

KfK 4664
Februar 1991

**Statistische Überlegungen zur
Bilanzierung in
einem Tritiumlabor:
Transfers vom Lager zum
Experiment und zurück
über die Reinigung**

R. Avenhaus, G. Spannagel
Institut für Datenverarbeitung in der Technik
Projekt Kernfusion

Kernforschungszentrum Karlsruhe

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE
Institut für Datenverarbeitung in der Technik
Projekt Kernfusion

KfK 4664

Statistische Überlegungen zur Bilanzierung in einem Tritiumlabor:
Transfers vom Lager zum Experiment und zurück über die Reinigung

Rudolf Avenhaus*) und Gert Spannagel

*) Universität der Bundeswehr, München

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE GMBH, KARLSRUHE

Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 7500 Karlsruhe 1

ISSN 0303-4003

Zusammenfassung

Diese Arbeit beschreibt den Einsatz der Materialbilanzierung in einem Tritiumlabor. Das Teilsystem wird derzeit aufgebaut und besteht aus den wesentlichen Untersystemen der sogenannten 'Technischen Infrastruktur', insbesondere den beiden Transferstationen, der Reinigung und dem Lager; ein Experiment dient als 'Nutzer' (von Tritium). Für die Tritiumtransfers wird Batch-Betrieb unterstellt. Zur Beurteilung des Wertes der Bilanzierung dient die Bilanzierungsgüte, die hier unter Randbedingungen ausgewertet wird, die für den Betrieb eines derartigen Labors typisch sind. Besondere Beachtung findet die Lokalisierung einer unterstellten Anomalie. Die analytischen Ergebnisse werden durch numerische Beispielrechnungen ergänzt.

Statistical Considerations Related to the Accountancy in a Tritium Laboratory Transfers from Storage to Experiment and Back via the Purification Unit

Abstract

This study considers an application of the material accountancy principle to a subsystem of a tritium laboratory. The subsystem comprises the essential units of the so-called technical infrastructure, namely the transfer stations, the purification unit and the storage; one experiment represents the 'client'. The tritium transfers are batchwise.

The accountancy effectiveness serves as a suitable yardstick which is evaluated under a variety of boundary conditions typically encountered with the operation of such a laboratory. Special interest is addressed to the localization of an assumed tritium anomaly. The analytical results are complemented by numerical examples.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	1
2. Bilanzen	4
2.1 Zwischenbilanzen für die Untersysteme	4
2.2 Gesamtbilanzen für die Untersysteme	9
2.3 Gesamtbilanz für das Gesamtsystem	10
3. Statistische Analyse	11
3.1 Gesamt-Bilanzierungsgüte	11
3.2 Gesamt-Bilanzierungsgüte für lokale Bilanzen mit gleichen Einzel-Fehlalarmwahrscheinlichkeiten	12
4. Berücksichtigung von Abfallströmen	15
5. Numerische Rechnungen	18
5.1 Meßunsicherheiten	18
5.2 Fallbeispiele	19
6. Schlußbemerkungen	31
Referenzen	32
ANNEX : Zusammenstellung der für die numerischen Rechnungen wichtigen Formeln	

Statistische Überlegungen zur Bilanzierung in einem Tritiumlabor: Transfers vom Lager zum Experiment und zurück über die Reinigung

1. Einleitung

In einer früheren Arbeit, Ref. [1], wurde die Frage der Tritiumbilanzierung in einem Tritiumlabor ausführlich für den eingeschränkten Fall von Transfers zwischen dem Lager und der Transferstation untersucht. Dabei konnte quantitativ ermittelt werden, wie sich die Bilanzierungsgüte, d.h. die Wahrscheinlichkeit der Entdeckung einer unterstellten Anomalie durch die Berücksichtigung des Gesichtspunktes der Lokalisierung dieser Anomalie, verändert.

In der vorliegenden Arbeit wird diese Fragestellung nun für ein erweitertes System aufgegriffen. Wie aus Abbildung 1 zu ersehen, werden neben dem Lager und der Transferstation zusätzlich ein Experiment, die Mobile Transferstation und die Reinigung mitbetrachtet. Dabei wird angenommen, daß eine vom Experiment benötigte Tritiummenge dem Lager entnommen und über die Transferstation dem Experiment übergeben wird; nach einer Experimentierphase wird das Experiment dieses Tritium in wahrscheinlich verunreinigter Form über die Mobile Transferstation an die Reinigung abgeben; von dort wird das gereinigte Tritium über die Transferstation wieder ins Lager verbracht.

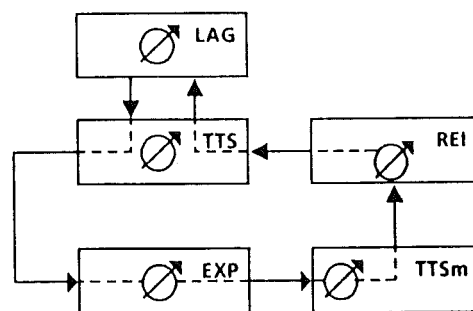


Abb. 1: Prozeßeinheiten Lager (LAG), Transferstation (TTS), Experiment (EXP), Mobile Transferstation TTSm) und Reinigung (REI) des Tritiumlabors; die Prozeßeinheiten sind zumeist über Rohre verkoppelt. Die Lage der Meßstellen ist angedeutet.

Der zugehörige Prozeßablauf ist in Tabelle 1 festgehalten. In unserem Modell wird unterstellt, daß folgende sogenannte "Bilanzierungsbehälter" vorhanden sind:

- im Lager
- in der Transferstation
- im Experiment (nur Eingang)
- in der mobilen Transferstation
- in der Reinigung (nur Ausgang).

Möglichkeiten zur Analyse bestehen grundsätzlich an allen oben genannten Systemen (entweder Direktanschluß an das Analysegerät oder mittels sogenannter "Gasmaus"). Unter diesen Modellannahmen sind - ergänzend zu den in Tabelle 1 angegebenen Prozeßschritten - die in den Abbildungen 2, 3 und 4 eingezeichneten Materialbilanzzonen auszuweisen: Wir unterstellen also in diesem Modell, daß Anomalien in diesen Zonen lokalisierbar sein sollen.

In einer weiteren Arbeit, Ref. [2], haben wir untersucht, wie sich der Gesichtspunkt der "Rechtzeitigkeit" der Entdeckung einer unterstellten Anomalie auf die Bilanzierungsgüte auswirkt. Insbesondere haben wir gezeigt, wie sich mit Hilfe einer Unabhängigkeitstransformation die bei dieser Fragestellung auftretenden statistischen Abhängigkeiten behandeln lassen.

In dieser Arbeit wird an Hand eines realistischeren - als bisher untersuchten - Tritium-Prozesses wieder der Einfluß einer gewünschten Lokalisierung einer unterstellten Anomalie auf die Bilanzierungsgüte untersucht. Die dabei auftretenden statistischen Abhängigkeiten behandeln wir dieses Mal nicht mit Hilfe einer Unabhängigkeitstransformation, sondern berücksichtigen sie, da sie nur einmal auftreten, explizit bei der Bestimmung der Fehlalarmwahrscheinlichkeit und der Bilanzierungsgüte.

Tabelle 1 Prozeßablauf für den Tritiumtransfer aus dem Lager (LAG) über die Transferstation (TTS) zum Experiment (EXP) und wieder zurück zum Lager über die mobile Transferstation (TTS m) und die Reinigung (REI).

Zeitpunkt bzw. Intervall	LAG	TTS	EXP	TTSm	REI
t_0	I_0^{LAG}	$I_0^{TTS} (= 0)$	$I_0^{EXP} (= 0)$	$I_0^{TTSm} (= 0)$	$I_0^{REI} (= 0)$
$[t_0, t_1]$ 1)	$A^{LAG} = I_0^{LAG} - I_1^{LAG}$	$E^{TTS} = I_1^{TTS} - I_0^{TTS}$	- 2)	-	-
t_1	$I_1^{LAG} (= 0)$	I_1^{TTS}	$I_1^{EXP} (= 0)$	$I_1^{TTSm} (= 0)$	$I_1^{REI} (= 0)$
$[t_1, t_2]$ 3)	-	$A^{TTS} = I_1^{TTS} - I_2^{TTS}$	$E^{EXP} = I_2^{EXP} - I_1^{EXP}$	-	-
t_2	$I_2^{LAG} (= 0)$	$I_2^{TTS} (= 0)$	I_2^{EXP}	$I_2^{TTSm} (= 0)$	$I_2^{REI} (= 0)$
$[t_2, t_3]$	Experimentierphase				
t_3	$I_3^{LAG} (= 0)$	$I_3^{TTS} (= 0)$	X ⁴⁾	$I_3^{TTSm} (= 0)$	$I_3^{REI} (= 0)$
$[t_3, t_4]$ 5)	-	-	X	$E^{TTSm} = I_4^{TTSm} - I_3^{TTSm}$	-
t_4	$I_4^{LAG} (= 0)$	$I_4^{TTS} (= 0)$	X	I_4^{TTSm}	$I_4^{REI} (= 0)$
$[t_4, t_5]$ 6)	-	-	-	$A^{TTSm} = I_4^{TTSm} - I_5^{TTSm}$	X
t_5	$I_5^{LAG} (= 0)$	$I_5^{TTS} (= 0)$	X	$I_5^{TTSm} (= 0)$	X
$[t_5, t_6]$	Reinigungsphase				
t_6	$I_6^{LAG} (= 0)$	$I_6^{TTS} (= 0)$	X	$I_6^{TTSm} (= 0)$	I_6^{REI}
$[t_6, t_7]$ 7)	-	$E^{TTS} = I_7^{TTS} - I_6^{TTS}$	-	-	$A^{REI} = I_6^{REI} - I_7^{REI}$
t_7	$I_7^{LAG} (= 0)$	I_7^{TTS}	X	$I_7^{TTSm} (= 0)$	$I_7^{REI} (= 0)$
$[t_7, t_8]$ 8)	$E^{LAG} = I_8^{LAG} - I_7^{LAG}$	$A^{TTS} = I_7^{TTS} - I_8^{TTS}$	X	-	X
t_8	I_8^{LAG}	$I_8^{TTS} (= 0)$	X	$I_8^{TTSm} (= 0)$	$I_8^{REI} (= 0)$

- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| 1) Transfer von LAG nach TTS | 5) Transfer von EXP nach TTSm |
| 2) Keine Inventaränderung | 6) Transfer von TTSm nach REI |
| 3) Transfer von TTS nach EXP | 7) Transfer von REI nach TTS |
| 4) Keine Messung | 8) Transfer von TTS nach LAG |

2. Bilanzen

Seien l_i , $i = 1, 2, \dots$ die realen Inventare einer betrachteten Materialbilanzzone zum Zeitpunkt t_i , $E_{i,i+1}$ bzw. $A_{i,i+1}$ die Eingänge in die bzw. Ausgänge aus dieser Zone im Intervall $[t_i, t_{i+1}]$. Dann ist für dieses Intervall die Differenz $X_{i,i+1}$ zum Zeitpunkt t_{i+1} zwischen Buchinventar $l_i + E_{i,i+1} - A_{i,i+1}$ und realem Endinventar gegeben durch

$$X_{i,i+1} = l_i + E_{i,i+1} - A_{i,i+1} - l_{i+1}, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (2-1)$$

Geht in diesem Intervall kein Material verloren, so ist der wahre Wert (Erwartungswert) von $X_{i,i+1}$ gleich null, andernfalls gerade der Verlust. Da aber alle betrachteten Inventare und Transfers mit Meßfehlern behaftet sind, muß mit Hilfe eines geeigneten statistischen Verfahrens entschieden werden, ob ein nicht-verschwindender Wert von $X_{i,i+1}$ durch Meßfehler erklärt werden kann oder nicht.

Wir sind an Bilanzen für den gesamten Zeitraum $[t_0, t_8]$ sowohl für das Gesamtsystem als auch für die Untersysteme LAG + TTS, EXP und REI interessiert. Diese Bilanzen werden aus "elementaren" Bilanzen über kürzere Zeiträume zusammengesetzt, da sich aus (2-1) und

$$X_{i+1,i+2} = l_{i+1} + E_{i+1,i+2} - A_{i+1,i+2} - l_{i+2} \quad (2-2)$$

durch Addition der Bilanzgleichung

$$X_{i,i+1} + X_{i+1,i+2} = X_{i,i+2} = l_i + E_{i,i+2} - A_{i,i+2} - l_{i+2} \quad (2-3)$$

für den größeren Zeitraum ergibt. Darüber hinaus sind die "elementaren" Bilanzen dann interessant, wenn wir die Rechtzeitigkeit der Entdeckung von Anomalien fordern. Diese Fragestellung wurde schon früher in Ref. [1] behandelt und ist daher nicht Gegenstand dieser Arbeit.

2.1 Zwischenbilanzen für die Untersysteme

Sinnvolle Zeitpunkte für die Erstellung von Zwischenbilanzen sind durch die Zeitpunkte der Inventuren in den Untersystemen gegeben, d.h. durch die Zeitpunkte t_0 (L), t_1 (TTS), t_2 (EXP), t_4 (TTSm), t_6 (REI) und t_8 (L).

Sinnvolle Materialbilanzzonen für den hier betrachteten Prozeßablauf sind L + TTS, EXP und REI; dabei ist die mobile Transferstation TTSm je nach Situation dem Experiment bzw. der Reinigung zugeordnet (Abbildungen 2,3,4 und 5).

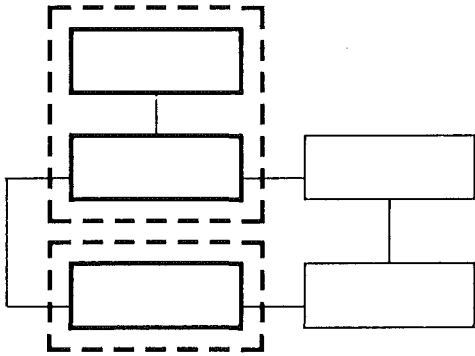


Abb. 2: Tritiumtransfer aus dem Lager in ein Experiment: das Lager und die Transferstation bilden die erste, das Experiment ist die zweite Materialbilanzzone.

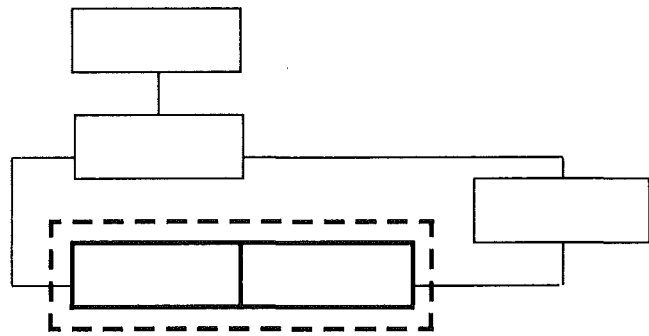


Abb. 3: Entsorgung des Experiments mittels der Mobilen Transferstation; beide Einheiten bilden eine Materialbilanzzone.

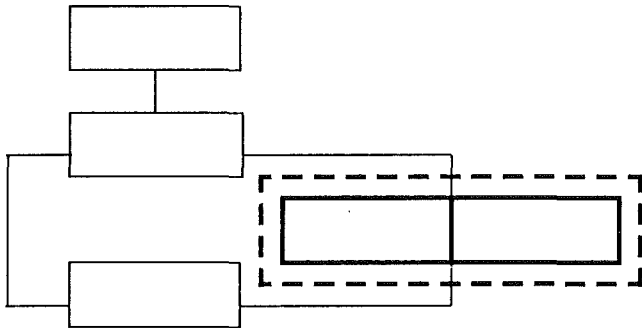


Abb. 4: Die Mobile Transferstation dockt zur Übergabe von Tritium an die Reinigung an; beide Einheiten werden als eine Materialbilanzzone betrachtet.

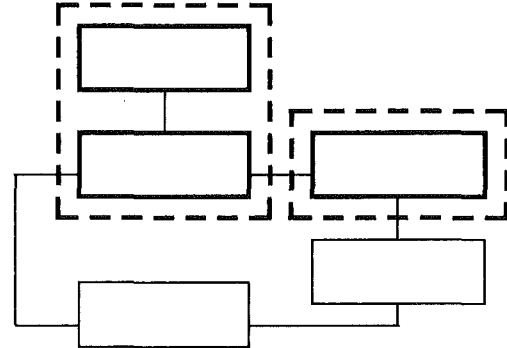


Abb. 5: Transfer von Tritium aus der Reinigung ins Lager; die Materialbilanzzone ist die Reinigung sowie als gemeinsame Zone die Transferstation und das Lager.

Theoretisch haben wir also für die drei Materialbilanzzonen die fünf Inventurperioden $[t_0, t_1], \dots, [t_6, t_8]$, d.h. also insgesamt 15 "elementare" Bilanzgleichungen. Von diesen sind allerdings einige ohne Bedeutung, da sich zu bestimmten Perioden nicht in allen Materialbilanzzonen Änderungen ergeben bzw. kein Inventar vorhanden ist. Nichttriviale Bilanzen sind gegeben durch

$$X_{0,2}^{\text{LAG+TTS}}, X_{6,8}^{\text{LAG+TTS}}$$

$$X_{0,2}^{\text{EXP}}, X_{2,4}^{\text{EXP+TTSm}}$$

$$X_{4,6}^{\text{TTSm+REI}}, X_{6,8}^{\text{REI}}$$

Im folgenden stellen wir die diese Bilanzen beschreibenden Gleichungen mit Hilfe von Tabelle 1 auf.

Entsprechend Abbildung 2 interessieren zum Zeitpunkt t_2 nur die Bilanzgleichungen für die Zonen LAG + TTS und EXP. Es gilt

$$\begin{aligned} X_{0,2}^{\text{LAG+TTS}} &= I_0^{\text{LAG}} + I_0^{\text{TTS}} + 0 - \left(I_1^{\text{TTS}} - I_2^{\text{TTS}} \right) - I_2^{\text{LAG}} - I_2^{\text{TTS}} \\ &= I_0^{\text{LAG}} - I_1^{\text{TTS}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_{0,2}^{\text{EXP}} &= I_0^{\text{EXP}} + E_{1,2}^{\text{EXP}} - 0 - I_2^{\text{EXP}} \\ &= I_0^{\text{EXP}} + I_2^{\text{EXP}} - I_1^{\text{EXP}} - 0 - I_2^{\text{EXP}} = 0 \end{aligned}$$

Wegen der Annahme einer festen Verrohrung zwischen Transferstation und Experiment gilt für die Erwartungswerte während des Intervalls $[t_1, t_2]$ wie bereits erwähnt

$$E(\text{ATTS}) = E(\text{EEXP}),$$

und damit

$$\begin{aligned} X_{0,2}^{\text{EXP}} &= I_0^{\text{EXP}} + I_1^{\text{TTS}} - I_2^{\text{TTS}} - I_2^{\text{EXP}} \\ &= I_1^{\text{TTS}} - I_2^{\text{EXP}} . \end{aligned}$$

Während des Intervalls $[t_2, t_3]$ wird das Experiment durchgeführt. Deswegen unterstellen wir, daß das Tritium für Bilanzierungszwecke unzugänglich ist. Zum Zeitpunkt t_4 werde das Experiment mittels der Mobilen Transferstation entsorgt. In dieser Station ist ein Bilanzierungsbehälter vorhanden und somit können wir für das Intervall $[t_2, t_4]$ betrachten:

$$\begin{aligned} X_{2,4}^{\text{EXP+TTSm}} &= I_2^{\text{EXP}} + I_2^{\text{TTSm}} + 0 - 0 - I_4^{\text{EXP}} - I_4^{\text{TTSm}} \\ &= I_2^{\text{EXP}} - I_4^{\text{TTSm}} . \end{aligned}$$

Dabei steht der Index 'TTSm' für Mobile Transferstation. Abb. 3 stellt die zum Zeitpunkt t_4 gegebene Situation dar: die Mobile Transferstation ist zur Übernahme von Tritium an das Experiment angedockt und bildet mit diesem eine gemeinsame Materialbilanzzone.

Zum Zeitpunkt t_5 werde das vom Experiment übernommene Tritium der Reinigung übergeben; die in Abb. 4 dargestellte Situation ist gegeben.

Wegen des Andockens der Mobilen Transferstation bilden diese sowie die Reinigung eine gemeinsame Materialbilanzzone. Damit ist die Bilanzgleichung für diese Zone und das Intervall $[t_4, t_6]$ zum Zeitpunkt t_6 gegeben durch

$$\begin{aligned} X_{4,6}^{\text{TTSm+REI}} &= I_4^{\text{TTSm}} + I_4^{\text{REI}} + 0 - 0 - I_6^{\text{TTSm}} - I_6^{\text{REI}} \\ &= I_4^{\text{TTSm}} - I_6^{\text{REI}} \end{aligned}$$

Gereinigtes Tritium wird über die Transferstation ins Lager verbracht. Damit können gemäß Abbildung 5 zwei Materialbilanzzonen gebildet werden:

- Reinigung
- Transferstation plus Lager.

Wir nehmen an, daß zum Zeitpunkt t_8 der Transfer in das Lager abgeschlossen ist. Für die Reinigung gilt somit zum Zeitpunkt t_8 für das Intervall $[t_6, t_8]$

$$\begin{aligned} X_{6,8}^{\text{REI}} &= I_6^{\text{REI}} + E_{6,8}^{\text{REI}} - A_{6,8}^{\text{REI}} - I_8^{\text{REI}} \\ &= I_6^{\text{REI}} + 0 - \left(I_7^{\text{TTS}} - I_8^{\text{TTS}} \right) - I_8^{\text{REI}} \\ &= I_6^{\text{REI}} - I_7^{\text{TTS}}. \end{aligned}$$

Hier haben wir wieder den Ausgang der Reinigung $A_{7,8}^{\text{REI}}$ durch den Eingang $E_{7,8}^{\text{TTS}}$ ersetzt gemäß

$$E_{7,8}^{\text{TTS}} = I_7^{\text{TTS}} - I_8^{\text{TTS}},$$

weil wir zwischen der Reinigung und der Transferstation eine feste Verrohrung und nur eine Messung haben und damit über C/S-Maßnahmen Tritiumverluste ausschließen können. Wir hätten natürlich auch

$$A_{6,8}^{\text{REI}} = I_6^{\text{REI}} - I_7^{\text{REI}}$$

setzen können; dann wäre $X_{6,8}^{\text{REI}}$ identisch null. Wir werden in Abschnitt 2.3 noch einmal auf diesen Sachverhalt zu sprechen kommen.

Für die Transferstation und das Lager gilt zu t_8 für das Intervall $[t_6, t_8]$:

$$\begin{aligned} X_{6,8}^{\text{TTS+LAG}} &= I_6^{\text{TTS}} + I_6^{\text{LAG}} + I_6^{\text{TTS}} - I_7^{\text{TTS}} - 0 - I_8^{\text{TTS}} - I_8^{\text{LAG}} \\ &= I_7^{\text{TTS}} - I_8^{\text{LAG}}. \end{aligned}$$

2.2 Gesamtbilanzen für die Untersysteme

Wir betrachten nun den Gesamtzeitraum $[t_0, t_8]$ und stellen die Bilanzgleichungen für diesen Zeitraum für die schon bisher betrachteten Untersysteme auf.

Für die Materialbilanzzone LAG + TTS gilt

$$\begin{aligned} X_{0,8}^{\text{LAG+TTS}} &= I_0^{\text{LAG}} + I_0^{\text{TTS}} + E_{0,8}^{\text{TTS}} - A_{0,8}^{\text{LAG}} - I_8^{\text{LAG}} - I_8^{\text{TTS}} \\ &= I_0^{\text{LAG}} + 0 + I_7^{\text{TTS}} - I_6^{\text{TTS}} - I_1^{\text{TTS}} + I_2^{\text{TTS}} - I_8^{\text{LAG}} - I_8^{\text{TTS}} \\ &= I_0^{\text{LAG}} + I_7^{\text{LAG}} - I_1^{\text{TTS}} - I_8^{\text{LAG}} ; \end{aligned}$$

dies ist aber gerade die Summe der Bilanzen $X_{0,2}^{\text{LAG+TTS}}$ und

$X_{0,8}^{\text{LAG+TTS}}$, wie es auch entsprechend der Bemerkung zu Beginn dieses Kapitels sein muß.

Wir nehmen an, daß die Mobile Transferstation nur als Meßstelle für Tritium, das das Experiment abgibt, dient. Mit anderen Worten, wir unterstellen, daß der Ausgang des Experiments mit einem Bilanzierungsbehälter ausgerüstet ist.

Für die Zone 'Experiment' gilt

$$\begin{aligned} X_{0,8}^{\text{EXP}} &= I_0^{\text{EXP}} + E_{0,8}^{\text{EXP}} - A_{0,8}^{\text{EXP}} - I_8^{\text{EXP}} \\ &= 0 + I_2^{\text{EXP}} - I_1^{\text{EXP}} - \left(I_4^{\text{TTSm}} - I_3^{\text{TTSm}} \right) - 0 \\ &= I_2^{\text{EXP}} - I_4^{\text{TTSm}} \\ &= X_{2,4}^{\text{EXP+TTSm}} . \end{aligned}$$

Für die Zone 'Reinigung' gilt unter der oben für die Mobile Transferstation getroffenen Annahme

$$\begin{aligned} X_{0,8}^{\text{REI}} &= I_0^{\text{REI}} + E_{0,8}^{\text{REI}} - A_{0,8}^{\text{REI}} - I_8^{\text{REI}} \\ &= 0 + I_4^{\text{TTSm}} - I_5^{\text{TTSm}} - I_6^{\text{REI}} - I_7^{\text{REI}} - I_8^{\text{REI}} \\ &= I_4^{\text{TTSm}} - I_6^{\text{REI}} \\ &= X_{4,6}^{\text{TTSm+REI}} . \end{aligned}$$

2.3 Gesamtbilanz für das Gesamtsystem

Schließlich betrachten wir für den Gesamtzeitraum $[t_0, t_8]$ die Bilanz für das Gesamtsystem. Es gilt

$$\begin{aligned} X_{0,8}^{\text{GES}} &= I_0^{\text{GES}} + E_{0,8}^{\text{GES}} - A_{0,8}^{\text{GES}} - I_8^{\text{GES}} \\ &= I_0^{\text{LAG}} + 0 - 0 - I_8^{\text{LAG}} \quad . \end{aligned}$$

Zu Beginn dieses Kapitels haben wir vermerkt, daß sich diese Bilanz als Summe der im vorausgehenden Abschnitt gegebenen drei Bilanzen für die Untersysteme ergeben mußte. Daß dem nicht so ist, liegt an der schon in Abschnitt 2.1 genannten Wahlmöglichkeit zur Bestimmung von Ein- und Ausgängen der Untersysteme.

3. Statistische Analyse

Die nachfolgende statistische Analyse setzt voraus, daß die Inventarbestimmungen auf voneinander unabhängigen Messungen beruhen und deren Meßfehler normalverteilt sind. Außerdem müssen die hier verwendeten Varianzen bekannt sein. Überlicherweise sind diese Voraussetzungen erfüllt.

3.1 Gesamt-Bilanzierungsgüte

Die Gesamt-Bilanzierungsgüte, d.h. die Wahrscheinlichkeit, eine Anomalie der Größe μ am Ende des Intervalls $[t_0, t_8]$ zu entdecken, ist gegeben durch

$$1 - \beta_{08}^{\text{GES}}(\mu) = W\left(X_{0,8}^{\text{GES}} > s^{\text{GES}} \mid E(X_{0,8}^{\text{GES}}) = \mu\right),$$

wobei s^{GES} die Signifikanzgrenze des zugehörigen statistischen Tests ist.

Entsprechend unseren Voraussetzungen ist $X_{0,8}^{\text{GES}}$ normalverteilt mit Varianz

$$\text{var}\left(X_{0,8}^{\text{GES}}\right) = \text{var}\left(I_0^{\text{LAG}}\right) + \text{var}\left(I_8^{\text{LAG}}\right),$$

somit gilt

$$1 - \beta_{08}^{\text{GES}}(\mu) = \Phi\left(\frac{\mu - s^{\text{GES}}}{\sqrt{\text{var}\left(X_{0,8}^{\text{GES}}\right)}}\right),$$

wobei $\Phi(\cdot)$ die Gauss'sche oder Normalverteilung ist.

Die Signifikanzgrenze wird durch Vorgabe der Fehlalarmwahrscheinlichkeit α festgelegt. Letztere ist definiert als Wahrscheinlichkeit, eine Anomalie zu entdecken, wenn in Wirklichkeit eine solche nicht vorliegt, und ist gegeben durch

$$1 - \alpha = \Phi\left(\frac{s^{\text{GES}}}{\sqrt{\text{var}\left(X_{0,8}^{\text{GES}}\right)}}\right).$$

Eliminieren wir s^{GES} mit Hilfe dieser Beziehung, so erhalten wir schließlich

$$1 - \beta_{08}^{\text{GES}}(\mu) = \Phi\left(\frac{\mu}{\sqrt{\text{var}(X_{0,8}^{\text{GES}})}} - \Phi^{-1}(1-\alpha)\right),$$

wobei $\Phi^{-1}(\cdot)$ die inverse Funktion von $\Phi(\cdot)$ ist.

Quantitativ folgt aus dieser Beziehung, daß die Bilanzierungsgüte mit zunehmendem μ bzw. α ebenfalls zunimmt, jedoch mit zunehmender Varianz abnimmt; dies erwarten wir auch so.

Die Abbildungen 6 bis 11 zeigen beispielhaft, wie die Bilanzierungsgüte in Abhängigkeit von μ und α sich darstellt; die Varianzen sind aus den derzeit diskutierten Meßunsicherheiten, die im Prozentbereich liegen, abgeleitet.

3.2 Gesamt-Bilanzierungsgüte für lokale Bilanzen mit gleichen Einzel-Fehlalarmwahrscheinlichkeiten

Wir betrachten wieder das Intervall $[t_0, t_8]$. Die Materialbilanzzone unterteilen wir in drei Teilzonen, nämlich 'Lager plus Transferstation', 'Experiment' und 'Reinigung'. Damit erhalten wir die Gesamt-Bilanzierungsgüte für die entsprechenden lokalen Bilanzen gemäß

$$\begin{aligned} 1 - \beta_{08}^{\text{GESE}}(\mu) &= 1 - W\left(X_{08}^{\text{LAG+TTS}} \leq s^1, \right. \\ &\quad \left. X_{08}^{\text{EXP}} \leq s^2, X_{08}^{\text{REI}} \leq s^3 \mid E\left(X_{08}^{\text{LAG+TTS}}, X_{08}^{\text{EXP}}, \right. \right. \\ &\quad \left. \left. X_{08}^{\text{REI}}\right) = (\mu_1, \mu_2, \mu_3); \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 = \mu\right) \\ &= 1 - W\left(X_{08}^{\text{LAG+TTS}} \leq s^1 \mid E\left(X_{08}^{\text{LAG+TTS}}\right) = \mu_1\right) \cdot \\ &\quad W\left(X_{08}^{\text{EXP}} \leq s^2, X_{08}^{\text{REI}} \leq s^3 \mid E\left(X_{08}^{\text{EXP}}, X_{08}^{\text{REI}}\right) = \right. \\ &\quad \left. \mu_2, \mu_3; \mu_2 + \mu_3 = \mu - \mu_1\right), \end{aligned}$$

wobei

s^ℓ die Signifikanzgrenze für den statistischen Test für die Teilzone ℓ , und

μ_ℓ der Verlust in der Teilzone ℓ ist, mit $\ell = 1 \equiv \text{LAG} + \text{TTS}$, $2 \equiv \text{EXP}$ und $3 \equiv \text{REI}$.

Die Fehlalarm-Wahrscheinlichkeit 1. Art α_{GES} ist gegeben durch

$$\alpha_{\text{GES}} = 1 - W\left(X_{08}^{\text{LAG}+\text{TTS}} \leq s^1 \mid E\left(X_{08}^{\text{LAG}+\text{TTS}}\right) = 0\right).$$

$$W\left(X_{08}^{\text{EXP}} \leq s^2, X_{08}^{\text{REI}} \leq s^3 \mid E\left(X_{08}^{\text{EXP}}, X_{08}^{\text{REI}}\right) = (0,0)\right).$$

Falls für die Einzeltests die gleichen Einzel-Fehlalarmwahrscheinlichkeiten α_E vorgegeben werden, erhalten wir zwischen α_{GES} und α_E die Beziehung

$$1 - \alpha_{\text{GES}} = (1 - \alpha_E) \cdot B(\Phi^{-1}(1 - \alpha_E), \Phi^{-1}(1 - \alpha_E); \rho),$$

wobei

$$B(h,k;\rho) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{1-\rho^2}} \int_{-\infty}^h dx \int_{-\infty}^k dy \left(\exp\left(\frac{-1}{2(1-\rho^2)} (x^2 - 2\rho xy + y^2)\right) \right)$$

die Bivariate Normalverteilung mit Korrelation ρ an der Stelle (h,k) ist.

Diese Korrelation ρ lautet in unserem Fall

$$\rho = \frac{\text{cov}\left(X_{08}^{\text{EXP}}, X_{08}^{\text{REI}}\right)}{\sqrt{\text{var}\left(X_{08}^{\text{EXP}}\right) \cdot \text{var}\left(X_{08}^{\text{REI}}\right)}} = \frac{-\text{var}\left(I_4^{\text{TTSm}}\right)}{\sqrt{\left(\text{var}\left(I_2^{\text{EXP}}\right) + \text{var}\left(I_4^{\text{TTSm}}\right)\right) \cdot \left(\text{var}\left(I_4^{\text{TTSm}}\right) + \text{var}\left(I_6^{\text{REI}}\right)\right)}},$$

wobei $\text{cov}\left(X_{08}^{\text{EXP}}, X_{08}^{\text{REI}}\right)$ die Kovarianz zwischen X_{08}^{EXP} und X_{08}^{REI} ist. Wenn wir durch $\text{var}\left(I_4^{\text{TTSm}}\right)$ dividieren, erhalten wir

$$\rho = - \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{\text{var}(I_2^{\text{EXP}})}{\text{var}(I_4^{\text{TTSm}})}\right) \cdot \left(1 + \frac{\text{var}(I_6^{\text{REI}})}{\text{var}(I_4^{\text{TTSm}})}\right)}} .$$

Damit ist die Gesamt-Bilanzierungsgüte für lokale Bilanzen mit gleichen Einzel-Fehlalarmwahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit der Gesamtanomalie μ gegeben durch den Ausdruck

$$1 - \beta_{08}^{\text{GESE}}(\mu) = 1 - \Phi\left(\Phi^{-1}(1 - \alpha_E) - \frac{\mu_1}{\sqrt{\text{var}(I_7^{\text{TTS}}) + \text{var}(I_8^{\text{LAG}})}}\right) .$$

$$B\left(\Phi^{-1}(1 - \alpha_E) - \frac{\mu_2}{\sqrt{\text{var}(I_2^{\text{EXP}}) + \text{var}(I_4^{\text{TTSm}})}}\right) ,$$

$$\Phi^{-1}(1 - \alpha_E) - \frac{\mu_3}{\sqrt{\text{var}(I_4^{\text{TTSm}}) + \text{var}(I_6^{\text{REI}})}} ; \rho$$

wobei sich die Gesamtanomalie additiv aus den Einzelanomalien μ_1 , μ_2 und μ_3 zusammensetzt,

$$\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 = \mu ,$$

und wobei der Korrelationskoeffizient ρ oben angegeben ist.

4. Berücksichtigung von Abfallströmen

Die bisher dargestellten Ergebnisse betrachten einen Prozeßablauf (s. Tabelle 1) ohne Abfallströme. Falls letztere auftreten sollten, muß die obige Rechenvorschrift entsprechend erweitert werden.

In unserem erweiterten Modell unterstellen wir zwei Abfallströme, nämlich jeweils einen beim Experiment und einen bei der Reinigung. Der erweiterte Prozeßablauf ist in Tabelle 2 dargestellt, wobei die Erweiterungen gegenüber

Tabelle 1 unterstrichen sind. I_3^{EXA} und I_6^{REA} bezeichnen die Abfall-Inventare des Experiments bzw. der Reinigung.

Wir betrachten zuerst wieder die nun erweiterte globale Bilanz

$$X_{0,8}^{\text{GES}} = I_0^{\text{LAG}} - I_8^{\text{LAG}} - I_3^{\text{EXA}} - I_6^{\text{REA}} .$$

Für die lokalen Bilanzen hatten wir drei Zonen vorgesehen; die lokalen Bilanzgleichungen sehen nach der Erweiterung folgendermaßen aus

Zone '*Experiment*':

$$X_{0,8}^{\text{EXP}} = I_2^{\text{EXP}} - I_4^{\text{TTSm}} - I_3^{\text{EXA}} ;$$

Zone '*Reinigung*':

$$X_{0,8}^{\text{REI}} = I_4^{\text{TTSm}} - I_6^{\text{REI}} - I_6^{\text{REA}} .$$

Die Zone 'Lager plus Transferstation', die oben auch betrachtet wurde, ist in diesem Modell ohne Abfallströme und tritt deswegen hier nicht auf.

Die statistische Analyse berücksichtigt die oben genannten Abfallströme mittels nachstehender Gleichungen. Zuerst betrachten wir wieder die gesamt Material-

bilanzzone während des Intervalls $[t_0, t_8]$; die Gesamt-Bilanzierungsgüte ist gegeben durch:

$$1 - \beta_{08}^{\text{GES}}(\mu) = \Phi \left(\frac{\mu}{\sqrt{\text{var}(I_0^{\text{LAG}}) + \text{var}(I_8^{\text{LAG}}) + \text{var}(I_3^{\text{EXA}}) + \text{var}(I_6^{\text{REA}})}} - \Phi^{-1}(1 - \alpha) \right).$$

Die Gesamt-Bilanzierungsgüte für lokale Bilanzen mit gleichen Fehlalarmwahrscheinlichkeiten und für das Intervall $[t_0, t_8]$ lautet

$$1 - \beta_{08}^{\text{GESE}}(\mu) = 1 - \Phi \left(\Phi^{-1}(1 - \alpha_E) - \frac{\mu_1}{\sqrt{\text{var}(I_7^{\text{TTS}}) + \text{var}(I_8^{\text{LAG}})}} \right)$$

$$B \left(\Phi^{-1}(1 - \alpha_E) - \frac{\mu_2}{\sqrt{\text{var}(I_2^{\text{EXP}}) + \text{var}(I_4^{\text{TTSm}}) + \text{var}(I_3^{\text{EXA}})}} \right),$$

$$\Phi^{-1}(1 - \alpha_E) - \frac{\mu_3}{\sqrt{\text{var}(I_4^{\text{TTSm}}) + \text{var}(I_6^{\text{REI}}) + \text{var}(I_6^{\text{REA}})}} ; \rho$$

wobei die Gesamtanomalie μ wieder gegeben ist durch

$$\mu = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3,$$

und wobei die Korrelation ρ gegeben ist durch

$$\rho = - \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{\text{var}(I_2^{\text{EXP}}) + \text{var}(I_3^{\text{EXA}})}{\text{var}(I_4^{\text{TTSm}})}\right) \cdot \left(1 + \frac{\text{var}(I_6^{\text{REI}}) + \text{var}(I_6^{\text{REA}})}{\text{var}(I_4^{\text{TTSm}})}\right)}}.$$

Tabelle 2 Prozeßablauf für den Tritiumtransfer aus dem Lager (LAG) über die Transferstation (TTS) zum Experiment (EXP) und wieder zurück zum Lager über die mobile Transferstation (TTS m) und die Reinigung (REI) unter Berücksichtigung zweier Abfallströme.

Zeitpunkt bzw. Intervall	LAG	TTS	EXP	TTSm	REI
t_0	I_0^{LAG}	$I_0^{TTS} (= 0)$	$I_0^{EXP} (= 0)$	$I_0^{TTSm} (= 0)$	$I_0^{REI} (= 0)$
$[t_0, t_1]$ 1)	$A^{LAG} = I_0^{LAG} - I_1^{LAG}$	$E^{TTS} = I_1^{TTS} - I_0^{TTS}$	- 2)	-	-
t_1	$I_1^{LAG} (= 0)$	I_1^{TTS}	$I_1^{EXP} (= 0)$	$I_1^{TTSm} (= 0)$	$I_1^{REI} (= 0)$
$[t_1, t_2]$ 3)	-	$A^{TTS} = I_1^{TTS} - I_2^{TTS}$	$E^{EXP} = I_2^{EXP} - I_1^{EXP}$	-	-
t_2	$I_2^{LAG} (= 0)$	$I_2^{TTS} (= 0)$	I_2^{EXP}	$I_2^{TTSm} (= 0)$	$I_2^{REI} (= 0)$
$[t_2, t_3]$	Experimentierphase				
t_3	$I_3^{LAG} (= 0)$	$I_3^{TTS} (= 0)$	$X^4) + I_3^{EXA}$ 9)	$I_3^{TTSm} (= 0)$	$I_3^{REI} (= 0)$
$[t_3, t_4]$ 5)	-	-	X	$E^{TTSm} = I_4^{TTSm} - I_3^{TTSm}$	-
t_4	$I_4^{LAG} (= 0)$	$I_4^{TTS} (= 0)$	$X + I_3^{EXA}$	I_4^{TTSm}	$I_4^{REI} (= 0)$
$[t_4, t_5]$ 6)	-	-	-	$A^{TTSm} = I_4^{TTSm} - I_5^{TTSm}$	X
t_5	$I_5^{LAG} (= 0)$	$I_5^{TTS} (= 0)$	$X + I_3^{EXA}$	$I_5^{TTSm} (= 0)$	X
$[t_5, t_6]$	Reinigungsphase				
t_6	$I_6^{LAG} (= 0)$	$I_6^{TTS} (= 0)$	$X + I_3^{EXA}$	$I_6^{TTSm} (= 0)$	$I_6^{REI} + I_6^{REA}$ 10)
$[t_6, t_7]$ 7)	-	$E^{TTS} = I_7^{TTS} - I_6^{TTS}$	-	-	$A^{REI} = I_6^{REI} - I_7^{REI}$
t_7	$I_7^{LAG} (= 0)$	I_7^{TTS}	$X + I_3^{EXA}$	$I_7^{TTSm} (= 0)$	$I_7^{REI} (= 0) + I_6^{REA}$
$[t_7, t_8]$ 8)	$E^{LAG} = I_8^{LAG} - I_7^{LAG}$	$A^{TTS} = I_7^{TTS} - I_8^{TTS}$	X	-	X
t_8	I_8^{LAG}	$I_8^{TTS} (= 0)$	$X + I_3^{EXA}$	$I_8^{TTSm} (= 0)$	$I_8^{REI} (= 0) + I_6^{REA}$

- 1) Transfer von LAG nach TTS
- 2) Keine Inventaränderung
- 3) Transfer von TTS nach EXP
- 4) Keine Messung

- 5) Transfer von EXP nach TTSm
- 6) Transfer von TTSm nach REI
- 7) Transfer von REI nach TTS
- 8) Transfer von TTS nach LAG
- 9) EXA = Abfall des Experiments
- 10) REA = Abfall der Reinigung

5. Numerische Rechnungen

Der in den vorausgehenden Abschnitten entwickelte Formalismus soll im folgenden mit Hilfe von numerischen Rechnungen veranschaulicht werden. Zu diesem Zweck ermitteln wir in einer Vorüberlegung die Größenordnung der Meßunsicherheit der Bestimmung eines Tritium-Inventars und berechnen dann für ausgewählte Beispiele die Bilanzierungsgüte als Funktion der vorgegebenen Anomalie.

5.1 Meßunsicherheiten

Für die Bestimmung eines Tritiuminventars kann beispielsweise die bekannte Gleichung

$$n = c \cdot p \cdot V / (R \cdot T) \quad (5-1)$$

genutzt werden; dabei bedeuten

n [mol]	Tritiummenge 1)
c [dimensionslos]	Tritiumkonzentration, d.h. Tritiumanteil der Gasmischung
V [cm ³]	Volumen
R [cm ³ · atm / (mol · grd K)]	Molare Gaskonstante
T [grd K]	Temperatur.

Fassen wir diese vier Meßgrößen zufolge ihrer Meßunsicherheiten als Zufallsvariablen auf, dann ist der Variationskoeffizient der Inventarbestimmung $\delta^2(n)$ durch die entsprechenden Erwartungswerte und Varianzen gemäß

$$\delta^2(n) = \delta^2(c) + \delta^2(p) + \delta^2(V) + \delta^2(T) \quad (5-2)$$

mit

$$\delta^2(x) = \frac{\text{var}(x)}{E^2(x)}, \quad x = n, c, p, V \text{ bzw. } T$$

gegeben; dies stellt eine spezielle Form des Gauss'schen Fehlerfortpflanzungsgesetzes dar. In der nachfolgenden Tabelle 3 sind Daten für Meßunsicherheiten dargestellt.

1) Unter Normalbedingungen wiegt 1 mol ${}_2^3\text{H}$ 6.0321g.

Tab. 3 Bereiche der Meßunsicherheiten nach Ref. [3]

Meßgröße	Bereich der Meßunsicherheit [%]
Volumen V	$1 \leq \delta V \leq 3$
Druck p	$0.1 \leq \delta p \leq 1$
Temperatur T	$0.5 \leq \delta T \leq 2$
Konzentration C	$1 \leq \delta C \leq 5$

Für die nachfolgenden Rechnungen nehmen wir diese Daten sowie die Formel (5-2) zur Bestimmung des Variationskoeffizienten der Inventarbestimmung nur als Anhaltspunkt und gehen vom Wert

$$\delta(n) = 0.01 \hat{=} 1\% \quad (5-3)$$

aus; dies ist ein einfacher und anschaulicher Zahlenwert und erscheint wegen der Unsicherheit der Ausgangsdaten gerechtfertigt.

Bei Berücksichtigung der Reinigung unterstellen wir, daß im Uran der Getter 0.5 bzw. 1.0 Ci/g Gettermaterial gebunden werden. Für die Meßunsicherheiten $\delta(n)$ bei der Bestimmung des an Uran gebundenen Tritiums nehmen wir die beiden Werte

$$\delta(n) = 0.2 \text{ bzw. } 0.3 \quad (5-4)$$

an (s. Ref. [4]).

5.2 Fallbeispiele

Wir nehmen von vorn herein an, daß beim Experiment keine Abfälle auftreten, was zur Annahme

$$\text{var}(I_3^{\text{EXA}}) = 0 \quad (5-5)$$

führt und betrachten die folgenden Fälle:

1. Keine Abfälle bei der Reinigung
 - 1.1 Gleichwertige Meßstellen
 - 1.2 Ungleichwertige Meßstellen
2. Abfälle bei der Reinigung
 - 2.1 Große Abfallmengen
 - 2.1.1 Ungenaue Messung der Abfallströme
 - 2.1.2 Genaue Messung der Abfallströme
 - 2.2 Kleine Abfallmengen
 - 2.2.1 Ungenaue Messung der Abfallströme
 - 2.2.2 Genaue Messung der Abfallströme.

In Tabelle 4 sind die zugehörigen Werte der Varianzen $\text{var}(n)$ der Inventarbestimmung angegeben. Dabei gehen wir von dem wahren Wert $n = 1/6 \text{ mol} = 1 \text{ g } ^3\text{H}$ aus; dies bedeutet, daß die Varianzen gerade gleich den Quadraten der Variationskoeffizienten sind. Für die Fehlalarmwahrscheinlichkeit haben wir in allen Fällen den Wert $\alpha = 0.05$ gewählt.

Die Ergebnisse der auf der Basis dieser Daten durchgeführten numerischen Rechnungen sind in Tabelle 4 und in den Abbildungen 6 bis 15 wiedergegeben. Diese Abbildungen zeigen die Abhängigkeit der Bilanzierungsgüte von einer unterstellten Tritiumanomalie. Umgekehrt können wir aber auch ablesen, wie genau bilanziert werden kann: Beispielsweise kann in Abbildung 6 aus der oberen Kurve (Lokalisierung der unterstellten Anomalie ist kein Gesichtspunkt) entnommen werden, daß für eine Bilanzierungsgüte von $\geq 90\%$ die Bilanz mit einer Unsicherheit von $> 0.035 \text{ [g]}$ geschlossen werden kann.

In der Tabelle 5 haben wir für die Bilanzierungsgüte (BG) beispielhaft zwei Werte vorgegeben, nämlich 50% und 90%. Zu diesen Werten gehören dann die angegebenen Werte der unterstellten Tritium-Anomalien.

Wie zu erwarten war, zeigt sich, daß bei vorgegebener Fehlalarmwahrscheinlichkeit die Bilanzierungsgüte mit wachsender Anomalie zunimmt. Was nicht aus diesen Rechnungen hervorgeht, da wir einen festen Wert der Fehlalarmwahr-

scheinlichkeit vorgegeben haben, soll hier nur erwähnt werden: Mit wachsender Fehlalarmwahrscheinlichkeit nimmt die Bilanzierungsgüte ebenfalls zu.

Tabelle 4: Eingabedaten für die numerischen Rechnungen 1)

Fall Nr.	$\text{var}(I_2^{\text{EXP}})$ 2)	$\text{var}(I_6^{\text{REA}})$
1.1	0.0001	0
1.2	0.0009	0
2.1.1	0.0009	0.0020 3)
2.1.2	0.0009	0.0009 4)
2.2.1	0.0009	0.0005 5)
2.2.2	0.0009	0.0002 6)

1) $\text{var}(I_3^{\text{EXA}}) = 0$ und
 $\text{var}(I_0^{\text{LAG}}) = \text{var}(I_4^{\text{TTSm}}) = \text{var}(I_6^{\text{REI}}) = \text{var}(I_4^{\text{TTS}}) = \text{var}(I_8^{\text{LAG}}) = 0.0001$

2) Beispielhaft gewählt

3) $\sqrt{\text{var}(I_6^{\text{REA}})} = 1 \text{ [Ci / g Getter]} * 1.5 * 10^3 \text{ [g Getter]} * 10^{-4} \text{ [g/Ci]} * 0.3$

4) $\sqrt{\text{var}(I_6^{\text{REA}})} = 1 \text{ [Ci / g Getter]} * 1.5 * 10^3 \text{ [g Getter]} * 10^{-4} \text{ [g/Ci]} * 0.2$

5) $\sqrt{\text{var}(I_6^{\text{REA}})} = 0.5 \text{ [Ci / g Getter]} * 1.5 * 10^3 \text{ [g Getter]} * 10^{-4} \text{ [g/Ci]} * 0.3$

6) $\sqrt{\text{var}(I_6^{\text{REA}})} = 0.5 \text{ [Ci / g Getter]} * 1.5 * 10^3 \text{ [g Getter]} * 10^{-4} \text{ [g/Ci]} * 0.2$

Das wichtigste Ergebnis ist, daß bei festgehaltener Bilanzierungsgüte die Anforderung, eine Anomalie zu lokalisieren, immer zu größeren Werten dieser Anomalie führt.

Der Preis für eine Berücksichtigung des Gesichtspunktes der Lokalisierung kann also je nach im Labor gegebener Situation sehr unterschiedliche Werte annehmen.

Eine erste laborspezifische Situation ist durch die installierte meßtechnische Ausrüstung vorgegeben. Hierzu wurden die Fälle 1.1 und 1.2 gerechnet. Es ist aus den in Tabelle 5 genannten Ergebnissen zu ersehen, wie hoch der "Preis" ausfällt, wenn auch nur eine Meßstelle relativ zu den übrigen Meßstellen eine niedrige Qualität besitzt.

Tabelle 5: Ergebnisse der numerischen Rechnungen

Fall Nr.	zugehörige		Gesamtanomalien zur Bilanzierungsgüte BG			
	Abb. Nr.	Gl. Nr. ¹⁾	ohne Lokalisierung		mit Lokalisierung	
			BG \geq 50	BG \geq 90	BG \geq 50	BG \geq 90
1.1 2)	6	A1 und A2	0.015	0.030	0.030	0.065
1.2 2)	7	A1 und A2	0.015	0.030	0.040	0.080
2.1.1 3)	8	A3 und A4	0.050	0.110	0.075	0.135
2.1.2 3)	9	A3 und A4	0.030	0.075	0.055	0.110
2.2.1 2)	10	A3 und A4	0.025	0.060	0.045	0.095
2.2.2 2)	11	A3 und A4	0.020	0.045	0.045	0.090

1) Die Formeln A1 bis A4 sind im ANNEX zusammengestellt.

2) $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu / 3$

3) $\mu_1 = \mu_2 = 0.13\mu$, $\mu_3 = 0.74\mu$

Die Fälle 2.1.1 und 2.1.2 unterstellen verhältnismäßig große Abfallströme, die mit sehr unterschiedlicher Meßgenauigkeit erfaßt werden. Bei diesen Rechnungen hatten wir ursprünglich eine Gleichverteilung der drei Einzelanomalien angenommen und unplausible Ergebnisse erhalten. Wie unten detaillierter ausgeführt wird, erhalten wir dann plausible Ergebnisse, wenn wir "pessimistische" Annahmen über die Verteilung der Anomalien im Sinne der Bilanzierungsgüte treffen. Die den Abbildungen 12 bis 15 zugrunde liegende Verteilung der Einzelanomalien stellt in diesem Sinne eine Näherung dar. Die hierzu in Tabelle 5 gegebenen numerischen Ergebnisse veranschaulichen die Einbuße an Sensitivität, falls die Abfallmessung nicht genau genug möglich ist.

Neben der Abfall- Meßgenauigkeit ist die Abfallmenge zu betrachten; dies geschieht hier beispielhaft für Abfälle, die alleine durch den Betrieb der REINIGUNG erwartet werden. Die zugehörigen numerischen Ergebnisse sind in Tab. 3 unter Fall 2.2.1 bzw. 2.2.2 aufgenommen.

Ein Vergleich der Fälle 2.1.1 bis 2.2.2 legt nahe, daß untersucht werden sollte, ob eine Minderung der Abfallmenge mehr Bilanzierungsvorteil bringt als eine Verbesserung der Abfall-Meßgenauigkeit.

Die Abbildungen 6 bis 11 zeigen den Verlauf der Bilanzierungsgüte in Abhängigkeit von der Anomalie. Während für Tabelle 5 nur einige Werte ausgewählt wurden, ist nun in den Abbildungen der gesamte interessierende Bereich der Bilanzierungsgüte dargestellt. Die obere Kurve gilt immer für den Fall, wenn eine Lokalisierung nicht angestrebt wird; entsprechend umgekehrt ist die untere Kurve zuzuordnen.

Somit kann aus der Fläche, die zwischen den beiden Kurven liegt, auf den "Preis" der Lokalisierung einer Anomalie geschlossen werden.

Um den Einfluß der Verteilung der Einzelanomalien zu verdeutlichen, haben wir diese gegenüber den in Tabelle 5 angegebenen Verteilungen weiter verändert; die zugehörigen Ergebnisse sind in den Abbildungen 12 bis 15 dargestellt.

Mit den Daten der Abbildungen 6 bis 11 gilt entsprechend der Formel auf p. 16

$$\rho = - \frac{1}{\sqrt{2(1+11.3^2)}} \approx - \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{11.3},$$

d.h. $|\rho| \ll 1$; somit läßt sich die Bilanzierungsgüte auf p. 16 näherungsweise faktorisieren

$$1 - \beta_{08}^{\text{GESE}}(\mu) = 1 - \Phi \left(\Phi^{-1}(1 - \alpha_E) - \frac{\mu_1}{\sqrt{\text{var}(I_7^{\text{TTS}}) + \text{var}(I_8^{\text{LAG}})}} \right)$$

$$\Phi \left(\Phi^{-1}(1 - \alpha_E) - \frac{\mu_2}{\sqrt{\text{var}(I_2^{\text{EXP}}) + \text{var}(I_4^{\text{TTSm}}) + \text{var}(I_3^{\text{EXA}})}} \right)$$

$$\Phi \left(\Phi^{-1}(1 - \alpha_E) - \frac{\mu_3}{\sqrt{\text{var}(I_4^{\text{TTSm}}) + \text{var}(I_6^{\text{REI}}) + \text{var}(I_6^{\text{REA}})}} \right)$$

Wieder mit den Daten der oben genannten Abbildungen gilt

$$\sqrt{\text{var}(I_7^{\text{TTS}}) + \text{var}(I_8^{\text{LAG}})} = \sqrt{\text{var}(I_2^{\text{EXP}}) + \text{var}(I_4^{\text{TTSm}}) + \text{var}(I_3^{\text{EXA}})} = 0.01 \cdot \sqrt{2},$$

$$\sqrt{\text{var}(I_4^{\text{TTSm}}) + \text{var}(I_6^{\text{REI}}) + \text{var}(I_6^{\text{REA}})} \equiv 0.113,$$

d.h. also, daß die Standardabweichung der Zone 'Reinigung' um den Faktor 10 größer ist als die anderen.

In Ref. [2] oben hatten wir festgehalten, daß es am besten ist, die globale Bilanz für das Gesamtsystem zu erstellen. Dies gilt aber nur im Sinne einer pessimistischen Betrachtung unter der Annahme, daß wir die Verteilung der Anomalie nicht kennen und daher den ungünstigsten Fall unterstellen. Weicht die tatsächliche Verteilung der Anomalie von der ungünstigsten Verteilung ab, so können andere Testverfahren zu besseren Resultaten führen.

Die ungünstigste Verteilung der Anomalien ist - vereinfachend gesagt - proportional zu den Varianzen der entsprechenden Zufallsvariablen, dh. zu einer großen Varianz gehören große Anomalien. In unserem Fall ist nun die Varianz der die Zone '*Reinigung*' beschreibenden Teilbilanz besonders groß; daher ist die Gesamtbilanz gegenüber den Teilbilanzen umso effektiver, je größer der Anteil der Verluste in der Zone '*Reinigung*' ist.

Bei allen Rechnungen dieser Arbeit haben wir - bei vorgegebener Gesamtfehlalarmwahrscheinlichkeit - gleiche Einzel-Fehlalarmwahrscheinlichkeiten für die Bilanztests der Untersysteme benutzt. Nun läßt sich aber die Gesamtbilanzierungsgüte bei festgehaltener Gesamt-Fehlalarmwahrscheinlichkeit durch geeignete Wahl der Einzel-Fehlalarmwahrscheinlichkeiten verbessern. Da bei der Lösung dieses Optimierungsproblems wiederum die Verteilung der Einzel-Anomalien zu berücksichtigen ist, handelt es sich hier um ein Sattelpunktproblem, was in einer weiteren Arbeit untersucht werden soll.

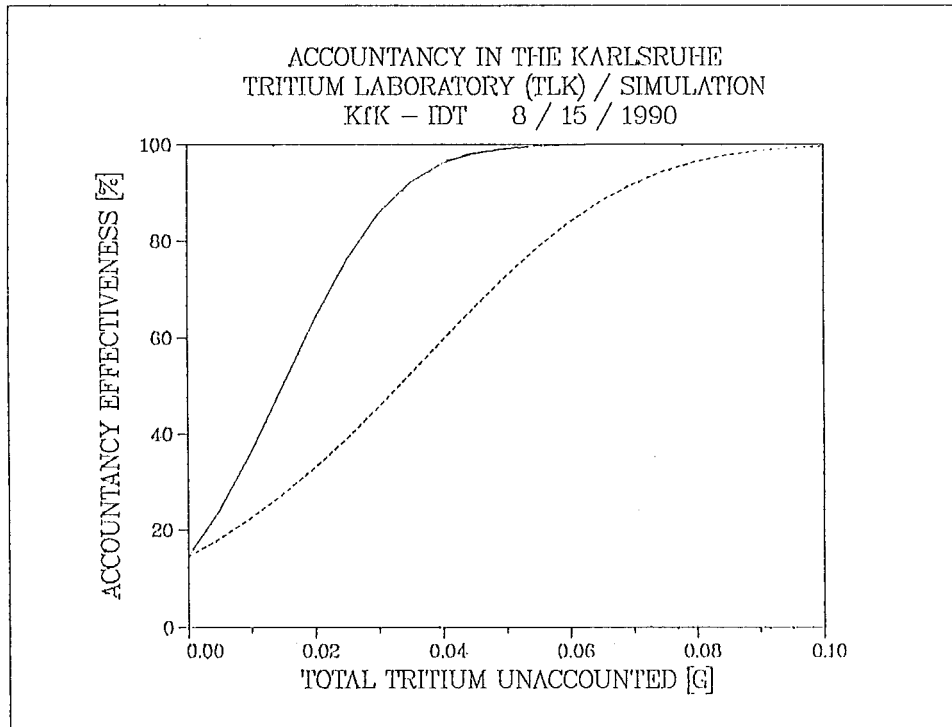


Abb. 6 Numerische Ergebnisse für den Fall 1.1 (s. Tab. 4); die obere Kurve gilt, falls Lokalisierung kein wesentlicher Gesichtspunkt ist; ansonsten gilt die untere Kurve.

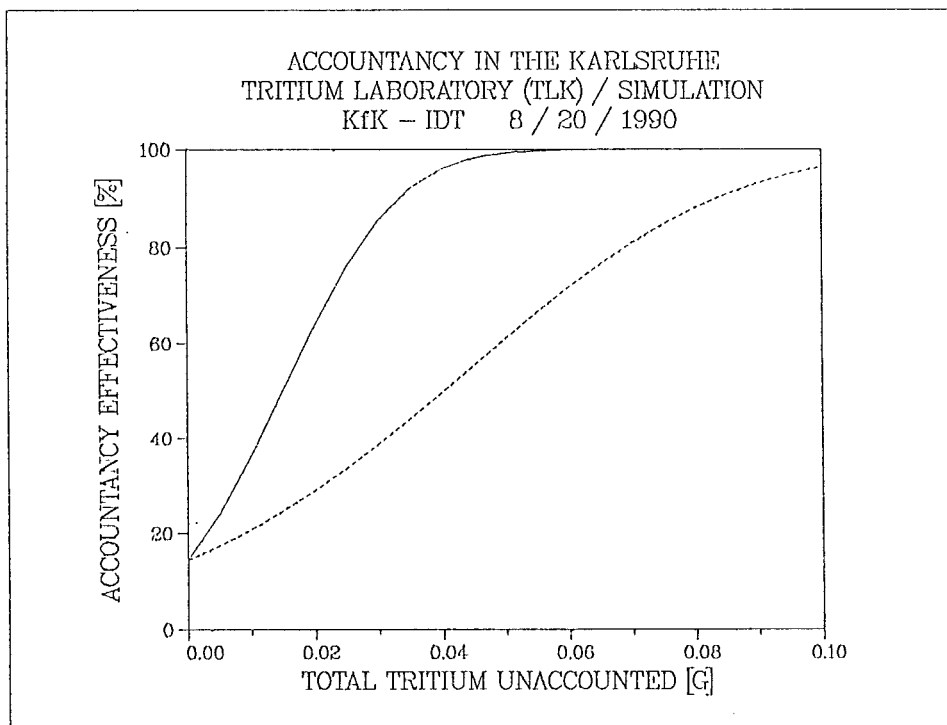


Abb. 7 Numerische Ergebnisse für den Fall 1.2 (s. Tab. 4); die obere Kurve gilt, falls Lokalisierung kein wesentlicher Gesichtspunkt ist; ansonsten gilt die untere Kurve.

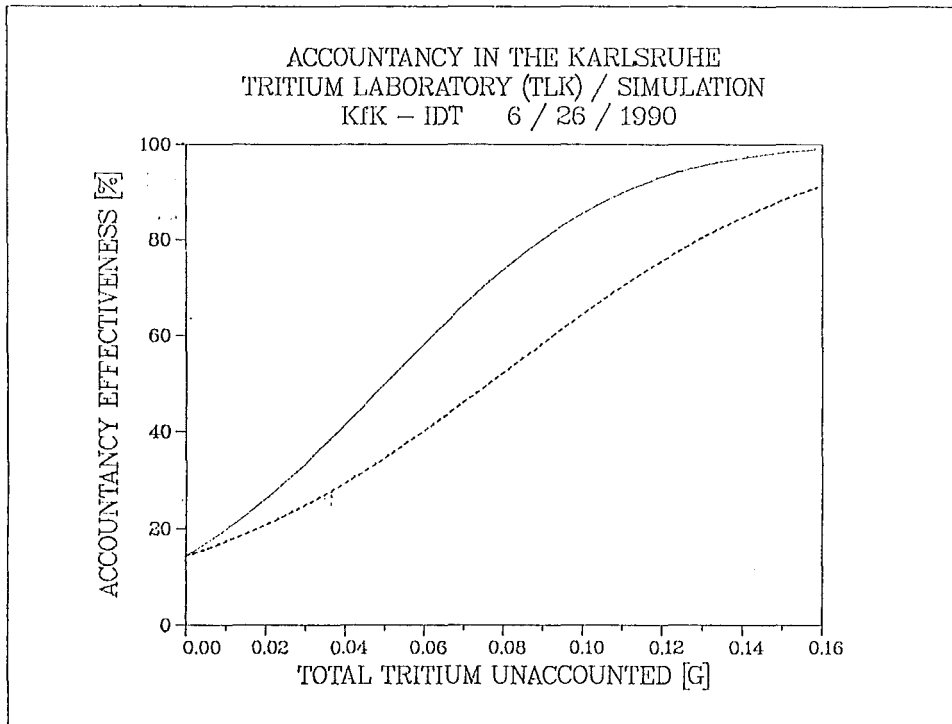


Abb. 8 Numerische Ergebnisse für den Fall 2.1.1 (s. Tab. 4); die obere Kurve gilt, falls Lokalisierung kein wesentlicher Gesichtspunkt ist; ansonsten gilt die untere Kurve.

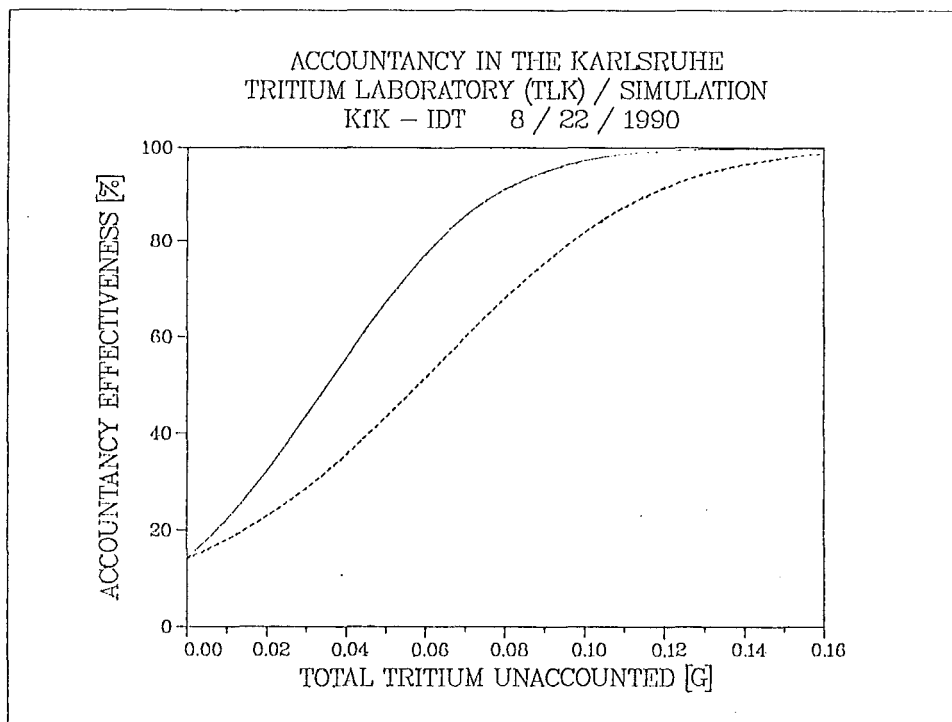


Abb. 9 Numerische Ergebnisse für den Fall 2.1.2 (s. Tab. 4); die obere Kurve gilt, falls Lokalisierung kein wesentlicher Gesichtspunkt ist; ansonsten gilt die untere Kurve.

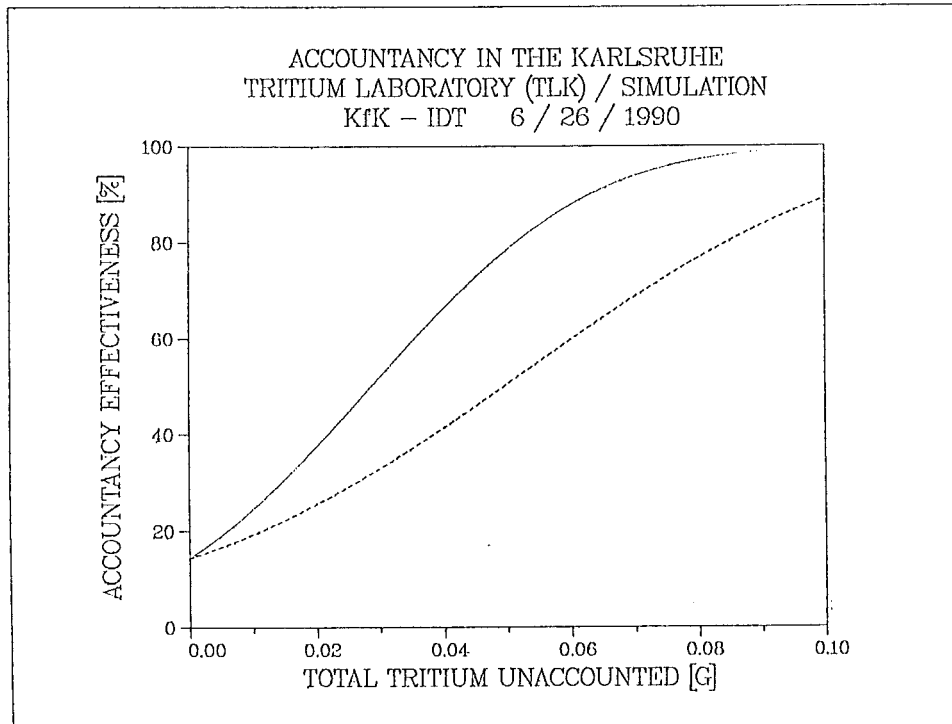


Abb. 10 Numerische Ergebnisse für den Fall 2.2.1 (s. Tab. 4); die obere Kurve gilt, falls Lokalisierung kein wesentlicher Gesichtspunkt ist; ansonsten gilt die untere Kurve.

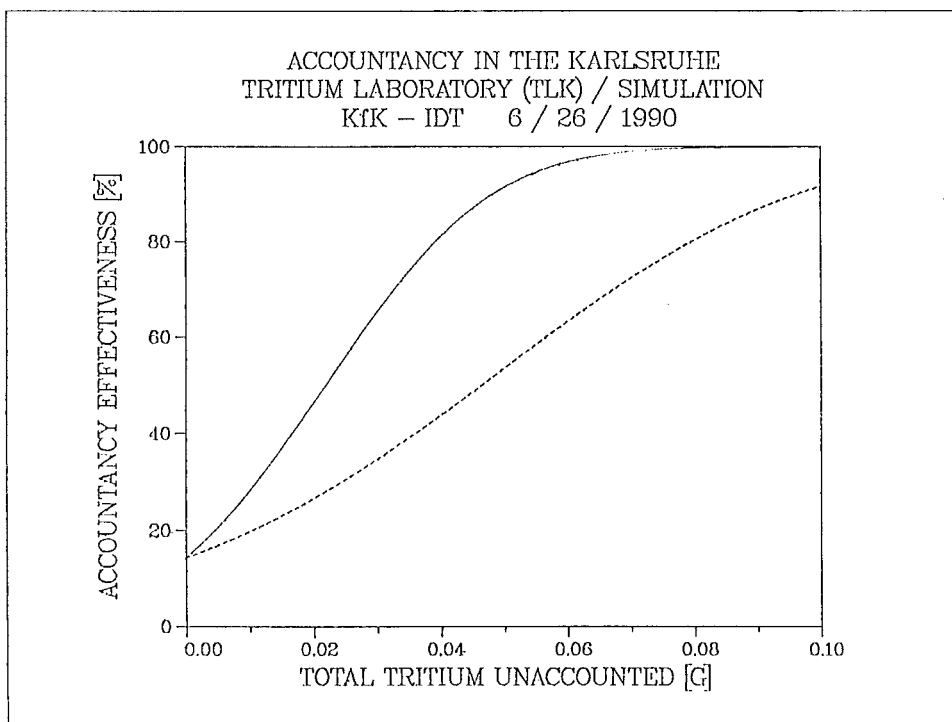


Abb. 11 Numerische Ergebnisse für den Fall 2.2.2 (s. Tab. 4); die obere Kurve gilt, falls Lokalisierung kein wesentlicher Gesichtspunkt ist; ansonsten gilt die untere Kurve.

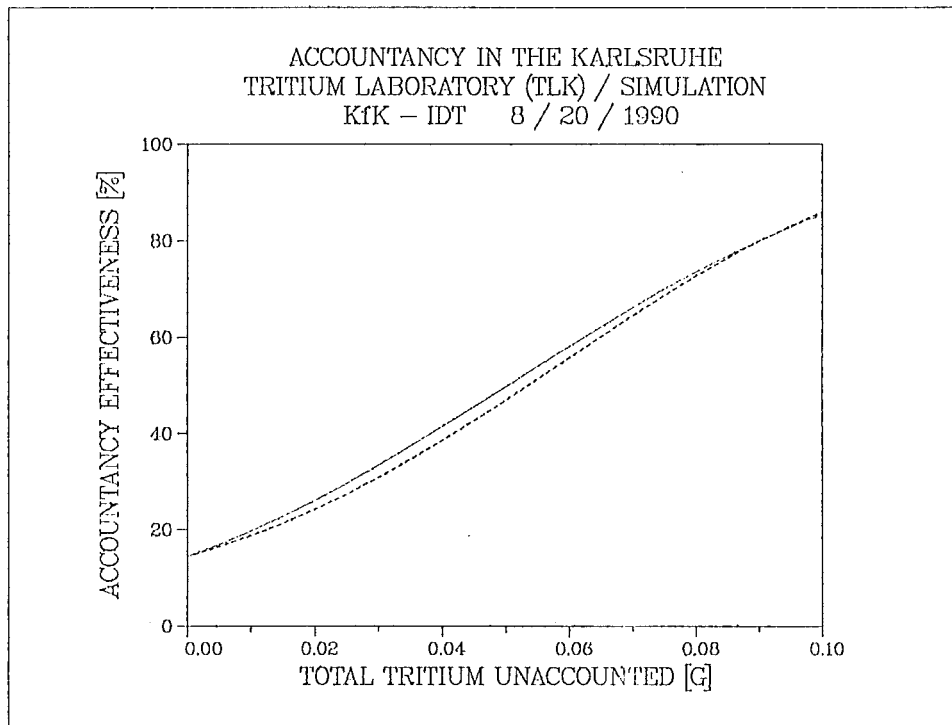


Abb. 12 Numerische Ergebnisse für den Fall 2.1.1 (s. Tab. 4); obere Kurve gilt, falls Lokalisierung kein wesentlicher Gesichtspunkt ist; ansonsten gilt die untere Kurve; $\mu_1 = \mu_2 = 0.33\mu$, $\mu_3 = 0.33\mu$.

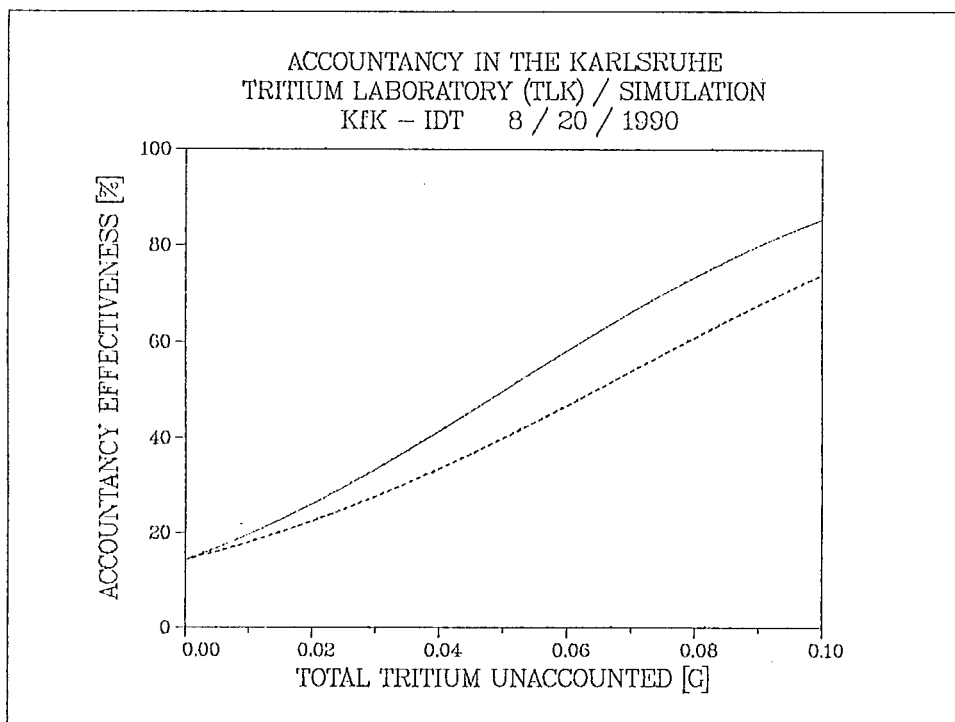


Abb. 13 Numerische Ergebnisse für den Fall 2.1.1 (s. Tab. 4); obere Kurve gilt, falls Lokalisierung kein wesentlicher Gesichtspunkt ist; ansonsten gilt die untere Kurve; $\mu_1 = \mu_2 = 0.25\mu$, $\mu_3 = 0.50\mu$.

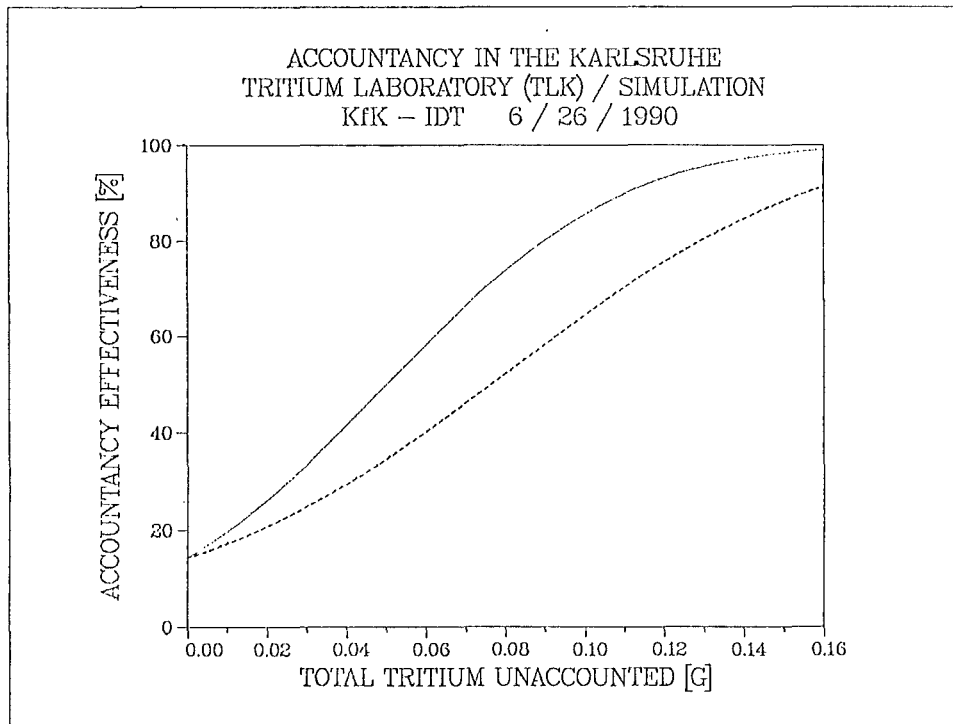


Abb. 14 Numerische Ergebnisse für den Fall 2.1.1 (s. Tab. 4); obere Kurve gilt, falls Lokalisierung kein wesentlicher Gesichtspunkt ist; ansonsten gilt die untere Kurve; $\mu_1 = \mu_2 = 0.13\mu$, $\mu_3 = 0.75\mu$.

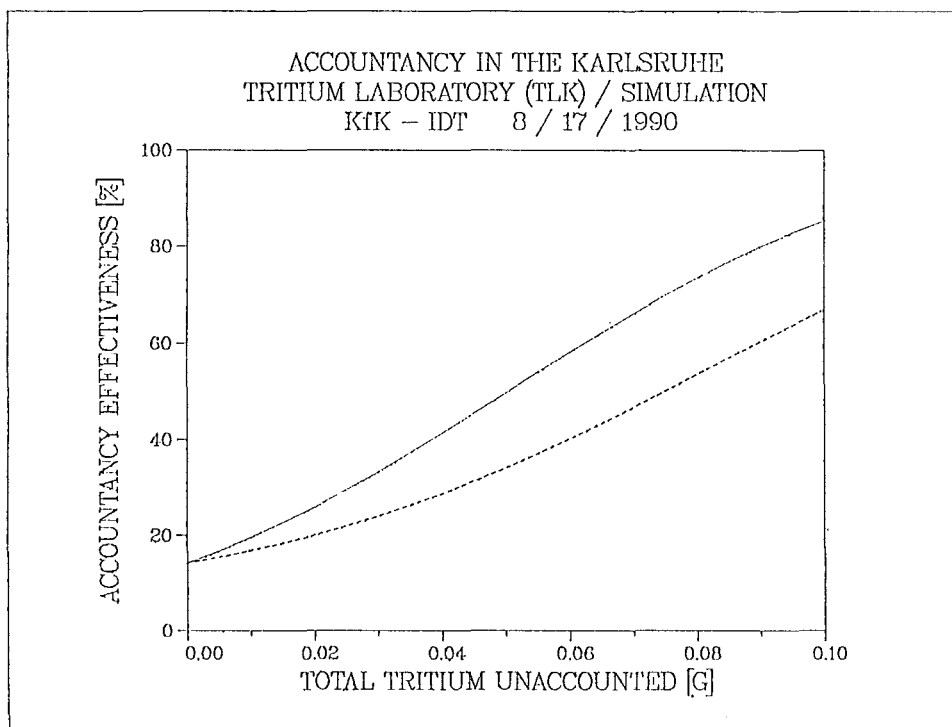


Abb. 15 Numerische Ergebnisse für den Fall 2.1.1 (s. Tab. 4); obere Kurve gilt, falls Lokalisierung kein wesentlicher Gesichtspunkt ist; ansonsten gilt die untere Kurve; $\mu_1 = \mu_2 = 0.05\mu$, $\mu_3 = 0.9\mu$.

6. Schlußbemerkungen

In der vorliegenden Arbeit wurde für den durch Abbildung 1 beschriebenen Tritium-Prozeß die Bilanzierungsgüte, d.h. die Wahrscheinlichkeit der Entdeckung einer angenommenen Anomalie, für einen längeren Zeitraum, der sich an den in Tabelle 1 dargestellten Prozeßschritten orientiert, unter Berücksichtigung der Lokalisierung der Anomalie bestimmt. Dabei wurden verschiedene Datensätze für Meßgenauigkeiten und Abfallströme berücksichtigt.

Die Ergebnisse der numerischen Rechnungen wurden in Tabelle 5 sowie in den Abbildungen 6 bis 15 dargestellt und erläutert. Die aus diesen Ergebnissen zu ziehenden Schlußfolgerungen sollen hier nicht wiederholt werden; es soll nur noch einmal betont werden, daß die Berücksichtigung des Kriteriums "Lokalisierbarkeit einer Anomalie" die Gesamt-Bilanzierungsgüte vermindert. Dies gilt allerdings nicht für beliebige Verteilungen der Anomalien auf die einzelnen Materialbilanzzonen, sondern nur für "sinnvolle" Verteilungen.

Was eine sinnvolle Verteilung ist, wurde am Ende des 5. Kapitels angedeutet. Wie schon erwähnt, ist ein Sattelpunkt-Problem zu lösen, d.h. die den Gesichtspunkt der Lokalisierbarkeit einer Anomalie berücksichtigende Bilanzierungsgüte ist für vorgegebene Gesamt-Anomalie bezüglich der Verteilung der Anomalien auf die einzelnen Materialbilanzzonen zu minimieren und für vorgegebene Gesamt-Fehlalarmwahrscheinlichkeit bezüglich der Einzel-Fehlalarmwahrscheinlichkeiten zu maximieren.

Vor der Durchführung solcher detaillierter Analysen ist allerdings noch die Frage der Realitätsnähe des Modells, d.h. des Tritium-Prozesses zu prüfen. Es ist neben der Reinigung auch eine Isotopentrennung zu berücksichtigen, wobei zu überlegen ist, ob diese Isotopentrennung eine zusätzliche Materialbilanzzone darstellen soll oder aber mit der Reinigung zusammengefaßt werden kann.

Es wurde oben erwähnt, daß sich in der vorliegenden Arbeit die Bilanzierungspunkte an den Prozeßschritten orientieren. Nun ist aber denkbar, daß es erforderlich ist, daß zu (nahezu) beliebigen Zeitpunkten Bilanzen erstellt werden können. Dies erfordert neue theoretische und organisatorische Überlegungen, die ebenfalls Gegenstand weiterer Untersuchungen sein sollen.

Referenzen

- [1] R. Avenhaus, G. Spannagel
Unveröffentlichter Bericht des KfK, 1987.

- [2] R. Avenhaus, G. Spannagel
'Analysis of Tritium Laboratory Accountancy Data', Fusion Technology, Vol. 14, p. 1102 (1988).

- [3] M. Glugla
Persönliche Mitteilung.

- [4] Hauptabteilung Dekontaminationsbetriebe des Kernforschungszentrums Karlsruhe, persönliche Mitteilung (1989).

ANNEX : Zusammenstellung der für die numerischen Rechnungen wichtigen Formeln.

$$1 - \beta_{08}^{\text{GES}}(\mu) = \Phi\left(\frac{\mu}{\sqrt{\text{var}(I_0^{\text{LAG}}) + \text{var}(I_8^{\text{LAG}})}} - \Phi^{-1}(1 - \alpha)\right), \quad (\text{A-1})$$

$$1 - \beta_{08}^{\text{GESE}}(\mu) = 1 - \Phi\left(\Phi^{-1}(1 - \alpha_E) - \frac{\mu_1}{\sqrt{\text{var}(I_7^{\text{TTS}}) + \text{var}(I_8^{\text{LAG}})}}\right).$$

$$B\left(\Phi^{-1}(1 - \alpha_E) - \frac{\mu_2}{\sqrt{\text{var}(I_2^{\text{EXP}}) + \text{var}(I_4^{\text{TTSm}})}}\right), \quad (\text{A-2})$$

$$\Phi^{-1}(1 - \alpha_E) - \frac{\mu_3}{\sqrt{\text{var}(I_4^{\text{TTSm}}) + \text{var}(I_6^{\text{REI}})}} ; \rho$$

$$1 - \beta_{08}^{\text{GES}}(\mu) = \Phi\left(\frac{\mu}{\sqrt{\text{var}(I_0^{\text{LAG}}) + \text{var}(I_8^{\text{LAG}}) + \text{var}(I_3^{\text{EXA}}) + \text{var}(I_6^{\text{REA}})}} - \Phi^{-1}(1 - \alpha)\right) \quad (\text{A-3})$$

$$1 - \beta_{08}^{\text{GESE}}(\mu) = 1 - \Phi\left(\Phi^{-1}(1 - \alpha_E) - \frac{\mu_1}{\sqrt{\text{var}(I_7^{\text{TTS}}) + \text{var}(I_8^{\text{LAG}})}}\right).$$

$$B\left(\Phi^{-1}(1 - \alpha_E) - \frac{\mu_2}{\sqrt{\text{var}(I_2^{\text{EXP}}) + \text{var}(I_4^{\text{TTSm}}) + \text{var}(I_3^{\text{EXA}})}}\right), \quad (\text{A-4})$$

$$\Phi^{-1}(1 - \alpha_E) - \frac{\mu_3}{\sqrt{\text{var}(I_4^{\text{TTSm}}) + \text{var}(I_6^{\text{REI}}) + \text{var}(I_6^{\text{REA}})}} ; \rho$$