. DISKUSSION

9.1 Änderung der mittleren quadratischen Radien

Die Änderung der mittleren quadratischen Radien der Ladungsverteilung der Kalzium-Isotope (Abb. 25) zeigt verschiedene markante Erscheinungen:

- $\delta\langle r^2 \rangle$ steigt für die geraden Isotope bis ${}^4\text{Ca}$ beständig an; zwischen ${}^4\text{Ca}$ und ${}^8\text{Ca}$ wird $\delta\langle r^2 \rangle$ jedoch immer kleiner, es ergibt sich ein $\delta\langle r^2 \rangle$ von Null von ${}^8\text{Ca}$ relativ zu ${}^0\text{Ca}$
- die ungeraden Isotope zeigen ein ziemlich starkes "odd-even-staggering", wie man es schon von anderen Kernen, z.B. Barium /BEK 79/, kennt
- der mittlere quadratische Radius der Ladungsverteilung von ${}^1\text{Ca}$ ist mit $\delta\langle r^2 \rangle = -0,006(6)$ (fm^2) innerhalb der Fehlergrenzen gleich dem von ${}^0\text{Ca}$.

Zusätzlich zeigt sich bei Vergleich der Änderung der mittleren quadratischen Radien mit den $B(E2)$ -Werten oder den Quadrupolübergangsstärken, die aus der inelastischen α -Teilchen-Streuung /VOI 74/ gewonnen wurden (Abb. 26) und dem Verlauf der Übergangsradien für die $O_1^+ - O_2^+$ Monopolübergänge, die von Gräf et.al. /GRÄ 78/ mit Elektronenstreuung gemessen wurden (Abb. 27), jeweils ein ähnlicher Trend.

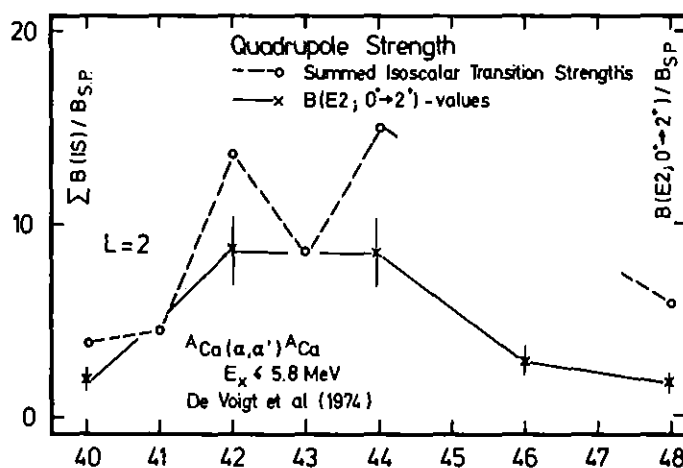


Abb. 26 Verlauf der Quadrupolübergangsstärken und der $B(E2)$ - Werte der Kalzium Isotope

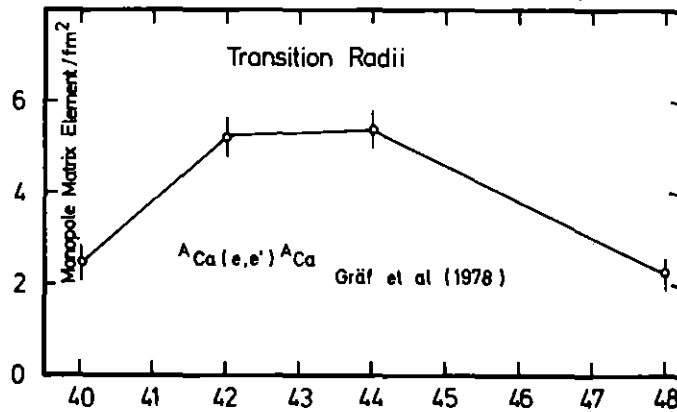


Abb. 27 Übergangsradien für die O_1^+ - O_2^+ Monopolübergänge

Um den Verlauf der mittleren quadratischen Radien quantitativ erklären zu können, werden nun versuchsweise Monopolbeiträge, Beiträge von Quadrupol- und Oktupoldeformationen, sowie eine zusätzliche Änderung der Diffuseness der Ladungsdichteverteilung mit der Nukleonenzahl entsprechend der Beziehung (1) berücksichtigt:

$$\delta \langle r^2 \rangle_{\text{exp}} = \delta \langle r^2 \rangle_0 + \frac{5}{4\pi} \langle r^2 \rangle_0 \delta \langle \beta^2 \rangle + \frac{14\pi^2 a^2}{5} \frac{\delta a}{a} \quad (1)$$

Dabei soll sich $\langle r^2 \rangle_0$ auf die Monopolbeiträge, $\delta \langle \beta^2 \rangle$ auf die Deformationsbeiträge und $\frac{\delta a}{a}$ auf die Änderung der Diffuseness /GER 79/ beziehen.

Das Studium der elektrischen Monopolübergänge zeigt eine Korrelation der Ladungsradien, der Übergangsstärken und der durchschnittlichen Anzahl von Löchern in der sd-Schale im Grundzustand. Während diese Größen mit steigendem A durch ein Maximum gehen, geht die Anregungsenergie des ersten angeregten O^+ - Zustandes durch ein Minimum /GRÄ 78/. Dies deutet auf wachsende Beiträge von Monopol-Polarisierbarkeit des ${}^{40}\text{Ca}$ -core in der Mitte der Schale hin.

Mithilfe jüngerer Rechnungen von Fortune et.al. /FOR 79/, die die experimentellen Daten von /GRÄ 78/ mit einem einfachen Modell beschreiben, lassen sich die mittleren quadratischen Radien für ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{42}\text{Ca}$ und ${}^{44}\text{Ca}$ resultierend aus den Monopolüber-

gängen bestimmen /FOR 79/ (ausgehend von $\langle r^2 \rangle_0^2 = 3,480$ fm):

$$\langle r^2 \rangle_{\frac{1}{2}}^2 = 3,495 \text{ fm}$$

$$\langle r^2 \rangle_{\frac{1}{4}}^2 = 3,492 \text{ fm}$$

Diese Werte sind, verglichen mit den Ergebnissen in Tabelle 3, jeweils zu klein.

Entwickelt man die Oberfläche eines Kerns nach Kugelfunktionen:

$$R(\vec{r}) = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda m} \alpha_{\lambda m} Y_{\lambda m}(\vec{r}) \right); \lambda \leq 3$$

so ergibt sich mit dem Quadrupoldeformationsparameter β_2 :

$$\beta_2^2 = \sum_m \alpha_{2m} \alpha_{2m}^*$$

und dem Oktupoldeformationsparameter β_3^2 :

$$\beta_3^2 = \sum_m \alpha_{3m} \alpha_{3m}^*$$

der mittlere quadratische Radius der Ladungsverteilung zu :

$$\langle r^2 \rangle = \langle r^2 \rangle_0 \left(1 + \frac{5}{4\pi} (\beta_2^2 + \beta_3^2) \right) \quad (2)$$

Bei einem gg-Kern besteht zwischen der Deformation β_1 und den reduzierten El-Übergangswahrscheinlichkeiten näherungsweise die Beziehung /REE 71/, /CLI 72/:

$$\sum_i B(E1, 0 \rightarrow i) = \left(\frac{3}{4\pi} Z e R_0^2 \right)^2 \beta_1^2$$

Nimmt man die ganze El-Stärke im niedrigsten Zustand konzentriert an, so reduziert sich die Summe auf den B(E1)-Wert.

Aus den B(E2)-Werten aus /BER 69/ und den B(E3)-Werten für ^{40}Ca , ^{42}Ca und ^{48}Ca aus /END 79/ und der reduzierten isoskalaren Oktupolübergangsstärke für ^{44}Ca aus /BER 69/ sind die entsprechenden Deformationsparameter in Tabelle 6 extrahiert worden.

Tabelle 6 Quadrupol- und Oktupoldeformationsparameter

A	$\langle \beta_2^2 \rangle_{\text{exp}}$	$\langle \beta_3^2 \rangle_{\text{exp}}$	$\delta \langle \beta_2^2 \rangle_{\text{exp}}$	$\delta \langle \beta_2^2 + \beta_3^2 \rangle_{\text{exp}}$	$\delta \langle \beta_2^2 + \beta_3^2 \rangle$
40	0,0113 (13)	0,1588 (61)	0	0	0
42	0,0553 (126)	0,0287 (104)	0,0440 (126)	-0,0861 (175)	0,0242
44	0,0484 (94)	0,0489 (73)	0,0371 (95)	-0,0728 (134)	0,0431
46	0,0258 (18)	-	0,0145 (22)	-	-
48	0,0107 (13)	0,0409 (61)	-0,0006 (18)	-0,1185 (88)	-

Mit Gleichung (2) ergibt sich für $\delta \langle r^2 \rangle$:

$$\delta \langle r^2 \rangle_{\text{exp}} = \delta \langle r^2 \rangle_0 + \frac{5}{4\pi} \langle r^2 \rangle_0 \delta \langle \beta_2^2 + \beta_3^2 \rangle$$

und damit für $\delta \langle \beta_2^2 + \beta_3^2 \rangle$:

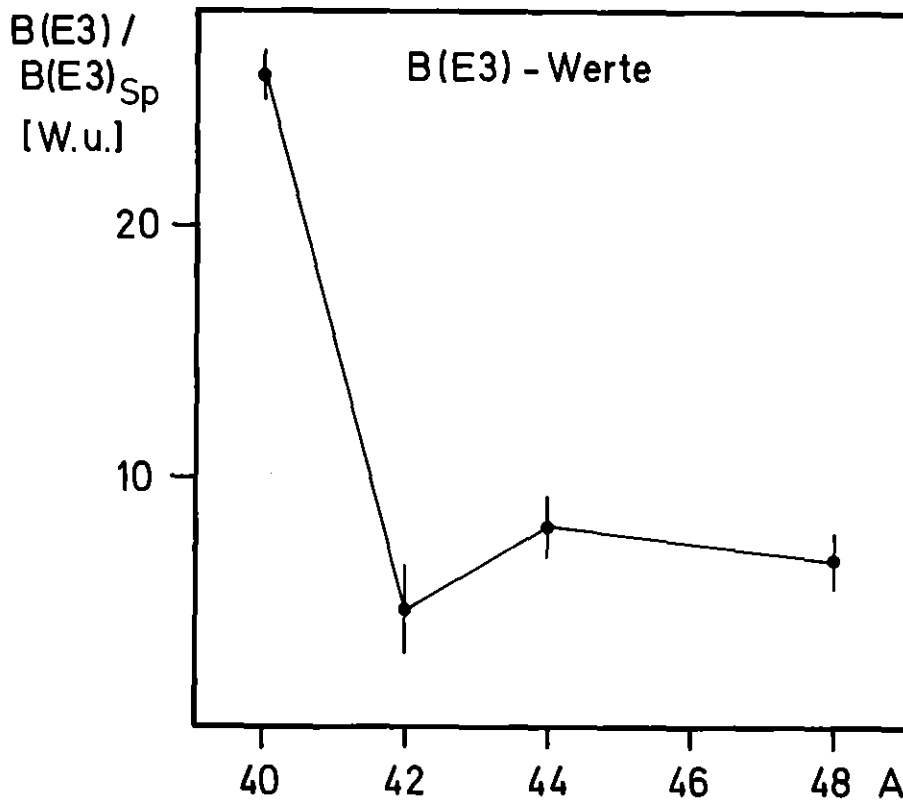


Abb. 28 B(E3)-Werte in Weißkopf-Einheiten

$$\delta\langle\beta_{\frac{1}{2}}^2 + \beta_{\frac{3}{2}}^2\rangle = \frac{\delta\langle r^2\rangle_{\text{exp}} - \delta\langle r^2\rangle_0}{\frac{5}{4\pi}\langle r^2\rangle_0}$$

Beschreibt man $\langle r^2\rangle_0$ mit den Ladungsradien, die aus den Monopolübergängen gewonnen wurden, ergeben sich die Werte in Tabelle 6, Spalte 6 für ^{42}Ca und ^{44}Ca . Vergleicht man diese Werte mit den entsprechenden in Spalte 5, so zeigt sich überhaupt keine Übereinstimmung mit der Änderung der Summe von Quadrupol- und Oktupoldeformation, verglichen jedoch mit Spalte 4 (Änderung der Quadrupoldeformationsparameter) ist die Übereinstimmung recht gut. Quadrupoldeformationen liefern demnach in erster Näherung eine Erklärung für den Verlauf der Ladungsradien, während Oktupoldeformationen in diesen Trend nicht eingeordnet werden können (siehe auch Abb. 28).

Berücksichtigt man nun noch eine zusätzliche Änderung der Diffuseness mit der Nukleonenzahl, so ergibt sich aus Beziehung (1), mit $a = 0,5851 \text{ fm}$ für ^{40}Ca /FRO 68/ und den bekannten Deformationsparametern, die in Abb. 29 durchgezogene Kurve. Eine Konsistenz mit den experimentellen Daten läßt sich damit nicht erreichen.

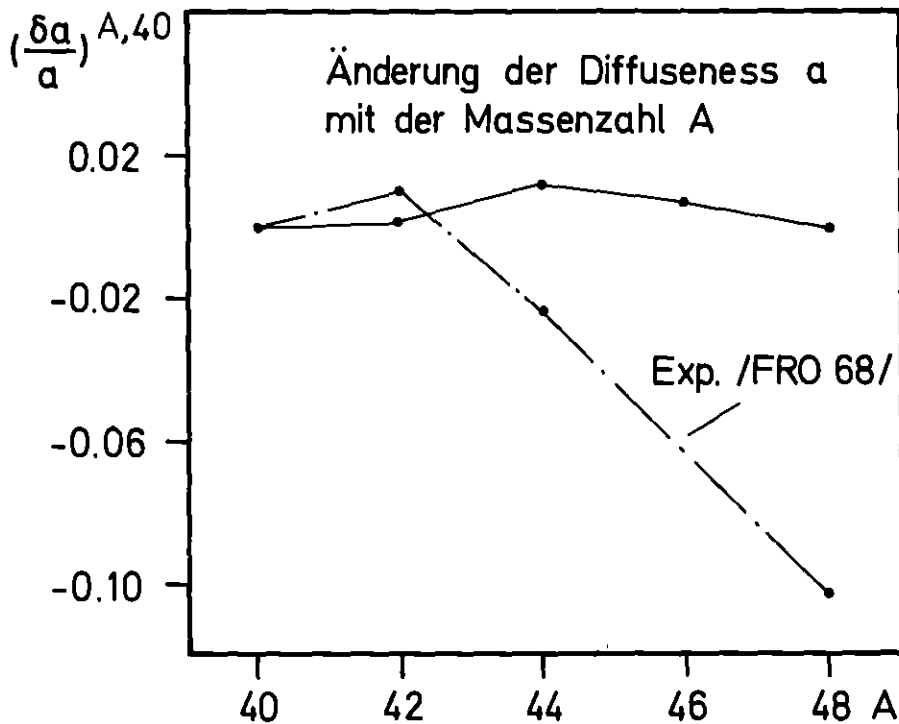


Abb. 29 Änderung der Diffuseness; Vergleich mit dem Experiment

9.2 Änderung der mittleren quadratischen Ladungsradien - Vergleich mit den Vorhersagen des Droplet-Modell

Um die Ausnahmesituation der Kalzium-Isotope zu demonstrieren, ist ein Vergleich mit Modellen wie dem Droplet-Modell, das gemittelte Kerneigenschaften beschreibt, von Bedeutung. Einen nützlichen Beitrag zur Beschreibung der Änderung der mittleren quadratischen Ladungsradien lieferte das Droplet-Modell /MYE 69/ für die neutronenarmen Barium-Kerne /BEK 79/. Das Droplet-Modell ist eine systematische Verfeinerung des Flüssigkeitstropfenmodells, wobei die bekannte Weizsäckersche Massenformel um einige Terme erweitert und die Parameter an über das ganze Periodensystem bekannte Kernmassen angepaßt worden sind. Die in einer neueren Arbeit von Myers et.al. /MYE 80/ entwickelte Droplet-Modell-Theorie der Neutronenhaut kann die Neutronen-Protonen-Radiusdifferenz von ^{40}Ca und ^{48}Ca recht gut wiedergeben. Dabei gehen Myers und Swiatecki aus von der allgemeinen Symmetrieeigenschaft der Kernmaterie. Im Falle eines Neutronenüberschusses besteht eine Tendenz, die überschüssigen Neutronen an die Oberfläche des Kerns zu drücken. Dem wirken die elektrostatische Wechselwirkungsenergie der Protonen untereinander und die Oberflächenenergie entgegen; es ergibt sich ein Kompromiß zwischen den einander entgegenwirkenden Tendenzen. Für die Neutronenhautdicke ergibt sich /MYE 80/:

$$t = \frac{3}{2} r_0 \frac{J I - \frac{1}{12} c Z A^{-1/3}}{Q + \frac{9}{4} J A^{-1/3}}$$

mit $r_0 = 1,18 \text{ fm}$, $I = (N-Z)/A$ (relativer Neutronenüberschuß), $c = 3/5 (e^2/r_0)$ (Coulomb-Koeffizient); Z ist die Kernladungszahl und A die Massenzahl, N ist die Anzahl der Neutronen; $J = 36,8 \text{ MeV}$ (Symmetrie-Energie-Koeffizient) und $Q = 17 \text{ MeV}$ (effektive Oberflächensteifheit).

Und damit gilt für die Differenz der rms-Radien der Neutronen- und Protonendichteverteilung /MYE 80/:

$$\Delta_{\text{RMS}} = (\sqrt{3/5}) \left(t + \frac{5}{2} \frac{b_N^2 - b_P^2}{R} - \frac{1}{70} \frac{e^2}{J} z \right)$$

R ist der Radius einer Kugel mit scharfem Rand, b_N und b_P sind die Diffuseness-Parameter der Neutronen- bzw. Protonenverteilung.

Myers et.al. haben zur Berechnung von Δ_{RMS} $b_N = b_P$ gesetzt, bei der Bestimmung des rms-Radius der Neutronen- bzw. Protonenverteilung die Diffuseness-Parameter $b_N = 0,9$ fm bzw. $b_P = 1$ fm gesetzt.

Vergleicht man den Verlauf der Neutronen- und Protonenradien nach dem Droplet-Modell mit experimentellen Ergebnissen (siehe Abb. 30 und Abb. 31), so zeigen sich insbesondere bei den Protonenradien drastische Abweichungen; der Trend der experimen-

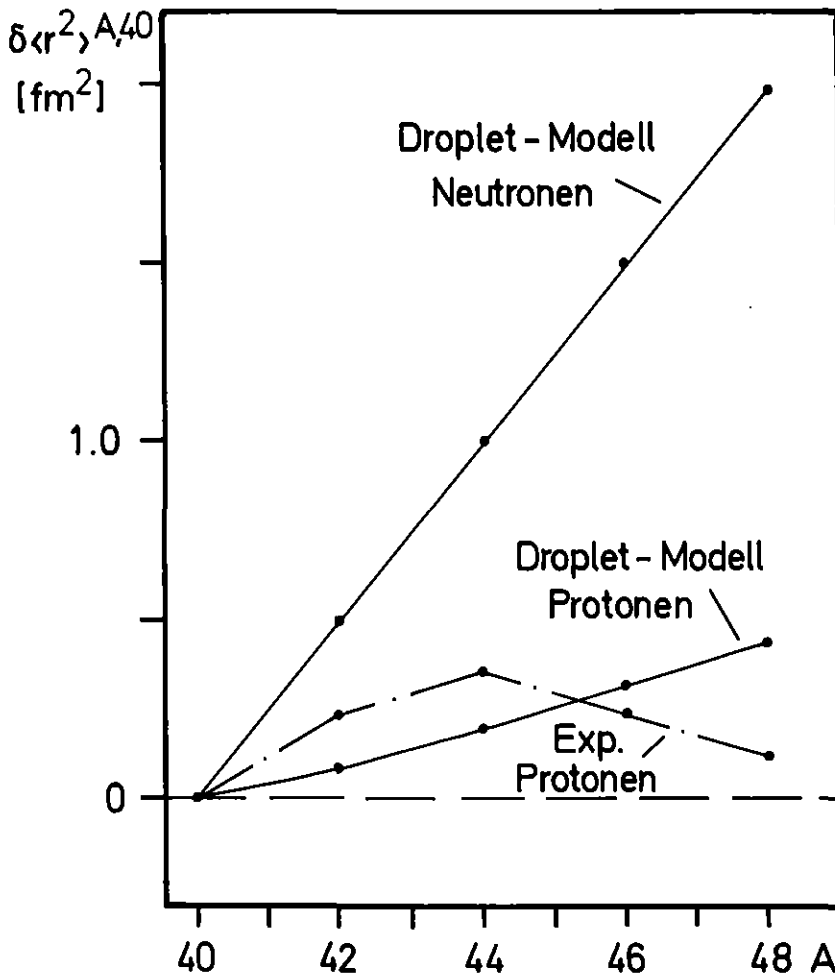


Abb. 30 Neutronen-, Protonenradien nach dem Droplet-Modell

tellen Daten kann nicht wiedergegeben werden. Die Abweichungen liegen nicht begründet in der, in diesem Falle, unrealistischen Annahme der Diffuseness-Parameter $b_{N,P}$; bei realistischer Annahme von $b \approx 0,55$ fm werden die Differenzen zum Experiment noch grösser.

Die in Abb. 31 gezeigten Massenradien wurden mittels α -Teilchen-Streuung von Gils und Mitarbeitern /GIL 79/ gewonnen, die Protonenradien sind nach der Beziehung von Bertozzi et.al. /BER 72/ aus den Ladungsradien errechnet:

$$\langle r^2 \rangle_{ch} = \langle r_p^2 \rangle + \langle r^2 \rangle_p + (N/Z) \langle r^2 \rangle_n + \langle r^2 \rangle_{ls}$$

wobei $\langle r^2 \rangle_{ch}$, $\langle r_p^2 \rangle$, $\langle r^2 \rangle_p$ und $\langle r^2 \rangle_n$ die mittleren quadratischen Radien der Ladungs- und Protonenverteilung bzw. des Protons und des Neutrons sind; $\langle r^2 \rangle_{ls}$ ist der Spin-Bahn-Beitrag der Neutronen.

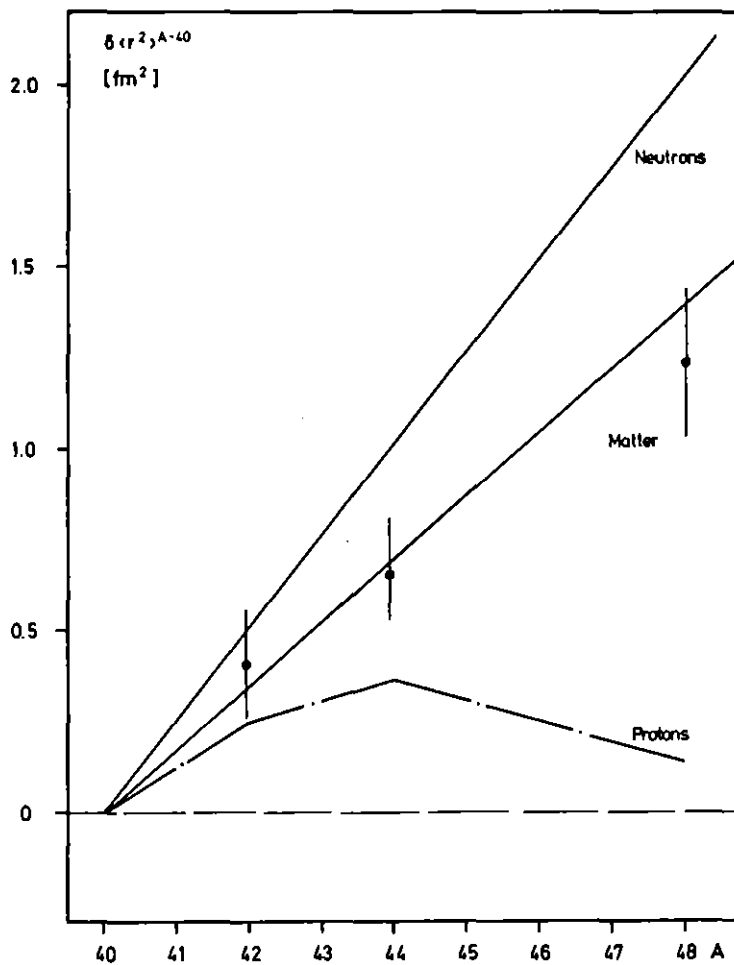


Abb. 31 Experimentelle Massen-, Protonen- und Neutronenradien

Die Radien der Neutronenverteilung sind nach folgender Relation /GIL 79/ bestimmt worden:

$$\langle r_n^2 \rangle = (1/N) (A \langle r_m^2 \rangle - Z \langle r_p^2 \rangle)$$

$\langle r_m^2 \rangle$ ist der ms-Radius der Massenverteilung.

Die Massenradien folgen ziemlich genau dem $A^{1/3}$ -Gesetz, während die Radien der Protonenverteilung einen ähnlichen Verlauf zeigen wie die der Ladungsverteilung (Abb. 32), die Differenzen rühren vom endlichen Beitrag der Neutronen zur Ladungsverteilung.

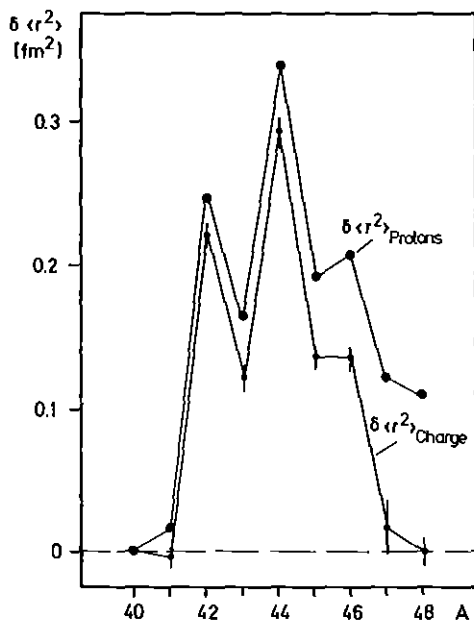


Abb. 32 Radien der Protonenverteilung

In Abb. 33 ist beispielsweise die Wechselwirkung zwischen den Valenzneutronen und dem Protonen-core sehr anschaulich demonstriert. Die Differenzen der Massenverteilung zeigen, daß die Neutronen etwa um den root-mean-square-Radius der $1f_{7/2}$ - Schale von ungefähr 3,8 fm lokalisiert sind /REB 80/. Aus den myonischen Daten von Wohlfahrt et.al. /WOH 80/ kombiniert mit den Ergebnissen der Elektronenstreuung sind die Differenzen der Ladungsverteilung gewonnen. Man kann deutlich sehen, daß die Neutronen die Protonen zum selben Ort ziehen. Bei Addition von vier Neutronen der $1f_{7/2}$ - Schale wird der $Z = 20$ Protonen-core derart polarisiert, daß Ladung vom inneren Teil des Kerns zum äußeren gebracht wird. Werden acht Neutronen addiert, so ist das Ergebnis

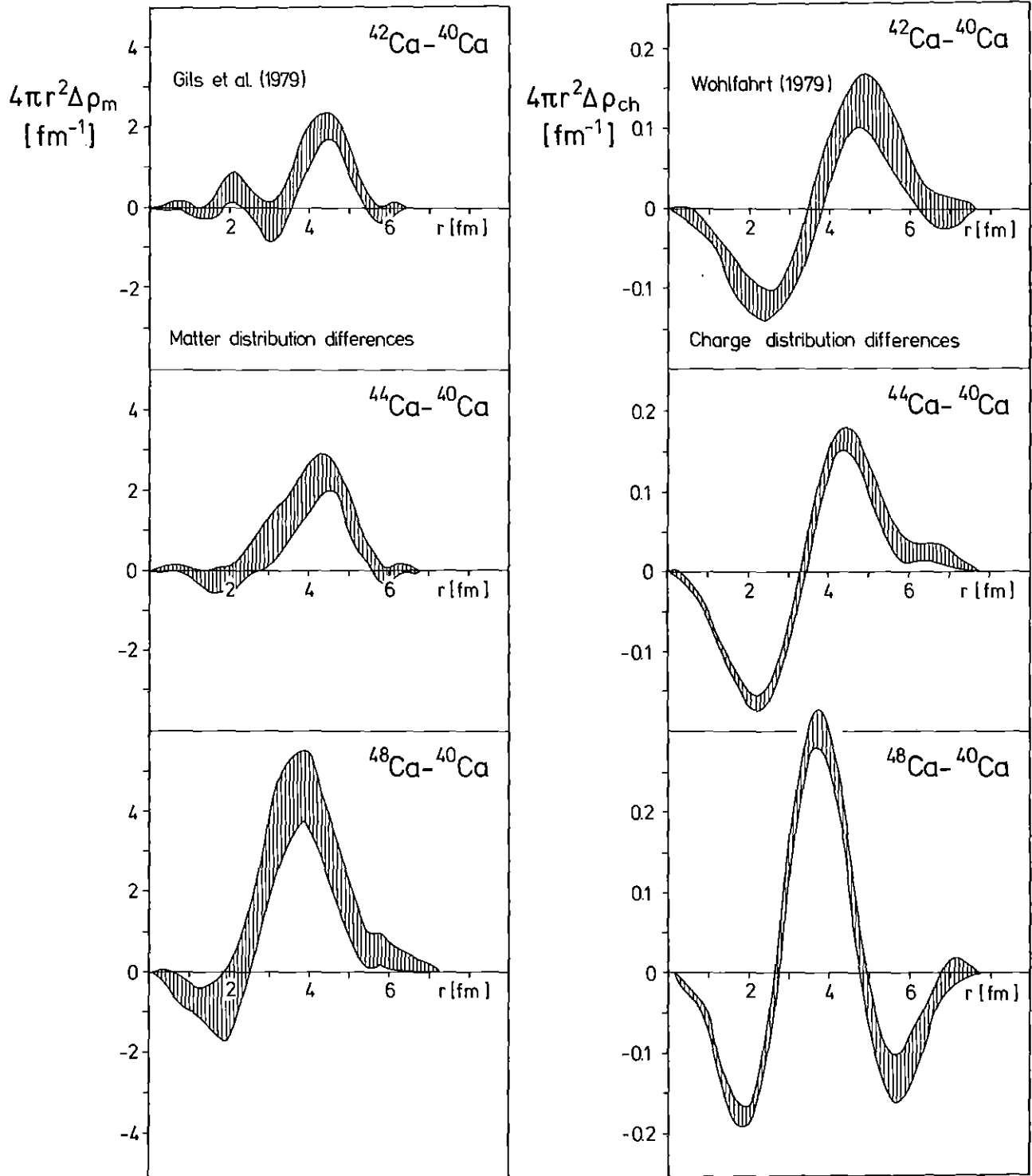


Abb. 33 Massen- und Ladungsverteilungsdifferenzen der Kalzium-Isotope

ein ziemlich komplizierter Polarisierungseffekt: Es wird Ladung sowohl vom inneren als auch vom äußeren Teil des Protonen-core in die Oberflächenregion von ^{48}Ca gebracht, so daß der mittlere quadratische Radius der Ladungsverteilung von ^{40}Ca und ^{48}Ca zwar gleich, die Verteilungen jedoch sehr unterschiedlich sind.

Das oben beschriebene Verhalten der mittleren quadratischen Radien in der zweiten Hälfte der $1f_{7/2}$ -Schale wie auch der Polarisierung des Protonen-core durch zusätzliche Neutronen der $1f_{7/2}$ -Schale wird auch bei den Nachbarelementen des Kalzium, Chrom und Titan beobachtet (siehe auch Abb. 34 und zur näheren Diskussion siehe /WOH 80/).

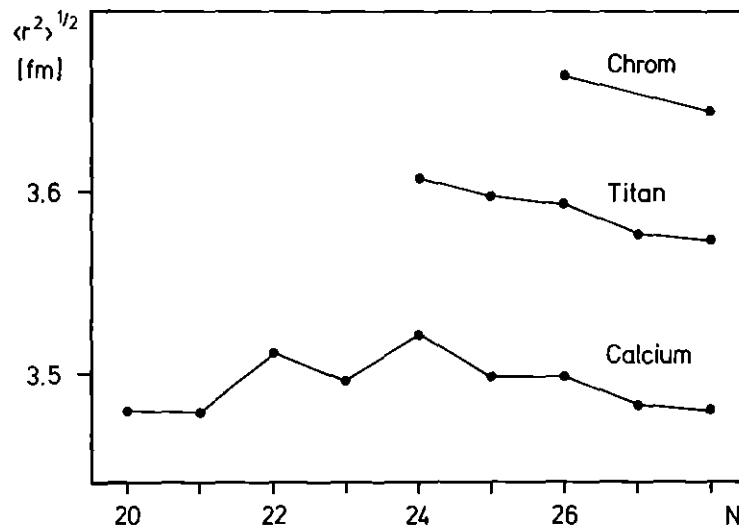


Abb. 34 Mittlere quadratische Radien der Ladungsverteilung der Kalzium-Isotope im Vergleich zu den Radien der Isotope der Nachbarelemente Chrom und Titan.

9.3 Odd-even-staggering

Das "odd-even-staggering" der Kalzium-Isotope (siehe Abb. 25) ist bei ^{43}Ca besonders ausgeprägt. Offensichtlich ist der mittlere quadratische Ladungsradius von ^{43}Ca kleiner als der der benachbarten geraden Isotope. Der Staggering-Parameter γ_{stag} ist definiert als:

$$\gamma_{\text{stag}} = \frac{\langle r^2 \rangle_{A+1} - \langle r^2 \rangle_A}{\frac{1}{2} (\langle r^2 \rangle_{A+2} - \langle r^2 \rangle_A)} ; A \text{ gerade}$$

In Tabelle 8 sind die vier Staggering-Parameter für die Isotopenkette $^{40}\text{Ca} - ^{48}\text{Ca}$ aufgelistet. Der Staggering-Parameter gibt die Abweichung von 1 an, der Wert, der erwartet würde, wenn die Addition eines Nukleons eine Radiusänderung bewirkt, die der Hälfte der Radiusänderung bei Addition von zwei Nukleonen entspricht.

Eine qualitative Erklärung des "odd-even-staggering" haben Reehal und Sorensen /REE 71/ vorgeschlagen: Der Effekt tritt auf, weil die Deformation β , verbunden mit den Nullpunkt-Quadrupol-Oszillationen, wegen des Blocking-Effekts des ungepaarten Nukleons für gerade Isotope größer ist als für ungerade. Deshalb erwartet man Staggering-Parameter kleiner als 1 in der ersten Hälfte der $1f_{7/2}$ -Schale (Deformation steigt an) und größer als 1 in der zweiten Hälfte (abnehmende Deformation). Tabelle 8 zeigt die Übereinstimmung mit dieser qualitativen Erklärung.

Tabelle 8 Staggering-Parameter der Kalzium-Isotope

Isotope A - A+1 - A+2	γ_{A+1}
40 - 41 - 42	-0,05
42 - 43 - 44	-2,91
44 - 45 - 46	+1,90
46 - 47 - 48	+1,86

9.4 Mittlere quadratische Radien und Bindungsenergien

Es ist zwar üblich geworden, quasi-empirische Vergleiche von mittleren quadratischen Radien und Bindungsenergien pro Nukleon zu ziehen, doch helfen solche Vergleiche nicht, um mikroskopische Erklärungen für das Verhalten der m_s -Radien zu erhalten. Im folgenden sei dennoch diese Korrelation skizziert.

Aus dem empirischen Vergleich des Verlaufs der Bindungsenergien pro Nukleon (B/A) - Abb. 35 - und der mittleren quadratischen Ladungsradien formulierte Gerstenkorn /GER 79/: In der Nähe abgeschlossener Schalen ändert sich die Differenz $\delta \langle r^2 \rangle_{AA'}$ der mittleren quadratischen Radien der Isotope A und A' im umgekehrten Sinn wie die Differenz $\Delta(B/A)_{AA'}$ der Bindungsenergien pro Nukleon.

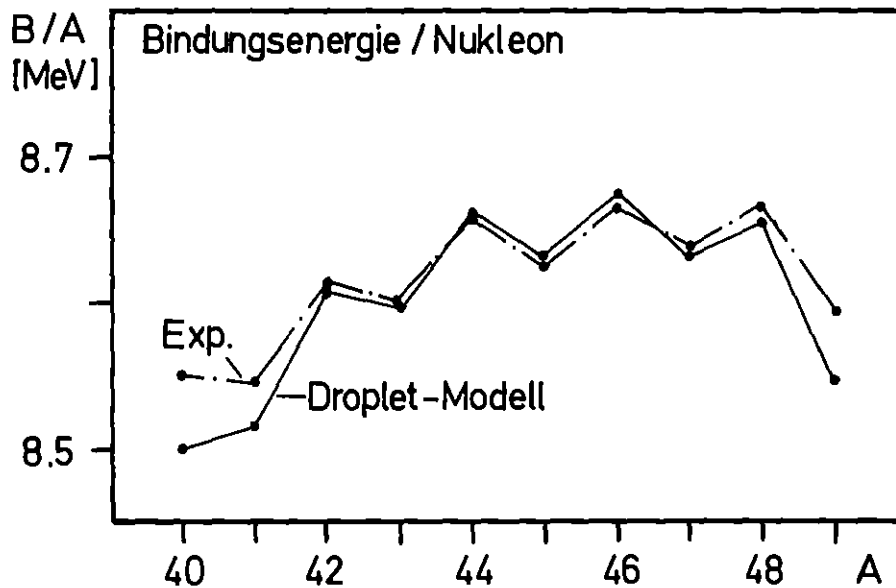


Abb. 35 Bindungsenergie pro Nukleon

Aus der Beziehung /GER 69/:

$$\frac{\delta \langle r^2 \rangle_{N,N-2}}{\Delta(B/A)_{N,N-2}} = \frac{\delta \langle r^2 \rangle_{N,N-4}}{\Delta(B/A)_{N,N-4}} = K \quad (1)$$

N ist die magische Neutronenzahl

formulierte Gerstenkorn:

$$\delta \langle r^2 \rangle_{N,N'} \approx -K \Delta(B/A)_{N,N'} \quad (2)$$

mit $N' = N-2, N-4, N+2$

Diese Beziehung ist bei Kalzium ($N = 28$) nicht erfüllt (siehe Tabelle 9); im Gegensatz dazu zeigt sie bei Barium zum Beispiel ($N = 72$) recht gute Übereinstimmung mit dem Experiment.

Tabelle 9 Verhältnis der $\delta \langle r^2 \rangle$ und der $\Delta(B/A)$ für die geraden Kalzium- bzw. Barium-Isotope

Isotopenpaare	K
${}^4_8\text{Ca} - {}^4_6\text{Ca}$	56,25
${}^4_6\text{Ca} - {}^4_4\text{Ca}$	-14,53
${}^4_4\text{Ca} - {}^4_2\text{Ca}$	1,70
${}^{140}_{72}\text{Ba} - {}^{138}_{72}\text{Ba}$	-5,8
${}^{138}_{72}\text{Ba} - {}^{136}_{72}\text{Ba}$	-4,4
${}^{136}_{72}\text{Ba} - {}^{134}_{72}\text{Ba}$	-2,2

Aufgrund dieser Abweichungen postulierten Wenz et.al. /WEN 80/ eine lineare Beziehung zwischen $\delta \langle r^2 \rangle$ und $\Delta(B/A)$ von der Form:

$$\delta \langle r^2 \rangle_{A+2,A} = -K_1 \Delta(B/A)_{A+2,A} + K_2 \quad (3)$$

wobei das Isotopenpaar, das eine magische Neutronenzahl enthält, aufgrund von Schaleneffekten ausgeschlossen werden soll.

Bei Barium ist diese Relation weitgehend erfüllt (Abb. 36) - hier lassen sich die Änderungen der mittleren quadratischen Radien auch sehr gut mit dem Droplet-Modell beschreiben /BEK 79/ -

bei Kalzium jedoch kann man keine Aussage treffen, da nach Ausschluß der Wertepaare mit magischer Neutronenzahl, $(N+2, N)=22, 20$ und $28, 26$ nur noch zwei Wertepaare verbleiben (Abb. 36).

Aus diesem Grunde kann die von Zamick /ZAM 71/ übertragene Beziehung, die von Talmi et.al. /TAL 60/ aus dem Verlauf der Bindungsenergien gewonnen wurde, für die Änderung der mittleren qua-

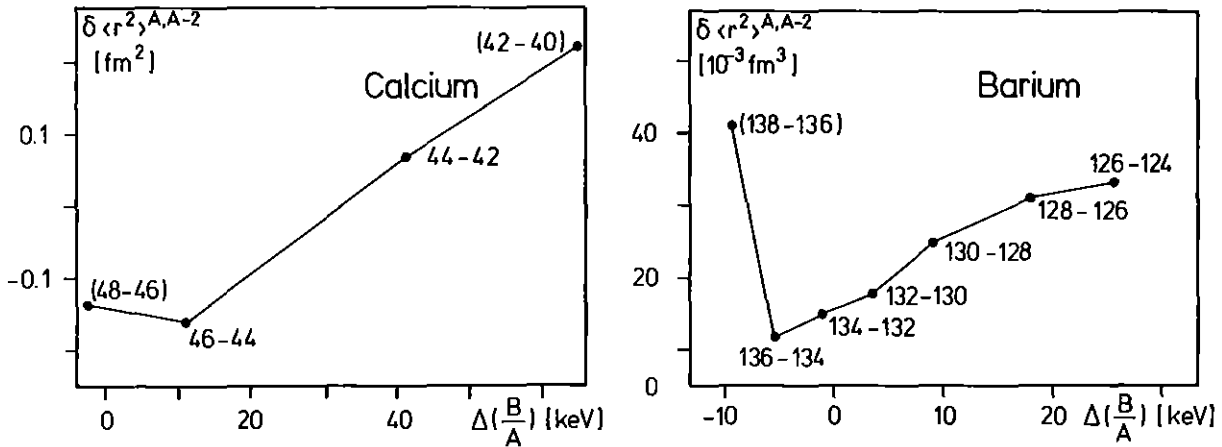


Abb. 36 Differenz der ms -Radien der Isotope A, A' über die entsprechende Differenz $\Delta(B/A)$ für die geraden Kalzium- bzw. Barium-Isotope

dratischen Radien zur Beschreibung der gemessenen $\delta \langle r^2 \rangle$ nur unter Vorbehalt angewendet werden:

$$\delta \langle r^2 \rangle_{20+N} = \langle r^2 \rangle_{20+N} - \langle r^2 \rangle_{20} = N C + \frac{N(N-1)}{2} \alpha + \left[\frac{N}{2} \right] \beta \quad (4)$$

dabei ist N die Zahl der Neutronen in der $1f_{7/2}$ -Schale

$$\text{und } \left[\frac{N}{2} \right] = \begin{cases} N/2 & \text{für gerade } N \\ (N-1)/2 & \text{für ungerade } N \end{cases}$$

dabei sollen die freien Parameter C bzw. α und β Ein-Körper- bzw. Zwei-Körper-Wechselwirkungen der zusätzlichen Neutronen mit dem Kern beschreiben. Eine physikalisch befriedigende Erklärung dieser Parameter C, α, β ist aber bisher nicht gegeben.

Zur Abschätzung des mittleren quadratischen Radius von ^{49}Ca kann man, wegen der Nichterfüllung von Gleichung (3) bei Kalzium mit $N = 28$, aus den Bindungsenergien keine vernünftigen Vorhersagen machen. Man muß deshalb andere Annahmen - z.B. über den Feldeffekt - treffen (siehe Anhang B).

Gegenüber dem oben beschriebenen Verfahren erscheint es sinnvoller, die Bindungsenergien, wie sie z.B. vom Droplet-Modell wiedergegeben werden, zu vergleichen mit experimentellen Ergebnissen (Abb. 35). Während das Droplet-Modell bei Barium sowohl die Bindungsenergien als auch die Ladungsradien recht gut reproduzieren kann, sind bei Kalzium die Abweichungen auch in der Beschreibung der Bindungsenergien beträchtlich.

9.5 Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit mikroskopischen Rechnungen

Für theoretische Untersuchungen bietet die Kalzium-Isotopenkette eine einzigartige Möglichkeit, da ^{40}Ca und ^{48}Ca eine abgeschlossene Schalenkonfiguration besitzen.

Die Ergebnisse von Hartree-Fock-Rechnungen jedoch zeigen nur sehr grobe Übereinstimmung mit dem Experiment. Beispielsweise berechneten Vautherin et.al. /VAU 72/ und Beiner et.al. /BEI 75/ für $\delta\langle r^2 \rangle_{\text{ch}}^{48,40}$ einen Wert von ca. $0,3 \text{ fm}^2$ ($\delta\langle r^2 \rangle_{\text{ex}} = 0,002(13) \text{ fm}^2$). Abb. 37 zeigt Ergebnisse von Hartree-Fock-Rechnungen (mit SkyrmeIII-Wechselwirkung) zur Bestimmung der Radien der Protonenverteilung (nach /CAU 80/). Der Trend der experimentellen Ergebnisse kann von diesen Rechnungen nicht wiedergegeben werden.

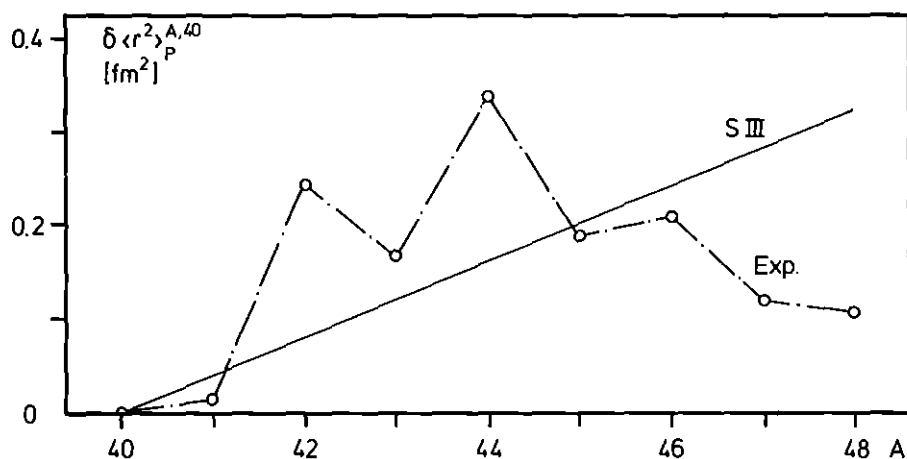


Abb. 37 Experimentelle Radien der Protonenverteilung verglichen mit HF-Ergebnissen mit SkyrmeIII-Wechselwirkung

Brown et.al. /BRO 79/ schlugen vor, diese Abweichungen zu beheben, indem mögliche Konfigurationen nicht abgeschlossener Schalen in die Rechnungen miteinbezogen werden. Im Falle des Kalzium benutzten sie die Ergebnisse der myonischen Isotopieverschiebung, um die Beiträge der Anregung von der sd-Schale in die fp-Schale für die geraden Isotope zu bestimmen unter Einbeziehung der wichtigen Polarisierungseffekte des core (hier ^{40}Ca) durch die Valenz-Nukleo-

nen. Damit konnte eine sehr gute Konsistenz mit den experimentellen Werten erzielt werden (Tabelle 10). Entsprechende Rechnungen für die ungeraden Kalzium-Isotope liegen zwar noch nicht vor, jedoch konnte für die Sauerstoff-Isotope ^{16}O , ^{17}O , ^{18}O eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten erreicht werden /BRO 79/.

Tabelle 10 Vergleich experimenteller Ladungsradien mit den Rechnungen von Brown et.al. /BRO 79/

A	$\langle r^2 \rangle^{1/2}_{\text{exp}}$	$\langle r^2 \rangle^{1/2}_{\text{th}}$
40	3,480	3,476
42	3,510	3,510
44	3,520	3,515
46	3,501	3,493
48	3,481	3,473

Das nicht-lineare Verhalten der Isotopieverschiebung enthüllt nach Caurier et.al. /CAU 80/ eine lokale Dichteabhängigkeit, die durch dichte-abhängige Hartree-Fock-Rechnungen nicht berücksich-

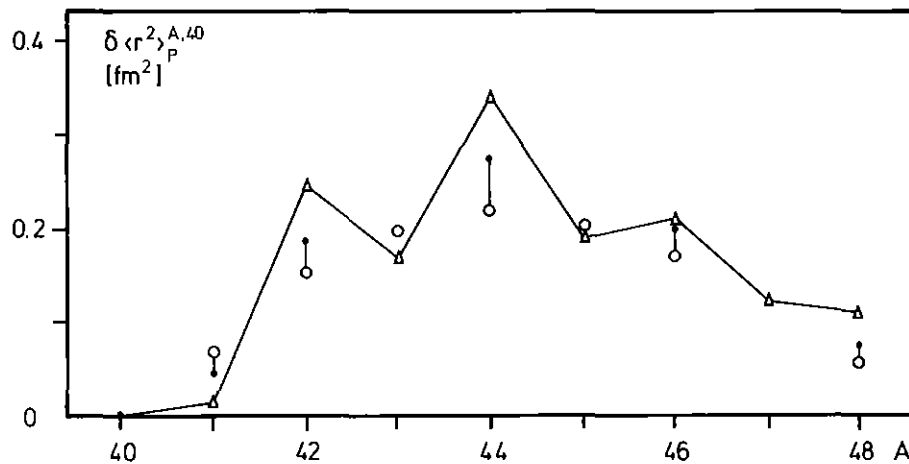


Abb. 38 Ergebnisse der IPHF (offene Kreise) verglichen mit den experimentellen Protonenradien. Die kleinen Punkte deuten den Beitrag der Schalenmodellrechnungen an /CAU 80/

sichtigt werden können (g l o b a l e Dichteabhängigkeit). Sie berücksichtigen diesen lokalen Effekt, der von der Anzahl der Valenzprotonen abhängig ist, im Wechselwirkungsterm ihrer Isospin-projected-Hartree-Fock-Rechnungen (siehe Abb. 38). Das "odd-even-staggering" wurde durch eine Schalenmodellrechnung im $(1d_{3/2} 1f_{7/2})$ -Modellraum berücksichtigt. Die Ergebnisse dieser Rechnungen spiegeln in eindrucksvoller Weise die in Abschnitt 9.2 beschriebenen Polarisierungseffekte wider.

9.6 Kernmomente

Die aus der experimentell bestimmten Hyperfeinstrukturaufspaltung der ungeraden Kalzium-Isotope bestimmten magnetischen Dipol- und elektrischen Quadrupolmomente sind in Tabelle 11 im Vergleich zu Ergebnissen von /BER 79, BER 80/ aufgeführt.

Tabelle 11 Kernmomente der ungeraden Kalzium-Isotope

A	μ [μ_K]	Q [eb]	μ [μ_K] /BER 79/	Q [eb] /BER 80/
41	-1,605 (52)	-0,051 (8)	-1,5948 (15)	-0,062 (12)
43	-1,3172 (6)	-0,054 (17)	-1,3172 (6)	-0,048 (8)
45	-1,324 (68)	+0,011 (9)	-1,3278 (9)	+0,043 (9)
47	-1,381 (50)	+0,023 (9)	-	-

Dabei ist bei den elektrischen Quadrupolmomenten die Sternheimer-Korrektur (siehe Abschnitt 7) berücksichtigt. Innerhalb der Fehlergrenzen zeigt sich gute Übereinstimmung der beiden Messungen, außer bei ^{45}Ca . Bildet man die Verhältnisse der Quadrupolmomente Q_A/Q_{41} (Tabelle 12), so treten die Abweichungen deutlicher zutage. Ihre Ursache kann in Beimischungen von Wechselwirkungen mit anderen Zuständen begründet liegen /OLS 81/, jedoch liegen für die hier betrachteten Konfigurationen noch keine quantitativen Rechnungen vor.

Tabelle 12 Verhältnis der Quadrupolmomente

A	Q_A/Q_{41}	Q_A/Q_{41} /BER 80/
43	1,0588	0,7742
45	-0,2157	-0,6935
47	-0,4510	-

Die magnetischen Dipolmomente liegen erwartungsgemäß nahe der unteren "Schmidt-Linie" für $I = 1+1/2$. Im Gegensatz zum vergleichbaren ^{17}O liegt μ_I von ^{41}Ca jedoch deutlich oberhalb der "Schmidt-Linie" mit $\mu_I = -1,91 \mu_K$.

Tabelle 13 Die elektrischen Quadrupolmomente zeigen qualitative Übereinstimmung mit Schalenmodellrechnungen /KUT 78/.

A	Q_{exp} [eb]	Q_{SM} [eb]
41	-0,051 (8)	-0,094
43	-0,054 (17)	-0,032
45	+0,011 (9)	+0,032
47	+0,023 (9)	+0,099

Zur Bestimmung der elektromagnetischen Kernmomente wurden in jüngerer Zeit ausgedehnte Schalenmodellrechnungen von Cole et.al. /COL 81/ durchgeführt. Bei diesen Rechnungen wurde ein innerer

Tabelle 14 Vergleich der experimentellen Kernmomente mit den ausgedehnten Schalenmodellrechnungen von /COL 81/

A	μ_{exp} [μ_K]	μ_{SM} [μ_K]	Q_{exp} [eb]	Q_{SM} [eb]
41	1,605 (52)	-1,59	-0,051 (8)	-
43	-1,3172 (6)	-1,36	-0,054 (17)	-
45	-1,324 (68)	-1,520* -1,265**	+0,011 (9)	+0,023
47	-1,381 (50)	-1,380*	+0,023 (9)	+0,0737

effektive Operatoren: $\mu_p = 2,79 \mu_K, \mu_n = -1,91 \mu_K$
 $\mu_p = 2,43 \mu_K, \mu_n = -1,59 \mu_K$

Die Werte für ^{41}Ca und ^{43}Ca stammen von McGrory /MCG 73/; sie wurden jedoch nur auf Basis der $f_{7/2}$ -Schale berechnet.

core von 40 Teilchen (^{40}Ca) festgelegt, die verbleibenden $N = A - 40$ Nukleonen können die $f_{7/2}$, $p_{3/2}$, $p_{1/2}$ und $f_{5/2}$ -Unterschalen ohne Einschränkung okkupieren. Mithilfe von effektiven Operatoren wurden die Kernmomente bestimmt (siehe Tabelle 14). Die Ergebnisse zeigen gute Übereinstimmung mit den experimentell bestimmten Werten.

ANHANG A

Winkelverteilung der Streustrahlung bei Resonanzfluoreszenz an freien Kalzium-Atomen unter Berücksichtigung von Interferenzeffekten zwischen den Hyperfeinstrukturkomponenten

Bei der Auswertung der experimentellen Daten zeigte sich bei Kalzium-Isotopen ungerader Massenzahl, daß die Spektren mit einer Summe reiner Lorentzlinien nicht korrekt gefittet werden können. Aus oben genannten Gründen (siehe Abschnitt 4) müssen Interferenzeffekte berücksichtigt werden.

Bei der elastischen Streuung von Licht an Atomen ergibt sich für den differentiellen Streuquerschnitt unter Berücksichtigung von Interferenzeffekten /SCH 78/:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{e^4 \omega^4}{16 \pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2 c^4} \frac{1}{2I+1} \sum_{\mu\nu} \left| \sum_F \sum_{\lambda} \frac{\vec{\epsilon}_s \cdot \vec{D}_{F\mu\lambda} \vec{\epsilon} \cdot \vec{D}_{F\lambda\nu}}{\omega - \omega_F + i\gamma} \right|^2 \quad (1)$$

Dabei ist e die Elementarladung, \hbar das Plancksche Wirkungsquantum, c die Lichtgeschwindigkeit und ϵ_0 die elektrische Grundkonstante; ω ist die Kreisfrequenz des anregenden Lichtes, ω_F die entsprechende Kreisfrequenz der Resonanz der Hyperfeinstrukturkomponente mit $F = I-1, I, I+1$; I ist der Kerndrehimpuls, $\omega_F \approx 2\pi \cdot 7,1 \cdot 10^{14}$ Hz. γ ist die Breite der Resonanz, \vec{D} der Dipoloperator, $\vec{\epsilon}$ der Polarisationsvektor des einfallenden, $\vec{\epsilon}_s$ der Polarisationsvektor des gestreuten Lichtes. Der Faktor $(2I+1)$ berücksichtigt die Mittelung über die magnetischen Unterniveaus des Anfangszustandes; die Doppelsumme außerhalb des Betragsquadrates erstreckt sich über die magnetischen Quantenzahlen des Grundzustandes, die Doppelsumme innerhalb erstreckt sich über die Gesamtdrehimpulse F der Hyperfeinstrukturkomponenten und die magnetischen Unterzustände des angeregten Zustandes. Ohne Berücksichtigung von Interferenzeffekten wird innerhalb des Betragsquadrates lediglich über die magnetischen Unterzustände des angeregten Zustandes summiert, d.h. jede Hyperfeinstrukturkom-

ponente wird separat, ohne die Wechselwirkung mit den beiden anderen Komponenten, behandelt.

Bei linearer Polarisation des anregenden Lichtes erhält man nach einer längeren Rechnung einen winkelabhängigen Ausdruck für $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, bei Beobachtung ohne Nachweis der Polarisation, von der Form:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim a + b \sin \theta,$$

dabei ist θ der Winkel zwischen Beobachtungsrichtung und der Symmetrieachse des Problems.

Berücksichtigt man den Einfluß des endlichen Öffnungswinkels der Beobachtung auf die Winkelverteilung, erhält man für die registrierte Streulichtintensität /SCH 78/:

$$S(\theta) \sim \Omega (a' + b' \sin^2 \theta),$$

mit $\Omega = 2\pi(1 - \cos \beta)$, β ist der Öffnungswinkel der Apparatur (derzeit: $\beta = 38,74^\circ$).

$$\begin{aligned} a' &= a + b f(\beta), & f(38,74^\circ) &= 0,2039 \\ b' &= b g(\beta), & g(38,74^\circ) &= 0,6942 \end{aligned}$$

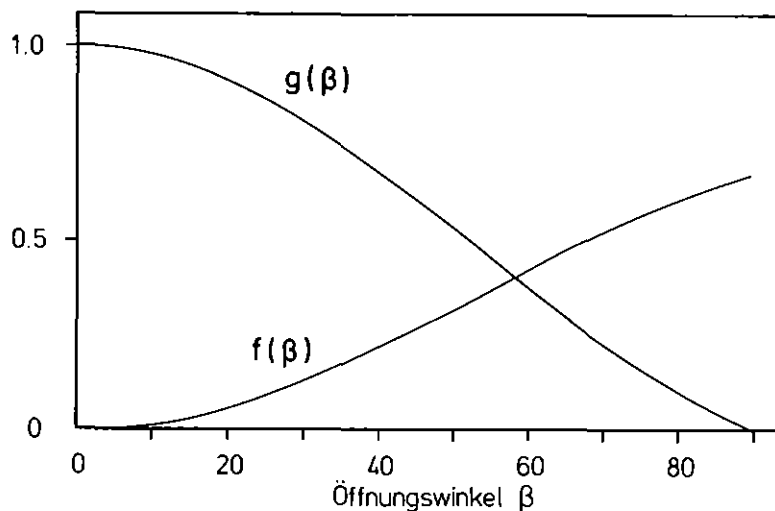


Abb. A1 Abhängigkeit der Funktionen f und g vom Öffnungswinkel β des Detektors.

Bei linearer Polarisation parallel zur Beobachtungsrichtung ($\theta=0^\circ$) ergibt sich explizit:

$$\begin{aligned}
 S(0^\circ) \sim \frac{R^4}{9} \sum_{\nu} \left[\sum_{\mathbf{F}} [(2\mathbf{F}+1)^2 [(\omega-\omega_{\mathbf{F}})^2 + \gamma^2]^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu & 0 \end{pmatrix}^2 \left[\left(\begin{pmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu-1 & -1 \end{pmatrix}^2 + \begin{pmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu+1 & -1 \end{pmatrix}^2 \right) \left(1 - \frac{1}{2}\mathbf{f}\right) + \right. \right. \\
 \left. \left. + \mathbf{f} \begin{pmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu & 0 \end{pmatrix}^2 \right] \right] + \\
 + 2 \left[\frac{(2\mathbf{I}-1)(2\mathbf{I}+1) [(\omega-\omega_{\mathbf{I}-1})(\omega-\omega_{\mathbf{I}}) + \gamma^2]}{[(\omega-\omega_{\mathbf{I}-1})^2 + \gamma^2][(\omega-\omega_{\mathbf{I}})^2 + \gamma^2]} \begin{pmatrix} \mathbf{I}-1 & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu & 0 \end{pmatrix} \left[\left(\begin{pmatrix} \mathbf{I}-1 & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu-1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu-1 & 1 \end{pmatrix} + \right. \right. \right. \\
 \left. \left. + \begin{pmatrix} \mathbf{I}-1 & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu+1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu+1 & -1 \end{pmatrix} \right) \left(1 - \frac{1}{2}\mathbf{f}\right) + \mathbf{f} \begin{pmatrix} \mathbf{I}-1 & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu & 0 \end{pmatrix} \right] \right] + \\
 + 2 \left[\frac{(2\mathbf{I}+1)(2\mathbf{I}+3) [(\omega-\omega_{\mathbf{I}-1})(\omega-\omega_{\mathbf{I}+1}) + \gamma^2]}{[(\omega-\omega_{\mathbf{I}-1})^2 + \gamma^2][(\omega-\omega_{\mathbf{I}+1})^2 + \gamma^2]} \begin{pmatrix} \mathbf{I}-1 & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}+1 & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu & 0 \end{pmatrix} \left[\left(\begin{pmatrix} \mathbf{I}-1 & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu-1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}+1 & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu-1 & 1 \end{pmatrix} + \right. \right. \right. \\
 \left. \left. + \begin{pmatrix} \mathbf{I}-1 & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu+1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}+1 & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu+1 & -1 \end{pmatrix} \right) \left(1 - \frac{1}{2}\mathbf{f}\right) + \mathbf{f} \begin{pmatrix} \mathbf{I}-1 & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}+1 & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu & 0 \end{pmatrix} \right] \right] + \\
 + 2 \left[\frac{(2\mathbf{I}+1)(2\mathbf{I}+3) [(\omega-\omega_{\mathbf{I}})(\omega-\omega_{\mathbf{I}+1}) + \gamma^2]}{[(\omega-\omega_{\mathbf{I}+1})^2 + \gamma^2][(\omega-\omega_{\mathbf{I}})^2 + \gamma^2]} \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}+1 & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu & 0 \end{pmatrix} \left[\left(\begin{pmatrix} \mathbf{I}-1 & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu-1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}+1 & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu-1 & 1 \end{pmatrix} + \right. \right. \right. \\
 \left. \left. + \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu+1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}+1 & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu+1 & -1 \end{pmatrix} \right) \left(1 - \frac{1}{2}\mathbf{f}\right) + \mathbf{f} \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}+1 & \mathbf{I} & 1 \\ \nu & -\nu & 0 \end{pmatrix} \right] \right] \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\text{mit } R^2 = \frac{18\pi \epsilon_0 h c^3}{e^2 \omega^4} \gamma .$$

Ausdruck (2) läßt sich weiter vereinfachen und man erhält /SCH 81/:

$$\begin{aligned} S(0^\circ) \sim & \frac{1}{(\omega - \omega_{I+1})^2 + \gamma^2} \left[\frac{2I(2I+3)(6I+7) + f(\beta)(I+2)(2I+3)(2I+5)}{15(2I+1)(I+1)} \right] + \\ & + \frac{1}{(\omega - \omega_I)^2 + \gamma^2} \left[\frac{2(2I+1)(2I^2+2I+1) + f(\beta)(2I-1)(2I+1)(2I+3)}{15I(I+1)} \right] + \\ & + \frac{1}{(\omega - \omega_{I-1})^2 + \gamma^2} \left[\frac{2(I-1)(I+1)(6I-1) + f(\beta)(I-1)(2I-1)(2I-3)}{15I(2I+1)} \right] + \\ & + \frac{(\omega - \omega_{I+1})(\omega - \omega_I) + \gamma^2}{[(\omega - \omega_{I+1})^2 + \gamma^2][(\omega - \omega_I)^2 + \gamma^2]} \left[\frac{4(I+2)(2I+3) - f(\beta)6(I+2)(2I+3)}{15(I+1)} \right] + \\ & + \frac{(\omega - \omega_{I+1})(\omega - \omega_{I-1}) + \gamma^2}{[(\omega - \omega_{I+1})^2 + \gamma^2][(\omega - \omega_{I-1})^2 + \gamma^2]} \left[\frac{-8(2I+3)(2I-1) + f(\beta)12(2I-1)(2I+3)}{15(2I+1)} \right] + \\ & + \frac{(\omega - \omega_I)(\omega - \omega_{I-1}) + \gamma^2}{[(\omega - \omega_I)^2 + \gamma^2][(\omega - \omega_{I-1})^2 + \gamma^2]} \left[\frac{4(2I-1)(I-1) - f(\beta)6(I-1)(2I-1)}{15I} \right] \quad (3) \end{aligned}$$

Bei linearer Polarisation senkrecht zur Beobachtungsrichtung ($\theta = 90^\circ$) ergibt sich entsprechend:

$$S(90^\circ) \sim [a + b(f(\beta) + g(\beta))] \quad (4)$$

Die Ausdrücke (3) und (4) lassen sich leicht numerisch berechnen und im allgemeinen Fitprogramm berücksichtigen. Dabei werden keine zusätzlichen freien Parameter benötigt.

ANHANG B

Versuch zur Bestimmung des ms-Radius von ^{49}Ca

B1 Abschätzungen über den ms-Radius

Das radioaktive ^{49}Ca besitzt ein Neutron außerhalb der $1f_{7/2}$ - Schale. Es hat eine Halbwertszeit von 8,72 min und zerfällt in das instabile ^{49}Sc ($\tau=57,2$ min), das wiederum in das stabile ^{49}Ti zerfällt. Der Kerndrehimpuls von ^{49}Ca ist $I = 3/2$.

Die Isotopieverschiebung ist in der Hauptsache bestimmt durch den Masseneffekt (Tabelle B 1 und Tabelle 2), bei einem zu erwartenden $\delta\langle r^2 \rangle > 0$ ist der Feldeffekt, wie bei den anderen Kalzium-Isotopen, negativ. Deshalb ist stets $\Delta\nu_{\text{IS}} < \Delta\nu_{\text{ME}}$ bei $\delta\langle r^2 \rangle > 0$. Das heißt, je stärker der Radius ansteigt, desto mehr rückt der Schwerpunkt der drei Hyperfeinstrukturkomponenten des ^{49}Ca in Richtung der Resonanzlinie von ^{48}Ca (Tabelle B 2).

Tabelle B 1: Normaler Masseneffekt, Masseneffekt, Feldeffekt und Isotopieverschiebung relativ zu ^{40}Ca

A	NME (MHz)	ME (MHz)	FE (MHz)	IS (MHz)
48	1609,45	1510,93(79)	+0,14	1511,07(42)
49	1773,69	1665,1	-	-

Damit lassen sich im Groben die Ober- und Untergrenzen des Bereichs festlegen, in dem der Schwerpunkt der drei Linien von ^{49}Ca zu suchen ist.

Tabelle B 2: Isotopieverschiebung von ^{49}Ca bei verschiedenen Annahmen von $\delta\langle r^2 \rangle$

$\delta\langle r^2 \rangle^{49-40}$ (fm^2)	0	$\delta\langle r^2 \rangle^{42-40}$	$\delta\langle r^2 \rangle^{44-40}$
$\Delta\nu_{\text{IS}}$ (MHz)	1665,1	1624,5	1611,5

Mit den Ergebnissen der Rechnungen von Cole et.al. /COL 81/ lassen sich Annahmen über A- und B-Faktoren treffen und damit die Lagen der einzelnen Hyperfeinstrukturkomponenten ($F=5/2$, $F=3/2$ und $F=1/2$) bestimmen:

$$A = -38,4 \quad (\text{MHz})$$

$$B = -5,6 \quad (\text{MHz})$$

mit $Q^{49} = -0,041 \quad (\text{eb})$
 $\mu^{49} = -1,40 \quad (\mu_K)$, aus /COL 81/.

Unter Berücksichtigung der obigen Annahmen sollten die drei Hyperfeinstrukturkomponenten in einem Bereich

$$1550 \text{ MHz} < \Delta\nu < 1760 \text{ MHz}$$

relativ zu ^{40}Ca zu finden sein.

B2 Experiment

B2.1 Experimentelle Methode

Wegen der geringen Menge ^{49}Ca (siehe B2.2), der voraussichtlichen Nähe der drei Hyperfeinstrukturkomponenten zu ^{48}Ca und der kurzen Halbwertszeit, wurde eine, gegenüber der in Abschnitt 2 beschriebenen, andere experimentelle Methode angewandt (Abb. B1).

Der Farbstofflaser wird in ca. 2,5 sec über einen Bereich von 600 MHz durchgestimmt und die Zählraten werden in einem Vielkanalanalysator (256 Kanäle) gespeichert. Dabei werden die Zählraten von 5 Scans aufaddiert und dann auf Magnetband ausgegeben.

Um die Fluoreszenzquanten von ^{49}Ca möglichst gut von den Quanten des ^{48}Ca zu trennen, wurde eine "Photon-burst"-Methode nach Greenless et.al. /GRE 77/ angewandt. Diese Methode nutzt die Zeitkorrelation der Resonanzfluoreszenz eines einzelnen Atoms, das den Laserstrahl kreuzt, um gegen Untergrund- und andere störende Ereignisse, wie z.B. lange Ausläufer von Lorentzlinien, zu diskriminieren.

Die Flugzeit eines thermischen Kalzium-Atoms durch den Laserstrahl von etwa 3 mm Durchmesser beträgt ca. 4 μsec . Diese Zeit ist sehr viel größer als die Lebensdauer des angeregten 1P_1 -Niveaus ($\tau = 4,5 \text{ nsec}$). Strahlt man mit hoher Laserleistung ein, so kann man während der Durchflugzeit jedes Atom einige hundert Mal anregen. Optische Pumpeffekte können durch Drehung der Polarisierung vermieden werden.

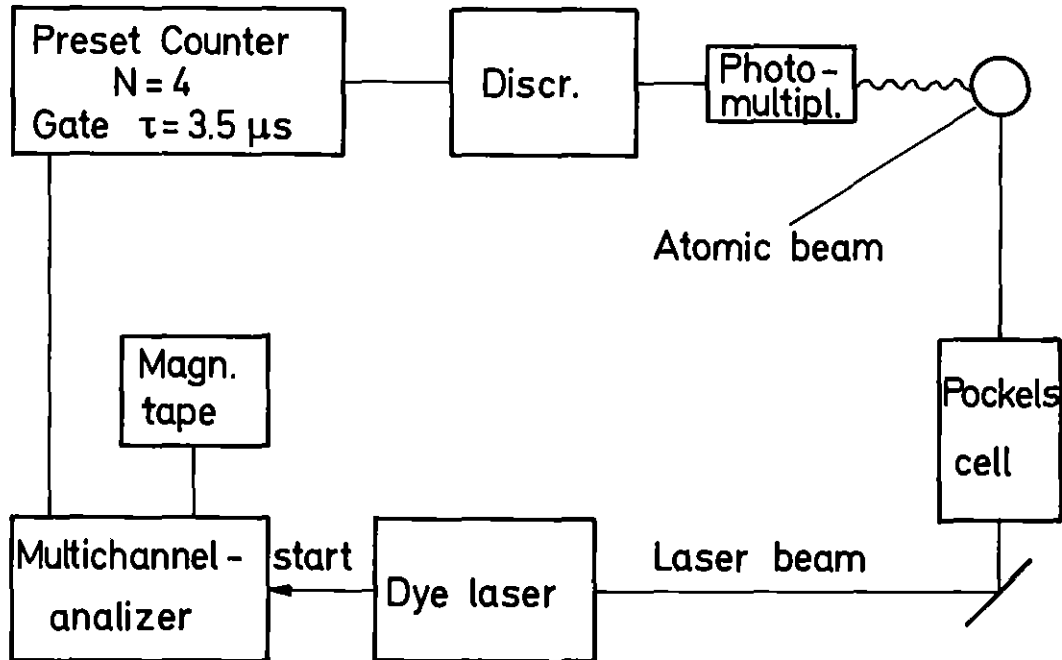


Abb. B1 Schematischer Aufbau des Experiments

Legt man eine feste Zahl N von zu registrierenden Photonen und ein Zeitintervall τ fest, in dem N Photonen registriert sein müssen, so kann die Fluoreszenz eines einzelnen Atoms separat aufgenommen werden. Wird dabei die Zahl von N Photonen vor Ablauf der Zeit τ erreicht, so wird das Ereignis registriert und der Aufzeichnungsvorgang sofort neu gestartet, um Verluste zu vermeiden. Wird die Zahl N innerhalb des Zeitintervalls nicht erreicht, so wird dies ebenfalls registriert. Dies hat den Vorteil, daß für steigendes N die Fluoreszenzlinie immer schmäler wird, die Flanken der Linien fallen stärker als bei Lorentzlinien ab, jedoch sinkt ebenfalls die Maximalzählrate. Dieser Effekt tritt auf, weil die Wahrscheinlichkeit mehrere Photonen pro Atom zu registrieren sehr schnell mit abnehmender Anregungswahrscheinlichkeit fällt.

Im vorliegenden Falle wurde das Zeitintervall τ ungefähr der Flugzeit des Atoms durch den Laserstrahl angepaßt ($\tau = 3,5 \mu\text{sec}$) und $N = 4$ festgelegt.

B2.2 Herstellung der Proben

Das instabile ^{49}Ca wurde über Neutroneneinfang aus hochangereichertem ^{48}Ca (Anreicherung: 95%) erzeugt. Für die 4 Proben wurden jeweils $1,5 \text{ mg } ^{48}\text{Ca}$ am Karlsruher Forschungsreaktor (FR 2) für einige Halbwertszeiten bestrahlt. Nach der elektromagnetischen Massentrennung (siehe auch Abschnitt 5.1) konnte eine Ausbeute von ca. $80 \text{ fg } ^{49}\text{Ca}$ je Probe erzielt werden bei einem Verhältnis von 1:800 von $^{49}\text{Ca} : ^{48}\text{Ca}$.

B2.3 Messungen

Von jeder der vier Proben mit ^{49}Ca wurden ca. 40 Spektren aufgenommen. Die Meßzeit pro Probe betrug etwa 10 Minuten, bei einer Laserleistung von 8 mW. Der Durchstimmbereich des Farbstofflasers betrug $\pm 300 \text{ MHz}$ um das Maximum der Linie von ^{48}Ca .

Abb. B2 zeigt eines der aufgenommenen Spektren. Bei 27 000 counts im Maximum der ^{48}Ca - Linie sollten die drei Hyperfeinstrukturkomponenten von ^{49}Ca im Maximum noch etwa 10 counts haben (Verhältnis der Mengen $^{48}\text{Ca} / ^{49}\text{Ca} \approx 800$) und mit den in Abschnitt B1 getroffenen Annahmen noch zu sehen sein.

Wegen des negativen Ergebnisses sind Symmetrieuntersuchungen an der ^{48}Ca - Linie durchgeführt worden. Es zeigten sich zwar geringe Unsymmetrien, die aber einerseits in der Zählrate zu hoch und andererseits auch an Linien ohne ^{49}Ca festgestellt worden sind.

Diese Ergebnisse legen nahe, daß der Schwerpunkt der drei Hyperfeinstrukturkomponenten des ^{49}Ca ziemlich nahe am Schwerpunkt der Resonanzlinie von ^{48}Ca zu finden sein wird, das heißt, der Feldeffekt wird größer als -150 MHz sein.

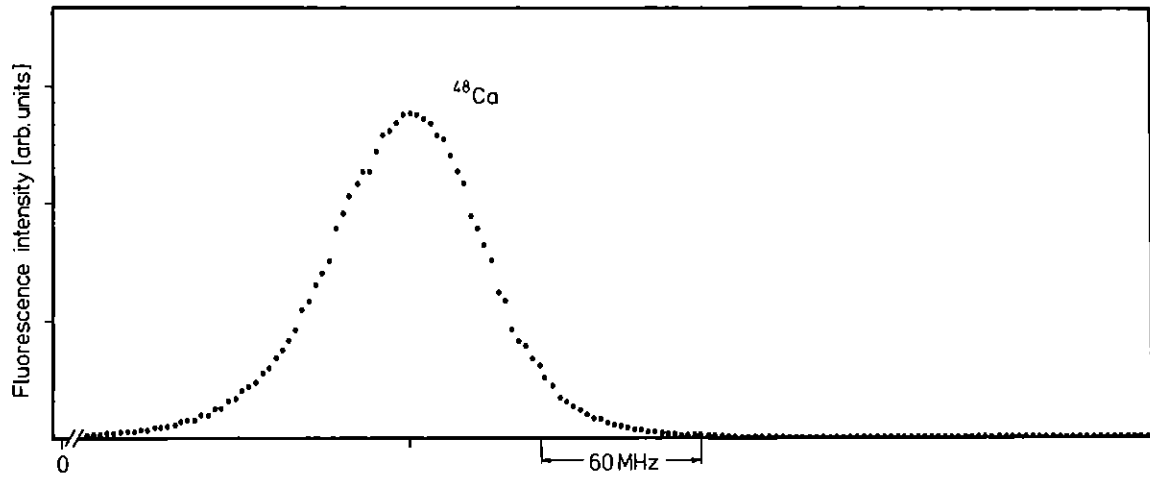


Abb. B2 Neben der Linie von ^{48}Ca sind keine weiteren Linien nachweisbar

Die Experimente, die dieser Arbeit zugrunde liegen, wurden gemeinsam mit den Herren Dr. K. Bekk, Dipl. Phys. S. Göring, Dr. A. Hanser, Dr. G. Nowicki, Prof. Dr. H. Rebel, Prof. Dr. G. Schatz und Dr. R.C. Thompson am Institut für Angewandte Kernphysik des Kernforschungszentrums Karlsruhe durchgeführt. Ich möchte mich für deren Unterstützung recht herzlich bedanken.

LITERATURVERZEICHNIS

- AYD 81 R. Aydin, W. Ertmer, and U. Johann,
European Conference on Atomic
Physics, Book of Abstracts, 5A, I, 198 (1981).
- BAR 77 R.C. Barrett und D.F. Jackson, Nuclear Sizes
and Structure, Clarendon Press, Oxford.
(1977).
- BAS 78 S. Bashkin und J.O. Stoner, jr., Atomic
Energy Level and Grotrian Diagrams, Vol. 2,
North Holland Publishing Company (1978).
- BAU 78 J. Baucke, R.-J. Champeau, Adv. Atom. Molec.
Phys., 12, 83 (1976).
- BEI 75 M. Beiner, H. Flocard, N. van Giai und P. Quentin,
Nucl. Phys., A238, 29 (1975).
- BEK 79 K. Bekk, KFK 2793 (1979).
- BER 72 W. Bertozzi, J. Friar, J. Heisenberg und J.W.
Negele, Phys. Lett., B41, 408 (1972).
- BER 79 E. Bergmann, P. Bopp, J. Kowalski, F. Träger
und G. zu Putlitz, Z. Phys. A292, 401 (1979).
- BER 80 E. Bergmann, P. Bopp, C. Dorsch, J. Kowalski,
F. Träger und G. zu Putlitz, Z. Phys. A294,
319 (1980).
- BOE 74 F. Boehm und P.L. Lee, At. Data Nucl. Data Tabl.,
14, 605 (1974).
- BOH 50 A. Bohr, V.F. Weißkopf, Phys. Rev. 77, 94 (1950).
- BRA 78 H.-W. Brandt, K. Heilig, H. Knöckel und A. Steudel,
Z. Phys. A288, 241 (1978).
- BRO 79 B.A. Brown, S.E. Massen und P.E. Hodgson,
J. Phys. G: Nucl. Phys. 5, 1655, (1979).
- BRU 62 E. Brun, J.J. Kraushaar, W.L. Pierce und W.J.
Veigele, Phys. Rev. Lett. 9, 166 (1962).
- CAU 80 E. Caurier, A. Poves und A. Zuker, unveröffentlicht
(1980).
- COL 81 B.J. Cole, J. Phys. G: Nucl. Phys. 7, 25 (1981).
- DAV 63 A.S. Davydov, Theorie des Atomkerns, VEB
Deutscher Verlag der Wissensch., Berlin (1963).
- DEM 73 W. Demtröder, Phys. Rep. 7C, 225 (1973).
- DRI 78 W.G. Driscoll, W. Vaughan, Handbook of Optics,
McGraw-Hill Book Company, N.Y. (1978).

- EPS 71 G.L. Epstein und S.P. Davies, Phys. Rev. A4,
464 (1971).
- FAB 65 H. Fabricius, K. Freitag, S. Göring,
Nucl. Instr. Meth. 38, 64 (1965).
- FAB 66 H. Fabricius, K. Freitag, S. Göring, A. Hanser,
H.-J. Langmann, KFK 511 (1966).
- FEU 76 B. Feurer und A. Hanser, unveröffentlicht (1976).
- FOR 79 H.T. Fortune und A.E.L. Dieperink, Phys. Rev. C19,
1112 (1979)
- FRO 68 R.F. Frosch, R. Hofstadter, J.S. McCarthy,
G.K. Nöldeke, K.J. van Oostrum, M.R. Yearian,
B.C. Clark, R. Herman, D.G. Ravenhall, Phys. Rev.
174, 1380 (1968).
- GER 69 S. Gerstenkorn, Compt. Rend. 268 1636 (1969).
- GER 79 H. Gerhardt, E. Matthias, H. Rinneberg, F. Schneider,
A. Timmermann, R. Wenz und P.J. West, Z. Phys.
A292, 7 (1979).
- GER 79 S. Gerstenkorn, Comm. on At. and Molec. Phys.,
D9, 1 (1979).
- GIL 79 H.J. Gils, Proceedings of the International
Discussion Meeting "What Do We Know about the
Radial Shape of Nuclei in the Ca-Region ?"
KfK 2830, 123 (1979).
- GRÄ 78 H.D. Gräf, H. Feldmeier, P. Manokos, A. Richter,
E. Spamer und D. Strottmann, Nucl. Phys. A295, 319 (1978)
- GRE 77 G.W. Greenless, D.L. Clark, S.L. Kaufmann,
D.A. Lewis, J.F. Tonn und J.H. Broadhurst,
Optics Comm., 23, 236 (1977).
- GRU 79 P. Grundevik, M. Gustavsson, I. Lindgren,
G. Olsson, L. Robertsson, A. Rosen, and
S. Svanberg, Phys. Rev. Lett. 42, 1528 (1979).
- HEI 74 K. Heilig und A. Steudel, At. Data Nucl. Data
Tables, 14, 1963, (1974).
- KEL 54 F.M. Kelly, H. Kuhn und A. Pery, Proc. Phys.
Soc. (London), 67, 450 (1954).
- KIN 63 W.H. King, J. Opt. Soc. Am. 53, 638 (1963).
- KLU 74 H.-J. Kluge und H. Sauter, Z. Phys. 270, 295 (1974).
- KOG 72 H.W. Kogelnik, E.I. Ippen, A. Dienes und C.V. Shank,
IEEE J. Quant. Electr. QE-8, 373 (1972).

- KUH 69 H.G. Kuhn, Atomic Spectra, 2. ed., Longmas. London (1969).
- KUT 78 W. Kutschera, B.A. Brown und K. Ogawa, Riv. Nuovo Cimento, 1, Nr. 12, (1978).
- LOU 73 R. Loudon, The Quantum Theory of Light, Clarendon Press, Oxford (1973).
- LUT 73 O. Lutz, A. Schwenk, A. Uhl, Z. Naturforschung, 28a, 1534 (1973).
- MCG 73 J.B. McGrory, Phys. Rev. C8, 693 (1973).
- MYE 69 W.D. Myers und W.J. Swiatecki, Ann. Phys. (N.Y.), 55, 395 (1969).
- MYE 80 W.D. Myers und W.J. Swiatecki, Nucl. Phys. A336, 267 (1980).
- OLS 72 L. Olschewski, Z. Physik, 249, 205 (1972).
- OLS 81 G. Olsson und S. Salomonson, European Conference on Atomic Physics, Book of Abstracts, 5A, I, 202 (1981).
- POC 06 F. Pockels, Lehrbuch der Kristallogoptik, Teubner, Leipzig (1906).
- POW 80 R.J. Powers, K.-C. Wang, M.V. Hoehn, E.B. Sheva, H.D. Wohlfahrt und A.R. Kunselman, Nucl. Phys. A336, 475 (1980).
- REB 80 H. Rebel, KfK-2974 (1980).
- SCH 79 R. Schaefer, Proceedings of the International Discussion Meeting "What Do We Know about the Radial Shape of Nuclei in the Ca-Region?", Karlsruhe, KfK-2830, 96 (1979).
- SCH 73 G.W. Schweimer, unveröffentlicht (1973).
- SCH 78 G. Schatz, unveröffentlicht (1978).
- SCH 81 G. Schatz, private Mitteilung (1981).
- SIC 79 I. Sick, J. Bellicard, J.M. Cavedon, B. Frois, M. Huet, P. Leconte, P.X. Ho und S. Platchkov, Proceedings of the International Discussion Meeting "What Do We Know about the Radial Shape of Nuclei in the Ca-Region?", Karlsruhe, KfK-2830, 96 (1979).
- STE 71 R.M. Sternheimer und R.F. Peierls, Phys. Rev. A3, 837 (1971).

- SWA 68 M.W. Swagel, A. Lurio, Phys. Rev. 169, 114 (1968).
TAL 60 I. Talmi und I. Unna, Annu. Rev. Nucl. Sci. 10 (1960).
THO 81 R.C. Thompson, private Mitteilung (1981).
VAK 72 D. Vautherin und D.M. Brink, Phys. Rev. C5, 626 (1972).
WEN 80 R. Wenz, E. Matthias, H. Rinneberg und F. Schneider,
Z. Physik A295, 303 (1980).
WOH 80 H.D. Wohlfahrt, E.B. Shera, M.V. Hoehn, Y. Yamazaki,
R.M. Steffen, veröffentl. in Phys. Rev. (1981).
ZAM 71 L. Zamick, Ann. Phys. 66, 784 (1971).