

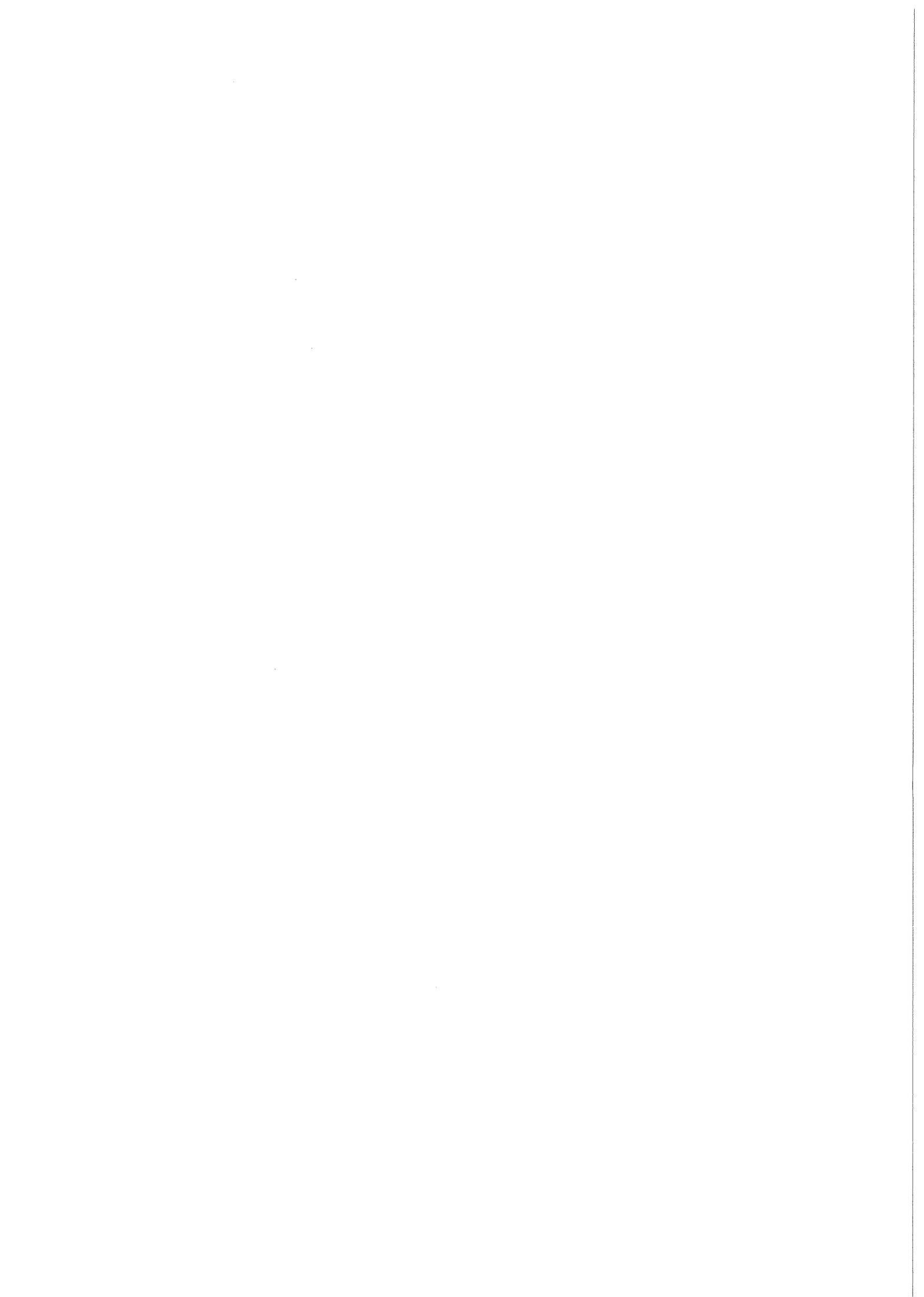
KfK 3458
Dezember 1982

Zuverlässigkeitsberechnung mit Hilfe der probabilistischen Bruchmechanik am Beispiel des Sicherheitseinschlusses von Druckwasserreaktoren

**Teil I:
Auswertung der Rohdaten**

R. Häberer, A. Brückner, D. Munz
Institut für Reaktorbauelemente
(Zuverlässigkeit und Schadenskunde im Maschinenbau)

Kernforschungszentrum Karlsruhe



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Institut für Reaktorbauelemente
(Zuverlässigkeit und Schadenskunde im Maschinenbau)

KfK 3458

Zuverlässigkeitsberechnung mit Hilfe der
probabilistischen Bruchmechanik am Beispiel
des Sicherheitseinschlusses von
Druckwasserreaktoren
Teil I: Auswertung der Rohdaten

R. Häberer, A. Brückner, D. Munz

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
ISSN 0303-4003

Zuverlässigkeitsberechnung mit Hilfe der probabilistischen Bruchmechanik am Beispiel des Sicherheitseinschlusses von Druckwasserreaktoren

Teil I: Auswertung der Rohdaten

Mit den Methoden der probabilistischen Bruchmechanik wird für den Sicherheitseinschluß eines Druckwasserreaktors für einen Kühlmittelverluststörfall eine Zuverlässigkeitsanalyse durchgeführt. Diese Studie baut auf den Ergebnissen des Bundesvorhabens BMFT 150 201C auf. Ein Schwerpunkt liegt in der Analyse der für dieses Bundesvorhaben zusammengestellten Rohdaten. In einer Parameterstudie wird untersucht, wie sich verschiedene statistische Auswerteverfahren und bruchmechanische Modelle auf die Ergebnisse auswirken. Es zeigt sich, daß die mit den Methoden der probabilistischen Bruchmechanik errechnete Ausfallwahrscheinlichkeit stets sehr klein ist, daß aber die vorhandenen Unsicherheitsfaktoren eine absolute Zahlenangabe unmöglich machen.

Reliability study for the containment of a pressurized water reactor using probabilistic fracture mechanics

Part I: Data analysis

A reliability analysis is performed by the methods of probabilistic fracture mechanics for the safety containment of a pressurized water reactor during a loss of coolant accident. This study is based on the results of the project "BMFT 150 201C". An important aspect is the analysis of the data collected for this project. A sensitivity study is performed in order to examine the influence of different statistical procedures and different fracture mechanical models. It is shown that the failure probability calculated with the methods of probabilistic fracture mechanics is very small, but due to the existing uncertainties in the model it is impossible to give absolute numbers.

<u>Inhaltsverzeichnis</u>	Seite
1. Einleitung	1
2. Der Sicherheitseinschluß (Containment)	3
3. Bruchmechanische Beschreibung des Versagens beim Kühlmittelverluststörfall	4
4. Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit	9
5. Verteilung der einzelnen Größen	
5.1 Problematik der Kurvenanpassung	12
5.2 Verteilung der Rißtiefe	14
5.3 Die Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit $P_{ND}(a)$	16
5.4 Verteilung des Achsenverhältnisses a/c	19
5.5 Verteilung der Rißzähigkeit K_{Ic}	20
5.6 Verteilung der Fließspannung	22
5.7 Belastung	24
6. Parameterstudie für die ungestörte Kugel	
6.1 Rechenprogramm	26
6.2 Untersuchung für die ungestörte Kugel	26
6.3 Einführung einer unteren Grenze für die Werkstoffparameter	27
6.4 Verteilung der Rißgeometrie und der Rißzähigkeit der ausgefallenen Komponenten	28
7. Ergebnisse	
7.1 Inwieweit beeinflussen die Fits nach [3] und Kapitel 5 die Ausfallwahrscheinlichkeit?	30
7.2 Einfluß des Rißmodells auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$	30
7.3 Die Abhängigkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ von unterschiedlichen K-Lösungen für Oberflächenrisse	31
7.4 Die Ausfallwahrscheinlichkeit Q_{ges} des Sicherheits- einschlusses	32
8. Zusammenfassung der unterschiedlichen Vorgehens- weise gegenüber [3]	33
Anhang	37
Abbildungen	

1. Einleitung

Mechanisch beanspruchte Konstruktionen werden üblicherweise deterministisch dimensioniert. Dies bedeutet, daß für die in die Versagensrechnung eingehenden Größen wie äußere Belastung, Bauteilabmessung, Werkstoffkennwerte, konservative, d.h. mit Sicherheitsbeiwerten versehene Werte eingesetzt werden. Bei einer probabilistischen Betrachtungsweise werden dagegen alle Größen als statistisch verteilt angenommen und daraus die Wahrscheinlichkeit des Versagens ermittelt. Besteht der zu betrachtende Versagensmechanismus in der Ausbreitung von Rissen, so wird diese Betrachtungsweise als probabilistische Bruchmechanik bezeichnet. Die Bedeutung solcher probabilistischer Rechnungen ist umstritten. Wegen der Unsicherheiten in den der Rechnung zugrunde liegenden Verteilungen sind die berechneten Ausfallwahrscheinlichkeiten ungenau, vor allem dann, wenn das Versagen durch die Ausläufer ("Schwänze") der Verteilungen bestimmt wird. Diese Ausläufer müssen meistens durch die Extrapolation vorhandener Daten ermittelt werden. Es wird aber erhofft, daß mit den Methoden der probabilistischen Bruchmechanik obere Grenzen für die Ausfallwahrscheinlichkeiten angegeben werden können. Außerdem kann erwartet werden, daß relative Aussagen über den Einfluß der einzelnen Größen bzw. des Streuverhaltens dieser Größen auf die Ausfallwahrscheinlichkeit gewonnen werden.

In der Arbeitsgruppe Zuverlässigkeit und Schadenskunde am Institut für Reaktorbauelemente des Kernforschungszentrums Karlsruhe werden die Möglichkeiten und Grenzen der probabilistischen Methode untersucht. Eine vom Bundesministerium für Forschung und Technologie geförderte Untersuchung über die "Zuverlässigkeitsbeurteilung für den Sicherheits-einschluß am Beispiel des Druckwasserreaktors" [1,2] bot sich an, die Vorgehensweise der probabilistischen Bruchmechanik etwas näher zu beleuchten. In dem im Anhangsband enthaltenen Bericht von Wellein [3] sind entsprechende Berechnungen durchgeführt. Dieser Bericht enthält eine Fülle von Daten, die in diesem Umfang bisher für probabilistische Berechnungen nicht vorhanden waren. Es bot sich daher an, ausgehend von diesem Datenmaterial eine eigene probabilistische Berechnung durchzuführen, um Erkenntnisse über den Einfluß unterschiedlicher Extrapolations- und Berechnungsverfahren zu bekommen. Es wird dabei jeweils

angegeben, wo und aus welchen Gründen Abweichungen gegenüber den in [3] angegebenen Ergebnissen erhalten wurden.

2. Der Sicherheitseinschluß (Containment)

Der Sicherheitseinschluß von Kernkraftwerken ist in zweierlei Hinsicht von Bedeutung. Zum einen soll der Reaktor vor äußeren Einflüssen (beispielsweise Flugzeugabsturz) zum anderen muß die Umwelt vor Störfällen des Reaktors (z.B. Bruch oder Leck von Reaktordruckkomponenten) geschützt werden. Durch das Containment wird der Bereich des Reaktors in drei Zonen unterteilt, wobei die erste Zone den Bereich innerhalb der Stahlhülle, die zweite Zone den Ringraum zwischen Stahlhülle und Betonhülle und die dritte Zone die freie Atmosphäre darstellt (Bild 1).

Der probabilistischen Betrachtung in [2] liegt die Stahlhülle des Kernkraftwerks Biblis B zugrunde. Diese wurde aus dem Werkstoff WStE47 (Werkstoffnummer 1.8935) gefertigt und besteht aus einzelnen Schalenelementen mit einer Wandstärke von 29 mm, die zu einer Kugel mit einem mittleren Radius von 28 m zusammengeschweißt wurden. An der Material- und Personenschleuse wurde die Wandstärke erhöht. Mit einem Trümmerschutzzylinder, der den Primärbereich umgibt, werden bei einem Kühlmittelverluststörfall direkte Strahlkräfte auf die Stahlhülle verhindert.

Es wird davon ausgegangen, daß das Versagen der Stahlhülle von Schweißrissen ausgeht. Für eine probabilistische Rechnung müssen neben einem deterministischen Versagenkriterium Angaben über die Verteilungen der relevanten Werkstoffkenngrößen, der Fehlergrößen sowie das Belastungsspektrum vorhanden sein.

Die Belastungsdaten der Stahlhülle (Erdbebenbelastung, Innendruck und thermische Belastung bei Kühlmittelverluststörfall) wurden von der TU München und der GRS Garching ermittelt [2]. Die Werkstoffdaten, insbesondere die Daten für die Rißzähigkeit K_{IC} und die Fließspannung σ_f wurden mit speziell aus Platten der Stahlhülle gefertigten Proben gewonnen. Angaben über die Fehlergröße wurden aus den Abnahmeprotokollen der Ultraschallprüfung erhalten.

3. Bruchmechanische Beschreibung des Versagens beim Kühlmittelverluststörfall

In [3] wurde das Versagen mit Hilfe der Zwei-Kriterien-Methode von CEGB [4] beschrieben, die von den Grenzfällen der linear-elastischen Bruchmechanik und der plastischen Instabilität ausgeht. Nach dieser Methode wird das Versagen durch folgende Beziehung beschrieben:

$$K_r = S_r \left\{ \frac{8}{\pi^2} \ln \sec\left(\frac{\pi}{2} \cdot S_r\right) \right\}^{-1/2} \quad (3.1)$$

mit

$$K_r = \frac{K_I}{K_{Ic}}, \quad S_r = \frac{\sigma}{\sigma_L} \quad (3.2)$$

Dabei ist K_I der linear-elastisch berechnete Spannungsintensitätsfaktor, σ eine die Belastung charakterisierende Spannung und σ_L die entsprechende Spannung bei Versagen durch plastische Instabilität.

Wird in Gl. (3.1) für σ die Versagensspannung σ_B eingesetzt, dann erhält man die in Bild 2 dargestellte Versagensgrenzkurve.

Bei vorgegebener Belastung ergibt sich ein Punkt im K_r, S_r -Diagramm. Liegt er außerhalb der Versagensgrenzkurve, so versagt das Bauteil im Rahmen der Gültigkeit der Zwei-Kriterien-Methode.

Für Längsrisse in durch Innendruck belasteten zylindrischen Druckbehältern und in durch Zug belasteten Platten geben Newman und Raju [8,6] folgende Beziehung für den Spannungsintensitätsfaktor K_I an:

$$K_I = \frac{\sigma \sqrt{\pi a}}{\phi} \cdot M_m \quad (3.3)$$

Dabei gilt für den zylindrischen Druckbehälter

$$M_m = 0,97 \left\{ M_1 + M_2 \left(\frac{a}{t}\right)^2 + M_3 \left(\frac{a}{t}\right)^4 \right\} \cdot f_c \quad (3.4)$$

und für die Platte

$$M_m = M_1 + M_2 \left(\frac{a}{t}\right)^2 + M_3 \left(\frac{a}{t}\right)^4 \quad (3.5)$$

mit

$$M_1 = 1,13 - 0,09 \frac{a}{c} \quad (3.6)$$

$$M_2 = -0,54 + \frac{0,89}{0,2+a/c} \quad (3.7)$$

$$M_3 = 0,5 - \frac{1}{0,65 + \frac{a}{c}} + 14 \left(1 - \frac{a}{c}\right)^{24} \quad (3.8)$$

$$f_c = \left[\frac{r_a^2 + r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} + 1 - 0,5 \sqrt{\frac{a}{t}} \right] \frac{t}{r_i} \quad (3.9)$$

Das elliptische Integral ϕ wird mit

$$\phi = \sqrt{1 + 1,464 \left(\frac{a}{c}\right)^{1,65}} \quad (3.10)$$

angegeben.

Dabei ist $2c$ die Länge und a die Tiefe eines halbelliptischen Oberflächenrisses in einem Rohr mit der Wandstärke t , r_a der Außenradius und r_i der Innenradius des Rohres. Der Gültigkeitsbereich von Gl.(3.4) ist beschränkt auf $0 \leq \frac{a}{t} \leq 0,8$, $0 < \frac{a}{c} < 1,0$ und $\frac{t}{r} \leq 0,25$.

In [3] werden folgende Beziehungen für K_I und σ_L verwendet:

$$K_I = \frac{M_m \cdot M'}{\sqrt{Q}} \cdot \sqrt{\pi a} \cdot \sigma \quad (3.11)$$

Dabei ist $M_m(a/c, a/t)$ der Korrekturfaktor für Oberflächenrisse in einer Platte unter Zugbelastung. Für diesen Faktor wurden die im ASME-Code [5] angegebenen Kurven verwendet, die durch folgende

Beziehung beschrieben werden:

$$M_m = 1,1 + 5,2 \left(\frac{1}{2}\right)^{5 \cdot a/c} \cdot \left(\frac{a}{t}\right)^{1,8+a/c} \quad (3.12)$$

Für Q wurde die Irwinsche Beziehung mit der plastischen Zonenkorrektur verwendet:

$$Q = \phi^2 - 0,212 \left(\frac{\sigma}{R_{p0,2}}\right)^2 \quad (3.13)$$

mit

$$\phi = \frac{\pi}{2(1+Z)} \left(1 + \frac{Z^2}{4} + \frac{Z^4}{64} + \frac{Z^6}{256} + \dots\right) \quad (3.14)$$

$$Z = \frac{1-a/c}{1+a/c} \quad (3.15)$$

Für M' wird

$$M' = \frac{t/a-1/M}{t/a-1} \quad (3.16)$$

mit dem Foliasfaktor (Beulfaktor)

$$M = \sqrt{1+1,94 \frac{c^2}{r_m \cdot t}} \quad (3.17)$$

angegeben. Dabei ist $2c$ die Länge und a die Tiefe eines Oberflächenrisse, t die Wandstärke und r_m der mittlere Radius der Kugel.

Für den Fall der plastischen Instabilität wird

$$\sigma_L = \frac{\sigma_f}{M'} \quad (3.18)$$

gesetzt.

Zu den in [3] angegebenen Beziehungen sind die folgenden Bemerkungen zu machen:

- a) Die ASME-Kurven für eine Zugplatte, die durch Gl. (3.12) beschrieben werden, stellen nicht die z.Zt. genaueste Lösung dar. Die Berechnungen von Newman und Raju [6,8] sind als genauer anzusehen. Die Unterschiede zwischen Gl. (3.12) und der Lösung von Newman und Raju, Gl.(3.5), können Bild 3 entnommen werden.
- b) Die Einführung eines Beulfaktors für Oberflächenrisse bei zylindrischen Behältern oder Kugelbehältern wird im allgemeinen als nicht notwendig erachtet. Im linear-elastischen Bereich werden Beulfaktoren üblicherweise nur für Durchrisse verwendet. Der Faktor M' ist dagegen nach Untersuchungen von Kiefner et al. [7] geeignet, das Verhalten bei plastischer Instabilität entsprechend Gl. (3.18) zu beschreiben.
Für Längsrisse in durch Innendruck belasteten zylindrischen Druckbehältern geben Newman und Raju [8] einen Korrekturfaktor nach Gl. (3.9) gegenüber Platten unter Zug an. Dieser Faktor kann als erste Näherung auch für Kugelbehälter unter Innendruck angenommen werden. Wegen des kleinen Verhältnisses t/r von 0,001 für den Stahlbehälter ist der Einfluß der verschiedenen Korrekturfaktoren allerdings vernachlässigbar.
- c) Für die Zwei-Kriterien-Methode muß der K-Faktor ohne plastische Zonenkorrektur eingesetzt werden. Deshalb ist in Gl. (3.11)

$$Q = \phi^2 \quad (3.19)$$

zu setzen.

- d) Nach Kiefner et al. [7] ist bei der Berechnung des Faktors M' für halbelliptische Oberflächenrisse eine äquivalente Rißlänge c_{eq} einzusetzen, die so ermittelt wird, daß die Fläche des halbelliptischen Risses mit den Halbachsen a und c gleich der Fläche des Rechtecks mit den Kanten a und $2c_{eq}$ ist:

$$\frac{\pi a c}{2} = 2c_{eq} \cdot a \quad (3.20)$$

oder

$$c_{\text{eq}} = \frac{\pi c}{4} \quad (3.21)$$

Für die folgenden Berechnungen wird daher folgende Beziehung verwendet:

$$K_{\text{I}} = \frac{M_{\text{m}}}{\phi} \sqrt{\pi a} \sigma \quad (3.22)$$

wobei M_{m} entweder nach Gl. (3.12) oder nach Gl. (3.4) eingesetzt wird.

S_{r} wird mit Hilfe der Gl. (3.16), (3.17), (3.18) berechnet, wobei aber c in Gl. (3.17) durch c_{eq} nach Gl. (3.21) ersetzt wird.

4. Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit

Unter der Voraussetzung, daß in einem Bauteil von den Einflußgrößen a , a/c , K_{Ic} , σ_f und σ nur die Rißzähigkeit K_{Ic} verteilt ist, berechnet sich die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ nach der Zwei-Kriterien-Methode zu

$$Q^{(1)} = \int_{K_{Icu}}^{\tilde{K}_I} f(K_{Ic}) dK_{Ic} \quad (4.1)$$

$f(K_{Ic})$ ist die normierte Verteilungsdichte von K_{Ic} .

Die Rißzähigkeit habe die untere Grenze K_{Icu} . Die obere Grenze \tilde{K}_I folgt aus dem gewählten Versagenskriterium (3.1) und den Beziehungen (3.3) und (3.18) zu:

$$\tilde{K}_I = \frac{\sqrt{\pi a} M_m \sigma_f}{\phi M'} \left\{ \frac{8}{\pi^2} \ln \sec \left(\frac{\pi \sigma M'}{2 \sigma_f} \right) \right\}^{1/2} \quad (4.2)$$

Da die Rißtiefe a in der Realität ebenfalls statistisch verteilt ist, stellt die nach Gl. (4.1) errechnete Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ einen Spezialfall dar.

Die Fehlergrößenverteilung nach der Fertigung, vor der Inspektion, wird mit $f_0(a)$ bezeichnet. Die Verteilung der bei der Inspektion entdeckten Fehler ist $f_1(a)$. Die Verteilung nach der zerstörungsfreien Prüfung und Beseitigung der gefährlichsten Fehler sei $f(a)$. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Fehler entdeckt wird, wird mit $P_D(a)$ bezeichnet. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Fehler nicht entdeckt wird, ist $P_{ND}(a) = 1 - P_D(a)$. Zwischen den drei genannten Verteilungen bestehen folgende Zusammenhänge:

$$f_0(a) = \frac{f_1(a)}{1 - P_{ND}(a)} \quad (4.3)$$

$$f(a) = f_0(a) - f_1(a) = f_1(a) \frac{P_{ND}(a)}{1 - P_{ND}(a)} \quad (4.4)$$

wobei in Gl. (4.4) angenommen wurde, daß alle entdeckten Fehler beseitigt wurden.

Die Verteilungen $f(a)$, $f_0(a)$ und $f_1(a)$ sind zunächst als nicht normiert anzusehen.

Die Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit P_{ND} muß für $a < a_u$ gleich 1 sein, d.h., kleinere Fehler als eine untere Grenze a_u können nicht festgestellt werden. Wird die Verteilung der Fehlergröße (nach der Inspektion mit oder ohne Beseitigung der gefundenen Fehler) aus der Verteilung der bei der Inspektion festgestellten Fehler ermittelt, so ist dies daher nur für $a > a_u$ möglich.

Für beliebige Rißtiefen gilt mit der vorgegebenen Verteilung $f(a)$

$$Q^{(1)} = \int_{a_u}^t \left[\int_{K_{Icu}}^{\tilde{K}_I} f(K_{IC}) dK_{IC} \right] f(a) da \quad (4.5)$$

Die Wandstärke t ist eine obere Grenze der Rißtiefe.

Liegen außerdem das Achsenverhältnis a/c , die Fließspannung σ_f und die Spannung σ als verteilte Größen vor, dann ist

$$Q^{(1)} = \int_0^\infty f(\sigma) \int_0^\infty f(\sigma_f) \int_0^1 f(a/c) \int_{a_u}^t f(a) \int_{K_{Icu}}^{\tilde{K}_I} f(K_{IC}) dK_{IC} da d(a/c) d\sigma_f d\sigma \quad (4.6)$$

Gl. (4.6) beschränkt sich dabei auf Fehler mit dem Achsenverhältnis $a/c \leq 1$. Außerdem wird angenommen, daß die Größen a und a/c statistisch voneinander unabhängig sind.

Bei der Berechnung von $Q^{(1)}$ nach Gl. (4.6) gibt es Kombinationen von a , a/c , σ und σ_f , für die

$$\frac{\sigma \cdot M'}{\sigma_f} \geq 1 \quad (4.7)$$

ist, was nach Gl. (4.2) zur Divergenz von K_I führt.

Die Beziehung (4.7) bedeutet, daß in Bild 2 $S_r \geq 1$ ist, d.h., daß für diese Fälle Versagen auftritt. Um diesen Anteil an $Q^{(1)}$ zu erfassen, wird das Integral über $f(a)$ in 2 Anteile aufgespalten. Aus der Beziehung (4.7) ergibt sich eine Grenzrißtiefe a^* .

Gl. (4.6) lautet dann:

$$Q^{(1)} = \int_0^\infty f(\sigma) \int_0^\infty f(\sigma_f) \int_0^1 f(a/c) \int_{a_u}^{a^*} f(a) \int_{K_{Icu}}^{\tilde{K}_I} f(K_{Ic}) dK_{Ic} da da/c d\sigma_f d\sigma +$$

$$+ \int_0^\infty f(\sigma) \int_0^\infty f(\sigma_f) \int_0^1 f(a/c) \int_{a^*}^t f(a) da da/c d\sigma_f d\sigma \quad (4.8)$$

In Gl. (4.8) müssen normierte Verteilungen eingesetzt werden.

Wenn in einem Bauteil n Risse vorliegen, ist die Wahrscheinlichkeit, daß mindestens ein Riß zum Versagen führt, gegeben durch

$$Q^{(n)} = 1 - (1 - Q^{(1)})^n \quad (4.9)$$

Ist die über viele Bauteile gemittelte Anzahl von Fehlern \bar{n} , so ergibt sich die Wahrscheinlichkeit, daß ein Bauteil gerade n Fehler hat, durch die Poisson-Verteilung

$$p(n, \bar{n}) = \frac{e^{-\bar{n}} \cdot \bar{n}^n}{n!} \quad (4.10)$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß bei einem willkürlich herausgegriffenen Bauteil mindestens ein Riß zum Versagen führt, ist dann

$$Q_{\text{gesamt}} = \sum_{n=1}^{\infty} p(n, \bar{n}) \cdot Q^{(n)} = 1 - e^{-\bar{n} Q^{(1)}} \quad (4.11)$$

Bei kleinen Werten von $Q^{(1)}$ ist

$$Q_{\text{gesamt}} = \bar{n} \cdot Q^{(1)} \quad (4.12)$$

5. Verteilung der einzelnen Größen

5.1 Problematik der Kurvenanpassung

In [3] liegen die Daten in Form von Histogrammen vor. Mit den Methoden der "kleinsten Fehlerquadrate" und des " χ^2 -Fits" kann dann für das Histogramm eine geeignete Verteilungsfunktion gefunden werden.

Beim χ^2 -Fit werden die Parameter der Verteilung so bestimmt, daß die Größe

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^K \frac{(N \cdot p_i - Y_i)^2}{N \cdot p_i} \quad (5.1)$$

mit

N: Gesamtzahl der gemessenen Werte

Y_i : Anzahl der in der Klasse $[x_i, x_{i+1}]$ gemessenen Werte

$$p_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx \quad (5.2)$$

$N \cdot p_i$: Anzahl der theoretisch in der Klasse $[x_i, x_{i+1}]$ zu erwartenden Werte

K: Anzahl der Klassen

minimiert wird.

Bei der Methode der kleinsten Fehlerquadrate, die sowohl auf die Klassenmitten als auch auf die Klassengrenzen angewandt werden kann, muß der quadratische Abstand zwischen dem normierten Histogramm und der Verteilungsdichte minimiert werden.

Für die Klassenmitte gilt:

$$S^2 = \sum_{i=1}^K \left[f\left(x_i + \frac{\Delta x_i}{2}\right) - \frac{Y_i}{\Delta x_i \cdot N} \right]^2 \quad (5.3)$$

Für die Klassenunter- und obergrenze gilt:

$$S^2 = \sum_{i=1}^K \left[f(x_i) - \frac{Y_i}{\Delta x_i \cdot N} \right]^2 + \sum_{i=1}^K \left[f(x_{i+1}) - \frac{Y_i}{\Delta x_i \cdot N} \right]^2 \quad (5.4)$$

mit $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$

Die Methode der kleinsten Fehlerquadrate bewirkt, daß in einem Histogramm die Klassen mit vielen Meßpunkten stärker berücksichtigt werden als die Klassen mit wenigen Meßpunkten.

Da bei der probabilistischen Bruchmechanik die "Schwänze" der Verteilungen von Interesse sind und diese hauptsächlich durch Extrapolation gewonnen werden, ist der χ^2 -Fit vorzuziehen.

Da er außerdem auf der kumulativen Verteilung beruht, vermag er eher Unregelmäßigkeiten im Histogramm, wie beispielsweise Lücken, auszugleichen.

Die Güte der Kurvenanpassungen kann mit einem χ^2 -Test überprüft werden.

Die nachfolgenden Kurvenanpassungen erfolgen mit dem FORTRAN Programm "MINUIT". Es wurde vom "CERN COMPUTER CENTRE" veröffentlicht. Im Anhang sind die verwendeten Verteilungen zusammengestellt.

5.2 Verteilung der Rißtiefe

Von der KWU wurden die Schweißnähte von zwei Bauabschnitten auf Fehler untersucht. Dabei kamen verschiedene Prüfverfahren zur Anwendung. Beim ersten Bauabschnitt wurde die Fehlertiefe mittels einer relativen Anzeighöhe (in %), beim zweiten Bauabschnitt durch eine Echohöhenüberschreitung (in dB) charakterisiert. Die relative Anzeighöhe läßt sich in eine Echohöhenüberschreitung und diese wiederum in eine Fehlertiefe (in mm) umrechnen [3]. Die Ultraschallanzeigen ergaben, daß nur innenliegende Fehler vorliegen, die mit einer größeren Standardabweichung um die Wandstärkenmitte streuen.

In [3] werden die innenliegenden Fehler der Tiefe $2a$ durch Oberflächenfehler der Tiefe a ersetzt (Bild 4, Vorgehensweise b). Dabei bleibt das Verhältnis a/c konstant. Bild 5 zeigt einen Vergleich der Spannungsintensitätsfaktoren für innenliegende Risse [5] und Oberflächenrisse [6]. Demnach kann vor allem ein außermittig liegender Innenriß der Tiefe $2a$ und Länge $2c$ einen höheren Spannungsintensitätsfaktor haben als ein Oberflächenfehler der Tiefe a und Länge $2c$. Im vorliegenden Bericht wird deshalb eine andere Vorgehensweise verwendet. Da nach dem ASME-Code bei innenliegenden Fehlern das Achsenverhältnis a/c lediglich in das elliptische Integral 2. Ordnung eingeht, kann, ohne daß sich der K-Faktor wesentlich erhöht, die ursprüngliche Rißlänge c bei gleichbleibender Rißtiefe a verdoppelt werden. Dieser innenliegende Riß der Tiefe $2a$ wird nun durch einen Oberflächenriß der Tiefe $2a$ ersetzt. Das Verhältnis a/c bleibt dabei konstant (Bild 4, Vorgehensweise a). Die K-Lösungen von Bild 5 zeigen, daß diese Vorgehensweise auf der sicheren Seite ist.

Für beide Bauabschnitte ist in zwei Histogrammen (Bild 6) die Anzahl der gefundenen abzüglich der reparierten Fehler als Funktion der Echohöhenüberschreitung dargestellt. Die beiden Histogramme können gemäß Bild 7 zusammengefaßt werden. Das neue Histogramm zeigt die entsprechende Fehlertiefe in mm. Obwohl die in Bild 7 gezeigte Verteilung nicht alle entdeckten Fehler enthält (die reparierten Fehler wurden abgezogen) wurde sie als die Verteilung $f_1(a)$

angesehen und für $f(a)$ (=Verteilung der bei Betriebsbeginn im Bauteil vorhandenen Fehler) die nach Gl. (4.3) berechnete Verteilung $f_0(a)$ eingesetzt.

An das Histogramm von Bild 7 wurde eine Kurvenanpassung mit einer Exponentialverteilung, einer Weibullverteilung und einer Lognormalverteilung vorgenommen. Da der Fit mit der Methode der "kleinsten Fehlerquadrate" für die Klassen mit vielen Meßwerten gut, für die Klassen mit wenigen Meßwerten schlecht ist, erwies er sich als ungeeignet. Dagegen liefert ein " χ^2 -Fit" sehr gute Ergebnisse. Während die Exponentialverteilung mit nur einem Parameter noch unbefriedigend ist, ergibt sich für eine Lognormalverteilung ein ausgezeichneter Fit. Beim χ^2 -Test wird die Hypothese, $f(a)$ sei die Verteilungsfunktion der Grundgesamtheit, der die Stichprobe a_1, \dots, a_n entstammt, bei einer Signifikanzzahl von 1% angenommen. Wenn die Lognormalverteilung eine untere Grenze hat, die kleiner als 2 mm ist, sind die Parameter der Verteilung unabhängig von der unteren Grenze. Da außerdem Fehler mit einer Rißtiefe kleiner als 2 mm fast nicht mehr entdeckt werden können (s. Abschnitt 5.3), wird die Verteilung bei einer unteren Grenze von 2 mm abgeschnitten.

Die Lognormal-Verteilung hat die Parameter

$$\mu = 3,86 \text{ mm}, \quad \sigma = 0,174 \quad (5.5)$$

für $2 \text{ mm} \leq a \leq 29 \text{ mm}$

Diese Verteilung ist in Bild 7 eingezeichnet.

5.3 Die Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit $P_{ND}(a)$

Um Aussagen über die Nichtentdeckungswahrscheinlichkeiten von Rissen in Schweißnähten zu erhalten, wurden im PISC-Programm [9,10] drei Testkörper (50/52, 51/53 und 204) mit absichtlich fehlerbehafteten Schweißnähten gefertigt. Die Testkörper unterschieden sich in ihrer Form (1403 x 927 x 254 mm, 2586 kg; 1040 x 910 x 200 mm, 1517 kg; 1026 x 1026 x 210 mm, 1944 kg) und in ihrer Schweißtechnik (Elektronenschlackenschweißung, Unterpulverschweißung und Handschweißung). Zur Ultraschallprüfung wurde neben allerlei speziellen Prüfverfahren von 27 Organisationen das "ASME XI Konzept" angewandt. Durch eine zerstörende Werkstoffprüfung wurden anschließend die tatsächlichen Fehler festgestellt.

Die "Anzahl der fündigen Organisationen/Gesamtzahl der Organisationen" ergab die Entdeckungswahrscheinlichkeit für einen Fehler der Tiefe a . Dabei stellte sich heraus, daß sehr kleine nahe beieinanderliegende Fehler, die nach dem ASME-Konzept zu einem Fehler zusammengefaßt werden sollten, nur sehr schwer zu finden und zu beurteilen sind. Mit der Methode der "kleinsten Fehlerquadrate" lassen sich an die Daten folgende Funktionen anpassen:

$$P_{ND}(a) = e^{-\lambda a}$$

$$\text{mit } \lambda = 0,00765 \text{ 1/mm} \quad (5.6)$$

$$P_{ND}(a) = \exp\left(-\left(\frac{a}{\sigma}\right)^\eta\right) \quad (5.7)$$

$$\text{mit } \eta = 1,3$$

$$\sigma = 34,6 \text{ mm}$$

$$P_{ND}(a) = \operatorname{erfc} \left(\frac{\ln\left(\frac{a}{\mu}\right)}{\sigma \cdot \sqrt{2}} \right) \quad (5.8)$$

$$\text{mit } \mu = 152,8 \text{ mm}$$

$$\sigma = 2,89$$

In Bild 8 sind die Daten und die Funktion für $P_{ND}(a)$ nach Gl. (5.6) eingezeichnet. Werden, wie auch in [3] und [11] praktiziert, die großen Risse, die durch Zusammenfassung von kleinen Rissen entstanden sind, außer Betracht gelassen (Bild 9), so ergibt sich der folgende Fit:

$$P_{ND}(a) = e^{-\lambda a} \quad (5.9)$$

mit $\lambda = 0,0291 \text{ 1/mm}$

$$P_{ND}(a) = \exp(-(a/\sigma)^\eta) \quad (5.10)$$

mit $\eta = 0,76$

$\sigma = 138 \text{ mm}$

$$P_{ND}(a) = \operatorname{erfc} \left(\frac{\ln(\frac{a}{\mu})}{\sigma \cdot \sqrt{2}} \right) \quad (5.11)$$

mit $\mu = 361,67 \text{ mm}$

$\sigma = 1,988$

Den Funktionen wurde zusätzlich der Anfangspunkt $P_{ND}(0) = 1$ vorgegeben.

Diese Funktionen werden angesichts der ziemlich regellosen Daten nur schlecht erfüllt. Bei späteren Berechnungen wird Gl. (5.9) verwendet. Sie ist in Bild 9 zusammen mit den diskreten Wertepaaren dargestellt.

In [14] wurden die Daten ebenfalls durch eine Exponentialfunktion angepaßt, wobei sich $\lambda = 0,0256 \text{ 1/mm}$ ergab.

Das Histogramm der entdeckten (abzüglich der reparierten) Fehler wurde jedoch in [3] mit der Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit des Marshallreports in ein Histogramm der tatsächlich vorhandenen Fehler umgerechnet. An diese Daten wird mit der Methode der "Kleinsten Fehlerquadrate" eine Exponentialverteilung angepaßt.

Für den Fall, daß die innenliegenden Fehler der Tiefe $2a$ als Oberflächenfehler der Tiefe $2a$ angesehen werden (Bild 4, Vorgehensweise a), wird folgende Verteilung angegeben:

$$f(a) = 6,5 \cdot 10^6 \cdot \exp(-1,89a) \quad \text{mit } 7,96 \text{ mm} \leq a \leq 29 \text{ mm} \quad (5.12)$$

Bild 10 zeigt das Histogramm und die Verteilung der tatsächlich vorhandenen Fehler.

In [3] wird jedoch davon ausgegangen, daß die innenliegenden Fehler der Tiefe $2a$ durch Oberflächenfehler der Tiefe a ersetzt werden (Bild 4, Vorgehensweise b). Für die Rißtiefenverteilung wird

$$f(a) = 6,5 \cdot 10^6 \exp(-3,78a) \quad \text{mit } 3,8 \text{ mm} \leq a \leq 29 \text{ mm} \quad (5.13)$$

angegeben.

Bild 11 zeigt die normierten Verteilungen der tatsächlichen Fehler, die in [3] und in unserem Bericht letztendlich in die Rechnung eingehen.

5.4 Verteilung des Achsenverhältnisses a/c

In [3] wurde zwischen der Rißlänge c und der Rißtiefe a ein sehr kleiner Korrelationskoeffizient festgestellt, was auf die statistische Unabhängigkeit der Größen a und c hindeutet. In [3] wurde mit den Dichtefunktionen $f(a)$ und $f(a/c)$ gerechnet und statistische Unabhängigkeit zwischen den Größen a und a/c angenommen. Diese Vorgehensweise ist mit der Aussage "statistische Unabhängigkeit zwischen a und c " nicht verträglich. Da die c -Verteilung in [3] nicht angegeben ist, wurde auch im Rahmen dieser Untersuchung mit nicht korrelierten a - und a/c -Verteilungen gerechnet.

Das Histogramm der aus Ultraschallprüfungen gewonnenen Werte von a/c ist in Bild 12 dargestellt. Unter der Annahme der unteren und oberen Grenze von $0 \leq a/c \leq 1$ können mit einem χ^2 -Fit zu diesem Histogramm folgende Verteilungen gefunden werden:

$$\begin{aligned} - \text{Normalverteilung} & \quad \text{mit } \mu = 0,52 \\ & \quad \quad \quad \sigma = 0,18 \end{aligned} \tag{5.14}$$

$$\begin{aligned} - \text{Weibullverteilung für } 1-a/c & \quad \text{mit } \sigma = 0,53 \\ & \quad \quad \quad \eta = 2,84 \end{aligned} \tag{5.15}$$

Aufgrund der Lücke im Histogramm genügen die Verteilungen nicht dem χ^2 -Test. Die Verteilungen können jedoch akzeptiert werden, da es sich bei der Lücke vermutlich um einen Meßeffect handelt. Die Verteilungen sind in Bild 12 dargestellt.

Die Methode der "kleinsten Fehlerquadrate" liefert für einen Fit an die Intervallunter- und -obergrenzen eine Normalverteilung mit $\mu = 0,58$ und $\sigma = 0,14$. Diese Verteilung unterschätzt die Werte bei kleinen a/c -Verhältnissen.

In [3] wurden die Daten durch eine Normalverteilung mit $\mu = 0,55$ und $\sigma = 0,18$ gefittet, in Übereinstimmung mit unseren Ergebnissen. Die a/c -Verteilung ist weniger problematisch, da nicht über den Meßbereich extrapoliert werden muß.

5.5 Verteilung der Reißähigkeit K_{IC}

Daten zur Streuung der Reißähigkeit können entweder über die Kerbschlagarbeit oder durch direkte K_{IC} -Messungen gewonnen werden. Da hinsichtlich der Kerbschlagarbeit von ISO-V-quer-Proben im interessierenden Temperaturbereich von 20°C nur wenige Meßwerte vorliegen, muß auf die Daten bei 0°C zurückgegriffen werden, was letztendlich eine konservative Annahme ist.

Mit Hilfe eines χ^2 -Fits ($\chi^2 = 40$; bei 99% $\chi^2_{krit} = 24,73$) kann an die 1206 ermittelten Daten eine Weibullverteilung mit folgenden Parametern angepaßt werden:

$$\begin{aligned}\eta &= 7,53 \\ \sigma &= 76,63 \text{ J.}\end{aligned}\tag{5.16}$$

Sailors-Corten [12] geben eine Beziehung an, mit der für die Tiefenlage und den Übergangsbereich die Kerbschlagarbeit von RDB-Stählen in die Reißähigkeit K_{IC} transformiert werden kann. Sowohl für eine Charpy-V-Probe als auch für eine ISO-V-quer-Probe gilt:

$$K_{IC} = 462,54 \cdot (C_V)^{1/2}\tag{5.17}$$

mit K_{IC} : Reißähigkeit in $\text{Nmm}^{-3/2}$

C_V : Kerbschlagarbeit in J.

Somit kann die Verteilung für die Kerbschlagarbeit in eine K_{IC} -Verteilung umgerechnet werden, indem die Parameter transformiert werden. Demnach wird der Parameter σ gemäß Gl. (5.17) zu

$$\sigma_{K_{IC}} = 4049 \text{ Nmm}^{-3/2}\tag{5.18}$$

und der Parameter η zu

$$\eta_{K_{IC}} = 2 \cdot \eta = 15,1.$$

Daraus berechnet sich ein Mittelwert von $3910,5 \text{ Nmm}^{-3/2}$ und eine Standardabweichung von $318,4 \text{ Nmm}^{-3/2}$ für K_{IC} .

Eine weitere Korrelation von B. Marandet und G. Sanz [13]

$$K_{IC} = 600,83 \cdot (C_V)^{1/2} \quad (5.19)$$

ergibt einen höheren Mittelwert für K_{IC} .

Im Vergleich zu den wenigen direkt gemessenen K_{IC} -Werten erscheinen die aus den Gleichungen (5.17) und (5.19) gewonnenen K_{IC} -Werte zu hoch.

Deshalb wird in [3] anhand einer Mittelwertkurve an die bei verschiedenen Temperaturen direkt gemessenen K_{IC} -Werte durch Extrapolation für 20°C ein Mittelwert von 3500 Nmm^{-3/2} gefunden.

Aus der Verteilung der Rißzähigkeit K_{IC} , (Gl. (5.18)), wird durch die Transformation $K'_{IC} = \alpha \cdot K_{IC}$ bei konstantem Variationskoeffizienten von 8,14% dazu eine plausible Standardabweichung von 285 Nmm^{-3/2} gefunden. Daraus ergeben sich für die Weibull-Verteilung von K_{IC}

$$\begin{aligned} \eta'_{K_{IC}} &= \eta_{K_{IC}} = 15,1 \\ \sigma'_{K_{IC}} &= \frac{3500 \text{ Nmm}^{-3/2}}{\Gamma(1/\eta'_{K_{IC}} + 1)} = 3624 \cdot \text{Nmm}^{-3/2} \end{aligned} \quad (5.20)$$

Bild 13 zeigt für die nach der Gl. (5.17) berechneten K_{IC} -Daten die entsprechende Verteilung sowie die letztendliche Verteilung nach Gl. (5.20).

In [3] wurde ebenfalls eine Weibull-Verteilung für K_{IC} angenommen, mit einem Mittelwert von 3500 N mm^{-3/2} und einem Variationskoeffizienten von 10%. Daraus ergibt sich

$$\eta = 12,2 \quad \sigma = 3660 \text{ N mm}^{-3/2} \quad (5.21)$$

Die Ergebnisse der Kerbschlagwerte wurden in [3] lediglich verwendet, um eine Abschätzung der Größenordnung des Variationskoeffizienten von K_{Ic} zu erhalten.

5.6 Verteilung der Fließspannung

Für die Fließspannung wird im allgemeinen

$$\sigma_f = 0,5 \cdot (R_{p0,2} + R_m) \quad (5.22)$$

gesetzt, wobei $R_{p0,2}$ die Streckgrenze und R_m die Zugfestigkeit ist.

Für die Summe von Streckgrenze und Zugfestigkeit ist in [3] für die zwei Temperaturen von 20°C und 135°C jeweils eine große Datenmenge vorhanden. Mit einem χ^2 -Fit läßt sich für die Fließspannung für beide Temperaturbereiche eine Lognormalverteilung finden.

Für 20°C ergab sich:

$$\begin{aligned} \mu &= 596 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma &= 0,037 \end{aligned} \quad (5.23)$$

Für 135°C ergab sich:

$$\begin{aligned} \mu &= 550 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma &= 0,058 \end{aligned} \quad (5.24)$$

In den Bildern 14 und 15 sind die Histogramme mit den jeweiligen Verteilungen dargestellt.

Es hat sich gezeigt, daß die Daten auch durch eine Weibullverteilung angepaßt werden können. Da es sich jedoch bei späteren Rechnungen

herausstellen wird, daß die Fließspannung einen nur geringen Einfluß auf die Ausfallwahrscheinlichkeit hat, werden diese Parameter nicht aufgeführt.

In [3] wurden die Ergebnisse ebenfalls durch Lognormalverteilungen beschrieben. Die angeführten Parameter wurden inzwischen korrigiert und lauten nun [14]:

20°C

$$\begin{aligned}\mu &= 596 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma &= 0,039\end{aligned}\tag{5.25}$$

135°C

$$\begin{aligned}\mu &= 550,5 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma &= 0,053\end{aligned}\tag{5.26}$$

5.7 Belastung

Beim Bruch von Primärkreisleitungen im Kernkraftwerk entweicht leicht radioaktives Kühlmittel. Der Sicherheitseinschluß kann entweder durch den sich aufbauenden Überdruck oder durch den bei ausbleibender Kühlung schmelzenden Reaktorkern versagen. Unter der Annahme, daß durch die redundanten Notkühlsysteme ein Schmelzen des Reaktorkerns verhindert werden kann, wurde von der GRS Garching für einen kleinen und großen Kühlmittelverluststörfall der zeitliche und örtliche Überdruck- und Temperaturverlauf im Sicherheitseinschluß durch Simulation berechnet. Dabei gehen die geometrischen Daten der einzelnen Zonen (Volumina der Zonen, Kondensationsflächen), die thermodynamischen Anfangszustände (Druck, Temperatur, relative Feuchte), die Stoffwerte für Strukturmaterialien (Dichte, Wärmeleitfähigkeit, spezifische Wärme), Bruchmassenströme und deren spezifische Enthalpien sowie die Modellparameter (Wärmeübergangszahlen, Strömungsverlustbeiwerte) als normalverteilte Eingabedaten ein. Nach [1] werden der maximale Überdruck und die maximale Temperatur durch die in Tabelle 1 angegebenen Verteilungen beschrieben.

Durch FE-Rechnungen konnte in [1] nachgewiesen werden, daß die Temperaturspannungen gegenüber der Druckspannung vernachlässigbar klein sind. Die mittlere Tangentialspannung und die mittlere Radialspannung für dünnwandige Kugeln mit der Wandstärke t und dem Radius R berechnen sich zu

$$\overline{\sigma_t} = \frac{pR}{2t} \quad (5.27)$$

$$\overline{\sigma_r} = \frac{p}{2} \quad (5.28)$$

In Tabelle 2 wird für die ungestörte Stahlhülle (d.h. ohne Material- und Personenschleuse) die Verteilung der Tangentialspannung angegeben. Wie sich in [1] anhand der FE-Rechnungen herausstellte, ergab sich im Bereich der Materialschleuse eine Spannungserhöhung von 1,7.

Die in [3] verwendeten Verteilungen für den Innendruck bzw. die Spannung sind in Tabelle 3 zusammengefaßt.

Der Bericht [1] zeigt, daß in [3] anstatt mit dem Überdruck mit dem absoluten Druck gerechnet wurde, d.h., die tatsächliche Spannung wird um 30% überschätzt, was auch in [2] bemerkt wurde. Dadurch ergibt sich eine Erhöhung der Versagenswahrscheinlichkeit um etwa 2 Größenordnungen.

6. Parameterstudie für die ungestörte Kugel

6.1 Rechenprogramm

Zur Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeiten wurde nach dem Konzept von Kapitel 4 ein FORTRAN-Programm entwickelt, welches das Mehrfachintegral von Gl. (4.8) mit der Monte-Carlo-Simulation berechnet. Dabei kann die Rechenzeit durch Importance-Sampling reduziert werden. Bei den verwendeten Verteilungen können unter Zugrundelegung von jeweils 10 000 Zufallszahlen für eine statistische Variable Ausfallwahrscheinlichkeiten bis zu einer Größenordnung von 10^{-13} mit einem Fehler von weniger als 10% bestimmt werden.

6.2 Untersuchung für die ungestörte Kugel

Die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ kann für die Stahlhülle unter Zugrundelegung der in Tabelle 4 angegebenen Verteilungen für den kleinen und den großen Kühlmittelverluststörfall berechnet werden. Die innenliegenden Risse der Tiefe $2a$ werden durch Oberflächenrisse der Tiefe $2a$ ersetzt (Bild 4, Vorgehensweise a). Für die ungestörte Stahlkugel wurde zunächst für den kleinen Kühlmittelverluststörfall der Einfluß von verteilten Größen (a , a/c , K_{IC} , σ) untersucht. Im Rahmen dieser Studien wurden einige Größen als verteilt betrachtet und für die übrigen der jeweilige Mittelwert eingesetzt. Tabelle 5 zeigt die entsprechenden Ausfallwahrscheinlichkeiten $Q^{(1)}$.

Die Fließspannung hat aufgrund ihrer kleinen Standardabweichung keinen Einfluß auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$. Dagegen geht das Achsenverhältnis a/c bei einer Standardabweichung von 18% entscheidend in die Rechnung mit ein. Als letztendliche Ausfallwahrscheinlichkeit ergibt sich ein Wert von $4,9 \cdot 10^{-13}$.

In einer weiteren Studie wurde untersucht, inwieweit sich die von [3] gefitteten Verteilungen auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ auswirken, wenn jeweils die eigenen Verteilungen für das Achsen-

verhältnis a/c , die Rißzähigkeit K_{IC} und die Rißtiefe a ersetzt werden (s.Tab.6). Für die Rißtiefe wird die Verteilung von Gl. (5.13) verwendet. Da die K_{IC} -Verteilung nach [3] eine größere Standardabweichung hat, ergibt sich erwartungsgemäß eine höhere Ausfallwahrscheinlichkeit. Unter Benutzung sämtlicher Verteilungen nach [3] ergibt sich letztendlich eine Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ von $4,2 \cdot 10^{-11}$. Den Berechnungen liegt die in Tabelle 2 korrigierte Spannungsverteilung zugrunde.

6.3 Einführung einer unteren Grenze für die Werkstoffparameter

Um eine Über- oder Unterschätzung der Ausfallwahrscheinlichkeit auszuschließen, müssen die Ausläufer der Verteilungen näher betrachtet werden. Die benutzten Verteilungen für die Werkstoffkenngrößen haben eine untere Grenze Null. Dies bedeutet, daß beliebig kleine Werkstoffkenngrößen mit in die Rechnung eingehen können, was sicher unrealistisch ist. Deshalb wurde die zweiparametrische Weibullverteilung für die Rißzähigkeit K_{IC} bei einer unteren Grenze K_{ICu} abgeschnitten. Für den kleinen Kühlmittelverluststörfall zeigt Tabelle 7 die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ als Funktion der unteren Rißzähigkeitsgrenze K_{ICu} . Erwartungsgemäß wird die Ausfallwahrscheinlichkeit um so kleiner, je größer die untere Grenze wird. Eine Variation der unteren Fließspannungsgrenze hat dagegen wegen der kleinen Standardabweichung nur wenig Einfluß auf die Ausfallwahrscheinlichkeit.

6.4 Verteilung der Rißgeometrie und der Rißzähigkeit der ausgefallenen Komponenten

Der relative Anteil der Rißtiefe a , des Achsenverhältnisses a/c und der Rißzähigkeit K_{IC} an der Ausfallwahrscheinlichkeit berechnet sich zu

$$\frac{dQ^{(1)}}{da} = \int_0^{\infty} f(a) \cdot \int_0^{\infty} f(\sigma) \cdot \int_0^1 f(\sigma_f) \cdot \int_{K_{Icu}}^{\tilde{K}_I} f(K_{IC}) dK_{IC} d(a/c) d\sigma_f d\sigma \quad (6.1)$$

$$\frac{dQ^{(1)}}{d(a/c)} = \int_0^{\infty} f(a/c) \cdot \int_0^{\infty} f(\sigma) \cdot \int_{a_u}^t f(\sigma_f) \int_{K_{Icu}}^{\tilde{K}_I} f(a) f(K_{IC}) dK_{IC} da d\sigma_f d\sigma \quad (6.2)$$

$$\frac{dQ^{(1)}}{dK_{IC}} = \int_0^{\infty} f(K_{IC}) \int_0^{\infty} f(\sigma) \cdot \int_0^1 f(\sigma_f) \int_{a_c}^t f(a/c) f(a) da d(a/c) d\sigma_f d\sigma \quad (6.3)$$

a_c ist die Lösung der Gleichung: $\tilde{K}_I(a_c) = K_{IC}$

Für den Fall der ungestörten Kugel mit \tilde{K}_I aus Gl. (4.2) zeigen die Bilder 16, 17 und 18 den relativen Anteil der Rißtiefe a , des Achsenverhältnisses a/c und der Rißzähigkeit K_{IC} an der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$. Nach Bild 16 führen vorzugsweise im Meßbereich liegende Risse von 3-8 mm zum Versagen.

Wie Bild 18 zeigt, liegt das Maximum der Verteilung der Rißzähigkeit, die zum Versagen führt, bei 19-24 $MNm^{-3/2}$. Da der Mittelwert von K_{IC} bei 110 $MNm^{-3/2}$ liegt, ist es fraglich, ob solch niedrige Rißzähigkeiten auftreten können. Diese Frage muß im Zusammenhang mit Kapitel 6.3 gesehen werden.

Da bei konstanter Rißtiefe a der Spannungsintensitätsfaktor um so größer wird, je kleiner das Verhältnis a/c ist, fällt die $dQ/d(a/c)$ - a/c Kurve mit größer werdendem a/c (Bild 17). Die Unterschiede in den

Verteilungen der Bilder 16-18 zwischen den K-Lösungen nach ASME [5] und Newman-Raju [6] können auf die in Bild 3 gezeigten Kurven zurückgeführt werden.

7. Ergebnisse

In diesem Abschnitt wird erörtert, wie sich die Fits nach [3] auf die Ausfallwahrscheinlichkeit auswirken. Es ist weiterhin von Interesse, wie sich die Ausfallwahrscheinlichkeit ändert, wenn die innenliegenden Risse nicht durch Oberflächenrisse der Tiefe $2a$, sondern der Tiefe a ersetzt werden (Bild 4, Vorgehensweise b). In einer weiteren Studie wird der Einfluß verschiedener K-Faktoren für Oberflächenrisse dargestellt.

7.1 Inwieweit beeinflussen die Fits nach [3] und Kapitel 5 die Ausfallwahrscheinlichkeit?

Unter Zugrundelegung der K-Lösung nach ASME, der Verteilungen der Tabelle 4 und der Verteilungen nach [3] ergeben sich für die ungestörte und gestörte Stahlhülle die in Tabelle 8 zusammengestellten Ausfallwahrscheinlichkeiten Q_{ges} . Dabei wird davon ausgegangen, daß innenliegende Fehler der Tiefe $2a$ durch Oberflächenfehler der Tiefe $2a$ ersetzt werden (Bild 4, Vorgehensweise a). Auf die Berechnung von Q_{ges} wird in Abschnitt 7.4 näher eingegangen.

Aus Tabelle 8 wird ersichtlich, daß die Fits nach [3] eine etwa um eine Größenordnung höhere Ausfallwahrscheinlichkeit Q_{ges} ergeben.

7.2 Einfluß des Rißmodells auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$

Wie in [3] werden die innenliegenden Risse der Tiefe $2a$ durch Oberflächenrisse der Tiefe a ersetzt (Bild 4, Vorgehensweise b). Als Spannungsintensitätsfaktor wird die K-Lösung nach ASME verwendet. Unter Zugrundelegung der Verteilungen von Tabelle 4 ergeben sich für die ungestörte und gestörte Stahlhülle die in Tabelle 9 zusammengestellten Ausfallwahrscheinlichkeiten.

Werden die gemessenen, innenliegenden Fehler nach Bild 4, Vorgehensweise a, durch Oberflächenfehler ersetzt, so wird die Ausfallwahrscheinlichkeit um nahezu drei Größenordnungen größer.

Bild 19 zeigt die Verteilung der zum Versagen führenden Risse. Daraus wird ersichtlich, daß die Kurven gesenkt und aufgrund der neuen unteren Grenze von 1 mm zu kleineren Riß-tiefen hin verschoben werden.

7.3 Die Abhängigkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ von unterschiedlichen K-Lösungen für Oberflächenrisse

Für die bruchmechanische Beschreibung von Oberflächenrisen werden die K-Lösungen vom ASME-Code [5] sowie von Newman/Raju [6] verwendet (vgl. Abschnitt 3). Dabei stellt die K-Lösung von Newman/Raju die zur Zeit genauere Lösung dar. Unter Verwendung der Verteilungen von Tabelle 1 ergeben sich für die ungestörte und gestörte Stahlhülle die in Tabelle 10 zusammengestellten Ausfallwahrscheinlichkeiten $Q^{(1)}$.

Aus Tabelle 10 wird ersichtlich, daß der Spannungsintensitätsfaktor nach Newman/Raju [6] eine um 50% niedrigere Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ liefert als der ASME-Code [5]. Diese Änderung ist klein gegenüber den Unsicherheiten, die durch das Einführen von Oberflächenrisen entstehen.

7.4 Die Ausfallwahrscheinlichkeit Q_{ges} des Sicherheitseinschlusses

Zur Ermittlung der Ausfallwahrscheinlichkeit Q_{ges} wird die tatsächliche Anzahl der Fehler benötigt. Liegt die Anzahl der gefundenen Fehler N_1 vor, so berechnet sich die Anzahl der tatsächlichen Fehler zu

$$N_0 = \int_{a_u}^t \frac{N_1 f_1(a)}{1 - P_{ND}(a)} da \quad (7.1)$$

Mit $N_1 = 1411$ und $a_u = 2$ mm liegen im Sicherheitseinschluß insgesamt 13467 Fehler vor. Bei einer Schweißnahtlänge von 5000 m [3] ergeben sich 2,7 Fehler pro Meter Schweißnaht. Bei folgenden Rechnungen wird willkürlich angenommen, daß die Länge der Schweißnaht der Materialschleuse ca. 5% der Gesamtschweißnahtlänge beträgt.

Damit ergibt sich für die ungestörte Kugel:

$$Q = 1 - \exp(-13467 \cdot Q_{\text{u.K.}}^{(1)}) \quad (7.2)$$

$Q_{\text{u.K.}}^{(1)}$ ist die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ für die ungestörte Kugel.

und für die Materialschleuse

$$Q = 1 - \exp(-673 \cdot Q_{\text{M.S.}}^{(1)}) \quad (7.3)$$

$Q_{\text{M.S.}}^{(1)}$ ist die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ für die Materialschleuse.

Die Ausfallwahrscheinlichkeit für die gesamte Stahlhülle ergibt sich zu

$$Q_{\text{ges}} = 1 - \exp(-12794 \cdot Q_{\text{u.K.}}^{(1)} + 673 \cdot Q_{\text{M.S.}}^{(1)}) \quad (7.4)$$

8. Zusammenfassung der unterschiedlichen Vorgehensweise gegenüber [3]

Wie aus Tabelle 11 hervorgeht, unterschieden sich die berechneten Ausfallwahrscheinlichkeiten gegenüber den Angaben in [3] etwa um den Faktor 10. Im Rahmen der Unsicherheiten bei den Eingangsdaten und wegen der kleinen Ausfallwahrscheinlichkeiten ist dieser Faktor von keiner großen Bedeutung, so daß an der Gesamtaussage von [3] nichts Grundsätzliches geändert wird. Es scheint aber wesentlich, auf einige Unterschiede in der Vorgehensweise noch einmal hinzuweisen. Diese Unterschiede führten teilweise zu gegenläufigen Effekten (s. Tabelle 6), die mit dazu beitrugen, daß der Unterschied im Endergebnis letztendlich klein blieb:

a) Bruchmechanische Beziehungen:

Die Berechnung der linear-elastischen K-Faktoren sowie der plastischen Instabilität erfolgten nach unterschiedlichen Beziehungen (Abschnitt 3).

b) Fehlertiefenverteilung:

Bei der Zusammenfassung der beiden Histogramme der Fehlertiefen für die beiden Bauabschnitte in ein Fehlertiefendiagramm wird in [3] eine zu grobe und etwas ungenaue Klasseneinteilung vorgenommen.

Nach [3] haben die innenliegenden Risse eine Tiefenlage, die mit einer großen Standardabweichung um die Wandstärkenmitte streut. Da außermittige Innenrisse der Gesamttiefe $2a$ und Länge c einen größeren Spannungsintensitätsfaktor haben können als Oberflächenfehler der Tiefe a und Länge c (vgl. ASME-Code Section XI) erscheint es angemessen, daß innenliegende Fehler der Tiefe $2a$ nicht wie in [3] als Oberflächenfehler der Tiefe a (Bild 4, Vorgehensweise b) sondern als Oberflächenfehler der Tiefe $2a$ angesehen werden (Bild 4, Vorgehensweise a).

Die Kurvenanpassung erfolgte in [3] mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate, die zu wesentlich schlechteren Ergebnissen führt als der von uns verwendete χ^2 -Fit.

In [3] wurde eine untere Grenze a_u auf eine nicht korrekte Weise bestimmt. Sie wurde so festgelegt, daß, ausgehend von der nicht normierten Verteilung, die auf den ermittelten Fehlern für die gesamte Sicherheitshülle beruhte, durch das Abschneiden eine normierte Verteilung entsteht. Dadurch ergibt sich pro Bauteil nur ein potentiell gefährlicher Fehler. Wegen der schlechten Anpassung der Verteilungsfunktion an die Meßwerte bei großen Fehlern liegen aber in dem betrachteten Bereich $a > a_u$ in Wirklichkeit wesentlich mehr als ein Fehler vor. Außerdem zeigen unsere Ergebnisse, daß auch Fehler mit $a < a_u$ noch zu einem erheblichen Beitrag zur Versagenswahrscheinlichkeit führen.

c) K_{IC} -Verteilung:

In [3] wurde für die Standardabweichung von K_{IC} ein plausibler Schätzwert angegeben. Wir berechneten dagegen die Standardabweichung aus der experimentell ermittelten Verteilung der Kerbschlagzähigkeit.

d) Ausfallwahrscheinlichkeit:

Die Rechengenauigkeit konnte gegenüber [3] wesentlich gesteigert werden. In [3] waren hinreichend genaue Berechnungen nur für $Q > 10^{-6}$ möglich, während in dem vorliegenden Bericht verlässliche Angaben bis zu 10^{-13} möglich waren.

In [3] wurde, wie unter b) erwähnt, so normiert, daß nur ein Fehler pro Behälter betrachtet wurde. Bei der anschließenden Berechnung von Q wurde nicht berücksichtigt, daß die Schweißnahtlänge im Schleusenbereich wesentlich kleiner ist als im übrigen Bereich. Da aber Versagen vor allem im Schleusenbereich zu erwarten ist, haben wir versucht, dies, wenn auch unzureichend, durch den relativen Anteil der Schweißnahtlänge zu berücksichtigen.

Literatur

- [1] W. Augustin, J. Bauer, P. Kafka, G. I. Schueller, F. H. Wittmann, B. Zech, "Zuverlässigkeitsbeurteilung für den Sicherheitseinschluß am Beispiel des Druckwasserreaktors ", BMFT RS 201, September 1978.
- [2] G. I. Schueller, P. Kafka, R. Wellein, F. H. Wittmann, N. F. Zorn, A. Berning, T. Boulahdour, M. Mihashi, J. Bauer, "Zuverlässigkeitsbeurteilung für den Sicherheitseinschluß am Beispiel des Druckwasserreaktors ", Hauptband, BMFT 150 201 C, TU München, 1981 .
- [3] Anhangband zu [2]
- [4] R. P. Harrison, K. Loosemore, I. Milne, "Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects ", CEGB R/H/R6, August 76.
- [5] ASME
Boiler and Pressure Vessel Code, Section XI, App. A.
- [6] J. C. Newman, I. S. Raju, "An Empirical Stress-Intensity Factor Equation for the Surface Crack", Eng. Fract. Mech. 15, 1981, 185-192.
- [7] J. F. Kiefner, W. A. Maxey, R. J. Eiber, A. R. Duffy, "Failure Stress Levels in Pressurized Cylinders ", ASTM STP 536, 1973 , 461-481.
- [8] J. C. Newman, I. S. Raju, "Stress-Intensity Factors for Internal Surface Cracks in Cylindrical Pressure Vessels ", Trans. ASME, J. Press. Vess. Techn. 102, 1980, 342-346.
- [9] OECD, unveröffentlichter Bericht, 1979.

- [10] OECD, Analysis of the PISC Trials, Results for Alternative Procedures, Report No. 6, June 1980, EUR 6371 EN
- [11] D. O. Harris, E. Y. Lim, and D. D. Dedhia,
"Probability of Pipe Fracture in the Primary Cooling Loop of a PWR Plant", NUREG/CR-2189, Vol. 5, Lawrence Livermore Laboratory, Aug. 1981 .
- [12] R. H. Sailors, H. T. Corten,
"Relationship between Material Fracture Toughness Using Fracture Mechanics and Transition Temperature Tests ", ASTM STP 514, 1972, 164-191.
- [13] B. Marandet, G. Sanz
"Evaluation of the Toughness of Thick Medium-Strength Steels by Using Linear-Elastic Fracture Mechanics and Correlations between K_{IC} and Charpy V-Notch ", ASTM STP 631, 1977, 72-95.
- [14] R. Wellein, Persönliche Mitteilung.
- [15] W. Marshall, "An Assessment of the Integrity of PWR Pressure Vessels", A U.K. Study Group Report,
in: Jaeger, T. A., Boley, B. A. (eds),
Structural Mechanics in Reactor Technology, Luxembourg 1977, G6/1 S. 1-11.

Die Bezeichnung der Parameter der Verteilungsfunktionen erfolgte nach folgenden Konventionen:

$$\text{Normalverteilung: } f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (\text{A.1})$$

$$\text{Lognormalverteilung: } f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot x} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \left(\ln\left(\frac{x}{\mu}\right)\right)^2} \quad (\text{A.2})$$

$$\text{Exponentialverteilung: } f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (\text{A.3})$$

$$\text{Weibullverteilung: } f(x) = \left(\frac{\eta}{\sigma}\right) \cdot \left(\frac{x}{\sigma}\right)^{\eta-1} \cdot e^{-\left(\frac{x}{\sigma}\right)^\eta} \quad (\text{A.4})$$

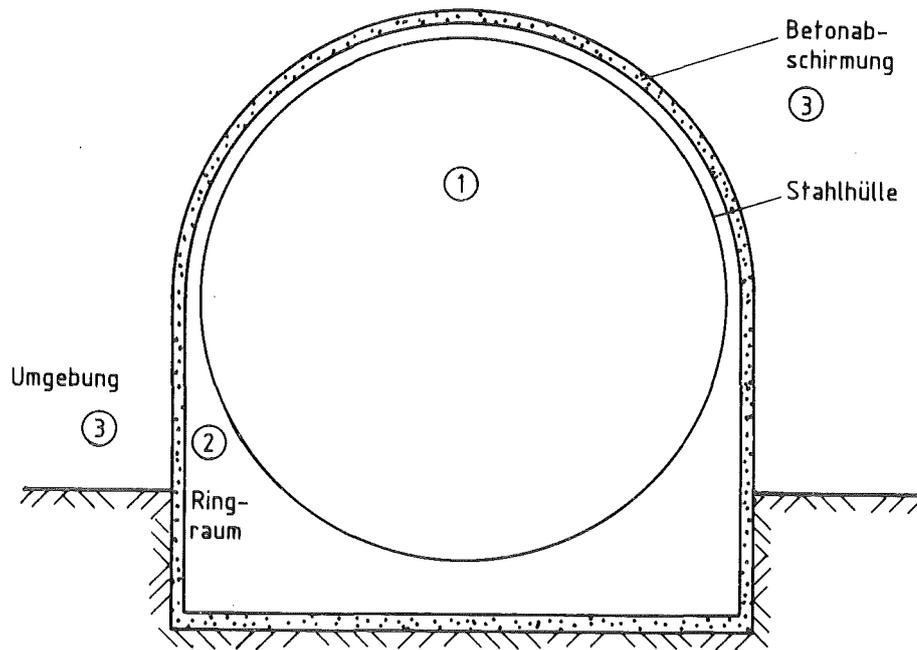


Bild 1: Containment eines Druckwasserreaktors

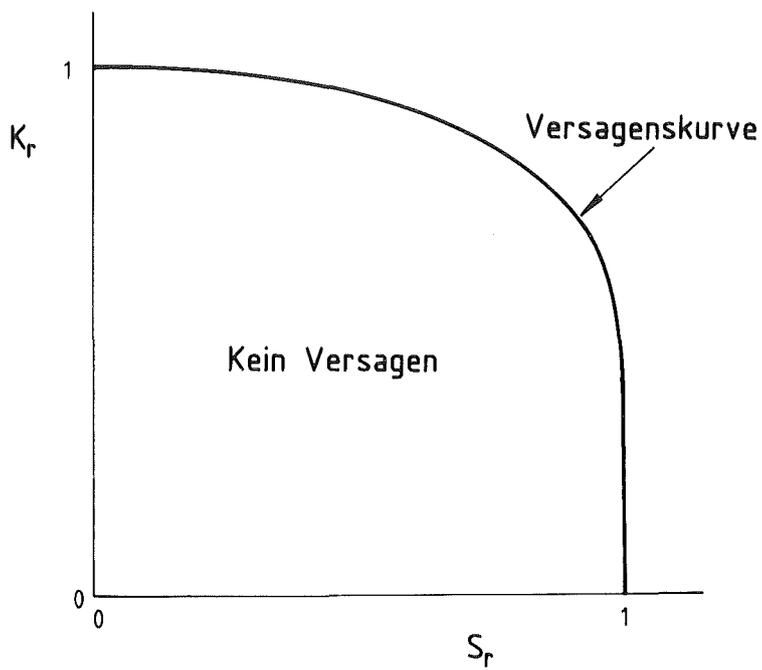


Bild 2: Versagen nach der Zweikriterienmethode

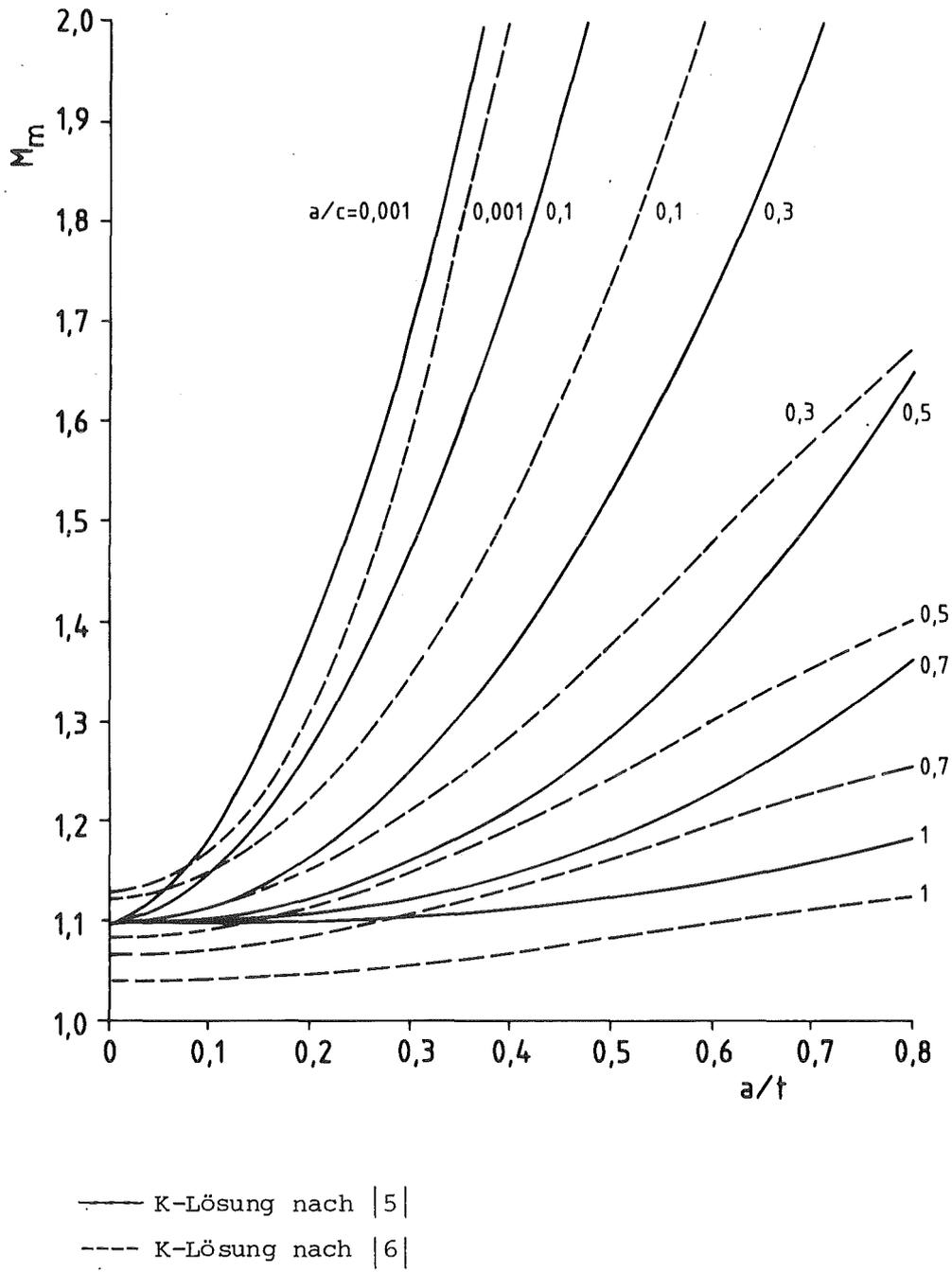


Bild 3: Vergleich der K-Lösungen für Oberflächenrisse nach dem ASME-Code [5] und Newman/Raju [6]

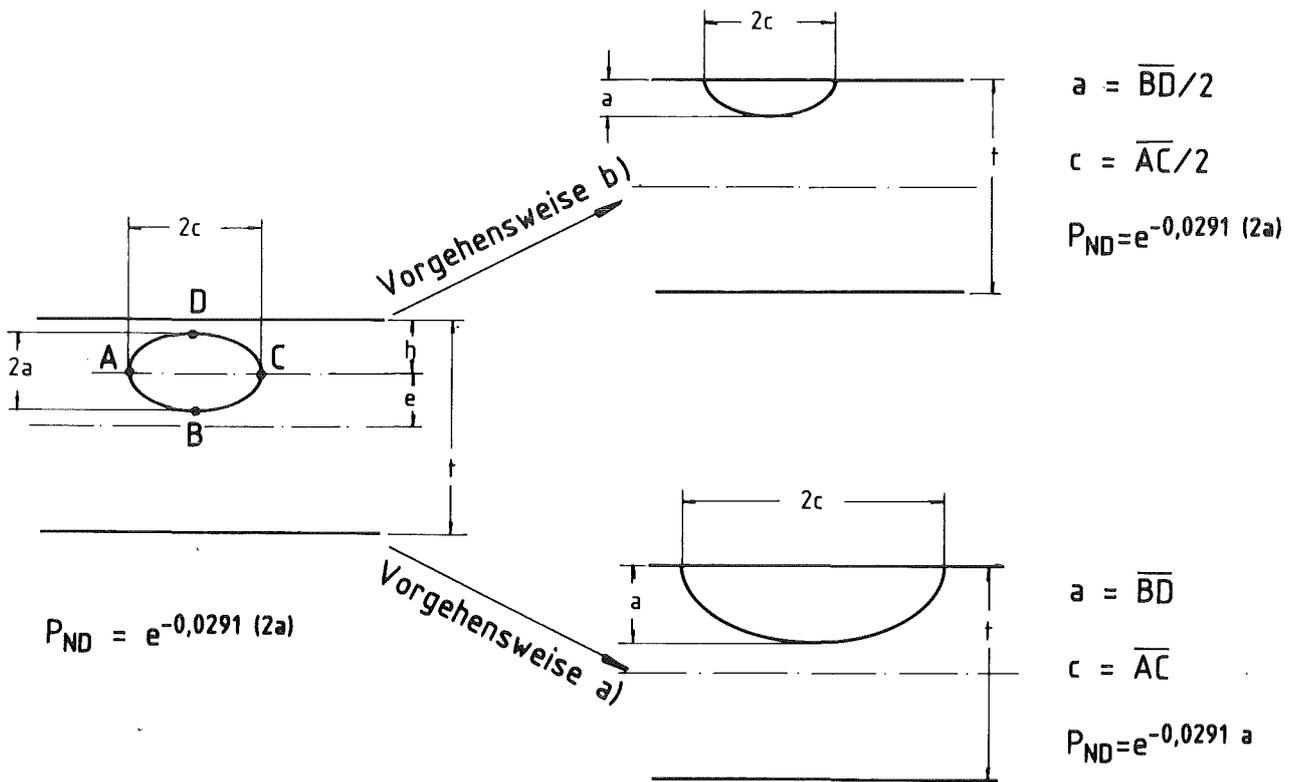
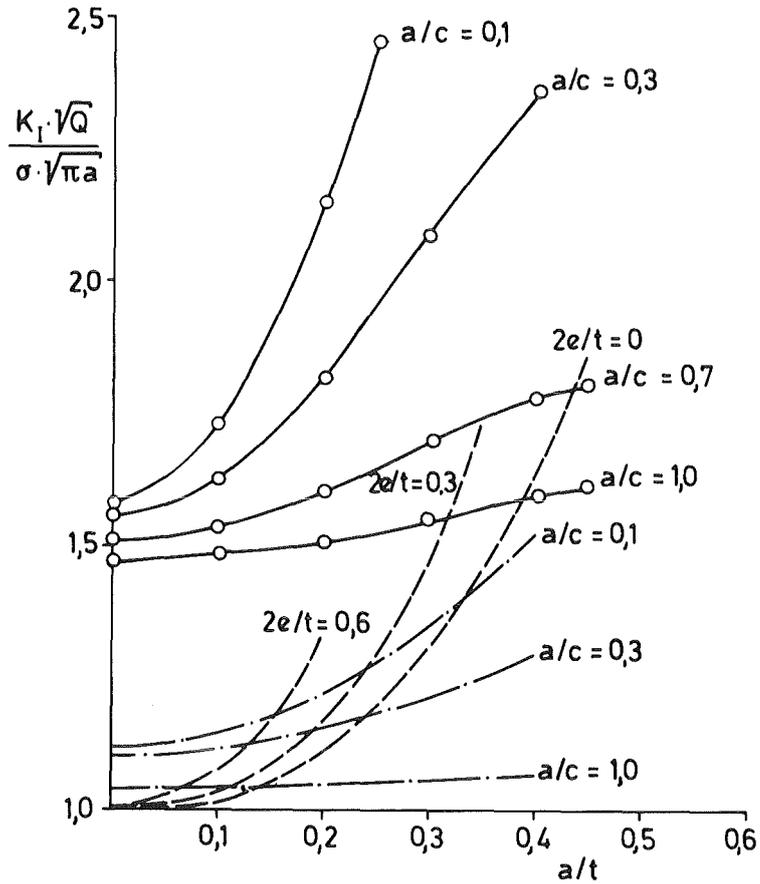


Bild 4: Unterschiedliche Vorgehensweise beim Übergang von innenliegenden Fehlern zu Oberflächenfehlern.



— Bild 4, Vorgehensweise b

---- innenliegende Fehler der Tiefe 2a

○— Bild 4, Vorgehensweise a

Bild 5: Vergleich der K-Lösungen für Oberflächenrisse [6] und innenliegende Risse unter Zugrundelegung der in Bild 4 dargestellten Vorgehensweisen.

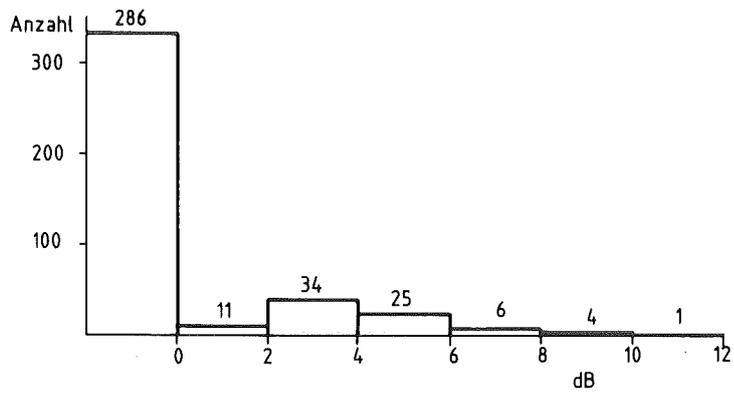
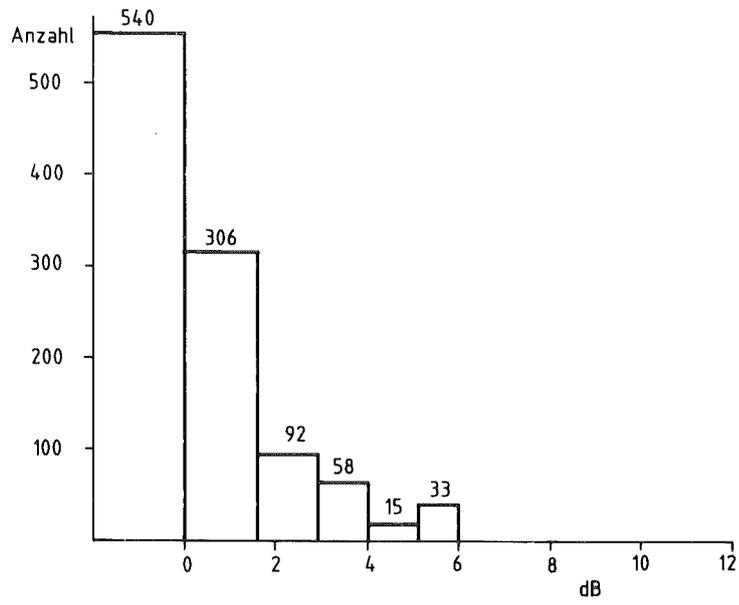


Bild 6: Histogramme der gefundenen Fehler für den 1. und 2. Bauabschnitt.

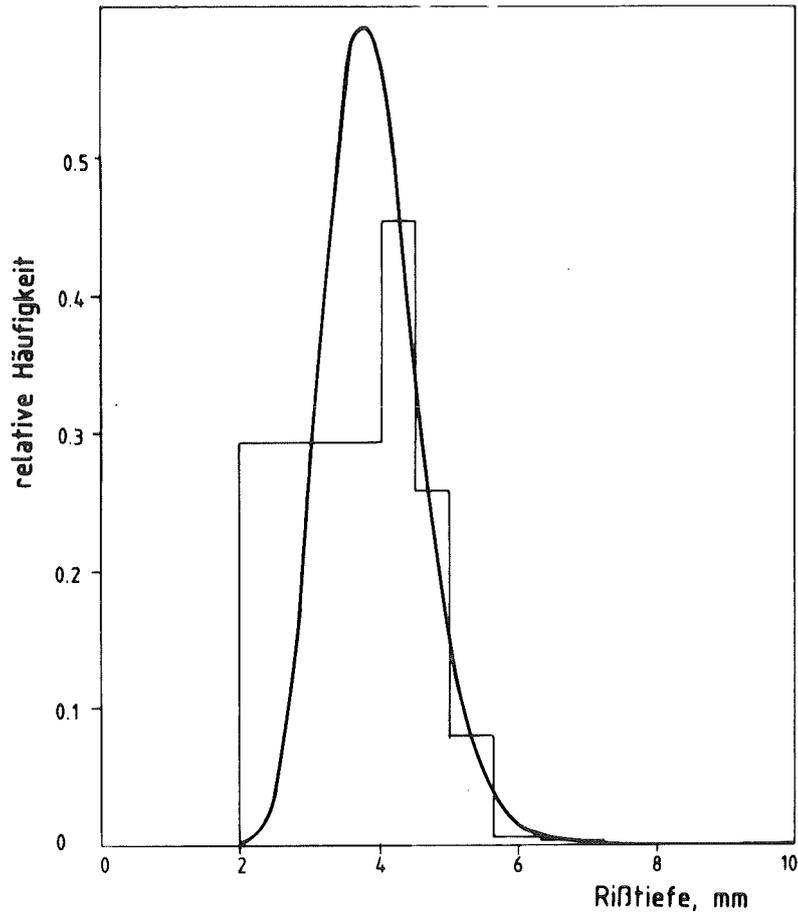


Bild 7: Histogramm und Verteilung der gefundenen, abzüglich der reparierten Fehler (Gl. 5.5).

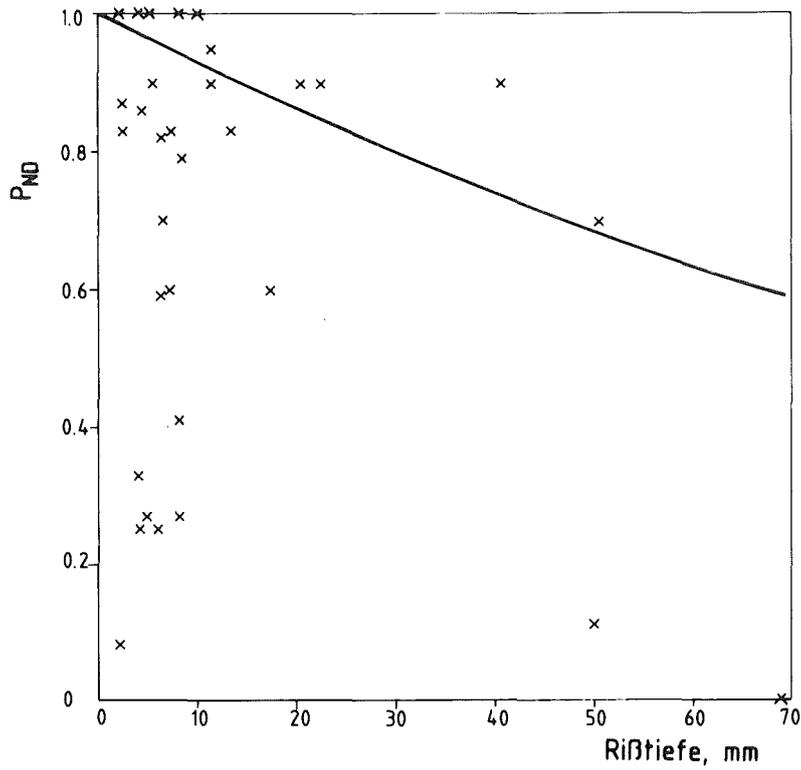


Bild 8: Die Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit nach $|9,10|$ (Gl. (5.6));
kleine, eng beieinanderliegende Fehler werden zu großen Fehlern
zusammengefaßt.

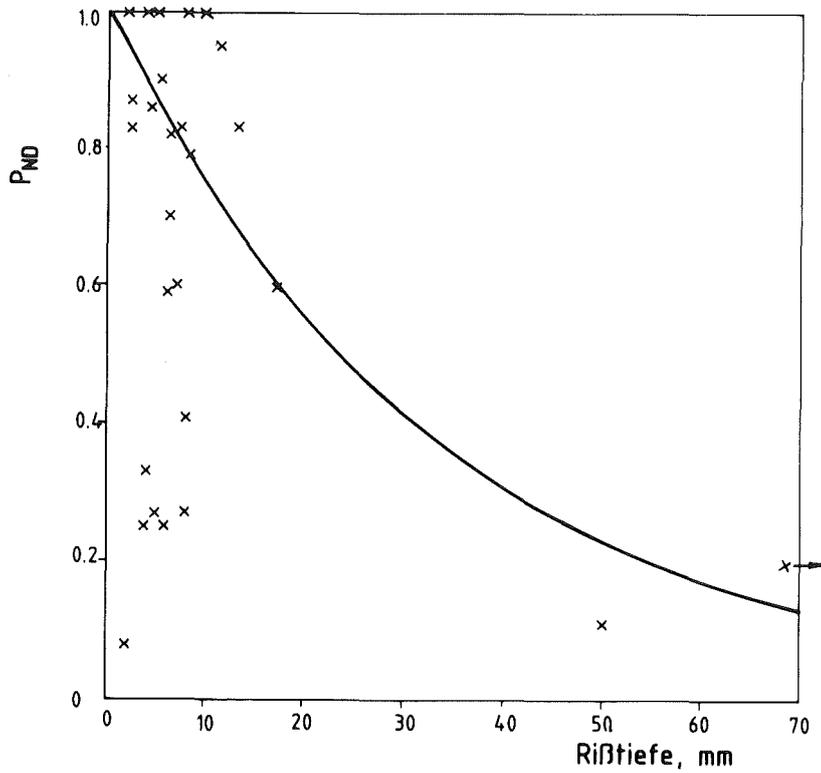


Bild 9: Die Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit nach $|9,10|$ (Gl. (5.9));
kleine, eng beieinanderliegende Risse werden vernachlässigt.

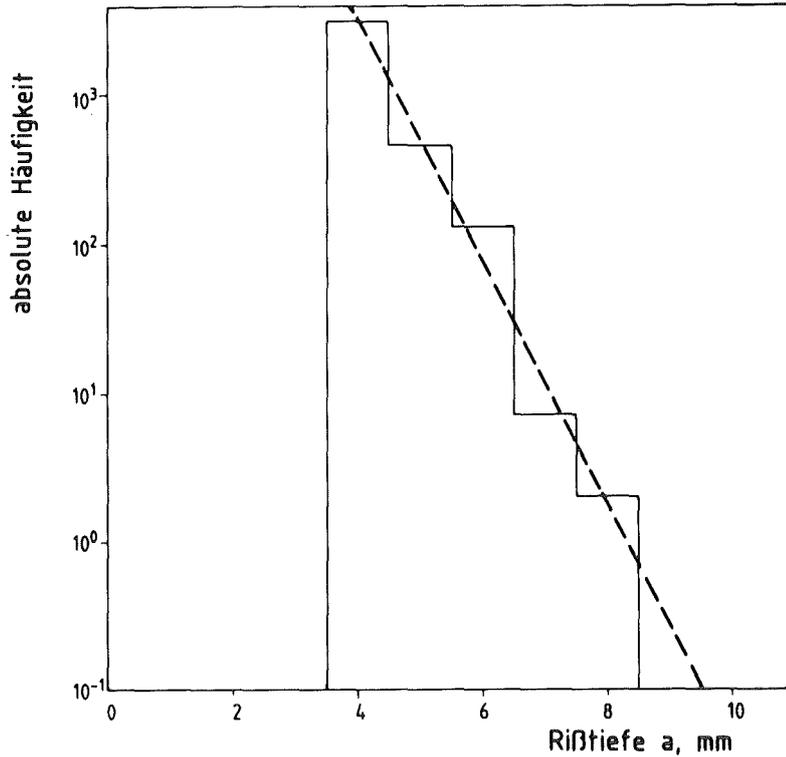


Bild 10: Vorgehensweise nach [3]. Histogramm und Verteilung der aufgrund der Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit nach [15] tatsächlich vorhandenen Fehler (Gl. (5.12)), Bild 4, Vorgehensweise a.

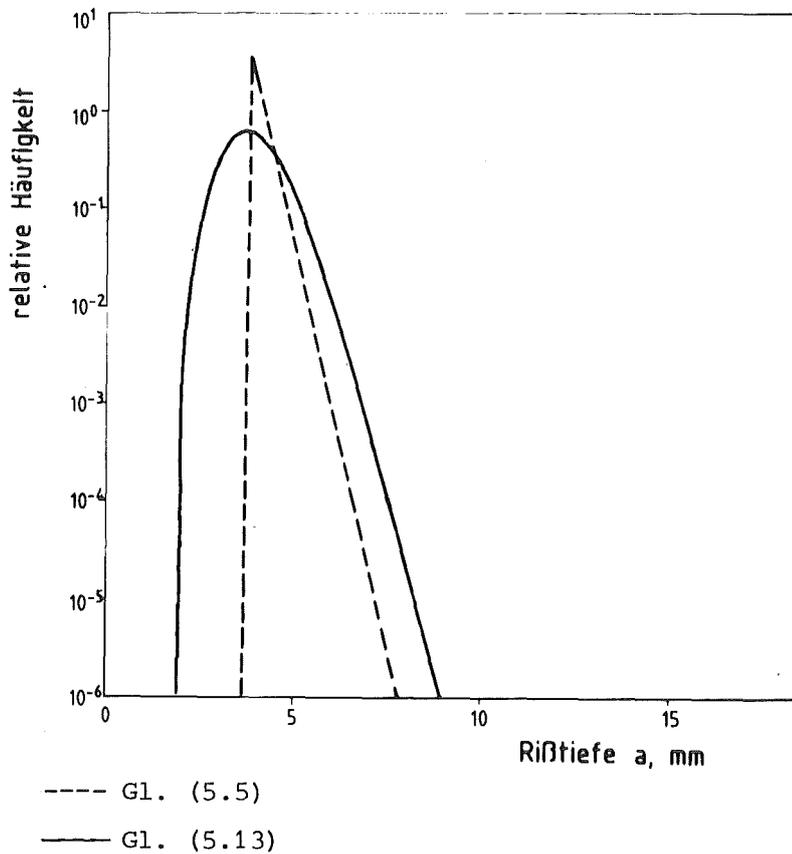
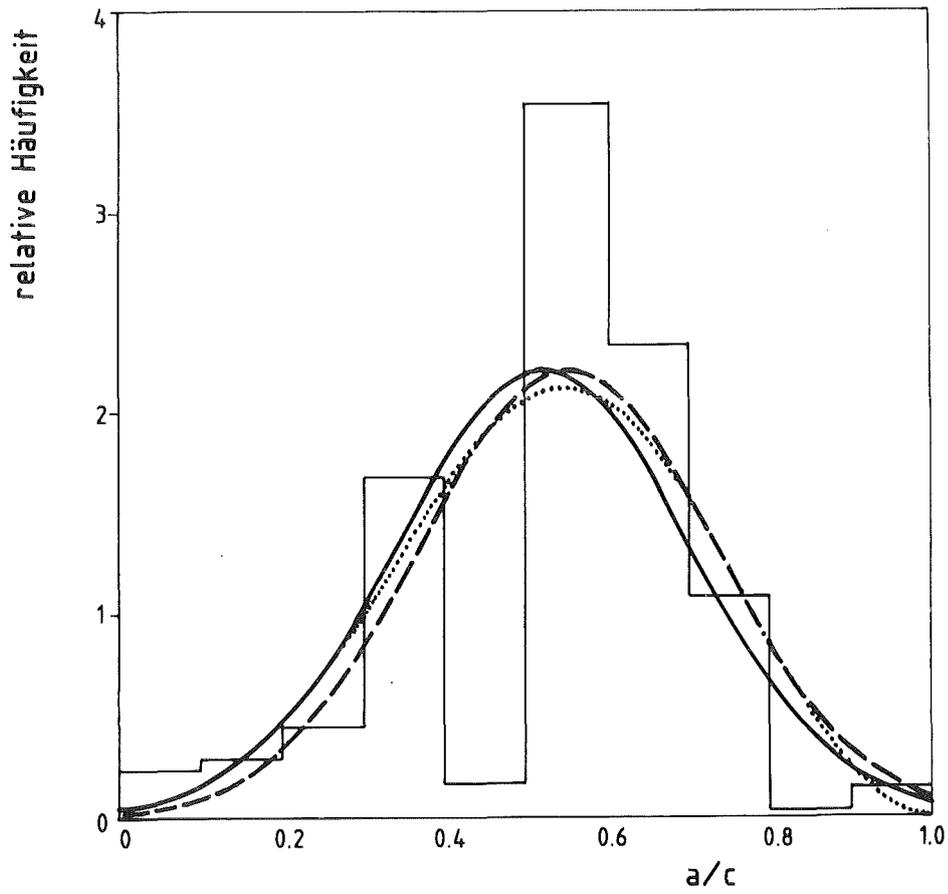


Bild 11: Vergleich der in diesem Bericht (Bild 4, Vorgehensweise a) und in [3] (Bild 4, Vorgehensweise b) in die Rechnung eingehenden Verteilung der tatsächlich vorhandenen Fehler.

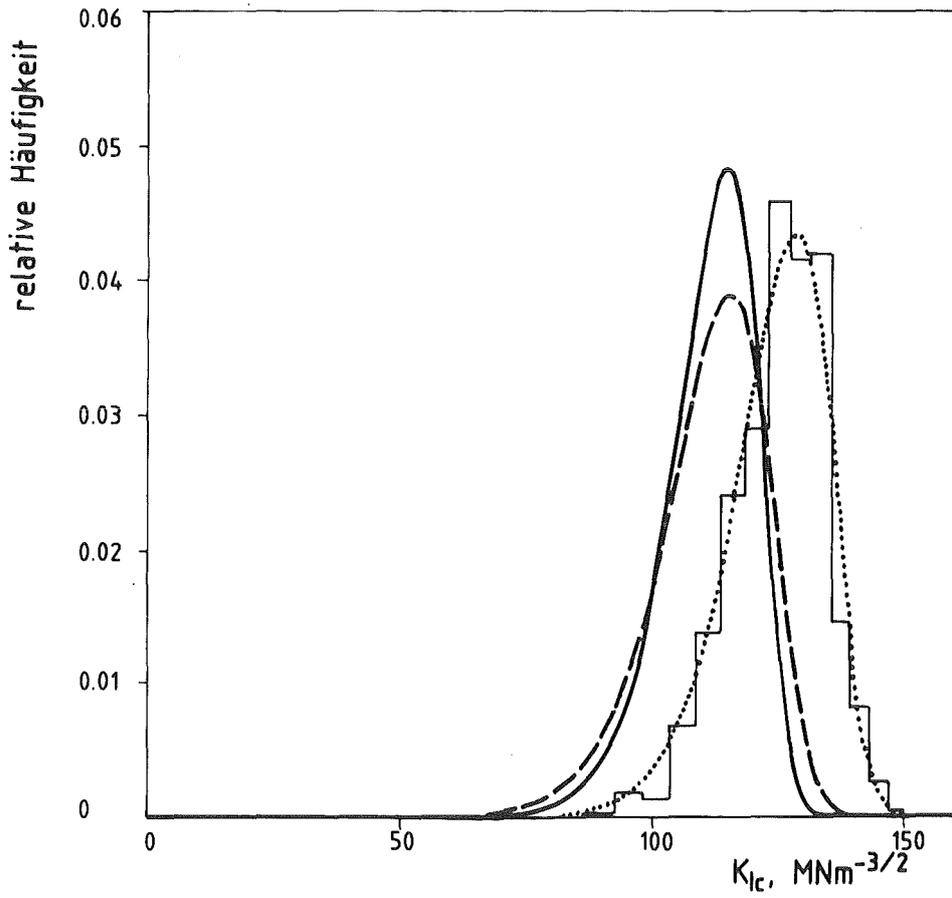


— Gl. (5.14)

..... Gl. (5.15)

--- |3|

Bild 12: Histogramm und Verteilungen für das Rißgeometrieverhältnis a/c



- G1. (5.20)
- G1. (5.18)
- |3|

Bild 13: Histogramm und Verteilungen für die Rißzähigkeit K_{Ic}

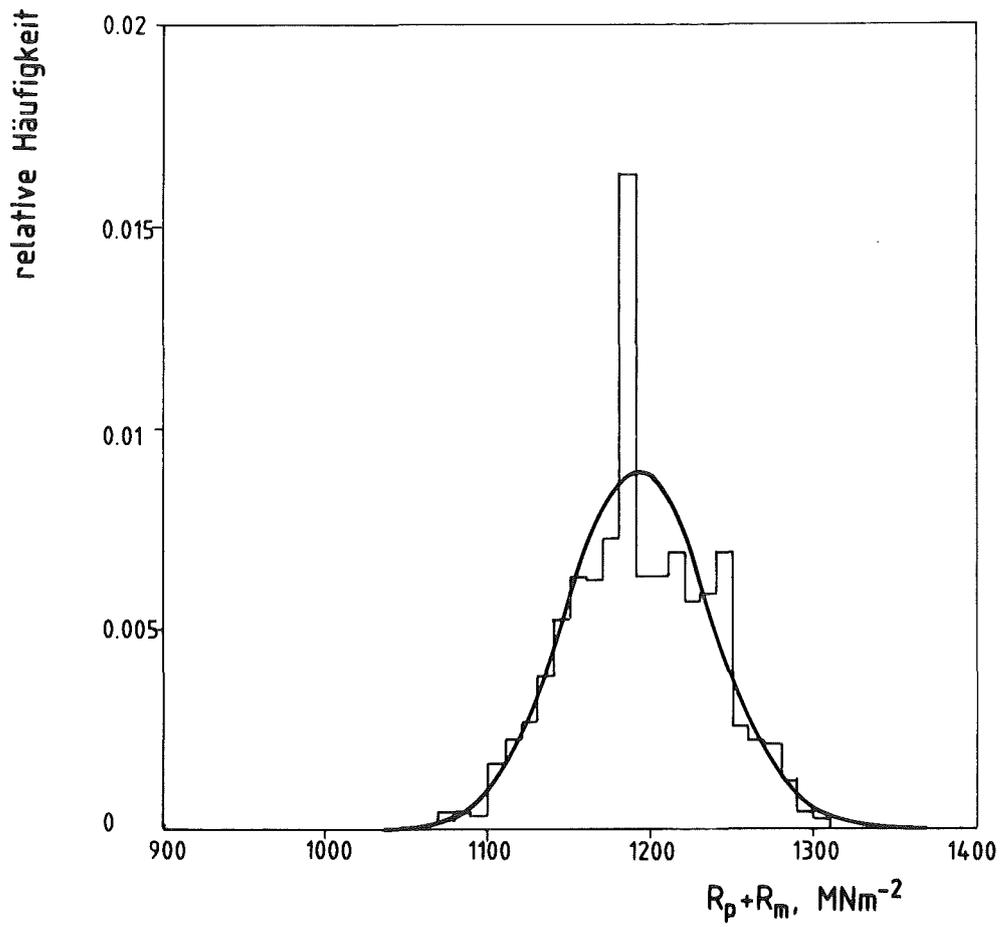


Bild 14: Histogramm und Verteilung für die Summe aus Streckgrenze R_p und Zugfestigkeit R_m bei 20°C.

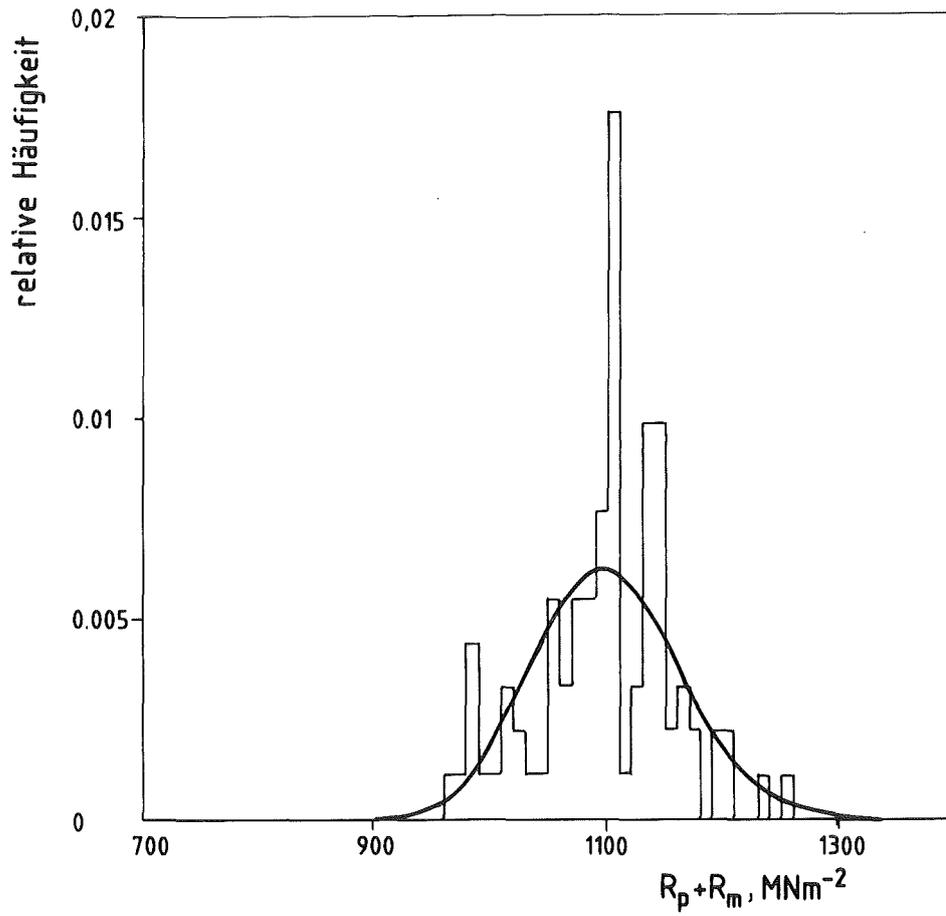
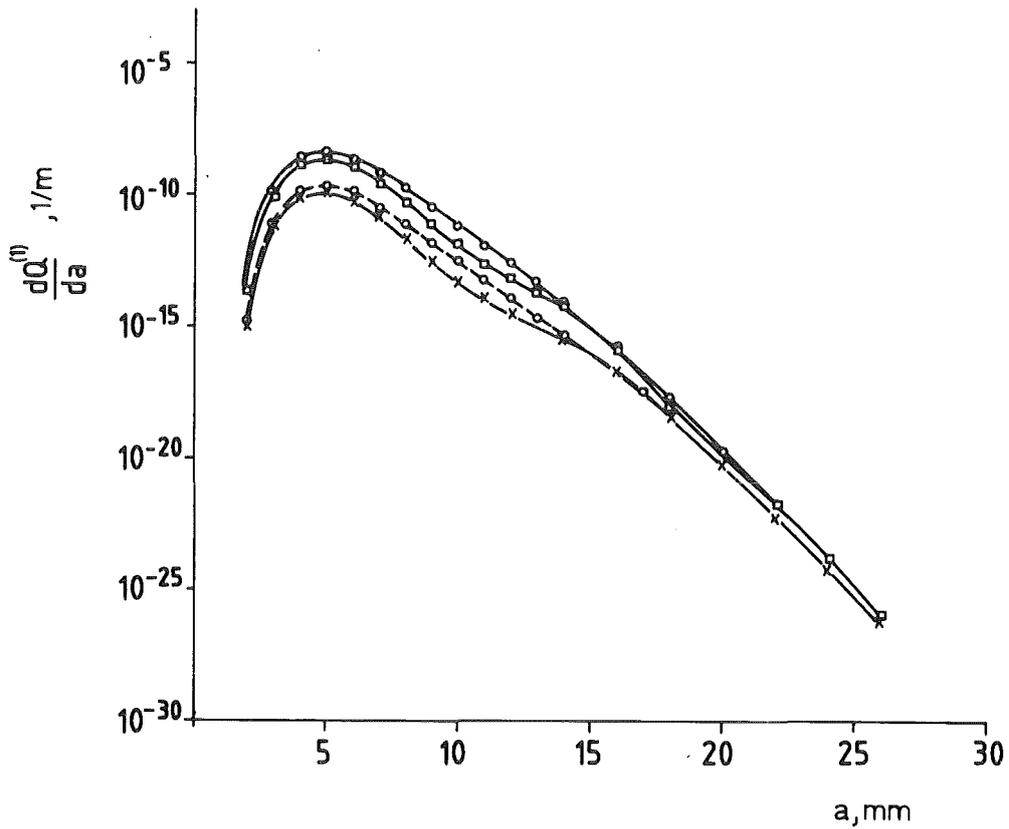
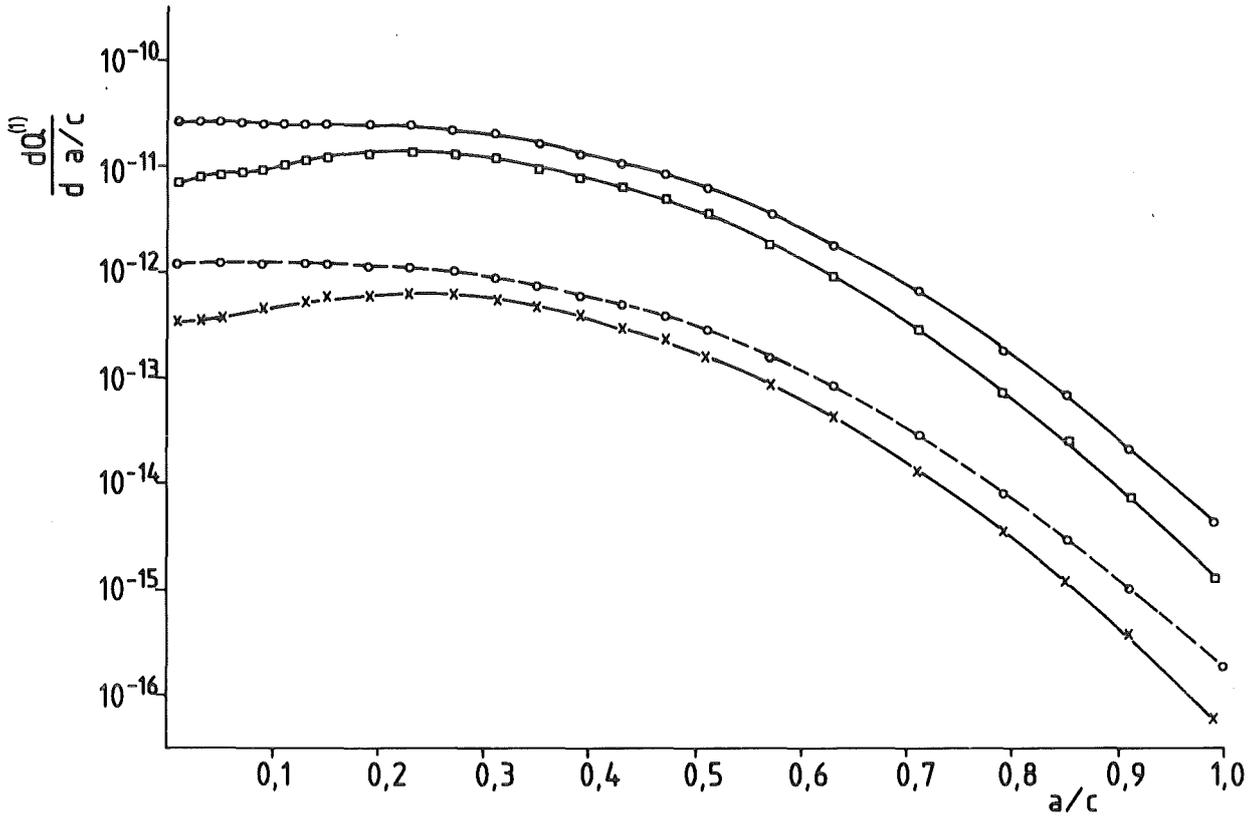


Bild 15: Histogramm und Verteilung für die Summe aus Streckgrenze R_p und Zugfestigkeit R_m bei 135°C .



- großer KMV, K-Lösung nach |8|
- großer KMV, K-Lösung nach |5|
- ×—× kleiner KMV, K-Lösung nach |8|
- kleiner KMV, K-Lösung nach |5|

Bild 16: $dQ^{(1)}/da$ -a-Kurven für unterschiedliche Störfälle und K-Lösungen nach |5| und |8|; die gemessenen Innenrisse werden entsprechend der Vorgehensweise a von Bild 4 in Oberflächenrisse umgewandelt.



- großer KMV, K-Lösung nach |8|
- großer KMV, K-Lösung nach |5|
- ×—× kleiner KMV, K-Lösung nach |8|
- kleiner KMV, K-Lösung nach |5|

Bild 17: $dQ^{(1)}/d a/c$ -a/c-Kurve für unterschiedliche Störfälle und K-Lösungen nach |5| und |8|; die gemessenen Innenrisse werden entsprechend der Vorgehensweise a von Bild 4 in Oberflächenrisse umgewandelt.

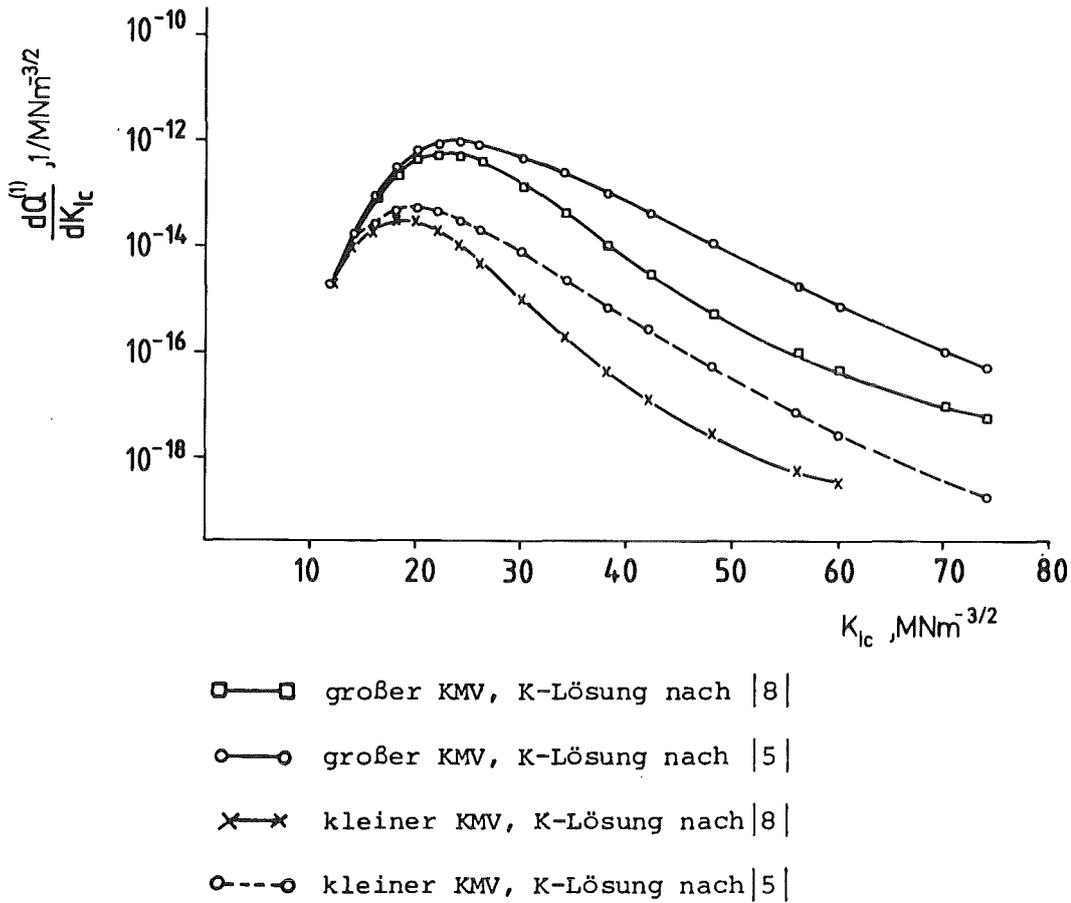


Bild 18: $dQ^{(1)}/dK_{IC}$ - K_{IC} -Kurven für unterschiedliche Störfälle nach [5] und [8], die gemessenen Innenrisse werden gemäß der Vorgehensweise a von Bild 4 in Oberflächenrisse umgewandelt.

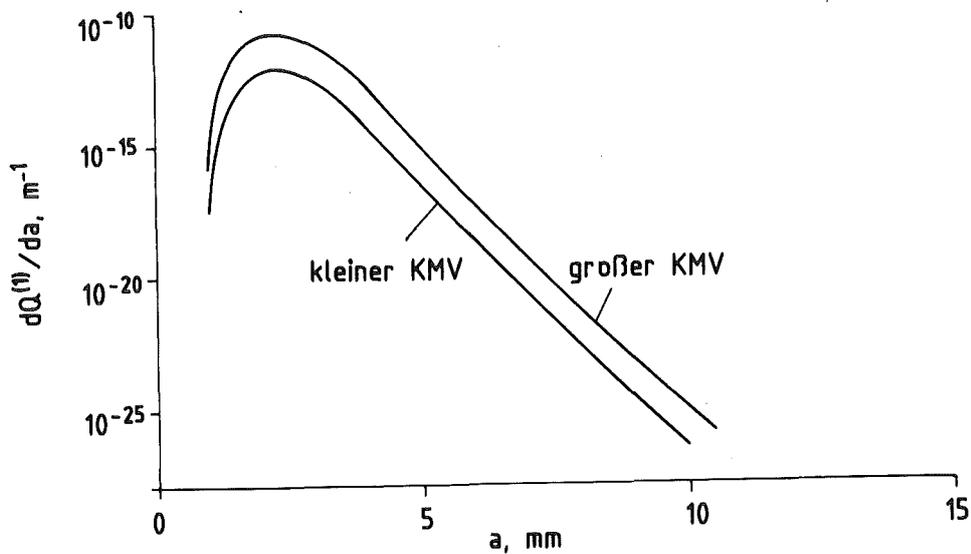


Bild 19: $dQ^{(1)}/da$ - a -Kurve für verschiedene Störfälle, die gemessenen Innenrisse werden entsprechend der Vorgehensweise von Bild 4 in Oberflächenrisse umgewandelt.

	Mittelwert	Standardabweichung	Verteilungstyp
Kleiner KMV			
- max. Überdruck	2,95 bar	0,25 bar	Normalverteilung
- max. Temperatur	130°C	4°C	Lognormalverteilung
Großer KMV			
- max. Überdruck	3,6 bar	0,3 bar	Normalverteilung
- max. Temperatur	= konst. = 70°C		

Tabelle 1: Verteilungen des maximalen Überdrucks und der maximalen Temperatur nach [1,2].

	Mittelwert	Standardabweichung	Verteilungstyp
Kleiner KMV	$142,4 \frac{N}{mm^2}$	$12,1 \frac{N}{mm^2}$	Normalverteilung
Großer KMV	$174 \frac{N}{mm^2}$	$14,5 \frac{N}{mm^2}$	Normalverteilung

Tabelle 2: Verteilung der aus Tabelle 1 resultierenden Spannung

	Druckverteilung			Spannungsverteilung		
	Mittelwert	Standardabweichung	Verteilung	Mittelwert	Standardabweichung	Verteilung
Kleiner KMV	3,95 bar	0,25 bar	normal	$190,7 \frac{N}{mm^2}$	$12,1 \frac{N}{mm^2}$	normal
Großer KMV	4,6 bar	0,3 bar	normal	$222,1 \frac{N}{mm^2}$	$14,5 \frac{N}{mm^2}$	normal

Tabelle 3: Verteilung des maximalen Drucks und der maximalen Spannung (Annahme: Außendruck = 0 bar) nach [3].

a/c Verteilung f(a/c)	Normalverteilung mit: $\mu = 0,52$; $\sigma = 0,18$ [3] Normalverteilung mit: $\mu = 0,55$; $\sigma = 0,18$
Rißverteilung f(a)	$f_1(a)$: Lognormalverteilung mit: $\mu=3,855$ mm; $\sigma = 0,174$ $P_{ND}(a)=\exp(-\lambda a)$ mit $\lambda=0,0291$ 1/mm $f(a)=f_1(a)/(1-P_{ND}(a))$ [3] $f(a)=6,5 \cdot 10^6 \cdot \exp(-3,78 \cdot a)$ mit $3,8$ mm $\leq a \leq 29$ mm mit $P_{ND}(a)=\epsilon+(1-\epsilon)\exp(-\mu a)$ mit: $\epsilon=0,005$; $\mu=0,1134$ 1/mm
Spannungsverteilung (für ungestörte Kugel)	Kleiner KMV: Normalverteilung mit: $\mu=142,4 \frac{N}{mm^2}$; $\sigma = 12,1 \frac{N}{mm^2}$ (130°C) großer KMV: Normalverteilung mit: $\mu= 174 \frac{N}{mm^2}$; $\sigma = 14,5 \frac{N}{mm^2}$ (70°C)
Materialschleuse	Kleiner KMV: Normalverteilung mit: $\mu= 242 \frac{N}{mm^2}$; $\sigma = 20,6 \frac{N}{mm^2}$ (130°C) großer KMV: Normalverteilung mit: $\mu= 295,8 \frac{N}{mm^2}$; $\sigma=24,7 \frac{N}{mm^2}$ (70°C)
K_{Ic} -Verteilung f(K_{Ic})	Weibullverteilung mit: $\eta= 15,1$; $\sigma = 3624 \frac{N}{mm^{3/2}}$ [3] Weibullverteilung mit: $\eta = 12,2$; $\sigma = 3660 \frac{N}{mm^{3/2}}$
Fließspannungsverteilung f(σ_f) für 20°C	Lognormalverteilung mit: $\mu = 596 \frac{N}{mm^2}$; $\sigma = 0,037$ [3] Lognormalverteilung mit: $\mu = 596 \frac{N}{mm^2}$; $\sigma = 0,039$
f(σ_f) für 135°C	Lognormalverteilung mit: $\mu = 549,5 \frac{N}{mm^2}$; $\sigma = 0,058$ [3] Lognormalverteilung mit: $\mu = 550,5 \frac{N}{mm^2}$; $\sigma = 0,053$

Tabelle 4: Zusammenstellung aller Verteilungen

Alle angegebenen Größen werden als unabhängige Zufallsvariablen angenommen. Für den großen KMV wird die σ_f -Verteilung von 20°C eingesetzt, für den kleinen KMV die von 135°C.

nicht verteilte Einflußgröße	verteilte Einflußgröße	Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$
$a/c, \sigma_f, \sigma$	a, K_{Ic}	$5 \cdot 10^{-14}$
σ_f, σ	$a, a/c, K_{Ic}$	$2,3 \cdot 10^{-13}$
σ	$a, a/c, K_{Ic}, \sigma_f$	$2,3 \cdot 10^{-13}$
-	$a, a/c, K_{Ic}, \sigma_f, \sigma$	$4,9 \cdot 10^{-13}$

Tabelle 5: Einfluß von verteilten Größen (Spannungsintensitätsfaktor nach [5])

eigene Verteilungen durch Verteilungen nach [3] ersetzt	Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$
—————	$4,9 \cdot 10^{-13}$
a	$3,3 \cdot 10^{-13}$
$a, a/c$	$3,6 \cdot 10^{-13}$
$a, a/c, K_{Ic}$	$5,7 \cdot 10^{-11}$
$a, a/c, K_{Ic}, \sigma_f$	$4,2 \cdot 10^{-11}$

Tabelle 6: Einfluß der Verteilungen nach [3]
(Spannungsintensitätsfaktor nach [5])

$\frac{\overline{K_{Ic}} - K_{Icu}}{\sigma_{K_{Ic}}}$	K_{Icu} [MNm ^{-3/2}]	$Q^{(1)}$
12,28	0	$4,9 \cdot 10^{-13}$
11,17	10	$4,9 \cdot 10^{-13}$
10,06	20	$3,14 \cdot 10^{-13}$
8,95	30	$3,94 \cdot 10^{-14}$
7,84	40	$2,67 \cdot 10^{-15}$

Tabelle 7: Einfluß einer unteren Rißzähigkeitsgrenze K_{Icu} .
(Spannungsintensitätsfaktor nach [5]).

		Ausfallwahrscheinlichkeit Q_{ges}	
		kleiner KMV	großer KMV
eigene Fits	ungestörte Kugel	$6,6 \cdot 10^{-9}$	$1,3 \cdot 10^{-7}$
	Kugel mit Materialschleuse	$1,8 \cdot 10^{-6}$	$4,2 \cdot 10^{-5}$
Fits nach [3]	ungestörte Kugel	$2,8 \cdot 10^{-8}$	$2,6 \cdot 10^{-7}$
	Kugel mit Materialschleuse	$2,7 \cdot 10^{-5}$	$2,8 \cdot 10^{-4}$

Tabelle 8: Einfluß der Fits von [3] und Kapitel 5 auf die Ausfallwahrscheinlichkeit Q_{ges} (Rißmodell nach Bild 4, Vorgehensweise a).

		Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$	
		kleiner KMV	großer KMV
Oberflächenfehler der Tiefe a (Bild 4,b)	ungestörte Kugel	$1,2 \cdot 10^{-15}$	$2,7 \cdot 10^{-14}$
	Materialschleuse	$6,4 \cdot 10^{-12}$	$1,7 \cdot 10^{-10}$
Oberflächenfehler der Tiefe 2a (Bild 4,a)	ungestörte Kugel	$4,9 \cdot 10^{-13}$	$9,5 \cdot 10^{-12}$
	Materialschleuse	$2,7 \cdot 10^{-9}$	$6,2 \cdot 10^{-8}$

Tabelle 9: Einfluß des Rißmodells auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$.

		Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$	
		kleiner KMV	großer KMV
K-Lösung nach ASME	ungestörte Kugel	$4,9 \cdot 10^{-13}$	$9,5 \cdot 10^{-12}$
	Materialschleuse	$2,7 \cdot 10^{-9}$	$4,6 \cdot 10^{-8}$
K-Lösung nach Newman/ Raju	ungestörte Kugel	$2,4 \cdot 10^{-13}$	$5,2 \cdot 10^{-12}$
	Materialschleuse	$1,3 \cdot 10^{-9}$	$3,0 \cdot 10^{-8}$

Tabelle 10: Die Abhängigkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ von unterschiedlichen K-Lösungen für Oberflächenrisse.

Ausfallwahrscheinlichkeit Q_{ges}					
		Kleiner KMV		Großer KMV	
		eigene Ergebnisse	Ergebnisse nach [3]	eigene Ergebnisse	Ergebnisse nach [3]
ungestörte Kugel		$6,6 \cdot 10^{-9}$	$< 10^{-8}$	$1,3 \cdot 10^{-7}$	$< 10^{-8}$
		$3,1 \cdot 10^{-9}(x)$		$6,2 \cdot 10^{-8}(x)$	
Kugel mit		$1,8 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-7}$	$4,2 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-6}$
Materialschleuse		$8,5 \cdot 10^{-7}(x)$		$2 \cdot 10^{-5}(x)$	

Tabelle 11: Die Ausfallwahrscheinlichkeit Q_{ges} unter Zugrundelegung des Spannungsintensitätsfaktors nach ASME und Newman/Raju, (x) [6]