

KfK 5406
Oktober 1994

**Ein Verfahren zur Optimierung
der Faserverläufe in
Verbundwerkstoffen
durch Minimierung der
Schubspannungen nach
Vorbildern der Natur**

R. Kriechbaum
Institut für Materialforschung

Kernforschungszentrum Karlsruhe

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Institut für Materialforschung

KfK 5406

**Ein Verfahren zur Optimierung der Faserverläufe
in Verbundwerkstoffen durch Minimierung der
Schubspannungen nach Vorbildern der Natur**

Ralph Kriechbaum

Dissertation genehmigt von der Fakultät

für Maschinenbau

der Universität Karlsruhe (TH)

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe

ISSN 0303-4003

Abstract

Ein Verfahren zur Optimierung der Faserorientierungen in Verbundwerkstoffen wird entwickelt und vorgestellt. Dabei werden die Fasern parallel zu den Hauptspannungstrajektorien in der belasteten Struktur ausgerichtet.

Natürliche Faserorientierungen zug-, druck- und biegebelasteter biologischer Strukturen werden nachvollzogen. Es wird gezeigt, daß deren Faserorientierung optimal an die Belastung angepaßt ist.

Ingenieurtechnische Faserverbundstrukturen werden in Bezug auf minimierte Schubspannungen zwischen den Fasern optimiert und im Falle einer Zugplatte mit Loch im Versuch belastet. Die Zugfestigkeit läßt sich im Vergleich zu einer unidirektionalen Faserorientierung durch eine trajektoriangerechte Faserorientierung erhöhen.

Durch die zusätzliche Optimierung der E-Modulverteilung in der Verbundstruktur läßt sich eine weitere Verbesserung des Spannungszustandes in der Struktur erreichen.

A Method to Optimize Fiber Arrangements in Composite Materials by Minimization of Shear Stresses Based on Models Found in Nature

A method to optimize fiber arrangement in composite materials is developed and introduced. Herein fibers are arranged parallel to the principal stress trajectories of the loaded structure.

Natural fiber orientations of tensile, compression and bending loaded biological structures are determined. It is shown that their fiber orientation is optimized for their loading situation.

Engineering fiber structures are optimized with regard to minimized shear stresses between the fibers and in case of a plate with a hole are loaded in tensile testing. The tensile strength is increased by fiber orientation parallel to the stress trajectories in comparison to unidirectional fiber orientation.

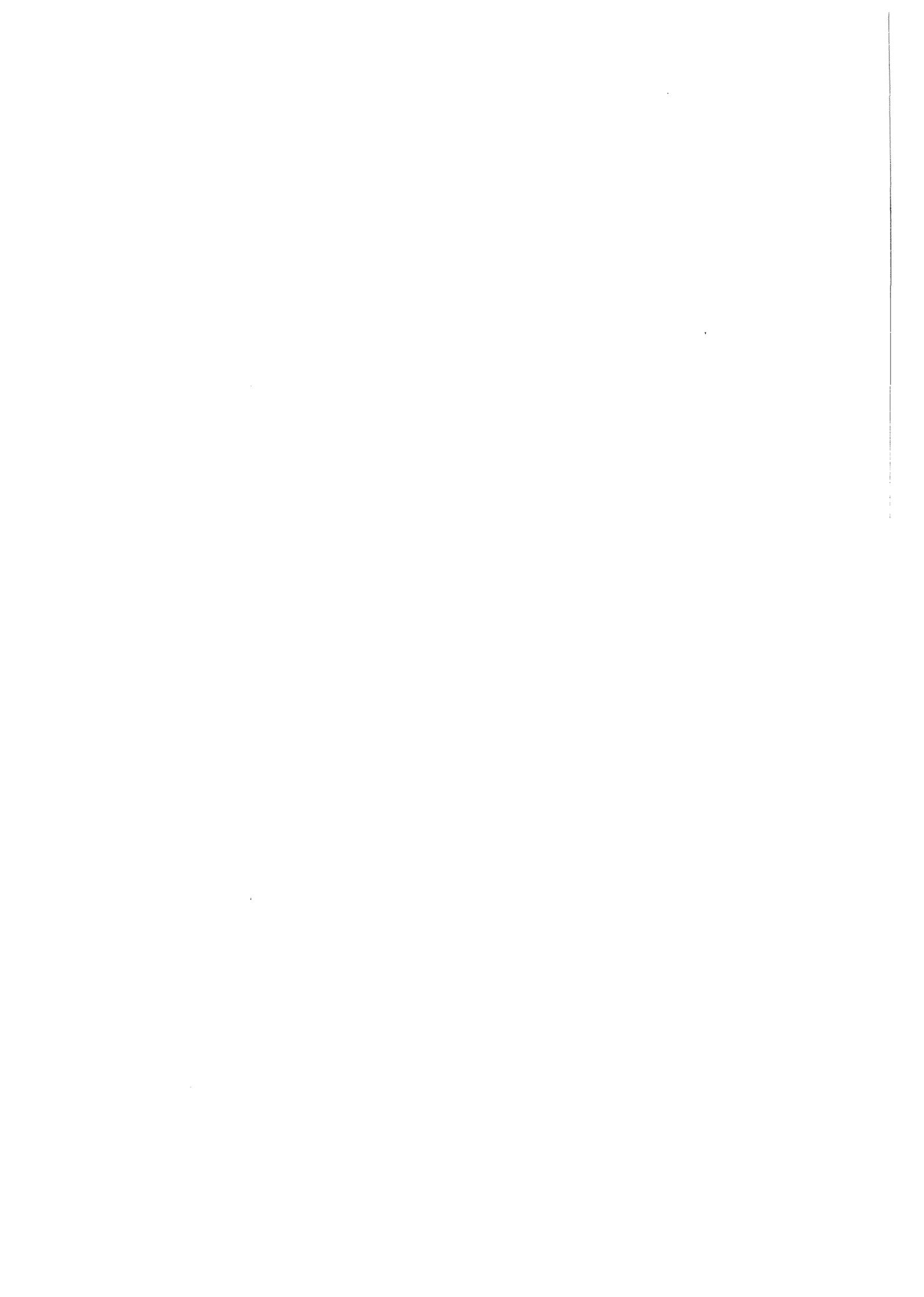
By additional optimization of the distribution of the elastic modulus in composite structures an improvement in stress distribution is achieved.

Inhaltsverzeichnis

Symbole	ix
1 Einleitung	1
1.1 Einführung	1
1.2 Gliederung der Arbeit	4
2 Die Methode der finiten Elemente	6
2.1 Zur Entstehung der Methode	6
2.2 Diskretisierung der Struktur	7
2.3 Das Verfahren von Bubnov/Galerkin	8
3 Zur Theorie anisotroper Materialeigenschaften	11
3.1 Vorbemerkungen	11
3.2 Mechanische Eigenschaften unter Belastung	12
3.3 Spannungs-Dehnungsbeziehung	12
3.4 Der ebene Spannungszustand in orthotropem Material	14
4 Optimierungsmechanismen der Natur	16
4.1 Das Axiom der konstanten Spannung	16
4.2 Computer Aided Optimization (CAO)	19
4.3 Soft Kill Option (SKO)	23
5 Optimale Nutzung anisotroper Materialien	27
5.1 Optimierte Faserorientierung in der Natur	27
5.2 Das CAIO-Verfahren	29
5.3 Kombination CAO-CAIO	34

5.4	Biologische Faserorientierung mit CAIO	37
5.4.1	Die Faserorientierung an einer Astanbindung im Tangential- schnitt des Stammes	38
5.4.2	Radialschnitt einer Astanbindung	41
5.4.3	Die Ausrichtung der Spongiosa in einem menschlichen Femur . .	42
5.5	CAIO für mechanische Bauteile	44
5.5.1	Optimierung einer Kreislochplatte	44
5.5.2	Faserverläufe um verschiedene Kerbgeometrien bei unterschied- licher Belastung	48
5.5.3	Optimierung eines Flugzeugpanels	52
5.5.4	Berücksichtigung von Querfasern	54
5.6	Smart Structures	56
6	Verifikation des Verfahrens durch Experimente	58
6.1	Motivation	58
6.2	Probenherstellung	58
6.3	Beschreibung der Proben	63
6.4	Versagensvoraussage aufgrund von Spannungsanalysen	65
6.5	Versuchsbeschreibung und Ergebnisse der Zugversuche	68
6.5.1	Verlauf der Zugversuche unterschiedlicher Proben	69
6.6	Beschreibung der Bruchbilder zugbelasteter Proben	70
6.6.1	Bruchbild der Proben vom Typ A	70
6.6.2	Bruchbild der Proben vom Typ B	71
6.6.3	Bruchbild der Proben vom Typ C	73
6.7	Proben mit Querfasern	76
6.7.1	Bruchbild der Probe vom Typ E	78
6.8	Vergleich der Versagensvoraussagen mit den Versuchen	80
7	Lokale Variation des Elastizitätsmoduls	82
7.1	CAIO mit E-Modulvariation (CAIO-E)	82
7.2	Zwei Ziele biologischer Strukturoptimierung	85
7.3	CAIO-E-Anwendung an einer Zugprobe	87

7.4	CAIO-E-Anwendung an einem menschlichen Femur	91
7.5	CAIO-E-Anwendung an einem Kragträger	92
8	Zusammenfassung	98
	Literaturverzeichnis	102
A	“One-Hoss Shay” by O.W. Holmes	107



Bildverzeichnis

2.1	FE-Struktur mit Knoten, Elementen, Belastung und Randbedingungen.	7
4.1	Zusammenhang zwischen lokalem Stammdurchmesser D und der jeweiligen Meßhöhe h .	17
4.2	Verwachsene Äste durch adaptives Wachstum.	18
4.3	Flußdiagramm der CAO-Methode.	21
4.4	Fanghaken für die Landeklappe eines Passagierflugzeuges.	22
4.5	Flußdiagramm der SKO-Methode.	24
4.6	Designfindung eines Fahrradrahmens mit SKO.	25
5.1	Schnitt durch einen menschlichen Femur.	28
5.2	Flußdiagramm des CAIO-Verfahrens.	30
5.3	Drehwinkel α der Orthotropieeigenschaften in einem finiten Element.	33
5.4	Wundspindel eines zugeheilten Loches in einem Baumstamm.	35
5.5	Simulation einer Wundheilung: a) CAO, b) CAO-CAIO-Kombination.	36
5.6	Faserstruktur einer Astanbindung (<i>Photo: Goppelsröder</i>).	38
5.7	CAIO-Simulation der Faserstruktur einer Astanbindung im Tangential-schnitt.	40
5.8	Skizze einer Bolzenverbindung in einer Faserverbundstruktur.	40
5.9	CAIO-Simulation der Faserstruktur einer Astanbindung im Radialschnitt.	41
5.10	Simulation der Trabekelorientierung in einem menschlichen Femur.	43
5.11	Faserorientierung und Schubspannungsverteilung in einer Kreisloch-platte: a) nicht optimiert, b) optimiert.	45
5.12	Skizze der Lochplatte.	45
5.13	Abhängigkeiten der Maximalspannungen von E_2/E_1 .	46
5.14	Zuwachsende Bohrung in einem Ast.	47

5.15 Faserorientierung in einer Kreislochplatte unter Schubbelastung: a) nicht optimiert, b) optimiert.	49
5.16 Faserorientierung um eine schräge Ellipse bei unterschiedlicher Belastung.	50
5.17 Faserorientierung um ein Langloch und um eine Ellipse.	51
5.18 FE-Viertelstruktur eines Flugzeugpanels mit Antenne.	52
5.19 Schubspannungen und Faserorientierungen im Panel und Antennenträger.	53
5.20 Schubspannungen und Faserorientierungen im Panel und Antennenträger mit Querfasern.	55
6.1 Faserlegemaschine.	60
6.2 Wellen beim Auslegen der Fasern.	61
6.3 Skizze der Faserverlegung.	61
6.4 FE-Netz mit Angaben über die Probengeometrie (in <i>mm</i>).	62
6.5 Faserverteilung in den verschiedenen Probentypen.	64
6.6 Orte der Reißentstehung im Probentyp B.	67
6.7 Orte der Reißentstehung im Probentyp C.	67
6.8 Kraft- Dehnungskurven der Proben vom Typ A, B und C.	69
6.9 Bruchbild einer Probe vom Typ A.	71
6.10 Bruchbild einer Probe vom Typ B.	72
6.11 Berechnete Verteilung der Schubspannung (τ) und der Hauptspannungen (σ_1 und σ_2) in den Proben vom Typ B.	73
6.12 Bruchbild einer Probe vom Typ C.	74
6.13 Verteilung der Schubspannung (τ) und der Hauptspannungen (σ_1 und σ_2) in den Proben vom Typ C.	75
6.14 Probe mit Querfasern.	76
6.15 Orte der Reißentstehung im Probentyp E.	77
6.16 Bruchbild einer Probe vom Typ E.	79
6.17 Berechnete Verteilung der Schubspannung (τ) und der Hauptspannungen (σ_1 und σ_2) in den Proben vom Typ E.	80
7.1 Flußdiagramm des CAIO-E-Verfahrens.	83
7.2 Funktion zur E-Modulvariation.	84
7.3 Hauptspannungsverteilungen und E-Modulverteilung in einer Zugprobe.	87

7.4	Dimensionlose Laufvariable s im Probenquerschnitt.	88
7.5	a) E-Modul- und b) Spannungsverläufe im Querschnitt der Probe. . . .	89
7.6	Orthotropieachsen- und E-Modulverteilung in einem Femur.	91
7.7	Designraum für einen Kragträger mit Belastung und Randbedingungen.	93
7.8	Orthotropieachsen- und Faserverteilung in einem Kragträger mit ortho- tropen Materialeigenschaften.	94
7.9	E-Modulverteilung mit $k > 0$ nach a) 20, b) 40 und c) 80 Zyklen.	95
7.10	E-Modulverteilung mit $k < 0$ nach a) 20, b) 40 und c) 80 Zyklen.	96

Symbole

a_i	Koeffizienten
$A(u) = 0$	Differentialgleichung (DGL)
α	Drehwinkel
C_{ij}	Steifigkeitsmatrix
D	Durchmesser
δ	Delta
E_{ij}	Elastizitätsmodul
E_m	Elastizitätsmodul der Matrix
E_f	Elastizitätsmodul der Faser
ϵ_{ij}	Dehnungskomponente
γ_{ij}	Schubwinkel
F	Kraft, Belastung
$g_i(x)$	linear unabhängige Funktionen
G_{ij}	Schubmodul
h	Höhe
i, j, n	Indizes
k, ka, a	Parameter
M	Moment, Belastung
n	Gewebelagen
ν_{ij}	Poissonsche Zahl

Ω	Gebiet in der DGL definiert
π	Pi
Q_{ij}	Steifigkeitsmatrix für den ebenen Spannungszustand
$\tilde{r}(\boldsymbol{x})$	Fehlerfunktion
R_{11}, R_{22}, R_{33}	Festigkeitswerte
s	Laufvariable
σ_1, σ_2	Hauptspannungen
σ_a	Zur Belastung angelegte Spannung
σ_{ij}	Spannungskomponente
σ_x	Standardabweichung
σ_{ref}	Referenzspannung
$\sigma(\boldsymbol{x}, y, z)$	Spannungsverteilung an der Oberfläche
σ^*	normierte Spannung
τ_{ij}	Schubspannungskomponente
$T(\boldsymbol{x}, y, z)$	Temperaturverteilung an der Oberfläche
$u(\boldsymbol{x})$	Lösung der DGL
$\hat{u}(\boldsymbol{x})$	Näherungslösung
v_f	Volumenanteil Faser
v_m	Volumenanteil Matrix

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Einführung

In der stetigen Entwicklung, mechanische Bauteile und Konstruktionen in allen Bereichen der Ingenieurwissenschaften zu verbessern, treten neue Werkstoffe, wie zum Beispiel Keramiken oder Faserverbundkunststoffe, zunehmend in den Vordergrund. Im Gegensatz zu einem konventionellen Werkstoff wie Stahl benötigen diese Materialien neue Herstellungsverfahren, andere Verarbeitungsmethoden und nicht zuletzt neue Berechnungsverfahren, um eine aufgabengerechte Verwendung zu gewährleisten.

Faserverstärkte Kunststoffe, die sich von homogenen, isotropen Werkstoffen grundlegend unterscheiden, erfordern Kenntnisse über die Auswirkungen anisotropen Materialverhaltens auf das Bruchverhalten und die Festigkeiten von Strukturen aus Faserverbundwerkstoffen.

Die Materialeigenschaften der verschiedensten Werkstoffe haben grundsätzlich einen erheblichen Einfluß auf den Aufbau, die Gestalt und die Dimensionierung einer Konstruktion. Bei der Auslegung neuer Bauteile wird nach Regelwerken vorgegangen, die sich auf die Erfahrungen mit vorangegangenen Entwicklungen stützen. Dadurch wird gewährleistet, daß die im Normalbetrieb und bei zu erwartenden Störfällen auftretenden Belastungen nicht zum Versagen führen. Um die Streuungen in der Qualität der verwendeten Werkstoffe und der auftretenden äußeren Belastungen zu berücksichtigen, werden entsprechende Sicherheitsfaktoren gewählt.

Die Regelwerke geben und Sicherheitsfaktoren vor, die sich größtenteils aus dem iterativen Arbeitslauf von Konstruktion und Berechnung der Bauteilbelastungen ergeben. So ist es üblich, nach einer vorgegebenen Konstruktionszeichnung die über- und unterbelasteten Bereiche durch die Berechnung der inneren Belastungen zu ermitteln. Danach wird das Bauteil wiederum an die auftretenden inneren Belastungen angepaßt, sofern

eine Gewichtsreduzierung oder bessere Dimensionierung erforderlich ist. Diese Arbeitsschritte werden dann im Rahmen der zeitlichen und ökonomischen Möglichkeiten so oft wiederholt, bis das Ergebnis den vorgegebenen Regeln entspricht. Allein dadurch ist aber ein wirklich optimaler Materialeinsatz zur Gewichtsminimierung, zur Erhöhung der Bruchsicherheit und Ermüdungsfestigkeit nicht gesichert.

Die Optimierung eines Bauteils fordert weitergehende Maßnahmen zur Verbesserung der Materialausnutzung. Die Analyse der inneren und äußeren Belastungen muß direkt in die Bauteilentwicklung und -konstruktion einbezogen werden, damit einer tatsächlichen Optimierung der strukturmechanischen Eigenschaften des Bauteils Rechnung getragen werden kann.

Eine gelungene Definition für *Optimierung* findet sich an einer unerwarteten Stelle, nämlich in einem Gedicht von Oliver Wendell Holmes. Der amerikanische Richter, der ein starkes Interesse an der Wissenschaft und der Literatur hatte und im letzten Jahrhundert lebte, verfaßte ein Gedicht über einen einspännigen Pferdewagen. In dem Gedicht „One-Hoss Shay“ beschreibt er eine Konstruktion, deren Elemente alle die exakt gleiche Lebensdauer haben, keines verfügt über zusätzliche Sicherheiten gegenüber den anderen [1] (vgl. Anhang 8). Eine solche Konstruktion gilt als optimal.

Der Maschinenbau, der versucht, dieses Optimierungsziel bei der Entwicklung neuer Strukturen zu verwirklichen, kann im ingenieurtechnischen Bereich auf die Anwendung von rechnerunterstützten Lösungsverfahren für Differentialgleichungssysteme zurückgreifen, um diesem Ziel näher zu kommen. Eine der gängigsten Methoden solcher numerischer Näherungsverfahren ist die *Finite Elemente Methode* (FEM) [2]. Ihre Anwendung auf die Strukturmechanik erlaubt eine Berechnung der Belastungen in beliebigen Konstruktionen, deren Strukturen zuvor in kleine, endliche Elemente unterteilt wurden. Es resultieren daraus Spannungsanalysen, mit denen es dann möglich ist, Schwachstellen zu erkennen und geeignete Optimierungsverfahren darauf anzuwenden.

Einer der möglichen Wege, zu einer optimierten Struktur zu gelangen, ist die Formulierung einer Zielfunktion, die dann in Abhängigkeit der Randbedingungen und Strukturparameter minimiert oder maximiert wird. Damit konnten bereits viele Verbesserungen der verschiedensten Bauteile erzielt werden [3]. Jedoch bedarf es umfangreicher Untersuchungen aller in die Zielfunktion eingehenden Parameter, sogenannter Sensitivitätsanalysen, um die oft schwierige Extremwertfindung zu ermöglichen. Bei komplexen Strukturen besteht eine Abhängigkeit der Zielfunktion von sehr vielen Parametern und kann dadurch diese Optimierung beliebig kompliziert machen. Diese Abhängigkeit weist das Verfahren deshalb in einer Vielzahl der Fälle in seine engen Grenzen.

Für Menschen, die ihrer Umwelt aufmerksam begegnen, eröffnet sich ein anderer Ansatzpunkt bei der Verfolgung des Ziels optimaler Strukturen. Sie erkennen, daß die Natur im Laufe ihrer Evolutionsgeschichte bereits eine strenge Auswahl verschiedener

Optimierungsmechanismen getroffen hat. Aus den Studien Darwins zur Vererbungslehre und zur Evolutionstheorie läßt sich ableiten, daß die heute in unserer Umwelt existierenden Lebewesen Strukturen besitzen, die ihnen im Vergleich zu ihren ausgestorbenen Konkurrenten einen entscheidenden Vorteil beschert haben müssen [4].

Die optimierten Strukturen in der Natur sind bereits von vielen Ingenieuren und Wissenschaftlern erkannt und erforscht worden [5]. Dieses Gebiet der Übernahme natürlicher Konstruktionskonzepte in die Bereiche ingenieurtechnischer Anwendung nennt man *Bionik* [6]. Dabei werden oftmals Entwicklungen der Natur direkt auf Probleme des Maschinenbaus angewendet und so die Ergebnisse des Wettbewerbes in der belebten Natur für die Weiterentwicklung menschlichen Schaffens verwendet. Als bekannte Beispiele bionischer Erfolge sind die Auftragung haifischhaut-ähnlicher Folie auf ein Flugzeug zur Luftwiderstandsminderung und die Umsetzung des Sechsheinganges der Insekten auf mobile, geländegängige Roboter zu nennen. Beide Kopien der natürlichen Entwicklung eines Systems haben die Technik innerhalb eines kurzen Zeitraumes in eine Position gebracht, die durch konventionelle Entwicklungsmethoden vermutlich nicht hätte erreicht werden können.

Bei der Entwicklung von kraftübertragenden Strukturen ist es jedoch nicht ganz so einfach, in der Natur ein existierendes Beispiel zu finden, das für das geplante Ziel als Vorlage dienen kann. So wird man sich sehr schwer tun, für eine geplante Kurbelwelle eines Zwölfzylindermotors in der Natur ein Äquivalent zu finden.

Für dieses Problem gibt es aber dennoch eine Lösungsmöglichkeit, die sich in der Natur finden läßt. Es wird der *Mechanismus* kopiert, mit dem die Natur ihre tragenden Strukturen an die mechanischen Einflüsse anpaßt. So werden die Optimierungsmechanismen der Natur für die Optimierung mechanischer Strukturen umgesetzt. Mit anderen Worten, es wird nicht das Ergebnis natürlichen Wachstums kopiert, sondern der natürliche Weg zu einem optimalen Design wird simuliert und auf gegebene Forderungen angewendet.

Mattheck [7] setzte diese Überlegung konsequent in Verfahren um, mit denen die verschiedensten Optimierungsmechanismen der Natur nachvollzogen und auf mechanische Bauteile der industriellen Nutzung angewendet werden können. Voraussetzung dafür ist die gezielte Einsetzung numerischer Methoden zur Analyse von Belastungszuständen, wie sie die FEM darstellt. Auf dieser numerischen Methode basierend gelang es Mattheck, Verfahren zu entwickeln, mit denen auch indirekt eine Bestätigung gefunden wurde, daß in der Natur das *Axiom der konstanten Spannung* gilt. Biologische Kraftträger streben sozusagen einen Zustand gleichmäßiger Materialbelastung an. So genügen die Verfahren zwei Zielen: der Untersuchung natürlicher Kraftträger ebenso wie der Optimierung technischer Bauteile nach den Prinzipien natürlichen Wachstums. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Verfahren zur Optimierung der Faserorientierung

gen in Verbundstrukturen vorgestellt, mit dem Schubspannungen zwischen den Fasern reduziert werden. Biologische Kraftträger, die aus Materialien mit orthotropen Eigenschaften aufgebaut sind, tendieren dazu, Fasern bzw. die Orientierung der Orthotropieachsen ihres Strukturmaterials parallel zu den Hauptspannungstrajektorien der mechanischen Belastungen auszurichten [8].

Diese vielfach in der Natur beobachtete Methode, anisotropes Material optimal einzusetzen und dadurch Schubspannungen in der Struktur zu vermeiden, wurde in ein Verfahren umgesetzt, das *Computer Aided Internal Optimization* (CAIO) genannt wird [9]. Die Vorstellung und Entwicklung dieses Verfahrens zusammen mit der Erfassung seiner Anwendungsgebiete und ihrer Darstellung durch verschiedene Beispiele ist Gegenstand dieser Arbeit, die am Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH erstellt wurde. Darüberhinaus wurde das CAIO-E-Verfahren entwickelt. Mit diesem erweiterten CAIO-Verfahren läßt sich erstmals die E-Modulverteilung in Strukturen mit orthotropen Materialeigenschaften nach einer vorgegebenen Funktion variieren. Damit läßt sich ein optimaler Kompromiß zwischen der Steifigkeit und der Festigkeit im Bauteil erreichen.

Die bereits in den Dissertationen von Baumgartner [10], Walther [11] und Gerhardt [12] vorgestellten Verfahren zur Form- und Strukturoptimierung, *Computer Aided Optimization* (CAO) und *Soft Kill Option* (SKO), werden damit durch ein weiteres Verfahren zur Simulation eines biologischen Optimierungsverfahrens ergänzt.

1.2 Gliederung der Arbeit

Nach kurzer Vorstellung des Lösungsverfahrens der Finiten Elemente Methode (FEM) zur Lösung großer Differentialgleichungssysteme in Kapitel 2 werden in Kapitel 3 die Gleichungen zur Beschreibung anisotropen und orthotropen Materialverhaltens kurz dargestellt. Diese sind zusammen mit der FEM die Grundlagen, auf die sich das CAIO-Verfahren (Computer Aided Internal Optimization) zur Optimierung der Orthotropieorientierungen in Faserverbundwerkstoffen stützt. Dieses Verfahren wird in dieser Arbeit vorgestellt und anhand von Anwendungsbeispielen untersucht.

In Kapitel 4 werden zwei Verfahren in ihrem grundsätzlichen Ablauf beschrieben, die auf den Prinzipien biologischen Wachstums basieren und eine Form- und Strukturoptimierung zum Ziel haben. Das Ergebnis einer Formoptimierung mit CAO (Computer Aided Optimization) und das Ergebnis einer Strukturoptimierung mit SKO (Soft Kill Option) werden jeweils in einem Beispiel kurz dargestellt.

Anschließend wird in Kapitel 5 das CAIO-Verfahren mit seinem Ablauf, seiner Funktionsweise und seiner Zielsetzung ausführlich beschrieben. Die Kombination mit dem

CAO-Verfahren und die Optimierungsmöglichkeiten von CAIO werden anhand verschiedener Beispiele vorgestellt und diskutiert.

Eine wichtige Aufgabe dieser Arbeit war die Überprüfung von theoretisch und numerisch gewonnenen Ergebnissen des CAIO-Verfahrens durch die Belastung von optimierten Proben in Zugversuchen. Kapitel 6 beschreibt die Voraussetzungen und die Probleme bei der Herstellung der Proben, die mit dem CAIO-Verfahren optimiert wurden. Die Durchführung und die Ergebnisse der Zugversuche mit den optimierten Proben werden ebenfalls, zusammen mit einer Bewertung des Bruchverhaltens im Vergleich zu nicht optimierten Proben, in Kapitel 6 angegeben.

Die Erweiterung des CAIO-Verfahrens um die Möglichkeit der Variation des lokalen Elastizitätsmoduls (CAIO-E) wird in Kapitel 7 beschrieben und an verschiedenen Beispielen dargestellt.

Abschließend findet sich in Kapitel 8 eine Zusammenfassung und Diskussion des CAIO-Verfahrens zur Optimierung von Orthotropieorientierungen in Strukturen, die aus Werkstoffen mit orthotropen Materialeigenschaften aufgebaut sind.

Kapitel 2

Die Methode der finiten Elemente

2.1 Zur Entstehung der Methode

Für die Bestimmung des Spannungszustandes in einem mechanischen Bauteil, insbesondere mit anisotropen Materialeigenschaften, lassen sich nur in äußerst seltenen Fällen analytische Lösungen finden. Aus diesem Grund ist es unerlässlich, auf Näherungsverfahren zurückzugreifen, um die Spannungsverteilung in einer Struktur zu bestimmen. In der numerischen Mathematik lassen sich dafür eine Reihe von Verfahren finden.

Eine weitverbreitete Methodik, die sich durch besondere Flexibilität auszeichnet, ist die Methode der finiten Elemente. Mit ihr können sehr komplexe Geometrien und unterschiedliche Strukturelemente relativ problemlos miteinander verknüpft und mit der zugehörigen mechanischen Theorie erfaßt werden.

Die Möglichkeit der einfachen Strukturierung der Programme und Daten hat zu einer weiten Verbreitung und häufigen Anwendung dieser Methode geführt. Sie stellt jedoch große Anforderungen an die Rechengeschwindigkeiten der Prozessoren und an die Größe der Rechenspeicher. Da aber in der heutigen Zeit eine rasante Entwicklung auf diesen Gebieten stattfindet, rücken diese Aspekte zunehmend in den Hintergrund, und die Methode der finiten Elemente findet selbst auf einfachsten Tischgeräten Anwendung.

Ursprünglich aus der Matrizendeformationsmethode für Stabtragwerke entstanden, entwickelte sich die Methode zu einem leistungsstarken Lösungsverfahren für Differentialgleichungen aus den verschiedensten Gebieten der Ingenieurwissenschaften, wie z.B. der Strukturmechanik und der Strömungslehre [2, 13].

Im weiteren soll in dieser Arbeit die Methode der finiten Elemente nur in Bezug auf die Spannungsberechnung in der Strukturmechanik behandelt werden.

2.2 Diskretisierung der Struktur

Für das Verständnis des auch als Finite Elemente Methode (FEM) bezeichneten Lösungsverfahrens großer Differentialgleichungssysteme ist es wichtig zu wissen, daß es sich dabei um ein Fehlerabgleichverfahren handelt, bei dem die auftretenden Fehler zwischen der Näherungslösung und der exakten Lösung minimiert werden.

Bevor die Formulierungen der Näherungslösung und der Fehlerminimierung vorgestellt werden, soll an dieser Stelle kurz auf die Diskretisierung der Struktur in finite Elemente eingegangen werden.

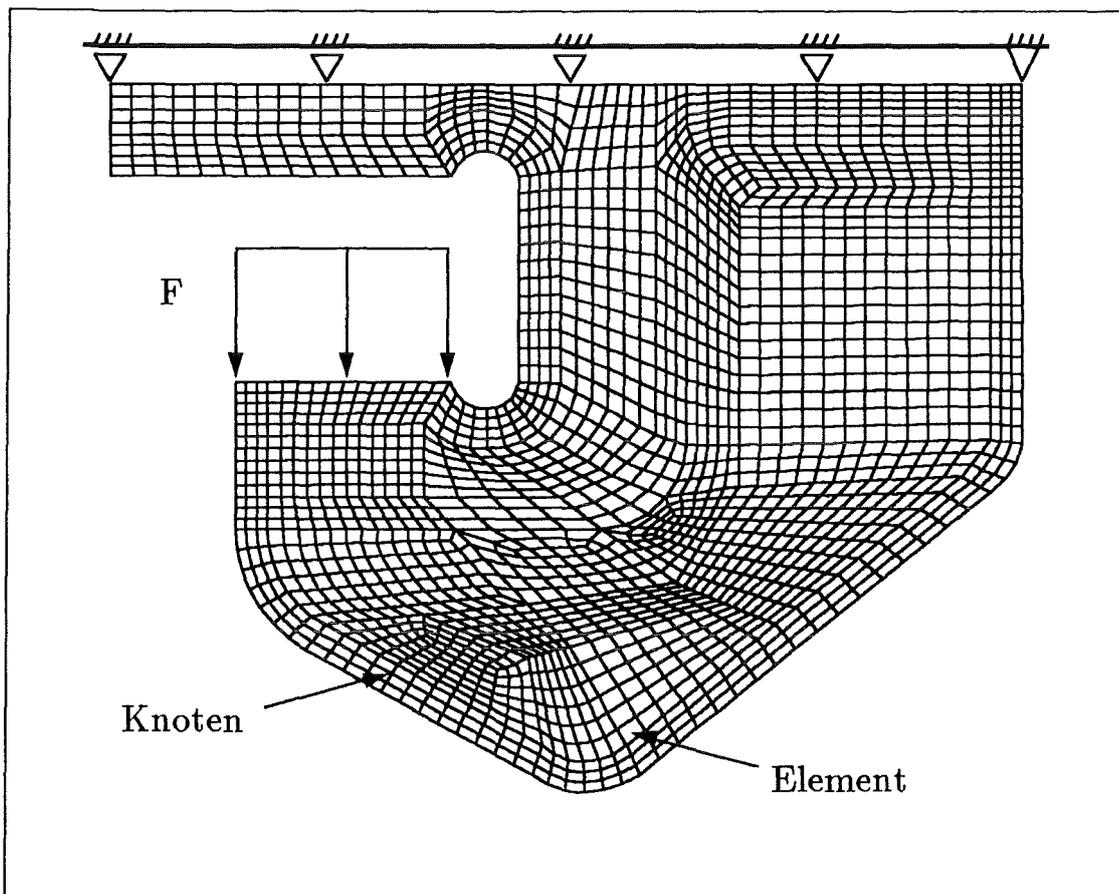


Bild 2.1: FE-Struktur mit Knoten, Elementen, Belastung und Randbedingungen.

Die gesamte Struktur, für die die Lösung des Differentialgleichungssystems durchgeführt werden soll, um die Spannungsverteilung bei entsprechenden geometrischen und statischen Randbedingungen zu berechnen, wird in viele kleine Elemente aufgeteilt. Die Verbindungspunkte der verschiedenen Elemente werden als Knoten bezeichnet. In ihnen werden die Freiheitsgrade der angrenzenden Elemente gekoppelt. Des Weiteren können den Knoten aber auch zusätzlich geometrische und statische Randbedingungen zugeordnet werden, wie in Bild 2.1 am Beispiel einer FEM-Struktur aus

dem Flugzeugbau zu erkennen ist.

Das primäre Ziel, die Ermittlung der Verschiebungsgrößen, wird durch Lösen großer algebraischer Gleichungssysteme erreicht, deren Einzelgleichungen die Gleichgewichtsbedingungen an den Knoten repräsentieren. Daraufhin erst werden die Schnittgrößen oder Spannungen ermittelt.

So können komplizierte Strukturen in einzelne Elemente aufgegliedert werden und deren Trageigenschaften zunächst unabhängig voneinander mechanisch-mathematisch erfaßt werden. Über die Gleichgewichtsbedingungen an den Knoten wird dann oben erwähntes Gleichungssystem durch Zusammenfügen der Elemente aufgebaut. Die kinematische Kompatibilität muß dabei auch an den Elementrändern von Flächenträgern gewahrt bleiben. Die geometrische Diskretisierung der Struktur in Elemente dient also der numerischen Diskretisierung der Gleichungen.

2.3 Das Verfahren von Bubnov/Galerkin

Da nun die CAIO-Methode auf der Anwendung der FEM basiert, soll hier deren mathematischer Mechanismus des Fehlerabgleiches anhand des Verfahrens von Bubnov/Galerkin kurz beschrieben werden.

Diesem Verfahren liegt der Gedanke zugrunde, den Fehler einer Näherungslösung für eine Differentialgleichung

$$A(u) = 0; \quad \text{im Gebiet } \Omega \quad (2.1)$$

möglichst zu minimieren. Dazu wird für die Lösung $u(x)$ ein Näherungsansatz der folgenden Form gemacht:

$$\hat{u}(x) = a_0 g_0(x) + a_1 g_1(x) + \dots + a_i g_i(x) + \dots + a_n g_n(x) \quad (2.2)$$

Hierin sind die Terme $g_i(x)$ linear unabhängige Funktionen, die sowohl die geometrischen als auch die statischen Randbedingungen erfüllen. Die Koeffizienten a_i sind noch zu bestimmen. Die zu lösende Differentialgleichung wird i. allg. mit dem Ansatz (2.2) nicht exakt erfüllt. Setzt man aber diesen Näherungsansatz in die Differentialgleichung (2.1) ein, so ergibt sich eine Fehlerfunktion \tilde{r} , die auch als „Residuum der Differentialgleichung“ bezeichnet wird:

$$\tilde{r}(x) = A(\hat{u}); \quad \text{in } \Omega \quad (2.3)$$

Durch die folgende Vorschrift des Fehlerabgleiches nach Bubnov/Galerkin wird dieser Fehler $\tilde{r}(x)$ so klein wie möglich gehalten und somit minimiert:

$$\begin{aligned}
 \int_{\Omega} g_0(x)\tilde{r}(x)dx &= 0 \\
 \int_{\Omega} g_1(x)\tilde{r}(x)dx &= 0 \\
 &\vdots \\
 \int_{\Omega} g_i(x)\tilde{r}(x)dx &= 0 \\
 &\vdots \\
 \int_{\Omega} g_n(x)\tilde{r}(x)dx &= 0
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Bei einer solchen Formulierung spricht man auch davon, daß man die Fehlerfunktion $\tilde{r}(x)$ zu den Ansatzfunktionen $g_i(x)$ orthogonal macht.

Nach Einsetzen der Näherungsfunktion (2.2) in die Gleichungen (2.4) entsteht ein algebraisches Gleichungssystem, aus dem die Koeffizienten a_i bestimmt werden können.

Diese $n+1$ Gleichungen können mit der Forderung, daß alle Koeffizienten beliebig sein dürfen und deshalb im folgenden mit einem δ gekennzeichnet sind, zu einer Gleichung zusammengefaßt werden:

$$\begin{aligned}
 \int_{\Omega} \delta a_0 g_0(x)\tilde{r}(x)dx + \int_{\Omega} \delta a_1 g_1(x)\tilde{r}(x)dx + \dots + \int_{\Omega} \delta a_i g_i(x)\tilde{r}(x)dx + \dots \\
 \dots + \int_{\Omega} \delta a_n g_n(x)\tilde{r}(x)dx = 0
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Diese Summe kann allerdings nur zu Null werden, wenn alle Gleichungen (2.4) erfüllt sind. Wird weiter das Residuum ausgeklammert, so stellt sich (2.5) wie folgt dar:

$$\int_{\Omega} (\delta a_0 g_0(x) + \delta a_1 g_1(x) + \dots + \delta a_i g_i(x) + \dots + \delta a_n g_n(x)) \tilde{r}(x)dx = 0 \tag{2.6}$$

Der Klammerausdruck

$$\delta a_0 g_0(x) + \delta a_1 g_1(x) + \dots + \delta a_i g_i(x) + \dots + \delta a_n g_n(x) = \delta \hat{u}(x) \tag{2.7}$$

ist dann bei einer Variation der Koeffizienten a_i , entsprechend der Forderung, die zur Gleichung (2.5) geführt hat, beliebig.

Somit lautet die Orthogonalisierungsforderung schließlich:

$$\int_{\Omega} \delta \hat{u}(x) \tilde{r}(x) dx = 0. \quad (2.8)$$

Aus dieser sehr häufig zur Anwendung kommenden kompakten Schreibweise, die die Gleichungen (2.4) vollständig ersetzt, können alle Koeffizienten a_i berechnet werden, und damit kann die Näherungslösung (2.2) der Differentialgleichung (2.1) bestimmt werden.

Der Vollständigkeit halber sollen hier noch das Verfahren von Ritz und das Verfahren der kleinsten Fehlerquadrate erwähnt werden, die ebenfalls dem Fehlerabgleich dienen können und alternativ zum Verfahren von Bubnov/Galerkin in der FEM zur Anwendung kommen.

Um die Rand- und Übergangsbedingungen in den Knotenpunkten einzuhalten, bedarf es dort noch der Sicherstellung der Stetigkeit der Verschiebungsgrößen. Dies wird durch Ersetzen der Koeffizienten a_i durch die Verschiebungsgrößen an den Knotenpunkten erreicht. Aus diesen Gleichungen wiederum lassen sich sogenannte Formfunktionen formulieren, die die Einheitsverschiebungszustände eines Elementes beschreiben.

Die richtige Auswahl solcher Formfunktionen für Elemente verschiedener Trägerklassen ist die wichtigste Grundaufgabe der FE-Methode. Sie bestimmt auch indirekt die Güte der Lösung der Differentialgleichung, da der Näherungsansatz für das Lösungsverfahren (z.B. Bubnov/Galerkin) durch diese Formfunktionen festgelegt wird. Zur weiteren Vereinfachung der Formulierungen und Integrationen werden zumeist natürliche Koordinaten anstatt der kartesischen Koordinaten eingeführt. Diese werden normiert und lassen sich der Geometrie des Elements besser anpassen.

Somit wird eine einfache Schreibweise der Integrationsformel zur Lösung des Differentialgleichungssystems erreicht und die notwendigen Integrationen können leichter ausgeführt werden.

Kapitel 3

Zur Theorie anisotroper Materialeigenschaften

3.1 Vorbemerkungen

Werkstoffe mit anisotropen Materialeigenschaften zeigen ein mechanisches Verhalten, das sich von dem herkömmlicher Werkstoffe in der ingenieurtechnischen Anwendung unterscheidet. Dies erfordert Modifikationen der konventionellen Theorien, zum Teil sogar vollkommen neue analytische und experimentelle Methoden der Werkstoffbeschreibung und -untersuchung [14].

Isotrope Materialien, zu denen die meisten im Ingenieurbereich verwendeten Werkstoffe, wie Metalle, Keramiken und Beton gehören, zeigen mechanische Eigenschaften, die an einem beliebigen Punkt der Struktur in allen Raumrichtungen gleich sind. Mit anderen Worten, ihre Eigenschaften sind nicht von einer besonderen Orientierung abhängig.

Anisotrope Materialien hingegen, zu denen die neueren Werkstoffe der ingenieurtechnischen Anwendung, wie faserverstärkte Kunststoffe oder faserverstärkte Keramiken, gehören, haben mechanische Eigenschaften, die an einem beliebigen Punkt der Struktur in allen Richtungen unterschiedlich sind. Somit sind ihre Eigenschaften eine Funktion der Orientierung.

Als Sonderfall anisotropen Verhaltens haben *orthotrope* Werkstoffe mechanische Eigenschaften, die in drei zueinander senkrechten und damit orthogonalen Raumrichtungen unterschiedlich sind. Weiterhin besitzen sie drei orthogonale Symmetrieebenen ihrer mechanischen Eigenschaften.

Die Werkstoffe, aus denen die Natur ihre Strukturen aufbaut, sind nahezu alle aus Materialien mit anisotropen, zumeist mit orthotropen Materialeigenschaften. So kann das mechanische Verhalten von Holz wie auch von dem Knochen eines Säugers oder von den Muskeln und Sehnen eines Vogels mit Hilfe orthotroper Materialmodelle beschrieben werden.

Da in dieser Arbeit ein Verfahren vorgestellt wird, mit dem die Natur einen Weg gefunden hat ihre orthotropen Materialien optimal zu nutzen sollen deren mechanische Eigenschaften im folgenden kurz beschrieben werden.

3.2 Mechanische Eigenschaften unter Belastung

Anisotropie führt zum Teil zu stark verändertem mechanischen Verhalten im Vergleich zu dem Verhalten von Materialien mit isotropen Materialeigenschaften.

Bei isotropen Materialien führt eine Normalspannung zu Dehnungen in Richtung der angelegten Spannung und zu einer Querkontraktion senkrecht dazu. Außerdem bewirkt eine Schubspannung eine Schubverzerrung.

Bei orthotropen Materialien führt eine Normalspannung ebenso zu Dehnungen in der Belastungsrichtung. Die Querkontraktion kann aber aufgrund der unterschiedlichen Materialeigenschaften in den beiden Hauptachsenrichtungen des orthotropen Materials unterschiedlich sein, während die Querkontraktion bei isotropen Werkstoffen von der Belastungsrichtung unabhängig ist. Eine Schubbelastung führt bei Orthotropie auch zu Schubverzerrungen, der Betrag ist aber hier nicht von dem Verhältnis aus Spannung zu Dehnung (Elastizitätsmodul, kurz E-Modul, E_{ii}) oder dem Verhältnis aus Längsdehnung zu Querdehnung (Poissonsche Zahl, ν_{ij}) abhängig. Das Verhältnis aus Schubspannung und Schubverzerrung (Schubmodul, G_{ij}) ist, anders als bei den isotropen Materialien, bei den orthotropen Materialien von den oben erwähnten Materialkenngrößen (E_{ii} , G_{ij} und ν_{ij}) unabhängig.

3.3 Spannungs-Dehnungsbeziehung

Unter der Voraussetzung linear-elastischen Materialverhaltens für einen Körper aus anisotropem Material sind für die Beschreibung des Spannungs- und Dehnungszustandes des elastischen Körpers 12 Feldgrößen erforderlich, da die Spannungs- und Dehnungstensoren symmetrisch sind ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ und $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$ bei $i, j = 1, 2, 3$):

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{11} \sigma_{22} \sigma_{33} \sigma_{23} \sigma_{31} \sigma_{12}\}^T \quad (3.1)$$

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon_{11} \epsilon_{22} \epsilon_{33} \epsilon_{23} \epsilon_{31} \epsilon_{12}\}^T \quad (3.2)$$

Darin werden für die weiteren Ausführungen die üblichen Darstellungen $\sigma_{23} = \tau_{23}$, $\sigma_{31} = \tau_{31}$ und $\sigma_{12} = \tau_{12}$ gewählt, da es sich bei diesen Spannungen um Schubspannungen handelt. Bei den Dehnungen werden die Darstellungen $\epsilon_{23} = \gamma_{23}$, $\epsilon_{31} = \gamma_{31}$ und $\epsilon_{12} = \gamma_{12}$ gewählt, da es sich dabei um Schubwinkel handelt.

Das allgemeine Elastizitätsgesetz für den elastischen, anisotropen Werkstoff lautet dann:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Bei allgemeiner Anisotropie und räumlichem Spannungs- und Dehnungszustand sind 36 Koeffizienten zur Beschreibung der linearen Abhängigkeiten notwendig. $[C_{ij}]$ wird Steifigkeitsmatrix genannt.

Darin sind 21 Koeffizienten voneinander unabhängig, da aus dem Momentengleichgewicht an einem Volumenelement

$$C_{ij} = C_{ji} \quad (3.4)$$

folgt und somit die Steifigkeitsmatrix symmetrisch ist [15].

Für den Fall orthotropen Materialverhaltens, also dreier normal zueinander angeordneter Ebenen mit elastischer Symmetrie, reichen insgesamt 12 Koeffizienten zur Beschreibung der σ - ϵ -Beziehung. Neun davon sind wiederum voneinander unabhängig, wie in (3.5) dargestellt wird.

$$[C_{ij}] = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & sym. & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Die Koeffizienten C_{ij} können dann für diesen orthotropen Fall mit Hilfe der oben erwähnten, experimentell zu ermittelnden Ingenieurkonstanten E_{ii} , G_{ij} und ν_{ij} wie folgt bestimmt werden:

$$[C_{ij}] = \begin{pmatrix} \frac{1 - \nu_{32}\nu_{23}}{E_{22}E_{33}\Delta} & \frac{\nu_{12} + \nu_{23}\nu_{31}}{E_{11}E_{33}\Delta} & \frac{\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}}{E_{11}E_{22}\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1 - \nu_{31}\nu_{13}}{E_{11}E_{33}\Delta} & \frac{\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31}}{E_{11}E_{22}\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1 - \nu_{21}\nu_{12}}{E_{11}E_{22}\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ & & & G_{23} & 0 & 0 \\ & \text{sym.} & & & G_{31} & 0 \\ & & & & & G_{12} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

mit

$$\Delta = \frac{1 - \nu_{21}\nu_{12} - \nu_{32}\nu_{23} - \nu_{13}\nu_{31} - 2\nu_{12}\nu_{23}\nu_{31}}{E_{11}E_{22}E_{33}} \quad (3.7)$$

Damit ist der Zusammenhang zwischen den Spannungen und den Dehnungen für den Fall orthotropen Materialverhaltens in drei Dimensionen angegeben. Bei zweidimensionalen Strukturen reduziert sich die 6x6-Steifigkeitsmatrix auf eine 3x3-Matrix, da die dritte Komponente für diesen Fall wegfällt.

3.4 Der ebene Spannungszustand in orthotropem Material

Der ebene Spannungszustand ist durch die Definition der Spannungen

$$\begin{aligned} \sigma_{33} &= 0 \\ \tau_{23} &= 0 \\ \tau_{31} &= 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

in der dreidimensionalen Spannungs-Dehnungsbeziehung (3.3) gegeben.

Damit reduziert sich die linear-elastische Spannungs-Dehnungsbeziehung im ebenen Spannungszustand auf:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

Q_{ij} sind darin die reduzierten Steifigkeiten, die sich wie folgt in Ingenieurkonstanten ausdrücken lassen:

$$[Q_{ij}] = \begin{pmatrix} \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Dabei ist $\nu_{12}/E_1 = \nu_{21}/E_2$. Es existieren also die vier unabhängigen Materialkonstanten E_1 , E_2 , ν_{12} und G_{12} . Alle im folgenden vorgestellten FE-Rechnungen behandeln ausschließlich Fälle zweidimensionaler Strukturen.

Kapitel 4

Optimierungsmechanismen der Natur

4.1 Das Axiom der konstanten Spannung

Die Form der Bäume, ihr Wachstum und ihre Gestalt haben seit Bestehen der Menschheit zu Achtung und Respekt geführt. In vielen Kulturen ist aus dem Respekt vor der Natur und den Lebewesen, die sie hervorbringt, Verehrung geworden. So gilt der Baum zum Beispiel in der asiatischen Kultur, vor allem in Japan, als ein Ruhepol der Meditation.

Der Baum als ständiger Begleiter der Menschheit und prägender Bestandteil seiner Umwelt zog mit der Zeit immer mehr das wissenschaftliche Interesse an seiner Erforschung auf sich. Als Motivation für die Erforschung der Bäume standen sicherlich die Nutzung seines Baustoffes, dem Holz, sowie die Neugierde des Menschen an seiner Umwelt im Vordergrund. Damit die Nutzung einer Waldfläche als Produktionsstätte für Holz verbessert werden konnte, mußten Kenntnisse über das Baumwachstum gewonnen werden.

So veröffentlichte 1893 der Forstassessor Metzger [16] eine Untersuchung, in der er der Frage nachging, ob Belastungen einen Einfluß auf das Wachstum der Bäume haben. Seine Beobachtungen führten zu dem Schluß, daß der Baum zum primären Ziel hat, seine Krone möglichst groß zu gestalten, während nur das notwendigste an Baumaterial und damit Energie für die Verstärkung seines Stammes aufgewendet wird. Nur Bäume mit großen Kronen, die genug Licht einfangen können und genug Blattoberfläche zur Photosynthese haben, können im Konkurrenzkampf mit den rivalisierenden Standortpartnern überleben. Und nur sie sind befähigt ihre Art über Generationen zu erhalten. Da jedoch die Arterhaltung und die Erhaltung des einzelnen Individuums bei Lebe-

wesen mit hoher Lebenserwartung, zu denen die Bäume zweifellos gehören, in einem gewissen Gleichgewicht stehen, darf der Baum seine eigene Standfestigkeit nicht auf Kosten einer konkurrenzlos großen Krone aufs Spiel setzen. Metzger fand heraus, daß es bei Bäumen ein bestimmtes Verhältnis des Stammdurchmessers D zur Höhe h , gemessen vom effektiven Windangriffspunkt (Krone des Baumes) nach unten, gibt. Es gilt der Zusammenhang:

$$h \sim D^3 \quad (4.1)$$

Mit anderen Worten, der lokale Durchmesser eines Baumstammes ist proportional zur dritten Wurzel aus h , in der der Durchmesser gemessen wird (vgl. Bild 4.1). Dies veranlaßte Metzger nach den Untersuchungen zu der Aussage, „daß die Form der Schäfte Trägern von gleichem Widerstande gegen Biegung entsprachen“.

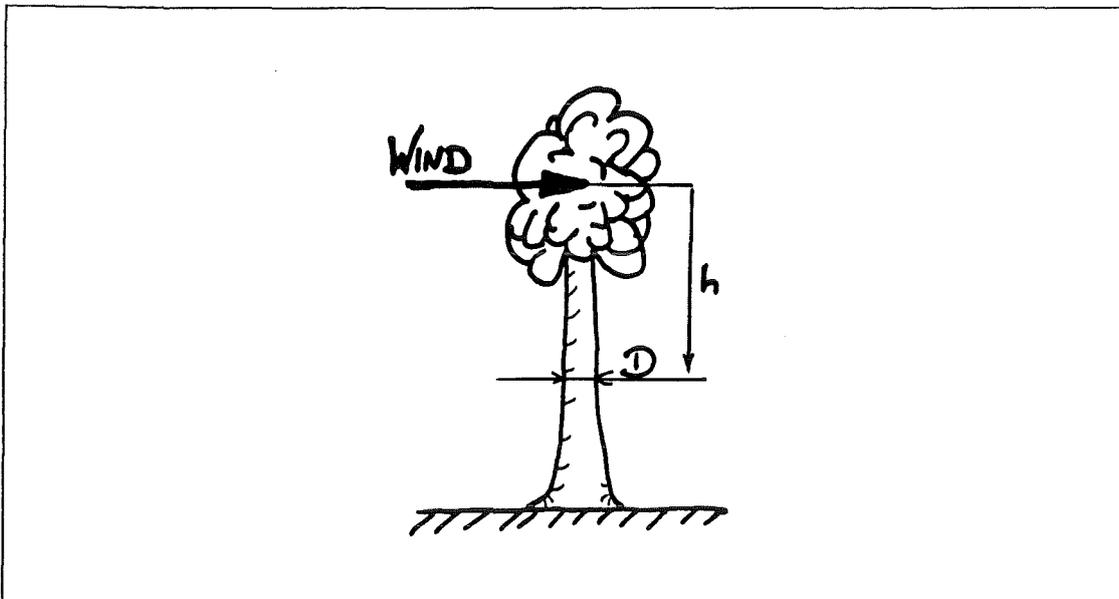


Bild 4.1: Zusammenhang zwischen lokalem Stammdurchmesser D und der jeweiligen Meßhöhe h .

Aus der Beziehung (4.1) läßt sich auch eine Schlußfolgerung über die Spannungen an der Oberfläche eines Baumstammes ziehen. Bei angreifender Kraft in der Krone des Baumes durch die Windlast führt diese Proportionalität zu einer konstanten Spannung an der gesamten Oberfläche des Stammes.

Dieser Zusammenhang allein läßt jedoch noch keine allgemeine Aussage über das Wachstum der Bäume in einen Zustand der homogenen Oberflächenspannung zu. Erst weitere Untersuchungen der Wachstumsmechanismen der Bäume, u.a. mit ausgedehnten Feldstudien, machen eine globalere Aussage hierüber zulässig.

Das Ergebnis eingehender Baumstudien und daran angegliederter Berechnungen veranlaßten Mattheck zu der Formulierung des *Axioms der konstanten Spannung* [17, 8]. Danach versucht der Baum, unabhängig von der Ursache einer Störung, stets den Zustand homogener Spannungsverteilung auf seiner Oberfläche zu erreichen. Dies gilt für den Stamm sowie für Astanbindungen, Wurzelanläufe oder auch für Kontaktflächen mit Mauern, Steinen oder anderen Bäumen.

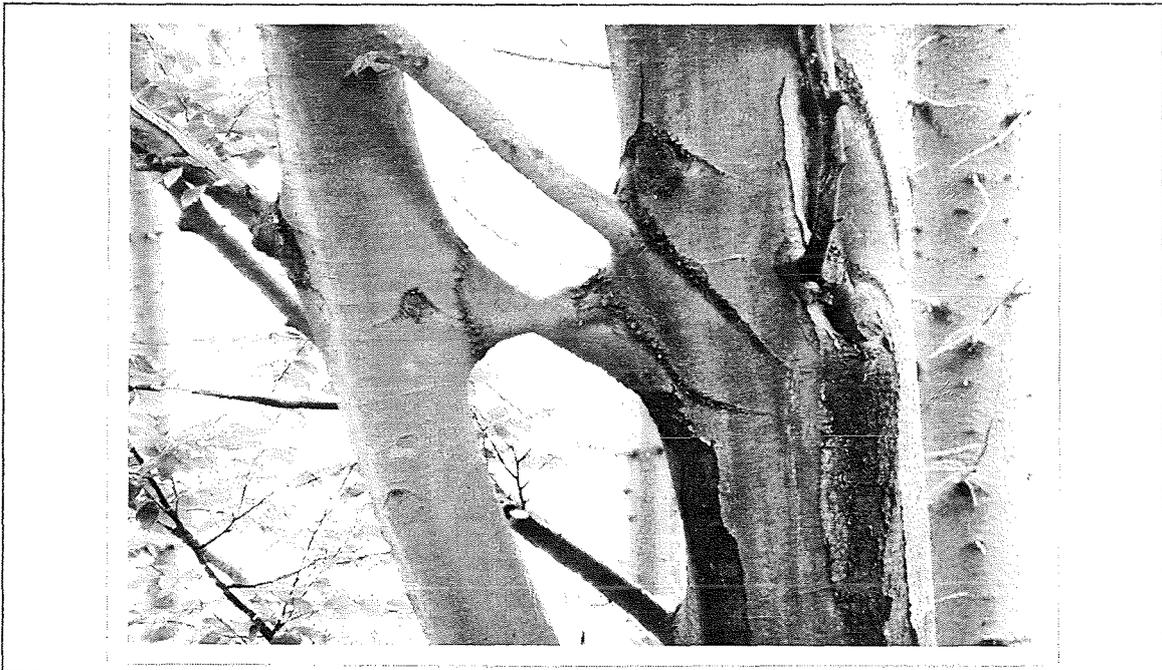


Bild 4.2: Verwachsene Äste durch adaptives Wachstum.

Wird die konstante Oberflächenspannung eines Baumes durch eine Verletzung oder einen Kontakt mit einer Mauer, einem Stein oder einem anderen Baum signifikant gestört, so reagiert der Baum durch *adaptives Wachstum* an dieser Stelle. Das gleiche gilt auch für Querschnittsübergänge, wie sie zum Beispiel bei Astanbindungen auftreten. In einem solchen Fall ist die homogene Oberflächenspannung sehr einfach durch eine Funktion zu beschreiben. Es zeigt sich, daß alle Astanbindungen in der Natur dem Verlauf einer Kurve entsprechen, von der Baud [18] nachgewiesen hat, daß sie einem kerbspannungsfreien Querschnittsübergang genügt. Aber auch die durch Wunden oder andere äußere Einflüsse verursachten Kerben, die eine Störung der Homogenität der Oberflächenspannung zur Folge haben, werden vom Baum durch adaptives Wachstum schnellstmöglich beseitigt. So legt der Baum zum Beispiel bei hohen Kontaktspannungen zweier sich berührender Äste lokal an diesen Stellen mehr Material an, um durch eine größere Kontaktfläche die Berührspannungen zu reduzieren (vgl. Bild 4.2). Nach dem gleichen Prinzip verdickt er den aktuellen Jahresring lokal, um eine durch Verletzung entstandene Kerbe zuzuheilen. Diese würde sonst vielleicht dem

Baum im nächsten Sturm das Leben kosten. Der Baum hat also durch seine Fähigkeit, lokal auf Störungen seiner homogenen Oberflächenspannung mit adaptivem Wachstum zu reagieren, eine Methode entwickelt, die es ihm ermöglicht, trotz zeitweiser massiver Störungen seines Spannungszustandes wieder in einen Zustand homogener Oberflächenspannung zu wachsen.

Die gnadenlosen Gesetze der Evolution haben maßgeblichen Anteil an der Ausbildung solcher Optimierungsmechanismen. Sie erlauben es nur solchen Lebewesen weiter zu existieren, die es schaffen sich den äußeren Gegebenheiten der Natur am besten anzupassen. Deshalb bietet die Natur dem Menschen nur noch diejenigen Lebewesen zum Studium ihrer Optimierungsverfahren, die es geschafft haben dem harten Konkurrenzkampf ums Überleben und Weitervererben zu trotzen. Schon deshalb darf angenommen werden, daß ihre Verfahren zur Gestaltoptimierung auch dem Menschen von Nutzen sein können.

Weitergehende Untersuchungen an den verschiedensten natürlichen Strukturen lassen eine Allgemeingültigkeit der Aussage für alle biologischen Kraftträger vermuten. So ließ sich u.a. bei den Knochen der Säugetiere die Bestrebung feststellen, in einen Zustand homogener Oberflächenspannung zu wachsen. Jedoch kann der Knochen im Gegensatz zum Baum zusätzlich auf den lokalen Abbau von Material als Gestaltungsmittel der Oberflächenform zurückgreifen. Er kann Knochenmaterial mittels sogenannter Freßzellen (Osteoklasten) auflösen, während der Baum einmal angelagertes Holz nicht mehr entfernen kann.

Alle diese Beobachtungen in der belebten Natur führten zur Formulierung des *Axioms der konstanten Spannung für alle biologischen Kraftträger*.

Mit dieser Grundlage und dem Wissen über das adaptive Wachstum der Bäume und Knochen entwickelten Mattheck et. al. verschiedene Optimierungsverfahren zur Verbesserung des Ermüdungsverhaltens von Strukturen. Diese sollen hier kurz beschrieben werden, da das in dieser Arbeit neu vorgestellte Verfahren eng mit den Konzepten der folgenden Methoden in Zusammenhang steht (Mattheck [7]).

4.2 Computer Aided Optimization (CAO)

Das Ermüdungsverhalten einer Struktur wird sehr stark von der Spannungsverteilung an der Oberfläche des Bauteils beeinflusst. Spannungsüberhöhungen sind hierbei meist Auslöser für einen Riß und sind somit häufig für das Versagen des Bauteils verantwortlich. Ursache solcher sehr häufig auftretender Spannungsüberhöhungen an Bauteiloberflächen sind Querschnittsübergänge oder Kerben. Konstruktiv wird oft versucht, scharfkantige Übergänge mit dadurch induzierten hohen Kerbspannungen durch die

Formung einfacher Radien zu entschärfen. Die Kerbwirkung kann dadurch jedoch nur verringert werden [19]. Um Spannungsüberhöhungen infolge einer Kerbe jedoch ganz zu vermeiden, muß eine Form gefunden werden, die das Material an allen Stellen der Oberfläche gleich belastet. Wie bereits oben erwähnt stellt uns die Natur die Idee einer solchen Methodik durch das *adaptive Wachstum* zur Verfügung:

Lege Material zu, wo hohe Spannungen an der Oberfläche auftreten und lege kein Material an, wo niedrige Spannungen an der Oberfläche auftreten.

Oder um dem Leichtbauprinzip der Knochen zusätzlich gerecht zu werden:

Baue dort Material ab, wo niedrige Spannungen an der Oberfläche auftreten.

Genau diese Vorschriften der Formgebung verbindet das am Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH entwickelte CAO-Verfahren mit den Möglichkeiten computergestützter Berechnungsverfahren.

Das in Bild 4.3 dargestellte Verfahren wird folgendermaßen durchgeführt:

- Erzeugung einer Finite-Elemente-Struktur des zu optimierenden Bauteils mit einer *Wachstumsschicht* an der Oberfläche, mit der im weiteren Verlauf die Oberflächenform verändert wird. Diese Schicht entspricht somit dem Kambium der Bäume.
- Finite-Elemente-Analyse der Spannungsverteilung im Bauteil mit besonderem Augenmerk auf den Spannungen an der Oberfläche bei gegebener Belastung und gegebenen Randbedingungen.
- Ab dem zweiten Durchlauf des Verfahrens, Entscheidung über die ausreichende Optimierung nach den bisherigen Durchläufen unter Berücksichtigung vorgegebener Beschränkungen. Im Falle eines Erreichens des Optimierungszieles kann das Verfahren mit dem Ergebnis einer optimierten Struktur abgebrochen werden. Andernfalls wird mit den folgenden Schritten fortgefahren. Als Kriterium gilt nach der Definition des *Axioms der konstanten Spannung* die Homogenität der Oberflächenspannung. Ist diese für den Benutzer ausreichend, so entscheidet er sich für die gefundene Gestalt des Kraftträgers als optimierte Struktur.
- Der Verteilung der Spannungsdifferenzen $(\sigma(x, y, z) - \sigma_{ref})$ an der Oberfläche der Struktur wird einer Temperaturverteilung an den entsprechenden Knotenpunkten der Oberflächenkontur gleichgesetzt. Dabei ist $\sigma(x, y, z)$ die berechnete Spannung an der Oberfläche und σ_{ref} eine gewählte Referenzspannung, auf die sich die Spannungen an der Oberfläche im Verlauf der Optimierung einstellen werden.
- Die Wärmeausdehnung aufgrund dieser Temperaturverteilung wird in einem FE-Lauf berechnet. Hierzu wird der Elastizitätsmodul der Wachstumsschicht

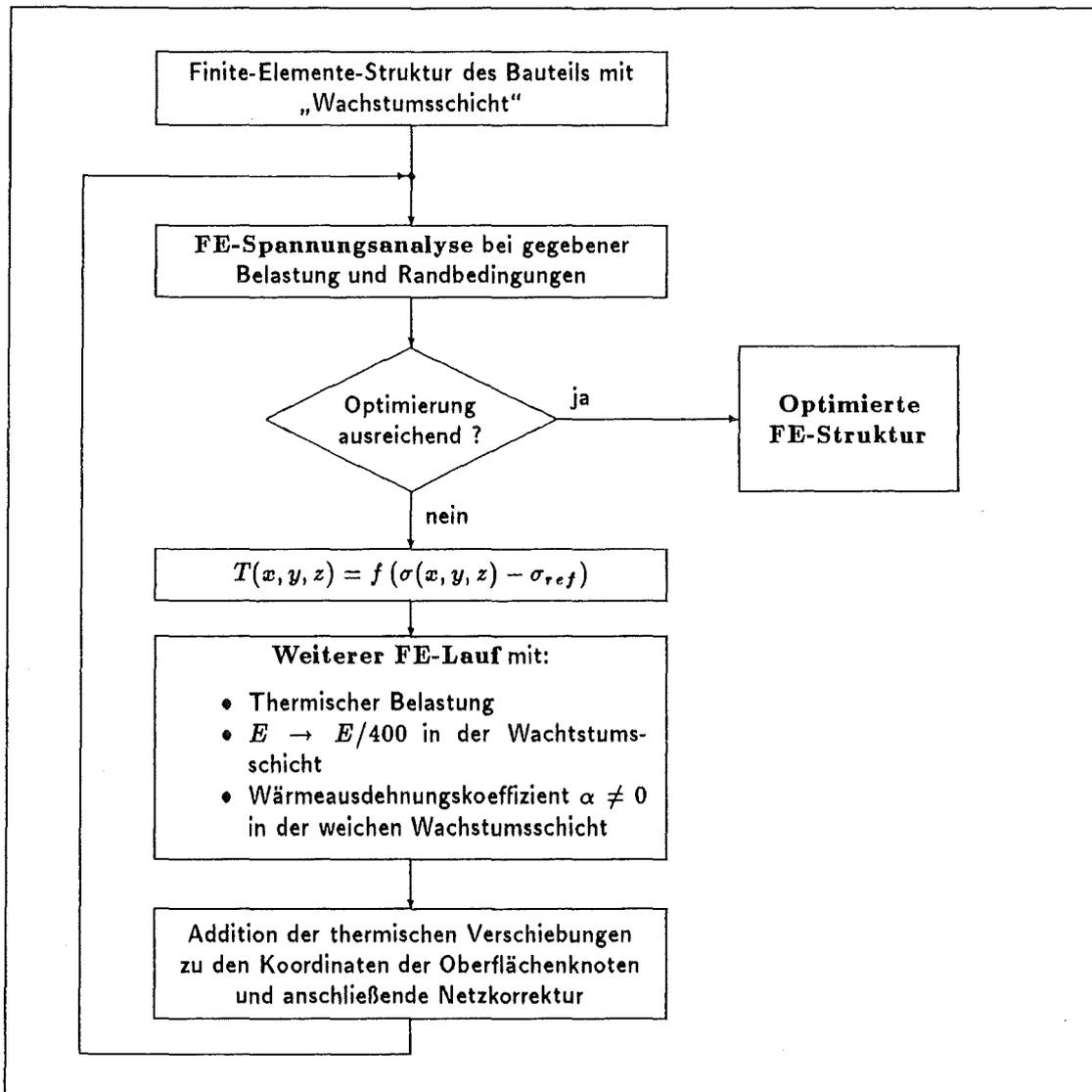


Bild 4.3: Flußdiagramm der CAO-Methode.

auf $E/400$ der übrigen Struktur reduziert und der Wärmeausdehnungskoeffizient α nur in der Oberflächenschicht von Null verschieden gesetzt. Über diesen Trick wird erreicht, daß sich Bereiche hoher Spannungsdifferenzen der FE-Spannungsanalyse stärker ausdehnen als Bereiche niedriger Spannungsdifferenzen. Das Ergebnis sind somit Verschiebungen der Oberflächenkontur in Abhängigkeit der vorher berechneten Spannungen in der Wachstumsschicht.

- Es folgt die Addition der im thermischen FE-Lauf berechneten Verschiebungen der Oberflächenknoten zu den Koordinaten der Ausgangsstruktur des aktuellen Zyklus und eine eventuell erforderliche Netzkorrektur. Mit verbesserter Kontur bezüglich der Spannungsverteilung an der Oberfläche der Struktur, wird das Verfahren vor der elastischen Spannungsanalyse wieder aufgenommen.

Die auf diese Weise durchgeführte Bauteiloptimierung wurde durch verschiedene Ermüdungsversuche [20, 21] erfolgreich unter Beweis gestellt.

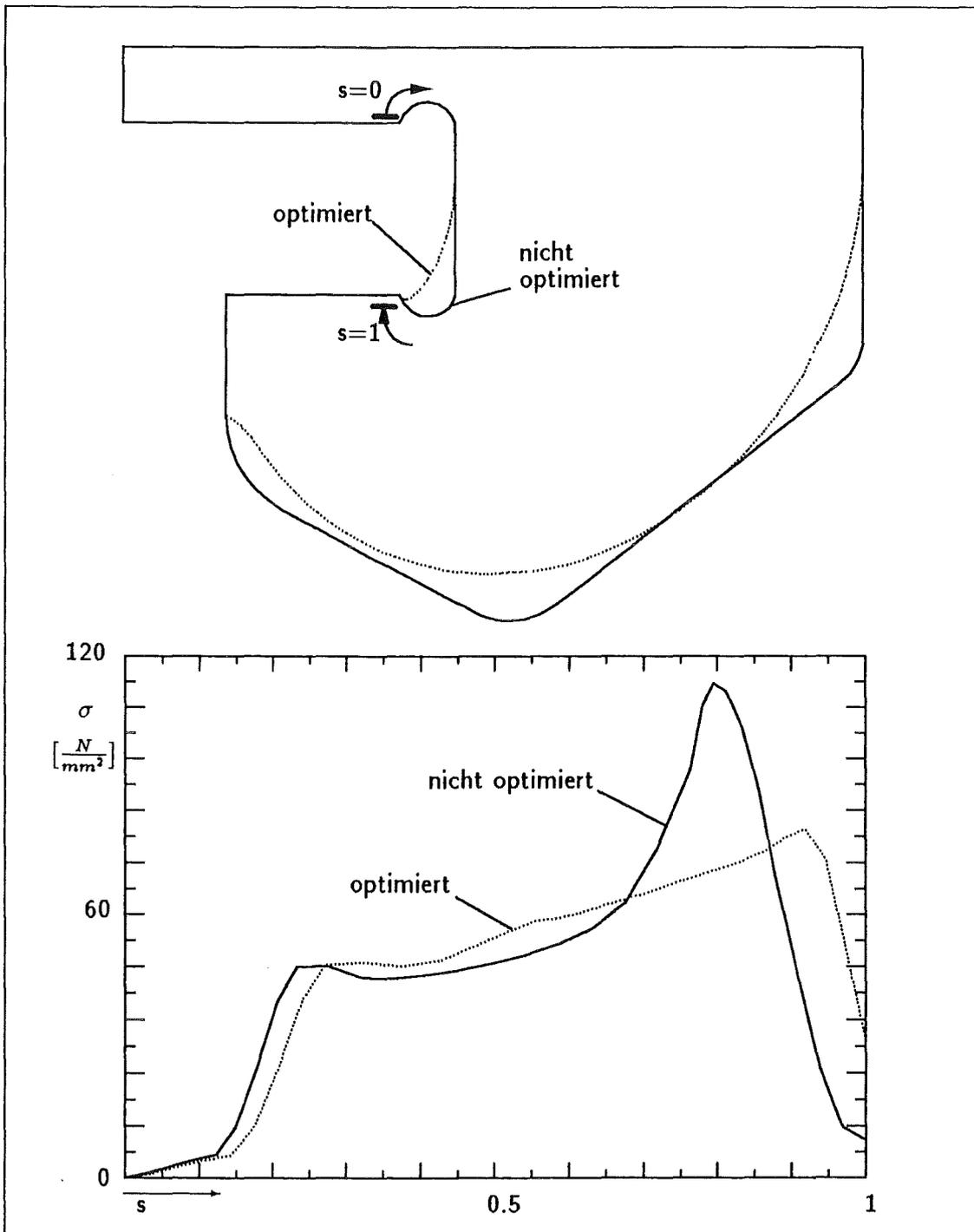


Bild 4.4: Fanghaken für die Landeklappen eines Passagierflugzeuges.

Bild 4.4 zeigt die Ausgangsstruktur (nicht optimiert) und die mit dem CAO-Verfahren optimierte Endkontur (punktirt) eines Bauteils aus der Flugzeugindustrie. Es handelt sich dabei um einen Fanghaken zur Sicherung der Landeklappen an den Flügeln eines

Passagierflugzeuges. Das zugehörige FE-Modell mit der Netzstruktur, den Belastungen und den Randbedingungen der CAO-Optimierung ist im Bild 2.1 im Kapitel 2.2 dargestellt. Im Bild 2.1 ist auch die benötigte Schwellschicht mit drei Reihen gleichgroßer Elemente im Bereich der Konturveränderung an der Außenkontur und der Innenkerbe zu erkennen.

Das Diagramm im Bild 4.4 macht die erzielte Spannungsreduzierung an der Innenkerbe deutlich. Aufgetragen sind die Spannungen an der Oberfläche der Struktur entlang der normierten Laufvariablen s . Ein weiteres Ziel der Optimierung, die Materialersparnis, ist durch die veränderte Außenkontur des Bauteils zu erkennen. So war letztlich eine Reduzierung der maximalen Von-Mises-Spannung um 25% bei gleichzeitiger Gewichtsersparnis von 13% möglich.

4.3 Soft Kill Option (SKO)

Daß der Knochen durch den Abbau von Material eine dem Baum vorenthaltene Möglichkeit der Formoptimierung hat, wurde bereits im Kapitel 4.1 erwähnt. Knochenartige Strukturen haben aber eine noch weitaus vorteilhaftere Fähigkeit entwickelt ihr Material optimal einzusetzen. Durch Variation ihres Mineralgehaltes können Knochen lokal die Steifigkeit ihrer Struktur an die Belastungen anpassen. An Stellen hoher Spannungen entstehen Bereiche hoher Steifigkeit, an Stellen niedriger Spannungen wird auf die Anlagerung von Material weitestgehend verzichtet. So entsteht eine Knochenstruktur, die den äußeren Belastungen durch optimalen Einsatz von Baumaterial begegnet. An den Stellen, an denen keine Belastung auftritt wird kein Material angelagert, an den Stellen, an denen eine hohe Belastung auftritt wird Material mit höchster Steifigkeit angelagert.

Diese Vorschrift der Strukturoptimierung, die sich in der Natur in vielfältiger Weise wiederfindet, wurde in dem am Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH entwickelten SKO-Verfahren mit Hilfe computergestützter Rechenverfahren verwirklicht [22].

Das im Bild 4.5 dargestellte SKO-Verfahren beruht im wesentlichen auf folgenden Schritten:

- Erzeugung des *Designraumes*, d.h. einer Finite-Elemente-Struktur, in dessen Begrenzungen sich der Lastträger entsprechend der Belastung und den Randbedingungen im Verlauf der Strukturoptimierung ausbilden kann.
- Finite-Elemente-Analyse der Spannungsverteilung im Designraum, in dem auch die Belastung und die Randbedingungen angebracht werden. Jedes Element hat

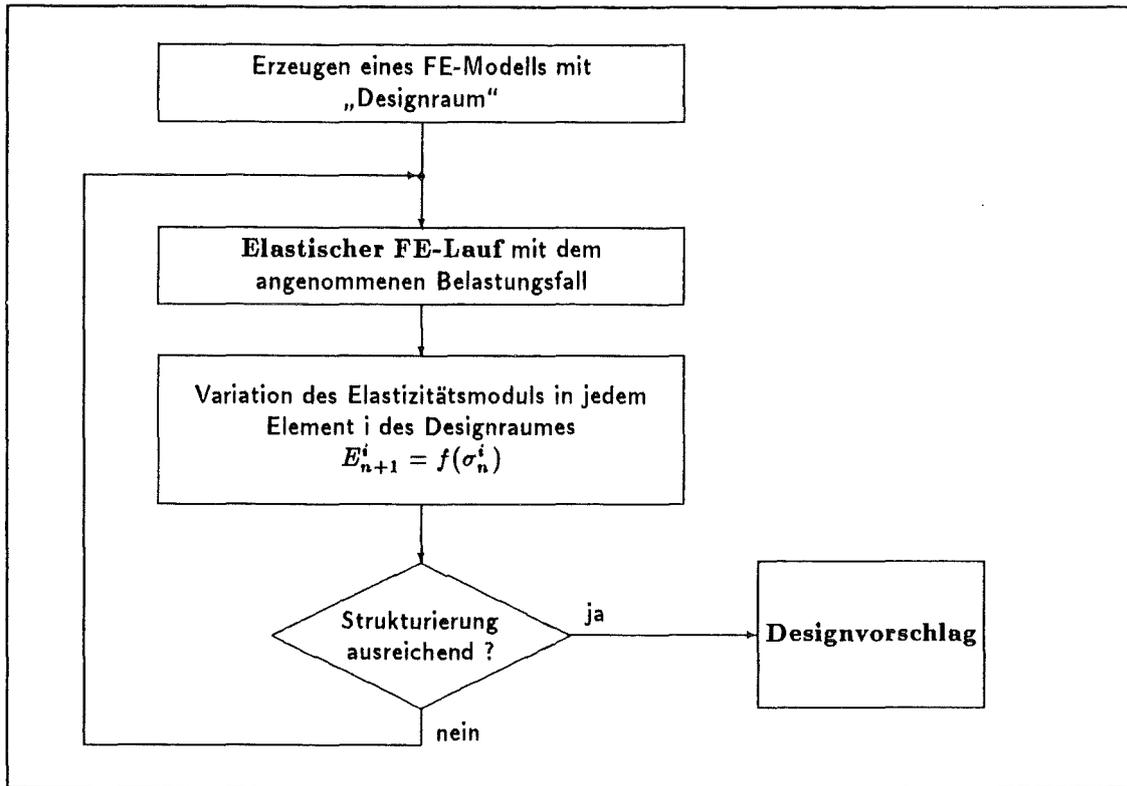


Bild 4.5: Flußdiagramm der SKO-Methode.

hierbei eine eigene, beliebige aber feste E-Moduldefinition. Für den ersten Durchlauf der Methode können diese Definitionen für alle Elemente gleich gewählt werden.

- Variation des E-Moduls jedes Elementes analog zur Veränderung der Oberfläche bei der CAO-Methode (Kapitel 4.2). In Bereichen hoher Spannung wird der E-Modul erhöht, in Bereichen niedriger Belastung wird der E-Modul erniedrigt. Nach Baumgartner gibt es hierfür verschiedene Vorschriften zur Variation des E-Moduls [10]. Am häufigsten verwendet wird jedoch die Referenzspannungsbeziehung, die in ihrer Anwendung dem CAO-Verfahren sehr verwandt ist. Mit ihr werden nach der Vorschrift

$$E_{n+1}^i = E_n^i + a(\sigma_n^i - \sigma_{ref}) \quad (4.2)$$

in Analogie zur Veränderung der Oberfläche bei der CAO-Methode die E-Moduln aller Elemente verändert und den Belastungen angepaßt. Hierin gibt n die Nummer des Zyklus an, E^i den E-Modul des i -ten Elementes, a einen Gewichtungsfaktor, σ^i die Spannung im i -ten Element und σ_{ref} die Referenzspannung für die gesamte Struktur. E^i kann durch die Angabe von E_{max} und E_{min} nach oben und unten hin beschränkt werden. Die Wahl von E_{max} sollte dabei dem E-Modul des

für die Struktur erwünschten Materials entsprechen. Die anderen Beziehungen der E-Modulvariation durch SKO werden, wegen ihrer geringen Bedeutung für die meisten Anwendungen, hier nicht explizit aufgeführt.

- Entscheidung über die ausreichende Optimierung nach den bisherigen Durchläufen des Verfahrens unter Berücksichtigung vorgegebener Beschränkungen. Im Falle eines Erreichens des Optimierungszieles kann das Verfahren mit dem Ergebnis einer optimierten Struktur abgebrochen werden. Als Kriterium gilt hier in erster Linie die Zahl der Elemente, in denen noch eine Variation des E-Moduls stattfindet. Bei entsprechend wenigen veränderten Elementen entscheidet sich der Benutzer für die Verwendung der ausgebildeten Struktur als Designvorschlag für einen belastungsgerechten Kraftträger. Ist die Ausbildung einer Struktur für den Anwender noch nicht zufriedenstellend, wird der Durchlauf des Verfahrens mit einer erneuten Spannungsanalyse mittels der FEM wieder aufgenommen.

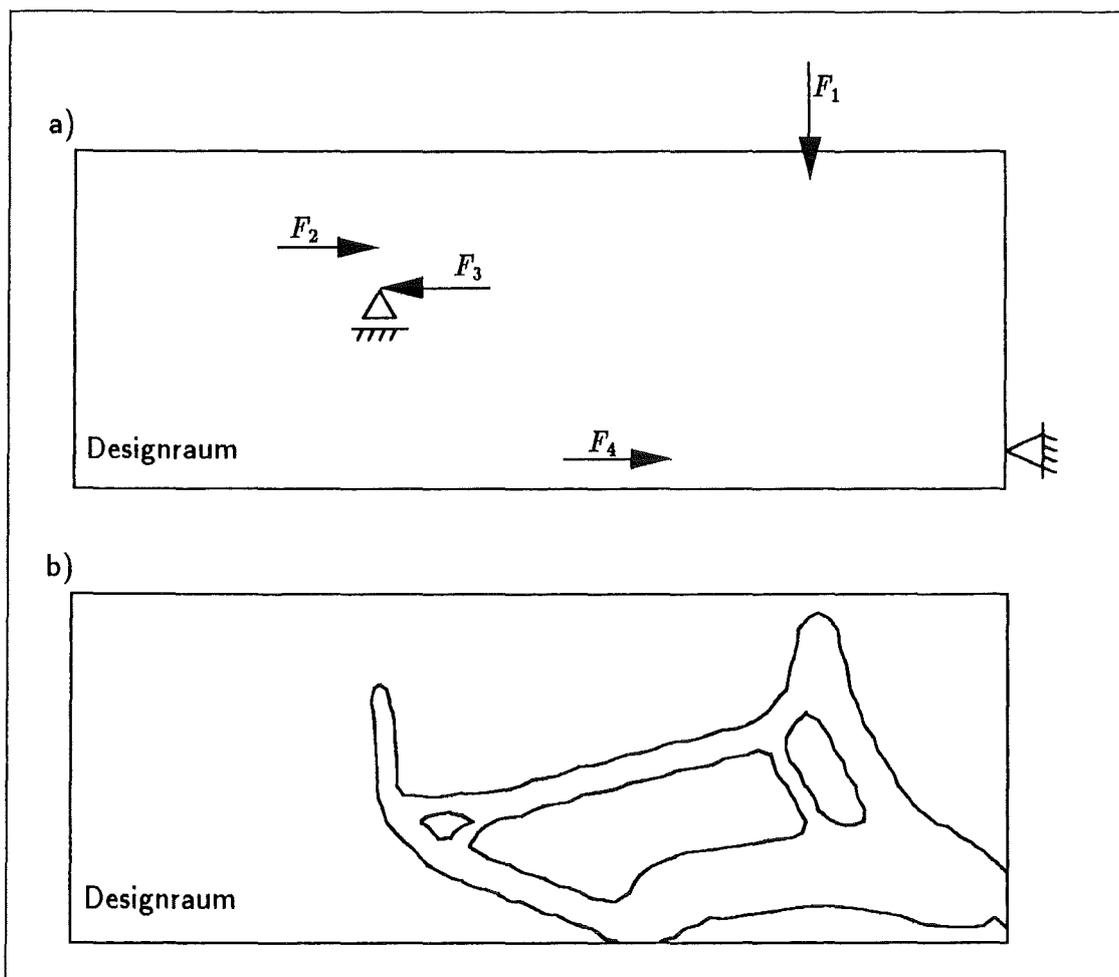


Bild 4.6: Designfindung eines Fahrradrahmens mit SKO.

Bei diesem Verfahren gelingt es gleichzeitig, ein Manko des CAO-Verfahrens aufzufangen, nämlich das Fehlen eines Designvorschlages. Das CAO-Verfahren beginnt mit der Optimierung erst an dem Punkt, an dem der Konstrukteur bereits sein Design als Vorschlag zur Optimierung bringt. Von diesem Modell ausgehend wird dann eine Optimierung vorgenommen, wobei der Vorschlag der Konstruktion beliebig falsch sein könnte und daher Risiken in sich bergen könnte. Das SKO-Verfahren jedoch liefert einen belastungsgerechten Designvorschlag der Struktur, die durch optimalen Einsatz des Baumaterials an den Stellen hoher Belastung den Voraussetzungen des Leichtbaus genügt.

Bild 4.6a zeigt den Designraum für die Anwendung des SKO-Verfahrens mit den Belastungen und Randbedingungen, wie sie für einen Fahrradrahmen gelten. Das FE-Modell des Designraumes ist aus vielen, gleichgroßen Elementen aufgebaut. Die eingezeichneten Kräfte (F_1 für die Krafteinleitung am Sattel, F_2 und F_3 für das eingeleitete Moment in den Lenkkopf und F_4 für die Pedalkraft) und Lager (Ort für Hinterrad) greifen an Knoten des FE-Netzes an. Für die hier gewählte Fahrsituation waren die Beträge der Kräfte:

$$F_1 = 480 \text{ N/mm}^2, \quad F_2 = 35 \text{ N/mm}^2, \quad F_3 = 35 \text{ N/mm}^2, \quad F_4 = 800 \text{ N/mm}^2.$$

Vor Beginn des ersten SKO-Zyklus haben alle Elemente die gleichen Materialeigenschaften, also den gleichen E-Modul. Mit zunehmender Zyklenzahl steigt der E-Modul der entsprechenden Elemente gemäß Gleichung (4.2) an. Nach etwa 50 Zyklen hat sich, bei einem σ_{ref} von 10.0 N/mm^2 , die in Bild 4.6b dargestellte Struktur eines Fahrradrahmens mit einem hohen E-Modul ausgebildet. Da sich die E-Moduln in den Elementen nicht mehr verändern, und sich die Spannungstrajektorien auf die Form des Rahmens konzentriert haben, kann das Verfahren nach diesen 50 Zyklen abgebrochen werden.

Grundsätzlich ist zu den hier vorgestellten Verfahren CAO und SKO noch folgendes hinzuzufügen. In den hier beschriebenen Beispielen wurde bei der Spannungsanalyse immer die Von-Mises-Spannung betrachtet. Dies ist aus Gründen einer Zielsetzung zur Erlangung einer höheren Bruchfestigkeit auch sinnvoll. Selbstverständlich ist aber die Verwendung einer beliebigen anderen Vergleichsspannung mit diesen beiden Verfahren möglich, was z.B. bei der Betrachtung verschiedener Werkstoffe mit anderen Eigenschaften durchaus gerechtfertigt wäre. Der Ablauf des CAO- bzw. des SKO-Verfahrens ändert sich dadurch nicht.

Kapitel 5

Optimale Nutzung anisotroper Materialien

5.1 Optimierte Faserorientierung in der Natur

In Kapitel 4 wurden bereits zwei Methoden vorgestellt, die von biologischen Optimierungsmechanismen der Natur abgeleitet wurden. Die CAO-Methode (Computer Aided Optimization) zielt dabei auf das Erreichen einer homogenen Oberflächenspannung ab, indem sie das belastungsgesteuerte Wachstum der Bäume und der Knochen simuliert. Die SKO-Methode (Soft Kill Option) wiederum führt zu einem Designvorschlag für eine belastungsgerechte Struktur, indem sie den Mineralisierungsprozeß von Knochen und Knochenstrukturen simuliert. Diese Übertragungen biologischer Optimierungsmechanismen der Natur in das Aufgabenfeld der ingenieurtechnischen Gestalt- und Strukturoptimierung haben in der Vergangenheit zu stark verbesserten Bauteilen geführt und haben in der Industrie ein breites Anwendungsfeld gefunden.

Die Motivationen für diese Entwicklungen waren mehrschichtig und setzten sich hauptsächlich aus den Bestrebungen zusammen, ermüdungsfestere Bauteile zu entwickeln, sowie aus dem Drang, ein besseres Verständnis für die Funktionen der belebten Umwelt des Menschen zu erlangen. Mit der Kenntnis der Reparaturmechanismen biologischer Strukturen ist es z.B. möglich, Vorhersagen über das Versagen von bruchgefährdeten Bäumen zu machen [23].

Nun sind in der Natur die tragenden Strukturen nahezu ausnahmslos aus Stoffen mit orthotropen Materialeigenschaften aufgebaut. Ob es sich um Knochenstrukturen mobiler Lebewesen oder um Holzstrukturen örtlich gebundener Lebewesen handelt, alle diese biologischen Kraftträger haben den anisotropen Aufbau ihrer Strukturen gemeinsam.

Es kann beobachtet werden, daß biologische Kraftträger dazu tendieren, ihre Fasern parallel zu den Hauptspannungstrajektorien der Belastung zu orientieren. Es werden also die Orthotropieeigenschaften des Materials entlang der Kraftflußlinien im Kraftträger ausgerichtet. Dadurch ergeben sich bei gleichbleibender Belastung minimierte Schubspannungen zwischen den Fasern, was wiederum die Wahrscheinlichkeit für Schubversagen in der Verbundstruktur minimiert. Ändert sich die Belastung, ist zumindest für lebende Holzstrukturen eine optimale Faserorientierung im Innern nicht mehr gewährleistet.

Der Baum baut sein Holz unter seiner Rinde im Kambium auf und lagert die Holzfasern an die im Vorjahr gebildeten Holzzellen an. Durch die Anlagerung der Fasern ausschließlich an der Oberfläche seiner Holzstruktur ergibt sich zwangsläufig eine Ausrichtung der neuen Fasern parallel zu den Hauptspannungstrajektorien, da es nie Spannungen senkrecht zu einer freien Oberfläche geben kann. Ändert sich der Belastungszustand im Laufe des Lebens eines Baumes nicht, so gilt dieser schubspannungsfreie Zustand der Faserorientierung näherungsweise auch im Innern des Baumes [24].

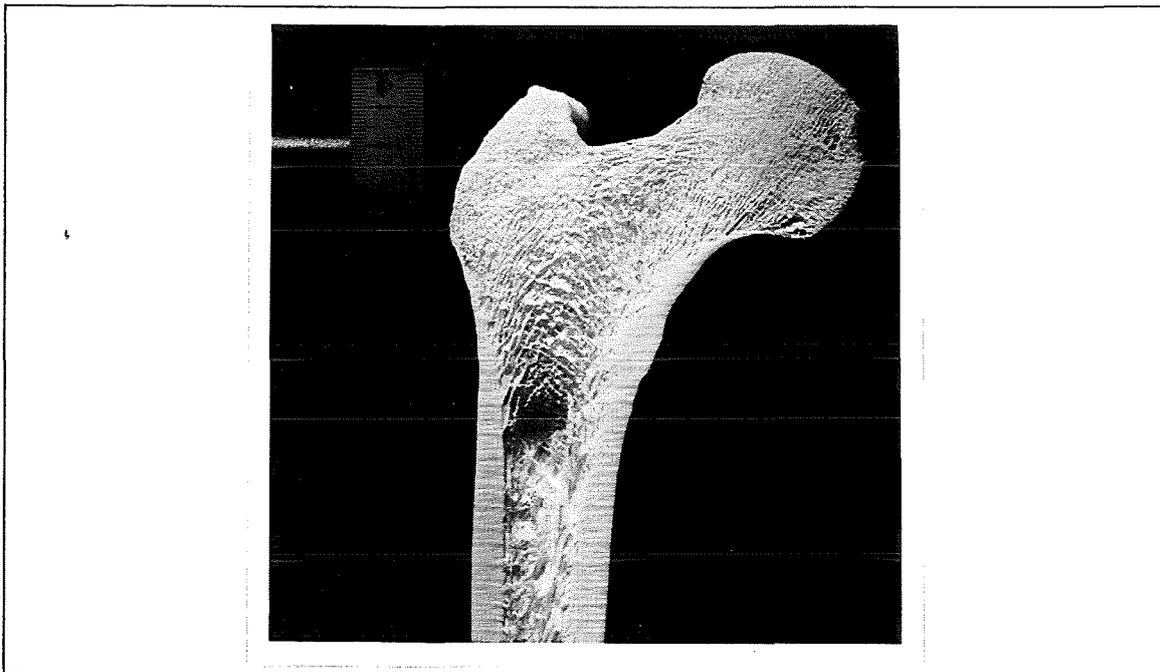


Bild 5.1: Schnitt durch einen menschlichen Femur.

Der Knochen hingegen erhält die anisotrope Struktur durch den Aufbau der Spongiosa, die durch eine bestimmte Ausrichtung ihrer schwammähnlichen Mineralstruktur orthotrope Materialeigenschaften besitzt, wie beim Schnitt durch einen menschlichen Femur zu erkennen ist (Bild 5.1). Knochen jedoch können im Gegensatz zum Holz die Orientierung der anisotropen Materialeigenschaften ständig an die herrschende Belastung anpassen.

So wie die Evolution Schöpfer aller uns bekannten Optimierungsverfahren der Natur ist (nur wer optimal an die Gegebenheiten seiner Umwelt angepaßt ist, überlebt den Existenzkampf um Leben und Weitervererbung), sorgte die Evolution auch für die Ausbildung optimaler Faserstrukturen in der Natur. Hier sei jedoch nicht in erster Linie von der äußeren Form oder Gestalt der Struktur die Rede, als vielmehr von der optimalen Ausrichtung der Orthotropieachsen des anisotropen Materials.

Für mechanisch belastete Bauteile aus faserverstärkten Verbundwerkstoffen (z.B. Holz) ist ein Bruch aufgrund überhöhter Schubspannungen eine der häufigsten Ursachen für Versagen, da diese Werkstoffe sehr empfindlich auf Schub reagieren. Zu erkennen ist dies auch an den Schubfestigkeiten, die häufig unter 10% der Zugfestigkeiten des gleichen Faserverbundes liegen. Durch das strenge Auswahlverfahren der Evolution sind heute nur noch die Lebewesen erhalten geblieben, die eine Möglichkeit gefunden haben ihre Verbundstrukturen vor einem solchen Schubversagen erfolgreich zu schützen. Eine gezielte Untersuchung dieser Strukturen erlaubt es nun einem Verständnis dieser Optimierungsverfahren näher zu kommen [24, 25].

5.2 Das CAIO-Verfahren (Computer Aided Internal Optimization)

Aus oben erörterten Beobachtungen der belebten Natur wurde im Rahmen dieser Arbeit am Kernforschungszentrum Karlsruhe das CAIO-Verfahren (Computer Aided Internal Optimization) zur optimierten Nutzung orthotroper Materialeigenschaften entwickelt, dessen Ablaufdiagramm in Bild 5.2 zu sehen ist.

Im CAIO-Verfahren wird das Verhalten eines orthotropen Werkstoffes (z.B. eines Faserverbundes) durch die vorgegebenen Orientierungen der Materialkenngrößen bei der Spannungsanalyse im FE-Programm berücksichtigt. Die Materialkennwerte E_1 und E_2 können für Faserverbundstrukturen mit Fasern in einer Hauptrichtung über die Mischformeln

$$E_1 = E_f v_f + E_m v_m \quad (5.1)$$

$$\frac{1}{E_2} = \frac{v_f}{E_f} + \frac{v_m}{E_m} \quad (5.2)$$

bestimmt werden. E_f und E_m sind darin die Kennwerte der Faser und der Matrix. Die Volumenanteile sind mit v_f (Faser) und v_m (Matrix) in den Gleichungen (5.1) und (5.2) gegeben. Die übrigen zwei, für die Beschreibung des ebenen Spannungszustandes in einem orthotropen Werkstoff notwendigen unabhängigen Kenngrößen ν_{12} und G_{12} , müssen durch Versuche festgestellt werden (vgl. Kapitel 3.4).

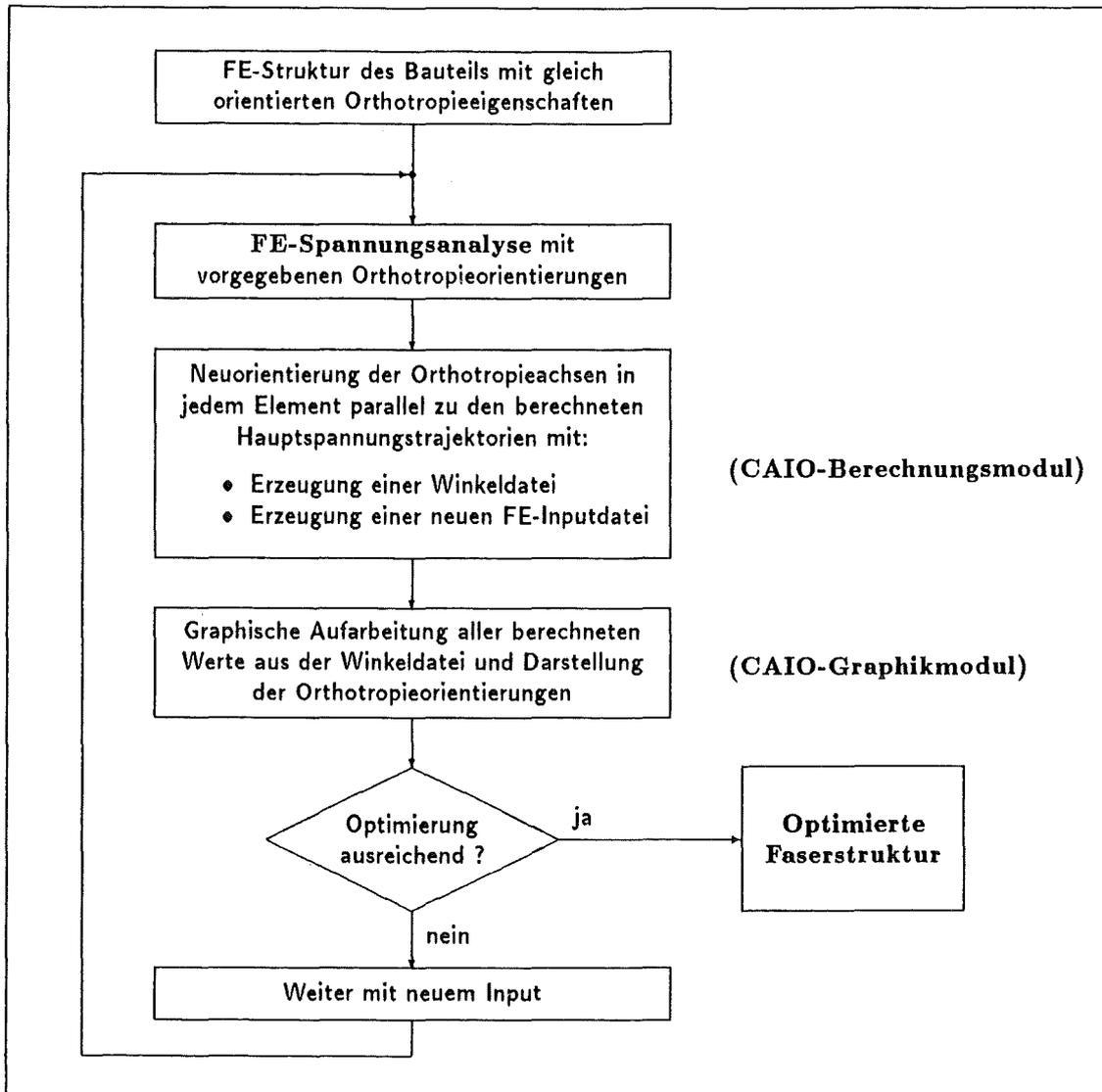


Bild 5.2: Flußdiagramm des CAIO-Verfahrens.

Die einzelnen Schritte des CAIO-Verfahrens sind im folgenden angegeben:

- Erzeugung einer Finite-Elemente-Struktur des zu optimierenden Bauteils mit möglichst kleinen Elementen. Da bei der FEM jedem Element nur eine einzige Materialdefinition (hier die Orthotropieeigenschaften) zugeordnet werden kann, hängt die Genauigkeit des Verfahrens entscheidend von der Größe der verwendeten Elemente ab.
- Finite-Elemente-Analyse der Spannungsverteilung in der Struktur mit orthotropen Materialeigenschaften.
- Mit den aus der FE-Analyse errechneten Spannungen in jedem Element werden die Hauptspannungen in Betrag und Orientierung berechnet und in einer

Winkeldatei mit der Angabe eines Drehwinkels (Bild 5.3) ausgegeben. Daneben werden für jedes Element die prozentuale Differenz zu den Maximalspannungen der beiden Hauptspannungen, sowie die Verhältnisse der Spannungen in der Winkeldatei ausgegeben. Diese sind dann bei der graphischen Auswertung der Ergebnisse wichtig.

Den Orientierungen der Hauptspannungsachsen in jedem Element werden daraufhin die Orientierungen der Orthotropieeigenschaften in jedem Element zugeordnet und als Neuorientierungen der Materialeigenschaften für eine FE-Inputdatei aufbereitet. D.h. die Orthotropieachsen des Materials eines jeden Elementes werden nach den berechneten Hauptspannungsorientierungen ausgerichtet und somit parallel zu den Hauptspannungstrajektorien orientiert. Im folgenden Zyklus kann dann die Spannungsverteilung in der bis zu diesem Zyklus optimierten Struktur berechnet werden. Mit Hilfe einer Musterdatei werden die Neuorientierungen dann eingearbeitet und die Inputdatei erstellt. Dabei ist es grundsätzlich gleichgültig, wie die Materialeigenschaften zu Beginn der Optimierung orientiert waren. Das Ergebnis ist immer eine Ausrichtung der Orthotropieeigenschaften parallel zu den Hauptspannungstrajektorien der orthotropen Struktur. Lediglich die Anzahl der Zyklen bis zum Erreichen des Optimierungsziels verändert sich durch eine unterschiedliche Wahl der Ausgangsorientierungen der Materialeigenschaften. Dies schließt in Sonderfällen sogar den Optimierungsbeginn mit isotropen Materialkennwerten ein, die aber dann durch orthotrope Materialkennwerte aus der Musterinputdatei im zweiten Zyklus für den Rest der Optimierung ersetzt werden. Im CAIO-Verfahren wird jedoch von einer uniaxialen Orientierung der Materialeigenschaften in der Ausgangsstruktur ausgegangen.

- Aus der im vorangestellten Schritt erzeugten Winkeldatei können alle Ergebnisse mit Hilfe eines im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Graphikmoduls dargestellt werden und unter anderem die Orientierungen der Orthotropieeigenschaften als Faserverläufe in der Struktur sichtbar gemacht werden.

Im einzelnen sind die folgenden Spannungsdarstellungen möglich:

- Die Schubspannungen der FE-Analyse als Schwarz/Weiß- oder Farbflächen in jedem Element.
- Die beiden aus der FE-Analyse resultierenden Hauptspannungen als Schwarz/Weiß- oder Farbflächen in jedem Element.
- Die Orientierung der Achsen der beiden Hauptspannungen in jedem Element.
- Das Verhältnis der beiden Hauptspannungen als Schwarz/Weiß- oder Farbflächen in jedem Element.

Da die Definition der Materialkennwerte der FE-Struktur nur für die Elemente möglich ist, würde eine Berechnung der Spannungen z.B. an den Knoten der FE-Struktur keine weiteren Vorteile für die Optimierung einbringen. Eine Darstellung der Spannungen als Isolinien verbessert also das Optimierungsergebnis nicht und wäre auch nur mit sehr großem Programmieraufwand zu realisieren.

- Anhand der ausgewerteten Spannungsverteilung und dem Vergleich der verbleibenden Schubspannungen in der Struktur in Relation zu den vorangegangenen Optimierungszyklen entscheidet der Anwender, ob die Optimierung abgebrochen werden kann oder ob mit der erzeugten FE-Inputdatei ein weiterer Zyklus durchlaufen werden soll. Als Abbruchkriterium gilt dabei die prozentuale Reduzierung der Schubspannungen durch die bisherigen CAIO-Zyklen. Normalerweise liegt diese Reduzierung der ursprünglich aufgetretenen Schubspannungen zwischen den Fasern nach 3 bis 5 Zyklen bei etwa 95%.
- Ist die Optimierung noch nicht abgeschlossen, die Schubspannungsreduktion also noch nicht an einen zufriedenstellenden Wert herangekommen, so wird das CAIO-Verfahren mit den parallel zu den Hauptspannungstrajektorien neu orientierten Orthotropieeigenschaften der Elemente mit der FE-Spannungsanalyse wieder aufgenommen (vgl. Bild 5.2).

Das CAIO-Verfahren beruht auf der Tatsache, daß in einem Hauptspannungssystem keine Schubspannungen existieren. Durch die Umorientierung der orthotropen Materialeigenschaften in jedem finiten Element parallel zu den Hauptspannungssystemen in jedem Element wird Schubspannungsfreiheit zwischen den Fasern in der gesamten Struktur erreicht. Dabei ist der Winkel α , um die die Materialeigenschaften in jedem Element verdreht werden, die Differenz zwischen den Orthotropieorientierungen zweier aufeinanderfolgender Zyklen, mit denen jeweils Schubspannungsfreiheit erreicht wurde. Bild 5.3 zeigt den Winkel α als Drehwinkel zweier Orthotropieorientierungen in einem Element.

Da die jeweilige Umorientierung eine Veränderung des Spannungszustandes in der Struktur zur Folge hat, wird die Optimierung durch iteratives Vorgehen erzielt. Dazu löst die FEM in jedem Zyklus die in Kapitel 3 angegebenen Differentialgleichungssysteme und bestimmt somit den Spannungszustand in jedem Element und damit in der gesamten Struktur.

Nun gibt es zwei verschiedene Möglichkeiten die orthotropen Materialeigenschaften in Richtung des Kraftflusses auszurichten, da das Material zwei senkrecht zueinander orientierte Kennwerte (E-Moduln) besitzt. Es ist unschwer zu verstehen, daß die sinnvollste Ausrichtung die ist, bei der der höhere E-Modul parallel zu den Trajektorien

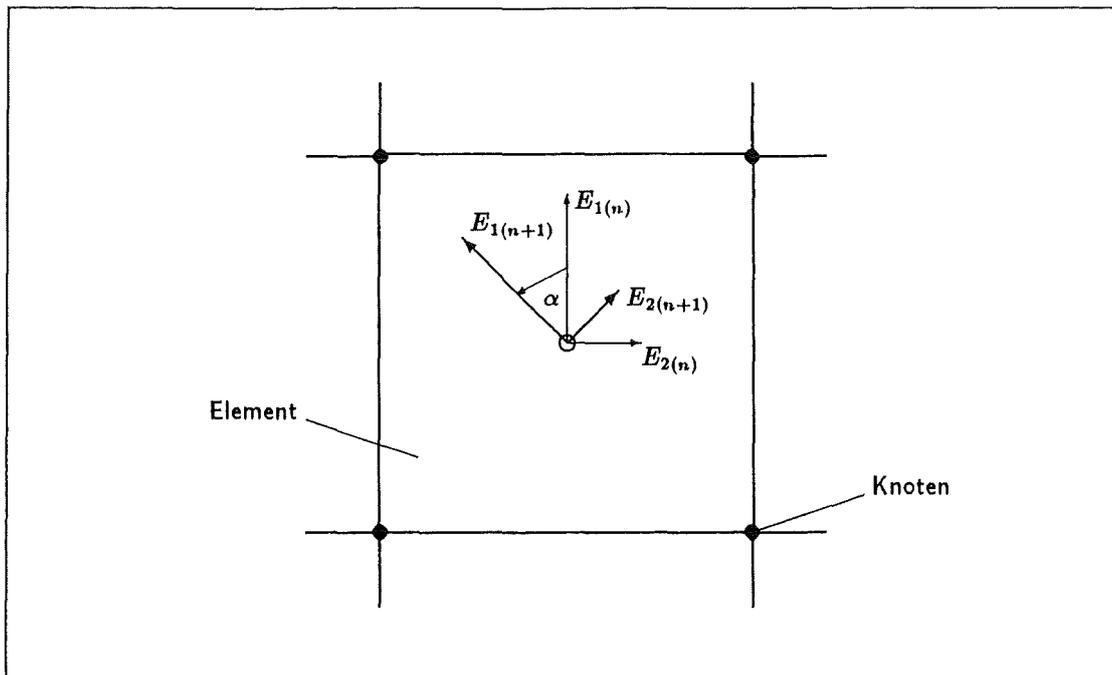


Bild 5.3: Drehwinkel α der Orthotropieeigenschaften in einem finiten Element.

der größten Hauptspannungen zu liegen kommt. Schließlich ist dies die für die Rißentstehung gefährlichste Belastung und soll in allen zugbelasteten Faserverbunden durch die eingelagerten Faserverstärkungen aufgenommen werden. Eine solche Orientierung läßt sich auch bei fast allen biologischen Kraftträgern nachweisen.

Wird die Struktur jedoch hauptsächlich durch Druckspannungen belastet, und treten keine Bereiche einer hohen Zugbelastung auf, ist die Ausrichtung des höheren E-Moduls in Richtung der Druckspannungstrajektorien vorteilhaft und deshalb erstrebenswert.

Diese zwei verschiedenen Orientierungsvorschriften bei der E-Modulausrichtung parallel zu den Hauptspannungstrajektorien können vor der Optimierung mit CAIO durch die entsprechende Wahl eines Parameters gewählt werden, um die Fasern der Struktur an den vorgesehenen Belastungszustand anzupassen.

Aufgebaut ist das CAIO-Verfahren aus zwei Modulen: aus einem Berechnungsmodul und einem Darstellungsmodul.

Das Berechnungsmodul (vgl. Bild 5.2) erstellt für jeden Zyklus eine Datei. Sie enthält alle Informationen über die verbleibenden Schubspannungen nach der Umorientierung der Materialeigenschaften im vorangegangenen Zyklus, über die neuen Orthotropieorientierungen für den folgenden Zyklus sowie über die Hauptspannungen und deren Verhältnisse in jedem Element zueinander. Außerdem ist für jedes Element die prozentuale Abweichung der Elementhauptspannungen von den maximalen Hauptspannungen in der Struktur angegeben. Der Grund dafür wird im folgenden Abschnitt über

das Graphikmodul noch deutlich werden.

Die Darstellung der Ergebnisse des CAIO-Verfahrens wird mit einem extra dafür erstellten Graphikmodul vorgenommen (vgl. Bild 5.2). Es bereitet die in den Winkeldateien der Zyklen angegebenen Ergebnisse graphisch auf und stellt sie auf verschiedene Weisen dar. Die Möglichkeiten der Darstellung sind bereits im Ablauf des CAIO-Verfahrens angegeben; dazu sind aber noch einige Anmerkungen zu machen.

Bei der Betrachtung der Hauptspannungsachsen kann ein Schwellenwert angegeben werden, unter dem die Spannungsachsen nur als Punkte gezeichnet werden. Dies hat primär den Sinn, Bereiche anzugeben, in denen die Hauptspannungen sehr niedrig sind. Zum einen ist z.B. eine Gewährleistung der FE-Ergebnisse nur bis zu einem Wert von 10% der maximalen Spannung gegeben. Mit anderen Worten, Werte darunter sind mit großer Zurückhaltung zu bewerten. Zum anderen kann davon ausgegangen werden, daß an den Orten sehr niedriger Hauptspannung eine Verstärkung der Struktur mit Fasereinlagerungen oder ähnlichem nicht notwendig ist. Diese Bereiche können also bei der Verteilung der Fasern über die prozentuale Abweichung der Elementhauptspannungen von der maximalen Hauptspannung unberücksichtigt bleiben.

Es zeigt sich noch bei allen im folgenden vorgestellten Ergebnissen, daß die mit Punkten anstatt Hauptspannungsachsen gekennzeichneten Bereiche von den Hauptspannungstrajektorien umlaufen werden und deshalb keine Fasern in diesen Bereichen dargestellt werden.

Die in Bild 5.2 dargestellte abwechselnde Ausführung von FEM-Berechnungen und Orthotropieorientierungen mit dem Berechnungsmodul der CAIO-Methode wurde in einem Jobnetz auf dem Großrechner IBM 3090 des Kernforschungszentrums Karlsruhe realisiert, wie auch die Darstellung der Ergebnisse mit dem Graphikmodul. Als Programm zur Anwendung der FEM stand ABAQUS [26] zur Verfügung und wurde ausschließlich für die in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse verwendet.

5.3 Kombination der Anwendungen von CAO und CAIO auf die Simulation einer Wundspindel

In zahlreichen Veröffentlichungen ist bereits die Leistungsfähigkeit des CAO-Verfahrens zur Simulation biologischen Wachstums unter Beweis gestellt worden, über die das Buch „Design in der Natur“ von Mattheck [7] eine sehr gute Zusammenfassung bietet. Eine Simulation biologischen Wachstums bezieht sich darin auf die Wundheilung eines Astloches an einem Baum.

Die Verwendung richtungsunabhängiger (isotroper) Materialkennwerte führt bei der

Simulation der Wundheilung zu sehr befriedigenden und mit der Natur in guter Übereinstimmung liegenden Ergebnissen. Eine CAO-simulierte Wundheilung mit orthotropen Materialkennwerten zeigt keinen grundsätzlichen Unterschied dazu, wurde aber ohne das Existieren des CAIO-Verfahrens immer mit uniaxialen (gleichorientierten), Materialkennwerten für jedes Element des FE-Modells durchgeführt. Eine Ausrichtung der anisotropen Elastizitätsmodulachsen parallel zu den Hauptspannungstrajektorien, so wie es die Bäume anstreben und durchführen, wird erst durch das CAIO-Verfahren möglich.

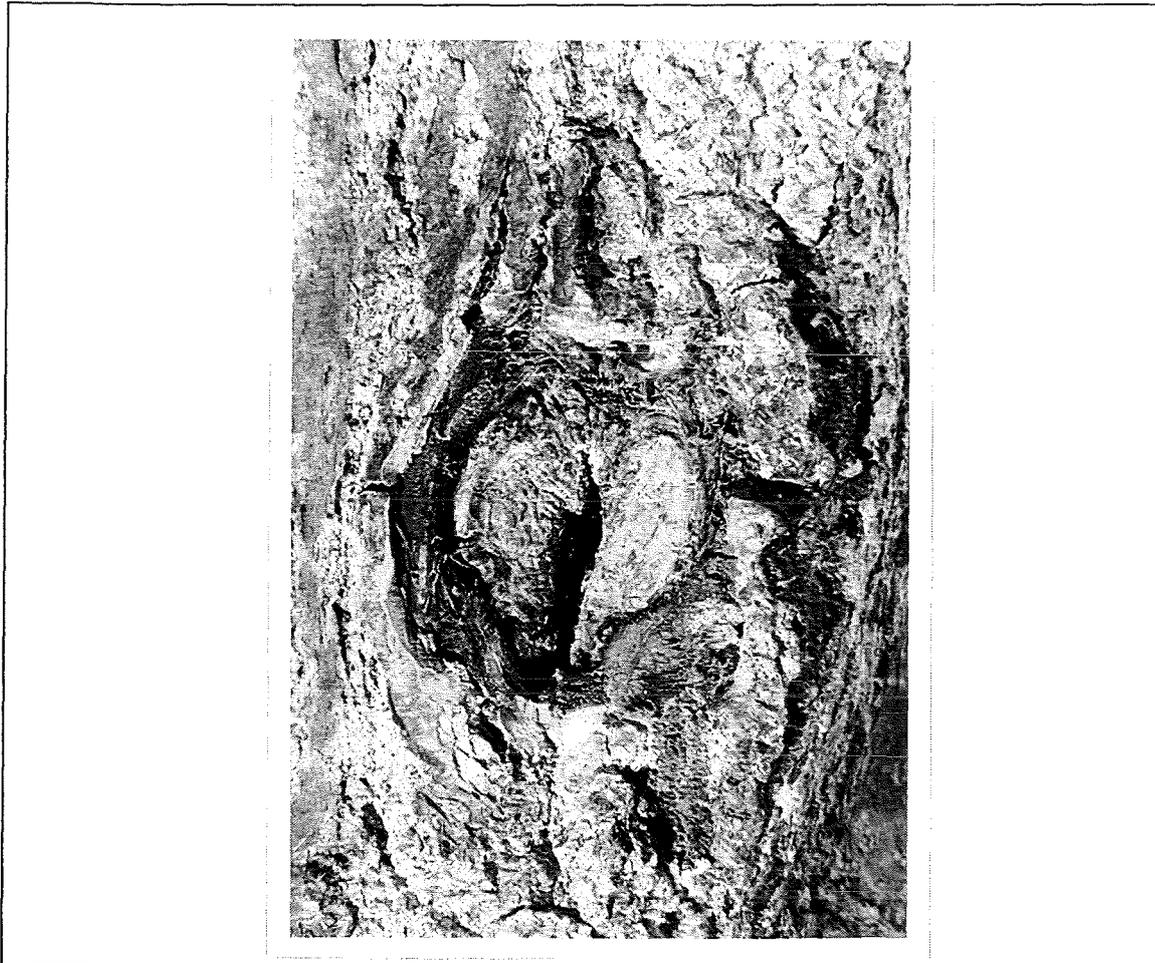


Bild 5.4: Wundspindel eines zugeheilten Loches in einem Baumstamm.

Bild 5.4 zeigt die Wundheilung eines mechanisch eingebrachten Loches in einen Baumstamm. Die Form der Wundspindel ist dabei auf den Heilungsprozeß aufgrund der von Kübler [27] beschriebenen Wachstumsspannungen im Baum zurückzuführen. Das Ergebnis einer kombinierten CAO-CAIO-Simulation ist im Bild 5.5 dargestellt. Aufgrund der existierenden Symmetrieachsen ist die Untersuchung einer Viertelstruktur ausreichend. Bild 5.5a zeigt die mit uniaxialen Materialkennwerten simulierte Wundheilspindel eines zuheilenden Astloches (gestrichelt). Bild 5.5b zeigt die Kontur (gestri-

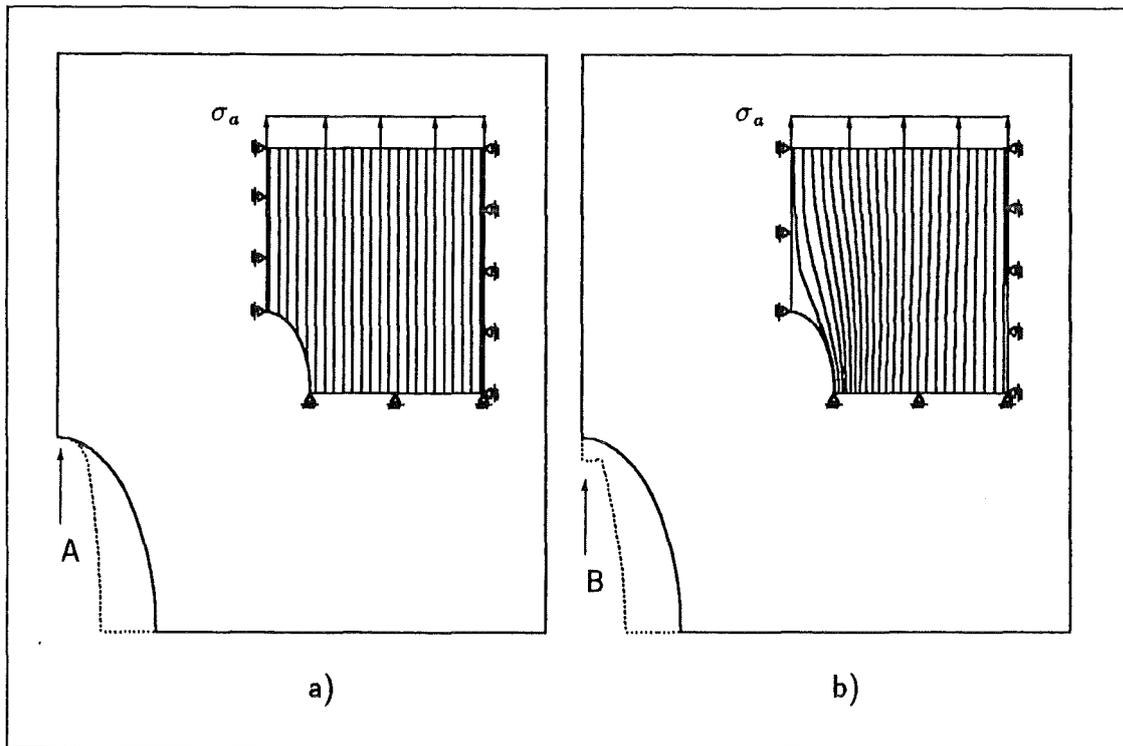


Bild 5.5: Simulation einer Wundheilung: a) CAO, b) CAO-CAIO-Kombination.

chelt), die sich nach der kombinierten CAO-CAIO-Simulation des Heilungsprozesses ergibt. Für die Wachstumsspannungen im Baum wurde eine Belastungsspannung σ_a gewählt. Die Ausgangsstruktur der Simulationen ist jeweils als durchgezogene Kontur dargestellt. Außerdem sind die Orientierungen der Materialeigenschaften durch die Darstellung der Faserverläufe zusammen mit dem Belastungszustand und den Randbedingungen in den rechten oberen Ecken der Ausgangsstrukturen abgebildet.

Bei der CAO-CAIO-Kombination wird nach jedem durchgeführten CAO-Zyklus eine CAIO-Optimierung der Orientierung der Orthotropieeigenschaften ausgeführt, um die Ausrichtung der Materialkennwerte des FE-Modells an die reale Faserorientierung im Baum anzupassen (vgl. dazu Kapitel 4.1 und Kapitel 5.2 über die Abläufe der beiden Verfahren).

Dies wirkt sich auf die durch die Wachstumsspannungen verursachte Spannungsverteilung an der Oberfläche der Lochkerbe aus und führt so zu einer etwas anderen Form der Wundspindel (siehe Pfeile A und B).

Eine CAO-Simulation mit uniaxialen Orthotropieeigenschaften führt nach Bild 5.5a zu einem Achsenverhältnis von 1:4.8. Die Kombination der beiden Methoden CAO und CAIO hingegen führt zu einem Verhältnis der Hauptachsen von 1:4.3.

Durch die Kombination der beiden Optimierungsverfahren führt also die Simulation des Wachstumsverhaltens an den vertikalen Enden der Wundspindel zu einem ande-

ren Ergebnis als bei der CAO-Simulation mit unidirektionalen Orthotropieeigenschaften. Im Falle der unidirektional orientierten Materialeigenschaften wird an den vertikalen Enden der Wundspindel kein Wachstum simuliert (siehe Pfeil A). Die Referenzspannung für das CAO-Verfahren wurde gleich der dort herrschenden Von-Mises-Vergleichsspannung gewählt. Bei gleicher Wahl der Referenzspannung und der Berücksichtigung der trajektoriengerechten Orthotropieorientierung stellt sich aber an diesen Stellen zusätzlich ein vertikaler Zuwachs ein (siehe Pfeil B).

Zurückzuführen ist diese lokale Veränderung in der Simulation des Wachstumsverhaltens auf die Ausrichtung der Materialkennwerte parallel zur Richtung des Kraftflusses um die Spindel. Diese bedingt eine Veränderung des Spannungszustandes über der Spindel. Die Umlenkung der Fasern um die Wundspindel zur Vermeidung von Schubspannungen zwischen den Fasern hat zur Folge, daß die Druckspannungen über der Spindel ansteigen. Die Von-Mises-Vergleichsspannung steigt an dieser Stelle von 13.3 N/mm^2 (a) auf 33.4 N/mm^2 (b) an. Damit ergibt sich bei der Wahl der gleichen Referenzspannung eine lokale Veränderung im Wachstumsverhalten (vgl. Pfeile A und B).

Dank der verbesserten Simulation biologischen Wachstums durch die Kombination des CAO-Verfahrens mit dem CAIO-Verfahren ist es jetzt möglich, reale, natürliche Strukturen naturgetreu in ihrem Heilungsprozeß mit optimierter Faseranlagerung zu beschreiben. Dies ist notwendig um bei den Berechnungen der Spannungszustände in biologischen Strukturen deren Fähigkeit zur trajektoriengerechten Faserorientierung gerecht zu werden.

Es besteht also jetzt mit dem neu entwickelten CAIO-Verfahren grundsätzlich die Möglichkeit, biologische Strukturen mit ihrem komplexen, anisotropen Materialverhalten bei allen Wachstumsvorgängen zu beschreiben. Es konnte gezeigt werden, daß sich auch die Anlagerung neuer Faserschichten mit dem CAIO-Verfahren trajektoriengerecht realisieren läßt.

5.4 Anwendung des CAIO-Verfahrens zur Simulation biologischer Faserorientierung

Im vorangegangenen Kapitel über die naturgetreuere CAO-Simulation biologischer Wachstumsprozesse wurde das CAIO-Verfahren als Hilfsmittel eingesetzt, um die realen Materialeigenschaften von Holz besser simulieren zu können. In diesem Kapitel nun soll die Leistungsfähigkeit der CAIO-Methode für die Simulation von Faserorientierungen in verschiedenen biologischen Strukturen untersucht werden.

5.4.1 Die Faserorientierung an einer Astanbindung im Tangentialschnitt des Stammes

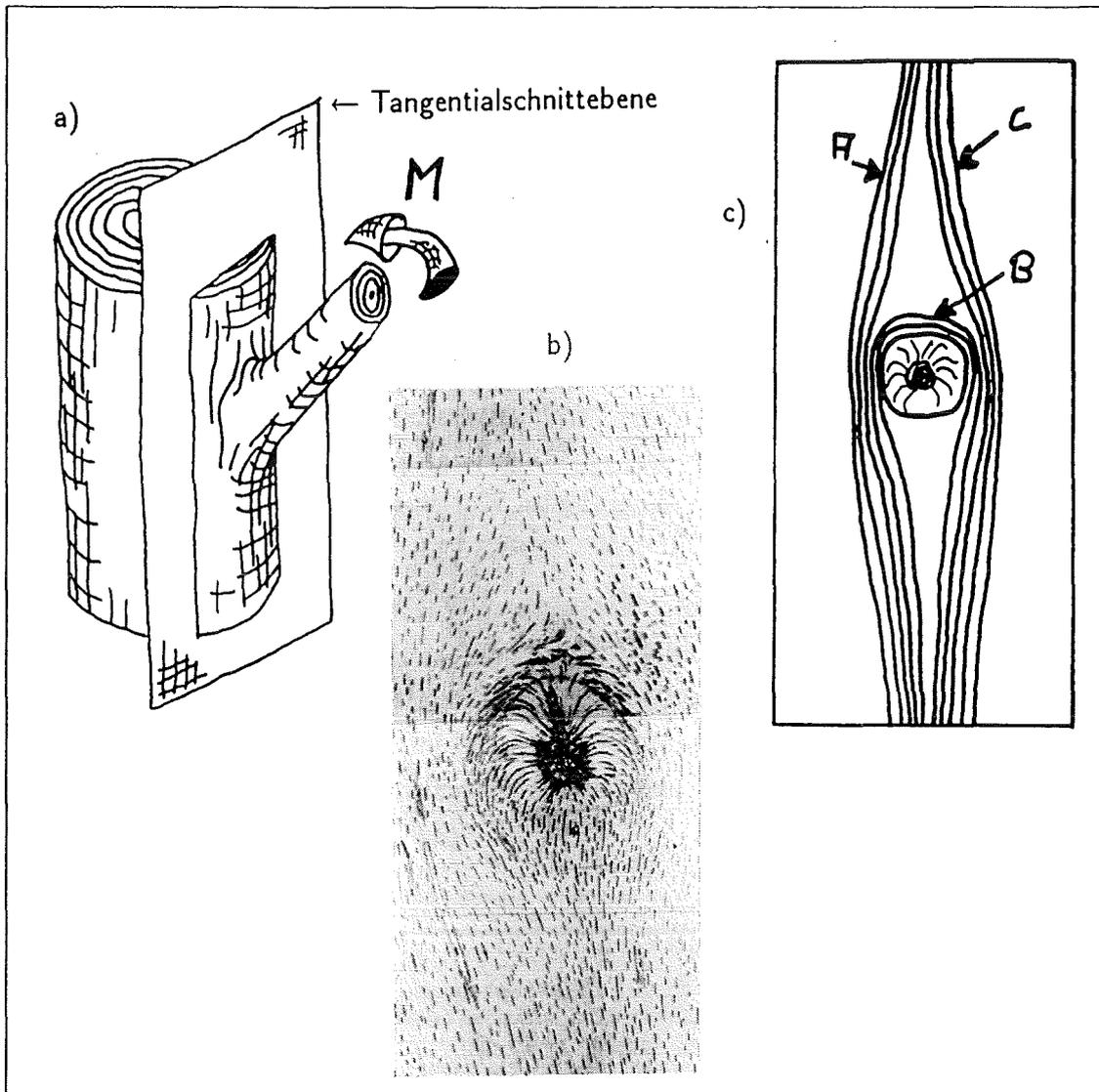


Bild 5.6: Faserstruktur einer Astanbindung (Photo: Goppelsröder).

Die Spannungsüberhöhungen aufgrund von Querschnittsübergängen werden von Bäumen durch adaptives Wachstum in einen Zustand homogener Oberflächenspannung abgebaut, wie bereits in Kapitel 4.1 dargestellt wurde.

Grundsätzlich ist es sehr schwer, den Belastungszustand, der in biologischen Kraftträgern herrscht, genau zu ermitteln. Bild 5.6a zeigt die mögliche Belastung, die in Kombination mit den Wachstumsspannungen im Stamm zu einem im folgenden beschriebenen Faserverlauf führen könnte. Das angreifende Moment am Ast ist die Folge des negativen Geotropismus, der die Äste veranlaßt, vom Boden weg nach oben

zu wachsen, damit die Lichtausbeute mit den Blättern an den Ästen des Baumes am höchsten ist [17].

Betrachtet man einen Schnitt durch eine solche Astanbindung, und berücksichtigt man das Bestreben der Bäume, ihre Faserstruktur nach den Hauptspannungstrajektorien der angreifenden Belastung auszurichten, so ist in dieser Anbindung eine gewisse Regelmäßigkeit der Faserausrichtung zu erkennen. Bild 5.6b zeigt eine von Goppelsröder [28] angefertigte Photographie eines solchen Schnittes durch eine Astanbindung. In Bild 5.6c ist eine Handskizze des Faserverlaufs dargestellt, um einzelne Fasern in ihrem Verlauf um die Astanbindung herauszustellen.

Mit Hilfe des CAIO-Verfahrens wurde die Simulation der natürlichen Faserorientierung im Stamm einer Astanbindung im Tangentialschnitt durchgeführt. Dazu wurde in Analogie zu der Schnittebene (Bild 5.6b) eine FE-Struktur mit möglichst kleinen Elementen erzeugt, die eine Berechnung der natürlichen Belastungen (negativer Geotropismus) an der Astanbindung ermöglicht.

Bild 5.7a zeigt den Faserverlauf der Ausgangsstruktur mit den entsprechenden Belastungen und Randbedingungen vor der CAIO-Optimierung der Orthotropieachsen in jedem Element. Die Wachstumsspannungen in den äußeren Bereichen des Baumstammes wurden durch eine an der FE-Struktur angreifende Zugbelastung simuliert. Der negative Geotropismus konnte durch eine Fixierung der Astanbindung relativ zur Stammstruktur realisiert werden. Die Fixierung wurde durch einen fest eingespannten Halbkreis simuliert. Damit ergab sich bei der angelegten Belastung eine Kontaktspannung im oberen Bereich der Astanbindung (siehe Punkt A im Bild 5.6a)

Die existierende vertikale Symmetrieachse rechtfertigt die Erzeugung einer FE-Halbstruktur (vgl. Bild 5.7). Dies erspart viel Rechenzeit und kann damit die FEM wirtschaftlicher machen. Vergleicht man das Ergebnis der CAIO-Simulation in Bild 5.7b und den Schnitt durch eine reale Astanbindung in Bild 5.6b, so erkennt man eine große Übereinstimmung der Faserorientierungen um den lebenden Ast. Von unten kommend verlaufen die astnahen Holzfasern im Bogen um den Ast herum, um auf der anderen Seite wieder nach unten weiter zu verlaufen (siehe Fasern B in Bild 5.6c und Bild 5.7b). Die vom Ast etwas weiter entfernten Stammfasern zeigen mit zunehmendem Abstand vom Ast keinen deutlichen Unterschied im Verlauf zwischen oben und unten. Sie weichen der Störung durch den Ast in leicht gebogenen, trajektoriengerechten Bahnen aus, während die noch etwas weiter vom Ast entfernten Fasern etwas zum Ast hingezogen werden (siehe Fasern A und C in Bild 5.6c).

Die mit dieser CAIO-Simulation bestätigte Annahme der trajektoriengerechten Anlagerung von Holzfasern an einer Astanbindung kann Anhaltspunkte für die Gestaltung ingenieurtechnischer Bauteile liefern. So kann das in Bild 5.8c dargestellte Problem der Einbettung einer formschlüssigen Bolzenverbindung in eine Faserverbundstruktur mit

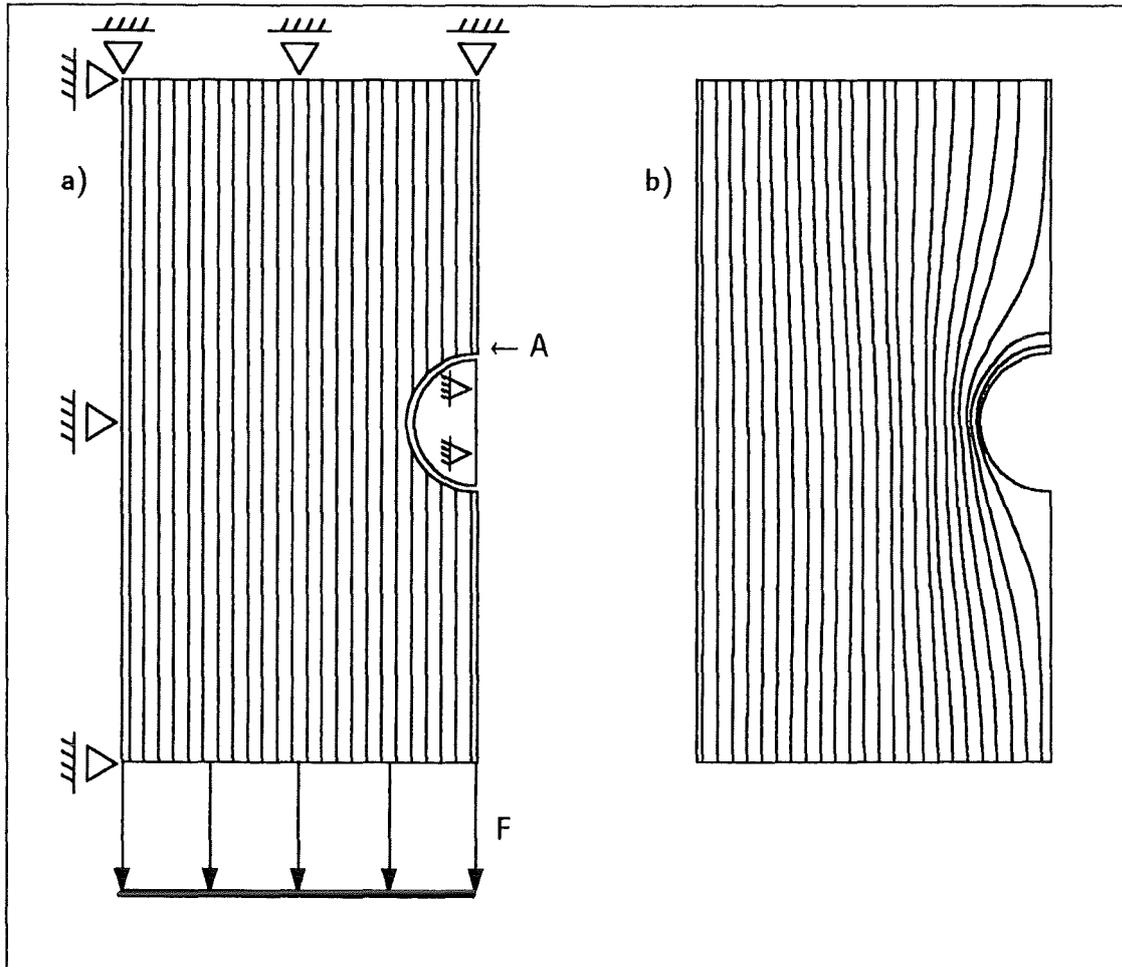


Bild 5.7: CAIO-Simulation der Faserstruktur einer Astanbindung im Tangentialschnitt.

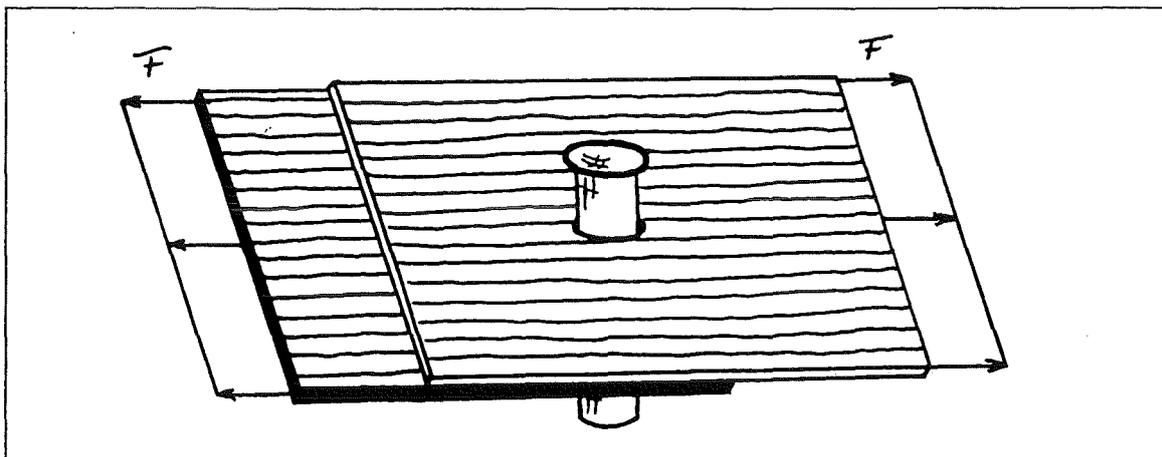


Bild 5.8: Skizze einer Bolzenverbindung in einer Faserverbundstruktur.

definierter Belastungsrichtung durch den optimierten Faserverlauf in Bild 5.7 gelöst werden. Das gleiche gilt z.B. auch für Nietverbindungen.

5.4.2 Die Faserorientierung an einer Astanbindung im Radialschnitt des Stammes

Die Astanbindung an einen Baumstamm ist naturgemäß ein typisch dreidimensionales Problem. Wie oben gezeigt wurde, läßt sich aber das Schnittbild tangential zum Stamm bezogen auf die Faserorientierung sehr gut mit Hilfe der CAIO-Methode in einer zweidimensionalen Simulation nachvollziehen.

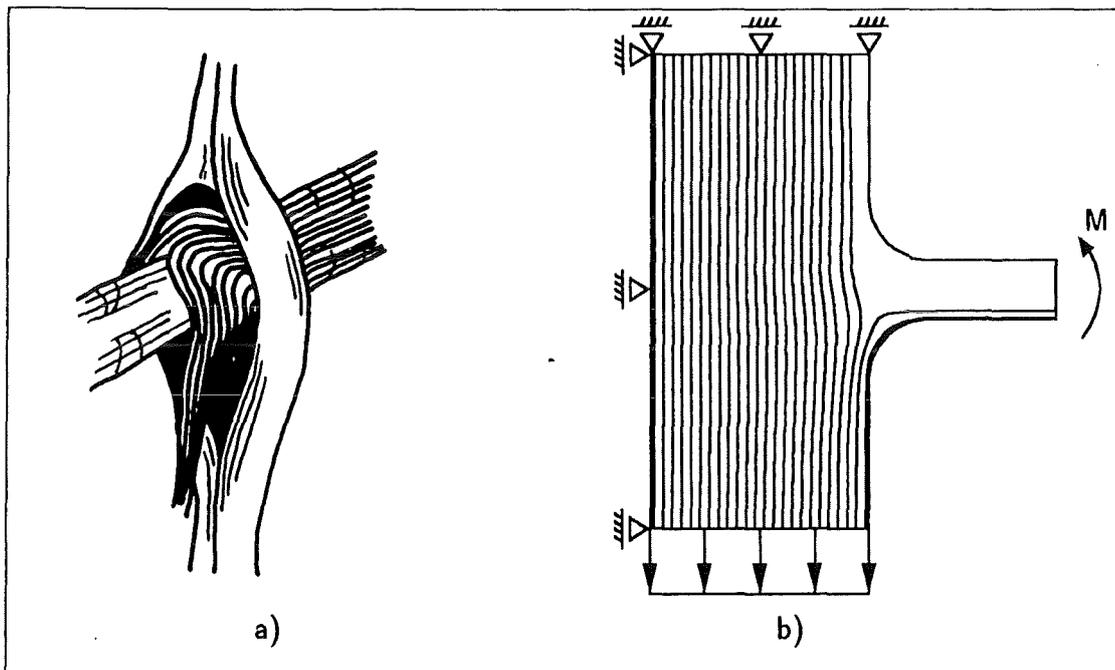


Bild 5.9: CAIO-Simulation der Faserstruktur einer Astanbindung im Radialschnitt.

Die dreidimensionale Darstellung des Faserverlaufs einer Astanbindung ist im Bild 5.9a dargestellt. Im besonderen ist dabei auf die jährliche Neuanlagerung des aktuellen Jahresringes hinzuweisen. Nach Shigo [29] bildet die Astanbindung über die Jahre einen verwebten Faserverbund aus seitlich vom Ast in den Stamm einlaufenden Fasern und aus vertikal um den Ast herumgeführten, von der Krone zum Wurzelstock laufenden Stammfasern. Im Tangentialschnitt der Astanbindung in Bild 5.6 ist zu erkennen, daß die Stammfasern den Ast umlaufen und somit entsprechend dem Kraftfluß orientiert sind. Zusammen mit der Einbindung der Astfasern, die ähnlich der Form eines Kinnbartes in die Stammfasern eingebunden sind, stellt die Astanbindung einen in der Orientierung seiner Fasern in hohem Maße optimierten Faserverbund dar.

Mit einer CAIO-Optimierung der Faseranlagerung im Radialschnitt einer Astanbindung konnte dieser Faserverlauf für den aktuellen Jahresring gut nachvollzogen werden. In Bild 5.9b ist die bereits optimierte Orientierung der Fasern bei entsprechender Belastung und gegebenen Randbedingungen zu erkennen. Die im aktuellen Jahresring

angalagerten Fasern verlaufen demnach vom Ast in den Stamm hinein nach unten. Zusammen mit dem Ergebnis aus Bild 5.7b kann man sich die Ausbildung eines dreidimensionalen Faserverlaufs vorstellen, wie er in Bild 5.9a für einen aktuellen Jahresring dargestellt ist.

5.4.3 Die Ausrichtung der Spongiosa in einem menschlichen Femur

In Bild 5.1 war die Vorzugsrichtung der Orientierung des trabekulären Knochens in einem Schnitt durch einen menschlichen Femur zu sehen. Durch die Ausrichtung der Spongiosastruktur parallel zu dem Fluß der Kraft erreicht der Knochen eine maximale Steifigkeit bei minimalem Gewicht und minimierter Bruchgefahr.

Mit der CAIO-Methode soll nun diese anschauliche Erkenntnis bestätigt werden, wobei eine neue Forderung an das Verfahren gestellt ist. Bei der Belastung des Femurs durch das Gewicht des menschlichen Körpers wird Biegung in den Knochen eingeleitet. Ein Teil dieser Biegung wird durch Zuggurtungen der Abduktoren an der Außenseite des Oberschenkels aufgenommen und in eine Druckbelastung des Knochens umgewandelt. Zuggurtungen können Zugspannungen reduzieren oder sogar in Druckspannungen umwandeln, wenn sie an der Zugseite einer durch Biegung belasteten Struktur die Zugkräfte aufnehmen [30]. Es bleibt aber immer noch eine erhebliche Biegebelastung des Femurs bestehen, was zur Folge hat, daß die orthotrope Struktur der Spongiosa nicht nur nach einer der beiden Hauptspannungen ausgerichtet sein darf, sondern parallel zu der betragsmäßig höheren Hauptspannung ausgerichtet sein muß.

Eine Anpassung des CAIO-Verfahrens an diese Forderung ermöglicht die Orientierung der orthotropen Materialkennwerte in Richtung der betragsmäßig höheren Hauptspannung, so daß der Wert des höheren E-Moduls der orthotropen Materialeigenschaften auch in Richtung der betragsmäßig höheren Hauptspannung zur Ausrichtung kommt. Die Optimierung einer biegebelasteten Struktur mit zug- und druckfestem orthotropen Material durch die CAIO-Methode kann durch die Simulation der Trabekelorientierung im Femur bestätigt werden.

Bild 5.10a zeigt das FE-Modell mit angegebenen Randbedingungen und der Belastung. Das menschliche Becken wird hier nur sehr vereinfacht durch einen abstrakten, starren Körper angenähert. Die perfekte, gleichmäßig über die ganze Oberfläche des Femurkopfes eingeleitete Kraft in den Knochen, wie sie bei einem gesunden menschlichen Skelett gewährleistet ist, kann so natürlich nicht erzielt werden; zur Bestätigung der Grundprinzipien biologischer Faserorientierung soll dies aber genügen.

Nach etwa sechs Zyklen führt die belastungsgesteuerte Ausrichtung der orthotropen Materialkennwerte zu den in Bild 5.10b dargestellten Orientierungen. Der Vergleich die-

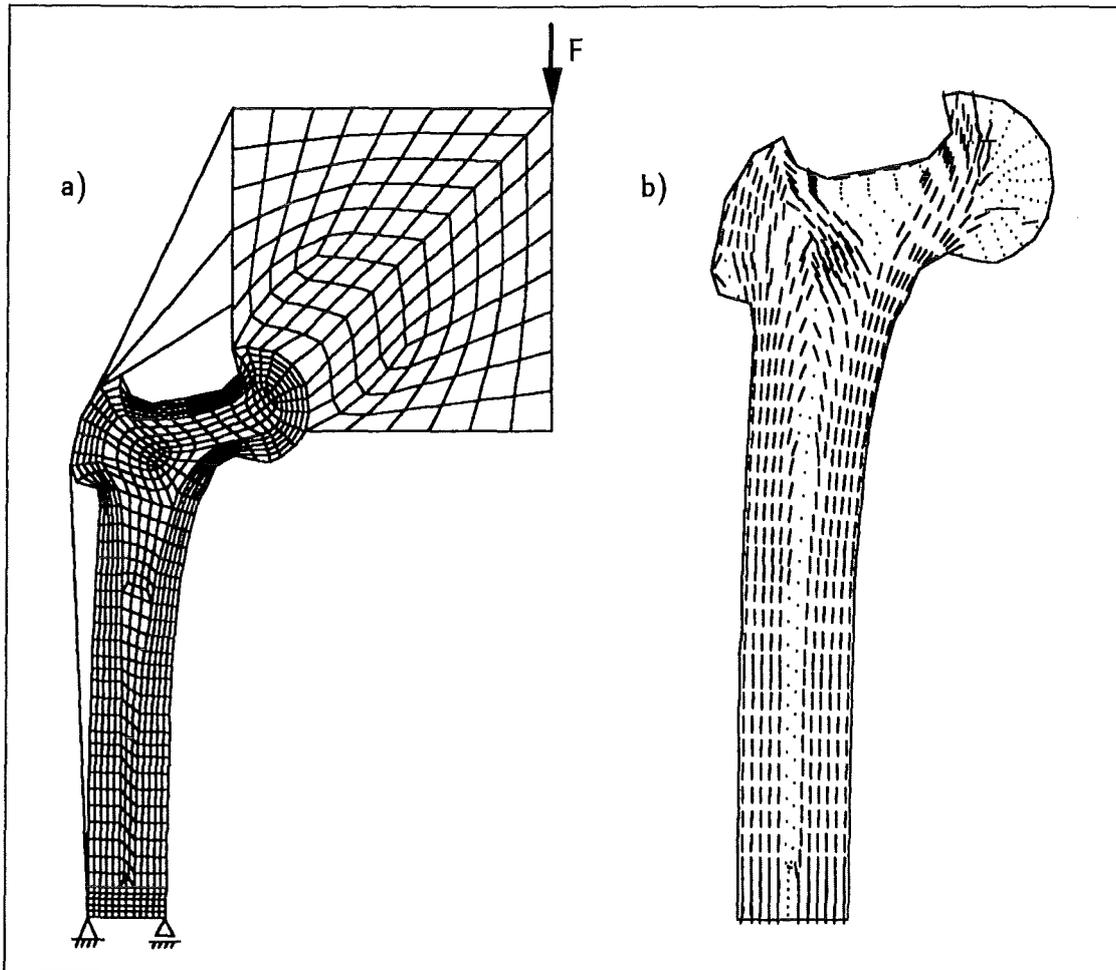


Bild 5.10: Simulation der Trabekelorientierung in einem menschlichen Femur.

ser Orientierungen mit dem in Bild 5.1 dargestellten Schnitt durch einen menschlichen Femur zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der Orthotropieachsen des FE-Modells mit den Orientierungen des trabekulären Knochens der Spongiosa.

In den Bereichen, in denen anstatt Vektoren nur Punkte zu sehen sind, liegen die Hauptspannungen unter 5% der maximal auftretenden Hauptspannung. Eine Anlagerung von Material in einem Bereich sehr niedriger Belastung wird von einem Knochen aus Gründen des Leichtbaus nie vorgenommen, was eine Untersuchung der Ausrichtung der Materialkennwerte an diesen Stellen erübrigt. Da die FE-Methode eine Genauigkeit von etwa 10% sicherstellt ist auch aus diesem Grund eine Berücksichtigung der Vektoren in diesen Bereichen nicht sinnvoll. Der Schwellenwert für die Darstellung der Vektoren kann bei dem CAIO-Verfahren jedoch zwischen 0 und 100 % frei gewählt werden (vgl. die Beschreibung des CAIO-Graphikmoduls in Kapitel 5.2).

5.5 Anwendung des CAIO-Verfahrens zur Optimierung mechanischer Bauteile

Nachdem in den vorangegangenen Kapiteln die Möglichkeit der Simulation von Faserorientierungen in biologischen Kraftträgern mit Hilfe des CAIO-Verfahrens vorgestellt wurde und gezeigt werden konnte, daß die Ergebnisse der CAIO-Simulationen eine äußerst gute Übereinstimmung mit den tatsächlich gewachsenen Strukturen aufweisen, soll im folgenden die Optimierung von mechanischen Faserverbundstrukturen untersucht werden.

5.5.1 Optimierung einer Kreislochplatte

Einschlägiger Fachliteratur kann entnommen werden, daß die Elastizitätsmoduln nahezu aller Laub- und Nadelbäume quer zur Faserrichtung (tangential im Stamm) und parallel zur Faserrichtung im Verhältnis 1/20 zueinander stehen [31, 32]. In der Evolutionsgeschichte haben sich die Laubbäume im Vergleich zu den Nadelbäumen jedoch später entwickelt. Dies läßt vermuten, daß bereits die Nadelbäume zu einem Optimum des Elastizitätsmodulverhältnisses in ihrer Faserstruktur gekommen sind. Die Laubbäume haben dieses Optimum des Verhältnis beibehalten. Wäre es nicht optimal, hätten sich die Laubbäume durch die Evolution vermutlich zu einem besseren Holzaufbau weiter entwickelt und ein anderes, besseres E-Modulverhältnis angestrebt.

Um nun diese Hypothese der optimalen Festigkeitsverhältnisse im Holz der Laubbäume bestätigen zu können, wurde die Abhängigkeit der maximalen Hauptspannungen von den Verhältnissen der E-Moduln in Zug- und Querrichtung anhand einer Lochplatte unter Zugbelastung untersucht.

Dazu wurde eine Lochplatte mit verschiedenen Verhältnissen von E_2 zu E_1 unter Zugbelastung mit dem CAIO-Verfahren optimiert, um den Faserverlauf in einem Baum um ein Astloch herum naturgerecht zu simulieren. Bild 5.11a zeigt die Ausgangsstruktur mit dem parallelen Faserverlauf in der Lochplatte und den dadurch erzeugten Schubspannungen bei Zugbelastung. Bild 5.11b zeigt die Endstruktur der CAIO-Optimierung mit dem schubspannungsfreien Faserverlauf nach drei Zyklen und einem E-Modulverhältnis von 1/20.

Die Punktsymmetrie in der Schubspannungsverteilung zum Mittelpunkt der Lochplatte ergibt sich aus der Belastung der einzelnen Faserbündel und der Kraftübertragung durch Schub zwischen ihnen. Bild 5.12 zeigt dazu eine Skizze der Struktur mit den Faserbündeln L, M und R. Das Faserbündel M über dem Loch wird im Vergleich zu dem durchgehenden Faserbündel L, links vom Loch, stärker nach oben weggezogen,

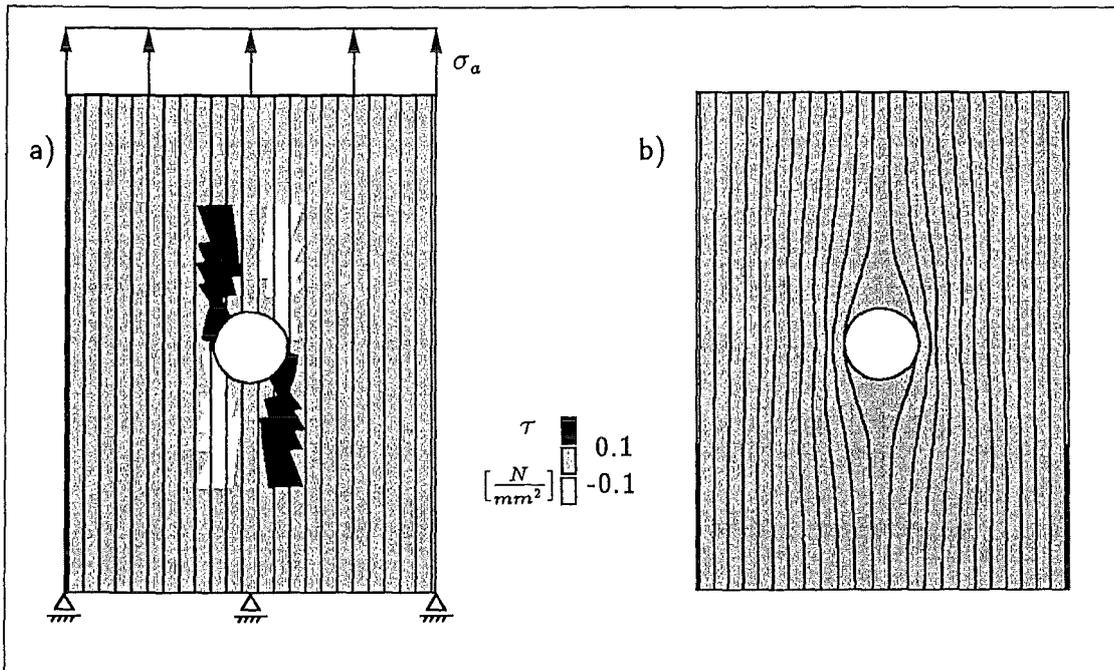


Bild 5.11: Faserorientierung und Schubspannungsverteilung in einer Kreislochplatte: a) nicht optimiert, b) optimiert.

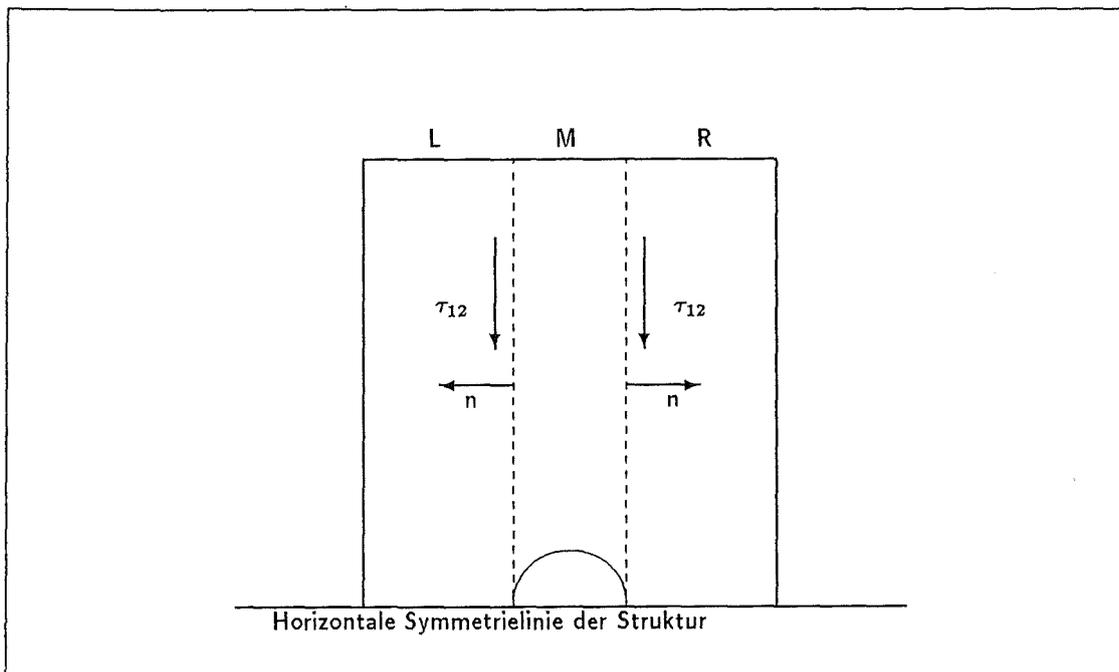


Bild 5.12: Skizze der Lochplatte.

da M nicht direkt durch Randbedingungen eingespannt wird. Das gleiche gilt für das Faserbündel M im Vergleich zu dem durchgehenden Faserbündel R, jedoch zeigt die Normale zur Schublinie (in der Skizze gestrichelt) dabei in die entgegengesetzte Rich-

tung. Durch die unterschiedliche Orientierung der Normalen zur jeweiligen Schublinie ergibt sich nach der Definition der Schubspannung eine Umkehrung des Vorzeichens. Bei der Spiegelung an der horizontalen Symmetrielinie der Struktur erfolgt für den unteren Bereich der Struktur eine erneute Vorzeichenumkehrung.

E_2/E_1	$\sigma_{1max(0)}^*$	$\sigma_{1max(3)}^*$	$\sigma_{2max(0)}^*$	$\sigma_{2max(3)}^*$	$\sigma_{1max(3)}^* / \sigma_{2max(3)}^*$	τ_{red}
1/10	2.77	2.61	0.14	0.21	12.14	95.5%
1/15	2.81	2.68	0.13	0.18	14.48	96.2%
1/20	2.84	2.73	0.12	0.17	15.42	96.6%
1/25	2.87	2.77	0.12	0.17	16.19	96.6%
1/30	2.89	2.79	0.12	0.17	16.75	95.0%

Tabelle 5.1: Ergebnisse der CAIO-Optimierungen einer Kreislochplatte.

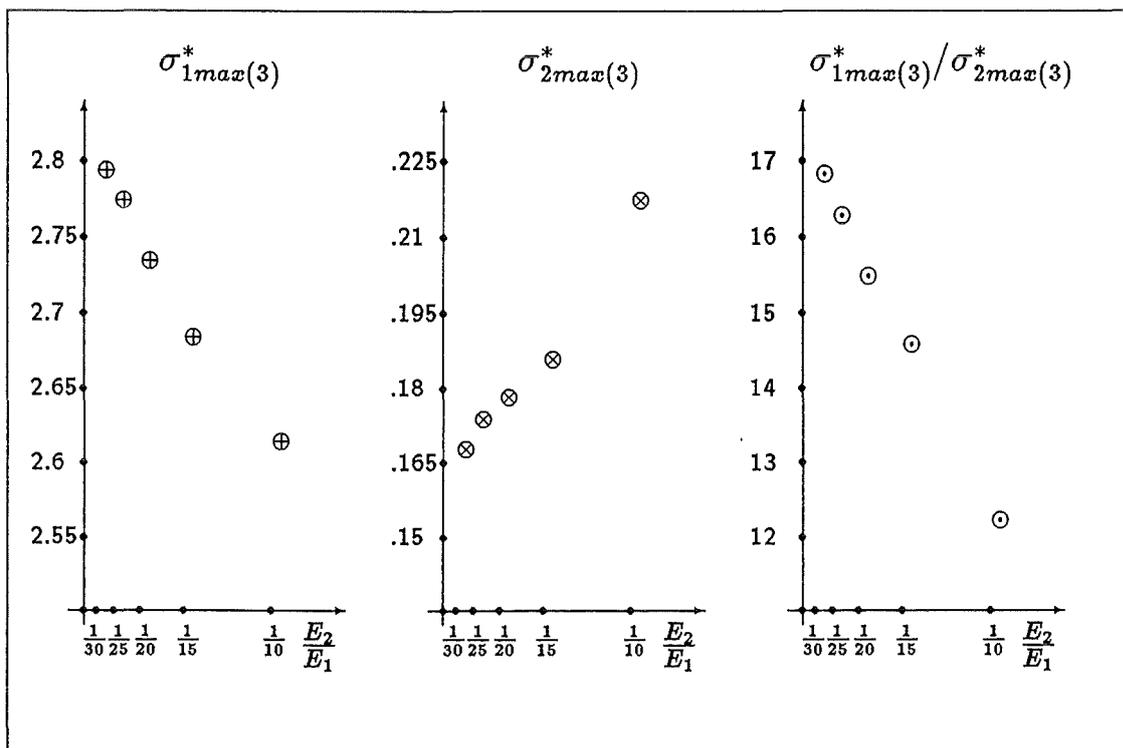


Bild 5.13: Abhängigkeiten der Maximalspannungen von E_2/E_1 .

Wie der Tabelle 5.1 zu entnehmen ist, wurde das CAIO-Verfahren mit fünf verschiedenen E-Modulverhältnissen von E_2 zu E_1 auf die Struktur angewendet. Angegeben sind die mit der angelegten Belastungsspannung normierten maximalen Spannungen $\sigma_{1max}^* = \sigma_{1max}/\sigma_a$ und $\sigma_{2max}^* = \sigma_{2max}/\sigma_a$ sowie das Verhältnis der beiden. τ_{red} gibt die prozentuale Reduzierung der Schubspannungen zwischen den Fasern nach drei Op-

timierungszyklen an. Die elastischen Konstanten wurden für die Berechnungen mit $E_1=10300\text{N/mm}^2$, $\nu_{12}=0.03$ und $G_{12}=620\text{N/mm}^2$ angenommen. E_2 wurde variiert.

Es zeigt sich, daß die maximale erste Hauptspannung σ_{1max}^* unabhängig von dem Verhältnis der Elastizitätsmoduln durch die Faseroptimierung abnimmt. Bereits nach drei CAIO-Zyklen (an der (3) in der Indizierung zu erkennen) stellt sich eine Schubspannungsreduzierung τ_{red} um mindestens 95% ein, während die maximalen zweiten Hauptspannungen σ_{2max}^* jeweils leicht ansteigen. Der optimierte Faserverlauf ist für alle E-Modulverhältnisse nahezu gleich. Ein Unterschied zu dem Verlauf in Bild 5.11 wäre nicht zu erkennen. Aus diesem Grund wurde auf eine Darstellung für die anderen E-Modulverhältnisse verzichtet.

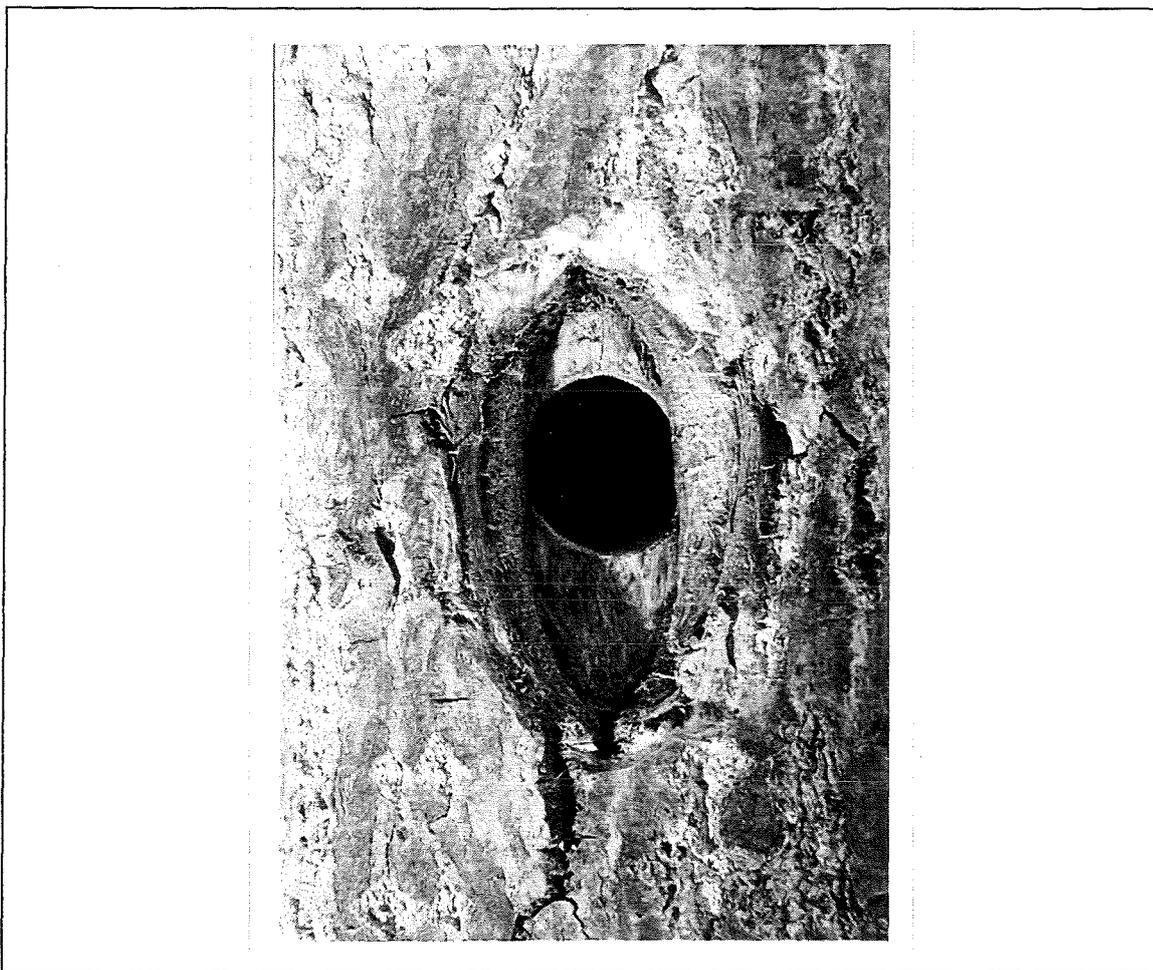


Bild 5.14: Zuwachsende Bohrung in einem Ast.

Ebenfalls in der Tabelle 5.1 angegeben sind die Verhältnisse der maximalen Hauptspannungen σ_{1max}^* zu σ_{2max}^* , da eine Korrelation zwischen dem E-Modulverhältnis und einem Minimum des Spannungsverhältnisses vermutet wurde. Die Darstellung der Spannungen und des Verhältnisses der Spannungen in den Diagrammen in Bild 5.13 zeigt jedoch,

daß ein linearer Zusammenhang zwischen E-Modulverhältnis und Spannung bzw. Spannungsverhältnis besteht und sich kein Minimum bei einem E-Modulverhältnis von $1/20$ zeigt.

Vergleicht man das Ergebnis der CAIO-Optimierung der Faserverteilung um ein Loch in einer Zugplatte (Bild 5.11b) mit dem Zwischenstadium eines Heilungsprozesses an einem Baum (Bild 5.14), so erkennt man, daß der Baum die Fasern in Form einer Ellipse, mit der größeren Halbachse parallel zur Stammachse, neu anlagert. Der Baum versucht das mechanisch eingebrachte Loch nicht nur durch adaptives Wachstum zu verschließen, sondern läßt, ähnlich wie bei dem CAIO-Verfahren, die unterbelasteten Bereiche unter und über dem Loch bei der Faseranlagerung im Heilungsprozeß unberücksichtigt. Wie in Bild 5.14 gut zu erkennen ist, hat der Baum in diesem Fall sogar das Kambium an den durch den Kraftfluß mechanisch isolierten Bereichen vollständig abgebaut, so daß das darunter liegende Holz zum Vorschein kommt. Dies ist eine weitere Bestätigung dafür, daß im CAIO-Verfahren die Bereiche niedriger Zugbelastung keine Faseranlagerungen dargestellt werden müssen.

Die in Bild 5.14 abgebildete Wundspindel ist das Ergebnis eines Experiments, das Mattheck zur Veranschaulichung der Reparaturmechanismen der Natur an einem lebenden Baum durchführte [33]. Die Bohrung wurde in den Ast einer Pappel eingebracht. Die größere Halbachse der Wundspindel zeigt dabei in die Richtung des Kraftflusses durch den Ast.

5.5.2 Faserverläufe um verschiedene Kerbgeometrien bei unterschiedlicher Belastung

Im Zusammenhang mit der Untersuchung des Einflusses der E-Modulverhältnisse E_2/E_1 auf den Spannungszustand in einer Zugprobe mit Loch wurden noch weitere Optimierungen von Faserverläufen in Strukturen mit unterschiedlichen Lochgeometrien durchgeführt. Das CAIO-Verfahren ermöglicht dies im Gegensatz zur analytischen Bestimmung der Hauptspannungstrajektorien in orthotropen Material, die dies nur für die Kreislochplatte unter Zug- oder Druckbelastung zuläßt [34].

Bild 5.15 zeigt den optimierten Faserverlauf der Kreislochplatte aus Bild 5.11 unter Schubbelastung. Dabei wurde von einer Orientierung der Fasern in einem Winkel von 45° ausgegangen (Bild 5.15a). Es zeigt sich mit dem CAIO-Verfahren auch hier nach der Optimierung eine Formierung der Fasern in Spindelform um das Loch. Die Orte höchster Schubspannung sind durch die beiden gestrichelten Rechtecke in der Ausgangsstruktur gekennzeichnet. Sie ergeben sich an dieser Stelle durch die Randbedingungen. Die Schubspannungen am Loch sind aufgrund der vororientierten Fasern in Belastungsrichtung bereits in der Ausgangsstruktur niedrig. Insgesamt lassen sich die

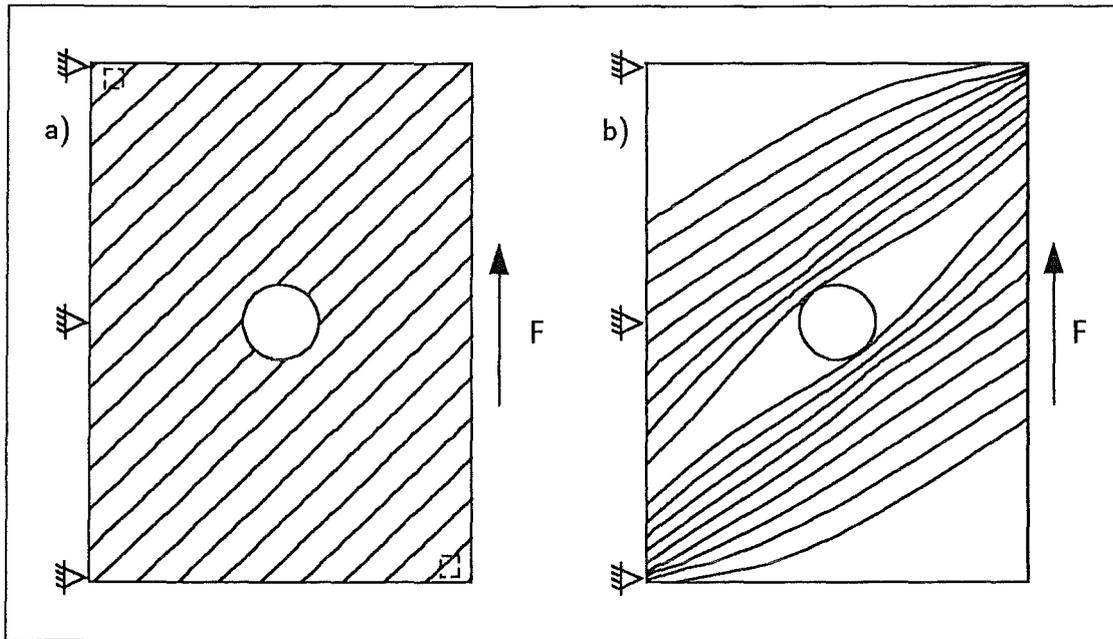


Bild 5.15: Faserorientierung in einer Kreislochplatte unter Schubbelastung: a) nicht optimiert, b) optimiert.

maximalen Schubspannungen zwischen den Fasern durch die Orthotropieoptimierung nach 3 Zyklen bereits um 97.7% senken.

Bild 5.16 zeigt die Faserverläufe in einer Zugplatte mit einem um 45° gedrehten, elliptischen Loch bei zwei verschiedenen Belastungsarten. Die Bilder 5.16a und 5.16b zeigen die Orientierungen der Fasern vor und nach der Optimierung mit CAIO. Dabei ist in Bild 5.16a die unidirektionale Faseranordnung in Belastungsrichtung zu erkennen. Die gestrichelten Kästchen geben die Orte höchster Schubspannung an. In Bild 5.16b ist der optimierte Faserverlauf um die schräge, elliptische Kerbe dargestellt. Die Fasern werden auch bei einer solchen starken Störung des Kraftflusses um das Loch herum geführt. Die zwei Fasern, die an der oberen und unteren Berandung der Platte in der Mitte anfangen und auf die Ellipse zulaufen, enden in Bereichen sehr niedriger Zugspannungen. In diesen Bereichen ist die Zugspannung unter 5% der maximalen Hauptspannung. Eine Faser zur Verstärkung der Struktur wäre hier nicht notwendig. Deshalb kann im CAIO-Verfahren auf eine Darstellung der Fasern in einem solchen Gebiet verzichtet werden. Insgesamt konnten die in der Ausgangsstruktur aufgetretenen Schubspannungen zwischen den Fasern nach 3 Zyklen um 98.5% reduziert werden.

Die Bilder 5.16c und 5.16d zeigen analog zu den Bildern 5.15a und 5.15b den Faserverlauf um die schräge Ellipse bei einer Schubbelastung. Hier liegt die Ellipse bereits mit ihrer größeren Halbachse in der Richtung der Belastung. Dadurch sind nur sehr geringe Orientierungsveränderungen gegenüber der Ausgangsstruktur um das Loch notwendig. Die gestrichelten Kästchen geben auch hier die Orte höchster Schubspannung an

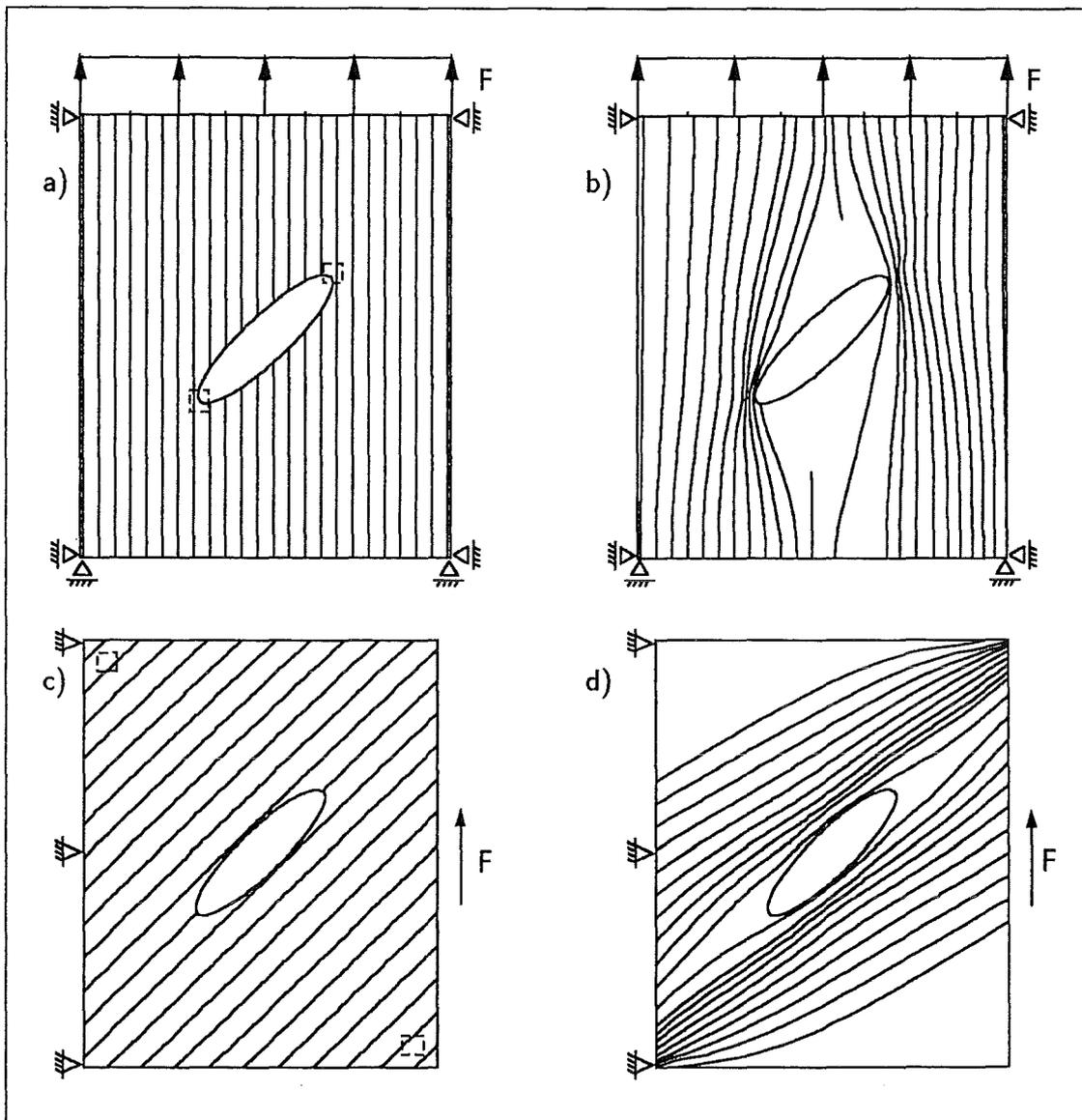


Bild 5.16: Faserorientierung um eine schräge Ellipse bei unterschiedlicher Belastung.

(Bild 5.16c). Die Bereiche der Probe mit einem optimierten Faserverlauf in denen keine Fasern eingezeichnet wurden, sind Bereiche niedriger Belastung und geben Hinweis auf eine bessere äußere Berandung einer solchen Probe (Bild 5.16d). Auf diese Bereiche könnte verzichtet werden, da sie nicht zur Übertragung der Kräfte beitragen. Auch in diesem Fall konnten die ursprünglich aufgetretenen Schubspannungen zwischen den Fasern nach 3 Zyklen um über 95% reduziert werden.

In Bild 5.17 sind zwei weitere Faseroptimierungen um Kerben bei reiner Zugbelastung dargestellt. Die Belastung und die Randbedingungen sind die gleichen wie für die Zugplatte mit der schrägen, elliptischen Kerbe in Bild 5.16a und Bild 5.16b. Im Vergleich der optimierten Faserverläufe (Bild 5.17b und Bild 5.17d) erkennt man, daß sich die Fasern über die ganze Kerbflanke besser an die senkrechte Ellipse anlegen können, als an

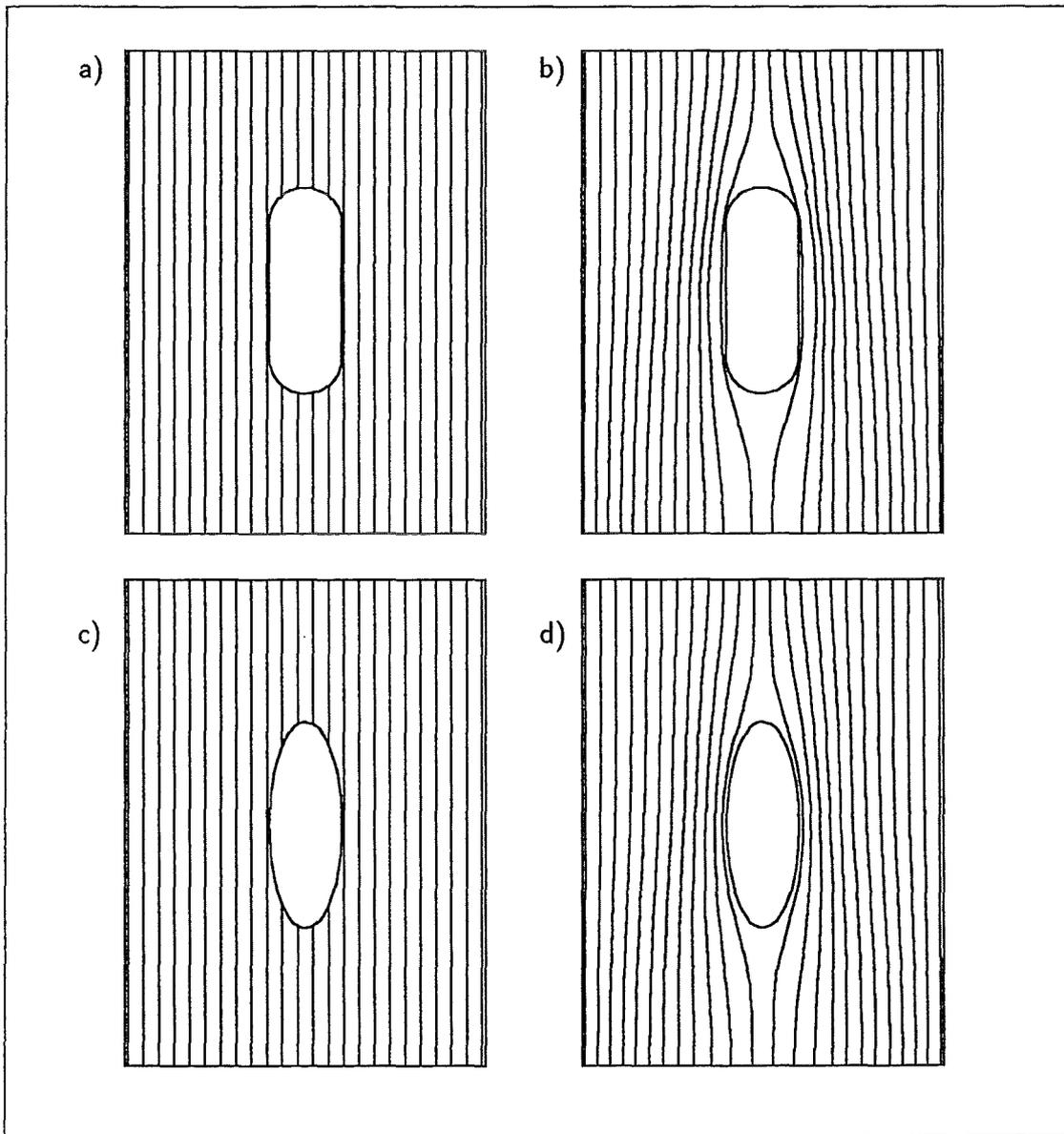


Bild 5.17: Faserorientierung um ein Langloch und um eine Ellipse.

die Flanke des senkrechten Langloches. Beide Kerben haben jedoch eine spindelähnliche Form und lassen nach nur drei Optimierungszyklen eine Schubspannungsreduzierung zwischen den Fasern von über 95% erreichen.

Bild 5.17d weist darauf hin, daß die spindelförmige Kerbe in einer Faserstruktur als optimal gelten darf, da sie den unidirektionalen Faserverlauf nur geringförmig stört. Die Fasern müssen nur sehr wenig um das Loch herum geführt werden und können sich gleichmäßig an die Kerbe anlegen. Auch ist dies die Form, die sich beim Heilungsprozeß eines Astloches in der Natur zeigt.

5.5.3 Optimierung eines Flugzeugpanels

In Kooperation mit einem deutschen Luft- und Raumfahrtkonzern wurde ein Flugzeugpanel mit integrierter Antenne zur Faseroptimierung mit CAIO ausgewählt. Es handelte sich dabei um ein faserverstärktes Panel im unteren Bereich eines Flugzeuges, auf das auf einem besonderen Trägermaterial eine Antenne angebracht werden soll.

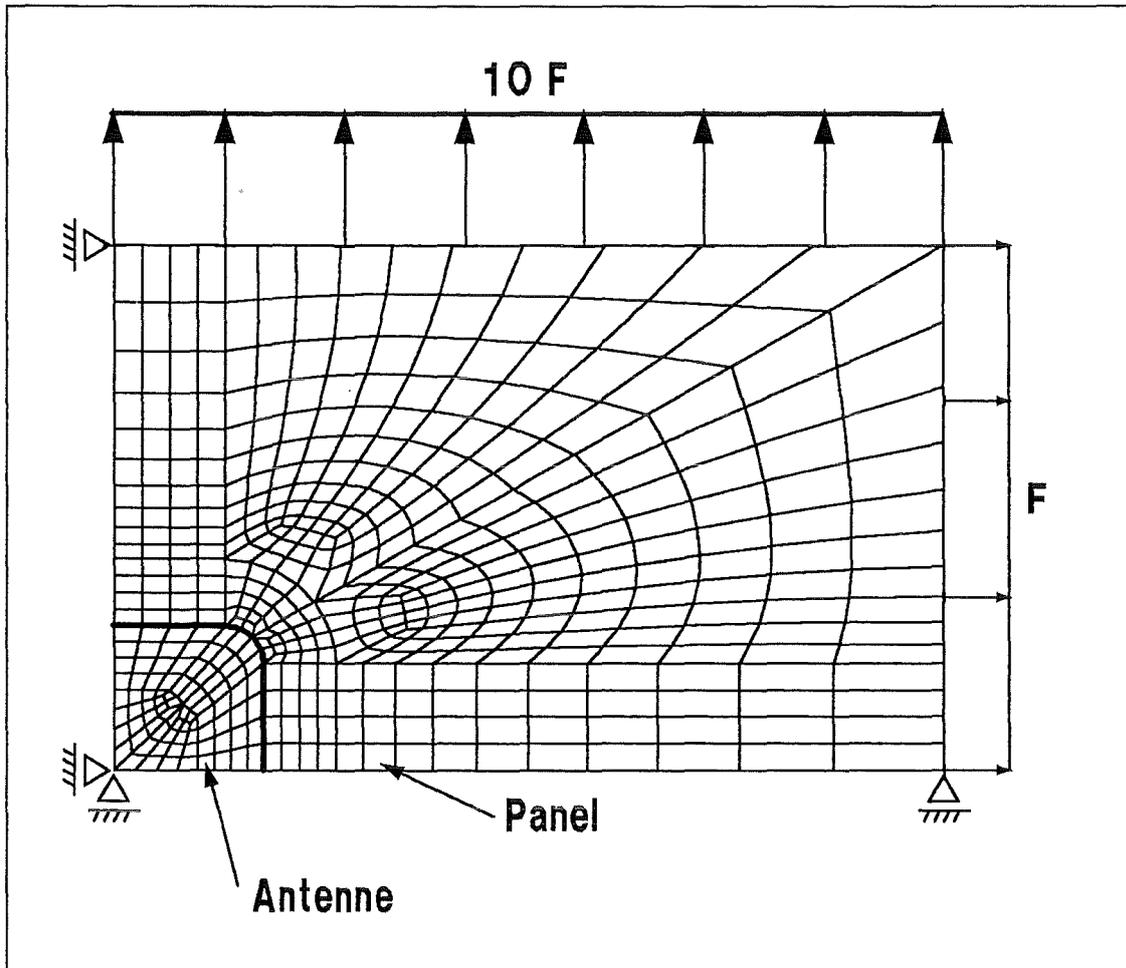
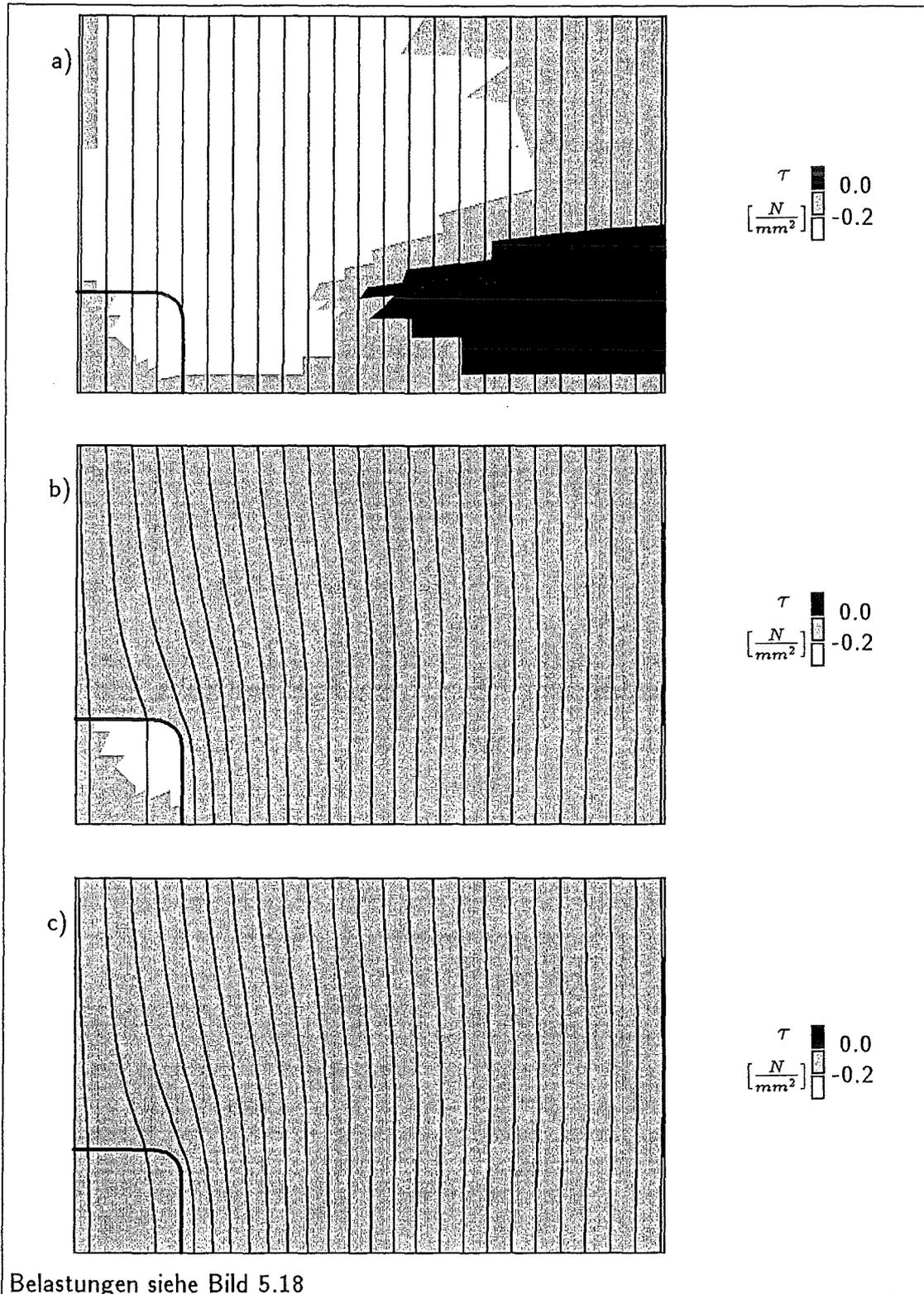


Bild 5.18: FE-Viertelstruktur eines Flugzeugpanels mit Antenne.

Das Trägermaterial sollte dabei andere Materialeigenschaften als das Panel haben, da die Antenne aus einem sehr dünnen, den elektrischen Strom leitenden Material bestehen wird und das Trägermaterial diesen Eigenschaften angepaßt werden muß. Es ergab sich also das Problem, durch einen optimierten Faserverlauf im Panel Schubspannungen zwischen den Fasern zu vermeiden, die durch die integrierte Antenne entstehen könnten. Bild 5.18 zeigt die Viertelstruktur des FE-Modells des Panels mit integrierter Antenne sowie die Belastungen und die Randbedingungen. Der Bereich des Trägermaterials, auf dem die Antenne aufgebracht werden soll, ist ebenfalls gekennzeichnet. Aufgrund der zwei Symmetrieachsen konnte hier auf die Erzeugung der gesamten FE-Struktur



Belastungen siehe Bild 5.18

Bild 5.19: Schubspannungen und Faserorientierungen im Panel und Antennenträger.

des Panels und des Antennenträgers verzichtet werden, womit die Rechenzeit erheblich reduziert werden konnte. Die Belastung des Panels ergab sich durch den Einbau in den

Flugzeugrumpf und den Innendruck der Flugzeugkabine während des Flugbetriebes.

Als Materialkennwerte wurden für das Panel die orthotropen E-Moduln $E_1 = 150000 N/mm^2$ und $E_2 = 10000 N/mm^2$ gewählt. Die Querkontraktionszahl wurde mit $\nu_{12} = 0.3$ und der Schubmodul mit $G_{12} = 5000 N/mm^2$ angenommen. Für das Trägermaterial der Antenne waren die Beträge der E-Moduln nur 15 % der E-Moduln des Panels, für ν_{12} und G_{12} wurden die gleichen Werte wie für das Panel gewählt.

Bild 5.19 stellt die Schubspannungsverteilungen der Ausgangsstruktur (a), der Zwischenstruktur (b) mit optimierten Faserorientierungen im Panel und der Endstruktur (c) mit optimierten Faserorientierungen in Panel und Antennenträger dar. Zusätzlich sind immer die Faserorientierungen angegeben, damit deren Veränderungen von der einen Optimierungsstufe zur anderen Optimierungsstufe deutlich werden.

In Bild 5.19a zeigt sich eine starke Schubspannungskonzentration im Panel an der Ecke der eingebetteten Antenne im Ausgangsmodell der Optimierung. Im Trägermaterial der Antenne sind ebenfalls Schubspannungen zu erkennen, diese sind jedoch niedriger. Diese Schubspannungen sind auf die unterschiedlichen Elastizitätsmoduln des Panel- und Antennenträgermaterials zurückzuführen. Durch das weiche Trägermaterial entsteht eine Kerbwirkung im Panel, die die Hauptspannungstrajektorien um den Antennenträger herumlaufen läßt.

Ausgehend von der parallelen Faserorientierung im Panel und im Trägermaterial der Antenne wurde mit dem CAIO-Verfahren der Faserverlauf im Panel optimiert und trajektoriengerecht ausgerichtet. Nach bereits drei Optimierungszyklen ergab sich eine Reduzierung der maximalen Schubspannung um 88.5%, wobei sich die verbleibenden Schubspannungen auf den Bereich des Antennenträgers konzentrierten, in dem zunächst die parallele Faserorientierung beibehalten wurde. Bild 5.19b zeigt dazu den Faserverlauf und die Schubspannungsverteilung.

Durch die anschließende CAIO-Optimierung des Faserverlaufes im Antennenträger konnte eine Gesamtreduzierung der Schubspannungen zwischen den Fasern um mehr als 95% im Verbund erreicht werden, wie in Bild 5.19c verdeutlicht wird. Damit wurde das Abbruchkriterium für das CAIO-Verfahren erfüllt.

Durch die Anwendung des CAIO-Verfahrens auf den Verbund von Panel und Antennenträger zeigte sich also eine Homogenisierung der Schubspannungsverteilung, sowie eine erhebliche Reduzierung der Schubspannungen zwischen den Fasern.

5.5.4 Berücksichtigung von Querfasern

Da es nun aufgrund der Belastung in zwei zueinander senkrechten Richtungen zu hohen Querkzugspannungen zwischen den oben eingezeichneten Fasern kam, wurde eine

CAIO-Optimierung mit $E_2 = E_1 = 150000 \text{ N/mm}^2$ (quasi-istropen Material) für das Panel durchgeführt. Die anderen elastischen Konstanten ν_{12} und G_{12} wurden aus der vorangegangenen Berechnung übernommen. Die E-Modulwerte des Antennenträgers waren hierbei wieder 15% der E-Modulwerte des Panels. Eine solche Wahl der Elastizitätsmoduln bedeutet, daß von der gleichmäßigen Vernetzung von Fasern in beiden Belastungsrichtungen ausgegangen wird und deren optimale Orientierung für den Antennen-Panelverbund gesucht wird, wobei die Querfasern in jedem Punkt senkrecht auf die Längsfasern stehen.

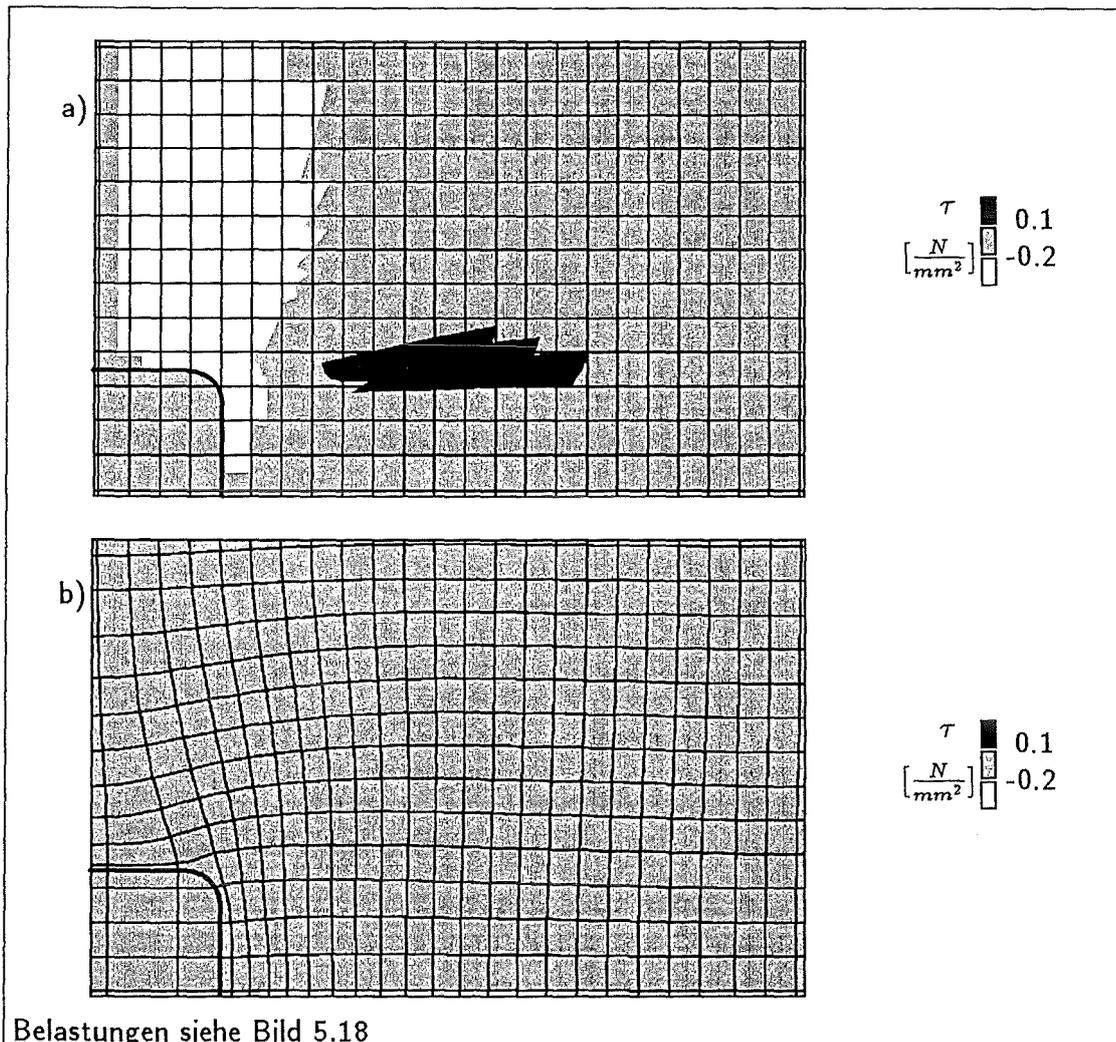


Bild 5.20: Schubspannungen und Faserorientierungen im Panel und Antennenträger mit Querfasern.

Bild 5.20 zeigt in Analogie zu Bild 5.19 die Schubspannungsverteilungen im Verbund vor und nach der Optimierung, sowie die Faserorientierungen der Ausgangs- und Endstruktur. In diesem Fall wurde auf eine Optimierung der Faserorientierungen in dem Antennenträgermaterial verzichtet, da sich nach acht Optimierungsschritten bereits

eine Reduzierung der maximal auftretenden Schubspannungen im Panel um 92.7% erreichen ließ, ohne die Orientierungen der Orthotropieeigenschaften im Trägermaterial der Antenne zu verändern.

Dargestellt wurden hier nur einige Fasern, um die Orientierungen zu verdeutlichen. Der Abstand bzw. ihre Dichte soll keinen Anhalt über die Verteilung des lokalen E-Moduls in der Struktur geben. Die Materialkennwerte für Panel und Trägermaterial der Antenne sind homogen über den jeweiligen Bereich der Struktur verteilt.

5.6 Smart Structures, Realisierung intelligenter Strukturen mit optimiertem Faserverlauf

Die in den vorangegangenen Kapiteln anhand von verschiedenen Beispielen dargelegten Möglichkeiten, mit dem CAIO-Verfahren einen Faserverbund mit optimierter Orthotropieorientierung herzustellen, finden im Bereich der Entwicklung intelligenter Strukturen ein sehr breites Anwendungsgebiet.

Unter intelligenten Strukturen (im deutschen Sprachgebrauch verbreitet sich zunehmend auch der angelsächsische Begriff der „Smart Structures“) versteht man unter anderem Strukturen, die die Fähigkeit besitzen, Informationen über ihren Belastungszustand, ihre Schädigungen und ihre Lebensdauer zuverlässig aufzunehmen und zur Auswertung weiterleiten zu können. Mit ihnen soll in der Zukunft eine Reduzierung des Wartungsaufwandes hochbelasteter Strukturen ermöglicht werden. Die regelmäßigen Intervalle strukturbezogener Inspektionen könnten an die tatsächlich notwendigen Reparaturen angepaßt werden und so die derzeitige Praxis fester Wartungspläne grundlegend verbessert und wirtschaftlich effektiver gestaltet werden.

Jedoch erfordert dies die Integration von Sensoren in die Struktur, um ständig Belastungsmessungen und Messungen über mögliche Schädigungen der Struktur durchführen zu können. Durch die erforderliche Erfassung flächendeckender Strukturdaten muß die Einbringung der Datenaufnehmer überall ohne lokale Schwächung der Struktur gewährleistet sein.

Diesem Ziel kann durch die Verwendung des CAIO-Verfahrens zur optimalen Faserorientierung um Einlagerungen in der Struktur ein bedeutender Schritt näher gekommen werden, wie an dem Beispiel des Antennenträger-Panelverbundes im vorangegangenen Kapitel gezeigt wurde.

Ein weiterer bei der Realisierung intelligenter Strukturen vielversprechender Ansatz ist das Durchziehen der gesamten Struktur mit Fasereinlagerungen zur optischen Signalübertragung. Dabei können nicht nur Daten übermittelt werden, sondern

auch Informationen über die Belastungszustände der Strukturen ermittelt werden. Zu erwähnen ist dabei unter anderem die optische Interferenz zweier gleichzeitig erzeugter Signale oder die Messung der Übertragungsgeschwindigkeit im Signalträger, die sich beide durch die mechanische Belastung der Struktur verändern. Auch hierbei ist es von besonderer Wichtigkeit, die Fasern zur Signalübertragung trajektoriengerecht in die Struktur einzulagern, da in jedem Fall sichergestellt werden muß, welche Belastungsspannungen zu dem Meßergebnis geführt haben. Das CAIO-Verfahren stellt hier ein Hilfsmittel zur Verfügung, das die Faserorientierung in einem bereits existierenden Bauteil angeben kann.

Kapitel 6

Verifikation des Verfahrens durch Experimente

6.1 Motivation

Sämtliche zuvor angegebenen Ergebnisse und deren zugrundeliegenden Theorien beruhen auf der Beobachtung der Natur und den plausiblen Annahmen natürlicher Optimierungsmechanismen. Die CAIO-Methode verdankt ihren Ablauf letztlich der natürlichen Auslese biologischer Strukturen durch die harte Konkurrenz beim Kampf um den Erhalt der Art aufgrund bester Anpassung an gegebene äußere Bedingungen. Zwar läßt diese natürliche Auslese bereits eine gewisse Annahme der Allgemeingültigkeit und Gesetzmäßigkeit der Ergebnisse zu, und sie würde in einem gewissen Rahmen auch die Übertragung auf andere Berechnungen faserverstärkter Strukturen zulassen, doch erwartet man schon seit den frühen Arbeiten Galileo Galileis die Verifikation der angenommenen Theorien durch Experimente [35, 36]. Nur die Reproduzierbarkeit und der Nachweis der Gültigkeit einer Hypothese durch Experimente läßt eine Aussage über Gesetzmäßigkeiten einer Theorie oder eines Verfahrens zu.

Aus diesem Grund wurde in Kooperation mit einer niederländisch/deutschen Firma und dort arbeitenden Wissenschaftlern die Herstellung von optimierten Faserverbundstrukturen durchgeführt und die Proben später im Zugversuch getestet [37, 38].

6.2 Probenherstellung

Das grundlegendste Problem der oben genannten Verifikation ist die Herstellung geeigneter Proben. Zum Zeitpunkt der ersten Erstellung der CAIO-Programme und den ersten Berechnungen damit war die Technik nur sehr vereinzelt zum Bau von Faser-

verbunden mit nicht unidirektionalen Fasern nach vorgegebenen Orientierungen in der Lage.

In den vergangenen drei Jahrzehnten war die Anwendung glasfaserverstärkter Kunststoffe in vielen Bereichen der Technik sehr erfolgreich, so daß daraus eine Herausforderung erwuchs, diese Technologie konstruktiv zu nutzen. Die Konstruktionen in solchen Einsatzgebieten wie Luft- und Raumfahrt, Seefahrt, Sendemasttechnik, Kuppelbau und allen anderen Gebieten, in denen auf hohe Festigkeiten und niedriges Gewicht Wert gelegt wird, wurden immer mehr auf die Anwendung der faserverstärkten Kunststoffe ausgerichtet. Die Erstellung von Normen hierfür wurde weltweit forciert, und es liegen für einfache Standardlamine wie z.B. Wirrfaserlamine Datenblätter vor, die aufgrund zahlreicher Erfahrungen und Messungen erstellt wurden. Für Standardlamine können Ingenieurkonstanten aus Tabellen oder Fachblättern entnommen werden, die dort für die gängigsten Beanspruchungen angegeben sind.

Für Verbunde, in denen die Fasern gleichmäßig, aber regellos verteilt sind, können die Materialkenngrößen homogener isotroper Werkstoffe zugrunde gelegt werden. Ist dies nicht der Fall, also die Faserverteilung nicht regellos und nicht gleichmäßig, so muß der Aufbau und die Gestaltung der Verbundkonstruktion bekannt sein, um das Verhalten des Werkstoffes beschreiben zu können. Beim CAIO-Verfahren geschieht dies durch vorgegebene Orientierung der Materialkenngrößen bei der Berechnung mit der Finite Elemente Methode (vgl. Kapitel 5.2).

Bei den Proben, die für die Verifikation des CAIO-Verfahrens hergestellt wurden, handelte es sich um Schichtenverbunde, deren Fasern speziell orientiert und verteilt waren. Die Herstellung solcher Verbunde mit strengen Vorgaben für Faser- und Matrixverteilung unterlag also besonderen Anforderungen und unterschied sich dadurch grundlegend von den herkömmlichen Herstellungsverfahren für Schichtenverbunde.

Unter dem Begriff Herstellungsverfahren versteht man grundsätzlich das Zusammenfügen der beiden Grundwerkstoffe Fasern und Matrix zu einem Verbundwerkstoff. Bei den faserverstärkten Kunststoffen geht dies naturgemäß einher mit der konstruktiv vorgeschriebenen Formgebung des Werkstoffes, da der Werkstoff aufgrund des Aushärtens des Matrixwerkstoffes unmittelbar nach dem Zusammenfügen die Form beibehält.

Grundsätzlich sollte dabei berücksichtigt werden, daß bei der Verbundherstellung Imperfektionen im Mikrobereich unvermeidbar sind. Man kann sich sehr einfach vorstellen, daß bei dem Zusammenfügen einzelner oder mehrerer nicht starrer Fasern mit einem noch nicht fixierten, flüssigen Harz Relativbewegungen ungewollt auftreten können. Treten diese dann noch vor oder während der Aushärtphase der Matrix auf, können sie danach nicht mehr korrigiert werden.

Der Faserausgangswerkstoff kann in vielen verschiedenen Formen vorliegen. Moser [39] macht hierbei die Unterscheidung in Filamente (Einzelfasern), Spinnfäden (entstanden aus Filamenten ohne Drehung), Garn (gedrehter Spinnfaden), Roving (bestimmte Anzahl unverdrehter Spinnfäden) und aus diesen Grundstoffen hergestellte Gewebe und Gelege. Diese wiederum werden mit den aus der Textiltechnik bekannten Methoden aus Kett- und Schußfäden hergestellt. Daraus ergibt sich dann auch weitestgehend die orthogonale Grundstruktur der Verbunde.

Die Matrixwerkstoffe bestehen in der ingenieurtechnischen Anwendung hauptsächlich aus duromeren Kunststoffen, die härtbar sind.

Üblicherweise werden Faserverbundkonstruktionen aus Fasergeweben oder Fasergelegen hergestellt, die mit Harzen als Matrixmaterial getränkt werden. Um einen Verbund mit möglichst isotropen Eigenschaften zu erzielen, werden dabei die Orientierungen der einzelnen Gewebe mit unidirektionalen Fasern, abhängig von Anzahl und Struktur der Gelege im Schichtenverbund, um jeweils $2\pi/n$ verdreht. Dabei ist n die Anzahl der Gewebelagen. Das bedeutet zum Beispiel für $n = 4$ jeweils um 90° , für $n = 6$ jeweils um 60° und für $n = 8$ jeweils um 45° verdrehte Lagen.

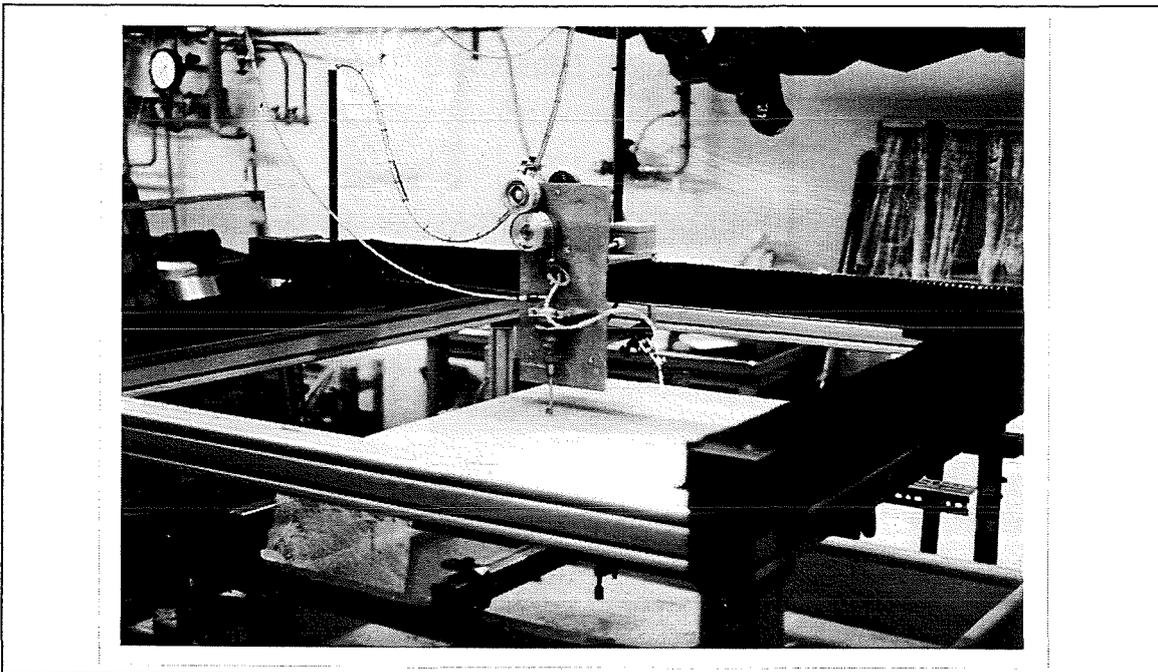


Bild 6.1: Faserlegemaschine.

Eine bei der niederländisch/deutschen Firma entwickelte und einem X-Y-Plotter nachempfundene Faserlegemaschine (siehe Bild 6.1) vermochte nun die mit dem CAIO-Verfahren berechneten optimierten Orientierungen der Fasern in einer zweidimensionalen Struktur nachzuvollziehen und Proben herzustellen, die sich aus etwa zehn Schichten einzelner Fasermatten mit optimiertem Faserverlauf zusammensetzten. Diese zehn

in ihrer Faserorientierung identischen Fasermatten wurden daraufhin übereinandergelegt, mit einem Harz als Matrix mit Hilfe der Vakuumtechnik getränkt und so zu einer einzigen Probe zusammengefügt.

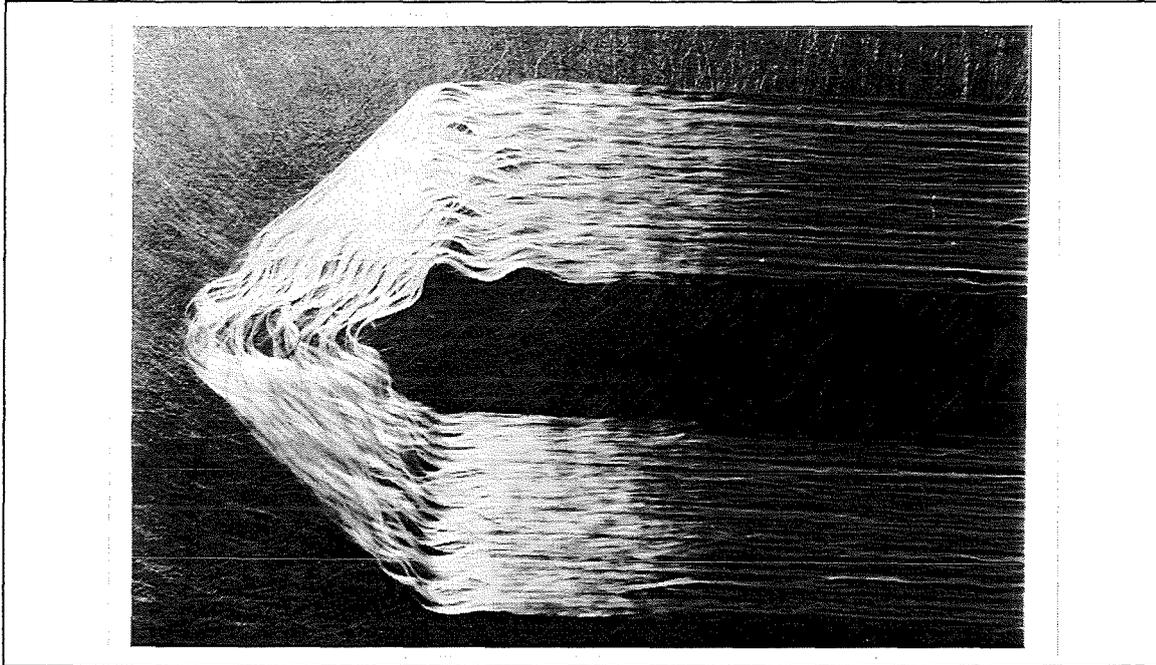


Bild 6.2: Wellen beim Auslegen der Fasern.

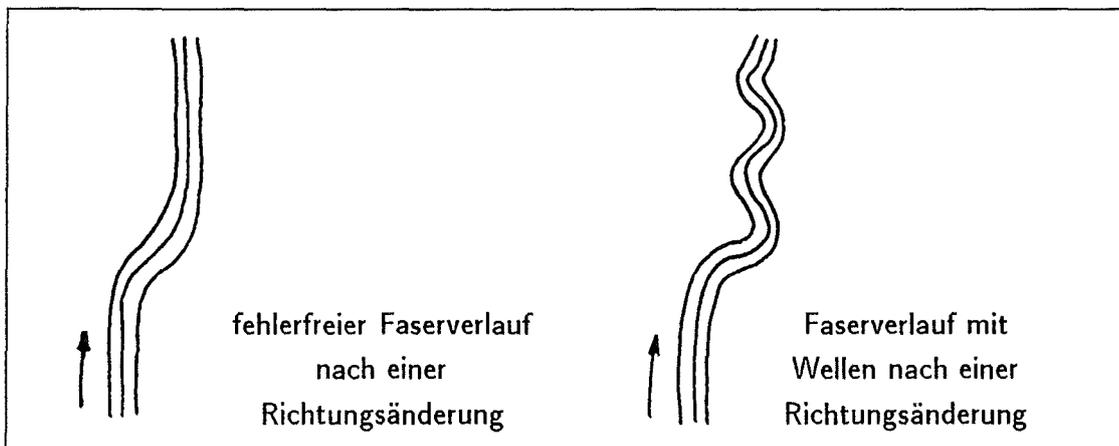


Bild 6.3: Skizze der Faserverlegung.

Eine geometrische Beschränkung ergab sich durch die Legeungenauigkeit der Faserbündel durch die Maschine. Beim Auslegen der Faserbündel durch eine Düse ergaben sich mitunter nach einer Richtungsänderung Abweichungen der Faserlage quer zur Orientierungsrichtung der Faser, d.h. leichte Wellen im Faserverlauf. Bild 6.2 zeigt Faserbündel, die links im Bild unkontrollierbare Wellen aufweisen, während sie rechts

im Bild sehr gerade verlaufen. Die Amplituden der Wellen mußten um ein Vielfaches geringer sein als der berechnete Verlauf der Faserorientierung, sonst wäre die Orientierung der Fasern in den Proben eine Funktion der Legeungenaugigkeiten und nicht eine Funktion der berechneten Orientierungen gewesen (siehe Skizze des Faserlegens in Bild 6.3).

Diese Vorgaben führten zu Proben, die eine Mindestgröße nicht unterschreiten durften, um Fehler durch die Wellen vergleichsweise gering zu halten. Die oberen Grenzen der Probenausmaße wurden durch die Abmaße der zur Verfügung stehenden Zugmaschine begrenzt. Damit ergab sich für die Proben die in Bild 6.4 angegebene Geometrie.

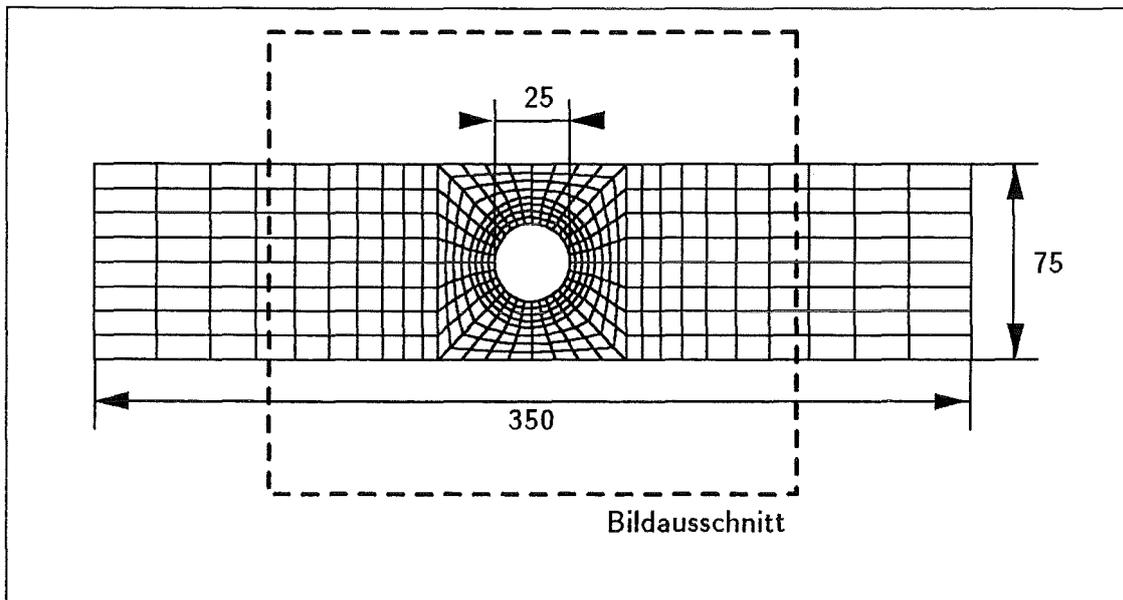


Bild 6.4: FE-Netz mit Angaben über die Probengeometrie (in *mm*).

Als Probengeometrie wurde für die Zugversuche eine Lochplatte gewählt, da für diese bereits Untersuchungen in der Literatur zu finden sind. Cooper untersuchte schon 1972 den Einfluß trajektoriengetreuer Orientierung der orthotropen Materialeigenschaften von Faserverbunden und suchte auf analytischem Wege ein Optimum [34]. In einer Arbeit von Lin und Yang wurden durch Umlenkung der Fasern um ein Loch in einer Verbundstruktur nach einem Stromfadenmodell bessere Spannungsverteilungen in Lochnähe gefunden [40]. Theoretische Untersuchungen von Hyer und Charette ergaben höhere Festigkeiten bei Zugbelastung für eine solche Orientierung der Fasern um ein Loch [41]. Dazu orientierten sie die orthotropen Materialeigenschaften finiter Elemente in mehreren iterativen Schritten parallel zu den Hauptspannungstrajektorien einer belasteten FE-Struktur, wobei im ersten Schritt von den Hauptspannungstrajektorien eines isotropen Materials ausgegangen wurde. Die Spannungen in der Struktur wurden mit einem zuvor dafür entwickelten FE-Programm berechnet. Der ganze Ablauf der iterativen Orientierung wurde dabei nicht in einem von dem FE-Programm unabhängigen

Verfahren realisiert und wurde nur für den Fall einer Viertelstruktur einer Lochplatte mit 120 Elementen durchgeführt. Auch erfolgte keine Erstellung eines Graphikmoduls um die berechneten Daten auf vielfältige Weise darzustellen.

Mit dem CAIO-Verfahren hingegen können beliebige FE-Strukturen mit beliebigen orthotropen Materialeigenschaften in ihrer Orientierung der Orthotropieachsen optimiert werden. Das Verfahren ist dabei prinzipiell nicht von einem bestimmten FE-Programm abhängig, da es die FEM nur zur Spannungsberechnung in der Struktur mit dem orthotropen Material benötigt. Zusätzlich ist die Berechnung und die Auswertung der Ergebnisse im CAIO-Verfahren mit Hilfe von Rechnerprogrammen vollständig automatisiert.

6.3 Beschreibung der Proben

Nach den geometrischen Vorgaben der Firma wurde die in Bild 6.4 dargestellte Finite-Elemente-Struktur erzeugt. Alle Abmessungen darin sind Angaben in Millimeter. Der gestrichelte Rahmen gibt den Bildausschnitt für die im Kapitel 6.6 folgenden Spannungsverteilungen an. Nur die in diesem Bereich auftretenden Spannungen waren für die Auswertung der Zugversuche von Interesse.

Mit der FE-Struktur aus Bild 6.4 ließen sich die verschiedenen, in Bild 6.5 abgebildete Proben (A bis D) mit den verschiedenen Faserorientierungen analysieren. Die Faserorientierung der Proben wurde variiert, um Vergleiche anstellen zu können und um die Leistungsfähigkeit des CAIO-Verfahrens im Experiment zu prüfen. In Bild 6.5 sind nur einzelne Fasern dargestellt, an denen die Orientierung der Faserstruktur zu erkennen ist. Die tatsächlichen Volumenanteile von Faser und Matrix gehen über die Mischformeln (5.1) und (5.2) in die Berechnung der Materialkennwerte für die Probe in Faserichtung und quer dazu (E_1 und E_2) ein. $E_f=80000\text{N/mm}^2$ und $E_m=4800\text{N/mm}^2$ sind darin die Kennwerte der Faser und der Matrix. Die Volumenanteile sind mit $v_f=15\%$ (Faser) und $v_m=85\%$ (Matrix) in den Gleichungen (5.1) und (5.2) gegeben.

Bei den Proben mit CAIO-optimierten Faserverlauf sollten die orthotropen Eigenschaften des Verbundes voll zur Geltung kommen. Die Faserorientierung innerhalb der zehn Schichten des Fasermaterials der Proben ist in Bild 6.5 (Typ C) dargestellt. Alle zehn Schichten der Fasermatten der Proben hatten die gleiche Struktur. Es wurde bei der Entscheidung über die Art und den Aufbau der optimierten Proben darauf geachtet, daß die Proben in Zugrichtung durch die Faserverteilung verstärkt wurden, während senkrecht dazu nur die Matrix als Übertragungsmedium für Kräfte in Frage kam. Durch die mit CAIO optimierte Faserorientierung waren zudem bei einer Zugbelastung Schubspannungen zwischen den Fasern ausgeschlossen.

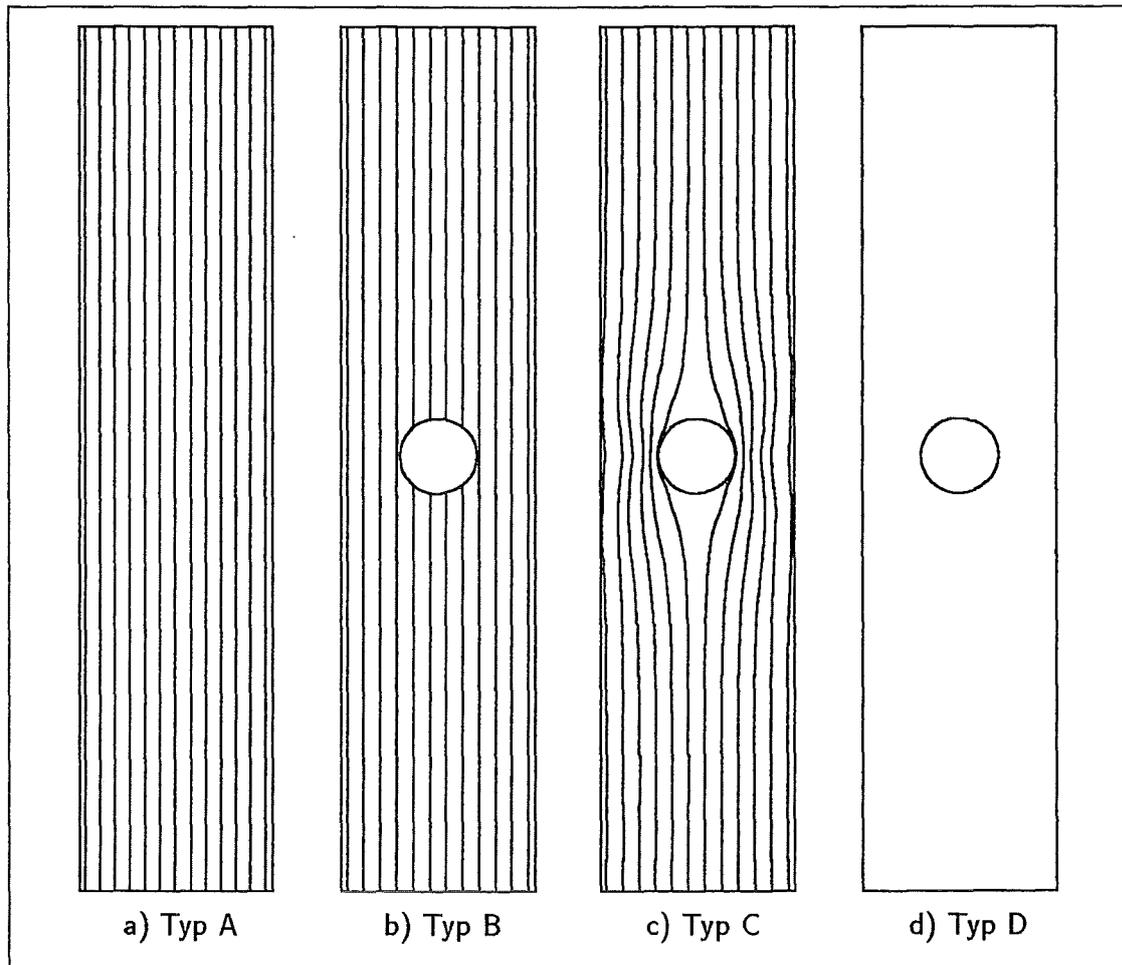


Bild 6.5: Faserverteilung in den verschiedenen Probestypen.

Bild 6.5a zeigt den Faserverlauf einer Probe ohne Loch (im weiteren als Probestyp A bezeichnet), die hergestellt und später im Zugversuch belastet wurde.

Bild 6.5b zeigt die Referenzprobe (im weiteren als Probestyp B bezeichnet). In ihr waren alle Fasern unidirektional ausgerichtet. Ihre Faserorientierung war zudem die Ausgangsstruktur für die CAIO-Optimierung der Zugprobe mit einem Loch. Für die Berechnungen wurden die Materialkennwerte $E_1=16080\text{N/mm}^2$, $E_2=5588\text{N/mm}^2$, $\nu_{12}=0.3$ und $G_{12}=2000\text{N/mm}^2$ nach den Gleichungen (5.1) und (5.2) und den Herstellerangaben zugrunde gelegt.

Bild 6.5c zeigt die Probe mit dem CAIO-optimierten Faserverlauf um das Loch (im weiteren als Probestyp C bezeichnet). Die Fasern waren entlang der Hauptspannungstrajektorien orientiert, wobei im Bereich unter und über dem Loch keine Fasern benötigt wurden, da hier die ersten Hauptspannungen sehr gering waren (unter 5% der Maximalspannung). Für die Berechnungen wurden die gleichen Materialkennwerte wie beim Probestyp B verwendet.

Bild 6.5d zeigt eine Probe ohne Fasern, die hergestellt und im Zugversuch bis zum Bruch belastet wurde, um den Anteil der Matrix an der Zugfestigkeit zu bestimmen (im weiteren als Probentyp D bezeichnet).

6.4 Versagensvoraussage aufgrund theoretischer Spannungsanalysen der geprüften Proben

Da die Werte der mechanischen Spannungen bei der Anwendung des CAIO-Verfahrens zur Optimierung des Faserverlaufs in den hergestellten Proben vorlagen, wurde mit Hilfe der *Hypothese der maximalen Spannungen* eine Aussage über die Schwachstellen der Proben vom Typ B und C gemacht. Diese Voraussagen stützten sich jedoch dabei nur auf theoretisch gewonnene Informationen über den Spannungszustand in den Proben und der Kenntnis der Materialkennwerte der verwendeten Materialien.

Bei der Hypothese der maximalen Spannungen geht man davon aus, daß kein Versagen auftritt solange bei einer angelegten Zugbelastung

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &< R_{11} \\ \sigma_{22} &< R_{22} \\ \tau_{12} &< R_{12}\end{aligned}\tag{6.1}$$

ist. Dabei sind σ_{11} und σ_{22} die maximalen Spannungen in Faserrichtung und senkrecht dazu und τ_{12} die maximale Schubspannung zwischen den Fasern im Bauteil. R_{11} , R_{22} und R_{12} sind die jeweiligen Festigkeitskennwerte in Faserrichtung, senkrecht zur Faserrichtung und parallel zur Faserrichtung (Schub). Die ersten Risse im Bauteil treten nach dieser Hypothese dann auf, wenn eine der Ungleichungen (6.1) nicht mehr erfüllt ist.

Zur Bestimmung der Festigkeitswerte in Faserrichtung konnte für den Fall der hier untersuchten Proben nach Moser [39] auf die Formel

$$R_{11} = R_f \left(v_f + (1 - v_f) \frac{E_m}{E_f} \right)\tag{6.2}$$

zurückgegriffen werden. R_f bedeutet die Zugfestigkeit eines Faserbündels und v_f ist der Faservolumenanteil im Verbund. E_m und E_f sind die E-Moduln der Matrix und der Faser.

Probentyp	$\sigma_{1,max}^*$	$\sigma_{2,max}^*$	$\tau_{12,max}^*$
B	3.362	0.236	0.44
C	3.038	0.354	-

Tabelle 6.1: Normierte maximale Spannungen in den Proben.

Die Tabelle 6.1 gibt die normierten maximalen Spannungen

$$\sigma_{11,max}^* = \frac{\sigma_{11,max}}{\sigma_a}, \quad \sigma_{22,max}^* = \frac{\sigma_{22,max}}{\sigma_a} \quad \text{und} \quad \tau_{12,max}^* = \frac{\tau_{12,max}}{\sigma_a} \quad (6.3)$$

in den Probentypen B und C an. σ_a ist die in der FE-Spannungsanalyse zur Belastung der Proben angelegte Spannung. Die maximalen Spannungen $\sigma_{11,max}$, $\sigma_{22,max}$ und $\tau_{12,max}$ sind die Maximalwerte der Spannungen, die an den Elementmittelpunkten der finiten Elemente bestimmt wurden. Diese Normierung der maximalen Spannungen wurde vorgenommen, um einen Bezug zu den angelegten Belastungen herzustellen.

Da die Fasern der Probe C ausschließlich parallel zur Richtung der Hauptspannungstrajektorien ausgerichtet waren, erübrigt sich die Angabe der Schubspannung parallel zur Faserrichtung (vgl. Tabelle 6.1), da eine Belastung des Materials nur in Richtung der Fasern oder senkrecht dazu stattfand.

Probentyp	R_{11}	R_{22}	R_{12}	$\sigma_{a,R_{11}}$	$\sigma_{a,R_{22}}$	$\sigma_{a,R_{12}}$
	$[\frac{N}{mm^2}]$	$[\frac{N}{mm^2}]$	$[\frac{N}{mm^2}]$	$[\frac{N}{mm^2}]$	$[\frac{N}{mm^2}]$	$[\frac{N}{mm^2}]$
B	530	54	30	158	229	68*
C	530	54	30	174	153*	-

Tabelle 6.2: Festigkeitskennwerte und zulässige Belastungsspannungen für die Proben.

Tabelle 6.2 gibt die Festigkeitswerte R_{11} , R_{22} und R_{12} für die Proben B und C an. R_{11} wurde dabei nach der Gleichung (6.1) bestimmt. Die E-Moduln der Matrix und der Faser, E_m und E_f , wurden dafür bereits zusammen mit dem Faservolumenanteil v_f im Kapitel 6.3 angegeben. Die anderen Festigkeitswerte ließen sich direkt mit den vom Probenhersteller genannten Festigkeitskennwerten angeben. Der Festigkeitskennwert der Matrix für Zug war $R_{m,11} = 54 \text{ N/mm}^2$ und für Schub $R_{m,12} = 30 \text{ N/mm}^2$. Der Festigkeitskennwert der Faser war $R_f = 2640 \text{ N/mm}^2$. Ebenfalls in der Tabelle 6.2 angegeben sind die zulässigen Belastungsspannungen

$$\sigma_{a,R_{11}} = \frac{R_{11}}{\sigma_{11,max}^*}, \quad \sigma_{a,R_{22}} = \frac{R_{22}}{\sigma_{22,max}^*} \quad \text{und} \quad \sigma_{a,R_{12}} = \frac{R_{12}}{\tau_{12,max}^*}, \quad (6.4)$$

6.4. VERSAGENSVORAUSSAGE AUFGRUND VON SPANNUNGSANALYSEN 67

die sich aus dem Quotienten des jeweiligen Festigkeitswertes und der entsprechenden normierten maximalen Spannung ergaben. Da für die Spannungsberechnungen die linear-elastische Elastizitätstheorie zugrunde gelegt wurde, durfte ein solcher Zusammenhang vorausgesetzt werden.

Der jeweils niedrigste Wert der zulässigen Belastungsspannung (in der Tabelle 6.2 mit einem Stern gekennzeichnet) gab an bei welcher Belastung eine erste Schädigung (der erste Riß) in der Probe auftreten wäre. Die Zuordnung zu dem entsprechenden Festigkeitswert gab weiterhin an welches Versagensverhalten sich beim Bruch zeigen wäre und die Orte der Rißentstehung ließen sich dann aus den Orten der entsprechenden maximalen Spannung ermitteln.

Beim Probentyp B war die Versagensspannung $\sigma_{a,R_{12}}$ die niedrigste und gab damit an, daß bei einer Belastungsspannung von 68 N/mm^2 , durch Schub zwischen den Fasern, ein erster Riß entstehen wäre.

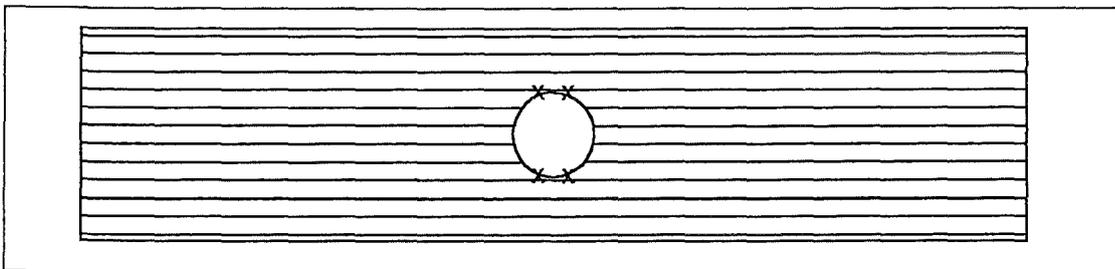


Bild 6.6: Orte der Rißentstehung im Probentyp B.

In Bild 6.6 sind die Orte der möglichen Rißentstehung durch Kreuze gekennzeichnet. Durch die zwei Symmetrieachsen des Probentyps waren mehrere Orte dafür möglich.

Beim Probentyp C wäre nach der Voraussage eine erste Schädigung bei einer angelegten Spannung von 153 N/mm^2 auftreten und wäre auf ein Zugversagen der Matrix senkrecht zum Faserverlauf zurückzuführen.

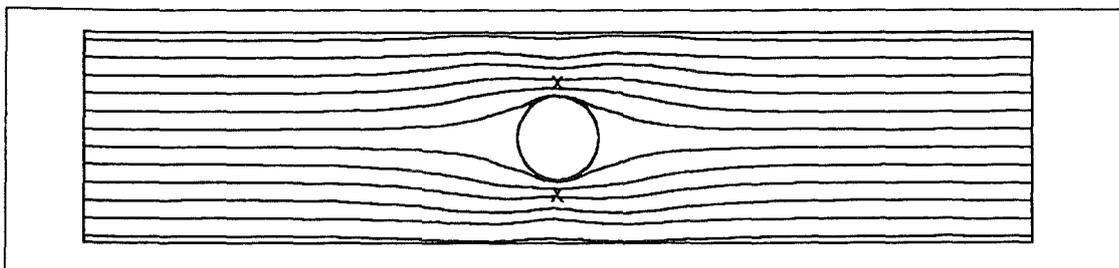


Bild 6.7: Orte der Rißentstehung im Probentyp C.

Aufgrund der Symmetrie waren für den Probentyp C zwei Orte der Rißentstehung möglich. Sie sind in Bild 6.7 durch Kreuze gekennzeichnet.

6.5 Versuchsbeschreibung und Ergebnisse der Zugversuche

Neben der Herstellung aller Zugproben wurde auch die Durchführung der Zugversuche bei der deutsch/niederländischen Firma vorgenommen. Zur Verfügung stand dabei eine für die Festigkeitsprüfung der genannten Proben geeignete Prüfmaschine. Gezogen wurde in Faserrichtung, d.h. also, die in Bild 6.5 abgebildeten Proben wurden an ihren schmalen Enden eingespannt. Die Auswertung und Aufzeichnung der Zugkurven erfolgte mit Hilfe eines angeschlossenen Personal Computers (PC), die Ergebnisse der Versuche sind im einzelnen in der Tabelle 6.3 aufgeführt.

Probentyp	Bruchspannung (σ_x)		bezogen auf Typ B
	[$\frac{N}{mm^2}$]		[%]
A	483	(77)	125%
B	372	(63)	100%
C	504	(26)	136%
D	54	(16)	

Tabelle 6.3: Ergebnisse der Zugversuche.

Ermittelt wurde die Bruchspannung aus der Bruchlast beim vollständigen Versagen der Probe, dividiert durch den Nennquerschnitt der Probe. Die untergeordnete Rolle des Matrixmaterials bei der Erlangung der Bruchspannung wird in Tabelle 6.3 deutlich. Die Bruchspannung der Proben vom Typ D (nur Matrixmaterial, keine Fasern aber ein Loch), ist um über 92% geringer als die der Proben vom Typ A.

Zur statistischen Absicherung wurden von jeder Probenart zwischen 8 und 15 Proben hergestellt und im Zugversuch geprüft. Bei den in der Tabelle 6.3 aufgeführten Werten handelt es sich um die statistischen Mittelwerte aller geprüften Proben eines Typs. Dahinter sind in Klammern die berechneten Standardabweichungen σ_x für die Bruchspannungen der verschiedenen Proben angegeben. Es zeigte sich, daß die Proben mit optimiertem Faserverlauf (Typ C) eine um 36% höhere Bruchspannung aufwiesen als die Proben mit unidirektionalen Fasern und einem Loch (Typ B).

Über das Bruchverhalten der einzelnen Probentypen kann noch abschließend gesagt werden, daß nicht nur bei allen Proben mit optimiertem Faserverlauf die Bruchspannung höher war, sondern auch die Form der Probe bis zum Bruch besser beibehalten wurde. Es traten im Gegensatz zu den Proben vom Typ B bei den Proben vom Typ C keine Unregelmäßigkeiten wie frühe Risse, Ausbeulen der Probe aus der Probenebene

oder eine starke Ovalisierung des Loches auf. In Kapitel 6.6 werden die Bruchbilder der einzelnen Probentypen nach den Zugversuchen noch näher betrachtet.

6.5.1 Verlauf der Zugversuche unterschiedlicher Proben

Bild 6.8 zeigt die schematisch dargestellten Kraft- Dehnungskurven der Zugversuche für die Probentypen A, B und C. Dabei ist hervorzuheben, daß alle Kurven eine unterschiedliche Bruchspannung erreichen. Bei den Proben vom Typ B fand vor Erreichen der Bruchspannung ein plötzlicher, momentaner Abfall der Last statt, was auf das Auftreten von Längsrissen zu beiden Seiten des Loches parallel zu den Fasern zurückzuführen war.

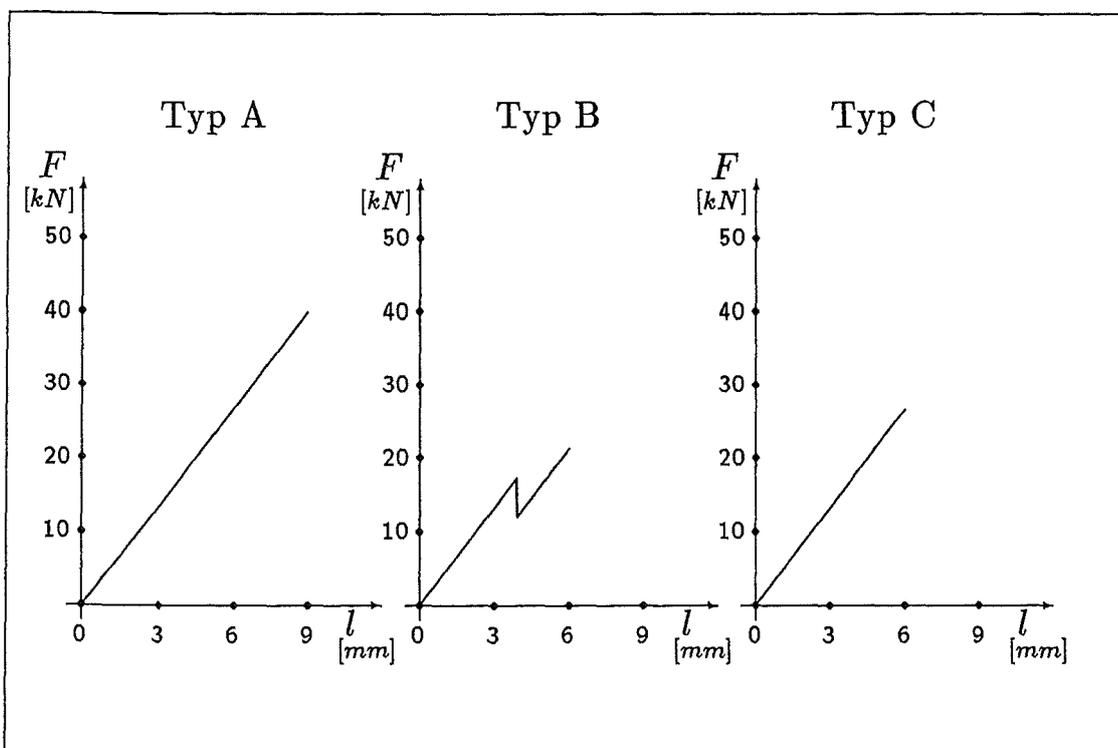


Bild 6.8: Kraft- Dehnungskurven der Proben vom Typ A, B und C.

6.6 Beschreibung der Bruchbilder zugbelasteter Proben

Da im Rahmen dieser Arbeit eine mikroskopische Untersuchung der ungeprüften und geprüften Zugproben nicht durchgeführt werden konnte, ist im folgenden eine rein phänomenologische Erklärung der Bruchbilder angegeben. Es soll hier vor allem der Einfluß der veränderten Faserorientierung auf das Bruchverhalten beschrieben und erörtert werden.

Probentyp D versagte sehr früh durch Risse an den linken und rechten Flanken des Loches, wie man es durch das Versagen sehr spröder Werkstoffe mit Kerben gewöhnt ist, und wurde aus diesem Grund hier nicht dargestellt.

Anhand von Videoaufzeichnungen der Zugversuche konnten bei Betrachten in extremer Zeitlupe Aussagen über die Rißentstehung und Rißfortsetzung gemacht werden. Die Beobachtungen gaben Aufschluß über den Ort und Zeitpunkt der Rißentstehung und ließen somit Schlüsse über die Versagensmechanismen zu.

Ein repräsentatives Bruchbild der Proben vom Typ A ist in Bild 6.9, der Proben vom Typ B in Bild 6.10 und der Proben vom Typ C in Bild 6.12 abgebildet. Zum besseren Verständnis der Versagensmechanismen sind in den Bildern 6.11 und 6.13 die Spannungsverteilungen der ungeschädigten Proben dargestellt, wie sie mit dem Graphikmodul der CAIO-Software erzeugt wurden.

6.6.1 Bruchbild der Proben vom Typ A

Die Proben vom Typ A besaßen keine geometrischen Auslöser für eine kerbbedingte Spannungsüberhöhung. Aufgrund ihrer regelmäßigen Geometrie war die Belastung über die Probenfläche gleichmäßig verteilt. Die Auslöser für Risse mußten somit mikroskopische Imperfektionen sein, die vor allem im Herstellungsprozeß begründet lagen. Die in Bild 6.9 abgebildeten Risse sind statistisch über die Probenfläche verteilt.

Es konnte zwischen zwei Rißtypen unterscheiden werden. Zum einen entstanden Risse senkrecht zur Faserorientierung, zum anderen parallel zur Faserorientierung.

Die Schädigung der Proben begann in der Regel mit dem Auftreten von Rissen senkrecht zu der Faserorientierung. Es rissen also zuerst Fasern irgendwo in der Probe. Waren dann an einer Stelle genügend Fasern über den Querschnitt der Probe gerissen, so breiteten sich die Risse parallel zu den Fasern, senkrecht zur bis dahin entstandenen Rißspitze durch Herausziehen der Fasern aus. Ursprünglich brachen die Fasern aufgrund der überschrittenen Zugfestigkeit. Die Risse parallel zu den Fasern entstanden

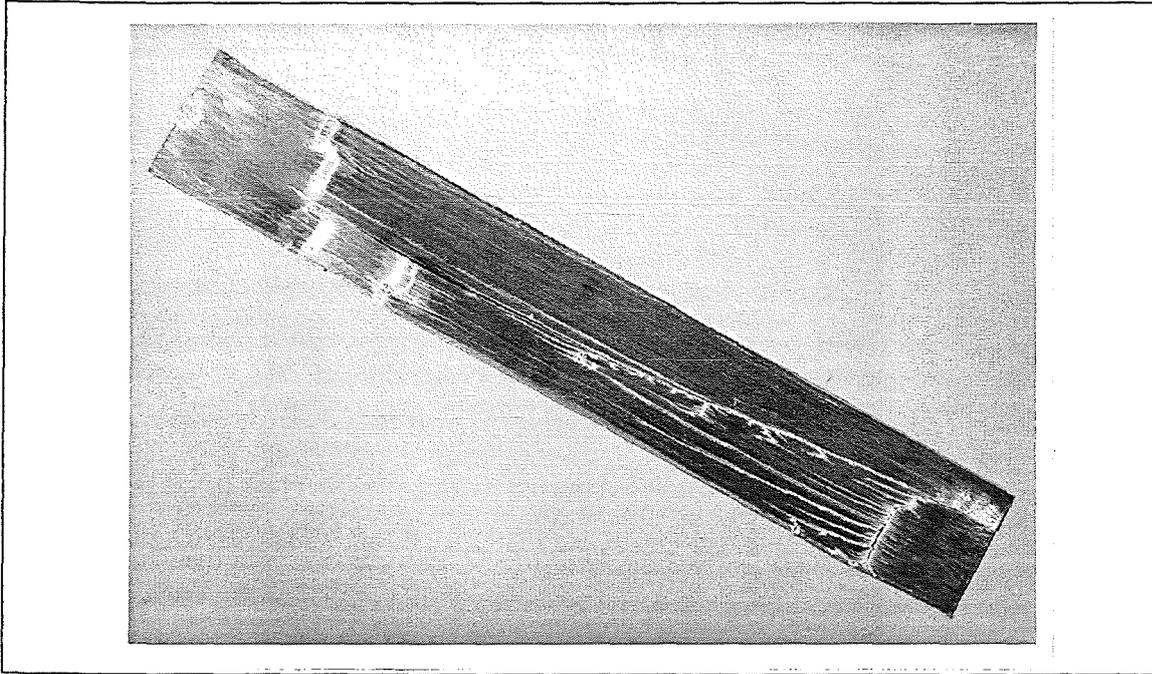


Bild 6.9: Bruchbild einer Probe vom Typ A.

dann aufgrund der hohen Schubspannungen zwischen den Fasern, die wiederum eine Folge der abgetrennten und herausgezogenen Fasern in großen Bereichen waren.

Am rißentfernten Ende der Proben vom Typ A sind in Bild 6.9 Beulen zu erkennen, die durch das plötzliche Zurückschnellen der gerissenen Faserbündel entstanden sind (am linken Ende der in Bild 6.9 dargestellten Probe). Riß ein Faserbündel, so entlud sich die in ihm gespeicherte, rein elastische Spannenergie (Fläche unter der Kurve in Bild 6.8) so schlagartig, daß sich im Bereich der Einspannung Beulen ausbildeten. Mit dem ursprünglichen Versagen der Proben hatte dieses Phänomen jedoch nichts zu tun.

6.6.2 Bruchbild der Proben vom Typ B

Die Proben vom Typ B (Bild 6.10) zeigten bis auf den definierten Ort der ersten Rißentstehung ein ähnliches Bruchbild wie der Probentyp A. Im Gegensatz zum Probentyp A entstanden zuerst vier Risse an den Orten höchster Schubspannung (vgl. Risse 1, 2, 3 und 4 in Bild 6.10 mit der Schubspannungsverteilung in Bild 6.11). Diese waren dort zu finden, wo die Fasern durch das eingebrachte Loch in ihrer Durchgängigkeit unterbrochen waren, jedoch direkt an unzerstörte Faserbündel angrenzten. Man kann sich vorstellen, daß an diesen Stellen (an den seitlichen Flanken des Loches) sich die durch das Loch unterbrochenen Fasern durch die Zugbelastung von den durchgehenden Fasern abzuscheren versuchten. Die einzige Möglichkeit der Kraftübertragung war dort also durch Schub in der Matrix gegeben. Die Festigkeiten bei einer solchen Belastung

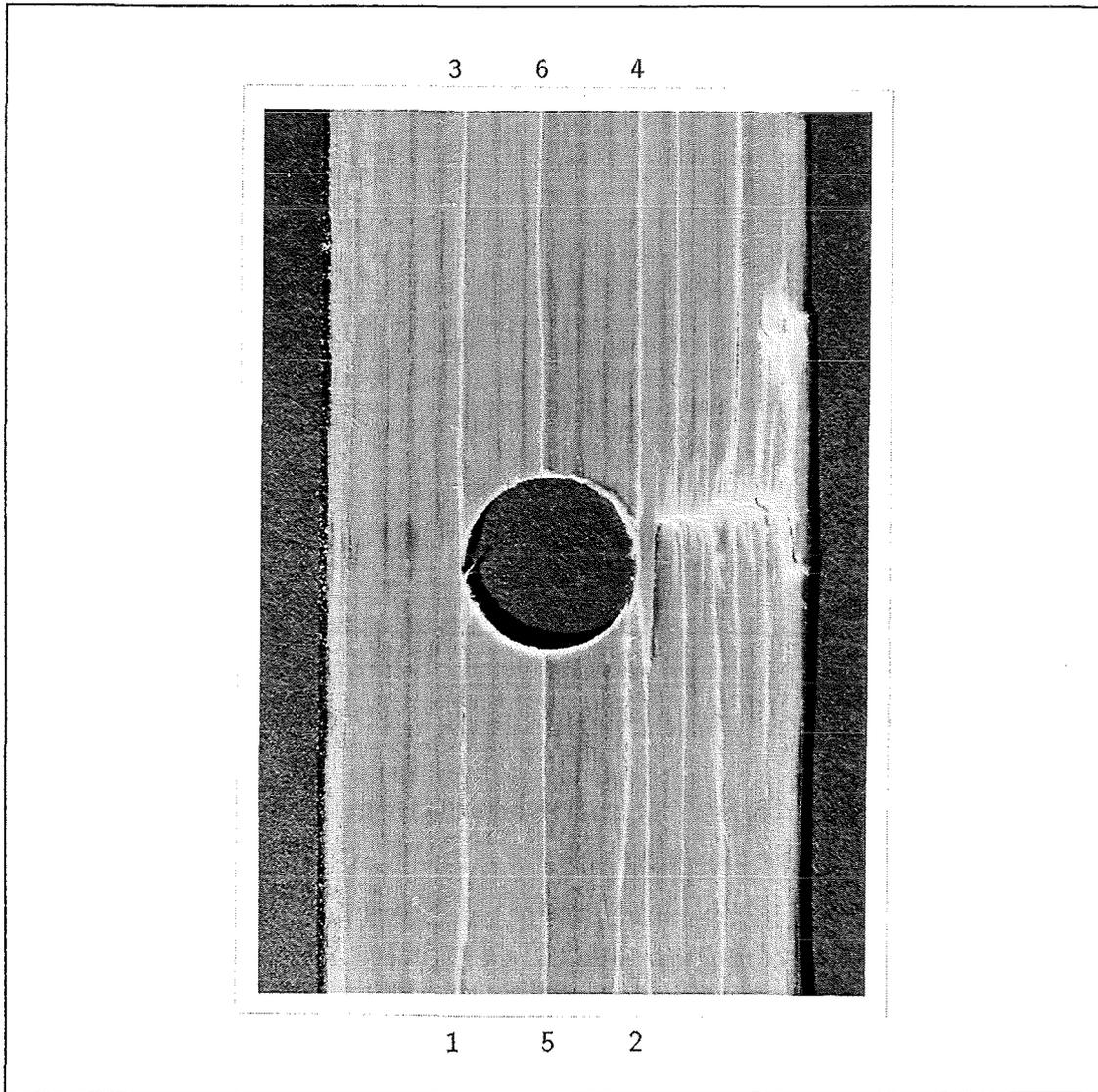


Bild 6.10: Bruchbild einer Probe vom Typ B.

lagen aber weit unter den Zugfestigkeiten. Die Folge war eine Reißentstehung bei relativ geringen Zugbelastungen, was auch in den Videoaufnahmen deutlich zu erkennen war. Waren die äußeren Faserbündel in Zugrichtung rechts und links neben dem Loch durch die ersten Risse parallel zu den Fasern getrennt, konnten nur noch sie die angreifende Kraft aufnehmen und unterlagen dann im weiteren Verlauf des Zugversuches denselben Versagensmechanismen wie die Proben vom Typ A. Die Risse 5 und 6 im Bild 6.10 entstanden durch Ausknicken des mittleren Faserbündels aus der Bildebene. Dies war eine Folge der horizontal auftretenden Druckspannungen über und unter dem Loch.

In den Videoaufnahmen war zu erkennen, daß nach dem Entstehen der vier Längsrisse zwischen den Fasern an den Orten höchster Schubspannungen eine starke Ovalisierung des Loches eintrat, was auf das Herausziehen der durch das Loch abgetrennten Fasern

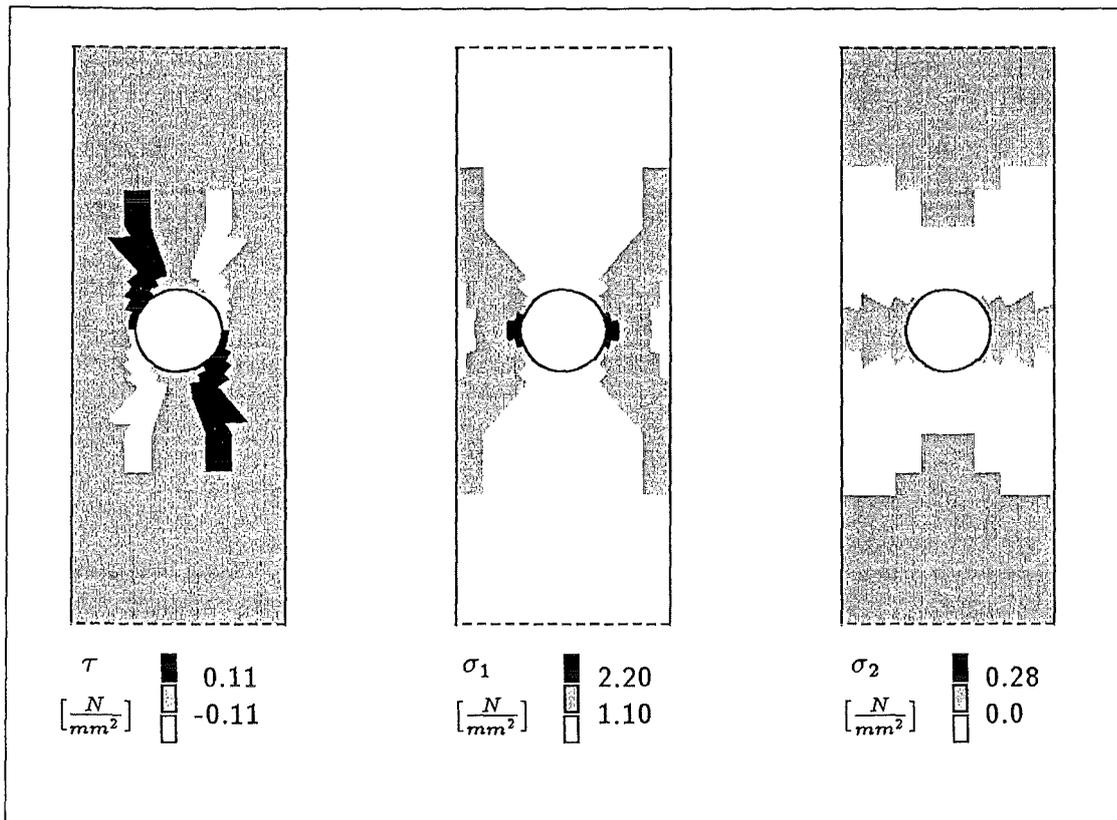


Bild 6.11: Berechnete Verteilung der Schubspannung (τ) und der Hauptspannungen (σ_1 und σ_2) in den Proben vom Typ B.

zurückzuführen war.

6.6.3 Bruchbild der Proben vom Typ C

Bei den Proben vom Typ C zeigten sich durch die veränderte innere Struktur der Faserverteilung der Proben deutlich andere Bruchbilder als bei den Proben mit einer unidirektionalen Faserorientierung. Die in Bild 6.12 abgebildete, bis zum Bruch belastete Probe ließ repräsentativ für alle Proben dieses Typs ein Bruchbild erkennen, das im folgenden beschrieben werden soll.

Für alle Proben zeigte sich die Existenz zweier Risse neben dem Loch. Sie befanden sich in geringem Abstand zum Loch, waren parallel zur Faserrichtung ausgebildet und hatten ungefähr die Länge des Lochdurchmessers. In der dargestellten Zugprobe in Bild 6.12 sind diese Risse rechts und links vom Loch zu erkennen. Von beiden Enden jeder dieser Längsrisse ging mindestens ein Reiß senkrecht zur Faserrichtung durch die Probe und trennte die betroffenen Fasern aufgrund der überschrittenen Zugfestigkeit. Diese Querrisse bildeten sich entweder zum Probenrand hin, zum Lochrand hin oder manchmal sogar gleichermaßen in beide Richtungen aus (Bild 6.12).

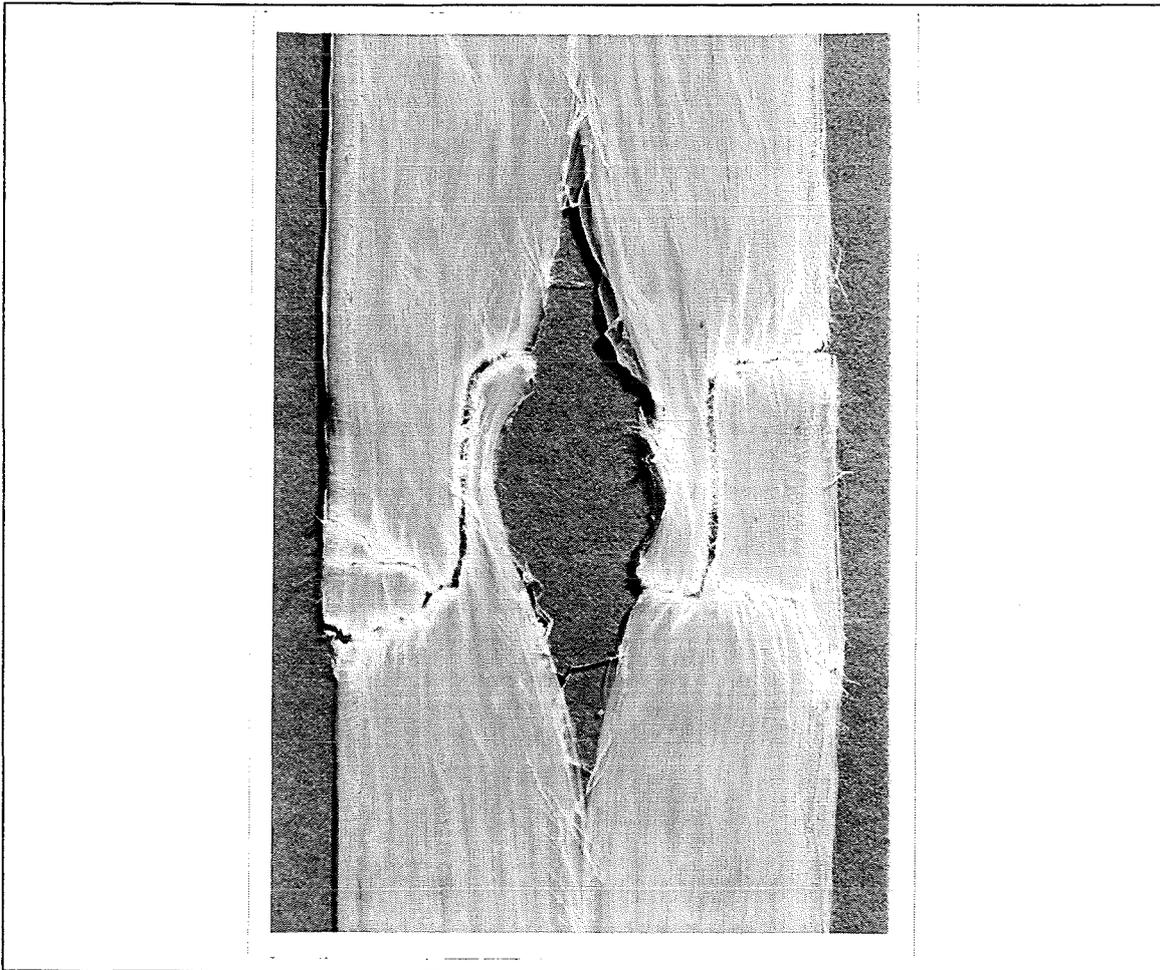


Bild 6.12: Bruchbild einer Probe vom Typ C.

Betrachtet man die Spannungsverteilung der mit der CAIO-Methode kombinierten FEM-Analyse (Bild 6.13), so erkennt man, daß die Risse parallel zu den Fasern an den Orten höchster Querspannung (σ_2 -Spannung) auftraten. Liefen diese Risse dann in einen Bereich niedrigerer σ_2 -Spannungen, überwiegen die Belastungen durch die erste Hauptspannung (σ_1 -Spannung), und die Risse liefen senkrecht zu den Fasern durch die Probe. Interessant war in diesem Zusammenhang der Vergleich der Spannungsverteilungen in den Proben vom Typ C (Bild 6.13) mit der Verteilung der Spannungen in den Proben vom Typ B (Bild 6.11). Während sich die Schubspannungen zwischen den Fasern um über 99% senken ließen, stiegen die maximalen zweiten Hauptspannungen (Querspannung) um fast 50% (dunkler Bereich in kleinem Abstand in Zugrichtung rechts und links neben dem Loch in Bild 6.13). An diesem Ort traten bei Belastung der optimierten Proben die ersten Längsrisse auf.

Analog zu der mit der FEM bestimmten Spannungsverteilung in der Probe und den damit begründeten Erklärungen des Versagensverhaltens der Proben ließ sich das Bruch-

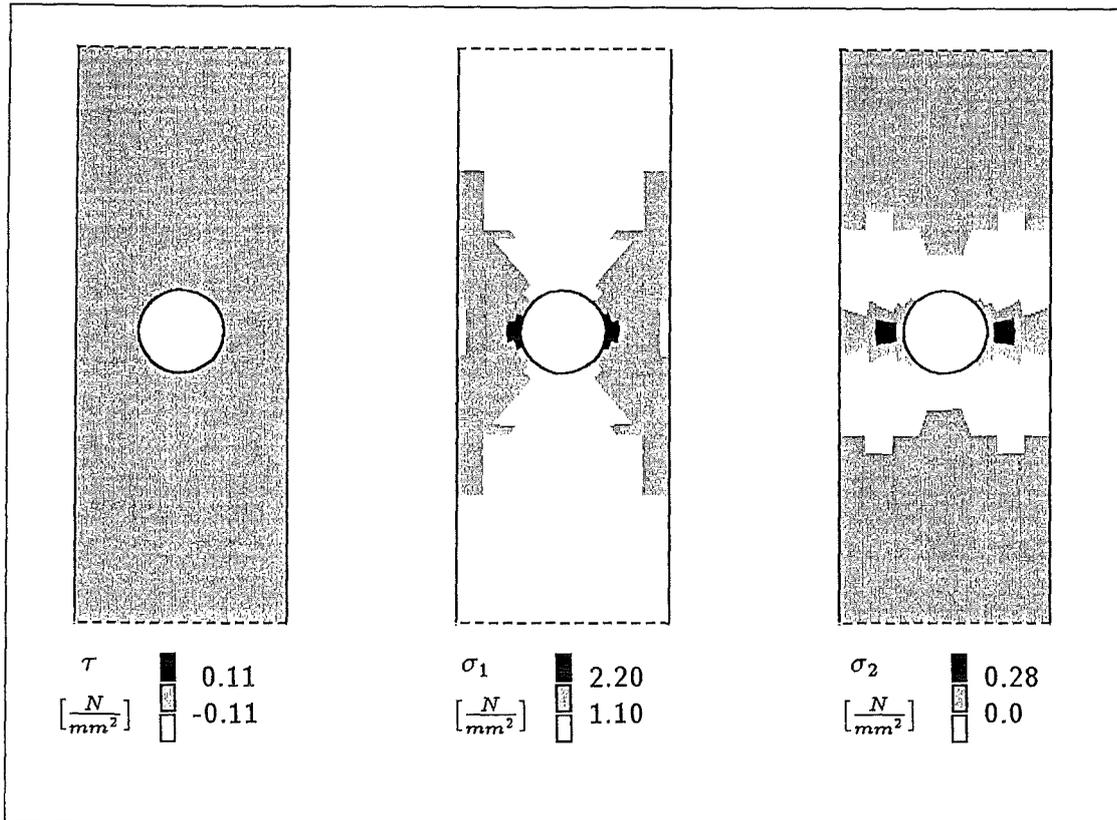


Bild 6.13: Verteilung der Schubspannung (τ) und der Hauptspannungen (σ_1 und σ_2) in den Proben vom Typ C.

bild mit der Krümmung der Fasern um das Loch erläutern. Ein am Loch vorbeilaufendes Faserbündel entspricht dabei einem von Mattheck beschriebenen „Unglücksbalken“ [8]. Im speziellen Fall der Zugprobe war die Belastung zwar reiner Zug, jedoch entstanden auch hier aufgrund der unterschiedlichen Krümmungsradien der Fasern und der dann durch die Belastung angestrebten Begradigung der gekrümmten Fasern Zugspannungen im Innern des Faserbündels senkrecht zu den Fasern. In dieser Richtung lagen die Festigkeiten jedoch deutlich niedriger als in Faserrichtung. Es entstanden also Risse zwischen den Fasern, die bis in einen Bereich lokaler Querdruckspannungen verliefen und dort zum Stehen kamen.

Aus den Videoaufnahmen der Zugversuche ließ sich eindeutig ersehen, daß die Risse parallel zu den Fasern zeitlich deutlich vor den Querrissen entstanden, was auch akustisch (Knacken) wahrzunehmen war. Eine starke Ovalisierung des Probenlochs während der Belastung war im Gegensatz zu der in Kapitel 6.6.2 beschriebenen Ovalisierung des Loches der nicht optimierten Zugprobe nicht zu erkennen. Die Matrix in den Bereichen über und unter dem Loch brach aufgrund der dort herrschenden horizontalen Druckspannungen während des Versuches aus. In diesen Bereichen wurden keine Fasern gelegt, da dort nur sehr niedrige vertikale Zugspannungen herrschten.

6.7 Proben mit Querfasern im Bereich hoher Querkzugspannungen

Nach eingehender Betrachtung und Analyse der Bruchbilder der Proben mit optimiertem Faserverlauf (Bild 6.12) drängte sich die Frage auf, ob sich eine Verbesserung der Zugfestigkeit durch das Einbringen von Querfasern senkrecht zu den Längsfasern erreichen lassen würde. Die numerischen Untersuchungen von Hyer und Charette [41] gaben berechtigten Anlaß zu der Vermutung, daß die Einbringung solcher Sekundärfasern die Versagensspannung erheblich erhöhen könnte. Aus diesem Grund wurden weitere Proben mit dem CAIO-Verfahren berechnet und dann bei der deutsch/niederländischen Firma hergestellt. Der Faserverlauf der Proben ist im Bild 6.14 dargestellt. Die Sekundärfasern wurden nur im Bereich hoher Querkzugspannungen zwischen den Primärfasern eingebracht (vgl. Probentyp C aus Bild 6.5). Sie hatten in jedem Punkt eine orthogonale Orientierung zu den Primärfasern. Damit ergaben sich für die Berechnungen die Materialkennwerte $E_1=16080\text{ N/mm}^2$, $E_2=10440\text{ N/mm}^2$, $\nu_{12}=0.3$ und $G_{12}=2000\text{ N/mm}^2$.

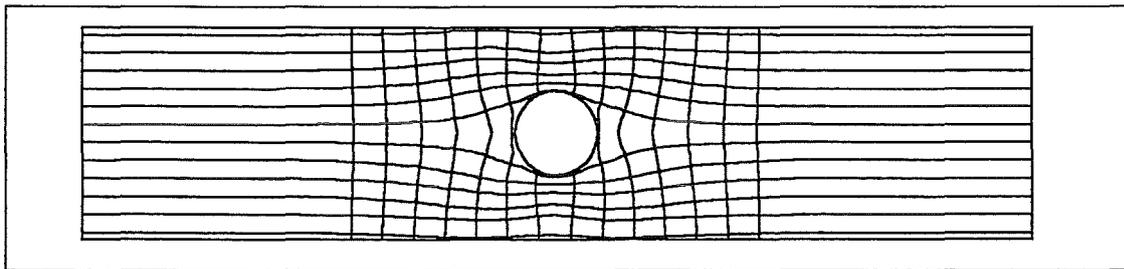


Bild 6.14: Probe mit Querfasern.

Für den Probentyp E wurden ebenfalls Voraussagen der Versagensspannungen aufgrund der theoretischen Spannungsanalysen mit Hilfe der Hypothese der maximalen Spannungen gemacht. Tabelle 6.4 gibt die normierten maximalen Spannungen im Probentyp E nach den Gleichungen (6.3) an. Im Vergleich dazu sind nochmals die Werte für den Probentyp B als Referenzwerte angegeben.

Probentyp	$\sigma_{1,max}^*$	$\sigma_{2,max}^*$	$\tau_{12,max}^*$
B	3.362	0.236	0.44
E	3.037	0.354	-

Tabelle 6.4: Normierte maximale Spannungen in den Proben B und E.

Da die Fasern der Probe E wie beim Probentyp C ausschließlich parallel zur Richtung der Hauptspannungstrajektorien ausgerichtet waren, erübrigt sich die Angabe

der Schubspannung parallel zur Faserrichtung (vgl. Tabelle 6.4), da eine Belastung des Materials nur in Richtung der Fasern oder senkrecht dazu stattfand.

Probentyp	R_{11}	R_{22}	R_{12}	$\sigma_{a,R_{11}}$	$\sigma_{a,R_{22}}$	$\sigma_{a,R_{12}}$
	$[\frac{N}{mm^2}]$	$[\frac{N}{mm^2}]$	$[\frac{N}{mm^2}]$	$[\frac{N}{mm^2}]$	$[\frac{N}{mm^2}]$	$[\frac{N}{mm^2}]$
B	530	54	30	158	229	68*
E	530	232	30	175*	655	-

Tabelle 6.5: Festigkeitskennwerte und zulässige Belastungsspannungen für die Proben.

Tabelle 6.5 gibt die Festigkeitswerte R_{11} , R_{22} und R_{12} für die Proben B und E an. R_{11} wurde dabei nach der Gleichung (6.1) bestimmt. Die E-Moduln der Matrix und der Faser, E_m und E_f , wurden dafür bereits zusammen mit dem Faservolumenanteil v_f im Kapitel 6.3 angegeben. Für den Probentyp E wurde R_{22} ebenfalls nach der Gleichung (6.1) bestimmt, da an den Orten hoher Querspannungen zwei Lagen trajektorienrichtige Querfasern eingebracht wurden. Die anderen Festigkeitswerte ließen sich aus Tabelle 6.2 übernehmen. Ebenfalls in der Tabelle 6.5 angegeben sind die zulässigen Belastungsspannungen, die nach den Gleichungen (6.4) bestimmt wurden.

Beim Probentyp E ergab die Hypothese der maximalen Spannungen eine geringere zulässige Versagensspannung in Belastungsrichtung, $\sigma_{a,R_{11}}$ als senkrecht dazu, $\sigma_{a,R_{22}}$. Diese lag bei $175 N/mm^2$ und würde zu einem Versagen der Fasern in Belastungsrichtung führen.

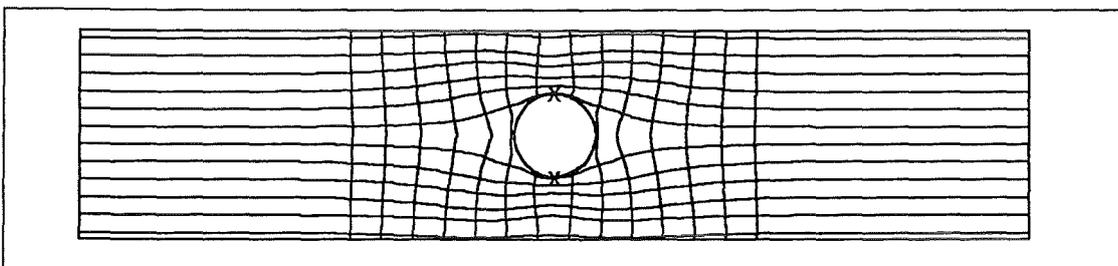


Bild 6.15: Orte der Rißentstehung im Probentyp E.

Bild 6.15 zeigt die beiden möglichen Orte der Rißentstehung, die wiederum durch kleine Kreuze gekennzeichnet sind.

Die Ergebnisse der anschließenden Zugversuche sind in der Tabelle 6.6 zusammengestellt. Zum Vergleich sind auch hier nochmals die Ergebnisse der Referenzprobe (Typ B) angegeben.

Auch für diese Proben konnten die Spannungsanalysen des CAIO-Verfahrens als Hilfsmittel für die Beschreibung der Bruchbilder angeführt werden. In diesem Fall wurden

Probentyp	Bruchspannung (σ_x)		bezogen auf Typ B
	[$\frac{N}{mm^2}$]		[%]
B	372	(63)	100%
E	616	(39)	166%
F	588	(85)	160%

Tabelle 6.6: Ergebnisse der Zugversuche mit den Proben mit Querfasern.

die orthotropen Materialdaten in die zweite Hauptrichtung mit $2/9$ des E-Moduls in der ersten Hauptrichtung angenommen, da neun Lagen Primärfasern und zwei Lagen Sekundärfasern zum Aufbau der Proben verwendet wurden. Die daraus resultierende Orientierung der Fasern ist im Bild 6.14 angegeben. Außer den Proben mit zwei Lagen Sekundärfasern (Typ E) wurde Proben mit vier Lagen Sekundärfasern hergestellt (Typ F). Damit sollte der Einfluß der Faserdichte in Querrichtung bestimmt werden. Wie an den Ergebnissen der Tabelle 6.6 zu erkennen ist, führte das Einbringen von vier anstatt zwei Sekundärfaserlagen jedoch zu keinen Verbesserungen. Es zeigte sich sogar eine leichte Reduzierung der Bruchspannung, was aber mit 6% im Bereich der statistischen Abweichung lag und auf Imperfektionen zurückgeführt werden konnte. Die Erhöhung der Bruchspannung gegenüber den Proben ohne Sekundärfasern (Typ C) lag aber bei 30% und damit bei 66% gegenüber der Bruchspannung der Referenzproben vom Typ B.

6.7.1 Bruchbild der Probe vom Typ E

Ein signifikanter Unterschied in den Bruchbildern der Probentypen E und F war nicht zu erkennen, weshalb in Bild 6.16 nur der Probentyp E abgebildet ist. Bei der Betrachtung fällt auf, daß sich keine Längsrisse zeigten, wie sie sich parallel zu den Fasern in Zugrichtung neben dem Loch in den Proben vom Typ C (Bild 6.12) gebildet haben. Die einzigen Risse entstanden an den Orten größter Spannungsüberhöhung der ersten Hauptspannung und breiteten sich von dort quer durch die Probe, senkrecht zu den Primärfasern aus (siehe dazu Bild 6.16). Die Punktsymmetrie der aufgetretenen Risse zum Lochmittelpunkt ist auf die Biegung zurückzuführen, die sich ergab, wenn die Risse rechts und links vom Loch nicht gleichzeitig auftraten.

Die Querfasern erreichten also durch die Aufnahme der Querkräfte, die sich durch Optimierung der Faserorientierungen in Zugrichtung ergaben, eine Steigerung der Bruchspannung. Bild 6.17 zeigt die Spannungsverteilungen in den Proben mit neun Lagen Primärfasern und zwei Lagen Sekundärfasern. Darin ist zu erkennen, daß die Schub-

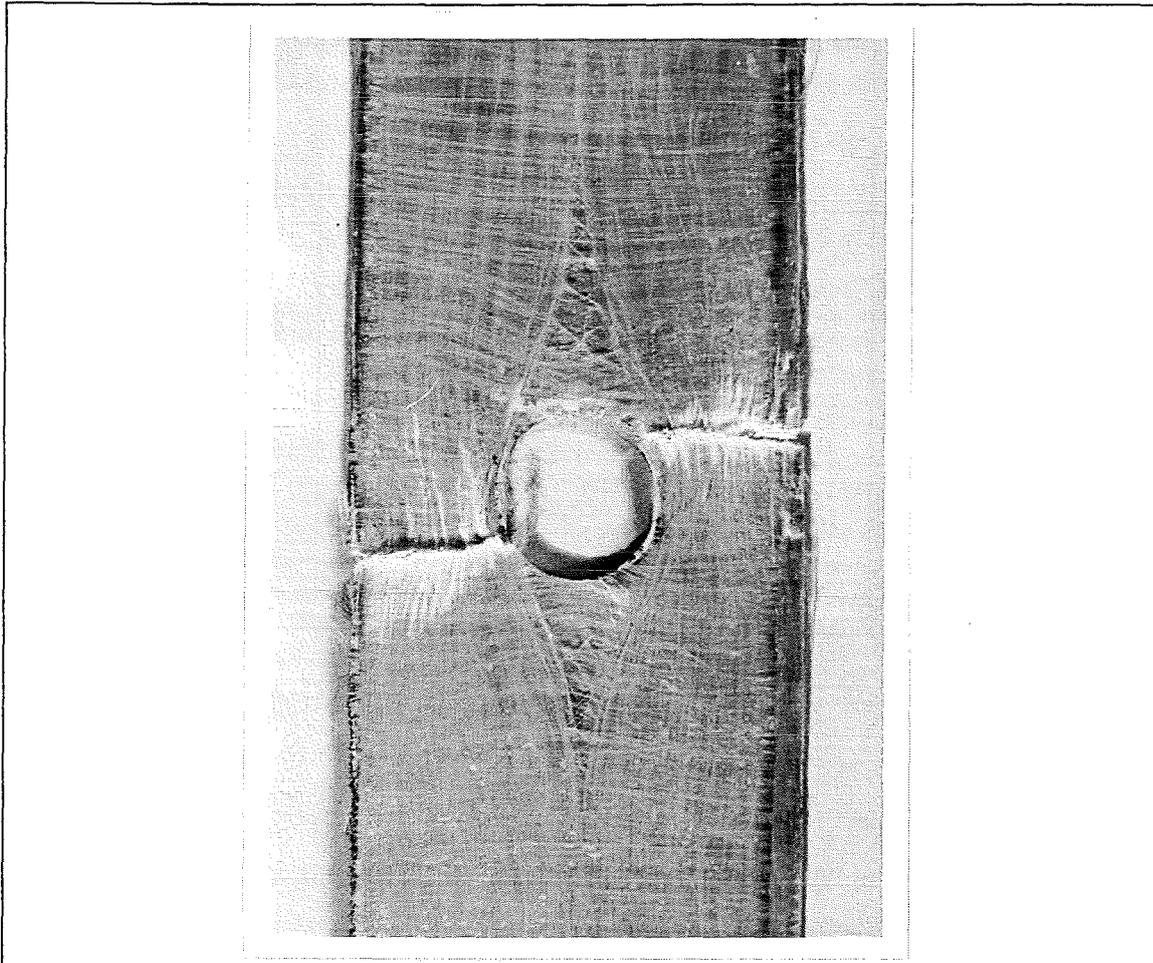


Bild 6.16: Bruchbild einer Probe vom Typ E.

spannungen auch für diesen Probentyp minimiert werden konnten. In den Verteilungen der Hauptspannungen zeigte sich im Grunde kein Unterschied zu der Spannungsverteilung in der Probe vom Typ C. Selbst die Maximalwerte der ersten Hauptspannung (σ_1) und der zweiten Hauptspannung (σ_2) unterscheiden sich bei den beiden Probentypen C und E um weniger als 1%.

Bei Bäumen übernehmen Holzstrahlen, die im Stamm radial, also senkrecht zur Stammachse verlaufen, die Aufnahme der im Stamm auftretenden Querkräfte und vermindern so die Gefahr von Rissen zwischen den Längsfasern [42].

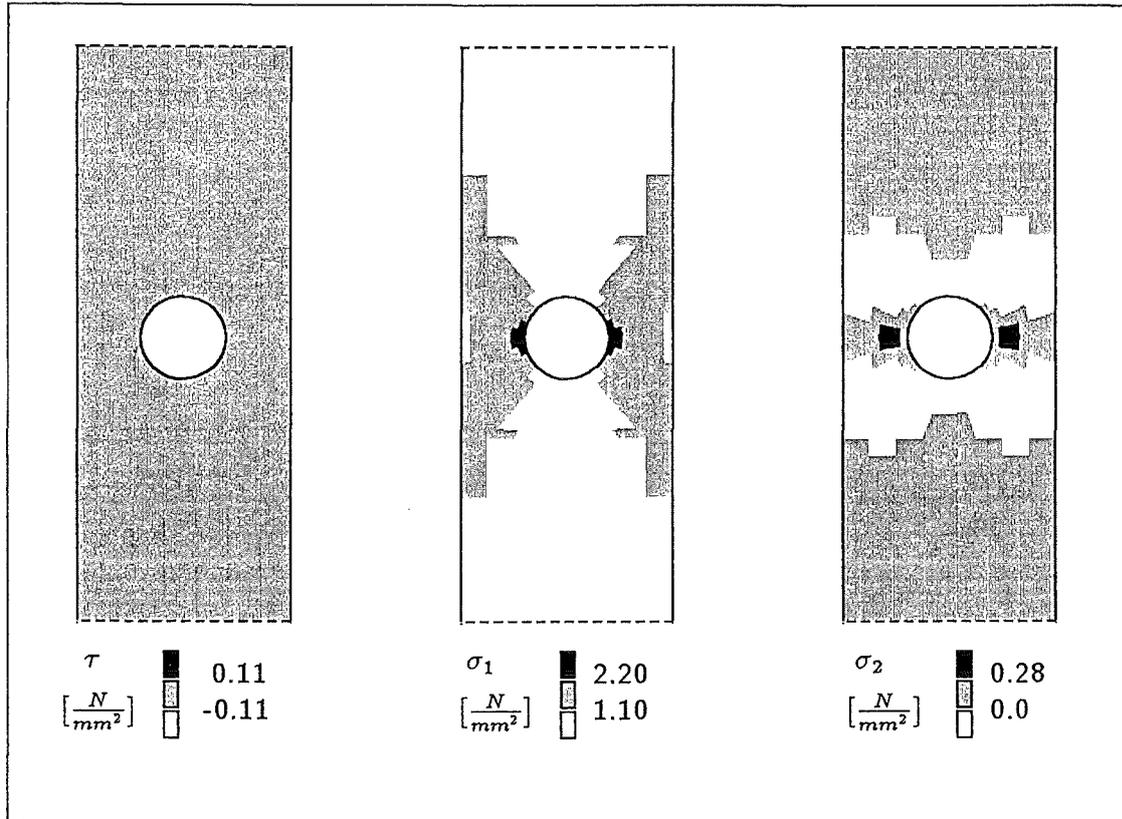


Bild 6.17: Berechnete Verteilung der Schubspannung (τ) und der Hauptspannungen (σ_1 und σ_2) in den Proben vom Typ E.

6.8 Vergleich der Versagensvoraussagen mit den Versuchen

Die theoretischen Voraussagen von der Art der ersten Schädigung sowie dem Ort des Auftretens der ersten Risse stimmten gut mit den in den Zugversuchen ermittelten Versagensmustern der einzelnen Proben überein. So sagte die Hypothese der maximalen Spannungen für den Probentyp B ein Schubversagen der Matrix an den Lochflanken voraus. Bei den Zugversuchen zeigte sich eine solche Rißbildung an genau diesen Stellen bevor die Probe schließlich vollständig durch Faserrisse brach (vgl. Bild 6.10).

Die zuerst senkrecht zum Faserverlauf in geringem Abstand zu den Lochflanken aufgetretenen Matrixrisse beim Zugversuch des Probentyps C konnten ebenfalls in Art und Lokalisierung von der Hypothese der maximalen Spannungen vorhergesagt werden (vgl. Bild 6.12).

Das veränderte Versagensverhalten des Probentyps E (vgl. Bild 6.16), mit den zusätzlichen Querfasern im Bereich der Querkzugspannungen, gegenüber dem Versagensverhal-

ten des Probentyps C konnte durch die theoretisch ermittelte Versagensspannung gut vorausgesagt werden. Die gleiche Art der Rißbildung zeigte sich auch im durchgeführten Zugversuch. Damit sagte die Hypothese der maximalen Spannungen die Rißentstehung immer an den Orten voraus, an denen sich im Zugversuch die ersten Risse in den Proben zeigten.

Bei dem quantitativen Vergleich der berechneten Versagensspannungen mit den experimentell ermittelten Bruchspannungen (vgl. Tabelle 6.2 mit Tabelle 6.3 und Tabelle 6.5 mit Tabelle 6.6) muß berücksichtigt werden, daß sich die theoretische Untersuchung auf die Angabe der jeweiligen Belastungsspannung beim Auftreten der ersten Rissen beschränkte. Bei der Angabe der Bruchspannung, die bei den Zugversuchen ermittelt wurde, handelte es sich jedoch um die Belastung, die zum vollständigen Versagen der Proben führte.

Die Unterschiede zwischen den Beträgen der theoretisch ermittelten zulässigen Bruchspannungen und den Beträgen der gemessenen Bruchspannungen ließen sich auf verschiedene Ursachen zurückführen. Mit der Hypothese der maximalen Spannungen ließ sich nur die zulässige Belastungsspannung bei der ersten Rißbildung voraussagen. Eine Aussage über die Belastungsspannung beim vollständigen Versagen der Proben war mit ihr nicht möglich. Die ersten Risse in den Proben hatten eine starke Veränderung des Spannungszustandes zur Folge. Es wären somit umfangreichere Spannungsanalysen und die Anwendung komplexer Schädigungsmodelle zur Beschreibung des weiteren Versagensverhaltens der Proben notwendig gewesen. Jedoch konnte man in der prozentualen Erhöhung der Versagensspannung eine Tendenz erkennen, die sich auch in den Ergebnissen der Versuche finden ließ. Es zeigte sich damit, daß die zuerst aufgetretenen Risse, vor allem bei den Proben vom Typ C und E, einen erheblichen Einfluß auf das endgültige Versagen hatten.

Vergleicht man die prozentualen Erhöhungen der berechneten Versagensspannung beim Probentyp B mit der berechneten Versagensspannung beim Probentyp C, so zeigte sich eine Erhöhung um 25%. In den Versuchen ergab sich eine Erhöhung der Bruchspannungen um 36%. Bei den Steigerungen der Versagensspannungen durch das Einbringen der Querfasern ergab die Berechnung eine Erhöhung um 14.4%. Der Versuch zeigte eine Steigerung der Bruchspannung um 22.2%.

Kapitel 7

Lokale Variation des Elastizitätsmoduls

7.1 Erweiterung des CAIO-Verfahrens um die Möglichkeit der E-Modulvariation

Biologische Strukturen weisen nicht nur eine optimale Orientierung ihrer orthotropen Materialeigenschaften auf, sie besitzen größtenteils auch eine an die Belastung angepaßte lokale Steifigkeit. In Kapitel 4.3 wurde das am Kernforschungszentrum Karlsruhe entwickelte SKO-Verfahren zur Strukturoptimierung vorgestellt, mit dem dieser Optimierungsprozeß für Werkstoffe mit isotropen Materialeigenschaften nachvollzogen werden kann. Dies wurde von Baumgartner in vielen Beispielen belegt [10].

Eine Optimierung des lokalen E-Moduls bei der Verwendung orthotroper Materialeigenschaften nach dem Vorbild der Natur setzt jedoch eine Kombination des SKO-Verfahrens mit dem CAIO-Verfahren voraus. Dies wird in dieser Arbeit durch die Erweiterung des CAIO-Verfahrens um die Möglichkeit einer lokalen E-Modulvariation erreicht. Das erweiterte CAIO-Verfahren soll im weiteren mit CAIO-E bezeichnet werden. Bild 7.1 stellt das CAIO-E-Verfahren in einem Flußdiagramm dar. Dabei sind die Erweiterungen zum CAIO-Verfahren in *kursiver* Schreibweise angegeben.

Das in Kapitel 5.2 dargestellte CAIO-Verfahren gibt somit dem Anwender die zusätzliche Möglichkeit einer lastgesteuerten Variation des lokalen Elastizitätsmoduls in die Hand. Dabei wird im dritten Optimierungsschritt des in Bild 5.2 dargestellten Flußdiagramms der Elastizitätsmodul in den beiden Raumrichtungen nach den Gleichungen

$$E_{1(n+1)}^i = E_{1(n)}^i + k(\sigma_{1(n)}^i - \sigma_{ref}) \quad (7.1)$$

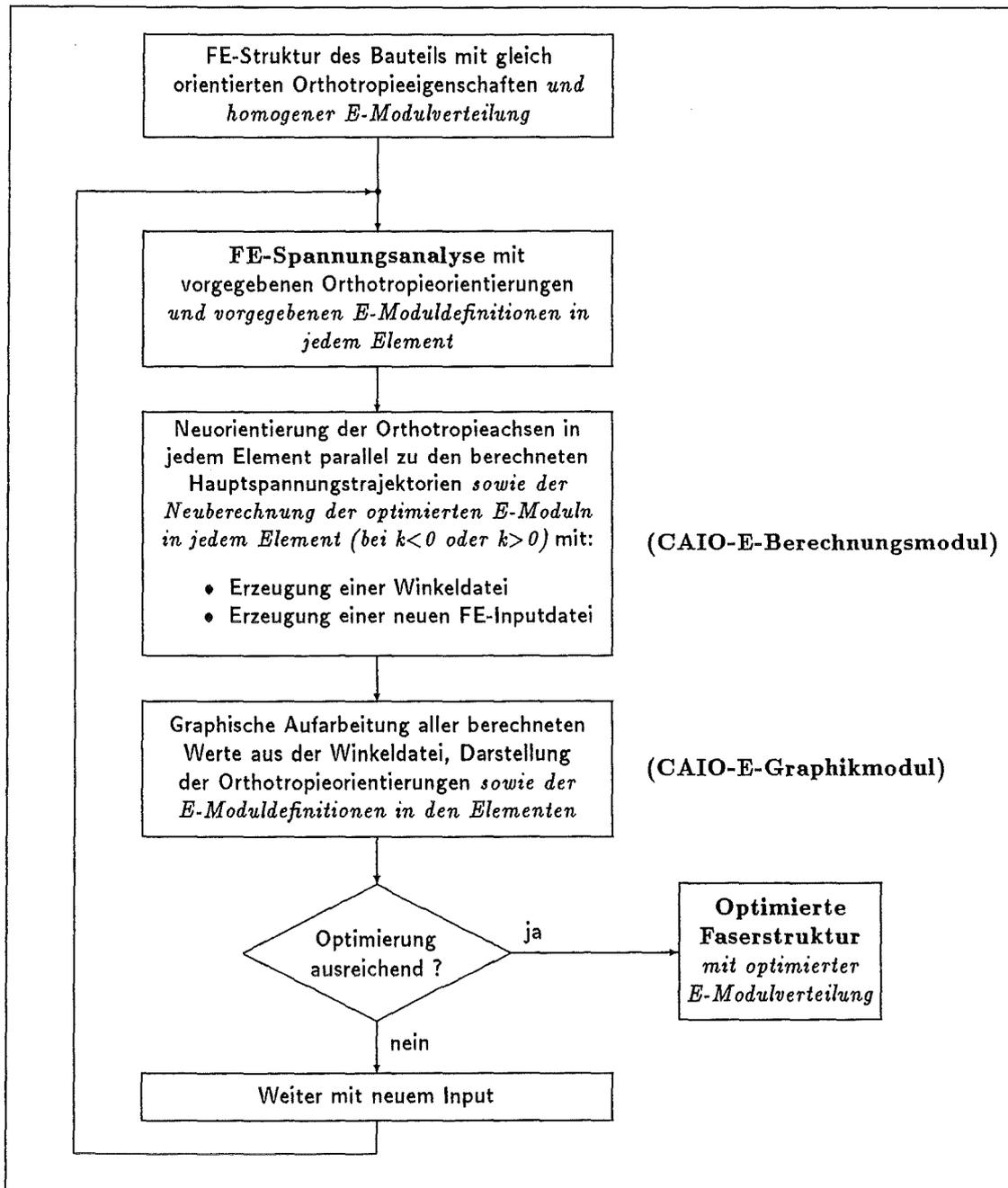


Bild 7.1: Flußdiagramm des CAIO-E-Verfahrens.

und

$$E_{2(n+1)}^i = ka \cdot E_{1(n+1)}^i \quad (7.2)$$

für den nächsten Optimierungszyklus für jedes Element berechnet und in der Winkeldatei ausgegeben. In Gleichung (7.1) gibt i die Nummer des Elementes, n die Zahl der durchgeführten Zyklen und σ_{ref} die vom Anwender gewählte Referenzspannung zur E-Modulvariation an. Über den Parameter k läßt sich das Konvergenzverhalten einstellen. Er bestimmt, wie stark die Differenz aus der Spannung im Element und der gewählten

Referenzspannung den Wert des neuen E-Moduls beeinflusst. Die FE-Inputdatei für den nächsten Zyklus wird ebenfalls mit den zusätzlichen Informationen über die variierten E-Moduln der einzelnen Elemente erzeugt. Dies wird ohne Einschränkung der übrigen Optimierungsaufgaben von CAIO ausgeführt.

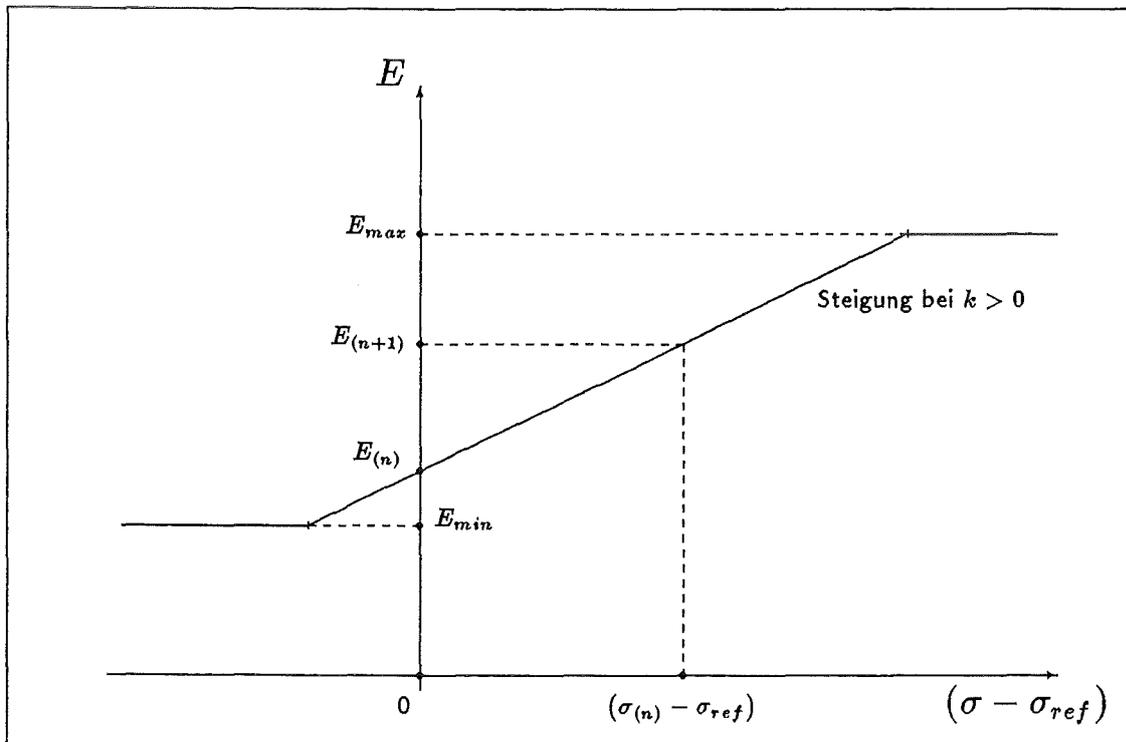


Bild 7.2: Funktion zur E-Modulvariation.

In Gleichung (7.2) läßt sich das Verhältnis des E-Moduls in Querrichtung zum E-Modul in Längsrichtung über den Parameter ka einstellen. Prinzipiell besteht keine direkte Abhängigkeit der beiden E-Moduln voneinander, doch zeigt sich in der Natur eine gewisse Regelmäßigkeit des Verhältnisses, was eine Einstellung der Quersteifigkeiten über obigen Zusammenhang (Gleichung (7.2)) rechtfertigt.

Um die biologischen Wachstumsvorgänge und auch die technischen Möglichkeiten der Verbundherstellung gleichermaßen realitätsnah zu simulieren bzw. vorzugeben, müssen im CAIO-E-Verfahren zwei Parameter (E_{max} und E_{min}) zur oberen und unteren Begrenzung der E-Moduln angegeben werden. Die Variation (Gleichung (7.1)) erfolgt somit nach der in Bild 7.2 dargestellten Funktion. Die Steigung der Geraden zwischen den beiden Punkten E_{min} und E_{max} wird durch den Parameter k der Gleichung (7.1) bestimmt. Damit wird auch sein oben genannter Einfluß auf das Konvergenzverhalten graphisch deutlich.

Eine solche obere und untere Begrenzung der lokalen E-Moduln ist aus verschiedenen Gründen sinnvoll. Die Steifigkeiten aller biologischen Strukturen oder technischen Bau-

teile sind durch folgende Gegebenheiten begrenzt. So kann ein Faserverbund nach Gleichung (5.1) nie eine Steifigkeit höher als den Faser-E-Modul annehmen. Biologischen Strukturen ist die maximale Steifigkeit meist schon durch die maximale Einlagerung bestimmter, die Steifigkeit erhöhender Materialien, eingeschränkt. So kann aus stoffwechseltechnischen Gründen ein Knochen niemals lokal hundertprozentig Mineralien anlagern. Dies würde zwar die Steifigkeit im Knochen maximieren, der Festigkeit wäre es aber im Grunde nicht dienlich. Der Knochen würde dadurch äußerst spröde und könnte seiner Gesamtaufgabe nicht mehr lange nachkommen, da er bei einer hohen Belastung früh brechen würde.

7.2 Zwei Ziele biologischer Strukturoptimierung

Grundsätzlich können mit der in Kapitel 6.1 vorgestellten E-Modulvariation zwei verschiedene Ziele erreicht werden [43]:

- 1.) Die Ausbildung hochfester, steifer Strukturen die dem Leichtbau genügen. Mechanisch bedeutet dies eine lokale Erhöhung der Steifigkeit an den Orten hoher Belastung und lokale Reduzierung der Steifigkeit an den Orten niedriger Belastung.

In der Natur findet man dieses Optimierungsziel u.a. bei Knochen. Aufgebaut sind diese durch Kollagenfasern (lange Peptidketten, die schraubenartig zu Fibrillen verdreht sind) zwischen denen eine sehr harte Calciumverbindung mit dem Namen Hydroxylapatit eingelagert ist. Die Kollagenfasern mit einer ansteigenden Spannungs-Dehnungskurve sind hauptsächlich für die Zugfestigkeit verantwortlich, während das Hydroxylapatit die Druckfestigkeit der Knochen sichert.

In Gleichung (7.1) kann eine *Erhöhung* des lokalen Mineralgehaltes in einem Knochen durch die Wahl eines positiven Wertes für den Parameter k erreicht werden. An den Orten hoher Belastung führt dies dann zu höheren E-Modulwerten, an Orten niedriger Belastung zu geringeren E-Modulwerten.

Bei maximaler Absenkung des lokalen E-Moduls kann in diesen Bereichen auf die Verwendung von Material zum Aufbau der Struktur verzichtet werden. Es ergibt sich dann eine Struktur, die den Anforderungen des Leichtbaus genügt (maximale Steifigkeit bei minimalem Materialeinsatz).

- 2.) Die Ausbildung von Strukturen deren gesamtes vorhandenes Material zur gleichmäßigen Belastungsaufnahme herangezogen wird. Die Gefahr einer lokalen Überlastung wird so minimiert. Mechanisch bedeutet dies eine lokale Absenkung

des E-Moduls an den Orten hoher Belastung und eine lokale Erhöhung des E-Moduls an den Orten niedriger Belastung in einer vorgegebenen Struktur.

Ein solches Optimierungsziel findet sich u.a. bei Sehnen im menschlichen Skelett. Diese sind aus einem Verbund von Elastin und Kollagen aufgebaut. Elastin ist ein sehr elastischer Stoff, der im menschlichen Körper häufig in Kombination mit anderen Substanzen auftritt, die ihm dann zu einer größeren Steifigkeit verhelfen.

Durch die Wahl eines negativen Wertes für den Parameter k in Gleichung (7.1) wird erreicht, daß an Orten lokaler Spannungsüberhöhung eine *Absenkung* des E-Moduls stattfindet und somit die Belastung gleichmäßig auf den Querschnitt oder auf die gesamte Struktur verteilt wird.

Von den Kreuzbändern im Knie des Menschen weiß man, daß bei der Übertragung auftretender Kräfte alle Fasern gleich belastet werden. Zwar sind durch die recht großflächige Anbindung der Bänder an den Knochen nicht alle Fasern gleich lang, doch sprechen sie alle gleichzeitig an und übernehmen deshalb die gleiche Last [44].

Im Gegensatz zur Ausbildung von Knochenstrukturen ist dies ein anderes mechanisches Verhalten. Knochen versteifen die Bereiche hoher Belastung und erzielen somit eine Konzentration der Belastung auf diese hochfesten Gebiete. Sehnen jedoch streben eine gleichmäßige Verteilung der Belastung auf ihr gesamtes Material an.

Holz als weiterer Baustoff natürlicher Strukturen besteht neben dem Hauptbestandteil Cellulose (ein Kettenmolekül aus mehreren Glucoseeinheiten) aus Ligninen, die als Stützbaustoffe fungieren. Die Cellulose übernimmt vor allem die Verantwortung für die Zugfestigkeit des Holzes, während die Lignine für die Druckfestigkeiten des Holzes sorgen (analog zu den Kollagenen und den Hydroxylapatiden in Knochen).

Hölzerne Strukturen in der Natur, insbesondere Bäume, sind nicht wie die Knochen befähigt Material abzubauen. Sie vermögen deshalb nicht gezielten Leichtbau zu betreiben, besitzen aber auch die Möglichkeit ihren E-Modul lokal zu verändern. Sie erreichen dies durch die Variation des Fasergehaltes im Holz.

Bäume steuern ihre E-Modulverteilung aber auch durch die Ligninverteilung in ihrem Holzaufbau. Ähnlich wie die Knochen ihre Steifigkeit lokal durch einen höheren Mineralanteil im Gewebe steigern können, vermögen die Bäume durch eine lokale Ligninkonzentration ihre Steifigkeit zu erhöhen. Damit streben die Bäume nicht nur durch die Selbstheilungsmechanismen nach Verletzungen und dem Bestreben an der Oberfläche ihrer Struktur immer einen Zustand konstanter Spannung zu erzielen ein Optimum an. Sie besitzen auch die Möglichkeit, den Aufbau ihres Holzes an die gegebenen Anforderungen anzupassen. Dies erreichen sie durch die Variation ihres lokalen E-Moduls im Holz in Form von veränderter Lignin- und Faserverteilung. Die Anwendung der

CAIO-E-Methode zur optimierten Ausrichtung der orthotropen Materialeigenschaften in Kombination mit einer Variation des lokalen Elastizitätsmoduls kann bei der Simulation dieses Verhaltens ein hilfreiches Werkzeug sein.

7.3 Variation des Elastizitätsmoduls in einer Zugprobe

Mit der Kenntnis über das Mineralisationsverhalten von Knochen und der Möglichkeit, den lokalen Faseranteil der in Kapitel 6.5 beschriebenen Proben bei der Herstellung lokal zu variieren, soll die Auswirkung einer E-Modulvariation auf den Spannungszustand in einer Zugprobe untersucht werden.

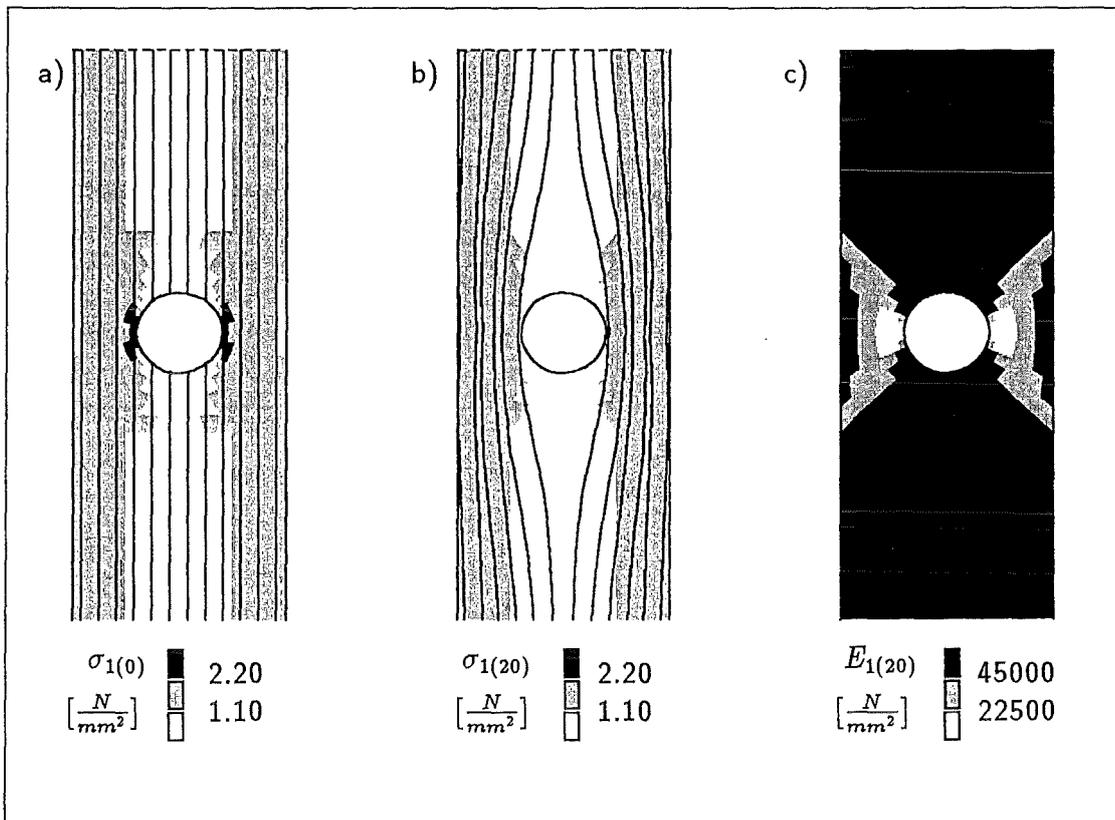


Bild 7.3: Hauptspannungsverteilungen und E-Modulverteilung in einer Zugprobe.

Ausgehend von einer gleichmäßigen Verteilung des Elastizitätsmoduls im FE-Modell der Proben wird neben der iterativen Ausrichtung der orthotropen Materialeigenschaften parallel zu den Hauptspannungstrajektorien der E-Modul nach den Gleichungen (7.1) und (7.2) in der gesamten Struktur variiert. Die Spannungsverteilung der ersten Hauptspannung vor Anwendung der CAIO-E-Methode bei gleichem E-Modul von 45000 N/mm^2 in allen Elementen ist in Bild 7.3a zu sehen. Zusätzlich wurden

für diese Optimierung die Faserorientierungen in die Darstellung der Hauptspannungsverteilungen eingezeichnet, um diese gleichzeitig zu veranschaulichen. In der Orientierung der Fasern zeigt sich jedoch nur ein sehr geringer Unterschied zu den CAIO-optimierten Proben in Kapitel 6. Nach 20 Zyklen ergibt sich die in Bild 7.3b dargestellte Spannungsverteilung, während sich eine in Bild 7.3c abgebildete Verteilung des E-Moduls eingestellt hat. Dargestellt wurde jeweils wieder nur der in Bild 6.2 angegebene Bildausschnitt der Strukturen, da sich nur dort Veränderungen ergaben. Die Optimierung kann nach 20 Optimierungsschritten abgebrochen werden, da sich keine weitere nennenswerte Veränderung der E-Moduln einstellt und die Reduzierung der Schubspannungen zwischen den Fasern einen Wert von 91.1% erreicht hat. Theoretisch ließe sich das Verfahren bis zur vollständig gleichmäßigen Spannungsverteilung der ersten Hauptspannung am engsten Querschnitt weiterführen. Dann würde sich keinerlei E-Modulvariation mehr ergeben, da sich an diesem Querschnitt überall die Referenzspannung eingestellt hätte und da nach Gleichung (7.1) $E_{1(n+1)} = E_{1(n)}$ wäre.

Die maximal auftretende erste Hauptspannung läßt sich auf diese Weise von 4.2 N/mm^2 auf 1.9 N/mm^2 , also um mehr als 50%, reduzieren. In Bild 7.3c ist die lokale Reduzierung der Steifigkeit an den Orten ursprünglich hoher Spannungen zu erkennen. Neben dem Loch, wo sich Spannungsüberhöhungen durch die Kerbe bei einer homogenen E-Modulverteilung in der Probe am stärksten auswirken, finden sich nach der CAIO-E-Optimierung die niedrigsten E-Moduln, um die äußeren Faserbündel ebenfalls an der Lastaufnahme zu beteiligen und um damit eine Konzentration der Spannungen zu vermeiden.

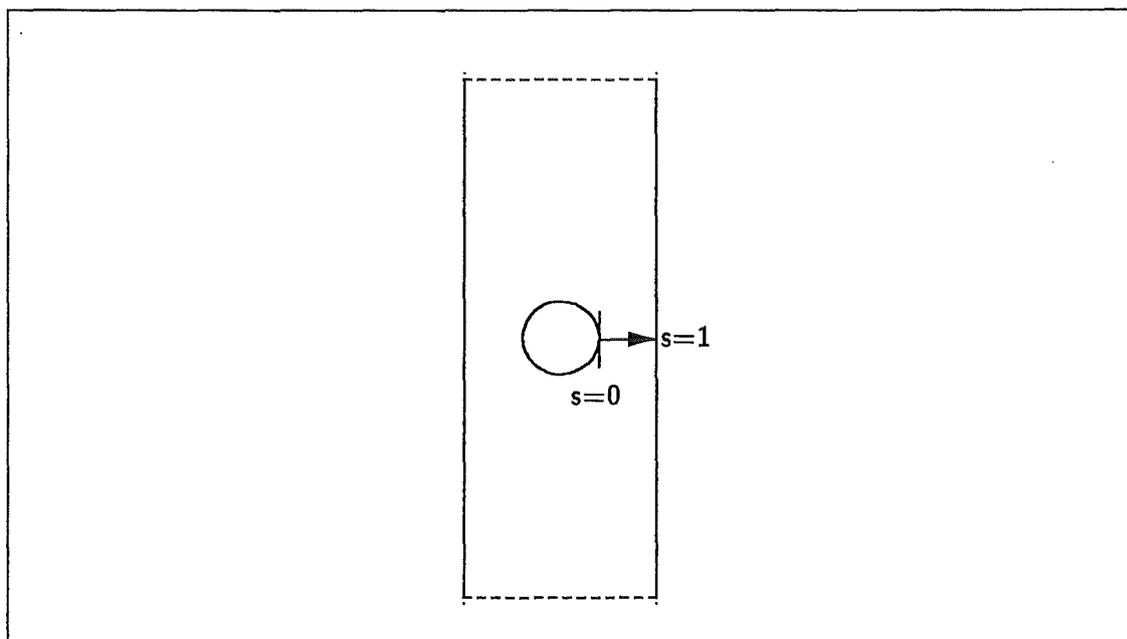


Bild 7.4: Dimensionlose Laufvariable s im Probenquerschnitt.

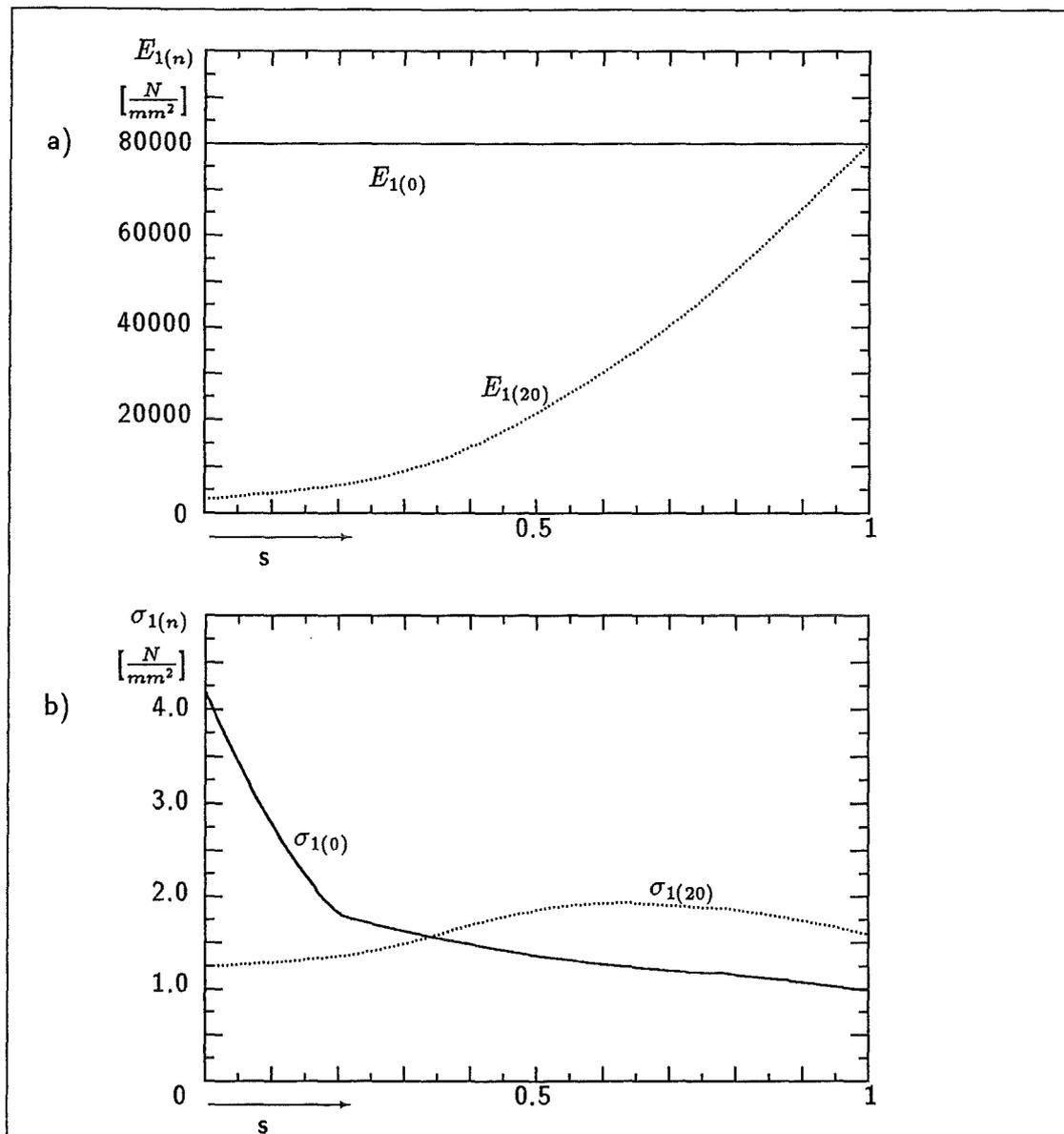


Bild 7.5: a) E-Modul- und b) Spannungsverläufe im Querschnitt der Probe.

Zur Verdeutlichung der Spannungsreduzierung aufgrund einer E-Modulabsenkung im Bereich des durch das Loch verminderten Querschnitts, sind in Bild 7.5 die Verläufe der E-Moduln und Spannungen entlang der dimensionslosen Laufvariablen s aus Bild 7.4 dargestellt.

Dabei ist in Bild 7.5a die Absenkung des lokalen E-Moduls direkt am Loch ($s=0$) nach dem 20. Zyklus auf $E_{1min}=3000 \text{ N/mm}^2$ gegenüber dem Ausgangswert von $E_{1(0)}=80000 \text{ N/mm}^2$ gut zu erkennen. Der Maximalwert des E-Moduls E_{1max} wurde dem Ausgangswert gleichgesetzt. Am Ort niedrigster Ausgangsspannung ($s=1$) bleibt der lokale E-Modul konstant, da die Referenzspannung σ_{ref} der dort herrschenden Spannung gleich gesetzt wurde.

Die Spannungsverteilungen im Querschnitt, vor und nach der Optimierung, sind in Bild 7.5b zu erkennen. Hier wird vor allem die Reduzierung der Kerbspannung deutlich, die in der Ausgangsstruktur am Loch herrschte. Nach der Optimierung erreicht die Spannung in Lochnähe einen Wert von unter 1.5 N/mm^2 . Die Maximalspannung liegt nach dem 20. CAIO-E-Zyklus nicht mehr bei $s=0$, sondern bei $s=0.6$. Die Homogenisierung der Spannungen im Querschnitt wird durch den nahezu waagerechten Verlauf der Spannungen nach dem 20. Zyklus deutlich.

Diese aus der Anwendung des CAIO-E-Verfahrens gewonnenen Erkenntnisse über eine optimierte Steifigkeitsverteilung lassen sich nun über die Gleichungen (5.1) und (5.2) in Kapitel 6.3 in Mischungsgrade lokaler Faser- und Matrixanteile umrechnen. Mit diesen Mischungsgraden können dann wiederum Proben hergestellt werden, um die hier vorgestellten Ergebnisse zu verifizieren und die Vorteile der lokalen Steifigkeitsvariation im Experiment nachzuweisen.

Oben genanntes Ergebnis wurde mit einem negativen Wert für k in Gleichung (7.1) erreicht. Die Wahl eines positiven Parameters k würde zu einer Spannungskonzentration an der Kerbe führen.

Es konnte also gezeigt werden, daß bei iterativer Reduzierung der Steifigkeit am Ort hoher Belastung eine Spannungskonzentration abgebaut werden kann. Ob biologische Strukturen wie etwa Bäume diese Optimierung anwenden, um die Faseranlagerung um Kerben (z.B. Astlöcher) zu verbessern, muß noch in Feldstudien und ausgedehnten Holzuntersuchungen gezeigt werden.

7.4 Simulation optimierter Materialorientierung und -verteilung in biologischen Strukturen anhand eines menschlichen Femurs

Die Anwendung der in Kapitel 7.1 beschriebenen erweiterten CAIO-E-Methode auf ein FE-Modell eines menschlichen Femurs ergab die in Bild 7.6 dargestellten Ergebnisse. In diesem Fall wurden die gleiche Belastung und die gleichen Randbedingungen angenommen wie sie bereits in Bild 5.10 in Kapitel 5.4.3 vorgestellt wurden.

Für eine Simulation der Steifigkeitsverteilung in einer Knochenstruktur muß der Parameter k aus Gleichung (7.1) als positiv angenommen werden, da, wie bereits mehrfach erwähnt, Knochen ihre Struktur dort versteifen, wo hohe Belastungen auftreten.

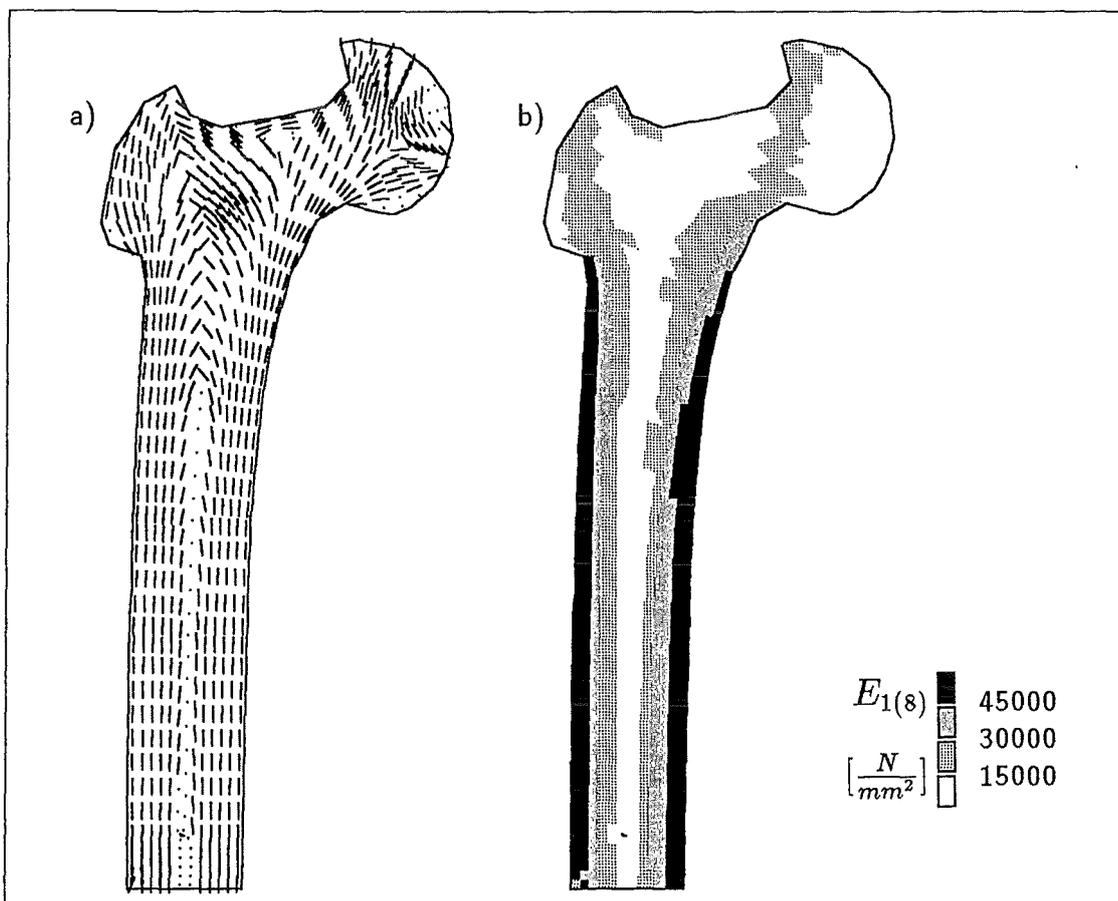


Bild 7.6: Orthotropieachsen- und E-Modulverteilung in einem Femur.

Bild 7.6a zeigt die Orientierung der Orthotropieachsen der anisotropen Materialeigenschaften nach acht CAIO-E-Zyklen. Vergleicht man diese Orientierungen mit dem Schnitt durch einen aufgeschnittenen Femur (Bild 5.1), so erkennt man wie auch bei der reinen Orthotropieoptimierung in Kapitel 5.4.3 eine sehr gute Übereinstimmung

der Trabekelorientierung im Knochen mit der Orientierung der Materialkennwerte im FE-Modell. In den Bereichen niedriger Belastung im Knochen ist keine Spongiosa aufgebaut, sie müßte ja auch keine Last übertragen. Das CAIO-E-Verfahren stellt diese Bereiche (unter 5% der Maximalspannung) durch Punkte dar, anstatt Orthotropieorientierungen anzugeben. Im Graphikmodul des CAIO-E-Verfahrens können diese Bereiche niedriger Belastung beliebig eingestellt werden (vgl. Kapitel 5.2), wobei auf die Darstellung der Bereiche mit Hauptspannungen unter 5% bis 10% verzichtet werden kann, da dort keine Faserverstärkung notwendig ist.

In Bild 7.6b ist die errechnete lokale Verteilung des Elastizitätsmoduls dargestellt. An Orten hoher Last infolge der Biegebelastung durch den Körper an den Außenflanken des Knochens ergeben sich die höchsten Steifigkeiten. In den Bereichen niedriger Belastung (neutrale Faser der Biegung) verringert sich die Steifigkeit auf den minimal begrenzten E-Modul. Auch für dieses Beispiel wurde ein maximaler sowie ein minimaler E-Modul als Begrenzung für die Variation angegeben. Beim realen Knochen ist dies auch durch die maximale und minimale Mineraleinlagerung gegeben. Der Vergleich der E-Modulverteilung in Bild 7.6b mit der Knochenausbildung in Bild 5.1 zeigt, daß auch der Knochen durch verstärkte Mineralanlagerung an den Orten höchster Belastung reagiert und sich so die Röhrenform im unteren Bereich des Femurs ergibt.

Da das Niveau der Steifigkeiten keinen Einfluß auf das Ergebnis der CAIO-E-Optimierung hat, wurden hier nicht die tatsächlichen Steifigkeiten eines Knochens als Materialkennwerte angenommen, da sie sehr schwer zu ermitteln sind und bei der Durchführung der Simulation nicht vorlagen. Für die Simulation des Mineralisierungsverhaltens des menschlichen Femurs sind die exakten Materialdaten der Knochen nicht erforderlich, da das Verhalten nicht von den exakten Zahlen abhängig ist und damit auf einen quantitativen Vergleich verzichtet werden kann. Für das Verhältnis der E-Moduln E_1^i/E_2^i wurde der Wert $ka=20$ gewählt.

Die qualitative Übereinstimmung der hier angegebenen Ergebnisse mit dem Femurschnitt (Bild 5.1) bestätigt die erwartete Leistungsfähigkeit des CAIO-E-Verfahrens zur Simulation biologischer Faseroptimierung.

7.5 Designfindung eines Kragträgers mit orthotropen Materialeigenschaften

Abschließend soll in diesem Kapitel die Möglichkeit behandelt werden, mit Hilfe des um die E-Modulvariation erweiterten CAIO-Verfahrens (CAIO-E) ein Design für einen Kragträger mit orthotropen Materialeigenschaften zu finden, dessen Gestalt und Faserorientierung optimal an die Lastaufnahme angepaßt sind. Das Problem der optimalen

Kragträgerstruktur ist in der Literatur in vielen Arbeiten zu finden.

So stellt Baumgartner [10] anhand eines Kragträgers den Einfluß der frei wählbaren Referenzspannung σ_{ref} auf das SKO-Verfahren dar. Dieser Einfluß gilt im selben Maße auch für die E-Modulvariation im CAIO-E-Verfahren.

Fukunaga [45] behandelte ebenfalls, mit Hilfe numerischer Methoden, das Problem des optimalen Designs für die Form sowie für die Faserorientierung und die Faserlagendicke faserverstärkter Verbundstrukturen anhand eines Kragträgers.

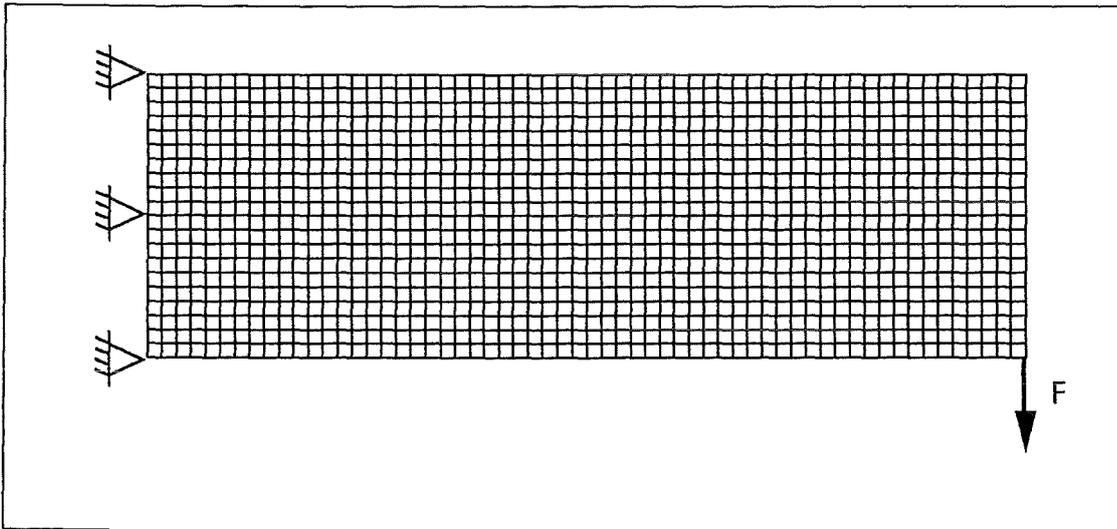


Bild 7.7: Designraum für einen Kragträger mit Belastung und Randbedingungen.

Ausgehend von einem Designraum für den Kragträger mit homogen verteilten orthotropen Elastizitätsmoduln in einem durch gleichförmige, kleine quadratische Elemente diskretisierten FE-Netz, wurde neben der Optimierung der Orthotropieorientierungen gleichzeitig der Betrag der E-Moduln nach den Gleichungen (7.1) und (7.2) variiert. Da das Ziel in der Erstellung einer strukturoptimierten Leichtbaukonstruktion bestand, wurde aus bereits zuvor genannten Gründen der Parameter k aus Gleichung (7.1) für die Optimierung größer Null vorgegeben. Das führt dann zu einer Erhöhung der E-Modulwerte an den Orten hoher erster Hauptspannungen und zu einer Absenkung der E-Moduln an Orten niedriger erster Hauptspannungen. Die Wahl der Referenzspannung gibt den Schwellenwert an, an dem der Übergang von einer Erhöhung zu einer Absenkung der E-Moduln erfolgt. Damit kann im CAIO-E-Verfahren Einfluß auf die Tragfähigkeit der optimierten Struktur genommen werden. Je kleiner die Referenzspannung σ_{ref} , desto mehr Bereiche des Designraums werden mit einem höheren E-Modul versehen, und die Struktur wird tragfähiger.

Nachfolgend sind alle Parameter für die in Bild 7.8 und 7.9 dargestellte Optimierung eines Kragträgers mit orthotropen Materialeigenschaften angegeben.

$$E_{1max} = 20000 N/mm^2$$

$$E_{1min} = 3000 N/mm^2$$

$$\sigma_{ref} = 0.02 N/mm^2$$

$$k = 1000$$

$$ka = 20$$

Die Referenzspannung wurde während der gesamten Optimierung nicht verändert. Eine Erhöhung im Verlauf der Optimierung, wie sie im SKO-Verfahren [22] sehr oft zur Anwendung kommt, wäre aber auch im CAIO-E-Verfahren denkbar.

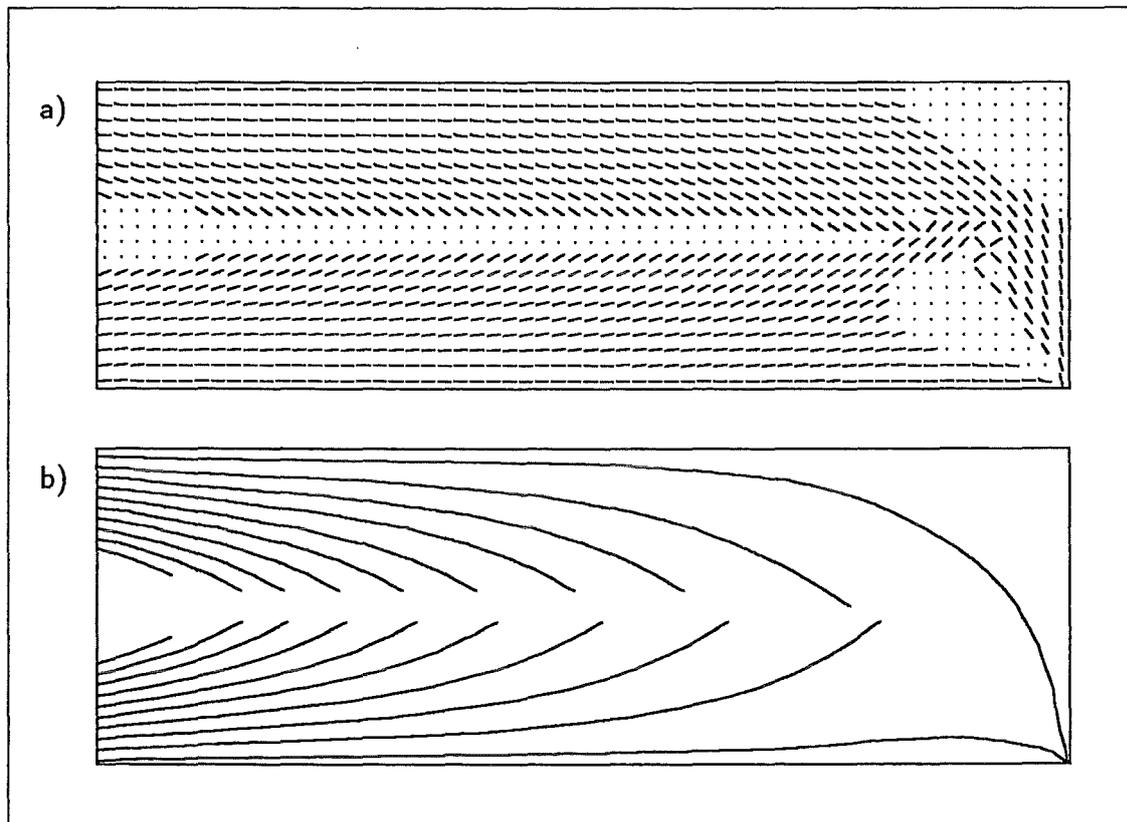


Bild 7.8: Orthotropieachsen- und Faserverteilung in einem Kragträger mit orthotropen Materialeigenschaften.

Bild 7.7 zeigt das FE-Netz mit den Randbedingungen und der Belastung durch eine einzelne Punktlast. Darin ist deutlich die gleichmäßige Diskretisierung zu erkennen, mit der die Einflüsse durch unterschiedliche Elementgrößen und Elementformen ausgeschlossen werden sollten. Bild 7.8a zeigt die Orientierung der Orthotropieachsen der

Elementdefinitionen am Ende der Optimierung nach 80 Zyklen. Zu erwähnen wäre hierbei, daß sich diese Orientierung schon nach sehr wenigen Zyklen einstellte und dann über die Dauer der weiteren E-Modulvariation konstant blieb. In Bild 7.8b sind einige der Faserorientierungen dargestellt, die sich aus der Orientierung der Orthotropieachsen der Endstruktur ergeben.

Da für diesen Fall der punktförmigen Krafteinleitung die Belastung des Kragträgers eine Biegebelastung war, wurden, wie in Bild 7.8b der Orthotropieorientierungen zu erkennen ist, die betragsmäßig höheren E-Moduln parallel zu den betragsmäßig höheren Hauptspannungen ausgerichtet. Diese sind für die unteren Fasern in Bild 7.8b die Druckspannungen und für die oberen Fasern in Bild 7.8b die Zugspannungen.

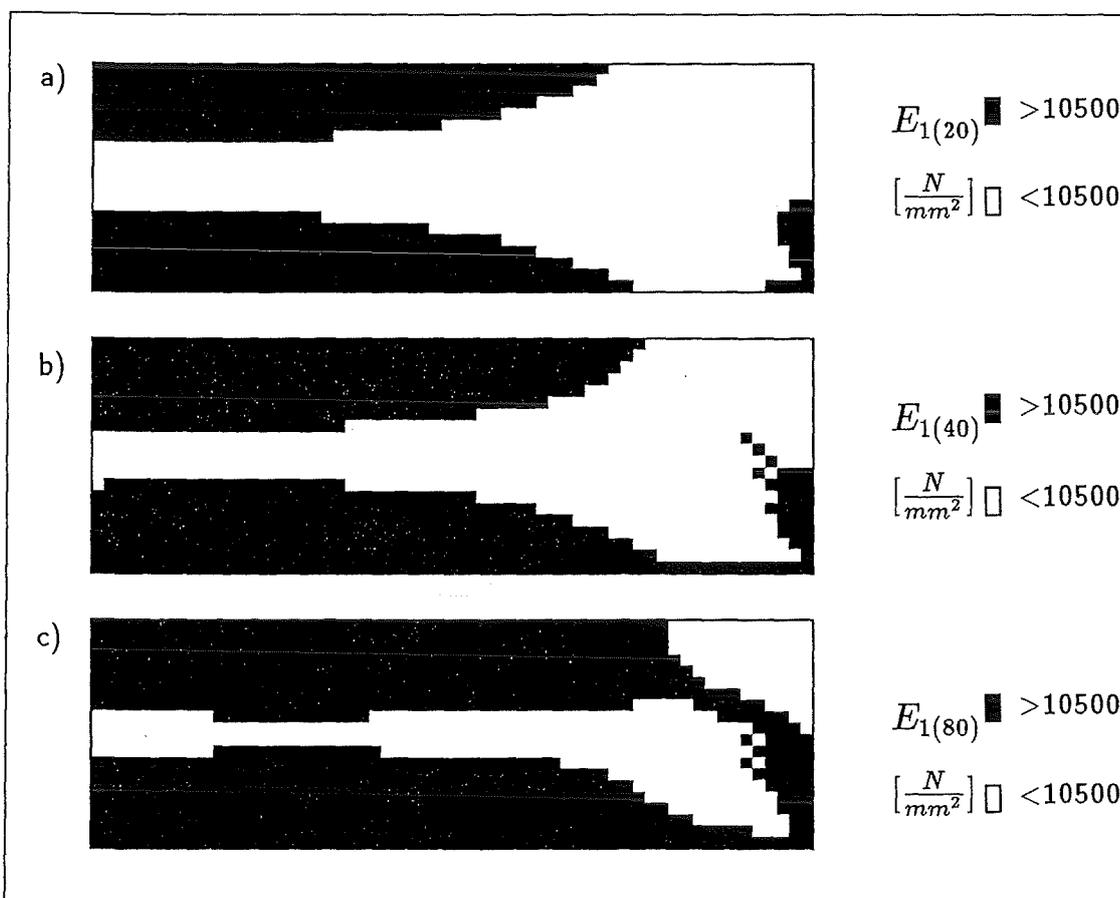


Bild 7.9: E-Modulverteilung mit $k > 0$ nach a) 20, b) 40 und c) 80 Zyklen.

In Bild 7.9 sind drei ausgesuchte Zyklen der Optimierung dargestellt, die die Verteilung des höheren E-Moduls E_1 zeigen. Darin wurde nur zwischen E-Moduln über und unter einem Wert von 10500 N/mm^2 unterschieden. Bild 7.9a zeigt die Verteilung der E-Moduln in den jeweiligen Elementen nach 20 Zyklen, während Bild 7.9b die Verteilung nach 40 Zyklen angibt. Zu erkennen ist im Vergleich der Bilder 7.9a und 7.9b die Zunahme der Elemente mit höheren E-Moduln, was nach Gleichung (7.1) auf Spannungen

zurückzuführen ist, die in diesen Bereichen über der Referenzspannung liegen.

Durch die Konzentration der Belastung in den Bereichen hoher E-Moduln bilden sich enge Trajektorienbahnen der Spannungen, die wiederum zu einer Erhöhung des lokalen E-Moduls führen, sofern die Spannungen in den betroffenen Elementen über der Referenzspannung liegen. Bild 7.9c macht dies durch die Verbindung des Bereiches hoher E-Moduln am Ort des Kraftangriffs mit dem oberen Bereich des Kragträgers, in dem die E-Moduln in den Elementen bereits vor dem 80. Zyklus hoch waren, deutlich.

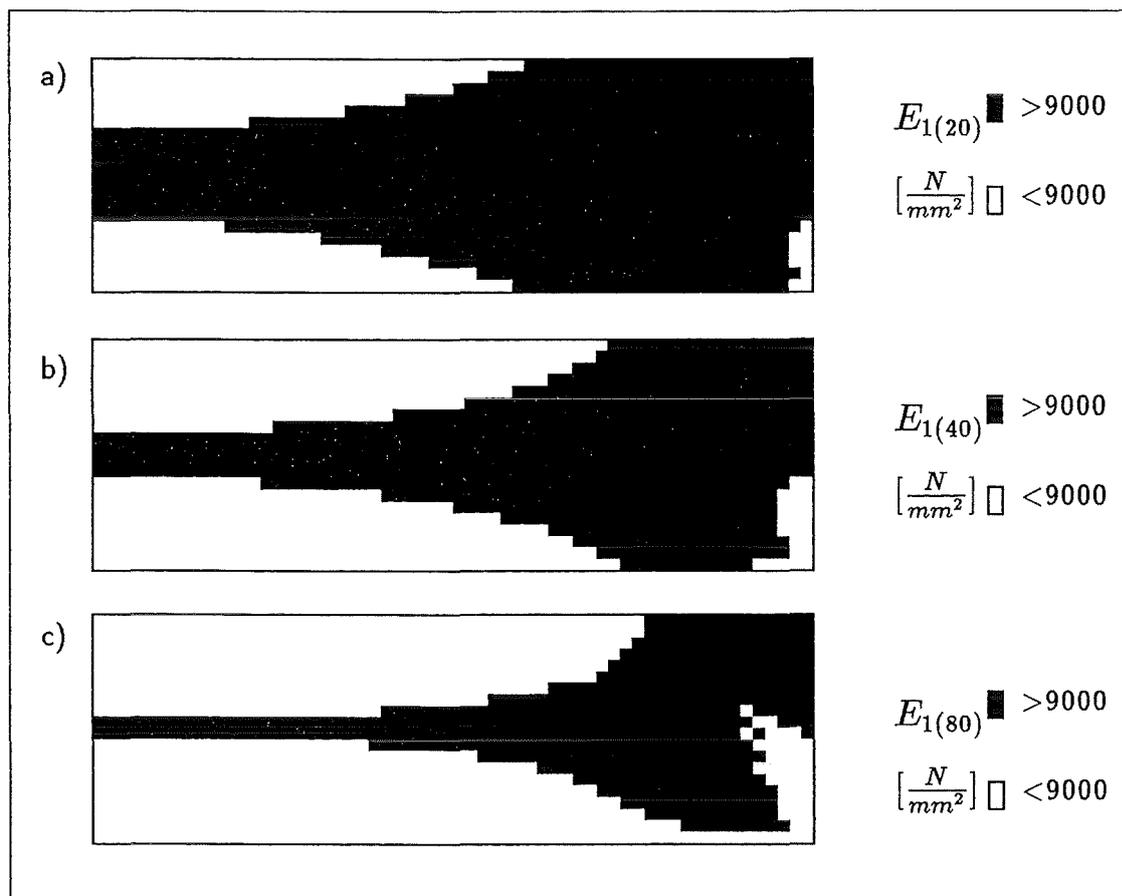


Bild 7.10: E-Modulverteilung mit $k < 0$ nach a) 20, b) 40 und c) 80 Zyklen.

Es stellt sich nun abschließend die Frage, was eigentlich passieren würde, wenn nicht mit einem positiven k -Wert, sondern mit einem negativen k -Wert optimiert werden würde. Mit anderen Worten, was für eine Struktur würde sich ergeben, wenn an den Orten hoher Belastung der E-Modul abgesenkt würde und an Orten niedriger Belastung der E-Modul erhöht würde. Bei der E-Modulvariation in der Zugprobe in Kapitel 7.3 führte die E-Modulvariation mit einem negativen k -Wert zu einer Reduzierung der Spannung am Kerbgrund. Die Spannungen wurden dadurch über den Querschnitt homogen verteilt.

Bild 7.10 zeigt in Analogie zu Bild 7.9 die E-Modulverteilungen bei einer Optimie-

rung mit negativem k -Wert nach dem 20. Zyklus, nach dem 40. Zyklus und nach dem 80. Zyklus.

Darin sind die weißen Flächen des Designraums Bereiche niedrigen E-Moduls. Die dunklen Flächen sind Bereiche hohen E-Moduls. Es zeigt sich am Ort der Kraffteinleitung und an den Stellen der Einleitung der Biegekräfte in die Einspannung eine frühzeitige Absenkung des lokalen Elastizitätsmoduls (Bild 7.10a). Diese setzt sich im Laufe der Optimierung weiter fort (Bild 7.10b und Bild 7.10c). Da die Referenzspannung wie im Fall der Optimierung mit einem positiven k -Wert recht niedrig gewählt wurde, kommt es nur zu einer Absenkung der E-Moduln. Da aber der E-Modul in der Nähe der Einspannung und der Kraffteinleitung sehr schnell den unteren Grenzwert E_{min} erreicht und nicht weiter gesenkt werden kann, kommt es nur zu einer mäßigen Absenkung der maximalen Hauptspannung. Die lokal sehr konzentrierte Kraffteinleitung erzeugt trotz der niedrigen E-Moduln in diesem Bereich recht hohe Spannungen. Im übrigen Bereich des Designraums verteilen sich die Spannungen aufgrund der variierten E-Moduln gleichmäßig über die Struktur. Es kommt zu einer Homogenisierung der Spannungsverteilung.

Es gilt also grundsätzlich bei der E-Modulvariation mit CAIO-E:

Die Wahl eines negativen k -wertes für die E-Modulvariation führt zu einer Absenkung der E-Moduln im Bereich der Struktur, in der die Spannungen über der Referenzspannung liegen. Diese Absenkung des lokalen E-Moduls wiederum führt zu einer Absenkung der Spannungen an dieser Stelle und führt somit zu einer Homogenisierung des Spannungszustandes in der FE-Struktur. Die Bereiche, die vorher niedrig belastet wurden, müssen dann auch mehr Last aufnehmen.

Die Wahl eines positiven k -wertes hingegen führt zu einem Anstieg der E-Moduln im Bereich der Struktur, in der die Spannungen über der Referenzspannung liegen. Dieser Anstieg führt zu einer Konzentration der Belastung auf den Bereich hoher E-Moduln. Der E-Modul in den Bereichen niedriger Belastung wird abgesenkt und es bildet sich eine Struktur, die den Leichtbauprinzipien genügt und Material dort einspart, wo keine Belastungen aufgenommen werden.

Soll also der Spannungszustand in einer existierenden Struktur homogenisiert werden, oder Spannungsspitzen abgebaut werden, so ist dies mit der Wahl eines negativen k -wertes in dem CAIO-E-Verfahren zu realisieren.

Soll jedoch eine Struktur für gegebene Randbedingungen und eine gegebene Belastung gefunden werden die den Prinzipien des Leichtbaus genügt, so kann dies mit der Wahl eines positiven k -wertes in dem CAIO-E-Verfahren erreicht werden.

Kapitel 8

Zusammenfassung

In Ergänzung zu den beiden Optimierungsverfahren CAO (Computer Aided Optimization) und SKO (Soft Kill Option) zur Form- und Strukturoptimierung auf der Basis des Axioms der konstanten Spannung wurde ein Verfahren vorgestellt, das ebenfalls einen Optimierungsmechanismus der natürlichen Kraftträger simuliert. Während das CAO-Verfahren das Wachstumsverhalten der Bäume und der Knochen in einen Zustand konstanter Oberflächenspannung beschreibt und das SKO-Verfahren das Mineralisierungsverhalten der Knochen zur Ausbildung hochfester Skelettstrukturen simuliert, vermag das in dieser Arbeit vorgestellte CAIO-Verfahren (Computer Aided Internal Optimization) die Faserorientierungsmechanismen biologischer Strukturen nachzuvollziehen. Diese drei Optimierungsverfahren erlauben nicht nur die Simulation biologischen Wachstums und der optimalen Materialausnutzung biologischer Strukturen. Sie ermöglichen auch die Anwendung natürlicher Optimierungsmechanismen zur Verbesserung und Designfindung mechanisch belasteter Bauteile in der ingenieurtechnischen Anwendung.

Bei den heutigen Bestrebungen, bruch sichere und ermüdungsfeste Faserverbundstrukturen herzustellen, stellt das CAIO-Verfahren eine Methode dar, mit der die Schubspannungen zwischen den Fasern des Verbundes minimiert werden können. Dazu werden die Orientierungen der Fasern auf iterative Weise parallel zu den Hauptspannungstrajektorien des Belastungszustandes ausgerichtet. Voraussetzung für die Anwendung des Verfahrens ist neben der Verwendung rechnergestützter Programme zur Spannungsanalyse lediglich die Erstellung einer sehr fein diskretisierten FE-Struktur des Bauteils, die Angabe orthotroper Materialkennwerte in den FE-Rechnungen und die Wahl eines festen Belastungszustandes für die Optimierung. Nach Angabe der orthotropen Materialkennwerte für die Struktur wird das CAIO-Verfahren mit einer FE-Spannungsanalyse der Ausgangsstruktur begonnen. Bis zum Erreichen des Abbruchkriteriums (Orientierung der Orthotropieeigenschaften parallel zu den Hauptspannungstrajektorien) werden die

Iterationsschritte vollständig automatisiert ausgeführt. Zur Auswertung der Ergebnisse steht ein eigens für das CAIO-Verfahren erstelltes Graphikmodul zur Verfügung.

Anhand der Wundspindel eines Loches in der Rinde eines Baumes wurde der Einfluß eines optimierten Faserverlaufs um das Loch auf das Ergebnis einer CAO-Simulation des Heilungsprozesses untersucht. Mit einer nicht optimierten, also unidirektionalen Orthotropieorientierung der Materialkennwerte der FE-Struktur ließ sich ein Hauptachsenverhältnis der Wundspindel von 1:4.8 erzielen. Durch die naturgetreue Orientierung der Orthotropieachsen parallel zum Fluß der Kraft um das Loch herum stellte sich ein Achsenverhältnis von 1:4.3 ein. So wurde durch die Kombination des CAO-Verfahrens mit dem CAIO-Verfahren bei der Simulation des Heilungsprozesses einer Wundspindel ein leicht verändertes Achsenverhältnis erzielt. Das veränderte Wachstumsverhalten an den vertikalen Enden der Wundspindel ließ sich auf die erhöhten Druckspannungen in diesen Bereichen zurückführen. Sie sind durch die Orientierung der Fasern um das Loch entstanden.

Der hochgradig optimierte Faserverbund einer Astanbindung an einen Baumstamm konnte mit Hilfe des CAIO-Verfahrens in zwei Schnittebenen, tangential und radial durch den Stamm, nachvollzogen werden. Dazu wurden zwei zweidimensionale FE-Strukturen erzeugt und mit den entsprechenden Kräften und den Randbedingungen belastet. In diesen Schnittebenen konnten sehr gute Übereinstimmungen mit dem realen Faserverlauf einer Astanbindung erreicht werden. Damit konnte ebenfalls indirekt der angenommene Lastfall (hier: negativer Geotropismus) bestätigt werden, was für biologische Kraftträger eine nicht immer einfache Aufgabe ist, da in der Natur die angreifenden Kräfte sehr komplex sind [46].

Die trajektoriengetreue Orientierung des trabekulären Knochens in einem menschlichen Körper konnte am FE-Modell eines Femurschnittes vollzogen werden. Damit konnte eine weitere Bestätigung dafür gegeben werden, daß biologische Kraftträger Schubspannungen in ihren orthotropen Strukturen zu vermeiden suchen. Mit dem CAIO-Verfahren sind also Simulationen biologischer Faseroptimierung möglich, mit der die Kraftträger einen Zustand minimierter Schubspannungen in ihrer Struktur anstreben.

Verschiedene Bauteile und Bauteilkomponenten wurden mit dem CAIO-Verfahren nach diesen Gesichtspunkten minimierter Schubspannungen optimiert und deren Faserverlauf mit Hilfe eines Graphikmoduls angegeben. Dabei zeigte sich in jedem Fall eine gute Konvergenz, so daß bereits nach wenigen Zyklen des Verfahrens eine Schubspannungsreduktion von über 90% erzielt werden konnte.

Mittels einer Lochplatte wurde die Abhängigkeit der maximalen Hauptspannungen von dem Verhältnis der orthotropen Elastizitätsmoduln zueinander untersucht. Die Annahme minimierter Hauptspannungen bzw. eines minimierten Verhältnisses der

Hauptspannungen zueinander bei einem E-Modulverhältnis E_2/E_1 von 1/20 konnte nicht bestätigt werden. Es ergab sich vielmehr eine lineare Abhängigkeit der einzelnen Hauptspannungen und des Spannungsverhältnisses σ_1/σ_2 von dem Verhältnis der Elastizitätsmoduln E_2/E_1 . Die Variation der E-Modulverhältnisse in Lochnähe, wie sie bei Astlöchern in Bäumen denkbar wäre, war in diesen Untersuchungen nicht enthalten.

Aus dem optimierten Faserverlauf der Platte mit kreisförmigem Loch unter Zugbelastung läßt sich aber eine allgemein gültige, optimale Kerbform für Faserverbundstrukturen vermuten. Die spindelartige Form der Faseranlagerung für eine allgemeine Lochform, die sich auch bei der Betrachtung biologischer Heilungsvorgänge beobachten läßt, mußte jedoch erst noch durch weitere Studien in ihrer Allgemeinheit bestätigt werden. Dazu wurden verschiedene Kerbformen und deren optimierte Faserverläufe bei unterschiedlichen Belastungen untersucht, und die Spindelform mit einer Ausrichtung in Richtung des Kraftflusses als optimale Kerbform bestätigt.

Der Faserverlauf in einem Panel-Antennenverbund wurde mit Hilfe des CAIO-Verfahrens optimiert. Durch die Faserorientierung parallel zu den Hauptspannungstrajektorien im Verbund konnten die Schubspannungen zwischen den Fasern erheblich reduziert werden. Dazu mußte das Verfahren jedoch erst auf die Behandlung verschiedener Werkstoffe in einem Bauteil erweitert werden, da es sich beim Antennenträger um den Einschluß eines Werkstoffs mit betragsmäßig niedrigeren Kennwerten handelte.

Um die auftretenden Querzugspannungen im Bauteil aufnehmen zu können, wurde die Berücksichtigung und die Darstellung von Querfasern im CAIO-Verfahren ermöglicht. Damit können auch quervernetzte Faserstrukturen behandelt werden. Mit diesem Verfahren ist es also möglich eine Faserorientierung für eine Struktur vorzugeben, die Einschlüsse in eine Faserstruktur erlaubt, ohne Schubspannungen zwischen den Fasern zu erzeugen. Dies ist vor allem bei der Realisierung intelligenter Strukturen von besonderem Interesse.

Zusammen mit einer deutsch/niederländischen Firma wurde zur Überprüfung der effektiven Vorteile schubspannungsfreier Faserorientierung eine Reihe verschiedener Proben mit einem Loch hergestellt und im Zugversuch geprüft. Es zeigte sich eine Erhöhung der Bruchspannung um 36% bei den Proben mit optimiertem Faserverlauf um das Loch gegenüber den Proben mit unidirektionalem Faserverlauf. Dem Auftreten von Längsrissen zwischen den Fasern im optimierten Faserverlauf aufgrund von Querzugspannungen konnte durch das Einbringen von Querfasern entgegengewirkt werden. Diese Querfasern im Bereich stark umgelenkter Fasern vermochten die Bruchspannung um weitere 22.2%, gegenüber den Proben nur mit optimierten Längsfasern, zu steigern. Aus den theoretischen Voraussagen mit der Hypothese der maximalen Spannungen ließ sich durch eine optimierte Faserorientierung um das Loch eine Erhöhung der Versagensspannung um 25% beim ersten Auftreten von Schädigungen annehmen. Durch

das Einbringen von Querfasern konnte eine weitere Erhöhung der Versagensspannung um 14.4% erwartet werden.

Trotz dieser leichten Abweichungen zwischen den theoretischen Voraussagen der Erhöhungen der Versagensspannungen und den tatsächlich gemessenen Erhöhungen der Bruchspannungen gab die Hypothese der maximalen Spannungen das Verhalten der Proben beim Auftreten der ersten Schädigungen genau an. Die Orte der ersten Rißenstehung ließen sich ebenfalls genau angeben.

Bei der Optimierung mit dem CAIO-Verfahren waren bis zum Zeitpunkt der Zugversuche immer nur die Faserorientierungen an die Spannungsverhältnisse in den Strukturen angepaßt worden. Dies ließ in allen Fällen eine nahezu vollständige Reduzierung der zuvor aufgetretenen Schubspannungen zwischen den Fasern erreichen. Biologische Kraftträger bauen ihre Strukturen jedoch nicht nur schubspannungsfrei, sondern auch noch in bezug auf die Materialausnutzung optimal auf. Ebenso können technische Faserverbundstrukturen in ihrem Mischungsgrad von Faser und Matrix variiert werden. Aus diesen Gründen wurde das CAIO-Verfahren um die Möglichkeit der Variation des lokalen Elastizitätsmoduls in der FE-Struktur erweitert. Ganz analog zu dem SKO-Verfahren zur Strukturoptimierung mechanischer Bauteile wird dabei der Elastizitätsmodul in jedem Element der Struktur gemäß der Differenz der existierenden Spannung und einer zuvor gewählten Referenzspannung verändert. Das SKO-Verfahren bedient sich dabei jedoch eines Tricks, mit dem die E-Modulvariation im FE-Programm über eine Temperaturverteilung gemäß der Spannungsdifferenz ($\sigma^i - \sigma_{ref}$) realisiert wird. Das CAIO-Verfahren hingegen realisiert die E-Modulvariation im CAIO-Berechnungsmodul und weist den Elementen der FE-Struktur ihren E-Modul vor der Spannungsanalyse direkt zu. Dabei wurden in dieser Arbeit zum ersten Mal die Konsequenzen einer E-Modulabsenkung für Bereiche hoher Belastungen untersucht.

Mit dieser erweiterten Form des CAIO-Verfahrens (CAIO-E) konnten die maximalen Zugspannungen in der FE-Struktur der oben genannten, optimierten Zugproben um über 50% reduziert werden. Außerdem war es mit CAIO-E möglich, nicht nur die Orientierung eines trabekulären Knochens, sondern ebenso das Mineralisierungsverhalten im menschlichen Femur nachzuvollziehen. Abschließend wurde noch die optimierte Faserverteilung und die optimierte Verteilung des lokalen E-Moduls in einem Designraum für einen Kragträger aus einem orthotropen Werkstoff bestimmt, ähnlich wie es mit dem SKO-Verfahren für isotrope Werkstoffe möglich ist.

Das CAIO-E-Verfahren ermöglicht also eine Simulation biologischer Faserorientierung in Kombination mit einer optimierten Verteilung des lokalen E-Moduls, womit der Weg zu faserverstärkten Verbundstrukturen mit optimierter Materialnutzung in Orientierung und Verteilung beschrritten werden kann.

Literaturverzeichnis

- [1] O.W. Holmes:
The Poetical Works of Oliver Wendell Holmes
Cambridge: Houghton, Mifflin and Comp., The University Press (MDCCCXCI),
vol. II, insb. S. 131/135.
- [2] K.-J. Bathe
Finite-Elemente-Methoden
Berlin: Springer-Verlag 1990
- [3] H.A. Eschenauer, C. Mattheck, N. Olhoff (Eds.):
Engineering Optimization in Design Processes
Proc. of Int. Conf. on Engineering Optimization in Design Processes, Karlsruhe,
Sep. 3-4, 1990, Berlin: Springer Verlag 1991, insb. S. 293/300
- [4] G.R. Taylor:
The Great Evolution Mystery
London: Secker & Warburg 1983
- [5] D'Arcy Thomson:
On growth and form
Cambridge: Cambridge University Press 1917 (Neuaufgabe 1966)
- [6] W. Nachtigall:
Phantasie der Schöpfung
Hamburg: Hoffmann und Campe 1974
- [7] C. Mattheck
Design in der Natur - der Baum als Lehrmeister
Freiburg: Rombach Verlag 1992
- [8] C. Mattheck
Trees - the mechanical design
Heidelberg: Springer Verlag 1991

- [9] R. Kriechbaum, J. Schäfer, C. Mattheck:
CAIO (Computer Aided Internal Optimization)
Proc. of 1st European Conf. on Smart Structures and Materials, Glasgow (1992),
S. 281/284
- [10] A. Baumgartner:
Ein Verfahren zur Strukturoptimierung mechanisch belasteter Bauteile auf der Basis des Axioms konstanter Spannung
Dissertation von Dipl.-Ing. Andreas Baumgartner, Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH) 1993
- [11] F. Walther:
Struktur- und Formoptimierung hochbelasteter Bauteile - ein geschlossenes Konzept auf der Basis des Axioms konstanter Spannung
Dissertation von Dipl.-Ing. Frank Walther, Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH) 1993
- [12] H. Gerhardt:
Computersimulationen zum Wachstumsverhalten und zur Bruchmechanik von Bäumen
Dissertation von Dipl.-Ing. Harald Gerhardt, Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH) 1993
- [13] U. Meissner, A. Menzel:
Die Methode der finiten Elemente: eine Einführung in die Grundlagen
Berlin: Springer-Verlag 1989
- [14] R.M. Jones
Mechanics of Composite Materials
New York: Hemisphere Publishing Corporation 1975
- [15] H. Leipholz
Einführung in die Elastizitätstheorie
Karlsruhe: G. Braun 1968
- [16] K. Metzger
Der Wind als maßgebender Faktor für das Wachstum der Bäume
Berlin: Mündener Forstliche Hefte, 3. Heft Verlag Julius Springer (1893)
- [17] C. Mattheck
Die Baumgestalt als Autobiographie- Einführung in die Mechanik der Bäume und ihre Körpersprache

- Karlsruhe: Verlag des Kernforschungszentrums Karlsruhe, 1991, 2. Auflage im
Thalacker-Verlag, Braunschweig, 1992
- [18] R. Baud
*Beiträge zur Kenntnis der Spannungsverteilung in prismatischen und keilförmigen
Konstruktionselementen mit Querschnittsübergängen*
Zürich: Bericht No. 29, Schweiz. Verband für Materialprüfung in der Technik
- [19] R.E. Peterson
Stress concentration factors
New York: Wiley 1974
- [20] C. Mattheck, D. Erb, K. Bethge, U. Begemann
Three-dimensional shape optimization of a bar with a rectangular hole
Fatigue Fract. Engng. Mater. Struc. Vol 15 (1992), S. 347/351
- [21] C. Mattheck, K. Bethge, D. Erb, W. Blömer
Successful shape optimization of a pedicular screw
Med. & Biol.Eng. & Comput., 30 (1992), S. 446/448
- [22] A. Baumgartner, L. Harzheim, C. Mattheck
SKO: Soft Kill Option. The biological way to find optimum structural topology
Int. J. Fatigue, 14 (1992), S. 387/393
- [23] C. Mattheck, H. Breloer
*Handbuch der Schadenskunde von Bäumen - Der Baumbruch in Mechanik und
Rechtssprechung*
Freiburg: Rombach Verlag 1993
- [24] C. Mattheck, H. Huber-Betzer
Unveröffentlichter Bericht
Kernforschungszentrum Karlsruhe 1991
- [25] R. Kriechbaum, J. Schäfer, C. Mattheck:
*CAIO (Computer Aided Internal Optimization): A Powerful Method to Optimize
Fibre Arrangement in Composite Materials*
Proc. of Localized Damage II, Southampton (1992), S. 331/335, also published in
London, New York: Elsevier Applied Science
- [26] D. Hibbitt, B. Karlsson, P. Sorenson
ABAQUS User Manual Version 4.8
Providence, RI, USA, 1989

- [27] H. Kübler
Growth Stresses in Trees and Related Wood Properties
For. Abstracts 48 (1987), S. 131/189
- [28] K. Goppelsröder
Persönliche Mitteilungen
Kernforschungszentrum Karlsruhe 1991
- [29] A. Shigo
Die neue Baumbiologie
Braunschweig: Thalackerverlag 1990
- [30] R. Kriechbaum
Unveröffentlichter Bericht
Kernforschungszentrum Karlsruhe 1990
- [31] U.S. Forest Products Laboratory
Wood Handbook: Wood as an Engineering Material
Agricultural Handbook 72, U.S. Department of Agriculture, 1987
- [32] F. Wangaard
The Mechanical Properties of Wood
New York: John Wiley & Sons, Inc., 1950
- [33] C. Mattheck
Biomechanik des Holzes. Wie das Bauminnere zusammenhält
Deutscher Gartenbau 17, 1994
- [34] A.A.G. Cooper
Trajectorial Fiber Reinforcement of Composite Structures
D.Sc. dissertation, Washington University, St. Louis, MO, 1972
- [35] K. Fischer
Galileo Galilei
München: Verlag C.H.Beck, Beck'sche Schwarze Reihe, Band 504, 1983
- [36] A. Einstein
Galileo Galilei, Vorwort zu „Dialog über die beiden hauptsächlichsten Weltsysteme“ von Galileo Galilei
Stuttgart: B.G. Teubner 1982
- [37] A.A. Cooper and T. te Boekhorst
Personal Communication
AKZO Research Laboratories, Arnhem, 26. Nov., 1992

- [38] A.A. Cooper and A.P.N. van der Zanden
Personal Communication
AKZO Research Laboratories, Arnhem, 28. Juni, 1993
- [39] Kurt Moser
Faserkunststoffverbund, Entwurfs- und Berechnungsgrundlagen
Düsseldorf: VDI-Verlag GmbH 1992
- [40] H.J. Lin and S.H. Yang
Modeling and Analysis of Composite Laminates with Continuous Fiber around a Circular Hole
Journal of COMPOSITE MATERIALS (1993), Vol. 27
- [41] M.W. Hyer and R.F. Charette
Use of Curvilinear Fiber Format in Composite Structure Design
AIAA Journal (1991), Vol.29, S. 1011/1015
- [42] C. Mattheck, W. Albrecht, F. Dietrich, R. Kriechbaum
Die Biomechanik der Holzstrahlen
demnächst in Allgemeine Forst und Jagdzeitschrift
- [43] J.E. Gordon
Strukturen unter Stress
Heidelberg: Spektrum der Wissenschaft
- [44] H. Huber-Betzer
Beiträge zur Biomechanik des Kniegelenkes und neue Möglichkeiten zur Versorgung von Kniegelenkschäden
Düsseldorf: VDI-Verlag 1990 Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 17 Nr. 65
- [45] H. Fukunaga, H. Sekine
Optimum Design of Composite Structures for Shape, Layer Angle and Layer Thickness Distributions
Journal of COMPOSITE MATERIALS (1993), Vol. 27, S. 1479/1492
- [46] C. Mattheck, A. Baumgartner, R. Kriechbaum, F. Walther
Computational methods for the understanding of biological optimization mechanisms
Computational Material Science 1 (1993), S. 302/312

A Anhang

The Deacon's Masterpiece; or, the Wonderful "One-Hoss Shay"

by O.W. Holmes

Have you heard of the wonderful one-hoss shay
That was built in such a logical way,
It ran a hundred years to a day,
And then, of a sudden, it - ah, but stay,
I'll tell you what happened without delay,
Scaring the parson into fits,
Frightening people out of their wits,
Have you ever heard of that, I say?

Seventeen hundred and fifty-five.
Georgius Secundus was then alive,-
Snuffy old drone from the German hive.
That was the year when Lisbon town
Saw the earth open and gulp her down,
And Braddock's army was done so brown,
Left without a scalp to its crown.
It was on the terrible Earthquake-day
That the Deacon finished the one-hoss shay.

Now, in building of chaises, I tell you what,
There is always somewhere a weakest spot,-
In hub, tire, felloe, or spring or thill,
In panel, or crossbar, or floor, or sill,
In screw, bolt, thoroughbrace,- lurking still,
Find it somewhere you must and will,-
Above or below, or within or without,-
And that's the reason, beyond a doubt,
A chaise breaks down, but doesn't wear out.

But the Deacon swore (as Deacons do,
With an "Iew vum", or an "I tell yeou"),

He would build one shay to beat the taown
'n' the keounty 'n' all the kentry raoun';
It should be so built that it couldn't break daown;
"Fur", said the Deacon, "t's mighty plain
Thut the weakes' place mus' stan' the strain;
'n' the way to fix it, uz I maintain,
Is only jest
T'make that place uz strong uz the rest".

So the Deacon inquired of the village folk
Where he could find the strongest oak,
That couldn't be split, nor bent, nor broke,-
That was for spokes and floor and sills;
He sent for lancewood to make the thills.

The crossbars are ash, from the straightest trees;
The panels of white-wood, that cuts like cheese,
But lasts like iron for the things like these:
The hubs of logs from the "Settler's ellum",-
Last of its timber,- they couldn't sell 'em,
Never an axe had seen their chips,
And the wedges flew from between their lips,
Their blunt ends frizzled like celery-tips;
Step and prop-iron, bolt and screw,
Spring, tire, axle, and linchpin too,
Steel of the finest, bright and blue;
Thoroughbrace bison-skin, thick and wide;
Boot, top-dasher, from tough old hide
Found in the pit when the tanner died.
That was the way he "put her through".-
"There!" said the Deacon, "naow she'll dew."

Do! I tell you, I rather guess
She was a wonder, and nothing less!
Colts grew horses, beards turned gray,
Deacon and deaconess dropped away,
Children and grandchildren - where were they?
But there stood the stout old one-hoss shay
As fresh as on Lisbon earthquake day!

Eighteen hundred: it came and found
The Deacon's masterpiece strong and sound.
Eighteen hundred increased by ten;-
"Hahnsun kerridge" they call it then,
Eighteen hundred and twenty came;-
Running as usual; much the same.
Thirty and forty at last arrive,
And then come fifty, and fifty-five.

Little of all we value here
Wakes on the morn of its hundredth year
Without both feeling and looking queer.
In fact, there's nothing that keeps its youth,
So far as I know, but a tree and truth.
(This is a moral that runs at large:
Take it. - You're welcome. - No extra charge.)

First of November,- the Earthquake day.-
There are traces of age in the one-hoss shay.
A general flavour of mild decay.
But nothing local, as one may say.
There couldn't be,- for the Deacon's art
Had made it so like in every part
That there wasn't a chance for one to start.
For the wheels were just as strong as the thills,
And the floor was just as strong as the sills,
And the panels just as strong as the floor,
And the whippetree neither less nor more.
And the back-crossbar as strong as the fore,
And spring and axle and hub encore.
And yet, as a whole, it is past a doubt
In another hour it will be worn out!

First of November, Fifty-five!
This morning the parson takes a drive.
Now, small boys, get out of the way!
Here comes the wonderful one-hoss shay,
Drawn by rat-tailed, ewe-necked bay.
"Huddup!" said the parson.- Off went they.

The parson was working his sunday text,-
Had got to fifthly, and stopped perplexed.
At what the - Moses - was coming next.
All at once the horse stood still,
Close by the meet'n-house on the hill.
-First a shiver, and then a thrill,
Then something decidedly like a spill,-
And the parson was sitting on a rock.
At half-past nine by the meet'n-house clock,-
Just the hour of the Earthquake shock!
-What do you think the parson found,
When he got up and stared around?
The poor old chaise in a heap or mound,
As it it had been to the mill and ground!
You see, of course, if you're not a dunce,
How it went to pieces all at once,-
All at once, and nothing first,-
Just as bubbles do when they burst.

End of the wonderful one-hoss shay.
Logic is logic, That's all I say.