

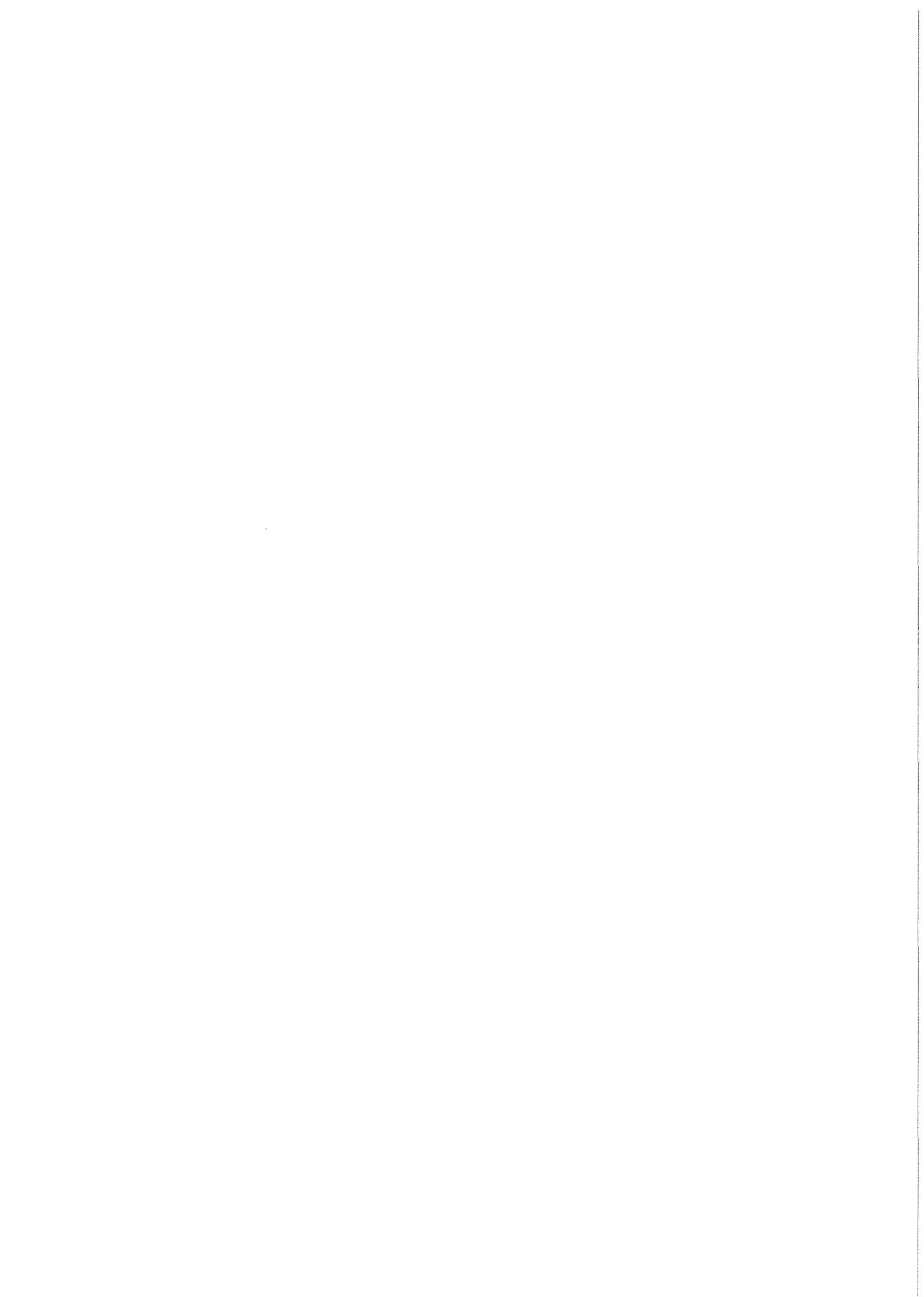
KfK 3546
Mai 1983

Zuverlässigkeitsberechnung mit Hilfe der probabilistischen Bruchmechanik am Beispiel des Sicherheitseinschlusses von Druckwasserreaktoren

**Teil II:
Parameterstudie**

**R. Häberer, A. Brückner
Institut für Reaktorbauelemente
(Zuverlässigkeit und Schadenskunde im Maschinenbau)**

Kernforschungszentrum Karlsruhe



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Institut für Reaktorbauelemente
(Zuverlässigkeit und Schadenskunde im Maschinenbau)

KfK 3546

Zuverlässigkeitsberechnung mit Hilfe der
probabilistischen Bruchmechanik am Beispiel
des Sicherheitseinschlusses von
Druckwasserreaktoren
Teil II: Parameterstudie

R. Häberer, A. Brückner

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
ISSN 0303-4003

Zuverlässigkeitsberechnung mit Hilfe der probabilistischen Bruchmechanik am Beispiel des Sicherheitseinschlusses von Druckwasserreaktoren

Teil II: Parameterstudie

Mit den Methoden der probabilistischen Bruchmechanik wird für den Sicherheitseinschluß eines Druckwasserreaktors für einen Kühlmittelverluststörfall eine Zuverlässigkeitsanalyse durchgeführt. Frühere Untersuchungen haben gezeigt, daß die Ausfallwahrscheinlichkeit zwar sehr klein ist, jedoch eine absolute Zahlenangabe unmöglich ist, da viele Unsicherheiten in die Rechnung eingehen. In einer Parameterstudie wird untersucht, wie sich diese Unsicherheiten auswirken. Es zeigt sich, daß die berechnete Ausfallwahrscheinlichkeit entscheidend davon abhängt, mit welchem bruchmechanischen Modell die realen innenliegenden Fehler beschrieben werden. Ein weiterer Unsicherheitsfaktor ist die Verteilung der Reißfähigkeit, für die nur wenige Meßwerte vorliegen. Variationen der Verteilungen der übrigen Einflußgrößen ergeben im Rahmen der Rechengenauigkeit keine wesentlichen Änderungen der Ausfallwahrscheinlichkeit.

Reliability study for the containment of a pressurized water reactor using probabilistic fracture mechanics

Part II: Sensitivity study

A reliability analysis is performed by the methods of probabilistic fracture mechanics for the steel containment of a pressurized water reactor during a loss of coolant accident. Earlier studies showed, that the failure probability is very small, but due to the existing uncertainties it is impossible to give absolute numbers. The effect of these uncertainties is examined in a sensitivity study. It is shown that the calculated failure probability strongly depends on the fracture mechanical model chosen to describe the real embedded cracks. The distribution of fracture toughness is another uncertainty factor since only few measured values were available. Changes in the distribution functions of all other quantities of interest don't influence the calculated failure probability within the accuracy of the calculation.

<u>Inhaltsverzeichnis</u>	Seite
1. Einleitung	1
2. Bruchmechanische Modellvorstellungen	
2.1 Bruchmechanische Versagenskriterien	3
2.2 Bruchmechanische Beschreibung von Oberflächenrissen	3
2.3 Bruchmechanische Beschreibung von Innenfehlern	6
3. Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit	8
4. Einfluß unterschiedlicher bruchmechanischer Ansätze auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$	
4.1 Der Einfluß des Versagenskriteriums auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$	11
4.2 Die Ausfallwahrscheinlichkeit bei unterschiedlichen Ansätzen für den K-Faktor und die plastische Grenzlast	11
4.2.1 Einfluß verschiedener K-Lösungen für Oberflächenrisse auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$	12
4.2.2 Einfluß verschiedener Lösungen für die plastische Grenzlast bei Oberflächenrissen auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$	12
4.3 Die Verteilung der Risse, die zum Ausfall führen und des Versagenswinkels φ	12
4.4 Einfluß des Rißmodells auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$	13
4.5 Zusammenfassung	14
5. Der Einfluß von statistischen Unsicherheitsfaktoren auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$	15
5.1 Inwieweit beeinflussen die bei einer Rißverteilung auftretenden Unsicherheitsfaktoren die Ausfallwahrscheinlichkeit ?	16

	Seite
5.1.1 Die Abhängigkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ von der Wahl des Rißverteilungstyps	16
5.1.2 Die Abhängigkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ von der unteren Grenze der Fehlerverteilung	16
5.1.3 Die Abhängigkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit von der Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit	17
5.1.4 Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit bei unterschiedlichen Ansätzen für $f(a)$	18
5.2 Die Abhängigkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ von einer unteren Rißzähigkeitsgrenze	20
5.2.1 Kurvenanpassung mit einer bei einer unteren Grenze abgeschnittenen Weibullverteilung	21
5.2.2 Kurvenanpassung mit einer um die untere Grenze verschobenen Weibullverteilung	21
5.2.3 Einfluß der unteren Rißzähigkeitsgrenze auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$	22
5.3 Variation der Einflußgrößen	
5.3.1 a/c -Verteilung	23
5.3.2 Spannungsverteilung	24
5.3.3 Fließspannungsverteilung	24
5.3.4 K_{IC} -Verteilung	24
5.4 Zusammenfassung	25
6. Der Einfluß der Konstruktion auf die Ausfallwahrscheinlichkeit	26
6.1 Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit	27
6.2 Die Verteilung der Risse, die zum Versagen führen und des Versagenswinkels φ	28
7. Schlußfolgerungen	29
Literatur	32
Anhang	
Abbildungen	

1. Einleitung

Üblicherweise werden mechanisch beanspruchte Konstruktionen deterministisch dimensioniert, wobei die in die Versagensrechnung eingehenden Größen wie äußere Belastung, Bauteilabmessung und Werkstoffkennwerte mit Sicherheitsbeiwerten versehen werden. Bei einer probabilistischen Betrachtungsweise werden dagegen alle Größen als statistisch verteilt angenommen und daraus die Wahrscheinlichkeit des Versagens ermittelt. Wegen der Unsicherheiten in den der Rechnung zugrundeliegenden Verteilungen sind die berechneten Ausfallwahrscheinlichkeiten ungenau, vor allem dann, wenn das Versagen durch die Ausläufer der Verteilungen bestimmt wird. Es wird erhofft, daß mit den Methoden der probabilistischen Bruchmechanik obere Grenzen für die Ausfallwahrscheinlichkeiten angegeben werden können.

Eine vom Bundesministerium für Forschung und Technologie geförderte Untersuchung über die "Zuverlässigkeitsbeurteilung für den Sicherheits-einschluß am Beispiel des Druckwasserreaktors" /1,2,3/ bot sich an, die Vorgehensweise und die Grenzen der probabilistischen Bruchmechanik näher zu beleuchten. Auf diese Berichte wurde von uns bereits in einer vorangegangenen Arbeit /4/ eingegangen, in der hauptsächlich der Rechen-gang sowie die gegenüber /3/ unterschiedliche Vorgehensweise dargestellt werden. Der vorliegende Bericht stellt eine Weiterführung dar. Anhand einer Sensitivitätsstudie werden die Ergebnisse von /4/ näher gedeutet. Die Parameterstudie zielt besonders auf folgende Probleme ab:

- Wie wirken sich unterschiedliche bruchmechanische Ansätze (K_I, σ_L) auf die Ausfallwahrscheinlichkeit aus?
- Welche "statistischen" Unsicherheiten gehen in die Rechnung ein und wie groß sind ihre Auswirkungen auf die Ausfallwahrscheinlichkeit?
- Sind ihre Auswirkungen auf die Ausfallwahrscheinlichkeit mit denen der unterschiedlichen bruchmechanischen Ansätze vergleichbar?
- Reichen zur Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit eventuell einfache bruchmechanische Ansätze?

Der probabilistischen Betrachtung von /4/ liegt die Stahlhülle des Kernkraftwerks Biblis B zugrunde. Diese wurde aus dem Werkstoff WStE47 (Werkstoff-Nr. 1.8935) gefertigt. Sie besteht aus einzelnen Schalenelementen mit einer Wandstärke von 29 mm, die zu einer Kugel mit einem mittleren Radius von 28 m zusammengeschweißt wurden.

Es wird davon ausgegangen, daß das Versagen der Stahlhülle von Schweißrissen ausgeht. Für eine probabilistische Rechnung müssen neben einem deterministischen Versagenskriterium Angaben über die Verteilungen der relevanten Werkstoffkenngrößen, der Fehlergrößen sowie das Belastungsspektrum vorhanden sein. Die Belastungsdaten der Stahlhülle (Innendruck und thermische Belastung bei Kühlmittelverluststörfällen) wurden von der TU München und der GRS Garching durch eine Simulation ermittelt. Die Auftrittswahrscheinlichkeit wird in /3/ für einen kleinen Kühlmittelverluststörfall mit 10^{-3} /Jahr und für einen großen Kühlmittelverluststörfall mit 10^{-4} /Jahr angegeben.

Die Werkstoffkenngrößen, insbesondere die Daten für die Rißzähigkeit K_{IC} , die Streckgrenze R_p und die Zugfestigkeit R_m wurden in /3/ aus Proben aus dem Werkstoff WStE47 bestimmt. Die Angaben über die Fehlergeometrie a und a/c wurden in /3/ aus den Abnahmeprotokollen der Ultraschallprüfung erhalten. Bei den gefundenen Fehlern handelte es sich durchweg um innenliegende Fehler der Gesamttiefe $2a$ und Tiefenlage h . An die verteilten Größen wurden in /4/ die in Tabelle 1 angegebenen Verteilungen angepaßt.

2. Bruchmechanische Modellvorstellungen

2.1 Bruchmechanische Versagenskriterien

Wie in /4/ wird das bruchmechanische Versagen durch die Zweikriterienmethode von CEGB /5/ beschrieben. Diese liefert einen Zusammenhang zwischen der Versagensspannung σ , dem linear-elastisch berechneten Spannungsintensitätsfaktor K_I , der Rißzähigkeit K_{IC} und der plastischen Grenzlast σ_L .

$$\frac{K_I}{K_{IC}} = \frac{\sigma}{\sigma_L} \left[\frac{8}{\pi^2} \ln \sec \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sigma}{\sigma_L} \right) \right]^{-1/2} \quad (2.1)$$

Wegen der Schwierigkeit bei der analytischen bruchmechanischen Erfassung von realen Innenfehlern muß zu vereinfachten Rißmodellen übergegangen werden (Bild 1). Den gemessenen Innenfehlern der Tiefe $2a$ können bei konstantem a/c -Verhältnis Oberflächenfehler der Tiefe $2a$ (Vorgehensweise a), Oberflächenfehler der Tiefe a (Vorgehensweise b) oder mittigliegende Innenrisse der Tiefe $2a$ (Vorgehensweise c) zugeordnet werden.

2.2 Bruchmechanische Beschreibung von Oberflächenrisen

Halbelliptische Oberflächenrisse in durch Innendruck belasteten zylindrischen Druckbehältern und in durch Zug belasteten Platten werden durch den Spannungsintensitätsfaktor

$$K_I = \frac{\sigma \sqrt{\pi a}}{\phi} \cdot M_m \quad (2.2)$$

beschrieben, wobei ϕ das elliptische Integral bezeichnet.

$$\phi = \int_0^{\pi/2} (1 - (1-a/c)^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} d\varphi \quad (2.3)$$

Nach /7/ gilt näherungsweise

$$\phi = \sqrt{1 + 1,464 \left(\frac{a}{c}\right)^{1,65}}$$

In /7,8/ wird der Geometriefaktor M_m für eine Platte mit

$$M_m = M_1 + M_2 \left(\frac{a}{t}\right)^2 + M_3 \left(\frac{a}{t}\right)^4 \quad (2.4)$$

und für den zylindrischen Druckbehälter mit

$$M_m = 0,97 \left[M_1 + M_2 \left(\frac{a}{t}\right)^2 + M_3 \left(\frac{a}{t}\right)^4 \right] \cdot f_c \quad (2.5)$$

angegeben, wobei

$$M_1 = 1,13 - 0,09 \frac{a}{c}$$

$$M_2 = -0,54 + \frac{0,89}{0,2 + a/c}$$

$$M_3 = 0,5 - \frac{1}{0,65 + \frac{a}{c}} + 14 \left(1 - \frac{a}{c}\right)^{24}$$

$$f_c = \left[\frac{r_a^2 + r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} + 1 - 0,5 \sqrt{\frac{a}{t}} \right] \frac{t}{r_i}$$

ist.

Nach /3,6/ ist für eine Platte der Geometriefaktor

$$M_m = 1,1 + 5,2 \left(\frac{1}{2}\right)^{5 \cdot a/c} \cdot \left(\frac{a}{t}\right)^{1,8 + a/c} \quad (2.6)$$

einzusetzen.

Bild 2 zeigt für die Platte einen Vergleich der Geometriefaktoren M_m nach Gl. (2.4) und Gl. (2.6). Die plastische Grenzlast für zug-

beanspruchte Bauteile mit Oberflächenrissen kann durch folgende Beziehungen beschrieben werden: In /9/ (Bild 3) wird für eine Kugel die Grenzlast mit

$$\sigma_L = \sigma_f \cdot \frac{1 - a/t}{1 - a/Mt}$$
$$M = \sqrt{1 + 1.196 \frac{c^2}{r_m t}} \quad (2.7)$$

$$\sigma_f = \frac{1}{2} (R_p + R_m)$$

angegeben. Da im vorliegenden Fall der mittlere Radius r_m sehr groß ist, gilt $\sigma_L \approx \sigma_f$; d.h., der Riß hat keinen Einfluß auf die Grenzlast σ_L . Aufgrund dieser Tatsache muß für einen großen mittleren Radius r_m die Gültigkeit von Gl. (2.7) angezweifelt werden.

In /10/ (Bild 4) wird für einen Oberflächenriß in einer Platte die Grenzlast aus

$$\sigma_L = \sigma_f \left(1 - a/t \cdot \frac{1 - [1 + 2(a/t)^2 / (a/c)^2]^{-1/2}}{1 - a/t [1 + 2(a/t)^2 / (a/c)^2]^{-1/2}} \right) \quad (2.8)$$

$$\sigma_f = \frac{1}{2} (R_p + R_m)$$

berechnet.

Eine andere Beziehung, bei der mit Hilfe des Dugdale-Modells und der Methode der Gewichtsfunktion die Ligamentinstabilität von Oberflächenrissen in Platten berechnet wird, wird von Mattheck et. al. /11/ angegeben (Bild 5). Dabei wird von der K-Lösung von Newman/Raju /7,8/ ausgegangen. Aufgrund der Bedingung $0 \leq a/c \leq 1,0$ kann der fiktive Riß, der aus dem realen Riß und der Dugdale-Fließzone besteht, höchstens kreisförmig werden. Dies bedeutet, daß der Gültigkeitsbereich von σ_L für den realen Riß auf $a/t \geq a/c$ beschränkt ist. Wie aus Bild 5 hervorgeht, wurde für die spätere probabilistische Rechnung der Gültigkeitsbereich für $a/t < a/c$ durch eine Extrapolation erweitert. Ein Fit an die in /11/ angegebenen Kurven ergibt:

$$\begin{aligned} \sigma_L &= \sigma_f \cdot \left[1 - P_1 \cdot P_2 \right] \cdot \left[1 - (a/t)^{1,4} \right] \\ P_1 &= -1,907 \cdot \frac{a}{t} + 1,515 \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^{0,1660} \cdot \left(\frac{a}{t}\right)^2 \\ &\quad - 21,52 \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^{2,142} \cdot \left(\frac{a}{t}\right)^3 + 0,3422 \cdot \left(\frac{a}{t}\right)^4 \\ P_2 &= -0,7400 + 3,859 \cdot \frac{a}{c} - 3,825 \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^2 \\ &\quad - 2,890 \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^3 + 4,356 \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^4 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Es hat sich gezeigt, daß die Fließspannung für das Dugdale-Modell recht gut durch

$$\sigma_f = 1,15 R_p \quad (2.10)$$

beschrieben werden kann.

2.3 Bruchmechanische Beschreibung von Innenfehlern

Im folgenden werden innenliegende Fehler der Tiefe $2a$ durch mittig-liegende Innenfehler der Tiefe $2a$ ersetzt (Bild 1, Vorgehensweise c). Die linear-elastische bruchmechanische Beschreibung für Risse beliebiger Tiefenlage erfolgt nach der Beziehung

$$K_I = \frac{\sigma \cdot \sqrt{\pi a}}{\phi} \cdot M_m(2a/t, 2e/t) \quad (2.11)$$

Im ASME-Code /6/ wird in einem Schaubild der Korrekturfaktor $M_m(2a/t, 2e/t)$ angegeben. Diese Kurven können an der Stelle D durch

$$M_m\left(\frac{2a}{t}, \frac{2e}{t}\right) = P\left(\frac{2a}{t}\right) + 0,04188 \cdot 666,2 \frac{2a}{t} \cdot \left(\frac{2e}{t}\right)^{1,535 + \frac{2a}{t}} \quad (2.12)$$

und an der Stelle B durch

$$M_m\left(\frac{2a}{t}, \frac{2e}{t}\right) = P\left(\frac{2a}{t}\right) + 0,07786 \cdot 193,8 \frac{2a}{t} \cdot \left(\frac{2e}{t}\right)^{2,755 + \frac{2a}{t}}$$

mit

$$P\left(\frac{2a}{t}\right) = 1,018 - 0,1766 \cdot \left(\frac{2a}{t}\right) + 0,8479\left(\frac{2a}{t}\right)^2 + 0,3486\left(\frac{2a}{t}\right)^3 \quad (2.13)$$

erfaßt werden. Für mittigliegende Risse ist $2e/t = 0$, d.h., die K-Lösungen für die Stellen D und B sind identisch. Zur Beschreibung des elasto-plastischen Versagens wurde in /12/ nach der in /11/ entwickelten Methode die Ligamentinstabilität von mittigliegenden Rissen berechnet. Bild 7 zeigt die Abhängigkeit der Grenzlast von der Rißtiefe a/t und Rißgeometrie a/c . An diese Kurven kann folgende Funktion angepaßt werden:

$$\begin{aligned} \sigma_L &= \sigma_f \cdot (2 + P_1 \cdot P_2) \cdot \left(0,5 - \frac{a}{t}\right) \\ P_1 &= - 0,8160 \cdot \frac{a}{t} + 167,5 \cdot \frac{a}{t} \\ &\quad + 230,6 \cdot \frac{a}{t}^{7,379} - 0,2840 \cdot \left(\frac{a}{t}\right)^{3,140} \cdot \frac{a}{c} \\ P_2 &= - 0,4533 + 3,144^{a/c} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Dabei wird die Fließspannung σ_f nach Gl. (2.10) berechnet.

3. Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit

In diesem Abschnitt werden die wichtigsten Formeln von /4/ wiederholt. Unter der Voraussetzung, daß in einem Bauteil die Rißtiefe a , das a/c -Verhältnis, die Rißzähigkeit K_{IC} , die Fließspannung σ_f und die anliegende Spannung σ voneinander unabhängige Zufallsvariablen sind, läßt sich wie in /4/ näher erläutert, die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ aus

$$Q^{(1)} = \int_0^{\infty} f(\sigma) \int_0^{\infty} f(\sigma_f) \int_0^1 f(a/c) \int_{a_u}^{a^*} f(a) \int_{K_{ICu}}^{\tilde{K}_I} f(K_{IC}) dK_{IC} da d(a/c) d\sigma_f d\sigma +$$

$$+ \int_0^{\infty} f(\sigma) \int_0^{\infty} f(\sigma_f) \int_0^1 f(a/c) \int_{a^*}^t f(a) da d(a/c) d\sigma_f d\sigma$$
(3.1)

berechnen. In Gl. (3.1) müssen normierte Verteilungen eingesetzt werden. Die obere Grenze \tilde{K}_I folgt aus dem gewählten Versagenskriterium Gl. (2.1) zu

$$\tilde{K}_I = K_I \cdot \frac{\sigma_L}{\sigma} \left[\frac{8}{\pi^2} \ln \sec \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sigma}{\sigma_L} \right) \right]^{1/2}$$
(3.2)

Für K_I und σ_L können die in Abschnitt 2 zusammengestellten Beziehungen eingesetzt werden.

Bei der Berechnung von $Q^{(1)}$ nach Gl. (3.1) gibt es Kombinationen von a , a/c , σ und σ_f für die

$$\frac{\sigma}{\sigma_L} \geq 1$$
(3.3)

ist, was nach Gl. (3.2) zur Divergenz von \tilde{K}_I führt. Aus dieser Beziehung kann die Grenzrißtiefe a^* bestimmt werden.

Mit Hilfe der Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit P_{ND} berechnet sich aus der Verteilung der gefundenen Fehler die Verteilung der tat-

sächlich vorhandenen Fehler zu

$$f_o(a) = \frac{f_1(a)}{1 - P_{ND}(a)} \quad (3.4)$$

Obwohl die in Tabelle 1 aufgeführte Fehlerverteilung $f_1(a)$ nicht alle entdeckten Fehler enthält (die reparierten Fehler wurden bereits abgezogen) wurde sie als die Verteilung $f_1(a)$ angesehen und für $f(a)$ (= Verteilung der bei Betriebsbeginn im Bauteil vorhandenen Fehler) die nach Gl. (3.4) berechnete Verteilung $f_o(a)$ eingesetzt. Der Einfluß dieser Näherung wird im Abschnitt 5 untersucht.

Zur Ermittlung der Ausfallwahrscheinlichkeit Q_{ges} wird die tatsächliche Anzahl der Fehler benötigt. Liegt nur die Anzahl der gefundenen Fehler N_1 vor, so berechnet sich die Anzahl der tatsächlich vorhandenen Fehler zu

$$N_o = \int_{a_u}^t \frac{N_1 f_1(a)}{1 - P_{ND}(a)} da \quad (3.5)$$

Nimmt man an, daß die Anzahl der Fehler pro Bauteil poissonverteilt ist mit dem Mittelwert N_o , so ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Bauteil versagt:

$$Q_{gesamt} = 1 - e^{-N_o Q^{(1)}} \quad (3.6)$$

Der relative Anteil der Rißtiefe a , des Achsenverhältnisses a/c , der Rißzähigkeit K_{Ic} und des Versagenswinkels φ (s. Bild 10) an der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ berechnet sich zu

$$\frac{dQ^{(1)}}{da} = \int_0^\infty f(a) \cdot \int_0^\infty f(\sigma) \cdot \int_0^1 f(\sigma_f) \cdot \int_{K_{Icu}}^{\tilde{K}_I} f(K_{Ic}) dK_{Ic} d(a/c) d\sigma_f d\sigma \quad (3.7)$$

$$\frac{dQ(1)}{d(a/c)} = \int_0^{\infty} f(a/c) \cdot \int_0^{\infty} f(\sigma) \cdot \int_0^1 f(\sigma_f) \int_{K_{Icu}}^{\tilde{K}_I} f(a) \int f(K_{Ic}) dK_{Ic} da d\sigma_f d\sigma \quad (3.8)$$

$$\frac{dQ(1)}{dK_{Ic}} = \int_0^{\infty} f(K_{Ic}) \int_0^{\infty} f(\sigma) \cdot \int_0^1 f(\sigma_f) \int_{a_c} f(a) da d(a/c) d\sigma_f d\sigma \quad (3.9)$$

a_c ist die Lösung der Gleichung $\tilde{K}_I(a_c) = K_{Ic}$

Mit $\cot\varphi = \alpha_0$ gilt:

$$\begin{aligned} \frac{dQ(1)}{d\alpha_0} &= \int_0^{\infty} f(\sigma) \int_0^{\infty} f(\sigma_f) \int_0^1 f(a/c) \int_{K_{Icu}}^{\infty} f(K_{Ic}) \int_{a_c}^t f(a) da dK_{Ic} d(a/c) d\sigma_f d\sigma \\ &\cdot \delta(g(K_{Ic}, \sigma_f, a, a/c) - \alpha_0) \end{aligned} \quad (3.10)$$

mit

$$g(K_{Ic}, \sigma_f, a, a/c) = \frac{\sigma \cdot K_{Ic}}{K_I \cdot \sigma_L}$$

δ : Diracsche δ -Funktion.

Integration von Gl. (3.10) führt auf

$$\frac{dQ(1)}{d\alpha_0} = \int_0^{\infty} f(\sigma) \int_0^{\infty} f(\sigma_f) \int_0^1 f(a/c) \int_{a_c}^t \frac{K_I}{\sigma} \cdot \sigma_L \cdot f(K_{Ic}(\varphi)) f(a) da da/c d\sigma_f d\sigma \quad (3.11)$$

$K_{Ic}(\varphi)$ ergibt sich aus

$$\cot\varphi = \frac{K_{Ic}(\varphi)}{K_I} \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_L}\right) \quad (3.12)$$

4. Einfluß unterschiedlicher bruchmechanischer Ansätze auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$

In einer ersten Studie wird untersucht, inwieweit unterschiedliche bruchmechanische Modelle die Ausfallwahrscheinlichkeit beeinflussen. Insbesondere wird der Einfluß des Versagenskriteriums und der in Abschnitt 2 zusammengestellten Ansätze für den Spannungsintensitätsfaktor und die plastische Grenzlast betrachtet.

4.1 Der Einfluß des Versagenskriteriums auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$

In der vorliegenden Studie wird das Versagen mit der linear elastischen Bruchmechanik und mit der Zweikriterienmethode bestimmt. Zur Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit bei Sprödbbruchverhalten wird die K-Lösung von Newman/Raju /7/ verwendet. In die Zweikriterienmethode geht außerdem die plastische Grenzlast nach Gl. (2.9) ein.

Unter Zugrundelegung der Verteilungen von Tabelle 1 ergeben sich für die ungestörte Kugel und die Materialschleuse die in Tabelle 2 zusammengestellten Ausfallwahrscheinlichkeiten $Q^{(1)}$.

4.2 Die Ausfallwahrscheinlichkeit bei unterschiedlichen Ansätzen für den K-Faktor und die plastische Grenzlast

Im folgenden wird der Einfluß der in die Zweikriterienmethode eingehenden K-Lösungen und Lösungen für die plastische Grenzlast untersucht. Von besonderem Interesse sind die Fragen:

- wie wirken sich diese bruchmechanischen Änderungen auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ aus?
- kann die probabilistische Rechnung eventuell mit "einfachen" Ansätzen für die K-Lösung und plastische Grenzlast durchgeführt werden?

Um diese Fragen beantworten zu können, werden die in Kapitel 2 zusammengestellten K-Lösungen für die plastische Grenzlast verwendet.

4.2.1 Einfluß verschiedener K-Lösungen für Oberflächenrisse auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$

Der Einfluß der K-Lösungen wurde bereits in /4/ untersucht. Der Vollständigkeit halber sollen die Ergebnisse nochmals erwähnt werden. Diesen Untersuchungen lag die plastische Grenzlast nach Gl.(2.7) sowie die K-Lösungen nach ASME /6/ und Newman/Raju /7/ zugrunde. Die Ergebnisse sind nochmals in Tabelle 3 zusammengestellt. Der Spannungsintensitätsfaktor nach /7/ liefert verglichen mit dem Spannungsintensitätsfaktor nach /6/ eine um etwa 50% niedrigere Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$.

4.2.2. Einfluß verschiedener Lösungen für die plastische Grenzlast bei Oberflächenrisen auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$

Unter Beibehaltung der K-Lösung von Newman/Raju /7/ werden in die Zweikriterienmethode die plastische Grenzlast nach Gl. (2.7), Gl. (2.8) und Gl. (2.9) eingesetzt. Die entsprechenden Ausfallwahrscheinlichkeiten $Q^{(1)}$ sind in Tabelle 4 zusammengestellt.

Aus der Tabelle 4 wird ersichtlich:

- Die Lösungen für die plastische Grenzlast unterscheiden sich dadurch, daß sich für die plastische Grenzlast nach Gl. (2.9) bei sehr kleinen a/c-Verhältnissen viel niedrigere Werte von σ_L ergeben. Deshalb wird in diesem Fall die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ am größten und zwar um so größer, je höher die angelegte Spannung ist.
- Gegenüber der plastischen Grenzlast nach Gl. (2.8) ergibt sich für den großen KMV eine Erhöhung der Ausfallwahrscheinlichkeit nahezu um den Faktor 2.
- Ein Vergleich der plastischen Grenzlast nach Gl. (2.8) mit der plastischen Grenzlast nach Gl. (2.7) ergibt keine nennenswerte Erhöhung der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$.

4.3. Die Verteilung der Risse, die zum Ausfall führen und des Versagenswinkels φ

Für die Größen a, a/c und φ ist in den Bildern 8-10 jeweils der relative Anteil an der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ in Form von

$dQ^{(1)}/da$ -a, $dQ^{(1)}/d(a/c)$ -a/c und $dQ^{(1)}/d(\cot\varphi)$ - φ -Kurven aufgetragen. Die Ergebnisse, die sich für die plastischen Grenzlaster nach /9/ und /11/ einstellen, werden miteinander verglichen.

Da sich für σ_L nach /11/ für mittlere Werte von a/t und kleine a/c-Verhältnisse niedrigere Grenzlaster als für σ_L nach /9/ einstellen, ergibt sich in der $dQ^{(1)}/da$ -a-Kurve (Bild 8) für eine Rißtiefe von 12 mm eine geringfügige Erhöhung. Dieser Effekt kann ebenso in der $dQ^{(1)}/d(a/c)$ -a/c-Kurve für kleine a/c-Verhältnisse beobachtet werden. Bei vorgegebener Rißgeometrie (a, a/c) und festen Werkstoffkenngrößen (K_{IC}, σ_f) führt ein kleinerer Wert von σ_L zu einem kleineren Versagenswinkel φ . Dies bedeutet, daß für die plastische Grenzlast nach /11/ eher elasto-plastisches Verhalten zu erwarten ist, als für die plastische Grenzlast nach /9/, d.h., die $dQ^{(1)}/d(\cot\varphi)$ - φ -Kurve wird zu kleineren φ -Werten verschoben (Bild 10).

4.4 Einfluß des Rißmodells auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$

Anhand der Abnahmeprotokolle der US-Prüfung /3/ konnten für die Schweißnähte der Stahlhülle nur innenliegende Fehler festgestellt werden, die mit einer Standardabweichung von ca. 25% um die Wandstärkenmitte streuen. Aufgrund der schwierigen analytischen bruchmechanischen Behandlung von innenliegenden Fehlern gehen in die Rechnung Rißmodelle ein, die die Realität konservativ abdecken.

In /3/ werden die innenliegenden Fehler der Tiefe 2a bei konstantem a/c-Verhältnis als Oberflächenfehler der Tiefe a angenommen (Bild 1, Vorgehensweise b). Wie in /4/ festgestellt wurde, stellt dies nur für sehr kleine a/t-Verhältnisse eine konservative Näherung dar. Richtiger hingegen ist die in Bild 1 gezeigte Vorgehensweise a.

Die innenliegenden Risse der Tiefe 2a, deren Tiefenlage überwiegend um die Wandstärkenmitte streut, können ebenso als mittig liegende Risse der Tiefe 2a angenommen werden (Bild 1, Vorgehensweise c). Dieses Rißmodell ist jedoch nicht konservativ.

Zur Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ werden in die Zweikriterienmethode die K-Lösung von ASME /6/ sowie die plastische Grenzlast nach Gl. (2.14) eingesetzt. Analog den Überlegungen von /4/

wird für die Rißverteilung eine untere Grenze von 1 mm angenommen. In Tabelle 5 sind die Ergebnisse zusammengestellt. Die Vorgehensweise a liefert bis zu 2 Größenordnungen größere Ausfallwahrscheinlichkeiten $Q^{(1)}$ als die Vorgehensweise b. Diese ergibt wiederum etwas größere Ausfallwahrscheinlichkeiten $Q^{(1)}$ als die Vorgehensweise c.

4.5 Zusammenfassung

Die Anwendung der Zweikriterienmethode liefert für die ungestörte Kugel mit Materialschleuse bei einem großen KMV eine um den Faktor 4 höhere Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ als die linear elastische Bruchmechanik. Dieser Effekt wird um so größer, je höher die anliegende Spannung ist.

Geringer sind die Einflüsse, die auf unterschiedlichen K-Lösungen und unterschiedlichen Grenzlasten beruhen, d.h. für die K-Lösung und die plastische Grenzlast können auch einfache Ansätze verwendet werden. Der Spannungsintensitätsfaktor nach Newman/Raju /7/ ergibt verglichen mit dem Spannungsintensitätsfaktor nach ASME /6/ eine um etwa 50% niedrigere Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$. Die plastische Grenzlast nach Gl. (2.9) ergibt für den Fall der Materialschleuse bei einem großen KMV eine um den Faktor 2 größere Ausfallwahrscheinlichkeit als die plastische Grenzlast nach Gl. (2.7) und Gl. (2.8).

Weit größere Einflüsse ergeben sich durch die Wahl des Rißmodells. Die Vorgehensweise a liefert bis zu 2 Größenordnungen größere Ausfallwahrscheinlichkeiten $Q^{(1)}$ als die Vorgehensweise b. Diese wiederum ergibt etwas höhere Ausfallwahrscheinlichkeiten $Q^{(1)}$ als die Vorgehensweise c.

5. Der Einfluß von statistischen Unsicherheitsfaktoren auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$

Neben unterschiedlichen bruchmechanischen Modellen gehen "statistische" Unsicherheitsfaktoren in die Rechnung ein. Sie werden im folgenden untersucht. Anhand dieser Berechnungen soll beurteilt werden, ob der Einfluß verschiedener bruchmechanischer Ansätze größenordnungsmäßig mit dem von "statistischen" Unsicherheitsfaktoren vergleichbar ist.

In einer ersten Studie wird auf die bei einer Fehlerverteilung auftretenden Unsicherheiten eingegangen. Wie vorangegangene Rechnungen /16/ gezeigt haben, können sie die Ausfallwahrscheinlichkeit stark beeinflussen. Spezielle Probleme sind:

- Die Auswahl der Verteilungsfunktion, die an die Rohdaten angepaßt werden soll,
- die Beurteilung der Zuverlässigkeit der Inspektion. Hierzu gehören eine Abschätzung der Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit sowie der unteren Grenze, unterhalb deren keine Fehler mehr gefunden werden können.

Neben der Reißverteilung ist die Verteilung der Reißzähigkeit K_{Ic} von besonderem Interesse. Da das Material nicht beliebig schlecht sein kann, sollte eine untere Grenze für die Reißzähigkeit vorliegen. Es treten folgende Fragen auf:

- Kann aus den Daten auf die Existenz einer unteren Grenze geschlossen werden?
- Sollen die Daten durch eine bei der unteren Grenze abgeschnittene oder eine um die untere Grenze verschobene Verteilung angepaßt werden?

Während den obigen Rechnungen die jeweils an die Rohdaten angepaßten Verteilungen zugrunde gelegt werden, wird in einer weiteren Studie untersucht, inwieweit eine Variation des Mittelwertes und der Streuung der einzelnen Einflußgrößen die Ausfallwahrscheinlichkeit beeinflussen.

In den folgenden Untersuchungen werden innenliegende Fehler der Tiefe 2a als Oberflächenfehler der Tiefe 2a angenommen (Bild 1, Vorgehensweise a). Der Rechnung liegt die K-Lösung nach Newman/Raju /7/ sowie die plastische Grenzlastlösung nach Gl. (2.9) zugrunde.

5.1 Inwieweit beeinflussen die bei einer Reißverteilung auftretenden Unsicherheitsfaktoren die Ausfallwahrscheinlichkeit?

5.1.1 Die Abhängigkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ von der Wahl des Reißverteilungstyps

An die vorliegenden Rohdaten wurde nach der Methode des χ^2 -Fits eine bei einer unteren Grenze von 2 mm abgeschnittene Weibull- und Lognormalverteilung angepaßt. Die Parameter der Verteilungen sowie die Ergebnisse des χ^2 -Tests sind in Tabelle 6 zusammengestellt.

Bild 11 zeigt das Histogramm sowie den Verlauf der angepaßten Verteilungen. Bild 11 sowie der χ^2 -Test machen deutlich, daß die vorliegenden Daten am besten durch die in den vorangegangenen Kapiteln verwendete Lognormalverteilung beschrieben werden können.

Da statistische Tests zuweilen unterschiedliche Verteilungsfunktionen akzeptieren, wird auch der Einfluß des "nächstbesten Fits" untersucht. Tabelle 7 zeigt den Einfluß der bei einer unteren Grenze von 2 mm abgeschnittenen Weibullverteilung auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$.

5.1.2 Die Abhängigkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ von der unteren Grenze der Fehlerverteilung

In den vorgangegangenen Betrachtungen wurde aufgrund der Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit P_{ND} eine untere Grenze von 2 mm angenommen ($P_{ND}(a=2 \text{ mm})=0,95$). Diese Annahme stellt sicherlich einen großen Unsicherheitsfaktor dar. Um den Einfluß dieses Unsicherheitsfaktors zu untersuchen, wurden an die vorliegenden Rohdaten nach der Methode des χ^2 -Fits bei unterschiedlichen unteren Grenzen eine abgeschnittene

Exponential-, Weibull- und Lognormalverteilung angepaßt. Unter der Annahme, daß bei einer Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit von 99% bei einer Inspektion der Stahlhülle ein Fehler nicht mehr entdeckt wird, ergibt sich eine untere Grenze von 0,39 mm. Wie bei einer unteren Grenze von 2 mm kann das Histogramm ebenso durch eine Weibull- oder Lognormalverteilung angepaßt werden. Da in /3/ eine bei einer unteren Grenze von 3,5 mm abgeschnittene Exponentialverteilung verwendet wurde, werden die Daten außerdem von einer bei einer unteren Grenze von 3,5 mm abgeschnittenen Exponential-, Weibull- und Lognormalverteilung angepaßt. Die Parameter der Verteilungen sowie die Ergebnisse des χ^2 -Tests sind in Tabelle 8 zusammengefaßt.

In den Bildern 12 und 13 sind die Histogramme sowie der Verlauf der angepaßten Verteilungen dargestellt. Für die ungestörte Kugel wird bei einem großen KMV für verschiedene Verteilungstypen der Einfluß der unteren Grenze auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ untersucht. In Tabelle 9 sind die Ergebnisse zusammengefaßt.

Aus Tabelle 9 wird ersichtlich, daß im Falle einer bei einer unteren Grenze von 0,39 mm bzw. 2 mm abgeschnittenen Lognormal- oder Weibullverteilung die Ausfallwahrscheinlichkeit nur geringfügig von der Wahl der unteren Grenze als auch von der Wahl des verwendeten Verteilungstyps beeinflußt wird. Die Unterschiede liegen im Rahmen der Rechengenauigkeiten. Durch eine untere Grenze von 3,5 mm kann die Ausfallwahrscheinlichkeit je nach Verteilungstyp bis zu einem Faktor 6 erhöht werden. Bild 14 zeigt für die bei unterschiedlichen unteren Grenzen abgeschnittenen Reißverteilungen die $dQ^{(1)}/da$ -Kurven. Nahezu unabhängig von der Wahl der unteren Grenze und des Verteilungstyps wird die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ hauptsächlich von Rissen der Tiefe 4-6 mm bestimmt.

5.1.3 Die Abhängigkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit von der Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit

Den bisherigen Rechnungen liegt die Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit des PISC-Programms /13/ (Tabelle 1) zugrunde. Sie wurde an speziell mit Rissen präparierten Bauteilen gewonnen und stellt den zur Zeit konservativsten Ansatz dar. Im Marshall-Report /15/ wird aufgrund

einer Umfrage bei erfahrenen Ultraschallprüfern die folgende Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit angegeben:

$$P_{ND}(a) = \varepsilon + (1-\varepsilon)\exp(-\mu a) \quad (5.1)$$

$$\varepsilon = 0,005$$

$$\mu = 0,1134 \text{ mm}^{-1}$$

Bild 15 zeigt einen Vergleich der Nichtentdeckungswahrscheinlichkeiten. Für die in den Abschnitten 5.1.1 und 5.1.2 angegebenen Rißverteilungen wurde die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ bestimmt. In Tabelle 10 sind die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$, Q_{ges} sowie die Anzahl der tatsächlich vorhandenen Fehler angegeben. Den Berechnungen liegt die ungestörte Kugel bei einem großen Kühlmittelverluststörfall zugrunde.

Es stellt sich heraus, daß die Ausfallwahrscheinlichkeit, die mit der Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit des PISC-Programms ermittelt wurde, aufgrund einer großen Anzahl tatsächlich vorhandener Fehler um einen Faktor 2 bis 3 größer ist. Nach Bild 16 wird die $dQ^{(1)}/da$ -Kurve für die bei 2 mm abgeschnittene Lognormalverteilung nur unwesentlich von der Wahl der verwendeten Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit bestimmt.

5.1.4 Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit bei unterschiedlichen Ansätzen für $f(a)$

Obwohl die dieser Studie zugrundeliegende Verteilung nicht alle entdeckten Fehler enthält (die reparierten Fehler wurden abgezogen) wurde sie als die Verteilung $f_1(a)$ angesehen und für $f(a)$ (=Verteilung der bei Betriebsbeginn im Bauteil vorhandenen Fehler) die nach Gl.(3.4) berechnete Verteilung $f_0(a)$ eingesetzt. Um diese Näherung beurteilen zu können, wird an die vor der Reparatur vorliegenden Risse bei einer unteren Grenze von 2 mm mit einer Exponential-, Weibull- und Lognormalverteilung eine Kurvenanpassung vorgenommen.

Aufgrund des χ^2 -Tests stellt die Lognormalverteilung mit den Parametern

$$\mu = 3,83 \text{ mm} \quad \text{und} \quad \sigma = 0,2 \quad (5.2)$$

für $2 \text{ mm} \leq a \leq 29 \text{ mm}$ die beste Kurvenanpassung dar. Daraus folgt nach Gl. (3.4) die Verteilung der tatsächlich vorhandenen Fehler $f_0(a)$. Hiermit kann die Ausfallwahrscheinlichkeit bei ausbleibender Reparatur der gefundenen Fehler berechnet werden. Für die ungestörte Kugel errechnet sich bei einem großen Kühlmittelverluststörfall eine Ausfallwahrscheinlichkeit

$$Q^{(1)} = 8,9 \cdot 10^{-12}$$

Bei 14529 tatsächlich vorhandenen Fehlern ergibt sich eine Ausfallwahrscheinlichkeit

$$Q_{\text{ges}} = 1,3 \cdot 10^{-7}$$

Verglichen mit den Ergebnissen von Tabelle 9 wird die Ausfallwahrscheinlichkeit Q_{ges} um einen Faktor 2 erhöht.

Mit Hilfe der Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit kann das Histogramm der gefundenen Fehler in ein Histogramm der tatsächlich vorhandenen Fehler umgerechnet werden. Nach Abzug der bei der Inspektion reparierten Fehler ergibt sich die letztendlich in die Rechnung eingehende tatsächliche Fehlerverteilung $f(a)$.

Der χ^2 -Fit liefert für $f(a)$ eine Lognormalverteilung mit den Parametern

$$\mu = 3,65 \text{ mm} \quad \text{und} \quad \sigma = 0,2 \quad (5.3)$$

für $2 \text{ mm} \leq a \leq 29 \text{ mm}$.

Daraus berechnet sich für die ungestörte Kugel bei einem großen Kühlmittelverluststörfall eine Ausfallwahrscheinlichkeit

$$Q^{(1)} = 6,6 \cdot 10^{-12}$$

Bei 15456 tatsächlich vorhandenen Fehlern ergibt sich eine Ausfallwahrscheinlichkeit

$$Q_{\text{ges}} = 1 \cdot 10^{-7}$$

Da bei dieser Vorgehensweise nicht wie zuvor die reparierten Fehler von den gefundenen Fehlern, sondern von den tatsächlich vorhandenen Fehlern abgezogen wurden, liegen im Bauteil mehr Risse vor. Dementsprechend steigt die Ausfallwahrscheinlichkeit um einen Faktor 1,5 gegenüber dem Ergebnis von Tabelle 9.

5.2 Die Abhängigkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ von einer unteren Rißzähigkeitsgrenze

Die vorangegangenen Rechnungen /4/ haben gezeigt, daß die Unsicherheiten in der Ausfallwahrscheinlichkeit hauptsächlich von der Verteilung der Rißzähigkeit bestimmt werden. In den bisherigen Untersuchungen wurde mit einer unteren Rißzähigkeitsgrenze von Null eine konservative Annahme getroffen. Da jedoch ein Werkstoff nicht beliebig schlecht sein kann, ist diese Annahme unrealistisch. Es ergeben sich folgende Fragen:

- Kann bei der Kurvenanpassung aus den Daten auf die Existenz einer unteren Grenze geschlossen werden?
- Sollten die Daten durch eine bei der unteren Grenze abgeschnittene oder durch eine um die untere Grenze verschobene Verteilung angepaßt werden?

In /3/ und /4/ wurde aus Mangel an direkt gemessenen K_{IC} -Daten aus einer Verteilung für die Kerbschlagarbeit eine K_{IC} -Verteilung bestimmt. Sailors/Corten /14/ geben eine Beziehung an, mit der für die Tiefenlage und den Übergangsbereich die Kerbschlagarbeit C_V in die Rißzähigkeit K_{IC} transformiert werden kann.

$$K_{IC} = 14,63 (C_V)^{1/2} \quad (5.4)$$

mit K_{IC} : Rißzähigkeit in $\text{MNm}^{-3/2}$

C_V : Kerbschlagarbeit in J.

Ein Vergleich mit den wenigen direkt gemessenen K_{IC} -Werten zeigt, daß die aus der Korrelation mit der Kerbschlagarbeit gewonnenen K_{IC} -Werte zu hoch sind. Deshalb wird in /3/ anhand einer Mittelwertskurve an die bei verschiedenen Temperaturen direkt gemessenen K_{IC} -Werte durch Extrapolation für 20°C ein Mittelwert von $110,7\text{MNm}^{-3/2}$ ($=3500\text{Nmm}^{-3/2}$) gefunden. Aus der Verteilung der Kerbschlagarbeit wird durch die Transformation $K_{IC} = \alpha \cdot K_{IC}'$ bei konstantem Variationskoeffizienten eine neue untere Grenze und Standardabweichung gefunden.

5.2.1 Kurvenanpassung mit einer bei einer unteren Grenze abgeschnittenen Weibullverteilung

An die in /3/ angegebenen Daten für die Kerbschlagarbeit C_V wurde eine bei verschiedenen unteren Grenzen abgeschnittene Weibullverteilung angepaßt. Bild 17 zeigt das Histogramm der Kerbschlagarbeit C_V sowie die angepaßte unabgeschnittene Weibullverteilung.

In Tabelle 11 sind die Ergebnisse der Kurvenanpassung zusammengestellt. Die Größe χ^2 wird um so kleiner, je mehr sich die untere Grenze 35 Joule nähert. Da jedoch nach Bild 17 Proben mit einer Kerbschlagarbeit von 35 Joule existieren, sollte die untere Grenze kleiner als dieser Wert sein.

5.2.2 Kurvenanpassung mit einer um die untere Grenze verschobenen Weibullverteilung

In den bisherigen Überlegungen wurde davon ausgegangen, daß die Verteilung bei einem plausiblen unteren Grenzwert abgeschnitten wird, d.h. unterhalb dieser Schwelle sind keine Daten mehr vorhanden. Da jedoch in der Realität ein kontinuierlicher Abfall bis zur unteren Grenze zu erwarten ist, wird bei Werkstoffverteilungen zuweilen von einer um die untere Grenze τ verschobenen Verteilung Gebrauch gemacht.

Für die Kerbschlagarbeit wird eine dreiparametrische Weibullverteilung verwendet. Aufgrund der nichtlinearen Beziehung zwischen K_{IC} und C_V

(Gl. (5.4)) können für eine dreiparametrische Weibullverteilung die Parameter der K_{IC} -Verteilung nicht bestimmt werden. Deshalb wird das Histogramm der Kerbschlagarbeit zunächst in ein Histogramm für die Reißfähigkeit K_{IC}' umgerechnet (Bild 18). An dieses Histogramm wurde für verschiedene untere Grenzen eine dreiparametrische Weibullverteilung

$$f(K_{IC}') = \frac{\eta}{\sigma'} \left(\frac{K_{IC}' - K_{ICu}}{\sigma'} \right)^{\eta-1} \cdot \exp \left[- \left(\frac{K_{IC}' - K_{ICu}}{\sigma'} \right)^\eta \right] \quad (5.5)$$

angepaßt.

In Tabelle 12 sind die Ergebnisse der Kurvenanpassung und der Transformation $K_{IC} = \alpha \cdot K_{IC}'$ zusammengestellt. Die transformierte Weibullverteilung habe dann die Parameter K_{ICu} , η und σ .

5.2.3 Einfluß der unteren Reißfähigkeitsgrenze auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$

Es konnte gezeigt werden, daß bei der Kurvenanpassung für die Reißfähigkeit K_{IC} keine eindeutige untere Grenze gefunden werden kann. Ausgehend von den in Tabelle 12 berechneten Parametern wird in Bild 19 die Abhängigkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ von der unteren Grenze bei einer abgeschnittenen und einer dreiparametrischen Reißfähigkeitsverteilung dargestellt. Diesen Rechnungen liegen die Spannungen des großen Kühlmittelverluststörfalles für die ungestörte Kugel sowie für die Materialschleuse zugrunde. Es zeigt sich, daß die dreiparametrische Weibullverteilung gegenüber der bei einer unteren Grenze abgeschnittenen Weibullverteilung bei gleicher unterer Grenze eine weit geringere Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ liefert. Da das Maximum der $dQ^{(1)}/dK_{IC} - K_{IC}$ -Kurve mit wachsender Spannung zu größeren K_{IC} -Werten hin verschoben wird /4/, wird der Einfluß einer unteren K_{IC} -Grenze um so geringer, je größer die anliegende Spannung ist. Im Bereich der Materialschleuse macht sich bei einem großen Kühlmittelverluststörfall eine abgeschnittene Weibullverteilung erst bei einer unteren Grenze von $50-60 \text{ MNm}^{-3/2}$ bemerkbar.

In einer $dQ^{(1)}/dK_{Ic}-K_{Ic}$ -Kurve (Bild 20) wird für eine dreiparametrische Weibullverteilung der Einfluß einer unteren Grenze dargestellt. Die Kurve wird durch eine kleinere untere Grenze nach oben verschoben.

Nach dieser Untersuchung muß festgestellt werden, daß die untere Reißfähigkeitsgrenze einen großen Unsicherheitsfaktor darstellt. Je nach Größe der anliegenden Spannung kann sie die Ausfallwahrscheinlichkeit um mehrere Größenordnungen beeinflussen. Im Rahmen einer konservativen Betrachtungsweise erscheint es deshalb vorteilhaft, die wenig realistische Reißfähigkeitsgrenze Null anzunehmen.

5.3 Variation der Einflußgrößen

Den bisherigen Rechnungen wurden jeweils die an die Rohdaten angepaßten Verteilungen zugrunde gelegt. In diesem Abschnitt soll untersucht werden, inwieweit eine Variation des Mittelwertes und der Streuung der einzelnen Einflußgrößen die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ beeinflusst. Die Studie wurde für die ungestörte Kugel bei einem großen KMV durchgeführt.

5.3.1 a/c Verteilung

Das Reißgeometrieverhältnis a/c wurde in /3/ aus den Abnahmeprotokollen der Ultraschallprüfung entnommen. Aufgrund der Unsicherheiten bei der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung können die Meßdaten erheblich verfälscht werden. In Bild 21 wird bei einem konstanten Mittelwert die Abhängigkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ vom Variationskoeffizienten V dargestellt. Die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ wird um so größer, je kleiner der Mittelwert $\overline{a/c}$ und je größer die Streuung ist. Bei konstanter Standardabweichung kann beispielsweise eine Herabsetzung des Mittelwertes um 20% eine um den Faktor 3 höhere Ausfallwahrscheinlichkeit bewirken. Bei einem konstanten Mittelwert kann sich bei der Erhöhung der Standardabweichung um 50% eine um den Faktor 2 größere Ausfallwahrscheinlichkeit einstellen.

5.3.2 Spannungsverteilung

Der Innendruck und die thermische Belastung, die während des Kühlmittelverluststörfalles in der Stahlhülle herrschen, wurden von der TU München und GRS Garching durch eine Simulation bestimmt. Aufgrund der bei der Modellierung der Störfälle entstehenden Unsicherheiten und der daraus berechneten Spannungsverteilung wird auch für die Spannungsverteilung eine Variation des Mittelwerts und der Streuung durchgeführt. In Bild 22 wird bei einem konstanten Mittelwert die Abhängigkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ vom Variationskoeffizienten V dargestellt. Bei einem konstanten Mittelwert bewirkt eine größere Standardabweichung keine nennenswerte Erhöhung der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$. Eine Erhöhung des Mittelwerts um 40% kann bei konstanter Standardabweichung eine um 2 Größenordnungen größere Ausfallwahrscheinlichkeit bewirken.

5.3.3 Fließspannungsverteilung

Die bisherigen Untersuchungen, insbesondere die $dQ^{(1)}/d\cot\varphi$ -Kurve, haben gezeigt, daß die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ hauptsächlich vom Spröbruchverhalten bestimmt wird. Deshalb hat eine Änderung des Variationskoeffizienten von σ_f nur eine geringe Auswirkung auf $Q^{(1)}$ (Bild 23). Eine Veränderung des Mittelwerts führt ebenfalls nur zu einer geringfügigen Änderung von $Q^{(1)}$.

5.3.4 K_{IC} -Verteilung

Aufgrund fehlender Meßdaten muß die K_{IC} -Verteilung, wie in Abschnitt 5.2 beschrieben, über eine Korrelation aus Daten für die Kerbschlagarbeit bestimmt werden. Da diese K_{IC} -Verteilung nur eine grobe Näherung darstellen kann, erscheint es wichtig, eine Variation des Mittelwertes und der Streuung durchzuführen. Für Kurven mit einem konstanten Mittelwert wird in Bild 24 die Abhängigkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ vom Variationskoeffizienten V dargestellt. Die Ausfallwahrscheinlichkeit wird um so größer, je kleiner der Mittelwert und je größer die Streuung wird. Bei konstantem Mittelwert kann eine 10% größere Standardabweichung eine um eine Größen-

ordnung höhere Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ ergeben. Eine Erhöhung des Mittelwertes um 10% bewirkt bei konstanter Standardabweichung eine Erhöhung der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ um eine Größenordnung.

5.4 Zusammenfassung

Zunächst wurde auf die bei der Fehlerverteilung auftretenden Unsicherheiten eingegangen. Wird an die Rohdaten anstatt einer Lognormalverteilung eine Weibullverteilung angepaßt, so zeigt sich, daß die Ausfallwahrscheinlichkeit nur unwesentlich von der Wahl des Verteilungstyps abhängig ist. Eine Erhöhung der unteren Rißtiefengrenze von 2 mm auf 3,5 mm kann im ungünstigsten Fall eine um den Faktor 6 größere Ausfallwahrscheinlichkeit Q_{ges} ergeben. Die Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit des PISC-Programms /13/ bewirkt, verglichen mit der Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit des Marshall-Reports /15/, eine um den Faktor 3 größere Ausfallwahrscheinlichkeit Q_{ges} . Für die Rißzähigkeitsverteilung konnte aufgrund der Kurvenanpassung keine eindeutige untere Grenze festgestellt werden. Es zeigte sich jedoch, daß je nach Größe der anliegenden Spannung und der Rißzähigkeitsgrenze die Ausfallwahrscheinlichkeiten um mehrere Größenordnungen variieren können.

Die Untersuchungen haben gezeigt, daß die K_{IC} -Verteilung den größten Unsicherheitsfaktor darstellt. Unglücklicherweise bewirkt eine geringe Erhöhung des Variationskoeffizienten eine erhebliche Erhöhung der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$. Gering dagegen ist der Einfluß des Geometrieverhältnisses a/c , der Spannung σ sowie der Fließspannung σ_f .

6. Der Einfluß der Konstruktion auf die Ausfallwahrscheinlichkeit

Den bisherigen Untersuchungen lagen stets die Daten der Stahlhülle von Biblis B zugrunde. Neuerdings werden jedoch bezüglich der Werkstoffwahl und der Wandstärke Modifikationen vorgenommen. Anstatt dem bisher üblichen Werkstoff WStE47 wird nun der Feinkornbaustahl 15 MnNi63 verwendet. Für den interessierenden Temperaturbereich von 20°C wird in /17/ eine Kerbschlagarbeit C_V von 130 J sowie eine Streckgrenze $R_{p0,2}$ von 370 Nmm⁻² angegeben. Die Korrelation zwischen der Kerbschlagarbeit und Reißfähigkeit /14/ liefert einen K_{IC} -Wert von 166,8 MNm^{-3/2}. In /4/ ergaben sich aus der C_V - K_I -Korrelation (Gl. (5.4)) zu hohe K_I -Werte. Deshalb wurde der Mittelwert von 123,7 MNm^{-3/2} auf 110,7 MNm^{-3/2} (=3500 Nmm^{-3/2}) transformiert. Dies entspricht einer Verschiebung um 13,0 MNm^{-3/2} oder einer prozentualen Absenkung um 10,5%. Entsprechend wird hier vorgegangen. Da in /17/ keinerlei Angaben über die Werkstoffstreuung vorliegen, wird ausgehend von dem in /4/ ermittelten Variationskoeffizient von 8,14% die Standardabweichung bestimmt. Unter der Annahme, daß die Reißfähigkeit wie beim Werkstoff WStE47 weibullverteilt ist, ergeben sich folgende Parameter:

Mittelwert verschoben:

$$\eta = 15,068 \quad \sigma = 159,2 \text{ MNm}^{-3/2} \quad (6.6)$$

Mittelwert prozentual gesenkt:

$$\eta = 15,068 \quad \sigma = 154,5 \text{ MNm}^{-3/2} \quad (6.7)$$

Die geringen Unterschiede zwischen Gl. (6.6) und Gl. (6.7) lassen erwarten, daß die Vorgehensweise bei der Reißfähigkeitsabsenkung auf die Ausfallwahrscheinlichkeit nur wenig Einfluß hat.

Für den Stahl WStE47 ergibt sich in /4/ für die Streckgrenze ein Variationskoeffizient von 3,3%. Davon ausgehend wird für den Stahl 15 MnNi63 bei einem Mittelwert von 370 Nmm⁻² eine Standardabweichung von 12,32 Nmm⁻² geschätzt.

Nach Gl. (2.10) ergibt sich für die Fließspannung ein Mittelwert

$$\mu = 425,5 \text{ Nmm}^{-2} \quad (6.8)$$

und eine Standardabweichung

$$\sigma = 14,2 \text{ Nmm}^{-2}$$

Da beim Stahl WStE47 eine normalverteilte Fließspannung vorliegt, wird eine Normalverteilung angenommen.

Bei Verwendung des Werkstoffes 15MnNi63 wird auch die Wandstärke von 29 mm auf 38 mm erhöht. Inwieweit durch diese Maßnahmen die Ausfallwahrscheinlichkeit beeinflusst wird, wird am Beispiel der ungestörten Kugel bei einem großen Kühlmittelverluststörfall untersucht. Den innenliegenden Rissen werden nach der in Bild 1 angegebenen Vorgehensweise a Oberflächenrisse zugeordnet.

6.1 Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit

Aus Tabelle 13 ist der Einfluß des Werkstoffes und der Wandstärke auf die Ausfallwahrscheinlichkeit ersichtlich. Es wird davon ausgegangen, daß die Fehlerverteilung von der Variation der Wandstärke unabhängig ist. Die Ausfallwahrscheinlichkeit wird für eine erhöhte Wandstärke herabgesetzt. Während dieser Effekt beim Werkstoff WStE47 noch klein ist, ergibt sich für den zäheren Feinkornbaustahl 15MnNi63 eine Absenkung um 2 Größenordnungen. Es zeigt sich außerdem, daß die Frage, wie der aus Gl. (5.4) berechnete K_{IC} -Wert gesenkt wird, unbedeutend ist.

In dieser Betrachtungsweise wird davon ausgegangen, daß in der Stahlhüllenwand die in Tabelle 1 angegebene Spannungsverteilung vorliegt. Richtigerweise müßte für eine Wandstärke von 38 mm über die Kesselformel die Spannung korrigiert werden. Ausgehend von der in /1/ angegebenen Druckverteilung ergibt sich eine normalverteilte Spannungsverteilung mit den Parametern

$$\mu = 132,6 \text{ Nmm}^{-2} \quad (6.9)$$

und

$$\sigma = 11,05 \text{ Nmm}^{-2}$$

Dies führt letztendlich zu einer Ausfallwahrscheinlichkeit Q_{ges} von $1.1 \cdot 10^{-11}$. Um jedoch zum einen nicht zu viele Einflüsse zu untersuchen und zum anderen die Ergebnisse mit den vorangegangenen vergleichen zu können, wird in den nachfolgenden Rechnungen die in Tabelle 1 angegebene Spannungsverteilung verwendet.

6.2 Die Verteilung der Risse, die zum Versagen führen und des Versagenswinkels φ

Die Bilder 25 und 26 zeigen den Einfluß des Werkstoffes und der Wandstärke auf die $dQ^{(1)}/da$ - und $dQ^{(1)}/d(\cot\varphi)$ - φ -Kurve. Das Versagen einer Stahlhülle aus dem Werkstoff WStE47 und einer Wandstärke von 29 mm wird hauptsächlich von kleinen Rissen (<7 mm) bestimmt. Dies bedeutet wiederum, daß das Versagen überwiegend durch Spröbruch eintritt ($\varphi_{\text{max}} \approx 68^\circ$).

Bei einer Stahlhülle aus dem Werkstoff 15 MnNi63 und einer Wandstärke von 29 mm führt ein geringer Anteil kleiner Risse ($a \approx 5$ mm) zu überwiegend sprödem Versagen ($\varphi \approx 65^\circ$), ein größerer Anteil tieferer Risse ($a \approx 9$ mm) jedoch zu überwiegend plastischem Versagen ($\varphi \approx 19^\circ$). Somit wird die Ausfallwahrscheinlichkeit vom plastischen Kollaps bestimmt. Wird für den gleichen Werkstoff die Wandstärke von 29 mm auf 38 mm erhöht, so wird das Versagen hauptsächlich von kleineren Rissen bestimmt. Dies führt wiederum zu Spröbruchverhalten ($\varphi \approx 68^\circ$).

Diese Untersuchung hat gezeigt, daß die Erhöhung der Wandstärke von 29 mm auf 38 mm sowie die Wahl des Werkstoffes 15 MnNi63 geeignete Maßnahmen zur Verringerung der Ausfallwahrscheinlichkeit sind.

7. Schlußfolgerungen

Die vorliegende Untersuchung sollte den Einfluß möglicher bruchmechanischer und statistischer Unsicherheitsfaktoren auf die Ausfallwahrscheinlichkeit aufzeigen.

Die Erkenntnisse dieser Studie werden im einzelnen nochmals zusammengefaßt:

1. Die bruchmechanischen Unsicherheitsfaktoren haben folgende Auswirkungen:

- Die Zweikriterienmethode liefert eine höhere Ausfallwahrscheinlichkeit als die linear-elastische Bruchmechanik. Beispielsweise ergibt die Anwendung der Zweikriterienmethode für die Materialschleuse eine um den Faktor 4 größere Ausfallwahrscheinlichkeit.
- Der Spannungsintensitätsfaktor nach Newman/Raju /7/ liefert, verglichen mit dem Spannungsintensitätsfaktor nach ASME /6/, eine um etwa 50% niedrigere Ausfallwahrscheinlichkeit.
- Die plastische Grenzlast nach Gl. (2.9) bewirkt gegenüber den plastischen Grenzlasten nach Gl. (2.8) und nach Gl. (2.7) bei einem großen Kühlmittelverluststörfall für die Materialschleuse eine Erhöhung der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ um einen Faktor 2.
- Werden die innenliegenden Fehler der Tiefe 2a nicht durch Oberflächenrisse der Tiefe 2a (Bild 1, Vorgehensweise a), sondern durch mittig liegende Fehler der Tiefe 2a (Bild 1, Vorgehensweise c) ersetzt, so erhält man drei Größenordnungen kleinere Ausfallwahrscheinlichkeiten $Q^{(1)}$. Werden die Innenfehler der Tiefe 2a durch Oberflächenfehler der Tiefe a ersetzt (Bild 1, Vorgehensweise b), so ergeben sich gegenüber Vorgehensweise a um etwa 2 Größenordnungen kleinere Ausfallwahrscheinlichkeiten $Q^{(1)}$.

2. Die statistischen Unsicherheitsfaktoren haben folgende Auswirkungen:

- Die an die Rißtiefe der Fehler angepaßte Lognormal- und Weibullverteilung ergeben nahezu identische Ausfallwahrscheinlichkeiten

$Q^{(1)}$ und Q_{ges} .

- Die Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit des PISC-Programms /13/ bewirkt, verglichen mit der Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit des Marshall-Report's/15/, eine um den Faktor 3 größere Ausfallwahrscheinlichkeit Q_{ges} .
- Eine Variation des Geometrieverhältnisses a/c ergibt für eine Herabsetzung des Mittelwertes um 20% bei konstanter Standardabweichung eine Erhöhung der Ausfallwahrscheinlichkeit um etwa einen Faktor 3. Bei einem konstanten Mittelwert erhält man für eine Erhöhung der Standardabweichung um 50% ungefähr eine bis zu einem Faktor 2 höhere Ausfallwahrscheinlichkeit.
- Die Ausfallwahrscheinlichkeit wird stark von der K_{IC} -Verteilung beeinflusst. Bei konstantem Mittelwert kann eine 10% größere Standardabweichung eine um eine Größenordnung höhere Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ ergeben. Eine Erhöhung des Mittelwertes um 10% bewirkt bei konstanter Standardabweichung ebenso eine Erhöhung der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ um eine Größenordnung.
- Weder für die abgeschnittene noch für die um eine untere Grenze verschobene Reißfähigkeitsverteilung konnte aufgrund der Kurvenanpassung und der statistischen Tests eine eindeutige untere Grenze festgestellt werden. Je nach Größe der anliegenden Spannung und der unteren Reißfähigkeitsgrenze kann die Ausfallwahrscheinlichkeit um mehrere Größenordnungen variieren. Die dreiparametrische Weibullverteilung liefert gegenüber der bei einer unteren Grenze abgeschnittenen Weibullverteilung eine weit geringere Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$.
- Bei der vorliegenden Spannungsverteilung bewirkt bei konstantem Mittelwert eine Erhöhung der Standardabweichung keine nennenswerte Erhöhung der Ausfallwahrscheinlichkeit. Ebenso stellt sich bei einer konstanten Standardabweichung für eine Erhöhung des Mittelwertes um 40% lediglich eine um den Faktor 2 größere Ausfallwahrscheinlichkeit ein. Unsicherheitsfaktoren, die durch die Fließspannung in die Rechnung eingebracht werden, können vernachlässigt werden, da das Versagen hauptsächlich vom Sprödbruchverhalten des Werkstoffes bestimmt wird.

Die globale Aussage von /2/ und /4/ bleibt bestehen. Da die angegebenen Ausfallwahrscheinlichkeiten noch mit den Auftrittswahrscheinlichkeiten für die Störfälle multipliziert werden müssen, ergibt sich beispielsweise aufgrund der probabilistischen Rechnung für die Stahlhülle bei dem Lastfall großer KMV und ungestörte Kugel eine Ausfallwahrscheinlichkeit zwischen 10^{-15} und 10^{-11} . Für die anderen Lastfälle ergeben sich ähnliche Werte und Unsicherheiten. Die größten Unsicherheiten beruhen zum einen auf dem Reißmodell und zum anderen auf der K_{Ic} -Verteilung. Sonstige bruchmechanische Variationen ergeben bezüglich der Ausfallwahrscheinlichkeit keine wesentlichen Änderungen.

Literatur

- /1/ W. Augustin, J. Bauer, P. Kafka, G. I. Schuëller, F. H. Wittmann, B. Zech, "Zuverlässigkeitsbeurteilung für den Sicherheitseinschluß am Beispiel des Druckwasserreaktors", BMFT RS 201, September 1978.

- /2/ G. I. Schuëller, P. Kafka, R. Wellein, F. H. Wittmann, N. F. Zorn, A. Berning, T. Boulahdour, M. Mihashi, J. Bauer, "Zuverlässigkeitsbeurteilung für den Sicherheitseinschluß am Beispiel des Druckwasserreaktors", Hauptband, BMFT 150 201 C, TU München, 1981.

- /3/ Anhangband zu /2/.

- /4/ R. Häberer, A. Brückner, D. Munz, "Zuverlässigkeitsberechnung mit Hilfe der probabilistischen Bruchmechanik am Beispiel des Sicherheitseinschlusses von Druckwasserreaktoren." Teil I: Auswertung der Rohdaten, KfK-Bericht Nr. 3458, 1982.

- /5/ R. P. Harrison, K. Loosemore, I. Milne, "Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects", CEBG R/H/R6, August 76.

- /6/ ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section XI, App. A.

- /7/ J. C. Newman, I. S. Raju, "An Empirical Stress-Intensity Factor Equation for the Surface Crack", Eng. Fract. Mech. 15, 1981, 185-192.

- /8/ J. C. Newman, I. S. Raju, "Stress-Intensity Factor for Internal Surface Cracks in Cylindrical Pressure Vessel", Trans. ASME, J. Press. Techn. 102, 1980, 342-346.

- /9/ J. F. Kiefner, W. A. Maxey, R. J. Eiber, A. R. Duffy, "Failure Stress Levels in Pressurized Cylinders" ASTM STP 536, 1973, 461-481.

- /10/ G. G. Chell, Elastic-Plastic Fracture Mechanics,
"Development in Fracture Mechanics - 1", Appl. Science Publ.
1979.
- /11/ C. Mattheck, P. Morawietz, D. Munz, B. Wolf,
"Berechnung der Ligamentinstabilität von Oberflächenrissen
in Platten und Rohrleitungen mit Hilfe des Dugdale-Modells
und der Methode der Gewichtsfunktion",
demnächst in Engineering Fracture Mechanics.
- /12/ F. Görner, R. Häberer, C. Mattheck,
unveröffentlichter Bericht, 1983 .
- /13/ OECD, Analysis of the PISC Trials, Results for Alternative
Procedures, Report No. 6, June 1980, EUR 6371 EN.
- /14/ R. H. Sailors, H. T. Corten,
"Relationship between Material Fracture Toughness Using
Fracture Mechanics and Transition Temperature Tests",
ASTM STP 514, 1972, 164-191.
- /15/ W. Marshall, "An Assessment of the Integrity of PWR
Pressure Vessels", A U. K. Study Group Report,
in: Jaeger, T. A., Boley, B. A. (eds).
Structural Mechanics in Reactor Technology, Luxembourg 1977,
G6/ 1 S. 1-11.
- /16/ A. Brückner, D. Munz , "The Effect of Curve Fitting on the
Prediction of Fracture Probabilities from the Scatter
in Crack Geometry and Fracture Toughness," demn. in Rel. Eng.
- /17/ VdTÜV Werkstoffblatt 427/1, 10.80
Feinkornbaustahl 15 MnNi63, Werkstoff-Nr. 1.6210,
Erzeugnisform Blech.

Anhang

Die Bezeichnung der Parameter der Verteilungsfunktionen erfolge nach folgenden Konventionen

$$\text{Normalverteilung: } f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (\text{A.1})$$

$$\text{Lognormalverteilung: } f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot x} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \left(\ln\left(\frac{x}{\mu}\right)\right)^2} \quad (\text{A.2})$$

$$\text{Exponentialverteilung: } f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (\text{A.3})$$

$$\text{Weibullverteilung: } f(x) = \left(\frac{\eta}{\sigma}\right) \cdot \left(\frac{x}{\sigma}\right)^{\eta-1} \cdot e^{-\left(\frac{x}{\sigma}\right)^\eta} \quad (\text{A.4})$$

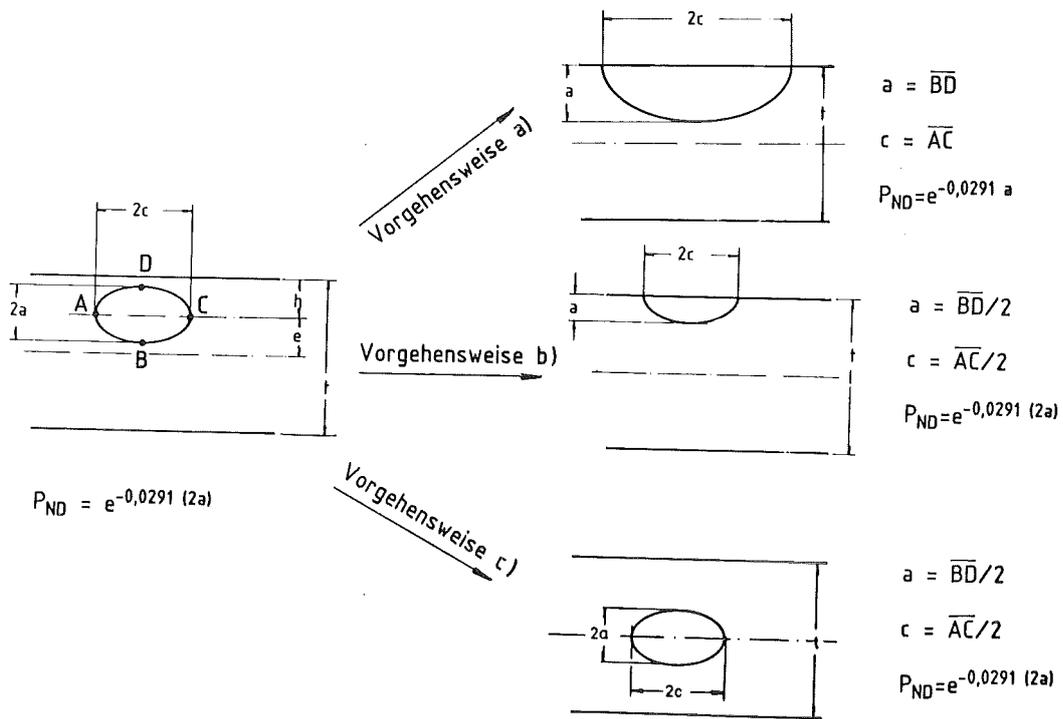


Bild 1: Unterschiedliche Vorgehensweise bei der Erfassung von innenliegenden Fehlern

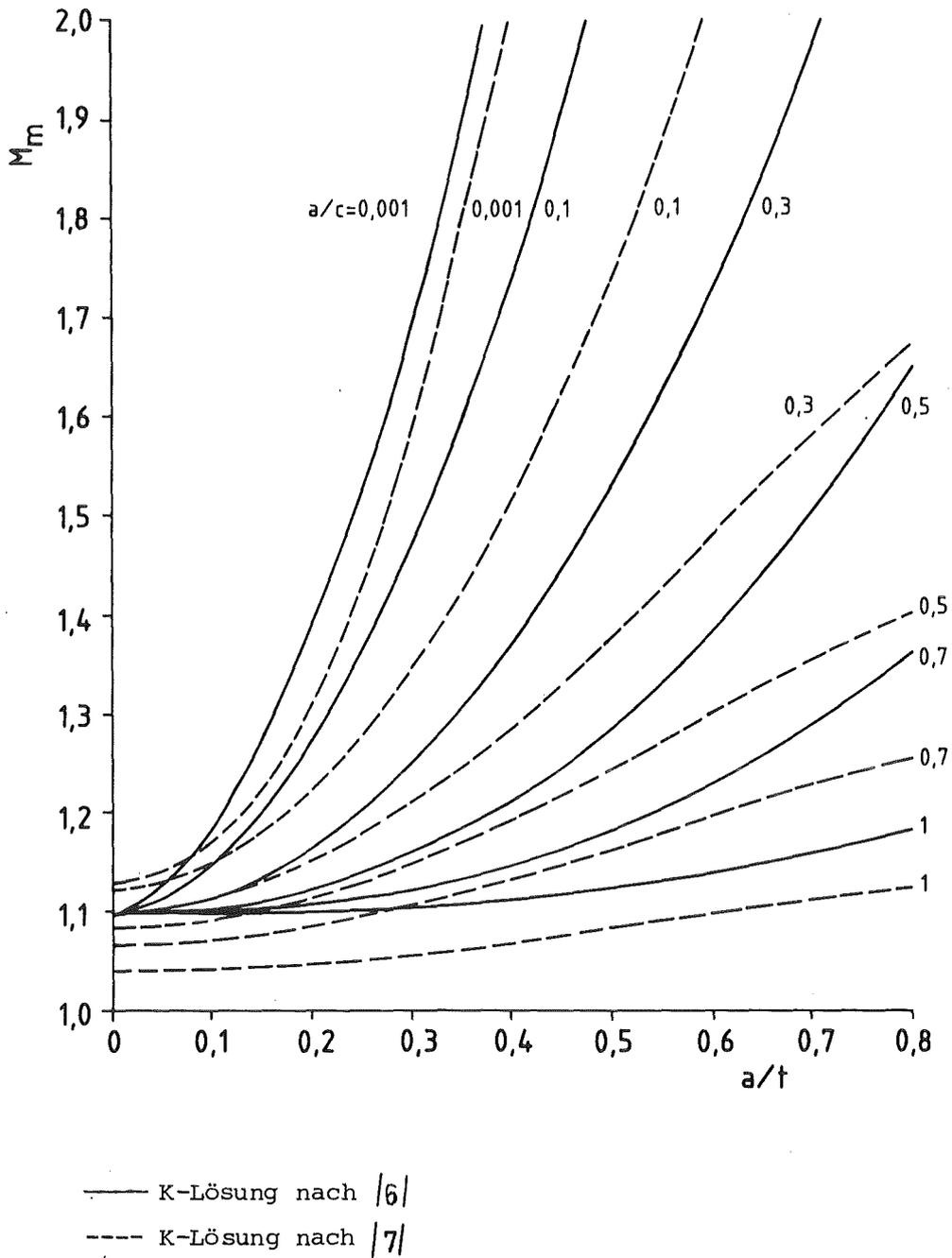


Bild 2 : Vergleich der K-Lösungen für Oberflächenrisse nach dem ASME-Code [6] und Newman/Raju [7]

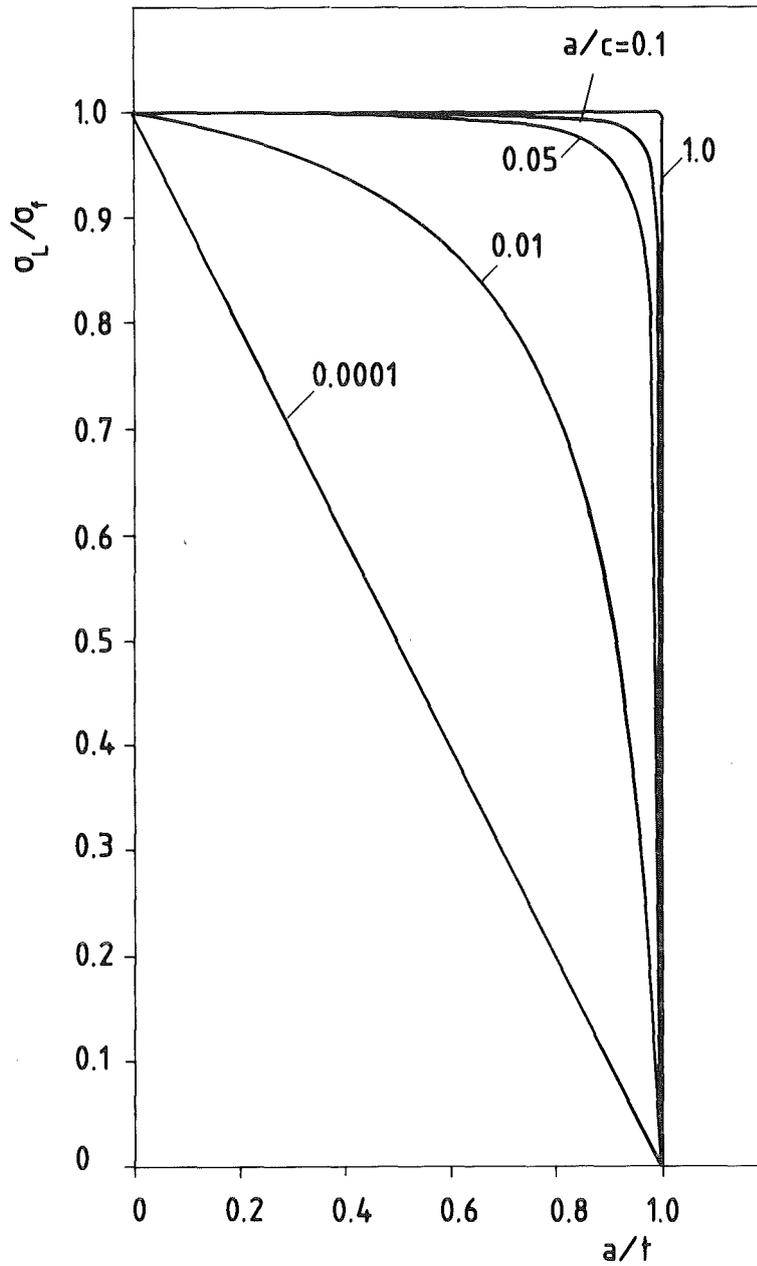


Bild 3: Plastische Grenzlast für Oberflächenrisse nach Kiefner et al. /9/.

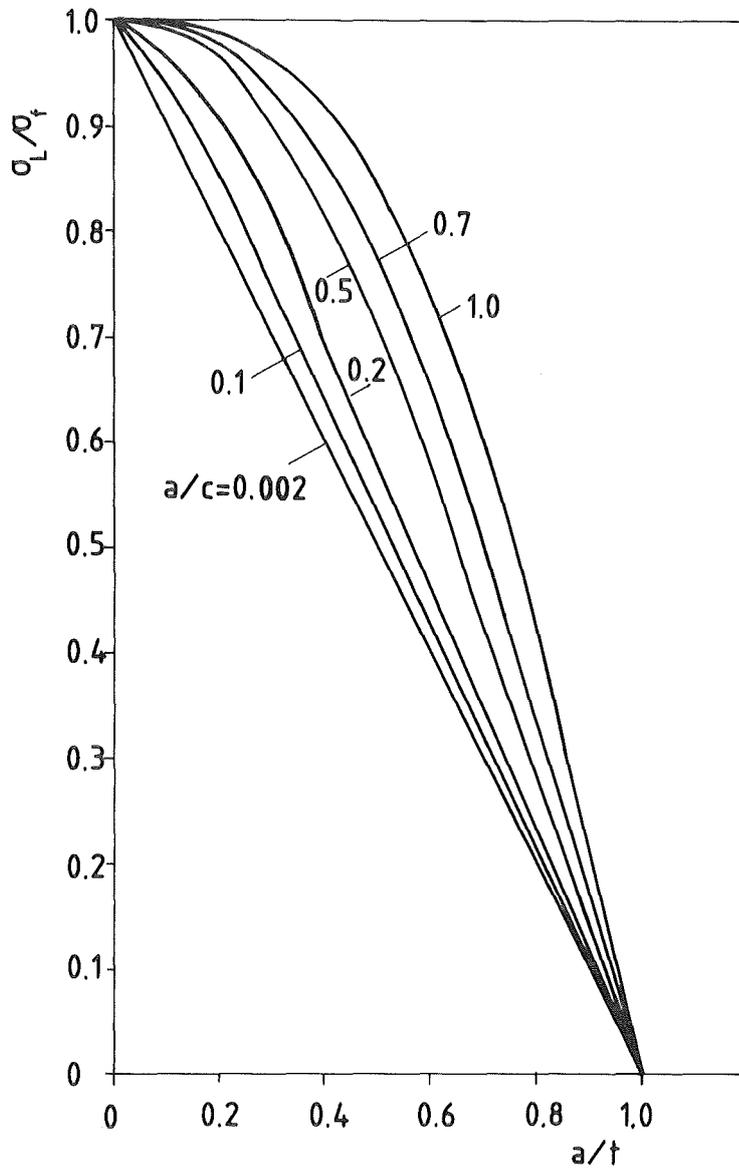


Bild 4: Plastische Grenzlast für Oberflächenrisse nach Chell /10/.

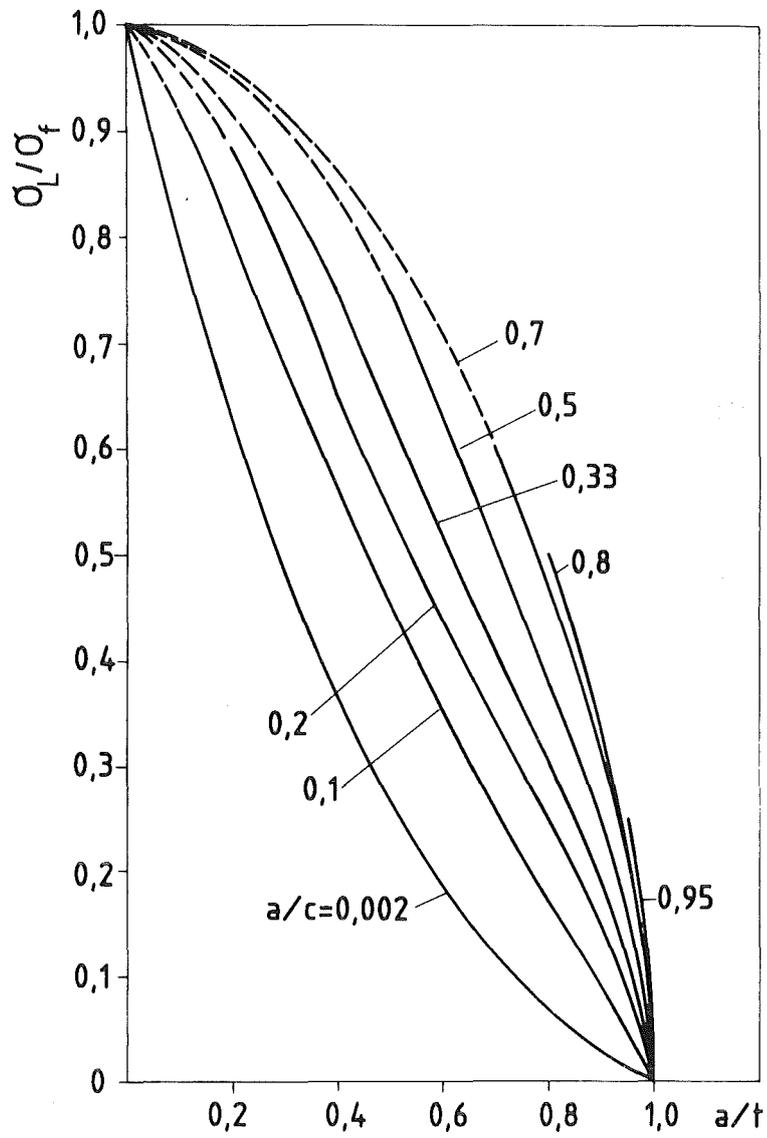
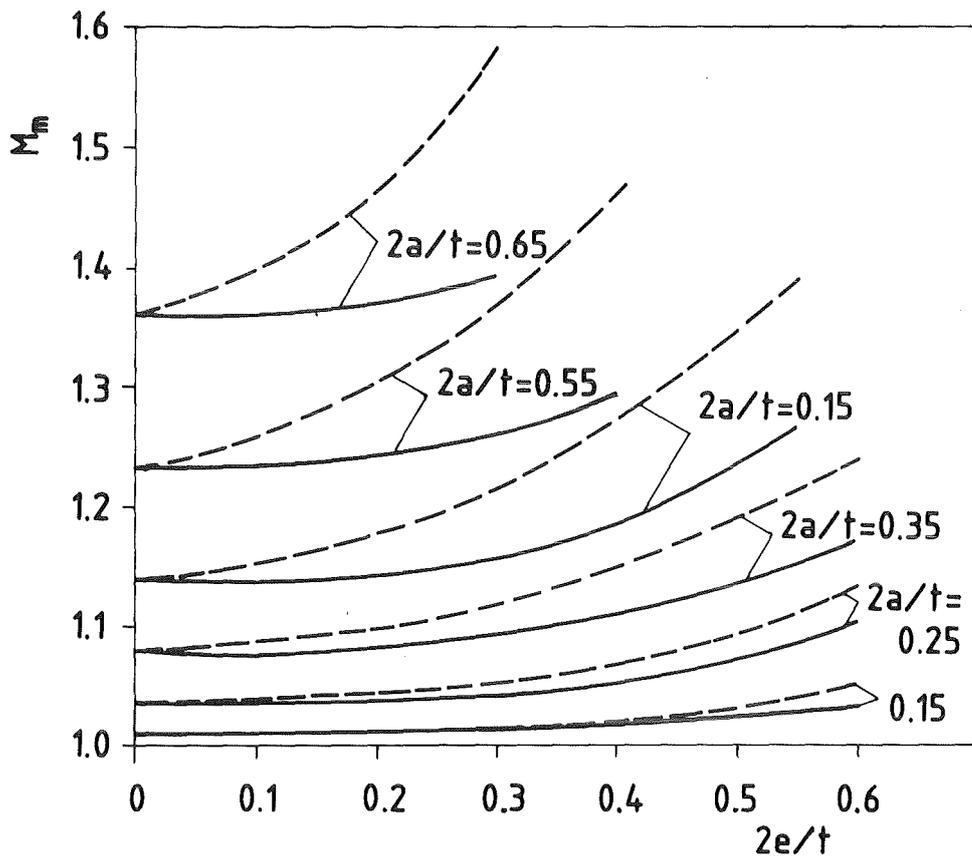


Bild 5: Plastische Grenzlast für Oberflächenrisse nach Mattheck et al. /11/.



---- Stelle D

— Stelle B

Bild 6: K-Lösung für innenliegende Risse /6/.

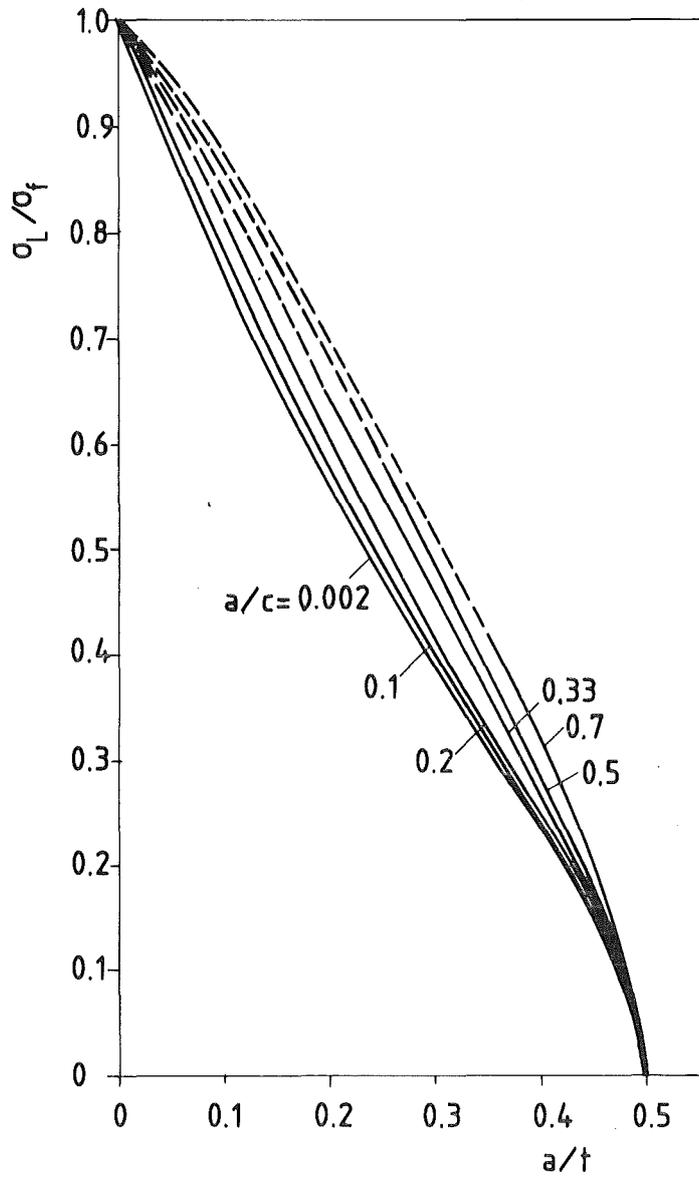


Bild 7: Plastische Grenzlast für mittigliegende Innenfehler.

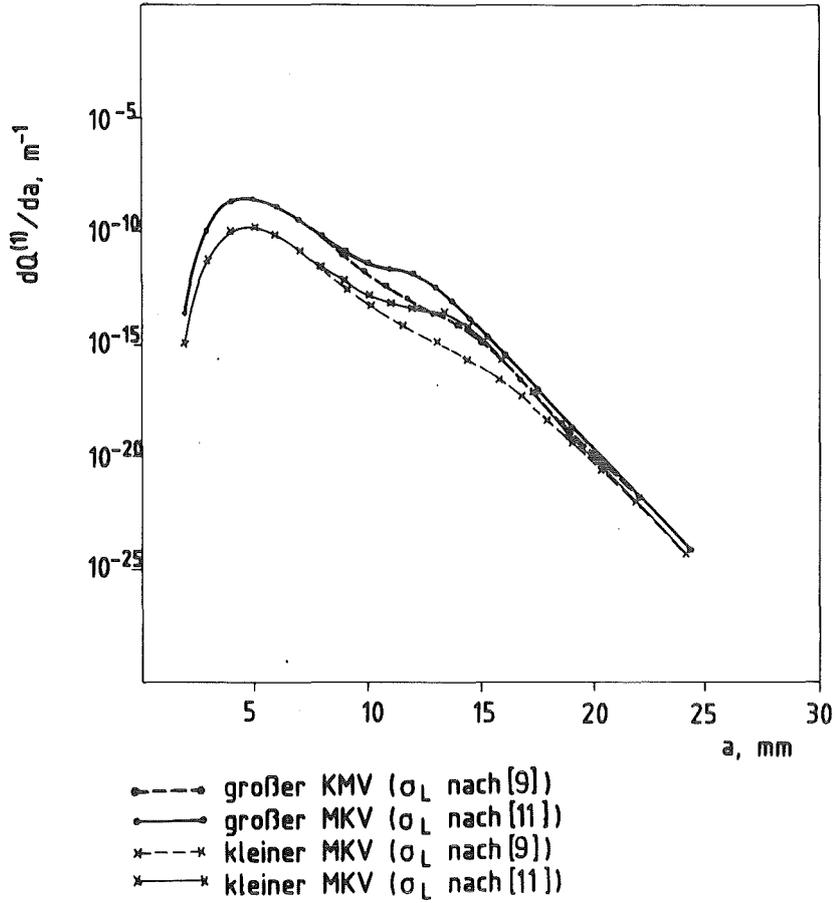


Bild 8: $dQ^{(1)}/da$ -a-Kurve

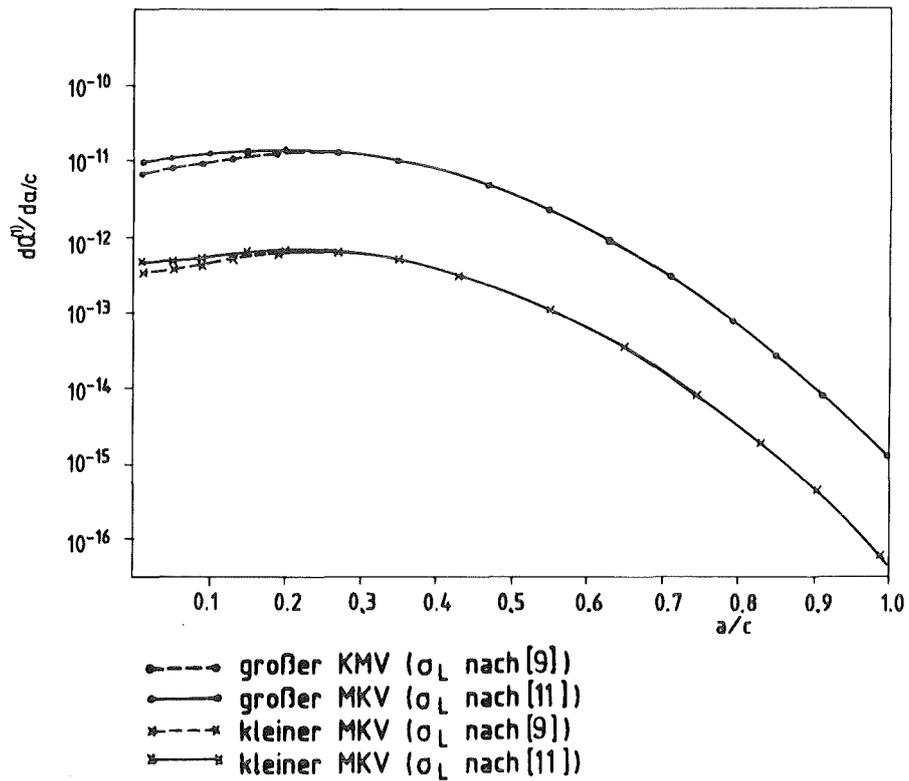


Bild 9: $dQ^{(1)}/d(a/c)$ -a/c-Kurve

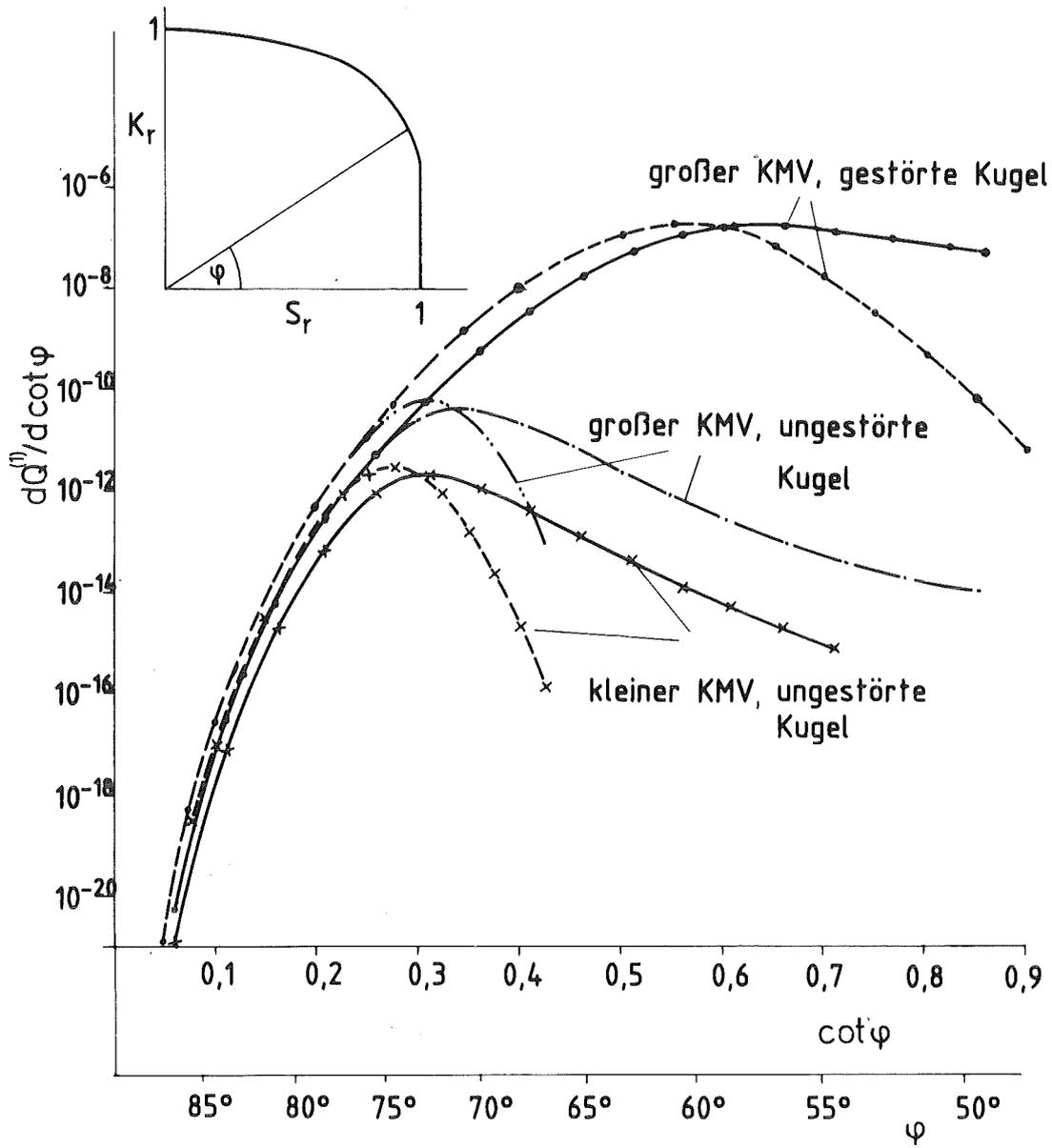
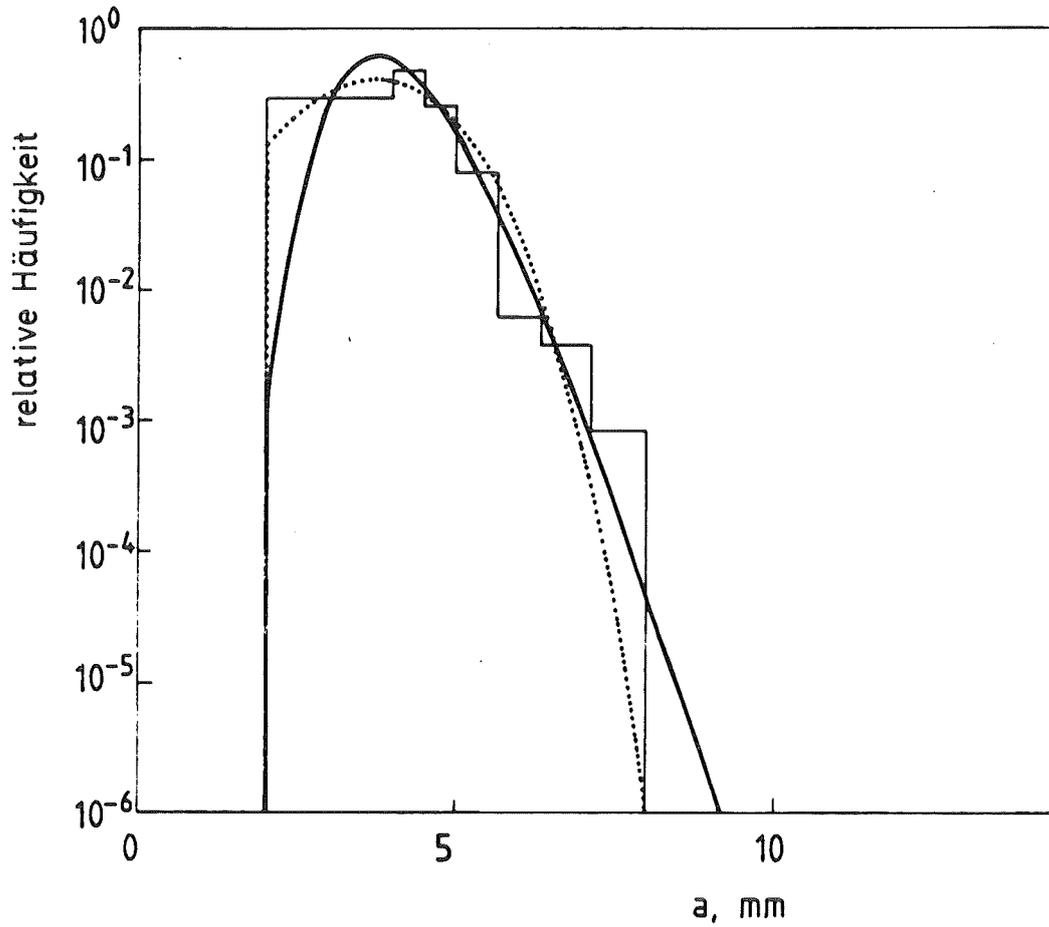


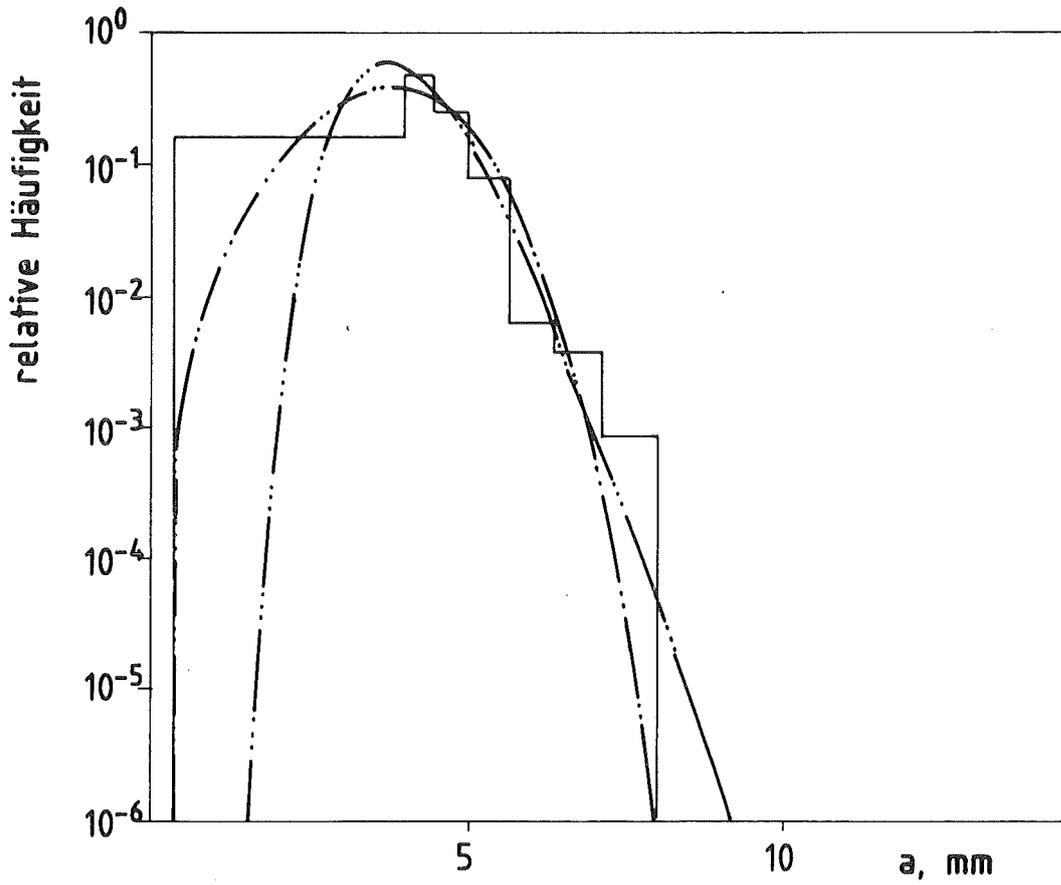
Bild 10: $dQ^{(1)}/d\cot\varphi$ - φ -Kurve bei verschiedenen Belastungen



... Weibullverteilung mit $\eta = 4.0$; $\sigma = 4.02$ mm

— Lognormalverteilung mit $\mu = 3,855$ mm; $\sigma = 0,174$

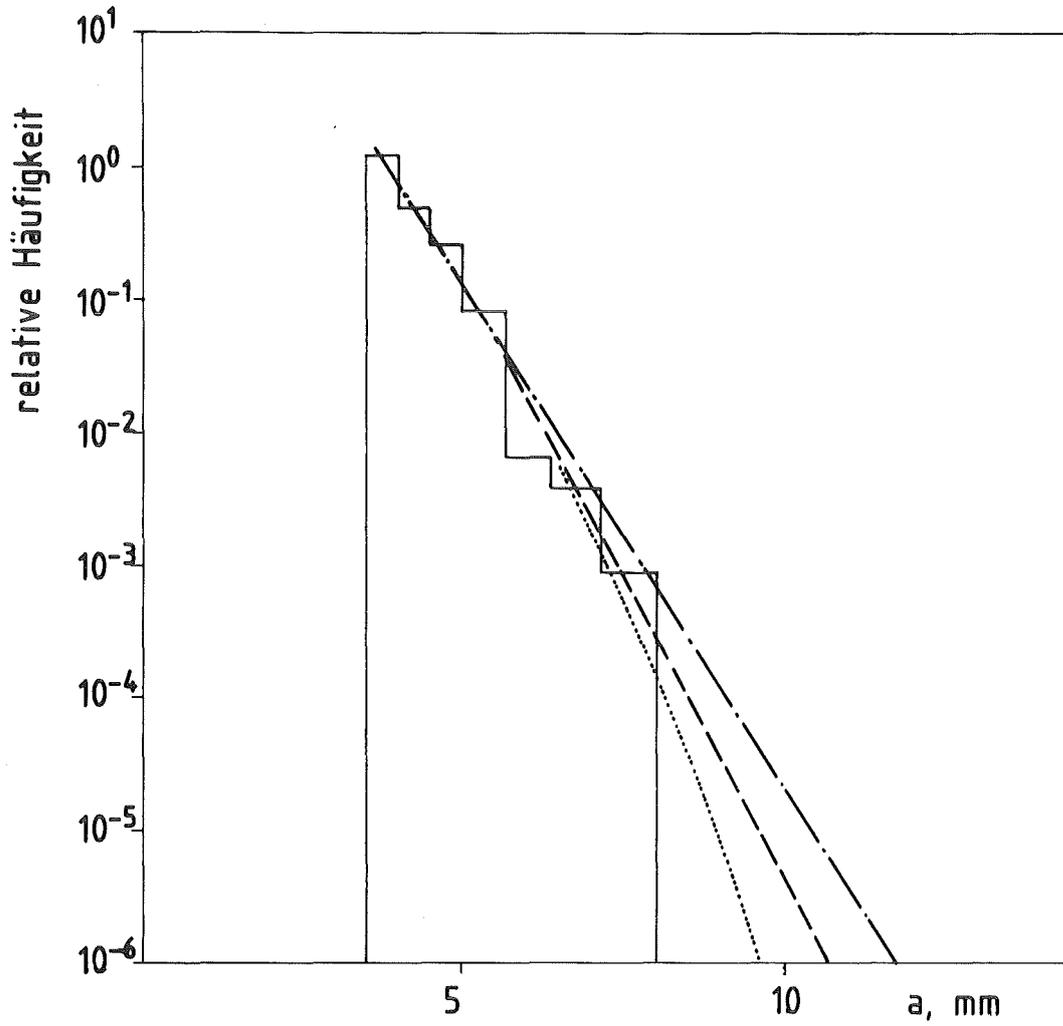
Bild 11: Rißverteilungen bei einer unteren Grenze von 2 mm



--- Weibullverteilung mit $\eta = 4,13$; $\sigma = 4,09$ mm

..... Lognormalverteilung mit $\mu = 3,855$ mm; $\sigma = 0,174$

Bild 12: Rißverteilungen bei einer unteren Grenze von 0,39 mm



- · — · — Exponentialverteilung mit $\lambda = 1,76 \text{ mm}^{-1}$
- Weibullverteilung mit $\eta = 1,67$; $\sigma = 1,69 \text{ mm}$
- Lognormalverteilung mit $\mu = 280 \text{ mm}$; $\sigma = 0,257$

Bild 13: Rißverteilungen bei einer unteren Grenze von 3,5 mm

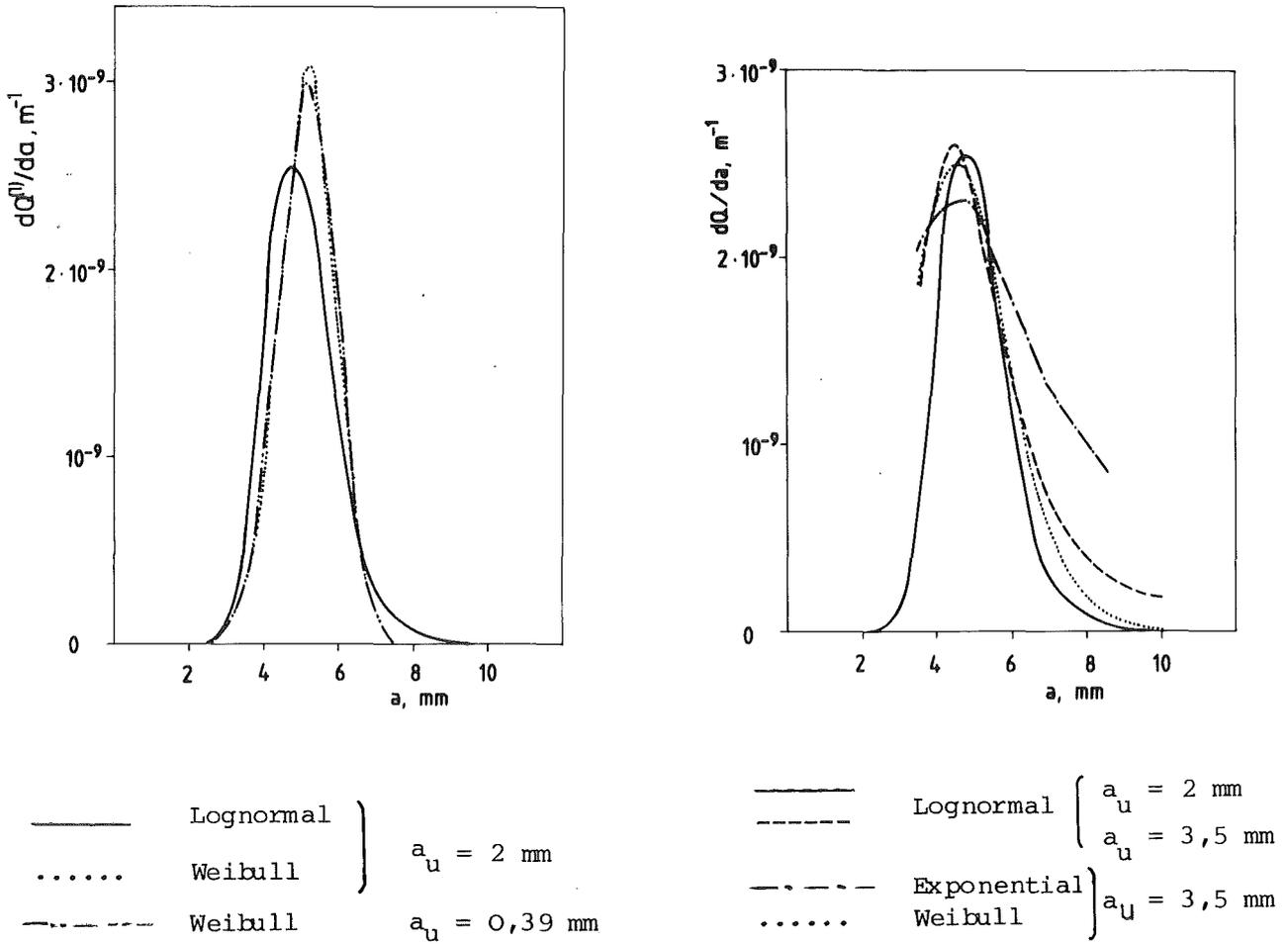


Bild 14: Einfluß der unteren Rißtiefengrenze und des Verteilungstyps auf die $dQ^{(1)}/da$ -a-Kurve.

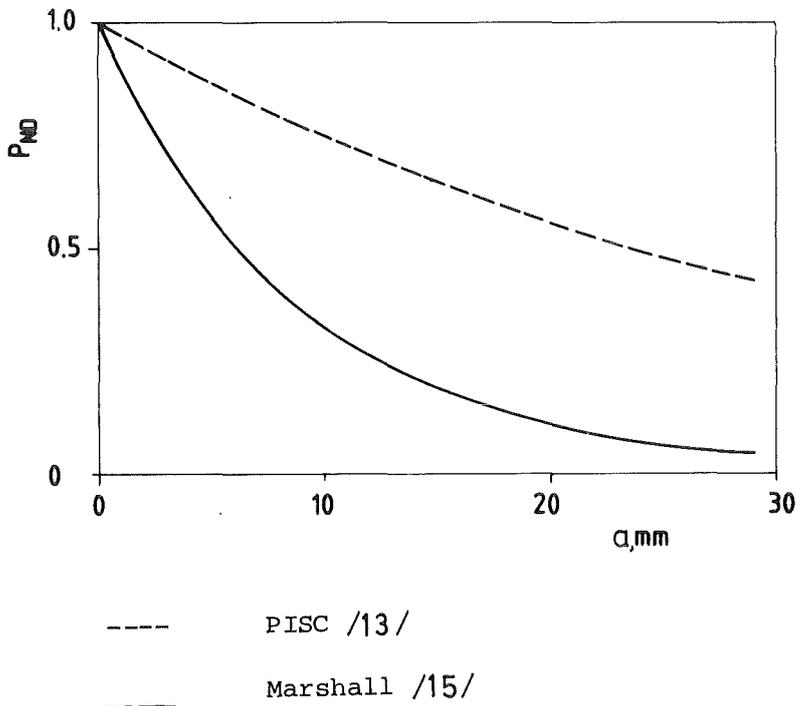


Bild 15: Fehlernichtentdeckungswahrscheinlichkeit P_{ND} nach PISC /13/ und Marshall /15/

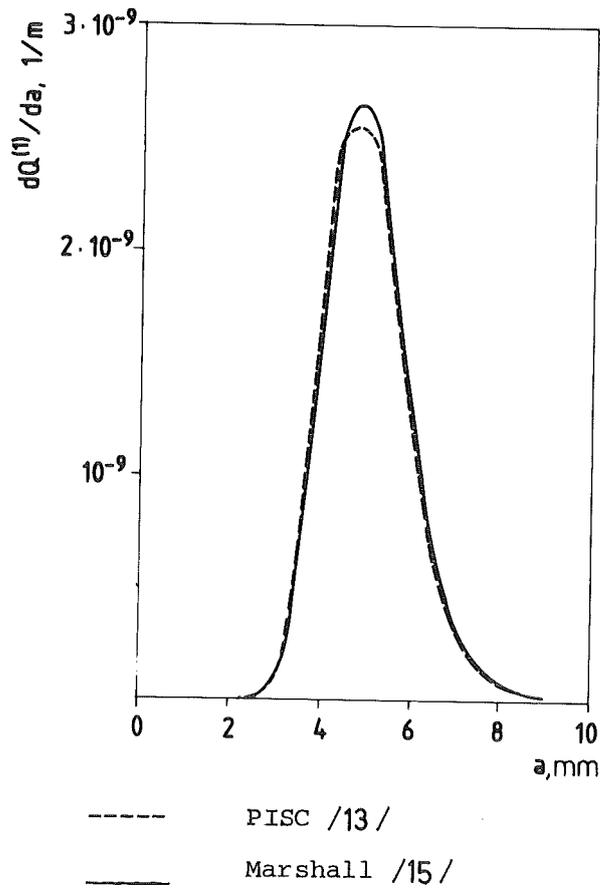


Bild 16: Einfluß der Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit P_{ND} auf die $dQ^{(1)}/da$ -a-Kurve (Lastfall: "großer KMV, ungestörte Kugel")

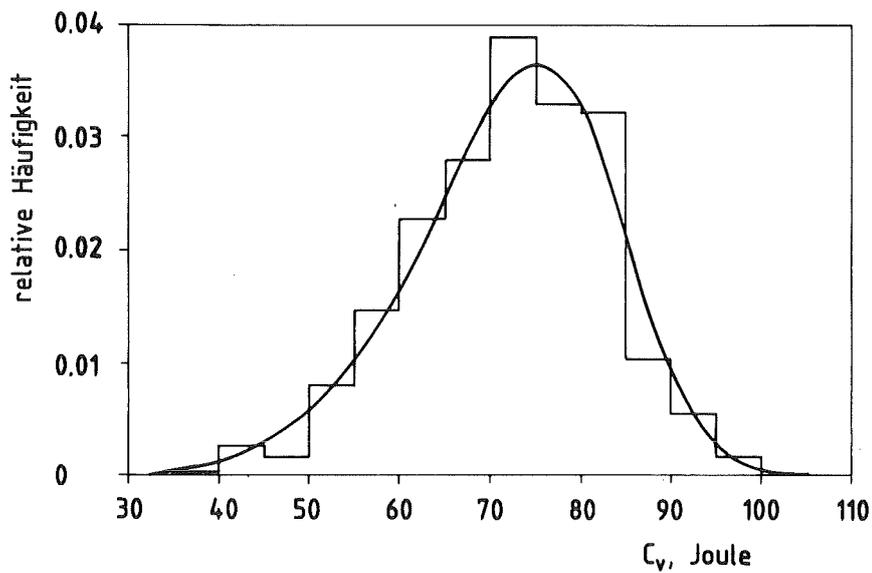


Bild 17: Histogramm sowie angepaßte Weibullverteilung für die Kerbschlagarbeit bei $0^{\circ}C$.

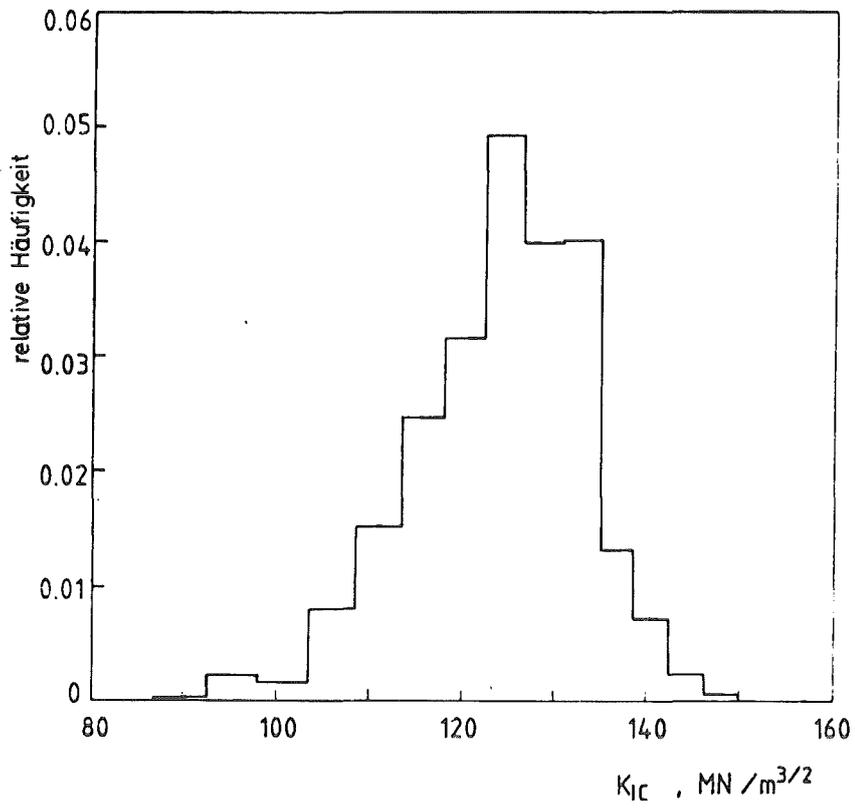
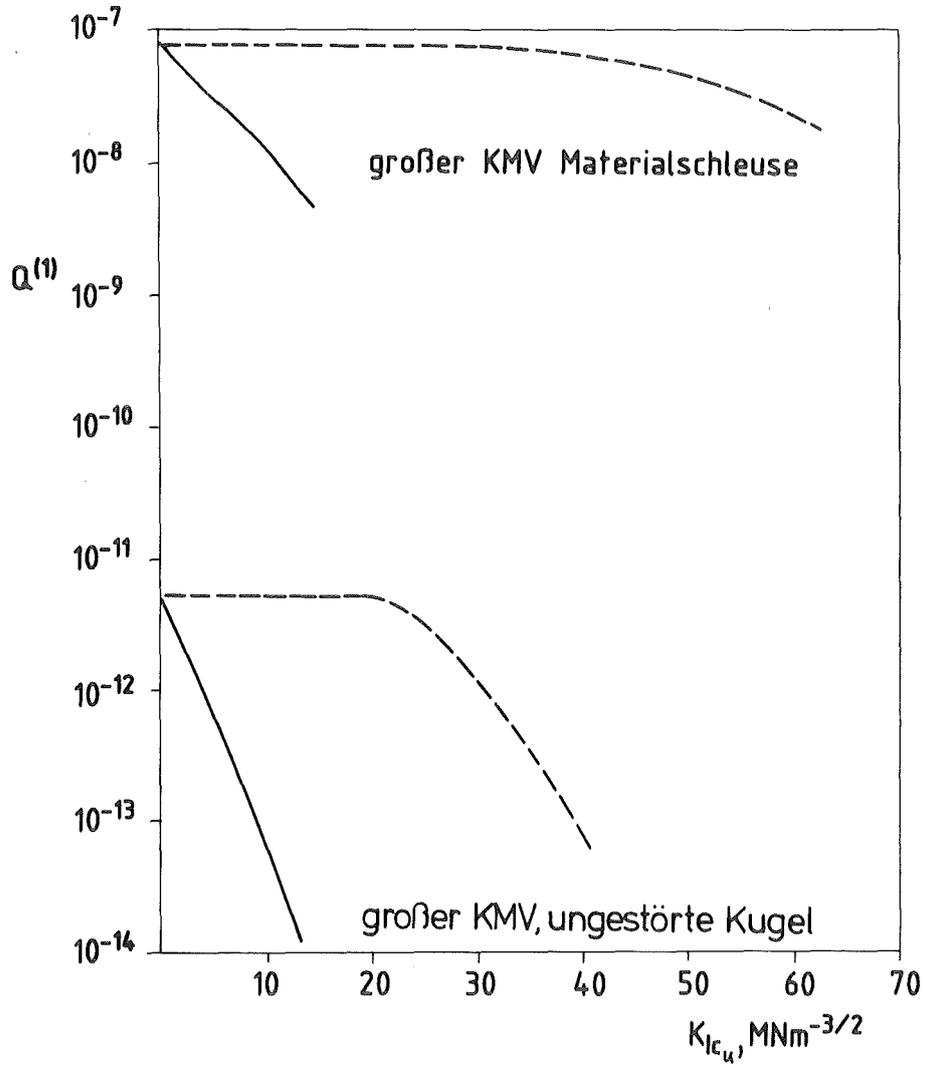


Bild 18: Histogramm für die Rißzähigkeit K_{Ic} bei 0°C



- Verteilung bei unterer Grenze abgeschnitten
- Verteilung um untere Grenze verschoben

Bild 19: Die Abhängigkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ von der Rißzähigkeitsgrenze K_{Icu} für eine abgeschnittene und eine um die untere Grenze verschobene Rißzähigkeitsverteilung.

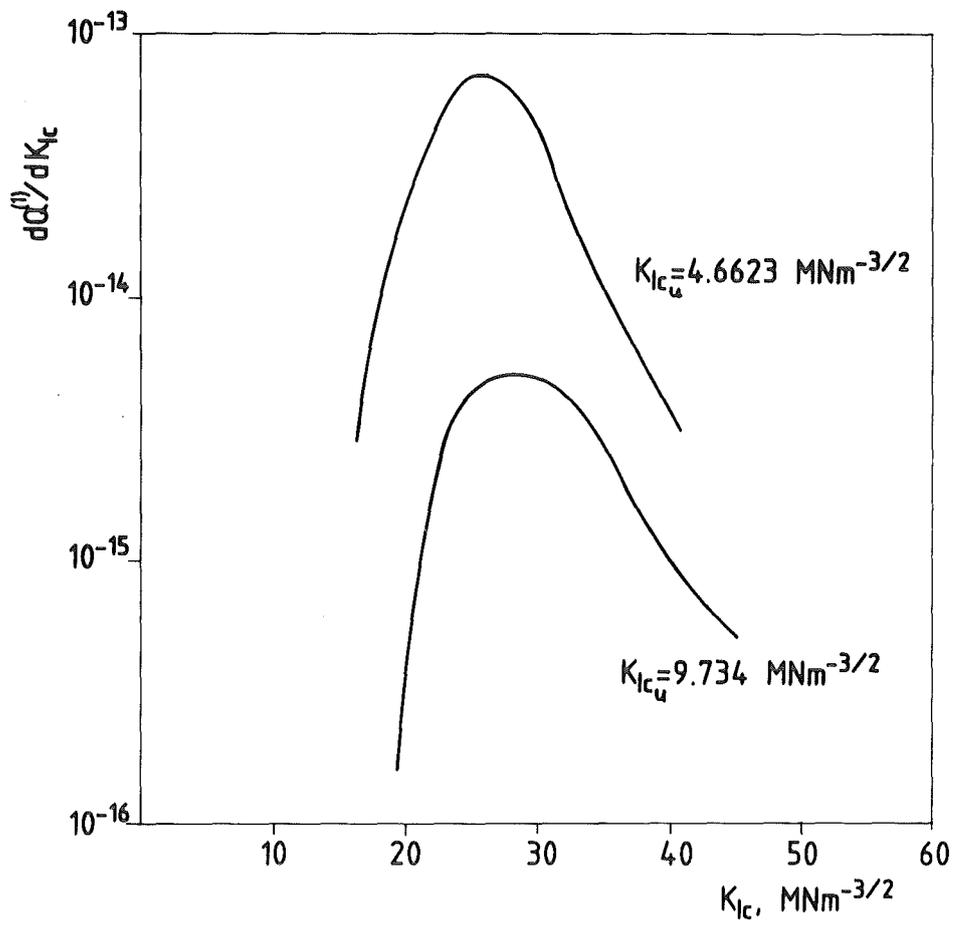


Bild 20: $dQ^{(1)}/dK_{Ic} - K_{Ic}$ -Kurve bei einer um eine untere Grenze verschobenen Reißzähigkeitsverteilung (Lastfall: großer KMV, ungestörte Kugel)

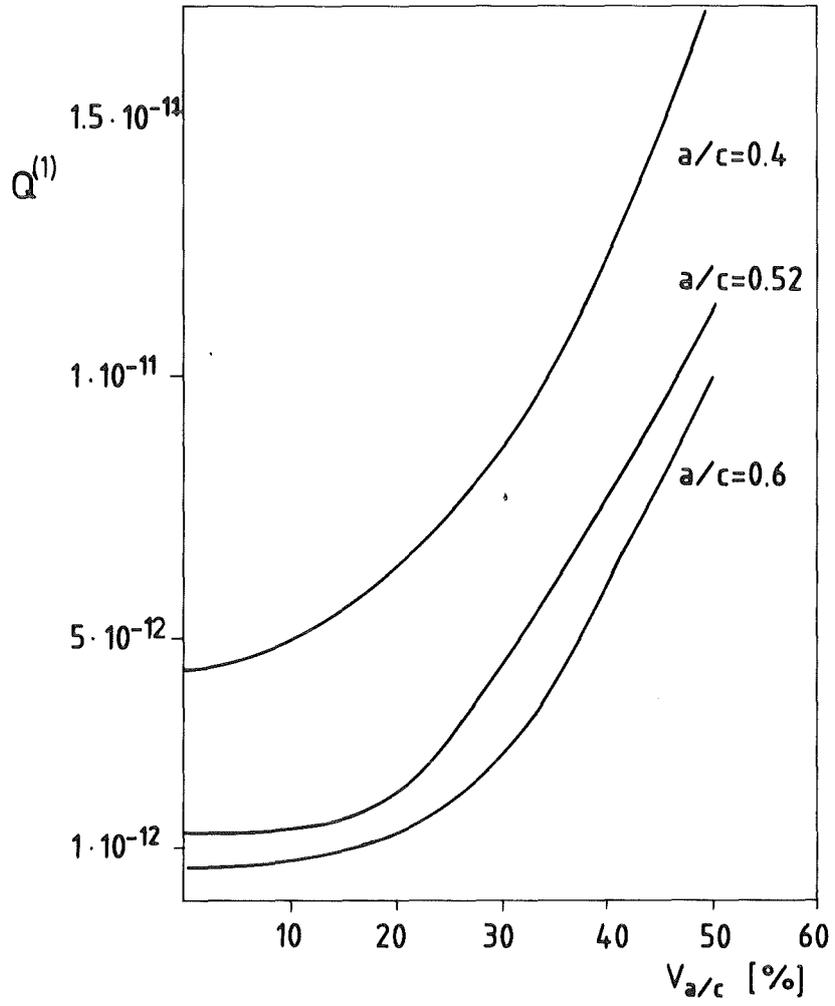


Bild 21: Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ bei einer Variation der a/c -Verteilung (Lastfall: "großer KMV, ungestörte Kugel")

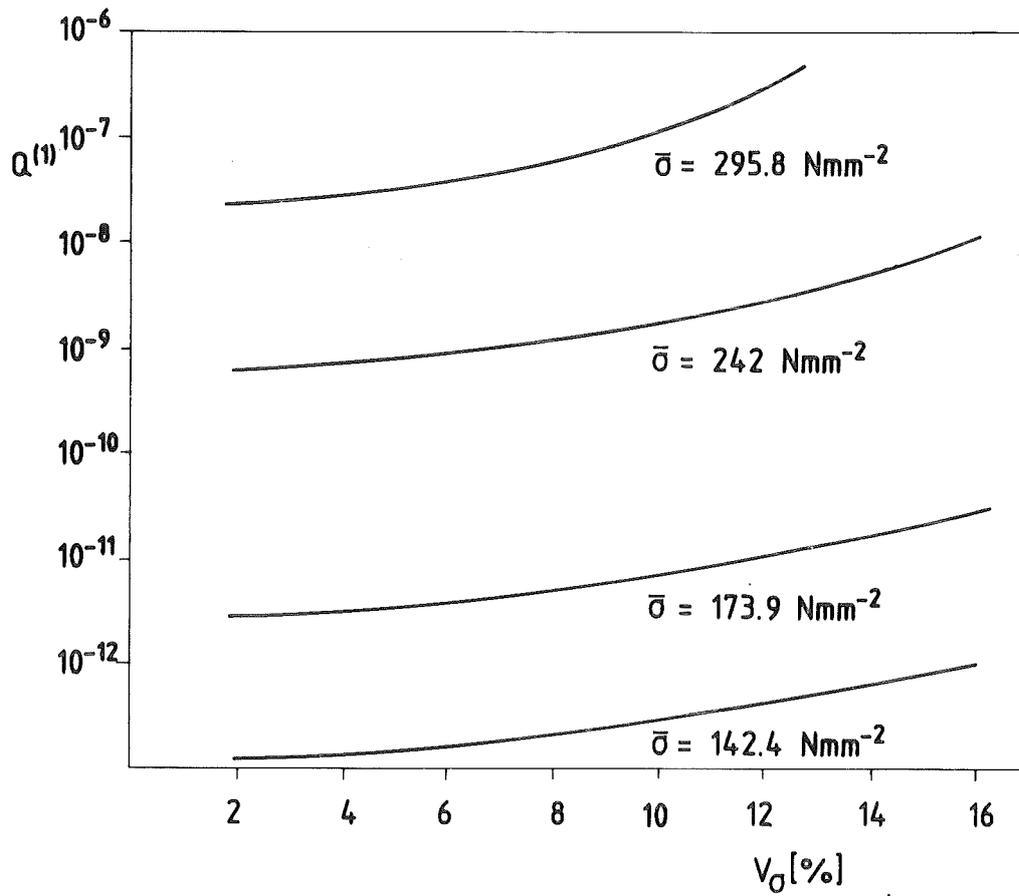


Bild 22: Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ bei einer Variation der Spannungsverteilung (Lastfall "großer KMV, ungestörte Kugel")

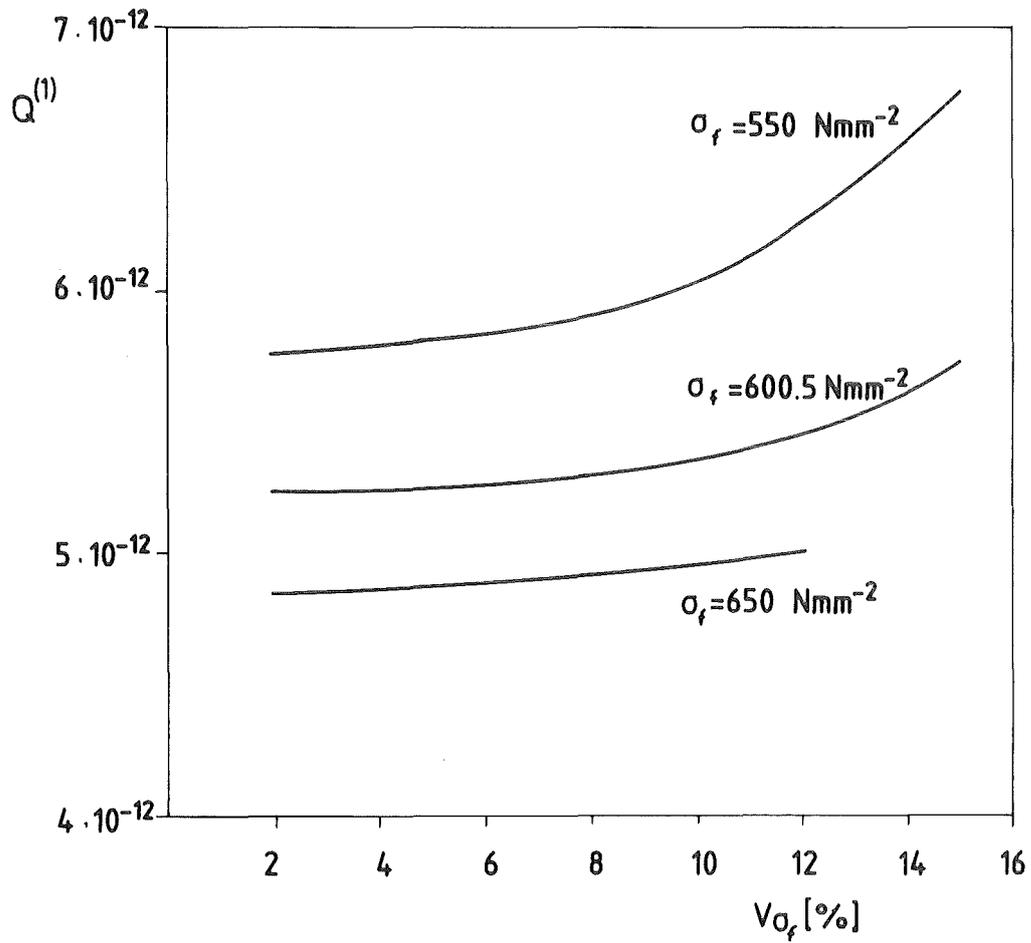


Bild 23: Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ bei einer Variation der Fließspannungsverteilung (Lastfall: "großer KMV, ungestörte Kugel")

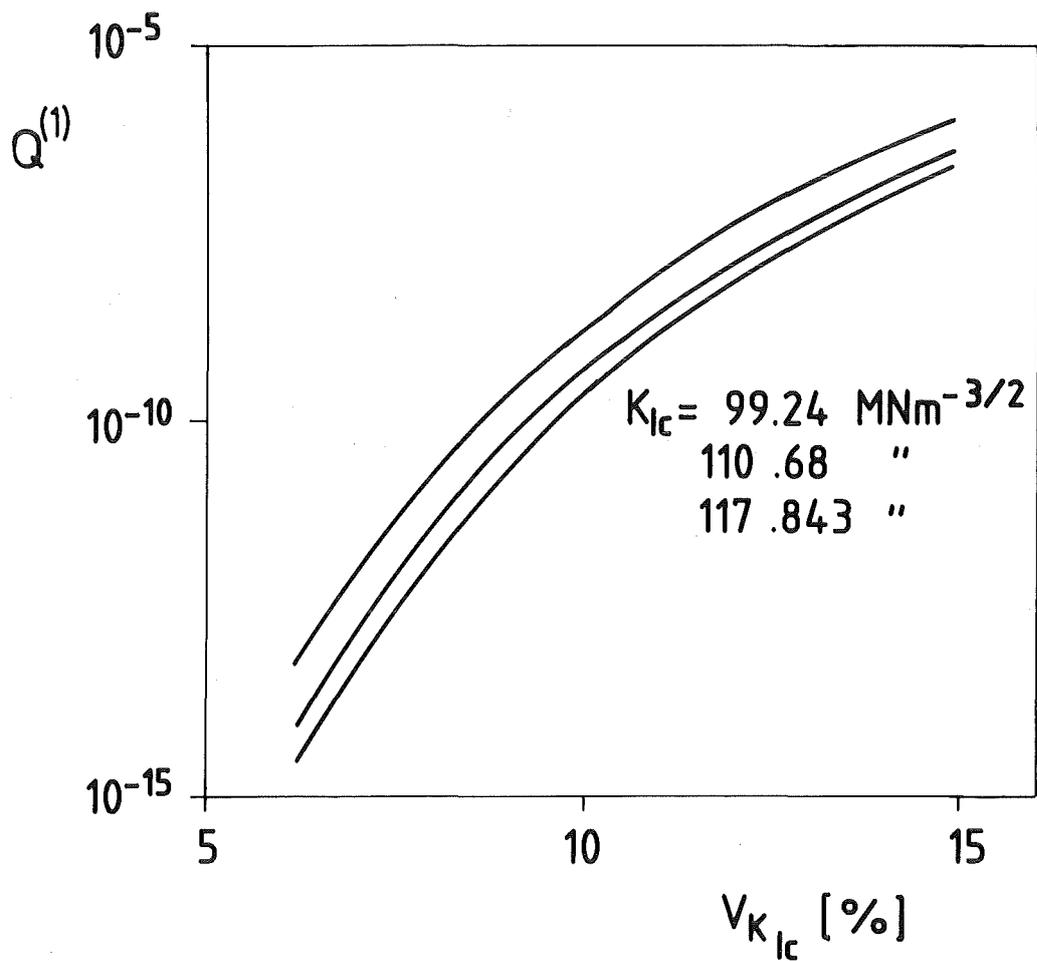


Bild 24: Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ bei der Variation der K_{Ic} -Verteilung
(Lastfall: "großer KMV, ungestörte Kugel")

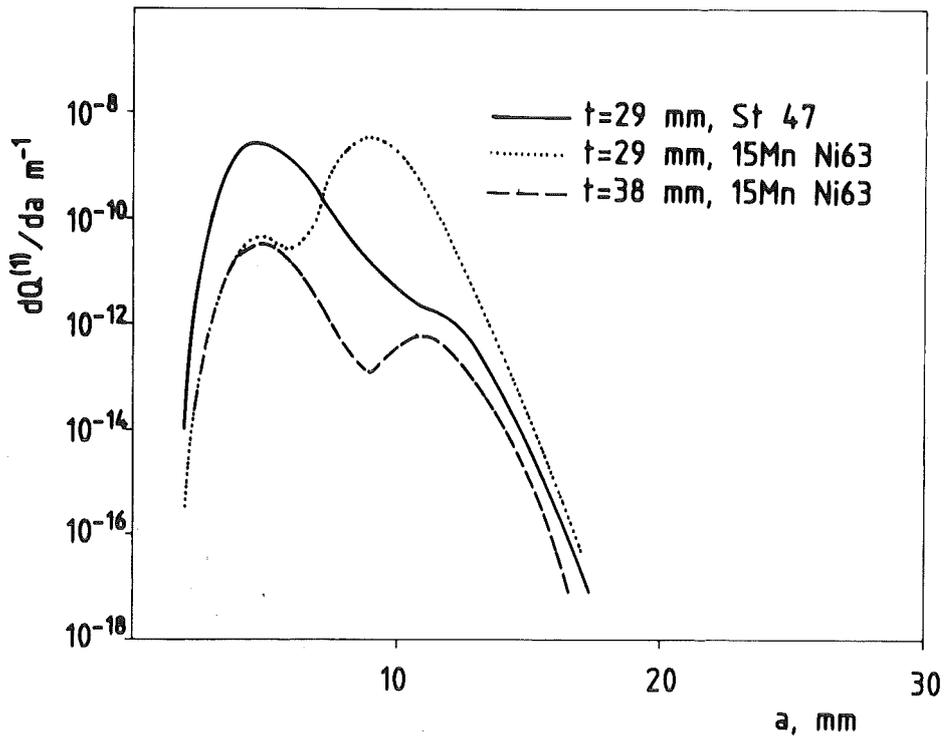


Bild 25: Der Einfluß des Werkstoffes und der Wandstärke auf die $dQ^{(1)}/da$ -a-Kurve (Lastfall: "großer KMV, ungestörte Kugel")

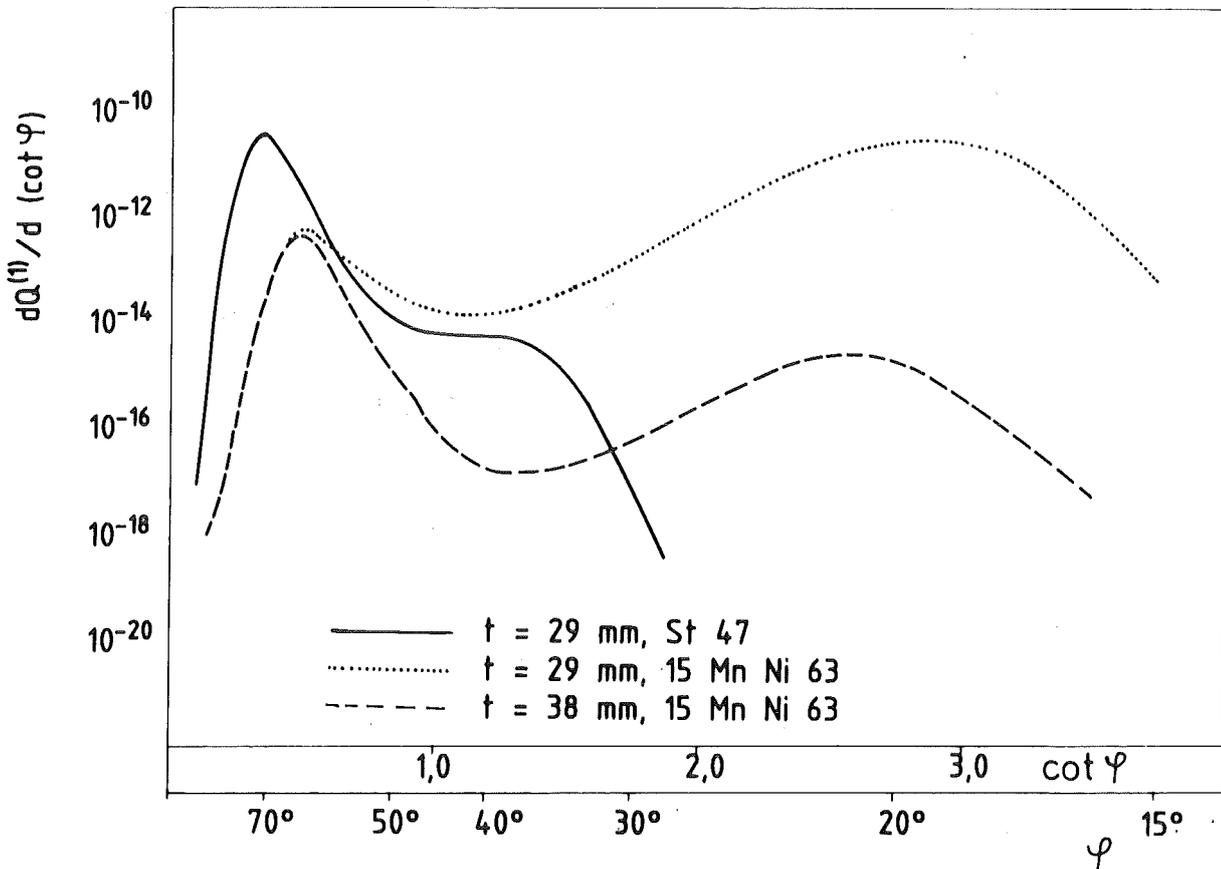


Bild 26: Einfluß des Werkstoffes und der Wandstärke auf die $dQ^{(1)}/d\cot\varphi$ - φ -Kurve (Lastfall: "großer KMV, ungestörte Kugel").

Rißverteilung f(a)	$f_1(a)$: Lognormalverteilung mit: $\mu=3,855$ mm; $\sigma=0,174$ $P_{ND}(a)=\exp(-\lambda a)$ mit $\lambda=0,0291$ 1/mm $f(a)=f_1(a)/(1-P_{ND}(a))$
a/c Verteilung f(a/c)	Normalverteilung mit: $\mu = 0,52$; $\sigma = 0,18$
Spannungsverteilung (für ungestörte Kugel)	Kleiner KMV: Normalverteilung mit: $\mu=142,4 \frac{N}{mm^2}$; $\sigma = 12,1 \frac{N}{mm^2}$ (130°C)
	großer KMV: Normalverteilung mit: $\mu=174 \frac{N}{mm^2}$; $\sigma = 14,5 \frac{N}{mm^2}$ (70°C)
Materialschleuse	Kleiner KMV: Normalverteilung mit: $\mu=242 \frac{N}{mm^2}$; $\sigma = 20,6 \frac{N}{mm^2}$ (130°C)
	großer KMV: Normalverteilung mit: $\mu=295,8 \frac{N}{mm^2}$; $\sigma=24,7 \frac{N}{mm^2}$ (70°C)
K_{IC} -Verteilung f(K_{IC})	Weibullverteilung mit: $\eta = 15,1$; $\sigma = 114,6 \frac{MN}{m^{3/2}}$
Streckgrenze R_p f(R_p) für 20°C	Normalverteilung mit $\mu = 522,2 \frac{N}{mm^2}$; $\sigma = 17,39 \frac{N}{mm^2}$
	f(R_p) für 135°C Normalverteilung mit $\mu = 470,3 \frac{N}{mm^2}$; $\sigma = 28,13 \frac{N}{mm^2}$
Fließspannungsverteilung f(σ_f) für 20°C	$\sigma_f = \frac{1}{2} (R_p + R_m)$ Lognormalverteilung mit: $\mu = 596 \frac{N}{mm^2}$; $\sigma = 0,037$
	f(σ_f) für 135°C Lognormalverteilung mit: $\mu = 549,5 \frac{N}{mm^2}$; $\sigma = 0,058$

Tabelle 1 : Zusammenstellung aller Verteilungen

Alle angegebenen Größen werden als unabhängige Zufallsvariablen angenommen. Für den großen KMV wird die σ_f -Verteilung von 20°C eingesetzt, für den kleinen KMV die von 135°C.

Versagensart	Lastfall		$Q^{(1)}$
LEBM	kleiner KMV	ungestörte Kugel	$1.8 \cdot 10^{-13}$
		Materialschleuse	$5.4 \cdot 10^{-10}$
	großer KMV	ungestörte Kugel	$3.6 \cdot 10^{-12}$
		Materialschleuse	$1.7 \cdot 10^{-8}$
Zweikriterien- methode	kleiner KMV	ungestörte Kugel	$2.7 \cdot 10^{-13}$
		Materialschleuse	$2.6 \cdot 10^{-9}$
	großer KMV	ungestörte Kugel	$5.2 \cdot 10^{-12}$
		Materialschleuse	$7.4 \cdot 10^{-8}$

Tabelle 2 Einfluß des Versagenskriteriums auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ unter Zugrundelegung der K-Lösung nach [7] und plastischen Grenzlast nach Gl. (2.9)

K-Lösung	Lastfall		$Q^{(1)}$
nach ASME [6]	kleiner KMV	ungestörte Kugel	$4.9 \cdot 10^{-13}$
		Materialschleuse	$2.7 \cdot 10^{-9}$
	großer KMV	ungestörte Kugel	$9.5 \cdot 10^{-12}$
		Materialschleuse	$6.2 \cdot 10^{-8}$
nach Newman/Raju [7]	kleiner KMV	ungestörte Kugel	$2.4 \cdot 10^{-13}$
		Materialschleuse	$1.3 \cdot 10^{-9}$
	großer KMV	ungestörte Kugel	$5.2 \cdot 10^{-12}$
		Materialschleuse	$3.0 \cdot 10^{-8}$

Tabelle 3 Einfluß unterschiedlicher K-Lösungen auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ unter Zugrundelegung der Zweikriterienmethode und der plastischen Grenzlast nach Gl. (2.7)

plastische Grenzlast	Lastfall		$Q^{(1)}$
Gl. (2.7)	kleiner KMV	ungestörte Kugel	$2.4 \cdot 10^{-13}$
		Materialschleuse	$1.3 \cdot 10^{-9}$
	großer KMV	ungestörte Kugel	$5.2 \cdot 10^{-12}$
		Materialschleuse	$3.0 \cdot 10^{-8}$
Gl. (2.8)	kleiner KMV	ungestörte Kugel	$2.4 \cdot 10^{-13}$
		Materialschleuse	$1.4 \cdot 10^{-9}$
	großer KMV	ungestörte Kugel	$4.9 \cdot 10^{-12}$
		Materialschleuse	$4.0 \cdot 10^{-8}$
Gl. (2.9)	kleiner KMV	ungestörte Kugel	$2.7 \cdot 10^{-13}$
		Materialschleuse	$2.6 \cdot 10^{-9}$
	großer KMV	ungestörte Kugel	$5.2 \cdot 10^{-12}$
		Materialschleuse	$7.4 \cdot 10^{-8}$

Tabelle 4 Der Einfluß unterschiedlicher Lösungen für die plast. Grenzlast auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ unter Zugrundelegung der Zweikriterienmethode sowie der K-Lösung nach | 7 |

Lastfall	Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$		
	Rißmodell		
	a)	b)	c)
ungestörte Kugel/kleiner KMV	$4.9 \cdot 10^{-13}$	$1.2 \cdot 10^{-15}$	$3 \cdot 10^{-16}$
Materialschleuse/kleiner KMV	$2.7 \cdot 10^{-9}$	$6.4 \cdot 10^{-12}$	$2.4 \cdot 10^{-12}$
ungestörte Kugel/großer KMV	$9.5 \cdot 10^{-12}$	$2.7 \cdot 10^{-14}$	$6.6 \cdot 10^{-15}$
Materialschleuse/großer KMV	$6.2 \cdot 10^{-8}$	$1.7 \cdot 10^{-10}$	$6.6 \cdot 10^{-11}$

Tabelle 5: Die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ bei unterschiedlichen Rißmodellen.

- a) K-Faktor nach |6| ; σ_L nach Gl. (2.7)
- b) K-Faktor nach |6| ; σ_L nach Gl. (2.7)
- c) K-Faktor nach |6| ; σ_L nach Gl. (2.14)

Verteilung	Weibull	Lognormal
Parameter	$\eta = 4.0$ $\delta = 4.02 \text{ mm}$	$\mu = 3.855 \text{ mm}$ $\delta = 0.174$
χ^2 -Test	59.7	10.1
χ_{krit} bei $\alpha=1\%$	13.28	

Tabelle 6 Ergebnisse der Kurvenanpassung an die gefundenen Fehler unter Zugrundelegung einer unteren Grenze von 2 mm.

Fehlerverteilung	Lastfall		$Q^{(1)}$
Weibull	kleiner KMV	ungestörte Kugel	$2.9 \cdot 10^{-13}$
		Materialschleuse	$2.1 \cdot 10^{-9}$
	großer KMV	ungestörte Kugel	$5.5 \cdot 10^{-12}$
		Materialschleuse	$7.5 \cdot 10^{-8}$
Lognormal	Kleiner KMV	ungestörte Kugel	$2.7 \cdot 10^{-13}$
		Materialschleuse	$2.6 \cdot 10^{-9}$
	großer KMV	ungestörte Kugel	$5.2 \cdot 10^{-12}$
		Materialschleuse	$7.4 \cdot 10^{-8}$

Tabelle 7 Der Einfluß verschiedener Rißtiefenverteilungstypen auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $Q^{(1)}$ ($a_u = 2 \text{ mm}$)

Verteilung	Exponential	Weibull	Lognormal
untere Grenze	0.39 mm		
Parameter		$\eta = 4.13$ $\delta = 4.09 \text{ mm}$	$\mu = 3.855 \text{ mm}$ $\delta = 0.174$
χ^2 -Test		67.0	10.1
untere Grenze	3.5 mm		
Parameter	$\lambda = 1.76 \text{ mm}^{-1}$	$\eta = 1.67$ $\delta = 1.69 \text{ mm}$	$\mu = 2.80 \text{ mm}$ $\delta = 0.257$
χ^2 -Test	24.58	18.54	20.23
χ^2 bei $\alpha = 1\%$	15.09	13.28	

Tabelle 8 Ergebnisse der Kurvenanpassung an die gefundenen Fehler unter Zugrundelegung einer unteren Grenze von 0,39 mm und 3,5 mm.

Verteilung	Exponential	Weibull	Lognormal
untere Grenze	0.39 mm		
$Q^{(1)}$		$5.8 \cdot 10^{-12}$	$5.2 \cdot 10^{-12}$
N_o		15097	13467
Q_{ges}		$8.8 \cdot 10^{-8}$	$7.0 \cdot 10^{-8}$
untere Grenze	2.0 mm		
$Q^{(1)}$		$5.5 \cdot 10^{-12}$	$5.2 \cdot 10^{-12}$
N_o		14356	13467
Q_{ges}		$7.9 \cdot 10^{-8}$	$7.0 \cdot 10^{-8}$
untere Grenze	3.5 mm		
$Q^{(1)}$	$3.0 \cdot 10^{-11}$	$6.5 \cdot 10^{-12}$	$9.9 \cdot 10^{-12}$
N_o	12930	12782	12724
Q_{ges}	$3.9 \cdot 10^{-7}$	$8.3 \cdot 10^{-8}$	$1.3 \cdot 10^{-7}$

Tabelle 9 Die Ausfallwahrscheinlichkeit unter Zugrundelegung verschiedener Verteilungstypen und unteren Grenzen.

Rißverteilung	Exponentialverteilung	Weibullverteilung	Lognormalverteilung
untere Grenze	2.0 mm		
$Q^{(1)}$		$6.3 \cdot 10^{-12}$	$5.8 \cdot 10^{-12}$
N_o		4280	4054
Q_{ges}		$2.7 \cdot 10^{-8}$	$2.4 \cdot 10^{-8}$
untere Grenze	3.5 mm		
$Q^{(1)}$	$3.5 \cdot 10^{-11}$	$7.2 \cdot 10^{-12}$	$1.1 \cdot 10^{-11}$
N_o	3886	3883	3861
Q_{ges}	$1.4 \cdot 10^{-7}$	$2.8 \cdot 10^{-8}$	$4.2 \cdot 10^{-8}$

Tabelle 10 Die Ausfallwahrscheinlichkeit bei verschiedenen Verteilungstypen und unteren Grenzen unter Zugrundelegung der Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit nach /15/

Kurvenanpassung an Kerbschlagarbeit					transformierte K_{Ic} -Verteilung		
untere Grenze [J]	χ^2 -Test	χ^2 für $\alpha=1\%$	σ [J]	η	untere Grenze [MNm ^{-3/2}]	σ [Mmm ^{-3/2}]	η
0	40.45	24.73	76.63	7.55	0	114.6	15.1
1	40.45		76.63	7.55	13.07	114.6	15.1
10	40.45		76.63	7.55	41.31	114.6	15.1
20	40.4		76.63	7.55	58.43	114.6	15.1
30	39.39		76.63	7.54	71.56	114.6	15.1
35	37.04		76.63	7.51	77.43	114.6	15.02

Tabelle 11 Kurvenanpassung an Daten für die Kerbschlagarbeit C_v mit einer bei einer unteren Grenze abgeschnittenen Weibullverteilung; Umrechnung der C_v -Verteilung in eine K_{Ic} -Verteilung

K_{Icu}' [MNm ^{-3/2}]	K_{Icu} [MNm ^{-3/2}]	σ' [MNm ^{-3/2}]	σ [MNm ^{-3/2}]	$\eta = \eta'$	χ^2 -Test
0	0	128.0	114.59	15.1	40.4
5	4.66	123.05	114.74	14.51	39.81
10	9.73	118.02	114.89	13.92	39.13
15	15.27	113.01	115.06	13.33	38.43
20	21.34	107.99	115.25	12.74	37.72
55.2	89.4	72.6	117.16	8.54	33.72

Tabelle 12 Parameter einer dreiparametrischen Weibullverteilung für die K_{Ic} -Verteilung.

Werkstoff	Wandstärke [mm]	Rißzähigkeit	Fließspannung	Q_{ges}
WStE47	29	s.Tabelle 1	s.Tabelle 1	$7.0 \cdot 10^{-8}$
WStE47	38	s.Tabelle 1	s.Tabelle 1	$5.7 \cdot 10^{-8}$
15MnNi63	29	Gl. (6.6)	Gl. (6.8)	$1.2 \cdot 10^{-7}$
15MnNi63	29	Gl. (6.7)	Gl. (6.8)	$1.2 \cdot 10^{-7}$
15MnNi63	38	Gl. (6.7)	Gl. (6.8)	$1.2 \cdot 10^{-9}$

Tabelle 13. Der Einfluß der Wandstärke und des Werkstoffs auf die Ausfallwahrscheinlichkeit