

KfK 3242
Januar 1982

**Untersuchungen von
Kernmaterieverteilungen und
isoskalaren Übergangsdichten
von ^{48}Ca , ^{50}Ti und ^{52}Cr
durch Streuung von
104 MeV Alpha-Teilchen**

R. Pesl
Institut für Angewandte Kernphysik

Kernforschungszentrum Karlsruhe

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Institut für Angewandte Kernphysik

KfK 3242

UNTERSUCHUNGEN VON KERNMATERIEVERTEILUNGEN UND

ISOSKALAREN ÜBERGANGSDICHTEN VON

^{48}Ca , ^{50}Ti und ^{52}Cr

DURCH STREUUNG VON 104 MeV ALPHA-TEILCHEN

R. Pesl

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

**Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor**

**Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
ISSN 0303-4003**

Zusammenfassung

Die differentiellen Wirkungsquerschnitte der elastischen und inelastischen Streuung von 104 MeV α -Teilchen an ^{50}Ti und ^{52}Cr wurden im Streuwinkelbereich $2^\circ \leq \theta_{\text{CM}} \leq 95^\circ$ gemessen und zusammen mit bereits früher in ähnlicher Anordnung erhaltenen Meßdaten für ^{48}Ca analysiert. Die Analysen erfolgten im Rahmen des verallgemeinerten optischen Modells.

Die Untersuchungen der Winkelverteilungen der elastischen Streuung mit verfeinerten phänomenologischen und mikroskopischen Methoden führen zu eindeutigen und sehr gut übereinstimmenden integralen Größen der Potentiale und Materiedichteverteilungen. Insbesondere die Fourier-Bessel-Methode erlaubt eine nahezu modellunabhängige Bestimmung von Isotopen- und Isotonenradiendifferenzen und die Bestimmung realistischerer Fehler-schranken.

Für die Analyse der inelastischen Streuung wird eine neue Methode eingeführt, welche die Modellabhängigkeit, die durch einfache analytische Formen für die Formfaktoren (die Form der Kopplungspotentiale) gegeben ist, weitgehend reduziert. Hierzu wird die Fourier-Bessel-Methode konsistent in das kollektive Vibrationsmodell übertragen. Unter der Annahme, daß das Faltungspotential und die Übergangsdichten durch das verallgemeinerte optische Potential verknüpft sind, und durch Gebrauch mathematischer Identitäten für die Momente gefalteter Verteilungen werden aus den Formfaktoren Werte für isoskalare Übergangsraten gewonnen, die durch explizite Faltungsmodellanalysen bestätigt werden. Die Faltungsmodellrechnungen zeigen außerdem, daß auch bei der Analyse der inelastischen Streuung die Dichteabhängigkeit der effektiven α -Teilchen-Targetnukleon-Wechselwirkung berücksichtigt werden muß.

Abstract

STUDY OF THE NUCLEAR MATTER DISTRIBUTION AND ISOSCALAR TRANSITION RATES OF ^{48}Ca , ^{50}Ti AND ^{52}Cr BY SCATTERING OF 104 MeV ALPHA-PARTICLES

The differential cross-sections for elastic and inelastic scattering of 104 MeV α -particles on ^{50}Ti and ^{52}Cr have been measured for scattering angles in the range $2^\circ \leq \theta_{\text{CM}} \leq 95^\circ$. Additionally using previously measured data for ^{48}Ca , the cross-sections of the $N = 28$ isotonic sequence ^{48}Ca - ^{50}Ti - ^{52}Cr were analyzed on the basis of the generalized optical model.

Study of the angular distribution of the elastic scattering, using modified phenomenological and microscopic methods, leads to well defined and consistent values for moments of the potentials and of the matter distributions. In particular, the Fourier-Bessel method leads to a nearly model-independent determination of the differences in isotonic radii and also to a realistic determination of error bars.

For the analysis of the inelastic scattering a new method is introduced, which strongly reduces the model dependence which arises when simple analytic expressions are used for the form factors (the form of the coupling potentials). For this purpose the Fourier-Bessel method has been extended to the analysis of inelastic scattering using the collective vibrational model. Using the identities between the integral moments of a folded potential and of the underlying nuclear matter distribution, isoscalar transition rates have been derived. The extracted values are confirmed by an explicit folding model analysis. Furthermore, the folding model calculations show that the density dependence of the effective interaction between α -particle and target nucleons must be taken into account also in the analysis of inelastic scattering.

INHALTSVERZEICHNIS

	<u>Seite</u>
1. EINLEITUNG	1
2. MESSUNG DER WIRKUNGSQUERSCHNITTE DER ELASTISCHEN UND INELASTISCHEN ALPHA-TEILCHEN-STREUUNG	5
2.1. Experimentelle Anordnung	5
2.1.1. Strahlführung und Streukammer	5
2.1.2. Detektoren und Datenaufnahmeelektronik	6
2.1.3. Targets	8
2.2. Durchführung der Messung	8
2.3. Bestimmung der Wirkungsquerschnitte und Meßergebnisse	9
3. GRUNDLAGEN DER ANALYSEN DER ALPHA-TEILCHEN-STREUUNG	15
3.1. Das optische Modell	15
3.2. Allgemeine Analysepraktiken	23
4. ANALYSE DER ELASTISCHEN STREUUNG	27
4.1. Phänomenologische Methoden	27
4.1.1. Konventionelle Methoden	27
4.1.2. Modellunabhängige Potentiale	30
4.2. Semimikroskopische Faltungsmodellanalysen	34
4.2.1. Die effektive Wechselwirkung	34
4.2.2. Bestimmung der Materiedichteverteilungen	36
4.3. Ergebnisse der Analyse der elastischen Streuung	39
5. ANALYSE DER INELASTISCHEN STREUUNG	51
5.1. Grundlagen der Analyse	51
5.1.1. Das Vibrationsmodell	51
5.1.2. Die Methode der gekoppelten Kanäle	53

	<u>Seite</u>
5.2. Analysemethode	55
5.3. Ergebnisse	58
5.4. Analyse der radialen Momente	61
5.5. Explizite Bestimmung der isoskalaren Übergangsraten mittels eines Faltungsmodells für die inelastische Streuung	64
5.6. Zusammenfassung der Ergebnisse der inelastischen Streuung	67
LITERATURVERZEICHNIS	68
ANHANG A: Bestimmung der Fehler von Fourier-Bessel-Potentialen und verschiedener Integralgrößen	73
ANHANG B: Tabellen der experimentellen Wirkungsquerschnitte von ^{50}Ti und ^{52}Cr	77

1. EINLEITUNG

Unter den verschiedenen Methoden, die räumliche Ausdehnung und Form der Kernmaterie zu untersuchen, zeichnet sich die Streuung von α -Teilchen durch einige besondere Eigenschaften aus.

Die starke Absorption der α -Teilchen an der Kernoberfläche, die in den ausgeprägten Oszillationen der Wirkungsquerschnitte im vorderen Winkelbereich ($\theta < 40^\circ$) ihren Ausdruck findet, ist die Ursache für die besondere Empfindlichkeit der α -Teilchen-Streuung auf die Größe und die Form der Atomkerne.

Falls die differentiellen Wirkungsquerschnitte auch bei größeren Streuwinkeln ($\theta \geq 60^\circ$) und bei höheren Energien der α -Teilchen (> 80 MeV) gemessen werden, erscheint der streuende Kern in vermehrtem Maße transparent. Dieses Phänomen beruht auf den in diesem Winkelbereich dominanten Refraktionseffekten - der sogenannten „Regenbogenstreuung“ /GoSm 72/. Analog zur Wellenoptik wird diese Regenbogenstreuung als Brechung im „(optisch) dichteren Medium“ gedeutet. Die α -Teilchen, die bevorzugt über einen kritischen Winkel θ_R (= Regenbogenwinkel) hinaus abgelenkt werden, sind tiefer ins Kerninnere eingedrungen. Die Messung der differentiellen Wirkungsquerschnitte auch im „Refraktionsbereich“ ermöglicht daher Aussagen über die Materieverteilung auch in tieferen Kernregionen.

Darüber hinaus haben α -Teilchen weder Spin noch Isospin ($S = T = 0$) und spüren daher nur die isoskalaren Anteile der Hadron-Kern-Wechselwirkung. Dies vereinfacht die Analysen und gestattet die direkte Untersuchung der von den isoskalaren Komponenten bestimmten Kernstrukturen /Ber 69/ - im Gegensatz zur Nukleonen-Streuung und zu elektromagnetischen Methoden, bei denen auch der ($\Delta T = 1$)-Anteil einen Beitrag liefert.

Schließlich ermöglichte die Vielzahl der vorliegenden experimentellen Daten systematische und methodische Studien, die das Verständnis der α -Teilchen-Kern-Wechselwirkung wesentlich verbesserten. Die in letzter Zeit häufig angewandten Faltungsmodelle /Reb 74a/, die auf dem optischen Modell beruhen, leisten eine zuverlässige, semimikroskopische und quantitative Beschreibung der Wirkungsquerschnitte und erlauben einen Einblick in die Struktur des Targetkerns und in den Reaktionsmechanismus.

Wichtige Tests für mikroskopische Kernmodelle und Anregungsmechanismen ergeben sich aus Untersuchungen von Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen niedrig liegenden, diskreten Anregungszuständen von Atomkernen. Im Zuge wachsender Meßgenauigkeit und verfeinerter Modelle spielt dabei der Vergleich der Anregung durch verschiedene Teilchen - insbesondere solcher mit elektromagnetischer oder starker Wechselwirkung - eine besondere Rolle. Die Korrespondenz von nuklearer und elektromagnetischer Anregung ist offensichtlich, wenn man die Ähnlichkeit der Multipoloperatoren der elektromagnetischen Anregung und der analogen Übergangsoperatoren der nuklearen Anregung im Rahmen gängiger Kernmodelle betrachtet (siehe z.B. /Jac 70/). Andererseits können Differenzen der Übergangsamplituden interessante Details der Kernstruktur offenbaren. So können z.B. die mit verschiedenen Projektilen erhaltenen Formen und Ausdehnungen (Radien) der Ladungs- und Materiedichteverteilungen unterschiedlich sein. Dies zeigt dann, daß elektromagnetische und hadronische Projektilen verschiedene Deformationen und damit verschiedene Kollektivitäten von Protonen und Neutronen spüren. Darüber hinaus ist zu erwarten, daß aufgrund der unterschiedlichen Spin- und Isospinstrukturen die Übergangsraten im allgemeinen vom externen Feld abhängen, das den Übergang induziert. Unter Berücksichtigung dieser Aspekte diskutierten Madsen und Mitarbeiter /MaBr 75/ elektromagnetische (p,p')-, (n,n')-Anregungen und brachten die möglichen Unterschiede mit dem Isovektor-Anteil der Übergangsamplitude in Verbindung. Die Streuung von α -Teilchen beinhaltet nur die isoskalare Komponente, so daß die entsprechenden Übergangsraten aufschlußreiche, unabhängige Informationen liefern können.

Prinzipielle Schwierigkeiten treten bei allen Analysen von Kernanregungen dadurch auf, daß unausweichlich Reaktionsmodelle eingeführt werden müssen. Die interessierenden Matrixelemente können daher nicht in modellunabhängiger Weise spezifiziert werden. Alle Methoden, isoskalare Übergangsraten aus der inelastischen α -Teilchen-Streuung zu extrahieren, basieren implizit /Ber 69/ oder explizit /GiRe 75/ auf der Annahme, daß der (reelle) Formfaktor $V_{if}(\vec{r}_\alpha)$ ("Kopplungspotential") durch die Faltung einer effektiven α -Teilchen-Targetnukleon-Wechselwirkung über die Übergangsdichte $\rho_{if}(\vec{r}) = \langle i | \delta(\vec{r} - \vec{r}') | f \rangle$ erzeugt werden kann.

Eine explizite Faltungsmodellanalyse experimenteller Daten verlangt somit außer der Kenntnis der effektiven Wechselwirkung einen Ansatz für die Übergangs-

dichte. Stammt diese nicht aus einem mikroskopischen Strukturmodell, so wird gewöhnlich ein kollektives Modell für die Parametrisierung von ρ_{if} herangezogen. Im Vibrationsmodell z.B. wird ρ_{if} aus der Ableitung der Grundzustandsdichte $\rho_m (= \rho_{ii})$ bestimmt. Auch wenn man explizite Faltungmodellrechnungen vermeiden will und die Übergangsraten direkt aus den Kopplungspotentialen bestimmt, werden die Formfaktoren V_{if} im erweiterten optischen Potential /Jac 70/ als Ableitungen des Zentralpotentials angesetzt. Bei einfachen funktionalen Formen der Grundzustandsdichte oder des zentralen Potentials führt dies unter Umständen zu Beschränkungen für die radiale Gestalt von ρ_{if} bzw. V_{if} . Diese Beschränkungen können die extrahierten Werte beeinflussen und dadurch systematische Untersuchungen der Differenzen zwischen Protonen- und Neutronenkollektivitäten beeinträchtigen. Es ist also wichtig, solche einfachen, analytischen Ansätze zu überwinden, und eine Methode zu entwickeln, die flexiblere Formen der Übergangsdichten oder -potentiale erlaubt und insbesondere realistische Fehlerabschätzungen für den Funktionsverlauf der im Ansatz verwendeten Formfaktoren ermöglicht.

In der konventionellen Analyse der elastischen Streuung mit dem optischen Modell gibt es ähnliche Probleme, die durch sogenannte „modellunabhängige“ Parametrisierungen des optischen Potentials weitgehend behoben werden können /FrGi 81/. In der vorliegenden Arbeit wird die „modellunabhängige“ Fourier-Bessel (FB)-Methode /FrBa 78/ auf die Beschreibung der Kopplungspotentiale der inelastischen Streuung von 104 MeV α -Teilchen erweitert, um die oben angesprochenen Probleme näher zu beleuchten. Als Testkerne dienen ^{50}Ti und ^{52}Cr . Bei diesen liegen zum einen hinreichend genaue Untersuchungen der elektromagnetischen Übergangswahrscheinlichkeiten vor. Zum andern stellt das, im Zuge der geschilderten Problematik notwendige, genaue Studium der Grundzustandsnukleonendichten eine wichtige Ergänzung von vorangegangenen Untersuchungen in der $f_{7/2}$ -Schale /GiFr 80a, GiFr 80b/ dar.

Im ersten Teil der Arbeit werden anhand der elastischen Streuung die Möglichkeiten der FB-Methode aufgezeigt. Bei den Experimenten wurde besonderes Gewicht darauf gelegt, sorgfältige Messungen über einen großen Winkelbereich durchzuführen, um das Regenbogenwinkelkriterium von Goldberg /GoSm 72/ zu erfüllen. Dies ermöglicht es, Parametrisierungen des optischen Potentials ohne diskrete Vieldeutigkeiten zu extrahieren und anhand ihrer Anpassungsgüte auf ihre Brauchbarkeit zu untersuchen. Das optische Potential wird modellunabhängig

bestimmt. Die Konsistenz von Faltungsmodellrechnungen, die mit einer an ^{40}Ca kalibrierten, dichteabhängigen, effektiven α -Teilchen-Targetnukleon-Wechselwirkung $V_{\text{eff}}^{\alpha N}$ und verschiedenen (auch modellunabhängigen) Materiedichteverteilungen durchgeführt wurden, wird anschließend gezeigt. Die resultierenden Potentiale und Dichteverteilungen werden mit den entsprechenden Größen von ^{48}Ca /GiFr 80a, GiFr 80b/ verglichen. Schließlich werden die sich aus diesem Vergleich ergebenden Isotoneneffekte diskutiert.

Im zweiten Teil der Arbeit wird ein Weg gezeigt, die in der elastischen Streuung erprobten Methoden konsistent auf die Kopplungspotentiale zu übertragen. Übergangsmomente und Übergangsraten werden aus den resultierenden Potentialen abgeleitet. Durch Anwendung des Theorems für radiale Momente /Sat 72/ werden die entsprechenden Größen der Kerndichteverteilungen extrahiert. Ein Vergleich mit einer expliziten Faltungsmodellrechnung, in die ein dichteabhängiges, effektives Potential eingeführt ist, zeigt dann nochmals die Konsistenz der Methode.

2. MESSUNG DER WIRKUNGSQUERSCHNITTE DER ELASTISCHEN UND INELASTISCHEN ALPHA-TEILCHEN-STREUUNG

2.1. Experimentelle Anordnung

2.1.1. Strahlführung und Streukammer

Die Messungen der differentiellen Wirkungsquerschnitte (WQ) der α -Teilchen-Streuung wurden am externen Strahl des Karlsruher Isochronzyklotrons in einer Streukammer von 130 cm Durchmesser durchgeführt (siehe Abb. 1).

Nach der Extraktion aus dem Beschleuniger haben die α -Teilchen eine kinetische Energie von 104 MeV. Die Energieunschärfe des extrahierten Strahls beträgt ca. 400 keV (FWHM) /KaMö 75/. Ein 150° -Monochromatormagnet reduzierte die Energieunschärfe bei Schlitzbreiten von 1 mm und einer resultierenden Transmission von ca. 10 % auf etwa 50 keV. Nach der Energieanalyse wurde der Strahl auf das Target im Zentrum der Streukammer fokussiert. Der Strahlfleckdurchmesser betrug bei den vorliegenden Experimenten etwa 1.5 mm. Hinter der Streukammer wurde der Strahl in einem abgeschirmten Faradaykäfig gestoppt. An den Faradaykäfig war ein Stromintegrator angeschlossen. Die an den Targetkernen gestreuten Teilchen wurden mit 7 Detektoranordnungen registriert, die im Inneren der Streukammer auf zwei, unabhängig voneinander um das Zentrum drehbaren Drehkränzen montiert waren. Die Einstellgenauigkeit der Drehkränze beträgt 0.01° . Die Detektorgehäuse („Zählerbänke“) waren auf wärmeisolierte Kupferblöcke geschraubt. In den Kupferblöcken befanden sich Kühlschlangen, durch die zur Detektorkühlung flüssiger Stickstoff gepumpt wurde. Thermoelemente maßen die Temperatur der Blöcke und steuerten den Pumpzyklus, um die eingestellte Betriebstemperatur der Detektoren (siehe Abschnitt 2.1.2.) konstant zu halten. Auf den Zählerbänken befanden sich 3 bzw. 4 gleichartige Detektorsysteme, die im Streuwinkelabstand von 1.5° fest in die Gehäuse eingebaut waren. Schlitzförmige Blenden mit Öffnungen von 1.5 mm x 5 mm vor den Zählern ergeben bei einem Abstand von 57.5 cm eine Streuwinkelakzeptanz von 2.5 mrad (entspricht 0.15°) und eine Raumwinkelakzeptanz von ca. 20 μ sterad.

Target bzw. Targethalter konnten durch eine separat evakuierbare Targetschleuse im Deckel der Streukammer gewechselt werden. Die Targetposition ist auf einer Skala in der Targetschleuse ablesbar. Der Winkel zwischen der Target-

normalen und dem einfallenden Primärstrahl wurde durch Drehen der Schleuse den experimentellen Anforderungen entsprechend, eingestellt.

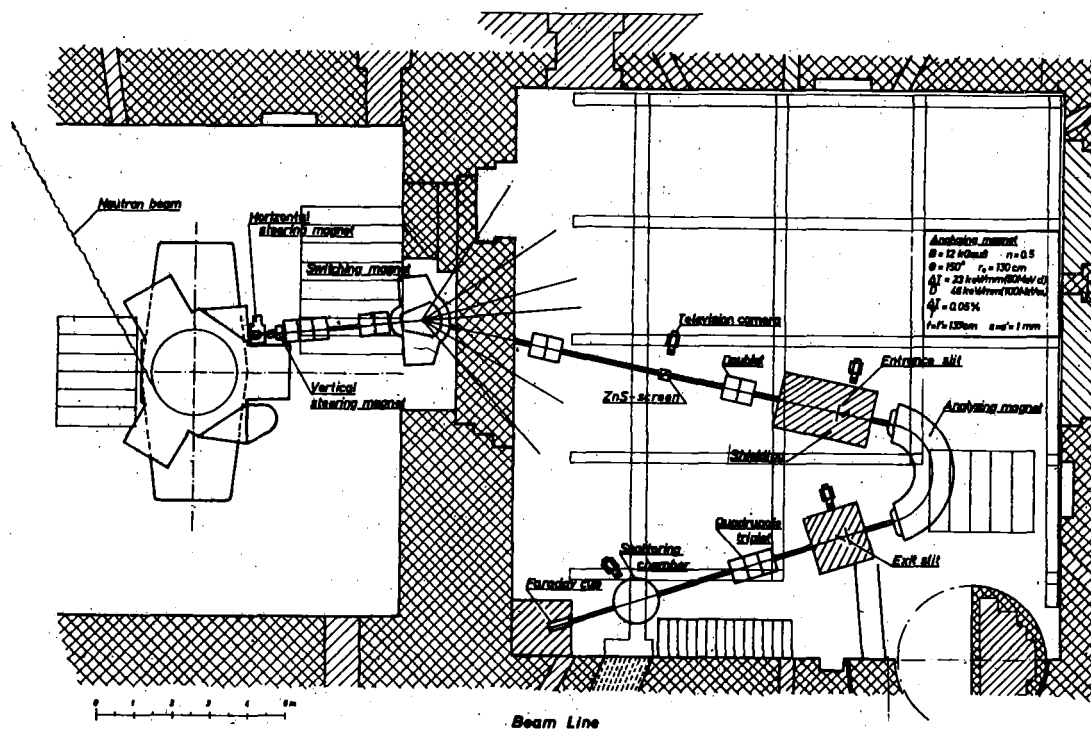


Abb. 1: Strahlführung für Streuexperimente mit dem monochromatisierten Strahl am Karlsruher Isochronzyklotron*

2.1.2. Detektoren und Datenaufnahmeelektronik

Als Detektoren wurden Silizium-Oberflächensperrschichtzähler der Firmen Ortec und Canberra mit 2 mm bzw. 4 mm Dicke und 50 mm^2 aktiver Fläche benutzt. Um auch mit den dünneren Detektoren die zum vollständigen Abbremsen der α -Teilchen notwendige Dicke von knapp 4 mm zu erzielen, wurden je 2 dieser Detektoren hintereinander montiert und ihre Ausgangssignale durch Reihenschaltung addiert. Durch Kühlung der Detektoren auf $-(20-25)^\circ\text{C}$ wurde das Stromrauschen reduziert.

*Im Zusammenhang mit einer Erweiterung der Experimentiereinrichtungen (Magnetspektrograph) wurde die Anordnung des analysierten Strahls und der Streukammer inzwischen geändert.

Verlust anderer, möglicherweise störender Reaktionsendprodukte (Protonen, Deuteronen, Tritonen und ^3He -Teilchen), ist bei der verwendeten Targetdicke wesentlich geringer (maximal 26, 37, 43 bzw. 93 MeV). Dies bedeutet, daß alle Impulse, die von diesen Teilchen erzeugt werden, unterhalb des interessierenden Energiebereichs der elastischen und inelastischen α -Streuung liegen. Eine Teilchenidentifikation war somit nicht notwendig.

Zur Signalaufbereitung wurden NIM-Elektronik-Module der Firma Ortec benutzt. Die ladungsempfindlichen FET-Vorverstärker befanden sich in unmittelbarer Nähe der Streukammer, die Hauptverstärker waren außerhalb der Experimentierhalle aufgestellt. Die von den Hauptverstärkern gelieferten Signale gingen über einen Mixer an einen 13-bit-ADC weitergegeben. Nach der Konversion wurde jedem Digitalwert eine 3-stellige Routerkennung vorangestellt, die die Kanalnummer des Herkunftszählers entsprach. In der anschließenden Transferkontrolleinheit /Kar 77/ wurden die Daten durch Rechtsshiften „komprimiert“ und anschließend im externen Speicher des Experimentrechners (Data General: Nova 2) zu einem 7·2K-Spektrum akkumuliert. Die Totzeitkorrektur erfolgte „hardware“-mäßig /Bia 79/, indem der Stromintegrator (siehe Abschnitt 2.1.1.) für die Dauer der Totzeit gesperrt wurde.

Der Experimentrechner steuerte mit einem FORTRAN-Programm „STARTM“ die Messung /Bia 79/ on-line und interaktiv die gesamte Meßdatenerfassung. Der Experimentrechner war über Peripherie-Einheiten jederzeit in der Lage, den Meßvorgang zu steuern und den Fortschritt der Datenaufnahme zu überwachen. Auf zwei Displays konnten die Meßspektren als ganzes oder ausschnittsweise zu beobachten. Der „hardware“-mäßig /EhHa 77/, und „software“-mäßig /KnSo 78/ implementierte CAMAC-Zweig des Experimentrechners ermöglichte den Anschluß eines Sensorboards /Kög 78/ an einen Lichtgriffel. Dadurch war die beliebige Auswahl eines, den jeweiligen Meßbedingungen entsprechenden Spektrenausschnittes, sowie dessen wahlweise Vergrößerung oder Verkleinerung auf einem der Displays möglich. Darüberhinaus konnten per Sensorboardtastendruck die Kanalhalte eines vorgewählten Bereiches aufsummiert werden. Die WQ waren daher unverzüglich zu bestimmen, die aktuelle, totzeitkorrigierte Ladung ständig in die beiden ersten Kanäle der Meßspektren abgespeichert wurde. Die anderen hierfür notwendigen

Informationen, wie Akzeptanz und Streuwinkel (siehe Abschnitt 2.2.) wurden vor jeder Messung von Hand eingegeben. Nach Beendigung jeder Messung wurde das Gesamtspektrum zusammen mit den Zusatzinformationen auf ein Magnetband geschrieben.

2.1.3. Targets

Als Targets dienten freitragende Folien von ca. 1 cm^2 Fläche, die mit Aluminiumrähmchen auf dem Targethalter befestigt wurden. Die Daten der Targets sind aus Tabelle 1 ersichtlich. Es sei angemerkt, daß die WQ von ^{48}Ca nicht im Rahmen dieser Arbeit, sondern bereits früher gemessen wurden /GiFr 80a/. Da die ^{48}Ca -WQ für die Extraktion von Isotoneneffekten aber wesentlich sind (siehe Abschnitt 4.3.), werden die entsprechenden Targetdaten mit angeführt.

Tabelle 1: Spezifische Targetwerte

Target	Anreicherung in %	Dicke (mg/cm^2)	Art. und Anteil der häufigsten Fremdisotope
^{40}Ca	nat. (96.94)	11.0	(^{44}Ca : 2.08 %)
^{48}Ca	93.27	1.03	^{40}Ca : 2.39 %
^{50}Ti	83.2	1.88	^{48}Ti : 12.4 %
^{52}Cr	99.87	7.0	^{53}Cr : 0.12 %

2.2. Durchführung der Messung

Zu Beginn des Experiments mußte der absolute Nullpunkt der Winkelskalen der Detektorarme, bezogen auf die Strahleintrittsrichtung, ermittelt werden. Hierzu wurde die elastische Streuung von α -Teilchen an ^{40}Ca gemessen. Für dieses Ca-Isotop, das bereits früher mit ähnlicher Meßanordnung untersucht

wurde /GiFr 80a/, liegen aufgrund von Links-Rechts-Messungen sehr exakte Winkelverteilungen der WQ vor. Die Messungen wurden mit beiden Armen (siehe Abschnitt 2.1.) im Laborstreuwinkelbereich zwischen 9° und 20° in Halbschritten wiederholt. In diesem Winkelbereich liegen zwei Maxima und zwei Minima der ^{40}Ca -Winkelverteilung. Der Vergleich der gemessenen WQ mit den Referenzdaten ermöglichte die unverzügliche, absolute Nullpunktbestimmung der Winkelskalen beider Arme mit einem Fehler von $\pm 0.1^\circ$. Die Messungen der α -Teilchen-Streuung an ^{50}Ti und ^{52}Cr erstreckten sich über den Winkelbereich $\theta_{\text{lab}} = 2.5^\circ - 90^\circ$. Im Diffraktionsbereich ($\theta_{\text{lab}} < 60^\circ$, siehe Abschnitt 3.2.) betrug die Schrittweite 0.5° , bei größeren Winkeln 1.5° . Der Strahlstrom wurde von ca. 2 nA bei Vorwärtswinkeln bis auf maximal 400 nA oberhalb von 25° erhöht. Ab ca. 50° wurde das Target um 45° zur Strahlrichtung gedreht, um den Weg der gestreuten α -Teilchen im Target zu verkürzen.

Die Messungen wurden mit dem Vorsatz durchgeführt, auch die Streuintensitäten der höher angeregten Zustände (siehe Abb. 2) mit hinreichender statistischer Genauigkeit zu ermitteln, um die im Vordergrund stehenden Fragestellungen zur inelastischen Streuung untersuchen zu können. Die pro Einzelmessung akkumulierte Ladung betrug 10 bis 2500 μCb und wurde so gewählt, daß die Intensitäten ("Linienflächen"), die von der Anregung der am meisten unterdrückten 4_1^+ -Zustände herrührten, hinreichende Statistik aufwiesen. Die gesamte Meßdauer betrug etwa 90 Stunden.

2.3. Bestimmung der Wirkungsquerschnitte und Meßergebnisse

Die gemessenen Spektren wurden mit einem Linienanpassungsprogramm /GiNo 74/ an der IBM-Großrechenanlage des Kernforschungszentrums Karlsruhe ausgewertet. Dieses Programm approximiert die Linien eines Energiespektrums durch asymmetrische Gaußverteilungen /SpSc 70/, subtrahiert einen als linear angenommenen Untergrund, separiert dicht beieinanderliegende Linien (diese müssen aber mindestens um die Summe ihrer Halbwertsbreiten auseinanderliegen) und integriert die Fläche unter diesen Linien (= Intensität oder Inhalt).

Die meßtechnischen Voraussetzungen für eine optimale Auswertung, nämlich ausreichende Energieauflösung (besser als 200 keV; siehe Abb. 2)) sowie hinreichende Statistik, waren durch Meßapparatur und Meßdurchführung über weite Bereiche der Winkelverteilung gegeben. Allerdings machten sich Kontaminationslinien, die durch Streuung an Verunreinigungskernen entstehen (siehe Abb. 2), unangenehm bemerkbar. Diese Verunreinigungen lassen sich aus technischen Gründen (Isotopenverunreinigung, Oxidation der Targets und Einbrennungen von Ölniederschlägen auf den Targets) nicht vermeiden.

Durch gemeinsames Fitten sowohl der Target- als auch der Kontaminationslinien in den gemessenen Spektren war es jedoch in großen Bereichen der Winkelverteilungen möglich, diesen physikalischen Untergrund sauber abzutrennen. Die Lage der Kontaminationslinien wurde dabei nicht als freier Fitparameter behandelt, sondern kinematisch berechnet und fixiert. Breite und Schiefe der Kontaminationslinien wurden den entsprechenden Fitparametern der Targetlinien gleichgesetzt und ebenfalls festgehalten. Voraussetzung für dieses Verfahren war eine genaue Eichung der Energieachse und bestmögliche Bestimmung der Linienparameter. Das verwendete Programm wurde daher so modifiziert, daß für jedes Einzelspektrum eine individuelle Energieeichung und gegebenenfalls die Bestimmung der Linienform an leicht identifizierbaren Targetlinien (in aller Regel an den dominanten Linien der elastischen Streuung und des 2_1^+ -Zustandes) möglich war. Bei den ^{50}Ti -Spektren störte die Beimischung von ^{48}Ti (siehe Tabelle 1) nicht, da sich diese aus kinematischen Gründen erst ab 35° klar (d.h. um mehr als einen halben Kanal) von den ^{50}Ti -Linien absetzen. Bis zu 30° kann die Linienform deshalb an der elastischen Linie bestimmt werden. Bei größeren Winkeln wurde hierfür dann die nunmehr von physikalischem Untergrund freie (siehe unten) 2_1^+ -Linie herangezogen.

Da die Linien, die von der Streuung an Kohlenstoff- und Sauerstoffkernen herrühren, aus kinematischen Gründen relativ zu den Targetlinien wandern, gibt es für die Winkelverteilungen jedes Zustandes einen relativ schmalen Bereich (ca. 3°), in dem sich die elastischen Linien der Verunreinigungen Kohlenstoff (C) und Sauerstoff (O) vom Programm nicht trennbar den entsprechenden Targetlinien überlagern. Bei den am weitesten von den elastischen Linien entfernten 3^- -Zuständen geschieht dies bei einem Streuwinkel von ca. 30° . Die Target- bzw. Kontaminationsbeiträge zu diesen Mischlinien wurden in einem Renormierungsverfahren bestimmt. Durch die gemeinsame Anpassung erhält man in den Bereichen, in denen eine Trennung möglich ist, auch die WQ der Kontaminationskerne. Durch

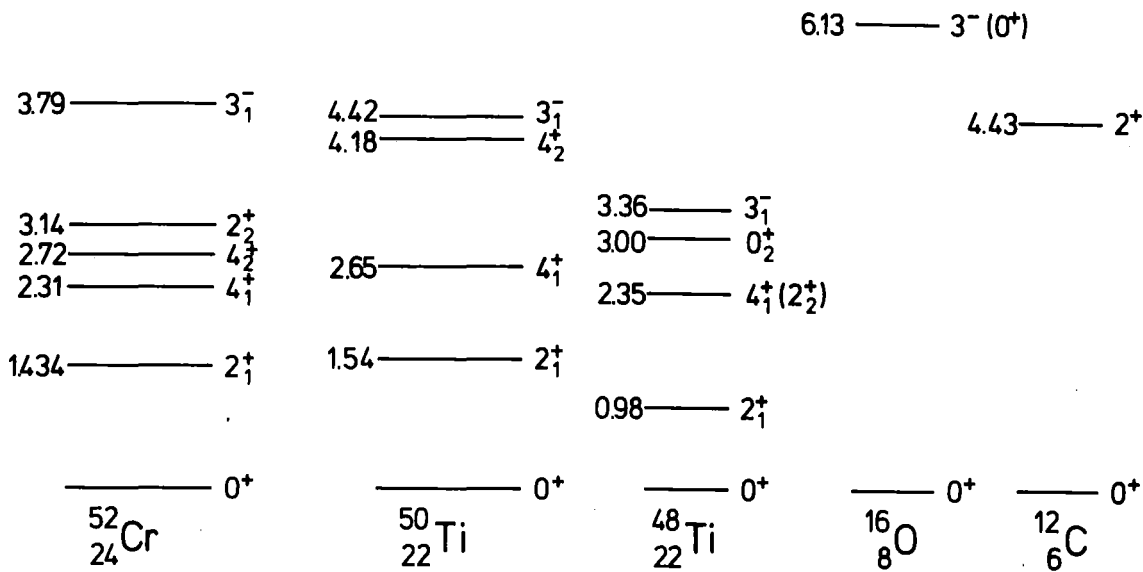


Abb. 2: Niveauschemata der gemessenen Kerne und der wichtigsten Verunreinigungskerne

Vergleich mit gemessenen Winkelverteilungen von Kohlenstoff und Sauerstoff /HaHa 70/, lassen sich diese WQ in den Winkelbereichen, in denen eine Linientrennung nicht möglich ist, extrapolieren, so daß auch hier die Beiträge der Verunreinigungen bestimmt und abgezogen werden können. Entsprechend wurden auch die Beiträge der ^{48}Ti -Kerne zu den WQ von ^{50}Ti durch Berücksichtigung gemessener Winkelverteilungen /Reb 74b/ und der bekannten Targetverunreinigungen (siehe Tabelle 1) korrigiert.

Die differentiellen Wirkungsquerschnitte $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta)$ berechnet man aus den Linieninhalten $Y(\theta)$ nach

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{1}{N \cdot \Omega} \cdot \frac{Y(\theta)}{M} = k \cdot \frac{A \cdot \cos\delta}{\rho_d \cdot \Omega} \cdot \frac{Y(\theta)}{Q} \quad (2.1)$$

Hierbei bedeuten

N = Anzahl der Targetkerne pro cm^2

Ω = Akzeptanz des Detektors, d.h. der Raumwinkel, in den die beobachteten Teilchen gestreut werden

Y = Linieninhalt = Anzahl der in den Raumwinkel Ω gestreuten Teilchen

M = Anzahl der Projektilteilchen (\sim der im Faradaykäfig akkumulierten Ladung)

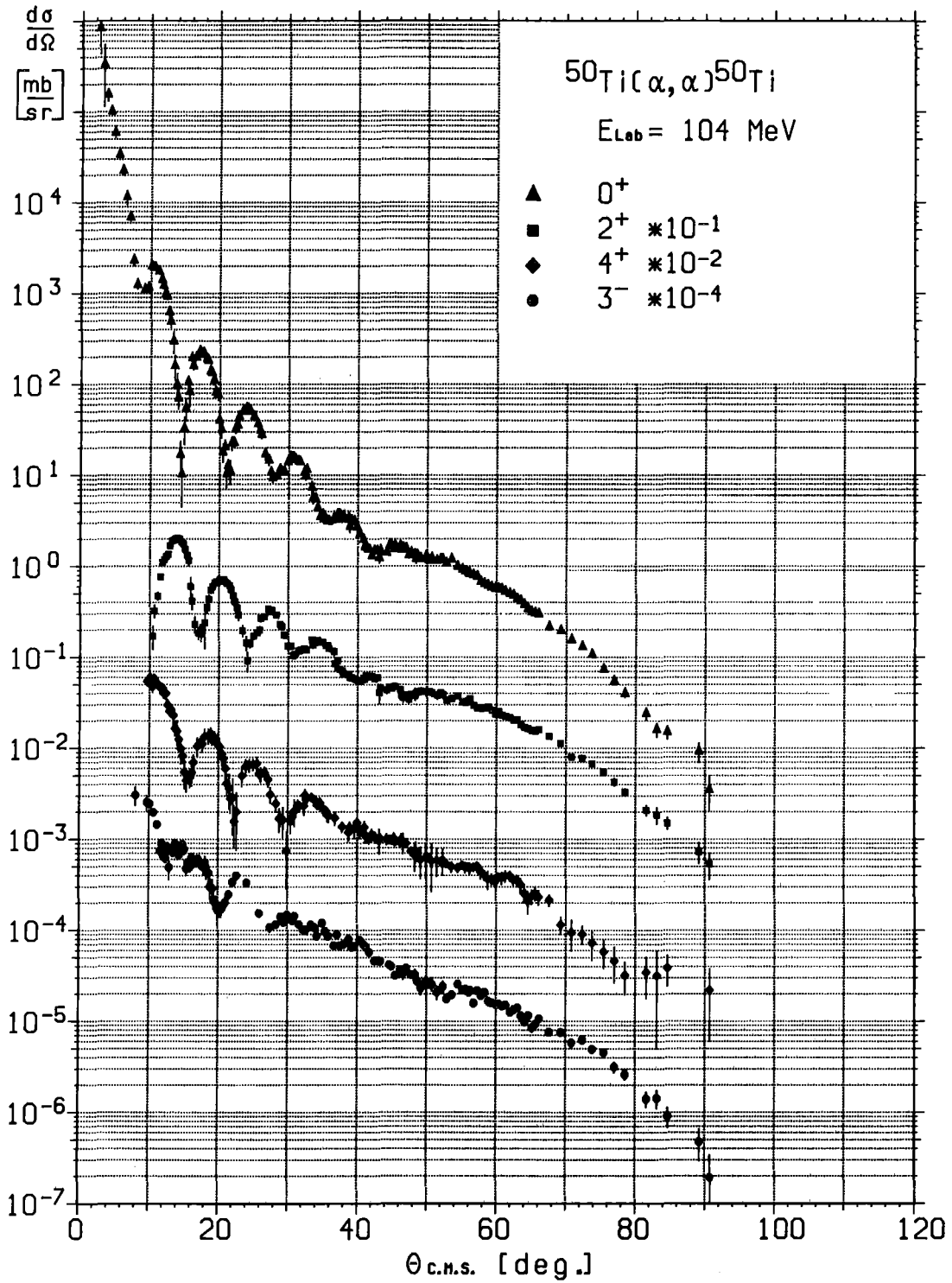


Abb. 3: Experimentelle Wirkungsquerschnitte der elastischen und inelastischen Streuung von 104 MeV α -Teilchen an ^{50}Ti

A = Atomgewicht des Targetkerne

δ = Winkel zwischen Targetnormaler und Strahlrichtung

ρ_d = Flächendichte des Targets in mg/cm²

Q = Akkumulierte Ladung (Stromzeitintegral)

$k = (Z \cdot e) / L = 5.32095 \cdot 10^{-38}$ (Cb/g)

L = Avogadrozahl = $6.0222 \cdot 10^{23}$ (g⁻¹)

Z = Ordnungszahl der Projektilkerne

e = Elementarladung = $1.6021917 \cdot 10^{-19}$ (Cb)

Die nach (2.1) ermittelten WQ wurden relativistisch ins Schwerpunktsystem (CM) umgerechnet /z.B. BaGo 63/. Die daraus resultierenden WQ der elastischen und inelastischen Streuung an ⁵⁰Ti und ⁵²Cr sind in Abb. 3 und 4 dargestellt. Die numerischen Werte sind in Anhang C tabelliert.

Die experimentellen Fehler enthalten neben dem statistischen Fehler auch den Beitrag, der aus der Unsicherheit in der Absolutbestimmung des Winkelnullpunktes (siehe Abschnitt 2.2.) resultiert. Dieser Fehler wurde mit Hilfe der aus benachbarten Punkten gegebenen Steigung der Winkelverteilung in einen Fehler des Wirkungsquerschnittes umgerechnet und quadratisch zum statistischen Fehler addiert. Wie aus Abb. 3 und 4 ersichtlich, macht sich dieser Fehler besonders an den steilen Flanken der ersten Oszillationsminima bemerkbar.

Wegen der experimentellen Unsicherheiten, insbesondere bei der Bestimmung der Targetdicke, aber auch der Detektorakzeptanz und der Ladungsmessung lassen sich die WQ nach Formel (2.1) nur auf ca. 10 % genau bestimmen. Dieser vom Streuwinkel unabhängige Fehler ist in den Fehlerbalken nicht enthalten. Die Normierung der absoluten Größe der WQ wurde durch Analysen der elastischen Streuung mit dem optischen Potential (siehe Kap. 4) festgelegt. Dieses Verfahren /Reb 74b, FeBl 70/ wird allgemein akzeptiert. Wegen der heute durch verfeinerte Methoden sehr guten Wiedergabe der WQ durch phänomenologische Potentiale wurde bei der Bestimmung der Normierungskonstanten die gesamte gemessene Winkelverteilung herangezogen. Die Renormierung der Daten betrug für ⁵⁰Ti 2 % (+ 0.2%) und für ⁵²Cr 8 % (+ 0.2 %).

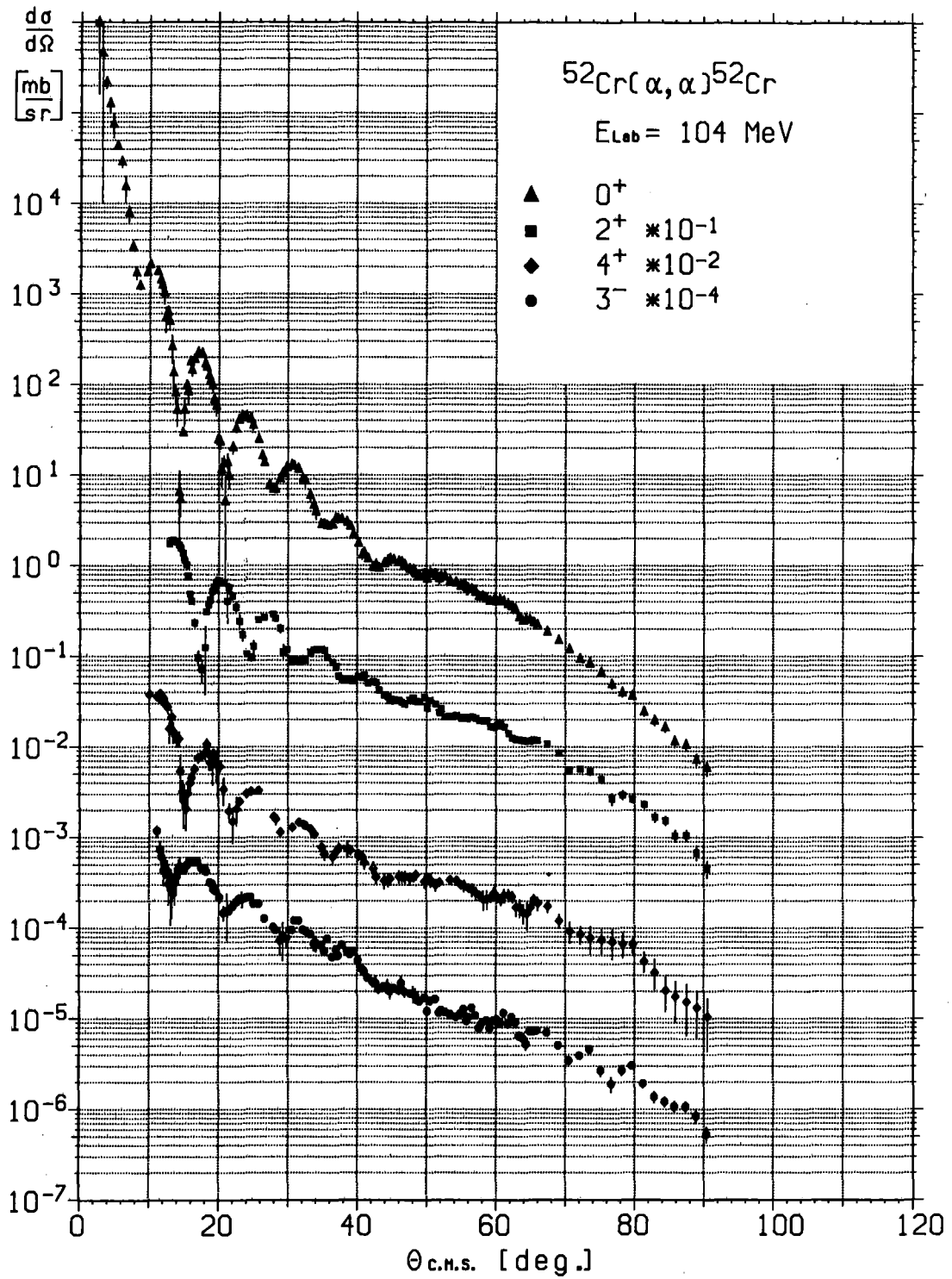


Abb. 4: Experimentelle Wirkungsquerschnitte der elastischen und inelastischen Streuung von 104 MeV α -Teilchen an ^{52}Cr

3. GRUNDLAGEN DER ANALYSE DER ALPHA-TEILCHEN-STREUUNG

3.1. Das optische Modell

Wegen der bislang nicht ausreichenden Kenntnis der starken Wechselwirkung ist man bei der Interpretation von Experimenten, bei denen Reaktionen zwischen Hadronen untersucht werden, unabdingbar auf Modelle angewiesen, die den Reaktionsmechanismus möglichst gut simulieren. Über einen großen Bereich von Projektilenergien und im gesamten Massenbereich der Periodentafel erwies sich das optische Modell bei der Interpretation von Streureaktionen, die durch starke Wechselwirkung (WW) hervorgerufen werden, als sehr erfolgreich /SaLo 79/.

Die Beschreibung der Streumechanismen zwischen einem, unter Umständen aus mehreren Nukleonen aufgebauten Projektil und einem Targetkern ist im allgemeinen mit der Lösung eines Vielkörperproblems verbunden /z.b. Fes 58, KeMc 59, ViBo 76/. Im optischen Modell wird das Vielkörperproblem, analog zum Schalenmodell /Jac 70/, durch die WW zwischen zwei (mehr oder weniger) inerten Teilchen über ein effektives Potential ersetzt. Diese Substitution ist sicher eine vereinfachende Näherung, die die tatsächliche, komplizierte WW zwischen Projektil- und Target-Nukleonen glättend mittelt. Andererseits vereinfacht dieses Vorgehen die notwendigen Rechenvorgänge erheblich. Es ist intuitiv einleuchtend und in den meisten Fällen aufgrund der Eigenschaften der Nukleon-Nukleon-(NN)-WW (kurze Reichweite und Pauli-Prinzip) auch ein sehr gutes Modell, wie die großen Erfolge „a posteriori“ beweisen.

Weitere Vorteile, die in dieser Kombination fast ausschließlich für das optische Modell zutreffen, kommen hinzu. Eine kurze Herleitung des OMP (optisches Modell-Potential) mit Hilfe der stationären Schrödinger-Gleichung /Fes 58/ soll dies verdeutlichen. Das OMP muß so konstruiert werden, daß die Einteilchen-Schrödinger-Gleichung

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\alpha}^2 + U(\vec{r}_{\alpha}) \right\} \chi(\vec{r}_{\alpha}) = E_{\text{CM}} \chi(\vec{r}_{\alpha}) \quad (3.1a)$$

erfüllt ist. Dabei ist μ die reduzierte Masse der wechselwirkenden Teilchen, \vec{r}_{α} der Abstand ihrer Massenschwerpunkte und E_{CM} die Energie ihrer Relativbewegung im Schwerpunkt-(CM)-System. Die Lösung $\chi(\vec{r}_{\alpha})$ beschreibt unter den

jeweiligen Randbedingungen die Streuung, z.B. eines α -Teilchens an einem Targetkern A.

Ein Standardverfahren, mit dem sich leicht zeigen läßt, daß Glch. (3.1a) den Streuprozess adäquat beschreibt, ist die Entwicklung der Gesamtwellenfunktion Ψ_G des Streusystems nach Termen der intrinsischen und antisymmetrisierten Eigenzustände der separaten Kerne.

$$\Psi_G = \sum_{i,j} \psi_{\alpha i}(\vec{\xi}) \psi_{A i}(\vec{\xi}') \chi_{ij}(\vec{r}_\alpha) \quad (3.2a)$$

$\psi_{\alpha i}(\vec{\xi})$ und $\psi_{A j}(\vec{\xi}')$ sind die intrinsischen Eigenzustände der Reaktionspartner, die sich aus Lösungen der entsprechenden Schrödinger-Gleichungen ergeben

$$H_\alpha \psi_{\alpha i} = \epsilon_{\alpha i} \psi_{\alpha i} \quad ; \quad H \psi_{A j} = \epsilon_{A j} \psi_{A j} \quad (3.2b)$$

Die Vielteilchen-Schrödinger-Gleichung des Gesamtsystems läßt sich formal folgendermaßen ausdrücken

$$H \Psi_G = \{H_\alpha + H_A - \frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_\alpha^2 + V^{\alpha A}(\vec{r}_\alpha)\} \Psi_G = E \Psi_G \quad (3.3)$$

Einsetzen von (3.2) in (3.3) und die anschließende Eliminierung der Kernvariablen durch die übliche Multiplikation eines speziellen Zustandes von links und Integration über die Kernvariablen führt schließlich zu einem System gekoppelter Gleichungen

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_\alpha^2 + V_{ii,jj}^{\alpha A}(\vec{r}_\alpha) - (E - \epsilon_{\alpha i} - \epsilon_{A j}) \right\} \chi_{ij}(\vec{r}_\alpha) = \sum_{\substack{k,l=0 \\ (k+1) \neq (i+j)}}^{\infty} \chi_{kl}(\vec{r}_\alpha) V_{ik,jl}^{\alpha A}(\vec{r}_\alpha) \quad (3.4a)$$

mit

$$\begin{aligned} V_{ik,jl}^{\alpha A}(\vec{r}_\alpha) &= \iint d\vec{\xi} d\vec{\xi}' \psi_{\alpha i}^*(\vec{\xi}) \psi_{A j}^*(\vec{\xi}') V^{\alpha A}(\vec{r}_\alpha) \psi_{\alpha k}(\vec{\xi}) \psi_{A l}(\vec{\xi}') = \\ &= \langle \psi_{\alpha i} \psi_{A j} | V^{\alpha A} | \psi_{\alpha k} \psi_{A l} \rangle \end{aligned} \quad (3.4b)$$

Das Gleichungssystem (3.4) stellt den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Zuständen des Gesamtsystems her. Praktisch ist es wegen der unendlichen Anzahl der möglichen Übergangsmatrixelemente $V_{ik,jl}^{\alpha A}$ aber in dieser Form nicht zu handhaben. Erst eine Transformation von (3.4) in Glch. (3.1a) ermöglicht

relativ einfache Lösungen des hadronischen Streuproblems. Diese Transformation entspricht mathematisch einer Projektion eines unendlichen Konfigurationsraumes in einen endlichen Unterraum. Bei Streuexperimenten ist die elastische Streuung allgemein das dominierende Ereignis. Des weiteren wird davon ausgegangen, daß sich das Gesamtsystem vor dem Streueignis im Grundzustand befand. Deshalb ist eine Projektion des Konfigurationsraumes auf den elastischen Kanal sinnvoll. Eine Vereinfachung ergibt sich bei der Streuung von 104 MeV α -Teilchen. Hier beträgt die maximal übertragbare Energie pro Nukleon ca. 20 MeV im CM-System. Der unterste Anregungszustand des α -Teilchens liegt bei 20.3 MeV /LeSh 78/. Eine Anregung von α -Teilchen ist unter diesen Umständen wenig wahrscheinlich. Daher läßt sich (3.4a) zunächst vereinfachen:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\alpha}^2 + V_{00}(\vec{r}_{\alpha}) - (E - \epsilon_A) \right\} \chi_0(\vec{r}_{\alpha}) = \sum_{j \neq 0}^{\infty} \chi_j(\vec{r}_{\alpha}) V_{0j}(\vec{r}_{\alpha}) \quad (3.4c)$$

Die Projektion in den elastischen Kanal (in diesem Beispiel am einfachsten durch Elimination der inelastischen Streuamplituden $\chi_j(\vec{r}_{\alpha})$ durchzuführen /Reb 81/) führt schließlich zu

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\alpha}^2 - (E - \epsilon_A) + U_{\text{opt}}(\vec{r}_{\alpha}) \right\} \chi_0(\vec{r}_{\alpha}) = 0 \quad (3.1b)$$

wobei das effektive OMP durch eine Vielfachstreuentwicklung /KeMc 59/ gegeben ist.

$$U_{\text{opt}}(\vec{r}_{\alpha}) = V_{00}(\vec{r}_{\alpha}) + \sum_{\substack{\beta \neq 0 \\ n=1}}^{\infty} V_{0\beta} G^n V_{\beta 0} = V_{00}(\vec{r}_{\alpha}) + \Delta U(\vec{r}_{\alpha}) \quad (3.5)$$

$V_{00}(\vec{r}_{\alpha})$ ist reell und hat die Form eines Faltungspotentials (siehe unten). Der zweite Term, den man auch als „dynamische Polarisation“ bezeichnet, resultiert aus Beiträgen der angeregten Zustände und ist generell nicht-lokal, komplex und abhängig von der Projektilenergie. Die „echte“ Energieabhängigkeit rührt davon her, daß die starke WW aufgrund des Pauli-Prinzips Sättigungseffekte zeigt, die dazu führen, daß das Kernpotential mit zunehmender kinetischer Energie der wechselwirkenden Teilchen weniger attraktiv wirkt /Sat 80, JeLe 77/. Der komplexe Charakter von $\Delta U(\vec{r}_{\alpha})$ ist aus der Struktur des Propagators („Greenfunktion“) G^n , der die möglichen Übergänge induziert, ersichtlich.

In der Formulierung von Feshbach /Fes 58, Vin 77/ läßt sich G^n folgendermaßen ausdrücken:

$$G^n = \lim_{\eta \rightarrow 0} (E - QHQ + i\eta)^{-1} = \lim_{\eta \rightarrow 0} (E_{CM} - \epsilon_A - E_\alpha + i\eta)^{-1} \quad (3.6)$$

wobei Q den Projektionsoperator aus dem elastischen Streukanal darstellt. E_α ist die Energie des α -Teilchens im Feld des Kernpotentials. Mit Hilfe der Eigenschaften der δ -Funktion ergibt sich daraus /Mes 65/

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} (E_{CM} - \epsilon_A - E_\alpha + i\eta)^{-1} = PP(E_{CM} - \epsilon_A - E_\alpha) - i\pi\delta(E_{CM} - \epsilon_A - E_\alpha) \quad (3.7)$$

mit PP als Cauchy'scher Hauptwert. Diese Zerlegung in Real- und Imaginärteil gibt dem optischen Potential den Namen, da der Imaginärteil bei alleiniger Betrachtung des elastischen Kanals als absorptive Komponente des OMP zu interpretieren ist. Das OMP wird daher üblicherweise durch

$$U_{opt}(\vec{r}_\alpha) = V_{oo}(\vec{r}_\alpha) + \Delta U_{NL}(\vec{r}_\alpha) + iW(\vec{r}_\alpha) = U_R(\vec{r}_\alpha) + iW(\vec{r}_\alpha) \quad (3.8)$$

beschrieben. Die prinzipielle Nichtlokalität des Beitrags $\Delta U_{NL}(\vec{r}_\alpha)$ zum Realpotential $U_R(\vec{r}_\alpha)$ folgt aus den geforderten Antisymmetrieeigenschaften von Projektil- und Target-Wellenfunktionen, die in sogenannten Antisymmetrie- und Austauschtermen zum Ausdruck kommen /Maj 78, MaBu 78/.

Die relativ simple Herleitung (fundamentalere Herleitungen finden sich z.B. in /Fes 58, Fes 62, KeMc 59, ViBo 76, LoTe 77, JeLe 77/) und die einfache Form von (3.8) zeigen einige Vorteile des optischen Modells auf. Einmal bietet sich Glch. (3.8) bei der Analyse von gemessenen WQ für eine phänomenologische, nur auf optimale Simulationsmöglichkeiten ausgelegte Parametrisierung geradezu an, vor allem wenn man sich vor Augen hält, daß das OMP über die Beziehung

$$\frac{d\sigma_B}{d\Omega}(\theta) = |\langle \chi_B | U_{opt} | \chi_\alpha \rangle|^2 \quad (3.9)$$

direkt mit den WQ verknüpft ist. Bei geeigneter Wahl der radialen Form sind solche phänomenologischen Potentiale ansonsten keinen weiteren Randbedingungen unterworfen. Sie erlauben deshalb bei mäßigen Rechenaufwand eine äußerst

flexible und in aller Regel sehr gute Beschreibung der gemessenen WQ (siehe Kap. 4) auch unter unterschiedlichen Gegebenheiten (verschiedene Projektilteilchen und -energien und die gesamte Periodentafel als Massenbereich für die Targetkerne). Mögliche mathematische Vieldeutigkeiten lassen sich durch experimentelle Vorkehrungen vermeiden (siehe Abschnitt 3.2. und Kap. 2).

Eine Interpretation von α -Teilchen-Streuexperimenten auf der Basis des optischen Modells wird deshalb mit der phänomenologischen Bestimmung des OMP für die elastische Streuung beginnen. Ein wesentliches Indiz für die Anwendbarkeit anderer Methoden (siehe unten) ist dann die Konsistenz der integralen Größen der resultierenden OMP mit den entsprechenden Größen der phänomenologischen Analyse. Diese integralen Größen sind folgendermaßen definiert /z.B. Sat 72/:

$$\text{Das Volumenintegral} \quad J_0 = 4\pi \int_0^{\infty} V(r_\alpha) r_\alpha^2 dr_\alpha \quad (3.10a)$$

und die integralen Momente /GiFr 80a/:

$$M_K(V) = \langle r^K \rangle^{1/K} = \left\{ \frac{4\pi \int_0^{\infty} V(r_\alpha) r_\alpha^{K+2} dr_\alpha}{J_0(V)} \right\}^{1/K} \quad \text{für } K \neq 0 \quad (3.10b)$$

$$M_0(V) = \frac{4\pi \int_0^{\infty} V(r_\alpha) r_\alpha^2 \ln r_\alpha dr_\alpha}{J_0(V)} \quad \text{für } K=0 \quad (3.10c)$$

Das Moment 2. Ordnung M_2 ist gerade der RMS- („Root-Mean-Square“)- Radius.

Andere Analyse-Methoden ergeben sich aus der Möglichkeit, das OMP mikroskopisch aus „first principles“ herzuleiten. Solchermaßen konstruierte OMP hängen viel stärker von Modellvorstellungen, bzw. von daraus resultierenden Näherungen ab. Aber erst mikroskopische OMP ermöglichen die Untersuchung von Kernstrukturen und der zugrundeliegenden NN-WW. Letztendliches Ziel aller Kernstrukturuntersuchungen ist ein besseres Verständnis der NN-WW und die direkte Ableitung von Nukleonendichten aus Meßergebnissen auf der Basis einer vereinheitlichten Beschreibung der NN-, Nukleon-Kern- und Kern-Kern-WW. Gerade mit seiner breiten Anwendbarkeit leistet das optische Modell Außerordentliches für die, im Hinblick auf diese Vereinheitlichung notwendigen, systematischen Untersuchungen.

Ein Ansatz, der bei vertretbarem Aufwand eine sehr transparente Beziehung zwischen NN-WW und OMP herstellt, ist das **F a l t u n g s m o d e l l** /GrPy 68, JaKe 69, Reb 74a, Reb 74b/. In diesem Modell wird der Realteil des OMP, analog zur Bestimmung der elektrostatischen WW zwischen zwei Ladungsverteilungen, durch Mittelung einer effektiven NN-WW über die **M a t e r i e - d i c h t e v e r t e i l u n g e n** der wechselwirkenden Kerne erzeugt. Daß eine solche Faktorisierung möglich ist, begründen z.B. Barrett und Jackson mit der annähernden Konstanz des (spezifischen) Volumenintegrals pro NN-Paar /BaJa 77/. Das „Faltungspotential“ läßt sich aus der Vielfach-Streuentwicklung (3.5) herleiten. Der Realteil dieser Entwicklung

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} U_{\text{opt}}(\vec{r}_\alpha) &= V_{\text{oo}}(\vec{r}_\alpha) + \Delta U_{\text{NL}}(\vec{r}, \vec{r}_\alpha) \\ &= \langle \psi_{\alpha 0} \psi_{\text{Ao}} | V_{\text{eff}}^{\text{NN}} | \psi_{\alpha 0} \psi_{\text{Ao}} \rangle + \Delta U_{\text{NL}}(\vec{r}, \vec{r}_\alpha) \end{aligned} \quad (3.11)$$

wird im Ortsraum und in 1. Näherung durch

$$V_{\text{oo}}(\vec{r}_\alpha) = \int d\vec{r}_1 \rho(\vec{r}_1) \int d\vec{r}_2 \rho(\vec{r}_2) V_{\text{eff}}^{\text{NN}}(\vec{r}_{12} = \vec{r}_\alpha + \vec{r}_2 - \vec{r}_1) \quad (3.12)$$

ausgedrückt. $V_{\text{eff}}^{\text{NN}}$ ist wegen der kurzen Reichweite der NN-WW eine renormalisierte („effektive“) Kraft, die in der Literatur auf verschiedenen Wegen hergeleitet wird (z.B. aus der Vielfach-Streuentwicklung /Fes 58, KeMc 59/ oder der Einteilchen-G-Matrix /BeSq 59, ViBo 76/).

Bei der α -Teilchen-Streuung verschwindet die allgemeine Spin- und Iso-spin-Abhängigkeit. Da die elastische Streuung von α -Teilchen daher nur von der kugelsymmetrischen Anteilen des Realteils des OMP beeinflusst wird, brauchen nicht-sphärische Teile von $U_{\text{opt}}(\vec{r}_\alpha)$ generell nicht berücksichtigt werden. Nicht-sphärische Komponenten des OMP, die wegen der kurzen Reichweite der Kernkräfte den Deformationen der Kerndichten folgen, führen zur inelastischen Streuung und kollektiven Rotations- oder Vibrations-Zuständen (siehe Kap. 5 und unten).

Der nichtlokale Term ΔU_{NL} , der die Beiträge von Austausch- (Kern-Kern)- und Antisymmetrie- (intranuklearen)-Effekten zum Realteil des OMP summarisch berücksichtigt, ist zur Zeit Gegenstand eingehender Untersuchungen /FrGi 81, Vin 77, LoTe 77, SaLo 79, MaBu 78/. Dabei zeigte sich, daß ΔU_{NL} speziell im hier interessierenden Energie- und Massenbereich klein ist ($\leq 1\%$ /Vin 77/).

$$\Delta U_{NL} \ll \text{Im } \Delta U \ll V_{oo}$$

Darüberhinaus konnte gezeigt werden, daß ΔU_{NL} bei der, zu der expliziten Berechnung notwendigen Transformation in ein lokales Äquivalentpotential /PeBu 62, JaJo 74/, eine Geometrie annimmt, die der von V_{oo} sehr ähnlich ist /Vin 78/. Trotzdem läßt sich daraus nicht schließen, daß ΔU_{NL} vernachlässigbar ist. Wie sich aus Untersuchungen auf der Grundlage des „Doppelfaltungsmodells“ (3.12) ergab, beeinflussen die nichtlokalen Effekte, bei Erhaltung der allgemeinen radialen Form, die Reichweite und „Diffuseness“ des OMP /MaBu 78/. Insbesondere muß der relativ langreichweitige Ein-Nukleon-Austausch berücksichtigt werden /SaLo 79, LoOw 75/, um eine adäquate Beschreibung experimenteller Daten zu erreichen /MaGi 78/.

Ein weiterer Aspekt ist bei der Bestimmung des Faltungspotentials zu berücksichtigen: Die effektive NN-WW ist im allgemeinen dichteabhängig. Diese Dichteabhängigkeit ergibt sich aus Sättigungseffekten in dichter Kernmaterie und führt zu einer Reduktion der Stärke der effektiven WW /Sin 74, Lov 77/. In mikroskopischen Doppelfaltungsprozeduren erschwert diese Abhängigkeit der effektiven WW von den Dichten beider Stoßpartner die Bestimmung des Faltungspotentials erheblich, da diese Dichten meistens ungenügend bekannt sind. Ein (besonders bei der rechenaufwendigen Analyse von experimentellen Daten in vielen Fällen auch allein) praktikabler Weg, diese Schwierigkeiten zu umgehen, ist das semimikroskopische Einfach-Faltungsmodell

$$V_{oo}(r_\alpha) = \int d\vec{r}_1 v_{\text{eff}}^{\alpha N}(|\vec{r}_\alpha - \vec{r}_1|; \rho_m) \rho_m(\vec{r}_1) \quad (3.13)$$

Dabei wird die effektive α -Teilchen-Targetnukleon-WW phänomenologisch an einem geeigneten ($N=Z$)-Kern mit bekannter Dichte kalibriert /Gil 79/ (siehe Abschnitt 4.2.). Liegt dieser Kalibrierungskern im Massenbereich der zu untersuchenden Targetkerne, ist zu erwarten, daß die nicht explizit berücksichtigten Effekte durch ein so adjustiertes Potential sehr gut simuliert werden /FrGi 81/. Durch Bestimmung des OMP und Herausfalten von $v_{\text{eff}}^{\alpha N}$ ist dann die Materieverteilung ρ_m des Targetkerns gefunden. Bei systematischer Anwendung der Methode lassen sich zumindest in einem begrenzten Massenbereich Änderungen von Materiedichten quantitativ verifizieren (siehe Abschnitt 4.3.).

Für die hier vorliegenden Fälle bietet sich ^{40}Ca als Kalibrierungskern an. Die Hartree-Fock-Dichten für ^{40}Ca /Neg 70/ gelten als recht zuverlässig.

Darüberhinaus wurden die WQ der elastischen Reaktion $^{40}\text{Ca}(\alpha,\alpha)^{40}\text{Ca}$ sehr genau gemessen und sorgfältig analysiert /GiFr 80a, GiFr 80b/.

Außer den oben beschriebenen Möglichkeiten der phänomenologischen oder mikroskopischen Interpretation der elastischen Streuung eröffnen sich im optischen Modell aber auch Wege einer kombinierten Analyse von elastischer und inelastischer Streuung. Dabei wird allerdings vorausgesetzt, daß die inelastische Streuung durch Anregung kollektiver Zustände hervorgerufen wurde. Die Ergebnisse, die aus der Untersuchung der bevorzugten und damit am besten bekannten elastischen Streuung stammen, können dabei voll für die Analyse der inelastischen Streuung genutzt werden. Der Rahmen wird durch die sogenannten **k o l l e k t i v e n M o d e l l e** gesetzt (siehe Kap. 5). Die Vorstellungen der kollektiven Modelle laufen darauf hinaus, daß meßbare Abweichungen von der, in der inelastischen Streuung registrierten Kugelsymmetrie durch Anregung von kollektiven Bewegungszuständen um einen „Gleichgewichts“- Zustand (Grundzustand) hervorgerufen werden und damit zu inelastischen Streuprozessen führen. Nach Maßgabe dieser Modelle läßt sich das OMP in einen kugelsymmetrischen Anteil $U_{\text{Diag}}(r_\alpha)$ und einen nichtsphärischen Anteil $U_{\text{coupl}}(r_\alpha, \hat{r}_\alpha)$ zerlegen.

$$U_{\text{opt}}(\vec{r}_\alpha) = U_{\text{Diag}}(r_\alpha) + U_{\text{coupl}}(r_\alpha, \hat{r}_\alpha) \quad (3.14)$$

Setzt man diesen Ausdruck in die Schrödinger-Gleichung (3.1) ein, so ergibt sich

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_\alpha^2 - (E - \epsilon_A) + U_{\text{Diag}}(r_\alpha) \right\} \chi_0(\vec{r}_\alpha) = -U_{\text{coupl}}(\vec{r}_\alpha) \chi_0(\vec{r}_\alpha) \quad (3.15)$$

Erinnert man sich weiter daran, daß bei der elastischen α -Teilchen-Streuung nur der Term U_{Diag} beiträgt, so erkennt man aus dem Vergleich von (3.1) und (3.15) mit dem System gekoppelter Gleichungen (3.4), daß

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_\alpha^2 - (E - \epsilon_A) + U_{\text{opt}}^{\text{el}}(r_\alpha) \right\} \chi_0(\vec{r}_\alpha) = 0 \quad (3.16a)$$

$$U_{\text{coupl}}(\vec{r}_\alpha) = - \sum_{j \neq 0}^{\infty} \chi_j(\vec{r}_\alpha) V_{0j}(\vec{r}_\alpha) \quad (3.16b)$$

$$\text{und } U_{\text{opt}}^{\text{el}}(r_\alpha) = U_{\text{Diag}}(r_\alpha) \quad (3.16c)$$

Dieses System gekoppelter Gleichungen stellt damit die Basis aller Analysen

der inelastischen Streuung im „verallgemeinerten“ optischen Modell dar. Ausführlichere Erläuterungen hierzu finden sich in Kap. 5. An dieser Stelle sei nur noch einmal auf die zentrale Bedeutung des aus der elastischen Streuung bestimmten OMP hingewiesen.

In den bisherigen Ausführungen blieb der Imaginärteil des OMP weitgehend unberücksichtigt. Prinzipiell läßt er sich mikroskopisch simultan zur nicht-lokalen Komponente ΔU_{NL} des Realpotentials berechnen. Solche Rechnungen wurden von Vinh Mau und Mitarbeitern /ViBo 76, Vin 77, Vin 78/ durchgeführt. Sie führen zu dem Schluß, daß Real- und Imaginärteil unterschiedliche Formen haben, und daß es gerechtfertigt ist den Imaginärteil des OMP phänomenologisch durch die Saxon-Woods-(SW)-Form (siehe Abschnitt 4.1.) zu beschreiben. Da man das α -Teilchen wohlbegründet (siehe oben) als inert voraussetzt, werden aber Projektil-Aufbruchkanäle nicht berücksichtigt /Reb 81/, so daß der Imaginärteil in mikroskopischen Rechnungen stark unterschätzt wird. In pragmatischen Prozeduren wird deshalb auch in Faltungmodellrechnungen der Imaginärteil des OMP immer phänomenologisch parametrisiert. Untersuchungen, die die Kopplung von einem reellen Faltungspotential mit einem phänomenologischen Imaginärteil betrachten, bestätigen im übrigen, daß die (SW)-Form die adäquate, phänomenologische Parametrisierung des Imaginärpotentials darstellt /FrGi 81/.

3.2. Allgemeine Analysepraktiken

Nachdem im vorherigen Abschnitt der allgemeine Rahmen der Analyse dargestellt wurde, sollen hier die generellen mathematischen Methoden beschrieben werden, die in den verschiedenen Analysen der gemessenen elastischen und inelastischen WQ zur Anwendung kamen.

Wie bei Anpassungen von theoretischen Modellfunktionen an experimentelle Meßpunkte üblich, wurden die Analysen nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate („ χ^2 -Minimierung“) durchgeführt. Dabei wird das absolute Minimum der Funktion

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^M \left(\frac{\sigma_{\text{exp}}(\theta_i) - \sigma_{\text{the}}(\theta_i)}{\Delta\sigma_{\text{exp}}(\theta_i)} \right)^2 \quad (3.17)$$

durch Variation der freien Parameter gesucht. Die Größen $\sigma_{\text{the}}(\theta_i)$ sind dabei die aus dem optischen Potentialansatz numerisch berechneten /Schw 68/ und $\sigma_{\text{exp}}(\theta_i)$ die gemessenen WQ. $\Delta\sigma_{\text{exp}}(\theta_i)$ steht für den absoluten Fehler der $\sigma_{\text{exp}}(\theta_i)$ (siehe Abschnitt 2.3.). M ist die Zahl der Meßpunkte. Ein Maß für die Güte der Anpassung ist der χ^2 -Wert pro Freiheitsgrad: $\chi^2/F = \chi^2/(M-N-1)$ (N = Anzahl der variierten Parameter). Bei vergleichbarer Größe der Einzelfehler (d.h. bei vergleichbarer Statistik) dient χ^2/F deshalb als Bewertungskriterium für die Analysen auch verschiedener Messungen. Die Einzelfehler der Parameter ergeben sich aus der Kovarianzmatrix, die in dem nach der Gradientenmethode arbeitenden Anpassungsalgorithmus /Schw 73/ berechnet wird.

Bei der Streuung geladener Teilchen ist die Coulomb-WW auch bei höherer Projektilenergie nicht vernachlässigbar. In den Analysen wurden realistische Coulombpotentiale $V_C(\vec{r}_\alpha)$ benutzt, die durch Doppelfaltung aus den experimentellen Ladungsverteilungen von Projektil und Target abgeleitet wurden /Gil 80/. Die Ladungsverteilungen von ^{40}Ca , ^{48}Ca , ^{50}Ti und ^{52}Cr stammen aus Ref. /WoSh 80/, die der α -Teilchen aus Ref. /JaVr 74/.

Die eventuell möglichen diskreten Vieldeutigkeiten des so aus Meßdaten bestimmten OMP lassen sich durch experimentelle Vorkehrungen vermeiden. Anhand einer halbklassischen Diskussion des Verlaufs der WQ ist dies leicht zu zeigen.

Die in den Abb. 3 und 4 gezeigten Winkelverteilungen (siehe auch Abb. 5) sind deutlich in zwei Bereiche unterteilt: den Vorwärtsbereich bis etwa 60° , der durch starke Oszillationen gekennzeichnet ist, und den rückwärtigen Bereich in dem die WQ annähernd exponentiell abfallen.

Dieser Verlauf ist, in Analogie zur Optik anschaulich durch die Dominanz unterschiedlicher Streumechanismen zu erklären. Das wohlbekanntes Phänomen der „starken“ Absorption von α -Teilchen an der Kernoberfläche /Jac 70/ führt zu den Diffraktionsstrukturen im vorderen Winkelbereich /Bla 65/. Solche Oszillationsstrukturen sind in der Optik als Fraunhofer'sche Beugung an einer schwarzen Scheibe geläufig.

Das Auffüllen der Minima mit größer werdenden Winkeln und das Verschwinden der Oszillationen der WQ ab $\theta_R \approx 60^\circ$ ist durch dominierende Beiträge von Refraktionseffekten zu erklären /Gol 78/. In der klassischen Optik gibt es einen maximalen Winkel θ_R für die Brechung von Licht einer bestimmten Wellenlänge

in einem Wassertropfen („Regenbogenwinkel“). Bei diesem Regenbogenwinkel sollten die WQ singular werden. In der halbklassischen Betrachtung werden bereits die Streuamplituden aus verschiedenen Wechselwirkungszonen kohärent aufsummiert. Dadurch wird der Verlauf der WQ in der Nähe und jenseits des Regenbogenwinkels entscheidend modifiziert: Die WQ erreichen ein lokales und endliches Maximum bei θ_R und fallen anschließend exponentiell ab. Dieses Verhalten entspricht dem Verlauf der in den Abb. 3,4 und 5 gezeigten Winkelverteilungen oberhalb von 60° . Die α -Teilchen-Streuung um und jenseits des „nuklearen Regenbogenwinkels“ θ_R wird deshalb als „Regenbogen-Streuung“ interpretiert: Bei größeren Winkeln werden vor allem Teilchen registriert, die in tiefere Kernregionen eingedrungen sind und im Kernpotential stärker abgelenkt oder, anders ausgedrückt, „im dichteren Kernmedium gebrochen werden“. Durch Messung der WQ weit über θ_R hinaus lassen sich also tiefere Zonen des streuenden Kerns abtasten. Goldberg und Smith /GoSm 72/ zeigten, daß durch möglichst weite Ausdehnung der WQ-Messungen in den Refraktionsbereich und durch eine exakte Messung der Oszillationsminima das α -Teilchen-Kern-Potential mit einem hohen Maß diskreter Eindeutigkeit bestimmt werden kann.

Unter dem Begriff „Regenbogenwinkelkriterium“ werden folgende Aussagen zusammengefaßt:

- Der Diffraktionsbereich der Winkelverteilung ist im wesentlichen durch die Kernrandzone und die Ausläufer des Potentials bestimmt.
- Die WQ im Refraktionsbereich resultieren vor allem aus der Streuung in tieferen Kernregionen. Die Messung und Analyse der Regenbogenstreuung erlaubt daher eine Sondierung des Potentials bis in tiefere Kernzonen.

Für die Parametrisierung des OMP bedeutet dies: Die Potentialform muß so flexibel sein, daß bei Analysen die verschiedenen Effekte, die zum WQ in einem großen Winkelbereich beitragen, gleich gut beschrieben werden. Abb. 5 zeigt Beispiele von Anpassungen mit verschiedenen phänomenologischen OMP, die im nächsten Kapitel vorgestellt werden.

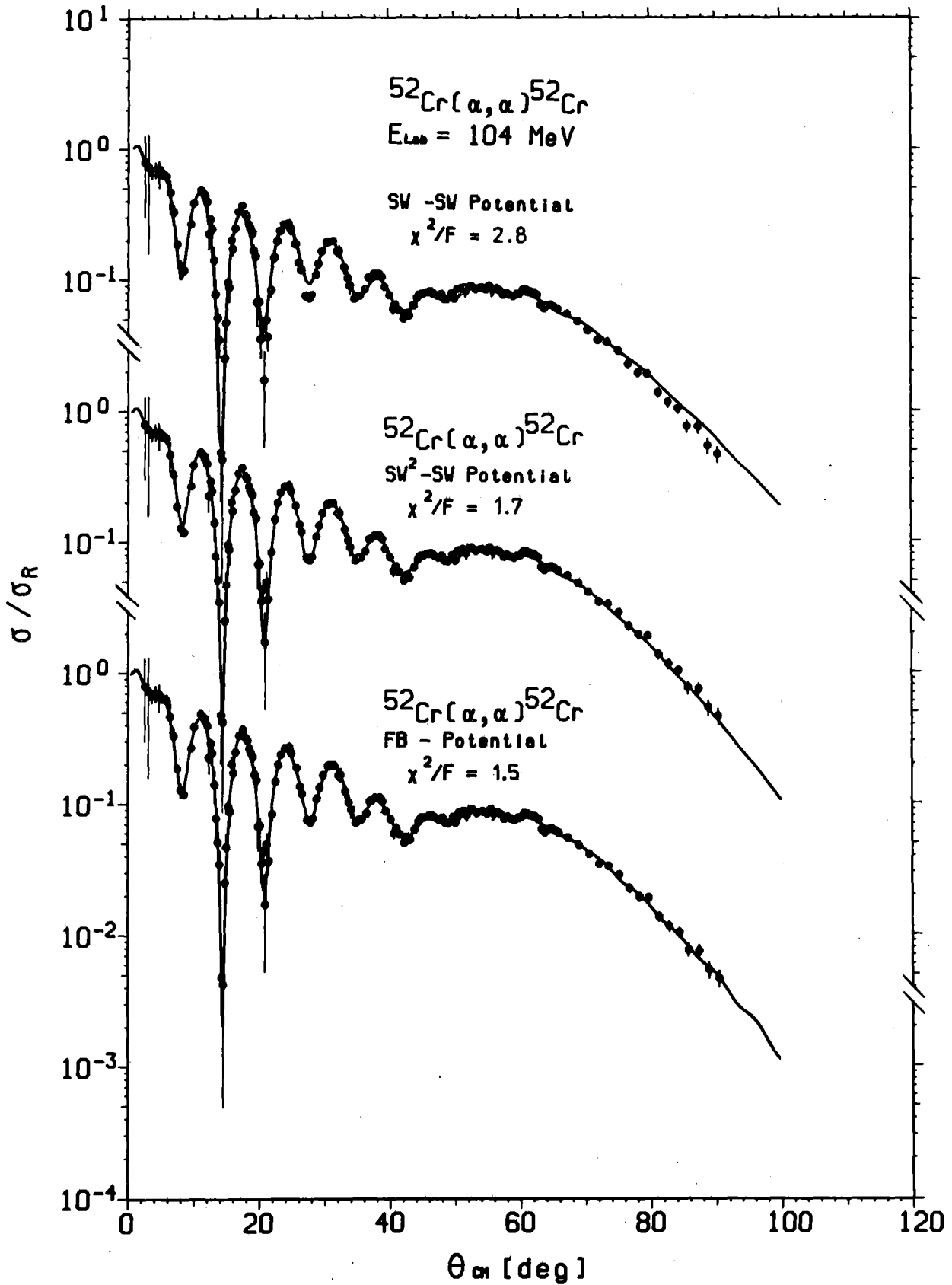


Abb. 5: Fits der differentiellen Wirkungsquerschnitte für die Streuung von 104 MeV α -Teilchen an ^{52}Cr unter Verwendung verschiedener phänomenologischer optischer Potentiale

4. ANALYSE DER ELASTISCHEN STREUUNG

4.1. Phänomenologische Methoden

4.1.1. Konventionelle optische Potentiale

Ein seit langem gebräuchlicher Ansatz für den hadronischen Anteil des optischen Potentials

$$U_{\text{opt}}(r_{\alpha}) = -V_0 \cdot f_v(r_{\alpha}) - iW_0 \cdot f_w(r_{\alpha}) + V_C(r_{\alpha}) \quad (4.1)$$

ist die (SW)-„Form“

$$f_{v,w}(r_{\alpha}) = \left\{ 1 + e^{-\frac{r_{\alpha} - R_{v,w}}{a_{v,w}}} \right\}^{-1} \quad (4.2)$$

Die der (SW)-Parametrisierung zugrundeliegende Annahme, daß der Potentialverlauf der Materiedichteverteilung proportional ist, ist aus der Analogie der (SW)-„Formfaktoren“ und der Fermi-Verteilung für die Dichte sofort ersichtlich. Da in der α -Teilchen-Streuung die radialen Formen von Real- und Imaginärpotential verschieden sind (siehe Abschnitt 3.1.), müssen die Potentialtiefen V_0 und W_0 , die Halbwertsradien $R_{v,w} = r_{v,w} \cdot A^{1/3}$ und die Hautdicken („diffuseness“) $a_{v,w}$ als freie Fit-Parameter behandelt werden.

In einer ersten Analyse der elastischen WQ von ^{48}Ca /GiFr 80a/, ^{50}Ti und ^{52}Cr wurde der (SW)-Ansatz benutzt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2a zusammengestellt. Die χ^2/F -Werte sind deutlich höher als 1. Dies zeigt, daß diese Potentiale die vorliegenden Winkelverteilungen nicht adäquat beschreiben. Vor allem im Refraktionsbereich werden die WQ zunehmend überschätzt (siehe Abb. 5).

Phänomenologische Versuche von Budzanowski und Grotowski /BuGr 75/ und Goldberg /Gol 75/, sowie mikroskopische Rechnungen von Vinh Mau /Vin 77/ und Majka /MaBu 78/ ergaben, daß Winkelverteilungen, die bis in den Refraktionsbereich gemessen wurden, in einem großen Energie- und Massenbereich durch einen quadrierten Saxon-Woods-Formfaktor (SW)² des Realpotentials wesentlich besser beschrieben werden. Der Unterschied zwischen dieser Parametrisierung und der (SW)-Form liegt in der Kopplung zwischen der Oberflächenregion und dem Kerninneren, für das der Refraktionsbereich (und damit der Realteil des Potentials) besonders empfindlich ist. Wie Tabelle 2 bestätigt, führt die (SW)²-Parametrisierung, insbesondere für ^{50}Ti und ^{52}Cr zu signifikant besseren

Tabelle 2: Parameter konventioneller optischer Potentiale aus der elastischen Streuung von 104 MeV α -Teilchen an ^{48}Ca , ^{50}Ti und ^{52}Cr

	V_o (MeV)	r_v (fm)	a_v (fm)	$-J_v/4A$ (MeV fm ³)	$\langle r_v^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	W_o (MeV)	r_w (fm)	a_w (fm)	$-J_w/4A$ (MeV fm ³)	$\langle r_w^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	χ^2 / F
2a)	(SW)-Realpotential					(SW)-Imaginärpotential					
^{48}Ca	103.8	1.216	0.823	330.5	4.589	18.4	1.657	0.588	95.1	5.105	3.4
^{50}Ti	122.4	1.242	0.793	318.8	4.610	19.2	1.633	0.532	94.3	5.061	3.5
^{52}Cr	130.5	1.195	0.815	310.3	4.595	21.2	1.572	0.617	95.7	5.091	2.8
2b)	(SW) ² -Realpotential					(SW)-Imaginärpotential					
^{48}Ca	162.1	1.378	1.274	318.6	4.458	28.9	1.633	0.603	95.0	5.114	3.3
^{50}Ti	147.1	1.408	1.197	307.5	4.471	20.1	1.600	0.582	94.6	5.054	1.8
^{52}Cr	157.0	1.367	1.228	300.6	4.456	22.5	1.530	0.668	97.0	5.092	1.7
2c)	(SW) ² -Realpotential					(SW) ² -Imaginärpotential					
^{48}Ca	179.4	1.312	1.368	308.6	4.450	20.2	1.791	0.921	90.6	5.057	3.1
^{50}Ti	160.0	1.353	1.279	297.7	4.452	21.6	1.748	0.914	89.7	5.004	1.6
^{52}Cr	189.3	1.249	1.409	283.5	4.448	23.1	1.846	0.926	88.3	5.017	1.6

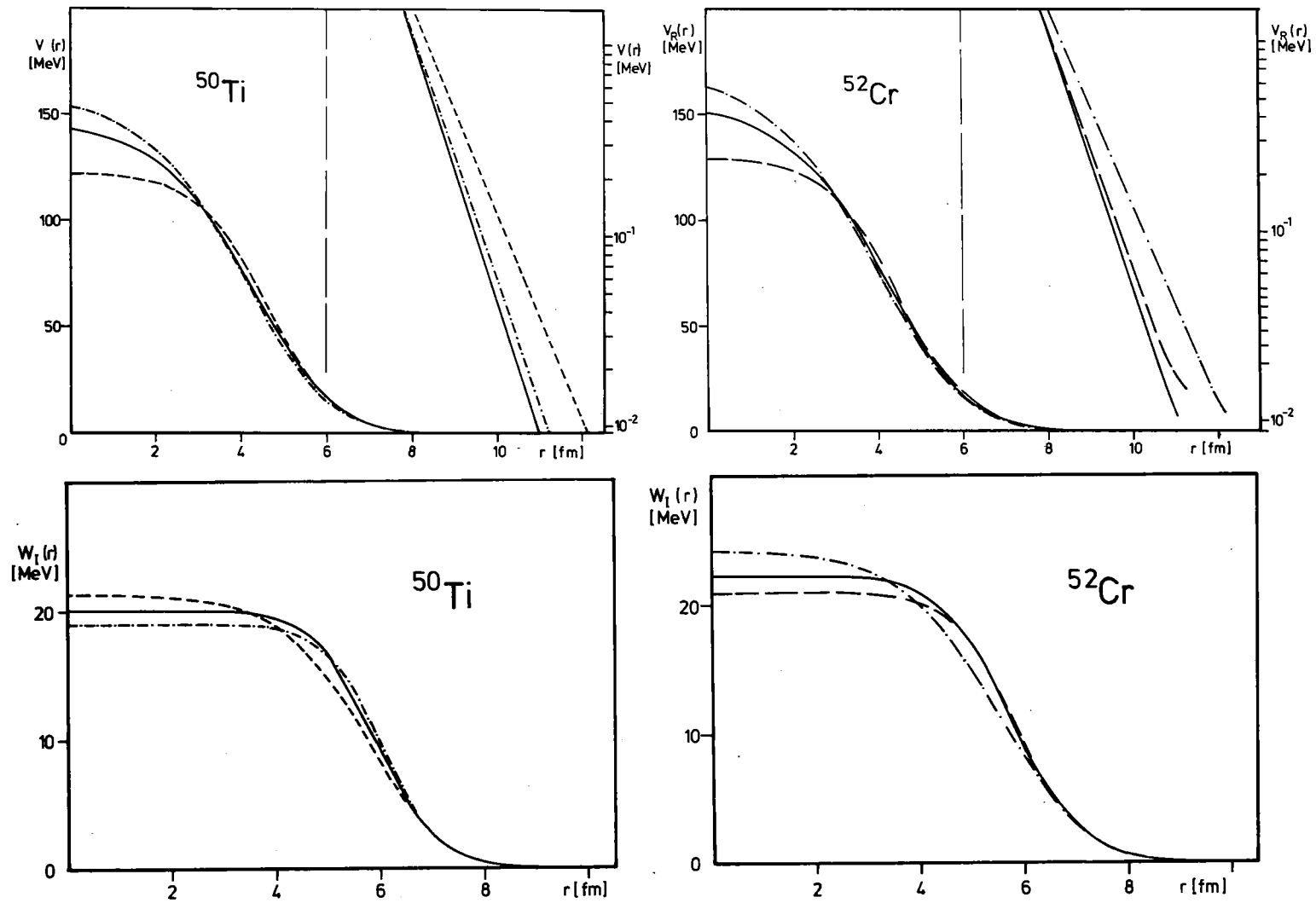


Abb. 6: Real- und Imaginärpotentiale für $^{50}\text{Ti}(\alpha, \alpha)$ und $^{52}\text{Cr}(\alpha, \alpha)$ bei Verwendung konventioneller Parametrisierungen: gestrichelte Linien $(SW)_R + (SW)_I$; durchgezogene Linien $(SW)_R^2 + (SW)_I$; Punkt-Strich-Linien $(SW)_R^2 + (SW)_I^2$

χ^2/F -Werten. Bei einem Vergleich der (SW)- und (SW)²-Anpassungen in Abb. 5 ist außerdem zu erkennen, daß sich die Verbesserungen nicht auf den Refraktionsbereich beschränken, sondern daß auch die Minima im Diffraktionsbereich wesentlich besser reproduziert werden. Wie nicht anders zu erwarten, ändern sich die Potentialparameter Tiefe, Halbwertsradius und Diffuseness sowie das spezifische Volumenintegral ($J_{v,w}/4A$) und der RMS-Radius $\langle r_{v,w}^2 \rangle^{1/2}$ beträchtlich. Die Differenzen zwischen den integralen Größen der verschiedenen Isotone sind jedoch nahezu unabhängig von der gewählten Modellfunktion. Dies zeigt, daß die Einbeziehung der Regenbogenstreuung in die Analyse zu eindeutigen diskreten Parametersätzen des OMP führt. Die χ^2/F -Werte können als Kriterium für die Wahl der besten Potentialform dienen.

In einem weiteren Schritt der Analyse wurde die (SW)²-Form auch in den Imaginärteil eingeführt. Die Anpassungen werden dadurch nur unwesentlich verbessert (siehe Tabelle 2c). Dies deckt sich mit der oben bereits erwähnten Feststellung (siehe Abschnitt 3.1.), daß Real- und Imaginärpotential verschiedene Geometrie haben, und daß der Imaginärteil durch die (SW)-Form adäquat beschrieben wird.

Abb. 6 zeigt die Real- und Imaginärpotentiale aus Tabelle 2. Wie man sieht, sind die Differenzen der verschiedenen Potentialverläufe für beide Kerne von derselben Größenordnung. Dies erhärtet die Aussage, daß die Isotonendifferenzen bei entsprechenden experimentellen Vorkehrungen nur unwesentlich von der gewählten Modellfunktion abhängen.

4.1.2. Modellunabhängige Potentiale

Die Anwendung der (SW)²-Form für das Realpotential führt zwar zu deutlichen Verbesserungen von χ^2/F , doch legt sie, genauso wie das (SW)-Potential, den Verlauf des theoretischen Potentials zwischen Kernrand und Kerninnerem analytisch fest und wird dadurch Feinheiten der Winkelverteilungen eventuell nicht gerecht.

Um sich von mathematisch-analytischen Präjudizien frei zu machen, hat man im dafür besonders sensitiven Realpotential (siehe oben) Reihenentwicklungen, z.B. Ideogramme (= Summe von Gaußfunktionen mit unterschiedlichen Schwerpunkten)

/BrBr 77/, Spline-Funktionen /PuPa 77/, vollständige Sätze von orthogonalen Polynomen /Rob 79/ oder die aus der Elektronenstreuung bekannten Fourier-Bessel-(FB)-Reihen /DrFr 74, FrBa 78/ anstelle vorgewählter analytischer Formen verwendet. Ein weiterer Vorteil solcher formaler Methoden beruht auf der Möglichkeit, Fehlerabschätzungen nicht nur für einzelne Fitparameter, sondern Fehlerbänder für den gesamten Verlauf der Potentiale anzugeben (siehe Anhang A und Abb. 7). Bei solchen Parametrisierungen werden allerdings die konventionellen Parameter des OMP irrelevant. Nur die integralen Größen behalten ihre physikalische Signifikanz.

In der vorliegenden Arbeit werden die Analysen nach der (FB)-Methode durchgeführt. Dabei wird der Realteil des OMP in folgender Weise beschrieben:

$$V(r_\alpha) = -V_B^{(SW)^2} + \sum_{n=1}^N b_n j_0(q_n r_\alpha) \quad (4.3)$$

Die einzelnen Größen bedeuten

$$V_B^{(SW)^2}(r_\alpha) = (SW)^2\text{-Bestfit-Potential}$$

$$q_n = (n\pi/R_{\text{cut}})$$

$$j_0(q_n r_\alpha) = \text{sphärische Besselfunktion 0. Ordnung}$$

$$R_{\text{cut}} = \text{Abschneideradius (bei der Reihenentwicklung gilt } r_\alpha \leq R_{\text{cut}})$$

$$b_n = \text{Koeffizienten der (FB)-Reihe}$$

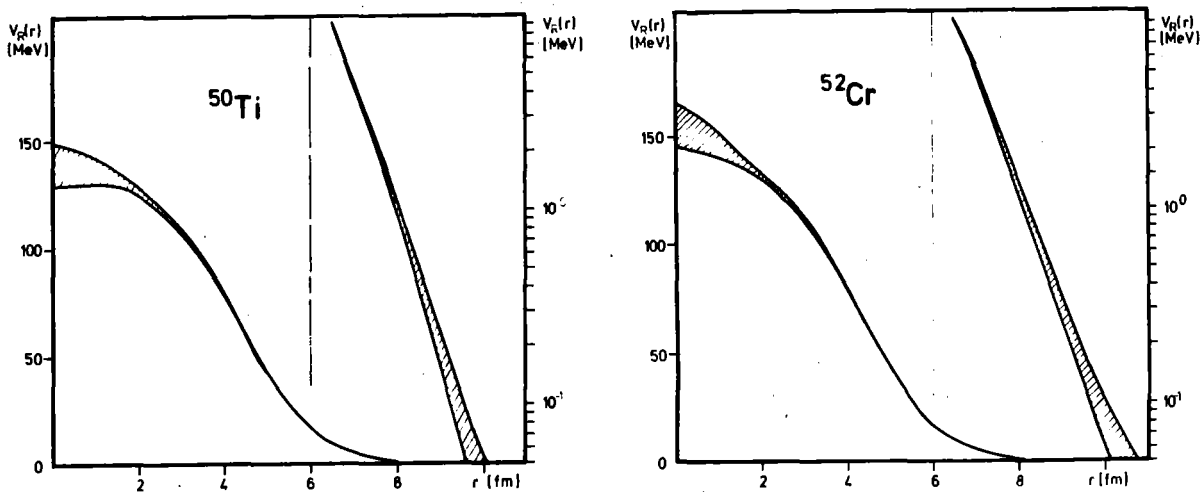


Abb. 7: (FB)-Potentiale von ^{50}Ti und ^{52}Cr

Während des Fits wird $V_B^{(SW)^2}$ nicht variiert. Die Vorgabe dieses Potentials dient nur der Einsparung von Rechenzeit und verhindert das Verschwinden des Potentials wenn $r_\alpha > R_{cut}$ wird. Für den Abschneideradius R_{cut} und die Zahl N der variierten Koeffizienten b_n gibt es a priori keine Festsetzungen. Für die Abschneideradien ist es aber sicher eine gute Annahme, R_{cut} größer zu wählen als die jeweiligen „strong-absorption“-Radien /FeBl 70/. Die Koeffizienten b_n haben in der α -Teilchen-Streuung, anders als in der Elektronenstreuung /DrFr 74/, keine Relation zu experimentell bestimmten Größen. Untersuchungen von Gils und Friedman /GiFr 80a/ an den Ca-Isotopen zeigen, daß für N der Wertebereich $9 \leq N \leq 13$ und für R_{cut} der Radialbereich 9-13 fm in sich konsistente Resultate liefert. Die Ergebnisse und Fehler der einzelnen Anpassungen hängen natürlich vom gewählten N und R_{cut} ab. Um diese Quelle verbleibender Modellabhängigkeit soweit als möglich auszuschließen, wird in der (FB)-Methode der folgende Weg beschritten: Für jedes R_{cut} von 9 bis 13 fm (inkrementiert in 1 fm-Schritten) wird für jedes N von 9 bis 13 eine Anpassung durchgeführt. Die resultierenden 25 Potentialverläufe und die einzelnen integralen Größen werden anschließend gemittelt. Daß diese Methode zu in sich konsistenten Ergebnissen führt, läßt sich anhand einer ähnlichen Rechnung für ^{50}Ti zeigen. Mit ebensovielen voneinander unabhängigen Dubletts von Zufallszahlen zwischen 9 und 13 wurde das oben beschriebene Verfahren wiederholt. Der Unterschied in den Ergebnissen war bis zu einer Größenordnung kleiner als die ermittelten Fehler.

In Tabelle 3 sind die integralen Größen, die sich aus der (FB)-Analyse ergeben, zusammengestellt. Anhand des Beispiels ^{52}Cr wird die Verbesserung der Anpassung vom (SW)- über (SW)²- zum (FB)-Potential in Abb. 5 gezeigt. Abb. 8 zeigt die (FB)-Anpassungen für alle hier untersuchten Isotone. Die

Tabelle 3: Aus den (FB)-Potentialen bestimmte integrale Größen

	$-J_V/4A$ (MeV fm ³)	$\langle r_V^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	$-J_W/4A$ (MeV fm ³)	$\langle r_W^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	χ^2/F
^{48}Ca	319 ± 5	4.49 ± 0.09	96.0	5.09	2.3
^{50}Ti	306 ± 5	4.46 ± 0.05	93.0	5.09	1.5
^{52}Cr	303 ± 4	4.48 ± 0.05	96.0	5.08	1.5

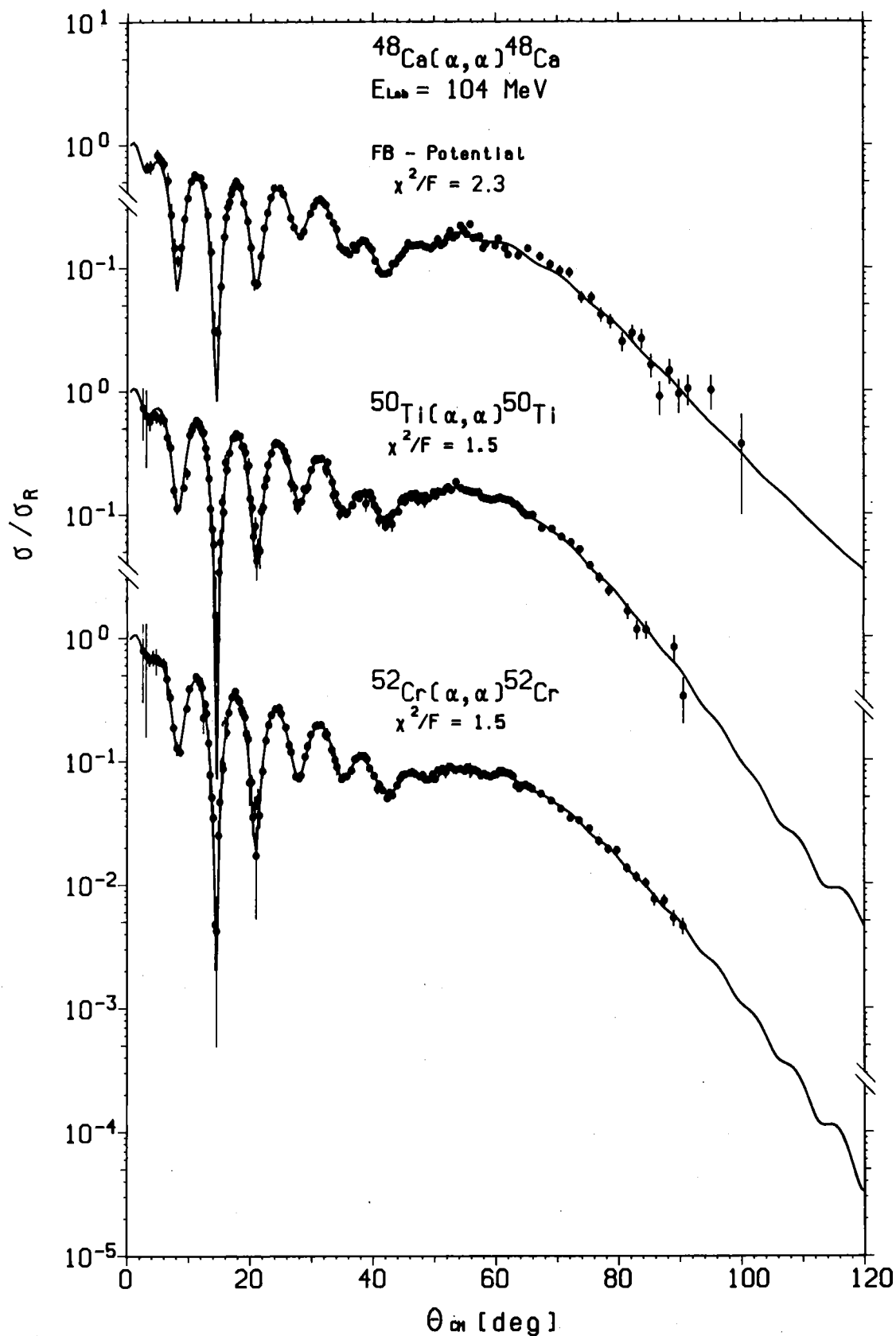


Abb. 8: Ergebnisse der (FB)-Methode : Experimentelle und gefittete differentielle Wirkungsquerschnitte (dividiert durch die Rutherfordquerschnitte)

daraus resultierenden (FB)-Potentiale sind für ^{50}Ti und ^{52}Cr , zusammen mit den sich aus den Anpassungen ergebenden Fehlern (siehe Anhang A) als Bänder in Abb. 7 dargestellt.

4.2. Semimikroskopische Faltungsmodellanalysen

4.2.1. Die effektive Wechselwirkung

Es ist üblich, die effektive α -Teilchen-Targetnukleon-WW $V_{\text{eff}}^{\alpha N}$ (siehe Abschnitt 3.1.) in einer einfachen analytischen Form anzusetzen. Sehr verbreitet ist die sogenannte Gauß-WW /Jac 64/.

$$V_{\text{eff}}^{\alpha N}(|\vec{r} - \vec{r}_\alpha|; \rho_m) = -V_0 e^{-\frac{|\vec{r} - \vec{r}_\alpha|^2}{a^2}} \cdot f(\rho_m) \quad (4.3)$$

Die Dichteabhängigkeit $f(\rho_m)$, die von Sättigungseffekten herrührt, läßt sich explizit angeben /Mye 73/.

$$f(\rho_m) = (1 - \gamma \rho_m^{2/3}) \quad (4.4)$$

Diese Darstellung der Dichteabhängigkeit ergibt sich aus folgenden Plausibilitätsbetrachtungen: In der Thomas-Fermi Approximation ist der mittlere Impuls eines Targetnukleons („Fermi-Impuls“) proportional zu $\rho_m^{1/3}$ /PrBh 75/. Die effektive NN-WW ist eine gerade Funktion des Relativimpulses und der Hauptbeitrag in einer Taylorentwicklung ist entsprechend quadratisch im Impuls oder proportional zu $\rho_m^{2/3}$. Tatsächlich können mit dem Ansatz (4.4) gute Ergebnisse in Hartree-Fock-Rechnungen /Neg 70, DoVG 72/ und Analysen im Rahmen des optischen Modells /FrGi 78, GrSa 68/ erzielt werden.

Die Kalibrierung von $V_{\text{eff}}^{\alpha N}$ für die elastische Streuung von α -Teilchen mit 104 MeV kinetischer Energie wurde von Gils ausführlich beschrieben /GiFr 80b/. Die Prozedur wird deshalb an dieser Stelle nur in komprimierter Form dargestellt.

- 1.) Basierend auf der nicht unbegründeten Annahme, daß für den doppelmagischen (N=Z)-Kern ^{40}Ca , die Neutronen- und Protonenpunktdichteverteilungen $\rho_n(r)$ und $\rho_p(r)$ sehr ähnlich sind

$$\frac{A}{N} \rho_n(r) \equiv \frac{A}{Z} \rho_p(r) \equiv \rho_m(r) \quad (4.5)$$

wird die Materieverteilung

$$\rho_m(r) = \rho_p(r) + \frac{N}{Z} \rho_n(r) = (2\rho_p(r) \text{ für } {}^{40}\text{Ca}) \quad (4.6)$$

durch Herausfalten der Protonendichteverteilung aus der gut bekannten Ladungsdichteverteilung

$$\rho_{ch}(r) = \int d\vec{r}' \rho_p(|\vec{r} - \vec{r}'|) \left\{ \rho_{ch-p}(\vec{r}') + \frac{N}{Z} \rho_{ch-n}(\vec{r}') \right\} \quad (4.7)$$

bestimmt, wobei ρ_{ch-p} und ρ_{ch-n} die „Ladungsformfaktoren“ (Ladungsverteilungen) von Proton bzw. Neutron sind.

2.) In Anpassungsrechnungen für das OMP

$$U_{opt}(r_\alpha) = \int d\vec{r} V_{eff}^{\alpha N}(|\vec{r} - \vec{r}_\alpha|; \rho_m) \rho_m(\vec{r}) + iW_{of_w}(r_\alpha) + V_C(r_\alpha) \quad (4.8)$$

werden die WW-Parameter V_0 , a und γ aus den Fits so bestimmt, daß bei gutem χ^2/F -Wert eine hinreichende Konsistenz der nach (4.8) ermittelten integralen Potentialgrößen mit den entsprechenden Werten aus der phänomenologischen (FB)-Analyse erreicht wird. Das Ergebnis dieser Kalibrierung ergibt für das effektive Gaußpotential (4.3) und (4.4): $V_0 = (64.6 \pm 0.5) \text{ MeV}$, $a = (1.798 \pm 0.002) \text{ fm}$ und $\gamma = (1.9 \pm 0.1) \text{ fm}^2$. Dabei ist bemerkenswert, daß der phänomenologische Wert für γ sehr nahe bei 2 fm^2 liegt, was als theoretischer Wert hergeleitet wurde /JeLe 77/.

Beim Vergleich des OMP nach Glch. (4.8) mit einem nach der Doppelfaltungsmethode (Glch. (3.12)) mikroskopisch hergeleiteten WW, die die nichtlokalen Effekte durch Berücksichtigung von Austauschtermen einschloß /MaGi 78/, und für die nur die Stärke und der Sättigungsfaktor γ an den ${}^{40}\text{Ca} (\alpha, \alpha)$ -WQ adjustiert wurde, ergab sich eine gute Übereinstimmung der effektiven α -Teilchen-Targetnukleon-Potentiale für $r_\alpha \geq 2 \text{ fm}$ und $r \geq 2 \text{ fm}$. Dies zeigt, daß die WW, außer im tieferen Innern der Kerne, recht gut verstanden ist und durch Faltungspotentiale reproduziert werden kann. Eine wesentliche Diskrepanz zwischen Analysen mit der Gauß-WW auf der einen, und mikroskopischen WW sowie phänomenologischen (FB)-Potentialen auf der anderen Seite, resultiert aus den systematischen Abweichungen der integralen Potentialgrößen bei den Analysen mit der

Gauß-WW /GiFr 80b/. Eine Erklärung dafür geben Satchler und Love, die darauf hinweisen, daß eine „realistische“ Reichweite der effektiven WW außerordentlich wichtig für die Bestimmung „begründeter“ Volumenintegrale, RMS-Radien und Potentialstärken ist, und zeigen, daß die einfache Gaußform zu kurze Reichweiten der effektiven WW impliziert. Dahingegen erwiesen sich effektive NN-Potentiale, die aus mehreren Yukawa-Termen zusammengesetzt sind (z.B. M3Y), bei der Interpretation von Schwerionen-Streuexperimenten im Rahmen des Faltungsmodells als sehr geeignet /SaLo /9/. Friedman und Gils untersuchten verschiedene WW-Formen mit unterschiedlichen Reichweiten, wie z.B. die Yukawa-WW und die Summe von Gauß- und Yukawa-Termen. Eine Mischform, bestehend aus einem Gaußterm, der dem Potential (4.1) geometrisch sehr ähnelt, und einem Yukawaterm mit größerer Reichweite, der den zu steilen Abfall des ursprünglichen Potentials kompensiert, beschreibt diesen Untersuchungen zufolge die elastische α -Teilchen-Streuung an ^{40}Ca bei verschiedenen Energien $E_{\text{kin}} = 104 \text{ MeV}$ und $E_{\text{kin}} = 141 \text{ MeV}$ /RoGo 79/ am besten /FrGi 81/. Für die Parameter dieser neuformulierten effektiven α -Teilchen-Targetnukleon-WW

$$V_{\text{eff}}^{\alpha N}(|\vec{r}-\vec{r}_{\alpha}|) = \{V_G \exp(-|\vec{r}-\vec{r}_{\alpha}|/a_G^2) + V_Y \exp(-|\vec{r}-\vec{r}_{\alpha}|/a_Y) / (a_Y(|\vec{r}-\vec{r}_{\alpha}|))\} (1-\gamma\rho_m^{2/3}) \quad (4.9)$$

ergeben sich nach der oben beschriebenen Kalibrierungsmethode:

$$\begin{aligned} V_G &= 57.0 \text{ MeV} & a_G &= 1.723 \text{ fm} \\ V_Y &= 27.1 \text{ MeV} & a_Y &= 0.8 \text{ fm}^{-1} \\ \gamma &= 2.069 \text{ fm}^2 \end{aligned}$$

Tabelle 4 zeigt am Beispiel von ^{48}Ca mit verschiedenen Dichteverteilungen, daß die neue WW zu Ergebnissen führt, deren χ^2/F -Werte mindestens so gut wie die der (SW)²-Potentialanalysen (siehe Abschnitt 4.1.) sind. Weiter ist zu sehen, daß die integralen Größen nahezu mit den entsprechenden Größen der modellunabhängigen (FB)-Analyse übereinstimmen und damit die Konsistenzbedingung sicherlich erfüllt ist, auch wenn für die Materieverteilung verschiedene Formen gewählt wurden (siehe nächsten Abschnitt).

4.2.2. Bestimmung von Materie-Dichte-Verteilungen

Kernmaterie-Dichte-Verteilungen sind eine Superposition von Protonen- und Neutronen-Dichte-Verteilungen.

Tabelle 4: RMS-Radien und spezifische Volumenintegrale aus phänomenologischen Potential- und Faltungsmodellanalysen für ^{48}Ca (G = effektive Gauß-WW; G + Y = Gauß- plus Yukawa-WW (Gleich. (4.9)); F3 = 3-Parameter-Fermi-Dichteverteilung; (FB) = (FB)-Dichteverteilung (siehe Text))

	$-J_V/4A$ (MeV fm ³)	$\langle r_V^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	χ^2/F
(SW)-Potential	330.5	4.59	3.4
(SW) ² - "	318.6	4.46	3.3
(FB)- "	319.0 ± 5	4.49 ± 0.09	2.3
F3- (G)-WW	311.0	4.40	3.6
F3- (G+Y)-WW	318.8	4.54	2.9
(FB)-(G)-WW	309.2	4.39	3.1
(FB)-(G+Y)-WW	318.5	4.54	2.7

$$\rho_m(r) = \frac{Z}{A} \rho_p(r) + \frac{N}{A} \rho_n(r) \quad (4.10)$$

Die Protonenverteilung läßt sich in der oben beschriebenen Weise aus bekannten Ladungsverteilungen extrahieren. Ausgehend von der Protonenverteilung wird die Materiedichteverteilung in Anpassungsrechnungen durch Variation der Formparameter der Neutronendichteverteilung bestimmt. Kerndichten werden üblicherweise durch die modifizierte (F3)-Fermiverteilung wiedergegeben,

$$\rho(r) = \rho_0 \left(1 + w \frac{r^2}{c^2}\right) \left(1 + e^{\frac{r-c}{a}}\right)^{-1} \quad (4.11)$$

worin die ursprüngliche Fermiverteilung (F2) für $w = 0$ enthalten ist. Es sind aber auch je nach Zweckmäßigkeit andere funktionale Formen in Gebrauch (z.B. Gauß- und modifizierte Gaußfunktionen). Dies deutet an, daß solche analytischen Verteilungen nicht in jedem Fall gleich brauchbar sind. Eine Festlegung auf eine solche Verteilung, auch wenn sie in einem bestimmten Fall sehr gute Ergebnisse liefert, kann dazu führen, daß Unterschiede in den Dichteverteilungen von Isotopen und Isotonen falsch eingeschätzt werden. Es ist deshalb wünschenswert,

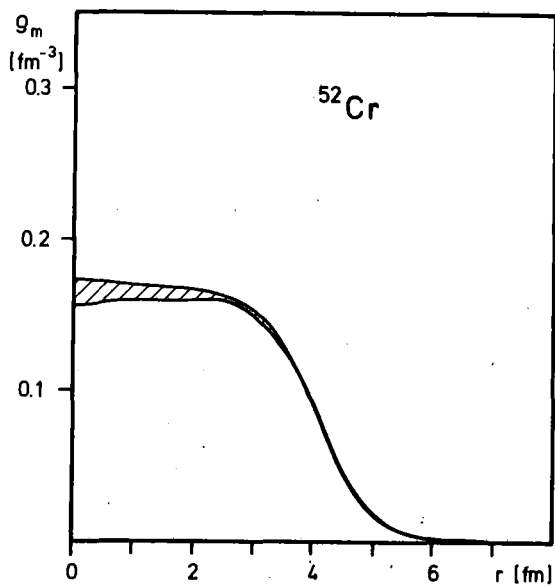
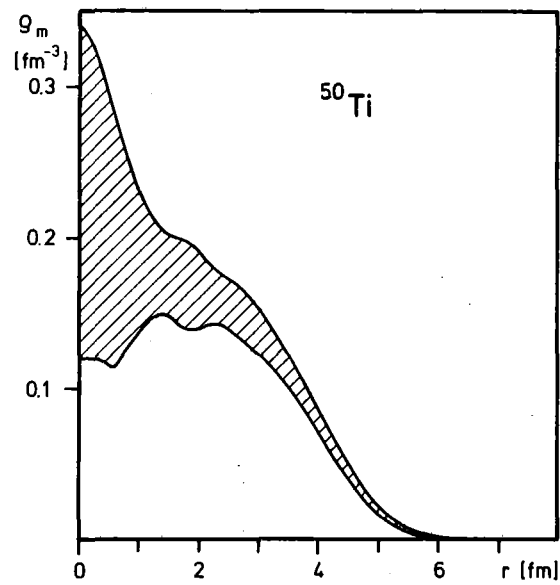
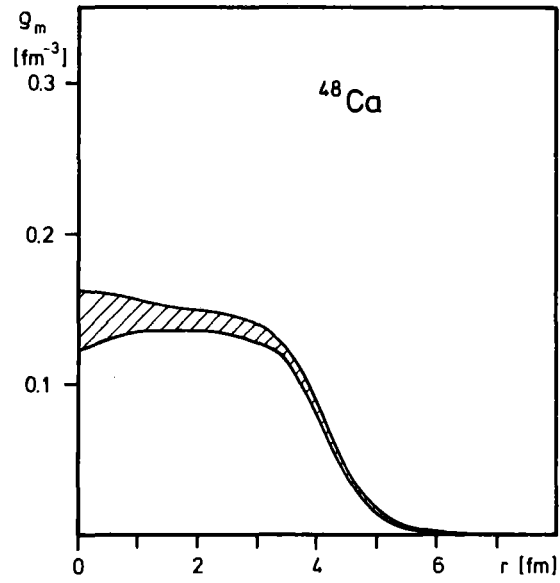


Abb. 9: Materiedichten von ⁴⁸Ca, ⁵⁰Ti und ⁵²Cr aus der (FB)-Faltungsmo­dellanalyse

Dichteverteilungen zu benutzen, die möglichst unabhängig von irgendwelchen modellhaften Randbedingungen sind. Aufgrund der guten Erfahrungen, die mit der (FB)-Methode bei der phänomenologischen Potentialanalyse (siehe Abschnitt 4.1.2.), aber auch bei der Bestimmung von Ladungsverteilungen aus Elektronenstreudaten /DrFr 74/ gemacht wurden, wurde diese Methode in das Faltungsmodell eingeführt /FrGi 78/. In diesem „(FB)-Faltungsmodell“ wird die effektive WW (4.9) unverändert benutzt, aber $\rho_m(r)$ wird durch den Ausdruck

$$\rho_m(r) = \rho_o(r) + \sum_{n=1}^{N'} \beta_n j_o\left(\frac{n\pi r}{R'_{cut}}\right) \quad (4.12)$$

ersetzt, wobei $\rho_o(r)$ die auf A normierte Bestfit-Dichteverteilung aus vorangegangenen „konventionellen“ Analysen darstellt. Die Vorgabe von $\rho_o(r)$ erfüllt denselben Zweck, wie die Vorgabe eines konventionellen OMP in der (FB)-Potentialanalyse. Da $\rho_o(r)$ bereits normiert ist, ergibt sich für die Koeffizienten β_n , die Nebenbedingung, daß das Volumenintegral des 2. Terms in (4.12) verschwinden muß. Dies wird durch die Beziehung

$$\beta_1 = \sum_{n=2}^{N'} \frac{(-1)^n \beta_n}{n^2} \quad (4.13)$$

gewährleistet. In den Fits werden nur die Parameter β_2, \dots, β_n zusammen mit den Parametern des Imaginärpotentials variiert. Die Zahl der Terme N' und der Wert der Abscheideradien R'_{cut} sind im allgemeinen kleiner als die entsprechenden Werte in der (FB)-Potentialanalyse. Typische Werte für N' liegen zwischen 3 und 6 und für R'_{cut} zwischen 6 und 8 fm. Ansonsten verläuft die Prozedur ganz analog zur Potentialanalyse. Abb. 10 zeigt die nach dem (FB)-Faltungsmodell angepaßten WQ. In Abb. 9 sind die extrahierten (FB)-Dichteverteilungen dargestellt.

4.3. Ergebnisse der Analyse der elastischen Streuung

Die Analyse der elastischen WQ resultiert in einem OMP, wobei sich eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse der semimikroskopischen Faltungsmodellanalysen und der phänomenologischen Auswertungen ergibt. Dies wird in den sogenannten modellunabhängigen Analysen besonders deutlich (siehe Tabelle 5).

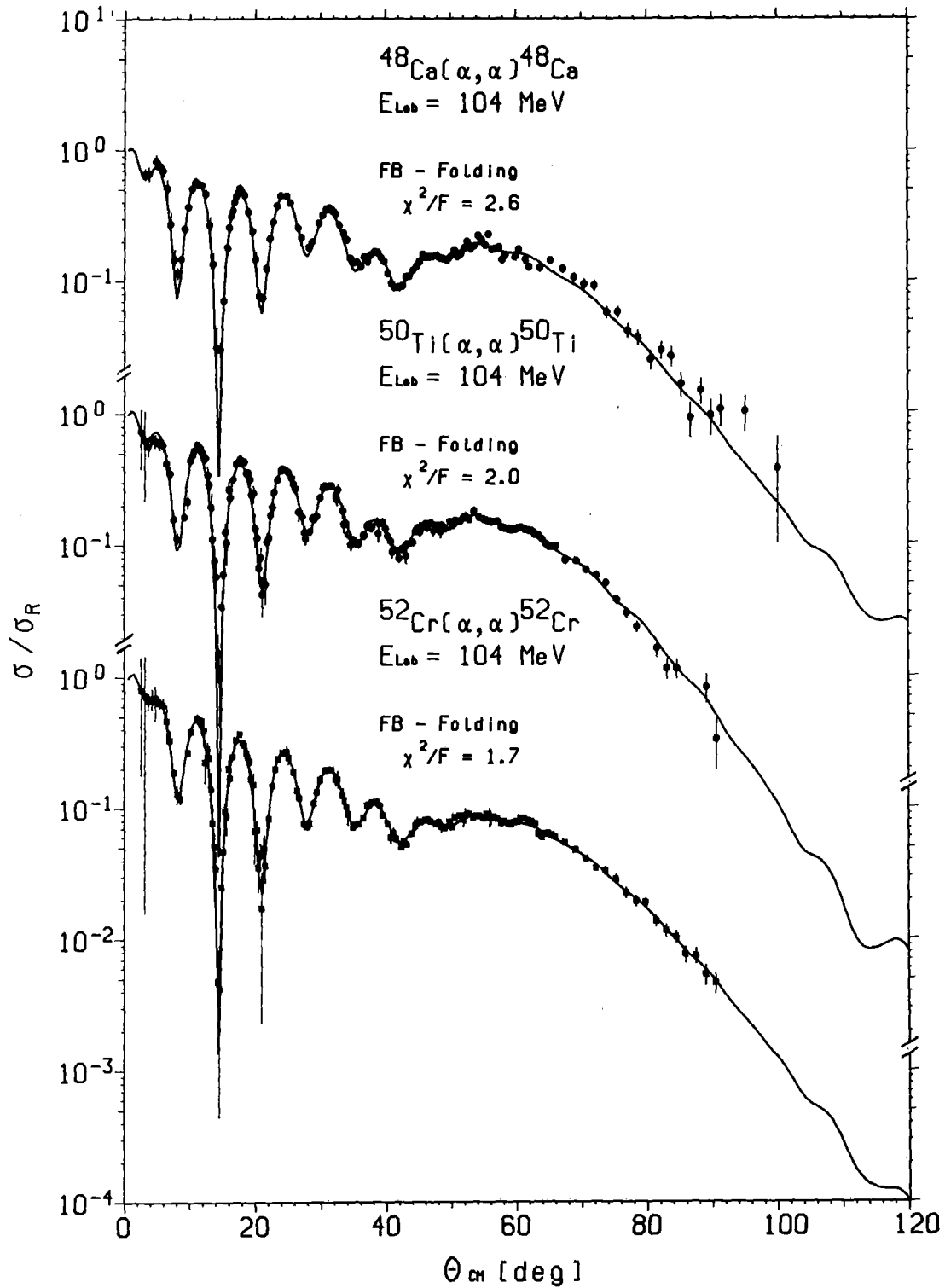


Abb. 10: Fits der differentiellen Wirkungsquerschnitte für die Streuung von 104 MeV α -Teilchen an ^{48}Ca , ^{50}Ti und ^{52}Cr aus der (FB)-Faltungsmodellanalyse

Tabelle 5: Integrale Größen aus phänomenologischen Potentialanalysen und Faltungsmo­dellanalysen für ^{50}Ti und ^{52}Cr
(zur Erklärung der Nomenklatur siehe Tabelle 4)

		$-J_V/4A$ (MeV fm ³)	$\langle r_V^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	χ^2/F
5a) ^{50}Ti				
	(SW)-Potential	318.8	4.61	3.5
	(SW) ² - "	307.5	4.47	1.8
	(FB)- "	305.9 ± 5.3	4.46 ± 0.12	1.5
	F3- (G + Y)-WW	305.1	4.55	2.7
	(FB)- " "	306.9	4.56	2.0
5b) ^{52}Cr				
	(SW)-Potential	310.3	4.60	2.8
	(SW) ² - "	300.3	4.46	1.7
	(FB)- "	302.5 ± 4.2	4.48 ± 0.09	1.5
	F3- (G + Y)-WW	299.3	4.55	1.8
	(FB) " "	299.5	4.55	1.7

Daß die (FB)-Faltungspotentiale mit der effektiven α -Teilchen-Target-nukleon-WW (4.9) bei allen hier betrachteten Fällen, also über ein Massenintervall von $\Delta A = 12$, so gut mit den phänomenologischen Potentialen übereinstimmen, zeigt, daß die Massen- bzw. Energieabhängigkeit, wie vorausgesagt (SaLo 79, Vin 77, JaJo 74, FrGi 81/, gering ist. Das semimikroskopische Potential simuliert die implizierten Effekte sehr gut. Im Umkehrschluß heißt dies, daß das OMP nach den oben beschriebenen Methoden genau bestimmt werden kann. Dies ist nicht selbstverständlich, da eine Beschreibung mit Hilfe eines lokalen OMP bei allen Vorteilen, eine (wenn auch, wie sich herausstellt, sehr gute) Näherung ist. Man kann die extrahierten Dichteverteilungen (siehe Abb. 9) also mit einigem Vertrauen als realistisch ansehen. Weiter ist klar, daß bei einer Analyse von WQ, die einen großen Winkelbereich abdecken, die Dichteabhängigkeit von $V_{\text{eff}}^{\alpha N}$ unbedingt berücksichtigt werden muß.

Die Dichteabhängigkeit scheint auf den ersten Blick die Aussagekraft der aus den phänomenologischen Analysen extrahierten RMS-Radien für die Materieverteilung einzuschränken. Nur bei Dichteunabhängigkeit ist das spezifische

Tabelle 6: RMS-Radien der Potantiale, Materie-, Neutronen-, Ladungs- und Protonendichteverteilungen und Radiendifferenzen der Neutronen- und Protonendichteverteilungen von ^{40}Ca , ^{48}Ca , ^{50}Ti und ^{52}Cr

	$\langle r_{\text{pot}}^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	$\langle r_{\text{m}}^2 \rangle^{1/2}$ (fm)			$\langle r_{\text{n}}^2 \rangle^{1/2}$ (fm)			$\langle r_{\text{ch}}^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	$\langle r_{\text{p}}^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	$\Delta R_{\text{n-p}}$
	(FB)-Pot.	(FB)-Pot.	F3-(G+Y)	(FB)-(G+Y)	(FB)-Pot.	F3-(G+Y)	(FB)-(G+Y)			
^{40}Ca	4.37 ± 0.06	3.37	3.37	3.37 ± 0.08	3.35	3.35	3.35 ± 0.08	3.48	3.40	-0.05
^{48}Ca	4.49 ± 0.09	3.59	3.59	3.59 ± 0.06	3.71	3.70	3.71 ± 0.06	3.48	3.40	+0.31
^{50}Ti	4.46 ± 0.12	3.55	3.54	3.55 ± 0.05	3.59	3.57	3.58 ± 0.05	3.57	3.50	+0.08
^{52}Cr	4.48 ± 0.09	3.57	3.55	3.55 ± 0.05	3.57	3.57	3.56 ± 0.05	3.65	3.57	-0.01

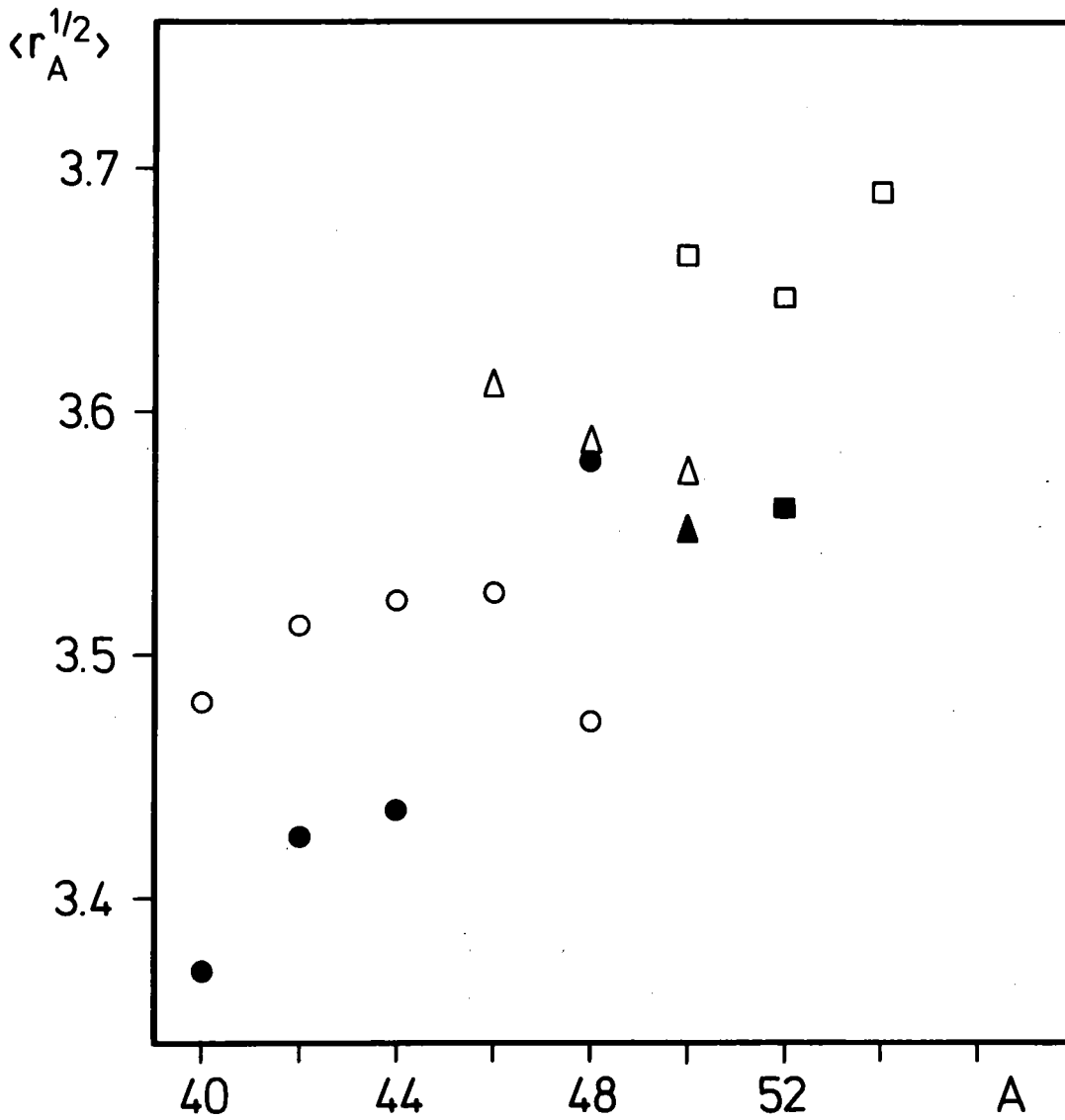


Abb. 11: RMS-Radien der geraden Ca-(o), Ti- (Δ) und Cr- (\square) -Isotope für die Ladungsverteilungen (offene Symbole) /WoSh 80/ und die Materiedichteverteilungen (geschlossene Symbole) /GiFr 80b/, diese Arbeit.

Volumenintegral ($-J_V/4a$) konstant, und nur dann besteht ein direkter Zusammenhang zwischen den Differenzen der mittleren quadratischen (MS)- Radien von Potential- und Materiedichteverteilung /Sat 72/.

$$\Delta \langle r_{\text{pot}}^2 \rangle = \Delta \langle r_{\text{m}}^2 \rangle \quad (4.14)$$

Tatsächlich sind die Volumenintegrale für die hier betrachteten Fälle nicht identisch. Extrahiert man aber die Differenzen

$$\delta^2 = \langle r_{\text{pot}}^2 \rangle - \langle r_{\text{m}}^2 \rangle \quad (4.15)$$

aus den dichteabhängigen (FB)-Faltungsmodell-Analysen /GiFr 80b/, so ergibt sich für δ ein nahezu konstanter Wert. Dies läßt vermuten, daß die Dichteabhängigkeit weniger die Additivität der MS-Radien /Sat 72/

$$\langle r_{\text{pot}}^2 \rangle = \langle r_{\text{eff}}^2 \rangle + \langle r_{\text{m}}^2 \rangle \quad (4.16)$$

modifiziert, als vielmehr die Konstanz des Volumenintegrals. Man kann daher auch die Werte $\langle r_{\text{pot}}^2 \rangle$ der phänomenologischen Analysen benutzen, um die Differenzen zwischen den RMS-Radien der Materieverteilungen von Isotopen und/oder Isotonen zu bestimmen. Tabelle 6 ist zu entnehmen, daß dies zu Ergebnissen führt, die sehr gut mit den explizit aus den Faltungsmodell-Analysen extrahierten Werten übereinstimmen. Dieses Resultat ist auch im Hinblick auf die Diskussion der Momente, die sich aus der Analyse der inelastischen Streuung ergeben (siehe Kap. 5), sehr wesentlich. In Abb. 11 sind die gemessenen RMS-Radien der Materie- und Ladungsverteilungen der geraden Ca-, Ti- und Cr-Isotope zusammengestellt. Die RMS-Radien der Ladungsverteilungen, insbesondere der Ca-Isotope zeigen den bekannten Trend /And 81/ bei höherem Neutronenüberschuß wieder abzunehmen, während die RMS-Radien der Materieverteilungen monoton ansteigen. Dies führt für ^{48}Ca zu einer Neutronenhaut. In der Isotonenreihe ^{48}Ca , ^{50}Ti und ^{52}Cr nehmen die RMS-Radien der Materieverteilung mit wachsender Protonenzahl zuerst ab, um dann für ^{52}Cr wieder zuzunehmen. Dabei ist ^{52}Cr ein Sonderfall, da hier Massen-, Neutronen- und Protonen-RMS-Radius gleich sind.

Anders als die integralen RMS-Radien zeigen die Radialfunktionen $4\pi r^2 \Delta \rho_{\text{m}}$ bzw. $4\pi r^2 \Delta V/J_0$ in den Abb. 12, 13, 14 und 15 feinere Unterschiede der Materieverteilungen. Sie veranschaulichen sehr deutlich, wie sich die Potentiale bzw.

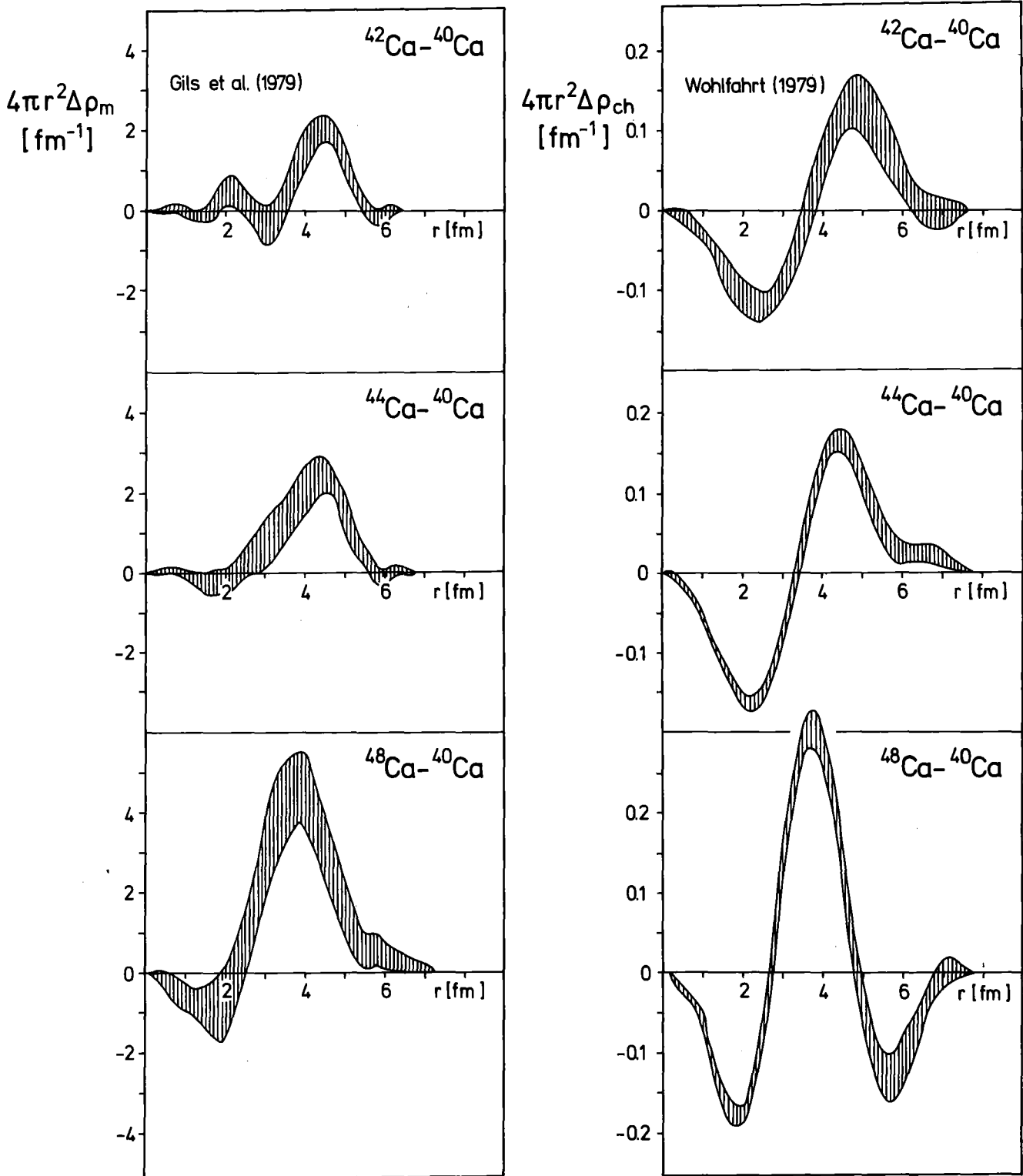


Abb. 12: Massen- und Ladungsdichteverteilungsdifferenzen der Ca-Isotope

die Materieverteilungen bei einer sukzessiven Änderung der Neutronen- /GiFr 80b/ oder Protonenzahl in Bezug auf einen Referenzkern ändern.

Aus den Untersuchungen von Gils und Mitarbeitern /GiFr 80b/ an den geraden Ca-Isotopen mit Hilfe der elastischen α -Teilchen-Streuung und deren Vergleich mit Ladungsdichtedifferenzen /WoSh 80/ ist bekannt, daß das Auffüllen der $f_{7/2}$ -Schale mit Neutronenpaaren zu einer zunehmenden „Polarisierung“ der Materie- und Ladungsdichteverteilungen führt (siehe Abb. 12). Der Vergleich von Materie- und Ladungs-Dichtedifferenzen zeigt, daß mit größer werdendem Neutronenüberschuß insbesondere der Protonencore reagiert. Schon bei ^{42}Ca ergibt sich ein deutliches Ladungsdefizit im Kerninneren bis etwa 3 fm, während zwischen 4 und 6 fm umgekehrt ein deutlicher Ladungsüberschuß zu verzeichnen ist. Die Materieverteilung bleibt fast unbeeinflusst und verläuft im äußeren Bereich proportional zur Ladungsdichte. Dies bedeutet, daß die zusätzlichen Neutronen etwa um den RMS-Radius der $f_{7/2}$ -Schale, der bei ca. 3.8 fm liegt /Reb 80/, eingefügt werden und Protonen aus dem Kerninneren nach außen ziehen. Bei ^{44}Ca verstärkt sich der Effekt, daß Ladung vom inneren Teil des Kerns nach außen gebracht wird. Bei ^{48}Ca schließlich sind die Protonen in der Oberflächenregion des Kerns konzentriert, wobei jedoch Ladung sowohl vom inneren als auch vom äußeren Teil der Protonenverteilung weggezogen wird. Das hat zur Folge, daß trotz unterschiedlichen Verlaufs der Ladungsverteilungen die RMS-Radien der Ladungsverteilungen von ^{40}Ca und ^{48}Ca gleich sind. Der Vergleich mit den Materiedichtedifferenzen läßt darauf schließen, daß bei ^{48}Ca eine deutliche Neutronenhaut zwischen 5 und 7 fm existiert und die Materie im Kerninneren verdünnt ist. Die entsprechenden Potentialdifferenzen /GiFr 80a/ (siehe Abb. 13), zeigen einen Verlauf, der in etwa dem Mittel zwischen Ladungs- und Materiedichtedifferenzen entspricht.

Die Potential-, Materie- und Neutronen-Dichtedifferenzen der Isotonenreihe ^{48}Ca , ^{50}Ti und ^{52}Cr , die in Abb. 14 und 15 gezeigt werden, lassen sich in analoger Weise interpretieren. Verglichen mit der ausgeprägten Struktur von ^{48}Ca zeigt sich, daß nach Hinzufügen von einem Protonenpaar, bei ^{50}Ti genau im Bereich des Dichtemaximums ein Minimum auftritt, d.h. die ausgesprochene Polarisierung wird entscheidend modifiziert. Die Neutronendichte wird in dem Bereich, in dem bereits eine hohe Protonendichte existierte, reduziert und dafür im Kerninneren und am Kernrand erhöht. Dabei verlagert sich das äußere Materie- und Neutronen-Dichtemaximum nach innen (Peak bei 5 fm). Die Neutronenhaut von ^{48}Ca wird dadurch im wesentlichen abgebaut. Die Materiedichtedifferenz

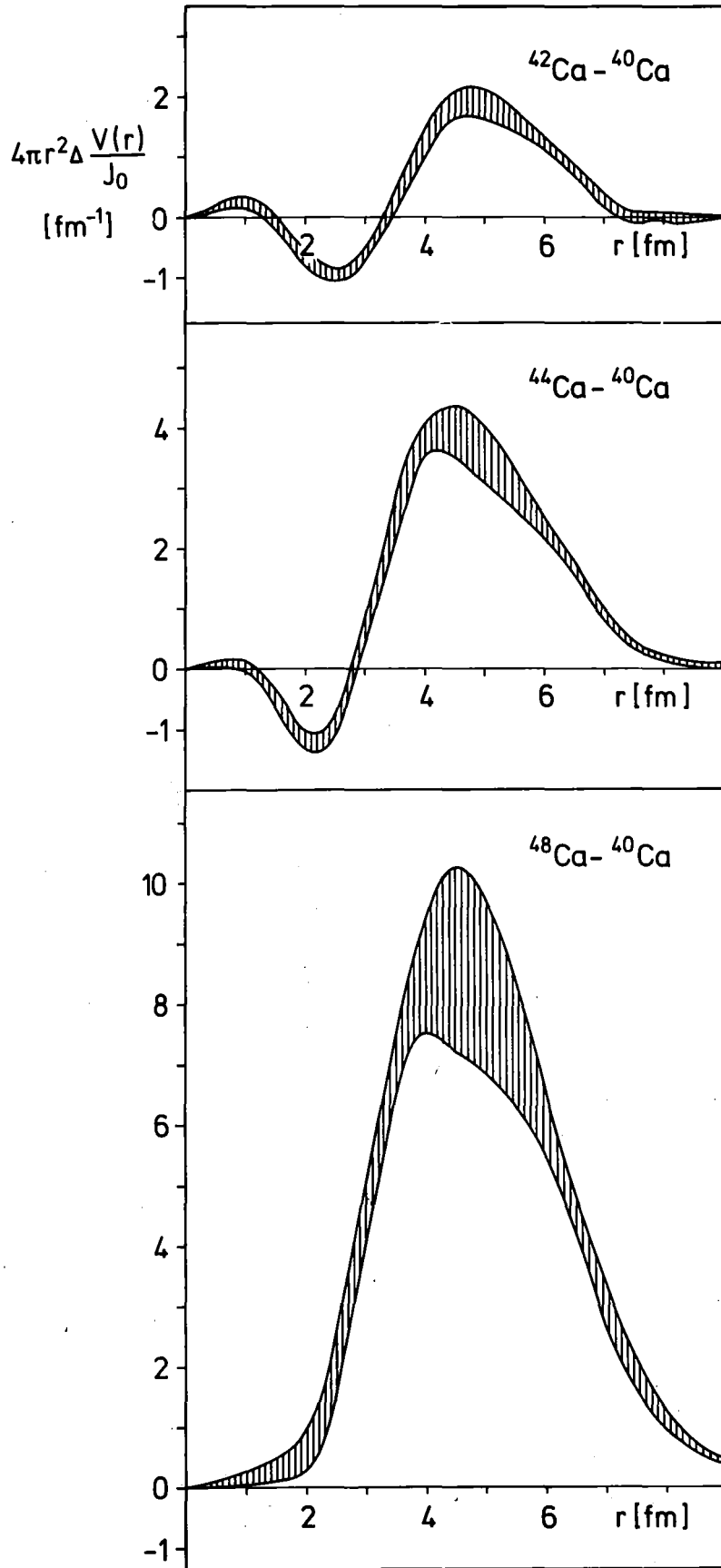


Abb. 13: Differenzen zwischen Realpotentialen von Ca-Isotopen aus den (FB)-Potential-Analyse der 104 MeV α -Teilchen-Streuung

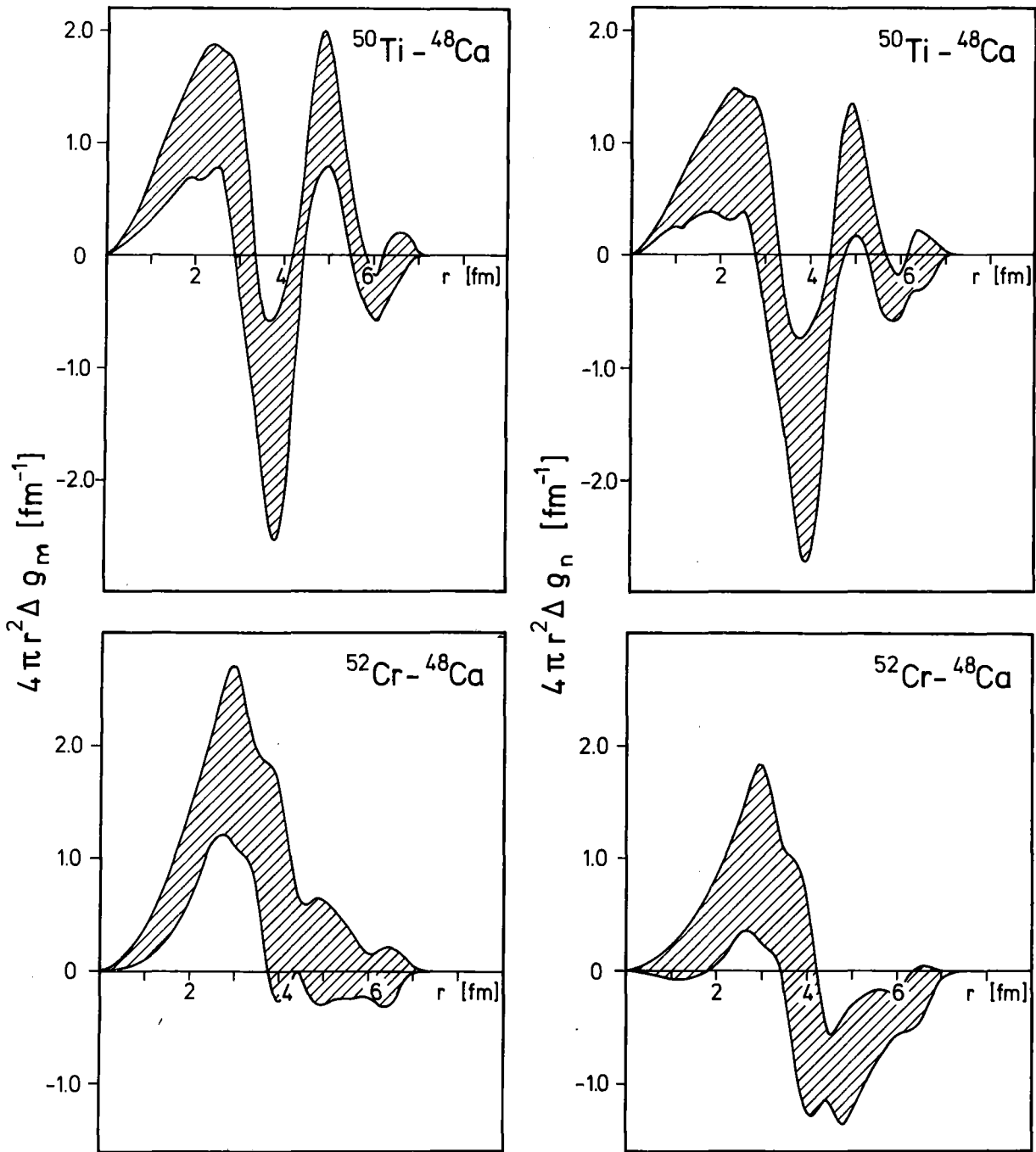


Abb. 14: Massen- und Neutronendichteverteilungsdifferenzen der Isotonenreihe ^{48}Ca , ^{50}Ti und ^{52}Cr

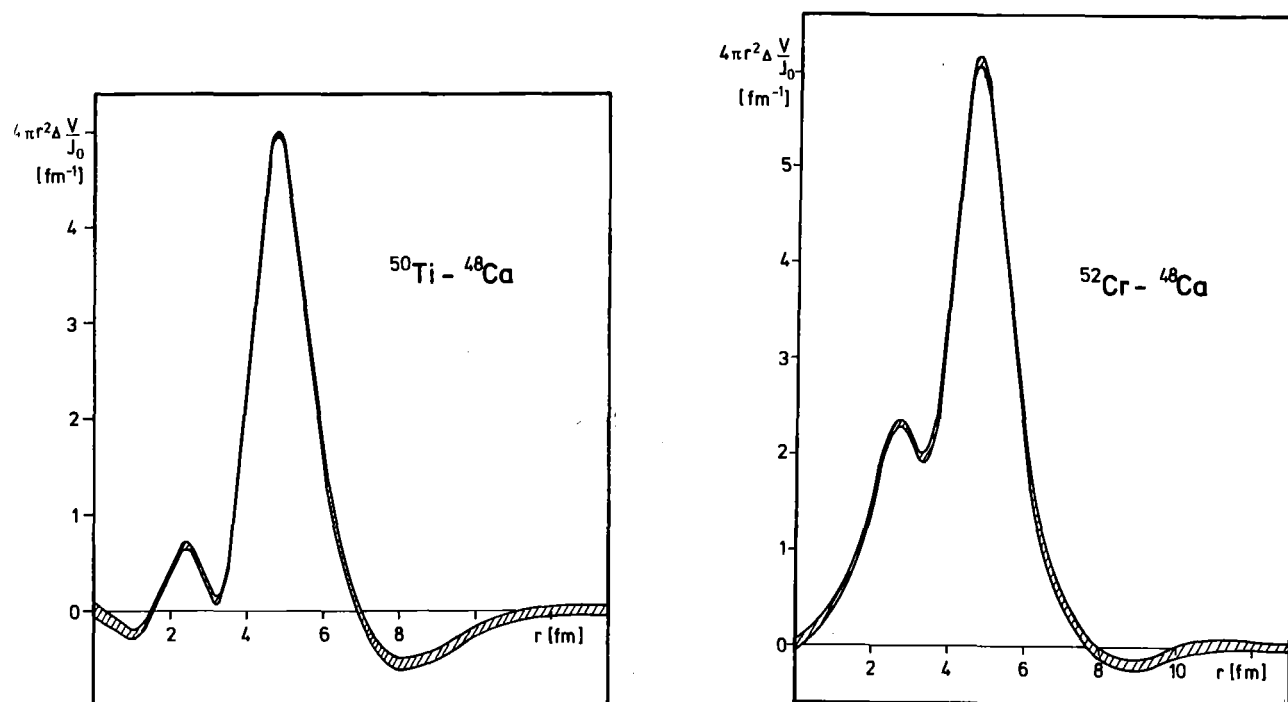


Abb. 15: (FB)-Potentialdifferenzen zwischen $N = 28$ Isotonen

$(^{52}\text{Cr} - ^{48}\text{Ca})$, d.h. ein Neutronenüberschuß von $\Delta(N-Z) = 4$, zeigt genau das umgekehrte Bild wie die Materiedichtedifferenz $(^{44}\text{Ca} - ^{48}\text{Ca})$, wo der Neutronenüberschuß ebenfalls 4 beträgt. Die Neutronendichtedifferenzen von $(^{52}\text{Cr} - ^{48}\text{Ca})$ zeigen einen Überschuß bis ca. 3.5 fm und danach ein deutliches Defizit. Dies und die RMS-Radiendifferenz zwischen Proton- und Neutronenverteilung in Tabelle 6 zeigen, daß bei ^{52}Cr die ehemals existierende Neutronenhaut von ^{48}Ca vollständig abgebaut ist.

Die zusätzlichen Protonen bei ^{50}Ti und ^{52}Cr wirken der durch die Neutronen hervorgerufenen Polarisierung also gerade entgegen. Die obige Feststellung, daß die spezifischen Potentialdifferenzen in etwa das Mittel zwischen Materie- und Ladungsverteilungsdifferenzen darstellen, wird durch Abb. 15 bestätigt. Die zusätzlichen Protonen in der Kernoberfläche ziehen die Neutronen aus den äußeren Regionen an und füllen die verdünnte innere Region des Kerns wieder zunehmend auf.

Zusammenfassend können die Ergebnisse der Analysen der elastischen Streuung an der untersuchten Isotonenreihe folgendermaßen charakterisiert werden:

Die Einführung modellunabhängiger Methoden zur Konstruktion des optischen α -Teilchen-Kern-Potentials führt zu phänomenologischen und semimikroskopischen OMP, die die experimentellen Winkelverteilungen in einem großen Winkelbereich mit einem in der α -Teilchen-Streuung bisher kaum gekannten χ^2/F beschreiben. Die Übereinstimmung der phänomenologischen und semimikroskopischen OMP zeigt, daß die (SW)²- und (FB)-Potentiale, die Grundzustands-WW der Streupartner in sehr guter Näherung wiedergeben.

Darüberhinaus zeigt die Konsistenz und der Vergleich des semimikroskopischen OMP mit rein mikroskopischen OMP, die die notwendigen Austausch- und Antisymmetrieterme enthalten /MaGi 78/, daß die nichtlokalen Effekte, die die Form des OMP generell beeinflussen, durch das OMP aus Glch. (4.9) sehr gut simuliert werden. Deshalb können realistische Materieverteilungen aus dem (FB)-Potential gefaltet und fundierte Aussagen über Isotonen- und Isotopen-Effekte gemacht werden.

5. ANALYSE DER INELASTISCHEN STREUUNG

5.1. Grundlagen der Analyse

5.1.1. Das Vibrationsmodell

Die inelastische Streuung von nuklearen Projektilen an Atomkernen ist eine wichtige Informationsquelle über die Kernstruktur und den Mechanismus der Anregung von Kernzuständen. Oft weist die Stärke der Anregung niedrig liegender Zustände auf ein kollektives Zusammenwirken vieler Nukleonen hin, das in phänomenologischen Beschreibungen als Rotation eines permanent deformierten Kerns oder als Vibration der Kernoberfläche seinen Ausdruck findet. Das anharmonische Vibrationsmodell bietet auch einen natürlichen Ausgangspunkt für verallgemeinerte Kollektivmodelle, die den Übergang zwischen permanenter und dynamischer Deformation beschreiben.

Entsprechend der Grundvorstellung dieser phänomenologischen kollektiven Modelle, nach der inelastische Streuung auf eine nichtsphärische Projektil-Target-WW zurückzuführen ist, führt man ein nichtsphärisch-symmetrisches optisches Potential ein (siehe z.B. /Don 70/):

$$U(r_\alpha, \theta, \phi) = -V_0 \cdot f(r_\alpha, R_v, a_v) - iW_0 \cdot f(r_\alpha, R_w, a_w) + V_C(r_\alpha, \theta, \phi) \quad (5.1a)$$

$$\text{wobei} \quad R_v(\theta, \phi) = R_0 \left\{ 1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \cdot Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \right\} \quad (5.1b)$$

den verallgemeinerten Halbwertsradius des Realpotentials und $R_0 = r_v \cdot A^{1/3}$ bedeuten.

Für den Radius des Imaginärteils R_w gilt (5.1b) entsprechend. Entwickelt man das Wechselwirkungspotential (5.1a) nach Potenzen der $\alpha_{\lambda\mu}$ (bis 2. Ordnung), so läßt es sich anschließend in einen kugelsymmetrischen Anteil $U_{\text{Diag}}(r_\alpha)$ und einen nichtsphärischen Kopplungsterm $U_{\text{Coupl}}(\vec{r}_\alpha)$ zerlegen /Tam 65/.

$$U(r_\alpha, \theta, \phi) = U_{\text{Diag}}(r_\alpha) + U_{\text{Coupl}}(r_\alpha, \theta, \phi) \quad (5.2)$$

U_{Diag} ist hier das aus der elastischen Streuung bekannte optische Potential ergänzt um Diagonalterme, die 2. Ordnung in den $\alpha_{\lambda\mu}$ sind, während U_{Coupl} über Terme, die linear oder quadratisch in den $\alpha_{\lambda\mu}$ sind, die Anregung ermöglicht. Berücksichtigt man außerdem Vielfachstreu-Anregungen (siehe Kap. 3), so

konkurrieren in der Entwicklung nach Potenzen (t) von $\sum \alpha_{\lambda\mu}^{(t)} \cdot Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi)$ Terme der 1. Ordnung in U_{Coupl} und höheren Potenzen in den $\alpha_{\lambda\mu}$ (=direkte Anregung) mit entsprechenden („multiple“) Termen von höheren Ordnungen in U_{Coupl} . Letztere beschreiben die Anregung über einen Stufenprozeß. Die Mehrstufenprozesse gewinnen mit wachsender Energie an Einfluß und können daher bei entsprechend starker Kopplung zur Anregung höherer Zustände beitragen.

Da die DWBA nur direkte Prozesse berücksichtigt /Bla 65/, wird aus diesen Gründen für die vorliegende Analyse die Methode der „gekoppelten Kanäle (CC)“ zugrundegelegt (siehe Abschnitt 5.2.).

Im Vibrationsmodell werden kollektive Anregungen als dynamische Deformationen der Kerngestalt interpretiert. Die Abweichung des Targetkerns von der Kugelgestalt, angegeben durch die $\alpha_{\lambda\mu}$, sind dabei, im Formalismus der 2. Quantisierung, Summen von Phononen-Erzeugungs- und -Vernichtungs-Operatoren /Boh 52/. Die Übergangs- (=Kopplungs-) Matrixelemente der Multipolarität L, die aus den Operatoren $\alpha_{\lambda\mu}$ aufgebaut sind /Tam 65/, bezeichnet man allgemein als Deformationsparameter β_L . Der formale Zusammenhang wird im folgenden dargestellt. Die Übergangsmatrixelemente sind gegeben durch

$$\langle 1I | U_{\text{Coupl}} | 1'I' \rangle = \sum_L \sum_t A(1, I, 1', I'; LJ) u_L^{(t)}(r_\alpha) \cdot \langle I || Q_L^{(t)} || I' \rangle \quad (5.3)$$

wobei $1, 1'$ die Partialwellen des einlaufenden bzw. auslaufenden Streuteilchens, I, I' den Spin des Kernzustandes und J den Gesamt-Spin des Streukanals bedeuten. Der Faktor $A(1, I, 1', I'; LJ)$ ist rein geometrischer Natur (und besteht aus Normierungs- und Phasenfaktoren sowie $3j$ -, $6j$ - und $9j$ -Symbolen).

Die reduzierten Matrixelemente der Operatoren $Q_L^{(t)}$, die nur auf die Targetkoordinaten wirken, setzen sich aus Produkten $(\alpha_\lambda \times \alpha_\lambda)_L$, gekoppelt zur Multipolarität L, zusammen. Es gilt (bis $L = 2$):

$$Q_L^{(1)} = \alpha_{L\mu} \quad (5.4a)$$

$$Q_L^{(2)} = 1/\sqrt{4\pi} \cdot \sum_{\lambda_1 \lambda_2} (-1)^{\lambda_1 + \lambda_2} \sqrt{(2\lambda_1 + 1)(2\lambda_2 + 1)} \begin{pmatrix} \lambda & \lambda & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} (\alpha_{\lambda_1} \times \alpha_{\lambda_2}) \quad (5.4b)$$

$$\langle I m_I | Q_{L\mu}^{(t)} | I' m_I' \rangle = \frac{1}{\sqrt{2I'+1}} \begin{pmatrix} I & L & I' \\ m_I & \mu & m \end{pmatrix} \langle I || Q_L^{(t)} || I' \rangle \quad (5.5)$$

und z. B.:

$$\langle 0^+ || Q_L^{(t)} || I^+ \rangle = \beta_L^{(pot)} \cdot \delta_{LI} \quad (5.6a)$$

Der Index (pot) wird eingeführt, da man zwischen den Deformationen des Potentials $U(\vec{r}_\alpha)$ und der Kernmaterieverteilung $\rho_m(r)$ unterscheiden muß. Diese Matrixelemente stellen die Stärke des Überganges dar, während die $u_L^{(t)}$ die radialen Formfaktoren sind.

$$U_L(r_\alpha) = \sum_t u_L^{(t)}(r_\alpha) \cdot \langle I || Q_L^{(t)} || I' \rangle \quad (5.6b)$$

Die Summe der Produkte entspricht bis auf einen Faktor $\sqrt{2I'+1}$ der Übergangsdichte der Multipolarität L.

5.1.2. Die Methode der gekoppelten Kanäle

Bei Anwendungen der Methode der gekoppelten Kanäle („coupled channels“) wird die Gesamtwellenfunktion Ψ des Streuproblems nach Eigenfunktionen ψ_J^M des Gesamtdrehimpulses J (z-Komponente = M) entwickelt.

$$\psi^+(\vec{r}_\alpha, \xi) = \sum_{J,M} \psi_J^M(\vec{r}_\alpha, \xi) \quad (5.7)$$

Zu diesem Zweck wird in einem Reaktionskanal, der dem n-ten Zustand (ϵ_n, I_n, π_n) entspricht, der Partialwellendrehimpuls l_n des Projektils mit dem Target-Spin I_n gekoppelt:

$$\vec{J}_n = \vec{l}_n + \vec{I}_n \quad \text{und} \quad \Pi = \pi_n (-1)^{l_n} \quad (5.8)$$

Für eine Wechselwirkung, die eine Anregung des Targets erlaubt, sind weder l_n , I_n noch π_n gute Quantenzahlen. Es gibt im allgemeinen in einem definierten Kanal n mehrere Partialwellen l_n , die zu einem speziellen Wert (J, Π) koppeln können. Ihre Maximalzahl ist für ein spinloses Projektil und geradzahlige Werte von I_n gegeben durch

$$N_c^{(n)} = I_n + 1 \quad (5.9a)$$

Werden insgesamt N Zustände gekoppelt, so ist die Gesamtanzahl der Partialwellenkanäle, die zu festen (J, Π) koppeln

$$N_c = \sum_{n=1}^N N_c^{(n)} \quad (5.9b)$$

Die Quantenzahl J des Gesamtdrehimpulses nimmt für jede Parität Π alle Werte von einem Minimalwert (0 oder 1 bei geradzahligem Spin I_n) bis zu einem Maximalwert $I_1 + 1_{\max}$ an. Der Wert 1_{\max} ist der Maximalwert für l_1 im Eingangskanal, der Drehimpuls jener Partialwelle, die gerade keinen Beitrag mehr zur elastischen Streuung liefert. Die Partialwelle ψ_J^M wird für jeden Eingangskanal (I_1, l_1) als Überlagerung von elastischen und inelastischen Streuzuständen dargestellt als

$$\begin{aligned} \psi_J^M &= \frac{1}{r_\alpha} \sum_{I_n, l_n} f_{I_n, l_n}^J(r_\alpha) \cdot \{Y_{l_n}^x \phi_{I_n}\}_M^J \\ &= \frac{1}{r_\alpha} \cdot f_{I_1, l_1}^J(r_\alpha) \cdot \{Y_{l_1}^x \phi_{I_1}\}_J^M + \frac{1}{r_\alpha} \cdot \sum_{\substack{I_n, l_n \\ n > 1}} f_{I_n, l_n}^J(r_\alpha) \cdot \{Y_{l_n}^x \phi_{I_n}\}_J^M \end{aligned} \quad (5.10)$$

Dabei enthält die Radialfunktion f_{I_1, l_1}^J ein- und auslaufende Anteile, f_{I_n, l_n}^J nur auslaufende Wellen. Setzt man diese Wellenfunktionen in die Schrödingergleichung ein und führt die übliche Multiplikation von links und die Integration über Winkelvariable und nukleare Koordinaten aus, so ergibt sich

$$\begin{aligned} &\left\{ \frac{\hbar^2}{2m} \left(-\frac{d^2}{dr_\alpha^2} + \frac{l_n(l_n+1)}{r_\alpha^2} \right) - (E - \epsilon_n) \right\} f_{I_n, l_n}^J + \\ &+ \sum_{n', l'_n, I'_n} \langle \{Y_{l'_n}^x \phi_{I'_n}\}_J^M | U(\vec{r}_\alpha, \xi) | \{Y_{l_n}^x \phi_{I_n}\}_J^M \rangle \cdot f_{I'_n, l'_n}^J = 0 \end{aligned} \quad (5.11)$$

Dies ist ein System von N_c gekoppelten Gleichungen. In den vorliegenden Analysen der inelastischen α -Teilchen-Streuung wurde der CC-Code ECIS 70 von Raynal /Ray 72/ verwendet. Dieser Code löst das obige Gleichungssystem numerisch und betreibt die Potentialanpassung mit derselben Fitprozedur

/Schw 73/, die in Karlsruhe auch bei der Analyse der elastischen Streuung Verwendung findet /Gil 80/. Ein weiterer Vorteil von ECIS liegt darin, daß sämtliche Potentialanteile (Real-, Imaginär- und Coulombanteil) separate Deformationsparameter haben. Dies ist wesentlich, da in CC-Analysen generell die nicht explizit berücksichtigten inelastischen Kanäle summarisch durch den Imaginärteil des Potentials berücksichtigt werden. Im allgemeinen muß man annehmen, daß der Imaginärteil ebenfalls deformiert ist. Gils und Rebel /GiRe 75/ zeigten, daß komplexe Kopplung für die α -Teilchen-Streuung wesentlich ist. Wie sich aus der Analyse der elastischen Streuung ergibt (siehe Kap. 4), hat das Imaginärpotential nicht dieselbe Form wie der Realteil. Eine separate Deformation beseitigt also eventuelle, nicht erwünschte Kopplungsbedingungen, die die Anpassung beeinträchtigen könnten. Ansonsten erfolgt die Parametrisierung des Imaginärteils in der (SW)-Form, die als gute Funktionalform gilt (siehe Kap. 3).

Der Deformationsparameter des Coulombpotentials läßt sich für den 2_1^+ -Zustand aus der Beziehung

$$B_2 = (B(E2, 0 \rightarrow 2))^{1/2} \cdot \{3 \cdot Z \cdot R_{eq}^2 / 4\pi\}^{-1} \quad (5.12a)$$

bestimmen /StGr 65/. Der B(E2)-Wert („Übergangswahrscheinlichkeit“) stammt für ^{50}Ti und ^{52}Cr aus Ref. /End 79/. R_{eq} ist der Äquivalent-Radius der Ladungsverteilung, der über

$$\langle r_{ch}^2 \rangle = 3/5 \cdot R_{eq}^2 \quad (5.12b)$$

aus den entsprechenden RMS-Radien /WoSh 80/ zu bestimmen ist.

5.2. Analysemethode

Die Extraktion isoskalarer Übergangsraten aus der inelastischen α -Teilchen-Streuung basiert implizit /Ber 69/ oder explizit /GiRe 75/ auf der Annahme, daß der (reelle) Formfaktor $V_{if}(\vec{r}_\alpha)$ als Resultat einer Faltung der Übergangsdichte $\rho_{if}(\vec{r}) = \langle i | \delta(\vec{r} - \vec{r}') | f \rangle$ mit der (reellen) effektiven α -Teilchen-Targetnukleon-Wechselwirkung $V_{eff}^{\alpha N}$ verstanden werden kann.

$$V_{if}(\vec{r}_\alpha) = V_L(\vec{r}_\alpha) = \int \rho_{if}(\vec{r}) V_{eff}^{\alpha N}(|\vec{r} - \vec{r}_\alpha|) d\vec{r} \quad (5.13)$$

Ein explizites Faltungsmodell verlangt neben der Spezifikation von $V_{\text{eff}}^{\alpha N}$ auch die der Übergangsdichte. Stammt diese nicht aus einem mikroskopischen Strukturmodell, so erfolgt die Parametrisierung von ρ_{if} nach dem kollektiven Modell. Im Vibrationsmodell ist die Übergangsdichte eine Ableitung der Grundzustandsdichte. Will man explizite Faltungsmodellrechnungen vermeiden und die Übergangsraten direkt aus den Kopplungspotentialen bestimmen (die Relation zu ρ_{if} ist dabei durch die Renormierung der Stärke gegeben: = „Bernstein-Prozedur“ /Ber 69/), so ist die Analyse doch sehr modellabhängig, da die Form der V_{if} durch die Ableitung des erweiterten optischen Potentials gegeben ist. Bei einfachen funktionalen Formen für das Potential führt dies unter Umständen zu Beschränkungen für die radiale Form von ρ_{if} bzw. V_{if} , obwohl die Parametrisierung der Übergangsdichten und -potentiale nach dem Vibrationsmodell, insbesondere in der Oberflächenregion mit den Ergebnissen mikroskopischer Strukturberechnungen konsistent ist /Ber 69, BeTs 74/. Speziell bei Experimenten, die nicht nur die Kernoberfläche abtasten, ist es aufgrund der Erfahrungen, die bei der Analyse der elastischen Streuung gemacht wurden (siehe Kap. 4), möglich, daß Beschränkungen dieser Art die extrahierten isoskalaren Übergangsraten sowie die Fehlerschranken beeinflussen und die Feinheiten der Protonen- und Neutronenkollektivitäten verfälschen. Eine Methode zur Vermeidung dieser Nachteile wird im folgenden beschrieben.

Der Realteil des Übergangspotentials

$$V_L(r_\alpha) = \sum_t v_L^{(t)}(r_\alpha) \cdot \langle I || Q_L^{(t)} || I' \rangle \quad (5.14)$$

wird, analog zur Fourier-Bessel-Methode bei der Analyse der elastischen Streuung (siehe Kap. 4), durch eine flexiblere Parametrisierung ersetzt.

$$V_L(r_\alpha) = \beta_L^{(\text{pot})} \cdot (V_{\text{Coup1}}^0(r_\alpha) + \sum_{n=1}^N b_n j_1(q_n \cdot r_\alpha)) \quad (5.15)$$

wobei das Übergangsmatrixelement in (5.14) durch den Deformationsparameter β_L nach Beziehung (5.6a) ersetzt wird. Die Größen j_1 sind die sphärischen Besselfunktionen 1. Ordnung, $q_n = n\pi/R_{\text{cut}}$ und R_{cut} ist ein geeignet gewählter Abschneideradius außerhalb dessen das Extrapotential verschwindet.

Die 0. Ordnung bedeutet die Übernahme der Fourier-Bessel-Methode aus der elastischen Streuung und die Anwendung der Besselfunktionen 2. Ordnung

wäre analog den modellunabhängigen Analysen der inelastischen Elektronenstreuung /DrFr 74/. In ausführlichen Untersuchungen zeigte sich, daß die Ergebnisse bei Wahl von Besselfunktionen 0. bis i. Ordnung ($i = 0, 1, 2$) vom i praktisch unabhängig sind. Deshalb wurden die Besselfunktionen 1. Ordnung gewählt, da sie als Ableitungen der Funktionen 0. Ordnung die (FB)-Methode der elastischen Streuung modellkonform ins Vibrationsmodell übertragen. Des weiteren verschwinden sie so für $r_\alpha = 0$, wie auch das Übergangspotential im Ursprung gegen Null zu gehen hat /Übe 71/.

Die Anwendung der CC-Methode verlangt im Gegensatz zur DWBA, bei der das aus der Analyse der elastischen Streuung bestimmte optische Potential direkt als Diagonalpotential V_{Diag} eingesetzt wird, eine Readjustierung des Diagonalterms aufgrund der berücksichtigten Beiträge 2. Ordnung in den $a_{\lambda\mu}$. Darüberhinaus ist der Term $\beta_L^{(\text{pot})} \cdot V_{\text{Coup}}^0$ zu fixieren, da die beiden Faktoren $\beta_L^{(\text{pot})}$ und V_{Coup}^0 als gleichgewichtige Variationsparameter in jede Anpassungsprozedur eingehen. Erreicht wird dies durch einen Bestfit mit $b_n = 0$. Hierbei zeigte sich (siehe Tabelle 7), daß

- 1.) die $(\text{SW})^2$ -Parametrisierung die beste bekannte analytische Form sowohl für den Diagonalterm V_{Diag} als auch für das Kopplungspotential V_{Coup} zum 2_1^+ -Zustand darstellt;
- 2.) bei Anwendung der $(\text{SW})^2$ -Form im wesentlichen nur die Potentialstärke nicht aber die Form des Potentials renormiert wird;
- 3.) eine vollkommene Entkopplung des Diagonalterms vom Kopplungsterm die Anpassung keinesfalls verschlechtert. Hierbei wurde der Diagonalterm auf den Bestfit-Werten der Readjustierungsrechnungen eingefroren, um keine mathematischen Vieldeutigkeiten in die Analysen einzuführen.

Der nächste Schritt in der Analyse besteht in der Freigabe der Koeffizienten b_n . Im Rahmen der FB-Prozedur ist der mittlere Fehler von $V_L(r_\alpha)$ gegeben durch (siehe Anhang A):

$$\{\delta V_L(r_\alpha)\}^2 = \sum_{m,n} \langle \delta b_m \delta b_n \rangle_{av} \cdot j_1(q_m \cdot r_\alpha) \cdot j_1(q_n \cdot r_\alpha) \quad (5.16)$$

Zwei wesentliche Punkte der Prozedur sind zu betonen:

- a) Die Methode benutzt Formen von $V_L(r_\alpha)$ die allgemeiner sind, als die des konventionellen Vibrationsmodells. Die verbleibende Modellabhängigkeit beruht auf der endlichen Anzahl N der FB-Koeffizienten und der Wahl des Abschneideradius R_{cut} . Im Laufe der Analyse wurden N und R_{cut} variiert (siehe unten).
- b) Die Kopplung zwischen dem Diagonalterm $V_{\text{Diag}}(r_\alpha)$ und $V_L(r_\alpha)$ wird in ihrer Strenge aufgehoben. Hierbei verliert β_L seine traditionelle Bedeutung als Deformationsparameter, und das Produkt $\beta_L \cdot V_{\text{coupl}}^0$ in Gleichung (5.15) wird zur relevanten Größe. A priori wird als Form für V_{coupl} die Ableitung von V_{Diag} gewählt,

$$V_{\text{Coupl}}^0(r_\alpha) = R_{\text{ov}}^{\text{tr}} \cdot \frac{\delta V_{\text{trans}}(r_\alpha)}{\delta R_{\text{ov}}^{\text{tr}}} \quad (5.17)$$

wie es das kollektive Modell vorschreibt, doch ist die Form von V_{trans} nicht notwendigerweise identisch mit der des Diagonalpotentials. Um außerdem Übereinstimmung mit den allgemeinen Anforderungen, die an Übergangsdichten gestellt werden /VeNe 68/ zu gewährleisten, wird der innere Teil des Gesamtpotentials durch ein Polynom 2. Grades parametrisiert, daß bei $r_\alpha=0$ verschwindet und bei r_i ($=2$ fm) glatt in die Funktion (5.17) übergeht.

5.3. Ergebnisse

Tabelle 7 zeigt die Parameter des Realpotentials, sowohl für die (SW)- als auch für die (SW)²-Form, wobei zu Vergleichszwecken die Ergebnisse der elastischen Streuung (siehe Kap. 4) zu den Ergebnissen der Readjustierungsrechnungen (siehe oben) hinzugefügt sind. Außerdem sind die Parameter von V_{trans} dargestellt, die als Startgrößen für das (FB)-Kopplungspotential dienten. An dieser Stelle sei noch einmal betont, daß V_{trans} und V_{Diag} voneinander unabhängige Geometrien haben, und daß die Faktorisierung des Übergangspotentials durch Gleichung (5.15) ein Überbleibsel des konventionellen Vibrationsmodells darstellt. Aus diesem Grund wurde auch $\beta_L^{(\text{pot})}$ in den Anpassungsprozeduren für die b_n festgehalten, nachdem es durch die Fixierung von $\beta_L^{(\text{pot})} \cdot R_{\text{ov}}^{\text{tr}} \cdot \partial V_{\text{trans}} / \partial R_{\text{ov}}^{\text{tr}}$ (in den Rechnungen mit $b_n=0$ und $V_{\text{Diag}}^0 = V_{\text{trans}}^0$) in Übereinstimmung mit dem Vibrationsmodell bestimmt wurde. Abb. 16 gibt eine Darstellung der experimentellen und berechneten WQ. Abb. 17 vergleicht die berechneten (FB)-Kopplungs-

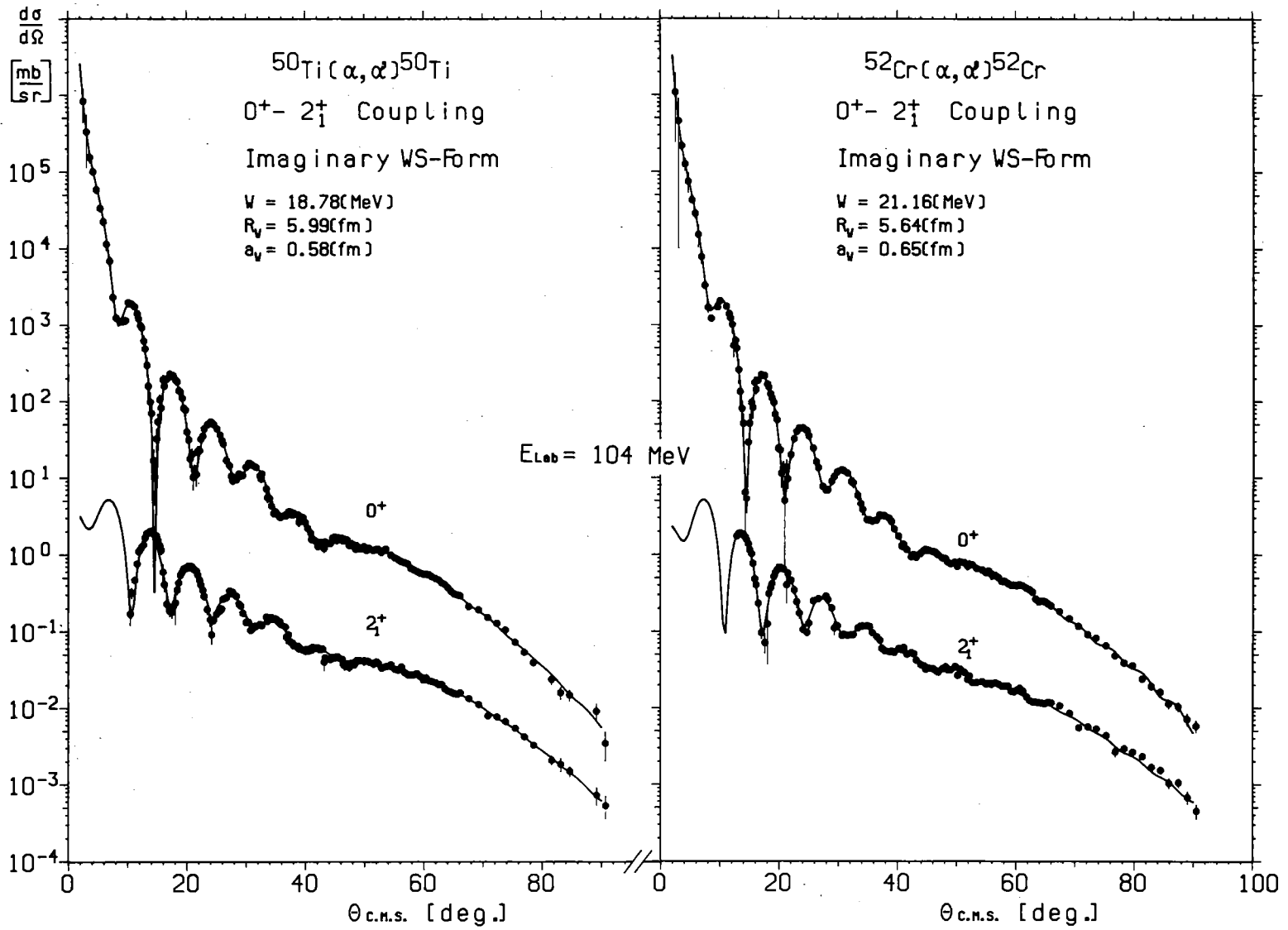


Abb. 16: Elastische und inelastische Wirkungsquerschnitte aus der Streuung von 104 MeV α -Teilchen an ^{50}Ti und ^{52}Cr , sowie die Ergebnisse von (CC)-Analysen

Tabelle 7: Parameter der Realpotentiale, die in der Analyse zur Anwendung kommen

		V_0 (MeV)	R_V (fm)	a_V (fm)	β_2 (pot)	χ^2/F			Shape and Procedure
						Tot	0^+	2^+	
^{50}Ti	V_{Diag}	147.2	5.190	1.20	-	-	1.8	-	(SW) CC-calc.
	V_{Diag}	117.4	4.690	0.78	0.131	5.4	4.7	6.1	(SW) ² elastic scattering
	V_{Diag}	144.0	5.249	1.19	0.122	3.2	2.4	3.9	(SW) ² CC-calc.
	V_{trans}	144.0	5.066	1.26	0.146	3.1	2.4	3.8	(SW) ² Deriv.
	V_{trans}	N=11-13	$R_{\text{cut}}=11-13$		0.146	2.8	2.3	3.3	(SW) ² Deriv.+FB
^{52}Cr	V_{Diag}	156.9	5.100	1.2	-	-	1.7	-	(SW) CC-calc.
	V_{Diag}	122.1	4.660	0.78	0.137	6.0	3.7	8.7	(SW) ² elastic scattering
	V_{Diag}	154.0	5.200	1.2	0.130	2.1	1.7	2.7	(SW) ² CC-calc.
	V_{trans}	154.0	5.200	1.2	0.130	2.1	1.7	2.7	(SW) ² Deriv.
	V_{trans}	N=11-13	$R_{\text{cut}}=11-13$		0.130	2.1	1.7	2.7	(SW) ² Deriv.+FB

potentiale mit den Bestfit-(SW)²-Ableitungsformen, die den V_{trans} -Parametern in Tabelle 7 entsprechen. Die Werte von R_{cut} und N wurden solange variiert, bis Konsistenz der χ^2/F -Werte und der Fehler der integralen Größen /GiFr 80a/ erreicht war. Die Fehlerbänder des (FB)-Potentials stammen aus der Mittelung mehrerer Einzelanpassungen mit verschiedenen Abschneideradien R_{cut} und unterschiedlicher Anzahl der (FB)-Terme. Diese Prozedur hat sich bei der Analyse der elastischen Streuung als brauchbarer Ansatz für die Reduzierung der verbleibenden Modellabhängigkeiten erwiesen. Interessant ist insbesondere, wie gut die Ableitungsform die resultierenden (FB)-Potentiale approximiert. Dieses Ergebnis mag als eine a-posteriori Rechtfertigung für den Gebrauch von „Vibrations-Modell“-Formen für die hier betrachteten Übergänge gelten.

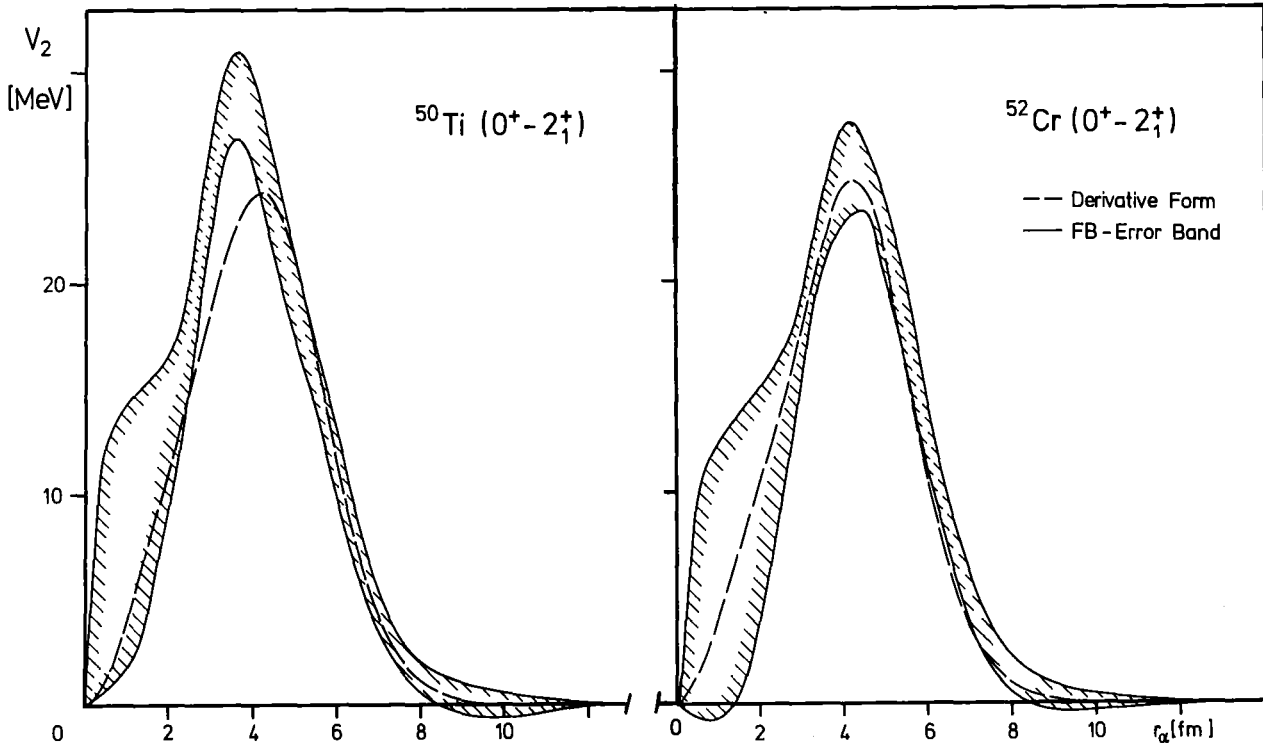


Abb. 17: Übergangspotentiale für die $(0^+ \rightarrow 2_1^+)$ -Übergänge in ^{50}Ti und ^{52}Cr , induziert durch 104 MeV α -Teilchen.

5.4. Analyse der radialen Momente

Die Analyse in den vorangehenden Abschnitten ergibt „modellunabhängige“ Übergangspotentiale. Es bleibt das Problem, diese in Form von Übergangsdichten des Problemkerns zu interpretieren. Es gibt nun einfache mathematische Beziehungen zwischen den radialen Momenten zweier gefalteter Verteilungen, wenn wenigstens eine Verteilung durch Faltung einer skalaren Funktion in eine andere erzeugt wird /Sat 72/, wie dies nach Gleichung (5.13) für V_{if} vorausgesetzt wird. Unter Anwendung dieser Beziehungen auf das nichtspärische Potential kann man die Übergangsmomente der Nukleonverteilungen aus den Kopplungspotentialen über

$$\int_L V(r_\alpha) r_\alpha^{L+2} dr_\alpha = J_0(V_{\text{eff}}^{\alpha N}) \cdot \int \rho_L(r) r^{L+2} dr \quad (5.18)$$

ableiten /Reb 76, Mac 76/. Die α -Teilchen-Targetnukleon-Wechselwirkung, die nicht spezifiziert werden muß, wird durch ihr Volumenintegral $J_0(V_{\text{eff}}^{\alpha N})$ (implizit) berücksichtigt. Diese Größe steht mit dem Volumenintegral des Monopol-(Diagonal-) Terms des Potentials bzw. der Dichteverteilung durch die Gleichung

Tabelle 8 Volumenintegrale, RMS- und Übergangs-Radien sowie Übergangsraten für die $(0^+ \rightarrow 2_1^+)$ -Übergänge von ^{50}Ti und ^{52}Cr

Quantity	^{50}Ti	^{52}Cr	Procedure
$J_o(V_{\text{Diag}})$ (MeV fm ³)	306+ 6	303 + 4	FB-analysis
$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ (fm) (V_{Diag})	4.47 ± 0.12	4.48 ± 0.09	
$\langle r^2 \rangle_{\text{eff}}^{1/2}$ (fm)	2.68 ± 0.16	2.61 ± 0.13	
$R_{\text{tr}}(V_2)$ (fm)	6.58 ± 0.14	6.91 ± 0.03	
$R_{\text{tr}}(V_2)$ (fm)	5.1 ± 0.3	5.60 ± 0.15	RMA of FB-potentials
$G_2(\text{s.p.u.})$	7.1 ± 0.3	8.8 ± 0.1	
$G_2(\text{s.p.u.})$	6.5	8.0	RMA of $(S_W)^2$ derivative
$G_2(\text{s.p.u.})$	6.1	7.9	BP
$G_2(\text{s.p.u.})$	6.3 ± 0.4	11.6±0.5	Electromagn. /ToCl 79/

$$J_o(V_{\text{Diag}}) = A \cdot J_o(V_{\text{eff}}^{\alpha N}) \quad (5.19)$$

in Beziehung. Mit diesen Relationen kann man die isoskalaren Übergangsraten

$$B(\text{IS}, I_i \rightarrow I_f) = \frac{1}{2I_i + 1} \left\{ \frac{Z}{A} \int \rho_L(r) r^{L+2} dr \right\}^2 \quad (5.20)$$

direkt durch

$$B(\text{IS}, I_i \rightarrow I_f) = \frac{1}{2I_i + 1} \left\{ \frac{Z}{J_o(V_{\text{Diag}})} \int V_L(r_\alpha) r_\alpha^{L+2} dr_\alpha \right\}^2 \quad (5.21)$$

ausdrücken. (Der Faktor Z/A wird aus Konventionsgründen /Ber 69/ beim Vergleich mit elektromagnetischen Übergangsraten eingeführt). Eine andere Beziehung gefalteter Potentiale /Sat 72/ stellt den Zusammenhang her zwischen dem quadratischen Übergangsradius des Potentials V_L

$$R_{tr}^2(V_L) = \langle r^{L+2} \rangle / \langle r^L \rangle \quad (5.22)$$

und der entsprechenden Größe der Übergangsdichte ρ_L durch die Beziehung

$$R_{tr}^2(V_L) = R_{tr}^2(\rho_L) + \frac{1}{3}(2L+3) \langle r_{eff}^2 \rangle \quad (5.23)$$

hierfür muß der MS-Radius $\langle r_{eff}^2 \rangle$ des effektiven Wechselwirkungspotentials bekannt sein. Vorausgesetzt, der Realteil des optischen Potentials der α -Teilchen-Streuung ist als Faltungsmodell zu verstehen, so ergibt sich $\langle r_{eff}^2 \rangle$ gerade als Differenz zwischen den MS-Radien des Potentials und der zugrundeliegenden Materieverteilung (siehe Abschnitt 4.3.).

Der Wert von $\langle r_{eff}^2 \rangle^{1/2} = 2.6$ fm kann aus den Ergebnissen der elastischen α -Teilchen-Streuung an ^{40}Ca abgeleitet werden /GiFr 80a/, da man glaubt, den Materieradius von ^{40}Ca zu kennen. Alternativ läßt sich $\langle r_{eff}^2 \rangle$ aus $\langle r_{Diag}^2 \rangle$ für jeden speziellen Fall extrahieren, wenn kleine Differenzen zwischen $\langle r_m^2 \rangle$ und den Ladungsverteilungen vernachlässigt werden. Es gibt eine weitere Unsicherheit: ist die effektive α -Teilchen-Targetnukleon-WW dichteabhängig und sind die elastische und inelastische Streuung auf verschiedene Regionen des Kerns empfindlich, kann sich der Wert von $\langle r_{eff}^2 \rangle$ leicht verändern. Die Übergangsraten sind durch die Verstärkungsfaktoren

$$G_2 = B(IS\ell, 0^+ \rightarrow 2_1^+) / B_{sp} \quad ; \quad B_{sp}(I\ell, 0 \rightarrow \ell) = \frac{(2\ell+1)}{4\pi} \left(\frac{3}{3+\ell}\right)^2 (r_0 A^{1/3})^{2\ell}$$

dargestellt. (In der Definition der Einteilchen-Einheiten („single-particle units“) B_{sp} wird als Radius-Parameter $r_0 = 1.2$ fm eingesetzt).

Neben den FB-Potentialen wurden auch die Kopplungspotentiale V_2 in der (SW)²-Ableitungsform (= V_{trans} in Tabelle 7) zur Analyse der radialen Momente (RMA) und in der Bernsteinprozedur (BP) herangezogen. Die BP wurde leicht modifiziert, da die Form von V_{trans} nicht identisch mit der Form von V_{Diag} ist. Fehler werden nur im Falle der (FB)-Potentiale angegeben (siehe hierzu Anhang A), da durch Einschränkungen in der Form der V_L die wahren Fehler unterschätzt sein könnten. Die bisher extensiv für die Bestimmung isoskalarer Übergangsraten benutzte, originale BP basiert im wesentlichen auf der Parametrisierung der V_{if} und ρ_{if} als erste Ableitung des Diagonalpotentials oder der Grundzustandsdichte in der (SW)- ($V_0 \cdot f(r_\alpha, R)$) oder der Fermi- ($\rho_0 \cdot g(r, c)$)-Form. R und c sind die entsprechenden Halbwertszeiten. Es gilt

$$V_L = \beta_L^{(\text{pot})} \cdot R \cdot V_0 \cdot f'(r_\alpha) \quad (5.24a)$$

$$\rho_L = \beta_L^{(\rho)} \cdot c \cdot \rho_0 \cdot g'(r) \quad (5.24b)$$

Der Verlauf der Ableitungen $f'(r_\alpha)$ und $g'(r)$ unterscheidet sich wenig, und da weiter

$$V_0 \cong \rho_0 \cdot J_0(V_{\text{eff}}^{\alpha N})$$

gilt, lässt sich aus den Beziehungen (5.24a) und (5.24b) näherungsweise die Identität

$$\beta_L^{(\text{pot})} \cdot R \cong \beta_L^{(\rho)} \cdot c$$

ableiten. Diese Renormierungsrelation (erstmal von Blair /Bla 60/ vorge schlagen) wird in der von Bernstein angeführten Prozedur benutzt und gibt Näherungswerte für die Übergangsraten. Offensichtlich müssen diese Werte als modellabhängig angesehen werden. Die (FB)-Methode reduziert diese Modellabhängigkeit des reellen Kopplungspotentials und erlaubt realistischere Fehlerabschätzungen der extrahierten Größen. Die Analyse der radialen Momente vermeidet die Schwierigkeit expliziter Faltungsmode llrechnungen und ersetzt zweifelhafte und weniger gerechtfertigte Renormierungsprozeduren.

5.5. Explizite Bestimmung der isoskalaren Übergangsraten mittels eines Faltungsmodells für die inelastische Streuung

Um die Konsistenz der oben erhaltenen Ergebnisse zu überprüfen, wurde für ^{52}Cr eine explizite CC-Faltungsrechnung durchgeführt. In dieser expliziten Faltungsmodellrechnung auf der Basis des Vibrationsmodells für die inelastische Streuung wurde der Realteil des Wechselwirkungspotentials in folgender Form angesetzt

$$V(r_\alpha, \theta, \phi) = \int d^3r \rho(r, \theta', \phi') V_{\text{eff}}^{\alpha N}(|\vec{r} - \vec{r}_\alpha|) \quad (5.25)$$

wobei als Kerndichte eine Fermiverteilung mit den üblichen Normierungsbedingungen eingesetzt wurde.

$$\rho(r, \theta', \phi') = \frac{\rho_{00}}{1 + \exp\left(\frac{r - \rho(\theta, \phi)}{a}\right)} \quad (5.26)$$

Entwickelt man den "Kernradius" nach Kugelfunktionen (siehe Glch. (5.1b)), so erhält man eine Reihenentwicklung bis 2. Ordnung für die Kerndichte

$$\rho(r, \theta', \phi') = \rho^{(0)}(r) + \sum_{\lambda, \mu} \sum_{t=1}^2 \rho^{(t)}(r) \alpha_{\lambda\mu}^{(t)} Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \quad (5.27)$$

nach Potenzen der $\alpha_{\lambda\mu}$ (siehe Abschnitt 5.1.1). Dabei ist

$$\rho^{(t)}(r) = \frac{d^t}{dr^t} \rho(r, \theta, \phi) \Big|_{c_0} \quad (5.28)$$

Das effektive Potential $V_{\text{eff}}^{\alpha N}(|\vec{r} - \vec{r}_\alpha|)$, das als Gaußform mit geeigneten Parametern (siehe Abschnitt 4.2.) gewählt wurde, läßt sich in ähnlicher Weise entwickeln /Reb 74a/. Außer dem 2_1^+ -Zustand wurde in dieser Rechnung auch der 4_1^+ -Zustand an den Grundzustand gekoppelt. Es stellte sich zunächst heraus, daß ohne Annahme eines dichteabhängigen effektiven α -Teilchen-Targetnukleon-Potentials, die elastischen und inelastischen WQ vor allem bei größeren Winkeln nicht adäquat zu beschreiben waren (siehe Tabelle 9 und Abb. 18). In Analogie zur Faltungmodellanalyse der elastischen Streuung wurde deshalb ein effektives Potential eingeführt, dessen Dichteabhängigkeit durch den Term $(1 - \gamma\rho_0^{2/3})$ gegeben ist (siehe Kap. 4). Als Dichteverteilung wurde eine 2-Parameter-Fermiverteilung gewählt /WoSh 80/. Die Rechnung zeigt, daß mit diesem Modell eine gute Wiedergabe der gemessenen WQ möglich ist. Die Resultate dieser Rechnung sind in Tabelle 9 angeführt. Sie zeigen zusammen mit Tabelle 8 die Konsistenz der Methoden.

Tabelle 9: Übergangsradius, Übergangsstärke und Deformationsparameter von ^{52}Cr aus der (CC)-Faltungsmodellanalyse
(9a: dichteabhängige WW; 9b: dichteunabhängige WW)

	BE2 ($e^2 \text{fm}^4$)	G_2 (s.p.u.)	R_{trans} (fm)	β_{02}	β_{04}	β_{24}	χ^2/F_{tot}	χ^2/F_0^*	χ^2/F_2^*	χ^2/F_4^*
9a)	499.28	8.7	4.77	0.124	0.080	0.075	2.3	2.2	2.5	2.1
9b)	351.51	6.1	4.51	0.130	0.137	0.075	12.3	13.1	10.1	13.3

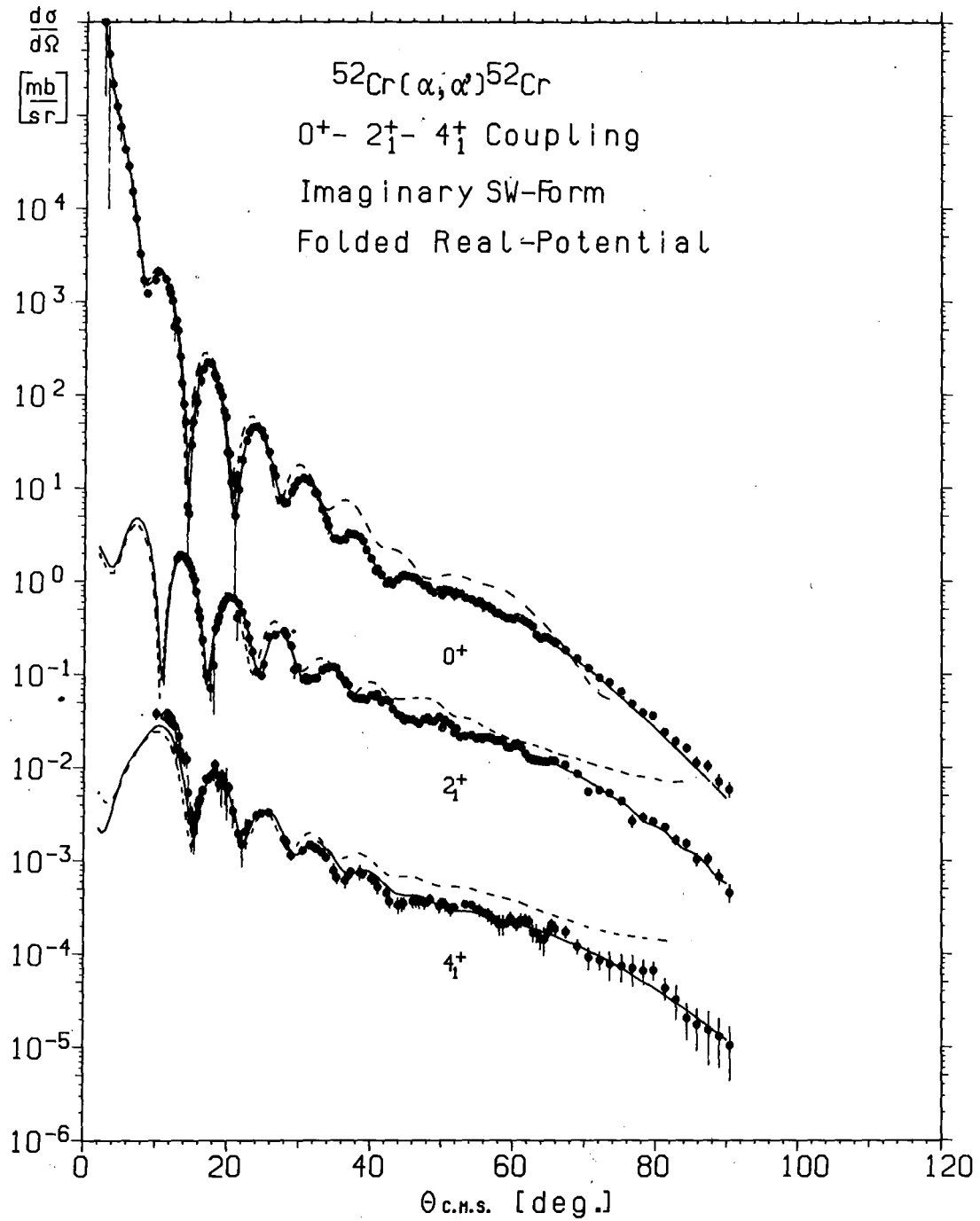


Abb. 18: Vergleich von CC-Faltungsmodellanalysen der elastischen und inelastischen Streuung von 104 MeV α -Teilchen an ^{52}Cr mit dichteunabhängiger (gestrichelte Linien) und dichteabhängiger (durchgezogene Linien) WW

5.6. Zusammenfassung der Ergebnisse der inelastischen Streuung

Die Vorteile der (FB)-Methode bei der Extraktion inelastischer Formfaktoren sind /RePe 81/:

- Die Möglichkeit allgemeine Formen in die Analysen einzuführen
- und realistischere Fehlerabschätzungen für den Potentialverlauf und die daraus extrahierten Resultate durchzuführen.

Die Übereinstimmung der Ergebnisse mit expliziten Faltungsmodellanalysen und mit den Ergebnissen anderer Methoden begründet die Anwendbarkeit des hier geschilderten Verfahrens. Die Diskrepanz, die sich bei ^{52}Cr zwischen der elektromagnetischen und isoskalaren Übergangsstärke ergibt, wurde kürzlich bei Pionennstreuexperimenten in exakt der gleichen Größe bestätigt /LuEg 81/.

Es zeigte sich, daß die experimentellen inelastischen WQ im wesentlichen die Oberflächenregion des Kopplungspotentials festlegen, obwohl die WQ auch im Refraktionsbereich gemessen worden sind. Da die (FB)-Methode die Güte der Anpassungen nicht signifikant verbessert, sobald die Form des Kopplungspotentials als Ableitung des Best-Fit-Potentials festgelegt ist, kann V_{Coup1} auch durch verallgemeinerte Formfaktoren des kollektiven Modells beschrieben werden. Allerdings sind dann realistische Fehlerbestimmungen nicht zu erhalten.

Die Übereinstimmung, die sich beim Vergleich phänomenologisch aus den Kollektivmodellen bestimmter und mikroskopisch berechneter Formfaktoren ergibt /Bla 60, Jac 69/, wird daher durch die vorliegenden Ergebnisse bestätigt.

Die Vernachlässigung von Mehrfachanregungen höherer Zustände führt insbesondere dazu, daß sich die Güte der Anpassungen nicht weiter verbessern läßt. Andererseits ist es eine Frage zunehmender Komplexität, Kopplungen zu anderen angeregten Zuständen adäquat in die (FB)-Methode einzuarbeiten, wobei noch offen ist, ob dann eine sich eventuell ergebende Verbesserung der Anpassung mit mathematischen Vieldeutigkeiten erkaufte wurde.

LITERATURVERZEICHNIS

- /And 81/ A. Andl, KfK-Report 3191 (1981)
- /BaFr 78/ C.J. Batty and E. Friedman, Phys. Rev. C17 (1978) 852
- /BaJa 77/ R.C. Barrett and D.F. Jackson, "Nuclear Sizes and Structure", Clarendon Press, Oxford (1977)
- /BaFr 71/ C.J. Batty, E. Friedman, and D.F. Jackson, Nucl. Phys. A 125 (1971) 1
- /BaGo 63/ A.M. Baldin, W.I. Goldanskij and I.L. Rosental, "Kinematik der Kernreaktionen", Akademie-Verlag Berlin (1963)
- /Ber 69/ A.M. Bernstein, in "Advances in Nuclear Physics", eds. M. Baranger and E. Vogt, New York, plenum (1969) p
- /BeSq 59/ J.S. Bell and E.J. Squires, Phys. Rev. Lett. 3 (1959) 96
- /BeTs 74/ G. Bertsch and S.F. Tsai, Phys. Lett. 50B (1974) 319
- /Bia 79/ J. Bialy, private Mitteilung (1979)
- /Bla 60/ J.S. Blair, Proc. Intern. Conf. Nuclear Structure, Kingston, Canada (1960) (D.A. Bromley and E.W. Vogt eds.) The University of Toronto Press, Toronto (1960)
- /Bla 65/ J.S. Blair, in "Lectures of Theoretical Physics", Vol. VIII-C, University of Colorado Press, Boulder (1965)
- /Boh 52/ A. Bohr, Kgl. Danske Videnskap. Selskap, Mat. Fys. Medd. 26, No. 14 (1952)
- /BrBr 77/ I. Brissaud and M.K. Brussel, J. Phys. G3 (1977) 481
- /BuGr 75/ A. Budzanowski, K. Grotowski, M. Grzwacz and A. Strzalkowski, Progress Report, Institute of Nuclear Physics, Cracow, unveröffentlicht (1975)
- /BuSe 79/ J. Buschmann and W. Segnitz, "STARTM-Manual", unveröffentlicht (1979)
- /Don 70/ W. Donner, "Einführung in die Theorie der Kernspektren", B-I-Taschenbuchverlag, Mannheim, Wien, Zürich (1970)
- /Do VG 72/ C.B. Dover and N. Van Giai, Nucl. Phys. A190 (1972) 373
- /DrFr 74/ B. Dreher, J. Friedrich, K. Merle, H. Rothhaas and G. Lührs, Nucl. Phys. A235 (1974) 219
- /EaDr 71/ W.T. Eadie, D. Dryard, F.E. James, M. Roos and B. Sadoulet, "Statistical Methods in Experimental Physics", North-Holland Publishing Company, Amsterdam, London 1971
- /EhHa 77/ G. Ehret, H. Hanak, W. Karbstein and B. Kögel, unveröffentlicher Bericht des KfK (1977)
- /End 79/ P.M. Endt, Atomic Data and Nucl. Data Tables Vol. 23/6 (1979) 547

- /FeBl 70/ B. Fernandez and J. Blair, Phys. Rev. C1 (1970) 323
- /Fes 58/ H. Feshbach, Ann. Phys. 5 (1958) 357
- /Fes 62/ H. Feshbach, Ann. Phys. 19(1962) 287
- /FrBa 78/ E. Friedman and C.J. Batty, Phys. Rev. C17 (1978) 34
- /FrGi 78/ E. Friedman, H.J. Gils, H. Rebel, and Z. Majka,
Phys. Rev. Lett. 41 (1978) 1220
- /FrGi 81/ E. Friedman, H.J. Gils, H. Rebel and R. Pesl,
Nucl. Phys. A363 (1981) 137
- /GiFr 80a/ H.J. Gils, E. Friedman, H. Rebel, J. Buschmann,
S. Zagromski, H. Klewe-Nebenius, B. Neumann,
R. Pesl, and G. Bechtold, Phys. Rev. C21(1980) 1239
- /GiFr 80b/ H.J. Gils, E. Friedman, Z. Majka and H. Rebel,
Phys. Rev. C21 (1980) 1245
- /GiFr 81/ H.J. Gils and E. Friedman, private Mitteilung (1981)
- /Gil 79/ H.J. Gils, in "What Do We Know about the Radial Shape
of Nuclei in the Ca-Region?", Proceedings of the Karlsruhe
International Discussion Meeting, KfK-Report 2830, eds.
H. Rebel, G. Schatz and H.J. Gils (1979)
- /Gil 80/ H.J. Gils, KfK-Report 3063 (1980)
- /GiNo 74/ H.J. Gils and W. Nowatzke,
unveröffentlichter Bericht des KfK (1974)
- /GiRe 75/ H.J. Gils and H. Rebel, KfK-Report 2127 (1975)
- /Gol 75/ D.A. Goldberg, Phys. Lett. 55B (1975) 59
- /Gol 78/ D.A. Goldberg, in "The Alpha-Nucleus Interaction",
Proceedings of the 2nd Louvain-Cracow-Seminar,
eds. G. Gregoire, K. Grotowski (1978)
- /GoSm 72/ D.A. Goldberg and S.M. Smith, Phys. Rev. Lett. 29
(1972) 500
- /GrPy 68/ G.W. Greenless, G.J. Pyle, and K.C. Tung, Phys. Rev. 182
(1968) 1115
- /GrSa 68/ A.E.S. Green, T. Sawada, and D.S. Saxon, "The Nuclear
Independent Particle Model", Academic Press, New York (1968)
- /HaHa 70/ D. Habs, G. Hauser, G. Hoffmann, H. Klewe-Nebenius,
R. Löhken, U. Martens, H. Rebel, G. Schatz, G.W. Schweimer,
and J. Specht, unveröffentlichter Bericht des KfK (1970)
- /Jac 64/ D.F. Jackson, Phys. Lett. 14 (1965) 118
- /Jac 69/ D.F. Jackson, Nucl. Phys. A123 (1969) 273
- /Jac 70/ D.F. Jackson, "Nuclear Reactions", Methuen & Co., London (1970)
- /JaJo 74/ D.F. Jackson and R.C. Johnson, Phys. Lett. 49B (1974) 249

- /JaKe 69/ D.F. Jackson and V.K. Kumbhavi, Phys. Rev. 178 (1969) 1626
- /JaVr 74/ C.W. de Jager, H. de Vries and C. de Vries, Atomic Data and Nuclear Data Tables 14 (1974) 479
- /JeLe 77/ J.-P. Jeukenne, A. Lejeune, and C. Mahaux, Phys. Rev. C16 (1977) 80
- /KaMö 75/ W.R. Kappel, J. Möllenbeck and H. Schweickert, private Mitteilung (1975)
- /Kar 77/ W. Karbstein, unveröffentlicher Bericht des KfK (1977)
- /KeMc 59/ A.K. Kerman, H. McManus and R.M. Thaler, Ann. Phys. 8 (1959) 551
- /KnSo 78/ J. Kneis and H. Sobiesiak, unveröffentlicher Bericht des KfK (1978)
- /Kög 78/ B. Kögel, private Mitteilung (1978)
- /LeSh 81/ A.M. Lederer and V.S. Shirley, "Table of Isotopes", 7th ed., John-Wiley & Sons, Inc., New York, Chicester, Brisbane, Toronto (1978)
- /LoOw 75/ W.G. Love and L.W. Owen, Nucl. Phys. A239 (1975) 74
- /LoTe 77/ W.G. Love, T. Terasawa and G.R. Satchler, Nucl. Phys. A291 (1977) 183
- /Lov 77/ W.G. Love, Phys. Lett. 72B (1977) 4
- /LuEg 81/ C. Lünke, J.-P. Egger, F. Goetz, P. Gretillat, E. Schwarz, C. Perrin, B.M. Freedom and R.E. Mischke, J. Phys. G7 (1981) 895
- /MaBu 78/ Z. Majka, A. Budzanowski, K. Grotowski, and A. Strzalkowski, Phys. Rev. C18 (1978) 18
- /Mac 76/ R.S. Mackintosh, Nucl. Phys. A266 (1976) 379
- /MaBr 75/ V.A. Madsen, V.R. Brown and J.D. Anderson, Phys. Rev. Lett. 34 (1975) 1398, Phys. Rev. C12 (1975) 1205
- /MaGi 78/ Z. Majka, H.J. Gils and H. Rebel, Z. Physik A288 (1978) 139
- /Maj 78/ Z. Majka, Phys. Lett. 76B (1978) 161
- /Mes 65/ A. Messiah, "Quantum Mechanics, Vol. I", North-Holland Publishing Company, Amsterdam (1965)
- /Mye 73/ W.D. Myers, Nucl. Phys. A204 (1973) 465
- /Neg 70/ J.W. Negele, Phys. Rev. C1 (1970) 1260
- /PeBu 62/ F. Perey and B. Buck, Nucl. Phys. 32 (1962) 353
- /PrBh 75/ M.A. Preston and R.K. Bhaduri, "Structure of the Nucleus", Addison-Wesley Publishing Company Inc., Reading, Massachusetts (1975)
- /PuPa 77/ L.W. Put and A.M. Paans, Nucl. Phys. A291 (1977) 93

- /Ray 72/ J. Raynal, in "Computing as Language of Physics",
IAEA-SMR-9/8, Wien (1978)
- /Reb 74a/ H. Rebel, Lectures at the Int. Summer School of Nucl. Phys.,
Predeal, Romania (Sept. 1974), KfK-Report 2065 (1974)
- /Reb 74b/ H. Rebel, G. Hauser, G.W. Schweimer, G. Nowicki,
W. Wiesner, and D. Hartmann, Nucl. Phys. A218 (1974) 13
- /Reb 76/ H. Rebel, Z. Physik A277 (1976) 35
- /Reb 70/ H. Rebel, KfK-Report 2974 (1980)
- /Reb 71/ H. Rebel, Lecture Notes: "Ladungs- und Materieverteilung
in Atomkernen", Schleching (1981)
- /RePe 81/ H. Rebel, R. Pesl, E. Friedman and H.J. Gils
Nucl. Phys. A368 (1981) 61
- /Rob 79/ P.L. Roberson, Report NSF-7-79, University of Maryland,
Department of Physics and Astronomy (1979)
- /RoGo 79/ P.L. Roberson, D.A. Goldberg, N.S. Wall, L.W. Woo and
H.L. Chen, Phys. Rev. Lett. 42 (1979) 54
- /SaLo 76/ G.R. Satchler and W.G. Love, Phys. Lett. 63B (1978) 497
- /SaLo 79/ G.R. Satchler and W.G. Love, Phys. Rep. 3 (1979) 183
- /Sat 72/ G.R. Satchler, "Introduction to Nuclear Reactions",
The Macmillan Press Ltd., London and Basingssloke (1980).
- /Sin 74/ B. Sinha, Phys. Rev. Lett. 33 (1974) 600
- /SpSc 70/ J. Specht, G.W. Schweimer, unveröffentlicher Bericht
des KfK (1970)
- /Schw 68/ G.W. Schweimer, unveröffentlicher Bericht des KfK (1973)
- /StGr 65/ P.H. Stelson, L. Grodzins, Nucl. Data Sheets A1 (1965) 21
- /Tam 65/ T. Tamura, Rev. Mod. Phys. 37 (1965) 679
- /ToCl 79/ C.W. Towsley, P. Cline and R.N. Horóshko, Nucl. Phys. A250
(1979) 381
- /Übe 71/ H. Überall, "Electron Scattering From Complex Nuclei",
Academic Press, New York - London (1971)
- /ViBo 76/ N. Vinh Mau and A. Boussy, Nucl. Phys. A257
(1976) 189
- /Vin 77/ N. Vinh Mau, Phys. Lett. 71B (1977) 5
- /Vin 78/ N. Vinh Mau, in "The α -Nucleus Interaction", Proceedings
of the 2nd Louvain-Cracow Seminar, ed. G. Gregoire and
K. Grotowski, Louvain-la-Neuve, Belgium (1978)
- /VeNe 68/ R.F. Verdier, Dissertation, Harvard University (1968),
R. Neuhausen, private Mitteilung
- /WoSh 80/ H.D. Wohlfahrt, E.B. Shera, M.V. Hoehn, Y. Yamazaki and
R.M. Steffen, Phys. Rev. C (wird veröffentlicht)

An dieser Arbeit sind die Herren Dr. J. Buschmann, Dr. H.J. Gils, Professor Dr. H. Rebel, Ing. S. Zagromski beteiligt. Mein besonderer Dank gilt Herrn Professor Dr. G. Schatz für sein förderndes Interesse und den Herren Professor Dr. H. Rebel und Dr. H.J. Gils für die Anregung zu dieser Arbeit und viele wertvolle Hinweise. Der Betriebsgruppe des Isochronzyklotrons des Kernforschungszentrums Karlsruhe danke ich für ihren Einsatz und ihre Bemühungen.

ANHANG A

Bestimmung der Fehler von Fourier-Bessel-Potentialen
und verschiedener Integralgrößen

Die Bestimmung der Fehler des Potentials, des RMS-Radius und des Volumenintegrals aus einer bestimmten Anpassung ist im Detail von Friedman und Batty /FrBa 78/ sowie von Gils /Gil 80a/ beschrieben worden. Die Varianz des Potentials $V_L(r_\alpha)$ ist gegeben durch die Beziehung

$$\{\delta V_L(r_\alpha)\}^2 = 2 \cdot f_{\min} \cdot \sum_{m,n=1}^N (M^{-1})_{mn} \cdot j_1(q_m r_\alpha) \cdot j_1(q_n r_\alpha) \quad (A-1)$$

wobei f_{\min} der χ^2/F -Wert im Minimum und M^{-1} die Kovarianzmatrix darstellt, die sich numerisch bei der Anpassung ergeben. l ist die Ordnung der Besselfunktionen (hier also 0 oder 1) und L die Multipolarität des Potentials (es gilt entsprechend $L=0$ oder $L=2$). Neben den Potentialen selbst sind einige integrale Größen von physikalischem Interesse, insbesondere die radialen Momente des Potentials.

$$\langle r^k \rangle = \frac{\int_0^\infty V_L(r_\alpha) r_\alpha^{k+2} dr_\alpha}{\int_0^\infty V_L(r_\alpha) r_\alpha^2 dr_\alpha} = \frac{\langle r^k J_o \rangle}{J_o(V_L)} \quad (A-2)$$

Für $L \neq 0$ und $K=L, L+2$ ist außerdem der Übergangsradius

$$R_{tr}(V_L) = \{\langle r^{L+2} \rangle / \langle r^L \rangle\}^{1/2} \quad (A-3)$$

definiert. Das Volumenintegral $J_o(V_L) = 4\pi \int_0^\infty V_L(r_\alpha) r_\alpha^2 dr_\alpha$ der Übergangspotentiale ist im Vergleich zum Volumenintegral des Grundzustandspotentials $J_o(V_o)$, das sich als sehr interessante Größe des optischen Potentials erwiesen hat, von geringerem Interesse.

Die B(IS)-Werte sind durch das Quadrat der Momente definiert

$$M_L(IS) = (4\pi)^{-1} \cdot \frac{J_o(V_L)}{J_o(V_{Diag})} \cdot \langle r^2 \rangle \quad (A-4)$$

Die Bestimmung der Fehler

$$\delta \langle r^K \rangle = \left(\frac{\delta \langle r^{K J_0} \rangle}{\langle r^{K J_0} \rangle} + \frac{\delta J_0(V_L)}{J_0(V_L)} \right) \cdot \langle r^K \rangle \quad (\text{A-5a})$$

$$\delta R_{tr} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\delta \langle r^{L+2} \rangle}{\langle r^{L+2} \rangle} + \frac{\delta \langle r^L \rangle}{\langle r^L \rangle} \right) \cdot R_{tr} \quad (\text{A-5b})$$

$$\delta M_L = \left(\frac{\delta \langle r^{K J_0} \rangle}{\langle r^{K J_0} \rangle} + \frac{\delta J_0(V_{Diag})}{J_0(V_{Diag})} \right) \cdot M_L \quad (\text{A-5c})$$

verlangt die Bestimmung der Unsicherheiten des Integrals

$$\int_0^\infty V_L(r_\alpha) r_\alpha^{K+2} d\vec{r}_\alpha \quad (\text{A-6})$$

die über $\langle r^{K J_0} \rangle$ (wobei J_0 den speziellen Fall für $K=0$ darstellt) in die Fehler der Momente eingehen. Die Anwendung des Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetzes ergibt zusammen mit (A-1)

$$\delta \langle r^{K J_0} \rangle = \left[\sum_{m,n=1}^N C_{mn} \cdot F_m^K \cdot F_n^K \right]^{1/2} \quad (\text{A-7})$$

Die Terme C_{mn} sind definiert durch die Beziehung

$$C_{mn} = \langle \delta b_m \delta b_n \rangle = 2 \cdot f_{min} \cdot (M^{-1})_{mn} \quad (\text{A-8})$$

und

$$F_n^K = \int_0^R r_\alpha^{K+2} j_1 \left(\frac{n\pi r_\alpha}{R_{cut}} \right) d\vec{r}_\alpha \quad (\text{A-9})$$

Die Substitution des Integrationsparameters führt schließlich zu der Gleichung

$$F_n^K = \frac{4R_{cut}^{K+3}}{n^{K+3} \pi^{K+2}} \int_0^{n\pi} \rho^{K+2} j_1(\rho) d\rho \quad (\text{A-10})$$

Für die Besselfunktionen 0. Ordnung führt die Integration der obigen Gleichung zu einer Rekursionsformel für die F_n^K

$$F_n^K = 1 - \frac{K(K+1)}{\pi^2 n^2} F_n^{K-2} \quad (\text{A-11})$$

Mit den folgenden expliziten Integrationsergebnissen

$$F_n^{-1} = 1 + (-1)^{n+1} \quad (\text{A-12a})$$

$$F_n^0 = 1 \quad (\text{A-12b})$$

ist es dann sehr einfach die F_n^K für $K \geq 1$ zu berechnen.

Für die Besselfunktionen 1. Ordnung ergibt sich keine Rekursionsbeziehung. Aber partielle Integration und vollständige Induktion führen schließlich zu dem Ergebnis

$$F_n^0 = 0 \quad (\text{A-13a})$$

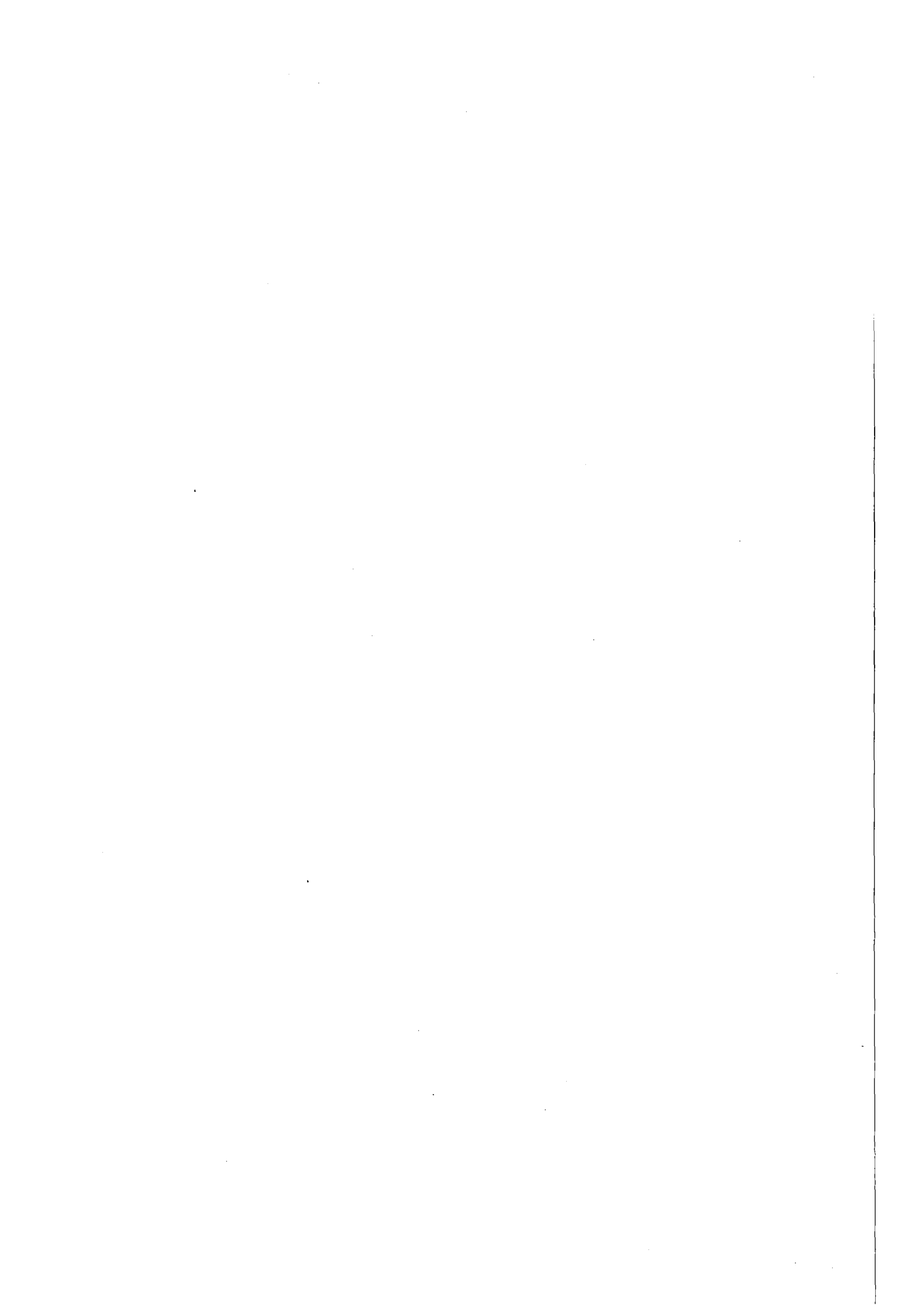
und

$$F_n^K = (K+2) \cdot \{ (-1)^{n+1} \sum_{l=1}^K (-1)^{l+1} \frac{K!}{(K-k)!} (n\pi)^{(K-k)} \} - Z \quad (\text{A-13b})$$

mit $K \neq 0$; $k = 2l-2$; $k \leq K$ und

$$Z = \begin{cases} (K+2) \cdot K! \\ 0 \end{cases} \text{ für } \begin{cases} K = \text{gerade} \\ K = \text{ungerade} \end{cases}$$

Bei den Analysen der inelastischen Streuung wurde V_{Diag} nicht durch ein (FB)-Potential beschrieben. Zur Abschätzung des Fehlers $\delta J_0(V_{\text{Diag}})$ in Gleichung (A-5a) wurden deshalb die Ergebnisse der FB-Analyse der elastischen Streudaten verwendet. In allen Fällen sind die endgültigen Werte Mittel einer großen Anzahl von Rechnungen mit verschiedenen Abschneideradien R_{cut} und verschiedenen Anzahlen N der FB-Terme.



ANHANG B

Tabellen der experimentellen Wirkungsquerschnitte
von ^{50}Ti und ^{52}Cr .

		<u>Seite</u>
^{50}Ti :	0_1^+	78
	2_1^+	80
	3_1^-	82
	4_1^+	84
^{52}Cr :	0_1^+	86
	2_1^+	88
	3_1^-	90
	4_1^+	92

SCATTERING OF 4-HE PARTICLES ON TI-50

ELAB = 104.000 MEV Q = 0.0 MEV I = 0 +
 ECM = 96.291 MEV K = 4.1322/FERMI ETA = 1.48297

LABORATORY DATA			RUTHERFORD	CM DATA		
THETA DEGREE	SIGMA MB/SR	DSIGMA %	SIGMA/SR	THETA DEGREE	SIGMA MB/SR	DSIGMA MB/SR
2.34	9.753E+05	49.1	6.166E-01	2.53	8.330E+05	4.094F+05
2.84	3.881E+05	68.6	5.323E-01	3.07	3.315E+05	2.275E+05
3.34	1.819E+05	21.6	4.772E-01	3.61	1.554E+05	3.350E+04
3.85	1.186E+05	13.7	5.474E-01	4.16	1.013E+05	1.390E+04
4.36	6.885E+04	15.6	5.228E-01	4.71	5.882E+04	9.176E+03
4.95	3.953E+04	14.0	5.000E-01	5.36	3.378E+04	4.737E+03
5.45	2.633E+04	14.6	4.892E-01	5.90	2.250E+04	3.285E+03
5.95	1.344E+04	22.1	3.547E-01	6.44	1.149E+04	2.535E+03
6.45	8.066E+03	19.5	2.938E-01	6.98	6.895E+03	1.344E+03
6.95	2.704E+03	27.8	1.327E-01	7.52	2.312E+03	6.431E+02
7.45	1.455E+03	13.6	9.426E-02	8.06	1.244E+03	1.688E+02
8.45	1.291E+03	4.4	1.383E-01	9.14	1.104E+03	4.830E+01
8.95	1.345E+03	14.4	1.813E-01	9.68	1.151E+03	1.663E+02
9.34	2.329E+03	8.7	3.722E-01	10.10	1.993E+03	1.743E+02
9.65	2.246E+03	3.3	4.088E-01	10.44	1.922E+03	6.260E+01
9.84	2.237E+03	1.5	4.402E-01	10.64	1.915E+03	2.833E+01
10.34	2.039E+03	4.8	4.890E-01	11.18	1.746E+03	8.408E+01
10.75	1.651E+03	9.9	4.674E-01	11.63	1.414E+03	1.402E+02
10.95	1.418E+03	10.5	4.272E-01	11.84	1.214E+03	1.279E+02
11.25	1.155E+03	8.9	3.875E-01	12.17	9.889E+02	8.826E+01
11.45	1.078E+03	10.6	3.882E-01	12.38	9.236E+02	9.763E+01
11.75	7.247E+02	20.9	2.893E-01	12.71	6.209E+02	1.297E+02
11.95	5.723E+02	19.2	2.444E-01	12.92	4.904E+02	9.422E+01
12.25	3.491E+02	35.1	1.645E-01	13.25	2.992E+02	1.050E+02
12.45	1.862E+02	41.2	9.362E-02	13.46	1.596E+02	6.576E+01
12.75	1.154E+02	36.9	6.376E-02	13.79	9.889E+01	3.650E+01
12.95	8.201E+01	33.4	4.824E-02	14.00	7.032E+01	2.346E+01
13.25	1.973E+01	74.4	1.271E-02	14.33	1.692E+01	1.258E+01
13.45	1.196E+01	77.2	8.181E-03	14.54	1.026E+01	7.919E+00
13.75	3.818E+01	43.8	2.851E-02	14.87	3.275E+01	1.435E+01
13.95	6.355E+01	37.6	5.026E-02	15.08	5.452E+01	2.051E+01
14.25	1.235E+02	20.7	1.063E-01	15.41	1.060E+02	2.193E+01
14.45	9.629E+01	43.3	8.761E-02	15.62	8.264E+01	3.580E+01
14.75	2.260E+02	20.7	2.230E-01	15.95	1.940E+02	4.016E+01
14.95	1.855E+02	12.5	1.933E-01	16.16	1.593E+02	1.998E+01
15.33	2.306E+02	6.4	2.656E-01	16.58	1.980E+02	1.263E+01
15.82	2.686E+02	3.8	3.509E-01	17.11	2.308E+02	8.864E+00
16.15	2.497E+02	4.2	3.536E-01	17.46	2.146E+02	9.115E+00
16.34	2.560E+02	3.5	3.797E-01	17.66	2.200E+02	7.754E+00
16.75	2.208E+02	4.7	3.612E-01	18.10	1.898E+02	8.951E+00
16.95	2.113E+02	7.4	3.626E-01	18.32	1.817E+02	1.344E+01
17.25	1.619E+02	9.5	2.977E-01	18.64	1.392E+02	1.325E+01
17.45	1.557E+02	5.7	2.997E-01	18.86	1.339E+02	7.592E+00
17.75	1.294E+02	15.2	2.665E-01	19.18	1.113E+02	1.692E+01
17.95	9.504E+01	14.3	2.047E-01	19.40	8.179E+01	1.170E+01
18.25	9.066E+01	19.7	2.085E-01	19.72	7.804E+01	1.539E+01
18.45	4.693E+01	39.1	1.127E-01	19.94	4.040E+01	1.578E+01
18.75	3.707E+01	25.2	9.489E-02	20.26	3.192E+01	8.046E+00
18.95	2.088E+01	31.6	5.575E-02	20.48	1.798E+01	5.686E+00
19.25	2.367E+01	23.9	6.725E-02	20.80	2.039E+01	4.868E+00
19.45	1.196E+01	44.0	3.543E-02	21.02	1.031E+01	4.541E+00
19.65	1.469E+01	19.4	4.529E-02	21.23	1.266E+01	2.451E+00
19.95	1.294E+01	40.6	4.238E-02	21.56	1.116E+01	4.531E+00
20.15	2.612E+01	21.4	8.896E-02	21.77	2.252E+01	4.821E+00
20.45	2.649E+01	16.1	9.567E-02	22.09	2.285E+01	3.678E+00
20.65	3.778E+01	14.7	1.418E-01	22.31	3.259E+01	4.778E+00
20.95	4.121E+01	11.1	1.637E-01	22.63	3.556E+01	3.951E+00
21.15	5.122E+01	10.5	2.113E-01	22.85	4.421E+01	4.648E+00
21.65	5.810E+01	4.8	2.629E-01	23.39	5.017E+01	2.411E+00
22.15	6.299E+01	2.5	3.119E-01	23.92	5.442E+01	1.380E+00
22.34	6.251E+01	2.0	3.202E-01	24.13	5.402E+01	1.094E+00
22.65	5.828E+01	4.6	3.152E-01	24.46	5.038E+01	2.308E+00
23.15	5.123E+01	6.0	3.020E-01	25.00	4.431E+01	2.665E+00
23.65	4.248E+01	8.8	2.724E-01	25.54	3.676E+01	3.248E+00
23.95	3.610E+01	8.1	2.433E-01	25.86	3.125E+01	2.520E+00
24.15	3.243E+01	11.6	2.259E-01	26.08	2.808E+01	3.270E+00
24.65	1.978E+01	16.9	1.494E-01	26.61	1.714E+01	2.890E+00
25.15	1.684E+01	13.6	1.376E-01	27.15	1.460E+01	1.989E+00
25.45	1.222E+01	14.0	1.047E-01	27.47	1.060E+01	1.486E+00
25.65	1.064E+01	11.1	9.398E-02	27.69	9.233E+00	1.024E+00
26.24	1.100E+01	4.9	1.063E-01	28.33	9.550E+00	4.641E-01
26.65	1.314E+01	5.7	1.348E-01	28.76	1.141E+01	6.477E-01
26.91	1.237E+01	2.2	1.318E-01	29.04	1.075E+01	2.372E-01
27.24	1.243E+01	4.8	1.389E-01	29.39	1.080E+01	5.224E-01
27.74	1.598E+01	5.7	1.919E-01	29.93	1.390E+01	7.935E-01
28.15	1.796E+01	3.3	2.285E-01	30.37	1.563E+01	5.112E-01
28.45	1.778E+01	2.1	2.358E-01	30.69	1.548E+01	3.187E-01
28.73	1.693E+01	2.4	2.333E-01	30.99	1.474E+01	3.490E-01
29.15	1.618E+01	4.2	2.360E-01	31.44	1.410E+01	5.964E-01
29.34	1.588E+01	3.7	2.376E-01	31.65	1.384E+01	5.121E-01
29.95	1.222E+01	7.4	1.982E-01	32.30	1.066E+01	7.839E-01

30.12	1.119E+01	13.8	1.857E-01	32.48	9.767E+00	1.344E+00
30.25	1.303E+01	12.0	2.197E-01	32.62	1.137E+01	1.362E+00
30.95	8.266E+00	17.3	1.524E-01	33.37	7.220E+00	1.250E+00
31.10	6.359E+00	17.4	1.195E-01	33.53	5.556E+00	9.674E-01
31.45	6.217E+00	5.9	1.220E-01	33.91	5.434E+00	3.201E-01
31.75	4.960E+00	10.6	1.010E-01	34.23	4.337E+00	4.605E-01
32.10	3.939E+00	10.2	8.370E-02	34.60	3.446E+00	3.522E-01
32.45	4.150E+00	3.8	9.200E-02	34.97	3.633E+00	1.388E-01
32.84	3.736E+00	4.6	8.675E-02	35.39	3.272E+00	1.500F-01
33.10	3.507E+00	5.2	8.398E-02	35.67	3.073E+00	1.602E-01
33.25	3.536E+00	2.2	8.617E-02	35.83	3.099E+00	6.745E-02
33.95	3.768E+00	3.0	9.957E-02	36.58	3.306E+00	9.788E-02
34.10	3.677E+00	7.6	9.885E-02	36.74	3.227E+00	2.447E-01
34.45	4.155E+00	3.4	1.162E-01	37.11	3.648E+00	1.225E-01
34.75	4.142E+00	2.9	1.198E-01	37.43	3.639E+00	1.047E-01
35.10	3.741E+00	6.8	1.125E-01	37.81	3.288E+00	2.250E-01
35.25	3.992E+00	4.1	1.220E-01	37.97	3.510E+00	1.446E-01
35.95	3.782E+00	10.4	1.248E-01	38.71	3.329E+00	3.479E-01
36.10	3.041E+00	18.1	1.019E-01	38.87	2.677E+00	4.847E-01
36.34	3.566E+00	5.3	1.227E-01	39.13	3.141E+00	1.653E-01
36.75	3.465E+00	8.0	1.245E-01	39.57	3.054E+00	2.429E-01
37.10	2.997E+00	13.5	1.117E-01	39.94	2.643E+00	3.578E-01
37.45	2.530E+00	7.3	9.772E-02	40.31	2.232E+00	1.626E-01
37.95	2.190E+00	11.1	8.904E-02	40.84	1.934E+00	2.153E-01
38.10	1.799E+00	12.8	7.426E-02	41.00	1.589E+00	2.036E-01
38.25	1.832E+00	3.5	7.679E-02	41.16	1.619E+00	5.723E-02
38.75	1.710E+00	4.7	7.533E-02	41.70	1.512E+00	7.074E-02
39.10	1.449E+00	8.5	6.607E-02	42.07	1.282E+00	1.988E-01
39.45	1.644E+00	3.6	7.761E-02	42.44	1.456E+00	5.238E-02
39.84	1.633E+00	4.7	8.005E-02	42.85	1.447E+00	6.788E-02
40.10	1.378E+00	16.6	6.927E-02	43.13	1.222E+00	2.031E-01
40.25	1.668E+00	9.1	8.503E-02	43.29	1.479E+00	1.340E-01
41.10	1.581E+00	6.7	8.731E-02	44.19	1.404E+00	9.389E-02
41.45	1.863E+00	4.0	1.063E-01	44.56	1.656E+00	6.631E-02
41.75	1.915E+00	3.2	1.123E-01	44.88	1.703E+00	5.513E-02
42.10	1.732E+00	8.2	1.049E-01	45.25	1.541E+00	1.269E-01
42.25	1.888E+00	4.3	1.159E-01	45.41	1.680E+00	7.304E-02
42.95	1.849E+00	4.1	1.208E-01	46.16	1.648E+00	6.767E-02
43.10	1.708E+00	6.8	1.131E-01	46.32	1.523E+00	1.031E-01
43.34	1.785E+00	5.9	1.207E-01	46.57	1.592E+00	9.351E-02
43.75	1.753E+00	3.7	1.229E-01	47.00	1.565E+00	5.764E-02
44.10	1.481E+00	8.7	1.070E-01	47.37	1.323E+00	1.152E-01
44.45	1.571E+00	2.3	1.170E-01	47.75	1.404E+00	3.175E-02
44.95	1.496E+00	8.1	1.162E-01	48.27	1.338E+00	1.081E-01
45.10	1.343E+00	13.2	1.057E-01	48.43	1.202E+00	1.586E-01
45.25	1.481E+00	6.0	1.180E-01	48.59	1.326E+00	7.927E-02
45.75	1.347E+00	5.7	1.119E-01	49.12	1.207E+00	6.921E-02
46.45	1.429E+00	6.8	1.257E-01	49.86	1.282E+00	8.780E-02
46.84	1.286E+00	3.4	1.168E-01	50.27	1.155E+00	3.947E-02
47.25	1.361E+00	5.0	1.277E-01	50.71	1.223E+00	6.114E-02
47.95	1.274E+00	6.2	1.264E-01	51.44	1.147E+00	7.148E-02
48.45	1.309E+00	1.4	1.349E-01	51.97	1.179E+00	1.630E-02
48.75	1.310E+00	5.5	1.383E-01	52.29	1.181E+00	6.531E-02
49.25	1.193E+00	2.8	1.309E-01	52.81	1.077E+00	2.984E-02
49.95	1.315E+00	2.8	1.521E-01	53.55	1.189E+00	3.378E-02
50.77	1.098E+00	3.0	1.350E-01	54.41	9.945E-01	3.019F-02
51.41	1.014E+00	2.1	1.305E-01	55.09	9.193E-01	1.927E-02
51.84	9.677E-01	2.9	1.285E-01	55.54	8.783E-01	2.583E-02
52.25	9.258E-01	2.2	1.266E-01	55.97	8.410E-01	1.819E-02
52.45	9.051E-01	3.1	1.256E-01	56.18	8.226E-01	2.511E-02
52.95	8.755E-01	2.1	1.258E-01	56.71	7.966E-01	1.677E-02
53.45	8.458E-01	3.4	1.259E-01	57.23	7.704E-01	2.630E-02
53.95	7.397E-01	4.4	1.139E-01	57.75	6.745E-01	2.941E-02
54.45	7.030E-01	2.7	1.121E-01	58.28	6.418E-01	1.726E-02
54.95	6.710E-01	3.6	1.106E-01	58.80	6.133E-01	2.184E-02
55.45	6.390E-01	3.4	1.089E-01	59.33	5.847E-01	2.009E-02
55.95	6.201E-01	2.3	1.093E-01	59.85	5.681E-01	1.292E-02
56.40	6.147E-01	2.1	1.115E-01	60.31	5.637E-01	1.164E-02
56.84	6.078E-01	3.3	1.135E-01	60.78	5.580E-01	1.853E-02
57.34	5.713E-01	3.6	1.102E-01	61.30	5.251E-01	1.890E-02
57.95	5.405E-01	3.2	1.083E-01	61.94	4.975E-01	1.581E-02
58.45	5.181E-01	3.7	1.072E-01	62.46	4.775E-01	1.771E-02
58.95	4.727E-01	3.9	1.008E-01	62.98	4.361E-01	1.713E-02
59.45	4.495E-01	4.1	9.888E-02	63.50	4.152E-01	1.707E-02
59.95	4.077E-01	4.7	9.247E-02	64.02	3.771E-01	1.771E-02
60.45	3.660E-01	5.0	8.554E-02	64.54	3.389E-01	1.694E-02
60.95	3.382E-01	4.0	8.145E-02	65.06	3.136E-01	1.250E-02
61.45	3.288E-01	4.0	8.154E-02	65.58	3.052E-01	1.224E-02
61.95	3.198E-01	4.4	8.166E-02	66.10	2.972E-01	1.307E-02
63.34	2.303E-01	4.7	6.370E-02	67.54	2.148E-01	1.008E-02
64.95	2.082E-01	4.2	6.300E-02	69.21	1.950E-01	8.168E-03
66.45	1.651E-01	5.4	5.418E-02	70.76	1.552E-01	8.415E-03
67.95	1.378E-01	4.7	4.895E-02	72.31	1.301E-01	6.166E-03
69.34	1.124E-01	6.6	4.287E-02	73.74	1.065E-01	6.994E-03
70.95	7.716E-02	7.6	3.188E-02	75.40	7.341E-02	5.546E-03
72.45	5.697E-02	9.2	2.531E-02	76.93	5.442E-02	4.982E-03
73.95	4.156E-02	9.5	1.981E-02	78.47	3.986E-02	3.796E-03
76.95	2.486E-02	14.7	1.357E-02	81.53	2.404E-02	3.523E-03
78.45	1.652E-02	17.7	9.625E-03	83.06	1.604E-02	2.843E-03
79.95	1.540E-02	16.5	9.563E-03	84.58	1.502E-02	2.480E-03
84.45	9.307E-03	25.0	6.923E-03	89.13	9.193E-03	2.296E-03
85.95	3.520E-03	43.5	2.772E-03	90.64	3.492E-03	1.519E-03

SCATTERING OF 4-HE PARTICLES ON TI-50

ELAB = 104.000 MEV Q = -1.555 MEV I = 2 +
 ECM = 94.736 MEV K = 4.0987/FERMI ETA = 1.37050

LABORATORY DATA			CM DATA		
THETA DEGREE	SIGMA MB/SR	DSIGMA %	THETA DEGREE	SIGMA MB/SR	DSIGMA MB/SR
9.65	1.997E+00	54.8	10.45	1.707E+00	9.352E-01
9.84	3.763E+00	23.3	10.65	3.217E+00	7.506E-01
10.34	5.501E+00	15.3	11.19	4.704E+00	7.218E-01
10.70	8.935E+00	15.3	11.58	7.642E+00	1.169E+00
10.95	1.291E+01	9.4	11.85	1.104E+01	1.040E+00
11.20	1.384E+01	7.0	12.12	1.184E+01	8.261E-01
11.45	1.498E+01	7.6	12.39	1.282E+01	9.758E-01
11.72	1.577E+01	9.8	12.68	1.350E+01	1.324E+00
11.95	1.954E+01	10.2	12.93	1.672E+01	1.700E+00
12.20	2.215E+01	5.2	13.21	1.896E+01	9.901E-01
12.45	2.271E+01	5.8	13.47	1.944E+01	1.121E+00
12.71	2.357E+01	2.8	13.75	2.018E+01	5.568E-01
12.95	2.377E+01	5.0	14.01	2.036E+01	1.023E+00
13.22	2.340E+01	3.7	14.30	2.004E+01	7.469E-01
13.45	2.158E+01	5.2	14.55	1.849E+01	9.705E-01
13.72	2.067E+01	6.0	14.84	1.771E+01	1.054E+00
13.95	1.798E+01	9.5	15.09	1.541E+01	1.471E+00
14.23	1.538E+01	9.4	15.40	1.318E+01	1.238E+00
14.45	1.352E+01	17.5	15.63	1.159E+01	2.023E+00
14.73	7.000E+00	34.4	15.94	6.002E+00	2.063E+00
14.95	4.808E+00	25.7	16.17	4.123E+00	1.059E+00
15.31	2.685E+00	24.0	16.56	2.303E+00	5.528E-01
15.81	2.147E+00	15.3	17.10	1.842E+00	2.822E-01
16.15	2.101E+00	17.9	17.47	1.803E+00	3.224E-01
16.34	2.476E+00	15.9	17.67	2.126E+00	3.383E-01
16.68	2.791E+00	49.4	18.04	2.397E+00	1.185E+00
16.95	4.096E+00	17.2	18.33	3.518E+00	6.047E-01
17.18	5.046E+00	14.5	18.58	4.335E+00	6.266E-01
17.45	6.363E+00	10.0	18.87	5.467E+00	5.476E-01
17.69	6.949E+00	7.3	19.14	5.972E+00	4.336E-01
17.95	7.618E+00	6.2	19.41	6.548E+00	4.068E-01
18.21	7.838E+00	3.4	19.69	6.739E+00	2.287E-01
18.45	7.938E+00	7.1	19.95	6.826E+00	4.873E-01
18.68	8.306E+00	3.4	20.20	7.144E+00	2.438E-01
18.95	8.105E+00	5.6	20.49	6.973E+00	3.939E-01
19.19	8.274E+00	4.0	20.75	7.120E+00	2.883E-01
19.45	7.694E+00	6.5	21.03	6.623E+00	4.337E-01
19.65	7.531E+00	5.1	21.24	6.484E+00	3.301E-01
19.95	7.154E+00	6.8	21.57	6.161E+00	4.177E-01
20.15	6.426E+00	9.1	21.78	5.535E+00	5.064E-01
20.45	5.499E+00	10.9	22.11	4.738E+00	5.154E-01
20.65	4.724E+00	11.4	22.32	4.071E+00	4.633E-01
20.95	4.034E+00	12.4	22.65	3.477E+00	4.304E-01
21.15	3.377E+00	15.1	22.86	2.912E+00	4.395E-01
21.65	2.267E+00	16.0	23.40	1.956E+00	3.134E-01
22.15	1.666E+00	22.3	23.94	1.438E+00	3.211E-01
22.34	1.059E+00	34.5	24.14	9.143E-01	3.154E-01
22.65	1.637E+00	13.1	24.48	1.414E+00	1.853E-01
23.15	1.977E+00	8.6	25.01	1.708E+00	1.476E-01
23.65	2.162E+00	8.0	25.55	1.869E+00	1.504E-01
23.95	2.301E+00	14.1	25.88	1.990E+00	2.814E-01
24.15	3.097E+00	11.0	26.09	2.679E+00	2.950E-01
24.65	3.219E+00	6.9	26.63	2.786E+00	1.927E-01
25.15	3.932E+00	6.4	27.17	3.405E+00	2.174E-01
25.45	3.641E+00	4.5	27.49	3.154E+00	1.430E-01
25.65	3.792E+00	6.0	27.70	3.286E+00	1.975E-01
26.23	3.364E+00	6.2	28.33	2.917E+00	1.797E-01
26.65	2.650E+00	9.4	28.78	2.299E+00	2.157E-01
26.90	2.519E+00	6.3	29.05	2.186E+00	1.378E-01
27.23	2.020E+00	10.0	29.40	1.754E+00	1.760E-01
27.74	1.528E+00	7.2	29.94	1.327E+00	9.504E-02
28.15	1.534E+00	9.0	30.39	1.333E+00	1.205E-01
28.45	1.199E+00	9.3	30.71	1.043E+00	9.678E-02
28.68	1.234E+00	6.8	30.96	1.073E+00	7.256E-02
29.15	1.352E+00	11.0	31.46	1.177E+00	1.294E-01
29.34	1.370E+00	3.9	31.66	1.193E+00	4.634E-02
29.95	1.431E+00	5.5	32.32	1.247E+00	6.878E-02
30.23	1.389E+00	5.6	32.61	1.211E+00	6.734E-02
30.95	1.787E+00	8.4	33.39	1.559E+00	1.305E-01
31.10	1.577E+00	10.7	33.55	1.376E+00	1.466E-01
31.45	1.668E+00	5.0	33.92	1.457E+00	7.300E-02
31.75	1.762E+00	3.6	34.25	1.539E+00	5.600E-02
32.10	1.679E+00	6.6	34.62	1.468E+00	9.616E-02
32.45	1.682E+00	4.1	34.99	1.471E+00	5.969E-02

32.84	1.543E+00	4.1	35.41	1.350E+00	5.591E-02
33.10	1.546E+00	7.7	35.69	1.353E+00	1.045E-01
33.25	1.425E+00	5.8	35.85	1.248E+00	7.259E-02
33.95	1.322E+00	13.8	36.60	1.159E+00	1.604E-01
34.10	9.710E-01	21.7	36.76	8.513E-01	1.848E-01
34.45	1.045E+00	7.5	37.13	9.167E-01	6.871E-02
34.75	8.384E-01	7.9	37.45	7.358E-01	5.806E-02
35.10	8.054E-01	11.9	37.83	7.072E-01	9.422E-02
35.25	7.501E-01	6.1	37.99	6.588E-01	4.006E-02
35.95	7.383E-01	7.0	38.73	6.492E-01	4.514E-02
36.10	6.843E-01	9.6	38.89	6.019E-01	5.757E-02
36.34	6.803E-01	3.9	39.15	5.986E-01	2.354E-02
36.75	6.559E-01	6.5	39.59	5.775E-01	3.751E-02
37.10	6.350E-01	9.8	39.96	5.595E-01	5.469E-02
37.45	6.298E-01	5.5	40.33	5.552E-01	3.071E-02
37.95	6.726E-01	4.4	40.87	5.934E-01	2.594E-02
38.10	6.504E-01	10.1	41.03	5.740E-01	5.822E-02
38.25	7.126E-01	6.5	41.19	6.291E-01	4.061E-02
38.75	6.958E-01	3.4	41.72	6.148E-01	2.071E-02
39.10	7.012E-01	6.7	42.09	6.199E-01	4.140E-02
39.45	6.571E-01	4.7	42.46	5.813E-01	2.712E-02
39.84	6.779E-01	9.7	42.88	6.001E-01	5.817E-02
40.10	4.547E-01	27.2	43.15	4.027E-01	1.094E-01
40.25	5.195E-01	7.6	43.31	4.602E-01	3.502E-02
41.10	4.906E-01	9.4	44.22	4.353E-01	4.107E-02
41.45	5.241E-01	2.8	44.59	4.653E-01	1.292E-02
41.75	5.117E-01	3.7	44.91	4.546E-01	1.683E-02
42.10	5.323E-01	10.0	45.28	4.732E-01	4.718E-02
42.25	5.343E-01	2.1	45.44	4.751E-01	9.921E-03
42.95	4.933E-01	7.8	46.18	4.392E-01	3.424E-02
43.10	4.253E-01	12.1	46.34	3.788E-01	4.595E-02
43.34	4.046E-01	13.0	46.59	3.605E-01	4.669E-02
43.75	4.289E-01	3.9	47.03	3.825E-01	1.495E-02
44.10	3.853E-01	11.9	47.40	3.438E-01	4.100E-02
44.45	4.377E-01	3.7	47.77	3.909E-01	1.436E-02
44.95	4.216E-01	12.3	48.30	3.769E-01	4.630E-02
45.10	4.520E-01	11.5	48.46	4.042E-01	4.638E-02
45.25	4.695E-01	2.6	48.62	4.199E-01	1.072E-02
45.75	4.701E-01	8.9	49.15	4.209E-01	3.765E-02
46.45	4.631E-01	12.2	49.89	4.152E-01	5.048E-02
46.84	4.647E-01	2.3	50.30	4.170E-01	9.571E-03
47.25	4.540E-01	10.2	50.73	4.077E-01	4.141E-02
47.95	4.242E-01	10.5	51.47	3.815E-01	4.000E-02
48.45	4.505E-01	2.9	52.00	4.056E-01	1.165E-02
48.75	4.295E-01	9.7	52.32	3.869E-01	3.754E-02
49.25	3.717E-01	3.4	52.84	3.352E-01	1.143E-02
49.95	3.885E-01	2.9	53.58	3.509E-01	1.022E-02
50.77	4.120E-01	2.9	54.45	3.728E-01	1.094E-02
51.40	3.575E-01	2.8	55.11	3.239E-01	9.056E-03
51.84	3.495E-01	4.0	55.57	3.170E-01	1.268E-02
52.25	3.665E-01	3.3	56.00	3.327E-01	1.082E-02
52.45	3.841E-01	5.5	56.21	3.488E-01	1.916E-02
52.95	3.247E-01	4.6	56.73	2.952E-01	1.344E-02
53.45	3.027E-01	4.0	57.26	2.755E-01	1.099E-02
53.95	3.012E-01	5.0	57.78	2.745E-01	1.365E-02
54.45	3.024E-01	3.5	58.31	2.759E-01	9.520E-03
54.95	3.121E-01	4.8	58.83	2.851E-01	1.370E-02
55.45	2.860E-01	5.2	59.36	2.615E-01	1.371E-02
55.95	2.568E-01	4.3	59.88	2.351E-01	1.000E-02
56.40	2.756E-01	3.8	60.34	2.526E-01	9.566E-03
56.84	2.508E-01	4.9	60.81	2.301E-01	1.137E-02
57.34	2.443E-01	4.7	61.33	2.244E-01	1.051E-02
57.95	2.362E-01	4.3	61.97	2.173E-01	9.446E-03
58.45	2.211E-01	4.7	62.49	2.036E-01	9.570E-03
58.95	2.230E-01	4.8	63.01	2.056E-01	9.964E-03
59.45	1.951E-01	6.3	63.53	1.801E-01	1.128E-02
59.95	1.825E-01	5.9	64.05	1.687E-01	9.932E-03
60.45	1.769E-01	6.1	64.57	1.637E-01	9.949E-03
60.95	1.687E-01	5.1	65.10	1.563E-01	7.918E-03
61.45	1.658E-01	5.2	65.62	1.538E-01	8.050E-03
61.95	1.723E-01	5.2	66.13	1.601E-01	8.249E-03
63.34	1.447E-01	4.9	67.58	1.349E-01	6.650E-03
64.95	1.204E-01	5.3	69.25	1.127E-01	5.981E-03
66.45	8.523E-02	7.3	70.80	8.009E-02	5.828E-03
67.95	8.250E-02	5.7	72.34	7.783E-02	4.465E-03
69.34	7.130E-02	7.1	73.78	6.752E-02	4.818E-03
70.95	5.783E-02	7.5	75.43	5.500E-02	4.118E-03
72.45	4.455E-02	9.5	76.97	4.254E-02	4.022E-03
73.95	3.442E-02	9.5	78.51	3.300E-02	3.131E-03
76.95	2.161E-02	13.2	81.57	2.089E-02	2.755E-03
78.45	1.905E-02	20.8	83.09	1.850E-02	3.854E-03
79.95	1.541E-02	15.4	84.62	1.503E-02	2.319E-03
84.45	7.385E-03	26.1	89.17	7.294E-03	1.906E-03
85.95	5.385E-03	33.0	90.68	5.341E-03	1.765E-03

SCATTERING OF 4-HE PARTICLES ON TI-50

ELAB = 104.000 MEV Q = -4.420 MEV I = 3 -
 ECM = 91.871 MEV K = 4.0363/FERMI ETA = 1.39171

LABORATORY DATA			CM DATA		
THETA	SIGMA	DSIGMA	THETA	SIGMA	DSIGMA
DEGREE	MB/SR	%	DEGREE	MB/SR	MB/SR
7.45	3.599E+01	23.5	8.07	3.067E+01	7.207E+00
8.95	2.975E+01	19.2	9.70	2.537E+01	4.876E+00
9.34	2.886E+01	9.4	10.12	2.461E+01	2.306E+00
9.84	2.315E+01	5.7	10.66	1.975E+01	1.135E+00
10.34	1.701E+01	10.5	11.20	1.451E+01	1.520E+00
10.75	8.728E+00	22.5	11.65	7.449E+00	1.673E+00
10.95	1.058E+01	13.1	11.86	9.031E+00	1.185E+00
11.25	8.104E+00	15.5	12.19	6.918E+00	1.073E+00
11.45	7.281E+00	12.9	12.41	6.216E+00	7.994E-01
11.75	9.321E+00	20.7	12.73	7.959E+00	1.651E+00
11.95	5.748E+00	37.2	12.95	4.909E+00	1.828E+00
12.25	9.241E+00	15.3	13.27	7.893E+00	1.205E+00
12.45	8.390E+00	11.8	13.49	7.167E+00	8.474E-01
12.75	1.047E+01	11.7	13.81	8.947E+00	1.046E+00
12.95	9.053E+00	10.6	14.03	7.736E+00	8.174E-01
13.25	7.791E+00	10.3	14.35	6.659E+00	6.831E-01
13.45	8.667E+00	10.1	14.57	7.408E+00	7.509E-01
13.75	1.030E+01	9.3	14.89	8.805E+00	8.155E-01
13.95	8.977E+00	15.3	15.11	7.676E+00	1.171E+00
14.25	5.559E+00	21.7	15.43	4.754E+00	1.031E+00
14.45	6.499E+00	10.5	15.65	5.559E+00	5.835E-01
14.75	5.780E+00	13.9	15.98	4.945E+00	6.892E-01
14.95	7.303E+00	11.5	16.19	6.249E+00	7.193E-01
15.29	6.309E+00	7.4	16.56	5.400E+00	3.982E-01
15.81	7.111E+00	5.0	17.13	6.089E+00	3.034E-01
16.33	5.933E+00	10.0	17.69	5.082E+00	5.066E-01
16.75	6.461E+00	18.5	18.14	5.536E+00	1.024E+00
16.95	5.087E+00	18.6	18.35	4.360E+00	8.093E-01
17.25	4.983E+00	23.4	18.68	4.272E+00	9.998E-01
17.45	3.499E+00	26.1	18.89	3.000E+00	7.833E-01
17.75	3.352E+00	26.7	19.22	2.875E+00	7.685E-01
17.95	2.479E+00	22.9	19.43	2.126E+00	4.864E-01
18.25	2.267E+00	22.0	19.76	1.945E+00	4.280E-01
18.45	1.985E+00	33.9	19.97	1.703E+00	5.777E-01
18.75	1.998E+00	19.2	20.30	1.715E+00	3.295E-01
18.95	1.974E+00	18.0	20.51	1.695E+00	3.056E-01
19.25	2.206E+00	15.2	20.84	1.894E+00	2.871E-01
19.45	2.330E+00	16.2	21.05	2.001E+00	3.247E-01
19.95	2.885E+00	11.9	21.59	2.479E+00	2.952E-01
20.45	3.933E+00	9.0	22.13	3.381E+00	3.026E-01
20.95	4.630E+00	6.2	22.67	3.983E+00	2.484E-01
22.34	3.872E+00	4.2	24.17	3.335E+00	1.392E-01
23.95	1.789E+00	9.8	25.90	1.544E+00	1.520E-01
25.45	1.246E+00	10.5	27.52	1.077E+00	1.130E-01
26.25	1.334E+00	8.3	28.38	1.154E+00	9.601E-02
26.90	1.630E+00	5.9	29.08	1.412E+00	8.269E-02
27.25	1.420E+00	7.9	29.45	1.230E+00	9.767E-02
27.75	1.713E+00	5.8	29.99	1.485E+00	8.655E-02
28.45	1.474E+00	8.8	30.74	1.279E+00	1.129E-01
28.75	1.655E+00	9.6	31.07	1.437E+00	1.380E-01
29.34	1.339E+00	6.8	31.70	1.163E+00	7.873E-02
29.95	1.160E+00	8.5	32.35	1.009E+00	8.603E-02
30.25	1.168E+00	6.8	32.67	1.016E+00	6.948E-02
30.95	1.321E+00	4.9	33.43	1.150E+00	5.611E-02
31.45	1.232E+00	8.1	33.96	1.074E+00	8.682E-02
31.75	9.931E-01	10.7	34.28	8.659E-01	9.307E-02
32.45	1.378E+00	8.0	35.03	1.203E+00	9.614E-02
32.84	1.120E+00	8.1	35.45	9.777E-01	7.890E-02
33.25	9.887E-01	6.7	35.89	8.640E-01	5.806E-02

33.95	7.784E-01	9.4	36.64	6.810E-01	6.408E-02
34.45	1.023E+00	10.4	37.17	8.961E-01	9.327E-02
34.75	7.695E-01	9.9	37.49	6.741E-01	6.664E-02
35.25	7.946E-01	5.6	38.03	6.966E-01	3.931E-02
35.95	9.045E-01	7.1	38.78	7.939E-01	5.660E-02
36.34	7.439E-01	5.7	39.19	6.534E-01	3.726E-02
36.75	7.534E-01	6.4	39.63	6.622E-01	4.211E-02
37.45	8.839E-01	5.9	40.38	7.778E-01	4.558E-02
37.95	7.897E-01	4.5	40.91	6.955E-01	3.158E-02
38.25	7.484E-01	5.9	41.23	6.595E-01	3.871E-02
38.75	6.526E-01	5.4	41.76	5.756E-01	3.102E-02
39.45	5.227E-01	5.7	42.51	4.616E-01	2.639E-02
39.84	5.281E-01	2.5	42.92	4.667E-01	1.168E-02
40.25	5.233E-01	4.3	43.36	4.628E-01	2.004E-02
41.45	4.710E-01	2.9	44.64	4.175E-01	1.212E-02
41.75	4.535E-01	5.9	44.96	4.022E-01	2.364E-02
42.25	3.579E-01	6.0	45.49	3.177E-01	1.921E-02
42.95	4.142E-01	4.3	46.23	3.682E-01	1.566E-02
43.34	3.770E-01	14.3	46.64	3.354E-01	4.807E-02
43.75	4.316E-01	4.5	47.08	3.843E-01	1.748E-02
44.45	3.657E-01	3.4	47.82	3.260E-01	1.098E-02
44.95	3.680E-01	13.3	48.35	3.284E-01	4.370E-02
45.25	3.081E-01	7.4	48.67	2.751E-01	2.032E-02
45.75	2.598E-01	16.1	49.20	2.322E-01	3.738E-02
46.45	3.027E-01	17.0	49.94	2.710E-01	4.597E-02
46.84	2.813E-01	3.8	50.35	2.520E-01	9.524E-03
47.25	2.854E-01	15.6	50.78	2.559E-01	3.988E-02
47.95	2.327E-01	17.1	51.52	2.090E-01	3.578E-02
48.45	2.449E-01	4.7	52.05	2.202E-01	1.038E-02
48.75	2.690E-01	14.7	52.37	2.420E-01	3.546E-02
49.25	1.953E-01	7.4	52.90	1.759E-01	1.307E-02
49.95	2.165E-01	6.0	53.63	1.953E-01	1.175E-02
50.78	2.836E-01	4.7	54.51	2.562E-01	1.197E-02
51.41	2.445E-01	3.4	55.17	2.212E-01	7.555E-03
51.84	2.488E-01	5.5	55.62	2.253E-01	1.233E-02
52.25	2.282E-01	5.0	56.06	2.069E-01	1.036E-02
52.45	2.431E-01	9.5	56.27	2.205E-01	1.871E-02
52.95	1.742E-01	12.0	56.79	1.582E-01	1.893E-02
53.45	2.394E-01	7.5	57.32	2.176E-01	1.628E-02
53.95	2.099E-01	7.9	57.84	1.910E-01	1.506E-02
54.45	2.282E-01	7.1	58.37	2.079E-01	1.481E-02
54.95	1.824E-01	10.9	58.89	1.664E-01	1.814E-02
55.45	1.750E-01	7.1	59.41	1.598E-01	1.140E-02
55.95	1.683E-01	5.3	59.94	1.539E-01	8.232E-03
56.39	1.685E-01	6.6	60.40	1.542E-01	1.019E-02
56.84	1.615E-01	7.1	60.87	1.480E-01	1.058E-02
57.34	1.635E-01	7.1	61.39	1.500E-01	1.065E-02
57.95	1.365E-01	7.3	62.03	1.254E-01	9.204E-03
58.45	1.457E-01	6.9	62.55	1.340E-01	9.206E-03
58.95	1.529E-01	7.1	63.07	1.408E-01	1.002E-02
59.45	1.247E-01	9.6	63.59	1.150E-01	1.104E-02
59.95	1.075E-01	10.7	64.12	9.928E-02	1.066E-02
60.45	1.249E-01	10.1	64.64	1.155E-01	1.172E-02
60.95	9.135E-02	10.6	65.16	8.456E-02	8.955E-03
61.45	1.002E-01	8.7	65.68	9.284E-02	8.052E-03
61.95	1.150E-01	7.9	66.20	1.067E-01	8.467E-03
63.34	8.156E-02	7.7	67.64	7.596E-02	5.811E-03
64.95	8.101E-02	7.1	69.31	7.576E-02	5.368E-03
66.45	6.206E-02	10.3	70.86	5.827E-02	6.001E-03
67.95	6.595E-02	7.5	72.41	6.217E-02	4.634E-03
69.34	5.198E-02	9.8	73.84	4.918E-02	4.803E-03
70.95	4.788E-02	8.8	75.50	4.550E-02	4.025E-03
72.45	3.305E-02	13.4	77.04	3.154E-02	4.228E-03
73.95	2.722E-02	12.3	78.57	2.609E-02	3.222E-03
76.95	1.457E-02	18.7	81.64	1.408E-02	2.630E-03
78.45	1.470E-02	22.5	83.16	1.427E-02	3.209E-03
79.95	9.292E-03	25.0	84.69	9.057E-03	2.261E-03
84.45	4.825E-03	38.5	89.24	4.765E-03	1.837E-03
85.95	1.949E-03	77.6	90.75	1.933E-03	1.499E-03

SCATTERING OF 4-HE PARTICLES ON TI-50

ELAB = 104.000 MEV Q = -2.695 MEV I = 4 +
 ECM = 93.596 MEV K = 4.0740/FERMI ETA = 1.37882

LABORATORY DATA			CM DATA		
THETA DEGREE	SIGMA MB/SR	DSIGMA %	THETA DEGREE	SIGMA MB/SR	DSIGMA MB/SR
8.95	6.378E+00	11.4	9.69	5.446E+00	6.187E-01
9.34	7.029E+00	11.9	10.11	6.003E+00	7.139E-01
9.65	5.535E+00	16.5	10.45	4.728E+00	7.821E-01
9.84	6.847E+00	12.6	10.66	5.849E+00	7.358E-01
10.34	5.929E+00	10.0	11.20	5.066E+00	5.060E-01
10.67	5.453E+00	10.9	11.55	4.660E+00	5.080E-01
10.95	5.396E+00	12.7	11.86	4.612E+00	5.856E-01
11.17	4.651E+00	11.4	12.09	3.976E+00	4.536E-01
11.45	4.674E+00	15.5	12.40	3.996E+00	6.199E-01
11.68	3.495E+00	18.4	12.64	2.988E+00	5.486E-01
11.95	2.969E+00	10.8	12.94	2.539E+00	2.752E-01
12.17	3.052E+00	13.1	13.18	2.610E+00	3.410E-01
12.45	2.677E+00	23.5	13.48	2.290E+00	5.378E-01
12.68	1.922E+00	19.8	13.73	1.644E+00	3.250E-01
12.95	1.803E+00	31.4	14.02	1.543E+00	4.846E-01
13.19	1.458E+00	19.3	14.27	1.248E+00	2.404E-01
13.45	1.157E+00	33.2	14.56	9.902E-01	3.284E-01
13.69	9.610E-01	20.0	14.82	8.227E-01	1.648E-01
13.95	6.408E-01	37.6	15.10	5.487E-01	2.061E-01
14.21	5.170E-01	26.1	15.38	4.427E-01	1.158E-01
14.68	5.513E-01	21.9	15.89	4.723E-01	1.037E-01
14.95	6.326E-01	31.2	16.18	5.420E-01	1.693E-01
15.15	8.162E-01	23.1	16.40	6.994E-01	1.613E-01
15.66	1.231E+00	23.8	16.95	1.055E+00	2.506E-01
16.15	1.378E+00	12.2	17.48	1.182E+00	1.439E-01
16.34	1.300E+00	20.1	17.69	1.115E+00	2.247E-01
16.66	1.564E+00	20.5	18.02	1.342E+00	2.755E-01
17.15	1.594E+00	18.9	18.56	1.368E+00	2.572E-01
17.45	1.641E+00	19.3	18.88	1.409E+00	2.718E-01
17.66	1.548E+00	18.7	19.11	1.329E+00	2.485E-01
17.95	1.542E+00	15.8	19.42	1.324E+00	2.095E-01
18.18	1.473E+00	10.2	19.67	1.265E+00	1.286E-01
18.45	1.260E+00	37.1	19.96	1.083E+00	4.021E-01
18.68	1.208E+00	13.6	20.20	1.038E+00	1.413E-01
18.95	1.003E+00	26.4	20.50	8.626E-01	2.275E-01
19.18	8.930E-01	18.6	20.74	7.678E-01	1.428E-01
19.45	6.939E-01	38.2	21.04	5.968E-01	2.283E-01
19.65	4.792E-01	29.8	21.25	4.122E-01	1.226E-01
19.95	4.273E-01	42.6	21.58	3.677E-01	1.566E-01
20.15	3.254E-01	32.5	21.79	2.800E-01	9.095E-02
20.45	3.330E-01	62.5	22.12	2.867E-01	1.791E-01
20.65	1.823E-01	55.0	22.33	1.570E-01	8.627E-02
20.95	2.323E-01	63.8	22.66	2.001E-01	1.277E-01
21.65	5.783E-01	24.7	23.41	4.984E-01	1.232E-01
22.15	7.333E-01	18.6	23.95	6.324E-01	1.175E-01
22.34	7.559E-01	9.7	24.15	6.520E-01	5.304E-02
22.65	7.542E-01	15.8	24.49	6.542E-01	1.035E-01
23.15	7.675E-01	13.9	25.03	6.626E-01	9.235E-02
23.65	7.866E-01	17.7	25.56	6.794E-01	1.199E-01
23.95	6.058E-01	12.3	25.89	5.234E-01	6.418E-02
24.15	5.993E-01	18.2	26.10	5.179E-01	9.443E-02
24.65	6.250E-01	15.5	26.64	5.405E-01	8.370E-02
25.15	5.250E-01	18.8	27.18	4.543E-01	9.557E-02
25.45	3.585E-01	21.4	27.50	3.103E-01	6.639E-02
26.21	2.836E-01	19.0	28.32	2.457E-01	4.675E-02
26.65	1.953E-01	29.9	28.79	1.693E-01	5.067E-02
26.84	1.945E-01	18.7	28.99	1.686E-01	3.159E-02
27.15	1.883E-01	37.7	29.33	1.633E-01	6.162E-02
27.65	8.594E-02	66.2	29.86	7.459E-02	4.936E-02
28.15	1.855E-01	29.0	30.40	1.611E-01	4.671E-02
28.45	2.048E-01	19.0	30.72	1.779E-01	3.386E-02
28.69	2.349E-01	33.0	30.98	2.042E-01	6.744E-02
29.10	2.696E-01	15.2	31.42	2.345E-01	3.566E-02
29.34	2.671E-01	11.6	31.68	2.324E-01	2.692E-02
29.95	2.674E-01	23.6	32.33	2.328E-01	5.495E-02
30.10	3.514E-01	18.2	32.49	3.060E-01	5.575E-02
30.25	3.178E-01	13.3	32.65	2.768E-01	3.683E-02
30.95	3.300E-01	8.4	33.40	2.877E-01	2.419E-02
31.45	3.072E-01	12.9	33.94	2.680E-01	3.463E-02
31.75	2.721E-01	9.9	34.26	2.375E-01	2.344E-02

32.10	2.877E-01	13.3	34.63	2.513E-01	3.339E-02
32.45	2.518E-01	12.3	35.01	2.200E-01	2.706E-02
32.84	2.370E-01	10.7	35.43	2.072E-01	2.223E-02
33.10	2.106E-01	15.6	35.71	1.842E-01	2.874E-02
33.25	2.080E-01	15.6	35.86	1.820E-01	2.839E-02
34.10	1.952E-01	16.1	36.77	1.710E-01	2.747E-02
35.10	1.541E-01	13.1	37.84	1.352E-01	1.775E-02
35.95	1.339E-01	20.5	38.75	1.177E-01	2.408E-02
36.10	1.510E-01	15.9	38.91	1.327E-01	2.116E-02
36.34	1.426E-01	9.7	39.17	1.254E-01	1.216E-02
36.75	1.474E-01	21.9	39.60	1.297E-01	2.836E-02
37.10	1.695E-01	12.7	39.98	1.492E-01	1.893E-02
37.45	1.381E-01	16.9	40.35	1.217E-01	2.062E-02
37.95	1.324E-01	12.8	40.88	1.167E-01	1.500E-02
38.10	1.510E-01	19.0	41.04	1.332E-01	2.531E-02
38.25	1.233E-01	19.1	41.20	1.088E-01	2.083E-02
38.75	1.132E-01	12.3	41.74	9.995E-02	1.225E-02
39.10	1.259E-01	14.7	42.11	1.112E-01	1.635E-02
39.45	1.209E-01	12.3	42.49	1.069E-01	1.320E-02
39.84	1.114E-01	5.6	42.90	9.855E-02	5.472E-03
40.10	1.105E-01	30.3	43.17	9.780E-02	2.963E-02
40.25	1.139E-01	13.7	43.33	1.008E-01	1.383E-02
41.10	1.130E-01	13.6	44.24	1.002E-01	1.368E-02
41.45	1.103E-01	6.1	44.61	9.787E-02	5.994E-03
41.75	1.102E-01	9.2	44.93	9.787E-02	9.034E-03
42.10	1.156E-01	14.3	45.30	1.027E-01	1.471E-02
42.25	1.051E-01	7.3	45.46	9.339E-02	6.780E-03
42.95	1.032E-01	8.0	46.20	9.184E-02	7.375E-03
43.10	1.113E-01	16.4	46.36	9.907E-02	1.624E-02
43.34	1.030E-01	25.7	46.61	9.171E-02	2.356E-02
43.75	1.013E-01	8.3	47.05	9.024E-02	7.465E-03
44.45	8.223E-02	7.6	47.79	7.338E-02	5.576E-03
44.95	7.428E-02	33.8	48.32	6.636E-02	2.245E-02
45.10	8.220E-02	27.4	48.48	7.345E-02	2.013E-02
45.25	7.170E-02	10.5	48.64	6.409E-02	6.752E-03
45.75	6.615E-02	38.1	49.17	5.919E-02	2.257E-02
46.45	7.011E-02	41.1	49.91	6.292E-02	2.584E-02
46.84	6.878E-02	7.9	50.32	6.168E-02	4.890E-03
47.25	6.378E-02	53.9	50.75	5.724E-02	3.083E-02
47.95	6.484E-02	33.6	51.49	5.828E-02	1.958E-02
48.45	6.315E-02	7.9	52.02	5.682E-02	4.466E-03
48.75	6.504E-02	32.2	52.34	5.856E-02	1.884E-02
49.25	5.923E-02	7.4	52.86	5.339E-02	3.951E-03
49.95	5.518E-02	12.9	53.60	4.981E-02	6.423E-03
50.79	5.346E-02	10.2	54.49	4.835E-02	4.920E-03
51.40	5.697E-02	6.5	55.13	5.159E-02	3.377E-03
51.84	5.430E-02	13.2	55.59	4.922E-02	6.488E-03
52.25	5.417E-02	7.4	56.02	4.915E-02	3.631E-03
52.45	5.278E-02	14.3	56.23	4.791E-02	6.849E-03
52.95	5.384E-02	8.9	56.76	4.893E-02	4.298E-03
53.45	5.561E-02	11.5	57.28	5.059E-02	5.820E-03
53.95	4.835E-02	17.4	57.81	4.404E-02	7.663E-03
54.45	4.428E-02	12.6	58.33	4.038E-02	5.107E-03
54.95	3.983E-02	22.6	58.85	3.636E-02	8.229E-03
55.45	3.952E-02	14.7	59.38	3.612E-02	5.316E-03
55.95	3.712E-02	12.0	59.90	3.397E-02	4.089E-03
56.39	4.162E-02	9.9	60.37	3.812E-02	3.756E-03
56.84	4.107E-02	14.7	60.83	3.766E-02	5.553E-03
57.34	4.263E-02	14.0	61.35	3.914E-02	5.499E-03
57.95	4.319E-02	12.4	61.99	3.971E-02	4.928E-03
58.45	3.897E-02	12.8	62.51	3.587E-02	4.583E-03
58.95	3.843E-02	13.3	63.04	3.542E-02	4.705E-03
59.45	3.427E-02	18.2	63.56	3.162E-02	5.758E-03
59.95	2.753E-02	21.6	64.08	2.544E-02	5.496E-03
60.45	2.257E-02	27.9	64.60	2.088E-02	5.820E-03
60.95	2.539E-02	18.0	65.12	2.351E-02	4.229E-03
61.45	2.722E-02	16.3	65.64	2.524E-02	4.122E-03
61.95	2.489E-02	18.5	66.16	2.311E-02	4.283E-03
63.34	2.304E-02	14.2	67.60	2.147E-02	3.054E-03
64.95	1.229E-02	21.8	69.27	1.150E-02	2.508E-03
66.45	1.004E-02	37.3	70.82	9.429E-03	3.519E-03
67.95	9.601E-03	22.7	72.37	9.055E-03	2.060E-03
69.34	7.650E-03	35.9	73.80	7.242E-03	2.598E-03
70.95	6.101E-03	34.5	75.46	5.801E-03	2.004E-03
72.45	4.819E-03	42.6	77.00	4.601E-03	1.961E-03
73.95	3.354E-03	39.3	78.53	3.215E-03	1.262E-03
76.95	3.565E-03	48.3	81.59	3.446E-03	1.663E-03
78.45	3.267E-03	84.0	83.12	3.172E-03	2.663E-03
79.95	3.958E-03	37.5	84.64	3.859E-03	1.446E-03
85.95	2.219E-03	72.4	90.70	2.201E-03	1.593E-03

SCATTERING OF 4-HE PARTICLES ON CR-52

ELAB = 104.000 MEV Q = 0.0 MEV I = 0 +
 ECM = 96.559 MEV K = 4.1437/FERMI ETA = 1.48297

LABORATORY DATA			RUTHERFORD SIGMA/SR	CM DATA		
THETA DEGRFE	SIGMA MB/SR	DSIGMA %		THETA DEGREE	SIGMA MB/SR	DSIGMA MB/SR
2.34	1.259E+06	78.4	7.955E-01	2.52	1.081E+06	8.472E+05
2.84	5.305E+05	99.6	7.275E-01	3.06	4.557E+05	4.540E+05
3.34	2.527E+05	20.3	6.629E-01	3.60	2.171E+05	4.414E+04
3.88	1.460E+05	20.5	6.949E-01	4.18	1.254E+05	2.573E+04
4.35	8.722E+04	30.9	6.574E-01	4.69	7.494E+04	2.317E+04
4.95	5.011E+04	12.5	6.337E-01	5.34	4.306E+04	5.367E+03
5.45	3.326E+04	15.8	6.178E-01	5.88	2.858E+04	4.510E+03
5.95	1.766E+04	34.7	4.660E-01	6.42	1.518E+04	5.264E+03
6.45	9.077E+03	24.4	3.306E-01	6.96	7.803E+03	1.906E+03
6.95	3.818E+03	20.0	1.874E-01	7.50	3.283E+03	6.574E+02
7.45	1.978E+03	19.7	1.281E-01	8.04	1.701E+03	3.347E+02
7.95	1.415E+03	10.2	1.188E-01	8.58	1.217E+03	1.242E+02
8.95	1.987E+03	6.9	2.678E-01	9.65	1.710E+03	1.188E+02
9.34	2.421E+03	7.2	3.867E-01	10.08	2.083E+03	1.497E+02
10.34	2.031E+03	7.8	4.871E-01	11.15	1.749E+03	1.370E+02
10.75	1.633E+03	11.4	4.571E-01	11.59	1.406E+03	1.603E+02
10.95	1.433E+03	16.2	4.318E-01	11.81	1.234E+03	2.003E+02
11.25	1.178E+03	28.6	3.955E-01	12.13	1.015E+03	2.898E+02
11.45	6.271E+02	39.5	2.258E-01	12.35	5.402E+02	2.132E+02
11.75	7.271E+02	12.2	2.903E-01	12.67	6.265E+02	7.626E+01
11.95	5.727E+02	23.5	2.445E-01	12.89	4.935E+02	1.162E+02
12.25	2.990E+02	43.7	1.409E-01	13.21	2.577E+02	1.126E+02
12.45	1.549E+02	48.0	7.786E-02	13.43	1.335E+02	6.408E+01
12.75	9.249E+01	32.4	5.112E-02	13.75	7.973E+01	2.580E+01
12.95	5.933E+01	43.4	3.489E-02	13.97	5.115E+01	2.222E+01
13.25	7.416E+00	140.5	4.778E-02	14.29	6.395E+00	8.982E+00
13.45	6.188E+00	135.9	4.232E-03	14.50	5.337E+00	7.251E+00
13.75	3.368E+01	50.5	2.514E-02	14.83	2.905E+01	1.466E+01
13.95	5.930E+01	40.6	4.689E-02	15.04	5.116E+01	2.076E+01
14.25	1.110E+02	18.0	9.552E-02	15.36	9.576E+01	1.719E+01
14.45	9.567E+01	36.4	8.703E-02	15.58	8.256E+01	3.004E+01
14.75	2.032E+02	21.7	2.006E-01	15.90	1.754E+02	3.809E+01
14.95	1.646E+02	16.8	1.714E-01	16.12	1.421E+02	2.392E+01
15.29	2.171E+02	8.7	2.475E-01	16.49	1.875E+02	1.631E+01
15.78	2.571E+02	2.9	3.317E-01	17.01	2.221E+02	6.535E+00
16.30	2.512E+02	4.4	3.689E-01	17.57	2.171E+02	9.636E+00
16.75	1.937E+02	8.7	3.169E-01	18.06	1.674E+02	1.456E+01
16.95	1.772E+02	8.8	3.040E-01	18.27	1.532E+02	1.344E+01
17.25	1.436E+02	10.7	2.642E-01	18.59	1.242E+02	1.329E+01
17.45	1.276E+02	8.6	2.458E-01	18.81	1.104E+02	9.471E+00
17.75	1.107E+02	16.0	2.280E-01	19.13	9.576E+01	1.532E+01
17.95	7.780E+01	21.0	1.676E-01	19.35	6.732E+01	1.414E+01
18.25	6.593E+01	27.8	1.517E-01	19.67	5.706E+01	1.588E+01
18.45	2.803E+01	55.5	6.731E-02	19.88	2.426E+01	1.346E+01
18.75	2.661E+01	21.6	6.813E-02	20.21	2.304E+01	4.980E+00
18.95	1.320E+01	45.1	3.525E-02	20.42	1.143E+01	5.150E+00
19.25	1.535E+01	28.7	4.363E-02	20.74	1.330E+01	3.812E+00
19.45	5.820E+00	110.9	1.723E-02	20.96	5.042E+00	5.591E+00
19.75	1.570E+01	31.2	4.940E-02	21.28	1.361E+01	4.251E+00
19.95	1.117E+01	33.4	3.656E-02	21.50	9.680E+00	3.228E+00
20.45	2.308E+01	18.1	8.332E-02	22.03	2.001E+01	3.628E+00
20.95	3.721E+01	11.1	1.478E-01	22.57	3.228E+01	3.584E+00
21.34	4.624E+01	6.2	1.976E-01	22.99	4.013E+01	2.490E+00
21.75	5.141E+01	2.1	2.369E-01	23.43	4.464E+01	9.262E-01
22.34	5.172E+01	1.3	2.649E-01	24.06	4.493E+01	5.702E-01
22.95	4.742E+01	10.5	2.701E-01	24.72	4.122E+01	4.320E+00
23.25	4.056E+01	12.0	2.432E-01	25.04	3.527E+01	4.218E+00
23.95	2.796E+01	8.0	1.884E-01	25.79	2.433E+01	1.958E+00
24.45	1.854E+01	12.5	1.355E-01	26.32	1.614E+01	2.013E+00
24.75	1.553E+01	10.1	1.192E-01	26.65	1.353E+01	1.369E+00
25.45	8.804E+00	10.5	7.537E-02	27.40	7.674E+00	8.090E-01
25.95	7.851E+00	5.8	7.255E-02	27.93	6.847E+00	3.940E-01
26.25	7.933E+00	5.8	7.670E-02	28.25	6.921E+00	4.008E-01
26.87	1.029E+01	7.3	1.091E-01	28.92	8.984E+00	6.568E-01
27.25	1.179E+01	10.8	1.320E-01	29.32	1.030E+01	1.110E+00
27.75	1.367E+01	7.9	1.644E-01	29.86	1.195E+01	9.463E-01
28.45	1.456E+01	3.4	1.931E-01	30.61	1.274E+01	4.340E-01
28.75	1.416E+01	1.8	1.956E-01	30.93	1.239E+01	2.229E-01
29.34	1.313E+01	4.1	1.964E-01	31.56	1.150E+01	4.719E-01

29.95	1.013E+01	11.2	1.642E-01	32.21	8.880E+00	9.962E-01
30.25	9.807E+00	14.8	1.653E-01	32.53	8.600E+00	1.276E+00
30.95	6.724E+00	14.5	1.239E-01	33.28	5.902E+00	8.562E-01
31.45	5.221E+00	17.6	1.024E-01	33.81	4.586E+00	8.093E-01
31.75	4.413E+00	17.8	8.985E-02	34.13	3.878E+00	6.891E-01
32.45	3.222E+00	5.2	7.141E-02	34.88	2.834E+00	1.469E-01
32.84	3.216E+00	1.4	7.467E-02	35.30	2.830E+00	3.998E-02
33.25	3.095E+00	1.4	7.543E-02	35.73	2.726E+00	3.775E-02
33.95	3.179E+00	3.2	8.398E-02	36.48	2.802E+00	8.838E-02
34.45	3.704E+00	7.8	1.036E-01	37.01	3.268E+00	2.559E-01
34.75	3.643E+00	7.1	1.053E-01	37.33	3.215E+00	2.293E-01
35.25	3.618E+00	3.9	1.106E-01	37.86	3.196E+00	1.246E-01
35.95	3.351E+00	6.9	1.105E-01	38.61	2.963E+00	2.053E-01
36.34	3.031E+00	6.2	1.042E-01	39.02	2.682E+00	1.655E-01
36.75	2.437E+00	5.1	8.754E-02	39.46	2.158E+00	1.101E-01
37.45	1.966E+00	7.0	7.596E-02	40.20	1.743E+00	1.216E-01
37.95	1.463E+00	11.3	5.948E-02	40.74	1.298E+00	1.461E-01
38.25	1.537E+00	9.7	6.440E-02	41.05	1.364E+00	1.320E-01
38.75	1.317E+00	7.5	5.802E-02	41.59	1.170E+00	8.830E-02
39.45	1.061E+00	5.3	5.005E-02	42.33	9.432E-01	4.977E-02
39.84	1.129E+00	3.2	5.934E-02	42.74	1.009E+00	3.249E-02
40.25	1.036E+00	3.5	5.279E-02	43.18	9.224E-01	3.204E-02
40.95	1.167E+00	3.1	6.357E-02	43.92	1.041E+00	3.274E-02
41.45	1.271E+00	7.7	7.248E-02	44.45	1.134E+00	8.711E-02
41.75	1.308E+00	10.1	7.670E-02	44.77	1.168E+00	1.175E-01
42.25	1.276E+00	4.3	7.828E-02	45.30	1.140E+00	4.886E-02
42.95	1.229E+00	1.7	8.024E-02	46.04	1.099E+00	1.868E-02
43.34	1.204E+00	2.2	8.140E-02	46.45	1.078E+00	2.412E-02
43.75	1.120E+00	2.8	7.852E-02	46.88	1.004E+00	2.924E-02
44.45	1.009E+00	2.1	7.507E-02	47.62	9.048E-01	1.913E-02
44.95	9.931E-01	6.7	7.714E-02	48.15	8.920E-01	5.972E-02
45.25	8.955E-01	9.0	7.134E-02	48.47	8.048E-01	7.225E-02
45.75	8.482E-01	5.0	7.044E-02	48.99	7.630E-01	3.802E-02
46.45	8.874E-01	5.2	7.806E-02	49.73	7.994E-01	4.141E-02
46.84	7.843E-01	5.7	7.120E-02	50.14	7.070E-01	4.040E-02
47.25	9.009E-01	3.1	8.452E-02	50.58	8.128E-01	2.492E-02
47.95	8.758E-01	2.4	8.685E-02	51.31	7.913E-01	1.936E-02
48.45	7.869E-01	12.1	8.114E-02	51.84	7.117E-01	8.615E-02
48.75	8.249E-01	12.7	8.705E-02	52.16	7.465E-01	9.502E-02
49.25	8.172E-01	5.8	8.961E-02	52.68	7.403E-01	4.330E-02
49.95	7.287E-01	4.1	8.425E-02	53.42	6.611E-01	2.690E-02
50.79	7.010E-01	1.5	8.625E-02	54.30	6.370E-01	9.686E-03
51.43	6.451E-01	2.3	8.318E-02	54.97	5.870E-01	1.327E-02
51.84	6.693E-01	5.1	8.889E-02	55.40	6.096E-01	3.104E-02
52.25	6.178E-01	16.2	8.450E-02	55.83	5.632E-01	9.125E-02
52.45	6.003E-01	12.5	8.327E-02	56.04	5.474E-01	6.861E-02
52.95	5.924E-01	2.6	8.512E-02	56.56	5.408E-01	1.432E-02
53.45	5.512E-01	3.7	8.203E-02	57.09	5.038E-01	1.850E-02
53.95	4.938E-01	2.2	7.606E-02	57.61	4.518E-01	1.011E-02
54.45	4.927E-01	2.9	7.852E-02	58.13	4.513E-01	1.328E-02
54.95	4.619E-01	3.4	7.613E-02	58.66	4.235E-01	1.421E-02
55.45	4.377E-01	1.5	7.460E-02	59.18	4.018E-01	5.889E-03
55.95	4.385E-01	2.7	7.726E-02	59.70	4.030E-01	1.074E-02
56.40	4.293E-01	2.1	7.788E-02	60.17	3.949E-01	8.446E-03
56.84	4.458E-01	2.5	8.322E-02	60.63	4.105E-01	1.046E-02
57.34	4.306E-01	3.4	8.302E-02	61.15	3.970E-01	1.341E-02
57.95	3.996E-01	3.1	8.007E-02	61.79	3.689E-01	1.137E-02
58.45	3.815E-01	3.0	7.889E-02	62.31	3.526E-01	1.051E-02
58.95	3.535E-01	5.3	7.540E-02	62.83	3.271E-01	1.730E-02
59.45	2.871E-01	6.0	6.316E-02	63.35	2.660E-01	1.596E-02
59.95	2.636E-01	4.1	5.978E-02	63.87	2.445E-01	1.001E-02
60.45	2.702E-01	4.7	6.314E-02	64.39	2.509E-01	1.182E-02
60.95	2.657E-01	3.9	6.397E-02	64.91	2.470E-01	9.653E-03
61.45	2.490E-01	3.5	6.176E-02	65.43	2.318E-01	8.041E-03
61.95	2.333E-01	4.3	5.957E-02	65.95	2.174E-01	9.318E-03
63.34	1.958E-01	3.8	5.416E-02	67.39	1.831E-01	6.930E-03
64.95	1.575E-01	4.3	4.763E-02	69.05	1.478E-01	6.347E-03
66.45	1.247E-01	4.6	4.092E-02	70.60	1.175E-01	5.400E-03
67.95	9.711E-02	4.5	3.448E-02	72.15	9.184E-02	4.098E-03
69.34	8.665E-02	7.0	3.303E-02	73.58	8.224E-02	5.752E-03
70.95	6.877E-02	7.8	2.841E-02	75.23	6.554E-02	5.144E-03
72.45	5.052E-02	9.1	2.244E-02	76.77	4.834E-02	4.419E-03
73.95	4.054E-02	9.3	1.932E-02	78.30	3.894E-02	3.622E-03
75.34	3.727E-02	7.5	1.893E-02	79.72	3.593E-02	2.690E-03
76.95	2.490E-02	9.8	1.359E-02	81.36	2.411E-02	2.366E-03
78.45	1.981E-02	10.8	1.154E-02	82.89	1.926E-02	2.074E-03
79.95	1.663E-02	10.3	1.032E-02	84.41	1.623E-02	1.679E-03
81.34	1.159E-02	13.9	7.622E-03	85.81	1.136E-02	1.584E-03
82.95	1.059E-02	13.3	7.425E-03	87.44	1.042E-02	1.384E-03
84.45	7.204E-03	17.6	5.357E-03	88.95	7.118E-03	1.250E-03
85.95	5.854E-03	17.6	4.608E-03	90.46	5.808E-03	1.022E-03

SCATTERING OF 4-HE PARTICLES ON CR-52

ELAB = 104.000 MEV Q = -1.434 MEV I = 2 +
 ECM = 95.125 MEV K = 4.1129/FERMI ETA = 1.49411

LABORATORY DATA			CM DATA		
THETA	SIGMA	DSIGMA	THETA	SIGMA	DSIGMA
DEGREE	MB/SR	%	DEGREE	MB/SR	MB/SR
11.95	2.024E+01	5.7	12.89	1.742E+01	1.000E+00
12.25	2.186E+01	5.2	13.22	1.882E+01	9.867E-01
12.45	2.214E+01	4.3	13.43	1.906E+01	8.236E-01
12.75	2.147E+01	4.4	13.76	1.849E+01	8.138E-01
12.95	2.097E+01	4.6	13.97	1.806E+01	8.230E-01
13.25	1.950E+01	6.3	14.30	1.680E+01	1.054E+00
13.45	1.813E+01	6.8	14.51	1.562E+01	1.059E+00
13.75	1.594E+01	9.4	14.83	1.374E+01	1.291E+00
13.95	1.334E+01	9.6	15.05	1.150E+01	1.106E+00
14.25	1.186E+01	12.6	15.37	1.022E+01	1.290E+00
14.45	8.887E+00	16.1	15.59	7.662E+00	1.231E+00
14.75	5.592E+00	16.1	15.91	4.822E+00	7.750E-01
14.95	4.672E+00	12.5	16.13	4.029E+00	5.040E-01
15.31	2.705E+00	19.0	16.51	2.333E+00	4.428E-01
15.80	1.113E+00	24.6	17.04	9.607E-01	2.366E-01
16.33	8.238E-01	30.0	17.61	7.112E-01	2.133E-01
16.75	1.446E+00	81.6	18.06	1.249E+00	1.019E+00
16.95	3.582E+00	18.7	18.28	3.094E+00	5.797E-01
17.25	4.268E+00	8.5	18.60	3.687E+00	3.141E-01
17.45	4.839E+00	12.3	18.82	4.181E+00	5.140E-01
17.75	6.005E+00	18.8	19.14	5.190E+00	9.750E-01
17.95	6.733E+00	11.5	19.36	5.820E+00	6.702E-01
18.25	7.327E+00	18.5	19.68	6.335E+00	1.173E+00
18.45	7.617E+00	6.2	19.89	6.587E+00	4.051E-01
18.75	7.840E+00	3.4	20.22	6.781E+00	2.331E-01
19.25	7.530E+00	6.9	20.75	6.516E+00	4.506E-01
19.75	4.657E+00	45.3	21.29	4.032E+00	1.826E+00
19.95	6.596E+00	14.2	21.51	5.711E+00	8.113E-01
20.45	5.362E+00	10.2	22.04	4.645E+00	4.716E-01
20.95	3.992E+00	13.6	22.58	3.460E+00	4.692E-01
21.34	2.811E+00	19.3	23.00	2.437E+00	4.710E-01
21.75	2.002E+00	17.0	23.44	1.736E+00	2.952E-01
22.34	1.219E+00	8.6	24.07	1.058E+00	9.083E-02
22.95	1.113E+00	11.3	24.73	9.664E-01	1.091E-01
23.25	1.471E+00	18.8	25.05	1.278E+00	2.405E-01
23.95	2.888E+00	5.3	25.80	2.511E+00	1.341E-01
24.75	3.060E+00	2.3	26.66	2.663E+00	6.085E-02
25.95	3.318E+00	3.4	27.95	2.891E+00	9.928E-02
26.25	2.990E+00	6.1	28.27	2.606E+00	1.599E-01
26.87	2.311E+00	13.3	28.93	2.016E+00	2.681E-01
27.25	1.276E+00	22.3	29.34	1.114E+00	2.482E-01
27.75	1.357E+00	7.8	29.87	1.185E+00	9.249E-02
28.45	1.013E+00	6.8	30.62	8.856E-01	5.982E-02
28.75	1.050E+00	4.5	30.94	9.178E-01	4.144E-02
29.34	1.017E+00	2.7	31.58	8.896E-01	2.369E-02
29.95	1.033E+00	2.9	32.23	9.051E-01	2.621E-02
30.25	1.037E+00	3.9	32.55	9.082E-01	3.521E-02
30.95	1.266E+00	3.8	33.30	1.110E+00	4.235E-02
31.45	1.340E+00	2.1	33.83	1.176E+00	2.436E-02
31.75	1.346E+00	2.2	34.15	1.182E+00	2.549E-02
32.45	1.359E+00	2.9	34.90	1.194E+00	3.454E-02
32.84	1.320E+00	4.6	35.31	1.161E+00	5.284E-02
33.25	1.097E+00	5.9	35.75	9.650E-01	5.727E-02
33.95	9.701E-01	5.2	36.50	8.544E-01	4.473E-02
34.45	8.714E-01	7.9	37.03	7.681E-01	6.059E-02
34.75	6.830E-01	8.8	37.35	6.023E-01	5.323E-02
35.25	6.332E-01	5.8	37.88	5.588E-01	3.253E-02
35.95	6.160E-01	4.0	38.63	5.442E-01	2.151E-02

36.34	6.250E-01	3.1	39.04	5.525E-01	1.714E-02
36.75	6.030E-01	3.3	39.48	5.334E-01	1.768E-02
37.45	6.717E-01	2.8	40.22	5.949E-01	1.695E-02
37.95	6.515E-01	3.2	40.76	5.775E-01	1.837E-02
38.25	6.950E-01	5.1	41.07	6.163E-01	3.126E-02
38.75	5.685E-01	4.6	41.61	5.046E-01	2.329E-02
39.45	5.937E-01	2.8	42.35	5.276E-01	1.465E-02
39.84	5.763E-01	4.6	42.76	5.125E-01	2.368E-02
40.25	4.743E-01	6.2	43.20	4.221E-01	2.606E-02
40.95	4.137E-01	3.6	43.94	3.686E-01	1.316E-02
41.45	3.995E-01	4.0	44.47	3.562E-01	1.442E-02
41.75	3.601E-01	4.4	44.79	3.213E-01	1.417E-02
42.25	3.727E-01	2.1	45.32	3.328E-01	6.824E-03
42.95	3.646E-01	4.8	46.06	3.260E-01	1.564E-02
43.34	3.468E-01	5.1	46.47	3.103E-01	1.590E-02
43.75	3.290E-01	2.9	46.90	2.946E-01	8.427E-03
44.45	3.667E-01	2.5	47.64	3.288E-01	8.247E-03
44.95	3.864E-01	3.9	48.17	3.468E-01	1.346E-02
45.25	3.533E-01	3.0	48.49	3.173E-01	9.425E-03
45.75	3.503E-01	2.6	49.02	3.149E-01	8.251E-03
46.45	3.895E-01	6.6	49.76	3.506E-01	2.308E-02
46.84	2.964E-01	10.8	50.17	2.670E-01	2.878E-02
47.25	3.596E-01	5.0	50.60	3.242E-01	1.630E-02
47.95	3.260E-01	5.0	51.34	2.943E-01	1.478E-02
48.45	2.618E-01	7.2	51.86	2.366E-01	1.699E-02
48.75	2.911E-01	6.2	52.18	2.632E-01	1.626E-02
49.25	2.365E-01	4.2	52.71	2.141E-01	9.017E-03
49.95	2.387E-01	2.3	53.44	2.164E-01	5.010E-03
50.80	2.442E-01	1.7	54.34	2.218E-01	3.800E-03
51.43	2.265E-01	2.7	55.00	2.060E-01	5.612E-03
51.84	2.312E-01	4.1	55.43	2.104E-01	8.621E-03
52.25	2.240E-01	2.6	55.86	2.041E-01	5.399E-03
52.45	2.311E-01	2.2	56.07	2.106E-01	4.559E-03
52.95	2.335E-01	3.8	56.59	2.130E-01	8.183E-03
53.45	2.248E-01	4.1	57.11	2.053E-01	8.366E-03
53.95	2.116E-01	2.2	57.64	1.935E-01	4.289E-03
54.45	2.125E-01	4.5	58.16	1.945E-01	8.750E-03
54.95	2.115E-01	5.0	58.68	1.938E-01	9.724E-03
55.45	1.812E-01	3.4	59.21	1.662E-01	5.658E-03
55.95	1.792E-01	4.4	59.73	1.646E-01	7.226E-03
56.40	1.873E-01	3.4	60.20	1.722E-01	5.826E-03
56.84	1.972E-01	4.2	60.66	1.815E-01	7.561E-03
57.34	1.805E-01	5.5	61.18	1.663E-01	9.193E-03
57.95	1.520E-01	5.4	61.82	1.402E-01	7.501E-03
58.45	1.355E-01	5.4	62.34	1.252E-01	6.698E-03
58.95	1.304E-01	7.5	62.86	1.206E-01	9.055E-03
59.45	1.295E-01	6.0	63.38	1.199E-01	7.242E-03
59.95	1.275E-01	4.7	63.90	1.182E-01	5.572E-03
60.45	1.253E-01	6.6	64.42	1.163E-01	7.662E-03
60.95	1.239E-01	4.7	64.94	1.151E-01	5.450E-03
61.45	1.280E-01	4.1	65.46	1.191E-01	4.873E-03
61.95	1.262E-01	5.4	65.98	1.175E-01	6.308E-03
63.34	1.149E-01	4.6	67.42	1.074E-01	4.889E-03
64.95	9.114E-02	5.5	69.08	8.552E-02	4.731E-03
66.45	5.861E-02	7.4	70.63	5.520E-02	4.078E-03
67.95	6.023E-02	5.6	72.18	5.694E-02	3.203E-03
69.34	5.634E-02	8.9	73.61	5.345E-02	4.735E-03
70.95	4.595E-02	9.6	75.26	4.378E-02	4.192E-03
72.45	2.790E-02	14.7	76.80	2.669E-02	3.921E-03
73.95	3.060E-02	11.2	78.33	2.938E-02	3.283E-03
75.34	2.744E-02	8.9	79.75	2.645E-02	2.355E-03
76.95	2.389E-02	8.9	81.39	2.313E-02	2.053E-03
78.45	1.730E-02	11.9	82.92	1.681E-02	2.000E-03
79.95	1.577E-02	10.9	84.44	1.539E-02	1.672E-03
81.34	1.062E-02	14.9	85.85	1.040E-02	1.553E-03
82.95	1.071E-02	13.5	87.47	1.054E-02	1.427E-03
84.45	6.884E-03	18.8	88.99	6.801E-03	1.276E-03
85.95	4.546E-03	21.5	90.50	4.510E-03	9.716E-04

SCATTERING OF 4-HE PARTICLES ON CR-52

ELAB = 104.000 MEV Q = -4.580 MEV I = 3 -
 ECM = 91.979 MEV K = 4.0443/FERMI ETA = 1.51945

LABORATORY DATA			CM DATA		
THETA DEGREE	SIGMA MB/SR	DSIGMA %	THETA DEGREE	SIGMA MB/SR	DSIGMA MB/SR
10.34	1.364E+01	80.4	11.17	1.170E+01	9.414E+00
10.75	8.486E+00	397.4	11.61	7.283E+00	2.894E+01
10.95	7.096E+00	327.2	11.83	6.091E+00	1.993E+01
11.25	4.979E+00	78.3	12.15	4.274E+00	3.347E+00
11.45	5.324E+00	110.1	12.37	4.571E+00	5.033E+00
11.75	4.907E+00	55.4	12.69	4.213E+00	2.335E+00
11.95	3.567E+00	94.5	12.91	3.063E+00	2.894E+00
12.25	3.156E+00	243.8	13.23	2.711E+00	6.609E+00
12.45	2.888E+00	197.2	13.45	2.481E+00	4.892E+00
12.75	3.692E+00	59.7	13.77	3.172E+00	1.893E+00
12.95	4.204E+00	51.5	13.99	3.612E+00	1.859E+00
13.25	4.995E+00	42.2	14.31	4.293E+00	1.813E+00
13.45	5.498E+00	24.5	14.53	4.726E+00	1.160E+00
13.75	5.210E+00	8.1	14.85	4.479E+00	3.628E-01
13.95	5.010E+00	8.4	15.07	4.308E+00	3.618E-01
14.25	5.646E+00	6.9	15.39	4.855E+00	3.337E-01
14.45	5.831E+00	9.0	15.61	5.015E+00	4.518E-01
14.75	6.404E+00	4.8	15.93	5.509E+00	2.644E-01
14.95	6.384E+00	2.3	16.15	5.492E+00	1.281E-01
15.31	6.168E+00	1.8	16.53	5.309E+00	9.744E-02
15.79	6.227E+00	6.7	17.05	5.361E+00	3.609E-01
16.32	5.289E+00	24.4	17.63	4.556E+00	1.112E+00
16.75	5.213E+00	49.8	18.09	4.491E+00	2.238E+00
16.95	4.863E+00	28.5	18.30	4.190E+00	1.194E+00
17.45	3.686E+00	43.1	18.84	3.178E+00	1.369E+00
17.75	3.589E+00	106.2	19.16	3.094E+00	3.286E+00
17.95	3.096E+00	79.6	19.38	2.670E+00	2.124E+00
18.25	2.979E+00	85.6	19.70	2.570E+00	2.200E+00
18.75	2.512E+00	13.7	20.24	2.168E+00	2.975E-01
19.25	1.688E+00	18.6	20.78	1.458E+00	2.706E-01
19.75	1.795E+00	53.0	21.32	1.550E+00	8.212E-01
19.95	1.768E+00	7.9	21.53	1.527E+00	1.212E-01
20.45	1.982E+00	7.0	22.07	1.713E+00	1.202E-01
20.95	2.220E+00	5.0	22.61	1.920E+00	9.670E-02
21.34	2.398E+00	12.4	23.03	2.074E+00	2.577E-01
21.75	2.417E+00	19.5	23.47	2.092E+00	4.086E-01
22.34	2.513E+00	8.3	24.10	2.176E+00	1.807E-01
22.95	2.542E+00	4.2	24.76	2.202E+00	9.307E-02
23.25	2.132E+00	5.0	25.08	1.848E+00	9.146E-02
23.95	2.125E+00	3.7	25.83	1.844E+00	6.734E-02
24.75	1.453E+00	6.5	26.69	1.261E+00	8.249E-02
25.95	1.175E+00	7.8	27.98	1.022E+00	7.937E-02
26.25	1.092E+00	8.0	28.30	9.500E-01	7.648E-02
26.87	8.355E-01	30.8	28.97	7.272E-01	2.243E-01
27.25	9.066E-01	45.0	29.37	7.895E-01	3.549E-01
27.75	8.963E-01	21.1	29.91	7.811E-01	1.649E-01
28.45	1.089E+00	8.4	30.66	9.497E-01	7.956E-02
28.75	1.382E+00	5.3	30.98	1.206E+00	6.424E-02
29.34	1.380E+00	3.1	31.61	1.205E+00	3.686E-02
29.95	1.090E+00	4.4	32.26	9.528E-01	4.203E-02
30.25	1.058E+00	2.3	32.59	9.252E-01	2.152E-02
30.95	9.792E-01	4.4	33.33	8.570E-01	3.792E-02
31.45	7.657E-01	17.0	33.87	6.706E-01	1.138E-01
31.75	7.720E-01	19.4	34.19	6.763E-01	1.309E-01
32.45	7.373E-01	8.6	34.94	6.466E-01	5.566E-02
32.84	6.277E-01	10.0	35.35	5.508E-01	5.529E-02
33.25	8.638E-01	8.7	35.79	7.584E-01	6.615E-02
33.95	5.437E-01	9.5	36.54	4.779E-01	4.517E-02
34.45	6.615E-01	6.7	37.07	5.819E-01	3.918E-02
34.75	5.561E-01	9.4	37.39	4.894E-01	4.578E-02

35.25 7.343E-01 5.4
35.95 6.268E-01 4.5
36.34 5.791E-01 3.6
36.75 6.209E-01 4.1
37.45 4.962E-01 6.0
37.95 3.989E-01 5.6
38.25 3.758E-01 4.7
38.75 3.177E-01 4.9
39.45 2.842E-01 11.3
39.84 2.766E-01 17.5
40.25 2.388E-01 10.2
40.95 2.545E-01 8.6
41.45 2.540E-01 17.8
41.75 2.255E-01 18.2
42.25 2.428E-01 5.9
42.95 2.320E-01 11.0
43.34 2.750E-01 19.0
43.75 2.219E-01 12.6
44.45 2.120E-01 7.6
44.95 2.093E-01 19.8
45.25 2.008E-01 18.7
45.75 1.736E-01 8.4
46.45 1.886E-01 7.3
46.84 1.339E-01 12.9
47.25 1.740E-01 5.8
47.95 1.815E-01 5.8
48.45 1.282E-01 8.0
48.75 1.365E-01 4.4
49.25 1.311E-01 3.0
49.95 1.241E-01 4.0
50.80 1.153E-01 2.6
51.43 1.251E-01 4.4
51.84 1.399E-01 8.1
52.25 1.031E-01 10.4
52.45 1.139E-01 7.6
52.95 1.444E-01 7.2
53.45 1.188E-01 8.8
53.95 8.557E-02 8.6
54.45 9.942E-02 8.0
54.95 1.037E-01 8.0
55.45 8.495E-02 6.9
55.95 1.032E-01 6.5
56.40 1.066E-01 4.4
56.84 9.713E-02 7.6
57.34 1.255E-01 8.2
57.95 9.463E-02 8.5
58.45 1.128E-01 6.0
58.95 9.802E-02 8.8
59.45 6.858E-02 10.5
59.95 6.577E-02 8.3
60.45 5.605E-02 14.8
60.95 7.808E-02 7.4
61.45 7.741E-02 5.4
61.95 7.912E-02 6.9
63.34 7.468E-02 5.5
64.95 5.416E-02 6.8
66.45 3.668E-02 10.1
67.95 4.135E-02 7.3
69.34 4.865E-02 9.7
70.95 2.807E-02 13.0
72.45 1.991E-02 18.7
73.95 2.784E-02 11.8
75.34 3.165E-02 8.0
76.95 1.990E-02 10.1
78.45 1.414E-02 13.8
79.95 1.245E-02 11.8
81.34 1.098E-02 13.9
82.95 1.088E-02 12.9
84.45 8.485E-03 15.8
85.95 5.338E-03 20.1

37.93 6.467E-01 3.511E-02
38.67 5.527E-01 2.464E-02
39.09 5.109E-01 1.863E-02
39.52 5.482E-01 2.229E-02
40.27 4.386E-01 2.642E-02
40.80 3.529E-01 1.973E-02
41.12 3.326E-01 1.577E-02
41.65 2.814E-01 1.387E-02
42.40 2.521E-01 2.838E-02
42.81 2.455E-01 4.297E-02
43.25 2.121E-01 2.164E-02
43.99 2.264E-01 1.942E-02
44.52 2.261E-01 4.030E-02
44.84 2.008E-01 3.650E-02
45.37 2.164E-01 1.284E-02
46.11 2.071E-01 2.273E-02
46.52 2.456E-01 4.678E-02
46.96 1.983E-01 2.498E-02
47.70 1.898E-01 1.448E-02
48.23 1.875E-01 3.717E-02
48.54 1.801E-01 3.365E-02
49.07 1.558E-01 1.315E-02
49.81 1.695E-01 1.239E-02
50.22 1.204E-01 1.558E-02
50.65 1.566E-01 9.050E-03
51.39 1.636E-01 9.440E-03
51.92 1.157E-01 9.208E-03
52.24 1.233E-01 5.379E-03
52.76 1.185E-01 3.608E-03
53.50 1.123E-01 4.465E-03
54.40 1.046E-01 2.769E-03
55.05 1.136E-01 4.950E-03
55.49 1.272E-01 1.031E-02
55.92 9.380E-02 9.725E-03
56.13 1.037E-01 7.829E-03
56.65 1.316E-01 9.514E-03
57.17 1.084E-01 9.583E-03
57.70 7.813E-02 6.719E-03
58.22 9.088E-02 7.313E-03
58.75 9.490E-02 7.595E-03
59.27 7.783E-02 5.333E-03
59.79 9.466E-02 6.164E-03
60.26 9.785E-02 4.275E-03
60.72 8.928E-02 6.790E-03
61.24 1.155E-01 9.415E-03
61.88 8.720E-02 7.403E-03
62.40 1.040E-01 6.192E-03
62.92 9.054E-02 7.946E-03
63.44 6.342E-02 6.670E-03
63.96 6.090E-02 5.047E-03
64.48 5.196E-02 7.713E-03
65.00 7.247E-02 5.361E-03
65.52 7.193E-02 3.880E-03
66.04 7.361E-02 5.074E-03
67.48 6.973E-02 3.830E-03
69.15 5.077E-02 3.473E-03
70.70 3.451E-02 3.472E-03
72.25 3.906E-02 2.861E-03
73.68 4.612E-02 4.483E-03
75.33 2.673E-02 3.477E-03
76.87 1.903E-02 3.554E-03
78.40 2.671E-02 3.162E-03
79.82 3.049E-02 2.448E-03
81.46 1.925E-02 1.943E-03
82.99 1.373E-02 1.898E-03
84.51 1.215E-02 1.431E-03
85.92 1.075E-02 1.494E-03
87.55 1.070E-02 1.377E-03
89.06 8.381E-03 1.328E-03
90.57 5.296E-03 1.062E-03

SCATTERING OF 4-HE PARTICLES ON CR-52

ELAB = 104.000 MEV Q = -2.370 MEV I = 4 +
 ECM = 94.189 MEV K = 4.0926/FERMI ETA = .1.50152

LABORATORY DATA			CM DATA		
THETA DEGREE	SIGMA MB/SR	DSIGMA %	THETA DEGREE	SIGMA MB/SR	DSIGMA MB/SR
9.34	4.393E+00	12.9	10.08	3.774E+00	4.855E-01
10.34	4.126E+00	8.2	11.16	3.546E+00	2.893E-01
10.75	4.487E+00	9.5	11.61	3.857E+00	3.650E-01
10.95	3.776E+00	12.3	11.82	3.246E+00	3.996E-01
11.25	3.973E+00	13.9	12.14	3.416E+00	4.737E-01
11.45	3.421E+00	12.6	12.36	2.942E+00	3.694E-01
11.75	3.202E+00	19.5	12.68	2.754E+00	5.383E-01
11.95	1.844E+00	39.3	12.90	1.586E+00	6.234E-01
12.25	2.484E+00	22.4	13.22	2.137E+00	4.777E-01
12.45	1.708E+00	28.7	13.44	1.470E+00	4.214E-01
12.75	1.530E+00	16.7	13.76	1.317E+00	2.200E-01
12.95	1.421E+00	15.7	13.98	1.223E+00	1.926E-01
13.25	1.424E+00	23.6	14.30	1.226E+00	2.899E-01
13.45	6.244E-01	64.8	14.52	5.376E-01	3.486E-01
13.75	3.722E-01	36.5	14.84	3.205E-01	1.171E-01
13.95	2.936E-01	51.2	15.06	2.529E-01	1.294E-01
14.25	2.413E-01	45.4	15.38	2.079E-01	9.435E-02
14.45	3.577E-01	36.9	15.59	3.082E-01	1.137E-01
14.75	4.603E-01	23.1	15.92	3.966E-01	9.149E-02
14.95	5.286E-01	17.9	16.13	4.556E-01	8.136E-02
15.33	6.588E-01	13.2	16.55	5.679E-01	7.507E-02
15.81	8.716E-01	11.4	17.06	7.516E-01	8.535E-02
16.33	9.248E-01	11.4	17.62	7.978E-01	9.063E-02
16.75	1.010E+00	109.9	18.07	8.712E-01	9.576E-01
16.95	1.249E+00	14.9	18.29	1.078E+00	1.610E-01
17.25	9.647E-01	34.8	18.61	8.328E-01	2.902E-01
17.45	7.747E-01	18.1	18.82	6.689E-01	1.209E-01
17.75	7.645E-01	43.2	19.15	6.603E-01	2.849E-01
17.95	9.465E-01	16.7	19.36	8.176E-01	1.365E-01
18.25	7.368E-01	115.0	19.69	6.366E-01	7.323E-01
18.45	7.230E-01	56.4	19.90	6.248E-01	3.525E-01
18.75	7.024E-01	13.7	20.22	6.071E-01	8.340E-02
19.25	3.939E-01	35.1	20.76	3.406E-01	1.194E-01
19.95	2.249E-01	22.2	21.51	1.946E-01	4.330E-02
20.45	1.730E-01	42.8	22.05	1.498E-01	6.414E-02
20.95	2.380E-01	35.3	22.59	2.061E-01	7.278E-02
21.34	2.886E-01	8.8	23.01	2.501E-01	2.208E-02
22.34	3.511E-01	9.6	24.08	3.045E-01	2.931E-02
22.95	3.712E-01	6.4	24.74	3.222E-01	2.057E-02
23.95	3.788E-01	8.5	25.81	3.291E-01	2.795E-02
25.95	1.938E-01	10.4	27.96	1.688E-01	1.754E-02
26.25	1.819E-01	13.3	28.28	1.585E-01	2.115E-02
26.87	1.310E-01	11.0	28.94	1.142E-01	1.252E-02
28.45	1.475E-01	7.8	30.63	1.288E-01	1.000E-02
29.34	1.676E-01	8.0	31.59	1.466E-01	1.170E-02
29.95	1.584E-01	10.1	32.24	1.386E-01	1.404E-02
30.25	1.537E-01	8.0	32.56	1.346E-01	1.079E-02
30.95	1.408E-01	9.4	33.31	1.234E-01	1.161E-02
31.45	1.242E-01	9.9	33.84	1.089E-01	1.074E-02
32.45	8.863E-02	18.7	34.91	7.784E-02	1.458E-02
32.84	7.476E-02	14.3	35.33	6.570E-02	9.399E-03
33.95	6.933E-02	16.7	36.51	6.103E-02	1.021E-02

34.45	7.917E-02	12.7	37.04	6.974E-02	8.831E-03
34.75	8.672E-02	10.2	37.36	7.643E-02	7.799E-03
35.95	8.461E-02	17.7	38.64	7.471E-02	1.319E-02
36.34	8.150E-02	10.6	39.06	7.201E-02	7.624E-03
37.45	7.261E-02	13.5	40.24	6.427E-02	8.692E-03
37.95	6.860E-02	13.2	40.77	6.077E-02	8.009E-03
38.25	5.905E-02	15.5	41.09	5.234E-02	8.136E-03
39.45	5.092E-02	17.9	42.36	4.522E-02	8.097E-03
39.84	4.075E-02	14.4	42.78	3.622E-02	5.228E-03
40.95	3.745E-02	18.8	43.95	3.335E-02	6.269E-03
41.45	3.842E-02	16.1	44.48	3.424E-02	5.502E-03
41.75	3.926E-02	13.7	44.80	3.501E-02	4.813E-03
42.95	4.129E-02	15.4	46.07	3.690E-02	5.686E-03
43.34	4.128E-02	14.1	46.49	3.692E-02	5.198E-03
43.75	4.069E-02	15.6	46.92	3.642E-02	5.677E-03
44.45	3.967E-02	14.2	47.66	3.555E-02	5.058E-03
44.95	4.073E-02	11.3	48.19	3.654E-02	4.131E-03
45.25	4.314E-02	12.0	48.51	3.872E-02	4.629E-03
46.45	3.636E-02	15.4	49.77	3.271E-02	5.024E-03
46.84	3.973E-02	8.5	50.18	3.577E-02	3.053E-03
47.25	3.722E-02	15.1	50.62	3.354E-02	5.069E-03
47.95	3.293E-02	14.2	51.35	2.972E-02	4.215E-03
48.45	3.517E-02	8.6	51.88	3.177E-02	2.728E-03
49.95	3.737E-02	9.2	53.46	3.386E-02	3.102E-03
50.81	3.689E-02	5.6	54.36	3.349E-02	1.886E-03
51.43	3.283E-02	8.5	55.01	2.984E-02	2.549E-03
51.84	3.234E-02	14.0	55.44	2.942E-02	4.110E-03
52.45	3.021E-02	6.8	56.08	2.752E-02	1.880E-03
52.95	2.909E-02	15.7	56.61	2.653E-02	4.171E-03
53.45	2.677E-02	15.5	57.13	2.444E-02	3.798E-03
53.95	2.521E-02	9.5	57.66	2.304E-02	2.195E-03
54.45	2.258E-02	23.8	58.18	2.066E-02	4.917E-03
54.95	2.278E-02	23.4	58.70	2.087E-02	4.875E-03
55.45	2.326E-02	8.1	59.23	2.133E-02	1.721E-03
55.95	2.636E-02	15.4	59.75	2.420E-02	3.718E-03
56.40	2.397E-02	12.1	60.22	2.203E-02	2.674E-03
56.84	2.236E-02	13.4	60.68	2.057E-02	2.765E-03
57.34	2.486E-02	16.9	61.20	2.290E-02	3.879E-03
57.95	2.506E-02	14.6	61.83	2.311E-02	3.382E-03
58.45	2.414E-02	14.2	62.36	2.229E-02	3.157E-03
58.95	1.828E-02	20.6	62.88	1.690E-02	3.479E-03
59.45	1.822E-02	22.0	63.40	1.686E-02	3.706E-03
59.95	1.581E-02	23.7	63.92	1.465E-02	3.466E-03
60.45	1.545E-02	32.7	64.44	1.433E-02	4.684E-03
60.95	1.815E-02	17.7	64.96	1.686E-02	2.988E-03
61.45	2.216E-02	13.2	65.48	2.061E-02	2.724E-03
61.95	2.015E-02	17.0	65.99	1.876E-02	3.180E-03
63.34	1.857E-02	14.4	67.44	1.735E-02	2.501E-03
64.95	1.279E-02	17.2	69.10	1.200E-02	2.060E-03
66.45	9.746E-03	26.0	70.65	9.176E-03	2.390E-03
67.95	9.006E-03	21.8	72.20	8.512E-03	1.856E-03
69.34	8.242E-03	33.3	73.63	7.818E-03	2.604E-03
70.95	7.784E-03	32.1	75.28	7.414E-03	2.383E-03
72.45	7.359E-03	36.0	76.82	7.037E-03	2.530E-03
73.95	6.933E-03	29.7	78.35	6.656E-03	1.980E-03
75.34	6.886E-03	21.3	79.77	6.636E-03	1.414E-03
76.95	4.450E-03	25.6	81.41	4.307E-03	1.104E-03
78.45	3.336E-03	39.1	82.94	3.242E-03	1.266E-03
79.95	2.095E-03	41.4	84.46	2.044E-03	8.461E-04
81.34	1.786E-03	47.3	85.87	1.749E-03	8.281E-04
82.95	1.551E-03	57.7	87.50	1.526E-03	8.805E-04
84.45	1.331E-03	53.8	89.01	1.315E-03	7.071E-04
85.95	1.054E-03	58.3	90.52	1.046E-03	6.096E-04