

KfK 5236  
September 1993

# **Kopplung der elektromagnetischen und strukturdynamischen Probleme beim Fusionsreaktorblanket**

T. Jordan  
Institut für Reaktorsicherheit  
Projekt Kernfusion

**Kernforschungszentrum Karlsruhe**



**KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE**

**Institut für Reaktorsicherheit**

**Projekt Kernfusion**

**KfK 5236**

**Kopplung der elektromagnetischen und struktur-  
dynamischen Probleme beim Fusionsreaktorblanket**

**Thomas Jordan**

**Von der Fakultät für Maschinenbau der  
Universität Karlsruhe (TH) genehmigte Dissertation**

**Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe**

**Als Manuskript gedruckt  
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor**

**Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH  
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe**

**ISSN 0303-4003**

## Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird eine Methode zur Kopplung von quasistationärer Elektromagnetik und Struktur-/Fluiddynamik vorgestellt. Mit dieser Methode lassen sich die Kräfte, Verformungen und Spannungen in elektrisch leitenden Strukturen berechnen, die transienten Magnetfeldern ausgesetzt sind. Eine wichtige Anwendung stellt die Bestimmung der dynamischen Belastung des selbstgekühlten Flüssigmetallblankets während eines Plasmazusammenbruchs dar.

Die vorrangigen physikalischen Effekte der Kopplung sind einerseits die Verformungen, angeregt durch die induzierten Wirbelströme, und andererseits die Dämpfung dieser Verformungen durch die bewegungsinduzierten Ströme. Um die Größenordnung der Anregung und den Einfluß der Dämpfung abschätzen zu können, wurde zunächst ein einfaches Modell, die elastische Leiterschleife, benutzt. Mit einer Dimensionsanalyse wurden aus diesem Modell die dazugehörigen dimensionslosen Kennzahlen bestimmt. Die Verwandtschaft dieser hier erstmals eingeführten Kennzahlen für stark transiente Vorgänge zu den gängigen Kennzahlen der Magnetostruktur- bzw. Magnetoströmhydrodynamik wurden aufgezeigt.

Analysen mit diesem einfachen Modell sind bei gekoppelten elektromagnetisch-mechanischen Vorgängen in komplizierten dreidimensionalen Strukturen nur beschränkt aussagefähig. Für genauere Analysen sind aufwendigere Rechenverfahren erforderlich, die eine realistischere Nachbildung der Geometrien gestatten. Hierfür wurde die Methode der finiten Elemente (FEM) gewählt. Ziel war es jedoch nicht, ein neues FEM-Rechenprogramm zur Lösung des vollständigen Gleichungssatzes zu entwickeln, sondern bestehende Rechenprogramme der Elektromagnetik und der Struktur-/Fluiddynamik so zu koppeln, daß die oben angedeuteten Wechselwirkungen möglichst gut berücksichtigt werden.

Bei dem hier erarbeiteten Kopplungskonzept wird der Einfluß der Induktivität auf den bewegungsinduzierten Strom vernachlässigt. Außerdem wird vorausgesetzt, daß die transienten Magnetfelder sehr viel kleiner als das konstante Hintergrundfeld sind. Wie in der Arbeit gezeigt, wird dann die Kopplung allein durch die oben angedeutete Anregung und Wirbelstromdämpfung beschrieben. Der entscheidende Vorteil dieses Vorgehens besteht darin, daß die Kopplung nicht als iterativer numerischer Rechenprozeß realisiert werden muß. Der relevante Teil der Elektromagnetik wird hier in die Strukturmechanik eingebunden.

Zur Berechnung der Größen - die Anregung als Knotenkraftvektor und die Wirbelstromdämpfung in Form einer Systemdämpfungsmatrix - wurde eine Finite-Element-

Formulierung hergeleitet und darauf aufbauend das Rechenprogramm CARADI entwickelt. Es benutzt die Ergebnisse zuvor durchgeführter Wirbelstromanalysen. Das dazu eingesetzte Programm CARIDDI mußte in geeigneter Weise angepaßt werden. Für die an CARADI sich anschließende struktur-/fluiddynamische Rechnung wird ADINA verwendet.

Rechenergebnisse für Beispiele, bei denen die charakteristische elektrische Zeit viel kleiner ist als die charakteristische mechanische Zeit, zeigen gute Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen und analytischen Lösungen. Bei einer relativ weichen Einspannung kommt es aufgrund der Wirbelstromdämpfung zu einer erheblichen Reduktion der maximalen Auslenkungsamplituden und der entsprechenden Spannungen.

Ist dagegen die Struktur fest eingespannt, wie zum Beispiel das selbstgekühlte Flüssigmetallblanket, so ist zwar die notwendige Voraussetzung für die oben erwähnte Vernachlässigung nicht mehr erfüllt, andererseits ist dann aber auch die Dämpfung von vornherein vernachlässigbar. Es genügt dann, nur die Anregung durch die Wirbelströme in der mechanischen Rechnung zu beachten. Dabei wird die leichte Verschiebbarkeit des Fluids und der daraus resultierende Einfluß auf die Spannungen in der Struktur nicht berücksichtigt. Um festzustellen, wie sich diese leichte Verschiebbarkeit auswirkt, wurde ein poloidaler Strömungskanal des Blankets in einer Detailrechnung nachgebildet. In den Kanalwänden vermindern sich die Spannungen (unter den gewählten Bedingungen um ca. 15 %), in den Strömungskanaleinsätzen steigen die Spannungen um ungefähr den selben Anteil an. Die Ursachen für diese zunächst widersprüchlich scheinenden Auswirkungen der Wirbelstromdämpfung werden erläutert.

Insgesamt zeigte sich, daß die auftretenden Spannungen während eines Plasmazusammenbruchs weder den Strömungskanaleinsatz beschädigen, noch das Blanket selbst so beanspruchen, daß es zu plastischen Verformungen oder zum Versagen tritiumführender Kanäle kommt. Die maximalen von-Mises-Vergleichsspannungen liegen bei 30 MPa und treten in den Seitenwänden nahe der fest eingespannten hinteren Wand des Blankets auf. Die Verformungen bleiben im elastischen Bereich. Eine weitere Reduktion der Spannungen kann durch eine Erhöhung des ohmschen Widerstandes der Struktur oder durch ein Absenken des magnetischen Hintergrundfelds erreicht werden.

Auch andere Programme der Struktur-/Fluidodynamik und Elektromagnetik lassen sich nach derselben Methode koppeln. Bedingung hierfür ist lediglich, daß bei diesen Programmen ähnliche Ein- bzw. Ausgabemöglichkeiten wie bei ADINA bzw. CARIDDI vorhanden sind.

# **A Computational Procedure for Coupled Electromagnetic-Structural Dynamic Problems and its Application to a Fusion Reactor Blanket**

## **Abstract**

In this report a method is presented in order to couple quasistationary electromagnetics and the dynamics of structure and fluid. This method allows to compute forces, strains and stresses in structures subjected to transient magnetic fields. An important application was to determine the dynamic loading of the self-cooled liquid metal blanket during a plasma disruption.

The dominant physical effects of the coupling are on the one hand the deformations generated by the induced eddy currents and on the other hand the damping of these deformations due to the currents induced by the motion itself. A simple model, called the "moving coil", was developed in order to estimate the influences of the excitation and the damping. Dimensionless parameters were obtained through a dimensional analysis. The relations between these parameters and the parameters of magneto-structural dynamics and the magnetohydrodynamics are shown. The usual parameters are not suitable to describe such strongly transient phenomena.

The "moving coil" is not the appropriate model for complicated three dimensional structures. In this case a more sophisticated mathematical method should be employed, which is able to model these geometries more realistically. This is why the Finite Element Method (FEM) was chosen here. However, it was not intended to develop a new FEM-program to solve the complete set of differential equations but to couple existing codes this way that the feedback effects are included.

If one neglects the inductive influence on the current induced by motion and assumes that the transient magnetic fields are small compared to the magnetic background field, the coupling is described by the excitation and the eddy current damping mentioned above. The decisive advantage of this way of coupling is that no iterative numerical procedure is necessary. Here, the relevant part of the electromagnetics is included in the structural and fluid dynamics.

To calculate both - the excitation as a vector of equivalent nodal forces and the eddy current damping as a system damping matrix - a finite element formulation was derived. Based on this formulation the computer program CARADI was developed. Essential parts of CARADI's input are the results of an eddy current analysis, which was con-

ducted previously. For the eddy current analysis the program CARIDDI is applied. The central solver of the linear equations and the output options of CARIDDI have been modified.

CARADI builds up a complete input for the extended structural analysis. For this analysis the program ADINA is used, which is able to deal with structure and fluid in combination.

The results of the examples with an distinctively shorter characteristic electromagnetic time compared to the characteristic mechanical time show good agreement with experimental results and analytical solutions. If the structure is fixed rather loosely a significant reduction of the deflections and the corresponding stresses can be observed.

If the structure has a rigid fixing like the self-cooled liquid metal blanket the precondition for the simplification is not fulfilled any more. On the other hand the damping has lost its influence. Therefore it is justified to couple the electromagnetics and the structural and fluid dynamics only by the excitation due to the Lorentz forces. So far the fluid motion is not taken into account, though it affects the stresses in the structure. To investigate the effects of the fluid motion a detailed analysis of a blanket poloidal flow channel was conducted. It turned out, that the stresses in the channel walls are reduced by about 15 percent and the stresses in the flow channel inserts increase nearly to the same amount. The reason for this contrary effect of the eddy current damping is explained.

Finally, it could be shown that the stresses in the blanket induced during a plasma disruption are manageable. The maximum von-Mises stresses are about 30 MPa. They are located in the side walls near to the fixed back wall of the blanket. No part containing tritium is damaged and all displacements of the blanket remain in the elastic range. Even the flow channel inserts remain intact, if one assumes that the fluid layer between the inserts and the channel does not leak. Further reductions of the stresses can be achieved by increasing the ohmic resistance of the structure or a smaller magnetic background field.

The coupling of other codes of structural and fluid dynamics and electromagnetics can easily be realized in a similar way. For that, the codes should provide input and output capabilities comparable to these of ADINA and CARIDDI.

# Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	1
2. Ein einfaches Modell zur Beschreibung der elektrisch-mechanischen Kopplung	5
2.1 Dimensionsanalyse	7
2.2 Die Differentialgleichung der elastischen Leiterschleife	11
2.3 Eine spezielle Lösung	14
2.4 Vereinfachungs-Konzepte	18
2.4.1 Vernachlässigung des bewegungsinduzierten Stromes	18
2.4.2 Generelle Vernachlässigung der Induktivität	20
2.4.3 Vernachlässigung der Induktivität für den bewegungsinduzierten Strom	22
3. Zusammenstellung der differentiellen Gleichungen für gekoppelte Probleme in Kontinua	27
3.1 Elektromagnetik	27
3.2 Struktur- und Fluidodynamik	28
3.3 Kopplung von Elektromagnetik und Struktur- bzw. Fluidodynamik	30
3.4 Kennzahlen	31
4. Beschreibung der elektrisch-mechanischen Kopplung mit der Finite-Element-Methode (FEM)	37
4.1 Finite-Element-Formulierung der Wirbelstromanalyse	39
4.2 Finite-Element-Formulierung der Strukturmechanik	41
4.3 Finite-Element-Formulierung der Fluidmechanik	44
4.4 Finite-Element-Formulierung der Anregung und der Wirbelstromdämpfung	44
4.5 Die programmtechnische Realisierung: Die Kopplung von CARIDDI und ADINA	51
5. Rechenbeispiele	62
5.1 Beispiel 1: Elastische Leiterschleife	64
5.2 Beispiel 2: Membran	68
5.3 Beispiel 3: Flüssigmetallblanket	73
5.4 Beispiel 4: Poloidaler Strömungskanal	88

	<b>Seite</b>
<b>6. Schlußfolgerungen</b>	<b>93</b>
<b>Literatur</b>	<b>94</b>
<b>Anhang</b>	
<b>A Harmonische Analyse der elastischen Leiterschleife</b>	<b>101</b>
<b>B FORTRAN-Quelltext der wichtigsten Unterprogramme     von CARADI</b>	<b>105</b>
<b>C Rückführung der vier Rechenbeispiele auf jeweils eine     elastische Leiterschleife</b>	<b>148</b>
<b>D Eingabelisten von CARIDDI und CARADI für die vier     Rechenbeispiele</b>	<b>158</b>

## Symbole

A	Fläche, magnetisches Vektorpotential
a	Knotenverschiebung
B	magnetische Induktion
$B$	Matrix der magnetischen Induktion
b	Breite
C	Dämpfung
D	Verschiebungsdichte, Determinante
DETJ	Jacobi-Determinante
d	Verzerrungsgeschwindigkeit
E	elektrisches Feld
e	Verzerrung
F	Kraft
Fr	Froude-Zahl
f	Kraftdichte
g	Erdbeschleunigung
H	magnetische Feldstärke
I, i	Strom
J	Massenträgheitsmoment
j	Stromdichte
K	Federsteife
L	Induktivität
$\ell$	Länge
M	Hartmann-Zahl, Masse
N	Stuart-Zahl, Formfunktion
P <sub>R</sub>	ohmsche Leistung
p	Druck
Q <sub>f</sub>	freie Ladung
q	Knotenkraft

R	Widerstand
$R_m$	magnetische Reynolds-Zahl
r	Ortsvektor
r, s, t	lokale Koordinaten
s	Spannungstensor
t	Zeit, Randspannung
u	Verschiebung
V	charakteristische Geschwindigkeit
v	Geschwindigkeit
$W_L$	Energie des magnetischen Feldes
( $\dot{\quad}$ )	partielle Ableitung nach der Zeit
( $\prime$ )	partielle Ableitung nach der dimensionslosen Zeit
( $\ast$ )	dimensionslos
( $\sim$ )	komplexe Größe
D/Dt	materielle Ableitung
$\epsilon_0, \epsilon_r$	elektrische Feldkonstante, Dielektrizitätszahl
$\lambda$	Eigenwert
$\lambda, \mu$	Lamè'sche Konstanten
$\eta$	dynamische Viskosität
$\eta_v$	zweiter Viskositätskoeffizient
$\phi$	Drehwinkel, elektrisches Potential
$\pi$	Euler-Zahl
$\Pi$	dimensionslose Größe
$\Pi_B$	Verhältnis von zeitabhängiger zu konstanter magnetischer Induktion
$\Pi_D$	Lehr'sches Dämpfungsmaß
$\Pi_i$	dimensionsloser Strom
$\Pi_K$	Kopplungsparameter
$\Pi_v$	Verhältnis von charakteristischer elektrischer und charakteristischer mechanischer Zeit

$\rho$	Dichte
$\sigma$	elektrische Leitfähigkeit
$\tau$	charakteristische Zeitspanne
$\mu$	viskose Dämpfung
$\mu_0, \mu_r$	magnetische Feldkonstante, Permeabilitätszahl
$\omega$	Kreisfrequenz
$\Omega$	Volumenbereich
$\nabla$	Nabla-Operator
$\Delta$	Laplace-Operator

### Indices

b	bewegungsinduziert
e	Element, extern
elektr	elektrisch
F	Fluid
g	gesamt
i	Strom, intern
j	Stromdichte
mech	mechanisch
P	Plasma
r	relativ
r, s, t	natürliche Koordinaten
S	Festkörper
T	transponiert
V	Volumen
W	Wirbelstrom
x, y, z	kartesische Koordinaten
0	konstant, ruhend

## 1. Einleitung

Zur Gewährleistung der Energieversorgung in der Zukunft muß das ganze Potential möglicher Energiequellen berücksichtigt werden. Gegebenenfalls müssen Entwicklungsarbeiten für ihre Nutzung bis zu einer gewissen Reife vorangetrieben werden. In diesem Licht müssen auch die langfristigen Bestrebungen zur Nutzung der Kernfusion gesehen werden.

Bei der Kernfusion verschmelzen die Atomkerne von leichten Elementen, wie z.B. die einzelnen Wasserstoffisotope oder Helium. Da die Bindungsenergie der Endprodukte höher ist als bei den Ausgangsprodukten, wird bei diesem Prozeß Energie freigesetzt. Sie soll in Fusions-Kraftwerken genutzt werden. Die Fusion findet nur dann statt, wenn die elektrischen Kräfte, mit denen sich die Kerne gegenseitig abstoßen, durch Kräfte aus der thermischen Bewegung überwunden werden. Bei den für die Fusion von Deuterium und Tritium notwendigen Bedingungen (Temperaturen in der Größenordnung von  $10^8$  Kelvin) liegen diese Kernbrennstoffe in vollständig ionisierter Form als Plasma vor.

Das heiße Plasma muß von den plasmabennachbarten Strukturen des Reaktors ferngehalten werden. Reaktoren vom Typ Spiegelmaschine, Stellarator und TOKAMAK\*) nutzen die gute elektrische Leitfähigkeit des Plasmas für einen magnetischen Einschluß. Allgemeine Informationen zur Kernfusion sind in [2, 44, 73] zu finden.

Bei den hier durchgeführten Untersuchungen steht der TOKAMAK-Reaktor im Mittelpunkt. In ihm bildet das Plasma einen torusförmigen Schlauch. Mit Hilfe von Transformatorspulen wird entlang dieses Plasmaschlauches ein ringförmiger Strom  $I_p$  induziert. In den gegenwärtigen Entwürfen soll die Stromstärke in der Größenordnung von 20 MA liegen. Das durch diesen Strom verursachte Magnetfeld hält den Plasmaschlauch zusammen und bewirkt damit den magnetischen Einschluß. Es wird dabei unterstützt durch weitere sich überlagernde Magnetfelder aus Poloidal- und Toroidalfeldspulen. Die Anordnung ist in Abb. 1.1 schematisch dargestellt.

Hauptprobleme des magnetischen Einschlusses sind Instabilitäten, deren Ursachen und Mechanismen bis heute nicht vollständig geklärt sind [76]. Die Instabilitäten können zu Plasmazusammenbrüchen ("Plasma Disruptions") führen. In ungefähr einer Millisekunde strahlt das Plasma dabei einen Großteil seiner thermi-

---

\*) TOKAMAK ist eine russische Begriffsbildung aus "Torus", "Kammer" und "Magnetfeld"

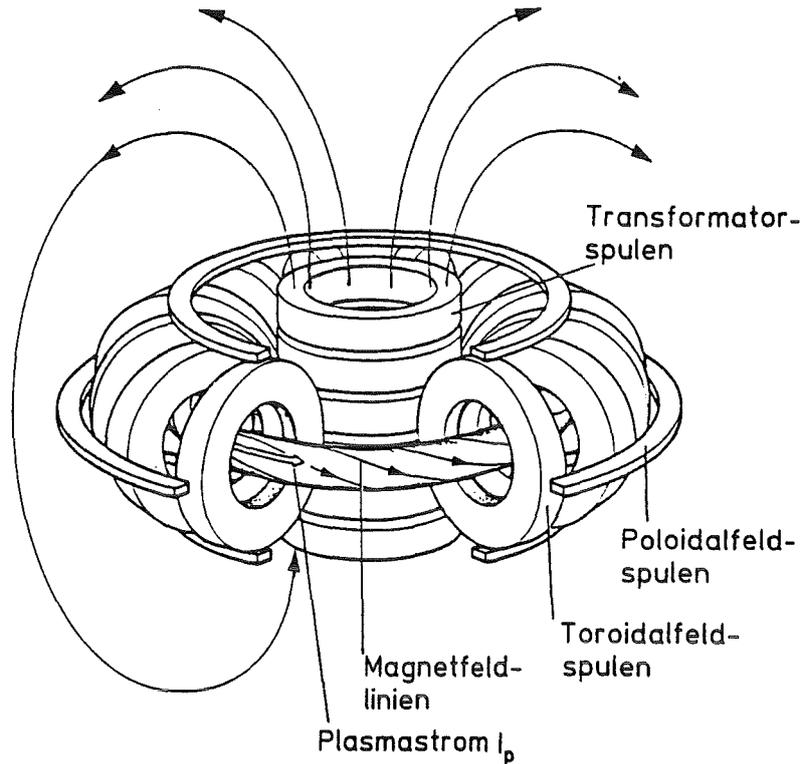


Abb. 1.1: Die Schemaskizze eines TOKAMAKs zeigt die Transformator-, Toroidal- und Poloidalfeldspulen sowie den Plasmastrom, die zusammen das Magnetfeld eines TOKAMAKs erzeugen.

schen Energie ab ("Energy Quench"). Dies hat einen entsprechend schnellen Abfall der Leitfähigkeit und damit auch einen rapiden Abfall des Plasmastromes und des mit ihm verbundenen Magnetfeldes zur Folge ("Current Quench"). Typische Zeiten hierfür liegen bei etwa 20 ms. In den elektrisch leitenden Komponenten der Toruskammer, die dem Plasma benachbart sind, werden dabei große Ströme und in Verbindung mit den zeitlich konstanten Magnetfeldern der Poloidal- und der Toroidalfeldspulen,  $B_p$  und  $B_t$ , große Kräfte induziert (siehe Abb. 1.2).

Unter den plasmabenachbarten Komponenten spielt das Blanket eine wichtige Rolle. In ihm wird die aus dem Plasma austretende Strahlung in Wärme umgewandelt und mit Hilfe eines Kühlmittels als Nutzenergie abgeführt. Außerdem wird das für die Fusion notwendige Tritium erbrütet. Tritium ist radioaktiv. Das Inventar an Tritium und anderen gefährlichen Stoffen, wie zum Beispiel die durch Neutronenstrahlung aktivierten Strukturmaterialien, stellen zusammen mit den gespeicherten magnetischen, chemischen und thermischen Energien das Gefahrenpotential von Fusionsanlagen dar. Bei der Beherrschung dieser Gefahren kann

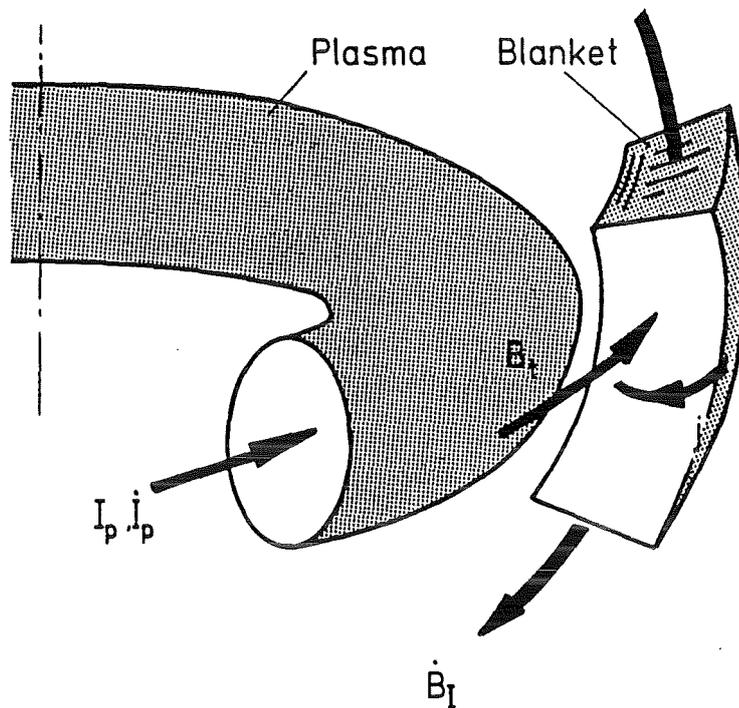


Abb. 1.2: Entstehung der anregenden Kraftdichte  $f_{\text{Anregung}}$

teilweise von den Erfahrungen aus dem Bereich der Spaltungsreaktoren profitiert werden.

Wichtige Bedingung ist, daß die Strukturen, die die gefährlichen Stoffe einschließen, auch bei den verschiedensten denkbaren Störfällen intakt bleiben. So soll zum Beispiel das Blanket den Plasmazusammenbruch unbeschadet überstehen, um letztendlich eine Freisetzung von Tritium und / oder aktivierten Materialien zuverlässig ausschließen zu können.

Bei der für diesen Nachweis notwendigen Berechnung der Wirbelströme beschränken sich viele Arbeiten auf schalenartige, leitende Strukturen [13, 19, 29] oder führen auf der mechanischen Seite nur eine statische Analyse durch [22, 23, 53]. Zumindest aber vernachlässigen sie die Wechselwirkung zwischen der durch die dynamische Beanspruchung ausgelösten Strukturbewegung und der Elektromagnetik [17, 28, 74, 77]. Dieser Effekt wird hier als Kopplung bezeichnet.

Um genauere Aussagen über das Verhalten von räumlich elektrisch leitenden, komplexen Strukturen wie dem DEMO\*-Flüssigmetallblanket [45, 49, 50, 60, 62]

---

\*) DEMO = Geplanter Demonstrationsreaktor, der alle Funktionen eines energieerzeugenden Fusionsreaktors erfüllt

während eines Plasmazusammenbruchs treffen zu können, ist eine dynamische Analyse notwendig, bei der die Dreidimensionalität der zu untersuchenden Struktur und die Kopplung zwischen den elektromagnetischen und mechanischen Vorgängen berücksichtigt wird. Die theoretischen Grundlagen dieser Kopplung werden in [33], [51] und [78] beschrieben. Gekoppelte bzw. geschlossene Lösungen sind bis jetzt jedoch nur für sehr einfache Geometrien berechnet und experimentell bestätigt worden [14, 15, 47, 54, 55].

Im folgenden Kapitel wird ein einfaches Modell vorgestellt, an dem die wesentlichen physikalischen Effekte der Kopplung von Elektromagnetik und Strukturmechanik untersucht werden können. Mit diesem Modell werden dimensionslose Parameter hergeleitet und unterschiedliche Vorgehensweisen entwickelt, mit denen das gekoppelte Problem so vereinfacht werden kann, daß es im wesentlichen mit bestehenden Rechenverfahren der Elektromagnetik und Strukturmechanik gelöst werden kann. Dabei zeigt sich, daß die Rückwirkung der Strukturbewegung auf die Elektromagnetik sich auf der mechanischen Seite in Form einer Wirbelstromdämpfung bemerkbar macht.

Im dritten Kapitel wird der komplette Gleichungssatz zur Beschreibung der gekoppelten Phänomene in Kontinua vorgestellt. Sie sind die Grundlage für die Rechenmethode der finiten Elemente (FEM).

Im vierten Kapitel werden zunächst kurz die üblichen FEM-Formulierungen der Wirbelstromanalyse sowie der Struktur- und Fluidmechanik hergeleitet. Analog zu dem Vorgehen im zweiten Kapitel werden diese FEM-Formulierungen gekoppelt. Hierfür wird eine Methode entwickelt, mit der die Wirbelstromdämpfung für die FEM berechnet werden kann. Damit steht ein Werkzeug zur Verfügung, welches - wie gefordert - die Behandlung komplexer Geometrien erlaubt und dabei die Kopplung der Phänomene weitgehend berücksichtigt. Von besonderem Vorteil ist, daß in Analogie zur Leiterschleife nur gebräuchliche Rechenprogramme für die Wirbelstromanalyse und die Struktur-/Fluidmechanik eingesetzt werden müssen. Es muß jedoch ein Kopplungsprogramm entwickelt werden, das die anregenden Kräfte überträgt und die Wirbelstromdämpfung berechnet.

Im fünften Kapitel werden schließlich Rechnungen vorgestellt, die gemäß obigem Konzept mit einem Programmsystem bestehend aus dem Wirbelstromprogramm CARIDDI, dem struktur-/fluidmechanischen Rechenprogramm ADINA und dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Kopplungsprogramm CARADI durchgeführt werden. Die ersten beiden Beispiele dienen zur Verifikation des vorgestellten Verfahrens; im dritten und vierten Beispiel wird dieses Verfahren auf das selbstgekühlte Flüssigmetallblanket angewendet.

## 2. Ein einfaches Modell zur Beschreibung der elektrisch-mechanischen Kopplung

Als einfaches Modell zur Beschreibung einer elektrisch-mechanischen Kopplung wird eine geschlossene rechteckige, um die z-Achse drehbar gelagerte Leiterschleife herangezogen (vgl. [40] und siehe Abb. 2.1).

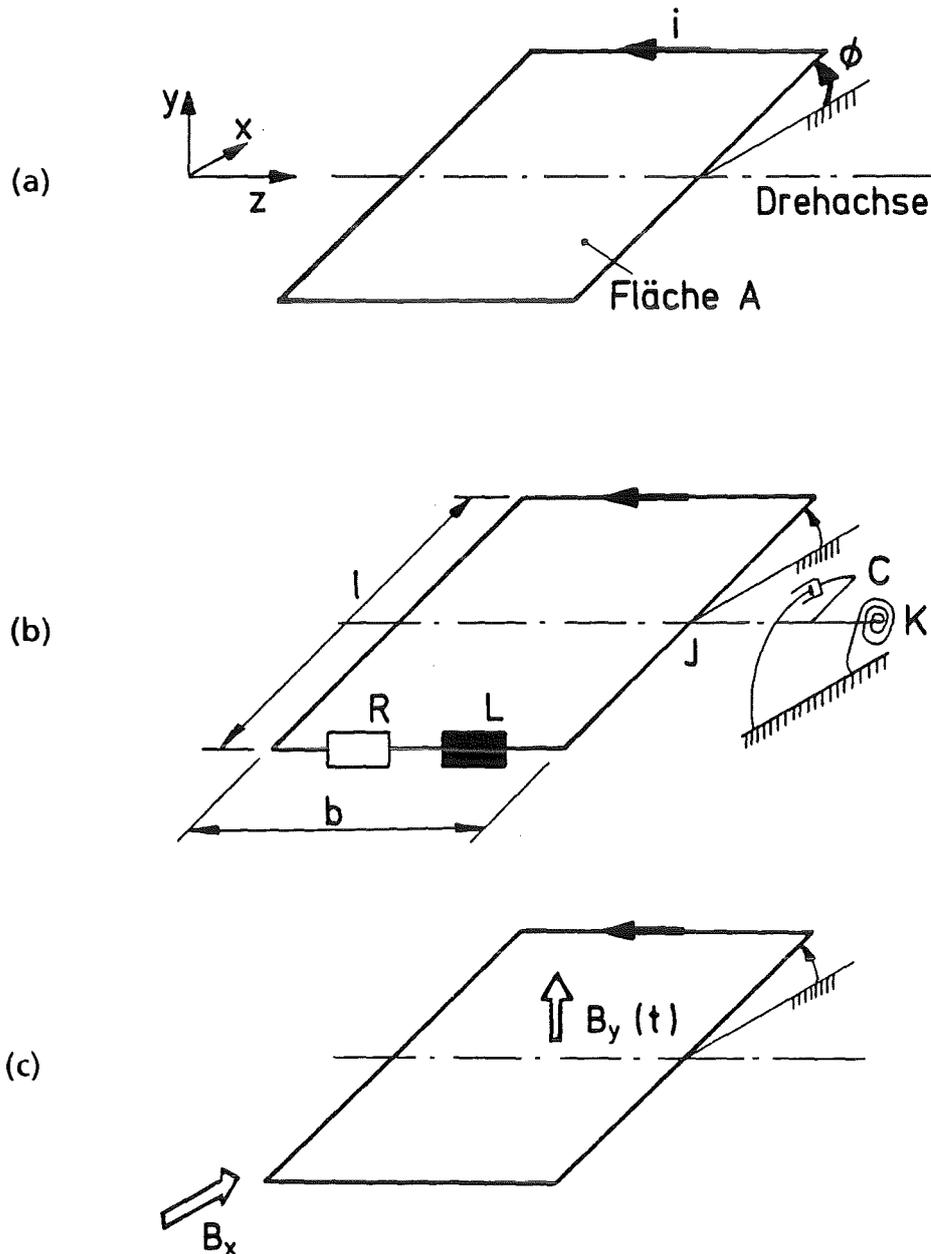


Abb. 2.1 (a) Leiterschleife mit elektrisch-mechanischem Freiheitsgrad  
(b) charakteristische Größen  
(c) magnetische Induktion

Dieses Modell wird üblicherweise auch zur Beschreibung von Drehspulinstrumenten oder Tonabnehmersystemen verwendet. Hier jedoch soll es zum besseren Verständnis der bei der Kopplung ablaufenden Vorgänge beitragen sowie als Ausgangspunkt für eine Dimensionsanalyse und eine sich daran anschließende parametrische Studie dienen.

Der Strom  $i$  stellt den elektrischen Freiheitsgrad und der Drehwinkel  $\Phi$  den mechanischen Freiheitsgrad dar (Abb. 2.1a).

Dieses Modell wird im folgenden als elastische Leiterschleife bezeichnet. Mit der Länge  $\ell$  und der Breite  $b$  umfaßt sie eine Fläche mit der Größe  $A = \ell \cdot b$ .

Die elektromagnetischen Eigenschaften der Leiterschleife werden durch den ohmschen Widerstand  $R$  und die Induktivität  $L$  beschrieben. Die kapazitive Wirkung der Leiterschleife ist aufgrund der relativ großen charakteristischen Zeiten der Anregung vernachlässigbar. Diese Vernachlässigung entspricht der quasi-stationären Näherung der Maxwell'schen Gleichungen, die die Elektromagnetik der Kontinua beschreiben. Weitere Erläuterungen hierzu werden in Kapitel 3.1 gegeben. Die eingehenden mechanischen Größen sind das Massenträgheitsmoment  $J$ , die Dämpfung  $C$  und die Rückstellung durch eine Drehfeder mit der Federsteife  $K$  (Abb. 2.1b).

Die Anregung und die Kopplung der elektromagnetischen und mechanischen Vorgänge werden durch äußere magnetische Felder verursacht. Es ist zu unterscheiden zwischen einem konstanten Feld in  $x$ -Richtung, dem Hintergrundfeld  $B_x$ , und einem von der Zeit  $t$  abhängigen Anteil in  $y$ -Richtung, dem anregenden Feld  $B_y(t)$  (Abb. 2.1c).

$B_y(t)$  sei darstellbar als

$$B_y(t) = B_{y_0} f(t, \tau)$$

wobei  $B_{y_0}$  eine charakteristische Induktion,  $f$  eine charakteristische Zeitfunktion und  $\tau$  die Zeitkonstante des anregenden Feldes sind.

## 2.1 Dimensionsanalyse

In der hier durchgeführten Dimensionsanalyse wird das  $\Pi$ -Theorem von Buckingham angewendet [80].

Dazu werden die Dimensionen aller zuvor eingeführten Größen als Potenzprodukte der Länge L, der Masse M, der Zeit T und des elektrischen Stromes S dargestellt.

Der ohmsche Widerstand hat z.B. die Dimension

$$[R] = L^2 M^1 T^{-3} S^{-2}$$

oder in SI\*)-Einheiten ausgedrückt

$$[R] = \frac{m^2 \text{ kg}}{s^3 A^2}$$

Insgesamt läßt sich damit die folgende, sogenannte Dimensionsmatrix aufstellen.

	i	R	L	J	C	K	B <sub>x</sub>	B <sub>yo</sub>	t	$\tau$	A
L	0	2	2	2	2	2	0	0	0	0	2
M	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
T	0	-3	-2	0	-1	-2	-2	-2	1	1	0
S	1	-2	-2	0	0	0	-1	-1	0	0	0

Die Dimensionsmatrix hat den Rang  $r=4$ , und somit lassen sich aus den elf eingehenden, dimensionsbehafteten Größen  $7 = 11 - 4$  dimensionslose  $\Pi$ -Größen bestimmen. Sie ergeben sich aus Potenzansätzen mit den dimensionsbehafteten Größen als Basen und den Exponenten  $k_{1j}, k_{2j}, \dots, k_{11j}$

$$\Pi_j = i^{k_{1,j}} \cdot R^{k_{2,j}} \cdot \dots \cdot A^{k_{11,j}}$$

---

\*) SI ist die Abkürzung für "système international"; es wurde früher als mksA-System (Meter, Kilogramm, Sekunde und Ampère) bezeichnet.

Von diesen elf Exponenten dürfen sieben frei vorgegeben werden. Die restlichen vier Exponenten ergeben sich aus vier Bedingungen, die verlangen, daß  $\Pi_j$  keine der Dimensionen L, M, T und S enthalten darf.

Zum Beispiel folgen mit  $k_{1,1} = 1$ ,  $k_{2,1} = k_{4,1} = k_{5,1} = k_{6,1} = k_{8,1} = k_{10,1} = 0$  die vier Bedingungen

$$\begin{aligned} 2k_{3,1} & & + 2k_{11,1} & = 0 \\ k_{3,1} + 2k_{7,1} & & & = 0 \\ -2k_{3,1} - 2k_{7,1} + k_{9,1} & & & = 0 \\ 1 - 2k_{3,1} - k_{7,1} & & & = 0 \end{aligned}$$

und daraus

$$k_{3,1} = 1, \quad k_{7,1} = -1, \quad k_{9,1} = 0, \quad k_{11,1} = -1$$

Die dimensionslose Größe  $\Pi_1$  ist demnach

$$\Pi_1 = \frac{L \cdot i}{A \cdot B_x}$$

Im folgenden wird sie als dimensionsloser Strom  $\Pi_j$  bezeichnet.

Mit weiteren Annahmen lassen sich auch die anderen sechs  $\Pi$ -Größen herleiten. So erhält man beispielsweise folgenden, für das physikalische Verständnis besonders anschaulichen Satz dimensionsloser Größen

$$\begin{aligned} \Pi_i &= \frac{Li}{AB_x} \\ \Pi_V &= \frac{L}{R} \sqrt{\frac{K}{J}} \\ \Pi_K &= \frac{A^2 B_x^2}{LK} \\ \Pi_D &= \frac{C}{2\sqrt{JK}} \\ \Pi_B &= \frac{B_{y0}}{B_x} \\ \Pi_t &= \sqrt{\frac{K}{J}} t \\ \Pi_\tau &= \sqrt{\frac{K}{J}} \tau \end{aligned} \quad (2.1)$$

Selbstverständlich lassen sich auch andere, meist aber weniger gut interpretierbare Sätze von dimensionslosen Größen herleiten.

Mit den dimensionslosen Größen läßt sich nun das Problem mit einer minimalen Anzahl an Parametern beschreiben. Die funktionale Abhängigkeit

$$\Phi = \Phi \left( R, L, J, C, K, B_x, B_{y0}, A, \tau, t \right)$$

vereinfacht sich zu

$$\Phi = \Phi \left( \Pi_V, \Pi_K, \Pi_D, \Pi_B, \Pi_\tau, \Pi_t \right).$$

Mit den zeitkonstanten, dimensionslosen Größen  $\Pi_V$ ,  $\Pi_K$ ,  $\Pi_D$ ,  $\Pi_B$  und  $\Pi_\tau$  ist ein Experiment vollständig charakterisiert. Sind diese Größen bei zwei zu vergleichenden Experimenten gleich groß, so besteht physikalische Ähnlichkeit.

Im folgenden werden die in (2.1) aufgeführten  $\Pi$ -Größen kurz beschrieben.

Der dimensionslose Strom  $\Pi_i$  läßt sich auch als Verhältnis von sekundärem magnetischen Fluß und dem magnetischen Fluß des Hintergrundfeldes herleiten. Der Zweig der Ähnlichkeitstheorie, in dem dimensionslose Kennzahlen aus solchen Verhältnissen von charakteristischen Größen bestimmt werden können, heißt "Fractional Analysis".

Die Größe  $\Pi_V$  stellt das Verhältnis einer charakteristischen elektromagnetischen Zeit  $\tau_{\text{elektr}}$ , hier die Lade- bzw. Entladezeit des R-L-Kreises, und einer charakteristischen mechanischen Zeit  $\tau_{\text{mech}}$ , hier die Eigenschwingungsdauer, dar.

Auch die Kennzahl  $\Pi_K$  verknüpft charakteristische Größen aus der Elektromagnetik und der Strukturmechanik.  $\Pi_K$  läßt sich als Verhältnis von magnetischem Moment bzw. magnetischer Steifigkeit und elastischem Moment bzw. elastischer Steifigkeit interpretieren.

$\Pi_D$  ist das aus der Strukturmechanik bekannte Lehr'sche Dämpfungsmaß und  $\Pi_B$  kennzeichnet das Verhältnis der magnetischen Induktion des antreibenden Feldes und des Hintergrundfeldes.

Die dimensionslose Zeitkonstante  $\Pi_\tau$  ergibt sich, wenn man die dimensionsbehaftete Zeitkonstante  $\tau$  auf die mechanische Eigenschwingungsdauer  $\tau_{\text{mech}}$  bezieht. Die dimensionslose Zeit  $\Pi_t$  ergibt sich, wenn man die dimensionsbehaftete Zeit  $t$  ebenfalls auf die mechanische Eigenschwingungsdauer bezieht.

Von den vorgestellten dimensionslosen Größen sind  $\Pi_V$ ,  $\Pi_K$ ,  $\Pi_D$ ,  $\Pi_B$  und  $\Pi_\tau$  als Konstanten anzusehen. Sie werden deshalb auch als Kennzahlen bezeichnet. Dagegen sind  $\phi$ ,  $\Pi_i$ , und  $\Pi_t$  dimensionslose Variablen.

## 2.2 Die Differentialgleichung der elastischen Leiterschleife

Unter der Voraussetzung, daß der Winkel sehr klein  $\Phi \ll 1$  und das anregende Feld kleiner als das Hintergrundfeld  $B_{y0} < B_x$  ist, führt die Anwendung der Kirchhoff'schen Maschenregel auf

$$Li + Ri = -A (\dot{B}_y - B_x \dot{\Phi})$$

mit  $(\dot{\phantom{x}}) = \frac{\partial}{\partial t} (\phantom{x})$  (2.2)

(elektrisches Gleichgewicht)

und das Momentengleichgewicht um die Drehachse z auf

$$J\ddot{\Phi} + C\dot{\Phi} + K\Phi = -AB_x i$$
(2.3)

(mechanisches Gleichgewicht)

Eliminiert man mit der Gleichung (2.3) den Strom in der Gleichung (2.2), so erhält man eine lineare Differentialgleichung dritter Ordnung. Mit elementaren Umformungen läßt sich diese in eine dimensionslose Form überführen.

$$\frac{L}{R} \ddot{\Phi} + \left(1 + \frac{LC}{RJ}\right) \ddot{\Phi} + \left(\frac{C}{J} + \frac{LK}{RJ} + \frac{A^2 B_x^2}{RJ}\right) \dot{\Phi} + \frac{K}{J} \Phi = \frac{A^2 B_x^2 B_{y0}}{RJ B_x} \dot{f}(t, \tau)$$

$$\Pi_V \Phi''' + (1 + 2\Pi_V \Pi_D) \Phi'' + (2\Pi_D + \Pi_V (1 + \Pi_K)) \Phi' + \Phi =$$

$$= \Pi_V \Pi_K \Pi_B f'(\Pi_t, \Pi_\tau)$$

(2.4)

mit  $(\phantom{x})' = \frac{\partial}{\partial \Pi_t} (\phantom{x})$

Aus der zweiten Gleichung (2.4) läßt sich wieder der funktionale Zusammenhang erkennen. Dieser war bereits aus der zuvor durchgeführten Dimensionsanalyse ersichtlich.

$$\Phi = \Phi(\Pi_V, \Pi_K, \Pi_D, \Pi_B, \Pi_\tau, \Pi_t)$$

Für die weitere Diskussion der Differentialgleichung (2.4) wird die mechanische Dämpfung vernachlässigt, d.h.  $\Pi_D = 0$ . Die Differentialgleichung lautet damit:

$$\Pi_V \Phi''' + \Phi'' + \Pi_V (\Pi_K + 1) \Phi' + \Phi = \Pi_V \Pi_K \Pi_B f'(\Pi_t, \Pi_t) \quad (2.5)$$

Aufschluß über das dynamische Verhalten der elastischen Leiterschleife gibt das charakteristische Polynom der Differentialgleichung. Dieses erhält man mittels einer Laplace-Transformation oder eines Exponentialansatzes, der in die homogene Differentialgleichung eingesetzt wird. Mit

$$\Phi = Ae^{\lambda \Pi_t}$$

folgt aus (2.5)

$$\Pi_V \lambda^3 + \lambda^2 + \Pi_V (\Pi_K + 1) \lambda + 1 = 0 \quad (2.6)$$

Die Nullstellen des charakteristischen Polynoms lassen sich mit der Cardanischen Lösungsformel berechnen (siehe [24] oder [67]). Dazu wird das Polynom in die reduzierte Form überführt. Mit der Substitution

$$\lambda = x - \frac{1}{3\Pi_V}$$

folgt aus (2.6)

$$x^3 + px + q = 0$$

mit den Größen

$$p = \Pi_K + 1 - \frac{1}{3\Pi_V^2}$$

$$q = \frac{1}{3\Pi_V} \left( -\Pi_K + 2 + \frac{2}{9\Pi_V^2} \right)$$

Mit p und q wird die Determinante D gebildet

$$D \equiv \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}$$

Das charakteristische Polynom hat für  $D > 0$  eine reelle und zwei konjugiert komplexe Wurzeln, für  $D < 0$  drei reelle Wurzeln.

Setzt man  $p$  und  $q$  in die Definitionsgleichung der Determinante  $D$  ein, so erhält man:

$$D = \frac{1}{27} \left( \frac{1}{\Pi_V^4} - \frac{1}{4\Pi_V^2} (\Pi_K^2 + 20\Pi_K - 8) + (\Pi_K + 1)^3 \right)$$

Zunächst werden die Nullstellen der Gleichung  $D = 0$  bestimmt, wobei  $1/\Pi_V^2$  als Variable betrachtet wird. So berechnen sich die Nullstellen der Determinante in Abhängigkeit von  $\Pi_K$  folgendermaßen

$$\left( \frac{1}{\Pi_V^2} \right)_{1,2} = \frac{1}{8} \left( (\Pi_K^2 + 20\Pi_K - 8) \pm \sqrt{\Pi_K (\Pi_K - 8)^3} \right)$$

Aus dieser Gleichung läßt sich schließen, daß nur für  $\Pi_K \geq 8$  reelle Nullstellen für die Parabel  $D(1/\Pi_V^2)$  existieren. Das bedeutet, daß für jedes  $\Pi_K > 8$  sich für  $\Pi_V$  ein Bereich festlegen läßt, nämlich  $\Pi_{V,1} < \Pi_V < \Pi_{V,2}$ , in dem dann die Determinante  $D$  negativ und damit die drei Nullstellen des charakteristischen Polynoms (2.6) reell werden. Diese reellen Nullstellen sind wegen der positiven Koeffizienten des charakteristischen Polynoms alle negativ. Das wiederum bedeutet, daß, wenn die Parameter  $\Pi_V$  und  $\Pi_K$  in den beschriebenen Bereichen liegen, das gekoppelte System mit einer überkritischen Dämpfung reagiert. Sich selbst überlassen führt das System keine Schwingungen aus.

Liegt dagegen der Parameter  $\Pi_K$  in dem Bereich  $0 < \Pi_K < 8$ , so hat die Determinante  $D$ , gleichgültig welchen Wert  $\Pi_V$  annimmt, keine reellen Nullstellen und ist immer positiv. Damit hat das charakteristische Polynom eine reelle und zwei konjugiert komplexe Wurzeln. Die reelle Wurzel und der Realteil der komplexen Wurzeln sind aus dem gleichen Grund wie oben negativ. Das System reagiert dann im sich selbst überlassenen Zustand mit einer gedämpften Schwingung.

Ist die Determinante  $D$  gleich Null, das heißt  $\Pi_K \geq 8$  und  $\Pi_V = \Pi_{V,1}$  oder  $\Pi_V = \Pi_{V,2}$ , dann liegt der aperiodische Grenzfall im Systemverhalten vor. Es treten gerade noch keine freien Schwingungen auf.

### 2.3 Eine spezielle Lösung

Wählt man für das anregende Feld einen linearen Zeitverlauf vom Wert  $B_{y0}$  auf den Wert Null innerhalb der Zeitspanne  $\tau$  (siehe Abb. 2.2)

$$B_y(t) = \begin{cases} B_{y0} \left(1 - \frac{t}{\tau}\right) & \text{für } 0 \leq t < \tau \\ 0 & \text{für } t \geq \tau \end{cases}$$

so erhält man für die rechte Seite der Differentialgleichung (2.4) bzw. (2.5)

$$\dot{f}(t, \tau) = \begin{cases} -\frac{t}{\tau} & \text{für } 0 \leq t < \tau \\ 0 & \text{für } t \geq \tau \end{cases}$$

$$f'(\Pi_t, \Pi_\tau) = \begin{cases} -\frac{1}{\Pi_\tau} & \text{für } 0 \leq \Pi_t < \Pi_\tau \\ 0 & \text{für } \Pi_t \geq \Pi_\tau \end{cases}$$

oder

$$\dot{f}(t, \tau) = -\frac{t}{\tau} (\sigma(t) - \sigma(t - \tau))$$

$$f'(\Pi_t, \Pi_\tau) = -\frac{1}{\Pi_\tau} (\sigma(\Pi_t) - \sigma(\Pi_t - \Pi_\tau))$$

$\sigma =$  Einheitssprungfunktion

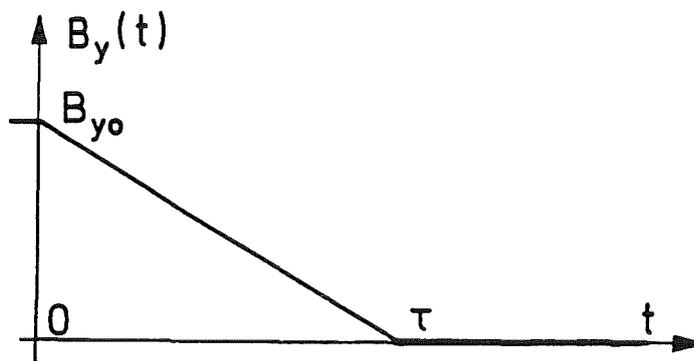


Abb. 2.2: Zeitverlauf der anregenden magnetischen Induktion

Die Laplace-Transformation der Differentialgleichung (2.5) hat dann folgende Form:

$$L \left\{ \Phi(\Pi_t) \right\} = \frac{\Pi_K \Pi_B}{\Pi_t} \frac{e^{-\Pi_t s} - 1}{s(s - \lambda_1)(s - \lambda_2)(s - \lambda_3)}$$

$\lambda_1$  = reelle Nullstelle des charakteristischen Polynoms

$$\lambda_2, \lambda_3 = \begin{cases} \text{reelle Nullstellen; falls } D < 0 \\ \text{konjugiert komplexe Nullstellen mit dem Realteil } r \\ \text{und dem Imaginärteil } j; \text{ falls } D > 0 \end{cases}$$

Die Rücktransformation erfordert eine Partialbruchzerlegung. Unter der Verwendung der Formel Nr. 33 aus [30] und des Verschiebungssatzes ergibt sich für  $\Pi_t > 0$  und homogene Anfangsbedingungen

$$\Phi(\Pi_t) = \frac{\Pi_K \Pi_B}{\Pi_t} \left[ g(\Pi_t) - \sigma(\Pi_t - \Pi_v) g(\Pi_t - \Pi_v) \right] \quad (2.7)$$

mit

$$g(\Pi_t) = \left( \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} - \frac{e^{\lambda_1 \Pi_t}}{\lambda_1 (\lambda_1 - \lambda_2) (\lambda_1 - \lambda_3)} - \frac{e^{\lambda_2 \Pi_t}}{\lambda_2 (\lambda_2 - \lambda_1) (\lambda_2 - \lambda_3)} - \frac{e^{\lambda_3 \Pi_t}}{\lambda_3 (\lambda_3 - \lambda_1) (\lambda_3 - \lambda_2)} \right)$$

Für  $D > 0$ ,  $\lambda_1 = \lambda$  und  $\lambda_{2,3} = r \pm ij$  läßt sich  $g(\Pi_t)$  auch wie folgt schreiben:

$$g(\Pi_t) = \left( \frac{1}{\lambda (r^2 + j^2)} - \frac{e^{\lambda \Pi_t}}{\lambda ((\lambda - r)^2 + j^2)} - \frac{\lambda - 2r}{(r^2 + j^2) ((\lambda - r)^2 + j^2)} e^{r \Pi_t} \cos j \Pi_t - \frac{r^2 - r\lambda - j^2}{(r^2 + j^2) ((\lambda - r)^2 + j^2)} e^{r \Pi_t} \sin j \Pi_t \right)$$

Diese analytische Lösung dient als Referenzlösung für das erste Beispiel in Kapitel 5.1. Zusätzliche Bedeutung gewinnt diese Lösung dadurch, daß für den wichtigsten Anwendungsfall, das dem Plasmazusammenbruch ausgesetzte Blanket, ebenfalls ein linearer Abfall der anregenden Ströme bzw. Magnetfelder vorausgesetzt wird.

Der Charakter der Lösung (2.7) wird in der Abbildung 2.3 für unterschiedliche Parameterkombinationen mittels graphischer Darstellung veranschaulicht. Dabei wurde  $\Pi_K$  auf einen Wert über 8 festgelegt ( $\Pi_K = 100$ ), um einen Bereich für  $\Pi_V$  zu erhalten, in dem, entsprechend den Ausführungen in Kapitel 2.2, überkritische Dämpfung zu erwarten ist. Der Parameter  $\Pi_V$  wird nun so gewählt, daß alle drei unterschiedlichen Bereiche abgedeckt sind:

- (a)  $\Pi_V \ll \Pi_{V,1} ( = 0,0196 )$ ; hier  $\Pi_V = 0,001$
- (b)  $\Pi_{V,1} < \Pi_V < \Pi_{V,2} ( = 0,0503 )$ ; hier  $\Pi_V = 0,04$
- (c)  $\Pi_V \gg \Pi_{V,2}$  ; hier  $\Pi_V = 1,0$

Mit  $\Pi_V$  und  $\Pi_K$  ist das System charakterisiert. Die Anregung wird mit dem linearen Verlauf von  $f$ , mit  $\Pi_B = 0,5$  und  $\Pi_t = \pi / 2$  für alle drei Fälle, (a) bis (c), konstant beibehalten.

Das System mit der Parameterkombination (a) reagiert auf diese Anregung mit einer gedämpften Schwingung. Im Fall (b) zeigt sich, wie zu erwarten war, eine überkritische Dämpfung. Es kommt zu keinem Nulldurchgang der Auslenkung.

Die beiden Lösungen (a) und (b) sind von klassischen, gedämpften Schwingungssystemen 2. Ordnung bekannt. Im Fall (c) reagiert das System 3. Ordnung auf eine ungewohnte Weise:

Der gedämpften Auslenkung (b) wird zusätzlich eine Schwingung überlagert. Diese hat insofern ungewöhnliche Eigenschaften, als daß sie eben nicht um den Nullpunkt der Auslenkung schwingt und ihre Frequenz nicht der mechanischen Eigenfrequenz entspricht (vergleiche Zeitmaßstab in Abb. 2.3(c)).

Hier wirkt sich aus, daß mit der Induktivität ein weiterer Energiespeicher an die Strukturmechanik gekoppelt ist. Die in (c) auftretende Schwingung läßt sich also als wechselseitiges Umladen von kinetischer und magnetischer Energie erklären.

In den zur Diskussion stehenden Beispielen, bei denen nicht-magnetische Werkstoffe vorausgesetzt werden, ist jedoch diese Systemantwort nicht anzutreffen. Vielmehr kann dort  $\Pi_V < 1$  angenommen werden, was dazu führt, daß insbesondere die ersten beiden Antworttypen (a) und (b) auftreten. Diese können, wie erwähnt, auch mit einem System 2. Ordnung nachgebildet werden.

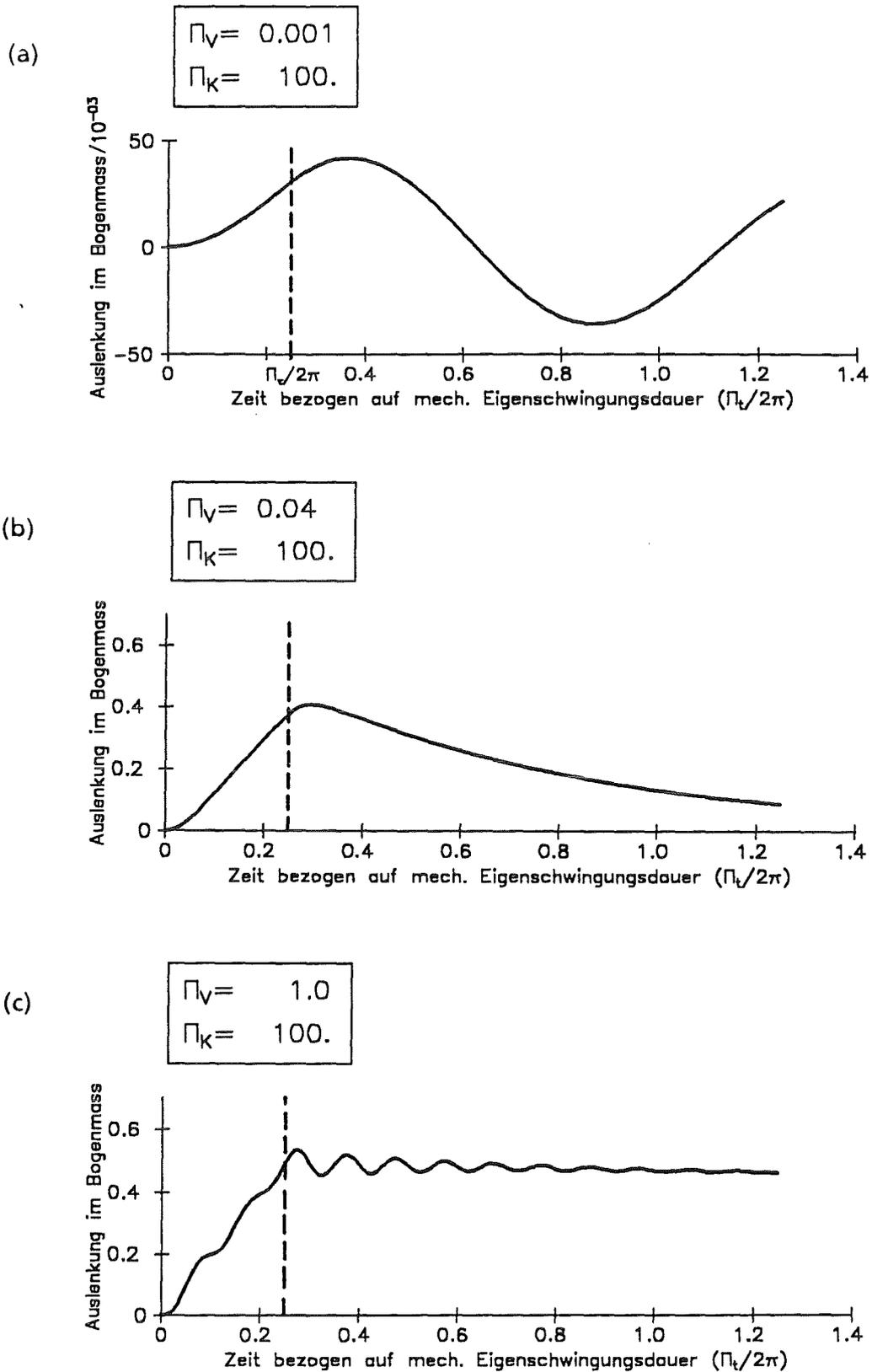


Abb. 2.3: Analytische Lösung mit drei, die charakteristischen Bereiche des Systemverhaltens abdeckenden Parameterkombinationen

## 2.4 Vereinfachungs-Konzepte

Wie gezeigt, führt bei einer einfachen elastischen Leiterschleife die Beschreibung des mechanischen Verhaltens einschließlich der Kopplung mit der Elektromagnetik auf eine Differentialgleichung 3. Ordnung. Wie ebenfalls gezeigt, macht die Lösung dieser Differentialgleichung keine besonderen Schwierigkeiten. Ohne die Kopplung mit der Elektromagnetik wäre die Differentialgleichung nur von 2. Ordnung gewesen.

Ähnlich ist es bei geometrisch komplizierteren Gebilden mit mehreren Freiheitsgraden. Die Berücksichtigung der elektromagnetisch-mechanischen Kopplung führt auf Differentialgleichungssysteme 3. Ordnung. Ihre Lösung würde jedoch die Entwicklung geeigneter Verfahren und Computer-Programme erforderlich machen. Bei rein mechanischen Problemen ohne elektromagnetisch-mechanische Kopplung wären die Differentialgleichungssysteme wieder nur von 2. Ordnung, und zu ihrer Lösung könnten vorhandene leistungsfähige Computer-Programme eingesetzt werden.

Es wird deswegen untersucht, mit welchen Vereinfachungen und unter welchen Einbußen an Genauigkeit bei der elastischen Leiterschleife die Differentialgleichung 3. Ordnung durch eine entsprechende Gleichung 2. Ordnung ersetzt werden kann. Die wesentlichen Einflüsse der elektromagnetisch-mechanischen Kopplung sollen dabei nicht verloren gehen.

Mit entsprechenden Vereinfachungen und Einbußen an Genauigkeit werden dann auch bei geometrischen Gebilden mit mehreren Freiheitsgraden die Differentialgleichungssysteme 3. Ordnung auf solche 2. Ordnung reduziert und mit vorhandenen Rechenwerkzeugen gelöst.

### 2.4.1 Vernachlässigung des bewegungsinduzierten Stromes

Ausgangspunkt sind die dimensionsbehafteten Differentialgleichungen für das elektrische Gleichgewicht (2.2) und das mechanische Gleichgewicht (2.3) mit vernachlässigter mechanischer Dämpfung  $C$

$$\begin{aligned} L\dot{i} + Ri &= -A (\dot{B}_y - B_x \dot{\Phi}) \\ J\ddot{\Phi} + K\Phi &= -A B_x i \end{aligned}$$

Der Strom wird in einen im ruhenden System fließenden Anteil  $i_0$  und einen bewegungsinduzierten Anteil  $i_b$  zerlegt

$$i = i_0 + i_b (\dot{\Phi}) \quad (2.8)$$

Aufgrund der Linearität kann damit das elektrische Gleichgewicht aufgeteilt werden in

$$\begin{aligned} L \dot{i}_0 + R i_0 &= -A \dot{B}_y \\ L \dot{i}_b + R i_b &= A B_x \dot{\Phi} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Die Annahme

$$|\dot{B}_y| \gg |B_x| |\dot{\Phi}|$$

läßt sich mit der Voraussetzung,  $B_{y0} < B_x$ , für die Linearität der Gleichung (2.3) umschreiben zu

$$|\dot{i}| \gg |\dot{\Phi}|$$

Diese Annahme ist für sehr steife oder träge Körper mit geringen Verformungsgeschwindigkeiten zumindest in den Phasen der Anregung berechtigt, in denen sich das anregende Feld noch zeitlich verändert. Mit den Gleichungen (2.9) läßt sich daraus  $i_0 \gg i_b$  ableiten. Aus (2.8) wird damit näherungsweise

$$i = i_0$$

und die Differentialgleichungen (2.2) und (2.3) werden entkoppelt:

$$\begin{aligned} L \dot{i}_0 + R i_0 &= -A \dot{B}_y \\ J \ddot{\Phi} + K \Phi &= -A B_x i_0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Die entkoppelten Differentialgleichungen (2.10) können mit gewöhnlichen Verfahren sukzessiv gelöst werden. Die Lösung der ersten Gleichung liefert den Strom, der nur durch die zeitliche Änderung des magnetischen Flusses in einem unbewegten R-L-Kreis induziert wird. In der Strukturmechanik, in der zweiten Gleichung (2.10), macht sich die Elektromagnetik nur durch die anregende Lorentz-Kraft des zuvor berechneten Stromes bemerkbar.

Um die Vereinfachungen auch anhand der dimensionslosen Kennzahlen zu diskutieren, wird der Strom in der ersten Gleichung (2.10) mit Hilfe der zweiten ersetzt. Es ergibt sich wiederum eine Differentialgleichung 3. Ordnung. Diese ist mit der Gleichung (2.5) identisch, wenn man für (2.5)

$$\Pi_K \ll 1$$

voraussetzt. So lassen sich die hier gewählten Annahmen auch in den dimensionslosen Kennzahlen ausdrücken. Physikalisch bedeutet  $\Pi_K \ll 1$ , daß die Elektromagnetik und die Strukturmechanik entkoppelt sind. Ein Feedback der Elektromagnetik in Form einer Steifigkeit bzw. Dämpfung bleibt unberücksichtigt bzw. findet nicht statt. Die Auslenkung wird allein durch die mechanischen Eigenschaften des Systems beschränkt.

Die hier vorgestellte Entkopplung der Differentialgleichungen ist das gängige Verfahren, um dynamische Belastungen von elektrisch leitenden, nicht-magnetischen Strukturen in transienten Magnetfeldern mit bestehenden Rechenverfahren zu berechnen. Die Vernachlässigungen und die damit verbundenen Einbußen in der Genauigkeit sind jedoch mitunter unzulässig groß (vgl. Abb. 5.8 und Abb. 5.9 oder [14]).

Nachfolgend werden zwei andere Vereinfachungen vorgestellt, für die realistischere Annahmen getroffen werden.

#### 2.4.2 Generelle Vernachlässigung der Induktivität

Auf eine Zerlegung des Stromes wie im vorhergehenden Kapitel wird verzichtet. Im elektrischen Gleichgewicht (2.2) wird die Induktivität  $L$  zu Null gesetzt und wie für die Gleichung (2.4) der Strom  $i$  mit Hilfe des mechanischen Gleichgewichts (2.3) ersetzt. Mit vernachlässigter mechanischer Dämpfung ergibt sich:

$$\ddot{\phi} + \frac{A^2 B_x^2}{RJ} \dot{\phi} + \frac{K}{J} \phi = \frac{A^2 B_x^2 B_{y0}}{RJ B_x} \dot{f}(t, \tau)$$

oder in dimensionsloser Form

$$\phi'' + \left( \Pi_V \quad \Pi_K \right) \phi' + \phi = \left( \Pi_V \quad \Pi_K \right) \Pi_B f'(\Pi_t, \Pi_\tau) \quad (2.11)$$

Die gleiche Differentialgleichung läßt sich aus der Gleichung (2.5) herleiten. Dazu wird für die dimensionslosen Größen  $\Pi_V$  und  $\Pi_K$  der Grenzübergang  $L \rightarrow 0$  durchgeführt. Mit

$$\Pi_V = \frac{L}{R} \sqrt{\frac{K}{J}} = 2\pi \frac{\tau_{\text{elektr}}}{\tau_{\text{mech}}}$$

$$\Pi_K = \frac{A^2 B_x^2}{LK} = \frac{\text{magnetische Steifigkeit}}{\text{elastische Steifigkeit}}$$

folgt

$$\Pi_V \ll 1 \quad \wedge \quad \Pi_K \gg 1$$

Damit reduziert sich (2.5) wie erwähnt auf (2.11). Die Darstellung mit den dimensionslosen Kennzahlen verdeutlicht, daß diese Vernachlässigung für Probleme zutrifft, bei denen insbesondere nicht-magnetische und weich gelagerte Strukturen verwendet werden.

An der Gleichung (2.11) läßt sich weiter ablesen, daß das System nun nicht mehr mit zwei Parametern, sondern nur noch mit einer Parameterkombination, dem Produkt aus  $\Pi_V$  und  $\Pi_K$ , charakterisiert werden kann. Dies erinnert an ein rein mechanisches System.

Vergleicht man die Gleichung (2.11) mit der Differentialgleichung eines rein mechanischen Schwingers

$$\Phi'' + 2\Pi_D \Phi' + \Phi = M(t),$$

so wird deutlich, daß das elektromagnetisch-mechanisch gekoppelte System durch ein rein mechanisches System ersetzt werden kann, jedoch mit einem Lehr'schen Dämpfungsmaß

$$\Pi_{D, \text{elektr}} = \frac{\Pi_V \Pi_K}{2} = \frac{1}{2} \frac{A^2 B_x^2}{R \sqrt{KJ}} \quad (2.12)$$

und einem anregenden Moment

$$M(t) = \Pi_V \Pi_K \Pi_B f'(\Pi_t, \Pi_\tau) = 2\Pi_{D, \text{elektr}} \frac{B_{y_0}}{B_x} f'(\Pi_t, \Pi_\tau). \quad (2.13)$$

Bei den Anwendungen auf das Blanket ist eine hohe Dämpfung und eine geringe Anregung wünschenswert. Die Gleichung (2.13) zeigt jedoch, daß nahezu jede

Maßnahme zur Erhöhung der Dämpfung  $\Pi_{D,elektr}$  gleichzeitig das anregende Moment  $M$  verstärkt. Lediglich eine Erhöhung des Wertes für das Hintergrundfeld  $B_x$  läßt die Dämpfung  $\Pi_{D,elektr}$  stärker ansteigen als das anregende Moment  $M(t)$ .

### 2.4.3 Vernachlässigung der Induktivität für den bewegungsinduzierten Strom

Wie bei der Vernachlässigung des bewegungsinduzierten Stromes wird hier von den beiden Differentialgleichungen (2.2) und (2.3) mit vernachlässigter mechanischer Dämpfung ausgegangen. Der Strom wird wieder in einen im ruhenden System fließenden und einen bewegungsinduzierten Anteil zerlegt.

$$\begin{aligned} L \dot{i}_o + R i_o &= -A \dot{B}_y \\ L \dot{i}_b + R i_b &= A B_x \dot{\Phi} \\ J \ddot{\Phi} + K \Phi &= -A B_x (i_o + i_b) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Mit der Annahme, daß die Zeitcharakteristik der Bewegung, repräsentiert durch  $\dot{\Phi}$ , eine Vernachlässigung der Induktivität für den bewegungsinduzierten Strom zuläßt, vereinfacht sich die zweite Gleichung (2.14) zu

$$R i_b = A B_x \dot{\Phi} \quad (2.15)$$

Mit (2.15) läßt sich in der dritten Gleichung (2.14)  $i_b$  eliminieren, ohne die Ordnung der Differentialgleichung zu erhöhen. Die zu lösenden, entkoppelten Differentialgleichungen lauten somit:

$$\begin{aligned} L \dot{i}_o + R i_o &= -A \dot{B}_y = -A B_{y0} \dot{f} \\ J \ddot{\Phi} + \frac{A^2 B_x^2}{R} \dot{\Phi} + K \Phi &= -A B_x i_o \end{aligned} \quad (2.16)$$

Diese Gleichungen sind wie (2.10) sukzessiv lösbar. In der mechanischen Gleichung tritt wie bei der generellen Vernachlässigung der Induktivität zusätzlich die Wirbelstromdämpfung mit einem Lehr'schen Dämpfungsmaß entsprechend (2.12) auf. Die Anregung wird hier jedoch nicht direkt aus der Ableitung der Zeitfunktion  $f$ , sondern wie bei der Vernachlässigung des bewegungsinduzierten Stromes im Kapitel 2.4.1 aus dem im ruhenden System fließenden Strom  $i_o$  bestimmt.

Die Voraussetzung für diese Vereinfachung läßt sich mit der dimensionslosen Kennzahl  $\Pi_V$  ausdrücken

$$\Pi_V \ll 1$$

Setzt man für die Funktion  $f$  die lineare Funktion aus dem Kapitel 2.3 ein, so ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung mit der vollständig gekoppelten Lösung. Multipliziert man den Trägheitsterm  $\ddot{\phi}$  in der zweiten Gleichung (2.16) mit dem Faktor

$$\frac{1}{1 + \Pi_V^2 \Pi_K}, \quad (2.17)$$

so ergibt sich die exakte Lösung aus dem Kapitel 2.3. Aus diesem Faktor läßt sich eine genauere Bedingung für die dimensionslosen Parameter festlegen, unter der die gewählte Vereinfachung akzeptabel ist

$$\Pi_V^2 \Pi_K \ll 1$$

oder

$$\Pi_V < \frac{1}{\sqrt{\Pi_K}}$$

Zu beachten ist, daß für diese Bedingung ein linearer Zeitverlauf der Anregung vorausgesetzt wurde. Für alle Beispielrechnungen im Kapitel 5, also auch für das Blanket, werden lineare Zeitverläufe angenommen. So kann die zuletzt hergeleitete Bedingung in den Beispielen sehr gut dazu eingesetzt werden, um die Zulässigkeit der Vernachlässigung des induktiven Einflusses auf den bewegungsinduzierten Strom zu überprüfen.

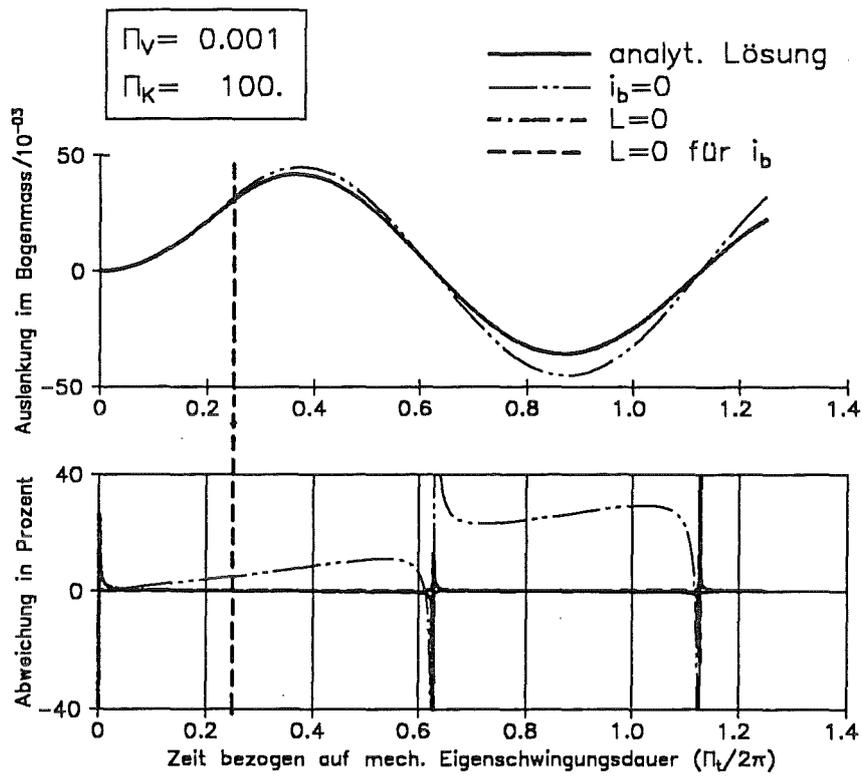
Auch andere Anregungen des gekoppelten Systems, z.B. mit harmonischen Funktionen, legen Vergleiche mit dem rein mechanischen Schwinger nahe (siehe Anhang A).

Bei dem ersten der drei vorgestellten Vereinfachungs-Konzepten ist die elektromagnetische Rückwirkung vollständig vernachlässigt. In den anderen zwei Konzepten ist sie näherungsweise in Form der Wirbelstromdämpfung berücksichtigt. Wie sich die Vereinfachungen in den unterschiedlichen Bereichen der dimen-

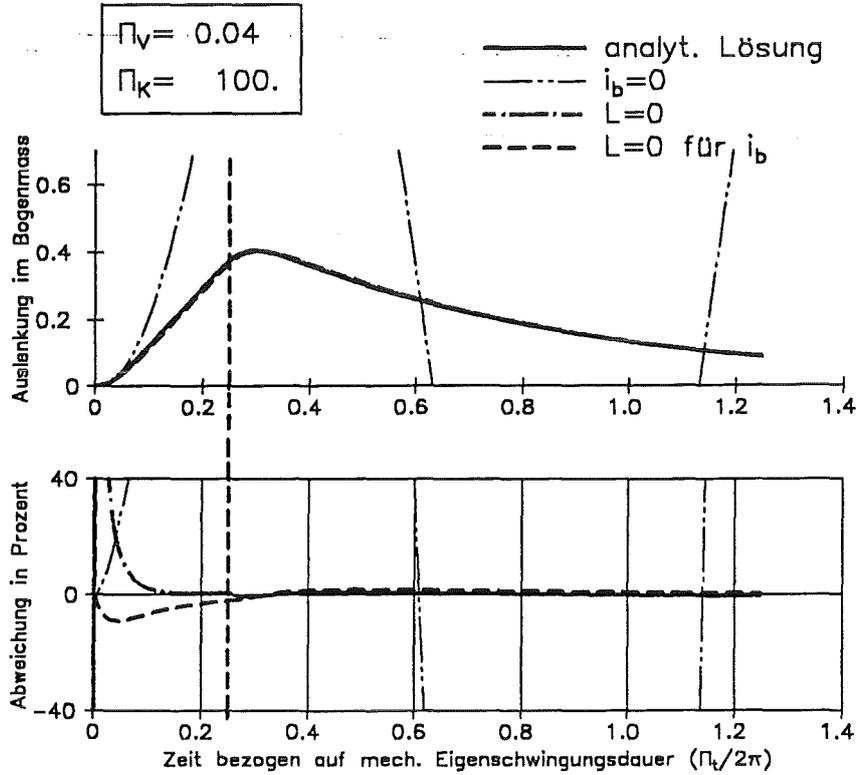
sionslosen Kennzahlen auswirken, wird hier mit Hilfe der analytischen Lösungen aus Kapitel 2.3 veranschaulicht. Die Abbildungen 2.4a) - d) zeigen die analytischen Lösungen, die Lösungen, die sich mit den drei Vereinfachungs-Konzepten ergeben, und deren Abweichung von der analytischen Lösung.

Das dritte Vereinfachungskonzept beinhaltet die geringsten Vernachlässigungen, was sich zumindest für kleine  $\Pi_V$  in den geringsten Einbußen bezüglich der Genauigkeit niederschlägt. Gegenüber der generellen Vernachlässigung der Induktivität im zweiten Konzept wird hier die Anregung etwas aufwendiger, aber auch genauer, durch die Berechnung des Stromes in der unbewegten Struktur ermittelt. Diese Aufgabe kann jedoch selbst für geometrisch komplizierte, dreidimensionale Strukturen von konventionellen Wirbelstromprogrammen, wie z.B. CARIDDI, TRIFOU, ..., gelöst werden. Für große  $\Pi_V$  und kleine  $\Pi_K$ , wie z.B. für das Blanket, empfiehlt sich das erste Vereinfachungs-Konzept. Dieses läßt sich jedoch auch mit dem dritten Vereinfachungs-Konzept nachbilden, indem der Term für die Wirbelstromdämpfung ausgelassen wird. Das dritte Vereinfachungskonzept, die Vernachlässigung der Induktivität für den bewegungsinduzierten Strom, wird aus diesen Gründen auch für die Berechnungen mit mehreren Freiheitsgraden gewählt. Die Basis für diese Berechnungen bildet die Methode der finiten Elemente.

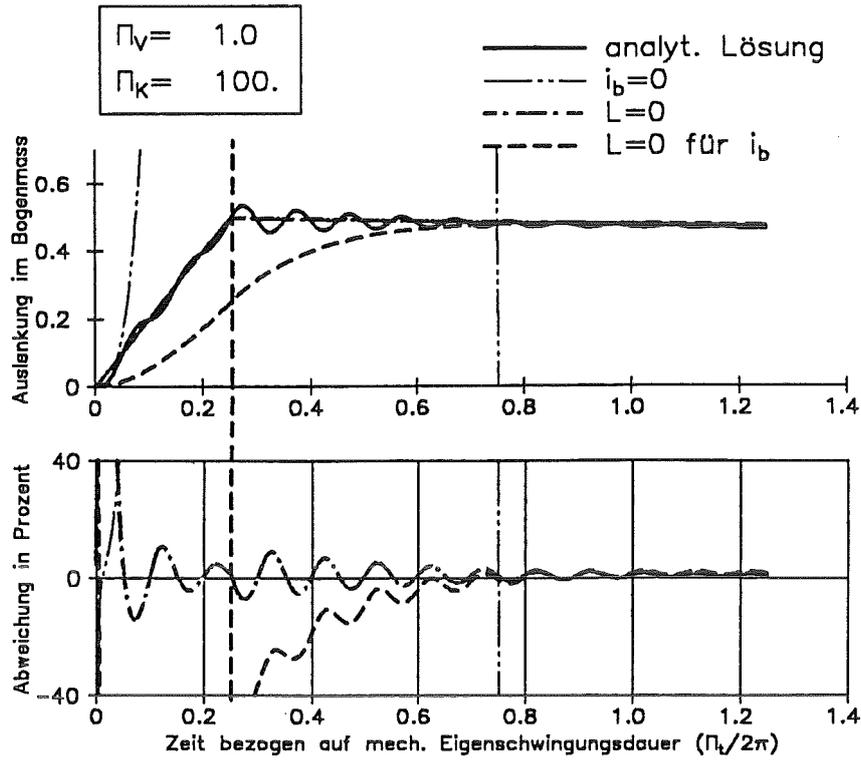
Die im nächsten Kapitel vorgestellten differentiellen Gleichungen der Elektromagnetik, Struktur- und Fluidmechanik gelten für Kontinua. Sie bilden die Grundlage zur Beschreibung der Phänomene anhand finiter Elemente.



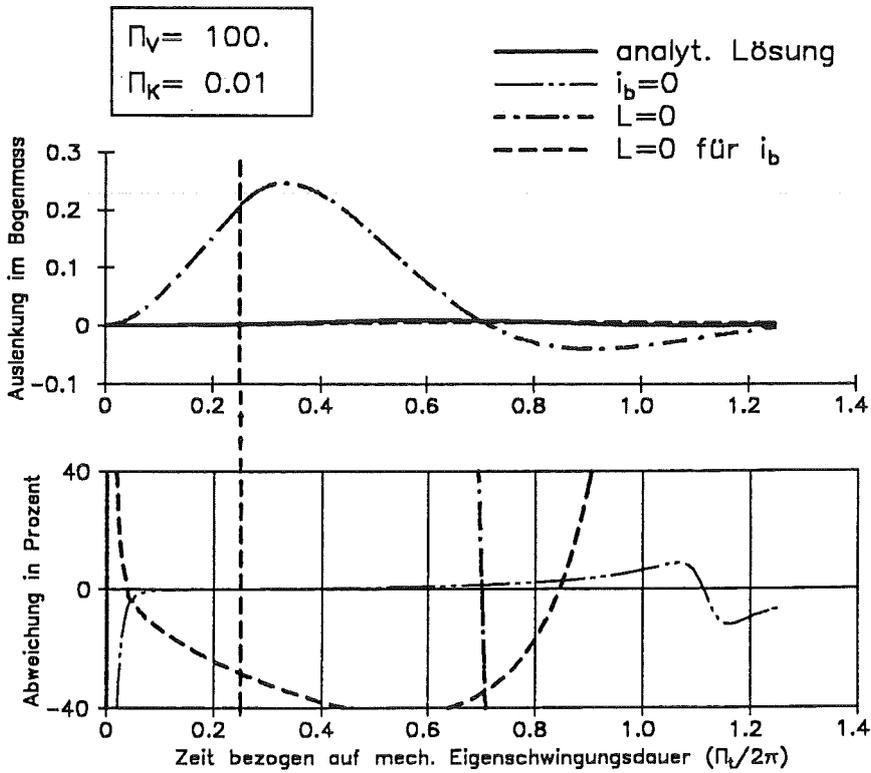
a) für  $\Pi_V \ll \Pi_{V,1}$



b) für  $\Pi_{V,1} < \Pi_V < \Pi_{V,2}$



c) für  $\Pi_V \gg \Pi_{V,2}$



d) für Blanket-relevante Parameter

Abb. 2.4a) - d): Vergleich von der analytischen Lösung mit den Lösungen, die unter Zuhilfenahme der Vereinfachungs-Konzepte berechnet werden

### 3. Zusammenstellung der differentiellen Gleichungen für gekoppelte Probleme in Kontinua

#### 3.1 Elektromagnetik

Die transiente Elektromagnetik (TEM) wird durch die Maxwell'schen Gleichungen [38, 46, 51, 57] beschrieben. Verwendet man die SI-Maßeinheiten, so lauten diese Gleichungen

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= 0 ; \quad \mathbf{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E} \\ \nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} &= \mathbf{j} ; \quad \mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= Q_f\end{aligned}\tag{3.1}$$

Hierin sind  $\mathbf{E}$  das elektrische Feld,  $\mathbf{D}$  die elektrische Verschiebungsdichte,  $\mathbf{H}$  das magnetische Feld und  $\mathbf{B}$  die magnetische Induktion.  $\epsilon_0$  ist die elektrische und  $\mu_0$  die magnetische Feldkonstante.  $\epsilon_r$  ist die Dielektrizitätszahl,  $\mu_r$  die Permeabilitätszahl, und  $Q_f$  steht für die freie elektrische Ladungsdichte.

Hinzu kommt eine Zustandsgleichung, die den leitenden Strom  $\mathbf{j}$  in Abhängigkeit insbesondere des elektrischen Feldes  $\mathbf{E}$  beschreibt:

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}(\mathbf{E}, \dots)\tag{3.2}$$

Alle Größen werden im ortsfesten Laborrahmen gemessen.

Folgende Voraussetzungen werden getroffen: Es sollen keine freien Ladungen  $Q_f$  vorhanden, das Material isotrop, nicht polarisierbar und magnetisierbar sowie thermoelektrische Vorgänge vernachlässigbar sein. Zudem soll die quasistationäre Näherung [38, 57] verwendet werden, welche voraussetzt, daß alle auftretenden Geschwindigkeiten sehr viel kleiner sind als die Lichtgeschwindigkeit, womit die Verschiebungsströme, verglichen mit dem leitenden Strom  $\mathbf{j}$ , verschwindend gering sind. Die Ladungsträger können dem elektrischen Feld ohne Verzögerung folgen. Werden besondere geometrische Anordnungen des elektrischen Leiters ausgeschlossen, so kommt es zu keinen Ladungskonzentrationen und nur eine geringe Energie wird im elektrischen Feld gespeichert. Die quasistationäre Näherung hier entspricht der Vernachlässigung der kapazitiven Eigenschaft der Leiterschleife. Mit

$$\begin{aligned} Q_f &= 0 \\ \epsilon_r &= \mu_r = 1 \\ \frac{\partial D}{\partial t} &= 0 \end{aligned}$$

und dem ohmschen Gesetz für bewegte Leiter, eingesetzt für die Zustandgleichung (3.2), folgt:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{j} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{j} &= 0 \\ \mathbf{j} &= \sigma \left( \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \times \mathbf{B} \right) \end{aligned} \tag{3.3}$$

Das ohmsche Gesetz koppelt in dieser Form die Elektromagnetik mit der Strukturmechanik. Es verknüpft die elektromagnetischen Größen  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  und  $\sigma$ , die spezifische elektrische Leitfähigkeit, mit der zeitlichen Ableitung des Verschiebungsvektors  $\mathbf{u}$ , der Geschwindigkeit.

### 3.2 Struktur- und Fluiddynamik

In der Struktur- bzw. Fluidmechanik gilt die Kontinuitätsgleichung

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \rho + \rho \nabla \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) &= 0 \\ \frac{D}{Dt} &= \text{materielle Ableitung} \end{aligned} \tag{3.4}$$

und die Impulsbilanz (erste Cauchy-Euler-Gleichung)

$$\rho \frac{D}{Dt} \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) = \nabla \cdot \mathbf{s} + \rho \mathbf{f} + \mathbf{f}_v \tag{3.5}$$

Hierin sind  $\rho$  die Dichte,  $\mathbf{s}$  der Spannungstensor,  $\mathbf{f}$  eine Massenkraft und  $\mathbf{f}_v$  eine Volumenkraft. Hinzu kommen die kinematischen Beziehungen für den Verzerrungstensor  $e_{kl}$  und den Verzerrungsgeschwindigkeitstensor  $d_{kl}$ :

$$e_{kl} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad (3.6)$$

$$d_{kl} = \frac{\partial e_{kl}}{\partial t} \quad (3.7)$$

Die Stoffgesetze verknüpfen die Spannungen mit den Verzerrungen (3.6) im Festkörper (oberer Index S) bzw. den Verzerrungsgeschwindigkeiten (3.7) im Fluid (oberer Index F); zum Beispiel:

$$s_{kl}^S = 2\mu e_{kl} + \lambda e_{mm} \delta_{kl} \quad (3.8)$$

$$s_{kl}^F = 2\eta d_{kl} + (\eta_v d_{mm} - p) \delta_{kl} \quad (3.9)$$

Hierin sind  $\mu$  und  $\lambda$  die Lamé'schen Konstanten,  $\eta$  die dynamische Viskosität,  $\eta_v$  der zweite Viskositätskoeffizient und  $p$  der Druck.

Setzt man die Stoffgesetze in die Impulsbilanz (3.5) ein, so erhält man mit konstanten  $\mu$ ,  $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $\eta$  die Navier-Gleichung für den Festkörperbereich

$$\rho^S \frac{D}{Dt} \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right) = \mu \Delta u + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot u) + \rho^S f + f_v \quad (3.10)$$

und für den Bereich des Fluides die Navier-Stokes-Gleichung

$$\rho^F \frac{D}{Dt} \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right) = \eta \Delta \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right) - \nabla p + \rho^F f + f_v \quad (3.11)$$

### 3.3 Kopplung von Elektromagnetik und Struktur- bzw. Fluidodynamik

Die einzig wirksame Massenkraft sei die Erdbeschleunigung und die einzig wirksame Volumenkraft die Lorentz-Kraft

$$\begin{aligned} f &= g \\ f_v &= j \times B \end{aligned}$$

Zusätzlich wird die Impulsbilanz im Bereich des Festkörpers um kleine Verschiebungen  $u$  linearisiert. So ergibt sich aus (3.4), (3.10) und (3.11)

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right) &= 0 \\ \rho^S \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \mu \Delta u + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot u) + \rho^S g + j \times B \\ \rho^F \frac{D}{Dt} \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right) &= \eta \Delta \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right) - \nabla p + \rho^F g + j \times B \end{aligned} \quad (3.12)$$

Der Gleichungssatz (3.3) und (3.12) mit den entsprechenden Randbedingungen beschreibt die isotherme, lineare Magneto hydrodynamik (MHD) und Magnetomechanik [54], die in [51] auch als Magnetoelastizität beschrieben wird.

Die Kopplung von Elektromagnetik und Struktur- bzw. Fluidodynamik beruht auf zwei Effekten. Einerseits induziert die mechanische Größe Bewegung elektrische Felder und andererseits bewirken die elektromagnetischen Größen Strom und Magnetfeld auf mechanischer Seite Kräfte. Beide Effekte werden durch entsprechende Terme,  $v \times B$  bzw.  $j \times B$ , in den Gleichungen (3.3) bzw. (3.12) repräsentiert.

### 3.4 Kennzahlen

Zur Bestimmung der dimensionlosen Kennzahlen werden die hergeleiteten Differentialgleichungen in eine dimensionslose Form überführt. Dieses Vorgehen wird im Rahmen der Ähnlichkeitstheorie als "Methode der Differentialgleichungen" bezeichnet [51, 80].

Zunächst werden die Zustandsgrößen mittels charakteristischer Größen normiert:

$$\begin{aligned}(x, y, z, u) &= \ell (x^*, y^*, z^*, u^*) \\ t &= \frac{\rho}{\sigma B_x B_{y0}} t^* \\ p &= p_0 p^* \\ B &= B_x B^* \\ E &= \frac{\sigma \ell B_x^2 B_{y0}}{\rho} E^* \\ j &= \frac{\sigma^2 \ell B_x^2 B_{y0}}{\rho} j^*\end{aligned}\tag{3.13}$$

Darin sind  $\ell$ ,  $\rho$ ,  $\sigma$  und  $p_0$  jeweils eine charakteristische Länge, Dichte, spezifische elektrische Leitfähigkeit und ein charakteristischer Druck.  $B_x$  und  $B_{y0}$  sind wieder charakteristische Werte für das magnetische Hintergrundfeld und für das zeitabhängige, anregende Feld.

Die mit einem Stern versehenen Größen entsprechen den zuvor gegebenen Definitionen, sind jetzt aber dimensionslos.

Werden diese Ansätze in die Differentialgleichungen (3.3) und (3.12) eingesetzt, so erhält man nach elementaren Umformungen die dimensionslosen Gleichungen

$$\nabla^* \times E^* + \frac{\partial B^*}{\partial t^*} = 0$$

$$\nabla^* \times B^* = \left[ \begin{array}{c} \mu_0 \sigma \ell^2 \\ \rho \\ \sigma B_x B_{y0} \end{array} \right] \cdot j^*$$

$$\nabla^* \cdot B^* = 0$$

$$\nabla^* \cdot j^* = 0$$

$$j^* = \left[ \begin{array}{c} \sigma^{S,F} \\ \sigma \end{array} \right] \left( E^* + \frac{\partial u^*}{\partial t^*} \times B^* \right)$$

$$\nabla^* \cdot \frac{\partial u^*}{\partial t^*} = 0$$

(3.14)

$$\left[ \begin{array}{c} \rho^S \\ \rho \end{array} \right] \frac{\partial^2 u^*}{\partial t^{*2}} = \left[ \frac{\left( \sigma \ell B_x B_{y0} \right)^2}{\rho} \right]^{-1} \left( \Delta^* u^* + \left[ \frac{\lambda + \mu}{\mu} \right] \nabla^* (\nabla^* \cdot u^*) \right) +$$

$$+ \left[ \begin{array}{c} \rho^S \\ \rho \end{array} \right] \left[ \frac{\rho^2 g \ell}{\left( \sigma \ell B_x B_{y0} \right)^2} \right] e_g + \left[ \frac{B_{y0}}{B_x} \right]^{-1} j^* \times B^*$$

$$\left[ \begin{array}{c} \rho^F \\ \rho \end{array} \right] \frac{D}{Dt^*} \left( \frac{\partial u^*}{\partial t^*} \right) = \left[ B_x \ell \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}} \right]^{-2} \left[ \frac{B_{y0}}{B_x} \right]^{-1} \Delta^* \left( \frac{\partial u^*}{\partial t^*} \right) -$$

$$- \left[ \frac{\rho p_0}{\left( \sigma \ell B_x B_{y0} \right)^2} \right] \nabla^* p^* + \left[ \begin{array}{c} \rho^F \\ \rho \end{array} \right] \left[ \frac{\rho^2 g \ell}{\left( \sigma \ell B_x B_{y0} \right)^2} \right] e_g + \left[ \frac{B_{y0}}{B_x} \right]^{-1} j^* \times B^*$$

(Die ersten fünf Gleichungen ergaben sich aus (3.3), die restlichen aus (3.12))

Die dimensionslosen Kennzahlen sind die durch die eckigen Klammern hervorgehobenen Faktoren in (3.14). Ihre Definitionen weichen von denen für die in der

Magnetohydrodynamik (MHD) üblichen Kennzahlen ab. Dies liegt daran, daß beim Dimensionslosmachen der Differentialgleichungen in der MHD eine charakteristische Geschwindigkeit  $V$  verwendet wird. Dies ist sinnvoll, da dort zumeist stationäre Strömungen, die sich durch eine solche Geschwindigkeit auszeichnen, Gegenstand der Betrachtungen sind.

Hier werden jedoch instationäre Vorgänge diskutiert, für die eine charakteristische Geschwindigkeit nur aus den anderen charakteristischen Größen bestimmt werden kann. So wird zum Beispiel unter gewissen idealisierenden Bedingungen ein frei beweglicher Körper mit der linearen Abmessung  $\ell$ , der Dichte  $\rho$  und der elektrischen Leitfähigkeit  $\sigma$ , durch die magnetischen Induktionen  $B_x$  und  $B_{y0}$  auf die Geschwindigkeit

$$V = \frac{\sigma \ell B_x B_{y0}}{\rho}$$

beschleunigt. Genau diese Größe läßt sich auch in den Definitionen (3.13) als Quotient der charakteristischen Länge  $\ell$  und des Terms für die charakteristische Zeit wiedererkennen. Zusätzlich treten in der siebten Gleichung (3.14) Kennzahlen auf, die nur im Festkörperbereich definiert sind und von daher natürlich auch nicht aus der MHD bekannt sind.

Im folgenden werden die Kennzahlen mit ihren Bezeichnungen und Bedeutungen aufgeführt. Dabei werden, soweit es trotz der unterschiedlichen Definitionen sinnvoll ist, die Bezeichnungen aus der MHD übernommen. Weiterhin werden die Beziehungen der hier hergeleiteten Kennzahlen zu denen des einfachen Modells, elastische Leiterschleife (siehe Kapitel 2.1), diskutiert.

Die magnetische Reynolds-Zahl

$$R_m = \frac{\mu_0 \sigma \ell^2}{\rho \sigma B_x B_{y0}} \triangleq \Pi_V \quad (3.15)$$

beschreibt das Verhältnis aus der charakteristischen Zeit der Magnetfelddiffusion und der charakteristischen mechanischen Zeit. Damit entspricht sie der Kennzahl

$\Pi_V$ . In der MHD wird diese Kennzahl auch als Verhältnis der Induktionen aus Konvektion und Diffusion interpretiert.

Für die folgende Kennzahl wird vom Autor die Bezeichnung Hartmann-Zahl der Magneto-Strukturdynamik  $M^s$  gewählt. Ihr Quadrat ist definiert als

$$\left( M^s \right)^2 = \frac{\left( \sigma \ell B_x B_{y0} \right)^2}{\rho \mu} = 2 \cdot \frac{B_x^2}{2\mu\mu_0} \cdot \frac{\mu_0 \sigma \ell^2}{\rho} \cdot \frac{B_{y0}}{B_x} \quad (3.16)$$

$$\hat{=} 2 \cdot \Pi_K \cdot \Pi_V \cdot \Pi_B$$

Darin entspricht

$$\frac{B_x^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\frac{B_x^2}{\mu}}{2\mu_0} \hat{=} \Pi_K$$

dem in Kapitel 2.1 eingeführten Verhältnis aus statisch magnetischer Kraft bzw. Druck und elastischer Kraft und Spannung. Für das Verhältnis von antreibender magnetischer Induktion und magnetischer Induktion des Hintergrundfeldes wird unverändert die Bezeichnung  $\Pi_B$  verwendet.

Mit der charakteristischen Zeit

$$\tau_{\text{mech}} = \frac{\rho}{\sigma B_x B_{y0}}$$

folgt aus (3.16)

$$M^s = \sqrt{B_x B_{y0}} \ell \sqrt{\frac{\sigma}{\tau_{\text{mech}} \mu}}$$

Diese Darstellung verdeutlicht die Verwandtschaft von  $M^s$  mit der Hartmannzahl  $M$  der MHD

$$M = B_x \ell \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}} \doteq \sqrt{2\Pi_K \Pi_V \Pi_B} \quad (3.17)$$

Sie ist ein Maß für das Verhältnis von magnetischer Kraft und Zähigkeitskraft.

Der Druckbeiwert

$$c_p = \frac{\rho P_0}{\left(\sigma \ell B_x B_{y0}\right)^2} \quad (3.18)$$

bezieht die statische Druckkraft auf die antreibende magnetische Kraft. Die modifizierte Froude-Zahl

$$Fr_m = \frac{\rho^2 g \ell}{\left(\sigma \ell B_x B_{y0}\right)^2} \quad (3.19)$$

setzt die Schwerkraft ins Verhältnis zur antreibenden magnetischen Kraft.

Nur von den gewählten Materialien hängen die Größen

$$\frac{\rho^S}{\rho}, \frac{\rho^F}{\rho}, \frac{\sigma^S}{\sigma}, \frac{\sigma^F}{\sigma}, \frac{\lambda + \mu}{\mu}$$

ab.

Die Probleme, bei denen die Fluidodynamik im Vordergrund steht, wie. z.B. der Strömungskanaleinsatz im Kapitel 5.4, lassen sich mit den Kennzahlen der Continua besser charakterisieren als mit den Kennzahlen der elastischen Leiter-  
schleife.

Der in diesem Kapitel aufgeführte Gleichungssatz, (3.3) und (3.12), bildet die Grundlage für die Rechenmethode der finiten Elemente (FEM). Im folgenden Kapitel werden gebräuchliche FEM-Formulierungen für die Wirbelstromanalyse und die Struktur-/Fluiddynamik vorgestellt und die für die Kopplung notwendigen Rechenschritte mit Hilfe der FEM entwickelt.

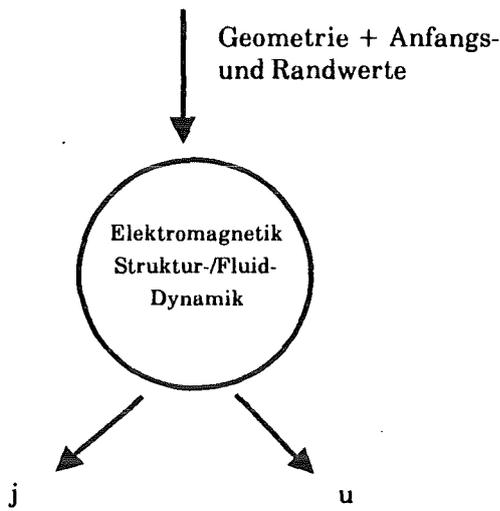
#### **4. Beschreibung der elektrisch-mechanischen Kopplung mit der Finite-Element-Methode (FEM)**

Ähnlich wie in Kapitel 2.4.3 für die elastische Leiterschleife wird hier für Strukturen mit mehreren elektrisch-mechanischen Freiheitsgraden die Kopplung der Elektromagnetik mit der Struktur- /Fluidodynamik in einer erweiterten mechanischen Rechnung näherungsweise berücksichtigt. Mit den Ergebnissen einer zuvor durchgeführten Wirbelstromanalyse werden für die erweiterte mechanische Rechnung eine Anregung und eine Wirbelstromdämpfung bestimmt. Als Anregung werden die zeitabhängigen Lorentz-Kraftdichten des in der Wirbelstromanalyse unbewegten Körpers herangezogen. Für die Berechnung der Wirbelstromdämpfung, die der oft vernachlässigbaren strukturellen Dämpfung überlagert wird, werden Informationen über elektrische Widerstände und magnetische Hintergrundfelder benötigt (vgl. zweite Gleichung (2.16)).

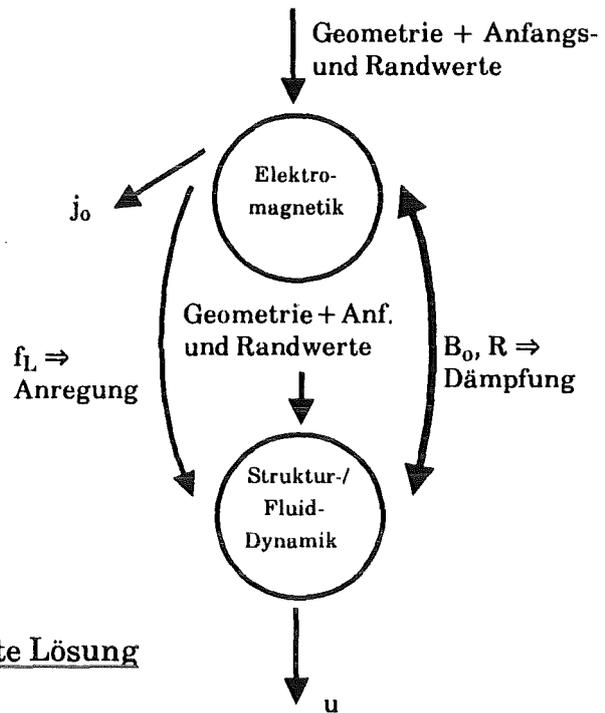
Die Abbildung 4.1 stellt diese vereinfachte Kopplung, basierend auf einer erweiterten mechanischen Rechnung, einer vollständig gekoppelten, geschlossenen und einer ungekoppelten Lösung gegenüber. Zu beachten ist, daß die Entwicklung einer geschlossenen Lösung einen wesentlich höheren rechentechnischen Aufwand erfordert.

Sowohl die Wirbelstromanalyse als auch die sich anschließende, erweiterte mechanische Rechnung werden mit Hilfe der Finite-Element-Methode durchgeführt. Um auch die Anregung und Dämpfung mit Hilfe der Finite-Element-Methode mathematisch formulieren zu können, werden die Darstellungen der Gleichgewichtsbedingungen mit finiten Elementen auf elektromagnetischer und struktur-/fluid-dynamischer Seite kurz entwickelt.

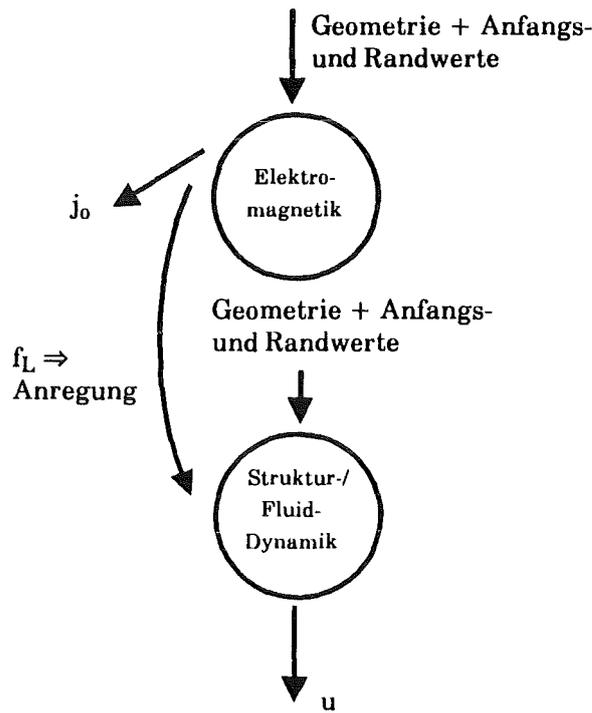
geschlossene Lösung



vereinfacht gekoppelte Lösung



ungekoppelte Lösung



- $B_0$  Hintergrundfeld
- $R$  Widerstand
- $j$  Stromdichte
- $j_0$  Stromdichte im unbewegten Körper
- $u$  Verschiebungen

Abb. 4.1: Gegenüberstellung der geschlossenen, der vereinfacht gekoppelten und der ungekoppelten Lösung

#### 4.1 Finite-Element-Formulierung der Wirbelstromanalyse

Dieses Problem wurde unter anderen von Silvester, Albanese und Rubinacci behandelt [6, 8, 9, 25, 66]. Ein Ergebnis war das Programm CARIDDI [7, 41]. Die wichtigsten Schritte zur Herleitung der Formulierung werden hier kurz wiedergegeben.

Mit einem Ansatz für das magnetische Vektorpotential A

$$A(r', t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega} \frac{j(r, t)}{|r - r'|} d\Omega \quad (4.1)$$

wobei r und r' Ortsvektoren in dem Integrationsbereich  $\Omega$  sind, lassen sich die vereinfachten Maxwell'schen Gleichungen (3.3) in folgender Form zusammenfassen (vgl. auch [20]):

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \sigma^{-1} j - v \times B = -\nabla \Phi \quad (4.2)$$

Darin ist  $\Phi$  ein skalares elektrisches Potential. Da vorab keine Informationen über die Geschwindigkeit verfügbar sind, wird üblicherweise das Kreuzprodukt aus Geschwindigkeit und magnetischer Induktion, welches das bewegungsinduzierte elektrische Feld repräsentiert, vernachlässigt. Hier soll diese Kopplungsgröße berücksichtigt bleiben. Zerlegt man das Vektorpotential in die durch vorgegebene äußere Ströme und durch die Wirbelströme erzeugten Anteile  $A_e$  und  $A_i$ , so läßt sich (4.2) neu formulieren (vgl. [8, 9]):

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega} \frac{1}{|r - r'|} \frac{\partial j}{\partial t} d\Omega + \sigma^{-1} j = -\nabla \Phi - \frac{\partial A_e}{\partial t} - B \times v \quad (4.3)$$

Die durch die Wirbelströme und durch die Bewegung induzierten magnetischen Felder sollen klein gegenüber dem zeitlich konstanten Hintergrundfeld  $B_0$  sein

$$B_{\text{sekundär}}, B_b \ll B_0 \quad (4.4)$$

In der MHD entspricht dies einer kleinen magnetischen Reynoldszahl,  $R_m \ll 1$ . Unter dieser Voraussetzung ist (4.3) eine nach der Stromdichte j aufgelöste lineare, integrale Formulierung des Wirbelstromproblems. In [13], [36], [59], [69] und [70] werden andere Formulierungen des Wirbelstromproblems diskutiert.

Allen gemeinsam ist die Lösung der Differentialgleichungen anhand der flexiblen Methode der finiten Elemente [25, 48, 66]. Für die Stromverteilung in einem finiten Element wird ein Produktansatz gewählt:

$$j^e(r, t) = N_j^e(r) \cdot I^e(t) \quad (4.5)$$

$N_j^e$  ist die Matrix der Elementstromformfunktionen. Sie bestimmt die räumliche Verteilung der Stromdichte innerhalb des Elementes  $e$ . Außerhalb des Elementes ist sie gleich Null. Die elektrischen Freiheitsgrade des Elementes werden durch die Komponenten des Vektors  $I^e$  repräsentiert. Da an jedes Element  $e$  nur eine bestimmte Anzahl, z.B.  $n$ , an Freiheitsgraden  $i$  gekoppelt ist, läßt sich (4.5) auch umschreiben zu

$$j^e(r, t) = \sum_{i=1}^n N_{j,i}^e(r) \cdot I_i^e(t) = N_j^e I^e \quad (4.6)$$

$i$  = Index des elektrischen Freiheitsgrades

Um die Stromverteilung in der gesamten Struktur zu erhalten, werden die Elementansätze (4.6) überlagert

$$j = \sum_e j^e = \sum_e N_j^e I^e = N_j I \quad (4.7)$$

mit

$$N_j = N_j^e(r) \quad \text{für } r \text{ in } \Omega^e$$

Dieses Vorgehen der Aufsummation der Elementgrößen zu den Systemgrößen ist charakteristisch für die Methode der finiten Elemente.

Wendet man mit den Formfunktionen (4.7) das Verfahren von Galerkin [79] an, erhält man die schwache Form der Gleichung (4.2):

$$L \frac{dI(t)}{dt} + R I(t) = V_o(t) + V_b(t) \quad (4.8)$$

Die Induktivitätsmatrix  $L$ , die Widerstandsmatrix  $R$ , das von äußeren Strömen induzierte elektrische Feld  $V_o$  und das bewegungsinduzierte elektrische Feld  $V_b$  werden dabei aus folgenden Integrationen bestimmt:

$$L_{ik} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\Omega} \int_{\Omega'} \frac{N_{j,i}^T(r) N_{j,k}(r)}{|r-r'|} d\Omega' d\Omega$$

$$R_{ik} = \int_{\Omega} N_{j,i}^T(r) \sigma^{-1} N_{j,k}(r) d\Omega \quad (4.9)$$

$$V_{o,i} = - \int_{\Omega} N_{j,i}^T(r) \frac{\partial A_e(r,t)}{\partial t} d\Omega$$

$$V_{b,i} = - \int_{\Omega} N_{j,i}^T(r) (B_o(r) \times v(r,t)) d\Omega$$

$i, k$  = Indizes der elektrischen Freiheitsgrade  
 $( )^T$  = transponiert

## 4.2 Finite-Element-Formulierung der Strukturmechanik

Ausführliche Beschreibungen hierzu finden sich in der einschlägigen Fachliteratur, z.B. [11, 79]. Um eine Basis für die späteren Ergänzungen zu schaffen, seien auch hier die Überlegungen kurz skizziert.

Man wendet ähnlich wie im vorhergehenden Kapitel das Galerkin-Verfahren, diesmal jedoch auf die Gleichgewichtsbedingung (3.5) an.

$$\int_{\Omega} \delta u^T \left( \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial u}{\partial t} - \nabla \cdot s - \rho f - f_v \right) d\Omega = 0 \quad (4.10)$$

In dieser Gleichung ist der Trägheitsterm bereits bezüglich kleiner Verschiebungen linearisiert. Zusätzlich wird eine lineare, viskose Dämpfung  $\mu$  eingeführt. Mittels dem Greenschen Theorem wird eine partielle Integration durchgeführt. Unter Verwendung von (3.6) wird die Gleichung (4.10) neu formuliert

$$\int_{\Omega} \left( \delta u^T \left( \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial u}{\partial t} - \rho f - f_v \right) + \delta e^T s \right) d\Omega = \int_{\Omega} \delta u^T t dA + \delta a^T q \quad (4.11)$$

Darin sind  $t$  die auf die Randflächen wirksamen Randspannungen und  $q$  die auf die Knoten punktförmig von außen angreifenden Knotenkräfte. Es sei angemerkt, daß die mit diesem Vorgehen gewonnene schwache Form der Gleichgewichtsbedingung exakt der Aussage entspricht, die man mit dem Prinzip der virtuellen Arbeit erhält.

Analog zum Vorgehen im Kapitel 4.1 wird auch hier ein Produktansatz gewählt, mit dem man aus den Knotenverschiebungen  $a$  die Verschiebung  $u$  an einem beliebigen Punkt innerhalb des Volumens  $\Omega$  bestimmen kann. Zerlegt man dazu das ganze Volumen wieder in finite Elemente, so gilt im Bereich  $\Omega^e$  des Elements  $e$ :

$$u^e(r, t) = N^e(r) \cdot a^e(t) \quad (4.12)$$

und mit (3.6)

$$e^e(r, t) = H^e(r) \cdot a^e(t) \quad (4.13)$$

Bezüglich der Formfunktionen  $N$  bzw. deren Ableitungen  $H$  wird auf [11, 63, 79] verwiesen. Unter der Berücksichtigung von Anfangsdehnungen und -spannungen schreibt sich das Stoffgesetz (3.8) in folgender matrizieller Form

$$s = D(e - e_0) + s_0 \quad (4.14)$$

Mit diesen Annahmen wird aus (4.11) folgendes für den Bereich eines Elements gültiges Differentialgleichungssystem hergeleitet

$$M^e \ddot{a}^e + C^e \dot{a}^e + K^e a^e = F^e \quad (4.15)$$

Die Elementmassenmatrix  $M^e$ , die Elementdämpfungsmatrix  $C^e$ , die Elementsteifigkeitsmatrix  $K^e$  und der Elementkraftvektor  $F^e$  werden aus den folgenden Integrationen bestimmt:

$$\begin{aligned} M^e &= \int_{\Omega^e} N^{eT} \rho N^e d\Omega \\ C^e &= \int_{\Omega^e} N^{eT} \mu N^e d\Omega \\ K^e &= \int_{\Omega^e} H^{eT} D H^e d\Omega \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$F^e = \int_{\Omega^e} N^{eT} p f d\Omega + \int_{\Omega^e} N^{eT} f_v d\Omega + \int_{\Omega^e} H^{eT} D e_0 d\Omega - \int_{\Omega^e} H^{eT} s_0 d\Omega + q^e$$

Die finiten Elemente werden wieder zu dem ursprünglichen Volumen zusammengesetzt. Im Knoten  $i$  des entstehenden Systems werden die entsprechenden Größen der angrenzenden Elemente zu den Systemgrößen dieses Knotens aufsummiert. Die Systemgleichungen, die Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrix sowie der äußere Kraftvektor lauten:

$$M \ddot{a} + C \dot{a} + K a = F$$

$$M_{ik} = \sum_{e=1}^m M_{ik}^e$$

$$C_{ik} = \sum_{e=1}^m C_{ik}^e$$

$$K_{ik} = \sum_{e=1}^m K_{ik}^e$$

(4.17)

$$F_i = \sum_{e=1}^m F_i^e$$

$$\left. \begin{aligned} a_i &= a_i^e \\ N_{ik} &= N_{ik}^e \\ H_{ik} &= H_{ik}^e \end{aligned} \right\} \text{für } r \text{ in } \Omega^e$$

$i, k =$  Indizes der mechanischen Freiheitsgrade

Bei den Summationen in den Gleichungen (4.17) ist zu beachten, daß sie zwar über alle Elemente durchgeführt werden, daß andererseits aber nur Elemente, die den Knoten  $i$  selbst enthalten, einen von Null verschiedenen Beitrag liefern.

### 4.3 Finite-Element-Formulierung der Fluidmechanik

Für Strömungen wird üblicherweise das zu lösende Problem nicht mehr in Verschiebungsgrößen, sondern nach der Geschwindigkeit und dem Druck als abhängige Variablen aufgelöst dargestellt. Dies begründet sich schon in der Form der dritten Gleichung (3.12) im Vergleich mit der für den Festkörperbereich geltenden Impulsbilanz, der zweiten Gleichung (3.12). Aufgrund von großen Verschiebungen im Fluid können die konvektiven Beschleunigungsanteile nicht vernachlässigt werden. Dies führt zu nicht-linearen Differentialgleichungen.

Für Betrachtungen des Fluids innerhalb kurzer Zeitspannen oder bei der Ausbreitung kleiner Störungen im Fluid, d.h. bei akustischen Problemen, ist es jedoch möglich, eine sehr ähnliche Herleitung für die Fluidelemente wie für die Strukturelemente durchzuführen. Dazu wird auf [11], [79] und insbesondere [12] verwiesen. Unter den erwähnten Voraussetzungen ist auch für das Fluid ein Verschiebungsansatz möglich, womit insbesondere die Integrale der äußeren Kräfte mit denen in der vierten Gleichung (4.16) identisch sind.

### 4.4 Finite-Element-Formulierung der Anregung und der Wirbelstromdämpfung

Wie bereits in der Einleitung zu diesem Kapitel erwähnt, läßt sich die Wirkung der Elektromagnetik auf die Mechanik, die Lorentz-Kraft, in eine Anregung und eine Dämpfung aufteilen. Die Lorentz-Kraft ist eine Volumenkraft und berechnet sich aus

$$f_{v, \text{Lorentz}} = j \times B$$

Zerlegt man analog zum Vorgehen in Kapitel 2.4.3 den Strom  $j$  in einen Anteil  $j_0$ , der im unbewegten Körper fließen würde, und einen Anteil  $j_b$ , der durch die Bewegung des Körpers induziert wird

$$j = j_0 + j_b ,$$

so kann die Lorentz-Kraft näherungsweise dargestellt werden als:

$$\begin{aligned} f_{v, \text{Lorentz}} &\approx j_0 \times B & + & j_b \times B_0 \\ &= f_{\text{Anregung}} & + & f_{\text{Dämpfung}} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Die zeitabhängige Anregung ist einfach aus den Ergebnissen einer rein elektromagnetischen Rechnung, zum Beispiel einer Wirbelstromanalyse, zu berechnen. Die Entstehung der anregenden Kraftdichte wird nochmal in Abb. 4.2 skizziert.

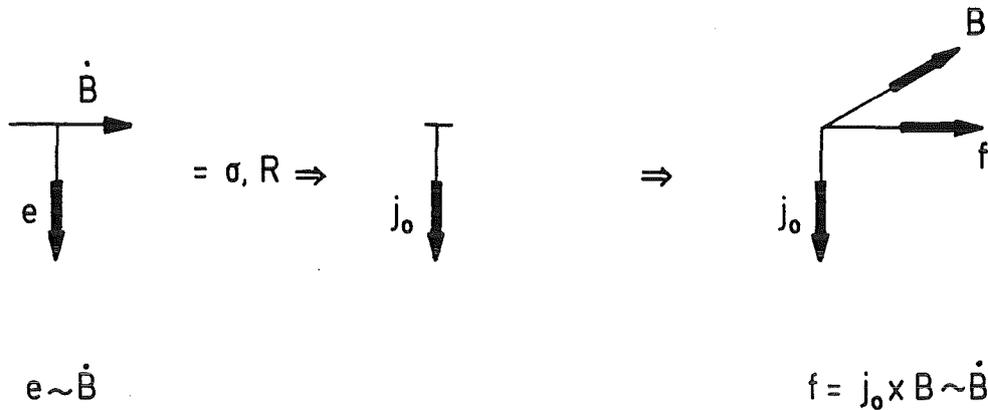


Abb. 4.2: Wirkungsmechanismus der Anregung

Die Integration der ihr entsprechenden äquivalenten Knotenkräfte verläuft so, wie sie für jede andere rein mechanische Volumenkraft in der vierten Gleichung (4.16) durchgeführt wird.

$$F_{\text{Anregung}} = \sum_{e=1}^m F_{\text{Anregung}}^e = \sum_{e=1}^m \int_{\Omega_m} N^{eT} (j_0 \times B) d\Omega \quad (4.19)$$

Bevor die Finite-Element-Formulierung der Wirbelstromdämpfung hergeleitet wird, soll ihr Wirkungsmechanismus kurz skizziert werden (siehe Abbildung 4.3). Bewegt sich ein Körper mit der Geschwindigkeit  $v$  durch ein magnetisches Feld  $B$ , so werden in ihm ein elektrisches Feld  $e$  induziert (Abb. 4.3a). Ist der Körper elektrisch leitend, so fließt in ihm der Strom  $j_b$  (Abb. 4.3b). Der elektrische Strom hat durch die Wechselwirkung mit dem magnetischen Feld eine Lorentz-Kraft  $f$  zur Folge (Abb. 4.3c). Diese Kraft ist nach der Lenz'schen Regel der Bewegung entgegengesetzt und proportional zur Geschwindigkeit. Somit hat diese Kraft den Charakter einer Dämpfung.

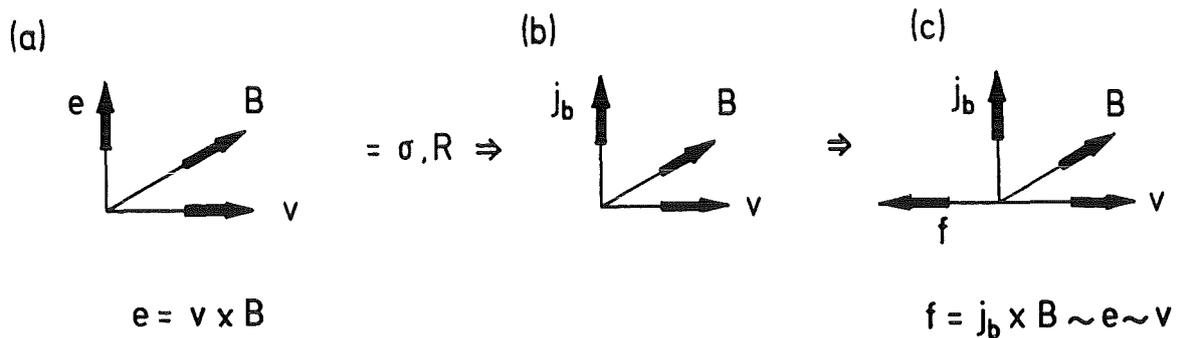


Abb. 4.3: Wirkungsmechanismus der Wirbelstromdämpfung

Zur Bestimmung der dämpfenden Kraftdichte muß also zunächst die Komponente des Stromes  $j_b$  bestimmt werden. Hierzu wird die integrale Formulierung (4.8) verwendet.

Setzt man für die rechte Seite der Gleichung (4.8) nur die durch die Bewegung induzierten Spannungen ein, so führt die Lösung dieser Gleichung selbst mit konstanten Geschwindigkeiten auf einen zeitabhängigen Strom  $j_b$ , da die Induktivität auf den Strom eine verzögernde Wirkung hat.

Um eine direkt proportionale, zeitunabhängige Beziehung zwischen der Bewegung und dem bewegungsinduzierten Strom zu erhalten, wird die Induktivität  $L$  in (4.8) vernachlässigt. Dies wird durch die Ausführungen in Kapitel 2.4.3 begründet. Mit der vierten Gleichung (4.9) lautet die Gleichung zur Bestimmung von  $V_b$  bzw.  $I_b$ :

$$R I_b = V_b = - \int_{\Omega} N_j^T (B_0 \times v) d\Omega \quad (4.20)$$

$$I_b = R^{-1} V_b$$

Mit der Matrixschreibweise für das Kreuzprodukt

$$B_0 \times v = B_0 v$$

$$\text{mit } B_0 = \begin{pmatrix} 0 & -B_{0z} & B_{0y} \\ B_{0z} & 0 & -B_{0x} \\ -B_{0y} & B_{0x} & 0 \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

und dem Ansatz (4.12) folgt aus (4.20)

$$I_b = -R^{-1} \int_{\Omega} N_j^T B_0 N \, d\Omega \dot{a} \quad (4.22)$$

Oft ist das magnetische Hintergrundfeld nur als diskrete Verteilung an den Stellen bekannt, die mit den elektrischen oder mechanischen Freiheitsgraden verbunden sind. Dementsprechend muß dann einer der folgenden Ansätze gemacht werden:

$$B_0 = \sum_{k=1}^{\ell} N_{j,k} B_{0,k} = N_j B_{0k} \quad (4.23)$$

oder

$$B_0 = \sum_{m=1}^n N_m B_{0,m} = N B_{0m} \quad (4.24)$$

$k, m =$  Orte, an die elektrische bzw. mechanische Freiheitsgrade gekoppelt sind.

Mit (4.22) und (4.24) folgt

$$I_b = -R^{-1} E_b \dot{a} \quad (4.25)$$

$$\text{mit } E_b = \int_{\Omega} N_j^T N B_{0m} N \, d\Omega$$

Wird die Volumenintegration der Matrix  $E_b$  nur über den Bereich eines finiten Elementes der Strukturmechanik ( $\Omega = \Omega_{e_m}$ ) durchgeführt, so läßt sich der Strom  $I_b$  folgendermaßen interpretieren: ein Element mit den Knotengeschwindigkeiten  $\dot{a}^e$  erzeugt im Gesamtsystem die Stromdichte  $I_{b,e}$ . In der ersten Gleichung (4.25) wird zudem von der Beschreibung in mechanischen Freiheitsgraden auf elektrische Freiheitsgrade übergegangen. Um eine räumliche Verteilung der Stromdich-

te zu erhalten, wie sie z.B. in (4.18) zur Bestimmung einer räumlichen Kraftdichtenverteilung notwendig ist, wird der Ansatz (4.5) bzw. (4.6) verwendet:

$$j_b(r) = N_j(r) I_b$$

Damit und mit (4.24) und (4.25) folgt aus (4.18)

$$f_{\text{Dämpfung, e}} = -B_o j_b = NB_{om} N_j R^{-1} E_b^e \dot{a}^e \quad (4.26)$$

Diese Kraftdichte macht sich nicht nur im bewegten Element e bemerkbar, sondern ist in allen vom bewegungsinduzierten Strom durchflossenen und von magnetischen Feldern durchsetzten Strukturteilen wirksam. Zur Bestimmung der Ersatzknotenkräfte darf sich die Integration nicht mehr wie in der vierten Gleichung (4.16) auf den Bereich des differentiell bewegten Elementes beschränken, sondern muß über die gesamte Struktur durchgeführt werden:

$$\begin{aligned} F_{\text{Dämpfung, e}} &= \int_{\Omega} N^T f_{\text{Dämpfung, e}} d\Omega \\ &= \sum_{i=1}^m \int_{\Omega^i} N^{iT} f_{\text{Dämpfung, e}} d\Omega \end{aligned} \quad (4.27)$$

Die Ursache für den erweiterten Integrationsbereich liegt, wie bereits angedeutet, darin, daß der durch die Bewegung eines Elementes induzierte elektrische Strom Volumenkräfte in der gesamten, elektrisch leitenden Struktur bewirken kann. Der elektrische Strom leitet über die Elementgrenzen hinweg den Bewegungseinfluß in die anderen Elemente und überlagert sich dort.

Bei anderen Volumen- oder Massenkräften gibt es eine solche wechselseitige Beeinflussung nicht. Deswegen läßt sich zum Beispiel die von der Schwerkraft geleistete Arbeit in den freigeschnittenen Elementen berechnen und anschließend einfach zu der im zusammengesetzten Gesamtsystem geleisteten Arbeit aufsummieren.

Diese Aufsummierung findet auch für die dämpfenden Kräfte der Wirbelströme statt, wobei zu beachten ist, daß sich eben hier die einzelnen Ersatzknotenkräfte nicht auf die Elementknoten der einzelnen Elemente beschränken, sondern auf alle Systemknoten verteilt sind. Damit erhält man:

$$\begin{aligned} F_{\text{Dämpfung}} &= \sum_{e=1}^m F_{\text{Dämpfung}, e} \\ &= \sum_{e=1}^m \left( \sum_{i=1}^m \int_{\Omega} N^{iT} f_{\text{Dämpfung}, e} d\Omega \right) \end{aligned}$$

Mit der Gleichung (4.26) läßt sich dieser Zusammenhang auch matriziell formulieren:

$$F_{\text{Dämpfung}} = -C_w \dot{a} \quad (4.28)$$

Darin hat die Wirbelstromdämpfungsmatrix  $C_w$  folgenden Aufbau:

$$\begin{aligned} C_w &= \sum_{e=1}^m \sum_{i=1}^m C_{w,e}^i = \sum_{e=1}^m \sum_{i=1}^m \left[ \int_{\Omega} N^{iT} B_o^{iT} N_j^i I_{b,e} d\Omega \right] \\ &= \sum_{e=1}^m \sum_{i=1}^m \left[ \int_{\Omega} N^{iT} B_o^{iT} N_j^i d\Omega \quad R^{-1} \int_{\Omega} N_j^{eT} B_o^e N^e d\Omega \right] \end{aligned} \quad (4.29)$$

Diese Matrix ist symmetrisch und aufgrund der zuvor beschriebenen Wechselwirkungen zwischen den finiten Elementen voll besetzt.

Werden (4.19) und (4.28) in die Systemdifferentialgleichung (4.17) eingesetzt, so ergibt sich nach geringfügigen Umformungen

$$M \ddot{a} + C_g \dot{a} + K a = F_{\text{Anregung}} + F_m \quad (4.30)$$

mit

$$C_g = C + C_w$$

Darin ist  $C_g$  die Gesamtdämpfungsmatrix und  $C$  die Matrix der mechanischen Dämpfung. Die mechanische oder strukturelle Dämpfung ist oft nur näherungsweise aus experimentellen Daten bestimmbar. In Form der Rayleigh-Dämpfung wird sie einfach als eine lineare Kombination aus Massen- und Steifigkeitsmatrix angesetzt. Damit hat die Matrix der strukturellen Dämpfung ebenfalls einen bandartigen Charakter.

Demgegenüber ist die Wirbelstromdämpfungsmatrix explizit berechenbar und voll besetzt. Bei entsprechend hoher elektrischer Leitfähigkeit der verwendeten Materialien und großem magnetischen Hintergrundfeld ist die Wirbelstromdämpfung

groß gegenüber der strukturellen Dämpfung. Letztere kann deswegen häufig vernachlässigt werden.

Das Gleichungssystem (4.30) läßt sich auch mit der voll besetzten Gesamtdämpfungsmatrix  $C_g$  unter Verwendung verfügbarer, konventioneller Rechenprogramme der Strukturmechanik lösen.

Genau dies war das Ziel der vorgestellten Modellierung. Der vereinfacht gekoppelte Lösungsweg, der die Kopplung über die anregenden Lorentz-Kräfte und die Wirbelstromdämpfung näherungsweise beschreibt, führt das vollständig gekoppelte Problem, repräsentiert durch ein Differentialgleichungssystem dritter Ordnung, zurück auf die Lösung eines Differentialgleichungssystems erster Ordnung für die Elektromagnetik und auf ein Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung, ähnlich wie es aus der klassischen Strukturmechanik bekannt ist. Für beides stehen leistungsfähige Rechenprogramme zur Verfügung. Ein iterativer Rechenprozeß, bei dem Ergebnisdaten der Elektromagnetik und der Struktur-/Fluidmechanik mehrmals wechselseitig ausgetauscht werden müssen, wird damit umgangen. Der relevante Teil der Elektromagnetik wird über die Anregung und die Dämpfung in die Struktur-/Fluidmechanik eingebunden.

Ein ähnliches Vorgehen wird oft zur Behandlung von Struktur-Fluid-Wechselwirkungen gewählt. Befinden sich Strukturteile im Fluid oder Fluid in der Struktur, so kann der Einfluß des Fluids auf die Struktur mit einer "Added-Mass"-Matrix  $M_{SF}$  beschrieben werden. Das heißt, der Massenmatrix der Struktur  $M$  wird eine die Wechselwirkung zwischen Fluid und Struktur beschreibende Matrix hinzugefügt. Die Gesamtmassenmatrix  $M_g$  der so erweiterten strukturdynamischen Rechnung bestimmt sich dann aus

$$M_g = M + M_{SF}$$

Die die Wechselwirkung beschreibende Matrix  $M_{SF}$  ist wie die Wirbelstromdämpfungsmatrix keine Bandmatrix, sondern vollständig besetzt. Dies deutet auch hier auf eine Fernwirkung oder einen Transport von Phänomenen hin, diesmal nicht über den elektrischen Strom, sondern über das Fluid.

Zusammenfassend werden hier noch einmal die Voraussetzungen und der Weg zur Bestimmung der Wirbelstromdämpfungsmatrix beschrieben:

#### Voraussetzungen

- quasistationäre Elektromagnetik
- lineare Mechanik (kleine Verschiebungen)
- Verwendung nicht-magnetischer Werkstoffe
- magnetische Hintergrundfelder größer als zeitlich veränderliche Felder

#### Vorgehen

- 1) Aus der Wirbelstromanalyse das magnetische *Hintergrundfeld* und *Widerstandsmatrix* bzw. deren Inverse einlesen. Zudem müssen die mit der Widerstandsmatrix verbundene *Topologie* des elektrischen Netzwerkes und die *Formfunktionen*  $N_j$  bekannt sein.
- 2) Integration über jedes mechanische Element zur Bestimmung des durch die Bewegung induzierten *elektrischen Feldes*  $V_b$  bzw.  $E_b$  (siehe (4.20) und (4.25)).
- 3) Für jedes mechanische Element Bestimmung der zu  $V_b$  gehörenden *Stromvektoren*  $I_b$  (siehe (4.25))
- 4) Äußere Integration über den Bereich aller mechanischen Elementes zur Bestimmung der Ersatzknotenkräfte und Aufsummation der *Wirbelstromdämpfungsmatrix*  $C_W$  (vergleiche (4.29)).

Hiermit steht ein Berechnungsverfahren zur Verfügung, entsprechend dem die FEM-Programme CARIDDI [6, 7, 10, 31, 37, 41] und ADINA [3, 4, 11] gekoppelt werden.

#### **4.5 Die programmtechnische Realisierung: Die Kopplung von CARIDDI und ADINA**

CARIDDI ist ein 3D-Wirbelstromprogramm. Es eignet sich insbesondere für Analysen in poloidal-toroidalen Strukturen. CARIDDI wurde an der Universität Salerno entwickelt. Die Theorie, auf die CARIDDI basiert, ist die in Kapitel 4.1 vorgestellte Formulierung des Wirbelstromproblems. Wie dort bereits angemerkt, kann die Lösung nur für unbewegte Körper bestimmt werden. CARIDDI legt die elektromagnetischen Freiheitsgrade auf die Kanten von 8-Knoten-Elementen (HE8). Dadurch unterscheiden sie sich von den Formfunktionen der Strukturdy-

namik, wo die Freiheitsgrade üblicherweise den Knoten der Struktur zugeordnet werden. Die Formfunktionen für diese Whitney-Elemente [21, 75] werden durch das Unterprogramm GEI8 (siehe Anhang B) bereitgestellt. Das Programm wurde durch unterschiedliche Rechnungen validiert [17, 26, 58].

CARIDDI ist in vier Programmteile unterteilt. Der Reihe nach werden CARIDDI0 bis CARIDDI3 ausgeführt. CARIDDI0 ist ein Preprozessor für die Elektromagnetik. Dort werden Geometrie-, Plasma- und Materialdaten eingegeben. In CARIDDI1 werden die Widerstandsmatrix  $R$  und die Induktivitätsmatrix  $L$  integriert. Mit diesen Matrizen wird eine erste transiente Rechnung durchgeführt, deren Ergebnis die Wirbelströme sind. In CARIDDI2 werden daraus die anderen zeitabhängigen Ergebnisgrößen wie z.B. das sekundäre Magnetfeld, die ohmsche Leistung der Wirbelströme, die Energie des Magnetfeldes und die Lorentz-Kräfte berechnet. In CARIDDI3 werden schließlich diese Ergebnisse aufbereitet und in speziellen Datenformaten ausgeschrieben.

ADINA ist ein bewährtes struktur-/fluidodynamisches Programm. ADINA wurde am Massachusetts Institut of Technology unter der Federführung von K.J. Bathe entwickelt. Neben den gängigen Elementen für Festkörper stellt ADINA zwei Typen von Fluidelementen bereit [4, 12]. Einem dieser Elementtypen, den akustischen Fluidelementen, liegt wie den Festkörperelementen ein Verschiebungsansatz zugrunde. Der Benutzer hat in ADINA die Möglichkeit, eigene Elemente, sogenannte "General Elements" zu definieren. Hier dienen die "General Elements" dazu, die Wirbelstromdämpfungsmatrix in die dynamische Analyse einzubinden.

Die Kopplung selbst findet in dem vom Autor entwickelten Programm CARADI statt. CARADI hat hauptsächlich folgende Aufgaben:

- Aufbereiten der Topologie zu einer ADINA-Eingabe
- Übertragung der anregenden Knotenkräfte vom CARIDDI-Rechennetz auf das ADINA-Rechennetz
- Festlegen der Einspannung, d.h. struktur-/fluidynamische Anfangs- und Randbedingungen
- Berechnung der Wirbelstromdämpfungsmatrix und Übergabe an ADINA in Form eines "General Elements"
- Zusammenstellen der Steuerkarten für einen linearen ADINA-Rechenlauf

Werden FEMGEN [34] als Preprozessor und ADINA-PLOT [5] oder POSADI [32] und FEMVIEW [35] als Postprozessor eingesetzt, so hat eine vollständige Rech-

nung, wie sie in der Abbildung 4.1 als "vereinfacht gekoppelte Lösung" skizziert worden ist, den in der Abbildung 4.4 dargestellten Ablauf.

CARADI ist in FORTRAN programmiert. Eine kurze Beschreibung sämtlicher Eingabegrößen befindet sich in [41]. Im folgenden werden der Aufbau des Programms sowie die Funktionen der wichtigsten Unterprogramme beschrieben. Im Anhang B wird zusätzlich der Quelltext dieser Unterprogramme aufgelistet.

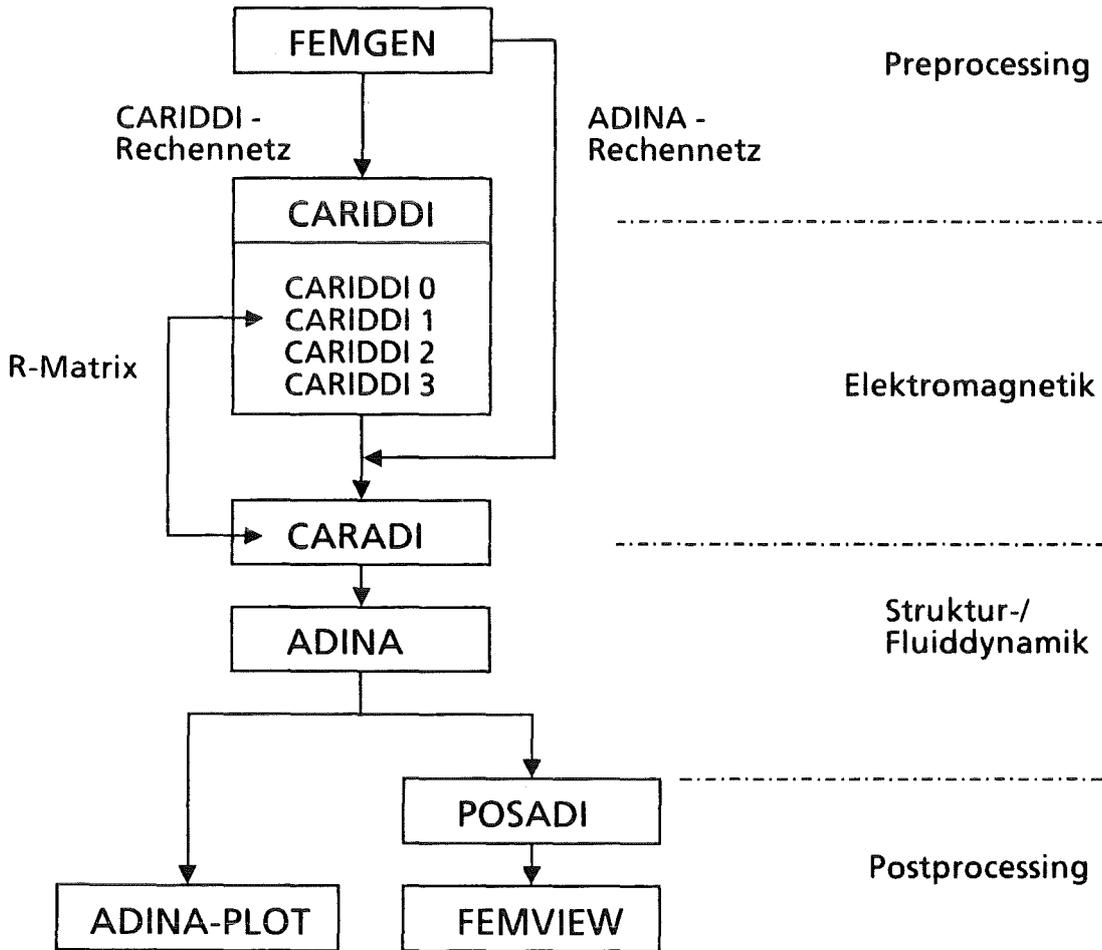


Abb. 4.4: Schematischer Ablauf einer vereinfacht gekoppelten Rechnung mit CARIDDI und ADINA



Dieses Zusammenfassen wird bereits bei der Rechenetzgerzeugung in FEMGEN durchgeführt. Dazu muß das zuvor mit FEMGEN erzeugte CARIDDI-Rechennetz in jede Richtung geradzahlig unterteilt sein und anstatt der CARIDDI-Elemente HE8 und QU4 die Elementtypen HE20 und QU8 angegeben werden.

In CARADI selbst werden die Nummern der je acht elektrischen HE8-Elemente, die ein mechanisches Element bilden, in einer Tabelle abgelegt (Unterprogramm ELEINC). Dies ist notwendig für die später vorgestellte Integration der Wirbelstromdämpfungsmatrix.

Die Reihenfolge der Elementknoten des von FEMGEN erzeugten ADINA-Rechennetzes muß so abgeändert werden, daß die ADINA-Nummerierungskonvention eingehalten wird (siehe Unterprogramm ADITOP und Abb. 4.6). Ohne diese Umnummerierung würden Elemente mit negativer Jacobi-Determinante auftreten, was zum Abbruch der ADINA-Rechnung führen würde.

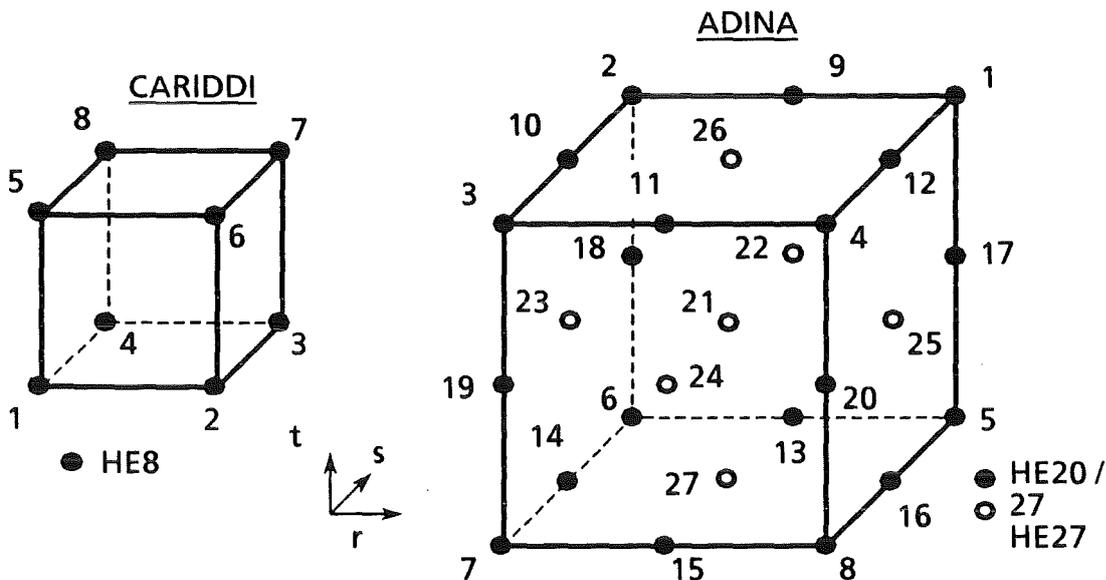


Abb. 4.6: Knotenpunkt-Nummerierungskonvention in CARIDDI und ADINA

Weiterhin müssen die den HE20-Elementen fehlenden Flächen- und Elementmittelpunkte aus den CARIDDI-Knoten bestimmt werden. Dies geschieht in dem Unterprogramm ELE27. Auch für die QU8-Plattenelemente wird der Mittelpunkt bestimmt (Unterprogramm ELE9). Damit können die HE20-Elemente zu HE27- und die QU8- zu QU9-Elemente ergänzt werden.

Zudem wird diese topologische Information gebraucht, um die auf dem CARIDDI-Rechennetz berechneten anregenden Knotenkräfte auf die im ADINA-Rechennetz tatsächlich vorhandenen Knoten umverteilen zu können (Unterprogramm CPYLOD). So müssen z.B. bei der Verwendung der HE20-Elemente die im Element- und in den Flächenmittelpunkten wirksamen Kräfte auf die Knoten dieser Elemente energiekonsistent umverteilt werden. Das heißt, die Knotenverschiebungen erfordern bzw. liefern mit den sogenannten Ersatzknotenkräften die gleiche Arbeit wie die entsprechenden Verschiebungen in den Mittelpunkten und den dazugehörigen Kräften. Die Verschiebungen in den Mittelpunkten werden dazu mit den Knotenverschiebungen und Formfunktionen entsprechend der Gleichung (4.12) bestimmt.

Eine für die Kopplung wesentliche Funktion von CARADI ist die Berechnung der Wirbelstromdämpfungsmatrix. Die Berechnung findet für HE20- bzw. HE27-Elemente in dem Unterprogramm DAMPNG bzw. DAMP27 statt. Die Vorgehensweise ist bereits am Ende des Kapitels 4.4 grob skizziert worden. Anhand des Unterprogrammes DAMPNG sollen nun exemplarisch für 20-Knoten-Elemente die durchzuführenden Rechenschritte zusammenfassend dargestellt werden.

Zunächst werden das magnetische Hintergrundfeld und die Widerstandsmatrix bzw. deren Inverse von REAAUX und READRM eingelesen und von MEMORY aus an DAMPNG übergeben. Dort werden Felder, insbesondere das für die Dämpfungsmatrix, initialisiert. Die symmetrische Widerstandsmatrix wird komprimiert in einem Vektor gespeichert. Für jedes HE20-Element werden dann die folgenden Operationen durchgeführt.

Das Hilfsfeld für das bewegungsinduzierte elektrische Feld wird initialisiert. Das magnetische Hintergrundfeld wird an den Elementknoten bestimmt. Das bewegungsinduzierte elektrische Feld wird wie in der Gleichung (4.25) vorgeschrieben integriert. Der Integrationsbereich, der sich über das HE20-Element erstreckt, wird in die acht Bereiche unterteilt, die durch die dazugehörigen elektrischen HE8-Elemente abgegrenzt werden:

$$E_b = \int_{\Omega_m^e} (...) d\Omega = \sum_{n=1}^8 \int_{\Omega_{e,n}^e} (...) d\Omega \quad (4.31)$$

Die Integrationen über die Bereiche der elektrischen Elemente werden numerisch durchgeführt. Transformiert man die Integrationen auf lokale Koordinatensysteme

me und setzt als numerisches Integrationsverfahren die Gauß'sche Quadratur [11, 24, 63, 79] ein, so erhält man für (4.31):

$$\begin{aligned}
 E_b^e &= \sum_{n=1}^8 \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} ((...) \text{DETJ}) \, dr \, ds \, dt \\
 &\approx \sum_{n=1}^8 \left( \sum_{k=1}^{NG_r} \sum_{l=1}^{NG_s} \sum_{m=1}^{NG_t} ((...) \text{DETJ})_{klm} \alpha_k \alpha_l \alpha_m \right) \quad (4.32)
 \end{aligned}$$

mit DETJ = Determinante der Jacobi-Matrix  
 NG<sub>r,s,t</sub> = Anzahl der Gaußpunkte in entsprechende Koordinatenrichtung  
 α = Wichtungsfaktor

Wählt man zum Beispiel nur einen Gaußpunkt pro elektrisches Element, so vereinfacht sich (4.32) zu:

$$\begin{aligned}
 E_b &\approx 8 \cdot \sum_{n=1}^8 ((...) \text{DETJ})_{\text{im Mittelpunkt des Elementes "n"}} \\
 &= \sum_{n=1}^8 V_n ((...)_{\text{im Mittelpunkt des Elementes "n"}} \quad (4.33)
 \end{aligned}$$

mit V<sub>n</sub> = Volumen des elektrischen Elementes "n"

Die matrizielle Form des Integranden ( (...) DETJ ) wird mit Hilfe der Gleichung (4.25) hergeleitet. Mit dem Falk'schen Schema stellt sich das dazugehörige Matrixprodukt folgendermaßen dar:

$$\text{DETJ} \begin{bmatrix} B_0 \\ (3 \times 3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ (3 \times 60) \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} N_j T \\ (NLAT \times 3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 [B_0] \dots h_{20} [B_0] \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} \text{Integrand von } E_b \\ (NLAT \times 60) \end{bmatrix}$$

Die einzelnen Komponenten des Integranden müssen für (4.32) bzw. (4.33) an jedem Gaußpunkt bestimmt werden.  $B_0$  wird nach (4.21) und (4.24) mit den Formfunktionen des HE20-Elementes und den Elementknotenwerten des magnetischen Hintergrundfeldes bestimmt.

Zur Abschätzung der Gaußpunktanzahl, die für eine exakte Integration von  $E_b$  notwendig wäre, muß zunächst die Abhängigkeit des Integranden von den lokalen Koordinaten bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
 N_j &\sim (r, s, t) \\
 B_0 &\sim (r, s, t) \\
 N &\sim (r^2, s^2, t^2) \\
 \text{DETJ} &\sim (r^2, s^2, t^2)
 \end{aligned} \tag{4.34}$$

$$\Rightarrow \text{Integrand von } E_b \sim (r^6, s^6, t^6)$$

Die Ordnung  $n$  des Polynoms, welches mit der Gaußschen Quadratur exakt integriert werden kann, hängt von der Anzahl der Gaußpunkte  $NG$  ab:

$$n = 2 \cdot NG - 1 .$$

Daraus folgt, daß eine exakte Integration hier vier Gaußpunkte in jede Koordinatenrichtung erfordert.

Ist die Matrix  $E_b$  bestimmt, so kann die dazugehörige Strommatrix  $I_b$  auf zwei Wegen bestimmt werden. Liegt die Widerstandsmatrix bereits invertiert vor, so muß folgendes Matrixprodukt bestimmt werden

$$I_b = (R^{-1}) \cdot E_b .$$

Ist die Widerstandsmatrix nicht invertiert, empfiehlt es sich, die Inversion zu vermeiden und folgendes Gleichungssystem zu lösen.

$$R I_b = E_b$$

Da die Widerstandsmatrix symmetrisch und positiv definit ist, bietet sich hierfür die Lösung nach der Cholesky-Methode [63] an. Für beide Lösungswege werden SSLII-Bibliotheksroutinen [65] verwendet.

Anschließend wird der Beitrag des eben berechneten, bewegungsinduzierten Stromes zur Wirbelstromdämpfung bestimmt. Die dazu notwendige Integration, hier auch als äußere Integration bezeichnet, erstreckt sich, wie zuvor erläutert, über das ganze Volumen. Sie läßt sich aber wieder auf die einzelnen mechanischen Elemente und weiter in die darin angeordneten elektrischen Elemente aufteilen. Der Integrand für den Bereich des mechanischen Elementes  $i$  bestimmt sich, wie aus Gleichung (4.29) zu entnehmen ist, aus dem folgenden Matrixprodukt:

$$\begin{array}{c}
 \left[ \begin{array}{c} N_{ij} \\ (3 \times NLAT) \end{array} \right] \\
 \left[ \begin{array}{c} B_{i_0} \\ (3 \times 3) \end{array} \right] \\
 \left[ \begin{array}{c} N_{iT} \\ \text{DETJ} \end{array} \right]
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \left[ \begin{array}{c} I_b \\ (NLAT \times 60) \end{array} \right] \\
 \left[ \begin{array}{c} (3 \times 60) \end{array} \right] \\
 \left[ \begin{array}{c} (3 \times 60) \end{array} \right] \\
 \left[ \begin{array}{c} \text{Integrand } C_i w \\ (60 \times 60) \end{array} \right]
 \end{array}$$

Für die numerische Integration selbst wird wieder die Gauß'sche Quadratur eingesetzt. Mit den bereits in (4.34) beschriebenen Abhängigkeiten und mit

$$j_b \sim (r, s, t)$$

folgt für den Integranden von  $C_i w$

$$\text{Integrand von } C_w^i \sim (r^6, s^6, t^6)$$

Für eine exakte Integration von  $C_w^i$  wären wiederum vier Gaußpunkte in jeder Koordinatenrichtung notwendig. Es hat sich jedoch gezeigt, daß auch hier ein Gaußpunkt pro elektrischem Element zu ausreichend genauen Ergebnissen und akzeptablen Rechenzeiten führt.

Die Matrizen  $C_w^i$  werden auf die Wirbelstromdämpfungsmatrix des Systems  $C_w$  addiert, womit diese den Einfluß der Bewegung des Elementes  $e$  beinhaltet.

Die Rechenschritte, beginnend mit der Bestimmung des bewegungsinduzierten elektrischen Feldes  $E_b$ , werden für alle mechanische Element durchgeführt.

Zuletzt wird in DAMPNG die Wirbelstromdämpfungsmatrix in einer Datei zwischengespeichert.

Auf diese Datei greift dann das Unterprogramm WRIELE zurück. Dort werden zunächst alle Daten für die Festkörperelemente im ADINA-Format ausgeschrieben. Anschließend wird die Dämpfungsmatrix wieder eingelesen. Werden in der Strukturanalyse zusätzlich Plattenelemente verwendet, so erhalten die Knoten zusätzlich zu den Translationsfreiheitsgraden zwei Rotationsfreiheitsgrade. Da die Dämpfung zu diesen Freiheitsgraden keinen Beitrag liefern soll, muß die Dämpfungsmatrix um entsprechende Zeilen und Spalten mit Nullen erweitert werden.

Da die Wirbelstromdämpfungsmatrix  $C_w$  als Systemmatrix vorliegt, muß ein "General Element", ein sogenanntes Superelement, erklärt werden. Dieses Superelement enthält in seiner Topologie alle Systemknoten in aufsteigender Reihenfolge. Die Dämpfungsmatrix wird diesem "General Element" zugeordnet und kann so von ADINA eingelesen werden. Aufgrund seiner Topologie, die alle Systemknoten beinhaltet, überlagert sich das "General Element" mit seinen Eigenschaften der Struktur mit ihren konventionellen Struktur- und Fluidelementen. Damit ist die Wirbelstromdämpfung in die struktur-/fluidodynamische Finite-Element-Analyse eingebunden.

Falls vorhanden, werden jetzt noch die Fluidelemente im ADINA-Format ausgeschrieben.

Zuletzt werden in dem Unterprogramm WRIMCC die zentralen Steuerkarten für eine lineare Analyse in ADINA zusammengestellt.

## 5. Rechenbeispiele

Mit dem im Kapitel 4.5 vorgestellten Programmsystem wurden mehrere Rechnungen durchgeführt. Hier werden vier Beispiele vorgestellt. Sie belegen die Notwendigkeit zur Kopplung der Elektromagnetik und der Struktur-/ Fluidodynamik für bestimmte Parameter. Sie zeigen ferner die Flexibilität und die Grenzen der Modellierung mit finiten Elementen auf.

Zur Verifikation können nur die ersten beiden Beispiele (Kapitel 5.1 und 5.2) dienen, da für andere Problemstellungen keine experimentelle oder mit anderen Methoden berechnete Daten vorhanden sind.

Im ersten Beispiel wird eine elastische Leiterschleife nachgerechnet. Die mit dem Programmsystem ermittelte Auslenkung wird der in Kapitel 2.3 hergeleiteten analytischen Lösung gegenübergestellt. Teilergebnisse können für dieses besonders einfache und anschauliche Beispiel sogar durch einfache Überschlagsrechnungen überprüft werden.

Im zweiten Beispiel wird ein Experiment mit einer einseitig eingespannten Kupfermembran im zeitvariablen Magnetfeld nachgebildet. Die aus dem Experiment ermittelten bzw. mit anderen Methoden berechneten Daten werden mit den hier erzielten Ergebnissen verglichen.

Das selbstgekühlte Flüssigmetallblanket ist Gegenstand der dritten Berechnung. Aufgrund der komplizierten Geometrie sind für dieses Beispiel ein aufwendiges Modell mit vielen Freiheitsgraden und lange Rechenzeiten erforderlich. Feinere Diskretisierungen, d.h. Modelle mit einer noch größeren Anzahl an Freiheitsgraden, würden größere Rechenleistungen und Speicherkapazitäten erfordern als sie zur Zeit verfügbar sind.

Im vierten Beispiel wird die Berechnung für ein Detail des Flüssigmetallblankets, einen poloidalen Strömungskanal, durchgeführt.

Im Anhang C werden diese vier Beispiele zusätzlich auf jeweils eine elastische Leiterschleife zurückgeführt. Für das erste Beispiel ist diese Rückführung trivial. Da sich im vierten Beispiel die dynamischen Vorgänge vorrangig im Fluidbereich abspielen, müssen zur Herleitung vergleichbarer Kennzahlen die im Kapitel 3.4 hergeleiteten Beziehungen zu den Kennzahlen des Kontinuums herangezogen werden.

Die mit Hilfe dieser einfachen Ersatzmodelle ermittelten Kennzahlen werden in der Tabelle 5.1 wiedergegeben. Sie ermöglichen vorab eine Prognose für das charakteristische Verhalten des entsprechenden Systems.

Größe	Beispiel 1	Beispiel 2	Beispiel 3	Beispiel 4
R [kg m <sup>2</sup> /A <sup>2</sup> s <sup>3</sup> ]	6,8 · 10 <sup>-4</sup>	6,3 · 10 <sup>-4</sup>	1,7 · 10 <sup>-4</sup>	-
L [kg m <sup>2</sup> /A <sup>2</sup> s <sup>2</sup> ]	2,0 · 10 <sup>-8</sup>	6,5 · 10 <sup>-8</sup>	4,8 · 10 <sup>-6</sup>	-
J [kg m <sup>2</sup> ]	5,3 · 10 <sup>-9</sup>	9,2 · 10 <sup>-5</sup>	3,9 · 10 <sup>3</sup>	-
C [kg m <sup>2</sup> /s]	0,0	0,0	0,0	-
K [kg m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]	0,25	3,0	2,8 · 10 <sup>10</sup>	-
A [m <sup>2</sup> ]	1,0 · 10 <sup>-4</sup>	2,4 · 10 <sup>-3</sup>	4,8	-
B <sub>x</sub> [kg/As <sup>2</sup> ]	4,0	4,0	3,7	3,3
B <sub>yo</sub> [kg/As <sup>2</sup> ]	0,24	0,24	0,32	0,53
τ [s]	3,0 · 10 <sup>-3</sup>	3,0 · 10 <sup>-3</sup>	0,02	0,02
$\Pi_B = \frac{B_{yo}}{B_x}$	6,0 · 10 <sup>-2</sup>	6,0 · 10 <sup>-2</sup>	8,6 · 10 <sup>-2</sup>	0,16
$\Pi_V = \frac{L}{R} \sqrt{\frac{K}{J}}$	0,2	1,86 · 10 <sup>-2</sup>	75,7	5,5
$\Pi_K = \frac{A^2 B_x^2}{LK}$	32,2	472,6	2,3 · 10 <sup>-2</sup>	1,3 · 10 <sup>8</sup>
$\Pi_{D, elektr.} = \frac{\Pi_V \Pi_K}{2}$	3,22	4,4	8,9 · 10 <sup>-2</sup>	3,6 · 10 <sup>8</sup>

Tab. 5.1: Charakteristische Größen in SI-Einheiten und Kennzahlen für die vier Rechenbeispiele

### 5.1 Beispiel 1: Elastische Leiterschleife

Das in Kapitel 2 vorgestellte Modell der elastischen Leiterschleife wird hier mit finiten Elementen nachgebildet. Die Leiterschleife hat einen quadratischen Grundriß und ist hier um die x-Achse drehbar gelagert. Ihre Abmessungen sind in Abb. 5.1 eingetragen.

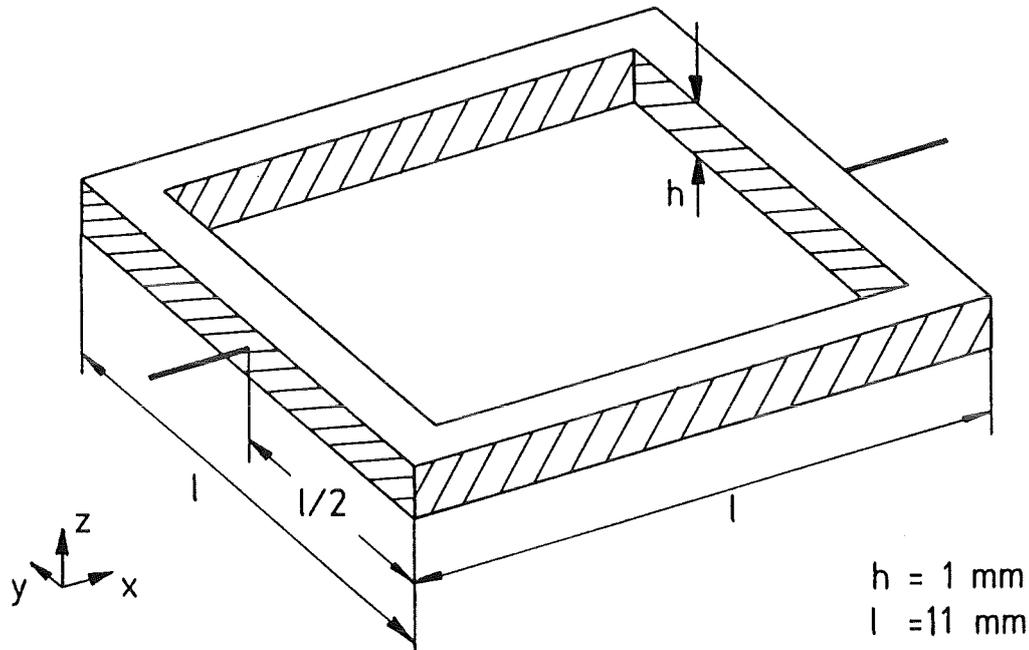


Abb. 5.1: Elastische Leiterschleife

In der Wirbelstromanalyse wird für das Material der Leiterschleife die spezifische elektrische Leitfähigkeit von Kupfer angenommen. Aufgrund der Topologie der Leiterschleife muß in CARIDDI0 eine Mehrfachverbindung deklariert werden. Erst dadurch kann CARIDDI einen Stromfluß in Umfangsrichtung der Leiterschleife, um das "Loch" herum, modellieren. Die Symmetrien können wegen der Mehrfachverbindung in CARIDDI nicht genutzt werden. Um eine durchgängige Modellbildung zu haben, wird auch in ADINA keine Symmetrie verwendet.

Homogene, zeitabhängige Magnetfelder können in CARIDDI besonders einfach dargestellt werden, wenn sie eine Ausrichtung entlang der z-Koordinate haben. Daher ist hier die Leiterschleife im Koordinatensystem anders angeordnet als in der Abbildung 2.1. Auch die Ausrichtung und Bezeichnung des Hintergrundfeldes unterscheidet sich von der im Kapitel 2 eingeführten.

Die magnetische Induktion soll homogen über den Bereich der Leiterschleife verteilt sein. Dies erreicht man, indem man die Leiterschleife in das Zentrum eines kreisförmigen Leiters legt, der einen relativ großen Radius hat. Das Magnetfeld, das im Bereich der Leiterschleife durch den Strom eines solchen Leiters erzeugt wird, berechnet sich aus der einfachen Beziehung (siehe [46])

$$B_z(t) = \frac{\mu_0}{2R} I(t).$$

Für dieses Beispiel wurde der Radius  $R$  des Leiters, der üblicherweise das Plasma repräsentiert und dessen Strom trägt, auf 1 m gelegt. Damit läßt sich der Strom  $I(t)$  festlegen, mit dem die anregende magnetische Induktion  $B_z(t)$  innerhalb von 3 ms linear von 0,24 T\*) auf Null abfällt. Das zeitlich konstante Hintergrundfeld  $B_y$  hat die Größe 4T.

Die Drehfeder wird durch vier Stabelemente, die jeweils an einer Ecke der Leiterschleife angeordnet sind, ersetzt. Um die Verformung der Leiterschleife in sich gering zu halten, wird der Elastizitätsmodul auf einen, verglichen mit dem der Stabelemente, relativ hohen Wert gesetzt. Die Abb. 5.2 zeigt die FEM-Modelle für die Wirbelstromanalyse und die sich anschließende Strukturanalyse.

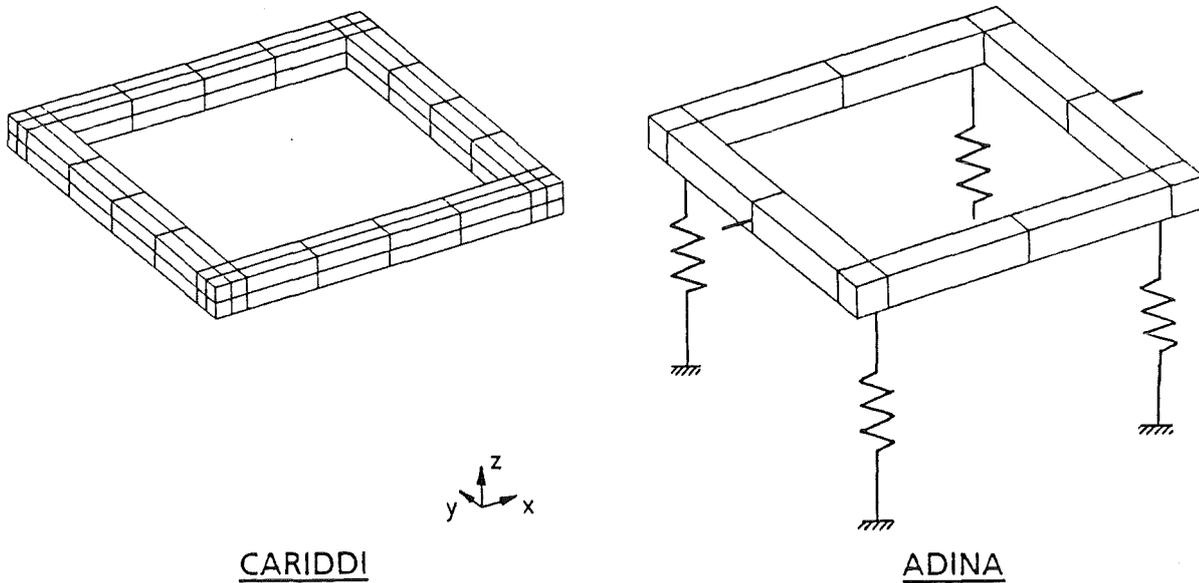


Abb. 5.2: FEM-Modelle für das Beispiel 1

\*) T = Tesla = kg/As<sup>2</sup>

Das CARIDDI-Modell ist aus 96 HE8-Elementen aufgebaut. Aus dem CARIDDI-Modell bestimmt CARIDDI die aktiven Kanten, an die die elektromagnetischen Freiheitsgrade gekoppelt sind. Zusammen mit der einen Mehrfachverbindung ergeben sich 97 elektromagnetische Freiheitsgrade. Ein Ergebnis von CARIDDI ist eine charakteristische Zeit, gebildet aus dem Verhältnis von gespeicherter magnetischer Energie und ohmscher Verlustleistung:

$$\frac{W_L}{P_R} \approx 2,91 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

Diese stimmt sehr gut mit der Lade- bzw. Entladezeit des die Leiterschleife repräsentierenden R-L-Kreises überein. Mit den Werten für die Induktivität und den Widerstand aus der Tabelle 5.1 ergibt sich dafür

$$\frac{L}{R} = 2,94 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

CARIDDI kann die Berechnungen nur für unbewegte Strukturen durchführen. Der Stromverlauf über der Zeit entspricht daher der Lade- bzw. Entladekurve eines klassischen, unbewegten R-L-Kreises.

Der CARIDDI-Rechnung schließt sich der Rechenlauf des Schnittstellenprogramms CARADI an. In CARADI werden die Wirbelstromdämpfungsmatrix berechnet und die Knotenkräfte vom CARIDDI-Modell auf das ADINA-Modell übertragen. Die Eingabe für CARIDDI und CARADI sind in der Tabelle D.1 zusammengefaßt.

Mit der von CARADI erstellten Eingabe für ADINA wird eine lineare, strukturdynamische Rechnung durchgeführt. Die analytische Lösung des vollständig gekoppelten Problems mit einem Freiheitsgrad wird mit der Gleichung (2.7) aus Kapitel 2 bestimmt. Zusätzlich werden Lösungen entsprechend den Vereinfachungs-Konzepten aus Kapitel 2.4.2 und Kapitel 2.4.3 bestimmt. Die Lösungen werden in der Abbildung 5.3 in Form des Auslenkungswinkels der Leiterschleife als Funktion der Zeit gegenübergestellt. Die Lösungen, die mit dem zweiten und dritten Vereinfachungs-Konzept erzielt werden, unterscheiden sich von der analytischen Lösung nur so geringfügig, daß auf ihre Darstellung in der Abbildung 5.3 verzichtet wird.

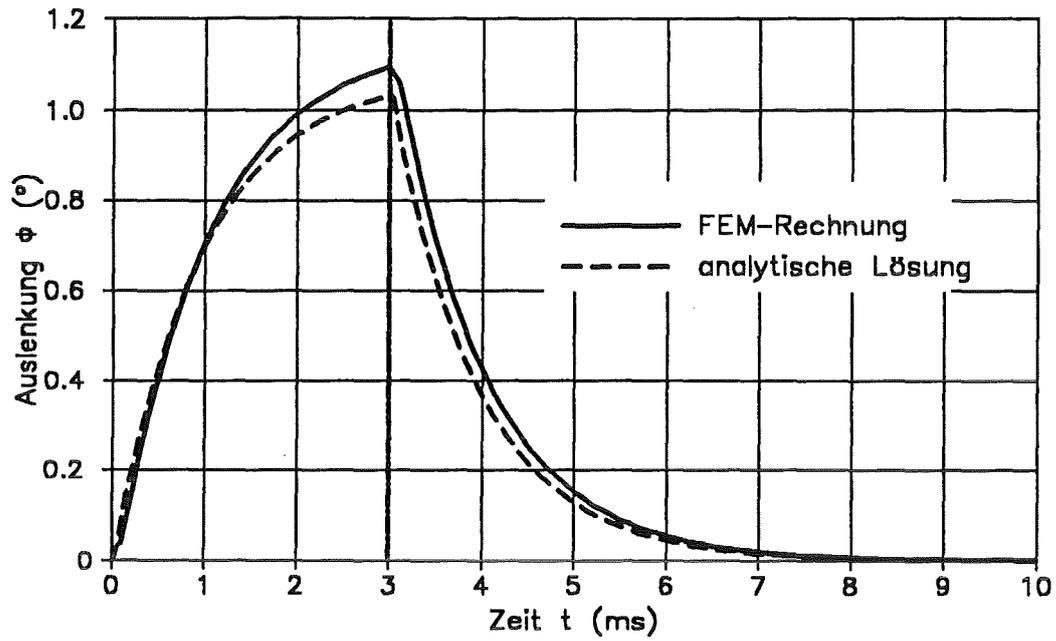


Abb. 5.3: Auslenkung der Leiterschleife

Berücksichtigt man die Ungenauigkeiten bei der Rückführung auf das Modell mit einem Freiheitsgrad, so ist die Übereinstimmung der Lösungen sehr gut.

## 5.2 Beispiel 2: Membran

Für eine Nachrechnung bieten sich das Experiment und die vollständig gekoppelten Rechnungen von Bialek und Weissenburger [14] sowie diverse ähnliche Versuchsanordnungen, z.B. in [42, 47, 52, 56, 68, 71], an.

Im Experiment von Bialek und Weissenburger ist eine Kupfermembran einseitig fest eingespannt (siehe Abbildung 5.4)

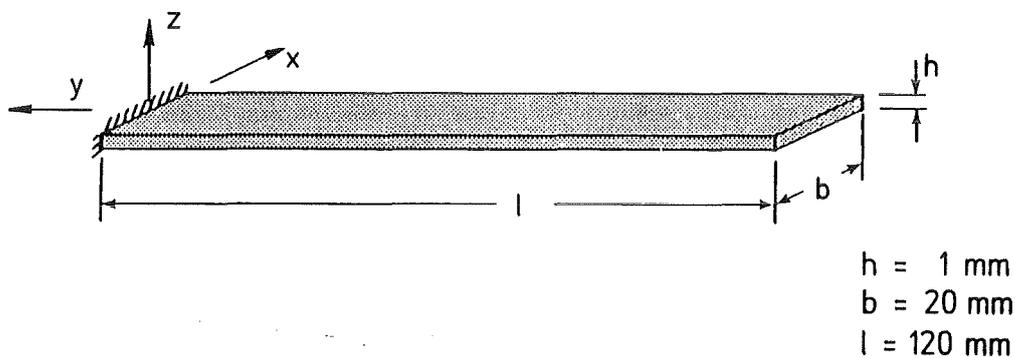


Abb. 5.4: Kupfermembran aus [14]

Die Geometrie des Leiters, dessen Strom das anregende Magnetfeld  $B_z(t)$  erzeugt, sowie der Strom-Zeitverlauf entsprechen denen aus dem ersten Beispiel. Auch das Hintergrundfeld  $B_y$  hat hier wieder die Größe  $4\text{T}$ . Die Anordnung von Leiter, Membran und magnetischen Induktionen ist in der Abbildung 5.5 angedeutet.

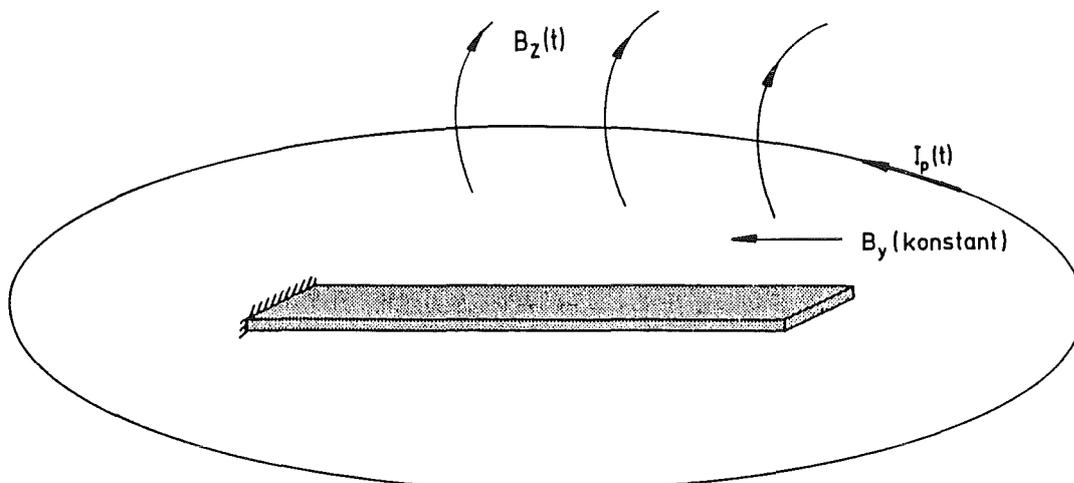


Abb. 5.5: Magnetische Induktionen

Für die CARIDDI-Rechnung wird die Membran in  $4 \times 32 \times 2$  HE8-Elemente unterteilt. Das ADINA-Rechennetz besteht nur halb so fein unterteilt aus  $2 \times 16 \times 1$  HE20-Elementen.

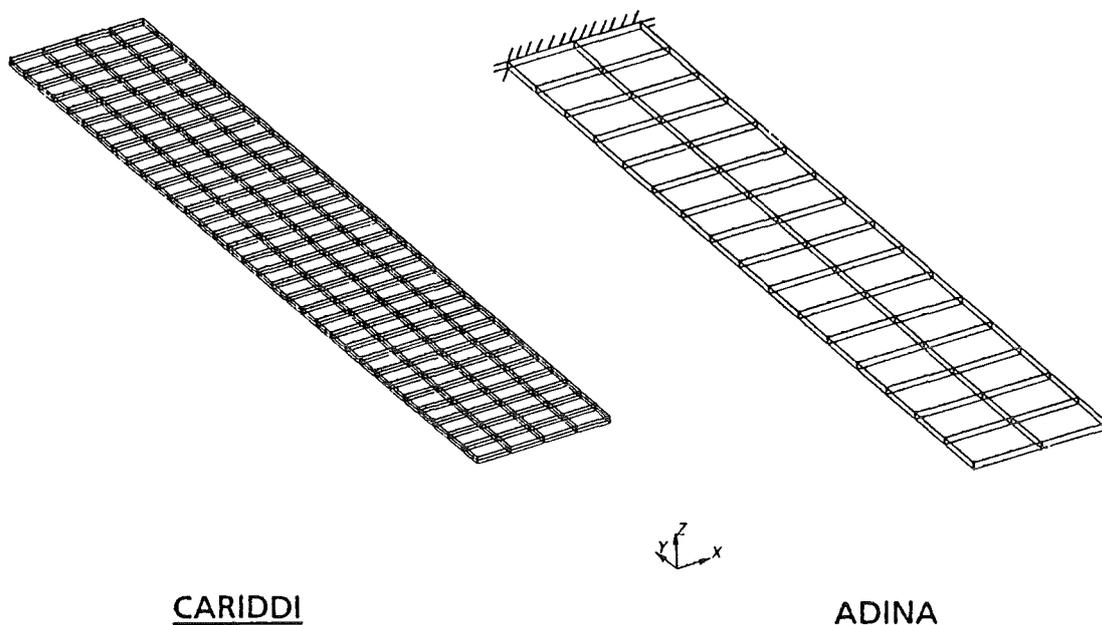


Abb. 5.6: Die Rechennetze des Beispiels 2

Die Eingabe von CARIDDI entspricht der Eingabe für das Beispiel 1. Die wichtigsten Ergebnisse aus der CARIDDI-Rechnung sind die zeitabhängigen Stromdichten und anregenden Knotenkräfte. Die räumliche Verteilung dieser beiden Größen wird für den Zeitpunkt  $t = 3 \text{ ms}$ , am Ende der Anregung, in der Abbildung 5.7 dargestellt.

Die wichtigsten Daten zur Steuerung der CARADI-Rechnung, wie z.B. mechanische Eigenschaften der verwendeten Strukturmaterialien und mechanische Randbedingungen in Form der Einspannung der Membran, sind der Tabelle D.2 zu entnehmen.

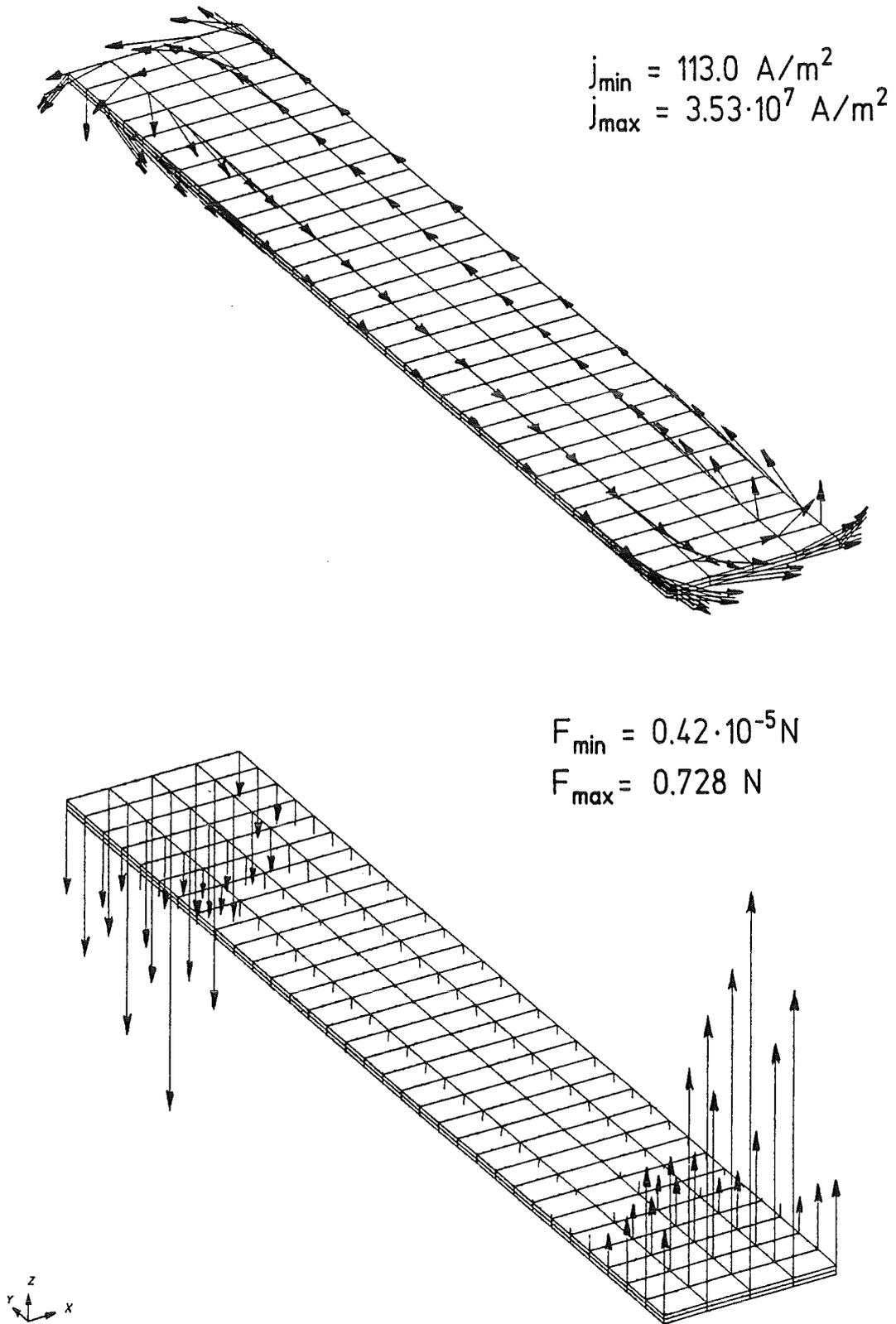


Abb. 5.7: Stromdichte und anregende Knotenkräfte am Ende der Anregung

Mit den von CARADI erstellten Eingabedateien wird eine ADINA-Rechnung durchgeführt. Zusätzlich wird eine analytische Lösung mit den Werten aus der Tabelle 5.1 für das Beispiel 2 und der Gleichung (2.7) bestimmt. Wieder unterscheiden sich die Ergebnisse der analytischen Lösung von den Ergebnissen der vereinfacht gekoppelten Lösung für die elastische Leiterschleife nur unwesentlich. So werden in der Abbildung 5.8 die Ergebnisse des Experiments von Bialek und Weissenburger mit den Ergebnissen der FEM-Rechnung mit ADINA und der analytischen Lösung für die elastische Leiterschleife verglichen.

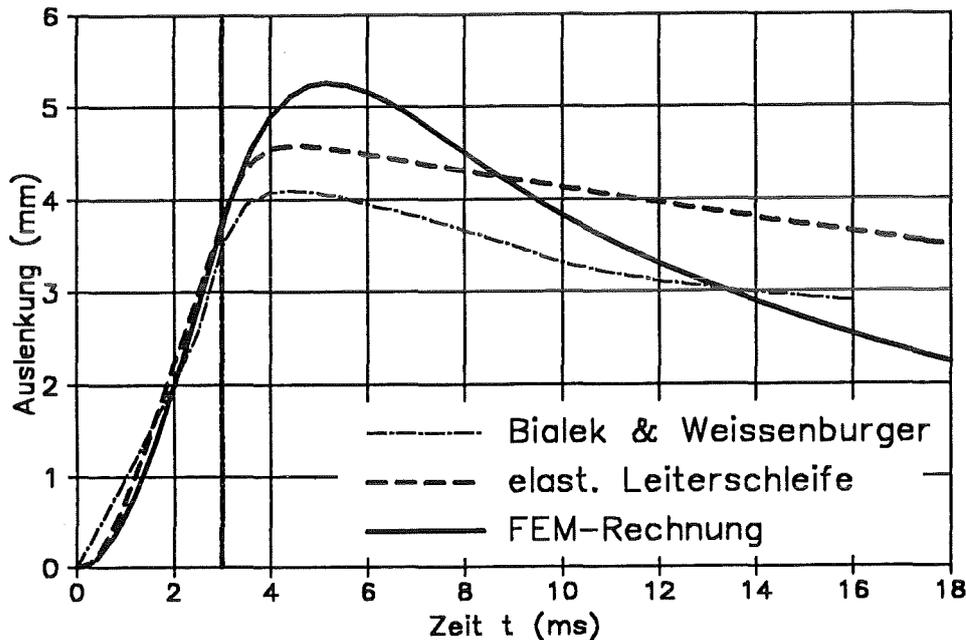


Abb. 5.8: Auslenkung des freien Endes der Membran, ermittelt aus dem Experiment, der analytischen und vereinfacht gekoppelten Rechnung

Zur Darstellung der Lösungen wird die z-Auslenkung des freien Endes der Membran gewählt.

Die Übereinstimmung ist gut, ähnlich wie für die Ergebnisse der ungekoppelten Rechnungen, die in Abbildung 5.9 wiedergegeben werden. Die ADINA-Eingabe für die ungekoppelte Rechnung unterscheidet sich von der Eingabe der vereinfacht gekoppelten Rechnung durch das Wegfallen des einen Elementes, an das die Wirbelstromdämpfungsmatrix für das System gekoppelt ist. Demgegenüber streichen Bialek und Weissenburger für die ungekoppelte Rechnung die dämpfend wirkenden Anteile der Lorentz-Kraft aus dem gekoppelten Differentialgleichungssystem.

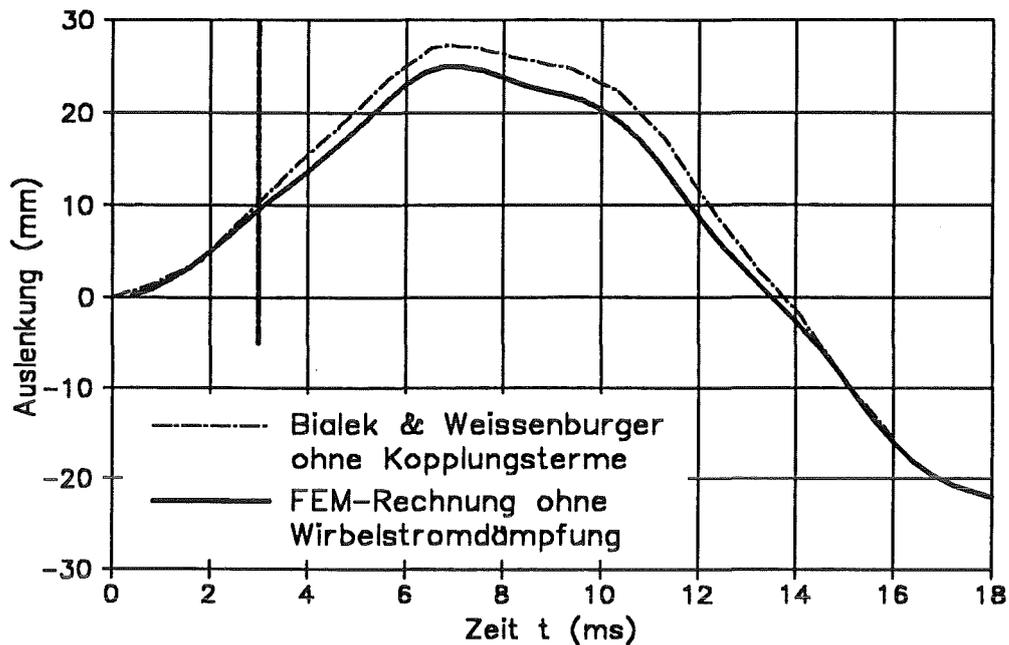


Abb. 5.9: Auslenkung des freien Endes der Membran, ermittelt aus den ungekoppelten Rechnungen

Der starke Einfluß, den die Wirbelstromdämpfung auf die maximale Auslenkung und damit auch auf die maximalen Spannungen in den ersten beiden Beispielen hat, war bereits an den Werten der dimensionslosen Kennzahlen  $\Pi_K$  und  $\Pi_V$  in der Tabelle 5.1 erkennbar. Diese beiden Beispiele belegen damit die Notwendigkeit für den Bereich der Parameter  $(\Pi_V \Pi_K) > 1$ , die Wirbelstromdämpfung mittels dem in den vorangehenden Kapiteln vorgestellten Verfahren zu berücksichtigen.

### 5.3 Beispiel 3: Flüssigmetallblanket

Im Kernforschungszentrum Karlsruhe werden derzeit zwei unterschiedliche Blanketkonzepte entwickelt. Für das gasgekühlte Keramikblanket wurden bereits elektromagnetisch-mechanisch gekoppelte Berechnungen durchgeführt [17]. Boccacini verwendete dazu CARIDDI und das FEM-Programm ABAQUS [1]. In diesen Rechnungen wird die Wirbelstromdämpfung nicht modelliert. Das gasgekühlte Blanket ist aus schalenartigen Strukturelementen aufgebaut und beinhaltet keine elektrisch leitenden Flüssigkeiten.

Das andere Konzept ist das selbstgekühlte Flüssigmetallblanket [45, 49, 50, 60]. Das Flüssigmetall, eine eutektische Lithium-Blei-Mischung, ist sowohl Brut- als auch Kühlmittel. In dem betrachteten Außenblanket wird das Flüssigmetall auf komplizierte Weise in poloidalen und toroidalen Strömungskanälen geführt (siehe Abbildung 5.10 und 5.11).

Aus konstruktiven Gründen muß das Flüssigmetall dem Blanket von oben zu- und abgeführt werden. In den hinteren vier poloidal ausgerichteten Kanälen strömt das Flüssigmetall im Normalbetrieb zunächst nach unten, wird dort umgelenkt und strömt dann in den schrägen mittleren Kanälen nach oben. Durch die Schräge wird es aus diesen Kanälen in die toroidal ausgerichteten Kühlkanäle umgelenkt. Aus diesen mäanderförmigen Kanälen strömt das Flüssigmetall wieder aus dem Bereich der ersten Wand in die schrägen mittleren Kanäle. Gegenüber der Eintrittstemperatur von 275 °C um ca. 125 Kelvin erwärmt, verläßt das Fluid das Blanket. Um mit diesen Temperaturspannen die anfallende Wärmeleistung von ca. 30 MW pro Segment abführen zu können, ist ein Volumenstrom von 0,15 m<sup>3</sup>/s notwendig. Der größte Teil der Leistung fällt in Form von Wärme- und Neutronenstrahlung im Bereich der ersten Wand an. In den Abbildungen 5.10 und 5.11 ist in diesem Bereich noch Beryllium als Neutronenvervielfacher vorgesehen. Bei neueren Entwürfen wird auf das Beryllium verzichtet. Die Brutrate für das Tritium erwies sich auch so als ausreichend.

Die poloidalen Kanäle sind durch die Strömungskanaleinsätze (SKE) elektrisch voneinander isoliert, was die MHD-Druckverluste im Normalbetrieb reduziert. Eine Detailanalyse eines poloidalen Kanals mit einem SKE wird in Kapitel 5.4 durchgeführt.

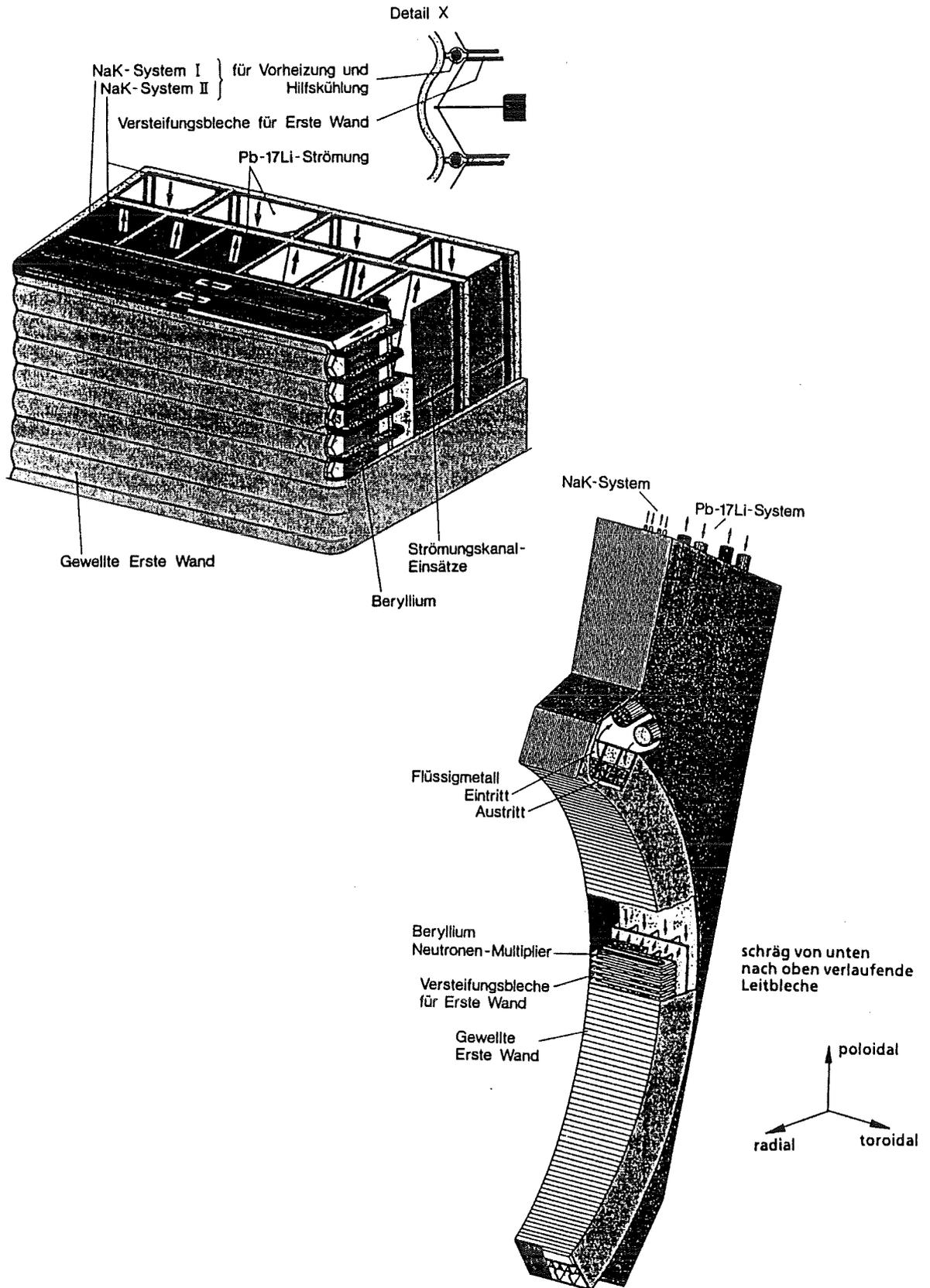


Abb. 5.10: Selbstgekühltes Flüssigmetallblanket

Schnitt A-B

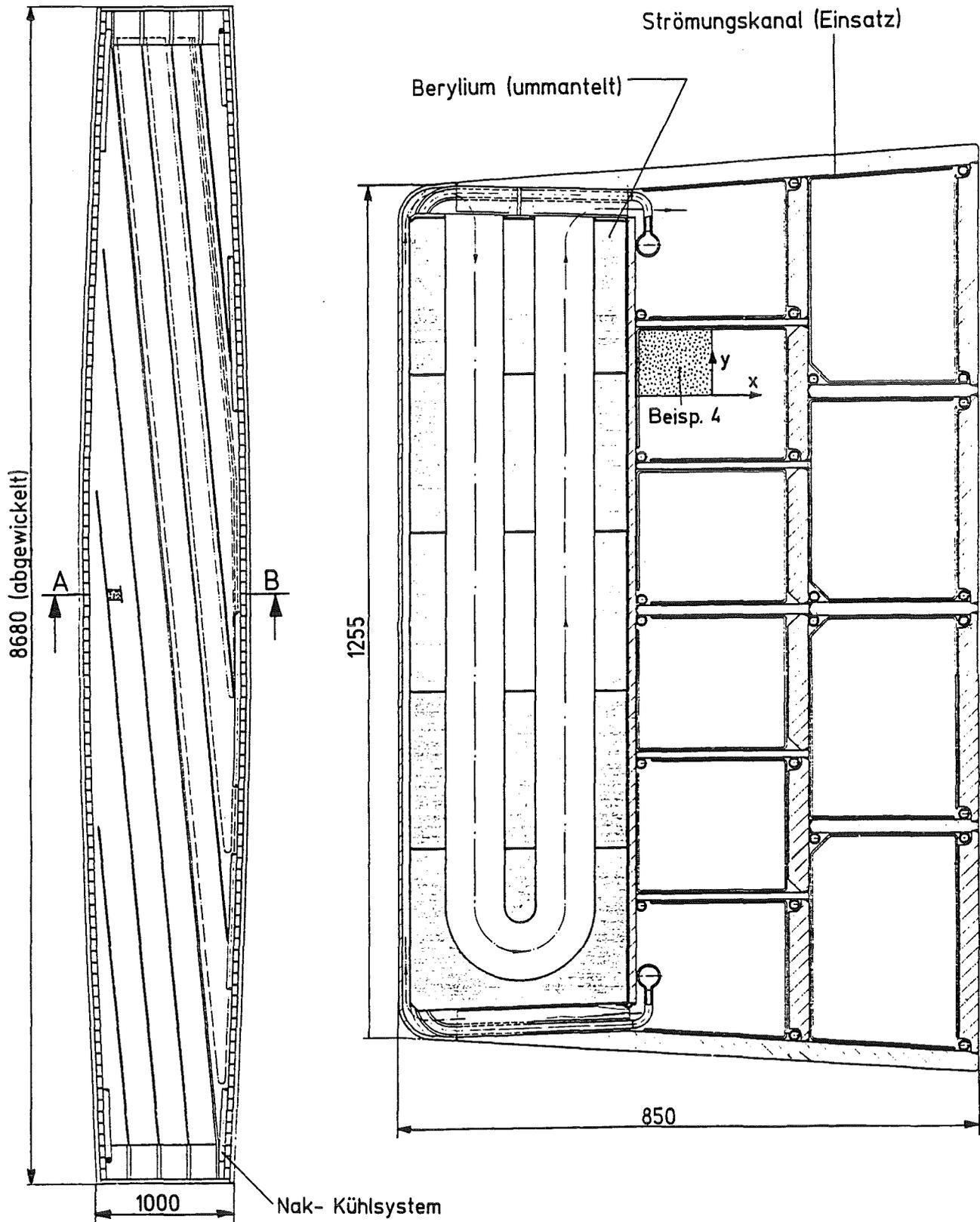


Abb. 5.11: Wichtige Maße des selbstgekühlten Flüssigmetallblankets

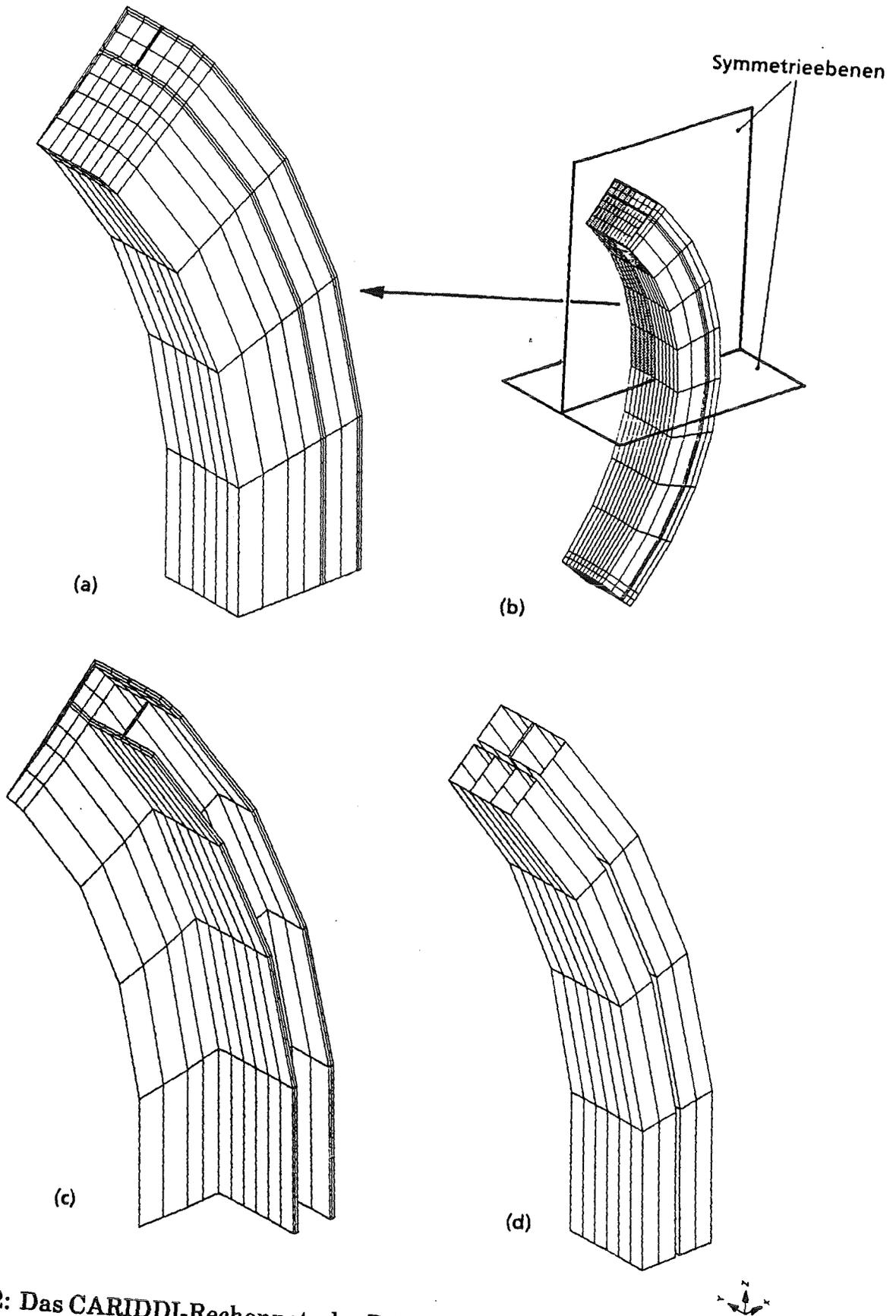


Abb. 5.12: Das CARIDDI-Rechennetz des Beispiels 3

- (a) Rechennetz
- (b) Anordnung im Blanket
- (c) Struktur ohne Deckel und erste Wand
- (d) Isolationsflächen

Der Aufbau des Blankets mit dem großen Anteil an elektrisch leitenden Materialien erlaubt eine räumliche Verteilung der induzierten Wirbelströme. Zur Berechnung dieser Ströme muß daher ein Programm, wie z.B. CARIDDI eingesetzt werden, welches die Dreidimensionalität des Stromflusses nachbilden kann. Weitere Komplexität erhält dieses Rechenbeispiel durch die Verwendung von Fluidelementen zur Modellierung des Flüssigmetallbereiches. Die Erstellung eines CARIDDI-Modells und die sich anschließende CARIDDI-Rechnung wurde bereits in [31] beschrieben.

In diesem Modell wurde die Schräge der mittleren poloidalen Strömungskanäle berücksichtigt. Daher konnte keine Symmetrie genutzt werden. Nachrechnungen mit einem Modell, welches gerade Kanäle voraussetzt und deswegen nur ein Viertel der gesamten Geometrie nachbilden muß, zeigen, daß die Wirkung der Schrägen auf die Wirbelstromverteilung und Lorentz-Kräfte vernachlässigbar ist. Ein solches Viertelmodell wird deshalb auch hier verwendet. So können die Rechenetze (siehe Abb. 5.12 und 5.15) und damit die Anzahl der Freiheitsgrade erheblich reduziert werden.

Ein linearer Abfall des Plasmastroms von 20 MA auf Null innerhalb von 20 ms wird postuliert. Die Geometrie des Plasmas wird auf einen kreisförmigen Leiter mit dem Radius  $r = 5,2$  m vereinfacht. Eine detailliertere Nachbildung des Plasmas ist nach [18] und einfachen Testrechnungen nicht notwendig. Ebenso verbessert die Berücksichtigung der induktiven Wechselwirkung mit den anderen 47 Außenblankets oder den 32 Innenblankets die Ergebnisse der Wirbelstromanalyse nur unwesentlich (siehe [19]). Der rechnerische Aufwand zur Bestimmung der Induktivitätsmatrix würde jedoch im Falle der Berücksichtigung dieser Wechselwirkung unverhältnismäßig ansteigen.

Die Eingabe für die CARIDDI-Rechnung wird in Tabelle D.3 zusammengefaßt.

Die Ergebnisse von CARIDDI werden in Form von Stromvektoren und Kraftdichteverteilungen jeweils zum letzten Zeitpunkt der Erregung ( $t = 20$  ms) in den Abbildungen 5.13 und 5.14 wiedergegeben. In der Abbildung 5.13 ist zudem der zeitliche Verlauf der Wirbelströme in den Knoten 30, 89 und 323 dargestellt. Deutlich erkennbar ist das resistiv-induktive Lade- und Entladeverhalten der Wirbelströme. Die Wirbelströme und damit auch die anregenden Kräfte sind im hinteren Bereich des Blankets, im Bereich der poloidalen Kanäle, relativ klein. Dies hat zwei Ursachen. Erstens hat die erste Wand bei der gewählten Zeitcharakteristik des Plasmastromes eine abschirmende Wirkung. Zum zweiten ist dies eine Auswir-

kung der Strömungskanaleinsätze, die den hinteren Teil des Blankets elektrisch unterteilen.

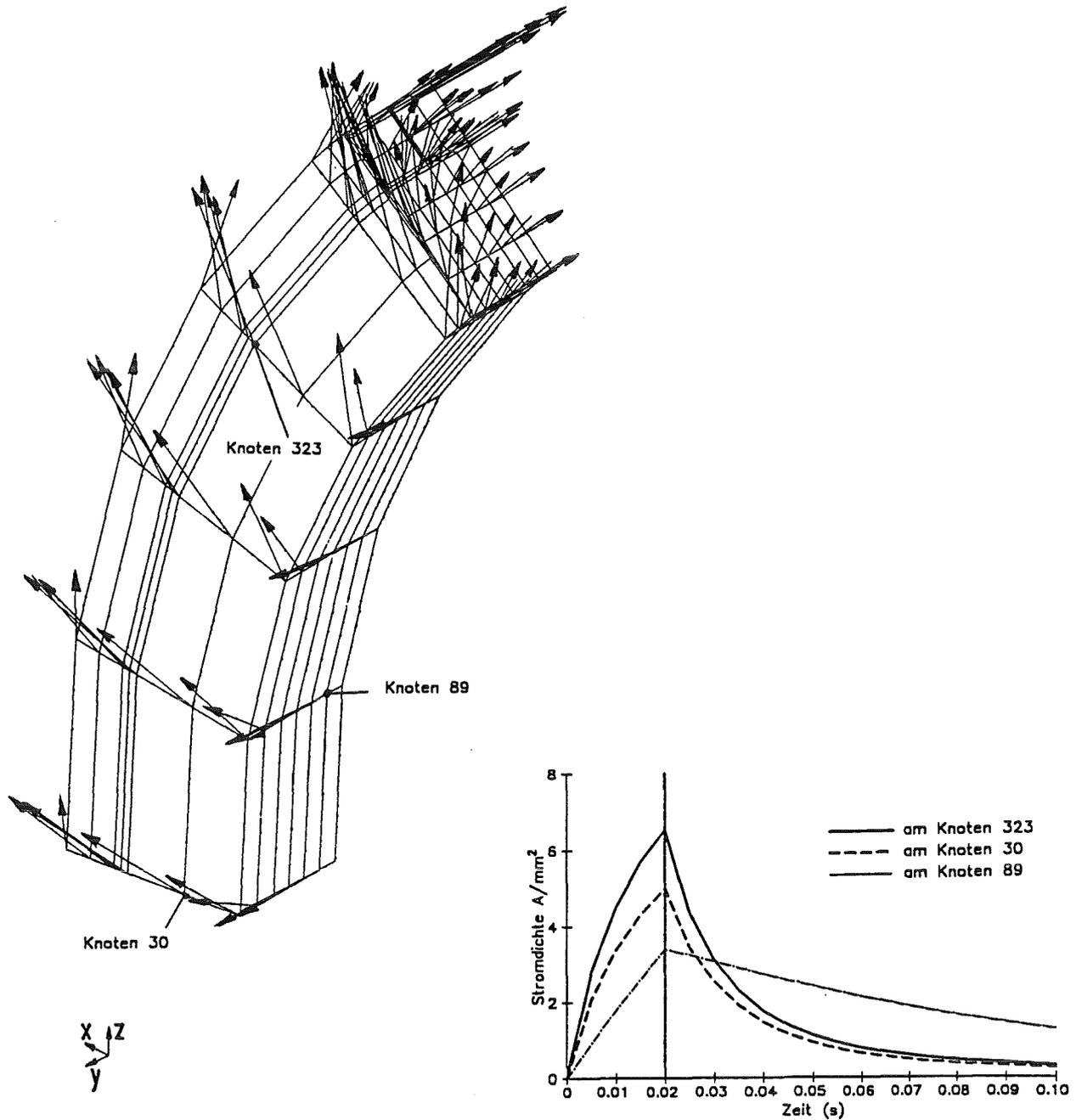


Abb. 5.13: Stromvektoren am Ende der Anregung und Zeitverlauf der Stromdichten an ausgezeichneten Knoten

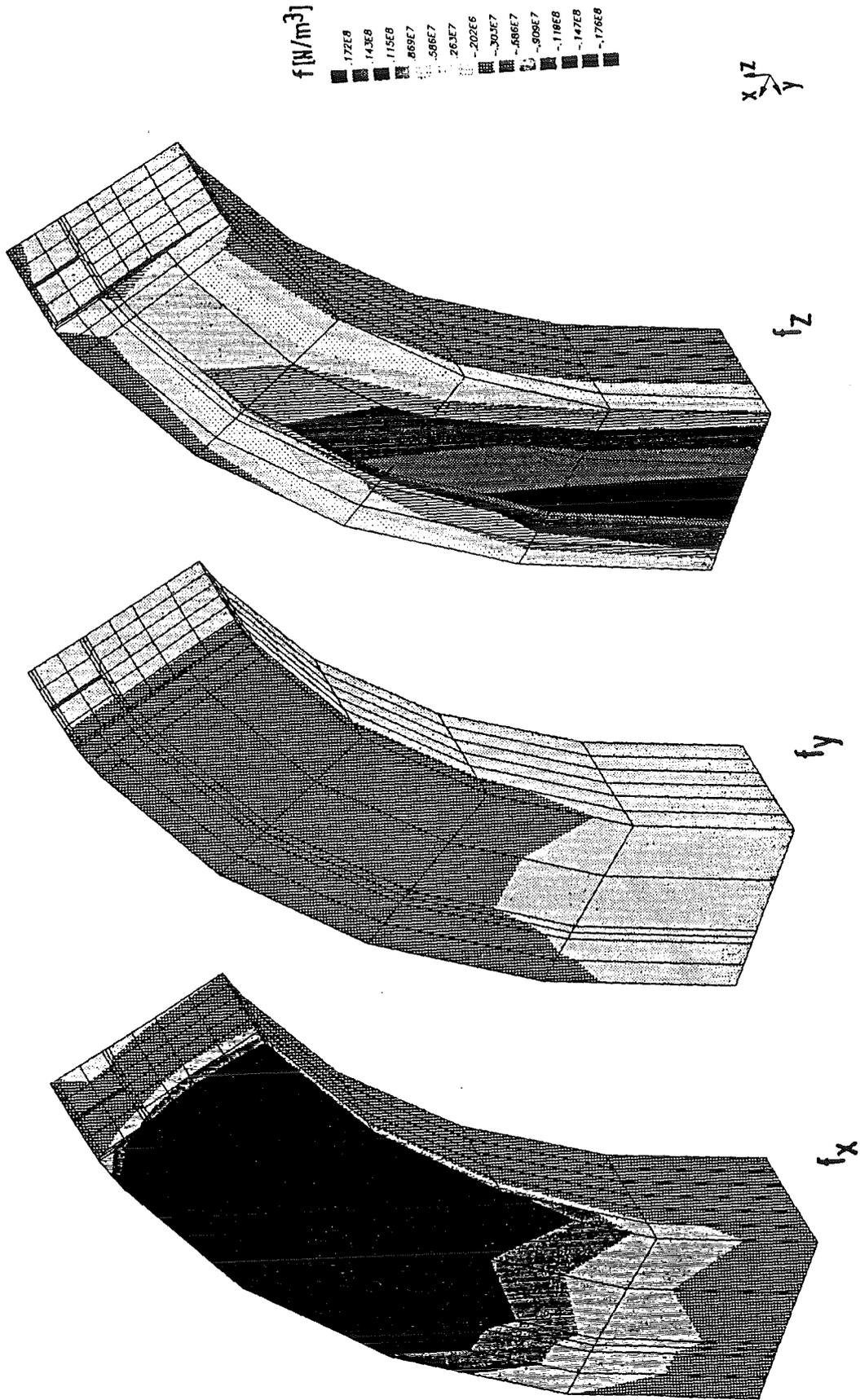


Abb. 5.14: Kraftdichte am Ende der Anregung

Die CARADI-Eingabe, die hauptsächlich die Materialwerte für struktur-/fluid-dynamische Analyse beinhaltet, ist in Tabelle D.4 zusammengefaßt.

Neben diesen Parametern werden wieder topologische Daten, der Zeitverlauf der Knotenkräfte und die Widerstandsmatrix aus CARIDDI und die Geometrie des ADINA-Rechennetzes aus FEMGEN für den CARADI-Rechenlauf benötigt.

Das Rechennetz ist in Abbildung 5.15 dargestellt. Es hat 354 Knoten und ist aus 54 HE20- und 17 QU8-Elementen zusammengesetzt. Die aus mäanderförmig angeordneten Kanälen, Blechen und Berylliumblöcken kompliziert aufgebaute erste Wand (Abb. 5.11) mußte hinsichtlich der mechanischen Eigenschaften homogenisiert werden. Für die struktur-/fluid-dynamische Rechnung wird sie mit sechs Festkörperelementen modelliert (Abb. 5.15d).

Die Einspannung des Blankets wird über ein vom Benutzer definiertes Unterprogramm festgelegt. Es werden Rechnungen für unterschiedliche Einspannungsvarianten durchgeführt. Aufgrund des verwendeten Viertelmodells können nur symmetrische Einspannungen betrachtet werden. So werden einmal Deckel, Rückwand und Boden des Blankets (a), dann nur die Rückwand (b) und schließlich Deckel und Boden (c) fest eingespannt. Für jede dieser Varianten wird zusätzlich die Abstützung durch die Nachbarsegmente untersucht. Die Abstützung wird durch je zwei Stifte pro Seitenwand, die die x- und z-Verschiebungen sperren, realisiert. In der Abbildung 5.16 werden die mit der ADINA-Rechnung ermittelten maximalen von-Mises-Vergleichsspannungen für die vorgestellten Einspannungsvarianten dargestellt. Die Bereiche im Blanket, in denen diese Maximalspannungen auftreten, sowie deren Zeitverlauf werden angegeben. Die höchsten Spannungen treten - mit Ausnahme der Variante (c) mit Abstützung durch die Nachbarsegmente - in den Seitenwänden auf. Sie liegen für alle Einspannungsvarianten weit unterhalb des kritischen Wertes von 550 MPa. Eine ähnliche Diskussion der Einspannung, allerdings ohne Berücksichtigung der Kopplungseffekte, ist in [27] wiedergegeben.

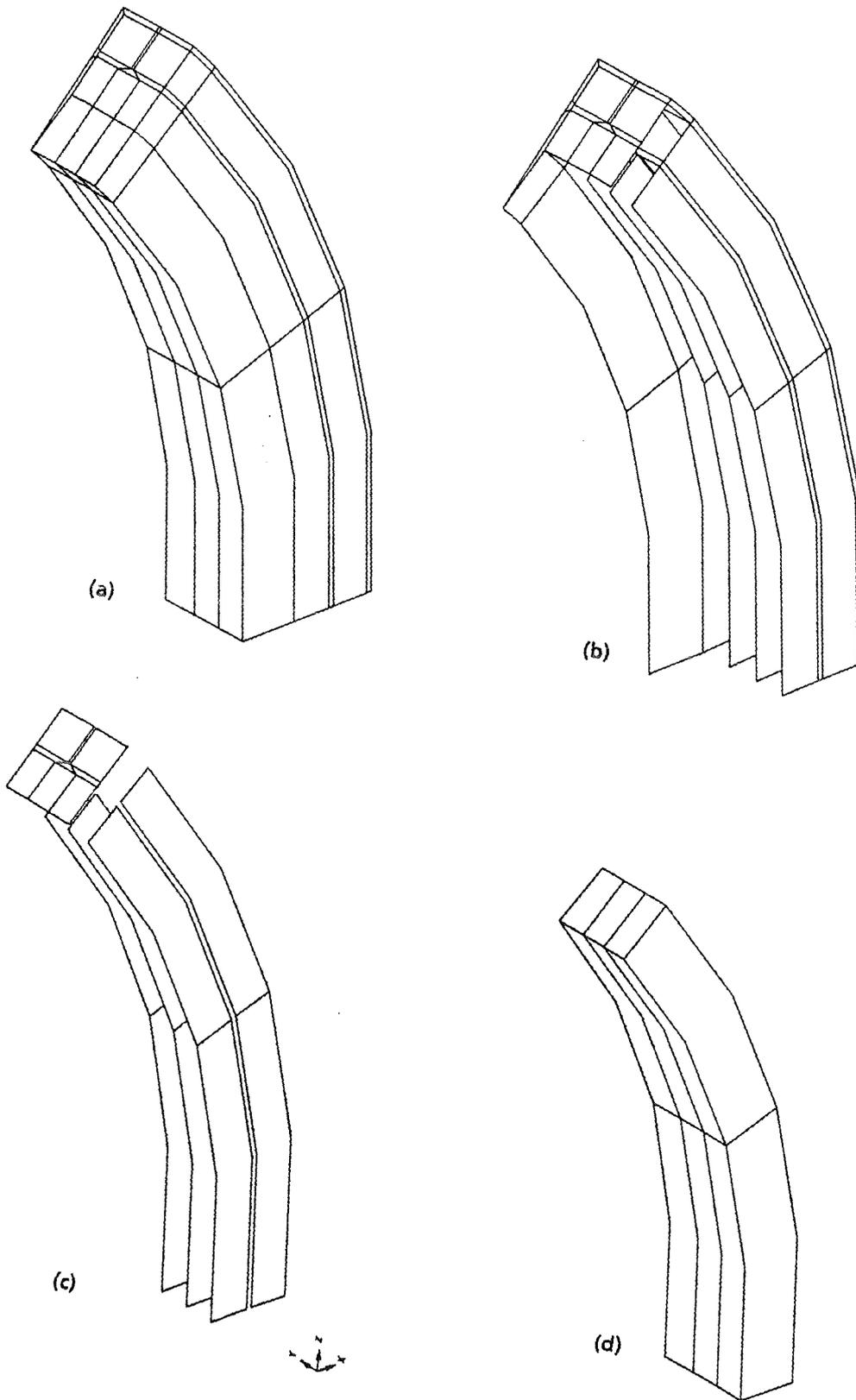
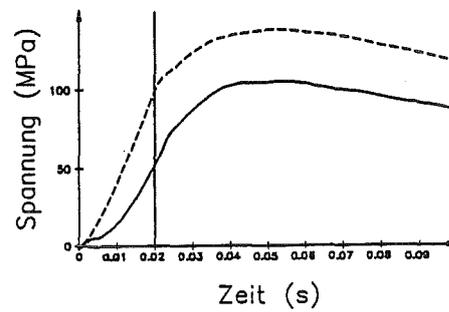
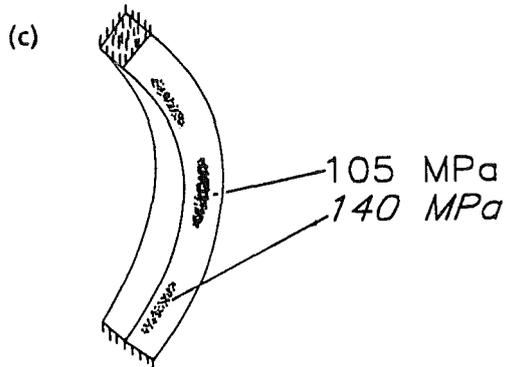
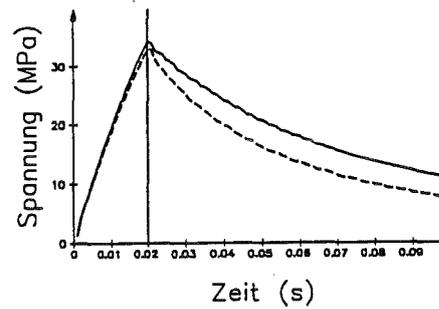
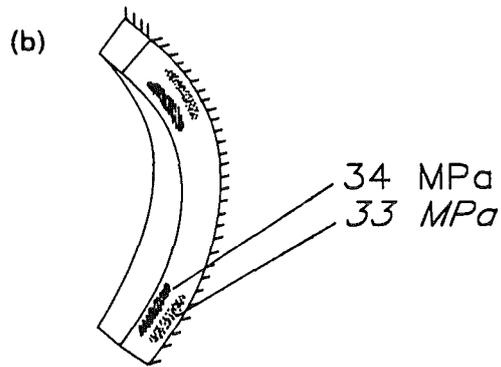
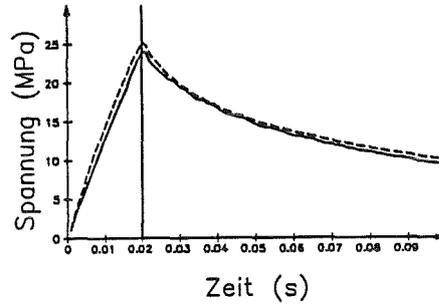
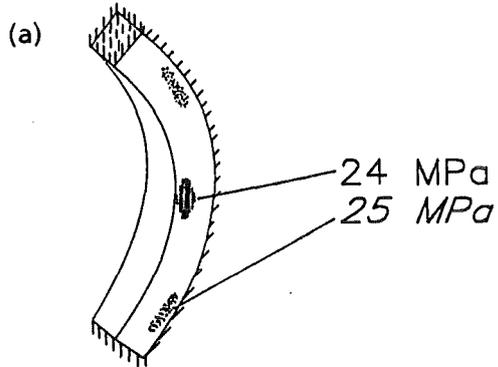


Abb. 5.15: (a) ADINA-Rechennetz  
(b) Festkörper ohne erste Wand  
(c) Plattenelemente  
(d) erste Wand

Die Variante (b) mit gegenseitiger Abstützung entspricht am besten der zur Zeit diskutierten Lösung. Für sie werden in der Abbildung 5.17 die Verformung zum Zeitpunkt  $t = 20 \text{ ms}$  und in der Abbildung 5.18 die maximalen Verformungen über der Zeit, mit und ohne die Wirbelstromdämpfung, dargestellt. Der geringe Einfluß der Wirbelstromdämpfung war bereits am Wert der Parameterkombination ( $\Pi_V \Pi_K$ ) erkennbar, der für dieses Beispiel sehr viel kleiner als Eins ist (siehe Tabelle 5.1). Ebenfalls für diese Einspannung wird in der Abbildung 5.19a die Lagerreaktion über der Zeit aufgetragen.

Dadurch daß in den anderen Symmetriehälften die Lagerreaktionen jeweils entgegengesetzte Vorzeichen haben, verbleiben nur geringe Nettolasten in der Aufhängung. Dennoch muß je nach Realisierung der festen Einspannung mit Spannungen oder Momenten gerechnet werden, die sich aus den Werten der Abbildung 5.19a abschätzen lassen. Die Abbildung 5.19b schließlich zeigt den Zeitverlauf der Kraft, die in den Stützstiften wirksam wird.

 mit Abstützung durch Nachbarsegmente   
 ohne Abstützung 



**Abb. 5.16:** Bereich des Auftretens und Zeitverlauf der maximalen von-Mises-Spannungen für die vorgestellten Einspannungsvarianten:  
 (a) Deckel, Boden und Rückwand  
 (b) Rückwand  
 (c) Deckel und Boden

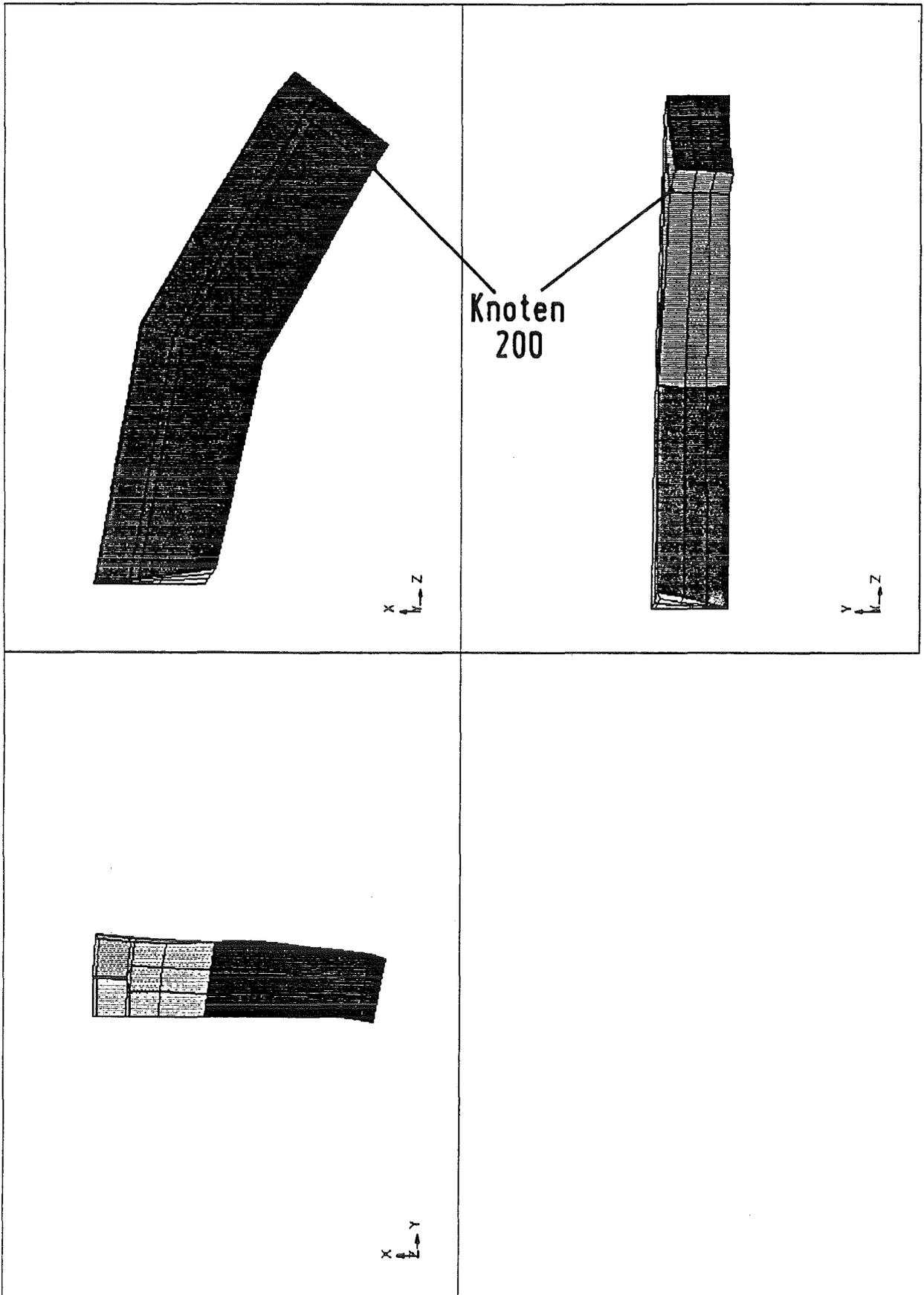


Abb. 5.17: Verformung des Blankets zum Zeitpunkt  $t = 20$  ms (Variante (b) mit Abstützung)

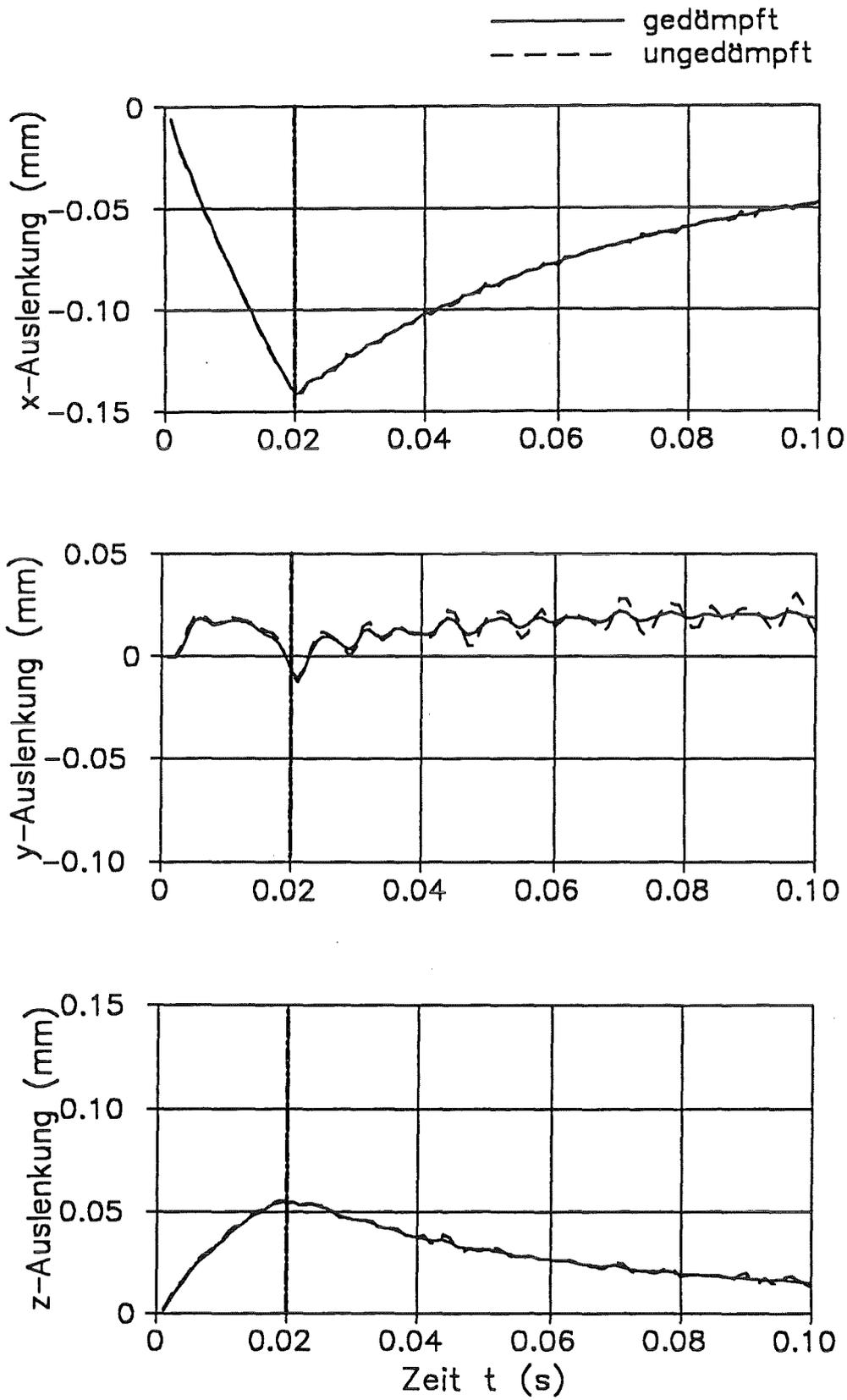


Abb. 5.18: Zeitverlauf der maximalen Auslenkung; im Knoten 200 (Variante (b) mit Abstützung)

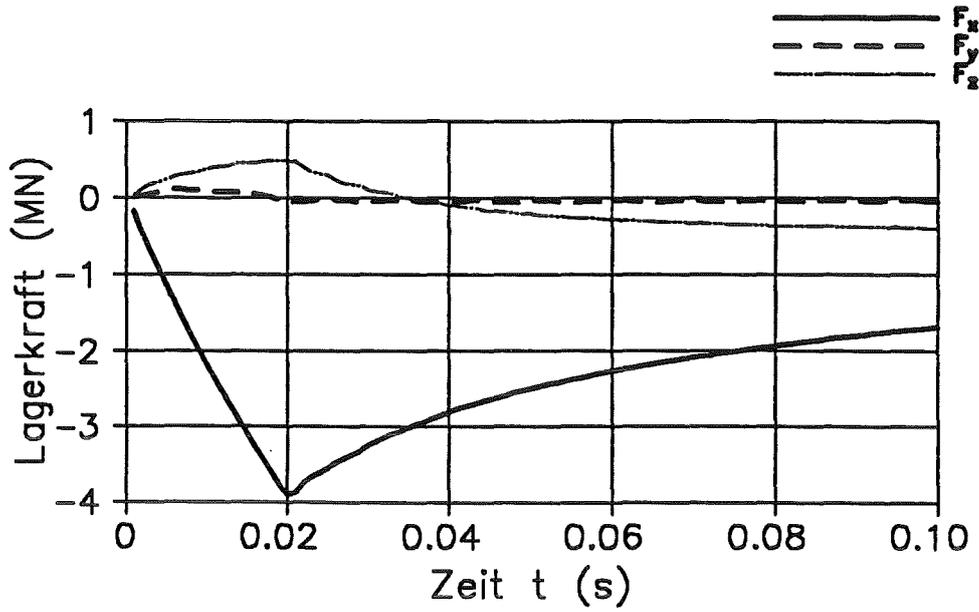


Abb. 5.19a: Summe der Lagerkräfte in der Viertelsymmetrie

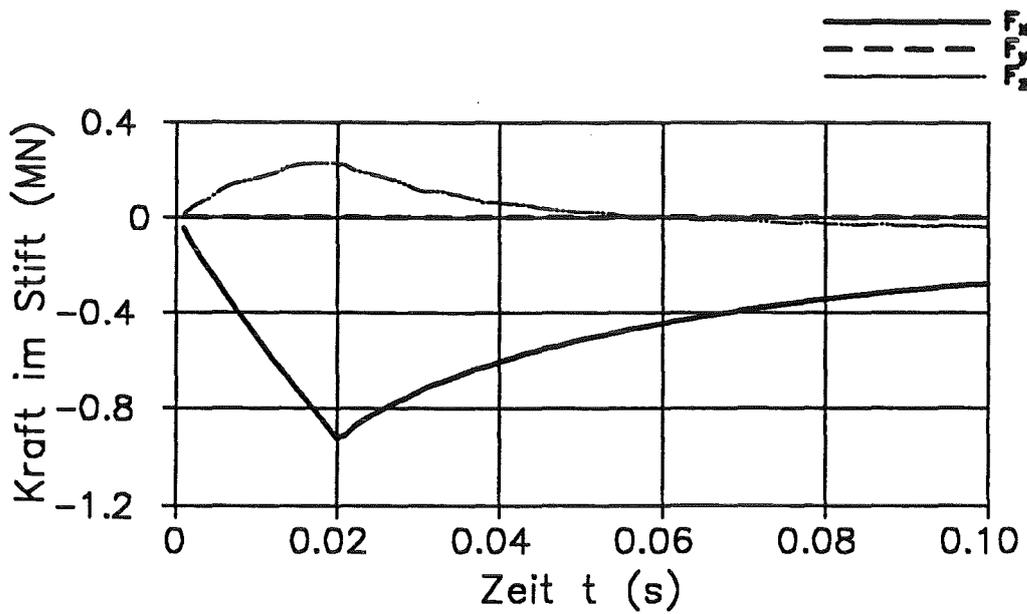


Abb. 5.19b: Kraft in einem Stützstift

Wegen der geometrischen Komplexität war es für dieses Modell des Blankets nicht möglich, die poloidalen Kanäle feiner zu diskretisieren, obwohl gerade dort das elektrisch leitende Fluid mit seiner leichten Verschiebbarkeit einen großen Beitrag zu den dämpfenden Mechanismen liefern könnte. In diesem Beispiel sind alle Knoten des Fluidbereichs gleichzeitig Festkörperelementen zugeordnet. Damit und mit der Wahl des Elementtypes ist die Verschiebbarkeit des Fluids durch die des Festkörpers begrenzt. Aufgrund der kleinen Verschiebungen des Festkörpers wird dies im weiteren auch als "gesperres Fluid" bezeichnet.

Inwieweit sich die Wirbelstromdämpfung tatsächlich im Bereich eines poloidalen Strömungskanals bemerkbar macht, wird im folgenden Beispiel erörtert.

#### 5.4 Beispiel 4: Poloidaler Strömungskanal

Die Daten, die im Kapitel 5.3 für den Bereich eines poloidalen Strömungskanals des Flüssigmetallblankets berechnet wurden, dienen als Basis für eine Detail-Rechnung mit verfeinerten Rechennetzen.

Die Geometrie des Kanals sowie die Symmetrie der elektromagnetisch-mechanischen Vorgänge erlauben die Verwendung eines ebenen Modells. Aus den gleichen Gründen können zudem in CARIDDI und ADINA die Symmetrien zur y-z- und z-x-Ebene genutzt werden.

Die Lage des gewählten Kanals im Blanket wird in der Abbildung 5.11, die Symmetrieflächen sowie die für die CARIDDI- und ADINA-Rechnung erstellten Rechennetze werden in Abbildung 5.20 dargestellt.

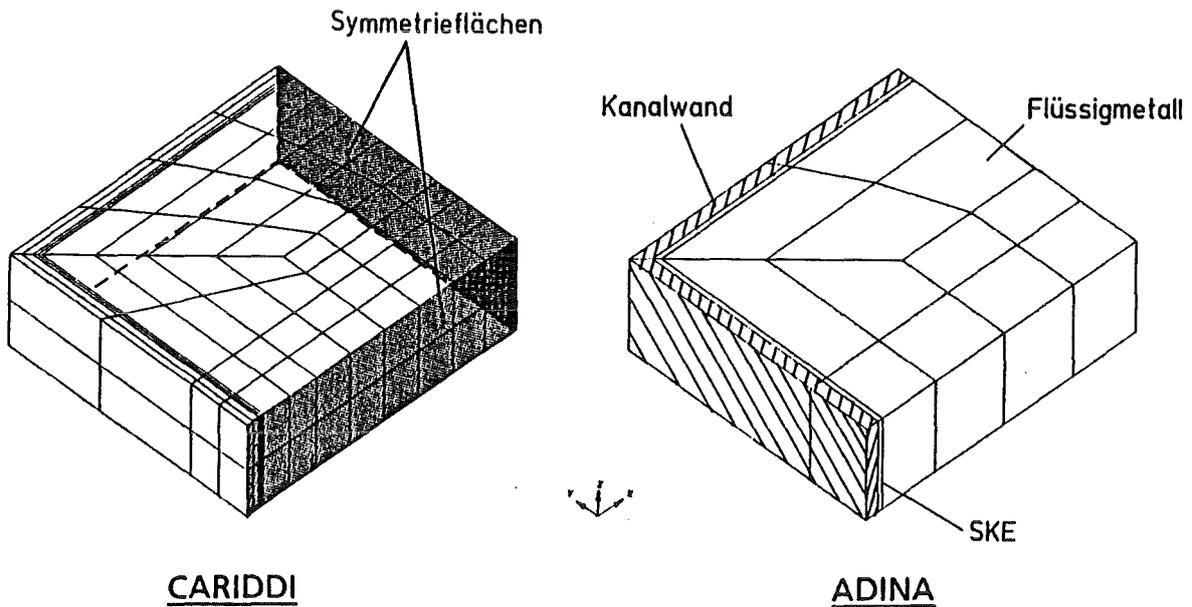


Abb. 5.20: Die Rechennetze des Beispiels 4

Die in CARIDDI verwendeten Materialwerte, die elektrischen Leitwerte, werden vom dritten Beispiel übernommen. Die weiteren Eingabegrößen sind der Tabelle D.5 zu entnehmen.

Die feine Diskretisierung ermöglicht die Berücksichtigung der Strömungskanaleinsätze (SKE) im mechanischen Modell. So kann die Beanspruchung dieser dünnwandigen wichtigen Komponente des Blankets während eines Plasmazusammenbruches abgeschätzt werden. Ist die Beanspruchung zu hoch, können die SKE beschädigt werden und ihre Funktion im Normalbetrieb, die der elektrischen Isolation der Kanäle, nicht mehr erfüllen. Unter Umständen müßte dann das ganze Blanket ausgetauscht werden. Die Eingabe für den CARADI-Rechenlauf ist in der Tabelle D.6 zusammengefaßt.

In den Abbildungen 5.21 bis 5.25 werden die Verschiebungen des Fluids, die maximalen Spannungen in der Kanalwand und im SKE mit und ohne die Wirbelstromdämpfung dargestellt. Die Ergebnisse werden auch für das gesperrte Fluid angegeben.

Das Verhalten des gesperrten Fluids entspricht dem Verhalten des Flüssigmetalls im Beispiel 3. Somit wären diese Ergebnisse direkt auf das Viertelmodell des Blankets übertragbar. Die realistischeren Ergebnisse sind jedoch die, die mit dem frei beweglichen Fluid, insbesondere unter Berücksichtigung der Wirbelstromdämpfung, erzielt worden sind.

Zwei unterschiedliche Effekte der Wirbelstromdämpfung fallen beim Vergleich der Lösungen für den gedämpften und ungedämpften Fall auf. In der Kanalwand verringern sich die maximalen Spannungen durch den Dämpfungseffekt im Fluid um ca. 10 %. Dies läßt sich dadurch erklären, daß ein Teil der Energie, die sonst in elastischer Energie gespeichert wird, nun durch die Dämpfung dissipiert.

Demgegenüber steigen die maximalen Spannungen im SKE bei Berücksichtigung der Wirbelstromdämpfung um ca. 15 % an. Dies liegt daran, daß das reibungsfreie Fluid ohne die Wirbelstromdämpfung über keinen Mechanismus verfügt, um die im Fluidbereich wirksame Volumenkraft an begrenzende Strukturen zu übertragen. Mit der Wirbelstromdämpfung steht nun aber ein Mechanismus zur Verfügung, der einen Impulstransport auch senkrecht zur Hauptströmungsrichtung ermöglicht. Damit wirkt die Wirbelstromdämpfung ähnlich wie eine Einführung bzw. Erhöhung der Viskosität für das Fluid.

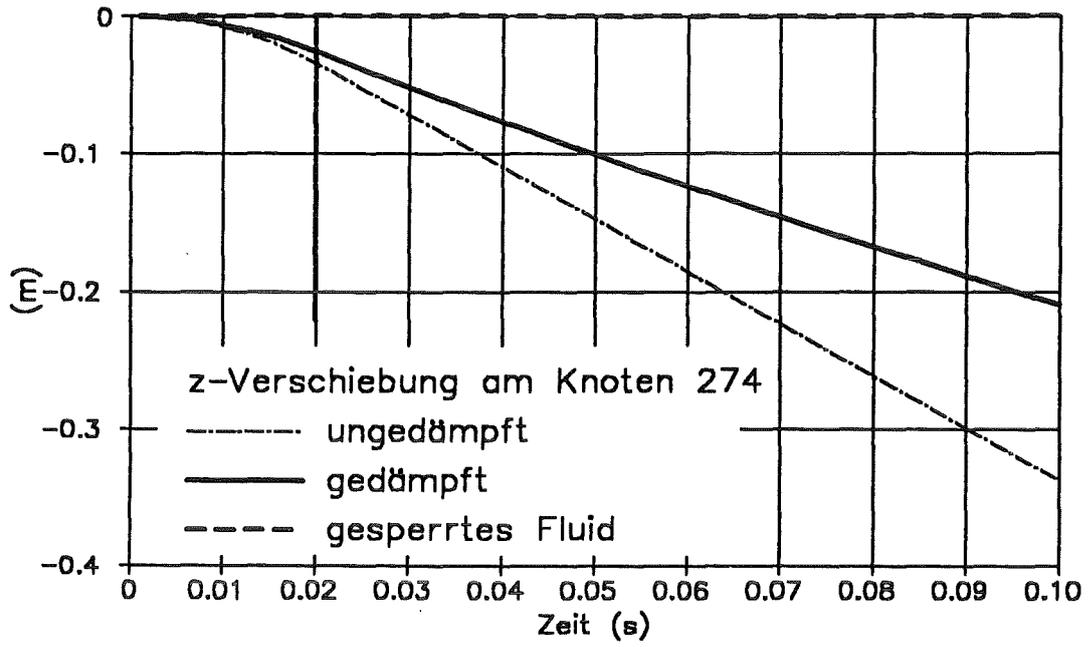
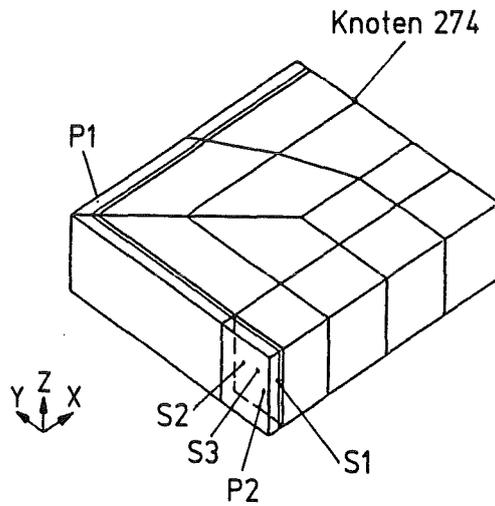


Abb. 5.21: Verschiebung des Fluids



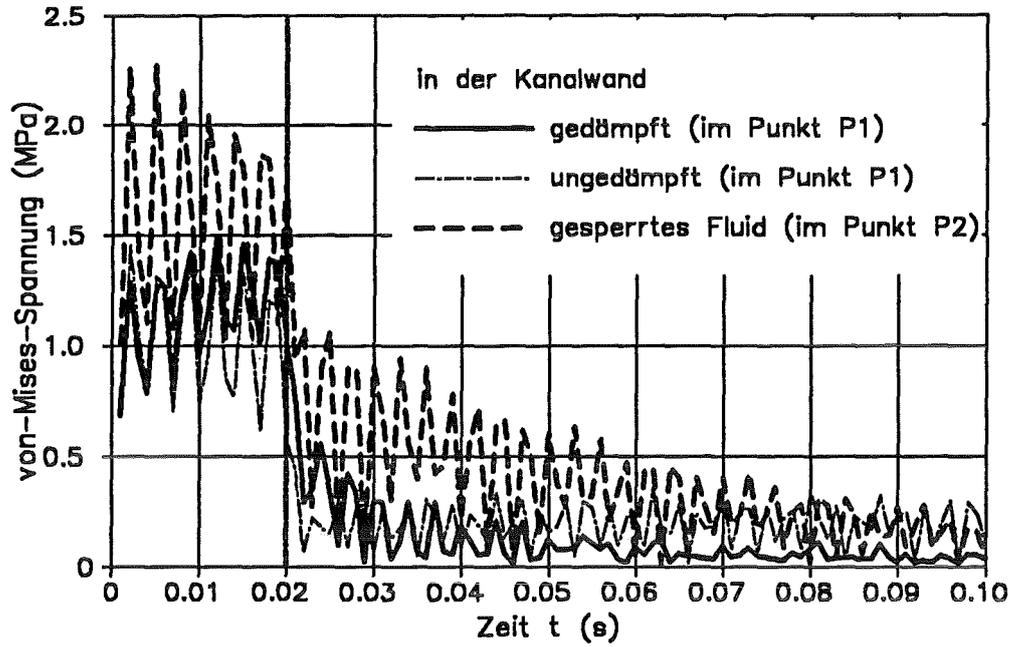


Abb. 5.22: Maximale von-Mises-Spannungen in der Kanalwand

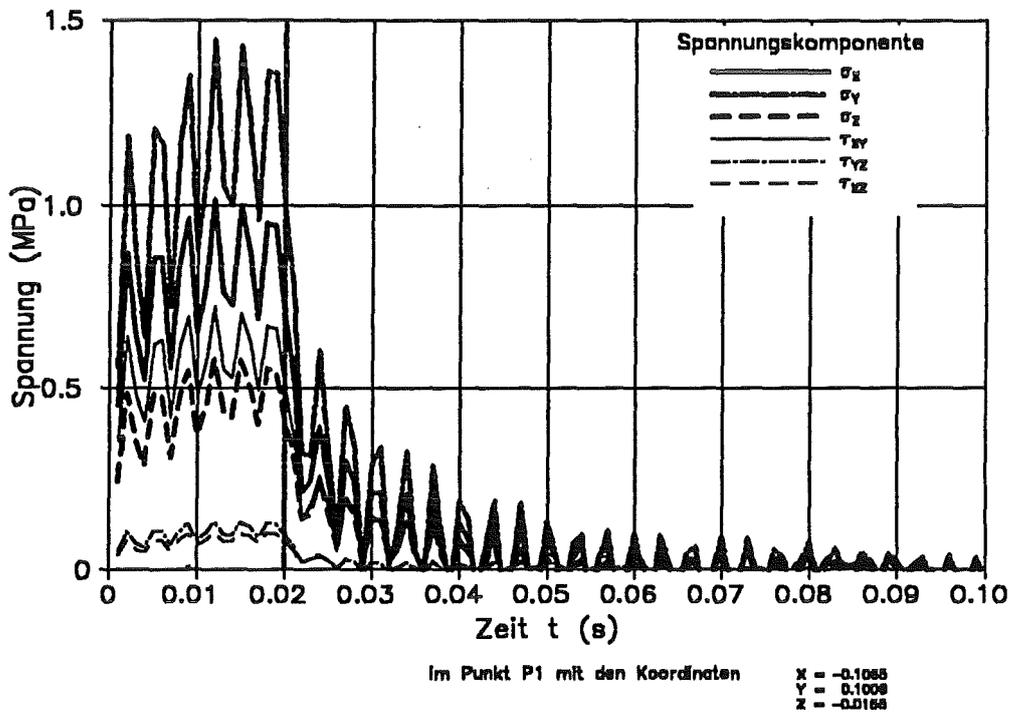


Abb. 5.23: Spannungskomponenten für den gedämpften Fall aus Abb. 5.22

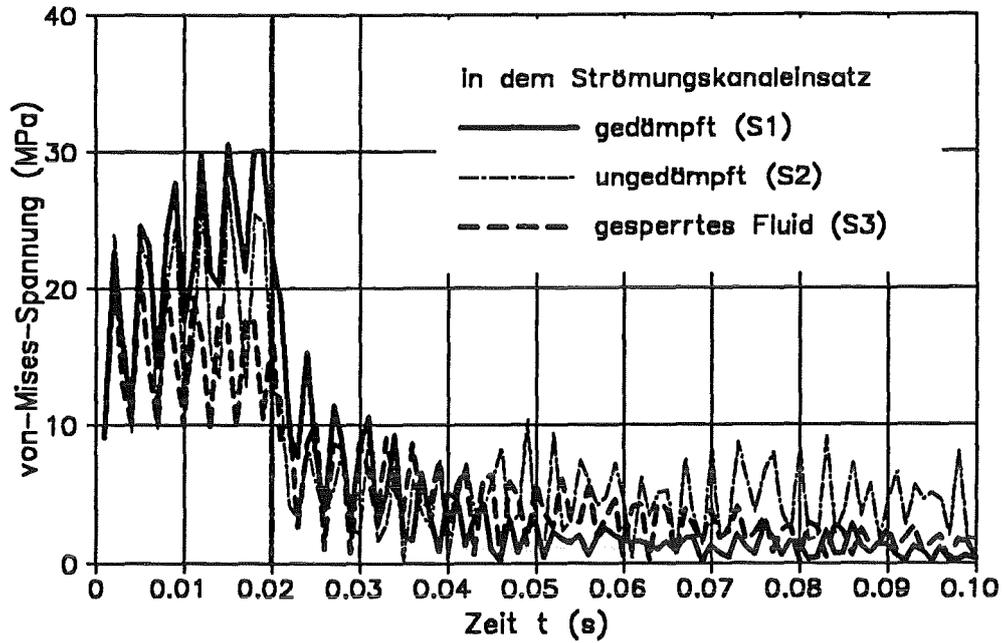


Abb. 5.24: Maximale von-Mises-Spannungen in dem Strömungskanaleinsatz

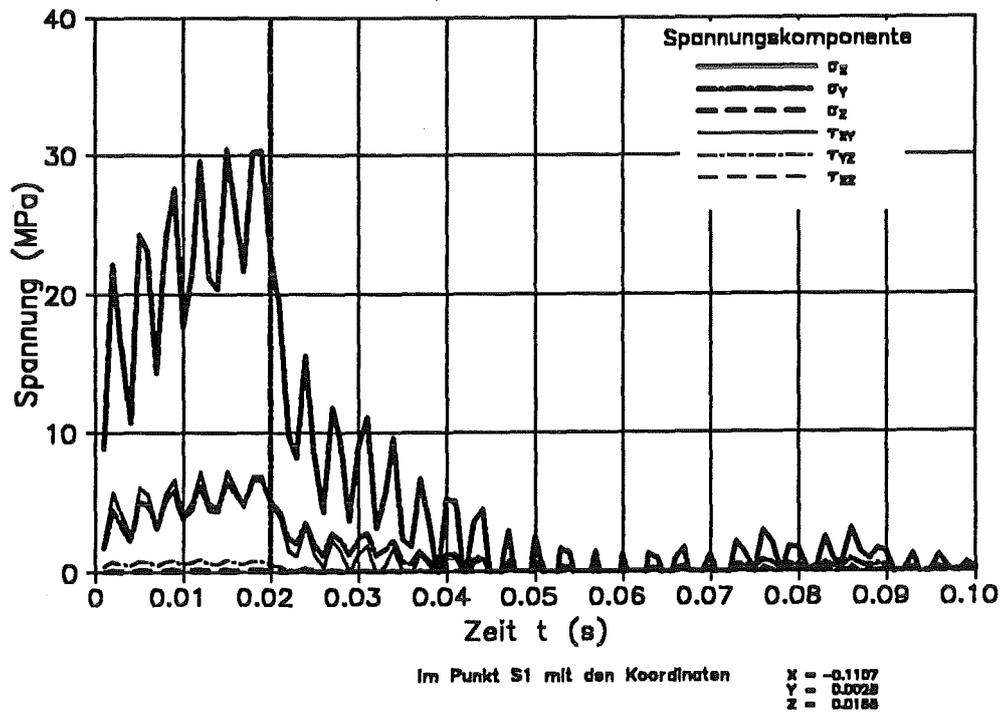


Abb. 5.25: Spannungskomponenten für den gedämpften Fall aus Abb. 5.24

## 6. **Schlußfolgerungen**

Es wurde gezeigt, daß transiente, elektromagnetisch, struktur-/fluidodynamisch gekoppelte Probleme durch Erweiterung und Ergänzung vorhandener Finite-Element-Programme in guter Näherung behandelt werden können.

Bei sehr nachgiebigen Strukturen ist die Vernachlässigung des induktiven Einflusses auf den bewegungsinduzierten Strom das passende Vereinfachungskonzept. Dazu muß die Wirbelstromdämpfung bestimmt und in die mechanische Rechnung einbezogen werden. Bei sehr steif eingespannten Körpern, wie z.B. dem Blanket, ist der bewegungsinduzierte Strom ganz zu vernachlässigen. Auf die Modellierung der Wirbelstromdämpfung wird somit verzichtet. Dieses Vorgehen wurde bisher, allerdings ohne Beleg für die Zulässigkeit der implizierten Vernachlässigungen, gewählt.

Ergebnisse der Rechnungen sind:

- das selbstgekühlte Flüssigmetallblanket wird durch einen Plasmazusammenbruch in einem mit anderen Blanketentwürfen vergleichbaren Maß belastet
- bei einer festen Einspannung bleiben die maximalen Spannungen weit unter den zulässigen Grenzwerten
- die Dämpfungseffekte, bewirkt durch das leicht bewegliche, elektrisch leitende Fluid, tragen nur bedingt zu einem Spannungsabbau in der Struktur bei.

Noch genauere Aussagen über die Belastungen des Blankets wären durch folgende Erweiterungen möglich:

- bessere Homogenisierung der Materialeigenschaften der ersten Wand, basierend auf einer Detailrechnung
- Berücksichtigung der induktiven Wechselwirkung zwischen Plasma und Struktur
- Berücksichtigung magnetischer Strukturmaterialien

Angemerkt sei, daß bei nicht-linearen magnetischen Materialeigenschaften, z.B. bei ferritischem Stahl, die vorgestellten, auf linearen Zusammenhängen basierenden Vereinfachungskonzepte nicht unbesehen angewendet werden sollten.

## Literatur

- [1] ABAQUS Version 4.8 Users Manual; Hibbit, Karlson & Sorensen, Inc., 35 South Angell Street, Providence, R.I. USA; represented by ABACOM Aachen (1988)
- [2] M.A. Abdou, K. Miya, J.E. Vetter: Fusion Engineering and Design Proceedings of the First International Symposium on Fusion Nuclear Technology; Tokyo, Japan, April 1988, Part A + B
- [3] ADINA 5.0 Users Manual Vol.1+2; A Finite Element Program for Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis, Report ARD 87-1, ADINA R & D Inc., 71 Elton Ave., Watertown, MA, U.S.A.(1987)
- [4] ADINA System Theory and Modeling Guide; Report AE 83-4, ADINA Engineering (1983)
- [5] ADINA-PLOT; Report AE 82-3, A Program for Display of Input and Output Data Using ADINA, ADINA Engineering (1982)
- [6] R. Albanese, R. Martone, G. Miano, G. Rubinacci: A T formulation for 3-D finite element eddy current computation, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG-21 (1985), S. 2299-2302
- [7] R. Albanese, G. Rubinacci: CARIDDI Reference Manual (unveröffentlicht) (1988)
- [8] R. Albanese, G. Rubinacci: Formulation of the eddy-current problem, IEE Proceedings, Vol. 137, Pt. A, No. 1, January 1990, S. 16-21
- [9] R. Albanese, G. Rubinacci: Integral formulation for 3D eddy-current computation using edge elements, IEE Proceedings, Vol. 135, Pt. A, No. 7, September 1988, S. 457-462
- [10] R. Albanese, G. Rubinacci: Solution of TEAM workshop problem 11 (hollow sphere in a step field) using CARIDDI, CARDIFF and PROTEUS, Proceedings of Electromagnetic Workshop and Meeting on the Industrial Application of the Eddy Current Codes, Capri, Italy, 5-7 October 1988, S. 35-44

- [11] K.J. Bathe: Finite-Elemente-Methoden, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York Tokio (1986)
- [12] K.J. Bathe, W.F. Hahn: On transient analysis of fluid-structure systems Computers & Structures, Vol. 10 (1979), S. 383-391
- [13] J. Benner: ERATO - Ein Programm zur Berechnung induzierte Wirbelströme in dreidimensionalen leitenden Strukturen, KfK-Bericht 3958 (1985)
- [14] J.M. Bialek, D.W. Weissenburger: The coupling of mechanical dynamics and induced currents in a cantilever beam, Computational Electromagnetics; Elsevier Science Publishers B.V. (North Holland), IMACS (1986), S. 193-203
- [15] J.M. Bialek, D. Weissenburger, M. Ulrickson, J. Cecchi: Modeling the coupling of magnetodynamics and elastomechanics in structural analysis, 10th Symposium on Fusion Engineering, IEEE Cat.No.83CM1916-6, Philadelphia (1983)
- [16] Blanket Comparison and Selection Study Vol.1 +2, Fusion Power Program, Argonne National Laboratory, ANL/FPP-83-1
- [17] L.V. Boccaccini: Berechnung der elektromagnetischen Kräfte im Blanket eines Tokamakreaktors beim Plasmastromzusammenbruch und Bestimmung der dadurch hervorgerufenen mechanischen Spannungen, KfK-Bericht 4757 (1990)
- [18] L.V. Boccaccini: Persönliche Mitteilung
- [19] R.A. Bond, V.K. Thompson: The effect of plasma disruptions on the structural integrity of the DEMO first wall modules, Study of the reactor relevance of the NET design concept; CLM-R278 UK Atomic Energy Authority, Culham Laboratory (1987); Appendix 12
- [20] A. Bossavit: On the Numerical Analysis of Eddy-Current Problems Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 27, North-Holland Publishing Company (1981), S. 303-318
- [21] A. Bossavit: The Computation of Eddy-Currents in Deformable Conductors Applied Electromagnetics in Materials, Edited by K. Miya, Pergamon Press (1988), S. 211-224

- [22] L. Bottura: Transient electromagnetics and vessel eddy current effects during plasma disruption and plasma start-up, The NET Team N2/I/3410/1/A (1989)
- [23] L. Bottura, E. Coccoresse, R. Albanese, R. Martone, G. Rubinacci: 3-D eddy currents effects in the NET vacuum vessel structure, Fusion Technology 1988, Proceedings of the 15th Symposium on Fusion Technology Utrecht, The Netherlands, S. 1546-1552
- [24] I.N. Bronstein, K.A. Semendjajew: Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt/Main (1989), 21. Auflage, S. 131-133
- [25] M.V.K. Chari, P.P. Silvester: Finite Elements in Electrical and Magnetic Field Problems, John Wiley & Sons (1980)
- [26] E. Coccoresse, R. Martone: Electromagnetic Computations on Fusion Devices; Various Structure Schematizations in the Next European Torus, Fusion Technology, Vol. 16, December 1989, S. 514-520
- [27] Y.R. Crutzen, F. Farfaletti-Casali: Mechanical Design Aspects of the Fastening/Guiding Support System for the TOKAMAK First Wall Components Subjected to Plasma Disruption Events, Transactions of the 10th Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology (1989), Vol. N, S. 67-72
- [28] Y.R. Crutzen, F. Farfaletti-Casali: Structural design problems related to plasma disruption events of the removable NET first wall segments, Fusion Engineering and Design 9 (1989), S. 193-199
- [29] Y.R. Crutzen, G. Rubinacci: Evaluation of the electromagnetic effects on a TOKAMAK first wall caused by a plasma disruption using a thin shell formulation, Fusion Engineering and Design 11 (1989), S. 293-303
- [30] G. Doetsch: Anleitung zum praktischen Gebrauch der Laplace-Transformation, R. Oldenbourg, München (1956), S. 183-198
- [31] B. Dolensky: unveröffentlichter Bericht, KfK (1991)
- [32] B. Dolensky: unveröffentlichter Bericht, KfK

- [33] A.C. Eringen: Continuum Physics, Volume III - Mixtures and EM Field Theories, Academic Press (1976)
- [34] FEMGEN Version 8.5 User Manual, A General Finite Element Mesh Generator, FEG's Ltd., I K O - Software Service GmbH, Albstadtweg 10, 7000 Stuttgart 80
- [35] FEMVIEW Version 4.0 User Manual / July 1986, A General Finite Element Postprocessor, FEG's Ltd., I K O - Software Service GmbH, Albstadtweg 10, 7000 Stuttgart 80
- [36] H. Hashizume, K. Miya: Electromagneto-thermomechanical behavior of first wall, Fusion Engineering and Design 7 (1989), S. 293-321
- [37] R. Heller, W. Maurer: Eddy Current Problems in Fusion Devices, Beitrag zum "Workshop on Eddy Currents", Parts, März 1989
- [38] J.D. Jackson: Klassische Elektrodynamik, Walter de Gruyter, Berlin New York, 2. Auflage (1985)
- [39] U. Jauch, G. Haase, V. Karcher, B. Schulz: Thermophysical Properties in the System Li-Pb, KfK-Bericht 4144 (1986)
- [40] T. Jordan: unveröffentlichter Bericht, KfK (1990)
- [41] T. Jordan: unveröffentlichter Bericht, KfK (1991)
- [42] T. Kabashima, Y. Ueda, Y. Nose, M. Ohto: A Study of the Cantilever Beam in Time Varying Magnetic Field, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 26, No. 2, March 1990, S. 563-566
- [43] A. Kaufmann: Einführung in die Graphentheorie, R. Oldenbourg Verlag, München und Wien (1971)
- [44] Kernfusion - Forschung und Entwicklung, Broschüre des Kernforschungszentrums Karlsruhe (1991)
- [45] KfK Contribution to the Development of DEMO-relevant Test Blankets for NET/ITER, Part 1, Status Report KfK 4908, August 1991

- [46] L.D. Landau, E.M. Lifschitz: Lehrbuch der Theoretischen Physik, Band VIII Elektrodynamik der Kontinua, Akademie-Verlag, Berlin, 4. Auflage (1985), S. 151-157
- [47] J.S. Lee, J.H. Prevost: Finite element analysis of magnetically induced vibrations of conductive plates in TOKAMAK reactors, Transactions of the 10th Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology (1989), Vol. N, S. 107-113
- [48] D.A. Lowther, P.P. Silvester: Computer-Aided Design in Magnetism, Springer-Verlag, Berlin NY Heidelberg Tokio (1986)
- [49] S. Malang: Self-Cooled Liquid-Metal Blanket Concept Blanket Engineering; Fusion Technology, Vol.14 November 1988, S. 1343-1356
- [50] S. Malang, u.a.: Das Konzept eines Brutblankets mit der eutektischen Blei-Lithium Legierung Pb-17Li als Brutstoff und Kühlmittel, KfK Nachrichten, Jahrgang 21 4/89, S. 213-223
- [51] G.A. Maugin: Continuum mechanics of electromagnetic solids, North-Holland (1988)
- [52] A. Minato, K. Somega, K. Miya, T. Tone: Theoretical and Experimental Study of Eddy Current and Dynamic Deformation of a Conducting Plate, IEEE Transactions on Magnetism, Vol. MAG-21, No. 6, November 1985, S. 2265-2268
- [53] K. Miya, T. Takagi, T. Takaghi: Magnetosolid Mechanics in Fusion Reactor Technology, Fusion Engineering and Design 7 (1989), S. 281-292
- [54] F.C. Moon: Magneto-Solid Mechanics, John Wiley & Sons, New York (1984)
- [55] F.C. Moon, S. Chattopadhyay: Magnetically Induced Stress Waves in a Conducting Solid - Theory and Experiment, Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, September 1974, S. 641-646
- [56] T. Mourisue: Analysis of a coupled problem: the FELIX cantilevered beam, IEEE Transactions on Magnetism, Vol. 26, No. 2, March 1990, S. 540-543
- [57] U. Müller: Einführung in die Magnetohydrodynamik flüssiger Metalle,

Skriptum einer im SS 1987 an der Universität Karlsruhe (TH) gehaltenen Vorlesung

- [58] G. Rubinacci: Benchmark computations for the electromagnetic workshop, Electromagnetic Workshop, Rutherford Appleton Laboratory, Chilton, Didcot, OXON, UK, 27 March 1986, S. 15-25
- [59] G. Rubinacci: Numerical Computation of the Eddy Currents on the Vacuum Vessel of a TOKAMAK, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG-19, No. 6, November 1983, S. 2478-2481
- [60] K. Rust, S. Malang, G. Schmidt: Thermo-mechanical analysis of a self-cooled outboard blanket, Proc. of the 15th Symp. on Fusion Technology, Utrecht, NL, September 19-23, 1988, North Holland, Amsterdam (1989), Vol. 2, S. 1229-1235
- [61] H. Sachs: Einführung in die Theorie der endlichen Graphen, Carl Hanser Verlag, München (1971)
- [62] G. Schmidt: Strukturanalysen zum Konzept eines Flüssigmetallgekühlten Blankets für NET, NIS Ingenieurgesellschaft mbH, Hanau (1989)
- [63] E. Schnack: Rechnerunterstützte Mechanik, Skriptum einer im SS 1987 an der Universität Karlsruhe (TH) gehaltenen Vorlesung
- [64] J.A. Shercliff: A Textbook of Magnetohydrodynamik, Pergamon Press, Oxford/London/Edinburgh/NY/Paris/Frankfurt (1985)
- [65] Siemens System 7.800 FORTRAN SSLII, User's Guide, Edition April 1985
- [66] P.P. Silvester, R.L. Ferrari: Finite elements for electrical engineers, Cambridge University Press (1983)
- [67] W.I. Smirnov: Lehrgang der höheren Mathematik, Teil 1, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 2. Auflage (1956), S. 384-389
- [68] J. Tani, M. Minagawa, U. Ohtomo: Dynamic Behavior of Thin Plates under Impulsive Magnetic Field, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 26, No. 2, March 1990, S. 544-547

- [69] C.W. Towbridge: Some three dimensional eddy current algorithms under investigation in the UK, Computational Electromagnetics, Z.J. Ceudes (Editor), Elsevier Science Publishers, B.V. (North-Holland); C IMACS (1986), S. 173-180
- [70] L.R. Turner: Electromagnetic computations for fusion devices, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 26, No. 1, March 1990, S. 847-852
- [71] L.R. Turner, T.Q. Hua: Experimental Study of Coupling between Eddy Currents and Deflection in Cantilevered Beams as Models of TOKAMAK Limiters, Electromagnetomechanical interactions in deformable solids and structures, Proceeding of the IUTAM Symposium, Tokio 1986, S. 81-86
- [72] J.E. Vetter: Breeding Blanket Development for NET, Fusion Engineering and Design 11 (1989), S. 101-114
- [73] G.S. Voronov: Storming the fortress of fusion, Mir Publishers, Moscow (1988)
- [74] J.S. Walker, W.M. Wells: Forces on liquid lithium modules in a TOKAMAK blanket due to the pulsed poloidal magnetic field, University of Illinois, Urbana, IL 61801 (1979)
- [75] J.S. van Welij: Calculation of eddy currents in terms of H on Hexahedra, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG-21, No. 6, November 1985, S. 2239-2241
- [76] J. A. Wesson et al.: Disruptions in JET, Nuclear Fusion, Vol. 29, No. 4 (1989), S. 641-666
- [77] G. Yagawa, S. Yoshimura, Y. Akahoshi: Dynamic fracture mechanics under electromagnetic force, Fusion Engineering and Design 7, North-Holland, Amsterdam (1989), S. 269-279
- [78] Y. Yamamoto, K. Miya: Electromagnetomechanical Interactions in deformable solids and structures, Proceedings of the IUTAM Symposium held in Tokio, Japan, 12-17 October 1986, North-Holland (1987)
- [79] O.C. Zienkiewicz: Methode der finiten Elemente, Carl Hanser Verlag, München Wien, 2. Auflage (1984)
- [80] J. Zierep: Ähnlichkeitsgesetze und Modellregeln der Strömungslehre, G. Braun, Karlsruhe, 2. Auflage (1982)

## Anhang A Harmonische Analyse der elastischen Leiterschleife

Ausgangspunkt ist die dimensionsbehaftete Gleichung (2.4)

$$\frac{L}{R} \ddot{\phi} + \left( 1 + \frac{LC}{RJ} \right) \ddot{\phi} + \left( \frac{C}{J} + \frac{LK}{RJ} + \frac{A^2 B_x^2}{RJ} \right) \dot{\phi} + \frac{K}{J} \phi = \frac{A^2 B_x^2}{RJ} \frac{\dot{B}_y}{B_x}$$

Der Punkt symbolisiert wieder die Ableitung nach der dimensionsbehafteten Zeit  $t$ . Mit

$$\omega_e = \sqrt{\frac{K}{J}}$$

vernachlässigbarer mechanischer Dämpfung und den dimensionslosen Kennzahlen kann man die obige Gleichung neu formulieren:

$$\frac{\Pi_v}{\omega_e} \ddot{\phi} + \ddot{\phi} + \Pi_v (\Pi_K + 1) \omega_e \dot{\phi} + \omega_e^2 \phi = \Pi_v \Pi_K \omega_e \frac{\dot{B}_y}{B_x} \quad (\text{A.1})$$

Die rechte Seite wird durch die komplexe Größe

$$\omega \cdot \omega_e \cdot \tilde{B} e^{i\omega t} = \omega \omega_e B e^{i\omega t}$$

ersetzt. Die Auslenkung  $\phi$  wird gleichfrequent, jedoch mit einer Phasenverschiebung  $\varepsilon$  angesetzt:

$$\phi(t) = \tilde{\psi} e^{i\omega t} = \psi e^{-i\varepsilon} e^{i\omega t}$$

Setzt man dies in (A.1) ein, erhält man

$$-i \frac{\Pi_v}{\omega_e} \omega^3 \tilde{\psi} - \omega^2 \tilde{\psi} + i \Pi_v (\Pi_K + 1) \omega_e \omega \tilde{\psi} + \omega_e^2 \tilde{\psi} = \omega \omega_e \tilde{B}$$

Mit

$$\eta = \frac{\omega}{\omega_e}$$

wird daraus

$$\underbrace{-i \Pi_v \eta^3 \tilde{\psi}}_{\text{"Gegendämpfung"}} - \underbrace{\eta^2 \tilde{\psi}}_{\text{Trägheit}} + \underbrace{i \Pi_v (\Pi_K + 1) \eta \tilde{\psi}}_{\text{Dämpfung}} + \underbrace{\tilde{\psi}}_{\text{Federsteife}} = \underbrace{\eta \tilde{B}}_{\text{Anregung}} \quad (\text{A.2})$$

"Gegendämpfung"      Trägheit      Dämpfung      Federsteife      Anregung

Die Gleichung (A.2) kann man auch in der komplexen Ebene in der Form eines Zeigerdiagramms darstellen. Die einzelnen Summanden der linken Seite werden durch komplexe Zeiger dargestellt, die sich mit der Kreisfrequenz  $\omega$  um den Ursprung der Zahlenebene drehen und zu jedem Zeitpunkt in der vektoriellen Addition die Erregung ergeben müssen. Die Abbildung A.1 stellt dieses Zeigerdiagramm zu einem Zeitpunkt mit verschwindendem Imaginäranteil der komplexen Erregung und  $\eta < 1$  dar.

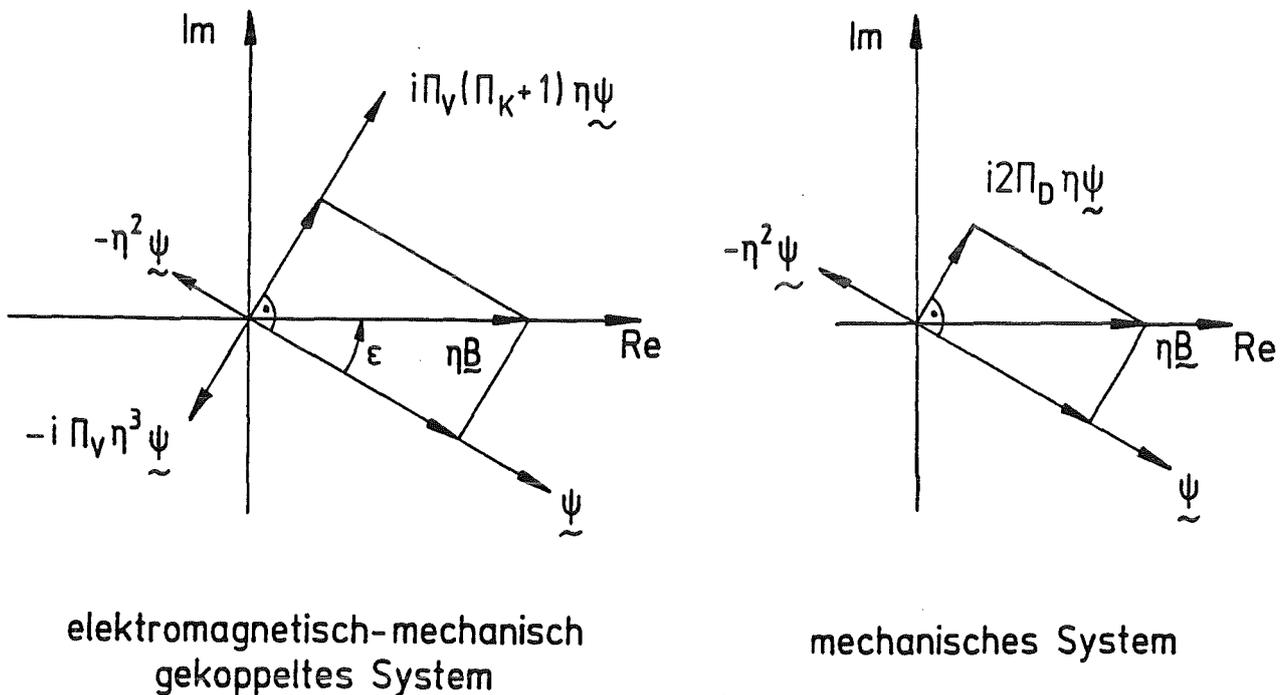


Abb. A.1: Zeigerdiagramm

Aus der Gleichung (A.2) lassen sich wichtige Systemgrößen herleiten wie z.B. der komplexe Frequenzgang

$$\underline{\tilde{F}}_3(\eta) = \frac{\underline{\tilde{\Psi}}}{\underline{\tilde{B}}} = \frac{\eta}{(1 - \eta^2) + i [\Pi_V \eta (\Pi_K + 1 - \eta^2)]}$$

die Vergrößerungsfunktion

$$V_3(\eta) = \frac{\eta}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + \Pi_V^2 \eta^2 (\Pi_K + 1 - \eta^2)^2}}$$

und die Phasenverschiebung

$$\varepsilon_3(\eta) = -\arctan\left(-\Pi_V \eta \left(\frac{\Pi_K}{1-\eta^2} + 1\right)\right)$$

Die Vergrößerungsfunktion  $V_3$  wird mit der Vergrößerungsfunktion  $V_2$  eines mechanischen Schwingers, der ebenfalls über einen zur ersten Zeitableitung proportionalen Term angeregt wird, verglichen.

$$V_2(\eta) = \frac{\eta}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2\Pi_D \eta)^2}}$$

Ersetzt man  $\Pi_D$  durch  $\Pi_V \Pi_K / 2$ , so ergibt sich

$$V_2(\eta) = \frac{\eta}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + \Pi_V^2 \eta^2 \Pi_K^2}}$$

Die Vergrößerungsfunktionen  $V_2$  und  $V_3$  haben einen ähnlichen Verlauf über  $\eta$ . Für  $\eta = 1$  und  $\eta = \sqrt{2\Pi_K + 1}$  haben beide exakt die gleichen Funktionswerte. Dazwischen liegt  $V_2$  etwas unter der Vergrößerungsfunktion  $V_3$  und in den Bereichen  $\eta < 1$  und  $\eta > \sqrt{2\Pi_K + 1}$  ist sie etwas größer.

Der Vergleich der Zeigerdiagramme oder der Vergrößerungsfunktionen zeigt auch bei einer harmonischen Analyse einen Weg zur Vereinfachung des Systems 3. Ordnung auf ein System 2. Ordnung auf. Das gekoppelte elektromagnetisch-mechanische System wird durch ein mechanisches System, welches mit einem Wirbelstromdämpfungsterm erweitert wird, ersetzt.

# Anhang B

## FORTTRAN-Quelltext der wichtigsten Unterprogramme von CARADI

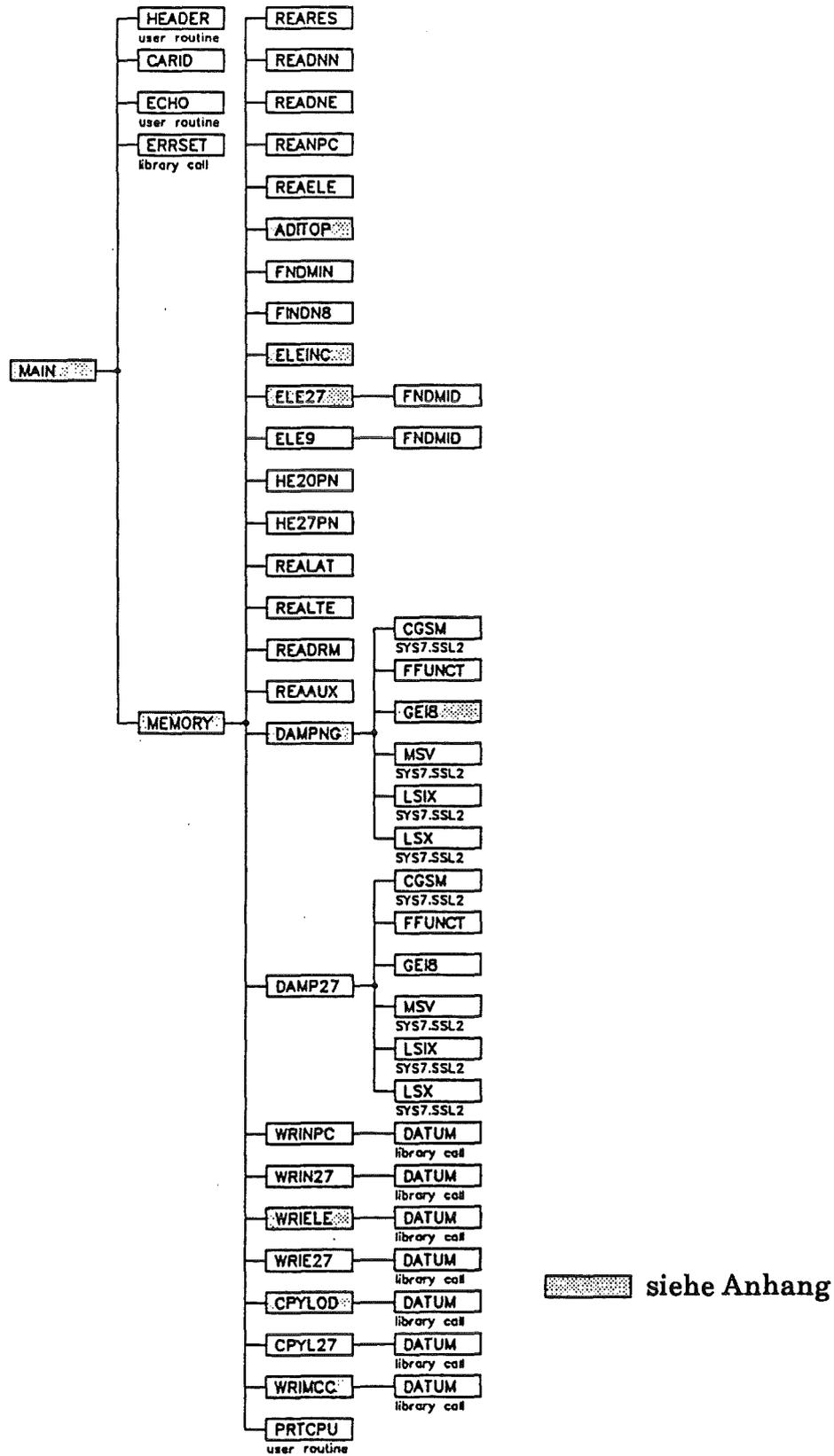


Abb. B.1: Programmstruktur von CARADI



```

*****
*                                     DATE : 21.07.92 *
* M E M O R Y *
* *
* STORAGE MANAGEMENT AND CENTRAL ROUTINE FOR SUBROUTINE CALLS *
* *
*-----*
* STORAGE *
*-----*
* --- POINTER --- LENGTH ----- MEANING ----- *
* IN20          NN20          NODE NUMBERS OF ADINA-TOPOLOGY *
* IX20          NN20          X-COORDINATE OF ADINA NODES *
* IY20          NN20          Y-COORDINATE OF ADINA NODES *
* IZ20          NN20          Z-COORDINATE OF ADINA NODES *
* IE20          20 X NE20     TOPOLOGY OF ADINA MODEL *
* IM20          6 X NE20     PROPERTIES OF ELEMENTS (MATERIAL..) *
* I208          NN20          CARIDDI NODE NAMES OF ADINA NODES *
* IDIS          NN20          DISTANCE OF ADINA-CARIDDI NODES *
* IE27          7 X NE20     NODE 21-27 FOR ADINA *
* IES           8 X NES      TOPOLOGY OF PLATES (ADINA MODEL) *
* IMS           6 X NES      PROPERTIES OF PLATES *
* IE9           NES         MIDDLE NODE OF PLATES *
* IN8           NN80         NODE NUMBERS OF CARIDDI-TOPOLOGY *
* IX8           NN80         X-COORDINATE OF CARIDDI NODES *
* IY8           NN80         Y-COORDINATE OF CARIDDI NODES *
* IZ8           NN80         Z-COORDINATE OF CARIDDI NODES *
* IMSK          NN8         MASK FOR LOCATION OF NODAL POINTS *
* IE8           8 X NE8      TOPOLOGY OF CARIDDI MODEL *
* IM8           6 X NE8      PROPERTIES OF ELEMENTS (MATERIAL..) *
* IAC           8 X NE20     ELEMENT-ELEMENT-INCIDENCES *
* IFN           NE20         NUMBER OF EL. ELE. PER MECH. ELEMENT *
* IEPN          NN80         NUMBER OF ELEMENTS PER NODE *
* *
* IF IDAMP = 10 *
* ILTE          12 X NE8     ELEMENT-EDGE-INCIDENCES (ACT. EDGES) *
* ISHP          12 X NE8     EDGE ORIENTATION (+1,-1) *
* IW1 3 X NDOF X NLAT      ELECTRICAL FIELD OF ELEM. VELOCITY *
* IW2           NLAT        ELECTRICAL FIELD *
* IW3           NLAT        CURRENT *
* IW4           2 X NLAT     WORK AREA OF LSIX *
* IW5           NLAT        WORK AREA OF LSIX *
* IW6           NLAT        WORK AREA OF LSIX *
* IMAT          NLAT X NLAT  RESISTANCE MATRIX *
* IDMP          3XNN20X(3XNN20+1)/2 SYMMETRIC HALF OF SYSTEM'S EDDY *
* *
* IB8           3 X NN8     BACKGROUND MAGNETIC INDUCTION *
* *
* IM=IMSK          NN8     MASK FOR DISTRIBUTION OF FORCES *
* IT              NL      TIME TABLE OF LOAD STEPS *
* IL              3 X NN8 X NL ARRAY FOR LOADING *
* *
*****

```

SUBROUTINE MEMORY ( MAXBUF, I4, R4 )

INTEGER MAXBUF, NMAT  
REAL XO, X1, RMAX

\*\*\*\* DECLARATION OF CONSTANTS

PARAMETER ( NMAT = 20 )  
PARAMETER ( XO = 0.0E+00 )  
PARAMETER ( X1 = 1.0E+00 )  
PARAMETER ( RMAX = 1.0E+75 )

\*\*\*\* DECLARATION AND INITIALISATION OF VARIABLES

REAL DT /RMAX/, TSTART /0.0/  
REAL SCLXYZ /1.0/, SCLCAR /1.0/  
REAL ALPHA /0.0/, BETA /0.0/  
REAL#4 ETA(3,10) / 30\*1.0 /  
INTEGER NFE1 /17/, NFE2 /17/, NFE3 /17/  
INTEGER NFCO /2/, NFA /14/, NFC3 /15/, NFDR /13/, NFF /18/  
INTEGER NFL /19/, NFM /20/, NFN /16/, NFR /10/, NFU /3/  
INTEGER NFDS /0/, NFFX /0/, NFD  
INTEGER MODEX /1/, IMASS /1/, IDISF /0/, IREAC /0/  
INTEGER NODES /20/, NSTE /0/  
INTEGER IDAMP /10/, IOPE /0/, ILER /0/, ISUB /0/, INV /1/  
INTEGER IPR /0/, IPRILT /0/, IPRICR /0/  
INTEGER IPRE /0/, IPRNT /0/, IPRN /0/  
INTEGER IPRND /0/, IPRNV /0/, IPRNA /0/, IPRS /0/  
INTEGER NPRNT(3,10) / 30\*0 /, NPRNN(3,15) / 45\*0 /  
INTEGER ISV /1/, ISVI /1/, ISVE /1/, ISVNT /1/  
INTEGER ISVET /1/, ISVND /1/, ISVNV /1/, ISVNA /1/  
INTEGER NSVNT(3,10) / 30\*0 /, NSVET(3,10) / 30\*0 /

```
INTEGER NN8, NN8A, NN8B, NN8C, NN8O
INTEGER NN20, NE20, NE8, NES, NLAT, NELE
INTEGER IN20, IX20, IY20, IZ20, IE20, IM20
INTEGER IN8, IX8, IY8, IZ8, IES, IMS, IM8, IMSK
INTEGER I208, IDIS, IE27, IE8, IE9, IB8, IL, IM, IT
INTEGER IAC, IFN, IEPN, ILTE, ISHP, IMAT, IDMP, ITOP
INTEGER IWO, IW1, IW2, IW3, IW4, IW5, IW6
INTEGER N, NN, NNN, NODTST, NL, NFN, LG, NINC, NUMNP
INTEGER NFIX8, NFIX20
INTEGER DMPELE /9999/, DMPVER /0/, LENMAT /0/, MAXLIN /1500000/
REAL DMPFAC /1.0E+00/
REAL MINDIS, MINTOL
REAL DZEIT, ZEIT, ZEITO
LOGICAL FILEDA, CONTRL
COMMON /CLOGIC/ CONTRL
CHARACTER*13 C14 /' FILE 14.....' /
CHARACTER*13 C15 /' FILE 15.....' /
CHARACTER*80 CARD, MODL14, MODL15
INTEGER*4 I4(MAXBUF)
REAL*4 R4(MAXBUF)
```

```
*
*  STRUCTURE
*-----
*  1. STAHL                2. VCRTI
*  3. KUPFER              4. KUPFER (BIALEK&WEISS.)
*  5. STAHL                6. STAHL
*-----
*  FLUID
*-----
*  7. LI-PB               8. LI-PB
*  9. LI-PB              10. ISOLATION
*-----
*  PLATES
*-----
*  11. STAHLPLATTE 6MM    12. STAHLPLATTE 12MM
*  13. STAHLPLATTE 6MM    14. STAHLPLATTE 12MM
*  15. STAHLPLATTE 6MM    16. STAHLPLATTE 12MM
*  17. STAHLPLATTE 6MM    18. STAHLPLATTE 12MM
*  19. STAHLPLATTE 6MM    20. STAHLPLATTE 12MM
*-----
```

```
REAL*4 MATER(4,NMAT)
. /7900.0, 1.70E+11, .30, .0, 6100.0, 1.20E+11, .36, .0,
. 8900.0, 1.10E+11, .34, .0, 8000.0, 1.10E+11, .30, .0,
. 7900.0, 1.70E+11, .30, .0, 7900.0, 1.70E+11, .30, .0,
. 9400.0, 3.20E+10, .00, .0, 9400.0, 1.10E+11, .00, .0,
. 8000.0, 1.10E+11, .00, .0, 0.0, 0.00E+00, .00, .0,
. 7900.0, 1.70E+11, .30, .0006, 7900.0, 1.70E+11, .30, .0012,
. 7900.0, 1.70E+11, .30, .0006, 7900.0, 1.70E+11, .30, .0012,
. 7900.0, 1.70E+11, .30, .0006, 7900.0, 1.70E+11, .30, .0012,
. 7900.0, 1.70E+11, .30, .0006, 7900.0, 1.70E+11, .30, .0012,
. 7900.0, 1.70E+11, .30, .0006, 7900.0, 1.70E+11, .30, .0012 /
```

\*\*\*\*\*

```
*
*  NAMELIST /INPT/ ALPHA,BETA, SCLXYZ,SCLCAR, MATER, ETA, IMASS
*  , IDAMP, IOPE, MODEX, NSTE, DT, TSTART, ILER, ISUB, IDISF
*  , IPR, IPRILT, IPRICR, IPRE, IPRNT, IPRN, IREAC
*  , NPRNT, NPRNN, IPRND, IPRNV, IPRNA, IPRS
*  , ISV, ISVI, ISVE, ISVNT, ISVET, MAXLIN
*  , NSVNT, NSVET, ISVND, ISVNV, ISVNA, NODES, INV, CONTRL
*  , NFFX, NFDR, NFDS, NFE1, NFE2, NFE3, DMPELE, DMPVER, DMPFAC
```

```
*
*  ZEITO = ZEIT( 0.0 )
*  CONTRL = .FALSE.
```

```
*
*  WRITE(*,*) ' ... '
*  WRITE(*,*) ' ...REARES: READ RESISTANCE'
*  CALL REARES(NFCO,10,ETA,CARD)
```

```
*
*  REWIND 5
*  READ (5,INPT)
```

```
*
*  CONTRL
```

```
*
*  IF ( CONTRL ) THEN
*  WRITE(*, '(/,/, ' ...NAMELIST: ', /) )'
*  WRITE(*, INPT)
*  ENDIF
```

```
*
*  END OF CONTRL
```

```
*
*  IF ( MODEX .LT. 0 ) MODEX = 0
*  IF ( MODEX .GT. 2 ) MODEX = 2
*  IF ( NODES .NE. 27 ) NODES = 20
*  IF ( IMASS .EQ. 0 ) IDAMP = 0
*  IF ( IDAMP .LT. 0 ) IDAMP = 0
*  IF ( IDAMP .GT. 10 ) IDAMP = 10
*  IF ( IPRND .NE. 0 ) THEN
*  IPRND = 1
*  IF ( IPRN .EQ. 0 ) IPRN = 1
```

```
IF ( IPRNT .EQ. 0 ) IPRNT = 1
ENDIF
IF ( IPRNV .NE. 0 ) THEN
  IPRNV = 1
  IF ( IPRN .EQ. 0 ) IPRN = 1
  IF ( IPRNT .EQ. 0 ) IPRNT = 1
ENDIF
IF ( IPRNA .NE. 0 ) THEN
  IPRNA = 1
  IF ( IPRN .EQ. 0 ) IPRN = 1
  IF ( IPRNT .EQ. 0 ) IPRNT = 1
ENDIF
IF ( ISVND .NE. 0 ) THEN
  ISVND = 1
  IF ( ISVNT .EQ. 0 ) ISVNT = 1
ENDIF
IF ( ISVNV .NE. 0 ) THEN
  ISVNV = 1
  IF ( ISVNT .EQ. 0 ) ISVNT = 1
ENDIF
IF ( ISVNA .NE. 0 ) THEN
  ISVNA = 1
  IF ( ISVNT .EQ. 0 ) ISVNT = 1
ENDIF
IF ( IPRS .NE. 0 ) IPRS = 1
IF ( ILER .LT.-1 ) ILER = -1
IF ( ILER .GT. 0 ) THEN
  IF ( ILER .GT. 2 ) ILER = 1
  IF ( IPRE .NE. 0 ) IPRE = ILER
  IF ( ISVE .NE. 0 ) ISVE = ILER
ENDIF
IF ( ISUB .GT. 0 ) ISUB = 8
IF ( IPR .NE. 0 ) THEN
  IPR = 1
  IPRILT = 1
  IPRICR = 1
  IPRE = 1
  IPRS = 1
ENDIF
```

```
NFDS = IABS(NFDS)
INQUIRE (NFDS,OPENED=FILEDA)
IF ( (NFDS .NE. 0) .AND. (.NOT.(FILEDA)) ) GOTO 9080
      NFD = NFDR
IF ( (NFDS .NE. 0) .AND. (IDAMP .EQ. 10) ) NFD = NFDS
```

```
NFFX = IABS(NFFX)
INQUIRE (NFFX,OPENED=FILEDA)
IF ( (NFFX .NE. 0) .AND. (.NOT.(FILEDA)) ) THEN
  WRITE (*,'(!!! !!!!!! !!!)')
  WRITE (*,'(!!! !!!!!! MARKING OF FIXED NODES NOT POSSIBLE.!!!)')
  WRITE (*,'(!!! !!!!!! FILE-NR.: ',12,' NOT EXISTENT!!!)') NFFX
  WRITE (*,'(!!! !!!!!! !!!)')
  NFFX = 0
ENDIF
```

```
IF ( (NFE1.NE.NFE2) .AND. (NFE1.EQ.NFE3) ) THEN
  WRITE (*,'(!!! !!!!!! !!!)')
  WRITE (*,'(!!! !!!!!! WARNING: USE OF SAME UNIT NUMBER !!!)')
  WRITE (*,'(!!! !!!!!! FOR "NFE1" AND "NFE3" !!!)')
  WRITE (*,'(!!! !!!!!! !!!)')
ENDIF
```

```
*
* CONTRL
*
```

```
IF ( CONTRL ) THEN
  WRITE(*,'(/,/,' ...CORRECTED NAMELIST:','/'))
  WRITE(*,INPT)
ENDIF
```

```
*
* END OF CONTRL
*
*****
*****
*****
```

```
REWIND(NFA)
50 READ (NFA,(A80),END=9010) CARD
  IF (CARD(1:5).EQ.' 1' ) MODL14 = CARD(7:80)
  IF (CARD(1:6).EQ.' 2C' ) CALL READNN(NFA,NN20)
  IF (CARD(1:6).EQ.' 3C' ) CALL READNE(NFA,NMAT,4,NE20)
  IF (CARD(1:5).NE.' 9999' ) GOTO 50
  IF ( NN20 .LT. 1 ) GOTO 9020
  IF ( NE20 .LT. 1 ) GOTO 9030
REWIND(NFA)
60 READ (NFA,(A80),END=9010) CARD
  IF (CARD(1:6).EQ.' 3C' ) CALL READNE(NFA,NMAT,10,NES)
```

```

***** IF (CARD(1:5).NE.'9999') GOTO 60
***** REWIND(NFC3)
90 READ (NFC3,(A80),END=9040) CARD
IF (CARD(1:5).EQ.'1') MODL15 = CARD(7:80)
IF (CARD(1:6).EQ.'2C') CALL READNN(NFC3,NN8)
IF (CARD(1:6).EQ.'0002C') CALL READNN(NFC3,NN8)
IF (CARD(1:6).EQ.'3C') CALL READNE(NFC3,NMAT,1,NE8)
IF (CARD(1:5).NE.'9999') GOTO 90
IF (NN8.LT.1) GOTO 9050
IF (NE8.LT.1) GOTO 9060

```

```

*****
WRITE(*, '( /, /, / )')
WRITE(*,*)
WRITE(*,*)
WRITE(*,*) ADINA-MODEL: ',MODL14(1:65)
WRITE(*,*) NN20 = ',NN20
WRITE(*,*) NE20 = ',NE20
WRITE(*,*) NES = ',NES
WRITE(*,*)
WRITE(*,*)
WRITE(*,*) CARIDDI-MODEL: ',MODL15(1:65)
WRITE(*,*) NN8 = ',NN8
WRITE(*,*) NE8 = ',NE8
WRITE(*,*)
WRITE(*,*( /, /, / ))
IF (MODL14.NE.MODL15) THEN
WRITE(*,*) '!!!!!!'
WRITE(*,*) '!!!!!! WARNING: DIFFERENT MODELS!'
WRITE(*,*) '!!!!!!'
ENDIF
WRITE(*,*)
WRITE(*,*)

```

```

*****
***** READ ADINA-GEOMETRY-FILE *
*****

```

```

WRITE(*, '( /, /, / )')
*****
READ ADINA-GEOMETRY-FILE *
*****

```

```

REWIND(NFA)
100 READ (NFA,(A80),END=9010) CARD
IF (CARD(1:6).EQ.'1A') WRITE(*,*) C14,'...APPEND=OLD',CARD
IF (CARD(1:6).EQ.'1C') WRITE(*,*) C14,'...CREATE=NEW',CARD
IF (CARD(1:6).EQ.'1P') WRITE(*,*) C14,'...PROJECT',CARD
IF (CARD(1:6).EQ.'1U') WRITE(*,*) C14,'...USER-KEY',CARD
IF (CARD(1:6).EQ.'2C') GOTO 200
IF (CARD(1:6).EQ.'3C') GOTO 300
IF (CARD(1:6).EQ.'100C') GOTO 800
IF (CARD(1:5).EQ.'9999') GOTO 800
GOTO 100

```

```

*****
***** NODES (ADINA)
*****

```

```

200 IN20 = 1
IX20 = IN20 + NN20
IY20 = IX20 + NN20
IZ20 = IY20 + NN20

```

```

*
* CONTRL
*

```

```

IF (CONTRL) THEN

```

```

WRITE(*, '( /, /, / CONTROL OF STORAGE )')
WRITE(*, '( ++++++ )')
WRITE(*, '( /, /, / SSSSSS )')
WRITE(*, '( SSSSSS IN20 = ',17,' LENGTH = ',16,' )
WRITE(*, '( SSSSSS IX20 = ',17,' LENGTH = ',16,' )
WRITE(*, '( SSSSSS IY20 = ',17,' LENGTH = ',16,' )
WRITE(*, '( SSSSSS IZ20 = ',17,' ) IZ20
WRITE(*, '( SSSSSS /, / )')

```

```

ENDIF

```

```

*
* END OF CONTRL
*

```

```

IF ((IZ20+NN20).GT.MAXBUF) GOTO 9110
WRITE(*,*)
WRITE(*,*) ...REANPC: READ NODAL POINT COORD. (ADINA-FILE)
WRITE(*,*) ... MARK FIXED NODES IN ADINA-GEOMETRY

```

```
CALL REANPC(NFA,NN20,14(IN20),R4(1X20),R4(1Y20),R4(1Z20),SCLXYZ)
NFIX20 = 0
DO 210 N = 1, NN20
210 IF ( 14(IN20+N-1) .LT. 0 ) NFIX20 = NFIX20 + 1
*
* CONTRL
*
IF ( CONTRL ) THEN
WRITE(*, '(/' NPN20,X,Y,Z20-TEST#####' )' )
DO 7002 N = 1, NN20
7002 WRITE(*, '(2110,3E15.3)' )
      N, 14(IN20+N-1), R4(1X20+N-1), R4(1Y20+N-1), R4(1Z20+N-1)
ENDIF
*
* END OF CONTRL
*
GOTO 100
*****
***** ELEMENTS (ADINA)
*****
300 IE20 = 1Z20 + NN20
IM20 = IE20 + 20*NE20
I208 = IM20 + 6*NE20
IDIS = I208 + NN20
IE27 = IDIS + NN20
IES = IE27 + 7*NE20
IMS = IES + 8*NE20
IE9 = IMS + 6*NE20
IM = IE9 + NES
*
* CONTRL
*
IF ( CONTRL ) THEN
WRITE (*, '(/' CONTROL OF STORAGE' )' )
WRITE (*, '( '+++++' )' )
WRITE (*, '(/' SSSSSS' )' )
WRITE (*, '( 'SSSSSS IE20 = ' ,17, ' ' LENGTH = ' ,16, ' '
      IE20,(IM20-IE20)
WRITE (*, '( 'SSSSSS IM20 = ' ,17, ' ' LENGTH = ' ,16, ' '
      IM20,(I208-IM20)
WRITE (*, '( 'SSSSSS I208 = ' ,17, ' ' LENGTH = ' ,16, ' '
      I208,(IDIS-I208)
WRITE (*, '( 'SSSSSS IDIS = ' ,17, ' ' LENGTH = ' ,16, ' '
      IDIS,(IE27-IDIS)
WRITE (*, '( 'SSSSSS IE27 = ' ,17, ' ' LENGTH = ' ,16, ' '
      IE27,(IES-IE27)
WRITE (*, '( 'SSSSSS IES = ' ,17, ' ' LENGTH = ' ,16, ' '
      IES,(IMS-IES)
WRITE (*, '( 'SSSSSS IMS = ' ,17, ' ' LENGTH = ' ,16, ' '
      IMS,(IE9-IMS)
WRITE (*, '( 'SSSSSS IE9 = ' ,17, ' ' LENGTH = ' ,16, ' '
      IE9,(IM-IE9)
WRITE (*, '( 'SSSSSS IM = ' ,17, ' ' IM
WRITE (*, '( 'SSSSS',/ )' )
ENDIF
*
* END OF CONTRL
*
IF ( IM .GT. MAXBUF ) GOTO 9120
WRITE(*,*) ' ...
WRITE(*,*) ' ... REAELE: READ VOLUMETRIC ELEMENTS (ADINA-FILE)'
CALL REAELE(NFA,NMAT,4,20,NE20,14(IM20),14(IE20))
WRITE(*,*) ' ...
WRITE(*,*) ' ... ADITOP: CHANGE FV-ELEMENTS TO ADINA-TOPOLOGY'
CALL ADITOP(NE20,NN20,R4(1X20),R4(1Y20),R4(1Z20),14(IE20))
WRITE(*,*) ' ...
WRITE(*,*) ' ... REAELE: READ SHELL-ELEMENTS (ADINA-FILE)'
CALL REAELE(NFA,NMAT,10,8,NES,14(IMS),14(IES))
WRITE(*,*) ' ...
WRITE(*,*) ' ... FNDMIN: SEARCH MINIMUM DISTANCE IN ADINA-GEOMETRY'
CALL FNDMIN(R4(1X20),R4(1Y20),R4(1Z20),14(IE20),NE20,NN20,MINDIS)
MINTOL = MINDIS*MINDIS / 4.0
WRITE(*,*) ' ...
WRITE(*,*) ' ... SMALLEST DISTANCE OF TWO ADINA-NODES (MINDIS):'
WRITE(*,*) ' ... ,MINDIS
WRITE(*,*) ' ...
WRITE(*,*) ' ... TOLERANCE ASSUMED FOR SEARCH OF NODE-'
WRITE(*,*) ' ... CORRELATIONS TABLE N208 (MINTOL):'
WRITE(*,*) ' ... ,MINTOL
WRITE(*,*) ' ...
*
```

```

* CONTRL
*
  IF ( CONTRL ) THEN
    WRITE(*, '( / ' E20 = TEST#####' ) )
    DO 7003 N = 1, NE20
7003  WRITE(*, '( 14, ' - ' , 1515, / , 5X, 515 ) ' )
      N, ( 14( 1E20+(N-1)*20+NN), NN=0, 19)
    ENDIF

    IF ( CONTRL ) THEN

      DO 7008 NNN = 0, (NN20-1)
        NODTST = IABS(14(1N20+NNN))
        DO 7000 N = 1, NE20
          DO 7000 NN = 0, 19
7000  IF ( 14(1E20+(N-1)*20+NN) .EQ. NODTST ) GOTO 7008

          DO 7001 N = 1, NES
            DO 7001 NN = 0, 7
7001  IF ( 14(1ES+(N-1)* 8+NN) .EQ. NODTST ) GOTO 7008
            WRITE(*, '( / ' >>>> ' / ' >>>> ERROR: NODE WITHOUT ELEMENT ' '
              / ' >>>> ASSOCIATION! ' ' , 14 / ' >>>> ' ) ' ) NODTST
          STOP
7008 CONTINUE

        ENDIF
      END OF CONTRL
    *
  *
  GOTO 100

```

```

*****
***** READ CARIDDI3-PORTHOLE-FILE *
*****

```

```

800 REWIND(NFC3)
  WRITE(*, '( / , / , /
  ' ***** READ CARIDDI-PORTHOLE-FILE * ' /
  ' ***** READ CARIDDI-PORTHOLE-FILE * ' /
  ' / , / ) ' )
1000 READ (NFC3, '(A80)', END=9040) CARD
  IF (CARD(1:6).EQ.' 1A') WRITE(*,*) C15, '...APPEND=OLD', CARD
  IF (CARD(1:6).EQ.' 1C') WRITE(*,*) C15, '...CREATE=NEW', CARD
  IF (CARD(1:6).EQ.' 1P') WRITE(*,*) C15, '...PROJECT', CARD
  IF (CARD(1:6).EQ.' 1U') WRITE(*,*) C15, '...USER-KEY', CARD
  IF (CARD(1:6).EQ.' 2C') GOTO 2000
  IF (CARD(1:6).EQ.' 0002C') GOTO 2000
  IF (CARD(1:6).EQ.' 3C') GOTO 3000
  IF (CARD(1:6).EQ.' 100C') GOTO 4000
  IF (CARD(1:5).EQ.' 9999') GOTO 8000
GOTO 1000

```

```

*****
***** NODES (CARIDDI)
*****
2000 IN8 = IM
  IX8 = IN8 + NN8 + 19*NE20
  IY8 = IX8 + NN8 + 19*NE20
  IZ8 = IY8 + NN8 + 19*NE20
  IMSK = IZ8 + NN8 + 19*NE20
  IM = IMSK + NN8

```

```

*
* CONTRL
*
  IF ( CONTRL ) THEN

    WRITE (*, '( / ' CONTROL OF STORAGE ' ) )
    WRITE (*, '( ' ++++++ ' ) )
    WRITE (*, '( / ' SSSSSS ' ) )
    WRITE (*, '( ' SSSSSS IN8 = ' , 17, ' ' LENGTH = ' , 16 ) ' )
      IN8, (IX8-IN8)
    WRITE (*, '( ' SSSSSS IX8 = ' , 17, ' ' LENGTH = ' , 16 ) ' )
      IX8, (IY8-IX8)
    WRITE (*, '( ' SSSSSS IY8 = ' , 17, ' ' LENGTH = ' , 16 ) ' )
      IY8, (IZ8-IY8)
    WRITE (*, '( ' SSSSSS IZ8 = ' , 17, ' ' LENGTH = ' , 16 ) ' )
      IZ8, (IMSK-IZ8)
    WRITE (*, '( ' SSSSSS IMSK = ' , 17, ' ' LENGTH = ' , 16 ) ' )
      IMSK, (IM-IMSK)
    WRITE (*, '( ' SSSSSS IM = ' , 17 ) ' ) IM
    WRITE (*, '( ' SSSSSS ' , / ) ' )

  ENDIF

*
* END OF CONTRL
*
  IF ( IM .GT. MAXBUF ) GOTO 9130

```

```
WRITE(*,*) ' ... '
WRITE(*,*) ' ...REANPC: READ NODAL POINT COORDINATES (CAR3-FILE)'
WRITE(*,*) ' ... MARK FIXED NODES IN CARIDDI-GEOMETRY'
CALL REANPC(NFC3,NN8, I4( IN8),R4( IX8),R4( IY8),R4( IZ8),SCLCAR)
NFIX8 = 0
DO 2010 N = 1, NN8
2010 IF ( I4(IN8+N-1) .LT. 0 ) NFIX8 = NFIX8 + 1
*
* COMPUTE 20-8-NODE-CORRELATION VECTOR
*
NN8A = 0
WRITE(*,*) ' ... '
WRITE(*,*) ' ...SET208: COMPUTE 20-8-NODE-CORRELATION VECTOR'
CALL SET208(R4( IX8),R4( IX8),R4( IY8),R4( IY8),R4( IZ8),R4( IZ8)
, I4( IN8), I4( IN8), NN8, NN8A, NN20, NE20, RMAX
, R4( IX20),R4( IY20),R4( IZ20), I4( IMSK),R4( IDIS), I4( I208))
*
* CONTRL
*
IF ( CONTRL ) THEN

WRITE(*, '(/' NPN8,X,Y,Z8-TEST#####' )' )
DO 7009 N = 1, NN8
7009 WRITE(*, '(2I10,3E15.3)' )
, N, I4( IN8+N-1), R4( IX8+N-1), R4( IY8+N-1), R4( IZ8+N-1)

WRITE(*, '(/' TEST OF CREATED NODAL POINTS NN8A #####' )' )
DO 7010 N = (NN8+1), (NN8+NN8A)
7010 WRITE(*, '(I10,3E15.3)' )
, N, R4( IX8+N-1), R4( IY8+N-1), R4( IZ8+N-1)

WRITE(*, '(/' N208-TEST#####' )' )
DO 7004 N = 1, NN20
7004 WRITE(*, '(2I10)' ) N, I4( I208+N-1)

WRITE(*, '(/' MSK-TEST(AFTER 208-CORRELATION)#####' )' )
DO 7019 N = 1, NN8
7019 WRITE(*, '(2I10)' ) N, I4( IMSK+N-1)

ENDIF
*
* END OF CONTRL
*
*
* END OF CONTRL
*
GOTO 1000

*****
***** ELEMENTS (CARIDDI)
*****
3000 IE8 = IMSK + NN8
IM8 = IE8 + 8*NE8
IAC = IM8 + 6*NE8
IFN = IAC + 8*NE20
IEPN = IFN + NE20
IM = IEPN + 19*NE20
*
* CONTRL
*
IF ( CONTRL ) THEN

WRITE (*, '( '-CONTROL OF STORAGE' )' )
WRITE (*, '( '+++++++' )' )
WRITE (*, '(/' SSSSSS' )' )
WRITE (*, '( ' SSSSSS IE8 = ' , 17, ' ' LENGTH = ' , 16) ' )
, IE8, ( IM8-IE8)
, LENGTH = ' , 16) ' )
, IM8, ( IAC-IM8)
, LENGTH = ' , 16) ' )
, IAC, ( IFN-IAC)
, LENGTH = ' , 16) ' )
, IFN, ( IEPN-IFN)
, LENGTH = ' , 16) ' )
, IEPN, ( IM-IEPN)
, IM
WRITE (*, '( ' SSSSSS IM = ' , 17) ' )
WRITE (*, '( ' SSSSSS' )' )

ENDIF
*
* END OF CONTRL
*
IF ( IM .GT. MAXBUF ) GOTO 9140
WRITE(*,*) ' ... '
WRITE(*,*) ' ...RAEAL: READ VOLUMETRIC ELEMENTS (CARIDDI-FILE)'
```

```
CALL REAELE(NFC3,NMAT,1,8,NE8,14(IM8),14(IE8))
WRITE(*,*)
WRITE(*,*) ' ...ELEINC: ELEMENT-INCIDENCES'
CALL ELEINC(14(IE20),14(IE8),14(IZ8),NE8,NE20,NN8,NN20
,14(IFN),14(IAC))
*
* CONTRL
*
IF ( CONTRL ) THEN

WRITE(*,('/' ELEINC-FOUND-TEST #####'))
DO 7103 N = 1, NE20
7103 WRITE(*,(14,'-',15,' --- ',15))
      N, (14(IAC+(N-1)*8+NN),NN=0,7) , 14(IFN+N-1)

ENDIF
*
* END OF CONTRL
*

NN8B = 0
WRITE(*,*) ' ... '
WRITE(*,*) ' ...ELE27 : 27-NODE-ELEMENT COMPLETION'
CALL ELE27(R4(IX20),R4(IY20),R4(IZ20),R4(IX8),R4(IY8),R4(IZ8)
,RMAX,14(IN8),NN20,NN8,NN8A,NN8B,NE20,NE8,14(IE8)
,14(IAC),14(IFN),14(IZ8),14(IMSK),MINTOL,14(IE20),14(IE27))
NN8C = 0
WRITE(*,*) ' ... '
WRITE(*,*) ' ...ELE9 : 9-NODE-PLATE COMPLETION'
CALL ELE9(R4(IX20),R4(IY20),R4(IZ20),R4(IX8),R4(IY8),R4(IZ8)
,RMAX,14(IN8),NN20,NN8,NN8A,NN8B,NN8C,NE20,NES
,14(IE20),14(IE27),MINTOL,14(IES),14(IE9))
*
* PRINT INFO OF CREATED NODAL POINTS
*
NN80 = NN8 + NN8A + NN8B + NN8C
IF ( (NN80-NN8) .GT. 19*NE20 ) GOTO 9070
WRITE(*,(' ... '))
WRITE(*,(15,' NODES HAVE BEEN CREATED TO COMPLETE'
/12X, ' TOPOLOGY FOR ADINA' ) (NN8A+NN8B+NN8C)
WRITE(*,(10X,' NN8
      ( FIXED =',14,' ',15,' ) NN8,NFIX8
WRITE(*,(10X,' NN8A (CREATED) =',15,' ) NN8A
WRITE(*,(10X,' NN8B (CREATED) =',15,' ) NN8B
WRITE(*,(10X,' NN8C (CREATED) =',15,' ) NN8C
WRITE(*,(10X,' SUM
      =',15,' ) NN80
WRITE(*,(/10X,' NN20
      ( FIXED =',14,' ',15,' ) NN20,NFIX20
WRITE(*,(/,' ... (NN8A=ON EDGES; NN8B=ON FACES;
      NN8C=ON PLATES)'))
*
* COMPRESS STORAGE
*
DO 2200 N = 0, ( NN80 - 1 )
2200 R4(IN8+NN80+N) = R4(IX8+N)
IX8 = IN8 + NN80
DO 2300 N = 0, ( NN80 - 1 )
2300 R4(IX8+NN80+N) = R4(IY8+N)
IY8 = IX8 + NN80
DO 2400 N = 0, ( NN80 - 1 )
2400 R4(IY8+NN80+N) = R4(IZ8+N)
IZ8 = IY8 + NN80
DO 2500 N = IMSK, IEPN-1
2500 14(IZ8+NN80+N-IMSK) = 14(N)
IMSK = IZ8 + NN80
IE8 = IMSK + NN8
IM8 = IE8 + 8*NE8
IAC = IM8 + 6*NE8
IFN = IAC + 8*NE20
IEPN = IFN + NE20

IF (NODES .EQ. 27) IM = IEPN + NN20
IM = IEPN + NN80
*
* CONTRL
*
IF ( CONTRL ) THEN

WRITE(*,('/' E27 - TEST#####'))
DO 7005 N = 1, NE20
7005 WRITE(*,(14,'-',15,' ',715)) N, (14(IE27+(N-1)*7+NN),NN=0,6)

WRITE(*,('/' E9 - TEST#####'))
DO 7006 N = 1, NES
7006 WRITE(*,(14,'-',15,' ',15)) N, 14(IE9+N-1)
```

```

WRITE(*,'(/' TEST OF CREATED NODAL POINTS NN8B #####'')')
DO 7017 N = (NN8+NN8A+1),(NN8+NN8A+NN8B)
7017 WRITE(*,'(110,3E15.3)')
      N, R4(IX8+N-1), R4(IY8+N-1), R4(IZ8+N-1)

WRITE(*,'(/' TEST OF CREATED NODAL POINTS NN8C #####'')')
DO 7018 N = (NN8+NN8A+NN8B+1),NN80
7018 WRITE(*,'(110,3E15.3)')
      N, R4(IX8+N-1), R4(IY8+N-1), R4(IZ8+N-1)

WRITE(*,'(/' MSK-TEST(AFTER E27(E9))#####'')')
DO 7020 N = 1, NN8
7020 WRITE(*,'(2110)') N, I4(IMSK+N-1)

```

```

ENDIF
*
* END OF CONTRL
*

```

```

IF (NODES .EQ. 20) THEN
WRITE(*,*) ' ... '
WRITE(*,*) ' ...HE20PN: CALCULATE NUMBER OF ELEMENTS PER NODE'
CALL HE20PN(I4(IEPN),I4(IE20),I4(IN20),NN20,NE20)
ENDIF
IF (NODES .EQ. 27) THEN
WRITE(*,*) ' ... '
WRITE(*,*) ' ...HE27PN: CALCULATE NUMBER OF ELEMENTS PER NODE'
CALL HE27PN(I4(IEPN),I4(IE20),I4(IE27),I4(IN8),I4(I208)
      ,NN20,NN80,NE20)
ENDIF

```

```

*
* CONTRL
*

```

```

IF ( CONTRL ) THEN
WRITE(*,'(/' EPN-TEST #####'')')
WRITE(*,'(11 KNOTEN IN ELEMENTEN'')')
DO 7104 N = 1, (IM-IEPN)
7104 WRITE(*,'(10X,15,3X,13)') N, I4(IEPN+N-1)
ENDIF

```

```

*
* END OF CONTRL
*

```

```

IF ( IDAMP .LE. 2 ) GOTO 1000
WRITE(*,*) ' ... '
WRITE(*,*) ' ...REALAT: READ "NLAT"'
CALL REALAT(NFU,NELE,NLAT)
IF ( NE8 .NE. NELE ) GOTO 9090

```

```

ILTE = IM
ISHP = ILTE + 12*NE8
IWO = ISHP + 12*NE8
IW1 = IWO + NLAT
IW2 = IW1 + 3*NLAT*NODES
IW3 = IW2 + NLAT
IW4 = IW3 + NLAT
IW5 = IW4 + 2*NLAT
IW6 = IW5 + NLAT
IMAT = IW6 + NLAT
IM = IMAT + NLAT*NLAT
ITOP = IM
IDMP = IM

```

```

IF (IDAMP .EQ. 10) THEN
      LENMAT = 3*NN20 * (3*NN20 + 1) / 2
IF (NODES .EQ. 27) LENMAT = 3*NN80 * (3*NN80 + 1) / 2
IM = IDMP + LENMAT
ITOP = IM
IF (NODES .EQ. 27) IM = ITOP + 27*NE20
ENDIF

```

```

*
* CONTRL
*

```

```

IF ( CONTRL ) THEN
WRITE (*,'(11-CONTROL OF STORAGE'')')
WRITE (*,'(11 ++++++)'')
WRITE (*,'(11 SSSSSS'')')
WRITE (*,'(11 SSSSSS NLAT = ' ',18)'') NLAT
WRITE (*,'(11 SSSSSS'')')
WRITE (*,'(11 SSSSSS ILTE = ' ',18,' ' LENGTH = ' ',16)'')
      ILTE,(ISHP-ILTE)
WRITE (*,'(11 SSSSSS ISHP = ' ',18,' ' LENGTH = ' ',16)'')

```

```

WRITE (*, '( ' SSSSSS IW1 = ' ,18, ' ISHP, (IW1-ISHP)
LENGTH = ' ,16) ' )
WRITE (*, '( ' SSSSSS IW2 = ' ,18, ' LENGTH = ' ,16) ' )
WRITE (*, '( ' SSSSSS IW3 = ' ,18, ' LENGTH = ' ,16) ' )
WRITE (*, '( ' SSSSSS IW4 = ' ,18, ' LENGTH = ' ,16) ' )
WRITE (*, '( ' SSSSSS IW5 = ' ,18, ' LENGTH = ' ,16) ' )
WRITE (*, '( ' SSSSSS IW6 = ' ,18, ' LENGTH = ' ,16) ' )
WRITE (*, '( ' SSSSSS IMAT = ' ,19, ' LENGTH = ' ,18) ' )
WRITE (*, '( ' SSSSSS IDMP = ' ,19, ' LENGTH = ' ,18) ' )
WRITE (*, '( ' SSSSSS ITOP = ' ,19, ' LENGTH = ' ,18) ' )
WRITE (*, '( ' SSSSSS IM = ' ,19) ' )
WRITE (*, '( ' SSSSSS ' ) ' )

ENDIF
*
* END OF CONTRL
*
IF ( IM .GT. MAXBUF ) GOTO 9150
WRITE(*,*) ' ...
WRITE(*,*) ' ...REALTE: READ ACTIVE EDGES'
CALL REALTE(NFU,12,NE8,14(ILTE),14(ISHP))
WRITE(*,*) ' ...
WRITE(*,*) ' ...READ RESISTANCE-MATRIX FROM FILE-NR.: ' ,NFR
CALL READRM(NFR,NLAT,R4(IMAT))
*
* CONTRL
*
IF ( CONTRL ) THEN

WRITE(*, '( / ' LTELNW-TEST ##### ' ) ' )
DO 7101 N = 1, NE8
7101 WRITE(*, '(14, ' - ' ,1215) ' ) N, (14(ILTE+(N-1)*12+NN), NN=0,11)

WRITE(*, '( / ' ISHPT-TEST ##### ' ) ' )
DO 7102 N = 1, NE8
7102 WRITE(*, '(14, ' - ' ,1215) ' ) N, (14(ISHP+(N-1)*12+NN), NN=0,11)

ENDIF
*
* END OF CONTRL
*

GOTO 1000

*****
***** DAMPING
*****
4000 IF ( IDAMP .EQ. 0 ) GOTO 5000
IB8 = IM
IM = IB8 + 3*NN8
*
* CONTRL
*
IF ( CONTRL ) THEN

WRITE (*, '( ' -CONTROL OF STORAGE ' ) ' )
WRITE (*, '( ' ++++++ ' ) ' )
WRITE (*, '( ' SSSSS ' ) ' )
WRITE (*, '( ' SSSSSS IB8 = ' ,17, ' LENGTH = ' ,16) ' )
IB8, (IM-IB8)
WRITE (*, '( ' SSSSSS IM = ' ,17) ' ) IM
WRITE (*, '( ' SSSSSS ' ) ' )

ENDIF
*
* END OF CONTRL
*
IF ( IM .GT. MAXBUF ) GOTO 9160
WRITE(*,*) ' ...
WRITE(*,*) ' ...REAAUX: READ BACKGROUND MAGNETIC INDUCTION'
CALL REAAUX(NFC3,NN8,R4(IB8))
*
* CONTRL
*
IF ( CONTRL ) THEN

WRITE(*, '( / ' BACKGROUND MAGNETIC INDUCTION ##### ' ) ' )

```



```
WRITE (*,'(' SSSSSS IT = ',17,' IM,(IT-1M)
LENGTH = ',16)')
WRITE (*,'(' SSSSSS IL = ',17)') IL
WRITE (*,'(' SSSSSS'))
ENDIF
*
* END OF CONTRL
*
IF (NODES .EQ. 20) THEN
WRITE(*,*) ' : : :
WRITE(*,*) ' : : :CPYLOD: TRANSFER LOAD FR. CARIDDI TO ADINA MODEL'
CALL CPYLOD(NFF,NFL,NL,NINC,NE20,NN8,NN20,NFUN,14(IN8),14(IN20)
,14(I208),14(IE20),14(IE27),R4(IL),R4(IT),14(IM),IDISF,IREAC)
*
* CONTRL
*
IF ( CONTRL ) THEN

WRITE(*,'(/' MASK - TEST#####''))
WRITE(*,*) ' O=KNOTEN IN ADINA- UND CARIDDI MODELL'
WRITE(*,*) ' 1=SCHWERPUNKT; 2=FLAECHENSCHWERPUNKT'
WRITE(*,*) ' _____ NR. _____ MASKE _____ NPN8 (<0=FIXED)_____
DO 7011 N = 1, NN8
7011 WRITE(*,'(5X,16,4X,16,4X,16)') N, 14(IM+N-1), 14(IN8+N-1)

ENDIF
*
* CONTRL
*
ENDIF

IF (NODES .EQ. 27) THEN
WRITE(*,*) ' : : :
WRITE(*,*) ' : : :CPYL27: TRANSFER LOAD FR. CARIDDI TO ADINA MODEL'
CALL CPYL27(NFF,NFL,NL,NINC,NN8,NFUN,14(IN8),R4(IL),R4(IT),IREAC)
ENDIF

*****
***** MASTER CONTROL CARDS
*****
NUMNP = NN20
IF (NODES .EQ. 27) NUMNP = NN80
NSTE = MAX ( NSTE, (NINC-1) )
DT = MIN ( DT, (R4(IT+1)-R4(IT)) )
TSTART = MAX ( TSTART, R4(IT) )
WRITE(*,*) ' : : :
WRITE(*,*) ' : : :WRIMCC: W R I T E MASTER CONTROL CARDS'
CALL WRIMCC(NFM,MODL14,NUMNP,NES,LG,MODEX,NSTE,DT,TSTART,NFUN,
. IPR, IPRILT, IPRICR, IPRNT, IPRN,
. NPRNT, NPRNN, IPRND, IPRNV, IPRNA, IPRS,
. ISV, ISVI,
. ISVNT, ISVET,
. NSVNT, NSVET, ISVND, ISVNV, ISVNA,
. IMASS, IDAMP, ALPHA, BETA, IOPE)
*****
8000 DZEIT = ZEIT( ZEITO )
WRITE(*,'(/' : : :MAIN FINISH.''))
CALL PRTCPU( -1, SUBROUTINE CPU-TIME:',0.0 )
CALL PRTCPU( +2, CARADI TOTAL CPU-TIME:',DZEIT )
RETURN
*****
*
* ERROR
*
9010 WRITE(*,'(/' >>>>'/' >>>> END-OF-HE20 FILE'/' >>>>''))
STOP
9020 WRITE(*,'(/' >>>>'/' >>>> ERROR: NO HE20-NODES!'
/' >>>>''))
STOP
9030 WRITE(*,'(/' >>>>'/' >>>> ERROR: NO HE20-ELEMENTS!'
/' >>>>''))
STOP
9040 WRITE(*,'(/' >>>>'/' >>>> END-OF-AVFMB FILE'/' >>>>''))
STOP
9050 WRITE(*,'(/' >>>>'/' >>>> ERROR: NO HE8-NODES!'
/' >>>>''))
STOP
9060 WRITE(*,'(/' >>>>'/' >>>> ERROR: NO HE8-ELEMENTS!'
/' >>>>''))
STOP
9070 WRITE(*,'(/' >>>>'/' >>>> ERROR: PRESERVED ARRAY FOR'
/' >>>> CREATED NODES TOO SMALL'/' >>>>''))
STOP
9080 WRITE (*,'(' >>>> ''))
```

```
WRITE (*, '( ' >>>> RUN STOPED: ' '
. / ' >>>> RESTART NOT POSSIBLE, SAVE-FILE ' '
. / ' >>>> NR: ; ' ', 12, ' ' NOT EXISTENT ' ' ) ' ) NFDS
WRITE (*, '( ' >>>> ' ' ) )
STOP
9090 WRITE (*, '( / ' >>>> ' / ' >>>> ERROR: DIFFERENT TOPOLOGY IN ' '
. / ' >>>> USER- AND PORTHOLE-FILE ' / ' ' >>>> ' ' ) ' )
STOP
9110 WRITE (*, '( / ' >>>> ' / ' >>>> ERROR: DYNAMIC ARRAY (MAXBUF) ' '
. / ' >>>> TOO SMALL! (Z20 OUT OF STORAGE) ' '
. / ' >>>> ' ' ) ' )
STOP
9120 WRITE (*, '( / ' >>>> ' / ' >>>> ERROR: DYNAMIC ARRAY (MAXBUF) ' '
. / ' >>>> TOO SMALL! (MATERIAL OF SHELLS/PLATES) ' '
. / ' >>>> ' ' ) ' )
STOP
9130 WRITE (*, '( / ' >>>> ' / ' >>>> ERROR: DYNAMIC ARRAY (MAXBUF) ' '
. / ' >>>> TOO SMALL! (MASK OUT OF STORAGE) ' '
. / ' >>>> ' ' ) ' )
STOP
9140 WRITE (*, '( / ' >>>> ' / ' >>>> ERROR: DYNAMIC ARRAY (MAXBUF) ' '
. / ' >>>> TOO SMALL! (IEPN OUT OF STORAGE) ' '
. / ' >>>> ' ' ) ' )
STOP
9150 WRITE (*, '( / ' >>>> ' / ' >>>> ERROR: DYNAMIC ARRAY (MAXBUF) ' '
. / ' >>>> TOO SMALL! (R-MATRIX OUT OF STORAGE) ' '
. / ' >>>> ' ' ) ' )
STOP
9160 WRITE (*, '( / ' >>>> ' / ' >>>> ERROR: DYNAMIC ARRAY (MAXBUF) ' '
. / ' >>>> TOO SMALL! (B8 OUT OF STORAGE) ' '
. / ' >>>> ' ' ) ' )
STOP
9180 WRITE (*, '( / ' >>>> ' / ' >>>> ERROR: DYNAMIC ARRAY (MAXBUF) ' '
. / ' >>>> TOO SMALL FOR LOADINGS! ' / ' ' >>>> ' ' ) ' )
STOP
END
```

```
*****
*                                                                 DATE : 23.08.91 *
* A D I T O P *
* *
* RENUMBERS ELEMENT TOPOLOGY IF JACOBIAN DETERMINANT IS NEGATIVE *
* TO ADINA TOPOLOGY *
*****
*
```

```
SUBROUTINE ADITOP(NE,NN,X,Y,Z, TOP)
```

```
REAL    NULL
INTEGER NDIM, NPNT, NSUB, NDOF
```

```
***** DECLARATION OF CONSTANTS
```

```
PARAMETER ( NULL = 0.00E+00 )
PARAMETER ( NDIM = 3 )
PARAMETER ( NPNT = 20 )
PARAMETER ( NSUB = 8 )
PARAMETER ( NDOF = NDIM*NPNT )
```

```
***** DECLARATION OF VARIABLES
```

```
INTEGER TOP(NPNT,NE), BUFFER(NPNT)
REAL*4 X(NN), Y(NN), Z(NN)
INTEGER IPNT, NN, IN
INTEGER IE, NE, I, J
REAL*4 XN(NDIM,NSUB)
REAL DETJ, DJ(NDIM,NDIM)
```

```
***** NUMBERING CONVENTION OF NODES OF FEMVIEW
```

```
REAL BETA8(NDIM,NSUB)/1., 1., 1.,
.      -1., 1., 1.,
.      -1., -1., 1.,
.      1., -1., 1.,
.      1., 1., -1.,
.      -1., 1., -1.,
.      -1., -1., -1.,
.      1., -1., -1. /
INTEGER IND1(NPNT) / 5, 6, 7, 8, 1, 2, 3, 4,
.      17, 18, 19, 20, 9, 10, 11, 12,
.      13, 14, 15, 16 /
INTEGER IND2(NPNT) / 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,
.      9, 10, 11, 12, 17, 18, 19, 20,
.      13, 14, 15, 16 /
```

```
*****
***** BEGIN *
*****
```

```
DO 1000 IE = 1, NE
```

```
***** GET CARTESIAN COORDINATES OF NODAL POINTS
```

```
DO 1200 IPNT = 1, NSUB
  IN = TOP(IPNT,IE)
  IF ((IN.GT. NN).OR. (IN.LE. 0)) GOTO 9010
  XN(1,IPNT) = X(IN)
  XN(2,IPNT) = Y(IN)
1200  XN(3,IPNT) = Z(IN)

DO 2000 I = 1, NDIM
  DO 2000 J = 1, NDIM
    DJ(I,J) = NULL
  DO 2000 IPNT = 1, NSUB
2000  DJ(I,J) = DJ(I,J) + XN(J,IPNT) * BETA8(I,IPNT)

  DETJ = DJ(1,1) * ( DJ(2,2)*DJ(3,3) - DJ(2,3)*DJ(3,2) )
.      + DJ(1,2) * ( DJ(3,1)*DJ(2,3) - DJ(2,1)*DJ(3,3) )
.      + DJ(1,3) * ( DJ(2,1)*DJ(3,2) - DJ(3,1)*DJ(2,2) )

  IF (DETJ.EQ. 0.0) GOTO 9020
2100  DO 2100 IPNT = 1, NPNT
    BUFFER(IPNT) = TOP(IPNT,IE)
    IF (DETJ.LT. 0.0) THEN
      DO 2200 IPNT = 1, NPNT
2200  TOP(IPNT,IE) = BUFFER(IND1(IPNT))
    ELSE
      DO 2300 IPNT = 1, NPNT
2300  TOP(IPNT,IE) = BUFFER(IND2(IPNT))
    ENDIF

1000 CONTINUE
```

```
      RETURN
*
*  ERROR
*
9010 WRITE(*, '(!! >>>> ERROR: ELEMENT WITH WRONG NUMBER OF NODES!!'
.      /'!! >>>> ELEM. NO.: ',13,' NODE: ',13
./'!! >>>> MAX.NODE NUMBER: ',13/'!! >>>> '))' IE, IN, NN
STOP
9020 WRITE(*, '(!! >>>> ERROR: ELEMENT WITH JACOBIAN DETERMINANT=0!!'
.      /'!! >>>> (IN POSDET) ELEM. NO.: ',13
./'!! >>>> '))' IE
STOP
END
```

```

*****
*                                     DATE : 02.01.92 *
* E L E I N C *
* *
* DETERMINATION OF ADINA-CARIDDI-ELEMENT-INCIDENCES *
*****

```

```

* SUBROUTINE ELEINC(ADITOP, CARTOP, N208, NE8, NE20, NN8, NN20
, FOUND, ADICAR)

```

```

INTEGER*4 ADITOP(20,NE20), ADICAR(8,NE20), N208(NN20)
INTEGER*4 CARTOP(8,NE8), FOUND(NE20), NFOUND, NODE1, NODE(3)
INTEGER NEE,NEM,NM,NNE,NNM, NEPM, NE8, NE20, NN8, NN20, I, J
INTEGER IND1(5,27)

```

```

. /2, 4, 5, 1, 1, 2, 4, 17, 32, 1,
. 2, 12, 5, 22, 1, 2, 12, 17, 14, 1,
. 9, 4, 5, 12, 1, 9, 4, 17, 24, 1,
. 9, 12, 5, 34, 1, 9, 12, 17, 8, 1,
. 9, 6, 14, 34, 2, 9, 10, 18, 8, 2,
. 19, 4, 12, 14, 2, 19, 2, 9, 24, 4,
. 19, 11, 10, 8, 3, 11, 8, 16, 34, 4,
. 11, 12, 20, 8, 4, 17, 14, 6, 14, 4,
. 17, 8, 15, 24, 2, 17, 13, 16, 8, 5,
. 13, 14, 18, 8, 6, 8, 6, 19, 32, 2,
. 8, 14, 3, 22, 2, 8, 14, 19, 14, 3,
. 15, 6, 3, 12, 2, 15, 6, 19, 24, 3,
. 15, 14, 3, 34, 3, 15, 14, 19, 8, 7,
. 15, 16, 20, 8, 8/
INTEGER IND2(9) /0,8,10,13,15,18,19,26,27/
INTEGER IND3(8) /1,7,3,5,2,4,6,8/

```

```

*
DO 100 NEM = 1, NE20
100 FOUND(NEM) = 0
DO 200 NEE = 1, NE8
NEM = 0
300 NEM = NEM + 1
IF ( NEM .GT. NE20 ) GOTO 200
NM = 0
400 NM = NM + 1
IF ( NM .GT. 8 ) GOTO 300
NNM = IND3(NM)
NODE1 = N208(ADITOP(NNM,NEM))
IF ((NODE1 .LE. 0) .OR. (NODE1 .GT. NN8)) GOTO 400
NNE = 0
500 NNE = NNE + 1
IF ( NNE .GT. 8 ) GOTO 400
IF (CARTOP(NNE,NEE) .EQ. NODE1) THEN
1000 J = IND2(NNM)
J = J + 1
IF ( J .GT. IND2(NNM+1)) GOTO 300
NFOUND = 0
NODE(1) = N208(ADITOP(IND1(1,J),NEM))
IF ((NODE(1) .LE. 0) .OR. (NODE(1) .GT. NN8)) GOTO 1000
NODE(2) = N208(ADITOP(IND1(2,J),NEM))
IF ((NODE(2) .LE. 0) .OR. (NODE(2) .GT. NN8)) GOTO 1000
NODE(3) = N208(ADITOP(IND1(3,J),NEM))
IF ((NODE(3) .LE. 0) .OR. (NODE(3) .GT. NN8)) GOTO 1000
NNE = 0
1300 NNE = NNE + 1
IF ( NNE .GT. 8 ) GOTO 1000
DO 1400 I = 1, 3
1400 IF (CARTOP(NNE,NEE) .EQ. NODE(I)) NFOUND = NFOUND + 1
IF ( NFOUND .EQ. 3 ) THEN
NEPM = IND1(4,J)
IF ( FOUND(NEM) .EQ. 0 ) THEN
FOUND(NEM) = NEPM
ELSE
IF ( FOUND(NEM) .NE. NEPM ) GOTO 9010
ENDIF
ADICAR(IND1(5,J),NEM) = NEE
GOTO 200
ENDIF
GOTO 1300
ENDIF
GOTO 500
200 CONTINUE
RETURN

```

```

*
* ERROR
*

```

```

9010 WRITE(*, '( /' >>>> ' /' >>>> ERROR: INCONSISTENT TOPOLOGY' )
. /' >>>> IN ELEINC; ELECTRIC ELEMENT :',15
. /' >>>> MECHANIC ELEMENT :',15
. /' >>>>' ) NEE, NEM
STOP
END

```

```

*****
*                                     DATE : 09.01.92 *
* E L E 2 7 *
* *
* DETERMINES THE NODES 21-27 FOLLOWING THE NUMBERING CONVENTION OF *
* ADINA; TAKES ACCOUNT OF 20-NODE ELEMENTS WITH NOT STRAIGHT LINE *
* EDGES *
*****
*
SUBROUTINE ELE27(X20,Y20,Z20,X8,Y8,Z8,M,NPN8,NN20,NN8,NN8A,NN8B
.           ,NE20,NE8,CARTOP,ADICAR,FOUND,N208
.           ,MASKE,MINTOL, TOP,ADDTOP)

INTEGER    IE, IEE, L, M1, M2, N, NN8, NN8A, NN8B, NN20, N1, N2
INTEGER    MM, NE20, NE8, NM, NODE, IND, POSN1, POSN2
INTEGER*4  ADICAR(8,NE20), FOUND(NE20), CARTOP(8,NE8), N208(NN20)
INTEGER*4  TOP(20,NE20), ADDTOP(21:27,NE20), NPN8(NN8+19*NE20)
INTEGER*4  MASKE(NN8)
INTEGER    NEPM, NDIR, CREATE(21:27), NDIAG8
REAL*4     X20(NN20), Y20(NN20), Z20(NN20), M, MINTOL
REAL*4     X8 (NN8+19*NE20),Y8 (NN8+19*NE20),Z8 (NN8+19*NE20)
REAL*8     NULL, Z1D4, Z1D6, Z1D8, Z2, X, Y, Z, XM, YM, ZM
INTEGER*4  INDEX1(6,22:27) /18, 9,17,13,18, 9,
.           18, 10,19,14,18, 10,
.           19, 11,20,15,19, 11,
.           17, 12,20,16,17, 12,
.           12, 9,10,11,12, 9,
.           16, 13,14,15,16, 13 /
INTEGER*4  INDEX2(5,22:27) / 2, 1, 5, 6, 2,
.           2, 3, 7, 6, 2,
.           3, 4, 8, 7, 3,
.           1, 4, 8, 5, 1,
.           1, 2, 3, 4, 1,
.           5, 6, 7, 8, 5 /
INTEGER*4  INDEX3(4,22:27) /10,12,16,14,
.           9,11,15,13,
.           10,12,16,14,
.           9,11,15,13,
.           17,18,19,20,
.           17,18,19,20 /

INTEGER*4  INDEX4(3,3) /25,23,2,
.           22,24,4,
.           26,27,5/
INTEGER*4  INDEX8(2,21:27)
.           / 1,1, 12,1, 15,7, 14,7, 9,1, 17,1, 19,7 /
*

PARAMETER ( NULL = 0.00D+00 )
PARAMETER ( Z1D8 = 1.25D-01 )
PARAMETER ( Z1D6 = 1.0D+00/6.0D+00 )
PARAMETER ( Z1D4 = 2.50D-01 )
PARAMETER ( Z2 = 2.00D+00 )

DO 5000 IE = 1, NE20
5010 DO 5010 NODE = 21, 27
CREATE(NODE) = 1

NEPM = MOD(FOUND(IE),10)

IF ( NEPM .EQ. 4 ) THEN
NDIR = FOUND(IE)/10
IEE = ADICAR(1,IE)
CREATE(INDEX4(1,NDIR)) = 0
CREATE(INDEX4(2,NDIR)) = 0
N1 = N208(TOP(INDEX4(3,NDIR), IE))
N2 = N208(TOP( 1, IE))
IF (N1 .EQ. N2) GOTO 9010
POSN1 = 0
POSN2 = 0
DO 5020 NODE = 1, 8
IF ( CARTOP(NODE,IEE) .EQ. N1 ) POSN1 = NODE
IF ( CARTOP(NODE,IEE) .EQ. N2 ) POSN2 = NODE
5020 CONTINUE
IF ((POSN1.EQ.0) .OR. (POSN2.EQ.0)) GOTO 9020
IF ( POSN1.EQ.POSN2 ) GOTO 9030
ADDTOP(INDEX4(1,NDIR),IE) = CARTOP(NDIAG8(POSN1),IEE)
ADDTOP(INDEX4(2,NDIR),IE) = CARTOP(NDIAG8(POSN2),IEE)
MASKE(CARTOP(NDIAG8(POSN1),IEE)) = 2
MASKE(CARTOP(NDIAG8(POSN2),IEE)) = 2
GOTO 6000
ENDIF

IF ( NEPM .EQ. 8 ) THEN
DO 5030 NODE = 21, 27

```

```

CREATE(NODE) = 0
IEE          = ADICAR(INDEX8(2,NODE),IE)
N1           = N208(TOP(INDEX8(1,NODE), IE))
POSN1       = 0
DO 5040 N = 1, 8
  IF ( CARTOP(N,IEE) .EQ. N1 ) POSN1 = N
5040 CONTINUE
  IF ( POSN1 .EQ. 0 ) GOTO 9040
  ADDTOP(NODE,IE) = CARTOP(NDIAG8(POSN1),IEE)
  IF (NODE .EQ. 21) THEN
    MASKE(CARTOP(NDIAG8(POSN1),IEE)) = 1
  ELSE
    MASKE(CARTOP(NDIAG8(POSN1),IEE)) = 2
  ENDIF
5030 CONTINUE
  GOTO 6000
ENDIF

6000 XM = NULL
  YM = NULL
  ZM = NULL
  DO 1000 NODE = 22, 27
    X = NULL
    Y = NULL
    Z = NULL
    DO 2000 L = 2, 5
      N = TOP(INDEX1(L ,NODE),IE)
      N1 = TOP(INDEX1(L-1,NODE),IE)
      N2 = TOP(INDEX1(L+1,NODE),IE)
      M1 = TOP(INDEX2(L-1,NODE),IE)
      M2 = TOP(INDEX2(L ,NODE),IE)
      X = X + DBLE(X20(N)) + DBLE(X20(N1)) - DBLE(X20(M1))
        + DBLE(X20(N)) + DBLE(X20(N2)) - DBLE(X20(M2))
      Y = Y + DBLE(Y20(N)) + DBLE(Y20(N1)) - DBLE(Y20(M1))
        + DBLE(Y20(N)) + DBLE(Y20(N2)) - DBLE(Y20(M2))
      Z = Z + DBLE(Z20(N)) + DBLE(Z20(N1)) - DBLE(Z20(M1))
        + DBLE(Z20(N)) + DBLE(Z20(N2)) - DBLE(Z20(M2))
2000 CONTINUE
      X = X * Z1D8
      Y = Y * Z1D8
      Z = Z * Z1D8
      XM = XM + X
      YM = YM + Y
      ZM = ZM + Z
      DO 3000 L = 1, 4
        MM = TOP(INDEX2(L,NODE),IE)
        NM = TOP(INDEX3(L,NODE),IE)
        XM = XM + Z1D4*(DBLE(X20(NM))-DBLE(X20(MM)))
        YM = YM + Z1D4*(DBLE(Y20(NM))-DBLE(Y20(MM)))
3000 ZM = ZM + Z1D4*(DBLE(Z20(NM))-DBLE(Z20(MM)))
      IF ( CREATE(NODE) .EQ. 1 ) THEN
        CALL FNDMID(X8,Y8,Z8,NPN8,NN8,NN8A,NN8B
          ,SNGL(X),SNGL(Y),SNGL(Z),M,MINTOL,NE20,ADDTOP(NODE,IE))
        IF ( ADDTOP(NODE,IE) .EQ. 0 ) THEN
          NN8B = NN8B + 1
          IND = (NN8 + NN8A) + NN8B
          ADDTOP(NODE,IE) = IND
          NPN8(IND) = IND
          X8 (IND) = SNGL(X)
          Y8 (IND) = SNGL(Y)
          Z8 (IND) = SNGL(Z)
        ENDIF
      ENDIF
1000 CONTINUE
  IF ( CREATE(21) .EQ. 1 ) THEN
    XM = XM * Z1D6
    YM = YM * Z1D6
    ZM = ZM * Z1D6
    CALL FNDMID(X8,Y8,Z8,NPN8,NN8,NN8A,NN8B
      ,SNGL(XM),SNGL(YM),SNGL(ZM),M,MINTOL,NE20,ADDTOP(21,IE))
    IF ( ADDTOP(21,IE) .EQ. 0 ) THEN
      NN8B = NN8B + 1
      IND = (NN8 + NN8A) + NN8B
      ADDTOP(21,IE) = IND
      NPN8(IND) = IND
      X8 (IND) = SNGL(XM)
      Y8 (IND) = SNGL(YM)
      Z8 (IND) = SNGL(ZM)
    ENDIF
  ENDIF
5000 CONTINUE
  RETURN
*
* ERROR
*
9010 WRITE(*,'(/' >>>>'/' >>>> ERROR: IN ELE27''

```

```
.          /' >>>>          TOPOLOGY DEFECT''
.          /' >>>>'')'
. STOP
9020 WRITE(*, '( /' >>>>' /' >>>> ERROR: IN ELE27''
.          /' >>>>          NODE NOT FOUND (9020)'' )' )
. WRITE(*, '( ' >>>> NDIR (DIRECTION) = ' ,12, /,
. ' >>>> OF ELEMENTS' ,14, ' PARTITION INTO 4 PARTS'' )' ) NDIR, IE
. WRITE(*, '( ' >>>> N1 = ' ,14, ' N2 = ' ,14, /,
. ' >>>> POSN1 = ' ,14, ' POSN2 = ' ,14 )' ) N1, N2, POSN1, POSN2
. WRITE(*, '( ' >>>>          IN THE 1. ELECTRICAL ELEMENT = ' ,14
.          /' >>>>'')' ) IEE
. STOP
9030 WRITE(*, '( /' >>>>' /' >>>> ERROR: IN ELE27''
.          /' >>>>          SAME NODE''
.          /' >>>>'')' )
. STOP
9040 WRITE(*, '( /' >>>>' /' >>>> ERROR: IN ELE27''
.          /' >>>>          NODE NOT FOUND (9040)''
.          /' >>>>'')' )
. STOP
END
```

```

*****
*                                     DATE : 30.04.92 *
* D A M P N G *
* *
* CALCULATES CONSISTENT SYSTEM DAMPING MATRIX FOR DAMPING CAUSED *
* BY EDDY CURRENTS. *
* *
* FORMAL ARGUMENTS: *
* NF : INPUT : FILE-NR. FOR DAMPING MATRIX *
* NFDS : INPUT : FILE-NR. FOR SAVING DAMP.MATRIX (RESART) *
* NLAT : INPUT : NUMBER OF ACTIVE EDGES *
* NEE : INPUT : NUMBER OF ELECTRICAL ELEMENTS (HE8) *
* NEM : INPUT : NUMBER OF HE20-ELEMENTS OR OF DAMPING *
* * : MATRICES TO BE COMPUTED *
* NN8 : INPUT : NUMBER OF NODES OF THE ELECTRICAL TOPOLOGY *
* NN20 : INPUT : NUMBER OF NODES OF THE MECHANICAL TOPOLOGY *
* XE : INPUT : ARRAY OF NN8 REALS *
* * : X-COORDINATES OF ALL NODES *
* YE : INPUT : ARRAY OF NN8 REALS *
* * : Y-COORDINATES OF ALL NODES *
* ZE : INPUT : ARRAY OF NN8 REALS *
* * : Z-COORDINATES OF ALL NODES *
* TOP : INPUT : ARRAY OF 20 X NE INTEGERS *
* * : TOPOLOGY OF HE20-ELEMENTS *
* CARTOP : INPUT : ARRAY OF 8 X NEE INTEGERS *
* * : TOPOLOGY OF ELECTRICAL MESH *
* ADICAR : INPUT : ARRAY OF 8 X NEM INTEGERS *
* * : INCIDENCES OF MECH./ELECTR. ELEMENTS *
* ISHPT : INPUT : ARRAY OF INTEGERS *
* * : ORIENTATION OF ELECTRICAL EDGES *
* LTELNW : INPUT : ARRAY OF 12 X NEE INTEGERS *
* * : ACTIVE EDGES *
* B8 : INPUT : ARRAY OF NDIM X NN8 REALS *
* * : CONSTANT (BACKGROUND) MAGNETIC INDUCTION *
* RMAT : INPUT : ARRAY OF NLAT X NLAT REALS *
* * : RESISTANCE MATRIX (EQUIVALENT TO "RV") *
* ,RV : IF "INV"=0 THEN ALREADY INVERTED *
* * : *
* EM : DUMMY : ARRAY OF NDOF X NLAT REALS *
* * : FIELDS FOR INTERNAL COMPUTATIONS *
* IV,EV : DUMMY : ARRAY OF NLAT REALS *
* * : FIELDS FOR INTERNAL COMPUTATIONS *
* INV : INPUT : INTEGER *
* * : CONTROL PARAMETER *
* ,IVER : *
* * : ARRAYS OF REALS OR INTEGER *
* VW,IVW : *
* * : WORK AREA OF SUBROUTINE "LSIX" *
* ,IP : *
* * : LOGICAL *
* CONTRL : INPUT : CONTROL PARAMETER OF PRINTING INFORMATION *
* * : *
* MATDMP : OUTPUT : ARRAY OF LENMAT*REAL *
* * : SYSTEM'S DAMPING MATRIX *
* * : *
* LENMAT : INPUT : DIMENSION OF MATDMP *
* * : *
* NUMELE : INPUT : NUMBER OF ELEMENTS IN OUTER LOOP (RESTART) *
*****

```

```

SUBROUTINE DAMPNG( NF, NLAT, NEM, NN20, TOP, NEE, NN8, FOUND
. , XE, YE, ZE, XM, YM, ZM
. , CARTOP, N208, ADICAR, ISHPT, LTELNW
. , B8, RMAT, RV, EM, EV, IV, VW, IP, IVW, INV
. , EG, IVER, MATDMP, LENMAT, NFDS, NUMELE, CONTRL)

```

```

REAL*4 NULL, W, Z1D20
REAL*8 DNULL
INTEGER NDIM, MPNT, NPNT, NPEE, NDOF, MEDG, LENMAT

```

\*\*\*\*\* DECLARATION OF CONSTANTS

```

PARAMETER ( DNULL = 0.00D+00 )
PARAMETER ( NULL = 0.00E+00 )
PARAMETER ( W = 8.00E+00 )
PARAMETER ( Z1D20 = 0.50E-01 )
PARAMETER ( NDIM = 3 )
PARAMETER ( MPNT = 27 )
PARAMETER ( NPNT = 20 )
PARAMETER ( NPEE = 8 )
PARAMETER ( NDOF = NDIM*NPNT )
PARAMETER ( MEDG = 12 )

```

\*\*\*\*\* DECLARATION OF VARIABLES

```

REAL*4 XE(NN8), YE(NN8), ZE(NN8)
REAL*4 XM(NN20), YM(NN20), ZM(NN20)
REAL*4 B8(NDIM,NN8), RMAT(NLAT,NLAT), RV(NLAT*(NLAT+1)/2)
REAL*4 EM(NDOF,NLAT), IV(NLAT), EV(NLAT), VW(2*NLAT)
REAL*4 EG(NLAT)
REAL*4 HM(MPNT), P(NDIM,MPNT), XJ(NDIM,NDIM)
REAL*8 HE(NPEE), DETE

```

```
REAL#8      GX(MEDG), GY(MEDG), GZ(MEDG)
REAL#4      MATDMP(LENMAT), ELEDMP(NDOF,NDOF), OHMPOW(NDOF)
REAL        XN(NDIM,MPNT), BN(NDIM,MPNT), BM(NDIM,NDIM), BQ(NDIM)
REAL        NBNX, NBNY, NBNZ, JX, JY, JZ, BX, BY, BZ
REAL        DETM, FAKTOR, F, VOLUME, XG(NDIM,8)
REAL        ZEIT1, ZEIT2, DZEIT, MZEIT, RZEIT
INTEGER     NSTEP
INTEGER#4   ISHPT(MEDG,NEE), LTELNW(MEDG,NEE), ADICAR(8,NEM)
INTEGER#4   TOP(NPNT,NEM), CARTOP(NPEE,NEE), N208(NN20)
INTEGER#4   IP(NLAT), IVW(NLAT), FOUND(NEM)
INTEGER     FILNN2, FILLEN, FILVER, FILNE
INTEGER     NEM, NEM11, NEM12, NUMELE
INTEGER     IDIM, IELE, IEDG, IND, NLAT, NF, IERR, NDOFM2, NFDS
INTEGER     IEE, NEE, NN8, NN20, I, J, INV, ISW, NSUM
INTEGER     IVER, NEPM, INDE1, INDE2, INDS1, INDS2, INDMAT
INTEGER     IEM1, IEM2, IPNT1, IPNT2
LOGICAL     LFF1, LFF2, CONTRL
```

```
REAL        XG8(NDIM,8)/  .5, .5, .5,
.                    - .5, .5, .5,
.                    - .5, - .5, .5,
.                    .5, - .5, .5,
.                    .5, .5, - .5,
.                    - .5, .5, - .5,
.                    - .5, - .5, - .5,
.                    .5, - .5, - .5/

REAL        XG12(NDIM,2)/ .5, .0, .0,
.                    - .5, .0, .0/

REAL        XG22(NDIM,2)/ .0, .5, .0,
.                    .0, - .5, .0/

REAL        XG32(NDIM,2)/ .0, .0, .5,
.                    .0, .0, - .5/

REAL        XG14(NDIM,4)/ .0, .5, .5,
.                    .0, - .5, .5,
.                    .0, - .5, - .5,
.                    .0, .5, - .5/

REAL        XG24(NDIM,4)/ .5, .0, .5,
.                    .5, .0, - .5,
.                    - .5, .0, - .5,
.                    - .5, .0, .5/

REAL        XG34(NDIM,4)/ .5, .5, .0,
.                    - .5, .5, .0,
.                    - .5, - .5, .0,
.                    .5, - .5, .0/
```

```
*****
***** BEGIN *
*****
```

```
DO 100 J = 1, NDIM
DO 100 I = 1, NDIM
100   BM(I,J) = NULL

DO 200 I = 1, LENMAT
200   MATDMP(I) = NULL
```

```
***** CONVERT RESISTANCE-MATRIX INTO A VECTOR
*SSL2-----
CALL CGSM( RMAT , NLAT,NLAT , RV , IERR )
*-----
```

```
IF ( IERR .NE. 0 )
. WRITE(*,*) ' !!!!! WARNING(DAMPNG): RETURN CODE(CGSM) = ',IERR
```

```
IF ( MOD(IVER,10) .GT. 0 ) THEN
WRITE(*,*) ' ! ! ! ! '
WRITE(*,*) ' ! ! ! UPPER HALF OF DAMPING MATRIX'
WRITE(*,*) ' ! ! ! '
ENDIF
```

```
ISW = 1
LFF1 = .FALSE.
LFF2 = .FALSE.
VOLUME = NULL
NDOFM2 = 2 * NDIM * NN20
```



```

1140   DO 1140 I = 1, NDIM
      XG(I,J) = XG12(I,J)
      GOTO 1195
    ENDF
    IF (FOUND(IEM1) .EQ. 22) THEN
1150   DO 1150 J = 1, NEPM
      DO 1150 I = 1, NDIM
      XG(I,J) = XG22(I,J)
      GOTO 1195
    ENDF
    IF (FOUND(IEM1) .EQ. 32) THEN
1160   DO 1160 J = 1, NEPM
      DO 1160 I = 1, NDIM
      XG(I,J) = XG32(I,J)
      GOTO 1195
    ENDF
    IF (FOUND(IEM1) .EQ. 14) THEN
1170   DO 1170 J = 1, NEPM
      DO 1170 I = 1, NDIM
      XG(I,J) = XG14(I,J)
      GOTO 1195
    ENDF
    IF (FOUND(IEM1) .EQ. 24) THEN
1180   DO 1180 J = 1, NEPM
      DO 1180 I = 1, NDIM
      XG(I,J) = XG24(I,J)
      GOTO 1195
    ENDF
    IF (FOUND(IEM1) .EQ. 34) THEN
1190   DO 1190 J = 1, NEPM
      DO 1190 I = 1, NDIM
      XG(I,J) = XG34(I,J)
    ELSE
      GOTO 9040
    ENDF

```

\*\*\*\*\* GET CARTESIAN COORDINATES OF NODAL POINTS

```

1195   DO 1200 IPNT1 = 1, NPNT
      IND = TOP(IPNT1,IEM1)
      IF ((IND .GT. NN20) .OR. (IND .LE. 0)) GOTO 9010
      XN(1,IPNT1) = XM(IND)
1200   XN(2,IPNT1) = YM(IND)
      XN(3,IPNT1) = ZM(IND)

```

\*\*\*\*\* GET CONSTANT MAGNETIC INDUCTION OF NODAL POINTS

```

      NSUM = 0
1250   DO 1250 IDIM = 1, NDIM
      BQ(IDIM) = NULL
      DO 1300 IPNT1 = 1, NPNT
        IND = N208(TOP(IPNT1,IEM1))
        IF ((IND .GT. 0) .AND. (IND .LE. NN8)) THEN
          NSUM = NSUM + 1
          DO 1400 IDIM = 1, NDIM
            BQ(IDIM) = B8(IDIM,IND) + BQ(IDIM)
1400         BN(IDIM,IPNT1) = B8(IDIM,IND)
          ENDF
1300   CONTINUE
      IF ( NSUM .LT. NPNT ) THEN
1500   DO 1500 IDIM = 1, NDIM
      BQ(IDIM) = BQ(IDIM) / REAL( NSUM )
      DO 1600 IPNT1 = 1, NPNT
        IND = N208(TOP(IPNT1,IEM1))
        IF ((IND .LE. 0) .OR. (IND .GT. NN8)) THEN
1700         BN(IDIM,IPNT1) = BQ(IDIM)
      ENDF
1600   CONTINUE
      ENDF

```

```

*****
***** LOOP OVER ELECTRIC ELEMENTS *
***** INNER INTEGRATION TO DETERMINE ELECTRICAL FIELDS OF MOTION *
*****

```

DO 2000 IEE = 1, NEPM

\*\*\*\* MECHANICAL FORMFUNCTION IN ELEMENTS BARYCENTER

```

      CALL FFUNCT(XG(1,IEE),XG(2,IEE),XG(3,IEE)
        ,HM,P,XJ,DETM,XN,NPNT)

```

\*\*\*\*\* LOCAL MAGNETIC INDUCTION

```

BX = NULL
BY = NULL
BZ = NULL
DO 2100 IPNT1 = 1, NPNT
  BX = BX + BN(1,IPNT1) * HM(IPNT1)
  BY = BY + BN(2,IPNT1) * HM(IPNT1)
2100  BZ = BZ + BN(3,IPNT1) * HM(IPNT1)
      BM(2,1) = BZ
      BM(3,1) = -BY
      BM(1,2) = -BZ
      BM(3,2) = BX
      BM(1,3) = BY
      BM(2,3) = -BX

```

\*\*\*\* ELECTRICAL FORMFUNCTION IN ELEMENTS BARYCENTER

```

IELE = ADICAR(IEE, IEM1)
CALL GE18(IELE, ISHPT, DNULL, DNULL, DNULL, GX, GY, GZ, CARTOP, XE, YE, ZE
, HE, LTELNW, DETE, NN8, NEE)

```

```

FAKTOR = W * SNGL(DETE)
IF ( FAKTOR .LE. NULL ) GOTO 9030
VOLUME = VOLUME + FAKTOR

```

```

DO 3000 IPNT1 = 1, NPNT
  IF ( LFF1 ) THEN
    F = FAKTOR * (HM(IPNT1)-Z1D20)
  ELSE
    F = FAKTOR * HM(IPNT1)
  ENDIF
  DO 3100 IDIM = 1, NDIM
    IND = (IPNT1-1)*NDIM + IDIM
    NBNX = BM(1, IDIM)
    NBNY = BM(2, IDIM)
    NBNZ = BM(3, IDIM)

```

```

*
* CHECK FOR ACTIVE EDGES J
*

```

```

DO 3200 IEDG = 1, MEDG
  J = LTELNW(IEDG, IELE)
  IF (J.EQ.0) GOTO 3200
  EM(IND, J) = EM(IND, J) + F * ( NBNX * SNGL(GX( IEDG))
+ NBNY * SNGL(GY( IEDG))
+ NBNZ * SNGL(GZ( IEDG)))

```

```

3200 CONTINUE
3100 CONTINUE
3000 CONTINUE
2000 CONTINUE

```

\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\* CURRENT DENSITY IN THE WHOLE STRUCTURE ( I=INV(R)\*E ) \*  
 \*\*\*\*\*

```

DO 4000 I = 1, NDOF
  OHMPOW(I) = NULL
  DO 4100 J = 1, NLAT
    EV(J) = EM(I, J)
4100  EG(J) = EV(J) + EG(J)

```

```

IF ( INV .EQ. 0 ) THEN

```

```

*SSL2-----
CALL MSV( RV , NLAT , EV , IV , IERR)
*-----

```

```

IF ( IERR.NE.0)
  WRITE(*,*) '***** WARNING(DAMPNG): RETURN CODE(MSV) = ', IERR
  DO 4200 J = 1, NLAT
    OHMPOW(I) = OHMPOW(I) + EV(J)*IV(J)
4200  EM(I, J) = -IV(J)
  IF ( OHMPOW(I) .LT. NULL ) THEN
    WRITE(*, '(I1) >>>> ERROR: ELEMENT-NR.: I1, I4,
: /, I1 >>>> OHMPOW(I1, I4, I1) NEGATIVE: I1, E12.3,
: /, I1 >>>> ( INV = 0 ) I1 I1 IEM1, I, OHMPOW(I)
    OHMPOW(I) = NULL
  ENDIF

```

```

ELSE

```

```

IF ( INV .EQ. 1 ) THEN

```

```

*SSL2-----
CALL LSIX( RV , NLAT , EV , NULL, ISW , VW, IP, IVW, IERR )
*-----

```

```
ELSE
#SSL2-----
CALL LSX ( RV , NLAT , EV , NULL , ISW , IERR )
#-----
ENDIF
IF ( IERR .NE. 0 ) THEN
WRITE(*,*) ' >>>>'
WRITE(*,*) ' >>>> WARNING(DAMPNG): RETURN CODE = ', IERR
WRITE(*,*) ' >>>> INV = ', INV
WRITE(*,*) ' >>>>'
ENDIF
ISW = 2
DO 4300 J = 1, NLAT
OHMPOW(I) = OHMPOW(I) + EM(I,J)*EV(J)
4300 EM(I,J) = -EV(J)
IF ( OHMPOW(I) .LT. NULL ) THEN
WRITE(*,*) ' >>>> ERROR: ELEMENT-NR: ', I4,
/, ' >>>> OHMPOW( ', I4, ' ) NEGATIVE: ', E12.3,
/, ' >>>> ( INV > 0 ) ' ) IEM1, I, OHMPOW(I)
OHMPOW(I) = NULL
ENDIF
ENDIF
4000 CONTINUE
```

```
*****
***** SECOND LOOP OVER MECHANICAL ELEMENTS *****
***** OUTER INTEGRATION TO DETERMINE DAMPING MATRIX *****
*****
```

```
DO 6000 IEM2 = 1, NEM
***** CHECK IF COMPLETELY ON UPPER OR LOWER HALF OF SYSTEM MATRIX
IF ( MOD(IEM2,10) .EQ. 0 ) THEN
DO 6010 IPNT2 = 1, NPNT
INDS2 = TOP(IPNT2, IEM1)
DO 6010 IPNT1 = 1, NPNT
INDS1 = TOP(IPNT1, IEM2)
IF ( INDS1 .LT. INDS2 ) GOTO 6010
6010 CONTINUE
ELSE
DO 6020 IPNT2 = 1, NPNT
INDS2 = TOP(IPNT2, IEM1)
DO 6020 IPNT1 = 1, NPNT
INDS1 = TOP(IPNT1, IEM2)
IF ( INDS1 .GT. INDS2 ) GOTO 6020
6020 CONTINUE
ENDIF
GOTO 6000
```

```
***** INITIALISATION
```

```
6100 DO 6110 J = 1, NDOF
DO 6110 I = 1, NDOF
6110 ELEDMP(I,J) = NULL
NEPM = MOD(FOUND(IEM2),10)
DO 6120 J = 1, 8
DO 6120 I = 1, NDIM
6120 XG(I,J) = NULL
IF ( FOUND(IEM2) .EQ. 1 ) GOTO 6195
IF ( FOUND(IEM2) .EQ. 8 ) THEN
DO 6130 J = 1, NEPM
DO 6130 I = 1, NDIM
6130 XG(I,J) = XG8(I,J)
GOTO 6195
ENDIF
IF ( FOUND(IEM2) .EQ. 12 ) THEN
DO 6140 J = 1, NEPM
DO 6140 I = 1, NDIM
6140 XG(I,J) = XG12(I,J)
GOTO 6195
ENDIF
```

```
IF (FOUND(IEM2) .EQ. 22) THEN
DO 6150 J = 1, NEPM
DO 6150 I = 1, NDIM
6150   XG(I,J) = XG22(I,J)
      GOTO 6195
ENDIF
IF (FOUND(IEM2) .EQ. 32) THEN
DO 6160 J = 1, NEPM
DO 6160 I = 1, NDIM
6160   XG(I,J) = XG32(I,J)
      GOTO 6195
ENDIF
IF (FOUND(IEM2) .EQ. 14) THEN
DO 6170 J = 1, NEPM
DO 6170 I = 1, NDIM
6170   XG(I,J) = XG14(I,J)
      GOTO 6195
ENDIF
IF (FOUND(IEM2) .EQ. 24) THEN
DO 6180 J = 1, NEPM
DO 6180 I = 1, NDIM
6180   XG(I,J) = XG24(I,J)
      GOTO 6195
ENDIF
IF (FOUND(IEM2) .EQ. 34) THEN
DO 6190 J = 1, NEPM
DO 6190 I = 1, NDIM
6190   XG(I,J) = XG34(I,J)
      ELSE
        GOTO 9040
      ENDIF
```

\*\*\*\*\* GET CARTESIAN COORDINATES OF NODAL POINTS

```
6195 DO 6200 IPNT1 = 1, NPNT
      IND = TOP(IPNT1,IEM2)
      IF ((IND .GT. NN20) .OR. (IND .LE. 0)) GOTO 9010
      XN(1,IPNT1) = XM(IND)
      XN(2,IPNT1) = YM(IND)
6200   XN(3,IPNT1) = ZM(IND)
```

\*\*\*\*\* GET CONSTANT MAGNETIC INDUCTION OF NODAL POINTS

```
NSUM = 0
DO 6250 IDIM = 1, NDIM
6250   BQ(IDIM) = NULL
      DO 6300 IPNT1 = 1, NPNT
        IND = N208(TOP(IPNT1,IEM2))
        IF ((IND .GT. 0) .AND. (IND .LE. NN8)) THEN
          NSUM = NSUM + 1
          DO 6400 IDIM = 1, NDIM
            BQ(IDIM) = B8(IDIM,IND) + BQ(IDIM)
            BN(IDIM,IPNT1) = B8(IDIM,IND)
          6400   ENDF
        6300   CONTINUE
      IF ( NSUM .LT. NPNT ) THEN
        DO 6500 IDIM = 1, NDIM
        6500   BQ(IDIM) = BQ(IDIM) / REAL( NSUM )
          DO 6600 IPNT1 = 1, NPNT
            IND = N208(TOP(IPNT1,IEM2))
            IF ((IND .LE. 0) .OR. (IND .GT. NN8)) THEN
              DO 6700 IDIM = 1, NDIM
              6700   BN(IDIM,IPNT1) = BQ(IDIM)
            ENDF
          6600   CONTINUE
        ENDF
```

\*\*\*\*\* LOOP OVER ELECTRIC ELEMENTS TO DETERMINE ELECTRICAL FORCES \*\*\*\*\*

```
DO 7000 IEE = 1, NEPM
```

\*\*\*\*\* MECHANICAL FORMFUNCTION IN ELEMENTS BARYCENTER

```
CALL FFUNCT(XG(1,IEE),XG(2,IEE),XG(3,IEE)
, HM,P,XJ,DETM,XN, NPNT)
```

\*\*\*\*\* LOCAL MAGNETIC INDUCTION

```
BX = NULL
BY = NULL
BZ = NULL
DO 7100 IPNT1 = 1, NPNT
BX = BX + BN(1,IPNT1) * HM(IPNT1)
```

```

7100  BY = BY + BN(2,IPNT1) * HM(IPNT1)
      BZ = BZ + BN(3,IPNT1) * HM(IPNT1)
      BM(2,1) = BZ
      BM(3,1) = -BY
      BM(1,2) = -BZ
      BM(3,2) = BX
      BM(1,3) = BY
      BM(2,3) = -BX

```

\*\*\*\* CURRENT DENSITY IN ELEMENTS BARYCENTER

```

      IELE = ADICAR(IEE, IEM2)
      CALL GE18(IELE, ISHPT, DNULL, DNULL, DNULL, GX, GY, GZ, CARTOP, XE, YE, ZE
      , HE, LTELNW, DETE, NN8, NEE)

      FAKTOR = W * SNGL(DETE)

      DO 7200 I = 1, NDOF
        JX = NULL
        JY = NULL
        JZ = NULL

        DO 7300 IEDG = 1, MEDG
          J = LTELNW(IEDG, IELE)
          IF (J.GE.1 .AND. J.LE.NLAT) THEN
            JX = JX + SNGL(GX( IEDG)) * EM(1,J)
            JY = JY + SNGL(GY( IEDG)) * EM(1,J)
            JZ = JZ + SNGL(GZ( IEDG)) * EM(1,J)
          ENDIF
        7300 CONTINUE

        DO 7400 IPNT1 = 1, NPNT
          IF ( LFF2 ) THEN
            F = FAKTOR * (HM(IPNT1)-Z1D20)
          ELSE
            F = FAKTOR * HM(IPNT1)
          ENDIF
          DO 7400 IDIM = 1, NDIM
            IND = (IPNT1-1)*NDIM + IDIM
            ELEDMP(IND,1) = ELEDMP(IND,1) + F * ( BM(IDIM,1)*JX
            + BM(IDIM,2)*JY
            + BM(IDIM,3)*JZ )
          .
          .
          .
        7400 CONTINUE
        7200 CONTINUE
        7000 CONTINUE

```

\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\* SUPERPOSITIONING OF SYSTEM'S DAMPING MATRIX \*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*

```

      IF ( MOD(IVER,10) .EQ. 0) THEN

        DO 7500 IPNT2 = 1, NPNT
          INDE2 = ( IPNT2 -1) * NDIM
          INDS2 = (TOP(IPNT2, IEM1)-1) * NDIM
          DO 7500 IPNT1 = 1, NPNT
            INDE1 = ( IPNT1 -1) * NDIM
            INDS1 = (TOP(IPNT1, IEM2)-1) * NDIM
            DO 7500 J = 1, NDIM
              INDMAT = INDS1 + ((INDS2+J-1)*(NDOFM2-INDS2-J))/2
              DO 7500 I = 1, NDIM
                IF ((INDS1+I) .GE. (INDS2+J))
                  MATDMP(INDMAT+I) = MATDMP(INDMAT+I)
                  + ELEDMP((INDE1+I), (INDE2+J))
              .
              .
              .
            7500 CONTINUE

          ELSE

            DO 7600 IPNT2 = 1, NPNT
              INDE2 = ( IPNT2 -1) * NDIM
              INDS2 = (TOP(IPNT2, IEM1)-1) * NDIM
              DO 7600 IPNT1 = 1, NPNT
                INDE1 = ( IPNT1 -1) * NDIM
                INDS1 = (TOP(IPNT1, IEM2)-1) * NDIM
                DO 7600 I = 1, NDIM
                  INDMAT = INDS2 + ((INDS1+I-1)*(NDOFM2-INDS1-1))/2
                  DO 7600 J = 1, NDIM
                    IF ((INDS1+I) .LE. (INDS2+J))
                      MATDMP(INDMAT+J) = MATDMP(INDMAT+J)
                      + ELEDMP((INDE1+I), (INDE2+J))
                    .
                    .
                    .
                7600 CONTINUE

            ENDIF

```



```
STOP
9030 WRITE(*, '(// >>>>')')
WRITE(*, '(// >>>> ERROR: NEGATIVE JACOBI DETERMINANT'
. // >>>> IN DAMPNG'
. // >>>> ')')
STOP
9040 WRITE(*, '(// >>>>')')
WRITE(*, '(// >>>> ERROR: UNKNOWN ELEMENT PARTITION'
. // >>>> IN DAMPNG'
. // >>>> ')')
STOP
9050 WRITE(*, '(// >>>>')')
WRITE(*, '(// >>>> ERROR: INCORRECT DIM. "NN20" FOR RESTART'
./ // >>>> STORED: //,17, // INPUT: //,17// >>>>')')
. FILNN2, NN20
STOP
9060 WRITE(*, '(// >>>>')')
WRITE(*, '(// >>>> ERROR: INCORRECT DIM. "LENMAT" FOR RESTART'
./ // >>>> STORED: //,17, // INPUT: //,17// >>>>')')
. FILLEN, LENMAT
STOP
9070 WRITE(*, '(// >>>>')')
WRITE(*, '(// >>>> ERROR: INCORRECT "VERSION" FOR RESTART'
./ // >>>> STORED: //,17, // INPUT: //,17// >>>>')')
. FILVER, IVER
STOP
9080 WRITE(*, '(// >>>>')')
WRITE(*, '(// >>>> ERROR: NUMBER OF STORED ELEMENTS (//,14, //)'
./ // >>>> LARGER THAN "NEM" (//,14, //)'// >>>>')')
. FILNE, NEM
STOP
9090 WRITE(*, '(// >>>>')')
WRITE(*, '(// >>>> ERROR: READING THE DAMPING FILE HEADER')')
WRITE(*, '(// >>>>')')
STOP
9100 WRITE(*, '(// >>>>')')
WRITE(*, '(// >>>> ERROR: READING THE DAMPING MATRIX')')
WRITE(*, '(// >>>>')')
STOP
9200 WRITE(*, '(// >>>>')')
WRITE(*, '(// >>>> PROGRAM STOPED BECAUSE OF TIME LIMIT'
./ // >>>> //,17, // ELEMENTS ARE COMPUTED; USED TIME: //,F10.2
. // SEC. // // >>>> RESTART WITH //,15, // MINUTES JOB-TIME')')
. (IEM1-NEM11+1), (IEM1-NEM11+1)*MZEIT
. INT(1.1*(NEM-IEM1)*MZEIT/60.0)
WRITE(*, '(// >>>>')')
STOP
END
```

```

*****
*                                     DATE : 18.11.91 *
* G E I 8 *
* *
* COMPUTE ELECTRICAL AND MECHANICAL SHAPE FUNCTIONS OF *
* 8-NODE ELEMENTS *
* PROCEDURE'S ORIGIN IS "CARIDDI" *
*****
*
* SUBROUTINE GEI8(IELE, ISHPT, CSI, ETA, ZETA, GX, GY, GZ, IX, XE, YE, ZE
* , SH, LTELNW, DETJ, NNOD, NELE)
* IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
**
* MDIM = DIMENSION = 3D
* MEDG = HEXAGONAL-ELEMENTS WITH 12 EDGES
* MGAU = MAX. NUMBER OF GAUSSIAN POINTS = 4
* MG3D = MAX. NUMBER OF -/- -/- = I*J*K = 64
* MMAT = MAX. NUMBER OF MATERIAL = 20
* MPNT = HEXAGONAL-ELEMENT WITH 8 NODES
* MSYM = MAX. NUMBER OF SYMMETRY = 20
**
* PARAMETER(MDIM=3, MEDG=12, MMAT=20, MPNT=8, MSYM=20, MGAU=4)
* PARAMETER(MG3D=MGAU**3)
*
* DIMENSION IX(MPNT, NELE), ISHPT(MEDG, NELE), LTELNW(MEDG, NELE)
* , GX(MEDG), GY(MEDG), GZ(MEDG), SH(MPNT), DSH(MDIM, MPNT)
* , XL(MDIM, MPNT), DJ(MDIM, MDIM)
* DIMENSION ETA1(4), ZETA1(4), CS12(4), ZETA2(4), CS13(4), ETA3(4)
* REAL*8 XIL(3,8)/ -1.0D+00, -1.0D+00, -1.0D+00, -1.0D+00
* , +1.0D+00, -1.0D+00, -1.0D+00
* , +1.0D+00, +1.0D+00, -1.0D+00
* , -1.0D+00, +1.0D+00, -1.0D+00
* , -1.0D+00, -1.0D+00, +1.0D+00
* , +1.0D+00, -1.0D+00, +1.0D+00
* , +1.0D+00, +1.0D+00, +1.0D+00
* , -1.0D+00, +1.0D+00, +1.0D+00/
* DATA ETA1 / -1.0D+00 , +1.0D+00 , -1.0D+00 , +1.0D+00 /
* , ZETA1 / -1.0D+00 , -1.0D+00 , +1.0D+00 , +1.0D+00 /
* , CS12 / +1.0D+00 , -1.0D+00 , +1.0D+00 , -1.0D+00 /
* , ZETA2 / -1.0D+00 , -1.0D+00 , +1.0D+00 , +1.0D+00 /
* , CS13 / -1.0D+00 , +1.0D+00 , +1.0D+00 , -1.0D+00 /
* , ETA3 / -1.0D+00 , -1.0D+00 , +1.0D+00 , +1.0D+00 /
*
* SINGLE PRECISION
*
* REAL*4 XE(NNOD), YE(NNOD), ZE(NNOD)
*
* DO 1 IPNT=1, MPNT
* XX = CSI * XIL(1, IPNT) + 1.0D0
* YY = ETA * XIL(2, IPNT) + 1.0D0
* ZZ = ZETA * XIL(3, IPNT) + 1.0D0
* SH(IPNT) = XX * YY * ZZ
* DSH(1, IPNT) = XIL(1, IPNT) * YY * ZZ
* DSH(2, IPNT) = XIL(2, IPNT) * XX * ZZ
* DSH(3, IPNT) = XIL(3, IPNT) * XX * YY
*
* DO 2 JDIM=1, MPNT
* XL(1, JDIM) = DBLE( XE(IX(JDIM, IELE)) )
* XL(2, JDIM) = DBLE( YE(IX(JDIM, IELE)) )
* XL(3, JDIM) = DBLE( ZE(IX(JDIM, IELE)) )
*
* DO 3 IDIM=1, MDIM
* DO 3 JDIM=1, MDIM
* SUM = 0.0
* DO 4 IPNT=1, MPNT
* SUM = SUM + XL(JDIM, IPNT)*DSH(IDIM, IPNT)
* DJ(IDIM, JDIM) = SUM*0.1250D0
*
* DETJ = DJ(1,1) * (DJ(2,2)*DJ(3,3)-DJ(2,3)*DJ(3,2))
* + DJ(2,1) * (DJ(1,3)*DJ(3,2)-DJ(1,2)*DJ(3,3))
* + DJ(3,1) * (DJ(1,2)*DJ(2,3)-DJ(1,3)*DJ(2,2))
*
* J=0
* DO 100 I=1,7,2
* J=J+1
* GX(I) = 0.0
* GY(I) = 0.0
* GZ(I) = 0.0
* IF (LTELNW(I, IELE)) 100, 100, 101
* S0 = DSIGN( 0.5D+00 , DFLOAT(ISHPT(I, IELE)) )
* S2 = ZETA1(J) * (1.0D0+ ETA* ETA1(J)) * 0.250D0
* S3 = ETA1(J) * (1.0D0+ZETA*ZETA1(J)) * 0.250D0
* GX(I) = S0 * (S2*DJ(2,1)-S3*DJ(3,1)) / DETJ
* GY(I) = S0 * (S2*DJ(2,2)-S3*DJ(3,2)) / DETJ
* GZ(I) = S0 * (S2*DJ(2,3)-S3*DJ(3,3)) / DETJ
* 100 CONTINUE

```

```
J=0
DO 110 I=2,8,2
  J=J+1
  GX(I) = 0.0
  GY(I) = 0.0
  GZ(I) = 0.0
  IF (LTELNW(I,IELE)) 110,110,111
111 SO = DSIGN( 0.5D+00 , DFLOAT(ISHPT(I,IELE)) )
    S3 = CS12(J) * (1.0D0+ZETA*ZETA2(J)) * 0.250D0
    S1 = ZETA2(J) * (1.0D0+CSI*CS12(J)) * 0.250D0
    GX(I) = SO * (S3*DJ(3,1)-S1*DJ(1,1)) / DETJ
    GY(I) = SO * (S3*DJ(3,2)-S1*DJ(1,2)) / DETJ
    GZ(I) = SO * (S3*DJ(3,3)-S1*DJ(1,3)) / DETJ
110 CONTINUE
```

```
J=0
DO 120 I=9,12
  J=J+1
  GX(I) = 0.0
  GY(I) = 0.0
  GZ(I) = 0.0
  IF (LTELNW(I,IELE)) 120,120,121
121 SO = DSIGN( 0.5D+00 , DFLOAT(ISHPT(I,IELE)) )
    S11 = CS13(J) * (1.0D0+ETA*ETA3(J)) * 0.250D0
    S5 = ETA3(J) * (1.0D0+CSI*CS13(J)) * 0.250D0
    GX(I) = SO * (S5*DJ(1,1)-S11*DJ(2,1)) / DETJ
    GY(I) = SO * (S5*DJ(1,2)-S11*DJ(2,2)) / DETJ
    GZ(I) = SO * (S5*DJ(1,3)-S11*DJ(2,3)) / DETJ
120 CONTINUE
```

```
RETURN
END
```

```
*****
*                                     DATE : 15.04.92 *
* W R I E L E *
* WRITE ELEMENT DATA FOR "ADINA" INPUT *
*****
```

```
SUBROUTINE WRIELE(NF1,NF2,NF3,NFD,MAXLIN
,NN20,NE20,NES,LG,ELE,ELES, TOP, TOPS, IDAMP
,LENMAT,MATDMP,MATER,NMAT,IELX,ILER,IPRE,ISVE,DMPFAC)
```

```
INTEGER NOD, NODS, NODM3, NODM5
PARAMETER ( NOD = 20 )
PARAMETER ( NODS = 8 )
PARAMETER ( NODM3 = 3*NOD )
PARAMETER ( NODM5 = 5*NOD )
INTEGER*4 ELE(6,NE20), TOP(NOD,NE20)
INTEGER*4 ELES(6,NES), TOPS(NODS,NES), DOFMSK(NODM5)
INTEGER FILNN2, FILLEN, FILVER, FILNE, MAXLIN
INTEGER NF1, NF2, NF3, NFD, IDAMP, IELX, ILER, IPRE, ISVE
INTEGER 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 19
INTEGER I, J, NE20, NES, IE, IL, NSOLID, NFLUID, NDS, NB, LG
INTEGER NN20, SUMNE, IMAT, NMAT, NSHELL, LENMAT, NUMLIN
INTEGER LZ, SZ, MZ, L2, L3, L4, K, NR, LC, PAU, PAO
REAL*4 XO, X1, Z5D6, MATER(4,NMAT), THICK, DMPFAC
REAL*4 ELEDMP(NODM3,NODM3), VECDMP(NODM3), ZEILE(NODM5)
REAL*4 MATDMP(LENMAT), LINE(8)
REAL*8 DATE, TIME
LOGICAL FILEDA
```

```
PARAMETER ( XO = 0.0E+00 )
PARAMETER ( Z5D6 = 5.0/6.0 )
PARAMETER ( X1 = 1.0E+00 )
PARAMETER ( 10 = 0 )
PARAMETER ( 11 = 1 )
```

```
LG = 0
SUMNE = 0
```

```
*-----
* 3 - D S O L I D - E L E M E N T S |
*-----
```

```
DO 50 IMAT = 1, NMAT
  IF ((MATER(1,IMAT).NE.XO) .AND. (MATER(3,IMAT).NE.XO)) THEN
    NSOLID = 0
    DO 100 I = 1, NE20
      IF ( ELE(6,I) .EQ. IMAT ) NSOLID = NSOLID + 1
    100 IF ( NSOLID .GT. 0 ) THEN
      LG = LG + 1
      SUMNE = SUMNE + NSOLID
      12 = 3
      13 = NSOLID
      14 = NOD
      WRITE(NF1,(''#''/''# ====='
, /''# ELEMENT-DATA (3D-SOLID)''
, /''# =====''))
      WRITE(NF1,(''#''/''#ELEMENT GROUP CONTROL CARD''
, /414,4X,614,4X,714)')
      12,13,10,10,10,14,10,10,10,10,10,10,10,10,10,10
      WRITE(NF1,(''#''/''#MATERIAL PROPERTY DATA CARD(A+B)''
, /15,F10.2/G10.3,F10.3)')
      11,MATER(1,IMAT),MATER(2,IMAT),MATER(3,IMAT)
      IF ( ILER .GT. 0 ) THEN
        WRITE(NF1,(''#''/''#STRESS OUTPUT TABLE CARDS''))
        WRITE(NF1,('915/1315')) (IL,IL=1,8),10,(IL,IL=9,20),10
      ENDIF
      WRITE(NF1,(''#''/''#ELEMENT DATA CARD (1+2)'))
      IE = 0
      DO 200 I = 1, NE20
        IF ( ELE(6,I) .NE. IMAT ) GOTO 200
        IE = IE+1
        WRITE(NF1,('615,5X,15,F10.2,215,F10.2/815/1315)')
        IE,10,IELX,IPRE,11,10,10,XO,10,ISVE,XO,
        (TOP(J,I),J=1,20)
    200 CONTINUE
      CALL DATUM( DATE, TIME )
      WRITE(NF1,(''#END - DATE '' ,A8, '' / '' ,A8)') DATE, TIME
    ENDIF
  ENDIF
50 CONTINUE
```

```
*-----
* S H E L L - E L E M E N T S |
*-----
```

```
DO 800 IMAT = 1, NMAT
  IF ( ((MATER(1,IMAT).NE.XO) .AND. (MATER(3,IMAT).NE.XO))
```



```
WRITE(NF1,(''#''/''#CONSISTENT DAMPING MATRIX DATA CARDS'''))

DO 350 LZ = 1, NDS
  NB = ( NDS + 1 - LZ ) / 8
  NR = MOD ( ( NDS + 1 - LZ ) , 8 )
  IF ( NES .GT. 0 ) THEN
    IF ( DOFMSK(LZ) .EQ. 0 ) THEN
      DO 360 SZ = LZ, NDS
        ZEILE(SZ) = X0
      ELSE
        DO 370 SZ = LZ, NDS
          IF ( DOFMSK(SZ) .EQ. 0 ) THEN
            ZEILE(SZ) = X0
          ELSE
            ZEILE(SZ) = ELEDMP(LZ,DOFMSK(SZ))
            ZEILE(SZ) = ELEDMP(DOFMSK(SZ),LZ)
          ENDIF
        CONTINUE
      ENDIF
    ELSE
      DO 380 SZ = LZ, NDS
        ZEILE(SZ) = ELEDMP(LZ,SZ)
        ZEILE(SZ) = ELEDMP(SZ,LZ)
      ENDIF

    L2 = LZ
    DO 400 L4 = 1, NB
      L3 = L2 + 7
      WRITE(NF1,(''#''/''#LUMPED DAMPING MATRIX DATA CARDS'''))
      L2 = L3 + 1
      IF ( NR .EQ. 0 ) GOTO 350
      L3 = L2 + NR - 1
      WRITE(NF1,(''#''/''#LUMPED DAMPING MATRIX DATA CARDS'''))
    CONTINUE

  ENDIF

  IF ( IDAMP .EQ. 1 ) THEN

    NB = NDS / 8
    NR = MOD ( NDS , 8 )
    DO 1350 IE = 1, NE20
      READ(NFD,END=9010,ERR=9020) VECDMP
      WRITE(NF1,(''#''/''#MATRICES SET NUMBER CARD''
                /415))
      WRITE(NF1,(''#''/''#LUMPED DAMPING MATRIX DATA CARDS'''))
      IF ( NES .GT. 0 ) THEN
        DO 1370 SZ = 1, NDS
          IF ( DOFMSK(SZ) .EQ. 0 ) THEN
            ZEILE(SZ) = X0
          ELSE
            ZEILE(SZ) = VECDMP(DOFMSK(SZ))
          ENDIF
        CONTINUE
      ELSE
        DO 1380 SZ = 1, NDS
          ZEILE(SZ) = VECDMP(SZ)
        ENDIF
      L2 = 1
      DO 1400 L4 = 1, NB
        L3 = L2 + 7
        WRITE(NF1,(''#''/''#LUMPED DAMPING MATRIX DATA CARDS'''))
        L2 = L3 + 1
        IF ( NR .EQ. 0 ) GOTO 1350
        L3 = L2 + NR - 1
        WRITE(NF1,(''#''/''#LUMPED DAMPING MATRIX DATA CARDS'''))
      CONTINUE

    ENDIF

    IF ( (IDAMP.EQ.3) .OR.
          (IDAMP.EQ.5) ) THEN

      NB = NDS / 8
      NR = MOD ( NDS , 8 )
      DO 2350 IE = 1, NE20
        READ(NFD,END=9010,ERR=9020) ELEDMP
        WRITE(NF1,(''#''/''#MATRICES SET NUMBER CARD''
                  /415))
        WRITE(NF1,(''#''/''#LUMPED DAMPING MATRIX DATA CARDS'''))
        IF ( NES .GT. 0 ) THEN
          DO 2370 SZ = 1, NDS
            IF ( DOFMSK(SZ) .EQ. 0 ) THEN
              ZEILE(SZ) = X0
```

```

        ELSE
          ZEILE(SZ) = ELEDMP(DOFMSK(SZ),DOFMSK(SZ))
        ENDIF
2370 CONTINUE
      ELSE
        DO 2380 SZ = 1, NDS
2380   ZEILE(SZ) = ELEDMP(SZ,SZ)
        ENDIF
        L2 = 1
        DO 2400 L4 = 1, NB
          L3 = L2 + 7
2400   WRITE(NF1,'(1P,8E10.3)') ((DMPFAC*ZEILE(K)),K=L2,L3)
          L2 = L3 + 1
          IF ( NR .EQ. 0 ) GOTO 2350
          L3 = L2 + NR - 1
2350   WRITE(NF1,'(1P,7E10.3)') ((DMPFAC*ZEILE(K)),K=L2,L3)
        CONTINUE
      ENDIF
*
  WRITE(NF1,'(''#''/'''*ELEMENT DATA CARD (1+2)''')')
  DO 500 I = 1, NE20
    WRITE(NF1,'(6I5/16I5/4I5)')
      I, I0, IP, I, I0, IS, (TOP(J, I), J=1, 20)
500 CONTINUE
  CALL DATUM( DATE, TIME )
  WRITE(NF1,'(''#END - DATE '' ,A8, '' / '' ,A8)') DATE, TIME
  ENDIF
*
*-----
* G E N E R A L ELEMENT EQU. SYSTEM DAMPING MATRIX |
*-----
  IF ( IDAMP.EQ.10 ) THEN
    LG = LG + 1
    I2 = 9
    I3 = 1
    I4 = NN20
    I5 = 2
    IP = MIN(1, IPRE)
    IS = MIN(1, ISVE)
    IF ( NES .GT. 0 ) THEN
      NDS = 5 * NN20
    ELSE
      NDS = 3 * NN20
    ENDIF
    WRITE(NF2,'(''#''/'''* =====''
      /''* ELEMENT-DATA (GENERAL ELEMENT)''
      /''* =====''')')
    WRITE(NF2,'(''#''/'''*ELEMENT GROUP CONTROL CARD''
      /3I4,8X,2I4,20X,14,4X,2I4)')
      I2, I3, I0, I0, I4, I0, I5, I3
    REWIND(NFD)
    READ (NFD,END=9030,ERR=9030) FILNN2, FILLEN, FILVER, FILNE
    READ (NFD,END=9040,ERR=9040) MATDMP
    IF ( FILNN2 .NE. NN20 ) GOTO 9050
    IF ( FILLEN .NE. LENMAT ) GOTO 9060
    IF ( FILNE .GT. NE20 ) GOTO 9080
    WRITE(NF2,'(''#''/'''*MATRICES SET NUMBER CARD''
      /4I5)')
      I1, I0, I0, I1
    WRITE(NF2,'(''#''/'''*CONSISTENT DAMPING MATRIX DATA CARDS''')')
    NUMLIN = 0
    PAU = 1
    IF ( NES .GT. 0 ) THEN
      DO 301 LZ = 1, NDS
        IF ((MOD(LZ,5) .EQ. 4) .OR. (MOD(LZ,5) .EQ. 0)) THEN
          WRITE(NF2,'(1P,8E10.3)') ((0.0E+00),K=LZ,NDS)
          NUMLIN = NUMLIN + ((NDS-LZ+1)/8) + 1
        ELSE
          LC = 0
          SZ = LZ - 1
311   SZ = SZ + 1
          IF ( SZ .GT. NDS ) GOTO 321
          LC = LC + 1
          IF ((MOD(SZ,5) .EQ. 4) .OR. (MOD(SZ,5) .EQ. 0)) THEN
            LINE(LC) = 0.0
          ELSE

```

```

    LINE(LC) = MATDMP(PAU)
    PAU = PAU + 1
  ENDIF
  IF ( LC .EQ. 8 ) THEN
    LC = 0
    WRITE(NF2,'(1P,8E10.3)') (LINE(I),I=1,8)
    NUMLIN = NUMLIN + 1
  ENDIF
  GOTO 311
321  IF ( LC .GT. 0 ) WRITE(NF2,'(1P,8E10.3)') (LINE(I),I=1,LC)
    NUMLIN = NUMLIN + 1
  ENDIF

  IF ((NUMLIN.GT.MAXLIN) .AND. (LZ.LT.NDS)) THEN
    NUMLIN = 0
    NF2 = NF2 + 1
    INQUIRE (NF2,OPENED=FILEDA)
    IF ( (NF2.NE. 0) .AND. (.NOT.(FILEDA)) ) THEN
      WRITE (*,'(11 11111 11)')
      WRITE (*,'(11 11111 RUN STOPED:11)')
      WRITE (*,'(11 11111 ADD ANOTHER FILE FOR ELEMENTS11)')
      WRITE (*,'(11 11111 WITH UNIT-NR. 11,12)') NF2
      WRITE (*,'(11 11111 11)')
      STOP
    ELSE
      WRITE (*,'(11 11111 11)')
      WRITE (*,'(11 11111 LINE LIMITATION REACHED ON 11)')
      WRITE (*,'(11 11111 FILE NR. 11,12,11. NOW WRITING11
        ON FILE NR. 11,12)') (NF2-1), NF2
      WRITE (*,'(11 11111 11)')
    ENDIF
  ENDIF

301  CONTINUE

ELSE

  DO 302 LZ = 1, NDS
    PAO = PAU + NDS - LZ
    WRITE(NF2,'(1P,8E10.3)') ( MATDMP(K), K = PAU, PAO )
    PAU = PAO + 1
    NUMLIN = NUMLIN + ((PAO-PAU+1)/8) + 1
    IF ((NUMLIN.GT.MAXLIN) .AND. (LZ.LT.NDS)) THEN
      NUMLIN = 0
      NF2 = NF2 + 1
      INQUIRE (NF2,OPENED=FILEDA)
      IF ( (NF2.NE. 0) .AND. (.NOT.(FILEDA)) ) THEN
        WRITE (*,'(11 11111 11)')
        WRITE (*,'(11 11111 RUN STOPED:11)')
        WRITE (*,'(11 11111 ADD ANOTHER FILE FOR ELEMENTS11)')
        WRITE (*,'(11 11111 WITH UNIT-NR. 11,12)') NF2
        WRITE (*,'(11 11111 11)')
        STOP
      ELSE
        WRITE (*,'(11 11111 11)')
        WRITE (*,'(11 11111 LINE LIMITATION REACHED ON 11)')
        WRITE (*,'(11 11111 FILE NR. 11,12,11. NOW WRITING11
          ON FILE NR. 11,12)') (NF2-1), NF2
        WRITE (*,'(11 11111 11)')
      ENDIF
    ENDIF
  CONTINUE

302  CONTINUE

  ENDIF

*
  WRITE(NF2,'(11*11/11*ELEMENT DATA CARD (1+2)11)')
  WRITE(NF2,'(615)11 11,10,1P,11,10,1S
  WRITE(NF2,'(1615)11 ((1),I=1,NN20)
  CALL DATUM( DATE, TIME)
  WRITE(NF2,'(11*END - DATE 11,A8,11 / 11,A8)') DATE, TIME
  ENDIF

*
*-----
* 3 - D   F L U I D - E L E M E N T S   |
*-----
  DO 550 IMAT = 1, NMAT
    IF ((MATER(1,IMAT).NE.X0) .AND. (MATER(3,IMAT).EQ.X0)) THEN
      NFLUID = 0
      DO 600 I = 1, NE20
        IF ( ELE(6,I) .EQ. IMAT ) NFLUID = NFLUID + 1
600    IF ( NFLUID .GT. 0 ) THEN
          LG = LG + 1
          SUMNE = SUMNE + NFLUID
          I2 = 12
          I3 = NFLUID
          I4 = NOD

```

```
15 = MIN(0, ILER)
WRITE(NF3, '(I#', /'## ====='
. /'## ELEMENT-DATA (3D-FLUID)'
. /'## =====')
WRITE(NF3, '(I#', /'##ELEMENT GROUP CONTROL CARD'
. /414,4X,314,4X,414,4X,214,4X,214)'
. /2,13,10,10,10,14,10,10,10,10,15,10,10,10
WRITE(NF3, '(I#', /'##MATERIAL PROPERTY DATA CARD(A+B)'
. /15,F10.2 /G10.3)'
. /11,MATER(1,IMAT),MATER(2,IMAT)
WRITE(NF3, '(I#', /'##ELEMENT DATA CARD (1+2)'')'
IE = 0
DO 700 I = 1, NE20
IF ( ELE(6,I) .NE. IMAT ) GOTO 700
IE = IE+1
WRITE(NF3, '(515,10X,15,F10.2,215,F10.2
. /815/1315)'
. IE,10,IELX,IPRE,11,10,X0,10,ISVE,X0,
. (TOP(J,I),J=1,20)
700 CONTINUE
CALL DATUM( DATE, TIME)
WRITE(NF3, '(##END - DATE ',A8,' ' / ',A8)') DATE, TIME
ENDIF
ENDIF
550 CONTINUE
IF ( (NE20+NES) .NE. SUMNE ) THEN
WRITE(*, '(## >>>>')
WRITE(*, '(## >>>> WARNING: ELEMENTS WITH UNKNOWN MATERIAL'
. /'## >>>> WRITTEN: ',13,' ' <> FOUND: ',13,
. /'## >>>>') SUMNE, (NE20+NES)
ENDIF
RETURN
*
* ERROR
*
9010 WRITE(*, '(## >>>>')
WRITE(*, '(## >>>> ERROR: NOT ENOUGH ELEMENTS IN ELEDMP-FILE'
. /'## >>>> ')
STOP
9020 WRITE(*, '(## >>>>')
WRITE(*, '(## >>>> ERROR: READING THE ELEDMP-FILE'
. /'## >>>> ')
STOP
9030 WRITE(*, '(## >>>>')
WRITE(*, '(## >>>> ERROR: READING THE DAMPING FILE INFO'
. /'## >>>> ')
STOP
9040 WRITE(*, '(## >>>>')
WRITE(*, '(## >>>> ERROR: READING THE SYSTEM DAMPING MATRIX'
. /'## >>>> ')
STOP
9050 WRITE(*, '(## >>>>')
WRITE(*, '(## >>>> ERROR: INCORRECT DIM: "NN20" FOR RESTART'
. /'##>>>> STORED: ',17,' ' INPUT: ',17,' ' >>>>')
. FILNN2, NN20
STOP
9060 WRITE(*, '(## >>>>')
WRITE(*, '(## >>>> ERROR: INCORRECT DIM: "LENMAT" FOR RESTART'
. /'##>>>> STORED: ',17,' ' INPUT: ',17,' ' >>>>')
. FILLEN, LENMAT
STOP
9080 WRITE(*, '(## >>>>')
WRITE(*, '(## >>>> ERROR: NUMBER OF STORED ELEMENTS (',14,' '))'
. /'##>>>> LARGER THAN "NE20" (',14,' ')/'## >>>>')
. FILNE, NE20
STOP
END
```

```
*****
*                                     DATE : 30.07.92 *
* C P Y L O D *
* *
* TRANSFERS LOADING DATA TO ADINA GEOMETRY *
*****
```

```
* SUBROUTINE CPYLOD(NFF,NFL,NL,NINC,NE20,NN8,NN20,NFUN,NPN8
, NPN20,N208, TOP,ADDTOP,NPF,TIMTAB,MASK, IDISF, IREAC)
```

```
REAL*4      TIMTAB(NL),NPF(3,NN8,NL)
REAL        X0,X1,Z1D2,Z1D4,Z1D5,Z1D20,LOAD,REAMIN
REAL        AMTCOR,AMTEDG,EMTCOR,EMTEDG
INTEGER*4   TOP(20,NE20),ADDTOP(21:27,NE20)
INTEGER*4   NPN8(NN8),NPN20(NN20),N208(NN20),MASK(NN8)
INTEGER     IO,I1,I,J,JJ,K,NFF,NFL,NL,NE20,NN8,NN20
INTEGER     IDISF,COD,NOD,MIDNOD,IE,IREAC
INTEGER     NFUN,IFUN,NINC,NSYM
REAL*8      DATE,TIME
CHARACTER*80 CARD
```

```
INTEGER*4   INDEX(8,22:27) / 2, 1, 5, 6, 9,17,13,18,
. 2, 3, 7, 6,10,19,14,18,
. 3, 4, 8, 7,11,20,15,19,
. 1, 4, 8, 5,12,20,16,17,
. 1, 2, 3, 4, 9,10,11,12,
. 5, 6, 7, 8,13,14,15,16 /
```

```
*
PARAMETER ( IO      = 0 )
PARAMETER ( I1      = 1 )
PARAMETER ( X0      = 0.0E+00 )
PARAMETER ( X1      = 1.00E+00 )
PARAMETER ( Z1D2    = 0.50E+00 )
PARAMETER ( Z1D4    = 0.25E+00 )
PARAMETER ( Z1D5    = 0.20E+00 )
PARAMETER ( Z1D20   = 0.05E+00 )
PARAMETER ( REAMIN  = 1.00E-50 )
```

```
**
** INITIALISATION
**
```

```
AMTCOR = - Z1D4
AMTEDG = Z1D2
EMTCOR = - Z1D4
EMTEDG = Z1D4
IF ( IDISF .EQ. 1 ) THEN
  AMTCOR = Z1D20
  AMTEDG = Z1D5
  EMTCOR = Z1D20
  EMTEDG = Z1D20
ENDIF
```

```
IF ( IDISF .EQ. 2 ) THEN
  AMTCOR = 7./92.
  AMTEDG = 16./92.
  EMTCOR = 7./248.
  EMTEDG = 16./248.
ENDIF
```

```
IF ( IDISF .EQ. 3 ) THEN
  AMTCOR = 7./92.
  AMTEDG = 16./92.
  EMTCOR = 0.
  EMTEDG = 1./12.
ENDIF
```

```
IF ( IREAC .NE. 1 ) THEN
  NFUN = 0
  DO 100 I = 1, NN20
100 IF ( NPN20(I) .GT. 0 ) NFUN = NFUN + 3
  ELSE
  NFUN = 3 * NN20
  ENDIF
```

```
DO 200 I = 1, NL
200 TIMTAB(I) = X0

DO 300 I = 1, 3
DO 300 J = 1, NN8
DO 300 K = 1, NL
300 NPF(I,J,K) = X0
```

```
**
** INITIALISE MASK AND
** CHECK IF TWO CARIDDI POINTS ARE ATTACHED TO ONE ADINA POINT
**
DO 400 I = 1, NN8
400 MASK(I) = 9999
```

```
DO 410 I = 1, NN20
  NOD = N208(I)
  IF ((NOD .LE. 0) .OR. (NOD .GT. NN8)) GOTO 410
  IF ( MASK(NOD) .EQ. 0 ) GOTO 9001
  MASK(NOD) = 0
410 CONTINUE

**
** READ ALL FORCES FROM AVFMB-FILE AT ALL TIME INCREMENTS
**
  NINC = 0
  BACKSPACE 15
1000 READ(15, '(A80)', END=9101) CARD
  IF (CARD(1:5) .EQ. '9999') GOTO 1200
  IF (CARD(1:6) .NE. '100C') GOTO 1000
  READ(CARD, '(12X,G12.6,37X,12)') LOAD, NSYM
  IF ( NSYM .NE. 1 ) GOTO 1000
  READ(15, '(A80)', END=9102) CARD
  IF (CARD(1:13) .NE. '-4 FORCE ' ) GOTO 1000

  NINC = NINC+1
  TIMTAB(NINC) = LOAD
  DO 1100 I = 1, 4
1100 READ(15, '(A80)', END=9103) CARD
  DO 1110 J = 1, NN8
    READ(15, '(13,15,3G12.6)') COD,NOD,(NPF(I,J,NINC),I=1,3)
    DO 1110 I = 1, 3
1110 IF ( ABS(NPF(I,J,NINC)) .LT. REAMIN ) NPF(I,J,NINC) = XO
    IF ( NINC .LT. NL ) GOTO 1000

**
** DISTRIBUTE FORCES OF NOT USED NODES TO HE20-NODES
**
1200 IF ( NINC .EQ. 0 ) GOTO 9500
DO 1300 IE = 1, NE20
  MIDNOD = ADDBTOP(21,IE)
  IF ((MIDNOD .LE. 0) .OR. (MIDNOD .GT. NN8)) GOTO 1300
  IF (MASK(MIDNOD) .NE. 9999) GOTO 9201
  MASK(MIDNOD) = 1
  DO 1310 J = 1, 8
    NOD = N208(TOP(J,IE))
    IF ((NOD .LE. 0) .OR. (NOD .GT. NN8)) GOTO 9401
    DO 1310 I = 1, 3
      DO 1310 K = 1, NINC
1310 NPF(I,NOD,K) = NPF(I,NOD,K) + EMTCOR * NPF(I,MIDNOD,K)
    DO 1320 J = 9, 20
      NOD = N208(TOP(J,IE))
      IF ((NOD .LE. 0) .OR. (NOD .GT. NN8)) GOTO 9401
      DO 1320 I = 1, 3
        DO 1320 K = 1, NINC
1320 NPF(I,NOD,K) = NPF(I,NOD,K) + EMTEDG * NPF(I,MIDNOD,K)
1320 CONTINUE
1300 CONTINUE

DO 1400 IE = 1, NE20
DO 1430 JJ = 22, 27
  MIDNOD = ADDBTOP(JJ,IE)
  IF ((MIDNOD .LE. 0) .OR. (MIDNOD .GT. NN8)) GOTO 1430
  IF (MASK(MIDNOD) .EQ. 2) GOTO 1430
  IF (MASK(MIDNOD) .NE. 9999) GOTO 9202
  MASK(MIDNOD) = 2
  DO 1410 J = 1, 4
    NOD = N208(TOP(INDEX(J,JJ),IE))
    IF ((NOD .LE. 0) .OR. (NOD .GT. NN8)) GOTO 9402
    DO 1410 I = 1, 3
      DO 1410 K = 1, NINC
1410 NPF(I,NOD,K) = NPF(I,NOD,K) + AMTCOR * NPF(I,MIDNOD,K)
    DO 1420 J = 5, 8
      NOD = N208(TOP(INDEX(J,JJ),IE))
      IF ((NOD .LE. 0) .OR. (NOD .GT. NN8)) GOTO 9402
      DO 1420 I = 1, 3
        DO 1420 K = 1, NINC
1420 NPF(I,NOD,K) = NPF(I,NOD,K) + AMTEDG * NPF(I,MIDNOD,K)
1430 CONTINUE
1400 CONTINUE

*****
WRITE(NFF, '( "#"/"# ====='
. /"# TIME FUNCTION DATA'
. /"# =====' )'
WRITE(NFF, '( "#"/"#TIME FUNCTION CONTROL CARD'
. /215)' ) NFUN,(NINC+1)

IFUN = 0
DO 2100 J = 1, NN8
  IF ( MASK(J) .NE. 0 ) GOTO 2100
  IF ( (IREAC .NE. 1) .AND. (NPN8(J) .LE. 0) ) GOTO 2100
  WRITE(NFF, '( "#"/"#CONTROL DATA ( XYZ )' )' )
```





```
IF ((ID .EQ. 4) .OR.  
    (ID .EQ. 6) .OR.  
    (ID .EQ. 10)) ID = 2  
WRITE(NF, '#####'  
        /'#####CARD-4 MASSEN UND DAEMPfung''')  
WRITE(NF, ' (415,2E10.3)'  
        /IMASS, ID, 10, 10, ALPHA, BETA  
  
WRITE(NF, '#####'  
        /'#####CARD-5 EIGENVEKTORLOESUNG''')  
WRITE(NF, ' (A80)') LSTR  
  
WRITE(NF, '#####'  
        /'#####CARD-6 ZEITINTEGRATIONSVERFAHREN''')  
WRITE(NF, ' (215,2E10.3,515)'  
        /10, IOPE, X0, X0, 10, 10, 10, 10, 10  
  
WRITE(NF, '#####'  
        /'#####CARD-7A STEUERKARTEN FUER NICHT-LINEARE ANALYSE''')  
WRITE(NF, ' (A80)') LSTR  
  
        IOUPT = 0  
IF ( IPR .EQ. 0 ) IOUPT = 1  
WRITE(NF, '#####'  
        /'#####CARD-8 AUSDRUCK''')  
WRITE(NF, ' (715)'  
        /IOUPT, IPRNT, IPRN, IPRND, IPRNV, IPRNA, IPRS  
  
        ISVBN = 0  
        ISVFOR = 0  
IF ( ISV .EQ. 1 ) ISVBN = 61  
IF ( ISV .EQ. 2 ) ISVFOR = 62  
WRITE(NF, '#####'  
        /'#####CARD-9 PORTHOLE''')  
WRITE(NF, ' (515,10X,415)'  
        /ISV, ISVNT, ISVET, ISVBN, ISVFOR, ISVND, ISVNV, ISVNA, IO
```

\*  
\* ERGEBNISSTEUERUNG  
\*

```
WRITE(NF, '#####/## III.##/  
        /'#####ERGEBNISSTEUERUNG''/  
        /'#####')  
IF ( IPRNT .GT. 0 ) THEN  
    WRITE(NF, '#####'  
            /'#####111.4 ZEITSCHRITTBLOECKE FUER AUSDRUCK''')  
    WRITE(NF, ' (1515,5X)'  
            /((NPRNT(I,J), I=1,3), J=1, IPRNT)  
    ENDIF  
  
IF ( IPRN .GT. 0 ) THEN  
    WRITE(NF, '#####'  
            /'#####111.5 KNOTENSCHRITTBLOECKE FUER AUSDRUCK''')  
    WRITE(NF, ' (1515,5X)'  
            /((NPRNN(I,J), I=1,3), J=1, IPRN)  
    ENDIF  
  
IF ( ISV .GT. 0 ) THEN  
    IF ( ISVNT .GT. 0 ) THEN  
        WRITE(NF, '#####'  
            /'#####111.6 ZEITSCHRITTBLOECKE FUER KNOTEN IM PORTHOLE''')  
        WRITE(NF, ' (1515,5X)'  
            /((NSVNT(I,J), I=1,3), J=1, ISVNT)  
    ENDIF  
    IF ( ISVET .GT. 0 ) THEN  
        WRITE(NF, '#####'  
            /'#####111.7 ZEITSCHRITTBLOECKE FUER ELEMENTE IM PORTHOLE''')  
        WRITE(NF, ' (1515,5X)'  
            /((NSVET(I,J), I=1,3), J=1, ISVET)  
    ENDIF  
ENDIF  
*****  
WRITE(NF, '#####END - DATE ', A8, ' / ', A8) DATE, TIME  
  
RETURN  
END
```

## Anhang C Rückführung der vier Rechenbeispiele auf jeweils eine elastische Leiterschleife

### C.1 Beispiel 1

Das erste Beispiel ist eine Nachbildung der Leiterschleife aus Kapitel 2 mit finiten Elementen. Daher gestaltet sich die Rückführung auf eine elastische Leiterschleife mit einem elektrisch-mechanischen Freiheitsgrad besonders einfach.

Aus der Kantenlänge der Schleife und der des Leiters läßt sich die vom zeitabhängigen magnetischen Feld  $B_z$  durchsetzte Fläche  $A$  bestimmen:

$$\begin{aligned} A &= (\ell - b)^2 \\ &= 10^{-4} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Das magnetische Feld wird durch

$$\begin{aligned} B_y &= 4 \text{ T} \quad \text{Hintergrundfeld} \left( \sim B_x \right) \\ B_{z0} &= 0,24 \text{ T} \quad \text{antreibendes Feld} \left( \sim B_{y0} \right) \\ \tau &= 0,003 \text{ s} \end{aligned}$$

charakterisiert.

Zur Bestimmung der Induktivität  $L$  wird die quadratische Leiterschleife durch eine kreisförmige ebene Leiterschleife angenähert. Deren Selbstinduktionskoeffizient  $L$  berechnet sich dann mit der Formel:

$$\begin{aligned} L &= 0,55 \mu_0 \ell \left\{ \left( 1 + \frac{1}{8} \left( \frac{b}{\ell} \right)^2 \right) \ln \left( 8 \frac{\ell}{b} \right) - \frac{7}{4} + \frac{1}{24} \left( \frac{b}{\ell} \right)^2 \right\} \\ &\approx 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ H} \end{aligned}$$

Setzt man den spezifischen elektrischen Widerstand von Kupfer für den Leiter voraus

$$\rho_{\text{elektr}} = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$$

so läßt sich ein repräsentativer Widerstand R wie folgt bestimmen:

$$R = \frac{\rho_{\text{elektr}} \cdot \ell}{A} = \frac{\rho_{\text{elektr}}^4 (\ell - b)}{b^2}$$

$$\approx 6,8 \cdot 10^{-4} \Omega$$

Dies resultiert aus der Reihenschaltung der vier leitenden Balken, aus denen man sich die Leiterschleife aufgebaut vorstellen kann.

Das Massenträgheitsmoment der Leiterschleife bezüglich der Drehachse wird aus den Massenträgheitsmomenten der Einzelstäbe (siehe Abb. C.1.1) aufsummiert.

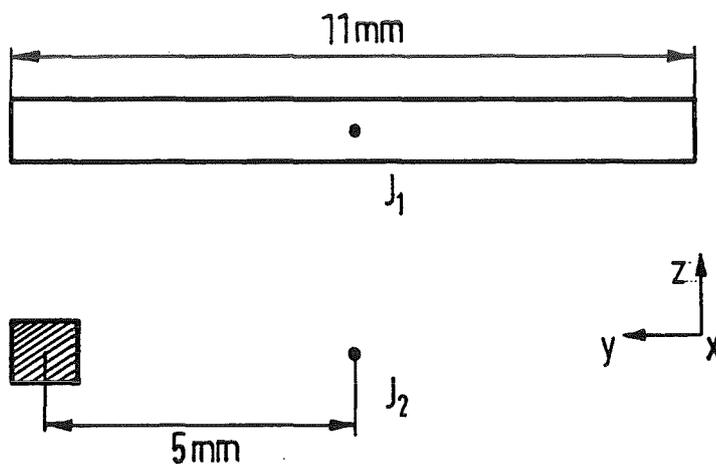


Abb. C.1.1: Zur Bestimmung des Massenträgheitsmoments

Mit der Dichte von Kupfer ( $\rho = 7900 \text{ kg/m}^3$ ) erhält man

$$J = 2 \left( J_1 + J_2 \right)$$

$$= 2 \cdot \rho \cdot b^2 \left( \frac{\ell^3}{12} + \frac{(\ell - b)^2 (\ell - 2b)}{4} \right)$$

$$\approx 5,3 \cdot 10^{-9} \text{ kg m}^2$$

Die Drehfeder wird im Beispiel 1 durch vier Stabfedern repräsentiert (siehe Abb. 5.2). Die Stabfedern haben eine vernachlässigbare Masse und jeweils eine Federsteife mit der Größe

$$D = \frac{E \cdot A}{\ell_{\text{Stabfeder}}} = \frac{10^9 \cdot \frac{1}{4} \cdot 10^{-6}}{0,1} = \frac{1}{4} \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Die daraus resultierende Drehfedersteife aller vier Stabfedern

$$K = \frac{dM}{d\phi}$$

wird mit dem um die x-Achse wirkenden Moment

$$\begin{aligned} M &= 4 \cdot F_{\text{Stabfeder}} \cdot \frac{\ell - b}{2} \\ &= 4 \cdot D \cdot \Delta s \cdot \frac{\ell - b}{2} \end{aligned}$$

und der Auslenkung

$$\begin{aligned} \Delta s &= \frac{\ell - b}{2} \sin \Delta\phi \\ &\approx \frac{\ell - b}{2} \Delta\phi \quad \text{für } \Delta\phi \ll 1 \end{aligned}$$

bestimmt.

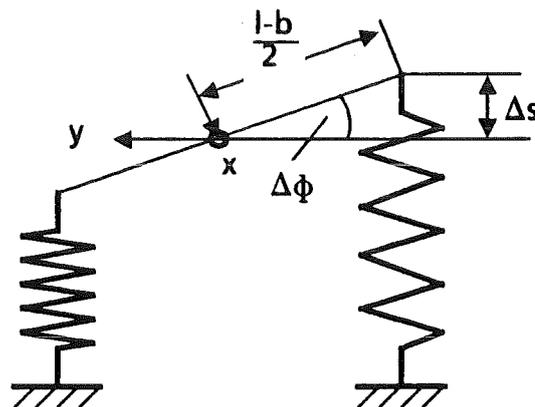


Abb. C.1.2: Zur Bestimmung der Drehfedersteife K

$$K = 4 \cdot D \cdot \frac{(\ell - b)^2}{4} = D(\ell - b)^2 = 0,25 \text{ Nm}$$

## C.2 Beispiel 2

Der für die Membran verwendete Werkstoff ist Kupfer. Die in [14] angegebenen Parameter sind:

$b$	$=$	$0,02 \text{ m}$	
$\ell$	$=$	$0,12 \text{ m}$	
$h$	$=$	$0,001 \text{ m}$	Höhe
$\rho$	$=$	$8000 \text{ kg/m}^3$	Dichte
$E$	$=$	$1,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$	Elastizitätsmodul
$\rho_{\text{elektr}}$	$=$	$1,7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$	spezifischer Widerstand
$B_y$	$=$	$4 \text{ T}$	Hintergrundfeld ( $\sim B_x$ )
$B_{z0}$	$=$	$0,24 \text{ T}$	antreibendes Feld ( $\sim B_{y0}$ )
$\tau$	$=$	$0,003 \text{ s}$	

Daraus lassen sich alle anderen benötigten Größen herleiten.

Die Induktivität  $L$  und der Widerstand  $R$  werden mit den empirischen Formeln aus [15] berechnet:

$$\begin{aligned} L &= 0,37 \mu_0 (b + \ell) = \\ &\approx 6,5 \cdot 10^{-8} \text{ H} \\ R &= \rho_{\text{elektr}} \frac{b^2 + \ell^2}{h b \ell} = \\ &\approx 6,3 \cdot 10^{-4} \Omega \end{aligned}$$

Diese beiden Formeln wurden mit Hilfe des Rechenprogrammes SPARK (vergleiche [14]) ermittelt und mit Ergebnissen aus CARIDDI korrigiert.

Bezüglich der Drehachse  $z$  hat die Membran das Massenträgheitsmoment

$$J = \frac{\rho \cdot h b \ell^3}{3} = 9,2 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

Zur Herleitung der Federsteife  $K$  wird der in der Abbildung C.2.1 skizzierte Belastungsfall gewählt:

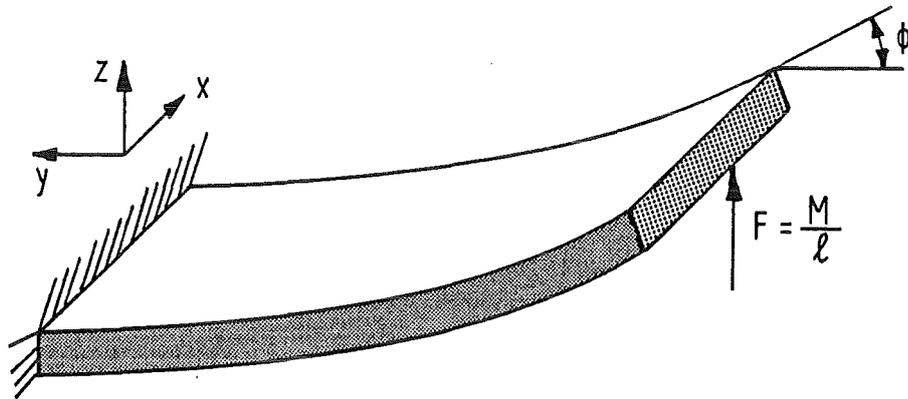


Abb. C.2.1: Zur Herleitung der Drehfedersteife K

$$\phi = \frac{M \ell}{2 EI_x} \Rightarrow K = \frac{dM}{d\phi} = \frac{2 EI_x}{\ell}$$

Mit

$$I_x = \frac{b h^3}{12}$$

folgt

$$K = \frac{E b h^3}{6 \ell} = 3,0 \text{ Nm}$$

### C.3 Beispiel 3

Während des postulierten Plasmazusammenbruchs fällt der Plasmastrom innerhalb von 20 ms von 20 MA auf Null ab.

$$\tau = 0,02 \text{ s}$$

Der Plasmastrom hat eine poloidal ausgerichtete magnetische Induktion  $B_p(t)$ , die in diesem Beispiel  $B_y(t)$  repräsentiert. Diese magnetische Induktion schneidet die erste Wand in der oberen und unteren Hälfte des Blankets mit einem Winkel  $\zeta_1 \approx 25^\circ$  (siehe Abb. C.3.1).

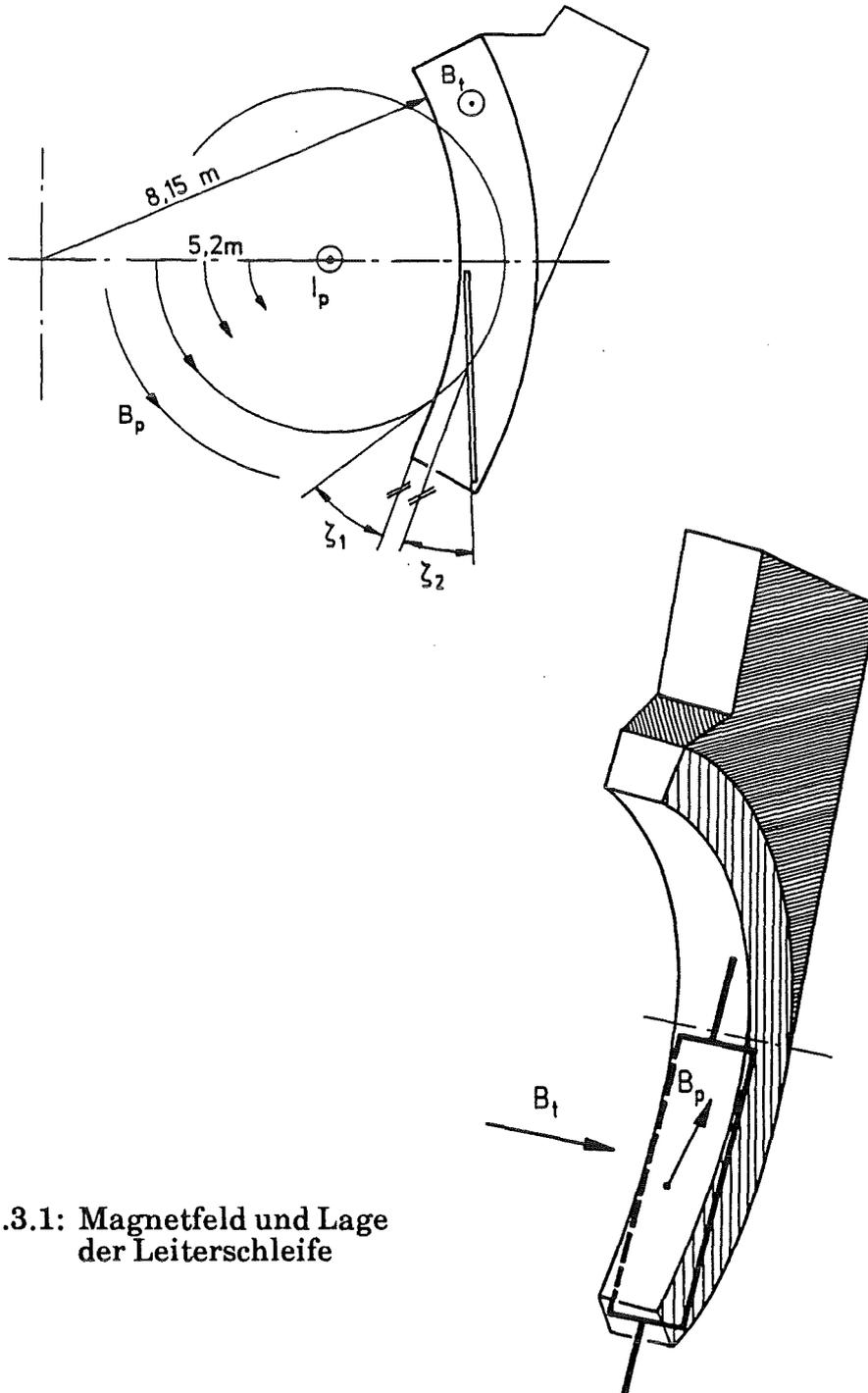


Abb. C.3.1: Magnetfeld und Lage der Leiterschleife

Die toroidale magnetische Induktion  $B_t$  ist konstant. Sie entspricht dem Hintergrundfeld  $B_x$ . Die in Kapitel 5.3 durchgeführten CARIDDI-Rechnungen ergeben eine Stromverteilung, die zu der in Abb. C.3.1 angedeuteten Lage der elastischen Leiterschleife führt. Mit dieser Geometrie und den Ergebnissen der CARIDDI-Rechnungen haben  $A$ ,  $B_x$  und  $B_{y_0}$  folgende Werte:

$$A = 1,2 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 4,8 \text{ m}^2$$

$$B_x = 3,7 \text{ T}$$

$$B_{y_0} = B_{p_0} \sin(\zeta_1 + \zeta_2) = 0,56 \text{ T} \cdot \sin 35^\circ \approx 0,32 \text{ T}$$

Der größte Anteil des Stromes fließt über die äußeren Wände. Der Ersatzwiderstand  $R$  berechnet sich daher aus einer Reihenschaltung der Seitenwände und den stromdurchflossenen Bereichen der ersten Wand und der Rückwand.

$$\begin{aligned} R &= 2 \cdot \left( \rho_S \frac{\ell_S}{A_S} + \rho_R \frac{\ell_R}{A_R} + \rho_E \frac{\ell_E}{A_E} \right) \\ &= 2 \cdot \left( 0,96 \cdot 10^{-6} \left( \frac{4}{0,85 \cdot 0,03} + \frac{4}{1,0 \cdot 0,03} \right) + 0,19 \cdot 10^{-6} \frac{0,6}{1,5 \cdot 0,34} \right) \Omega \\ &= 1,67 \cdot 10^{-4} \Omega \end{aligned}$$

Für die Induktivität wird die in Kapitel C.2 angeführte empirische Formel verwendet

$$\begin{aligned} L &\approx 2 \cdot 0,37 \cdot \mu_0 (1,2 \text{ m} + 4 \text{ m}) \\ &= 4,84 \cdot 10^{-6} \text{ H} \end{aligned}$$

Der Faktor 2 beruht auf der induktiven Wechselwirkung mit der oberen Blankethälfte. Die berechnete Stromverteilung führt zu einer Volumenkraftverteilung, bei der insbesondere die Seitenwände auf Zug bzw. Druck beansprucht werden. Diese Beanspruchung ist in der unteren und oberen Hälfte des Blankets umgekehrt symmetrisch, so daß das Blanket durch die anregenden Kräfte tordiert wird.

Als mechanischer Ersatzkörper für die obere oder untere Hälfte des Blankets wird

daher ein starrer Kasten verwendet, der um die z-Achse drehbar und an den zwei steifen Seitenwänden aufgehängt ist.

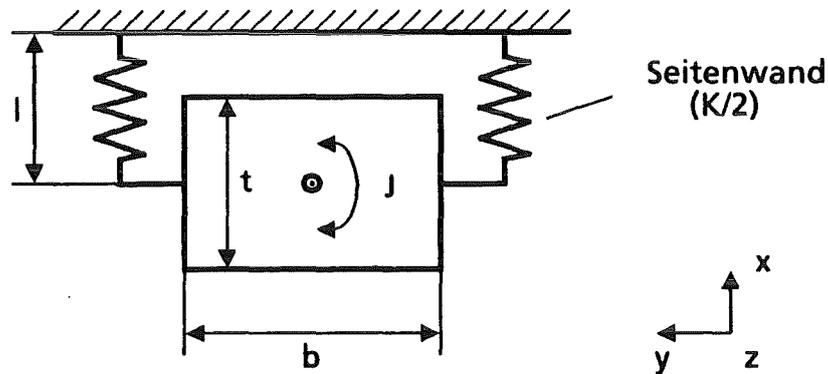


Abb. C.3.2: Mechanischer Ersatzkörper

Das Massenträgheitsmoment berechnet sich mit einer mittleren Dichte  $\bar{\rho} = 7900 \text{ kg/m}^3$  aus

$$\begin{aligned} J &\approx \frac{\bar{\rho} h b t (b^2 + t^2)}{12} \\ &\approx \frac{7900 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 0,85 (1^2 + 0,85^2)}{12} \text{ kg m}^2 \\ &\approx 3850 \text{ kg m}^2 \end{aligned}$$

Die Steifigkeit D einer Seitenwand wird aus

$$D = \frac{E \cdot A}{\ell}$$

bestimmt. Daraus resultiert ähnlich wie im ersten Beispiel die Drehsteifigkeit K für beide Seitenwände

$$\begin{aligned} K &= 2 \cdot D \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{E \cdot A b^2}{2\ell} \\ &\approx 2,8 \cdot 10^{10} \text{ Nm} . \end{aligned}$$

#### C.4 Beispiel 4

Anders als bei den ersten drei Beispielen steht hier die Dynamik des Fluids im Vordergrund. Damit verbunden sind Schwierigkeiten bei der Festlegung eines charakteristischen Massenträgheitsmoments  $J$  oder einer charakteristischen Drehfedersteife  $K$ . Da so die Kennzahlen der elastischen Leiterschleife nicht unmittelbar zu bestimmen sind, werden die in Kapitel 3.4 hergeleiteten Beziehungen zu den Kennzahlen der Kontinua verwendet.

Zunächst werden noch die charakteristische Zeit  $\tau$  der Anregung sowie die magnetischen Induktionen  $B_x$  und  $B_{y0}$  aus den Ergebnissen der Wirbelstromanalyse des dritten Beispiels ermittelt.

$$\begin{aligned}\tau &= 0,02 \text{ s} \\ B_x &= 3,29 \text{ T} \\ B_{y0} &= 0,528 \text{ T}\end{aligned}$$

Daraus folgt

$$\Pi_B = 0,16 .$$

Mit den Stoffdaten der eutektischen Lithium-Blei-Legierung bei einer Temperatur von 400 °C aus [39]

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{Li Pb}} &= 7,7 \cdot 10^5 \frac{1}{\Omega\text{m}} \\ \rho_{\text{Li Pb}} &= 9400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \eta_{\text{Li Pb}} &= 1,477 \cdot 10^{-3} \text{ Pa s}\end{aligned}$$

und der charakteristischen Länge

$$\ell = 0,2 \text{ m}$$

sind

$$R_m = \frac{\mu_0 \sigma_{\text{Li Pb}} \ell^2 B_x B_{y0}}{\rho_{\text{Li Pb}}} = 5,5$$
$$\Pi_V \approx 5,5$$

und

$$M^2 = B_x^2 \ell^2 \frac{\sigma_{\text{Li Pb}}}{\eta_{\text{Li Pb}}} = 2,3 \cdot 10^8$$
$$\approx 2 \Pi_K \Pi_V \Pi_B$$

Damit ist

$$\Pi_K \approx 1,3 \cdot 10^8$$

Die sehr große Hartmann-Zahl deutet darauf hin, daß die auftretenden Zähigkeitskräfte gegenüber den magnetischen Kräften vernachlässigbar klein sind. Deshalb kann das Fluid als reibungsfrei angenommen werden.

Das relativ große Produkt aus  $\Pi_V$  und  $\Pi_K$  zeigt, daß die Wirbelstromdämpfung hier großen Einfluß hat.

## Anhang D Eingabelisten von CARIDDI und CARADI für die vier Rechenbeispiele

```

CARIDD1
DT = 0.0001 ( Sek ) Zeitschrittweite für Integration
MLFILE = 15 ( -/- ) UNIT-No. zum Speichern der Induktivitätsmatrix L
MRFIL = 16 ( -/- ) UNIT-No. zum Speichern der Widerstandsmatrix R
U1FILE = 19 ( -/- ) UNIT-No. zum Speichern der Topologiedaten
INVERS = -1 ( -1-5 ) Berechnung der Inversen
                        Keine Inversenbildung,; dafür
                        Lösung eines linearen Gleichungssystems
                        für jeden Zeitschritt
IPRINT = 10 ( >=0 ) Schrittweite für Druckausgabe
NGAU1 = 3 ( 1-4 ) Gausspunkte zur Bestimmung der Induktivitätsmatrix L
NGAU3 = 4 ( 1-4 ) Gausspunkte zur Bestimmung der Widerstandsmatrix R
NGAU4 = 3 ( 1-4 ) Gausspunkte zur Bestimmung der Matrix VO, der Wechselinduktivität
                        zwischen erregenden Strömen und leitender Struktur
NODIM = 2000 ( >0 ) Dimension der Inzidenzmatrix
                        Sollte größer oder gleich der Anzahl der Kanten sein
OMEGA = 0.75 ( -1- ) Krank-Nicholson Parameter
SCLXYZ = 0.001 ( -1- ) Skalierungsfaktor für die Geometrie
                        Millimeter → Meter
TMAX = 0.02 ( Sek ) Rechenende

CARIDD2
BOY = 4.0 ( Tesla ) konstante magn. Induktion in y-Richtung
GRTOL = 0.1 ( Meter ) Parameter um die numerische Integration innerhalb eines Elementes zu steuern
                        falls DX,DY,DZ < GRTOL dann reduziere (Methode siehe GRTYP)
GRTYP = 1 ( 0-3 ) Parameter um die numerische Integration innerhalb eines Elementes zu steuern
                        Falls Bedingung für Reduktion in entsprechender Richtung erfüllt
                        dann reduziere von NGAUX auf 1
IFBIN = 7 ( 0-7 ) Berechnung der internen magn. Induktion (gesamte, konstante, antreibend, sekundär)
IFCOR = 1 ( 0/1 ) Berechnung der Stromdichten
IFFOR = 1 ( 0/1 ) Berechnung der Kräfte
IFOHM = 1 ( 0/1 ) Berechnung der Dissipation
IOP = 1 ( 0-2 ) Rechnungen und Ergebnisse auf Elementmittelpunkten
IPRINT = 10 ( >=0 ) Schrittweite für Druckausgabe

CARIDD3
IDAT = 0 ( 0-5 ) Berechne gemittelten Knotenkräfte
IFREQ = 5 ( -/- ) Inkrement um von der CARIDD2-Schnittstelle zu lesen
IVAIN = 1,0,0,1,1,1,1 Stromdichte, Kräfte, zeitabhängige magnetische Induktion übertragen
KEYUS = 'CAR3' Post-Processor ASKAVIEW USER-KEY
LTIME = T ( F/T ) dann Ausgabe vom 1. bis zum letzten Zeitschritt
LVAIN = F ( F/T ) IVAIN verwenden
MODEL = 'BSP1' Post-Processor ASKAVIEW MODEL-Name
PROJE = 'PT100' Post-Processor ASKAVIEW PROJECT-Name
TIME = 0.01 ( Sek ) letzte oder definierte Zeit der Ausgabe

CARADI
IPRND = 1 ( 0/1 ) Verschiebung am Knoten drucken
MATER = 7.9E+03,1.0E+10,0.3,0.0
                        Materialkonstanten
                        Dichte (kg/m3) : 7900.0
                        E-Modul ( Pa ) : 1.0E+10
                        Poisson-Zahl : 0.3
NSTE = 100 ( >=0 ) Anzahl der Zeitschritte
SCLXYZ = 0.001 ( -1- ) Geometriefaktor zur Transformierung auf konsistente Längeneinheiten

#=====
# BESTIMMUNG DER EINSpannung VON BSP1 IN "FIXNOD"
#=====
#
IF ( (ABS(Y) .LE. 1.E-4) .AND. (ABS(Z) .LE. 1.E-4)
      .AND. (ABS(ABS(X)-5.5E-3) .LE. 1.E-4))
      FIXNOD = 7

```

Tab. D.1: Eingabe von CARIDDI und CARADI für das Beispiel 1

```
CARADI
IPRND = 1      ( 0/1 ) Verschiebung am Knoten drucken
MATER = 8.0E+03,1.1E+11,0.3,0.0
                        Materialkonstanten
                        Dichte (kg/m3) : 7900.0
                        E-Modul ( Pa ) : 1.1E+11
                        Poisson-Zahl  : 0.3
SCLXYZ = 0.001  ( -1- ) Geometriefaktor zur Transformierung auf
                        konsistente Längeneinheiten

*=====
*  BESTIMMUNG DER EINSpannung VON BSP2 IN "FIXNOD"
*=====
*
      IF ( Y .GT. 0.059 )  FIXNOD = 7
```

Tab. D.2: Eingabe von CARADI für das Beispiel 2

CARIDD11  
DT = 0.001 ( Sek ) Zeitschrittweite für Integration  
MLFILE = 15 ( -/- ) UNIT-No. zum Speichern der Induktivitätsmatrix L  
MRFILE = 16 ( -/- ) UNIT-No. zum Speichern der Widerstandsmatrix R  
U1FILE = 19 ( -/- ) UNIT-No. zum Speichern der Topologiedaten  
INVERS = -1 ( -1-5 ) Berechnung der Inversen  
Keine Inversenbildung; dafür Lösung eines linearen Gleichungssystems für jeden Zeitschritt  
IPRC = 1 ( -/- ) druckt alle Stromdaten  
IPRINT = 10 ( >=0 ) Schrittweite für Druckausgabe  
NODIM = 2000 ( >0 ) Dimension der Inzidenzmatrix  
Muß größer oder gleich der Anzahl der Kanten sein  
OMEGA = 0.75 ( -1- ) Krank-Nicholson Parameter  
SCLXYZ = 0.001 ( -1- ) Skalierungsfaktor für die Geometrie  
Millimeter → Meter  
SI = 10.0 (Meter) Distanz um numerische Integration der Induktivitätsmatrix zu steuern; falls die Distanz zweier Elemente < SI setze Gausspunktanzahl auf NAUT ansonsten auf 1  
TMAX = 0.1 ( Sek ) Rechenende

CARIDD12  
BTOR = 5.5 (Tesla) konstante magn. Induktion in toroidaler Richtung, Hintergrundfeld  
GRTOL = 0.1 (Meter) Parameter um die numerische Integration innerhalb eines Elementes zu steuern  
falls DX,DY,DZ < GRTOL dann reduziere (Methode siehe GRYP)  
GRYP = 1 ( 0-3 ) Parameter um die numerische Integration innerhalb eines Elementes zu steuern  
Falls Bedingung für Reduktion in entsprechender Richtung erfüllt dann reduziere von NGAUX auf 1  
IFBIN = 7 ( 0-7 ) Berechnung der internen magn. Induktion (gesamte, konstante, antreibend, sekundär)  
IFCOR = 1 ( 0/1 ) Berechnung der Stromdichten  
IFFOR = 1 ( 0/1 ) Berechnung der Kräfte  
IFOHM = 1 ( 0/1 ) Berechnung der Dissipation  
IOP = 1 ( 0-2 ) Rechnungen und Ergebnisse auf Elementmittelpunkten  
IPRINT = 10 ( >=0 ) Schrittweite für Druckausgabe  
RCEN = 5.18 (Meter) Bezugsradius für BTOR

CARIDD13  
IDAT = 0 ( 0-5 ) Berechne gemittelten Knotenkräfte  
IFREQ = 1 ( -/- ) Inkrement um von der CARIDD12-Schnittstelle zu lesen  
IVAIN = 0,0,1,0,0,0,1 konstante magnetische Induktion und Knotenkräfte übertragen  
KEYUS = 'CAR3' Post-Processor ASKAVIEW USER-KEY  
LTIME = T ( F/T ) dann Ausgabe vom 1. bis zum letzten Zeitschritt  
LVAIN = F ( F/T ) IVAIN verwenden  
MODEL = 'BSP3' Post-Processor ASKAVIEW MODEL-Name  
PROJE = 'P20MA' Post-Processor ASKAVIEW PROJECT-Name  
TIME = 0.1 ( Sek ) letzte oder definierte Zeit der Ausgabe

Tab. D.3: Eingabe von CARIDDI für das Beispiel 3

```
CARADI
INV      = 0      ( 0/1 ) Widerstandsmatrix liegt invertiert vor
ISVNA   = 0      ( 0/1 ) Beschleunigung am Knoten nicht speichern
ISVNV   = 0      ( 0/1 ) Geschwindigkeit am Knoten nicht speichern
MATER   = 7.9E+03, 1.7E+11, 0.3, 0.0,
          9.4E+03, 3.2E+10, 0.0, 0.0,
          3.45E+3, 7.4E+09, 0.3, 0.0,
          7.9E+03, 1.7E+11, 0.3, 0.0,
          7.9E+03, 1.7E+11, 0.3, 0.05,
          7.9E+03, 1.7E+11, 0.3, 0.01
          Materialkonstanten
          Dichte, E-Modul, Poisson-Zahl, Dicke
          von Strukturmaterial
          Lithium-Blei-Flüssigmetall
          erste-Wand-Bereichs
          unbenutzt
          Deckplatten
          Kanalwände
NFFX    = 25     ( -1- ) Ausgabe der Einspannung im AVFMB-Format
          auf File-Nr. 25
SCLXYZ  = 0.001 ( -1- ) Geometriefaktor zur Transformierung auf
          konsistente Längeneinheiten
```

Tab. D.4: Eingabe von CARADI für das Beispiel 3

<u>CARIDD11</u>		
DT	= 0.001	( Sek ) Zeitschrittweite für Integration
MLFILE	= 15	( -/- ) UNIT-No. zum Speichern der Induktivitätsmatrix L
MRFIL	= 16	( -/- ) UNIT-No. zum Speichern der Widerstandsmatrix R
U1FILE	= 19	( -/- ) UNIT-No. zum Speichern der Topologiedaten
INVERS	= -1	( -1-5 ) Berechnung der Inversen Keine Inversenbildung; dafür Lösung eines linearen Gleichungssystems für jeden Zeitschritt
IPRC	= 1	( -/- ) druckt alle Stromdaten
IPRG	= 1	( -/- ) druckt alle Gaußpunktdaten
IPRINT	= 10	( >=0 ) Schrittweite für Druckausgabe
NGAU1	= 3	( 1-4 ) Gaußpunkte zur Bestimmung der Induktivitätsmatrix L
NGAU3	= 4	( 1-4 ) Gaußpunkte zur Bestimmung der Widerstandsmatrix R
NGAU4	= 3	( 1-4 ) Gaußpunkte zur Bestimmung der Matrix V0, der Wechselinduktivität zwischen erregenden Strömen und leitender Struktur
NODIM	= 2000	( >0 ) Dimension der Inzidenzmatrix Muß größer oder gleich der Anzahl der Kanten sein
OMEGA	= 0.75	( -1- ) Krank-Nicholson Parameter
SCLXYZ	= 0.001	( -1- ) Skalierungsfaktor für die Geometrie Millimeter → Meter
SI	= 10.0	( Meter ) Distanz um numerische Integration der Induktivitätsmatrix zu steuern; falls die Distanz zweier Elemente < SI setze Gaußpunktanzahl auf NAUT ansonsten auf 1
TMAX	= 0.1	( Sek ) Rechenende
<u>CARIDD12</u>		
BOY	= 3.29	( Tesla ) konstante magn. Induktion in y-Richtung; entspricht Hintergrundfeld
GRTOL	= 0.1	( Meter ) Parameter um die numerische Integration innerhalb eines Elementes zu steuern falls DX,DY,DZ < GRTOL dann reduziere (Methode siehe GRTYP)
GRTYP	= 1	( 0-3 ) Parameter um die numerische Integration innerhalb eines Elementes zu steuern Falls Bedingung für Reduktion in entsprechender Richtung erfüllt dann reduziere von NGAUx auf 1
IFBIN	= 7	( 0-7 ) Berechnung der internen magn. Induktion (gesamte, konstante, antreibend, sekundär)
IFCOR	= 1	( 0/1 ) Berechnung der Stromdichten
IFFOR	= 1	( 0/1 ) Berechnung der Kräfte
IFOHM	= 1	( 0/1 ) Berechnung der Dissipation
IOP	= 1	( 0-2 ) Rechnungen und Ergebnisse auf Elementmittelpunkten
IPRINT	= 10	( >=0 ) Schrittweite für Druckausgabe
<u>CARIDD13</u>		
IDAT	= 0	( 0-5 ) Berechne gemittelten Knotenkräfte
IFREQ	= 1	( -/- ) Inkrement um von der CARIDD12-Schnittstelle zu lesen
IVAIN	= 0,0,1,0,0,0,1	konstante magnetische Induktion und Knotenkräfte übertragen
KEYUS	= 'CAR3'	Post-Processor ASKAVIEW USER-KEY
LTIME	= T	( F/T ) dann Ausgabe vom 1. bis zum letzten Zeitschritt
LVAIN	= F	( F/T ) IVAIN verwenden
MODEL	= 'BSP4'	Post-Processor ASKAVIEW MODEL-Name
PROJE	= 'P2OMA'	Post-Processor ASKAVIEW PROJECT-Name
TIME	= 0.1	( Sek ) letzte oder definierte Zeit der Ausgabe

Tab. D.5: Eingabe von CARIDDI für das Beispiel 4

CARADI  
INV = 0 ( 0/1 ) Widerstandsmatrix liegt invertiert vor  
ISVNA = 0 ( 0/1 ) Beschleunigung am Knoten nicht speichern  
ISVNV = 0 ( 0/1 ) Geschwindigkeit am Knoten nicht speichern  
MATER = 7.9E+03, 1.7E+11, 0.3, 0.0,  
9.4E+03, 3.2E+10, 0.0, 0.0,  
7.9E+03, 1.7E+11, 0.3, 0.0006  
Materialkonstanten  
Dichte, E-Modul, Poisson-Zahl, Dicke  
von Strukturmaterial,  
Lithium-Blei-Flüssigmetall,  
Strömungskanaleinsätzen  
NFE1 = 17 ( -1- ) Ausgabe der Festkörperelemente auf  
auf File-Nr. 17  
NFE2 = 27 ( -1- ) Ausgabe der Dämpfungsmatrix auf  
auf File-Nr. 27  
NFE2 = 37 ( -1- ) Ausgabe der Fluidelemente auf  
auf File-Nr. 37  
NFFX = 25 ( -1- ) Ausgabe der Einspannung im AVFMB-Format  
auf File-Nr. 25  
NODES = 27 (20/27) 27 Knoten für 3D-Elemente  
9 Knoten für 2D-Elemente (Platten)  
SCLXYZ = 0.001 ( -1- ) Geometriefaktor zur Transformierung auf  
konsistente Längeneinheiten

Tab. D.6: Eingabe von CARADI für das Beispiel 4