

KfK 3978  
Februar 1986

# **Ein Rechenmodell zur Bestimmung der hydrodynamischen Stabilität von Flüssigkeits-Freistrahlen in Flüssigkeit**

K. Hartel  
zusammengefaßt von K. Marten  
Institut für Reaktorbauelemente  
Projekt Schneller Brüter

**Kernforschungszentrum Karlsruhe**



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE  
Institut für Reaktorbauelemente  
Projekt Schneller Brüter

KFK 3978

Ein Rechenmodell zur Bestimmung der hydrodynamischen Stabilität  
von Flüssigkeits-Freistrahlen in Flüssigkeit

K. Hartel<sup>\*</sup>

zusammengefaßt von

K. Marten

- \*) Dr.-Ing. Karel Hartel vom Institut für Thermodynamik und Kernenergetik der T.U. Brno, CSSR, war als Gastwissenschaftler vom Oktober 1983 bis Juli 1984 im Institut für Reaktorbauelemente tätig. Er starb im November 1984 in der CSSR. Die Berichte über Ergebnisse seiner Tätigkeit im Institut für Reaktorbauelemente wurden hier zusammengefaßt.

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt  
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH  
Postfach 3640, 7500 Karlsruhe 1

ISSN 0303-4003

## Zusammenfassung

Bei den Sicherheitsuntersuchungen für schnelle natriumgekühlte Brutreaktoren ist die Frage der thermischen Belastung von Reaktorstrukturen durch geschmolzenen Brennstoff von Bedeutung. Trifft ein kompakter Brennstoffstrahl auf eine Struktur, so wird diese thermisch beansprucht. Kommt es dagegen vor dem Auftreffen auf die Struktur zu einer Fragmentierung des Strahles, so erstarrt der Brennstoff in Form von einzelnen Partikeln und ist als Schüttbett leichter kühlbar. Die Notwendigkeit, das Verhalten von Strahlen aus geschmolzenem Brennstoff in flüssigem Natrium zu untersuchen, wurde auch auf dem internationalen Meeting "Post Accident Debris Cooling" (Karlsruhe, 1982) konstatiert. Als Beitrag zur Lösung des Problems wird eine theoretische Analyse über die hydrodynamische Stabilität von niedrigviskosen Strahlen in einem niedrigviskosen flüssigen Kontinuum durchgeführt und auf dieser Basis ein linearisiertes mathematisches Modell entwickelt. Dieses Modell ermöglicht die Abschätzung von hydrodynamischen Fragmentationslängen für vertikale achsensymmetrische Strahlen aus geschmolzenem Brennstoff ins Kühlmittel des schnellen natriumgekühlten Brutreaktors.

Auf der Basis dieses theoretischen Modells wurde das Programm FRAG zur numerischen Berechnung des hydrodynamischen Fragmentationsmechanismus entwickelt und an Modellexperimenten getestet.

Linearized model for the hydrodynamic stability investigation of molten fuel jets into the coolant of an LMFBR

Abstract

In safety investigations for LMFBRs the thermal loading of in-vessel structures by molten fuel is a problem. Jets of molten fuel will heat up rapidly the in-vessel structures and may destroy them. Fragmentation of jets before reaching these structures causes them to freeze as single particles, which form debris beds having a good coolability. Therefore, the necessity of analysing the fragmentation of a jet of molten fuel in liquid sodium was stated at the international meeting on "Post Accident Debris Cooling" (Karlsruhe, 1982). As a contribution to solving this problem a theoretical analysis is carried out on the hydrodynamic stability of liquid jets in a liquid continuum, both characterised by low viscosity. On this basis a linearised mathematical model has been developed. This model enables to evaluate the length necessary for fragmentation of a vertical, symmetric jet of molten fuel by hydraulic forces in the coolant of an LMFBR.

On the basis of this theoretical model the FRAG code was developed for numerical calculation of the hydrodynamic fragmentation mechanism. The comparison with model experiments was carried out.

## INHALTSVERZEICHNIS

### Nomenklatur

1. EINLEITUNG
2. PROBLEMSTELLUNG
3. ALLGEMEINE ANALYSE DES PROBLEMS
  - 3.1 Formulierung des thermodynamischen Modells
  - 3.2 Dimensionsanalyse
4. ZUSAMMENSTELLUNG DES HYDRODYNAMISCHEN FRAGMENTATIONSMODELLS
  - 4.1 Beschreibung des Gleichungssystems
  - 4.2 Prinzip der analytischen Lösung des Modells
  - 4.3 Bestimmung der hydrodynamischen Fragmentationslänge
5. KURZBESCHREIBUNG DES PROGRAMMS FRAG
6. ERGEBNISSE
7. SCHLUSSFOLGERUNGEN

Literatur

Abbildungen

Ergebnistabelle

Nomenklatur

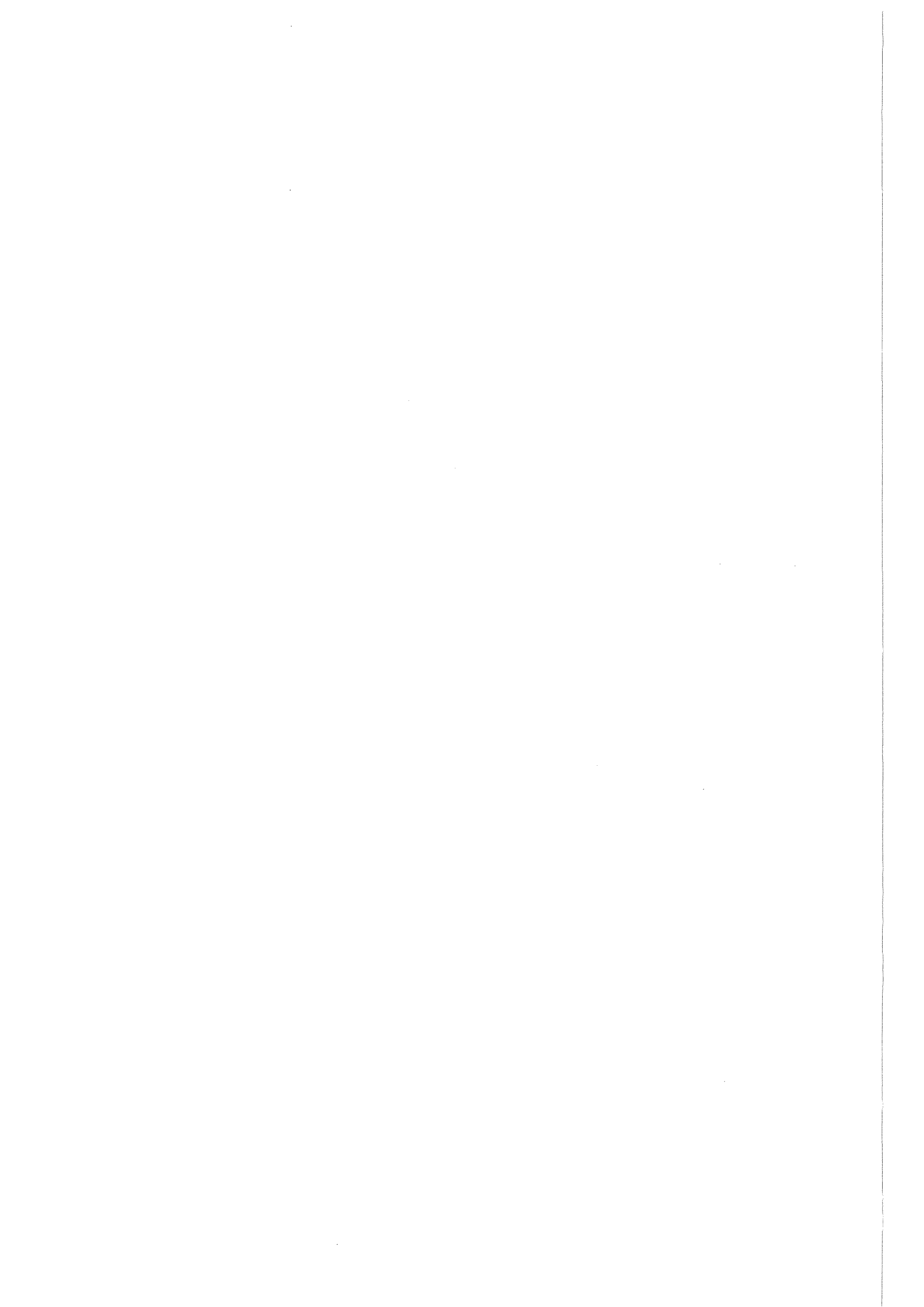
a	Temperaturleitzahl / $m^2 s^{-1}$ /
Ar	Archimedes-Zahl
c	spezifische Wärmekapazität / $J kg^{-1} K^{-1}$ /
$c_w$	dimensionsloser Widerstandsbeiwert
$d_0$ ; D	Durchmesser des Freistrahls am Düsenaustritt /m/
Eu	Euler-Zahl
Fo	Fourier-Zahl
g	Schwerebeschleunigung / $ms^{-2}$ /
Ga	Galilei-Zahl
Gr	Grashof-Zahl
Ho	Hydrohomochronie-Kriterium
i	imaginäre Einheit
$I_0, I_1$	modifizierte Besselfunktionen erster Art
k	Kreiswellenzahl / $m^{-1}$ /
$K_0, K_1$	modifizierte Besselfunktionen zweiter Art
l	Länge /m/
L	hydrodynamische Fragmentationslänge /m/
n	Exponent des Geschwindigkeitsprofils
Nu	Nusselt-Zahl
p	Gesamtdruck / $Nm^{-2}$ /
$\Delta P$	Druckdifferenz / $Nm^{-2}$ /
Pr	Prandtl-Zahl
r	radiale Koordinate
$r_0$	Eintrittshalbmesser des Strahles /m/
$r_p$	Halbmesser des Strahles /m/
Ra	Rayleigh-Zahl
Re	Reynolds-Zahl
t	Zeit /s/
T	Temperatur /K, °C/
$\Delta T$	Temperaturdifferenz /K/
u, U	Geschwindigkeit in radialer Richtung / $ms^{-1}$ /
v, V	Geschwindigkeit in axialer Richtung / $ms^{-1}$ /
w	gesamte Geschwindigkeit / $ms^{-1}$ /
z	axiale Koordinate



$\alpha$	Wärmeübergangskoeffizient $/\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}/$
$\beta$	Wärmeausdehnungskoeffizient $/\text{K}^{-1}/$
$\gamma$	Wachstumskoeffizient $/\text{s}^{-1}/$
$\Delta$	Zunahme einer Größe
$\Delta$	Operator
$\varepsilon$	Anfangsstörungsgröße $/\text{m}/$
$\eta$	Funktion
$\theta$	Temperaturdifferenz $/\text{K}/$
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit $/\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}/$
$\Lambda$	Wellenlänge $/\text{m}/$
$\mu$	dynamische Zähigkeit $/\text{Nsm}^{-2}/$
$\nu$	kinematische Zähigkeit $/\text{m}^2\text{s}^{-1}/$
$\rho$	Dichte $/\text{kgm}^{-3}/$
$\sigma$	Oberflächenspannung $/\text{Nm}^{-1}/$
$\tau$	Zeit $/\text{s}/$
$\varphi$	Amplitudenfunktion $/\text{m}^3\text{s}^{-1}/$
$\psi$	Stromfunktion $/\text{m}^3\text{s}^{-1}/$
$\omega$	Kreisfrequenz $/\text{s}^{-1}/$

#### Indices und Kennzeichen

0	Anfangszustand
1	Strahl
2	Kontinuum
a	Auftrieb
m	beim maximalen Wachstumskoeffizient
max	maximal
p	Strahloberfläche
r	radial
s	mittlere
z	axial
*	dimensionslos
$\rightarrow$	Vektor



## 1. EINLEITUNG

Bei der Untersuchung hypothetischer Störfälle eines schnellen natriumgekühlten Brutreaktors wird das Durchbrechen einer Säule aus geschmolzenem Brennstoff durch eine Blockade am Fuß des Reaktorkerns betrachtet. Diese geschmolzene Brennstoffsäule entlädt sich als heißer Flüssigkeitsstrahl in ein Kontinuum aus flüssigem Natrium. Für den weiteren Unfallablauf ist von entscheidender Bedeutung, ob der Brennstoffstrahl beim Durchströmen des mit Natrium gefüllten Reaktortanks als geschlossener Strahl oder nach Fragmentation als erstarrter Tropfenstrom die Strukturen des Reaktortanks erreicht. Im Falle der Strahlauflösung können die Brennstofftropfen während ihrer weiteren Bewegung noch in kleinere Tropfen zerlegt werden /1/, /2/ und die entstehenden Schüttungen aus Brennstoffgranulat sind auf Reaktortankstrukturen in beträchtlicher Höhe kühlbar /3/. Dagegen kann ein geschlossener Brennstoffstrahl den Reaktortank in wenigen Sekunden zerstören /4/.

## 2. PROBLEMSTELLUNG

Bei den Untersuchungen der Fragmentation von Strahlen in einem Kontinuum unterscheidet man allgemein hydrodynamische und thermische Mechanismen. Während die ersten auch zwischen Flüssigkeiten gleicher Temperatur ablaufen können, bedarf es bei der zweiten Gruppe bestimmter thermischer Effekte.

Zur Erklärung dieser komplizierten physikalischen Vorgänge wurden zahlreiche Experimente und theoretische Studien durchgeführt (z. B. /3/, /5/ - /12/), ohne daß bisher abschließende Ergebnisse erzielt worden wären. Die Anzahl der vorgeschlagenen Fragmentationsursachen nimmt infolge der Komplexität dieser Vorgänge stetig weiter zu; der Entwicklungsstand der einzelnen Modelle ist dagegen unzureichend.

Beim Fragmentationsvorgang wirken meist mehrere hydro- und thermodynamische Mechanismen zusammen. Als Voraussetzung für eine qualifizierte Voraussage über das Auftreten der Strahlzerlegung ist die Kenntnis dieser verschiedenen Mechanismen notwendig. Bei Anwendung mehrerer thermischer Fragmentationsmechanismen ist jedoch ungewiß, ob die notwendigen Bedingungen zur Fragmentation des Brennstoffstrahles immer erfüllt sind.

Aus diesem Grund ergibt sich also die Notwendigkeit, sich zusätzlich mit dem rein hydrodynamischen stets wirkenden Fragmentationsmechanismus zu befassen.

### 3. ALLGEMEINE ANALYSE DES PROBLEMS

Die Strömung eines Mediums wird in allgemeiner Form in einem System von Gleichungen beschrieben, die die Gesetze der Erhaltung der Masse, des Impulses und der Energie ausdrücken; bei Gasen ist noch die Zustandsgleichung zu berücksichtigen. Zur Lösung eines konkreten Problems wird dieses Gleichungssystem durch entsprechende Stoffwertebeziehungen und durch Anfangs- und Randbedingungen ergänzt.

#### 3.1 Formulierung des thermohydraulischen Modells

Für instationäre Strömung eines inkompressiblen Fluids ( $\rho = \text{const.}$ ) mit geringer Zähigkeitsänderung ( $\mu = \text{const.}$ ) und bei Vernachlässigung der Dissipation (die umgewandelte Energie durch Reibung in Wärme ist vernachlässigbar) erhält man für die Bestimmung von  $T$ ;  $\vec{w} = (u, v)$ ;  $p$  das folgende Grunddifferentialgleichungssystem:

- Die Energiegleichung

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + (\vec{w} \cdot \text{grad } T) = \frac{1}{c\varphi} \text{div } (\lambda \text{ grad } T); \quad (1)$$

- Die Bewegungsgleichung in der Vektorform:

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial \tau} + (\vec{w} \cdot \text{grad}) \vec{w} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + \frac{\mu}{\rho} \Delta \vec{w}; \quad (2)$$

- Die Kontinuitätsgleichung:

$$\text{div } \vec{w} = 0. \quad (3)$$

Für das physikalische Modell des vertikalen achsensymmetrischen Ausflusses von Flüssigkeit ins umgebende Kontinuum (Abb. 1), erhält man aus Gl. (1)-(3) unter den Voraussetzungen, daß die Wärmeleitfähigkeiten von beiden Flüssigkeiten konstant sind ( $\lambda_1, \lambda_2 = \text{const.}$ ) und beide Flüssigkeiten ineinander nicht löslich sind, folgendes mathematisches Modell in Zylinderkoordinaten:

- Für den Strahl ( $0 \leq r \leq r_p, z \geq 0$ ):

$$\frac{\partial T_1}{\partial \tau} + u_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} + v_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = a_1 \left( \frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial \tau} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial r} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} = - \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial r} + v_1 \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_1}{\partial r} - \frac{u_1}{r^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} \right), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_1}{\partial \tau} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial r} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial z} &= \frac{1}{\rho_1} \left\{ [(\rho_1 - \rho_2) + \rho_1 \beta_1 \Delta T_1] g - \frac{\partial p_1}{\partial z} \right\} + \\ &+ v_1 \left( \frac{\partial^2 v_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial r} + \frac{u_1}{r} + \frac{\partial v_1}{\partial z} = 0; \quad (7)$$

- Für das umgebende Kontinuum ( $r \geq r_p, z \geq 0$ ):

$$\frac{\partial T_2}{\partial \tau} + u_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} + v_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} = a_2 \left( \frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2} \right), \quad (8)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial \tau} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial r} + v_2 \frac{\partial u_2}{\partial z} = - \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial r} + v_2 \left( \frac{\partial^2 u_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_2}{\partial r} - \frac{u_2}{r^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2} \right), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_2}{\partial \tau} + u_2 \frac{\partial v_2}{\partial r} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial z} &= \frac{1}{\rho_2} \left\{ [\rho_2 + \rho_2 \beta_2 \Delta T_2] g - \frac{\partial p_2}{\partial z} \right\} + \\ &+ v_2 \left( \frac{\partial^2 v_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial z^2} \right), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial r} + \frac{u_2}{r} + \frac{\partial v_2}{\partial z} = 0; \quad (11)$$

- Die gegenseitige physikalische Koppelung beider Medien wird durch die thermo- und hydrodynamischen Randbedingungen ausgedrückt:

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_p = \alpha_2 (T_p - T_\infty), \quad (12)$$

$$u_{1,p} = u_{2,p}, \quad (13)$$

$$\mu_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial v_1}{\partial r} \right)_p = \mu_2 \left( \frac{\partial u_2}{\partial z} + \frac{\partial v_2}{\partial r} \right)_p, \quad (14)$$

$$(-p_1 - \rho_1 g z + 2 \mu_1 \frac{\partial u_1}{\partial r})_p = (-p_2 - \rho_2 g z + 2 \mu_2 \frac{\partial u_2}{\partial r} + \frac{\sigma}{r})_p. \quad (15)$$

- Der Anfangszustand wird durch die entsprechenden Anfangsbedingungen bestimmt.

### 3.2 Dimensionsanalyse

Bevor im nächsten Kapitel die Lösung des rein hydrodynamischen Modells des Verhaltens von Brennstoffstrahlen im Natrium behandelt wird, soll hier zunächst die Dimensionsanalyse ausgeführt werden. Sie soll zeigen, von welchen dimensionslosen Parametern die Lösung des gegebenen Problems abhängt.

Zu diesem Zweck führen wir folgende dimensionslose Größen ein:

$$\tau^* = \frac{\tau}{t}, \quad r^* = \frac{r}{l}, \quad z^* = \frac{z}{l}, \quad (16. a,b,c)$$

$$u^* = \frac{u}{U}, \quad v^* = \frac{v}{V}, \quad (16. d,e)$$

$$p^* = \frac{p}{\Delta P}, \quad T^* = \frac{T}{\theta}. \quad (16. f,g)$$

Nach Verwendung von Kennzahlen:

$$Fo = \frac{a t}{l^2}, \quad Ho = \frac{U t}{l} \equiv \frac{V t}{l}, \quad (17. a,b)$$

$$Re = \frac{Ul}{\nu} \equiv \frac{Vl}{\nu}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (17. c, d)$$

$$Ar = \frac{g l^3 (\rho_1 - \rho_2)}{\nu^2 \rho_1}, \quad Ga = \frac{g l^3}{\nu^2}, \quad Gr = \frac{g l^3 \beta \theta}{\nu^2}, \quad (17. e, f, g)$$

$$Eu = \frac{\Delta P}{\rho U^2} \equiv \frac{\Delta P}{\rho V^2}, \quad Nu = \frac{\alpha_2 l}{\lambda_1}, \quad We = \frac{\rho U^2 r_p}{\sigma}, \quad (17. h, i, j)$$

erhält man folgende dimensionslose Form von Grundformeln des allgemeinen mathematischen Modells (sie sind noch durch die Indices 1- für den Strahl und 2- für das Kontinuum zu ergänzen):

- Die dimensionslose Energiegleichung aus Gl. (4) bzw. aus Gl. (8):

$$\frac{1}{Fo} \frac{\partial T^*}{\partial \tau^*} + Re Pr \left( u^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) = \frac{\partial^2 T^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial T^*}{\partial r^*} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}}; \quad (18)$$

- Die dimensionslose Bewegungsgleichungen aus Gl. (5) bzw. aus Gl. (9):

$$\begin{aligned} \frac{1}{Ho} \frac{\partial u^*}{\partial \tau^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial r^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial z^*} = - Eu \frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial r^{*2}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{r^*} \frac{\partial u^*}{\partial r^*} - \frac{u^*}{r^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}} \right), \quad (19) \end{aligned}$$

aus Gl. (6):

$$\begin{aligned} \frac{1}{Ho} \frac{\partial v^*}{\partial \tau^*} + u^* \frac{\partial v^*}{\partial r^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial z^*} = \frac{Ar}{Re^2} + \frac{Gr}{Re^2} \Delta T^* - Eu \frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \\ + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 v^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial v^*}{\partial r^*} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^{*2}} \right) \quad (20) \end{aligned}$$

und aus Gl. (10):

$$\begin{aligned} \frac{1}{Ho} \frac{\partial v^*}{\partial \tau} + u^* \frac{\partial v^*}{\partial r^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial z^*} = \frac{Ga}{Re^2} + \frac{Gr}{Re^2} \Delta T^* - Eu \frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \\ + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 v^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial v^*}{\partial r^*} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^{*2}} \right); \quad (21) \end{aligned}$$

- Die dimensionslose Kontinuitätsgleichung aus Gl. (7):

$$\frac{\partial u^*}{\partial r^*} + \frac{u^*}{r^*} + \frac{\partial v^*}{\partial z^*} = 0. \quad (22)$$

Die entsprechenden dimensionslosen Rand- und Anfangsbedingungen lauten:

- Die dimensionslose Fourier-Randbedingung aus Gl. (12):

$$-\frac{\partial T_1^*}{\partial r^*} \Big|_p = Nu (T_p^* - T_\infty^*); \quad (23)$$

- Die dimensionslose hydrodynamischen Randbedingungen aus Gl. (13), (14):

$$u_{1,p}^* = \left( \frac{U_2}{U_1} \right)_p u_{2,p}^*, \quad (24)$$

$$\left( \frac{\partial u_1^*}{\partial z^*} + \frac{\partial v_1^*}{\partial r^*} \right)_p = \left( \frac{\mu_2 U_2}{\mu_1 U_1} \right)_p \left( \frac{\partial u_2^*}{\partial z^*} + \frac{\partial v_2^*}{\partial r^*} \right)_p, \quad (25)$$

führen zu keinen dimensionslosen Kennzahlen, weil sie nur die Kopplung der Geschwindigkeit Gl. (24) und der Scherspannung Gl. (25) an der Oberfläche des Strahles beschreiben;

und aus Gl. (15):

$$\begin{aligned} We_1 Eu_1 p_1^* + Ar We_1 z^* - 2 \frac{We_1}{Re_1} \frac{\partial u_1^*}{\partial r^*} = We_2 Eu_2 p_2^* - \\ - 2 \frac{We_2}{Re_2} \frac{\partial u_2^*}{\partial r^*} - 1; \quad (26) \end{aligned}$$

- Die dimensionslosen Anfangsbedingungen

erhält man aus dem entsprechenden Anfangszustand.

Gemäß den obigen Ausführungen ist es also nach dem Grundtheorem der Ähnlichkeitstheorie (Federman-Buckingham Satz) zu erwarten, daß die Lösung dieses Problems, nach Einführung der dimensionslosen Ortskoordinaten  $X$ , in folgender impliziter dimensionsloser Form beschrieben werden kann:

- Für den Strahl:

$$f_1 (Fo, Re, Pr, Nu, Ho, Ar, Gr, Eu, We, X) = 0; \quad (27)$$



- Für das Kontinuum:

$$f_2 ( Fo, Re, Pr, Nu, Ho, Ga, Gr, Eu, We, X ) = 0. \quad (28)$$

Bei den weiteren Behandlungen werden die dimensionslosen Gleichungen (27) und (28) nicht in dieser umfassenden Form auftreten, sondern je nach Problemstellung werden diese Gleichungen um einen oder mehrere dieser Parameter reduziert. Zum Beispiel, gehen wir in unserem Fall zuerst davon aus, daß man nicht alle Einzelheiten des Temperaturfeldes berücksichtigen muß. Es interessiert in erster Linie nur die übertragene Wärme zwischen Strahl und Kontinuum.

Man erhält dann:

$$f_1 ( Nu, Ho, Re, Ar, Eu, We, X ) = 0, \quad (29)$$

$$f_2 ( Nu, Ho, Re, Ga, Eu, We, X ) = 0. \quad (30)$$

Oder sogar:

$$f_1 ( Re, Ar, Eu, We, X ) = 0, \quad (31)$$

$$f_2 ( Re, Ga, Eu, We, X ) = 0; \quad (32)$$

bei der völligen Vernachlässigung des Einflusses von Temperaturfeld auf das Strömungsfeld und bei stationären Bedingungen.

#### 4. ZUSAMMENSTELLUNG DES HYDRODYNAMISCHEN FRAGMENTATIONSMODELLS

In diesem Abschnitt soll der hydrodynamische Mechanismus beschrieben und gelöst werden, der allein die hydrodynamische Wechselwirkung zwischen Strahl und umgebendem Kontinuum berücksichtigt.

Tritt ein Strahl beliebiger Flüssigkeit in ein Kontinuum ein, so werden bestimmte Anfangsstörungen im Strahl induziert, die dann durch weitere Einwirkungen von kohäsiven und Reibungskräften eine Instabilität des Strahles anfangen können. Diese Art von Fragmentationsmechanismus des Strahles wurde erstmals von Rayleigh /13/, /14/ beschrieben. Die allgemeinen Stabilitätskri-

terien für beliebige Flüssigkeitspaare wurden auf theoretisch-experimenteller Basis in einer linearen Theorie von Meister /12/, /15/, /16/ bestimmt. Die anderen Arbeiten auf diesem Fachgebiet (z. B. /1/, /5/, /10/, /11/, /17/, /18/) gehen im Prinzip von diesen Grundlagen aus.

Diese lineare Theorie ist mit zwei Mängeln behaftet:

- Die Wirkung von Schwerkraften ist vernachlässigt (im Falle eines Brennstoffstrahles in einem Kontinuum aus flüssigem Natrium sind diese wegen des Dichtenverhältnisses  $\rho_{UO} / \rho_{Na} \approx 10$  zu beachten).
- In den angeführten Gleichungen für die Fragmentationslängenbestimmung tritt ein Anfangsstörungsglied auf, welches jeweils mit Hilfe von Experimenten für konkrete Fälle bestimmt werden muß.

Für das zu lösende Problem ist daher eine Erweiterung dieser Theorie erforderlich.

#### 4.1 Beschreibung des Gleichungssystems

Bei der Untersuchung der rein hydrodynamischen Instabilität von Strahlen aus geschmolzenem Brennstoff im Kühlmittel des schnellen natriumgekühlten Brutreaktors kann das im dritten Kapitel konzipierte allgemeine Modell zuerst durch Strömung einer inkompressiblen Flüssigkeit in einem inkompressiblen Umgebungskontinuum mit adiabatischer Grenze zwischen Strahl und Kontinuum approximiert werden, d. h. die Wärmeübertragung von dem Brennstoffstrahl in das Kühlmittel über einen Dampffilm an der Oberfläche wird nicht berücksichtigt. Die Voraussetzung für die Entstehung dieses Dampffilms ist trotz der kleinen Prandtl-Zahl von Natrium ( $Pr \approx 10^{-2}$ ) durch die hohe Brennstofftemperatur ( $T > \text{Schmelztemperatur von } UO_2 = 2770 \text{ }^\circ\text{C}$ ) und die niedrige Siedetemperatur des Natriums ( $880 \text{ }^\circ\text{C}$ ) gegeben. Abschätzungen der spontanen Kontakttemperatur nach /19/, /7/ bestätigen dies.

In diesem Fall können die instationären Strömungsfelder durch eine getrennte Lösung der Navier-Stokes Gleichungen in Form (2) mit Ergänzung durch die Kontinuitätsgleichungen (3) und Anfangs- und Randbedingungen (13) - (15) beschrieben werden. Das physikalische Modell des Ausflusses von geschmolzenem Brennstoff in das Kühlmittel (Abb. 1) führt zum folgenden Gleichungssystem:

- Für den Brennstoffstrahl:

$$\frac{\partial u_1}{\partial \tau} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial r} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} = - \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial r} + \frac{\mu_1}{\rho_1} \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_1}{\partial r} - \frac{u_1}{r^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} \right), \quad (33)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial \tau} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial r} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial z} = \frac{1}{\rho_1} \left[ (\rho_1 - \rho_2) g - \frac{\partial p_1}{\partial z} \right] + \frac{\mu_1}{\rho_1} \left( \frac{\partial^2 v_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2} \right), \quad (34)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial r} + \frac{u_1}{r} + \frac{\partial v_1}{\partial z} = 0; \quad (35)$$

- Für das Kühlmittel:

$$\frac{\partial u_2}{\partial \tau} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial r} + v_2 \frac{\partial u_2}{\partial z} = - \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial r} + \frac{\mu_2}{\rho_2} \left( \frac{\partial^2 u_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_2}{\partial r} - \frac{u_2}{r^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2} \right), \quad (36)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial \tau} + u_2 \frac{\partial v_2}{\partial r} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial z} = \frac{1}{\rho_2} \left[ \rho_2 g - \frac{\partial p_2}{\partial z} \right] + \frac{\mu_2}{\rho_2} \left( \frac{\partial^2 v_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial z^2} \right), \quad (37)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial r} + \frac{u_2}{r} + \frac{\partial v_2}{\partial z} = 0; \quad (38)$$

- Die Randbedingungen:

$$u_{1,p} = u_{2,p}, \quad (39)$$

$$\mu_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial v_1}{\partial r} \right)_p = \mu_2 \left( \frac{\partial u_2}{\partial z} + \frac{\partial v_2}{\partial r} \right)_p, \quad (40)$$

$$\left( - p_1 - \rho_1 g z + 2 \mu_1 \frac{\partial u_1}{\partial r} \right)_p = \left( - p_2 - \rho_2 g z + 2 \mu_2 \frac{\partial u_2}{\partial r} + \frac{\sigma}{r} \right)_p; \quad (41)$$

- Die Anfangsbedingungen vom Typ:

$$v_{1,\tau=0} \equiv v_{1,0}. \quad (42)$$

Es sei nun für beide Flüssigkeiten die Stromfunktion  $\psi(r, z, \tau)$ , die die Kontinuitätsgleichungen (35) bzw. (38) erfüllt, eingeführt:

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad v = - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}; \quad (43.a,b)$$

d. h. für den Strahl die Stromfunktion  $\psi_1$  und für das Kühlmittel die Stromfunktion  $\psi_2$ . Nach Eliminierung des Druckes  $p_1$  bzw.  $p_2$  aus Gl. (3) bzw. Gl.

(5) und nach Linearisierung der so gewonnenen partiellen Differentialgleichungen, ergibt sich eine Differentialgleichung 4. Ordnung:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^4 \psi}{\partial r^4} - \frac{2}{r} \frac{\partial^3 \psi}{\partial r^3} + 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial r^2 \partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial^3 \psi}{\partial r \partial z^2} + \\ & + \frac{\partial^4 \psi}{\partial z^4} - \frac{\rho}{\mu} \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) = 0. \end{aligned} \quad (44)$$

Sie gilt sowohl für den Brennstoffstrahl (nach Ergänzung mit Index 1) als auch für das Kühlmittel (mit Index 2).

$$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (45)$$

führt schließlich zur Vereinfachung der Schreibweise von Gl. (44) in der Form:

$$\left( \Delta - \frac{\rho}{\mu} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \Delta \psi = 0. \quad (46)$$

Die somit gewonnene partielle Differentialgleichung stellt ein fundamentales linearisiertes mathematisches Modell dar, welches das Strömungsfeld in einem vertikalen achsensymmetrischen Flüssigkeitsstrahl oder in einem umgebenden Kontinuum beschreibt.

#### 4.2 Prinzip der analytischen Lösung des Modells

Zur eigentlichen analytischen Lösung der gewonnenen partiellen Differentialgleichung soll die klassische Fourier-Methode verwendet werden, d. h. die Lösung von Gl. (44) ist in der Form gesucht:

$$\psi(r, z, \tau) = \Psi(r) \eta(z, \tau). \quad (47)$$

Lassen sich die Auslenkungen des Strahles als harmonische Wellen darstellen, dann hat die Funktion  $\eta$  die folgende Form:

$$\eta(z, \tau) = \exp(kz - \omega \tau) i. \quad (48)$$

Die Aufgabe besteht nun darin, einen Zusammenhang zwischen der Kreiswellen-

zahl  $k$  und der Kreisfrequenz  $\omega$  herzustellen. Dabei ist die Kreiswellenzahl  $k$  durch die Wellenlänge  $\Lambda$  bestimmt:

$$k = \frac{2\pi}{\Lambda} . \quad (49)$$

Vernachlässigt man einen rasch abklingenden Anteil von (48) auf Grund der Postulate von Rayleigh /13/, /14/, so erhält man:

$$\eta(z, \tau) = \exp(kzi + \gamma \tau) , \quad (50)$$

worin  $\gamma$  ein Wachstumskoeffizient der Störungswellen ist. Der Zusammenhang zwischen  $\gamma$  und  $k$  ergibt sich aus Gl. (44) nach Einsetzen von Randbedingungen (39) - (41), die nach Beziehungen (43) modifiziert wurden. Erfüllen niedrigviskose Flüssigkeitspaare die nachfolgenden Bedingungen,

$$\left\{ \frac{\sigma_{12} \varphi_1^2 r_p}{\mu_1 \left[ \varphi_1 \frac{l_0(kr_p)}{l_1(kr_p)} + \varphi_2 \frac{K_0(kr_p)}{K_1(kr_p)} \right]} \right\}^{1/4} \gg \left\{ \frac{2(kr_p)^3}{[1 - (kr_p)^2]} \right\}^{1/4} , \quad (51)$$

$$\left\{ \frac{\sigma_{12} \varphi_2^2 r_p}{\mu_2 \left[ \varphi_1 \frac{l_0(kr_p)}{l_1(kr_p)} + \varphi_2 \frac{K_0(kr_p)}{K_1(kr_p)} \right]} \right\}^{1/4} \gg \left\{ \frac{2(kr_p)^3}{[1 - (kr_p)^2]} \right\}^{1/4} ; \quad (52)$$

so läßt sich die Formel zur Bestimmung des Wachstumskoeffizientes ableiten zu:

$$\gamma = \left\{ \frac{\sigma_{12}}{r_p^3} \frac{kr_p [1 - (kr_p)^2]}{\varphi_1 \frac{l_0(kr_p)}{l_1(kr_p)} + \varphi_2 \frac{K_0(kr_p)}{K_1(kr_p)}} \right\}^{1/2} . \quad (53)$$

Oben angeführte Gleichung führt zu folgendem Instabilitätskriterium bei dem zu lösenden Fall:

$$kr_p < 1 . \quad (54)$$

Zur Feststellung dominanter Störungswelle mit maximalem Wert vom  $\gamma$  erhält man aus den Bedingungen für das Maximum dieser Funktion,

$$\frac{\partial \gamma}{\partial (kr_p)} = 0 , \quad \frac{\partial^2 \gamma}{\partial (kr_p)^2} < 0 ; \quad (55)$$

eine relativ komplizierte Form:

$$\frac{[1 - I_0^2(kr_p) - \frac{1}{kr_p} I_0(kr_p) I_1(kr_p)] - \frac{\varrho_2}{\varrho_1} [1 - K_0^2(kr_p) - \frac{1}{kr_p} K_0(kr_p) K_1(kr_p)]}{\frac{I_0(kr_p)}{I_1(kr_p)} + \frac{\varrho_2 K_0(kr_p)}{\varrho_1 K_1(kr_p)}} =$$

$$= \frac{1 - 3(kr_p)^3}{kr_p [1 - (kr_p)^2]} \quad (56)$$

Diese Funktion läßt sich für  $0 < \varrho_2 / \varrho_1 < 3$  ( $\varrho_{Na} / \varrho_{UO_2} \approx 0.1$ ) mit 1 % Fehler durch folgende Beziehung approximieren:

$$k_m r_p = 0.697 \exp(-0.033 \frac{\varrho_2}{\varrho_1}) \quad (57)$$

Wegen Bedingung (54) tritt im gegebenen Fall immer Instabilität ein.

#### 4.3 Bestimmung der hydraulischen Fragmentationslänge

Durch Approximierung  $r_p = r_0$ , welche in diesem Fall als annehmbare Näherung gilt (Abb. 1), kann man aus Gl. (57) den Wert  $k_m$  und dann aus Gl. (53) den entsprechenden maximalen Wachstumsparameter  $\gamma_m$  für die dominante Störungswelle an derart approximierter Strahloberfläche bestimmen.

Die Amplitudenfunktion  $\varphi_{m,p}$  in der betreffenden Strömungsfunktion,

$$\Psi_m = \varphi_{m,p} \exp(k_m z i + \gamma_m \tau), \quad (58)$$

kann nun als Anfangswert von dieser Funktion durch Anwendung von Gl. (58), (43.b) und (42) in der Form ermittelt werden:

$$\varphi_{m,p} = \left| - \int_0^{r_0} v_{1,0} r dr \right|. \quad (59)$$

Appliziert man Gl. (59) auf unterschiedliche Eintrittsgeschwindigkeitsprofile des Strahles, so erhält man folgende Beziehungen:

Für laminares Geschwindigkeitsprofil in der Form,

$$v_{1,0} = v_{1,max,0} \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right], \quad (60)$$

den Amplitudenwert:

$$\varphi_{m,p} = v_{1 \max, 0} \frac{r_0^2}{4} . \quad (61)$$

Für turbulentes Geschwindigkeitsprofil in der Form,

$$v_{1,0} = v_{1 \max, 0} \left(1 - \frac{r}{r_0}\right)^{1/n} , \quad (62)$$

wobei der Exponent  $n$  eine Funktion der Reynolds-Zahl ist, den Amplitudenwert:

$$\varphi_{m,p} = v_{1 \max, 0} \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)} r_0^2 . \quad (63)$$

Für konstantes Geschwindigkeitsprofil in der Form:

$$v_{1,0} = v_{1 \max, 0} , \quad (64)$$

den Amplitudenwert:

$$\varphi_{m,p} = v_{1 \max, 0} \frac{r_0^2}{2} . \quad (65)$$

Über die durch diese Formeln gewonnene Amplitudenfunktion  $\varphi_{m,p}$  ist die Bestimmungsgröße für die dominante Anfangsstörungsgröße  $\epsilon$  (Abb. 1).

Es seien nun diese mittleren axialen und radialen Geschwindigkeiten für die ganze Länge des Strahles eingeführt:

$$u_{1s} = \frac{\int_0^L u_1 dz}{L} , \quad v_{1s} = \frac{\int_0^L v_1 dz}{L} . \quad (66.a,b)$$

Die Beziehung zwischen der axialen Entfernung des Strahles vom geometrischen Anfang  $L = 0$  und der Zeit  $\tau_L$  bis zum Erreichen des betrachteten Punktes ist dann:

$$L = \tau_L \cdot v_{1s}$$

Einsetzen des Realteils von Gl. (58) in Gl. (43.a) und Anwendung von Gl. (67) führt zu:

$$u_{1s,p} = \frac{\varphi_{m,p}}{r_0 L} \left[ \exp\left(\frac{\gamma_m L}{v_{1s}}\right) \cos k_m L - 1 \right] . \quad (68)$$

Bei Annahme, daß die Fragmentierung des Strahles in dem Zeitpunkt eintritt, in welchem die dominante Störungswelle die Strahlachse erreicht hat, erhält man folgende Formel:

$$1 + \frac{r_0^2 v_{1s}}{\varphi_{m,p}} = \exp \frac{\gamma_m L}{v_{1s}} \cos k_m L . \quad (69)$$

Anwendung des Superpositionsprinzips auf die Bestimmung des Mittelwertes der axialen Geschwindigkeit in der Strahlachse  $v_{1s}$  führt zu:

$$v_{1s} = \frac{v_{1max,0}}{2} + \left[ \left( \frac{v_{1max,0}}{2} \right)^2 + \frac{v_{1max,0}}{2} \gamma_m L \right]^{1/2} + \Delta v_1 ; \quad (70)$$

worin die Glieder:

$$\Delta v_{1s,a}^2 = \pm 2 \frac{|\rho_1 - \rho_2|}{\rho_1} gL \quad (71.a)$$

$$\Delta v_{1s,w}^2 = -c_w \frac{\rho_2}{\rho_1} v_{1s}^2 \quad (71.b)$$

die Wirkungen des Auftriebs und des Strömungswiderstandes auf die Geschwindigkeitsänderung bestimmen. Das Vorzeichen in Gleichung (71a) ist vom Dichtenunterschied und dem gegenseitigen Bezug zwischen der Strahlrichtung und der Beschleunigungsrichtung abhängig. Im Fall des Ausflusses von geschmolzenem Brennstoff in das Kühlmittel des schnellen Brütters ist dieses Vorzeichen positiv.

Nun schließlich folgt unter Anwendung der Gleichungen (69), (70) und (71) die Beziehung zur Bestimmung der hydrodynamischen Fragmentationslänge  $L$ , d. h. die Länge nach deren Erreichung die Strahlaflösung auf Grund des rein hydrodynamischen Mechanismus eintritt:

$$1 + \frac{r_0^2 \left\{ \frac{v_{1max,0}}{2} + \left[ \left( \frac{v_{1max,0}}{2} \right)^2 + \frac{v_{1max,0}}{2} \gamma_m L \right]^{1/2} + \Delta v_1 \right\}}{\varphi_{m,p}} = \exp \frac{\gamma_m L}{\left\{ \frac{v_{1max,0}}{2} + \left[ \left( \frac{v_{1max,0}}{2} \right)^2 + \frac{v_{1max,0}}{2} \gamma_m L \right]^{1/2} + \Delta v_1 \right\}} \cos k_m L . \quad (72)$$



Diese implizite Formel ist in Bezug auf  $L$  in einer geschlossenen Form nicht lösbar. Zur ersten Näherung vom Mittelwert dieser Fragmentationslänge kann folgende Gleichung verwendet werden:

$$L_0 = \frac{v_{1\max,0}}{\gamma_m} \ln \left( 1 + \frac{r_0^2 v_{1\max,0}}{\varphi_{m,\rho}} \right) + \frac{\pi}{k_m} \quad (73)$$

Bei einer iterativen Berechnung von Gl. (72) ist dieser Mittelwert der hydrodynamischen Fragmentationslänge  $L_0$  als der Ausgangspunkt für das Iterationsverfahren anwendbar.

#### 5. Kurzbeschreibung des Programms FRAG

Auf der Basis des entwickelten mathematischen Modells wurde das Rechenprogramm FRAG erstellt. Es erlaubt die Berechnung der Fragmentationslänge des Strahls in Abhängigkeit folgender Einflußgrößen:

Durchmesser, Geschwindigkeit, Dichte, Zähigkeit, Geschwindigkeitsprofil, Strömungsrichtung des Flüssigkeitsstrahls, Dichte des Kontinuums und Grenzflächenspannung zwischen Strahl und Kontinuum.

Aufgrund erster experimenteller Ergebnisse mit Toluol in Wasser wurde zur Bestimmung des Mittelwertes der axialen Geschwindigkeit in der Strahlachse  $V_{1s}$  (Gleichung (70)) zusätzlich zum Term, der den Formwiderstand des Strahls im Kontinuum berücksichtigt, ein weiteres Glied eingeführt, das den Reibungswiderstand zwischen Strahl und Kontinuum (Wandreibungsansatz) beachtet.

Die analytische Lösung des mathematischen Modells wurde unter folgenden Voraussetzungen ermittelt:

- vertikaler achsensymmetrischer Ausfluß vom Fluidstrahl ins umgebende Kontinuum;
- inkompressible Fluide ( $\rho = \text{const.}$ ), die nicht einander löslich sind;
- niedrigviskose Fluide (zur Abschätzung dieser Voraussetzung wurden Testformeln abgeleitet) mit geringer Viskositätsänderung ( $\mu = \text{const.}$ );
- Berücksichtigung der rein hydrodynamischen Wechselwirkung zwischen Strahl und umgebendem Kontinuum bzw. Annahme adiabatischer Phasengrenze;
- Vernachlässigung der Dissipation;

- Anwendung der linearen Theorie zur Instabilitätsuntersuchung.

Auf der Basis des derart gewonnenen analytischen Modells wurde das Programm FRAG zusammengestellt und ausgetestet. Dieses Rechenprogramm beschreibt somit den rein hydrodynamischen Fragmentationsmechanismus im Bereich des Zertropfens von niedrigviskosen Strahlen im niedrigviskosen Kontinuum. Zur Bestimmung der oberen Grenze für den Bereich des Zertropfens wurde eine für Flüssigkeitsstrahlen in Luft gültige Gleichung benutzt /20/.

## 6. Ergebnisse

Es wurden Rechnungen mit dem FRAG-Programm für folgende Parameter durchgeführt:

Strahlmedium:	Toluol	MIBK	Woods-Metall	Uranoxyd
Kontinuum:	Wasser	Wasser	Wasser	Natrium
Temp. d. Strahls /°C/:	20	20	80	3000
Temp. d. Kont. /°C/:	20	20	80	500
Strahldurchm. /mm/:	4;6;8;10	4;6;8;10	4;6;8;10	4;6;8;10;100
Strahlgeschw. /m/s/:	0,1 - 5	0,1 - 5	0,1 - 5	0,1 - 5
Strömungsrichtung:	aufwärts	aufwärts	abwärts	abwärts
Geschwindigkeitsprofil:	ausgebildet	ausgebildet	ausgebildet	ausgebildet

Die Ergebnisse sind am Beispiel für einen 4 mm Toluol-Freistrahle in Wasser in einer Tabelle (S. 28) dargestellt. Es sind die mittleren und maximalen Geschwindigkeiten (VISO und VIMAXO) sowie die errechneten minimalen und maximalen Strahllängen (LMIN und LMAX) aufgeführt. In der letzten Spalte sind die ermittelten Ungenauigkeiten durch Viskositätseinflüsse beider Fluide eingetragen. Die Reynoldszahlen sind auf die Strömung in den Düsen bezogen.

Ein Vergleich der vorliegenden Rechenergebnisse (Punkte) mit den in /21/ wiedergegebenen experimentellen Werten (Schraffur) wurde in Abb. 2 dargestellt. Dabei wurde für die 3 Strahlmedien Toluol, MIBK und Woodsmetall in

Wasser die relative Strahllänge  $L/D$  als Funktion der Reynolds-Zahl aufgetragen. Aus diesem ersten Vergleich ist zu entnehmen, daß die für Toluol und MIBK erzielten Daten qualitativ gut übereinstimmen, während die Woods-Metall-Ergebnisse qualitative Unterschiede aufweisen. Vor allem hier sind weitere Programmodifikationen nötig, auf die in /21/ näher eingegangen wird.

Die Rechenergebnisse für Uranoxyd-Freistrahlen von  $4 \leq d[\text{mm}] \leq 100$  in Natrium sind in Abb. 3 dargestellt. Man erkennt die gegenüber einem 4 mm Strahl deutlich geringere relative Strahllänge für einen Strahldurchmesser von 100 mm. Ein Vergleich der gerechneten relativen Strahllängen für die fluide Uranoxyd in Natrium und Woods-Metall in Wasser für einen Freistrahldurchmesser von 10 mm in Abb. 4 zeigt eine sehr gute Übereinstimmung. Daraus resultierend erscheint das Modellfluid Woods-Metall in Wasser zur Nachbildung von Uranoxyd in Natrium als geeignet.

## 7. Schlußfolgerungen

In diesem Bericht wurde eine Erweiterung der linearen Stabilitätstheorie für niedrigviskose Strahlen in einem niedrigviskosen Kontinuum vorgestellt. Voraussetzungen sind, daß beide fluide inkompressibel und nicht ineinander löslich sind. Die Gleichungen dieses Modells benötigen keinen experimentell bestimmten Parameter. Die Grundformeln dieses Modells machen die Ermittlung der wichtigsten Strahlparameter möglich, wie z. B. der Wellenlänge und des Wachstumsparameters der dominanten Störung und schließlich auch der Fragmentationslänge, bei welcher sich der Strahl durch einen rein hydrodynamischen Mechanismus auflöst.

Im Gültigkeitsrahmen der linearen Stabilitätstheorie ergibt sich auf Grund der ausgeführten Analyse des Modells, daß mit wachsender Strahlgeschwindigkeit auch die hydrodynamische Fragmentationslänge etwa linear anwächst, mit wachsendem Strahldurchmesser wächst diese Länge nicht linear aber monoton an. Die Verkürzung der Fragmentationslänge bei einem nicht entwickelten Eintrittsgeschwindigkeitsprofil des Strahles gegenüber dem entwickelten Geschwindigkeitsprofil beträgt bei laminarer Strömung etwa 50 % und bei turbulenter Strömung etwa 30 % - 10 %.

Das entwickelte mathematische Modell, welches den rein hydrodynamischen Strahlaflösungsmechanismus beschreibt, ermittelt die maximale Fragmenta-

tionslänge; wenn ein zusätzlicher Mechanismus zur Strahlzerlegung z.B. thermische Wechselwirkung Strahl-Kontinuum auftritt, dann verkürzt sich diese Länge.

Die Gültigkeit des Modells wurde durch einen Vergleich entsprechender Berechnungen mit dem Rechenprogramm FRAG und vorliegenden Versuchsergebnissen nachgeprüft. Die Rechenergebnisse zeigen gegenüber den ersten Versuchsergebnissen mit Woodsmetall als Strahlfluid aus /8/ eine Überbewertung der Fragmentationslänge. Hingegen zeigen die berechneten Fragmentationslängen für Toluol und MIBK im Vergleich zu den experimentell ermittelten Werten aus /21/ eine befriedigende Übereinstimmung.

Für die zukünftigen theoretischen Arbeiten werden zwei Schwerpunkte vorgeschlagen:

- Für eine physikalisch genauere Beschreibung der Fragmentation im Bereich des Zertropfens eine Verbesserung von Beziehungen bzw. Korrelationen für Reib- und Widerstandseffekte sowohl für laminare als auch für turbulente Strahlströmung;
- Erweiterung der Gültigkeit des Modells auf die Bereiche des Zerwellens und Zerstäubens des Strahles (welche durch entsprechende Weberzahlen bestimmt sind).

Es ist anzumerken, daß für oben angeführte Erweiterungen des Modells eine experimentelle Verifikation der komplizierten Fragmentationsprozesse unerlässlich ist.

Literatur

- /1/ Ruff, K.:  
Tropfengröße beim Strahlzerfall in niedrigviskosen Flüssig/flüssig-Systemen; Chem. Ing. Tech. 50, Nr. 6, 1978, S. 441-443.
- /2/ Schriewer, J.:  
Zur Theorie der hydrodynamischen Fragmentation von Flüssigkeitstropfen in flüssigen Medien durch Stoßwellen; Dissertation TU Stuttgart, IKE, 1979.
- /3/ Müller, U., Günther, C. (ed.):  
Post Accident Debris cooling; Proc. 5th Post Accident Heat Removal Information Exchange Meeting, Karlsruhe, July 28-30, 1982, Braun Verlag Karlsruhe.
- /4/ Chen, M.M.:  
Erosion of a low melting solid by a hot fluid jet of normal incidence reprint; Proc. 17th National Heat Transfer Conference, Salt Lake City, August 14-17, 1977, pp. 166 - 177.
- /5/ Bogy, D.B.:  
Drop formation in a circular liquid jet; Ann. Rev. Fluid Mech. 11, 1979, p. 207-228.
- /6/ Buchanan, D.J.:  
A model for fuel-coolant interactions; Appl. Phys. 7, 1974, p. 1441-1457.
- /7/ Benz, R., Bürger, M., Schwalbe, W., Unger, H.:  
Theoretische Arbeiten zur Dampfexplosion; IKE Fachbericht BMFT-RS 206, TU Stuttgart, 1978.
- /8/ Casal, V. u.a.: Private Mitteilung 1982
- /9/ Corradini, M., Todreas, N.E.:  
Prediction of minimum  $UO_2$  particle size based on thermal stress initiated fracture model; Nucl. Engng. Design 53, 1979, p. 105-116.

- /10/ Drazin, P.G., Reid, W.H.:  
Hydrodynamic stability; Cambridge University Press, Cambridge, 1981.
- /11/ Iciek, J.:  
The hydrodynamics of a free, liquid jet and their influence on direct contact heat transfer - I, II; Int. J. Multiphase Flow 8, 1982, p.239-260.
- /12/ Meister, B.J.:  
The formation and stability of jets in immiscible liquid systems;  
Ph.D. thesis, Cornell University of Michigan, 1966.
- /13/ Rayleigh, Lord:  
On the instability of jets; Proc. Lond. Math. Soc. 10, 1879, p. 4-13.
- /14/ Rayleigh, Lord:  
The theory of sound; Dover, New York, 1945.
- /15/ Meister, B.J., Scheele, G.F.:  
Prediction of jet length in immiscible liquid systems; AIChE Journal 15,  
No. 5, 1969, p. 689-699.
- /16/ Meister, B.J., Scheele, G.F.:  
Generalized solution of the Tomotika stability analysis for a cylindrical jet; AIChE Journal 15, No. 5, 1969, p. 700-706.
- /17/ Wang, D.P.:  
Finite amplitude effect on the stability of a jet of circular cross-section; J. Fluid Mech. 34, 1968, p. 299-313.
- /18/ Yuen, M.C.:  
Non-linear capillary instability of a liquid jet; J. Fluid Mech. 33,  
1968, p. 151-163.
- /19/ Carslaw, H.S., Jaeger, J.C.:  
Conduction of Heat in Solids; Claderon Press, Oxford, 1973.

/20/ Brauer, H.:

Grundlagen der Einphasen- und Mehrphasenströmungen; Verlag Sauerländer,  
Aran-Frankfurt a.M. 1971.

/21/ K. Marten, K. Mack, V. Casal

Modellexperimente mit Flüssigkeits-Freistrahlen in Flüssigkeiten zur Be-  
stimmung der hydrodynamischen Stabilität von  $\text{UO}_2$ -Strahlen in Natrium,  
KfK 3989 (im Druck)

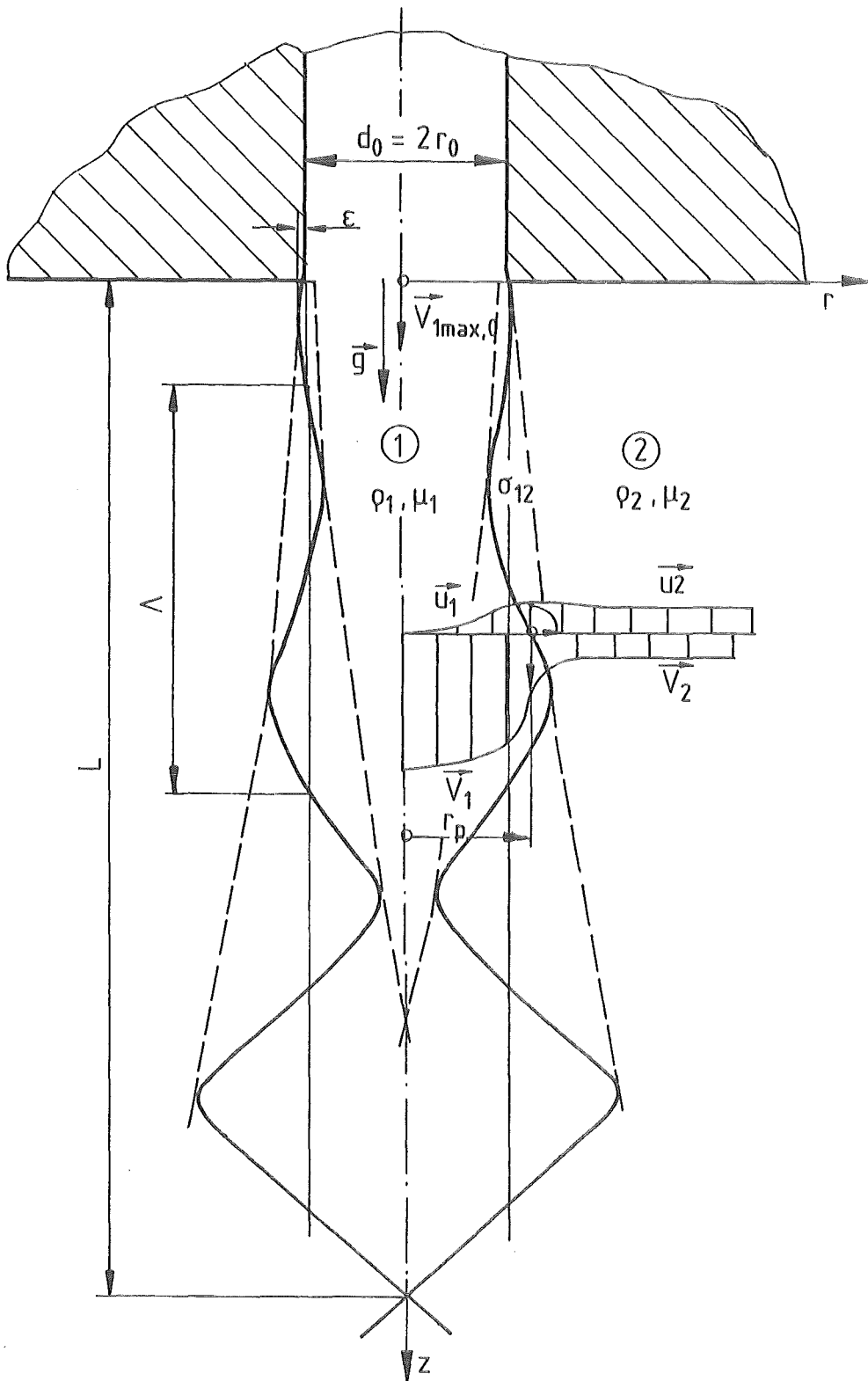


Abb. 1 Physikalisches Modell der hydrodynamischen Fragmentation eines Flüssigkeitsstrahles im umgebenden Kontinuum



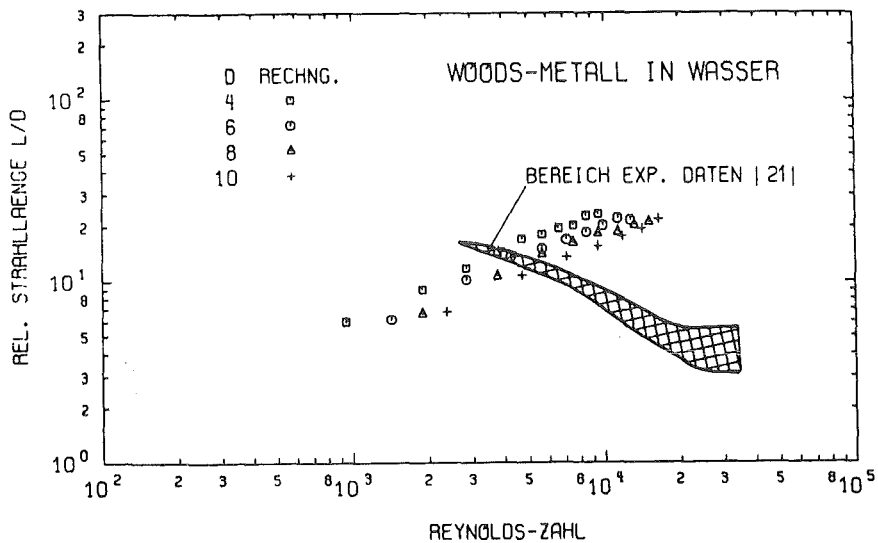
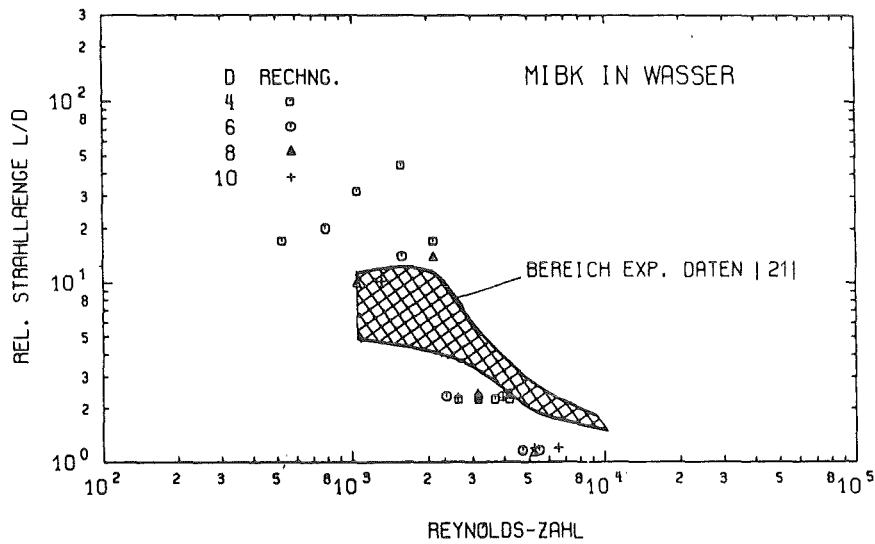
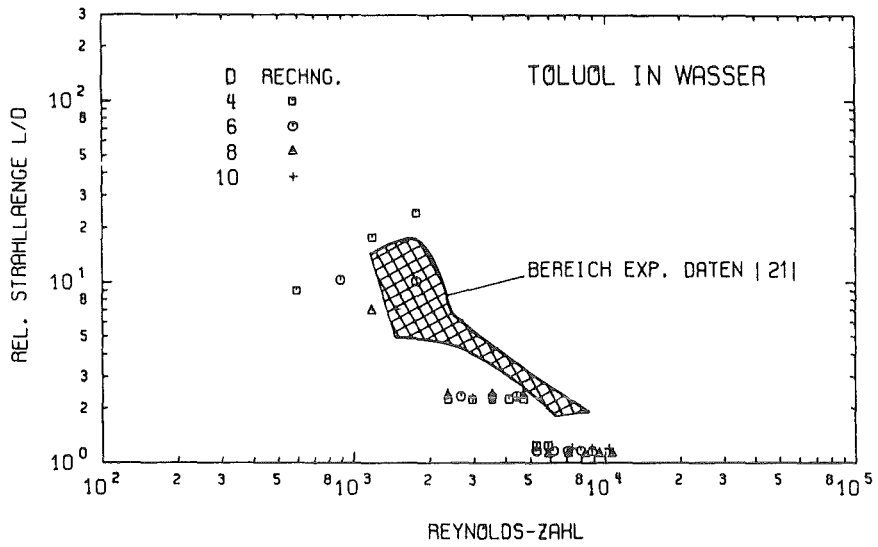


ABB.2 RELATIVE STRAHLLÄNGE ALS FUNKTION DER REYNOLDS-ZAHL  
 VERGLEICH: RECHNUNG EXPERIMENT

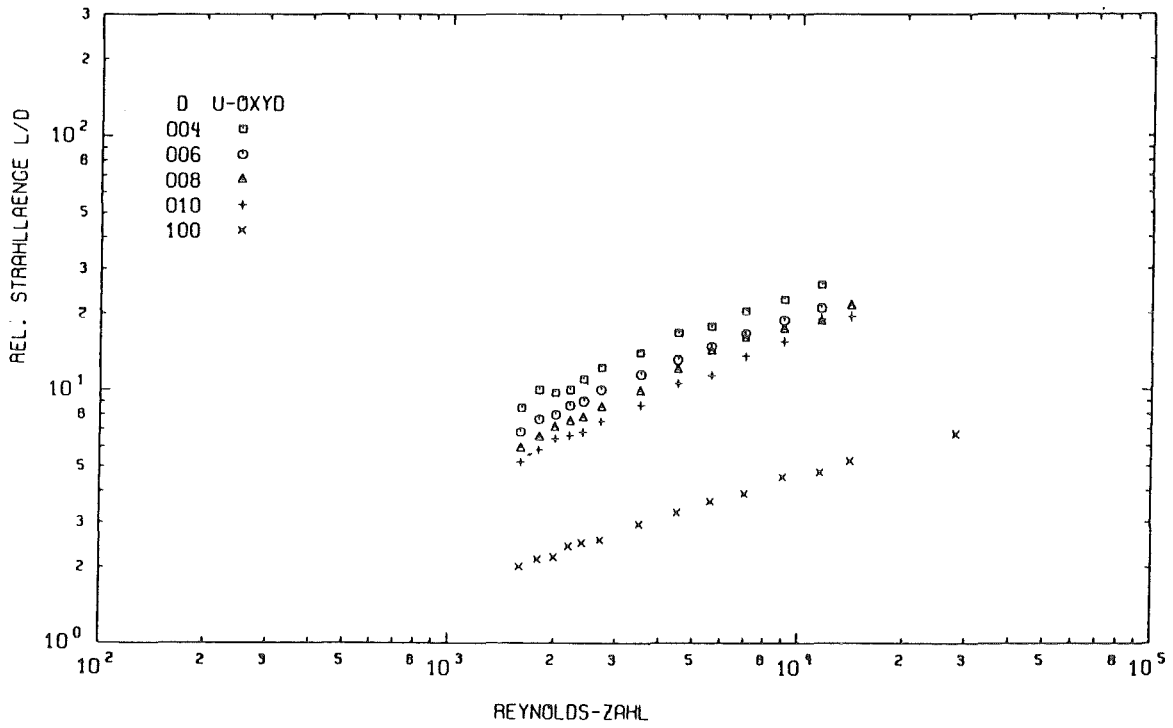


ABB.3 RELATIVE STRAHLLENGE ALS FUNKTION DER REYNOLDS-ZAHL

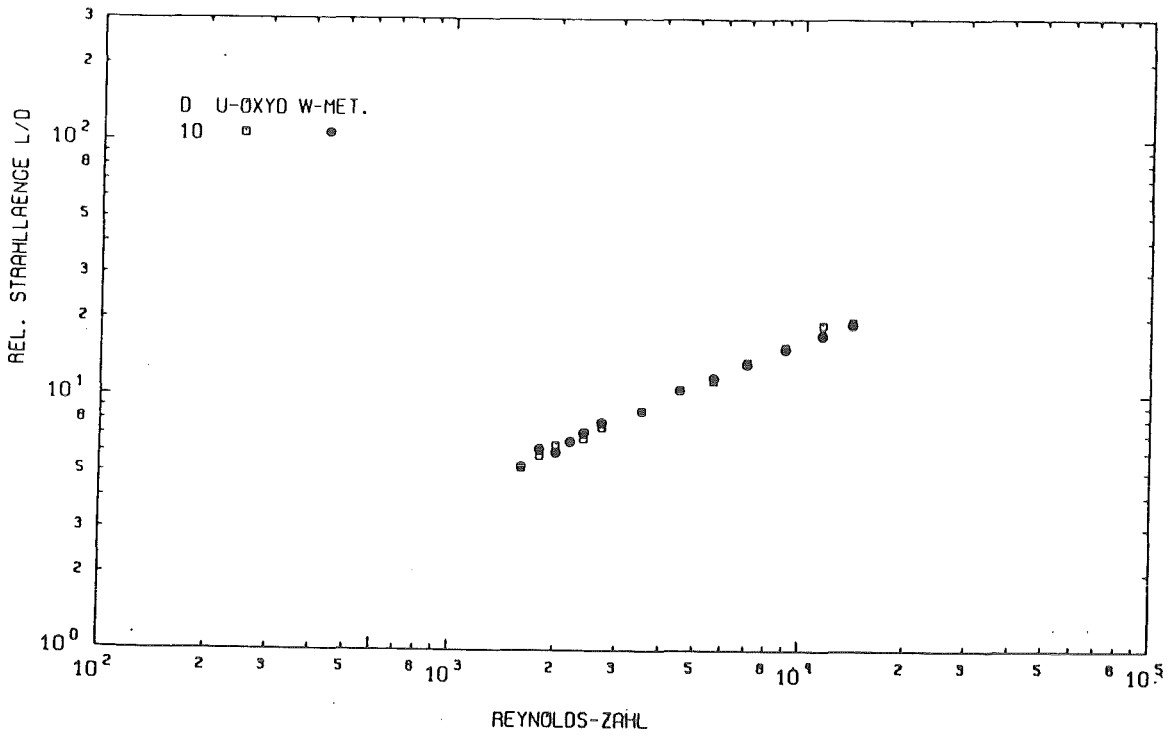


ABB.4 RELATIVE STRAHLLENGE ALS FUNKTION DER REYNOLDS-ZAHL  
VERGLEICH VON RECHENWERTEN: URANOXYD-WOODSMETALL

P R O G R A M M F R A G

BERECHNUNG DER HYDRODYNAMISCHEN FRAGMENTATIONS-LAENGE VON FREISTRALLEN  
 =====

-----  
 GEGEBENE PARAMETER DER FLUESSIGKEITSPAARUNGEN  
 -----

```

STRAHL      -   FLUESSIGKEIT           :   TOLUOL
                STROEMUNGSRICHTUNG      :   VON UNTEN
                GESCHWINDIGKEITSPROFIL  :   AUSGEBILDETES
                TEMPERATUR      ("C)    :   20.0
                DICHTE          (KG/M3)  :   864.0
                DYN.ZAEHIGKEIT (KG/MS)  :   0.000585

KONTINUUM   -   FLUESSIGKEIT           :   WASSER
                TEMPERATUR      ("C)    :   20.0
                DICHTE          (KG/M3)  :   998.0
                DYN.ZAEHIGKEIT (KG/MS)  :   0.001000

PHASENGRENZE - OBERFLAECHENSPANNUNG (N/M) :   0.034000
  
```

ERGEBNISSE  
 -----

PARAMETER AM STRAHLEINTRITT				FRAGMENTATIONS-LAENGE		
DO (M)	VISO (M/S)	RE (1)	VIMAXO (M/S)	L MIN (M)	L MAX (M)	UNG (%)
0.004	0.10	590 (LAM)	0.20	0.036	0.042	7.2
0.004	0.20	1181 (LAM)	0.40	0.071	0.078	7.2
0.004	0.30	1772 (LAM)	0.60	0.097	0.105	7.2
0.004	0.40	2363 (TUR)	0.52	0.009	0.009	7.2
0.004	0.50	2953 (TUR)	0.65	0.009	0.009	7.2
0.004	0.60	3544 (TUR)	0.77	0.009	0.009	7.2
0.004	0.70	4135 (TUR)	0.90	0.009	0.009	7.2
0.004	0.80	4726 (TUR)	1.02	0.009	0.009	7.2
0.004	0.90	5316 (TUR)	1.14	0.005	0.005	7.2
0.004	1.00	5907 (TUR)	1.26	0.005	0.005	7.2
0.004	2.00	11815 (TUR)	2.47	Z E R W E L L E N		
0.004	3.00	17723 (TUR)	3.67	Z E R W E L L E N		
0.004	4.00	23630 (TUR)	4.86	Z E R W E L L E N		
0.004	5.00	29538 (TUR)	6.05	Z E R W E L L E N		