

KfK 4188
Juni 1987

Mikrowellendiagnose am LEAR Elektronenkühler

C. Habfast
Institut für Kernphysik

Kernforschungszentrum Karlsruhe



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

INSTITUT FÜR KERNPHYSIK

KfK 4188

Mikrowellendiagnose am LEAR Elektronenkühler^{*}

Claus Habfast

^{*} von der Fakultät für Physik der Universität Karlsruhe (TH)
genehmigte Dissertation

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 7500 Karlsruhe 1

ISSN 0303-4003

Zusammenfassung

Die Elektronenkühlung gespeicherter Antiprotonen ist am Speicherring LEAR für die nahe Zukunft vorgesehen. Die Optimierung des verwendeten Elektronenstrahls kann schon während der Entwicklung durch geeignete Diagnoseinstrumente unterstützt werden. Besonderes Augenmerk muss dabei auf die transversale Temperatur des Elektronenstrahls gelegt werden, weil diese die Leistungsfähigkeit eines Elektronenkühlers empfindlich beeinflusst. Während der Entwicklung und dem Aufbau des Elektronenkühlers wurde die transversale Energie eines zur Kühlung verwendeten Elektronenstrahls erstmals mittels der Mikrowellendiagnose bestimmt. Dabei wurde die Beeinflussung der Emission von Synchrotronstrahlung, deren Nachweis die Mikrowellendiagnose darstellt, durch die umgebende Vakuumkammer untersucht. Im Gegensatz zu anderen Untersuchungen konnte dadurch quantitative Übereinstimmung zwischen gemessenen und aufgrund theoretischer Überlegungen berechneten Spektren der Synchrotronstrahlung erzielt werden. Die transversale Energie des Elektronenstrahls wurde unter den vorgesehenen Einsatzbedingungen im LEAR zu $(0,54 \pm 0,18) \text{ eV}$ gemessen. Die Abhängigkeit der transversalen Energie von verschiedenen Parametern (Elektronenstrahlenergie, Magnetfeld, etc.) wurde quantitativ untersucht. Aus den Messergebnissen können für den Einsatz im Speicherring Einstellwerte gewonnen werden. Die entwickelten theoretischen Überlegungen und experimentellen Methoden können beim Bau geplanter weiterer Elektronenkühler Verwendung finden.

Abstract

Microwave diagnostics at the LEAR Electron Cooler

Electron cooling of stored antiprotons is foreseen for the near future at the storage ring LEAR. The optimization of the electron beam can be supported already during development by suitable diagnostics tools. The transverse beam temperature of the electron beam is of big importance for diagnostics, because it strongly influences the cooling performance. It was determined during development and construction of the electron cooler for the first time by microwave diagnostics. The influence of the surrounding vacuum chamber on the emission of synchrotron radiation, which is detected in order to perform the microwave diagnostics, was investigated. Contrary to previous accounts the calculated spectra of synchrotron radiation agree quantitatively with measured ones. The transverse energy of the electron beam could be determined to (0.54 ± 0.18) eV. The dependence of the transverse energy on various parameters (beam energy, magnetic field) was investigated quantitatively. Adjustment parameters can be extracted for the installed electron cooling device as well as the developed methods and theoretical models are of use in the construction of further electron cooling devices.

Inhaltsverzeichnis

1.	1. EINLEITUNG	1
2.	2. ELEKTRONENKÜHLUNG	2
	2.1 Dynamik eines Teilchens in einem Speicherring	2
	2.2 Theoretische Beschreibung der Elektronenkühlung	5
	2.3 Der LEAR Elektronenkühler	12
	2.4 Übersicht über die Diagnose des Elektronenstrahls	21
3.	3. THEORETISCHE BESCHREIBUNG DER SYNCHROTRONEMISSION IM ELEKTRONENKÜHLER	27
	3.1 Grundsätzliche Überlegungen und Beziehungen	27
	Synchrotronstrahlung eines Elektrons im Wellenleiter	30
	3.2 Synchrotronstrahlung eines Elektrons in einer Kavität	33
	3.3 Spektrum eines Elektronenstrahls in einer Kavität	40
4.	4. MESSUNG DER PARAMETER DER KAVITÄT DES ELEKTRONENKÜHLERS	43
	4.1 Die zentrale Vakuumkammer	44
	4.2 Messung der Eigenfrequenzen und Güten der Moden	46
	4.3 Messung der Mode/Antennenkopplung	47
	4.4 Bestimmung der axialen Periodenlänge	49
5.	5. NACHWEIS DER SYNCHROTRONSPEKTREN	50
	5.1 Der Mikrowellenempfänger	51
	5.2 Aufnahme der Spektren	52
	Digitale und analoge Filterung	53
	5.3 Aufbereitung der Spektren	57
	5.4 Vergleich mit den berechneten Spektren	58
6.	6. MESSERGEBNISSE UND AUSWERTUNG	59
	6.1 Kopplung des Elektronenstrahls an die Moden der Kavität	60
	6.2 Einfluss der Verlustelektronen und Fehlerbetrachtung	60
	6.3 Resonante Fokussierung	63
	6.4 Transversale Magnetfelder	65
	6.5 Raumladung in der Elektronenkanone	67
7.	7. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK	68
	7.1 Weitere Entwicklungen und Grenzen	69
	7.2 Ausblick in die Atomphysik	71
	Anhang A: Schottkyrauschen des Elektronenstrahls	73
	Anhang B: Beispiele gemessener und gerechneter Spektren	74
	Literaturverzeichnis	80

1. Einleitung

Experimente an gespeicherten Teilchenstrahlen haben in den vergangenen Jahren zunehmend an Bedeutung gewonnen. Speicherringe bieten als Vorteile hohe apparative Auflösung und in der Elementarteilchenphysik höchste Schwerpunktsenergie. Die Möglichkeit, Antiprotonen zu speichern, eröffnete deshalb nicht nur die Möglichkeit, die schweren Vektorbosonen W und Z nachzuweisen, sondern dank der besseren Auflösung auch eine neue Generation von Experimenten zur Untersuchung der starken Wechselwirkung zwischen Protonen und Antiprotonen.

Die Akkumulation von Teilchen und ihre Speicherung über einen längeren Zeitraum sind eng mit dem Problem ihrer Kühlung verknüpft. Fertigungstoleranzen, Inhomogenitäten der verwendeten Magnete, Streuung an Restgasmolekülen etc. erhöhen die Amplitude der harmonischen Schwingungen der Teilchen um ihre Gleichgewichtslage. In Elektron/Positron Speicherringen findet eine Dämpfung der Anregungen durch Synchrotronstrahlung statt, die jedoch in Speicherringen für schwere Teilchen vernachlässigbar klein ist. Man ist daher auf andere Methoden der Strahlkühlung angewiesen.

Die Fokussierung der Teilchenstrahlen durch elektromagnetische Felder stellt keine Kühlung dar, da der sechsdimensionale Phasenraum sich nur durch dissipative Kräfte verkleinern lässt. Die Entdeckung der stochastischen Kühlung durch Simon van der Meer und der Elektronenkühlung durch Gersh Budker waren daher der erste Schritt bei der Entwicklung von Speicherringen für Antiprotonen. Ein Teilchenstrahl wird durch Elektronen gekühlt, indem man ihn ein Elektronengas durchlaufen lässt, in dem er durch wiederholte Stöße mit Elektronen Energie abgeben kann: Der Teilchenstrahl wird allmählich die Temperatur des Elektronengases annehmen. Wenn man als kaltes Elektronengas einen Elektronenstrahl mit der Geschwindigkeit des Teilchenstrahls verwendet, wird der Phasenraum in allen sechs Koordinaten verkleinert, und dennoch im Temperaturgleichgewicht die longitudinale Geschwindigkeit des Teilchenstrahls erhalten bleiben.

Die Kühlzeit und das Temperaturgleichgewicht hängen aber empfindlich von der Temperatur des Elektronenstrahls, also seiner mittleren Geschwindigkeitsunschärfe und Divergenz, ab. In der Praxis bestimmt die Divergenz wesentlich die Eigenschaften der Kühlung eines heißen Strahls und den Ausgleich starker aufheizender Effekte.

Es wurde daher eine Methode vorgeschlagen, die Divergenz des Elektronenstrahls, bzw. seine transversale Energie, ausserhalb des Speicherrings zu messen:

Der Elektronenstrahl wird in einem longitudinalen Magnetfeld geführt. Die um die Feldlinien spiralenden Elektronen senden Synchrotronstrahlung im Mikrowellenbereich aus, die ihrer transversalen Energie – und damit Temperatur – proportional ist. Durch die Messung der ausgestrahlten Leistung wird daher die transversale Energie bestimmt.

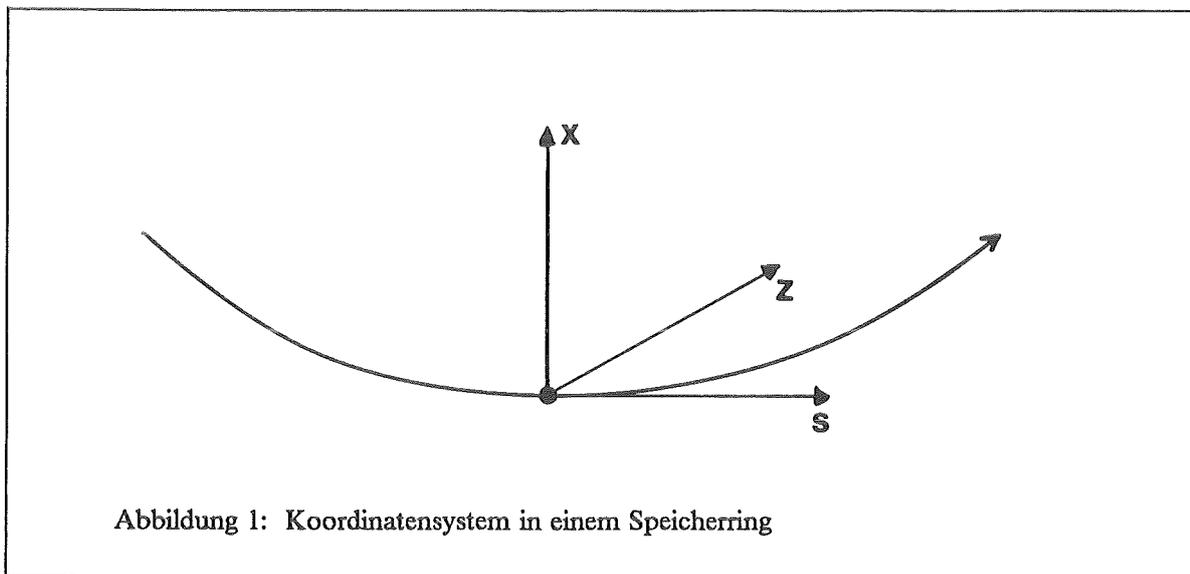
Das Thema dieser Arbeit ist die Durchführung dieser Diagnose am LEAR Elektronenkühler.

Zunächst wird ein Abriss über die Theorie der Elektronenkühlung, den LEAR Elektronenkühler und mögliche Diagnosemethoden gegeben. Im dritten Kapitel werden die theoretischen Grundlagen der Synchrotronemission eines Elektronenstrahls dargelegt. Der Vorstellung der durchgeführten Messungen und ihrer Auswertung sind zwei Kapitel vorangestellt, die die für den Nachweis verwendeten Mikrowellentechniken beschreiben. Ein Ausblick auf weitere Anwendungen der entwickelten Methoden schliesst die Arbeit ab.

2. Elektronenkühlung

2.1 Dynamik eines Teilchens in einem Speicherring

Die Position eines Teilchens in einem Speicherring wird durch die horizontale Ablage x sowie die vertikale Ablage z von einer angenommenen Sollbahn und die Längskoordinate s entlang der Sollbahn bezeichnet (siehe Abbildung 1).



Als Impulskoordinate im Phasenraum wird statt des transversalen Impulses¹ $p_y = \gamma m \, dy/dt$ die Divergenz $y' = dy/ds$, also der Winkel zwischen Sollbahn und der Bahn des Teilchens, gewählt. Die Masse des Teilchens ist durch m bezeichnet, und der Lorentzfaktor $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ ergibt sich aus der Geschwindigkeit βc .

Die Bewegung eines Teilchens mit bekannten Anfangskordinaten kann dann vollständig determiniert werden, wenn die Amplitudenfunktion (Betafunktion) $\tilde{\beta}(s)$ bekannt ist, die durch die Art, Anordnung und Grösse der magnetischen Fokussierungselemente des Speicherrings gegeben ist. Die Betafunktion verknüpft die transversalen Koordinaten mit der longitudinalen Koordinate s :

$$y = \sqrt{\varepsilon \tilde{\beta}(s) / \pi} \cdot \cos(\phi - \phi_0)$$

¹ Für x und z gültige Beziehungen werden durch y ausgedrückt

$$y' = -\sqrt{\epsilon/\pi\tilde{\beta}(s)} \cdot [\sin(\phi - \phi_0) + (\tilde{\beta}'(s)/2)\cos(\phi - \phi_0)]$$

$$\phi = \int_0^s ds/\tilde{\beta}(s)$$

Der Proportionalitätsfaktor ϵ wird Emittanz genannt. Das Teilchen führt in linearer Näherung ($\tilde{\beta}'(s)=0$) harmonische Schwingungen um die Sollbahn aus. Die Phase ϕ hängt mit der Längskoordinate s nichtlinear und durch die Betafunktion $\tilde{\beta}(s)$ verknüpft zusammen. Das Gleichungspaar für y und y' stellt die parametrische Darstellung einer Ellipse im Phasenraum dar, auf der das Teilchen sich während des Umlaufs im Speicherring bewegt (siehe Abbildung 2). Die Anzahl der Umläufe Q_ν auf der Ellipse (die Anzahl der Betatronschwingungen während eines Umlaufs im Speicherring) darf keine ganze Zahl oder ein einfacher Bruch sein.

$$Q_\nu = (2\pi)^{-1} \int_0^U ds/\tilde{\beta}(s)$$

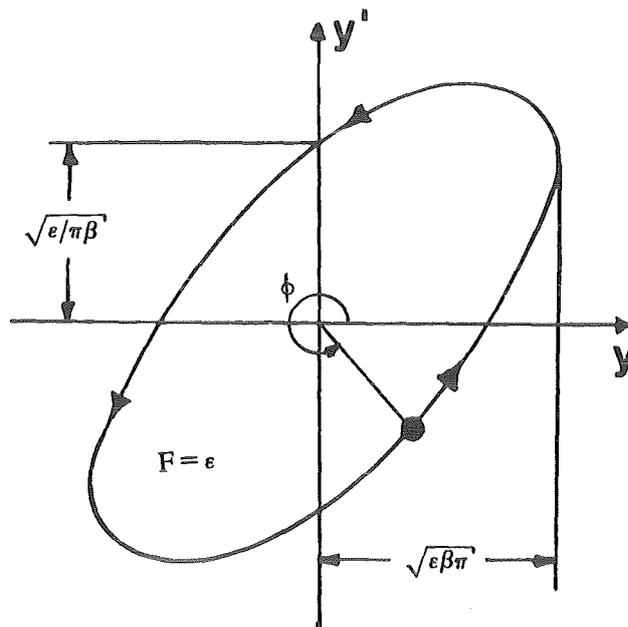


Abbildung 2: Phasenraumellipse eines gespeicherten Teilchenstrahls

Dies führte nämlich zum schnellen Verlust des gespeicherten Teilchens, da alle periodischen Störungen sich aufaddieren, wenn sie bei immer derselben Phase ϕ auf das Teilchen einwirken.

Die Emittanz ϵ gibt die Grösse der Phasenraumellipse an und ist durch die Ablage von der Sollbahn y_0 und die Divergenz y'_0 beim Einschuss in den Speicherring festgelegt. Die Emittanz ϵ und die Phase ϕ_0 werden also durch die Anfangsbedingungen festgelegt. Die Halbachsen der Phasenraumellipse betragen $\sqrt{\epsilon\tilde{\beta}(s)/\pi}$ bzw. $\sqrt{\epsilon/\pi\tilde{\beta}(s)}$, so dass ihre Fläche ϵ ist (siehe Abbildung 2).

Für das Ensemble der gespeicherten Teilchen können die Phasenraumkoordinaten y, y' der gespeicherten Teilchen in der Regel als normalverteilt angesehen werden. Die Strahlemittanz kann als Mittelwert der Einteilchen-Emittanzen definiert werden. Man kann dann die Temperatur des Strahls, also die Breite seiner Geschwindigkeitsverteilung, als Funktion der Strahlemittanz ausgedrücken:

Die transversale Geschwindigkeit v_{\perp} ist im Speicherring von der Emittanz ϵ , der Längskoordinate s und der Betafunktion $\tilde{\beta}(s)$ abhängig. Wenn man die Strahltemperatur T_{\perp} durch die Emittanz ϵ ausdrücken will, muss man also eine mittlere Betafunktion $\tilde{\beta}$ und einen ausgezeichneten Ort s^* definieren, an dem die Geschwindigkeit angegeben werden soll. Man wählt als Ort s^* einen Schnittpunkt mit der Sollbahn, wo die Divergenz y' dann angenähert

$$y'(y=0) = \sqrt{\epsilon/\pi\tilde{\beta}(s)}$$

beträgt. Die transversale Geschwindigkeit beträgt $v_{\perp} = \beta c y'$, bei einer longitudinalen Geschwindigkeit $v = \beta c$. Die mittlere Betafunktion $\tilde{\beta}$ kann man durch den Quotienten aus der Anzahl der Betatronschwingungen während eines Umlaufs und dem Umfang annähern: $\tilde{\beta} = 2\pi Q/U$. Somit beträgt die mittlere transversale Energie der gespeicherten Teilchen

$$T_{\perp} = mc^2 \beta^2 \gamma^2 \epsilon / \pi \tilde{\beta}$$

Diese ist proportional zur Emittanz ϵ und nicht mehr von der Längskoordinate s abhängig.

Longitudinale Phasenraumkoordinaten sind die Längskoordinate s und der Impuls des Teilchens p . Ein Teilchen mit einer Abweichung Δp vom Sollimpuls läuft ebenfalls auf einer Ellipse im Phasenraum um. Wenn die Teilchen über den Ringumfang gleichverteilt sind (coasting beam), ist es üblich, statt der Fläche der Ellipse den Wert $\Delta p/p$ als Mass für das Phasenraumvolumen anzugeben. Die longitudinale Temperatur des Strahls beträgt dann bei einer mittleren Abweichung $\Delta p/p$ vom Sollimpuls p :

$$T_{\parallel} = mc^2 \beta^2 (\Delta p/p)^2$$

Durch Coulombstreuung der Teilchen untereinander werden longitudinale und transversale Freiheitsgrade vermischt, und zwar umso stärker, je dichter und kälter der gespeicherte Strahl ist (Intra-Beam-Scattering). Unterschiedliche longitudinale und transversale Temperatur werden dadurch ausgeglichen.

Die Streuung an Restgasmolekülen vergrössert die Emittanz eines gespeicherten Teilchenstrahls in allen drei Koordinaten. Die normierte Emittanz $\beta\gamma\epsilon$ ist daher nur in einem idealen Speicherring eine Erhaltungsgrösse.

Ein in einem solchen idealen Speicherring umlaufender Teilchenstrahl kann also als abgeschlossenes System miteinander wechselwirkender Teilchen angesehen werden, auf das nur konservative Kräfte einwirken. (Die Betrachtung wird auf schwere Teilchen beschränkt, so dass Synchrotronstrahlung vernachlässigt werden kann). Für dieses idealisierte System ist dann der Satz von

Liouville gültig, dass das eingenommene Phasenraumvolumen im Laufe der Zeit zwar seine Form, nicht aber seinen Inhalt ändert. Die Phasenraumellipse in einem Speicherring kann also durch geeignete äussere Felder gedreht, gestaucht oder gestreckt werden. Ihre Fläche kann durch konservative Kräfte jedoch nicht verkleinert werden.

In jedem realen Speicherring wird das Phasenraumvolumen z.B. durch Streuung an Restgasmolekülen und Ausrichtungsfehler der Magnete ständig vergrössert.

Die Verringerung des Phasenraumvolumens oder der Ausgleich der ständigen Vergrösserung wird durch dissipative Kräfte erreicht: Die gespeicherten Teilchen müssen mit einem zweiten System wechselwirken, das Energie von ihnen aufnehmen und nach aussen transportieren kann. Um Energie aufnehmen zu können, muss die Anzahl der Freiheitsgrade dieses Systems gross und die in jedem Freiheitsgrad enthaltene Energie klein sein.

Ein Bleiziegel, in dem der Teilchenstrahl gestoppt wird, stellt ein solches System dar. Die Zahl der Bleiatome ist gross und ihre Temperatur klein gegen die der gespeicherten Teilchen. Nachdem der Teilchenstrahl im Bleiziegel gestoppt wurde, ist seine Divergenz kleiner (da Null) als im Speicherring, das Phasenraumvolumen also verkleinert worden.

In einem Speicherring will man den Strahl aber unter Beibehaltung seiner longitudinalen Geschwindigkeit kühlen, so dass das wechselwirkende System diese longitudinale Geschwindigkeit besitzen muss.

Das einfachste dissipative System ist ein Elektronenstrahl, der auf die Geschwindigkeit des Teilchenstrahls beschleunigt wird und dessen Divergenz und longitudinale Geschwindigkeitsunschärfe klein gegen die des gespeicherten Strahls sind. Der Elektronenstrahl wird elektrostatisch auf die Geschwindigkeit der Ionen beschleunigt und durch ein Führungsfeld in den Speicherring eingelenkt, um dort auf einem Teil des Ringumfangs in Wechselwirkung mit dem Ionenstrahl zu treten. Er wird anschliessend ausgelenkt und wieder aufgefangen. Die ständige Erneuerung der wechselwirkenden Elektronen garantiert, dass die Anzahl der Freiheitsgrade des Elektronenstrahls gross gegen die der Teilchen ist; die elektrostatische Beschleunigung erzeugt einen Elektronenstrahl, dessen Divergenz und Geschwindigkeitsunschärfe klein im Vergleich zum Ionenstrahl sind, dessen pro Teilchen eingenommenes Phasenraumvolumen also klein gegen das des Ionenstrahls ist.

Die in diesem und dem folgenden Abschnitt dargestellte Zusammenfassung wurde mit Hilfe zweier Vorlesungen der CERN Accelerator School [1] [2] ausgearbeitet.

2.2 Theoretische Beschreibung der Elektronenkühlung

Die quantitative Beschreibung des Energieverlusts der gespeicherten Teilchen erfolgt durch eine Kühlkraft, die als Reibungskraft verstanden wird. Die Kühlkraft rührt aus Coulombstössen mit den Elektronen her, und wird im Ruhesystem der Elektronen berechnet, das durch den Index $*$, vom Laborsystem unterschieden wird.

Der differentielle Energieverlust dE^*/dx beim Durchgang eines geladenen Teilchens der Geschwindigkeit v_1^* durch ein Gas freier ruhender Elektronen der Dichte n_e^* , wird durch [3]

$$dE^*/dx = - (Z^2 e^4 n_e^* / 4\pi m_e v_i^{*2} \epsilon_0^2) \cdot \ln(b_{\max}/b_{\min})$$

angegeben. Der Coulomblogarithmus $L_C = \ln(b_{\max}/b_{\min})$ zeigt den Einfluss der möglichen Stossparameter b zwischen stossendem Teilchen und Elektron: Der kleinstmögliche Stossparameter b_{\min} ist durch den maximalen Impulsübertrag zum Elektron bestimmt, also bei frontalem Stoss:

$$b_{\min} = Ze^2 / 2\pi\epsilon_0 m v_i^{*2}$$

(mit der Annahme $v_i \ll c$). Der maximale Stossparameter b_{\max} ist durch die kleinere der beiden Grössen Radius des Elektronenstrahls a und Debye'sche Abschirmlänge λ_D gegeben

$$b_{\max} = \min \left\{ \begin{array}{l} \lambda_D = (\epsilon_0 m_e v_e^{*2} / 2e^2 n_e^*)^{1/2} \\ a \end{array} \right.$$

Aus dem differentiellen Energieverlust dE^*/dx kann die Kühlrate λ^* , die Rate, mit der die Geschwindigkeit des stossenden Teilchens verringert wird, berechnet werden:

$$\lambda^* = dv_i^* / v_i^* dt = 4\pi Z^2 c^4 r_i r_e n_e^* L_C / v_i^{*3}$$

$$dv_i^* / dt = (dv_i^* / dE^*) (dE^* / dx) (dx / dt)$$

Der klassische Elektronenradius wird durch $r_e = e^2 / 4\pi\epsilon_0 m_e c^2$ und entsprechend der klassische Ionenradius des stossenden Teilchens durch $r_i = e^2 / 4\pi\epsilon_0 m_i c^2$ angegeben. Der differentielle Energieverlust dE^*/dx kann mit der Kühllkraft F^* identifiziert werden.

$$F^* = F_0 L_C / v_i^{*2}$$

$$F_0 = - Z^2 e^2 c^2 r_e n_e^* / \epsilon_0$$

Er hat in diesem Bild einen Pol bei $v_i^* = 0$, der verschwindet, wenn man die Idealisierung ruhender Elektronen aufgibt.

In der Praxis haben die Elektronen eine Temperatur T_e bzw. eine Geschwindigkeitsverteilung $f(v_e^*)$, die durch eine Maxwellverteilung beschrieben wird:

$$f(v_e^*) = \exp(-v_e^{*2} / \Delta v_e^2) / \pi^{3/2} \Delta v_e^3$$

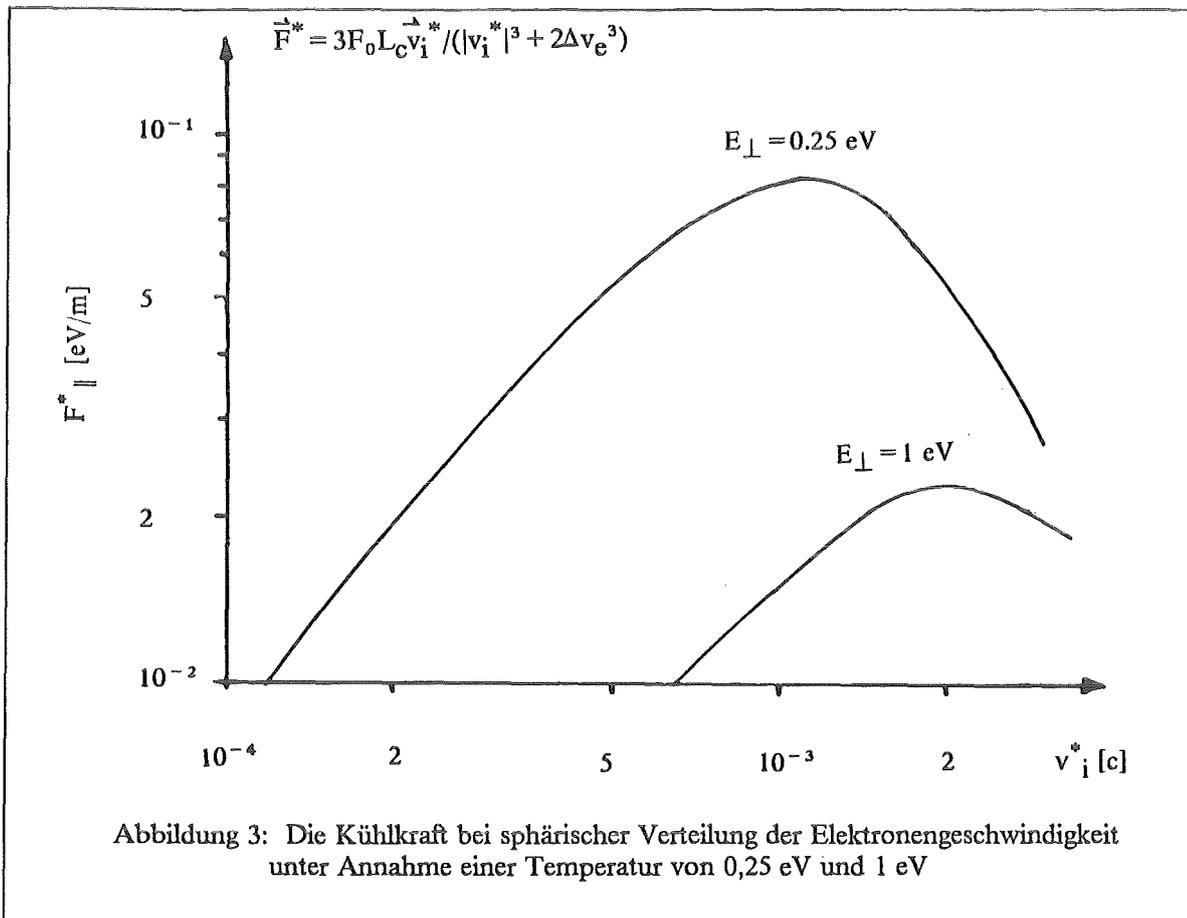
Die Breite der Verteilung Δv_e^2 bestimmt die Temperatur $T_e = m_e \Delta v_e^2 / 2$ der Elektronen. Zur Berechnung der Kühllkraft hat man über die Elektronenverteilung zu mitteln:

$$\langle F^*(v_i^*) \rangle = \int F_0 L_C f(v_e^*) (v_i - v_e) / |v_i - v_e|^3 d^3 v_e^*$$

Die analytische Lösung des Integrals ist für eine Maxwellverteilung durch einen sehr unhandlichen Ausdruck gegeben. Eine befriedigende Näherung wird durch die Beziehung

$$\vec{F}^* = 3 F_0 L_C \vec{v}_i^* / (|\vec{v}_i^*|^3 + 2\Delta v_e^3)$$

angegeben. Eine graphische Darstellung der Abhängigkeit von der Ionengeschwindigkeit unter typischen Bedingungen, $n_e^* = 10^8 \text{ 1/cm}^3$, $Z=1$ und $L_C=10$ ist in Abbildung 3 wiedergegeben. Die Elektronentemperatur wurde zu 1 eV (untere Kurve) und zu 0.25 eV (obere Kurve) angenommen und die Kühlkraft in eV/m ausgedrückt.



Die Kühlzeit ist der Kehrwert der Kühlrate, $\tau = \lambda^{-1}$. Nach der Lorentztransformation in das Laborsystem ist durch einen Faktor η der Bruchteil des Speicherrings zu berücksichtigen, der mit dem Elektronenstrahl überlappt:

$$\tau = (v_i^{*3} + 2\Delta v_e^3) m_i \gamma^2 / 3\eta F \cdot L_C$$

Die Kühlzeit ist also proportional zur 1,5ten Potenz der Summe der Temperaturen der gespeicherten Teilchen und der Elektronen.

Die Formeln für die Kühlkraft und die Kühlzeit müssen noch durch die Berücksichtigung von zwei Effekten korrigiert werden, die eng mit Eigenschaften des Elektronenstrahls zusammenhängen. Zum ersten wird der Elektronenstrahl in der Praxis immer in einem longitudinalen Magnetfeld geführt, das die Elektronen auf Spiralbahnen zwingt. Ist der Stossparameter zwischen gespeichertem Teilchen und Elektron grösser als der Zyklotronradius im Magnetfeld, so wird über die transversale Komponente der Elektronengeschwindigkeit $\Delta v_{e\perp}$ gemittelt. Man beschreibt diesen Effekt durch einen magnetischen Beitrag, der zur Kühlkraft addiert wird. Zum zweiten wird die longitudinale Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen bei der Beschleunigung erheblich komprimiert; daher muss zwischen einer longitudinalen und einer transversalen Kühlkraft unterschieden werden.

Im Folgenden wird ein Überblick über den Einfluss dieser Prozesse auf den Kühlvorgang gegeben, dabei aber auf eine Ableitung der Formeln verzichtet, für die auf die in [2] angegebenen Referenzen für theoretische Arbeiten verwiesen wird.

komprimierte Geschwindigkeitsverteilung

Die Impulserhaltung beim Beschleunigungsprozess führt² zur Komprimierung einer anfänglichen Geschwindigkeitsverteilung $\Delta v_{e\perp}$ in longitudinaler Richtung nach Beschleunigung auf die Geschwindigkeit v :

$$\Delta v_{e\parallel} = \Delta v_{e\perp} (\Delta v_{e\perp}/2v)$$

Mit typischen Werten von $\Delta v_{e\perp} = 10^{-3} c$ und $v = 0.3 c$ beträgt der Kompressionsfaktor $\kappa = 600$, die longitudinale Temperatur wird um den Faktor $3.6 \cdot 10^5$ herabgesetzt. Da dieser Effekt nur die longitudinale Temperatur betrifft, wird die anfänglich sphärische Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen zu einer Scheibe abgeflacht. Dies führt zu einer deutlichen Erhöhung der Kühlkraft.

Dienichtmagnetische Kühlkraft muss getrennt für die longitudinale und die transversale Koordinate ausgedrückt werden:

$$\vec{F}_{\parallel}^* = \vec{F}_{\perp}^* = F_0 L_c \vec{v}_i^* / v_i^{*3} \quad v_i^* > \Delta v_{e\perp}$$

$$\vec{F}_{\perp}^* = F_0 \sqrt{\pi} L_c \vec{v}_{i\perp}^* / \Delta v_{e\perp}^3 \quad v_{i\perp}^* < \Delta v_{e\perp}$$

$$\vec{F}_{\parallel}^* = \frac{2F_0}{\Delta v_{e\perp}^2} \left[L_c (v_{i\parallel}^*) - \sqrt{\frac{\pi}{2}} L_c (\Delta v_{e\perp}) \frac{v_i^*}{\Delta v_{e\perp}} \right] \quad \Delta v_{e\parallel} < v_{i\parallel}^* < \Delta v_{e\perp}$$

$$\vec{F}_{\parallel}^* = \sqrt{\frac{8}{\pi}} F_0 L_c \vec{v}_{i\parallel}^* / \Delta v_{e\perp}^3 \quad v_{i\parallel}^* < \Delta v_{e\parallel}$$

² siehe den Abschnitt über die Elektronenkanone

Der minimale Stossparameter b_{\min} im Coulomblogarithmus L_C hängt von der Geschwindigkeit zwischen Elektron und gespeichertem Teilchen ab. Hier ist dort, wo kein Argument angegeben ist, die grössere der Geschwindigkeiten von der rechten Seite der Formeln einzusetzen. Für den maximalen Stossparameter ist der Radius der Zyklotronspiralen r_C zu wählen. Wenn der Stossparameter grösser als r_C ist, wird die Kühllkraft durch den magnetischen Beitrag beschrieben.

In Abbildung 4 ist zur Verdeutlichung die Abhängigkeit der longitudinalen Kühllkraft von der Ionengeschwindigkeit einmal mit der Annahme von $\kappa = 600$ sowie bei sphärischer Verteilung der Elektronengeschwindigkeit dargestellt. Die übrigen Parameter wurden gegenüber Abbildung 3 nicht geändert.

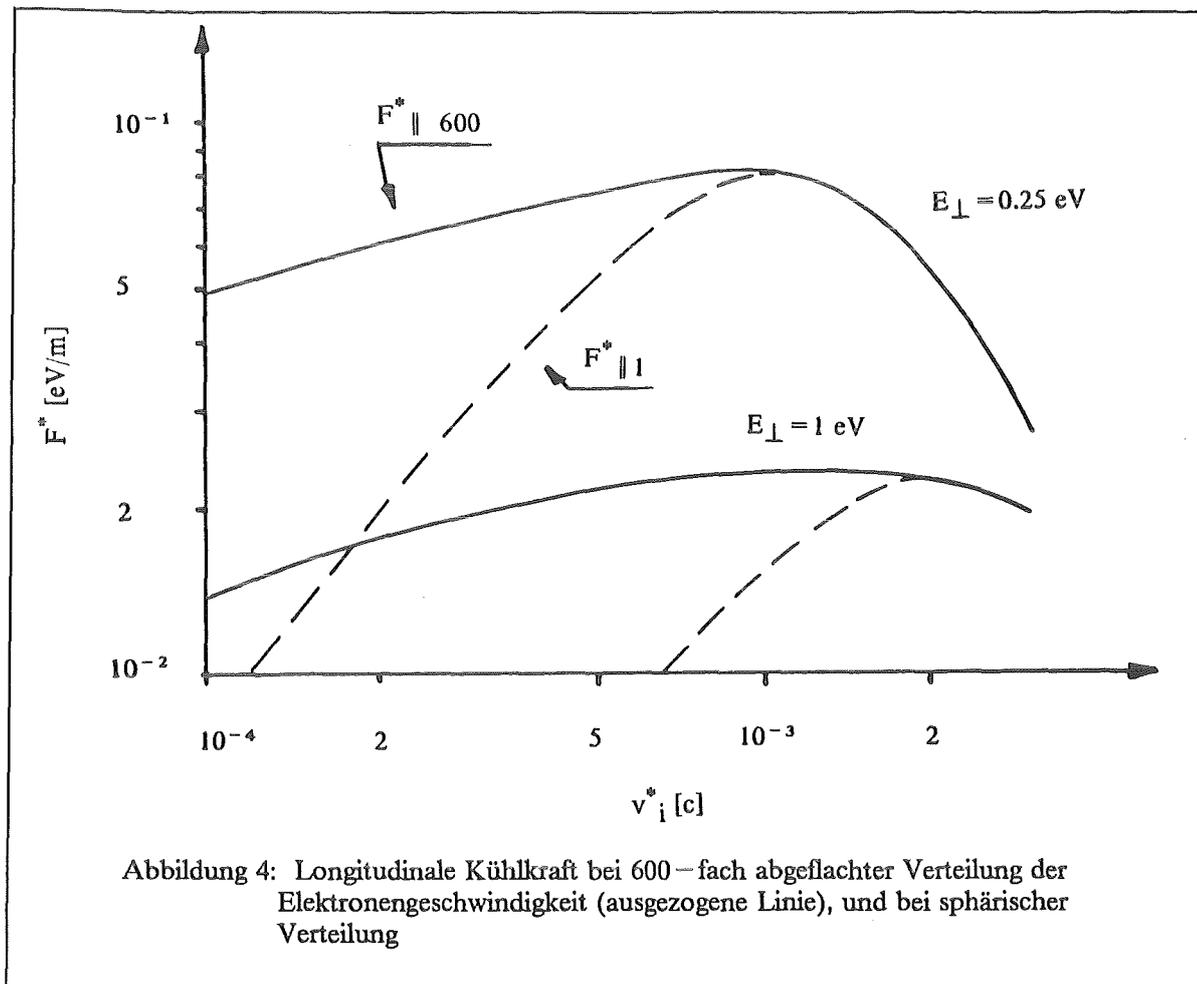


Abbildung 4: Longitudinale Kühllkraft bei 600-fach abgeflachter Verteilung der Elektronengeschwindigkeit (ausgezogene Linie), und bei sphärischer Verteilung

Magnetische Kühllkraft

Der Elektronenstrahl wird durch ein longitudinales Magnetfeld B geführt, am Aufweiten durch Raumladungskräfte gehindert sowie in den Speicherring ein- und ausgelenkt. Die Elektronen führen daher Zyklotronumdrehungen aus, deren Radius r_C durch

$$r_c = m_e v_{e\perp} / eB$$

gegeben ist. Wenn der Stossparameter b bei einer Kollision zwischen Elektron und gespeichertem Teilchen grösser als r_c wird, befindet sich das gespeicherte Teilchen ausserhalb der Kreisbahn des Elektrons. Dessen transversale Bewegung wird dann durch eine schnelle Oszillation um den Nullpunkt beschrieben, deren zeitlicher Mittelwert verschwindet. Die vom gespeicherten Teilchen gesehene effektive transversale Temperatur verschwindet daher mit zunehmendem Stossparameter. Stösse mit Stossparametern, die grösser als der Zyklotronradius der Elektronen sind, tragen aber erst bei einem relativ kalten gespeicherten Strahl zum Kühlprozess bei, weil die auch die Geschwindigkeitsverteilung der Ionen die Verteilung der Stossparameter festlegt. In diesem Fall muss man einen magnetischen Beitrag F_{\perp}^{mag*} zur Kühlkraft addieren. Dieser kann für eine beliebig abgeflachte Geschwindigkeitsverteilung analytisch angegeben werden:

$$\vec{F}_{\perp}^{mag*} = \frac{F_0}{2} L_c \frac{v_{i\perp}^{*2} (v_{i\perp}^{*2} - 2v_{i\parallel}^{*2})}{v_i^{*5}}$$

$$\vec{F}_{\parallel}^{mag*} = \frac{3F_0}{2} L_c \frac{v_{i\perp}^{*2} v_{i\parallel}^{*2}}{v_i^{*5}}$$

Der maximale Stossparameter b_{\max} im Coulomblogarithmus wird wie auf Seite 6 beschrieben gewählt, und der minimale Stossparameter $b_{\min} = r_c$ gesetzt. Dies führt zu einer impliziten (logarithmischen) Abhängigkeit von der transversalen Temperatur der Elektronen. Die magnetische Kühlkraft bewirkt aufgrund der v_i^{*-2} - Abhängigkeit eine deutliche Verkleinerung der Kühlzeit für bereits gekühlte Teilchenstrahlen. Dies geht aus Abbildung 5 hervor, in der die Kühlkraft F_{\parallel}^{*} - mit den Randbedingungen aus Abbildung 3 - einmal unter Berücksichtigung der magnetischen Kühlkraft und einmal ohne deren Einbezug graphisch gegen die longitudinale Ionengeschwindigkeit dargestellt ist.

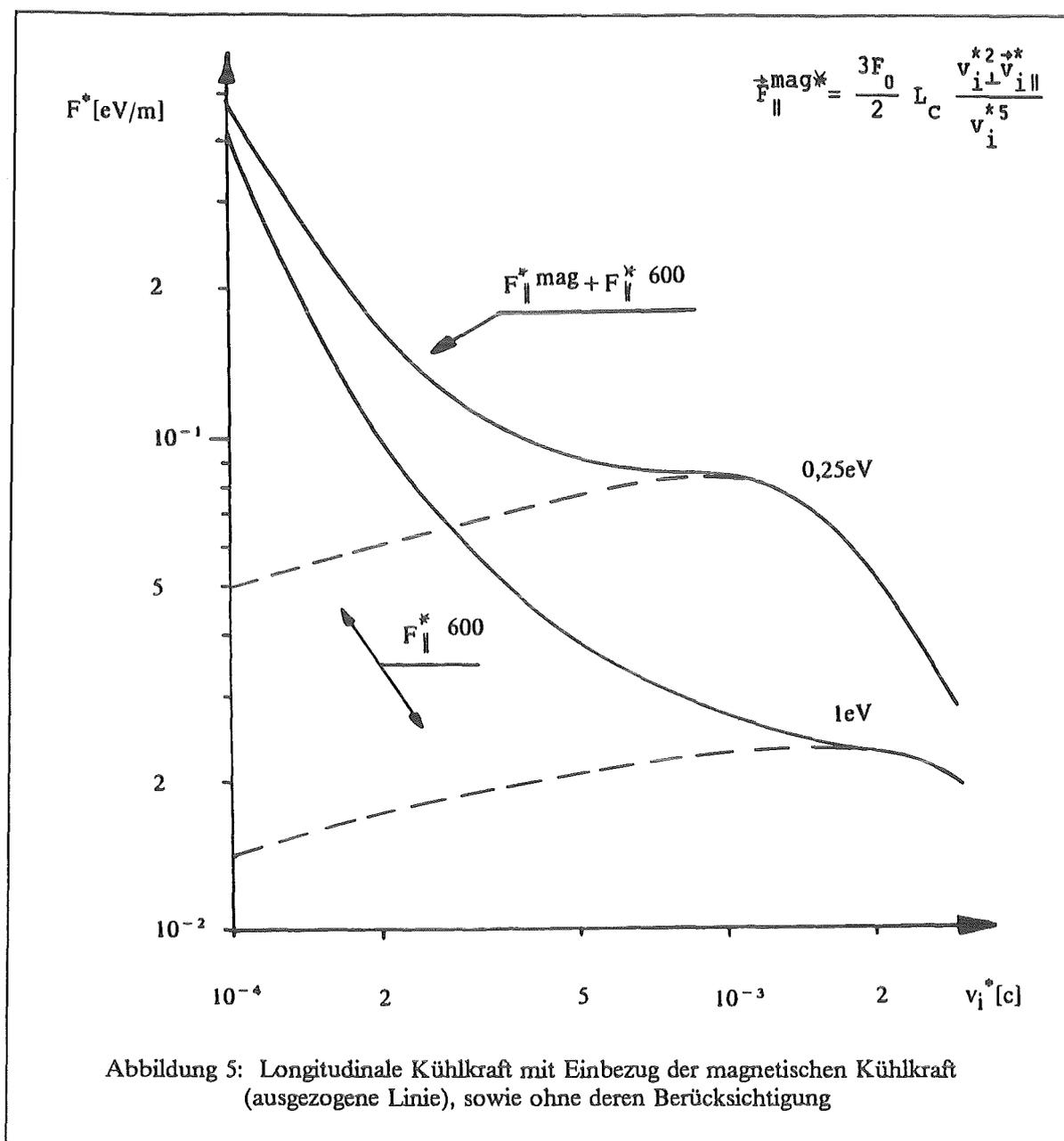
Wird der gespeicherte Strahl so weit gekühlt, dass seine mittlere Geschwindigkeit v_i^{*} kleiner als $\Delta v_{e\parallel}$ wird, so kann die Kühlkraft annähernd durch die Formeln für eine sphärische Geschwindigkeitsverteilung mit $\Delta v_{e\parallel}$ als Geschwindigkeitsbreite der Elektronen dargestellt werden.

Kühlzeiten

Für die verschiedenen Bereiche von v_i^{*} ergeben sich jeweils andere Kühlzeiten, die stetig ineinander übergehen. Eine einheitliche Theorie der Elektronenkühlung - ausgehend von einem plasmaphysikalischen Ansatz - wurde von Sorensen und Bonderup [4] entwickelt. Die dargestellten Ergebnisse von Derbenev und Skrinisky [5] verdeutlichen den Einfluss der verschiedenen Parameter auf die Elektronenkühlung jedoch in anschaulicherer Weise.

Man kann grundsätzlich drei Bereiche unterscheiden:

1. Bei einem noch heissen gespeicherten Strahl, also $v_i^{*} > \Delta v_{e\perp}$, ist die Kühlkraft proportional zu v_i^{*-2} . Die Kühlzeit im Laborsystem steigt mit der dritten Potenz der Ionengeschwindigkeit an. Da sie zudem proportional zu γ^2 ist, ist die Elektronenkühlung für die Kühlung sehr heisser hochenergetischer Teilchenstrahlen nur bedingt geeignet.
2. Liegt die Temperatur der gespeicherten Teilchen zwischen der longitudinalen und der transversalen Elektronentemperatur, $\Delta v_{e\parallel} < v_i^{*} < \Delta v_{e\perp}$, so ist die longitudinale Kühlkraft fast



konstant und die transversale Kühlkraft proportional zu v_i^* . Die Kühlzeiten sind folglich kleiner. Zudem setzt die magnetische Kühlkraft ein.

3. Bei sehr kaltem gespeichertem Strahl, $v_i^* \ll \Delta v_{e\perp}$, wird Kühlung nur von der magnetischen Kühlkraft bestimmt, und wird mit fallender Temperatur des Teilchenstrahls immer stärker.

Im idealen Gleichgewicht sind die transversale und die longitudinale Temperatur der Elektronen und der gespeicherten Teilchen identisch. Die Geschwindigkeitsbreite Δv_i^* der gespeicherten Teilchen der Masse M_i ist sogar um den Faktor $\sqrt{M_i/m}$ gegenüber der der Elektronen herabgesetzt.

In der Praxis verhindern aufheizende Effekte wie die Streuung der gespeicherten Teilchen untereinander und mit Restgasmolekülen leicht, dass dieses ideale Gleichgewicht erreicht wird. Eine zu hohe transversale Energie des Elektronenstrahls kann verhindern, dass die magnetische Kühllkraft voll einsetzt. Schliesslich ist die Elektronenkühlung zum Ausgleich der Coulombstreuung des gespeicherten Strahl an einem internen Target prädestiniert, wo oft nur die Erhaltung einer anfänglichen Strahlemittanz gewünscht wird. Die Berechnung realistischer Kühlzeiten unter Einbeziehung aller Parameter kann durch numerische Verfahren erfolgen. [6]

In diese Berechnungen wie auch die Formeln für die Kühllkraft, die in diesem Kapitel vorgestellt wurden, geht die transversale Geschwindigkeit $\Delta v_{e\perp}$ der Elektronen empfindlich ein. Es ist daher von grossem Interesse, diese Grösse schon vor der Installation eines Elektronenkühlers präzise zu kennen, um Vorhersagen über dessen Leistungsfähigkeit treffen zu können.

2.3 Der LEAR Elektronenkühler

Der Speicherring LEAR (Low Energy Antiproton Ring) wurde 1983 am Europäischen Kernforschungszentrum CERN in Betrieb genommen, und liefert seitdem Antiprotonen an ringexterne Experimente. Die Antiprotonen für den LEAR werden aus dem Akkumulator Speicherring AA mit einem Impuls von 3,5 GeV/c extrahiert, im PS auf 600 MeV/c abgebremst, dann in den LEAR injiziert und dort auf den gewünschten Impuls zwischen 100 MeV/c und 1500 MeV/c abgebremst oder beschleunigt. Eine Füllung von typisch $10^9 \bar{p}$ wird durch eine spezielle Technik während circa einer Stunde extrahiert, so dass die Experimente etwa $10^5 \bar{p}/\text{sec}$ erhalten.

Bei der Projektierung des LEAR [7] waren als zukünftige Option ringinterne Experimente vorgesehen. Eines der nunmehr vorgeschlagenen Experimente ist zur Durchführung ausdrücklich auf die Elektronenkühlung angewiesen, [8] die schon bei der Projektierung des LEAR als Ergänzung zur von Anfang an verfügbaren stochastischen Kühlung vorgesehen worden war. Der im Speicherring ICE 1978/80 eingesetzte Elektronenkühler wurde daher in den folgenden Jahren durch eine KfK Karlsruhe/CERN Kollaboration für den Betrieb im LEAR umgebaut. [9]

Abbildung 6 zeigt einen Schnitt durch den fertiggestellten Kühler (Das Traggestell und einige Vakuumdurchführungen wurden der Übersichtlichkeit halber auf der Zeichnung fortgelassen). Er wird im Frühjahr 1987 in die gerade Sektion SL3 auf einer Länge von circa 4 m eingebaut, so dass die zirkulierenden Antiprotonen ihn bei jedem Umlauf im Speicherring einmal durchqueren (in Richtung von (1) nach (2)). Die von einer Kathode emittierten Elektronen werden in der Kanone auf die Geschwindigkeit der Antiprotonen beschleunigt. Die Führung des Elektronenstrahls geschieht durch solenoidale und toroidale Magnetfelder. Eine Vakuumkammer umgibt den Strahl von der Elektronenkanone bis zum Kollektor. Durch über den gesamten Elektronenkühler verteilte Pumpen (7) wird ein niedriges Betriebsvakuum erreicht. An einen Pumpstutzen (8) wird das Vorevakuierungssystem sowie eine Ionenverdampferpumpe angeflanscht. Der Elektronenstrahl wird im ersten toroidalen Magnetfeld in den Antiprotonenstrahl eingelenkt. Der Überlapp mit dem Antiprotonenstrahl beträgt 1,5 m. Die Strahlage wird durch Positionselektroden (9) bestimmt. Nach Durchqueren der Kühlstrecke wird der Elektronenstrahl im zweiten Toroidalfeld aus dem Antiprotonenstrahl ausgelenkt. Vor dem Kollektor wird er im abfallenden Magnetfeld abgebremst und aufgeweitet. Die Elektronen werden dann durch den weiteren Abfall des Magnetfeldes sowie eine domartige Elektrode (Spike) auf die zylinderförmige wassergekühlte Auffängerelektrode gelenkt.

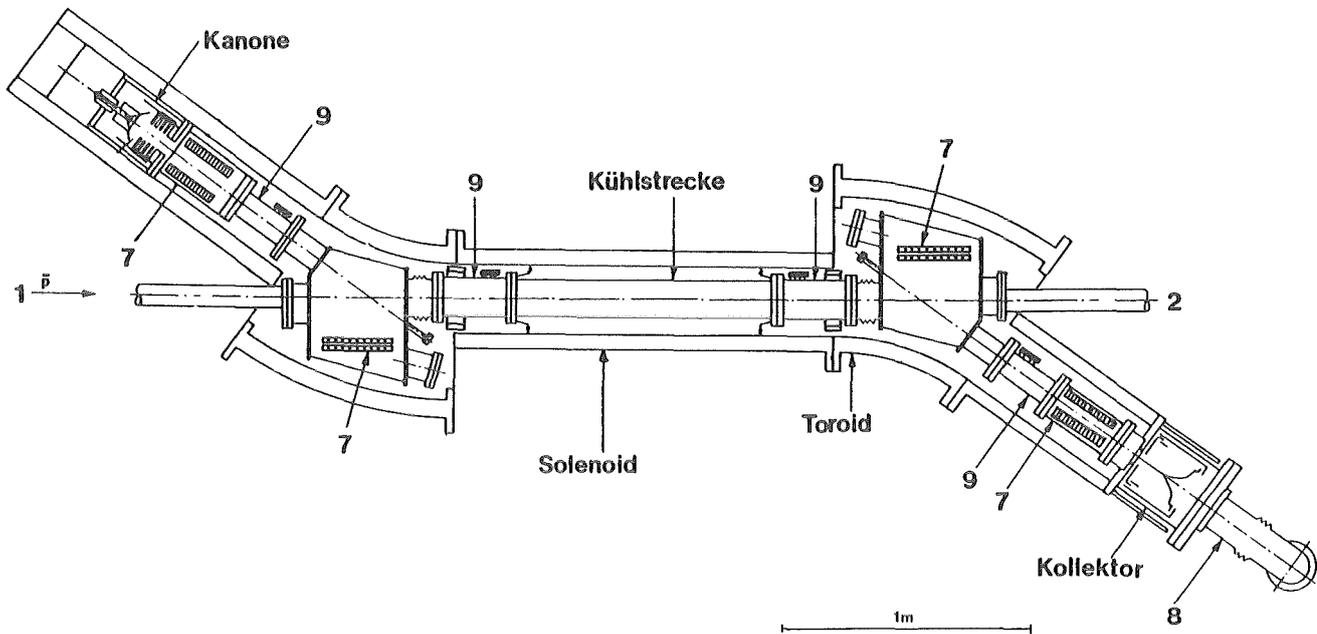


Abbildung 6: Schnitt durch den LEAR Elektronenkühler

In den folgenden Abschnitten werden die Komponenten des Elektronenkühlers näher beschrieben. Der Schwerpunkt der Darstellung wird dabei auf Imperfektionen gelegt, die die transversale Geschwindigkeit der Elektronen beeinflussen, in der Regel also vergrößern.

Elektronenkanone

Die Erzeugung intensiver Elektronenstrahlen kleiner Divergenz wurde erstmals vor circa 40 Jahren im Zusammenhang mit der Entwicklung von Höchsfrequenzverstärkerröhren untersucht. Der Entwurf und die Konstruktion der Elektronenkanone wurde wesentlich von diesen Ergebnissen sowie den weiterführenden Arbeiten von J.R. Pierce bestimmt. [10]

Die Aufweitung schwachrelativistischer Elektronenstrahlen wird durch ein longitudinales magnetisches Führungsfeld vermieden. Kleinste transversale Temperaturen erreicht man, wenn die Elektronenkanone in das Führungsfeld eingebettet wird.

Man unterscheidet beim Beschleunigungsprozess drei Phasen und entsprechend drei Regionen in der Kanone (siehe Fig. 7):

1. Die Pierce-Region (A) befindet sich zwischen der Kathode und der ersten Beschleunigungsanode. Das Potential steigt entlang der Achse mit

$$U(z) \approx z^{4/3}$$

an. Die Kathode selbst ist jedoch von einer Raumladungswolke umgeben, die das Beschleunigungspotential abschirmt. Der Strom wird daher nur von der Geometrie und der Beschleunigungsfeldstärke bestimmt:

$$I = P_V a U^{3/2} / z_0$$

a bezeichnet den Radius der Kathode, z_0 ihren Abstand von der ersten Beschleunigungsanode. Der Proportionalitätsfaktor $P_V a / z_0$ wird Perveanz der Elektronenkanone genannt. P_V ist eine Konstante des Werts $7.34 \mu\text{A V}^{2/3}$. Die Kanone befindet sich in der Raumladungsbegrenzung, das heisst, sie folgt diesem Gesetz, solange die Beschleunigungsfeldstärke nicht so gross wird, dass die Raumladungswolke vor der Kathode verschwindet. Wenn dies der Fall ist, dann hängt der Strom auch von der Kathodentemperatur ab und die Kanone befindet sich in der Temperaturbegrenzung. Ein um die Kathode angeordneter metallischer ("Pierce"-) Schild

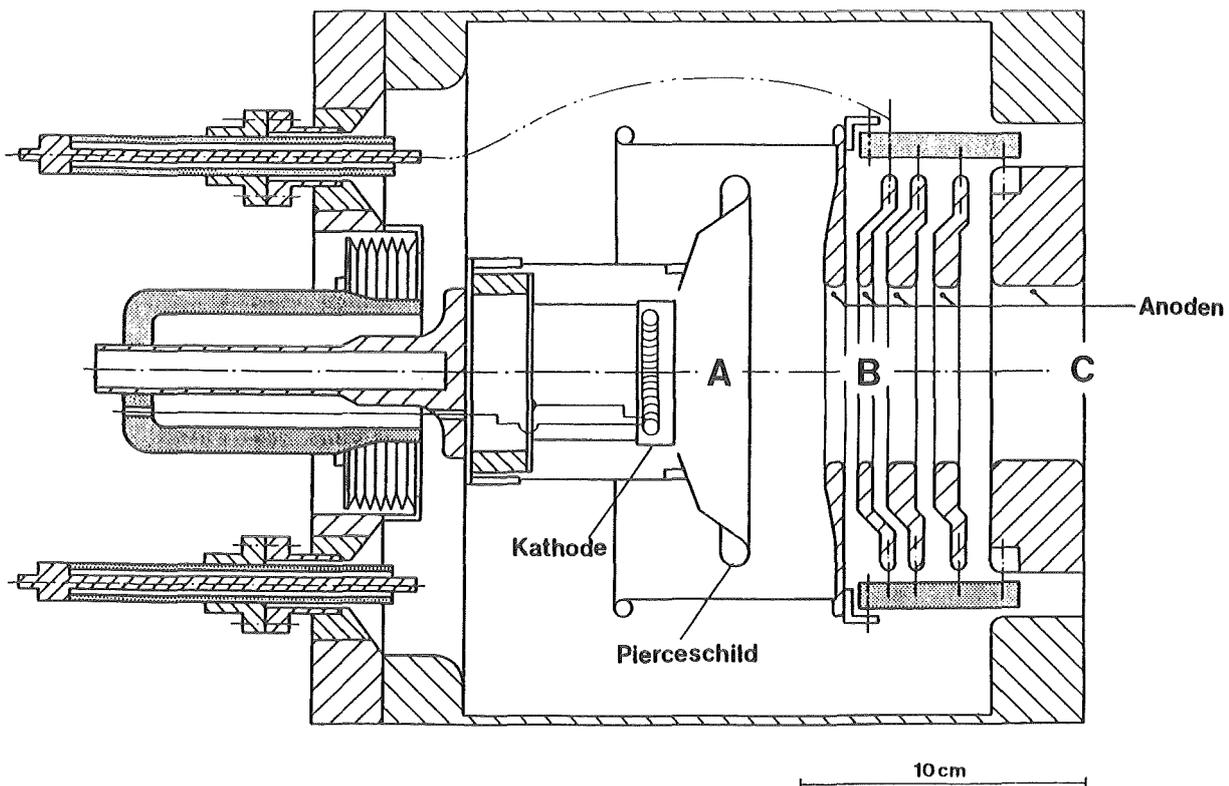


Abbildung 7: Schnitt durch die Elektronenkanone

bewirkt, dass die Feldlinien auf der ganzen Kathodenfläche senkrecht austreten. Die Temperatur des Elektronenstrahls wird im Idealfall allein durch die Temperatur der Kathode, also circa $1300 \text{ K} \cong 0.11 \text{ eV}$ bestimmt. Die Verteilung der Geschwindigkeiten in longitudinaler und transversaler Richtung wird durch eine Maxwellverteilung beschrieben.

2. Im Anschluss an die Pierce-Region wird der Strahl in der Übergangsregion (B) auf die endgültige Energie beschleunigt. In der Kanone des LEAR-Kühlers geschieht dies durch vier weitere ringförmige Anoden, die direkt hinter der ersten angeordnet sind. Der Übergang zur Pierce-Region ist daher fließend. Es ist jedoch auch möglich, die Pierce-Region und die Nachbeschleunigung räumlich deutlich zu trennen.

Bei der Beschleunigung von thermischer Geschwindigkeit v_e auf die Geschwindigkeit βc wird die longitudinale Geschwindigkeitsverteilung Δv_{\parallel} gegenüber der transversalen Verteilung $\Delta v_{e\perp}$ kompromittiert, wie schon im vorangegangenen Kapitel erwähnt:

$$\Delta v_{\parallel} = \Delta v_{e\perp} (\Delta v_{e\perp} / 2v)$$

Für die Ableitung dieser Formel betrachtet man ein einzelnes Elektron mit der thermischen Geschwindigkeit v_e beim Austritt aus der Kathode. Für die Addition der Geschwindigkeiten bei der Beschleunigung auf die Geschwindigkeit βc gilt aufgrund des Energiesatzes $(\beta c)^2 = (v_e^2 + v^2)$, wenn v die Geschwindigkeit ist, die ein ruhendes Elektron bei der Beschleunigung erhielte. Δv_{\parallel} bezeichnet die Differenz zwischen der tatsächlichen Geschwindigkeit des Elektrons βc und der Geschwindigkeit v , auf die das ruhende Elektron beschleunigt worden wäre, also $\Delta v_{\parallel} = \beta c - v$. Dieser Ausdruck kann um v entwickelt werden, wenn $v \gg v_e$ ist

$$\Delta v_{\parallel} = \beta c - v = \sqrt{v^2 + v_e^2} - v \approx v(1 + v_e^2/2v^2) - v$$

Für eine Geschwindigkeitsverteilung der Breite $\Delta v_{e\perp}$ an der Kathode erhält man dann den oben angegebenen Ausdruck. (Er differiert nur wenig von dem durch korrekte relativistische Rechnung erhaltenen, solange $\gamma \approx 1$ gilt.)

Die transversale Geschwindigkeitsverteilung Δv_{\perp} bleibt unbeeinflusst, wenn die Beschleunigung durch ein rein axiales Feld erfolgt. In der Praxis werden aber ringförmige Anoden verwendet, die dem Strahl durch ihre radialen Feldkomponenten eine Transversalbeschleunigung aufzwingen. Die resultierende transversale Energie bleibt dennoch klein, wenn der Strahl "resonant fokussiert" wird: Die radiale Bewegung des Elektrons unter Einfluss einer radialen Feldkomponente E_r und des Magnetfelds B wird durch die Differentialgleichung

$$d^2r/dt^2 + \omega_c^2 r = e E_r(r,t)$$

beschrieben, mit der Zyklotronfrequenz $\omega_c = eB/m$. Das Transversalfeld E_r startet also eine Zyklotronbewegung. Wenn das Feld nach genau einer Zyklotronumdrehung wieder verschwindet, wird sich das Elektron wieder am ursprünglichen Ort befinden, $r=0$. Ebenso ist $d^2r/dt^2 = 0$, und damit auch $dr/dt = 0$. Die transversale Geschwindigkeit dr/dt wird also von einem Radialfeld nicht beeinflusst, wenn dieses während genau einer Zyklotronumdrehung wirkt. Die Beschleunigungsregion B sollte daher die axiale Länge einer Zyklotronumdrehung λ_c haben, wenn die Beschleunigung dem Strahl keine zusätzliche transversale Energie

aufprägen soll. In der Praxis ist die radiale Feldstärke nicht konstant und relativistische Effekte sind in Betracht zu ziehen. Bei gegebener Beschleunigungsspannung und Geometrie beobachtet man jedoch immer bestimmte Werte des Magnetfeldes (und damit der Zyklotronspirallänge), bei denen die transversale Energie minimal wird. Die Optimierung erfolgt durch numerische Berechnungen.

3. Die letzte Beschleunigungsanode stellt den Übergang in die Driftregion (C) dar, in der nur noch Raumladungskräfte und das axiale Magnetfeld auf den Strahl wirken. Die Elektronen verlassen die Kanone und treten in die Strahlführung ein. Das longitudinale Feld nimmt in der Driftregion schnell auf Null ab.

Strahlführung

Die Strahlführung hat die Aufgabe, den Elektronenstrahl ohne Verluste und Änderung seiner Energie von der Kanone zur Wechselwirkungsstrecke und von dort zum Auffänger zu transportieren. Für den geradlinigen Transport werden Solenoidmagnete, für die Ein- und Auslenkung Toroidmagnete und zum Verschieben, also der Bewegung des Strahls innerhalb der Magnete, Dipolspulenpaare in Helmholtzanordnung verwendet.

Das durch die Raumladung erzeugte elektrische Feld wird durch ein Potential V_{spc} beschrieben, für das bei einem Elektronenstrahl der Stromstärke I und der Geschwindigkeit βc im Laborsystem folgende praktische Formel angegeben werden kann:

$$V_{\text{spc}}(r) = 30 \text{ V} \cdot I \text{ (A)} \cdot (r/a)^2 / \beta\gamma$$

Der Strahlradius wird durch a bezeichnet. Das die Geschwindigkeit der Elektronen bestimmende Potential hat also Parabelform. Die Elektronen in der Strahlmitte haben dabei die kleinste Geschwindigkeit. Da die Potentialparabel zur begrenzenden Vakuukammer hin logarithmisch fortgesetzt werden muss, ist die Geschwindigkeit der Elektronen am Strahlrand ebenfalls kleiner als durch die Beschleunigungsspannung gegeben und zudem vom Radius der Vakuukammer abhängig. Dieser sollte daher zumindest in der Kühlstrecke präzise konstant gehalten werden.

Das Raumladungsfeld $E_r(r)$ und das Führungsfeld B_z verursachen eine $E \times B$ - Drift, die den gesamten Strahl verdrillt und ihm eine vom Radius abhängige zusätzliche transversale Energie aufprägt:

$$T_{\perp} E \times B \text{ (eV)} = 0.34 \cdot 10^8 r^2 \text{ (m)} I^2 \text{ (A)} / \beta^2 a^4 \text{ (m)} B^2 \text{ (T)}$$

Diese zusätzliche transversale Energie fällt zur Strahlmitte hin quadratisch ab und übersteigt nur bei sehr kleinen Magnetfeldern und hohen Perveanzen die von der Kathode herrührende thermische Energie.

Sprünge des elektrischen oder magnetischen Feldes erhöhen die transversale Energie der Elektronen. Eine plötzliche Veränderung des Durchmessers der Vakuukammer "verbiegt" das elektrische Feld zwischen dem Elektronenstrahl und der Vakuukammer und hat daher eine radiale oder azimutale Feldkomponente zur Folge. Fertigungstoleranzen und Verbindungsstellen der Magnete führen zu transversalen Komponenten des magnetischen Feldes, die sprunghaft ansteigen und abklingen können. Sind die Elektronen nicht in der Lage, diesen Sprüngen adiabatisch zu folgen, wird die transversale Energie des Elektronenstrahls vergrößert. Dies ist der Fall, wenn die Bedingung

$$dB/Bds < v_{\perp}/\beta c \lambda_c$$

erfüllt ist, mit $\lambda_c = 2\pi\beta c/\omega_c$ als Bezeichnung für die Länge einer Zyklotronspirale in longitudinaler Richtung.

Die Transversalkomponenten des magnetischen Feldes, die durch unpräzise Fertigung der Magnete und an deren Verbindungsstellen entstehen, müssen also durch zusätzliche Spulen ausgeglichen werden. Dies gilt auch für die transversale Komponente des Magnetfelds in den Toroidmagneten, die sowohl zu einem Strahlversatz als auch einer Strahlheizung führt, jedoch durch ein einfaches Spulenpaar kompensiert werden kann.

Elektronen und Ionen müssen den Kühler, gemittelt über viele Umläufe der Ionen, genau parallel durchqueren, weil der Fehlwinkel α zwischen beiden eine effektive transversale Temperatur des Elektronenstrahls von

$$T_{e\perp}(\alpha) = mc^2 (\beta\gamma)^2 \alpha^2$$

bewirkt, die sogar zu einer Heizung des Ionenstrahls führen kann. Innerhalb des Elektronenkühlers werden daher Spulenpaare angeordnet, die ein transversales Magnetfeld B_{\perp} erzeugen, das ein Verkippen des Elektronenstrahls um $\alpha = B_{\perp}/B$ gestattet. Da B_{\perp} klein gegen das Führungsfeld B ist, stellen die Inhomogenitäten durch die Randfelder der Spulen nur adiabatische Störungen dar.

Der Einfluss des Führungsfelds auf den Elektronenstrahl wird in [18] und weniger erschöpfend in [11] behandelt.

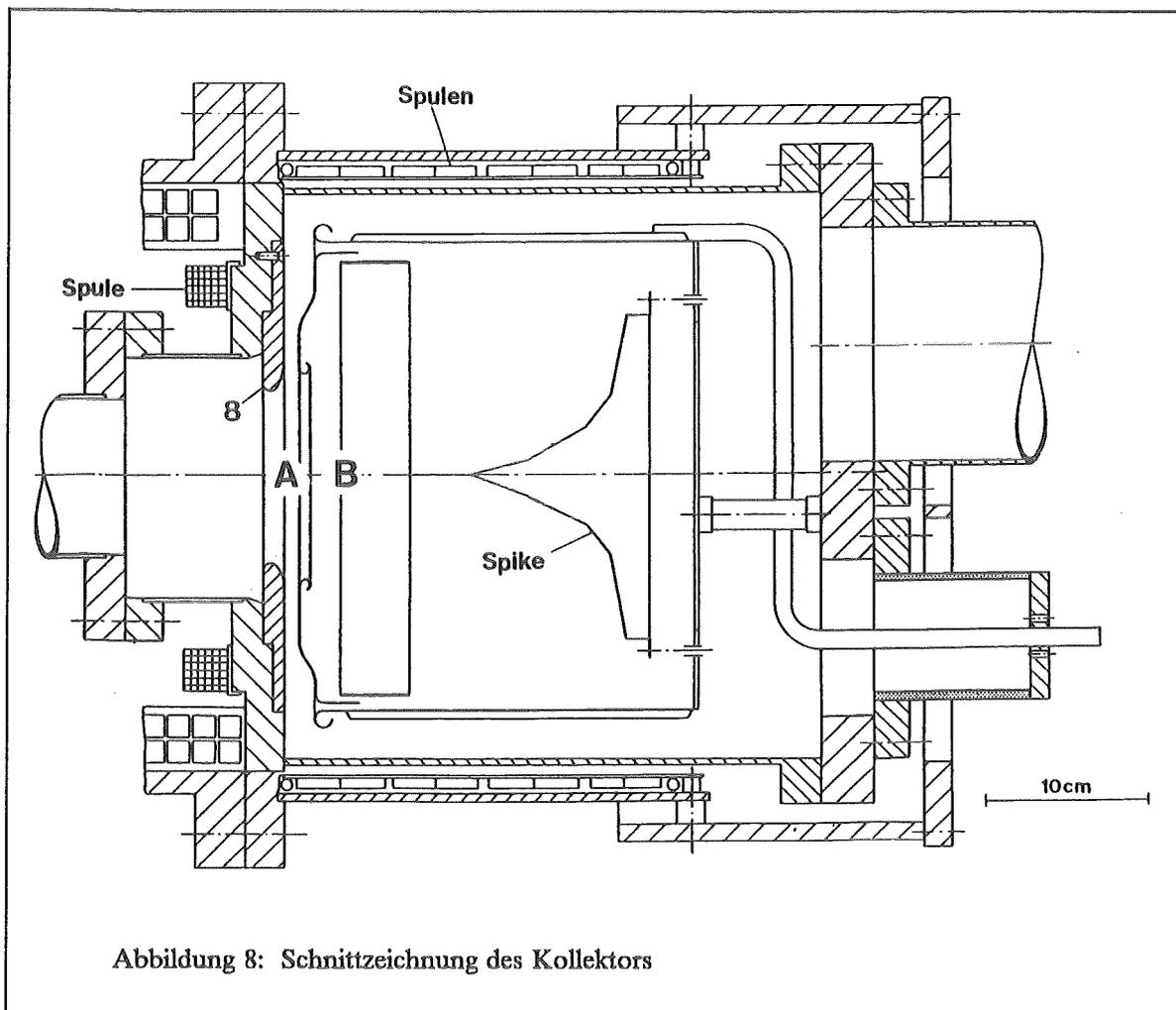
Kollektor

Der Elektronenstrahl wird in einem Faradaybecher aufgefangen (siehe Abbildung 8). Da die im Strahl enthaltene Energie bis 100 kW beträgt, muss dieser sowohl abgebremst (Region A) als auch aufgeweitet (Region B) werden, um die Wärmebelastung des Kollektors zu verringern. Zum Abbremsen der Elektronen wird der Kollektor nahezu auf Kathodenpotential gelegt. Das Raumladungspotential setzt die Geschwindigkeit der Elektronen herab und stellt eine untere Grenze für die notwendige Potentialdifferenz zwischen Kollektor und Kathode, die Kollektorspannung, dar. Diese beträgt typisch noch 10% der Kathodenspannung. Durch mehrere Solenoidspulen um den Kollektor und in der Eintrittsregion können die magnetischen Feldlinien parallel zu den elektrischen gestellt werden. Dann erhöht die Abbremsung die transversale Energie nicht und die Kollektorspannung erreicht einen minimalen Wert. Beim Unterschreiten dieses Werts wird ein grosser Teil der Elektronen reflektiert und trifft ausserhalb des Kollektors auf die Vakuumkammer.

Ein Teil der Elektronen schlägt aus der Kollektorwand Sekundärelektronen heraus, die diesen verlassen können und beim entgegengesetzten Durchqueren der Abbremsstrecke in den Kühler hinein beschleunigt werden. Diese "Verlustelektronen" haben hohe transversale Energie und werden – nach einer unbestimmten Anzahl von Hin- und Rückläufen im Elektronenkühler – schliesslich auf dessen innere Vakuumwand auftreffen.

Spannungsversorgung

Das wesentliche Element der Spannungsversorgung ist das Netzgerät für die Kathodenspannung. Mangelnde Stabilität sowie Rauschen der Beschleunigungsspannung führen zu einer Zunahme der longitudinalen Temperatur des Elektronenstrahls. Rauschen ΔU mit einer Frequenz f oberhalb der



Zyklotronfrequenz der Elektronen beeinflusst die longitudinale Temperatur T_{\parallel} kaum, weil der oben beschriebene Kompressionseffekt das dem Strahl aufgeprägte Rauschen verringert:

$$T_{e\parallel}(\Delta U) = (\Delta U)^2 / 2U_{\text{cath}} \quad 2\pi f > \omega_c$$

Das in der Praxis bedeutendere Rauschen niedriger Frequenz überträgt sich dagegen vollständig auf den Strahl:

$$T_{e\parallel}(\Delta U) = \Delta U \quad 2\pi f < \omega_c$$

Wenn die Spannungsversorgung eine Langzeitdrift hat, werden die gespeicherten Teilchen der wechselnden Energie der Elektronen folgen. Dies wird mindestens die erzielbare Auflösung bei Experimenten stören und unter Umständen sogar zum Strahlverlust führen, wenn die longitudinale Akzeptanz des Rings überschritten wird.

Die Anforderungen an das Hochspannungsnetzgerät für die Kathode sind also ausserordentlich hoch. Die Anforderungen an die Stabilität der Kollektorspannung, also der Spannung zwischen dem Auffänger und der Kathode, sind dagegen wesentlich weniger streng. Daher bietet es sich an, den Elektronenstrom nicht vom Kathodennetzgerät, sondern vom Kollektornetzgerät liefern zu lassen. Dieses wird auf Kathodenpotential betrieben (siehe Abbildung 9) Das hochstabile Netzgerät für die Kathodenspannung hat dann nur den durch die Verlustelektronen verursachten sowie den Strom durch den Spannungsteiler für die Beschleunigungsanoden zu liefern.

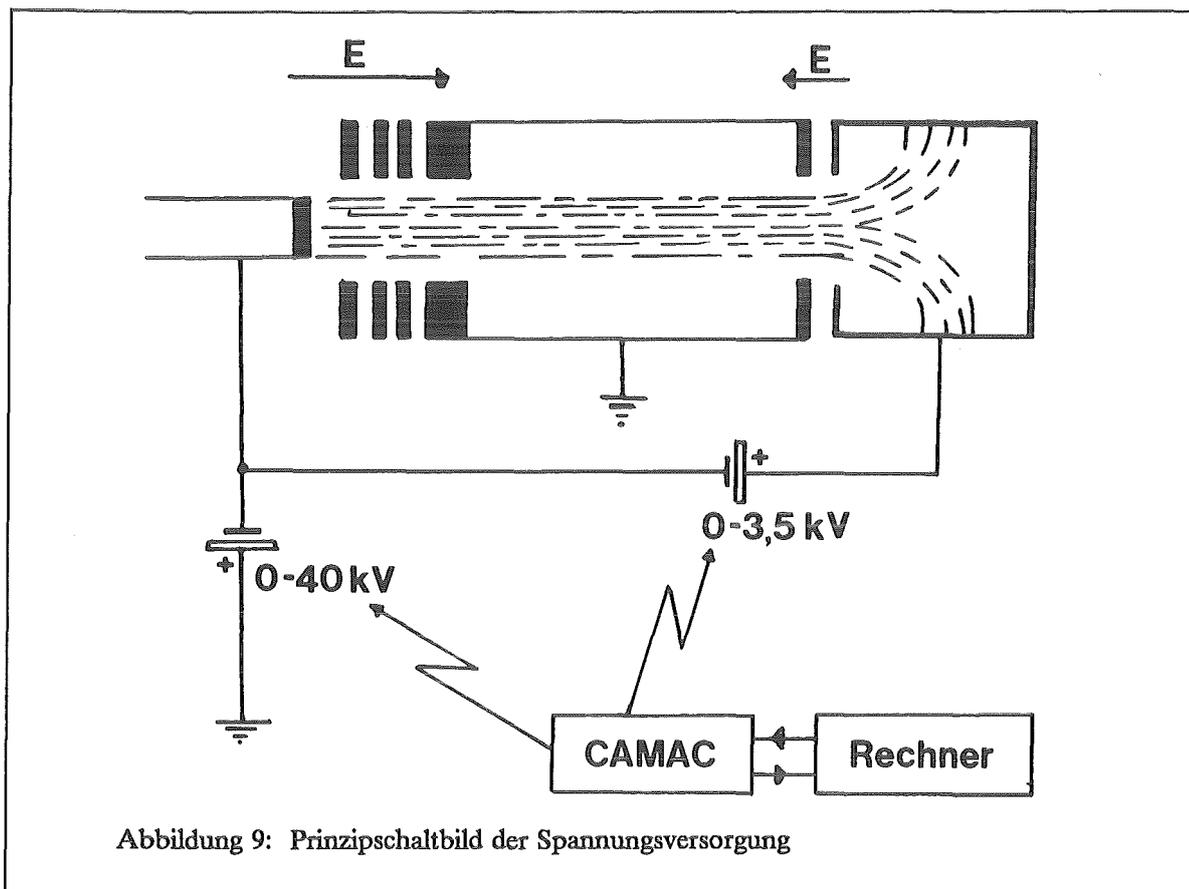


Abbildung 9: Prinzipschaltbild der Spannungsversorgung

In Abbildung 9 wurden einige Netzgeräte für zusätzliche Elektroden zur besseren Übersichtlichkeit fortgelassen.

Vakuum und Steuerung

Die Lebensdauer der gespeicherten Teilchen ist durch Verluste nach Streuung an Restgasmolekülen beschränkt. Das Vakuum im Elektronenkühler sollte daher so gut wie im restlichen Teil des Speicherrings sein. An vier Stellen wurden deshalb NEG-Pumpen (Non Evaporable Getter) installiert. Deren Gettermaterial ist auf einen Träger aufgedrückt und wird durch einfaches Erhitzen nach dem Ausheizen aktiviert. Diese Pumpen vereinen hohe Saugleistung mit grosser Kapazität. [12]

[13] Der Elektronenstrahl selbst wird durch schlechtes Vakuum kaum beeinflusst, solange nicht Entladungen innerhalb des Vakuums den Betrieb des Kühlers stören.

Die Netzgeräte, Pumpen etc des Kühlers werden zum grössten Teil von einem Computer gesetzt, ausgelesen und geschaltet, wie in Abbildung 9 angedeutet. Eine festverdrahtete Logik schützt das System vor Fehlbedienungen und Ausfällen.

Temperatur des Elektronenstrahls

Es wurde in den vorangegangenen Abschnitten gezeigt, dass die Temperatur des Elektronenstrahls von verschiedenen Parametern abhängt. Die transversale Temperatur kann eine lineare oder eine quadratische Zunahme mit dem Strahlradius aufweisen, was den Kühlvorgang ganz unterschiedlich beeinflusst: Eine quadratische Zunahme der transversalen Temperatur mit dem Radius verschlechtert die Kühlung eines heissen Ionenstrahls, da Ionen- und Elektronenstrahl sich noch weitgehend überlappen. Eine gleichmässig erhöhte transversale Temperatur wird dagegen Gleichgewicht und Kühlzeit des gekühlten Strahls negativ beeinflussen und unter Umständen sogar das Einsetzen der magnetischen Kühlkraft verhindern. Der LEAR Elektronenkühler wurde daher auf minimale transversale Energie über den gesamten Strahl ausgelegt. In Tabelle 1 sind die Betriebsdaten bei den in dieser Arbeit beschriebenen Messungen zusammengefasst.

Tabelle 1: Einige Daten des LEAR Elektronenkühlers während der Messungen

Kathodenspannung	2 - 32	kV
Rauschen	≤ 2	V_{pp}
Stabilität	≈ 10	$V/10min$
Perveanz	0.520	$\mu AV^{2/3}$
Strom	40 - 3100	mA
Elektronendichte	$8.4 \cdot 10^6 - 9.5 \cdot 10^7$	cm^{-3}
$2 \cdot \pi \cdot \lambda$ zyklotron	7.5	cm
Magnetfeld	12,5 - 50	mTesla
Zyklotronfrequenz	350 - 1400	MHz
$\langle \Delta B_{\perp} (Kühlregion)/B \rangle$	$\leq 2 \cdot 10^{-4}$	
$\Delta B_{\perp} (Toroid)/B$	$2 \cdot 10^{-2}$	
Druck ohne Strahl	$\geq 2 \cdot 10^{-12}$	Torr
mit Strahl von 27 keV	$(2-4) \cdot 10^{-10}$	Torr
Länge der Kühlstrecke	1,5	m
Länge des Elektronenstrahls	4,5	m
Verluststrom	$(9-18) \cdot 10^{-3}$	I_{cath}

2.4 Übersicht über die Diagnose des Elektronenstrahls

Zur Messung der physikalischer Parameter des Elektronenstrahls kommen grundsätzlich drei Methoden in Betracht:

1. Die Einführung von Sonden und Blenden in den Strahl, um dessen Geometrie und Energie zu bestimmen.
2. Die Streuung der Elektronen an anderen Teilchen (Ionen, Atomen, Photonen), die von aussen in den Elektronenkühler geleitet werden.
3. Die Beobachtung der Strahlung der Elektronen, also z.B. der Synchrotronstrahlung des Strahls.

Die Wechselwirkung mit Blenden und Sonden stört den Strahl und verändert seine Eigenschaften, diese Diagnosemethoden sind daher destruktiv. Für die anderen Methoden gilt dies grundsätzlich nicht. Im folgenden wird ein allgemeiner Überblick über vorgeschlagene oder durchgeführte Diagnosemethoden gegeben, mit dem Schwerpunkt auf der Messung der Temperatur des Elektronenstrahls.

Positionselektroden

Die Elektronen erzeugen in der Wand der Vakuumkammer durch Influenz eine Spiegelladung gleichen Betrags. Wenn der Elektronenstrahl radial aus der Achse der Vakuumkammer versetzt wird, so wird sich die Flächenladungsdichte auf der Oberfläche der Vakuumkammer auf der dem Strahl zugewandten Seite erhöhen und auf der dem Strahl abgewandten Seite verringern. Wenn nun der Elektronenstrahl dichtemoduliert wird, z.B. durch eine niederfrequente Modulation der Beschleunigungsspannung, so werden in der Wand Wechselströme I_{\sim} induziert, die an einer Unterbruchstelle an einem Widerstand abgegriffen werden können (siehe Abbildung 11). Aus der Amplitude des Wechsellspannungssignals kann die Position des Strahls bestimmt werden.

In der Praxis wird die Vakuumkammer zweimal unterbrochen (siehe Abbildung 11). Durch Phasendreher kann man Differenz und Summe der Wandströme bestimmen und die Ablage aus dem Quotienten

$$\Delta x = F \cdot (I_{\sim 1} - I_{\sim 2}) / (I_{\sim 1} + I_{\sim 2})$$

berechnen. Der Kalibrationsfaktor F wird bestimmt, indem man einen stromdurchflossenen Draht in der 'Pick - Up' - Kammer anstelle des Elektronenstrahls spannt.

Blenden und Sonden

Im ICE - Elektronenkühler wurden bei niedriger Elektronenenergie vier Paare gekreuzter Wolframfäden (siehe Abbildung 10) verwendet, um die Position des Elektronenstrahls zu bestimmen: [14] Die vom Elektronenstrahl getroffenen Teile der Fäden beginnen zu glühen. Sind die Fäden ausreichend dünn, stören sie den Strahl nicht. Diese Methode war beim ersten Durchführen des Strahls durch den Kühler sehr hilfreich.

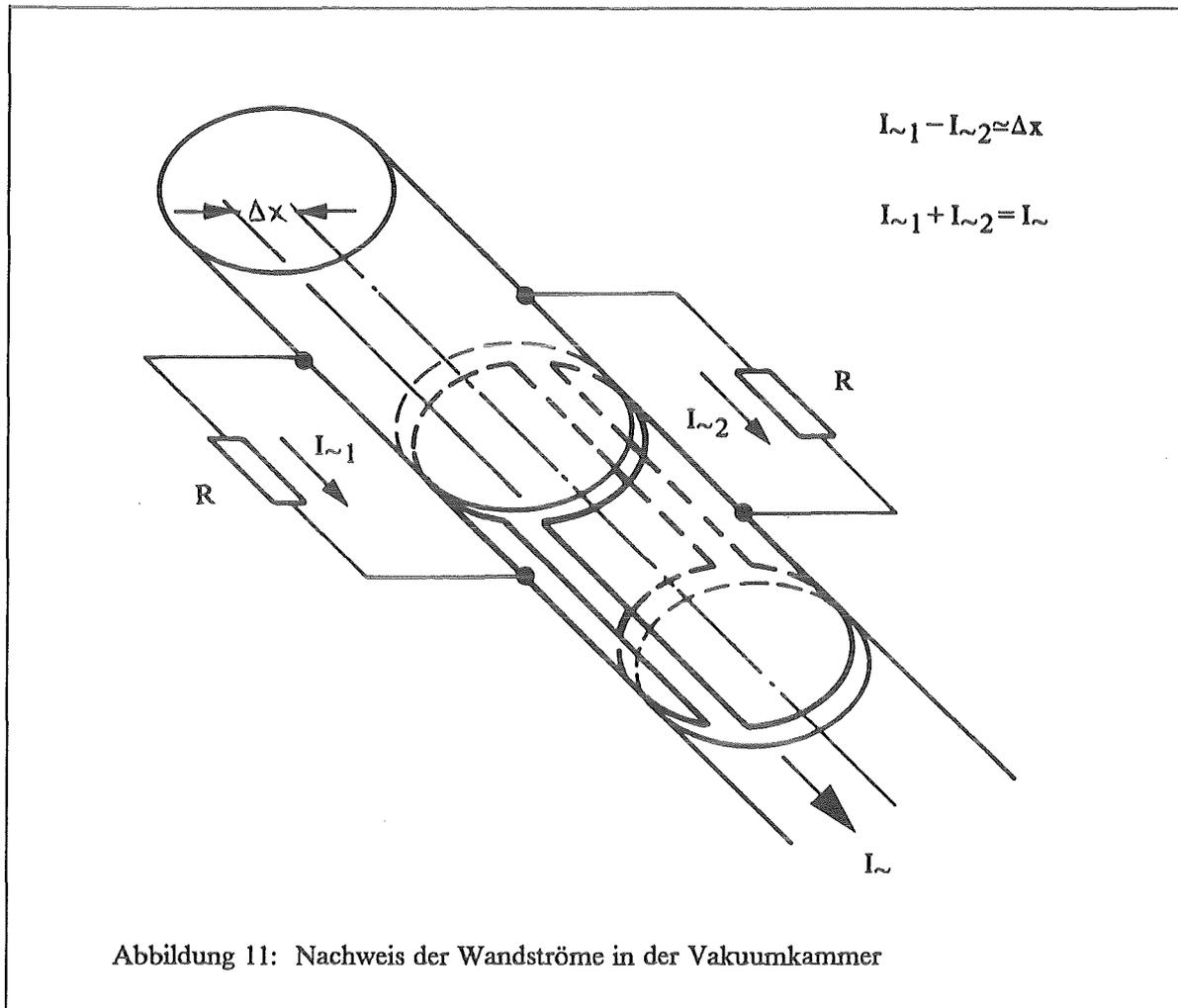
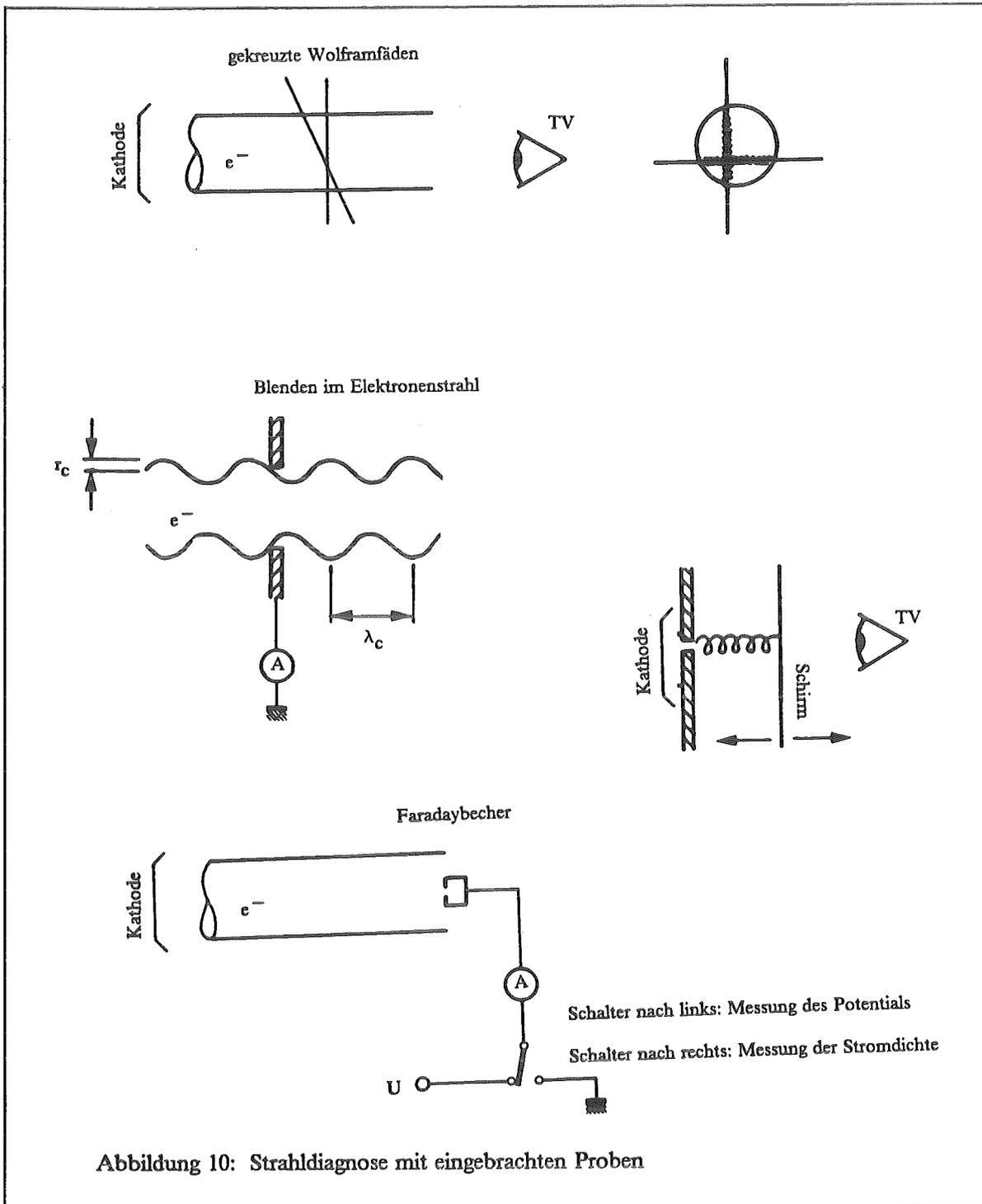


Abbildung 11: Nachweis der Wandströme in der Vakuumkammer

Eine Erhöhung der transversalen Energie des Elektronenstrahls in der Kanone oder im Führungsfeld führt zu einer wellenförmigen Strahloberfläche. (siehe Abbildung 10) und eine Blende im Strahl mit geeignetem Durchmesser wird daher gestreift. Aus dem Anstieg des Restgasdrucks oder des Verluststroms kann der Anteil des Strahls bestimmt werden, der auf die Blende fällt. Bei bekanntem Blendendurchmesser kann dann die transversale Energie des Strahls bestimmt werden. [15] [16] Voraussetzung ist aber ein im Vergleich zum Blendendurchmesser nicht verschwindender Zyklotronradius, also erhöhte transversale Energie. Minima transversaler Energie kann man aber auch durch Interpolation zwischen konsekutiven Maxima bestimmen. [17]

Eine auf der Kathode befestigte Lochblende lässt nur einen dünnen Stromfaden durchtreten, dessen Zyklotronspiralaradius auf einem beweglichen Fluoreszenzschirm gemessen werden kann. Aus dem Zyklotronradius wird wieder die transversale Energie bestimmt (siehe Abbildung 10). [18]

Mit einem Faradaybecher auf Erdpotential misst man die Dichte des Elektronenstrahls, stört aber das Raumladungspotential und belastet die Hochspannungsversorgung. Die Strahlenergie wird bestimmt, indem man den Faraday-Becher als Gegenfeldprobe betreibt. Die Genauigkeit der Messung ist auch hier durch die Störung des Raumladungspotentials nur begrenzt. [19] (siehe Abbildung 10)



Eine in den Elektronenstrahl eingeführte Probe wird vom Strahl in den meisten Fällen zerstört, [19] weil dessen Flächenleistungsdichte typisch grösser als 20 kW/cm^2 ist. Die Temperatur eines schwarzen Körpers mit dieser Abstrahlung beträgt 7700 K . Es ist jedoch möglich, den Elektronenstrahl zu pulsen, um die Belastung der Probe zu verringern. [20]

Diese Einschränkungen gelten hinter Depressionselektroden und im Kollektor nur noch bedingt: Die Flächenleistungsdichte des Strahls ist kleiner und innerhalb des Kollektors auch das Raumladungspotential. Der Einsatz von Sonden und Proben bietet sich daher im Kollektor an, um Stromdichte und Energie mit Rechnungen zu vergleichen [21]

Mikrowellendiagnose

Die Elektronen des Strahls werden vom magnetischen Führungsfeld auf Spiralbahnen gezwungen und emittieren daher Synchrotronstrahlung. Die in den gesamten Raumwinkel abgestrahlte Leistung beträgt bei $v_{\perp} \ll c$: [22]

$$P = 4r_e m v_{\perp}^4 / 6r_c c = 4r_e \omega_c^2 E_{\perp} / 3c$$

und ist daher proportional zur transversalen Energie E_{\perp} der Elektronen. Die Strahlung wird, wenn $E_{\perp} \ll mc^2$ ist, als Mikrowellenstrahlung mit der Frequenz $f_c = \omega_c / 2\pi$ emittiert. Dann kann man die Vakuumkammer des Elektronenkühlers als Wellenleiter benutzen, um die emittierte Strahlung zu einer Antenne zu leiten. [17] Die Emission erfolgt nicht isotrop: Die Abhängigkeit vom Winkel θ zwischen der Richtung des Magnetfelds und der Richtung der Emission wird durch die differentielle Leistungsdichte ausgedrückt.

$$dP/d\Omega = (r_e \omega_c^2 E_{\perp} / 4\pi c) (1 - \cos^2\theta)$$

Bei der Transformation in das Laborsystem wird die Winkelabhängigkeit durch den Dopplereffekt in eine Frequenzabhängigkeit umgewandelt:

$$dP/d\omega = r_e \omega_c E_{\perp} / 2\beta\gamma c [1 + (\omega/\gamma\omega_c - 1)^2/\beta^2]$$

Man erwartet daher, dass die Synchrotronstrahlung in ein Frequenzband $2\beta\gamma f_c$ um γf_c nahezu homogen emittiert wird.

Die Emission ist proportional zur transversalen Temperatur T_{\perp} des Strahls, weil diese die mittlere transversale Energie E_{\perp} der Elektronen angibt. [17]

Am ICE-Elektronenkühler wurden die ersten Versuche unternommen, diese Korrelation zwischen Temperatur und Synchrotronstrahlung herzustellen. Obwohl die Emissionsminima ausgezeichnet mit berechneten Minima transversaler Energie übereinstimmten, [14] war die Form des Spektrums nur schwer mit der Vorhersage homogener spektraler Dichte in Übereinstimmung zu bringen. Die Leistung in den zwei beobachteten deutlich getrennten Peaks lag zudem deutlich über der bei einer transversalen Energie von circa 0.3 eV erwarteten.

Der Einfluss des den Strahl umgebenden Wellenleiters auf die Form des Spektrums wurde daher nach Abschluss der Messungen theoretisch untersucht, mit dem Ergebnis, dass die Kopplung des Elektrons an die Moden des Wellenleiters das Spektrum erheblich modifiziert. Liegt die Zyklotronfrequenz nahe bei der Grenzfrequenz eines Mode, so wird die spektrale Dichte der in den Mode abgegebenen Leistung wesentlich über der in das Vakuum abgestrahlten Leistung liegen. [23]

Die totale emittierte Leistung bleibt proportional zur transversalen Energie des Strahls. Eine quantitative Auswertung der gemessenen Spektren wurde begonnen, Ergebnisse jedoch nicht mehr publiziert. [25]

Laserdiagnose

Ein an einem Elektron des Strahls gestreutes Photon wird zweifach dopplerverschoben. Zum einen ist die Frequenz ν des eingestrahnten Photons im Ruhesystem des Elektrons um den Faktor $\gamma(1 + \beta \cos\theta)$ verschoben, wobei θ den Winkel bezeichnet, der zwischen der Flugrichtung des Elektrons und der Flugrichtung des Photons liegt. Nach der Streuung gilt dasselbe Argument bei der Beobachtung des gestreuten Photons im Laborsystem. Bei Rückstreuung des Photons am Elektron um 180° hängt die Dopplerverschiebung nur von der Geschwindigkeit βc des Elektrons ab:

$$\nu = \nu_0 \cdot (1 + \beta) / (1 - \beta)$$

Der totale Streuquerschnitt für Thomsonstreuung, $\sigma_{\text{tot}} = 8\pi/3 r_e^2$, ist unabhängig von Strahlparametern wie z.B. der Energie der Elektronen oder der Photonen. Da der Laserstrahldurchmesser kleiner als der Durchmesser des Elektronenstrahls ist, können alle Messungen auch orts aufgelöst durchgeführt werden. Die Frequenzverschiebung der gestreuten Photonen kann daher zur präzisen Bestimmung der Geschwindigkeit βc (und damit der absoluten Energie) sowie der Stromdichte j_e des Strahls verwendet werden. [26] Wegen des kleinen Wirkungsquerschnitts von $6,65 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$ kommt als Lichtquelle nur ein Laser in Frage. Dessen Bandbreite ist klein im Vergleich zur Energieunschärfe bzw. Temperatur des Elektronenstrahls. Die longitudinale Temperatur des Elektronenstrahls wird daher durch die Linienverbreiterung des gestreuten Lichtes bestimmt. Diese Methode ist in der Plasmaphysik – bei höheren Elektronendichten – eine Standarddiagnose. [27] Der Laserstrahl und der Elektronenstrahl werden kollinear angeordnet. Zweckmässig wird diese Diagnose vor dem Einbau in den Speicherring durchgeführt, weil sie unabhängig von einem gespeicherten Strahl ist.

Die Laserdiagnose wurde am LEAR – Elektronenkühler parallel zur Mikrowellendiagnose entwickelt. In einer ersten Serie von Messungen konnten gestreute Photonen nachgewiesen werden. Die Verschiebung der Wellenlänge von 490 nm auf 253 nm bei etwa 28,6 kV Beschleunigungsspannung bestätigte die Tiefe des Raumladungspotentials, das fast 700 V betrug. Die Linienbreite der nachgewiesenen gestreuten Photonen kann vollständig dem Nachweisspektrometer zugeordnet werden. Dennoch entspricht diese Breite von 0,08 nm einer Breite der Geschwindigkeitsverteilung im Strahlzentrum von $2,3 \cdot 10^{-4} \beta c$. Der Effekt der Kompression der Geschwindigkeitsverteilung ist damit ebenfalls nachgewiesen. [28]

Rekombination als Diagnose

Der in einen Speicherring eingebaute Elektronenkühler wird von gespeicherten Ionen durchquert. Die Relativgeschwindigkeit zwischen Elektronen und Ionen kann sehr klein werden. Bei unterschiedlichen Ladungsvorzeichen kann daher ein Elektron von einem gespeicherten Teilchen eingefangen werden. Im einfachsten Fall der Kühlung von Protonen rekombinieren diese zu neutralem Wasserstoff:



(Für ein Ion höheren Ladungszustands verringert sich dieser um eine Einheit). Der bei dieser spontanen Rekombination gebildete Wasserstoff ist elektrisch neutral und verlässt den Speicherring im folgenden Dipolmagneten und kann z.B. in einer Drahtkammer oder mit Szintillationszählern nachgewiesen werden [14] [29] Der Wirkungsquerschnitt für die Rekombination wurde berechnet zu [30]

$$\sigma_n = 2\pi^2 r_e^2 E_0 (E_0 + n^2 E_e^*) / \alpha n E_e^*$$

σ_n bezeichnet den Wirkungsquerschnitt für Rekombination in einen Zustand mit der Hauptquantenzahl n , E_0 die Bindungsenergie des Grundzustandes und E_e^* die Energie des Elektrons im Ruhesystem des Ions. Diese ist bei gekühltem Ionenstrahl, also $v_i^* < v_e$ durch die transversale Temperatur T_e des Elektronenstrahls bestimmt, da $v_{e\parallel} \ll v_{e\perp}$ gilt. Zur Berechnung der Rekombinationsrate R_H muss über die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen gemittelt werden:

$$R_H = N_i n_e \int_0^\infty \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{\infty}{4}} f(v_e) \vec{v}_e \sigma_n(v_e) d^3 v_e$$

Die Rekombinationsrate kann also zur Bestimmung der mittleren Elektronengeschwindigkeit $\Delta v_{e\perp}$ und damit zur Messung der transversalen Energie des Elektronenstrahls verwendet werden:

$$R_H \approx r_e^2 n_e N_i / \Delta v_{e\perp}$$

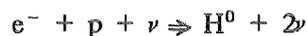
N_i bezeichnet die Anzahl gespeicherter Teilchen. Wegen dieser Empfindlichkeit auf die transversale Temperatur der Elektronen kann die Rate zur Optimierung der Kühlerparameter und als Monitor für die Kühleffizienz verwendet werden.

Die Divergenz der rekombinierten Wasserstoffatome ist identisch mit der des Ionenstrahls. Der Öffnungswinkel ψ des Strahls nachgewiesener Wasserstoffatome steht daher mit der transversalen Temperatur des Ionenstrahls in einfachem Zusammenhang:

$$T_i = m\beta^2 \gamma^2 c^2 \psi^2$$

Schliesslich ermöglicht der Rekombinationsprozess die absolute Bestimmung der Ionenenergie, wenn die Energie des Elektronenstrahls z.B. aus Messungen mit der Laserdiagnose genau bekannt ist. [16]

Durch Einstrahlung von Laserlicht geeigneter Frequenz kann die Rekombination induziert werden:



Die induzierte Rekombination stellt ein noch präziseres Diagnoseinstrument dar, da sie auch von der longitudinalen Temperatur des Strahls abhängt: [31]

Das Verhältnis g zwischen induzierter und spontaner Übergangsrate W wird durch die Einsteinkoeffizienten A und B sowie die spektrale Photonendichte $u(\nu)$ bestimmt:

$$g = W_{\text{ind}}/W_{\text{SP}} = u(\nu) \cdot B/A = P_{\nu} c^2 / 8\pi h F \Delta\nu \nu^3$$

wobei P_{ν} die Laserleistung und F den Laserstrahlquerschnitt bezeichnen. Bei hinreichender Leistung (einige MW/cm^2) wird $g \gg 1$. Die Mittelung über die Energieverteilung der Elektronen muss auch für die Berechnung der induzierten Rate durchgeführt werden. Dabei müssen jedoch die Integrationsgrenzen anders gewählt werden: Unter der Voraussetzung, dass die Bandbreite des Lasers $\Delta\nu$ klein gegen die Temperaturverteilung der Elektronen ist, schneidet der Laser aus der Verteilung der Elektronengeschwindigkeiten nur eine dünne Scheibe heraus, über die gemittelt werden muss. Durch Verstimmen der Laserfrequenz kann daher die Temperaturverteilung der Elektronen abgetastet werden. Insbesondere kann durch die Form der Verteilung die Abflachung in longitudinaler Richtung nachgewiesen werden. Wenn 10^{10} Teilchen im Speicherring gespeichert sind, erreicht man mit einem gepulsten Laser Zählraten von einigen induzierten Rekombinationen pro Sekunde, bei einem Signal/Rausch-Verhältnis von etwa 100:1.

3. Theoretische Beschreibung der Synchrotronemission im Elektronenkühler

Ein wesentlicher Teil des Umbaus des ICE-Elektronenkühlers für den Einsatz im LEAR stellte die Entwicklung neuer und die Erweiterung bestehender Diagnosemethoden dar. Da die transversale Temperatur grossen Einfluss auf Kühlzeit und Gleichgewichtsemitanz des gekühlten Strahls hat, war ihre Bestimmung schon vor dem Einbau des Kühlers in den LEAR wünschenswert. Wie im vorhergehenden Kapitel gezeigt wurde, kann zur Messung der transversalen Energie ausserhalb des Rings nur die Synchrotronstrahlung der spiralenden Elektronen verwendet werden, wenn auf eine Messung mittels einer Blende aus praktischen Gründen verzichtet werden muss.

Weil frühere Messungen mit theoretischen Vorhersagen nur unvollständig in Übereinstimmung gebracht werden konnten, war es nötig, zu Beginn die Synchrotronemission des Elektronenstrahls im Kühler theoretisch genauer zu untersuchen. Die Ergebnisse sind in diesem Kapitel zusammengefasst und mit den Überlegungen anderer Autoren verglichen.

3.1 Grundsätzliche Überlegungen und Beziehungen

Die Messung der transversalen Temperatur des Elektronenstrahls durch die ausgesandte Synchrotronstrahlung wurde zuerst von C. Rubbia vorgeschlagen, [17] der darauf hinwies, dass die ausgesandten Mikrowellen in der Vakuumkammer zu einer Antenne geführt werden können. Rubbias Diskussion ist im Wesentlichen an J. Schwingers fundamentaler Behandlung der Synchrotronstrahlung [32] orientiert.

Jede beschleunigte Ladung e der Masse m sendet elektromagnetische Strahlung aus, deren elektrische und magnetische Komponenten sich aus den Liénard–Wiechert Potentialen berechnen lassen. Die instantane abgegebene Leistung P_{inst} beträgt im Ruhesystem des Elektrons, wenn dessen Geschwindigkeit v klein gegen c ist

$$P_{\text{inst}} = 2e^2 |\dot{v}|^2 / 12\pi m \epsilon_0 c^3 \quad \dot{v} = dv/dt$$

Die Beschleunigung \dot{v} eines mit ω_c kreisenden Elektrons ist konstant. Die abgestrahlte Leistung P ist daher ebenfalls konstant, und wurde bereits oben angegeben:

$$P_{\text{tot}} = 4r_e \omega_c^2 E_{\perp} / 3c \quad \text{mit} \quad E_{\perp} = m\beta_{\perp}^2 c^2 / 2$$

und proportional zur kinetischen Energie E_{\perp} in der Kreisbewegung. Die Bewegung des Elektrons wird daher gedämpft, und zwar mit der Zeitkonstanten γ_c :

$$E_{\perp}(t) = E_{\perp}(0) e^{-\gamma_c t} \quad \gamma_c = 4r_e \omega_c^2 / 3c$$

Ein hochrelativistisches Elektron, $\gamma \gg 1$, z.B. in einem Synchrotron, strahlt innerhalb eines breiten Bandes des elektromagnetischen Spektrums, das bis in den Röntgenbereich reichen kann. Es ist quasikontinuierlich aus Harmonischen der Kreisfrequenz ω_c der Elektronen zusammengesetzt. Bei $\beta_{\perp} \ll c$, wie in einem Elektronenkühler, wird jedoch nur in die ersten Harmonischen emittiert und die diskrete Natur des Synchrotronspektrums tritt deutlich hervor. Die differentielle Leistungsdichte für jede Harmonische ν wurde schon 1907 von Schott [33] angegeben:

$$dP/d\Omega d\omega = (r_e c E_{\perp} / \pi r_c^2) \nu^2 [\cot^2 \theta J_{\nu}^2(\nu \beta_{\perp} \sin \theta) + \beta_{\perp}^2 J_{\nu}'^2(\nu \beta_{\perp} \sin \theta)] \times \delta(\nu \omega_c - \omega)$$

wobei $J_{\nu}(x)$ und $J_{\nu}'(x)$ die Besselfunktion bzw ihre erste Ableitung der ν -ten Ordnung bezeichnen. Für $\beta_{\perp} \ll 1$ kann man die Besselfunktionen um den Nullpunkt entwickeln und alle höheren Glieder vernachlässigen:

$$dP/d\Omega d\omega = 3\gamma_c E_{\perp} / 16\pi [1 + \cos^2 \theta] \delta(\omega_c - \omega)$$

und erhält die im Einleitungskapitel angegebene Formel.

Rubbia nahm eine Lorentztransformation aus dem Ruhesystem der Elektronen in das Laborsystem vor, um die vom linear mit βc bewegten Strahl empfangene Leistung zu berechnen. Die Winkelabhängigkeit der differentiellen Leistungsdichte transformiert sich dann aufgrund des Dopplereffektes in eine Frequenzabhängigkeit: Unter Benutzung der Formel für die Lorentztransformation einer Frequenz ω vom mit $\beta_{\parallel} c$ bewegten Ruhesystem der Elektronen in das Laborsystem (siehe Abbildung 12):

$$\omega = \gamma \omega^* (1 + \beta \cos \theta^*)$$

erhält man für die spektrale Leistungsdichte im Laborsystem:

$$dP^{vac}/d\omega = 3\gamma_c E_{\perp} / 8\beta\gamma\omega_c [1 + (\omega/\gamma\omega_c - 1)^2/\beta^2]$$

und das kontinuierliche Spektrum erstreckt sich um ein Band der Breite $2\beta\gamma f_c$ um γf_c herum, wenn $f_c = \omega_c/2\pi$ die Zyklotronfrequenz bezeichnet.

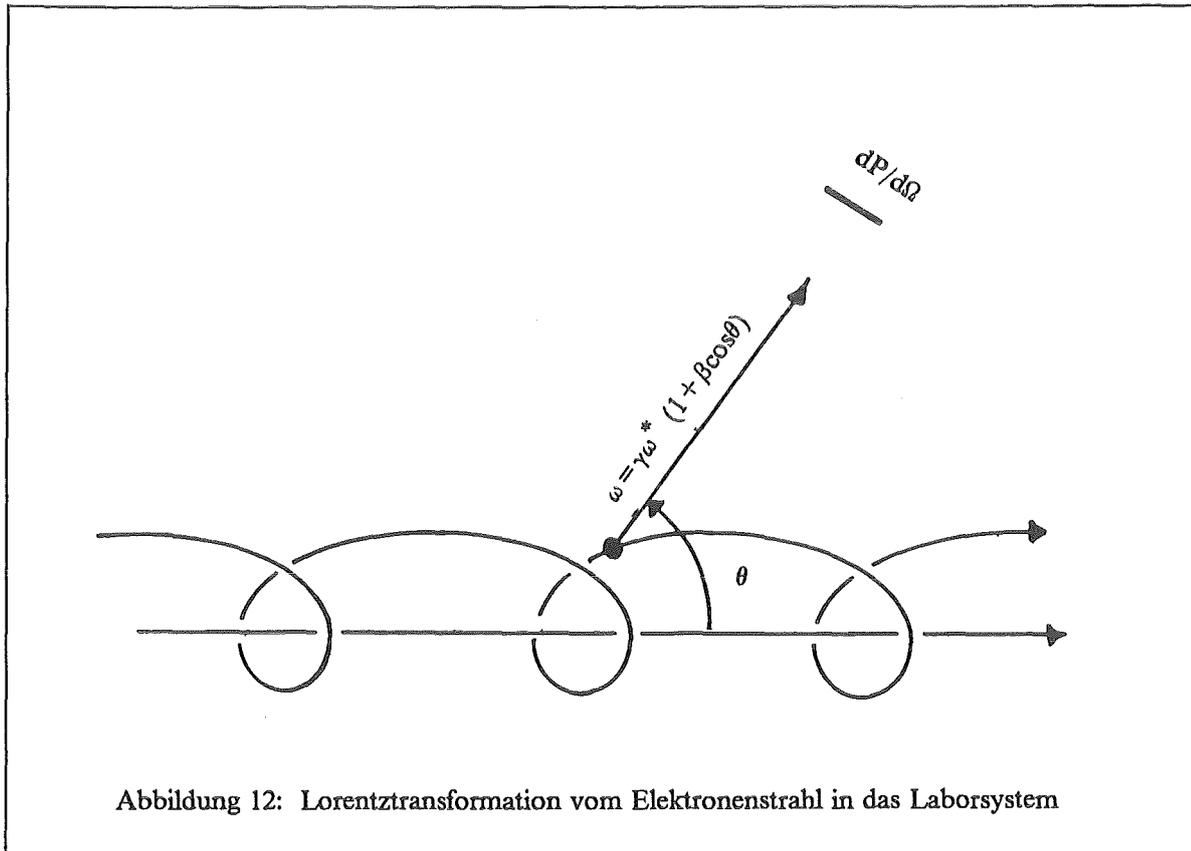
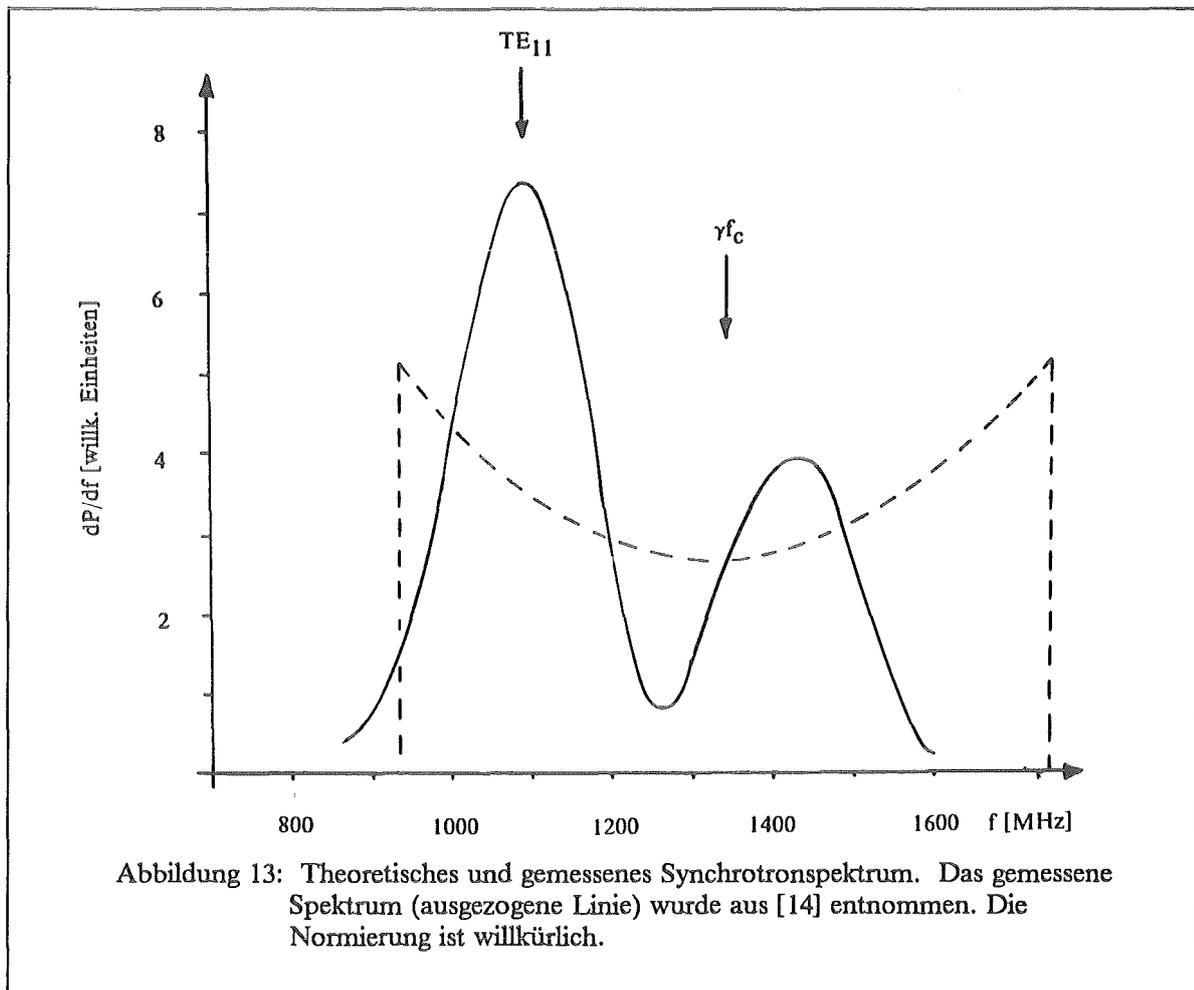


Abbildung 12: Lorentztransformation vom Elektronenstrahl in das Laborsystem

Für den LEAR-Elektronenkühler kann man als typischen Wert für die Zyklotronfrequenz f_c 1300 MHz angeben. Die emittierte Leistung P ist bei 10^{11} Elektronen im Kühler dann $1.3 \cdot 10^{-11}$ W/eV. Die spektrale Dichte $dP/d\omega$ ist wegen der Breite des Spektrums von $2\beta\gamma f_c \approx 850$ MHz bei 26 keV Elektronenenergie jedoch nur sehr gering, nämlich $1.9 \cdot 10^{-21}$ W/sec $^{-1}$ ·eV ≈ 860 K/eV.

Die den Elektronenstrahl umgebende Vakuumkammer wirkt als Wellenleiter, und transportiert die ausgesandte Strahlung zu einer an deren Ende angebrachten Antenne. Der Durchmesser der zylindrischen Vakuumkammer des ICE-Kühlers betrug 160 mm, so dass Wellenleitung bereits bei 1100 MHz beginnt, im Vergleich zur Zyklotronfrequenz der Elektronen von typisch 1300 MHz. Ein Spektrum, das am ICE-Kühler aufgenommen wurde, zeigt Abbildung 13 [14] zusammen mit dem erwarteten Spektrum. Die Übereinstimmung ist nicht überzeugend, wegen der grossen Bandbreite des Nachweises von 100 Megahertz war ein besser aufgelöstes Spektrum jedoch nicht zu erhalten.



In Abbildung 13 ist auch die Grenzfrequenz, oberhalb der die Vakuumkammer als Leiter für TE_{11} Wellen wirken kann, eingetragen. In Folge der Beobachtung, dass bei dieser Frequenz immer ein starkes Signal zu beobachten war, [34] wurde der Einfluss eines Wellenleiters auf die Emission der Synchrotronstrahlung näher untersucht.

Synchrotronstrahlung eines Elektrons im Wellenleiter

Eine zusätzliche Randbedingung kann die Lösung eines Problems der Elektrodynamik vollständig verändern. In einem Wellenleiter, der ein strahlendes Elektron umgibt, ist die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen frequenz- und richtungsabhängig. Man erwartet daher, dass die Emission von Strahlung in den Wellenleiter von dessen Frequenzcharakteristik geprägt wird. Im Falle eines Elektrons in einem Wellenleiter haben zwei Faktoren Einfluss auf die Emission: Zum einen die

Modendichte, die in einem Wellenleiter bei diskreten Grenzfrequenzen ein Maximum erreicht; zum zweiten die Modenstärke am Ort des Elektrons, die von der Lage des Elektrons im Wellenleiter abhängt. [23]

Das elektromagnetische Feld in einem Wellenleiter wird in eine Linearkombination von normierten Moden [24] zerlegt. Man unterscheidet TM_{mn} und TE_{mn} Moden, deren longitudinale Feldkomponenten entweder rein magnetisch oder rein elektrisch sind. In einem zylindrischen Wellenleiter haben alle Moden ausser TE_{1n} und den TM_{1n} Moden eine Nullstelle auf der Achse und daher schwache Kopplung an ein Elektron auf der Achse. In axialer Richtung hat jeder Mode eine frequenzabhängige Periodizität, die durch die komplexe Fortpflanzungskonstante h_{mn} beschrieben wird:

$$\text{TE Moden} \quad E_z \sim \exp(ih'_{mn}z) \quad h'_{mn} = [\omega^2/c^2 - j'_{mn}{}^2/R^2]^{1/2}$$

$$\text{TM Moden} \quad H_z \sim \exp(ih_{mn}z) \quad h_{mn} = [\omega^2/c^2 - j_{mn}{}^2/R^2]^{1/2}$$

Der Radius des Wellenleiters ist durch R bezeichnet. Der Eigenwert jedes Mode j_{mn} ist durch die n -te Nullstelle der m -ten Besselfunktion beziehungsweise ihrer Ableitung definiert:

$$J_m(j_{mn}) = 0 \quad J'_m(j'_{mn}) = 0$$

Bei imaginärer Fortpflanzungskonstante, also $\omega < j_{mn}c/R$, wird das Feld im Wellenleiter exponentiell gedämpft. Die Periodizität tritt bei reeller Fortpflanzungskonstante, also oberhalb einer Grenzfrequenz auf.

B. Schnizer und A. Farnleitner berechnen die Zerlegungskoeffizienten c_{mn} des von einem kreisenden Elektron in einem Wellenleiter erzeugten Feldes nach den orthonormierten TE_{mn} und TM_{mn} Moden. Koeffizienten ungleich Null ergeben sich nur für TE_{1n} und TM_{1n} Moden (wenn der Radius der Zyklotronbewegung r_c klein gegen den Radius des Wellenleiters ist). Das Verhältnis der in einen Mode abgegebenen Leistung P_{1n} zu der in das Vakuum abgestrahlten Leistung P_{tot} beträgt dann für TM_{1n} Moden

$$\gamma_{1n}(\omega) = \frac{P_{1n}}{P_{tot}} = \frac{3c^3}{R^3 \omega_c^3} \cdot \frac{J_0^2(j_{1n} \rho_0/R)}{4 J_0'^2(j_{1n})} \cdot \text{Re} \left[Rh_{1n}(\omega_c) \right]$$

und für TE_{1n} Moden

$$\gamma_{1n}(\omega) = \frac{P_{1n}}{P_{tot}} = \frac{3c}{R\omega_c} \cdot \frac{J_0^2(j'_{1n} \rho_0/R)}{4 J_0^2(j'_{1n})} \cdot \frac{\text{Re} \left[Rh'_{1n}(\omega_c) \right]}{\left| Rh'_{1n}(\omega_c) \right|^2}$$

Der Nenner in dieser Formel hat bei jeder TE_{1n} Grenzfrequenz einen Pol, der durch die Berücksichtigung von Verlusten im Wellenleiter, also die Ersetzung der reellen Eigenfrequenz ω_{1n} durch die komplexe Frequenz $\omega_{1n} + i\omega_{1n}/Q$ beseitigt werden kann. ρ_0 bezeichnet die radiale Ablage von der Achse der Vakuumkammer, die eine leichte Veränderung der Modenkopplung zur Folge hat.

Diese wird durch den Faktor $J_0^2(\gamma_{mn}\rho_0)$ in der Formel berücksichtigt. Bei $\rho_0 = 0$ und $\omega_{1n} = \omega$ wird das Verhältnis P_{1n}/P_{tot} zu

$$\gamma_{1n}(\text{max}) = \frac{3c^2}{4R^2 \omega_c^2 J_0^2(j_{mn})} \cdot \frac{1}{\sqrt{Q}}$$

$$\gamma_{1n}(\text{max}) = \frac{3c^2}{4R^2 \omega_c^2 J_0^2(j_{mn}')} \cdot \sqrt{Q}$$

Die Güte kann in der Praxis durch $Q = R/\delta$ ausgedrückt werden, mit δ als Bezeichnung für die Skintiefe. Da die in TM_{1n} Moden abgestrahlte Leistung umgekehrt proportional zu \sqrt{Q} ist, werden nur TE_{1n} -Moden bevölkert. In [23] wird zur Berechnung des Spektrums der Synchrotronstrahlung eines Elektronenstrahls im Wellenleiter, $dP^{\text{WG}}/d\omega$ vorgeschlagen, die Summe der Verstärkungsfaktoren für alle Moden mit der differentiellen Leistungsdichte der Emission ins Vakuum, $dP^{\text{vac}}/d\omega$ sowie der Anzahl emittierender Elektronen n_e zu multiplizieren:

$$dP^{\text{WG}}/d\omega = N_e dP^{\text{vac}}/d\omega \cdot \sum \gamma_{1n}(\omega)$$

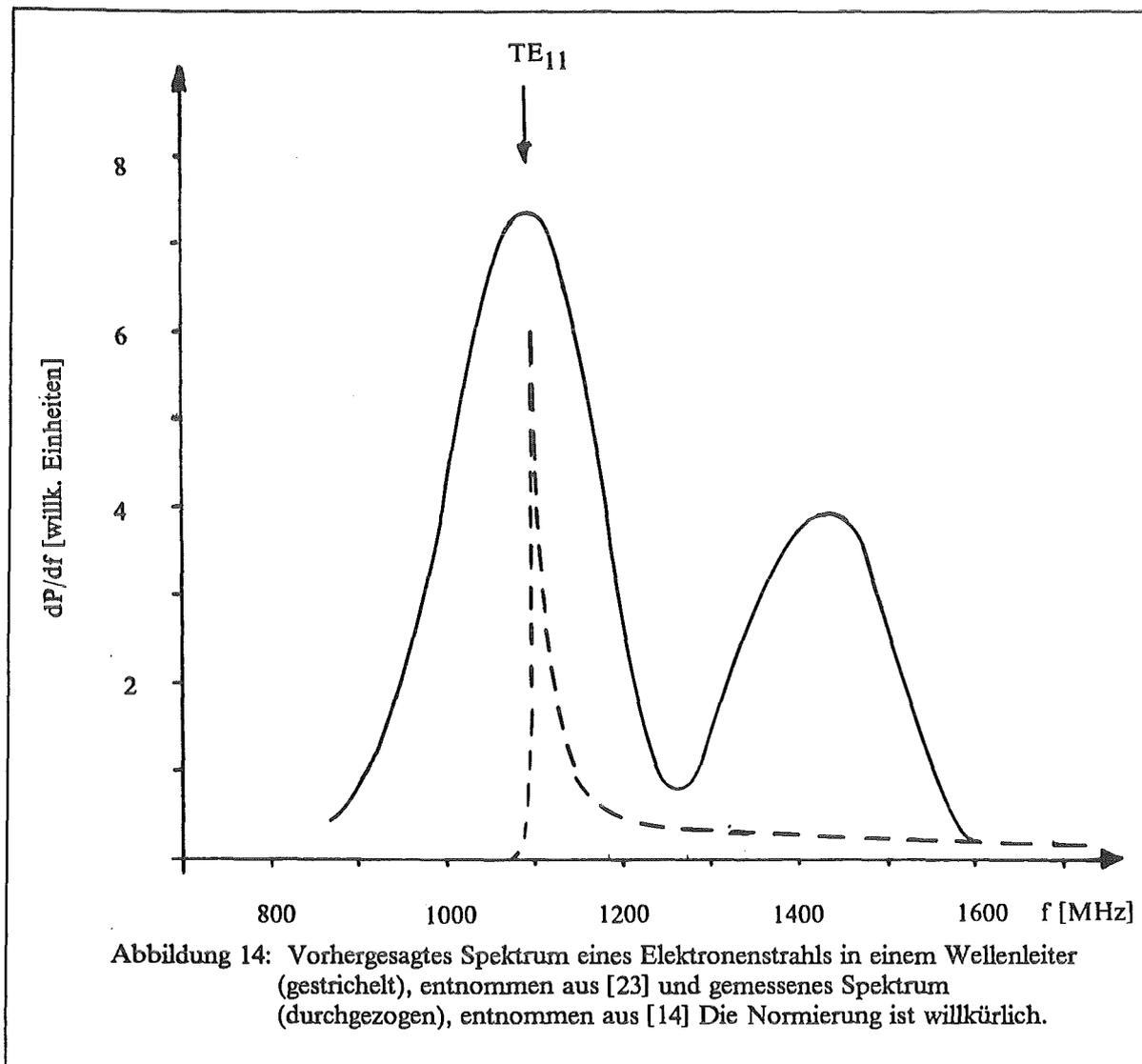
Dieses Spektrum ist in Abbildung 14 dargestellt, wenn die Standardbedingungen aus Kap. 1. zugrundegelegt werden. Die spektrale Dichte bei den TE_{11} Grenzfrequenzen ist um den Faktor 30 grösser als im Vakuum und erleichtert die Detektion erheblich. Das gemessene Spektrum ist ebenfalls eingetragen.

Im Vorschlag zur Messung der transversalen Energie im Fermilab-Elektronenkühler [35] wird ein Spektrum, bestehend aus zwei Linien der Breite Δf ,

$$\Delta f \approx 1/\tau + 1/t$$

vorhergeasgt, wobei τ die Durchflugszeit der Elektronen und t die Laufzeit der angeregten Wellen durch den Kühler bezeichnen. Die Frequenz der beiden Peaks sollte von der Geschwindigkeit βc der Elektronen abhängig sein. Weder wurde am Elektronenkühler des Fermilab eine Messung des Mikrowellenspektrums durchgeführt, noch konnte am ICE eine Abhängigkeit des Spektrums in der beschriebenen Art beobachtet werden. Emission wurde dagegen immer bei denselben Frequenzen beobachtet. [34]

Die Behandlung der Vakuumkammer eines Elektronenkühlers als Wellenleiter ist offensichtlich nicht geeignet, eine befriedigende Erklärung gemessener Spektren zu ermöglichen. Es liegt daher nahe, statt der Emission in einen Wellenleiter den allgemeineren Fall der Emission von Synchrotronstrahlung in eine Kavität zu untersuchen.



3.2 Synchrotronstrahlung eines Elektrons in einer Kavität

Bei der Berechnung der Emission von Synchrotronstrahlung in einem Wellenleiter im vorangegangenen Abschnitt ist die wichtige Rolle, die den Moden in einem Wellenleiter zukommt, bereits deutlich geworden. Das elektromagnetische Feld in einer Kavität wird ebenso wie in einem Wellenleiter in orthonormierte Moden [24] zerlegt, jedoch mit einem entscheidenden Unterschied in der physikalischen Deutung der einzelnen Moden: Die Moden in einem Wellenleiter stellen laufende Wellen dar, deren Fortpflanzung in axialer Richtung durch die Wellenzahl h_{mn} beschrieben wird. Oberhalb seiner Grenzfrequenz kann ein Mode mit jeder beliebigen Frequenz angeregt werden. Die Moden in einer Kavität stellen dagegen stehende Wellen dar, so dass ein Energietransport längs der Kavitätenachse wie in einem Wellenleiter nicht stattfindet. Daher kann jedem Mode genau eine Eigenfrequenz ω_{mnp} zugeordnet werden. Das elektromagnetische Feld in einer Kavität kann mit keiner anderen Frequenz als einer der Eigenfrequenzen oszillieren.

Da das Elektron bei der Emission von Synchrotronstrahlung in eine Kavität Moden anregt, muss die Emission mit einer der Eigenfrequenzen erfolgen, die Zyklotronfrequenz also mit einer der Eigenfrequenzen der Kavität übereinstimmen.

Die quantitative Berechnung der Kopplung eines kreisenden Elektrons an eine zylinderförmige Kavität wurde kürzlich analytisch durchgeführt. [36] [37] Im Folgenden werden diese Rechnungen skizziert und die Ergebnisse diskutiert.

Die totale Leistung, die ein kreisendes Elektron in einer Kavität emittiert, wird durch die Summe der in jeden Mode abgegebenen Beiträge dargestellt. Da die in jeden Mode abgegebene Leistung proportional zur transversalen Energie des Elektrons ist, kann man für jeden Mode eine Dämpfung $\gamma_{mnp}(\omega)$ definieren. Die Summe aller Dämpfungskonstanten, $\gamma(\omega)$, multipliziert mit E_{\perp} , gibt die totale emittierte Leistung an:

$$P = \gamma(\omega)E_{\perp} \quad \gamma(\omega) = \sum_1^{\infty} \sum_1^{\infty} \sum_1^{\infty} \gamma_{mnp}(\omega)$$

Das Ziel der Rechnungen muss die Bestimmung der Dämpfungskonstanten der einzelnen Moden sein. Die Kenntnis der Feldverteilung der Moden ermöglicht bereits eine qualitative Aussage, welcher dieser Moden angeregt wird. Wenn das Elektron zentriert ist, so darf das Feld des Mode auf der Achse nicht verschwinden. Dies ist nur für TE_{1np} und TM_{1np} Moden der Fall. Man erwartet ausserdem eine besonders gute Kopplung, wenn die azimutale Abhängigkeit des Feldes Dipolform zeigt, weil die Kreisbewegung des Elektrons in zwei Dipolschwingungen zerlegt werden kann. Dies trifft für die TE_{11p} und TM_{11p} Moden zu, die daher einen grossen Beitrag zu der Summe beisteuern sollten. Schliesslich sollte die Anzahl der Perioden in axialer Richtung p halbzahlig sein, weil sich das Elektron dann in einem Maximum der Feldstärke des Mode befindet. Die Berechnung der Dämpfungskonstanten $\gamma_{mnp}(\omega)$ sollte diese Überlegungen als Ergebnis enthalten.

Bei dieser Berechnung gehen Brown et al. von der Bewegungsgleichung des kreisenden Elektrons in der Kavität aus,

$$\dot{\vec{v}} - \vec{\omega}_c \times \vec{v} + e\vec{\nabla}V(r)/m + \gamma_c(\omega)\vec{v}/2 = e\vec{E}'(r)/m$$

in der $V(r)$ ein beliebiges statisches Potential, zum Beispiel das Raumladungspotential, bezeichnet. Diese Bewegungsgleichung beschreibt eine gedämpfte harmonische Bewegung, deren Dämpfung zunächst durch die schon oben eingeführte Konstante $\gamma_c(\omega) = 4r_e\omega_c^2/3c$ beschrieben wird. Die Randbedingung, also die umgebende Kavität, wird durch das elektrische Feld auf der rechten Seite der Gleichung eingeführt: Die Änderung des Feldes des Elektrons durch die leitende Berandung wird durch Spiegelelektronen beschrieben, deren Feld $E'(r)$ darstellt. Wenn dieses Feld eine Geschwindigkeitsabhängigkeit besitzt, dann ändert sich die Dämpfung der Elektronenbewegung, also die Emission von Synchrotronstrahlung.

Die Bewegungsgleichung wird von Brown et al. im Impulsraum gelöst. Vor der Fouriertransformation werden jedoch noch einige Annahmen gemacht:

1. Die Geschwindigkeit des Elektrons hat eine axiale und eine radiale Komponente. Hier interessiert nur die radiale Komponente, weil die axiale Bewegung harmonisch und ungedämpft ist.
2. Die Zeitabhängigkeit der transversalen Geschwindigkeit wird harmonisch angenommen,

$$v_{\perp}(t) \approx v_x(t) + iv_y(t) \approx v_0 e^{-i\omega t}$$

wobei die komplexe Frequenz ω aus der Zyklotronfrequenz ω_c und der Dämpfungskonstanten $\gamma(\omega)$ zusammengesetzt ist:

$$\omega = \omega_c + i\gamma(\omega)/2$$

3. Das zeitunabhängige Potential $V(r)$ bewirkt, dass das Elektron sich auf einer Epizykloiden bewegt. Die ungestörte Zyklotronfrequenz $\omega_c = eB/m$ wird durch das Potential leicht verschoben, $\omega_c \rightarrow \omega^+$. Ausserdem ist der gestörten Zyklotronbewegung eine (Magnetron)kreisbewegung mit der Frequenz ω^- überlagert. Die Magnetronbewegung kann in einem Elektronenkühler mit der $E \times B$ -Drift des Elektronenstrahls, die in Kapitel 2.2 beschrieben wurde, identifiziert werden. Die relative Änderung der Zyklotronfrequenz ist klein ($\text{circa}^3 \omega_{pl}^2/\omega_c^2$) und wird durch die Ersetzung von ω_c durch ω^+ berücksichtigt. $V(r)$ kann dann weggelassen werden.

In jedem Fall ist $V(r)$ nicht geschwindigkeitsabhängig, und beeinflusst daher die Dämpfung der Bewegung, also auch die Emission von Synchrotronstrahlung, nicht.

4. Die Kavität wird in einen Zylinder und zwei Endplatten zerlegt, (siehe Abbildung 15). Das Feld der Spiegelladungen muss dann für den Zylinder und die Endplatten getrennt berechnet werden.

Nach Ausführung der Fouriertransformation in den Impulsraum stellt die Bewegungsgleichung eine Bestimmungsgleichung für die komplexe Kreisfrequenz des Elektrons ω dar:

$$\omega - \omega^+ + i\gamma_c/2 = \omega[\Sigma_p(\omega) + \Sigma_z(\omega)]$$

Dabei bezeichnet $\Sigma_p(\omega)$ die relative Änderung der komplexen Kreisfrequenz des Elektrons (also auch der Dämpfung) durch die Endplatten, und $\Sigma_z(\omega)$ die relative Änderung durch den Zylinder.

Die Änderung der Dämpfung wird nun nicht mehr durch von der Geschwindigkeit abhängige Terme, sondern durch den Imaginärteil von $\Sigma_p(\omega)$ und $\Sigma_z(\omega)$ beschrieben.

Die Durchführung der Rechnung ist von Brown et al. [37] ausführlich dokumentiert und wird hier wegen ihrer Länge nicht wiederholt. Statt dessen werden direkt die relativen Änderungen angegeben und diskutiert.

Der Beitrag der Platten, $\Sigma_p(\omega)$, wird durch eine Summation über das Feld von Paaren von Spiegelladungen berechnet. Diese befinden sich auf der Achse im Abstand $2L, 4L, 6L \dots nL$ auf beiden Seiten des Elektrons, wobei L den halben Plattenabstand bezeichnet. Wenn man Dissipation von Feldenergie in den Platten einbeziehen will, muss man die reelle Schwingungsfrequenz der Spiegelladungen ω durch eine komplexe Frequenz, $\omega \rightarrow \omega + i\Gamma/2$, ersetzen, in deren Imaginärteil $\Gamma \approx \delta\omega/L$ auch die Skintiefe δ in den Platten eingeht.

$$\Gamma_p(\omega) = \frac{r_e}{L} \ln(1 + e^{2i\omega L/c}) - \frac{r_e}{L} \sum_n^{\infty} (-1)^n \left[e^{in\omega L/c} \times \left(\frac{ic}{2n^2 L\omega} - \frac{c^2}{4n^3 L^2 \omega^2} \right) + \frac{c^2}{4n^3 L^2 \omega^2} \right]$$

³ ω_{pl} bezeichnet die Plasmafrequenz

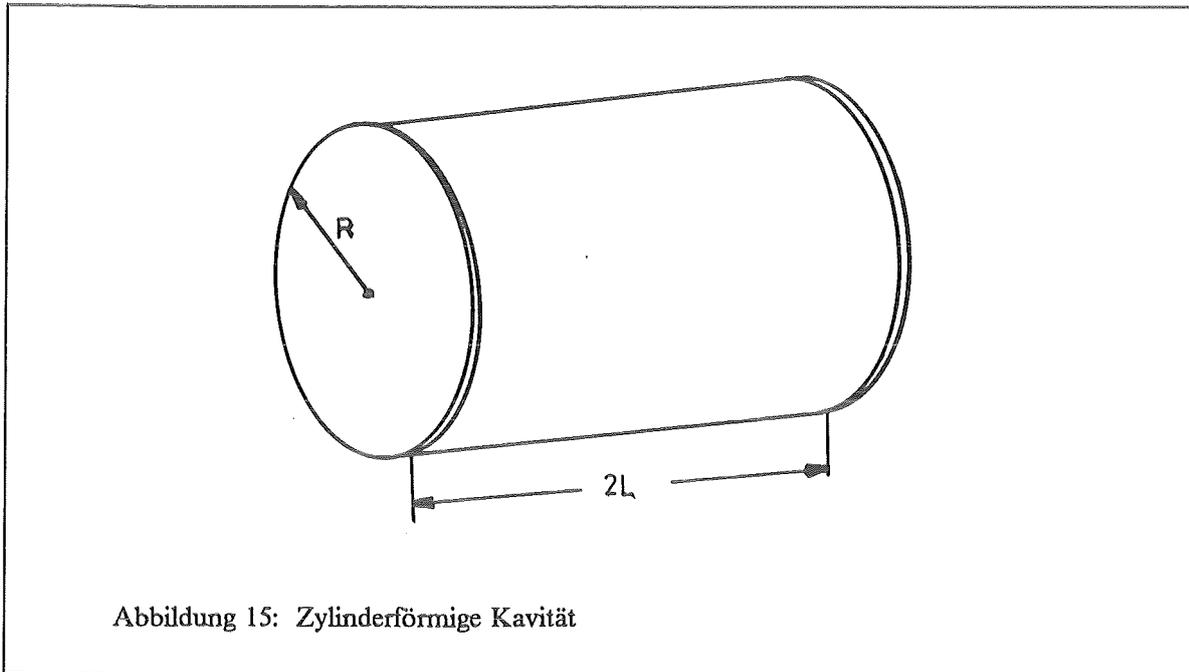


Abbildung 15: Zylinderförmige Kavität

Der interessierende Imaginärteil dieser Funktion ist in Abbildung 16 für verschwindende Dissipation als Funktion der dimensionslosen Variablen $\xi = \omega L / \pi c$ dargestellt. Mit zunehmendem Plattenabstand L gilt $\text{Im}(\Sigma_p(\omega)) \rightarrow 0$, und die Zyklotrondämpfung wird allein vom Vakuumwert $\gamma_c(\omega)$ bestimmt. Für den LEAR-Elektronenkühler ist $\xi \approx 7$ und der Betrag von Σ_p liegt unter $0,2\gamma_c/\omega$. Es besteht daher kaum ein Unterschied zwischen einer geschlossenen und einer offenen Kavität, wenn ihre Länge $2L$ wesentlich grösser ist als ihr Radius R .

Bei Dissipation in den Endplatten, also $\Gamma > 0$, werden die scharfen Kanten der Funktion abgerundet, also die Unstetigkeiten beseitigt.

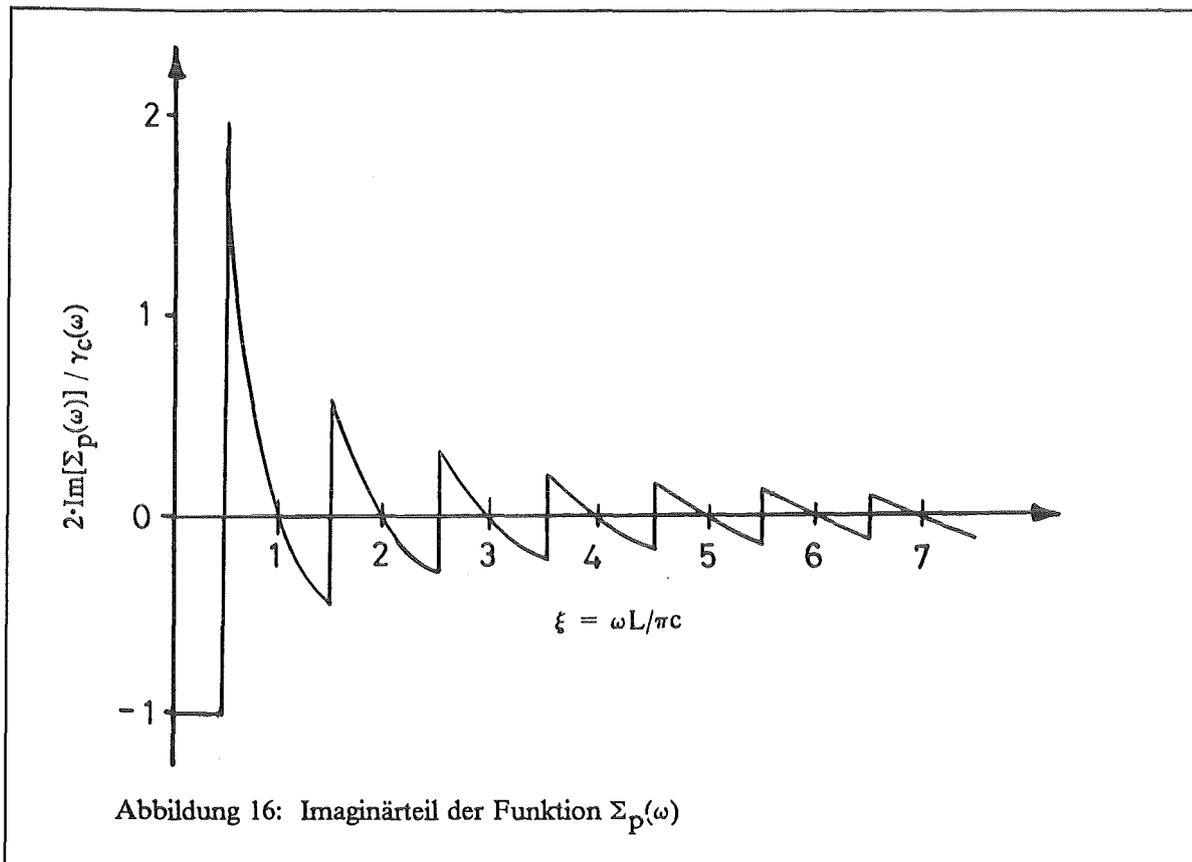
Denentscheidenden Beitrag liefert Σ_z , die relative Änderung durch den Zylinder der Länge $2L$ und des Radius R . Sie wird wegen der Symmetrie des Problems in Zylinderfunktionen ausgedrückt:

$$\Sigma_z(\omega) = -\frac{r_e}{L} \sum_p \left[\frac{K'_1(\mu_p R)}{I'_1(\mu_p R)} + \frac{k_p^2 c^2}{\omega^2} \left[\frac{K_1(\mu_p R)}{I_1(\mu_p R)} - \frac{K_1(k_p R)}{I_1(k_p R)} \right] \right]$$

Jeder Term unter der Summe ist der Beitrag einer Serie von Kavitätenmoden gleicher longitudinaler Wellenzahl. Quotienten, die Ableitungen der modifizierten Besselfunktionen enthalten, sind der Beitrag von TE_{1np} -Moden, die die Besselfunktionen selbst enthaltenden Quotienten die Beiträge von TM_{1np} -Moden. Andere als diese Moden können wie in einem Wellenleiter nicht angeregt werden, weil sie auf der Achse der Kavität verschwinden.

Die Frequenzabhängigkeit von $\Sigma_z(\omega)$ ist in μ_p enthalten:

$$\mu_p = \sqrt{k_p^2 - \omega^2/c^2}$$



μ_p enthält die longitudinale Wellenzahl k_p der TE_{1np} bzw. TM_{1np} Moden.

$$k_p = (p + 1/2)\pi/L \quad p = 1, 2, \dots$$

die nur diskrete Werte annehmen kann, weil in der Kavität nur stehende Wellen existieren können, und daher die Anzahl der Perioden entlang der Achse ganz- oder halbzahlig sein muss.

Die Nenner der Quotienten haben immer dann eine Nullstelle, wenn

$$I_1'(\mu_p R) = 0 \quad \text{oder} \quad I_1(\mu_p R) = 0$$

ist. Dazu muss das Argument imaginär sein, also

$$p + 1/2 < \omega L / \pi c$$

Wenn also bei konstanter axialer Wellenzahl (festem p) die Frequenz ω variiert wird, erzeugen die Nenner mit steigender Frequenz eine unendliche Folge von Nullstellen. Die n -te Nullstelle kann

durch den Eigenwert m_{np} charakterisiert werden, wobei gilt⁴

$$m_{np}^2 = -g_{np}^2$$

$$I_1'(m_{np}R) = J_1'(g'_{np}R) = 0 \quad I_1(m_{np}R) = J_1(g_{np}R) = 0$$

Diese Gleichungen sind die Eigenwertgleichungen der radialen Eigenwerte einer zylindrischen Kavität für TE_{1np} und TM_{1np} Moden. [38] Ist die Zyklotronfrequenz des Elektrons identisch zu einer der durch diese Eigenwertgleichungen charakterisierten Eigenfrequenzen ω_{1np} der Kavität, so divergiert der Realteil des entsprechenden Terms unter der Summe von $\Sigma_Z(\omega)$. Der Imaginärteil, der die Dämpfung beschreibt, wird jedoch Null. Dies ist offensichtlich, weil in einer Kavität ohne Dissipation der Feldenergie in den Wänden keine Dämpfung der Bewegung stattfinden kann: Die in die Kavität emittierte Synchrotronstrahlung regt das Elektron wieder an.

Dieses idealisierte Verhalten wird durch die Einführung der Dissipation, also einer komplexen Frequenz ω im Argument von Σ_Z , aufgehoben. Bei Übereinstimmung der Zyklotronfrequenz ω_c mit einer Eigenfrequenz werden Real- und Imaginärteil des entsprechenden Quotienten gross, divergieren aber nicht. Die intuitive Annahme zu Beginn des Abschnitts, Emission von Synchrotronstrahlung erfolge nur bei der Übereinstimmung der Zyklotronfrequenz mit einer Eigenfrequenz der Kavität, wird durch die Rechnungen von Brown et al. also bestätigt.

Im folgenden werden die Quotienten unter der Summe von $\Sigma_Z(\omega)$ so umgeformt, dass sie mit einer Dämpfungskonstanten $\gamma_{1np}(\omega)$ für TE_{1np} bzw. TM_{1np} Moden identifiziert werden können. Es ist zweckmässig, den Quotienten oberhalb und unterhalb der ersten Eigenfrequenz getrennt zu betrachten. Ist ω unterhalb der ersten Eigenfrequenz, also der TE_{110} bzw. TM_{010} Eigenfrequenz, so hat das Argument der Besselfunktionen einen grossen Realteil und einen kleinen Imaginärteil, der die Wandverluste berücksichtigt. Der Imaginärteil der Quotienten ist daher klein und wird vernachlässigt: Emission von Synchrotronstrahlung durch Anregung von Moden kann unterhalb der tiefsten Eigenfrequenz der Kavität nicht stattfinden.

Oberhalb der ersten Eigenfrequenz hat das Argument der Besselfunktionen $I_1(x)$ einen grossen Imaginärteil und einen kleinen Realteil. Dann ist es zweckmässig, die modifizierten Besselfunktionen $I_1(\mu_p R)$ und $K_1(\mu_p R)$ durch eine komplexe Linearkombination aus Besselfunktionen $J_1(x)$ und Neumannfunktionen $N_1(x)$ mit reellem Argument auszudrücken, um den interessierenden Imaginärteil von Σ_Z zu erhalten:

$$\mu_p R \rightarrow -i\kappa_p R$$

$$K_1(\mu_p R) = -\pi/2[J_1(\kappa_p R) + iN(\kappa_p R)]$$

$$I_1(\mu_p R) = -iJ(\kappa_p R)$$

Nach dem Einsetzen entstehen unter anderem Terme der Form $J_1(\kappa_p R)/iJ_1(\kappa_p R)$. Brown et al. haben gezeigt, dass der Imaginärteil der Summe über alle diese Terme sich exakt gegen $2\omega\Sigma_p(\omega) + \gamma_c(\omega)$ weghebt, wenn die Dissipation verschwindend klein ist. Die Dämpfung des Elektrons wird also alleine durch die verbleibenden Quotienten aus Neumann- und Besselfunktionen $N_1(x)$ und $J_1(x)$

⁴ In der Literatur wird g_{np} oft γ_{np} genannt. γ_{np} ist hier aber bereits vergeben.

beschrieben, wenn der Imaginärteil der komplexen Frequenz ω klein ist:

$$\gamma(\omega) = -2\pi\omega \frac{r_e}{L} \sum_{p=0}^{\infty} \operatorname{Im} \left[\frac{N_1'(\kappa_p R)}{J_1'(\kappa_p R)} + \frac{k_n^2 c^2}{\omega^2} \frac{N_1(\kappa_p R)}{J_1(\kappa_p R)} \right]$$

Jeder Quotient unter der Summe beschreibt den Beitrag von TE_{1np} Moden bzw. TM_{1np} Moden für $n=1,2,\dots$ und festes p . Um den Beitrag jedes einzelnen Mode zu erhalten, kann man um die Nullstellen des Nenners nach der Frequenz ω entwickeln. Dabei entstehen Lorentzfunktionen,

$$\gamma(\omega) = \sum_n \sum_p \gamma_{1np}(\omega) = \sum_n \sum_p \lambda_{np}^2 \operatorname{Im} \left(\frac{1}{\omega^2 - \omega_{1np}^2} \right)$$

die bei komplexen Eigenfrequenzen ω_{1np} endlich bleiben.

Die Kopplungsstärke λ_{np} muss für TE und TM Moden getrennt angegeben werden, da einmal die Ableitung der Besselfunktionen, einmal die Besselfunktionen selbst entwickelt werden.

$$\lambda_{np}^2(\text{TE}) = 4r_e c^2 j_{1np}^2 \omega / L(j_{1np}^2 - 1) J_1^2(j_{1np})$$

$$\lambda_{np}^2(\text{TM}) = 4r_e c^4 k_p^2 \omega / LR^2 \omega_{np}^2 J_0^2(j_{1np})$$

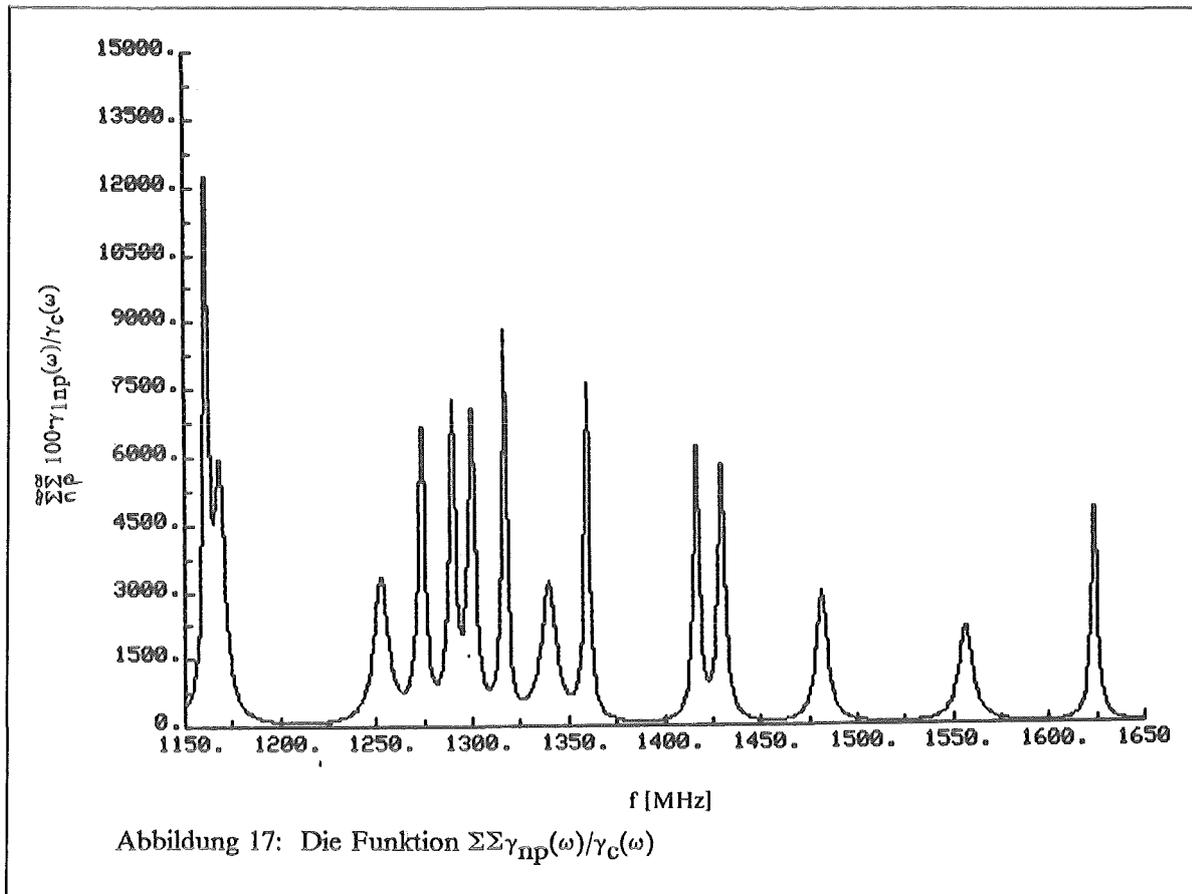
Die Berechnung der Dämpfung $\gamma(\omega)$ als Summe über alle Beiträge γ_{1np} unter Verwendung der Besselfunktionen stellt eine numerische Aufgabe dar, die den Einsatz grösserer Rechner erfordert. Das Problem, das Synchrotronspektrum eines Elektrons in einer Kavität zu berechnen, benötigt aber nur die Summation über wenige Moden. In der Praxis wird nämlich immer ein begrenztes Frequenzintervall beobachtet, in dem eine genau bestimmbare Anzahl Moden liegen. Die ausserhalb dieses Frequenzintervalls liegenden Moden tragen zum beobachteten Spektrum nicht bei. Für die Berechnungen in dieser Arbeit wurde daher die Entwicklung nach der Frequenz verwendet, und die entstehende Dämpfung in der Kavität $\gamma(\omega)$ als Summe über 15 Lorentzfunktionen berechnet.

In Abbildung 17 ist die Funktion $\gamma(\omega)$ in Einheiten von $\gamma_c(\omega)$ für den LEAR Elektronenkühler gegen die Frequenz aufgetragen. Die komplexen Eigenfrequenzen ω_{1np} der Moden wurden experimentell bestimmt.⁵

Die Emission von Synchrotronstrahlung bei Übereinstimmung der Zyklotronfrequenz mit einer Eigenfrequenz ist deutlich sichtbar.

Die vorgestellten Berechnungen von Brown et al. beziehen sich auf ein im Zentrum der Kavität kreisendes Elektron. Der Elektronenstrahl des LEAR-Elektronenkühlers durchquert die Vakuumkammer jedoch längs der Achse, so dass die Emission der Synchrotronstrahlung aufgrund des Dopplereffektes in ein breites Frequenzband erfolgt. Die naheliegende Annahme, das emittierte Spektrum des Elektronenstrahls könne multiplikativ aus der Leistungsdichte eines frei emittierenden Elektrons (Seite 28) und dem Kavitäteneffekt zusammengesetzt werden,

⁵ siehe Kapitel 4



$$dP^{cav}(\omega)/d\omega = (dP^{vac}/d\omega)(\gamma(\omega)/\gamma_c(\omega))$$

wird durch die in den Kapiteln 5 und 6 vorgestellten Messungen widerlegt, weil die Emission zwar bei den Eigenfrequenzen, aber in ein weit schmaleres Frequenzband erfolgt, als es der vollen Dopplerbite entspricht. Daher muss eine Korrektur angegeben werden, die diesen Effekt als Ergebnis enthält und den Übergang von einem im Zentrum der Kavität kreisenden Elektron zu einem Strahl berücksichtigt.

3.3 Spektrum eines Elektronenstrahls in einer Kavität

Die Synchrotronstrahlung eines ruhenden Elektrons wird in ein sehr schmales Frequenzband emittiert, dessen Breite durch den transversalen Dopplereffekt gegeben ist. Wenn das Elektron die Kavität mit der Geschwindigkeit βc auf der Achse durchquert, so werden zwei Effekte die Emission beeinflussen:

1. Die Bewegung durch die Kavität bewirkt, dass das Elektron bei der Anregung eines Mode über dessen axiale Periodizität mittelt. Bei einem zentrierten Elektron wurde die Modenstärke am Ort des Elektrons als maximal angenommen. Die Mittelung bei der Bewegung längs der Achse der Kavität macht eine Korrektur B_{np} nötig, die zunächst modenabhängig angenommen wird.

Der einfachste Ansatz ist eine Superposition der Elektronenbewegung und der axialen Modenstärke, die im Ruhesystem des Elektrons durch eine harmonische Funktionen beschrieben werden:

$$A_{np}(\omega_c, \omega_{1np}) = \int_0^{\ell} \cos(\omega_c z / \beta c) \cos(\omega_{1np} z / \gamma \beta c) dz \quad \ell = 2\pi / k_p$$

an, wobei als Integrationsgrenze eine axiale Periodenlänge des Mode $2\pi k_p^{-1}$ gewählt wird. Im Ruhesystem des Elektrons ist die Frequenz des Mode durch γ , den Lorentzfaktor, komprimiert. Der schnell oszillierende Term unter dem Integral wird vernachlässigt. Der Korrekturfaktor soll für emittierte Leistungen angegeben werden, so dass der Faktor A_{np} für die Amplituden noch quadriert werden muss:

$$B_{np}(\omega_c, \omega_{1np}) = \frac{\sin^2([\omega_c - (\omega/\gamma)](1/\beta c))}{([\omega_c - (\omega/\gamma)](1/\beta c))^2}$$

In der Praxis wird ω_{1np} durch das ω ersetzt, bei dem $B_{np}(\omega_c, \omega)$ bestimmt werden soll. Für maximale Modenanregung muss $\omega_{1np} = \gamma \omega_c$ sein. Es ergibt sich daher das ungewöhnliche Verhalten, dass bei einer Zyklotronfrequenz ω_c/γ im Laborsystem die maximale Emission bei der Frequenz $\gamma \omega_c$ zu beobachten ist. Die Summe der Mittelungsfunktionen B_{np} über 15 Moden ist in Abbildung 18 für ein Elektron von 10 kV und eines von 26 kV dargestellt, wobei wieder die experimentell bestimmten Daten der Kavität des LEAR Elektronenkühlers zugrunde gelegt wurden.

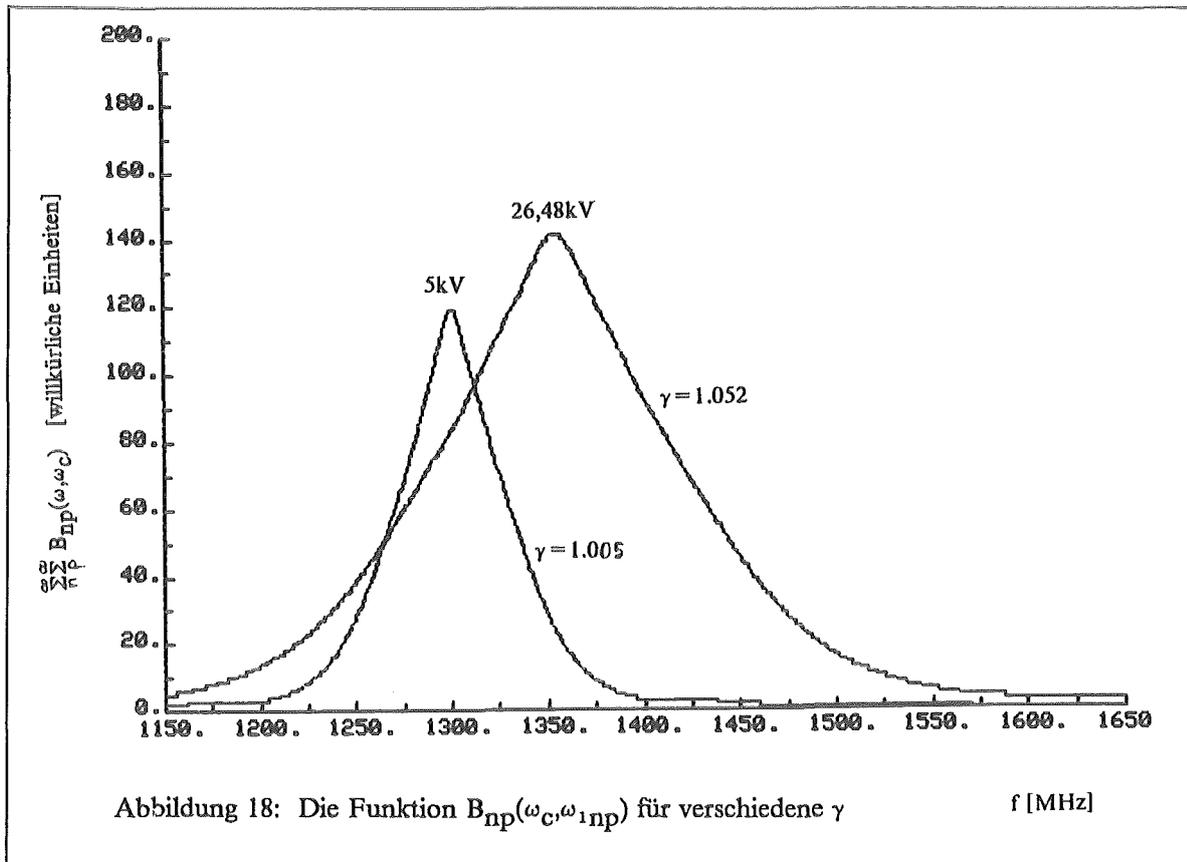
Mit abnehmendem β wird die Zahl der angeregten Moden kleiner. Im Grenzfall eines ruhenden Elektrons ergibt sich eine δ -Funktion bei ω_c , und bei $\beta \rightarrow 1$ eine Anregung aller Moden; das Spektrum wird dann allein durch dp^{vac}/df bestimmt.

2. Der longitudinale Dopplereffekt hat eine Verbreiterung des emittierten Spektrums zur Folge. Die differentielle Leistungsdichte eines spiralenen Elektrons wurde bereits vor langem bei der Untersuchung solarer Mikrowellenspektren berechnet. [39] Diese Rechnungen ergeben das Resultat von Seite 28 für $dp^{vac}/d\omega$, die Leistungsdichte wird jedoch nach den unterschiedlichen Polarisierungen zerlegt. Bei Anregung zur Bewegungsrichtung transversaler Felder, also z.B. der Moden einer Kavität, erhält man zwei Komponenten: Der magnetische Vektor der ersten Komponente ist parallel zum statischen Magnetfeld beziehungsweise der longitudinalen Bewegung,

$$dP(\text{TE})^{vac}/d\omega = 3\gamma_c E_{\perp} / 8\beta\gamma\omega_c$$

und regt daher nur TE-Moden an, Der magnetische Vektor der zweiten Komponente ist senkrecht zum statischen Magnetfeld, und regt daher nur TM-Moden an:

$$dP(\text{TM})^{vac}/d\omega = 3\gamma_c E_{\perp} / 8\beta\gamma\omega_c ((\omega/\gamma\omega_c - 1)/\beta)^2$$



Diese Summe dieser spektralen Dichten ergibt die auf Seite 28 angegebene Beziehung für die gesamte Emission.

Emittiertes und empfangenes Spektrum

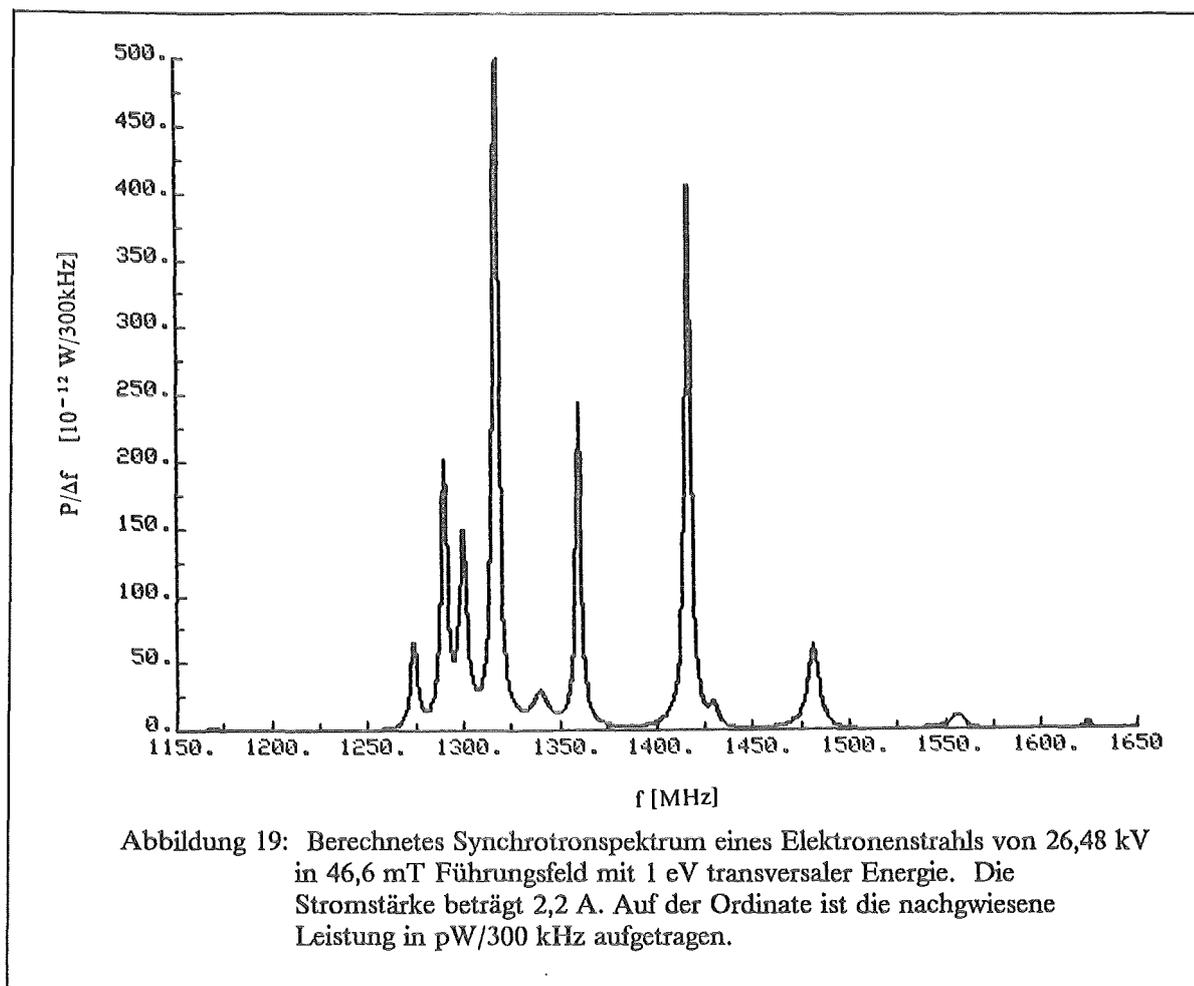
Das emittierte und das empfangene Spektrum unterscheiden sich dadurch, dass die Empfangsantenne eine modenabhängige Kopplung an die Kavität besitzt. Schliesslich sind Verluste und die Vorverstärkung des Signales vor der Leistungsmessung in Betracht zu ziehen. Diese Effekte werden durch einen Faktor M_{1np} berücksichtigt, so dass das nachgewiesene Spektrum durch

$$dP^{rec}(\omega)/d\omega = n_e dP^{vac}/d\omega \sum_n \sum_p \gamma_{1np}(\omega) B_{np}(\omega, \omega_c) M_{1np} / \gamma_c(\omega)$$

beschrieben wird. Die Faktoren M_{1np} müssen experimentell bestimmt werden, wie auch die Eigenfrequenzen ω_{1np} und die Güte Q_{1np} der Kavität. Diese Messungen werden im nächsten Kapitel beschrieben.

In Abbildung 19 ist ein derart berechnetes Spektrum, unter Annahme der Standardbedingungen aus Kapitel 1, gezeigt. Die transversale Energie wurde zu 1 eV angenommen. Das Spektrum unterscheidet sich von dem ursprünglich von Rubbia [17] erwarteten als auch von dem von Farnleitner und Schnizer [23] berechneten deutlich: Anstelle eines breiten Bandes bzw. einer schmalen Linie sind mehrere Linien erkennbar.

Durch den Vergleich gemessener und gerechneter Spektren ist daher eine Überprüfung der in diesem Kapitel durchgeführten Überlegungen möglich.



4. Messung der Parameter der Kavität des Elektronenkühlers

In die Berechnung der Synchrotronspektren gehen die Eigenfrequenzen der Moden im Frequenzbereich des Nachweises, deren Güten sowie die Kopplung jedes Mode an die Empfangsantenne ein.

Schliesslich ist es notwendig, die axiale Wellenzahl k_p zu kennen, um die Strahl/Modenkopplung B_{np} berechnen zu können. Bei einer typischen technischen Kavität sind alle diese Werte, gegebenenfalls unter Einsatz geeigneter numerischer Verfahren, mit hoher Genauigkeit bestimmbar. Die Vakuumkammer des LEAR Elektronenkühlers wurde jedoch unter dem Gesichtspunkt optimalen Vakuums konstruiert, und kann nur schwer numerisch gerechnet werden, weil die innerste leitende Oberfläche vielfach durchbrochen ist. Daher wurden alle Parameter der Kavität experimentell bestimmt.

4.1 Die zentrale Vakuumkammer

Die zentrale Vakuumkammer besteht aus drei rohrförmigen Teilen, die durch ConFlat-Flansche verbunden sind (siehe Abbildung 20). Die beiden äusseren Kammern dienen der Aufnahme der Pick-Up Elektroden, die auf einen Keramikzylinder, der in die Kammer eingeschoben wird, aufgetragen sind. Diese Technologie sichert geringe Kapazität der Elektroden, die kleine Schichtdicke und die schlechte Leitfähigkeit des aufgesputterten Materials sind jedoch äusserst nachteilig für die Güte der Kavität. Die zentrale Kammer ist ein Rohr aus rostfreiem Stahl, dessen Durchmesser 10 mm grösser ist als der Durchmesser der Pick-Up Elektroden.

In das Zentralteil ist ein zylinderförmiges Gitter eingesetzt, dessen Durchmesser von 140 mm identisch mit dem der Pick-Up Elektroden ist. Es schliesst nahtlos an diese an, so dass der elektrostatische effektive Durchmesser konstant 140 mm beträgt. Dies ist, wie in Kapitel 1 dargelegt, notwendig, um die Strahlgeschwindigkeit konstant zu halten: Durchmesseränderungen zum Beispiel an den ConFlat-Flanschen hätten eine Änderung des Raumladungspotentials zur Folge.

Die Maschenweite des Gitters beträgt 7 mm, mit 2 mm Stegbreite. Der Abstand zur inneren Wand der Vakuumkammer ist mit 5 mm kleiner als die Maschenweite. Zur Erzielung einer möglichst hohen Leitfähigkeit ist das Gitter (100μ)-hartversilbert (Kupferoberflächen sind im Ultrahochvakuum nicht erwünscht). Die Eigenschaften der unbelasteten Kavität werden folglich vom Gitterdurchmesser, dem Durchmesser der zentralen Vakuumkammer und den beiden schlecht leitenden Pick-Up Elektroden bestimmt.

Ein integraler Teil der Kavität ist die Empfangsantenne. Diese besteht aus einer versilberten Drahtschleife, deren eines Ende in das versilberte Gitter eingehängt wird, und deren anderes Ende durch eine Mikrowellendurchführung von 50Ω Wellenwiderstand mit einem Kupfermantelkabel verbunden ist.

Der Durchmesser der Antenne beträgt circa 6 mm, ihre Position ist axial leicht von der Mitte der Vakuumkammer in Richtung der Elektronenkanone versetzt, um auf möglichst viele axiale Periodenlängen empfindlich zu sein.

In Abbildung 22 ist die Antenne mit der Mikrowellendurchführung, und in Abbildung 21 die Montage des Kupfermantelkabels an die Durchführung gezeigt.

Wenn die Abführung von Feldenergie aus der Kavität nur durch die Antenne erfolgt, kann man die Güte Q der Kavität mit der Antennenfläche A_{ant} und dem Kammerquerschnitt $A_{vac} = \pi R^2$ durch die Beziehung

$$A_{ant} \cdot Q = A_{vac}$$

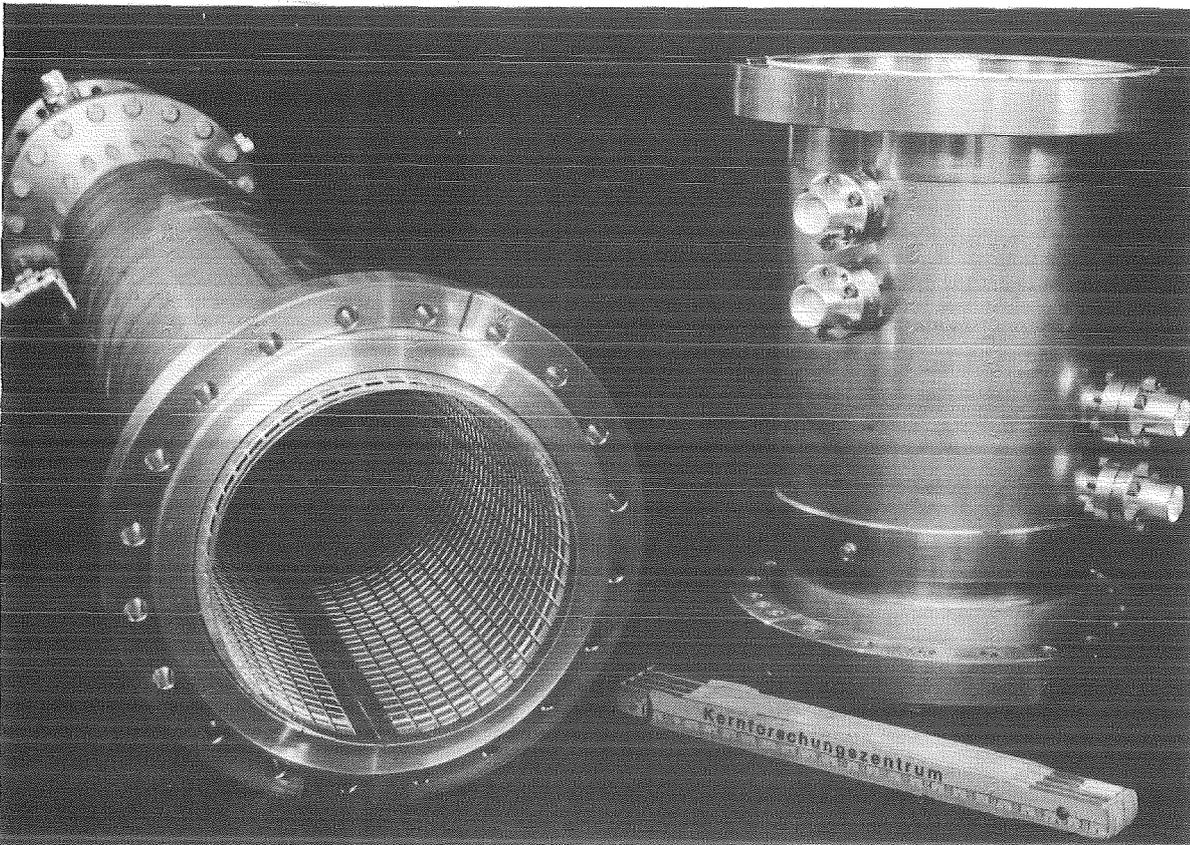


Abbildung 20: Die zentrale Vakuumkammer, geteilt in zwei Teile. Rechts befindet sich eine Kammer zur Aufnahme von Positionselektroden, links die mittlere Kammer mit dem eingesetzten versilberten Gitter.

verknüpfen. Aufgrund der Dämpfung ist die Intensität eines Mode nach Q Perioden auf $1/e$ abgesunken. Da die von der Antenne pro Periode abgeführte Energie⁶ proportional zu $A_{\text{ant}}/A_{\text{vac}}$ ist, bestimmt bei überkritischer Kopplung diese allein die Güte der Kavität. Die von den Elektronen in die Kavität emittierte Leistung wird ausgekoppelt und nicht in den Wänden dissipiert. Um die Güte der belasteten Kavität nicht zu stark herabzusetzen, wurde der Antennenquerschnitt so gewählt, dass Q ungefähr 500 beträgt.

Sowohl die Güte der belasteten Kavität als auch die Eigenfrequenzen und die effektive Antennenkopplung lassen sich mit einfachen Methoden experimentell bestimmen.

⁶ unter der Annahme, dass die Antenne nichtresonant koppelt

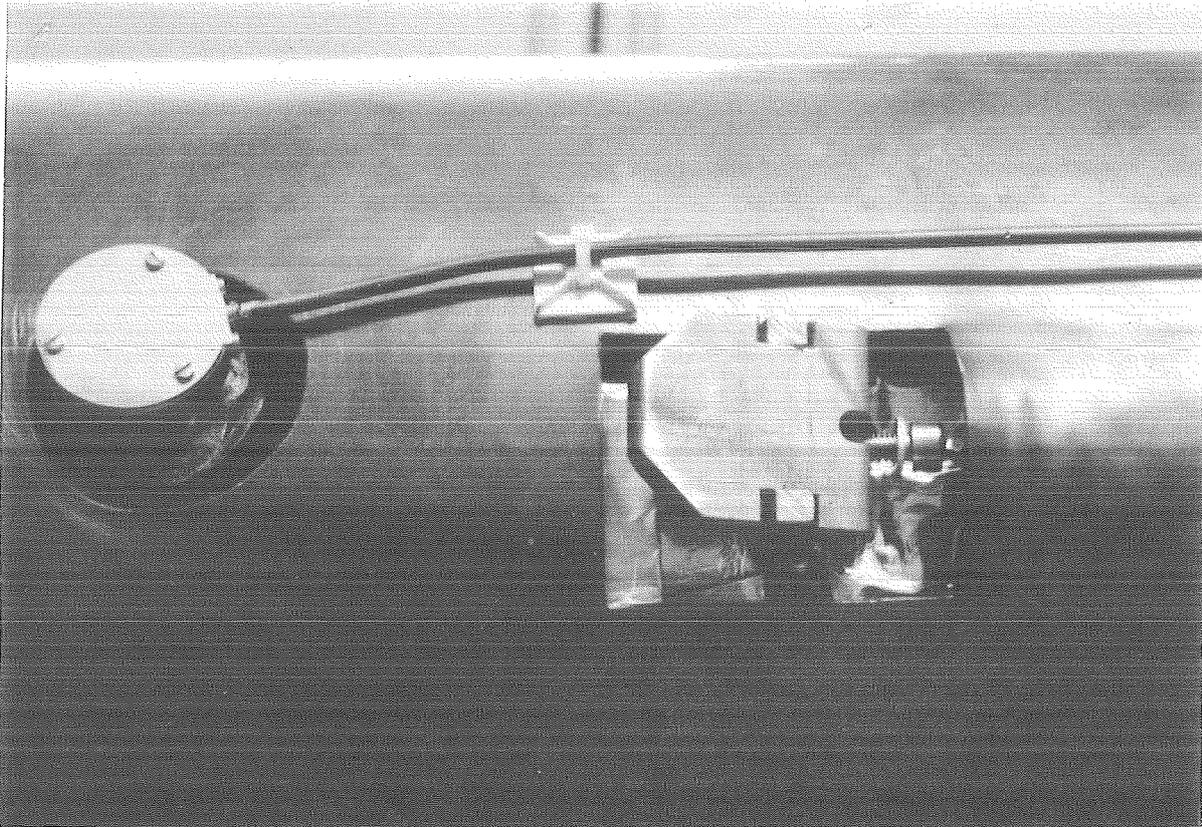


Abbildung 21: Die Mikrowellendurchführung (links oben) mit dem angeflanschten Kabel nach Beendigung der Montage

4.2 Messung der Eigenfrequenzen und Güten der Moden

Zur Messung der Eigenfrequenzen $\omega_{1, np}$ wurden der Generator eines Netzwerkanalysators (NWA) der Firma Hewlett Packard, Typ 8754 A, sowie ein Spektrumanalysator (SPA), ebenfalls der Firma Hewlett Packard, Typ 8566 A, verwendet. Die Vakuumkammer des Elektronenkühlers wurde auf der Austrittseite der Antiprotonen geöffnet, und eine Drahtschleife bis an den Rand der zentralen Vakuumkammer eingeführt. Der Generator des NWA, der ein Frequenzband von 10 bis 2600 MHz überstreicht, wurde an die Drahtschleife angeschlossen und die Eigenfrequenzen sowie die Breite der Moden in Transmission bestimmt. Der SPA wurde zur präzisen Frequenzmessung (relativer Fehler 10^{-5}) verwendet. Die eingeführte Sendeantenne wurde so weit zurückgezogen, dass die Kopplung an die Kavität möglichst schwach war.

Beim Durchstimmen des NWA werden die Kavitätenmoden abgetastet. Der Messfehler ist bei genügend schwacher Kopplung der Sendeantenne nur durch die Präzision der Frequenzmessung des SPA bestimmt. In Tabelle 2 sind die Ergebnisse der Messungen zusammengefasst.

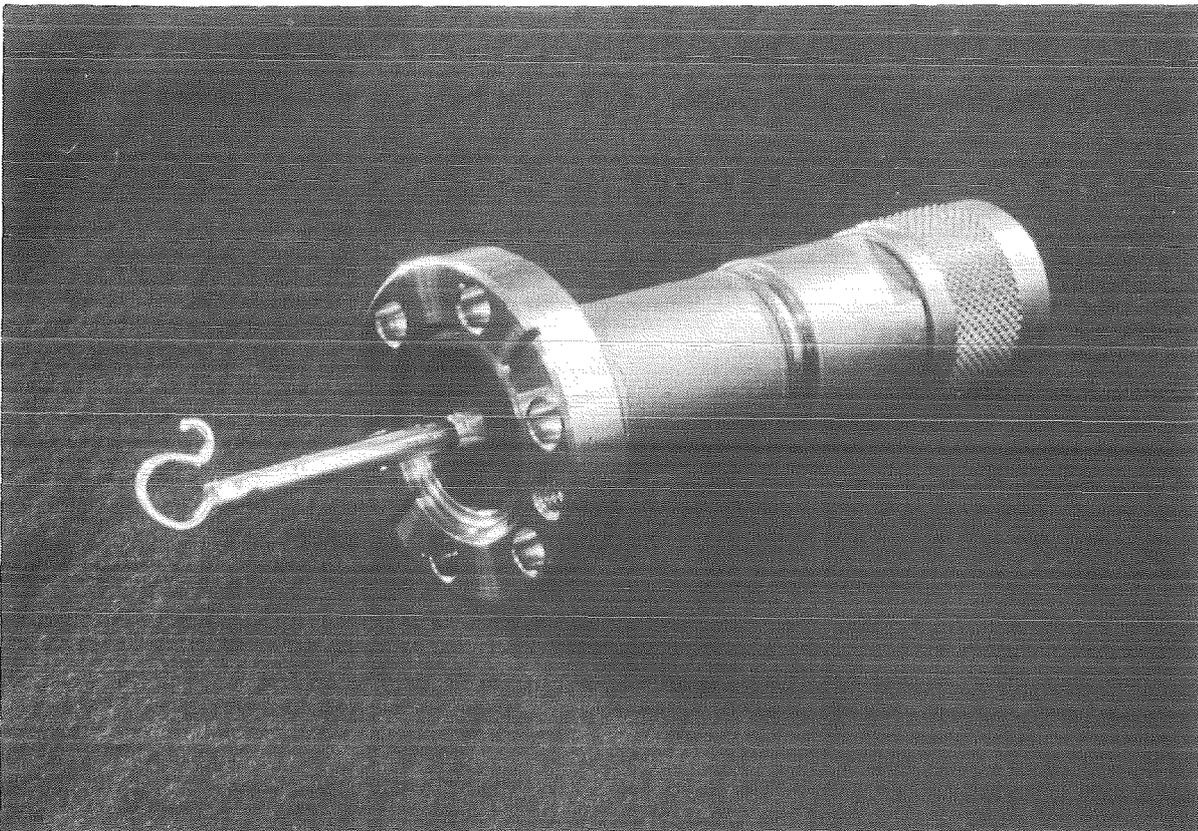


Abbildung 22: Die Antenne und eine Vakuumdurchführung mit 50Ω Wellenwiderstand. Hier ist eine Durchführung mit atmosphärenseitigem SUHNER – N Stecker gezeigt.

4.3 Messung der Mode/Antennenkopplung

Zur Bestimmung der Kopplung der Antenne an die Moden der Kavität könnte man die Amplitude des empfangenen Signals verwenden. Der Fehler der Messung wird jedoch relativ gross, weil auch der Fehler bei der Bestimmung der Kopplung der Einkoppelschleife an die Kavität in die Messung eingeht. Die Messung der Kopplung der Empfangsantenne an die Kavität wurde daher nach der Return – Loss Methode durchgeführt:

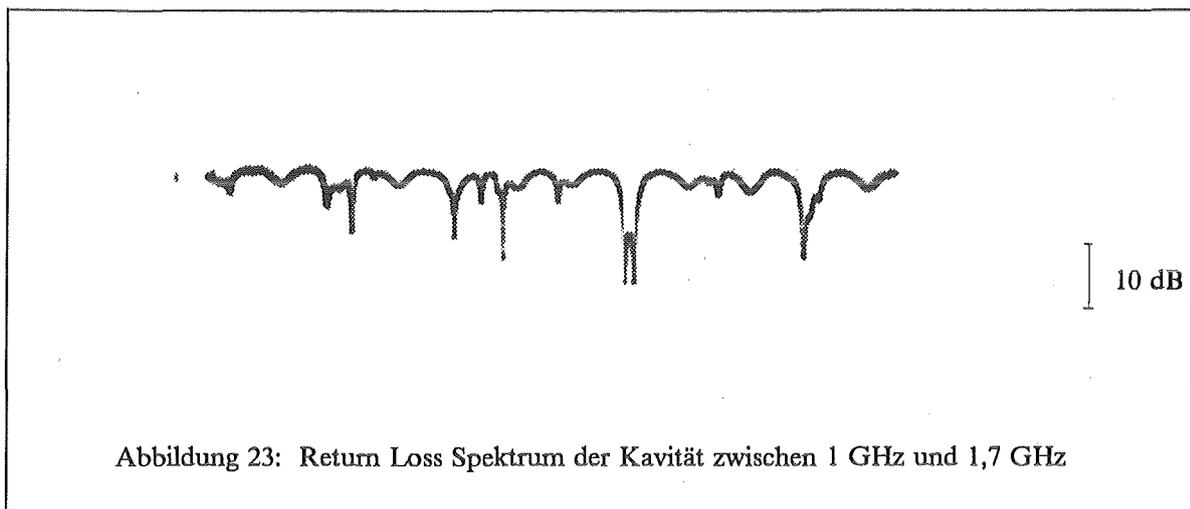
Der Ausgang des Frequenzgenerators des NWA wird mit einem Richtungskoppler verbunden, der einen definierten Anteil der Ausgangsleistung dem Referenzeingang des NWA zuführt. Das verbleibende Signal wird in die Antenne eingespeist. Bei schlechter Kopplung der Antenne wird ein grosser Teil des Signals, bei guter Kopplung ein kleiner Teil, zum NWA reflektiert, und kann dort mit dem Referenzsignal in Amplitude und Phase verglichen werden. Das Verhältnis der reflektierten zur in die Antenne eingespeisten Leistung wird Return Loss genannt und auf einem Bildschirm als Funktion der Frequenz direkt angezeigt (siehe Abbildung 23). Die Basislinie spiegelt die Verluste in den

Steckern und Kabeln wieder, die Linien die in die Kavität eingespeiste Leistung. Wenn L den Return Loss (in dB) bezeichnet, errechnet sich das Verhältnis der in die Kavität eingekoppelten Leistung P_{cav} zur eingespeisten Leistung P_{in} zu

$$P_{\text{cav}}/P_{\text{in}} = 1 - 10^{L/10}$$

Mit Hilfe des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik kann man in sehr allgemeiner Weise zeigen, [40] dass die Kopplung der Antenne an die Moden unabhängig von der Richtung sein muss, ein verlustfreies System vorausgesetzt. Da die Verluste pro Periode klein sind, kann man mit hinreichender Genauigkeit für das Verhältnis der ausgekoppelten Leistung P_{out} zur in die Kavität emittierten Leistung P_{cav} setzen:

$$P_{\text{out}}/P_{\text{cav}} = M_{\text{np}} = P_{\text{cav}}/P_{\text{in}}$$



Die gemessene Kopplung zwischen Antenne und Mode ist in Tabelle 2 für die Moden zwischen 1 und 1,7 GHz eingetragen. Die frequenzabhängige Verstärkung des bei den Messungen der Mikrowellenspektren verwendeten Vorverstärkers ist in den aufgelisteten Werten bereits multiplikativ einbezogen. Der Vorverstärker der Firma MiTeQ, Typ AM-3A-1020, wurde zwischen Antenne und Signalnachweis geschaltet und hat im Frequenzbereich von 1-2 GHz eine Verstärkung zwischen 30 dB und 31 dB.

Tabelle 2: ω_{1np} , Q_{1np} , M_{1np} und k_p zwischen 1 und 1,7 GHz

ω_{1np} gemessen	ω_{1np} gerechnet	Q_{1np}	M_{1np}	k_p	TE_{mnp}	eff. ϕ
MHz	MHz	–	–	m^{-1}	–	mm
1162	1174	363	547	3,14	110	150
1169	1193	177	547	9,42	111	150
1253	1257	148	101	2,42	110	140
1274	1267	305	548	12,08	112	140
1290	1284	338	818	28,27	114	150
1300	1288	300	422	16,92	113	140
1317	1319	453	970	21,75	114	140
1340	1352	153	109	34,55	115	150
1360	1358	434	350	26,58	115	140
1417	1407	400	1015	31,42	116	140
1430	1433	340	60	40,80	116	150
1482	1463	225	696	36,20	117	140
1557	1524	190	642	41,08	entartet	
1624	1624	422	200	53,41	118	150

4.4 Bestimmung der axialen Periodenlänge

Beim Vergleich der gemessenen Eigenfrequenzen mit den für eine verlustlose geschlossene zylindrische Kavität erwarteten fällt auf, dass die Kavität offensichtlich Moden entsprechend einem Durchmesser sowohl von 140 mm als auch von 150 mm besitzt. Die Eigenfrequenzen ω_{11p} eines TE_{11p} Mode betragen bei einer Kavitätenlänge von $2L$ und Radius R für eine geschlossene Kavität hoher Güte [41]

$$\omega_{11p} = c \sqrt{1,841^2/R^2 + p^2\pi^2/4L^2}$$

und beginnen somit ab 1257 MHz für 140 mm Durchmesser und 1174 MHz für 150 mm Durchmesser. Dabei wurde der Laufindex p halbzahlig angenommen. Die ersten Moden werden offenbar allein von der mittleren Vakuumkammer mit 150 mm Durchmesser, Moden ab 1250 MHz auch vom versilberten Gitter von 140 mm Durchmesser getragen. Mit Kenntnis der Länge der zentralen Vakuumkammer und der gesamten Kavität gelingt es dann, die Eigenfrequenzen den TE_{11p} -Moden zuzuordnen. Dabei ist die Annahme nützlich, dass die Antennenkopplung für die 150 mm - Moden schlechter ist, weil die Antenne nur mit dem Gitter verbunden ist.

Die Übereinstimmung der gemessenen Eigenfrequenzen mit den für eine geschlossene glatte Kavität erwarteten ist angesichts der komplizierten realen Struktur erstaunlich. Gemessene und nach der oben angeführten Formel gerechnete Eigenfrequenzen sind in Tabelle 2 gegenübergestellt. Die Angabe der axialen Wellenzahl k_p , die auf Seite 37 definiert wurde, und für die Berechnung des Strahl/Mode Kopplungsfaktors $B_{np}(\omega, \omega_c)$ nötig ist, ist daher mit grosser Sicherheit möglich, ohne ein Modell der Kavität auszumessen.

5. Nachweis der Synchrotronspektren

An das Nachweissystem für die Synchrotronstrahlung werden verschiedenartige Anforderungen gestellt, die die Auswahl verfügbarer Lösungen einschränken:

1. Die Empfindlichkeit des Nachweises ist durch die spektrale Dichte des Signals bestimmt. Ohne den Verstärkungseffekt der Kavität beträgt diese Dichte nach der Gleichung auf Seite 28 etwas weniger als 1000 K/Hz·eV. Legt man eine typische Anhebung der Emission in der Nähe eines Kavitätenmode von 40 zugrunde (siehe Abbildung 17), so erhöht sich das Signal auf 40000 K/Hz·eV. (-153 dBm/Hz·eV) Moderne Mikrowellenempfänger haben eine 3dB - Empfindlichkeit von -174 dBm/Hz, selbst ohne gekühlte Eingangsstufe. Der Nachweis eines Spektrums kann daher direkt mit einem derartigen Empfänger erfolgen, selbst bei einem geringeren Strahlstrom als den vorliegenden 2,2 A. Spektrumanalysatoren werden dagegen nicht auf Rauschen und Mischverluste optimiert und weisen daher durchweg schlechtere Werte auf (-141 dBm/Hz für den SPA Hewlett Packard 8566 A). Sie müssen daher zusammen mit einem rauscharmen Vorverstärker betrieben werden. Diese werden zum Beispiel mit einer Oktave Bandbreite, einer Verstärkung von mehr als 30dB und der Rauschzahl von 0,8 dB industriell hergestellt.

In der Radioastronomie werden schliesslich Radiometer verwendet, die durch spezielle Techniken sehr lange Integrationszeiten gestatten. [42] Rauschen einer Temperatur von 1 K kann mit diesen Empfängern nachgewiesen werden, deren Empfindlichkeit daher -196 dBm/Hz beträgt. Der im ICE - Experiment verwendete Nachweis der Synchrotronstrahlung war unter Verwendung dieser Techniken aufgebaut.

2. Die Bandbreite sollte deutlich kleiner als die Breite der Moden sein, in die emittiert wird, um den Vorteil der hohen spektralen Dichte nicht aufzugeben und die Emission in die einzelnen Moden verifizieren zu können. Die gemessene Güte Q der Moden ist kleiner als 500, so dass eine Bandbreite von 500kHz oder 1MHz angemessen erscheint. Ein SPA ermöglicht freie Wahl der Nachweisbandbreite, in der Regel bis herauf zu 300 kHz. Mikrowellenempfänger haben höhere Bandbreiten (bis zu 100 MHz), erlauben mit einem nachgeschalteten frequenzselektiven Voltmeter jedoch auch schmalbandigen Signalnachweis. Im Prinzip gilt diese Aussage auch für Radiometer, der Aufwand für schmalbandigen Nachweis ist jedoch deutlich höher.

3. Die Datenaufnahme und Steuerung sollte durch das Kontrollsystem des LEAR-Elektronenkühlers erfolgen. Dieses ist aus Einheiten entsprechend der CAMAC-Norm aufgebaut und wird von einem Computer gesteuert, der sowohl über eine Floppy-Disc als auch eine Festplatte als Datenspeicher verfügt. Aus Gründen der Einheitlichkeit und der einfachen Anpassung sollte auf einen anderen Datenbus als den in der CAMAC-Norm definierten verzichtet werden. Die neueren Spektrumanalysatoren sind wie die meisten selektiven Voltmeter über einen fremden Datenbus fernsteuerbar, ohne dass eine Ansteuerung durch analoge Signale zur Verfügung steht.
4. Die Verfügbarkeit der notwendigen Geräte ist von Bedeutung, da der Kauf eines Mikrowellenmesstages nur für die Diagnose am LEAR-Elektronenkühler nicht gerechtfertigt erscheint. Die verwendeten Geräte mussten daher ausnahmslos für begrenzte Zeit ausleihbar sein.

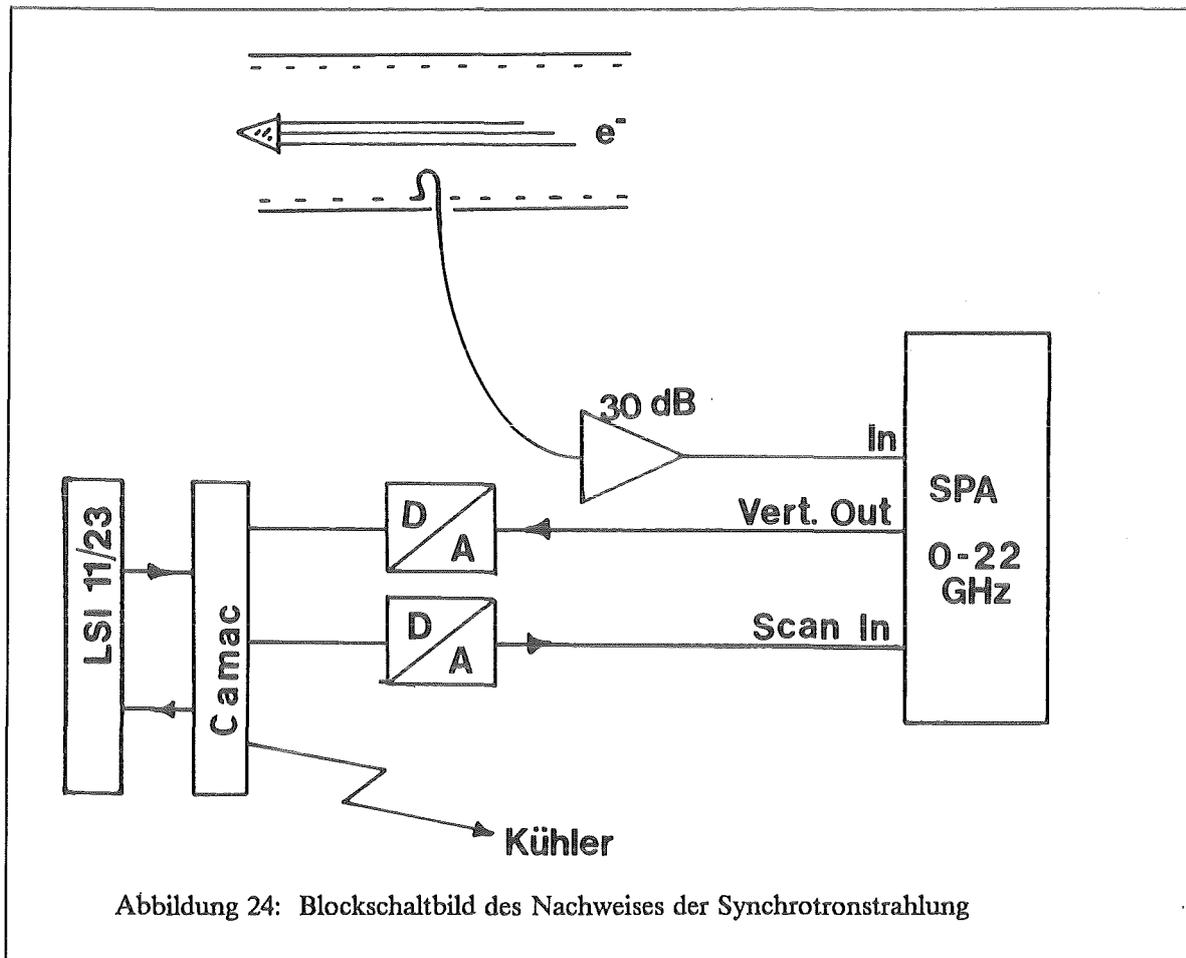
5.1 Der Mikrowellenempfänger

Die genannten Bedingungen wurden von einem älteren analog ansteuerbaren Spektrumanalysator mit vorgeschaltetem neuen rauscharmen Vorverstärker erfüllt. Das Eigenrauschen des SPA war mit -145 dBm/Hz spezifiziert, für den Vorverstärker wurden bei der Vermessung $1,8$ dB Rauschzahl und $30,5$ dB Verstärkung festgestellt. Der Frequenzbereich des Vorverstärkers reichte von $1 - 2$ GHz.

Der Spektrumanalysator (Hersteller Hewlett Packard) bestand aus einem Übertrahmen (Typ. 8555A) und einem Empfängereinschub für den Frequenzbereich von 10 MHz bis 18 GHz (Typ. 8444A). Der Abstimmbereich wurde jeweils von Hand auf 500 MHz oder 1 GHz eingestellt, die Empfangsfrequenz konnte durch ein analoges Eingangssignal verstellt werden. Der Fehler bei dieser Einstellung ist mit 10 % des Abstands zur Mittenfrequenz des Abstimmbereichs aber relativ hoch.

Zur Leistungsmessung werden bei SPAs drei Verfahren angewendet; entweder wird die Eingangsleistung auf einer logarithmischen Skala dargestellt (logarithmischer Nachweis), oder ein der Eingangsspannung proportionaler Wert verwendet (linearer Nachweis). Schliesslich kann auch die Eingangsleistung selbst angegeben werden (quadratische Detektion). Kleine Signale treten bei quadratischer Detektion am weitesten aus dem Rauschen hervor, bei logarithmischer am wenigsten. Quadratischer Nachweis war bei dem verwendeten SPA nicht möglich, so dass linearer Nachweis, mit Vollausschlag bei $800 \mu\text{V}$ oder $1600 \mu\text{V}$ Eingangsspannung, gewählt wurde. Der Fehler betrug $2,8$ % dieser Maximalamplitude, gemessen bei der Mittenfrequenz des Abstimmbereichs. Die Nachweisbandbreite war immer auf 300 kHz, den Maximalwert, eingestellt. Das Ausgangssignal des SPA wurde mittels eines 12 -bit Analog/Digital-Wandler in den Computer eingelesen, dessen Nichtlinearität unter einem Promille betrug. Im Spektrumanalysator stand eine kalibrierte Signalquelle von 30 MHz/ -30 dBm zur Verfügung, deren Ausgangsleistung auf $0,3$ dB $\approx 7,1$ % unbestimmt war.

Ein Blockschaltbild des Nachweises ist in Abbildung 24 aufgezeichnet.



5.2 Aufnahme der Spektren

Bei freilaufendem Betrieb des SPA beobachtet man bei abgeschaltetem Elektronenstrahl das im oberen Teil von Abbildung 25 gezeigte Spektrum. Deutlich ist das erhöhte Rauschen im Verstärkungsbereich des Vorverstärkers zu erkennen. Nach Einschalten des Elektronenstrahls treten aus dem Spektrums die erwarteten Peaks hervor, wie die untere Hälfte von Abbildung 25 zeigt.

Man erkennt die inkohärente Natur der Synchrotronstrahlung: Ein phasenstarrs Signal zeigt sich als Linie auf dem Oszillograpenschild (wie in Abbildung 23), unkorrelierte Signale äussern sich als flächige Anhebung des Rauschpegels.

Bei der Datennahme durch den Computer wurde der Abstimmbereich des SPA in 1000 Schritten durchgestimmt. Das Rauschen auf der Ausgangsspannung des SPA wurde dann sowohl durch analoge als auch digitale Filterung herabgesetzt.

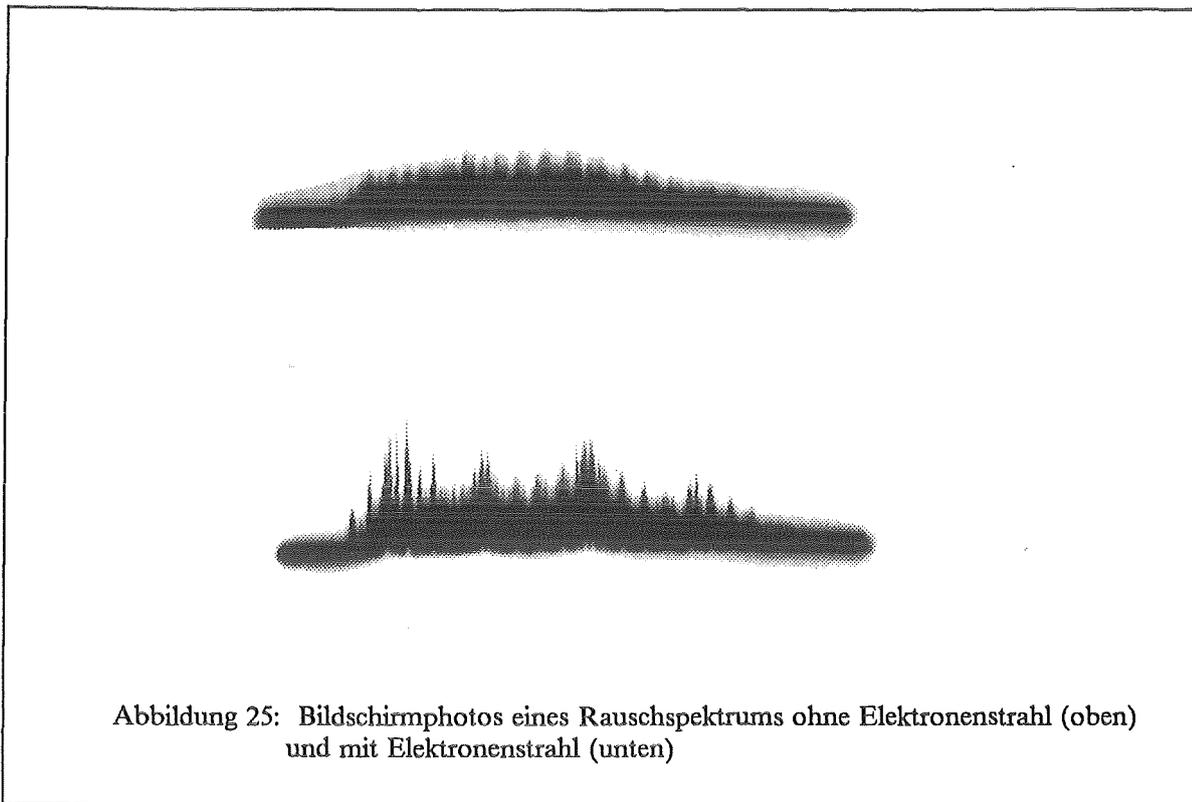


Abbildung 25: Bildschirmfotos eines Rauschspektrums ohne Elektronenstrahl (oben) und mit Elektronenstrahl (unten)

Digitale und analoge Filterung

Die am Eingangswiderstand R_L des SPA abfallende Rauschspannung wird im einfachsten Fall durch eine Rauschtemperatur T charakterisiert. Danach sind die mittleren Schwankungen der Eingangsspannung V_{rms} durch

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{R_L k T \Delta f}$$

gegeben. Der SPA führt eine Fourierzerlegung der Eingangsspannung durch; Bei der Frequenz f sind für Rauschen die Fourierkoeffizienten a_1 und b_1 ersten Harmonischen jeweils normalverteilt. Die Ausgangsspannung V_a des SPA ist der quadratischen Summe der beiden Fourierkoeffizienten, $\sqrt{a_1^2 + b_1^2}$, proportional. Da die Verteilungsfunktionen für a_1 und b_1 bekannt sind, kann die Verteilungsfunktion für V_a berechnet werden:

Wenn \bar{V}_a den Mittelwert der Ausgangsspannung bezeichnet, und σ die Standardabweichung der Ausgangsspannung, so ist die Wahrscheinlichkeit $p(V_a)$, die Spannung V_a zu messen, durch

$$p(V_a) = V_a / \sigma^2 \exp(-V_a^2 / 2\sigma^2) \quad \bar{V}_a = \sigma \sqrt{\pi/2}$$

gegeben.⁷ [43] Diese Rayleigh-sche Verteilung hat als entscheidenden Unterschied zur Gaussverteilung eine Standardabweichung σ , die proportional zum Mittelwert ist. Wenn $p(V_a)$ normalverteilt wäre, wäre die Standardabweichung proportional zur Wurzel des Mittelwertes. Jede Verstärkung von V_a würde dann zu einer Verbesserung des Signal/Rausch-Verhältnisses führen, weil dieses als das Verhältnis zwischen dem Mittelwert \bar{V}_a und der Standardabweichung σ definiert ist:

$$S/R = \bar{V}_a/\sigma$$

Ganz offensichtlich erhöht grössere Empfängerverstärkung (bei konstanter Messzeit) das S/R-Verhältnis aber nicht im Gegensatz zu einer erhöhten Zählrate in einem kernphysikalischen Experiment. Das Signal/Rausch-Verhältnis ist unabhängig von der Amplitude V_a .

Eine Verringerung wird nur durch eine Verlängerung der Messzeit, also Integration erreicht. Bei einem analogen Nachweis geschieht dies durch einen Tiefpass, bei digitalem Nachweis durch Akkumulation von Messungen. Das Signal/Rausch-Verhältnis verbessert sich, wenn die Bandbreite Δf beträgt, nach der Messzeit τ um

$$(S/N)_{\text{out}} = (S/N)_{\text{in}} \cdot \sqrt{\Delta f \tau}$$

Bei digitaler Filterung bezeichnet das Produkt $\Delta f \tau$ die Anzahl unabhängiger Messungen N , die zeitlich mindestens $\tau = 1/\Delta f$ getrennt sind, und aus denen ein Mittelwert gebildet wird. Der Vorteil gegenüber einem analogen Tiefpass der Bandbreite Δf liegt darin, dass die Wartezeit zwischen zwei unabhängigen Messungen beliebig klein ist, während bei einem Tiefpass nach jeder Messung mindestens $2\tau - 3\tau$ gewartet werden muss, wenn eine Änderung des Signals erwartet wird.

Der im Analog/Digital-Wandler integrierte Tiefpass mit 800 Hz Bandbreite wurde daher durch digitale Filterung ergänzt, indem bei jeder Frequenz 10 Messungen im Abstand von 10 msec gemacht wurden. Leider war der Wandler einige Meter vom SPA entfernt, und im Verbindungskabel wurden Netzstörungen mit einer Frequenz von 50 Hz induziert. Bei der Taktzeit der Messungen von 10 msec konnten diese daher nicht befriedigend ausgefiltert werden. Bei einer Taktzeit von 30 msec oder 40 msec wäre die Messzeit jedoch zu lange geworden. In Abbildung 26 ist ein Nullspektrum gezeigt. Man erkennt den Offset des bipolaren Analog/Digital-Wandlers. Dieses Spektrum wurde gewonnen, indem der Eingang des SPA mit einem Widerstand von 50 Ω abgeschlossen wurde. Die mittlere quadratische Schwankung σ aus den 10 Messungen bei jedem Messpunkt wird durch die vertikalen Balken dargestellt. Die Einheit auf der vertikalen Skala sind Umwandlungsbits des verwendeten A/D-Wandlers. Abbildung 27 zeigt ein Rauschspektrum ohne Elektronenstrahl. Die Ausgangsspannung V_a ist höher, weil das Rauschen des Vorverstärkers und des SPA darin eingehen. Die Differenz zwischen dem Nullspektrum und dem Rauschspektrum ist der Rauschspannung V_{rms} am Eingang proportional. Die Schwankungen der Ausgangsspannung sind in beiden Spektren identisch und durch die mangelnde Netzfilterung gegeben. Das in Abbildung 28 gezeigte Spektrum wurde nach Einschalten des Elektronenstrahls gewonnen und zeigt gegenüber dem Bildschirmphoto eine höhere Auflösung und geringeres Rauschen. Die RMS-Schwankungen sind unabhängig von der Grösse des Messwerts und genauso gross wie auf dem Rauschspektrum ohne Elektronenstrahl. Die Filterung ist also auch hier ausreichend.

⁷ eine Einführung findet sich in 40, p.20 - 29

Abbildung 26: Nullspektrum, mit dem Computer aufgezeichnet. Auf der Abszisse sind Umwandlungsbits aufgetragen. Die vertikalen Balken entsprechen der Standardabweichung aus 10 Messungen.

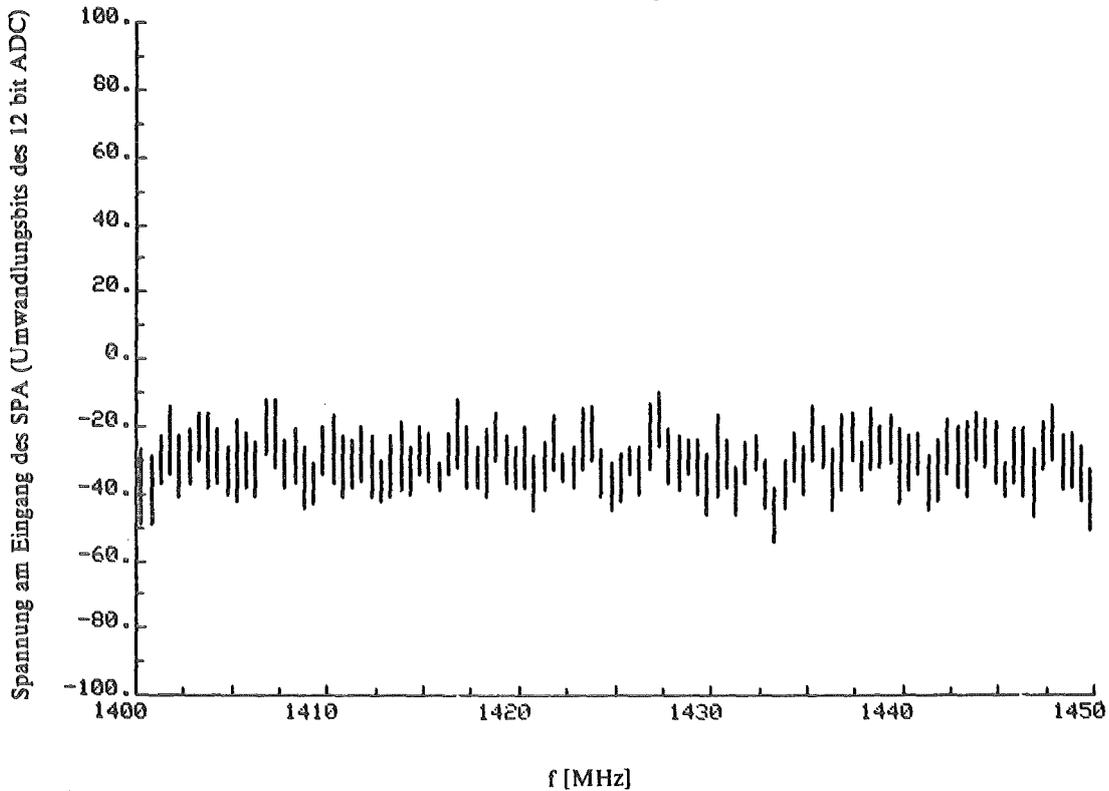


Abbildung 27: Rauschspektrum, mit dem Computer aufgezeichnet. Der volle Abstimmbereich von 500 MHz ist gezeigt. Auf Abszisse sind ebenfalls Umwandlungsbits aufgetragen.

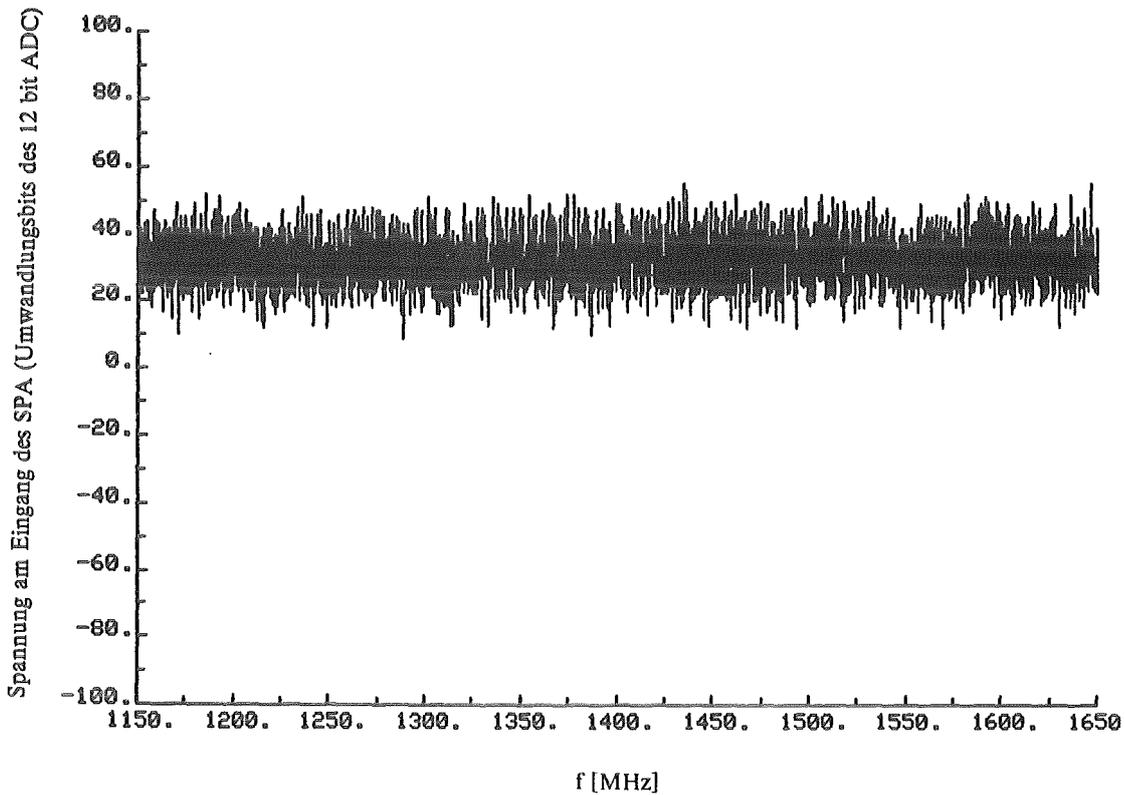


Abbildung 28: Synchrotronspektrum nach der Aufzeichnung. Die Empfindlichkeit betrug $800 \mu\text{V} \cong 1638$ bit vor der Korrektur durch die kalibrierte Signalquelle. Die Strahlenergie betrug $26,48 \text{ kV}$, der Strahlstrom $2,2 \text{ A}$ und das Magnetfeld 46 mT .

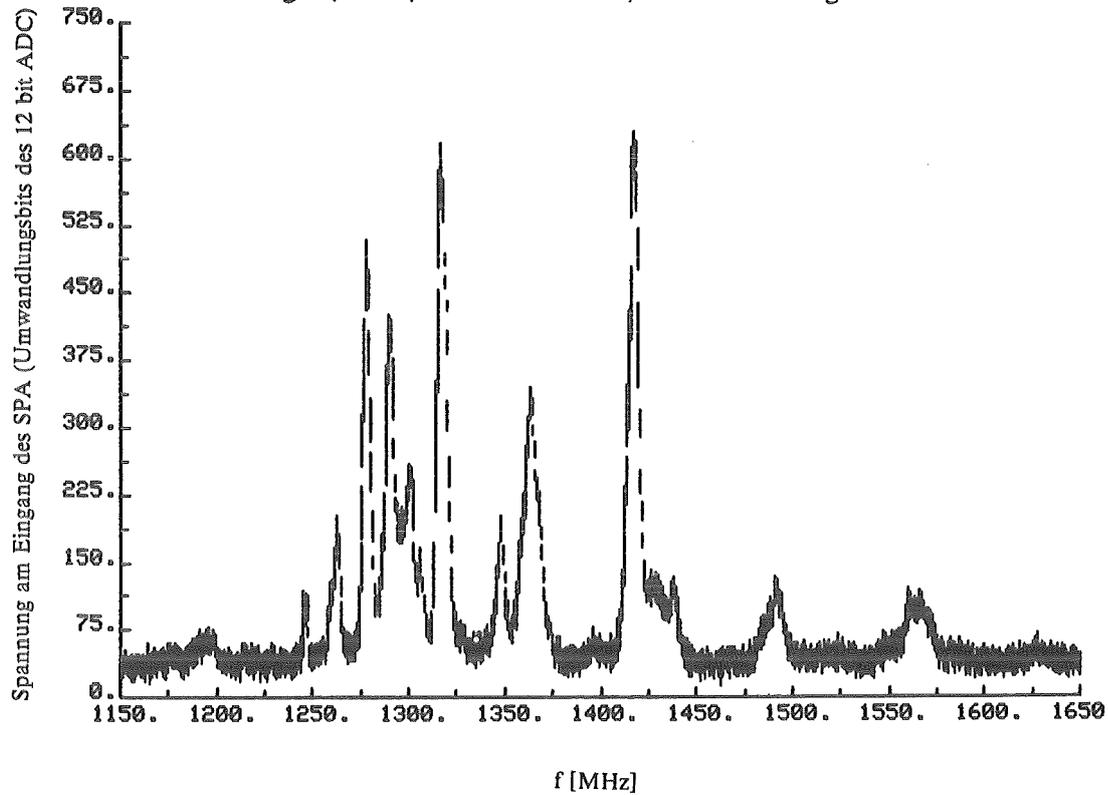
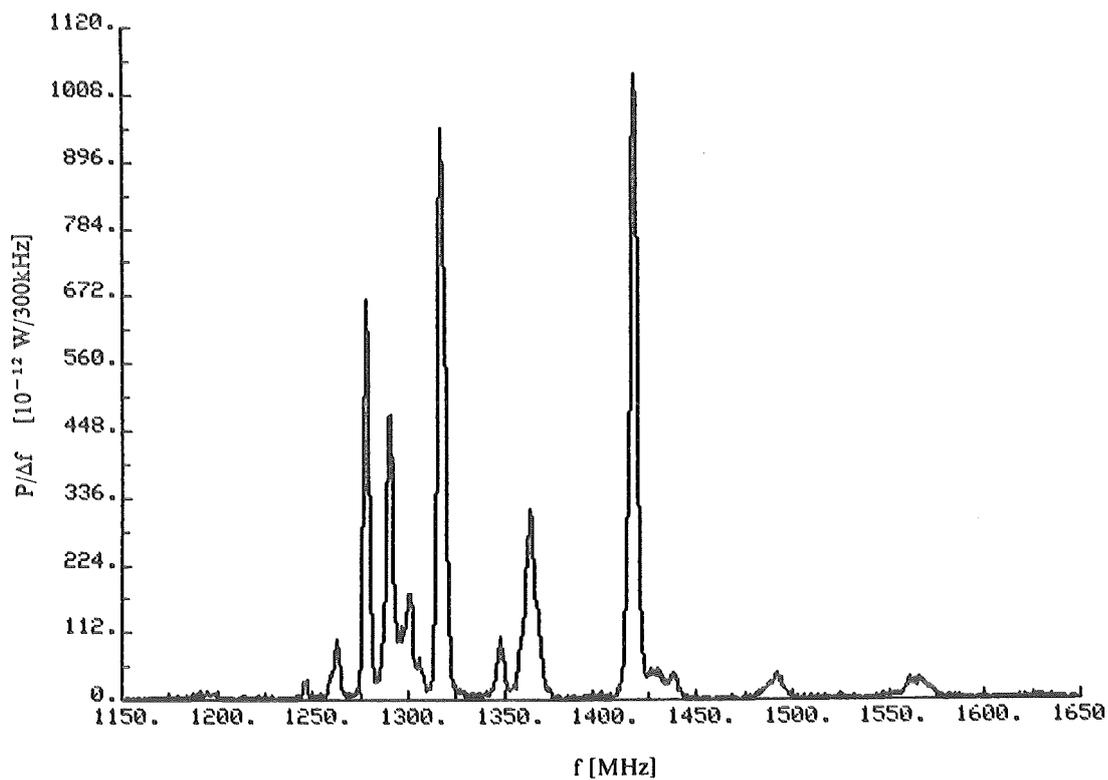


Abbildung 29: Synchrotronspektrum nach der Quadratur und dem Abzug eines Untergrundspektrums. Auf der Abszisse ist die spektrale Dichte in $\text{pW}/300 \text{ kHz}$ aufgetragen. Es wurde das Spektrum aus Abbildung 28 verwendet.



5.3 Aufbereitung der Spektren

Die Fourierkomponenten a_1 und b_1 bezeichnen Spitzenwerte, und nicht Effektivwerte der Eingangsräuschspannung. Zur Berechnung der Leistung P_e am Eingangslastwiderstand R_L des SPA muss daher von einer Eingangsspitzenspannung V_e ausgegangen werden:

$$P_e = V_e^2 / 2R_L$$

Die Leistungsdichte wird innerhalb der kleinen Bandbreite des Empfängers als konstant angesehen, und P_e hängt mit der spektralen Dichte dP_{SPA}/df linear zusammen:

$$P_e = dP_{SPA}/df \Delta f$$

Bei der Aufbereitung der Spektren erfolgt zuerst eine Umrechnung der Umwandlungsbits in einen Spannungswert. Der Umrechnungsfaktor ($0,50125 \mu V/bit$) wird durch eine Messung mittels der im SPA eingebauten kalibrierten Signalquelle ermittelt. Das in Spannungswerte konvertierte Spektrum wird dann quadriert. Das ebenfalls quadrierte Rauschspektrum wird vom Signalspektrum kanalweise abgezogen. Eine Berücksichtigung des Schottkyrauschens ist nicht notwendig.⁸ Ein quadriertes Spektrum zeigt Abbildung 29. Die vertikale Skala gibt die Rauschleistung in $pW/300$ kHz Bandbreite, gemessen am Eingang des SPA, an. Die Schwankungen zwischen benachbarten Werten auf der Nulllinie betragen typisch noch $2 \cdot 10^{-12}$ W/300 kHz. Die effektive Empfindlichkeit des Nachweises, gemessen vor dem Vorverstärker, beträgt daher -172 dBm/Hz. Der vollständige Oktavempfänger hat also eine Rauschtemperatur unter 500 K. Das aufbereitete Spektrum kann dann mit Berechnungen verglichen werden, um Information über die transversale Energie des Elektronenstrahls zu erhalten.

⁸ siehe Anhang 1

5.4 Vergleich mit den berechneten Spektren

Die Berechnung eines Synchrotronspektrums benötigt einige Strahlparameter, nämlich die Strahlenergie, den Strahlstrom und den Wert des Magnetfeldes. Diese Werte wurden bei jeder Messung zusammen mit dem gemessenen Spektrum bestimmt und in einem Datenfile abgespeichert. Das Programm zur Berechnung eines Synchrotronspektrums kann diese Daten dann wieder einlesen, um ein Spektrum für 1 eV transversale Strahlenergie sowie die erwartete totale Leistung für 1 eV transversale Strahlenergie P^{rec} zu berechnen.

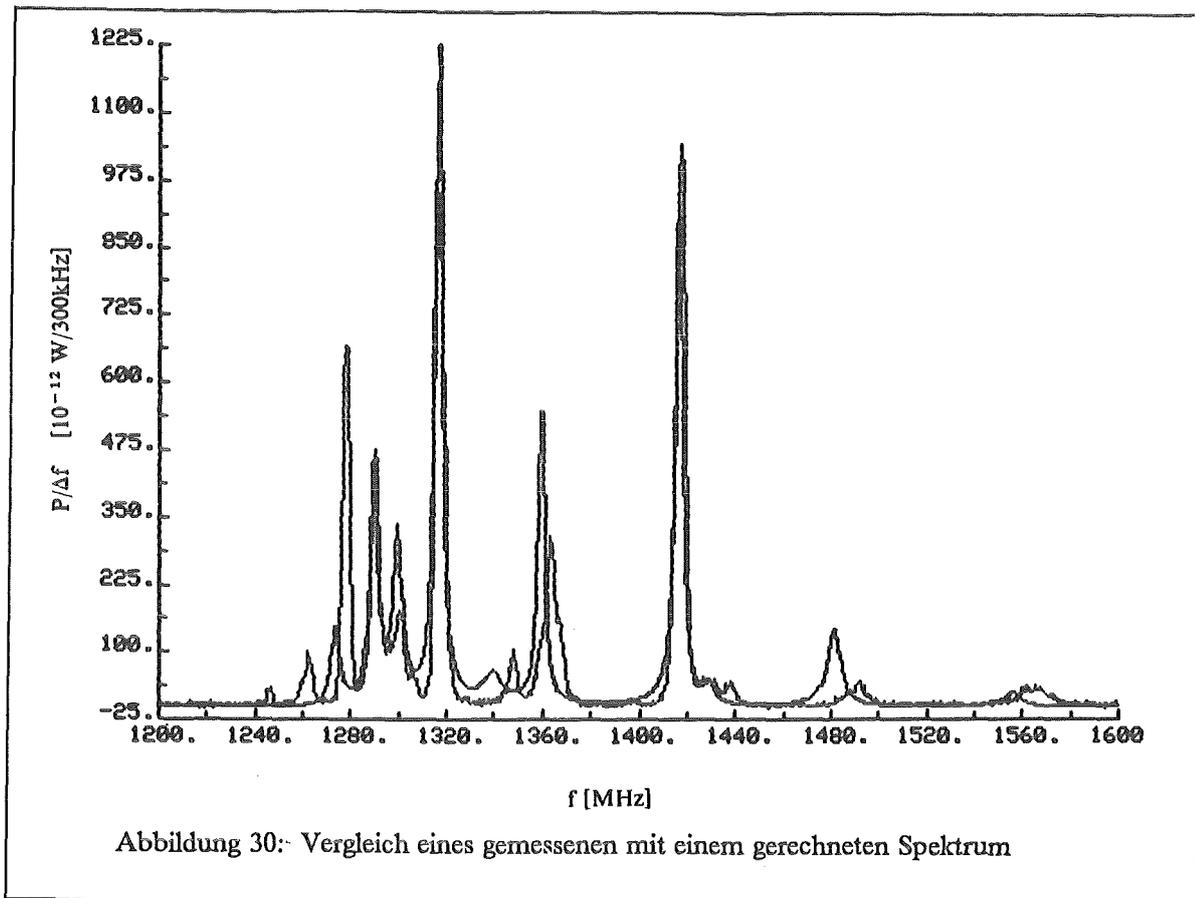
Eine Summation über alle Kanäle eines gemessenen Spektrums ergibt die totale emittierte Leistung P^{SPA} . Das Verhältnis $P^{\text{SPA}}/P^{\text{rec}}$ stellt sowohl die transversale Energie in Einheiten von eV dar als auch den Normierungsfaktor für das theoretische Spektrum.

Das berechnete Spektrum wird mit dem Normierungsfaktor multipliziert. In Abbildung 30 sind ein gemessenes und ein theoretisches Spektrum übereinandergelegt dargestellt. Die Linien sind zum Teil gegeneinander verschoben, weil zwischen der Ansteuerspannung für die Frequenz des SPA und der Empfangsfrequenz des SPA eine Nichtlinearität besteht, wie bei der Beschreibung des Mikrowellenempfängers erwähnt. In das berechnete Spektrum gehen dagegen die mittels eines präziseren SPA vorher bestimmten Eigenfrequenzen der Kavität ein. Bei Abstimmung von Hand anstelle durch den Computer konnte im Rahmen der Ablesegenauigkeit verifiziert werden, dass die Frequenzen, bei denen emittiert wird, mit den Eigenfrequenzen der Kavität, die vorher gemessen worden waren, übereinstimmen.

Die Übereinstimmung der Spektren wurde jeweils nach Augenmass beurteilt. Wenn sie ähnlich überzeugend wie in diesem Beispiel⁹ war, wurde die Normierungskonstante als Messwert der transversalen Temperatur angesehen. Die ersten Moden zeigen durchweg schlechtere Übereinstimmung mit den Messungen. Dies kann dadurch erklärt werden, dass die axiale Periode k_p^{-1} , über die bei der Bestimmung von B_{np} integriert wird, hier gross ist. Die Pick-Up-Kammern und Modenverzerrungen an den Rändern machen sich im Mittel also stärker bemerkbar als bei höheren Moden mit kleinerem k_p^{-1} .

Das Auswerteprogramm ist an anderer Stelle detailliert beschrieben. [44]

⁹ weitere Beispiele in Anhang B



6. Messergebnisse und Auswertung

Im September 1985 konnten während einer Periode von 2 Wochen 150 Spektren unter verschiedenen Bedingungen aufgenommen werden. Der Spektrumanalysator wurde in dieser Zeit an die Antenne im Elektronenkühler angeschlossen und die Software zur Steuerung und Datenaufnahme getestet und installiert. Danach wurde das Auswerteprogramm geschrieben, das auf zwei Rechnern in Betrieb genommen wurde. Die Programmentwicklung erfolgte auf dem Rechner, der auch zur Steuerung des Elektronenkühlers und für die Datenaufnahme verwendet worden war; Die Auswertung geschah auf einer PDP 11/73, die eine höhere Rechengeschwindigkeit besitzt und durch einen angeschlossenen Plotter die Ausgabe von graphischen Darstellungen ermöglicht.

6.1 Kopplung des Elektronenstrahls an die Moden der Kavität

Obwohl die Übereinstimmung der gemessenen mit den gerechneten Spektren bei jedem zur Auswertung herangezogenen Spektrum einzeln beurteilt wurde, wurde zu Beginn der Faktor $B_{np}(\omega, \omega_c)$, der die Kopplung des Strahls an die einzelnen Moden beschreibt, näher untersucht.

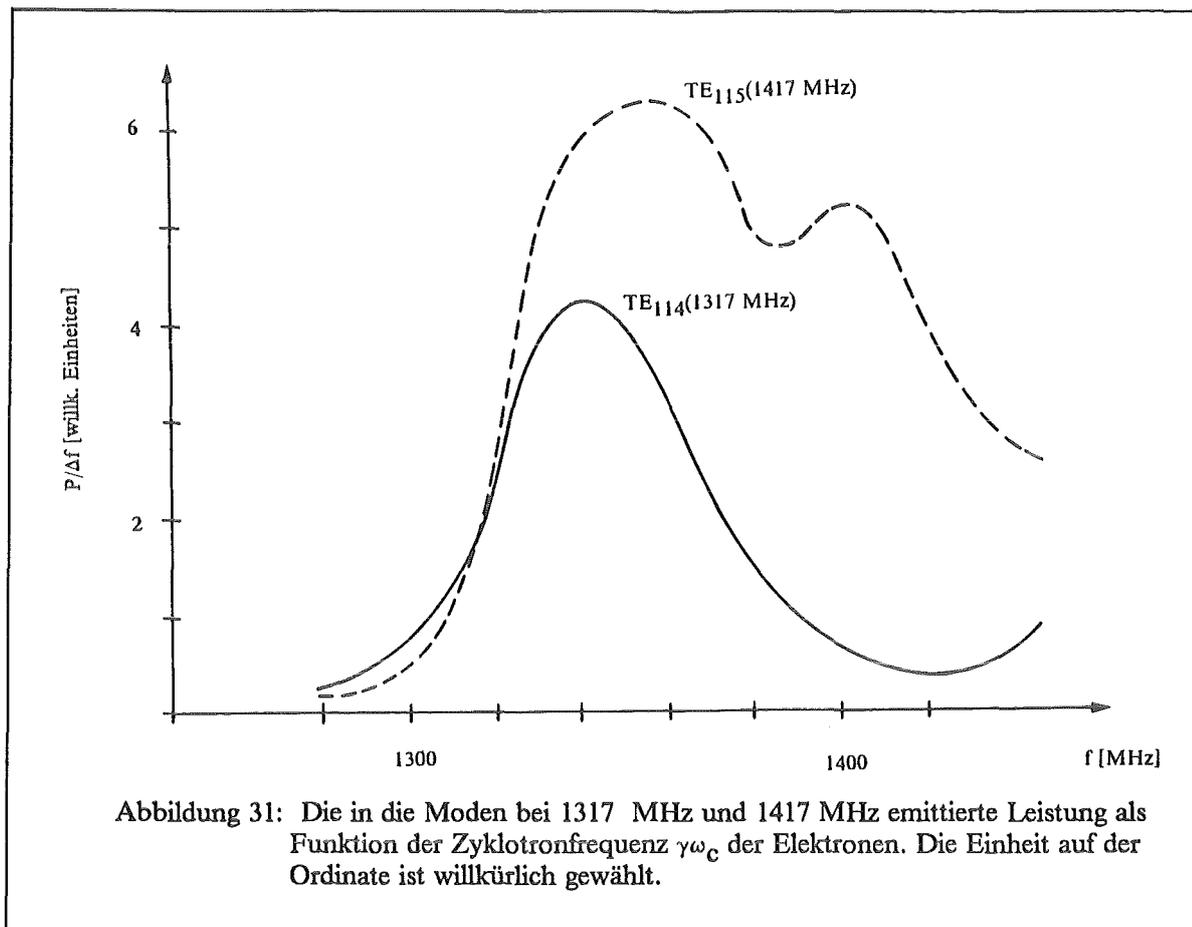
Durch die gute Auflösung der gemessenen Spektren ist die Messung der in einzelne Moden emittierten Leistung möglich. Wenn die Zyklotronfrequenz der Elektronen bzw. das Magnetfeld variiert werden, so erwartet man maximale Emission, wenn $\omega_{1np} = \gamma\omega_c$ ist. Die Breite des Frequenzbandes, innerhalb dessen Emission in den Mode zu beobachten ist, sollte mit der axialen Wellenzahl k_p zunehmen.

In Abbildung 31 ist die Emission in die TE_{11p} Moden mit 1317 MHz und 1417 MHz gegen die Zyklotronfrequenz der Elektronen aufgetragen. Die Strahlenergie betrug 26,48 kV, und die Zyklotronfrequenz wurde durch Variation des Magnetfeldes eingestellt. Man sieht deutlich, dass der TE_{115} Mode bei 1417 MHz eine grössere axiale Wellenzahl k_p besitzt als der TE_{114} Mode bei 1317 MHz (siehe Tabelle 2), weil die Breite der Frequenzbandes, innerhalb dessen Emission in den Mode beobachtet wird, grösser ist. Ausserdem ist der Schwerpunkt der Linie, wie erwartet, zu höheren Zyklotronfrequenzen der Elektronen hin verschoben. Ein direkter Vergleich dieser gemessenen Funktionen mit berechneten Kopplungsfaktoren ist aber nicht sinnvoll, weil die Variation des Magnetfeldes auch zu einer Änderung der transversalen Energie der Elektronen führt, die die gemessenen Kurven gegenüber berechneten verzerrt.

6.2 Einfluss der Verlustelektronen und Fehlerbetrachtung

Die im Kollektor des Elektronenkühlers reflektierten Elektronen werden in der Bremsstrecke vor dem Kollektor beschleunigt und können in die zentrale Vakuumkammer zurückkehren. Im ungünstigsten Fall laufen sie zwischen Elektronenkanone und Kollektor mehrere Male hin und her, bevor sie auf die Wand der Vakuumkammer auftreffen. Diese Verlustelektronen haben, weil sie in der Bremsstrecke des Kollektors nichtresonant beschleunigt werden, relativ hohe transversale Energie und emittieren Synchrotronstrahlung mit einem zum primären Strahl identischen Spektrum. Bereits eine kleine Zahl von Verlustelektronen kann daher eine höhere transversale Energie des primären Elektronenstrahls vortäuschen.

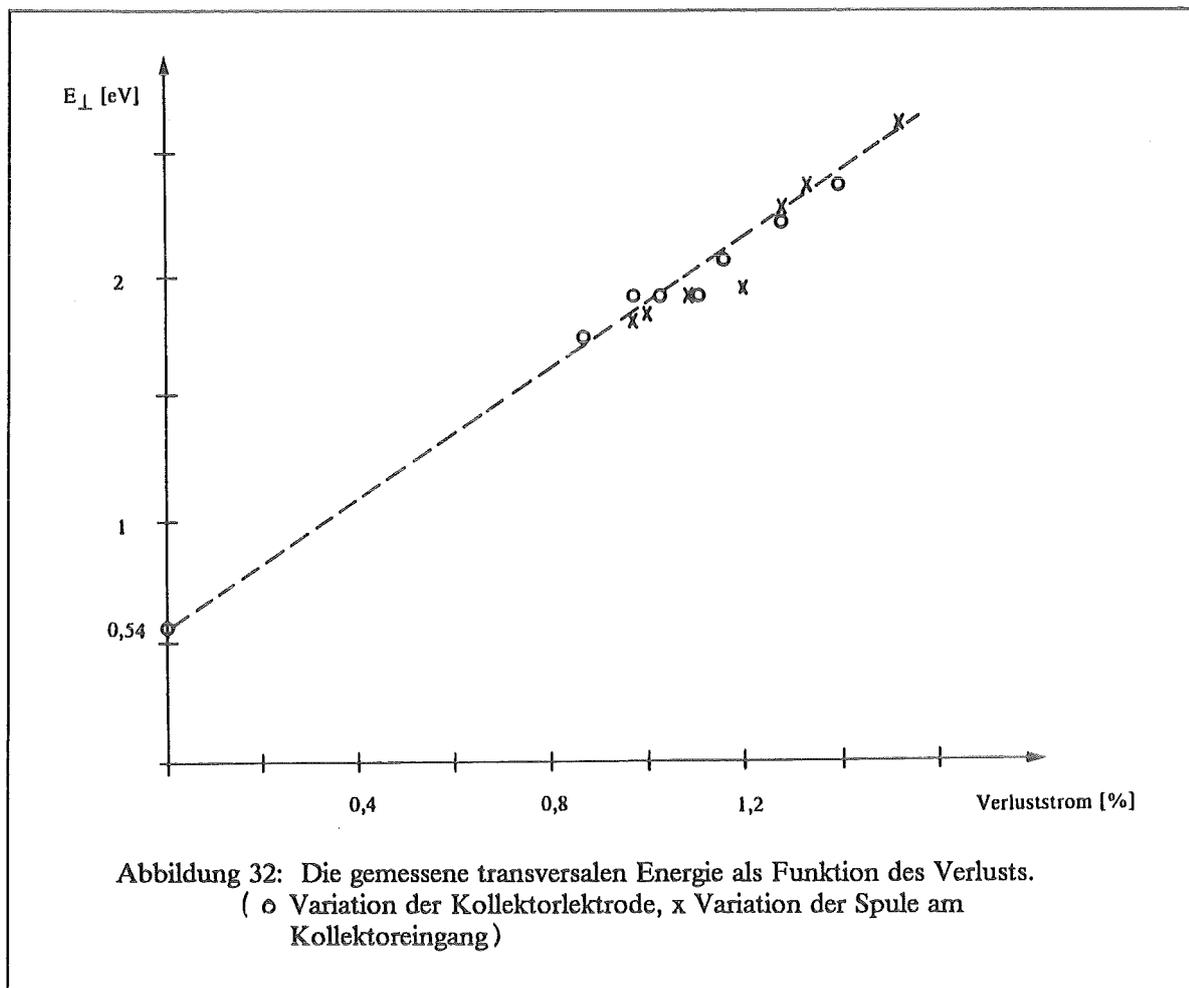
Es ist möglich, den Verluststrom innerhalb eines schmalen Bereichs durch Verschlechterung der Kollektoreffizienz zu variieren. Dies kann sowohl durch eine Änderung des Stroms in der ersten Hilfsspule des Kollektors als auch durch Verringern der Spannung an der Kollektorelektrode geschehen, die zur Rückhaltung ausgeschlagener Sekundärelektronen vorgesehen ist. Bei einer Strahlenergie von 26,48 kV und einem Strom von 2,2 A wurde der Verlust mit diesen Methoden jeweils zwischen 0,9 % und 1,6 % variiert. In Abbildung 32 sieht man das lineare Ansteigen der gemessenen transversalen Energie mit dem Verluststrom. Eine Ausgleichsgerade durch die Messpunkte schneidet die Ordinate bei einer transversalen Strahlenergie von 0,54 eV, die dem primären Strahl zugeordnet wird.



Dies ist ein über den Strahl gemittelter Wert. Im ICE-Experiment wurde aus der Formationsrate neutralen Wasserstoffs durch spontane Rekombination eine transversale Energie von 0,15 eV im Strahlzentrum gemessen. [14] Beim Vergleich mit dem hier gemessenen Wert ist zu berücksichtigen, dass die Strahlenergie am Rand durch die ExB-Drift der Elektronen (siehe Seite 16) um 0,13 eV erhöht ist; Schliesslich wurde der Wert von Bell et al. nach Optimierung aller Parameter des Elektronenkühlers gemessen.

Der Messfehler wird durch systematische Fehler bei den Mikrowellenmessungen bestimmt. Dabei sind sowohl Fehler bei der Bestimmung der Kavitätenparameter als auch bei der Messung der emittierten Leistung in Betracht zu ziehen.

1. Die kalibrierte Signalquelle des SPA hat eine Präzision von $0,3\text{dB} \approx 7,2\%$. Die Amplitudenmessung selbst ist mit einem Fehler von 2,8 % behaftet, und schliesslich die Abhängigkeit der gemessenen Amplitude von der Frequenz mit $0,6\text{dB} \approx 14,8\%$ spezifiziert. Der mittlere quadratische Fehler bei der Leistungsmessung kann daher mit 35 % angegeben werden (Es ist zu berücksichtigen, dass die Messwerte zur Berechnung der Leistung quadriert werden).
2. Die emittierte Leistung hängt auch von der Güte der Kavitätenmoden ab. Der Messfehler bei der Bestimmung der Güte ist jedoch vernachlässigbar, da dieser auf einer Frequenzmessung beruht, die viel genauer durchgeführt werden kann als eine Amplitudenmessung.



3. Schliesslich ist der statistische Fehler der Messung in Betracht zu ziehen. Da die Angabe der transversalen Temperatur auf einem Normierungsfaktor beruht, ist die Angabe eines statistischen Fehlers nicht sinnvoll, da nur ein Freiheitsgrad vorhanden ist.

Die transversale Energie des Elektronenstrahls beträgt bei 26,48 keV, wie sie zur Kühlung von Antiprotonen mit 300 MeV/c eingestellt werden,

$$E_{\perp} = (0.54 \pm 0.18) \text{ eV}$$

Der Fehler wird durch systematische Fehler bei Mikrowellenmessungen bestimmt.

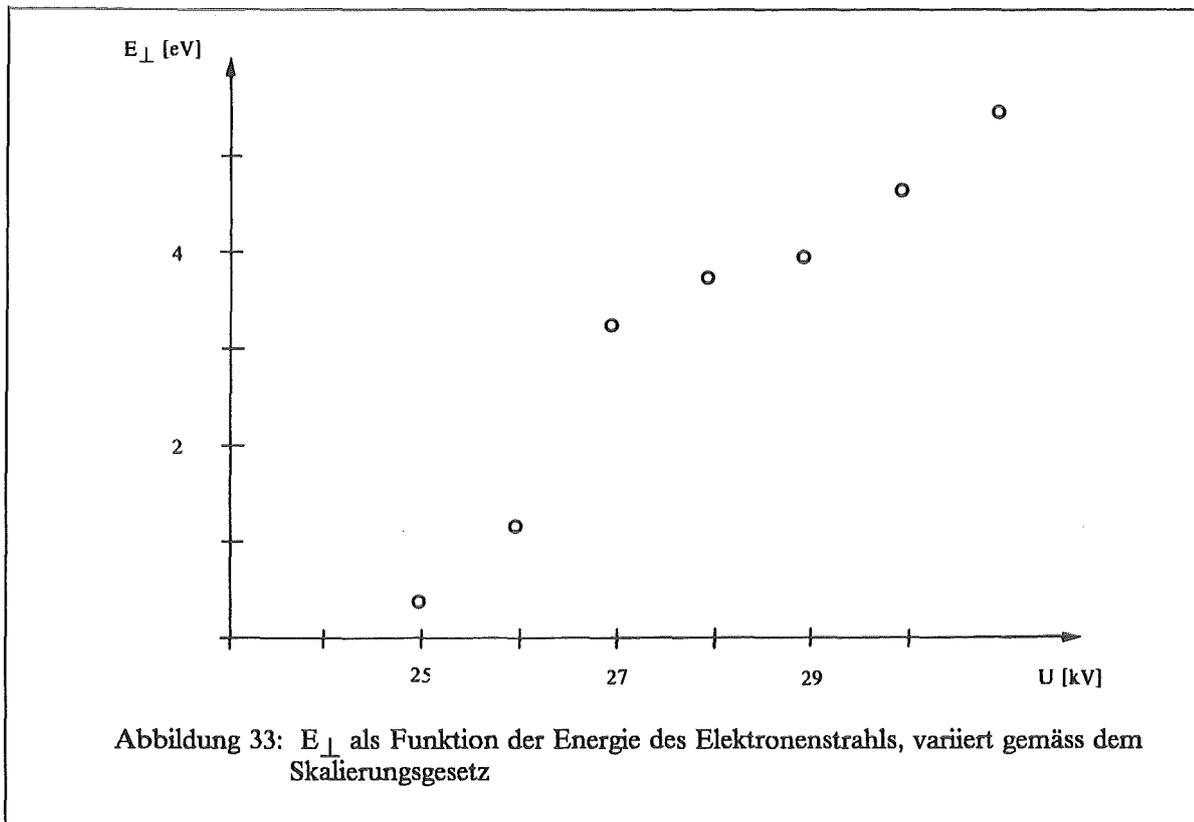
Das Magnetfeld und die Abbremsspannung vor dem Kollektor beeinflussen die transversale Energie der Verlustelektronen und den Anteil, der die zentrale Vakuumkammer erreicht. Bei jeder Änderung dieser Werte wäre es daher nötig gewesen, mehrere Spektren mit unterschiedlichem Verluststrom aufzunehmen. Die begrenzte Messzeit hat dieses Vorhaben nicht ermöglicht. Besonderer Wert wurde dagegen auf die Aufnahme von Spektren unter den unterschiedlichsten Bedingungen gelegt, um die Grenzen der aufgestellten Theorie zu erfassen. In allen Fällen ist mit den

durchgeführten Messungen nämlich die Angabe einer oberen Grenze der transversalen Energie möglich. Da der erste Einsatz des Elektronenkühlers bei 26,5 kV vorgesehen ist, zentrieren sich die Messungen um diese Elektronenenergie.

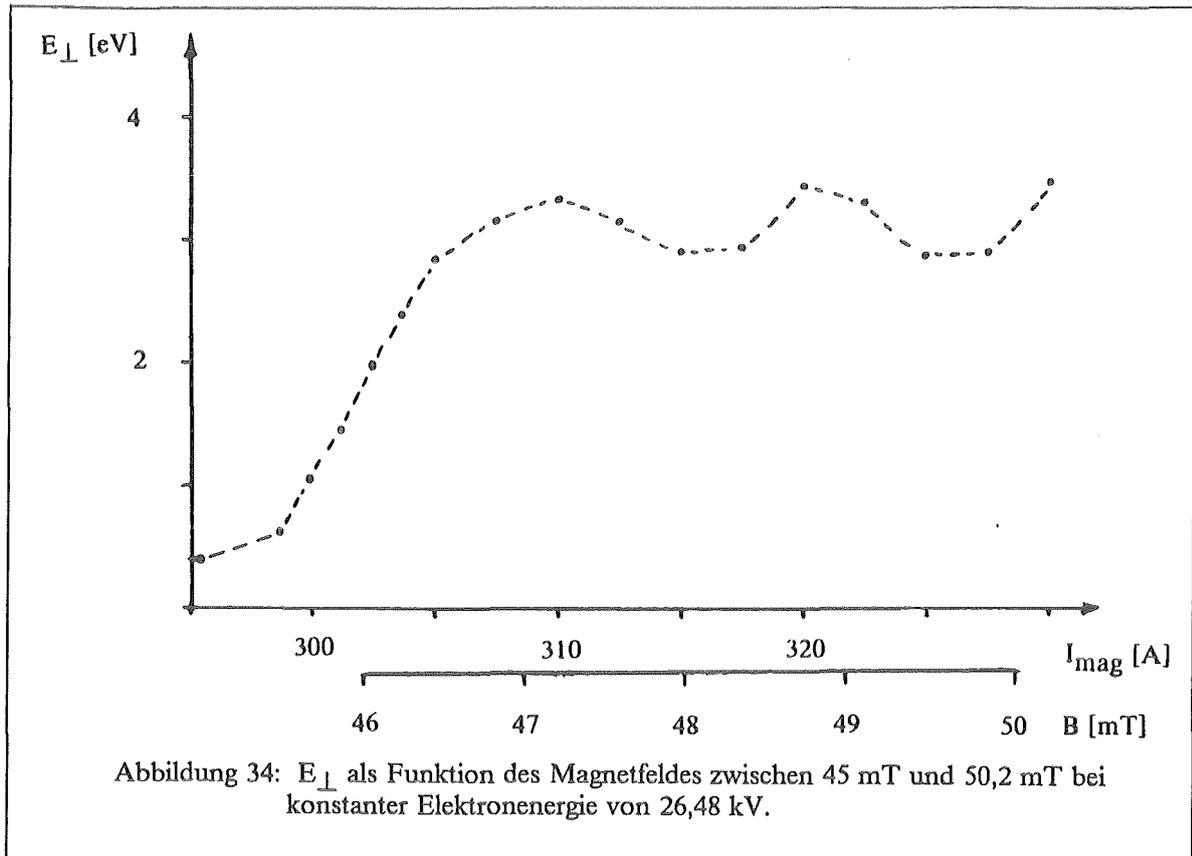
6.3 Resonante Fokussierung

Die transversale Energie des Elektronenstrahls nimmt bei bestimmten Wertepaaren für Magnetfeld B und Beschleunigungsspannung U ein Minimum an. Für 26,5 kV ergeben numerische Berechnungen [16] ein Magnetfeld von circa 46 mT, bei dem auch die oben beschriebene Messung durchgeführt wurde. Wenn die Beschleunigungsspannung geändert wird, muss das Magnetfeld gemäss der Beziehung

$$U_2/U_1 = \sqrt{B_2/B_1}$$

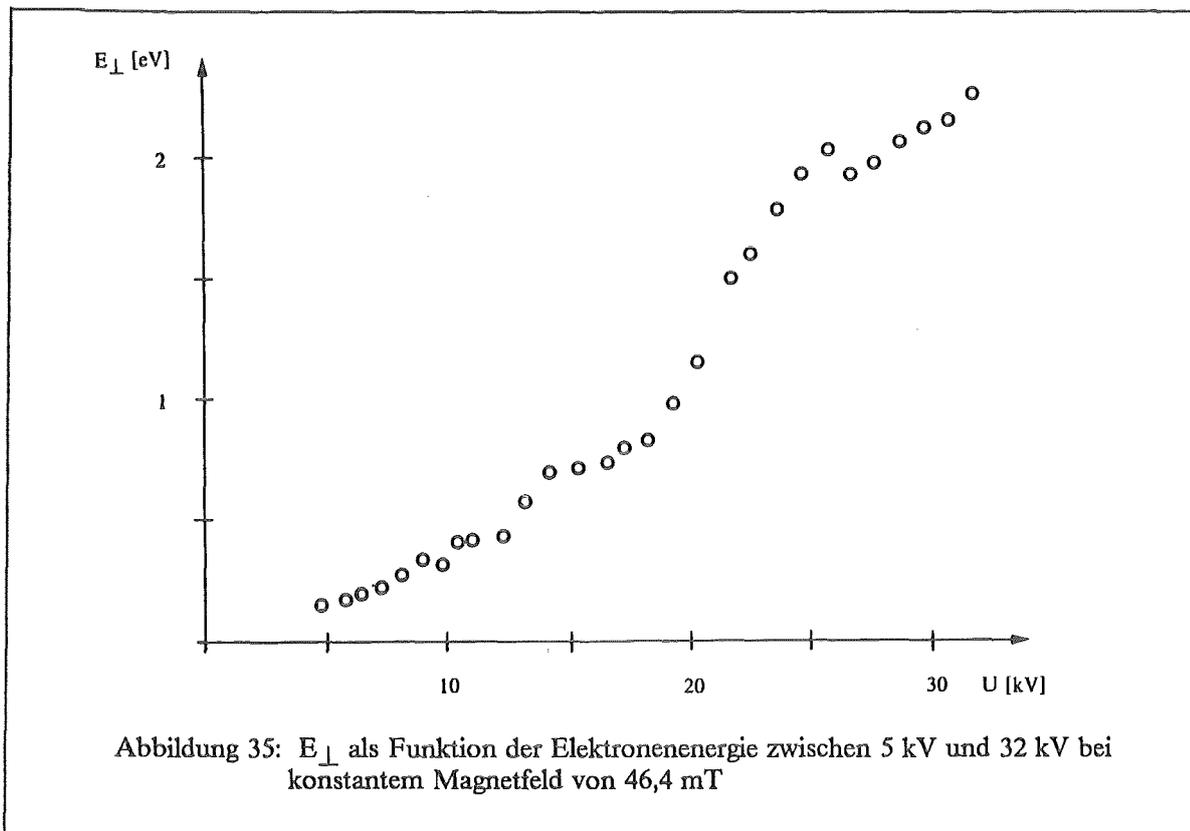


nachgestellt werden, um die resonante Fokussierung aufrechtzuerhalten. In Abbildung 33 ist die gemessene transversale Energie gegen die Beschleunigungsspannung aufgetragen, die nach obigen Skalierungsgesetz zusammen mit dem Magnetfeld zwischen 14 kV und 31 kV variiert wurde. Unterhalb von 23 kV wird keine Synchrotronstrahlung beobachtet, weil die Zyklotronfrequenz unterhalb der ersten Eigenfrequenz liegt. Zwischen 23 kV und 25 kV ist die Übereinstimmung zwischen berechneten und gemessenen Spektren nicht überzeugend. Von 25 kV an werden die Spektren gut wiedergegeben.



Man kann auch bei fester Beschleunigungsspannung allein das Magnetfeld verändern. In Abbildung 34 ist die gemessene transversale Energie als Funktion des Magnetfelds bei konstanter Strahlenergie von 26,48 kV aufgezeichnet.

Beiden Messungen gemein ist der steile Anstieg der Emission oberhalb von 45 mT Magnetfeld. Dieser ist ganz offensichtlich auf Verlustelektronen zurückzuführen. Die Verlustelektronen treffen unterhalb dieses Magnetfeldwertes entweder schon vor dem Erreichen der zentralen Vakuumkammer auf die innere Vakuumwand oder können oberhalb von 45 mT zwischen Kathode und Kollektor pendeln und dadurch mehrfach zur Emission beitragen. Zu niedrigen Magnetfeldern hin wird eine transversale Energie von 0,2 bis 0,3 eV gemessen, die man ausschliesslich dem primären Strahl zuordnet. Die transversale Energie des Elektronenstrahls bleibt selbst bei grösserer Verstimmung des Magnetfeldes erstaunlich klein, unter Berücksichtigung des Anteils der Verlustelektronen unterhalb von 2 eV.

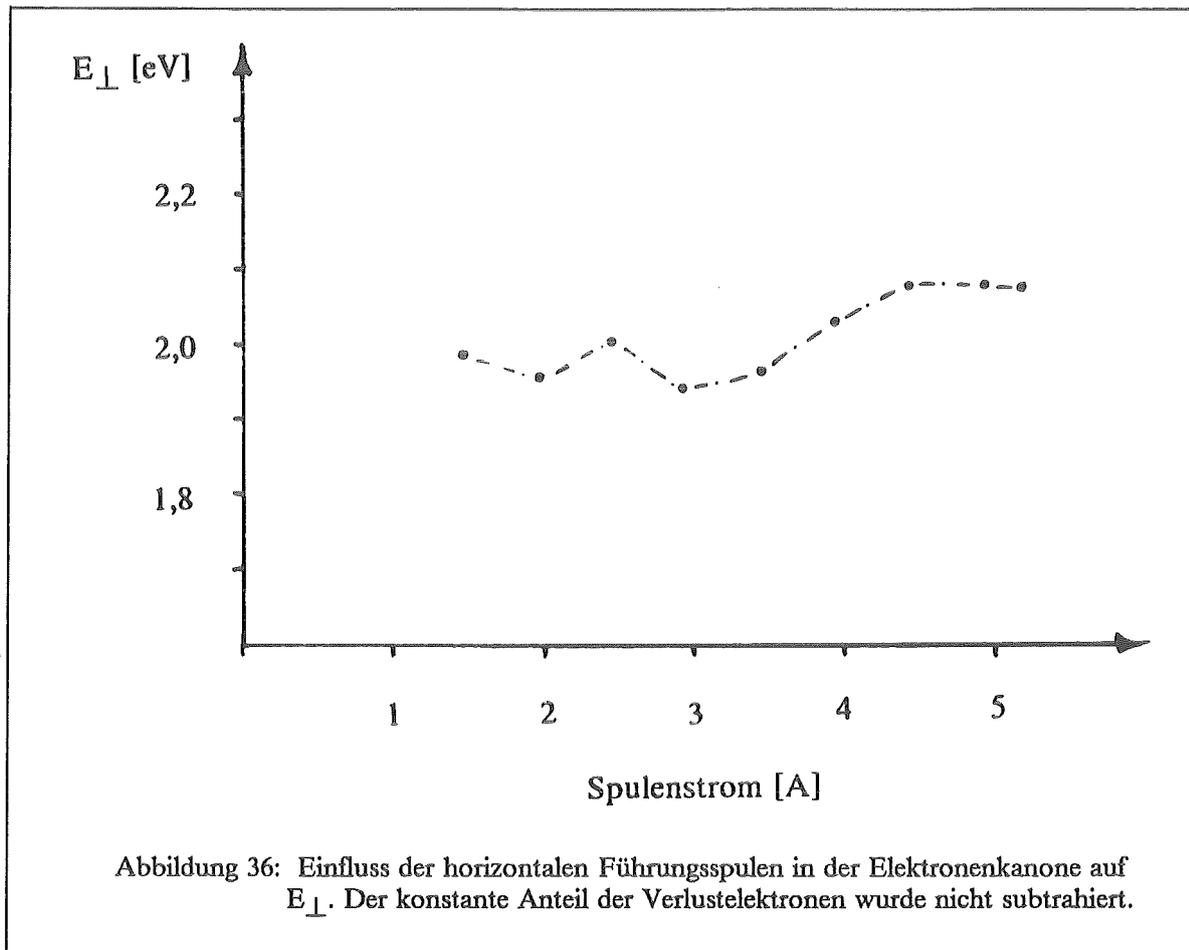


Schliesslich kann auch die Beschleunigungsspannung bei konstantem Magnetfeld variiert werden. Bei abnehmender Beschleunigungsspannung nimmt aber auch der Kathodenstrom ab. Eine Auswertung der Spektren war bis herunter zu einer Energie von 5 kV \cong 100 mA Strahlstrom möglich. In Abbildung 35 ist die gemessene transversale Energie bei Variation der Beschleunigungsspannung zwischen 5 kV und 32 kV wiedergegeben. Auch hier beobachtet man einen durch Sekundärelektronen verursachten Anstieg oberhalb von 20 kV. Die Sprünge bei 14 kV und 20 kV könnten auch Indiz für erhöhte transversale Energie sein. Das sogenannte zweite Minimum der resonanten Fokussierung, bei der die Elektronen bei der Beschleunigung in der Kanone zwei Spiralumdrehungen vollführen, erwartet man bei 7 kV. Unterhalb von 10 kV setzt tatsächlich ein Abfall der gemessenen transversalen Energie ein, die sich dann für den Grenzfall sehr kleiner Elektronenenergien (bzw. hohen Magnetfelds) der Kathodentemperatur von 0,11 eV nähert.

6.4 Transversale Magnetfelder

Der LEAR – Elektronenkühler wurde während des Aufbaus sehr sorgfältig auf die Homogenität des magnetischen Feldes hin untersucht. [45] In einer Messserie wurde nun der Einfluss der

Strahlführungsspulen auf die transversale Energie untersucht. Wenn der Strom in einer der Spulen geändert wird, so muss zur Aufrechterhaltung des Eintrittsorts in den Kollektor eine zweite Spule die Änderung in der Strahlführung kompensieren. Da nur der Effekt der vor der zentralen Vakuumkammer gelegenen Spulenpaare interessiert, erfolgt die Kompensation durch ein Spulenpaar entweder im Kollektor oder im zweiten Toroidmagneten.

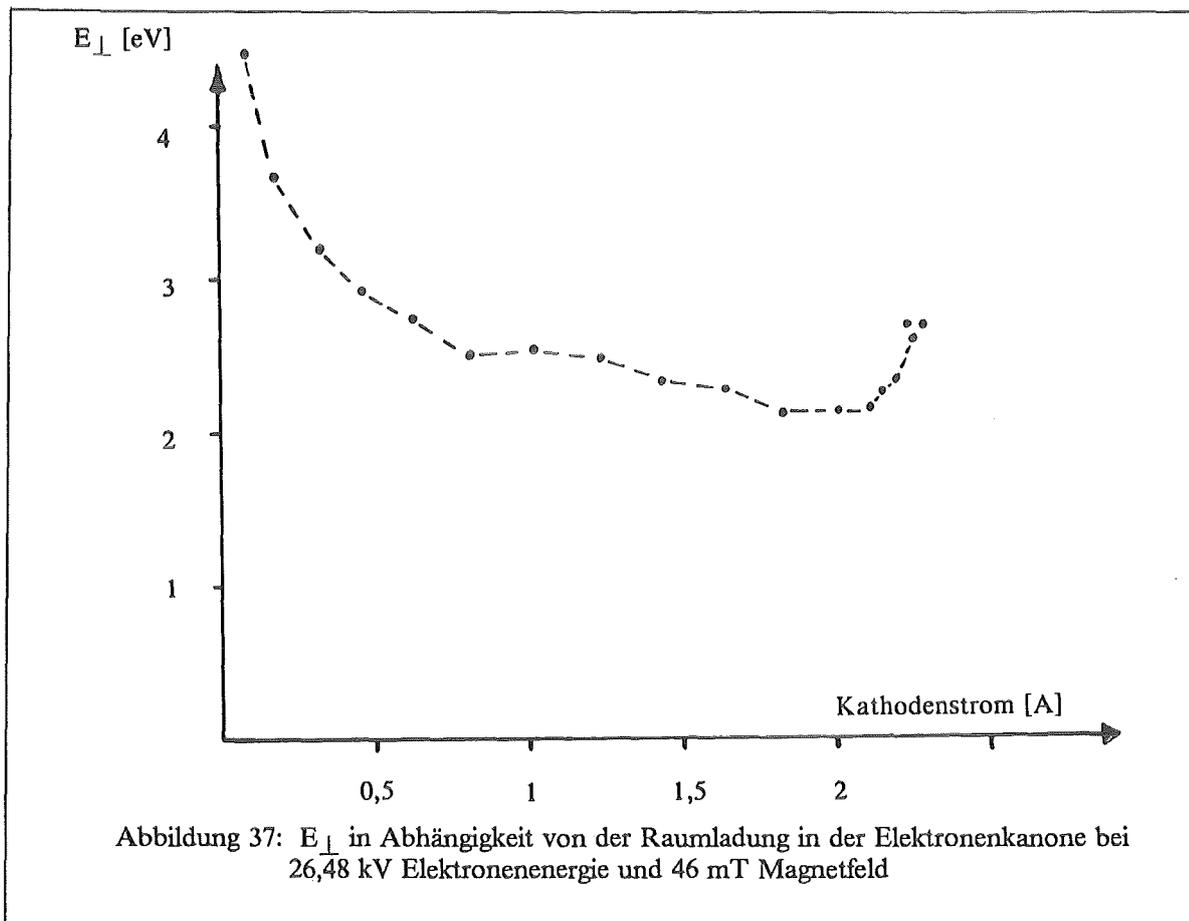


Der kompensierbare Bereich für das horizontale Spulenpaar in der Elektronenkanone reichte von 1,3 A bis 5,1 A (0,1 mT bis 0,5 mT). Aus Abbildung 36 wird entnommen, dass die Zunahme der transversalen Energie über den gesamten Bereich unter 0,1 eV bleibt.

In den Toroiden ist eine Veränderung des horizontalen Steuerfeldes nur in sehr engen Grenzen möglich, wenn der Verlust konstant gehalten werden soll. Innerhalb dieser Grenzen (4,2A bis 4,7A) konnte keine Erhöhung der transversalen Energie der Elektronen festgestellt werden.

6.5 Raumladung in der Elektronenkanone

Die Raumladung in der Elektronenkanone beeinflusst die resonante Fokussierung. Wenn die Elektronenkanone statt in der Raumladungsbegrenzung in der Temperaturbegrenzung betrieben wird, erhöht die transversale Energie des Strahls sich daher. Durch Verminderung der Kathodenheizung geht die Kanone in die Temperaturbegrenzung über. Der Elektronenstrom kann bis zu beliebig



kleinen Werten reduziert werden. Bei 100 mA ist eine Auswertung des Spektrums noch möglich. Das Ergebnis einer Messreihe, bei der der Kathodenstrom zwischen 100 mA und 2300 mA variiert wurde, zeigt Abbildung 37. Der relative Verlust wurde während der Messung konstant gehalten und weder Hauptmagnetfeld noch Kathodenspannung verändert. Der Beitrag der Verlustelektronen zur transversalen Energie sollte daher konstant sein. Man erkennt aber deutlich ein Ansteigen der transversalen Energie zu kleinen Kathodenströmen hin. Erhöht man die Kathodentemperatur über einen bestimmten Wert, so steigt die transversale Energie der Elektronen ebenfalls leicht an. Für den zusätzlichen Kathodenstrom von 100 mA muss die Kathodenheizleistung jedoch um 32 % erhöht werden. Man könnte daher vermuten, dass durch die starke Wärmeabstrahlung der Kathode

benachbarte Teile, z.B. der Pierce-Schild, dann so stark erhitzt werden, dass sie zur Elektronenemission beitragen. Diese Elektronen könnten höhere transversale Temperatur als die von der Kathode emittierten haben und den beobachteten Anstieg erklären.

Der Effekt der Raumladung auf die transversale Temperatur ist jedoch im Ganzen gering; Wenn ein geringerer Strahlstrom gewünscht wird, kann die LEAR-Elektronenkanone auch in Temperaturlimitierung zur Kühlung gespeicherter Teilchen verwendet werden.

Eine vergleichbare Messung wurde am ICE-Kühler durchgeführt. Statt der Kanone mit voller Perveanz wurde jedoch die Kanone mit halber Perveanz in Temperaturbegrenzung betrieben. Aus der Rate der rekombinierten Protonen wurde ein Ansteigen der transversalen Temperatur von 0,24 eV auf 0,85 eV gemessen, wenn der Strom halbiert wurde. Bezüglich des Betriebs in Temperaturbegrenzung verhält sich die Kanone mit den Elektrodenpotentialen für die volle Perveanz also günstiger.

7. Zusammenfassung und Ausblick

Die in dieser Arbeit beschriebenen Messungen stellen die erste quantitative Bestimmung der transversalen Energie eines Elektronenstrahls in einem Elektronenkühler dar, die mittels der Mikrowellendiagnose durchgeführt wurde. Die entwickelten theoretischen Grundlagen erwiesen sich als ausreichend zur Beschreibung der meisten beobachteten Spektren. Auch ein einfach aufgebauter Mikrowellenempfänger war so empfindlich, dass unter allen Bedingungen Spektren mit gutem Signal/Rausch-Verhältnis aufgenommen werden konnten.

Die theoretische Grundlage der Mikrowellendiagnose war bei der Aufnahme der Arbeit nur wenig über die Idee hinaus entwickelt. Dies wird beim Vergleich gemessener Spektren mit theoretischen Vorhersagen, wie sie in den Abbildungen 13 und 14 gegenübergestellt sind, deutlich. Der entscheidende Schritt zum qualitativen und quantitativen Verständnis der emittierten Spektren ist die Berücksichtigung der elektromagnetischen Eigenschaften der den Elektronenstrahl umgebenden Vakuumkammer.

Die Elektronen können Synchrotronstrahlung nur mit den Eigenfrequenzen der sie umgebenden Kavität emittieren. Für ein in der Kavität zentriertes Elektron wurde das Emissionsspektrum von Brown et al. [37] berechnet. Die Erweiterung auf den die Kavität axial durchquerenden Elektronenstrahl, dessen Geschwindigkeit leicht relativistisch ist, ist durch das in Kapitel 3.3 beschriebene Modell möglich.

Dieses Modell erklärt sowohl die Frequenzen, mit denen die Emission von Synchrotronstrahlung beobachtet wird, als auch mit befriedigender Präzision die Stärke der Emission bei jeder dieser Eigenfrequenzen der Kavität.

In dieser Arbeit wird der Aufbau eines Empfängers beschrieben, der den Nachweis der Synchrotronstrahlung mit einfachen Mitteln gestattet. Der Empfänger vereint eine an das Empfangsspektrum angepasste Bandbreite mit hoher Empfindlichkeit und grossem Abstimmbereich.

Die Auswertung der gemessenen Spektren ergibt eine mittlere transversale Energie des Elektronenstrahls von $(0,54 \pm 0,18) \text{ eV}$. Die Abhängigkeit dieses Wertes vom magnetischen Führungsfeld und der Raumladung in der Elektronenkanone ist nicht sehr ausgeprägt, wenn die Änderung dieser Parameter innerhalb des vorgesehenen Betriebsbereichs bleibt. Das Streufeld der Steuerspulen beeinflusst die transversale Energie um weniger als $0,1 \text{ eV}$. Bei niedriger Beschleunigungsspannung können sehr kleine transversale Strahlenergien nachgewiesen werden, die dem zweiten Minimum der resonanten Fokussierung zugeordnet werden.

Man kann daher erwarten, dass die Leistungsfähigkeit des LEAR Elektronenkühlers nicht hinter den berechneten Werten zurückbleiben wird, wenn die transversale Strahlenergie betroffen ist.

7.1 Weitere Entwicklungen und Grenzen

Die Ergebnisse dieser Arbeit könnten auch bei der Entwicklung anderer Elektronenkühler Verwendung finden, wenn die Messung der transversalen Energie ausserhalb des Speicherrings gewünscht wird. Bei der Übertragung der Ergebnisse ist jedoch zu berücksichtigen, dass die Voraussetzungen für die Mikrowellendiagnose am LEAR-Elektronenkühler nahezu ideal sind: Die Zyklotronfrequenz der Elektronen stimmt mit einer grossen Zahl von TE_{11p} Moden der Vakuumkammer überein, was eine grosse Dämpfung $\gamma(\omega)$ zur Folge hat. Wenn das nicht der Fall ist, wie in den meisten geplanten Elektronenkühlern, muss die Theorie von Brown et al. auf lateral versetzte Elektronen erweitert werden, um die Anregung anderer als der TE_{1np} und TM_{1np} Moden zu beschreiben, denn ein ausgedehnter Elektronenstrahl kann alle Moden einer Kavität anregen. Bei den geplanten Elektronenkühlern könnte die Zyklotronfrequenz dann in der Nähe eines beliebigen Mode sein. Da die Dämpfung $\gamma_{11p}(\omega)$ für TE_{11p} Moden jedoch mit Abstand am grössten ist, würde unter Umständen der Einsatz empfindlicherer Empfänger, zum Beispiel eines Radiometers, notwendig werden.

In jedem Fall kann man bereits bei der Planung eines Elektronenkühlers Massnahmen ergreifen, um die Messung der transversalen Temperatur der Elektronen zu vereinfachen. Man könnte z.B. die Messung aus der zentralen Vakuumkammer in die Elektronenkanone verlegen, und dort eine abstimmbare Kavität hoher Güte anordnen. Da der Durchmesser dieser Kavität im Gegensatz zum Durchmesser der zentralen Vakuumkammer in der Regel frei gewählt werden kann, kann die Frequenz eines TE_{11p} Mode in die Nähe der Zyklotronfrequenz gelegt werden, auch wenn das Magnetfeld höhere Werte annimmt als $0,1 \text{ T}$. Die Abstimmbarkeit ermöglicht auch in einer relativ kurzen Kavität, die Eigenfrequenz eines Mode in die Nähe der Zyklotronfrequenz zu legen. Ausserdem könnte die Kavität so gestaltet werden, dass ihre Parameter durch vorhandene Rechenprogramme bestimmbar sind.

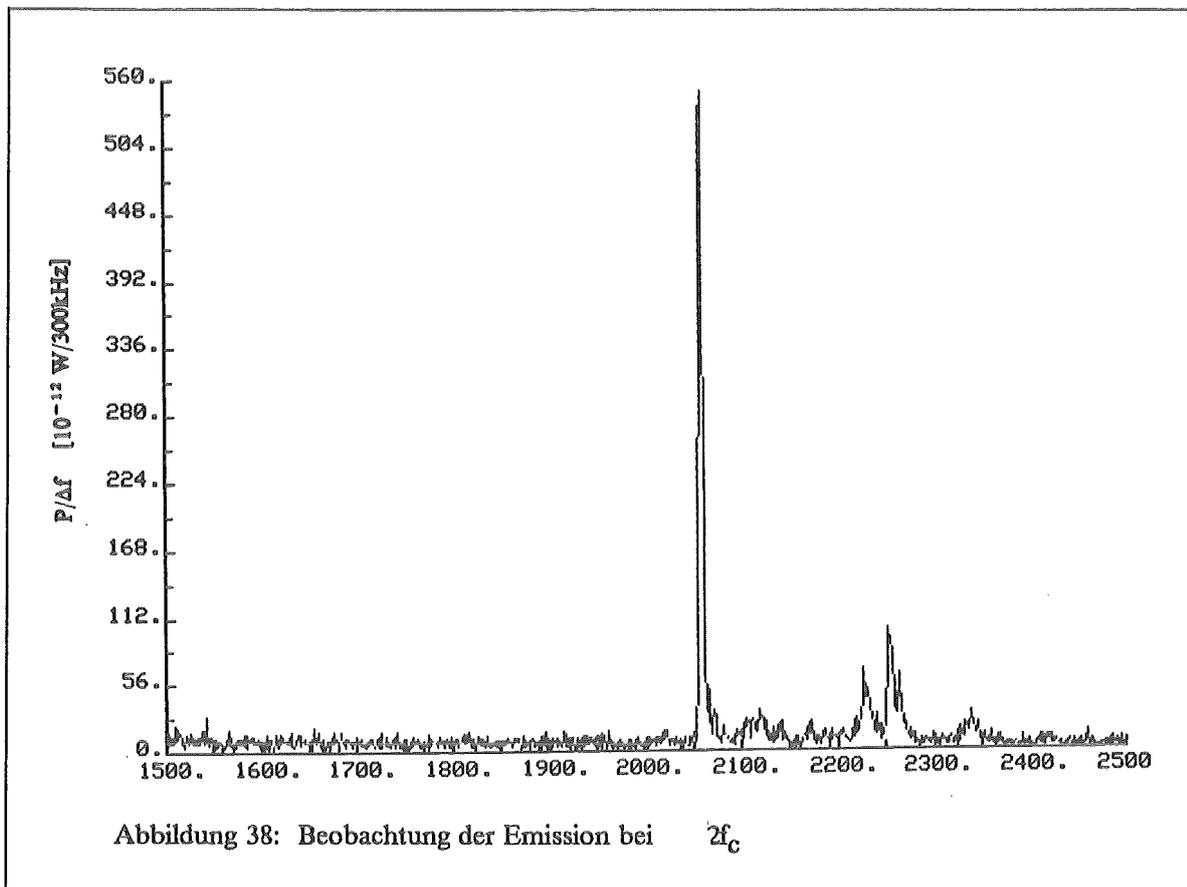
Bei der Weiterentwicklung der Mikrowellendiagnose sollte jedoch in jedem Fall darauf geachtet werden, dass die Subtraktion des Anteils der Verlustelektronen an der gemessenen transversalen Energie bereits bei der Messung selbst erfolgt.

Dennoch muss auch auf Grenzen des entwickelten Verfahrens hingewiesen werden, die nur durch eine Erweiterung der theoretischen Grundlagen beseitigt werden können: Bei der Auswertung wurde bemerkt, dass bei sehr kleiner Zyklotronfrequenz

1. Die Zuordnung der emittierten Leistung zu den Moden von der Theorie nicht befriedigend geleistet wird.
2. Emission in Moden erfolgt, deren Eigenfrequenz nahe der doppelten Zyklotronfrequenz der Elektronen liegt.

In Abbildung 38 ist ein bei 40 mT ($f_c = 1120$ MHz) aufgenommenes Spektrum gezeigt. Der Abstimmbereich des SPA betrug 2 GHz, die Elektronenenergie 26,5 kV. Man erwartet Emission in die TE_{110} und TE_{111} Moden bei 1160 bzw. 1170 MHz. Der grösste Teil der emittierten Leistung wird aber bei 2080 MHz beobachtet. Zudem sagt die Theorie eine verschwindende Emission in höhere TE_{11n} Moden voraus, im Gegensatz zum gemessenen Spektrum.

Die Moden oberhalb von 2 GHz können als TM Moden identifiziert werden. Die Emission in diese Moden ist in ihrer Stärke durchaus mit der Emission in TE_{11p} Moden vergleichbar.



Eine mögliche Erklärung dieses Phänomens wird im Folgenden angerissen:

Wenn zwei Elektronen auf einer gemeinsamen Kreisbahn rotieren, und sich dabei genau gegenüberstehen, emittieren sie bei der doppelten Kreisfrequenz. [46] Die erste Harmonische wird durch destruktive Interferenz der beiden Elektronen ausgelöscht. Wenn der Winkel auf der Kreisbahn

zwischen den beiden Elektronen ϕ ist, wird die Emission zwischen erster ($\nu=1$) und zweiter Harmonischer ($\nu=2$) aufgeteilt: Die Leistungsdichte $dP^\nu(1e)/d\theta$ muss mit einem Korrekturfaktor multipliziert werden, um die Leistungsdichte $dP^\nu(2e)/d\theta$ für das System aus zwei Elektronen zu erhalten:

$$dP^\nu(2e)/d\theta = dP_\nu(1e)/d\theta \cdot |e^{i\nu\phi}|^2$$

Die in die erste Harmonische emittierte Leistung nimmt also ab. Dieser kohärente Effekt ist in der theoretischen Beschreibung der Emission von Synchrotronstrahlung in Kapitel 3 nicht berücksichtigt. Er tritt hier offenbar auf, wenn

1. Der Zyklotronradius gross ist, also bei kleinem Magnetfeld und höherer transversaler Energie.
2. ein Kavitätenmode auf der doppelten Zyklotronfrequenz schwingt.

Spektren, die überwiegend Emission in die zweite Harmonische zeigten, wurden daher nicht in die Auswertung einbezogen. In Anhang 2 ist anhand von zwei Spektren gezeigt, dass selbst die Emission in TE_{11p} Moden einen von der Elektronendichte abhängigen, also nichtlinearen Effekt zeigt, der im Rahmen des entwickelten Modells nicht erklärt werden kann.

7.2 Ausblick in die Atomphysik

Die Untersuchung der Synchrotronspektren schwachrelativistischer Elektronen ist vor allem im Zusammenhang mit der Plasmadiagnose und der Strahlung solarer Elektronenwolken von Bedeutung gewesen. Ergebnisse sind jedoch mit der vorliegenden Arbeit nur beschränkt vergleichbar, weil die experimentellen Randbedingungen unterschiedlich waren.

Die in der Plasmaphysik interessierenden Elektronendichten sind mindestens 6 Grössenordnungen höher als in einem Elektronenkühler; Die emittierte Synchrotronstrahlung wird im Plasma mehrfach absorbiert und reemittiert. Das Spektrum wird wesentlich von diesem Prozess und nicht von der primären Emission bestimmt. [47]

Die Dichte der solaren Elektronenwolken wird dagegen in derselben Grössenordnung wie in einem Elektronenkühler vermutet. Auch hier ist aber wegen der grossen Dimensionen Absorption und Reemission ein das Spektrum wesentlich beeinflussender Prozess. Schliesslich ist wegen der transversalen Energien von 100 eV und mehr die primäre Emission höherer Harmonischer nicht vernachlässigbar. Für diese Arbeit wurde jedoch die Annahme verschiedener theoretischer Arbeiten, die Emission der einzelnen Elektronen sei inkohärent zu addieren, übernommen, da die Bedingungen (Kohärenzvolumen, Wellenlänge) ähnlich gelagert sind. [48]

Von grösserem Interesse ist der Zusammenhang der Messungen mit aktuellen Fragestellungen der Atomphysik sowie technologischen Anwendungen.

Die Beeinflussung spontaner Emission durch eine Kavität wurde bereits vor 40 Jahren zum ersten Mal beobachtet. [49] Mehrere Gruppen befassen sich in jüngster Zeit mit diesem Effekt. Brown et al.

[37] entwickelten ihre Theorie über die Verschiebung der komplexen Zyklotronfrequenz eines Elektrons in einer Kavität, weil sie systematische Fehler in den Experimenten vermuteten, die zur Messung der Anomalie des magnetischen Moments des Elektrons durchgeführt wurden. Nach der Dirac-Gleichung ist das mit dem Elektronenspin verbundene magnetische Moment des Elektrons genau doppelt so gross wie das mit der Zyklotronbewegung verbundene. Die Larmorfrequenz ω_s und die Zyklotronfrequenz ω_c des freien Elektrons sind daher identisch. Durch Wechselwirkung mit dem eigenen Feld verschiebt die Spinfrequenz des Elektrons sich aber, ein Effekt, der mittels der Quantenelektrodynamik sehr präzise berechnet werden kann. Die Verschiebung a , Anomalie des magnetischen Moments genannt,

$$a = (g-2)/2 = (\omega_s - \omega_c)/\omega_c$$

konnte in einem berühmten Experiment [50] mit herausragender Präzision bestimmt werden: Ein in einer Teilchenfalle gespeichertes Elektron ändert durch ein Wechselfeld der Frequenz ω_a gleichzeitig Spin- und Landauzustand um eine Einheit und ermöglicht so die direkte Messung der Anomalie a .

Die Messung wurde in einem Penningkäfig von wenigen Millimetern Grösse bei einem Magnetfeld von circa 6 T durchgeführt. In dieser Teilchenfalle, die mit ihren leitenden Elektroden eine Kavität darstellt, wird die Anomalie a aufgrund der Verschiebung der Zyklotronfrequenz mit einem in den Experimenten bisher nicht berücksichtigten zusätzlichen systematischen Fehler gemessen. Brown et al. schätzen diesen Messfehler zu $90 \cdot 10^{-12}$ ab, vielfach höher als den bisher angegebenen systematischen und statistischen Fehler von $5 \cdot 10^{-12}$. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen bestätigen die von Brown et al. entwickelte Theorie. Die relativen Änderungen des Realteils und des Imaginärteils der Zyklotronfrequenz, $\text{Im}(\Sigma_Z)$ und $\text{Re}(\Sigma_Z)$, sind in einer Kavität gleich gross. Daher kann die quantitative Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment bezüglich des Imaginärteils $\text{Im}(\Sigma_Z)$ innerhalb des angegebenen Fehlers von 35 % auch auf den Realteil $\text{Re}(\Sigma_Z)$ übertragen werden. Die Abschätzung von Brown et al über mögliche systematische Messfehler im $g-2$ Experiment wird daher mit dieser Unsicherheit auch quantitativ bestätigt.

In dieser Arbeit war die in einer Kavität erhöhte Emission von Synchrotronstrahlung für das Signal/Rausch-Verhältnis von grossem Nutzen. In jüngster Zeit wird auch versucht, spontane Emission zu unterdrücken, indem man ein präpariertes System mit einer geeigneten Kavität umgibt. Dies kann zu einer Verringerung natürlicher Linienbreiten führen. Der Effekt wurde an Cäsium Atomen in Rydbergzuständen beobachtet. Die Atome wurden durch Laserlicht angeregt, und durchquerten dann einen Wellenleiter, der aus zwei ausgedehnten parallelen Platten aufgebaut war. Wenn eine Spannung zwischen den beiden Platten angelegt wurde, verschob die Übergangsfrequenz zwischen benachbarten Zuständen (Stärkeffekt) sich. Die Übergangsfrequenz konnte so sowohl oberhalb als auch unterhalb der ersten Grenzfrequenz des Wellenleiters eingestellt werden. Wenn die Übergangsfrequenz unterhalb der Grenzfrequenz lag, war die Lebensdauer der Rydbergzustände mindestens 20 mal grösser als im elektrodynamischen Vakuum. [51] Auch für Präzisionsmessungen in Penningkäfigen eröffnet die Verlängerung der natürlichen Lebensdauer der Zustände die Möglichkeit präziserer Messungen. Voraussetzung ist jedoch das quantitative Verständnis der Verschiebung der Zyklotronfrequenz. Dies ist in einer klassischen Penningfalle aufgrund der komplizierten Struktur der Elektroden nur schwer möglich. Die Gruppe um H.G. Dehmelt konnte kürzlich über die Beobachtung berichten, dass die Lebensdauer der Zustände eines Elektrons in einer Penningfalle nicht durch die Dämpfungskonstante $\gamma_c(\omega)$ beschrieben werden kann. [52] Die gemessene Lebensdauer zeigte zudem eine sehr starke Abhängigkeit von der Zyklotronfrequenz, wie es auch theoretisch erwartet wird.

Die Verstärkung der Emission in einer Kavität wird auch in technischen Anwendungen, zum Beispiel dem Gyrotron, ausgenutzt. Ein Elektronenstrahl strahlt aufgrund einer Instabilität einen Teil seiner transversalen Energie kohärent mit der Zyklotronfrequenz ω_c ab. Diese induzierte Emission kann durch eine Kavität oder einen Wellenleiter so verstärkt werden, dass Selbsterregung eintritt. Die

Feldenergie steht nach der Auskopplung aus dem Wellenleiter oder der Kavität zur Verfügung. [53] Die Begrenzung der Frequenz nach oben hin ist durch die technisch verwirklichtbaren Magnetfelder gegeben. Emission bei der doppelten Zyklotronfrequenz wurde sowohl im Rahmen dieser Arbeit als auch bereits in Gyrotronen [54] beobachtet, in Übereinstimmung mit dem durch die theoretische Beschreibung erwarteten Verhalten. Der Arbeitsbereich des Gyrotrons könnte also bis in den THz – Bereich erweitert werden, geeignete Wellenleiter oder Kavitäten vorausgesetzt.

ANHANG A

SCHOTTKYRAUSCHEN DES ELEKTRONENSTRAHLS

Die Emission von Elektronen aus der Thermokathode der Temperatur T_C ist statistischen Schwankungen unterworfen. Dem Elektronenstrom I ist daher ein Rauschstrom i_{eff} überlagert, der in einer Diode im Sättigungsbereich mit der von Schottky angegebenen Formel berechnet werden kann:

$$i_{\text{eff}}^2 = 2eI\Delta f$$

wobei Δf die Rauschbandbreite bezeichnet. Die Elektronenkanone eines Kühlers wird jedoch nicht im Sättigungsbereich, sondern in Raumladungsbegrenzung betrieben. Dann verringert die Raumladungswolke vor der Kathode die statistischen Schwankungen der auf die Anode auftreffenden Elektronen: Bei kurzzeitig erhöhter Kathodenemission werden die Raumladung vor der Kathode erhöht und daher Elektronen zur Kathode zurückgetrieben und vice versa. Die Raumladungswolke gleicht daher die hochfrequenten Emissionsschwankungen aus, und wird in der Schottkyformel durch einen Korrekturfaktor Γ^2 berücksichtigt:

$$i_{\text{eff}}^2 = 2eI \Gamma^2 \Delta f$$

Wenn die Nachweisfrequenz grösser als $1/\tau$ (τ ist die Transitzeit der Elektronen in der Kanone) ist, fällt Γ^2 mit steigender Frequenz monoton. Das Schottkyrauschen im Raumladungsgebiet war während der Entwicklung der ersten Mikrowellenröhren Gegenstand intensiver Forschung. Die Formeln zur Berechnung von Γ^2 sind i.d.R. jedoch sehr verwickelt. Da die Kanonen für Elektronenkühler aber weit entfernt vom Sättigungsbereich betrieben werden, kann eine Näherungsformel zur Berechnung des Schottkyrauschens angewandt werden: [55]

$$i_{\text{eff}}^2 = 4kT_{\text{eff}}\Delta f/\rho$$

wobei die effektive Kathodentemperatur $T_{\text{eff}} = 0.644 T_C$ ist, und der Quellenwiderstand $\rho = dU/dI$ aus Kathodenstrom und Perveanz berechnet wird:

$$\rho = 2P^{-2/3}I^{1/3}/3$$

Die Diode im Raumladungsgebiet wird daher als Widerstand ρ der Temperatur T_{eff} aufgefasst. Der Rauschstrom i_{eff} nimmt im Betriebsbereich des Elektronenkühlers Werte zwischen $1 \cdot 10^{-9}$ A und $2 \cdot 10^{-9}$ A an, bei Δf von 300 kHz. Die Rauschleistung beträgt $1 \cdot 10^{-14}$ W bis $2 \cdot 10^{-14}$ W in 300 kHz Bandbreite. Da der Quellenwiderstand ρ jedoch gross gegen die Eingangswiderstände typischer Breitbandempfänger ist (7 k Ω gegen 50 – 600 Ω), kann nur ein kleiner Teil der Rauschleistung ausgekoppelt werden, der durch eine Rauschtemperatur von etwa 25 K charakterisiert werden kann. Dieser Wert ist mit dem Restrauschen nach der Filterung zu vergleichen, dessen Rauschtemperatur 500 K beträgt.

Feldenergie steht nach der Auskopplung aus dem Wellenleiter oder der Kavität zur Verfügung. [53] Die Begrenzung der Frequenz nach oben hin ist durch die technisch verwirklichtbaren Magnetfelder gegeben. Emission bei der doppelten Zyklotronfrequenz wurde sowohl im Rahmen dieser Arbeit als auch bereits in Gyrotrons [54] beobachtet, in Übereinstimmung mit dem durch die theoretische Beschreibung erwarteten Verhalten. Der Arbeitsbereich des Gyrotrons könnte also bis in den THz – Bereich erweitert werden, geeignete Wellenleiter oder Kavitäten vorausgesetzt.

ANHANG B

BEISPIELE GEMESSENER UND GERECHNETER SPEKTREN

Bei der in Kapitel 6 beschriebenen Auswertung der Messungen wurden Spektren herangezogen, die unter den verschiedensten Bedingungen aufgenommen wurden. In diesem Anhang soll an Hand einiger Beispiele gezeigt werden, dass die in Kapitel 3 entwickelte Theorie die Spektren quantitativ beschreibt.

Bei der Überprüfung der Übereinstimmung sind einige Tatsachen zu berücksichtigen:

1. Der verwendete Spektrumanalysator weist eine relativ grosse Ungenauigkeit bei der Anwahl einer Frequenz auf, wenn die Abstimmung durch eine externe Spannungsquelle erfolgt. Dies äussert sich darin, dass gemessene und berechnete Linien scheinbar bei verschiedenen Frequenzen liegen. Da dieser Effekt weder reproduzierbar noch linear ist, bedeutet die nachträgliche Korrektur der gemessenen Spektren einen hohen Aufwand, auf den daher verzichtet wurde.
2. Das Modell der Kopplung des axial bewegten Elektrons an die Moden der Kavität ist nicht fein genug, um die Höhe jeder einzelnen Linie unter allen Bedingungen genau zu reproduzieren.

Daher wurden die Spektren angepasst, indem auf die in ein breites Frequenzband (> 200 MHz) emittierte Leistung normiert wurde. Bei der Normierung wurden immer mehrere Linien berücksichtigt. Über die teilweise verschobenen Frequenzen und die unterschiedlichen relativen Höhen der Linien wurde dadurch gemittelt. Da diese Normierung nur einen freien Parameter hat, ist die Angabe eines Fehlers nicht möglich.

Ein auswertbares Spektrum mit mehreren Linien wird bei einem Magnetfeld von 46 mT von einer Energie von 5 kV aufwärts erhalten. Theoretische und gemessene Spektren sind in Abbildungen 39 bis 42 für 4 verschiedene Elektronenenergien gezeigt. Die gemessenen Spektren unterscheiden sich in den Abbildungen von den berechneten durch das ihnen überlagerte Rauschen. Die Verbreiterung der Spektren mit der longitudinalen Energie der Elektronen ist deutlich sichtbar und wird reproduziert.

Bei Variation des Magnetfelds und fester Energie des Strahls von 26,48 keV wird von 45 mT an ein reproduzierbares Spektrum erhalten. (Abbildung 43). Bei der Erhöhung auf 50 mT ändert sich das Spektrum erheblich; auch diese Änderung wird vom Modell erfasst (Abbildung 44 und 45).

Die Emission ist nur wenig vom Strahlstrom abhängig, wie aus den Abbildungen 46 und 47 entnommen werden kann, in denen Spektren bei Strahlströmen von 360 mA und 2200 mA dargestellt sind. Dennoch wird beobachtet, dass die Emission bei 1417 MHz bei abnehmender Elektronendichte abnimmt und die Emission bei 1317 MHz im gleichen Masse ansteigt. Dieser nichtlineare Effekt kann durch die entwickelte Theorie nicht erklärt werden. Die Notwendigkeit, zur Angabe einer transversalen Energie über mehrere Moden zu summieren, wird durch diese Beobachtung bekräftigt.

Das berechnete Spektrum ist im Folgenden jeweils mit roter Farbe gegenüber dem gemessenen Spektrum herausgehoben.

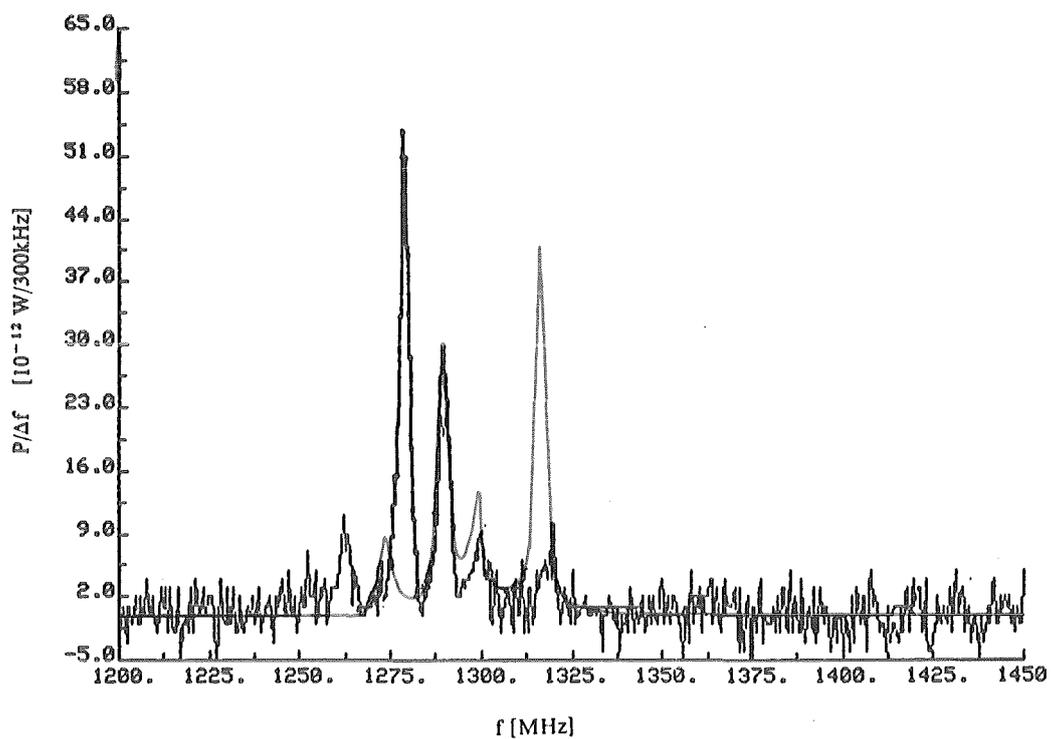


Abbildung 39: gemessenes und gerechnetes Spektrum bei 5 kV/46 mT und 100 mA Strahlstrom

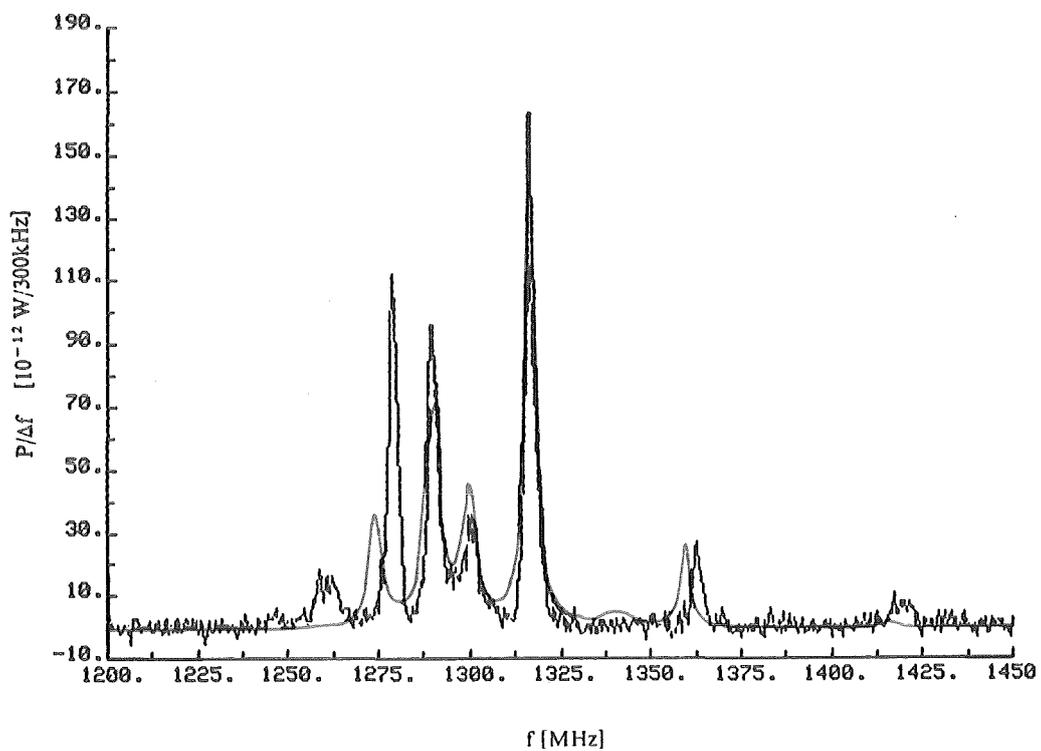


Abbildung 40: gemessenes und gerechnetes Spektrum bei 10 kV/46 mT und 300 mA Strahlstrom

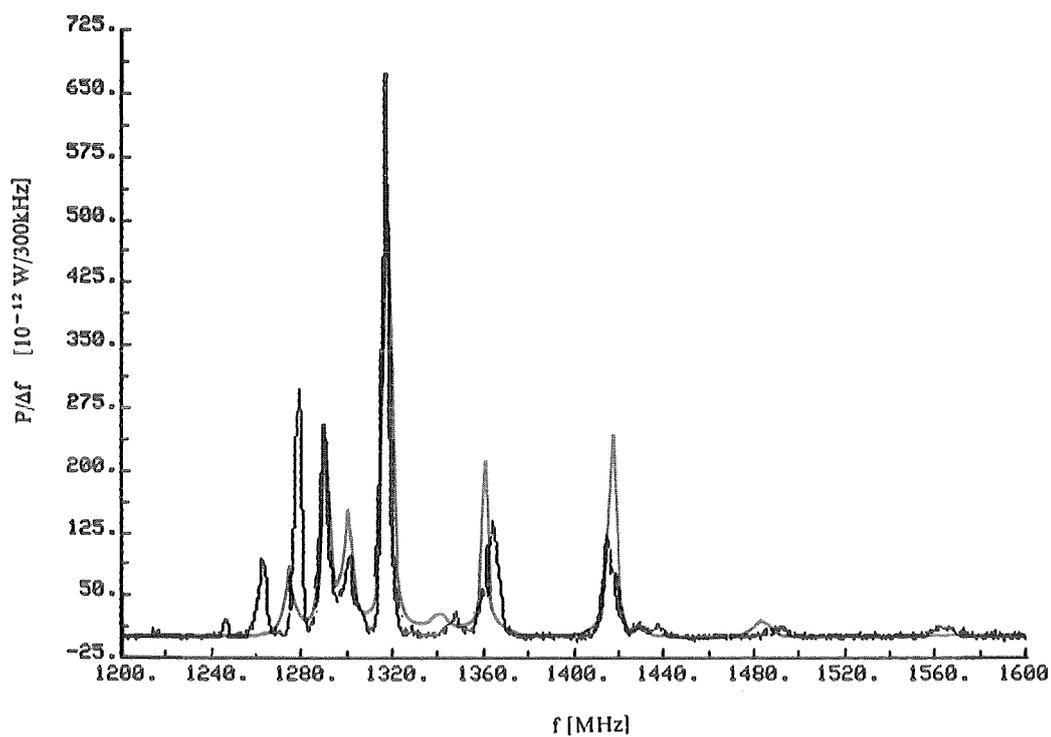


Abbildung 41: gemessenes und gerechnetes Spektrum bei 20 kV/46 mT und 1,3 A Strahlstrom

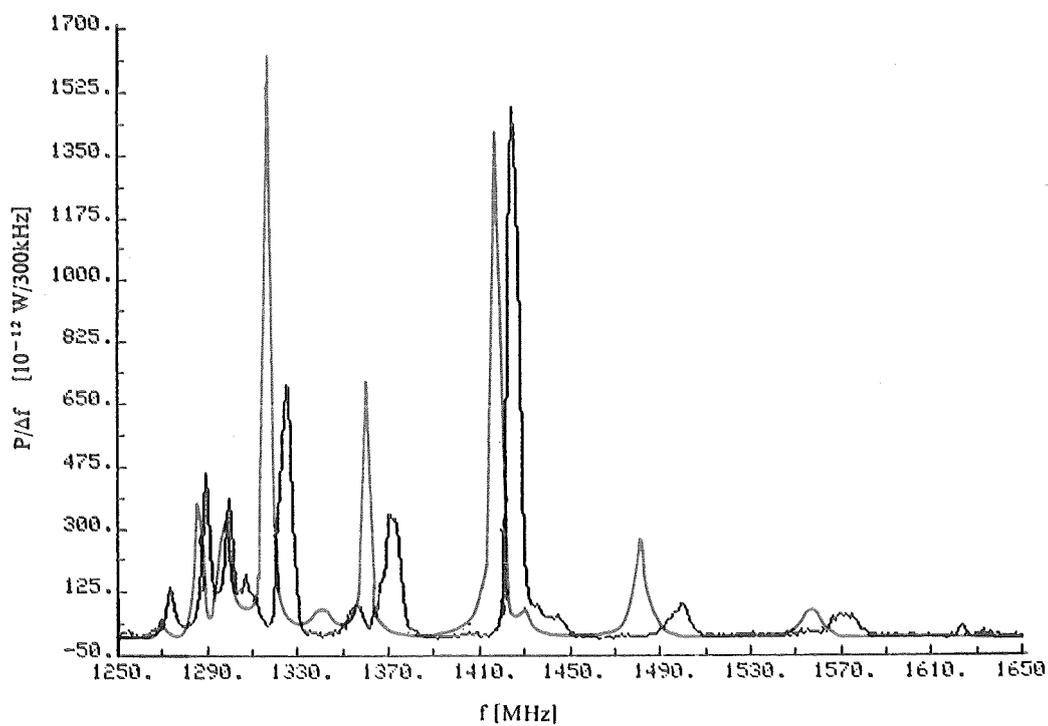


Abbildung 42: gemessenes und gerechnetes Spektrum bei 32 kV/46 mT und 2,8 A Strahlstrom

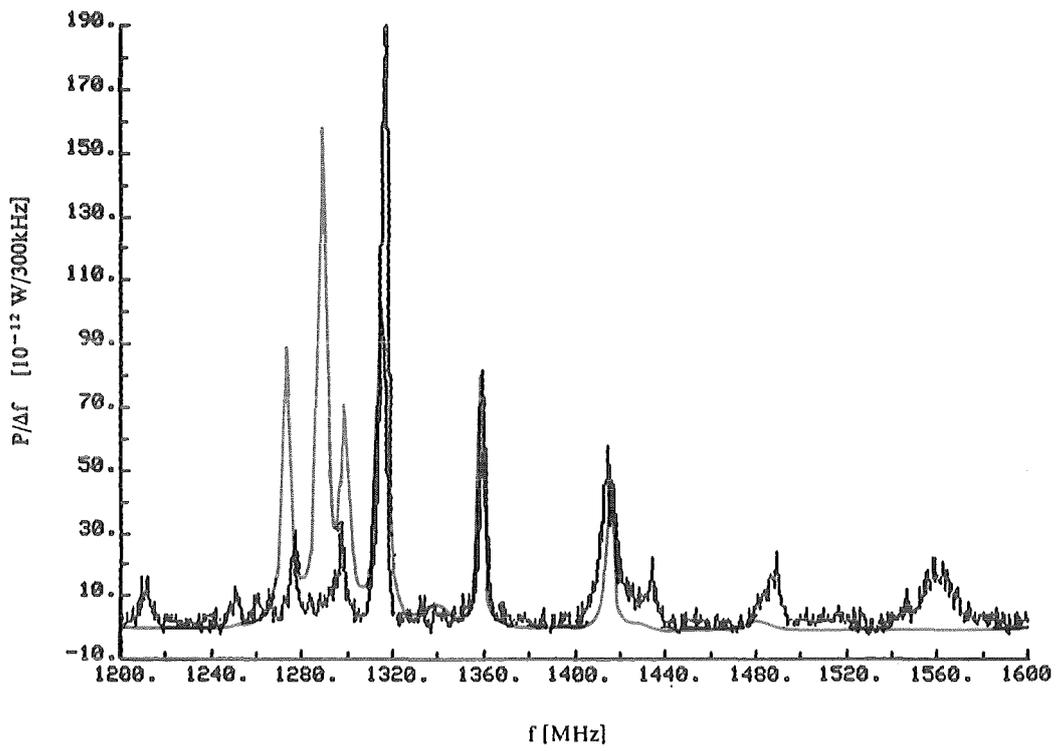


Abbildung 43: gemessenes und gerechnetes Spektrum bei 26,48 kV/45 mT, Strahlstrom 2200 mA

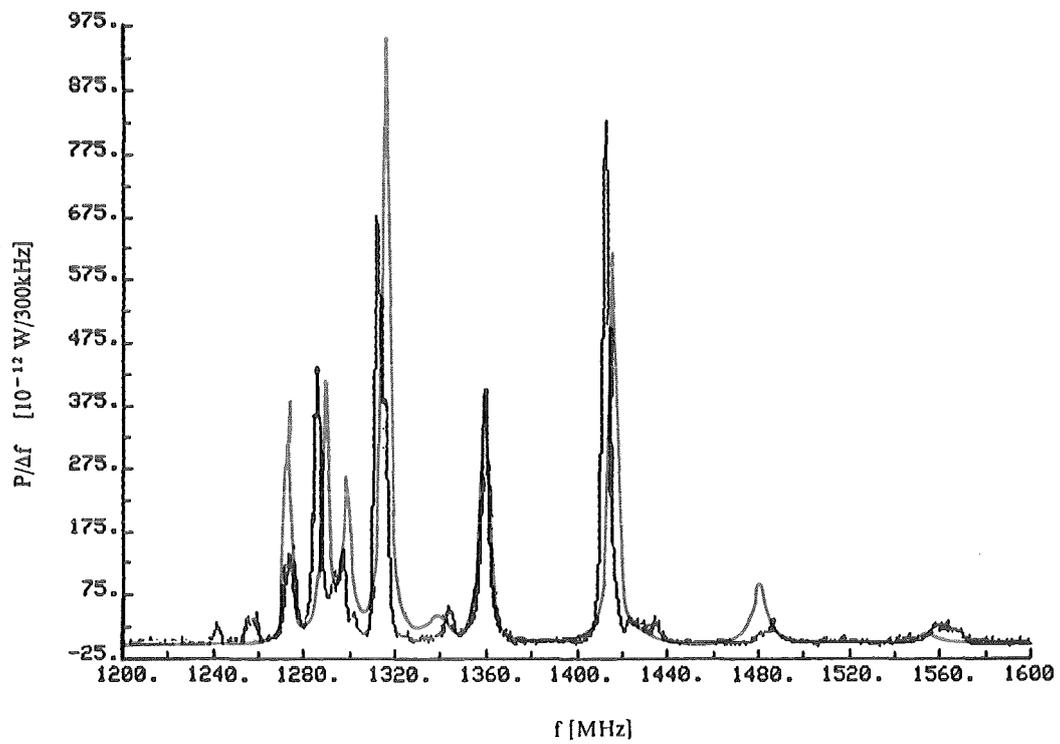


Abbildung 44: gemessenes und gerechnetes Spektrum bei 26,48 kV/47,2 mT, Strahlstrom 2200 mA

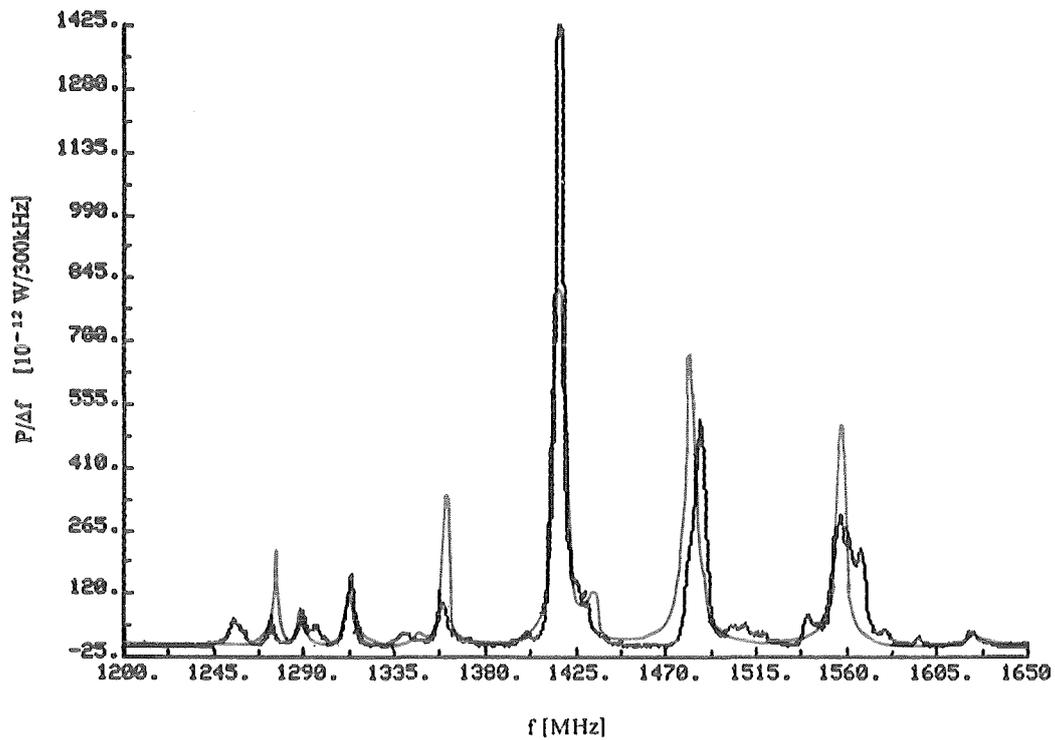


Abbildung 45: gemessenes und gerechnetes Spektrum bei 26,48 kV/50,2 mT, Strahlstrom 2200 mA

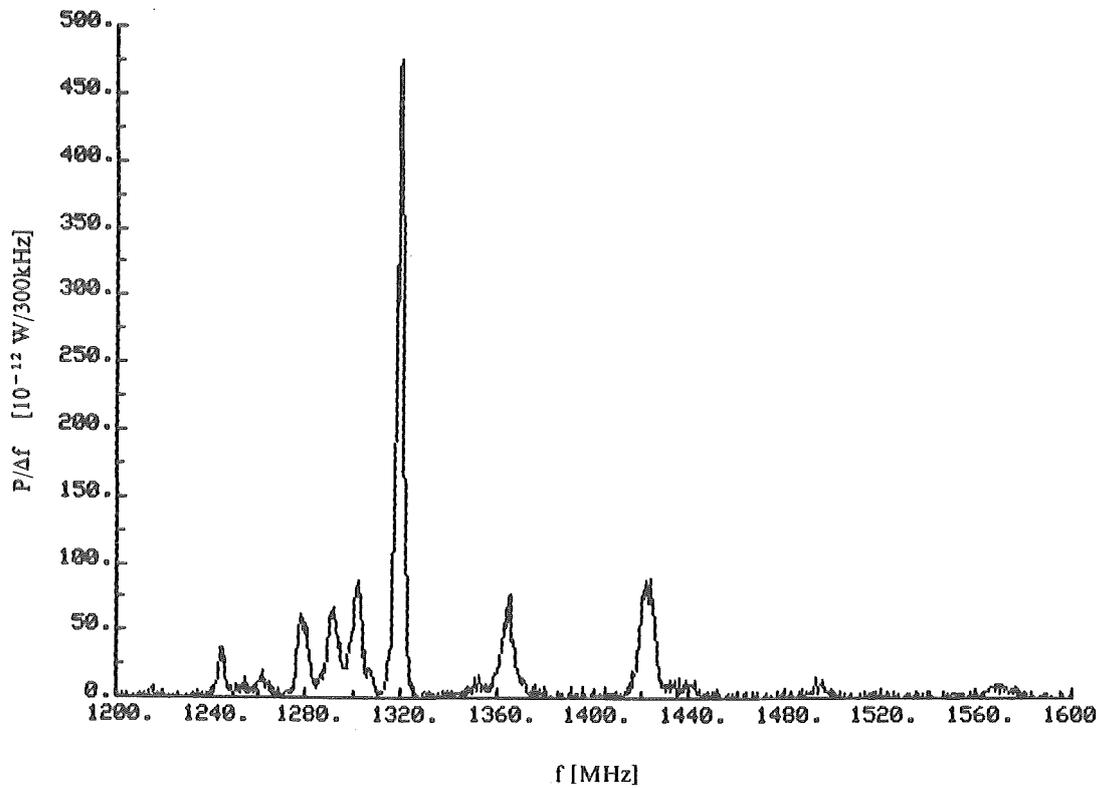


Abbildung 46: gemessenes Spektrum bei 26,48 kV/46,1 mT, Strahlstrom 360 mA

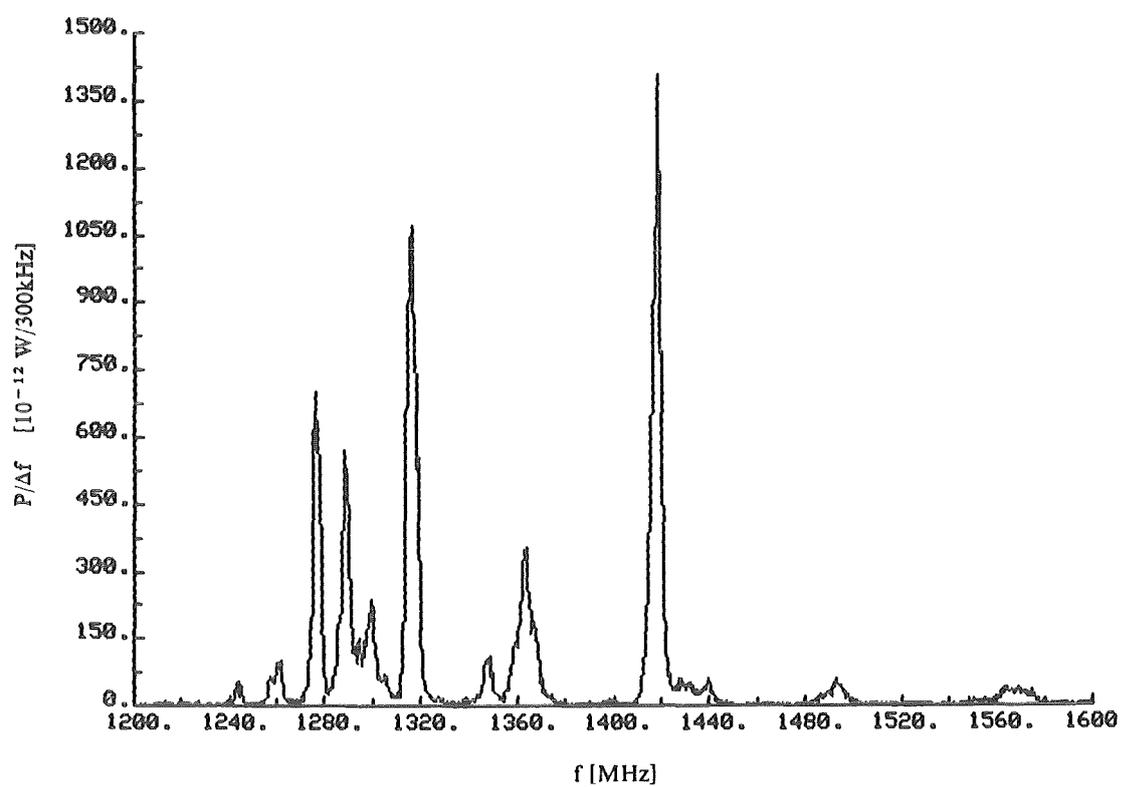


Abbildung 47: gemessenes Spektrum bei 26,48 kV/46,1 mT, Strahlstrom 2200 mA

Literaturverzeichnis

- [1] K. Steffen, Basic course on accelerator optics, in: CERN Accelerator School 3–14 Sep 1984, eds P. Bryant und S. Turner, CERN Report 85–19, 1985, p.25–63
- [2] H. Poth, Electron Cooling, zur Veröffentlichung in den Proc. der CERN Accelerator School 1985, Oxford
- [3] J.D. Jackson, Classical Electrodynamics, 2. Aufl., New York 1975, p. 619
- [4] A.H. Sørensen und E. Bonderup, Nucl. Instr. Meth. 251(1983)p. 27–54
- [5] Ya. Derbenev und A.N. Skrinsky, Part. Acc. 8(1977)p. 1ff
- [6] A. Wolf, Realistic calculations concerning electron cooling in storage rings, in: Proceedings of the Workshop on Electron Cooling and Related Applications, ed. H. Poth, KfK 3846, Karlsruhe 1984, p. 21–40
- [7] W. Hardt et al., Design Study of a Facility for Experiments with Low Energy Antiprotons (LEAR), CERN/PS/DL 80–7, Genf 1980
- [8] W. Brückner et al., Measurement of the Spin Dependence in $p\bar{p}$ Interaction at Low Momenta, CERN–Proposal PSCC85–80, 1985
- [9] A. Wolf et al., Status and Perspectives of the electron cooling device presently under development at CERN, in: Physics with Antiprotons at LEAR in the ACOL Era, eds. U. Gastaldi et al., Gif-sur-Yvette 1985, p.129–134
- [10] J.R. Pierce, Theory and Design of Electron Beams, 2. Aufl., New York 1954
- [11] R. Kells, Electron Cooling, in: Physics of High Energy Particle Accelerators, ed. R.A. Carrington et al., AIP Conf. Proc. No. 87(pt. 1), New York 1982, p. 656–699
- [12] C. Habfast et al., Vakuumentchnik 34(1985)p. 195–200
- [13] M. Brouet et al., An ultra high vacuum system for coolers, in: [6] p. 267–274
- [14] M. Bell et al., Nucl., Instr. Meth. 190(1981)p. 237–251
- [15] V. Parkhomchuk (INP, Novosibirsk), private Mitteilung Sept. 1984
- [16] A. Wolf, Elektronenkühlung niederenergetischer Antiprotonen, Dissertation, KfK 4023, Karlsruhe 1985
- [17] C. Rubbia, Microwave Radiation from the Transverse Temperature of an Intense Electron Beam Confined by a Longitudinal Magnetic Field, CERN Internal Report EP 77–4, 1977
- [18] Studies on Electron Cooling of Heavy Particle Beams made by the VAPP–NAP Group at the Nuclear Physics Institute of the Siberian Branch of the USSR Academy of Science at Novosibirsk, CERN–Report 77–08, 1977
- [19] P. Møller–Petersen, Diagnostics for electron and ion beam in electron cooling, in: [6] p. 219–232
- [20] S. Teccio, High energy electron cooling at related diagnostics (sic!), in: [6] p. 155–172
- [21] B. Seligmann (KfK, Karlsruhe), private Mitteilung Mai 1986
- [22] [3] p. 659
- [23] B. Schnitzer und E. Farnleitner, Acta Phys. Austr. 52(1980), p. 225–241
- [24] eine Einführung in die Theorie der Wellenleiter und Hohlraumresonatoren wird z.B. in [3] p. 334–385 gegeben. Eine ausführliche Darstellung findet sich in Handbuch der Physik, Band XVI, Elektrische Felder und Wellen, ed. S. Flügge, Berlin 1958, p. 285–406
- [25] C. Taylor (CERN, Genf), private Mitteilung Dez. 1986
- [26] W. Kells, Laser Diagnostics for Electron Cooling Beam, Fermilab Techn. Memo TM–771, 1978, unveröff.
- [27] N.B. McNellis und A.W. De Silva, Plasma Phys. 24(1982)p. 1261–1275
- [28] C. Habfast et al., Measurement of laser light Thomson scattered from an electron cooling beam, wird eingereicht bei Appl. Phys. B (1987)
- [29] G.I. Budker et al., Part. Acc. 7(1976)p. 197–211
- [30] H.A. Bethe und E. Salpeter, Quantum Mechanics of One– and Two– Electron Atoms, 2. Aufl., New York 1977, p. 322f
- [31] R. Neumann et al., Z. Phys. A315(1983)p. 253–262
- [32] J. Schwinger, Phys. Rev. 75(1949)p. 1912 ff
- [33] A.A. Sokolov und I.M. Ternov, Synchrotron Radiation, Berlin und Oxford 1968, p. 16
- [34] C. Taylor, private Mitteilung Juni 1984

- [35] W.Kells, Detector of Microwave Radiation from Cooler Electron Beam, Fermilab Techn.Memo TM-798, 1978, unveröff.
- [36] L.S.Brown et al., Phys. Rev. Lett. 55(1985)p. 44-47
- [37] L.S.Brown et al., Phys. Rev. A32(1985)p. 3204-3218
- [38] Handbuch der Physik, Band XVI, Elektrische Felder und Wellen, ed. S. Flügge, Berlin 1958, p. 322 und p. 411
- [39] B.A.Trubnikov, Sov. Phys. "Doklady" 3(1958)p. 136-140
- [40] S.J.Raff, Microwave System Engineering Principles, Oxford 1977, p. 4f
- [41] [3] p. 353
- [42] G.Evans und C.W.McLeish, RF Radiometer Handbook, Dedham (Mass.) 1977
- [43] Threshold Signals, ed.J.L. Lawson und G.E. Uhlenbeck, New York 1950, p. 59-61
- [44] C.Habfast, SYNCHROBEAM - an Interactive Program for the Simulation and Evaluation of Electron Beam Microwave Spectra, zur Veröffentlichung vorgesehen als KfK 4189, Karlsruhe 1987
- [45] A.Wolf et al., Magnetic Field Measurements in the Electron Cooling Device for LEAR, KfK 3718, Karlsruhe 1984
- [46] [3] p. 697
- [47] Neuere experimentelle Ergebnisse und eine theoretische Einführung finden sich in: R.Cano et al., Nuclear Fusion 9(1979)p. 1415-1421 sowie P.Woskoboinkow et al., Appl. Phys. Lett. 39(1981)p. 548-550
- [48] George A. Dulk et al., Astrophys. J. 234(1979)p. 1137-1147 und die dort zitierten Arbeiten
- [49] E.M.Purcell, Phys. Rev. 69(1946)p. 681
- [50] Eine Übersicht über die von der Gruppe um H.G.Dehmelt durchgeführten Experimente wird gegeben in: Atomic Physics 9, ed.R.S. Van Dyck und E.N.Fortson, Singapur 1984
- [51] D. Kleppner, Phys. Rev. Lett. 47(1981)p. 233-236
A.G.Vaidyanathan et al., Phys Rev. Lett. 47(1981)p. 1592-1595
R.G.Hulet et al., Phys. Rev. Lett. 55(1985)p. 2137-2140
- [52] G.Gabrielse und H.G. Dehmelt, Phys. Rev. Lett. 55(1985)p. 67-70
- [53] V.A.Flyagin, IEEE Trans. MTT 25(1977)p. 514-521
- [54] E.Borie, private Mitteilung Nov. 1986
R. Phelps and T. Garvey, J. Phys. D 15(1986)p. 2051-2063
- [55] [43] p. 83-88