



---

**Forschungszentrum Karlsruhe**  
Technik und Umwelt

---

**Wissenschaftliche Berichte**  
FZKA 5559

**Zusammenfassung  
der bis Februar 1995  
unter Leitung von  
Herrn Professor  
Dr.-Ing. Ulrich Müller  
abgeschlossenen Disserta-  
tionen und Habilitationen**

**Herrn Professor  
Dr.-Ing. Ulrich Müller  
zum 60. Geburtstag  
am 28. Februar 1995**

herausgegeben von  
P. Ehrhard, J. U. Knebel

Institut für Angewandte Thermo- und Fluidodynamik

Februar 1995

---



**FORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE**  
Technik und Umwelt  
Wissenschaftliche Berichte  
FZKA 5559

**Zusammenfassung der bis Februar 1995 unter Leitung von  
Herrn Professor Dr.-Ing. Ulrich Müller  
abgeschlossenen Dissertationen und Habilitationen**

**Herrn Professor Dr.-Ing. Ulrich Müller zum 60. Geburtstag  
am 28. Februar 1995**

**herausgegeben von  
Peter Ehrhard und Joachim U. Knebel  
Institut für Angewandte Thermo- und Fluidodynamik**

**Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe  
1995**

Als Manuskript gedruckt  
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH  
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe

ISSN 0947-8620

## Vorwort

Im März 1974 wurde der Privatdozent am Institut für Strömungslehre und Strömungsmaschinen der Universität Karlsruhe (TH), Herr Dr.-Ing. Ulrich Müller zum Leiter des Instituts für Reaktorbauelemente (IRB) der damaligen Gesellschaft für Kernforschung (GfK) berufen. Im September 1974 wurde er zum außerplanmäßigen Professor ernannt. Seit seiner Habilitation sind unter seiner direkten Betreuung bis auf den heutigen Tag insgesamt 24 Dissertationen und zwei Habilitationen entstanden. Der vorliegende Bericht enthält eine Zusammenstellung aller dieser Arbeiten.

Die theoretischen und experimentellen Arbeiten aus dem Bereich der Thermo- und Fluidodynamik stehen in unmittelbarem Zusammenhang mit der Sicherheit und der Auslegung von Komponenten kerntechnischer Anlagen und Fusionsreaktoren. Sie sind sowohl auf die Anwendung als auch auf die Grundlagenforschung ausgerichtet. Neuere, noch nicht abgeschlossene Arbeiten befassen sich zudem mit der langfristigen Kühlung von Kernschmelzen und der Abfallbehandlung durch Verbrennung und Naßoxidation.

Die untersuchten Fragestellungen spiegeln ebenso deutlich den stetigen Wandel der Arbeitsschwerpunkte wieder wie es die in den Jahren 1977 und 1995 erfolgten Umbenennungen der Karlsruher Großforschungseinrichtung in Kernforschungszentrum Karlsruhe (KfK) und Forschungszentrum Karlsruhe - Technik und Umwelt anzeigen. Diese Tendenz setzt sich in der 1993 vollzogenen Änderung des Institutsnamens in Institut für Angewandte Thermo- und Fluidodynamik (IATF) fort.

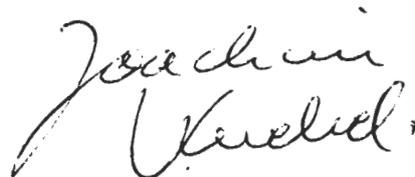
Augenblicklich betreut Herr Professor Dr.-Ing. Ulrich Müller mit Geert Arnemann, Ines Braun, Ulrich Burr, Luigi Natale Carteciano, Andreas Class, Christoph Hölle, Ralf Mößner und Walter Tromm acht Doktoranden.

Der Bericht besteht aus Einzelbeiträgen, die in kurzer Form die durchgeführten Arbeiten mit den wichtigsten Ergebnissen darstellen. Am Ende ist ein aktueller Lebenslauf des jeweiligen Verfassers mit einem Paßbild aus neuerer Zeit gegeben.

Die Verfasser und die Herausgeber möchten diesen Bericht Herrn Professor Dr.-Ing. Ulrich Müller zu seinem 60. Geburtstag widmen, als kleines Dankeschön für seine stets engagierte und mitreißende Betreuung. Wir wünschen ihm alles Gute für seinen persönlichen Lebensweg und seine wissenschaftliche Arbeit.



Peter Ehrhard



Joachim U. Knebel



## Inhaltsverzeichnis

	Seite
Klaus W. Stork, 1974 Zellularkonvektion in Behältern und in geschichteten Flüssigkeiten	1
Alfred Sesterhenn, 1974 Numerische Berechnung der freien Konvektion um beheizte Zylinder in Wandnähe	5
Hans Schmidt, 1975 Blasenbildung und Wärmeübertragung beim Einbringen von Heißdampf in Wasser von Sättigungstemperatur	11
Manfred Schad, 1978 Zur Korrosion von austenitischen Stählen in Natrium-Kreisläufen	19
Norbert Eikelpasch, 1978 Untersuchungen zur Reduzierung der Strahlenbelastung des in Kernkraftwerken eingesetzten Personals	27
Gustav Trippe, 1979 Experimentelle Untersuchungen turbulenter Strömungen in axial durchströmten Stabbündeln ohne und mit gitterförmigen Abstandshaltern	31
Lambert Krebs, 1979 Ausbreitung von Temperaturstörungen in begrenzter Strömung hinter einem Düsenblock	37
Jean N. Koster, 1980 Freie Konvektion in vertikalen Spalten	43
Helge Frick, 1980 Zellularkonvektion in Fluidschichten mit zwei festen seitlichen Berandungen	49
Christoph Dietsche, 1984 Einfluß der Benard-Konvektion auf Gefrierflächen	55
Cecilia Smoglie, 1984 Zweiphasenströmungen durch kleine Abzweige in einem horizontalen Rohr mit geschichteter Gas-Flüssigkeits-Strömung	61
Thomas Schulenberg, 1984 Wärmeübergang durch Naturkonvektion unter horizontalen, geheizten Platten	67
Wolfgang Seeger, 1985 Untersuchungen zum Druckabfall und zur Massenstromumverteilung von Zweiphasen-strömungen in rechtwinkligen Rohrverzweigungen	73

Peter Ehrhard, 1987 Dynamisches Verhalten der Naturkonvektion in geschlossenen Kreisläufen	79
Andreas Sterl, 1988 Numerische Simulation magnetohydrodynamischer Flüssig-Metall-Strömungen in rechteckigen Rohren bei großen Hartmann-Zahlen	87
Volker Kek, 1989 Benard-Konvektion in flüssigen Natriumschichten	95
Gerhard Zimmermann, 1989 Benard-Konvektion in binären Flüssigkeitsmischungen mit Thermodiffusion	103
Xu Cheng, 1991 Experimentelle Untersuchungen zur kritischen Heizflächenbelastung in 8 mm-Kreisrohren und in 7-Stabbündeln	109
Leo Bühler, 1992 Magnetohydrodynamische Strömungen flüssiger Metalle in allgemeinen dreidimensionalen Geometrien unter der Einwirkung starker, lokal variabler Magnetfelder	115
Christian Karcher, 1992 Benard-Konvektion binärer Flüssigkeitsmischungen in porösen Medien unter der Wirkung von Nicht-Boussinesq-Effekten	121
Claus Günther, 1992 Fortgeschrittene Upwind-Differenzenverfahren zur numerischen Lösung der Konvektions-Diffusionsgleichung	127
Joachim U. Knebel, 1993 Experimentelle Untersuchungen in turbulenten Auftriebsstrahlen in Natrium	133
Joachim Detlef Suckow, 1993 Experimentelle Untersuchung turbulenter Mischkonvektion im Nachlauf einer beheizten Kugel	143
Lutz Lenhart, 1994 Magnetohydrodynamik in Rechteckgeometrien Volle numerische Simulation	151
Robert Stieglitz, 1994 Magnetohydrodynamische Strömungen in Ein- und Mehrkanalumlenkungen	157
Peter Ehrhard, 1995 Tropfenausbreitung - ein Beispiel für die Behandlung bewegter Kontaktlinien	167

# **Zellarkonvektion in Behältern und in geschichteten Flüssigkeiten**

von

**Klaus W. Stork**

aus

Ludwigshafen / Rhein

Tag des Kolloquiums: 31. Mai 1974  
Hauptreferent: Priv. Doz. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. J. Zierep

## **Zusammenfassung**

Im Rahmen dieser Arbeit werden zu einigen Problemen der Zellarkonvektion experimentelle und theoretische Untersuchungen durchgeführt. Ausgehend von der klassischen Problemstellung der Benard-Konvektion werden durch zusätzliche Randbedingungen kompliziertere Systeme erzeugt. Im Teil I wird außer den horizontalen Begrenzungs-wänden an Ober- und Unterseite der Flüssigkeitsschicht eine seitliche vertikale Berandung eingeführt. Im Teil II dieser Arbeit werden Konvektionsströmungen in zwei übereinander-geschichteten, nicht miteinander mischbaren Flüssigkeiten mit verschiedenen Stoffeigen-schaften untersucht. Die experimentellen Untersuchungen haben das Ziel, den Beginn der Konvektion und die Wechselwirkung zwischen Unter- und Oberschicht zu beobachten. Mit Hilfe der linearen Stabilitätstheorie werden numerische Berechnungen über den Beginn der Instabilität und der dabei auftretenden Geschwindigkeitsprofile vorgenommen. Die nume-rischen Lösungen werden mit den Experimenten verglichen.

## Einleitung und Problemstellung

Teil I der Arbeit untersucht die Abhängigkeit des Konvektionsbeginns und der Konvektionszellen von seitlichen Wänden an zwei typischen Behälterformen. Die Experimente behandeln sowohl die Strömung am kritischen Punkt als auch im überkritischen Bereich, in dem besonders die Umwandlung der zweidimensionalen zur dreidimensionalen Strömung beobachtet wird. Als Randbedingung wird eine lineare vertikale Temperaturverteilung in der Berandung vorgegeben. Es werden zylindrische Behälter mit rechteckiger und mit kreisförmiger Grundfläche untersucht. Als Versuchsmedien dienen die Silikonöle M300 und M200. Mit Hilfe von Aluminiumflittern kann die Struktur der Konvektionsströmung sichtbar gemacht werden. Ebenso kann visuell der Konvektionsbeginn ermittelt werden.

Teil II untersucht die Instabilität von zwei übereinandergeschichteten, nicht miteinander mischbaren Flüssigkeiten mit unterschiedlichen Stoffdaten und unterschiedlichen Flüssigkeitshöhen. Die Flüssigkeiten sollen horizontal liegen und eine große horizontale Ausdehnung haben. Durch entsprechende Wahl der Schichthöhen kann der Einfluß der Marangonikonvektion gegenüber der Benardkonvektion vernachlässigt werden.

## Ergebnisse

### Untersuchung von freier Konvektionsströmung in Behältern

Das wichtigste Ergebnis dieser Experimente ist die Abhängigkeit der kritischen Rayleigh-Zahl von der horizontalen Ausdehnung der Behälter. Sie nähert sich mit wachsender horizontaler Behälterausdehnung sehr rasch dem Wert 1708, bei dem die Konvektion in dünnen, unendlich ausgedehnten Flüssigkeitsschichten, die von unten beheizt werden, beginnt. Unter Berücksichtigung der verwendeten teilweise wärmeisolierenden Berandung ist eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment festzustellen (Abb. 1). Unter der Voraussetzung der linearen Temperaturverteilung an den seitlichen Berandungen, die durch spezielle Wahl der verwendeten Materialien erreicht wird, kann gezeigt werden, daß im kritischen Zustand zueinander parallel liegende Konvektionswalzen mit zweidimensionaler Strömung entstehen. Bei den Rechteckbehältern liegen diese Walzen parallel zur kürzeren Behälterseite, wie es die Theorie verlangt. Im Fall der Ringspaltbehälter sind die Walzenachsen radial gerichtet. Faßt man die Ringspaltbehälter aber als Rechtecke mit einer gekrümmten Seite auf, so liegen die Walzen ebenfalls parallel zur kürzeren Behälterseite. Bei den Kreisbehältern bildet sich ein System von Walzen aus, die angenähert parallel zum Behälterdurchmesser verlaufen, oder deren Achsen senkrecht auf der Behälterwand stehen. Diese Walzenanordnung steht im Widerspruch zu den bisher bekannten theoretischen und experimentellen Ergebnissen, die in kreiszylindrischen Behältern ein System von zueinander konzentrisch liegenden Ringwalzen beobachtet haben. Es kann aber gezeigt werden, daß die bereits im unterkritischen Bereich auftretenden Ringwalzen durch radial gerichtete Temperaturgradienten erzeugt werden. Je nach Größe dieser Gradienten sind diese Ringwalzen stabil oder wandeln sich in Walzen parallel zum Behälterdurchmesser um.

Die Anzahl der Konvektionswalzen ist abhängig von der Behältergröße und ist im allgemeinen ein ganzzahliges Vielfaches der Flüssigkeitshöhe, so daß Walzen mit ungefähr quadratischem Querschnitt entstehen. Nur im Fall von sehr kleinen Behältern bei denen die Höhe nicht die kleinste Abmessung ist, bilden sich schmale, hohe Walzen aus, deren Querschnitt kleiner als der quadratische Querschnitt ist. Dies ist darauf zurückzuführen, daß dort die 'No-slip'-Bedingung ein Anwachsen der Dissipation hervorruft. Die im Auftriebsstrom vorhandene Energie wird schneller verbraucht, so daß ein Flüssigkeitsteilchen eine kürzere

Strecke zurücklegt, bis es durch Absinken seine potentielle Energie freigibt und die Konvektionsbewegung aufrechterhält.

Es wird beobachtet, daß eine gerade Anzahl von Walzen gegenüber einer ungeraden bevorzugt ist. Aber keine der theoretischen Arbeiten weist auf dieses Verhalten hin oder kann es beschreiben.

Im überkritischen Bereich wird eine Umwandlung des zweidimensionalen Zellmusters in ein dreidimensionales festgestellt. Diese Umwandlung wird durch die Zerfalls-Rayleigh-Zahl beschrieben. Sie zeigt die Tendenz, mit zunehmender Behältergröße anzuwachsen. Bei kleinen Behältern ist deutlich eine Abhängigkeit dieser Zerfalls-Rayleigh-Zahl von der Anzahl der Walzen zu erkennen. Das dreidimensionale Zellmuster ist im Fall der Rechteck- und Ringspaltbehälter ein regelmäßiges Gittermuster, das durch Überlagerung von Walzen parallel zu den beiden Grundseiten des Behälters zustande kommt. In den Kreisbehältern besteht das dreidimensionale Zellmuster aus sektorartigen Zellen, was auf eine polygonartige Struktur hinweist.

### Freie Konvektionsströmung in zwei übereinandergeschichteten Flüssigkeiten

Das interessanteste Ergebnis dieser Untersuchungen ist die Tatsache, daß bei der verwendeten Flüssigkeitspaarung Propylenglykol und Silikonöl an der Trennfläche eine Scherströmung entsteht. Das Auftreten dieser stärker dissipativen Strömungsform ist überraschend. Dieses Verhalten ist sowohl durch eine kinematische Entkopplung an der Trennfläche (Verunreinigung) als auch durch thermische Einflüsse zu erklären. Sie entstehen, wenn in einer Flüssigkeit die Konvektion beginnt, durch ungleichförmige Erwärmung der anderen Schicht in Zonen von Auf- und Abtriebsströmen. Bei der Formulierung der Geschwindigkeitsrandbedingung an der Trennfläche beider Flüssigkeiten stimmen die numerischen Ergebnisse gut mit den Experimenten überein. Die gefundenen kritischen Rayleigh-Zahlen für die anregende Schicht liegen im Bereich von  $Ra = 657$  (Flüssigkeitsschicht mit zwei freien Oberflächen) und  $Ra = 1700$  (Flüssigkeitsschicht mit zwei festen Begrenzungswänden).

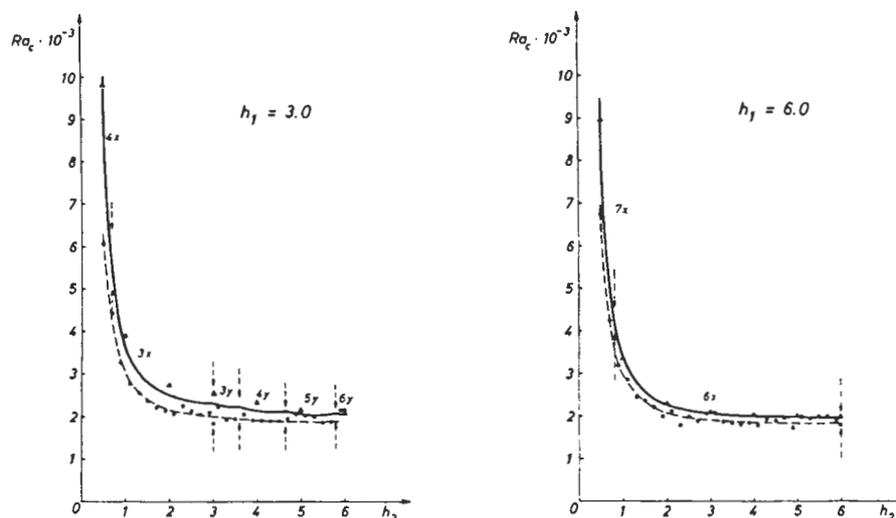


Abb. 1: Abhängigkeit der kritischen Rayleigh-Zahl von der Behältergeometrie.

Bei konstanter Seitenlänge  $h_1$  wird die senkrecht zu  $h_1$  stehende Seitenwand  $h_2$  in ihrer Länge variiert. Man erkennt deutlich den raschen Anstieg der kritischen Rayleigh-Zahl bei Verkleinerung des Seitenverhältnisses. Zum Vergleich sind die theoretischen Ergebnisse von Davis (1967) und Catton (1970) eingetragen.

## Lebenslauf



Name: Klaus W. Stork  
Geburtsjahr: 1942  
Nationalität: Deutscher

Sprachen: Deutsch Muttersprache  
Englisch gut  
Französisch gut/befriedigend

Ausbildung: Universität (TH) Karlsruhe 1963 - 1974  
Dipl.-Ing. Allgemeiner Maschinenbau  
Dr.-Ing. Fakultät für Maschinenbau

Berufserfahrung: 20 Jahre

Zur Zeit tätig bei: Kraftanlagen Energie- und Industrieanlagen GmbH Heidelberg

Position: Geschäftsführer Technik

Auslandserfahrung: Südamerika, USA, Europa, Russland

### Berufstätigkeit:

1970 - 1975: Institut für Strömungslehre und Strömungsmaschinen, Universität (TH) Karlsruhe, wissenschaftlicher Assistent

1975 - 1983: Brown Boverie & Cie., Mannheim, Geschäftsbereich Großmaschinen und Kraftwerke, Projektleiter Nuklearanlagen

1983 - 1990: Deutsche Gesellschaft für Wiederaufarbeitung von Kernbrennstoffen GmbH, Hannover, Hauptabteilung Projekte

seit 1990 Kraftanlagen Heidelberg, Hauptabteilung Nuklearanlagen, Geschäftsbereich Prozeß- und Kraftwerkstechnik, Geschäftsführer Energie- und Industrieanlagen.

# **Numerische Berechnung der freien Konvektion um beheizte Zylinder in Wandnähe**

von

**Alfred Sesterhenn**

aus  
Leichlingen

Tag des Kolloquiums: 12. Juli 1974  
Hauptreferent: Priv. Doz. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. J. Zierep

## **Zusammenfassung**

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit dem Einfluß von ebenen und gekrümmten Wänden auf die freie Konvektion um beheizte Zylinder. Dazu werden die Temperatur- und die Geschwindigkeitsverteilung eines inkompressiblen Mediums in der Umgebung eines unendlich langen Zylinders berechnet. Die Differentialgleichungen für Wärme- und Wirbeltransport werden mit Hilfe der Boussinesq-Approximation vereinfacht, auf Bipolarkoordinaten transformiert und mit einem Differenzenverfahren gelöst. Die numerischen Ergebnisse zeigen, daß die Wärme am Zylinder bei kleinen Wandabständen überwiegend durch Leitung übertragen wird. Der Wärmeübergang entspricht weitgehend dem des reinen Wärmeleitungsproblems und ist unabhängig von der Grashof-Zahl. Bei großen Wandabständen ist er ebenso groß wie der konvektive Transport an Zylindern ohne Wandeinfluß und unabhängig vom Wandabstand. Nur in einem engen Übergangsgebiet ist der Wärmeverlust sowohl eine Funktion der Grashof-Zahl als auch des Wandabstands. Die Grenzen dieses Übergangsgebiets werden angegeben. Die Qualität des Lösungsverfahrens und der Ergebnisse wird durch Vergleiche mit Meßdaten anderer Autoren bestätigt.

## Einleitung und Problemstellung

Bei der Untersuchung von Grenzschichten und Mehrphasenströmungen treten bei Annäherung der Heizdrähte an Wände und Phasengrenzen erhebliche Meßfehler auf. Bei der offenen Verlegung von Heizungsrohren sind zur Verringerung der Wärmeverluste Mindestabstände zu Wänden und Decken einzuhalten. Dies sind nur zwei Beispiele für beheizte Zylinder in der Nähe ebener oder gekrümmter Wandflächen. Deshalb besteht großes Interesse, den Einfluß von benachbarten Wänden auf die freie Konvektion um Zylinder und deren Wärmeabgabe besser zu verstehen.

Reimann (1972) hat in einer Reihe von Experimenten die Temperaturverteilung und den Wärmestrom der freien Konvektion um beheizte Drähte in der Nähe von geneigten, ebenen Wänden gemessen. In der vorliegenden Arbeit werden sowohl die Temperatur- als auch die Geschwindigkeitsverteilung numerisch berechnet. Diesen Berechnungen liegt folgendes physikalische Modell (siehe Abb. 1) eines ebenen, instationären Vorganges zugrunde: Ein unendlich langer, horizontaler Zylinder mit dem Radius  $r$  ist von einem inkompressiblen, fluiden Medium umgeben, das dem Newtonschen Schubspannungsansatz gehorcht. Im Abstand  $d$  von der Zylinderachse befindet sich eine unter dem Winkel  $\alpha$  geneigte, ebene Wand. Zur Zeit  $t = 0$  haben der Zylinder, das Medium und die Wand die gleiche Temperatur  $T_0$ . Das Medium befindet sich in Ruhe. Für die Zeit  $t > 0$  behält die Wand diese Temperatur  $T_0$ . Der Zylinder wird jedoch plötzlich aufgeheizt und auf der erhöhten Temperatur  $T_1$  gehalten. Durch Wärmeleitung wird zunächst das Medium in der unmittelbaren Umgebung des Zylinders erwärmt. Infolge des durch die Wärmeausdehnung verursachten Auftriebs setzt daraufhin eine Konvektionsströmung ein.

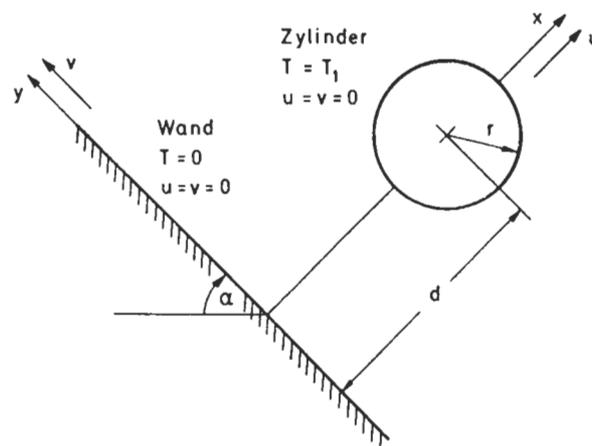


Abb. 1: Geometrie der Anordnung.

## Auswertung der numerischen Ergebnisse

In Abb. 2 ist die zeitliche Entwicklung der Konvektion in Form von Isothermen und Stromlinien dargestellt, die mit dem Differenzenverfahren berechnet werden. Die um den Zylinder geschlossenen Kurven sind die Isothermen. Anfangs bilden sie nahezu konzentrische Kreise, die sich im Laufe der Erwärmung ausbreiten. Dabei werden sie zunehmend exzentrisch und beulen sich oberhalb des Zylinders aus. Nach einem pilzförmigen Zwischenstadium erhalten sie schließlich eine typische, langgestreckte Form, die von Kerzenflammen her bekannt ist. Die zugehörigen Stromlinien bilden jeweils zwei gegenläufig rotierende Wirbel. Anfangs befinden sich die Wirbelzentren in unmittelbarer Nähe

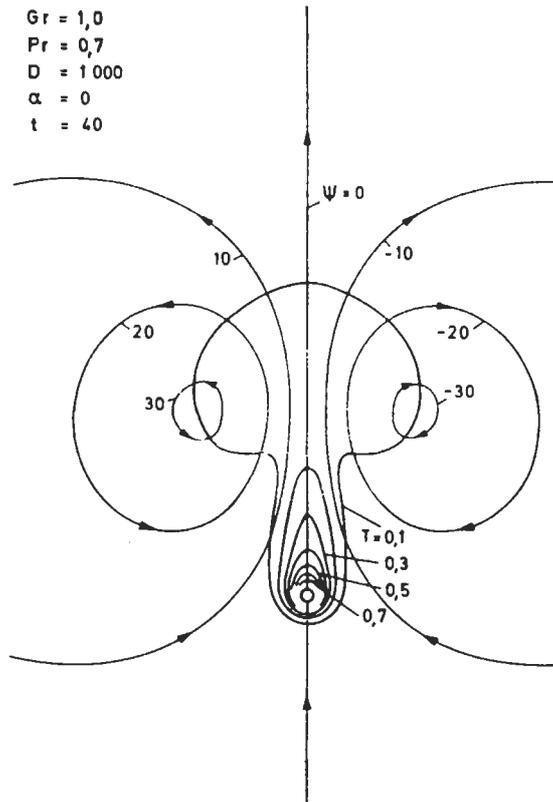


Abb. 2: Zeitliche Entwicklung der Konvektion (Isothermen und Stromlinien).

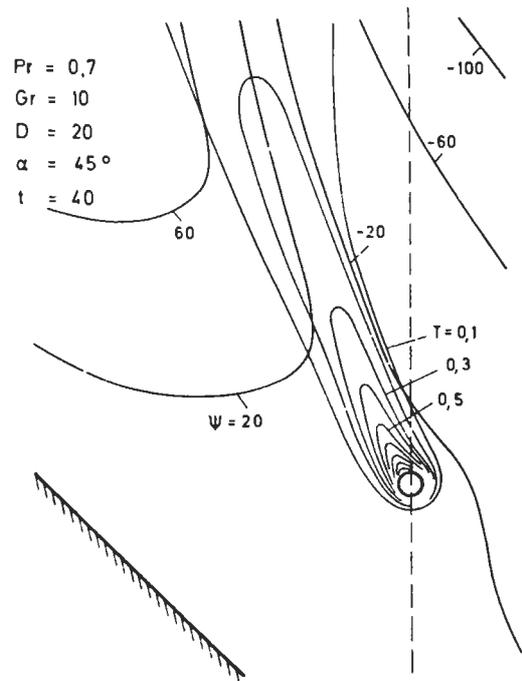


Abb. 3: Thermischer Coanda-Effekt.

des Zylinders etwa in Höhe seiner Achse. Mit zunehmender Intensität breiten sich die Wirbel aus, wobei sich ihre Zentren vom Zylinder entfernen und nach oben verschieben. Das Geschwindigkeitsfeld ist ebenso wie das Temperaturfeld symmetrisch zur vertikalen Mittelebene durch die Zylinderachse, wenn sich kein störender Wandeinfluß bemerkbar macht. Ist dagegen der Wandabstand nicht zu groß, wie in Abb. 3, so führt die geneigte Wand zu einer erheblichen Abweichung von der Symmetrie.

Aufgrund der unsymmetrischen Geschwindigkeitsverteilung wird auch der Wärmetransport ungleichmäßig. Da auf der Wandseite des Zylinders das Medium nur mit geringer Geschwindigkeit vorbeiströmt, ist dort das Temperaturgefälle geringer als auf der entgegengesetzten Seite. Der kleinere Temperaturgradient bedeutet eine geringere Wärmeabgabe an den linken Wirbel. Die ungleiche Wärmezufuhr bewirkt einen unterschiedlichen Antrieb der Konvektionswirbel. Der rechte Wirbel kann sich also weiter ausdehnen, wird weniger abgebremst und erhält einen stärkeren Antrieb als der linke. Infolge der unterschiedlichen Auftriebsströmungen wird der sich ausbildende Konvektionsstrahl aus der Vertikalen in Richtung der Wand ausgelenkt. Bei hinreichend kleinem Wandabstand  $d$ , kleiner Grashof-Zahl und großem Neigungswinkel  $\alpha$  legt sich der Strahl mit der Zeit an die Wand an. Reimann bezeichnet diesen Vorgang als Thermischen Coanda-Effekt.

Neben diesen mehr qualitativen Ergebnissen liegt das Hauptinteresse an der Entwicklung des Wärmestroms vom Zylinder an das umgebende Medium. Als Maß für die totale Wärmeabgabe des Zylinders und für seine Heizleistung wird eine mittlere Nusselt-Zahl eingeführt. Sie entspricht dem über dem Umfang gemittelten dimensionslosen Temperaturgradienten.

$$Nu = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=l} d\varphi . \quad (1)$$

Auch hier wird durch sehr großen Wandabstand zunächst die zeitliche Änderung ohne Wandeinfluß dargestellt. Bei der freien Konvektion um Zylinder ohne Wandeinfluß ist diese Nusselt-Zahl nur eine Funktion der Zeit, der Grashof-Zahl und der Prandtl-Zahl.

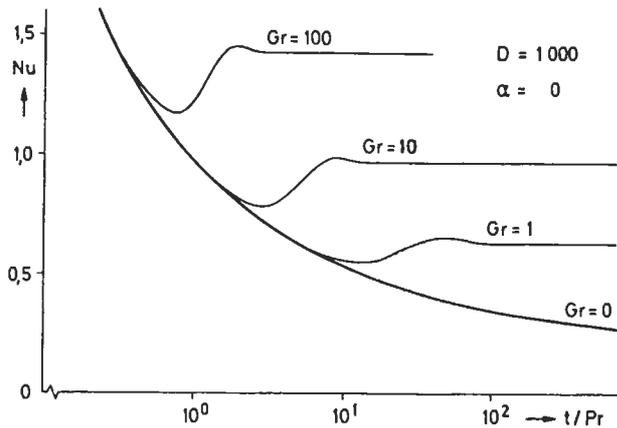


Abb. 4: Zeitlicher Verlauf der Wärmeabgabe.

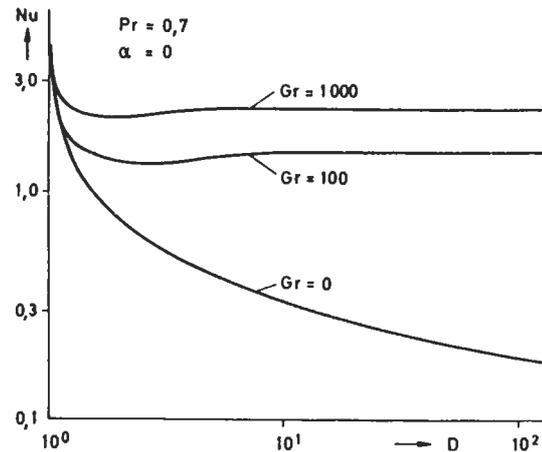


Abb. 5: Wärmeabgabe von Zylindern in Wandnähe.

In Abb. 4 ist die Nusselt-Zahl in Abhängigkeit von der Zeit für verschiedene Grashof-Zahlen aufgetragen. Die Prandtl-Zahl wird wie bei allen Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit auf den Wert  $Pr = 0.7$  konstant gehalten. Zum Vergleich ist die mit  $Gr = 0$  gekennzeichnete Kurve für den Wärmestrom bei der reinen Wärmeleitung eingezeichnet. Aus ihr verzweigen die Kurven für die Konvektion und enden schließlich in horizontalen Geraden. Jede dieser Konvektionskurven zeigt in Übereinstimmung mit den Temperatur- und Geschwindigkeitsfeldern deutlich drei Phasen des Anlaufvorgangs:

- In Phase I überwiegt zunächst die Wärmeleitung, und die Nusselt-Zahl fällt ab.
- In Phase II wird dieses Abfallen durch das Einsetzen der Konvektion aufgefangen. Die Nusselt-Zahl steigt wieder an und erreicht sogar ein lokales Maximum.
- In Phase III hat sich der Wärmeübergang auf den stationären Wert eingestellt, obwohl die Konvektionsströmung noch nicht voll ausgebildet ist. Der hydrodynamische Anlaufvorgang ist zwar in Phase III noch nicht abgeschlossen, aber die Änderung des Temperatur- und Geschwindigkeitsfelds in größerer Entfernung vom Zylinder hat auf den Wärmeübergang am Zylinder keinen Einfluß mehr. Der Betrag der Nusselt-Zahl in Phase III ist deshalb identisch mit dem Wert für den stationären Zustand.

Mit solchen Werten für den Wärmetransport im stationären Zustand, berechnet für schrittweise verkleinerten Wandabstand, läßt sich der Einfluß der Wand darstellen. Ähnlich wie bei der zeitlichen Abhängigkeit der Nusselt-Zahl in Abb. 4 lassen sich auch für die Konvektionskurven in Abb. 5 drei Bereiche angeben:

- Bereich I: Der Wandabstand ist so gering, daß die Wärme vom Zylinder überwiegend durch Leitung an die Wand abgegeben wird. Die Nusselt-Zahl ist unabhängig von der Grashof-Zahl und steigt entsprechend der Lösung des Wärmeleitungsproblems bei Verringerung des Wandabstandes stark an.
- Bereich II: Bei diesem Übergangsbereich sind Wärmeleitung und Konvektion von gleicher Größenordnung. Der Wärmeübergang ist durch die zusätzliche Auftriebsströmung

größer als bei der reinen Leitung, aber wegen der Behinderung durch die Wand kleiner als bei der ungehinderten Konvektionsströmung im freien Raum.

- Bereich III: Trotz der benachbarten Wand wird vom Zylinder soviel Wärme abgeführt wie bei der völlig ungehinderten Konvektion. Die Nusselt-Zahl ist unabhängig vom Wandabstand.

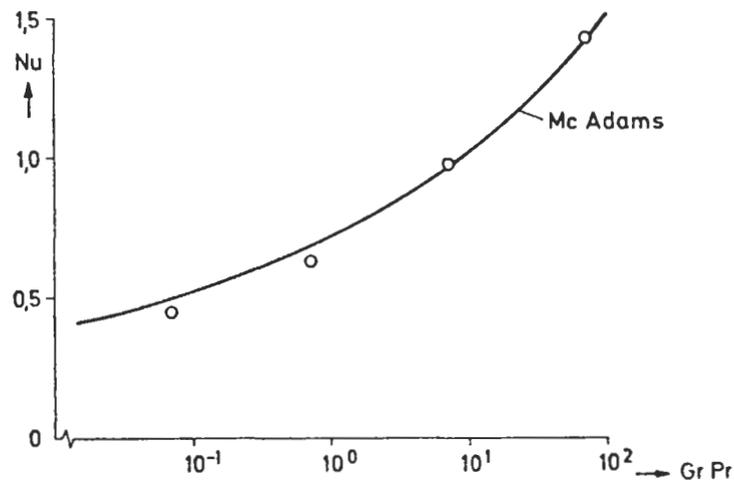


Abb. 6: Wärmeabgabe von Zylindern, Vergleich zwischen Messung (—) / Rechnung (o).

In Abb. 6 sind einige der numerisch berechneten Nusselt-Zahlen für den stationären Zustand über dem Produkt aus Grashof-Zahl- und Prandtl-Zahl aufgetragen. Zum Vergleich ist eine von McAdams aus einer Vielzahl von Meßwerten ermittelte Kurve eingezeichnet. Die mit dem Differenzenverfahren berechneten Werte stimmen recht gut mit diesen Meßdaten überein. Diese Übereinstimmung bestätigt nicht nur die Qualität der auf numerischem Wege ermittelten Ergebnisse. Da eine Prüfung der Stabilität und Konvergenz des verwendeten Differenzenverfahrens auf analytischem Wege (noch) nicht möglich ist, bleibt dies das einzige Qualitätskriterium. Darüber hinaus bestätigt diese Übereinstimmung aber auch, daß sich trotz des Umweges über die Simulation des instationären Vorganges gute Werte für den stationären Zustand berechnen lassen. Mit der Weiterentwicklung der elektronischen Datenverarbeitung wird insbesondere die Erhöhung der Rechengeschwindigkeit und der Speicherkapazität noch genauere und eingehendere Berechnungen ermöglichen.

# Lebenslauf



Name: Alfred Sesterhenn  
Anschrift: Kreuzheck 24, 65817 Eppstein  
geboren am: 24. März 1945 in 42799 Leichlingen

Eltern: Landwirt Peter Sesterhenn und Ehefrau Anna,  
geb. Wierschem

Familienstand: verheiratet seit 1969 mit Ursula Sesterhenn, geb. Beißwenger  
3 Kinder: Christoph (1973); Katrin (1977), Tina (1983)

## Bildungsgang und Berufstätigkeit:

1951 - 1956 Volksschule in Leichlingen  
1956 - 1965 Naturwissenschaftliches Gymnasium in Opladen  
22.02.1965 Reifeprüfung

04. - 10.1965 Vorpraktikum in Leverkusen

WS 1965/66 - Studium der Verfahrenstechnik an der Universität (TH) Karlsruhe  
WS 1969/70  
17.04.1970 Diplomhauptprüfung

1970 - 1974 zunächst wissenschaftliche Hilfskraft, dann wissenschaftlicher Ange-  
stellter am Institut für Strömungslehre der Universität (TH) Karlsruhe

12.07.1994 Doktorprüfung

10.1974 - 02.1981 Projektingenieur in der Betriebs- und Anlagenplanung der Hoechst  
AG, Frankfurt

seit 03.1981 Professor an der Fachhochschule für Technik und Wirtschaft Albstadt  
Sigmaringen am Standort Sigmaringen zunächst im Studiengang  
Haushalts- und Ernährungstechnik

seit 02.1989 C3-Professor im Studiengang Pharmatechnik mit den Lehraufgaben:  
Mathematik, Physikpraktikum, Technische Thermodynamik und  
Thermische Verfahrenstechnik sowie der Zusatzfunktion: Praktikanten-  
amtsleiter

03.1989 - 02.1991 Amtszeit als Fachbereichsleiter/Dekan

# **Blasenbildung und Wärmeübertragung beim Einbringen von Heißdampf in Wasser von Sättigungstemperatur**

von

**Hans Schmidt**

aus

Alsbach / Hessen

Tag des Kolloquiums: 26. Juni 1975  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. G. Ernst

## **Zusammenfassung**

Die Blasenbildung und Blasenablösung mit gleichzeitiger Wärmeübertragung bei der Flüssigkeitsbegasung durch Einzeldüsen werden bei hohen Drücken und Temperaturen experimentell untersucht. Die Ergebnisse werden unter Anwendung der Dimensionsanalyse als Potenzdarstellung formuliert. In Abhängigkeit von den physikalischen Parametern des Systems werden Beziehungen für die Blasengröße und die Bildungsfrequenz angegeben. Die Ursache für den Umschlag von der stationären Begasung (periodische Einzelblasenbildung) in die instationäre Begasung (Blasenvereinerung während des Ablösevorganges von der Düse) wird als ein Eigenschwingungsproblem erkannt und formelmäßig erfaßt. Während der Blasenbildung wird eine Abnahme der Überhitzungstemperatur von 40 % bis 60 % gemessen. Der Wärmeübergang wird mit einer Beziehung der Stanton-Zahl als Funktion der Reynolds-Zahl angegeben.

## Einleitung und Versuchsaufbau

In vielen Fällen der technischen Anwendung, wie zum Beispiel in Direktwärmetauschern oder chemischen Reaktoren, werden Gas oder Dampf in Flüssigkeiten eingebracht, um Wärme- und/oder Stoffübertragungen zu veranlassen. Meistens wird das Gas oder der Dampf durch horizontal angeordnete Lochböden, die beispielsweise aus einer Vielzahl zylindrischer Bohrungen bestehen, in die darüber stehende Flüssigkeit eindispersiert. Dabei entstehen Blasen, deren Größe und Bildungsfrequenz von großem praktischem Interesse sind, da sie den Wärme- und Stofftransport zwischen dem Gas und der Flüssigkeit entscheidend beeinflussen. Insbesondere ist der Energie- und Massentransport während der stark instationären Vorgänge der Blasenbildung und Ablösung von Interesse.

In dieser Arbeit wird die Bildung und Ablösung von Heißdampfblasen an zylindrischen Einzeldüsen untersucht (Abb. 1). Überhitzter Wasserdampf strömt durch Düsen von 1,5, 2 und 3 mm Durchmesser in vollentsalztes Wasser, das sich auf Siedetemperatur befindet. Der Heißdampfmassenstrom wird im Bereich von 2 bis 20 g/min variiert, die Dampfüberhitzung, bezogen auf die jeweilige Siedetemperatur, erfolgt in den Stufen 100, 150 und 200 K. Die Versuche werden überwiegend bei Drücken von 40, 80 und 120 bar durchgeführt. Der maximale Systemdruck beträgt 212 bar.

Durch seitlich im Druckbehälter angeordnete Saphirscheiben werden die Vorgänge der Blasenbildung und Blasenablösung mit einer Hochgeschwindigkeitskamera aufgenommen. Mit einem speziell entwickelten Miniaturthermoelement wird die Temperaturdifferenz zwischen den Heißdampfblasen und dem umgebenden Wasser gemessen (Abb. 2).

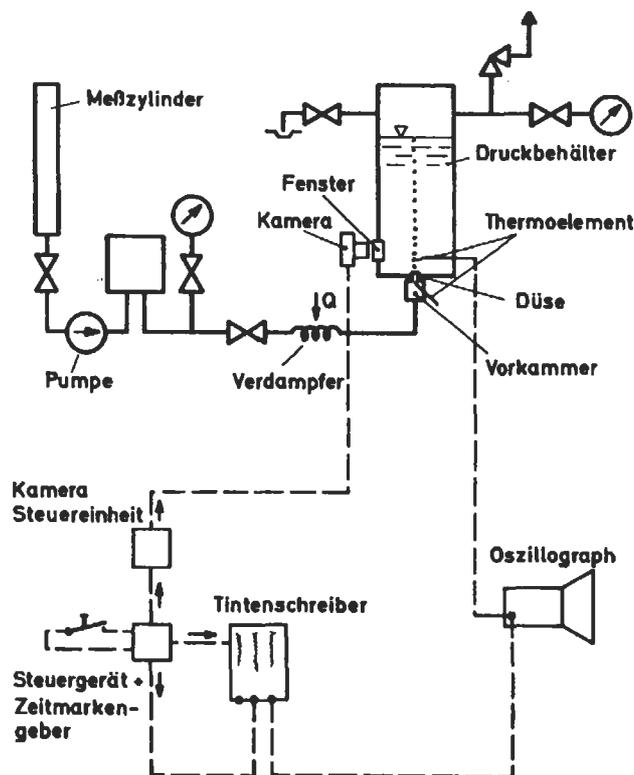


Abb. 1: Versuchsaufbau.

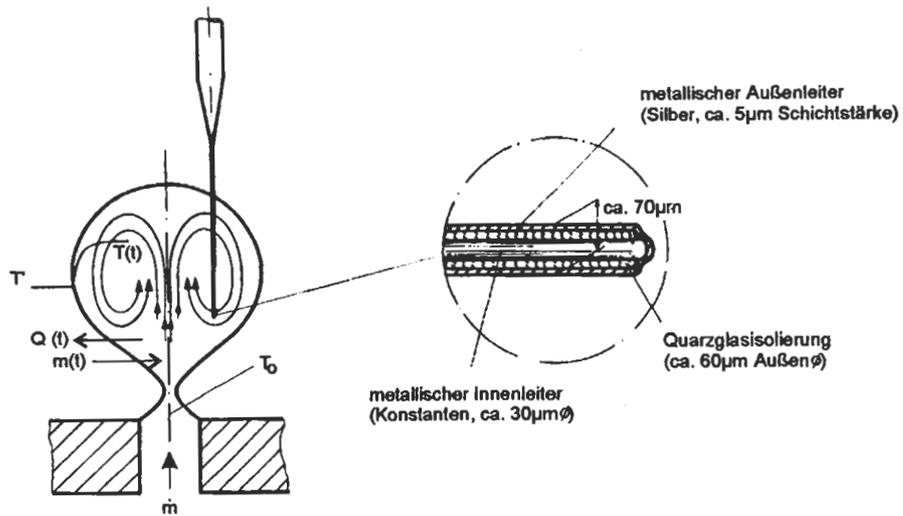


Abb. 2: Temperaturmessung und Thermoelementaufbau.



$p = 12 \text{ bar}$



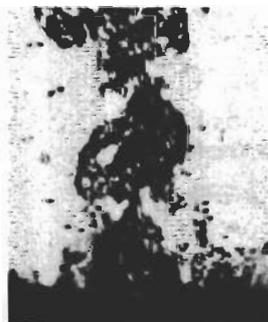
$p = 80 \text{ bar}$



$p = 150 \text{ bar}$



$p = 180 \text{ bar}$   
Dampfstrahl



$p = 212 \text{ bar}$   
beginnende Auflösung der Phasengrenze

Parameter:	Systemdruck
Massenstrom	= konst. = $5 \text{ g / min}$
Dampfüberhitzung	= konst. = $150 \text{ K}$
Düsendurchmesser	= konst. = $3 \text{ mm}$
Vergrößerung	$5 \times$

Abb. 3: Begasungszustände.

## Ergebnisse und Diskussion

Die physikalischen Eigenschaften des Systems werden durch den Druck und die Dampfüberhitzung variiert, während die kinetische Energie durch den Massenstrom geändert wird. Diese Änderungen beeinflussen zusammen mit dem Düsendurchmesser das zeitabhängige Blasenwachstum, die geometrische Form der Blasen und den Ablösungsprozeß sowie die Wärme- und Stoffübertragung.

Der Einfluß des Systemdruckes auf Größe und Form der Blasen ist in Abb. 3 gezeigt. Bei einem Druck von 12 bar werden großvolumige Blasen gebildet. Die Steigerung des Druckes auf 40, 80 und 160 bar führt zur Verkleinerung des Tropfenvolumens. Bei einem Druck von 180 bar haben die Blasen ihre Axialsymmetrie verloren. Bei einer weiteren Drucksteigerung auf 212 bar ist eine Auflösung der Grenzflächenkonturen in einen diffusen Dampfstrahl zu beobachten.

### Blasengröße und Bildungsfrequenz

Die Tendenzen der experimentellen Ergebnisse sind: Die Blasengröße nimmt mit steigendem Systemdruck ab, zudem nimmt bei Steigerung des Massenstromes, des Düsendurchmessers sowie der Dampfüberhitzung die Blasengröße zu.

Für die Blasenoberfläche, deren Kenntnis eine wichtige Voraussetzung für die Berechnung der Wärme- und Stoffübertragung ist, wird die folgende Beziehung gefunden.

$$O = 1.913 \cdot 10^{-3} d^2 \left[ \frac{Fr}{Re^2 We^2} \left( \frac{Re}{(Eu Ec)^{1/2}} \right)^{5.35} \right]^{1/3} \quad (1)$$

Es sind vornehmlich die Trägheits-, Kapillar- und Auftriebskräfte sowie der Düsendurchmesser, die entscheidenden Einfluß auf die Blasengröße haben. Das Produkt  $(Eu Ec)$  ist unabhängig von Massenstrom und Geometrie und hat einen geringen Einfluß.

Die aus den Experimenten gewonnene Beziehung für die Blasenbildungsfrequenz ist in Gl. (2) gegeben.

$$f = 3.08 \cdot 10^{-2} (g/d)^{1/2} Re^{0.426} \quad (2)$$

Dabei ist  $f(d/g)^{1/2}$  als Strouhal-Zahl zu interpretieren, die den instationären Massenstrom durch die Düse charakterisiert. Die Ursache für den Übergang von der stationären in die instationäre Blasenbildung wird als ein Eigenschwingungsproblem erkannt. Der Umschlag im Blasenbildungsprozeß tritt ein, wenn die Eigenfrequenz der Kugelschwingung 3. Ordnung mit der Blasenbildungsfrequenz zusammenfällt (Abb. 4).

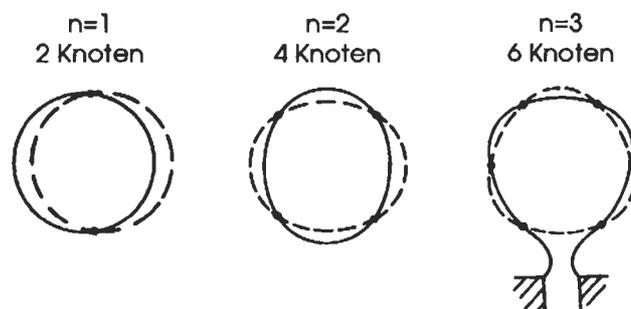


Abb. 4: Eigenschwingungen eines Kugelkörpers.

Auf der mit 2000 Bildern pro Sekunde aufgenommenen Bildfolge in Abb. 5 entspricht dies der mit einem Kreuz  $\times$  gekennzeichneten Einzelaufnahme. Durch das Zusammentreffen von Bildungs- und Eigenfrequenz der Blase vollzieht sich deren Ablösung mit besonderer Dynamik, so daß die nachfolgende Blase in ihrem Wachstum beeinflußt und mit der vorangegangenen in einer Doppelblase vereinigt wird. Auf die formelmäßige Darstellung des für die praktische Auslegung wichtigen Punktes des Einsetzens der instationären Begasung wird hier verzichtet.

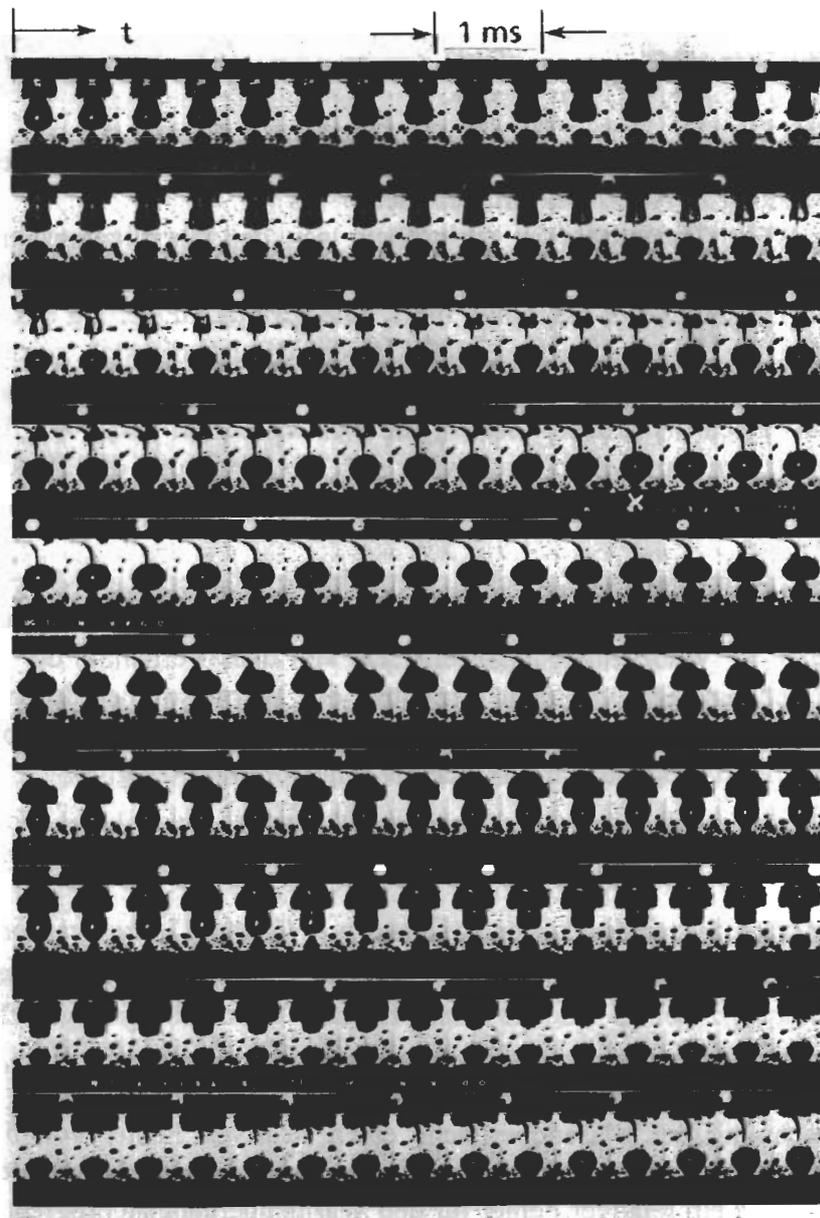


Abb. 5: Doppelblasenbildung.

## Wärmeübergang

Die Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten während der Blasenbildung wird mit folgenden Annahmen vorgenommen (Abb. 2):

- Im Innern der Blase herrscht eine räumlich gleiche und zeitlich veränderliche Temperatur  $T(t)$ .
- Das Temperaturgefälle zwischen Dampf und Wasser wird in einer dampfseitigen Grenzschicht abgebaut.
- Das Wasser befindet sich auf Siedetemperatur.

Mit diesen Annahmen wird eine über die Periode der Blasenbildung gemittelte Wärmeübergangszahl berechnet, für deren dimensionslose Darstellung sich der folgende Ausdruck ergibt.

$$Nu = \frac{\alpha b}{\lambda} = \frac{b}{\lambda} \frac{\dot{m} c_p}{0.7 \cdot O} \ln \left( \frac{T_0 - T'}{T_{AB} - T'} \right) \quad (3)$$

Die geometrische Länge ist hierbei mit dem Laplace-Koeffizienten  $b$ , dem Verhältnis von Grenzflächenspannung zu Auftriebskraft, gebildet.

Die Größe des Wärmeüberganges ist geringfügig von der Überhitzungstemperatur des Dampfes beeinflusst. Ebenso verursacht eine Steigerung des Massenstromes, die schließlich in den Bereich der instationären Begasung führt, eine geringe Steigerung des Wärmeüberganges. Des weiteren ist zu beobachten, daß kleinere Blasen, die sich während kürzerer Perioden an Düsen von 1.5 und 2 mm Durchmesser bilden, höhere Wärmeübergangskoeffizienten aufweisen als größere Blasen, die sich an Düsen von 3 mm Durchmesser bilden. Im untersuchten Parameterbereich wirkt sich die Steigerung des Systemdrucks am stärksten aus und führt zu einer wesentlichen Zunahme des Wärmeüberganges während der Blasenbildung.

Als Ergebnis der dimensionsanalytischen Betrachtung können die Meßergebnisse in Abhängigkeit von der Stanton-Zahl über der Reynolds-Zahl einheitlich dargestellt werden. Das bedeutet, daß der Wärmeübergangskoeffizient von dem Verhältnis der Nusselt-Zahl zur Peclet-Zahl abhängt, also von dem Verhältnis des Wärmestromes durch die Blasenrenzfläche zu dem Enthalpiestrom, der durch die Düse einströmenden Dampfmenge. Für den Wärmeübergangskoeffizienten ergibt sich die folgende Beziehung.

$$\alpha = B \frac{\dot{m} c_p}{b d} Re^M \quad (4)$$

In Abhängigkeit vom Systemdruck, der zwischen  $p = 40$  und  $120 \text{ bar}$  variiert, liegen die Meßwerte für die Oberfläche der ablösenden Blase bei  $250$  bis  $25 \text{ mm}^2$ , für die Blasenbildungsfrequenz bei  $25$  bis  $90 \text{ s}^{-1}$  und für den Wärmeübergangskoeffizienten bei  $0.1$  bis  $0.7 \text{ W} / (\text{cm}^2 \text{ K})$ .

Die Fehlerabschätzung der Meßwerte ergibt für die auf opto-mechanischer Auswertung basierende Berechnung der Blasenoberfläche einen relativen Fehler von 5 %. Für die Messung der Temperaturdifferenzen wird ein Fehler von 3 oder 5 % ermittelt. Mit diesen Werten errechnet sich ein relativer Fehler für den Wärmeübergangskoeffizienten von 8 bis 15 %. Die Fehler der gewonnenen Bestimmungsgleichungen liegen für die Berechnung der Oberfläche der ablösenden Blase unter 20 %, für die Blasenbildungsfrequenz unter 10 % und für den Wärmeübergangskoeffizienten bei 15 %. Auch bei Ausdehnung der Bereiche auf Systemdrücke unter  $40 \text{ bar}$  und über  $120 \text{ bar}$  sind die angegebenen Beziehungen anwendbar. Die Fehlergrenzen nehmen insbesondere für die Berechnung der Oberfläche und des Wärmeübergangskoeffizienten leicht zu.

## Lebenslauf



Name: Hans Schmidt  
Geburtsdatum: 8. März 1938  
Geburtsort: Alsbach/Bergstraße

1945 - 1949: Grundschule in Alsbach/Bergstraße  
1949 - 1958: Starkenburg-Gymnasium in Heppenheim/Bergstraße

03.03.1958: Reifeprüfung

April - Sept. 1958: Vorpraktikum in verschiedenen Industriefirmen

Okt. 1958 - März 1965: Maschinenbaustudium an der Technischen Hochschule Darmstadt, Diplomabschluß

ab 1. Juni 1965: Wissenschaftlicher Angestellter im Forschungszentrum Karlsruhe (vormals Kernforschungszentrum Karlsruhe)  
Arbeitsschwerpunkt: Direktwärmetausch in Dampferzeugern

26. Juni 1975: Promotion zum Doktor der Ingenieurwissenschaften an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH)

1976: Delegation nach Paris an das CEA-Zentrum Fontenay-aux-Roses

Etwa 10 Jahre Tätigkeit auf dem Gebiet der Zweiphasenströmungen;  
Schwerpunkt: Fluidodynamik von Gegenstromextraktoren

Mitarbeit im VDI-GVC-Fachausschuß "Extraktion"

1986 - 1987: Sabbatical an der Syracuse University in USA; dort u.a. erste Bekanntschaft mit überkritischen Fluiden

seit 1990 Tätigkeit auf dem Gebiet der überkritischen Fluide;  
Schwerpunkt: Stoffzersetzung in überkritischem Wasser (SCWO)



# **Zur Korrosion von austenitischen Stählen in Natrium-Kreisläufen**

von

**Manfred Schad**

aus

Frankfurt am Main

Tag des Kolloquiums: 2. Dezember 1977  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. H. Böhm

## **Zusammenfassung**

Das Hauptziel der Arbeit ist festzustellen, ob mit dem angedachten Diffusionsmodell Korrosionseffekte durch Natrium in Kreisläufen aus austenitischen Stählen berechnet werden können. Es werden Korrosionseffekte unter Natrium an austenitischen Stählen experimentell in einem Natriumkreislauf ermittelt. Parallel dazu wird auf der Basis des Diffusionsmodells ein Rechenverfahren entwickelt, mit dem die experimentellen Ergebnisse theoretisch überprüft werden. Es wird nachgewiesen, daß die untersuchten Effekte durch das Diffusionsmodell für Natrium mit einer Reaktorreinheit (Schneller Brüter) entsprechend 2–3 ppm Sauerstoffgehalt beschrieben werden können. Die bei dem Experiment untersuchten Oberflächen umfassen einen Temperaturbereich von 500°C bis 750°C. Untersucht werden die Stähle 1.4571 und 1.4488.

## Einleitung und Zielsetzung der Arbeit

Die Verwendung von flüssigem Natrium als Wärmetransportmittel für Schnelle Brutreaktoren genauso wie für konventionelle Industrieanlagen setzt für deren Betriebssicherheit voraus, daß alle vom Natrium verursachten Einflüsse und deren Folgen bekannt sind. Wenn diese von Bedeutung sind, müssen sie quantitativ erfaßbar sein, damit bei der Konstruktion von derartigen Anlagen die notwendigen Sicherheitsmaßnahmen getroffen werden können. Dies gilt besonders für das Materialverhalten und hier speziell für den Transport und den Austausch von Legierungselementen zwischen den mit dem Natrium in Kontakt befindlichen Anlageteilen und dem Natrium selbst.

Bis zur Durchführung dieser Arbeit wurden alle diesbezüglich festgelegten Konstruktionsvorschriften auf rein statistischer Basis ermittelt. Die damit verbundenen Versuche bringen Aufschluß über die charakteristischen Merkmale des Massentransports durch Natrium:

- Mit steigender Temperatur nimmt die Korrosionsrate zu.
- In Kreislaufteilen mit fallender Temperatur erhöht sich das Probengewicht.
- Mit zunehmender Natrium-Geschwindigkeit nimmt die Korrosionsrate bis zu einem bestimmten Wert zu.
- In Strecken mit unveränderlichen Betriebsparametern nehmen die Korrosionsrate und die Ablagerungsrate in Stromrichtung ständig ab: "Downstream Effect".
- Anhand von Elementenprofilen in der Probenoberfläche zeigt sich, daß die Legierungselemente individuell abwandern.
- In Probehalterketten zeigen die Proben nach einem Kupplungsstück höhere Korrosionsraten als die Proben am Ausgang des vorangegangenen Probehalters.
- Die Korrosionsrate ist um so größer, je höher der Natrium-Sauerstoffgehalt ist.

Alle diese Beobachtungen deuten darauf hin, daß der Massentransport in Austenit-Natrium-Systemen primär durch Diffusionsprozesse bestimmt wird.

Die Fragestellungen der Arbeit ist deshalb:

- Wird der Massentransport in Austenit-Natrium-Systemen tatsächlich von der Diffusion bestimmt?
- Welche Auswirkung hat der Natrium-Massentransport auf Bauelemente von Wärmetransport-Systemen?

Um die gesetzten Ziele zu erreichen, wird ein Natrium-Versuchskreislauf aufgebaut, in dem hohe Korrosionsraten zu erzeugen sind. Weiterhin wird ein Rechenprogramm ausgearbeitet, welches die erzielten Korrosionseffekte mit den bis dahin bekannten Daten für derartige Diffusionsvorgänge berechnen kann.

## Diffusionsmodell

Diffusionsprozesse sind Vorgänge, bei denen sich Konzentrationsunterschiede ausgleichen. Der Ausgleichsprozeß wird dabei durch einen Diffusionskoeffizienten und das vorhandene Konzentrationsgefälle bestimmt. Im Falle des Natrium-Austenit-Systems findet der Ausgleich zwischen den Konzentrationen der Legierungselemente in der Wand und den Konzentrationen im vorbeifließenden Natrium statt.

Der Diffusionsprozess an irgendeiner Stelle im korrodierenden Teil eines Natriumkreislaufes geht von einer Anfangsphase langsam in eine Endphase über. Dies ist in Abb. 1 dargestellt. Während der Anfangsphase bestimmen die Diffusionsvorgänge im Natrium für alle Legierungselemente die lokalen Korrosionsraten. Die möglichen Legierungselementenströme aus der Wand sind zu Beginn nicht durch deren innere Diffusions-

gegebenheiten begrenzt, sondern sind alleine von der Aufnahmefähigkeit des Natriums abhängig.

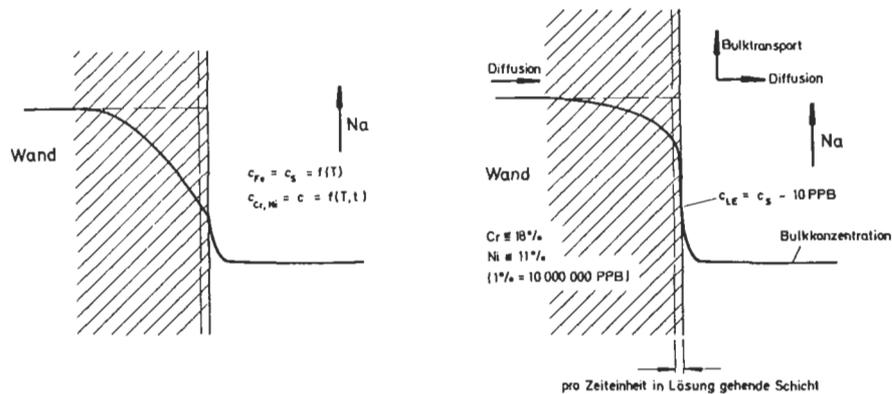


Abb. 1: Anfangsphase: Der Massentransport im Natrium bestimmt die Korrosionsrate (links); Endphase: Außer für Eisen bestimmt Diffusion in Wand die Korrosionsrate (rechts).

Die Aufnahmefähigkeit des Natriums ergibt sich aus den Konzentrationsunterschieden des betreffenden Bestandteiles in der Wand und der Natriumstrommitte. An der Wand ist wegen der Haftbedingung die Geschwindigkeit im Natrium Null. Das Natrium ist somit an der Wand gesättigt, wenn die Wandkonzentrationen über den Sättigungskonzentrationen des Natriums liegen. Die Konzentrationsunterschiede im Natrium für die einzelnen Legierungselemente werden deshalb nach oben durch die Sättigungskonzentrationen an der Wand und nach unten durch die Bulkkonzentration des fließenden Natriums begrenzt. Solange genügend Legierungselemente in der Wand frei werden, werden somit die Korrosionsraten von der Natriumseite her bestimmt.

Für alle Legierungselemente sind die Natrium-Diffusionsgrößen im Temperaturbereich zwischen  $400^\circ C$  und  $800^\circ C$  in etwa gleich. Der Eisenanteil im Austenit ist sehr hoch ( $\approx 70\%$ ). Deshalb reduziert sich der prozentuale Anteil der geringer vorhandenen Elemente. Eine Ferritschicht wird gebildet. An der Wand bleibt dadurch das Natrium für Eisen immer gesättigt.

Austenit ist ein zum größten Teil aus Eisen bestehendes Mischkristall. Mit der in Lösung gehenden Eisenschicht werden dadurch gleichzeitig die darin enthaltenen Legierungselemente frei. Diese freiwerdenden Legierungselementenmengen können jedoch die Aufnahmefähigkeit des Natriums nicht decken. Daher wird die Differenz aus der Wand nachdiffundieren. Dieser Prozeß setzt sich fort, bis sich die Konzentrationsprofile der Legierungselemente in der Wand so weit verflacht haben, daß die Diffusionsvorgänge in der Wand den Ausgleich zwischen dem möglichen Abtransport im Natrium und den durch die zurückschreitende Wand freiwerdenden Legierungselemente nicht mehr decken können. Danach sinken die Konzentrationen, außer für Eisen, an der Wand unter die Sättigungsgrenzen, und die Korrosionsraten werden von den Vorgängen in der Wand mitbeeinflusst.

Die Endphase des Massentransportes, das heißt des Korrosionsprozesses, ist erreicht, wenn sich ein Gleichgewicht zwischen Wanddiffusion, Zurückschreiten der korrodierenden Oberfläche und Abtransport im Natrium eingestellt hat.

## Neue und wesentliche Ergebnisse

Ein Vergleich zwischen den durch die Versuche erzeugten und den mit dem Diffusionsmodell errechneten Probengewichtsverlusten und ein Vergleich der Konzentrationsveränderungen der wichtigsten Legierungselemente Chrom und Nickel in der Wand zeigt Tabelle 1. Die Größenordnung stimmt überein. Die Verluste nehmen mit steigender Temperatur, Natriumgeschwindigkeit und Zeit zu. Die Temperatur ist der dominierende Faktor.

Tabelle 1: Probengewichtsverluste und Konzentrationsveränderungen.

Vers.	°C	U/min	Probe	Material	h	mg <sub>N</sub>	mg <sub>D</sub>	%
1	750	558	B	4571	290	6.52	4.51	+41
		1116	1		290	9.72	7.31	+13
3	750	1116	B2	4571	295	10.47	7.44	+40
		1116	12		295	6.69	7.44	-10
2	750	558	2	4571	594	10.66	9.24	+15
		1116	A		594	13.66	15.1	-10
6	720	1116	A3	4571	296	6.69	3.74	+44
		2232	23		296	8.59	5.81	-2
5	690	1116	B3	4571	283	3.26	2.85	+14
		2232	13		283	4.19	4.28	-2
7	750	558	B4	4571	921	10.05	14.3	-30
		1116	14		982	17.07	24.8	+31
4	750	558	A2	4988	245	5.67	3.82	+48
		1116	22		245	8.77	6.18	+42

In Abb. 2 sind beispielhaft typische Chrom- und Nickelkonzentrationsprofile von Proben zusammen mit den Ergebnissen der Modellrechnungen dargestellt. Sie stimmen weitgehend überein. Charakteristisch ist der Wiederanstieg der Chromkonzentration nahe der Oberfläche, was nicht dem Diffusionsmodell entspricht. Diesen Wiederanstieg zeigen sowohl die spektralanalytischen als auch die Röntgen-Spektrometer-Untersuchungen. Der Chromanstieg ist mit einer herstellungsbedingten Kohlenstoffanreicherung nahe der Oberfläche verbunden. Der zusätzliche Kohlenstoff verbindet sich mit Chrom zu Chromkarbidmolekülen, die wegen ihrer Größe nicht am Diffusionsprozeß teilnehmen, während das ungebundene Chrom ungehindert in Richtung Natrium diffundieren kann.

Typische errechnete Profile für die Geschwindigkeit, die Diffusionskonstanten im Natrium, sind in der weiteren Abb. 3 dargestellt. Man kann daraus erkennen, daß in der laminaren Grenzschicht der Hauptwiderstand gegen einen Konzentrationsausgleich zwischen Wand und Strömungsmitte liegt. Bedingt durch den rapiden Anstieg des Diffusionskoeffizienten ist über die laminare Grenzschicht hinaus kein nennenswerter radialer Konzentrationsgradient mehr vorhanden.

Abbildung 4 zeigt als Beispiel die berechneten Korrosionsraten und den Wandstärkeverlust ( $\sim 25 \mu\text{m/a}$ ) entlang eines Brennstabmodells. Sofort nach dem Erreichen der maximalen Temperatur nimmt die Korrosion ab ("Downstream Effect"). Die Natrium-Sättigungsgrenze bleibt konstant, die Konzentration wächst weiter, wodurch sich der radiale Konzentrationsgradient reduziert.

In Abb. 5 sind die in Verbindung mit Korrosionsraten entlang eines Brennstabmodells errechneten Konzentrationsveränderungen in der Hüllrohrwand dargestellt. Als unerwartetes Resultat der Berechnungen ergibt sich, daß selbst nach 10 000 Stunden die Chrom- und Nickelkonzentration in der Wandoberfläche an keiner Stelle auf die Sättigungskonzentration des Natriums absinkt und sich eine konstante Korrosionsrate einstellt. Dieser Effekt ist

rechnerisch nur nachvollziehbar, wenn gegenüber der Literatur verringerte Diffusionskonstanten in der Wand angesetzt werden. Dies bedeutet, daß die Diffusionskonstanten genauer bestimmt werden müssen.

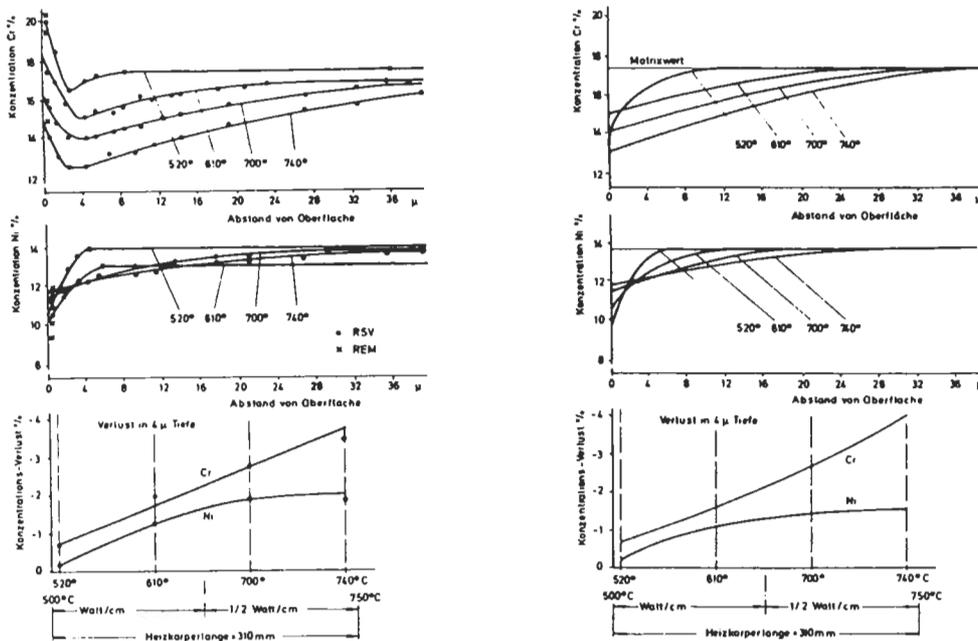


Abb. 2: Chrom- und Nickel-Profile nach 982 h. Links: Natrium, Rechts: Diffusionsmodell.

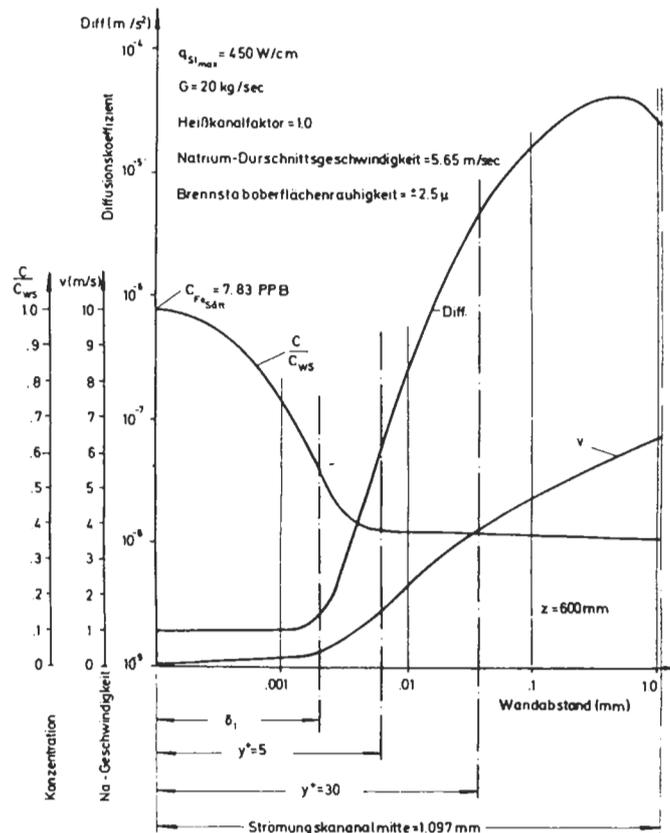


Abb. 3: Brennstabmodell.

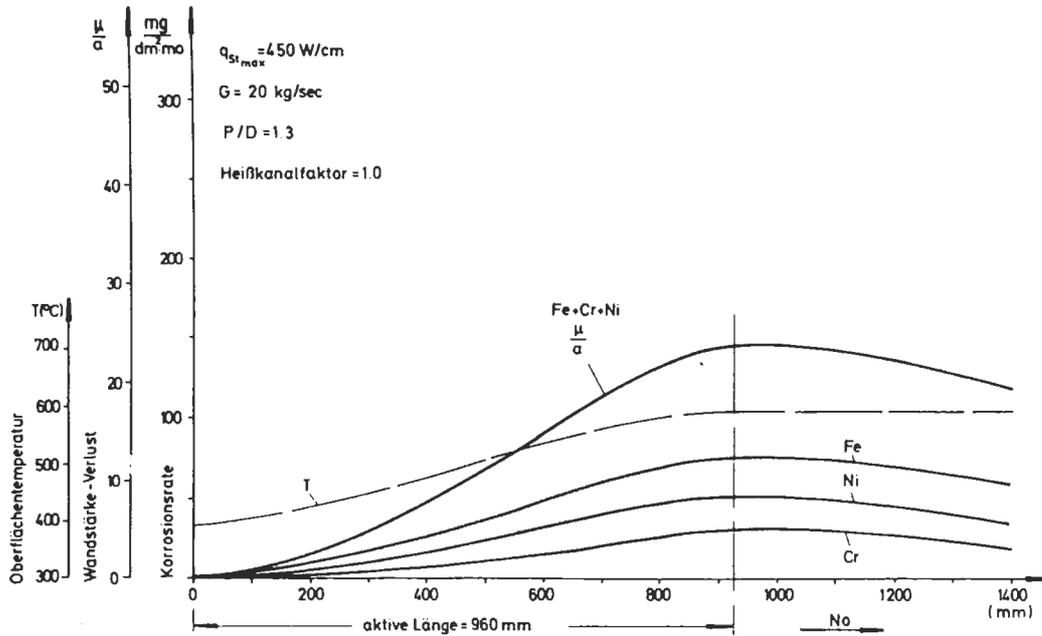


Abb. 4: Korrosionsraten entlang eines Brennstabmodells.

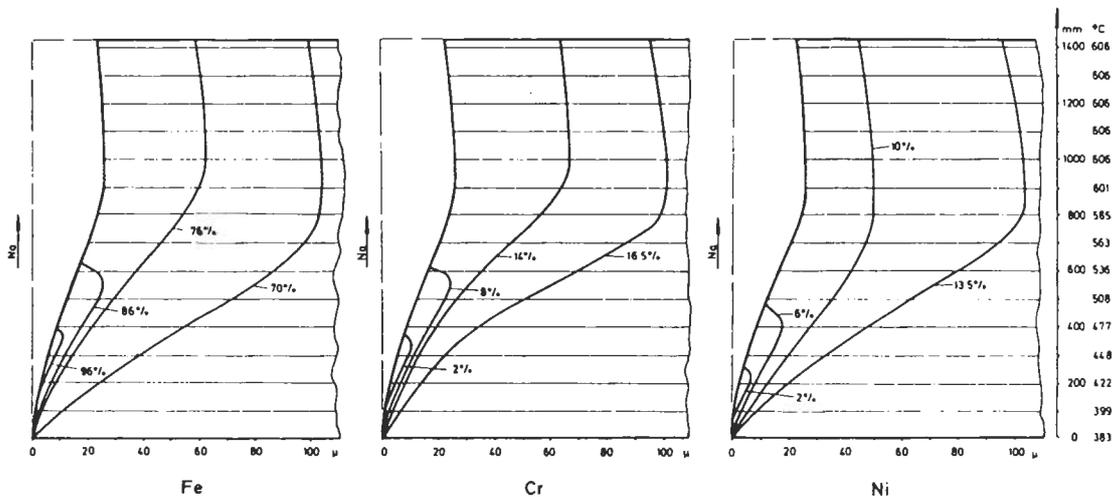


Abb. 5: Konzentrationsprofile in einem Brennstabhüllrohr (Diffusionsmodell): 10 000 h,  $q_{max} = 450 \text{ W/cm}^2$ ,  $g = 20 \text{ kg/s}$ ,  $P/D = 1.3$ , Heißkanalfaktor 1.398, Werkstoff 1.4988.

## Diskussion und Schlußfolgerung

Alle typischen Merkmale der Natriumkorrosion können durch das Modell rechnerisch erfaßt werden. Dabei stimmen die rechnerischen mit denen durch Versuche ermittelten Korrosionswerte in guter Näherung überein. Darüber hinaus ist es möglich, den sogenannten "Downstream Effect" nachzuvollziehen.

Das Diffusionsmodell ist somit in der Lage, die typischen Merkmale der Natriumkorrosion bei einem Natrium-Sauerstoff-Gehalt zwischen 0.5 bis 2.5 ppm weitgehend quantitativ darzustellen. Zu seiner Verbesserung müssen jedoch die Sättigungsgrenzen aller Legierungselemente sowie der Diffusionskoeffizienten genauer bestimmt werden.

## Lebenslauf



Geboren am 29. August 1936 in Frankfurt/Main

- |                |   |
|----------------|---|
| 1942 - 1950    | Volksschule Berlichingen/Jagst  |
| 1950 - 1952    | Landwirtschaftlicher Gehilfe  |
| 1952 - 1955    | Blechslosserlehrling im Chemischen Apparatebau bei der Firma<br>Messer & Co. in Frankfurt/Main  |
| 1955 - 1959    | Staatliche Ingenieurschule Frankfurt/Main Abschluß: Maschinenbauingenieur   |
| 1960 - 1964    | Konstruktionsingenieur und Projektleiter für Autolackierstraßen bei<br>Werner & Pfleiderer in Stuttgart   |
| 1965 - 1971    | Entwicklungsingenieur für Schnelle Brüter Reaktorkomponenten,<br>Planen, Durchführen und Auswerten von Natrium-Korrosionsver-<br>suchen bei General Electric in San Jose, Kalifornien |
| 1966 - 1970    | Santa Clara Universität in Kalifornien<br>Abschluß: Master of Science in Mechanical Engineering   |
| 1971           | University of California, Berkeley<br>Studium: Nuklear Technik und Metallurgie  |
| 1972 - 1976    | Doktorarbeit am Institut für Reaktorbauelemente<br>Kernforschungszentrum Karlsruhe  |
| 1976 - 1978    | Abteilungsleiter Chemischer Anlagenbau und Nukleartechnik bei<br>Leybold Heraeus in Hanau/Main  |
| 1978 - 1981    | Projektleiter Entwicklung des Gasgekühlten Hochtemperatur Reaktors<br>bei General Electric in San Jose, Kalifornien   |
| 1981 - 1994    | Projektleiter in der Forschungs- und Entwicklungsabteilung der Firma<br>Lurgi in Frankfurt/Main   |
| ab Sommer 1994 | selbständig; Gründung der RSR-Consulting International Engineering<br>Company.  |



# **Untersuchungen zur Reduzierung der Strahlenbelastung des in Kernkraftwerken eingesetzten Personals**

von

**Norbert Eickelpasch**

aus

Beckum in Westfalen

Tag des Kolloquiums: 08. Februar 1978  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferenten: Prof. Dr. rer. nat. H. Kiefer  
Prof. Dr. phil. A. Birkhofer

## **Zusammenfassung**

Die Strahlenbelastung des in Kernkraftwerken eingesetzten Personals wird vornehmlich durch die Strahlenquellen bei abgeschalteter Anlage bestimmt. Die Ursache dieser Strahlenquellen wird experimentell und theoretisch analysiert. Aus dieser Erkenntnis werden betriebliche Einflußmöglichkeiten zu deren Reduzierung vorgeschlagen. Zudem wird nachgewiesen, daß eine detaillierte tätigkeitsbezogene Erfassung und Verwertung von Reparaturdosen ein wirksames Hilfsmittel zur Minimierung der Personenbelastung ist.

## Kurzdarstellung der wesentlichen Ergebnisse

Die Strahlenbelastung des in Kernkraftwerken eingesetzten Personals wird vornehmlich durch Inspektion- und Reparaturarbeiten bei abgeschalteter Anlage bestimmt. Dies wird durch eine entsprechende Analyse bei den Kernkraftwerken Gundremmingen KRB und Biblis A bestätigt. Die Strahlenbelastung läßt sich einerseits durch Verminderung der Intensität des Strahlenfeldes und andererseits durch Verringerung der Expositionszeit reduzieren.

Die Analyse des Strahlenfeldes unter Einbeziehung von Messungen in den Anlagen KRB und Biblis A zeigt, daß bei abgeschalteter Anlage

- die Aktivierung von Korrosionsprodukten und ihre Wechselwirkung mit den Systemoberflächen des Primärkreises im wesentlichen die Strahlenquellen bewirken, und
- die Erzeugung und Verteilung dieser Strahlenquellen durch planungstechnische und betriebliche Maßnahmen beeinflusst werden kann.

Eigene Auswertungen experimenteller Untersuchungen von Ablagerungsproben an Brennelementen und aus dem Primärkreissystem der KRB-Anlage und von an anderer Stelle durchgeführten ähnlichen Untersuchungen weisen darauf hin, daß die chemische und aktivitätsmäßige Zusammensetzung der Ablagerungsschicht in verschiedenen Schichttiefen stark unterschiedlich ist und mit zunehmender Betriebszeit Aktivität ins Grundmaterial eindringt. An KRB-Proben wurde eine Eindringgeschwindigkeit von  $1 \text{ mm/Jahr}$  ermittelt. Der Vorgang der Ablagerungs- und Austauschprozesse der im Kühlmittel vorhandenen aktivierten Korrosionsprodukte an den Systemoberflächen ist im Detail bisher zu wenig verstanden, um zuverlässig rechnerisch erfaßt werden zu können. Weitere Forschungen sind hier notwendig.

Die Quellstärken der aktivierten Korrosionsprodukte im Reaktorwasser sind dagegen berechenbar. Für KRB wird ermittelt, daß zwei Quellterme von Bedeutung sind:

- Die Aktivierung der Konstruktionsmaterialien in der Bestrahlungszone des Reaktors und anschließende Abgabe dieser Aktivierungsprodukte in den Kreislauf.
- Die Zwischenablagerung von inaktiven Korrosionsprodukten aus dem System auf den Brennelementen, deren Aktivierung und anschließende Abgabe in den Kreislauf.

Gestützt auf Meßergebnisse an Ablagerungsproben von KRB-Brennelementen in den Heißen Labors der UKAEA in Winfrith wird für den Quellterm 2 eine Zwischenablagerungszeit der Korrosionsprodukte auf den Brennelementoberflächen von 100 Tagen berechnet. Es wird nachgewiesen, daß mit zunehmender Betriebszeit der Quellterm 1 an Gewicht zunimmt. Aus diesem Grunde ist die Materialwahl, insbesondere im Strahlungsbereich des Kernes, eine wichtige planungstechnische Maßnahme.

Wie Dosisleistungsmessungen an Rohrleitungen und Systemen der Anlagen KRB und Biblis A zeigen, führen Störstellen in der Leistungsführung, wie zum Beispiel Armaturen und Krümmer, zu starken Erhöhungen des Strahlenfeldes. Dieser Effekt wird durch strömungsbedingte Veränderungen des Ablagerungsvorganges der radioaktiven Korrosionsprodukte erklärt.

In der Planungsphase kann durch zweckentsprechende Anordnung von Systemen, Armaturen und Rohrleitungen und durch das Vorsehen von Abschirmwänden im Bereich der Strahlungsmaxima das Strahlenfeld in begehbaren Räumen niedrig gehalten werden.

Wesentliche betriebliche Einflußgrößen auf die Strahlenquellen sind die Kühlmittelreinigung und die Betriebsweise des Reaktors vor der Abschaltung.

Die Wirksamkeit der bisherigen Kühlmittelreinigungssysteme wird für den genannten Zweck als verbesserungsbedürftig angesehen. Die üblichen Durchsätze der Reaktorwasser-

reinigungsanlagen erscheinen zur Verminderung der Ablagerungen an Systemoberflächen grundsätzlich als zu niedrig.

Wie am Beispiel von Messungen an der Anlage KRB gezeigt wird, durchlaufen außer den Spaltprodukten auch die Konzentrationen der Korrosionsprodukte nach Abschaltung der Anlage einen "Abschalt-Peak". Verlauf und Höhe dieser Aktivitätsspitzen sind durch die Methode des Abfahrens beeinflussbar. Weitere Untersuchungen zum Verständnis der Zusammenhänge werden empfohlen.

Die Analyse der Strahlenbelastung des Personals, durchgeführt am Beispiel von Untersuchungen in den Kernkraftwerken Gundremmingen (KRB) und Biblis A weist auf praktische Wege der Reduzierung der Personenbelastungen bei vorgegebener Intensität der Strahlenquellen hin.

Als neuartiges, sehr wirksames Werkzeug zur Verbesserung der Arbeitsorganisation und einer damit verbundene Reduzierung der Strahlenbelastung wird die detaillierte, tätigkeitsbezogene Erfassung von Reparaturdosen vorgestellt. Für die KRB-Anlage wurde während der 5 monatigen Abschaltzeit 1976 (Austausch des defekten Speisewasserverteileres) eine Gesamtdosis von 677 rem zu 90 % mit einer Auflösung von 10 mrem aufgeschlüsselt und bestimmten Tätigkeiten zugeordnet. Die Auswertung dieser Information ergibt unmittelbare Hinweise zur Optimierung der Arbeitsvorbereitung und der Kontrolle des Arbeitsablaufes. Aufgrund dieser Erfahrungen wird eine Methode zur Erfassung, Handhabung und Verwertung tätigkeitsbezogener Reparaturdosen in Kernkraftwerken abgeleitet.

## Lebenslauf

Am 28. Januar 1935 wurde ich als zweites Kind des Rektors Hans Eickelpasch und seiner Ehefrau Käthe, geb. Hammer, in Beckum i. W. geboren.



Mit 6 Jahren kam ich in die Volksschule, die ich 4 Jahre besuchte. Anschließend ging ich 9 Jahre zum Gymnasium und legte im März 1955 am Neusprachlichen Gymnasium in Ahlen die Reifeprüfung ab. Im Sommersemester 1955 begann ich mein Physikstudium an der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule in Aachen, wo ich im November 1957 die Diplom-Vorprüfung und im Mai 1961 die Diplom-Hauptprüfung ablegte. Von August 1961 bis September 1963 war ich als Reaktorphysiker bei der AEG in Frankfurt/Main in der Abteilung für Kernenergieanlagen tätig. Hier beschäftigte ich mich hauptsächlich mit der physikalischen und thermodynamischen Auslegung von Reaktoren. Von der AEG wechselte ich zum Technischen Überwachungsverein München, wo ich bis zum 30. September 1967 in der Abteilung für Kernenergie und Strahlenschutz tätig war. Meine Arbeit umfaßte die sicherheitstechnische Beurteilung von Störfällen bei verschiedenen Leistungsreaktoren. Ab dem 1. Oktober 1967 bin ich beim Kernkraftwerk Gundremmingen angestellt, wo ich insbesondere für die Bereiche Physik, Chemie und Strahlenschutz verantwortlich bin. Ab 1990 veränderte ich meinen Arbeitsbereich mit den Schwerpunkten Qualitätssicherung, Langzeitbetriebsverfolgung, Demontage von KRB A und Öffentlichkeitsarbeit. Ab 1994 bin ich als Geschäftsführer des Versuchsatomkraftwerkes Kahl (VAK) zusätzlich verantwortlich für die Demontage dieses Kraftwerks.

Im Juli 1961 heiratete ich Barbara Watzlawczik. Aus der Ehe gingen zwei Kinder hervor, eine Tochter, geb. am 9. Juli 1962, und ein Sohn, geb. am 27. Dezember 1964.

# **Experimentelle Untersuchungen turbulenter Strömungen in axial durchströmten Stabbündeln ohne und mit gitterförmigen Abstandshaltern**

von

**Gustav Trippe**

aus

Schömberg / Calw

Tag des Kolloquiums: 28. Mai 1979  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferent: Priv.-Doz. Dr.-Ing. K. Rehme

## **Zusammenfassung**

Im Rahmen dieser Arbeit werden allgemeingültige Berechnungsverfahren und Beziehungen für die Strömungsverteilung in axial durchströmten Stabbündeln entwickelt. Mit Hilfe dieser Beziehungen können geometrisch ähnliche Stabbündel hydraulisch mit guter Genauigkeit ausgelegt werden. Die Experimente konzentrieren sich auf hexagonale Stabanordnung und gitterförmige Abstandshalter. Um die Ergebnisse auf geometrisch ähnliche Anordnungen übertragen zu können, werden in systematischer Vorgehensweise zunächst der klassische, voll eingelaufene Strömungszustand realisiert und anschließend die dreidimensionale Strömungsumverteilung durch Störkörper wie Abstandshalter untersucht.

## Zielsetzung der Arbeit

Bei der thermo- und fluiddynamischen Auslegung von flüssigmetallgekühlten Reaktorbrennelementen hat sich das Fehlen experimentell abgesicherter Kenntnisse über dreidimensionale Strömungsvorgänge in Stabbündeln mit gitterförmigen Abstandshaltern als ein gewichtiges Problem erwiesen. Zur Schließung dieser Wissenslücke werden in einem Bündelmodell mit 19 Stäben detaillierte Messungen der lokalen Geschwindigkeiten durchgeführt. Als Meßsystem dient die Pitot-Differenzdruck-Meßmethode. Die experimentellen Untersuchungen sollen erste Aussagen zur Übertragbarkeit auf geometrisch ähnliche Geometrieverhältnisse liefern.

## Neue und wesentliche Ergebnisse

### Untersuchtes Brennelement-Modell

Um einen direkten Bezug zur Anwendung zu gewinnen, wird ein Brennelement-Modell gewählt, das aus Wand- und Eckkanälen (Kastenwandzone und Bündelrandzone) und mehreren Reihen von Zentralkanälen (Bündelzentralzone) besteht. Somit sind Aussagen zur Ausbreitung von Störungen aus der Randzone in die Bündelzentralzone zu gewinnen. Das untersuchte Brennelement-Modell ist ein 19-Stabbündel, das im Querschnitt in Abb. 1 dargestellt ist. Die charakteristischen fünf Unterkanäle (1: Eckkanal, 2: Wandkanal, 3-5: Zentralkanal) sind angegeben.

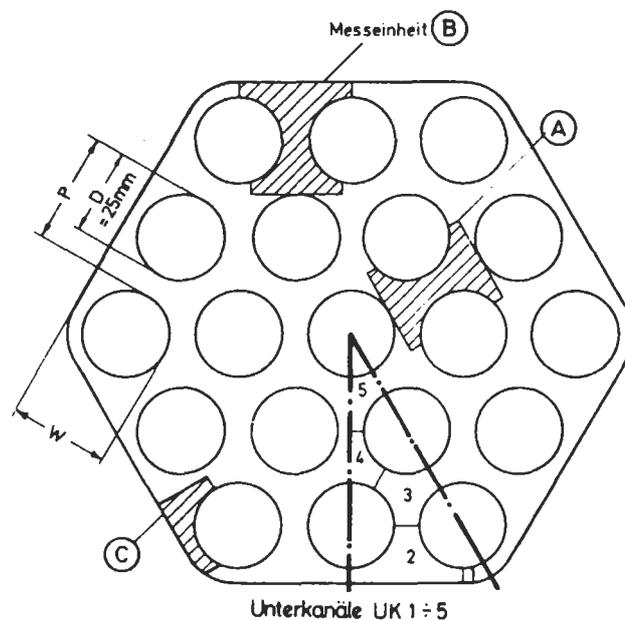


Abb. 1: Untersuchtes Brennelement-Modell,  $P/D = 1.3$ ,  $W/D = 1.17$ .

### Voll eingelaufene Strömungsverteilungen als Referenzzustände

Im ersten Teil der Arbeit wird der von Abstandshaltern unbeeinflusste und voll eingelaufene Strömungszustand untersucht. Daraus kann eine einfache Beziehung zur Aufteilung des Massenstroms auf die Unterkanäle eines Stabbündels hergeleitet werden, die eine schwache Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl besitzt. Diese Beziehung erlaubt eine schnelle, überschlägige Berechnung der ungestörten, eingelaufenen Massenstromverteilung in geometrisch ähnlichen Bündeln. Durch Auswertung weiterer, der Literatur entnom-

menen Experimente können empirische Zusammenhänge für die lokale Geschwindigkeitsverteilung innerhalb der Unterkanäle gefunden werden. Ein Zusatzergebnis ist der hiermit erstmals gelieferte Nachweis, daß zwei verfügbare Rechenprogramme in der Lage sind, die ungestörte und die voll eingelaufene Strömung gut zu beschreiben. Ein Vergleich zwischen Experiment und Rechnung für die voll eingelaufene Strömung im 19-Stabbündel zeigt Abb. 2.

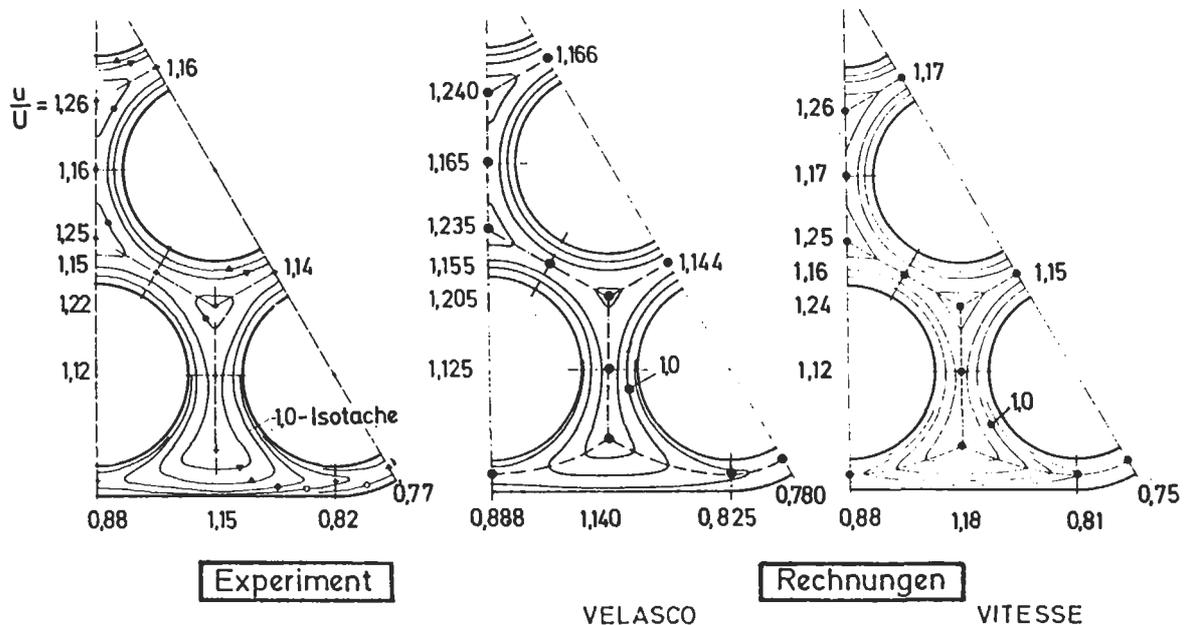


Abb. 2: Vergleich zwischen Experiment und Rechnung für die voll eingelaufene Strömung im 19-Stabbündel bei  $Re = 6 \cdot 10^4$ .

### Wirkung gitterförmiger Abstandshalter mit unterschiedlichen Versperrungen

Im zweiten Teil wird die Wirkung gitterförmiger Abstandshalter untersucht. Die von den Abstandshaltern verursachten, dreidimensionalen Strömungsvorgänge können vollständig erfaßt und physikalisch gedeutet werden. Das vertiefte Verständnis dieser Strömungsprozesse kann nun zur Verbesserung der in den Auslegungsprogrammen verwendeten Modellvorstellungen dienen. Ein Beispiel für die Entwicklung der lokalen Strömungsverteilung vor und nach einem gitterförmigen Abstandshalter zeigt Abb. 3.

Als vorrangige Einzelergebnisse der Untersuchungen sind quantitative Beziehungen zwischen den durch einen Abstandshalter verursachten Massenstromänderungen in der Bündelrandzone und seiner Geometrie zu nennen. Die Übertragbarkeit auf geometrisch ähnliche Bündelgeometrien wird diskutiert und abgegrenzt. Es wird gezeigt, wie der Massenstrom in der Bündelrandzone durch im Bündel aufeinander folgende Abstandshalter wie erwünscht mit der Lauflänge verringert werden kann. Eine merkliche Abhängigkeit der Strömungsvorgänge von der Reynolds-Zahl wird für den in der Anwendung relevanten Bereich von  $3 \cdot 10^4 \leq Re \leq 6 \cdot 10^4$  nicht festgestellt.

### Schlußfolgerung

Durch die systematische Auswertung von Meßdaten kann mit Hilfe geeigneter Rechenprogramme die thermohydraulische Auslegung von Wärmetauschprozessen in geometrisch ähnlichen Geometrieverhältnissen deutlich verbessert erfolgen.

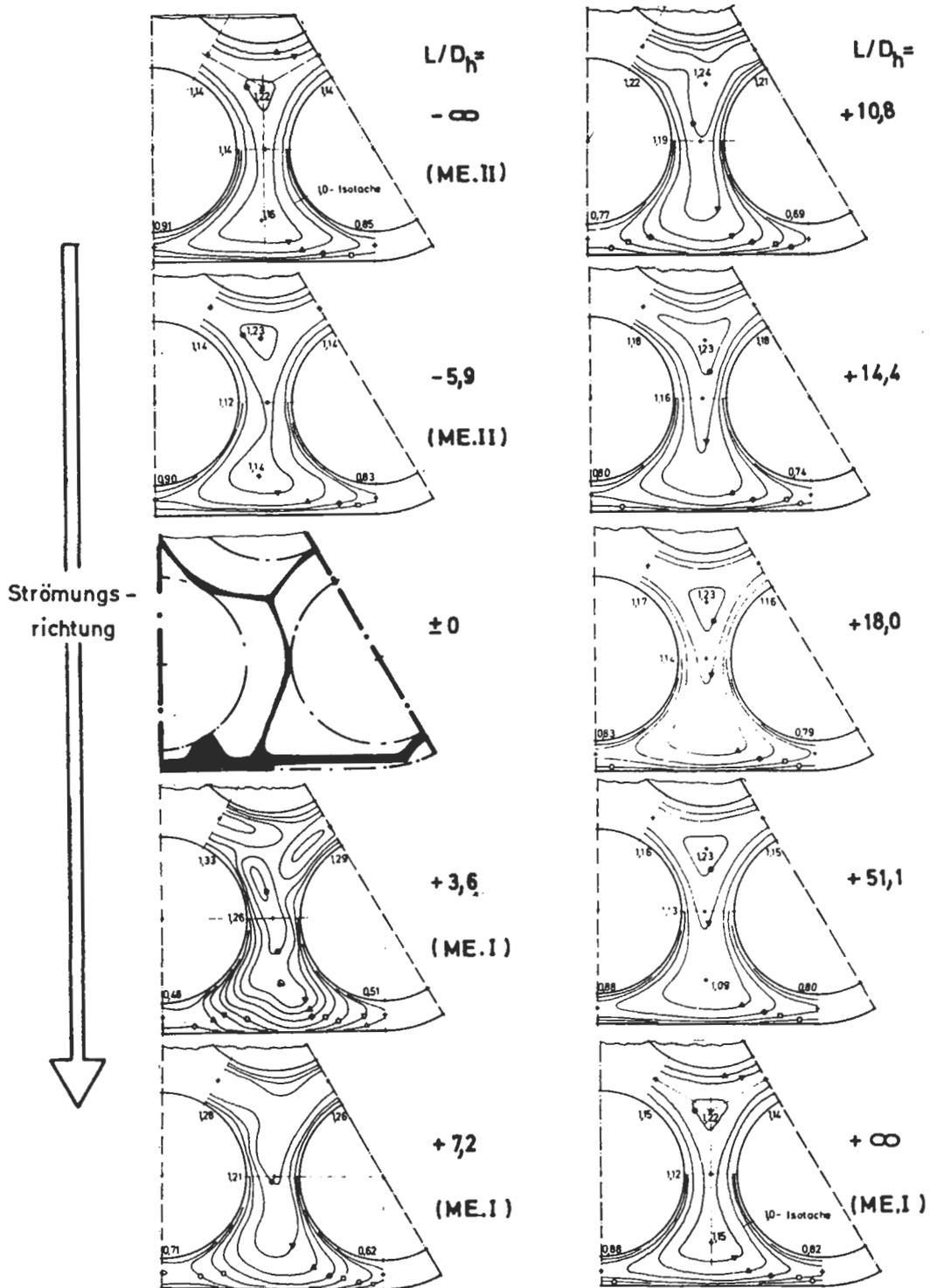


Abb. 3: Störung und Rückbildung der lokalen Geschwindigkeitsfelder  $u/U$  durch Abstandshalter. Original Abstandshalter:  $Re = 6 \cdot 10^4$ .

## Lebenslauf



Gustav Trippe

16.10.1947

Geburt in Neuenbürg/Württemberg,  
beide Eltern Betriebswirt

Oktober 1966

Abitur am Gymnasium Neuenbürg,  
naturwissenschaftliche Vertieferrichtung

parallel zur Schule ständige Mitarbeit im großelterlichen  
Heizungsbau-Sanitär-Handwerksbetrieb

Jan. 1967 - Juni 1968

Wehrdienst in technischen Einheiten der Bundeswehr; dort  
gewählter Kompaniesprecher und Reserveoffizierslaufbahn

Okt. 1968 - Okt. 1973

Studium des Maschinenbaus an der Universität Karlsruhe (TH)  
(10 Semester)

parallel zum Studium intensive hochschulpolitische Tätigkeiten  
und zahlreiche Ämter in studentischer Selbstverwaltung sowie  
Universitätsgremien

1974 - 1979

freiberufliche Tätigkeit als planender Ingenieur im Bereich  
technische Gebäudeausrüstung

parallel dazu eigenfinanzierte Promotion im Bereich  
Thermofluidodynamik über IRB/Kernforschungszentrum Karlsruhe  
an der Universität Karlsruhe (TH)

1979 - 1987

freiberufliche Ingenieurertätigkeiten in den Bereichen technische  
Gebäudeausrüstung, rationelle Energienutzung, Thermo- und  
Fluidodynamik, Kerntechnik, dabei zunehmend auch Entwicklungs-  
aufträge

seit Januar 1987

Geschäftsführer der D.T.I. Dr. Trippe Ingenieurgesellschaft mbH  
mit dem Schwerpunkt wissenschaftlich-technische Dienst-  
leistungen auf folgenden Sektoren:

- ° Umwelt- und Energietechnik
- ° Automatisierungs- und Handhabungstechnik
- ° Datenverarbeitung- und Rechnerkommunikation,

mit multidisziplinärem Team erfolgen vorrangig Auftrags-  
entwicklungen und innovative Problemlösungen für die Praxis;

D.T.I. beschäftigt seit 1990 ca. 35 Mitarbeiter verschiedener  
Fachrichtungen



# **Ausbreitung von Temperaturstörungen in begrenzter Strömung hinter einem Düsenblock**

von

**Lambert Krebs**

aus

Freiburg im Breisgau

Tag des Kolloquiums: 27. Juni 1979  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferenten: Prof. Dr.-Ing. A. Walz  
Prof. Dr.-Ing. K. Bremhorst

## **Zusammenfassung**

Die frühzeitige Erfassung von Kühlungsstörungen im Brennelement eines natriumgekühlten Brutreaktors ist aus Sicherheitsgründen unerlässlich. Eine Möglichkeit hierfür besteht in der Messung und Analyse der Kühlmitteltemperatur am Brennelementaustritt. Zur Beurteilung des Potentials dieser Methode ist die Kenntnis der Strömungsvorgänge hinter dem Brennelement erforderlich. Als fluiddynamisches Modell eines Brennelementes wird ein Düsenblock verwendet, dessen Bohrungen den Teilkanälen zwischen den Brennstäben entsprechen. Die Untersuchungen werden in Wasser durchgeführt, das im Vergleich zu Natrium ähnliche kinematische Eigenschaften jedoch eine wesentlich kleinere molekulare Wärmeleitung aufweist. In der Arbeit wird ein Gradienten-Diffusionsmodell zur Beschreibung des Temperaturfelds hinter dem Düsenblock entwickelt. Ein Vergleich von Messung und Rechnung liefert gute Übereinstimmung. Es ermöglicht die Übertragung auf Natrium als Fluid.

## Einleitung

Ein denkbarer Störfall während des Betriebs eines natriumgekühlten Brutreaktors ist die Blockade eines Brennelementes. Das Auftreten einer Blockade kann möglicherweise durch die Überwachung des Temperatur- oder Geschwindigkeitsfeldes außerhalb des Brennelementes detektiert werden.

In einem natriumgekühlten Brutreaktor werden Temperaturen mit Mantelthermoelementen gemessen. Hierbei handelt es sich um eine einfache, zuverlässige und preiswerte Temperaturmeßtechnik. Eine vergleichbar effiziente Geschwindigkeitsmeßtechnik ist in Ansätzen vorhanden, für den Einsatz in flüssigmetallgekühlten Brutreaktoren aber nicht ausreichend entwickelt. Damit scheidet die Geschwindigkeitsmessung zur Überwachung von Brennelementen aus. Es bleibt zu untersuchen, inwieweit die Messung der mittleren Kühlmitteltemperatur oder die Analyse der Temperaturschwankungen für die Überwachung geeignet sind.

Um diese Frage zu klären, werden Grundlagenuntersuchungen an einer Modellteststrecke in einem Wasserkreislauf durchgeführt, deren prinzipieller Aufbau in Abb. 1 dargestellt ist. In der gleichen Weise wie bei einem Brutreaktor das Natrium durch das Brennelement strömt bei der Modellteststrecke das Wasser durch einen Düsenblock mit Kreisquerschnitt. Im Unterschied zum Brennelement besteht kein Massenaustausch zwischen den durch Bohrungen gebildeten Unterkanälen. Durch einen frei wählbaren Unterkanal (Zentralkanal in Abb. 1) kann zur Simulation einer Blockade Wasser unterschiedlicher Geschwindigkeit und höherer Temperatur eingespeist werden.

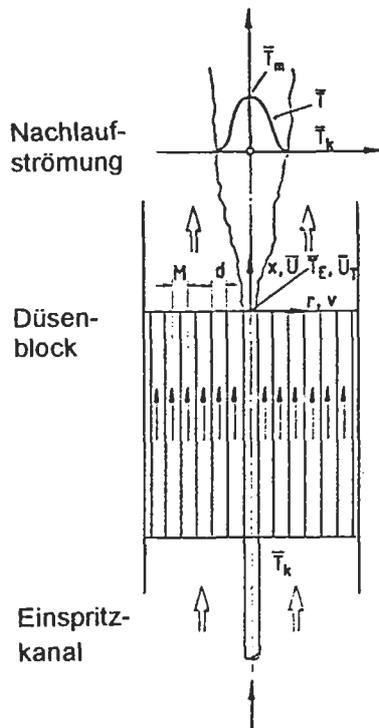


Abb. 1: Prinzipieller Aufbau der Wasserteststrecke.

In dieser Arbeit werden die Ergebnisse der Messungen der mittleren Strömungsgeschwindigkeit, der Geschwindigkeitsschwankungen sowie der mittleren Temperatur und der Temperaturschwankungen hinter dem Düsenblock vorgestellt und ein mathematisches Modell zur Beschreibung des Strömungs- und Temperaturfeldes entwickelt. Die Untersuchungen lassen das Potential der Messung von Temperaturfluktuationen am Brennelementaustritt zur Detektion von Kühlungsstörungen im Brennelement erkennen.

## Messung des Geschwindigkeitsfeldes

Für die mathematische Modellierung der Strömung hinter dem Düsenblock werden die mittlere axiale Strömungsgeschwindigkeit und die Geschwindigkeitsschwankungen in Strömungsrichtung mit Heißfilm-Anemometersonden gemessen. Im linken Teil von Abb. 2 ist das Profil der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit  $\bar{U}$  an verschiedenen axialen Positionen dargestellt. Die Reynolds-Zahl der Strömung in der Rohrteststrecke beträgt  $Re = 3.08 \cdot 10^5$ , was einer Bulk-Geschwindigkeit von  $\bar{U}_0 = 2,8 \text{ m/s}$  entspricht. Die Geschwindigkeit im zentralen Einspritzkanal und in den übrigen Kanälen des Düsenblocks sind gleich groß gewählt. Bei dem mit dem Bohrungsdurchmesser  $d$  normierten axialen Abstand vom Düsenblock  $x/d = 6$  erkennt man noch deutlich jeden einzelnen Strahl aus den Bohrungen des Düsenblocks. Bei  $x/d = 20$  ist das Profil bereits nahezu glatt. In gleicher Weise sind auf der rechten Seite von Abb. 2 die entsprechenden Profile der Turbulenzintensität  $u'$  dargestellt. Auch hier ist zu erkennen, daß in einem Bereich von etwa einem halben Rohrradius um die Rohrachse die Turbulenzintensität wie auch die mittlere Geschwindigkeit keinen Gradienten in radialer Richtung aufweisen. Steigt die maximale mittlere Geschwindigkeit infolge des Wandeinflusses mit zunehmender Entfernung vom Düsenblock leicht an, so schwächt sich die Turbulenzintensität demgegenüber stark ab. Eine eingehendere Analyse zeigt, daß die Abschwächung entlang der Kanalachse nach einem Potenzgesetz erfolgt. Ebenfalls einem Potenzgesetz gehorcht die aus der Autokorrelationsfunktion der axialen Geschwindigkeitsschwankungen berechnete integrale Turbulenzlänge  $L_f$ . Beide hier vorgestellten Gesetzmäßigkeiten gleichen denjenigen, die von Untersuchungen der Strömung hinter Gittern bekannt sind. Unterschiede zeigen sich jedoch bezüglich der Exponenten, insbesondere ist die Abschwächung der Turbulenzintensität hinter dem Düsenblock stärker ausgeprägt.

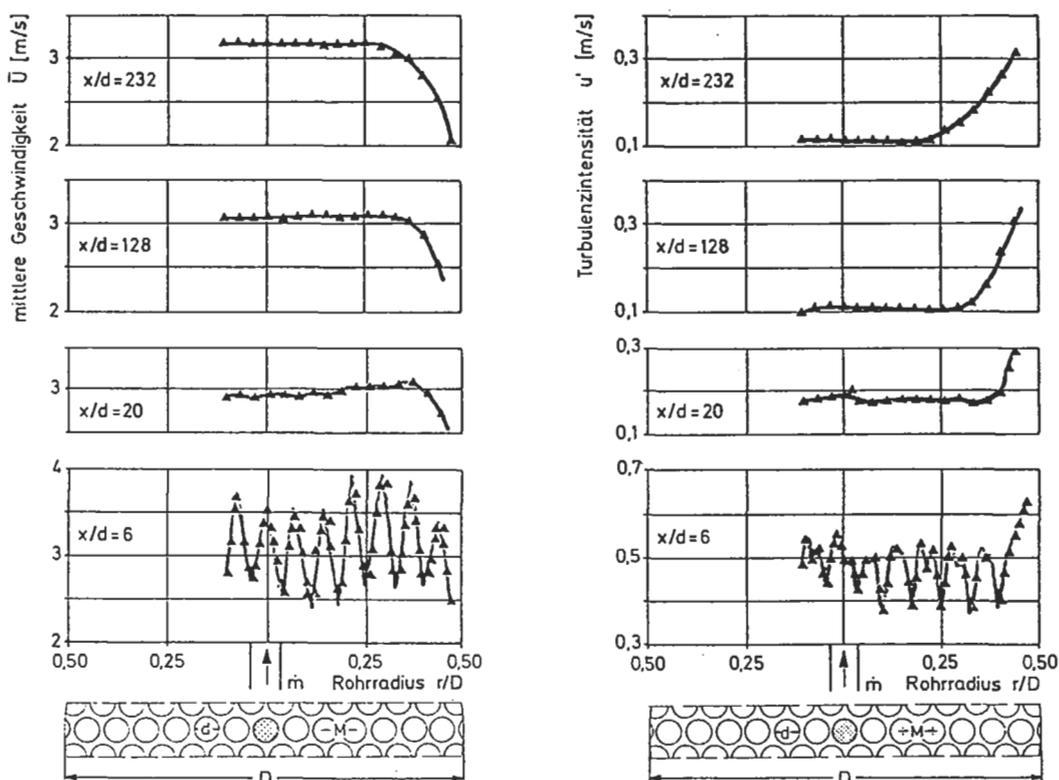


Abb. 2: Profile der mittleren Geschwindigkeit und der Turbulenzintensität.

## Rechenmodell

Ausgehend von der Wärmebilanz eines Einheitsvolumens in einer dreidimensionalen Strömung können sowohl für die Ausbreitung der mittleren Temperatur  $\bar{T}$  als auch die Intensität  $\delta'$  der Temperaturschwankungen Modellgleichungen erstellt werden. Zur Schließung dieser Gleichungen wird in Anlehnung an den Gradientenansatz zusätzlich zur molekularen Wärmeleitung eine durch Diffusion bedingte Größe für den turbulenten Wärmeaustausch eingeführt. In Analogie zur Definition der Diffusionsgröße in der kinetischen Gastheorie wird diese Austauschgröße  $\alpha_E$  proportional zu dem Produkt aus der Geschwindigkeit  $u'$  und aus der freien Weglänge  $L_f$  gesetzt. Aufgrund der Meßergebnisse für diese beiden Größen des Geschwindigkeitsfeldes hinter dem Düsenblock folgt für den turbulenten Wärmeaustausch ebenfalls ein Potenzgesetz. Unter Berücksichtigung der vorgegebenen Rand- und Anfangsbedingungen läßt sich hiermit für die mittlere Temperatur eine geschlossene Lösung angeben. Man erhält für Wasser wie auch für Natrium Gaußsche Glockenkurven als Lösung. Die Gleichung für die Intensität der Temperaturschwankungen läßt sich durch eine entsprechende Annahme bezüglich des Diffusionskoeffizienten für das Temperaturschwankungsquadrat  $\overline{\delta'^2}$  schließen und kann dann numerisch gelöst werden.

## Vergleich zwischen Messung und Rechnung

Abbildung 3 zeigt einen Vergleich der mit diesem Modell berechneten Profile der mittleren Temperatur und der Intensität der Temperaturschwankungen (durchgezogene Linie) mit den Temperaturmessungen (Meßpunkte) für verschiedene Entfernungen vom

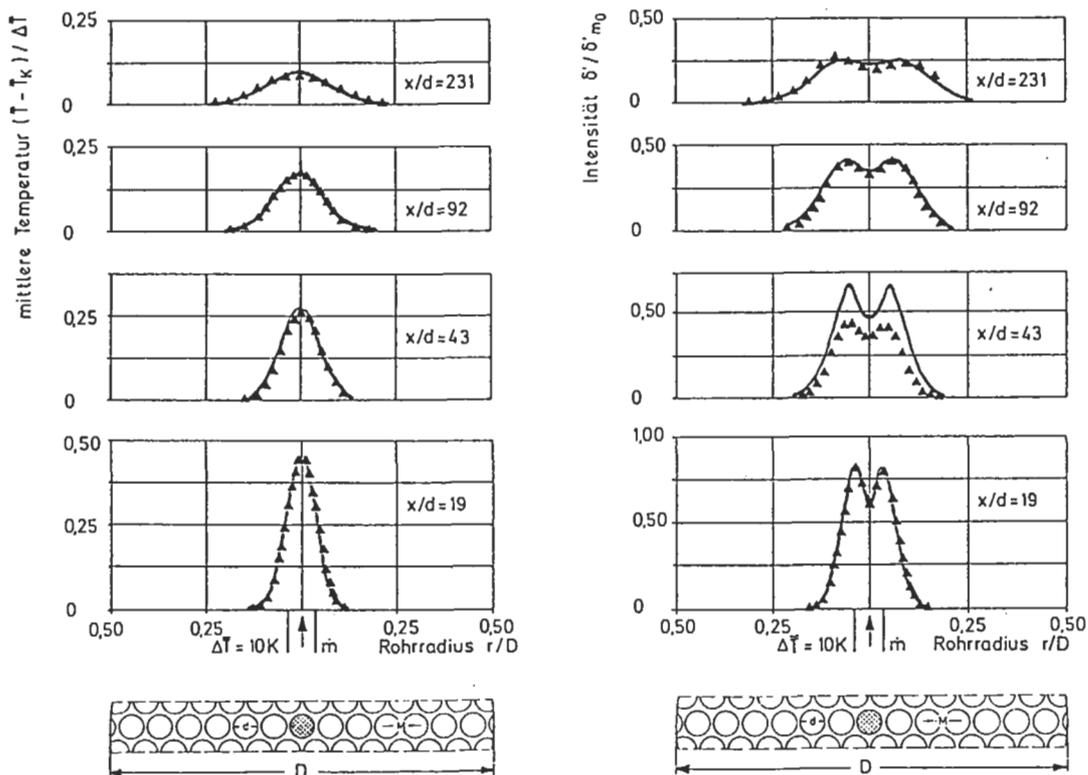


Abb. 3: Profile der mittleren Temperatur und der Intensität der Temperaturschwankungen, Vergleich zwischen Messung und Rechnung.

Düsenblock. Man erkennt, daß die maximale Amplitude von  $\bar{T}$  in axialer Richtung stärker abnimmt als die Intensität  $\delta'$ . Weiterhin ist auch eine größere radiale Ausdehnung des Intensitätsprofils zu beobachten. Hieraus läßt sich schließen, daß im Vergleich zur mittleren Temperatur die Intensität der Temperaturschwankungen die empfindlichere Meßgröße zur Ermittlung einer Kühlungsstörung in einem Brennelement darstellt.

## Schlußfolgerungen

In dieser Arbeit werden Messungen des Geschwindigkeits- und Temperaturfeldes hinter einem Düsenblock in dem Fluid Wasser vorgestellt. Als Hauptergebnisse seien genannt: Die Intensität und die Integrale Turbulenzlänge der axialen turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen schwächen sich vergleichbar einer Strömung hinter Gittern nach Potenzgesetzen ab.

Mit den Ergebnissen aus der Messung des Geschwindigkeitsfeldes und mit Hilfe des Gradientenansatzes können die Diffusionskoeffizienten für den turbulenten Wärmeaustausch modelliert und das Temperaturfeld berechnet werden. Man erhält Gaußsche Glockenkurven für die mittlere Temperatur und M-förmige Profile für die Temperaturschwankungen.

Die Detektion von Temperaturstörungen in einem Brennelement durch Messung der Intensität der Temperaturschwankungen am Brennelementaustritt ist sensitiver im Vergleich zur Überwachung der mittleren Temperatur.

Eine Übertragung des Modellansatzes auf das Fluid Natrium oder die Strömung hinter dem Brennelement eines natriumgekühlten Brutreaktors ist möglich.

# LEBENS LAUF



Name: Krebs  
Vornamen: Lambert Josef Alexander Bernhard  
Geburtsdatum: 9. Juni 1941  
Geburtsort: Freiburg i. Br.  
Wohnort: 76297 Stutensee-Friedrichstal, Lessingstr. 13  
Familienstand: verheiratet, seit 8. Juni 1967  
mit Ingrid Krebs, geb. Heisch,  
1 Sohn, geb. 18. Juni 1976

## Ausbildung:

1947-1951 Volksschule in Freiburg i.Br.  
1951-1960 Besuch des humanistischen Bertholdgymnasiums in Freiburg i.Br.  
1960-1967 Studium der Elektrotechnik (Fernmeldetechnik) an der Technischen Hochschule Hannover  
1964-1967 Hilfsassistent am Institut für Regelungstechnik der TH Hannover (Prof. Dr. H. Schlitt)  
17. April 1967 Diplom

## Berufliche Tätigkeit:

Juli 1967 wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Reaktorbauelemente des Kernforschungszentrums Karlsruhe  
Leitung: Dipl.-Ing. L. Ritz, seit 1974 Prof. Dr. U. Müller  
Arbeitsgebiet: Stabilitätsverhalten des Primärkreises eines dampfgekühlten Brutreaktors  
Sept. 1969 Leiter der Arbeitsgruppe Meß- und Auswerteverfahren  
Aufgaben: Entwurf und Aufbau der elektrischen Versorgung, Instrumentierung, Meßtechnik und Regelungstechnik von Versuchsanlagen, Entwicklung spezieller Meßtechniken für die Überwachung flüssigmetallgekühlter Brutreaktoren  
Sept.-Dez. 1975 Research Officer am Department Mechanical Engineering  
Head: Prof. Dr. K.J. Bullock  
University of Queensland, Brisbane, Australien  
27. Juni 1979 Promotion zum Dr.-Ing. an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe  
Thema: Ausbreitung von Temperaturstörungen in begrenzter Strömung hinter einem Düsenblock  
Juli 1979 Übernahme der F+E-Aufgabe Thermo- und fluiddynamische Untersuchungen in Flüssigmetallströmungen  
März 1987 Leiter der Arbeitsgruppe Meßverfahren und turbulente Strömung, Vertreter des Institutsleiters Prof. Dr. U. Müller  
seit 1992 Bearbeitung des neuen F+E-Themas Verbrennung heterogener Festbrennstoffe, Aufbau einer neuen Arbeitsgruppe im Institut

# Freie Konvektion in vertikalen Spalten

von

**Jean N. Koster**

aus

Luxemburg, Luxemburg

Tag des Kolloquiums: 16. Oktober 1980  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. B. Schmid

## Zusammenfassung

Mit interferometrischen Methoden werden stationäre und zeitabhängige Konvektionsvorgänge in schmalen, von unten beheizten, vertikalen Spalten mit unterschiedlichen Abmessungen und seitlichen thermischen Randbedingungen untersucht. Die zeitabhängigen Strömungen werden von Instabilitäten der horizontalen Grenzschichten hervorgerufen. Die Oszillationen in dünneren Flüssigkeitsschichten weisen zeitweise periodischen, quasi-periodischen oder stochastischen Charakter auf. Dabei kommt es wiederholt zu Erscheinungen der Frequenzkopplung und Frequenzteilung. Bei sehr hohen Rayleigh-Zahlen gehen die stochastischen Oszillationen über in quasiperiodische und dann in periodische Oszillationen, um anschließend in einen stationären Zustand überzugehen.

## Einleitung und Zielsetzung

Auftriebströmungen in engen vertikalen Spalten sind in der Vergangenheit wiederholt zur Simulation von Strömungen in porösen Stoffen verwendet worden. Die Strömung in diesen engen Spalten ist auch unter der Bezeichnung Hele-Shaw-Strömung bekannt. Die Hele-Shaw-Zelle besteht im wesentlichen aus zwei parallelen, vertikalen Wänden großer horizontaler Ausdehnung, zwischen denen sich eine Flüssigkeit befindet.

Während die Anwendbarkeit der hydraulischen Analogie als in weiten Parameterbereichen gesichert gilt, sind eine Anzahl offener Fragen für den Fall geblieben, daß Temperaturfelder auf die Strömung einwirken. Besondere Schwierigkeiten ergeben sich in diesem Zusammenhang durch stark unterschiedliche Wärmeleitfähigkeiten und Wärmekapazitäten von Fluid und Feststoff.

Der Übergang von stationärer zu zeitabhängiger Konvektion und deren Oszillationsverhalten interessiert als Beitrag zur Klärung von neueren Arbeitshypothesen über die Entstehung stochastischer Strömungsformen. Beim Übergang von stationärer zu turbulenter Strömung führen dynamische Oszillatoren zu dem zeitabhängigen Charakter des fluiddynamischen Systems. Damit Oszillationen stochastischen Charakter annehmen können müssen mindestens drei Oszillatoren in nichtlinearer Weise untereinander wechselwirken. Die linearisierte Theorie der Zellularkonvektion liefert Eigenlösungen höherer Ordnung (höhere Moden), welche nicht nur eine periodische Struktur in horizontaler Richtung haben, sondern darüber hinaus in vertikaler Richtung eine Staffelung aufweisen. Diese theoretisch vorhergesagten Stockwerkzellen konnten bisher experimentell in einer homogenen Flüssigkeit nicht erzeugt werden da der Grundmodus in der unendlich ausgedehnten Schicht dominant ist.

Als Beitrag zur Klärung offener Fragen werden in dieser Arbeit experimentelle Untersuchungen über thermische Konvektion in einer Hele-Shaw-Zelle dargestellt (Abb. 1).

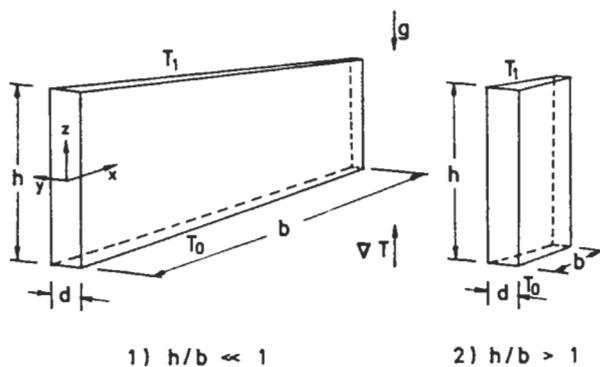


Abb. 1: Hele-Shaw-Zelle (schematisch).

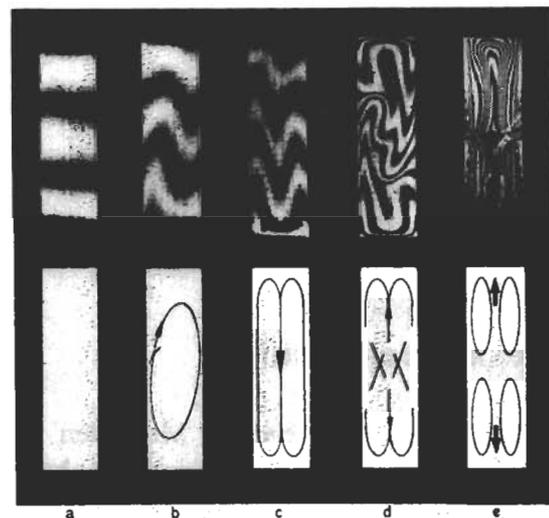


Abb. 2: Konvektionsmuster.

Grundsätzlich werden zwei Themenkreise behandelt:

- Die freie Konvektion im vertikalen Spalt mit großer horizontaler Erstreckung.
- Die freie Konvektion im schlanken Kamin mit großer vertikaler Erstreckung.

Das Ziel der Untersuchungen ist speziell auf folgende Fragen gerichtet:

- Wie wirken sich unterschiedliche geometrische Abmessungen und thermische Eigenschaften von Fluid und Feststoff auf das Einsetzen der Konvektion aus?
- Für welche überkritischen vertikalen Temperaturdifferenzen sind stationäre Konvektionszustände nicht mehr möglich?
- Welche räumliche und zeitliche Strukturen besitzen diese instationären Zustände?
- Nach welchen Gesetzmäßigkeiten wird Wärme übertragen?

## Neue und wesentliche Ergebnisse

Bei den Untersuchungen der Konvektionsströmungen im unendlich ausgedehnten Hele-Shaw Behälter werden im wesentlichen folgende Ergebnisse erzielt:

- Durch die Eingrenzung der experimentell für verschiedene Materialpaarungen ermittelten kritischen Rayleigh-Zahlen mit Hilfe von theoretischen Grenzfällen der adiabaten und isothermen Randbedingungen wird das reale Verhalten der Versuchsmaterialien charakterisiert.
- Für überkritische Konvektionsströmungen wird die Stabilitätskarte für stationäre zweidimensionale Konvektionsströmungen in einer Hele-Shaw-Zelle ermittelt. Bereiche der oszillierenden Konvektion werden erfaßt.
- Die thermische Wechselwirkung von Wand und Flüssigkeit wird visualisiert.
- Die interferometrisch ermittelten Nusselt-Zahlen für den nahezu adiabaten Behälter zeigen zufriedenstellende Übereinstimmung mit Rechnungen.
- Die Strömungsstrukturen in transient beheizten Behältern ergeben Gesetzmäßigkeiten in Übereinstimmung mit bekannten Ergebnissen.
- Die oszillatorischen Vorgänge sind beim Einsetzen der Zeitabhängigkeit periodisch, sofern nichtgleichmäßige Rollen vorhanden sind; andernfalls ist die Oszillation immer stochastisch.

Im endlichen Kaminbehälter sind die Strömungsvorgänge und Strukturen sehr komplex. Je nach Abmessungen des Behälters und der Rayleigh-Zahl entstehen verschiedene Konvektionsmuster mit unterschiedlichem zeitlichen Strömungsverhalten (Abb. 2).

- Im Bereich niedriger Rayleigh-Zahlen bilden sich folgende stationäre Strömungsmuster im gut wärmeleitenden Behälter aus:
  - a) die einfache, den Behälter füllende Konvektionsrolle.
  - b) zwei nebeneinander angeordnete Konvektionsrollen.
  - c) zwei übereinander gestaffelte Doppel-Konvektionsrollen.
- In einem weiten Zwischenbereich der Rayleigh-Zahlen treten oszillatorische Strömungsformen auf, die durch eine Austauschzone im Mittenbereich des Behälters charakterisiert sind.
- Mit schlecht wärmeleitenden Seitenwänden werden folgende unterschiedliche Merkmale im Vergleich zum Behälter mit gut wärmeleitenden Seitenwänden beobachtet:
  - a) Die stationäre Konvektion setzt bei niedrigeren Rayleigh-Zahlen ein. Die oszillatorische Konvektion setzt bei niedrigeren Rayleigh-Zahlen ein und erstreckt sich über einen weiteren Bereich von Rayleigh-Zahlen.
  - b) Die Konvektionsmuster sind generell nicht symmetrisch und im allgemeinen unterschiedlicher als die Strukturen im gut wärmeleitenden Behälter.

Global betrachtet lauten die Ergebnisse der zeitabhängigen Konvektion:

- Die Oszillationen werden durch Instabilitäten der thermischen Grenzschichten hervorgerufen. Bei höheren Rayleigh-Zahlen im endlichen vertikalen Kamin tragen dissipative Vorgänge zum zeitlichen Oszillationscharakter bei.

- Beim Einsetzen der Oszillationen ist der Vorgang monoperiodisch. Mit wachsender Rayleigh-Zahl nimmt die Strömung bi-periodischen Charakter an. Bei bestimmten Werten entsteht Frequenzkopplung. In einigen Teilbereichen der Rayleigh-Zahl tritt Periodenverdopplung auf. Andere Bereiche weisen stochastische Merkmale auf. Übergänge zwischen verschiedenen Oszillationsstrukturen und instationären und stationären Strömungsformen sind Hysterese-behaftet.

## Diskussion und Schlußfolgerung

Stationäre und instationäre Konvektion wird im endlichen und unendlich ausgedehnten Hele-Shaw-Behälter bei unterschiedlichen thermischen Randbedingungen untersucht.

Im ausgedehnten Behälter ist der Schwerpunkt auf das Einsetzen der Konvektion gesetzt. Für verschiedene thermische Randbedingungen wird sowohl das Einsetzen stationärer Konvektion als auch das Einsetzen und die zeitliche Struktur zeitabhängiger Konvektion ermittelt. Die Analyse der zeitabhängigen Strömung zeigt, daß die Ursache der Oszillation in einer Instabilität der horizontalen thermischen Grenzschichten liegt. Instabilitäten der Grenzschichten werden interferometrisch visualisiert und analytisch begründet. Im ausgedehnten Behälter ist die Oszillation stochastisch, was theoretisch durch das Lorentz-Modell untermauert ist.

Im endlichen vertikalen Kaminspalt mit großer vertikaler Erstreckung bilden sich unterschiedliche Konvektionsmuster aus. Als Besonderheit tritt bei hohen Rayleigh-Zahlen eine vertikal geschichtete Konvektionsform auf. Auch hier wird die Ursache der Oszillationen mit thermischen Grenzschichtinstabilitäten in Verbindung gebracht und analytisch begründet. Die Strömung nimmt je nach Größe von Rayleigh-Zahl, Behälterabmessungen und thermischen Randbedingungen eine periodische, quasiperiodische oder stochastische Oszillationsform an. Dabei kommt es zu Frequenzkopplungen und Frequenzteilungen. Periodische Zustände können bei steigender Rayleigh-Zahl auch nach stochastischen Oszillationen auftreten. Bei sehr großen Rayleigh-Zahlen wird ein Übergang von der oszillatorischen zur neu entdeckten stationären höheren Konvektionsform mit vertikal geschichteter Strömungsform gefunden.

Monoperiodische Oszillationen werden von einzelnen oder gekoppelten individuellen Instabilitäten hervorgerufen. Bi-periodische Vorgänge benötigen wenigstens zwei unabhängige Oszillatoren in verschiedenen Grenzschichten. Einer dieser beiden kann auch mit einem dritten Oszillator frequenzgekoppelt sein. Stochastische Oszillationen treten bei drei unabhängigen Oszillatoren auf, auch hier kann einer mit einem vierten Frequenzgekoppelt sein. Durch geometrisch bedingte Resonanzerscheinungen kann man die Existenz von vier unabhängigen Oszillatoren in dem vertikalen Kamin nachweisen.

## Weiterführende Untersuchungen

Unklar ist der Einfluß einer Vergrößerung der horizontalen Geometrie auf die Wechselwirkung der einzelnen Rollzellen und deren Konsequenz für die Oszillationsstrukturen. Es wird nachgewiesen, daß Oszillationen monoperiodisch bleiben können, wenn die dynamische Kopplung von einzelnen thermischen Grenzschichtinstabilitäten vermieden wird. Weiterhin wird nachgewiesen, daß quasiperiodische Oszillationen durch Phasenkorrelation von individuellen Instabilitäten erzeugt werden. Frequenzkopplung ist demnach korrekterweise eine Phasenkopplung von lokalen Vorgängen.

## Lebenslauf

Jean Nicolas Koster



### Principal Areas Of Research And Interests:

Fluid Mechanics, particularly hydrodynamic stability, transition to turbulence, heat transfer, particularly free and double diffusive convection, optics, particularly measuring techniques (holographic real time interferometry, differential interferometry, laser Doppler velocimetry, PDT-velocimetry), radiographic flow visualization.

Materials Science, particularly related to fluid dynamics and heat/mass transfer.

Microgravity Science, particularly low gravity fluid mechanics and heat transfer.

### Education:

- 1980-82: Post-doctoral studies, Department of Physics and Crystal Growth Laboratory, University of Utah, Salt Lake City, UT, USA.
- 1976-80: Doktor-Ingenieur (Am.: Ph.D.), Mechanical Engineering, University of Karlsruhe, West Germany.
- 1970-76: Diplom-Ingenieur (Am.: BS/MS), Mechanical Engineering, University of Karlsruhe, West Germany.

### Professional Associations:

- Associate Fellow, AIAA, Member Space Proc. Tech. Committee
- Associate Member, ASME.
- Member, APS, Div. Fluid Mechanics
- Member, ASM-International
- Member, MRS-Materials Research Society
- Member, Materials Minerals Society, TMS
- Member, Verein Deutscher Ingenieure, VDI, Germany.

### Honors:

- 1992: Member, Payload Specialist Nomination Committee, NASA-OSSA
- 1992: Invited to teach US astronauts "Introduction to Microgravity Science"
- 1990: Member, Space Station Science and Applications Advisory Subcommittee, NASA-OSSA.
- 1986-89: Associate Director, "Center for Low-Gravity Fluid Mechanics and Transport Phenomena," (NASA-OSSA-MSAD), University of Colorado.

## **Professional Affiliations**

- 1976-1980: Nuclear Research Center Karlsruhe, Institute for Reactorcomponents.
- 1980-1982: Post-doctoral Research Associate, University of Utah, Dept. of Physics.
- 1982-1984: Nuclear Research Center Karlsruhe, Institute for Reactorcomponents.
- 1984-1985: National Aeronautics and Space Agency, Lewis Research Center, Cleveland, OH.
- 1985-1986: Post-doctoral Research Associate, University of Colorado, Dept. Mech. Engng.
- 1986-1987: Post-doctoral Research Associate and Asst Prof. Attendant Rank, University of Colorado, Dept. Aerospace Engng. Sciences.
- 1987-1994: Assistant Professor, tenure track, University of Colorado, Dept. Aerospace Engineering Sciences.
- 1994-present: Associate Professor, University of Colorado, Dept. Aerospace Engng. Sciences.

# **Zellarkonvektion in Fluidschichten mit zwei festen seitlichen Berandungen**

von

**Helge Frick**

aus  
Trier

Tag des Kolloquiums: 12. Dezember 1980  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferent: Priv.Doz. Dr.-Ing. habil H. Oertel jun.

## **Zusammenfassung**

In dieser Arbeit wird der Einfluß der seitlichen Begrenzungsflächen auf das zwei-dimensionale thermische Konvektionsverhalten einer von unten beheizten Fluidschicht numerisch untersucht. Unter Einführung einer Geometriegröße  $A$  ( $A=h/d$ ; Höhen-zu-Breitenverhältnis) und der Betrachtung zweier thermodynamischer Grenzfälle, perfekt wärmeleitende und adiabate Seitenwände, kann für einen weiten Bereich von Benard-Problem bis Hele-Shaw-Problem der Einfluß der Seitenwände auf das Einsetzen der Konvektion (kritische Rayleigh-Zahl und kritische Wellenzahl) und auf den Wärmetransport (Nusselt-Zahl) ermittelt werden.

## Einleitung und Zielsetzung

Aus experimentellen Untersuchungen auf dem Gebiet der thermischen Konvektionsströmung ergibt sich immer wieder das Interesse nach Klärung der Einflußnahme der Begrenzungen von Fluidschichten auf das Konvektionsverhalten. Eine theoretische Klärung mit dem Ziel der Ermittlung des Einflusses von Geometrie und kinematischen oder thermodynamischen Randbedingungen auf das Konvektionsverhalten und der sich hieraus ergebenden Ableitung von Grenzfällen wird im Rahmen dieser Arbeit verfolgt. Ein spezielles Interesse ergibt sich aufgrund der experimentellen Untersuchungen von Koster (Dissertation 1980) an einer Hele-Shaw-Zelle, einer schmalen vertikalen Fluidschicht.

## Untersuchte Geometrie

Für die theoretische Untersuchung wird eine Fluidschicht der Höhe  $h$  und der Breite  $d$ , die in einer Richtung unendlich ausgedehnt ist, betrachtet. Das Einsetzen der Konvektion wird durch eine Temperaturdifferenz, die zwischen den horizontalen Rändern angelegt ist, erreicht. Als wählbare Randbedingungen werden für die horizontalen Ränder die kinematischen Bedingungen fest oder frei und für die seitlichen Ränder die thermodynamischen Bedingungen adiabat oder perfekt wärmeleitend angesetzt. Die beschreibenden Erhaltungsgleichungen werden für den zweidimensionalen Strömungsfall betrachtet und mit Hilfe des Galerkinverfahrens numerisch gelöst.

Damit ist es möglich, den Einfluß der Geometriegröße  $A$  insbesondere in Verbindung mit dem Einfluß der thermodynamischen Bedingungen der Seitenwände sowohl auf das Einsetzen der Konvektion als auch auf den Wärmetransport aufzuzeigen.

## Ergebnisse

Den Einfluß der Berandungen auf das Einsetzen der Konvektion zeigen die Abb. 1 und 2 ausgehend vom Benard-Fall ( $A = 0$ ) bis hin zum Hele-Shaw-Fall ( $A \rightarrow \infty$ ).

In Abb. 1 sind die Rayleigh-Zahlen in Abhängigkeit von der Wellenzahl als Kurven der Neutralstabilität bei allseits festen Rändern dargestellt. Die vertikalen Berandungen werden als adiabat (durchgezogene Linien) oder als perfekt wärmeleitend (unterbrochene Linien) betrachtet.

Die Klärung, ab welcher Geometriegröße  $A$  von einem Hele-Shaw-Fall gesprochen werden kann, zeigt die Abb. 2. Für  $A \geq 20$  verschwindet der Einfluß der kinematischen Randbedingungen (fest oder frei) der horizontalen Ränder, und es liegt im Fall von adiabaten Seitenrändern Hele-Shaw-Konvektion vor.

Mit Hilfe der Verläufe der kritischen Rayleigh-Zahlen bezüglich der beiden theoretischen Grenzfälle adiabat und perfekt wärmeleitend ist es speziell für  $A \geq 20$  möglich, die bisher gewonnenen experimentellen Ergebnisse aufgrund der Problematik der wärmeleitenden Seitenwände besser einzuordnen. Hieraus kann Koster (Dissertation 1980) im Rahmen optischer Untersuchungen in Hele-Shaw-Zellen feststellen, daß zur Simulation von adiabaten Seitenflächen eine Materialpaarung (Seitenscheiben/Fluid) von Plexiglas und Wasser und zur Simulation von perfekt wärmeleitenden Seitenflächen eine Materialpaarung von Kristallglas und Silikonöl als geeignet erscheinen.

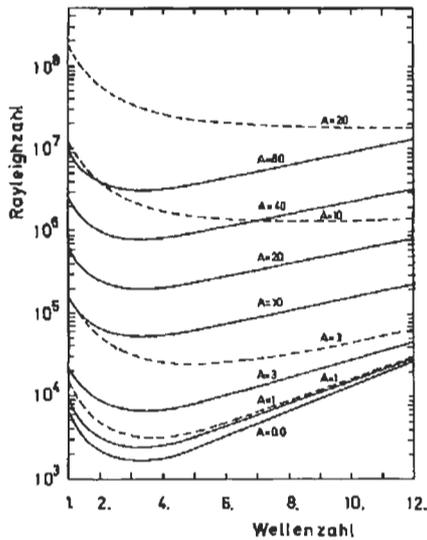


Abb. 1: Einsetzen der Konvektion in Abhängigkeit von der Wellenzahl als Funktion von  $A$  bei adiabaten (—) oder perfekt wärmeleitenden (---) Seiten.

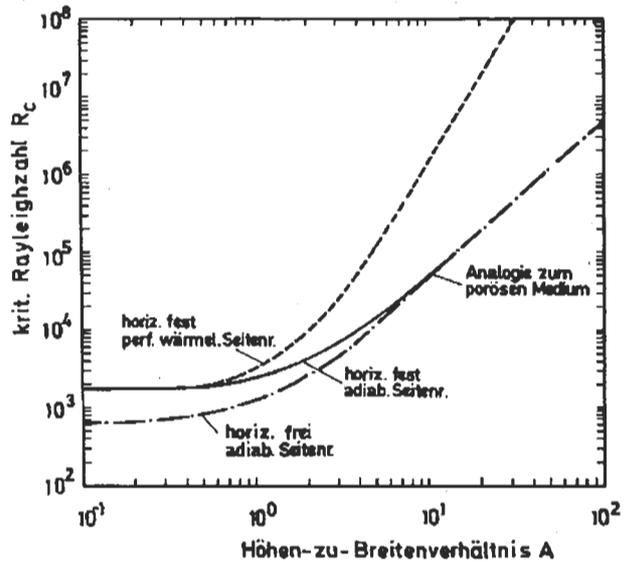


Abb. 2: Einfluß der vertikalen Seiten auf die kritische Rayleigh-Zahl in Abhängigkeit von  $A$ .

Im Bereich der stationären Konvektion endlicher Amplitude werden Fluide mit einer Prandtl-Zahl  $Pr \rightarrow \infty$  untersucht und die Ergebnisse in Form einer Nusselt-Zahl über der Rayleigh-Zahl dargestellt (Abb. 3). Zu erkennen ist, daß sich die Verläufe der Nusselt-Zahlen für genügend große Rayleigh-Zahlen unabhängig von der Geometriegröße  $A$  und den thermischen Randbedingungen asymptotisch dem Benard-Fall ( $A = 0$ ) mit  $Nu \propto R^{0.3}$  nähern.

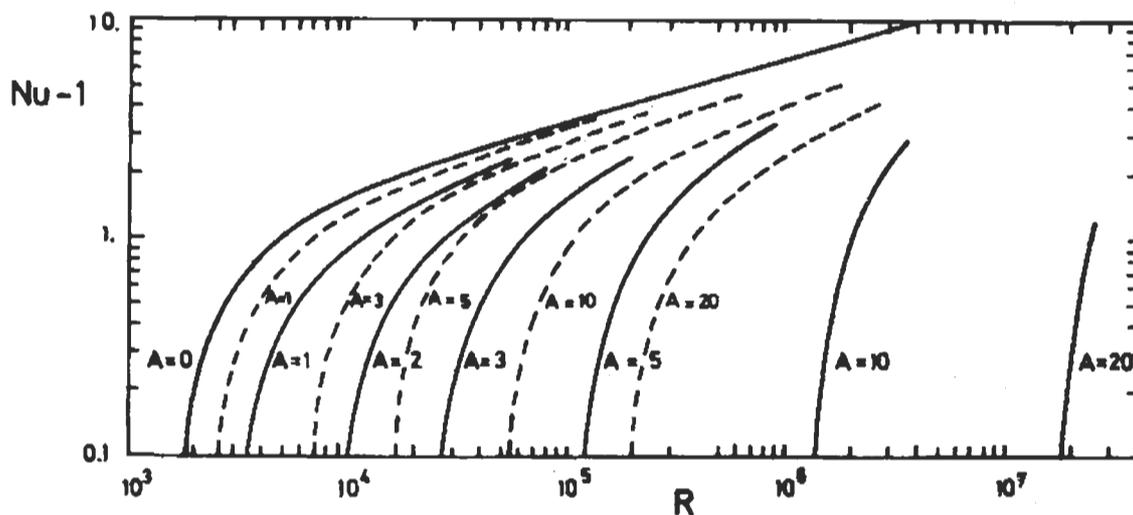


Abb. 3: Wärmeübergang ( $Nu$  vs  $R$ ) in Abhängigkeit von  $A$  bei perfekt wärmeleitenden (—) oder adiabaten (---) Seiten.

Die Untersuchung des instationären Konvektionsverhaltens ist aufgrund des zweidimensionalen Strömungsansatzes nur für den Hele-Shaw-Fall ( $A = 20$ ) sinnvoll. In Anlehnung an die Hele-Shaw-Experimente können in Abhängigkeit der Wellenzahl  $\alpha$  zwei typische zeitabhängige Strömungsmuster (Grundlösung und Diagonalzirkulation) nachgewiesen und der Einfluß auf den Wärmetransport gezeigt werden. Die Ursache für die zeitabhängige Konvektionsströmung ist in dem oszillatorischen Instabilwerden der Temperaturgrenzschicht zu finden.

Im Fall der oszillatorischen Grundlösung in Abb. 4 entstehen in der Grenzschicht im Gebiet maximaler Temperaturgradienten wellenartige Instabilitäten, die zur Auftriebszone wandern, sich dort ablösen und in kältere Zonen aufsteigen. Dieser Ablösevorgang spiegelt sich auch im Verhalten des Wärmeübergangs ( $Nu$  vs  $t$ ) wieder.

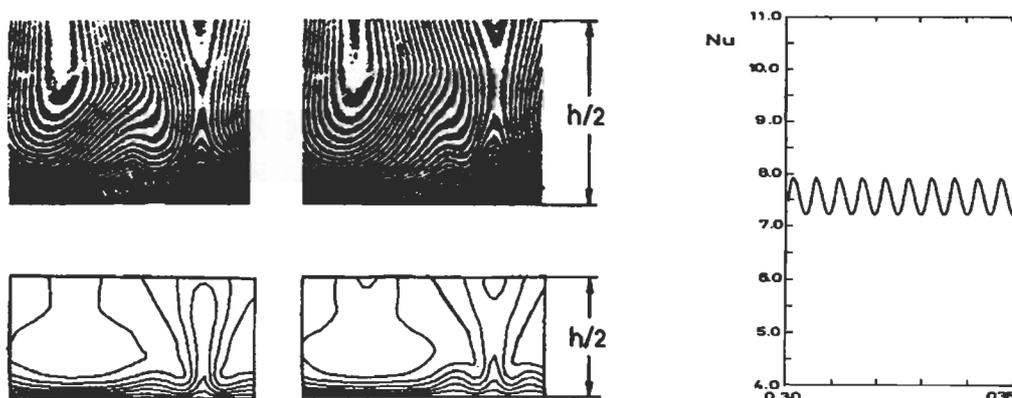


Abb. 4: Oszillatorische Grundlösung ( $\alpha = 2\pi$ ;  $R / R_c = 20$ ). Vergleich der Isothermen aus Theorie/Experiment und Darstellung des berechneten Wärmeübergangs ( $Nu$  vs  $t$ ).

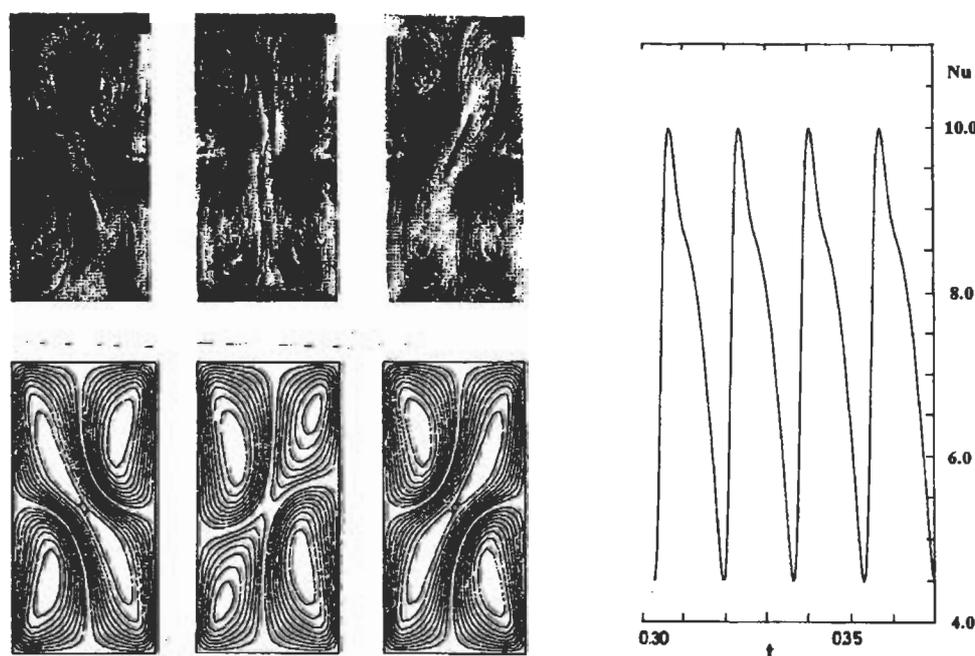


Abb. 5: Diagonalzirkulation ( $\alpha = 2\pi$ ;  $R / R_c = 20$ ). Vergleich der Strömungsfelder aus Theorie/Experiment und Darstellung des berechneten Wärmeübergangs ( $Nu$  vs  $t$ ).

Im Fall der Diagonalzirkulation in Abb. 5 entsteht eine Zirkulationsbewegung einer Diagonalrolle mit zwei Eckrollen. Die Bewegung beruht auf dem Anwachsen der Eckrollen zu einer Diagonalrolle und damit verbunden einer Teilung der ursprünglichen Diagonalrolle in zwei Rollen. Bei der zeitlichen Betrachtung des Wärmeübergangsverhaltens entstehen gegenüber der Grundlösung größere Amplituden und Gradienten.

### **Schlußfolgerung**

Im Rückblick ist festzustellen, daß die gefundenen theoretischen Ergebnisse die experimentellen Ergebnisse gestützt und gefestigt haben. Diese Aussage ist allerdings ebenso umkehrbar.

## LEBENS LAUF



Helge Frick  
Im Bohnentälchen 7  
66440 Blieskastel  
geboren am 7.8.49 in Trier  
verheiratet, zwei Kinder

1956 - 1966    Grundschule, Höhere Schule

1966 - 1968    Praktikum

1968 - 1971    Ingenieurschule Saarbrücken

1971 - 1976    Universität(TH) Karlsruhe Studium des Maschinenbaus (Kerntechnik)

1976 - 1981    wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Reaktorbauelemente des  
Kernforschungszentrums Karlsruhe und der Universität Karlsruhe bei Prof.  
Dr.-Ing. U. Müller

12.12.1980    Promotion an der Universität Karlsruhe (Maschinenbau)

1981 - 1982    Forschungstätigkeit am Institut of Geophysics and Planetary Physics der  
Universität von Kalifornien in Los Angeles (UCLA) bei Prof. Dr. F. Busse

1982 - 1986    Kraftwerk Union AG

1.3.1986      Ernennung zum Professor und Aufnahme der Lehrtätigkeit an der  
Fachhochschule des Saarlandes (heute: Hochschule für Technik und  
Wirtschaft)

Lehrgebiete: Programmierung, Numerische Mathematik, Fluidmechanik

# **Einfluß der Benard-Konvektion auf Gefrierflächen**

von

**Christoph Dietsche**

aus

Sölden / Freiburg

Tag des Kolloquiums: 13. Februar 1984  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. J. Zierep

## **Zusammenfassung**

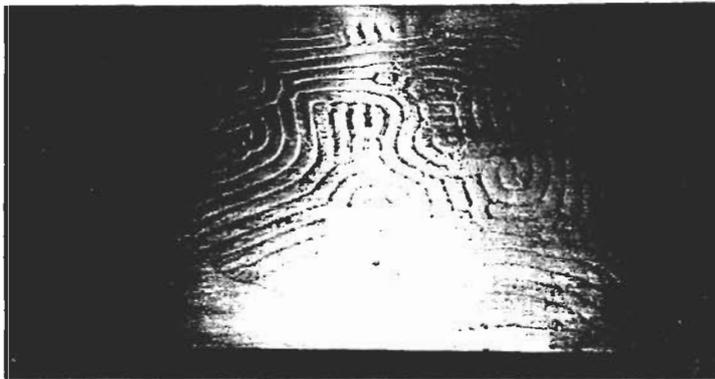
Die Konvektionsströmung einer einkomponentigen Boussinesq-Flüssigkeit in einer horizontalen Schicht, die unten geheizt und oben unter ihren Schmelzpunkt abgekühlt wird, wird bei stationären Randbedingungen untersucht. Mit einer linearen Theorie werden kritische Rayleigh-Zahlen und Wellenzahlen für das Einsetzen der Konvektion berechnet. Experimentelle Untersuchungen zeigen in einer Schicht großer horizontaler Erstreckung stationäre Linien- oder Hexagonalmuster in der Phasentrennfläche, deren Stabilität entscheidend von der Dicke der festen Phase abhängt. Weiter werden die Strukturen der Phasentrennfläche in einem endlichen Behälter untersucht. Bei größeren Flüssigkeitshöhen wird eine Umbildung von Polygon- in Walzenstrukturen beobachtet, die auf den wachsenden Einfluß der vertikalen Berandungen zurückzuführen ist. Bei höheren Rayleigh-Zahlen treten parallel zu den Walzen kleine stationäre Wirbel auf. Es bilden sich sogenannte bimodale Strukturen der Phasentrennfläche.

## Einleitung und Problemstellung

Betrachtet wird die horizontale Schicht einer einkomponentigen Flüssigkeit, die von unten geheizt und von oben gekühlt wird. Dadurch entsteht eine potentiell instabile Schichtung. Dieses sogenannte Benard-Problem wird in der vorliegenden Arbeit dadurch erweitert, daß die obere Temperatur der Schichtung unter den Schmelzpunkt der Flüssigkeit abgekühlt wird, während die untere Schichtberandung über dem Schmelzpunkt gehalten wird. Somit erstarrt die Flüssigkeit oben, und zwischen oberer und unterer Schichtberandung bildet sich eine Trennfläche zwischen fester und flüssiger Phase, in der sich, falls die Flüssigkeit instabil wird und strömt, die Strömungsmuster der flüssigen Phase abbilden. Die Flüssigkeitshöhe ist damit nicht mehr eine unabhängig wählbare oder gar konstante Größe wie im herkömmlichen Benard-Problem, sondern eine raum- und zeitabhängige innere Variable des Systems. Die gesamte Untersuchung erfolgt bei quasi-stationären Randbedingungen. Betrachtet wird ferner eine Flüssigkeit, deren Stoffdaten mit Ausnahme der Dichte nicht von der Temperatur abhängen (Boussinesq-Flüssigkeit).

## Ergebnisse

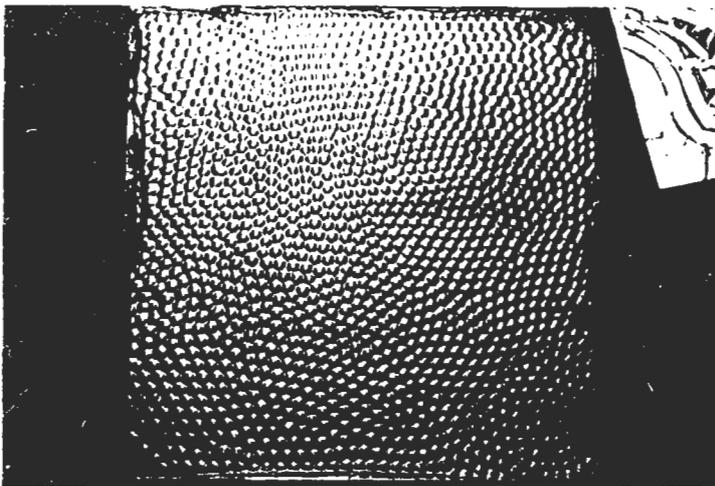
Mit einer linearen Theorie werden kritische Rayleigh-Zahlen und Wellen-Zahlen für das Einsetzen der Konvektion berechnet. Zur Erfassung des Einflusses der festen Phase wird die Biot-Zahl  $B$  definiert, die das Verhältnis der Temperaturdifferenz über feste und flüssige Phase, multipliziert mit dem Verhältnis der Wärmeleitfähigkeiten darstellt. Als Ergebnis ist festzuhalten, daß die kritischen Rayleigh-Zahlen um 12.6 %, die kritischen Wellen-Zahlen um 9.7 % abnehmen, wenn die Biot-Zahl  $B$  von 0 auf Werte größer 1 ansteigt. Dieser Effekt wird damit erklärt, daß die feste Phase mit zunehmender Dicke die Absorptionfähigkeit der oberen Flüssigkeitsberandung für thermische Störungen vermindert. In einem ersten Experiment wird eine Schicht großer horizontaler Erstreckung untersucht, wobei als Testsubstanz Cyclohexan mit der Prandtl-Zahl 18 verwendet wird. Es zeigt sich, daß die stationäre Struktur der Phasengrenzfläche maßgeblich von der Größe der Biot-Zahl abhängt. Solange sich bei den Experimenten an der oberen Schichtberandung nur ein dünner Film fester Phase befindet (Biot-Zahl kleiner 0.05, überkritische Rayleigh-Zahlen), weist die Phasentrennfläche eine Linienstruktur als Abbild der Konvektionswalzen in der flüssigen Phase auf. Dagegen weist die Phasentrennfläche bei dickerer fester Phase (Biot-Zahl größer 0.06, überkritische Rayleigh-Zahlen) stets eine Hexagonal-Struktur auf. Diese ist ein Abbild der Flüssigkeitsströmung. Dies ist in Abb. 1 fotografisch dargestellt. Zur Interpretation dieser Vorgänge wird eine schwach-nichtlineare Störungstheorie von Davis, Müller und Dietsche (1983) herangezogen, derzufolge eine deformierbare Phasentrennfläche auf die Vorgänge in der flüssigen Phase die gleiche Wirkung ausübt wie nicht-Boussinesq'sche Eigenschaften der Stoffparameter. Von diesen ist bekannt, daß sie die beobachteten Änderungen der Strömungsmuster verursachen.



a)  
Walzenmuster



b)  
Zwischenbereich



c)  
Hexagonalmuster

Abb. 1: Grenzflächenstrukturen bei stationären Verhältnissen ohne Einfluß vertikaler Berandungen.

a)  $B = 0.03$ ,  $Ra_{wL} = 7500$ ,  $k = 2.5 \pm 0.1$ ,

b)  $B = 0.13$ ,  $Ra_{wL} = 8600$ ,

c)  $B = 0.36$ ,  $Ra_{wL} = 3300$ ,  $k = 3.0 \pm 0.2$ .

In einem zweiten Experiment werden mit einem Mikroskop Flüssigkeitshöhen in einem endlichen Behälter gemessen. Bei dicker fester Phase (Biot-Zahl 5) wird beim Einsetzen und Verschwinden der Konvektion eine ausgeprägte Hysterese der Flüssigkeitshöhen festgestellt. Dabei treten Sprünge in den stationären Flüssigkeitshöhen um 100 % und in der effektiven Rayleigh-Zahl der Flüssigkeit um den Faktor 8 auf. Die stationären Grenzflächenstrukturen zeigt Abb. 2. Die schwach nichtlineare Störungstheorie von Davis, Müller und Dietsche (1983) sagt zwar eine Hysterese beim Einsetzen der Konvektion voraus, kann hier jedoch nur qualitativ zur Interpretation herangezogen werden, weil sie nur für schwach überkritische Rayleigh-Zahlen und Biot-Zahlen kleiner 0.1 gilt. Dennoch wird im Rahmen einer qualitativen Übereinstimmung die Vorstellung als bestätigt betrachtet, daß von der deformierbaren Phasengrenzfläche die gleiche Wirkung auf die Flüssigkeit ausgeht wie von nicht-Boussinesqschen Eigenschaften der Stoffparameter. Im übrigen kann gezeigt werden, daß mittlere Flüssigkeitshöhen und die beobachtete Hysterese mit Hilfe einer eindimensionalen Wärmeübergangsbetrachtung gut abgeschätzt werden können.

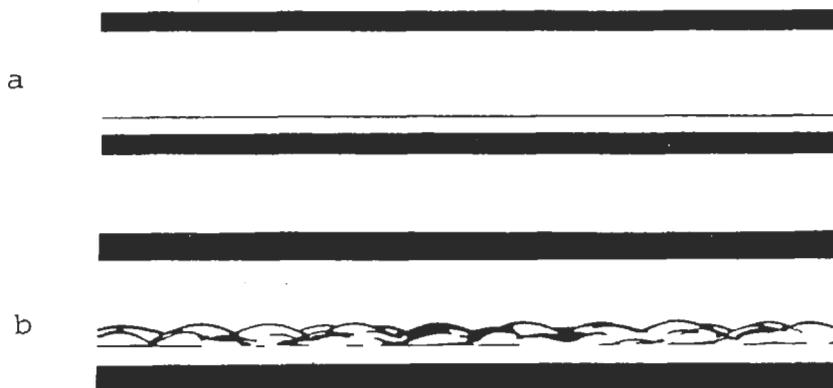


Abb. 2: Stationäre Grenzflächenstrukturen bei der kritischen Rayleigh-Zahl  
a)  $Ra_{WL} = 1430$ ,  $B = 4.61$ ; b)  $Ra_{WL} = 1450$ ,  $B = 4.58$ .

Bei weiterer Erhöhung der Rayleigh-Zahl im vorgenannten Experiment tritt unter dem Einfluß der vertikalen Berandungen eine Umbildung von Polygonstrukturen in Walzenstrukturen auf. Diese Walzenstrukturen werden ihrerseits bei weiterer Erhöhung der Rayleigh-Zahl instabil. Neben dem Maß der Grundwellenlänge der Walzen tritt ein weiteres, kleineres Längenmaß in Erscheinung. Mit einem Differentialinterferometer kann gezeigt werden, daß dieses zweite Längenmaß auf eine Instabilität der thermischen Grenzschichten an den Flüssigkeitsberandungen zurückzuführen ist. Dadurch entstehen sogenannte bimodale Strukturen in der Phasentrennfläche. Diese bimodalen Strukturen sind daran zu erkennen, daß stets gleichzeitig zwei stationäre Konvektionswirbel mit zwei diskreten, aber sehr unterschiedlich großen Wellenlängen parallel und gegensinnig drehend nebeneinander liegen (Abb. 3). Für die bimodalen Strukturen wird ein Stabilitätsdiagramm erstellt. Bei sehr hohen Rayleigh-Zahlen treten instationäre Vorgänge in den Temperaturgrenzschichten auf. Bei der Erniedrigung der Rayleigh-Zahl werden im wesentlichen die gleichen Effekte gefunden wie bei der Versuchsführung mit wachsender Rayleigh-Zahl.

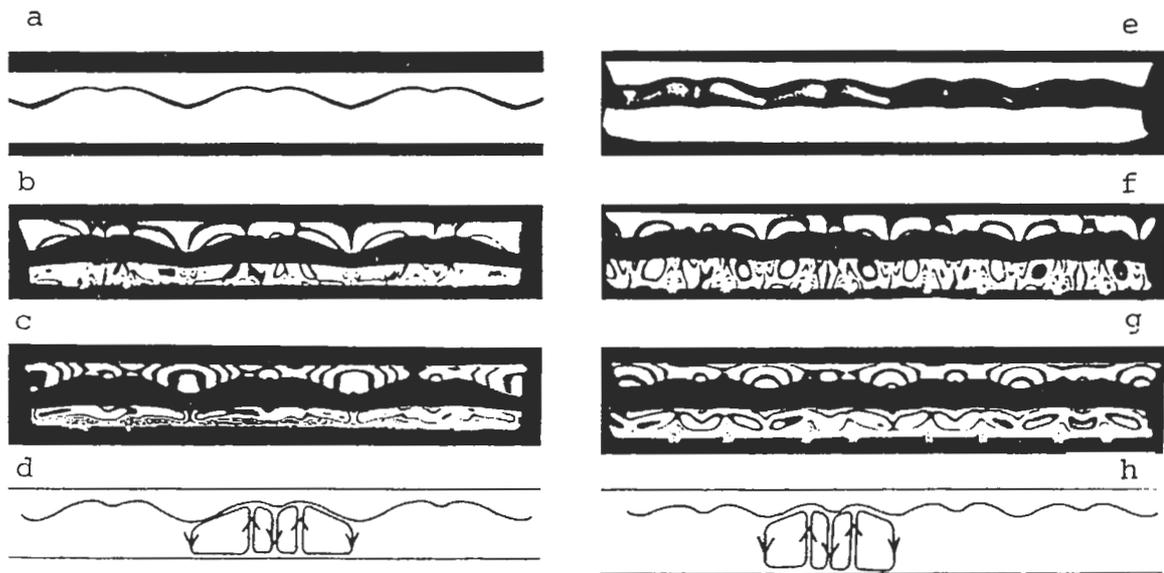


Abb. 3: Bimodale Strukturen der Phasentrennfläche bei den Kennwerten  $Ra_{wL} = 10700$ ,  $B = 1.86$ .

Bilder a und e: Photographien; Bilder b und f: Interferogramme horizontaler Strahlentrennung ( $e=0.3\text{ mm}$ ); Bilder c und g: Interferogramme vertikaler Strahlentrennung ( $e=0.3\text{ mm}$ ); Bilder d und h: Stromlinien.

### Schlußbetrachtung

Abschließend darf festgehalten werden, daß mit diesen experimentellen und theoretischen Arbeiten das Verständnis der Vorgänge bei Konvektion mit Phasenwechsel wesentlich verbessert und erweitert wird.

# Lebenslauf



Christoph Dietsche

## Persönliche Daten

- 8.6.1954 Geboren in Freiburg/Breisgau
- 1984 Heirat mit Ursula Fräulin
- 1987 Geburt der Tochter Johanna
- 1989 Geburt des Sohnes Claudius

## Schule und Studium

- 1961 - 1965 Volksschule in Sölden/Freiburg
- 1965 - 1973 Humanistisches Gymnasium in Freiburg
- 1973 - 1974 Arbeits - und Sprachaufenthalt in Paris
- 1974 - 1979 Maschinenbaustudium an der Technischen Hochschule Karlsruhe
- 1978 - 1979 Diplomarbeit in Cardiff/Grossbritannien

## Beruf

- 1980 - 1984 Grundlagenforschung in der Thermo- und Fluidodynamik als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Kernforschungszentrum Karlsruhe
- 1984 Promotion zum Dr.-Ing. an der Technischen Hochschule Karlsruhe
- 1984 - 1990 Führungsfunktionen im Bereich Fernwärme der Stadtwerke Mannheim AG (Modellierung ausgedehnter Fernwärmenetze, Instandhaltung und Projektengineering für Kundenanlagen mit umfangreicher Personalverantwortung)
- 1990 - heute Führungsfunktionen im Engineering der Sandoz Pharma AG in Basel (Prozess- und Projektengineering für Chemie-, Biotechnik-, Galenik-, und Infrastrukturanlagen mit umfangreicher Personalverantwortung)

# **Zweiphasenströmungen durch kleine Abzweige in einem horizontalen Rohr mit geschichteter Gas-Flüssigkeits-Strömung**

von

**Cecilia Smoglie**

aus

Córdoba, Argentinien

Tag des Kolloquiums: 18. Dezember 1984  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferenten: Prof. Dr.-Ing. K.-O. Felsch  
Prof. Dr. G. Yadigaroglu

## **Zusammenfassung**

Im Bereich der Reaktorsicherheit wird ein kleines Leck oben, unten oder an der Seite einer waagerechten Hauptleitung durch kreisförmige Rohrabzweige mit Durchmessern von 6, 8, 12 oder 20 mm simuliert, die senkrecht zur Achse des Hauptrohrs angebracht sind. In der Hauptleitung ist eine geschichtete Luft-Wasser Strömung bei Umgebungstemperatur und einem maximalen Druck von 0.5 MPa vorhanden. Je nach Wasserspiegelhöhe gelangt eine einphasige oder eine zweiphasige Strömung in den Abzweig. Zwei allgemein gültige Korrelationen werden zur Bestimmung des Massenstroms und des Dampfgehaltes im Abzweig entwickelt. Ergebnisse für horizontale Abzweige werden übertragen auf Dampf-Wasser Strömungen bei hohen Drücken und kritischem Abzweigmassenstrom.

## Einleitung

Im Bereich der Reaktorsicherheit und im Hinblick auf Kühlmittelverluststörfälle (LOCA) ist der Fall einer Schichtenströmung in einem horizontalen Hauptrohr mit Abzweigungsdurchmessern viel kleiner als der Hauptrohrdurchmesser von besonderem Interesse. Hier sind Massen- und Enthalpiestromdichten durch das Leck und damit der Ablauf solcher Unfälle von der Lage des Lecks stark abhängig.

Es sind mehrere Arbeiten veröffentlicht, in denen Methoden zur Bestimmung der Umverteilung von Zweiphasen-Strömungen in Rohrabzweigungen aufgezeigt werden. In diesen Veröffentlichungen wird entweder keine Schichtenströmung untersucht oder nur die Bedingung zum Beginn des Mitrisses bestimmt. Das heißt, es werden keine Ergebnisse angegeben für die Menge des Mitrisses bei einem weiteren Anstieg der Druckdifferenz durch das Leck oder bei einer weiteren Verringerung des Abstands zwischen Leck und Wasserspiegel. Zuber (1981) hat dazu bemerkt, daß diese Arbeiten nicht den Störfallbedingungen bei Kernreaktoren entsprechen, bei denen überlagerte Geschwindigkeiten und Strömungskonfigurationen ohne Rotationssymmetrie vorhanden sind.

Reimann und Kahn (1983) simulieren die Lecks mit T-Stücken, deren Verhältnis von Abzweigdurchmesser  $d$  zu Hauptrohrdurchmesser  $D$  kleiner als  $0.1$  ist. Die Autoren verwenden eine Luft-Wasser Strömung durch einen nach unten gerichteten Abzweig ( $d = 6, 12, \text{ oder } 20 \text{ mm}$ ) bei verschiedenen Strömungsbedingungen in einem horizontalen Rohr mit  $D = 206 \text{ mm}$ .

Als Fortsetzung der Untersuchungen von Reimann und Kahn werden mit der gleichen Experimentieranlage zusätzliche Messungen mit nach unten gerichtetem Abzweig und weitere Experimente mit nach oben und waagrecht gerichteten Abzweigen durchgeführt.

## Beginn des Mitrisses

Zur Beschreibung des Beginns des Gas- oder Flüssigkeitsmitrisses wird in Abb. 1 ein allgemeiner Fall dargestellt, bei dem die Tiefzahlen 1, 2 und 3 den Zustand im Zustrom, Abstrom und Abzweig kennzeichnen.

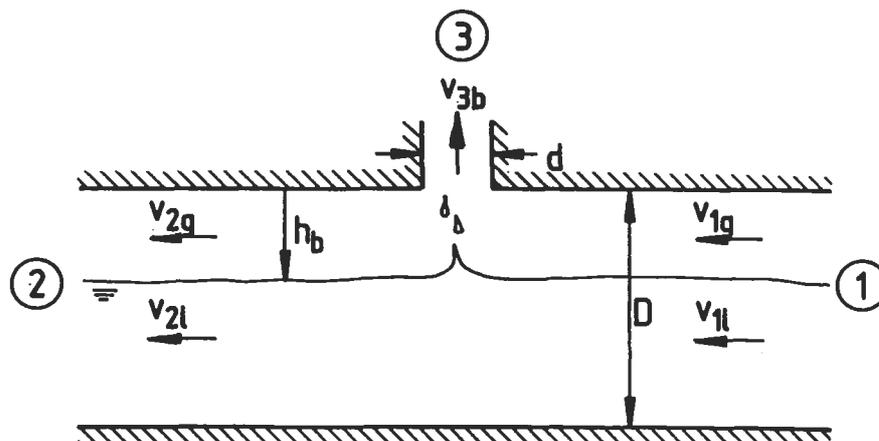


Abb. 1: Allgemeine Variablen zur Bestimmung des Beginns des Mitrisses.

Für beliebige Ausrichtungen der Abzweigungen wird mit Hilfe einer Dimensionsanalyse folgende Korrelation zur Bestimmung des Beginns des Mitrisses entwickelt:

$$K = \frac{h_b \left[ g \rho_b (\rho_l - \rho_g) \right]^{0.2}}{W_{3b}^{0.4}} \quad (1)$$

Die Mittelwerte von  $K$  und die entsprechende Standardabweichung  $\sigma$  der experimentellen Punkte sind in der Tabelle 1 zusammengefaßt:

Tabelle 1: Experimentelle Ergebnisse für  $K$  nach Gl. (1).

	abwärts	aufwärts	waagrecht	waagrecht
	b.g.m.	b.l.m.	b.g.m.	b.l.m.
$K$	2	1.67	0.75	0.69
$\sigma, \%$	13	16.2	5.5	5.2

Überlagerte Geschwindigkeiten,  $v_{2g} \leq 1 \text{ m/s}$  und  $v_{2l} \leq 0.1 \text{ m/s}$ , zeigen einen geringen Einfluß auf  $K$ .

## Dampfgehalt im Abzweig

Auf der Basis eines Modells für den Dampfgehalt am Eintritt waagerechter Abzweiger werden zur Bestimmung des Dampfgehalts  $x_3$  in Abzweigungen mit verschiedenen Richtungen Korrelationen entwickelt, die nur von den Verhältnissen  $\rho_l / \rho_g$  und  $h / h_b$  abhängen. Das heißt, sie sollten auf beliebige Fluide und beliebige Strömungsgeometrien stromab des Abzweigeintritts anwendbar sein. Diese Korrelationen sowie die Standardabweichung der berechneten von den gemessenen Werten werden in Tabelle 2 zusammengefaßt. Es werden folgende Definitionen benutzt:

$$A = \frac{1.15}{1 + \left( \frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{0.5}} \quad \text{und} \quad B = \left[ 1 - \frac{h}{2h_b} \left( 1 + \frac{h}{h_b} \right) A^{\left( \frac{1-h}{h_b} \right)^{0.5}} \right] \quad (2)$$

Tabelle 2: Korrelationen und experimentelle Ergebnisse für  $x_3$ .

	Abwärts	Aufwärts	Waagrecht	
	g.m.	l.m.	g.m.	l.m.
$x_3$	$A^{2.5(h/h_b)} \cdot B$	$1 - A^{2(h/h_b)} \cdot B$	$A^{1+1.09(h/h_b)} \cdot B$	$A^{(1+h/h_b)} \cdot B$
$\sigma \%$	30	1.5	19	19

## Massenstromdichte im Abzweig

Zur Bestimmung der Zweiphasen-Massenstromdichte im Abzweig wird folgende Korrelation entwickelt:

$$G_3 = \zeta \left[ 1 + \alpha(\varepsilon - 1) \right] \sqrt{\rho \Delta P_{l-3}} \quad (3)$$

Mit Hilfe eines geeigneten Modells für  $\alpha$  und  $\rho$  in Abhängigkeit von  $x_3$ , kann Gl. (3) als eine Funktion von  $x_3$  geschrieben werden. Wird in dieser Funktion  $x_3$  durch den entsprechenden Wert aus Tabelle 2 ersetzt, so ergibt sich eine Korrelation zur Vorausbestimmung von  $G_3$ . Als Beispiel wird das homogene Modell betrachtet. Gleichung (3) wird somit

$$G_{3H} = \zeta [1 + \alpha_H (\varepsilon - 1)] \sqrt{\rho_H \Delta P_{1-3}} \quad (4)$$

$$\text{mit } \alpha_H = \left( 1 + \frac{1-x_3}{x_3} \frac{\rho_g}{\rho_l} \right)^{-1} \quad \text{und} \quad \rho_H = \left( \frac{x_3}{\rho_g} + \frac{1-x_3}{\rho_l} \right)^{-1} . \quad (5)$$

Der Vergleich mit Meßdaten zeigt, daß das homogene Modell zur Beschreibung der Massenstromdichte im Abzweig nicht geeignet ist. Eine Anpassungsfunktion  $F(x_3)$  führt zu folgender Korrelation:

$$G_3 = G_{3H}(x_3) F(x_3) \quad (6)$$

$$\text{mit } F(x_3) = \begin{cases} 1 + (1-x_3)(-61x_3^2 + 12.2x_3) & \text{für } x_3 \leq 0.1 . \\ 1 + (1-x_3)x_3^{0.12} e^{-2.2x_3} & \text{für } x_3 \geq 0.1 . \end{cases} \quad (7)$$

Für die verschiedenen Abzweigrichtungen werden Meßdaten mit Ergebnissen nach Gl. (6) verglichen. Die Standardabweichungen liegen zwischen 9.5 und 18 %.

Die vorliegenden Ergebnisse werden für Dampf-Wasser Strömungen unter hohem Druck bei kritischer Massenstromdichte im horizontalen Abzweig extrapoliert und mit anderen Modellen verglichen.

## Schlußfolgerung

Die in dieser Untersuchung durchgeführten Experimente und entwickelten Korrelationen haben die Kenntnisse über die Strömung durch kleine Lecks in einem horizontalen Rohr mit Schichtenströmung verbessert.

Die Ergebnisse können auch bei kleinen Lecks im Boden, im Deckel oder an der Seite eines großen Reservoirs angewandt werden.

Da die relevanten Störfallbedingungen bei Kernreaktoren simuliert wurden, sind die Ergebnisse allgemein nützlich für die Entwicklung von Rechenverfahren zur Beschreibung der Kühlmittelverlustunfällen verursacht durch kleine Lecks.

## Literatur

Zuber N., "Problems in modeling of small break LOCA", NUREG-0724, 1981.

Reimann J., Khan M., "Flow through a small pipe at the bottom of a large pipe with stratified flow", Second International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal-Hydraulics, Santa Barbara, California, January 11-14, 1983.

## LEBENS LAUF



### Personalien:

Name: Cecilia Inés Smoglie  
Geboren: 01.06.49, Córdoba, Argentinien  
Adresse: Moserweg 2, CH-5400 Baden

### Ausbildung:

Lehrerin für Mathematik, Physik und Kosmographie (ENPC, Córdoba, Argentina, 1970)  
Diplom Physikerin (Instituto Balseiro, Bariloche, Argentina, 1977)  
Dr.-Ing. (Fakultät für Maschinenbau, Universität Karlsruhe, Deutschland, 1984)

### Sprachen:

Spanisch, Englisch, Deutsch

### Fachgebiet:

Thermodynamik, Thermohydraulik, Fluidodynamik

### Aktuelle Beschäftigung:

Entwicklung wärmetechnischer Apparate für Kraftwerke bei Asea Brown Boveri-Kraftwerke AG, Schweiz

### Zeitlicher Ablauf der Tätigkeiten:

1955-1960 Grundschule, Argentinien  
1961-1966 Gymnasium, Argentinien  
1967-1970 Fachschule für Mathematik und Physik, Argentinien  
1971-1974 Lehrerin im Gymnasium, Mathematik und Physik, Argentinien  
1974-1977 Studentin für Physik, Inst. Balseiro, Argentinien  
1978-1981 Forschung und Lehre, Centro Atómico u. Inst. Balseiro, Argentinien  
1981-1982 Studium und Forschung, Universität London, England  
1982-1984 Doktorarbeit, Kernforschungszentrum und Uni. Karlsruhe, Deutschland  
1985-1988 Forschung und Lehre, Centro Atómico und Inst. Balseiro, Argentinien  
1988-1989 Gastwissenschaftlerin, Kernforschungszentrum Karlsruhe, Deutschland  
seit 1990 Entwicklungsingenieurin, Asea Brown Boveri, Baden, Schweiz



# **Wärmeübergang durch Naturkonvektion unter horizontalen, geheizten Platten**

von

**Thomas Schulenberg**

aus

Bochum

Tag der Kolloquiums: 26.01.1984  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. G. Ernst

## **Zusammenfassung**

Es wird die stationäre, laminare Konvektionsströmung unter einem horizontalen unendlichen Streifen und unter einer horizontalen runden Platte berechnet, deren Unterseiten eine konstante Temperatur besitzen oder einen konstanten Wärmestrom abgeben. Diese Strömung wird durch die Inhomogenität der Geschwindigkeit und der Temperatur an den Plattenkanten angetrieben.

Zur Lösung der Fragestellung wird eine angepaßte asymptotische Entwicklung angewandt. Hierzu wird die Konvektionsströmung aus einer durch die Potentialtheorie oder durch die Stokessche Theorie bestimmten Außenströmung um die Platte und einer inneren Grenzschichtströmung an der Platte aufgebaut. Beide Strömungsformen werden mit Hilfe einer Energiebilanz in der Umgebung des Staupunkts miteinander verknüpft. Das Verfahren beschränkt sich zunächst auf die Grenzfälle sehr kleiner und sehr großer Prandtl-Zahlen. Aus diesen Grenzfällen werden dann Korrelationen für den Wärmeübergang bei beliebigen Prandtl-Zahlen erstellt.

## Einleitung und Problemstellung

An der Unterseite horizontaler, geheizter Platten kann im Gegensatz zu vertikalen Platten infolge der stabilen Temperaturschichtung nur wenig Wärme durch freie Konvektionsströmung abgeführt werden. Eine genaue Kenntnis des Wärmeübergangs ist daher von großem Interesse. Ein aktuelles technisches Beispiel dafür sind reaktorinterne Kernauffangvorrichtungen in flüssigmetallgekühlten Schnellen Brutreaktoren. Einige Konstruktionstypen dieser Kernauffänger entsprechen idealisiert einer horizontalen Platte, die unterhalb des Reaktorkerns angeordnet ist, um im Fall eines hypothetischen schweren Kernschmelzunfalls die entstehenden Kernfragmente aufnehmen zu können. Die Nachwärme dieser Kernfragmente kann sowohl oberhalb als auch unterhalb der Kernauffangplatte durch Naturkonvektion abgeführt werden. Zum Wärmeübergang in Flüssigmetallen unterhalb solcher Platten existieren jedoch keine hinreichend genauen theoretischen Vorhersagen.

Die hier untersuchte freie Konvektionsströmung unter horizontalen, geheizten Platten unterscheidet sich wesentlich von derjenigen oberhalb geheizter Platten. Im letzteren Fall ist die Temperaturschichtung instabil. Es entsteht eine Konvektionsströmung von den Plattenkanten zur Plattenmitte, die an einer kritischen Stelle ablöst. Im Gegensatz dazu entsteht an der Unterseite horizontaler Platten eine Staupunktströmung von der Plattenmitte zur Plattenkante. Die Temperaturschichtung ist stabil, so daß die Strömung selbst bei hohen Heizraten noch laminar ist. Der Wärmeübergangskoeffizient ist in diesem Fall in einem weiten Bereich um die Plattenmitte konstant. Mit Annäherung an die Plattenkante nimmt er zu, so daß bei gleichförmig geheizter Platte die Plattenmitte der heißeste Bereich ist.

Die bisherigen Untersuchungen der Konvektion in Flüssigkeiten mit mäßigen Prandtl-Zahlen können zumindest bei isothermen Platten als weitgehend konsistent betrachtet werden. Bei sehr kleinen Prandtl-Zahlen sind dagegen die vorhandenen Korrelationen fraglich und stimmen nicht befriedigend mit Experimenten überein. Bei diesem Sachverhalt stellt sich die Aufgabe, den Wärmeübergang unter horizontalen Platten speziell für den Fall extremer Prandtl-Zahlen neu zu berechnen.

Während an geneigten oder über horizontalen beheizten Platten Geschwindigkeits- und Temperaturprofile geometrisch ähnlich sind und damit analytische Lösungen der Grenzschichtgleichungen existieren, ist es verwunderlich, daß solche Lösungen unterhalb von horizontalen, beheizten Platten nicht möglich sind. Die folgende Überlegung kann diesen Sachverhalt plausibel erklären.

Abgesehen von sehr flachen Neigungswinkeln ist der Wärmeübergang an geneigten, erwärmten Platten nur abhängig von der Entfernung zwischen der unteren, angeströmten und somit stromauf gelegenen Plattenkante, nicht jedoch von der oberen Kante oder von der gesamten Plattengröße. Unterhalb von horizontalen beheizten Platten ist dagegen selbst im Staupunkt in der Plattenmitte der Wärmeübergangskoeffizient von der gesamten Plattenbreite abhängig und damit von einem Ereignis, das erst weiter stromab stattfindet. Die Grenzschichtgleichungen, die bisher zur Berechnung ausschließlich verwendet werden, sind aber parabolische Differentialgleichungen. Sie vernachlässigen alle Effekte, die sich längs der Wand stromauf auswirken. Damit schließen sie auch die Rückwirkung der Kantenumströmung aus, die die Konvektionsströmung verursacht. Unter einer unendlich großen, erwärmten horizontalen Platte kann sich keine freie Konvektionsströmung ausbilden. Mit den Grenzschichtgleichungen allein kann der Wärmeübergang unter einer horizontalen Platte daher gar nicht berechnet werden.

Da es nicht möglich ist, die Impuls- und Energiegleichung ohne jegliche Grenzschichtapproximation für den gesamten Bereich analytisch zu lösen, wird ein iteratives Verfahren entwickelt. Dieses Verfahren zeichnet sich dadurch aus, daß es zumindest noch im Ansatz für die Grundströmung eine elliptische Differentialgleichung benutzt und damit stromauf wirkende Effekte berücksichtigt.

## Ergebnisse

Es werden Beziehungen für den Wärmeübergang durch Naturkonvektion im Bereich des Staupunkts unter horizontalen, ebenen Flächen analytisch berechnet. Das Ergebnis läßt sich als eine lokal ähnliche Lösung der Grenzschichtgleichungen bezeichnen, die unter Berücksichtigung der Außenströmung berechnet wird. Diese Methode unterscheidet sich grundlegend von früheren Berechnungen, die unter Vernachlässigung der Außenströmung die Integralgleichungen der Grenzschichttheorie approximieren. In den Abb. 1 und 2 werden diese Näherungslösungen mit den hier berechneten verglichen.

Man entnimmt Abb. 1, daß die durch Integralverfahren von Singh und Birkebak (1969) und von Clifton und Chapman (1969) berechneten Nusselt-Zahlen durch eine geeignete Wahl der Ansatzprofile bei  $Pr \propto 1$  gut mit den hier berechneten Ähnlichkeitslösungen übereinstimmen.

Da jedoch für alle Prandtl-Zahlen die gleichen Profile verwendet werden, wird für hohe Prandtl-Zahlen die Geschwindigkeit in Wandnähe und damit der Wärmeübergang zum Teil überschätzt. Bei niedrigen Prandtl-Zahlen wird die Geschwindigkeit in Wandnähe und folglich auch die Nusselt-Zahl dagegen erheblich unterschätzt.

Da keine Geschwindigkeits- und Temperaturprofile unter gleichförmig geheizten Platten vorliegen, benutzen Fujii, Honda und Morioka (1973) die Profile von Aihara, Yamada und Endo (1972) unter einem isothermen, unendlichen Streifen in Luft, um den Wärmeübergang unter gleichförmig geheizten Platten für beliebige Prandtl-Zahlen zu berechnen (Abb. 2). Es ergibt sich jedoch im Vergleich zu den hier berechneten Ähnlichkeitslösungen für alle Prandtl-Zahlen keine befriedigende Übereinstimmung. Im Unterschied zu diesen Ergebnissen sind die dort berechneten lokalen Nusselt-Zahlen um 10 bis 20 % kleiner als die korrespondierenden Nusselt-Zahlen nach Singh und Birkebak (1969) für eine isotherme Platte und gleicher Rayleigh-Zahl. Wird  $Ra^*$  durch  $Ra \cdot Nu$  ersetzt, so ist hier der Wärmeübergang bei gleichförmig beheizter Platte um 3 bis 4 % größer als bei isothermer Platte, entsprechend der stärkeren Krümmung des Temperaturprofils am Staupunkt und dem damit verbundenen verstärkten Auftrieb innerhalb der Grenzschicht bei gleichförmig beheizter Platte. Die späteren Experimente in Natrium von Davies und Sheriff (1980) und von Tenchine und Amblard (1983) bestätigen die hier berechneten Wärmeübergangskorrelationen (Abb. 2). Lediglich das Experiment von Fujii und Imura (1972) in Abb. 1 kann das Ergebnis von Fujii, Honda und Morioka (1973) unterstützen.

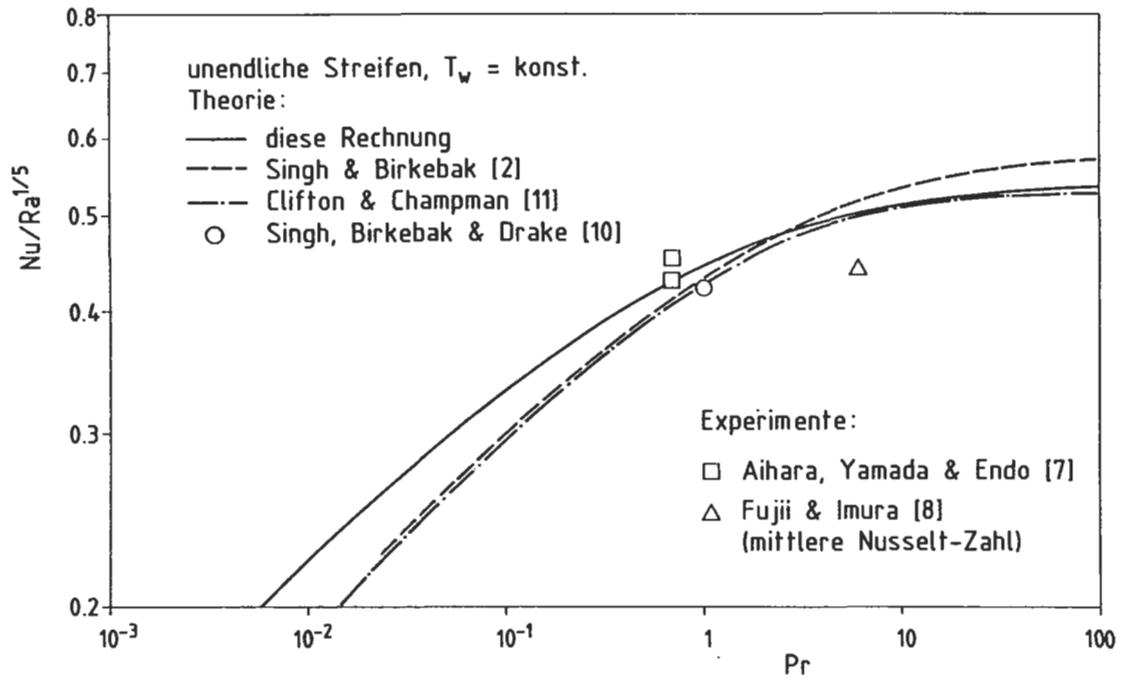


Abb. 1: Wärmeübergangsbeziehungen in Staupunktsnähe eines isothermen, unendlichen Streifens.

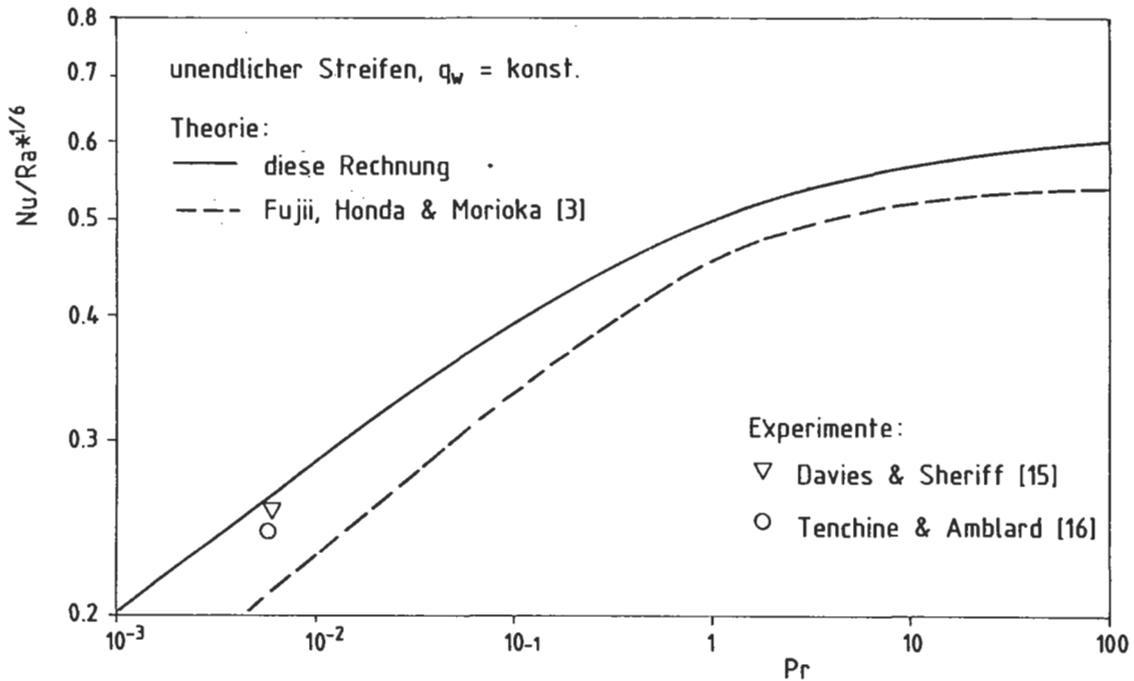


Abb. 2: Wärmeübergangsbeziehung in Staupunktsnähe eines gleichförmig geheizten, unendlichen Streifens.

## Schlußfolgerungen

Es werden insgesamt acht Korrelationen für den Wärmeübergang unter horizontalen, geheizten Platten bestimmt. Diese Korrelationen stellen Extremwerte dar, aus denen Beziehungen für Platten mit beliebigen thermischen Randbedingungen und mit beliebigen Geometrien interpoliert werden können. Ferner läßt sich der Wärmeübergang in Flüssigkeiten mit beliebigen Prandtl-Zahlen durch Interpolation beschreiben.

Voraussetzung für diese Korrelationen ist eine stationäre, laminare Strömung. Diese Annahme wird von allen bisher durchgeführten Experimenten bestätigt. Ein Übergang zu turbulenter Strömung ist nicht bekannt. Aufgrund der stabilen Temperaturschichtung wird der Übergang erst bei sehr hohen Rayleigh-Zahlen vermutet.

Die Korrelationen lassen sich auf denjenigen Bereich um die Plattenmitte anwenden, in dem der Wärmeübergangskoeffizient konstant ist. Dieser Bereich vergrößert sich mit zunehmender Rayleigh-Zahl. Er erstreckt sich bei hohen Rayleigh-Zahlen nahezu auf die gesamte Platte. Bei niedrigen Prandtl-Zahlen ergeben die hier berechneten Korrelationen den Wärmeübergang in der Plattenmitte und damit an der Stelle minimaler Wärmeabfuhr. Zusammen mit diesen Wärmeübergangskorrelationen werden die Grenzschichtprofile der Geschwindigkeit und der Temperatur bei hohen und bei sehr niedrigen Prandtl-Zahlen berechnet. Diese Profile unterscheiden sich wesentlich von den experimentell bestimmten Profilen und mäßigen Prandtl-Zahlen der Außenströmung. Damit sind diese Profile nicht, wie bisher angenommen, von der Prandtl-Zahl unabhängig.

## Literatur

- D. Tenchine, M. Amblard: Heat transfer by natural convection in sodium from down-ward facing surfaces. In M. Merilo (ed.), Thermal Hydraulics of Nuclear Reactors, Proc. of the Second International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics, Santa Barbara, Jan. 11-14, Vol. 2, pp. 1412-1417, La Grange Park, Ill.: Amer. Nucl. Soc. (1983)
- S.N. Singh, R.C. Birkebak: Laminar free convection from a horizontal infinite strip facing downwards. *Z. Angew. Math. Phys.*, 20, pp. 454-461 (1969)
- J.V. Clifton, A.J. Chapman: Natural-convection on a finite-size horizontal plate. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 12, pp. 1573-1584 (1969)
- T. Aihara, Y. Yamada, S. Endo: Free convection along the downward-facing surface of a heated horizontal plate. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15, pp. 2535-2549 (1972)
- T. Fujii, H. Honda, I. Morioka: A theoretical study of natural convection heat transfer from downward-facing horizontal surfaces with uniform heat flux. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 16, pp. 611-627 (1973)
- N. W. Davies, N. Sheriff: An experimental investigation of natural convection heat transfer from downward facing surfaces in sodium for fast reactor internal core catchers, International Seminar of the Int. Conf. Heat Mass Transf. Dubrovnik, Sept. 1-5, 1980
- T. Fujii, H. Imura: Natural-convection heat transfer from a plate with arbitrary inclination; *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15, pp. 755-767 (1972)

## Lebenslauf

- geboren am: 23.09.1953 in Bochum als Sohn des Dr.-Ing. Franz Schulenberg und dessen Frau Dorothea, geb. Aucher
- Familienstand: verheiratet seit 12.11.1977, drei Kinder
- Schulbildung: 1960 - 1964 Grundschule in Bochum  
1964 - 1972 Gymnasium in Bochum
- Studium: 1972 - 1977 Physikstudium an der Universität Karlsruhe (TH)  
Feb. 1977 Physikdiplom  
1977 - 1982 Maschinenbaustudium an der Universität Karlsruhe (TH)  
Feb. 1982 Maschinenbaudiplom
- Berufsweg: 1981 - 1984 wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Reaktorbauelemente im Kernforschungszentrum Karlsruhe  
Jan. 1984 Promotion zum Dr.-Ing.  
1984 - 1985 Systemanalytiker in der Abteilung Neue Technologien Kerntechnik bei Dornier System GmbH in Friedrichshafen  
Seit 1986 in der Gasturbinenentwicklung bei Siemens/KWU in Mülheim a. d. Ruhr  
1989 - 1994 Leiter der Abteilung Gasturbinen Berechnung  
Seit 1994 Leiter der Abteilung Entwicklung von Gasturbinenschaufeln



# **Untersuchungen zum Druckabfall und zur Massenstromumverteilung von Zweiphasenströmungen in rechtwinkligen Rohrverzweigungen**

von

**Wolfgang Seeger**

aus

Freudenstadt

Tag des Kolloquiums: 27. Juli 1984  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. R. Haller

## **Zusammenfassung**

In Gas-Flüssigkeits-Strömung werden Untersuchungen zur Phasenumverteilung und zum Druckverlust in einem T-Stück mit gleichem Rohrdurchmesser durchgeführt. Bei horizontalem Zustrom werden die waagerechte sowie die vertikal nach oben und nach unten orientierte Abzweiganordnung untersucht. Durch eine Variation von Massenstrom und Gasgehalt des Zustroms wird ein breites Spektrum von Strömungsformen überdeckt (Schwallströmung, Ringströmung, disperse Strömung). Es werden Differenzdruckmessungen entlang der Strömungswege vorgenommen. Für alle drei Abzweigorientierungen werden empirische Beziehungen für die Phasenseparation angegeben. Die Messungen werden mit Rechnungen, die ein Modell von Reimann und Seeger (PHM-Modell) für die Druckverluste beinhalten, verglichen.

## Einleitung und Zielsetzung

Rohrverzweigungen sind häufig vorkommende Bauteile in der Energie- und Verfahrenstechnik. So enthält zum Beispiel die Rohrleitung des Primärkreises eines Standard-Druckwasserreaktors etwa 80 Rohrverzweigungen mit verschiedenen Durchmesser-Verhältnissen von Abzweig zu Hauptrohr.

Während bei Normalbetrieb die Rohrleitungen des Primärkreises von Wasser durchströmt werden, kann bei einer Druckabsenkung im Kühlmittelkreislauf als Folge eines Rohrbruchs im Leitungssystem des Reaktors der einphasige Strömungszustand plötzlich in einen zwei-phasigen Zustand übergehen. Strömt dann das Gemisch aus Dampf und Flüssigkeit im Rohrsystem durch eine Verzweigung, so ist mit der Aufteilung des Massenstroms eine Umverteilung der Phasen verbunden. Dies ist in Abb. 1 dargestellt. Die Flüssigkeit strömt bevorzugt geradeaus, die Gasphase kann der Umlenkung besser folgen.

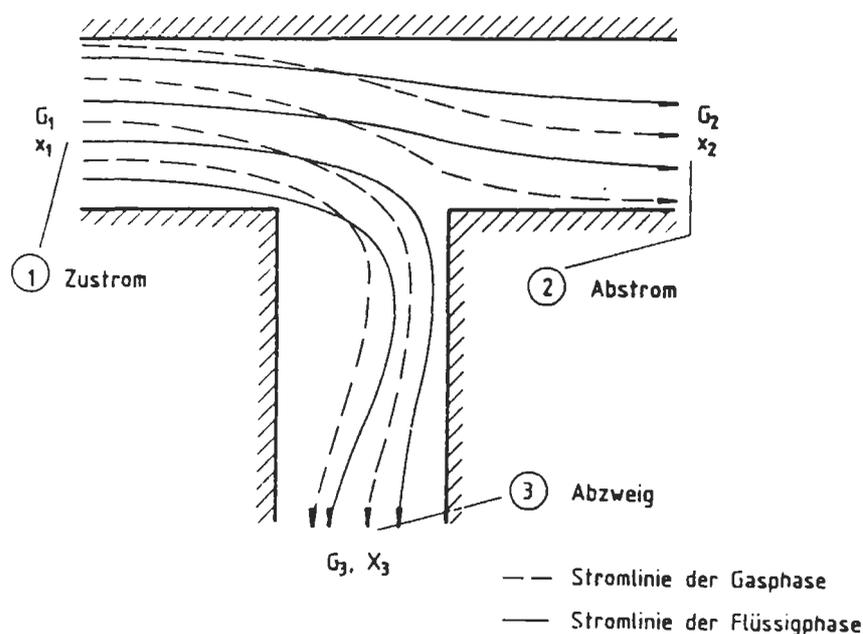


Abb. 1: Schematische Darstellung der Umverteilung einer Zweiphasenströmung in einem T-Stück.

Neben der Phasenumverteilung ist der Druckverlust über die Verzweigung von Bedeutung. Beide Größen lassen sich bisher nur ungenügend genau berechnen. Zur Entwicklung entsprechender Modelle sind daher geeignete Experimente erforderlich, die im Dampf-Wasser- oder Luft-Wasser-Kreislauf für stationäre Zweiphasenströmung des Instituts für Reaktorbauelemente durchgeführt werden. Die Untersuchungen werden mit einem T-Stück mit gleichen Durchmessern ( $D = 50 \text{ mm}$ ) bei horizontalem Zustrom jedoch mit unterschiedlichen Abzweigrichtungen durchgeführt. Um ein großes Spektrum von Phasen- und Geschwindigkeitsverteilungen (Strömungsformen) abzudecken, werden der Massenstrom und der Gasgehalt des Zustroms sowie die Differenzdrücke über das T-Stück in weiten Bereichen variiert. Dabei werden die Massenströme und Gasgehalte im Abzweig und Abstrom bestimmt sowie die Druckverteilung längs der Rohrachsen gemessen. Der Systemdruckeinfluß auf die Phasenumverteilung wird für die waagerechte Abzweiganordnung in Dampf-Wasser-Strömung für Drücke bis zu  $10 \text{ MPa}$  untersucht.

## Zusammenfassung der Meßergebnisse

In Gas-Flüssigkeits-Strömungen werden Untersuchungen zur Phasenumverteilung und zum Druckverlust in einem T-Stück mit gleichen Durchmessern bei horizontalem Zustrom durchgeführt.

Im Vergleich zu aus der Literatur bekannten experimentellen Arbeiten stellt diese Arbeit eine wesentliche Erweiterung in folgenden Bereichen dar:

- Variation von Massenstrom und Gasgehalt des Zustroms: Diese Parameter werden derart variiert, daß ein breites Spektrum von Strömungsformen überdeckt wird (Schwall-, Ring-, disperse Strömung).
- Variation der Fluideigenschaften: Es wurden Luft-Wasser Experimente zwischen 0.4 und 1 MPa durchgeführt sowie Dampf-Wasser Experimente bei Drücken bis zu 10 MPa. Dadurch wird speziell das Dichteverhältnis  $\rho_l / \rho_g$  in weiten Bereichen variiert ( $13 \leq \rho_l / \rho_g \leq 200$ ).
- Variation der Abzweigorientierung: Es werden die waagerechte sowie die nach oben und nach unten orientierte Abzweiganordnung untersucht.

Die wesentlichen Ergebnisse zur Umverteilung sind:

- Bei konstantem Systemdruck zeigt sich eine relativ schwach ausgeprägte Abhängigkeit von Massenstrom und Dampfgehalt (Strömungsform).
- Eine Erhöhung des Systemdrucks (Erniedrigung von  $\rho_l / \rho_g$ ) ergibt eine Verringerung der Phasenumverteilung.
- Bei vertikal nach oben gerichtetem Abzweig liegen die Phasenseparationskurven  $x_3 / x_1 = f(G_3 / G_1)$  sehr nahe an der Grenzkurve der vollständigen Phasenseparation (Abb. 2). Das heißt, das T-Stück verhält sich wie ein Separator, da das Gas fast vollständig durch den Abzweig strömt. Bei waagerechtem Abzweig liegen die Kurven, ausgehend von  $G_3 / G_1 = 1$ , bei abnehmendem  $G_3 / G_1$  in der Nähe der vollständigen Phasenseparationskurve, zeigen dann bei  $G_3 / G_1 \approx 0.3$  ein typisches Maximum und fallen danach steil ab.

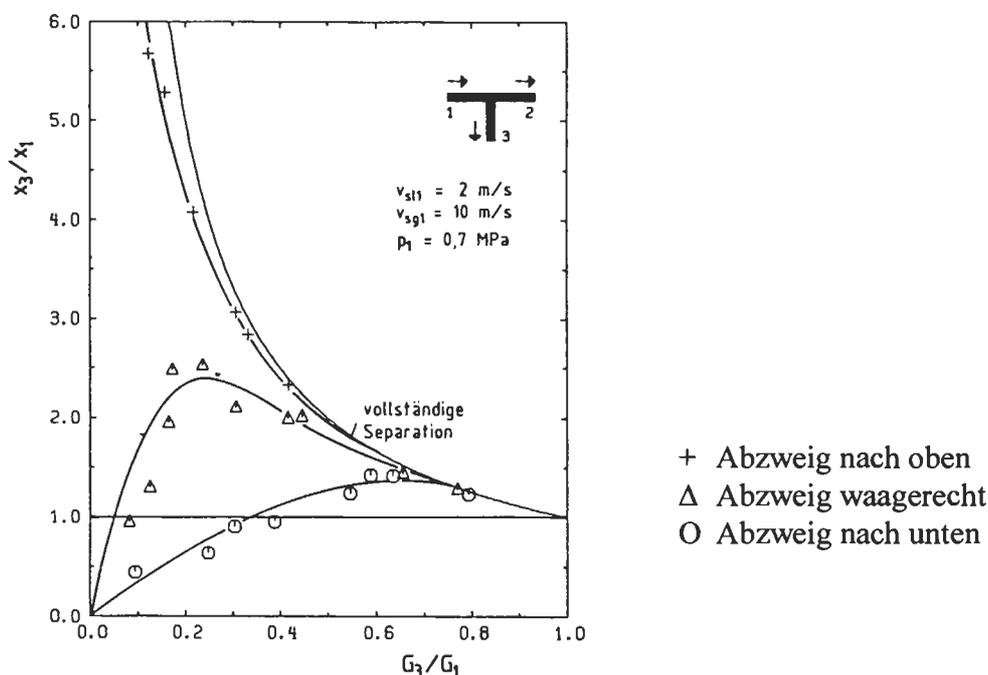


Abb. 2: Phasenseparation: Variation des Abzweigs bei Schwallströmung im Zustrom.

- Für den nach unten gerichteten Abzweig wird eine starke Abhängigkeit von der Phasenverteilung im Zustrom (Strömungsform) beobachtet. Die Phasenseparationskurven liegen deutlich unterhalb der Kurven für die waagerechte Abzweigorientierung.
- Für alle drei Abzweigorientierungen werden empirische Beziehungen für die Phasenseparation im T-Stück angegeben.

Für die Beschreibung der Druckverluste im T-Stück werden folgende Erkenntnisse aus dem Vergleich verschiedener Modelle für den Druckverlust  $\Delta p_{1-3}$  zwischen Zustrom und Abzweig und die Druckänderung  $\Delta p_{1-2}$  zwischen Zustrom und Abstrom mit den experimentellen Ergebnissen gewonnen:

- Für die Modellierung von  $\Delta p_{1-3}$  ergibt das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte PHM-Modell die besten Ergebnisse. Abbildung 3 zeigt einen Vergleich mit anderen in der Literatur verwendeten Modelle.
- Für die Modellierung von  $\Delta p_{1-2}$  liefert das PHM-Modell die besten Ergebnisse für alle Abzweigrichtungen. Nahezu vergleichbare Ergebnisse liefert ein von Saba und Lahey entwickeltes inhomogenes Modell.
- Das PHM-Modell ergibt auch die beste Übereinstimmung mit den von Saba und Lahey durchgeführten Experimenten für den Abzweigdruckverlust  $\Delta p_{1-3}$ .

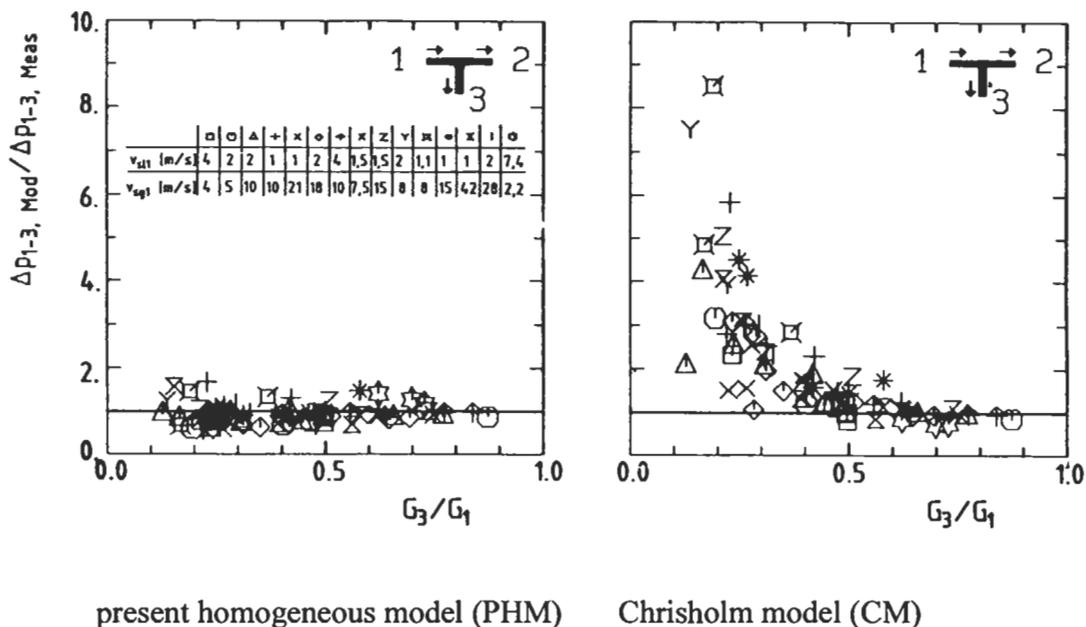


Abb. 3: Druckverlust  $\Delta p_{1-3}$  zwischen Zustrom und Abzweig. Vergleich zwischen Rechnung und Messung.

Eine Erweiterung der Arbeiten kann in Bezug auf die Verbesserung der Modellierung des Druckverlusts für den nach oben orientierten Abzweig erfolgen. Hierzu sind lokale Messungen von Phasenverteilung und Geschwindigkeit wünschenswert.

Eine Änderung der Durchmesserverhältnisses  $D_3 / D_1$  bei waagerechter Zuströmung hat wahrscheinlich einen großen Einfluß auf die Phasenseparation. Hier spielt die Phasenverteilung im Zustrom eine größere Rolle, da für Abzweigdurchmesser  $D_3 / D_1 < 1$  nur aus einem begrenzten Bereich des Zustromquerschnitts Fluid entnommen wird. Eine Extrapolation der vorgestellten Ergebnisse zur Umverteilung auf andere Durchmesserverhältnisse ist nur mit Vorsicht zu empfehlen.

## Lebenslauf

Name: Dr.-Ing. Wolfgang Seeger  
Wohnort: 89081 Ulm, Rührweg 45  
geboren am: 12. April 1951 in Freudenstadt  
Staatsangehörigkeit: deutsch  
Familienstand: verheiratet



Studium: 1970-1978 Maschinenbaustudium an der Universität Karlsruhe (TH)  
Okt. 1978 Maschinenbaudiplom  
Juli 1984 Promotion zum Dr.-Ing.

Berufstätigkeit	Art der Tätigkeit	Firma
1.10.75-31.03.85	Freier Mitarbeiter	Kernforschungszentrum Karlsruhe, Institut für Reaktorbauelemente
1.04.85-31.03.88	Sachverständiger, Sonderaufgaben	TÜV Südwest, Niederlassung Ulm Fachbereich Dampf- und Drucktechnik
01.04.88-31.03.90	Fachgruppenleiter	TÜV Südwest, Niederlassung Ulm Fachbereich Dampf- und Drucktechnik
01.04.90-31.12.93	Abteilungsleiter	TÜV Südwest, Niederlassung Ulm Energietechnik und Umweltschutz
01.01.94-31.12.94	Abteilungsleiter	TÜV Energie und Umwelt GmbH, Niederlassung Ulm
01.01.95-heute	Prokurist	TÜV Umwelt Meßtechnik GmbH sowie Ecoplan Deutschland GmbH



# **Dynamisches Verhalten der Naturkonvektion in geschlossenen Kreisläufen**

von

**Peter Ehrhard**

aus

Heidelberg

Tag des Kolloquiums: 15. Januar 1988  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. J. Zierep

## **Zusammenfassung**

Es wird ein eindimensionales Modell abgeleitet, welches die Naturkonvektion in von unten beheizten und von oben gekühlten, geschlossenen Kreisläufen beschreibt. Hierbei wird, ausgehend von einem Einzelkreislauf, auch die mechanische und thermische Ankopplung eines zweiten Kreislaufs betrachtet. Übereinstimmend zeigen sowohl die experimentellen Daten als auch das theoretische Modell auf, daß die untersuchte Naturkonvektion deutlich durch nichtlineare Eigenschaften geprägt ist. Dies kann zu unterkritisch instabilem oder gar chaotischem Zeitverhalten führen. Die Auswirkungen von unsymmetrischer Beheizung auf die Stabilität der Strömung, sowie Effekte, welche durch eine Wärme- bzw. Impulskopplung von zwei Kreisläufen hervorgerufen werden, können ebenfalls mit den abgeleiteten Modellgleichungen beschrieben werden.

## Einleitung und Zielsetzung

Das Verhalten einzelner und gekoppelter Konvektionskreisläufe spielt im Kraftwerksbau, und speziell im Reaktorbau bei Druckwasserreaktoren und beim natriumgekühlten schnellen Brüter, eine wichtige Rolle im Zusammenhang mit der sicheren Abfuhr der Nachzerfallswärme.

Zur Analyse dieser Vorgänge erweisen sich zwei- oder dreidimensionale, numerische Rechnungen an realen Reaktorgeometrien als sehr schwierig und aufwendig. Dies gilt insbesondere für transiente Probleme. Aus diesen Gründen können Parametervariationen nur bedingt durchgeführt werden und die Ergebnisse aus den wenigen Simulationen sind dem grundsätzlichen Verständnis der Dynamik solcher Kreisläufe wenig zuträglich.

Es wird deshalb eine möglichst einfache, d. h. eindimensionale, Modellierung des Problems angestrebt. Die Modellierung des Einzelkreislaufs, mit den entsprechenden Übertragungsmodellen für Impuls und Wärme an der Wand, spielt dabei die entscheidende Rolle. Hier ist eine sorgfältige Überprüfung der Modellaussagen anhand der experimentellen Befunde vorzunehmen. In weiteren Schritten kann dann die Kopplung solcher Kreisläufe über Impuls- oder Wärmeaustausch vorgenommen werden. Auf diese Art wird es möglich, das grundsätzliche dynamische Verhalten einzelner und wechselwirkender Konvektionskreisläufe in Abhängigkeit von den zentralen Parametern zu untersuchen.

## Der einfache Kreislauf

Der einfache Kreislauf wird als kreisförmig idealisiert, der Strömungsquerschnitt ist gleichfalls kreisförmig. Die Wärmezufuhr erfolgt dominant in der unteren Kreishälfte, die Wärmeabfuhr entsprechen in der oberen Hälfte der Rohrschleife. Die Wechselwirkung des Fluids mit der Wand wird bezüglich des Impulses durch eine lineare Abhängigkeit des Druckverlustes von der querschnittsgemittelten Strömungsgeschwindigkeit modelliert, das heißt  $\Delta p \propto u$ . Bezüglich der Wärme wird ein Wärmeübertragungsgesetz mit konstantem Koeffizienten verwendet, das heißt  $q \propto h(T - T_w)$ . Diese Modellgesetze können zusätzlich durch nichtlineare Korrekturen realen Messung angepaßt werden.

Unter diesen Verhältnissen ergeben sich drei dimensionslose Parameter, welche das Problem beeinflussen: Der Parameter  $\alpha$  ist als Quotient zwischen Reibungsfaktor und Wärmeübergangskoeffizient an der Wand aufzufassen. Er hängt allein von den Eigenschaften des Fluids bzw. der Paarung Wand/Fluid ab. Dieser Parameter ist eine Stoffgröße und besitzt eine gewisse Analogie zur Prandtl-Zahl. Die Beheizungskennzahl  $\beta$  verknüpft die treibende Dichtedifferenz mit den dissipativen Mechanismen im Fluid in Form der Reibungs- und Wärmeverluste an der Wand. Damit kann  $\beta$  als Leistungsverhältnis interpretiert werden, welches eine Analogie zur Rayleigh-Zahl besitzt. Die Symmetrie des Beheizungszustandes wird durch den Parameter  $\delta$  charakterisiert. Der Parameter  $\delta$  kann anschaulich als Verdrehwinkel der Kühl- und Heizbereiche aus einer vertikalen Anordnung heraus betrachtet werden. Der Fall  $\delta = 0$  entspricht folglich einem genau symmetrischen Zustand, bei welchem die Wärme von unten in den Kreislauf eintritt und ihn oben verläßt. In diesem Fall sind beide Strömungsrichtungen gleichberechtigt möglich.

## Theoretische Ergebnisse

Wir wollen nun die Resultate für den Einzelkreislauf anhand des nichtlinearen Verzweigungsdiagramms diskutieren. In Abb. 1 sind die Lösungen für die dimensionslose Strömungsgeschwindigkeit  $x$ , als Funktion der Beheizung  $\beta$  für eine leicht unsymmetri-

sche Beheizung aufgetragen. Wir erkennen bei Steigerung der Beheizung zwei stabile stationäre Lösungsäste. Aufgrund der Unsymmetrie ist die Lösung mit positiver Strömungsgeschwindigkeit bevorzugt und stetig erreichbar. Die Lösung mit negativer Strömungsrichtung ist hingegen nur in einem kleinen, isolierten Bereich stabil. Die Stabilitätsgrenzen beider Lösungen finden sich bei unterschiedlichen Werten  $\beta_1^* < \beta_2^*$ . Der bevorzugte Lösungsast bleibt deshalb bis zu höheren Beheizungen stabil. An beiden Stabilitätsgrenzen zweigen rückwärtig instabile periodische Lösungen ab, deren Amplitude für fallende Werte  $\beta$  anwachsen. Im Falle der isolierten Lösung mündet diese periodische Lösung bei  $\beta = \beta^{HO}$  in ein sogenanntes "homoklines Orbit". Im Falle des bevorzugten Lösungsastes kommt es bei  $\beta = \beta^{LP}$  zu einer Umkehr und gleichzeitigen Stabilisierung der  $\tau$ -periodischen Lösung. Von diesem vorwärtsgerichteten, stabilen Zweig entspringen in einer subharmonischen Kaskade jeweils Lösungen mit doppelter Periodendauer bei  $\beta = \beta^{S2}, \beta^{S4}, \dots$ . Hierbei verliert der durchgehende Lösungsast jeweils seine Stabilität, während die abzweigende Lösung stabil ist. Aufgrund des enger werdenden Abstandes dieser Abzweigungen kann gefolgert werden, daß alle Abzweigungen im Bereich  $\beta^{Si} < \beta^{AP}$  zu finden sind. Für Werte  $\beta > \beta^{AP}$  existieren demzufolge ausschließlich instabile stationäre oder periodische Lösungen.

Für das zeitliche Verhalten eines technischen Kreislaufs können die Resultate aus dem Verzweigungsdiagramm wie folgt interpretiert werden. Bei stetiger Erhöhung der Heizleistung setzt sich die Strömung aufgrund der Unsymmetrie im System ohne Schwellwert in der bevorzugten Richtung in Gang. Dieser stationäre Modus ist in einem weiten Bereich

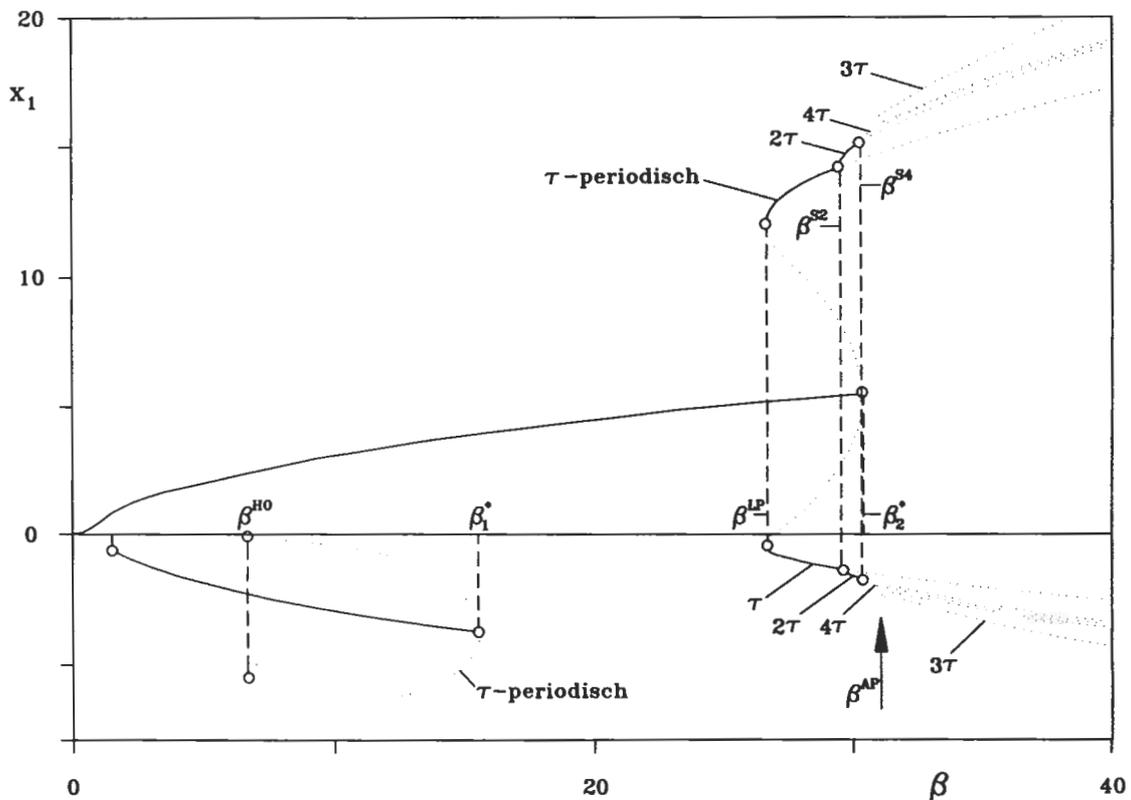


Abb. 1: Das Verzweigungsdiagramm der Lösungen für die dimensionslose Strömungsgeschwindigkeit  $x_1$  für  $\delta = 5^\circ$ ,  $\alpha = 15$ . Durchgezogene Linien markieren stabile stationäre oder periodische Lösungen, gepunktete Linien markieren instabile periodische Lösungen.

stabil. Nach Überschreiten der Stabilitätsgrenze ist in den meisten Fällen ein Übergang zu regellosem Zeitverhalten der Strömung, gegebenenfalls mit Strömungsumkehr, zu erwarten. Vor Erreichen der Stabilitätsgrenze kann im Falle großer Störungen bereits unterkritisch instabiles Zeitverhalten auftreten. Es bleibt weiter zu beachten, daß die umgekehrte Strömungsrichtung isoliert, in einem kleinen Bereich, gleichfalls stabil möglich ist. Das System kann diesen Zustand aber nur einnehmen, wenn große Störungen vorhanden sind. Ein solcher Strömungszustand wird nach Überschreiten der Bereichsgrenzen durch einmalige Strömungsumkehr wieder verlassen.

## Experimente

Die zugehörigen Experimente sind mit Wasser in einer kreisförmigen Glasrohrschleife bei Vorgabe der Wandtemperaturen durch koaxiale Wärmetauscher ausgeführt. Die Abmessungen sind  $d = 17.5 \text{ mm}$  für den Rohrdurchmesser und  $L = 313 \text{ mm}$  für den Radius der Rohrschleife. Gemessen werden die Strömungsgeschwindigkeit in Rohrmitte mit Hilfe eines Laser-Doppler-Anemometers, sowie die Temperaturen des Fluids in Rohrmitte an 12 Positionen in der Rohrschleife mit Hilfe von Thermoelementen. Der Parameter  $\alpha$  wird aus Eichmessungen zu  $\alpha \cong 15$  bestimmt, die Beheizung wird im Bereich  $0 \leq \beta \leq 160$  variiert, der Symmetriewinkel wird in zwei Versuchsreihen auf  $\delta = 0^\circ$  und  $\delta = 10^\circ$  eingestellt. Die Messungen zeigen für beide Symmetriewinkel im wesentlichen alle in der Theorie berechneten Eigenschaften und Stabilitätsbereiche deutlich auf. Wir wollen hier den Fall der leicht schief-symmetrischen Beheizung  $\delta = 10^\circ$  ausführlicher diskutieren. In diesem Fall finden wir im Experiment, übereinstimmend mit den theoretischen Aussagen, bei stetiger Erhöhung der Beheizung  $\beta$  die stationäre Konvektion in der bevorzugten Richtung, welche gegenüber dem symmetrischen Fall zudem deutlich stabilisiert wird. Der zweite, isolierte Konvektionszustand kann im Experiment nur durch Einbringen gezielter Störungen realisiert werden. Er bleibt nur in einem kleinen Bereich von  $\beta$ -Werten stabil und wird an den Bereichsgrenzen durch eine einfache Strömungsumkehr verlassen. Weiterhin wird im Experiment die Existenz unterkritisch instabiler Bereiche bestätigt, indem dort bei Zugabe großer Störungen instabiles Verhalten der Konvektion beobachtet wird, während ohne diese Störungen die Konvektion stabil stationär bleibt.

## Das Verhalten gekoppelter Kreisläufe

Zwei Kreisläufe können prinzipiell durch Austausch von Wärme oder Impuls an einer beliebigen Position  $\varphi_0$  in der Rohrschleife wechselwirken. Hierbei kann der Wärmeaustausch in technischen Systemen etwa durch eine gemeinsame, wärmeleitende Wand der Kreisläufe und der kombinierte Wärme- und Impulsaustausch durch gemeinsame Strömungsführung in Komponenten zustande kommen. Die Modellgleichungen für eine allgemeine Kopplung werden hierfür abgeleitet und die Aussagen zu den Lösungsästen und ihrem Stabilitätsverhalten werden diskutiert. Für Wärmekopplung zweier Kreisläufe bei  $\varphi_0 = 0$ , d. h. am unteren Scheitel der Kreisläufe, werden zusätzlich Experimente durchgeführt. Wir wollen die wichtigsten Resultate für diesen Spezialfall beispielhaft angeben. Sind zwei symmetrisch beheizte Kreisläufe über Wärmeaustausch bei  $\varphi_0 = 0$  gekoppelt, so erhält man vier gleichberechtigte Lösungsäste. Die Theorie zeigt weiter, daß diese stationären Lösungen vollständig entkoppeln, d. h. aufgrund fehlender Temperaturdifferenz wird keine Wärme ausgetauscht. Diese stationären Lösungsäste und ihre Stabilitätsgrenzen sind folglich identisch mit denen des Einzelkreislaufs. Im Experiment werden diese Lösungsäste und ihr Stabilitätsverhalten bestätigt.

Wird nun ein schiefsymmetrisch beheizter Kreislauf mit einem symmetrisch beheizten Kreislauf thermisch gekoppelt, so tritt ein Austausch von Wärme ein. Die Stabilitätsgrenzen des Gesamtsystems werden dann im Falle der bevorzugten Strömungsrichtung durch das Verhalten des symmetrisch beheizten Kreislaufs bestimmt. Eine Verbesserung der Kopplung führt hierbei immer zu einer Stabilisierung aller vier Lösungsäste. Die Stabilitätsgrenze, welche sich für die bevorzugte Strömungsrichtung ergibt, bleibt im gekoppelten System jedoch immer unterhalb der Stabilitätsgrenze, welche sich für den schiefsymmetrisch beheizten Einzelkreislauf ergibt. Das Verhalten des symmetrisch beheizten Kreislaufs bleibt dabei trotz Kopplung streng symmetrisch. Auch diese Aussagen sind übereinstimmend aus Modell und Experiment zu erhalten.

## **Schlußfolgerungen**

Von der Seite der Anwendung her ist zur Auslegung von Naturkonvektionskreisläufen in technischen Anlagen die Kenntnis ihrer Stabilitätscharakteristik unerlässlich. Hierbei stellt die Frage nach der Stabilität im Falle kleiner Störungen eine nicht vollständig befriedigende Antwort zur Verfügung. Dies wird insbesondere deutlich, wenn man sich vor Augen führt, welche Störungen beispielsweise das Auslaufen einer Pumpe oder das Schließen von Ventilen im Strömungssystem hervorrufen. Vor diesem Hintergrund ist es zweckmäßig, eine nichtlineare Stabilitätsanalyse solcher Systeme vorzunehmen. Nur so können unterkritische Bereiche aufgedeckt werden, in welchen in extremen Fällen unkontrollierte Oszillationen auftreten.

Die vorliegende Arbeit will deshalb anhand eines einfachen Grundproblems die Stabilitätscharakteristik solcher Strömungen aufzeigen. Wir weisen an dieser Stelle zusätzlich darauf hin, daß in realen Anlagegeometrien bei eindimensionaler Modellierung ähnliche nicht-lineare Gleichungssysteme erhalten werden.

## Lebenslauf



14.02.1956 geboren in Heidelberg als Sohn des Mechanikermeisters Helmut Ehrhard und seiner Frau Lore Ehrhard, geb. Wolf;

### *Schulbildung:*

1963 - 1966 Volksschule in Heidelberg,

1966 - 1973 Bunsen-Gymnasium in Heidelberg,

1973 - 1976 Technisches Gymnasium in Heidelberg,

24.05.1976 Fachgebundene Hochschulreife des Technischen Gymnasiums Heidelberg;

### *Bundeswehr:*

1976 - 1977 Grundwehrdienst von 15 Monaten;

### *Akademischer Werdegang:*

WS 1977/78 bis WS 83/84 Studiengang "Allgemeiner Maschinenbau" an der Universität (TH) Karlsruhe,

10.10.1979 Vordiplom-Prüfung der Fakultät für Maschinenbau,

30.01.1984 Diplom-Prüfung der Fakultät für Maschinenbau mit den Hauptfächern:  
1. Strömungslehre,  
2. Mess- und Regelungstechnik,

15.01.1988 Abschluß des Promotionsverfahrens und Verleihung des Grades *Dr.-Ing.* durch die Fakultät für Maschinenbau.  
Thema: "Dynamisches Verhalten der Naturkonvektion in geschlossenen Kreisläufen",  
Referenten: Prof. Dr.-Ing. U. Müller,  
Prof. Dr.-Ing. J. Zierep;

*Berufstätigkeit:*

- seit 1.04.1984 tätig am Institut für Angewandte Thermo- und Fluidodynamik des Forschungszentrums Karlsruhe als wissenschaftlicher Angestellter,
- 14.09.1988 - 21.09.1989 Delegation an die Northwestern University, Evanston, IL, U.S.A.,
- 7.03.1992 - 14.03.1992 Organisation des "NATO Advanced Workshop on Interactive Dynamics of Convection and Solidification", Chamonix,
- 1.11.1992 - 15.12.1992 Einladung an die Northwestern University, Evanston, IL, U.S.A.;

*Familienstand:*

- seit 22.07.1983 verheiratet mit Edith Ehrhard, geb. Unger,
- 23.02.1984 Geburt unseres Sohnes Sebastian,
- 17.04.1987 Geburt unseres Sohnes Stephan,
- 29.05.1991 Geburt unserer Tochter Barbara.



# **Numerische Simulation magnetohydrodynamischer Flüssig-Metall-Strömungen in rechteckigen Rohren bei großen Hartmann-Zahlen**

von

**Andreas Sterl**

aus

Neumünster

Tag des Kolloquiums: 08. Dezember 1988  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. R. Haller

## **Zusammenfassung**

Strömt ein leitendes Fluid durch ein Magnetfeld (magnetohydrodynamische oder MHD Strömung), so werden in ihm elektrische Ströme induziert. Die dadurch verursachte Lorentz-Kraft dominiert bei hinreichend großem Magnetfeld die "klassischen" hydrodynamischen Kräfte Reibung und Trägheit. Letztere spielen nur in dünnen Grenzschichten eine Rolle. MHD Strömungen haben daher völlig andere Eigenschaften als normale hydrodynamische Strömungen. In dieser Arbeit werden derartige Strömungen erstmals ohne weitere Approximationen numerisch untersucht.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung bestätigen weitgehend die Resultate früherer Arbeiten, bei denen analytische Methoden angewendet werden. Im Gegensatz zu jenen ist es mit dem numerischen Ansatz jedoch auch möglich, die dünnen Grenzschichten aufzulösen und die sich hier einstellenden Geschwindigkeitsprofile sichtbar zu machen. Ebenso können die exakten Grenzen für die Gültigkeit der in den analytischen Untersuchungen gemachten Annahmen bestimmt und Strömungen beim Übergang vom hydro- in den magnetohydrodynamischen Bereich berechnet werden.

## Motivation

In einem selbstgekühlten Flüssigmetall-Blanket für Fusionsreaktoren soll flüssiges Lithium oder Blei-Lithium als Kühl- und Brutmittel verwendet werden (Malang et al. (1988)). Dieses flüssige Metall muß dann durch das starke, das Plasma einschließende Magnetfeld strömen. In einer derartigen magnetohydrodynamischen (MHD) Strömung werden elektrische Ströme induziert, die ihrerseits auf die Strömung zurückwirken (Lorentz-Kraft). Bei den hohen Magnetfeldstärken, wie sie in einem Fusionsreaktor zum Plasmaeinschluß nötig sind, dominiert die Lorentz-Kraft die klassischen hydrodynamischen Kräfte Reibung und Trägheit bei weitem. Letztere sind nur in sehr dünnen Randschichten wichtig. Diese müssen jedoch aufgelöst werden, um die volle Lösung der Strömungsgleichungen zu erhalten.

## Gleichungen und Methode

Unter der Annahme, daß die Strömung inkompressibel und isotherm verläuft, und daß das induzierte Magnetfeld gegen das äußere Feld vernachlässigt werden kann, lauten die Bestimmungsgleichungen zur Beschreibung magnetohydrodynamischer Strömungen in dimensionsloser Form nach Walker (1981):

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad , \quad (1)$$

$$\frac{1}{N} [\partial_t \vec{v} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v}] = -\nabla p + \vec{j} \times \vec{B}_0 + \frac{1}{M^2} \Delta \vec{v} \quad , \quad (2)$$

$$\vec{j} = -\nabla \Phi + \vec{v} \times \vec{B}_0 \quad , \quad (3)$$

$$\Delta \Phi = \vec{B}_0 \cdot \nabla \times \vec{v} \quad . \quad (4)$$

Dabei sind  $\vec{v}$ ,  $\vec{j}$ ,  $p$  und  $\Phi$  Geschwindigkeit, elektrische Stromdichte, Druck und elektrisches Potential, dimensionslos gemacht durch  $v_0$  (mittlere Geschwindigkeit),  $\sigma v_0 B_0$ ,  $\rho_0 v_0^2 N$  und  $v_0 B_0$ . Dabei sind  $\sigma$  die spezifische Leitfähigkeit der Fluids und  $\rho_0$  seine Dichte. Als Längenmaßstab dient die halbe Kanalhöhe  $a$ .

Das Verhältnis der elektromagnetischen Kraft zur Reibungskraft wird durch das Quadrat der Hartmann-Zahl  $M = a B_0 \sqrt{\sigma/\eta}$  ( $\eta$  dynamische Viskosität), das zur Trägheitskraft durch den Interaktionsparameter  $N = \sigma B_0^2 a / (\rho_0 v_0)$  gemessen. Unter Blanketbedingungen sind beide sehr groß:  $M = 10^3 \dots 10^4$ ,  $N = 10^2 \dots 10^5$ . Trägheit und Reibung sind dadurch nur in sehr dünnen Schichten mit starken Geschwindigkeitsgradienten relevant, die numerisch aufgelöst werden müssen.

Während die Randbedingung für die Geschwindigkeit einfach durch das Verschwinden von  $\vec{v}$  an der Wand gegeben ist, bereitet die Bedingung für  $\Phi$  Probleme, da in den Wänden die Maxwell-Gleichungen gelöst werden müssen. Ist jedoch die Wanddicke  $t_w \ll a$ , so kann die Wand als unendlich dünn aber mit endlicher Leitfähigkeit angenommen werden. Strom kann also in sie hineinfließen in ihr aber nur zweidimensional abfließen. Es ergibt sich als Randbedingung nach Walker (1981)

$$\partial_n \Phi|_{Wand} = \left[ \nabla_{\parallel} (c \nabla_{\parallel} \Phi) \right]_{Wand} \quad . \quad (5)$$

Dabei sind  $c = \sigma_w t_w / (\sigma a)$  der Wandleitparameter,  $\sigma_w$  die spezifische Leitfähigkeit des Wandmaterials,  $\partial_n$  die Normalenableitung in die Wand und  $\nabla_{\parallel}$  der zur Wand tangentielle Anteil des Gradienten.

Die Gleichungen werden auf einem Gitter diskretisiert, bei dem Skalar- und Vektorpunkte um einen halben Gitterabstand gegeneinander verschoben sind. Die Impulsgleichung wird mit einem ADI-Verfahren gelöst. Die Forderung  $\nabla \cdot \vec{v} = 0$  führt auf eine Poissongleichung für den Druck, die ebenso wie die für das elektrische Potential mit einem schnellen Poisson-Löser gelöst wird. Die Randbedingung für  $\Phi$  wird berücksichtigt, indem durch eine kleine Modifikation von Gl. (5) eine Wandfunktion  $\Phi_w$  eingeführt wird. Diese wird aus dem Potential  $\Phi^{(k)}$  im Zeitschritt  $k$  gemäß

$$\nabla_{\parallel} (c \nabla_{\parallel} \Phi_w^{(k+1)}) = \partial_n \Phi^{(k)} \Big|_{\text{Wand}} \quad (6)$$

bestimmt und im folgenden Zeitschritt als Dirichlet-Bedingung zur Lösung der Potentialgleichung verwendet.

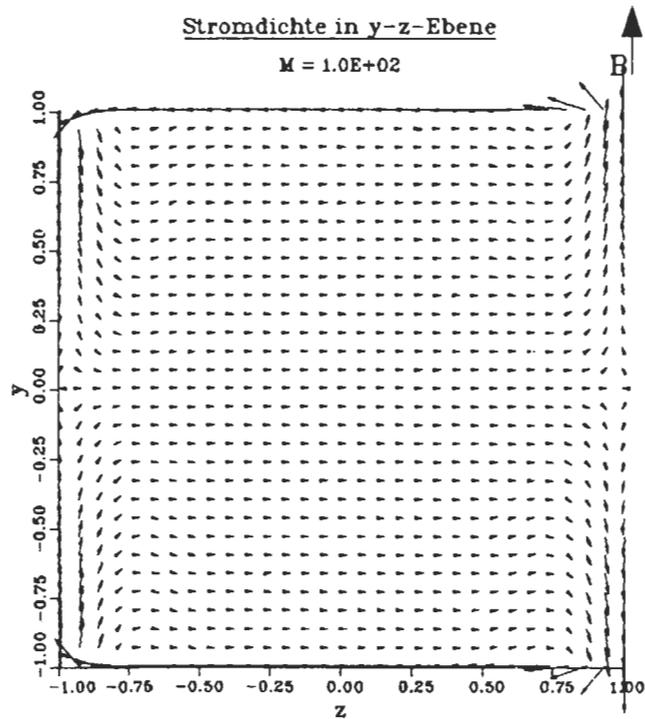
## Ergebnisse

Abbildung 1 zeigt die Stromdichte und das Geschwindigkeitsprofil für eine eingelaufene MHD Strömung in einem Rechteckkanal. In einem Gebiet konstanter Geschwindigkeit und homogenen Stromflusses nach rechts wird dem Druckgradienten nur durch die Lorentz-Kraft die Waage gehalten. Reibung wird erst in den Seitenbereichen wichtig, in denen  $\vec{j}$  parallel zu  $\vec{B}_0$  fließt und damit  $\vec{j} \times \vec{B}_0$  verschwindet. Dadurch kommt es dort zu Übergeschwindigkeiten. Im Bereich der oberen und unteren Wand fließt der Strom zurück;  $\vec{j} \times \vec{B}_0$  wirkt hier in Strömungsrichtung. Starke Reibung verhindert jedoch, daß es zu Übergeschwindigkeiten kommt. Die Dicke der Schichten mit den Übergeschwindigkeiten sinkt mit wachsendem  $M$ . Mit den vorhandenen Rechenkapazitäten können zweidimensionale Strömungen bis  $M = 10^3$  berechnet werden. Durch Variation der entsprechenden Parameter wird dabei die Rolle der Leitfähigkeit der Wände und der Richtung des  $B$ -Felds relativ zum Kanal untersucht.

In Abb. 2 sind an fünf Querschnitten die Profile der x-Komponente der Geschwindigkeit beim Eintritt einer Strömung in ein nach Abb. 3 durch

$$\vec{B} = (0, B_y(x), 0), \quad B_y(x) = 1 / (1 + e^{-x/x_0}), \quad x_0 = 0.15 \quad (7)$$

gegebenes Magnetfeld dargestellt. Die Teilbilder b) - g) zeigen den Übergang von der eingelaufenen hydrodynamischen (a) zur eingelaufenen MHD (h) Strömung. Er erfolgt offenbar nicht monoton. Ursache hierfür sind elektrische Ströme, die in der Ebene senkrecht zu  $B_0$  fließen, da durch den Anstieg der Magnetfeldstärke axiale Potentialdifferenzen induziert werden. Abbildung 3 zeigt, wie sie sich ober- und unterhalb des Übergangsbereichs schließen. Dort produzieren sie eine gegen die Strömung gerichtete Kraft, die in der Kanalmitte ihr Maximum hat und die Strömung dadurch in die Seitenbereiche drängt. Die Umlagerungseffekte führen zu zusätzlichen Druckverlusten. Dreidimensionale Strömungen können bis zu Hartmann-Zahlen von  $M = 10^2$  berechnet werden.



$$c_t = 1.0 \times 10^{-1}$$

$$c_b = 1.0 \times 10^{-1}$$

$$c_l = 0.0$$

$$c_r = 0.0$$

Geschwindigkeiten

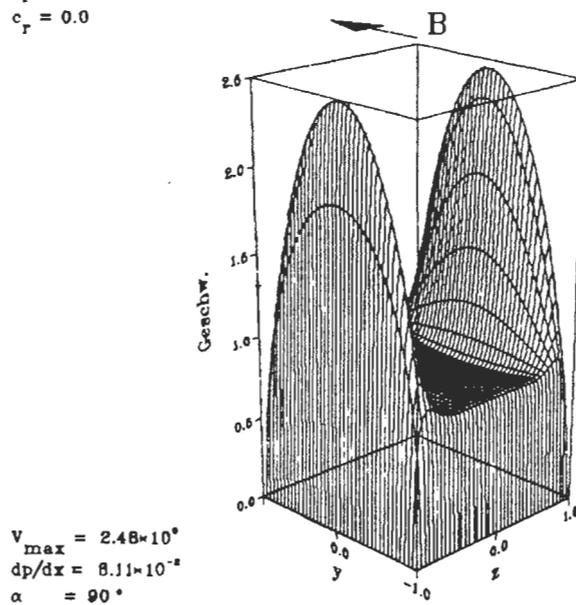


Abb. 1: Stromdichte (oben) und Geschwindigkeitsprofil (unten) für eine eingelaufene MHD-Strömung bei  $M = 10^2$ . Die obere und untere Wand sind leitend ( $c = 0.1$ ), die beiden Seitenwände nicht ( $c = 0$ ).

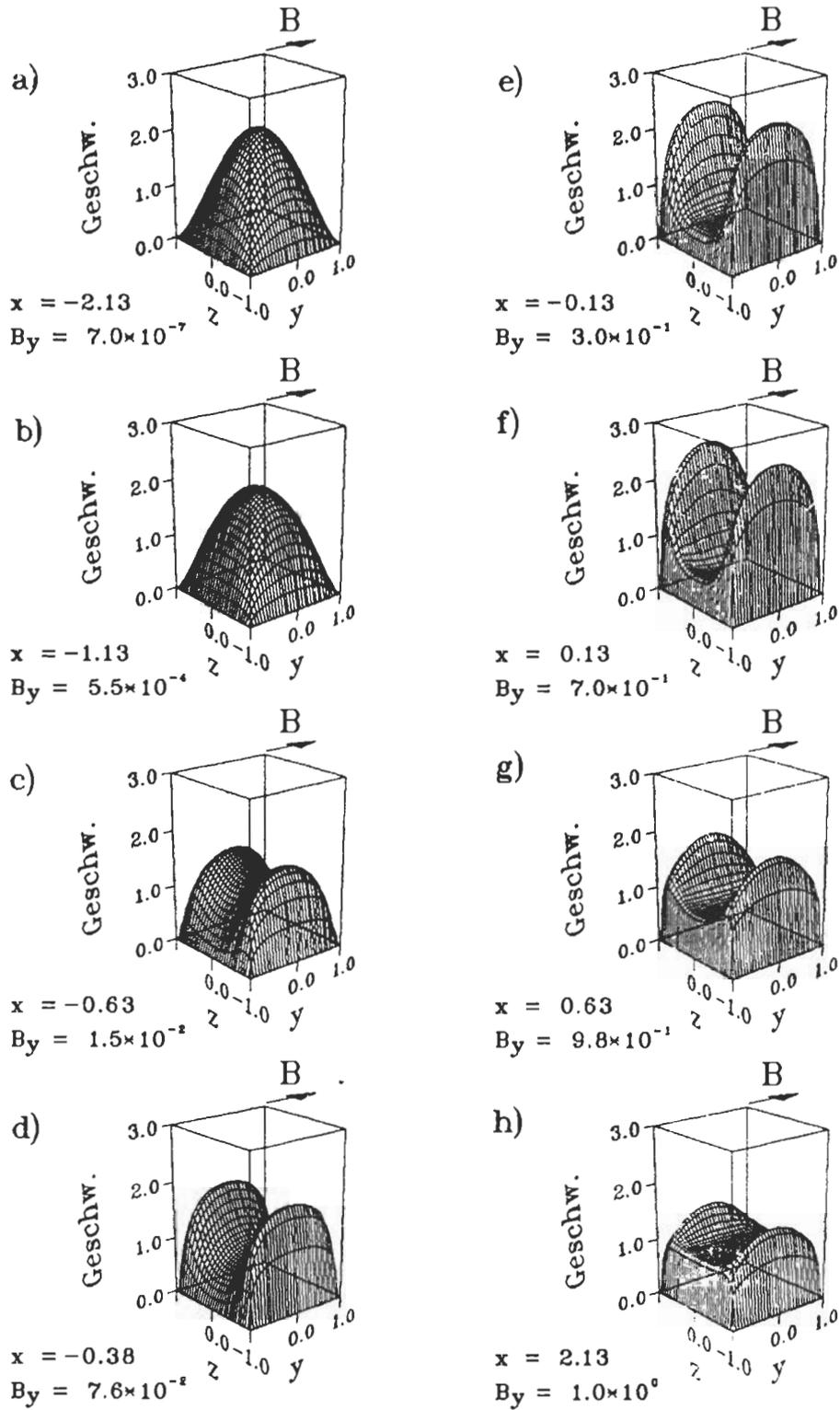


Abb. 2: Geschwindigkeitsprofile im Bereich eines nach Gl. (7) in Strömungsrichtung ansteigenden Magnetfelds ( $M = 70$ ,  $N = 10^3$ ,  $c = 0.1$ ). Der Übergang vom eingelaufenen hydrodynamischen (a) in den eingelaufenen magnetohydrodynamischen Zustand (h) erfolgt nichtmonoton über die Zwischenzustände (b) bis (g).

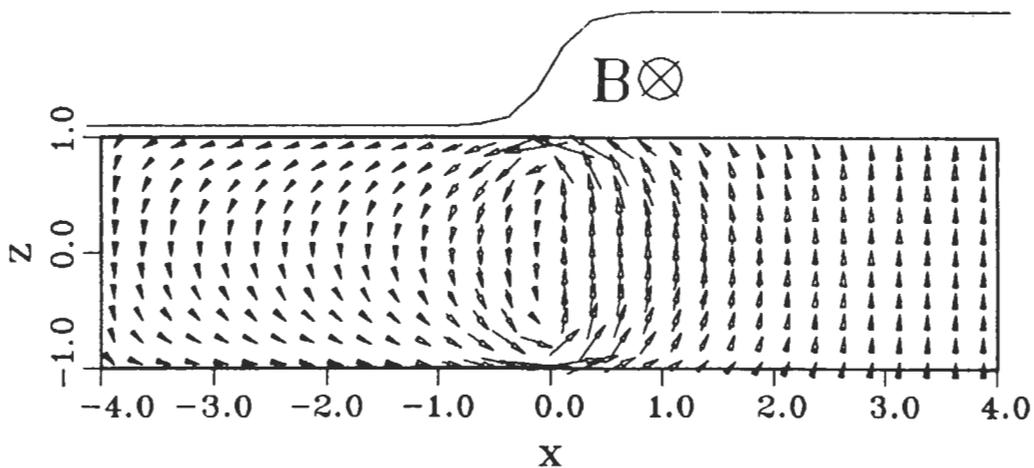


Abb. 3: Axialströme in der  $xz$ -Ebene beim Einstrom in ein durch die obere Kurve gegebenes Magnetfeld.

## Diskussion

In dieser Arbeit werden erstmals MHD-Strömungen bei hohen Hartmann-Zahlen ohne weitere a priori Annahmen numerisch berechnet. Es kann gezeigt werden, daß die Ergebnisse gut mit denen bisheriger Arbeiten übereinstimmen, die von (halb-)analytischen Verfahren Gebrauch machen. Im Gegensatz zu letzteren kann das numerische Verfahren ohne weiteres auf andere Konfigurationen (variable Geometrien oder zeitabhängige Strömungen) angewandt werden. Insbesondere ist es möglich, das Verhalten der Strömung beim Eintritt in ein Magnetfeld und die damit verbundenen Druckverluste zu berechnen.

## Literatur

Malang, S., et al., Self-cooled liquid-metal blanket concept, *Fusion Technology* 14 (1988), 1343-1356.

Walker, J.S., Magnetohydrodynamic flows in rectangular ducts with thin conducting walls. Part I: Constant area and variable area ducts with strong uniform magnetic fields, *Journal de Mecanique* 20 (1981), 79-112.

## Lebenslauf



### Persönliche Daten

16.05.58 Geboren in Neumünster  
09.06.89 Eheschließung  
16.04.90 Geburt des ersten Kindes  
24.01.92 Geburt des zweiten Kindes

### Schulausbildung

04.65 - 06.68 Grundschule in Padenstedt (bei Neumünster)  
08.68 - 06.77 Gymnasium in Neumünster  
1. Fremdsprache Englisch,  
2. Fremdsprache Französisch  
Ab 1974 (Obersekunda) mathematisch-naturwissenschaftlicher Zweig  
Hauptfächer: Mathematik, Physik, Deutsch, Chemie, Gemeinschaftskunde  
25.06.77 Abitur

### Studium

10.77 - 06.83 Studium der Physik an der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel  
Nebenfächer: Chemie (Prüfungsfach Vordiplom),  
Mathematik (Prüfungsfach Hauptdiplom)  
Schwerpunkte: Kernphysik, Theoretische Physik  
11.79 Diplom-Vorprüfung  
Ab 03.80 Wissenschaftliche Hilfskraft am Institut für Reine und Angewandte  
Kernphysik bei Prof. Dr. K. O. Thielheim  
Leitung von Übungsgruppen zu den theoretischen Kursvorlesungen  
(Elektrodynamik, Relativitätstheorie)  
10.81 - 03.83 Anfertigung der Diplom-Arbeit bei Prof. Dr. K.O. Thielheim  
Thema: Lichtdurchgang durch dünne Schichten, insbesondere solchen  
mit simultaner linearer und zirkularer Doppelbrechung  
06.83 Mündliche Diplom-Hauptprüfung

### Beruflicher Werdegang

15.08.-30.09.83 Kurzfristige Tätigkeit als Wissenschaftlicher Angestellter am Institut für  
Reine und Angewandte Kernphysik. Klärung von Fragen, die in der  
Diplomarbeit aus Zeitgründen nicht behandelt werden konnten  
10.83 - 12.84 Ableistung des Grundwehrdienstes  
01.85 -12.88 Nachwuchswissenschaftler am Kernforschungszentrum Karlsruhe (KfK)  
im Institut für Reaktorbauelemente (IRB) bei Prof. Dr. U. Müller

- 08.12.88 Promotion zum "Dr.-Ing." an der Universität Karlsruhe (TH)  
Thema: Numerische Simulation magneto-hydrodynamischer Flüssig-Metall Strömungen in rechteckigen Rohren bei großen Hartmann-Zahlen
- 01.89-08.91 Wissenschaftlicher Angestellter am Max-Planck-Institut für Meteorologie in Hamburg. ENSO-Simulation mittels gekoppelter Modelle von Ozean und Atmosphäre
- seit 09.91 Wissenschaftler am Koninklijk Nederlands Meteorologisch Instituut (KNMI) in De Bilt (Niederlande). Untersuchung des Einflusses eines Mixed Layer Modells auf die atlantische Zirkulation und die Luft-See Wechselwirkung

# Benard-Konvektion in flüssigen Natriumschichten

von

**Volker Kek**

aus

Igelsloch

Tag des Kolloquiums: 27. Januar 1989  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferenten: Prof. Dr.-Ing. J. Zierep  
Prof. Dr.-Ing. K. Bühler

## Zusammenfassung

Mit Hilfe von Temperaturmessungen in einer horizontalen flüssigen Natriumschicht werden für Rayleigh-Zahlen im Bereich von  $1.5 \cdot 10^3 < Ra < 2.5 \cdot 10^5$  die integralen Nusselt-Zahlen bestimmt. Hierbei ergibt sich, daß der Wärmedurchgang durch die Schicht bis zu Rayleigh-Zahlen um  $10^4$  wesentlich durch Wärmeleitung erfolgt. Für höhere Rayleigh-Zahlen zeigt sich eine rasche Zunahme des konvektiven Wärmetransports, so daß bereits bei Rayleigh-Zahlen um  $4 \cdot 10^4$  Wärmeübergangszahlen von  $Nu \approx 1.7$  beobachtet werden. Aus den Experimenten werden für drei unterschiedliche Bereiche empirische Beziehungen für die Nusselt-Zahl in Abhängigkeit von der Rayleigh-Zahl angegeben. Eine Analyse der Temperaturschwankungssignale in der Natriumschicht ergibt, daß die gemessenen Temperatursignale überwiegend stochastischen Charakter besitzen. Für  $1.5 \cdot 10^3 < Ra < 2 \cdot 10^4$  werden zu bestimmten Zeitabschnitten über Zeiträume von bis zu 800 Sekunden regelmäßige Signalschwankungen detektiert.

## Motivation und Zielsetzung

Die Kenntnis des Wärmetransportes durch Naturkonvektion in von unten beheizten Flüssigmetallschichten stellt für viele technische Anwendungen ein wichtiges Anliegen dar. Im Rahmen der Technologieentwicklung für den Natriumgekühlten Brutreaktor ist zum Beispiel der Nachweis zu führen, daß die nach Störfällen vorhandene Nachzerfallswärme durch freie Konvektion aus dem Reaktor sicher abgeführt werden kann. Untersuchungen zum Wärmedurchgang in flüssigen Metallen sind für das physikalische Verständnis der Transportvorgänge von genereller Bedeutung. Flüssige Metalle besitzen eine hohe Wärmeleitfähigkeit und eine geringe Zähigkeit. In Flüssigkeiten mit solchen Eigenschaften stellen sich bei Konvektion unter der Wirkung von Temperaturdifferenzen stark unterschiedliche Dicken der hydrodynamischen und der thermischen Grenzschicht ein. Hieraus ergeben sich Schwierigkeiten bei der genauen Berechnung von Temperatur- und Geschwindigkeitsfeldern. Ein Vergleich numerischer Resultate mit Meßdaten kann für die Überprüfung und Bewertung theoretischer Ansätze von großem Nutzen sein.

Der Wärmedurchgang durch horizontale, von unten beheizte Flüssigmetallschichten ist bisher nur wenig untersucht. Unterschiedliche Ergebnisse in der Theorie und im Experiment zeigen, daß die Vorgänge des Wärmetransports bei Fluiden mit sehr kleinen Prandtl-Zahlen und kleinen Konvektionsgeschwindigkeiten nicht ausreichend verstanden sind (Clever und Busse (1981)). Es ist das Ziel dieser Arbeit, den Wärmedurchgang durch eine ebene von unten erwärmte Schicht aus flüssigem Natrium zu untersuchen. Besondere Bedeutung wird dabei den Fragen des Wärmedurchgangs infolge Naturkonvektion und der Art der turbulenten Strömungsvorgänge in der Schicht gewidmet.

Der Hauptteil dieser Arbeit befaßt sich mit Wärmedurchgangsmessungen durch eine horizontale Natriumschicht. Ein Schema der verwendeten Teststrecke ist in Abb. 1 dargestellt. Die Natriumschicht der Höhe  $h$  ist zwischen zwei Kupferplatten eingeschlossen, von denen die untere elektrisch beheizt und die obere mit einem Öldampfkühler gekühlt ist. Aus den mit je sechs Platinwiderstandsthermometern in Heiz- und Kühlplatte gemessenen Temperaturen werden die lokalen Temperaturdifferenzen in der Natriumschicht bestimmt und hieraus die Nusselt-Zahl berechnet. Außerdem wird der zeitliche Verlauf der Temperatursignale im Innern der Schicht gemessen und hieraus auf die Struktur der Strömungsvorgänge geschlossen.

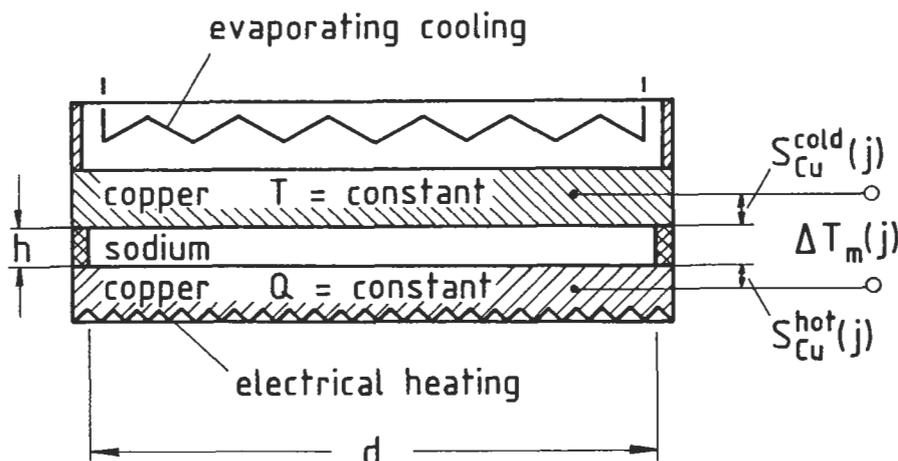


Abb. 1: Teststrecke für Wärmedurchgangsmessungen in Natrium.

Die Versuchsführung konzentriert sich im wesentlichen auf vier Punkte:

- Es soll der mittlere Wärmedurchgang durch eine horizontale Natriumschicht mit einer Prandtl-Zahl von  $0.006$  in Abhängigkeit von der Rayleigh-Zahl gemessen werden.
- Im Bereich  $2 \cdot 10^3 < Ra < 10^4$  soll der Übergang von stationärer zu zeitabhängiger Strömung in der Schicht mit Thermoelementsonden gemessen und mit einer Signalanalyse charakterisiert werden.
- Für Rayleigh-Zahlen größer  $10^4$  sollen die Temperaturschwankungen in der Schicht gemessen und hieraus die Eigenschaften der turbulenten Konvektionsströmung mit Hilfe der Methode statistischer Signalanalyse erfaßt und interpretiert werden.
- Es sollen Vergleichsrechnungen mit dem Rechenprogramm COMMIX im Bereich niedriger Rayleigh-Zahlen durchgeführt und die Ergebnisse mit den Daten aus Experimenten verglichen werden.

## Diskussion der Ergebnisse zum Wärmedurchgang

Das auffallende Ergebnis der Wärmedurchgangsmessung ist der besondere Verlauf der Nusselt-Rayleigh-Beziehung im untersuchten Meßbereich. Einem sehr schwachen Anwachsen der Nusselt-Zahlen im Bereich  $10^3 < Ra < 10^4$  folgt eine rasche Zunahme der Nusselt-Zahl im Bereich  $10^4 < Ra < 2.5 \cdot 10^5$ . Dieser durch die niedrige Prandtl-Zahl erzeugte Effekt kommt deutlich in der graphischen Auswertung zum Ausdruck. Die funktionale Abhängigkeit steht qualitativ im Einklang mit den numerischen Ergebnissen von Jones et al. (1976). Diese Autoren finden für kleine Prandtl-Zahlen eine Tendenzwende im Anstieg der Nusselt-Rayleigh-Beziehung. Jones et al. (1976) bringen diese Erscheinung in Verbindung mit der Ausbildung einer Wirbelströmung vom Charakter einer Starrkörperrotation. Für den Sonderfall verschwindender Prandtl-Zahl,  $Pr \rightarrow 0$ , ist der Beginn dieses Bildungsprozesses sogar durch einen Schwellwert der Rayleigh-Zahl gekennzeichnet. Einen Anhaltspunkt für den Wert dieser kritischen Rayleigh-Zahl beim Einsetzen der "Schwungrad-Konvektion" kann aus den gemessenen Nusselt-Zahlen im Bereich  $1.3 \cdot 10^4 < Ra < 1.9 \cdot 10^4$  durch lineare Rückextrapolation gewonnen werden (Abb. 2).

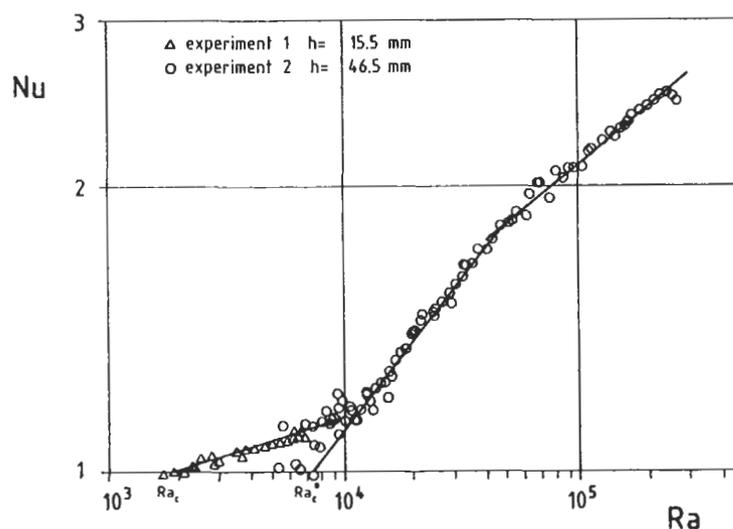


Abb. 2: Nusselt-Zahlen in Abhängigkeit von der Rayleigh-Zahl für Natrium ( $Pr = 0.006$ ).

Der Einfluß des Regressionsintervalls wird für verschiedene Rayleigh-Zahlen festgehalten. Demnach ist nach Mittelung der Ergebnisse der Wert der zweiten kritischen Rayleigh-Zahl mit  $Ra_c \approx 7 \cdot 10^3$  anzusetzen. Berücksichtigt man, daß die lineare Extrapolation einer Nusselt-Zahl-Beziehung für  $0 < Pr \ll 1$  den Wert der Rayleigh-Zahl stets unterschätzt, so kommt dieser Wert dem von Clever und Busse (1981) berechneten Wert von  $Ra = 7373$  für feste Berandungen sehr nahe. Dabei ist zu beachten, daß der theoretische Wert von Clever und Busse (1981) unter der vereinfachenden Annahme einer zweidimensionalen Walzenkonvektion und der Modellvorgabe einer Starrkörperrotation für das Geschwindigkeitsfeld erzielt wird. Bei den durchgeführten Experimenten ist demgegenüber davon auszugehen, daß das Konvektionsmuster dreidimensionale Strukturen hat und daß isotherme Randbedingungen nicht in vollem Umfang zu realisieren sind. Aufgrund dieses Sachverhalts kann der Verlauf der experimentell ermittelten Werte der Nusselt-Zahl für flüssige Natriumschichten als sicherer Hinweis auf die Existenz einer auf den Schwungrad-Effekt zurückzuführenden Instabilität der Konvektionsströmung gewertet werden. Dieser Effekt ist offenbar nur bei sehr niedriger Prandtl-Zahl so markant ausgeprägt.

Eine weitere Abstützung der Modellvorstellung der Starrkörperbewegung wird durch den funktionalen Zusammenhang  $Nu = f(Ra)$  auf der Basis der vorliegenden Messungen und der theoretischen Aussagen nach Clever und Busse (1981) gegeben. Die Experimente liefern für den Bereich hoher Rayleigh-Zahlen  $4 \cdot 10^4 < Ra < 2.5 \cdot 10^5$  die Beziehung  $Nu = 0.117 \cdot Ra^{1/4}$ . Die gleiche funktionale Abhängigkeit, nämlich die 1/4-Potenzabhängigkeit, wird auch von Clever und Busse (1981) angegeben. Die Herleitung der Beziehung durch Clever und Busse (1981) steht in direktem Zusammenhang mit ihrer Modellannahme für den Schwungrad-Charakter des Wirbelfelds. Sie ergibt sich als asymptotische Entwicklung für große Peclet-Zahlen aus der Lösung für die Temperatur und die Geschwindigkeit. Für  $Re \gg Pe \gg 1$  können die Reibungsterme in der Impulsbilanzgleichung vernachlässigt werden. Es ist aber sinnvoll, in der Wärmetransportgleichung die Wärmeleitungsterme aufgrund der hohen Wärmeleitfähigkeit von Natrium beizubehalten. Diese Vereinfachung entspricht der Vorstellung, die dem Schwungrad-Modell von Busse und Clever (1981) zugrunde liegt.

Die Versuchsergebnisse weisen darauf hin, daß das Einsetzen der Schwungrad-Instabilität für  $Pr \rightarrow 0$  einen ausgesprochenen asymptotischen Charakter hat und sich deshalb erst für sehr kleine Prandtl-Zahlen merklich auswirkt. Ein Vergleich der Proportionalitätsfaktoren in den Wärmeübergangsbeziehungen nach Rossby (1969) und nach eigenen Messungen zeigt, daß hier ein beachtlicher Unterschied vorhanden ist.

Ein Vergleich der experimentell bestimmten Nusselt-Zahlen mit den numerisch ermittelten Nusselt-Zahlen nach Clever und Busse (1981) und nach den Rechnungen mit dem COMMIX-Programm lassen quantitativ Unterschiede erkennen, die bei den Daten nach Clever und Busse (1981) sogar gravierend sind. Aus diesen Untersuchungen ist zu entnehmen, daß die gerechneten Werte größer ausfallen. Beide gerechneten Kurven geben qualitativ jene markante Richtungsänderung mit steigender Rayleigh-Zahl wieder, die auch die experimentellen Daten für die Nusselt-Zahl ausweisen. Sieht man bei der Diskussion von einem möglichen Einfluß numerischer Effekte ab, so bleibt als maßgeblicher Faktor für die Überbewertung des Wärmeübergangs durch die numerischen Verfahren der Sachverhalt, daß diese unter der Annahme einer zweidimensionalen Strömung und idealer thermischer Randbedingungen durchgeführt werden.

Es ist bemerkenswert, daß die neuen Messungen keinen Hinweis auf eine Verbesserung des Wärmeübergangs für Rayleigh-Zahlen  $Ra \geq 10^5$  geben. Ein solches Anwachsen wird durch die empirischen Wärmeübergangskorrelationen der Form  $Nu = f(Ra)$  anderer Autoren nahegelegt. Dieser funktionale Zusammenhang resultiert aus Ähnlichkeitsmechanischen

Überlegungen unter Einbeziehung einfacher Modellvorstellungen für turbulente Strömungen.

Zusammengefaßt sind folgenden neuen Ergebnisse aus den Experimenten und den Rechnungen festzuhalten:

- Bis hin zu Rayleigh-Zahlen von  $Ra \approx 8 \cdot 10^3$  erfolgt die Wärmeübertragung in der Natriumschicht fast ausschließlich durch Wärmeleitung. Ab diesem Wert wächst die Wärmeübertragung durch Konvektion merklich an.
- Der Anstieg der aus Messungen hergeleiteten Nusselt-Zahlen im Bereich der Rayleigh-Zahlen von  $8 \cdot 10^3 < Ra < 10^4$  unterstützt die Aussagen eines analytischen Modells von Busse und Clever (1981), daß für  $Pr \rightarrow 0$  eine zweite hydrodynamische Instabilität den Wärmetransport anfacht.
- Die numerische Berechnung der Nusselt-Zahl für eine rotationssymmetrische Konvektionsströmung stimmt zufriedenstellend mit dem experimentellen Befund überein.
- Die Wärmeübertragungsfunktion  $Nu=f(Ra)$  folgt für Rayleigh-Zahlen von  $4 \cdot 10^4 < Ra < 3 \cdot 10^5$  einem  $1/4$ -Potenzgesetz und noch nicht einem  $1/3$ -Potenzgesetz.

## Diskussion der dynamischen Temperatursignale

Mittels einer Signalanalyse werden Temperaturspektren bei verschiedenen Rayleigh-Zahlen ausgewertet. Diese werden mit Thermoelementsonden in Schichtmitte und in  $1 \text{ mm}$  Entfernung von Heiz- und Kühlplatte aufgezeichnet. Bei den zeitabhängigen Temperatursignalen sind wesentliche Unterschiede im Schwankungsverhalten bei niedrigen und hohen Rayleigh-Zahlen zu erkennen. Bei einer Rayleigh-Zahl von  $1.8 \cdot 10^3$  liegt eine niederfrequente Signalschwankung um einen Mittelwert vor, die eine regelmäßige Struktur aufweist. Bei  $Ra = 2.4 \cdot 10^3$  zeigt sich hingegen eine stochastische und höherfrequente Signalschwankung. Die Periodendauer von 85 Sekunden entspricht in den Autoleistungsdichtespektren bei der niedrigen Rayleigh-Zahl einer Frequenz von etwa  $0.0118 \text{ Hz}$ . Zu höheren Frequenzen hin fallen die Spektren rasch ab. Dies ist durch die Dämpfung des höherfrequenten Schwankungsanteils der Temperaturen infolge der guten molekularen Wärmeleitfähigkeit von Natrium bedingt. Im Gegensatz zu diesen Ergebnissen können bei hohen Rayleigh-Zahlen keine regelmäßigen Schwankungsanteile detektiert werden. Die Autoleistungsdichtespektren weisen dort ein eher bandbegrenztes Rauschverhalten auf.

Die ermittelten Frequenzen der regelmäßigen Anteile der Temperaturschwankungen zeigen keine scharf definierte Abhängigkeit von der Rayleigh-Zahl. Es liegt vielmehr für Rayleigh-Zahlen zwischen  $1.5 \cdot 10^3 < Ra < 3.5 \cdot 10^3$  eine Verteilung mit einer Bandbreiten zwischen  $0.002 \text{ Hz} < f < 0.016 \text{ Hz}$  vor. Bei vorsichtiger Bewertung läßt sich ein Trend zum Anstieg der Schwankungsfrequenzen mit der Rayleigh-Zahl erkennen. Beide Trendaussagen entsprechen den allgemeinen Erfahrungen über die Abhängigkeit von Frequenz und Amplitude im laminar-turbulenten Übergangsbereich von Strömungen unter wachsenden äußeren Zwängen.

Als wesentliche Ergebnisse der Signalanalyse der dynamischen Temperatursignale werden in der Arbeit folgende Fakten und Schlußfolgerungen vermerkt:

- Auf eine Umstrukturierung des Konvektionsmusters bei einer Rayleigh-Zahl von  $Ra \approx 3 \cdot 10^3$  aus einer regelmäßigen Oszillationsbewegung mit identifizierbaren Frequenzen in eine Bewegungsform mit stochastischem Zeitverhalten kann aus der sprunghaften Änderung der Varianzfunktion und den Leistungsdichtespektren der Temperaturschwankungen geschlossen werden. Die (indirekt) erfaßten regelmäßigen

Oszillationsbewegungen im Bereich kleiner Rayleigh-Zahlen  $Ra_c < Ra < 3 \cdot 10^3$  stehen im Einklang mit den Ergebnissen der Stabilitätsanalyse von Clever und Busse (1981) für die Benard-Konvektion bei kleinen Prandtl-Zahlen. Diese Autoren finden eine Wellenausbreitung der Störungen entlang der Achsen der Konvektionswalzen.

- Die von der Normalverteilung eines stochastischen Prozesses abweichenden Werte der höheren statistischen Momente Schiefe und Flachheit für die Temperatursignale in der Nähe des warmen und kalten Schichtrandes stützen die Vorstellung, daß sich in Wandnähe ausgeprägte Temperaturgrenzschichten ausbilden.
- Ein glatter Anschluß der Meßdaten für die Eckfrequenz und die Steigung des normierten Autoleistungsdichtespektrums, die aus Experimenten in verschiedenen Anordnungen gewonnen werden, kann durch Normierung mit spezifischen, die Struktur der Strömung berücksichtigenden Zeitmaßstäben erreicht werden. Dieser Sachverhalt wird als belastbarer Nachweis für die Ausbildung der Schwungrad-Konvektion gewertet mit der ihr eigenen Zeitskala. Der Abfall der Werte der dimensionslosen Eckfrequenz deutet einen stabilisierenden Einfluß dieser Konvektionsform an.

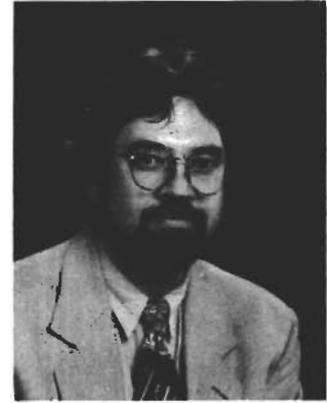
## Literatur

Clever R. M. und Busse F. H., Low Prandtl-number convection in a layer heated from below. J. Fluid Mech. 102, pp. 61-74, 1981.

Jones C. A., Moore D. R. und Weiss N. O., Axisymmetric convection in a cylinder, J. Fluid Mech. 73, pp. 353-388, 1976.

Rossby H. T., A study of Benard convection with and without rotation, J. Fluid Mech. 36, pp. 309-335, 1969.

## Lebenslauf



- 29.12.1953 Geboren in Igelsloch Kreis Calw
- 1960 - 1967 Volksschule Igelsloch  
1967 - 1968 Hauptschule Oberlengenhardt
- 1968 - 1974 Staatliches Aufbaugymnasium Nagold mit Internat  
Abschluß: Abitur
- 1974 - 1976 Bundeswehr
- 1976 - 1982 Studium des Maschinenbaus an der Universität Karlsruhe(TH)  
Vertiefung in Thermodynamik und Fluiddynamik
- 1982 - 1988 Doktorand und freier Mitarbeiter am Institut für Reaktorbauelemente  
im Kernforschungszentrum Karlsruhe
- 1989 Promotion, Thema: Benard-Konvektion in flüssigen Natriumschichten
- 1984 - 1990 Projektingenieur der Deutschen Bundesbahn bei Meßvorhaben an der  
Schnellbahntrasse Mannheim Stuttgart
- 1990 - 1993 Geschäftsführer bei der Systron GmbH Elektronische Datenverarbeitungs-  
systeme
- 1993 - 1994 Freiberufliche Tätigkeiten im Bereich CAE/CAD/CAM
- 1994 Gründung der Firma Spindler und Kek GmbH  
Prototypen und CAE/CAD/CAM Consulting



# **Benard-Konvektion in binären Flüssigkeitsmischungen mit Thermodiffusion**

von

**Gerhard Zimmermann**

aus

Sulzbach-Rosenberg

Tag des Kolloquiums: 07. Dezember 1989  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferenten: Prof. Dr.-Ing. J. Zierep  
Prof. Dr.-Ing. K. Bühler

## **Zusammenfassung**

Ein wissenschaftlich äußerst interessantes Phänomen sind zeitabhängige Strömungsvorgänge, die bei der Benard-Konvektion in binären Flüssigkeitsmischungen mit genügend großem Soret-Effekt auftreten. Im Experiment mit Wasser-Äthanol findet man einen Wanderwellenzustand, bei dem sich das Konvektionsrollenmuster mit konstanter Geschwindigkeit horizontal verschiebt. Neben einem transienten Wanderwellenzustand, der sich gut mit der linearen Stabilitätstheorie beschreiben läßt, wird auch ein nicht-linearer Zustand gefunden, der in einem ganzen Bereich von Rayleigh-Zahlen stabil existiert. Ist die obere Berandung der Flüssigkeitsschicht als deformierbare Eisschicht ausgebildet, so nehmen, wie von der Theorie bestätigt, die kritische Rayleigh-Zahl und die kritische Periodendauer des transienten Zustands mit zunehmender Eisdicke ab. Stabile Wanderwellen existieren unter einer Eisschicht nicht.

## Einleitung mit Zielsetzung

Die Beschreibung der Wechselwirkung zwischen einer Strömung in einer Flüssigkeit und einer deformierbaren fest-flüssig Phasengrenzfläche stellt ein äußerst kompliziertes Problem dar. Um die wesentlichen Mechanismen untersuchen zu können, ist es deshalb nötig, Teilbereiche mit gut definierbaren Systemparametern zu betrachten.

Im Rahmen dieser rein grundlagenorientierten Arbeit wird als einfachste Geometrie die klassische Benard-Anordnung gewählt, also eine horizontale Flüssigkeitsschicht mit destabilisierendem, vertikalem Temperaturgradienten. Durch Absenkung der Temperatur der oberen Berandung unterhalb des Schmelzpunkts der Flüssigkeit ist es möglich, eine Eisschicht im oberen Teil der Schicht zu erzeugen. Um morphologische Instabilitäten der Phasengrenzfläche zu vermeiden, werden nur quasistationäre Zustände untersucht.

Ziel der Arbeit ist es zu untersuchen, ob zeitabhängige Wanderwellenzustände in der Flüssigkeitsmischung existieren. Voraussetzung ist eine binäre Flüssigkeitsmischung mit einem genügend großen, negativen Soret-Koeffizienten. Besonderes Augenmerk gilt dem Einfluß einer dünnen Eisschicht im oberen Teil der Schicht auf die Ausbildung und den Existenzbereich von Wanderwellen. Die experimentell ermittelten Stabilitätsgrenzen und die typischen Zeitskalen der Wanderwellenzustände werden mit theoretischen Ergebnissen verglichen.

## Neue und wesentliche Ergebnisse

Die Arbeit umfaßt sowohl einen theoretischen als auch einen experimentellen Teil. Die theoretischen Überlegungen und erste numerische Resultate bilden die Grundlage für die Festlegung der Experimentparameter. Später ermöglichen sie den Vergleich von berechneten und gemessenen Ergebnissen.

Ausgangspunkt für die theoretische Betrachtung ist ein Differentialgleichungssystem, das das Benard-Problem für eine binäre Flüssigkeitsmischung in Boussinesq-Approximation beschreibt. Dabei wird zusätzlich der Soret-Effekt (Thermodiffusion), also die Auswirkung eines Temperaturgradienten auf den Konzentrationsgradienten, im Massenstromterm berücksichtigt. Zur Modellierung der Eis/Fluid-Grenzfläche wird eine obere, deformierbare Berandung der Flüssigkeitsschicht betrachtet. Das Verhältnis von Eis- zu Flüssigkeitsschichtdicke wird durch die Biot-Zahl als charakteristische Kennzahl ausgedrückt. An den dimensionslos gemachten Gleichungen und Randbedingungen wird eine lineare Stabilitätsanalyse durchgeführt, die auf ein System gekoppelter Differentialgleichungen für die Störgrößen führt. Dieses Rand-Eigenwert-Problem läßt sich numerisch lösen und liefert sowohl stationäre als auch zeitabhängige neutralstabile Lösungen.

Wesentliches Ergebnis dieser Rechnungen ist ein Stabilitätsdiagramm in Abhängigkeit der verschiedenen Experimentparameter. Bei der Auftragung der kritischen Rayleigh-Zahlen über dem Soret-Koeffizienten findet man für genügend negative Werte des Soret-Koeffizienten auch eine zeitabhängige Lösung. Diese zweigt in einer sogenannten "Codimension-Two"-Bifurkation von der stationären Lösung ab. In diesem Punkt stimmen die kritischen Rayleigh-Zahlen beider Lösungen überein, und die Periodendauer geht gegen unendlich.

Basierend auf diesen Berechnungen wird für die experimentellen Untersuchungen das binäre System Wasser-Äthanol mit Äthanolkonzentrationen zwischen 8 wt% und 15 wt% ausgewählt. Einerseits ist der Soret-Effekt dieses Systems groß genug, um seinen Einfluß messen zu können, andererseits besitzt es einen Schmelzpunkt von wenigen Grad unter 0 °C, so daß sich mit einem vertretbaren experimentellen Aufwand eine dünne Eisschicht erzeugen läßt. Die geometrische Abmessung der Fluidschicht zwischen zwei temperier-

baren Kupferblöcken beträgt  $h*b*l$  gleich  $2*20*200\text{ mm}$ . Dies erfüllt die Benard-Randbedingung in guter Näherung. Um Störungen während der langen Meßzeiten zu minimieren, wird besonderer Wert auf eine Langzeit-Temperaturkonstanz gelegt, wobei  $\pm 0.3\text{ mK}$  über mehrere Tage erreicht werden.

Zur Detektion zeitabhängiger Konvektionszustände in der Fluidschicht werden zwei unabhängige Meßsysteme verwendet. So werden mittels Thermoelementen in der Flüssigkeit lokale Temperaturschwankungen aufgenommen. Das gesamte Konvektionsmuster wird mit Hilfe eines Differentialinterferometers sichtbar gemacht, das Dichtegradienten in einer Vorzugsrichtung darstellt. Daraus läßt sich die typische räumliche Periodizität der Konvektionsrollen, und im Falle zeitabhängiger Zustände auch deren zeitliche Periodizität ermitteln.

Die hier zusammengefaßten Ergebnisse beziehen sich auf eine Mischung von  $15\text{ wt\%}$  Äthanol in Wasser. Im Falle einer Flüssigkeitsmischung ohne Ausfrieren werden in Abhängigkeit des von außen angelegten Temperaturgradienten folgende Phänomene gefunden:

- Wird die treibende Temperaturdifferenz über der Flüssigkeit quasistationär erhöht, bleibt das System bis zur kritischen Temperaturdifferenz im Wärmeleitungszustand. Nach Überschreiten der kritischen Temperaturdifferenz um typisch  $0.1$  bis  $0.2\text{ K}$  tritt ein transienter, linearer, amplitudenmodulierter Wanderwellenzustand auf. Die Thermo-elemente in der Flüssigkeitsschicht registrieren zeitlich periodische Temperaturschwankungen mit einer Amplitude von etwa  $0.1\text{ K}$ . Die Periodendauer liegt bei etwa  $30$  Sekunden. Dieser Zustand kann über einige Stunden beobachtet werden.
- Überschreitet die Amplitude lokal einen kritische Schwellwert, wird dort intensive Konvektion angefacht. Dieser Bereich vergrößert sich kontinuierlich und breitet sich in Form einer Störfrent horizontal in der gesamten Fluidschicht aus. An der Störfrent selbst entstehen dabei ständig neue Konvektionsrollen, die sich in horizontaler Richtung als transiente Wanderwellen durch die Fluidschicht schieben.
- Nach einigen Stunden endet dieser Übergangszustand in einem stabilen, nicht-linearen Wanderwellenzustand. Über Tage wandern die Konvektionsrollen mit konstanter Geschwindigkeit in horizontaler Richtung durch die Fluidschicht. Bei weiterer quasistationärer Erhöhung der treibenden Temperaturdifferenz bis zum  $1.6$ -fachen der kritischen Wertes bleibt dieser Zustand erhalten, lediglich die Wandergeschwindigkeit wird immer langsamer. So dauert es schließlich über eine Stunde, bis sich eine Konvektionsdoppelrolle um ihre eigene Wellenlänge bewegt hat. Bei weitere Erhöhung der Temperaturdifferenz erfolgt schließlich der Übergang in stationäre Konvektion. Erniedrigt man ausgehend vom stabilen Wanderwellenzustand die treibende Temperaturdifferenz, so tritt Hysterese auf. Auch bei unterkritischen Werten wandert das Konvektionsmuster immer schneller, wobei gleichzeitig die Amplitude der Temperaturschwankungen und damit die Intensität der Konvektion immer weiter abnimmt, bis schließlich der Übergang in den Wärmeleitungszustand erfolgt.

Existiert im oberen Teil der Schicht eine dünne Eisschicht, die als deformierbare Berandung mit endlicher Wärmeleitfähigkeit wirkt, so treten folgende Effekte auf:

- Bei Überschreiten der kritischen Temperaturdifferenz über der Fluidschicht tritt, wie im Falle ohne Eis, ein transienter, amplitudenmodulierter Wanderwellenzustand auf. Direkte Beobachtungen der fest-flüssig Grenzfläche zeigen dabei, daß die Eisschicht makroskopisch eben bleibt. Die geringen Temperaturunterschiede in der sehr schwach ausgebildeten Konvektionsströmung führen nicht zur Strukturbildung in der Eisschicht. Die auftretenden Periodendauern sind abhängig von der Dicke der Eisschicht und vergleichbar mit denen in den Experimenten ohne ausfrieren.

- Überschreitet die Amplitude einen kritische Wert, erfolgt eine Deformation der fest-flüssig Grenzfläche. Diese verhindert die Ausbildung von Wanderwellen, die sich in horizontaler Richtung ausbreiten. Vielmehr entsteht ein Polygonmuster in der Eisschicht, das auf eine dreidimensionale Form der stationären Konvektionsstruktur (Hexagons) schließen läßt.

## Diskussion und Schlußfolgerung

In einem System, in dem die Theorie die Existenz eines oszillatorischen Konvektionszustandes vorhersagt, tritt auch im Experiment eine zeitabhängige Strömung auf. Dieser schwach ausgeprägte Wanderwellenzustand zeigt eine Amplitudenmodulation und existiert nur als Transiente. Der Vergleich der kritischen Rayleigh-Zahlen und der Periodendauern aus Experiment und Theorie zeigt, daß die Werte nur um etwa 10 % abweichen. Diese sehr gute Übereinstimmung legt den Schluß nahe, daß die mit Hilfe der linearen Störungstheorie vorhergesagte oszillatorische Instabilität in der Realität einem Wanderwellenzustand geringer Intensität entspricht.

Dieser Zustand tritt auch dann auf, wenn die Fluidschicht oben von einer dünnen Eisschicht begrenzt ist. Die Experimente zeigen, daß die kritischen Rayleigh-Zahlen und die kritischen Periodendauern mit zunehmender Eisdicke (Biot-Zahl) abnehmen. Berücksichtigt man in den numerischen Rechnungen die Abhängigkeit des Soret-Koeffizienten von der Konzentration (wie von Karcher (1992) später gezeigt), so stimmen auch hier die experimentellen Werte sehr gut mit den berechneten Ergebnissen überein.

Im Falle ohne Eisschicht existiert über einen weiten Bereich von Rayleigh-Zahlen ein stabiler Wanderwellenzustand, der sich mit der linearen Theorie nicht beschreiben läßt. Zur Abschätzung der typischen Zeitskala für diese Wanderbewegung wird ein einfaches Modell entwickelt. Entscheidend ist der horizontale Stofftransport zwischen zwei benachbarten Konvektionsrollen. Die resultierende Vermischungszeit innerhalb einer Grenzschicht zwischen zwei Rollen, deren Dicke von der Strömungsgeschwindigkeit innerhalb einer Rolle abhängt, charakterisiert dabei die Periodizität der Wanderwellen recht gut. Unter einer dünnen Eisschicht bildet sich eine stationäre dreidimensionale Konvektionsstruktur. Diese führt zu einer entsprechend deformierten fest-flüssig Grenzfläche.

In dieser Arbeit wird gezeigt, daß die theoretisch vorhergesagte zeitabhängige Konvektion im Experiment als Wanderwellenzustand auftritt, bei dem das gesamte zweidimensionale Konvektionsmuster sich in horizontaler Richtung bewegt. Treibende Kraft sind dabei die horizontalen Phasenunterschiede zwischen dem Temperatur-, Konzentrations- und Geschwindigkeitsfeld. Neben den instabilen, linearen Wanderwellen, deren Periodendauern gut mit denen aus der linearen Theorie übereinstimmen, werden auch stabile Wanderwellen mit deutlich längerer Periodendauer gefunden, deren detaillierte theoretische Beschreibung noch aussteht.

## Lebenslauf



### Angaben zur Person

Name Gerhard Hans Zimmermann  
Wohnort An Speenbruch 16, 52134 Herzogenrath  
Geburtstag und -ort 7.6.1958 in Sulzbach-Rosenberg  
Staatsangehörigkeit deutsch

### Ausbildung und beruflicher Werdegang

1964-1968 Grundschule in Sulzbach-Rosenberg  
1968-1977 mathematisch-naturwissenschaftliches Gymnasium  
in Sulzbach- Rosenberg, Abschluß: Abitur  
1977-1978 Grundwehrdienst in Amberg  
1978-1984 Studium der Physik an der Universität Bayreuth,  
Abschluß: Diplom-Physiker  
1985-1989 Tätigkeit als Nachwuchswissenschaftler  
am Kernforschungszentrum Karlsruhe,  
Institut für Angewandte Thermo- und Fluidodynamik,  
ehemals Institut für Reaktorbauelemente  
1989 Promotion an der Fakultät für Maschinenbau der  
Universität Karlsruhe, Abschluß: Dr.-Ing.  
seit 1990 Wissenschaftlicher Angestellter am Aachener Centrum  
für Erstarrung unter Schwerelosigkeit, ACCESS e.V., Institut  
der RWTH Aachen  
seit 1992 Leiter des Bereiches "Gerichtete Erstarrung" bei ACCESS e.V.



# **Experimentelle Untersuchungen zur kritischen Heizflächenbelastung in 8 mm-Kreisrohren und in 7-Stabbündeln**

von

**Xu Cheng**

aus

Zhejiang / VR China

Tag des Kolloquiums: 15. Februar 1991  
Hauptreferent: Prof. Dr. rer. nat. W. Oldekop  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller

## **Zusammenfassung**

Im Rahmen zur Entwicklung eines fortgeschrittenen Druckwasserreaktors (FDWR) wurden experimentelle Untersuchungen zur kritischen Heizflächenbelastung (KHB) mit dem Kältemittel Frigen R12 durchgeführt. Die Meßergebnisse zeigen, daß ein FDWR infolge seiner hohen Massenstromdichte ein günstiges Verhalten bezüglich der KHB besitzt. Der Einfluß des Rohrdurchmessers auf die KHB hängt von Strömungsparametern ab und kann heutzutage noch nicht ausreichend genau beschrieben werden. Unter den FDWR-Bedingungen zeigen Drahtwendeln mit einer kleinen Steigungshöhe als Abstandshalter keinen Vorteil gegenüber Gitterabstandshaltern. Der Einfluß der radialen Leistungsverteilung auf die KHB steht in enger Verbindung mit der Massenstromdichte. Die Meßergebnisse liefern eine grundlegende Datenbasis zur Siedekrise im hexagonal enggepackten Stabgitter und zur Validierung eines Unterkanalanalyseprogramms.

## Einleitung und Zielsetzung

Intensive Forschungsarbeiten werden weltweit zur Entwicklung eines fortgeschrittenen Druckwasserreaktors (FDWR) mit dem Ziel besserer Natururanausnutzung durchgeführt. Für einen FDWR muß wie bei anderen Leichtwasserreaktoren der Nachweis erbracht werden, daß beim Betrieb ein ausreichender Sicherheitsabstand gegenüber dem Umschlag vom Blasen- zum Filmsieden eingehalten werden kann. Bei diesem Umschlag wird der Wärmeübergang vom Brennstab zum Kühlmittel so verschlechtert, daß die Hüllrohrtemperatur stark ansteigt und mit Brennstabschäden zu rechnen ist. Der Zustand bei diesem Umschlag wird Siedekrise genannt. Die entsprechende Wärmestromdichte wird als kritische Heizflächenbelastung (KHB) gekennzeichnet.

Bedingt durch die Komplexität des Siedekrise-Mechanismus im Fall der Zwangsströmung existieren derzeit noch keine theoretischen Modelle, die die Siedekrise zuverlässig vorher-sagen können. Trotz einer großen Menge von KHB-Messungen aus der Literatur ist der Parameterbereich eines FDWR, nämlich kleiner hydraulischer Durchmesser und hohe Massenstromdichte, nicht abgedeckt.

In der vorliegenden Arbeit werden experimentelle Untersuchungen zur kritischen Heizflä-chenbelastung in Kreisrohren und in 7-Stabbündeln durchgeführt. Das Kältemittel Frigen R12 wird wegen seiner niedrigen Verdampfungsenthalpie und seiner gut untersuchten Eigenschaften als Arbeitsfluid verwendet. Das Rohr-Experiment dient zur Vervollständigung der Datenbasis im Parameterbereich eines FDWR, zur Überprüfung der in der Litera-tur bekannten Umrechnungsmodelle und zur Untersuchung des Einflusses des Rohrdurch-messers auf die kritische Heizflächenbelastung. Mit den 7-Stabbündeln werden verschie-dene Effekte untersucht, wie zum Beispiel der Effekt des Abstandshalters. Anhand von Versuchsergebnissen werden die fehlenden grundlegenden Erkenntnisse zur Siedekrise im hexagonal enggepackten Stabgitter unter FDWR-Bedingungen erarbeitet.

## Ergebnisse und Diskussion

### 8 mm-Kreisrohre

Abbildung 1 zeigt die KHB-Ergebnisse über der Austrittsdampfqualität  $X_{ex}$  beim Druck von  $2.72 \text{ MPa}$ . Die kritische Heizflächenbelastung steigt mit sinkender Austrittsdampf-qualität und zunehmender Massenstromdichte. Infolge seiner hohen Massenstromdichte hat daher ein FDWR generell ein günstiges Verhalten hinsichtlich der kritischen Heizflächen-belastung.

Die Meßergebnisse werden mit zwei KHB-Tafeln verglichen, die für Wasser und für 8 mm-Kreisrohre entwickelt sind. Zur Umrechnung der Meßergebnisse in Frigen R12 auf Wasser-Bedingungen wird das Umrechnungsmodell von Ahmad verwendet. Eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den Meßergebnissen und den Tafeldaten wird festgestellt. Hierdurch ist die Übertragbarkeit der KHB-Ergebnisse von Wasser auf Frigen R12 durch das Umrechnungsmodell von Ahmad für Kreisrohrgeometrie bestätigt.

Werden die Meßergebnisse aus 8 mm-Kreisrohren mit den Meßdaten aus 4.61 mm-Kreis-rohren von der TU Braunschweig verglichen, stellt man fest, daß die KHB-Werte im kleinen Kreisrohr deutlich höher liegen als die im großen Kreisrohr. Abbildung 2 zeigt das Verhältnis der KHB-Werte im 4.61 mm-Kreisrohr zu denen im 8 mm-Kreisrohr in Abhängigkeit von der Massenstromdichte  $G$  und der Austrittsdampfqualität  $X_{ex}$ . Man ersieht, daß der Einfluß des Rohrdurchmessers von den Strömungsparametern abhängt. Das KHB-Verhältnis nimmt mit sinkender Massenstromdichte zu. Untersucht man die empiri-

schen Gleichungen aus der Literatur, so zeigt sich, daß keine der Gleichungen den gemessenen Einfluß des Rohrdurchmessers mit ausreichender Genauigkeit wiedergeben kann. Weitere Arbeiten auf diesem Gebiet sind daher notwendig.

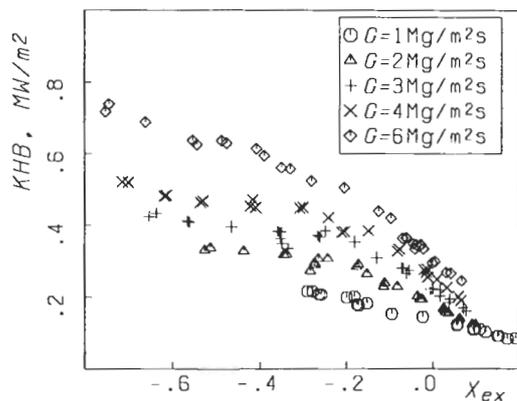


Abb. 1: Meßergebnisse im 8 mm-Kreisrohr bei  $p = 2.72 \text{ MPa}$ .

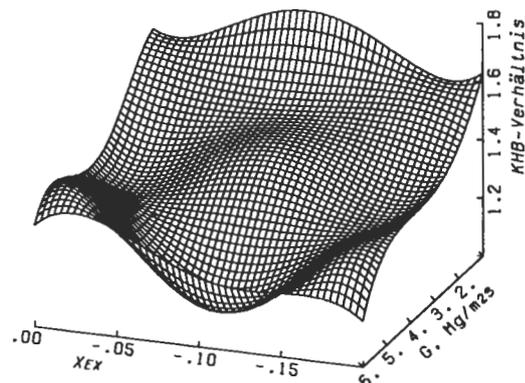


Abb. 2: Einfluß des Rohrdurchmessers.

## 7-Stabbündel

Zu den Einflußparametern in Bündeln gehören ebenso wie in Kreisrohren Druck, Massenstromdichte und Dampfqualität. Im Gegensatz zur Kreisrohrgeometrie unterscheiden sich hier die Einflußparameter jedoch von Unterkanal zu Unterkanal. Dieses Ungleichgewicht ist bei einem Bündel mit einer kleinen Anzahl der Heizstäbe stark ausgeprägt. Um die Einflußparameter in Unterkanälen zu berechnen, wird das Unterkanalanalyseprogramm COBRA-IV verwendet. Die Genauigkeit der in COBRA-IV enthaltenen empirischen Modelle, vor allen des Modells zur Erfassung des turbulenten Energie- und Impuls-Queraustausches zwischen den Unterkanälen (Mixing-Koeffizient  $\beta$ ), hat einen starken Einfluß auf die Rechenergebnisse. Dennoch gibt es keine verifizierten Modelle für den Mixing-Koeffizienten in einer Zweiphasenströmung. Zur Analyse der KHB-Ergebnisse in 7-Stabbündeln wird der Mixing-Koeffizient im Bereich von  $0.004$  bis  $0.02$  variiert.

### Einfluß von Abstandshaltern

Abbildung 3 vergleicht die KHB-Ergebnisse aus dem 7-Stabbündel mit Gitterabstandshaltern mit denen aus dem 7-Stabbündel mit Drahtwendeln. Die Austrittsdampfqualität im Zentralkanal, der auch der kritische Unterkanal ist, wird mit COBRA-IV berechnet. Man ersieht, daß die Kurven aus dem Bündel mit Drahtwendeln steiler als die aus dem Bündel mit Gitterabstandshaltern verlaufen. Bei kleiner Dampfqualität führen Drahtwendeln zu einer höheren KHB, während es bei großer Dampfqualität umgekehrt ist. Der Effekt des Abstandshalters läßt sich mit den unterschiedlichen Strömungsformen erklären. Gegenüber Gitterabstandshaltern verursachen Drahtwendeln einen stärkeren Energie- und Impuls-Queraustausch zwischen den Unterkanälen. Dadurch wird die Enthalpieerhöhung und damit die Dampfqualität im Heißkanal reduziert, was das Auftreten der Siedekrise unterdrückt. Andererseits wird der lokale Strömungszustand im wandnahen Gebiet durch den Draht beeinflusst. Bei niedriger Dampfqualität, bei der Blasensieden vorliegt, bewirken Drahtwendeln eine stärkere Turbulenz der Strömung, begünstigen den Blasenabtransport und lassen eine höhere kritische Heizflächenbelastung zu. Bei hoher Dampfqualität herrscht eine Dampfströmung mit Flüssigkeitstropfen im Zentrum des Unterkanals. An der

Heizwand existiert ein Flüssigkeitsfilm (Ringströmung). Bei dieser Strömung wird der Filmabrisß durch den Draht verstärkt, was zu einer niedrigeren KHB führt.

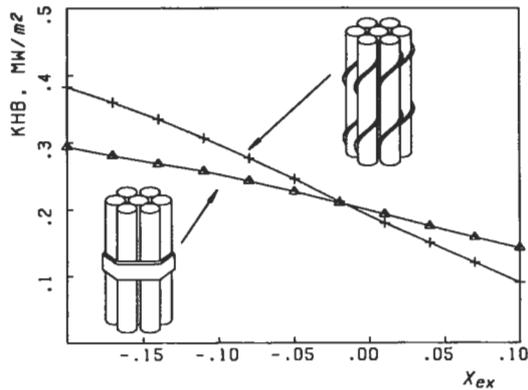


Abb. 3: Einfluß von Abstandshaltern.

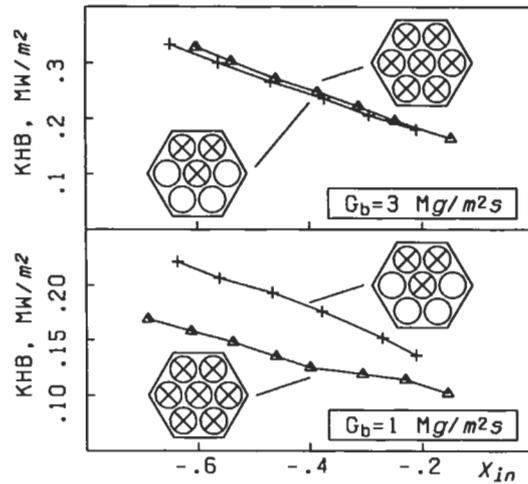


Abb. 4: Einfluß von radialer Leistungsverteilung.

### Einfluß radialer Leistungsverteilung

In beiden 7-Stab-Bündeln werden Messungen mit neun unterschiedlichen, radialen Leistungsverteilungen durchgeführt. Abbildung 4 zeigt die gemessene, kritische Heizflächenbelastung über der Eintrittsdampfqualität  $X_{in}$  für das Bündel mit gleichmäßiger Beheizung und für das Bündel mit vier unbeheizten Stäben. Man sieht, daß bei hoher Massenstromdichte  $G_b = 3 \text{ Mg/m}^2\text{s}$  die unbeheizten Stäbe beinahe keinen Einfluß auf die KHB haben. Bei niedriger Massenstromdichte  $G_b = 1 \text{ Mg/m}^2\text{s}$  ist die kritische Heizflächenbelastung im Bündel mit unbeheizten Stäben deutlich höher als im Bündel mit gleichmäßiger Leistungsverteilung. Diese Ergebnisse lassen sich mit Hilfe der Unterkanalanalyse qualitativ erklären. Tabelle 1 zeigt die aus COBRA-IV berechnete Dampfqualität  $X$  und Massenstromdichte  $G$  am Austritt des Heißkanals, wobei  $q$  die Wärmestromdichte ist. Für alle Rechnungen betragen der Druck und die Dampfqualität am Bündel Eintritt  $1.78 \text{ MPa}$  und  $-0.44$ .

Tabelle 1: Parameter im Heißkanal nach COBRA-IV.

	$G_b = 1 \text{ Mg/m}^2\text{s}$ $q = 0.14 \text{ MW/m}^2$		$G_b = 3 \text{ Mg/m}^2\text{s}$ $q = 0.27 \text{ MW/m}^2$	
	$X$	$G$	$X$	$G$
7 beheizte Stäbe	0.213	0.854	0.041	2.139
3 beheizte Stäbe	0.121	0.987	0.007	1.933

Im Fall unbeheizter Stäbe wird mehr Wärme, die um den Heißkanal erzeugt wird, infolge des Queraustausches in andere Unterkanäle abtransportiert. Dadurch sinkt die Dampfqualität im Heißkanal. Andererseits führen die unbeheizten Stäbe zu einem stärkeren thermischen Ungleichgewicht zwischen den Unterkanälen. Der Unterschied der Dampfqualität sowie der Fluidichte zwischen dem Heißkanal und den anderen Unterkanälen wird im Bündel mit unbeheizten Stäben größer als im Bündel mit gleichmäßiger Beheizung.

Die Massenstromdichte verteilt sich im Bündel zwangsläufig so, daß der Druckabfall über alle Unterkanäle gleich ist. Der Druckabfall ergibt sich aus den drei Teilen: Reibungs-, Gravitations- und Beschleunigungsdruckabfall. Bei hoher Massenstromdichte spielt der Reibungsdruckabfall die wichtigste Rolle. Wegen des großen Unterschieds im Dampfgehalt zwischen dem Heißkanal und den anderen Unterkanälen wird Fluid aus dem Heißkanal in andere Unterkanäle gedrückt, um einen gleichen Druckabfall in allen Unterkanälen zu gewährleisten. Wie das Programm COBRA-IV zeigt, nimmt die Massenstromdichte im Heißkanal ab, wenn die Leistungsverteilung von gleichmäßig zu ungleichmäßig übergeht. Die beiden Effekte, abnehmende Dampfqualität und sinkende Massenstromdichte, kompensieren sich, so daß die kritische Heizflächenbelastung beinahe unverändert bleibt. Bei kleiner Massenstromdichte spielt der Gravitationsdruckabfall eine wichtige Rolle. Da der Unterschied der Fluidichte zwischen dem Heißkanal und den anderen Unterkanälen im Fall der unbeheizten Stäben größer ist als im Fall gleichmäßiger Beheizung, strömt mehr Fluid durch den Heißkanal, um eine möglichst gleichmäßige Verteilung der Fluidichte zu erzielen. Die beiden Effekte, sinkende Dampfqualität und steigende Massenstromdichte im Heißkanal, führen gleichzeitig zu einer höheren, kritischen Heizflächenbelastung.

### **Schlußfolgerung**

Die für den FDWR typischen kleinen hydraulischen Durchmesser und die hohe Massenstromdichte haben günstigen Einfluß auf die KHB. Der Einfluß des Rohrdurchmessers auf die KHB steht in engem Zusammenhang mit den Strömungsparametern. Weitere Arbeiten zur Erfassung des Durchmesserinflusses sind notwendig. Der Einfluß von Abstandshaltern auf die KHB hängt von der Dampfqualität ab. Drahtwendeln mit einer kleinen Steigungshöhe als Abstandshalter zeigen hinsichtlich der KHB keine Vorteile. Der Einfluß der radialen Leistungsverteilung hängt von der Massenstromdichte ab. Diese Meßergebnisse liefern eine wichtige Datenbasis für die Validierung und für die Verbesserung eines Unterkanalanalyseprogramms.

## Lebenslauf

Name Cheng  
Vorname Xu  
Geburtsdatum 28. September 1963  
Geburtsort Zhejiang, VR China  
Familienstand verheiratet, eine Tochter  
Staatsangehörigkeit VR China



### Schulbildung

09/1969 - 07/1974 Grundschule in Zhejiang, VR China.  
09/1974 - 07/1978 Mittelschule in Zhejiang, VR China.

### Studium

10/1978 - 07/1982 Energietechnik an der Xi'an Jiaotong Universität, VR China.  
Schwerpunkt: Reaktortechnik.  
09/1982 - 02/1983 Verfahrenstechnik an der Zhejiang Universität, VR China.  
Schwerpunkt: Regelungstechnik.  
03/1983 - 07/1984 Aspirantenkolleg an der Tongji Universität, VR China.  
Ausbildung der deutschen Sprache.  
10/1984 - 09/1986 Maschinenbau an der Technischen Universität Braunschweig.  
Schwerpunkt: Reaktortechnik.  
09/1986 Dipl.-Ing. Maschinenbau der Technischen Universität Braunschweig.  
02/1991 Dr.-Ing. Maschinenbau der Technischen Universität Braunschweig.

### Berufstätigkeit

10/1986 - 06/1987 Hilfsassistent am Institut für Raumflug- und Reaktortechnik der Technischen Universität Braunschweig.  
07/1987 - 10/1991 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Raumflug- und Reaktortechnik der Technischen Universität Braunschweig.  
Gastmitarbeiter am Institut für Angewandte Thermo- und Fluidodynamik des Kernforschungszentrums Karlsruhe.  
11/1991 - 12/1993 Nachwuchswissenschaftler am Institut für Technische Physik des Kernforschungszentrums Karlsruhe.  
seit 01/1994 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Strömungslehre und Strömungsmaschinen der Universität Karlsruhe.  
Gastmitarbeiter am Institut für Angewandte Thermo- und Fluidodynamik des Kernforschungszentrums Karlsruhe.

# **Magnetohydrodynamische Strömungen flüssiger Metalle in allgemeinen dreidimensionalen Geometrien unter der Einwirkung starker, lokal variabler Magnetfelder**

von

**Leo Bühler**

aus  
Ottenhöfen

Tag des Kolloquiums: 13. Juli 1992  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferenten: Prof. Dr.-Ing. R. Haller  
Prof. Dr.-Ing. R. Bohning

## **Zusammenfassung**

Die Beschreibung von induktionsfreien magnetohydrodynamischen Kanalströmungen in sehr starken Magnetfeldern erfolgt durch eine Aufteilung des Strömungsgebiets in einen reibungsfreien Kernströmungsbereich und in sehr dünne, viskose Wandgrenzschichten. Durch Vernachlässigung der Trägheitsterme werden die Impulsgleichungen linearisiert. Im reibungsfreien Kern werden die dreidimensionalen Grundgleichungen durch eine analytische Integration auf zweidimensionale Gleichungen reduziert. Die exakte Erfüllung der physikalischen Randbedingungen an den Kanalwänden wird durch die Lösung von Grenzschichtgleichungen erreicht. Durch eine Koordinatentransformation wird das Innere jedes beliebig geformten Strömungskanals auf ein Einheitsvolumen abgebildet, auf dessen Oberfläche die zweidimensionalen gekoppelten Gleichungen numerisch gelöst werden. Aus den Oberflächendaten erfolgt schließlich die Rekonstruktion der vollständigen dreidimensionalen Lösung des Problems.

## Einleitung

Im Hinblick auf mögliche Anwendungen in zukünftigen Fusionsreaktoren werden Flüssigmetallströmungen unter dem Einfluß starker Magnetfelder untersucht. Bisherige analytische und numerische Lösungsansätze sind nur für spezielle Geometrien verfügbar oder erreichen, bedingt durch die extrem starken Magnetfelder, den fusionstechnisch relevanten Parameterbereich nicht. Eine gute Approximation des Strömungsverhaltens ergibt sich bereits, wenn lediglich die wichtigsten physikalischen Effekte berücksichtigt werden. Im Innern eines Kanals sind dies Druckkräfte und elektromagnetische Kräfte. In wandnahen Grenzschichten stehen Reibungskräfte und elektromagnetische Kräfte im Gleichgewicht. Durch die Verwendung einer geeigneten Koordinatentransformation wird jeder beliebige Strömungskanal auf ein Standardvolumen abgebildet, so daß eine einheitliche, teils analytische, teils numerische Behandlung für die unterschiedlichsten Geometrien möglich wird. Eine derartige Approximation umgeht die Schwierigkeiten der vollnumerischen Simulation, so daß Rechnungen selbst in extremen Parameterbereichen möglich werden.

## Physikalische Grundlagen

Das Strömungsverhalten elektrisch leitender Fluide in magnetischen Feldern wird im induktionsfreien Grenzfall beschrieben durch die Gleichungen für

$$\text{Impuls} \quad \frac{I}{N} \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p + \frac{I}{M^2} \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad , \quad (1)$$

$$\text{Masse} \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad , \quad (2)$$

$$\text{Ladung} \quad \nabla \cdot \mathbf{j} = 0 \quad (3)$$

und durch das

$$\text{Ohmsche Gesetz} \quad \mathbf{j} = -\nabla \Phi + \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad . \quad (4)$$

Hierin stehen  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{j}$  für die Vektoren der Geschwindigkeit, der magnetischen Induktion und der elektrischen Stromdichte, skaliert mit den charakteristischen Bezugsgrößen  $v_0$ ,  $B_0$ ,  $\sigma v_0 B_0$ . Mit  $p$  wird der mit  $\sigma a v_0 B_0^2$  skalierte Druck und mit  $\Phi$  das mit  $a v_0 B_0$  skalierte elektrische Potential bezeichnet. Die beiden Kennzahlen, die Hartmann-Zahl  $M = a B_0 (\sigma / \rho v)^{1/2}$  sowie der Interaktionsparameter  $N = \sigma a B_0^2 / \rho v_0$ , gewichten den Einfluß von elektromagnetischen Kräften im Vergleich zu Reibungs- und Trägheitskräften. Das charakteristische Längenmaß eines Kanalquerschnitts ist  $a$ . Es wird vorausgesetzt, daß die Fluideigenschaften, die Dichte  $\rho$ , die kinematische Viskosität  $\nu$  sowie die elektrische Leitfähigkeit  $\sigma$ , sich im betrachteten Temperaturbereich nur unwesentlich ändern. Zu der Haftbedingung der Hydrodynamik

$$\mathbf{v} = 0 \quad (5)$$

tritt nun eine weitere Randbedingung für die Normalkomponente des elektrischen Stroms hinzu, die für dünne, elektrisch leitende Kanalwände die Form

$$\mathbf{j} \cdot \mathbf{n} = -\nabla_w \cdot (c \nabla_w \Phi_w) \quad (6)$$

annimmt. Der Wandleitparameter  $c = \sigma_w d / \sigma a$  charakterisiert die elektrische Leitfähigkeit einer Kanalwand der Dicke  $d$ ,  $\mathbf{n}$  ist der ins Innere weisende Einheitsvektor, normal zur Kanalwand und  $\nabla_w$  entspricht der Projektion des Gradientenvektors in die Tangentialfläche der Wand. Durch die Vernachlässigung der Trägheitskräfte gegenüber den elektromagnetischen Kräften für große Werte des Interaktionsparameters wird das Problem linearisiert. Für große Hartmann-Zahlen spielen auch die viskosen Kräfte im Strömungskern nur eine untergeordnete Rolle und werden dort vernachlässigt. Die so vereinfachten Gleichungen lassen sich analytisch in Magnetfeldrichtung integrieren. Die Integrationskonstanten werden dabei auf den Druck und die Oberflächenpotentiale zurückgeführt, das heißt auf Größen, die von der Magnetfeldrichtung unabhängig und somit zweidimensional sind. Der Einfluß von viskosen Kräften beschränkt sich auf extrem dünne Grenzschichten. Genauere Betrachtungen führen zu Lösungen mit exponentiellem Abfall der Geschwindigkeit zur Wand hin, falls die Normalkomponente von  $\mathbf{B}$  an dieser Wand nicht verschwindet. Falls die Wand jedoch exakt parallel zu  $\mathbf{B}$  verläuft, entstehen an dieser Wand Grenzschichten mit stark überhöhten Geschwindigkeiten. Nachdem die Oberflächendaten aus einer zweidimensionalen numerischen Rechnung bestimmt sind, erfolgt die Rekonstruktion der vollständigen dreidimensionalen Lösung.

Zur Vereinheitlichung der numerischen Lösung unterschiedlichster Probleme werden allgemeine Koordinaten eingeführt, die den durchströmten Bereich eines beliebig geformten Kanals auf ein Standardvolumen  $0 \leq u^1, u^2 \leq 1, -1 \leq u^3 \leq 1$  abbilden. Die Transformationsgleichung

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}}(u^1, u^2) + h(u^1, u^2) u^3 \hat{\mathbf{e}}_3 \quad (7)$$

stellt den Zusammenhang zwischen den allgemeinen Koordinaten  $u^i$  und den kartesischen Koordinaten eines Punkts mit dem Ortsvektor  $\mathbf{x}$  her. Dabei wurde vorausgesetzt, daß die Magnetfeldrichtung mit der Richtung des kartesischen Einheitsvektors  $\hat{\mathbf{e}}_3$  zusammenfällt. Die allgemeinen Basisvektoren ergeben sich aus den partiellen Ableitungen des Ortsvektors zu  $\mathbf{a}_i = \partial \mathbf{x} / \partial u^i$ . Die geometrischen Zusammenhänge sind der Abb. 1 zu entnehmen.

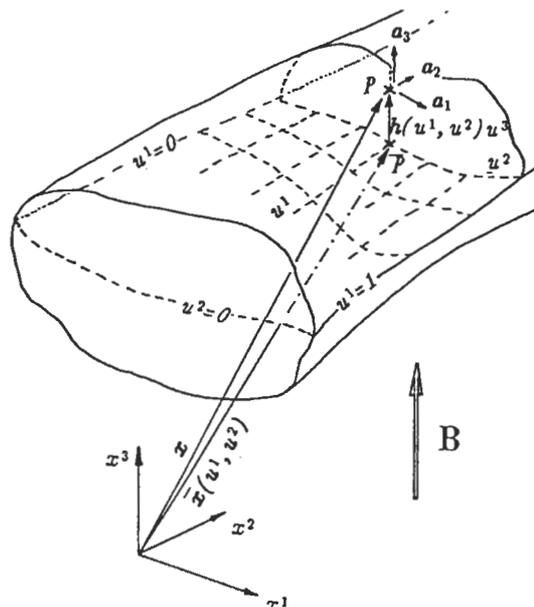


Abb. 1: Geometrie und Koordinatensysteme.

## Ergebnisse

Das entwickelte numerische Rechenprogramm wird zwischenzeitlich zur Simulation von zahlreichen MHD Strömungsproblemen erfolgreich verwendet. An dieser Stelle werden nur Ergebnisse zur MHD Strömung in einem  $180^\circ$  Krümmer und in einem scharfkantigen  $90^\circ$  Krümmer vorgestellt. Letztere sind zur Programmvalidierung den Meßergebnissen von Stieglitz (Dissertation 1994) gegenübergestellt. Der  $90^\circ$  Krümmer besteht aus zwei Kanalstücken mit rechteckigem Querschnitt. Die Orientierung des Magnetfelds ist so gewählt, daß Feldlinien die Achse des Eintrittskanals unter einem relativ kleinen Winkel von  $15^\circ$  schneiden, während sie mit der des Austrittskanals einen Winkel von  $75^\circ$  bilden (siehe Abb. 3a). In der Abb. 3b ist der Druckverlauf entlang der äußeren Umfangskoordinate  $s$  dargestellt. Man findet zunächst einen Druckabfall bis zum Erreichen der äußeren Ecke. Anschließend ergibt sich ein leichter Druckrückgewinn, bevor der Druck im Austrittskanal schließlich stark abfällt. Der Druckverlust ist im Austrittskanal wesentlich größer als im Eintrittskanal, da dort die Strömungsgeschwindigkeiten mit der Magnetfeldrichtung einen größeren Winkel einschließen und somit Induktionseffekte ausgeprägter in Erscheinung treten. Ein Vergleich der elektrischen Potentiale auf der Kanalwand entlang verschiedener Umfangslinien  $t$  (in Abb. 3c dargestellt) bestätigt die Qualität des numerischen Verfahrens. Druck und Oberflächenpotentiale sind die führenden Variablen des Modells und gleichzeitig die Meßgrößen, die mit größter Zuverlässigkeit erfaßt werden können. Da aus diesen Größen das volle dreidimensionale Strömungsfeld rekonstruiert werden kann, bestätigen die experimentellen Daten das entwickelte Modell. Der an mehr Details interessierte Leser sei an dieser Stelle auf die Originalarbeit verwiesen, die auch als Bericht KfK5095 des Kernforschungszentrums Karlsruhe oder in wesentlich erweiterter Form in Fusion Technology, Januar 1995 veröffentlicht ist.

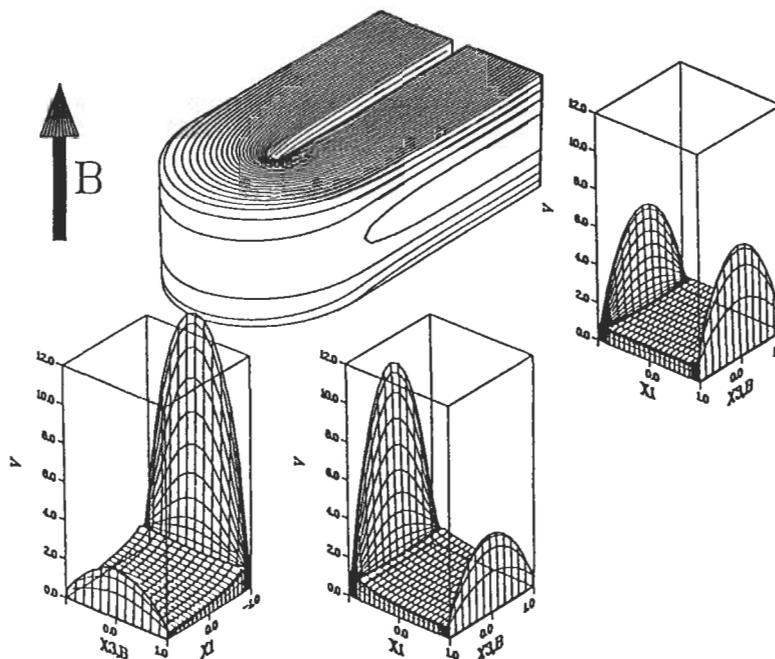


Abb. 2: Dreidimensionale MHD Strömung im  $180^\circ$  Krümmer,  $M = 1000$ ,  $c = 0.1$ . Isolines des elektrischen Potentials auf der Kanaloberfläche; drei Geschwindigkeitsprofile an verschiedenen axialen Positionen.

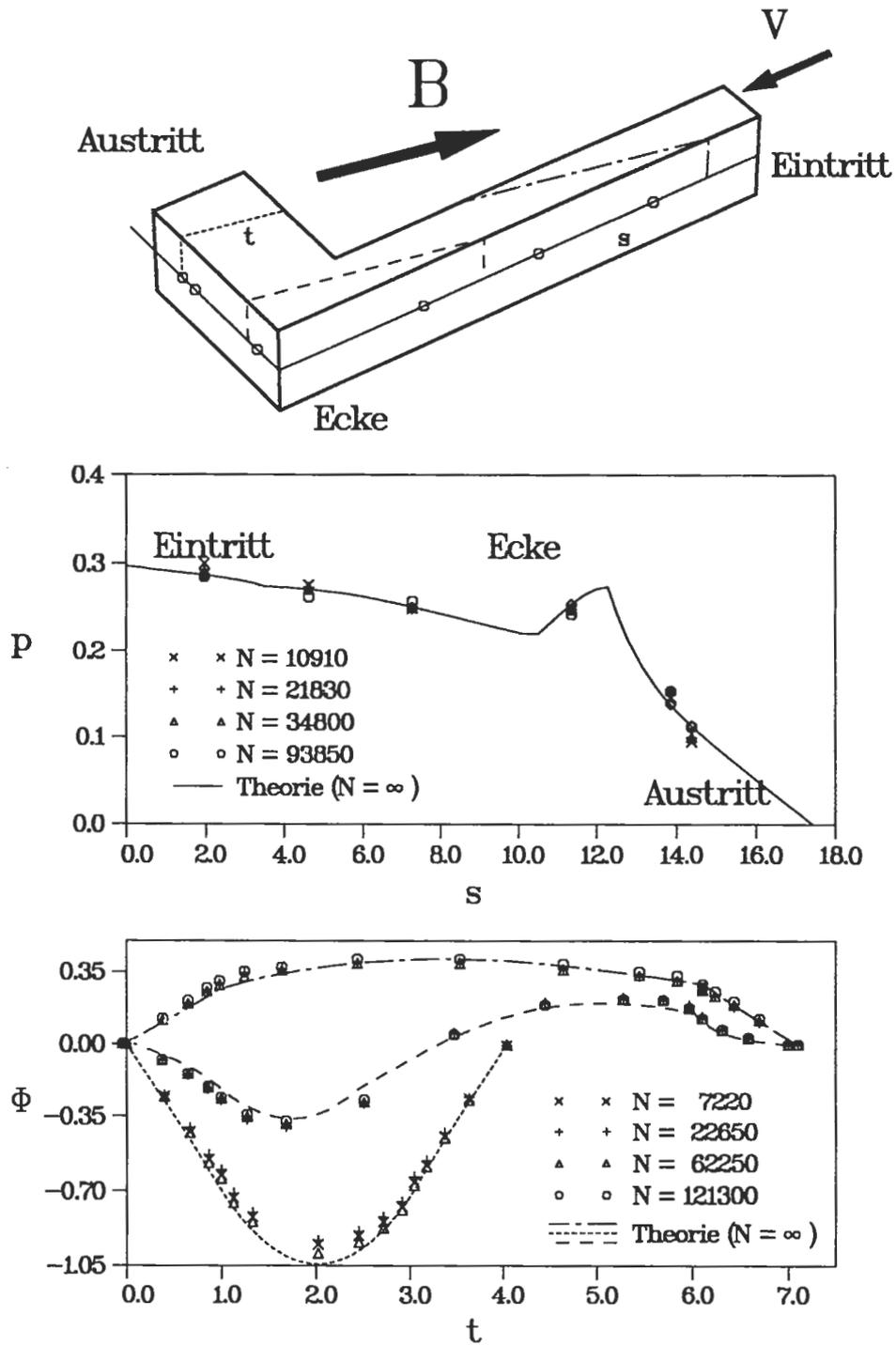


Abb. 3: Dreidimensionale MHD Strömung im  $90^\circ$  Krümmer mit  $M=1800$ ,  $c=0.052$  für verschiedene Werte von  $N$ . 3a) Geometrie; 3b) berechnete Druckverteilung für  $M=\infty$  entlang der Koordinate  $s$  an der äußeren Wand im Vergleich mit Meßwerten; 3c) berechnete Potentialverteilung entlang der Koordinate  $t$  in drei charakteristischen Querschnitten im Vergleich zu Meßwerten.

## Lebenslauf



Name Bühler Leo  
Geburtsdatum/Ort 15.03.1959 / Ottenhöfen  
Staatsangehörigkeit deutsch

1966-1969 Grund- und Hauptschule Ottenhöfen

1969-1978 Gymnasium Achern

1978-1988 Studium des Maschinenbaus an der Universität Karlsruhe (TH)  
Diplomprüfung am 13.01.1988

1988-1989 Wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Strömungslehre  
und Strömungsmaschinen der Universität Karlsruhe (TH)

seit 1989 Wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Angewandte  
Thermo- und Fluidodynamik des Kernforschungszentrums  
Karlsruhe

1992 Promotion an der Universität Karlsruhe  
Promotionsprüfung am 13.07.1992

# **Benard-Konvektion binärer Flüssigkeitsmischungen in porösen Medien unter der Wirkung von Nicht-Boussinesq-Effekten**

von

**Christian Karcher**

aus

Baden-Baden

Tag des Kolloquiums: 19. November 1992  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferenten: Prof. Dr.-Ing. J. Zierep  
Prof. Dr.-Ing. K. Bühler

## **Zusammenfassung**

Es wird der Einfluß von Nicht-Boussinesq-Effekten auf das Stabilitäts- und Verzweigungsverhalten der Benard-Konvektion binärer Flüssigkeitsmischungen in porösen Medien untersucht. Als Beispiele werden die Wirkung einer nichtlinearen Zustandsgleichung und die Wirkung des Phasenübergangs fest/flüssig studiert. Zur mathematischen Analyse des Problems wählen wir eine Störungsrechnung und ein Spektralverfahren. Wir richten unser Interesse auf Flüssigkeitsmischungen mit negativem Soret-Effekt. Er bewirkt, daß die über die Flüssigkeitsschicht angelegte Temperaturdifferenz eine Konzentrationsverteilung induziert, welche den Einsatz der Konvektion hemmt. Solche Flüssigkeiten sind dadurch ausgezeichnet, daß an der Stabilitätsgrenze des Ruhezustands oszillatorisches Verhalten auftritt.

## Einleitung und Zielsetzung

Wird eine ebene Schicht einer binären Flüssigkeitsmischung durch Vorgabe der Randtemperaturen von unten geheizt und oben gekühlt, so kann die angelegte Temperaturdifferenz den Aufbau eines Konzentrationsgradienten bewirken. Dieser molekulare Entmischungsvorgang ist als Soret-Effekt bekannt. In Mischungen mit negativem Soret-Effekt, gekennzeichnet durch negative Separationszahlen,  $\psi < 0$ , strebt die dichte Komponente zur warmen Unterseite. Die induzierte Konzentrationsverteilung stabilisiert den Ruhezustand der Wärmeleitung in der Schicht. Überschreitet die Temperaturdifferenz einen kritischen Wert, wird der Ruhezustand instabil; es setzt Konvektion ein. Das Verhalten an der Stabilitätsgrenze läßt sich wie folgt klassifizieren: Für  $\psi < \psi_{CT}$ , wobei  $\psi_{CT} < 0$ , setzt oszillatorische Konvektion ein. In Mischungen mit  $\psi > \psi_{CT}$  setzt stationäre Konvektion ein. Im Fall  $\psi = \psi_{CT}$  treffen beide Instabilitäten bei der gleichen kritischen Temperaturdifferenz zusammen. Dieser spezielle Verzweigungspunkt wird Kodimension-Zweipunkt oder kurz CT-Punkt genannt. In der Umgebung des CT-Punkts ist ein rollenförmiges Wanderwellenmuster die bevorzugte Konvektionsmode.

Das Ziel dieser Arbeit ist es, die Wirkung von Nicht-Boussinesq-Effekten auf dieses Stabilitäts- und Verzweigungsverhalten zu untersuchen. Wir studieren die Wirkung einer nichtlinearen Zustandsgleichung für die Flüssigkeitsdichte und die Wirkung des Phasenübergangs fest/flüssig. Angeregt wird die Arbeit von Experimenten von Zimmermann (Dissertation 1989) zur Benard-Konvektion in Wasser-Alkohol-Mischungen bei tiefen mittleren Temperaturen und Eisbildung, in welchen die genannten Effekte präsent sind. Zimmermann (1989) beobachtet, daß bei tiefen mittleren Temperaturen Wanderwellen zugunsten stationärer Hexagonzellen unterdrückt werden, und daß Eisbildung die Schicht destabilisiert.

## Die Wirkung einer nichtlinearen Zustandsgleichung

Die fluiddynamischen Grundgleichungen des Systems sind die Erhaltungssätze für Masse, Konzentration und Energie. Hinzu kommt die Impulsbilanz in porösen Medien in Form des Darcyschen Gesetzes. Hierin berücksichtigen wir bei der Modellierung der Auftriebskräfte eine nichtlineare Dichte-Temperatur-Beziehung. Isotherme, permeable Randbedingungen an der Unter- und Oberseite der Schicht ergänzen das Problem. Die Kennzahlen des Systems sind die Rayleigh-Zahl  $R$ , die Separationszahl  $\psi$ , die Nicht-Boussinesq-Zahl  $\gamma$  und die Lewis-Zahl  $L$ . Physikalisch bedeuten die Parameter  $R$  und  $\psi$  dimensionslose Maßstäbe der thermischen und solutalen Auftriebskräfte.  $\gamma$  ist ein Maß für die Nichtlinearität im Dichteprofil. Hierdurch ergeben sich zusätzliche, unsymmetrisch bezüglich der Schichthöhe verteilte Beiträge im Auftriebsterm.  $L$  ist ein Stoffparameter. Er gibt eine Zeitskala für molekulare Ausgleichsvorgänge vor. Die folgenden Ergebnisse erhalten wir mit einer Störungsentwicklung um den Ruhezustand.

Abbildung 1 zeigt die kritischen Rayleigh-Zahlen  $R_c^{(os)}$  und  $R_c^{(st)}$  für den Beginn oszillatorischer und stationärer Konvektion als Funktionen von  $\psi$  für  $\gamma = 0$  (----) und  $\gamma \neq 0$  (——). Wir erkennen die stabilisierende Wirkung des negativen Soret-Effekts anhand steigender  $R_c$ -Werte mit fallender Separationszahl. Der Nicht-Boussinesq-Effekt dagegen destabilisiert die Schicht.

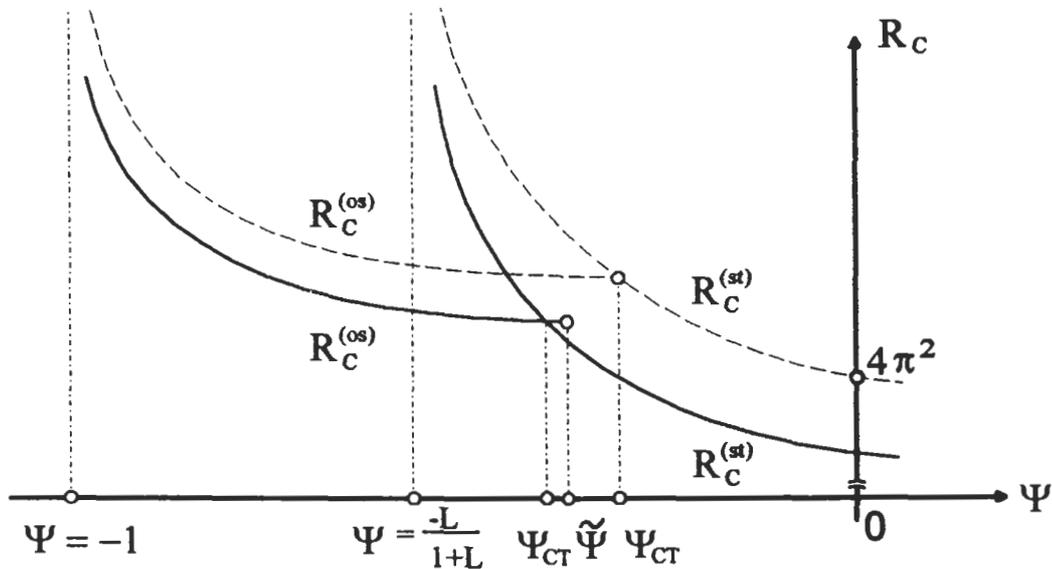


Abb. 1: Stabilitätsdiagramm unter der Wirkung einer nichtlinearen Zustandsgleichung.

Unser Resultat verallgemeinert diese bisher nur für einfache Flüssigkeiten ( $\psi = 0$ ) bekannte Stabilitätsaussage auf binäre Flüssigkeitsmischungen. Weiterhin verschiebt sich der CT-Punkt zu kleineren  $\psi$ -Werten. Dies bedeutet physikalisch, daß der Existenzbereich der oszillatorischen Instabilität unter der Wirkung einer nichtlinearen Zustandsgleichung schrumpft. Des weiteren entspringt im Fall  $\gamma \neq 0$  die oszillatorische Stabilitätskurve nicht im CT-Punkt. Sie ist auch in einem Parameterbereich  $\psi_{CT} < \psi < \tilde{\psi}$  präsent. Hierin ist  $\tilde{\psi}$  der Wert der Separationszahl, für den die kritische Oszillationsfrequenz verschwindet. In diesem Bereich gilt  $R_c^{(st)} < R_c^{(os)}$ . Wir schließen daraus, daß die erstmals am CT-Punkt angefahten Oszillationen endliche Frequenzen aufweisen. Eine ähnliche Wirkung ist von impermeablen Rändern bekannt.

Das Verzweigungsverhalten untersuchen wir in der Umgebung des CT-Punkts. Im Fall von Konvektionsrollen finden wir keinen Einfluß des Parameters  $\gamma$  auf die Verzweigungsstruktur; dies ist durch die inhärente Symmetrie der Rollenlösungen bedingt. Bei  $R = R_c^{(os)}$  entspringt eine stabile Wanderwellenlösung. Für eine schwach überkritische Rayleigh-Zahl endet ihr Lösungsast auf dem unterkritisch verzweigenden, instabilen Ast der stationären Lösung. Dort springt das System in den Zustand stabiler stationärer Konvektion. Die stationäre Lösung gewinnt ihre Stabilität in einem Grenzpunkt, wo ihr Ast seine Verzweigungsrichtung umkehrt. Das Auftreten der verschiedenen stabilen Zustände zeigt Hysterese. Im Fall von Hexagonzellen entfaltet sich unter der Wirkung der nichtlinearen Zustandsgleichung die Verzweigungsstruktur der stationären Lösung. Wir unterscheiden nun Hexagons mit Auf- und Abstrom in der Mitte. Dies ist physikalisch auf die symmetriebrechende Wirkung des Nicht-Boussinesq-Effekts zurückzuführen, welche von Untersuchungen in einfachen Flüssigkeiten bekannt ist. Des weiteren endet oszillatorische Lösungsast für  $\gamma \neq 0$  nicht mehr auf dem Ast der stationären Lösung, sondern in einem isolierten Punkt in der Verzweigungsebene. Die Hexagonlösungen sind im untersuchten Parameterbereich instabil.

## Die Wirkung des Phasenübergangs fest/flüssig

Wird die Temperatur der Oberseite unter den Schmelzpunkt der Mischung abgesenkt, so bildet sich im Ruhezustand eine ebene feste Phase im oberen Teil der Schicht. Es interessiert die Stabilität dieses Zustands. Bei der Modellierung des Problems erfassen wir folgende physikalischen Effekte. Es gefriert nur die reine Komponente; die gelöste Substanz reichert sich in der flüssigen Phase an. Die feste Phase wirkt wie eine schlecht wärmeleitende, deformierbare Berandung auf die Flüssigkeit. Der Schmelzpunkt der Mischung hängt von der aktuellen Konzentration an der Phasengrenzfläche ab. Dies führt in den Grundgleichungen zu drei weiteren Kennzahlen, die den Phasenübergang kontrollieren. Die Biot-Zahl  $B$  ist das Schichtdickenverhältnis von fester und flüssiger Phase. Die Grenzflächenkonzentrations-Zahl  $A$  steuert den Massenstrom beim Phasenübergang. Die Schmelzpunkt-Zahl  $\delta$  beschreibt die Änderung der Schmelztemperatur aufgrund der induzierten Konzentrationsverteilung. Zur Vereinfachung des Problems bleibt die Temperatur- und Konzentrationsabhängigkeit von Stoffgrößen unberücksichtigt.

Mit Hilfe eines Spektralverfahrens reduzieren wir das Problem auf das Lösen einer nicht-linearen Eigenwertgleichung. Für bestimmte Parametersätze erhalten wir analytische Lösungen. Abbildung 2 zeigt ein typisches Stabilitätsdiagramm. Für schwach negative  $\psi$ -Werte sinkt die bezogene kritische oszillatorische Rayleigh-Zahl  $r_c^{(os)}$  mit wachsendem  $B$ . Dies entspricht der destabilisierenden Wirkung der thermisch isolierenden, deformierbaren Eisschicht. Dagegen wird das System für stark negative  $\psi$ -Werte mit zunehmender Eisdicke stabilisiert. In diesem Parameterbereich dominiert der Anreicherungseffekt, welcher die Wirkung des negativen Soret-Effekts unterstützt.

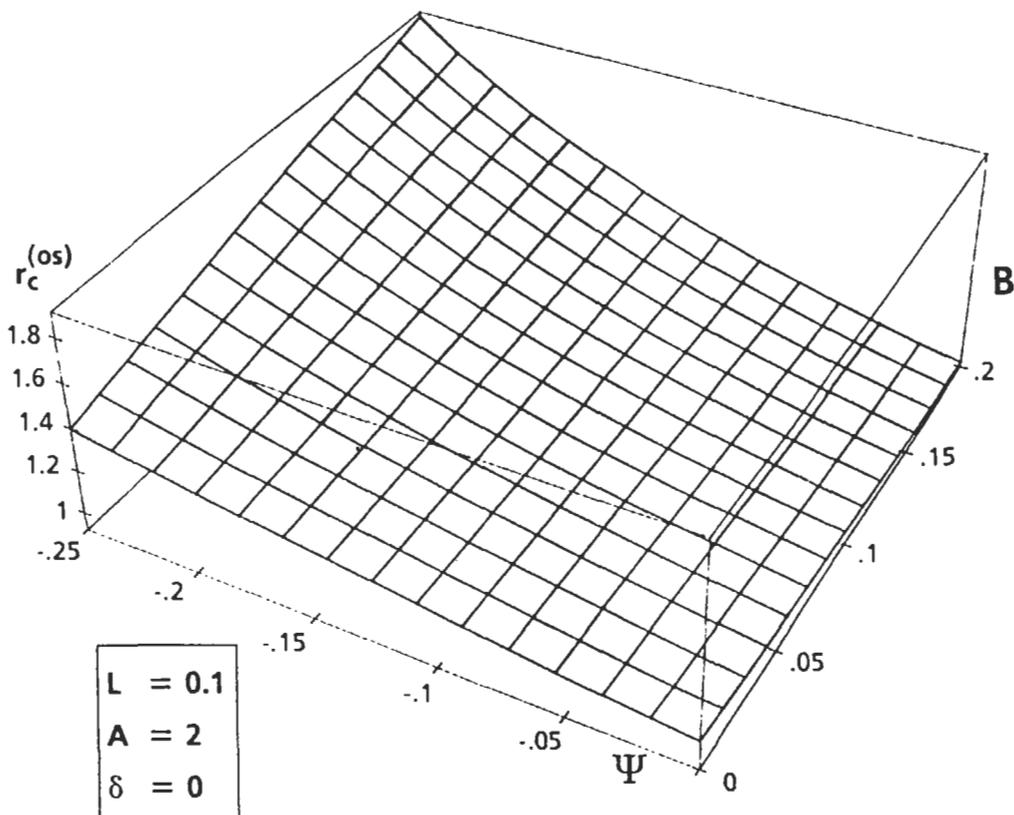


Abb. 2: Stabilitätsdiagramm unter der Wirkung des Phasenübergangs fest/flüssig.

Wir ordnen dem oszillatorischen Verhalten des Systems an der Stabilitätsgrenze einen linearen Wanderwellenzustand zu. Es interessiert das phasendynamische Verhalten der resultierenden Amplitudengleichungen. Aus unseren Untersuchungen ist zu schließen, daß Wanderwellen unter der Wirkung des Phasenübergangs zur Instabilität neigen. Wir finden, daß kleine Änderungen im Kontrollparameter  $\psi$  mit großen Änderungen in der Eisdicke rückkoppeln, falls die Zeitskalen der fortschreitenden Welle und der Massendiffusion von gleicher Größenordnung sind. Dies hängt physikalisch mit der relativen Phasenlage der Konzentrationswelle zur Temperatur- und Geschwindigkeitswelle zusammen. In diesem Parameterbereich befinden sich warme Aufstromgebiete unterhalb von Gefrierzonen. Die Konvektion erschwert den diffusiven Abtransport der an der Grenzfläche verdrängten Komponente. Die lokale Schmelztemperatur sinkt stark ab und bewirkt ein Aufschmelzen von fester Phase. Der eigentliche Gefriervorgang und damit das störungsfreie Fortschreiten der Welle wird behindert.

## Schlußfolgerungen

Die Benard-Konvektion einer binären Flüssigkeitsmischung zeigt unter der Wirkung einer nichtlinearen Zustandsgleichung folgende neuen Stabilitäts- und Verzweigungscharakteristika: der Ruhezustand wird destabilisiert; der Existenzbereich der oszillatorischen Instabilität schrumpft; die Verzweigung der stationären Hexagonlösung entfaltet sich. Wir schließen aus diesen Resultaten, daß dieser Nicht-Boussinesq-Effekt zur physikalischen Erklärung der experimentellen Beobachtungen von Zimmermann beiträgt. Unsere Untersuchungen zur Wirkung des Phasenübergangs fest/flüssig auf die Stabilität des Ruhezustands liefern ein zu den Experimenten konträres Bild. Dies liegt an unseren vereinfachenden Annahmen. Mit einer numerischen Lösung des Stabilitätsproblems unter Berücksichtigung von temperatur- und konzentrationsabhängigen Stoffgrößen erzielen wir eine qualitative Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Die Unterdrückung von Wanderwellen können wir durch phasendynamische Effekte bei Schmelz- und Gefriervorgängen erklären.

## Lebenslauf



Christian Clemens Maria Karcher,  
geboren am 25. Oktober 1959 in Baden-Baden

- Schule:** 1966-69: Grundschule in Gaggenau-Hörden  
1969-78: Goethe-Gymnasium in Gaggenau, Abschluß Abitur
- Bundeswehr:** 1978-79: Grundwehrdienst von 15 Monaten
- Studium:** WS 79-WS 86: Studium des "Theoretischen Maschinenbaus" an der Universität Karlsruhe (TH), Abschluß Diplom-Ingenieur  
1983-86: Studentische Hilfskraft am Institut für Technische Mechanik  
1986: Anfertigen der Diplomarbeit am Institut für Angewandte Thermo- und Fluidodynamik des Kernforschungszentrums Karlsruhe  
1987: Verleihung des Dr.-Ing. Goerg-Preises der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH)
- Promotion:** 1992: Promotion zum Doktor der Ingenieurwissenschaften an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH)
- Beruf:** 1987: Tätigkeit von 4 Monaten als Diplom-Ingenieur bei Dr. Trippe Ingenieurgesellschaft, Karlsruhe  
1987-90: Nachwuchswissenschaftler am Institut für Angewandte Thermo- und Fluidodynamik des Kernforschungszentrums Karlsruhe  
1990-93: Wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Strömungslehre und Strömungsmaschinen der Universität Karlsruhe (TH)  
seit November 1993: Postdoctoral Associate an der School of Chemical Engineering der Cornell University, Ithaca, N.Y., U.S.A.

# **Fortgeschrittene Upwind-Differenzenverfahren zur numerischen Lösung der Konvektions-Diffusionsgleichung**

von

**Claus Günther**

aus

Offenburg

Tag des Habilitationskolloquiums: 22. Mai 1991  
Referenten: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Professor Dr.-Ing. J. Zierep  
Professor Dr. rer. nat. E. Martensen  
Privatdozent Dr.-Ing. G. Schnerr

## **Zusammenfassung**

Um mit den Schwierigkeiten fertig zu werden, die bei der numerischen Lösung von Konvektions-Diffusionsproblemen mittels Standard-Differenzenverfahren auftreten, werden in neuerer Zeit verbesserte Upwindverfahren vorgeschlagen und untersucht. Die neuen Näherungen, unter welchen auch das 1987 vom Verfasser vorgeschlagene LECUSSO-Verfahren einzuordnen ist, benötigen in den meisten Fällen mehr als drei Stützpunkte in einer Raumdimension: Insbesondere liegen mehr Punkte in der Anströmrichtung. Die vorgestellten Differenzenverfahren werden mittels bekannter und zum Teil neu entwickelter Verfahren theoretisch untersucht, insbesondere mit Blick auf Eigenschaften wie Nichtnegativität und Monotonie, die gleichbedeutend sind mit der Vermeidung örtlicher Oszillationen und damit über den Rahmen der klassischen Konvergenztheorie ("Konsistenz+Stabilität=Konvergenz") hinausgehen.

## Darstellung der wesentlichen Ergebnisse

In der Habilitationsschrift des Verfassers werden neuartige Differenzenverfahren untersucht, die entwickelt wurden, um mit den Schwierigkeiten, die bei der numerischen Lösung von Konvektions-Diffusionsproblemen mittels Standard-Differenzenverfahren auftreten, fertig zu werden. Diese Schwierigkeiten bestehen zum einen in völlig unphysikalischen örtlichen Oszillationen der numerischen Lösungen, andererseits entstehen beim einfachen Upwindverfahren starke Verfälschungen der numerischen Lösungen durch zusätzliche künstliche Diffusion ("Verschmierung"). Oszillierende numerische Lösungen können ausgeschlossen werden, wenn man zeigen kann, daß die numerische Lösung entsprechende Eigenschaften wie die Lösung des kontinuierlichen Problems wie Nichtnegativität, Monotonie oder gleiches Krümmungsverhalten hat.

Die neuen Näherungen, unter welchen auch das 1987 vom Verfasser vorgeschlagene LECUSSO-Verfahren einzuordnen ist, benötigen in den meisten Fällen mehr als drei Stützpunkte in einer Raumdimension, insbesondere liegen mehr Punkte in der Anströmrichtung. Dies ist im Einklang mit der einleuchtenden Vorstellung, daß der Zustand in einem speziellen Raumpunkt stark von den Verhältnissen in Punkten geprägt wird, aus denen die Strömung kommt.

Das vom Autor entwickelte LECUSSO-Verfahren nähert in der stationären eindimensionalen Konvektions-Diffusionsgleichung

$$u \frac{d\phi}{dx} = \kappa \frac{d^2\phi}{dx^2} \quad (1)$$

$\phi'_i$  im Punkt  $x_i$  an in der Form

$$\left. \frac{\partial\phi}{\partial x} \right|_i \cong C_1\phi_{i+1} + C_2\phi_i + C_3\phi_{i-1} + C_4\phi_{i-2} \quad (2)$$

an. Dabei wird angenommen, daß  $u > 0$ . Damit die Näherung von zweiter Ordnung ist, folgt

$$\left. \frac{\partial\phi}{\partial x} \right|_i \cong \phi'_i = \frac{1}{\Delta x} \left[ \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2} - \Lambda(\phi_{i+1} - 3\phi_i + 3\phi_{i-1} - \phi_{i-2}) \right] \quad (3)$$

und die gesamte Gleichung lautet jetzt, mit einer zentralen Näherung für das Diffusionsglied,

$$\frac{u_i}{\Delta x} \left[ \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2} - \Lambda(\phi_{i+1} - 3\phi_i + 3\phi_{i-1} - \phi_{i-2}) \right] - \frac{\kappa}{\Delta x^2} [\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1}] = 0 \quad (4)$$

Eine dimensionslose Schreibweise mit punktbezogenen Koeffizienten lautet

$$\left( 1 - Re_{\Delta x, i} \left( \frac{1}{2} - \Lambda \right) \right) \phi_{i+1} - (2 - 3\Lambda Re_{\Delta x, i}) \phi_i + \left( 1 + Re_{\Delta x, i} \left( \frac{1}{2} + 3\Lambda \right) \right) \phi_{i-1} - \Lambda Re_{\Delta x, i} \phi_{i-2} = 0 \quad (5)$$

mit der Maschen-Reynolds-Zahl

$$Re_{\Delta x, i} = \frac{u_i \nu}{\Delta x} \quad (6)$$

Aus der Bedingung, daß das Differenzenverfahren lokal exakt sein soll, ergibt sich mit  $r' = \exp(-Re_{\Delta x, i})$  der Parameter  $\Lambda$ ,

$$\Lambda = \Lambda_i = \frac{Re_{\Delta x, i}(I+r') - (I-r')}{2 Re_{\Delta x, i}(I-r')^2} . \quad (7)$$

Eine zweite, gleichwertige Betrachtungsweise der Upwindverfahren besteht darin, sie als konventionelle Differenzenverfahren anzusehen, denen noch künstliche Diffusivität oder Viskosität zugegeben wird. Dieser Punkt wird deutlich herausgearbeitet und jeweils die Art, Ordnung und der Betrag der künstlichen Diffusion einzelner Verfahren untersucht. Gleichzeitig wird deutlich gemacht, daß die Dosierung der gesamten Diffusivität eine zentrale Rolle spielt. Zuwenig künstliche Diffusion hat örtliche Oszillationen zur Folge, zuviel künstliche Diffusion verschmiert scharfe Gradienten der Lösung. Als wesentliches Resultat der Arbeit kann angesehen werden, daß es sinnvoll ist, nicht einen konstanten Wert künstliche Diffusion zu verwenden, sondern einen flexibel an die örtlichen Verhältnisse angepaßten Betrag derselben in die Gleichungen einzuführen, wie dies insbesondere die lokal exakten Verfahren tun. Eine solche Interpretation läßt sich auch für das LECUSSO-Verfahren geben.

Zusammenfassend kann man feststellen, daß die vielfältigen Varianten von numerischen Verfahren, welche künstliche Diffusion einsetzen, künstliche Diffusion zweiter, dritter oder vierter Ordnung benutzen. In mannigfachen Fällen wird ein fester, nur der Maschen-Reynolds-Zahl proportionaler Betrag dieser zusätzlichen Diffusion verwendet. Bei anderen Verfahren wird ein variabler, vom Ort und der zugehörigen Maschen-Reynolds-Zahl abhängiger Wert an künstlicher Diffusion hinzugefügt, wobei der genaue Wert entweder formelmäßig oder in einem 'trial and error'-Prozeß festgelegt wird. In jedem Fall beinhalten diese künstliche Diffusionsterme eine Potenz der Schrittweite  $\Delta x$ , so daß sie für immer feiner werdende Maschennetze wirkungslos werden. Ein optimales Verfahren bezüglich Ordnung und Größe der künstliche Diffusion gibt es nicht, da mit steigender Ordnung der Zusatz-Diffusion der rechnerische und programmtechnische Aufwand ansteigt.

Die vorgestellten Differenzenverfahren werden mittels bekannter und zum Teil neu entwickelter Verfahren theoretisch untersucht, hauptsächlich mit Blick auf Eigenschaften wie Nichtnegativität und Monotonie, die gleichbedeutend sind mit Vermeidung örtlicher Oszillationen und damit über den Rahmen der klassischen Konvergenztheorie ("Konsistenz+Stabilität=Konvergenz") hinausgehen. Die beiden Ansätze zur Analyse von Differenzenverfahren werden ausführlich erklärt und dann auf die vorgestellten Upwindverfahren höherer Ordnung angewendet. Es sind dies einerseits Matrixmethoden, mit denen unter bestimmten Voraussetzungen gezeigt werden kann, daß entweder ein Lösungsvektor oder ein Vektor von benachbarten Differenzen nichtnegativ ist. Diese Aussagen sind gleichwertig damit, daß für die numerische Lösung ein Maximumprinzip erfüllt ist. Dies sichert, daß keine inneren Maxima und Minima auftreten können und damit numerisch verursachte örtliche Oszillationen nicht möglich sind. Der andere Weg besteht darin, mit Hilfe charakteristischer Polynome von Differenzengleichungen mit konstanten Koeffizienten zu zeigen, daß höchstens  $n-1$  Extrema auftreten können, wenn die Differenzengleichung jeweils  $n$  Punkte enthält. Damit ist die Zahl möglicher Extrema beschränkt und regelmäßige Oszillationen ausgeschlossen.

Beim zuletzt erwähnten Analyseverfahren geht man so vor, daß man das charakteristische Polynom einer linearen Differenzengleichung

$$A\phi_{i+2} + B\phi_{i+1} + C\phi_i + D\phi_{i-1} + E\phi_{i-2} = 0 \quad (8)$$

mit als konstant angenommenen Koeffizienten  $A, B, C, D$  und  $E$  untersucht. Als notwendige Bedingung für ausschließlich nichtnegative Wurzeln  $\lambda_1, \lambda_2, \dots$  des charakteristischen Polynoms

$$A\lambda^4 + B\lambda^3 + C\lambda^2 + D\lambda + E = 0 \quad (9)$$

und damit oszillationsfreie numerische Lösungen ergibt sich, daß die Koeffizienten  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , ... alternierende Vorzeichen haben müssen, das heißt  $A$  muß positiv sein,  $B$  negativ und so fort.

Die andere Analyseverfahren, mit der das Verhalten der Upwindverfahren höherer Ordnung untersucht wird, macht sich Ergebnisse aus der Theorie reeller Matrizen zu Nutze. Im Falle simpler, eindimensionaler Probleme mit Dreipunktdifferenzennäherungen wie bei der 1-d Diffusionsgleichung hat man

$$-\frac{1}{2}\phi_{i+1} + \phi_i - \frac{1}{2}\phi_{i-1} = 0 \quad (10)$$

und damit als Koeffizientenmatrix des linearen Gleichungssystems eine Matrix mit positiven Werten in der Hauptdiagonalen und negativen Werten außerhalb. Da dies Matrix auch noch diagonaldominant ist, handelt es sich hier um Prototypen von sogenannten M-Matrizen, welche bekanntlich eine nichtnegative Inverse besitzen. Diese Darstellung der Inversen erlaubt die Aussage, daß eine diskrete Lösung, welche in den Randpunkten nichtnegative Werte annimmt, auch im Intervallinnern nicht negativ werden kann. Das Schwergewicht der Untersuchung der Arbeit liegt schon wegen der zur Debatte stehenden Upwindverfahren höherer Ordnung bei Differenzennäherungen, welche in einer Dimension mehr als drei Punkte verwenden oder bei denen zwei oder drei Stützpunkte ausschließlich auf einer Seite des zentralen Punktes liegen. In diesen Fällen ist die Koeffizientenmatrix des linearen Gleichungssystems fast immer eine Matrix, welche außerhalb der Hauptdiagonalen sowohl positive wie auch negative Elemente hat. In einigen wichtigen Fällen kann man zeigen, daß sich die Koeffizientenmatrix als Produkt von zwei oder mehr Matrizen der oben beschriebenen Form schreiben lassen und damit ebenfalls ein nichtnegatives Inverses besitzen.

Für das LECUSSO-Verfahren läßt sich mit dieser Methode das Erfülltsein eines 'diskreten Maximumprinzips' zeigen. Hier hat die Koeffizientenmatrix die Form

$$\left[ \left( -1 + Re_{\Delta x, i} \left( \frac{1}{2} - \Lambda \right) \right), \underline{(2 + 3\Lambda Re_{\Delta x, i})}, - \left( 1 + Re_{\Delta x, i} \left( \frac{1}{2} + 3\Lambda \right) \right), \Lambda Re_{\Delta x, i} \right] \quad (11)$$

und erfüllt die zuvor angegebenen Bedingungen, weil sich zum einen die Matrix als Produkt von

$$\left[ \left( -1 + Re_{\Delta x, i} \left( \frac{1}{2} - \Lambda \right) \right), \underline{\left( 1 + \left( \frac{1}{2} + 2\Lambda Re_{\Delta x, i} \right) \right)}, (-\Lambda Re_{\Delta x, i}) \right] \quad (12)$$

und der Matrix  $(-1, 1)$  schreiben läßt und die erste Matrix wegen

$$\Lambda_i \geq \frac{1}{2} - \frac{1}{Re_{\Delta x, i}} \quad (13)$$

ebenfalls eine positive Inverse hat. Bemerkenswert ist, daß sich für eine Reihe anderer Upwindverfahren höherer Ordnung dieser Nachweis nicht führen läßt.

In ausführlichen Testrechnungen, die ein zweidimensionales Beispiel mit einer analytischen Lösung verwenden, werden die zuvor theoretisch untersuchten Differenzenverfahren für weite Bereiche des Parameters  $Re'$ , der die Intensität der Strömung angibt, und für verschieden feine Diskretisierungen untersucht. Dabei werden die theoretischen Ergebnisse bezüglich Fehlerordnung und Oszillationsfreiheit bestätigt. Bei diesen Rechnungen wird

auch das Fehlerverhalten der einzelnen Verfahren anhand des maximalen Fehlers untersucht. Es zeigt sich, daß insbesondere die sogenannten 'lokal exakten' Verfahren, die in einer Dimension vier oder fünf Punkte verwenden, in ihrer Erhaltungsform günstig liegen und den Standardverfahren überlegen sind, wobei der zusätzliche Rechen- und Programmieraufwand nicht stark ins Gewicht fällt. Zu diesen besseren Methoden gehören auch die vom Verfasser entwickelten Verfahren LECUSSO-C und QUICK-PLUS, welche in Erhaltungsform formuliert sind. So liegt beispielsweise bei den Rechnungen ein Faktor 4 in der Genauigkeit zwischen der Erhaltungsform des hybriden Verfahrens als Standardmethode und QUICK-PLUS als einem der Spitzenreiter der Untersuchung.

## Lebenslauf

Claus Günther  
Burgunderweg 17a  
76356 Weingarten



Ich wurde am 6. Mai 1940 als Sohn des kaufmännischen Angestellten Emil Günther und seiner Ehefrau Emma geb. Buchholz in Offenburg geboren.

In Offenburg besuchte ich zunächst vier Jahre lang die Volksschule; im September 1950 wurde ich nach einer Aufnahmeprüfung Schüler des Schillergymnasiums in Offenburg. An diesem legte ich im März 1959 die Reifeprüfung ab.

Im Mai desselben Jahres fing ich ein naturwissenschaftliches Studium (Mathematik, Physik) an der Albert-Ludwigs-Universität in Freiburg an. Zwischenzeitlich, im Juli 1963, heiratete ich Fräulein Monika Kesel aus meiner Heimatstadt Offenburg. Nach der erfolgreich abgeschlossenen Diplom-Hauptprüfung im Fach Mathematik im November 1966 an der Universität Freiburg trat ich eine Beschäftigung bei der Gesellschaft für Kernforschung mbH in Leopoldshafen bei Karlsruhe an, bei der ich auch heute noch tätig bin.

Dort arbeitete ich zunächst acht Jahre im Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik (Leitung: Prof. K. Wirtz). Diese Tätigkeit umfaßte sowohl mathematische Beratung als auch die Erstellung von kleineren Programmen mathematischer Natur. Der Hauptteil meiner damaligen Arbeit bestand in der Entwicklung leistungsfähiger Großprogramme zur Berechnung des Neutronenverhaltens in Reaktoren. In dieser Zeit, 1973, promovierte ich an der mathematischen Fakultät der Universität Karlsruhe bei Prof. K. Nickel mit einer Arbeit über mehrdimensionale numerische Integration.

1975 wechselte ich in das Institut für Reaktorbauelemente (Leitung: Prof. U. Müller). Dort bin ich vorwiegend mit der numerischen Lösung thermo- und fluiddynamischer Aufgabenstellungen beschäftigt, welche sich aus Fragen der Reaktorsicherheit ergeben oder zum Entwurf neuer technischer Anlagen notwendig sind.

Im Mai 1991 konnte ich mich an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe für das Fach "Numerik der Thermo- und Fluiddynamik" habilitieren. Seit dieser Zeit halte ich jeweils pro Semester eine zweistündige Vorlesung.

Zur Familie bleibt noch nachzutragen, daß ich zwei Töchter habe, die 1967 und 1972 geboren wurden.

# **Experimentelle Untersuchungen in turbulenten Auftriebsstrahlen in Natrium**

von

**Joachim U. Knebel**

aus

Basel / Schweiz

Tag des Kolloquiums: 28. Januar 1993  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. K.-O. Felsch

## **Zusammenfassung**

In der Natrium-Teststrecke TEFLU werden mit einer temperaturkompensierten Miniatur-Permanentmagnet-Potentialsonde allgemeine, achsensymmetrische, turbulente Auftriebsstrahlen untersucht. Der Charakter der Strahlen wird in Abhängigkeit von der densimetrischen Froude-Zahl in drei Bereiche unterteilt: Den reinen Impulsstrahl, den Strahl im Übergangsbereich und den reinen Auftriebsstrahl. Für die drei Bereiche werden die Abklinggesetze der gemessenen Strömungsgrößen mittlere Geschwindigkeit, mittlere Temperatur und Temperaturschwankungsintensität zusammen mit den radialen Profilen angegeben und diskutiert. Die Meßergebnisse in Natrium werden mit Meßergebnissen der Literatur und Fluide mit molekularen Prandtl-Zahlen größer oder gleich 0.7 verglichen. Es werden Aussagen zur Übertragbarkeit von thermo- und fluiddynamischen Austauschvorgängen von Wasser auf Natrium formuliert.

## Einleitung und Zielsetzung

Die vorliegende Arbeit ist in das Forschungs- und Entwicklungsprogramm zur sicheren Nachwärmeabfuhr durch Naturkonvektion für den Europäischen Natriumgekühlten Schnellen Brutreaktor (European Fast Reactor, EFR) eingegliedert. Das Ziel der Arbeit ist es, ein grundlegendes Natrium-Experiment durchzuführen, in welchem eine für den Schnellen Brutreaktor relevante Mischkonvektionsströmung untersucht werden kann, die einen weiten Bereich zwischen Zwangskonvektion und Naturkonvektion abdeckt. Das Natrium-Experiment soll eine klare, physikalische Beurteilung der Mischkonvektionsströmung im Vergleich zu geometrisch ähnlichen Wasser-Experimenten ermöglichen. Es soll eine Datenbasis geschaffen werden, anhand welcher Rechenprogramme und physikalische Modelle für eine auftriebsbehaftete Flüssigmetallströmung verifiziert werden können.

## Strömungskonfiguration

Als Strömungskonfiguration wird ein allgemeiner, achsensymmetrischer und turbulenter Auftriebsstrahl in einer Rohrströmung mit vergleichsweise geringer Geschwindigkeit gewählt. Eine schematische Darstellung mit den wichtigsten Bezeichnungen gibt Abb. 1. Es sind ein typisches radiales Geschwindigkeits- und Temperaturprofil eingetragen. Die Strömungsgrößen werden immer mit der Übergeschwindigkeit  $\Delta \bar{u}_0$  oder der Über-temperatur  $\Delta \bar{T}_0$  am Strahlaustritt (Index 0) dimensionslos gemacht. Die Strömungsgrößen sind auf den jeweiligen Wert der Anströmung bezogen. Die axiale Koordinate  $x$  wird mit dem Düsendurchmesser  $d$ , die radiale Koordinate  $r$  mit dem Halbwertsradius  $r_{0,5}$  dimensionslos gemacht.

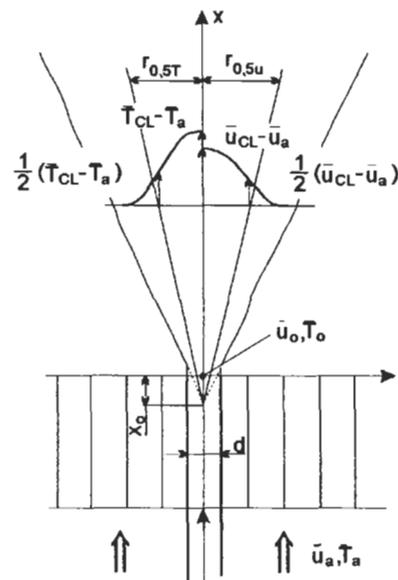


Abb. 1: Schematische Darstellung der Strömung.

## Miniatur-Permanentmagnet-Potentialsonde

Zur simultanen Messung der mittleren Geschwindigkeit, der mittleren Temperatur und der Temperaturschwankungsintensität wird eine temperaturkompensierte Miniatur-Permanentmagnet-Potentialsonde, im folgenden als MPP-Sonde bezeichnet, verwendet. Sie hat einen Außendurchmesser von  $2.5 \text{ mm}$ . Die Funktionsweise der MPP-Sonde beruht auf zwei physikalischen Grundprinzipien: der thermoelektrischen Potentialdifferenz und dem Faradayschen Induktionsgesetz. Die induzierte Potentialdifferenz ist direkt proportional zur mittleren Geschwindigkeit. Die Beeinflussung der Sondensignale durch Temperaturgradienten, die über die MPP-Sonde vorliegen, kann durch eine Eichmessung eliminiert werden. Die MPP-Sonde zeigt eine Empfindlichkeit von  $47 \mu\text{V} / (\text{m/s})$ . Die relative statistische Fehlergrenze der mittleren Geschwindigkeit liegt für Geschwindigkeiten größer als  $0.05 \text{ m/s}$  bei  $\pm 6.8 \%$ .

## Experimentelle Ergebnisse

Ein allgemeiner vertikaler Auftriebsstrahl ("forced plume") in eine Grundströmung besitzt sowohl einen Anfangsimpuls als auch einen Dichteunterschied gegenüber der Umgebung. Die beiden Grenzfälle bilden der reine Impulsstrahl ("pure jet") und der reine Auftriebsstrahl ("pure plume"). Die für allgemeine Auftriebsstrahlen charakteristische Kennzahl ist die densimetrische Froude-Zahl  $Fr$ , die das Verhältnis von Trägheitskräften zu Auftriebskräften darstellt. Die densimetrische Froude-Zahl hat für reine Impulsstrahlen den Wert Unendlich und für reine Auftriebsstrahlen den Wert Null. Sie kann auch als das Verhältnis aus dem Quadrat der Reynolds-Zahl und der Grashof-Zahl aufgefaßt werden.

In Abhängigkeit von der densimetrischen Froude-Zahl am Strahlaustritt werden vier Messungen durchgeführt: Messung C1 als reiner Impulsstrahl mit  $Fr_0 = 8123$ , Messung C2 als Impulsstrahl mit  $Fr_0 = 521$ , Messung F als Strahl im Übergangsbereich mit  $Fr_0 = 365$  und Messung H als starker Auftriebsstrahl mit  $Fr_0 = 43.1$ .

Ein allgemeiner Auftriebsstrahl mit endlichem Impulsfluß und endlichem Auftriebsfluß am Strahlaustritt kann im Nahbereich als reiner Impulsstrahl und im Fernbereich als reiner Auftriebsstrahl verstanden werden. Dies gilt auch für einen starken Auftriebsstrahl. Der durch Impulskräfte dominierte Nahbereich wird durch einen Übergangsbereich von dem durch Auftriebskräfte dominierten Fernbereich getrennt. Der Impulsstrahl und der Auftriebsstrahl zeigen ein asymptotisches Verhalten.

### Mittlere Strömungsgrößen

Die drei Bereiche und damit der Charakter des allgemeinen Auftriebsstrahls lassen sich mit Hilfe eines allgemeinen Längenmaßstabs  $x^* = f(x/d, Fr_0)$  festlegen. Es ergeben sich die folgenden Abklinggesetze für die mittleren Strömungsgrößen Geschwindigkeit und Temperatur.

Reiner Impulsstrahl (Messung C1) und Impulsstrahl (Messung C2):  $0 \leq x^* \leq 0.8$ .

$$\frac{\Delta \bar{u}_{CL}}{\Delta \bar{u}_0} = 6.08 \cdot \left( \frac{x}{d} + 2.84 \right)^{-1} . \quad (1)$$

$$\frac{\Delta \bar{T}_{CL}}{\Delta \bar{T}_0} = 4.01 \cdot \left( \frac{x}{d} + 0.55 \right)^{-1} . \quad (2)$$

Strahl im Übergangsbereich (Messung F):  $0.8 \leq x^* \leq 5.0$ .

$$\frac{\Delta \bar{u}_{CL}}{\Delta \bar{u}_0} = 6.62 \cdot Fr_0^{-1/6} \cdot \left( \frac{\rho_0}{\rho_a} \right)^{5/12} \cdot \left( \frac{x}{d} + 3.17 \right)^{-2/3} . \quad (3)$$

$$\frac{\Delta \bar{T}_{CL}}{\Delta \bar{T}_0} = 3.3 \cdot \left( \frac{x}{d} + 2.62 \right)^{-1} . \quad (4)$$

Starker Auftriebsstrahl (Messung H):  $5.0 \leq x^* \leq \infty$ .

$$\frac{\Delta \bar{u}_{CL}}{\Delta \bar{u}_0} = 4.32 \cdot Fr_0^{-1/3} \cdot \left( \frac{x}{d} + 5.61 \right)^{-1/3} . \quad (5)$$

$$\frac{\Delta \bar{T}_{CL}}{\Delta \bar{T}_0} = 1.95 \cdot \left( \frac{x}{d} + 0.645 \right)^{-1} . \quad (6)$$

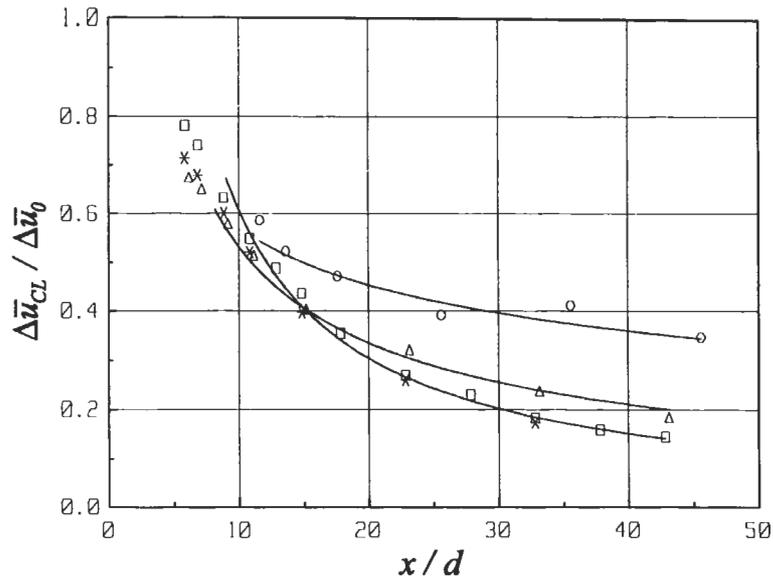


Abb. 2: Dimensionslose mittlere Geschwindigkeit auf der Kanalachse über  $x/d$ .  
 \* Reiner Impulsstrahl Gl. (1), □ Impulsstrahl Gl. (1), Δ Strahl im Übergangsbereich Gl. (3), O Starker Auftriebsstrahl Gl. (6).

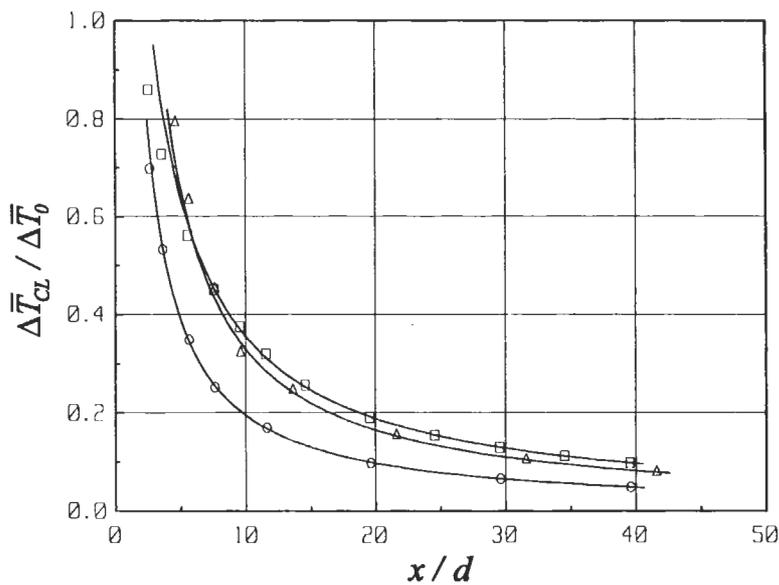


Abb. 3: Dimensionslose mittlere Temperatur auf der Kanalachse über  $x/d$ .  
 □ Impulsstrahl Gl. (2), Δ Strahl im Übergangsbereich Gl. (4), O Starker Auftriebsstrahl Gl. (6).

Die für die mittlere Geschwindigkeit und Natrium gefundenen Potenzgesetze (Abb. 2) sind für alle drei Bereiche sowohl in der Abklingkonstanten als auch in der  $x/d$ -Abhängigkeit in Übereinstimmung mit den Gesetzen, die für Fluide mit molekularen Prandtl-Zahlen größer oder gleich 0.7 bekannt sind. Die Ähnlichkeitsgesetze für den Impulsstrahl und für den Auftriebsstrahl werden bestätigt. Der Halbwertsradius der mittleren Geschwindigkeit nimmt für alle drei Bereiche linear mit dem Abstand vom Düsenblock zu. Der Strahl wird mit zunehmendem Auftriebseinfluß schlanker.

Im Unterschied dazu zeigt die mittlere Temperatur auf der Kanalachse (Abb. 3) immer ein Abklingverhalten proportional zu  $(x/d)^{-1}$ . Die Abklingkonstante wird umso kleiner, je

kleiner die densimetrische Froude-Zahl ist. Das Feld der mittleren Temperatur wird durch molekulare Wärmeleitung dominiert. Der Halbwertsradius der mittleren Temperatur nimmt für den Impulsstrahl linear mit dem Abstand vom Düsenblock zu. Für den Strahl im Übergangsbereich und den Auftriebsstrahl ergeben sich kleinere Halbwertsradien.

Die dimensionslosen, radialen Profile der mittleren Geschwindigkeit und der mittleren Temperatur können für alle drei Bereiche mit einer Glockenkurve nach Gauß angenähert werden. Die Profile aller Abstände  $x/d$  einer jeden Messung fallen übereinander. Die mittleren Strömungsgrößen sind selbsterhaltend. Abbildung 4 zeigt stellvertretend die Profile der mittleren Geschwindigkeit (oben) und der mittleren Temperatur (unten) des Impulsstrahls.

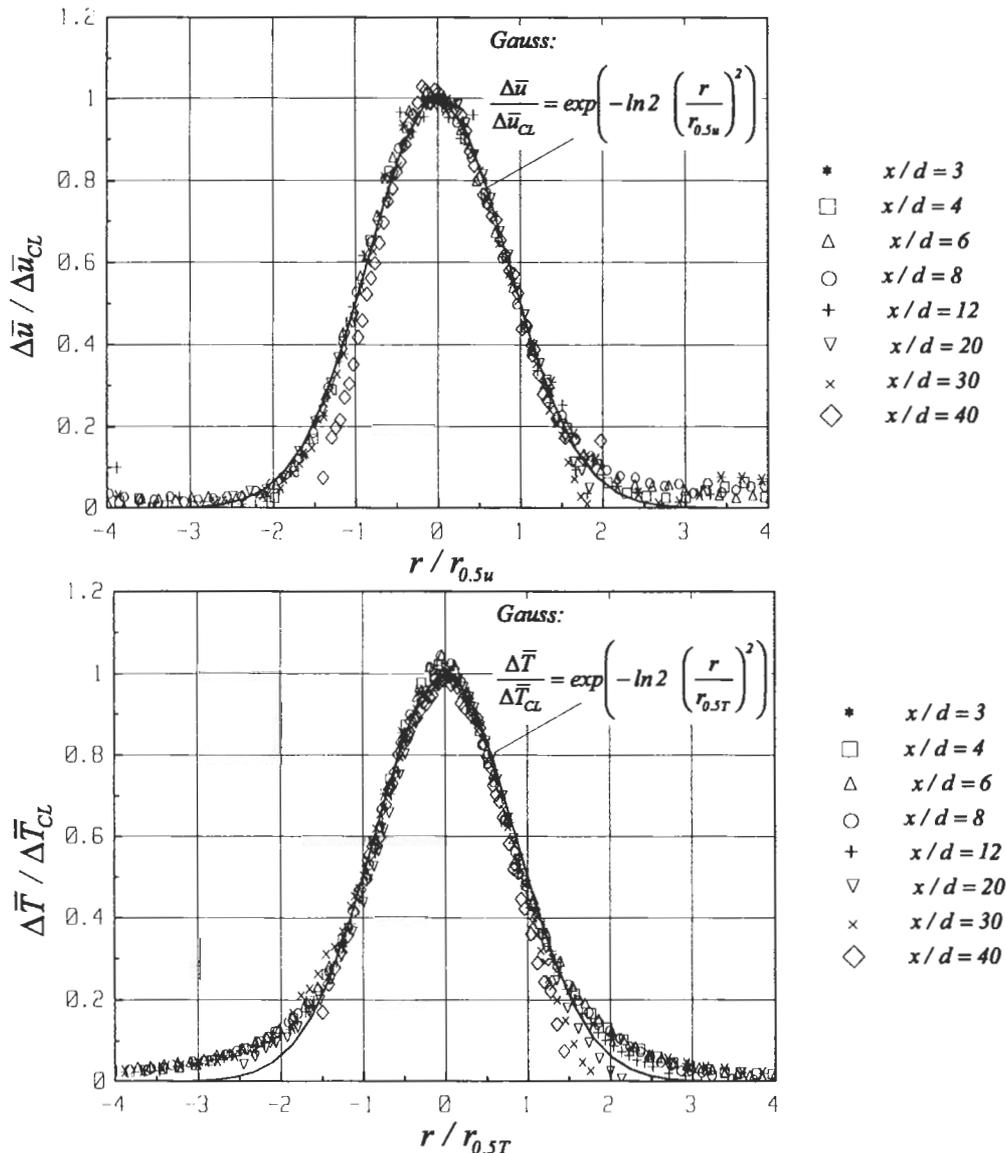


Abb. 4: Dimensionsloses radiales Profil der mittleren Geschwindigkeit (oben) und Temperatur (unten) für den Impulsstrahl.

### Temperaturschwankungsintensität

Die Temperaturschwankungsintensität fällt für den Impulsstrahl, den Strahl im Übergangsbereich und den Auftriebsstrahl proportional zu  $(x/d)^{-1.1}$ ,  $(x/d)^{-1.2}$  und  $(x/d)^{-1.6}$

und damit schneller als die mittlere Temperatur ab. Die Temperaturschwankungen sind für alle drei Bereiche sehr stark gedämpft. Die maximal beobachteten Temperaturschwankungsintensitäten betragen 1.5% von der mittleren Temperaturüberhöhung am Strahlaustritt. Die Halbwertsradien von Temperaturschwankungsintensität und mittlerer Temperatur zeigen das selbe Verhalten.

Die dimensionslosen, radialen Profile der Temperaturschwankungsintensität fallen für alle Abstände  $x/d$  einer jeden Messung übereinander. Abbildung 5 zeigt stellvertretend die Profile der Temperaturschwankungsintensität des Auftriebsstrahls. Die radialen Profile zeigen unabhängig von der densimetrischen Froude-Zahl ein lokales Minimum auf der Kanalachse und zwei Maximalwerte rechts und links davon. Die Temperaturschwankungsintensität ist selbsterhaltend. Ein Anstieg im Bereich der Kanalachse aufgrund einer verstärkten Produktion von Temperaturschwankungen für den Auftriebsstrahl wird nicht beobachtet. Das ist in Übereinstimmung mit dem Abklingverhalten der mittleren Temperatur auf der Kanalachse, die für alle drei Bereiche immer proportional zu  $(x/d)^{-1}$  abklingt.

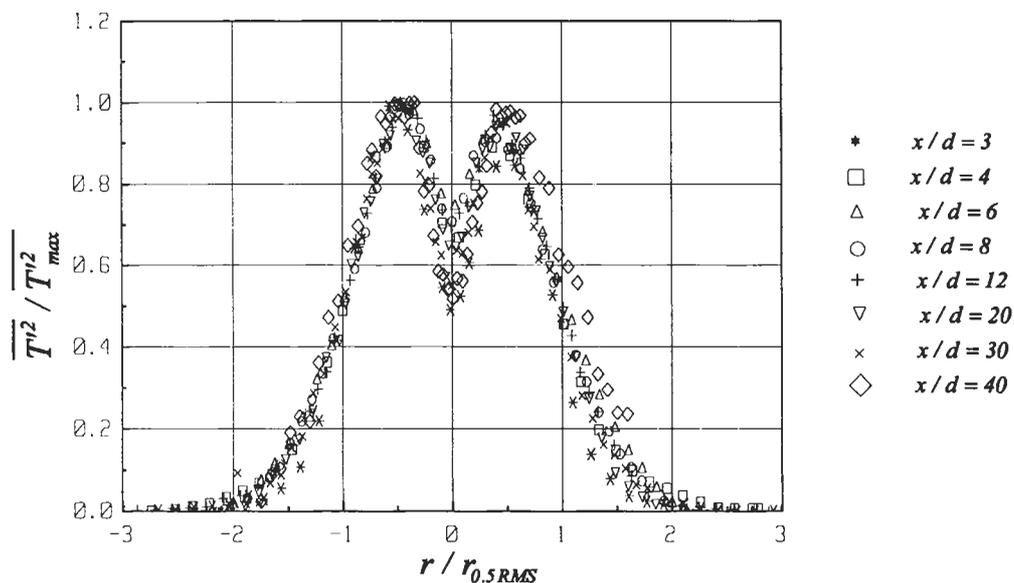


Abb. 5: Dimensionslose radiale Profile der Temperaturschwankungsintensität für den Auftriebsstrahl.

Am deutlichsten ist der Einfluß der niedrigen molekularen Prandtl-Zahl von Natrium am normierten Autoleistungsdichtespektrum  $S_{TT}$  der Temperaturschwankungen zu erkennen (Abb. 6). Es zeigt einen nur schwach ausgeprägten Konvektions-Bereich mit einem Abfall von  $-5/3$ , an den sich ein ausgeprägter Wärmeleitungs-Bereich mit einem Abfall von  $-17/3$  anschließt.

Das bedeutet, daß aufgrund der hohen molekularen Wärmeleitfähigkeit von Natrium die Temperaturschwankungen sehr effektiv vernichtet werden. Konvektive Transportmechanismen sind von untergeordneter Bedeutung. Damit lassen sich die geringen maximalen Temperaturschwankungsintensitäten erklären. In Natrium dominiert die molekulare Diffusion deutlich gegenüber dem konvektiven Transport der Temperaturschwankungen.

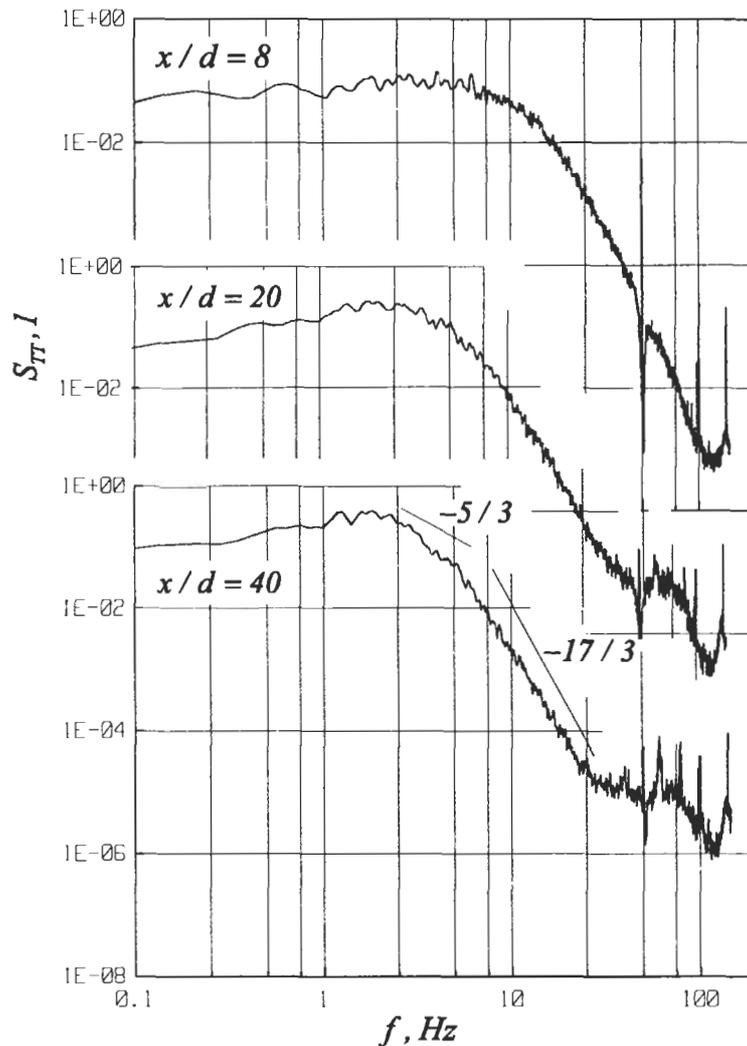


Abb. 6: Normiertes Autoleistungsdichtespektrum für die Meßposition  $r / r_{0.5RMS} = -0.5$  und  $x / d = 8, 20, 40$ . Starker Auftriebsstrahl.

### Übertragbarkeit Wasser/Natrium

Die durchgeführten Untersuchungen lassen folgende Beobachtungen und daraus ableitbare Schlußfolgerungen für die Übertragbarkeit Wasser/Natrium zu:

Das Abklingverhalten der mittleren Geschwindigkeit auf der Kanalachse kann für die Fluide Wasser und Natrium und den Bereich der untersuchten densimetrischen Froude-Zahlen durch die selben Abklinggesetze beschrieben werden. Die für Natrium gefundenen Abklingkonstanten sind in guter Übereinstimmung mit den für Wasser gefundenen Werten. Das läßt darauf schließen, daß die Dynamik eines allgemeinen, achsensymmetrischen, turbulenten Auftriebsstrahls in Wasser und in Natrium mit den selben Gesetzmäßigkeiten beschrieben werden kann.

Das Abklingverhalten der mittleren Temperatur auf der Kanalachse wird in Natrium maßgeblich durch den Prozeß der molekularen Wärmeleitung bestimmt. Das bedeutet, daß für Natrium die mittlere Temperatur auf der Kanalachse deutlich schneller abklingt als für Wasser. Die stark unterschiedlichen molekularen Prandtl-Zahlen von Natrium ( $Pr = 0.0059$ ) und Wasser ( $Pr = 6.13$ ) verdeutlichen das.

Die Temperaturschwankungsintensität ist in Natrium unabhängig von der densimetrischen Froude-Zahl extrem gedämpft und liegt für große Lauflängen unter 4% bezogen auf die mittlere Temperatur auf der Kanalachse. Im Unterschied dazu werden in Wasser für den

Impulsstrahl Werte von etwa 20 % und für den Auftriebsstrahl von etwa 40 % gemessen. Die Schwankungsbewegung der Temperatur bleibt somit in Wasser deutlich länger erhalten als in Natrium.

Zudem wird in Wasser eine Umstrukturierung des radialen Profils der Temperaturschwankungsintensität beim Übergang von einem Impulsstrahl zu einem Auftriebsstrahl beobachtet, was zu einer deutlichen Zunahme der Temperaturschwankungsintensität im Bereich der Kanalachse führt. Diese Umstrukturierung ist zum einen auf eine deutliche Zunahme der axialen Reynoldsschen Wärmeströme zurückzuführen, die für den Auftriebsstrahl einen um den Faktor 2.5 größeren Wert aufweisen als für den Impulsstrahl. Zum anderen zeigt der Auftriebsstrahl einen stärkeren axialen Gradienten für die mittlere Temperatur als der Impulsstrahl. Diese Beobachtungen lassen darauf schließen, daß für Natrium und den Bereich der untersuchten densimetrischen Froude-Zahlen der Anteil der Reynoldsschen Wärmeströme am diffusiven Wärmetransport gegenüber dem Anteil durch molekulare Wärmeleitung vernachlässigt werden kann.

## Schlußbetrachtung

Das Ausbreitungsverhalten von allgemeinen, achsensymmetrischen, turbulenten Auftriebsstrahlen ist für Fluide mit molekularen Prandtl-Zahlen größer oder gleich 0.7 ausgiebig untersucht und bekannt. Die vorliegenden experimentellen Ergebnisse erweitern diese Untersuchungen erstmals auf Flüssigmetalle, das heißt auf Fluide mit sehr kleinen molekularen Prandtl-Zahlen. Die experimentellen Ergebnisse gestatten es, für einen weiten Bereich von densimetrischen Froude-Zahlen Abklinggesetze für die mittlere Geschwindigkeit und die mittlere Temperatur entlang der Kanalachse und die radialen Profile dieser Strömungsgrößen zu definieren. Die Abklinggesetze für die mittlere Geschwindigkeit bestätigen die für den Impulsstrahl und den Auftriebsstrahl bekannten Ähnlichkeitsgesetze. Die densimetrischen Froude-Zahlen am Strahlaustritt reichen von 8123 für eine reine Zwangsströmung bis zu 43.1 für eine starke Auftriebsströmung.

Die Untersuchungen dieser Arbeit sind von besonderem Interesse, da sie erstmals durch einen direkten Vergleich mit geometrisch ähnlichen Experimenten in Wasser den Einfluß der molekularen Prandtl-Zahl auf eine Auftriebsströmung erlauben. Unterschiede in den thermo- und fluiddynamischen Austauschvorgängen zwischen Wasser und Natrium können somit direkt angegeben werden. Der maßgebliche Unterschied zwischen Wasser und Natrium zeigt sich in der um zwei Zehnerpotenzen größeren molekularen Wärmeleitfähigkeit von Natrium gegenüber Wasser. Sowohl das Feld der mittleren Temperatur als auch das Feld der Temperaturschwankungen werden maßgeblich durch den Prozeß der molekularen Diffusion von Wärme bestimmt. Die Temperaturschwankungen sind in der gesamten Strömung so stark gedämpft, daß der Einfluß der Reynoldsschen Wärmeströme auf die Strömung ohne Bedeutung ist.

## Lebenslauf



Name: Joachim U. Knebel  
Geburtsdatum: 30. August 1962  
Geburtsort: Basel / Schweiz  
Familienstand: verheiratet mit Karin Knebel, geborene Kornmayer  
Tochter Caroline, geboren am 10. März 1993

1969 - 1973: Grundschule in Singen (Hohentwiel)  
1973 - 1982: Hegau-Gymnasium in Singen (Hohentwiel)  
05/1982: Allgemeine Hochschulreife

05/1982 - 09/1982: Sprachaufenthalt in England und Praktikum  
10/1982 - 10/1983: Grundwehrdienst

10/1983 - 01/1989: Maschinenbaustudium an der Universität Karlsruhe (TH)  
11/1984 - 12/1984: Teilnahme an der Meßkampagne am Modellkraftwerk Völklingen  
10/1986 - 02/1989: Übungsgruppenleiter am Institut für Technische Thermodynamik der  
Universität Karlsruhe (TH) bei Prof. Dr.-Ing. G. Ernst

01/1989: Diplom-Hauptprüfung  
Hauptfächer: Strömungslehre, Technische Thermodynamik

02/1989 - 10/1989: D.T.I. Dr. Trippe Ingenieurgesellschaft, Karlsruhe  
Seit 11/1989: Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH  
Projekt Nukleare Sicherheitsforschung (PSF)

12/1992: Stipendiat des DAAD an der University of Manchester, Department of  
Mechanical and Nuclear Engineering bei Prof. J. D. Jackson

01/1993: Promotion zum Doktor der Ingenieurwissenschaften an der Fakultät  
für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH)



# **Experimentelle Untersuchung turbulenter Mischkonvektion im Nachlauf einer beheizten Kugel**

von

**Joachim Detlef Suckow**

aus

Hannover

Tag des Kolloquiums: 11. Februar 1993  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. K.-O. Felsch

## **Zusammenfassung**

Zum Studium der Wechselwirkungen zwischen Naturkonvektion und Zwangskonvektion wird in der Wasserteststrecke FLUTMIK I die Mischkonvektion im Nachlauf einer vertikal angeströmten, beheizten Kugel in einer turbulenten Kanalströmung experimentell untersucht. Die Temperatur und die Komponenten der Geschwindigkeit werden zeitgleich mit einer Thermoelementsonde und einem Laser-Doppler-Anemometer gemessen. Aus den gemessenen Strömungsgrößen werden die mittlere Geschwindigkeit, die mittlere Temperatur, deren Schwankungsintensitäten und die turbulenten Austauschgrößen für Impuls und Wärme ermittelt. Das Abkling- und Ausbreitungsverhalten der Größen entlang der Kanalachse und deren radiale Profile werden diskutiert. Durch Vergleich mit dem unbeheizten Fall wird der Einfluß von Auftriebskräften auf die Strömung herausgestellt. Die Bedeutung der Meßergebnisse für die Behandlung auftriebsbehafteter Nachlaufströmungen mit auftriebserweiterten Formen des  $k$ - $\epsilon$  Turbulenzmodells wird diskutiert.

## Einleitung und Zielsetzung

In den letzten Jahren hat die Nutzung der Naturkonvektion zum Transport von Wärme, im Zusammenhang mit Sicherheitsüberlegungen und der sicheren Nachwärmeabfuhr bei flüssigmetallgekühlten Schnellen Brutreaktoren (LMFBR) zunehmend an Bedeutung gewonnen. Aufgrund der hohen Wärmeleistungsdichten im Kernbereich Schneller Brutreaktoren wird Natrium zur Kühlung der Brennelemente eingesetzt. Zur Untersuchung der Kühlungsmechanismen und der thermohydraulischen Phänomene werden Experimente in vereinfachten Modellgeometrien mit Wasser als Modellfluid durchgeführt. Es stellt sich das Problem, die gewonnenen Ergebnisse der Geschwindigkeits- und Temperaturverteilung der Wassereperimente auf Fluide großer Wärmeleitfähigkeit zu übertragen.

Im Reaktorpool sind eine Vielzahl turbulenter Strömungsformen zu finden. Ein Teil der Strömungen wird sowohl durch Trägheitskräfte der erzwungenen Konvektion als auch durch Auftriebskräfte der freien Konvektion beeinflusst. Die Analyse der auftretenden Phänomene und der turbulenten Transportvorgänge bei Mischkonvektion ist für die Entwicklung physikalischer Modelle und für die Überprüfung und Verifizierung bestehender Rechenprogramme und der darin verwendeten Turbulenzmodelle wichtig. Diese Aufgabe kann nur mit Hilfe einer möglichst vollständigen Datenbasis gesicherter experimenteller Untersuchungen in Wasser und, soweit meßtechnisch möglich, in Natrium erfolgen. Ziel der Arbeit ist es, detaillierte Messungen des turbulenten Impulstransportes, des axialen und radialen Wärmetransports und des Geschwindigkeits- und Temperaturfelds in einer Mischkonvektionsströmung mit dem Modellfluid Wasser durchzuführen. Die untersuchte Strömungskonfiguration und die Teststrecke FLUTMIK I sind schematisch in Abb. 1 dargestellt.

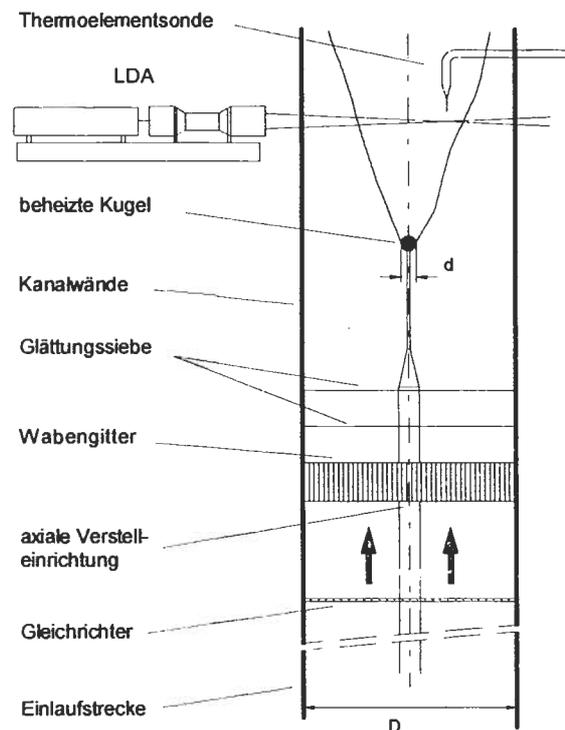


Abb. 1: Schematische Darstellung der Teststrecke.

Die Teststrecke besteht aus einem vertikal angeordneten quadratischen Kanal, der von unten nach oben turbulent zwangsdurchströmt wird. In der Kanalachse befindet sich eine

beheizte Kugel, hinter der sich eine auftriebsbehaftete Nachlaufströmung ausbildet. Die Strömung ist im Mittel stationär. Das durch den Strömungswiderstand des Körpers erzeugte Geschwindigkeitsdefizit nimmt mit zunehmendem Abstand von der Wärmequelle ab. Das überlagerte Temperaturfeld breitet sich bei gleichzeitiger Abnahme der maximalen Temperaturüberhöhung aus. Die axiale Entwicklung des Geschwindigkeitsfelds wird durch Auftriebseffekte stark beeinflusst.

Die Entwicklung der Nachlaufströmung ist vom axialen Abstand  $x/d$  von der Kugel abhängig. Die mit  $x$  gebildete Reynolds-Zahl  $Re_x$  und die Grashof-Zahl  $Gr_x$  beschreiben das Problem. Die Kennzahlen lassen sich zu dem von  $x$  unabhängigen Mischkonvektionsparameter  $\beta$  zusammenfassen.

$$Re_x = \frac{u_0 x}{\nu}, \quad Gr_x = \frac{1}{2\pi} \frac{g \alpha_0 \dot{Q}}{\rho_0 c_p \nu_0^3} d^2, \quad \beta = \frac{Re_x}{\sqrt{Re_x^2 + Gr_x}}. \quad (1)-(3)$$

Hierin sind  $u_0$  die querschnittsgemittelte mittlere Geschwindigkeit und  $\dot{Q}$  die zugeführte Heizleistung. Die Strömung wird für die untersuchten axialen Abstände durch  $3.6 \cdot 10^3 < Re_x < 7.7 \cdot 10^4$ ,  $2.1 \cdot 10^7 < Gr_x < 9.5 \cdot 10^9$  und  $\beta = 0.62$  charakterisiert. Für den unbeheizten Fall gilt  $Re_x$  entsprechend, jedoch sind  $Gr_x = 0$  und  $\beta = 1$ .

## Ergebnisse

Für axiale Abstände  $x/d$  zwischen 5 und 106 Kugeldurchmessern werden das Temperaturfeld und das Geschwindigkeitsfeld aufgenommen. Die Temperatur und die Komponenten des Geschwindigkeitsvektors in axialer und radialer Richtung werden zeitgleich mit einer Thermolementsonde und einem Zwei-Komponenten-, Zwei-Farben-Laser-Doppler-Anemometer gemessen. Aus den gemessenen Größen werden die mittlere axiale Geschwindigkeit  $\bar{u}$ , die mittlere Temperatur  $\bar{T}$ , deren Schwankungsintensitäten  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$ ,  $\overline{T'^2}$  und die turbulenten Austauschgrößen für den Impulstransport  $\overline{u'v'}$  und den Wärmetransport in axialer und radialer Richtung,  $\overline{u'T'}$  und  $\overline{v'T'}$ , berechnet.

In Abb. 2 sind die normierten radialen Profile der mittleren axialen Geschwindigkeit bei verschiedenen Abständen von der Kugel bei Zwangskonvektion jenen bei Mischkonvektion gegenübergestellt. Ohne Auftriebseinflüsse bleibt das Geschwindigkeitsdefizit entlang der Kanalachse erhalten, bei gleichzeitiger Ausbreitung des Nachlaufprofils. Durch Wirkung von Auftriebskräften kommt es bei Mischkonvektion zu einer Erhöhung des Impulses bei gleichzeitiger Abnahme der mittleren Temperatur. Das Abklingen der mittleren Temperatur gibt Abb. 3. Das Geschwindigkeitsdefizit gegenüber der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $\bar{u}_a$  der Umgebung wird durch die Verlustgeschwindigkeit  $\bar{u}_{lm}$  beschrieben. Abb. 4 zeigt die axiale Entwicklung entlang der Kanalachse. Für  $x/d > 15$  wird für  $\beta = 0.62$  und  $\beta = 1$  eine lineare Abnahme der Verlustgeschwindigkeit gefunden. Die radialen Profile der mittleren Temperatur in Abb. 5 bei verschiedenen  $x/d$  sind selbsterhaltend und werden sehr gut durch Glockenkurven nach Gauß beschrieben. Der Halbwertsradius  $r_{0,5T}$  in Abb. 6, der die radiale Ausbreitung der mittleren Temperatur charakterisiert, und die Abnahme der mittleren Temperatur auf der Kanalachse (Abb. 3) werden durch Potenzgesetze beschrieben.

Die Turbulenzstruktur der Strömung wird durch die turbulenten Normal- und Schubspannungen, die turbulenten Wärmeflüsse und die Intensität der Temperaturfluktuationen charakterisiert. Die Analyse der Temperaturfluktuationen zeigt, daß die radiale Breiten-

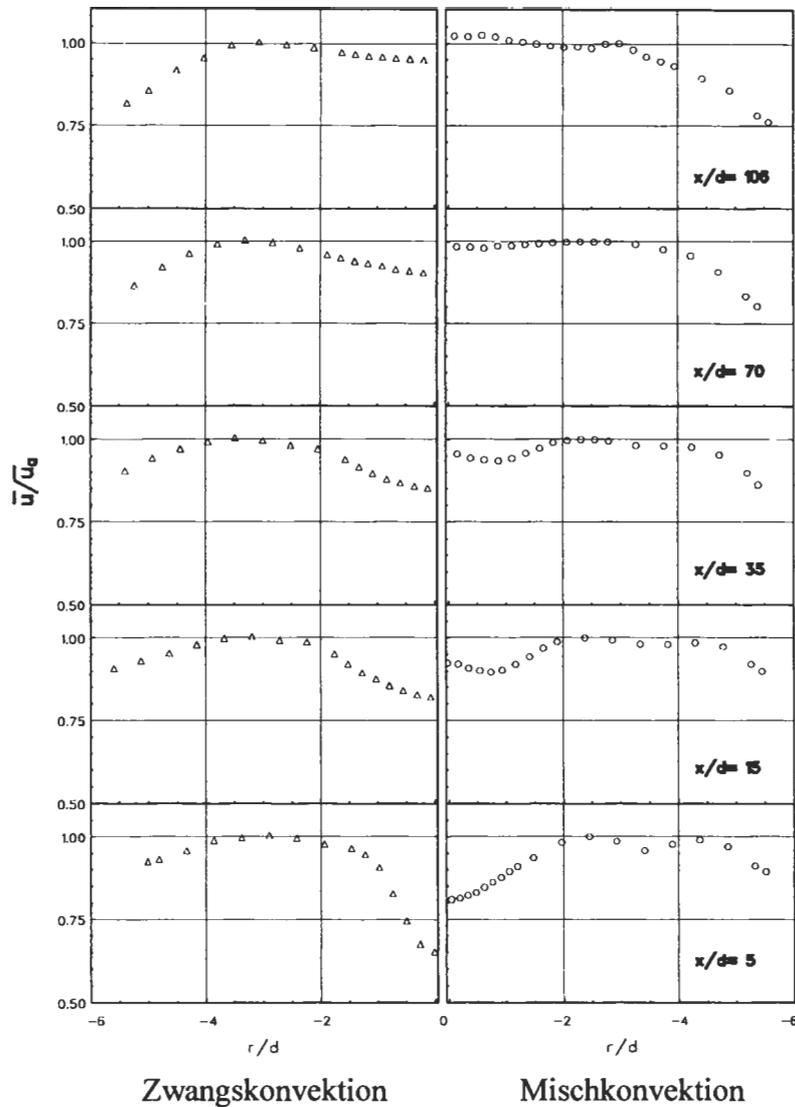


Abb. 2: Radiale Verteilung der mittleren axialen Geschwindigkeit bei verschiedenen axialen Abständen.

entwicklung nach einem Potenzgesetz erfolgt, das die gleiche axiale Abhängigkeit aufweist, wie das des mittleren Temperaturfelds. Das Maximum der Intensität der Temperaturschwankungen tritt in den radialen Profilen entlang der Kanalachse auf. Der Anteil des axialen Wärmeflusses durch die Schwankungsbewegung ist im Vergleich zum Wärmefluß durch die Hauptströmung vernachlässigbar klein. Der radiale turbulente Wärmefluß  $\overline{v'T'}$  ist proportional zum Gradienten der mittleren Temperatur und wird durch einen Gradientenansatz, basierend auf dem Prinzip der Wirbeldiffusivität, sehr gut beschrieben.  $\overline{v'T'}$  ist maßgebend für die radiale Ausbreitung des Temperaturfelds und der damit verbundenen Abnahme der mittleren Temperatur.

Die kinetische Energie der Turbulenz  $k$  ist durch die Summe der turbulenten Normalspannungen gegeben. Sie wird in dem in dieser Arbeit untersuchten auftriebserweiterten  $k$ - $\epsilon$  Turbulenzmodell verwendet. Die kinetische Energie der Turbulenz wird aus den gemessenen Geschwindigkeitsfluktuationen berechnet. Aus den Profilen der Turbulenzintensität wird gefunden, daß im Bereich des Nachlaufs für beide Strömungsfälle die radiale und die azimutale Turbulenzintensität gleich groß sind.

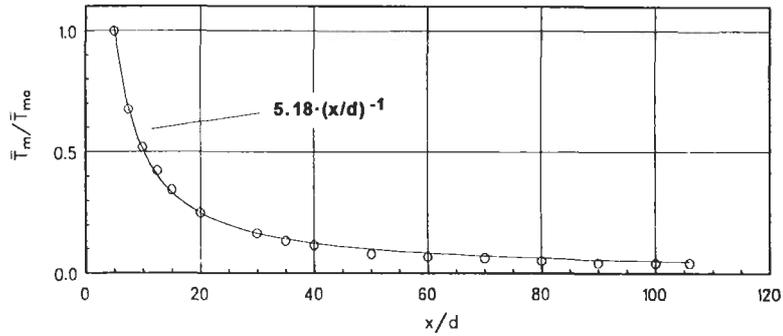


Abb. 3: Axiale Abschwächung der maximalen mittleren Temperatur.

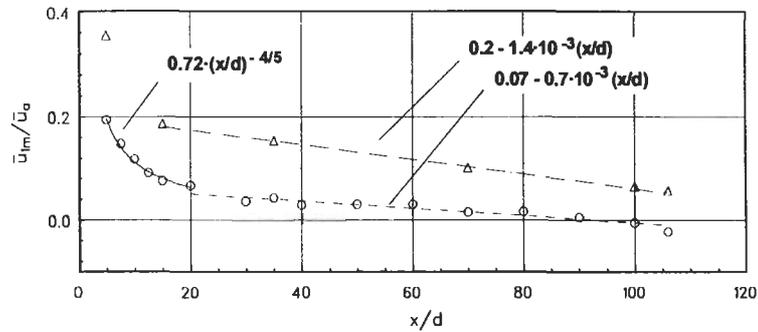


Abb. 4: Axiale Entwicklung der Verlustgeschwindigkeit für Zwangskonvektion ( $\Delta$ ) und Mischkonvektion ( $\circ$ ).

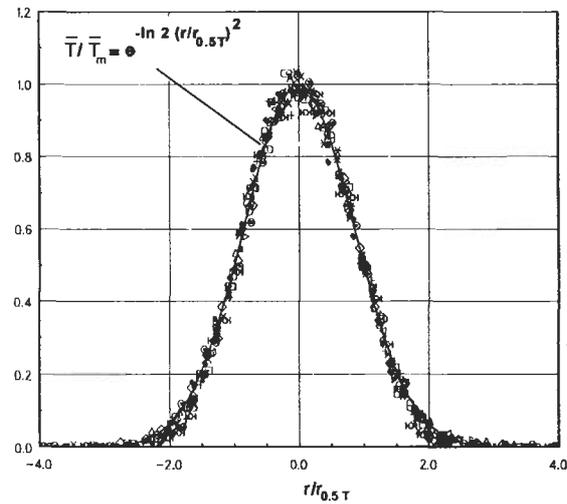


Abb. 5: Normierte Profile der mittleren Temperatur bei verschiedenen axialen Abständen.

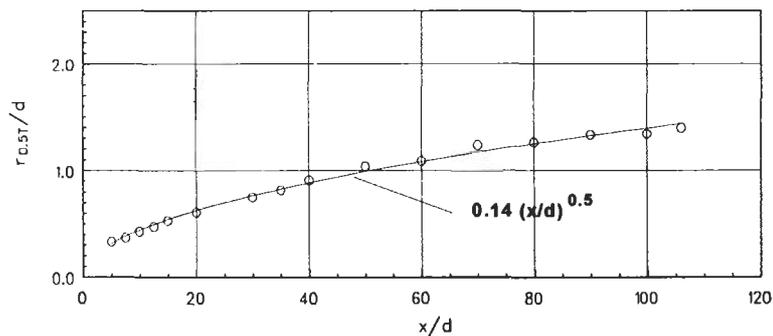


Abb. 6: Axialer Verlauf des Halbwertsradius der mittleren Temperatur.

Im Gegensatz zu den radialen und azimuthalen Komponenten erhöht der Auftriebseinfluß die axiale Turbulenzintensität, wodurch die Anisotropie der Schwankungsbewegung zunimmt. Bei Mischkonvektion wird  $k$  aufgrund der Zunahme der axialen Turbulenzintensität und dem damit verbundenen axialen turbulenten Wärmeflusses  $\overline{u'T'}$  vor allem entlang der Kanalachse erhöht. Das Abklingverhalten von  $k$  wird in beiden Strömungsfällen durch Potenzgesetze wiedergegeben. Bei Zwangskonvektion klingt  $k$  stärker ab als bei Mischkonvektion. Für die im  $k$ - $\epsilon$  Turbulenzmodell verwendete turbulente Prandtl-Zahl  $\sigma_t$  liefert das Experiment für Mischkonvektion entlang der Kanalachse einen asymptotischen Wert von  $\sigma_t = 0.61$ .

## Diskussion und Schlußfolgerungen

Das Strömungsfeld stromab der Kugel kann bei Mischkonvektion in einen Formierungsbereich und einen Übergangsbereich eingeteilt werden. Bei Zwangskonvektion schließt sich an den Formierungsbereich ein Nachlaufbereich an. Der Formierungsbereich wird durch die Kugelumströmung geprägt und tritt unabhängig von Auftriebseinflüssen bei Zwangs- und Mischkonvektion auf. Bei Zwangskonvektion nimmt das Geschwindigkeitsdefizit kontinuierlich ab, verschwindet jedoch nicht, da nur Trägheitskräfte wirksam sind. Bei Mischkonvektion wird durch Auftriebskräfte ein vollständiger Ausgleich des Geschwindigkeitsdefizits erreicht. Der Einfluß von Auftriebskräften bewirkt eine Erhöhung des Impulses und damit eine Umstrukturierung des Strömungsfelds. Die Analyse des Turbulenzfelds zeigt, daß die molekulare Wärmeleitung gegenüber dem Wärmetransport durch Turbulenzwirbel vernachlässigbar ist. Bei der Berechnung der Strömung müssen für den Impulsaustausch sowohl der turbulente Anteil als auch viskose Effekte berücksichtigt werden. Dies ist auf die im Experiment vorhandene kleine Reynolds-Zahl des Kugelnachlaufs zurückzuführen.

Die in der Arbeit vorgelegten Meßergebnisse sind die ersten Untersuchungen, die einen achsensymmetrischen Nachlauf mit überlagerten Auftriebseffekten behandeln und die zur Validierung der vorgestellten auftriebserweiterten  $k$ - $\epsilon$  Turbulenzmodelle notwendigen Größen bestimmen.

## Lebenslauf

Joachim Detlef Suckow  
Kirchackerstraße 11  
CH - 5223 Riniken AG (Schweiz)



Geburtsdatum: 17. März 1959  
Geburtsort: Hannover  
Nationalität: deutsch  
Familienstand: ledig

04/1966 - 07/1969 Grundschule in Emmendingen  
09/1969 - 05/1978 Naturwissenschaftliches Gymnasium in Emmendingen  
Abschluß: Allgemeine Hochschulreife  
10/1978 - 10/1985 Studium des allgemeinen Maschinenbaus an der Universität  
Fridericiana zu Karlsruhe (TH)  
Abschluß: Diplom-Ingenieur Maschinenbau  
04/1981 - 09/1984 Wissenschaftliche Hilfskraft, Institut für allgemeine Maschinenkon-  
struktionslehre, TH Karlsruhe  
10/1983 - 03/1985 Wissenschaftliche Hilfskraft, Institut für Strömungslehre und Strö-  
mungsmaschinen, TH Karlsruhe  
01/1986 - 12/1988 Nachwuchswissenschaftler, Institut für Angewandte Thermo- und  
Fluiddynamik, Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH  
01/1989 - 06/1992 Projektingenieur, Emmel Engineering GmbH, Bruchsal  
11.02.1993 Promotionsprüfung an der Fakultät für Maschinenbau der Universität  
Fridericiana zu Karlsruhe (TH) Abschluß: Dr.-Ing.  
seit 04/1993 Wissenschaftler, Paul Scherrer Institut, Würenlingen und Villigen,  
Schweiz



# **Magnetohydrodynamik in Rechteckgeometrien**

## **Volle numerische Simulation**

von

**Lutz Lenhart**

aus  
Mainz

Tag des Kolloquiums: 11. Februar 1994  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferenten: Prof. Dr.-Ing. J. Zierep  
Prof. Dr.-Ing. R. Bohning

### **Zusammenfassung**

Im Zusammenhang mit der Entwicklung zukünftiger Fusionsreaktoren ist die Untersuchung elektrisch leitender Fluide unter dem Einfluß variabler Magnetfelder von besonderem Interesse. Mit dem vorliegenden Programm zur vollen numerischen Simulation können sämtliche Phänomene solcher magnetohydrodynamischer Strömungen in geraden und abgewinkelten Kanälen beschrieben werden. Insbesondere kann aufgrund der Implementierung spezieller Lösungsalgorithmen erstmals auch der Einfluß der Trägheit aufgezeigt werden.

## Motivation und Zielsetzung

Die Verknappung fossiler Brennstoffe und allgemeine Fragen der Umweltverträglichkeit erfordern die Erforschung alternativer Energieformen. Neben konventionellen Kraftwerken ist daher auch die Nutzung der Kernfusion Gegenstand internationaler Untersuchungen. Dabei kommt dem zwischen Plasma und Magnetspulen angeordneten "Blanket" eine zentrale Rolle zu. Einen Fusionsreaktor zeigt schematisch Abb. 1. Weil Flüssigmetall in den Strömungskanälen dieses Bauelementes als Arbeitsmedium eingesetzt wird, entstehen im Wechselspiel mit den Magnetfeldern ganz erhebliche Abweichungen von den Strömungsformen der gewöhnlichen Hydrodynamik. Analytische Behandlungen solcher Phänomene gelingen nur in einfachen Sonderfällen und Experimente sind aufwendig, so daß numerische Simulationen an Bedeutung gewinnen. Mit dem vorliegenden Programm sollen die Einflüsse der Wandleitfähigkeit, der Geometrie, des Magnetfeldverlaufs, der Magnetfeldstärke und der Trägheit erörtert werden.

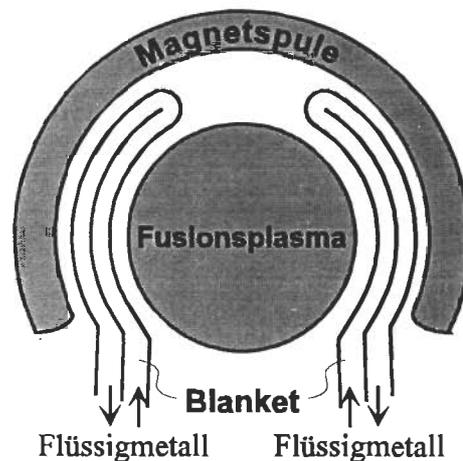


Abb. 1: Schema eines Fusionsreaktors.

## Ergebnisse

Magnetohydrodynamische Strömungen können mit den Navier-Stokes-Gleichungen, den Erhaltungssätzen für Masse und elektrischen Strom und dem Ohmschen Gesetz beschrieben werden. In diesem System gekoppelter, partieller Differentialgleichungen treten nach geeigneter Normierung zwei charakteristische Kennzahlen auf: Die Hartmann-Zahl  $M$  als dem Verhältnis von elektromagnetischen Kräften und Reibungskräften, sowie der Interaktionsparameter  $N$ , der elektromagnetische Kräfte mit Trägheitskräften gewichtet. Neben den Kennzahlen sind die Kanalgeometrie und die elektrische Leitfähigkeit der Wände als weitere Parameter zu berücksichtigen. Bei der numerischen Simulation muß aus rechentechnischen Gründen in einer Vielzahl von Fällen eine überlappenden Gebietszerlegung der Gesamtgeometrie durchgeführt werden. Um den Einfluß der Trägheit erfassen zu können, wird das LECUSSO-Verfahren, ein sogenanntes Upwind-Verfahren zweiter Ordnung, angewendet.

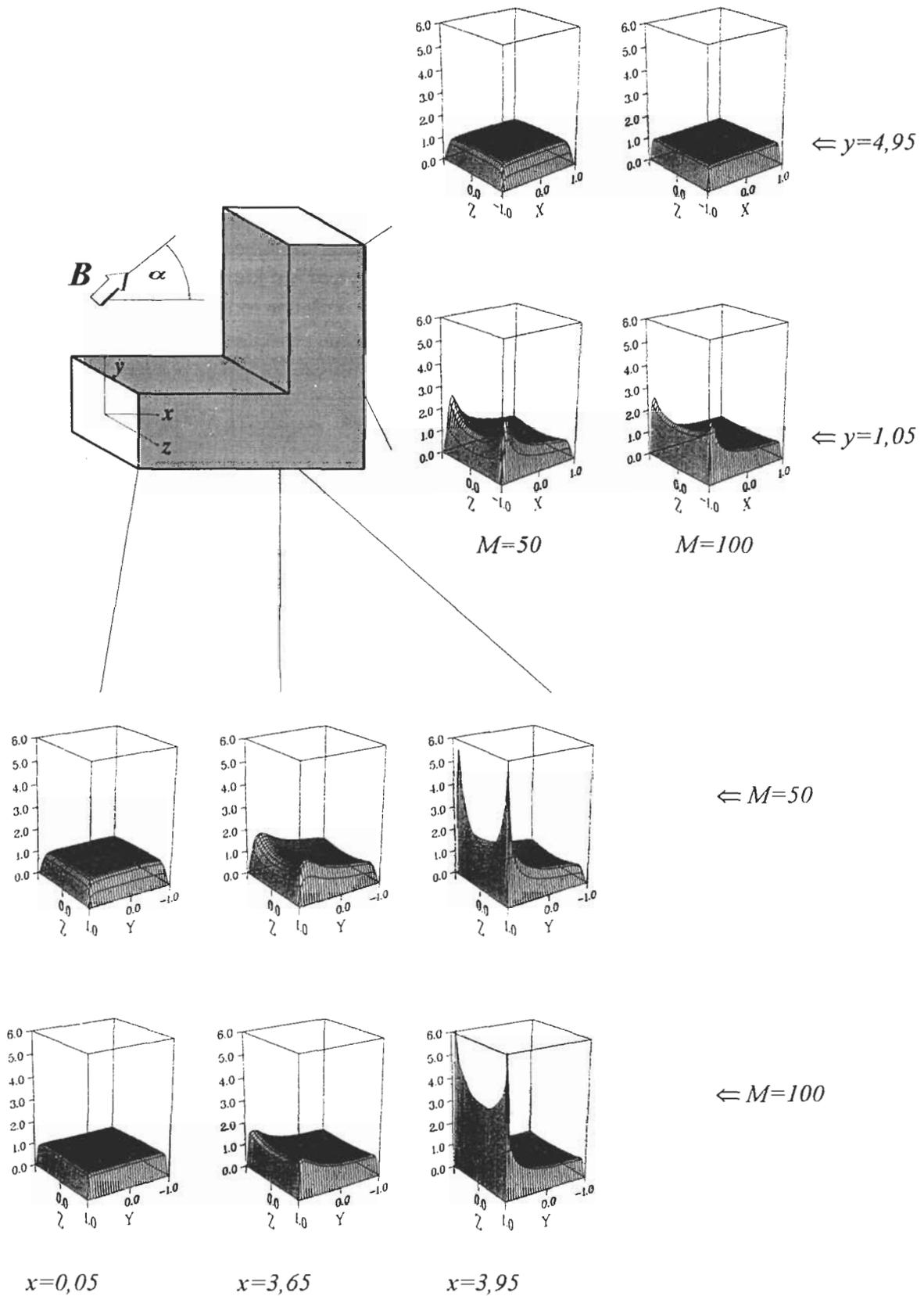


Abb. 2: Geschwindigkeit im Krümmen für  $M = 50, 100$ ;  $N = 100$ ;  $\alpha = 45^\circ$ .

Die durchgeführten Parameterstudien für gerade Rohre und 90 Grad-Krümmen mit isolierenden oder perfekt leitenden Kanalwänden können im wesentlichen folgende Ergebnisse liefern:

- Die Hartmann-Zahl  $M$  bestimmt die Dicke der Reibungsgrenzschichten. Beispiele bis  $M = 500$  können auf dem Vektorrechner VP400 gelöst werden.
- Dreidimensionale Effekte werden durch Änderung der Wandleitfähigkeit, des Magnetfelds oder des Kanalquerschnitts hervorgerufen. In allen Fällen kommt es zu qualitativ ähnlichen Resultaten bezüglich Geschwindigkeits- und Druckverteilung.
- Die theoretische Vorhersage zur Abhängigkeit des Trägheitsdruckverlustes vom Interaktionsparameter für große  $M$  kann voll bestätigt und auf kleine  $M$  erweitert werden (Abb. 3). Für Hartmann-Zahlen bis 500 bleiben die Trägheitsdruckverluste kleiner als 20 % gemessen am Gesamtdruckverlust.
- Je nach Aufgabenstellung kann es bei trägheitsbehafteten Vorgängen zu ganz erheblichen Einlaufängen kommen.
- Nach der Theorie sind Strömungen für  $N > M^{3/2}$  trägheitsfrei. Die numerischen Ergebnisse stimmen mit dieser Aussage gut überein.
- In Krümmern strömt das Fluid auf dem Weg des geringsten Widerstands. Da jede Bewegung senkrecht zum Magnetfeld hemmende Lorentz-Kräfte induziert, werden diese Pfade minimiert. Es kommt zu Geschwindigkeitsjets an der inneren Umlenkkante.
- Je nach Orientierung des Magnetfelds können sich in Seitenschichten von Krümmern zusätzliche Jets ausbilden. Die Überlagerung mit dem Jet an der inneren Umlenkkante führt zu Geschwindigkeitspeaks. Geschwindigkeitsjets und Geschwindigkeitspeaks werden sowohl im Geradrohr als auch im Krümmer mit steigender Hartmann-Zahl größer und dünner. Das Profil im Kern der Strömung flacht gleichzeitig immer mehr ab (Abb. 2).

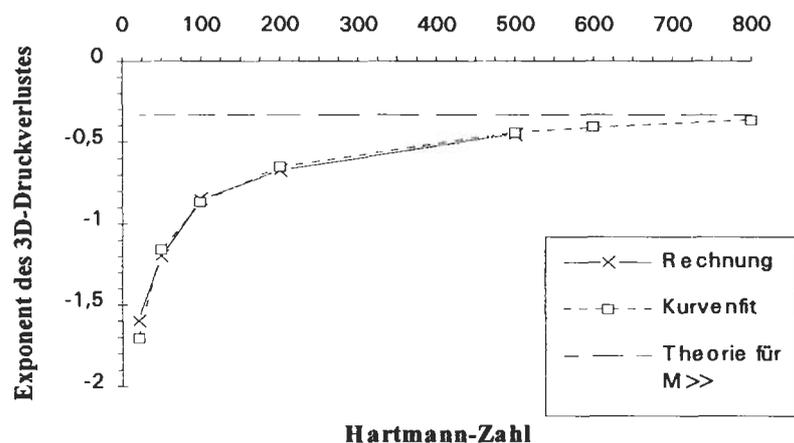


Abb. 3: Exponent des trägheitsbehafteten Druckverlusts.

## Schlußfolgerungen und Ausblick

Das Rechenprogramm kann alle relevanten Phänomene von Strömungen elektrisch leitender Fluide in geraden und abgewinkelten Rechteckgeometrien unter dem Einfluß variabler Magnetfelder simulieren. Die Limitierung der Anwendung wird lediglich durch die Speicherkapazität der Rechenanlage gegeben. Eine Erweiterung auf komplexere Geometrien, wie T-Stück oder U-Umlenkung, und die Einführung von Wänden endlicher elektrischer Leitfähigkeit stellen das Potential für die weitere Programmentwicklung dar.

## Lebenslauf

Lutz Lenhart  
geboren am 18. April 1960 in Mainz  
verheiratet seit 02. Mai 1991



1966 - 1970	Grundschule in Bingen und Guntersblum
1970 - 1979	Gymnasium in Worms und Dreieich
18.06.1979	Allgemeine Hochschulreife
01.07.79 - 30.09.80 Grundwehrdienst	
15.10.80 - 11.01.88	Studium des Maschinenbaus an der Universität Karlsruhe (TH)
22.10.81 - 11.01.88	Wissenschaftliche Hilfskraft am Institut für Technische Mechanik, Universität Karlsruhe (TH)
11.01.1988	Diplom an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH)
18.01.88 - 31.01.89	D.T.I. Dr. Trippe Ingenieurgesellschaft, Karlsruhe
01.02.89 - 31.01.94	Wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Angewandte Thermo- und Fluidodynamik, Kernforschungszentrum Karlsruhe
11.02.1994	Promotion an der Fakultät für Maschinenbau, Universität Karlsruhe (TH)
16.02.94 - 30.09.94	D.T.I. Dr. Trippe Ingenieurgesellschaft, Karlsruhe
seit 01.10.94	Universität Stuttgart, Institut für Energiewirtschaft Ermittlung europäischer Luftschadstoffemissionen



# Magnetohydrodynamische Strömungen in Ein- und Mehrkanalumlenkungen

von

**Robert Stieglitz**

aus

Ebermannstadt / Bayern

Tag des Kolloquiums: 01. Juli 1994  
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Korreferenten: Prof. Dr.-Ing. R. Haller  
Prof. Dr.-Ing. R. Bohning

## Zusammenfassung

Im Rahmen der Fusionsforschung werden Entwicklungen zu selbstgekühlten Flüssigmetallblankets durchgeführt. Beim Umpumpen von Flüssigmetallen durch die Kühlkanäle des Blankets werden durch die das Fusionsplasma einschließenden starken Magnetfelder elektrische Ströme induziert, die eine Geschwindigkeitsverteilung und einen Druckverlust zur Folge haben, der sich von einer hydrodynamischen Strömung wesentlich unterscheidet. In diesen *magneto-hydrodynamischen* (MHD) Strömungen kann es zwischen mechanisch voneinander getrennten aber elektrisch miteinander verknüpften Kanälen zu einer wechselseitigen Beeinflussung der Strömung kommen. Am Beispiel einer U-förmigen Mehrkanalumlenkung wird ein asymptotisches Modell zur Beschreibung von MHD-Mehrkanalströmungen aufgezeigt und die Ergebnisse mit experimentell erzielten Ergebnissen verglichen. Die Resultate zeigen, daß die Druckverluste in Mehrkanalumlenkungen linear mit der Kanalanzahl ansteigen. Der trägheitsabhängige Anteil des MHD-Druckverlusts skaliert in jeder Ein- und Mehrkanalströmung bei Umlenkungen in Magnetfeldrichtung mit der  $-1/3$ -Potenz des Interaktionsparameters.

## Einleitung und Zielsetzung

Die Fusion beruht auf der Verschmelzung leichter Atomkerne. In den bei der Fusion gegenwärtigen hohen Temperaturen liegen die Atome als ionisiertes Gas auch Plasma genannt vor. Ein solches Plasma ist elektrisch sehr gut leitend und kann berührungslos in einem Magnetfeld eingebettet werden. Die Struktur zwischen dem Plasma und den Magneten heißt Blanket. Das Blanket hat im Hinblick auf die technische Nutzung der Fusion folgende Aufgaben zu erfüllen:

- Erbrüten des Fusionsbrennstoffs (Tritium).
- Abschirmung der Magnete vor dem Neutronenbeschuß aus dem Plasma.
- Abfuhr der thermischen Leistung aus dem Reaktor.
- Abfuhr des Tritiums aus dem Reaktor.

Alle Aufgaben des Blankets können erfüllt werden, wenn Lithium oder Blei-Lithium-Legierungen als Fluid eingesetzt wird. Wird ein elektrisch gut leitendes Fluid innerhalb eines Magnetfelds umgewälzt, so werden entsprechend dem Induktionsgesetz elektrische Ströme induziert. Diese Ströme bewirken mit dem Magnetfeld eine Lorentz-Kraft, die der Fluidbewegung entgegengerichtet ist. Damit entstehen in magnetohydrodynamischen Strömungen Druckverluste und Strömungsverteilungen, die sich gänzlich von denen der Hydrodynamik unterscheiden.

Ein Entwurf eines selbstgekühlten Flüssigmetallblankets ist durch eine Strömungsführung gekennzeichnet, in der das Fluid von einer senkrecht zum Magnetfeld stehenden Richtung (radial) in magnetfeldparallele Richtung (toroidal) umgelenkt wird, siehe Abb. 1.

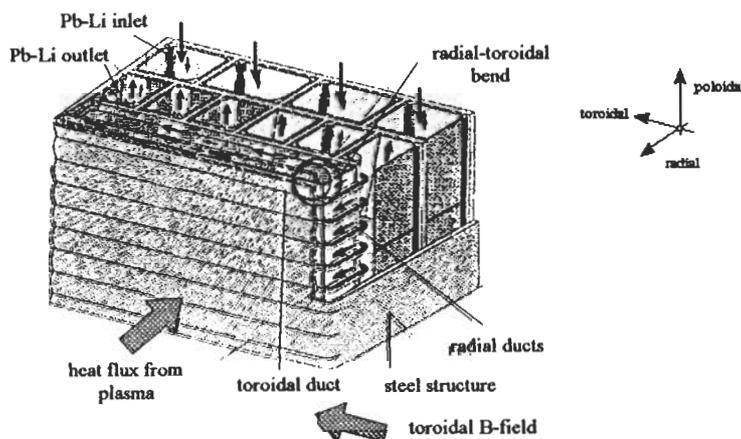


Abb. 1: Schemaskizze aus einem Flüssigmetallblanket mit radial-toroidalen Umlenkungen.

Bei den gezeigten radial-toroidalen Umlenkungen schließen sich elektrische Ströme, die in den Radialkanälen induziert werden, über das parallel zum Feld strömende Fluid und über die dort angrenzenden elektrisch leitenden Wände kurz. Diese 3D-Ströme erzeugen zusätzliche Druckverluste und bestimmen maßgeblich das Strömungsprofil in den toroidalen Kanälen. Elektrisch leitende Trennwände zwischen mehreren nebeneinander angeordneten Umlenkungen erlauben einen elektrischen Stromfluß über die Grenzen des Einzelkanals hinaus in die Nachbarkanäle und führen zu einer wechselseitigen Beeinflussung der Strömung. Als Resultat dieses als Mehrkanaleffekt bezeichneten Phänomens ergeben sich ungleiche Volumenstromverteilungen in den Einzelkanälen und eine deutliche Vergrößerung des Druckverlusts gegenüber der Einkanalumlenkströmung.

Experimentelle und numerische Ergebnisse von MHD-Strömungen in Mehrkanalumlenkungen in parallelen Rechteckkanälen unter fusionsrelevanten Parametern werden vorgestellt. Die Skalierungsgesetzmäßigkeiten für die hydraulische Auslegungsgröße des Druckverlusts werden aufgezeigt und ein Modell zur Beschreibung von MHD-Strömungen in komplexen Geometrien wird validiert.

## Analysis

Aufgrund der starken Magnetfelder, die in Fusionsreaktoren auftreten, spielen die induzierten elektromagnetischen Kräfte verglichen mit viskosen oder Trägheitskräften eine dominante Rolle. Im wesentlichen beschreiben zwei Parameter den Einfluß der elektromagnetischen (EM) Kräfte auf die Strömung, der Interaktionsparameter  $N$  und die Hartmann-Zahl  $M$ .  $N$  gibt das Verhältnis von EM-Kräften zu Trägheitskräften wieder und ergibt sich zu

$$N = a \sigma B^2 / (\rho v_0) . \quad (1)$$

Die Quadratwurzel aus dem Verhältnis EM-Kräfte zu viskosen Kräften entspricht  $M$ .  $M$  ist definiert durch den folgenden Zusammenhang,

$$M = a B \sqrt{\sigma / \eta} . \quad (2)$$

Die Größe  $a$  entspricht darin der halben Kanalabmessung in Magnetfeldrichtung.  $\sigma$  ist die elektrische Leitfähigkeit des Fluids,  $\rho$  dessen Dichte und  $\eta$  die dynamische Zähigkeit.  $B$  ist die magnetische Feldstärke in der betrachteten Konfiguration und  $v_0$  die mittlere Geschwindigkeit. Bei großen  $M$  und  $N$  ( $M, N \gg 1$ ) läßt sich die Impulserhaltung auf ein Gleichgewicht von Druckkräften und EM-Kräften reduzieren. Dieses Gleichgewicht, das einer Stokes-Approximation ähnelt, beschreibt die Strömung im größten Teil des Kanalquerschnitts, dem "Kern". Die dünnen Wandgrenzschichten verknüpfen die Kernströmung mit der Wand. Sie spielen im Hinblick auf die Druckverluste im Kanal eine entscheidende Rolle. In MHD-Strömungen treten drei Arten von Grenzschichten auf. Es sind dies viskose Hartmann-Schichten, die an magnetfeldnormalen Wänden auftreten. Sie sind gekennzeichnet durch einen exponentiellen Geschwindigkeitsabfall zur Wand hin und skalieren in ihrer Dicke mit  $\delta_H \propto 1 / M$ . Die Grenzschichten an magnetfeldparallelen Wänden heißen Seitenschichten. In ihnen können abhängig von den Randbedingungen extreme Geschwindigkeitsüberhöhungen oder Rückströmungen auftreten. Ihre Dicke skaliert, sofern sie zähigkeitsdominiert sind, mit  $\delta_s \propto 1 / \sqrt{M}$ , im trägheitsbehafteten Fall mit  $\delta_s \propto N^{-1/3}$ . Ändert sich der Strömungsquerschnitt in Magnetfeldrichtung unstetig, treten Ludford-Schichten auf. Sie entsprechen in Dicke und im Verhalten den Seitenschichten. In Kanälen mit elektrisch leitenden Wänden können sich im Fluid induzierte elektrische Ströme über die Wände kurzschließen. Der Wandleitparameter  $c$ , der das Verhältnis der elektrischen Leitfähigkeit der Wand gegenüber dem des Fluids widerspiegelt, beschreibt diesen Zusammenhang und ist wie folgt definiert;  $c = (\sigma_w t_w) / (\sigma a)$ . Ist die elektrische Leitfähigkeit der Wände höher als die der benachbarten Grenzschichten, kann der elektrische Strom in den Grenzschichten vernachlässigt werden. Im Kernströmungsmodell wird von der Stokes-Approximation für die Kernströmung sowie von der Annahme Gebrauch gemacht, daß die Wände besser elektrisch leitend sind als die Grenzschichten. Damit läßt sich das numerische Problem vollständig durch eine Berechnung der elektrischen Potentiale auf den

Kanalwänden und des Drucks im Kanal reduzieren. Diese Größen können im Experiment gemessen werden.

## Experimenteller Aufbau

Es werden zwei Teststrecken, die jeweils aus rostfreien Stahlblechen aufgebaut sind, untersucht. Eine Einkanalteststrecke, deren Abmaße normiert mit der charakteristischen Länge  $a$  ( $a = 38.1 \text{ mm}$ ) in der schematischen Abb. 2a dargestellt sind, sowie eine Mehrkanalteststrecke bestehend aus fünf Kanälen, deren normierte Abmessungen der Abb. 2b entnommen werden können. Das Wandleitverhältnis beträgt für die Einkanalteststrecke  $c = 0.052$  und beim Mehrkanalmodul  $c = 0.038$ .

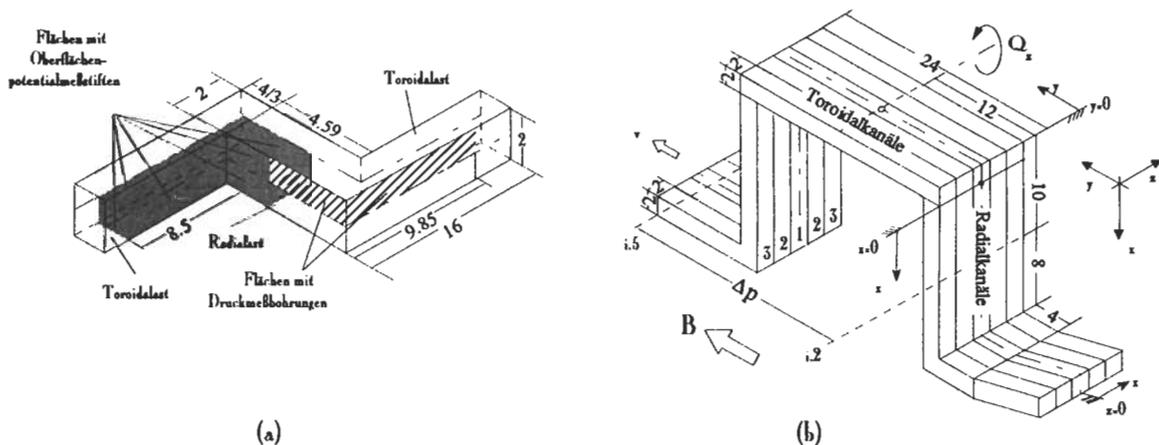


Abb. 2: a) Einkanalteststrecke mit  $a = 38.1 \text{ mm}$  und  $c = 0.052$ .  
b) Mehrkanalulnenkteststrecke mit  $a = 12.5 \text{ mm}$  und  $c = 0.038$ .

## Einkanalumlenkströmung

Im Experiment zeigen die dimensionslosen Potentiale auf den Hartmann-Wänden, der ersten und zweiten Wand keinen Einfluß von  $N$  und  $M$ , siehe hierzu Abb. 3. Die gemessenen Potentialwerte stimmen exzellent mit den berechneten Daten überein. Aus den Potentialmessungen auf der Kanalwand geht hervor, daß weite Teile des Strömungsgebietes auch in der Umlenkung trägheits- und reibungsfrei sind. An den Seitenwänden, an denen im Modell große Geschwindigkeitsüberhöhungen auftreten, sind im unmittelbaren Bereich der Umlenkung deutliche Trägheitseinflüsse meßbar. Die Abb. 4a zeigt an drei Punkten das dimensionslose elektrische Wandpotential als Funktion von  $N$ ; es skaliert dort mit  $\Delta\Phi_N \propto N^{-1/3}$ . Nach wenigen charakteristischen Längen verschwinden jedoch die Trägheitseinflüsse auf das Seitenwandpotential und es ergibt sich die mit dem Modell errechnete Verteilung. In der Abb. 4b ist der dimensionslose Druckverlust in der Umlenkung zwischen den Punkten D3 und D9 für verschiedene  $N$  und  $M$  aufgetragen. Für große  $M$  und  $N$  entspricht der gemessene Druckverlust dem des Kernströmungsmodells. Mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit wirken sich in der Umlenkung Trägheitseffekte stärker aus. Der zusätzliche trägheitsbehaftete Druckverlust kann dabei die Größenordnung des berechneten trägheitsfreien Druckverlusts erreichen. Der zusätzliche Trägheitsdruckverlust ist proportional zu  $N^{-1/3}$ . Die Abhängigkeit des Seitenwandpotentials von  $N$  deutet an, daß an den zusätzlichen Trägheitsdruckverlusten die Seitenschichten einen wesentli-

chen Einfluß haben. Änderungen von  $M$  wirken sich auf den Druckverlust minimal aus, solange  $M$  groß ist ( $M > 10^3$ ). Bei sinkendem  $M$  wächst der dimensionslose Druckverlust. Der entstehende zusätzliche Druckverlust ist dann proportional zu  $1/\sqrt{M}$ . Für die MHD-Krümmernströmung zeigen die experimentellen Ergebnisse aus der Druckmessung und den Wandpotentialen, daß das trägheits- und reibungsfreie Kernströmungsmodell in der Lage ist, bei großen  $M$  ( $M \approx 8000$ ) und großen  $N$  ( $N \approx 10^5$ ) die Strömung mit guter Genauigkeit zu beschreiben.

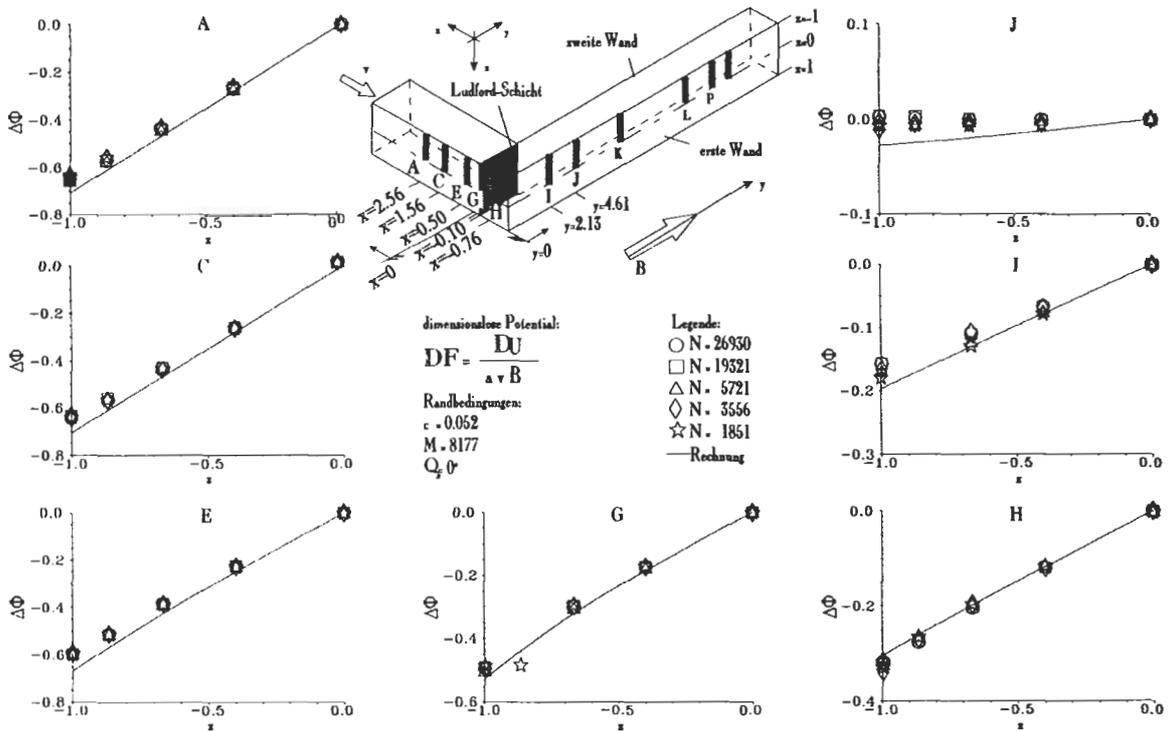


Abb. 3: Dimensionslose Wandpotentiale an den Hartmann-Wänden und der ersten Wand unter den Randbedingungen  $M = 8177, c = 0.052$ ; Rechnung (—).

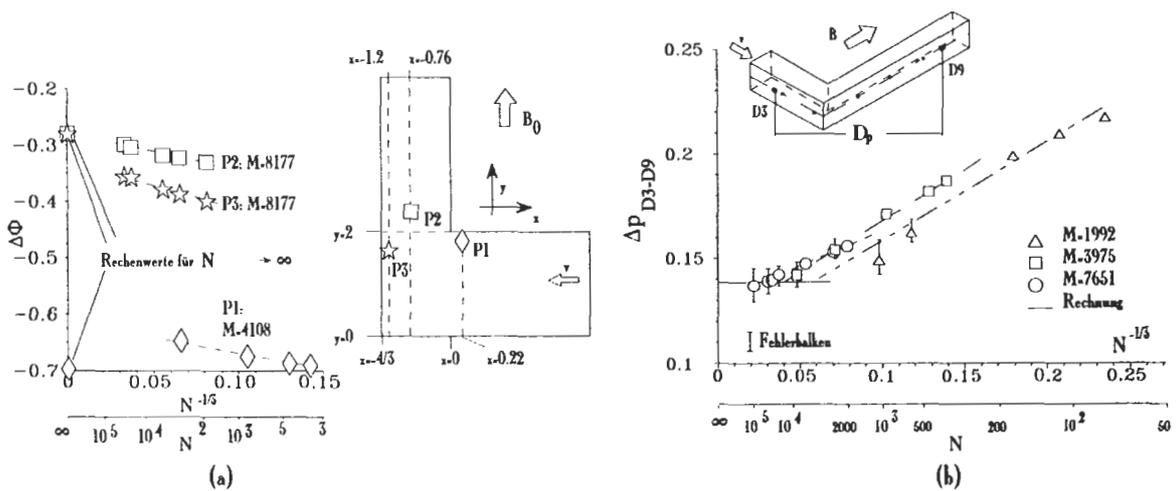


Abb. 4: a) Dim.-loses Seitenwandpotential an diskreten Punkten  $P_i$  als Funktion von  $N$ . b) Dim.-loser Druckverlust im  $90^\circ$ -Krümmer für unterschiedliche  $M$  und  $N$ .

## Mehrkanalumlenkströmungen

Aufgrund der Vielzahl der untersuchten Parameter beschränkt sich die Darstellung auf den Fall, daß alle Kanäle mit der identischen mittleren Geschwindigkeit durchströmt werden.

In der Abb. 5 ist das dimensionslose Wandpotential einer Dreikanalströmung für verschiedene  $N$  bei  $M = 2431$  dargestellt. In einem Abstand von mehr als vier charakteristischen Längen von der Umlenkung ist das Potential unabhängig von  $N$  und  $M$ . Die Meßwerte stimmen gut mit den berechneten Werten für  $N, M \rightarrow \infty$  überein. Lediglich in der unmittelbaren Nähe der Umlenkung treten Abweichungen zwischen Experiment und Modell auf. Diese Abweichung ist jedoch nur wenig von  $N$  abhängig und ist am stärksten im Kanal 2 ausgeprägt. Eine Abhängigkeit der Potentiale von  $M$  kann nicht festgestellt werden. Das Experiment zeigt, daß das elektrische Potential in den nicht gefüllten Kanälen 3 keineswegs konstant ist. Als Konsequenz dieses Potentialgradienten fließt ein elektrischer Strom, der einen erhöhten Druckverlust zur Folge hat.

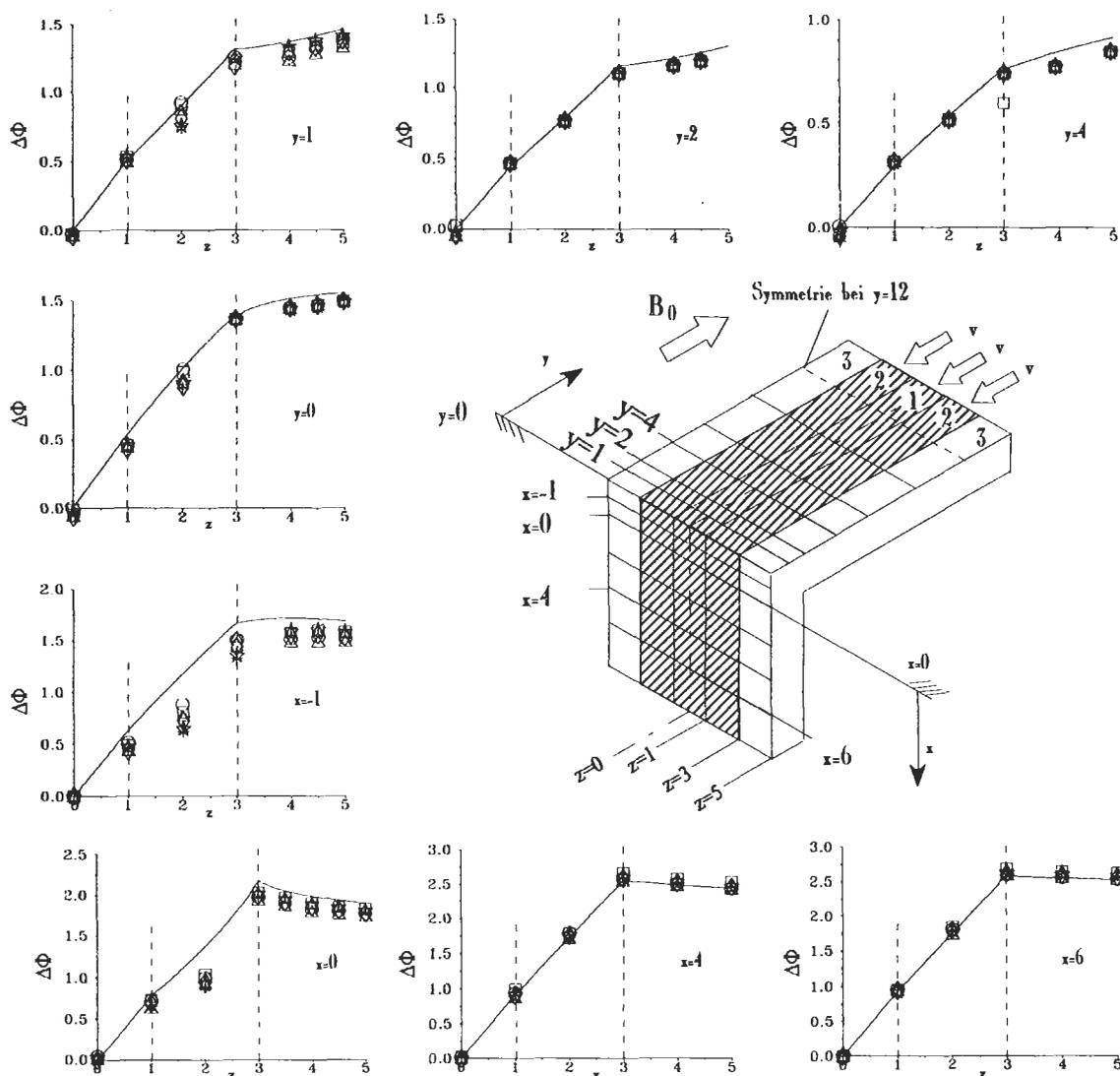


Abb. 5: Berechnetes und gemessenes dim.-loses elektrisches Wandpotential einer Dreikanalströmung, in der die mittlere Geschwindigkeit in jedem Kanal gleich ist.  $M = 2431$ . Legende: (○)  $N = 37436$ , (□)  $N = 20355$ , (△)  $N = 10457$ , (◇)  $N = 4153$ , (☆)  $N = 1827$ , (+)  $N = 1034$ , (—) Rechnung.

Der dimensionslose Druckverlust in einer elektrisch gekoppelten Dreikanal-U-Umlenkströmung zwischen den Meßpunkten i.2 und i.5 für verschiedene  $N$  und  $M$  ist in der Abb. 5a dargestellt. Der Druckverlust im Zentralkanal 1 ist am größten, da dort die größte elektrische Stromdichte auftritt. Für große  $N$  und  $M$  wird der Druckverlust des trägheits- und reibungsfreien Modells erreicht. Der zusätzliche Druckverlust durch Trägheitseffekte in der Umlenkung skaliert in jedem Kanal mit  $N^{-1/3}$ . Bei niedrigen  $N$  geht jedoch die  $-1/3$ -Potenzabhängigkeit verloren. Aus ingenieurtechnischem Aspekt ist die Abhängigkeit des Druckverlusts von der Anzahl der elektrisch gekoppelten Kanäle von Interesse. In der Abb. 5b ist der Druckverlust im Zentralkanal 1 zwischen den Positionen 1.2 und 1.5 für verschiedene  $N$  bei wachsender Kanalanzahl aufgetragen. Der Druckverlust zwischen 1.2 und 1.5 in einer Mehrkanalströmung liegt signifikant über dem einer Einkanal-U-Umlenkung mit einem äquivalenten Aspektverhältnis, da die Trennwände eine Fluidverdrängung in Richtung der magnetfeldparallelen Außenwände verhindern. Das Fluid wird somit gezwungen, senkrecht zum Magnetfeld weiterzufließen. So erfährt es hohe Lorentz-Kräfte, die einen großen Druckverlust bewirken. Sowohl in der Rechnung als auch im Experiment wächst der Druckverlust im mittleren Kanal linear mit der Anzahl der elektrisch gekoppelten Kanäle an. Eine obere Begrenzung des Druckverlusts kann nicht ermittelt werden. Der auf Trägheitseffekten beruhende Anteil am Druckverlust wächst mit zunehmender Kanalanzahl.

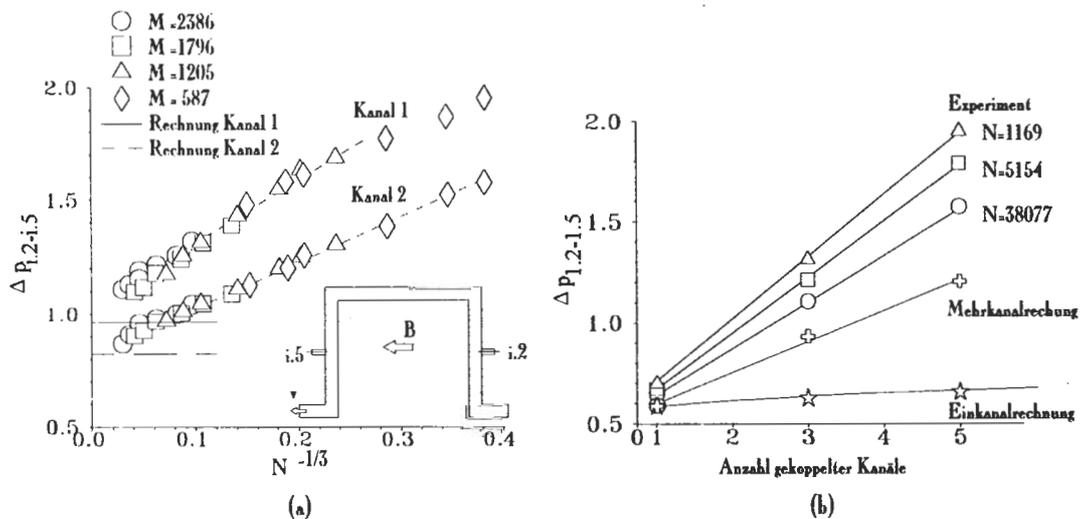


Abb. 5: a) Dim.-loser Druckverlust in einer Dreikanalströmung mit  $v_1 = v_2 = v_3$  für verschiedene  $M$  als Funktion von  $N^{-1/3}$ . b) Dim.-loser Druckverlust im Mittelkanal 1 zwischen 1.2 und 1.5 für verschiedene  $N$  als Funktion der Anzahl elektrisch gekoppelter Kanäle bei  $M = 2400$ .

## Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden experimentelle Ergebnisse zu MHD-Strömungen Ein- und Mehrkanalumlenkungen für fusionstypische Hartmann-Zahlen und Wandleitparameter präsentiert. Die experimentellen Befunde werden mit numerischen Ergebnissen eines reibungs- und trägheitsfreien Modells verglichen. Die Resultate aus Druck- und Potentialmessungen zeigen, daß das trägheitsfreie Modell in der Lage ist, Strömungen in komplexen Geometrien bei großen  $M$  und  $N$  genau zu berechnen. Abweichungen werden jedoch in der

unmittelbaren Nähe der Umlenkante gefunden. Der Einfluß von Trägheits- und viskosen Effekten auf die Wandpotentiale ist bis auf den Bereich der Seitenwände gering. Dies ist ein Hinweis darauf, daß derartige Einflüsse auf den seitenwandnahen Bereich beschränkt sind. Ein Einfluß der Trägheitseffekte auf den Druckverlust wird in allen Umlenkexperimenten ermittelt, wobei der trägheitsbehaftete Anteil des Druckabfalls sowohl in Ein- als auch Mehrkanalsystemen mit  $N^{-1/3}$  skaliert. Im Einkanalexperiment kann zudem eine  $M$ -Abhängigkeit des Druckverlustes von  $M^{-1/2}$  gemessen werden. Generell ist in Umlenkströmungen der zusätzliche Druckverlust durch Änderung der Hartmann-Zahl von untergeordneter Bedeutung gegenüber dem Trägheitseinfluß. Der Druckverlust in den inneren Kanälen elektrisch gekoppelter U-Umlenkungen steigt linear mit der Anzahl der gekoppelten Kanäle an. Weder im Experiment noch in den Rechnungen konnte eine obere Grenze ermittelt werden. Trägheitseinflüsse wirken sich mit wachsender Kanalanzahl stärker auf die Strömung und den Druckverlust aus. Im Hinblick auf die Entwicklung flüssigmetallgekühlter Fusionsblankets müssen durch eine geeignete elektrische Separation der Einzelkanäle die Mehrkanaleffekte unterbunden werden, da sonst inakzeptabel hohe Druckverluste auftreten können.

## Lebenslauf



Name: Robert Friedrich Stieglitz  
Geburtstag: 26. März 1965  
Geburtsort: Ebermannstadt, Kreis Forchheim Bayern  
Staatsangehörigkeit: deutsch  
Familienstand: ledig

1971-1975 Grundschole in Offenburg-Rammersweier  
1975-1984 Schiller-Gymnasium in Offenburg  
1984 Erlangung der allgemeinen Hochschulreife

1984-1985 Grundwehrdienst in Philippsburg und Speyer

1985-1990 Studium des Maschinenbaus an der Universität Karlsruhe in der  
Fachrichtung allgemeiner Maschinenbau  
1990 Abschluß des Studiums als Diplom-Ingenieur

1990-1991 Tätigkeit bei der Firma Dr. Trippe Ingenieurgesellschaft  
seit 1991 Wissenschaftlicher Angestellter am Insitut für angewandte  
Thermo- und Fluidodynamik am Kernforschungszentrum  
Karlsruhe GmbH



# **Tropfenausbreitung - ein Beispiel für die Behandlung bewegter Kontaktlinien**

von

**Peter Ehrhard**

aus  
Heidelberg

Tag des Habilitationskolloquiums: 16. Februar 1995  
Referenten: Prof. Dr.-Ing. U. Müller  
Prof. Dr.-Ing. H. Oertel  
Prof. Dr.-Ing. Dr. techn. Eh. J. Zierep

## **Zusammenfassung**

Die Behandlung bewegter Kontaktlinien wird am Beispiel der Tropfenausbreitung diskutiert. Hierbei breitet sich ein Tropfen viskoser Flüssigkeit auf/unter einer temperierten horizontalen Platte aus. Mit Hilfe der Dünnschicht-Approximation wird ein Modell für die nichtisotherme Tropfenausbreitung abgeleitet. Hierbei sind kapillare und thermokapillare Kräfte, viskose Kräfte und die Schwerkraft wirksam. Die dynamische Benetzung wird durch eine allgemeine Charakteristik  $\Theta(U)$  modelliert. Somit wird der Kontaktwinkel  $\Theta$  dynamisch als Funktion der Geschwindigkeit  $U$  der Kontaktlinie aufgefaßt. Entsprechende isotherme Experimente zur Ausbreitung vollständig/partiell benetzender Flüssigkeitstropfen auf/unter horizontalen Platten werden zur Überprüfung der Modellaussagen herangezogen. Weiterhin werden nichtisotherme Experimente den Modellrechnungen gegenübergestellt.

## Einleitung und Zielsetzung

Die Bewegung einer Phasengrenze, beispielsweise Gas/Flüssigkeit, entlang einer festen Wand ist eine Erscheinung, die häufig in Strömungsproblemen auftritt. Man denke etwa an das Schmelzplattieren, das Fluten trockener Rohre oder Behälter, die Wechselwirkung freier Flüssigkeitsspiegel mit festen Rändern in der Natur oder Technik oder an Zweiphasenströmungen. Diese bewegten Kontaktlinien sind dann im Strömungsproblem vorhanden, wenn freie Grenzflächen vorliegen. Freie Grenzflächen sind Berandungen des Fluids, welche nicht fest vorgegeben sind, sondern sich nach physikalischen Gegebenheiten einstellen. Bewegen sich diese freien Grenzflächen in der Zeit, so bewegen sich zwangsläufig auch ihre Berührungslinien mit festen Berandungen - dies sind folglich bewegte Kontaktlinien.

Die Kontaktlinie selbst stellt bei genauerer Betrachtung einen Grenzfall der Kontinuumsmechanik dar; in der Umgebung der Kontaktlinie geht die Dicke der Fluidschicht gegen null. Dies bedeutet, daß in unmittelbarer Umgebung der Kontaktlinie Fluidschichten in der Größenordnung einiger Moleküle vorliegen. Wir können deshalb nicht erwarten, daß die Dynamik solch dünner Fluidschichten allein durch die Gleichungen der Kontinuumsmechanik beschrieben wird. Es liegt nahe, daß die mikroskopischen Details um die Kontaktlinie nur durch Betrachtungen mit den Methoden der molekularen Physik aufzulösen sind. In einigem Abstand ist die Dynamik des Fluids sicherlich wieder durch die kontinuumsmechanischen Gleichungen beschrieben.

Ausgehend von dem oben gesagten, hat die vorliegende Arbeit das folgende Anliegen: Wir wollen Verträglichkeitsbedingungen ableiten, welche für die Kontinuumsmechanik zu stellen sind, um das Grenzproblem bewegter Kontaktlinien in vernünftiger Näherung zu behandeln. Hierzu müssen wir uns zunächst über die mikroskopischen Gegebenheiten Klarheit verschaffen. Wir können dann eine Brücke zwischen den molekularen und den makroskopischen Aspekten aufbauen mit der Zielsetzung, eine Methode für die Behandlung solcher Probleme mit Hilfe der Kontinuumsmechanik abzuleiten. Diese Methode werden wir dann in am Beispiel eines sich ausbreitenden Tropfens anwenden. Hierbei beschränken wir uns auf ein zweidimensionales, rotationssymmetrisches Problem.

## Ergebnisse

Wir betrachten die Ausbreitung Newtonscher Flüssigkeiten auf/unter einer beheizten/gekühlten horizontalen Platte. Durch Anwendung der Dünnsfilm-Approximation gelingt es, das Problem auf eine Entwicklungsgleichung für die Tropfenkontur  $h(r,t)$  zu reduzieren. Diese erfaßt die Wirkungen von Zähigkeit, Grenzflächenspannung, Schwerkraft, Thermokapillarität sowie die Benetzungscharakteristik. Die Entwicklungsgleichung nach Ehrhard und Davis (1991) stellt eine Verallgemeinerung der entsprechenden Gleichung von Greenspan (1978) dar. Diese Verallgemeinerung ergibt sich aus der Einbeziehung von nicht-isothermen Effekten, der Berücksichtigung der Schwerkraft und der Verwendung einer allgemeinen Benetzungscharakteristik  $\theta(U)$  in Form eines Potenzgesetzes. Wir betrachten flache, achsensymmetrische Tropfen für kleine Kapillaritätszahlen. Die Kapillaritätszahl stellt das Verhältnis aus viskosen Reibungskräften und mittleren Grenzflächenkräften dar. In den Experimenten sind alle genannten thermischen Bedingungen realisiert. Zusätzlich werden zwei unterschiedlich benetzende Stoffsysteme betrachtet: (a) das vollständig benetzende System Silikonöl/Glas, (b) das partiell benetzende System Paraffinöl/Glas. Die Geometrie des Problems mit den entsprechenden Bezeichnungen ist in Abb. 1 für den Tropfen auf der Platte dargestellt.



## Nichtisotherme Tropfenausbreitung

Während bei der isothermen Tropfenausbreitung die Kapillarkräfte entlang der  $l/q$ -Grenzfläche mit den Effekten der Benetzung an der Kontaktlinie und der Schwerkraft in Wechselwirkung stehen, führt das inhomogene Temperaturfeld zu thermokapillaren Kräften an der  $l/q$ -Grenzfläche. Diese thermokapillaren Effekte verlangsamen (beschleunigen) die Ausbreitung des Tropfens, wenn die Platte gegenüber der Umgebung beheizt (gekühlt) wird. Sie verformen gleichfalls die Tropfenkontur. Die Tropfenkontur sowie die Steigung der Tropfenkontur sind regulär in unserem Modell; die Krümmung an der Kontaktlinie wächst unbegrenzt an. Diese Singularität erweist sich jedoch als integrierbar.

Im allgemeinen finden wir, daß die Beheizung (Kühlung) der Platte den Ausbreitungsprozeß verlangsamt (beschleunigt). Dies wird durch die Experimente bestätigt. In Abb. 2 sind unsere theoretischen Ergebnisse und die Messungen für die nichtisotherme Tropfenausbreitung im vollständig benetzenden System Silikonöl/Glas zusammengefaßt. Für vollständig benetzende Stoffsysteme mit  $\Theta_A = 0$  hat sich der isotherme Tropfen unbeschränkt ausgebreitet (vgl. Linie  $M = 0$ ).  $M$  bezeichnet die Marangoni-Zahl, welche als Verhältnis von thermokapillaren und mittleren kapillaren Kräften aufgefaßt werden kann. Wird die Platte nun beheizt ( $M = +0.04$ ), so erhalten wir aus dem Modell unter gleichen Bedingungen eine begrenzte Ausbreitung. Dies ist unabhängig davon, wie schwach die Beheizung ist. Das Experiment bestätigt diese Tendenz (vgl. ausgefüllte Symbole), wenngleich aufgrund des relativ schwachen thermokapillaren Effekts ein stationärer Endzustand nicht wirklich erreicht wird. Wir erkennen weiterhin, daß für die gekühlte Platte ( $M = -0.04$ ) entsprechend umgekehrte Effekte auftreten: Hier wird die Ausbreitung durch die thermokapillaren Effekte beschleunigt.

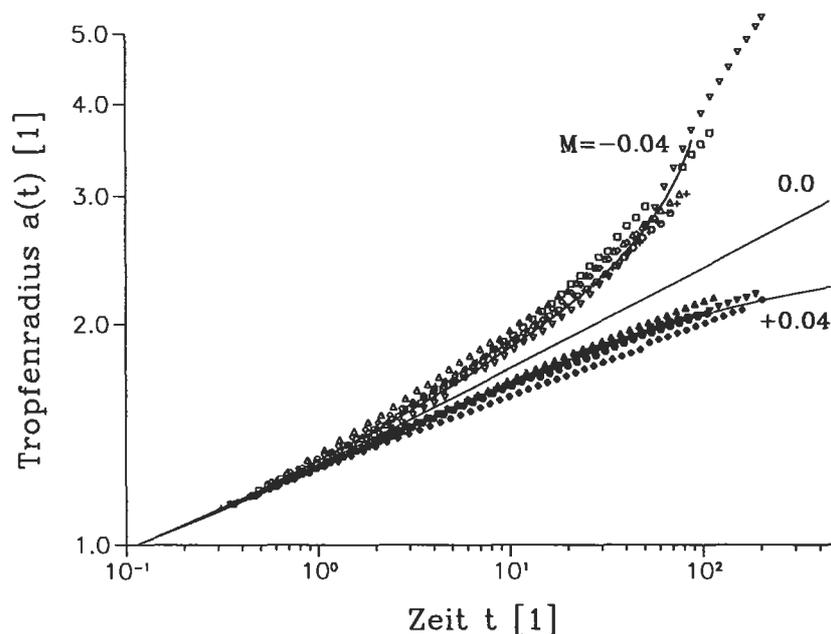


Abb. 2: Nichtisotherme Tropfenausbreitung des vollständig benetzenden Tropfens. Der Tropfenradius ist als Funktion der Zeit aufgetragen. Die Linien stellen Modellrechnungen, die Symbole Meßwerte dar.

Für partiell benetzende Stoffsysteme mit  $\Theta_A > 0$  hat sich der isotherme Tropfen nur beschränkt ausgebreitet. Die Beheizung (Kühlung) der Platte zeigt auch hier den erwarteten Effekt, indem sie zu einer Verlangsamung (Beschleunigung) der Ausbreitung führt. Dies wird durch die Experimente bestätigt. Die in exponentiellem Zeitgesetz angenommene, stationäre Endkontur hängt nun gleichfalls von der Plattentemperatur ab. Wir finden flache Tropfen mit großem Radius für die gekühlte Platte und entsprechend umgekehrtes für die beheizte Platte. Auch dies zeigen die Experimente deutlich.

## Schlußfolgerungen

Die thermisch bedingte Veränderung der Ausbreitung erlaubt offensichtlich eine Kontrolle des Prozesses durch entsprechende Temperaturegebung. Dies bestätigen sowohl die Theorie als auch die Experimente. Die Gültigkeit der Theorie hat ihre Grenzen zum einen in den entsprechenden Voraussetzungen wie kleiner Kontaktwinkel, kleine Kapillaritätszahl und fast adiabate  $l/q$ -Grenzfläche. Zum anderen kann die Voraussetzung eines achsensymmetrischen Tropfens verletzt sein. Dies kann geschehen über eine Instabilität, welche der ursprünglich achsensymmetrischen (kreisförmigen) Kontaktlinie des Tropfens eine wellige Störung in Umfangsrichtung überlagert. Das Problem wird somit dreidimensional. Ist die Flüssigkeitshöhe von gleicher Größenordnung wie die Rauigkeit des Festkörpers, so ist gleichfalls eine stochastisch gestörte Kontaktlinie zu erwarten - auch hier wird das Problem dreidimensional.

## Literatur

- Cazabat A. M., Cohen Stuart M. A., Dynamics of wetting: effects of surface roughness, J. Phys. Chem. 90, 5845, 1986.
- Ehrhard P., Experiments on isothermal and non-isothermal spreading, J. Fluid Mech. 257, 463, 1993.
- Ehrhard P., Davis S. H., Non-isothermal spreading of liquid drops on horizontal plates, J. Fluid. Mech. 229, 365, 1991.
- Greenspan H. P., On the motion of a small viscous droplet that wets a surface, J. Fluid Mech. 84, 125, 1978.
- Levinson P., Cazabat A. M., Cohen Stuart M. A., Heslot F., Nicolet S., The spreading of macroscopic droplets, Revue Phys. Appl. 23, 1009, 1988.
- Yiantsios S. G., Higgins B. G., Rayleigh-Taylor instability in thin viscous films, Phys. Fluids A1, 1484, 1989.

## Lebenslauf



14.02.1956 geboren in Heidelberg als Sohn des  
Mechanikermeisters Helmut  
Ehrhard und seiner Frau Lore  
Ehrhard, geb. Wolf;

### *Schulbildung:*

1963 - 1966 Volksschule in Heidelberg,

1966 - 1973 Bunsen-Gymnasium in Heidelberg,

1973 - 1976 Technisches Gymnasium in Heidelberg,

24.05.1976 Fachgebundene Hochschulreife des Technischen Gymnasiums  
Heidelberg;

### *Bundeswehr:*

1976 - 1977 Grundwehrdienst von 15 Monaten;

### *Akademischer Werdegang:*

WS 1977/78 Studiengang "Allgemeiner Maschinenbau" an der Universität (TH)  
bis WS 83/84 Karlsruhe,

10.10.1979 Vordiplom-Prüfung der Fakultät für Maschinenbau,

30.01.1984 Diplom-Prüfung der Fakultät für Maschinenbau mit den  
Hauptfächern:  
1. Strömungslehre,  
2. Mess- und Regelungstechnik,

15.01.1988 Abschluß des Promotionsverfahrens und Verleihung des Grades *Dr.-  
Ing.* durch die Fakultät für Maschinenbau.  
Thema: "Dynamisches Verhalten der Naturkonvektion in  
geschlossenen Kreisläufen",  
Referenten: Prof. Dr.-Ing. U. Müller,  
Prof. Dr.-Ing. J. Zierep;

16.02.1995      Abschluß des Habilitationsverfahrens und Verleihung der Lehrbefähigung im Fach "Strömungsmechanik" durch die Fakultät für Maschinenbau der Universität (TH) Karlsruhe.  
Thema: "Tropfenausbreitung - ein Beispiel für die Behandlung bewegter Kontaktlinien",  
Referenten: Prof. Dr.-Ing. U. Müller,  
                  Prof. Dr.-Ing. H. Oertel,  
                  Prof. Dr.-Ing. Dr. techn. Eh. J. Zierep;

*Berufstätigkeit:*

seit 1.04.1984      tätig am Institut für Angewandte Thermo- und Fluidodynamik des Forschungszentrums Karlsruhe als wissenschaftlicher Angestellter,

14.09.1988 -      Delegation an die Northwestern University, Evanston, IL, U.S.A.,  
21.09.1989

7.03.1992 -      Organisation des "NATO Advanced Workshop on Interactive  
14.03.1992      Dynamics of Convection and Solidification", Chamonix,

1.11.1992 -      Einladung an die Northwestern University, Evanston, IL, U.S.A.;  
15.12.1992

*Familienstand:*

seit 22.07.1983      verheiratet mit Edith Ehrhard, geb. Unger,

23.02.1984      Geburt unseres Sohnes Sebastian,

17.04.1987      Geburt unseres Sohnes Stephan,

29.05.1991      Geburt unserer Tochter Barbara.

