KfK 5418 November 1994

Simulation eines Abformvorgangs

N. Huber, S. Kerpe, Ch. Tsakmakis Institut für Materialforschung Projekt Mikrosystemtechnik

Kernforschungszentrum Karlsruhe

Kernforschungszentrum Karlsruhe Institut für Materialforschung Projekt Mikrosystemtechnik

KfK 5418

Simulation eines Abformvorgangs

N. Huber S. Kerpe Ch. Tsakmakis

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript gedruckt Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH Postfach 3640, 76021 Karlsruhe

ISSN 0303-4003

Kurzfassung

Im vorliegenden Bericht wurde mittels des Finite-Elemente-Programms ABAQUS ein Abformvorgang nach dem LIGA-Verfahren simuliert. Mechanismen, die bei diesem Prozeß zum Abformen fehlerhafter Strukturen führen können, wurden auf ihre Abhängigkeit von geometrischen Größen und Materialkombinationen hin studiert.

Die Analyse zeigte, daß eine Schädigung am Übergang von Struktur zur Restschicht unmittelbar nach Beginn der Entformung zu erwarten ist. Für die Stärke der Belastung in diesem Bereich sind im wesentlichen die Restschichtdicke und die Kombination von Polymer- und Substratwerkstoff verantwortlich. Ein wesentliches Ergebnis besteht darin, daß ab einer gewissen Restschichtdicke die Verwendung eines Substrates einen negativen Einfluß auf den Abformvorgang hat. Für dünne Restschichten hat die Wahl des Substratmaterials einen erheblichen Einfluß auf die Höhe der Spannungen im Übergangsbereich.

Abstract

Finite Element Simulation of a Demolding Process

In this report the demolding of microstructures, where the mold insert is produced by the LIGA process, is studied by means of the ABAQUS finite element code. Mechanisms which can lead to failure during the demolding process were studied with respect to geometry and material properties of the components.

It could be shown that the failure can be expected at the transition from the microstructure to the residual layer. The intensity of loading in this region depends on the thickness of the residual layer and the combination of the polymer (mold material) with the substrate. As an essential result, the use of a substrate has a negative influence on the demolding process for thick residual layers. For thin residual layers, it turns out, that the choice of the substrate material has a strong influence on the strength of the stress in the transition region.

Vorwort

Eine wesentliche Voraussetzung für die kostengünstige Produktion von Mikrostrukturen ist die Herstellung deren Komponenten in Serienfertigung. Das LIGA-Verfahren bietet die Möglichkeit, ein Metallwerkzeug durch Aufgalvanisieren einer Kunststoffstruktur herzustellen. Mit diesem wiederum kann eine große Anzahl an Polymerstrukturen z.B. durch Prägen abgeformt werden. Um das Abformen ungünstiger Strukturen zu ermöglichen, ist es notwendig, die Mechanismen, die einen Abriß oder eine plastische Deformation der Strukturen begünstigen, tiefgreifend zu verstehen. Dies kann mit Hilfe von Studien, basierend auf Finite-Elemente-Berechnungen, erfolgen.

Durch die Verfügbarkeit von Berechnungsmethoden der Festigkeitsmechanik in Verbindung mit leistungsfähigen Algorithmen ist es möglich, das Verhalten des Systems, bestehend aus Werkzeug, Polymerwerkstoff und Substrat, welche zum Teil über verschiebbare Kontaktflächen gekoppelt sind, mit vertretbarem Zeitaufwand zu analysieren. Die daraus resultierenden Ergebnisse können durch einige wenige Experimente ergänzt werden.

Das Ziel dieses Berichtes ist, eine Analyse des Abformvorgangs mittels Finite-Elemente-Berechnungen für ein einfaches Beispiel durchzuführen. Dieses Vorhaben ist begründet in der Forschungstätigkeit von Herrn Dr. R. Ruprecht, der die Problematik des Abformvorgangs an uns herangetragen hat. Für die Zusammenarbeit und die anregenden Diskussionen bedanken sich die Autoren an dieser Stelle herzlich.

Karlsruhe, Oktober 1994

N. Huber, S. Kerpe und Ch. Tsakmakis

Inhaltsverzeichnis

1	Ein	leitung und Aufgabenstellung	5
2	${ m Th}\epsilon$	eorie	8
	2.1	Gleichgewichtsbedingungen	9
	2.2	Kontaktelemente	16
		2.2.1 Virtuelle Arbeit für haftende Oberflächen	16
		2.2.2 Virtuelle Arbeit für gleitende Oberflächen	21
3	Mo	dellbildung	23
	3.1	Geometrie	23
		3.1.1 FE-Netz	24
		3.1.2 Elemente	25
		3.1.3 Randbedingungen	25
	3.2	Materialeigenschaften	28
	3.3	Abformprozeß	28
4	Erg	ebnisse	32
	4.1	Einfluß der Reibung	35
	4.2	Einfluß der verbleibenden Restschicht	38
	4.3	Einfluß des Substratmaterials	39
		4.3.1 Vergleich der Berechnungen mit und ohne Substrat	41
		4.3.2 Vergleich der Berechnungen mit verschiedenen Substratma- terialien	42
5	Zus	ammenfassung	45
		-	
Li	terat	urverzeichnis	47
Ar	nhan	g	49

Nomenklatur

[Nomenklatur]

$^{t+\Delta t}$ ()	Zeitinkrement
() (i)	Iterationsschritt
() ^k	Index für Kontaktknoten
() ^{<i>K</i>}	Index für Einzelkraft und Verschiebung
() ^(M)	Index für Einzelelement
() ^T	Transponierte von ()
$\mathbf{a}^T \mathbf{b}$	Skalarprodukt zweier Vektoren
$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_{ij} B_{ij}$	Skalarprodukt zweier Tensoren
$A = \sqrt{\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}}$	Mises-Norm eines Tensors \mathbf{A}
n	Anzahl der Freiheitsgrade =Dimension · Anzahl der Knoten
n_k	Anzahl der Gleichungen für die Kontaktknoten (3 für jeden Knoten in Haftkontakt, 1 für Gleitkontakt)
П	Gesamtpotential eines Körpers

E Linearisierter Green'scher Verzerrungstensor $[3 \times 3]$

Verzerrungsvektor $[6\times1]$

- T Cauchyscher Spannungstensor
- C Spannungs-Verzerrungs-Matrix $[6 \times 6]$

 $\boldsymbol{\epsilon}$

С	Linearisierter isotroper Elastizitätstensor vierter Stufe $[3 \times 3 \times 3 \times 3]$
I	Einheitstensor vierter Stufe $[3 \times 3 \times 3 \times 3]$
μ,λ	Lameesche Elastizitätkonstanten $\left(\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}, \lambda = \frac{2\mu\nu}{1-2\nu}\right)$
u	Verschiebungsvektor $[3 \times 1]$
$\hat{\mathbf{U}}$	Verschiebungsvektor $[n \times 1]$
f	Vektor für Volumen- und Oberflächenkräfte $[3\times 1]$
\mathbf{F}^{K}	Vektor für Einzelkräfte $[3 \times 1]$
F	Gesamteinzelkraftvektor $[n \times 1]$
$\mathbf{H}^{(M)}$	Verschiebungs interpolations matrix eines Elementes $M~[3\times n]$
$\mathbf{B}^{(M)}$	Verzerrungs-Verschiebungs-Matrix eines Elementes M [6 × n]

X,Y,Z	Globales Koordinatensystem
$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$	Einheitsvektoren des globalen Koordinatensystems
x,y,z	Lokales Koordinatensystem der Elemente
r,s	Lokales Koordinatensystem auf dem Oberflächensegment
$\mathbf{n}_{r},\mathbf{n}_{s}$	Einheitsvektoren des lokalen Koordinatensystems auf dem Oberflächensegment
d_j	Länge des Oberflächensegmentes j

β	Parameter zur Beschreibung der Lage des Kontaktknotens auf dem Oberflächensegment
\mathbf{x}_i	Ortsvektor zum Knoten i in der Momentankonfiguration. $[3 \times 1]$
λ^k	Kontaktkraftvektor für Einzelknoten k [3 × 1]
Â	Gesamtkraftvektor für Kontaktknoten $[n_k \times 1]$
\mathbf{Q}^k	Kontakt-Matrix für Kontaktknoten k $[5n_k\times 3]$
Q	Gesamt-Kontakt-Matrix $[n \times n_k]$
\mathbf{R}_{C}	Kontaktkräftevektor $[5n_k \times 1]$
R	Vektor für die Anfangskräfte $[n \times 1]$
Δ	Überlappungsvektor $[n_k imes 1]$

E	Elastizitätsmodul
ν	Querkontraktionszahl
lpha	Wärmeausdehnungskoeffizient

Kapitel 1

Einleitung und Aufgabenstellung

Im Bereich der Mikrosystemtechnik, die sich mit der Entwicklung von Mikrosystemen für die Meß- und Regeltechnik, Kommunikationstechnik , Medizintechnik und der chemischen Analyse beschäftigt [2], ist die Herstellung von Mikrostrukturen von größter Relevanz. Mikrostrukturen werden zum Beispiel für Sensoren und Aktuatoren, die zusammen mit einem Mikroprozessor und entsprechenden Schnittstellen ein vollständiges Mikrosystem bilden, benötigt. Das am Kernforschungszentrum Karlsruhe entwickelte LIGA-Verfahren [1] ermöglicht eine Herstellung von Mikrostrukturen, deren Strukturhöhe bei einer lateralen Abmessung von wenigen μ m mehrere 100 μ m beträgt [4]. Die Abkürzung LIGA steht für Lithographie, Galvanoformung und Abformtechnik, wodurch die drei Prozeßstufen dieses Verfahrens dargestellt werden.

Um eine wirtschaftliche Produktion der Mikrosysteme zu erreichen, müssen die Mikrostrukturen kostengünstig und in reproduzierbar guter Qualität herstellbar sein [10]. Einer solchen Anforderung wird die Massenfertigung durch Prägen der Strukturen gerecht. Das Prägen stellt eine der möglichen Abformtechniken nach dem LIGA-Verfahren dar. Hiermit werden Kunststoffstrukturen erzeugt, die dem fertigen Bauteil entsprechen können oder als Form für eine Metallstruktur Verwendung finden. Eine Verarbeitung zu keramischen Bauteilen ist ebenfalls möglich.

Weitere Vorteile des Prägevorgangs liegen in der Abformung von Mikrostrukturen auf prozessierten Wafern und in der Herstellung mehrstufiger Werkzeuge.

Eine Zusammenstellung der einzelnen Prozeßschritte ist in Abbildung 1.1 dargestellt.

Im ersten Prozeßschritt wird ein Strukturbild durch Synchrotronstrahlung auf einen Resist (strahlungsempfindliches Polymer) übertragen, der auf einem metallischen Substrat aufgebracht ist. Mit geeigneten Lösungsmitteln werden die bestrahlten Bereiche herausgelöst. Die so entstandene Primärstruktur wird mittels galvanischer Metallabscheidung aufgefüllt. Nach dem Herauslösen der Primärstruktur bleibt die metallische Sekundärstruktur zurück. Diese Sekundärstruktur kann nun



Abbildung 1.1: Prozeßschritte des LIGA-Verfahrens

als Formeinsatz für die Abformung verwendet werden. Hierzu wird ein thermoplastischer Polymerwerkstoff bis zum fluidischen Zustand erwärmt. Anschließend erfolgt unter hohem Druck das Befüllen des Formeinsatzes. Nach der Abkühlung wird die Struktur entformt.

Ziel dieser Arbeit ist es, die während des Abformvorgangs auftretenden Spannungen und Verzerrungen zu berechnen. Durch Kenntnis derselben ist es möglich, die Versagensmechanismen bei der Abformung zu klären. Hierzu gehört zum Beispiel der genaue Zeitpunkt und der Ort, an dem ein Versagen auftritt.

Weiterhin soll durch rechnerische Simulation der Einfluß von Parametern wie Geometrie und Material auf den Abformprozeß untersucht werden. Hierdurch ist es möglich, mit geringem Zeitaufwand die einzelnen Prozeßschritte der Abformung zu analysieren.

Kapitel 2

Theorie

Zur Simulation des Abformvorgangs müssen das Werkzeug und die Polymerstruktur als zwei voneinander unabhängige Körper modelliert werden. Um zu gewährleisten, daß sich die Oberflächen nicht durchdringen, muß eine Kontaktbedingung definiert werden.

Bei der Berechnung von Kontaktproblemen mit Finite-Elemente-Programmen werden in der Regel drei Fälle unterschieden:

- (a) Kontakt zwischen zwei deformierbaren Körpern unter der Voraussetzung, daß nur eine sehr geringe Gleitung zwischen den Körpern zulässig ist. Zur Berechnung solcher Probleme werden auf den Oberflächen der Körper Interelemente¹ definiert. Durch eine Zuordnung der Interelemente wird jeder Oberflächenknoten des einen Körpers mit einem Oberflächenknoten des anderen Körpers gekoppelt. Diese Zuordnung wird während der gesamten Berechnung beibehalten.
- (b) Kontakt zwischen einem deformierbaren und einem starren Körper, wobei große Gleitungen der Oberflächen zugelassen werden. Zur Berechnung dieses Kontaktproblems werden auf der einen Kontaktfläche Interelemente definiert, die andere Kontaktfläche wird als Rigid-Surface gestaltet. Die Rigid-Surface stellt einen fiktiven Körper dar, da diese nur aus einer Oberfläche besteht und keine Materialzuweisung erhält. Somit ist auch keine Deformation des Körpers möglich. Ein Kontakt wird bei der Berechnung derart realisiert, daß die Knoten der Interelemente die Rigid-Surface nicht durchdringen dürfen.

Die Randbedingungen und Belastungen der Rigid-Surface werden über einen Referenzpunkt angegeben.

(c) Der allgemeinste Fall ist ein Kontakt zwischen zwei deformierbaren Körpern, für die große Gleitungen ihrer Oberflächen zugelassen werden.

¹Nomenklatur wie in FE-Programm ABAQUS

Auch hier wird die Oberfläche des einen Körpers aus Interelementen gebildet. Die Oberfläche des anderen Körpers besteht aus Einzelsegmenten (Slide-Lines), die zwischen den Oberflächenknoten interpoliert werden. Bei der Berechnung dürfen die Knoten der Interelemente diese Segmente nicht durchdringen. Ein Kontakt besteht, wenn diese Knoten auf den Segmenten plaziert sind.

In allen drei Fällen kann es zu wiederholtem Kontakt und Trennung zwischen den Körpern kommen. Die Berechnung ist mit oder ohne Berücksichtigung der Reibung möglich. Werden die Reibungskräfte berücksichtigt, so findet eine Unterscheidung in Haften und Gleiten der Oberflächen statt.

In diesem Kapitel wird zuerst die Implementierung des Kontaktproblems in die FE-Berechnung aufgezeigt. Hierzu werden die Gleichgewichtsbedingungen in allgemeiner Form formuliert. Anschließend werden die Terme in den Gleichgewichtsbedingungen erläutert, die sich aus dem Kontakt der Körper ergeben. Dies erfolgt anhand eines Kontaktelementes. Dieses Kontaktelement setzt sich aus einem Interelement und einem Oberflächensegment zusammen. Die Formulierung wird somit für den Fall (c) durchgeführt.

Die Grundlagen der FEM sind aus [6] entnommen. Eine Erweiterung auf Kontaktprobleme erfolgte mit [7] und [8].

2.1 Formulierung der Gleichgewichtsbedingungen für FE-Berechnungen mit Kontaktelementen

Den theoretischen Betrachtungen liegen folgende Annahmen zugrunde:

- beliebig geformter Körper
- kleine Deformationen
- linear-elastisches Materialverhalten
- statisch (keine Trägheitskräfte)
- als äußere Lasten wirken Volumenkräfte, Oberflächenkräfte und Einzelkräfte (hierzu zählen auch die Kontaktkräfte)

Ausgehend von einem linear-elastischen Kontinuum ergibt sich für das Gesamtpotential Π folgende Gleichung:

$$\Pi(\mathbf{u},\boldsymbol{\lambda}) = \frac{1}{2} \int_{V} \boldsymbol{\epsilon}^{T} \mathbf{C} \boldsymbol{\epsilon} dV - \int_{V} \mathbf{u}^{T} \mathbf{f}^{B} dV - \int_{S} \mathbf{u}^{S^{T}} \mathbf{f}^{S} dS - \sum_{K} \mathbf{u}^{K^{T}} \mathbf{F}^{K} + \sum_{k} \boldsymbol{\lambda}^{k^{T}} (\mathbf{Q}^{k^{T}} \mathbf{u}^{k} - \boldsymbol{\Delta}^{k}), \qquad (2.1)$$

mit

ε	Vektorielle Darstellung des linearisierten Verzerrungs-Tensors $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} + \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \right].$
С	Spannungs-Verzerrungs-Matrix des linear elastischen Materials.
u	Verschiebungsvektor
f	Vektor der Volumen- und Oberflächenkräfte.
\mathbf{F}^{K}	Vektor der Einzelkräfte.
λ^k	Kontaktkraftvektor für Kontaktknoten k (siehe Kapitel 2.2).
\mathbf{Q}^k	Kontakt-Matrix für Kontaktknoten k (siehe Kapitel 2.2).
Δ	Überlappung für Einzelknoten k (siehe Kapitel 2.2).
V	Volumen
S	Oberfläche
$()^{K}$	Index für Einzelkraft und Verschiebung.
$()^k$	Index für Kontaktknoten

Mit dem 'Prinzip vom Minimum der potentiellen Energie' [6] lassen sich aus dem Gesamtpotential Π die Gleichgewichtbedingungen formulieren. Das Prinzip vom

2.1. GLEICHGEWICHTSBEDINGUNGEN

Minimum der potentiellen Energie besagt:

Ist für einen Körper das Potential Π minimal, so sind in jedem Punkt des Körpers die Gleichgewichtsbedingungen erfüllt.

Diese Aussage läßt sich formal auf folgende Weise ausdrücken:

$$\delta \Pi = 0, \tag{2.2}$$

wobei $\delta \Pi$ die erste Variation des Gesamtpotentials Π ist.

In dem Potential Π ist das totale Potential der Kontaktkräfte enthalten, um eine geometrische Kompatibilität entlang der Oberflächen zu gewährleisten.

Die Integration der zusätzlichen Zwangsbedingungen infolge des Kontaktes wird mit der Methode der Lagrangeschen Multiplikatoren erreicht. Als Lagrangescher Multiplikator wird der Kontaktkraftvektor λ eingeführt, bezüglich dem ebenfalls variiert werden muß.

Die drei Integrale auf der rechten Seite von Gleichung (2.1) ergeben sich aus der elastisch gespeicherten Energie des Körpers sowie durch die von Volumenkräften und Oberflächenkräften aufgebrachte Arbeit. Der vierte Term resultiert aus den Einzelkräften, welche am Körper angreifen.

Die Kontaktkräfte, die im letzten Term enthalten sind, werden wie Einzelkräfte behandelt. Hierzu wird aus den Kontakteinzelkräften mit deren Verschiebungen die virtuelle Arbeit berechnet, die dann als potentielle Energie in das Gesamtpotential II eingebracht wird (siehe Kapitel 2.2).

Die Variation $\delta \Pi$ des Gesamtpotentials Π nach u und λ wird mit folgender Gleichung berechnet:

$$\delta \Pi(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) = \frac{d}{d\alpha} \left[\Pi(\mathbf{u} + \alpha \delta \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda} + \alpha \delta \boldsymbol{\lambda}) \right]_{\alpha=0}^{l}.$$
(2.3)

Daraus folgt unter Berücksichtigung der Symmetrie von C (siehe Anhang):

$$\delta \Pi = \int_{V} \delta \epsilon^{T} C \epsilon dV - \int_{V} \delta \mathbf{u}^{T} \mathbf{f}^{B} dV - \int_{S} \delta \mathbf{u}^{S^{T}} \mathbf{f}^{S} dS - \sum_{K} \delta \mathbf{u}^{K^{T}} \mathbf{F}^{K} + \sum_{k} \left[\delta \lambda^{k} (\mathbf{Q}^{k^{T}} \mathbf{u}^{k} - \boldsymbol{\Delta}^{k}) + \lambda^{k^{T}} \mathbf{Q}^{k^{T}} \delta \mathbf{u}^{k} \right].$$
(2.4)

Für den Übergang von einem kontinuierlichen Körper auf eine Struktur mit diskreten finiten Elementen erhält man:

$$\delta \Pi = \sum_{M} \int_{V(M)} \delta \epsilon^{(M)^{T}} \mathbf{C} \epsilon^{(M)} dV^{(M)} - \sum_{M} \int_{V(M)} \delta \mathbf{u}^{B(M)^{T}} \mathbf{f}^{B(M)} dV^{(M)}$$
$$- \sum_{M} \int_{S(M)} \delta \mathbf{u}^{S(M)^{T}} \mathbf{f}^{S(M)} dS^{(M)} - \sum_{K} \delta \mathbf{u}^{K^{T}} \mathbf{F}^{K}$$
$$+ \sum_{k} \left[\delta \lambda^{k} (\mathbf{Q}^{k^{T}} \mathbf{u}^{k} - \boldsymbol{\Delta}^{k}) + \lambda^{k^{T}} \mathbf{Q}^{k^{T}} \delta \mathbf{u}^{k} \right].$$
(2.5)

Die einzelnen Elemente M werden über Knoten miteinander verbunden. Mit den Verschiebungen $\hat{\mathbf{U}}$ dieser Knoten kann ein Zusammenhang zu den Elementverschiebungen $\mathbf{u}^{(M)}$ erstellt werden. Der Vektor $\mathbf{u}^{(M)}$ beschreibt die Verschiebungen innerhalb der Elemente M in Abhängigkeit von den lokalen Koordinaten x,v und z.

Für das M-te Element gilt:

$$\mathbf{u}^{(M)}(x,y,z) = \mathbf{H}^{(M)}(x,y,z)\mathbf{\hat{U}}.$$
(2.6)

 $\mathbf{H}^{(M)}$ ist die Verschiebungsinterpolationsmatrix, die auf den Verschiebungsvektor $\hat{\mathbf{U}}$ angewandt wird. In $\hat{\mathbf{U}}$ sind die Verschiebungen aller Elementknoten enthalten. Somit ergibt sich für den Vektor $\hat{\mathbf{U}}$ die Dimension $[a \times 1]$ mit a=D·N. Die Variable D entspricht der Dimension der Elemente und N kennzeichnet die Anzahl der Knoten.

Die Interpolationsmatrix $\mathbf{H}^{(M)}$ beinhaltet die Formfunktionen zur Beschreibung der Verschiebungen $\mathbf{u}^{(M)}$ des Elementes M. $\mathbf{H}^{(M)}$ ist überall dort Null, wo Operationen beschrieben werden die sich nicht auf einen Knoten des Elementes M beziehen. Für die Variation von $\mathbf{u}^{(M)}$ ergibt sich:

$$\delta \mathbf{u}^{(M)}(x, y, z) = \mathbf{H}^{(M)}(x, y, z) \delta \mathbf{\hat{U}}.$$
(2.7)

Die Verzerrungen $\epsilon^{(M)}$ im Inneren des Elementes M hängen nur von den Verschiebungen der Knoten dieses Elementes ab. Diese Verzerrungen können mit der Verschiebungsannahme (2.6) ermittelt werden:

$$\epsilon^{(M)}(x,y,z) = \mathbf{B}^{(M)}(x,y,z)\mathbf{\hat{U}}.$$
(2.8)

 $\mathbf{B}^{(M)}$ ist die Verzerrungs-Verschiebungs-Matrix. Für die Variation von $\epsilon^{(M)}$ ergibt sich:

$$\delta \epsilon^{(M)}(x, y, z) = \mathbf{B}^{(M)}(x, y, z) \delta \mathbf{\hat{U}}.$$
(2.9)

Durch Einsetzen in Gleichung (2.5) folgt:

$$\delta \Pi = \sum_{M} \int_{V^{(M)}} \delta \hat{\mathbf{U}}^{T} \mathbf{B}^{(M)^{T}} \mathbf{C}^{(M)} \mathbf{B}^{(M)} \hat{\mathbf{U}} dV^{(M)} - \sum_{M} \int_{V^{(M)}} \delta \hat{\mathbf{U}}^{T} \mathbf{H}^{B(M)^{T}} \mathbf{f}^{B(M)} dV^{(M)} - \sum_{M} \int_{S^{(M)}} \delta \hat{\mathbf{U}}^{T} \mathbf{H}^{S(M)^{T}} \mathbf{f}^{s(M)} dS^{(M)} - \hat{\mathbf{U}} \mathbf{F} + \delta \hat{\boldsymbol{\lambda}}^{T} (\mathbf{Q}^{T} \hat{\mathbf{U}} - \boldsymbol{\Delta}^{k}) + \delta \hat{\mathbf{U}}^{T} \boldsymbol{Q} \hat{\boldsymbol{\lambda}}.$$
(2.10)

Einsetzen von (2.10) in (2.2) liefert nach einigen Umrechnungen:

$$\delta \hat{\mathbf{U}}^{T} \left[\sum_{M} \int_{V^{(M)}} \mathbf{B}^{(M)^{T}} \mathbf{C}^{(M)} \mathbf{B}^{(M)} dV^{(M)} \right] \hat{\mathbf{U}} = \delta \hat{\mathbf{U}}^{T} \left[\sum_{M} \int_{V^{(M)}} \mathbf{H}^{B(M)^{T}} \mathbf{f}^{B(M)} dV^{(M)} + \sum_{M} \int_{S^{(M)}} \mathbf{H}^{S(M)^{T}} \mathbf{f}^{S(M)} dS^{(M)} - \mathbf{Q} \hat{\boldsymbol{\lambda}} + \mathbf{F} \right] - \delta \hat{\boldsymbol{\lambda}}^{T} \left[\mathbf{Q}^{T} \hat{\mathbf{U}} - \boldsymbol{\Delta}^{k} \right], \qquad (2.11)$$

 mit

- **F** Gesamteinzelkraftvektor
- $\hat{\lambda}$ Gesamtkontaktkraftvektor (siehe Kapitel 2.2)
- **Q** Gesamtkontaktkraftmatrix (siehe Kapitel 2.2)
- Δ Gesamtüberlappungsvektor (siehe Kapitel 2.2)

Durch die Wahl von virtuellen Einheitsverschiebungen für $\delta \! \hat{\mathbf{U}}$ und virtuellen Einheitskräften für $\delta \! \hat{\lambda}$

$$\delta \hat{\mathbf{U}} = \mathbf{I} \quad , \quad \delta \hat{\boldsymbol{\lambda}} = \mathbf{I}$$

ergeben sich die auf die Knotenpunktverschiebungen bezogenen Gleichgewichtsbedingungen der Elemente-Gruppierung:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{Q} \\ \mathbf{Q}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}} \\ \hat{\boldsymbol{\lambda}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{R}_c \\ \boldsymbol{\Delta} \end{bmatrix}$$
(2.12)

 mit

$$\mathbf{K} = \sum_{M} \int_{V(M)} \mathbf{B}^{(M)^{T}} \mathbf{C}^{(M)} \mathbf{B}^{(M)} dV^{(M)}$$
$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{B} + \mathbf{R}_{S} = \sum_{M} \int_{V(M)} \mathbf{H}^{B(M)^{T}} \mathbf{f}^{B(M)} dV^{(M)} + \sum_{M} \int_{S(M)} \mathbf{H}^{S(M)^{T}} \mathbf{f}^{S(M)} dS^{(M)}$$
$$\mathbf{R}_{C} = -\mathbf{Q} \hat{\boldsymbol{\lambda}}^{T}$$

Zur Lösung der Gleichgewichtsbedingungen, die als nichtlineares Gleichungssystem vorliegen, wird das Gleichungssystem in eine geeignete Form überführt. Hierbei soll ausgehend von der Lösung zum Zeitinkrement t eine Lösung für das Zeitinkrement $t + \Delta t$ durch Iteration berechnet werden. Dies kann zum Beispiel mit dem Newton-Raphson-Verfahren erfolgen.

Es ergibt sich somit folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} t+\Delta t \mathbf{K}^{(i-1)} & t+\Delta t \mathbf{Q}^{(i-1)} \\ t+\Delta t \mathbf{Q}^{(i-1)^T} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{U}}^{(i)} \\ \Delta \hat{\boldsymbol{\lambda}}^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t+\Delta t \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} t+\Delta t \mathbf{F}^{(i-1)} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t+\Delta t \mathbf{R}_c^{(i-1)} \\ t+\Delta t \underline{\boldsymbol{\Delta}}^{(i-1)} \end{bmatrix}$$
(2.13)

 mit

- $\Delta \hat{\mathbf{U}}^{(i)}$ Vektor zur Beschreibung der Knotenpunktverschiebungen in der i-ten Iteration. = $\hat{\mathbf{U}}^{(i)} - \hat{\mathbf{U}}^{(i-1)}$
- $\Delta \hat{\lambda}^{(i)}$ Vektor zur Beschreibung der Kontaktknotenkräfte in der i-ten Iteration. = $\hat{\lambda}^{(i)} - \hat{\lambda}^{(i-1)}$ (siehe Kapitel 2.2)
- $\overset{t+\Delta t}{\overset{t+\Delta t}{\mathbf{R}}} \mathbf{R}^{(i-1)}$ Vektor der zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ aufgebrachten Kräfte. Vektor der auf die Oberflächenknoten wirkenden Kontaktkräfte nach der (i-1)-ten Iteration (siehe Kapitel 2.2).
- $^{t+\Delta t}\Delta^{(i-1)} = \ddot{U}$ berlappung der Kontaktknoten nach der (i-1)-ten Iteration (siehe Kapitel 2.2).

14

2.1. GLEICHGEWICHTSBEDINGUNGEN

- $^{t+\Delta t}\mathbf{K}^{(i-1)}$ = Steifigkeitsmatrix der Elemente.
- $^{t+\Delta t}\mathbf{Q}^{(i-1)}$ = Kontakt-Matrix (siehe Kapitel 2.2).
- $^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)} = \text{Kräfte, die sich aus der Spannungsverteilung nach der (i-1)-ten Iteration ergeben.}$

2.2 Diskussion des Beitrags infolge des Kontaktes zum Potential Π

Zugrunde liegende Annahmen:

- beliebig geformte, 2-dimensionale Körper oder axialsymmetrische Körper
- deformierbare Körper
- 4-Knoten-Elemente
- große Gleitungen in der Kontaktzone

2.2.1 Virtuelle Arbeit für haftende Oberflächen

Als grundlegende Annahme entlang der Kontaktfläche soll gelten, daß keine Überlappung der Materialien erfolgen darf. Mit dieser Annahme werden dann die Kontaktkräfte hergeleitet, die auf beide Körper einwirken. Als Komponenten in Normalenrichtung zur Oberfläche sind nur Druckkräfte möglich. Treten in Kontaktbereichen Zugkräfte auf, so wird in diesen Bereichen der Kontakt gelöst. Die Größe der Tangentialkräfte bestimmt, ob in dem entsprechenden Kontaktbereich ein Haften der Oberflächen oder ein Gleiten vorliegt.

In Abbildung 2.1 ist eine Kontaktzone zwischen zwei Körpern dargestellt. Die Oberfläche vom Körper (1) setzt sich aus Interelementen zusammen, die Oberfläche vom Körper (2) ist als Slide-Line definiert. Die einzelnen Oberflächensegmente der Slide-Line werden durch eine lineare Interpolation zwischen den Oberflächenknoten gebildet. Damit ergibt sich eine aus Knoten bestehende und eine aus Liniensegmenten zusammengesetzte Oberfläche.

Ein Kontakt der Oberflächen ist dann erreicht, wenn die Knoten der Interelemente auf den Liniensegmenten plaziert sind und sich die Körper im Gleichgewicht befinden. Hierbei dürfen die Knoten der Slide-Line in den Gegenkörper eindringen oder auch außerhalb von diesem liegen.

Es gibt zwei Fälle in denen ein Knoten k eines Interelementes mit der Slide-Line in Haftkontakt kommen kann:

 Der Knoten k befindet sich nach der Iteration (i-2) außerhalb des Gegenkörpers. Während der Iteration (i-1) durchdringt er die Oberfläche des anderen Körpers. In der (i)ten Iteration erfolgt eine Anpassung der Kontaktkraft bei gleichzeitiger Aufhebung der Durchdringung, wodurch der Knoten k auf der Slide-Line plaziert wird.



Abbildung 2.1: Kontaktzone mit Darstellung der Elemente.

2. Der Knoten k wechselt vom Zustand des Gleitkontaktes zum Haftkontakt über.

In Bild 2.2 ist der Fall (1) nach dem Iterationsschritt (i-1) dargestellt. Anhand der Skizze lassen sich folgende Größen formal beschreiben:

Überlappung vom Knoten k:

$$\Delta^{k^{(i-1)}} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{x}_k^{(i-1)} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{x}_C^{(i-1)}$$
(2.14)

Länge des Oberflächensegments j:

$$d_{j}^{(i-1)} = \mathbf{n}_{r}^{T} \begin{bmatrix} t + \Delta t \\ \mathbf{x}_{B}^{(i-1)} - t + \Delta t \\ \mathbf{x}_{A}^{(i-1)} \end{bmatrix}$$
(2.15)



Abbildung 2.2: Geometrie eines Kontaktelementes zu Beginn des (i)ten Iterationsschrittes.

.

-

Parameter β zur Bestimmung der Lage des Kontaktpunktes C
 auf dem Oberflächensegment j:

$$\begin{array}{rcl} & \overset{t+\Delta t}{\mathbf{x}_{C}^{(i-1)}} & = & \overset{t+\Delta t}{\mathbf{x}_{A}^{(i-1)}} + \beta^{(i-1)} d_{j}^{(i-1)} \mathbf{n}_{r} \\ \Rightarrow & & \beta^{(i-1)} d_{j}^{(i-1)} \mathbf{n}_{r} & = & \overset{t+\Delta t}{\mathbf{x}_{C}^{(i-1)}} - & \overset{t+\Delta t}{\mathbf{x}_{A}^{(i-1)}} \end{array}$$

mit(2.14) folgt

$$\beta^{(i-1)} d_j^{(i-1)} \mathbf{n}_r = \begin{bmatrix} t + \Delta t \\ k \end{bmatrix} \mathbf{x}_k^{(i-1)} - \Delta^{k^{(i-1)}} - t + \Delta t \\ \mathbf{x}_A^{(i-1)} \end{bmatrix}.$$

Multiplikation mit \mathbf{n}_r^T und Division durch die Segmentlänge $d_j^{(i-1)}$ liefert:

$$\beta^{(i-1)} = \frac{\mathbf{n}_{\tau}^{T}}{d_{j}^{(i-1)}} \left[{}^{t+\Delta t} \mathbf{x}_{k}^{(i-1)} - \boldsymbol{\Delta}^{k^{(i-1)}} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{x}_{A}^{(i-1)} \right]$$

mit $\bar{\mathbf{n}}_r = \frac{\mathbf{n}_r}{d_j^{(i-1)}}$ folgt

$$\beta^{(i-1)} = \bar{\mathbf{n}}_{\tau}^{T} \begin{bmatrix} t + \Delta t \\ k \end{bmatrix} - \Delta^{k^{(i-1)}} - \begin{bmatrix} t + \Delta t \\ k \end{bmatrix}$$
(2.16)

Für die Kontaktkraft bei der Iteration (i-1) am Knoten k gilt:

$${}^{t+\Delta t}\boldsymbol{\lambda}_{k}^{(i-1)} = {}^{t+\Delta t}\boldsymbol{\lambda}_{kx}^{(i-1)} \mathbf{i} + {}^{t+\Delta t}\boldsymbol{\lambda}_{ky}^{(i-1)} \mathbf{j}.$$
(2.17)

Zur Kontaktkraft ${}^{t+\Delta t}\lambda_k^{(i-1)}$ wirkend am Knoten k des Körpers (1) werden die Knotenkräfte ${}^{t+\Delta t}\lambda_A^{(i-1)}$ und ${}^{t+\Delta t}\lambda_B^{(i-1)}$ im Körper (2) zugeordnet, so daß das Momentengleichgewicht in folgender Weise erfüllt ist (siehe Bild 2.3):

$${}^{t+\Delta t}\lambda_{A}^{(i-1)} = -(1-\beta^{(i-1)}) {}^{t+\Delta t}\lambda_{k}^{(i-1)}$$
(2.18)

$${}^{t+\Delta t}\lambda_{B}^{(i-1)} = -\beta^{(i-1)} {}^{t+\Delta t}\lambda_{k}^{(i-1)}$$
(2.19)

In der Iteration (i) werden die Verschiebungsinkremente $\Delta \mathbf{u}_{k}^{(i)}, \Delta \mathbf{u}_{A}^{(i)}$ und $\Delta \mathbf{u}_{B}^{(i)}$ aufgebracht. Durch diese Verschiebungen reduziert sich die Überlappung $\Delta^{k^{(i-1)}}$ auf den Wert Null, so daß der Knoten k auf dem Kontaktpunkt C plaziert wird. Der Parameter $\beta^{(i-1)}$ ist hierbei konstant ($\beta^{(i)} = \beta^{(i-1)}$), da sich die Lage des Knotens k auf dem Segment j nicht ändert (Haftkontakt).



Abbildung 2.3: Kontaktkräfte am freigeschnittenen Oberflächensegment.

Somit ergibt sich für das Potential W_k der Kontaktkräfte:

$$W_{k} = {}^{t+\Delta t} \lambda_{k}^{(i)^{T}} \left(\Delta \mathbf{u}_{k}^{(i)} + \Delta^{(i-1)} \right) + {}^{t+\Delta t} \lambda_{A}^{(i)^{T}} \Delta \mathbf{u}_{A}^{(i)} + {}^{t+\Delta t} \lambda_{B}^{(i)^{T}} \Delta \mathbf{u}_{B}^{(i)}, \qquad (2.20)$$

 mit

$${}^{t+\Delta t}\lambda_k^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\lambda_k^{(i-1)} + \Delta\lambda_k^{(i)}.$$
(2.21)

Durch Einsetzen von Gleichung (2.14), (2.18), (2.19) in (2.20) erhält man

$$W_{k} = \frac{t + \Delta t}{k} \lambda_{k}^{(i-1)^{T}} \left[(\Delta \mathbf{u}_{k}^{(i)} + \Delta^{k^{(i-1)}}) - (1 - \beta^{(i-1)}) \Delta \mathbf{u}_{A}^{(i)} - \beta^{(i-1)} \Delta \mathbf{u}_{B}^{(i)} \right] \\ + \Delta \lambda_{k}^{(i)^{T}} \left[(\Delta \mathbf{u}_{k}^{(i)} + \Delta^{k^{(i-1)}}) - (1 - \beta^{(i-1)}) \Delta \mathbf{u}_{A}^{(i)} - \beta^{(i-1)} \Delta \mathbf{u}_{B}^{(i)} \right].$$
(2.22)

Aus dieser Gleichung läßt sich die Kontakt-Matrix \mathbf{Q}^k ausklammern, wobei die Verschiebungen der Knoten k, A und B im Kontaktverschiebungsvektor $\Delta \mathbf{u}^{k^{(i)}}$ zusammengefaßt sind. Zusätzlich werden beide Seiten noch mit -1 multipliziert, da

die virtuelle Arbeit der Kontaktelemente als $-\sum_k W_k$ in das Funktional II eingebracht wird. Es ergibt sich somit folgende Gleichung:

$$-W_{k} = \left({}^{t+\Delta t}\boldsymbol{\lambda}_{k}^{(i-1)^{T}} + \Delta \boldsymbol{\lambda}_{k}^{(i)^{T}}\right) \left[\mathbf{Q}^{k^{(i-1)^{T}}} \Delta \mathbf{u}^{k^{(i)}} - \boldsymbol{\Delta}^{k^{(i-1)}}\right], \quad (2.23)$$

 mit

$$\mathbf{Q}^{k^{(i-1)}} = \begin{bmatrix} -1 & 0\\ 0 & -1\\ 1 - \beta^{(i-1)} & 0\\ 0 & 1 - \beta^{(i-1)}\\ \beta^{(i-1)} & 0\\ 0 & \beta^{(i-1)} \end{bmatrix}$$
(2.23*a*)

und

$$\Delta \mathbf{u}^{k^{(i)}} = \begin{bmatrix} \Delta u_{k_x}^{(i)} \\ \Delta u_{k_y}^{(i)} \\ \Delta u_{A_x}^{(i)} \\ \Delta u_{B_x}^{(i)} \\ \Delta u_{B_y}^{(i)} \end{bmatrix}. \quad (2.23b)$$

2.2.2 Virtuelle Arbeit für gleitende Oberflächen

Beim Gleitkontakt ist die Reibkraft während einer Iteration konstant. Eine Änderung der Kontaktkräfte erfolgt nur in Normalenrichtung zum jeweiligen Oberflächensegment. Formal ergibt sich für die Änderung der Kontaktkraft $\Delta \lambda_k^{(i)}$ in der i-ten Iteration:

$$\Delta \boldsymbol{\lambda}_{k}^{(i)} = -\Delta \boldsymbol{\lambda}_{S}^{(i)} \mathbf{n}_{S}. \tag{2.24}$$

Das Minuszeichen auf der rechten Seite von Gleichung (2.24) resultiert aus der Richtung des lokalen Einheitsvektors \mathbf{n}_S . Zusätzlich zu den Verschiebungen $\Delta \mathbf{u}_k, \Delta \mathbf{u}_A$ und $\Delta \mathbf{u}_B$ kommt bei Gleiten der Oberflächen eine Änderung des Parameters $\beta^{(i)}$ hinzu.

Ersetzt man $\beta^{(i-1)}$ in Gleichung (2.18) und (2.19) durch $\beta^{(i)}$ und setzt dies in Gleichung (2.20) ein, so folgt:

$$W_{k} = {}^{t+\Delta t} \lambda_{k}^{(i)^{T}} \left[\Delta \mathbf{u}_{k}^{(i)} + \boldsymbol{\Delta}_{k}^{k^{(i-1)}} - (1 - \beta^{(i)}) \Delta \mathbf{u}_{A}^{(i)} - \beta^{(i)} \Delta \mathbf{u}_{B}^{(i)} \right], \qquad (2.25)$$

wobei

$$\beta^{(i)} = \beta^{(i-1)} + \Delta \beta^{(i)} \tag{2.26}$$

ist. Nach [7] ergibt sich aus Gleichung (2.16) durch Linearisierung:

$$\Delta \beta^{(i)} = \bar{\mathbf{n}}_r^T \left[\Delta \mathbf{u}_k^{(i)} + \boldsymbol{\Delta}_k^{k^{(i-1)}} - (1 - \beta^{(i-1)}) \Delta \mathbf{u}_A^{(i)} - \beta^{(i-1)} \Delta \mathbf{u}_B^{(i)} \right].$$
(2.27)

Mit der Annahme, daß diese Änderungen $\Delta \beta^{(i)}$ vernachlässigbar klein sind [7], folgt durch Einsetzen von Gleichung (2.21) und (2.24) in Gleichung (2.25) die virtuelle Arbeit für Gleitkontakt:

$$W_{k} = {}^{t+\Delta t} \lambda_{k}^{(i-1)^{T}} \Big[(\Delta \mathbf{u}_{k}^{(i)} + \Delta^{k^{(i-1)}}) - (1 - \beta^{(i-1)}) \Delta \mathbf{u}_{A}^{(i)} - \beta^{(i-1)} \Delta \mathbf{u}_{B}^{(i)} \Big] + \Delta \lambda_{s}^{(i)} \mathbf{n}_{S} \Big[(\Delta \mathbf{u}_{k}^{(i)} + \Delta^{k^{(i-1)}}) - (1 - \beta^{(i-1)}) \Delta \mathbf{u}_{A}^{(i)} - \beta^{(i-1)} \Delta \mathbf{u}_{B}^{(i)} \Big] . (2.28)$$

Analog zu den haftenden Oberflächen läßt sich Gleichung (2.28) wie folgt umformen:

$$-W_{k} = \left({}^{t+\Delta t}\boldsymbol{\lambda}_{k}^{(i-1)^{T}} + \Delta \boldsymbol{\lambda}_{S}^{(i)^{T}} \bar{\mathbf{n}}_{S}\right) \left[\mathbf{Q}^{k^{(i-1)^{T}}} \Delta \mathbf{u}^{k^{(i)}} - \boldsymbol{\Delta}^{k^{(i-1)}}\right], \quad (2.29)$$

Wobei $\mathbf{Q}^{k^{(i-1)}}$ und $\Delta \mathbf{u}^k$ wie in (2.23a) und (2.23b) definiert sind.

Kapitel 3

Modellbildung

3.1 Geometrie

Die Form der Mikrostruktur, welche die hier durchgeführten FE-Berechnungen initierte, ist in Abbildung 3.1a) dargestellt. Es handelt sich hierbei um eine Platte¹ variabler Höhe h, auf der drei Ligasäulen im Abstand r von 1000μ m stehen. Der Durchmesser der Säulen beträgt 50μ m und deren Höhe 300μ m. Diese Mikrostruktur wird mit Hilfe eines Werkzeuges alleine oder in Verbindung mit einem Substrat abgeformt. Zwischen Substrat und Struktur wird ideale Haftung vorausgesetzt. Das Werkzeug besitzt eine zu dieser Struktur konträre Form.

Eine dreidimensionale Modellierung der Geometrie mit einem Finite-Elemente-Netz wäre sehr aufwendig und für Parameterstudien wegen der hohen Rechenzeiten ungünstig. Deshalb wurde eine vereinfachte Geometrie (siehe Bild 3.1b)) als Modell für die Berechnung benutzt. Der Vorteil liegt in der Rotationssymmetrie, die eine Diskretisierung mit wenigen Elementen erlaubt. Die Effekte, die im Verlauf des Abformvorgangs auftreten, können an diesem Modell mit wesentlich geringerem Aufwand studiert werden.

Durch die Axialsymmetrie stellt sich an dem so modellierten Körper ein ebener Deformationszustand ein ($\tau_{r\phi} = \tau_{z\phi} = 0$), wenn ein homogenes, isotropes Material zugrunde gelegt wird.

Die Diskretisierung des Problems ist in Abbildung 3.2 zu sehen. Die Höhe der Mittelsäule und des umlaufenden Steges beträgt 300μ m. Der Abstand r des Steges von der Säule hat eine zum Original analoge Abmessung von 1000μ m.

¹Die Platte entspricht der nach dem Abformforgang verbleibenden Polymerrestschicht und wird im folgenden als Restschicht bezeichnet



Abbildung 3.1: a) Mikrostruktur mit Substrat; b) Modell, welches für die Berechnung verwendet wurde.

3.1.1 FE-Netz

Aus Symmetriegründen war es ausreichend, nur die Hälfte der Querschnittsfläche als Netz zu generieren (siehe Abbildung 3.2). Der Aufbau und die Generierung des Netzes erfolgte nach einem Baukastensystem. Dadurch war eine einfache Anpassung an verschiedene Restschichthöhen möglich.

In Bereichen höherer Spannungsgradienten muß das Netz feiner diskretisiert werden. Dafür kam der Bereich zwischen Substrat und PMMA-Struktur sowie der Übergang vom Steg auf die Restschicht in Betracht. Die Ermittlung dieser Bereiche erfolgte über Testrechnungen. Für die PMMA-Struktur beträgt das Verhältnis der Kantenlänge vom größten zum kleinsten Element ca. 500 (siehe Abbildung 3.3).



Abbildung 3.2: Modell mit Teilbereich, der für die Netzgenerierung ausreicht.

3.1.2 Elemente

Die Berechnungen erfolgten mit dem Finite-Elemente-Programm ABAQUS. Für die PMMA-Struktur und das Substrat wurden zur y-Achse axialsymmetrische Elemente gewählt, welche in dem verwendeten Programm als 'CAX8-Elemente' bezeichnet werden. Es handelt sich hierbei um Elemente mit jeweils neun Integrationspunkten.

Das Werkzeug wurde als starrer, undeformierbarer Körper mittels einer Rigid-Surface modelliert. Dies erfolgte durch Eingabe der Werkzeuggeometrie bezüglich eines Referenzpunktes. Auf diesen Referenzpunkt wurden dann die Randbedingungen und Belastungen für das Werkzeug aufgebracht.

Die Kontaktfläche zwischen Werkzeug und PMMA-Struktur bilden Interelemente, welche auf der Oberfläche der PMMA-Struktur definiert wurden. Diese Kontaktelemente lassen in Verbindung mit der Rigid-Surface große Gleitungen der Kontaktflächen unter Berücksichtigung von Reibung zu.

3.1.3 Randbedingungen

Alle Knoten, die sich am unteren Rand der Struktur befinden, wurden in vertikale Richtung fixiert, wodurch die Auflage des Körpers definiert wird. In horizontale Richtung können diese Knoten ungehindert gleiten.

Die Symmetrieachse wird durch die Knoten am linken Rand gebildet, welche in



Abbildung 3.3: FE-Netz für die Berechnung. Die verbleibende Restschicht h beträgt bei diesem Modell 1000μ m. Auf die Darstellung des Substrats wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet.

radialer Richtung fixiert werden.

Das Werkzeug wurde über den Referenzpunkt der Rigid-Surface an einer Bewegung in x-Richtung gehindert. Weiterhin wurde durch Verringerung der Freiheitsgrade die Rotation des Werkzeuges in der x-y-Ebene eingeschränkt.



Abbildung 3.4: Randbedingungen des Werkzeuges und der Polymerstruktur mit Substrat. Das Werkzeug (Rigid-Surface) ist vertikal beweglich, das Substrat liegt reibungsfrei auf.

3.2 Materialeigenschaften

Parameter	Einheit	Werkstoff			
l		Nickel	PMMA	VA	Silizium
E	GPa	200	3	203	160
ν		0.3	0.35	0.3	0.22 2
α	$10^{-6}/K$	13.4	70	16	2.5

Tabelle 3.1: Materialdaten

Für die Berechnungen des Abformvorganges werden folgende Annahmen zugrunde gelegt:

- Homogene und isotrope Werkstoffe für Polymerstruktur und Substrat.
- Linear-elastisches Materialverhalten für kleine Deformationen. Dieses Materialverhalten wird durch das verallgemeinerte Hook'sche Gesetz zwischen dem Cauchy'schen Spannungstensor **T** und dem linearisierten Green'schen Verzerrungstensor **E** beschrieben.
- Das Nickel-Werkzeug, dessen Elastizitätsmodul um zwei Zehnerpotenzen über dem Elastizitätsmodul von PMMA liegt, wurde als starr angenommen.
- Um die thermische Dehnung des Werkzeuges bei der Abkühlung näherungsweise zu berücksichtigen, wird α_{PMMA} durch $\Delta \alpha$ mit $\Delta \alpha = \alpha_{PMMA} - \alpha_{Nickel}$ ersetzt.
- Reibungseinflüsse in der Kontaktfläche zwischen Werkzeug und PMMA-Struktur werden mit Hilfe des Coulomb'schen Reibungsgesetzes erfaßt, wobei der Reibungskoeffizient zu $\mu=0.45$ angenommen wurde.

3.3 Abformprozeß

Der Prägevorgang nach dem LIGA-Verfahren und die hierbei auftretenden Belastungen lassen sich wie folgt beschreiben:

²Wert aus [12] entnommen

3.3. ABFORMPROZESS

1. Prägen der Struktur bei einer Temperatur $T_P > 120^{\circ}C$. Das Prägen erfolgt mit einer Druckkraft von ca. 60kN. Mit den geometrischen Abmessungen des Werkzeuges (Breite=60mm, Tiefe=20mm) ergibt sich eine Flächenpressung von 49MPa zwischen Werkzeug und PMMA-Struktur. Während des Prägevorgangs, bei dem die Glasübergangstemperatur überschritten ist, befindet sich der Polymerwerkstoff im fluidischen Zustand.

Für die Berechnung wird von folgendem Anfangszustand ausgegangen: Das Werkzeug und die PMMA-Struktur befinden sich bei einer Temperatur von 120°C in Kontakt, wobei der Polymerwerkstoff als Feststoff mit linearelastischem Materialverhalten angesehen wird.

2. Abkühlen auf eine Entformtemperatur von 40°C bei Aufrechterhaltung einer Preßkraft. Es erfolgt ein Übergang von fluidischem Materialverhalten in ein visko-elastisches Materialverhalten des Polymerwerkstoffes. Infolge des unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten von Werkzeug, PMMA-Struktur und Substrat, treten bei der Abkühlung Spannungen auf.

Dieser Schritt wird in der Berechnung wie folgt modelliert:

Ausgehend von der Anfangstemperatur 120°C wird auf eine Temperatur von 40°C abgekühlt. Während der Abkühlung muß das Werkzeug mit einer geringen Belastung auf die PMMA-Struktur gepreßt werden, um einen ständigen Kontakt zu gewährleisten. Der Prägedruck beim Erstarren des Polymers kann als hydrostatischer (allseitig wirkender) Druck angesehen werden. Mit Annahme eines inkompressiblen Polymerwerkstoffes kann der hydrostatische Druck während des Abformvorgangs unberücksichtigt bleiben. Somit läßt sich ein Elementetyp ohne Hydrostatik-Anteil verwenden, wodurch geringere Rechenzeiten ermöglicht werden. Dabei muß beachtet werden, daß aufgebrachte Flächenpressungen klein gehalten werden müssen, da diese sonst zu Verformungen führen würden, die in der Realität nicht vorhanden sind.

3. Entformen der PMMA-Struktur.

Die Entformung der PMMA-Struktur in der Berechnung erfolgt durch Verschieben des Referenzpunktes der Rigid-Surface in positive y-Richtung.

Die zeitliche Abfolge des Gesamtprozesses ist in Bild 3.5 a)-c) dargestellt. Diagramm a) zeigt den Verlauf der Kraft am Referenzknoten der Rigid-Surface. Im ersten Zeitinkrement wird die Kraft auf einen Wert von fünf Newton gesteigert. Diese Kraft wird während des Abkühlvorgangs konstant gehalten, um einen ständigen Kontakt des Werkzeuges mit der Polymerstruktur zu gewährleisten. Nach dem Abkühlen wird die Struktur entformt, wobei eine Entformkraft am Werkzeug aufgebracht werden muß. Im gestrichelt dargestellten Bereich der Kraftkurve ist der Verlauf nicht genau bekannt. Ursache hierfür ist der Umschaltvorgang von Kraft- auf Verschiebungssteuerung, welcher nicht ohne Sprung in der Kraft-Kurve durchführbar ist. Infolge des geschwindigkeitsunabhängigen Materialgesetzes (unabhängig von Vorgeschichte) ist das Ergebnis für alle späteren Zeitpunkte korrekt beschrieben.

Im Diagramm b) ist der Verlauf der Temperatur über den Zeitschritten 0 bis 5 aufgetragen. Der vertikale Verschiebeweg des Werkzeuges ist im Diagramm c) dargestellt. Im Zeitschritt 2-3 wird das Werkzeug um 25μ m verschoben. Somit befindet sich die Unterseite des Werkzeuges am Ende des fein diskretisierten Bereiches (siehe Abbildung 3.3). In den folgenden Zeitinkrementen wird die Struktur dann vollständig entformt.



Abbildung 3.5: Prozeßschritte bei der Berechnung des Abformvorgangs im Verlauf der einzelnen Zeitinkremente t=0 bis 5.

Kapitel 4

Ergebnisse

Um eine kostengünstige Massenfertigung zu erreichen, soll mit einem Prägevorgang eine große Zahl von Strukturen hergestellt werden. Eine Vergrößerung des Werkzeuges kann jedoch zu Problemen führen.

3

Beim Abkühlen schwindet die gesamte Struktur in Richtung eines Flächenpunktes. Anordnung und Größe der einzelnen Strukturen bestimmen die Lage dieses Flächenpunktes. Mit zunehmendem Abstand der Strukturen von diesem Flächenpunkt nehmen die Verschiebungen infolge der Abkühlung in der Restschicht zu.

Während der Abkühlphase sind Werkzeug und Struktur jedoch formschlüssig miteinander verbunden. Aufgrund dieses Formschlusses ergibt sich eine Dehnungsbehinderung der Restschicht. Hieraus folgen hohe Spannungen am Übergang der Strukturen zur Restschicht, die mit der radialen Größe des Werkzeuges zunehmen und zu Versagen während der Abformung führen können.

Mit Verringerung dieser Spannungen könnte eine Zerstörung der Strukturen durch Abriß oder unzulässige plastische Deformationen verhindert werden. In diesem Kapitel wird der Einfluß verschiedener Parameter auf diese Spannungen erläutert.

Zur Beurteilung des gesamten Abformprozesses und der auftretenden Spannungen wurde zunächst eine Berechnung ohne Substrat durchgeführt. Als Maß für die Belastung des Werkstoffs wurde die Mises-Norm gewählt.

Bei einer genaueren Untersuchung des gefährdeten Bereiches ergab sich, daß eine $\xi^{-\omega}$ Singularität vorlag. Eine $\xi^{-\omega}$ Singularität zeichnet sich dadurch aus, daß bei doppelt logarithmischer Auftragung der Spannungen σ_{ij} über den Abstand ξ von der Singularität ein linearer Zusammenhang mit der Steigung $-\omega$ besteht. Hierbei ist ω die Ordnung der Spannungssingularität [13]. Eine quantitative Betrachtung der Spannungen in diesem Bereich ist somit nicht möglich, da diese gegen unendlich gehen.



Abbildung 4.1: Spannungsverlauf an der Singularitätenstelle, der am Übergang des Steges zur Restschicht auftritt (vgl. Abb. 3.3). Die Darstellungen zeigen eine lineare und eine logarithmische Auftragung des Spannungsverlaufes, sowie die betreffenden Knoten, an denen die Spannungen ermittelt wurden.

In der Nähe der Singularität tritt eine hohe Streuung auf. Der Grund hierfür ist die Diskretisierung des Netzes, die nicht beliebig fein sein kann. Dadurch wird der Spannungsanstieg in den letzten Elementen nicht korrekt wiedergegeben. Dies gilt für die ersten fünf bis sechs Knoten der Singularität. In Abbildung 4.1 ist die Streuung an der Abweichung vom linearen Verlauf ersichtlich. Für einen Vergleich der Spannungswerte aus verschiedenen Rechnungen wurde deshalb ein Knoten gewählt, welcher sich im linearen Bereich der doppelt logarithmisch aufgetragenen Spannungskurve befindet.

In Abbildung 4.2 ist exemplarisch ein zeitlicher Verlauf der Vergleichsspannung am Knoten k über den Abformprozeß aufgetragen. Man erkennt sehr deutlich das Maximum zu Beginn des Entformvorgangs (zweites Zeitinkrement). Weiterhin ist die schnelle Spannungsabnahme bei der Entformung ersichtlich. Nach einem Entformweg von 25μ m (drittes Zeitinkrement) ist die Vergleichsspannung auf 25 Prozent ihres Maximalwertes gesunken.

Der hohe Spannungsanstieg in der Nähe der Singularität resultiert aus dem vor-



Abbildung 4.2: Verlauf der Mises-Norm während des Abformvorgangs. Die Zuordnung der Zeitinkremente t zu den Berechnungsschritten ist im Diagramm 3.5 dargestellt.

gegebenen linear-elastischen Materialverhalten. Bei einem realen Abformvorgang werden diese Spannungen durch lokale plastische Deformationen abgebaut. Infolge dieser Plastifizierung kommt es bei den abgeformten Strukturen zu Maßabweichun-

4.1. EINFLUSS DER REIBUNG

gen.

Ergibt die Berechnung geringere Spannungswerte, so kann auch von einer kleineren plastischen Zone ausgegangen werden. Dadurch kann die Maßtreue der Struktur verbessert, bzw. eine Beschädigung vermieden werden.

Durch einen Vergleich der berechneten Spannungswerte kann somit eine Aussage über den Einfluß von verschiedenen Parametern auf eine Schädigung der Strukturen bei der Abformung erfolgen.

300 σ [MPa] 250 200 mit Reibung 150 100 ohne Reibung 50 0. 1.00 1.50 2.00 2.50 3.00 3.50 4.00 4.50 5.00 .00 .50 +[-]

4.1 Einfluß der Reibung

Abbildung 4.3: Vergleich der Mises-Norm zwischen Berechnungen mit und ohne Reibung.

Bei einem Vergleich von Berechnungen mit und ohne Berücksichtigung der Reibung konnte keine signifikante Erhöhung der Vergleichsspannung ermittelt werden (siehe Bild 4.3). Die Werte der Vergleichsspannung wurden am gleichen Knoten ermittelt. Dieser Knoten k liegt im linearen Bereich der doppelt logarithmisch aufgetragenen



Abbildung 4.4: Für die Entformung notwendige Kraft. Die große Streuung folgt aus der groben Diskretisierung des Netzes entlang des Steges.

Kurve für den Spannungsverlauf an der Singularitätenstelle (siehe Abbildung 4.1). Die Spannungswerte in x-Richtung liegen um ca. eine Zehnerpotenz über den Spannungswerten in y-Richtung. Da die Reibungskräfte in y-Richtung wirken (entlang den Seitenflächen des Steges), die Maximalspannungen aber im wesentlichen aus den Spannungskomponenten der x-Richtung resultieren, ist deren Einfluß sehr gering.

Der Einfluß der Reibung auf den Entformvorgang zeigt sich an der auftretenden Entformkraft. Im Diagramm 4.4 ist der Verlauf der Entformkraft dargestellt. Die große Streuung der Werte resultiert aus der groben Diskretisierung des Netzes entlang des Steges. Der Mittelwert der Entformkraft liegt bei ca. 1N. 4.1. EINFLUSS DER REIBUNG



Abbildung 4.5: FE-Netze, die zur Untersuchung des Einflußes der Restschichtdicke generiert wurden. Höhe der Restschicht: a) $h=25\mu m$; b) $h=200\mu m$; c) $h=300\mu m$; d) $h=400\mu m$; e) $h=800\mu m$; f) $h=1000\mu m$; g) $h=1400\mu m$.

37

4.2 Einfluß der verbleibenden Restschicht

Als Parameter wurden Größen gewählt, die bei der Herstellung von Mikrostrukturen stark variiert werden können. Hierzu zählt die verbleibende Restschichtdicke. Diese variiert in der Regel zwischen 5 μ m und 3000 μ m [12]. Eine sehr dünne Restschicht ist zum Beispiel bei einer Abformung auf prozessierte Wafer erwünscht, da die verbleibende Restschicht durch reaktives Ionen-Ätzen im Sauerstoffplasma entfernt werden muß. Sehr hohe Restschichtdicken sind hingegen bei der Herstellung mehrstufiger Werkzeuge notwendig.

Die Variation der Restschichtdicke erfolgte mit Hilfe eines Baukastensystems von Netzen im Bereich von 25μ m bis 1700μ m. In Abbildung 4.5 sind die Netze für verschiedene Restschichtdicken dargestellt. In Bild 4.6 ist die maximale Vergleichsspannung, die im Verlauf des Prozesses am Knoten k auftritt, über die Restschichtdicke h aufgetragen.

Auffällig ist der starke Anstieg der Spannung bei geringen Restschichtdicken. Mit zunehmender Restschichtdicke nimmt der Einfluß auf die Spannung ab und die Kurve nähert sich einer Asymptote konstanter Vergleichsspannung.



Abbildung 4.6: Zusammenhang zwischen den auftretenden maximalen Werten der Mises-Norm am Knoten k und der verbleibenden Restschichtdicke h der Polymerstruktur.

4.3 Einfluß des Substratmaterials

Einen weiteren Parameter stellt das Substratmaterial dar. Aufgrund der dominierenden thermischen Belastung des Verbundes ist der Wärmeausdehnungskoeffizient die entscheidende Größe. Je nach Anwendungsfall wird das gewünschte Substratmaterial gewählt. Zum Beispiel ist beim Abformen von Mikrostrukturen auf prozessierte Silizium-Wafer das Silizium gleichzeitig das Substratmaterial. Für die Herstellung von metallischen Mikrobauteilen werden leitfähige Substrate wie VA oder Werkzeugstahl benötigt. Es können aber auch metallisch beschichtete Gläser verwendet werden.

Für die Parameterstudie werden jeweils die Substrate mit dem größten und dem kleinsten Wärmeausdehnungskoeffizient gewählt (siehe Tabelle 4.1). Diese Materialien sind VA und Silizium.

Die Vorgabe einer Substrathöhe von 6mm für VA-Substrate wurde auch für die Silizium-Substrate verwendet. Hierdurch konnte eine Beeinflußung der Rechenergebnisse durch die unterschiedliche Substrathöhe vermieden werden.

Die Berechnungen wurden mit Restschichtdicken von 25μ m bis 1700μ m durchgeführt. Bild 4.7 zeigt exemplarisch ein Netz mit Substrat.

Substratmaterial	Materialdaten		
	E	ν	α
	[GPa]		$[10^{-6}/K]$
galvanischer Nickel	210		13.4
VA	203	0.3	16
Werkzeugstahl	210	0.3	
Invar	160		1.6
Inconel 600	210		13.6
Kupfer	110	0.35	16.8
Al_2O_3	370		8.1
Silizium	160	0.22	2.5
KK-Glas			9.3
SL-Glas			9.4
PMMA	3	0.35	70

Tabelle 4.1: Substratmaterialien



Abbildung 4.7: Exemplarische Darstellung eines FE-Netzes mit Substrat. Die hier gezeigte LIGA-Struktur hat eine Restschichtdicke von 1000 μ m.

4.3.1 Vergleich der Berechnungen mit und ohne Substrat

In Bild 4.8 sind die Ergebnisse der Berechnungen mit Substrat dargestellt. Wie bei den Berechnungen ohne Substrat treten die maximalen Spannungswerte am Übergang vom Steg zur Restschicht auf. Zusätzlich ist im Diagramm der Verlauf ohne Substrat eingezeichnet, um einen Vergleich zu ermöglichen.

Es zeigt sich, daß eine Aufteilung in zwei Bereiche möglich ist. Die Bereiche werden



Abbildung 4.8: Verlauf der maximalen Mises-Norm bei verschiedenen Restschichthöhen und Substratmaterialien. Zum Vergleich wurde auch der Kurvenverlauf ohne Substrat dargestellt.

durch den Schnittpunkt der Kurven bei ca. $800\mu m$ Restschichtdicke voneinander abgegrenzt.

Im linken Bereich verlaufen die Kurven mit Substrat unterhalb der Kurve, die sich aus den Berechnungen ohne Substrat ergab. Somit sind die Spannungen beim Prägen der Mikrostrukturen mit Substrat in diesem Bereich geringer, als wenn ohne Substrat abgeformt werden würde. Zwischen der Restschichtdicke h und der Vergleichsspannung besteht ein nahezu linearer Zusammenhang für die betrachteten Werte von h.

Der Bereich, rechts des Schnittpunktes weist größere Spannungen für ein Prägen mit Substrat auf. Damit ergibt sich, daß beim Prägen der Mikrostrukturen mit großen Restschichtdicken die Verwendung eines Substrates vermieden werden sollte.

Zur Klärung des negativen Einflusses vom Substrat bei großen Restschichtdicken und des positiven Einflusses bei kleinen Restschichtdicken wurden zwei weitere Berechnungen durchgeführt. Hierbei wurde jeweils eine Struktur mit 400 μ m und eine Struktur mit 1200 μ m Restschichtdicke ohne Werkzeug abgekühlt. Bei Betrachtung der Spannungen in x-Richtung auf der Strukturoberseite erkennt man (siehe Bild 4.9), daß bei 400 μ m Restschichtdicke Zugspannungen und bei 1200 μ m Restschichtdicke Druckspannungen vorliegen.

Die Beeinflussung der Spannung an der Oberfläche resultiert aus einer Kombination zweier Effekte:

Zum einen bringt das Substrat aufgrund seines geringeren Wärmeausdehnungskoeffizienten Zugspannungen in die Struktur ein, zum anderen erfolgt dadurch in der Struktur eine Biegung. Im betrachteten Bereich von h liegt die neutrale Faser in der Polymerstruktur und deren Verlauf hängt von h ab (siehe Bild 4.10).

Liegt die Oberfläche innerhalb des Steges im Zugbereich, so wirkt dies der Kontraktion der Struktur entgegen, was positiv für den Spannungsverlauf ist.

Liegt andererseits die betreffende Oberfläche im Druckbereich, so verstärkt dies die Kontraktion der Struktur und die Spannungen werden höher als ohne Substrat.

4.3.2 Vergleich der Berechnungen mit verschiedenen Substratmaterialien

Bei einer Restschichtdicke größer 800μ m sind die Kurvenverläufe der Berechnungsergebnisse mit Si-Substrat und VA-Substrat näherungsweise gleich. Somit ist die Wahl des Substratmaterials ab einer bestimmten Restschichtdicke nur noch von geringem Einfluß.

Demnach würde es bei einer experimentellen Ermittlung des Zusammenhangs zwischen Restschichtdicke und maximaler Vergleichsspannung (bzw. Grad der plastischen Verformung oder Versagen der Struktur) genügen, die Abformung bei großen Restschichtdicken auf ein Substratmaterial zu beschränken. Zuvor muß jedoch der Schnittpunkt der Kurven ermittelt werden, damit die kritische Restschichtdicke bekannt ist.

In Bereichen geringer Restschichtdicken ist ein deutlicher Unterschied für verschiedene Substratmaterialien zu erkennen. Es zeigt sich, daß die ermittelten Vergleichsspannungen bei Siliziumsubstrat geringer sind. Da Silizium einen kleineren Wärmeausdehnungskoeffizient als VA hat, sollten bevorzugt Substratmaterialien mit niedrigem Wärmeausdehnungskoeffizienten verwendet werden.



Abbildung 4.9: Spannungen in x-Richtung auf der Strukturoberseite. Die Spannungen resultieren aus einer Berechnung des Abkühlvorgangs ohne Werkzeug. Im oberen Diagramm beträgt die Restschichtdicke $1200\mu m$, im unteren Diagramm $400\mu m$.



Abbildung 4.10: Verlauf der neutralen Faser der Biegung, welche sich infolge einer Abkühlung des Verbundes Substrat-Struktur ohne Werkzeug ergibt.

Kapitel 5

Zusammenfassung

In Experimenten, bei denen Mikrostrukturen durch den Abformvorgang des Prägens hergestellt wurden, konnten Schädigungen durch plastische Deformation oder Abriß der Strukturen beobachtet werden. Die genaue Ursache und der Zeitpunkt des Versagens waren jedoch unbekannt. Um diesen Abformprozeß einer Massenfertigung von Mikrobauteilen zugänglich zu machen, ist die Kenntnis der Versagensmechanismen jedoch zwingend erforderlich.

Aus diesem Grund wurde in der vorliegenden Arbeit eine Simulationsrechnung des Prägevorgangs nach dem LIGA-Verfahren durchgeführt. Mit Hilfe von Simulationen ist es möglich, die Spannungs- und Verzerrungszustände während des gesamten Prägevorgangs zu ermitteln. Durch weitere Berechnungen wurde der Einfluß von Geometrie- und Materialparameter auf den Abformvorgang untersucht und somit wesentliche Erkenntnisse gewonnen, die für die Prozessoptimierung von großer Relevanz sind.

Die Simulation des Prägevorgangs erfolgte mit der Methode der finiten Elemente. Bei dem Prägevorgang handelt es sich um ein Kontaktproblem, wobei große Gleitungen der berührenden Körper, bestehend aus Werkzeug und abgeformter Struktur, zu berücksichtigen sind.

Die Theorie für eine Berücksichtigung von Kontaktelementen in Finite-Elemente-Programmen wurde für 2-knotige Kontaktelemente ausführlich erläutert.

Dadurch konnte ein tieferes Verständnis für auftretende numerische Probleme, resultierend aus dem Kontaktalgorithmus, gewonnen und entsprechende Abhilfe geschaffen werden.

Ein wesentliches Ergebnis der Simulation ergab, daß die gefährdeten Bereiche am Übergang der Mikrostrukturen zu der verbleibenden Restschicht liegen. Der Zeitpunkt, bei dem die Spannungen in diesen Bereichen maximal werden, befindet sich unmittelbar zu Beginn der Entformung. In einer Parameterstudie wurde der Einfluß der verbleibenden Restschichtdicke und des Substratmaterials auf den Prägevorgang untersucht.

Grundsätzlich gilt, daß beim Abformvorgang des Prägens möglichst geringe Restschichtdicken angestrebt werden sollten, unabhängig davon, ob mit oder ohne Substrat abgeformt wird.

Weiterhin hat sich gezeigt, daß beim Prägen mit großen Restschichtdicken (z.B. zur Herstellung mehrstufiger Werkzeuge) kein Substrat verwendet werden sollte. Wird jedoch dennoch ein Substrat verwendet, so ist die Materialwahl desselben von geringer Auswirkung. Für Experimente in diesem Bereich kann der Versuchsumfang daher auf ein Substratmaterial beschränkt werden.

Beim Abformen mit kleinen Restschichtdicken ist es hingegen sinnvoll ein Substrat mit möglichst geringem Wärmeausdehnungskoeffizienten auszuwählen. In diesem Fall kann die Wahl des Substratmaterials für einen fehlerfreien Abformvorgang bedeutend sein.

Die ermittelten Zusammenhänge stellen somit grundlegende Erkenntnisse zur Optimierung von Abformprozessen dar.

Literaturverzeichnis

- [1] W.Menz, P.Bley: Mikrosystemtechnik für Ingenieure. VCH Verlagsgesellschaft mbH, 1993
- [2] KfK 5238: 1. Statuskolloquium des Projektes Mikrosystemtechnik. Kernforschungszentrum Karlsruhe, September 1993
- [3] KfK 5171: Abformung von Mikrostrukturen auf prozessierten Wafern. Kernforschungszentrum Karlsruhe, März 1993
- [4] KfK-Nachrichten Kernforschungszentrum Karlsruhe, Jahrgang 23 2-3/91
- [5] W.Menz: Die Mikrosystemtechnik und ihre Anwendungsgebiete. Spektrum der Wissenschaft, Februar 2/1994, 92-107
- [6] K.-J.Bathe: Finite-Elemente-Methoden. Springer-Verlag, 1986
- K.-J.Bathe, A.Chaudhary: A solution method for planar and axisymmetric contact problems.
 Int. j. f. num. meth. i. eng., 21, 1985, 65-88
- [8] K.-J.Bathe, A.Chaudhary: A solution method for static and dynamic analysis of three dimensional contact problems with friction. *Computers and Structures*, 24, 1986, 855-873
- [9] Zhi-Hua Zhong: Finite Element Procedures for Contact-Impact Problems. Oxford University Press, 1993
- [10] W.Bacher: Große Stückzahl Kunststoffverarbeitung ermöglicht Serienfertigung bei Mikrosystemen. Maschinenmarkt, Würzburg, 1993, 51/52
- [11] Yu. V. Milman, B. A. Galanov, S. I. Chugunova: Plasticity characteristic obtained through hardness measurement. Acta metall. mater., 41, 1993, 2524

- [12] R. Ruprecht: Persönliche Mitteilung. Kernforschungszentrum Karlsruhe, IMT, 1994
- [13] Y. Yang: Spannungssingularitäten in Zweistoffverbunden bei mechanischer und thermischer Belastung. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1992

Anhang

In diesem Anhang wird die Berechnung der Gleichung (2.4) ausgehend von Gleichung (2.1) aus Kapitel 2 durchgeführt.

Es ist günstig den ersten Term auf der rechten Seite von Gleichung (2.1) in tensorieller Schreibweise darzustellen:

$$\int_{V} \boldsymbol{\epsilon}^{T} \mathbf{C} \boldsymbol{\epsilon} dV = \int_{V} \mathbf{E} \cdot \mathcal{C}[\mathbf{E}] dV.$$

Hierbei ist E der linearisierte Green'sche Verzerrungstensor (Vektorschreibweise ϵ) und C der isotrope Elastizitätstensor vierter Stufe (Matrixschreibweise C). Es gilt :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} + \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \right], \qquad (A1)$$

wobei x den Ortsvektor eines materiellen Punktes darstellt und $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \equiv grad\mathbf{u}$ ist. Für die erste Variation von E gilt:

$$\delta \mathbf{E} = \frac{1}{2} \frac{d}{d\alpha} \left[\frac{\partial (\mathbf{u} + \alpha \delta \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} + \left(\frac{\partial (\mathbf{u} + \alpha \delta \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \right] \Big|_{\alpha = 0}$$
$$= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \delta \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} + \left(\frac{\partial \delta \mathbf{u}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \right]. \tag{A2}$$

Somit folgt aus (2.3):

$$\delta \Pi = \int_{V} \mathcal{C}[\delta \mathbf{E}] \cdot \mathbf{E} dV - \int_{V} \delta \mathbf{u}^{T} \mathbf{f}^{B} dV - \int_{S} \delta \mathbf{u}^{S^{T}} \mathbf{f}^{S} dS - \sum_{i} \delta \mathbf{u}^{i^{T}} \mathbf{F}^{i} + \sum_{k} \left[\delta \lambda^{k} (\mathbf{Q}^{k^{T}} \mathbf{u}^{k} - \boldsymbol{\Delta}^{k}) + \lambda^{k^{T}} \mathbf{Q}^{k^{T}} \delta \mathbf{u}^{k} \right], \qquad (A3)$$

und daraus, nach Umschreibung des ersten Terms auf der rechten Seite von (A3) in Vektorschreibweise, Gleichung (2.4) in Kapitel 2.1.