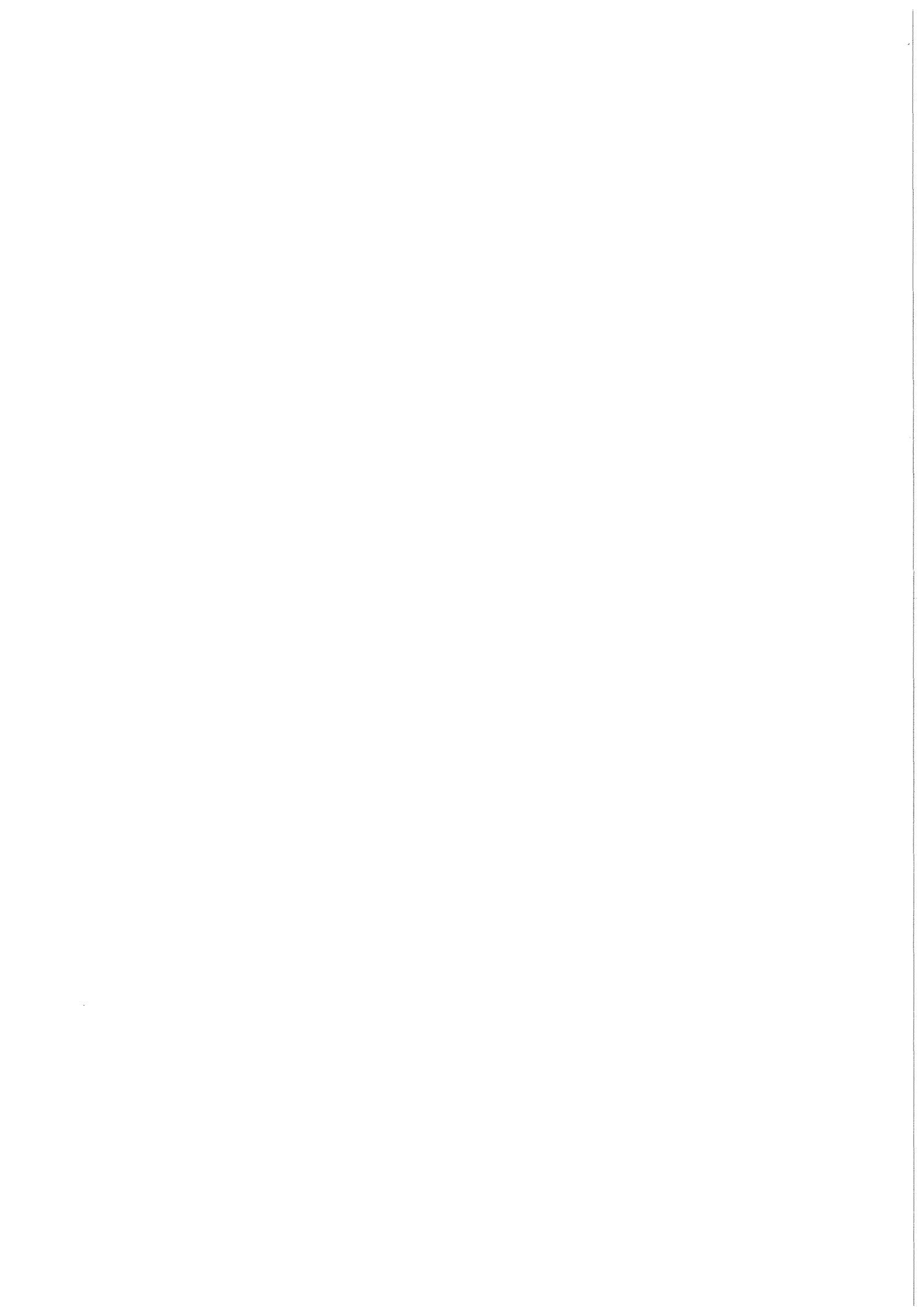


KfK 4260  
März 1987

# **Magnetoelastisches Buckling in supraleitenden toroidalen Magnetsystemen**

W. Geiger  
Institut für Datenverarbeitung in der Technik  
Projekt Kernfusion

**Kernforschungszentrum Karlsruhe**



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Institut für Datenverarbeitung in der Technik

Projekt Kernfusion

KfK 4260

Magnetoelastisches Buckling in  
supraleitenden toroidalen Magnetsystemen <sup>+)</sup>

Werner Geiger

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

<sup>+)</sup>  Von der Fakultät für Physik der Universität

Karlsruhe genehmigte Dissertation

Als Manuskript vervielfältigt  
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH  
Postfach 3640, 7500 Karlsruhe 1

ISSN 0303-4003

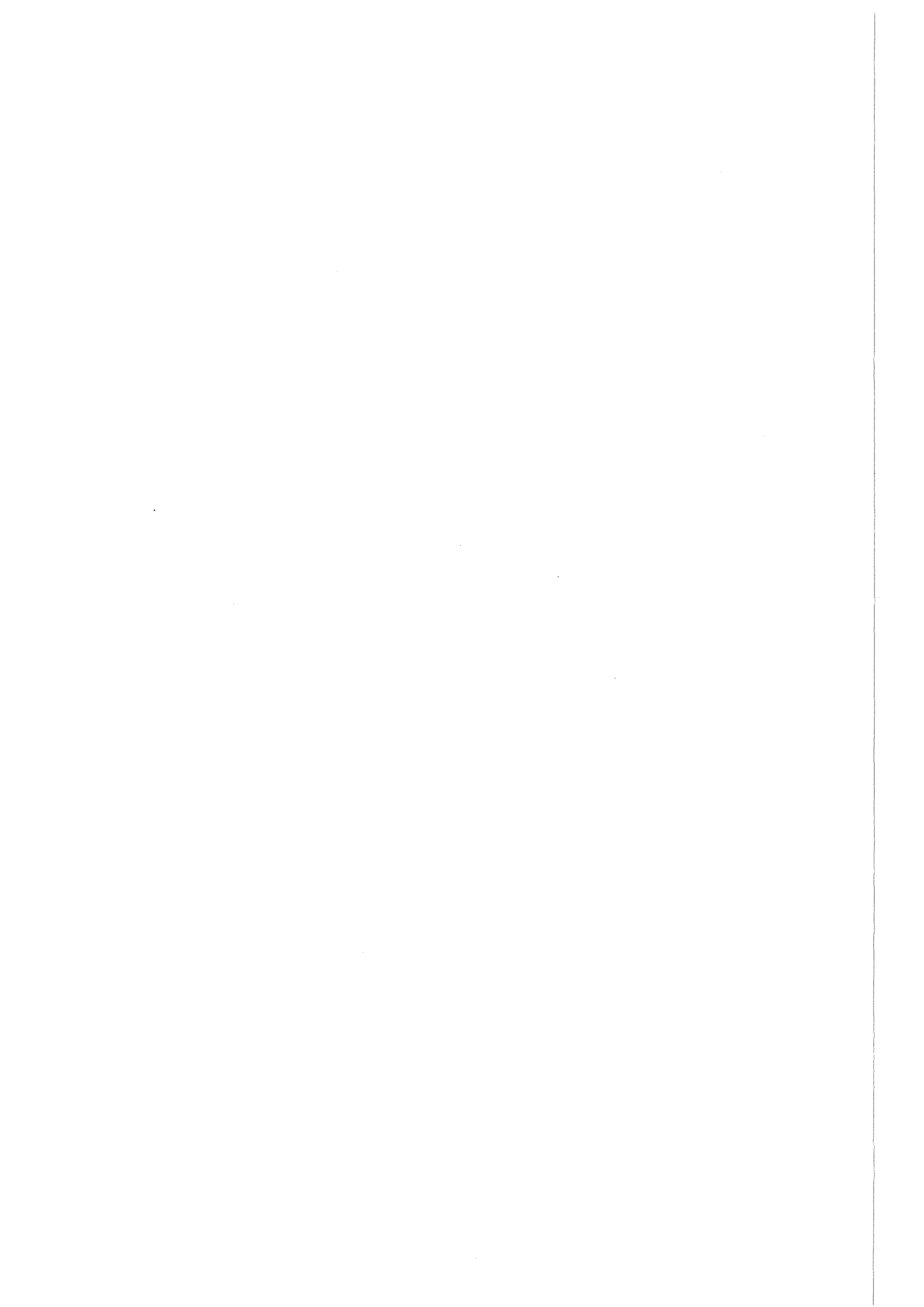
## Zusammenfassung

In toroidalen Magnetsystemen kann aufgrund einer magnetoelastischen Wechselwirkung ab einem kritischen Strom die seitliche Lage der Spulen instabil werden. Dieser Effekt wird magnetoelastisches Buckling genannt. Der Buckling-Effekt wurde in einem ersten Schritt mit einer speziellen Spule mit einfacher Struktur überprüft. In diesen Experimenten wurde die Buckling-Theorie mit hoher Genauigkeit bestätigt. In einem zweiten Schritt wurde der Buckling-Effekt an einem nach Aufbau und Größe technologisch relevanten toroidalen Magnetsystem, der TESPE-Anordnung, untersucht. Für die Berechnung des Buckling-Verhaltens wurde ein verallgemeinertes theoretisches Modell entwickelt. Die Messung des Buckling-Verhaltens zeigte, daß in einem Torus mit komplexer Struktur die elastischen Steifigkeiten sich mit dem Strom stark ändern können. Zur Überwachung der mechanischen Stabilität im Betrieb wird eine Überwachung der Eigenfrequenzen der seitlichen Schwingungen vorgeschlagen.

## Magnetoelastic Buckling in Superconducting Toroidal Magnet Systems

### Abstract

The lateral positions of coils in toroidal magnet systems can become unstable above a critical value of the current as a result of a magnetoelastic interaction. This effect is called magnetoelastic buckling. In a first step, the buckling effect was verified with a special coil of simple structure. The buckling theory was confirmed with great accuracy in these experiments. In a second step, the buckling effect was studied in the TESPE arrangement, a toroidal magnet system of a design and size relevant to technical demands. A generalized theoretical model was developed for the calculation of the buckling behavior. The measurements of buckling behavior showed that elastic stiffnesses can vary greatly as a function of the current in a torus of complex design. Monitoring of the frequencies of the lateral normal modes is proposed as a way of controlling mechanical stability in operation.



INHALTSVERZEICHNIS

1. EINLEITUNG . . . . .	1
2. THEORIE UND BISHERIGE UNTERSUCHUNGEN . . . . .	5
2.1 Einfaches Modell . . . . .	5
2.2 Theorie und Untersuchungen von F.C. Moon und Mitarbeitern . . . . .	9
2.3 Untersuchungen von K. Miya und Mitarbeitern . . . . .	15
3. DAS SUPRALEITENDE TOROIDALE MAGNETSYSTEM TESPE . . . . .	17
3.1 Magnetanordnung . . . . .	18
3.2 Datenerfassung und -auswertung . . . . .	20
4. BUCKLING-UNTERSUCHUNGEN MIT EINER SPEZIELLEN SPULE (BS-SPULE) . . . . .	22
4.1 Versuchsanordnung und -durchführung . . . . .	22
4.2 Auswertung und Vergleich mit der Theorie . . . . .	30
4.2.1 Anwendung der Buckling-Theorie auf diese Versuchsanordnung . . . . .	30
4.2.2 Messungen der statischen Auslenkung . . . . .	32
4.2.3 Schwingungsmessungen . . . . .	35
4.2.4 Numerische Rechnungen und Vergleich der Ergebnisse . . . . .	37
5. MODALANALYSE DER TESPE-MAGNETANORDNUNG UND BERECHNUNG DES BUCKLING-VERHALTENS . . . . .	41
5.1 Verallgemeinertes theoretisches Modell und magnetische Steifig- keitsmatrix . . . . .	42
5.2 Überblick über die Eigenschwingungen und Verformungen . . . . .	45
5.3 Grundausslenkung . . . . .	47
5.3.1 Meßtechnik, Eigenschwingungsform, Vorgehen . . . . .	47
5.3.2 Elastische Steifigkeitsmatrix und Trägheitsmatrix . . . . .	53
5.3.3 Berechnung des Buckling-Verhaltens . . . . .	56
5.4 Kipp- und Biegeauslenkung . . . . .	60
5.4.1 Eigenschwingungen . . . . .	61
5.4.2 Berechnung des Buckling-Stroms . . . . .	63
6. BUCKLING-MESSUNGEN AN TESPE UND DISKUSSION DER ERGEBNISSE . . . . .	68
6.1 Experimentelles . . . . .	68

6.2 Ergebnisse und Diskussion . . . . .	71
6.2.1 Grundausslenkung . . . . .	71
6.2.2 Kipp- und Biegeausslenkung . . . . .	78
7. SCHLUßFOLGERUNGEN UND VORSCHLÄGE FÜR GROBE TORUSANLAGEN . . . . .	81
8. ZUSAMMENFASSUNG . . . . .	90
ANHANG . . . . .	93
A1. Magnetische Steifigkeit beim BS-Spulen-Experiment . . . . .	93
A2. Statische Kraft-Ausslenkungs-Messung an TESPE . . . . .	94
LITERATUR . . . . .	96
SYMBOLVERZEICHNIS . . . . .	102



## 1. EINLEITUNG

Die Fusionsforschung konzentriert sich weltweit auf Fusionsreaktor-konzepte nach dem Tokamak-Prinzip. In den letzten Jahren wurden mehrere Konzeptentwürfe für Tokamak-Reaktoren vorgestellt, z.B. der INTOR-Entwurf. In diesen Entwürfen wird ein Satz von einzelnen supraleitenden Spulen verwendet, um das toroidale Magnetfeld für den Plasmaeinschluß zu erzeugen (Abbildung 1). Diese Toroidalfeldspulen sollen eine Bohrung von ca. 10 Metern erreichen und Ströme von etwa  $10^7$  Amperewindungen tragen /1.1/. Aufgrund der Wechselwirkung dieser Ströme mit dem Toroidal- und Poloidal-Magnetfeld wirken enorme Kräfte auf die Spulen.

---

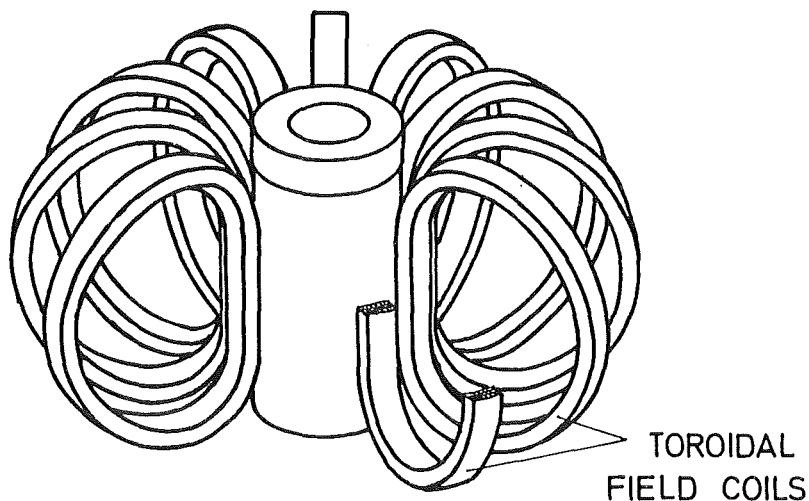


Abbildung 1. Das toroidale Magnetsystem eines Tokamaks

---

Bei der Analyse der mechanischen Festigkeit der Toroidalfeldspulen wurden bisher vor allem die Spannungen in der Spulenebene, die Zentralkräfte, das Drehmoment durch das Poloidalfeld und die Kräfte bei Ausfall einer Spule untersucht. Erst wenig erforscht wurde ein Effekt, der für die Festigkeit der Toroidalfeldspulen ebenfalls von Bedeutung ist: das sogenannte magnetoelastische Buckling.

In einer toroidalen Anordnung von elastischen Spulen wie in Abbildung 1 heben sich bei symmetrischer Anordnung die azimuthalen Komponenten der anziehenden magnetischen Kräfte zwischen den Spulen gegenseitig auf. Bei einer kleinen seitlichen Auslenkung einer Spule aus der Symmetrielage wirkt aber auf diese Spule eine resultierende azimuthale Kraft, die sie weiter auslenken will und die (für kleine Auslenkungen) proportional zur Auslenkung ist. Diese Kraft kann man mit Hilfe einer negativen (da auslenkenden) 'magnetischen Steifigkeit' beschreiben. Die magnetische Steifigkeit nimmt, wenn durch alle Spulen der gleiche Strom  $I$  fließt, in ihrem Betrag proportional mit  $I^2$  zu.

Der negativen magnetischen Steifigkeit wirkt die positive (da rücktreibende) mechanisch-elastische Steifigkeit der Spulen und ihrer Befestigung entgegen. Bei kleinen Strömen überwiegt die rücktreibende elastische Steifigkeit, so daß sich das Magnetsystem in einem stabilen Zustand befindet. Wird aber mit zunehmendem Strom die magnetische Steifigkeit betragsmäßig so groß wie die elastische, erreicht der Strom einen kritischen Wert; die Gesamtsteifigkeit der seitlichen Auslenkung ist dann gleich Null und die Spulen sind in einer indifferenten Lage. Steigt der Strom weiter an, ist die Spulenlage instabil (labil). Bei einer kleinen Fehlstellung aus der Symmetrielage klappen die Spulen zusammen oder verbiegen sich seitlich in eine neue Gleichgewichtslage, je nach Vorzeichen und Größe der nichtlinearen Terme. F.C. Moon, der diese Instabilität als erster untersucht hat, hat dafür den Begriff 'magnetoelastic buckling' (buckling = Knickung, Krümmung, Wölbung) geprägt, in Analogie zum 'buckling' genannten Knicken eines Stabes unter axialer Druckbelastung.

Der Buckling-Effekt in toroidalen Magnetsystemen wurde bisher experimentell nur von F.C. Moon und Mitarbeitern an der Cornell University sowie von K. Miya und Mitarbeitern an der University of Tokyo untersucht. Dabei wurde nur mit kleinen, sehr biegsamen Spulen ohne Gehäuse mit einem Durchmesser von maximal 20 cm und einem Strom von maximal  $8 \times 10^3$  Amperewindungen experimentiert. Mit diesen Kleinversuchen konnte der Effekt grundsätzlich nachgewiesen und die Theorie dazu entwickelt werden. Zwischen diesen Laborspulen und den für Fusionsreaktoren benötigten großen Spulen klafft aber eine Lücke von

zwei Größenordnungen in den Abmessungen, von drei Größenordnungen im Spulenstrom und von mehreren Größenordnungen in der elastischen Steifigkeit sowie die Lücke zwischen einem physikalischen Laborexperiment und einem technischen Reaktor.

Um diese Lücke in den experimentellen Untersuchungen zu füllen, bietet das supraleitende toroidale Magnetsystem TESPE einzigartige Möglichkeiten. TESPE ist der erste supraleitende Torus mit D-förmigen Spulen in technologisch relevanter Größe. Die Spulen haben einen äußeren Durchmesser von etwa 90 cm, tragen einen Strom von bis zu  $1.7 \times 10^6$  Amperewindungen und sind in einem massiven Stahlgehäuse eingebettet. Obwohl bei TESPE technologische Entwicklungen im Vordergrund stehen, besitzt es doch noch genügend Flexibilität für solche Experimente wie Buckling-Untersuchungen.

Magnetoelastisches Buckling der oben dargelegten Art kann dadurch verhindert werden, daß die Torus-Spulen mit Hilfe einer massiven Stützstruktur gegenseitig abgestützt werden. Auf diese Weise konnten bei den bisherigen Tokamak-Experimenten diese Kräfte mit akzeptablem Aufwand beherrscht werden. Bei den künftigen, erheblich größeren Anlagen, bei denen auch die magnetischen Kräfte wesentlich größer sind, gerät aber die Verwendung entsprechend massiver Stützstrukturen in Konflikt mit anderen Anforderungen, wie z.B. der Zugänglichkeit des Innenraums. Bei den derzeit konzipierten Fusionsreaktoren wird durch die Verwendung von Tritium eine gegenüber den bisherigen Experimenten deutlich höhere Strahlenbelastung auftreten. Aus diesem Grund muß ein Großteil der Montage- und Instandhaltungsarbeiten im inneren Teil des Reaktors von fernbedienten Manipulatoren durchgeführt werden. Dazu ist aber eine gute Zugänglichkeit eine notwendige Voraussetzung. Eine massive Stützstruktur behindert aber stark den Zugang. Daneben bildet die Stützstruktur einen wesentlichen Teil der Masse, die beim Kaltfahren der Anlage mit abgekühlt werden muß. Sie bestimmt deshalb nicht unwesentlich die für das Kaltfahren notwendige Zeit bzw. die notwendige Kälteleistung.

Aus diesen Gründen besteht ein starker Bedarf, die Stützstruktur möglichst zu reduzieren. Wenn es gelingt, den Ausfall einer Spule durch entsprechende Überwachungssysteme zu beherrschen, wird der Buckling-

Effekt zu einem limitierenden Faktor für die weitere Reduzierung der Stützstruktur. Deshalb sollte im Rahmen des TESPE-Experiments der Buckling-Effekt über die bisherigen Experimente an kleinen Spulen hinaus weiter erforscht werden, insbesondere im Hinblick auf seine Untersuchung, seine Relevanz und seine Beherrschung in großen Fusionsanlagen.

In einem ersten Schritt wurde das magnetoelastische Buckling mit einer speziellen Spule mit niederem Buckling-Strom untersucht. Dabei wurden die Buckling-Theorie und die numerischen Berechnungsmethoden experimentell überprüft und neue Meß- und Auswerteverfahren erprobt. Im zweiten Schritt wurden die elastischen Steifigkeiten der TESPE-Spulen beim Strom Null durch Modalanalyse und Kraft-Auslenkungsmessungen für verschiedene Deformationsformen bestimmt und mit ihrer Hilfe die Buckling-Ströme von TESPE berechnet. Hierbei wurden erstmals auch unterschiedliche elastische Steifigkeiten der Spulen sowie die magnetischen Kräfte bei gleichphasiger Auslenkung der Spulen berücksichtigt. Im dritten Schritt wurde schließlich das Buckling-Verhalten der TESPE-Spulen bis zum Betriebsstrom gemessen. Diese Untersuchungen und ihre Ergebnisse sind -nach zwei einleitenden Kapiteln über das magnetoelastische Buckling sowie über das TESPE-Magnetsystem- im folgenden dargelegt. Im Anschluß daran wird dann auf Schlußfolgerungen aus diesen Untersuchungen für große Fusionsanlagen sowie auf eine Möglichkeit zur Überwachung der mechanischen Stabilität eingegangen.

## 2. THEORIE UND BISHERIGE UNTERSUCHUNGEN

Im folgenden wird ein Überblick über die Theorie und die bisherigen experimentellen Untersuchungen zum magnetoelastischen Buckling in toroidalen Magnetsystemen gegeben. Der Buckling-Effekt wird zunächst an einem einfachen Modell erläutert. Dann werden die theoretischen und experimentellen Untersuchungen von F.C. Moon und Mitarbeitern dargestellt, deren Theorie auf einer Modalanalyse des Magnetsystems basiert. Anschließend wird noch kurz auf die Arbeiten von K. Miya und Mitarbeitern eingegangen, die hauptsächlich FEM-Rechnungen durchgeführt haben.

### 2.1 EINFACHES MODELL

Betrachtet werde ein toroidales Magnetsystem aus separaten, in der Ruhelage symmetrisch angeordneten Spulen. Durch alle Spulen fließe der gleiche Strom  $I$ . Eine Spule wird als seitlich elastisch verformbar, die anderen Spulen werden der Einfachheit halber als starr angenommen. Die verformbare Spule (Abbildung 2) habe nur einen Freiheitsgrad der seitlichen Verformung, z.B. eine Rotationsauslenkung der Spule um die elastische Befestigung an der zentralen Stützstruktur oder eine Kippauslenkung. Die Formfunktion  $g(x,y,z)$  gebe die Gestalt,  $w(x,y,z,t)$  die seitliche Verschiebung und die verallgemeinerte Koordinate  $u(t)$

$$u(t) := \frac{w(x,y,z,t)}{g(x,y,z)} \quad (2.1)$$

die Amplitude der seitlichen Verformung aus der Ruhelage an  $(x, y, z)$  sind die Ortskoordinaten). Dämpfungen und Nichtlinearitäten seien vernachlässigt.

Das System hat die magnetische Energie  $E^{\text{mag}}$

$$E^{\text{mag}} = \frac{1}{2} L I^2, \quad (2.2)$$

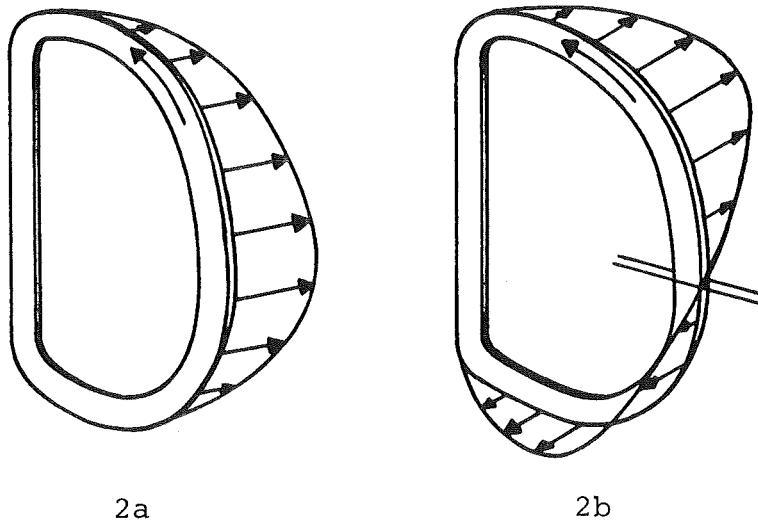


Abbildung 2. Zwei Beispiele für seitliche Verformungen einer Toroidal-feld-Spule

-----

wobei  $L$  die Gesamtinduktivität ist, die Summe aller Selbst- und Gegeninduktivitäten der Spulen. Die Gesamtinduktivität hängt von der Amplitude der seitlichen Verformung ab. Sie kann in eine Potenzreihe entwickelt werden, wobei wegen der Symmetrie ( $L(u) = L(-u)$ ) nur die geraden Potenzen von  $u$  auftreten

$$L(u) = L_0 + L_2 u^2 + L_4 u^4 + \dots \quad (2.3)$$

Hierbei ist

$$L_2 = \frac{1}{2} \frac{d^2}{du^2} L(u) \Big|_{u=0} \quad (2.4)$$

die differentielle Induktivität. Sie ist z.B. bei der Rotationsauslenkung der Spule um die Befestigungsachse an der zentralen Stützstruktur positiv, da in der symmetrischen Anordnung der Spulen die Induktivität minimal ist.

Wenn in (2.3) die Terme vierter und höherer Ordnung vernachlässigt werden, erhält man für die magnetische Kraft  $F^m$

$$F^m = \frac{dE^{\text{mag}}}{du} = L_2 I^2 u, \quad (2.5)$$

d.h. die magnetische Kraft ist proportional zur Amplitude der Verformung. Die zugehörige Steifigkeit, die 'magnetische Steifigkeit'  $K^m$  (die in Analogie zur elastischen Steifigkeit über die Beziehung  $F^m = -K^m u$  definiert ist), ergibt sich mit (2.5) zu

$$K^m = -L_2 I^2. \quad (2.6)$$

Die magnetische Steifigkeit ist z.B. bei der zuvor erwähnten Rotationsauslenkung der Spule negativ, da  $L_2$  positiv ist.

Die Bewegungsgleichung der Spule ohne äußere Kraft lautet damit

$$m \ddot{u} + K^e u + K^m u = 0, \quad (2.7)$$

wobei  $m$  die generalisierte Masse und  $K^e$  die generalisierte elastische Steifigkeit der Spule bei seitlicher Verformung ist. Die Spulenlage bleibt bei zunehmendem Strom stabil, solange die Gesamtsteifigkeit

$$K^{\text{ges}} = K^e + K^m \quad (2.8)$$

positiv ist. Sie wird indifferent, wenn die Gesamtsteifigkeit Null wird. Mit (2.6) ist dies der Fall, wenn der Strom einen kritischen Wert, den Buckling-Strom  $I_B$

$$I_B = \sqrt{\frac{K^e}{L_2}} \quad (2.9)$$

erreicht. Der Buckling-Strom kann somit aus der elastischen Steifigkeit und der differentiellen Induktivität berechnet werden.

Die Abnahme der Gesamtsteifigkeit mit dem Strom macht sich nicht erst bei oder oberhalb des Buckling-Stroms bemerkbar. Sie wirkt sich unterhalb dieses Wertes auf die Frequenz der seitlichen Eigenschwingung sowie auf die seitliche Auslenkung bei einer Fehlstellung der Spule aus. Die (Kreis-)frequenz  $\omega_0(I)$  der seitlichen Eigenschwingung der Spule beim Strom  $I$  ergibt sich aus (2.6)-(2.9) zu

$$\omega_0^2(I) = \frac{K^{\text{ges}}}{m} = \omega_0^2(0) \left(1 - \frac{I^2}{I_B^2}\right), \quad (2.10)$$

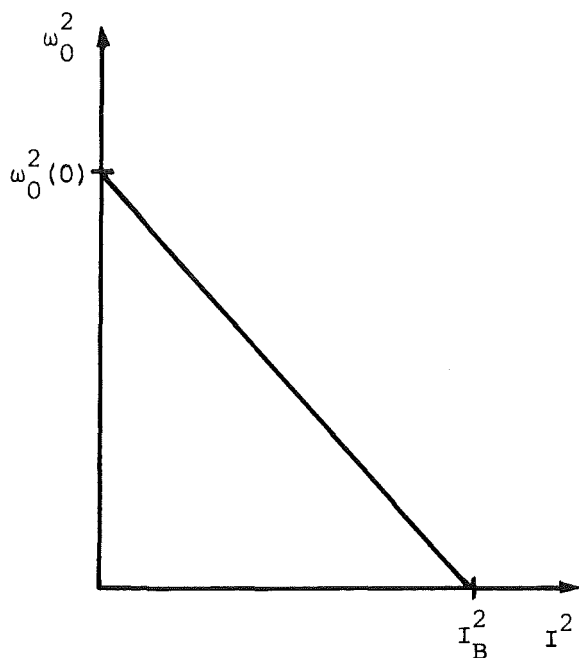
wobei  $\omega_0(0) = \sqrt{K^e/m}$  die Eigenfrequenz der Spule ohne Strom ist. Die Eigenfrequenz nimmt also mit dem Quadrat des Stromes ab und geht bei Annäherung an den Buckling-Strom gegen Null, siehe Abbildung 3a.

Falls die Spule ohne Strom eine kleine Fehlstellung  $u_0$  aus der (magnetischen) Symmetrielage hat, lautet die Bewegungsgleichung der Spule ohne äußere Kraft in linearer Näherung:

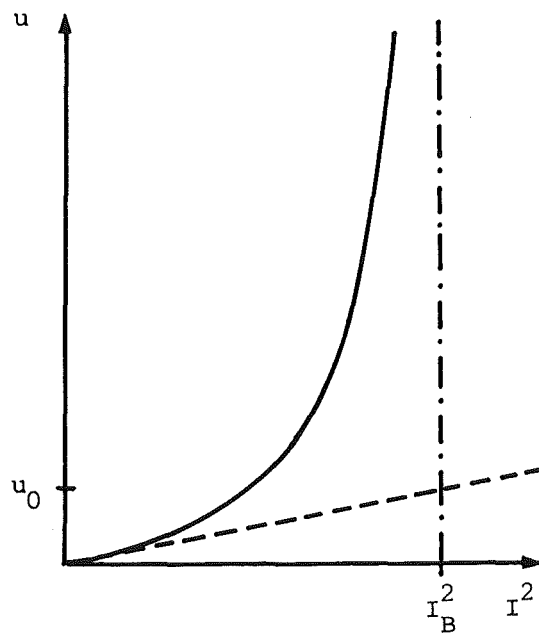
$$m \ddot{u} + K^e u + K^m(u + u_0) = 0 \quad (2.11)$$

oder

$$m \ddot{u} + (K^e + K^m)u + K^m u_0 = 0. \quad (2.12)$$



3a



3b

Abbildung 3. Quadrat der Eigenfrequenz  $\omega_0$  und Auslenkung  $u$  als Funktion des Stromquadrats



Daraus ergibt sich mit  $\ddot{u} = 0$  die statische Auslenkung in Abhängigkeit vom Strom

$$u = \frac{u_0 I^2}{I_B^2 - I^2} = \frac{u_0}{\frac{I_B^2}{I^2} - 1}. \quad (2.13)$$

Diese Auslenkung ist in Abbildung 3b als durchgezogene Linie dargestellt. Zum Vergleich dazu gibt die gestrichelte Linie die Auslenkung an, wenn man die magnetische Steifigkeit nicht berücksichtigt. (Streicht man in (2.12) im zweiten Term die magnetische Steifigkeit und beläßt den dritten Term als auslenkungsunabhängige magnetische Kraft, erhält man  $u = u_0 I^2 / I_B^2$ .) Bei Berücksichtigung der magnetischen Steifigkeit ist die Auslenkung der Spule bei halbem Buckling-Strom um 1/3 größer und bei 71 % des Buckling-Stroms doppelt so groß und steigt dann stark an. Dies legt den Schluß nahe, daß die magnetische Steifigkeit berücksichtigt werden muß, wenn der Betriebsstrom etwa die Hälfte des Buckling-Stroms erreicht.

Wie auch aus dem zuvor dargelegten hervorgeht, kann der Buckling-Effekt sowohl in supraleitenden als auch in normalleitenden toroidalen Magnetsystemen auftreten. Wegen der i.allg. höheren Stromdichten (und damit höheren Kräfte) und der Notwendigkeit, die Masse der Stützstruktur klein zu halten, wird er aber in supraleitenden Torus-Magnetsystemen eher relevant.

## 2.2 THEORIE UND UNTERSUCHUNGEN VON F.C. MOON UND MITARBEITERN

Die theoretischen und experimentellen Untersuchungen des magnetoelastischen Bucklings in toroidalen Magnetsystemen von F.C. Moon und seinen Mitarbeitern an der Cornell University sind in /2.1-2.15/ veröffentlicht.

### Allgemeine Theorie

In ihrer allgemeinen Theorie, die sie im Laufe ihrer Untersuchungen entwickelt haben /2.9, 2.10, 2.13, 2.15/, betrachten sie eine Struktur

von  $N$  gekoppelten elastischen Spulen und untersuchen die mechanische Stabilität und die Schwingungen der Spulen. (Diese allgemeine Theorie wird hier in einer etwas modifizierten, für die Untersuchungen in dieser Arbeit geeigneteren Form dargestellt.) Das System habe  $n$  in der Untersuchung zu berücksichtigende mechanische Freiheitsgrade (Verformungsmoden). Der Verformungszustand des Systems werde eindeutig durch  $n$  verallgemeinerte Koordinaten  $u_1(t)$  beschrieben, die zum Vektor  $\underline{u}(t) := (u_1(t), \dots, u_n(t))^T$  zusammengefaßt werden. Das System sei holonom (die Bindungen sind 'ganzgesetzlich') und skleronom (die Zeit tritt explizit nicht auf), es habe ohne Ströme eine stabile Gleichgewichtslage  $\underline{u} = 0$ ,  $\dot{\underline{u}} = 0$ , und die kinetische Energie sei nicht von den Koordinaten abhängig. Die Dämpfungen seien vernachlässigt und es sei angenommen, daß sich die Ströme bei einer Verformung nicht ändern (stromstabilisierter Betrieb der Spulen).

Im Rahmen der klassischen linearen Elastizitätstheorie sind dann die elastische potentielle Energie und die kinetische Energie des Systems die quadratischen Formen

$$E^{\text{pot}} = \frac{1}{2} \underline{u}^T \underline{\underline{K}}^e \underline{u} \quad (2.14)$$

und

$$E^{\text{kin}} = \frac{1}{2} \dot{\underline{u}}^T \underline{\underline{M}} \dot{\underline{u}}. \quad (2.15)$$

$\underline{\underline{K}}^e$  ist die elastische Steifigkeitsmatrix,  $\underline{\underline{M}}$  die Trägheitsmatrix (Massenmatrix) und  $\dot{\underline{u}}$  der verallgemeinerte Geschwindigkeitsvektor des Systems. Die magnetische Energie kann aus den Selbst- und Gegeninduktivitäten  $L_{r,s}(\underline{u})$  der Spulen ( $r,s = 1(1)N$ ) und den Strömen  $I_r$  in den Spulen berechnet werden gemäß

$$E^{\text{mag}} = \frac{1}{2} \sum_r \sum_s L_{rs}(\underline{u}) I_r I_s, \quad (2.16)$$

wobei die Doppelsummation über sämtliche Spulen läuft.

Die Bewegungsgleichungen des Systems können dann mit Hilfe der Lagrange-Funktion für das elektromechanische System /2.17/

$$\mathcal{L} = E^{\text{kin}} - E^{\text{pot}} + E^{\text{mag}} \quad (2.17)$$

und den Lagrange-Gleichungen

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\underline{u}}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \underline{u}} = \underline{F}^a \quad (2.18)$$

hergeleitet werden /2.18-2.20/; dabei ist  $\underline{F}^a$  die verallgemeinerte äußere Kraft auf das System und die partielle Ableitung ist als Spaltenvektor definiert. Mit der verallgemeinerten magnetischen Kraft

$$\underline{F}^m := \frac{\partial E^{\text{mag}}}{\partial \underline{u}} = \frac{1}{2} \sum_r \sum_s I_r I_s \frac{\partial}{\partial \underline{u}} L_{rs}(\underline{u}) \quad (2.19)$$

ergeben sie sich zu

$$\underline{M} \ddot{\underline{u}} + \underline{K}^e \underline{u} - \underline{F}^m = \underline{F}^a \quad (2.20)$$

Entwickelt man in (2.19) die Induktivitäten  $L_{rs}(\underline{u})$  in Reihe nach  $\underline{u}$  und bricht die Entwicklung nach dem quadratischen Glied ab, erhält man

$$\underline{F}^m = \underline{F}_0^m - \underline{K}^m \underline{u} \quad (2.21)$$

mit

$$\underline{F}_0^m := \frac{1}{2} \sum_r \sum_s I_r I_s \frac{\partial}{\partial \underline{u}} L_{rs}(\underline{u}) \Big|_{\underline{u} = \underline{0}} \quad (2.22)$$

und

$$\underline{K}^m := -\frac{1}{2} \sum_r \sum_s I_r I_s \frac{\partial^2}{\partial \underline{u}^2} L_{rs}(\underline{u}) \Big|_{\underline{u} = \underline{0}}. \quad (2.23)$$

$\underline{F}_0^m$  ist die verallgemeinerte magnetische Kraft bei  $\underline{u} = \underline{0}$ . Wenn die Spulen in der Ruhelage symmetrisch angeordnet sind, ist  $\underline{F}_0^m = \underline{0}$ .

$\underline{K}^m$  wird magnetische Steifigkeitsmatrix genannt, ihre Koeffizienten

sind stromabhängig.  $\partial^2/\partial \underline{u}^2$  ist die Hessesche Matrix mit den Koeffizienten

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \underline{u}^2}\right)_{ik} := \frac{\partial^2}{\partial u_i \partial u_k}, \quad i, k = 1(1)n. \quad (2.24)$$

Die Ableitungen werden jeweils bei  $\underline{u} = \underline{0}$  gebildet.

Mit (2.21) erhält man aus (2.20) die Bewegungsgleichungen in linearer Näherung:

$$\underline{M} \ddot{\underline{u}} + (\underline{K}^e + \underline{K}^m) \underline{u} - \underline{F}_0^m = \underline{F}^a \quad (2.25)$$

Das System wird bei zunehmendem Strom magnetoelastisch indifferent und dann instabil, wenn die generalisierte Steifigkeit einer Eigenschwingung Null wird. Das ist genau dann der Fall, wenn die Frequenz einer Eigenschwingung Null wird.

Die Eigenschwingungen folgen aus den Bewegungsgleichungen (2.25) mit  $\underline{F}^a = \underline{0}$ . Zur Bestimmung der Eigenfrequenzen  $\omega_{0i}$  können die homogenen Bewegungsgleichungen verwendet werden. Mit dem Produktansatz

$$\underline{u}(t) = \hat{\underline{u}}_0 e^{i\omega_0 t} \quad (2.26)$$

führen sie auf das allgemeine Matrixeigenwertproblem

$$(-\omega_0^2 \underline{M} + (\underline{K}^e + \underline{K}^m)) \hat{\underline{u}}_0 = \underline{0}, \quad (2.27)$$

wobei die Eigenvektoren  $\hat{\underline{u}}_{0i}$  die Eigenschwingungsformen des Systems (die relativen Amplituden der verschiedenen Verformungen) beschreiben. Gleichung (2.27) ist die Frequenz-Strom-Dispersionsgleichung. Mindestens eine Eigenfrequenz wird genau dann Null, wenn

$$\det (\underline{K}^e + \underline{K}^m) = 0 \quad (2.28)$$

ist. Die niedersten Stromwerte, bei denen (2.28) erfüllt ist, sind die Buckling-Ströme des Systems. (Die Buckling-Ströme bilden eine  $(n-1)$ -dimensionale Fläche im  $n$ -dimensionalen Raum der  $n$  Spulenströme.)

### Experimente und numerische Ergebnisse

Moon und seine Mitarbeiter haben Experimente an kleinen Modellsystemen durchgeführt, an einem 3-Spulen-Teiltorus /2.4, 2.5/, 5-Spulen-Teiltorus /2.6/, 8-Spulen-Volltorus /2.8/ und 16-Spulen-Volltorus /2.11, 2.12/ sowie an einem ferromagnetischen Torussimulator /2.13/. Sie haben dabei gezeigt, daß der Buckling-Effekt in toroidalen Magnet-systemen auftreten kann, und die Theorie der magnetischen Steifigkeit weitgehend verifiziert.

Die Spulen in diesen Experimenten waren aus einem NbTi-Supraleiter in D-Form gewickelt und in Epoxy gegossen; sie hatten jedoch kein Gehäuse und waren dadurch sehr biegsam. Die Spulen hatten, je nach Experiment, 11-46 Windungen, einen Durchmesser von 17-20 cm, eine Masse von 7.5-31 g und einen maximalen Strom von 50-210 A. Der 8- und 16-Spulen-Torus hatte einen äußeren Durchmesser von 30 cm, der Maximalwert des Magnetfelds lag unter 0.5 T. Der ferromagnetische Torussimulator bestand aus einer einzelnen supraleitenden Spule zwischen zwei ferromagnetischen Platten, die wie ein Kreissektor angeordnet waren. Die Spulenanordnungen wurden in flüssiges Helium getaucht.

Es wurden die ersten drei seitlichen Eigenschwingungen und Biegemoden der Spulen analysiert. Bei der Untersuchung der ersten Eigenschwingung (Zeichnung a in Abbildung 2 auf Seite 6) waren die Spulen im äußeren Teil frei. Zur Untersuchung der zweiten (Zeichnung b) und dritten Eigenschwingung wurden sie im äußeren Teil an einer bzw. an zwei Stellen durch eine starre Stützstruktur eingespannt. Zwischen den Spulen gab es keine elastischen Kopplungen. Die Spulenschwingungen wurden mit kleinen, normaleitenden Spulen angeregt. Mit Hilfe von Dehnungsmeßstreifen wurde die seitliche Biegedehnung und die Eigenfrequenz der Spulen in Abhängigkeit vom Strom gemessen.

Die statischen Messungen ergaben, daß die seitliche Auslenkung bzw. Verbiegung der Spulen mit dem Strom zunächst langsam zunimmt und bei

Annäherung an einen kritischen Strom sehr stark ansteigt. Bei der Richtung der Auslenkung gab es einen Paarungseffekt, d.h. die Spulen haben sich paarweise zueinander hin gebogen. Die dynamischen Messungen im Torus-Verband zeigten, daß durch die magnetischen Kräfte die Schwingungen der Spulen gekoppelt werden und sich gekoppelte Torus-Eigenschwingungen ausbilden. Die Frequenzen der meisten Eigenschwingungen nahmen mit dem Strom ab. Wenn eine Spule angestoßen wurde, breiteten sich seitliche Auslenkungswellen um den Torus aus. Gepulste Poloidalfelder führten zu Schwingungen der Toroidalfeldspulen. In einigen Experimenten löste die Verbiegung der Spulen einen Quench aus /2.12/.

Bei den numerischen Rechnungen zu diesen Experimenten modellierten Moon und seine Mitarbeiter die Spulen als eingespannte ebene elastische Ringe mit nur einem Stromfilament. Die Eigenschwingungsformen eines solchen Ringes können in analytischer Form angegeben werden /2.3/. Bei der Bestimmung der Torus-Eigenschwingungen wurde jeweils nur eine Spulen-Eigenschwingung berücksichtigt und die Spulen als gleich vorausgesetzt. Die toroidale Anordnung der Spulen kann dann wie eine lineare Kette von Oszillatoren mit periodischen Randbedingungen und Kopplungen mit negativen Steifigkeiten behandelt werden. Die Eigenschwingungen dieser periodischen Struktur können ebenfalls in analytischer Form angegeben werden /2.3, 2.11/. Für diese Spulen- und Torus-Eigenschwingungen wurde dann numerisch die differentielle Induktivität berechnet. Die Torus-Eigenschwingung, bei der benachbarte Spulen mit gleicher Amplitude in Gegenphase schwingen, hat die größte differentielle Induktivität. Sie ist die Schwingung, deren Frequenz bei zunehmendem Strom als erste Null wird, und ist damit die Buckling-Schwingung bzw. -Verformung. Die zur Berechnung der Buckling-Ströme außerdem benötigten elastischen Steifigkeiten wurden aus der Eigenfrequenz ohne Strom und der generalisierten Masse der Spule bestimmt. Die berechneten Buckling-Ströme wurden schließlich noch wegen der Versteifung der Spulen durch die magnetisch bewirkte Zugspannung korrigiert.

Moon und seine Mitarbeiter haben mit ihrer Berechnungsmethode die Buckling-Ströme von einigen Entwürfen von Fusionsreaktoren abgeschätzt. In einer ihrer ersten Arbeiten haben sie fünf Reaktorentwürfe

untersucht /2.2/. Die Rechnungen ergaben, daß vier davon mindestens ein bis drei seitliche Abstützungen der Spulen benötigen, damit der Buckling-Strom größer als der Nennstrom ist. Eine spätere Untersuchung eines EPR-Entwurfs (EPR = experimental power reactor) ergab, daß die Spulen an mindestens zwei Stellen abgestützt werden müssen /2.13/. Hauptschwierigkeit bei den Abschätzungen war, die seitliche elastische Steifigkeit der Spulen und deren Befestigung an der zentralen Stützstruktur abzuschätzen.

Ergänzend sei noch erwähnt, daß die Arbeitsgruppe von Moon auch andere supraleitende Magnetsysteme auf magnetoelastische Instabilitäten hin überprüft hat, insbesondere Poloidalfeldspulen /2.16/. Eine Übersicht über ihre Untersuchungen ist in /2.9/ und /2.15/ enthalten.

### 2.3 UNTERSUCHUNGEN VON K. MIYA UND MITARBEITERN

Die zuvor beschriebene Theorie von Moon basiert auf der Modalanalyse. Sie benötigt zur Berechnung der Buckling-Ströme die Eigenschwingungsformen und die Eigenfrequenzen bzw. elastischen Steifigkeiten der Spulen. In praxi ist es jedoch schwierig, die Eigenfrequenzen großer supraleitender Spulen ohne Experiment zu erhalten. K. Miya und seine Mitarbeiter an der University of Tokyo haben deshalb an der Entwicklung numerischer Methoden auf der Basis der Finite-Elemente-Methode (FEM) zur Vorausberechnung des magnetoelastischen Verhaltens gearbeitet /2.21-2.28/.

Sie modellieren die Spulen als ebene Platten konstanter Dicke (2-dimensionales Modell). Zur Herleitung der Bewegungsgleichungen benutzen sie ebenfalls den Lagrange-Formalismus (2.17)-(2.18), wobei sie zunächst von den Energien des kontinuierlichen Systems ausgehen. Zur numerischen Lösung der Bewegungsgleichung diskretisieren sie die Spule in dreieckige Elemente und führen die Rechnungen nach der FE-Methode durch. Bezüglich der Zeit setzen sie in dem Teil der Arbeiten, in dem freie Schwingungen untersucht werden, harmonische Schwingungen als Lösung an, was wie bei Moon zu einem Matrixeigenwertproblem führt /2.21-2.25/. In dem Teil der Arbeiten, in dem erzwungene Schwingungen untersucht werden, wenden sie die Laplace-Transformation an und be-

rechnen die diskretisierten Gleichungen mit Hilfe des Algorithmus der Fast-Fourier-Transformation /2.26-2.28/.

Miya und seine Mitarbeiter haben ihre Theorie für verschiedene numerische Analysen benutzt. Sie haben die Wirkung unterschiedlicher seitlicher Einspannungen der Spulen (d.h. unterschiedlicher Stützstrukturen) auf die Deformationsform und den Buckling-Strom untersucht /2.21, 2.22/. Zur Überprüfung der numerischen Methode haben sie Experimente mit einem Teiltorus aus drei Spulen mit und ohne Stützstruktur durchgeführt /2.22, 2.23/. Sie haben ferner mit einem kleinen Gesamttorus aus acht Spulen ohne Stützstruktur und mit einem Torussimulator mit und ohne Stützstruktur experimentiert /2.24, 2.25, 2.28/.

Die Spulen hatten 19 Windungen, einen Durchmesser von 12 cm und einen Strom von maximal etwa 170 A pro Windung. Sie bestanden aus NbTi-Supraleiter, waren in Epoxy gegossen und hatten kein Gehäuse. In den Experimenten wurden mit Dehnungsmeßstreifen die seitliche Verbiegung und die Eigenfrequenz der seitlichen Grundschiwingung in Abhängigkeit vom Strom gemessen. Dabei wurde der Buckling-Effekt experimentell bestätigt. Eine wesentliche Schwierigkeit für die Rechnungen war, genaue Werte der äquivalenten elastischen Konstanten der Spulen bei 4 K zu erhalten.

In einer gemeinsamen Arbeit haben Miya mit Mitarbeiter Uesaka sowie Moon die numerische Methode auf vorgeschlagene Spulenkonzepete für INTOR, LCT und NUWMAK angewendet /2.26-2.28/. Sie haben die Buckling-Ströme abgeschätzt und die Anregung der Spulenschwingungen durch den Plasmastrom und das gepulste Poloidalfeld berechnet. Schwierigkeiten bereitete hierbei neben der Bestimmung der äquivalenten elastischen Konstanten die Berücksichtigung der komplexen Struktur der Spulen. Sie kamen zu dem Ergebnis, daß bei INTOR und NUWMAK die Buckling-Ströme bei etwa der Hälfte der Auslegungsströme liegen und schließen daraus, daß bei Spannungsanalysen großer Spulensysteme für Fusionsreaktoren die magnetische Steifigkeit berücksichtigt werden muß.



### 3. DAS SUPRALEITENDE TOROIDALE MAGNETSYSTEM TESPE

Das supraleitende Torusmagnetsystem TESPE /3.1-3.5/ wurde im Rahmen des europäischen Fusionstechnologie-Programms am Institut für Technische Physik des Kernforschungszentrums Karlsruhe aufgebaut. Mit dieser Experimentiereinrichtung sollen Erfahrungen für die Konstruktion, den Normalbetrieb und das Störfallverhalten großer toroidaler Magnetsysteme für Fusionsreaktoren gesammelt werden. Der Name TESPE wurde aus der früheren Zielsetzung der Arbeiten, der Entwicklung von Energiespeichern, abgeleitet (Toroidales Energie-Speicher-Experiment).

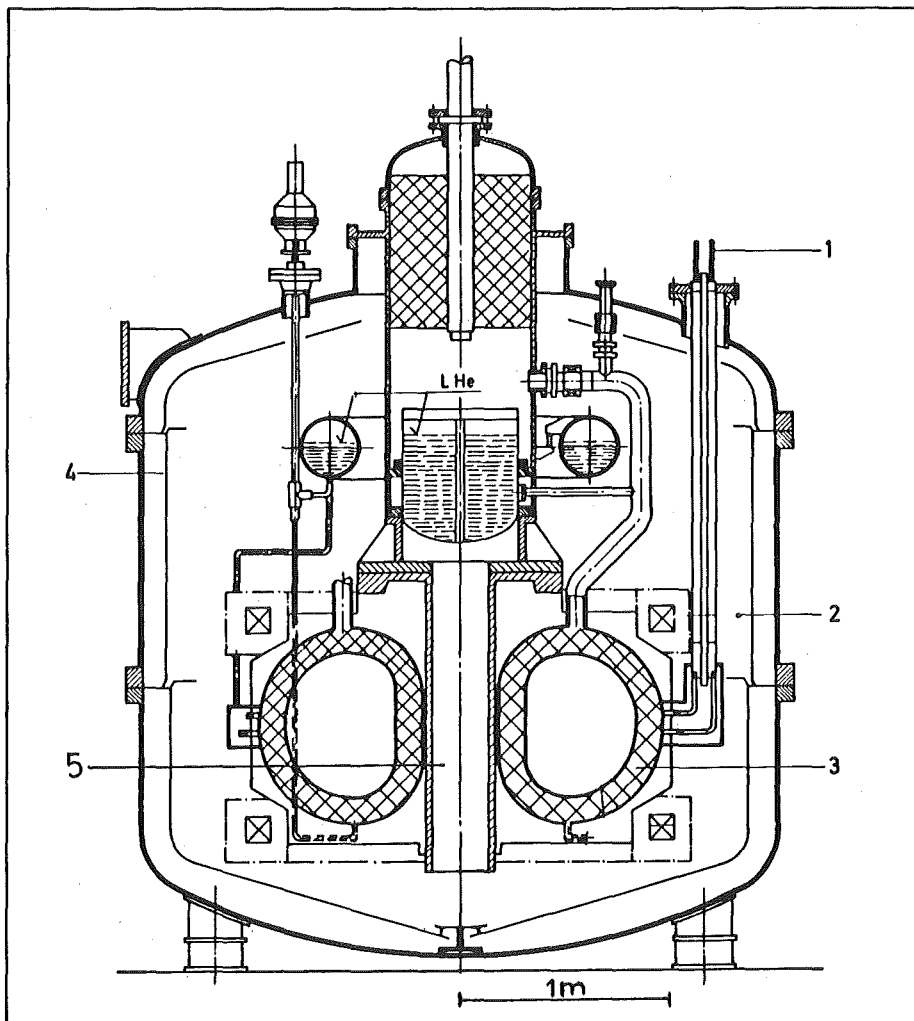


Abbildung 4. Schematischer Schnitt durch TESPE (aus /3.3/). 1: Stromzuführung, 2: Vakuumbereich, 3: Spule, 4: Stickstoff-Kühlschicht, 5: zentrale Stützstruktur

TESPE ist der erste technologisch relevante supraleitende Torus mit D-förmigen Spulen. Die Versuchsanordnung ist aber noch so flexibel, daß sie relativ leicht für verschiedene Experimente umgebaut und instrumentiert werden kann. TESPE bietet damit einzigartige Möglichkeiten, die bisherigen experimentellen Untersuchungen des magnetoelastischen Bucklings an einem nach Aufbau und Größe relevanten Magnetsystem fortzusetzen.

### 3.1 MAGNETANORDNUNG

In Abbildung 4 ist der Gesamtaufbau der Experimentieranordnung schematisch dargestellt, in Tabelle 1 sind einige Parameter von TESPE aufgeführt. Der TESPE-Leiter ist ein 24-adriges Flachkabel mit einem Falzkern aus NiCr. Die einzelnen Adern bestehen aus jeweils 1700 NbTi-Filamenten von 20 µm Durchmesser, die in eine Kupfermatrix eingebettet sind. Der Leiter ist in fünf Doppelscheiben mit je 2×24 Windungen aufgewickelt und formschlüssig in das Spulengehäuse eingepaßt. Teile des Leiters sind direkt von flüssigem Helium benetzt, das in einer leichten Strömung zwischen den Scheiben durch die Spule fließt. Das Gehäuse dient als separater vakuumdichter Heliumbehälter für jede Spule. Die Spulen haben eine D-Form, da durch diese Form eine Biegebeanspruchung der Spule weitgehend vermieden wird.

-----  
Tabelle 1. Einige Parameter von TESPE

Anzahl der D-förmigen Spulen	6
Anzahl der Windungen pro Spule	240
Betriebsstromstärke	7000 A
Gesamtstromstärke pro Spule	1.68 MAw
Maximales Magnetfeld	7 T
Gespeicherte Energie	8.3 MJ
Masse pro Spule	700 kg
Gesamtmasse der Abstützung zwischen den Spulen	2900 kg
äußerer Spulendurchmesser (horizontal)	0.93 m
äußerer Torus-Durchmesser	2.55 m

Das Spulengehäuse ist aus austenitischem Stahl und wegen der hohen Festigkeitsanforderungen sehr massiv. Es muß einen Teil der hohen magnetischen Kräfte, die auf den Leiter wirken, aufnehmen; beim Betriebsstrom wirkt auf jede Spule eine magnetische Kraft in Richtung auf die zentrale Stützstruktur von  $1.3 \times 10^6$  N. Außerdem wurde es auf eine Druckfestigkeit von 2 MPa ausgelegt, da im Falle eines Quenchs oder Vakuumzusammenbruchs mit sofortiger Verdampfung des flüssigen Heliums ein Druck von annähernd dieser Größe auftreten kann.

Die Spulen haben eine sehr massive Abstützung zwischen den Spulen, siehe Abbildung 5. Diese azimutale Stützstruktur ist vor allem daraufhin ausgelegt, die mechanische Stabilität beim Ausfall einer Spule zu sichern. (Wenn in einer Spule kein Strom fließt wirkt auf die beiden benachbarten Spulen beim Betriebsstrom eine Kraft von  $7.8 \times 10^5$  N senkrecht zur Spulenebene in toroidaler Richtung.) Die azimutale Stützstruktur hängt an den Spulen. Sie hat einen kleinen freien Spalt zwischen den Segmentteilen zur Vermeidung von Spannungen beim Abkühlen und Auferregen. Dadurch können sich die Spulen bis zu einem Anschlag

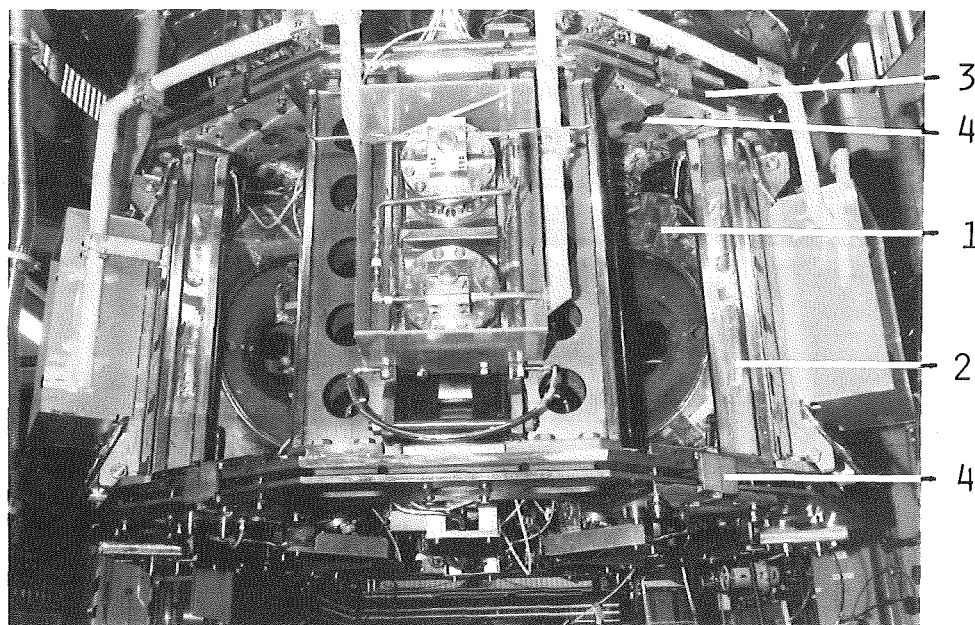


Abbildung 5. Spulenanordnung bei geöffnetem Vakuumbehälter. 1: Spule, 2 und 3: Längsteil und Segmentteil der azimutalen Stützstruktur, 4: Spalte in der azimutalen Stützstruktur

seitlich auslenken und frei schwingen. Die Spulen sind an der zentralen Stützstruktur befestigt. Diese hängt am Deckel des Vakuumbehälters, der wiederum auf vier Pfosten steht.

### 3.2 DATENERFASSUNG UND -AUSWERTUNG

Für die Erfassung und Auswertung der Meßdaten der Versuchseinrichtung wird ein Prozeßrechnersystem eingesetzt /3.6/. Das Rechnersystem dient sowohl zur Überwachung der Anlage während der Kalt- und Warmfahrt als auch zur Experimentdurchführung und -auswertung. In Abbildung 6 sind die Hauptfunktionen und der Datenfluß im System vereinfacht dargestellt.

Bis zu 400 Meßstellen der Versuchsanlage werden on-line über eine Meßstellenumschaltanlage (UPH) erfaßt, entsprechend ihrer Eichfunktion umgerechnet und auf Platte gespeichert. Ausgewählte Meßstellen werden zur Überwachung des Experiments bereits während der Erfassung auf

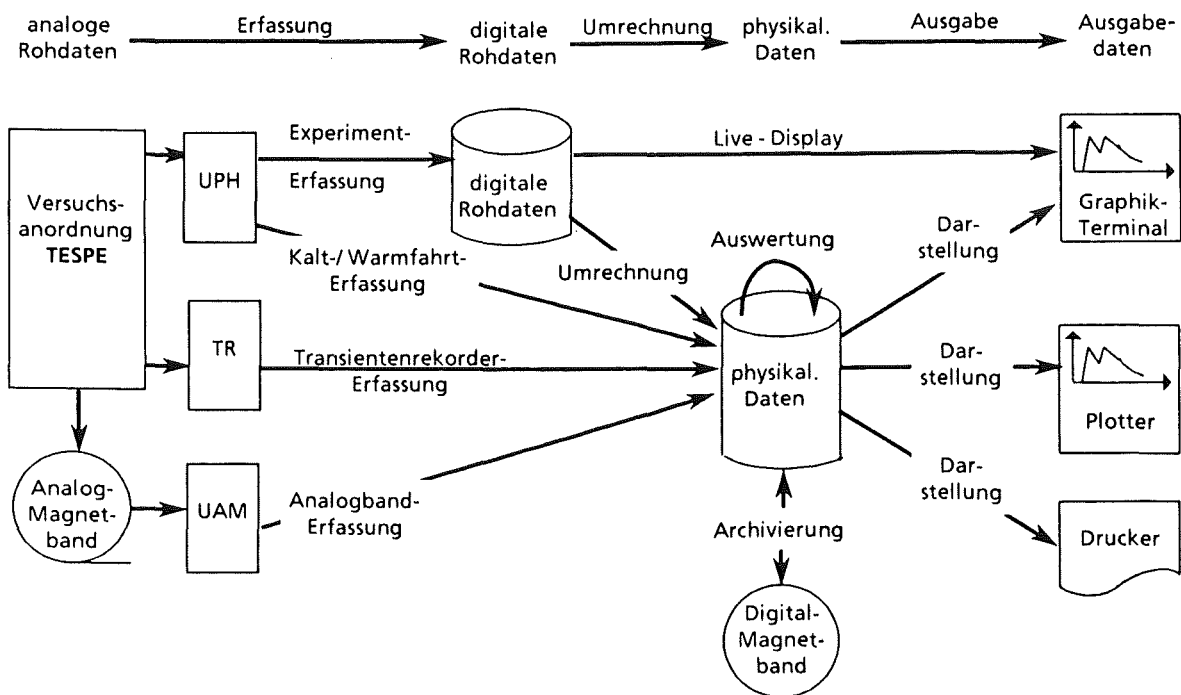


Abbildung 6. Hauptfunktionen und Datenfluß im Prozeßrechnersystem

einem Graphik-Bildschirm dargestellt. Die Meßsignale von schnellen Vorgängen werden zunächst von einem Transientenrekorder und einem analogen Magnetbandgerät aufgezeichnet und nach dem Experiment dann zum Rechner übertragen.

Sämtliche erfaßten Daten können arithmetisch verarbeitet, miteinander verknüpft und numerisch ausgegeben werden. Graphische Darstellungen können am Graphik-Bildschirm editiert und auf einem Mehrfarbenplotter oder einem Matrix-Drucker ausgegeben werden. Die Meßdaten können auf Magnetband gespeichert und später auf dem Prozeßrechner selbst oder auf der Großrechenanlage des KfK weiterverarbeitet werden. Die Software des Rechnersystems wurde vom Autor und Mitarbeitern des Instituts für Datenverarbeitung in der Technik entwickelt.

#### 4. BUCKLING-UNTERSUCHUNGEN MIT EINER SPEZIELLEN SPULE (BS-SPULE)

Voruntersuchungen am TESPE-Spulensystem in seiner Aufbauphase zeigten, daß ohne Änderungen an seiner mechanischen Struktur der Buckling-Strom weit über dem Betriebsstrom liegt. Das TESPE-Spulensystem hat als Einstiegsobjekt in Buckling-Untersuchungen auch eine zu komplexe elastische Struktur. Aus diesen Gründen werden in einem ersten Schritt Buckling-Untersuchungen mit einer speziell dafür entworfenen Spule mit niederem Buckling-Strom und einfacher Struktur durchgeführt, für die der TESPE-Torus das toroidale Hintergrundfeld liefert. Ziel dieser Studien ist es, das theoretische Verständnis des Bucklings und die numerischen Berechnungsmethoden experimentell zu verifizieren sowie die Meß- und Auswerteverfahren für diese und die folgenden Untersuchungen weiterzuentwickeln.

##### 4.1 VERSUCHSANORDNUNG UND -DURCHFÜHRUNG

Die spezielle Spule ('Buckling-Sonder-Spule', abgekürzt 'BS-Spule') ist in der symmetrischen 3-Spulen-Anordnung von TESPE an einer freien Spulenposition eingebaut, siehe Abbildung 7. Sie wird über ein eigenes Netzgerät mit Strom versorgt. Die BS-Spule ist so entworfen, daß

- o der Buckling-Strom der seitlichen Auslenkung der Spule im Strombereich des verfügbaren Netzgeräts liegt,
- o sowohl die statische Auslenkung bei einer Fehlstellung als auch die Eigenfrequenz der seitlichen Eigenschwingung gemessen werden können,
- o der Aufbau einfach und exakt modellierbar ist, damit das Buckling-Verhalten (die Abnahme der Eigenfrequenz und die Zunahme der Auslenkung bei ansteigendem Strom) sehr genau berechnet werden kann.

Zur Auslegung der Versuchsanordnung und für den Vergleich mit der Theorie wurden numerische Rechnungen mit dem Magnetfeld-

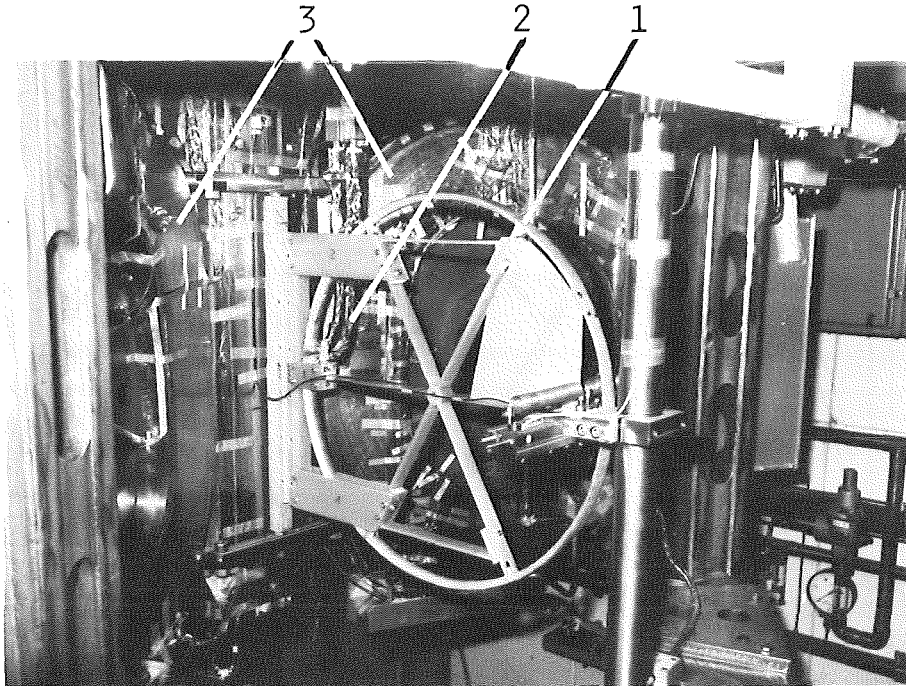


Abbildung 7. BS-Spule in der 3-Spulen-Anordnung von TESPE. 1: BS-Spule, 2: Zuleitungen (Strom, Helium), 3: benachbarte TESPE-Spulen

---

Berechnungsprogramm HEDO 2 /4.1/ durchgeführt. Mit HEDO 2 können Magnetfelder, magnetische Kräfte und die Selbst- und Gegeninduktivitäten von eisenlosen Spulen bestimmt werden.

#### Aufbau der Spule

Die BS-Spule ist eine ringförmige Spule mit einem Durchmesser von 600 mm (Abbildung 8). Sie besteht aus 16 Windungen eines NbTi-Supraleiters der Fa. Vacuumschmelze mit einer Stromtragfähigkeit von etwa 200 A bei 4 K. Der Supraleiter ist auf einen Kupferring außen aufgewickelt. Zur Kühlung des Leiters ist an der Innenseite des Rings ein Kupferrohr angelötet, durch das flüssiges Helium in einer leichten Strömung fließt. Ring, Rohr und Supraleiter sind zur Fixierung des Leiters mit Glasfasergewebe umbündelt und verklebt. Sechs Speichen und zwei Querverstrebungen aus GFK verhindern eine merkliche Verformung der Spule durch die magnetischen Kräfte.

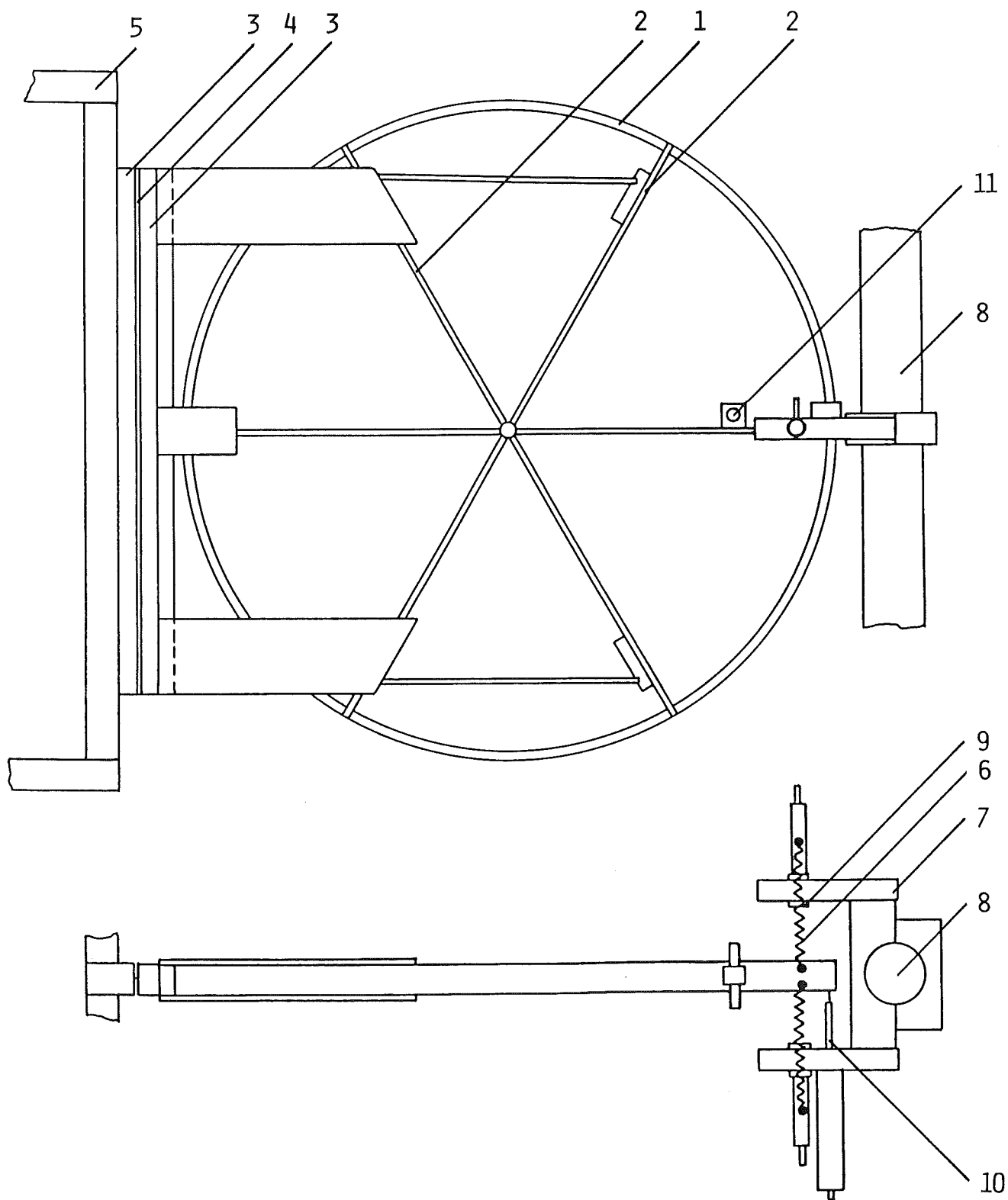


Abbildung 8. Seitenansicht und Draufsicht der BS-Spule und Meßvorrichtungen. 1: Kupferring mit Supraleiterwicklung, 2: Speichen, 3: Klemmleisten, 4: Blattfeder, 5: Bügel, 6: Zugfedern, 7: Halterung für die Federn, 8: Halterungsröhre, 9: Spulenanschlag bei Auslenkung, 10: potentiometrischer Wegaufnehmer, 11: Beschleunigungssonden



Die Spule ist über drei Halterungen starr auf eine Klemmleiste montiert. Die Klemmleiste ist an einem dünnen Kupferblech befestigt, das als Blattfeder dient. Das Kupferblech ist über eine zweite Klemmleiste und zwei Bügel starr an die zwei benachbarten TESPE-Spulen montiert. Durch diese Konstruktion ist die Spule um die Blattfeder-Achse seitlich elastisch auslenkbar, hat aber ansonsten eine in sich sehr starre Struktur. Eine unkontrollierte Deformation der Spule durch die magnetischen Kräfte muß vermieden werden, da sie zu einer stromabhängigen Änderung der magnetischen Induktivität führt und dadurch die magnetische Steifigkeit verändert.

Die elastische Streifigkeit der Spule bei seitlicher Auslenkung wird neben der Blattfeder im innengelegenen Teil der Spule durch zwei Zugfedern im äußeren Teil der Spule bestimmt. Die Zugfedern sind zwischen der Spule und einer Halterung gespannt, die über ein Rohr an der azimuthalen Stützstruktur von TESPE befestigt ist. Durch Herstellung und Auswahl entsprechender Zugfedern wurde die seitliche elastische Steifigkeit so eingestellt, daß bei einem TESPE-Strom von 4000 A der Buckling-Strom der BS-Spule bei etwa 100 A liegt (siehe Kap. 4.2). Die Zugfeder-Halterung dient auch als Anschlag für die seitliche Auslenkung der Spule. Der Anschlag erfolgt bei einer Auslenkung von etwa  $4^\circ$  aus der symmetrischen Spulenposition. Um die statische Auslenkung bei einer Fehlstellung messen zu können sowie für die Schwingungsanregung ist die Spule mit einer Fehlstellung von etwa  $0.8^\circ$  in das TESPE-Spulensystem eingebaut (siehe Abschnitt 'Experimentdurchführung'). Die Spule wird über einen der acht Kühlkreisläufe von TESPE mit flüssigem Helium versorgt.

Mit HEDO wurden die Kräfte auf die Spule und die Selbstinduktivität berechnet. Beim Buckling-Strom wirkt auf die Spule in der symmetrischen Lage eine resultierende magnetische Kraft in Richtung der zentralen Stützstruktur von 440 N. Die tangentielle Zugkraft in der Spule beträgt beim Buckling-Strom maximal 370 N, die radiale Kraft pro Länge maximal 1250 N/m. Für die Selbstinduktivität der Spule liefert HEDO einen Wert von 0.365 mH, der mit dem gemessenen Wert von  $0.35 \pm 0.02$  mH gut übereinstimmt.

#### Stromversorgung

Die Stromversorgung für die BS-Spule ist für eine Stromstärke von bis zu 150 A ausgelegt. Als Stromquelle dient ein extern ansteuerbares Netzgerät der Fa. Heinzinger. Bei der Auslegung der Stromzuführung mußte insbesondere auf eine geringe Wärmeeinbringung in den Heliumgekühlten Bereich geachtet werden. Konzepte mit Helium-Gas-Kühlung /4.2/ scheiden wegen zu großen Aufwands aus. Für die Zuleitung werden Kupfer-Strümpfe ohne spezielle Kühlung verwendet. Um die Temperaturdifferenz für die Wärmeeinleitung zu reduzieren, werden die Kabel von der Kryostat-Durchführung zuerst zu einem Kupferblock geführt, der in Wärmekontakt zum Stickstoff-Kühlschild steht. Von dort werden sie dann mit einer Länge von 2.2 m und einem Querschnitt von  $25 \text{ mm}^2$  zu den Heliumleitungen geführt. Das Verhältnis von Länge und Querschnitt ist so gewählt, daß die Wärmeeinbringung in dem o.g. Stromstärkebereich gering ist /4.3, 4.4/. Zur Überwachung der Stromzuführung werden ihre Temperatur am Stickstoffschild, an der Heliumleitung sowie am Verbindler zum Supraleiter mit Pt100- und Kohle-Temperaturfühlern gemessen. Um den supraleitenden Zustand des Leiters überwachen zu können, sind an den beiden Enden des Supraleiters Potentialsonden angebracht.

#### Meßtechnik

Zur Messung der seitlichen Auslenkung der Spule wird ein potentiometrischer Wegaufnehmer der Fa. Swema, Farsta/Schweden, verwendet, siehe Abbildung 8. Dieser lineare Widerstands-Wegaufnehmer hat einen Funktionshub von 75 mm bei einer Auflösung von 0.05 mm. Er wurde in einer Sonderanfertigung hergestellt, die sich bei tiefen Temperaturen und hohen Magnetfeldern bewährt hat /4.5/. Der Wegaufnehmer ist auf die Zugfeder-Halterung montiert. Die bewegliche Schubstange ist über einen dünnen Draht an der BS-Spule befestigt, um trotz kreisförmiger Auslenkung der Spule die Biegebeanspruchung der Schubstange gering zu halten. Für die Schwingungsmessungen sind zusätzlich zwei Beschleunigungssonden an der BS-Spule installiert. Die Ströme in der BS-Spule und in den TESPE-Spulen werden über Meßshunts gemessen.

Die Meßsignale des Wegaufnehmers, der Beschleunigungssonden und der Stromshunts werden mit dem Transientenrekorder aufgezeichnet, von dem sie dann zum Prozeßrechner und für die weitere Auswertung zum Großrechner übertragen werden. Die Temperaturen der Stromzuführung und die

Potentialsonden zur Quenchedetektion werden auf einem Überwachungsschreiber registriert.

### Experimentdurchführung

Bei den Experimenten wird der Strom in den TESPE-Spulen konstant gehalten. Der Strom in der BS-Spule wird je nach Art der Messung zeitlich variiert. Um den gewünschten zeitlichen Verlauf zu erhalten wird der Funktionsgenerator ITP 221 /4.6/ als Sollwertgeber des extern ansteuerbaren Netzgerätes eingesetzt.

Zur Messung der statischen Auslenkung wird der BS-Spulen-Strom entweder kontinuierlich oder in Stufen bis zum Anschlag der Spule hoch- und wieder auf Null heruntergefahren. In Abbildung 9 ist die Auslenkung in Abhängigkeit vom Strom einer Messung mit kontinuierlichem Stromanstieg

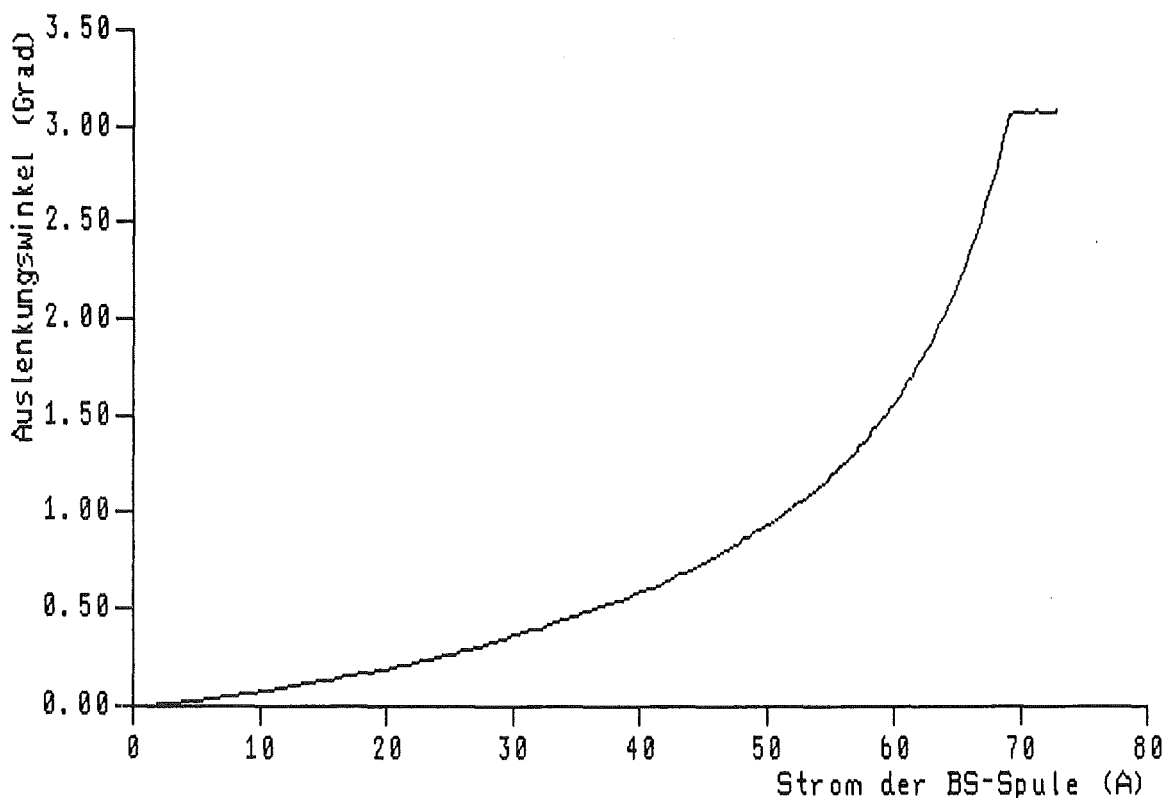


Abbildung 9. Auslenkung der BS-Spule in Abhängigkeit vom Strom bei einem TESPE-Strom von konstant 4530 A und kontinuierlichem Stromanstieg in der BS-Spule

dargestellt. Die Auslenkung nimmt bei kleinen Strömen langsam und dann immer stärker zu, wie von der Buckling-Theorie vorausgesagt. Bei einer Auslenkung von etwa  $3^\circ$  aus der Ruhelage beim Strom Null legt die Spule am Anschlag an. Trägt man die Auslenkung bei ansteigendem und abfallendem Strom zusammen in einem Diagramm auf, ist eine deutliche Hysterese durch Reibung, plastische Verformung und dynamische Effekte erkennbar.

Um die Stromabhängigkeit der Eigenfrequenz zu bestimmen, wird die seitliche Eigenschwingung der Spule mit Hilfe ihrer Fehlstellung angeregt. Durch Hochfahren des Stroms wird die Spule zunächst bis zum Anschlag ausgelenkt. Dann wird der BS-Spulen-Strom schnell auf den gewünschten Stromwert reduziert und dort konstant gehalten. Die Spule schwingt dann um das statische Auslenkungsniveau bei diesem Stromwert. Durch dieses Anregungsverfahren werden keine speziellen Schwingungsanregungs-Spulen benötigt, wie sie Moon und Miya in ihren Experimenten verwendet haben.

Damit die Spule mit voller Amplitude schwingt, muß der Stromabfall in einer Zeitspanne erfolgen, die klein gegen die Schwingungsdauer ist. Andererseits kann ein zu schneller Stromabfall zu einem unerwünschten Ansprechen des TESPE-Quenchedetektors (und damit zu einer Schnellabschaltung) führen, da durch den Stromabfall in den TESPE-Spulen eine Spannung induziert wird. Mit einer Stromabfallzeit von etwa 30 ms werden beide Anforderungen erfüllt. Um diese Abfallzeit zu erreichen, ist wegen der Induktivität der Spule ein entsprechender elektrischer Widerstand in den Stromkreis der BS-Spule eingebaut.

In Abbildung 10 sind die Schwingungen der BS-Spule bei einem TESPE-Strom von 3180 A und BS-Spulen-Strömen von 0 A, 39.4 A und 69.4 A dargestellt. Die Abnahme der Eigenfrequenz mit dem Strom ist deutlich sichtbar. Die Anfangsamplitude der Schwingungen nimmt aufgrund des Anregungsverfahrens mit dem Strom ab. Außerdem nimmt die Dämpfung mit dem Strom zu. Die Dämpfung erweist sich im Kalten bereits als etwa dreimal so groß wie im Warmen (jeweils um die Ruhelage beim Strom Null) und nimmt bei großen Auslenkungen bzw. Strömen nochmals um etwa 50 % zu. Der Grund für das Erstere ist wohl die höhere Reibung der Wegaufnehmer-Schubstange im Kalten, der Grund für das Letztere die hö-

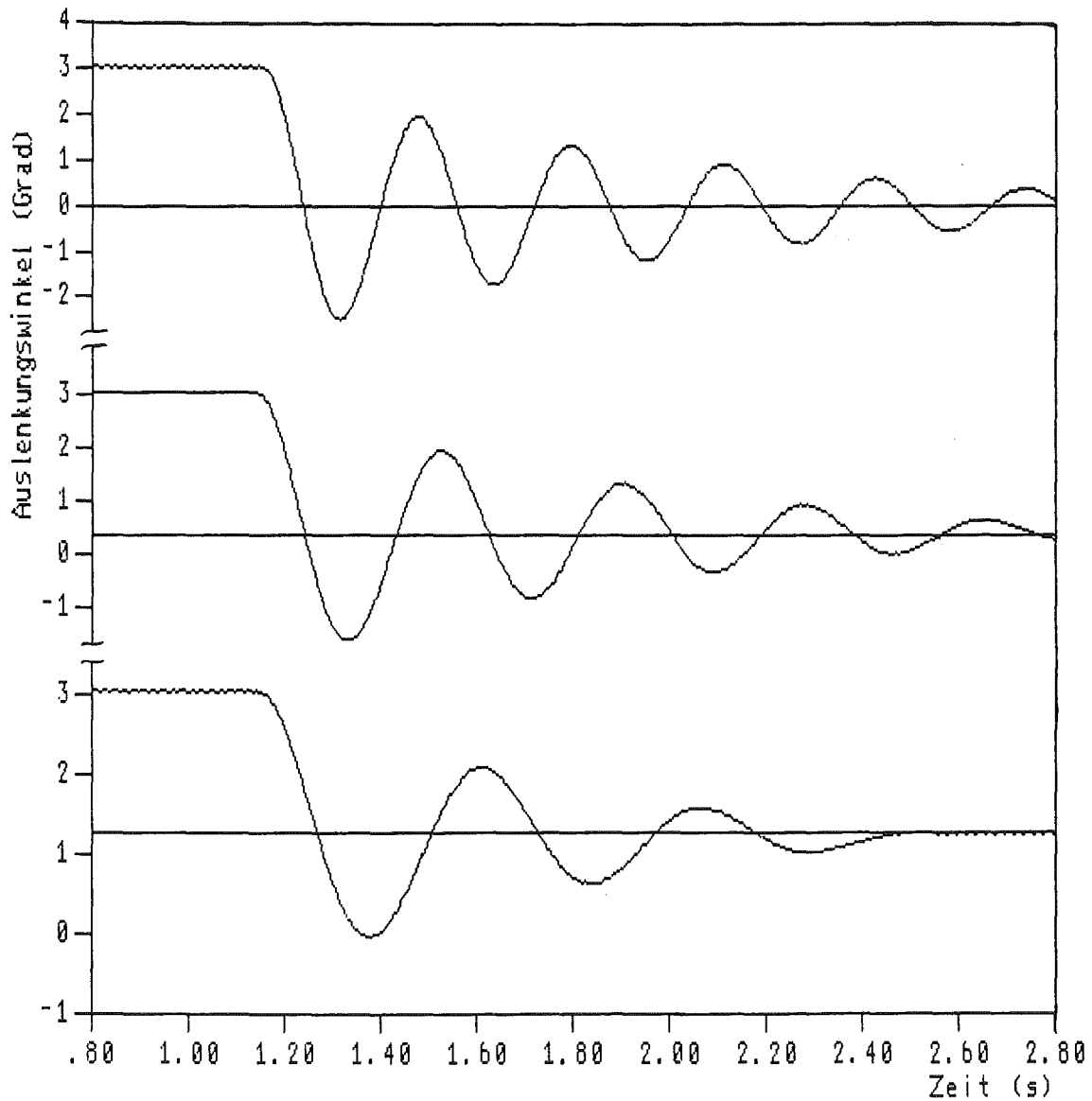


Abbildung 10. Schwingungen bei einem TESPE-Strom von 3180 A. Der Strom in der BS-Spule beträgt 0 A (oben), 39.4 A (Mitte) bzw. 69.4 A (unten).

-----

here Reibung der Schubstange durch die Querkräfte bei großen Auslenkungen.

#### 4.2 AUSWERTUNG UND VERGLEICH MIT DER THEORIE

Da sich die Auswertung der Messungen an der Theorie orientiert, wird zunächst die Buckling-Theorie für diese Experimentanordnung behandelt. Anschließend werden dann die Ergebnisse der statischen Auslenkungs- und Schwingungsmessungen dargelegt und die experimentell bestimmten Buckling-Ströme mit numerisch ermittelten Werten verglichen.

##### 4.2.1 Anwendung der Buckling-Theorie auf diese Versuchsanordnung

Die Experimentanordnung wird als ein System betrachtet, das nur einen mechanischen Freiheitsgrad hat, die Rotationsauslenkung der BS-Spule um die Blattfeder-Achse. Der Auslenkungswinkel  $\phi$  aus der Ruhelage beim Strom Null sei die Koordinate dieses Freiheitsgrads. Wendet man die allgemeine Theorie von Kapitel 2.2 auf dieses Modell an, erhält man aus (2.20) die Bewegungsgleichung ohne äußere Kraft

$$\Theta \ddot{\phi} + K^e \phi - \tau^m = 0. \quad (4.1)$$

$\Theta$  ist das Trägheitsmoment,  $K^e$  die elastische Steifigkeit und  $\tau^m$  das magnetische Drehmoment der BS-Spule um die Rotationsachse. Das magnetische Drehmoment ist (siehe Anhang A1)

$$\tau^m = - K^m (\phi + \phi_0) \quad (4.2)$$

mit

$$K^m = - L_2 \begin{pmatrix} I^{BS} & I^{TS} \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

Hierbei ist  $\phi_0$  der Winkel der Fehlstellung relativ zur symmetrischen Lage,  $I^{BS}$  der Strom in der BS-Spule und  $I^{TS}$  der Strom in den TESPE-Spulen.  $K^m$  und  $L_2$  sind wiederum die magnetische Steifigkeit und die differentielle Induktivität. Mit (4.3) wird die Gesamtsteifigkeit  $K^e + K^m$  gleich Null, wenn das Produkt der Ströme den Wert

$$\begin{pmatrix} I^{BS} & I^{TS} \end{pmatrix}_B = \frac{K^e}{L_2} \quad (4.4)$$

erreicht.  $(I_{I^{BS} I^{TS}})_B$  wird im weiteren das Buckling-Stromprodukt genannt.

Ist der TESPE-Strom bei einer Messung konstant, erhält man aus (4.4) für den Buckling-Strom der BS-Spule

$$I_B^{BS} = \frac{K^e}{L_2 I^{TS}}. \quad (4.5)$$

Die statische Auslenkung der Spule ergibt sich dann aus (4.1) - (4.5) zu

$$\phi(I^{BS}) = \frac{\phi_0}{\frac{I_B^{BS}}{I^{BS}} - 1}, \quad (4.6)$$

und für die Eigenfrequenz  $f_0(I^{BS})$  der Spulenschwingung erhält man

$$f_0(I^{BS}) = f_0(0) \sqrt{1 - \frac{I^{BS}}{I_B^{BS}}} \quad (4.7)$$

mit der Eigenfrequenz beim Strom Null  $f_0(0) = \sqrt{K^e/\theta} / 2\pi$ .

Mit der in 4.1 beschriebenen Experimentanordnung kann die Theorie der magnetischen Steifigkeit sowohl durch Messungen der statischen Auslenkung der Spule als auch durch Messungen der Eigenfrequenz der Spulenschwingung, jeweils in Abhängigkeit vom Strom, experimentell überprüft werden. Bei diesen Messungen interessieren in erster Linie Experimente mit negativer magnetischer Steifigkeit, da hier nach der Theorie eine magnetoelastische Instabilität auftreten kann. Die magnetische Steifigkeit kann aber auch positiv sein und sollte dann zu einer Versteifung der Spule führen. Der Umstand, daß die BS-Spule eine eigene Stromversorgung hat, erlaubt eine experimentelle Überprüfung der Theorie sowohl bei einer negativen als auch bei einer positiven magnetischen Steifigkeit. Die differentielle Induktivität  $L_2$  der seitlichen Auslenkung der BS-Spule ist positiv. Mit (4.3) ist deshalb die magnetische Steifigkeit negativ, wenn der Strom in der

BS-Spule in der gleichen Richtung fließt wie in den TESPE-Spulen (positiver BS-Spulen-Strom). Umgekehrt ist die magnetische Steifigkeit positiv, wenn der Strom in der BS-Spule in der entgegengesetzten Richtung wie in den TESPE-Spulen fließt (negativer BS-Spulen-Strom).

#### 4.2.2 Messungen der statischen Auslenkung

Die statische Auslenkung bei positivem BS-Spulen-Strom wurde auf drei verschiedene Arten gemessen und ausgewertet:

1. durch kontinuierlichen Stromanstieg und Southwell-Darstellung
2. durch schrittweisen Stromanstieg
3. durch abklingende Schwingungen

#### Kontinuierlicher Stromanstieg und Southwell-Darstellung

Auf dem Gebiet der elastischen und magnetoelastischen Instabilität haben sich Southwell-Darstellungen zur Bestimmung der kritischen Belastung bzw. des Buckling-Stroms aus fehlerbehafteten statischen Messungen bewährt /4.7, 2.11/. Bei diesen wird die Auslenkung gegen das Verhältnis (Auslenkung/Belastung) aufgetragen und aus der Steigung die kritische Belastung ermittelt. Der Belastung entspricht hier die magnetische Kraft, die proportional zu  $I_B^{BS} I_I^{TS}$  ist. Formt man (4.6) um, erhält man

$$\phi = (I_B^{BS} I_I^{TS}) \frac{\phi}{I_B^{BS} I_I^{TS}} - \phi_0 \quad (4.8)$$

Hieraus ersieht man, daß wenn  $\phi$  gegen  $\phi/(I_B^{BS} I_I^{TS})$  aufgetragen wird, die Steigung der Kurve das Buckling-Stromprodukt  $I_B^{BS} I_I^{TS}$  und der Ordinatenabschnitt den Fehlstellungswinkel  $\phi_0$  ergibt.

In Abbildung 11 sind die Meßdaten von Abbildung 9 auf Seite 27 in der Southwell-Darstellung wiedergegeben. (Hier ist  $\phi$  gegen  $\phi/I_B^{BS}$  aufgetragen. Aus der Steigung erhält man dann  $I_B^{BS}$ .) Ab einer gewissen Auslenkung ist die Kurve sehr linear und damit auch Gl. (4.6) erfüllt. Aus der Steigung des linearen Teils der Kurve ergibt sich ein



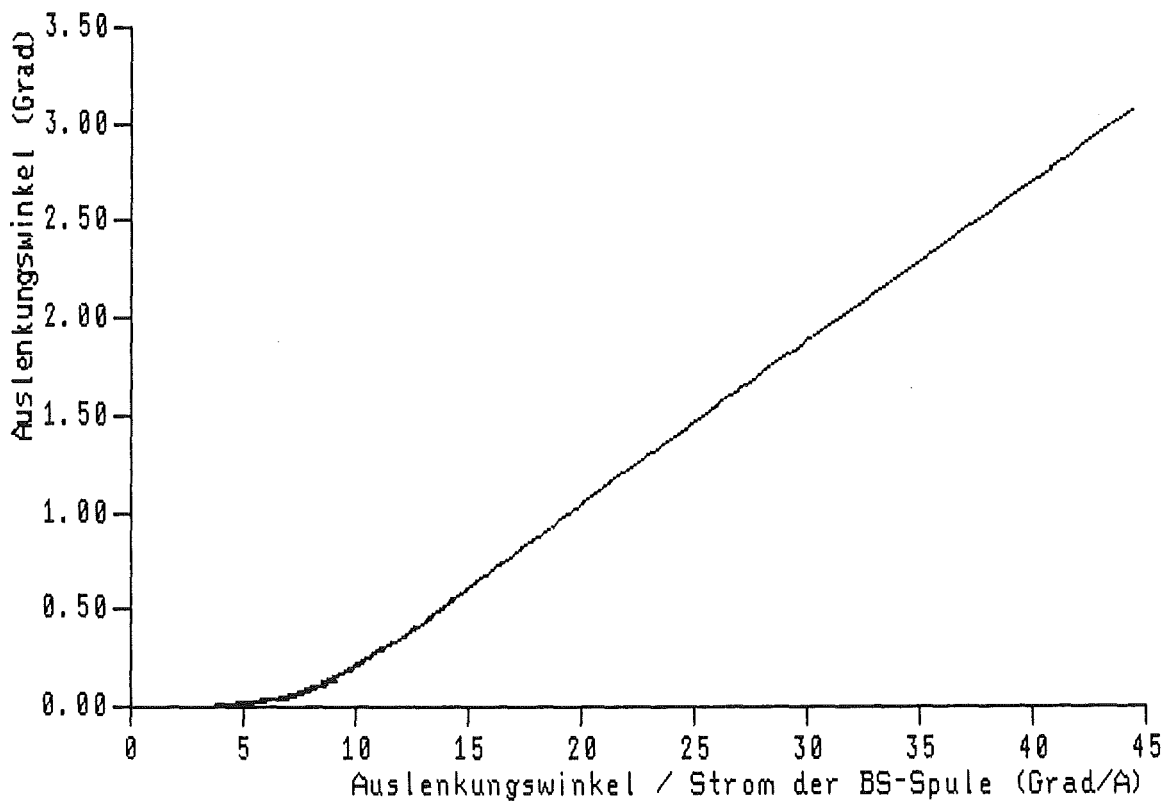


Abbildung 11. Southwell-Darstellung der statischen Auslenkungsmessung bei einem TESPE-Strom von 4530 A

---

Buckling-Strom der BS-Spule von 85 A bei einem TESPE-Strom von konstant 4530 A. Das Buckling-Stromprodukt beträgt somit  $3.85 \times 10^5 \text{ A}^2$ .

#### Schrittweiser Stromanstieg

Bei dieser Messung wird der Strom der BS-Spule von Hand in Stufen hochgefahren. Auf den einzelnen Stufen wird der Strom zur Überwindung der Haftreibung variiert und, um dynamische Effekte auszuschalten, eine gewisse Zeit konstant gehalten. An die gemessenen Ströme  $I^{\text{BS}}$  und Auslenkungsniveaus  $\phi(I^{\text{BS}})$  wird eine theoretische Funktion gemäß Gl. (4.6) mit den Parametern  $I_B^{\text{BS}}$  und  $\phi_0$  angepaßt. Die Auslenkungen einer solchen Messung sind in Abbildung 12 dargestellt. Aus der Anpassung erhält man einen Buckling-Strom der BS-Spule von 86.0 A bei einem TESPE-Strom von 4520 A und damit ein Buckling-Stromprodukt von  $3.89 \times 10^5 \text{ A}^2$ .

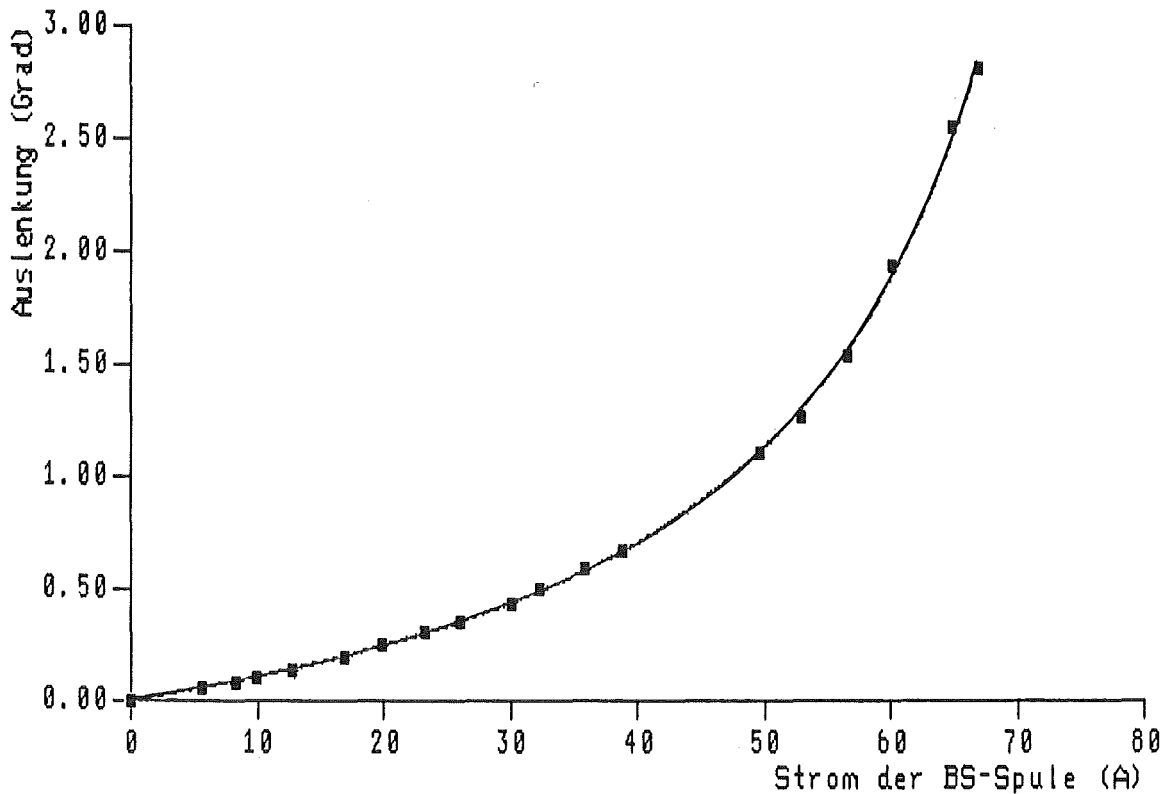


Abbildung 12. Auslenkung der BS-Spule in Abhängigkeit vom Strom bei einem TESPE-Strom von 4520 A und schrittweisem Stromanstieg. Die durchgezogene Linie ist die theoretische Funktion (4.6) mit den Parameterwerten aus der Anpassung

---

#### Auslenkungen nach Schwingungen

In einer dritten Auswertung werden die Auslenkungen verwendet, die sich bei den Schwingungsmessungen nach dem Abklingen der Schwingungen eingestellt haben. Bei diesen Messungen sind Verfälschungen der Auslenkung durch die Haftreibung weitgehend ausgeschaltet. An die gemessenen Auslenkungen wird wie bei dem schrittweisen Stromanstieg die Funktion (4.6) angepaßt. Die Auswertung einer Schwingungsmeßreihe mit 15 Stromniveaus ergibt ein Buckling-Stromprodukt von  $3.91 \times 10^5 \text{ A}^2$ . Vergleicht man die aus statischen Auslenkungsmessungen ermittelten Buckling-Stromprodukte miteinander, dann sieht man, daß die auf unterschiedlichen Wegen bestimmten Werte sehr gut miteinander übereinstimmen.

Die Auswertung der Auslenkungsmessungen liefert neben dem Buckling-Stromprodukt auch den Fehlstellungswinkel  $\phi_0$ . Aus der Southwell-Darstellung wurde der Fehlstellungswinkel zu  $0.66^\circ$ , aus dem schrittweisen Stromanstieg und den abklingenden Schwingungen zu  $0.81^\circ$  bzw.  $0.87^\circ$  bestimmt. Zur Überprüfung dieser Werte wurde der Fehlstellungswinkel auch geometrisch gemessen und auf diesem Wege zu  $0.83 \pm 0.1^\circ$  bestimmt. Man sieht, daß die aus den verschiedenen Auslenkungsmessungen gewonnenen Fehlstellungswinkel sowohl untereinander als auch mit dem geometrisch gemessenen Fehlstellungswinkel gut übereinstimmen. (Der geometrische Fehlstellungswinkel ist relativ zur Lage der TESPE-Spulengehäuse gemessen. Für die statische Auslenkung ist der Fehlstellungswinkel relativ zur Wicklung, d.h. der magnetische Fehlstellungswinkel, relevant. Die beiden Fehlstellungswinkel können deshalb im Rahmen der Fertigungstoleranzen und Asymmetrien der Spulen voneinander abweichen.)

Die statische Auslenkung wurde auch bei negativen Strömen in der BS-Spule gemessen. Wie aufgrund der Theorie erwartet, wird die BS-Spule bei betragsmäßig ansteigendem Strom aus der Fehlstellungs-Position zur symmetrischen Spulenposition hin ausgelenkt. Da die Spule aber nur eine kleine Fehlstellung hat, ist auch die Auslenkung nur relativ gering und ungenau meßbar. Diese Messung ist deshalb für eine genaue Bestimmung des Buckling-Stroms weniger geeignet.

#### 4.2.3 Schwingungsmessungen

Zur Auswertung der Schwingungsmessungen werden an die gemessenen Schwingungen exponentiell abklingende Sinus-Funktionen angepaßt. Aus den so ermittelten Eigenfrequenzen der gedämpften Eigenschwingungen und den Dämpfungskonstanten werden die Eigenfrequenzen der ungedämpften Eigenschwingungen bestimmt, die dann der weiteren Auswertung zugrundegelegt werden.

In einer Meßreihe mit einem TESPE-Strom von 3980 A nimmt die Eigenfrequenz der BS-Spule von 3.21 Hz bei einem BS-Spulen-Strom von 0 A auf 1.93 Hz bei 69.4 A ab. Dies bedeutet eine Reduzierung der Frequenz um 40 % und der Gesamtsteifigkeit um 64 % . In Abbildung 13

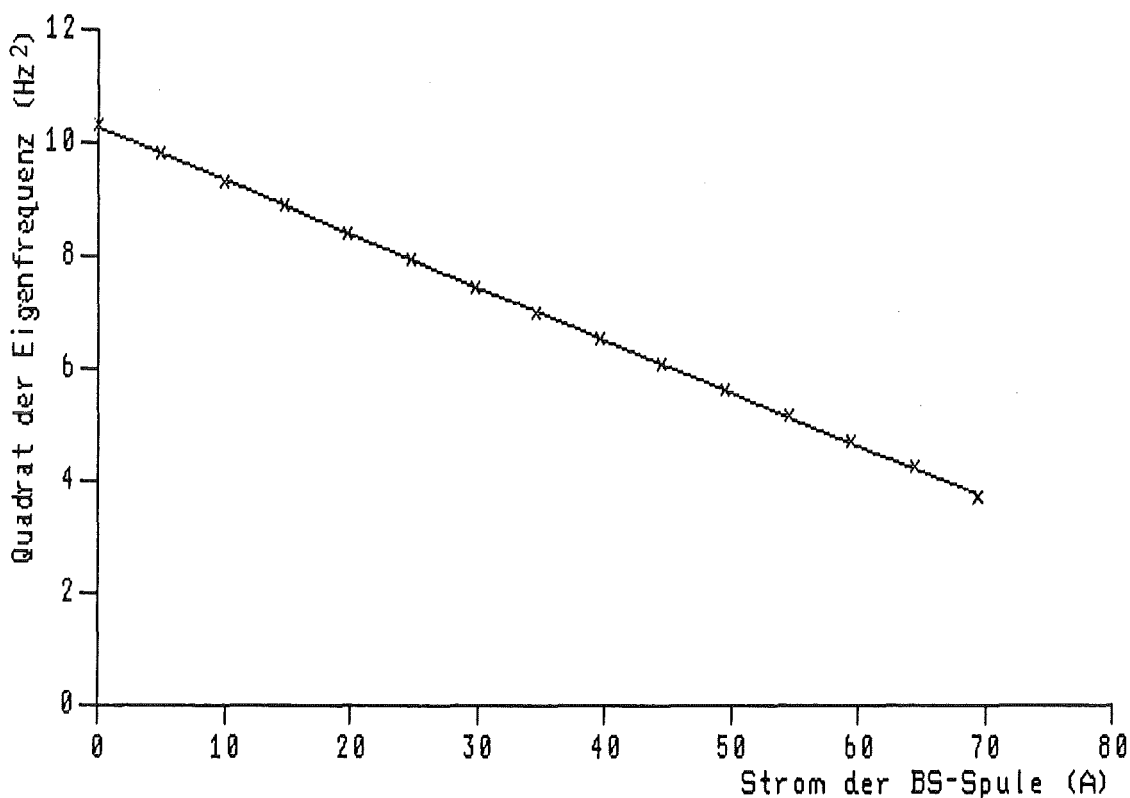


Abbildung 13. Frequenz-Strom-Dispersionskurve,  $f_0^2(I^{BS})$ , bei einem TESPE-Strom von 3980 A

ist die Frequenz-Strom-Dispersionskurve dargestellt. Sie zeigt, daß der von der Theorie vorausgesagte lineare Abfall des Quadrats der Eigenfrequenz mit dem Strom der BS-Spule (Gl. (4.7)) sehr gut erfüllt ist. Durch Anpassung einer Geraden an die Meßwerte erhält man einen Buckling-Strom der BS-Spule von 108 A, was zu einem Buckling-Stromprodukt von  $4.31 \times 10^5 \text{ A}^2$  führt. Die Abbildung 14 zeigt die Frequenz-Strom-Dispersionskurve einer zweiten Schwingungsmeßreihe bei einem TESPE-Strom von 3180 A. Der Buckling-Strom der BS-Spule ergibt sich hier zu 134 A und das Buckling-Stromprodukt zu  $4.25 \times 10^5 \text{ A}^2$ .

Bei den Schwingungsmessungen mit negativen Strömen in der BS-Spule zeigte sich die theoretisch erwartete Versteifung der Auslenkung (siehe Kap. 4.2.1). In Abbildung 15 ist die gemessene Frequenz-Strom-Dispersionskurve bei einem TESPE-Strom von 4510 A dargestellt. Die Eigenfrequenz nimmt von 3.24 Hz bei einem BS-Spulen-Strom von 0 A auf 4.54 Hz bei -94.1 A zu. Das bedeutet eine Verdoppelung der

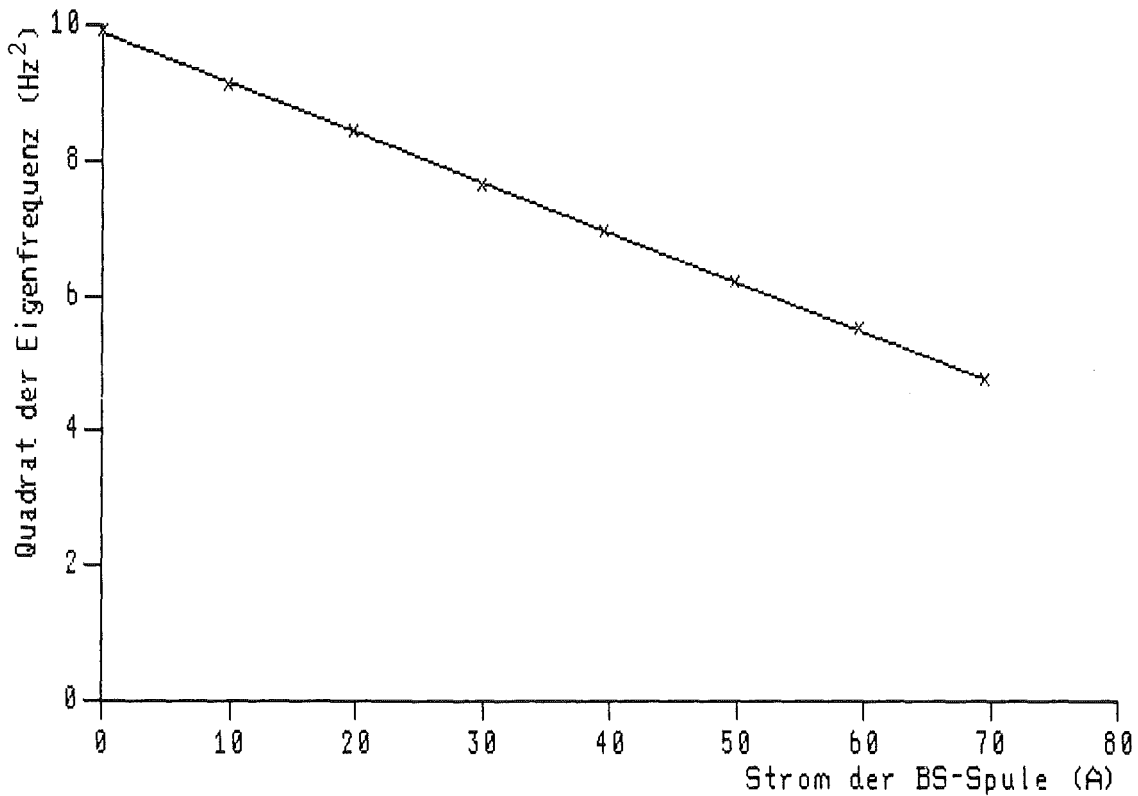


Abbildung 14. Frequenz-Strom-Dispersionskurve,  $f_0^2(I^{BS})$ , bei einem TESPE-Strom von 3180 A

-----

Gesamtsteifigkeit. Aus der Kurve ergibt sich ein Buckling-Strom der BS-Spule von 94.3 A, was zu einem Buckling-Stromprodukt von  $4.25 \times 10^5$  A<sup>2</sup> führt. Dieser Wert stimmt mit den anderen beiden aus Messungen des dynamischen Verhaltens ermittelten Buckling-Stromprodukten gut überein. Messungen mit negativen Strömen bieten also ebenfalls die Möglichkeit, den Buckling-Strom experimentell zu bestimmen.

#### 4.2.4 Numerische Rechnungen und Vergleich der Ergebnisse

Um einen theoretischen Wert des Buckling-Stromprodukts zu erhalten, wurde die differentielle Induktivität mit dem Magnetfeld-Berechnungsprogramm HEDO 2 berechnet. Den Rechnungen liegt das Modell der Experimentieranordnung von Kap. 4.2.1 zugrunde. Die geometrische Beschreibung der D-förmigen TESPE-Spulen konnte von anderen Magnetfeldberechnungen zu TESPE übernommen werden /3.1/, die BS-Spule wurde als

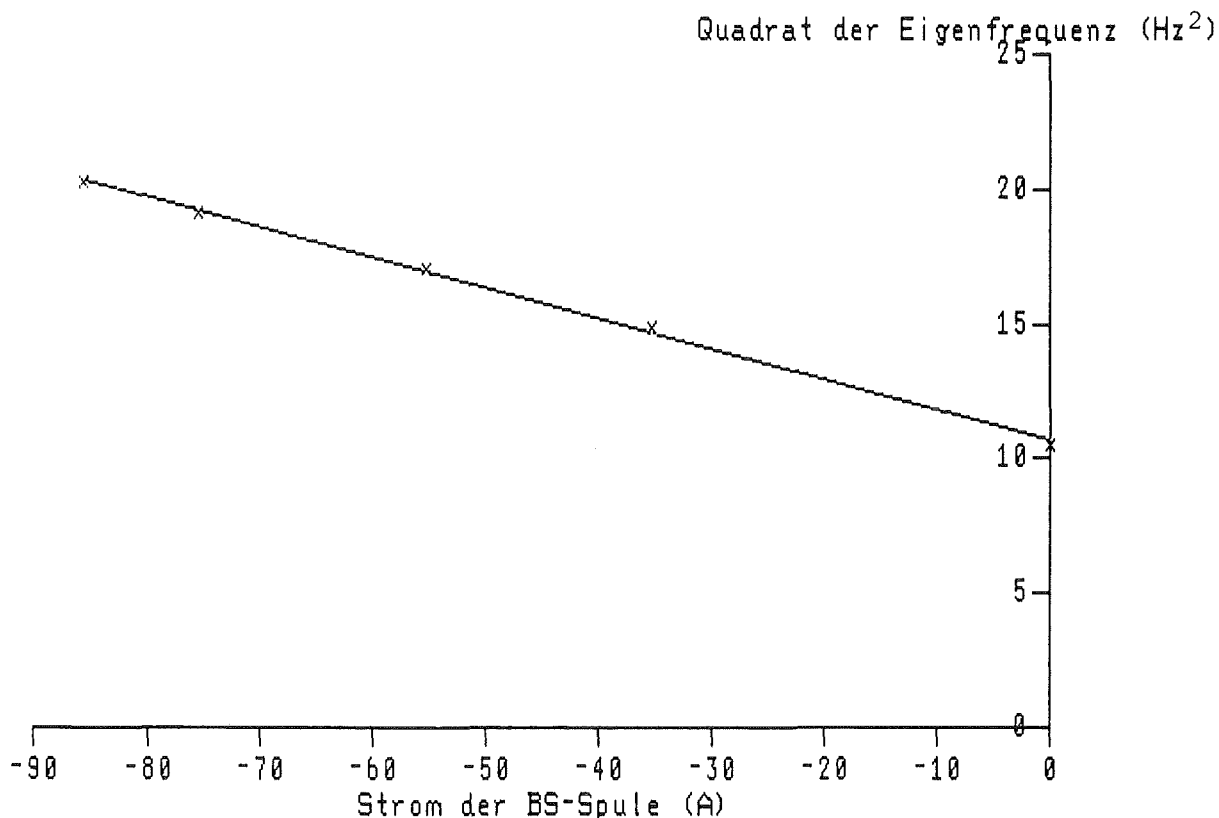


Abbildung 15. Frequenz-Strom-Dispersionskurve,  $f_0^2(I^{BS})$ , bei negativen Strömen in der BS-Spule und einem TESPE-Strom von 4510 A

-----

ringförmige Spule entsprechend ihrer Abmessungen und ihrer Lage im Torus definiert.

Die differentielle magnetische Induktivität kann mit HEDO auf zwei Arten berechnet werden. Zum einen kann sie direkt aus der Induktivität bestimmt werden; aus der Gesamtinduktivität des Magnetsystems bei symmetrischer Lage der BS-Spule und bei asymmetrischer Lage um den kleinen Winkel  $\psi$  ergibt sie sich gemäß  $L_2 = (L(\psi) - L(0)) / \psi^2$ . Außerdem kann sie aus dem magnetischen Drehmoment  $\tau^m$  auf die BS-Spule bei einem kleinen Winkel  $\psi$  berechnet werden. Mit Hilfe der Beziehung (A.1) im Anhang 1 kann die magnetische Steifigkeit und mit (A.5) dann  $L_2$  bestimmt werden. Auf beiden Wegen ergibt sich ein Wert von  $L_2 = 6.57 \times 10^{-4} \text{ H/rad}^2$ .

Um die elastische Steifigkeit  $K^e$  im Kalten zu erhalten wurde zunächst die elastische Steifigkeit bei Raumtemperatur mit Hilfe einer Kraft-Auslenkungs-Messung (Messung der Auslenkung bei einem mechanischen Drehmoment) ermittelt. Dieser Wert wurde dann entsprechend dem Verhältnis der Eigenfrequenzen bei 4 K und bei Raumtemperatur auf LHe-Temperatur umgerechnet. (Bei diesem Bestimmungsverfahren wird davon ausgegangen, daß das Trägheitsmoment im Warmen und im Kalten gleich ist, d.h. die geringfügige Erhöhung des Trägheitsmoments im Kalten durch das durchströmende Helium wird vernachlässigt.) Die elastische Steifigkeit im Kalten ergibt sich so zu  $K^e = 263 \text{ Nm/rad}$ . Mit diesem Wert für die elastische Steifigkeit und dem obigen Wert für die differentielle Induktivität erhält man mit (4.4) ein theoretisches Buckling-Stromprodukt von  $4.00 \times 10^5 \text{ A}^2$ . In Tabelle 2 sind die theoretisch und experimentell bestimmten Buckling-Ströme zusammengefaßt. Die Abweichungen vom theoretischen Wert liegen im Bereich 2 - 8 % .

-----  
Tabelle 2. Vergleich der theoretisch und experimentell bestimmten  
Buckling-Stromprodukte

1. Aus statischen Auslenkungsmessungen	
1. kontinuierlicher Stromanstieg und Southwell-Darstellung	$3.85 \times 10^5 \text{ A}^2$
2. schrittweiser Stromanstieg	$3.89 \times 10^5 \text{ A}^2$
3. Auslenkungen nach Schwingungen	$3.91 \times 10^5 \text{ A}^2$
2. Aus Schwingungsmessungen	
1. positive Ströme, bei $I^{TS} = 3980 \text{ A}$	$4.31 \times 10^5 \text{ A}^2$
2. positive Ströme, bei $I^{TS} = 3180 \text{ A}$	$4.25 \times 10^5 \text{ A}^2$
3. negative Ströme, bei $I^{TS} = 4510 \text{ A}$	$4.25 \times 10^5 \text{ A}^2$
3. Aus Berechnungen der Induktivitäten bzw. der magnetischen Kräfte mit HEDO	$4.00 \times 10^5 \text{ A}^2$

-----

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß in diesen Experimenten sowohl die qualitativen Aussagen der Buckling-Theorie verifiziert als auch die numerischen Ergebnisse mit hoher Genauigkeit bestätigt wur-

den. Die bisherigen Untersuchungen von Moon und Miya wurden hinsichtlich der Meßdurchführung, Auswertung und Genauigkeit der Messung erweitert. Unter anderem wurde erstmals eine Spule gezielt mit einer Fehlstellung in den Torus eingebaut und die Auslenkung selbst (nicht nur die Dehnung der Spule) gemessen. Aus der Messung der statischen Auslenkung konnte so auch der Fehlstellungswinkel bestimmt und durch Vergleich mit dem geometrisch gemessenen Fehlstellungswinkel verifiziert werden. Das theoretisch zu erwartende Verhalten wurde auch bei einer positiven magnetischen Steifigkeit der seitlichen Auslenkung durch Messungen im Torus verifiziert. Durch einen andersartigen Aufbau der Experimentanordnung konnte erstmals vermieden werden, daß die Steifigkeit der seitlichen Auslenkung zusätzlich durch die magnetisch bewirkte Zugspannung in der Spule verändert wird (siehe z.B. /2.6/). Ferner wurden ein neues Schwingungsanregungsverfahren und andere Meßtechniken erprobt.



## 5. MODALANALYSE DER TESPE-MAGNETANORDNUNG UND BERECHNUNG DES BUCKLING-VERHALTENS

Im zweiten Abschnitt der Buckling-Untersuchungen werden Buckling-Studien an den TESPE-Spulen selbst vorgenommen. Im Vordergrund steht dabei, das magnetoelastische Buckling exemplarisch an einer technologisch relevanten toroidalen Magnetanordnung zu analysieren und Erfahrungen zu sammeln, welche Modelle und Meßverfahren für theoretische und experimentelle Buckling-Untersuchungen an großen Torus-Anordnungen geeignet sind. Die Untersuchungen gliedern sich in zwei Teile. Im ersten Teil wird das Buckling-Verhalten auf der Basis einer Modalanalyse der TESPE-Anordnung berechnet (Kap. 5), im zweiten Teil wird dann das Buckling-Verhalten bis zum Betriebsstrom des Magnetsystems gemessen und anschließend diskutiert (Kap. 6).

Die Untersuchungen an TESPE zeigen, daß mit dem einfachen Modell, das Moon zur Berechnung des Buckling-Verhaltens von Torus-Anordnungen verwendet hat, die TESPE-Anordnung nur ungenau beschrieben werden kann. Es wird deshalb ein allgemeineres Modell für toroidale Magnetsysteme aufgestellt (Kap. 5.1). Für die Berechnung des Buckling-Verhaltens werden die relevanten Verformungsmoden und die zugehörigen elastischen und magnetischen Steifigkeiten der Magnetanordnung benötigt. Die Verformungsmoden und elastischen Steifigkeiten der TESPE-Anordnung werden durch eine experimentelle Modalanalyse beim Strom Null bestimmt, die magnetischen Steifigkeiten werden numerisch ermittelt. Um die magnetoelastische Stabilität für verschiedene seitliche Abstützungen der Spulen beurteilen zu können, wird das Buckling-Verhalten für unterschiedliche Verformungsmoden berechnet (Kap. 5.2 - 5.4).

In der Aufbauphase von TESPE waren die Spalte in der azimuthalen Stützstruktur (siehe Abbildung 5 auf Seite 19) noch nicht vorhanden. Für diesen Aufbau der azimuthalen Stützstruktur liegt der Buckling-Strom um mehr als eine Größenordnung über dem Betriebsstrom, und es war somit kein meßbarer Buckling-Effekt bis zum Betriebsstrom zu erwarten. Nach Aufbau des Torus erwies es sich aber als notwendig, die azimuthale Stützstruktur auf dem Umfang mit Spalten zu versehen, um

Relativbewegungen der Spulen aufgrund von unterschiedlichen Kontraktionen beim Abkühlen sowie beim Strombetrieb zuzulassen. Durch diese Spalte können sich die Spulen im Rahmen der Spaltbreite seitlich so auslenken, als ob sie keine azimutale Stützstruktur hätten. Für diese Auslenkung ergeben die Berechnungen einen Buckling-Strom, der nur 44 % über dem Betriebsstrom liegt, so daß der Buckling-Effekt auch an der TESPE-Anordnung sichtbar werden sollte.

### 5.1 VERALLGEMEINERTES THEORETISCHES MODELL UND MAGNETISCHE STEIFIGKEITSMATRIX

Wie bei den Untersuchungen in Kap. 5.3 und 5.4 noch näher erläutert wird, können das elastische Verhalten sowie die magnetischen Steifigkeiten von TESPE mit dem Modell der toroidalen Magnetanordnung, das Moon bei der Auswertung seiner Experimente benutzt hat, wegen den darin gemachten vereinfachenden Annahmen nur ungenau beschrieben werden. Bei den Untersuchungen hier wird von einem allgemeineren Modell der toroidalen Magnetanordnung mit weniger vereinfachenden Annahmen über die elastischen und magnetischen Steifigkeiten ausgegangen. Dieses Modell wird im folgenden kurz beschrieben und die magnetische Steifigkeitsmatrix dafür aus der allgemeinen Theorie für beliebige Magnetanordnungen (Kap. 2.2) abgeleitet.

#### Verallgemeinertes theoretisches Modell

Betrachtet wird ein toroidales Magnetsystem aus  $N$  Spulen. Jede Spule habe einen Freiheitsgrad der seitlichen elastischen Auslenkung. Die Auslenkungsform sei bei allen Spulen gleich und sie ändere sich durch die magnetischen Kräfte nicht. Die verallgemeinerte Koordinate  $u_i$  gebe die Auslenkungsamplitude der Spule  $i$  aus der Ruhelage beim Strom Null an. Durch alle Spulen fließe der gleiche Strom  $I$ . Die Spulen seien im Torus -abgesehen von kleinen Fehlstellungen- symmetrisch angeordnet und es sei vorausgesetzt, daß sie die gleiche Leitergeometrie haben. Außerdem seien die Voraussetzungen der allgemeinen Theorie von Kap. 2.2 für beliebige Spulensysteme erfüllt. Über die elastischen Steifigkeiten seien keine vereinfachenden Voraussetzungen gemacht; z.B. können die elastischen Steifigkeiten der Spulen unterschiedlich

sein und die Spulen können mit unterschiedlichen elastischen Steifigkeiten untereinander gekoppelt sein.

Aus der allgemeinen Theorie erhält man die Bewegungsgleichung dieses Systems entsprechend (2.25) zu

$$\underline{\underline{M}} \ddot{\underline{u}} + (\underline{\underline{K}}^e + \underline{\underline{K}}^m) \underline{u} - \underline{\underline{F}}_0^m = \underline{\underline{F}}^a \quad (5.1)$$

$\underline{\underline{M}}$ ,  $\underline{\underline{K}}^e$  und  $\underline{\underline{K}}^m$  sind wieder die Trägheitsmatrix, die elastische Steifigkeitsmatrix und die magnetische Steifigkeitsmatrix (jeweils  $N \times N$ -Matrizen).  $\underline{u}$  ist der Vektor der Auslenkungen,  $\underline{\underline{F}}_0^m$  der Vektor der magnetischen Kräfte bei  $\underline{u} = \underline{0}$  und  $\underline{\underline{F}}^a$  der Vektor der äußeren Kräfte auf die Spulen (jeweils Vektoren mit  $N$  Komponenten).

#### Magnetische Steifigkeitsmatrix

Die magnetische Steifigkeitsmatrix ist nach (2.23) in der Ruhelage beim Strom Null zu bestimmen. Da aber die Fehlstellung der Spulen, d.h. die Abweichung der Ruhelage beim Strom Null von der symmetrischen Anordnung, i.allg. klein ist und die Änderung der magnetischen Steifigkeitsmatrix durch eine kleine Fehlstellung gering ist, kann in guter Näherung die magnetische Steifigkeitsmatrix auch für die symmetrische Anordnung bestimmt werden. Das Magnetsystem wird in der symmetrischen Anordnung in magnetischer Hinsicht als  $N$ -fach rotationssymmetrisch und spiegelsymmetrisch angenommen.

Entwickelt man die Induktivitäten  $L_{rs}(u_r, u_s)$  in Reihe nach  $u_r - u_s$  und  $u_r + u_s$  und berücksichtigt, daß wegen der Spiegelsymmetrie  $L_{rs}(u_r, u_s) = L_{rs}(-u_s, -u_r)$  ist, erhält man

$$L_{rs}(u_r, u_s) = L_0^{rs} + L_1^{rs}(u_r - u_s) + L_{2-}^{rs}(u_r - u_s)^2 + L_{2+}^{rs}(u_r + u_s)^2 + \text{Terme 3. und höherer Ordnung.} \quad (5.2)$$

$L_{2-}^{rs}$ , mit  $r \neq s$ , ist die differentielle Gegeninduktivität bei gegenphasiger Auslenkung der Spulen  $r$  und  $s$ ,  $L_{2+}^{rs}$  bei gleichphasiger Auslen-

kung. Der Term mit dem Koeffizienten  $L_{2-}^{rs}$  entfällt bei  $r = s$ . Eingesetzt in (2.23) ergeben sich die Elemente der magnetischen Steifigkeitsmatrix nach einigen Zwischenrechnungen bei gleichen Strömen  $I$  in allen Spulen zu

$$K_{ik}^m = \begin{cases} 2I^2 (L_{2-}^{ik} - L_{2+}^{ik}) & i \neq k \\ -2I^2 \left[ \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq i}}^N (L_{2-}^{ir} + L_{2+}^{ir}) + 2L_{2+}^{ii} \right] & i = k \end{cases} \quad (5.3)$$

Der 'Nachbarschaftsabstand'  $q$  zweier Spulen  $r$  und  $s$  sei definiert als  $q(r,s) := \text{Minimum}(|r-s|, N-|r-s|)$ , d.h. alle Spulenpaare, die nächste Nachbarn sind, haben den Nachbarschaftsabstand 1, übernächste Nachbarn haben den Nachbarschaftsabstand 2 etc. Der Nachbarschaftsabstand einer Spule von sich selbst sei ebenso definiert,  $q(r,r) := 0$ . Aus Symmetriegründen haben alle Spulenpaare mit gleichem Nachbarschaftsabstand die gleichen differentiellen Induktivitäten. Ist  $c_{q-}$  die gegenphasige und  $c_{q+}$  die gleichphasige differentielle Induktivität beim Nachbarschaftsabstand  $q$  ( $c_{q-} := L_{2-}^{r, r \pm q}$ ,  $c_{q+} := L_{2+}^{r, r \pm q}$ ) kann (5.3) geschrieben werden

$$K_{ik}^m = \begin{cases} 2I^2 (c_{q-} - c_{q+}) & i \neq k \\ -2I^2 (\sum c_r + 2c_{0+}) & i = k \end{cases} \quad (5.4)$$

wobei  $q = q(i,k)$  ist und  $\sum_r c_r$  definiert ist als

$$\sum_r c_r := \begin{cases} 2 \sum_{r=1}^{N/2-1} (c_{r-} + c_{r+}) + c_{N/2-} + c_{N/2+} & N \text{ gerade} \\ 2 \sum_{r=1}^{(N-1)/2} (c_{r-} + c_{r+}) & N \text{ ungerade} \end{cases} \quad (5.5)$$

Diese Ableitung der magnetischen Steifigkeitsmatrix gilt nicht nur für die in Kap. 5.3 und 5.4 untersuchten Auslenkungen bei TESPE, sondern -im Rahmen der beim theoretischen Modell genannten Voraussetzungen- auch für andere toroidale Magnetsysteme und Spulenauslenkungen. Damit wurde erstmals die vollständige magnetische Steifigkeitsmatrix toroi-

daler Magnetsysteme in der Näherung, daß die Spulen jeweils einen Freiheitsgrad haben, aus der allgemeinen Theorie für beliebige Magnetsysteme abgeleitet. Dabei wurden auch die gleichphasigen differentiellen Induktivitäten (und damit die Kräfte bei einer gleichphasigen Auslenkung der Spulen) berücksichtigt, die Moon in seiner Theorie für toroidale Magnetsysteme stets vernachlässigt hat. Die gleichphasigen differentiellen Induktivitäten sind bei der Kippauslenkung von TESPE so groß, daß ihre Vernachlässigung bei der Berechnung des Buckling-Stroms zu einem beträchtlichen Fehler führt (siehe Kap. 5.4.2).

## 5.2 ÜBERBLICK ÜBER DIE EIGENSCHWINGUNGEN UND VERFORMUNGEN

Die Analyse der Eigenschwingungen und Verformungen der TESPE-Magnetanordnung im stromlosen Zustand ergibt zusammengefaßt folgendes Bild, in aufsteigender Reihenfolge der Eigenfrequenzen:

1. Die gesamte zentrale Stützstruktur mit den Spulen kann eine Pendelbewegung durchführen, wobei sich die zentrale Stützstruktur und der Kryostatdeckel, an dem die zentrale Stützstruktur hängt, verformt. Die Eigenfrequenz der Pendelschwingung liegt bei 2.6 Hz.
2. Die zentrale Stützstruktur kann eine Torsionsbewegung vornehmen, wobei sich die zentrale Stützstruktur und der Kryostatdeckel deformieren. Die zugehörige Eigenschwingung hat eine Eigenfrequenz von 7.2 Hz.
3. Die Spulen können als starre Körper eine Rotationsauslenkung um ihre Befestigungsachse an der zentralen Stützstruktur durchführen, entsprechend Skizze a in Abbildung 2 auf Seite 6. Dabei verformt sich vor allem das Element der zentralen Stützstruktur, an dem die Spule befestigt ist. Diese seitliche Auslenkung wird im weiteren Grundausslenkung und die entsprechende Schwingung Grundschiwingung der Spulen genannt. Die Spulen sind über die Versorgungsleitungen sowie über die zentrale Stützstruktur miteinander elastisch gekoppelt; es bilden sich deshalb gekoppelte Eigenschwingungen der Spulen im Torusverband (Torus-Eigenschwingungen) aus. Die

Eigenfrequenzen der Torus-Eigenschwingungen der Grundschiwingung liegen im Bereich 13 - 18 Hz.

4. Die Spulen können um die horizontale Mittelachse (Symmetrieachse) der Spulen rotieren, ähnlich Skizze b in Abbildung 2 auf Seite 6. Diese Auslenkung wird Kippauslenkung, die Schwingung Kippschwingung genannt. Die Torus-Eigenschwingungen dieser Spulenschwingung haben Eigenfrequenzen zwischen 67 und 86 Hz.
5. Die Spulen können sich durchbiegen, siehe Abbildung 16. Diese Verformung wird Biegeauslenkung, die Schwingung Biegeschwingung genannt. Die Eigenfrequenzen der entsprechenden Torus-Eigenschwingungen liegen im Bereich 480 - 650 Hz.
6. Einzelne Teile der Spule, z.B. die Seitenteile des Gehäuses, können sich verformen und es können höhere Biegemoden auftreten. Die zugehörigen Eigenschwingungen haben Frequenzen ab etwa 1.5 kHz.

Von diesen Verformungen sind die Pendelauslenkung (1.) und die Torsionsauslenkung der zentralen Stützstruktur (2.) für das magnetoelastische Buckling nicht relevant, da sich bei diesen Verformungen die magnetische Induktivität nicht ändert und damit die magnetische Steifigkeit Null ist. Bei den unter 6. aufgeführten Verformungen ist die differentielle Induktivität ebenfalls Null oder

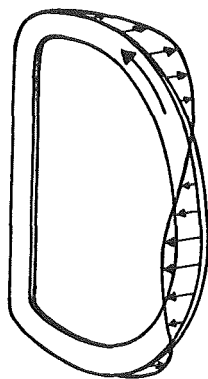


Abbildung 16. Skizze der Biegeauslenkung der Spulen (ohne Stützstruktur)

das Verhältnis von differentieller Induktivität zu elastischer Steifigkeit sehr klein (verglichen mit den Verformungen 3.-5.). Für die Buckling-Untersuchungen am interessantesten sind die Grundausslenkung, die Kippauslenkung und die Biegeauslenkung.

Dabei ist die Grundausslenkung der Spule die Deformation mit dem niedersten Buckling-Strom. Sie kann nur dann auftreten, wenn es keine Einspannung durch die azimutale Stützstruktur im äußeren Teil der Spule gibt. Wenn die Spule im äußeren Teil in der Mitte durch die azimutale Stützstruktur fixiert ist, ist die Kippauslenkung die Verformung mit dem niedersten Buckling-Strom. Ist die Spule an den zwei äußeren Knotenlinien der Biegeauslenkung durch die azimutale Stützstruktur eingespannt, ist die Biegeauslenkung die für das Buckling wesentliche Deformationsform. Durch Untersuchung der unterschiedlichen Auslenkungen können so die Buckling-Ströme für unterschiedliche seitliche Stützstrukturen abgeschätzt werden. Im Kapitel 5.3 wird die Grundausslenkung, im Kapitel 5.4 werden die Kipp- und die Biegeauslenkung analysiert.

### 5.3 GRUNDAUSLENKUNG

Das Hauptinteresse der Untersuchungen an TESPE richtet sich auf die Grundausslenkung der Spulen, da bei dieser Auslenkung die magnetische Steifigkeit beim Betriebsstrom nahezu so groß ist wie die (im stromlosen Zustand gemessene) elastische Steifigkeit, so daß der Buckling-Effekt hier am ehesten zu sehen ist. Im folgenden werden die verwendete Meßtechnik, die Ermittlung der Eigenschwingungsform, elastischen Steifigkeitsmatrix und Trägheitsmatrix sowie die Berechnung des Buckling-Verhaltens beschrieben.

#### 5.3.1 Meßtechnik, Eigenschwingungsform, Vorgehen

##### Meßtechnik und Auswerteverfahren

Die Messungen an TESPE zur Bestimmung der Eigenschwingungen und elastischen Steifigkeiten im stromlosen Zustand werden im Warmen bei ge-

öffnetem Kryostaten durchgeführt. Es werden vorwiegend solche Meßsonden eingesetzt, die auch bei den Messungen im Kalten verwendet werden können.

Für Auslenkungsmessungen werden kapazitive Wegaufnehmer der Fa. Eichhorn + Hausmann, Karlsruhe, mit Meßbereichen von bis zu 8 mm eingesetzt. Aufgrund der Kapazität der Vakuumdurchführungen und der langen Kabel durch den Kryostaten sind die Eichkurven der kapazitiven Wegaufnehmer nicht mehr linear, und es mußte für jede Sonde eine eigene Eichkurve für die Umrechnung der Rohwerte aufgenommen werden. Wegen ihrer hohen Auflösung können die kapazitiven Wegaufnehmer auch bei Schwingungsmessungen eingesetzt werden. Um für die Messung der seitlichen Auslenkung der Spulen einen geeigneten Bezugspunkt zu erhalten, wurden über den Spulen von der zentralen Stützstruktur Meßarme nach außen geführt, siehe Abbildung 17. Die Meßarme sind so miteinander verstrebt, daß ihre Eigenfrequenzen beträchtlich über den Eigenfrequenzen der Grundauslenkung liegen. Die kapazitiven Wegauf-

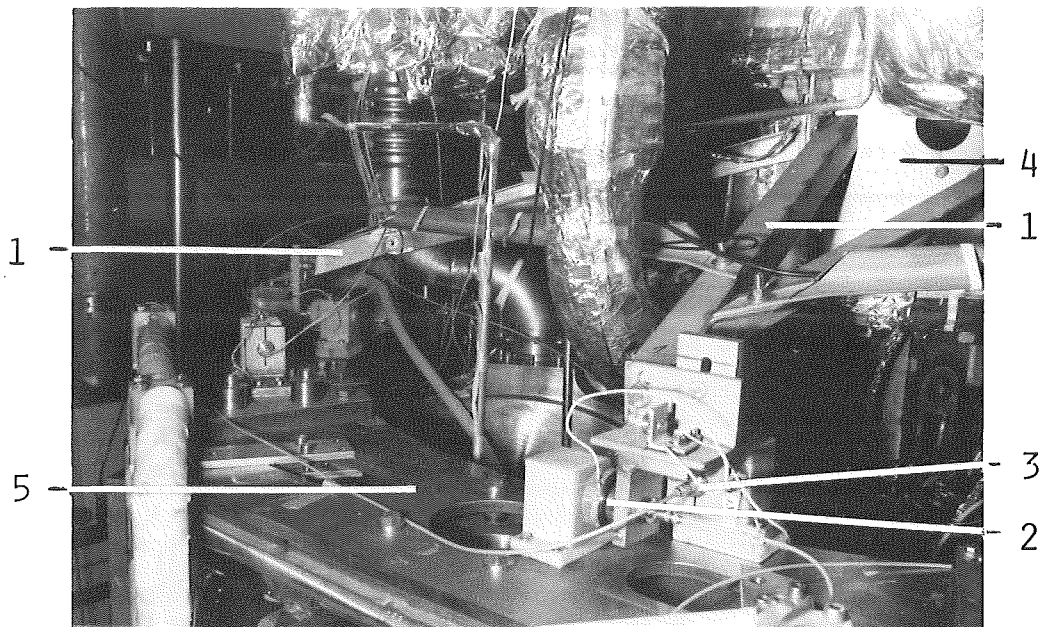


Abbildung 17. Aufbau zur Messung der seitlichen und radialen Auslenkung der Spulen. 1: Meßarme, 2: seitlicher Wegaufnehmer, 3: radialer Wegaufnehmer, 4: zentrale Stützstruktur, 5: oberes Segmentteil der azimutalen Stützstruktur



nehmer messen den Weg zwischen dem Meßarm und dem oberen Segmentteil der azimuthalen Stützstruktur. Für Schwingungsmessungen werden außerdem Beschleunigungssonden der Fa. Brüel & Kjaer verwendet. Mit den vorhandenen Geräten können gleichzeitig bis zu sieben Beschleunigungen gemessen werden, z.B. bei Untersuchungen der Eigenschwingungsform. Die Signale der Wegaufnehmer und Beschleunigungssonden werden mit dem Transientenrekorder aufgezeichnet. Von dort werden sie zur Auswertung auf den Prozeßrechner und falls erforderlich weiter auf den zentralen Großrechner übertragen.

Die Schwingungen werden überwiegend durch einen Stoßimpuls mit einem Hammer angeregt. (Es werden auch einige Messungen mit Betriebserregung durchgeführt, siehe Kapitel 7.) Die Schwingungsamplituden der angestoßenen Spulen liegen im äußeren Teil der Spule typischerweise bei 20  $\mu\text{m}$ . Die Schwingungssignale werden mit Hilfe von Fast-Fourier-Transformations-Programmen auf dem Prozeßrechner und zentralen Großrechner in den Frequenzbereich transformiert und dort analysiert. Vor

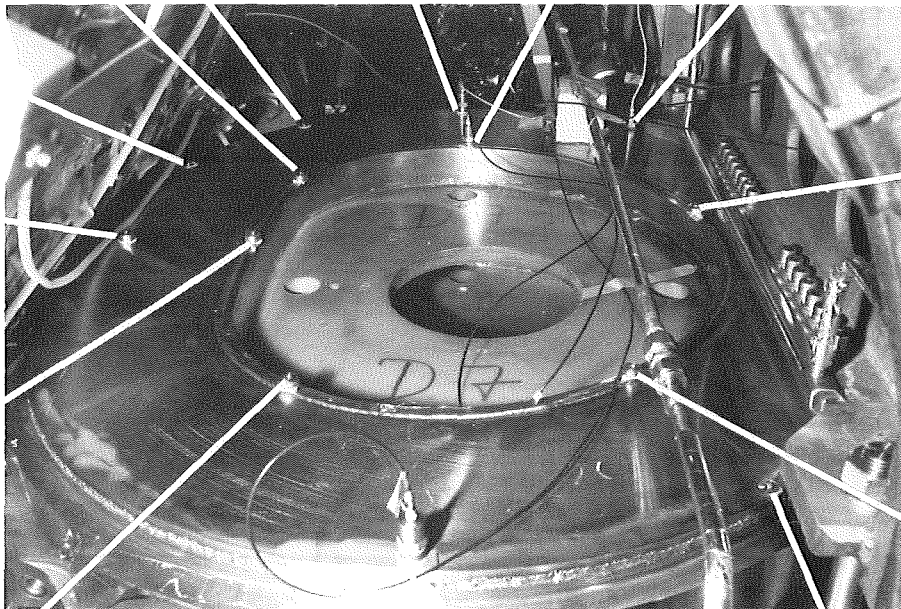


Abbildung 18. Spule 5 (TESPE-Bezeichnung: D7) von schräg unten aufgenommen. An den gekennzeichneten Punkten sowie an einigen verdeckten Punkten wurden die Schwingungsamplituden senkrecht zur Seitenfläche gemessen.

der Transformation werden die Signale mit einer Hanning-Fensterfunktion gewichtet. (Zur Theorie und Praxis der Modalanalyse siehe /5.1/ und /5.2/.)

### Eigenschwingungsform

Die Verformung der Spulenordnung setzt sich aus der Verformung der einzelnen Spulen und der Verformung der zentralen Stützstruktur zusammen. Die Verformung der Spulen bei der Grundschiwingung wurde durch Messung der Schwingungsamplituden an verschiedenen Punkten der Spulen mit Hilfe der Beschleunigungs sonden untersucht. Eine detaillierte Analyse wurde exemplarisch an der Spule Nr. 5 (Abbildung 18) bei der 12.8 Hz-Eigenschwiwingung durchgeföhrt. Das Ergebnis ist in Abbildung 19 dargestellt. Als Abszisse ist der Abstand der Meßpunkte

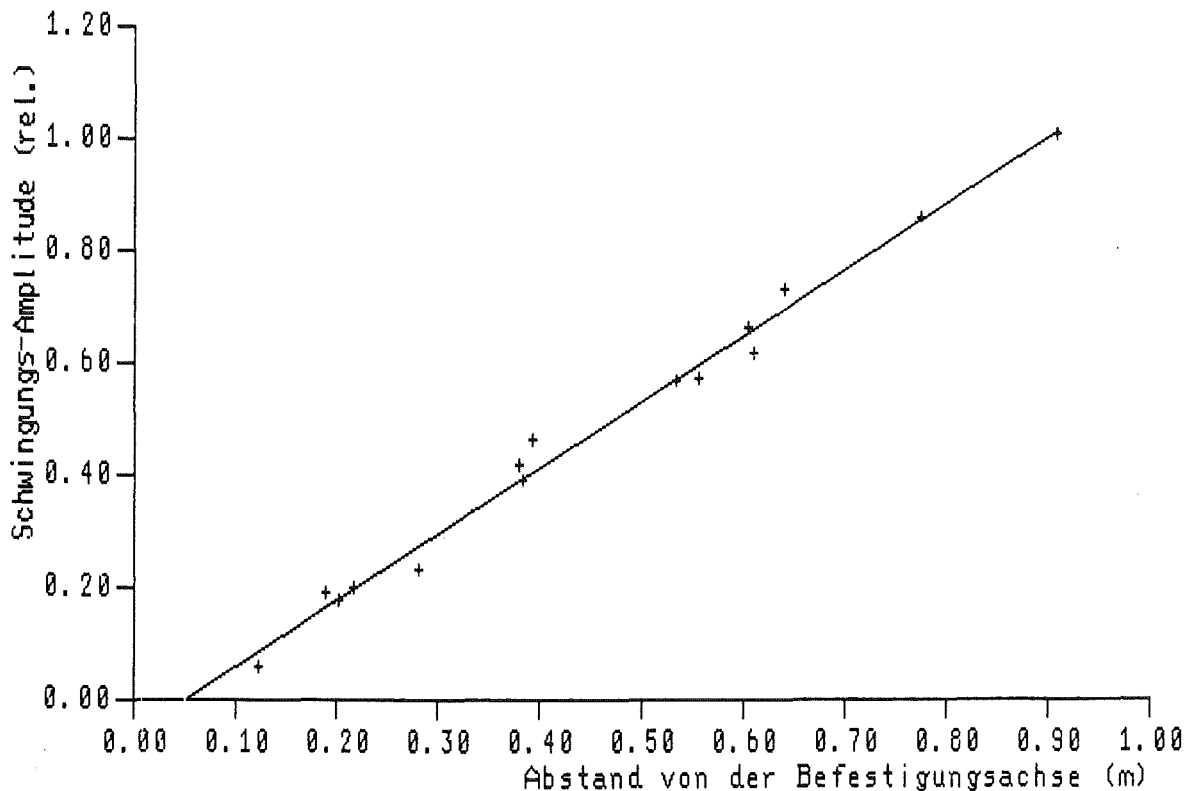


Abbildung 19. Schwiwingungsamplitude als Funktion des Abstands von der Befestigungsachse (= Mittelachse der Befestigung an der zentralen Stützstruktur)

von der Mittelachse der Befestigung der Spule an der zentralen Stützstruktur ('Befestigungsachse') aufgetragen. Als Ordinate ist die relative Amplitude der Schwingung dargestellt. Dabei wurden die gemessenen Amplituden korrigiert, da wegen der Dicke der Spule die Schwingungsrichtung an der Spulenseitenfläche nicht genau mit der Meßrichtung übereinstimmt. Man sieht, daß die Amplitude der Schwingung linear mit dem Abstand ansteigt. Die Spule rotiert also als starrer Körper. Die Gerade geht aber nicht genau durch den Koordinatenursprung. Die Rotationsachse fällt also nicht exakt mit der Befestigungsachse zusammen, sondern liegt etwas versetzt in der Spule.

Die Verformung der zentralen Stützstruktur wurde bei statischen Auslenkungen der Spulen mit Hilfe mechanischer Meßuhren untersucht. Die Messungen zeigen, daß die Verformung bei der Grundauslenkung hauptsächlich in dem Element der zentralen Stützstruktur stattfindet, an dem die Spule befestigt ist (Frontteil). Die Verformung setzt sich aber abgeschwächt nach oben fort, weshalb die Meßarme für die Wegaufnahme auch weit oben in der zentralen Stützstruktur befestigt werden mußten.

### Theoretisches Modell

Kraft-Auslenkungs-Messungen an den einzelnen Spulen ergeben, daß die Steifigkeit der seitlichen Auslenkung der einzelnen Spulen recht unterschiedlich ist. Außerdem sind die Spulen über die Versorgungsleitungen (supraleitende Stromverbindungen, Helium-Leitungen) sowie über die zentrale Stützstruktur auch untereinander elastisch gekoppelt, mit ebenfalls unterschiedlichen elastischen Steifigkeiten. Durch diese Kopplungen bilden sich bereits ohne Strom gekoppelte Eigenschwingungen der Spulen im Torusverband mit unterschiedlichen relativen Schwingungsamplituden der einzelnen Spulen aus. Dieses elastische Verhalten und Schwingungsverhalten kann mit dem einfachen Modell, das Moon bei der Auswertung seiner Experimente verwendet hat (gleiche elastische Steifigkeiten der Spulen, keine oder gleiche elastische Kopplungen zwischen den Spulen, siehe Abschnitt 'Experimente und numerische Ergebnisse' in Kap. 2.2) nur ungenau beschrieben werden. Um das elastische Verhalten, und damit auch das magnetoelastische Verhalten, eines solchen technischen Systems wie der TESPE-Magnetanordnung

genauer beschreiben zu können, muß ein detaillierteres Modell aufgestellt werden.

Den Rechnungen zum Buckling-Verhalten der Grundausslenkung wird das in Kap. 5.1 beschriebene allgemeinere theoretische Modell zugrunde gelegt. Die Grundausslenkung der Spule  $i$  wird als eine Rotation der Spule  $i$  um ihre Befestigungsachse an der zentralen Struktur modelliert ( $i=1(1)6$ ). Als Koordinate der Auslenkung wird der Auslenkungswinkel  $\phi_i$  aus der Ruhelage beim Strom Null genommen. Ist  $\underline{\phi} := (\phi_1, \dots, \phi_6)$  der Vektor der Auslenkungswinkel,  $\underline{\tau}_0^m := (\tau_{01}^m, \dots, \tau_{06}^m)$  der Vektor der Drehmomente auf die Spulen durch die magnetischen Kräfte bei  $\underline{\phi} = \underline{0}$  und  $\underline{\tau}^a := (\tau_1^a, \dots, \tau_6^a)$  der Vektor der äußeren Drehmomente auf die Spulen, dann lautet die Bewegungsgleichung des Modells entsprechend (5.1)

$$\underline{M} \ddot{\underline{\phi}} + (\underline{K}^e + \underline{K}^m) \underline{\phi} - \underline{\tau}_0^m = \underline{\tau}^a. \quad (5.6)$$

#### Vorgehen zur Berechnung des Buckling-Verhaltens

Ziel der Untersuchungen ist es nun, das Buckling-Verhaltens der Grundausslenkung der Spulen im Kalten auf der Basis dieses Modells zu berechnen. Hierzu wird in folgenden Schritten vorgegangen, wobei von der Annahme ausgegangen wird, daß die elastischen Steifigkeiten nicht vom Strom abhängig sind:

1. Mit Hilfe einer statischen Kraft-Auslenkungs-Messung im Warmen wird die elastische Steifigkeitsmatrix  $\underline{K}^e$  im Warmen bestimmt. Die Trägheitsmatrix wird aus Konstruktionszeichnungen ermittelt.
2. Zur Verifizierung der auf diese Weise bestimmten elastischen Steifigkeits- und Trägheitsmatrix werden über das Matrizeigenwertproblem die Torus-Eigenschwingungen berechnet und mit den gemessenen Torus-Eigenschwingungen verglichen.
3. Die elastische Steifigkeitsmatrix wird entsprechend der Änderung des Elastizitätsmoduls vom Warmen ins Kalte umgerechnet. Die ma-

gnetische Steifigkeitsmatrix wird mit Hilfe von HEDO 2 numerisch berechnet.

4. Mit diesen Systemmatrizen werden der Buckling-Strom und die Stromabhängigkeit der Eigenfrequenzen der Torus-Eigenschwingungen berechnet.

Diese Untersuchungen sind in den folgenden zwei Unterkapiteln (Kap. 5.3.2 und 5.3.3) beschrieben. Im zweiten Unterkapitel wird auch noch kurz auf die Berechnung der statischen Auslenkung der Spulen in Abhängigkeit vom Strom eingegangen.

### 5.3.2 Elastische Steifigkeitsmatrix und Trägheitsmatrix

Die elastische Steifigkeitsmatrix kann prinzipiell mit einer Kraft-Auslenkungs-Messung oder durch Messung der Eigenschwingungsgrößen des Systems bestimmt werden. Die gemessenen Eigenschwingungsgrößen sind im allgemeinen jedoch unvollständig und fehlerbehaftet /5.1/. Deshalb wird die elastische Steifigkeitsmatrix mit einer Kraft-Auslenkungs-Messung bestimmt und dann zusätzlich mit den gemessenen Eigenschwingungsgrößen verifiziert.

Für die statische Kraft-Auslenkungs-Messung der Magnetanordnung im stromlosen Zustand erhält man aus (5.6) die Gleichung  $\underline{K}^e \underline{\phi} = \underline{r}^a$ . Zur Bestimmung der elastischen Steifigkeitsmatrix müssen mindestens N linear unabhängige Einzelmessungen durchgeführt werden. Die Durchführung und Auswertung der statischen Kraft-Auslenkungs-Messung sowie die ermittelte elastische Steifigkeitsmatrix sind im Anhang A2 beschrieben.

Die Trägheitsmatrix  $\underline{M}$  hat in guter Näherung Diagonalform, da die Massen der Versorgungsleitungen zwischen den Spulen gegenüber den Massen der Spulen vernachlässigbar klein sind. Der Wert der Diagonalelemente ist gleich dem Trägheitsmoment der Spulen um die Befestigungsachse. Das Trägheitsmoment der Spulen wurde aus den gemessenen Gewichten der einzelnen Teile und den aus Konstruktionszeich-

nungen bestimmten geometrischen Größen berechnet und für alle Spulen als gleich angenommen. Es wurde ein Wert von  $350 \pm 30 \text{ kgm}^2$  ermittelt.

Zur Verifizierung dieser Systemmatrizen sowie als Voruntersuchung für die Messung der Stromabhängigkeit der Eigenfrequenzen wurden die Torus-Eigenschwingungen der Grundschiwingung aus  $\underline{\underline{K}}^e$  und  $\underline{\underline{M}}$  berechnet und mit den gemessenen Torus-Eigenschwingungen verglichen. Die Eigenschwingungen des Systems im stromlosen Zustand folgen aus den Bewegungsgleichungen (5.6) mit  $\underline{\underline{K}}^m = \underline{\underline{0}}$ ,  $\underline{\underline{r}}_0^m = \underline{\underline{0}}$  und  $\underline{\underline{r}}^a = \underline{\underline{0}}$  und führen auf das allgemeine Matrizeigenwertproblem

$$(-\omega_0^2 \underline{\underline{M}} + \underline{\underline{K}}^e) \hat{\underline{\underline{\phi}}}_0 = \underline{\underline{0}}. \quad (5.7)$$

Dabei sind die  $\omega_0$  die Kreisfrequenzen und die Eigenvektoren  $\hat{\underline{\underline{\phi}}}_0$  die Schwingungsformen der Torus-Eigenschwingungen. Mit der oben angegebenen Trägheitsmatrix und der in Gl. (A.6) im Anhang A2 wiedergegebenen elastischen Steifigkeitsmatrix ergeben sich die in Tabelle 3, Spalte 2, aufgeführten Eigenfrequenzen.

Die experimentelle Modalanalyse der Torus-Eigenschwingungen wurde wie in Kap. 5.3.1 angegeben mit Stoßanregung und Fast-Fourier-Transformation durchgeführt. In Abbildung 20 ist ein Beispiel für das Spektrum eines Wegaufnehmer-Signals wiedergegeben. Die Eigenschwingungen 1-3 sowie 5 können in den Schwingungsspektren eindeutig iden-

-----  
Tabelle 3. Berechnete und gemessene Eigenfrequenzen der Torus-Eigenschwingungen

Nr. der Eigenschwingung	berechnete Frequenz (Hz)	gemessene Frequenz (Hz)
1	13.1	12.8
2	14.5	14.7
3	15.4	15.7
4	16.7	(16.8)
5	17.5	17.5
6	18.2	(18.1)

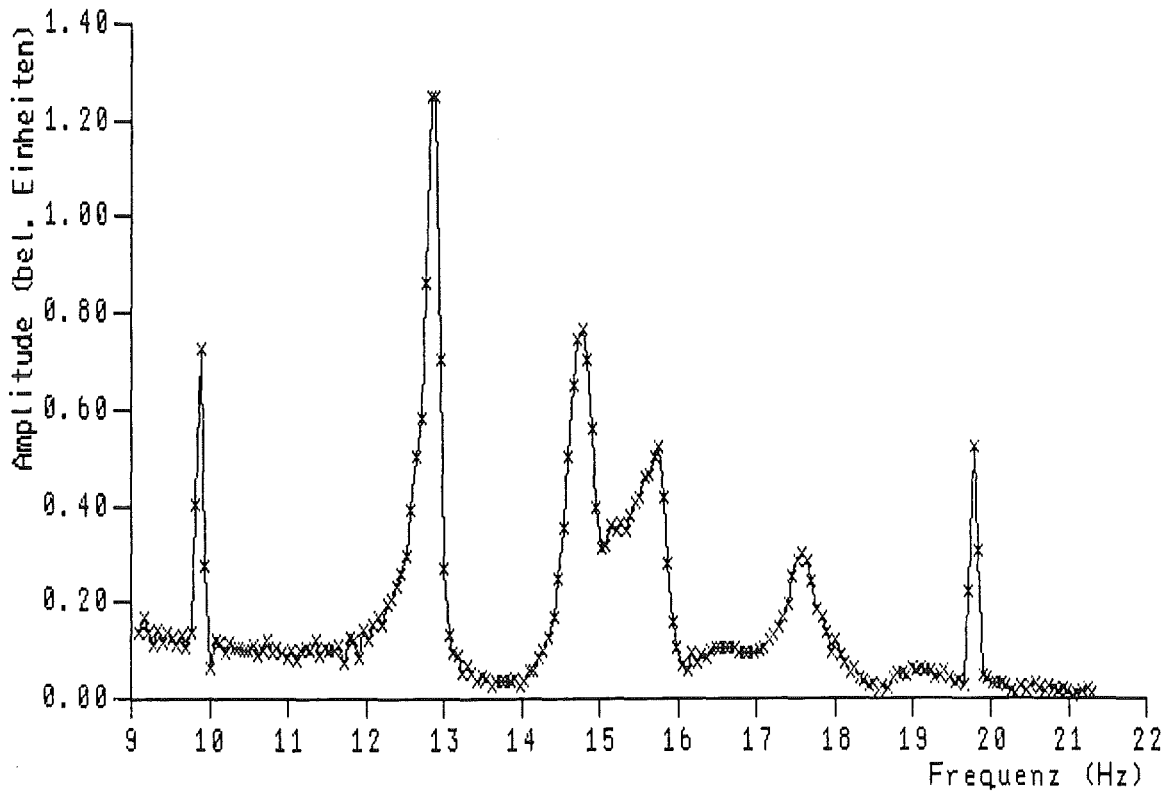


Abbildung 20. FFT-Spektrum des Wegaufnehmersignals an der Spule 5 bei einem Stoß auf die Spule 1. Die Spektrallinien der Eigenschwingungen 1-3 und 5 sind auch hier, im Spektrum der übernächsten Nachbarspule zur angeregten Spule, deutlich zu erkennen. Die Spektrallinien bei 9.8 Hz und 19.7 Hz rühren von Schwingungen des Hallenbodens durch die Kälteanlage her.

-----

tifiziert werden. Die gemessenen Frequenzen stimmen mit den berechneten Frequenzen gut überein, siehe Tabelle 3. Vergleicht man die gemessenen und berechneten Eigenschwingungsformen (relative Amplituden und Phasen der einzelnen Spulen), stimmt auch die Nummer der Spule mit der größten Schwingungsamplitude überein. Bei den Schwingungsamplituden der anderen Spulen gibt es aber teilweise deutliche Abweichungen. Der Grund dafür ist vermutlich, daß in dem theoretischen Modell die dynamische Kopplung der Spulen über die Freiheitsgrade der zentralen Stützstruktur nicht berücksichtigt wird. Die Eigenschwingungen 4 und 6 konnten aus den durchgeführten Messungen nicht mit hinreichender Sicherheit und Genauigkeit identifiziert wer-

den. Bei den berechneten Frequenzen dieser Eigenschwingungen treten meistens nur Schultern der 17.5 Hz-Spektrallinie auf.

### 5.3.3 Berechnung des Buckling-Verhaltens

Um den Buckling-Strom und die Frequenz-Strom-Dispersionskurven im Kalten berechnen zu können, wird die Trägheitsmatrix und die elastische Steifigkeitsmatrix im Kalten sowie die magnetische Steifigkeitsmatrix benötigt. Die Änderung des Trägheitsmoments der Spulen vom Warmen ins Kalte durch das durchströmende Helium ist vernachlässigbar klein, so daß im Kalten von der gleichen Trägheitsmatrix wie im Warmen ausgegangen werden kann.

#### Elastische Steifigkeitsmatrix im Kalten

Es ist meßtechnisch außerordentlich aufwendig, die elastische Steifigkeitsmatrix im Kalten direkt zu messen. Deshalb wird als elastische Steifigkeitsmatrix im Kalten die elastische Steifigkeitsmatrix im Warmen, korrigiert entsprechend der Änderung des Elastizitätsmoduls vom Warmen ins Kalte, genommen. Die Teile von TESPE, die für die elastische Steifigkeit der seitlichen Auslenkung bestimmend sind, bestehen ganz überwiegend aus austenitischem Stahl. Da die Änderung des Elastizitätsmoduls bei dem TESPE-Stahl selbst nicht bekannt ist, wird das Änderungsverhältnis bei einem ähnlichen austenitischen Stahl /5.3/ genommen. Der Elastizitätsmodul nimmt bei diesem Stahl von 300 K auf 4 K um 5 % zu.

#### Magnetische Steifigkeitsmatrix

Im Kapitel 5.1 wurde die magnetische Steifigkeitsmatrix allgemein abgeleitet und auf die gegenphasigen und gleichphasigen differentiellen Induktivitäten  $c_{q-}$  und  $c_{q+}$  beim Nachbarschaftsabstand  $q$  ( $q=0(1)N/2$ ) zurückgeführt. Bei der Grundausslenkung von TESPE sind die gleichphasigen differentiellen Gegeninduktivitäten wesentlich kleiner als die gegenphasigen differentiellen Gegeninduktivitäten (bei nächsten Nachbarn um einen Faktor 40) und können deshalb in guter Näherung vernachlässigt werden. Die differentielle Selbstinduktivität



$c_{0+}$  ist Null, da sich die Selbstinduktivität bei der Auslenkung nicht ändert. Die magnetische Steifigkeitsmatrix beim Strom I ergibt sich dann aus (5.4) und (5.5) zu

$$\underline{\underline{K}}^m = 2I^2 \begin{bmatrix} -\Sigma c_r & c_{1-} & c_{2-} & c_{3-} & c_{2-} & c_{1-} \\ c_{1-} & -\Sigma c_r & c_{1-} & c_{2-} & c_{3-} & c_{2-} \\ c_{2-} & c_{1-} & -\Sigma c_r & c_{1-} & c_{2-} & c_{3-} \\ c_{3-} & c_{2-} & c_{1-} & -\Sigma c_r & c_{1-} & c_{2-} \\ c_{2-} & c_{3-} & c_{2-} & c_{1-} & -\Sigma c_r & c_{1-} \\ c_{1-} & c_{2-} & c_{3-} & c_{2-} & c_{1-} & -\Sigma c_r \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

wobei  $\Sigma c_r = 2c_{1-} + 2c_{2-} + c_{3-}$  ist. Mit dem Magnetfeld-Berechnungsprogramm HEDO 2 wurden die Gegeninduktivitäten  $L_{rs}$  der Grundausslenkung der TESPE-Spulen für verschiedene Auslenkungswinkel und Nachbarschaftsabstände berechnet. Durch Anpassung von Polynomen wurden die Koeffizienten der Reihenentwicklung entsprechend (5.2) bestimmt. Die gegenphasigen differentiellen Induktivitäten  $c_{q-}$  ergeben sich zu

$$\begin{aligned} c_{1-} &= 3.94 \times 10^{-3} \text{ H/rad}^2, \\ c_{2-} &= 4.80 \times 10^{-4} \text{ H/rad}^2, \\ c_{3-} &= 2.09 \times 10^{-4} \text{ H/rad}^2. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Hieraus kann man ersehen, daß die differentielle Induktivität zwischen den Spulen, und damit die magnetische Steifigkeit, mit dem Nachbarschaftsabstand stark abnimmt. Sie beträgt zwischen übernächsten Nachbarspulen nur noch ca. 1/8 des Werts zwischen nächsten Nachbarspulen und zwischen gegenüberliegenden Spulen nur ein 1/19 dieses Wertes.

#### Frequenz-Strom-Dispersionskurven und Buckling-Strom

Die Eigenfrequenzen der Torus-Eigenschwingungen erhält man aus den Lösungen des allgemeinen Matrizeigenwertproblems entsprechend Gl. (2.27)

$$(-\omega_0^2 \underline{\underline{M}} + (\underline{\underline{K}}^e + \underline{\underline{K}}^m)) \hat{\underline{\underline{\phi}}}_0 = \underline{\underline{0}}. \quad (5.10)$$

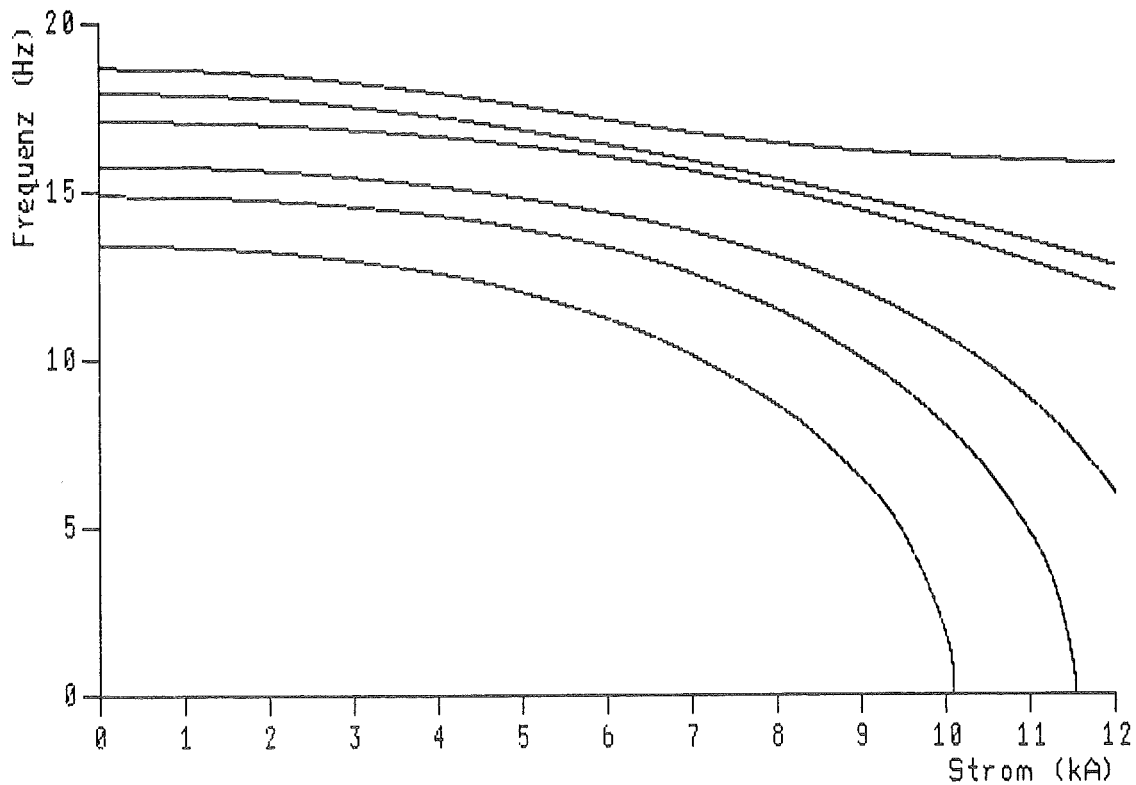


Abbildung 21. Frequenz-Strom-Dispersionskurven,  $f_{0i}(I)$ , der 6 Torus-Eigenschwingungen

Die Lösungen für verschiedene Ströme  $I$  (und damit verschiedene magnetische Steifigkeitsmatrizen  $\underline{K}^m$ ) ergeben die in Abbildung 21 dargestellten Frequenz-Strom-Dispersionskurven der 6 Torus-Eigenschwingungen. Die Frequenzen aller Torus-Eigenschwingungen nehmen mit dem Strom ab und auch die Form der Torus-Eigenschwingungen (die relativen Schwingungsamplituden der einzelnen Spulen) ändert sich. Der Buckling-Strom der Grundschiwingung, d.h. der Strom, bei dem die niederste Eigenfrequenz Null wird, liegt nach diesen Rechnungen bei 10 080 A und somit nur 44 % über dem Betriebsstrom von 7 000 A. Bis zum Betriebsstrom nimmt die Eigenfrequenz der Eigenschwingung mit der niedersten Eigenfrequenz von 13.4 Hz auf 10.1 Hz und damit um 24 % ab. Die Eigenfrequenz der zweitniedersten Eigenschwingung nimmt um 16 % von 14.9 Hz auf 12.6 Hz ab. Diese berechneten Frequenzabnahmen sind von einer Größe, die experimentell gut überprüfbar ist.

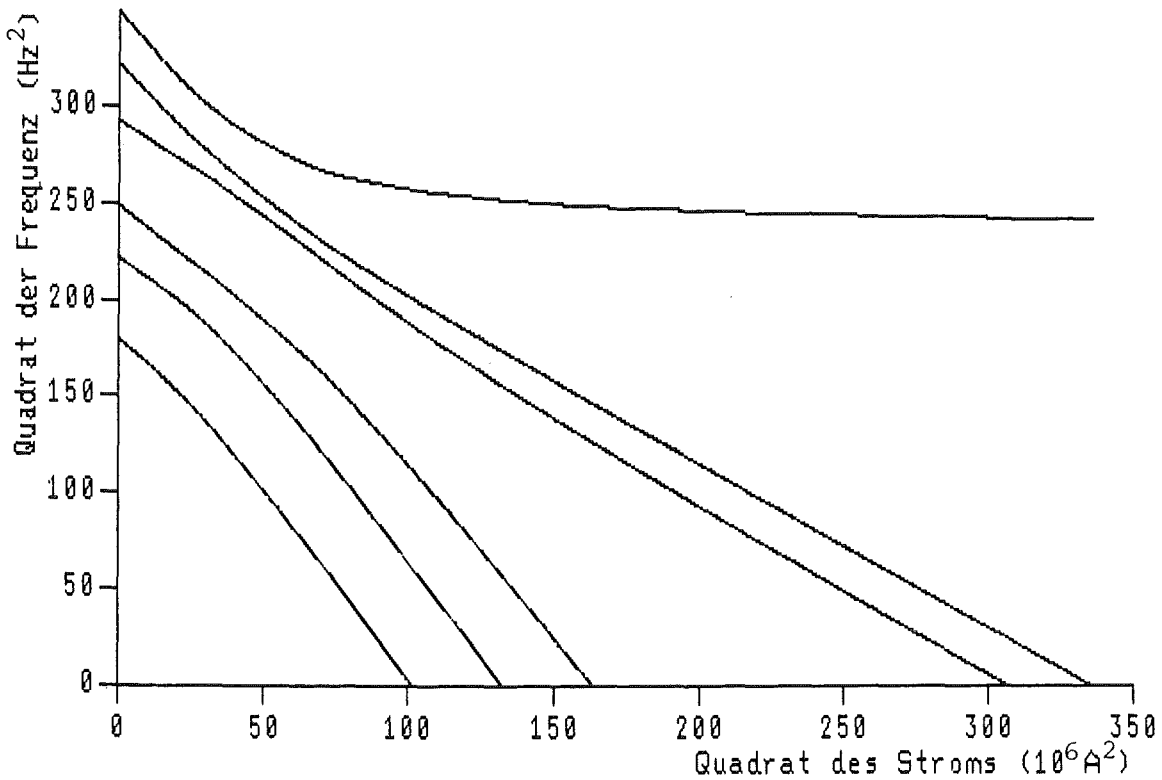


Abbildung 22. Frequenz-Strom-Dispersionskurven,  $f_{0i}^2(I^2)$ , der 6 Torus-Eigenschwingungen

In Abbildung 22 ist außerdem das Quadrat der Eigenfrequenzen gegen das Quadrat des TESPE-Stroms bis zu einem Strom von 19 000 A aufgetragen. Man sieht, daß der lineare Abfall des Quadrats der Eigenfrequenz mit dem Quadrat des Stroms -auf den Moon und Miya in ihren Arbeiten immer hingewiesen haben /2.12, 2.26/- nicht mehr exakt gegeben ist, wenn die elastischen Steifigkeiten der Spulen unterschiedlich sind. Der Buckling-Strom kann deshalb bei solchen Magnetanordnungen auch nicht mehr aus der Steigung des linken oberen Teils der Frequenz-Strom-Dispersionskurve (d.h. bei kleinen Strömen) bestimmt werden, wie das Moon und Miya bei der Auswertung ihrer Experimente /2.11, 2.28/ getan haben. Wenn man den Buckling-Strom der Grundausslenkung aus der Steigung des obersten Teils der Kurve in Abbildung 22 berechnet, ergibt sich ein um 23 % zu optimistischer Wert von 12 350 A.

Statische Auslenkung der Spulen

Der Buckling-Effekt sollte sich auch in der statischen Auslenkung der TESPE-Spulen widerspiegeln (vgl. Messungen mit der BS-Spule, Kap. 4.2.2). Für die statische Auslenkung in Abhängigkeit vom Strom erhält man aus (5.6) die Gleichung

$$(\underline{K}^e + \underline{K}^m) \underline{\phi} - \underline{\tau}_0^m = \underline{0}. \quad (5.11)$$

Um  $\underline{\phi}(I)$  berechnen zu können, wird das magnetische Drehmoment  $\underline{\tau}_0^m(I)$  bei  $\underline{\phi} = \underline{0}$  (d.h. in der Ruhelage ohne Strom) benötigt.  $\underline{\tau}_0^m(I)$  kann mit HEDO berechnet werden, wenn die (magnetischen) Fehlstellungen der Spulen bekannt sind. Diese Fehlstellungen sind aber nur sehr klein und damit relativ ungenau meßbar, und da es auf die magnetischen Fehlstellungen ankommt, genügt es auch nicht, die Fehlstellungen der Spulengehäuse zu vermessen. Außerdem können schon kleine Unterschiede in der Fehlstellung große Effekte haben (Auslenkung der Spule in die eine oder andere Richtung). Aus diesen Gründen wurde kein Versuch unternommen, die Fehlstellungen zu messen und auf dieser Basis die statischen Auslenkungen vorauszuberechnen. Die Berechnung von  $\underline{\phi}(I)$  bei gegebenen Fehlstellungen wurde aber zur Abschätzung der maximal zu erwartenden Auslenkungen bei angenommenen maximalen Fehlstellungen verwendet.

#### 5.4 KIPP- UND BIEGEAUSLENKUNG

Die Kippauslenkung und die Biegeauslenkung sind Verformungen, die auch dann noch auftreten können, wenn die Spulen an einer oder zwei Stellen durch eine azimutale Stützstruktur seitlich fixiert sind. Sie sind deshalb im Hinblick auf Fusionsreaktoren von größerer Bedeutung als die Grundausslenkung, da in den Reaktorentwürfen seitliche Abstützungen zwischen den Spulen vorgesehen sind. Bei TESPE liegen die abgeschätzten Buckling-Ströme dieser Auslenkungen weit über dem Betriebsstrom, so daß der Buckling-Effekt bei diesen Auslenkungen nicht experimentell überprüft werden kann. Das Hauptinteresse bei der Untersuchung dieser Auslenkungen richtet sich deshalb darauf, exemplarisch an dem technologisch relevanten Torus TESPE die Eigenschwingungen zu analysieren, die Buckling-Ströme zu berechnen und

die für diese Untersuchungen notwendigen Meß- und Berechnungsverfahren zu entwickeln. Die Abschätzung der Buckling-Ströme soll auch zu einem besseren Verständnis der Relevanz des Buckling-Effekts in großen Tokamak-Anlagen beitragen.

#### 5.4.1 Eigenschwingungen

Die Eigenschwingungen wurden wie bei der Grundschiwingung durch Stoßanregung und Fast-Fourier-Transformation der Signale untersucht. Als Meßaufnehmer wurden ausschließlich Beschleunigungssonden verwendet.

Bei der Kippschiwingung liegen die Eigenfrequenzen der gemessenen Torus-Eigenschwingungen im Bereich 66.6 - 86.2 Hz. In erster Näherung kann die Kippschiwingung als Rotationsschiwingung der Spulen um ihre horizontale Mittelachse betrachtet werden. Die Eigenschwiwingungsform wurde detailliert bei der 66.6 Hz-Eigenschwiwingung an der Spule 5 untersucht, an den gleichen Punkten wie bei der Grundschiwingung (Abbildung 18 auf Seite 49). Die Analyse der Schwiwingungsamplituden an den verschiedenen Meßpunkten ergibt, daß die Drehachse nicht exakt mit der horizontalen Symmetrieachse zusammenfällt, sondern in radialer Richtung um  $11^\circ$  nach unten geneigt ist (von der Torusmitte betrachtet) und die horizontale Mittelachse im Abstand von 0.67 m von der zentralen Stützstruktur schneidet. In Abbildung 23 sind die Schwiwingungsamplituden gegen den Abstand der Meßpunkte von dieser geneigten Drehachse dargestellt. Dabei sind die Spulenpunkte unterhalb der Knotenlinie mit negativem Abstand aufgetragen. Die gemessenen Schwiwingungsamplituden wurden hier ebenso wie bei der Grundschiwingung korrigiert, da wegen der Dicke der Spule die Schwiwingungsrichtung an der Seitenfläche nicht genau mit der Meßrichtung übereinstimmt. Die korrigierten Amplituden nehmen linear mit dem Abstand von der Rotationsachse zu, die Spule rotiert also als starrer Körper um die Drehachse. Der mit  $\oplus$  gekennzeichnete Meßpunkt in Abbildung 23 gibt die Schwiwingungsamplitude des Frontteils der zentralen Stützstruktur direkt über der Spule an. Man sieht, daß auch das Frontteil mitschwiwingt, aber mit geringerer Amplitude als entsprechende Punkte der Spule. Die Verformung findet bei der Kippschiwingung offenbar vor allem in der Befestigung der Spule am Frontteil sowie im Frontteil selbst statt.

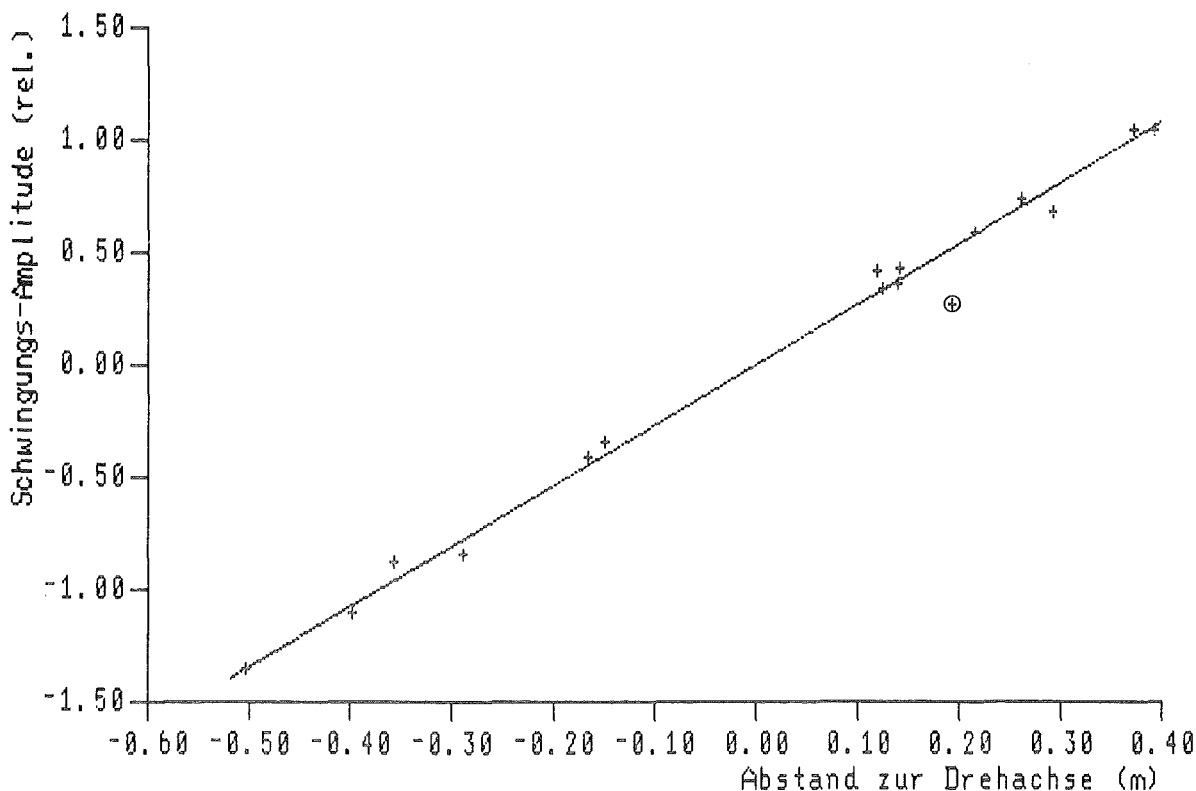


Abbildung 23. Schwingungsamplituden bei der Kippschwingung als Funktion des Abstands von der Drehachse

Bei der Biegeschwingung liegen die Eigenfrequenzen der untersuchten Torus-Eigenschwingungen im Bereich 488 - 649 Hz. Die Eigenschwingungsform der Spulen wurde ebenfalls an der Spule 5 gemessen, und zwar bei der 524 Hz-Eigenschwingung. In Abbildung 24 sind die gemessenen Schwingungsamplituden an den Meßpunkten der Spule als Pfeile eingezeichnet. Man sieht, daß sich die Spule bei dieser Schwingung in Form eines Kartoffel-Chips durchbiegt. Die Schwingung hat im äußeren Teil der Spule zwei Knotenlinien. Daneben gibt es aber auch im inneren Teil zwei Knotenlinien und der innerste Teil der Spule sowie auch das Frontteil schwingen mit beträchtlicher Amplitude.

Diese Ergebnisse der Modalanalyse der Grund-, Kipp- und Biegeschwingung sind auch im Hinblick auf Berechnungen der Buckling-Ströme großer toroidaler Magnetsysteme bedeutsam. Moon und Miya sind in ihren Rechnungen (mit Ausnahme von Teilen in /2.13/) immer davon ausgegangen, daß die Spulen an der zentralen Stützstruktur so starr

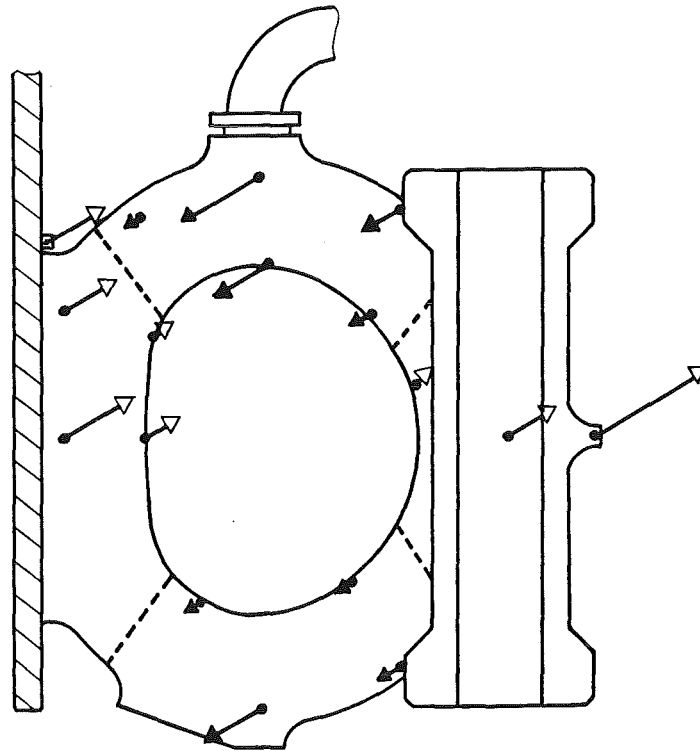


Abbildung 24. Gemessene Schwingungsamplituden ( —▶ ) und Knotenlinien (----) bei der Biegeschwingung

---

eingespannt sind, daß dort weder eine Translation noch eine Rotation der Spule möglich ist. Die Modalanalyse an TESPE zeigt aber, daß diese Einspannung nicht so starr ist. Für die elastische Steifigkeit der Auslenkung (und damit für den Buckling-Strom) ist das elastische Verhalten der zentralen Stützstruktur und der Befestigung der Spule daran von wesentlicher Bedeutung, bei der Grund- und Kippauslenkung sogar von größerer Bedeutung als das elastische Verhalten der Spule selbst. Diese Teile müssen deshalb in die Berechnungen mit einbezogen werden.

#### 5.4.2 Berechnung des Buckling-Stroms

##### Kippauslenkung

Da der Buckling-Strom der Kippauslenkung so hoch liegt, daß der Buckling-Effekt durch Messungen an TESPE mit Strom nicht überprüft

werden kann, wird er nicht mit einem solchen experimentellen Aufwand wie bei der Grundausslenkung bestimmt. Bei der Berechnung werden die elastischen Steifigkeiten der Spulen als gleich angenommen und die elastischen Kopplungen zwischen den Spulen nicht berücksichtigt. Die Torus-Eigenschwingung mit dem niedersten Buckling-Strom ist dann die Schwingung, bei der benachbarte Spulen jeweils mit gleicher Amplitude in Gegenphase schwingen /2.3/. Als Koordinaten der Auslenkungen werden die Drehwinkel  $\phi_i$  der Spulen um die Symmetrieachse genommen.

Zur Herleitung des Buckling-Stroms werden die magnetischen Drehmomente auf die Spulen betrachtet. Dabei können die magnetischen Drehmomente in der Ruhelage ohne Strom unberücksichtigt bleiben, da sie im Rahmen der linearen Theorie keinen Einfluß auf den Buckling-Strom haben. Aus (2.21) erhält man dann mit  $\underline{\phi} = (\phi_1, \dots, \phi_6)$  und dem Vektor der magnetischen Drehmomente auf die Spulen  $\underline{\tau}^m = (\tau_1^m, \dots, \tau_6^m)$  die Gleichung

$$\underline{\tau}^m = - \underline{K}^m \underline{\phi}. \quad (5.12)$$

Die magnetische Steifigkeitsmatrix ist im Kapitel 5.1 allgemein abgeleitet. Bei der Kippauslenkung hat die differentielle Selbstinduktivität  $c_{0+}$  ebenso wie bei der Grundausslenkung den Wert Null, da sich die Selbstinduktivität bei dieser Auslenkung nicht ändert. Außerdem ist bei der Kippauslenkung auch die gegenphasige differentielle Induktivität  $c_{3-}$  zwischen gegenüberliegenden Spulen gleich Null. Die gleichphasigen differentiellen Gegeninduktivitäten  $c_{q+}$  sind aber nicht mehr vernachlässigbar klein gegenüber den gegenphasigen differentiellen Gegeninduktivitäten  $c_{q-}$  und müssen deshalb mit berücksichtigt werden. Damit erhält man aus (5.12), (5.4) und (5.5) nach einigen Zwischenrechnungen das magnetische Drehmoment auf die Spulen bei der gegenphasigen Schwingung zu

$$\tau_i^m = 8(c_{1-} + c_{2+}) I^2 \phi_i. \quad (5.13)$$

Dieses Drehmoment ist betragsmäßig so groß wie das elastische Drehmoment  $\tau_i^e = -K^e \phi_i$ , wenn der Strom den Buckling-Wert



$$I_B = \sqrt{\frac{K^e}{8(c_{1-} + c_{2+})}} \quad (5.14)$$

erreicht. Die differentiellen Induktivitäten wurden mit HEDO 2 für die Kippauslenkung der TESPE-Spulen berechnet zu

$$\begin{aligned} c_{1-} &= 8.5 \times 10^{-4} \text{ H/rad}^2, \\ c_{2+} &= -3.9 \times 10^{-4} \text{ H/rad}^2. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Die elastische Steifigkeit wurde aus der Eigenfrequenz und dem Trägheitsmoment um die Symmetrieachse bestimmt, wobei die Werte für eine Spule ohne azimuthale Stützstruktur genommen wurden, da sich hierfür das Trägheitsmoment leichter berechnen läßt. Zur Berechnung des Trägheitsmoments wurde die Spule durch einen Vollring angenähert, über den das Gewicht der Spule gleichmäßig verteilt ist. Das Trägheitsmoment ergibt sich so zu  $50 \pm 5 \text{ kgm}^2$ . Die Eigenfrequenz einer Spule ohne azimuthale Stützstruktur wurde an der Spule 3 gemessen und beträgt 176 Hz. Daraus erhält man eine elastische Steifigkeit von  $6.1 \times 10^7 \text{ Nm/rad}$  und mit (5.14) den Buckling-Strom der Kippauslenkung zu 130 kA. Der berechnete Buckling-Strom der Kippauslenkung liegt damit um einen Faktor 19 über dem Betriebsstrom von TESPE und um einen Faktor 13 höher als der berechnete Buckling-Strom der Grundausslenkung.

Moon ist in seinen theoretischen Ableitungen zu toroidalen Magnetsystemen stets davon ausgegangen, daß die Kräfte zwischen den Spulen nur von den Differenzen der Spulenauslenkungen abhängen. In seiner Berechnung des Buckling-Stroms ist deshalb die gleichphasige differentielle Induktivität der übernächsten Nachbarspulen  $c_{2+}$  nicht berücksichtigt (siehe /2.6, 2.11, 2.15/). Berücksichtigt man bei der Kippauslenkung von TESPE die gleichphasige differentielle Induktivität der übernächsten Nachbarspulen nicht ( $c_{2+} = 0$  in (5.14)), kommt man auf einen Buckling-Strom von 95 kA und damit auf einen um 27 % zu niederen Buckling-Strom. Bei einer so großen Abweichung erhebt sich die Frage, warum Moon bei der Auswertung seiner Experimente nicht eine Abweichung zwischen den gemessenen und den nach seiner theoretischen Ableitung berechneten Werten beobachtet hat. Die Größe des Fehlers durch die o.g. Vernachlässigung hängt von der Geometrie der Magnetanordnung, der Art der Spulenauslenkung und der Torus-Eigenschwingung ab. Die

Vernachlässigung sollte sich am stärksten bei den höheren Spuleneigenschwingungen in seinem 16-Spulen-Torus bemerkbar machen. In diesen Experimenten hat Moon auch tatsächlich höhere Buckling-Ströme als die berechneten Werte gemessen. Er hat diese Abweichungen aber ausschließlich auf die Selbstversteifung der Spulen durch die magnetische Zugspannung in den Spulen zurückgeführt. Um diese Selbstversteifung zu korrigieren, hat er die Versteifung bei der gleichphasigen Torus-Eigenschwingung gemessen und seine theoretisch berechneten Werte mit einem Korrekturfaktor entsprechend dieser gemessenen Versteifung multipliziert /2.11/. In die gleichphasige Torus-Eigenschwingung geht aber nicht nur die Selbstversteifung der Spulen ein, sondern auch die Versteifung durch sämtliche gleichphasigen differentiellen Induktivitäten. Durch seine Selbstversteifungs-Korrektur hat er so den o.g. Fehler teilweise kompensiert. Er hat aber auch einen neuen Fehler in die Berechnung eingebracht, da in die gleichphasige Torus-Eigenschwingung auch diejenigen gleichphasigen differentiellen Induktivitäten eingehen, die sich in der Buckling-Mode nicht auswirken (z.B. die der nächsten Nachbarspulen). Ferner hat Moon bei seiner numerischen Induktivitätsberechnung nicht die für seine Theorie benötigte gegenphasige differentielle Induktivität der nächsten Nachbarspulen bestimmt, sondern -soweit das aus /2.11/ und /2.3/ nachvollzogen werden kann- die Summe aus gegenphasiger und gleichphasiger differentieller Induktivität. Es ist zu vermuten, daß die bei dem 16-Spulen-Experiment von Moon beobachteten Abweichungen zwischen den gemessenen und berechneten Werten von bis zu 39 % zu einem wesentlichen Teil auf die genannten Vernachlässigungen der gleichphasigen differentiellen Induktivitäten zurückzuführen sind.

### Biegeauslenkung

Mit HEDO 2 können nur Spulen modelliert werden, die symmetrisch zur Mittelachse der Spule sind. Bei der Biegeauslenkung haben die Spulen diese Symmetrie aber nicht mehr, so daß HEDO 2 nicht zur Berechnung der differentiellen Induktivität verwendet werden kann. Mit anderen Magnetfeld-Berechnungsprogrammen, z.B. dem Programm EFFI /5.4/, können auch unsymmetrische Spulen berechnet werden. Die Einarbeitung in ein solches Programmsystem und die Modellierung der Spulen erfordern aber einen nicht unerheblichen Aufwand, weshalb eine genauere Berech-

nung des Buckling-Stroms der Biegeauslenkung zurückgestellt wurde. Eine grobe Abschätzung wurde durch einen Vergleich mit der Kippauslenkung vorgenommen. Es wurde angenommen, daß die differentiellen Induktivitäten bei der Kipp- und Biegeauslenkung bei vergleichbaren Auslenkungsamplituden etwa gleich groß sind. Die Abschätzung ergibt dann, daß der Buckling-Strom der Biegeauslenkung um eine halbe bis eine Größenordnung über dem Buckling-Strom der Kippauslenkung liegt. Die Biegeauslenkung hat damit für Buckling-Untersuchungen an TESPE eine geringere Bedeutung als die Grund- und Kippauslenkung.

## 6. BUCKLING-MESSUNGEN AN TESPE UND DISKUSSION DER ERGEBNISSE

Die Messung des Buckling-Verhaltens der TESPE-Magnetanordnung bis zum Betriebsstrom soll zeigen, ob die in Kapitel 5 dargelegten Annahmen und numerischen Rechnungen zutreffen. Die Messungen sollen auch Aufschluß darüber geben, ob bei solch komplexen technischen Anordnungen außer dem magnetoelastischen Buckling auch noch andere Effekte zu einer Änderung der seitlichen Steifigkeit der Spulen beitragen. Insbesondere erscheint ungewiß, ob bei den enormen, mit dem Quadrat des Stroms zunehmenden Zentralkräften auf die Spulen und dem relativ komplexen Aufbau der zentralen Stützstruktur die seitlichen elastischen Steifigkeiten tatsächlich vom Strom unabhängig sind.

### 6.1 EXPERIMENTELLES

Die erstmalige Durchführung von Buckling-Messungen an einer technologisch relevanten Torus-Anordnung stellt auch eine Reihe von neuen meßtechnischen Problemen wie die Schwingungsanregung bei so massiven Spulen, die Messung von Schwingungen mit sehr kleinen Amplituden bei tiefen Temperaturen und starken Magnetfeldern und die Gewährleistung der Sicherheit der Anlage.

#### Schwingungsanregung der Spulen

Für die Schwingungsanregung der Spulen im Kalten wurden alternativ die Impulserregung mit Hilfe einer von außen eingeleiteten mechanischen Kraft, die Impulserregung mit Hilfe von Druckgas sowie die harmonische Erregung mit Hilfe von Anregungsspulen geprüft. Der Impulserregung mit Hilfe einer von außen eingeleiteten mechanischen Kraft wurde der Vorzug gegeben. Bei dieser Anregungsart können unterschiedliche Eigenschwingungen untersucht werden, ohne daß eine Erregungsanpassung notwendig ist, und die Schwingungen können auch dann angeregt werden, wenn in den TESPE-Spulen kein Strom fließt. Prinzipiell kann bei den Schwingungen der Effekt auftreten, daß die für die magnetischen Kräfte

maßgebende Wicklung mit einer anderen Amplitude und/oder Phase schwingt als das für die elastischen Kräfte maßgebende Gehäuse. Bei TESPE kann das aber wegen der formschlüssigen Einbettung der Wicklung in das Gehäuse auch im Kalten /3.3/ im untersuchten Frequenzbereich ausgeschlossen werden.

In Abbildung 25 ist der im Kryostat befindliche Teil der Stoßvorrichtung zu sehen. Die Drehscheibe ist über eine Welle und eine vakuumdichte Drehdurchführung mit einem Handrad außerhalb des Kryostaten verbunden. Wird die Scheibe mit Hilfe des Handrads gedreht, dann wird über das Stahlseil der Stoßkörper gegen eine Druckfeder gezogen, die sich am Ende des Gleitrohrs befindet. Wird die Scheibe über die Stellung hinaus gedreht, in der die Druckfeder am stärksten gespannt ist, sorgt eine Schnappvorrichtung an der Scheibe dafür, daß das Stahlseil schnell entlastet wird. Der Schlagkörper wird dann von der gespannten Feder beschleunigt und stößt, von dem Gleitrohr aus Teflon geführt, auf die Nase der Spule. Eine Rückdreh Sperre an der Scheibe verhindert ein Prellen des Schlagkörpers. Die

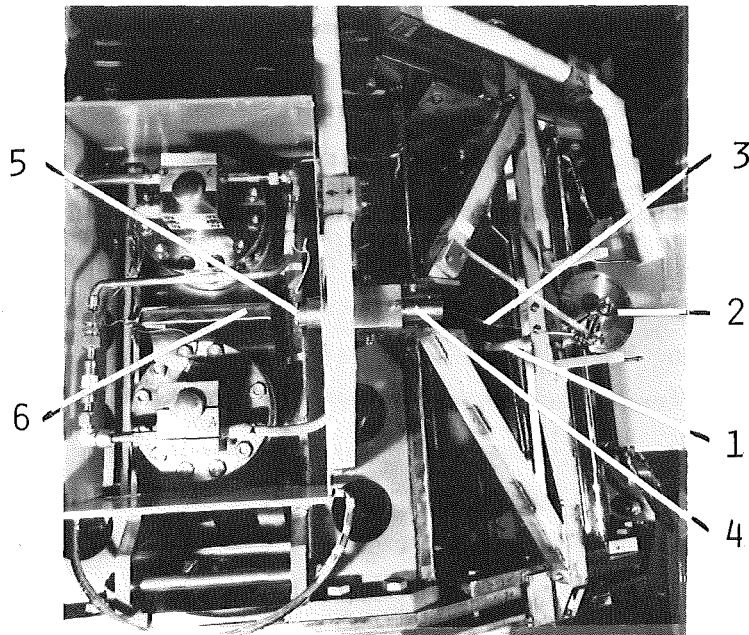


Abbildung 25. Stoßimpulsvorrichtung im Kalten. 1: Drehwelle, 2: Drehscheibe, 3: Stahlseil, 4: Gleitrohr des Stoßkörpers, 5: Stoßkörper, 6: Nase der Spule

Stoßimpulsvorrichtung ist an der Spule 4 befestigt, der Stoß erfolgt auf die Spule 5. Die Spule 5 wurde zur Schwingungsanregung ausgewählt, da gemäß den Rechnungen bei der Torus-Eigenschwingung mit der tiefsten Eigenfrequenz (Buckling-Mode) diese Spule die größte Amplitude hat.

#### Meßaufnehmer

Zur Messung der Grundausslenkung und -schwingung der Spulen werden die in Kap. 5.3.1 beschriebenen seitlichen Wegaufnehmer verwendet. Zur Messung der Grund-, Kipp- und Biegeschwingung sind auf den Nasen sämtlicher Spulen sowie an der Spule 5 zusätzlich oben und unten Beschleunigungs-sonden installiert. Um eine eventuelle radiale Bewegung der Spulen zur Torusmitte hin und Kompression der zentralen Stützstruktur feststellen zu können, wird an zwei Spulen die radiale Verschiebung mit Wegaufnehmern gemessen (siehe Kap. 6.2.1). Um ein gegenseitiges Anlegen der Spulen erkennen zu können, wird auch die Breite der Spalte in der azimuthalen Stützstruktur überwacht. Die Schwingungssignale werden wie bei den Untersuchungen im Warmen mit dem Transientenrekorder aufgenommen, fouriertransformiert und im Frequenzraum analysiert.

#### Sicherheit / Spaltbreite in der azimuthalen Stützstruktur

Die maximal mögliche Auslenkung der Spulen wird durch die Breite der Spalte in der azimuthalen Stützstruktur vorgegeben. Aus Experimentsicht sind breite Spalte erwünscht. Aus Sicherheitsgründen muß die seitliche Auslenkung aber so begrenzt werden, daß eine Überdehnung der Schrauben, mit denen die Spulen an den Frontteilen befestigt sind, ausgeschlossen werden kann. Eine Abschätzung der aufgrund des Buckling-Effekts zu erwartenden Auslenkungen ergibt, daß bis zum Betriebsstrom die Auslenkungen etwa von der gleichen Größe wie die magnetischen Fehlstellungen sind. Da diese bei TESPE aufgrund der engen Fertigungstoleranzen bei nicht mehr als etwa 1 mm liegen dürften, wurde die Breite der Spalte um die Spule 5 auf 3 mm und sonst auf 1.5 - 2 mm eingestellt. Außerdem wird die seitliche Auslenkung der Spulen beim Hochfahren des Stroms laufend überwacht.

## 6.2 ERGEBNISSE UND DISKUSSION

### 6.2.1 Grundausslenkung

Die Grundschiwingung wurde mit einer Schrittweite von 150 A bis zum Betriebsstrom von TESPE gemessen. In Abbildung 26 ist ein Beispiel für das Spektrum eines Wegaufnehmersignals wiedergegeben. In Abbildung 27 sind die Eigenfrequenzen der identifizierten Eigenschwingungen dargestellt. Aus den Spektren der Wegaufnehmer können bis etwa 1500 A drei Torus-Eigenschwingungen identifiziert werden.

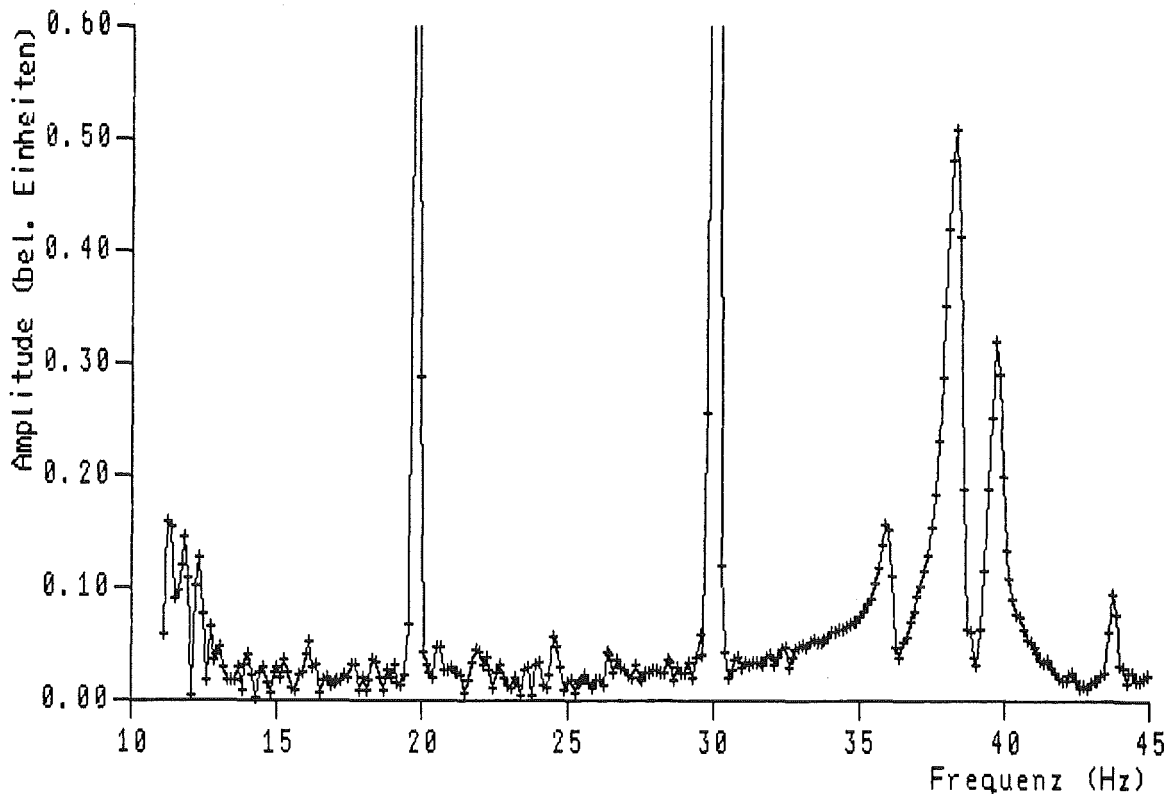


Abbildung 26. FFT-Spektrum des Wegaufnehmer-Signals an der Spule 5 bei einem Stoß bei 6900 A. Die Eigenfrequenzen der Torus-Eigenschwingungen der Grundschiwingung liegen bei 35.9 Hz, 38.3 Hz und 39.7 Hz. Die Spektrallinien bei 19.8 Hz und 29.7 Hz rühren von Schwingungen der Kälteanlage her, die durch den Hallenboden übertragen werden.

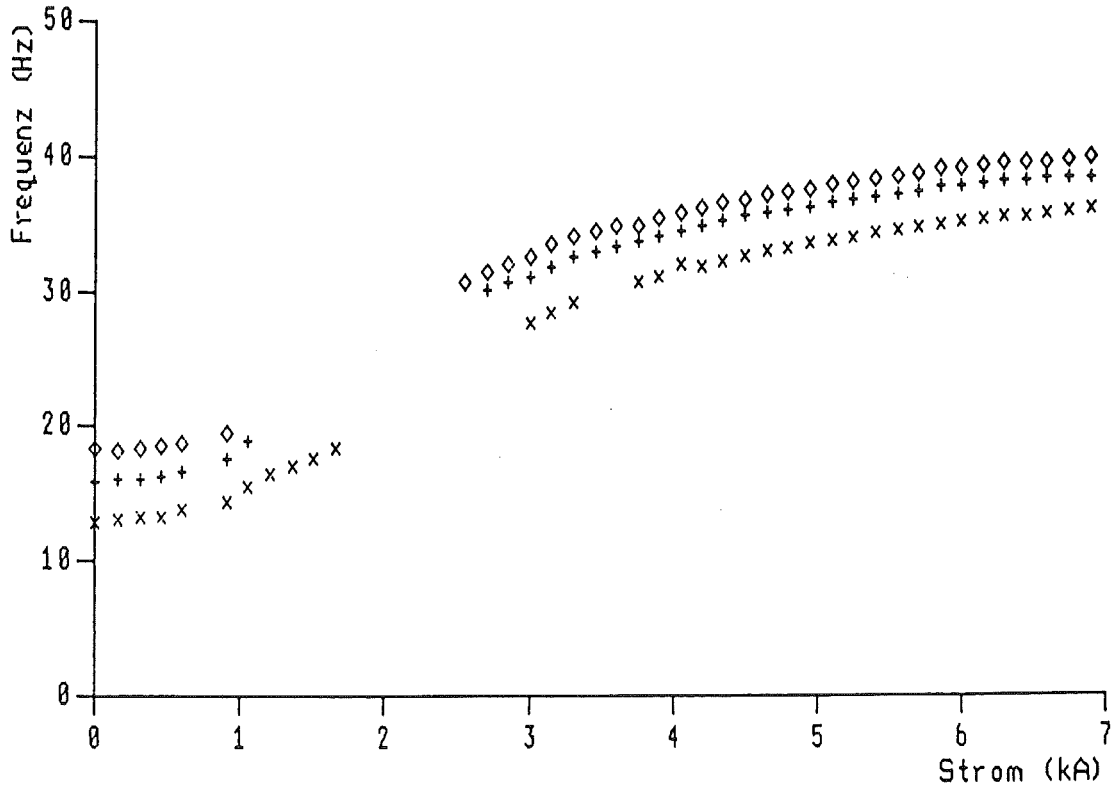


Abbildung 27. Frequenz-Strom-Dispersionskurven der identifizierten Torus-Eigenschwingungen der Grundschwingung

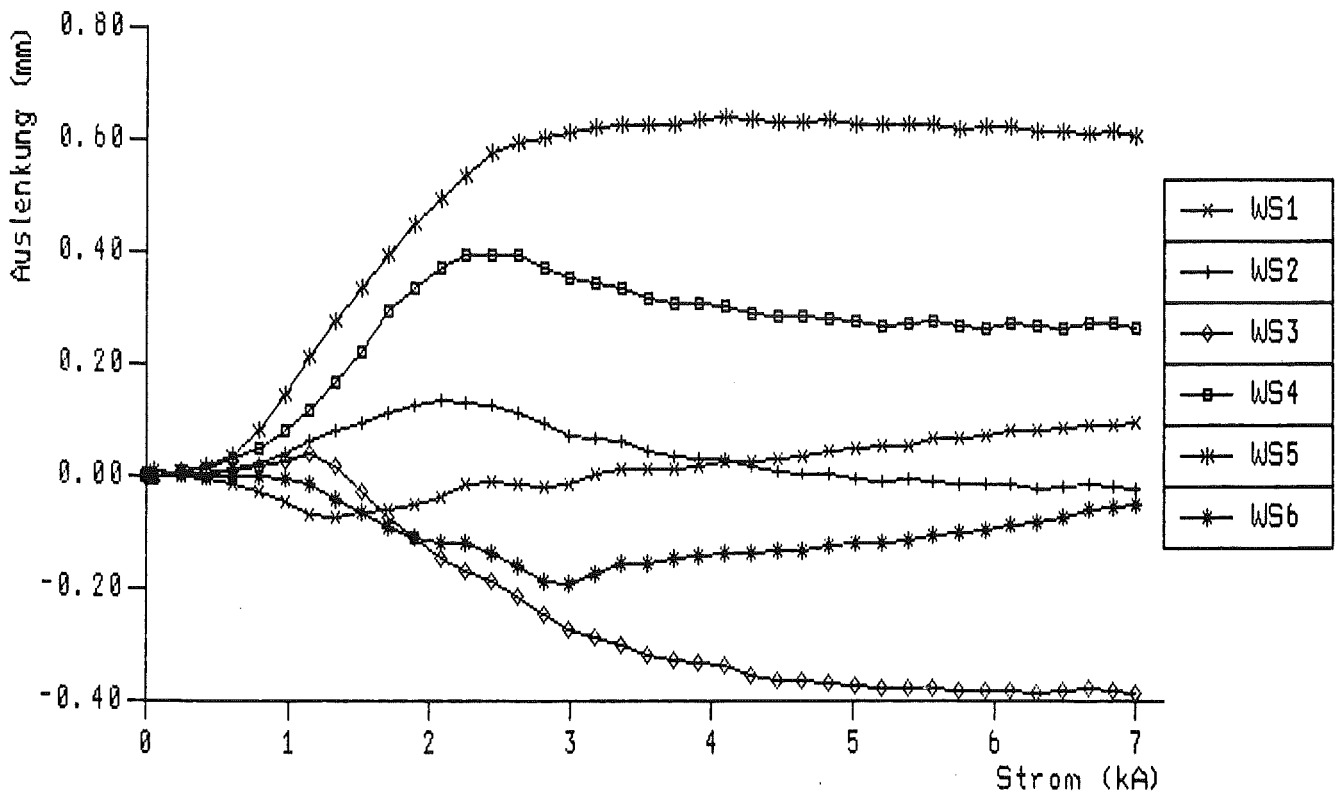


Abbildung 28. Auslenkungen der Spulen in Abhängigkeit vom Strom (WSi: Auslenkung der Spule i beim seitlichen Wegaufnehmer)



Dabei nimmt die Dämpfung der Schwingungen mit dem Strom zu. Im Strombereich von etwa 1500 A bis 2500 A sind die Eigenschwingungen so stark gedämpft, daß sie aus den gemessenen Signalen nicht mehr bestimmt werden können. Ab etwa 2500 A können dann wieder drei Eigenschwingungen identifiziert und die Stromabhängigkeit der Eigenfrequenzen verfolgt werden.

Die gemessenen statischen Grundausslenkungen der sechs Spulen sind in Abbildung 28 wiedergegeben. Die Überwachung der Spalte in der azimuthalen Stützstruktur zeigt, daß bis zum Betriebsstrom keiner dieser Spalte geschlossen ist.

In Abbildung 29 ist die gemessene Frequenz-Strom-Dispersionskurve der tiefsten Torus-Eigenschwingung der entsprechenden berechneten Kurve gegenübergestellt. Bei der berechneten Kurve nimmt die Eigenfrequenz

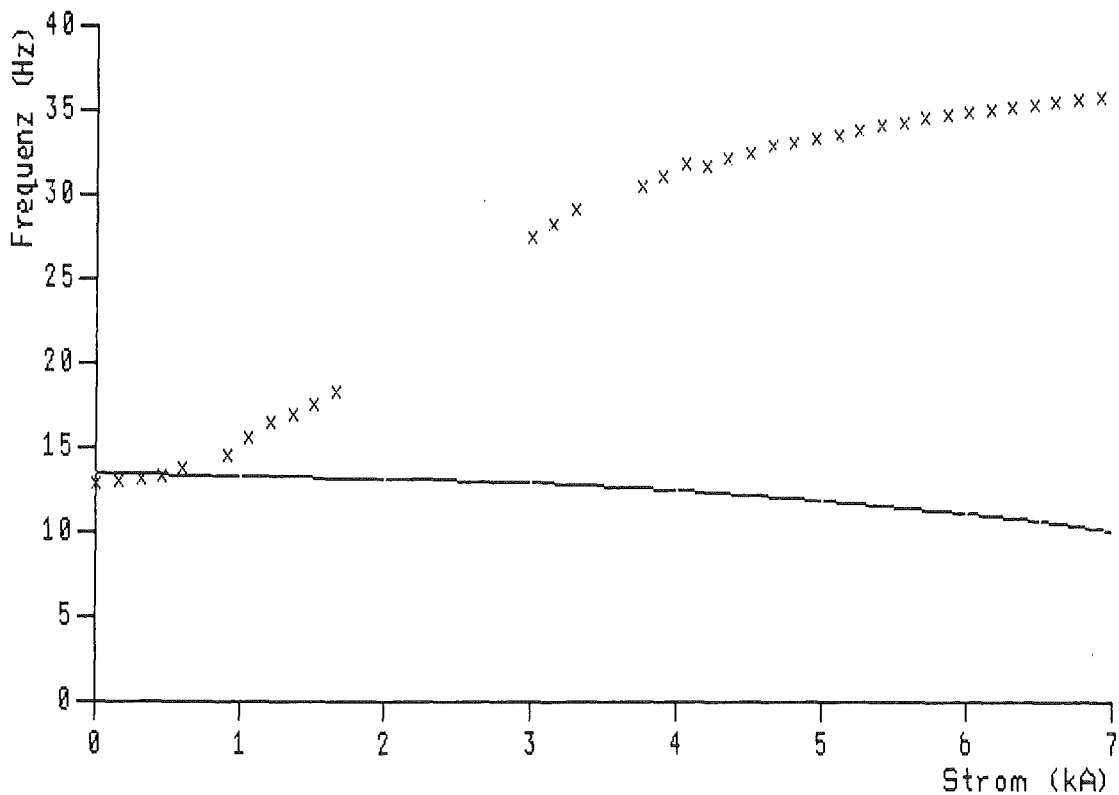


Abbildung 29. Gegenüberstellung der berechneten (—) und gemessenen (x) Frequenz-Strom-Dispersionskurve der Torus-Eigenschwingung mit der niedersten Eigenfrequenz

bei ansteigendem Strom zunächst leicht und dann immer stärker ab. Die Messung (x) zeigt jedoch einen beträchtlichen Anstieg der Eigenfrequenz oberhalb von 800 A. Nach einer Abflachung ab ca. 3500 A erreicht die Eigenfrequenz schließlich einen um einen Faktor 2.8 höheren Wert als bei 0 A. Die Eigenfrequenz bei 6900 A liegt um einen Faktor 3.5 über dem berechneten Wert bei diesem Strom. Der Frequenzverlauf zeigt also nicht die vom Buckling erwartete Reduktion der Gesamtsteifigkeit.

Bei den statischen Auslenkungen der Spulen wurden aufgrund des berechneten Buckling-Stroms von 10 080 A und der geringen Fehlstellungen im stromlosen Zustand bei kleinen Strömen nur sehr geringe Werte erwartet (bei Strömen bis 4000 A nicht mehr als etwa 0.1 mm bei den seitlichen Wegaufnehmern). Außerdem müßte nach der Buckling-Theorie die Auslenkung mit zunehmendem Strom immer schneller ansteigen (vgl. Abbildung 9 auf Seite 27 bei der BS-Spule). Statt dessen lenken die Spulen schon bei Strömen ab etwa 700 A stark aus (Abbildung 28), und anstelle eines zunehmenden Anstiegs flacht die Auslenkung bei höheren Strömen deutlich ab. Damit ist auch die Stromabhängigkeit der statischen Auslenkung der Spulen mit magnetoelastischem Buckling nicht zu erklären.

Diese beobachteten Versteifungen und Auslenkungen der Spulen können mit den hohen Zentralkräften im Magnetsystem und deren Auswirkungen auf die zentrale Stützstruktur erklärt werden. In Abbildung 30 ist der Aufbau der zentralen Stützstruktur und die Befestigung der Spulen daran dargestellt. Die Spulen sind durch eine Doppelreihe Schrauben an den Frontteilen befestigt. Die Frontteile ihrerseits sind oben am Tragring der zentralen Säule sowie über und unter der Spulenbefestigung an sechskantigen Metallscheiben angeschraubt. Zwischen den zwei Metallscheiben sind noch drei sechskantige GFK-Scheiben angeordnet, die am Tragring der zentralen Säule hängen. Die Versteifung der Spulen kann nun wie folgt erklärt werden: Im stromlosen Zustand sind die Frontteile durch das Gewicht der Spulen und der azimuthalen Stützstruktur etwas nach außen durchgebogen. Sie sind dann nur an den zwei Metallscheiben und am Tragring eingespannt und können ansonsten frei tordieren. Steigt der Strom an, wird das Drehmoment um die Kante der unteren Metallscheibe aufgrund der Gewichtskraft allmählich durch

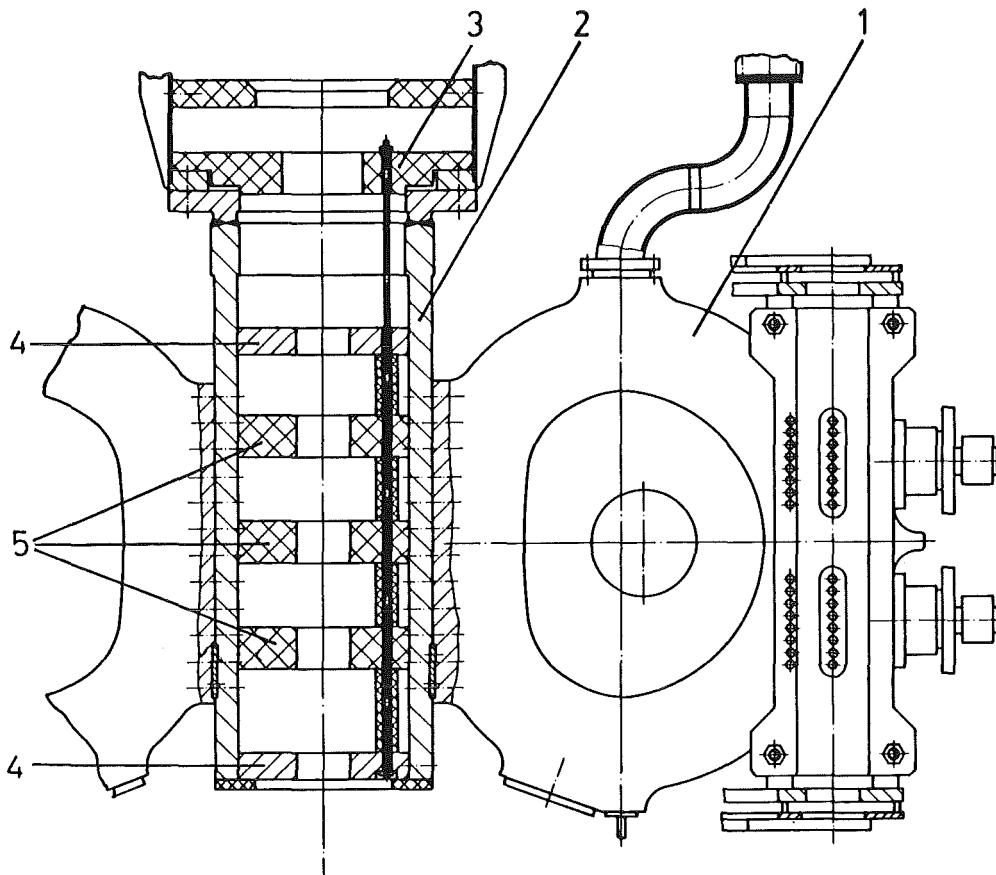


Abbildung 30. Aufbau der zentralen Stützstruktur. 1: Spule, 2: Frontteil, 3: Tragring, 4: Metallscheiben, 5: GFK-Scheiben

---

das Drehmoment aufgrund der magnetischen Zentralkraft aufgehoben. Bei einem Strom von 750 A sind diese Drehmomente gleich und bei noch höheren Strömen werden die Frontteile gegen die GFK-Scheiben gepreßt. Die Frontteile sind dann nicht mehr nur an den Schrauben eingespannt, sondern auch an den GFK-Scheiben gelagert. Eventuell legen auch die Längskanten benachbarter Frontteile im Bereich der Spulen aneinander an (Gewölbebildung). Durch diese zusätzliche Lagerung nimmt die Steifigkeit der Torsionsauslenkung stark zu. Die beobachtete Dämpfung der Schwingungen im unteren Strombereich ist wohl darauf zurückzuführen, daß in dem Strombereich, in dem die Frontteile an den GFK-Scheiben anliegen, aber noch nicht fest angepreßt sind, bei der Torsionsbewegung stärkere Reibungseffekte auftreten.

Auch das Auslenkungsverhalten der Spulen (Abbildung 28) kann durch die Kräfte auf die Frontteile erklärt werden. Die Frontteilflächen sind i.allg. nicht exakt parallel zu den Kanten der GFK-Scheiben. Werden

die Frontteile bei zunehmendem Strom ab etwa 750 A an die GFK-Scheiben gepreßt, tordieren die Frontteile bis ihre Flächen parallel zu den Scheiben-Kanten sind. Diese Torsion führt zu einer seitlichen Auslenkung der Spulen aus der Ruhelage ohne Strom.

Um diese Erklärung der Versteifung sowie der seitlichen Auslenkung der Spulen zu prüfen, wird auch die radiale Bewegung der Spulen beim Stromanstieg an den Spulen 4 und 5 gemessen. Die Messung dieser Bewegung am inneren Teil der Spule würde wegen der engen Platzverhältnisse einen erheblichen meßtechnischen Aufwand erfordern. Deshalb wird sie am äußeren Teil der Spule, zwischen dem oberen Segmentteil der azimuthalen Stützstruktur und dem Meßarm (siehe Abbildung 17 auf Seite 48), gemessen. In die radiale Bewegung an dieser Stelle geht allerdings auch die radiale Ausdehnung der Spule von etwa 0.1 mm bis zum Betriebsstrom ein. In Abbildung 31 sind die Ergebnisse einer Messung wiedergegeben. Ab etwa 400 A bewegen sich die Spulen zur Torusmitte

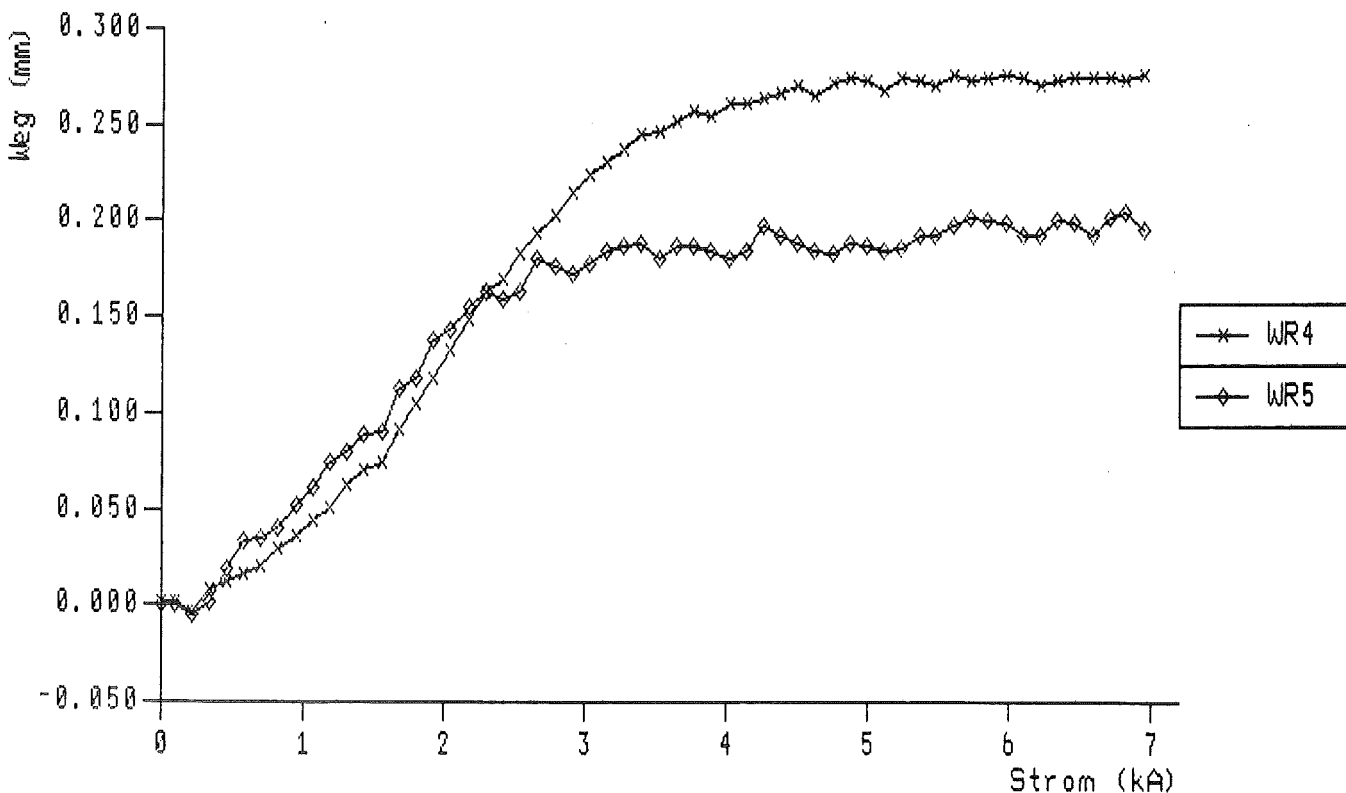


Abbildung 31. Radiale Bewegung der Spulen 4 (WR4) und 5 (WR5), gemessen zwischen azimuthaler Stützstruktur und Meßarm

hin und ab etwa 2500 A (bei der Spule 5) bzw. 3500 A (bei der Spule 4) bleibt die radiale Lage weitgehend unverändert. Die Spulen liegen nun an den Scheiben an und können die zentrale Struktur nicht mehr so stark verformen. Dem überlagert ist die radiale Ausdehnung der Spulen aufgrund der magnetischen Kräfte, so daß der radiale Wegaufnehmer nahezu konstante Werte zeigt. Der Verlauf der Kurven ist dem Kurvenverlauf bei den Eigenfrequenzen sehr ähnlich und bestätigt die oben dargestellte Erklärung.

Die Versteifung der Grundausslenkung hat sich auch bei Untersuchungen an TESPE zur Sicherheit supraleitender Torussysteme gezeigt /6.1/. Bei Experimenten mit einem Kurzschluß in einer Spule wurden die magnetischen Asymmetriekräfte auf die Spulen untersucht. Dabei konnte die seitliche Kraft bei der azimuthalen Stützstruktur gemessen werden, während das durch die Auslenkung der Spule verursachte rücktreibende Drehmoment aus der gemessenen Auslenkung und der Steifigkeit der Auslenkung berechnet werden mußte. Es zeigte sich, daß die Messungen und Rechnungen der Kräfte nur dann hinreichend genau miteinander übereinstimmen, wenn die Versteifung der Auslenkung entsprechend der gemessenen Frequenz-Strom-Dispersionskurve (Abbildung 27) berücksichtigt wird /6.1/.

Der Buckling-Strom der Grundausslenkung ist in Kap. 5.3 mit den elastischen Steifigkeiten beim Strom Null und unter der Annahme berechnet worden, daß die elastischen Steifigkeiten nicht vom Strom abhängen. Durch die Erhöhung der elastischen Steifigkeit mit dem Strom verschiebt sich der Buckling-Strom gegenüber jenen Rechnungen zu höheren Werten. Wo er bei Berücksichtigung der Versteifung liegt, kann nicht sehr genau berechnet werden, da zum einen im obersten gemessenen Strombereich die Eigenfrequenzen (und damit auch die Steifigkeiten) immer noch ansteigen und außerdem nicht die gesamte elastische Steifigkeitsmatrix bei hohen Stromwerten bekannt ist. Der Buckling-Strom kann aber auf der Basis der Eigenfrequenzen bei 6900 A abgeschätzt werden, wobei wegen der zu erwartenden weiteren Versteifung der tatsächliche Wert noch über dem so abgeschätzten Wert liegen dürfte. Geht man dabei entsprechend wie bei der Berechnung für die Kippauslenkung vor (Kap. 5.4.2), ergibt sich mit der tiefsten Eigenfrequenz bei 6900 A der Buckling-Strom zu 23 800 A. Der Buckling-

Strom der Grundausslenkung liegt somit um mindestens den Faktor 3.4 über dem Betriebsstrom von TESPE.

### 6.2.2 Kipp- und Biegeauslenkung

Die aus den elastischen Steifigkeiten beim Strom Null berechneten Buckling-Ströme der Kipp- und Biegeauslenkung liegen bei 130 kA bzw. noch höher (siehe Kap. 5.4.2). Bis zum Betriebsstrom von TESPE ist daher nicht mit einer meßbaren Abnahme der Eigenfrequenzen aufgrund des Buckling-Effekts zu rechnen. Das Hauptinteresse bei diesen Schwingungen richtet sich deshalb darauf zu prüfen, ob sich die Eigenfrequenzen aufgrund anderer Effekte ändern (Selbstversteifung der Spulen durch die magnetische Zugspannung, Änderung der elastischen Steifigkeiten) sowie in der Erprobung der Meß- und Auswerteverfahren.

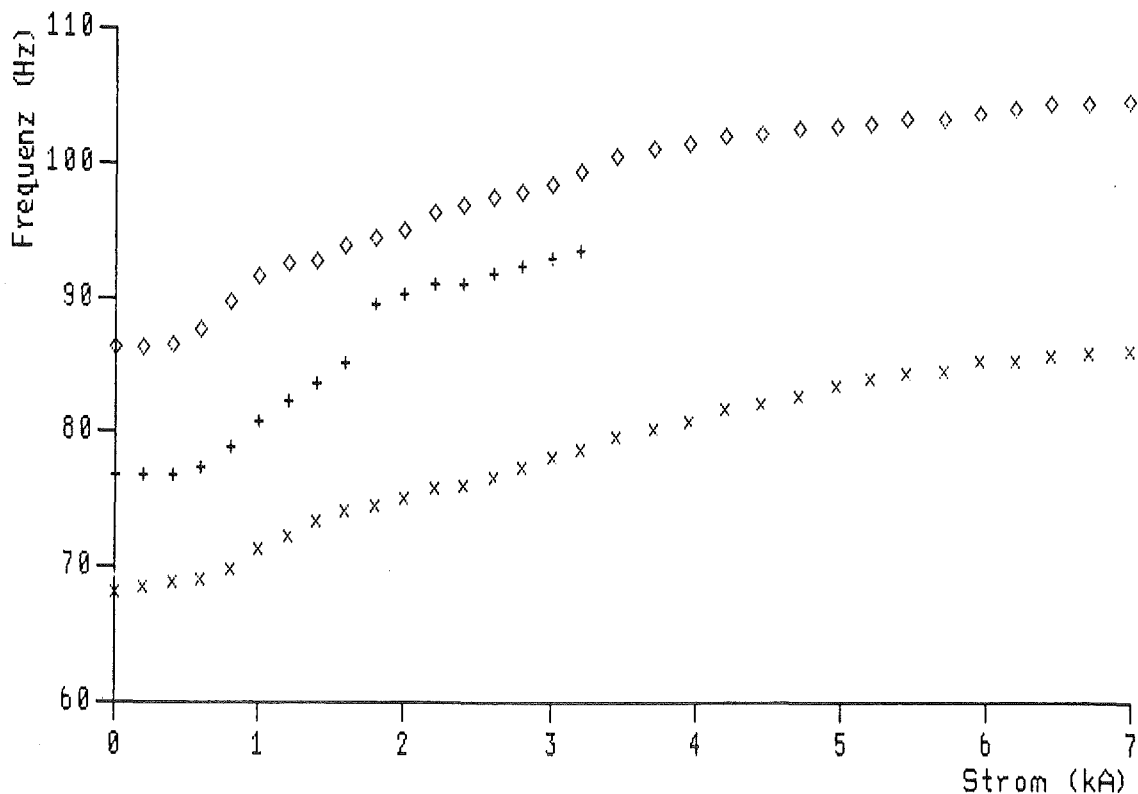


Abbildung 32. Frequenz-Strom-Dispersionskurven der identifizierten Kippschwingungen

Die Eigenschwingungen wurden mit einer Schrittweite von 200 A bis zum Betriebsstrom von TESPE gemessen. Bei der Kippschwingung können aus den Spektren der Beschleunigungssonden an der Spule 5 im unteren Strombereich drei, im oberen Strombereich zwei Eigenschwingungen identifiziert und ihre Stromabhängigkeit verfolgt werden. Die Frequenzen der Eigenschwingungen nehmen mit dem Strom kontinuierlich zu (Abbildung 32). Von 0 A bis 7000 A steigt die tiefste Eigenfrequenz um 26 % und die höchste Eigenfrequenz um 21 % . Die Zunahme ist damit wesentlich geringer als bei der Grundschiwingung. Der Frequenzanstieg läßt sich wie bei der Grundschiwingung aus der Wirkung der magnetischen Zentralkräfte auf die Spulen verstehen: Die Spulen werden stärker an die Frontteile und diese an die Scheiben der zentralen Stützstruktur gepreßt, wodurch sich die gesamte Struktur versteift und auch die Steifigkeit der Kippauslenkung zunimmt. Berücksichtigt man die elastische Versteifung bis zum Betriebsstrom entsprechend dem gemessenen

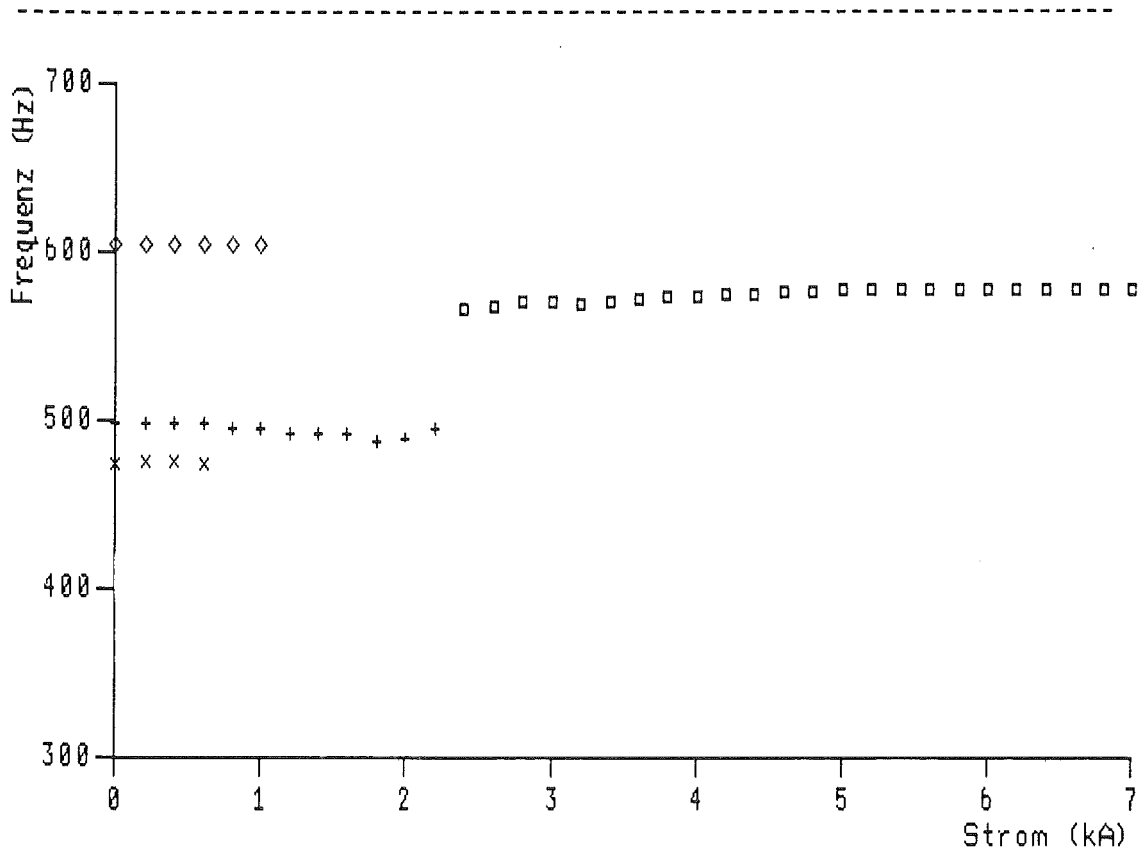


Abbildung 33. Frequenz-Strom-Dispersionen der identifizierten Biegeschwingungen

Frequenzanstieg, erhöht sich der berechnete Buckling-Strom der Kippauslenkung auf 164 kA.

Bei der Biegeschwingung lassen sich aus den Spektren der Beschleunigungs-sonden an der Spule 5 bei kleinen Strömen drei, ab 2200 A nur noch eine Eigenschwingung identifizieren. Die Eigenfrequenzen der identifizierten Eigenschwingungen bleiben im unteren Strombereich und ab 2500 A weitgehend konstant (Abbildung 33). Der Frequenzsprung im Bereich um 2000 A ist wohl auf die bereits bei der Grund- und Kippauslenkung beobachteten Veränderungen in der zentralen Stützstruktur und der Spulenbefestigung zurückzuführen. Darüber hinaus ist aber keine Änderung der Gesamtsteifigkeit erkennbar. Insbesondere hat die magnetisch bewirkte Zugspannung in der Spule -die bei dieser Schwingung im Unterschied zur Grund- und Kippschwingung zu einer Steifigkeitserhöhung führen könnte- bis zum Betriebsstrom keine merk- baren Auswirkungen.



## 7. SCHLUßFOLGERUNGEN UND VORSCHLÄGE FÜR GROßE TORUSANLAGEN

Ein wesentliches Ziel der Buckling-Untersuchungen an TESPE war es, Erkenntnisse und Erfahrungen im Hinblick auf große toroidale Magnetsysteme zu gewinnen. Im folgenden seien deshalb einige Schlußfolgerungen und Vorschläge für künftige theoretische und experimentelle Untersuchungen des magnetoelastischen Bucklings, für die Beurteilung der Relevanz des Buckling-Effekts und für die Überwachung der mechanischen Stabilität im Betrieb dargelegt.

### Allgemeines

Für Auslegungsrechnungen großer toroidaler Magnetsysteme ist der Ansatz von Miya und Mitarbeitern mit FEM-Rechnungen (Kap. 2.3) ein geeigneter Weg. Damit bei der komplexen Struktur technischer Torusanordnungen verlässliche Ergebnisse erreicht werden, muß das dabei verwendete Modell der Spulen (homogene Platten konstanter Dicke) sowie der zentralen Stützstruktur (starre Struktur, mit fester Einspannung der Spulen) aber noch wesentlich verfeinert werden. Diese Rechnungen dürften dann aber auch recht aufwendig werden. Können die relevanten Deformationsformen und elastischen Steifigkeiten auf andere Weise hinreichend genau berechnet oder gemessen werden, ist der Ansatz von Moon und Mitarbeitern (Kap. 2.2) ein effizienter Weg. Wie im folgenden näher erläutert wird, haben die Untersuchungen an TESPE sowohl für den Ansatz von Miya als auch für den Weg von Moon eine Reihe von wichtigen Erweiterungen und Verbesserungen bei der Bestimmung der elastischen und magnetischen Steifigkeiten aufgezeigt.

### Elastische Steifigkeiten

Miya und Mitarbeiter sind in ihren Rechnungen, soweit das aus der Literatur hervorgeht, immer davon ausgegangen, daß die zentrale Stützstruktur starr ist und daß die Spulen daran fest eingespannt sind. Auch Moon hat dies bei seinen Rechnungen mit einer Ausnahme (drehbar gelagerte Spulen in /2.13/) immer angenommen. Bei den untersuchten Eigenschwingungen von TESPE ist aber die zentrale

Stützstruktur und die Einspannung daran keineswegs starr. Bei der Grund- und Kippauslenkung der TESPE-Spulen verformen sich sogar ganz überwiegend die zentrale Stützstruktur und die Befestigung, während die Spulen weitgehend in sich starr bleiben. Durch die Verformung der zentralen Stützstruktur liegt der Buckling-Strom wesentlich niedriger als er bei starrer Struktur liegen würde. Bei der Berechnung der elastischen Steifigkeiten großer Torussysteme ist es deshalb wichtig, daß auch das elastische Verhalten der zentralen Stützstruktur und der Spulenbefestigung in die Betrachtung mit einbezogen wird.

Die experimentelle Modalanalyse an TESPE hat gezeigt, daß das elastische Verhalten einer so komplexen Struktur mit dem einfachen Modell der Magnetanordnung, das Moon bei der Auswertung seiner Experimente verwendet hat, nur ungenau beschrieben werden kann (siehe Kap. 5.3.1). Mit dem in Kap. 5.1 beschriebenen allgemeineren Modell, das unterschiedliche elastische Steifigkeiten der Spulen und der Kopplungen zwischen den Spulen zuläßt, konnte das elastische Verhalten und Schwingungsverhalten von TESPE im stromlosen Zustand recht gut beschrieben werden. Eine weitere Verbesserung der theoretischen Beschreibung bei einer Magnetanordnung wie TESPE mit hängender zentraler Stützstruktur könnte noch durch die Erweiterung des Modells um Rotationsfreiheitsgrade der zentralen Stützstruktur erreicht werden.

Die Messungen an TESPE haben ergeben, daß die elastischen Steifigkeiten der seitlichen Auslenkungen sich mit dem Strom stark ändern können. In der mechanischen Konstruktion der zentralen Stützstruktur können im stromlosen Zustand aufgrund von Fertigungstoleranzen oder Verbiegungen kleine Spalte zwischen einzelnen Teilen auftreten, die auf die Lagerung und damit auf die elastischen Steifigkeiten der seitlichen Auslenkungen einen erheblichen Einfluß haben. Falls durch die hohen Zentralkräfte auf die Spulen im Strombetrieb diese Spalte geschlossen werden, tritt eine Änderung der elastischen Steifigkeiten auf. Ein solcher Effekt ist auch in großen Magnetsystemen möglich. In Abbildung 34 ist der Aufbau der Toroidal-feldspulen wiedergegeben, wie er für INTOR und ähnlich auch für NET vorgeschlagen wurde /7.1, 7.2/. Aufgrund von Fertigungstoleranzen sind hier kleine Spalte zwischen den inneren Spulenbeinen sowie zwischen den Spulen und dem Stützzyylinder zu erwarten. Dadurch kann auch

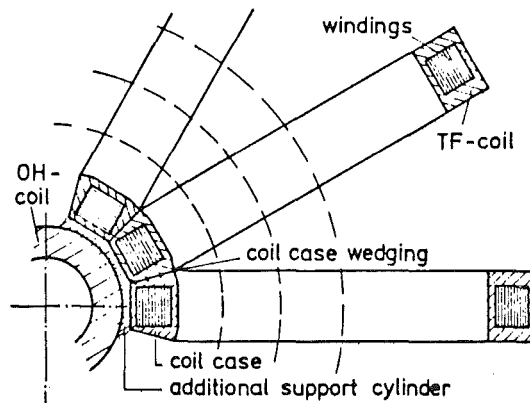


Abbildung 34. Vorgeschlagene Anordnung der Toroidalfeldspulen bei IN-TOR (aus /7.1/)

-----

hier die elastische Steifigkeit der seitlichen Auslenkung bei niederen Strömen einen anderen Wert haben als bei hohen Strömen, wo die Spulen durch die Zentralkräfte formschlüssig aneinander und am Stützzylinder anliegen. Aus diesem Grund können Berechnungen des Buckling-Stroms auf der Basis der gemessenen elastischen Steifigkeiten beim Strom Null mit einem großen Fehler behaftet sein (siehe Kap. 6).

#### Magnetische Steifigkeiten

Moore ist in seinen Berechnungen des Buckling-Verhaltens toroidaler Magnetsysteme stets von der vereinfachenden Annahme ausgegangen, daß die magnetischen Kräfte zwischen den Spulen nur von den Differenzen der Spulenauslenkungen abhängen. Diese Annahme ist zwar bei einer Rotation der Spulen um die Torusmittelachse erfüllt, sie hat aber bei der Kippauslenkung von TESPE zu einem beträchtlichen Fehler geführt (siehe Kap. 5.4.2). In Kap. 5.1 ist die magnetische Steifigkeitsmatrix allgemein, d.h. ohne die o.g. vereinfachende Annahme, hergeleitet. Für Rechnungen mit gewissen Genauigkeitsanforderungen sollten diese magnetischen Steifigkeiten verwendet werden. Zumindest sollte bei Buckling-Rechnungen geprüft werden, wie groß bei der betrachteten Auslenkung die gleichphasigen differentiellen Induktivitäten im Vergleich zu den gegenphasigen differentiellen Induktivitäten sind.

### Relevanz des Buckling-Effekts bei TESPE

Die Relevanz des Buckling-Effekts in großen toroidalen Magnetsystemen kann letztlich nur für eine konkrete Anlage beurteilt werden. Einige Anhaltspunkte können aber aus der Diskussion der Relevanz bei TESPE und aus dem Vergleich des Buckling-Effekts mit anderen Festigkeitsproblemen gewonnen werden.

Die Messungen und die darauf basierenden Rechnungen in Kapitel 6.2.1 haben ergeben, daß der Buckling-Strom der Grundausslenkung von TESPE um mindestens einen Faktor 3.4 über dem Betriebsstrom von TESPE liegt. Das bedeutet, daß ohne azimutale Stützstruktur im Torus die magnetische Steifigkeit beim Betriebsstrom weniger als ein 1/11 der elastischen Steifigkeit beträgt und die Spulen um weniger als 10 % ihrer Fehlstellung seitlich ausgelenkt werden. Der Buckling-Effekt stellt damit sogar ohne azimutale Stützstruktur keine Gefahr für die mechanische Festigkeit von TESPE dar. Der Buckling-Strom könnte außerdem auch ohne azimutale Stützstruktur noch weiter erhöht werden, z.B. durch eine Verstärkung der Frontteile und der Spulenbefestigungen. Bei einer azimutalen Stützstruktur, welche die Spulen nur außen in der Mitte abstützt, liegt der Buckling-Strom so hoch wie bei der Kippauslenkung und damit bereits um einen Faktor 23 über dem Betriebsstrom (Kap. 6.2.2). Bei einer azimutalen Stützstruktur wie sie bei TESPE realisiert ist können die Spulen nur etwa so wie bei der Biegeauslenkung seitlich auslenken, so daß der Buckling-Strom hier noch höher liegt (Kap. 5.4.2).

Der Grund für diese hohen Buckling-Ströme ist letztlich, daß die elastische Steifigkeit der TESPE-Anordnung für Störfälle mit höheren Festigkeitanforderungen als die seitens des Buckling-Effekts ausgelegt ist, z.B. für den Kurzschluß über eine Spule. Diese Auslegung war beim Bau von TESPE noch ohne große Schwierigkeiten realisierbar, da in diesem Experiment die Komponente Torussystem isoliert untersucht wird. Bei großen Fusionsanlagen, bei denen alle Komponenten integriert werden müssen und bei denen, wie bereits in der Einleitung erwähnt, eine gute Zugänglichkeit des Torus-Innenraums erforderlich ist, stößt die Auslegung der Stützkonstruktion für diese Störfälle jedoch auf erhebliche Probleme /7.3/.

### Vergleich mit Asymmetriekräften

Durch einen geeigneten Vergleich der Festigkeitsanforderungen seitens des magnetoelastischen Bucklings mit den Festigkeitsanforderungen durch Asymmetriekräfte kann festgestellt werden, ob die magnetoelastische Stabilität bereits durch die Auslegung der Magnetanordnung auf bestimmte Asymmetriekräfte ausreichend gesichert ist. Der Vergleich sei am Beispiel der Grundausslenkung von TESPE durchgeführt. Verglichen seien die erforderlichen elastischen Steifigkeiten für folgende exemplarisch ausgewählte Anforderungen:

1. Die Anordnung soll magnetoelastisch stabil sein, d.h. die elastische Steifigkeit soll mindestens so groß wie die magnetische Steifigkeit sein.
2. Bei einer maximalen Fehlstellung der Spulen um einen bestimmten Winkel soll die Auslenkung durch die magnetischen Kräfte nicht größer als dieser Winkel sein (unter Berücksichtigung der magnetischen Steifigkeit).
3. Bei einem Kurzschluß über eine Spule soll die seitliche Auslenkung der Nachbarspule nicht mehr als  $0.2^\circ$  betragen (ohne Berücksichtigung der magnetischen Steifigkeit).
4. Bei einem Kurzschluß über eine Windung einer Spule soll die seitliche Auslenkung der Nachbarspule nicht mehr als  $0.2^\circ$  betragen (ohne Berücksichtigung der magnetischen Steifigkeit).

Bei den elastischen Steifigkeiten sei zur Vereinfachung vorausgesetzt, daß alle Spulen die gleiche elastische Steifigkeit haben und zwischen den Spulen keine elastischen Kopplungen existieren. Bei 1. ergibt sich die magnetische Steifigkeit aus der differentiellen Induktivität bei der gegenphasigen Torus-Eigenschwingung und dem Betriebsstrom. Bei 2. sei eine abwechselnd positive und negative Fehlstellung der einzelnen Spulen um den maximalen Fehlstellungswinkel angenommen; die Spulen lenken dann bei  $I = 1/\sqrt{2} I_B$  um den Fehlstellungswinkel aus. Bei 3. und 4. sei als ungünstigster Fall die Situation genommen, daß in der kurzgeschlossenen Spule bzw. Windung kein Strom und im restlichen

Torus der volle Betriebsstrom fließt; die Steifigkeit wird aus der magnetischen Kraft in der symmetrischen Anordnung und der zulässigen Auslenkung berechnet. Die Rechnungen unter Benutzung von HEDO 2 ergeben dann die erforderlichen elastischen Steifigkeiten in den verschiedenen Fällen zu

1.  $1.55 \times 10^6$  Nm/rad (magnetoelastische Stabilität),
2.  $3.10 \times 10^6$  Nm/rad (Fehlstellung),
3.  $7.35 \times 10^7$  Nm/rad (Kurzschluß über eine Spule),
4.  $3.06 \times 10^5$  Nm/rad (Kurzschluß über eine Windung).

Man sieht, daß unter den genannten Voraussetzungen die Festigkeitsanforderungen seitens der magnetoelastischen Stabilität und der Asymmetriekräfte bei Fehlstellungen automatisch erfüllt sind, wenn die Stützstruktur auf einen Kurzschluß über eine Spule ausgelegt ist, nicht aber, wenn sie nur auf einen Kurzschluß über eine Windung ausgelegt ist. Bei rechtzeitiger Detektion des Kurzschlusses und geeigneter Reaktion kann die in 3. angenommene ungünstige Situation (kein Strom in der kurzgeschlossenen Spule, voller Betriebsstrom im restlichen Torus) verhindert werden. Eventuell kann auch auf konstruktivem Weg ein Kurzschluß über die ganze Spule oder über mehrere Windungen soweit ausgeschlossen werden, daß die Stützstruktur nicht mehr darauf ausgelegt werden muß. In diesem Fall würde dann der Buckling-Effekt (inkl. den Asymmetriekräften bei Fehlstellungen) die Grenze markieren, über die hinaus die Reduzierung der seitlichen elastischen Steifigkeit zu einer Gefährdung der mechanischen Stabilität führt.

Dieser erstmals durchgeführte Vergleich der Festigkeitsanforderungen seitens des Bucklings mit anderen Festigkeitsanforderungen zeigt beispielhaft, auf welche Weise ein Vergleich möglich ist. Wichtig dabei ist, daß Asymmetriekräfte alleine noch nicht mit magnetischen Steifigkeiten verglichen werden können, sondern erst dann, wenn maximal zulässige Auslenkungen (inkl. Grenzen wegen Überbeanspruchung des Materials) vorgegeben werden.

### Meß- und Auswerteverfahren

Wenn der berechnete Buckling-Strom nicht weit über dem Betriebsstrom liegt, sollte wegen verbleibender Unsicherheiten nach FEM- und ähnlichen Rechnungen solch komplexer Strukturen eine experimentelle Modalanalyse der Magnetanordnung zur Verifizierung der Rechnungen durchgeführt und die mechanische Stabilität überwacht werden. Hierbei kann man entsprechend den Untersuchungen an TESPE (Kap. 5 und 6) vorgehen. Auch die Meß- und Auswerteverfahren der Experimente an TESPE sind zu einem wesentlichen Teil auf große Torussysteme übertragbar. Für die Schwingungsanregung und -auswertung der Spulen hat sich die erstmals bei Buckling-Untersuchungen angewandte Erregung mit einem mechanischen Stoßimpuls (Impulshammer) und Auswertung der Schwingungen mit FFT bewährt. Bei Wahl empfindlicher Meßaufnehmer genügen schon Schwingungsamplituden der Eigenschwingungen in der Größenordnung von  $1 \mu\text{m}$  zur Bestimmung der Eigenfrequenzen. Solche Amplituden werden eventuell schon durch die Betriebserregung (Erregung über Schwingungen des Hallenbodens aufgrund von laufenden Kompressoren u.ä.) hervorgerufen, so daß auf eine gesonderte Schwingungsanregung mit einem Stoßimpuls verzichtet werden kann. In Abbildung 35 ist das FFT-Spektrum des Wegaufnehmersignals an der Spule 5 wiedergegeben, wobei die Schwingungen nur mit Betriebserregung angeregt wurden und zur Verbesserung des Signal-Rausch-Verhältnisses die Spektren zweier aufeinanderfolgender Aufnahmen gemittelt wurden. Die Spektrallinien von zwei Torus-Eigenschwingungen der Grundschiwingung sind auch hier deutlich zu erkennen. Allerdings treten diese Spektrallinien nicht in jeder Aufnahme mit Betriebserregung so deutlich auf. Solche Aufnahmen mußten z.T. mehrfach wiederholt werden, bis die Eigenschwingungen deutlich erkennbar waren.

Als Aufnehmer für die Schwingungsmessungen bei tiefen Temperaturen, hohen Magnetfeldern, kleinen Schwingungsamplituden und Vakuum-Umgebung haben sich sowohl die kapazitiven Wegaufnehmer als auch die Beschleunigungssonden bewährt, wobei die kapazitiven Wegaufnehmer bei den tiefen Frequenzen ein besseres Signal-Rausch-Verhältnis haben. Potentiometrische Wegaufnehmer von der Art, wie sie bei den Experimenten mit der BS-Spule verwendet wurden, sind wegen der geringeren Auflösung für Schwingungsuntersuchungen weniger geeignet. Für die

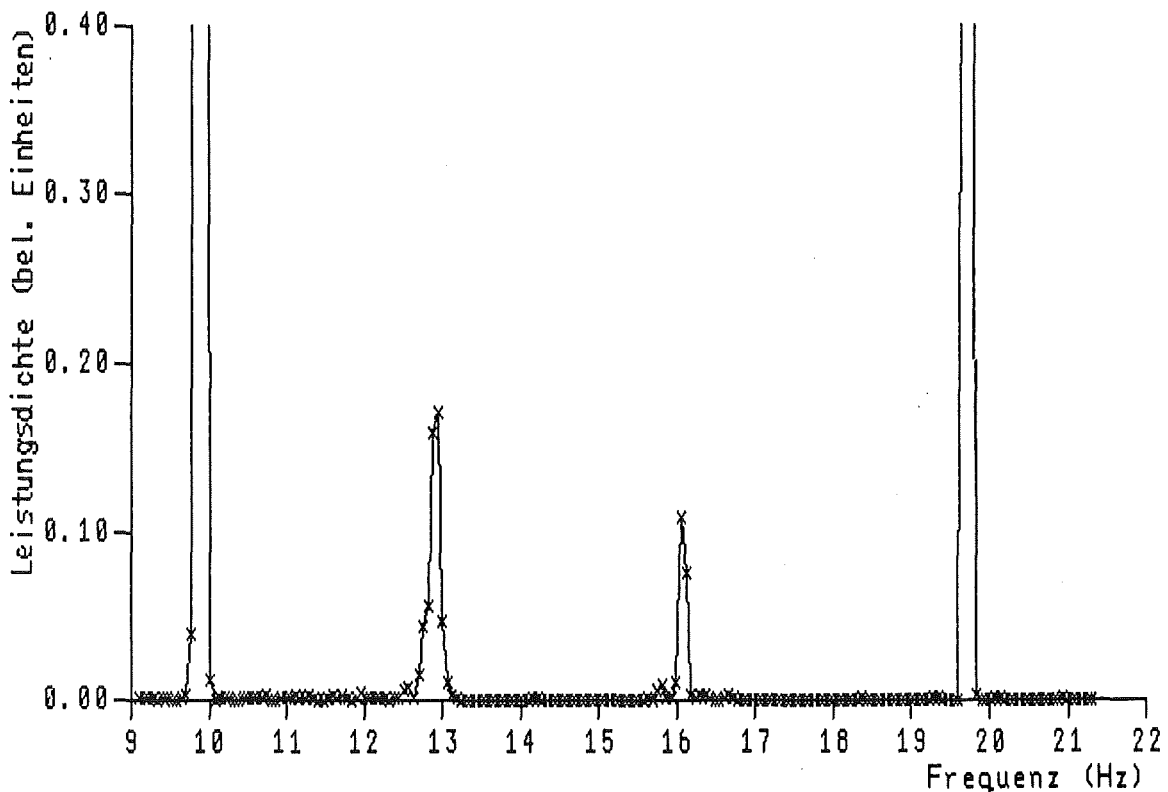


Abbildung 35. Gemittelttes FFT-Spektrum des Wegaufnehmersignals an der Spule 5, bei Anregung der Schwingungen nur mit Betriebserregung. Das Signal wurde im Kalten bei 0 A aufgenommen. Die Schwingungen bei 12.9 Hz und 16.0 Hz sind Torus-Eigenschwingungen der Grundschiwingung, die Schwingungen bei 9.8 Hz und 19.7 Hz rühren wieder von der Kälteanlage her.

-----

praktische Durchführbarkeit der Modalanalyse ist auch wichtig, daß die Schwingungen nicht zu stark gedämpft sind.

#### Vorschlag für die Überwachung der mechanischen Stabilität

Das Verfahren zur Überwachung der mechanischen Stabilität von Reaktor-Torussystemen muß so beschaffen sein, daß mit ihm schon vor dem Erreichen des Buckling-Stroms die Abnahme der Gesamtsteifigkeit festgestellt werden kann. Die Überwachung der Auslenkung der Spulen ist für eine Früherkennung weniger geeignet. Falls nämlich die Spulen sehr genau (aber nicht exakt) magnetisch symmetrisch angeordnet sind, tritt



eine deutliche seitliche Auslenkung der Spulen erst bei Erreichen des Buckling-Stroms auf. Außerdem können kleine seitliche Auslenkungen ähnlich wie bei TESPE auch von Veränderungen in der zentralen Stützstruktur und Spulenbefestigung aufgrund der Zentralkräfte herrühren, so daß eine kleine Änderung noch nicht als Kriterium für eine sich anbahnende mechanische Instabilität verwendet werden kann. Die Überwachung der Eigenfrequenzen der seitlichen Schwingungen ist für eine Früherkennung besser geeignet, da sich die Verringerung der Gesamtsteifigkeit hier schon deutlich unterhalb des Buckling-Stroms und auch bei magnetisch symmetrischer Anordnung detektieren läßt. Die Experimente an TESPE haben gezeigt, daß auch von der experimentellen Seite her die Messung der Eigenfrequenzen eine geeignete Methode ist, um Änderungen der Gesamtsteifigkeit mit dem Strom detektieren zu können (Kap. 6).

Falls die Überwachung der mechanischen Stabilität nicht nur bei der Inbetriebnahme und bei Wiederholungsprüfungen, sondern permanent im Betrieb erfolgen soll (z.B. um Schäden in der Stützstruktur frühzeitig erkennen zu können), muß die Überwachung automatisiert werden. Eine gewisse Schwierigkeit stellt hierbei die zuverlässige Identifikation der tiefsten seitlichen Eigenschwingung dar, insbesondere die Unterscheidung von Betriebsfrequenzen (siehe Abbildung 35). Dieses Problem ist aber durch die Verwendung mehrerer Meßsonden und eine rechnergestützte Signalverarbeitung durchaus lösbar. Durch Messung der Schwingungen des Hallenbodens und anderer schwingender Teile können die Betriebsfrequenzen festgestellt, durch Vergleich der Amplituden und Phasen der Schwingungen an verschiedenen Punkten können Eigenschwingungen leichter identifiziert und durch Vergleich der Frequenz-Strom-Dispersionskurven mit früheren Messungen können Änderungen in der Steifigkeit gegenüber einem früheren Zustand (z.B. gegenüber der letzten Wiederholungsprüfung) erkannt werden.

## 8. ZUSAMMENFASSUNG

Wenn eine Spule in einem toroidalen Magnetsystem seitlich ausgelenkt wird, dann wirkt auf diese Spule eine magnetische Kraft, die sie weiter auslenken will und die proportional zur Auslenkung und zum Quadrat des Stroms ist. Diese Kraft kann durch eine negative magnetische Steifigkeit beschrieben werden, die sich der positiven elastischen Steifigkeit der mechanischen Stützstruktur überlagert. Wenn der Strom in den Spulen ansteigt, nimmt die Gesamtsteifigkeit der seitlichen Auslenkung ab; überschreitet er einen kritischen Wert, dann wird die Gesamtsteifigkeit negativ und damit die Magnetanordnung mechanisch instabil. Dieser Effekt wird magnetoelastisches Buckling genannt und ist insbesondere für die mechanische Stabilität des toroidalen Magnetsystems in großen Tokamak-Fusionsanlagen von Bedeutung. Experimentelle Untersuchungen zum Buckling wurden bisher nur von den Arbeitsgruppen von F.C. Moon und K. Miya und nur an kleinen, sehr biegsamen Torusspulen ohne Gehäuse durchgeführt. Das supraleitende toroidale Magnetsystem TESPE bot zum erstenmal die Möglichkeit, entsprechende Untersuchungen an einem in Aufbau und Größe technologisch relevanten Torussystem vorzunehmen.

In einem ersten Schritt wurden Buckling-Untersuchungen mit einer speziell dafür entworfenen Spule mit niederem Buckling-Strom und einfacher Struktur durchgeführt, für die der TESPE-Torus das toroidale Hintergrundfeld lieferte. Ziel dieser Untersuchungen war es, die numerischen Berechnungsmethoden experimentell zu verifizieren sowie die Meß- und Auswerteverfahren bei Buckling-Untersuchungen weiterzuentwickeln. Die Experimente bestätigten die berechnete Stromabhängigkeit der Auslenkung und Eigenfrequenz der seitlichen Schwingung mit hoher Genauigkeit. Die bisherigen Experimente von Moon und Miya wurden hinsichtlich der Durchführung, Auswertung und Genauigkeit der Messung erweitert. Unter anderem wurden die Auswirkungen einer Fehlstellung einer Spule untersucht. Die Spule wurde mit einer definierten Fehlstellung in den Torus eingebaut und die Auslenkung selbst (nicht nur die Dehnung der Spule) gemessen. Dadurch konnte auch für die Auslenkung die Stromabhängigkeit berechnet und mit Messungen verglichen

werden. Das magnetoelastische Verhalten wurde sowohl bei einer negativen als auch bei einer positiven magnetischen Steifigkeit der seitlichen Auslenkung im Torus untersucht. Durch den speziellen Aufbau der Spule konnte erstmals vermieden werden, daß die Steifigkeit der seitlichen Auslenkung zusätzlich durch die magnetisch bewirkte Zugspannung in der Spule verändert wird. Daneben wurden ein neues Schwingungsanregungsverfahren und andere Meßtechniken erprobt.

Im zweiten Schritt wurden Buckling-Untersuchungen an den TESPE-Spulen selbst vorgenommen. Hauptziel dieser Studien war es, das magnetoelastische Buckling exemplarisch an einem technologisch relevanten Torus zu analysieren, um Erkenntnisse und Erfahrungen für theoretische und experimentelle Untersuchungen an großen Torusanlagen zu gewinnen. Im ersten Teil der Untersuchungen an TESPE wurden die Verformungsmoden der TESPE-Anordnung im stromlosen Zustand experimentell analysiert und die elastischen Steifigkeiten von unterschiedlichen, für das Buckling relevanten Verformungen bestimmt. Aus diesen elastischen Steifigkeiten und den numerisch ermittelten magnetischen Steifigkeiten wurden die Buckling-Ströme und das Buckling-Verhalten berechnet. Im zweiten Teil wurde dann das Buckling-Verhalten bis zum Betriebsstrom gemessen und mit dem berechneten Verhalten verglichen.

Die Messungen an TESPE beim Strom Null zeigen, daß das elastische Verhalten solch komplexer Strukturen mit den einfachen Modellen, die bisher bei Buckling-Untersuchungen toroidaler Magnetsysteme verwendet wurden, nur ungenau beschrieben werden können. Es wird daher ein allgemeineres Modell aufgestellt, in dem auch unterschiedliche elastische Steifigkeiten der Spulen und der Kopplungen zwischen den Spulen berücksichtigt werden können. Die Messungen machen auch deutlich, daß bei derartigen Magnetsystemen mit massiven Spulengehäusen die zentrale Stützstruktur nicht mehr als starr vorausgesetzt werden kann, sondern ihre Verformung in die Berechnung der elastischen Steifigkeit mit einbezogen werden muß.

Die numerischen Rechnungen zu den magnetischen Steifigkeiten zeigen, daß es zu einem beträchtlichen Fehler bei der Berechnung des Buckling-Stroms führen kann, wenn man wie Moon vereinfachend annimmt, daß die

magnetischen Kräfte zwischen den Spulen nur von den Differenzen der Spulenauslenkungen abhängen. Daher wird hier die magnetische Steifigkeitsmatrix ohne diese vereinfachende Annahme aus der allgemeinen Theorie abgeleitet. Die Messungen an TESPE mit Strom ergeben, daß es unter der Wirkung der hohen Zentralkräfte auf die Spulen zu Veränderungen in der zentralen Stützstruktur und als Folge davon zu einer Stromabhängigkeit der elastischen Steifigkeiten kommen kann. Die Bestimmung des Buckling-Stroms aus den gemessenen elastischen Steifigkeiten beim Strom Null ist deshalb mit einer erheblichen Unsicherheit behaftet.

Abschließend wird die Relevanz des Buckling-Effekts am Beispiel von TESPE diskutiert und die Festigkeitsanforderungen aufgrund dieses Effekts mit den Festigkeitsanforderungen aus Asymmetriekräften verglichen. Zur Kontrolle der mechanischen Stabilität und strukturellen Integrität wird eine Überwachung der Eigenfrequenzen vorgeschlagen. Die Überwachung der Eigenfrequenzen im Betrieb hat sich bei den Messungen an TESPE als ein geeignetes Mittel erwiesen, um Änderungen in der Gesamtsteifigkeit feststellen zu können.

ANHANG

A1. MAGNETISCHE STEIFIGKEIT BEIM BS-SPULEN-EXPERIMENT

Der Winkel  $\psi$  gebe die Position der Spule relativ zur symmetrischen Lage an,  $\psi = \phi + \phi_0$ . Entwickelt man das magnetische Drehmoment nach  $\psi$ , ist in Gl. (2.21) der Term  $\underline{F}_0^m$  wegen der Symmetrie gleich Null, und man erhält in linearer Näherung

$$\tau^m = - K^m \psi = - K^m (\phi + \phi_0) \quad (\text{A.1})$$

mit der magnetischen Steifigkeit entsprechend (2.23)

$$K^m := -\frac{1}{2} \sum_r \sum_s I_r I_s \left. \frac{d^2}{d\psi^2} L_{rs}(\psi) \right|_{\psi=0} \quad (\text{A.2})$$

Die Gegeninduktivitäten  $L_{rs}$  hängen nur dann von  $\psi$  ab, wenn eine Spule die BS-Spule und die andere Spule eine TESPE-Spule ist; in den anderen Fällen ist die Ableitung deshalb gleich Null. Damit ist in allen Summanden ungleich Null der Faktor  $I^{BS} I^{TS}$  vorhanden, der also ausgeklammert werden kann. (A.2) ergibt dann mit der Gesamtinduktivität  $L(\psi) = \sum_r \sum_s L_{rs}(\psi)$

$$K^m = -\frac{1}{2} I^{BS} I^{TS} \left. \frac{d^2}{d\psi^2} L(\psi) \right|_{\psi=0} \quad (\text{A.3})$$

Mit der Reihenentwicklung  $L(\psi) = L_0 + L_2 \psi^2 + \dots$ , wobei

$$L_2 = \frac{1}{2} \left. \frac{d^2}{d\psi^2} L(\psi) \right|_{\psi=0} \quad (\text{A.4})$$

ist, erhält man aus (A.3)

$$K^m = - L_2 I^{BS} I^{TS} \quad (\text{A.5})$$

## A2. STATISCHE KRAFT-AUSLENKUNGS-MESSUNG AN TESPE

Zur Bestimmung der elastischen Steifigkeitsmatrix der Grundausslenkung wurden zum einen Messungen durchgeführt, bei denen zwischen benachbarten Spulen Druckkräfte ausgeübt wurden, und zum anderen Messungen, bei denen von außen an einer Spule eine Kraft eingeleitet wurde.

Die Druckkraft zwischen benachbarten Spulen wurde mit der Druckvorrichtung in Abbildung 36 erzeugt. Mit dem Handrad in der Mitte können die Krafteinleitungsbolzen auseinandergeschoben werden. Zur Messung der eingeleiteten Kraft ist in die Druckvorrichtung ein Kraftaufnehmer der Fa. Hottinger Baldwin Meßtechnik, Darmstadt, eingebaut. Die 6 Messungen mit Druckkräften zwischen benachbarten Spulen sind linear abhängig. Um die Steifigkeitsmatrix bestimmen zu können, muß noch mindestens eine Messung durchgeführt werden, bei der eine Kraft von außen eingeleitet wird. Bei diesen Messungen wurde ein Zugseil zwischen einer Spule und einem Stützpfeiler von TESPE gespannt und die Zugkraft

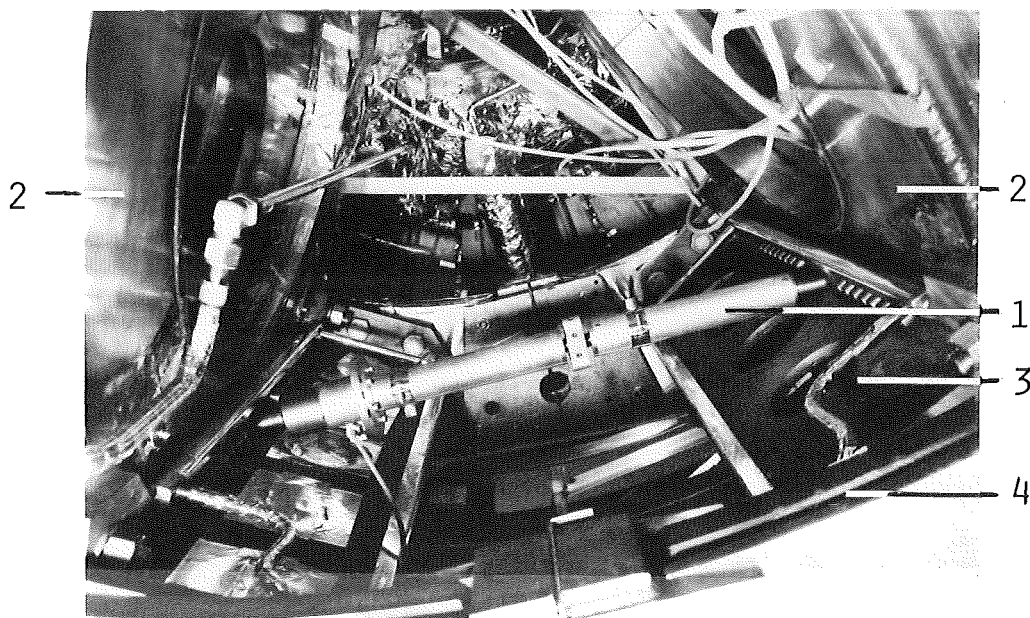


Abbildung 36. Druckvorrichtung für die Kraft-Auslenkungs-Messung in der TESPE-Magnetanordnung (Aufnahme von unten). 1: Druckvorrichtung, 2: TESPE-Spulen, 3: Längsteil und 4: Segmentteil der azimuthalen Stützstruktur

ebenfalls mit einem Kraftaufnehmer bestimmt. Die seitlichen Auslenkungen der 6 Spulen wurden mit den kapazitiven Wegaufnehmern gemessen. Bei den Messungen mit Krafteinleitung von außen mußte eine gewisse Torsion des zentralen Stützzyllinders zwischen der Befestigung der Meßarme und den Spulen korrigiert werden.

Aus den gemessenen Drehmoment- und Auslenkungs-Vektoren wurde durch eine Anpassung mit kleinstem quadratischen Fehler die elastische Steifigkeitsmatrix bestimmt. Die Steifigkeitsmatrix wurde dann durch Mittelung über die Nichthauptdiagonalelemente symmetrisiert /5.1/. Die Messungen und Rechnungen ergeben folgende Matrix (untere Hälfte symmetrisch):

$$\underline{\underline{K^e}} = \begin{bmatrix} 4.15E6 & -1.49E5 & 2.80E4 & 3.72E4 & -3.40E4 & -2.47E5 \\ & 3.03E6 & -1.57E5 & -1.47E5 & -1.35E5 & -1.31E5 \\ & & 4.46E6 & -2.79E5 & -3.84E4 & -3.57E4 \\ & & & 3.94E6 & 1.96E4 & -1.39E4 \\ & & & & 2.40E6 & -1.70E4 \\ & & & & & 3.25E6 \end{bmatrix} \text{ Nm/rad} \quad (\text{A.6})$$

Man erkennt, daß die Steifigkeit der Befestigung an der zentralen Struktur (Hauptdiagonalelemente der Steifigkeitsmatrix) von Spule zu Spule beträchtlich variiert. Diese Steifigkeit ist bei der Spule 3 um 86 % höher als bei der Spule 5. Die Nichthauptdiagonalelemente sind im Vergleich zu den Hauptdiagonalelementen klein. Das betragsmäßig größte Nichthauptdiagonalelement hat einen Wert von 8.5 % des kleinsten Hauptdiagonalelements. Die Steifigkeiten zwischen den Spulen sind damit klein gegenüber den Steifigkeiten der Ankopplung an die zentrale Struktur.

LITERATUR

- /1.1/ Dittrich, H.G., Erb, J., Flückiger, R., Hilal, M., et al.: Toroidal field coils for INTOR. Proc. 12th Symp. on Fusion Technology, Sept. 13-17, 1982, Jülich, S. 1021-26.
  
- /2.1/ Moon, F.C., Chattopadhyay, S.: Elastic stability of a superconducting coil for a fusion reactor. Proc. 5th Symp. on Engineering Problems of Fusion Research, Princeton, N.J., Nov. 1973, IEEE Pub. No. 73CHO843-3-NPS (1974), S. 574-78.
  
- /2.2/ Swanson, C., Moon, F.C.: Magneto-elastic stability of toroidal magnet designs for proposed fusion reactors. Proc. 6th Symp. on Engineering Problems of Fusion Research, San Diego, Cal., Nov. 18-21, 1975, IEEE Pub. No. 75CH1097-5-NPS, S. 940-41.
  
- /2.3/ Moon, F.C., Swanson, C.: Vibration and stability of a set of superconducting toroidal magnets. J. Applied Physics, 47 (1976)3, S. 914-19.
  
- /2.4/ Moon, F.C.: Buckling of a superconducting coil nested in a three-coil toroidal segment. J. Applied Physics, 47(1976)3, S. 920-21.
  
- /2.5/ Moon, F.C., Swanson, C.: Experiments on buckling and vibration of superconducting coils. J. Applied Mechanics, 44, Dec. 1977, S. 707-13.
  
- /2.6/ Swanson, C., Moon, F.C.: Buckling and vibrations in a five-coil superconducting partial torus. J. Applied Physics, 48 (1977)7, S. 3110-15.
  
- /2.7/ Moon, F.C.: Buckling and coupled lateral vibration problems of superconducting magnets. Proc. Workshop on Structural Analysis Needs for Magnetic Fusion Energy Superconducting Mag-



- nets, Sept. 1976, Brookhaven National Laboratory Report CONF-760984, S. 377-92.
- /2.8/ Moon, F.C., Swanson, C., King, S.: An eight coil superconducting torus for elastic buckling studies. Cryogenics, June 1977, S. 341-44.
- /2.9/ Moon, F.C.: Problems in magneto-solid mechanics. Mechanics Today, Vol. 4, Pergamon Press, New York, etc., 1978, S. 307-90.
- /2.10/ Chattopadhyay, S.: Magnetoelastic instability of structures carrying electric current. Int. J. Solids and Structures, 15, S. 467-77.
- /2.11/ Moon, F.C.: Experiments on magnetoelastic buckling in a superconducting torus. J. Applied Mechanics, 46(1979)1, S. 145-50.
- /2.12/ Moon, F.C.: Elastic vibrations and waves in a superconducting torus. IEEE Trans. Magnetics, MAG-16(1980)5, S. 1242-44.
- /2.13/ Moon, F.C.: Magnetoelastic instabilities in superconducting structures and Earnshaw's theorem. ASME J. Mechanical Design, 41(1980), S. 77-90.
- /2.14/ Moon, F.C.: Magnetoelastic instabilities and vibrations of superconducting magnet systems. DOE/ET/52042--5, Rep. No. C00-2780-5, March 1982, 40 S.
- /2.15/ Moon, F.C.: Magneto-solid mechanics. J. Wiley & Sons, New York, etc., 1984, 436 S.
- /2.16/ Moon, F.C.: Buckling of a superconducting ring in a toroidal magnetic field. J. Applied Mechanics, 46(1979)1, S. 151-55.
- /2.17/ Wells, D.A.: Lagrangian dynamics. Schaum's Outline Series in Engineering, McGraw-Hill, New York, etc., 1967.

- /2.18/ Vukobratovic, M., Potkonjak, V.: Dynamics of Manipulation Robots. Springer-Verlag, Berlin, etc., 1982.
- /2.19/ Schiehlen, W.: Technische Dynamik. Teubner-Studienbücher Mechanik, Stuttgart, 1986.
- /2.20/ Zurmühl, R., Falk, S.: Matrizen und ihre Anwendungen, Teil 1: Grundlagen. Springer-Verlag, Berlin etc., 1984.
- /2.21/ Miya, K., Takagi, T.: Finite element analysis of electromagnetoelastic buckling of superconducting magnet in magnetic fusion reactor. ASME PVP-PB-031, Computer Technology in Fusion Energy Research, 1978, S. 1-24.
- /2.22/ Takagi, T., Uesaka, M., Yanagi, H., Someya, K., Miya, K.: Experiment and analysis of magnetoelastic buckling of superconducting toroidal magnets in a partial torus. Proc. 8th Int. Cryogenic Engineering Conf., Genova, Italy, June 1980, ICEC-8, S. 393-97.
- /2.23/ Miya, K., Takagi, T., Uesaka, T.: Finite element analysis of magnetoelastic buckling and experiments on a three-coil superconducting partial torus. ASME J. Mechanical Design, 41 (1980), S. 91-107.
- /2.24/ Miya, K., Uesaka, M., An, S.: Structural dynamics of toroidal field coils in magnetic fusion reactor. Proc. 4th Topical Meeting on the Technology of Controlled Nuclear Fusion, King of Prussia, Pennsylvania, Oct. 1980, CONF-801011, S. 261-68.
- /2.25/ Miya, K., Takagi, T., Uesaka, M., Someya, K.: Finite element analysis of magnetoelastic buckling of eight-coil superconducting full torus. J. Applied Mechanics, 49(1982), S.180-86.
- /2.26/ Miya, K., Uesaka, M., Moon, F.C.: Finite element analysis of vibration of toroidal field coils coupled with Laplace transform. J. Applied Mechanics, 49(1982), S. 594-600.

- /2.27/ Uesaka, M., Miya, K., Moon, F.C.: Finite element analysis of large scale superconducting toroidal field coil coupled with Laplace transform. ASME Pressure Vessel & Piping Conf., 82-PVP-51, 1982, 8 S.
- /2.28/ Miya, K., Uesaka, M.: An application of finite element method to magnetomechanics of superconducting magnets for magnetic fusion reactors. Nuclear Engineering and Design, 72(1982), S. 275-96.
- /3.1/ Dustmann, C.H.: TESPE, a small superconducting compact torus. Proc. 7th Symp. on Engineering Problems of Fusion Research, Knoxville, USA, Oct. 25-28, 1977, S. 339-42.
- /3.2/ Jüngst, K.P., and TESPE team: Status report of TESPE. IEEE Trans. on Magnetics, MAG-17(1981)5, S. 1745-48.
- /3.3/ Jüngst, K.P.: "TESPE", ein supraleitender Torus. KfK-Nachrichten, 16(1984)3, S. 136-44.
- /3.4/ Jüngst, K.P.: Operation experience with a 3-coil arrangement of the "TESPE" superconducting torus. Proc. 13th Symp. on Fusion Technology, Varese, Italy, Sept. 24-28, 1984, S. 1469-74.
- /3.5/ Jüngst, K.P., Friesinger, G., Geiger, W., Grünhagen, A., et al.: Superconducting torus "TESPE" at design values. Proc. 9th Int. Conf. on Magnet Technology, Zürich, Sept. 9-13, 1985, S. 36-39.
- /3.6/ Geiger, W., Krüger, T.: Data acquisition and processing system for the TESPE superconducting torus. Proc. 13th Symp. on Fusion Technology, Varese, Italy, Sept. 24-28, 1984, S. 1113-17.
- /4.1/ Martin, P., Preis, H.: Programmbeschreibung und Benutzeranleitung zum Magnet-Computer-Programm HEDO 2. IPP, Garching, IPP III/34, April 1977, 55 S.

- /4.2/ Claudet, G., Senet, L.: Current leads for 4.2 K cryostats. Cryogenics, Jan. 1973, S. 44-46.
- /4.3/ Mercouroff, W.: Minimization of thermal losses due to electrical connections in cryostats. Cryogenics, Sept. 1963, S. 171-73.
- /4.4/ Fastowski, W.G., Petrowski, J.W., Rowinski, A.E.: Kryotechnik. Akademie-Verlag, Berlin, 1970, S.331-34.
- /4.5/ Ulbricht, A.(KfK/ITP): Private Mitteilung
- /4.6/ Kutschera, M.(KfK/TT): Private Mitteilung
- /4.7/ Southwell, R.V.: On the analysis of experimental observations in problems of elastic stability. Proc. Royal Society of London, Series A, Vol. 135, April 1932, S. 601-16.
- /5.1/ Natke, H.G.: Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse. Vieweg-Verlag, Braunschweig, Wiesbaden, 1983.
- /5.2/ Stühler, W.: Modalanalyse zur Ermittlung der Eigenschwingungsgrößen schwingungsfähiger Systeme. Technische Akademie Esslingen, Ostfildern, Juni 1984.
- /5.3/ Fickett, F.R.: Properties of nonsuperconducting technical solids at low temperatures - an update. Proc. 5th Int. Conf. on Magnet Technology, Rome, April 21-25, 1975, S. 659-78.
- /5.4/ Sackett, S.J.: EFFI - a code for calculating the electromagnetic field, force and inductance in coil systems of arbitrary geometrie, user's manual. Lawrence Livermore Laboratory, University of California / Livermore, California, May 1977.
- /6.1/ Jüngst, K.P., Leppelmeier, G.W., Geiger, W., Komarek, P., Steeves, M.M.: First results of the TESPE-S magnet system safety experiments. 14th Symp. on Fusion Technology, Avignon,

Sept. 8-12, 1986.

- /7.1/ Erb, J., Jeske, U., Zehlein, H.: INTOR toroidal field coil design studies. IEEE Trans. on Magnetics, MAG-17(1981)5, S. 1699-1702.
- /7.2/ Malavasi, G., Mitchell, N., Pöhlchen, R., Salpietro, E.: The design status of the NET toroidal field coils. Proc. 9th Int. Conf. on Magnet Technology, Zürich, Sept. 9-13, 1985, S. 17-20.
- /7.3/ Jüngst, K.P.(KfK/ITP): Private Mitteilung

SYMBOLVERZEICHNIS

Einfach unterstrichene Symbole sind Vektoren, doppelt unterstrichene Symbole sind Matrizen, z.B.  $\underline{u}$ ,  $\underline{\underline{M}}$ . Mit  $\dot{\phantom{x}}$  ist eine zeitliche Ableitung, mit  $^T$  eine Transposition gekennzeichnet.

$c_{q-}$	gegenphasige differentielle Induktivität
$c_{q+}$	gleichphasige differentielle Induktivität
$E^{\text{kin}}$	kinetische Energie
$E^{\text{mag}}$	magnetische Energie
$E^{\text{pot}}$	potentielle Energie
$f$	Frequenz
$f_0$	Eigenfrequenz
$F^{\text{m}}$	verallgemeinerte magnetische Kraft
$\underline{F}^{\text{a}}$	Vektor der verallgemeinerten äußeren Kräfte
$\underline{F}^{\text{m}}$	Vektor der verallgemeinerten magnetischen Kräfte
$\underline{F}_0^{\text{m}}$	Vektor der verallgemeinerten magnetischen Kräfte bei $\underline{u} = \underline{0}$
$g$	Formfunktion (Gestalt der Verformung)
$i$	Index
$I$	Spulenstrom
$I_r, I_s$	Spulenstrom
$I^{\text{BS}}$	Strom der BS-Spule
$I_B^{\text{BS}}$	Buckling-Strom der BS-Spule
$I^{\text{TS}}$	Strom der TESPE-Spulen
$k$	Index
$K^{\text{e}}$	elastische Steifigkeit
$K_{ik}^{\text{e}}$	Koeffizienten der elastischen Steifigkeitsmatrix
$K^{\text{ges}}$	Gesamtsteifigkeit
$K^{\text{m}}$	magnetische Steifigkeit
$K_{ik}^{\text{m}}$	Koeffizienten der magnetischen Steifigkeitsmatrix
$\underline{\underline{K}}^{\text{e}}$	elastische Steifigkeitsmatrix
$\underline{\underline{K}}^{\text{m}}$	magnetische Steifigkeitsmatrix
$\mathcal{L}$	Lagrange-Funktion

$L$	Gesamtinduktivität
$L_i$	Entwicklungskoeffizienten der Potenzreihe von $L$
$L_{rs}$	Selbst- und Gegeninduktivitäten der Spulen $r$ und $s$
$L_i^{rs}$	Entwicklungskoeffizienten der Potenzreihe von $L_{rs}$
$m$	generalisierte Masse
$\underline{M}$	Trägheitsmatrix (Massenmatrix)
$n$	Anzahl der Freiheitsgrade
$N$	Anzahl der Spulen
$q$	Nachbarschaftsabstand zweier Spulen
$r$	Index
$s$	Index
$t$	Zeitvariable
$u$	verallgemeinerte Koordinate (Amplitude der Verformung)
$u_0$	seitliche Fehlstellung der Spule
$u_i$	verallgemeinerte Koordinate (Amplitude der Verformung)
$\underline{u}$	Vektor der verallgemeinerten Koordinaten $u_i$
$\hat{u}_0$	Eigenvektor
$\hat{u}_{0i}$	Eigenvektor der $i$ -ten Eigenschwingung
$w$	seitliche Verschiebung der Spule
$x$	kartesische Ortskoordinate
$y$	kartesische Ortskoordinate
$z$	kartesische Ortskoordinate
$\theta$	Trägheitsmoment der BS-Spule
$\tau^m$	magnetisches Drehmoment
$\tau_i^e$	elastisches Drehmoment auf die Spule $i$
$\tau_i^m$	magnetisches Drehmoment auf die Spule $i$
$\underline{\tau}^a$	Vektor der äußeren Drehmomente
$\underline{\tau}^m$	Vektor der magnetischen Drehmomente
$\underline{\tau}_0^m$	Vektor der magnet. Drehmomente in der Ruhelege ohne Strom
$\phi$	Auslenkungswinkel der BS-Spule aus der Ruhelage ohne Strom
$\phi_0$	Fehlstellungswinkel der BS-Spule
$\phi_i$	Auslenkungswinkel der Spule $i$ aus der Ruhelage ohne Strom
$\underline{\phi}$	Vektor der Auslenkungswinkel $\phi_i$
$\hat{\phi}_0$	Eigenvektor (Form der Torus-Eigenschwingung)
$\psi$	Auslenkungswinkel der BS-Spule relativ zur Symmetrielage
$\psi_i$	Auslenkungswinkel der Spule $i$ relativ zur Symmetrielage
$\omega$	Kreisfrequenz (wird abgekürzt meistens Frequenz genannt)

$\omega_0$  Eigen-(kreis-)frequenz

$\omega_{0i}$  Eigen-(kreis-)frequenz der i-ten Eigenschwingung