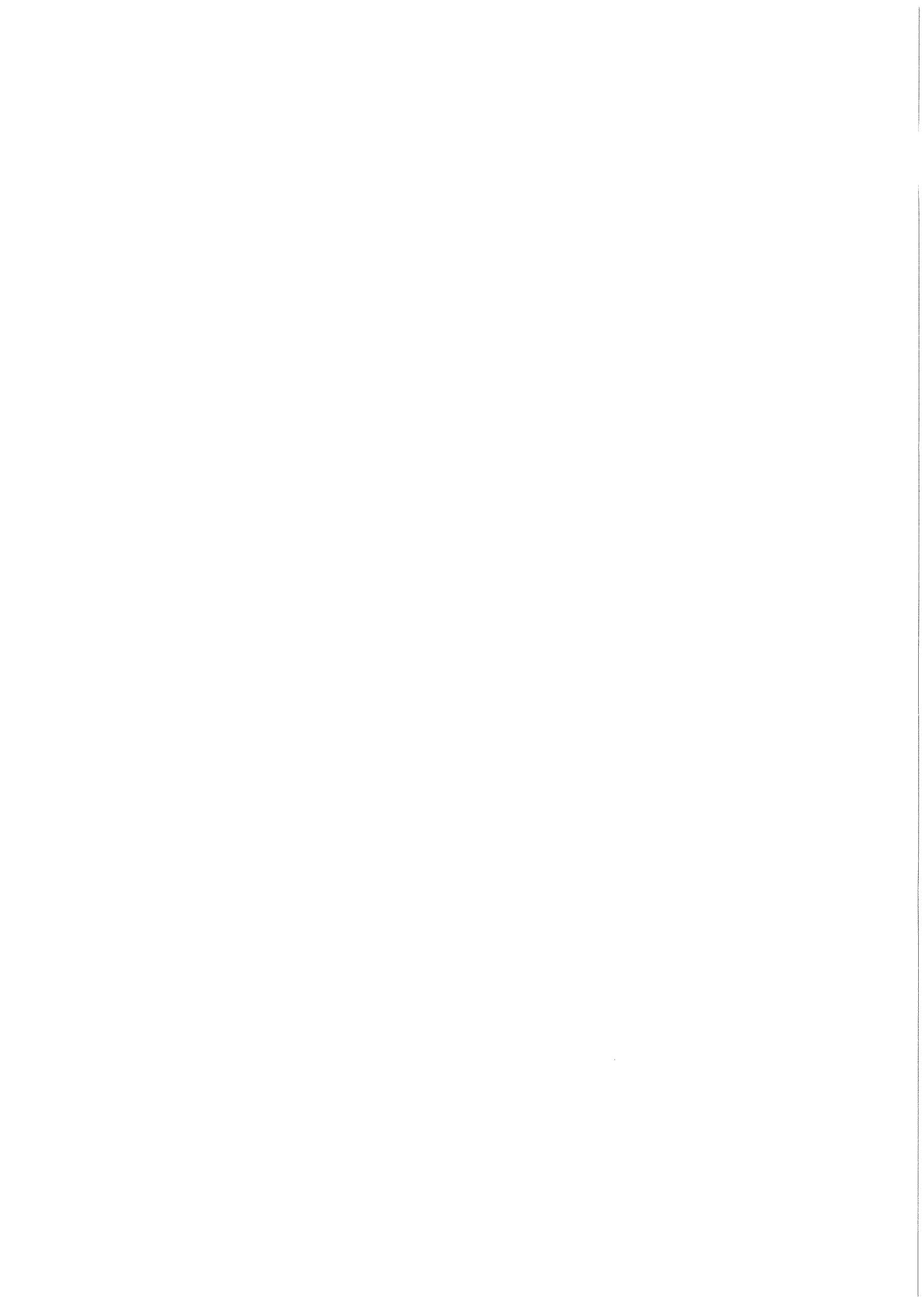


KfK 3671  
Februar 1984

**KANDY —  
ein numerisches Modell zur  
Beschreibung der Vorgänge,  
die in einem ausgetrockneten  
Brennelement eines  
Natriumgekühlten Schnellen  
Brüters auftreten können,  
falls die Energieerzeugung im  
Reaktorkern andauert.**

K. Thurnay  
Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik  
Projekt Schneller Brüter

**Kernforschungszentrum Karlsruhe**



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

INSTITUT FÜR NEUTRONENPHYSIK UND REAKTORTECHNIK

Projekt Schneller Brüter

KfK 3671

KANDY - ein numerisches Modell zur Beschreibung der Vorgänge, die in einem ausgetrockneten Brennelement eines Natriumgekühlten Schnellen Brüters auftreten können, falls die Energieerzeugung im Reaktorkern andauert.

K. Thurnay

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt  
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH  
ISSN 0303-4003

## Zusammenfassung:

Das Modell KANDY wurde geschaffen , um wesentliche Vorgänge der Brennelement-Zerstörung in einem Natriumgekühlten-Schnellen-Brüter beschreiben zu können . Gedacht ist dabei an ein ausgetrocknetes ( "gevoidetes" ) Brennelement , in dem also Natrium nur noch als Dampf vorkommt . Da aber in den Brennstäben weiterhin Wärme entsteht, so können Bestandteile dieser Stäbe durch Abschmelzen / Ausplatzen / Verdampfen in die Kühlkanäle geraten , wo sie sich anschließend unter der Wirkung der dort herrschenden Kräfte verlagern .

Der hier vorgelegte Bericht beschreibt die Annahmen des Modells , die daraus sich ergebenden Bewegungsgleichungen und die Methode , mit der man aus diesen ein System von diskreten , programmierbaren Differenzgleichungen erstellt.

Der Bericht schließt mit der Darstellung und Diskussion der Ergebnisse eines Testfalles , der mit dem KANDY-Code berechnet wurde.

KANDY - a numerical model to describe phenomena, which - in a heated and voided fuel element of an LMFBR - may occur.

## Abstract:

KANDY is a model developed to describe the essential destruction-phenomena of the fuel elements of an LMFBR. The fuel element is assumed to be a voided one , in which the heat generation is still going on. The main process to be modeled is the melting / bursting / evaporating of parts of the fuel pins and the subsequent dislocation of these materials in the coolant channel.

The work presented summarizes the assumptions constituting the model, develops the corresponding equations of motion and describes the procedure , turning these into a system of difference-equations ready for coding.

As a final part results of a testcase calculation with the KANDY-code are presented and interpreted.



Inhalt:	Seite
Abkürzungen und Bezeichnungen.	5
1. Einleitung.	9
2. Umriss des Modells.	11
3. Die Massengleichungen.	16
4. Verdampfung und Rekondensation.	18
5. Bilanz der Zerfallsprodukte.	22
6. Entstehung und Vernichtung der Brennstoff-Partikel.	25
7. Die Impulsgleichungen.	28
8. Die Energiegleichungen.	32
9. Die mittleren Entfernungen und die Transportwiderstände.	36
10. Die Berechnung der Temperaturen.	41
11. Randbedingungen, Anfangsbedingungen.	44
12. Die Bewegungsgleichungen des Modells als Differenzen-Gleichungen.	47
13. Die Berechnung der neuen Impulse , $Y(i,n+1)$ .	50
14. Die Zeitzentrierung des Druckes im Gas.	53
15. Die Berechnung der neuen Massen , $M(i+,n+1)$ .	58
16. Die Berechnung der neuen Energie, $W(i+,n+1)$ .	61
17. Die Berechnung der neuen Temperaturen.	62

18. Umkehr eines linearen "Dreipunkt"-Gleichungssystems.	67
19. Ergebnisse einer Testrechnung.	69
20. Ausblick.	76
Literatur.	77

Abkürzungen und Bezeichnungen:

$a_1$	=	1.1026578	Konstanten der
$a_2$	=	2.1061267	Querschnitts-Geometrie
$\beta$	=	$L_S/L_P$	relative Dicke der Stahlhülle
B.S.			Brennstab
$C_V$		[ erg/(g•K) ]	Spezifische Wärme bei konst. Vol.
$C_V^*$	=	$M_G \cdot C_{VG}$	Wärmekapazität des Gases in einer Zelle
$C_T$		[ erg/cm <sup>3</sup> ]	Spezifische Energiekonzentration , $= \partial U / \partial V _T = T \cdot \partial P / \partial T - P$
$C_T^*$	=	$V_G \cdot C_{TG}$	Spezifische Energiekonzentration des Gases in einer Zelle
$D_P$		[ cm ]	Radius eines Brennstoff-Partikels
$D_S$		[ cm ]	Radius eines Stahl-Partikels
$\Delta M_P$		[ g ]	Änderung der Masse des Stoffes P in einer Zelle
$\Delta U^*$		[ erg/g ]	latente Energiedichte der Verdampfung
$\Delta W_{FG}$		[ erg ]	Energie-Übertrag von Stoff G in Stoff F in einer Zelle
$\Delta W^*$		[ erg ]	Energiebeitrag des Neutronen-Flusses im Brennstoff einer Zelle
$\Delta Y_{FG}$		[ g•cm/sec ]	Impuls-Übertrag von Stoff G in Stoff F in einer Zelle
$\delta z$		[ cm ]	Höhe einer Zelle
$e_F$		[ erg/sp. ]	Energie einer Spaltung ( $333.237 \cdot 10^{-6}$ )
$\varepsilon$	=	$N_{PU}/N_F$	Anreicherung des Brennstoffes
$\eta$		[ Poise ]	Viskosität
$F_{FG}$		[ cm <sup>2</sup> ]	Austausch-Fläche des Stoffpaares F und G in einer Zelle
$\phi$		[ n/(sec•cm <sup>2</sup> ) ]	Neutronenfluss
$G_{FG}$		[ sec/g ]	Widerstand bei $F_{FG}$ gegen den Impuls-Transport
$G_{S0}$ , $G_{S1}$			Widerstand am Stahlrand im heilen bzw. zerstörtem Zustand

$G_{G0}$ , $G_{G1}$		Widerstand am Gasrand im heilen bzw. zerstörtem Zustand
$g$	[ cm/sec <sup>2</sup> ]	Standardbeschleunigung ( 980.665 )
$\Gamma(x) \equiv$	$3 \cdot (1+1/x) \cdot (\sqrt[3]{1+x} - 1) - 1$	
$\gamma$	$= \partial v / \partial z$	Gradient der Geschwindigkeit
$H_{FG}$	[ sec•K/erg ]	Widerstand bei $F_{FG}$ gegen den Energie-Transport
$H_{S0}$ , $H_{S1}$		Widerstand am Stahlrand im heilen bzw. zerstörtem Zustand
$H_{G0}$ , $H_{G1}$		Widerstand am Gasrand im heilen bzw. zerstörtem Zustand
$h$	$= \Delta t / \delta z$	'Skalenfaktor' bei den Differenzen- -Gleichungen
$J_M$	[ g/(cm <sup>2</sup> •sec) ]	Massenstrom ins Vakuum
$J_W$	$= \lambda \cdot \partial T / \partial z$	Wärmestrom
$\kappa_g$	[ 1 ]	Gravitations-Parameter
$\kappa_T$	[ 1 ]	Faktor der Thermophorese
$\kappa_W$	[ 1 ]	'Wärmeleitungs'-Parameter
$\kappa_Y$	[ 1 ]	'Strömungsart'-Parameter
$\kappa_Z$	[ 1 ]	'Entgasungs'-Parameter
$\kappa_{(+)}$	[ 1 ]	'Mitreiss'- Parameter der Partikel
$x$	[ 1 ]	Knudsen-Zahl (hier $l_G / D_p$ )
$L$	[ cm ]	'Radius' des Zellen-Querschnittes
$L_p$	[ cm ]	Radius des Brennstabes bzw. des Brennstab-Restes
$L_S$	[ cm ]	Dicke des Stahl-Mantels
$l_G$	[ cm ]	Mittlere freie Weglänge im Gas
$\lambda$	[ erg/(sec•cm•K) ]	Wärmeleitfähigkeit
$M_F$	[ g ]	Masse des Stoffes F in einer Zelle
$M_{F0}$	[ g ]	Fabrikationsmäßige Masse des Stoffes F
$M_{\uparrow P}$	[ g ]	Zum Stoff P insgesamt neu zugefügte Masse in einer Zelle
$m_F$	$= M_F(\text{Max}) / M_{F0}$	Massenschranke für das Brennstoff in einer heilen Zelle
$m_S$	$= M_S(\text{Min}) / M_{S0}$	Massenschranke für den Stahl in einer heilen Zelle

$\mu_F$	[ g/mol ]	Molekulargewicht des Stoffes F
$N_F$	[ Stück/cm <sup>3</sup> ]	Teilchendichte des Stoffes F
$\tilde{N}$	[ Stück/mol ]	Loschmidtsche Zahl ( $602.252 \cdot 10^{21}$ )
$n_F = \rho_F / \mu_F$		Molkonzentration des Stoffes F
$v_X$	[ g(X)/g(F) ]	Zerfallsprodukt-Anteil im Brennstoff
$\Omega$	[ erg ]	Quellenterm der Wärme im Gas
$P$	[ dyn/cm <sup>2</sup> ]	Druck
$P^*$	[ dyn/cm <sup>2</sup> ]	Dampfdruck
$P_A$	[ dyn/cm <sup>2</sup> ]	Umgebungs-Druck an den Kanal-Endpunkten
$\Pi = T/P \cdot \partial P / \partial T - 1$		reduzierte T-Ableitung des Druckes
$Q_F$	[ dyn/cm <sup>2</sup> ]	Druck - Tensor des Stoffes F
$q$	[ cm <sup>-1</sup> ]	Geometrie-Faktor Mittl.Entfernung/Oberfl.
$q_p = D_p^2 / (12 \cdot V_p)$		
$q_s = D_s^2 / (12 \cdot V_s)$		
$q_0 = 1 / (3 \cdot \pi \cdot \delta z)$		Geometrie-Faktor eines homogenen Stabes im Kühlkanal
R.B.		Randbedingungen
$R$	[ erg/(mol·K) ]	allgemeine Gaskonstante ( $83.143 \cdot 10^6$ )
$R_F = R / \mu_F$		grammbezogene Gaskonstante des Stoffes F
$r_F$	[ cm ]	mittlerer Transportweg im Stoffe F
$\rho$	[ g/cm <sup>3</sup> ]	lokale Dichte
$\rho'$	[ g/cm <sup>3</sup> ]	Dichte der gesättigten Flüssigkeit
$\rho''$	[ g/cm <sup>3</sup> ]	Dichte des gesättigten Dampfes
$S_F$	[ dyn/cm <sup>2</sup> ]	Spannungstensor des Stoffes F
$\sigma_F$	[ sp.·cm <sup>2</sup> /n ]	mikroskopischer Wirkungsquerschnitt der Spaltung ( $1.8 \cdot 10^{-24}$ )
$T$	[ K ]	Temperatur
$t$	[ sec ]	Zeitvariable des Systems
$\tau = \Omega / C_V^*$		Wärmequellterm in K
$\vartheta$	[ 1 ]	Glättungs-Parameter des "Filters"
$U$	[ erg/g ]	Energiedichte
$U_B$	[ erg/g ]	Energieschranke der Zerstörung
$U_{LF}$	[ erg/g ]	Untere E.-Schranke des Flüssigkeits-Zustandes beim Brennstoff
$\underline{u}$	[ cm/sec ]	mittlere Geschwindigkeit im Gas

$V$	$= \sqrt{3} \cdot \delta z \cdot L^2$	Volumen einer Zelle
$V_F$	[ cm <sup>3</sup> ]	Volumen des Stoffes F in einer Zelle
$v$	[ cm/sec ]	Geschwindigkeit
$v_T$	[ cm/sec ]	thermophoretische Geschwindigkeit
$W_F$	[ erg ]	Energie des Stoffes F in einer Zelle
$W^{\uparrow}_P$	[ erg ]	dem Stoff P insgesamt neu zugeführte Energie in einer Zelle
$\xi_T$	[ 1 ]	'Zukunfts-Faktor' beim Zentrieren
$\xi_P$	[ 1 ]	der Temperatur , des Druckes
$\xi_Y$	[ 1 ]	bzw. des Impulses
$Y_F$	[ g•cm/sec ]	Impuls des Stoffes F in einer Zelle
$Y^{\uparrow}_P$	[ g•cm/sec ]	dem Stoff P insgesamt neu zugeführter Impuls in einer Zelle
$y_G$	$= (a_2 \cdot L/L_P - 2) \cdot V/(V_G + V_P) - 1$	
$y_0$	$= \beta/(2-\beta) \cdot (3-2\cdot\beta)$	
$y_1$	$= \beta/(2-\beta) \cdot [3+2\cdot\beta/(1-\beta)]$	
$\tau$	[ g/(cm <sup>2</sup> •sec) ]	Impulsdichte
$Z_U$	[ cm ]	untere Ende des Kanals
$Z_0$	[ cm ]	obere Ende des Kanals
Z.P.		Flüchtige Zerfallsprodukte
$z$	[ cm ]	Ortsvariable ( Höhe ) des Systems
$\zeta$		Zerstörungszahl, sie ist
$= 0$		bei unzerstörten und
$= 1$		bei zerstörten Zellen

Indizes für die Bezeichnung der verschiedenen Stoff-Komponenten:

F	kompakter Brennstoff
G	Gas
N	Natriumdampf
P	zerbröckelter Brennstoff
S	Stahl
V	Brennstoffdampf
W	Stahldampf
X	flüchtige Zerfallsprodukte im Brennstoff
Z	flüchtige Zerfallsprodukte im Gas

## 1. Einleitung.

Die Verschiebungen von Brennstoff und Stahl, die unter Umständen im Brennelement eines natriumgekühlten schnellen Brütters in der Einleitungsphase eines Störfalles auftreten, sind für den weiteren Verlauf der Ereignisse wichtig. Sie können die Reaktivität sowohl erhöhen als auch erniedrigen. Sie können aber auch zur Verstopfung des Brennelementes führen, mit schwerwiegenden Folgen für die weitere Kühlung des Kernes.

Eine sachgerechte Nachrechnung dieser Material-Verschiebungen erfordert, daß nicht nur die Bewegung der einzelnen Stoffbestandteile des Brennelementes behandelt werden ( wie in den bisher verwendeten Programmen CMOT , SLB , FDRAG ), sondern auch ihre gesamte gegenseitige Wechselwirkung mit beschrieben wird.

Seit den letzten fünf-sechs Jahren bemühen sich mehrere Wissenschaftler in verschiedenen Forschungs-Zentren um ein geeignetes Modell , das diese Verschiebungen der verschiedenen Materialien im Brennelement mitsamt ihrer gegenseitigen Beeinflußung gut wiedergibt.

Tentner und Wider / 1 , 2 / verwenden bei ihren LEVITATE-Code zwei gekoppelte Modelle : das eine Modell beschreibt die Stoffbewegung innerhalb des Brennstabes , die dann auch zum Stabversagen führen kann , das andere Modell beschreibt die Bewegungen der Stoffe , die sich im Kühlkanal zwischen den Brennstäben befinden. In diesem zweiten Modell können drei Materialien mit verschiedener Geschwindigkeiten sich nebeneinander bewegen und sie sind außerdem noch mit zwei unbeweglichen Begrenzungs-Materialien in thermischen-materiellen Wechselwirkung . Die Bewegungsgleichungen der einzelnen Stoffe sind eindimensionale Eulersche Gleichungen .

Leider steht von diesem Code bisher keine ausführliche Beschreibung zur Verfügung.

Der von Kedziur und Misu entwickelte CALIPSO-Code / 3 , 4 , 5 / dient eigentlich zur Nachrechnung von Experimenten , bei denen das Brennstab-Versagen durch eine Thermit-Reaktion simuliert wurde. Das Modell rechnet die Stoffbewegungen im Stabinneren und im Raum um den Stab herum mit aufwendigen zweidimensionalen Zylinder-Geometrie nach. Dafür kann dieses Modell - zur Zeit - nur zwei sich mit verschiedenen

Geschwindigkeiten bewegende Stoffe nachspielen .

Der im folgendem darzustellene KühlKANal-DYnamik-Code KANDY ist auch ein Versuch , die Bewegungen und Wechselwirkungen der verschiedenen Stoffe in einem ausgetrockneten ( gevoideten ) Brennelement zu beschreiben. Das Modell interessiert sich in der ersten Linie für die Ereignisse im Kühlkanal . Vier voll-bewegliche Stoffe werden zum Modellieren herangezogen , die ihrerseits noch aus verschiedenen Komponenten bestehen können . Es wird Mühe darauf gelegt , die thermische Eigenschaften der einzelnen Stoffe realistisch zu beschreiben.

## 2. Umriss des Modells.

Die Struktur des Brennelementes ist durch die, in einem Dreieck-Netz angeordneten Brennstäbe (B.S.) und durch die dazwischen freigebliebenen Kühlkanäle charakterisiert. Deshalb wird als Grundelement des Modells ein Kühlkanal mit den drei nächsten angrenzenden B.S. gewählt (s. Abb. 1 und 2). Die Gesamt-Höhe dieses Kanals und das Querschnitt-Maß 'L' werden als Konstanten des Modells angenommen. Ein  $\delta z$  cm langer Abschnitt dieses Kanals - dessen Volumen  $V = \sqrt{3} \cdot \delta z \cdot L^2$  beträgt - wird im folgenden als 'Zelle' bezeichnet.

Der eigentliche Kanal ist mit Gas (bez. 'G') ausgefüllt. In diesem Gas können noch kleine Brennstoffpartikel ('P') schweben.

Das Gas selbst besteht hauptsächlich aus gasartigem Natrium ('N'), es kann aber auch noch Stahl- und Brennstoffdämpfe ('W' bzw. 'V') mitführen. Flüchtige Zerfallsprodukte (Abkürzung Z.P., Index Z) können im Gas ebenfalls vorkommen. Bei diesen handelt es sich hauptsächlich um die Elemente Xe, Cs, Kr und J.

$M_G$ , die Gasmasse in einer Zelle ist demnach:

$$M_G = M_N + M_W + M_V + M_Z \quad . \quad (1)$$

Ungeachtet dieser vielfältigen Zusammensetzung wird das Gas als ein thermisch und kinetisch einheitlicher Stoff behandelt, d.h. das Gas hat eine einheitliche Temperatur und eine einheitliche Geschwindigkeit,  $T_G$  und  $v_G$ .

Der Druck des Gases  $P_G$  setzt sich aus den Partial-Drücken der Komponenten zusammen:

$$P_G = P_N + P_W + P_V + P_Z \quad . \quad (2)$$

Beim berechnen des Druckes wird von dem Gas angenommen, daß es eine ideale Mischung bildet, d.h. die einzelnen Komponenten haben in der Mischung denselben Druck, den sie - bei demselben T und  $\rho$  - auch in der homogenen Phase haben würden.

Die Wärmekapazität des Gases - bei konstantem Volumen - in einer Zelle

$$C_V^* = M_G \cdot C_{VG}$$

ist ebenfalls die Summe der Wärmekapazitäten der Komponenten:

$$C_V^* = M_N \cdot C_{VN} + M_W \cdot C_{VW} + M_V \cdot C_{VV} + M_Z \cdot C_{VZ} \quad (3)$$

Bei allen übrigen thermischen Eigenschaften ( Viskosität [  $\eta$  ] , Wärmeleitfähigkeit [  $\lambda$  ] , mittlere freie Weglänge [  $l$  ] ) wird so getan, als ob das ganze Gas nur aus Natrium bestünde, d.h.

$$\eta_G \approx \eta_N \quad , \quad \lambda_G \approx \lambda_N \quad , \quad l_G \approx l_N \quad (4)$$

Der B.S. besteht größtenteils aus Brennstoff ( 'F' ). Außerdem kann er noch Stahl ( 'S' ) enthalten, entweder als äußere Hülle, oder in Form von Einschlüssen im Stabinneren. Schließlich können auch noch flüchtige Zerfallsprodukte - in gelöstem Zustand - im Brennstoff vorkommen, welche dann unter geeigneten Bedingungen ins Gas freigesetzt werden. Die Z.P. wird mit dem Brennstoff zusammen als thermisch-kinematisch einheitlicher Stoff behandelt.

Die Z.P. werden - der Übersichtlichkeit halber - im Stab mit dem Index 'X' , im Gas dagegen mit 'Z' bezeichnet.

Die thermische Eigenschaften der Kanal-Bestandteile werden mit unterschiedlichem Aufwand modelliert. Bei den kompakten Stoffen Brennstoff und Stahl werden übliche Festkörper- bzw. Flüssigkeits-Zustandsgleichungen eingesetzt /6/. Die gleiche Gleichungen - die man beim kompakten Brennstoff verwendet - werden auch bei der Beschreibung der Brennstoff-Partikel benutzt. Die Gasbestandteile Stahl- und Brennstoffdampf sowie die flüchtige Zerfallsprodukte werden mit dem Modell des idealen Gases beschrieben. Nur die Zustandsdaten des Natriums werden - mit Hilfe des Codes KANAST ( s. /7/ ) - in der vollen ( $\rho, T$ )-Abhängigkeit benutzt. Die Viskosität ist dabei die einzige Ausnahme : diese Eigenschaft des Natrium-Gases wird mit der Viskosität des Natrium-Sattdampfes - aus /8/ - ersetzt.

Das Modell ist im Prinzip eindimensional ausgelegt mit der Koordinatenachse  $z$  in der Kanalrichtung 'Oben'. Daneben werden aber auch noch die Wechselwirkungen in radialer Richtung näherungsweise berücksichtigt.

Die Beschreibung der Stoffbewegungen erfolgt in zwei Stufen: zunächst werden für die einzelnen Materialien ( F , S , G oder P ) die axialen (eindimensionalen) Bewegungsgleichungen aufgestellt, so , als ob diese Stoffe unabhängig voneinander sich bewegen würden. In der zweiten Stufe werden dann die Wechselwirkungen - die von den anderen Stoffen herrühren - berechnet und zu den entsprechenden Bewegungsgleichungen zugefügt.

Die Beschreibung der physikalischen Größen im Modell entspricht diesem Verfahren. In der axialen Richtung werden diese Größen Punkt für Punkt, d.h. mit Gradienten dargestellt. Bei der Berechnung der Wechselwirkungen in einem Kanal-Ort 'z' ( d.h. in der radialen Richtung ) setzt man dagegen nur die entsprechenden Stoff-Mittelwerte der jeweiligen Größe ein.

Als Bewegungsgleichungen werden die Massen-, Impuls- und Energieerhaltungssätze verwendet. Um die Änderungen der Wechselwirkungen mit der gegenseitigen Verschiebung der Stoffe zueinander berücksichtigen zu können, werden diese Gleichungen in ihrer Eulerschen Form benutzt. Die Ableitung dieser Bewegungsgleichungen aus den Erhaltungssätzen kann man z.B. bei Landau-Lifschitz /9/ finden. Der Dichte  $\rho$  in diesem Buch entspricht im KANDY-Modell der Zell-Masse M, da das Zell-Volumen V beim diesem Modell eine Konstante ist.

Das Modell läßt folgende Wechselwirkungsarten zwischen den vier Stoffen zu:

Energie- ( Wärme- ) austausch (  $W\uparrow$  ) ,

Impulsaustausch ( Reibung ,  $Y\uparrow$  ) ,

Massenaustausch (  $M\uparrow$  ) .

Beim Massenaustausch wird nur die Verdampfung/Rekondensation von Stahl und Brennstoff, die Freisetzung von Spaltprodukten aus dem B.S. ins Gas sowie die Erzeugung/Vernichtung der Brennstoffpartikel berücksichtigt.

Ob es in einem Kanalort zwischen zwei Stoffen zu einer Wechselwirkung kommt oder nicht, das hängt auch von der dortigen Beschaffenheit des Kanals (  $\zeta$  ) ab.

In einer unzerstörten Zelle (  $\zeta = 0$  ) ist der Brennstoff von dem Gas

durch die Stahl-Hülle abgeschirmt. Abb. 1 zeigt die in diesem Falle angenommenen geometrischen Verhältnisse im Querschnitt.

In einer zerstörten Zelle ( $\zeta = 1$ ) fehlt diese Abschirmung. Der Einfachheit halber wird angenommen, daß eventuell noch vorhandene Reste der Hülle hier in Form von kleinen Kügelchen in dem B.S. eingeschlossen sind (Abb. 2), so daß sie nur mit dem Brennstoff wechselwirken können.

Die Brennstoff-Partikel sind in jedem Fall nur von Gas umgeben, so daß sie immer nur mit diesem Energie und Impuls austauschen können. Partikel können in jedem Kanalort verschwinden (durch Ausfrieren), erzeugt werden sie nur in Stellen, wo der Querschnitt schon zerstört ist.

Für die Stoffe des B.S. gelten folgende Annahmen: verdampfen oder sich niederschlagen kann nur das Material, das mit dem Gas direkt in Berührung steht, d.h. im unzerstörten Querschnitt der Stahl, im zerstörten der Brennstoff. Energie und Impuls werden auch nur zwischen benachbarten Stoffen ausgetauscht (s. Abb. 3 und 4).

Für den Impulsaustausch gilt eine zusätzliche Voraussetzung: das Gas direkt berührender Stoff muß flüssig sein, d.h. die Energiedichte dieses Stoffes muß über der unteren Energiedichteschranke des jeweiligen Flüssigkeitszustandes  $U_{LF}$  resp.  $U_{LS}$  liegen:

$$U_S > U_{LS} \quad \text{falls } \zeta = 0, \quad \text{bzw.}$$

$$U_F > U_{LF} \quad \text{falls } \zeta = 1.$$

Die flüchtigen Z.P. können nur im zerstörten Kanalort aus dem B.S. freigesetzt werden. Ein eventueller Wiedereintritt (Einschluss) dieser Z.P. in den Brennstoff wird nicht behandelt.

Der Zustand des Kanal-Querschnittes in einem Ort kann sich mit der Zeit ändern. Im Modell wird dies folgendermaßen berücksichtigt:

- in einem Kanalort kann der Querschnitt einen 'heilen' oder 'zerstörten' Anfangszustand haben,
- ein 'heiliger' Querschnitt geht in einen 'zerstörten' über, falls der Brennstoff schon flüssig ist und der größte Teil der Hülle abgeschmolzen:

$$M_S < m_S \cdot M_{S0},$$

- ein 'heiler' Querschnitt geht in einen 'zerstörten' über, falls die Brennstoffmasse im Querschnitt stark zunimmt:

$$M_F > m_F \cdot M_{F0} ,$$

- ein 'heiler' Querschnitt geht in einen 'zerstörten' über, falls die innere Energie des Brennstoffes eine obere Schranke  $U_B$  überschreitet:

$$U_F > U_B .$$

Das Modell berücksichtigt folgende äußere Kräfte und Einflüsse:

- Gravitation,
- Druck der Umgebung an den beiden Enden des Kanals,
- thermische Leistung des Reaktors im Brennstoff des Kanals.

### 3. Die Massengleichungen.

Die Änderungen in der Masse des Stoffes 'K' in einer Zelle haben zwei Ursachen:

ein nicht-verschwindender z - Gradient des entsprechenden Impulses

$$Y_K = v_K \cdot M_K$$

führt in  $\Delta t$  - Zeit von den Nachbarzellen  $-\partial Y/\partial z \cdot \Delta t$  Stoff 'K' in die Zelle hinein ( Kontinuitätsgleichung ), die anderen Stoff-Komponenten innerhalb der Zelle können aber auch in dieser Zeitspanne dem Stoff 'K' die Stoffmenge  $\Delta M_K$  zutragen.

Die Massengleichungen der einzelnen Stoffe haben dementsprechend folgende Form:

$$\partial M_K / \partial t = -\partial Y_K / \partial z + \partial M_K^{\uparrow} / \partial t \quad , \quad \text{wobei}$$

$$K = F, S, P, V, W, N, Z, X \quad \text{sein kann.} \quad ( 1 )$$

Die Impulse der einzelnen Stoffe in einer Zelle kann man entweder aus

$$Y_K = v_K \cdot M_K \quad ( 2 )$$

berechnen, falls  $K = F$  ,  $S$  oder  $P$  ist oder, falls es sich um eine Gas-Komponente handelt, aus der Gl.

$$Y_L = v_G \cdot M_L \quad ( 3 )$$

Hier ist dann  $L = N$  ,  $V$  ,  $W$  oder  $Z$ .

Es gibt drei Prozesse, die in einer Zelle zu 'radialen' Massenübertragungen führen können:

- Brennstoff oder Stahl kann verdampfen, oder auf der Oberfläche des B.S.-es rekondensieren
- In einer zerstörten Zelle können flüchtige Zerfallsprodukte aus dem B.S. ins Gas strömen,
- In einer zerstörten Zelle können Brennstoffpartikel ins Gas abgegeben werden , oder aber in kalten Gebieten kann sich ein Teil der Partikel an der B.S.-Wand niederschlagen.

Da die Massenerhaltung auch innerhalb einer Zelle gelten muß und da das Natrium sich an diesen Prozessen nicht beteiligt, gelten folgende Nebenbedingungen für die Massen-Austausch-Terme:

$$M^{\uparrow}_F = - M^{\uparrow}_V - M^{\uparrow}_P - M^{\uparrow}_Z \quad , \quad ( 4 )$$

$$M^{\uparrow}_S = - M^{\uparrow}_W \quad , \quad ( 5 )$$

$$M^{\uparrow}_Z = - M^{\uparrow}_X \quad , \quad ( 6 )$$

$$M^{\uparrow}_N = 0.0 \quad . \quad ( 7 )$$

Die Volumenanteile der einzelnen Stoffe in einer Zelle ergeben sich aus den entsprechenden Massen mit Hilfe der jeweiligen Dichtewerte:

$$V_K = M_K / \rho_K \quad \text{falls } K = F, S \text{ oder } P \text{ ist und}$$

$$V_G = V - V_F - V_S - V_P \quad . \quad ( 8 )$$

Die Verfahren zur Berechnung dieser Massenaustausch-Terme wird in den folgenden Abschnitten 4. - 6. dargestellt .

#### 4. Verdampfung und Rekondensation.

Unter geeigneten Bedingungen kann ein Teil des Kanal-gases auf dem B.S. sich niederschlagen, oder auch umgekehrt, es kann ein Teil des B.S. ins Gas verdampfen.

Um die Beschreibung dieser Vorgänge einfach zu halten, werden einige Einschränkungen bei der Modellierung dieser Phasen-Wechsel vereinbart:

A1. Es wird angenommen, daß immer nur der Gasbestandteil sich niederschlägt, aus dem augenblicklich auch die Stab-Oberfläche besteht, d.h. im heilen Querschnitt kann nur Stahldampf ('W'), im zerstörtem nur Brennstoff-Dampf ('V') rekondensieren. Entsprechendes gilt noch zwingender für die Verdampfung.

A2. Es wird angenommen, daß das Gas in einer Zelle mit Stahl- oder Brennstoffdampf ( je nach dem, was A1 erlaubt ) gesättigt ist, d.h. die Partialdrücke des Stahl- oder des Brennstoff-Dampfes stimmen mit dem jeweiligen Dampfdruck bei der Gastemperatur  $T_G$  überein (s. z.B. /10/ ):

$$P_V = P_F^*(T_G) \quad , \quad P_W = P_S^*(T_G) \quad .$$

A3. Es wird schließlich angenommen, daß man das Verhalten der Dämpfe mit der Gleichung des idealen Gases gut beschreiben kann, d.h.

$$P_V = R_F \cdot \rho_V \cdot T_G \quad , \quad P_W = R_S \cdot \rho_W \cdot T_G \quad .$$

$R_F = R/\mu_F$  ,  $R_S = R/\mu_S$  sind hier die stoffspezifischen Gaskonstanten.

Diese Annahmen erlauben es, die im Gas befindlichen Dampfmassen zu berechnen. Bei einer Gastemperatur  $T_G$  ist die Dichte des gesättigten Stahldampfes

$$\rho_W = P_S^*(T_G)/(R_S \cdot T_G) \quad .$$

In einer unzerstörten Zelle mit der Gasvolumen  $V_G$  muß also nach der Annahmen genau

$$M_{0W} = V_G \cdot P_S^*(T_G)/(R_S \cdot T_G) \quad ( 1 )$$

Stahldampf vorhanden sein.

Dementsprechend ist in einer zerstörten Zelle, in der das Gas mit dem kompakten Brennstoff in Berührung ist, die folgende gesättigte Brennstoff-Dampfmasse vorrätig:

$$M_{0V} = V_G \cdot P_F^*(T_G) / (R_F \cdot T_G) \quad (2)$$

Falls jetzt in einer heilen Zelle aus irgendeinem Grund die Stahldampfmasse von dem Sättigungswert abweicht, dann muß die Differenz

$$\Delta M_W^\uparrow = M_{0W} - M_W \quad (3)$$

durch Verdampfung oder - falls  $\Delta M_W^\uparrow = -\Delta M_S^\uparrow < 0$  ist - durch die Rekondensation des Dampfes auf der Oberfläche des B.S.-es verschwinden.

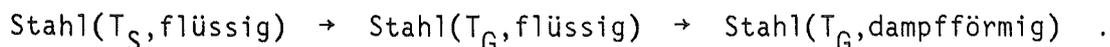
Entsprechendes gilt für den Brennstoffdampf bei den zerstörten Zellen. Hier können die eventuell vorhandene Abweichungen

$$\Delta M_V^\uparrow = M_{0V} - M_V \quad (4)$$

von der Sättigungsmasse des Brennstoffdampfes durch Verdampfung oder Rekondensation ausgeglichen werden.

Die Abweichungen der Dampfmassen von ihren jeweiligen Sättigungswerten -  $M_{0V}$ ,  $M_{0W}$  - können verschiedene Ursachen haben. Die Gastemperatur kann sich ändern, oder aber auch das - in der Zelle für das Gas vorhandene - Volumen ( durch die Bewegung der Stahl- und/oder Brennstoffmassen ) . Es können aber auch durch die Gasbewegung in der z-Richtung Abweichungen entstehen.

Eine Stahlmasse  $\Delta M_W^\uparrow > 0$ , die von der Hülle ins Gas hineindampft, ändert auch die Energie-Inhalte in beiden Stoffen. Der Übergang soll in folgenden Stufen erfolgen:



In diesem Prozess muß der Stahl je Gramm verdampfende Masse die latente Energie  $\Delta U_S^*(T_G)$  abgeben. Dem Stahl in der Zelle wird dadurch insgesamt die Energie

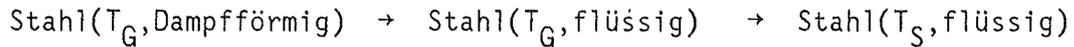
$$\Delta_0 W_{SG} = \Delta M_S^\uparrow \cdot [U_G(T_G) + \Delta U_S^*(T_G)] \quad (5)$$

'zugeführt' und das Gas in der Zelle gewinnt bei dieser Verdampfung

die Energie:

$$\Delta_0 W_{GS} = \Delta M^{\uparrow}_W \cdot U_G(T_G) \quad . \quad (6)$$

Falls umgekehrt  $\Delta M^{\uparrow}_S = -\Delta M^{\uparrow}_W > 0$  Stahldampf sich auf der Stahlhülle niederschlägt, erhält die Hülle durch den Übergang



aus dem Dampf nicht nur die spürbare Wärme, sondern auch die Kondensationsenergie  $\Delta U_S^*(T_G)$ :

$$\Delta_0 W_{SG} = \Delta M^{\uparrow}_S \cdot [U_S(T_S) + \Delta U_S^*(T_G)] \quad . \quad (7)$$

Der 'Energie-Gewinn' des Gases ist jetzt

$$\Delta_0 W_{GS} = \Delta M^{\uparrow}_W \cdot U_S(T_S) \quad . \quad (8)$$

Die Energiedichte des Gases bei der Temperatur T wird mit der spezifischen Wärme  $C_V$  errechnet:

$$U_G(T) = T \cdot C_{VG} \quad , \quad (9)$$

mit  $C_{VG} = C_V^*/M_G \quad . \quad (10)$

Die Größe  $C_V^*$  ist in der Gl. (10.17) beschrieben.

Die zur Verdampfung benötigte latente Energie kann man aus folgender Beziehung berechnen:

$$\Delta U^* = T \cdot \Delta S - P^* \cdot \Delta V = P^* \cdot \Pi \cdot (1/\rho'' - 1/\rho') \quad . \quad (11)$$

$$\Pi = T/P \cdot \partial P / \partial T - 1 \quad (12)$$

ist hier eine reduzierte Form der Druckableitung,  $\rho'$  bzw.  $\rho''$  sind die Dichten der gesättigten Flüssigkeit bzw. die des ges. Dampfes.

In der Gl. (11) kann man - unter den angenommenen Bedingungen - die Differenz der spezifischen Volumina durch die des Dampfes ersetzen:

$$\Delta V \approx 1/\rho''$$

und diese dann aus der Gl. des idealen Gases berechnen. Beim Stahl

der Temperatur  $T$  erhält man mit diesen Näherungen folgende latente Energie:

$$\Delta U_S^* = \Pi_S \cdot R_S \cdot T \quad . \quad (13)$$

Durch die Rekondensation werden auch die Impulse in den Stoffen geändert, der Stahl in der Zelle gewinnt dabei den Impuls

$$\Delta_0 Y_{SG} = \Delta M \uparrow_S \cdot v_S = - \Delta_0 Y_{GS} \quad . \quad (14)$$

Umgekehrt erhält das Gas bei der Verdampfung den Impuls

$$\Delta_0 Y_{GS} = \Delta M \uparrow_W \cdot v_G = - \Delta_0 Y_{SG} \quad . \quad (15)$$

Die entsprechenden Energie- und Impuls-Änderungen in einer zerstörten Zelle sind die folgenden:

Die Energiezunahmen im Brennstoff bzw. im Gas sind hier bei der Verdampfung

$$\Delta_0 W_{FG} = -\Delta M \uparrow_V \cdot \{U_G(T_G) + \Delta U_F^*(T_G)\} \quad (16)$$

und 
$$\Delta_0 W_{GF} = \Delta M \uparrow_V \cdot U_G(T_G) \quad . \quad (17)$$

An Impuls gewinnt hier der Brennstoff

$$\Delta_0 Y_{FG} = -\Delta M \uparrow_V \cdot v_G = - \Delta_0 Y_{GF} \quad (18)$$

von dem Gas der Zelle.

Bei der Rekondensation ( $\Delta M \uparrow_V < 0$ ) ergeben sich die folgende Beziehungen:

$$\Delta_0 W_{FG} = -\Delta M \uparrow_V \cdot \{U_F(T_F) + \Delta U_F^*(T_G)\} \quad (19)$$

und 
$$\Delta_0 W_{GF} = \Delta M \uparrow_V \cdot U_F(T_F) \quad . \quad (20)$$

Für die Impulse gelten :

$$\Delta_0 Y_{FG} = -\Delta M \uparrow_V \cdot v_F = - \Delta_0 Y_{GF} \quad . \quad (21)$$

### 5. Bilanz der Zerfallsprodukte.

Der Brennstoff im B.S. enthält je nach Vorgeschichte einen Anteil flüchtiger Z.P. Falls die Anreicherung  $v_X$  beträgt, dann ist in einer Zelle des Kanals insgesamt

$$M_X = v_X \cdot M_F \quad (1)$$

Gramm Z.P. im Brennstoff eingeschlossen. Ein Teil dieser Z.P. kann in einem zerstörtem Querschnitt freigesetzt werden, falls die Brennstofftemperatur  $T_F$  hoch genug ist.

Es scheint vernünftig, anzunehmen, daß diese Z.P. mit dem Brennstoffdampf zusammen freigegeben werden und daß die freigesetzte Masse  $\Delta M^{\uparrow}_Z$  mit der gleichzeitig freigesetzten Masse des Brennstoffdampfes  $\Delta M^{\uparrow}_V$  proportional ist. Außerdem muß  $\Delta M^{\uparrow}_Z$  noch mit der übriggebliebenen Masse der Z.P. proportional sein:

$$\Delta M^{\uparrow}_Z = \kappa_Z \cdot v_X \cdot \Delta M^{\uparrow}_V \quad (2)$$

$\kappa_Z$  ist hier ein 'Entgasungs'-Parameter.

Die in der Zeiteinheit  $\Delta t$  freigesetzte Dampfmasse kann man mit Hilfe des Massenstromes der Verdampfung  $J_M$  beschreiben:

$$\Delta M^{\uparrow}_V = F_{SG} \cdot J_M(T_F) \cdot \Delta t \quad (3)$$

Hier ist  $F_{SG} = \delta z \cdot \pi \cdot L_p \quad (4)$

die Oberfläche des B.S. in der zerstörten Zelle.

Für den Massenstrom eines Stoffes dessen Molgewicht  $\mu$  beträgt und das bei der Temperatur  $T$  und bei dem Dampfdruck  $P^*(T)$  ins Vakuum hinein verdampft, leitet Eucken /11/ folgende Gl. ab:

$$J_M = P^*(T) / (2\pi \cdot R \cdot T / \mu)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

Diese Darstellung des Massenstromes kann man - wie auch in /12/ bestätigt - auch beim Brennstoff anwenden, solange die Dampfdrücke im Vergleich zum atmosphärischen Druck nicht zu hoch werden.

Im Falle des B.S. muß man in dieser Gl. allerdings nicht  $P_F^*$  als Dampfdruck einsetzen, sondern einen Druck, der den Partialdruck der Z.P. und den der eingeschlossenen Stahl-Reste auch berücksichtigt.

Falls man annimmt, daß diese drei Komponenten, 'F', 'X' und 'S' eine ideale Mischung bilden, dann verhalten sich ihre Partialdrücke in der Mischung ( P ) zum Druck in der homogenen Phase ( P\* ) wie die Molzahl der einzelnen Komponenten zur Gesamt-Molzahl der Mischung ( s. /11/ ). Beim Brennstoff ist dieses Druckverhältnis z.B. :

$$P_F/P_F^* = n_F/(n_F+n_X+n_S) . \quad (6)$$

$n_F = p_F/\mu_F$  ist hier die Molkonzentration des Stoffes F. Da man die Z.P. auch hier als ein ideales Gas behandelt, erhält man für ihren Partialdruck

$$P_X = n_X \cdot R \cdot T_F \quad (7)$$

Somit ergibt sich aus diesen Gl.-en als Stab-Dampfdruck statt  $P_F^*$

$$P^{\#} = P_X + (n_F \cdot P_F^* + n_S \cdot P_S^*) / (n_F + n_X + n_S) . \quad (8)$$

Der Massenstrom des B.S.-es ist damit

$$J_M(T_F) = P^{\#}(T_F) / (2\pi \cdot R_F \cdot T_F)^{1/2} , \quad (9)$$

und für die erzeugte Z.P.-Masse ergibt sich:

$$\Delta M^{\uparrow}_Z = \kappa_Z \cdot v_X \cdot F_{SG} \cdot J_M(T_F) \cdot \Delta t \quad (10)$$

Die freigesetzten Z.P. vermindern die Anreicherung im Brennstoff. Aus der Bilanz

$$\Delta M^{\uparrow}_X = -\Delta M^{\uparrow}_Z \quad (11)$$

und aus der Gl.( 1) errechnet sich die neue Anreicherung zu

$$v_X' = v_X - \Delta M^{\uparrow}_Z / M_F \quad (12)$$

( bei dieser Rechnung wird die Verminderung der Brennstoffmasse um  $\Delta M^{\uparrow}_Z$  vernachlässigt ).

Die Spaltstoff-Anreicherung im Brennstoff kann sich auch noch auf eine andere Weise ändern: falls zu der ursprünglichen Brennstoffmasse  $M_F$  mit der Anreicherung  $v_X$  eine zusätzliche, abgereicherte Brennstoffmasse  $M_F'$  mit der Anreicherung  $v_X'$  zufließt, dann hat die neu gebildete Brennstoffmasse nur noch die Anreicherung

$$v_X'' = (v_X \cdot M_F + v_X' \cdot M_F') / (M_F + M_F')$$

Die Z.P.-Masse  $\Delta M_Z^\uparrow$  führt den Impulsbetrag

$$\Delta_0 Y_{GX} = \Delta M_Z^\uparrow \cdot v_G = -\Delta_0 Y_{XG} \quad (13)$$

mit sich aus dem Brennstoff ins Gas. Gleichzeitig wird auch die Energie

$$\Delta_0 W_{GX} = \Delta M_Z^\uparrow \cdot U_Z(T_G) = -\Delta_0 W_{XG} \quad (14)$$

übertragen.

Mit der  $3/2 \cdot R$ -Näherung für die kalorische Zustandsgleichung der Z.P. kann man diese Energie auch als

$$\Delta_0 W_{GX} = \Delta M_Z^\uparrow \cdot (3/2) \cdot R_Z \cdot T_G = -\Delta_0 W_{XG} \quad (15)$$

schreiben.

Ein Prozeß, bei dem Z.P. wieder in den Brennstab geraten, wird nicht betrachtet,  $\Delta M_Z^\uparrow \geq 0$  wird immer vorausgesetzt!

## 6. Entstehung und Vernichtung der Brennstoff-Partikel.

Der im Gas mitgeführte Brennstoff-Staub (Aerosol) wird im Modell als eine große Anzahl von Brennstoff-Kügelchen dargestellt, die alle denselben Radius  $D_p$  haben. Diese Partikel werden in den heißen und zerstörten Stellen des Kanals erzeugt, und sie können sich wieder an den kalten Stellen des Kanals auf den B.S. niederschlagen.

Untersuchungen von Jordan, Schikarski und Wild /15/ lassen es erwarten, daß unter normalen Störfall-Bedingungen der Partikelradius etwa

$$D_p \approx 0.05 \mu\text{m} \quad \text{beträgt.}$$

Bei der Entstehung der Brennstoffpartikel nimmt man an, daß diese durch den Brennstoffdampf aus dem Brennstoff mitgerissen werden und daß die je Zeiteinheit erzeugte Partikelmenge  $\Delta M_{(+)}^{\uparrow}$  mit der in dem gleichen Zeitraum erzeugten Brennstoffdampf-Menge  $\Delta M_V^{\uparrow}$  proportional ist:

$$\Delta M_{(+)}^{\uparrow} = \kappa_{(+)} \cdot \Delta M_V^{\uparrow} = \kappa_{(+)} \cdot F_{SG} \cdot J_M(T_F) \cdot \Delta t \quad (1)$$

$\kappa_{(+)}$  ist der 'Mitreiß'-Parameter der Brennstoff-Partikel.

Die Brennstoff-Partikel entstehen nicht nur, sie werden auch vernichtet. Dies geschieht dadurch, daß an 'kalten' Stellen des Kanals ein Teil der Partikel vom heißen Gas zur kalten B.S.-Oberfläche wandert ('Thermophorese', s. /13,14,15/) und sich dort anlagert. Wie groß die Masse der Partikel  $\Delta M_{(-)}^{\uparrow}$  ist, die in der Zeit  $\Delta t$  aus dem Gas einer Zelle ausscheiden, hängt sowohl von der Gesamtmasse  $M_p$  der dort vorhandenen Partikel ab, als auch von der Zeit, die für die Wanderung gebraucht wird:

$$\Delta M_{(-)}^{\uparrow} = M_p \cdot v_T \cdot \Delta t / r_G \quad (2)$$

Hier ist  $r_G$  die Entfernung, die eine Partikel im Gas im Mittel zurücklegen muß, bis es den B.S. erreicht und  $v_T$  ist die Geschwindigkeit dieser thermophoretischen Bewegung.

$v_T$  ist sowohl mit der Stärke des T-Gradienten im Gas, als auch mit der kinematischen Zähigkeit ( $\eta/\rho$ ) des Gases proportional :

$$v_T = \kappa_T \cdot (\eta_G / \rho_G) \cdot (1/T_G \cdot -dT_G/dr) \quad (3)$$

Das Verhältnis  $\lambda/P$  in der Gl. /14/-(33a) wurde mit Hilfe der dort angegebenen Beziehung

$$\lambda/P = (15/4) \cdot [\eta / (\rho \cdot T)] \quad \text{umgewandelt.}$$

Im Rahmen des Modells kann man den benötigten T-Gradient im Gas wie folgt darstellen:

$$-dT_G/dr \approx \delta T/r_G \quad , \text{ wobei} \quad (4)$$

$\delta T$  hier die jeweilige effektive T-Differenz im Gas darstellt:

$$\begin{aligned} \delta T &= T_G - T_S \quad , \text{ falls } \zeta = 0 \text{ und} \\ &= T_G - T_F \quad , \text{ falls } \zeta = 1 \quad . \end{aligned} \quad (5)$$

Falls  $\delta T < 0$  ist, findet natürlich keine Thermophorese statt.

Der Faktor  $\kappa_T$  in der Gl. (3) beschreibt die Abhängigkeit der Geschwindigkeit von der Partikelgröße und vom Verhältnis der Wärmeleitfähigkeiten. Die Partikelgröße tritt in der Knudsen-Zahl auf:

$$x = l_G/D_p \quad (6)$$

Sie ist das Verhältnis des mittleren freien Weges im Gas zu den Partikelradius . Die Wärmeleitfähigkeiten treten in der folgenden Gestalt in Erscheinung:

$$a_\lambda = \lambda_G/\lambda_p + 2.5 \cdot x \quad (7)$$

$a_\lambda$  und  $x$  erlauben es , die in /14/ angegebene Formel für  $\kappa_T$  - Gl. (33a) - wie folgt zu schreiben:

$$\kappa_T = 1.5 \cdot a_\lambda / (1 + 2 \cdot a_\lambda) \cdot (1 + x) / (1 + 3 \cdot x) \quad (8)$$

Die Konstanten wurden zu  $A = C_m = 1$  ,  $B = 0$  und  $C_t = 2.5$  gesetzt ( s. auch Teil 4.2.3 in /15/ ).

Die in der Knudsen-Zahl benötigte freie Weglänge kann man mit Hilfe der kinetischen Theorie aus der Viskosität des Gases ermitteln.

Nach dieser Theorie ist die Gas-Viskosität durch

$$\eta_G = 1/3 \cdot \rho_G \cdot l_G \cdot \underline{u} \quad \text{beschrieben, mit}$$

$$\underline{u} = \{8 \cdot R \cdot T / (\pi \cdot \mu_G)\}^{1/2}$$

als mittlere Geschwindigkeit. Mit Hilfe der Gasgleichung

$$P = n \cdot R \cdot T$$

erhält man folgenden Zusammenhang für  $l$  und  $\eta$ :

$$l_G = \eta_G \cdot (9 \cdot \pi / 8)^{1/2} \cdot (\rho_G \cdot P)^{-1/2} \quad (9)$$

Die Änderung der Masse der Partikel in einer Zelle während der Zeitspanne  $\Delta t$  ergibt sich schließlich aus der Bilanzgleichung

$$\Delta M \uparrow_P = \Delta M \uparrow_{(+)} - \Delta M \uparrow_{(-)} \quad (10)$$

Eine  $\Delta M \uparrow_P > 0$  Z.P.-Masse führt die Impulsmenge

$$\Delta_0 Y_{PF} = \Delta M \uparrow_P \cdot v_P = -\Delta_0 Y_{FP} \quad (11)$$

mit sich aus dem kompakten Brennstoff in den Brennstoff-Staub. Gleichzeitig wird auch die Energie

$$\Delta_0 W_{PF} = \Delta M \uparrow_P \cdot U_P(T_P) = -\Delta_0 W_{FP} \quad (12)$$

übertragen.

Bei der Thermophorese ( $\Delta M \uparrow_P < 0$ ) betragen diese Größen

$$\Delta_0 Y_{PF} = \Delta M \uparrow_P \cdot v_F = -\Delta_0 Y_{FP} \quad (13)$$

und  $\Delta_0 W_{PF} = \Delta M \uparrow_P \cdot U_F(T_F) = -\Delta_0 W_{FP}$  . (14)

Bei einem unzerstörtem Querschnitt kann es nur zum Ausfrieren kommen, d.h. hier muß immer  $\Delta M \uparrow_P \leq 0$  gelten!

### 7. Die Impulsgleichungen.

Die Impulsgleichungen in ihrer Euler-Form haben die folgende Gestalt:

$$\partial T_i / \partial t = - \sum_k \partial \{ Q_{ik} + \rho \cdot v_i \cdot v_k \} / \partial x_k \quad (1)$$

$v_i$  bzw.  $T_i = \rho \cdot v_i$  sind hier die Geschwindigkeits- bzw. Impulsdichte-Komponenten in der  $x_i$  - Richtung,

$$Q_{ik} = P \cdot \delta_{ik} - S_{ik} \quad (2)$$

ist der Drucktensor. Den Spannungstensor -  $S_{ik}$  - in den obigen Gl. kann man mit der Scherviskosität -  $\eta$ , mit der Volumen-Viskosität -  $\eta_1$  und mit dem Geschwindigkeits-Gradienten

$$\chi_{ik} = \partial v_i / \partial x_k \quad (3)$$

beschreiben:

$$S_{ik} = \eta \cdot [ \chi_{ik} + \chi_{ki} - (2/3) \cdot \delta_{ik} \cdot \sum_j \chi_{jj} ] + \eta_1 \cdot \delta_{ik} \cdot \sum_j \chi_{jj} \quad (4)$$

Das mit der Volumen-Viskosität  $\eta_1$  ( auch als 'zweite Viskosität' bekannt ) proportionale, zweite Glied dieses Tensors, das nur bei großen Dichte-Änderungen eine Rolle spielt, wird im Folgenden weggelassen. Außerdem wird die Gl. ( 1 ) mit dem Zell-Volumen  $V$  multipliziert, um statt mit der Dichte und Impulsdichte des Stoffes mit der Masse bzw. mit dem Impuls in einer Zelle arbeiten zu können. Die Impulsgleichung des Stoffes 'K' in der axialen Richtung lautet daher:

$$\partial Y_K / \partial t = - \partial \{ V \cdot Q_K + Y_K \cdot v_K \} / \partial z \quad , \text{ mit} \quad (5)$$

$$Q_K = P_K - (4/3) \cdot \eta_K \cdot \chi_K \quad \text{und} \quad (6)$$

$$\chi_K = \partial v_K / \partial z \quad (7)$$

Wegen der kinematischen Homogenität des Gases kann hier der Index K nur die Werte F, S, P und G haben. Die Geschwindigkeit  $v_K$  erhält man aus dem Impuls gemäß der Gl. (3.2) oder (3.3).

In die Impuls-Gleichung ( 5 ) müssen noch die Impuls-Beiträge der

anderen Stoffe, sowie der Beitrag der Gravitation eingesetzt werden. Die Gravitationskraft liefert in  $\Delta t$  - Zeit den Impulsbeitrag

$$\Delta Y_{Kg} = -\kappa_g \cdot M_K \cdot g \cdot \Delta t \quad . \quad (8)$$

$\kappa_g$  ist hier ein Steuerungs-Parameter für die Gravitation. Er soll ermöglichen, bei einem Stoff im festen Zustand den Gravitationsbeitrag abschalten zu können.

Der Impulsaustausch zwischen zwei Stoffen kann direkt, oder indirekt erfolgen:

- im ersten Fall wird - infolge der Unterschiede in der Geschwindigkeiten beider Stoffe - vom schnelleren, 'L', in den langsameren, 'K' Impuls,  $\Delta_1 Y_{KL}$  übertragen ,
- im zweiten Fall nimmt ein Massenelement  $\Delta M \uparrow$  - das vom Stoff L in den Stoff K geraten ist - das Impuls-Element

$$\Delta_0 Y_{KL} = \Delta M \uparrow \cdot v_L \quad \text{mit} \quad .$$

Die indirekt übertragene Impulsbeiträge wurden schon in den Abschnitten 4. - 6. abgehandelt. Bei der Berechnung des direkten Beitrags wird die Newton'sche Gleichung

$$\Delta_1 Y = - \eta \cdot \left( \frac{\partial v}{\partial r} \right) \cdot F \cdot \Delta t \quad (9)$$

benutzt.  $F$  ist in dieser Gl. die Fläche der Impuls-Übertragung. Bei der Suche nach einer geeigneten Näherung für die obige Gleichung im Rahmen des Modells wird der Übertragungs-Widerstand,

$$G = r / (\eta \cdot F) \quad (10)$$

eingeführt.  $r$  ist hier der Weg, den der Impuls zwischen den beiden Stoffen zurücklegen muß. Falls der Impuls-Transport zwischen gleichen Stoffen erfolgen würde, auf einer mittleren Entfernung  $r$  und bei einer Geschwindigkeits - Differenz  $\Delta v$ , dann würde die Gl. (9) mit der Näherung  $\frac{\partial v}{\partial r} \approx \Delta v / r$  die folgende Form annehmen:

$$\Delta_1 Y \approx - \Delta v / G \cdot \Delta t \quad . \quad (11)$$

In dem vorliegenden Fall sind es immer zwei verschiedene Stoffe mit

unterschiedlichen Scherviskositäten , die untereinander den Impuls austauschen. Es ist also notwendig , den Transportweg  $r$  aus zwei Wegstücken  $r_K$  und  $r_L$  zusammzusetzen und den Widerstand für jedes Wegstück gesondert zu berechnen. Der Gesamtwiderstand des Weges  $r$  ist dann

$$G_{KL} = [ r_K/\eta_K + r_L/\eta_L ]/F_{KL} \quad . \quad (12)$$

Mit diesem Zweistoff-Widerstand ergibt sich für den aus den Stoff L in den Stoff K direkt übertragenen Impuls die Gl. :

$$\Delta_1 Y_{KL} = \Delta t \cdot \kappa_Y \cdot (v_L - v_K) / G_{KL} \quad . \quad (13)$$

In diese Gl. wurde ein Formfaktor  $\kappa_Y$  eingeführt, um die verschiedenen Übertragungsformen bei verschiedenen 'Fließ-Zuständen' beschreiben zu können.

Im folgenden werden die Widerstände an den Grenz-Flächen des Stahls und des Gasraumes nach einem anderen System beschriftet:

$$G_{GS} = G_{G0} \quad , \quad G_{SF} = G_{S0} \quad (14)$$

falls die betreffende Zelle heil (  $\zeta = 0$  ) ist und

$$G_{GF} = G_{G1} \quad , \quad G_{SF} = G_{S1} \quad \text{sonst.} \quad (15)$$

$\Delta Y_K^\uparrow$  soll jetzt den Gesamtimpuls bezeichnen, welche der Stoff 'K' in  $\Delta t$  - Zeit von anderen Stoffen und von der Gravitation erhält. Mit dieser Schreibweise ergeben sich die Impulsgleichungen der einzelnen Stoffe als:

$$\partial Y_K / \partial t = -\partial \{ V \cdot Q_K + Y_K \cdot v_K \} / \partial z + \partial Y_K^\uparrow / \partial t \quad ,$$

$$K = F , S , P , G \quad . \quad (16)$$

Die Beiträge  $\Delta Y_K^\uparrow$ , die ein Stoff während  $\Delta t$  - Zeit insgesamt von 'außen' erhält , zeigen die folgenden Tabellen.

Bei einem unzerstörten Querschnitt sind sie (s. auch Abb. 3) :

$$\Delta Y \uparrow_F = \quad + \Delta Y_{FS} + \Delta Y_{FP} + \quad + \Delta Y_{Fg} \quad (17)$$

$$\Delta Y \uparrow_S = \Delta Y_{SF} + \quad + \quad + \Delta Y_{SG} + \Delta Y_{Sg} \quad (18)$$

$$\Delta Y \uparrow_P = \Delta Y_{PF} + \quad + \quad + \Delta Y_{PG} + \Delta Y_{Pg} \quad (19)$$

$$\Delta Y \uparrow_G = \quad + \Delta Y_{GS} + \Delta Y_{GP} + \quad + \Delta Y_{Gg} \quad (20)$$

Und bei einem zerstörten Querschnitt (Abb. 4) :

$$\Delta Y \uparrow_F = \quad + \Delta Y_{FS} + \Delta Y_{FP} + \Delta Y_{FG} + \Delta Y_{Fg} \quad (21)$$

$$\Delta Y \uparrow_S = \Delta Y_{SF} + \quad + \quad + \quad + \Delta Y_{Sg} \quad (22)$$

$$\Delta Y \uparrow_P = \Delta Y_{PF} + \quad + \quad + \Delta Y_{PG} + \Delta Y_{Pg} \quad (23)$$

$$\Delta Y \uparrow_G = \Delta Y_{GF} + \quad + \Delta Y_{GP} + \quad + \Delta Y_{Gg} \quad (24)$$

Die Beiträge der einzelnen Stoffe werden bei dieser Gl.-en wie folgt beschrieben:

$$\Delta Y_{FS} = \Delta_1 Y_{FS} = \Delta t \cdot \kappa_Y \cdot (v_S - v_F) / G_{S0} \quad \text{falls } \zeta = 0 \text{ und} \quad (25)$$

$$\Delta Y_{FS} = \Delta_1 Y_{FS} = \Delta t \cdot \kappa_Y \cdot (v_S - v_F) / G_{S1} \quad \text{falls } \zeta = 1 \text{ ist,} \quad (26)$$

$$\Delta Y_{FP} = \Delta_0 Y_{FP} = -\Delta M \uparrow_P \cdot v_{FP} \quad , \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \Delta Y_{FG} &= \Delta_1 Y_{FG} + \Delta_0 Y_{FG} + \Delta_0 Y_{XG} = \\ &= \Delta t \cdot \kappa_Y \cdot (v_G - v_F) / G_{G1} + \Delta_0 Y_{FG} + \Delta_0 Y_{XG} \quad , \end{aligned} \quad (28)$$

$$\Delta Y_{SF} = -\Delta Y_{FS} \quad , \quad (29)$$

$$\Delta Y_{SG} = \Delta_1 Y_{SG} + \Delta_0 Y_{SG} = \Delta t \cdot \kappa_Y \cdot (v_G - v_S) / G_{G0} + \Delta_0 Y_{SG} \quad , \quad (30)$$

$$\Delta Y_{PF} = -\Delta Y_{FP} \quad , \quad (31)$$

$$\Delta Y_{PG} = \Delta_1 Y_{PG} = \Delta t \cdot \kappa_Y \cdot (v_G - v_P) / G_{PG} \quad , \quad (32)$$

$$\Delta Y_{GF} = -\Delta Y_{FG} \quad , \quad (33)$$

$$\Delta Y_{GS} = -\Delta Y_{SG} \quad , \quad (34)$$

$$\Delta Y_{GP} = -\Delta Y_{PG} \quad . \quad (35)$$

### 8. Die Energiegleichungen.

Die Energiegleichung des Stoffes 'K' in der axialen Richtung lautet in der Euler-Darstellung :

$$\rho_K \cdot \partial U_K / \partial t = -T_K \cdot \partial U_K / \partial z - \partial J_{WK} / \partial z - Q_K \cdot \gamma_K \quad (1)$$

Hier ist  $J_{WK} = -\lambda_K \cdot \partial T_K / \partial z$  (2)

der Wärmestrom des Stoffes K in der z Richtung. Wegen der thermischen Homogenität des Gases representiert K hier auch nur die Stoffe F, S, P und G. Die Stoff-Temperatur  $T_K$  in der Gl. (1) errechnet sich aus der Energiedichte  $U_K$  des Stoffes (s. Kap. 10). Man möchte auch in der Energiegleichung die Größen Masse, Impuls und Energie des Stoffes in einer Zelle haben. Deshalb wird auch die Gl. (1) mit dem Zellvolumen multipliziert:

$$M_K \cdot \partial U_K / \partial t = -Y_K \cdot \partial U_K / \partial z - \partial [V \cdot J_{WK}] / \partial z - V \cdot Q_K \cdot \gamma_K \quad (3)$$

Die 'radiale'-Beiträge bei der Energiegleichung sind die direkten und indirekten Wärme-Übertragungen aus den anderen Stoffen, sowie die nukleare Energie die der Brennstoff vom Neutronenfluss erhält.

Die indirekt übertragenen Energiemengen  $\Delta_0 W_{KL} = \Delta M^{\uparrow} \cdot U_L(T_L)$  sind schon in den Abschnitten 4. - 6. abgehandelt worden.

Bei der Berechnung der Energie, die von Stoff 'L' zu Stoff 'K' direkt übertritt, geht man ähnlich, wie beim direkten Impulstransport vor. Grundlage der Berechnung ist hier das Wärmeleitungsgesetz von Fourier:

$$\Delta_1 W = -\lambda \cdot (\partial T / \partial r) \cdot F \cdot \Delta t \quad (4)$$

Die angenäherte Form dieser Gl. wird ebenfalls mit Hilfe eines Transport-Widerstandes beschrieben. Die entsprechende Größe ist hier der 'Wärmeleitungs-Widerstand':

$$H = r / (\lambda \cdot F) \quad , \quad (5)$$

und die angenäherte Wärmeleitungsgleichung lautet:

$$\Delta_1 W \approx -\Delta T / H \cdot \Delta t \quad (6)$$

Der Transportweg  $r$  zwischen den verschiedenen Stoffen wird hier auch - wie bei der Impulsberechnung - aus je zwei Wegstücken zusammengesetzt, damit man die Unterschiede in den Wärmeleitfähigkeiten der wechselwirkenden Stoffe K und L berücksichtigen kann.

Als Gesamt-Widerstand benutzt man hier:

$$H_{KL} = [ r_K/\lambda_K + r_L/\lambda_L ]/F_{KL} \quad . \quad (7)$$

und die von L ins K direkt-übertragene Energie kann man als

$$\Delta_1 W_{KL} = \Delta t \cdot \kappa_W \cdot (T_L - T_K)/H_{KL} \quad . \quad (8)$$

darstellen (  $\kappa_W$  ist hier ein Formfaktor zur Nachbildung des vorliegenden 'Wärmeleitungs-Zustandes' ).

Die Widerstände an den Grenz-Flächen des Stahles und des Gasraumes werden hier auch dem Zerstörungszustand entsprechend benannt:

$$H_{GS} = H_{G0} \quad , \quad H_{SF} = H_{S0} \quad (9)$$

in einer heilen Zelle und

$$H_{GF} = H_{G1} \quad , \quad H_{SF} = H_{S1} \quad \text{sonst.} \quad (10)$$

Die nukleare Energiezufuhr in  $\Delta t$  - Zeit ergibt sich schließlich aus der Gl.

$$\Delta W^* = \phi \cdot e_F \cdot \Sigma_F \cdot V_F \cdot \Delta t \quad . \quad (11)$$

$\phi$  ist hier der Neutronenfluß und  $e_F$  ist die bei einer Spaltung freigesetzte Energie. Den makroskopischen Spaltquerschnitt  $\Sigma_F$  kann man mit Hilfe der Teilchenzahlen (  $N$  ) aus den mikroskopischen (  $\sigma_F$  ) berechnen:

$$\Sigma_F = \sigma_F \cdot N_{Pu} = \sigma_F \cdot N_F \cdot \varepsilon \quad . \quad (12)$$

$$\varepsilon = N_{Pu}/N_F \quad (13)$$

ist die Anreicherung. Die Teilchendichte des Brennstoffes erhält man aus der Molkonzentration mit Hilfe der Loschmidtschen Zahl  $\tilde{N}$  :

$$N_F = n_F \cdot \tilde{N} \quad , \quad (14)$$

d.h. der Zusammenhang zwischen makro- und mikroskopischen Wirkungsquerschnitt ist:

$$\Sigma_F = \sigma_F \cdot n_F \cdot \tilde{N} \cdot \varepsilon \quad (15)$$

Insgesamt ergibt sich folgende Formel für die nukleare Energie:

$$\Delta W^* = \phi \cdot f_0 \cdot M_F \cdot \Delta t \quad , \quad (16)$$

mit dem Leistungsdichte-Fluß-Faktor

$$f_0 = e_F \cdot \sigma_F \cdot \tilde{N} \cdot \varepsilon / \mu_F \quad . \quad (17)$$

Die Summe aller Energie-Mengen, die ein Stoff 'K' in  $\Delta t$  Zeit von anderen Stoffen - oder von dem Neutronenfluß - erhält werden  $\Delta W_K^\uparrow$  benannt.

Die Energiegleichungen in ihrer vollständigen Gestalt lauten damit:

$$\begin{aligned} M_K \cdot \partial U_K / \partial t = & -Y_K \cdot \partial U_K / \partial z - \partial [V \cdot J_{WK}] / \partial z - V \cdot Q_K \cdot \gamma_K + \\ & + \Delta W_K^\uparrow / \Delta t \quad , \quad K = F, S, P, G. \end{aligned} \quad (18)$$

Es folgen die Tabellen der  $\Delta W$ -Beiträge. Bei einem unzerstörten Querschnitt sind sie:

$$\Delta W_F^\uparrow = \quad + \Delta W_{FS} + \Delta W_{FP} + \quad + \Delta W^* \quad (19)$$

$$\Delta W_S^\uparrow = \Delta W_{SF} + \quad + \quad + \Delta W_{SG} + \quad (20)$$

$$\Delta W_P^\uparrow = \Delta W_{PF} + \quad + \quad + \Delta W_{PG} + \quad (21)$$

$$\Delta W_G^\uparrow = \quad + \Delta W_{GS} + \Delta W_{GP} + \quad + \quad (22)$$

Und bei einem zerstörten Querschnitt:

$$\Delta W_F^\uparrow = \quad + \Delta W_{FS} + \Delta W_{FP} + \Delta W_{FG} + \Delta W^* \quad (23)$$

$$\Delta W_S^\uparrow = \Delta W_{SF} + \quad + \quad + \quad + \quad (24)$$

$$\Delta W_P^\uparrow = \Delta W_{PF} + \quad + \quad + \Delta W_{PG} + \quad (25)$$

$$\Delta W_G^\uparrow = \Delta W_{GF} + \quad + \Delta W_{GP} + \quad + \quad (26)$$

Dabei gelten für die einzelnen Stoffbeiträge folgende Beziehungen:

$$\Delta W_{FS} = \Delta_1 W_{FS} = \Delta t \cdot \kappa_W \cdot (T_S - T_F) / H_{S0} \quad \text{falls } \zeta = 0 \text{ und} \quad (27)$$

$$\Delta W_{FS} = \Delta_1 W_{FS} = \Delta t \cdot \kappa_W \cdot (T_S - T_F) / H_{S1} \quad \text{falls } \zeta = 1 \text{ ist,} \quad (28)$$

$$\Delta W_{FP} = \Delta_0 W_{FP} \quad , \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \Delta W_{FG} &= \Delta_1 W_{FG} + \Delta_0 W_{FG} + \Delta_0 W_{XG} = \\ &= \Delta t \cdot \kappa_W \cdot (T_G - T_F) / H_{G1} + \Delta_0 W_{FG} + \Delta_0 W_{XG} \quad , \end{aligned} \quad (30)$$

$$\Delta W_{SF} = -\Delta W_{FS} \quad , \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \Delta W_{SG} &= \Delta_1 W_{SG} + \Delta_0 W_{SG} = \\ &= \Delta t \cdot \kappa_W \cdot (T_G - T_S) / H_{G0} + \Delta_0 W_{SG} \quad , \end{aligned} \quad (32)$$

$$\Delta W_{PF} = -\Delta W_{FP} \quad , \quad (33)$$

$$\Delta W_{PG} = \Delta_1 W_{PG} = \Delta t \cdot \kappa_W \cdot (T_G - T_P) / H_{PG} \quad , \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \Delta W_{GF} &= \Delta t \cdot \kappa_W \cdot (T_F - T_G) / H_{G1} + \Delta_0 W_{GF} + \Delta_0 W_{GX} \\ &\quad ( \neq -\Delta W_{FG} ) \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \Delta W_{GS} &= \Delta t \cdot \kappa_W \cdot (T_S - T_G) / H_{G0} + \Delta_0 W_{GS} \\ &\quad ( \neq -\Delta W_{SG} ) \quad , \end{aligned} \quad (36)$$

$$\Delta W_{GP} = -\Delta W_{PG} \quad . \quad (37)$$

Die Größen  $\Delta_0 W_{FG}$  , ... ,  $\Delta_0 W_{GX}$  sind in den Abschnitten 4.-6. erklärt.

### 9. Die mittleren Entfernungen und die Transportwiderstände.

In den Abschnitten 7 und 8 werden mittlere Entfernungen  $r$  und Austausch-Oberflächen  $F$  benutzt. Diese Größen kann man an Hand der geometrischen Verhältnisse im Querschnitt des Kühlkanals (s. Abb. 1 und 2.) berechnen. Unter  $r$  ist immer die Volumen-gewichtete mittlere Entfernung  $\langle r \rangle = 1/V \cdot \int dV \cdot r$  zu verstehen.

Das Volumen einer  $\delta z$  -Dicken Zelle ist

$$V = \sqrt{3} \cdot \delta z \cdot L^2 .$$

Die Verhältnisse an der Grenzfläche Gas/Brennstoffpartikel:

die Gesamtfläche der  $N$  Partikel, die sich in einer Zelle befinden ,

beträgt  $F_{PG} = N \cdot 4\pi \cdot D_p^2$ ,

und ihre Gesamtvolumen :

$$V_p = N \cdot (4\pi/3) \cdot D_p^3 .$$

Dies ergibt für  $N$

$$N \cdot 4\pi = 3 \cdot V_p \cdot D_p^{-3} .$$

Die Austausch-Oberfläche der Partikel in einer Zelle ist damit

$$F_{PG} = 3 \cdot V_p / D_p \quad (1)$$

Der mittleren Transportweg im Partikel folgt aus der Gl.

$$r_p = \langle D_p - r \rangle = \frac{3}{D_p^3} \cdot \int_0^{D_p} dr \cdot r^2 \cdot (D_p - r) = D_p/4 \quad (2)$$

Um den mittleren Weg im Gas leichter berechnen zu können, benutzt man eine Näherung: das gesamte Gas einer Zelle wird in  $N$  konzentrischen Kugeln um die  $N$  Partikel verteilt. Die äußeren Radien  $\tau \cdot D_p$  dieser Gaskugeln kann man den Volumenverhältnissen entnehmen. Es errechnet sich für  $\tau$ :

$$\tau^3 = (V_G + V_p) / V_p = (V_G + V_p) / V_p \quad (3)$$

Bei diesem Modell ist der mittlere Weg für den Energie- und Impuls-Transport im Gas zu den Partikeln

$$r_{GP} = \langle r - D_p \rangle = \frac{\tau \cdot D_p}{3 \cdot [D_p^3 \cdot (\tau^3 - 1)]} \cdot \int_{D_p} dr \cdot r^2 \cdot (r - D_p) =$$

$$= D_p / 4 \cdot [3 \cdot (\tau^4 - 1) / (\tau^3 - 1) - 4] \quad (4)$$

Mit Hilfe der Funktion

$$\Gamma(x) \equiv 3 \cdot (1 + 1/x) \cdot (\sqrt[3]{1+x} - 1) - 1 \quad (5)$$

und der GL. (3) kann man den Transportweg auch als

$$r_{GP} = r_p \cdot \Gamma(V_G / V_p) \quad \text{schreiben.} \quad (6)$$

Die Transportwiderstände werden mit den  $r/F$ -Quotienten

$$q_p = r_p / F_{PG} = D_p^2 / (12 \cdot V_p) \quad , \quad (7)$$

$$\text{und} \quad q_{GP} = r_{GP} / F_{PG} = q_p \cdot \Gamma(V_G / V_p) \quad (8)$$

dargestellt (s. die Gl. (7.10) & (8.5)): für den Impuls-Transport ist z.B. der Widerstand im Partikel  $q_p / \eta_p$  und im Gas  $q_{GP} / \eta_G$ . Als Gesamtwiderstand bei der Impulsübertragung durch die Fläche  $F_{PG}$  ergibt sich

$$G_{PG} = q_p / \eta_p + q_{GP} / \eta_G \quad (9)$$

Entsprechend tritt bei der Energieübertragung durch  $F_{PG}$  der Gesamtwiderstand

$$H_{PG} = q_p / \lambda_p + q_{GP} / \lambda_G \quad \text{auf.} \quad (10)$$

Die Verhältnisse an der Oberfläche des Brennstabes:

Die Austauschfläche in der Zelle ist hier

$$F_{SG} = \pi \cdot L_p \cdot \delta z \quad (11)$$

Den Radius  $L_p$  kann man aus den relativen Volumen des Brennstabes im der Zelle berechnen:

$$L_P = L \cdot [a_1 \cdot (V_F + V_S) / V]^{1/2}, \quad \text{mit} \quad (12)$$

$$a_1 = 2 \cdot \sqrt{3} / \pi = 1.1026578 \quad . \quad (13)$$

Im Gas beträgt jetzt der mittlere Transportweg

$$r_G = 6 / (\sqrt{3} \cdot L^2 - L_P^2 \cdot \pi / 2) \cdot \int_0^{L_P} d\phi \int dr \cdot r \cdot (r - L_P) = L_P \cdot y_G / 3 \quad . \quad (14)$$

Es gilt hier  $y_G = (a_2 \cdot L / L_P - 2) \cdot V / (V_G + V_P) - 1 \quad (15)$

mit  $a_2 = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \int_0^{\pi/6} d\phi \cdot \cos^{-3} \phi = 2/\sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot \ln(\sqrt{3}) = 2.1061267 \quad . \quad (16)$

Im unzerstörten Brennstab ist der mittlere Transportweg der mittlere Weg aus der Stahlhülle zu der Stab-Oberfläche, d.h.

$$r_{SG} = 2 / [L_P^2 - (L_P - L_S)^2] \cdot \int_{L_P - L_S}^{L_P} dr \cdot r \cdot (L_P - r) = L_P \cdot y_0 / 3. \quad (17)$$

Hier ist  $y_0 = \beta / (2 - \beta) \cdot (3 - 2 \cdot \beta) \quad (18)$

mit  $\beta = L_S / L_P \quad . \quad (19)$

Diese Zahl kann man aus dem Verhältnis der Volumina berechnen:

$$\beta = 1 - \{ V_F / (V_F + V_S) \}^{1/2} \quad . \quad (20)$$

Die geometrischen Faktoren

$$q_{GS} = r_G / F_{SG} = q_0 \cdot y_G \quad (21)$$

und  $q_{SG} = r_{SG} / F_{SG} = q_0 \cdot y_0 \quad , \text{ wobei} \quad (22)$

$$q_0 = 1 / (3 \cdot \pi \cdot \delta z) \quad \text{ist,} \quad (23)$$

errechnen hier folgende Transportwiderstände:

$$G_{G0} = G_{SG} = q_{SG} / \eta_S + q_{GS} / \eta_G, \quad \text{bzw.} \quad (24)$$

$$H_{G0} = H_{SG} = q_{SG} / \lambda_S + q_{GS} / \lambda_G \quad . \quad (25)$$

Falls der Brennstab zerstört ist, bleibt zwar die Berechnung des Transportweges im Gas formal unverändert, aber im Stab-Inneren treten neue Verhältnisse auf. Der mittlere Weg im B.S. zur Oberfläche ist jetzt

$$r_{FG} = \frac{2}{L_p^2} \int_0^{L_p} dr \cdot r \cdot (L_p - r) = L_p/3 \quad (26)$$

Dementsprechend wird der Geometrie-Faktor im B.S. zu

$$q_{FG} = r_{FG}/F_{SG} = q_0 \quad (27)$$

Somit sind die Gesamt-Transportwiderstände an der Brennstab-Oberfläche in einem zerstörtem Kanal-Ort:

$$G_{G1} = G_{FG} = q_{FG}/\eta_F + q_{GS}/\eta_G, \quad \text{bzw.} \quad (28)$$

$$H_{G1} = H_{FG} = q_{FG}/\lambda_F + q_{GS}/\lambda_G \quad (29)$$

Die Verhältnisse an der Grenzfläche Brennstoff/Stahl:

Beim unzerstörten Brennstab ist die Austausch-Fläche im B.S.:

$$F_{FS} = \pi \cdot (L_p - L_s) \cdot \delta z \quad (30)$$

Der mittlere Weg im Brennstoff zur Stahlhülle ist

$$r_{FS} = \frac{2}{(L_p - L_s)^2} \int_0^{L_p - L_s} dr \cdot r \cdot (L_p - L_s - r) = (L_p - L_s)/3 \quad (31)$$

Im Stahl dagegen ist der Transportweg

$$\begin{aligned} r_{SF} &= \frac{2}{[L_p^2 - (L_p - L_s)^2]} \int_{L_p - L_s}^{L_p} dr \cdot r \cdot (r - L_p + L_s) = \\ &= (L_p - L_s) \cdot y_1/3, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\text{mit} \quad y_1 = \beta / (2 - \beta) \cdot [3 + 2 \cdot \beta / (1 - \beta)] \quad (33)$$

Die Geometrie-Faktoren sind jetzt:

$$q_{SF} = r_{SF}/F_{FS} = q_0 \cdot y_1, \quad \text{bzw.} \quad (34)$$

$$q_F = r_{FS}/F_{FS} = q_0, \quad (35)$$

und die Gesamt-Widerstände:

$$G_{S0} = G_{FS} = q_F/\eta_F + q_{SF}/\eta_S, \quad \text{bzw.} \quad (36)$$

$$H_{S0} = H_{FS} = q_F/\lambda_F + q_{SF}/\lambda_S. \quad (37)$$

Beim zerstörten Brennstab wird angenommen, daß die Stahlreste jetzt vom Brennstoff umgeben sind. Der Einfachheit halber sollen diese Stahl-Reste in Form von M kleinen Kugelchen mit dem Einheits-Radius  $D_S$  sich im Brennstab befinden ( s. Abb. 2 ). Die Geometrie des Stoffpaares ist hier dieselbe wie beim Stoffpaar Gas/Brennstoffpartikel, so daß man mit den entsprechenden Geometrie-Faktoren

$$q_S = D_S^2/(12 \cdot V_S), \quad (38)$$

$$q_{FS} = q_S \cdot \Gamma(V_F/V_S) \quad (39)$$

die Gesamt-Widerstände

$$G_{S1} = G_{FS} = q_S/\eta_S + q_{FS}/\eta_F, \quad \text{bzw.} \quad (40)$$

$$H_{S1} = H_{FS} = q_S/\lambda_S + q_{FS}/\lambda_F \quad \text{erhält.} \quad (41)$$

Die Tabelle 1 stellt die Transportwiderstände zusammen, so wie sie an den verschiedenen Stoffgrenzen und bei den verschiedenen Kanal-zuständen auftreten.

### 10. Die Berechnung der Temperaturen.

Bei den kondensierten Stoffen F , S und P wird als Näherung vorausgesetzt, daß diese Stoffe als Festkörper oder als gesättigte Flüssigkeiten vorliegen ( die Zustände des komprimierten Festkörper oder der komprimierten Flüssigkeit werden nicht berücksichtigt ) . Unter dieser Voraussetzung hängt die Temperatur des Stoffes nicht mehr von der Dichte ab , sondern nur noch von der inneren Energie :

$$T_F = T_F(U_F) \quad , \quad T_P = T_P(U_P) \quad , \quad T_S = T_S(U_S) \quad . \quad ( 1 )$$

Beim Gas kann man die Abhängigkeit der Temperatur von der Dichte-Änderungen nicht mehr vernachlässigen. Eine vollständige Beschreibung der Änderungen in der Gastemperatur erhält man , wenn man die wohlbekanntere thermostatische Beziehung (s. z.B. /10/) :

$$dU = C_V \cdot dT + \partial U / \partial V \cdot dV = C_V \cdot dT + C_T \cdot d(1/\rho) \quad ( 2 )$$

umkehrt:

$$\rho \cdot C_V \cdot dT = \rho \cdot dU + (C_T / \rho) \cdot d\rho \quad . \quad ( 3 )$$

Die Größe

$$C_T = \partial U / \partial V | _T = T \cdot \partial P / \partial T - P = P \cdot \Pi \quad ( 4 )$$

wurde hier nur eingeführt , um Schreibereien zu sparen.

Die Gl. ( 3 ) , angewandt auf das Gas in einer Zelle ( • V\_G ) , ergibt - in dt Zeit - folgende Energie-Änderungen :

$$C_V^* \cdot dT/dt = M \cdot dU/dt + [C_T^* / M_G] \cdot dM_G/dt \quad . \quad ( 5 )$$

hier sind  $C_V^* = M_G \cdot C_V$  ( 6 )

und  $C_T^* = V_G \cdot C_T$  ( 7 )

die auf das Zellgas bezogene Zustandsgrößen.

Die totale Ableitungen d/dt kann man gemäß

$$d/dt \equiv \partial/\partial t + v \cdot \partial/\partial z \quad (8)$$

umformen.  $dM/dt$  errechnet sich zu

$$dM/dt = \partial M/\partial t + v \cdot \partial M/\partial z ,$$

und weiter , mit der Massengleichung des Gases, Gl. (3.1) zu

$$\begin{aligned} dM/dt &= -\partial(M \cdot v)/\partial z + \partial M^\uparrow/\partial t + v \cdot \partial M/\partial z = \\ &= -M \cdot \chi + \partial M^\uparrow/\partial t \quad . \end{aligned} \quad (9)$$

Das Glied mit  $dU/dt$  wird zu

$$M \cdot dU/dt = M \cdot \partial U/\partial t + Y \cdot \partial U/\partial z ,$$

und mit der Energiegleichung des Gases , Gl. (8.18) :

$$M_G \cdot dU_G/dt = -\partial[V \cdot J_{WG}]/\partial z - V \cdot Q_G \cdot \chi_G + \partial W_G^\uparrow/\partial t \quad . \quad (10)$$

Mit diesen Änderungen formt sich die Gl. (5) zu

$$\begin{aligned} C_V^* \cdot dT/dt &= -\partial[V \cdot J_{WG}]/\partial z - \chi_G \cdot (V \cdot Q_G + C_T^*) + \\ &+ C_T^*/M_G \cdot \partial M_G^\uparrow/\partial t + \partial W_G^\uparrow/\partial t \end{aligned} \quad (11)$$

um. Schließlich bringt man auch  $dT/dt$  mit der Gl. (8) in die benötigte Gestalt. Als Temperaturgleichung des Gases erhält man so

$$\begin{aligned} \partial T_G/\partial t &= -v_G \cdot \partial T_G/\partial z - (1/C_V^*) \cdot \{ \partial[V \cdot J_{WG}]/\partial z + \\ &+ \chi_G \cdot [V \cdot Q_G + C_T^*] - C_T^*/M_G \cdot \partial M_G^\uparrow/\partial t - \partial W_G^\uparrow/\partial t \} \quad . \end{aligned} \quad (12)$$

Die verschiedenen thermischen Eigenschaften des Gases, die in dieser Gleichung auftreten , setzen sich meistens additiv aus den entsprechenden Eigenschaften der Gasbestandteile zusammen :

$$M_G^\uparrow = M_V^\uparrow + M_W^\uparrow + M_Z^\uparrow \quad , \quad (13)$$

$$P_G = P_V + P_W + P_Z + P_N \quad , \quad (14)$$

$$C_V^* = M_N \cdot C_{VN} + M_W \cdot C_{VW} + M_V \cdot C_{VV} + M_Z \cdot C_{VZ} \quad \text{und} \quad (15)$$

$$C_{TG} = C_{TV} + C_{TW} + C_{TZ} + C_{TN} \quad . \quad (16)$$

Die konstant-Volumina Wärmekapazitäten der 'Beimischungen' Z , V und W werden mit den  $3/2 \cdot R$ - Näherung beschrieben. Mit Hilfe der grammbezogener Gaskonstanten  $R_S = R/\mu_S$  , ... erhält man als Gas - Wärmekapazität :

$$C_V^* = M_N \cdot C_{VN} + 3/2 \cdot (M_W \cdot R_S + M_V \cdot R_F + M_Z \cdot R_Z) \quad (17)$$

Da die Komponenten V , W und Z sich wie ideale Gase verhalten , bei denen  $C_T = 0$  ist , vereinfacht sich auch die Gl. (16) zu

$$C_{TG} = C_{TN} \quad (18)$$

Die Drücke dieser Komponenten in der Gl. (14) ergeben sich aus der idealen Gasgleichung zu :

$$\begin{aligned} P_V &= R_F \cdot M_V \cdot T_G / V_G , \\ P_W &= R_S \cdot M_W \cdot T_G / V_G , \\ P_Z &= R_Z \cdot M_Z \cdot T_G / V_G . \end{aligned} \quad (19)$$

Beim Drucktensor Q wird die Viskosität der Mischung durch die Viskosität des Natrium-Dampfes ersetzt:

$$Q_G = P_G - (4/3) \cdot \eta_N \cdot \chi_G \quad (20)$$

Der Druck (  $P_N$  , Gl. (14) ) , die spezifische Wärme bei konstantem Volumen (  $C_{VN}$  , Gl. (17) ) und andere , benötigte Zustandsgrößen des Natriums werden - zu gegebenen (  $p_N$  ,  $T_G$  ) Werten - von dem Code KANAST berechnet .

Für die Viskosität des Gases wird die folgende ( Golden- Tokar ) Gleichung benutzt:

$$\eta_N = .1253E-3 + T \cdot 61.7143E-9 \text{ g/(cm} \cdot \text{sec)} .$$

Da  $C_T$  für die Dämpfe 0 ist, und da nur diese einen radialen Massenbeitrag  $\Delta M \uparrow_L$  liefern , vereinfacht sich die T-Gl. (12) zu:

$$\begin{aligned} \partial T_G / \partial t = & - v_G \cdot \partial T_G / \partial z - (1/C_V^*) \cdot \{ \partial [V \cdot J_{WG}] / \partial z + \\ & + \chi_G \cdot [V \cdot Q_G + C_T^*] - \partial W \uparrow_G / \partial t \} \quad (21) \end{aligned}$$

11. Randbedingungen, Anfangsbedingungen.

Der aktive Teil des Kühlkanals soll sich in der axialen Richtung von  $Z_U$  bis  $Z_O$  ausdehnen,  $Z_U \leq z \leq Z_O$ .

Als Randbedingungen sollen die folgenden gelten:

- I. Die Kanalendpunkte werden als thermisch isolierende Trennflächen angesehen:

$$\partial T / \partial z(Z_U, t) = 0.0 \quad , \quad \partial T / \partial z(Z_O, t) = 0.0 \quad (1)$$

für alle Temperaturen  $T_F, T_S, T_P, T_G$ .

- II. An beiden Endpunkten soll ein vorgegebener Umgebungsdruck,  $P_A(t)$  herrschen:

$$P_K(Z_U, t) = P_A(t) \quad , \quad P_K(Z_O, t) = P_A(t)$$

für  $K = F, S, P, G$ . (2)

- III. Es wird angenommen, daß alle Kanalbestandteile sich - an beiden Endpunkten - stetig fortsetzen:

$$M_K(z, t) = M_K(Z_U, t) \quad , \quad \text{für } z < Z_U \quad \text{und}$$

$$M_K(z, t) = M_K(Z_O, t) \quad , \quad \text{für } z > Z_O \quad \text{mit}$$

$$K = F, S, P, V, W, N, Z. \quad (3)$$

- IV. Diese Fortsetzungs-Säulen zu den einzelnen Komponenten an beiden Endpunkten verfolgen die dort im Kanal herrschenden Material-Bewegungen starr:

$$\partial Y / \partial z(Z_U, t) = 0.0 \quad , \quad \partial Y / \partial z(Z_O, t) = 0.0 \quad (4)$$

für alle Impulse  $Y_F, Y_S, Y_P, Y_G$ .

Um den Anfangszustand des Kanals festzulegen, braucht man mehrere 'Kanal-Funktionen':

Die Anfangswerte der Zerstörungs-Zustandes

$$\zeta(z, t=0) \quad , \quad \text{sowie} \quad (5)$$

die Anfangs-Energiedichten in den kondensierten Stoffen:

$$U_K(z, t=0) \quad , \quad K = F, S, P \quad . \quad (6)$$

Beim Gas wird von der Temperatur ausgegangen, hier braucht man die Abweichung der Gastemperatur von der Temperatur auf den B.S.:

$$\begin{aligned} T_S(z, t=0) - T_G(z, t=0) \quad , \quad \text{oder} \\ T_F(z, t=0) - T_G(z, t=0) \quad , \quad \text{je nach } \zeta(z, t=0). \end{aligned} \quad (7)$$

Es werden auch die Anfangswerte der Stoffverteilungen benötigt:

$$M_K(z, t=0) \quad , \quad K = F, S, P \quad (8)$$

und für die Spaltprodukte im Gas und im Brennstoff:

$$M_Z(z, t=0) \quad \text{und} \quad v_X(z, t=0) \quad . \quad (9)$$

Notwendig sind auch die Anfangsgeschwindigkeiten:

$$v_K(z, t=0) \quad , \quad K = F, S, P, G \quad . \quad (10)$$

Schließlich wird noch der Druckverlauf im Gas gebraucht:

$$P_G(z, t=0) \quad . \quad (11)$$

Die Volumina der kondensierten Bestandteile in einer Zelle ergeben sich aus den Massen:

$$M_K = \rho_K \cdot V_K \quad , \quad K = F, S, G \quad , \quad (12)$$

wobei man die Dichten  $\rho_K$  aus der entsprechenden Zustands-Gleichungen

$$\rho_F = \rho_F(U_F) \quad , \quad \rho_P = \rho_P(U_P) \quad , \quad \rho_S = \rho_S(U_S) \quad (13)$$

erhält. Die Brennstoff-, Stahl- und Partikeltemperaturen werden ebenfalls aus der jeweiligen Energiedichten errechnet.

Die gelöste Masse der Z.P. ergibt sich aus der Brennstoffmasse:

$$M_X(z, t=0) = M_F(z, t=0) \cdot v_X(z, t=0) \quad (14)$$

Die Dampfmassen des Stahles und des Brennstoffes im Gas erhält man aus der Gastemperatur:

$$M_W = V_G \cdot P_S^*(T_G) / (R_S \cdot T_G) \quad (15)$$

und

$$M_V = V_G \cdot P_F^*(T_G) / (R_F \cdot T_G) \quad (16)$$

Das Gasvolumen ist der von den anderen Kanal- Bestandteilen übriggelassene Raum:

$$V_G = V - V_F - V_S - V_P \quad (17)$$

Die Masse des Natriumgases wird indirekt errechnet: aus dem Gasdruck wird der Druck des Natriums,

$$P_N = P_G - P_F^* - P_S^* - M_Z \cdot R_Z \cdot T_G / V_G \quad (18)$$

und aus dem Druck und aus der Temperatur dann mit der Zustandsgleichung

$$\rho_N = \rho_N[P_N, T_G] \quad (19)$$

die Dichte des Natriums. Die Masse des Gases ist dann die Summe der Komponenten-Massen.

Die Anfangswerte der Impulse erhält man aus den Anfangsgeschwindigkeiten:

$$Y_K(z, t=0) = M_K(z, t=0) \cdot v_K(z, t=0) \quad (20)$$

für

$$K = F, S, P$$

und

$$Y_K(z, t=0) = M_K(z, t=0) \cdot v_G(z, t=0) \quad (21)$$

für

$$K = N, V, W, Z$$

## 12. Die Bewegungsgleichungen des Modells als Differenzen-Gleichungen.

Um bei der Umwandlung der Differentialgleichungen in Differenzengleichungen die Näherungsfehler klein ( $O[\Delta t^2]$ ) zu halten und um ein Optimum in der Stabilität für das Gleichungssystem zu sichern, wird angestrebt, überall - wo es möglich ist - die zentralen Zeitdifferenzen anzuwenden. D.h. der Differentialgleichung

$$\partial F / \partial t(z, t) = E(z, t) \quad (1)$$

soll die Differenzengleichung

$$F(z, t + \Delta t) = F(z, t) + \Delta t \cdot E(z, t + \Delta t / 2) \quad (2)$$

entsprechen.

Bei der Darstellung der Differenzengleichungen werden folgende Bezeichnungen und Abkürzungen benutzt:

$$F(i, n) \sim F(i \cdot \delta z, n \cdot \Delta t) = F(z, t), \quad i = 0, 1, \dots, \quad n = 0, 1, \dots \quad (3)$$

Die Zell- und Zeit-Mittelpunkte  $z + \delta z / 2$ ,  $t + \Delta t / 2$  werden abgekürzt dargestellt:

$$F(i+, n+) \sim F[(i + 1/2) \cdot \delta z, (n + 1/2) \cdot \Delta t] \quad (4)$$

Gemittelte Werte einer Größe werden durch Unterstreichung gekennzeichnet:

$$F(\underline{i}, n) = [F(i+, n) + F(i-, n)] / 2, \quad (5)$$

$$F(i, \underline{n}) = [F(i, n+) + F(i, n-)] / 2, \quad (6)$$

Für die Raum- und Zeitdifferenzen werden verschiedene  $\delta$ -s benutzt:

$$\delta F(i, n) = F(i+, n) - F(i-, n) \quad \text{bzw.} \quad (7)$$

$$\Delta F(i, \underline{n}) = F(i, n+) - F(i, n-) \quad (8)$$

Häufig werden die Zeit-Indizes ( der 'Gegenwart' ) 'n' weggelassen. In diesen Fällen sondert man die 'Zukunfts-Werte' der betroffenen Größen mit '+' ab:

$$F(i) = F(i,n) \quad , \quad F^+(i) = F(i,n+1) \quad . \quad (9)$$

Die 'radialen'-Beiträge zu den einzelnen Gleichungen werden generell nicht in die Zeitmitte gesetzt, sondern mit alten Werten angenähert:

$$\Delta F^+(i,n+) \approx \Delta F^+(i,n-) \quad . \quad (10)$$

Um beim Zentrieren der Größen in der Zeit einen gewissen Spielraum zu haben, werden - anstatt '1/2' in der Gl. (2) - 'Zukunfts-Faktoren'  $\xi_F$  eingesetzt:

$$F(i,\underline{n+}) \rightarrow F(i,n\xi_F) = \xi_F \cdot F(i,n+1) + [1-\xi_F] \cdot F(i,n) \quad ,$$

$$0 \leq \xi_F \leq 1 \quad . \quad (11)$$

Eine etwas bequemere Form dieser Gl. ist die folgende:

$$F(i,n\xi_F) = F(i) + \xi_F \cdot \Delta F(i,n+) \quad . \quad (12)$$

Durch die Einführung eines 'Skalenfaktors' :

$$h = \Delta t / \delta z \quad (13)$$

wird die Darstellung der Gl.-en wesentlich erleichtert.

Die meisten physikalischen Größen werden zu 'ganzzahligen' Zeitpunkten und in 'halbzahligen' Ortspunkten ( $[i+,n]$ ) berechnet. Nur die Impulse, die Ströme und einige Zwischen-Geschwindigkeiten sind zwischen den Zellen ( $[i,n]$ ) angesiedelt (s. Abb. 5). Die 'normalen' Geschwindigkeiten gehören in die Zellen-Mitte:

$$v(i+,n) = Y(\underline{i+},n) / M(i+,n) \quad . \quad (14)$$

Der Anfang und das Ende des aktiven Kanalabschnittes werden mit den Indizes  $I_A$  und  $I_F$  markiert:

$$I_A \cdot \delta z = Z_U \quad , \quad I_F \cdot \delta z = Z_O \quad . \quad (15)$$

Falls nicht anders angegeben, läuft der Index 'i' immer von  $I_A$  bis

$$I_E = I_F - 1 \quad (16)$$

und der Index 'j' von  $I_A$  bis  $I_F$ .

Um eine Funktion  $F$  von eventuellen unerwünschten " $2\Delta x$ "-Wellen zu befreien wird, die von Long et. al. /16/ vorgeschlagene, indirekte Filterungs-Verfahren bereitgestellt. Bei diesem Verfahren gewinnt man die gefilterte Funktion  $F''(i+)$  aus folgendem Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} (1-\vartheta) \cdot F''(i-) + 2 \cdot (1+\vartheta) \cdot F''(i+) + (1-\vartheta) \cdot F''(i+1+) &= \\ = F(i-) + 2 \cdot F(i+) + F(i+1+) &, \quad i = I_A, \dots, I_E \end{aligned} \quad (17)$$

$\vartheta$  in dieser Gl. ist ein Maß für die Glättung.

Wenn man für die gefilterte Funktion Randbedingungen vorschreibt, z.B. glatte Fortsätze am beiden Säulen-Enden,

$$F''(I_A-) = F''(I_A+) \quad \text{und} \quad F''(I_F+) = F''(I_E+) \quad (18)$$

dann kann man die Gl.-System (17) mit Hilfe dieser R.B.-en lösen. Das Verfahren wird im Kap. 18. dargestellt.

Die Abb. 12 verdeutlicht die Wirkung dieses Filters: es werden nur die  $2\Delta x$ -Wellen gedämpft.  $\vartheta$  betrug bei dieser Rechnung 0.02.

Rechnungsablauf: Die Berechnung der Größen läuft in der Reihenfolge

Impulse  $\rightarrow$  Massen  $\rightarrow$  Energien/Gastemperatur.

ab (s. Abb. 6). Nachdem auch die neue Energien und die neue Gastemperatur berechnet worden sind, wird der der Kanal-Zustand gespeichert. Dieser Zustand wird durch die Mitnahme folgender Felder eindeutig beschreiben:

das Zerstörungszustands-Feld  $\zeta(i+)$ ,  
 die Stoff-Impuls Felder  $Y_F(i)$ ,  $Y_S(i)$ ,  $Y_P(i)$ ,  $Y_G(i)$ ,  
 die Energie-Felder  $U_F(i+)$ ,  $U_S(i+)$ ,  $U_P(i+)$ ,  
 das Gas-Temperatur Feld  $T_G(i+)$ ,  
 die Felder der Stoff-Massen  $M_F(i+)$ ,  $M_S(i+)$ ,  $M_P(i+)$ ,  $M_G(i+)$  sowie  
 die der Komponenten  $M_V(i+)$ ,  $M_W(i+)$ ,  $M_Z(i+)$ ,  $M_N(i+)$ ,  $M_X(i+)$  und  
 das Feld des Neutronen-Flusses  $\Phi(i+)$ .

Ein 20.-stes Feld nimmt die Rechnungsparameter des untersuchten Falles auf.

### 13. Die Berechnung der neuen Impulse , $Y(i,n+1)$ .

Um die Darstellung der Impulsgleichung ( Gl. 7.16 ) etwas zu vereinfachen , wird eine Hilfsgröße E eingeführt. E ist der konvektive Teil des Impulsstromes:

$$E = Y \cdot Y / M \quad . \quad ( 1 )$$

Die Stoff-Indizes  $K = F, S, P, G$  werden vorerst unterdrückt .

Die Impulsgleichung sieht mit E wie folgt aus:

$$Y(j,n+1) = Y(j,n) + \Delta Y(j,n+) \quad \text{mit} \quad ( 2 )$$

$$\Delta Y(j,n+) = -h \cdot [ V \cdot \delta Q(j,n\xi_p) + \delta E(j,n\xi_Y) ] + \Delta Y^+(j,n-) \quad . \quad ( 3 )$$

$\xi_Y$  , bzw.  $\xi_p$  sind die Zukunftsfaktoren des Impulses bzw. des Druckes. Die radialen Impulsbeiträge in dieser Gl. ,  $\Delta Y^+$  werden mit Hilfe der Größen  $M(i+,n)$  ,  $v(i+,n)$  ,  $G(i+,n)$  und  $\Delta M^+(i+,n)$  - wie im Abschnitt 7. beschrieben - berechnet.

Beim Zentrieren von E , dem konvektiven Teil des Impulsstromes, gibt es Schwierigkeiten. Diese Größe wird an den Stellen  $[ i+,n+ ]$  verlangt, Y ist aber nur an den Stellen  $[ i,n ]$  vorhanden.

Man könnte E wie folgt einführen:

$$E_0(i+,n\xi_Y) = [1-\xi_Y] \cdot Y(i+) \cdot Y(i+) / M(i+) + \xi_Y \cdot Y^+(i+) \cdot Y^+(i+) / M^+(i+) ,$$

$$i = I_A^{-1}, I_A, \dots, I_F \quad . \quad ( 4 )$$

Harlow und Amsden empfehlen in /17/ für diese konvektive Größe die sog. Z.I.P. -Form:

$$E(i+) = Y(i) \cdot Y(i+1) / M(i+) \quad , \quad i = I_A^{-1}, I_A, \dots, I_F \quad . \quad ( 5 )$$

Die Zukunftsform dieses Ausdruckes ist :

$$E^+(i+) = Y^+(i) \cdot Y^+(i+1) / M^+(i+) \quad , \quad i = I_A^{-1}, I_A, \dots, I_F \quad . \quad ( 6 )$$

Als zeitzentrierte Form von  $E(i+)$  wird schließlich der Mittelwert von  $E^+$  und E gewählt:

$$\begin{aligned}
E(i+, n\xi_Y) &= \xi_Y \cdot E^+(i+) + [1 - \xi_Y] \cdot E(i+) = \\
&= E(i+) + \xi_Y \cdot [Y^+(i) \cdot Y^+(i+1) / M^+(i+) - Y(i) \cdot Y(i+1) / M(i+)], \\
i &= I_A - 1, I_A, \dots, I_F \quad . \quad (7)
\end{aligned}$$

Das zweite Glied auf der rechten Seite dieser Gl. kann man umformen:

$$\begin{aligned}
[ \dots ] &= [Y^+(i) \cdot Y^+(i+1) - Y(i) \cdot Y(i+1) + \\
&\quad - Y^+(i) \cdot Y^+(i+1) \cdot \Delta M(i+) / M^+(i+)] / M(i+) ,
\end{aligned}$$

und mit Hilfe der Gl. ( 2 ) :

$$\begin{aligned}
[ \dots ] &= \{ \Delta Y(i+1) \cdot [\Delta Y(i) + Y(i)] + \Delta Y(i) \cdot Y(i+1) + \\
&\quad - [\Delta M(i+) / M^+(i+)] \cdot Y^+(i) \cdot Y^+(i+1) \} / M(i+) . \quad (8)
\end{aligned}$$

Wenn man in dieser Entwicklung den 'kleinen' Term mit  $\Delta M / M^+$  vernachlässigt , erhält man folgendes zeitzentriertes E

$$\begin{aligned}
E(i+, n\xi_Y) &\approx E(i+) + \\
&\quad + \xi_Y \cdot \{ \Delta Y(i) \cdot Y(i+1) + \Delta Y(i+1) \cdot [\Delta Y(i) + Y(i)] \} / M(i+) , \\
i &= I_A - 1, I_A, \dots, I_F \quad . \quad (9)
\end{aligned}$$

Der Gradient  $\delta E$  in der Gl. ( 3 ) wird durch diese Umformung zu

$$\begin{aligned}
\delta E(j, n\xi_Y) &\approx \delta E(j) + \xi_Y \cdot \{ \Delta Y(j+1) \cdot [Y(j) + 0.5 \cdot \Delta Y(j)] / M(j+) + \\
&\quad + \Delta Y(j) \cdot [(Y(j+1) + 0.5 \cdot \Delta Y(j+1)) / M(i+) - (Y(j-1) + 0.5 \cdot \Delta Y(j-1)) / M(i-)] + \\
&\quad - \Delta Y(j-1) \cdot [Y(j) + 0.5 \cdot \Delta Y(j)] / M(j-) \} , \quad j = I_A, \dots, I_F \quad . \quad (10)
\end{aligned}$$

Für die Halbe-Größen  $0.5 \cdot \Delta Y(j)$  in dieser Gl. werden "alte" Impuls-Zunahmen als Näherungen eingesetzt:

$$0.5 \cdot \Delta Y(j) \approx 0.5 \cdot \Delta Y_{(-)}(j) , \quad (11)$$

wobei die  $\Delta Y_{(-)}$  wie folgt aussehen:

$$\Delta Y_{(-)}(j) = -h \cdot [ V \cdot \delta Q(j, n\xi_p) + \delta E(j) ] + \Delta Y^{\uparrow}(j, n-) \quad . \quad (12)$$

Wenn man jetzt noch die Abkürzung

$$Y^*(j) = Y(j) + 0.5 \cdot \Delta Y_{(-)}(j) \quad (13)$$

einführt, ergibt sich aus der Gl. (3) folgende Beziehung für die Impulszunahme am Knotenpunkt j:

$$\begin{aligned} \Delta Y(j) = & \Delta Y_{(-)}(j) - h \cdot \xi_Y \cdot \{ \Delta Y(j+1) \cdot Y^*(j) / M(j+) + \\ & + \Delta Y(j) \cdot [Y^*(j+1) / M(j+) - Y^*(j-1) / M(j-)] + \\ & - \Delta Y(j-1) \cdot Y^*(j) / M(j-) \} , \quad j = I_A, \dots, I_F \quad (14) \end{aligned}$$

Diese Gl.-en kann man - mit Hilfe folgender, dimensionsloser 'Geschwindigkeiten'

$$\begin{aligned} CYP(j) &= h \cdot \xi_Y \cdot Y^*(j) / M(j+) \\ CYM(j) &= -h \cdot \xi_Y \cdot Y^*(j) / M(j-) \\ CYO(j) &= 1 + h \cdot \xi_Y \cdot [Y^*(j+1) / M(j+) - Y^*(j-1) / M(j-)] \quad (15) \end{aligned}$$

- in eine noch einfachere Form bringen. Die Diese Schreibweise zeigt, daß die  $\Delta Y$ -s ein lineares Gleichungssystem bilden:

$$\begin{aligned} CYP(j) \cdot \Delta Y(j+1) + CYO(j) \cdot \Delta Y(j) + CYM(j) \cdot \Delta Y(j-1) &= \Delta Y_{(-)}(j) , \\ j &= I_A, \dots, I_F \quad (16) \end{aligned}$$

Die Randbedingungen (R.B.) zu diesem Gleichungssystem erhält man aus der Gl. (11.4). Aus der Y-Gl.

$$Y(I_A-1, n) = Y(I_A, n) \quad \text{und} \quad Y(I_F+1, n) = Y(I_F, n) \quad (17)$$

die für alle Zeiten 'n' gelten soll, folgt für die  $\Delta Y$ -s:

$$\Delta Y(I_A-1, n+) = \Delta Y(I_A, n+) \quad \text{und} \quad \Delta Y(I_F+1, n+) = \Delta Y(I_F, n+) \quad (18)$$

für alle Zeiten 'n+'.

Der Verfahren zur Lösung des Gleichungssystems (16) mit Hilfe der Randbedingungen (18) wird im Kapitel 18. beschrieben.

#### 14. Die Zeitzentrierung des Druckes im Gas.

Ein wesentlicher Quell-Term in der Impulsgleichung leitet sich vom Druck ab. Der Drucktensor  $Q$  in der Differenzengleichung des Impulses ( Gl. (13.3) ) wird in der folgenden Form ( s. die Gl.-en (7.6) und (7.7) ) angesetzt :

$$Q(i+, n\xi_p) = P(i+, n\xi_p) - S(i+, n\xi_p) \quad , \quad i = I_A-1, I_A, \dots, I_F \quad (1)$$

$$\text{wobei} \quad S(i+, n) = [4/(3 \cdot \delta z)] \cdot \eta(i+, n) \cdot \delta v(i+, n) \quad (2)$$

der viskose Druckanteil ist. Bei diesem Glied wird auf die Zentrierung verzichtet:

$$S(i+, n\xi_p) \approx S(i+, n) \quad . \quad (3)$$

$\delta v$  wird gemäß

$$\delta v(\underline{i+}) = 0.5 \cdot [v(i+1+) - v(i-)] \quad , \quad i = I_A-1, I_A, \dots, I_F \quad (4)$$

berechnet.

Bei den massiven Stoffen F, S und P ist der Beitrag des Druckes in der Impulsgleichung im Vergleich mit den Beiträgen von E, S oder  $\Delta Y \uparrow$  gering. Man kann hier - anstatt der Gl. (1) die Näherung

$$Q_K(i+, n\xi_p) \approx -S_K(i+, n) \quad , \quad K = F, S, P \quad (5)$$

benutzen.

Beim Gas ist die Situation anders. Hier ist nicht nur der Beitrag des Druckes für die Impulserzeugung sehr bedeutend, sondern hier ist auch der Druck mit der Dichteänderungen eng gekoppelt, so daß eine zeitliche Zentrierung von P unumgänglich erscheint.

Mit dem Zukunftsfaktor  $\xi_p$  läßt sich das zentrierte Q wie folgt schreiben :

$$Q_G(i+, n\xi_p) = \xi_p \cdot \Delta P_G(i+, n+) + Q_{G(-)}(i+) \quad . \quad (6)$$

$$\text{Hier ist} \quad Q_{G(-)}(i+) = P_G(i+, n) - S_G(i+, n) \quad (7)$$

der Ausgangswert des Drucktensors. Der Zellenindex 'i' läuft in den obigen Gleichungen nur von  $i = I_A$  bis  $I_E$ , da die Druckgeschichte in den Zellen  $I_A^-$  und  $I_F^+$  durch die Randbedingungen (11.2) bereits

fest liegt.

Die Impulsgleichung kann man mit Hilfe der Gl. ( 6) umformen zu

$$\Delta Y_{G(-)}(j) = \Delta Y_{G(=)}(j) - h \cdot \xi_p \cdot V \cdot \delta \Delta P_G(j, n+) \quad (8)$$

$$\Delta Y_{G(=)}(j) = -h \cdot [ V \cdot \delta Q_{G(-)}(j) + \delta E_G(j) ] + \Delta Y_{G(\downarrow)}(j, n-) \quad (9)$$

ist hier der 'älteste' Ausdruck für die Impulszunahme im Gas.

Zur Darstellung des Zukunftsdruckes wird die Differenzen-Gleichung

$$\begin{aligned} \Delta P_G(i+, n+) \approx & \partial P_G / \partial T(i+) \cdot \Delta T_G(i+, n+) + \\ & + \sum_{L=V, W, Z, N} \partial P_G / \partial M_L(i+) \cdot \Delta M_L(i+, n+) \end{aligned} \quad (10)$$

benutzt. Auswirkungen , die von der Änderungen des Gasvolumens herrühren , sind in dieser Gl. schon unterdrückt.

Die Massenzunahme des Natriums im zweiten Term dieser Gl.

$$\Delta P_{G, M}(i+, n+) = \sum_{L=V, W, Z, N} \partial P_G / \partial M_L(i+) \cdot \Delta M_L(i+, n+) \quad (11)$$

ergibt sich ( s. die Gl.-en (15.5) , (15.6) und (15.7) im nächsten Abschnitt ) als

$$\Delta M_N(i+, n+) = -h \cdot \delta \{ Y_N(i+) + \xi_Y \cdot \Delta Y_N(i+, n+) \} \quad (12)$$

wobei man den Impuls des Natrium-Komponenten aus der Gl.

$$Y_N(i, n) = [M_N(\underline{i}, n) / M_G(\underline{i}, n)] \cdot Y_G(i, n) \quad (13)$$

erhält. Unter Vernachlässigung der Änderungen in der Zusammensetzung des Gases in dem kommenden Zeitschritt kann man statt der Gl. (12) die folgende benutzen:

$$\begin{aligned} \Delta M_N(i+, n+) \approx \\ -h \cdot \delta \{ [M_N(\underline{i+}) / M_G(\underline{i+})] \cdot [Y_G(i+) + \xi_Y \cdot \Delta Y_G(i+, n+)] \} \end{aligned} \quad (14)$$

Bei der Berechnung der Zunahme des Gesamt-Impulses aller Komponenten wird auf die Zeit-Zentrierung des konvektiven Impulsstromes verzichtet , vergl. Gl. (13.14) :

$$\Delta Y_G(j, n+) \approx \Delta Y_{G(-)}(j)$$

Wenn man jetzt  $\Delta Y$  aus der Gl. (8) in die Gl. (14) einsetzt, ergibt sich für die  $\Delta M_N$ :

$$\begin{aligned} \Delta M_N(i+, n+) &= -h \cdot \delta \{ [M_N(i+)/M_G(i+)] \cdot [Y_G(i+) + \xi_Y \cdot \Delta Y_{G(=)}(i+)] \} + \\ &+ h^2 \cdot \xi_Y \cdot \xi_P \cdot V \cdot \delta \{ [M_N(i+)/M_G(i+)] \cdot \delta \Delta P_G(i+, n+) \} . \end{aligned} \quad (15)$$

Im folgenden wird noch die Näherung

$$\delta \{ [M_N(i+)/M_G(i+)] \cdot \delta \Delta P_G(i+, n+) \} \approx [M_N(i+)/M_G(i+)] \cdot \delta^2 \Delta P_G(i+, n+)$$

gemacht und die Abkürzungen

$$Y_{G(0)}(i+) = Y_G(i+) + \xi_Y \cdot \Delta Y_{G(=)}(i+) \quad (16)$$

$$\Delta M_{N(0)}(i+) = -h \cdot \delta \{ [M_N(i+)/M_G(i+)] \cdot Y_{G(0)}(i+) \} \quad (17)$$

eingeführt. Die zu erwartende Zunahme des Natrium-Dampfes ist so

$$\begin{aligned} \Delta M_N(i+, n+) &\approx \Delta M_{N(0)}(i+) + \\ &+ h^2 \cdot \xi_Y \cdot \xi_P \cdot V \cdot [M_N(i+)/M_G(i+)] \cdot \delta^2 \Delta P_G(i+, n+) . \end{aligned} \quad (18)$$

Entsprechende Gl.-en ergeben sich für die Massenänderungen der anderen Gas-Komponenten  $L = V, W$  und  $Z$ :

$$\begin{aligned} \Delta M_L(i+, n+) &\approx \Delta M_{L(0)}(i+) + \\ &+ h^2 \cdot \xi_Y \cdot \xi_P \cdot V \cdot [M_L(i+)/M_G(i+)] \cdot \delta^2 \Delta P_G(i+, n+) , \end{aligned} \quad (19)$$

mit den 0-ten Näherungen

$$\Delta M_{L(0)}(i+) = \Delta M_{L(0)}^{\uparrow}(i+, n-) - h \cdot \delta \{ [M_L(i+)/M_G(i+)] \cdot Y_{G(0)}(i+) \} \quad (20)$$

$$L = V, W, Z .$$

Insgesamt führt die Massenzunahme in der Zelle zu folgender Druckzunahme (s. Gl.-en (11), (18) und (19)):

$$\Delta P_{G, M}(i+, n+) \approx \Delta P_{G, M0}(i+) + CP(i+) \cdot \delta^2 \Delta P_G(i+, n+) . \quad (21)$$

Hier sind

$$\begin{aligned} \Delta P_{G,MO}(i+) &= \sum_{L=V,W,Z,N} \Delta M_{L(0)}(i+) \cdot \partial P_G / \partial M_L(i+) = \\ &= \{ T_G(i+) \cdot [\Delta M_{V(0)}(i+) \cdot R_F + \Delta M_{W(0)}(i+) \cdot R_S + \Delta M_{Z(0)}(i+) \cdot R_Z] + \\ &\quad + \Delta M_{N(0)}(i+) \cdot \partial P_N / \partial p(i+) \} / V_G(i+) \quad \text{und} \quad (22) \end{aligned}$$

$$CP(i+) = h^2 \cdot \xi_P \cdot \xi_Y \cdot [V/M_G(i+)] \cdot \sum_{L=V,W,Z,N} M_L(i+) \cdot \partial P_G / \partial M_L(i+) \quad (23)$$

(s.a. die Gl. (10.19)) .

Als Temperaturzunahme  $\Delta T_G(i+,n+)$  im ersten Term der Gl. ( 10)

$$\Delta P_{G,T}(i+,n+) = \partial P_G / \partial T(i+) \cdot \Delta T_G(i+,n+) \quad (24)$$

wird ein Ausdruck eingesetzt , in dem nur die alte Geschwindigkeiten vorkommen. Dieser Ausdruck ,  $\Delta T_{G(=)}$  wird in dem Kap. 17 berechnet ( Gl. (17.29) ). Man erhält folgende Druckzunahme :

$$\begin{aligned} \Delta P_{G,T}(i+,n+) &\approx \Delta P_{G,TO}(i+,n+) = \partial P_G / \partial T(i+) \cdot \Delta T_{G(=)}(i+) = \\ &= \{ [R_F \cdot M_V(i+) + R_S \cdot M_W(i+) + R_Z \cdot M_Z(i+)] / V_G(i+) + \\ &\quad + \partial P_N / \partial T(i+) \} \cdot \Delta T_{G(=)}(i+) . \quad (25) \end{aligned}$$

Die gesamte Druckzunahme beträgt

$$\begin{aligned} \Delta P_G(i+,n+) &= \Delta P_{G,T}(i+,n+) + \Delta P_{G,M}(i+,n+) \approx \\ &\approx \Delta P_{G(-)}(i+) + CP(i+) \cdot \delta^2 \Delta P_G(i+,n+) \quad , \text{ wobei} \quad (26) \end{aligned}$$

$$\Delta P_{G(-)}(i+) = \Delta P_{G,TO}(i+) + \Delta P_{G,MO}(i+) \quad (27)$$

die 'alte' Beiträge zu der Druckzunahme zusammenfasst.

Die Gl. (26) ergibt wieder ein lineares Gleichungssystem für die  $\Delta P$ -s ( in dem folgenden Ausführungen werden die Gas-Indizes "G" unterdrückt ) :

$$\begin{aligned} -CP(i+) \cdot \Delta P(i+1+) + [1+2 \cdot CP(i+)] \cdot \Delta P(i+) - CP(i+) \cdot \Delta P(i-) &= \\ = \Delta P_{(-)}(i+) \quad , \quad i = I_A, \dots, I_E . \quad (28) \end{aligned}$$

Die R.B. - en für den Druck lauten ( s. Gl. (11.2) ):

$$P(\underline{I}_A, n) = P_A(n) \quad , \quad P(\underline{I}_F, n) = P_A(n) \quad (29)$$

für alle Zeiten , d.h.

$$\Delta P(\underline{I}_A, n+) = \Delta P_A(n+) \quad , \quad \Delta P(\underline{I}_F, n+) = \Delta P_A(n+) \quad (30)$$

Aus dieser R.B. erhält man folgende Beziehungen für die Funktionswerte  $\Delta P(I_{A-})$  und  $\Delta P(I_{F+})$  :

$$\Delta P(I_{A-}, n+) = 2 \cdot \Delta P_A(n+) - \Delta P(I_{A+}, n+) \quad \text{und} \quad (31)$$

$$\Delta P(I_{F+}, n+) = 2 \cdot \Delta P_A(n+) - \Delta P(I_{E+}, n+) \quad . \quad (32)$$

Das Gleichungssystem (28) wird wider mit Hilfe der R.B.-en (31) und (32) wie im Kap. 18. beschrieben gelöst.

15. Die Berechnung der neuen Massen ,  $M(i+,n+1)$  .

Die Massenzunahme der 'konzentrierten' Stoffe zwischen den Zeitpunkten 'n' und 'n+1' ergibt sich aus folgender Gleichung:

$$\Delta M_K(i+,n+) = -h \cdot \delta Y_K(i+,n\xi_Y) + \Delta M_K^\uparrow(i+,n-) \quad \text{falls } K = F, S \text{ oder } P \text{ ist} \quad (1)$$

Unter Anwendung der Gl. (12.12) kann man diese Beziehungen auch in der folgenden Form darstellen ( die Operatoren  $\delta$  und  $\Delta$  sind vertauschbar ) :

$$\Delta M_K(i+,n+) = -h \cdot \xi_Y \cdot \Delta \delta Y_K(i+,n+) + \Delta M_{K(-)}(i+) \quad \text{mit} \quad (2)$$

$$\Delta M_{K(-)}(i+) = -h \cdot \delta Y_K(i+) + \Delta M_K^\uparrow(i+,n-) \quad (3)$$

Beim Gas ist der Massenzuwachs die Summe der  $\Delta M$  der Gaskomponenten:

$$\Delta M_G(i+,n+) = \sum_L \Delta M_L(i+,n+) \quad , \quad L = N, V, W, Z \quad (4)$$

Für die Komponenten-Massen gelten ähnliche Gl.-en wie für die konzentrierte Stoffe:

$$\Delta M_L(i+,n+) = -h \cdot \xi_Y \cdot \Delta \delta Y_L(i+,n+) + \Delta M_{L(-)}(i+) \quad \text{mit} \quad (5)$$

$$\Delta M_{L(-)}(i+) = -h \cdot \delta Y_L(i+) + \Delta M_L^\uparrow(i+,n-) \quad (6)$$

In der Gl.-en ( 5 ) und ( 6 ) errechnet man die Impulse  $Y_L$  aus dem Gesamt-Impuls des Gases:

$$Y_L(j) = [M_L(j)/M_G(j)] \cdot Y_G(j) \quad (7)$$

Es werden folgende Summengrößen eingeführt :

$$\Delta M_G^\uparrow(i+,n-) = \sum_L \Delta M_L^\uparrow(i+,n-) \quad \text{und} \quad (8)$$

$$\Delta M_{G(-)}(i+) = \sum_L \Delta M_{L(-)}(i+) \quad (9)$$

Aus der Beziehung

$$\sum \delta Y_L(i+) = \delta [ \sum Y_L(i+) ] = \delta Y_G \quad (10)$$

ergibt sich für das zeitlich nicht-zentrierte  $\Delta M$  des Gases:

$$\Delta M_{G(-)}(i+) = -h \cdot \delta Y_G(i+) + \Delta M_{G}^{\uparrow}(i+,n-) \quad . \quad (11)$$

Wenn man bei der Berechnung von  $Y_L$  anhand der Gl. (7) auf die Zeitzentrierung der Massen verzichtet, d.h. wenn man die Näherung macht :

$$\Delta Y_L(j,n+) \approx [M_L(j,n)/M_G(j,n)] \cdot \Delta Y_G(j,n+) \quad , \quad (12)$$

dann kann man auch die Zunahme der Gasmasse mit der Gl.(2) berechnen.

Die radiale Massenterme erhält man aus den folgenden Gleichungen:

Beiträge von Verdampfung-Rekondensation ( Abschnitt 4.) :

falls  $\zeta(i+,n) = 1$  ist, dann sind

$$\Delta M_{W}^{\uparrow}(i+,n-) = 0 \quad \text{und}$$

$$\begin{aligned} \Delta M_{V}^{\uparrow}(i+,n-) &= M_{oV}(i+,n) - M_V(i+,n) = \\ &= V_G(i+,n-) \cdot P_F^*(i+,n) / [R_F \cdot T_G(i+,n)] - M_V(i+,n) \quad , \end{aligned} \quad (14)$$

und falls  $\zeta(i+,n) = 0$  ist, dann sind

$$\Delta M_{V}^{\uparrow}(i+,n-) = 0 \quad \text{und}$$

$$\begin{aligned} \Delta M_{W}^{\uparrow}(i+,n-) &= M_{oW}(i+,n) - M_W(i+,n) = \\ &= V_G(i+,n-) \cdot P_S^*(i+,n) / [R_S \cdot T_G(i+,n)] - M_W(i+,n) \quad . \end{aligned} \quad (15)$$

Die Masse der freigesetzten Spaltprodukte ( Abschnitt 5. ) :

$$\Delta M_Z^{\uparrow}(i+,n-) = \kappa_Z \cdot v_X(i+,n) \cdot F_{SG}(i+,n) \cdot J_M(i+,n) \cdot \Delta t \quad . \quad (16)$$

Die B.S.-Oberfläche und der Massenstrom durch sie betragen :

$$F_{SG}(i+,n) = \pi \cdot \delta z \cdot L_p(i+,n) \quad \text{und} \quad (17)$$

$$J_M(i+,n) = \zeta(i+,n) \cdot P\#(i+,n) \cdot [ 2\pi \cdot R_F \cdot T_F(i+,n) ]^{-\frac{1}{2}} \quad . \quad (18)$$

Den Brennstab-Radius  $L_p$  kann man aus der Volumenanteil  $V_F+V_S$  an Hand der Gl. (9.12) berechnen.

Die Molkonzentrationen, die für  $P\#$  benötigt werden, erhält man aus

den folgenden Gl.-en:

$$n_F = \rho_F / \mu_F = M_F / (V \cdot \mu_F) \quad , \quad n_S = M_S / (V \cdot \mu_S) \quad , \quad (19)$$

$$n_X = v_X \cdot \rho_F / \mu_X = v_X \cdot (\mu_F / \mu_Z) \cdot n_F \quad . \quad (20)$$

Bei Änderung der Z.P.-Konzentration wird nur die direkt freigesetzte Menge berücksichtigt:

$$v_X(i+, n+1) \approx v_X(i+, n) - \Delta M_Z^\uparrow(i+, n-) / M_F(i+, n) \quad . \quad (21)$$

Für die Massenänderungen in den Brennstoffpartikeln gelten (Abschnitt 6 ):

$$\begin{aligned} \Delta M_P^\uparrow(i+, n-) &= \Delta M_{(+)}^\uparrow(i+, n-) - \Delta M_{(-)}^\uparrow(i+, n-) = \\ &= \{ \kappa_{(+)} \cdot F_{SG}(i+, n) \cdot J_M(i+, n) + \\ &\quad - M_P(i+, n) \cdot [v_T(i+, n) / r_G(i+, n)] \} \cdot \Delta t \quad . \quad (22) \end{aligned}$$

Die im Gas zurückgelegte mittlere Entfernung  $r_G(i+, n)$  kann man aus  $L_p$  und aus  $y_G(L_p, V_p + V_G)$  gemäß der Gl. (9.15) berechnen.

Die restlichen hier nicht angegebenen  $\Delta M^\uparrow$ -Terme kann anhand der Gl. (3.4) - (3.7) ermitteln.

16. Die Berechnung der neuen Energie ,  $W(i+,n+1)$  .

Die Energiegleichungen für den Brennstoff, Stahl und Partikel lauten:

$$M(i+,n+) \cdot \Delta U(i+,n+) = -h \cdot \{ Y(i+,n\xi_Y) \cdot \delta U(i+,n\xi_T) + \\ + V \cdot [ \delta J_W(i+,n\xi_T) + Q(i+,n\xi_P) \cdot \delta v(i+,n) ] \} + \Delta W^\uparrow(i+,n-) . \quad (1)$$

Der Gradient des axialen Wärmestromes in dieser Gl. sieht folgendermaßen aus:

$$\delta J_W(i+) = -\lambda(i+1) \cdot \delta T(i+1)/\delta z + \lambda(i) \cdot \delta T(i)/\delta z , \\ i = I_A, \dots, I_F \quad , \quad (2)$$

Beim Brennstoff, Stahl und beim Brennstoffpartikel werden die Energie- und die Temperaturgradienten nicht zentriert, um Rechenzeit zu sparen . Es wird vermutet, daß die Energiedichte-Änderungen in diesen Stoffen nur ein kleinen Teil der vorhandenen Energiedichten ausmachen. Außerdem werden die Beiträge vom Drucktensor weggelassen, da die Geschwindigkeiten - und somit auch die  $v$ -Gradienten - in diesen Stoffen wahrscheinlich klein bleiben. Die Energiegleichungen dieser Stoffe lauten daher ( die Indizes F , S bzw. P werden weggelassen ) :

$$M(i+,n+) \cdot \Delta U(i+,n+) = \Delta W^\uparrow(i+,n-) - h \cdot \{ Y(i+) \cdot \delta U(i+) + \\ - V \cdot [ \lambda(i+1) \cdot \delta T(i+1,n) - \lambda(i) \cdot \delta T(i,n) ] / \delta z \} + \\ - \xi_Y \cdot h \cdot \Delta Y(i+,n+) \cdot \delta U(i+) . \quad (3)$$

Beim Stahl muß man auch noch berücksichtigen, daß der in einer zerstörten Zelle im Brennstoff eingeschlossene Stahl keine Wärme in den Stahl der Nachbarzellen abgeben kann. Daher wird hier eine 'effektive' Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_S^*$  eingesetzt:

$$\lambda_S^*(i) = [1-z(i+)] \cdot [1-z(i-)] \cdot \lambda_S(i) . \quad (4)$$

Bei den Brennstoffpartikeln kann man die einzelnen Kügelchen als isolierte Punkte auffassen und daher die Wärmeleitung (  $\lambda_P$  ) in der axialen Richtung bei der Energiegleichung unterdrücken.

### 17. Die Berechnung der neuen Temperaturen.

Für die Temperatur-Zunahme im Zeitschritt 'n+' erhält man aus der Gl. (10.21) :

$$\begin{aligned} \Delta T_G(i+,n+) = & - h \cdot v_G(i+,n\xi_T) \cdot \delta T_G(i+,n\xi_T) + \\ & + \{-h \cdot V \cdot \delta J_{WG}(i+,n\xi_T) + \Delta W_G^\uparrow(i+,n+) + \\ & - h \cdot \delta v_G(i+,n\xi_T) \cdot [V \cdot Q_G(i+,n\xi_T) + C_T^*(i+,n+)]\} / C_V^*(i+,n+) , \\ & i = I_A, \dots, I_F \quad . \quad (1) \end{aligned}$$

$\xi_T$  ist der Zukunftsfaktor der Temperatur-Berechnung. Beim Zentrieren dieser Gl. werden folgende Abstriche gemacht:

Die Zustandsgrößen  $C_T$  ,  $C_V$  ,  $\lambda$  und der viskoser Teil des Drucktensors ,  $S$  werden im alten Zeitpunkt 'n' genommen und die Übertragungs-Größen wie sonst auch im Zeitpunkt 'n-'.

Alle Quell-Terme der Energie in der Gl.( 1) werden mit  $\Omega$  zusammengefasst. Mit den genannten Ungenauigkeiten ergibt sich für  $\Omega$  folgender Ausdruck:

$$\Omega(i+,n\xi_T) \approx \Delta W_G^\uparrow(i+,n-) - h \cdot \delta v_G(i+,n\xi_T) \cdot W_A(i+,n\xi_T) . \quad (2)$$

$$W_A(i+,n\xi_T) = C_T^*(i+) + V \cdot Q_G(i+,n\xi_T) \quad (3)$$

in dieser Gleichung ist ein Maß für die Kompressions-Arbeit. In den kommenden T-Gl.-en wird statt  $\Omega$  der Term

$$\tau(i+,n\xi_T) = \Omega(i+,n\xi_T) / C_V^*(i+) \quad \text{benutzt.} \quad (4)$$

Die zentrierte Form des Gradienten des axialen Wärmestromes sieht in dieser Näherung folgendermaßen aus:

$$\begin{aligned} \delta J_{WG}(i+,n\xi_T) \approx & [ \lambda_G(i) \cdot \delta T_G(i,n\xi_T) + \\ & - \lambda_G(i+1) \cdot \delta T_G(i+1,n\xi_T) ] / \delta z , \quad i = I_A, \dots, I_F \quad . \quad (5) \end{aligned}$$

Die Temperatur-Zunahme in der 'i+'-ten Zelle und in dem 'n+'-ten Zeitschritt ist also :

$$\begin{aligned} \Delta T_G(i+, n+) &= - h \cdot v_G(i+, n\xi_T) \cdot \delta T_G(i+, n\xi_T) + \tau(i+, n\xi_T) + \\ &+ h \cdot V \cdot \{ \lambda_G(i+1) \cdot \delta T_G(i+1, n\xi_T) + \\ &- \lambda_G(i) \cdot \delta T_G(i, n\xi_T) \} / [C_V^*(i+) \cdot \delta z] . \end{aligned} \quad (6)$$

Diese Gl. kann man mit den Hilfsgrößen

$$CEP(i+, n\xi_T) = h \cdot \{ V \cdot \lambda_G(i+1) / [C_V^*(i+) \cdot \delta z] - 0.5 \cdot v_G(i+, n\xi_T) \} , \quad (7)$$

$$CEM(i+, n\xi_T) = h \cdot \{ V \cdot \lambda_G(i) / [C_V^*(i+) \cdot \delta z] + 0.5 \cdot v_G(i+, n\xi_T) \} , \quad (8)$$

$$\begin{aligned} CEO(i+ ) &= CEP(i+, n\xi_T) + CEM(i+, n\xi_T) = \\ &= h \cdot V \cdot (\lambda_G(i+1) + \lambda_G(i)) / (C_V^*(i+) \cdot \delta z) \end{aligned} \quad (9)$$

umformen zu folgender Gl.:

$$\begin{aligned} \Delta T_G(i+, n+) &= CEP(i+, n\xi_T) \cdot T_G(i+1+, n\xi_T) + CEM(i+, n\xi_T) \cdot T_G(i-, n\xi_T) + \\ &- CEO(i+) \cdot T_G(i+, n\xi_T) + \tau(i+, n\xi_T) . \end{aligned} \quad (10)$$

Die Beziehung ( Gl. (12.12))

$$T_G(i+, n\xi_T) = T_G(i+) + \xi_T \cdot \Delta T_G(i+, n+)$$

erlaubt es , in dieser Gl. 'Vergangenheit' und 'Zukunft' voneinander zu trennen:

$$\begin{aligned} \Delta T_G(i+, n+) &= \Delta T_{G(-)}(i+) + \xi_T \cdot \{ CEP(i+, n\xi_T) \cdot \Delta T_G(i+1+, n+) + \\ &+ CEM(i+, n\xi_T) \cdot \Delta T_G(i-, n+) - CEO(i+) \cdot \Delta T_G(i+, n+) \} . \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \Delta T_{G(-)}(i+) &= \tau(i+, n\xi_T) + CEP(i+, n\xi_T) \cdot T_G(i+1+) + \\ &+ CEM(i+, n\xi_T) \cdot T_G(i-) - CEO(i+) \cdot T_G(i+) \end{aligned} \quad (12)$$

ist hier der nichtzentrierte Anteil der Temperaturzunahme. Es werden noch folgende Größen gebraucht:

$$CXP(i+) = \xi_T \cdot CEP(i+, n\xi_T) , \quad (13)$$

$$CXM(i+) = \xi_T \cdot CEM(i+, n\xi_T) \quad \text{und} \quad (14)$$

$$CXO(i+) = \{1 + \xi_T \cdot CEO(i+)\} \quad . \quad (15)$$

Mit dieser Schreibweise erhält man schließlich für die Temperaturzunahme folgendes Gleichungssystem :

$$\begin{aligned} -CXP(i+) \cdot \Delta T_G(i+1+) - CXM(i+) \cdot \Delta T_G(i-) + CXO(i+) \cdot \Delta T_G(i+) &= \\ &= \Delta T_{G(-)}(i+) \quad , \quad i = I_A, \dots, I_E \quad . \end{aligned} \quad (16)$$

Aus den Randbedingungen

$$\begin{aligned} T_G(I_A^+, n) &= T_G(I_A^-, n) \\ T_G(I_E^+, n) &= T_G(I_F^+, n) \quad , \end{aligned} \quad (17)$$

die für die Temperatur für alle Zeiten 'n' gelten, folgen diese Bedingungen für die  $\Delta T$ -s:

$$\begin{aligned} \Delta T_G(I_A^-, n+) &= \Delta T_G(I_A^+, n+) \\ \Delta T_G(I_F^+, n+) &= \Delta T_G(I_E^+, n+) \quad . \end{aligned} \quad (18)$$

Das Gl.-System (16) wird mit dieser R.B.-en wie in Kap. 18 geschildert gelöst.

Die "älteste" Form der T-Zunahme ,  $\Delta T_{G(=)}(i+)$  :

Bei der Berechnung des neuen Gas-Impulses wird ein zeit-zentrierter Druck verwendet. Für die Abschätzung des zukünftigen Druckes an Hand der Massen- und Temperaturzunahmen benötigt man einen  $\Delta T$  - Ausdruck , in dem die neuen Geschwindigkeiten noch nicht vorkommen. Diese Größe kann man aus der Gl. (12) errechnen. Der Quell-Term der Energie  $\Omega$  ( Gl. ( 2) ) enthält noch Zukunfts-Größen in dem Drucktensor ( Q ) und in dem v-Gradienten. Für Q gilt ( s. Gl. (14.6) ) :

$$Q_G(i+, n\xi_T) = \xi_P \cdot \Delta P_G(i+, n+) + Q_{G(-)}(i+) \quad ,$$

d.h. auch für den Term  $W_A$  ( s. Gl. ( 3) ):

$$W_A(i+, n\xi_T) = \xi_P \cdot V \cdot \Delta P_G(i+, n+) + W_{A(-)}(i+) \quad . \quad (19)$$

Wenn man auch die Gasgeschwindigkeiten gemäß der Gl. (12.12) spaltet, so ergibt die Gl. ( 2) für  $\Omega$

$$\Omega(i+, n\xi_T) = \Omega(i+) - h \cdot \xi_T \cdot \Delta\Omega(i+) . \quad (20)$$

In dieser Gl. sind

$$\Omega(i+) = \Delta W_G^\uparrow(i+, n-) - h \cdot \delta v_G(i+) \cdot W_{A(-)}(i+) \quad \text{und} \quad (21)$$

$$\Delta\Omega(i+) = \delta v_G(i+) \cdot V \cdot \Delta P_G(i+, n+) + \Delta\delta v_G(i+, n+) \cdot W_A(i+, n\xi_T) . \quad (22)$$

Man kann auch die "Transport"-Koeffizienten CEP und CEM mit Hilfe der

Gl.  $v_G(i+, n\xi_T) = v_G(i+) + \xi_T \cdot \Delta v_G(i+, n+)$

nach alten und neuen Größen aufspalten ( Gl. ( 7) , ( 8) ) :

$$\text{CEP}(i+, n\xi_T) = \text{CEP}_{(-)}(i+) - 0.5 \cdot h \cdot \xi_T \cdot \Delta v_G(i+, n+) , \quad (23)$$

$$\text{CEM}(i+, n\xi_T) = \text{CEM}_{(-)}(i+) + 0.5 \cdot h \cdot \xi_T \cdot \Delta v_G(i+, n+) , \quad (24)$$

mit  $\text{CEP}_{(-)}(i+) = h \cdot \{ V \cdot \lambda_G(i+1) / [C_V^*(i+) \cdot \delta z] - 0.5 \cdot v_G(i+) \}$  (25)

und  $\text{CEM}_{(-)}(i+) = h \cdot \{ V \cdot \lambda_G(i) / [C_V^*(i+) \cdot \delta z] + 0.5 \cdot v_G(i+) \}$  . (26)

Mit dieser Schreibweise wird aus den 'CE'-Gliedern der Gl. (12) folgender Ausdruck:

$$\begin{aligned} & \text{CEP}(i+, n\xi_T) \cdot T_G(i+1+) + \text{CEM}(i+, n\xi_T) \cdot T_G(i-) - \text{CEO}(i+) \cdot T_G(i+) = \\ & \text{CEP}_{(-)}(i+) \cdot T_G(i+1+) + \text{CEM}_{(-)}(i+) \cdot T_G(i-) - \text{CEO}(i+) \cdot T_G(i+) + \\ & - 0.5 \cdot h \cdot \xi_T \cdot \Delta v_G(i+, n+) \cdot (T_G(i+1+) - T_G(i-)) . \end{aligned} \quad (27)$$

Insgesamt läßt sich die  $\Delta T$  - Gleichung (12) wie folgt umformen:

$$\begin{aligned} \Delta T_{G(-)}(i+) &= \Delta T_{G(=)}(i+) + \\ & - h \cdot \xi_T \cdot \{ \Delta\tau(i+) + \Delta v_G(i+, n+) \cdot 0.5 \cdot [T_G(i+1+) - T_G(i-)] \} , \end{aligned} \quad (28)$$

wobei die "Alt"- $\Delta T$

$$\begin{aligned} \Delta T_{G(=)}(i+) &= \tau(i+) + CEP_{(-)}(i+) \cdot T_G(i+1+) + \\ &+ CEM_{(-)}(i+) \cdot T_G(i-) - CEO(i+) \cdot T_G(i+) \end{aligned} \quad (29)$$

beträgt. In der Gl. (28) gilt :

$$\Delta \tau(i+) = \Delta \Omega(i+) / C_V^*(i+) . \quad (30)$$

18. Umkehr eines linearen "Dreipunkt"-Gleichungsystems.

Gegeben sei folgendes Gl.-System für die Berechnung der "Zukunft"  $A^+(i)$  der Funktion  $A(i)$  :

$$CM(i) \cdot A^+(i-1) + CO(i) \cdot A^+(i) + CP(i) \cdot A^+(i+1) = A(i) ,$$

$$, \quad i = I_A, \dots, I_E . \quad (1)$$

Falls für die Funktion  $A(i)$  Randbedingungen definiert sind , dann kann man die implizit gegebene Größe  $A^+(i)$  mit Hilfe des Gauß'schen Algorithmus berechnen ( s. z.B. in /18/ ) .

Zur Lösung des Gl.Systems ( 1 ) wird eine lineare Darstellung der Funktion  $A^+(i)$  angesetzt:

$$A^+(i) = F(i) \cdot A^+(i+1) + G(i) \quad , \quad i = I_A, \dots, I_E . \quad (2)$$

Mit diesem Ausdruck wird aus der  $i$ -te Gl. des Systems ( 1 ):

$$\{ [CM(i) \cdot F(i-1) + CO(i)] \cdot F(i) + CP(i) \} \cdot A^+(i+1) =$$

$$= A(i) - CM(i) \cdot G(i-1) - [CM(i) \cdot F(i-1) + CO(i)] \cdot G(i) \quad (3)$$

Da diese Gl. für alle mögliche Werte der Funktion  $A^+(i+1)$  gelten muß , verschwinden beide Seiten jeder für sich. Aus dieser Bedingung ergeben sich folgende Rekursionsformeln für die Koeffizienten der Linearen Darstellung ( 2 ) :

$$F(i) = -CP(i) / [CM(i) \cdot F(i-1) + CO(i)] \quad \text{und}$$

$$G(i) = [A(i) - CM(i) \cdot G(i-1)] / [CM(i) \cdot F(i-1) + CO(i)]$$

$$i = I_A, \dots, I_E . \quad (4)$$

Die ersten Glieder dieser Rekursionsketten erhält man aus der ersten Randbedingung. Diese kann man schematisch wie folgt darstellen:

$$A^+(I_A-1) = QU \cdot A^+(I_A) + PU . \quad (5)$$

Man erhält so - s. die Gl. ( 2 ) - folgende Beziehung für  $F(I_A-1)$  und  $G(I_A-1)$  :

$$[QU - F(I_A-1)] \cdot A^+(I_A) = G(I_A-1) - PU , \quad (6)$$

$$\text{bzw. } F(I_A-1) = QU \quad \text{und} \quad G(I_A-1) = PU . \quad (7)$$

$A^+(I_E)$  , den letzten Glied in der Gl. System ( 2) kann man wiederum aus der zweiten R.B.

$$A^+(I_E+1) = QO \cdot A^+(I_E) + PO . \quad (8)$$

bestimmen. Man erhält - mit der Gl. ( 2) die Beziehung

$$A^+(I_E) = [G(I_E) + F(I_E) \cdot PO] / [1 - F(I_E) \cdot QO] \quad (9)$$

Übliche Randbedingungen sind:

a) Glatte Fortsetzungen am beiden Enden:

$$QU = 1 \quad \text{und} \quad PU = 0 ,$$

$$\text{sowie } QO = 1 \quad \text{und} \quad PO = 0 . \quad (10)$$

b) Vorgegebener Wert F an den Endflächen:

$$\text{d.h. } (1/2) \cdot [A^+(I_A-1) + A^+(I_A)] = F$$

$$\text{und } (1/2) \cdot [A^+(I_E) + A^+(I_E+1)] = F .$$

$$\text{Jetzt sind } QU = -1 \quad \text{und} \quad PU = 2 \cdot F ,$$

$$\text{sowie } QO = -1 \quad \text{und} \quad PO = 2 \cdot F . \quad (11)$$

### 19. Ergebnisse einer Testrechnung.

Aus den zuvor beschriebenen zeit-zentrierten Formen der Massen-, Impuls- und Energiegleichungen des Kühlkanals wurde ein Rechenprogramm zusammengestellt. Um diesen Code auf numerische Stabilität und auf physikalisch sinnvolle Ergebnisse zu prüfen, wurden mehrere Rechnungen mit einem Test-Anfangszustand des Kühlkanals durchgeführt. Diesem Testfall liegt ein Kühlmitteldurchsatzstörfall LO /21/ des SNR-300 Brüters /19/, /20/ zugrunde.

Die Geometrie des Kühlkanals entspricht in etwa der Kanalgeometrie in einem Brennelement des SNR-Brüters (s. Abb. 1 und Zeichngs. Nr. 3.1 - 4, "Brennelement" in /19/, S. 3-8, ) :

$$L = 0.395 \text{ cm}, \quad L_p = 0.300 \text{ cm}, \quad L_s = 0.38 \text{ mm}.$$

Für den Testfall wurde eine Zellenhöhe von  $\delta z = 1.00 \text{ cm}$  genommen. Das Brennelement beginnt in der 3.-ten Zelle und die letzte stoff-besetzte Zelle ist die 97.-ste:

$$Z_U = 2.00 \text{ cm}, \quad Z_0 = 97.00 \text{ cm},$$

d.h. der Kanal ist - wie in /19/ - 95. cm lang.

Die Radien der Stahl- Partikel werden zu

$$D_s = 0.20 \text{ mm} \approx 1/2 L_s \quad \text{gesetzt}.$$

Bei der Wahl eines mittleren Radius für den Brennstoff-Staub,  $D_p$  wurde die Abb. 19. "Mittlerer geometrischer Durchmesser [ des  $\text{UO}_2$  - Aerosols ] als Funktion der Zeit" in /15/ zu Hilfe genommen. Anhand dieser Abb. wählte man einen "Geburtswert" von etwa

$$D_p = 0.05 \text{ } \mu\text{m}.$$

Um die anfängliche Massenverteilungen berechnen zu können braucht man neben den Brennstoff- und Stahlvolumina

$$V_{F0} = (\pi/2) \cdot \delta z \cdot (L_p - L_s)^2 \quad \text{und} \quad V_{S0} = (\pi/2) \cdot \delta z \cdot L_s \cdot (2 \cdot L_p - L_s)$$

auch die Fabrikations-Dichten dieser Stoffe. Beim Testfall wurden diese Dichten so gewählt, daß auch in der heißesten Zelle des Kanals

weder der Brennstoff , noch der Stahl zu komprimierter Flüssigkeit wird. Beim Brennstoff erforderte diese Bedingung , daß man als Anfangs-Dichte die Dichte der schmelzenden Flüssigkeit nehmen musste:

$$\rho_{F0} = 8.76 \text{ g/cm}^3 .$$

Beim Stahl genügte es , die Festkörpr-Dichte am schmelzpunkt zu nehmen :

$$\rho_{S0} = 7.39 \text{ g/cm}^3 .$$

Der Test-Brennstoff hat eine Anreicherung von  $\epsilon = 0.25$  und einen 5 % -igen Abbrand . Brook errechnet für diesen Fall ( in /22/ S. 3 , Table 1A ) pro Tonne Brennstoff 4705. g Cs , 607.5 g J , 317.6 g Kr und 5630. g Xe . Alle anderen , weniger flüchtigen Produkte vernachlässigend ergeben diese Zahlen eine Spaltprodukt-Anreicherung von etwa

$$v_X = 0.01 \text{ g}_X/\text{g}_F ,$$

mit einem effektiven Spaltprodukt-Molgewicht von

$$\mu_Z = 130. \text{ g/mol} .$$

Die Gasmasse in einer Zelle ergibt sich aus dem jeweiligen Gas-Volumen und der Gas-Temperatur unter der Voraussetzung , daß am Anfang in jeder Zelle eine Atm Umgebungsdruck herrscht ( s. Kap. 11. ) .

Die Anfangsmasse der Brennstoffpartikel wurde zu Null gesetzt:

$$M_{p0} = 0.0 \text{ in jeder Zelle} .$$

Es wird angenommen , daß im Anfang alle Stoffe ruhend sind , d.h.  $v(0) = 0.0$  für alle Stoffe in allen Zellen.

Bei der Wahl der Energie-Verteilungen wurde versucht , eine möglichst hohe Brennstoff-Energiedichte einzusetzen , andererseits sollte das Gas die kritische Temperatur des Natriums (2508 K) nirgendwo erreichen , um unnötige Komplikationen zu ersparen. Als Temperaturgefälle wurde etwa 100 K angestrebt zwischen F und S und 10 K zwischen S und G .

Abb. 8 zeigt die Energiedichte-Verteilungen des Stahles und des Brennstoffes. Beide zeigen identischen z-Verlauf:

$$U_K(z) = U_{K0} \cdot u_z(z) \quad , \quad K = F, S$$

mit  $U_{F0} = 0.80 \cdot E+10 \text{ erg/g}$  ,  $U_{S0} = 1.80 \cdot E+10 \text{ erg/g}$  und

$$u_z = 1 + z a \cdot (c u_1 + z a \cdot (c u_2 + z a \cdot c u_3)) \quad , \quad z a = [z - z(50)]^2 .$$

Die Koeffizienten in der letzten Gleichung betragen

$$c u_1 = -3.55255E-4 \quad , \quad c u_2 = 6.09298E-8 \quad , \quad c u_3 = -8.27703E-12 .$$

Die Anfangstemperaturen , die diesen Energie-Verteilungen entsprechen zeigt die Abb. 9. Die Anfangstemperatur des Gases ergibt sich hier aus

$$T_G(z) = T_S[U_S(z)] - 10. \text{ K}$$

Der Neutronenfluß des Testfalles wird als

$$\phi(z,t) = \phi_0 \cdot \phi_z(z) \cdot \phi_t(t+t_0)$$

dargestellt. Die Z-Verteilung ist aus /20/ S. 36, Anhang B. entnommen:

$$\phi_z(z) = 1 + z a \cdot (c f_1 + z a \cdot (c f_2 + z a \cdot c f_3)) \quad \text{mit}$$

$$c f_1 = -3.23113E-4 \quad , \quad c f_2 = 6.61573E-8 \quad , \quad c f_3 = -12.2378E-12 .$$

Das Maximum liegt ebenfalls in der 50.-ste Zelle des Kanals. Es beträgt am Anfang

$$\phi_0 = 8. E+15 \text{ n} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1} .$$

Die 'Fluß-Geschichte' zeigt die Abb. 7. Dieser Verlauf wurde aus /21/ kopiert ( S. 43, Bild 2.2-8: Leistung und Reaktivitätsverläufe beim Kühlmitteldurchsatzstörfall LO ... ). Die mathematische Darstellung ist die folgende:

$$\begin{aligned} \phi_t &= 1 \quad , & \text{falls } t < 0 \quad , \\ &= c f e_0 \cdot (t - \theta_0)^{-2} \quad , & \text{falls } 0 \leq t \leq \theta_G \quad , \end{aligned}$$

und  $= \text{Exp}[cfe1 \cdot (1 + t \cdot (cfe2 + t \cdot (cfe3 + t \cdot cfe4)))]$  sonst.

In der obigen Gl. sind  $\theta_G = 0.14 \text{ sec}$  ,  $\theta_0 = 0.160762 \text{ sec}$  ,  
 $cfe0 = 25.844E-3$  ,  $cfe1 = 933.604$  ,  
 $cfe2 = -20.425$  ,  $cfe3 = 138.658$  ,  $cfe4 = -311.156$ .

Der Zeitvorschub in der Flußgeschichte betrug  $t_b = 5 \text{ sec}$  . Weitere benötigte Zustandsdaten:

Die Molgewichte der im Kanal vorkommenden Stoffe sind

$\mu_F = 270.37 \text{ g/mol}$  ,  $\mu_S = 56.426 \text{ g/mol}$  und  $\mu_N = 22.990 \text{ g/mol}$ .

Die Grenzwerte für die Zell-Zerstörung betragen

$m_F = 1.1$  ,  $m_S = 0.90$  ,  $U_B = 1.8 \text{ kJ/g}$  .

Die unteren Energiedichte-Schranken des Flüssigkeit-Zustandes sind beim Stahl und beim Brennstoff

$U_{LS} = 1.20 \text{ kJ/g}$  ,  $U_{LF} = 1.10 \text{ kJ/g}$  .

Als Rechnungs-Parameter wurden folgende Werte gesetzt:

Die Zeit-Zentrierung erfolgt immer in der Schritt-Mitte

$\xi_Y = 0.5$  ,  $\xi_P = 0.5$  und  $\xi_T = 0.5$  .

Die Wärmeleitungs- , Strömungs- und Gravitations-Parameter werden überall zu

$\kappa_W = 1.0$  ,  $\kappa_Y = 1.0$  und  $\kappa_g = 1.0$

gesetzt.

Als Mitreiß-Parameter nahm man  $\kappa_{(+)} = 0.1$  .

Den Entgasungs-Parameter setzte man zunächst zu  $\kappa_Z = 0.0$  , obwohl bei der angegebenen Spaltprodukt-Konzentration ein erheblicher Stab-Innendruck auftreten kann. Es ist aber im Augenblick noch nicht klar , wie groß der Spaltprodukt-Anteil ist , der sich beim Aufbau dieses Druckes beteiligt.

Alle Rechnungen wurden mit einem Zeitschritt von  $\Delta t = 1.E-5$  sec ausgeführt.

Ein indirekter ( oder sonstiger ) Filter wurde bei den Testrechnungen nicht benutzt.

Die Bilder 111 - 522 zeigen die Entwicklung verschiedener physikalischen Eigenschaften des Gases in den ersten 100 Schritten des Testfalles.

Die einzelnen Größen werden als Funktions-Oberflächen  $F(x,y)$  dargestellt : die y-Achse zeigt die Orts-Koordinaten der unteren Kanal-Hälfte ( die Zellen 1 - 50 ) , die x-Achse gibt die Zeit-Koordinaten wieder. Der Deutlichkeit halber werden in einem Bild immer nur Funktionen von je 50 Zeitschritten zusammengefasst , in den Abb. ..1 die ersten 50 Schritte, in den Abb. ..2 die Schritte 50 - 100.

Jede Fläche wird zweimal gezeigt . Die Abbildungen ".1." zeigen die Oberflächen mit Blick auf die Zeit-Achse . Diese Darstellung lässt die "Geschichte" der jeweiligen Größe hervortreten. Die Abbildungen ".2." sind von der Orts-Achse her aufgenommen: diese Bilder sollen die jeweilige Verteilung der Größe im Kanal verdeutlichen. Alle vier Bilder einer Eigenschaft sind in demselben Maßstab gefertigt. Der  $F(x,y) = 0$  -Ebene liegt immer in der halben Höhe des Koordinaten-Quaders.

Die Abbildungen 111 , 112 , 121 und 122 zeigen die Änderungen der Gas-Temperatur in der unteren Hälfte des Kühlkanals . Obwohl die Heiz-Spanne  $T_S - T_G$  entlang des Kanals konstant ist , fällt  $\Delta T_G$  in der Kanalmitte viel größer als am Fuße des Kanals. Der Grund hierfür liegt in der Stahl-Verdampfung ( vgl. die Abb. 111 mit der Abb. 511 usw. ) .

Die Abb. 10 zeigt ein typisches Beispiel der Verteilungen der verschiedenen Aufheizungs-Beiträge . Von Bedeutung sind hier nur die  $P \cdot dV$  - Arbeit und die Wärme , die der verdampfende Stahl mit sich führt (  $-x_G \cdot [V \cdot Q_G + C_T^*]$  und  $+aW_G^{\uparrow} / \Delta t$  in der Gl. (10.21) ). Daß die Verdampfung in der Kanalmitte viel intensiver erfolgt , als am Ende, liegt am exponentiellen Verlauf des Dampfdruckes  $P_S^*(T)$ . Die gleiche  $\Delta T$  ergibt in der Mitte eine höhere  $T$  als am Ende ( s. Abb. 9 ) ,

wodurch  $P^*$  - und damit auch die Sättigungsmasse des Stahldampfes , Gl. (4.1) - in der Mitte viel drastischer zunimmt , als in den Randzonen.

Daß die Wärmeleitung in der Gas-Wärmebilanz eine so unbedeutende Rolle spielt , hängt mit der sehr niedrigen Gas-Dichte zusammen: bei dieser Dichte (  $\rho \approx 1.E-4 \text{ g/cm}^3$  ) ist das Gas ein guter Isolator. Die schlechte Wärmeleitung des Gases ist auch in der Abb. 11 ersichtlich: der Wärmetransport in der axialen Richtung ( die beiden ersten Glieder der Gl. (10.21) ) ist hier als der Unterschied der Kurven "+" und "x" zu sehen , besser gesagt nicht zu sehen.

Der  $P \cdot dV$  - Glied der T-Gleichung führt infolge des Verlaufs des Geschwindigkeits-Gradienten ( Abb. 311 und ff.) dazu , das der  $\Delta T$ -Berg von der Kanalmitte mit der Zeit nach Außen wandert ( Abb. 111 ) . Damit verlagert sich auch das Maximum des Gas-Überdrucks von der Kanalmitte nach Außen ( Abb. 211 und ff.) . In der abgekühlten Mitte müssen jetzt die am Anfang verdampften Stahlmassen am B.S.-Mantel wieder rekondensieren.

Nachdem in der Kanalmitte die positive  $v$ -Gradient abgeflacht ist , und damit die Abkühlung durch die  $P \cdot dV$ -Term aufhört , beginnt dieser Prozess von Neuem , da der Stahl weiterhin Wärme in das Gas abgibt. Das ganze verläuft jetzt allerdings bei Geschwindigkeits-Gradienten , die wesentlich schwächer sind als beim vorigen Prozess , so daß der Zweite T-Hügel nicht so ausgeprägt ist , wie der erste es war.

Die Gas-Geschwindigkeiten zeigen die Abb. 311 - 322. Das anfänglich ruhende Gas wird durch den Überdruck in der Kanalmitte und am Kanalrand in Bewegung gesetzt ( vgl. Abb. 211 mit Abb. 311 ). Als der Druck-Rücken den Kanalrand erreicht , summieren sich beide Beschleunigungen und  $v_G$  macht hier einen "Sprung" nach unten. Infolge der starken Beschleunigung des Gases entsteht hier anschließend eine Verdünnung mit entsprechendem Unterdruck und das Gas beginnt an dieser Stelle "rückwärts" zu fließen.

Dieser Kanal-Ort mit den positiven , nach Oben gerichteten Geschwindigkeiten wandert allmählich in Richtung Kanalmitte . Die Überlagerung dieser  $v$ -Welle auf die , in der Kanalmitte von  $\Delta P$  geprägten

v-Verteilung ergibt sehr steile Geschwindigkeits-Gradienten , die in den Folgenden die  $\Delta T$ - und  $\Delta P$ -Hügel kräftig zum Wachsen bringen ( Abb. 112 und 212 ).

Die Bilder 411 - 422 zeigen die Massen-Änderungen in der Natrium-Komponente des Gases , die Bilder 511 - 522 die Massen-Änderungen des Stahldampfes im Gasraum. Diese Bilder deuten es an , daß in der abgebildeten Zeitspanne eine Netto-Stahlverdampfung stattfindet und ( hauptsächlich ) Na-Gas am Kanalrand verlorenght.

## 20. Ausblick.

Wie es auch die vorgelegten Testrechnungen bestätigen, der Mehrstoff-Dynamik-Code KANDY hat jetzt eine erste Stufe der Einsatzbereitschaft erreicht. Der im Code eingebaute Gleichungssystem-Algorithmus läßt Instabilitäten weder bei niedrigen noch bei hohen Gasgeschwindigkeiten aufkommen. Der errechnete Ablauf der Ereignisse scheint physikalisch sinnvoll zu sein. Es steht ein leistungsfähiges Begleit-System zur Verfügung - das dafür sorgt, daß man die, vom Code erzeugte Datenmenge schnell und vielseitig handhaben und auswerten kann.

Damit aber der Code die in ihm gesetzte Erwartungen erfüllen kann muß man ihn in drei Gebieten noch erheblich ausbauen:

- 1- Es fehlt in KANDY zur Zeit noch ein Algorithmus, der die Größe des Zeitschrittes dem jeweiligen aktuellen Rechnungsstand anpasst. Die jetzt verwendete feste Schrittgröße verbraucht unnötig viel Rechenzeit. Dieser Algorithmus sollte selbstverständlich so beschaffen sein, daß die Rechenergebnisse - im wesentlichen - nicht von der Wahl der Zeitaufteilung abhängen.
- 2- Es fehlt in KANDY zur Zeit noch eine feinere Beschreibung für die direkte Impuls- und Energie-Übertragung zwischen den verschiedenen Stoffen im Kanal. Das augenblicklich benutzte Verfahren erlaubt es z.B. nicht, unterschiedlich intensiv verlaufende Impuls-Übertragungen in benachbarten Zellen durchzuspielen.
- 3- Es fehlen in KANDY zur Zeit noch Vorkehrungen, die es gestatten, die Rechnung auch bei einem verstopften Kanal fortzusetzen. Beim Ist-Zustand des Codes endet die Rechnung, falls in einer der Zellen das Gasvolumen verschwindet.

Darüberhinaus soll KANDY und/oder eine geeignet angepasste Version dieses Codes an Experimenten getestet werden. Erst wenn alle diese Arbeiten genügend Fortschritte gemacht haben, kann man die Konstruktion einer vereinfachten Codeversion - für den Einbau in das Programmsystem SAS3D - in Angriff nehmen.

## Literatur:

- /1/ A. M. Tentner and H. U. Wider , LEVITATE - A Mechanistic Model  
for the Analysis of Fuel and Cladding Dynamics ... ,  
Int. Meeting on Fast Reactor Safety Technology,  
Seattle , WA ( Aug. 1979 )
- /2/ A. M. Tentner and H. U. Wider , Thermal Hydraulic Aspects in the  
Analysis of LMFBR Disrupted-Core Situations,  
Specialist' meeting on liquid metals thermal hydraulics,  
CONF-8110112-2, Cambridge , MA 5-6 Oct. 1981.
- /3/ F. Kedziur , CALIPSO - A computer code for the calculation of the  
thermodynamics, fluid dynamics and geometry changes  
following pin failure ,  
Nucl. Engng. Design , 73 pp. 69-81, 1982.
- /4/ St. Misu , Calculation of Simbath Single-Pin Experiment with an  
Improved Version of the CALIPSO-Code ,  
Tenth Meeting of the Liquid Metal Boiling Working  
Group, Karlsruhe , 27-29th Oct. 1982.
- /5/ St. Misu , CALIPSO - Ein Programm zur Interpretation von Simula-  
tionsversuchen eines hypothetischen Leistungsstörfalls  
in Brutreaktoren , ISSN 0720-9207, pp. 153-156  
Jahrestagung Kerntechnik , Berlin ,14.-16.,Juni , 1983.
- /6/ K. Thurnay, Thermische Zustandsdaten für die Corematerialien,  
KFK-Bericht in Vorbereitung
- /7/ K. Thurnay, Thermophysical Properties of Sodium in the Liquid and  
Gaseous States , KFK 2863 , Feb. 1981.
- /8/ G. H. Golden, J. V. Tokar, Thermophysical Properties of Sodium ,  
ANL-7323, Argonne (1967)
- /9/ L. D. Landau, E. M. Lifschitz, Lehrbuch der Theoretischen Physik,  
VI., Hydrodynamik, Akademie-Verlag , Berlin 1966.
- /10/ A. O. Hougen, K. M. Watson and R. A. Ragatz, Chemical Process  
Principles, Vol. I, Material and Energy Balances,  
2nd Ed., John Wiley & Sons 1965.
- /11/ A. Eucken, E. Wicke, Grundriss der Physikalischen Chemie,  
Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.G.  
9. Auflage, Leipzig, 1958.

- /12/ W. Breitung, Verdampfungskinetik von oxidischen Kernbrennstoffen und ihr Einfluß auf die Spaltstoffentmischung ... , KFK 2240 , Juni 1976.
- /13/ J. R. Rock, On the Theory of Thermal Forces Acting on an Aerosol Particle, J.Colloid Sci., 17 768, 1962.
- /14/ L. Waldmann, K. H. Schmitt, Thermophoresis and Diffusiophoresis of Aerosols, ab S. 137 in C. N. Davies, Aerosol Science, Academic Press, London , 1966.
- /15/ H. Jordan, W. Schikarski, H. Wild, Nukleare Aerosole im geschlossenen System, KFK 1989 , Okt. 1974.
- /16/ P. E. Long, W. A. Shaffer, J. E. Kemper and F. J. Hicks, The State of the Techniques Development Laboratory's Boundary Layer Model: May 24, 1977, NOAA Technical Memorandum NWS TDL66, Silver Spring, Md. 1978.
- /17/ F. H. Harlow , A. A. Amsden, A Numerical Fluid Dynamics Calculation Method for All Flow Speeds, J. Computational Phys., 8 , 197. 1971.
- /18/ R. D. Richtmyer, K. W. Morton, Difference Methods for Initial-Value Problems, 2<sup>nd</sup> Edn., Interscience, New York , 1957.
- /19/ K. Gast , E. G. Schlechtendahl, Schneller Natriumgekühlter Reaktor Na 2 , KFK 660 , Okt. 1967.
- /20/ F. G. Kluge , K. Thurnay , Theoretische Behandlung von denkbaren schweren Unfällen bei schnellen Brutreaktoren im Rahmen des Bethe-Tait-Modells , KFK 1057 , Sept. 1969.
- /21/ R. Fröhlich , P. Royl , P. Schmuck , R. Düsing , M. Senglaub, Analyse schwerer hypothetischer Störfälle für den SNR-300 Mark 1A Reaktorkern , KFK 2310 , Juni 1976.
- /22/ A. J. Brook , Some Preliminary Considerations Relating to an Equation of State for Irradiated Nuclear Fuel , SRD R 13, January 1972.

	$\zeta = 0$		$\zeta = 1$	
$G_{FS}$	$q_0 \cdot (1/\eta_F + y_1/\eta_S)$	:	$q_S \cdot (1/\eta_S + \Gamma(V_F/V_S)/\eta_F)$	:
$H_{FS}$	$q_0 \cdot (1/\lambda_F + y_1/\lambda_S)$	:	$q_S \cdot (1/\lambda_S + \Gamma(V_F/V_S)/\lambda_F)$	:
$G_{SG}$	$q_0 \cdot (y_0/\eta_S + y_G/\eta_G)$	:	-	:
$H_{SG}$	$q_0 \cdot (y_0/\lambda_S + y_G/\lambda_G)$	:	-	:
$G_{FG}$	-	:	$q_0 \cdot (1/\eta_F + y_G/\eta_G)$	:
$H_{FG}$	-	:	$q_0 \cdot (1/\lambda_F + y_G/\lambda_G)$	:
	$V_p = 0$		$V_p > 0$	
$G_{PG}$	-	:	$q_p \cdot (1/\eta_p + \Gamma(V_G/V_p)/\eta_G)$	:
$H_{PG}$	-	:	$q_p \cdot (1/\lambda_p + \Gamma(V_G/V_p)/\lambda_G)$	:

T a b e l l e 1.

Die Transportwiderstände an den Stoffgrenzen  
in einer heilen bzw. zerstörten Zelle .

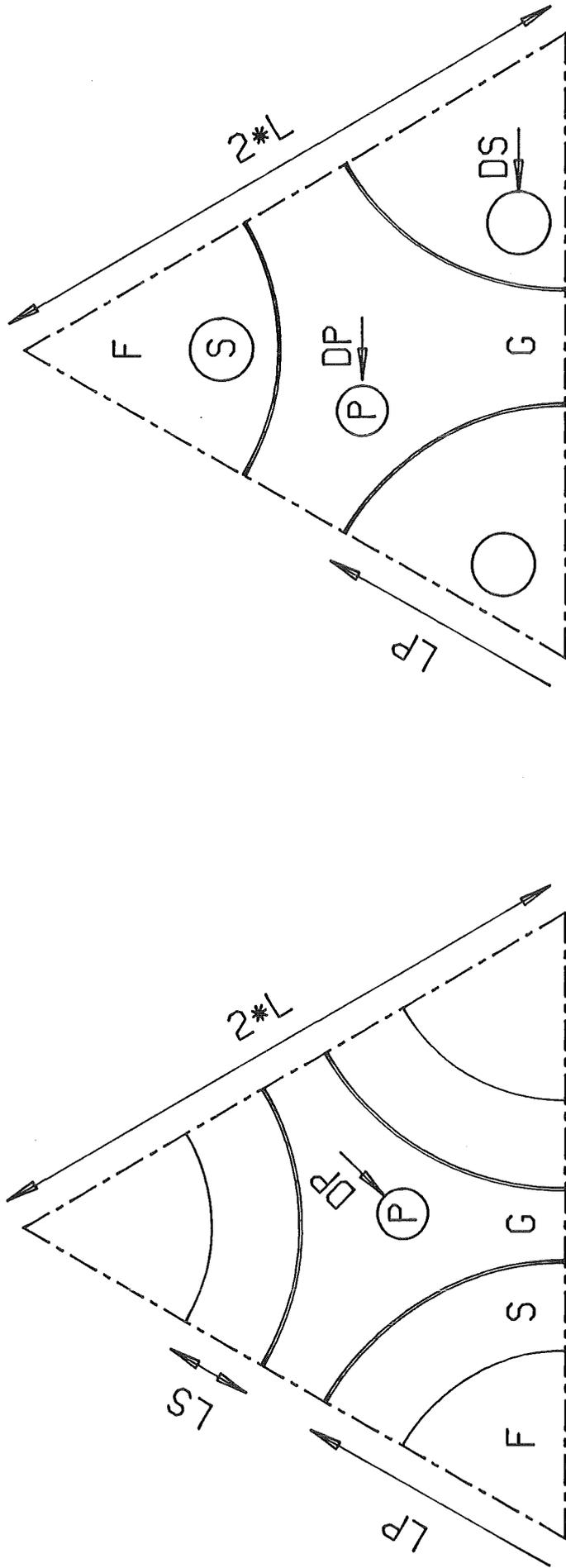


Abb. 1  $\zeta = 0$       Abb. 2  $\zeta = 1$

Querschnitte im Kühlkanal:

unzerstörter bzw. zerstörter Zustand

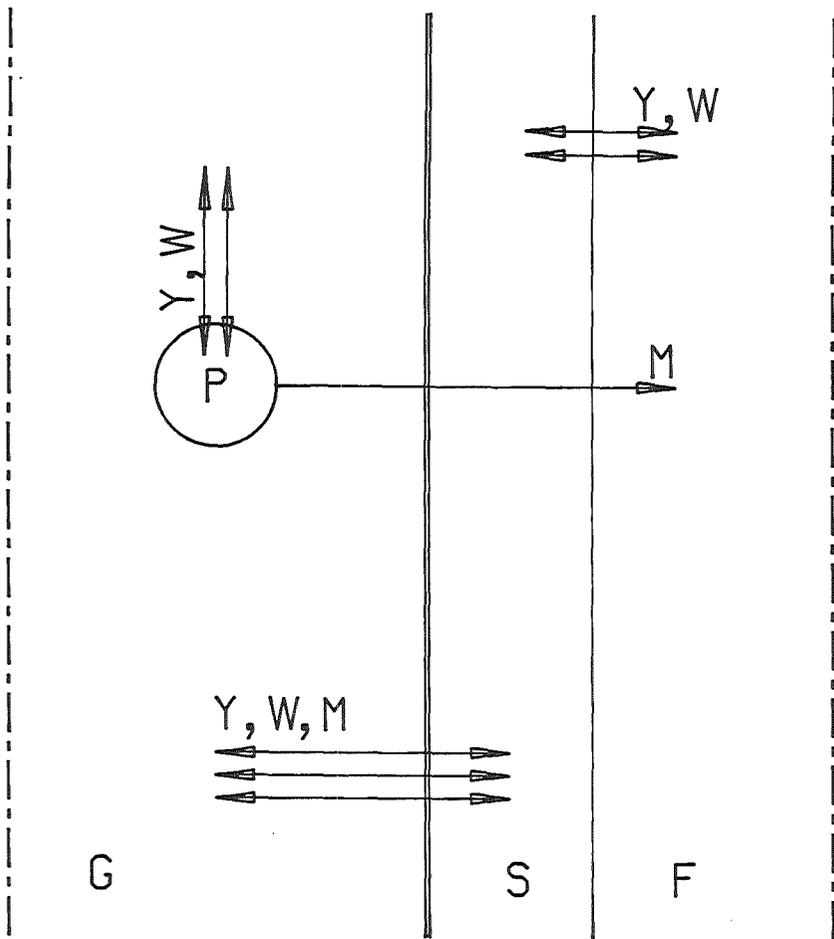


Abb. 3  $\xi = 0$

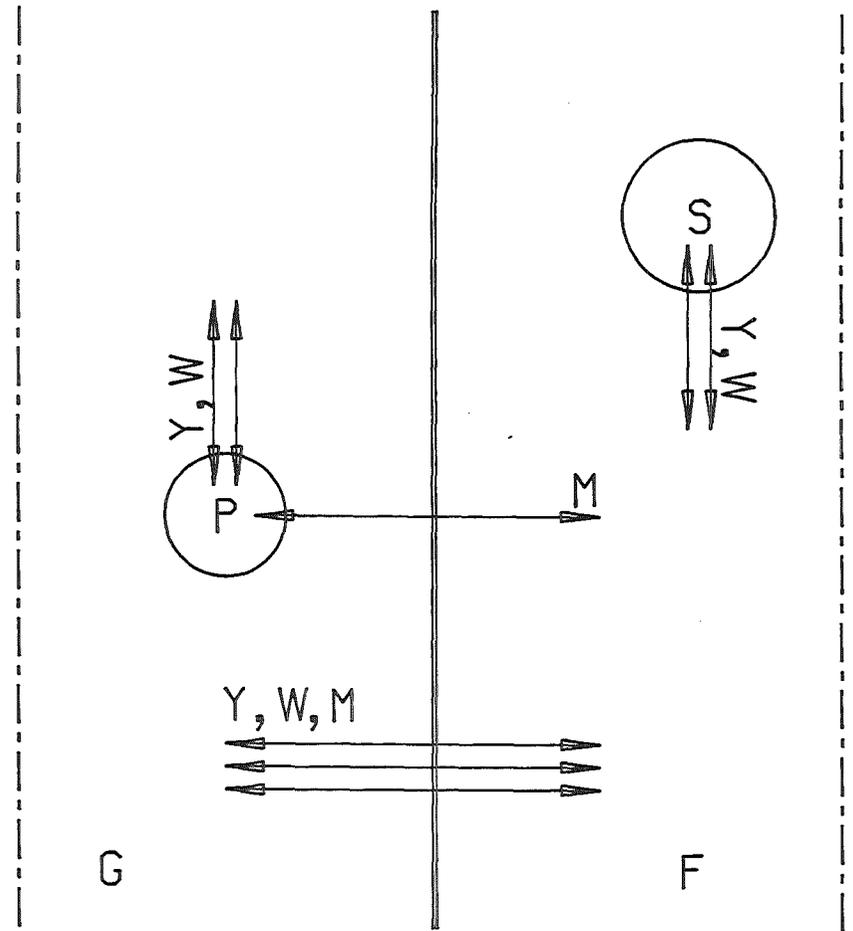


Abb. 4  $\xi = 1$

Mögliche Wechselwirkungen im Kühlkanal:  
 unzerstörter bzw. zerstörter Zustand

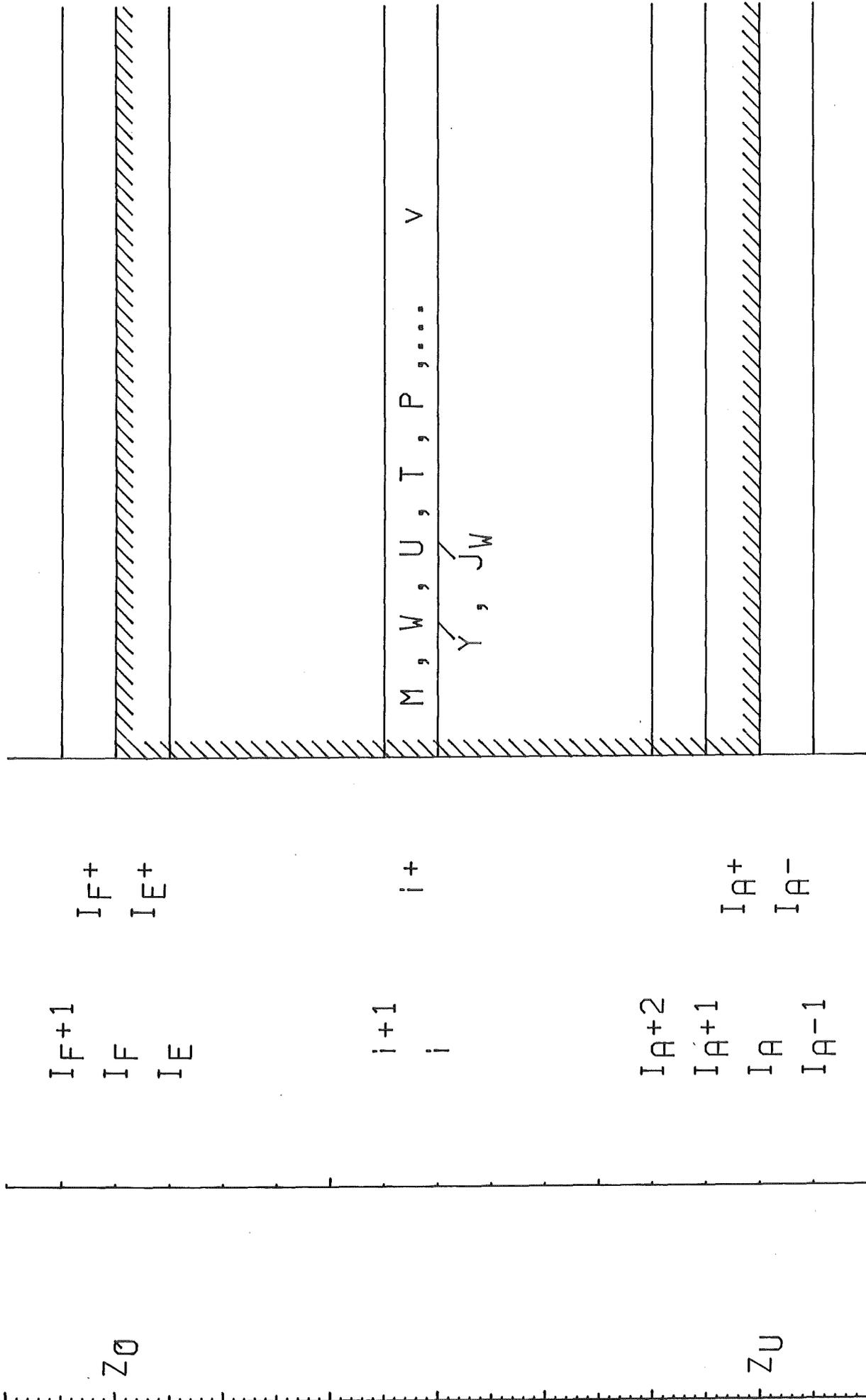


Abb. 5 Zellaufteilung im Kanal

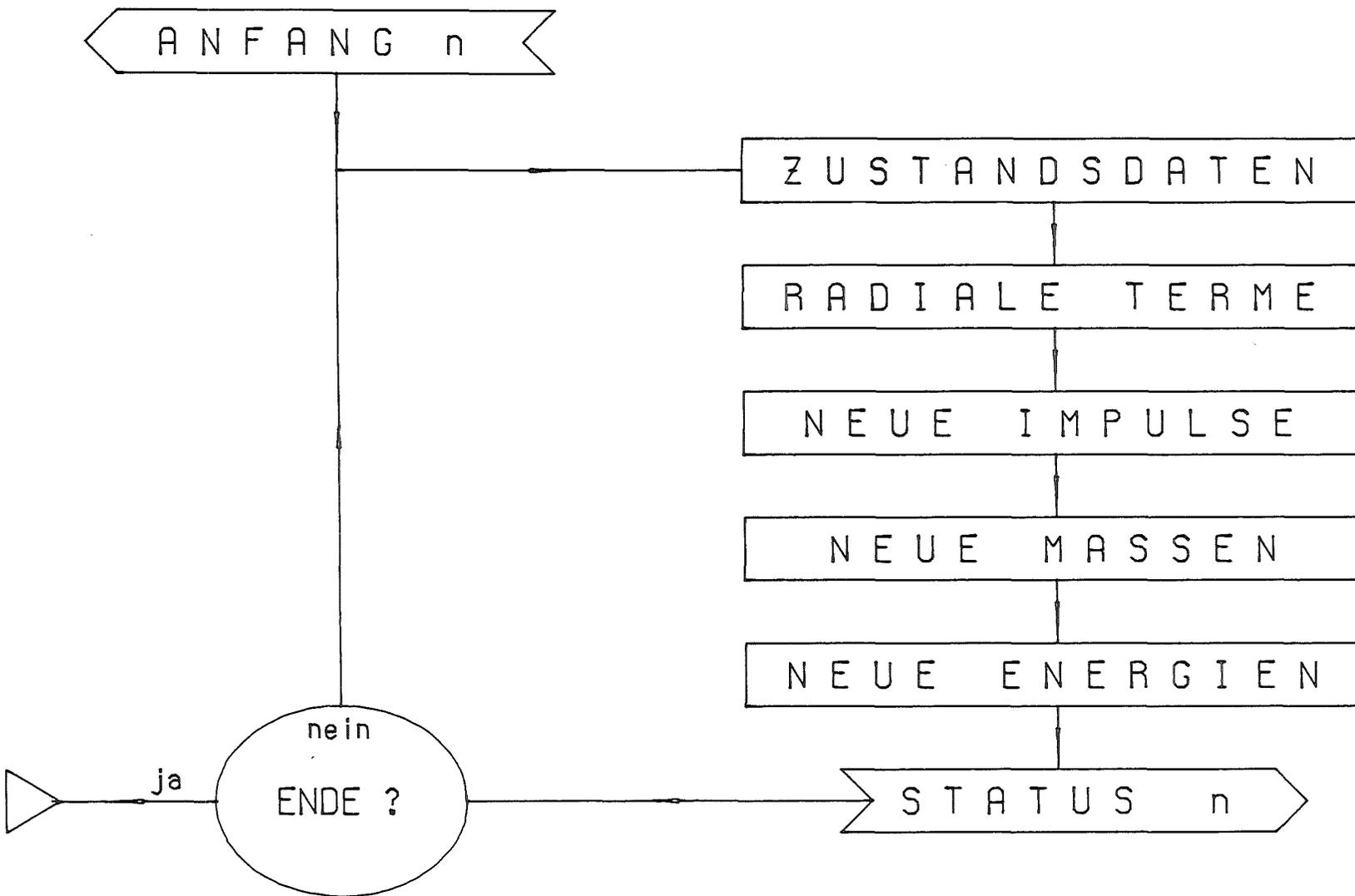


Abb. 6. Rechnungsablauf ( schematisch )

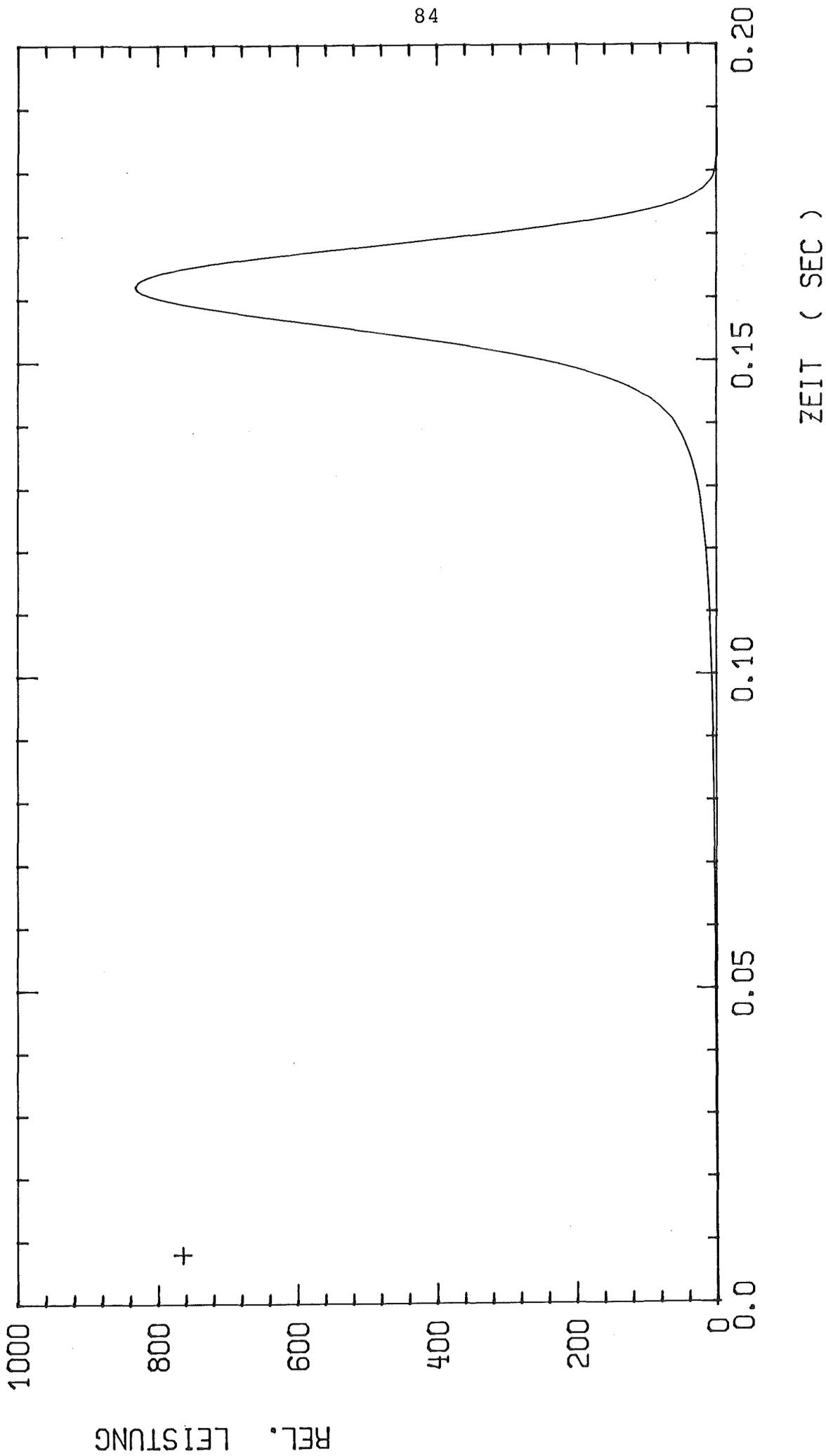


Abb. 7. Zeitlicher Verlauf der Reaktorleistung  $\Phi(t)/\Phi(0)$

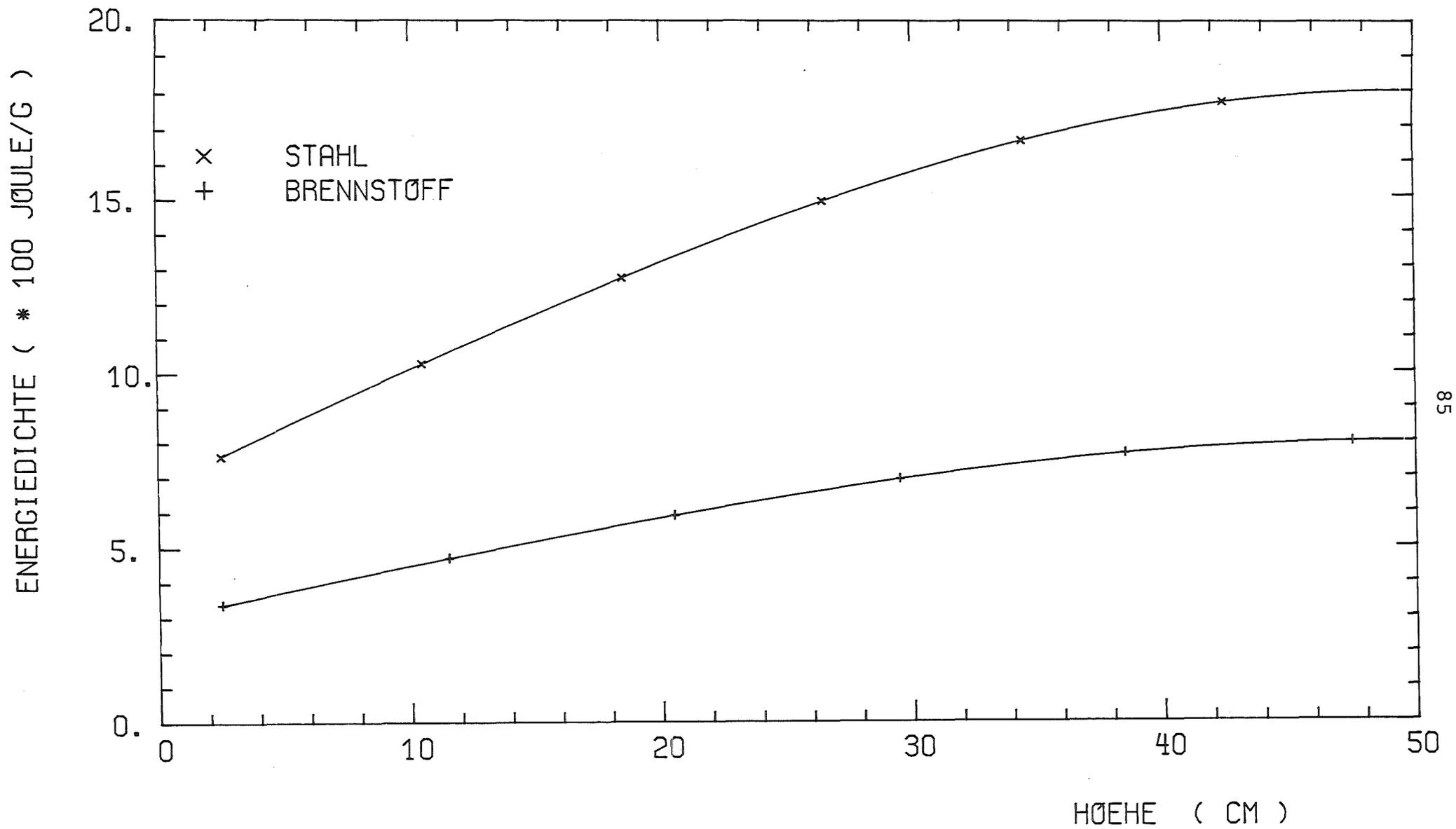


Abb. 8. Energieverteilungen im Kanal ( t = 0 )

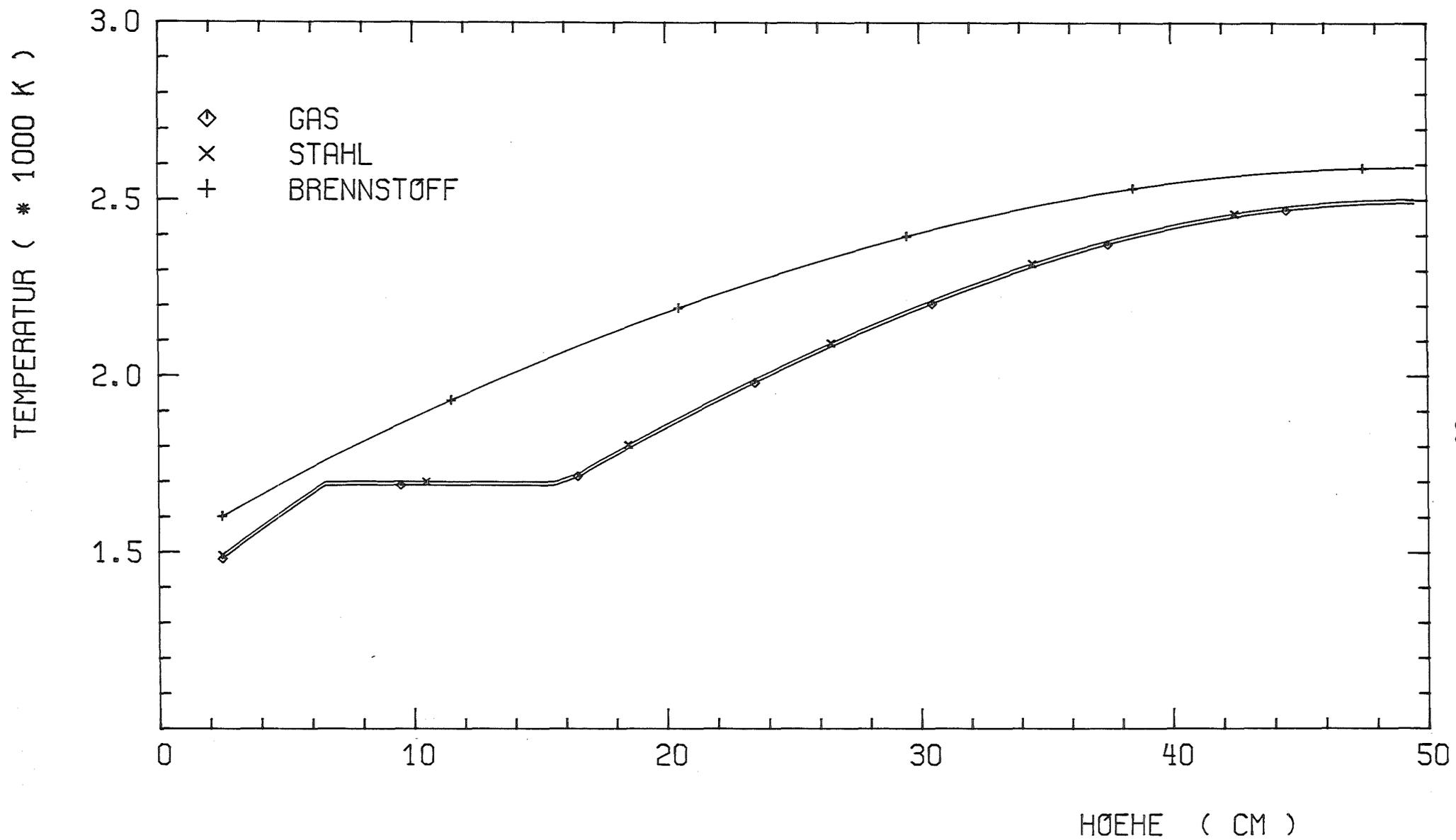


Abb. 9. Temperaturverteilungen im Kanal ( t = 0 )

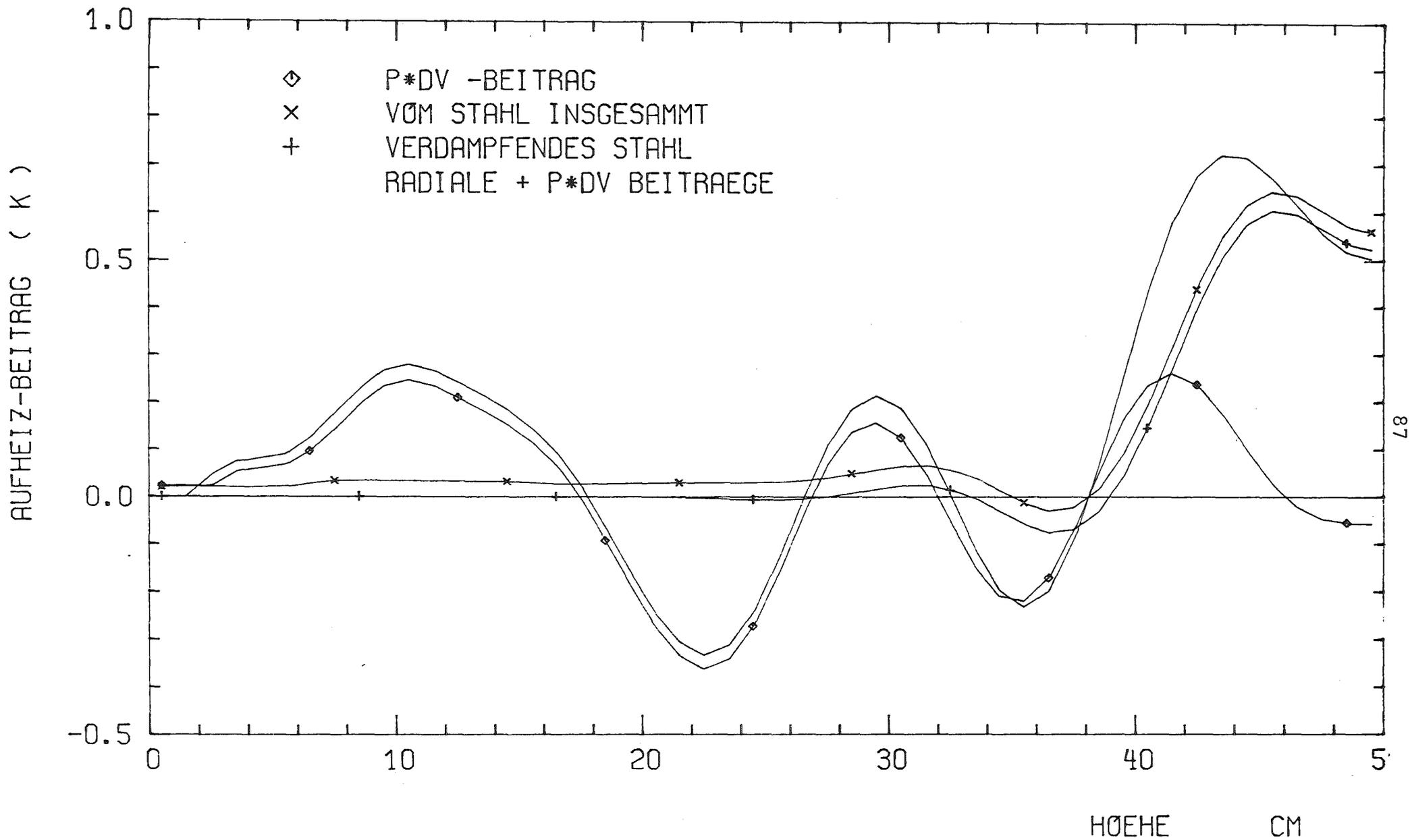


Abb. 10. Beiträge zur Gasaufheizung (  $t = 0.91$  msec )

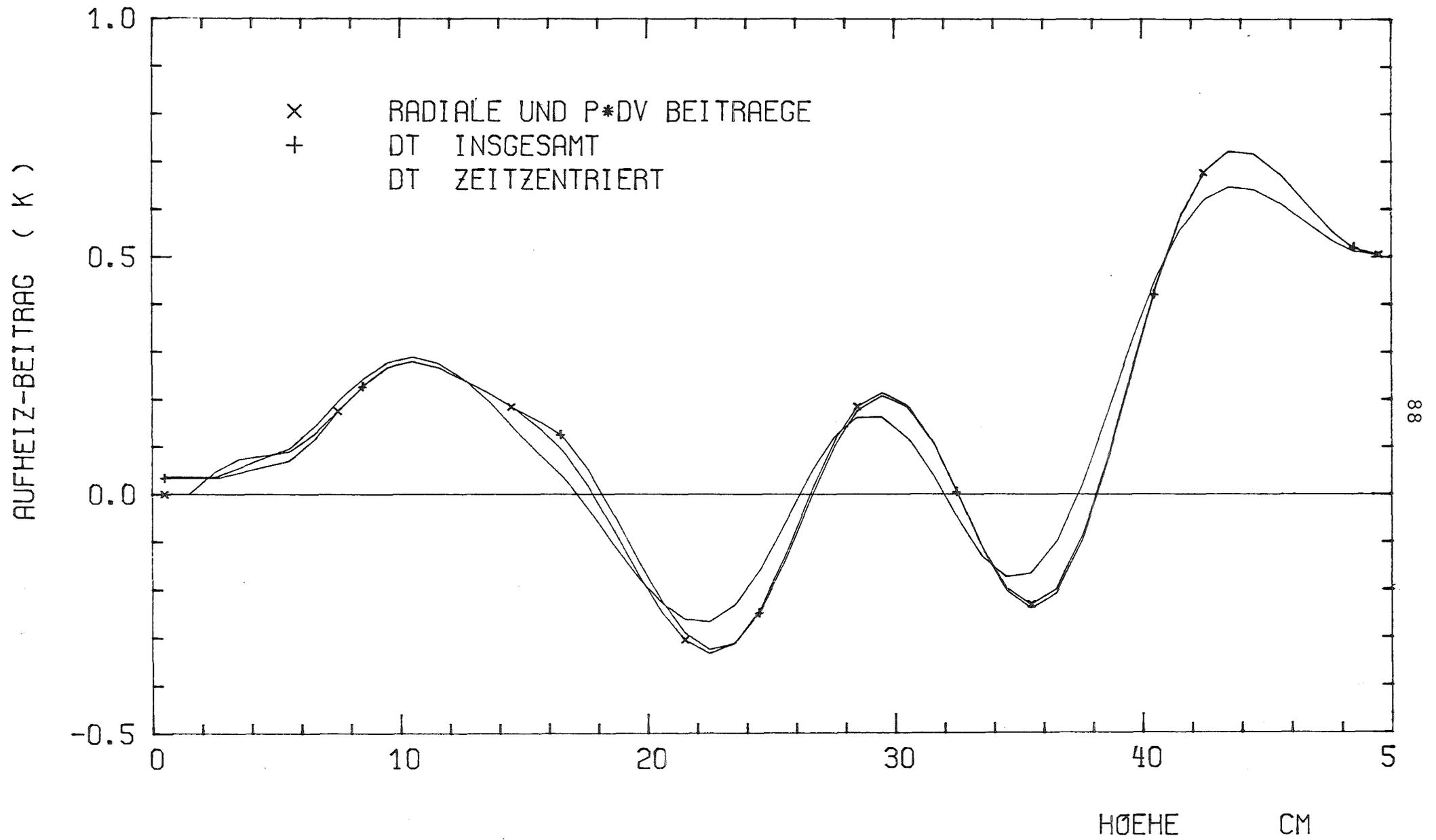


Abb. 11. Beiträge zur Gasaufheizung (  $t = 0.91$  msec )

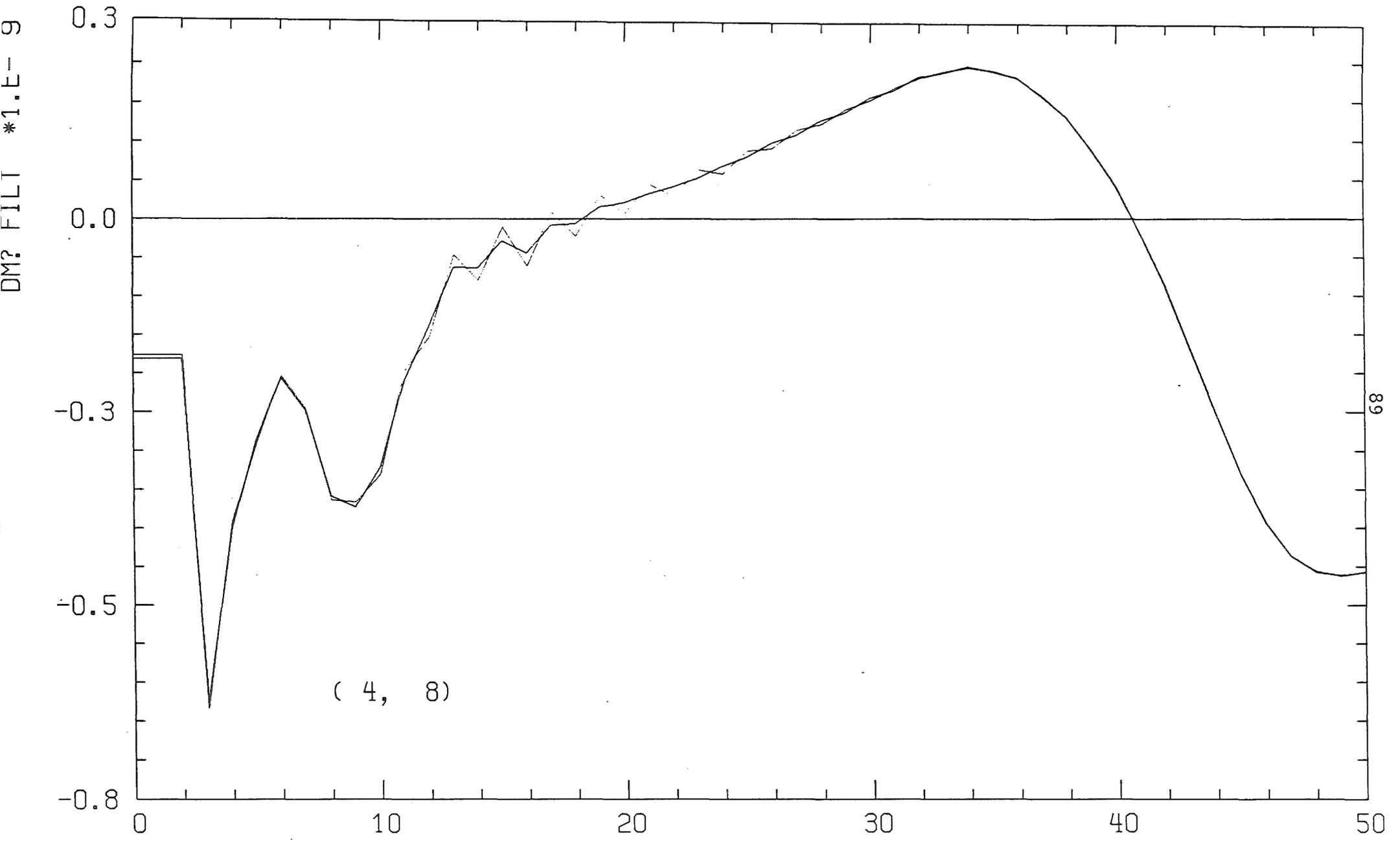


ABB. 12 "IMPLIZITER FILTER" BEIM DM?(N)

HÖEHE CM

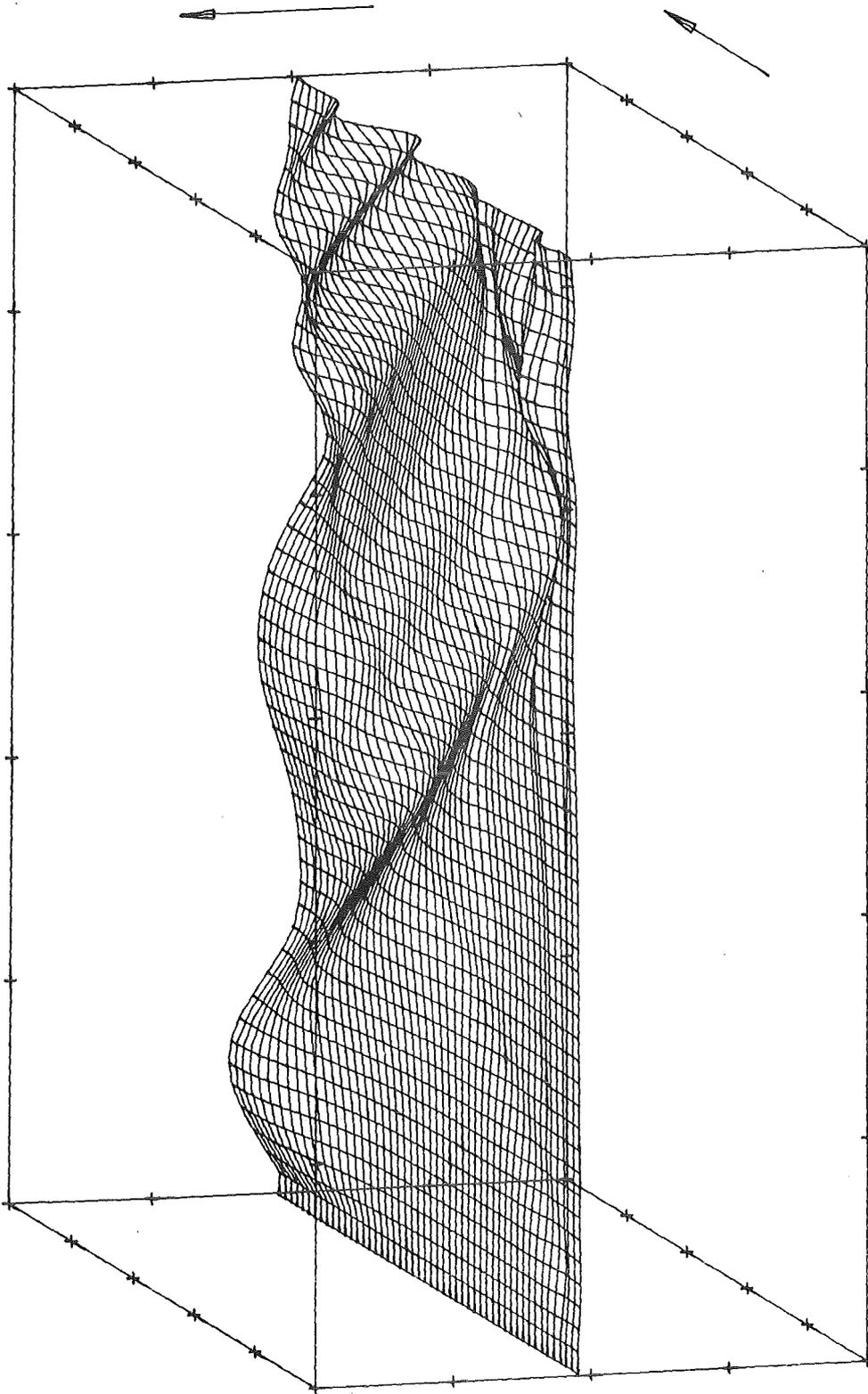


Abb. 111. Temperatur-Zunahme im Kanal ( Zeit-Seite )

0.00 msec	<	t	<	0.5 msec
0.00 cm	<	z	<	50. cm
-1.0 K	<	$\Delta T$	<	1.0 K

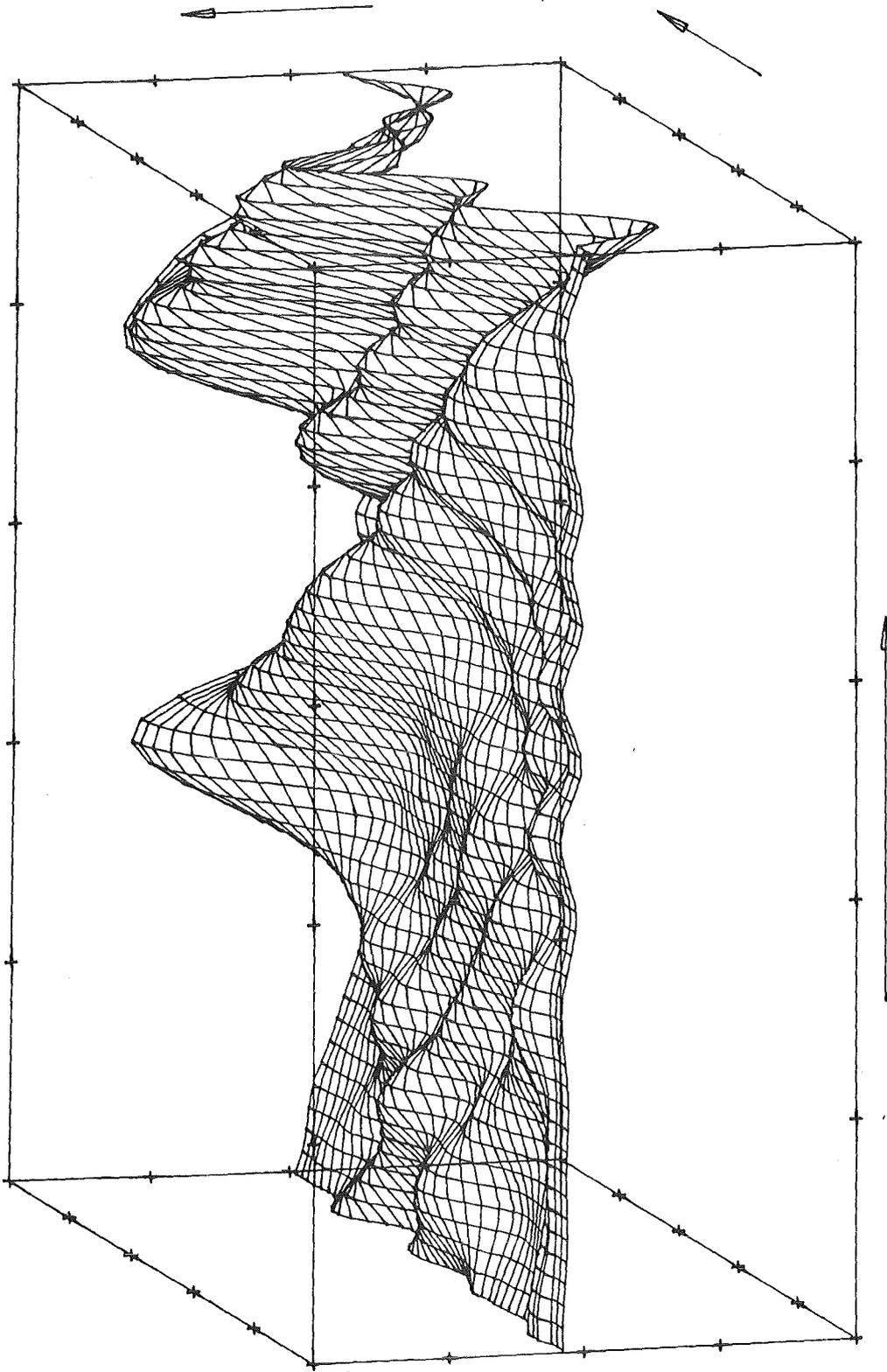


Abb. 112. Temperatur-Zunahme im Kanal ( Zeit-Seite )

0.5	msec	<	t	<	1.0	msec
0.00	cm	<	z	<	50.	cm
-1.0	K	<	$\Delta T$	<	1.0	K

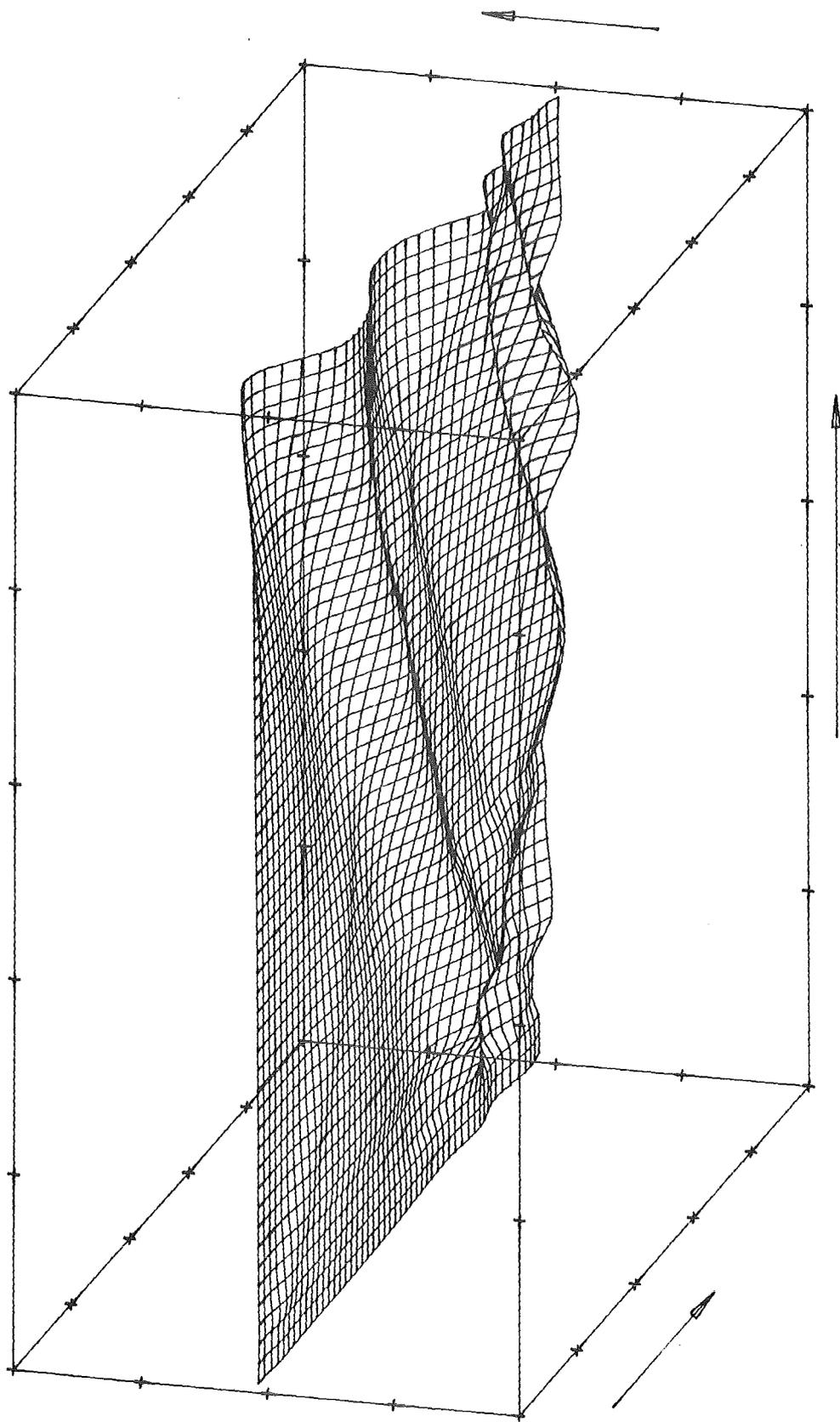


Abb. 121. Temperatur-Zunahme im Kanal ( Orts-Seite )

0.00	msec	<	t	<	0.5	msec
0.00	cm	<	z	<	50.	cm
-1.0	K	<	$\Delta T$	<	1.0	K

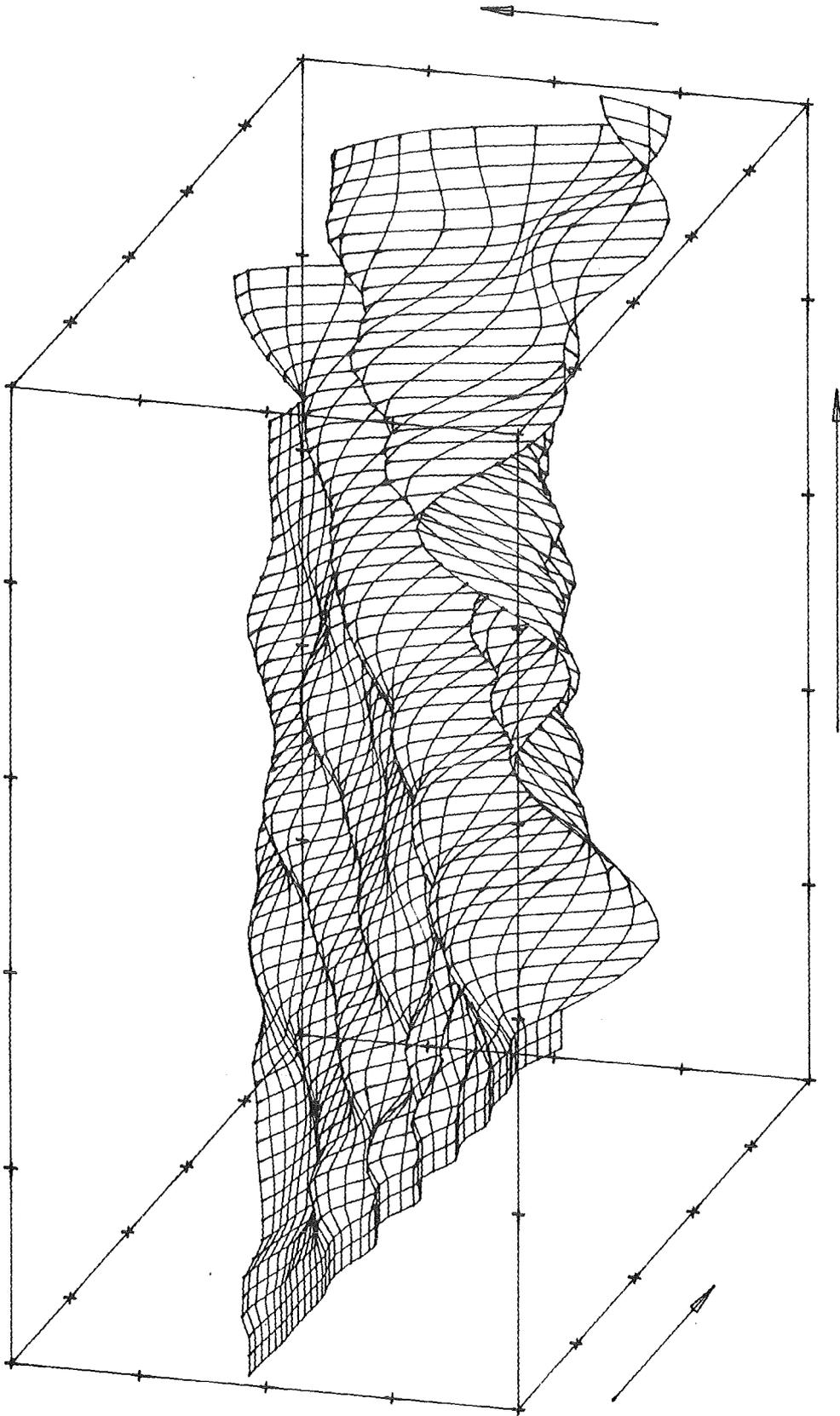


Abb. 122. Temperatur-Zunahme im Kanal ( Orts-Seite )

0.5	msec	<	t	<	1.0	msec
0.00	cm	<	z	<	50.	cm
-1.0	K	<	$\Delta T$	<	1.0	K

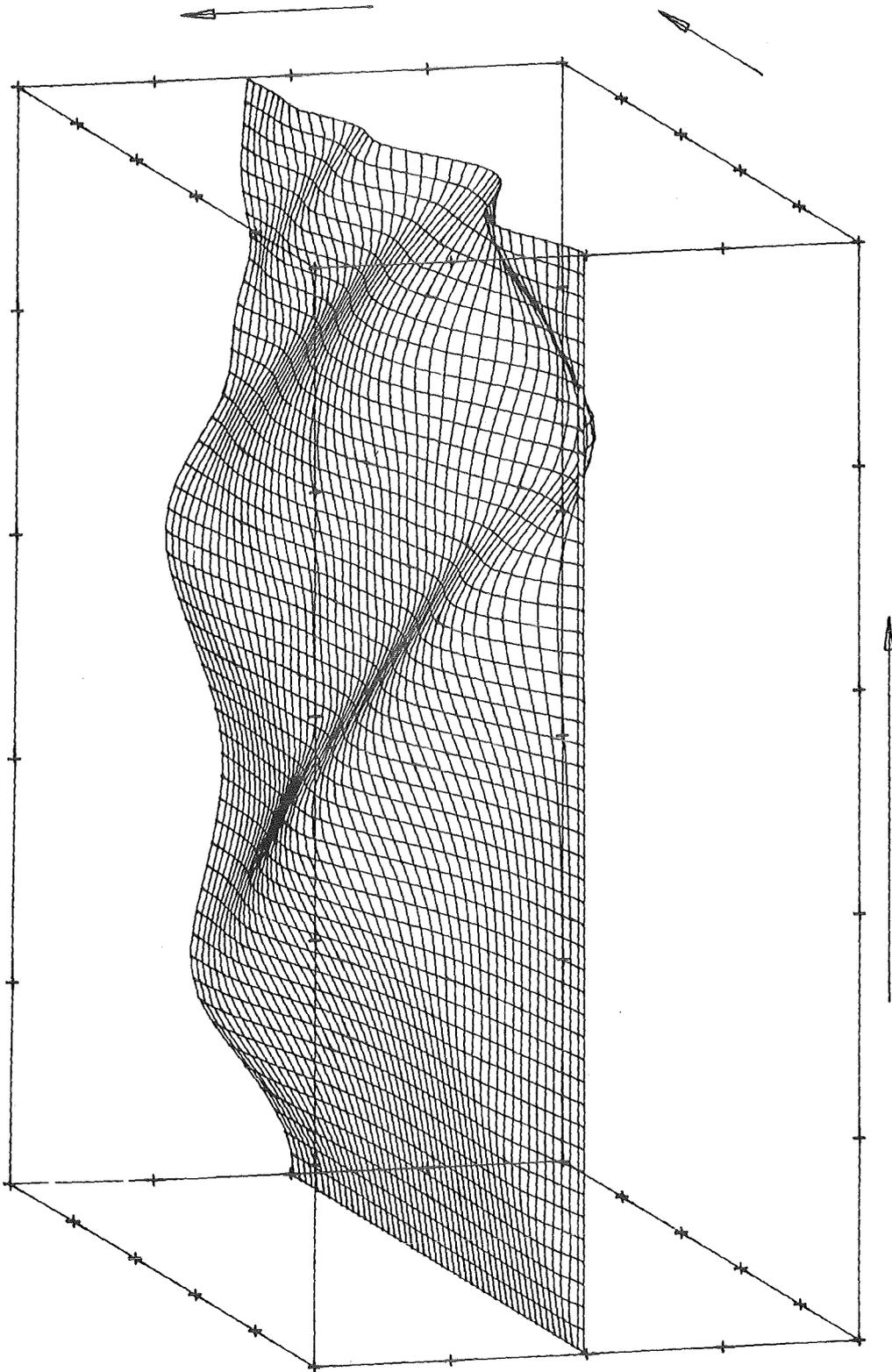


Abb. 211. Überdruck im Kanal ( Zeit-Seite )

$0.00 \text{ msec} < t < 0.5 \text{ msec}$   
 $0.00 \text{ cm} < z < 50. \text{ cm}$   
 $-2. \text{ mBar} < P - P_0 < 2. \text{ mBar}$

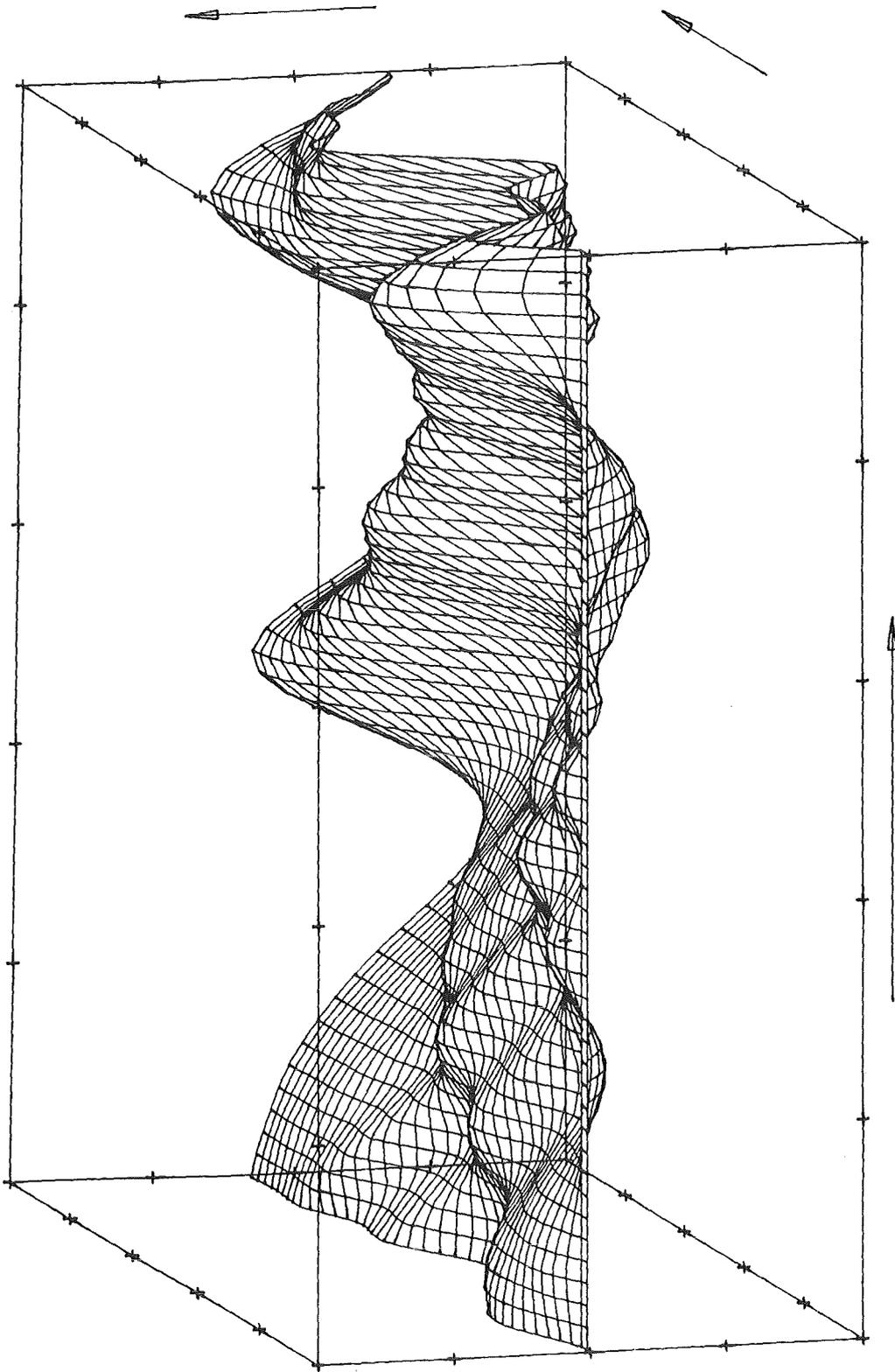


Abb. 212. Überdruck im Kanal ( Zeit-Seite )

$0.5 \text{ msec} < t < 1.0 \text{ msec}$   
 $0.00 \text{ cm} < z < 50. \text{ cm}$   
 $-2. \text{ mBar} < p - p_a < 2. \text{ mBar}$

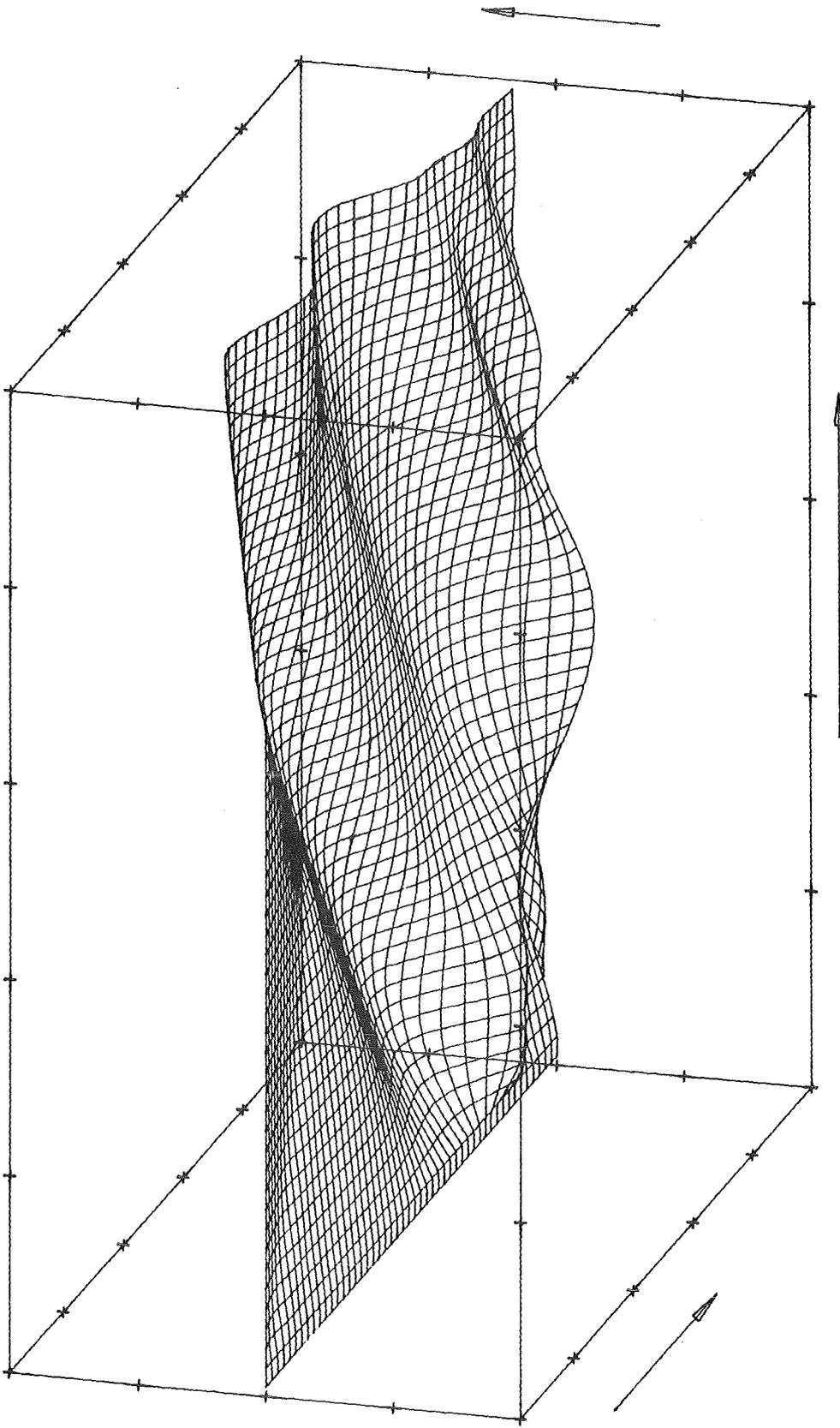


Abb. 221. Überdruck im Kanal ( Orts-Seite )

$0.00 \text{ msec} < t < 0.5 \text{ msec}$   
 $0.00 \text{ cm} < z < 50. \text{ cm}$   
 $-2. \text{ mBar} < P - P_a < 2. \text{ mBar}$

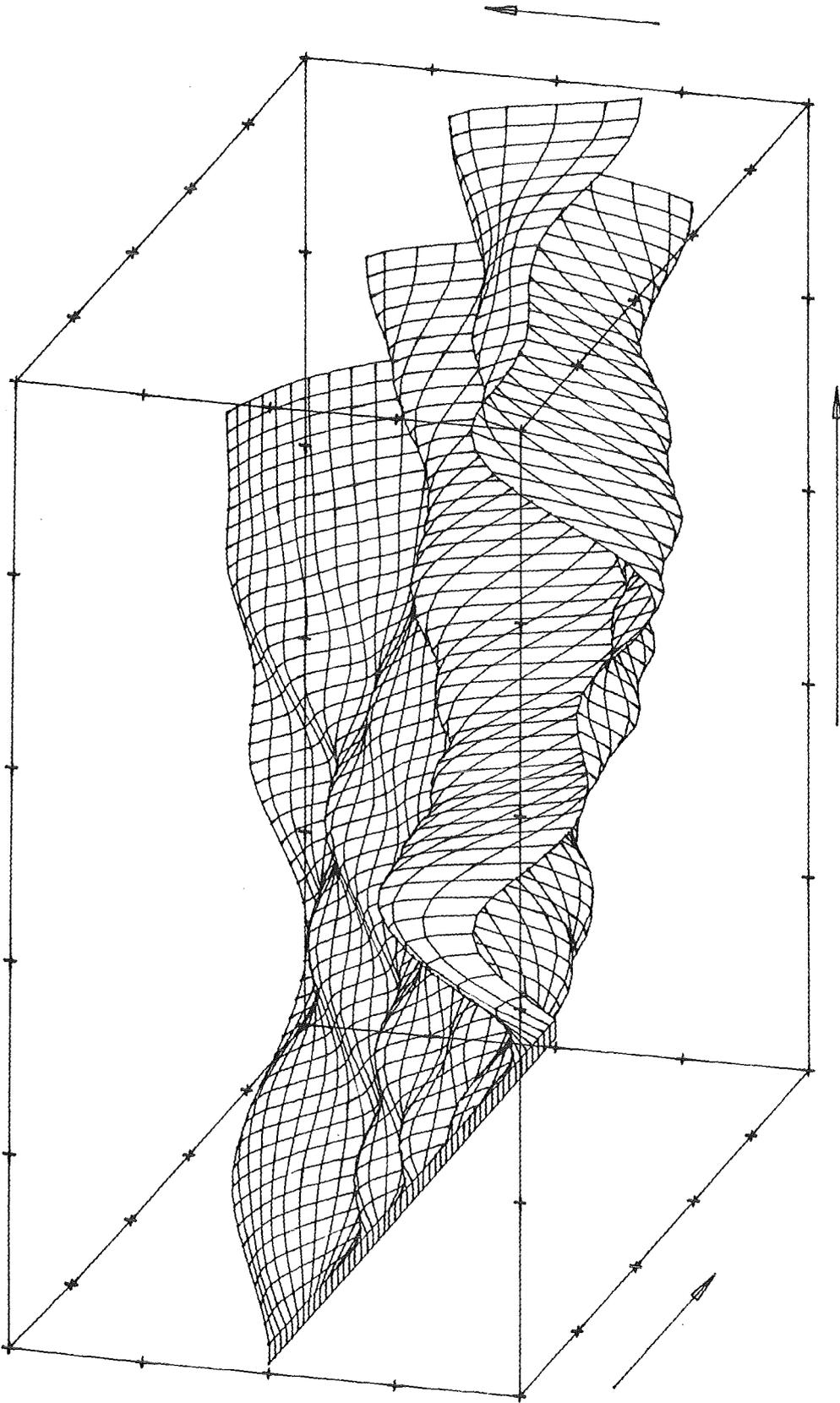


Abb. 222. Überdruck im Kanal ( Orts-Seite )

$0.5 \text{ msec} < t < 1.0 \text{ msec}$   
 $0.00 \text{ cm} < z < 50. \text{ cm}$   
 $-2. \text{ mBar} < P - P_a < 2. \text{ mBar}$

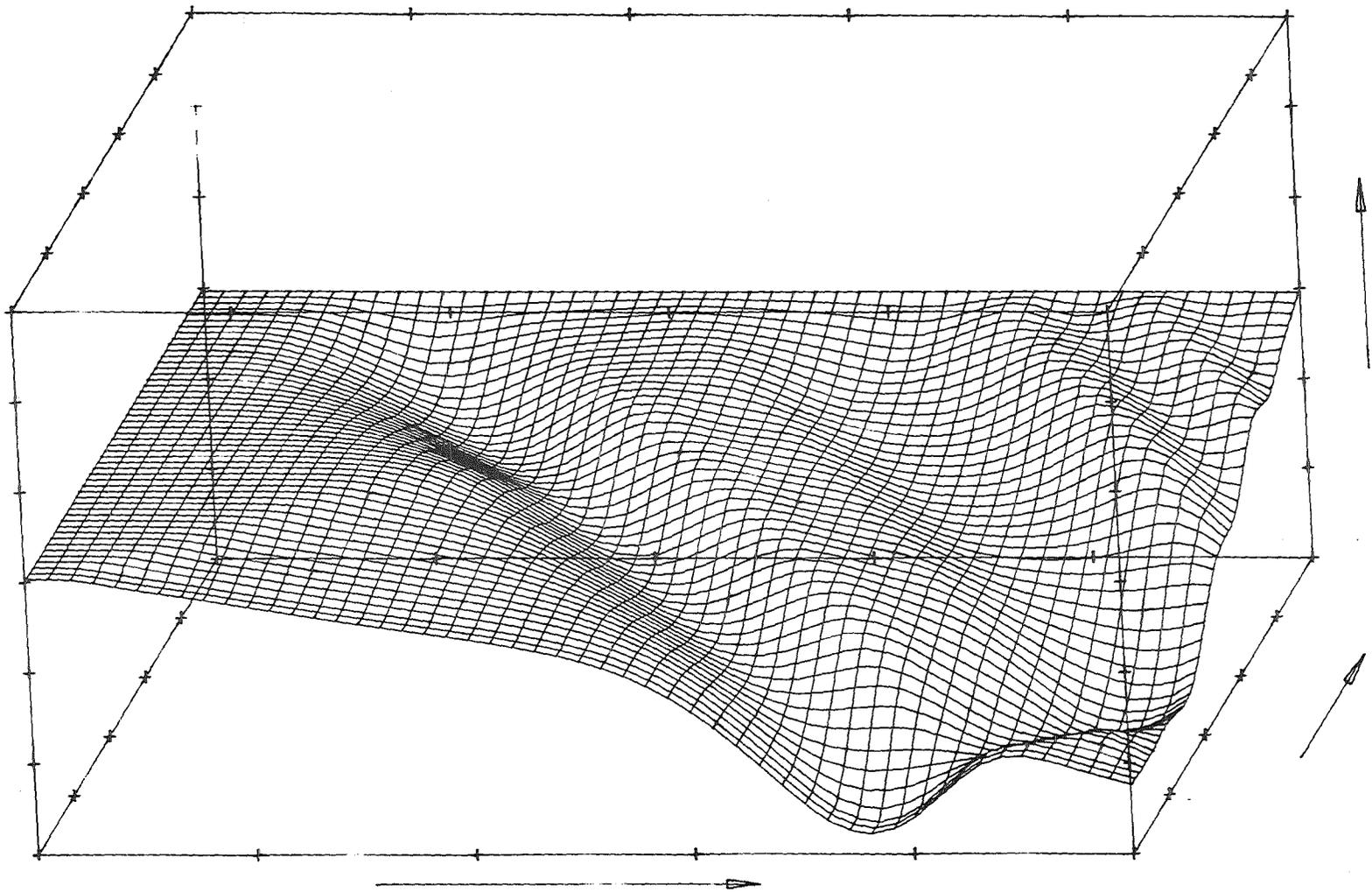


Abb. 311. Geschwindigkeit im Kanal ( Zeit-Seite )

$0.00 \text{ msec} < t < 0.5 \text{ msec}$   
 $0.00 \text{ cm} < z < 50. \text{ cm}$   
 $-150. \text{ cm/sec} < v < 150. \text{ cm/sec}$

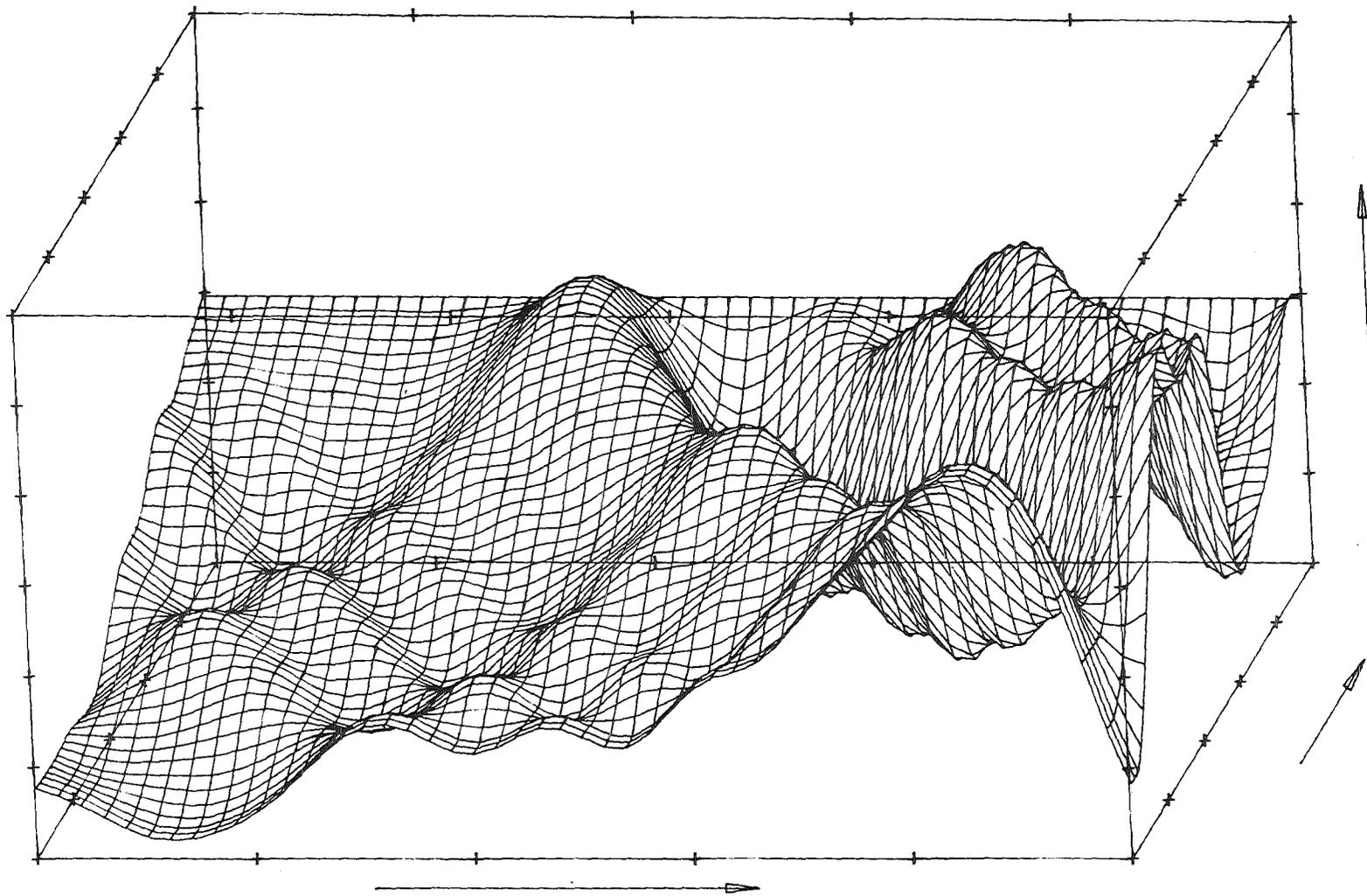


Abb. 312. Geschwindigkeit im Kanal ( Zeit-Seite )

$$\begin{array}{rcl}
 0.5 \text{ msec} < t < 1.0 \text{ msec} \\
 0.00 \text{ cm} < z < 50. \text{ cm} \\
 -150. \text{ cm/sec} < v < 150. \text{ cm/sec}
 \end{array}$$

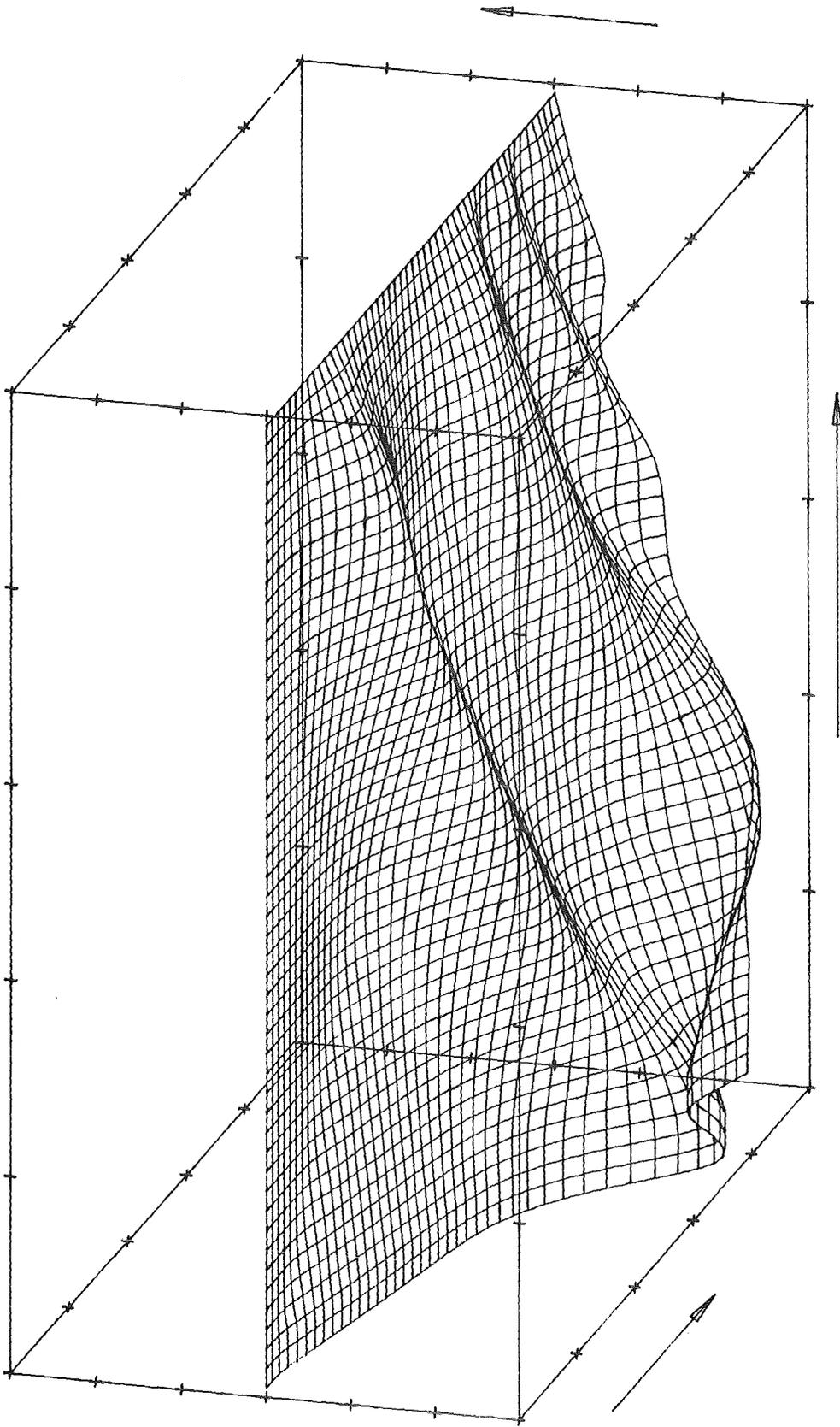


Abb. 321. Geschwindigkeit im Kanal ( Orts-Seite )

0.00	msec	<	t	<	0.5	msec
0.00	cm	<	z	<	50.	cm
-150.	cm/sec	<	v	<	150.	cm/sec

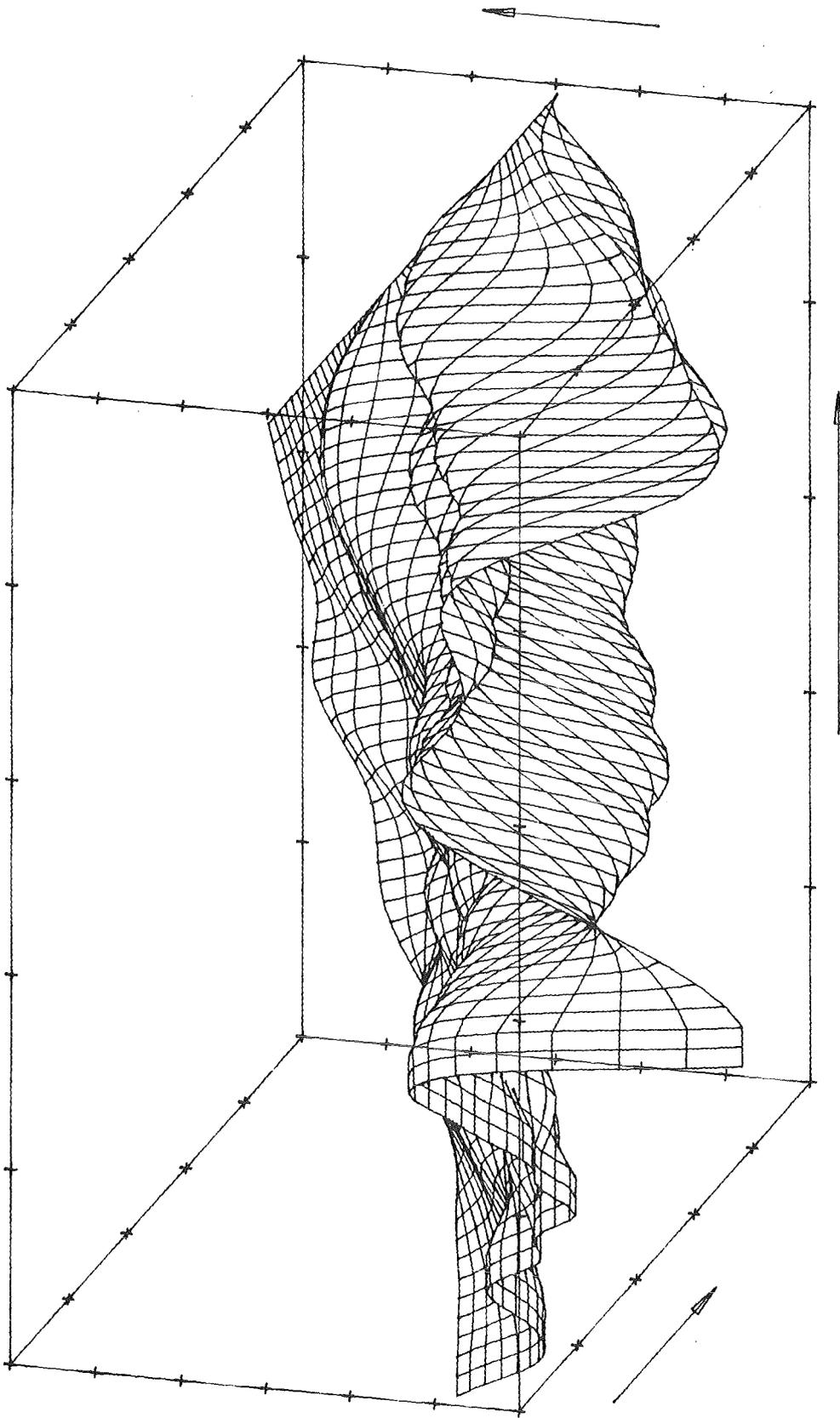


Abb. 322. Geschwindigkeit im Kanal ( Orts-Seite )

0.5 msec < t < 1.0 msec

0.00 cm < z < 50. cm

-150. cm/sec < v < 150. cm/sec

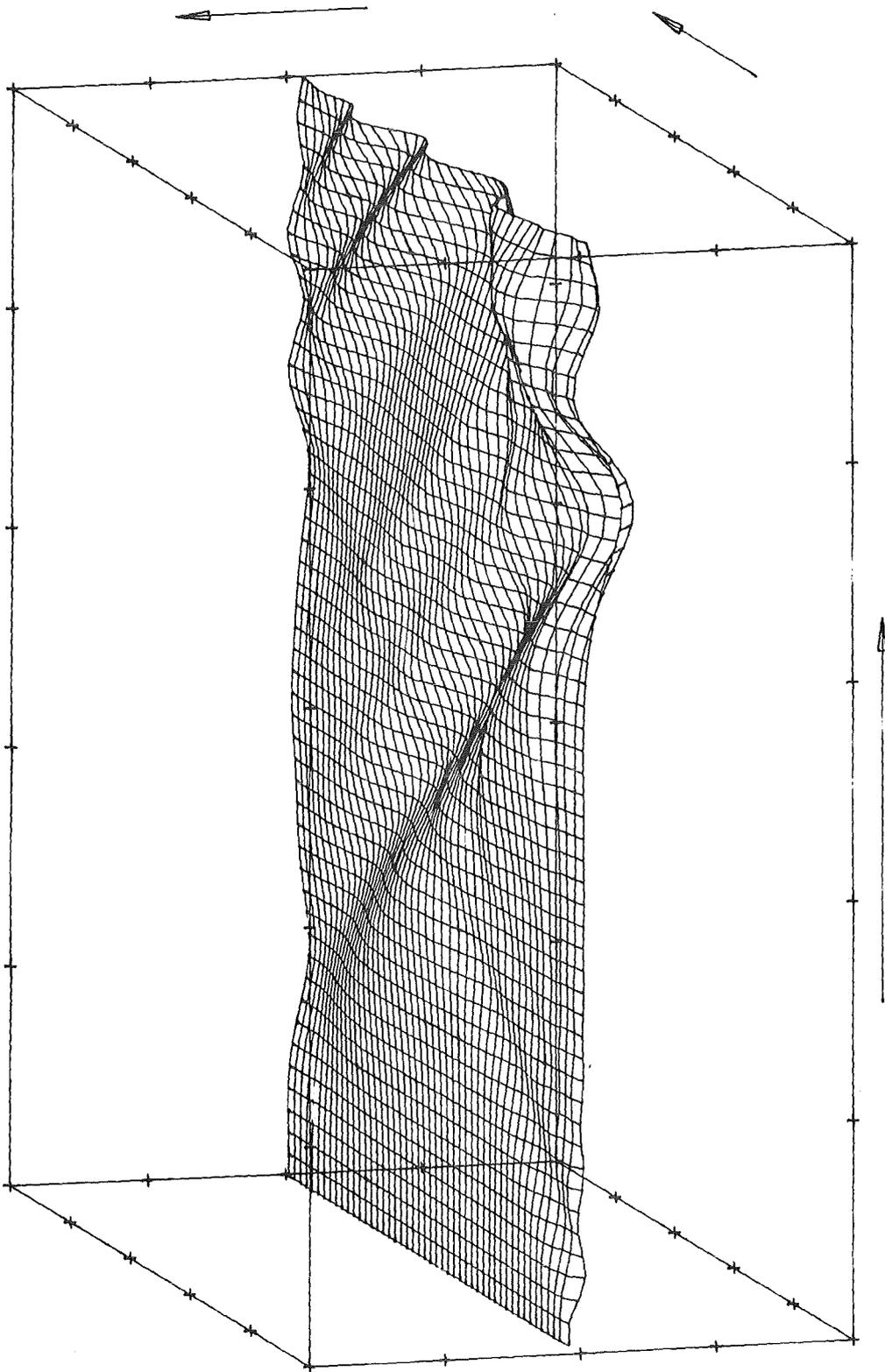


Abb. 411. Natrium-Verschiebung im Kanal ( Zeit-Seite )

0.00 msec <  $t$  < 0.5 msec

0.00 cm <  $z$  < 50. cm

$-1.E-8$  g <  $\Delta M(N)$  <  $1.E-8$  g

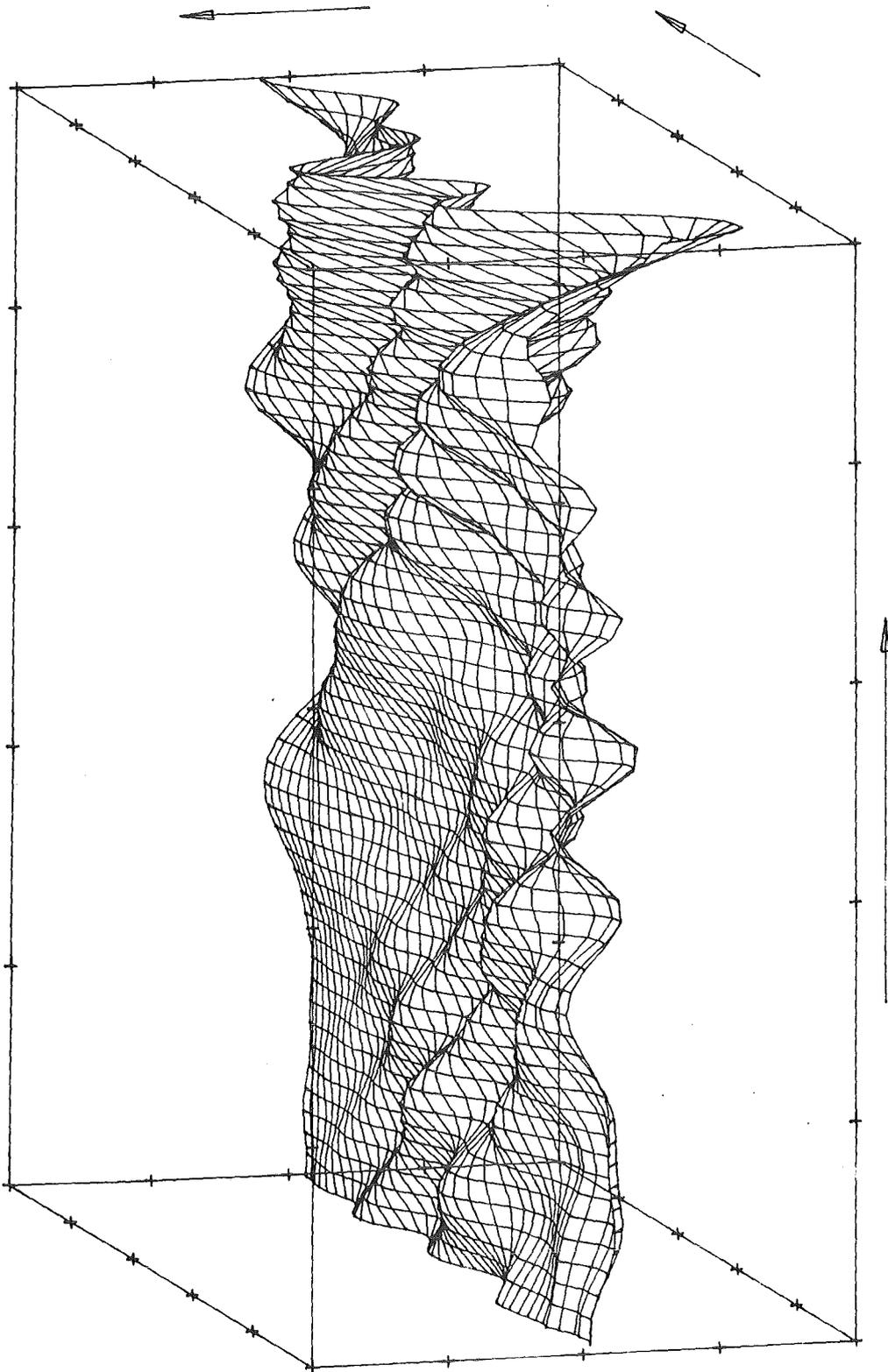


Abb. 412. Natrium-Verschiebung im Kanal ( Zeit-Seite )

0.5 msec <  $t$  < 1.0 msec

0.00 cm <  $z$  < 50. cm

$-1.E-8$  g <  $\Delta M(N)$  <  $1.E-8$  g

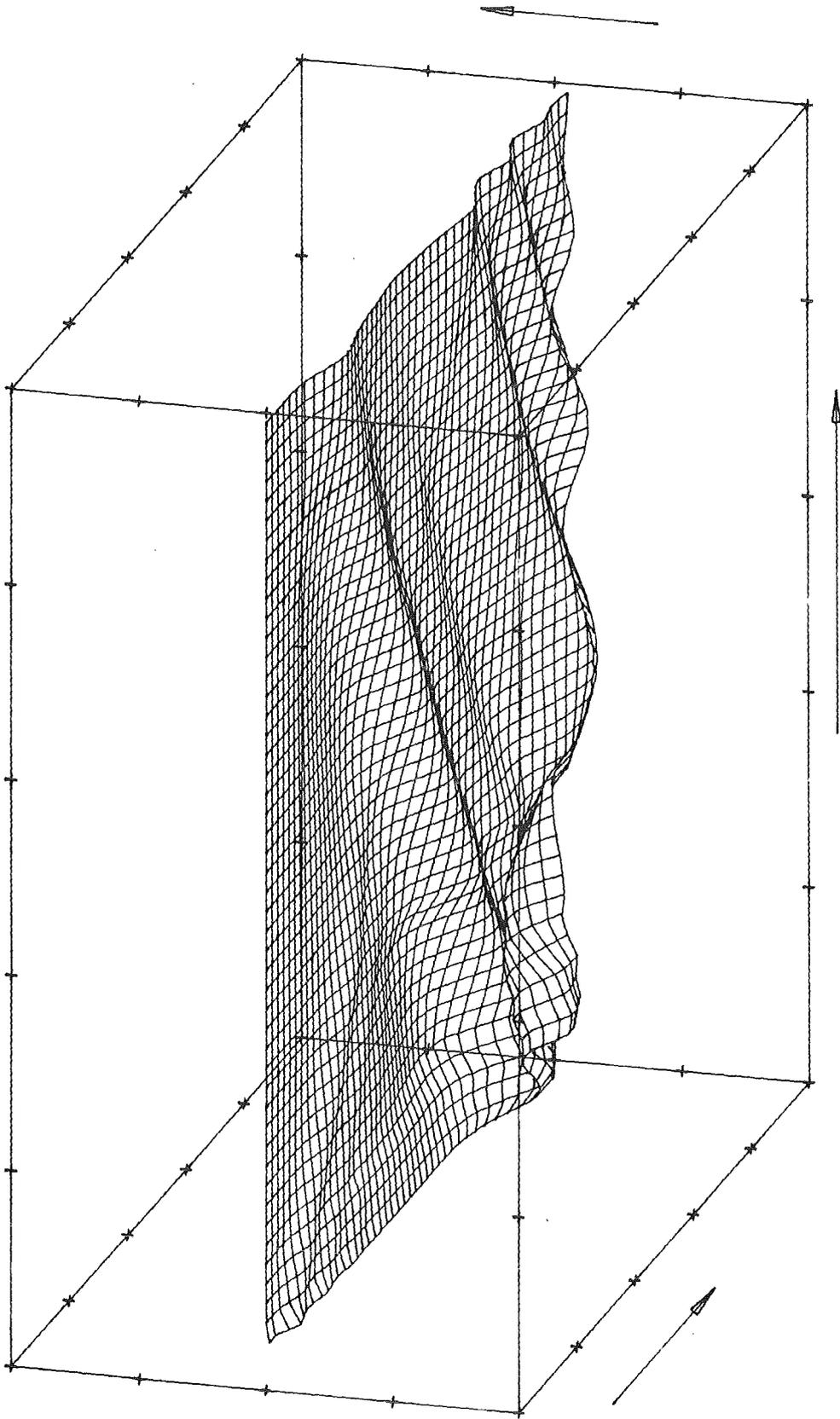


Abb. 421. Natrium-Verschiebung im Kanal ( Orts-Seite )

$0.00 \text{ msec} < t < 0.5 \text{ msec}$   
 $0.00 \text{ cm} < z < 50. \text{ cm}$   
 $-1.E-8 \text{ g} < \Delta M(N) < 1.E-8 \text{ g}$

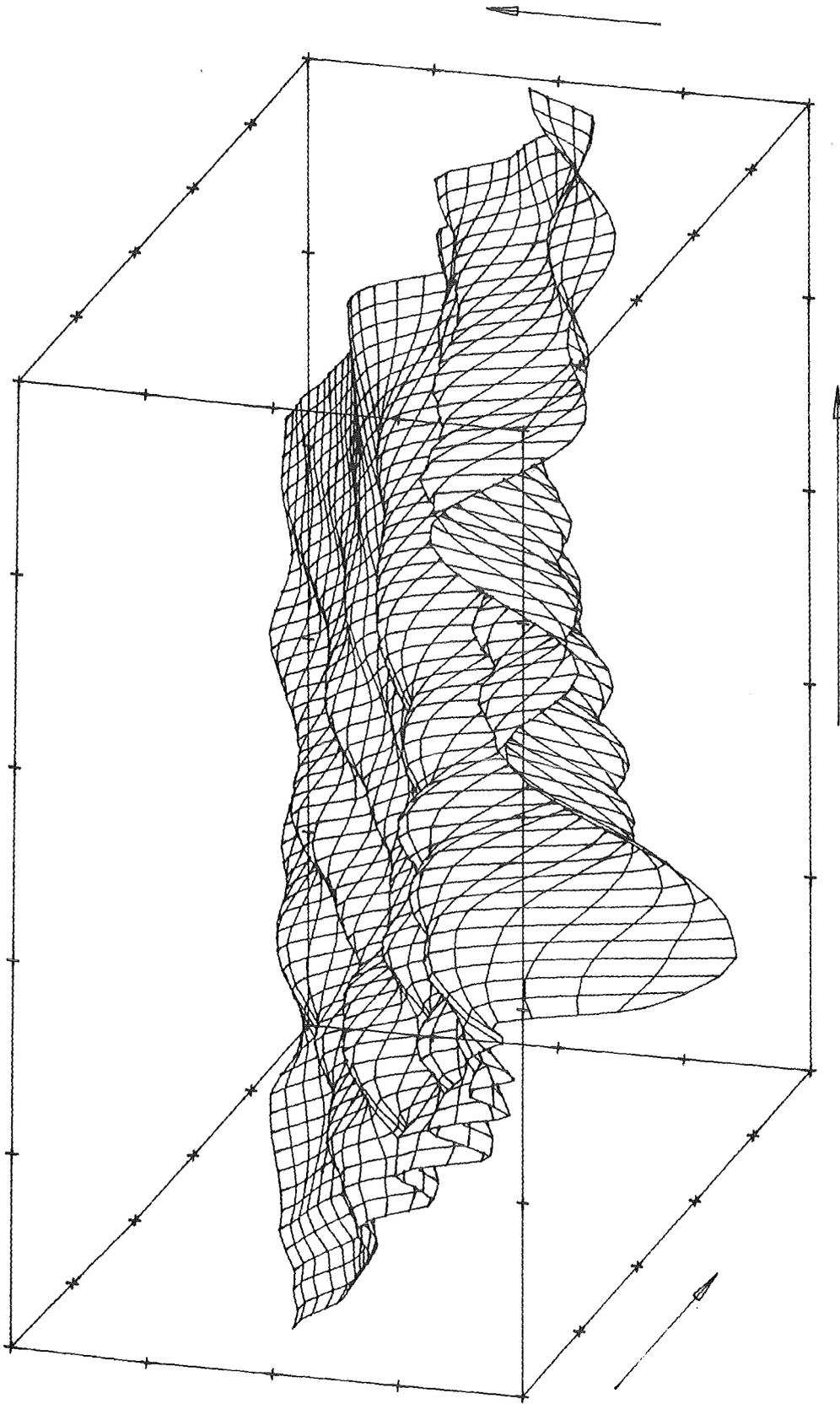


Abb. 422. Natrium-Verschiebung im Kanal ( Orts-Seite )

$$\begin{array}{l}
 0.5 \text{ msec} < t < 1.0 \text{ msec} \\
 0.00 \text{ cm} < z < 50. \text{ cm} \\
 -1.E-8 \text{ g} < \Delta M(N) < 1.E-8 \text{ g}
 \end{array}$$

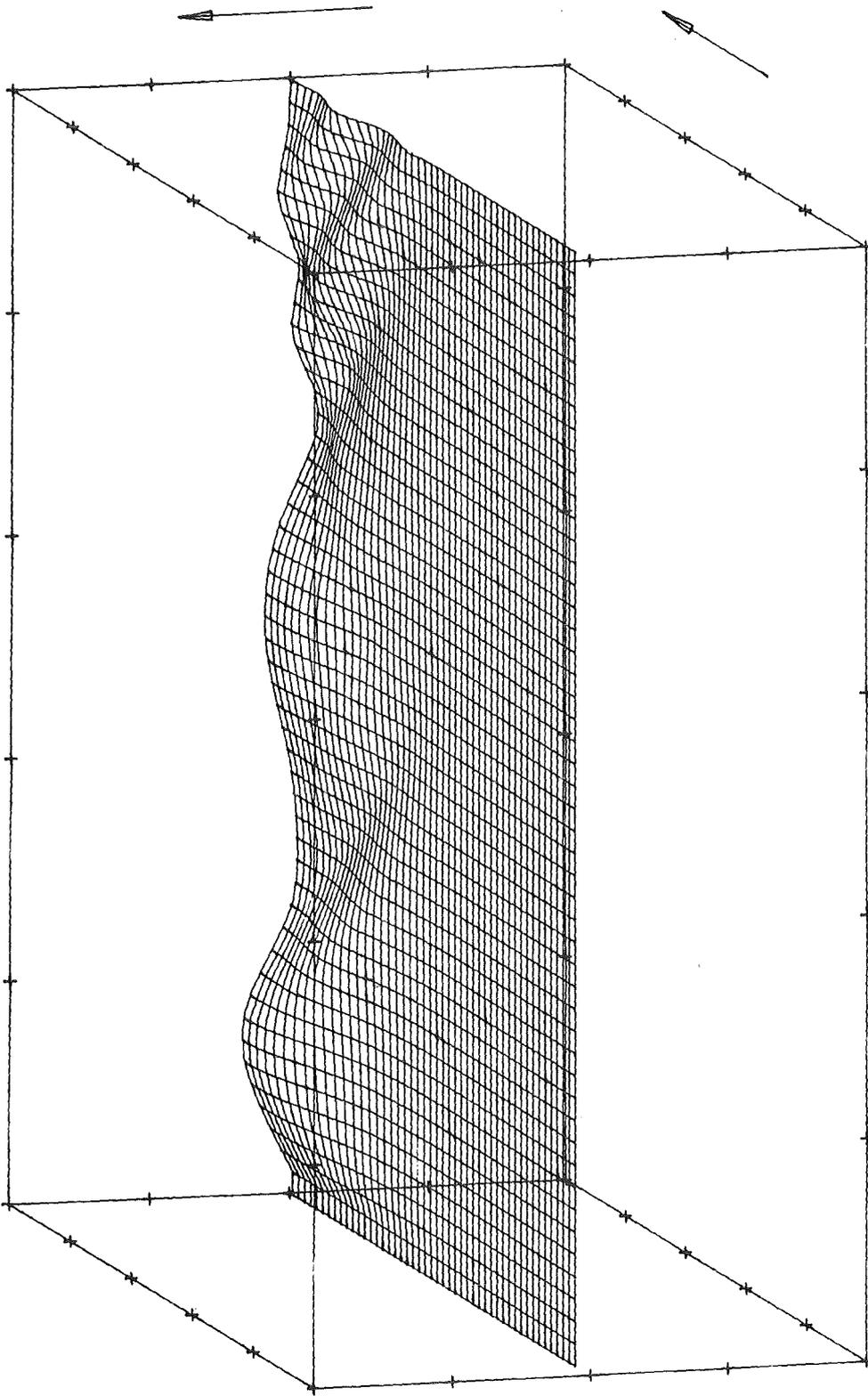


Abb. 511. Änderungen im Stahl-Dampf ( Zeit-Seite )

0.00 msec <  $t$  < 0.5 msec

0.00 cm <  $z$  < 50. cm

$-1.E-8$  g <  $\Delta M(W)$  <  $1.E-8$  g

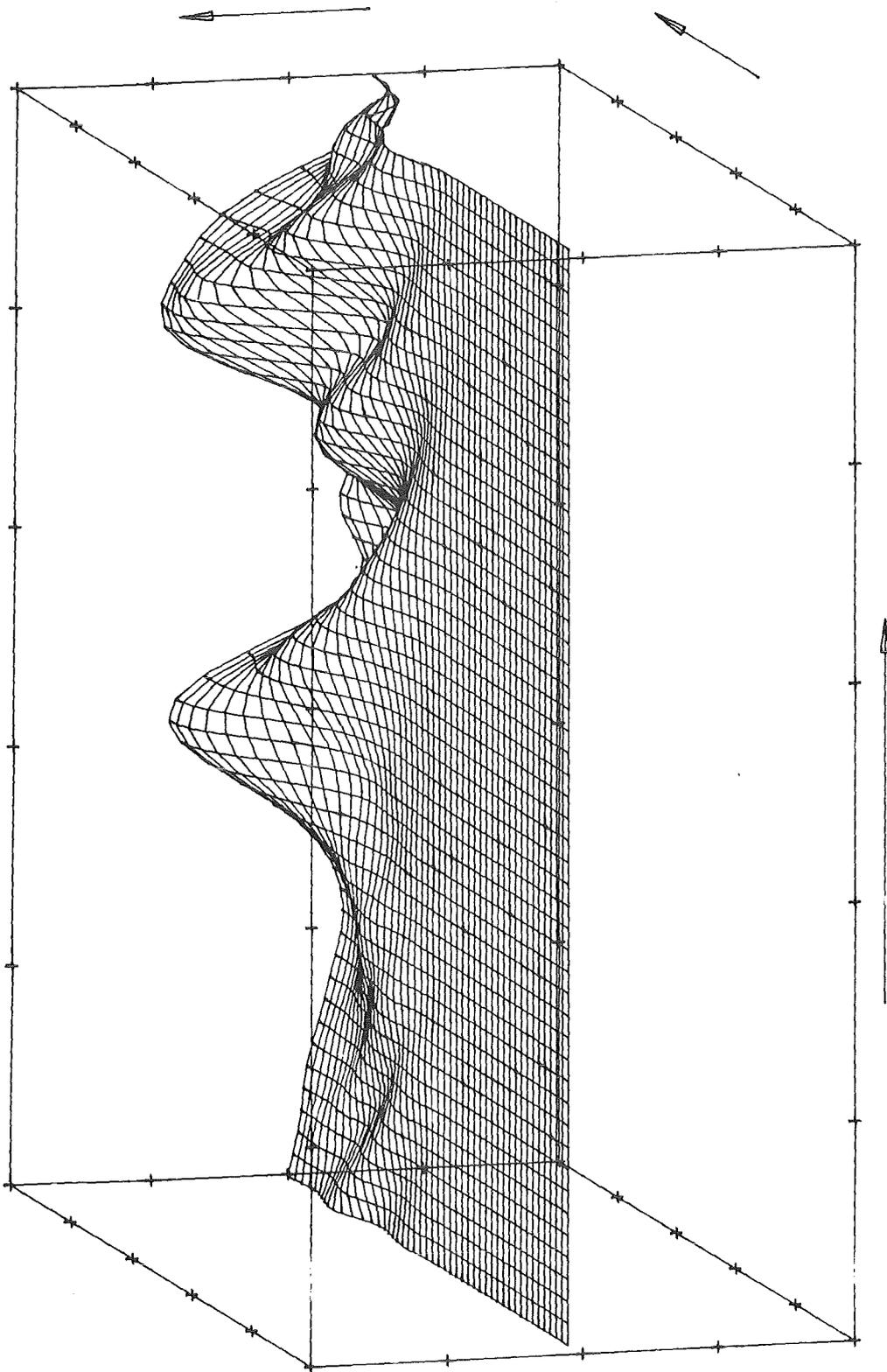


Abb. 512. Änderungen im Stahl-Dampf ( Zeit-Seite )

0.5 msec  $< t < 1.0$  msec

0.00 cm  $< z < 50.$  cm

$-1.E-8 g < \Delta M(W) < 1.E-8 g$

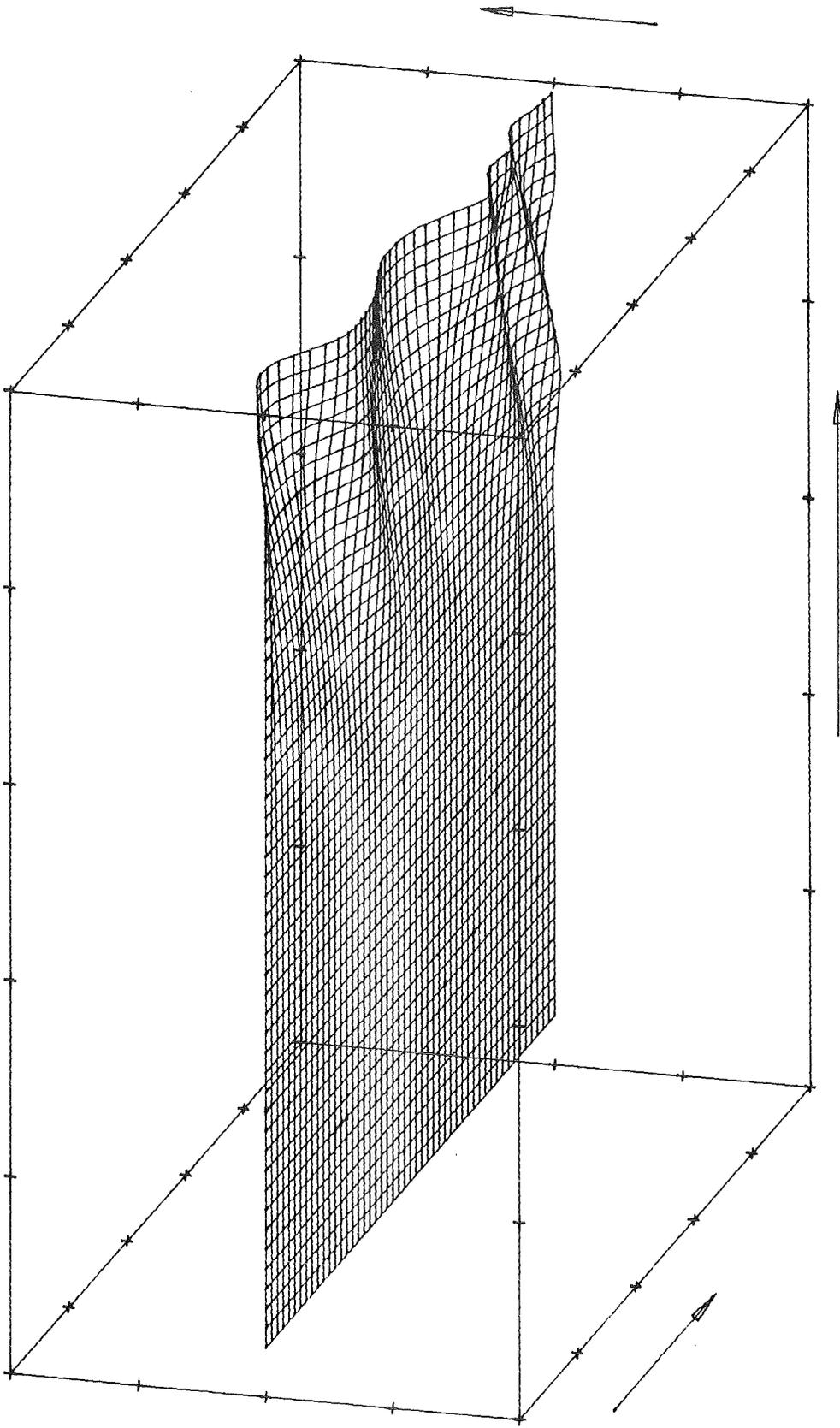


Abb. 521. Änderungen im Stahl-Dampf ( Orts-Seite )

$0.00 \text{ msec} < t < 0.5 \text{ msec}$   
 $0.00 \text{ cm} < z < 50. \text{ cm}$   
 $-1.E-8 \text{ g} < \Delta M(W) < 1.E-8 \text{ g}$

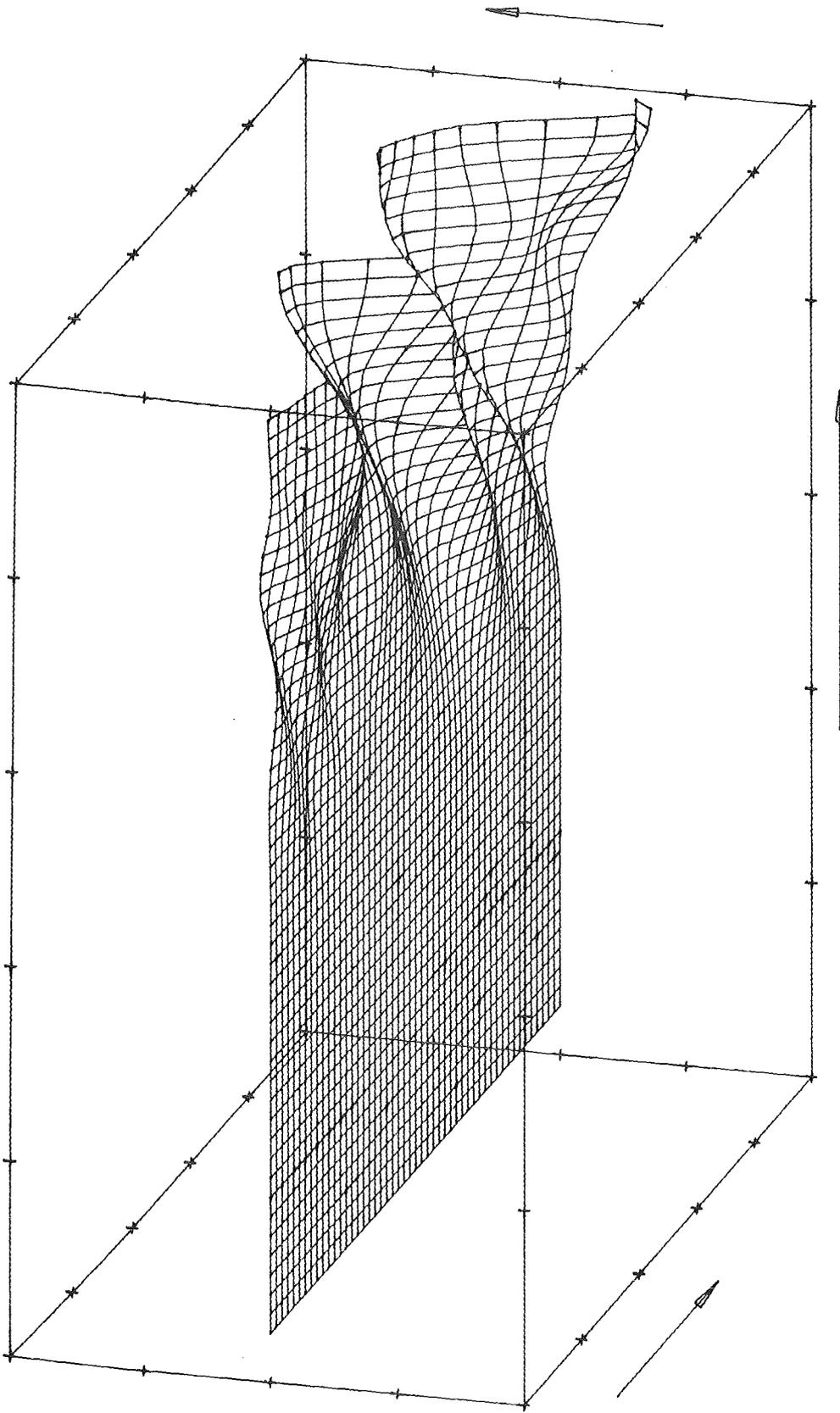


Abb. 522. Änderungen im Stahl-Dampf ( Orts-Seite )

$0.5 \text{ msec} < t < 1.0 \text{ msec}$   
 $0.00 \text{ cm} < z < 50. \text{ cm}$   
 $-1.E-8 \text{ g} < \Delta M(W) < 1.E-8 \text{ g}$