

KfK 4328
November 1987

Anwendung von Näherungsmethoden zur Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit von rißbehafteten Bauteilen

H. Riesch-Oppermann
Institut für Material- und Festkörperforschung

Kernforschungszentrum Karlsruhe

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Institut für Material- und Festkörperforschung

KfK 4328

Anwendung von Näherungsmethoden zur Berechnung
der Ausfallwahrscheinlichkeit von rißbehafteten Bauteilen

H. Riesch-Oppermann*

*Institut für Zuverlässigkeit und Schadenskunde im Maschinenbau
Universität Karlsruhe (TH)

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE GMBH, KARLSRUHE

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 7500 Karlsruhe 1

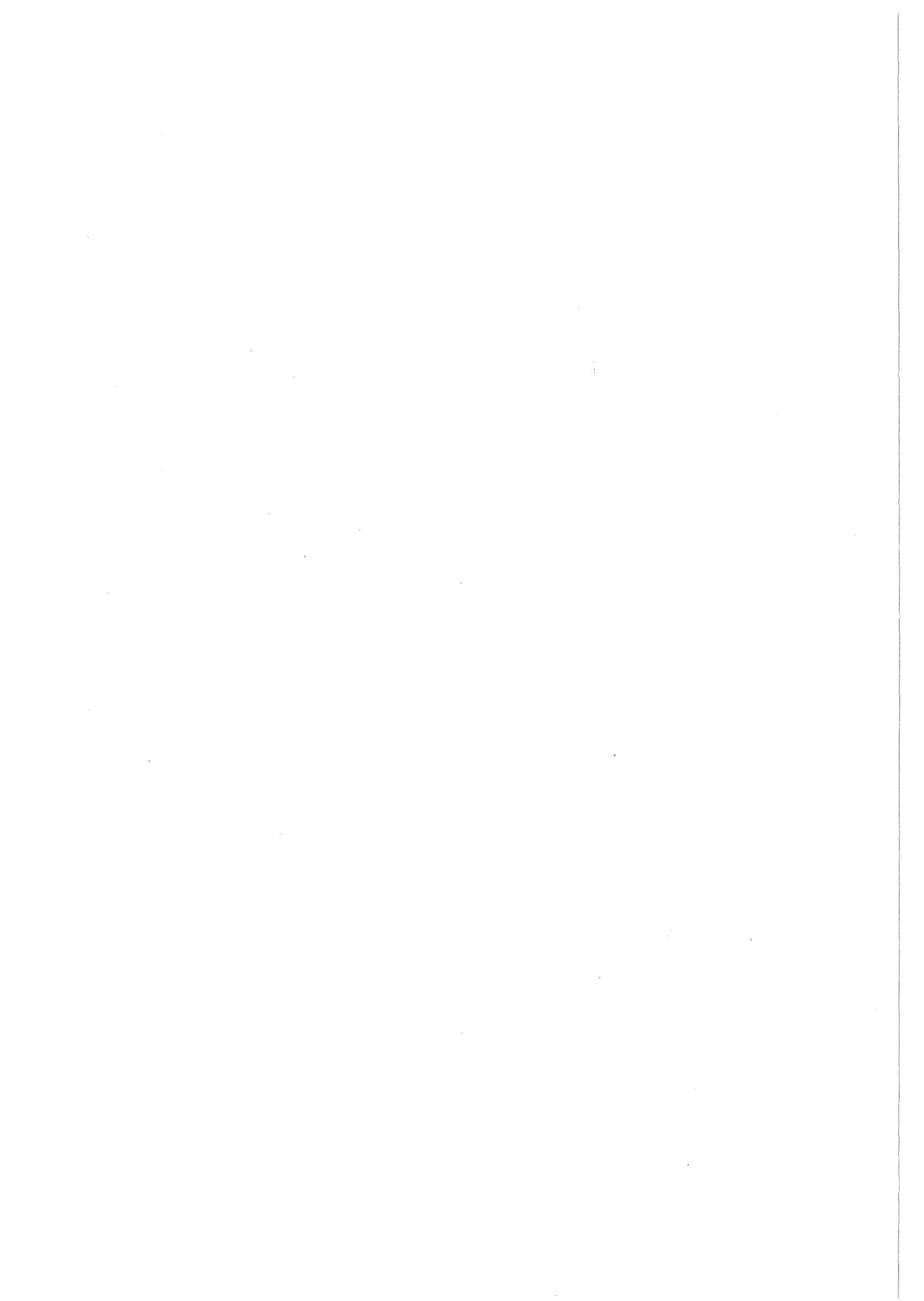
ISSN 0303-4003

Anwendung von Näherungsmethoden zur Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit von rißbehafteten Bauteilen.

Die Genauigkeit der First-Order-Second-Moment-Methode bei der näherungsweise Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit rißbehafteter Bauteile wird anhand zweier Beispiele aus der Kerntechnik untersucht. Nach Darstellung der bruchmechanischen Grundlagen werden die Ergebnisse einer Parameterstudie angegeben, die mit der First-Order-Second-Moment-Methode und mit Monte-Carlo-Simulationsmethoden erhalten wurden. Modifizierte (Second-Order-) Verfahren, die die Genauigkeit der Methode erhöhen sollen, werden betrachtet. Die Möglichkeit der Abschätzung der Auswirkung von korrelierten Eingangsgrößen durch die First-Order-Second-Moment-Methode wird an den betrachteten Beispielen demonstriert.

Approximative Determination of Failure Probabilities for Crack Containing Components.

Two examples from nuclear applications are used to demonstrate the accuracy of the approximate determination of failure probabilities for crack containing components using First-Order-Reliability Methods (FORM). The fracture mechanical models and the results of calculations using FORM and Monte-Carlo-Methods are reported. Modified (Second-Order) methods are used to improve the accuracy of the results. It is possible to estimate the influence of correlations between the basic variables using a slightly modified version of FORM. This is demonstrated with the same examples.



INHALTSVERZEICHNIS

1.0	Einleitung	1
2.0	Das Prinzip der First-Order-Second-Moment-Methode	5
3.0	Bruchmechanische Grundlagen der FORM-Rechnungen	9
3.1	Versagen	9
3.2	Rißwachstum	11
3.3	Inspektionen	12
3.3.1	<i>Periodische Inspektion</i>	13
3.3.2	<i>Inspektion vor Betriebsbeginn</i>	14
3.4	Leck-vor-Bruch-Verhalten	14
4.0	Vorgehensweise bei der Programmerweiterung	17
4.1	Rißwachstum	17
4.1.1	<i>Riß in unendlicher Platte</i>	19
4.1.2	<i>Riß in endlicher Platte</i>	22
4.2	Testrechnungen für den Sicherheitsbehälter eines Druckwasserreaktors	23
5.0	Rechnungen Krümmer	27
5.1	Grundmodell	27
5.2	Zuverlässigkeitsanalyse	28
5.2.1	<i>Einfluß verschiedener Riß-tiefenverteilungen auf die Ausfallwahrscheinlichkeit</i>	29
5.2.2	<i>Einfluß verschiedener Verteilungen des Achsenverhältnisses auf die Ausfallwahrscheinlichkeit</i>	29
5.3	Diskussion der Ergebnisse	29
6.0	Alternative Näherungsmethoden zur Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit	31
6.1	Die Verwendung der direkten Transformation	31
6.2	Die Second-Order-Methode nach Fiessler/Neumann/Rackwitz	32
6.3	Die Second-Order-Methode nach Madsen/Tvedt	35
6.4	Berücksichtigung von Korrelationen zwischen den Basisvariablen	37
7.0	Schlußfolgerungen	39

Literaturverzeichnis	41
Anhang	45
Ergebnisse	47

1.0 EINLEITUNG

Grundanliegen der probabilistischen Bruchmechanik ist es, Aussagen über die Zuverlässigkeit von rißbehafteten Komponenten in Anlagen mit hohem Sicherheitsniveau zu machen. Als Maß für die Zuverlässigkeit dient dabei die Ausfallwahrscheinlichkeit einer Komponente, deren Berechnung aufgrund von statistischen Daten verschiedener Eingangsgrößen (auch Basisvariablen genannt) und daraus angepaßter Verteilungen erfolgt. Dabei können durch Wahl bestimmter Verteilungen oder Parameter Untersuchungen über die Auswirkungen unterschiedlicher Eingangswerte auf die Zuverlässigkeit angestellt werden (Parameterstudien). So erhält man Aussagen über die Sensibilität der Ausfallwahrscheinlichkeit einer Komponente bezüglich Änderungen der Basisvariablen.

In diesem Zusammenhang ist es wünschenswert, Ausfallwahrscheinlichkeiten für die zahlreichen bei einer Parameterstudie zu betrachtenden Fälle schnell und einfach berechnen zu können.

Die Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit einer Komponente aus den Verteilungen der Basisvariablen führt jedoch auf eine mehrdimensionale Integration, die numerischen Lösungen nicht zugänglich ist und daher mit Monte-Carlo-Simulationsmethoden gelöst werden muß. Bei den üblicherweise zu erwartenden Ausfallwahrscheinlichkeiten bei Komponenten hoher Zuverlässigkeit (10^{-12} - 10^{-6}) wird eine unvertretbar hohe Zahl von Simulationsläufen erforderlich. Ausgeklügelte Verfahren zur Varianzreduktion sind zur Verringerung der Rechenzeit erforderlich (Importance Sampling, Stratified Sampling). Diese Methoden haben den Nachteil, daß Parameterstudien nur mit großem programmtechnischem und rechnerischem Aufwand durchzuführen sind.

Großes Interesse besteht daher an der Verwendung von einfach zu handhabenden Näherungsmethoden, die genügend genaue Ergebnisse für die zu berechnende Ausfallwahrscheinlichkeit liefern.

Die First-Order-Second-Moment-Methode (FORM) führt durch Linearisierung des Integrationsbereichs und Transformation der Basisvariablen auf standardnormalverteilte Variablen auf eine geschlossen angebbare Lösung für die gesuchte Ausfallwahrscheinlichkeit.

Allerdings ist von vornherein keine Aussage über die Genauigkeit des gelieferten Wertes möglich, da keine Möglichkeit der Fehlerabschätzung existiert.

Die Erfahrung bei einigen Testrechnungen zeigt jedoch, daß die Abweichungen von Monte-Carlo-Rechnungen in der Gegend von 10% liegen.

Sofern bei komplizierteren Problemen die Abweichungen vom Monte-Carlo-Wert ebenfalls in diesem Bereich liegen, ist eine Anwendung der First-Order-Second-Moment-Methode sinnvoll. Dabei muß man in Betracht ziehen, daß unterschiedliche bruchmechanische oder statistische Ansätze durchaus Veränderungen der resultierenden Ausfallwahrscheinlichkeiten um mehrere Größenordnungen bewirken. Im Rahmen der Arbeit war deshalb zu klären, ob die Ergebnisse der durchgeführten Testrechnungen typisch sind und ob gegebenenfalls bei größeren Abweichungen Verbesserungen durch modifizierte Verfahren möglich sind. Außerdem war zu klären, ob die Tendenz der Ergebnisse von Parameterstudien für Monte-Carlo-Rechnungen und First-Order-Second-Moment-Methode-Rechnungen übereinstimmt.

Im Hinblick auf die Berücksichtigung komplizierterer Versagensmechanismen wie Leck-vor-Bruch-Verhalten ist ein schrittweises Vorgehen bei der Programmerweiterung sinnvoll, wobei zunächst das Versagen von Komponenten mit eindimensionalen Rissen unter Berücksichtigung von Rißwachstum und Inspektion betrachtet wird und auf diesen Ergebnissen aufbauend eine Behandlung zweidimensionaler Risse mit Leck-vor-Bruch-Analyse erfolgt.

Die einzelnen Schritte erfolgen anhand von Rechnungen zu Beispielen, für die Referenzergebnisse vorliegen bzw. wo exakte Lösungen möglich sind, womit sich Aussagen über die Genauigkeit des Verfahrens ergeben.

Parallel zur "traditionellen" First-Order-Second-Moment-Methode wurden für einige Probleme alternative Methoden benutzt und verglichen:

- Die *Second-Order-Methode* (SORM) benutzt Hyperflächen 2. Ordnung statt Hyperebenen zur Approximation des Integrationsbereichs und verspricht dadurch eine bessere Näherung.
- Die *Anwendung der direkten Transformation* bei der Normierung der Basisvariablen statt der bisher verwendeten linearisierten "Normal-Tail-Approximation" verspricht bessere Konvergenzeigenschaften des Algorithmus zur Bestimmung des Design-Punkts.

- Schließlich wird noch eine Möglichkeit der Berücksichtigung von *Korrelationen zwischen den Basisvariablen* betrachtet. Diese Berücksichtigung ist im Rahmen der First-Order-Second-Moment-Methode relativ einfach möglich, während Monte-Carlo-Verfahren hier an der Schwierigkeit der Erzeugung korrelierter Zufallszahlen scheitern.



2.0 DAS PRINZIP DER FIRST-ORDER-SECOND-MOMENT-METHODE

Grundproblem der probabilistischen Zuverlässigkeitstheorie ist die Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeiten für bestimmte Bauteile aus der statistischen Streuung bestimmter Belastungs- und Werkstoffwiderstandsvariablen. Diese, auch Basisvariablen genannt, sind Zufallsvariablen mit bestimmten Verteilungen, die sich aus vorhandenen Daten ergeben oder - etwa im Rahmen von Parameterstudien - angenommen werden. Die Auswahl der zunächst als stochastisch angenommenen Variablen erscheint zunächst willkürlich, läßt sich aber über Sensitivitätsfaktoren begründen, die sich aus dem Resultat der Rechnung ergeben. (Siehe etwa [20])

Sind X_1, \dots, X_n die Basisvariablen, so wird das Bauteilverhalten durch die Versagensfunktion $g(x) = g(x_1, \dots, x_n)$ beschrieben. Dabei bedeutet $g(x) > 0$ Funktionieren des Bauteils, $g(x) < 0$ bedeutet Versagen und $g(x) = 0$ definiert eine Hyperfläche im Raum der Basisvariablen, durch die dieser in zwei Bereiche, nämlich den sicheren Bereich ($g(x) > 0$) und den Versagensbereich F ($g(x) < 0$) eingeteilt wird.

Die Ausfallwahrscheinlichkeit P_f ist definiert als der Wahrscheinlichkeitsinhalt des Versagensbereiches F und berechnet sich aus

$$(1) \quad P_f = \int_F f_1(x_1) \dots f_n(x_n) dx_1 \dots dx_n$$

wobei $f_i(x_i)$ die Verteilungsdichte der Basisvariable X_i bedeutet und die Zufallsvariablen X_1, \dots, X_n der Einfachheit halber als stochastisch unabhängig angenommen werden.

Da die Methoden zur Lösung des Versagensintegrals (1) sehr aufwendig sind, ist man daran interessiert, einfache Näherungslösungen für (1) zur Verfügung zu haben. Die First-Order-Second-Moment-Methode (FORM) ([6], [20] mit Referenzen und [28]) nutzt die Kenntnis der Lösung eines Spezialfalls von (1) aus und liefert daraus einen Näherungswert für P_f .

Für **standardnormalverteilte** Basisvariable X_i und **lineare** Versagensfunktion $g(x)$ ist nämlich

$$(2) \quad P_f = \Phi(-\beta)$$

wobei $\Phi(\cdot)$ die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung ist und der sogenannte Zuverlässigkeitsindex β den Abstand der Versagensgrenzfläche zum Ursprung angibt. Der Fußpunkt des Lots vom Ursprung auf die Versagensgrenzfläche wird als Design-Punkt bezeichnet. β gibt dann die Länge der Strecke vom Ursprung zum Design-Punkt an und ist gegeben durch

$$\beta = \frac{[g(x^*) - \sum a_i x_i^*]}{\sqrt{\sum a_i^2}}$$

mit x^* - Ortsvektor zum Design-Punkt

$$a_i = \partial g(x^*) / \partial x_i$$

Für **nichtlineare** Versagensfunktion $g(x)$ erfolgt nach der First-Order-Second-Moment-Methode eine Linearisierung von $g(x)$ im Design-Punkt, wobei als Näherungswert für die Ausfallwahrscheinlichkeit

$$(3) \quad P_f \approx \Phi(-\beta)$$

verwendet wird, mit $\Phi(\cdot)$ und β wie oben definiert.

Sind die Basisvariablen X_i **nicht standardnormalverteilt**, so erfolgt nach FORM eine Transformation des Raums der (beliebig verteilten) Basisvariablen X_i in einen Raum von standardnormalverteilten Variablen U_i . Im Fall stochastisch unabhängiger Basisvariablen X_i ist diese Transformation etwa durch

$$(4) \quad F_i(X_i) = \Phi(U_i) \quad \text{oder}$$

$$(5) \quad U_i = \Phi^{-1}(F_i(X_i)) \quad \text{gegeben.}$$

Wird diese Transformation im Design-Punkt linearisiert, so wirkt diese linearisierte Transformation, als ob die Verteilungsfunktion $F_i(X_i)$ durch eine Normalverteilung $\Phi((x_i - \mu_i) / \sigma_i)$ derart angenähert wird, daß im Design-Punkt Dichte und Verteilungsfunktion von Original- und Ersatzverteilung übereinstimmen. Dies ist das Prinzip der "Normal-Tail-Approximation".

Die Vornahme der Linearisierung der Transformation läßt sich dadurch rechtfertigen, daß die Transformation nur im Design-Punkt benötigt wird, und die linearisierte Form also in dem benötigten Punkt exakt ist.

Das nun zu lösende Problem ist die Bestimmung des Design-Punktes und der Ersatz-Normalverteilungen, d.h. deren Mittelwerte und Varianzen.

Kennt man den Design-Punkt x_i^* , so folgen diese aus den Beziehungen

$$(6) \quad \Phi((x_i^* - \mu_i) / \sigma_i) = F_i(x_i^*) \quad \text{und}$$

$$(7) \quad \phi((x_i^* - \mu_i) / \sigma_i) / \sigma_i = f_i(x_i^*).$$

$\phi(\cdot)$ ist dabei die Dichte der Standardnormalverteilung $\Phi(\cdot)$.

Es ergibt sich:

$$\mu_i = x_i^* - \sigma_i \Phi^{-1}[F_i(x_i^*)]$$

$$\sigma_i = \phi\{\Phi^{-1}[F_i(x_i^*)]\} / f_i(x_i^*)$$

Da man den Design-Punkt a priori nicht kennt, wird folgendes Iterationsverfahren verwandt: Für willkürlich festgelegte Startwerte werden nach (6) und (7) Ersatznormalverteilungen bestimmt. Für die standardnormalverteilten Variablen $U_i = (X_i - \mu_i) / \sigma_i$ wird ein vorläufiger Design-Punkt berechnet, der als Startwert für die nächste Bestimmung der Ersatznormalverteilungen dient. Ditlevsen [6] hat gezeigt, daß dieses Verfahren für stetige Versagensfunktionen konvergiert und daß der als Grenzwert erhaltene Design-Punkt ein stationärer Punkt bezüglich des Abstands vom Ursprung ist.

Der Abstand dieses Punktes vom Ursprung im normierten Raum gibt den Zuverlässigkeitsindex β an. Nach (3) ergibt sich aus β ein Näherungswert für die gesuchte Ausfallwahrscheinlichkeit P_f des betrachteten Bauteils.

Die Koordinaten des Design-Punktes im normierten Raum geben die Sensitivität des Zuverlässigkeitsindex bezüglich Änderungen der Streuung der entsprechenden Basisvariablen an.

Für diesen Näherungswert gibt es jedoch keine Möglichkeit einer Fehlerabschätzung. Die Erfahrung zeigt aber, daß die First-Order-Second-Moment-Methode in vielen Fällen genügend genaue (Fehler < 10%) Ergebnisse liefert.

Der Fehler von FORM hängt erfahrungsgemäß in erster Linie von der Art der Versagensfunktion ab. Deswegen bietet sich folgende Verfahrensweise an:

Für ein bestimmtes Anwendungsgebiet werden Referenzrechnungen mit FORM und Monte-Carlo-Methoden durchgeführt. Die Abweichungen ergeben ein Maß für den zu erwartenden Fehler. Ist dieser klein genug, so können z.B. Parameterstudien mit FORM durchgeführt werden, deren Ergebnisse dann stichprobenmäßig durch Monte-Carlo-Rechnungen überprüft werden. Dies stellt eine gute Verbindung dar zwischen der Möglichkeit, mit FORM einfach und schnell Eingangsgrößen ändern zu können und der größeren Genauigkeit von Monte-Carlo-Rechnungen.

3.0 BRUCHMECHANISCHE GRUNDLAGEN DER FORM-RECHNUNGEN

In fast allen Problemen der probabilistischen Bruchmechanik haben die Versagensintegrale (1) einige gemeinsame Eigenschaften:

1. Zunächst sind die erwarteten Ausfallwahrscheinlichkeiten sehr klein, da es sich um Komponenten hoher Zuverlässigkeit handelt.
2. Die Form der Hyperfläche $g(x) = 0$ ist nur leicht gekrümmt, daher sollte der Linearisierungsfehler klein sein.
3. Die Anzahl der in $g(x)$ eingehenden Variablen ist relativ klein (< 10). Probleme, wie sie bei vieldimensionalen Fällen auftreten, scheiden hier also aus.
4. Aufgrund der endlichen Abmessung der Bauteile und begrenzter Werte einiger Variablen sind die Verteilungen einiger Variablen nach oben und/oder nach unten beschränkt. Dies wird durch Einführung eines Normierungsfaktors berücksichtigt, mit dem alle Verteilungen auf 1 normiert werden.

Neben diesen allgemeinen Eigenschaften werden spezielle Punkte im folgenden betrachtet.

3.1 VERSAGEN

Komponenten, die Schweißverbindungen beinhalten, weisen fertigungsbedingt Risse auf, die idealisiert als halbelliptische Oberflächenrisse durch Angabe von zwei Rißgrößenparametern (Rißtiefe a und Rißlänge $2c$ oder Rißtiefe a und Achsenverhältnis a/c) beschrieben werden. Während des Betriebs wachsen diese Risse aufgrund von Wechselbelastungen stabil, bis schließlich instabiles Rißwachstum und Versagen der Komponente erfolgt. In der Bruchmechanik wird das Versagen einer Komponente durch Vergleich einer Belastungsgröße mit einer Werkstoffwiderstandsvariablen beschrieben. Die Belastungsgröße ist

dabei eine Funktion der anliegenden Spannung σ und der Rißgeometrie. Als Werkstoffwiderstandsvariable, die den Widerstand des Werkstoffs gegen instabile Rißausbreitung charakterisiert, kommen je nach Werkstoff und Belastung etwa Rißzähigkeit K_{Ic} , kritischer Wert des J-Integrals J_{Ic} , Fließspannung σ_f ... in Frage. Aus diesen Größen läßt sich eine kritische Rißtiefe a_c bestimmen. Die kritische Rißtiefe a_c ist abhängig von Belastung und Werkstoffwiderstand. Je nach Werkstoff und Bauteilgeometrie sind dabei unterschiedliche Versagenskriterien maßgebend. Die in dieser Arbeit verwendeten Versagenskriterien sind

- Versagen nach linear-elastischer Bruchmechanik

Die Versagensfunktion g ist hierbei gegeben durch

$$g(a, a/c, K_{Ic}, \sigma) = K_{Ic} - K_I \quad \text{mit}$$

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} Y(a/c, a/t)$$

K_I - linear elastisch berechneter Spannungsintensitätsfaktor

$Y(.)$ - werkstoffunabhängige Funktion

- Versagen nach Zweikriterienmethode

Die Versagensfunktion g ist hierbei gegeben durch

$$g(a, a/c, K_{Ic}, \sigma_f, \sigma) = S_R \{-8/\pi^2 \ln[\cos(\pi/2 S_R)]\}^{-0.5} - K_R \quad \text{mit}$$

$$K_R = K_I / K_{Ic}$$

K_I wie oben

$$S_R = \sigma / \sigma_L$$

$\sigma_L = \sigma_f M(a/c, a/t)$ plastische Grenzspannung

$M(.)$ - werkstoffunabhängige Funktion

- Versagen nach plastischer Grenzlastmethode

Die Versagensfunktion g ist hierbei gegeben durch

$$g(a, a/c, \sigma_f, \sigma) = \sigma_L - \sigma$$

σ_L wie oben

Bei Berücksichtigung von Ermüdungsrißwachstum wird die Rißgeometrie zeitabhängig. Damit verändern sich die entsprechenden Verteilungsdichten und müssen bei einer Berechnung von P_f als Funktion der Betriebsdauer aktualisiert werden. Dieses Problem wird durch Verwendung der Anfangswerte von Rißtiefe und Achsenverhältnis als Basisvariablen vermieden.

3.2 RIßWACHSTUM

Ein (zweidimensionaler) Oberflächenriß wird charakterisiert durch die Rißtiefe a und das Achsenverhältnis a/c . Bei der Berechnung der Rißausbreitung geht man von folgenden Voraussetzungen aus:

- Der Ermüdungsriß behält seine ursprüngliche halb elliptische Form auch während des Wachstums bei.
- Das Rißwachstum erfolgt in Längen- und Tiefenrichtung nach den Beziehungen

$$da/dN = f(\Delta K_A) \quad \text{und}$$

$$dc/dN = f(\Delta K_B)$$

wobei $\Delta K_A = \Delta\sigma\sqrt{\pi a} Y_A(a/t, a/c)$

und $\Delta K_B = \Delta\sigma\sqrt{\pi a} Y_B(a/t, a/c)$

die Spannungsintensitätsfaktoren im tiefsten Punkt bzw. an der Oberfläche des betrachteten Risses bedeuten und $f(\cdot)$ für das jeweils benutzte Rißwachstumsgesetz steht.

Y_A und Y_B sind dabei werkstoffunabhängige Funktionen von Achsenverhältnis a/c und auf die Wandstärke t bezogene Rißtiefe a/t , die die jeweiligen Geometrien und Belastungen charakterisieren.

3.3 INSPEKTIONEN

Zerstörungsfreie Prüfungen vor und während des Betriebs einer Komponente tragen zur Erhöhung der Zuverlässigkeit bei [13]. Die dabei entdeckten und reparierten Risse verändern die Verteilung der Rißgrößen. Eine geeignete Berücksichtigung dieser Veränderung wird durch Modifizierung der entsprechenden Verteilung vorgenommen.

Im Verlauf einer Inspektion wird ein Teil der im Bauteil vorhandenen Risse entdeckt und repariert. Durch die Reparatur sollen dabei keine neuen Risse entstehen. Der Bruchteil der Risse, die noch übrigbleiben, ist abhängig von der Rißtiefe und bestimmt durch die Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit $P_{ND}(a)$, die angibt, welcher Bruchteil der Risse der Tiefe a bei einem bestimmten Inspektionsverfahren entdeckt wird. Der Zusammenhang zwischen der Dichte der Rißtiefenverteilung vor Inspektion $f(a)$ und nach Inspektion $f^*(a)$ ist:

$$f^*(a) = P_{ND}(a) f(a)$$

Für P_{ND} gibt es verschiedene Ansätze, etwa

1. $P_{ND}(a) = e^{-\mu a}$ mit $\mu = 0.029 \text{ mm}^{-1}$ [26]

2. $P_{ND}(a) = .5 \operatorname{erfc}[v \ln(a/a^*)]$

mit $v = 1.33$

$a^* = 1.6 \text{ mm}$ [13]

wobei $P_{ND}(a^*) = 0.5$

und $\operatorname{erfc}(\cdot)$ - komplementäre ERROR-Funktion.

Da $P_{ND} \leq 1$, ist f^* keine normierte Dichte. Die reparierten Risse sind in f^* nicht mehr berücksichtigt.

Bei der Durchführung von zerstörungsfreien Prüfungen wird je nach Inspektionszeitpunkt unterschieden zwischen Inspektionen vor Inbetriebnahme und periodischen Inspektionen. Die rechnerische Berücksichtigung der beiden Inspektionsarten in der Rißtiefenverteilung ist unterschiedlich.

3.3.1 Periodische Inspektion

Bei einer periodischen Inspektion kann die Berücksichtigung der reparierten Risse auf folgende Weise geschehen: Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Riß entdeckt (und repariert) wird, ist

$$p_r = 1 - \int_0^{\infty} f^*(a) da.$$

Um eine normierte Rißtiefenverteilung zu erhalten, werden alle reparierten Risse als Risse der Tiefe $a=0$ betrachtet. Damit wird die Dichte der Rißtiefenverteilung nach Inspektion

$$f^*(a) = p_r \delta(a) + P_{ND}(a) f(a)$$

mit $\delta(a)$: DIRAC'sche Deltafunktion

$$p_r = 1 - \int_0^{\infty} f^*(a) da = 1 - \int_0^{\infty} P_{ND}(a) f(a) da.$$

Die Verteilungsfunktion der Rißtiefe a nach Inspektion ist

$$\begin{aligned} F^*(a) &= \int_0^a f^*(x) dx \\ &= \int_0^a (p_r \delta(x) + P_{ND}(x)f(x)) dx \\ &= p_r + \int_0^a P_{ND}(x)f(x) dx. \end{aligned}$$

f^* ist in diesem Fall also eine gemischte stetig-diskrete Dichte mit diskretem Anteil bei $a=0$. Der diskrete Anteil bringt dabei keine Schwierigkeiten für die First-Order-Second-Moment-Methode mit sich, da er nur am Rand des Definitionsbereiches der Verteilung wirksam ist. Die Berücksichtigung wiederholter periodischer Inspektionen nach N_i Lastwechseln erfolgt analog durch mehrfache Multiplikation der Dichte der Rißtiefenverteilung mit P_{ND} , wobei berücksichtigt werden muß, daß P_{ND} von den *aktuellen* Rißtiefen $a_i(a_0, N_i)$ abhängt.

Die Berücksichtigung von periodischen Inspektionen entspricht in der First-Order-Second-Moment-Methode einer "Aktualisierung" der Anfangsrißtiefenverteilung zu den jeweiligen Inspektionszeitpunkten.

Es gilt dabei

$$f_n^*(a_0) = f(a_0) \prod_i P_{ND}(a_i(a_0, N_i))$$

3.3.2 Inspektion vor Betriebsbeginn

Bei der Durchführung einer Inspektion vor Betriebsbeginn findet die Reparatur der Risse bereits vor Inbetriebnahme statt und wirkt also wie eine Veränderung der **Anfangsverteilung** der Rißtiefe. Die Berücksichtigung des Einflusses der Inspektion findet daher durch Normierung der Verteilung statt. Der Normierungsfaktor C_{Norm} ergibt sich dabei zu

$$C_{Norm} = \int_0^{\infty} f^*(a) da.$$

Anmerkung: Im Sonderfall exponentialverteilter Rißtiefe mit Parameter λ und P_{ND} wie oben unter 1. mit Parameter μ ist $f^*(a) = \lambda e^{-(\lambda+\mu)a}$; $C_{Norm} = (\lambda+\mu)/\lambda$; d.h. die normierte Rißtiefeverteilung nach Inspektion ist eine Exponentialverteilung mit Parameter $\lambda+\mu$.

3.4 LECK-VOR-BRUCH-VERHALTEN

Bei Bauteilen mit Oberflächenrissen kann es durch Rißwachstum zur Bildung von Lecks (lokales Versagen) beziehungsweise zum Bruch (globales Versagen) der Komponente kommen [23]. Steht zwischen dem Eintreten eines lokalen Versagens und dem globalen Versagen ausreichend Zeit zur Verfügung, um Maßnahmen zur Behebung des Schadens zu ergreifen oder die Komponente außer Betrieb zu setzen, so spricht man von Leck-vor-Bruch-Verhalten der entsprechenden Komponente. Ist umgekehrt mit globalem Strukturversagen ohne erkennbare Vorschädigung zu rechnen, so spricht man von Bruch-vor-Leck-Verhalten. Ein solches Verhalten ist bei sicherheitstechnisch relevanten Strukturen zu vermeiden.

Da in diesem Fall zwei Versagensarten auftreten, ist scheinbar eine bimodale Versagensfunktion notwendig. Im folgenden wird jedoch gezeigt, daß durch

getrennte Betrachtung zweier Versagensintegrale dieses Problem umgangen werden kann.

Sei σ_{2D} die kritische Spannung für lokales Versagen und σ_{1D} die kritische Spannung für globales Versagen. Wenn für einen betrachteten Oberflächenriß die angelegte Spannung σ die kritische Spannung σ_{2D} übersteigt, so bricht der Riß durch die Wand und führt zu lokaler Instabilität (Leck). Ist $\sigma \geq \sigma_{1D}$, so folgt darauf unmittelbar globales Versagen (Bruch) der Struktur, während der Durchriß stabil bleibt für $\sigma < \sigma_{1D}$. σ_{1D} und σ_{2D} sind dabei abhängig von Rißgeometrie und Werkstoffwiderstand.

Diese Betrachtungen führen zu folgenden Ergebnissen für die Ausfallwahrscheinlichkeiten im Fall von Leck oder Bruch:

$$(8) \quad P_{\text{Versagen}} = P(\sigma \geq \sigma_{2D})$$

$$(9) \quad P_{\text{Bruch}} = \begin{cases} P(\sigma \geq \sigma_{1D}) & \text{für } \sigma_{1D} > \sigma_{2D} \\ P(\sigma \geq \sigma_{2D}) & \text{für } \sigma_{1D} \leq \sigma_{2D} \end{cases}$$

$$(10) \quad P_{\text{Leck}} = \begin{cases} P(\sigma_{2D} \leq \sigma < \sigma_{1D}) & \text{für } \sigma_{1D} > \sigma_{2D} \\ 0 & \text{für } \sigma_{1D} \leq \sigma_{2D} \end{cases}$$

Falls $\sigma_{2D} < \sigma_{1D}$ ist, können P_{Versagen} und P_{Bruch} mit Hilfe der Versagensfunktionen g_{1D} und g_{2D} berechnet werden:

$$(11) \quad P_{\text{Versagen}} = P(\sigma \geq \sigma_{2D}) \quad \text{mit } g_{2D} = \sigma_{2D} - \sigma$$

$$(12) \quad P_{\text{Bruch}} = P(\sigma \geq \sigma_{1D}) \quad \text{mit } g_{1D} = \sigma_{1D} - \sigma$$

Die Leck-Wahrscheinlichkeit kann aus Gl. (11),(12) abgeleitet werden:

$$(13) \quad P_{\text{Leck}} = P_{\text{Versagen}} - P_{\text{Bruch}}$$

Diese Differenz wird 0 oder negativ für $\sigma_{2D} \geq \sigma_{1D}$. In diesem Fall ist

$$(14) \quad P_{\text{Leck}} = 0 \quad \text{und}$$

$$(15) \quad P_{\text{Bruch}} = P_{\text{Versagen}}$$

Damit sieht man, daß zur Durchführung einer probabilistischen Leck-vor-Bruch-Analyse lediglich die Anwendung der einfachen First-Order-Second-Moment-Methode notwendig ist und keine bimodale Versagensfunktion gebraucht wird.

4.0 VORGEHENSWEISE BEI DER PROGRAMMIERWEITERUNG

Die vorliegende Arbeit baut auf einem Computerprogramm auf, welches die Anwendung der First-Order-Second-Moment-Methode auf ein spezielles Problem der Bruchmechanik beinhaltet [31]. Dieses Programm soll nun nach einigen vorgenommenen Proberechnungen, die die prinzipielle Anwendbarkeit der First-Order-Second-Moment-Methode auch bei bruchmechanischen Problemen mit Berücksichtigung einfacher Rißwachstumsansätze sowie Inspektion anzeigen, so erweitert und verallgemeinert werden, daß Vergleichsrechnungen mit einem vorhandenen Monte-Carlo-Programm möglich werden. Hierzu wird ein Programmteil erarbeitet, der die benötigten bruchmechanischen Rechnungen beinhaltet. Die nächsten Abschnitte enthalten die wichtigsten Inhalte und Grundlagen dieses Programmteils.

4.1 RIßWACHSTUM

Bei linear-elastischer Rechnung versagt ein Bauteil, wenn ein vorhandener Riß eine kritische Rißtiefe a_c erreicht, oder -gleichbedeutend- wenn der Wert des Spannungsintensitätsfaktors K_I die Rißzähigkeit K_{Ic} übertrifft.

Der Spannungsintensitätsfaktor K_I ist dabei eine Funktion der anliegenden Lastspannung σ , der Rißtiefe a sowie der Geometrie des belasteten Bauteils. Allgemein gilt

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} Y(a/t)$$

wobei t die Dicke des betrachteten Bauteils ist und $Y(\cdot)$ eine nur von der Geometrie des Bauteils abhängige Funktion.

Für unendlich ausgedehnte Platten, d.h. $a/t \rightarrow 0$ ist $K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$.

Damit tritt hier Versagen ein, wenn $K_I > K_{Ic}$ bzw. $\sigma\sqrt{\pi a} - K_{Ic} < 0$.

Demzufolge wird die Funktion

$$g(a, \sigma, K_{Ic}) = \sigma\sqrt{\pi a} - K_{Ic}$$

als Versagensfunktion herangezogen.

Für den Fall der unendlich ausgedehnten Platte nimmt das Rißwachstumsgesetz eine einfache Form an, die geschlossen integriert werden kann. Nach PARIS gilt in einem weiten Bereich folgender Zusammenhang:

$$da/dN = C(\Delta K)^n$$

wobei a - Rißtiefe
 N - Anzahl der Lastwechsel
 C, n - werkstoffabhängige Konstanten
 ΔK - zyklischer Spannungsintensitätsfaktor mit $\Delta K = \Delta\sigma\sqrt{\pi a} Y(a/t)$

Im vorliegenden Fall ergibt sich daraus mit

$$da/dN = C(\Delta\sigma\sqrt{\pi a})^n$$

eine geschlossen lösbare Form des Rißwachstumsgesetzes. Wählt man speziell $n=4$, so folgt

$$da/dN = C(\Delta\sigma)^4 \pi^2 a^2 \quad \text{und über}$$

$$\int_{a_0}^a da/a^2 = \int_0^N C(\Delta\sigma)^4 \pi^2 dN$$

ist $a = a_0 / (1 - a_0 k N)$ mit $k = C(\Delta\sigma)^4 \pi^2$

Damit läßt sich das Versagenskriterium direkt als Funktion der *Anfangsrißtiefe* a_0 formulieren.

Verwendet man statt der Anfangsrißtiefe a_0 , deren Verteilung aus Werkstoffuntersuchungen bekannt ist, die aktuelle Rißlänge $a = a(a_0, N)$ als Basisvariable, so ist die Bestimmung der Verteilungsdichte von a aus der Verteilung von a_0 notwendig. Da diese im allgemeinen sehr kompliziert ist und auf Nicht-Standard-Verteilungen führt, die eine allgemeine Programmierung der First-Order-Second-Moment-Methode unnötig erschweren bzw. unmöglich machen, wird a_0 als Basisvariable verwendet.

In den nächsten zwei Abschnitten werden Ergebnisse von Proberechnungen zur Überprüfung der Programmierung des Rißwachstums dargestellt. Während im ersten Abschnitt (unendliche Platte) das Rißwachstumsgesetz analytisch gelöst werden kann, muß im zweiten Abschnitt (endliche Platte) ein numerisches Verfahren zur Lösung der Rißwachstums-Differentialgleichung verwendet werden.

4.1.1 Riß in unendlicher Platte

Ergebnisse aus einer Arbeit über optimale Festlegung von Inspektionsintervallen [19] werden als Referenzergebnisse verwendet. Der Einfachheit halber wurde bei diesen Rechnungen eine unendliche Platte mit Innenriß betrachtet. Anfangsrißlänge a_0 und Rißzähigkeit K_{Ic} werden als verteilte Größen angenommen; alle anderen Größen haben konstante Werte.

Die verwendeten Verteilungen und bruchmechanischen Ansätze sind aus der folgenden Zusammenstellung ersichtlich.

- Dichte der Rißtiefenverteilung

$$f(a_0) = \lambda e^{-\lambda a_0} \quad \text{mit } \lambda = 0.161 \text{ mm}^{-1} \quad (\text{MARSHALL}) [21]$$

- Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit

$$P_{ND}(a) = e^{-\mu a} \quad \text{mit } \mu = 0.029 \text{ mm}^{-1} \quad (\text{PISC}) [26]$$

- Rißwachstumsgesetz

$$da/dN = C(\Delta K)^n \quad (\text{PARIS})$$

$$\text{mit } C = 7.74 \cdot 10^{-16} \quad [\text{MN}, \text{mm}]$$

$$n = 4$$

- K_{Ic} liegt bei $120 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} = 3795 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$

$$1. \quad K_{Ic} = 3795 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$$

$$2. \quad f(K_{IC}) = 1/(\sqrt{2\pi}\sigma K_{IC}) \exp[-\ln(K_{IC}/\mu)^2/2\sigma^2] \quad \text{mit}$$

$$\begin{aligned} \mu &= 3586 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}} & \text{und} \\ \sigma &= 9.975 \cdot 10^{-2} \end{aligned}$$

$$3. \quad f(K_{IC}) = (\eta/\sigma) (K_{IC}/\sigma)^{\eta-1} \exp[-(K_{IC}/\sigma)^\eta] \quad \text{mit}$$

$$\begin{aligned} \eta &= 12.20 & \text{und} \\ \sigma &= 3985 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}} \end{aligned}$$

• Belastung

$$\Delta\sigma = 50 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\max} = 200 \text{ MPa}$$

$$N_{\text{tot}} = 5 \cdot 10^5 \text{ Lastwechsel}$$

Zwei Gruppen von Rechnungen wurden durchgeführt. Zunächst wird K_{IC} konstant gehalten, und a_0 ist die einzige verteilte Variable; anschließend werden sowohl K_{IC} als auch a_0 als verteilt vorausgesetzt; dabei wird der Einfluß unterschiedlicher Verteilungsansätze für a_0 und K_{IC} deutlich.

Die Tabelle 4.1 zeigt für $K_{IC} = \text{const}$ und exponentialverteilte Rißtiefe Ergebnisse für eine durchgeführte periodische Inspektion. Die Inspektionszeitpunkte wurden dabei willkürlich festgesetzt; aufgeführt sind jeweils die Ausfallwahrscheinlichkeiten vor der Inspektion sowie die Ausfallwahrscheinlichkeit nach der veranschlagten Lebensdauer von N_{tot} Lastwechseln (Q - Ergebnisse durch numerische Methoden, P_f - Ergebnisse nach First-Order-Second-Moment-Methode).

Die Ausfallwahrscheinlichkeit $P_f(N_1, N_{\text{tot}})$ nach N_{tot} Lastwechseln und Inspektion bei N_1 Lastwechseln wird dabei unter Zugrundelegung der Rißtiefenverteilung nach Inspektion

$$f^*(a) = f(a) P_{ND}(a_1(a, N_1))$$

berechnet. $a_1(a, N_1)$ ist dabei die Rißtiefe nach N_1 Lastwechseln.

Die Veränderung der Rißtiefenverteilung aufgrund der durchgeführten Inspektion wirkt also so, als ob ein neues Bauteil betrachtet wird.

Aufgrund dieser Vernachlässigung der Vergangenheit des Bauteils vor Inspektion läßt sich das nachfolgend aufgeführte Kriterium für die Festlegung optimaler Inspektionsintervalle besonders elegant formulieren.

Tabelle 4.1: Vergleich FORM (P_f) - numerische Integration (Q) für $K_{Ic} = \text{const}$, a_0 exponentialverteilt für eine periodische Inspektion bei N_1 Lastwechseln. Die Ausfallwahrscheinlichkeiten P_f bzw. Q werden in 10^{-4} angegeben.

N_1	$Q(N_1)$	$P_f(N_1)$	$Q(N_1, N_{\text{tot}})$	$P_f(N_1, N_{\text{tot}})$
250 000	1.0	1.01	5.0	5.00
280 000	1.8	1.84	4.3	4.27
300 000	2.6	2.63	3.8	3.79
320 000	3.7	3.65	3.3	3.32
350 000	5.7	5.70	2.6	2.63

Tabelle 4.2 zeigt die Ausfallwahrscheinlichkeiten nach N_{tot} Lastwechseln bei optimaler Festlegung der Inspektionsintervalle für verschiedene Verteilungsansätze von K_{Ic} bei exponentialverteilter Rißtiefe a_0 . Die Inspektionszeitpunkte ergeben sich aus der Forderung minimaler Ausfallwahrscheinlichkeiten vor den jeweiligen Inspektionen und werden ohne Diskussion übernommen, da es hier nur auf die Möglichkeit numerischer Vergleiche der Ausfallwahrscheinlichkeiten ankommt.

Tabelle 4.2: Vergleich der Ergebnisse für optimal festgelegte Inspektionszeitpunkte mit unterschiedlicher Anzahl von Inspektionen bei exponentialverteilter Rißtiefe und verschiedenen Verteilungsansätzen für K_{Ic} .

Anz. d. Insp.	Verteilung von K_{Ic} :						P_f bzw. Q in
	konst.		lognormal		Weibull		
	Q	P_f	Q	P_f	Q	P_f	
1	3.4	3.4	4.0	5.3	4.4	3.8	10^{-4}
2	5.7	5.7	7.8	10.9	9.5	7.4	10^{-5}
3	1.1	1.1	1.8	2.7	2.6	1.9	10^{-5}
4	2.4	2.4	3.8	7.3	4.6	5.8	10^{-6}
5	.55	.55	1.3	2.2	-	-	10^{-6}
6	1.3	1.4	-	-	-	-	10^{-7}

Generell ist die Übereinstimmung zwischen FORM-Ergebnissen und numerischer Integration gut; Abweichungen liegen in der Regel unter 10%, selten bei 50%. Die Ergebnisse nach der First-Order-Second-Moment-Methode liefern also dieselben Aussagen wie die exakten Rechnungen, d.h. bei der Festlegung optimaler Inspektionsintervalle würde man nach beiden Methoden zu vergleichbaren Intervallen kommen.

4.1.2 Riß in endlicher Platte

Im Fall einer endlich ausgedehnten Platte mit Dicke t kann das Rißwachstumsgesetz nicht mehr geschlossen integriert werden. Die verwendeten numerischen Methoden werden am folgenden Beispiel ausgetestet.

Harris gibt in [13] für eine zyklisch belastete Platte Ausfallwahrscheinlichkeiten unter anderem in Abhängigkeit vom Wert des Rißwachstumsparameters C an. Die betrachtete Stahlplatte hat eine Dicke von $t = 2.54$ cm und wird einer gleichbleibenden zyklischen Belastung mit der Spannungsamplitude $\sigma = 276$ MPa ausgesetzt. Die Fließspannung beträgt 810 MPa, die Zugfestigkeit

920 MPa. Harris nimmt eine Lognormalverteilung für die Rißtiefe an. Zur Beschreibung des Rißwachstums wird das PARIS-Gesetz mit $n = 3$ und $C = 6 \cdot 10^{-12}$ [MN,m] benützt. Die Rißzähigkeit des Werkstoffes ist $K_{Ic} = 65.9 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. Aus diesen Werten ergibt sich unter Berücksichtigung des gewählten Spannungsintensitätsfaktors K die kritische Rißtiefe $a_c = 0.282 \text{ t}$.

Dabei ist $K = \sigma\sqrt{\pi a} \{0.265(1-a/t)^4 + (0.857 + 0.265 a/t)/(1 - a/t)^{1.5}\}$.

Bei der Untersuchung des Rißwachstumseinflusses auf die Ausfallwahrscheinlichkeit nach 100 000 Lastwechseln wird der Rißwachstumsparameter C von $2 \cdot 10^{-12}$ bis $12 \cdot 10^{-12}$ [MN,m] variiert. Die Ergebnisse der First-Order-Second-Moment-Methode mit den von Harris angegebenen sind im Anhang (Abb. A.1) angegeben. Beide Methoden ergeben praktisch identische Resultate.

Anmerkung: Da hier lediglich die Rißtiefe a verteilt ist und alle anderen Eingangsgrößen konstant bleiben, sind die übereinstimmenden Werte in erster Linie für die Zuverlässigkeit der numerischen Verfahren zur Rißwachstumsrechnung aussagekräftig.

4.2 TESTRECHNUNGEN FÜR DEN SICHERHEITSBEHÄLTER EINES DRUCKWASSERREAKTORS

Nachdem die in den vorangehenden Abschnitten dargestellten Testrechnungen zufriedenstellende Ergebnisse erbrachten, wurden folgende Erweiterungen des bruchmechanischen Programnteils vorgenommen:

Im **problemspezifischen Programnteil**, der im wesentlichen die Berechnung der Versagensfunktion und ihrer Ableitungen sowie die Festlegung der Anfangswerte für die Verteilung der Basisvariablen und Parameter der g -Funktion vornimmt, wurde durch Verallgemeinerung der Versagensfunktion und numerische Berechnung der Ableitungen sowie Durchführung der Rißwachstumsrechnungen in entsprechenden Unterprogrammen erreicht, daß durch Angabe verschiedener Optionen für Versagenskriterium, Rißwachstum, Spannungsintensitätsfaktoren und Plastischen Grenzlaster eine Vielzahl von bruchmechanischen Problemen mit einem standardisierten Programnteil bearbeitet werden kann.

Als Versagenskriterien sind dabei möglich:

1. Versagen nach Linear-elastischer Bruchmechanik
2. Versagen nach Zweikriterien-Methode
3. Versagen nach Plastischer Grenzlast

Der **bruchmechanische Programmteil** enthält die zur Berechnung des Rißwachstums notwendigen Unterprogramme für Spannungsintensitätsfaktoren sowie die Unterprogramme zur Berechnung der plastischen Grenzlasten. Folgende Möglichkeiten sind dabei vorgesehen:

- Rißwachstum:

1. nach PARIS [27]

$$da/dN = C(\Delta K)^n$$

2. nach WALKER [32]

$$da/dN = C(\Delta K_{\text{eff}})^n \quad \text{mit}$$

$$\Delta K_{\text{eff}} = \Delta K / \sqrt{(1-R)} \quad \text{und}$$
$$R = \sigma_{\text{min}} / \sigma_{\text{max}}$$

3. nach FORMAN [10]

$$\frac{da}{dN} = \frac{C (\Delta K)^n}{(1-R)K_{Ic} - \Delta K}$$

- K-Faktoren für Rißwachstum und Versagenskriterium für verschiedene Geometrien und Belastungsarten (s.Anhang)
- Plastische Grenzlasten für Versagenskriterium für verschiedene Geometrien und Belastungsarten (s.Anhang)

Zur Erprobung einiger unterschiedlicher Optionen für Spannungsintensitätsfaktoren und plastische Grenzlasten wurden Kontrollrechnungen zur Zuverlässigkeit

sigkeit des Sicherheitseinschlusses eines Druckwasserreaktors durchgeführt. Die zur Untersuchung der Auswirkung verschiedener bruchmechanischer Modelle für Spannungsintensitätsfaktoren, Versagen und plastische Grenzlasten in [12] durchgeführten Parameterstudien wurden mit dem entwickelten FORM- Programm nachgerechnet. Ergebnisse sind in Tabelle 4.3 dargestellt. Die Monte-Carlo-Referenzergebnisse sind [12] entnommen, wo auch die verwendeten statistischen und bruchmechanischen Ansätze dargestellt sind.

Tabelle 4.3: Ergebnisse der Vergleichsrechnungen für die probabilistische Analyse des Sicherheitsbehälters eines Druckwasserreaktors [12]

Versagensart	Lastfall	P_f	$Q^{(1)}$
Zweikrit.- methode	kl. KMV Kugel	$4.42 \cdot 10^{-13}$	$5.2 \cdot 10^{-13}$
	Schleuse	$2.04 \cdot 10^{-10}$	$2.6 \cdot 10^{-10}$
	gr. KMV Kugel	$9.84 \cdot 10^{-12}$	$1.1 \cdot 10^{-11}$
	Schleuse	$5.96 \cdot 10^{-8}$	$8.1 \cdot 10^{-8}$

Spannungsintensitätsfaktoren nach ASME (Option 11)

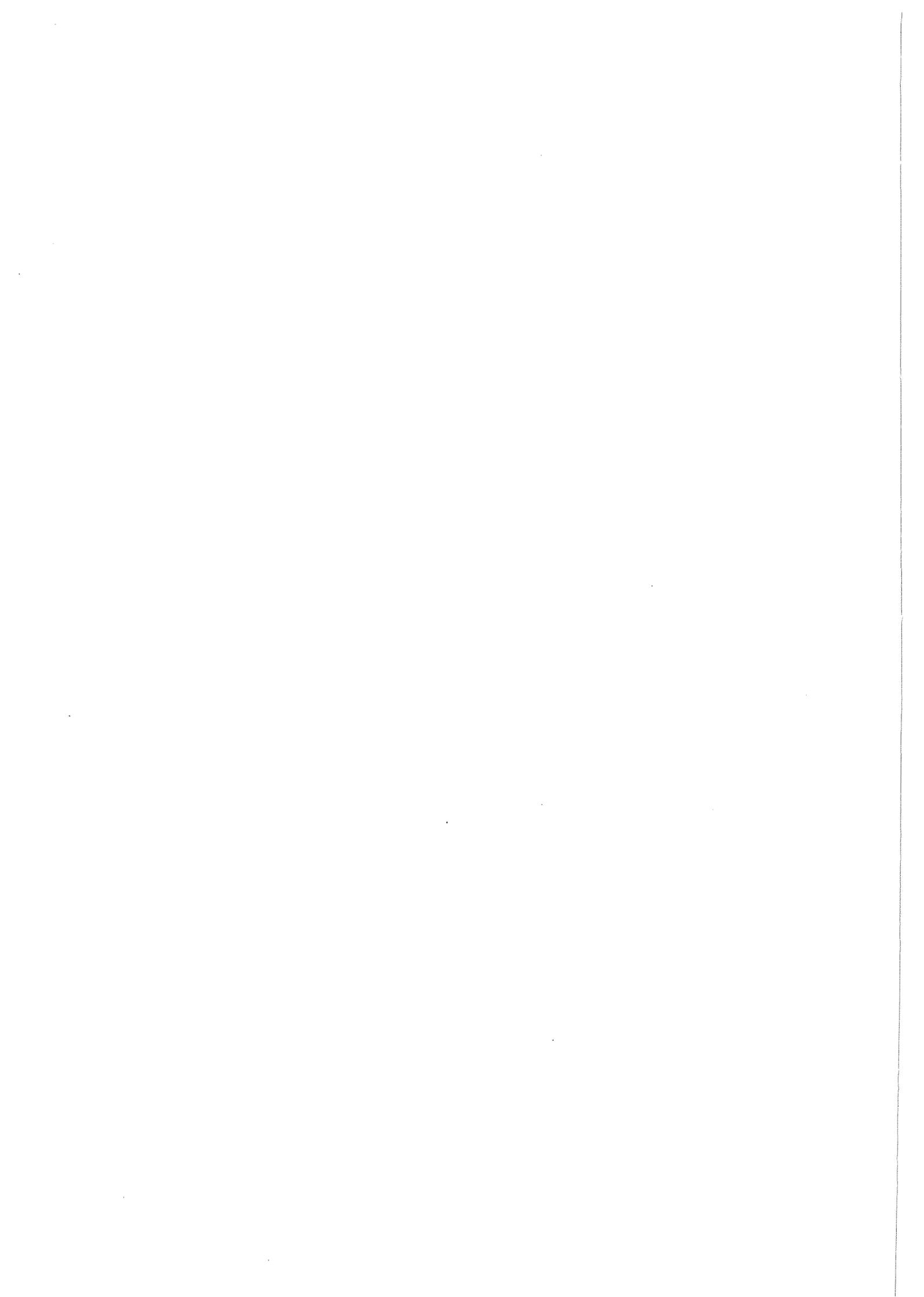
Plastische Grenzlast nach Kiefner (Option 13)

$Q^{(1)}$: Monte-Carlo-Lösung

P_f : 1st-order-2nd-moment-Lösung

KMV: Kühlmittelverlustfall

Bei Vergleichsrechnungen zwischen der First-Order-Second-Moment-Methode und der Monte-Carlo-Methode ist bei der Beurteilung der Ergebnisse davon auszugehen, daß die geschätzte Genauigkeit der Monte-Carlo-Ergebnisse etwa in der Gegend von 5% liegt [2].



5.0 RECHNUNGEN KRÜMMER

In [30] wird am Beispiel eines Krümmers im Primärkreislauf des SNR 300 ausgehend von einem Grundmodell eine Zuverlässigkeitsanalyse durchgeführt. Mit der First-Order-Second-Moment-Methode wurden einige der durchgeführten Rechnungen nachvollzogen, die in den nächsten Abschnitten dargestellt werden.

5.1 GRUNDMODELL

Beim Grundmodell der Rechnungen für den betrachteten Krümmer des SNR 300 werden folgende Annahmen zugrundegelegt [30]:

- Versagen nach plastischer Grenzlast
- Verteilungen der Basisvariablen
 1. Rißtiefe
 - a : exponentialverteilt mit Parameter $\lambda = 1 \text{ mm}^{-1}$
 2. Achsenverhältnis
 - a/c: normalverteilt mit Parameter $\mu = .52$
 $\sigma = .18$
 3. Rißzähigkeit
 - K_{Ic} : (entfällt)
 4. Fließspannung
 - σ_f : normalverteilt mit Parameter $\mu = 258.9 \text{ N/mm}^2$
 $\sigma = 18.9 \text{ N/mm}^2$
 5. Rißwachstumsparameter
 - C : lognormalverteilt mit Parameter $\mu = 5.38 \cdot 10^{-16} \text{ [N,mm]}$
 $\sigma = .78$

- Rißwachstum: nach WALKER [32] mit $n = 4.12$
- Spannungsintensitätsfaktoren : für Rohr mit außenliegendem Umfangsriß unter Zug- und Biegebelastung nach ERDOGAN [7], [24]
- Plastische Grenzlast: für Platte unter Zug- und Biegebelastung nach CEGB/R6 [15]
- Geometrie: Rohr mit Innenradius $R_i = 273.9$ mm und Wandstärke $t = 11$ mm.
- Belastung: Durch behinderte Wärmedehnung hervorgerufene überlagerte Zug- und Biegebelastung. Das Lastspektrum setzt sich zusammen aus Belastungen beim An- oder Abfahren und Lastschwankungen [16].
- Es wird keine zerstörungsfreie Prüfung vor oder während der Inbetriebnahme modelliert.
- Als Betriebsdauer werden 20 Jahre angenommen.

Die Ergebnisse sind im Anhang (Abb. A.2) dargestellt.

5.2 ZUVERLÄSSIGKEITSANALYSE

Zur Untersuchung der Auswirkung unterschiedlicher Ansätze bruchmechanischer oder statistischer Art wurden in [30] Untersuchungen durchgeführt, um Abweichungen der berechneten Ausfallwahrscheinlichkeiten aufgrund unterschiedlicher Eingangsparameter oder -modelle festzustellen. Einige dieser Untersuchungen wurden bisher mit der First-Order-Second-Moment-Methode nachvollzogen. Die angegebenen Parameter sind [30] entnommen.

5.2.1 Einfluß verschiedener Rißtiefenverteilungen auf die Ausfallwahrscheinlichkeit

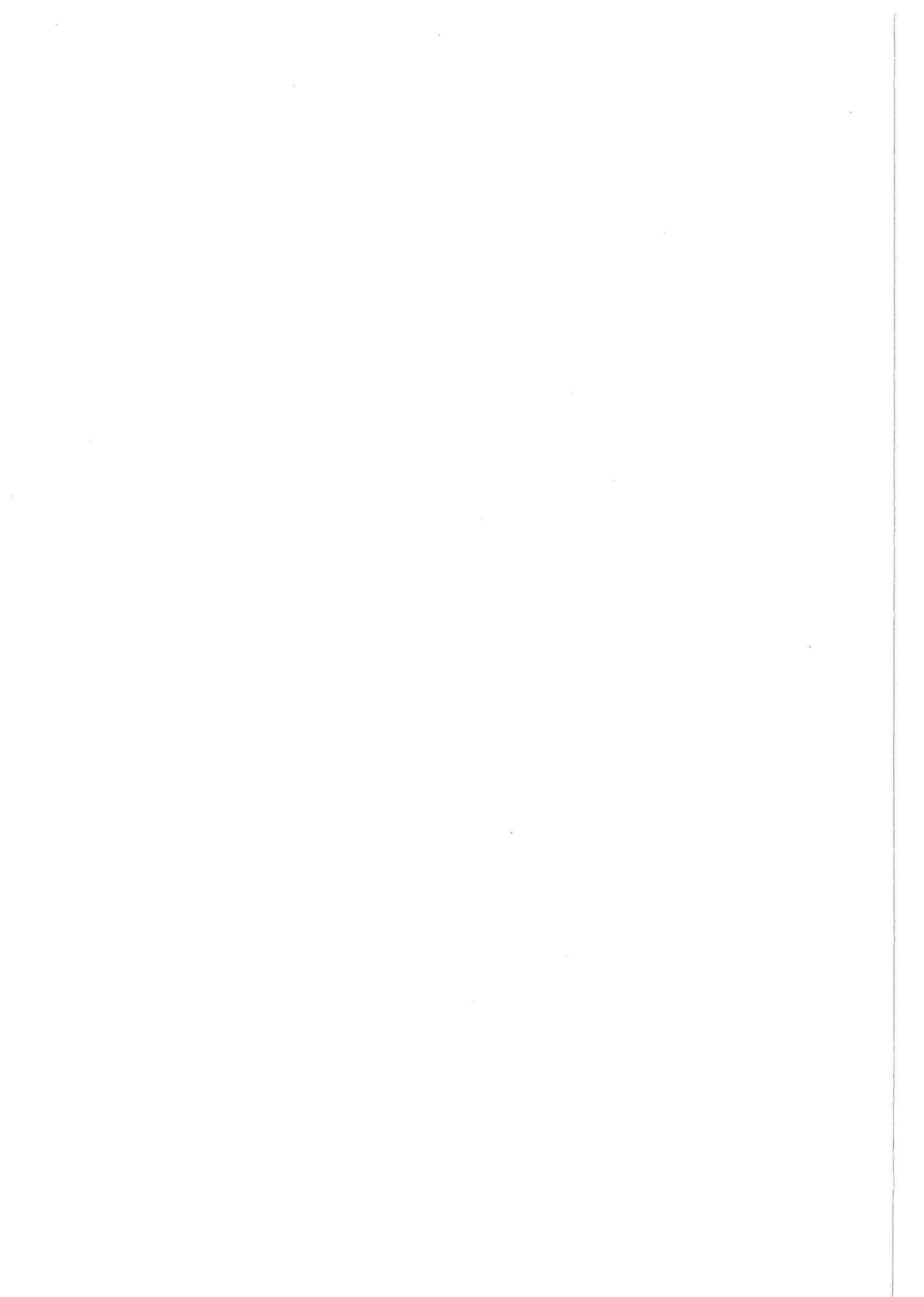
Da für den Werkstoff des Krümmers keine Untersuchungen über die Verteilung existierender Risse vorliegen, ist man auf die Übernahme anderer Untersuchungen oder auf Annahmen über die zugrundliegende Verteilung angewiesen. Der Einfluß unterschiedlicher Verteilungsannahmen ist deshalb ein wichtiger Untersuchungsgegenstand. Da erfahrungsgemäß die Beschreibung der Rißtiefe durch eine Exponentialverteilung gelingt, wurden Exponentialverteilungen mit Parameter $\lambda = .161 \text{ mm}^{-1}$ [21] und $\lambda = .5 \text{ mm}^{-1}$ sowie eine Lognormalverteilung mit Parametern $\mu = 1 \text{ mm}$ und $\sigma = 1$ [14] betrachtet. (Ergebnisse s. Abb. A.2 im Anhang)

5.2.2 Einfluß verschiedener Verteilungen des Achsenverhältnisses auf die Ausfallwahrscheinlichkeit

Als Varianten der Verteilung des Achsenverhältnisses a/c wurde eine Lognormalverteilung für c/a mit Parametern $\mu = 1.34$ und $\sigma = .54$ [14] sowie eine Exponentialverteilung für c/a mit Parameter $\lambda = .75$, wie sie auch in der Deutschen Risikostudie Phase B verwendet wird, gewählt. (Ergebnisse s. Abb. A.3 im Anhang)

5.3 DISKUSSION DER ERGEBNISSE

Es zeigt sich, daß die Unterschiede der Ergebnisse nach der First-Order-Second-Moment-Methode und der Monte-Carlo-Methode sehr gering sind. Demgegenüber sind die Differenzen, welche durch unterschiedliche Verteilungsansätze entstehen, im Bereich einiger Größenordnungen. Zu beachten ist, daß bisher nur Ausfallwahrscheinlichkeiten für lokales Versagen (Leck) betrachtet wurde. Bruchwahrscheinlichkeiten wurden bisher mit der First-Order-Second-Moment-Methode nicht berechnet. Die grundsätzliche Vorgehensweise hierfür ist im Kapitel Leck-vor-Bruch-Verhalten dargestellt.



6.0 ALTERNATIVE NÄHERUNGSMETHODEN ZUR BERECHNUNG DER AUSFALLWAHRSCHEINLICHKEIT

6.1 DIE VERWENDUNG DER DIREKTEN TRANSFORMATION

Bei der Verwendung der Normal-Tail-Approximation zur Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit P_f kann es vorkommen, daß bei der Berechnung des Design-Punktes Werte außerhalb der Grenzen der Basisvariablen auftreten, was zum Abbruch des Verfahrens führt.

Abhilfe unter Beibehaltung der Normal-Tail-Approximation schafft die willkürliche Wahl des entsprechenden Randpunktes der jeweiligen Basisvariablen als Startpunkt für weitere Iterationen, jedoch ist diese Vorgehensweise nicht generell erfolgreich. Außerdem zeigt die Erfahrung, daß es zuweilen außerordentlich mühsam ist (vor allem bei mehreren Basisvariablen), Startwerte zu finden, für die die First-Order-Second-Moment-Methode konvergiert. Die direkte Verwendung der Transformation (5) statt der Normal-Tail-Approximation vermeidet Iterationswerte außerhalb der Grenzen der Basisvariablen und sollte deshalb auch weniger empfindlich auf die Wahl der Startwerte reagieren. Durchgeführte Rechnungen bestätigen diese Vermutung.

Bei Durchführung der direkten Transformation entfällt eine Iterationsebene des Verfahrens: Die Bestimmung der Ersatznormalverteilungen. Damit muß die Bestimmung der Ableitung der Versagensfunktion im normierten Raum geändert werden, die sich bisher über die Parameter der Ersatznormalverteilungen ergab.

Mit $T: U_i = \Phi^{-1}(F_i(x_i))$ bzw. $U = T(X)$ folgt:

$$g(x) = g(T^{-1}(u)) = g_u(u)$$

Damit ist

$$\frac{\partial g_u}{\partial u_i} = \frac{\partial g}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial u_i} = \frac{\partial g}{\partial x_i} \frac{\phi(u_i)}{f_i(x_i)}$$

$$= \frac{\partial g}{\partial x_i} = \frac{\phi(\Phi^{-1}(F_i(x_i)))}{f_i(x_i)}$$

Das bedeutet, daß die Ableitung der Versagensfunktion nicht explizit als Funktion der normierten Variablen u_i ausgedrückt werden muß, sondern im Raum der Basisvariablen berechnet werden kann. $\partial g_u / \partial u_i$ ergibt sich dabei übrigens ganz analog zur Normal-Tail-Approximation; der Faktor $\phi(\Phi^{-1}(F_i(x_i))) / f_i(x_i)$ entspricht dabei der Standardabweichung σ_i der Ersatznormalverteilung für die Basisvariable X_i .

Nach jedem Iterationsschritt mit Bestimmung eines vorläufigen Design-Punktes u^* wird der entsprechende Punkt $x^* = T^{-1}(u^*)$ bestimmt, der für die Berechnung von $\partial g_u / \partial u_i$ benötigt wird.

Der Vorteil dieses Verfahrens ist in erster Linie, daß die Bestimmung des Design-Punktes vollständig im Raum der normierten (unbegrenzten) Variablen abläuft und daher Iterationswerte außerhalb irgendwelcher Grenzen der beteiligten Variablen nicht auftreten können.

Nach Konvergenz des Verfahrens ergibt sich wie bei der Normal-Tail-Approximation

$$P_f \approx \Phi(-\beta) = \Phi(-|u^*|)$$

als Näherungswert für die gesuchte Ausfallwahrscheinlichkeit.

6.2 DIE SECOND-ORDER-METHODE NACH FIESSLER/NEUMANN/RACKWITZ

Grundidee aller Second-Order-Verfahren ist die Annäherung der Versagensfunktion g durch eine Fläche 2. Ordnung (Quadrik) mit gleichen Hauptkrümmungen im Design-Punkt.

Grundlage dieser Second-Order-Rechnung [9] ist eine FORM-Rechnung, die den Design-Punkt mit Zuverlässigkeitsindex β liefert.

Diese Annäherung mittels Taylor-Entwicklung zweiten Grades führt auf eine allgemeine Form einer Quadrik. Die Ausfallwahrscheinlichkeit ergibt sich als Wahrscheinlichkeitsinhalt dieser Quadrik bezüglich standardnormalverteilter Zufallsvariablen. Für dieses Problem existieren eine Reihe von Lösungen in der statistischen Literatur (s. Referenzen in [9]) für allgemeine Quadriken und verschiedene Spezialfälle.

Als besonders einfach zu berechnender Fall wird eine spezielle Quadrik ausgewählt: Die Annäherung der Versagensfunktion erfolgt mittels eines rotationssymmetrischen Paraboloids, dessen Hauptachse durch den Design-Punkt geht. Aufgrund der Symmetrie dieser speziellen Quadrik braucht man nur eine der sich im allgemeinen Fall ergebenden $n-1$ Hauptkrümmungen zu benutzen.

Die Krümmung im Design-Punkt kann dabei als Mittelwert der Hauptkrümmungen der Versagensfunktion genommen werden. Wählt man das Maximum oder Minimum der Hauptkrümmungen, so wird man obere oder untere Grenzen für die Ausfallwahrscheinlichkeit erhalten.

Die Ausfallwahrscheinlichkeit läßt sich bei gegebener Krümmung durch numerische Integration bestimmen zu

$$P_f = \int_0^{\infty} \Phi[-(t/2R + \beta)] \chi^2_{n-1}(t) dt \quad \text{wobei}$$

- $\Phi(\cdot)$ - Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung
- χ^2_{n-1} - Dichte der χ^2 - Verteilung mit $n-1$ Freiheitsgraden
- R - Krümmungsradius im Design-Punkt
- β - Zuverlässigkeitsindex
- n - Anzahl der Basisvariablen.

Der Krümmungsradius R wird folgendermaßen bestimmt: Gegeben sei der Design-Punkt P^* mit Richtungsvektor α im u -Raum der normierten Variablen. Dann existiert eine Drehmatrix D , die das u -Koordinatensystem in ein y -Koordinatensystem transformiert derart, daß die y_n -Achse in Richtung α zeigt.

Es ist dann $Y = D^T U$ bzw. $U = DY$ (wegen $D^{-1} = D^T$).

Der letzte (n-te) Spaltenvektor von D ist α . Die restlichen Spaltenvektoren findet man durch Orthonormierung.

Zur Berechnung der Krümmungen $\kappa_i = 1/R_i$ im Design-Punkt ist die Bestimmung der Eigenwerte der Matrix G der zweiten Ableitungen von g im y -Raum erforderlich, und zwar ergeben sich die Krümmungen als Lösungen der charakteristischen Gleichung

$$\det(G_y/g_{y,n} - \kappa I) = 0$$

wobei G_y - Matrix der zweiten Ableitungen von g in P^*

$$g_{y,n} = \partial g(y^*) / \partial y_n$$

I - Einheitsmatrix

$y^* = Du^*$ Ortsvektor des Design-Punktes im y -Raum.

In Tabelle 6.1 sind einige Ergebnisse der erwähnten Second-Order-Methode dargestellt, die anhand synthetischer Beispiele aus [3] gewonnen wurden.

Tabelle 6.1: Vergleich von 1st-Order- und 2nd-Order-Ergebnissen anhand von Beispielen aus [3]

Beisp. Nr.	1st-Order Werte	2nd-Order-Werte für verschiedene Hauptkrümmungen						mittl. Kr.	Monte-Carlo
7	$0.99 \cdot 10^{-3}$	2.55	1.25				1.73	1.84	
9	$8.54 \cdot 10^{-3}$	18.0	6.05	12.2	8.54	8.54	9.82	10.91	
11	$7.36 \cdot 10^{-3}$	3.86	5.51	8.42	6.78	7.62	6.15	6.26	
12	$3.31 \cdot 10^{-3}$	1.77	5.90	3.04	3.53	3.60	3.26	4.07	

6.3 DIE SECOND-ORDER-METHODE NACH MADSEN/TVEDT

Madsen gibt in [20] eine Second-Order-Näherung an, in der alle Hauptkrümmungen κ_j , $j=1\dots n-1$ berücksichtigt werden.

Die Ausfallwahrscheinlichkeit P_f wird dabei angenähert durch eine Summe von drei Termen:

$$P_f \approx S_1 + S_2 + S_3$$

wobei $S_1 = \Phi(-\beta) \prod(1-\beta\kappa_j)^{-0.5}$

$$S_2 = [\beta\Phi(-\beta) - \phi(\beta)] \{ \prod(1-\beta\kappa_j)^{-0.5} - \prod(1-(\beta+1)\kappa_j)^{-0.5} \}$$

$$S_3 = (\beta+1)[\beta\Phi(-\beta) - \phi(\beta)] \{ \prod(1-\beta\kappa_j)^{-0.5} - \text{Re}[\prod(1-(\beta+i)\kappa_j)^{-0.5}] \}.$$

Dabei bedeutet $\text{Re}[\cdot]$ den Realteil einer komplexen Zahl und $i = \sqrt{-1}$. In den Produkten läuft der Index j jeweils von 1 bis $n-1$. S_1 ist eine asymptotische Näherung, die für $\beta \rightarrow \infty$ exakt wird, S_2 und S_3 sind als Korrekturterme aufzufassen.

Tabelle 6.2 vergleicht für Beispiele aus [3] die verschiedenen 2nd-Order-Ergebnisse.

Tabelle 6.2: Vergleich der unterschiedlichen Second-Order-Näherungen anhand von Beispielen aus [3]

Beisp. Nr.	1st-Order Werte	2nd-Order-Werte nach		Monte- Carlo
		Rackwitz (mittl. Krü.)	Tvedt	
7	$0.99 \cdot 10^{-3}$	1.73	1.91	1.84
9	$8.54 \cdot 10^{-3}$	9.82	10.06	10.91
11	$7.36 \cdot 10^{-3}$	6.15	6.23	6.26
12	$3.31 \cdot 10^{-3}$	3.26	4.05	4.07

Tabelle 6.2 zeigt, daß die benutzten Second-Order-Ansätze eine wesentliche Verbesserung der First-Order-Ergebnisse bringen. In der Genauigkeit sind sie durchaus vergleichbar mit Monte-Carlo-Rechnungen.

Übereinstimmende First- und Second-Order-Ergebnisse sollten als Indikator für die Zuverlässigkeit der erhaltenen Zahlenwerte gesehen werden. Die Abweichung von First- und Second-Order-Ergebnis kann ein Maß für die "Nicht-linearität" des Problems sein.

Die Verbesserung der First-Order-Ergebnisse für die Berechnungen des SNR-300-Krümmers ist im Anhang (Abb. A.4) dargestellt.

Tabelle 6.3 zeigt die Ergebnisse von entsprechenden Rechnungen für die Stahlhülle.

Tabelle 6.3: Ergebnisse der unterschiedlichen Second-Order-Näherungen für die probabilistische Analyse des Sicherheitsbehälters eines Druckwasserreaktors [12]

	1st-Order Werte	2nd-Order-Werte nach Rackwitz (mittl. Krü.)		Monte- Carlo
Kleiner KMV				
Kugel	$4.42 \cdot 10^{-13}$	5.06	5.47	5.2
Schleuse	$2.04 \cdot 10^{-9}$	2.41	2.62	2.6
Großer KMV				
Kugel	$9.84 \cdot 10^{-12}$	11.4	12.3	11
Schleuse	$5.96 \cdot 10^{-8}$	7.25	7.90	8.1

Spannungsintensitätsfaktoren nach ASME (Option 11)

Plastische Grenzlast nach Kiefner (Option 13)

6.4 BERÜCKSICHTIGUNG VON KORRELATIONEN ZWISCHEN DEN BASISVARIABLEN

Bei der Durchführung der First-Order-Second-Moment-Methode mittels Normal-Tail-Approximation wurde der Einfachheit halber davon ausgegangen, daß die Basisvariablen stochastisch unabhängig sind.

Diese Annahme läßt sich damit rechtfertigen, daß die mangelnden statistischen Daten höchstens Aussagen über die Randverteilungen der Basisvariablen, aber nicht über Korrelationen oder gar gemeinsame Verteilungen der Basisvariablen zulassen. Unabhängig davon ist es aber für die Durchführung von Zuverlässigkeitsanalysen von Bedeutung, den Einfluß eventuell vorhandener Korrelationen auf die Ausfallwahrscheinlichkeit beurteilen zu können. Eine eventuelle Vernachlässigung dieses Einflusses läßt sich dann auch ohne Kenntnis statistischer Daten über die Basisvariablen begründen.

DerKiureghian [5] stellt ein mit der First-Order-Second-Moment-Methode konsistentes Verfahren zur Berücksichtigung von Korrelationen zwischen Basisvariablen vor. Grundidee ist die Verallgemeinerung der Transformation (5) auf korrelierte Variable.

DerKiureghian geht von bekannten Randverteilungen und bekannter Kovarianzmatrix C der Basisvariablen X_i aus.

Mit der Transformation (5) werden diese Basisvariablen X_i in standardnormalverteilte Variablen Z_i transformiert. Daraus wird für je zwei Basisvariable X_i, X_j eine gemeinsame Verteilung so konstruiert, daß die entsprechenden transformierten Variablen Z_i, Z_j gemeinsam standardnormalverteilt sind mit Korrelationskoeffizient ρ_{ij}^* .

DerKiureghian gibt für verschiedene Verteilungstypen von X_i und X_j empirische Beziehungen an, die von Korrelationskoeffizient und/oder Variationskoeffizient der jeweiligen Verteilungen abhängen und nach denen sich ρ_{ij}^* aus den gegebenen Korrelationskoeffizienten ρ_{ij} von X_i und X_j berechnen läßt. Zur Berechnung des Design-Punktes wird die Methode der direkten Transformation mit der üblichen Iterationsvorschrift des Rackwitz-Fiessler-Algorithmus verwendet.

Systematische Untersuchungen des Einflusses von Korrelationen auf die Ausfallwahrscheinlichkeit wurden im Beispiel des Krümmers für korrelierte Basisvariablen a und a/c und im Beispiel der Stahlhülle für korrelierte Basisvariablen a und K_{Ic} durchgeführt.

Da normalerweise die vorliegenden Daten für die Basisvariablen keine Berechnungen von Korrelationskoeffizienten erlauben, werden hypothetische Korrelationen zwischen Basisvariablen angenommen. Dabei bieten sich zunächst die Variablen a (Rißtiefe) und a/c (Achsenverhältnis) an, da lange Risse eher eine große Tiefe besitzen werden als kurze Risse. Die Variablen a und a/c werden also als negativ korreliert betrachtet. Die Ergebnisse für das Beispiel des Krümmers sind im Anhang (Abb. A.5) dargestellt.

Im Fall der Stahlhülle erlaubt das zugrundeliegende Versagenskriterium (Zweikriterienmethode) die Betrachtung von Korrelationen zwischen Rißtiefe a und Rißzähigkeit K_{Ic} . Die Korrelation dieser Basisvariablen erscheint plausibel, da im Falle von Schweißrissen, die hier betrachtet werden, die Anwesenheit eines Risses auf einen schlechten Werkstoffzustand schließen läßt. Die Variablen a und K_{Ic} werden also als negativ korreliert betrachtet. Die Ergebnisse sind im Anhang (Abb. A.6) dargestellt.

Die Ergebnisse zeigen für beide Beispiele, daß bereits relativ geringe Korrelationen zwischen den betrachteten Basisvariablen zu erheblichen Unterschieden in den berechneten Ausfallwahrscheinlichkeiten führen können. Unter diesem Aspekt sind auch Ergebnisse, die mit anderen Methoden gewonnen werden, zu betrachten. Zuverlässigkeitsanalysen der Probabilistischen Bruchmechanik sollten daher eine Untersuchung des Einflusses von korrelierten Basisvariablen beinhalten. Abschließend soll noch erwähnt werden, daß nicht in jedem Fall der Einfluß vorhandener Korrelationen so gravierend ist wie in den angeführten Beispielen. Untersucht man z.B. den Einfluß der Korrelation von Rißzähigkeit K_{Ic} und Fließspannung σ_f im Beispiel der Stahlhülle, so stellt man nur einen geringen Einfluß der Korrelation auf die berechneten Ausfallwahrscheinlichkeiten fest, so daß eine evtl. vorhandene Korrelation ohne weiteres vernachlässigt werden kann.

7.0 SCHLUßFOLGERUNGEN

Die First-Order-Second-Moment-Methode ist geeignet, für reale bruchmechanische Probleme Berechnungen der Ausfallwahrscheinlichkeiten vorzunehmen, deren Abweichungen in der Regel 10-20% des numerisch beziehungsweise durch Monte-Carlo-Simulation ermittelten Wertes nicht überschreiten.

Demgegenüber treten bei Parameterstudien oft Unterschiede der Ausfallwahrscheinlichkeiten von mehreren Größenordnungen auf, die durch verschiedene zugrundegelegte Modelle entstehen.

Im Rahmen der durchgeführten Rechnungen hat sich die First-Order-Second-Moment-Methode als brauchbar für die Durchführung von Parameterstudien erwiesen in dem Sinne, daß Tendenzen der Ausfallwahrscheinlichkeiten richtig wiedergegeben wurden.

Die Durchführung von Leck-vor-Bruch-Analysen ist ohne großen Mehraufwand möglich.

Die Anwendung der direkten Transformation statt der Normal-Tail-Approximation scheint aufgrund besserer Konvergenzeigenschaften sinnvoll zu sein.

Die untersuchten Modifikationen der First-Order-Second-Moment-Methode durch Second-Order Methoden liefern Resultate, die in der Genauigkeit Monte-Carlo-Rechnungen nahekommen. Dabei sollten Differenzen zwischen First- und Second-Order-Methoden zur Beurteilung der Linearität des Problems und damit der Güte der erhaltenen Näherungen verwendet werden.

Möglicherweise vorhandene Korrelationen zwischen den Basisvariablen können die berechneten Ausfallwahrscheinlichkeiten wesentlich beeinflussen.

Mit der Möglichkeit der Berücksichtigung von unterstellten oder errechneten Korrelationen zwischen den Basisvariablen bietet die First-Order-Second-Moment-Methode Möglichkeiten, die über jene von Monte-Carlo-Methoden hinausgehen.

Insgesamt zeigen die bisher durchgeführten Rechnungen und die damit gemachten Erfahrungen, daß sich die First-Order-Second-Moment-Methode als einfache

ches und schnelles Hilfsmittel zum Ersatz eines großen Teils aufwendiger Simulationsrechnungen eignet.

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section XI
- [2] A. Brückner-Foit, Th. Schmidt, J. Theodoropoulos, A comparison of the PRAISE code and the PARIS code for the Evaluation of the Failure Probabilities of Crack Containing Components, zur Veröffentlichung eingereicht bei: Nuclear Engineering and Design, 1987
- [3] J.T.L. Chang, Investigation of the Wu Algorithm for Computing Structural Reliability, University of Arizona, 1985
- [4] G.G. Chell, Elastic-plastic fracture mechanics. In: Development in Fracture Mechanics, Vol. I, ed. by G.G. Chell, Applied Science Publ., London, 1979
- [5] A. DerKiureghian, Pei-Ling Liu, Structural Reliability under incomplete Probability Information. J. Eng. Mech. 112 (1986), 85-104.
- [6] O. Ditlevsen, Principle of normal tail approximation. Proc. ASCE, J. Eng. Mech. Div. 107 (1981), 1191-1208
- [7] F. Erdogan, Theoretical and experimental study of fracture in pipelines containing an initial surface flaw. Report DOT-RSPA-DMA-50/83/3, National Technical Information Service, Springfield, Virginia 1982
- [8] F. Erdogan, M. Ratwani, Fracture initiation and propagation in a cylindrical shell containing an initial surface flaw. Nuclear Engineering and Design 27 (1974), 14-29
- [9] B. Fiessler, H.-J. Neumann, R. Rackwitz, Quadratic Limit States in Structural Reliability Theory. J. Eng. Mech. Div. 105 (EM4), (1979), 661-676
- [10] R.G. Forman, V.E. Kearney, R.M. Engle, Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic-Loaded Structures, J. Basic Eng. 89 (1967), 459-470

- [11] R.G. Forman, J.C. Heckman, V. Shivakumar, Stress intensity factors for circumferential through-wall cracks in hollow cylinders subjected to combined tension and bending loads. *Engineering Fracture Mechanics*, 21 (1985), 563-571
- [12] R. Häberer, A. Brückner, Zuverlässigkeitsberechnung mit Hilfe der probabilistischen Bruchmechanik am Beispiel des Sicherheitseinschlusses von Druckwasserreaktoren, Teil 2: Parameterstudie, KfK-Bericht 3546, Karlsruhe, 1983
- [13] D.O. Harris, A Means of Assessing the effects of Periodic Proof testing and NDE on the Reliability of Cyclically Loaded Structures, *J. of Press. Vess. Techn.* 100 (1978), 150-157
- [14] D.O. Harris, E.Y. Lim, D.D. Dedhia, Probability of Pipe Fracture in the Primary Coolant Loop of PWR Plant: Volume 5. Report NUREG/CR - 2189, UCID - 18967 Lawrence Livermore Laboratory, 1981
- [15] R. Harrison, K. Loosemore, I. Milne, A.R. Dowling, Assessment of the integrity of structures containing defects. CEGB/R/H/6, Rev. 2, 1980
- [16] INTERATOM, Unveröffentl. Bericht
- [17] J.F. Kiefner, W.A. Maxey, R.J. Eiber, A.R. Duffy, Failure stress levels of flaws in pressurized cylinders. ASTM STP 536, 461-481, American Society for Testing and Materials 1973
- [18] R. Kitching, J.K. Davies, S.S. Gill, Limit pressure for cylindrical shells with unreinforced openings of various shapes. *J. Mechanical Engineering Science* 12 (1970), 313-330
- [19] W. Lehnert, Minimierung der Ausfallwahrscheinlichkeit durch die optimale Festlegung der Inspektionsintervalle mit Hilfe der probabilistischen Bruchmechanik, Diplomarbeit am Institut für Zuverlässigkeit und Schadenskunde im Maschinenbau, Universität Karlsruhe, 1985
- [20] H.O. Madsen, S. Krenk, N.C. Lind, *Methods of Structural Safety*. Englewood Cliffs (N.J.), 1986, Prentice Hall

- [21] W. Marshall, An Assessment of the Integrity of PWR Pressure Vessels, A.U.K. Study Group Report in: T.A. Jaeger, B.A. Booley (eds.), Structural Mechanics in Reactor Technology Luxembourg 1977, G6/1, 1-11
- [22] C. Mattheck, P. Morawietz, D. Munz, B. Wolf, Ligament yielding of a plate with semi-elliptical surface-cracks under uniform tension. Int. J. Pressure Vessels and Piping 16 (1984), 131-143
- [23] D. Munz (ed.), Leck-vor-Bruch-Verhalten druckbeaufschlagter Komponenten, Fortschritts-Berichte der VDI-Zeitschriften, Reihe 18, Nr. 14, 1984
- [24] J.C. Newman, I.S. Raju, An empirical stress intensity factor equation for the surface crack. Engineering Fracture Mechanics 15 (1981), 185-192
- [25] J.C. Newman, I.S. Raju, Stress intensity factor for internal surface cracks in cylindrical pressure vessels. J. Pressure Technology, Trans. ASME 102 (1980), 342-346
- [26] OECD, Analysis of the PISC Trials, Results for Alternative Procedures, Report No. 6, June 1980, EUR 6371 EN
- [27] C. Paris, The Fracture Mechanics Approach to Fatigue, in: Fatigue, Proc 10th Sajamore Army Materials Research Conference, Syracuse, N.Y. (1964), 107-138
- [28] R. Rackwitz, B. Fiessler, Structural Reliability under Combined Load Sequences, Computers & Structures, 9 (1978), 489-494
- [29] H. Tada, P.C. Paris, G.R. Irwin, The Stress Analysis of Cracks Handbook (2nd Ed.). Paris Prod. Inc., St. Louis, Missouri 1985
- [30] J. Theodoropoulos, Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit rißbehaffeter Strukturen unter Ermüdungsbeanspruchung, Dissertation, Universität Karlsruhe, 1987
- [31] T. Thiemeier, Anwendung der First-Order-Second-Moment-Methode (Level II) auf Probleme der Probabilistischen Bruchmechanik, Diplomarbeit am

Institut für Zuverlässigkeit und Schadenskunde im Maschinenbau, Universität Karlsruhe, 1984

- [32] K. Walker, The Effect of Stress Ratio during Crack Propagation and Fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 Aluminium Alloy, ASTM STP 462 (1970), 1-13

Verfügbare Optionen für Spannungsintensitätsfaktoren

Options- nummer	Rißmodell	Belastung	Literatur
1	Innenriß Platte	Zug	[29]
2	Dreipunkt-Biegeprobe	Biegung	[29]
3	Rohr Durchriß längs	Innendruck	[17]
4	Rohr Durchriß Umfang	Zug	[11]
5	Rohr Durchriß Umfang	Zug und Biegung	[7]
6	Rohr Durchriß längs	Zug und Biegung	[8]
7	Eigene Option für Durchrisse		
8	Oberflächenriß Platte	Zug	[24]
9	Oberflächenriß Platte	Zug und Biegung	[24]
10	Rohr Innenriß längs	Innendruck	[25]
11	Rohr Innenriß längs	Innendruck	[1]
12	Rohr Innenriß Umfang	Zug	[14]
13	Rohr Außenriß Umfang	Zug und Biegung	[7], [24]
14	Rohr Außenriß längs	Zug und Biegung	[7], [24]
15	Eigene Option für Oberflächenrisse		

Bei den Optionen 1-7 handelt es sich um (eindimensionale) Durchrisse, Optionen 8-15 beschreiben (zweidimensionale) halbelliptische Oberflächenrisse.

Verfügbare Optionen für Plastische Grenzlasten

Options- nummer	Rißmodell	Belastung	Literatur
1	Innenriß Platte	Zug	[4]
2	Dreipunkt-Biegeprobe	Biegung	[4]
3	Rohr Durchriß längs	Zug und Biegung	[17]
4	Rohr Durchriß längs	Innendruck	[18]
5	Rohr Durchriß Umfang	Zug und Biegung	[7]
6	Rohr Durchriß Umfang	Zug	[14]
7	Rohr Durchriß längs	Zug und Biegung	[8]
8	Eigene Option für Durchrisse		
9	Oberflächenriß Platte	Zug	[4]
10	Oberflächenriß Platte	Zug	[22]
11	Oberflächenriß Platte	Zug	[15]
12	Oberflächenriß Platte	Zug und Biegung	[15]
13	Rohr Außenriß längs	Innendruck	[17]
14	Rohr Innenriß Umfang	Zug	[14]
15	Eigene Option für Oberflächenrisse		

Bei den Optionen 1-8 handelt es sich um (eindimensionale) Durchrisse, Optionen 9-15 beschreiben (zweidimensionale) halbelliptische Oberflächenrisse.

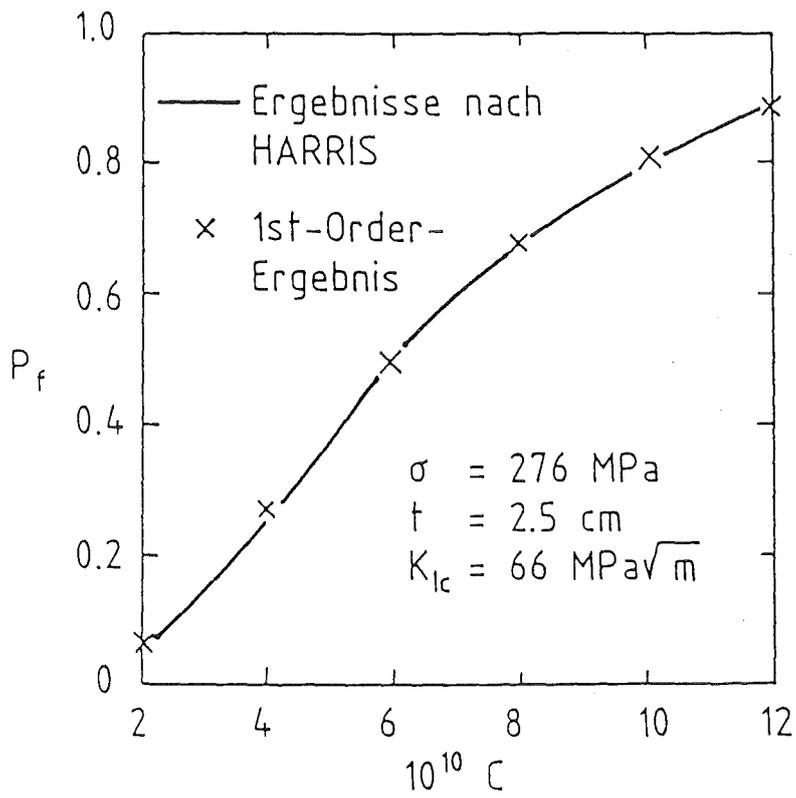


Abb. A.1: Vergleich der Ergebnisse nach HARRIS mit der First-Order-Second-Moment-Methode

Ergebnisse für den betrachteten Krümmer des SNR 300

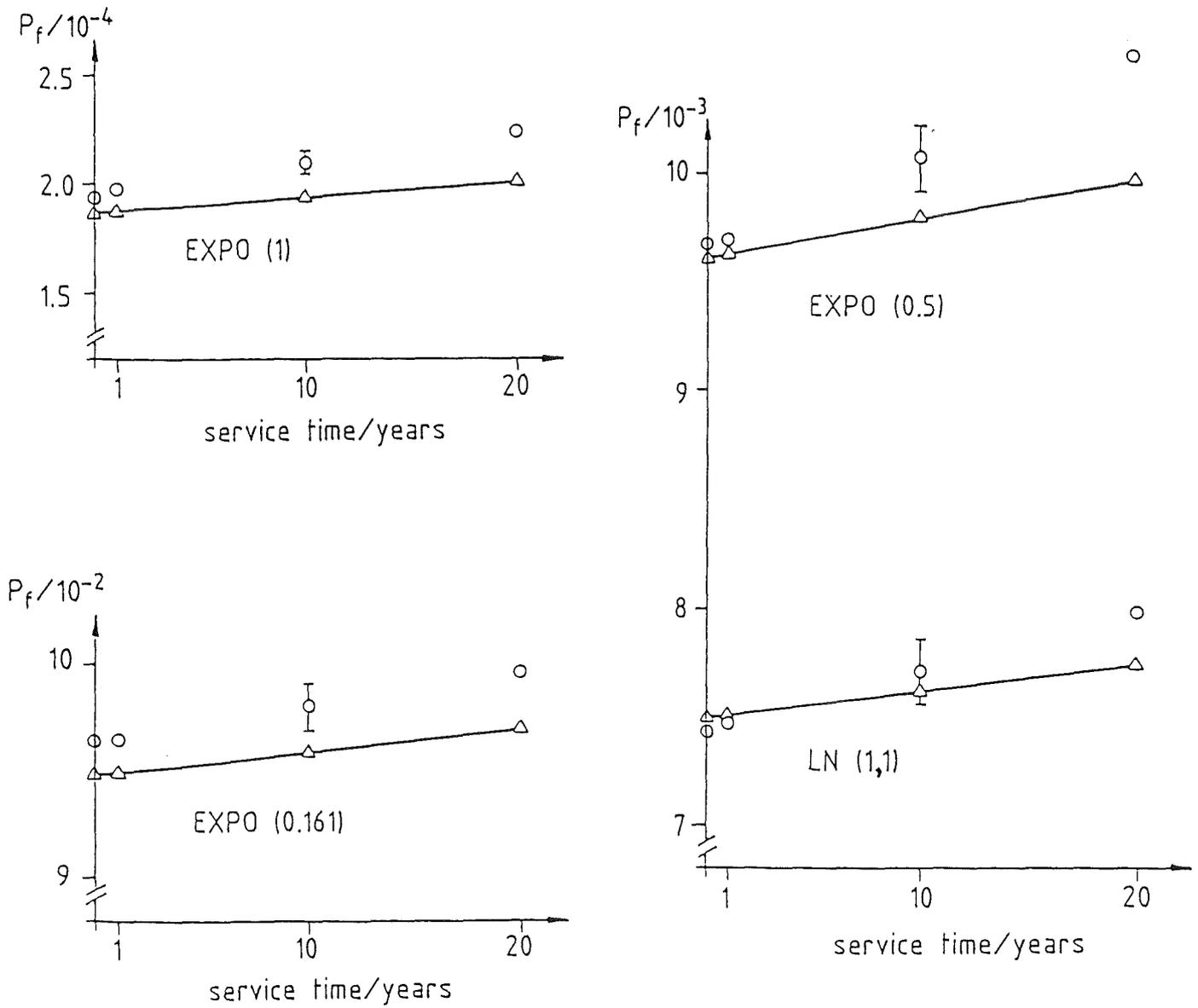


Abb. A.2: Auswirkungen unterschiedlicher Rißtiefenverteilungen auf die berechnete Ausfallwahrscheinlichkeit
 Δ Ergebnisse nach der First-Order-Second-Moment-Methode
 \circ Ergebnisse nach der Monte-Carlo-Methode

Ergebnisse für den betrachteten Krümmer des SNR 300

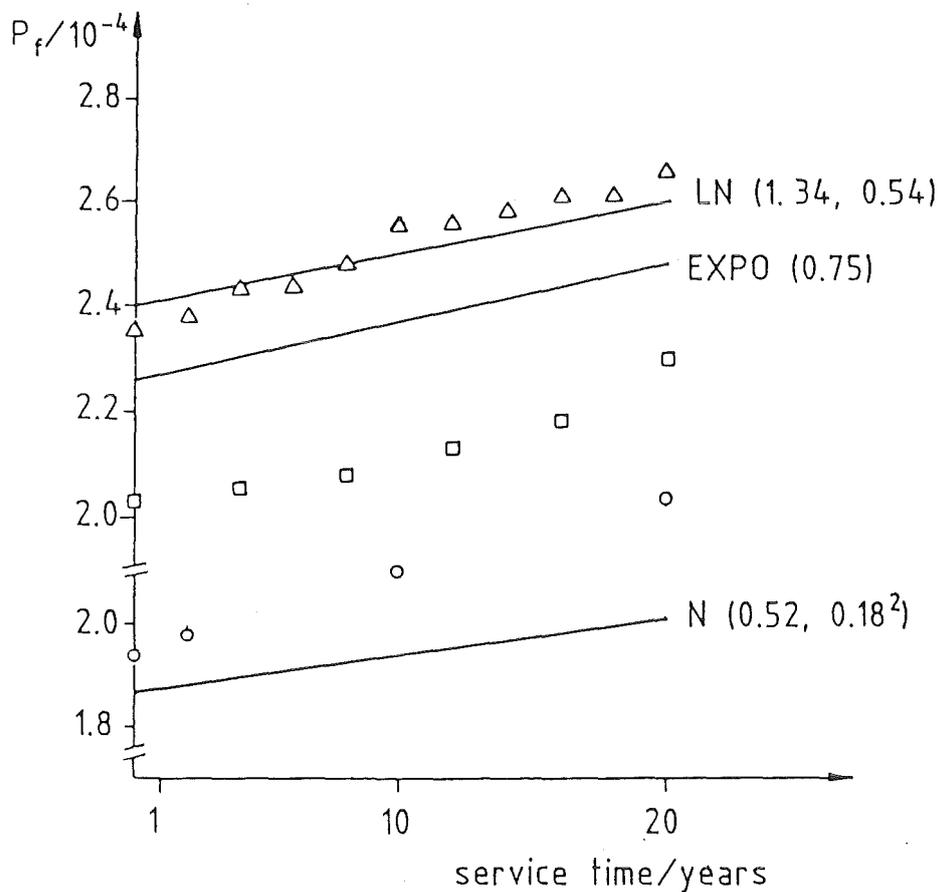


Abb. A.3: Auswirkungen unterschiedlicher Verteilungen des Achsenverhältnisses auf die berechnete Ausfallwahrscheinlichkeit

— Ergebnisse nach der First-Order-Second-Moment-Methode

Ergebnisse nach der Monte-Carlo-Methode für

- Δ c/a lognormalverteilt mit $\mu = 1.34$, $\sigma = .54$
- c/a exponentialverteilt mit $\lambda = .75$
- a/c normalverteilt mit $\mu = .52$, $\sigma = .18$ (Grundmodell)

Ergebnisse für den betrachteten Krümmer des SNR 300

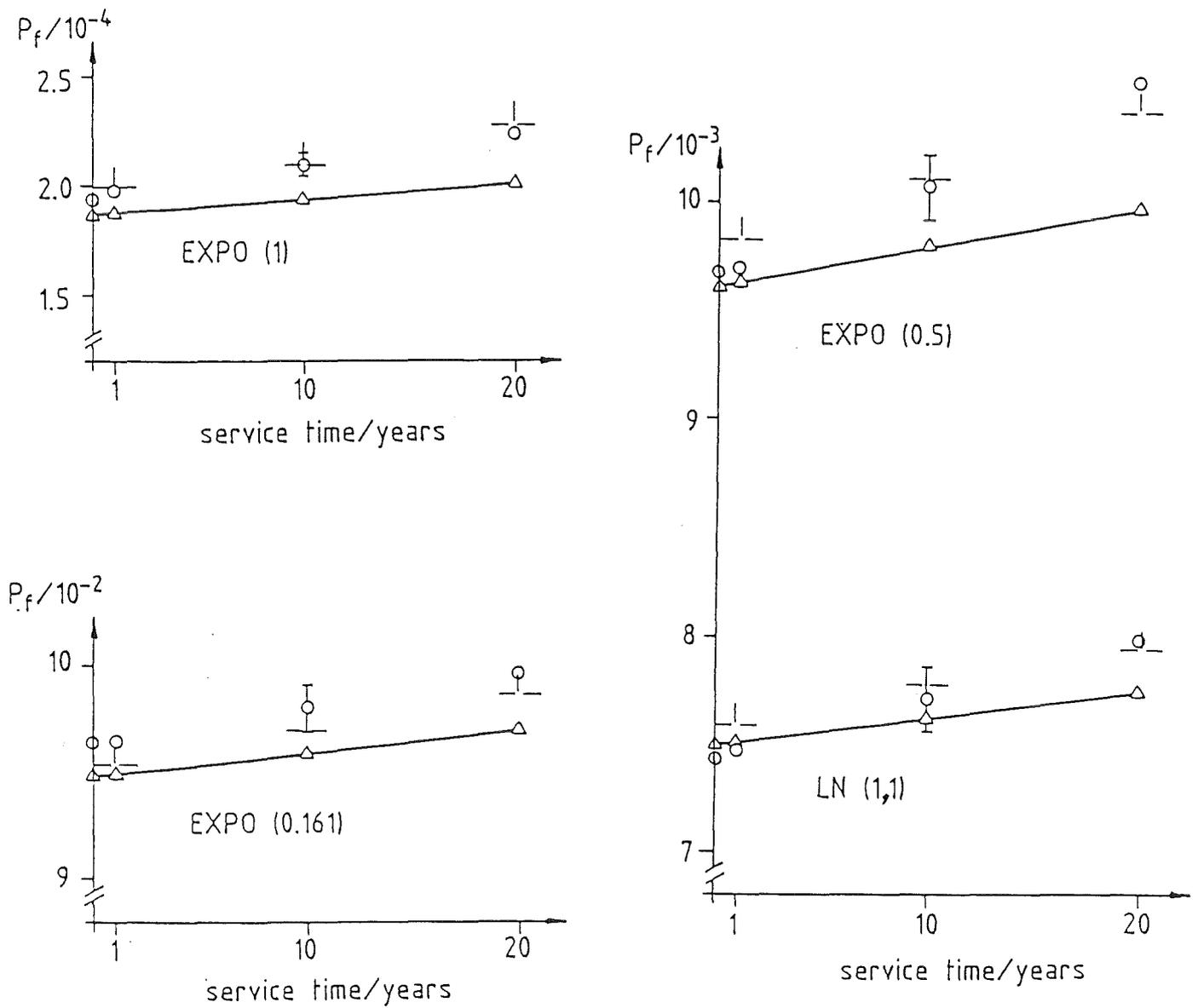


Abb. A.4: First- und Second-Order Näherungen für unterschiedliche Rißtiefeverteilungen

- Δ Ergebnisse nach der First-Order-Second-Moment-Methode
- |- Ergebnisse nach der Second-Order-Methode
- o Ergebnisse nach der Monte-Carlo-Methode

Ergebnisse für den betrachteten Krümmer des SNR 300

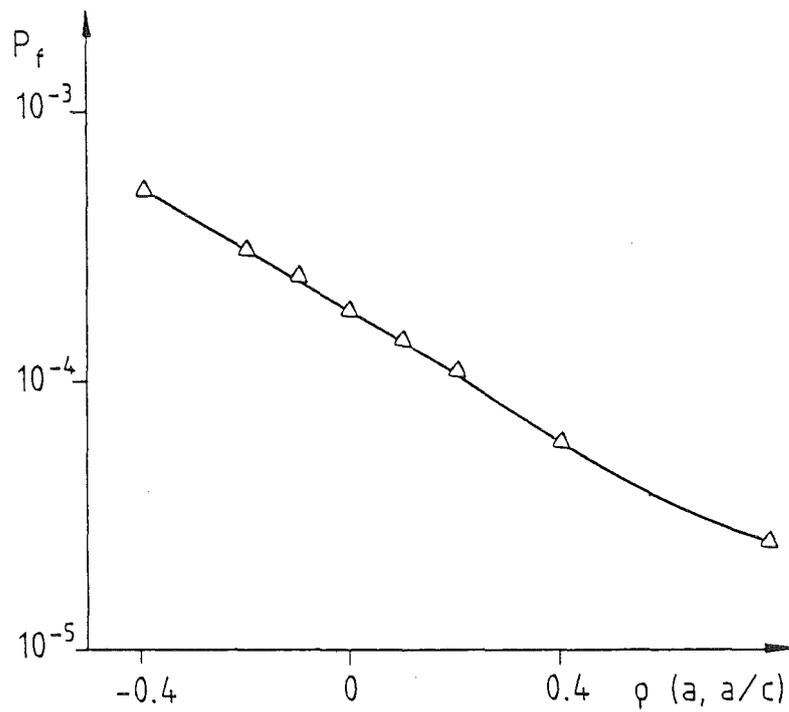


Abb. A.5: Einfluß der Korrelation zwischen a und a/c auf die berechnete Ausfallwahrscheinlichkeit (Beispiel Krümmer)

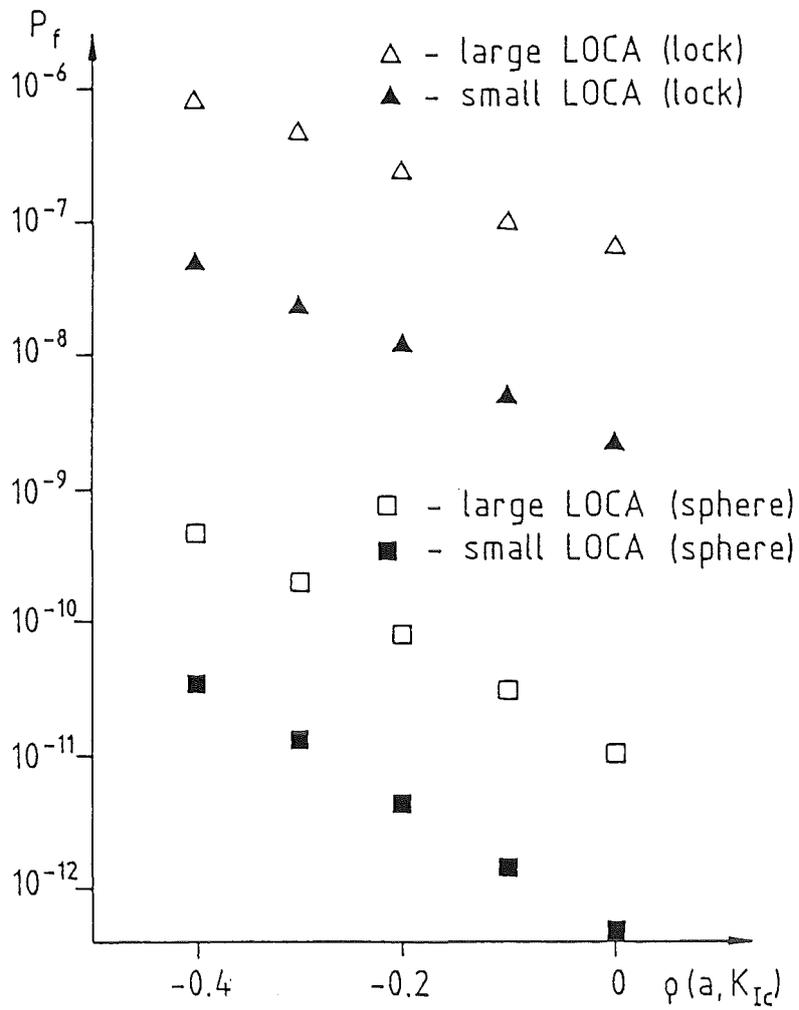


Abb. A.6: Einfluß der Korrelation zwischen a und K_{Ic} auf die berechnete Ausfallwahrscheinlichkeit (Beispiel Stahlhülle)
 K-Faktoren nach Option 11 (ASME)
 Plastische Grenzlasten nach Option 13 (Kiefner)