



Forschungszentrum Karlsruhe
Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte
FZKA 6021

**Experimentelle Untersuchung
zweidimensionaler
MHD-Turbulenz**

M. Frank, L. Barleon, U. Müller

**Institut für Angewandte Thermo- und Fluidodynamik
Projekt Kernfusion**

Dezember 1997

Forschungszentrum Karlsruhe

Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte

FZKA 6021

**Experimentelle Untersuchung zweidimensionaler
MHD-Turbulenz**

M. Frank, L. Barleon, U. Müller

Institut für Angewandte Thermo- und Fluidodynamik
Projekt Kernfusion

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe
1997

**Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor**

**Forschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe**

**Mitglied der Hermann von Helmholtz-Gemeinschaft
Deutscher Forschungszentren (HGF)**

ISSN 0947-8620

ABSTRACT

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF TWO-DIMENSIONAL MHD TURBULENCE

Magnetohydrodynamics (MHD) offers a unique opportunity to study the behavior of two-dimensional turbulent flows. It is generally known that a strong external magnetic field B perpendicular to the direction of the mean flow will suppress any velocity fluctuations in the direction of B . In this case, the equations of fluid motion can be integrated analytically along B in the limit of a high Hartmann number M , leading to the so-called "quasi two-dimensional" (Q2D) approximation.

An experimental configuration was developed which meets these requirements. It consists of a closed loop channel with electrically insulating walls and a rectangular electric potential probe array located in the top Hartmann wall. This probe contains 6×11 measurement pins which can be sampled simultaneously at high frequencies, allowing visualisation and statistical analysis of time-dependent flow structures over the area of the probe array.

The present work investigates the flow around a circular cylinder whose symmetry axis is aligned with B . It will be seen that the Q2D method can suppress any three-dimensional instabilities that appear in ordinary hydrodynamics. The following results are presented:

- Determination of the critical Reynolds number R_c for the onset of time-dependent vortex patterns in the cylinder wake depending on M . For comparison with existing theoretical calculations, this experiment is additionally done for a shear flow in a rectangular channel with an inhomogeneous electrical wall conductivity. Both cases show a general $R_c(M)$ -dependence which is recognized as a typical sign of Q2D stability limits.
- Visualisation of time-dependent vortex structures using still images and time series at different positions in the cylinder wake. For $R > 5000$, the periodic vortex street is observed to break up as single vortices and vortex groups are leaving the regular pattern in the spanwise direction.
- The energy equation is deduced for quasi two-dimensional flows and analyzed experimentally to point out the energy transport mechanisms. The results for the production, convection and dissipation of turbulent kinetic energy explain the development and the decay of the vortex street as well as the observed break-up at $R > 5000$. Special emphasis is placed on the analysis of different dissipation mechanisms in quasi two-dimensional flows.

ZUSAMMENFASSUNG

EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNG ZWEIDIMENSIONALER MHD-TURBULENZ

Die Magnetohydrodynamik (MHD) bietet eine besondere Möglichkeit zur experimentellen Untersuchung zweidimensionaler turbulenter Strömungen. Der Anlaß hierfür ist die seit Beginn der 70er Jahre bekannte Tatsache, daß in der Strömung eines elektrisch leitenden Fluids unter dem Einfluß eines starken, senkrecht zur Hauptströmungsrichtung stehenden magnetischen Felds B Geschwindigkeitsfluktuationen in Richtung von B praktisch vollständig unterdrückt werden. In diesem Grenzfall einer hohen Hartmannzahl M können die Bewegungsgleichungen des Fluids in der Koordinatenrichtung parallel zu B analytisch aufintegriert werden. Die resultierende Theorie ist unter dem Namen „quasi-zweidimensionale“ Näherung (Q2D) bekannt.

In der vorliegenden Arbeit wird ein experimenteller Aufbau vorgestellt, der den Anforderungen zur Erzeugung quasi-zweidimensionaler Strömungen genügt. Er besteht aus einem geschlossenen Flüssigmetallkreislauf in einem homogenen Magnetfeld sowie einer neuartigen Matrixsonde, die zum ersten Mal bei Flüssigmetallströmungen die Visualisierung sowie die statistische Auswertung zeitabhängiger quasi-zweidimensionaler Strömungsmuster über eine ausgedehnte Fläche ermöglicht.

Zu diesem Zweck wird die Umströmung eines Zylinders mit kreisförmigem Querschnitt untersucht, dessen Symmetrieachse parallel zu B steht. Es zeigt sich, daß die Q2D-Methode in der Lage ist, sämtliche in der normalen Hydrodynamik auftretenden dreidimensionalen Instabilitäten zu unterdrücken. Folgende Resultate werden vorgestellt:

- Bestimmung der kritischen Reynoldszahl R_c für das Einsetzen zeitabhängiger Wirbelstrukturen im Zylindernachlauf in Abhängigkeit von M . Diese Untersuchung wird zum Vergleich mit vorhandenen theoretischen Rechnungen zusätzlich für eine Scherströmung in einem Kanal mit inhomogener elektrischer Wandleitfähigkeit durchgeführt. In beiden Fällen zeigt sich eine allgemeine $R_c(M)$ -Abhängigkeit, die ein typisches Merkmal von Q2D-Stabilitätsgrenzen darstellt.
- Visualisierung der zeitabhängigen Wirbelstrukturen durch Momentaufnahmen und Zeitreihen an verschiedenen Orten im Zylindernachlauf. Für $R > 5000$ wird eine Auflösung der periodischen Wirbelstraße beobachtet, bei der Wirbel einzeln oder in Gruppen aus der geordneten Formation ausbrechen.
- Die Energiebilanzgleichung wird für Q2D-Strömungen hergeleitet und deren einzelne Terme zur Analyse des Energietransports experimentell untersucht. Anhand von Produktion, Konvektion und Dissipation der kinetischen Energie turbulenter Fluktuationen werden Entstehung und Dämpfung der Wirbelstraße sowie die beobachtete Auflösung für $R > 5000$ erklärt. Ein besonderer Schwerpunkt liegt hierbei auf der Analyse der verschiedenen Dissipationsmechanismen in Q2D-Strömungen.

INHALTSVERZEICHNIS

1 GRUNDLAGEN	9
1.1 Einleitung	9
1.2 Magnetohydrodynamik (MHD).....	9
1.2.1 Allgemeines	9
1.2.2 Massenbilanz	10
1.2.3 Elektrische Ladungsbilanz und Maxwellgleichungen.....	10
1.2.4 Impulsbilanz	11
1.2.5 Energiebilanz	12
1.2.6 Skalierung und Kennzahlen	13
1.3 Quasi-zweidimensionale (Q2D) MHD	15
1.3.1 Grundlagen	15
1.3.2 Elektrisches Potential, Geschwindigkeit, Stromfunktion und Wirbelstärke.....	16
1.3.3 Q2D-Energiegleichung	17
1.4 Q2D-Scherströmung.....	20
1.4.1 Theorie.....	20
1.4.2 Experiment.....	22
1.5 Q2D-Zylindernachlauf.....	22
1.5.1 Zylinderumströmung in der Hydrodynamik	22
1.5.2 Erwartete Q2D-Effekte.....	23
1.5.3 Zylinderumströmung in der Magnetohydrodynamik.....	23
2 EXPERIMENTELLER AUFBAU	25
2.1 Das MHD-Labor MEKKA	25
2.2 Der Flüssigmetallkreislauf Galinka II.....	25
2.2.1 Überblick	25
2.2.2 Pumpenkanal.....	26
2.2.3 Meßkanal und Umlenkanäle	28
2.2.4 Auswahl des Flüssigmetalls	28
2.2.5 Externe Anschlüsse und Geräte	29
2.3 Die Matrixsonde	30
2.4 Verwendete Messkanäle.....	32
2.4.1 Kupferstreifen-Meßkanal	32
2.4.2 Zylinder-Meßkanal.....	32
2.5 Datenerfassung	34
2.5.1 Verstärker.....	34
2.5.2 Stationärdatenerfassung.....	34
2.5.3 A/D-Meßkarte und PC.....	34
2.5.4 Meßsoftware	35
3 MESSUNG UND AUSWERTUNG.....	36
3.1 Stabilitätsmessungen	36
3.1.1 Methode 1: Linearer Fit	37
3.1.2 Methode 2: Gemittelte Spektren.....	38
3.2 Serienmessungen	39
3.2.1 Meßplan.....	39
3.2.2 Auswertung	41

4	ERGEBNISSE DER MESSUNGEN	42
4.1	Stabilität der laminaren Grundströmung	42
4.1.1	Scherströmung.....	42
4.1.2	Zylindernachlauf.....	44
4.1.3	Ergebnisse der Stabilitätsmessungen.....	45
4.2	Untersuchung des Zylindernachlaufs für $R > R_c$	46
4.2.1	Visualisierung der Wirbelstraße.....	46
4.2.2	Entwicklung der Strouhal-Zahl	62
4.3	Energiebilanz des Zylindernachlaufs	63
4.3.1	Turbulente kinetische Energiedichte (TKE).....	64
4.3.2	Mittlere kinetische Energiedichte (MKE).....	67
4.3.3	Energieaustausch zwischen MKE und TKE (Turbulenz-Produktion).....	69
4.3.4	Konvektiver TKE -Transport.....	70
4.3.5	Turbulente Diffusion.....	71
4.3.6	Dissipation von TKE	72
4.3.7	Dissipation von MKE.....	73
4.3.8	Konvektiver MKE-Transport	73
4.3.9	Beschreibung des gesamten Energietransports.....	74
5	SCHLUSSBETRACHTUNG	75
6	ANHANG	77
A	Temperaturabhängigkeit der GaInSn-Stoffdaten.....	77
B	Statistische Mittelung von Meßsignalen.....	77
C	Diskretisierung der räumlichen ϕ -Ableitungen.....	78
D	Literaturverzeichnis.....	80

BEZEICHNUNGEN UND INDIZES

PHYSIKALISCHE SYMBOLE		
Symbol	Bezeichnung	Einheit
ρ	Massendichte	kg/m^3
σ	Elektrische Leitfähigkeit	$\text{A}/(\text{V}\cdot\text{m})$
ε	Elektrische Permittivität	$\text{A}\cdot\text{s}/(\text{V}\cdot\text{m})$
μ	Magnetische Permeabilität	$\text{V}\cdot\text{s}/(\text{A}\cdot\text{m})$
η	Dynamische Viskosität	$\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$
ϕ	Elektrisches Potential	V
ψ	Stromfunktion	m^2/s
ω	Wirbelstärke	1/s
σ_{ij}	Viskose Impulsstromdichte (Spannungstensor)	N/m^2
a	Halbe Kanalhöhe	m
B, B_i	Magnetischer Feldstärkevektor (Flußdichte)	T
B_0	Externes magnetisches Feld	T
d	Zylinderdurchmesser	m
e	Thermische Energiedichte	J/m^3
E, E_i	Elektrischer Feldstärkevektor	V/m
f	Strouhalzahl	–
j, j_i	Elektrische Stromdichte	A/m^2
k	Kinetische Energiedichte	J/m^3
k_c	Kritische dimensionslose Wellenzahl	–
L	Halbe Breite des Kupferstreifens	m
M	Hartmannzahl	–
N	Interaktionsparameter	–
p	Druck	N/m^2
q	Elektrische Ladungsdichte	C/m^3
R	Reynoldszahl	–
R_c	Kritische Reynoldszahl	–
R_m	Magnetische Reynoldszahl	–
s_c	Kritische dimensionslose Ausbreitungsgeschwindigkeit	–
t	Zeit	s
u, v	Zweidimensionale Geschwindigkeiten	m/s
u_0	Mittlere Strömungsgeschwindigkeit im Kanal	m/s
v, v_i	Geschwindigkeitsvektor	m/s
x, y, z, x_i	Koordinaten, Ortsvektor	m

MATHEMATISCHE SYMBOLE		
Symbol	Bezeichnung	Definition
ε_{ijk}	Levi-Civita-Symbol	$\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} +1 & \text{falls } (i, j, k) \text{ gerade Permutation} \\ -1 & \text{falls } (i, j, k) \text{ ungerade Permutation} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$
δ_{ij}	Kronecker-Symbol	$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{falls } i = j \\ 0 & \text{falls } i \neq j \end{cases}$

1 GRUNDLAGEN

1.1 EINLEITUNG

In der Fluidodynamik stellt die Beschreibung des Übergangs von laminaren zu turbulenten Strömungsmustern und die Entwicklung turbulenter Strömungen das wichtigste ungelöste Problem dar. Die Nichtlinearität der Bewegungsgleichungen von Fluiden verhindert einen analytischen Zugang zu diesem Thema und stellt damit numerische Methoden sowie experimentell gewonnene Erkenntnisse in den Vordergrund. In beiden Fällen wird die Untersuchung jedoch dadurch erschwert, daß in zeitlich instationären hydrodynamischen Strömungen turbulente Geschwindigkeitsfluktuationen in allen drei Raumrichtungen auftreten (Bradshaw [1971, S.12ff]). Zur Vereinfachung von numerischen Rechnungen und experimentellem Aufwand besteht daher ein besonderes Interesse an Mechanismen, die dieser Tendenz entgegenwirken und turbulente Fluktuationen auf zwei Dimensionen beschränken. Die Magneto hydrodynamik bietet nun die Möglichkeit, in der Theorie *und* im Experiment zweidimensionale Strömungen zu realisieren. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird diese Tatsache benutzt, um die Auswirkungen der erzwungenen Zweidimensionalität auf die Entstehung und Entwicklung von Wirbelstraßen zu beobachten.

Kap. 1 führt in diese Thematik ein, beschreibt die notwendigen Grundlagen und erläutert, unter welchen Voraussetzungen die Zweidimensionalität in magneto hydrodynamischen Strömungen auftritt. Die Konstruktion eines experimentellen Aufbaus zur Erzeugung einer 2D-Strömung und die Durchführung von Messungen sind Gegenstand von Kap. 2 und 3. Die gewonnenen Resultate werden abschließend in Kap. 4 präsentiert.

1.2 MAGNETOHYDRODYNAMIK (MHD)

1.2.1 Allgemeines

Die Magneto hydrodynamik (MHD) befaßt sich mit Strömungsvorgängen in elektrisch leitenden Fluiden unter dem Einfluß elektromagnetischer Felder. Zusätzlich zu den bereits aus der normalen Hydrodynamik bekannten Phänomenen treten hierbei grundlegend neue Effekte auf, die auf dem Energie- und Impulsaustausch der Strömung mit dem elektromagnetischen Feld beruhen.

Wie in der Hydrodynamik üblich, lassen sich diese Vorgänge mathematisch am besten in der Form von Bilanzgleichungen fassen, die den Austausch *mengenartiger physikalischer Größen* zwischen den beteiligten Systemen beschreiben (Herrmann [1990, S.7 ff.]). Mit „mengenartig“ werden solche Größen bezeichnet, für die sich stets angeben läßt, welche Menge X sich in einem definierten Volumen V befindet, d.h. denen eine räumliche Dichte ρ_x zugeordnet werden kann. Konkret handelt es sich dabei in der MHD um die Masse, den Impuls, die Energie und die elektrische Ladung. Diese Größen erfüllen alle universell gültige Erhaltungssätze; sie können daher also weder erzeugt noch vernichtet werden. Die in dem ortsfesten Volumen V vorhandene Menge X kann sich demnach nur ändern, indem ein „ X -Strom“ I_x durch die Oberfläche A des Volumens eine bestimmte Menge von X pro Zeit an- bzw. abtransportiert (Abb. 1-1). Quantitativ wird diese Tatsache in folgendem Zusammenhang ausgedrückt:

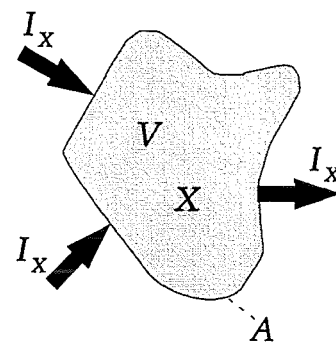


Abb. 1-1

$$\frac{\partial}{\partial t} X(t) = -I_X(t) \quad (1.1)$$

Das Minuszeichen drückt die übliche Konvention aus, daß ein positiver bzw. negativer Strom eine X -Menge aus V ab- bzw. antransportiert. Da in der Hydrodynamik Vorgänge in kontinuierlichen Medien betrachtet werden, ist es vorteilhaft, (1.1) in eine differentielle Form zu bringen, in der anstatt $X(t)$ und $I_X(t)$ nur noch die Dichte $\rho_X(x,t)$ und die Stromdichte $j_X(x,t)$ als lokale Größen auftreten. Der Übergang läßt sich mit Hilfe folgender Zusammenhänge und des Gaußschen Integralsatzes direkt vollziehen:

$$X(t) = \iiint_V dV \cdot \rho_X(x,t) \quad I_X(t) = \iint_A d\mathbf{A} \cdot \mathbf{j}_X(x,t) \quad (1.2)$$

Man erhält folgende Beziehung:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_X(x,t) = -\nabla \cdot \mathbf{j}_X(x,t) \quad (1.3)$$

Um zu einer vollständigen Beschreibung der Magnetohydrodynamik zu gelangen, muß (1.3) für Masse, Impuls, Energie und elektrische Ladung ausgewertet werden. Dabei wird von nun an im Interesse einer einheitlichen Formulierung der Gleichungen von der Tensornotation Gebrauch gemacht und damit auch die zugehörige Einsteinsche Summenkonvention angewendet.

1.2.2 Massenbilanz

Die einfachste Erhaltungsgleichung in differentieller Form ergibt sich für die Massendichte ρ_M , die im folgenden kurz mit ρ bezeichnet wird. Die zugehörige Stromdichte $(j_M)_i$ enthält nur einen konvektiven Term $\rho \cdot v_i$, der den Transport von Masse durch die Strömungsgeschwindigkeit v_i beschreibt. Das Einsetzen beider Ausdrücke in (1.3) liefert

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho = -\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i). \quad (1.4)$$

Bei Flüssigmetallen handelt es sich grundsätzlich um inkompressible Medien, d.h. ρ ist von allen anderen Strömungsvariablen unabhängig: $\rho(x_i, t) = \text{const.}$. Damit vereinfacht sich (1.4) zu

$$\frac{\partial}{\partial x_i} v_i = 0. \quad (1.5)$$

1.2.3 Elektrische Ladungsbilanz und Maxwellgleichungen

Die zweite Bilanzgleichung betrifft die elektrische Ladungsdichte q und ihre Wechselwirkung mit dem elektromagnetischen Feld, welches durch den elektrischen Feldstärkevektor E_i und den magnetischen Feldstärkevektor B_i beschrieben wird. Die Stromdichte der elektrischen Ladung enthält einen konvektiven Anteil qv_i und einen aus dem Ohmschen Gesetz folgenden konduktiven Term $\sigma(E_i + \varepsilon_{ijk} v_j B_k) =: j_i$. Aus (1.3) folgt

$$\frac{\partial}{\partial t} q = -\frac{\partial}{\partial x_i} (qv_i + j_i) \quad (1.6)$$

Nach Moreau [1990, Kap. I, Abschnitt II] können sowohl der Term $\partial/\partial t(q)$ wie auch der konvektive Anteil in Flüssigmetallen mit hoher elektrischer Leitfähigkeit σ vernachlässigt werden, so daß sich (1.6) auf

$$\frac{\partial}{\partial x_i} j_i = 0 \quad (1.7)$$

reduziert. An die elektrischen Ladung und ihre Stromdichte ist das elektromagnetische Feld gekoppelt. Das Verhalten der zugehörigen elektrischen und magnetischen Feldstärkevektoren E_i und B_i wird durch die Maxwellgleichungen

$$\begin{aligned} \nabla E &= \frac{1}{\varepsilon} q \\ \nabla \times E &= -\frac{\partial}{\partial t} B \\ \nabla B &= 0 \\ \nabla \times B &= \mu j + \mu \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} E \end{aligned} \quad (1.8)$$

beschrieben, die aus Gründen der Übersichtlichkeit in der üblichen Vektornotation angegeben sind.

1.2.4 Impulsbilanz

Beim Impuls tritt eine zusätzliche Komplikation auf: Es handelt sich um eine vektorielle Größe, die eigentlich aus drei verschiedenen „Impulsen“ P_i zusammengesetzt ist (für jede Raumrichtung einer). Wenn alle drei Komponenten in einer Gleichung zusammengefaßt werden sollen, so muß man von einer vektoriellen Impulsdichte $(\rho_p)_i = \rho v_i$ ausgehen. Analog dazu erhält man einen Tensor 2. Stufe für die Impulsstromdichte: $(j_p)_{ij}$. Für diesen ergeben sich im einzelnen folgende Terme:

1. Der konvektive Impulstransport: $(\rho v_i) v_j$.

2. Der Impulstransport durch zwischenmolekulare Kräfte im Fluid (Druck): $p \cdot \delta_{ij}$.

3. Der Impulstransport durch viskose Kräfte in einem Newtonschen Fluid:

$$-\eta \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x_j} v_i + \frac{\partial}{\partial x_i} v_j \right) =: \sigma_{ij} \quad (\text{Currie [1974, S.25–28]}).$$

4. Der Impulstransport im elektromagnetischen Feld:

$$\varepsilon \cdot \left(\frac{1}{2} E_k E_k \cdot \delta_{ij} - E_i E_j \right) + \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{1}{2} B_k B_k \cdot \delta_{ij} - B_i B_j \right) \quad (\text{Fließbach [1994, S.172]}).$$

Das Einsetzen dieser Terme in (1.3) liefert die drei vollständigen Impulsbilanzgleichungen, die unter dem Namen *Navier–Stokes–Gleichungen* bekannt sind.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) = - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_i v_j)}_1 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (p \delta_{ij})}_2 - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_{ij})}_3 + \underbrace{q E_i + \varepsilon_{ijk} j_j B_k}_4 \quad (1.9)$$

Die geschweiften Klammern mit den zugehörigen Nummern beziehen sich auf die zuvor beschriebenen Terme und deren physikalische Bedeutung, wobei unter Punkt 4 der Divergenzterm bereits unter Verwendung der Maxwellgleichungen (1.8) wesentlich vereinfacht wurde. Weiterhin ermöglichen (1.5) und die Vernachlässigbarkeit von qE_i in 4. (Moreau [1990, S.13]) die Verwendung folgender Form der Navier–Stokes–Gleichungen für inkompressible MHD–Strömungen:

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} v_i + v_j \frac{\partial}{\partial x_j} v_i \right) = - \frac{\partial}{\partial x_i} p + \eta \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} v_i + \varepsilon_{ijk} j_j B_k \quad (1.10)$$

1.2.5 Energiebilanz

Im Fall der Energie muß eine Bilanzgleichung für die Summe zweier skalarer Dichten aufgestellt werden: die thermische Energiedichte (Wärme) e und die kinetische Energiedichte des Fluids $\frac{1}{2} \rho v_j v_j =: k$. Folgende Terme, die nach ihrer Herkunft mit T_{Index} bezeichnet werden, bilden die gesamte Energiestromdichte:

1. Der konvektive Transport der gesamten Energiedichte: $T_K = (e + \frac{1}{2} \rho v_j v_j) v_i$.

2. Der Energietransport durch den Druck p : $T_D = p \delta_{ij} \cdot v_j = p v_i$.

3. Der Energietransport durch viskose Kräfte: $T_V = \sigma_{ij} v_j$.

4. Die Energiestromdichte im elektromagnetischen Feld:

$$T_{EM} = \frac{1}{\mu} \varepsilon_{ijk} E_j B_k \quad (\text{Fließbach [1994, S.170]}).$$

5. Da für die vorliegende Arbeit die Wärmeleitung (Konduktion) nicht von Bedeutung ist, werden die zugehörigen Terme hier nicht berücksichtigt.

Die resultierende Erhaltungsgleichung folgt wiederum aus (1.3) und enthält neben der zeitlichen Änderung der Energiedichte die Divergenzen D_{Index} sämtlicher Stromdichten:

$$\frac{\partial}{\partial t} (e + \frac{1}{2} \rho v_j v_j) = - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} ((e + \frac{1}{2} \rho v_j v_j) v_i)}_{D_K} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} (p v_i)}_{D_D} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} (\sigma_{ij} v_j)}_{D_V} + \underbrace{(\varepsilon_{ijk} j_j B_k) v_i + \frac{1}{\sigma} j_i j_i}_{D_{EM}} \quad (1.11)$$

An dieser Stelle ist es im Hinblick auf die spätere Verwendung der Energiegleichung wichtig, am Beispiel der Energie nochmals den allgemeinen Unterschied in der physikalischen Bedeutung zwischen einer *Stromdichte* und der *Divergenz* einer Stromdichte deutlich zu machen: Die Stromdichte stellt einen Vektor dar, welcher an jedem Ort Stärke und Richtung des Energiestroms angibt. Die Divergenz ist eine skalare Größe, die bestimmt, wieviel Energie pro Zeit dieser Strom an einer bestimmten Stelle abgibt oder aufnimmt. In Bilanzgleichungen treten immer nur Divergenzen auf – sie machen deshalb keine Aussage über die *Stärke* der Energieströme, sondern darüber, wieviel Energie die einzelnen Ströme *untereinander austauschen*.

In (1.11) wurde der elektromagnetische Term D_{EM} bereits unter Verwendung der Maxwellgleichungen vereinfacht. Die Gleichung läßt sich durch Umformungen und Verwendung von (1.9) in zwei getrennte Bilanzen für die thermische und für die kinetische Energie zerlegen:

$$\frac{\partial}{\partial t} e = - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} (e v_i)}_{D_{K1}} + \underbrace{\frac{\eta}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x_j} v_i + \frac{\partial}{\partial x_i} v_j \right)^2}_{D_{V1}} + \underbrace{\frac{1}{\sigma} j_i j_i}_{D_{EM1}} \quad (1.12)a$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\frac{1}{2} \rho v_j v_j) = - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} ((\frac{1}{2} \rho v_j v_j) v_i)}_{D_{K2}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} (p v_i)}_{D_D} + \underbrace{\eta \left(\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} v_j v_j \right)}_{D_{V2}} - \underbrace{\eta \left(\frac{\partial}{\partial x_i} v_j \right)^2}_{D_{V3}} + \underbrace{(\varepsilon_{ijk} j_j B_k) v_i}_{D_{EM2}} \quad (1.12)b$$

Aus (1.12) können Herkunft und Bedeutung der einzelnen Terme direkt abgelesen werden. D_{K1} und D_{K2} beschreiben jeweils die Divergenz des konvektiven Transports der zugehörigen Energiedichte, d.h. sie geben an, wieviel Energie von diesem Energiestrom in Abhängigkeit von Ort und Zeit aufgenommen bzw. abgegeben wird. D_D taucht nur in (1.12)b auf und charakterisiert den Energietransfer zwischen Druck und Strömung. Der viskose Energiestrom

zeigt eine Besonderheit: er koppelt an beide Energieformen an und ermöglicht so den Austausch zwischen kinetischer und thermischer Energie. Term D_{v1} kann offensichtlich nur positive Werte annehmen; er erhöht irreversibel die thermische Energie e und beschreibt deshalb die Dissipation von kinetischer Energie in Wärme. In der Literatur wird dieser Term häufig als Dissipationsrate ε bezeichnet. Diese Energie wird der Strömung von D_{v3} entzogen, der ausschließlich Werte kleiner Null annimmt und somit ebenfalls einen irreversiblen Vorgang beschreibt. Dieser Term entspricht jedoch nicht exakt dem Negativen von D_{v1} , was zu der wichtigen Schlußfolgerung führt, daß die Energie, die an einem bestimmten Ort und Zeitpunkt von D_{v1} dissipiert wird, *nicht* direkt an diesem Punkt vollständig der Strömung entzogen werden kann, sondern auch durch den Energiestrom der viskosen Kräfte T_v von anderen Orten antransportiert werden muß. D_{v2} schließlich ist zwar auch ein Teil der gesamten Divergenz von T_v , hat jedoch nichts mit der Dissipation kinetischer Energie zu tun. Er kann sowohl positives wie negatives Vorzeichen besitzen und läßt sich als Divergenz eines eigenständigen Ausdrucks schreiben, weshalb er lediglich die „Umverteilung“ von kinetischer Energie innerhalb der Strömung beschreibt. Dieser Vorgang wird in der Literatur mit *viskoser Diffusion* bezeichnet (McComb [1996, S. 11]). D_{EM1} stellt wieder eine positiv definite Größe dar, die somit angibt, wieviel elektromagnetische Feldenergie durch Joulsche Dissipation in Wärme umgewandelt wird. Der Energieaustausch zwischen Strömung und elektromagnetischem Feld durch die Lorentzkraft (d.h. die Leistung der Lorentzkräfte) wird von D_{EM2} beschrieben. Dieser Vorgang läuft prinzipiell in beide Richtungen ab und kann der Strömung sowohl Energie zuführen wie entziehen. Allerdings muß dieser Term auch die von D_{EM1} benötigte Energie aufbringen und verringert deshalb k in der globalen Bilanz. In der vorliegenden Arbeit liegt der Schwerpunkt auf der kinetischen Energiebilanz von turbulenten MHD-Strömungen ohne Berücksichtigung thermischer Effekte. Es wird von einer isothermen Temperaturverteilung im Fluid ausgegangen, weshalb die zeitliche Änderung bzw. der konvektive Transport D_{K1} der thermischen Energie von untergeordnetem Interesse sind. (1.12)a wird als vollständige Gleichung daher im folgenden nicht mehr beachtet. Die Terme D_{v1} und D_{EM1} werden jedoch aufgrund ihres direkten Zusammenhangs mit (1.12)b weiter aufgeführt.

1.2.6 Skalierung und Kennzahlen

Um eine Vergleichbarkeit zwischen Experimenten zu schaffen, die bei verschiedenen Versuchsparametern durchgeführt werden, ist es notwendig, alle Ergebnisse auf einheitliche Bezugswerte zu normieren. Bei den in dieser Arbeit beschriebenen MHD-Strömungen handelt es sich um (von einer Pumpe) angetriebene Flüssigmetallströmungen in einem Kanal unter dem Einfluß eines von außen angelegten homogenen Magnetfelds. Dabei werden üblicherweise folgende Skalierungskonventionen angewendet (Müller [1992]), wobei die dimensionslosen Größen mit einem * gekennzeichnet sind.

Größe	Formel
Ort	$x_i = d \cdot x_i^*$
Zeit	$t = \frac{d}{u_0} \cdot t^*$
Geschwindigkeit	$v_i = u_0 \cdot v_i^*$
Druck	$p = \rho u_0^2 \cdot p^*$
Magnetfeld	$B_i = B_0 \cdot B_i^*$
elektr. Stromdichte	$j_i = \sigma u_0 B_0 \cdot j_i^*$

Verwendete Normierungskonstanten:

- d eine charakteristische Abmessung des Strömungsfelds
- u_0 mittlere Hauptströmungsgeschwindigkeit im Kanal
- ρ Dichte des Fluids
- B_0 Betrag der Feldstärke des externen Magnetfeldes
- σ elektrische Leitfähigkeit des Fluids

Nach durchgeführter Normierung lassen sich die Bilanzgleichungen in dimensionsloser Form darstellen. Da von nun an nur noch dimensionslose Größen verwendet werden, kann der kennzeichnende Stern zur Vereinfachung der Schreibweise ohne Verwechslungsgefahr weggelassen werden:

- Massenbilanz (1.5):

$$\frac{\partial}{\partial x_i} v_i = 0 \quad (1.13)$$

- Impulsbilanz (1.10):

$$\frac{\partial}{\partial t} v_i + v_j \frac{\partial}{\partial x_j} v_i = - \frac{\partial}{\partial x_i} p + \frac{1}{R} \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} v_i + N \cdot \varepsilon_{ijk} j_j B_k \quad (1.14)$$

- Energiebilanz (1.12)b und wichtige Terme aus (1.12)a:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} v_j v_j \right) = - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\frac{1}{2} v_j v_j \right) v_i \right)}_{D_{K2}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} (p v_i)}_{D_D} + \underbrace{\frac{1}{R} \cdot \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} v_j v_j \right)}_{D_{V2}} - \underbrace{\frac{1}{R} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x_i} v_j \right)^2}_{D_{V3}} + \underbrace{N \cdot (\varepsilon_{ijk} j_j B_k) v_i}_{D_{EM2}} \quad (1.15)$$

$$D_{V1} = \frac{1}{2 \cdot R} \left(\frac{\partial}{\partial x_j} v_i + \frac{\partial}{\partial x_i} v_j \right)^2, \quad D_{EM1} = N \cdot j_i j_i \quad (1.16)$$

Die in (1.14) bis (1.16) auftretenden Parameter werden aus den dimensionsbehafteten Normierungskonstanten gebildet und stellen dimensionslose Kennzahlen dar, die folgende Bedeutung haben:

- Die *Reynoldszahl* R ist ein Maß für die Stärke des konvektiven Terms und des Druckterms im Verhältnis zu den viskosen Termen:

$$R = \frac{d \cdot u_0 \cdot \rho}{\eta} \quad (1.17)$$

- Der *Interaktionsparameter* N charakterisiert die Stärke der elektromagnetischen Terme verglichen mit Konvektion und Druck. Während $N = 0$ dem rein hydrodynamischen Fall entspricht, wächst mit steigendem N der Einfluß der MHD-Effekte:

$$N = \frac{\sigma \cdot B_0^2 \cdot d}{\rho \cdot u_0} \quad (1.18)$$

- Eine weitere Kennzahl, die im folgenden von Bedeutung sein wird, ist die *Hartmannzahl* M , die mit R und N in einer festen Beziehung steht:

$$M = \sqrt{N \cdot R} = d \cdot B_0 \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}} \quad (1.19)$$

- Zur Rechtfertigung aller weiterführenden Überlegungen ist eine zusätzliche Kennzahl notwendig: die *magnetische Reynoldszahl* $R_m = \mu \cdot \sigma \cdot d \cdot u_0$. Sie gibt für Strömungen unter dem Einfluß eines extern angelegten Magnetfelds B_0 das Verhältnis von im Fluid induziertem Magnetfeld zu B_0 an. Für ein im Rahmen dieser Arbeit typisches Flüssigmetallexperiment gilt $R_m \leq 0,03$. Dies erlaubt die Verwendung der sog. *induktionsfreien Approximation*, d.h. in

allen Bilanzgleichungen wird das induzierte Magnetfeld vernachlässigt und B_i mit dem äußeren Magnetfeld B_0 gleichgesetzt.

- Schließlich ist zur Beschreibung zeitlich periodischer Vorgänge mit einer dimensionsbehafteten Frequenz f_M die Strouhal-Zahl f als dimensionsloser Wert zu definieren:

$$f = \frac{u_0}{d} \cdot f_M \quad (1.20)$$

1.3 QUASI-ZWEIDIMENSIONALE (Q2D) MHD

1.3.1 Grundlagen

Seit Anfang der siebziger Jahre ist in der MHD aufgrund experimenteller Ergebnisse bekannt, daß ein starkes externes magnetisches Feld B in einem elektrisch leitenden Fluid die Geschwindigkeitskomponente parallel zum Magnetfeldvektor B unterdrückt (Branover [1978]). Von besonderem Interesse ist hierbei der Fall einer Flüssigmetallströmung mit Hauptströmungsrichtung u_0 zwischen zwei parallelen Begrenzungswänden, zu denen senkrecht ein

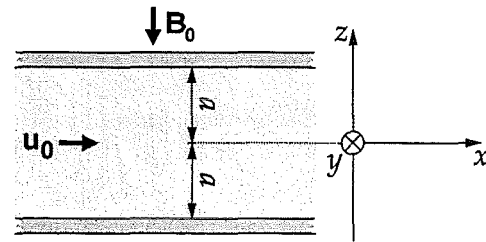


Abb. 1-2: Kanalgeometrie

homogenes Magnetfeld B_0 angelegt wird (Abb. 1-2). Im verwendeten Koordinatensystem liegt die x -Richtung parallel zur Hauptströmung, die z -Richtung (anti-)parallel zum Magnetfeld und die y -Achse so, daß ein rechtshändiges System entsteht. Der halbe Abstand der Platten, die in der Literatur als *Hartmannwände* bekannt sind, wird nach Konvention mit a bezeichnet. Diese Größe stellt im folgenden die charakteristische Länge für die Bildung der Kennzahlen M und N dar. Im Hinblick auf die spätere Anwendung der Theorie wird jedoch zur Entdimensionierung der Variablen und in der Reynoldszahl R eine andere Länge d verwendet, die eine charakteristische Abmessung in der xy -Ebene darstellt (z.B. bei einer Zylinderumströmung der Durchmesser des Körpers).

Bühler [1996] leitet für eine Strömung dieses Typs durch theoretische Überlegungen die folgenden Eigenschaften her: Unter der Voraussetzung der induktionsfreien Approximation zeigt sich, daß für $N \gg 1$ und $M \gg 1$ eine starke Korrelation der Strömungsvariablen in Magnetfeldrichtung auftritt. Die Geschwindigkeitskomponente v_z sowie alle Ableitungen $\partial/\partial z$ verschwinden im Kern der Strömung. Eine vollständige Zweidimensionalität kann jedoch nicht erreicht werden, da an der oberen bzw. unteren Hartmannwand die Haftbedingung für feste Randflächen $v_x = v_y = v_z = 0$ erfüllt werden muß. Im oben erwähnten Grenzfall für N und M läßt sich diese notwendige z -Abhängigkeit durch eine analytisch bekannte Formfunktion $f(z)$ angeben, die mit dem 2D-Geschwindigkeitsvektor multipliziert wird:

$$v_i(x, y, z, t) = \begin{pmatrix} u(x, y, t) \\ v(x, y, t) \\ 0 \end{pmatrix} \cdot f(z) \quad \text{mit} \quad f(z) = 1 - \exp\left(M \cdot \left(\frac{|z|}{a} - 1\right)\right) \quad (1.21)$$

Der in Abb. 1-3 gezeigte Verlauf von $f(z)$ führt zu einer präzisen Unterteilung des Strömungsgebietes in Magnetfeldrichtung: Der *Kern* der Strömung erstreckt sich über den z -Bereich, in dem $f(z) \cong 1$ gilt. Die übrigen Randbereiche an der oberen bzw. unteren Kanalwand werden als *Hartmannschichten* bezeichnet.

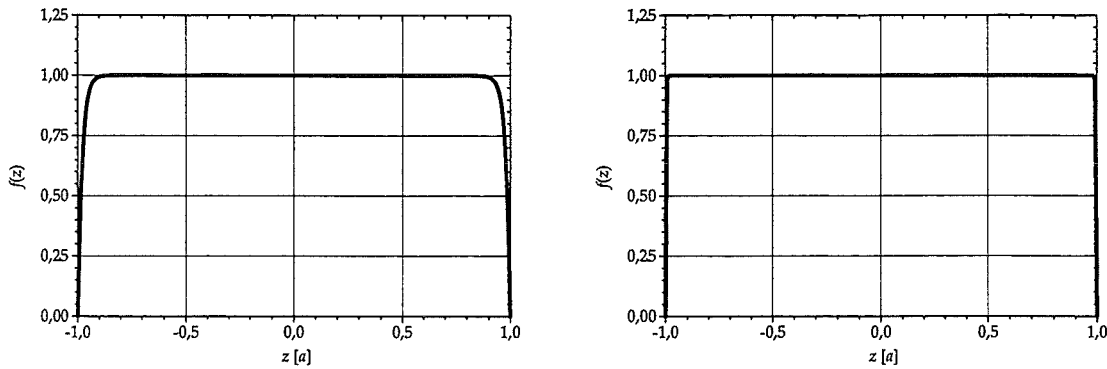


Abb. 1-3 : $f(z)$ für $M=50$ (links) und $M=500$ (rechts)

Der Zusammenhang (1.21) ermöglicht die Elimination der z -Abhängigkeit aus den Bilanzgleichungen durch analytische Integration entlang der Magnetfeldlinien. Aus Symmetriegründen ist es hierbei ausreichend, nur die halbe Kanalhöhe zu betrachten:

$$\frac{1}{a} \cdot \int_0^a dz \text{ (jeweilige Gleichung)} \quad (1.22)$$

Die bei dieser Operation entstehenden Gleichungen beziehen sich nun auf einen dreidimensionalen Kanalbereich der Höhe a . Um einen zweidimensionalen „Schnitt“ durch dieses Gebiet zu erhalten, wird das Ergebnis durch a dividiert.

1.3.2 Elektrisches Potential, Geschwindigkeit, Stromfunktion und Wirbelstärke

Im Kern einer quasi-zweidimensionalen Strömung nach Abschnitt 1.3.1 sind sämtliche Größen zweidimensional. Insbesondere läßt sich in diesem Bereich aus dem Ohmschen Gesetz folgender Zusammenhang zwischen dem externen Magnetfeld B_0 , dem 2D-Geschwindigkeitsvektor und dem induzierten elektrischen Feld E herleiten (Sommeria [1982]):

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ 0 \end{pmatrix} = -\left(1 - \frac{2}{M}\right) \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_0 \end{pmatrix} \quad (1.23)$$

Dabei bezeichnet B_0 Betrag *und* Richtung des externen Feldes, d.h. bei einer Anordnung wie in Abb. 1-2 ist B_0 negativ. Stellt man nun E als Gradienten des elektrischen Potentials ϕ dar, $E = -\nabla\phi$, so ergibt sich bei Vernachlässigung des $2/M$ -Terms (wegen $M \gg 1$) folgende wichtige Beziehung ($\partial_x := \frac{\partial}{\partial x}$):

$$u = -\frac{1}{B_0} \partial_y \phi \quad v = \frac{1}{B_0} \partial_x \phi \quad (1.24)$$

In der Hydrodynamik ist es üblich, zur Beschreibung zweidimensionaler Strömungen die *Stromfunktion* $\psi(x,y)$ mit

$$u = \partial_y \psi \quad v = -\partial_x \psi \quad (1.25)$$

zu definieren (Currie [1974, Kap. 4]). Der Vergleich mit (1.24) liefert

$$\psi = -\frac{1}{B_0} \phi, \quad (1.26)$$

d.h. das elektrische Potential ist bis auf eine multiplikative Konstante identisch mit der Stromfunktion.

Eine weitere Größe, die sich besonders zur Beschreibung zweidimensionaler Strömungen eignet, ist die Wirbelstärke ω , die als Rotation des Geschwindigkeitsvektors v definiert ist und demnach an einem festen Ort ein Maß für die Rotation des Fluids darstellt:

$$\omega := \nabla \times v \quad (1.27)$$

Die zweidimensionale Wirbelstärke besitzt nur noch eine von Null verschiedene Komponente ω in Magnetfeldrichtung:

$$\omega = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \omega = \partial_x v - \partial_y u = -(\partial_x^2 + \partial_y^2)\psi \quad (1.28)$$

Es muß nochmals erwähnt werden, daß der Zusammenhang zwischen ϕ und den kinematischen Größen u , v , ψ und ω nur im Kernbereich der Strömung gültig ist. In den Hartmannschichten zeigt ϕ ein anderes Verhalten: Für $M \gg 1$ folgen die Veränderungen von ϕ gegenüber dem Kern nicht wie die kinematischen Größen der Formfunktion $f(z)$, sondern zeigen nur vernachlässigbar geringe Abweichungen von der Ordnung $1/M^2$ (Moreau [1990, S.128]):

$$\phi_{\text{Hartmannschicht}} = \phi_{\text{Kern}} + O\left(\frac{1}{M^2}\right) \approx \phi_{\text{Kern}} \quad (1.29)$$

Daraus folgt, daß sich der Wert des elektrischen Potentials in z -Richtung in der gesamten Strömung bis direkt an die Hartmannwand praktisch nicht ändert. Dieses Resultat ist für die weiteren Überlegungen in Kap. 1.3.3 und Kap. 2.3 von entscheidender Bedeutung.

1.3.3 Q2D-Energiegleichung

Bühler [1996] führt die analytische Integration in z -Richtung für die Bilanzgleichung der Wirbelstärke ω unter Berücksichtigung einer beliebigen elektrischen Leitfähigkeit der Hartmannwände durch. Da die gesamte Theorie nur für den Fall $M \gg 1$ gültig ist, werden in den resultierenden Gleichungen bereits Terme von der Ordnung $1/M$ und kleiner vernachlässigt. Im folgenden soll diese Methode auf die Energiebilanzen (1.15) und (1.16) angewendet werden. Dabei bleibt die Rechnung auf den Fall elektrisch isolierender Hartmannwände beschränkt.

Wendet man (1.22) auf die einzelnen Divergenzterme an, so erhält man die folgenden Ausdrücke (1.30) und (1.31). Dabei ist zu beachten, daß von nun an alle indizierten Größen nur noch zweidimensional sind. Insbesondere stellt v_i den reinen 2D-Geschwindigkeitsvektor dar: $v_i = (u, v)^T$.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} v_j v_j \right) = - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\frac{1}{2} v_j v_j \right) v_i \right)}_{D_{K2}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} (p v_i)}_{D_D} + \underbrace{\frac{1}{R} \cdot \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} v_j v_j \right)}_{D_{V2}} - \underbrace{\frac{1}{R} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x_i} v_j \right)^2}_{D_{V3}} - \underbrace{\frac{d^2}{2a^2} \frac{M}{R} (v_j v_j)}_{D_{EM2}} + O\left(\frac{1}{M}\right) \quad (1.30)$$

$$D_{V1} = \frac{1}{2 \cdot R} \left(\frac{\partial}{\partial x_j} v_i + \frac{\partial}{\partial x_i} v_j \right)^2 + \frac{d^2}{2a^2} \frac{M}{R} (v_j v_j), \quad D_{EM1} = O\left(\frac{1}{M}\right) \quad (1.31)$$

In (1.30) und (1.31) treten aufgrund der z -Integration gegenüber der dreidimensionalen Form zwei Veränderungen auf:

- In den viskosen Dissipationstermen D_{v_1} und D_{v_3} erscheint jeweils ein zusätzlicher Ausdruck proportional zu $v_j v_j$, der in beiden Fällen den gleichen Betrag, aber umgekehrtes Vorzeichen besitzt. Da er in (1.30) negativ und in (1.31) positiv definit ist, entzieht er der Strömung irreversibel Energie und dissipiert diese direkt, also ohne weiteren Transport, in Wärme. Der physikalische Ursprung dieses Terms liegt in der viskosen Dissipation aufgrund starker Geschwindigkeitsgradienten in z -Richtung in den Hartmannschichten, die durch den steilen Abfall von $f(z)$ hervorgerufen werden (s. Abb. 1-3). In der integrierten Form deutet nur noch das aus $f(z)$ stammende M auf seine Herkunft hin, weshalb der Term im weiteren als *Hartmannschicht-Dissipation* bezeichnet wird. Aufgrund der unterschiedlichen Längenskalen von M und R tritt zusätzlich deren Verhältnis d/a auf.
- Eine wesentliche Vereinfachung ergibt sich durch den Wegfall der elektromagnetischen Terme D_{EM1} und D_{EM2} . Beide sind nach der Integration von der Ordnung $1/M$ und werden deshalb vernachlässigt.

Zusammenfassend lassen sich (1.30) und (1.31) wie folgt interpretieren: Beide Gleichungen beschreiben eine zweidimensionale Strömung, die sich vom gewöhnlichen hydrodynamischen Fall nur noch durch einen zusätzlichen Dissipationsterm unterscheidet, der von der Hartmannzahl M abhängig ist. Das elektromagnetische Feld selbst nimmt nicht mehr am Energieaustausch teil. Somit reduziert sich der MHD-Einfluß im Endeffekt auf die Vorgabe des Parameters M und die Aufrechterhaltung des Strömungsprofils gemäß (1.21)¹.

Obwohl sich für (1.30) und (1.31) keine geschlossene Lösung angeben läßt, können die einzelnen Terme zur Analyse des Energietransports turbulenter Strömungen experimentell ermittelt werden. In diesem Fall interessieren weniger die einzelnen turbulenten Schwankungen als vielmehr die Struktur der Strömung im zeitlichen Mittel. Zu diesem Zweck wird die Geschwindigkeit v_i nach der Methode von Reynolds (Reynolds [1895]) in ihren zeitlichen Mittelwert \bar{v}_i und den turbulenten Anteil v'_i (die *Fluktuationen*) zerlegt, der per Definition den Mittelwert Null besitzt (zeitlich gemittelte Größen werden durch einen Überstrich gekennzeichnet):

$$v_i(x_i, t) = \bar{v}_i(x_i) + v'_i(x_i, t) \quad (1.32)$$

Nach Einsetzen von (1.32) und einer entsprechenden Form für den Druck p in die einzelnen Terme der Energiegleichung erfolgt eine zeitliche Mittelung, die hier am Beispiel der dimensionslosen kinetischen Energiedichte k veranschaulicht wird:

$$\frac{1}{2} \overline{v_j v_j} = \frac{1}{2} \overline{(\bar{v}_j + v'_j)(\bar{v}_j + v'_j)} = \frac{1}{2} (\bar{v}_j \bar{v}_j + \overline{v'_j v'_j}) = \frac{1}{2} \bar{v}_j \bar{v}_j + \frac{1}{2} \overline{v'_j v'_j} \quad (1.33)$$

Die Reynoldssche Zerlegung ermöglicht die Unterteilung von k in zwei separate Bestandteile: die mittlere kinetische Energie $\frac{1}{2} \bar{v}_j \bar{v}_j$ und die (zeitlich gemittelte) turbulente kinetische Energie $\frac{1}{2} \overline{v'_j v'_j}$ der Strömung, die z.B. als Maß für die Intensität der Turbulenz an einer bestimmten Stelle verwendet werden kann. Analog zu der in Kap. 1.2.5 durchgeführten Unterteilung der gesamten Energiebilanz in zwei getrennte Gleichungen für e und k führt die Reynoldssche Zerlegung ebenfalls zu einer Aufspaltung von (1.30) in zwei separate Teile: eine Bilanzgleichung für die *mittlere* und eine für die *turbulente* kinetische Energie:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \bar{v}_j \bar{v}_j \right)}_{=0} = - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\frac{1}{2} \bar{v}_j \bar{v}_j \right) \bar{v}_i \right)}_{M1} - \underbrace{\bar{v}_j \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{v'_j v'_i}}_{M2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{p} \bar{v}_i)}_{M3} + \underbrace{\frac{1}{R} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \bar{v}_j \bar{v}_j \right)}_{M4} - \underbrace{\frac{1}{R} \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \bar{v}_j \right)^2}_{M5} - \underbrace{\frac{d^2 M}{2a^2 R} \left(\bar{v}_j \bar{v}_j \right)}_{M6} \quad (1.34)$$

$$\begin{aligned}
\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \overline{v'_j v'_j} \right)}_{=0} = & \underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\frac{1}{2} \overline{v'_j v'_j} \right) \overline{v}_i \right)}_{T1} - \underbrace{\overline{v'_j v'_i} \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{v}_j}_{T2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\frac{1}{2} \overline{v'_j v'_j} \right) v'_i \right)}_{T3} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \left(p' v'_i \right)}_{T4} + \\
& + \underbrace{\frac{1}{R} \cdot \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \overline{v'_j v'_j} \right)}_{T5} - \underbrace{\frac{1}{R} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \overline{v'_j} \right)^2}_{T6} - \underbrace{\frac{d^2}{2a^2} \frac{M}{R} \overline{(v'_j v'_j)}}_{T7}
\end{aligned} \quad (1.35)$$

Die Anwendung von (1.32) auf (1.31) führt auf

$$D_{V1} = \underbrace{\frac{1}{2R} \left(\frac{\partial}{\partial x_j} \overline{v}_i + \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{v}_j \right)^2}_{D1} + \underbrace{\frac{d^2 M}{2a^2 R} \overline{(v_j v_j)}}_{D2} + \underbrace{\frac{1}{2R} \left(\frac{\partial}{\partial x_j} v'_i + \frac{\partial}{\partial x_i} v'_j \right)^2}_{D3} + \underbrace{\frac{d^2 M}{2a^2 R} \overline{(v'_j v'_j)}}_{D4} \quad (1.36)$$

Die Bedeutung von (1.34) bis (1.36) liegt in der Bilanzierung aller Details des Energietransports der gesamten quasi-zweidimensionalen Strömung, wobei zwischen der mittleren „Grundströmung“ auf der einen und der Turbulenz auf der anderen Seite unterschieden wird. Da es sich bei allen Termen um zeitlich gemittelte Größen handelt, verschwinden die Zeitableitungen auf der linken Seite von (1.34) und (1.35). Dies hat zur Folge, daß die Summe aller Terme der rechten Seite an jeder Stelle der Strömung identisch Null sein muß: Energie, die von einem Transportterm abgegeben wird, muß von einem anderen wieder aufgenommen werden.

Die einzelnen Divergenzterme in allen drei Gleichungen werden mit neuen Namen versehen, welche ihre Herkunft eindeutig kennzeichnen:

- Die **M-Terme** geben an, welchen Anteil die folgenden Mechanismen an der kinetischen Energiebilanz der mittleren Strömung haben:
 - M1: Konvektiver Transport mittlerer kinetischer Energie durch die mittlere Strömung.
 - M2: Bildet zusammen mit T2 eine Einheit, die den Energieaustausch zwischen mittlerer und turbulenter Strömung beschreibt. M2 gibt die Energiemenge an, die der mittleren Strömung entzogen/zugeführt wird.
 - M3: Energieaustausch zwischen mittlerem Druck und mittlerer Strömung.
 - M4: Viskose Diffusion der mittleren kinetischen Energie.
 - M5: Irreversibler Entzug von mittlerer kinetischer Energie durch viskose Reibung. Die Dissipation dieser Energie wird durch den Term D1 beschrieben.
 - M6: Irreversibler Entzug von mittlerer kinetischer Energie in den Hartmannschichten. Die Dissipation dieser Energie wird durch den Term D2 beschrieben.
- Die **T-Terme** geben an, welchen Anteil die folgenden Mechanismen an der kinetischen Energiebilanz der turbulenten Strömung haben:
 - T1: Konvektiver Transport turbulenter kinetischer Energie durch die mittlere Strömung.
 - T2: Bildet zusammen mit M2 eine Einheit, die den Energieaustausch zwischen mittlerer und turbulenter Strömung beschreibt. T2 gibt die Energiemenge an, die der turbulenten Strömung entzogen/zugeführt wird. Der Fall $T2 > 0$ beschreibt somit die „Erzeugung“ von Turbulenz durch Energie, die aus der mittleren Strömung abgezogen wurde. In der Literatur wird T2 deswegen häufig als (Turbulenz-) *Produktionsterm* bezeichnet. (McComb [1990, S.11]).
 - T3: Konvektiver Transport turbulenter kinetischer Energie durch die turbulente Strömung. In der Literatur wird T3 als *turbulente Diffusion* bezeichnet (McComb [1990, S.11]).

¹ Bei der Integration der Impulsgleichung verschwindet der elektromagnetische Term *nicht*, sondern sorgt vielmehr dafür, daß jede Abweichung vom Q2D-Strömungsprofil unterdrückt wird.

- T4: Energieaustausch zwischen den turbulenten Druckschwankungen und der turbulenten Strömung.
- T5: Viskose Diffusion der turbulenten kinetischen Energie.
- T6: Irreversibler Entzug von turbulenter kinetischer Energie durch viskose Reibung. Die Dissipation dieser Energie wird durch den Term D3 beschrieben.
- T7: Irreversibler Entzug von turbulenter kinetischer Energie in den Hartmannschichten. Die Dissipation dieser Energie wird durch den Term D4 beschrieben.
- Die **D-Terme** geben an, welchen Anteil die folgenden Mechanismen an der Dissipation von kinetischer Energie in Wärme haben:
 - D1: Zweidimensionale viskose Dissipation (s. M5).
 - D2: Hartmannschicht-Dissipation (s. M6).
 - D3: Zweidimensionale viskose Dissipation (s. T6).
 - D4: Hartmannschicht-Dissipation (s. T7).

1.4 Q2D-SCHERSTRÖMUNG

1.4.1 Theorie

Der Artikel von Bühler [1996], dessen theoretische Überlegungen zu Q2D-Strömungen den Rechnungen in diesem Kapitel zugrunde liegen, untersucht als konkrete Anwendung den Fall einer Scherströmung, die durch eine inhomogene elektrische Leitfähigkeit der Hartmannwände hervorgerufen wird.

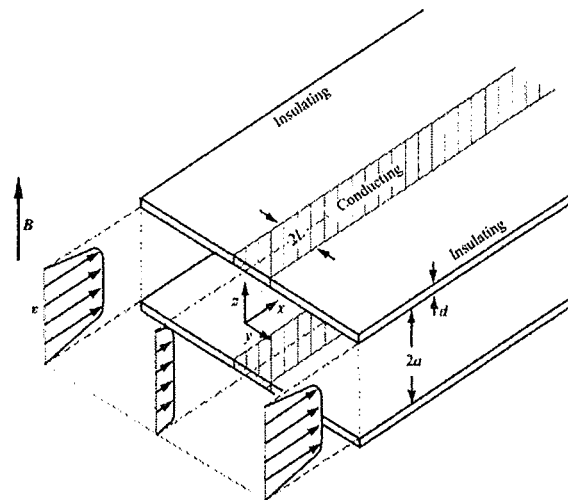


Abb. 1-4: Geometrie der Scherströmung (aus Bühler [1996])

Abb. 1-4 zeigt die Geometrie dieser Anordnung, deren wichtigste Komponente ein elektrisch leitender Streifen der Breite $2L$ ist, welcher parallel zur Hauptströmungsrichtung in die ansonsten isolierenden Hartmannwände eingefügt wird. Die halbe Breite L des Streifens wird als charakteristische Länge der Strömung zum Entdimensionieren der Variablen und zur Bildung der Reynoldszahl R verwendet. Die Q2D-Parameter M und N werden mit der halben Kanalhöhe a gebildet:

$$R = \frac{L \cdot u_0 \cdot \rho}{\eta} \quad M = a \cdot B_0 \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}} \quad N = \frac{\sigma \cdot B_0^2 \cdot a}{\rho \cdot u_0} \quad (1.37)$$

Der Ursprung des Koordinatensystems $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ befindet sich entsprechend Abb. 1-4 in x -Richtung am Beginn des leitenden Streifens, in y -Richtung in seiner Mitte und in z -Richtung auf halber Kanalhöhe.

Dieser Aufbau führt zu einem laminaren Q2D-Grundströmungsprofil entsprechend Abb. 1-3, das in Abb. 1-4 durch Geschwindigkeitsvektoren angedeutet wird. Zwischen den leitenden Wänden ist der Betrag der Geschwindigkeit geringer als außerhalb, da die elektrischen Randbedingungen für eine Verstärkung der abbremsenden Lorentzkräfte sorgen. Im Übergangsbereich zwischen Streifen und isolierender Wand entsteht ein steiler Geschwindigkeitsgradient (eine *Scherschicht*) senkrecht zur Hauptströmung. Abhängig von M wird dieses Strömungsprofil oberhalb einer kritischen Reynoldszahl R_c instabil, und es bildet sich in der Scherschicht eine stromabwärts treibende Abfolge von Wirbeln (Abb. 1-5).

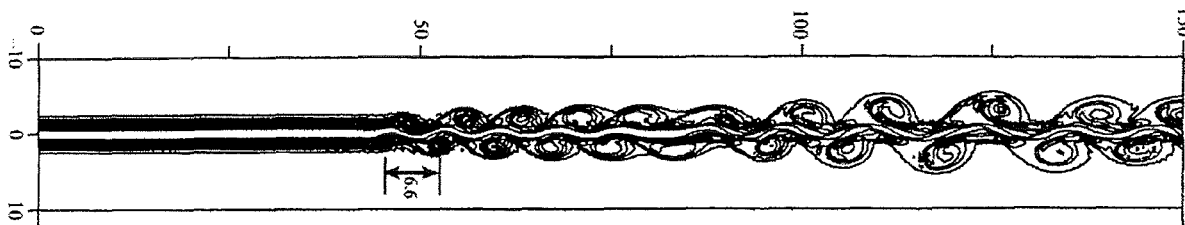


Abb. 1-5: Iso-Wirbelstärkelinien für $M=1000$ und $R=500$, $x=0..150$, $y=-10..10$ (aus Bühler [1996])

In der Wirbelstärkedarstellung erkennt man im Bereich links von $x = 50$ das laminare Scherströmungsprofil, rechts davon die sich ausbildende Wirbelstraße.

Bühler [1996] untersucht die Kriterien für das Einsetzen dieser Instabilität sowie die Entwicklung der Wirbelstrukturen für $R > R_c$. Die Ergebnisse dieser Rechnungen sind in Kap. 4.1 zusammen mit den experimentellen Resultaten der vorliegenden Arbeit aufgeführt.

1.4.2 Experiment

Zur Untersuchung der Scherströmung existiert bereits eine experimentelle Arbeit von Debray [1995], welche mit der selben experimentellen Einrichtung wie die vorliegende Arbeit, aber einer anderen Meßsonde und -technik angefertigt wurde. Darin wird eine Bestimmung der kritischen Reynoldszahl R_c durchgeführt und das Verhalten der Strömung für $R > R_c$ untersucht. Die Ergebnisse der Stabilitätsmessungen werden in Kap. 4.1.1 mit den Resultaten dieser Arbeit verglichen und diskutiert.

1.5 Q2D-ZYLINDERNACHLAUF

Dieser Abschnitt listet bekannte Ergebnisse der Zylinderumströmung in der Hydrodynamik und der MHD auf und erläutert die Besonderheiten für den Fall einer Q2D-Strömung.

1.5.1 Zylinderumströmung in der Hydrodynamik

Die Umströmung eines zylinderförmigen Hindernisses stellt ein experimentell und theoretisch häufig untersuchtes Problem der Strömungsphysik dar. Üblicherweise wird dabei die in Abb. 1-6 skizzierte Geometrie zugrundegelegt. Bei dem umströmten Körper handelt es sich um einen in z -Richtung unendlich ausgedehnten Zylinder mit kreisförmigem Querschnitt, dessen Durchmesser mit d bezeichnet wird. Die Anströmung dieses Objekts erfolgt durch ein inkompressibles, viskoses Fluid mit der homogenen Geschwindigkeit u_0 parallel zur x -Achse. Steigert man u_0 kontinuierlich von Null aus, so ergeben sich im Bereich hinter dem Zylinder (dem sog. *Nachlauf*) verschiedene charakteristische Strömungsmuster (s. Abb.

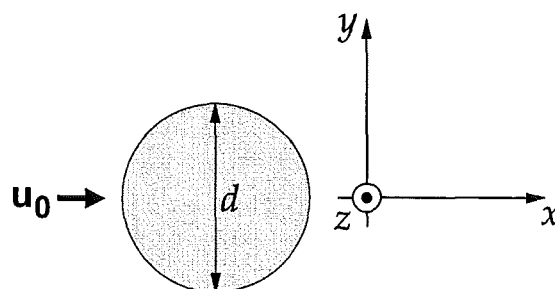


Abb. 1-6: Geometrie Zylinderumströmung

Die Umströmung dieses Objekts erfolgt durch ein inkompressibles, viskoses Fluid mit der homogenen Geschwindigkeit u_0 parallel zur x -Achse. Steigert man u_0 kontinuierlich von Null aus, so ergeben sich im Bereich hinter dem Zylinder (dem sog. *Nachlauf*) verschiedene charakteristische Strömungsmuster (s. Abb.

1-7). Um zu einer dimensionslosen Darstellung zu gelangen, wird zur Beschreibung der Strömung die mit dem Zylinderdurchmesser d gebildete Reynoldszahl R sowie die übliche Definition von M und N verwendet:

$$R = \frac{d \cdot u_0 \cdot \rho}{\eta} \quad M = a \cdot B_0 \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}} \quad N = \frac{\sigma \cdot B_0^2 \cdot a}{\rho \cdot u_0} \quad (1.38)$$

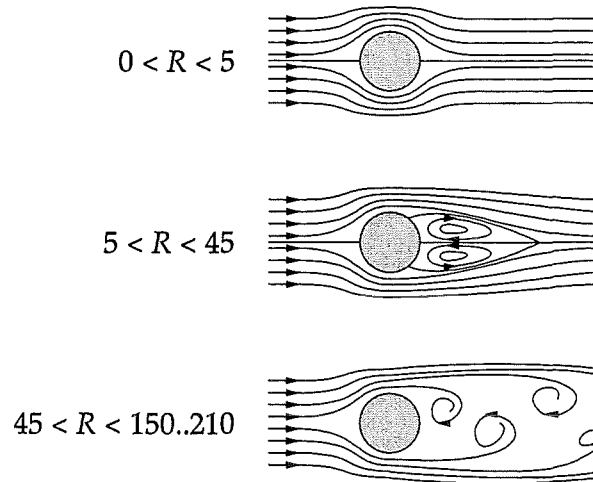


Abb. 1-7: Strömungsmuster im Zylindernachlauf

- Für $R < 5$ beobachtet man die sog. *Stokes-Strömung*. Dabei handelt es sich um ein stationäres Muster, bei dem sich die Stromlinien hinter dem Zylinder nahezu symmetrisch zur Aufteilung vor dem Körper wieder zusammenfügen.
- Bei $R \approx 5$ findet die erste wesentliche Änderung des Strömungsmusters statt. Für Reynoldszahlen im Bereich zwischen 5 und ca. 45 bildet sich im Nachlauf ein stationäres Wirbelpaar, dessen Abmessung in x -Richtung mit steigendem R wächst. Beide Wirbel drehen an ihrer Außenseite parallel zur umgebenden Strömung und erzeugen so direkt hinter dem Zylinder bei $y \approx 0$ ein Rückströmgebiet, in dem die Geschwindigkeit entgegengesetzt zur Hauptströmung gerichtet ist.
- Ab $R \approx 45$ wird dieses Wirbelpaar instabil: einer der beiden Wirbel löst sich vom Zylinder und wird von der Hauptströmung stromabwärts transportiert. Der fehlende Wirbel wird sofort nachgebildet und wächst in x -Richtung, während bereits der zweite Wirbel ebenfalls ablöst. Der nachgebildete Wirbel überschreitet schließlich eine bestimmte Größe, trennt sich wiederum vom Zylinder und folgt den vorangehenden. Es bildet sich im Nachlauf ein instationäres periodisches Muster von aufeinanderfolgenden Wirbeln, die *Kármánsche Wirbelstraße* (s. z.B. Kaufmann [1958, S. 192f]). Die Energie dieser Strukturen wird weiter stromabwärts langsam dissipiert, bis die Wirbelstraße schließlich wieder verschwindet.
- Für $R < 150$ bleibt die Strömung trotz des Einsetzens von Instabilitäten aufgrund der Geometrie des Zylinders zweidimensional, d.h. die z -Geschwindigkeitskomponente ist identisch Null. Im Bereich zwischen $R = 150$ und $R = 210$ setzen jedoch Fluktuationen in z -Richtung ein, die abhängig von den exakten Randbedingungen der Strömung unterschiedliche, komplexe dreidimensionale Strukturen aufweisen. Diese Vorgänge sind Gegenstand der aktuellen Forschung (siehe z.B. Zhang [1995]). In einem zweidimensionalen Schnitt analog zu Abb. 1-7 bleibt das übergeordnete Muster der Kármán-Wirbelstraße zwar erhalten, die Abfolge der einzelnen Wirbel wird jedoch unregelmäßiger.

1.5.2 Erwartete Q2D-Effekte

Der wichtigste Unterschied zwischen der hydrodynamischen und der quasi-zweidimensionalen MHD-Zylinderumströmung liegt in der Unterdrückung der 3D-Instabilitäten bei höheren Reynoldszahlen. Um dies zu erreichen, muß das Magnetfeld parallel zur z -Achse angelegt werden. Der Zylinder wird daher so in den Kanal eingebracht, daß er auf beiden Hartmannwänden senkrecht aufsitzt (Abb. 1-8). In allen Betrachtungen zur Zylinderumströmung werden Koordinatenwerte in Übereinstimmung mit R in Einheiten des Zylinderdurchmessers d angegeben, während sich die Q2D-Parameter M und N auf die halbe Kanalhöhe a beziehen. Der Ursprung des Systems $(x,y,z) = (0,0,0)$ befindet sich in der Mitte des Zylinderquerschnitts auf halber Kanalhöhe.

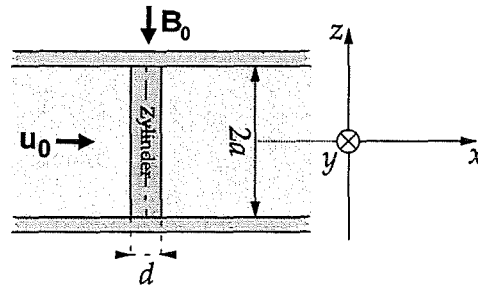


Abb. 1-8: Anordnung des Zylinders zwischen den Hartmannwänden

Der zusätzliche Hartmann-Dämpfungsterm sollte außerdem wie in 1.4 das Einsetzen der Instabilität (hier: Kármán-Wirbelstraße) bei steigendem M zu höheren R verschieben und stromabwärts ein schnelleres Abklingen der Wirbelintensität bewirken.

1.5.3 Zylinderumströmung in der Magnetohydrodynamik

Im Vergleich zum hydrodynamischen Fall existieren relativ wenige experimentelle oder theoretische Arbeiten zur Zylinderumströmung unter der Berücksichtigung von MHD-Effekten. Der Artikel von Lahjomri et al. [1993] liefert eine Übersicht über dieses Thema. Die dort erwähnten Veröffentlichungen beziehen sich jedoch ausschließlich auf den Fall eines *parallel* zur Hauptströmungsrichtung angelegten externen Magnetfelds.

Die in der vorliegenden Arbeit verwendete Konfiguration eines zylinderparallelen Magnetfelds findet sich in der Literatur nur in zwei Artikeln (Kit [1970], Kolesnikov [1972], Koordinaten vgl. 1.5.2).

- Kit beobachtet experimentell, daß die Turbulenzintensität an einer festen Meßstelle im Nachlauf $(x,y,z) = (13,0,0)$ bei konstantem $R = 8700$ wächst, wenn M kontinuierlich von 0 auf 260 ansteigt. Dies führt er darauf zurück, daß ein Übergang von drei- auf zweidimensionale Strukturen stattfindet, welche aufgrund ihrer größeren Abmessungen eine geringere viskose Dissipation erfahren und deshalb weiter transportiert werden als im Fall einer 3D-Turbulenz.

Der experimentelle Aufbau besteht aus einem rechteckigen Kanal mit einer Breite von 60 mm und einer Höhe $2a$ von 20 mm. Der Wert für d beträgt 5 mm. Als Fluid wird Quecksilber verwendet.

- Kolesnikov überprüft ebenfalls experimentell die Zweidimensionalität der Wirbelstraße bei $R = 8700$ und $(x,y,z) = (20,0,0)$. Er führt einen 3D-Koeffizienten κ ein, der Werte zwischen 0 (vollständig 2D) und 1 (isotrop 3D) annehmen kann (E_i : Komponenten des elektrischen Feldstärkevektors):

$$\kappa = 2 \cdot \frac{\overline{E_z^2}}{\overline{E_y^2}} \quad (1.39)$$

Die Messung zeigt, daß κ bei $M = 0$ einen Wert von ca. 0,6 besitzt, für steigendes M stetig sinkt und oberhalb von $M \approx 160$ den durch Störsignale in der Messung bedingten Minimalwert von $\kappa \approx 0,005$ erreicht. Dies bestätigt das von Kit beobachtete Einsetzen der Zweidimensionalität.

Ein weiteres Ergebnis der Veröffentlichung von Kolesnikov betrifft die Veränderung der Größe von zweidimensionalen Strukturen zwischen verschiedenen x -Positionen. Während sich bei $M = 0$ die Größe der Wirbel zwischen $x = 20$ und $x = 80$ kaum verändert, wachsen ihre Abmessungen bei $M \approx 200$ um ca. 50-60%. Dies liefert eine experimentelle Bestätigung der theoretisch aufgestellten These, daß bei 2D-Strömungen im Gegensatz zu dreidimensionaler Turbulenz kein Zerfall in immer kleinere Wirbel stattfindet, sondern statt dessen die Entstehung immer größerer Strukturen beobachtet wird (siehe z.B. Moreau [1990, Kap. V, Abschnitt VI]).

2 EXPERIMENTELLER AUFBAU

2.1 DAS MHD-LABOR MEKKA

Die Versuchsanlage MEKKA ist ein zum Institut für angewandte Thermo- und Fluidodynamik (IATF) gehörendes Labor zur experimentellen Untersuchung von Flüssigmetallströmungen. Der Name steht als Abkürzung für „Magnetohydrodynamische Experimente in Natrium-Kalium Karlsruhe“ und bezeichnet die Hauptaufgabe des Labors seit seiner Inbetriebnahme 1986: Die Untersuchung von MHD-Effekten in Kühlkreisläufen zukünftiger Kernfusionsreaktoren im Rahmen des Projekts Kernfusion des Forschungszentrums Karlsruhe. Zu diesem Zweck stehen ein supraleitender und ein normalleitender Magnet mit Feldstärken von maximal 3,5T bzw. 2,1T und mehrere Flüssigmetallkreisläufe in der Laborhalle sowie Steuereinrichtungen in einem separaten Raum zur Verfügung. Als Flüssigmetalle werden die beiden bei Zimmertemperatur flüssigen Legierungen Natrium-Kalium (NaK) und Gallium-Indium-Zinn (GaInSn) verwendet. Eine detaillierte Beschreibung der gesamten MEKKA-Anlage findet sich in einem Bericht von Barleon, Mack und Stieglitz [1996]. Im folgenden werden nur die Komponenten beschrieben, die bei der Durchführung der vorliegenden Arbeit verwendet wurden.

2.2 DER FLÜSSIGMETALLKREISLAUF GALINKA II

2.2.1 Überblick

Ausgangspunkt für die Entwicklung eines neuen Flüssigmetallkreislaufs war das Interesse an einem kompakten, übersichtlichen Versuchsaufbau, der sich für die Durchführung verschiedener grundlegender MHD-Experimente insbesondere im Bereich der Q2D-Strömungen eignet. Aufgrund der in Kap. 1.3.1 aufgeführten Voraussetzungen muß sich dazu der gesamte Kreislauf in einem homogenen externen Magnetfeld senkrecht zur Hauptströmungsrichtung befinden. Außerdem muß der durchströmte Kanal einen rechteckigen Querschnitt aufweisen und aus elektrisch isolierendem Material gefertigt sein.

Abb. 2-1 zeigt die wesentlichen Komponenten des Flüssigmetallkreislaufs GALINKA II (Abkürzung für Gallium-Indium-Zinn-Kreislauf Karlsruhe), der gemäß diesen Anforderungen konstruiert wurde. In Abb. 2-2 werden die Kanalabmessungen in Magnetfeldrichtung verdeutlicht. Die Bemaßungen sind dabei wie in allen weiteren Zeichnungen in Millimetern angegeben. Zur leichteren räumlichen Orientierung ist der Feldstärkevektor B des externen Magnetfeldes (senkrecht zur Strömungsrichtung und parallel zum Gravitationsvektor g) in sämtlichen Skizzen eingezeichnet. Abb. 2-3 stellt eine Fotografie des in seine Einzelteile zerlegten Kreislaufs dar, der im einzelnen folgende Eigenschaften aufweist:

- Die geringen Außenabmessungen von $800\text{mm} \times 350\text{mm} \times 85\text{mm}$ ermöglichen es, GALINKA II vollständig in das homogene Magnetfeld des normalleitenden Magneten im MEKKA-Labor einzubringen.
- Der gesamte Kreislauf besteht aus vier separaten Bauteilen: dem Pumpenkanal, dem Meßkanal sowie den beiden Umlenkanälen. Diese besitzen einen über die gesamte Strömungslänge konstanten rechteckigen Innenquerschnitt von 60mm Breite und 30mm Höhe und werden an den Kontaktstellen verschraubt. Das modulare Konzept erlaubt den einfachen Austausch des Meßkanals zur Durchführung verschiedener Experimente.
- Als Wandmaterial findet ein elektrisch isolierender glasfaserverstärkter Kunststoff (GFK) Verwendung, der beim Zusammenbau vakuumdicht verklebt und zusätzlich verschraubt wird.

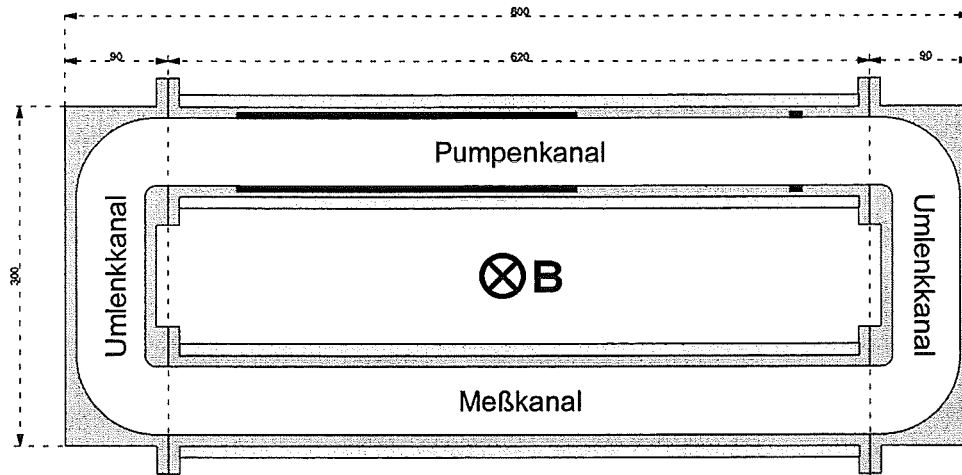


Abb. 2-1: GALINKA II – horizontaler Querschnitt

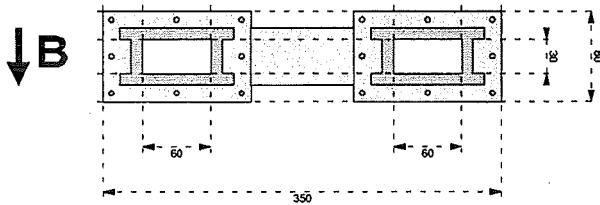


Abb. 2-2: GALINKA II – vertikaler Querschnitt

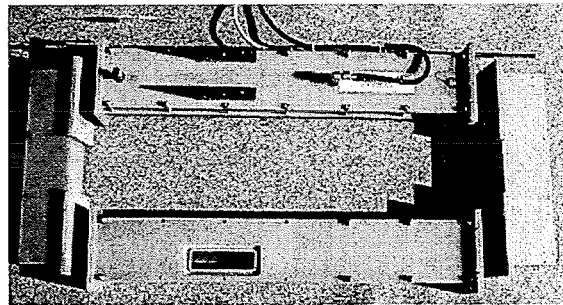


Abb. 2-3: GALINKA II

2.2.2 Pumpenkanal

Im Pumpenkanal befinden sich neben der elektromagnetischen Pumpe sämtliche externen Anschlüsse des Kreislaufs sowie Sonden zur Messung der globalen Strömungsgrößen. Abb. 2-4 zeigt die einzelnen Elemente.

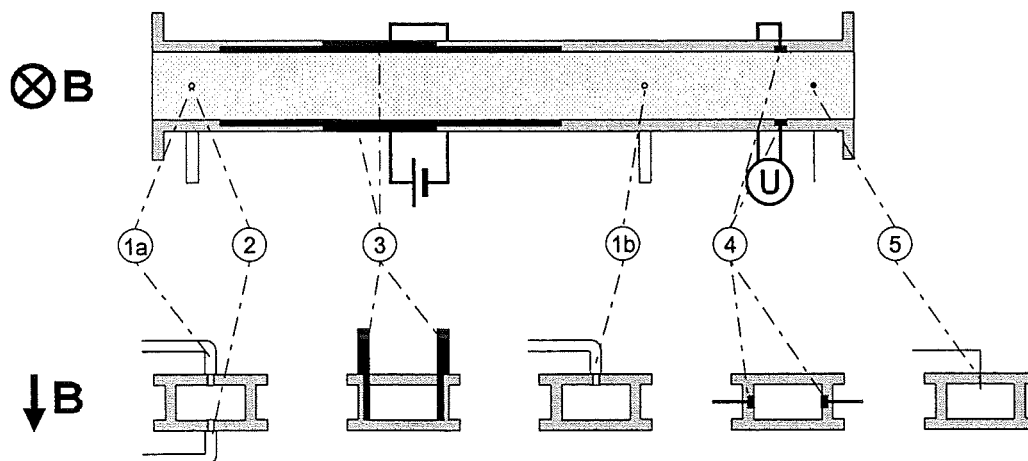


Abb. 2-4: Elemente des Pumpenkanals

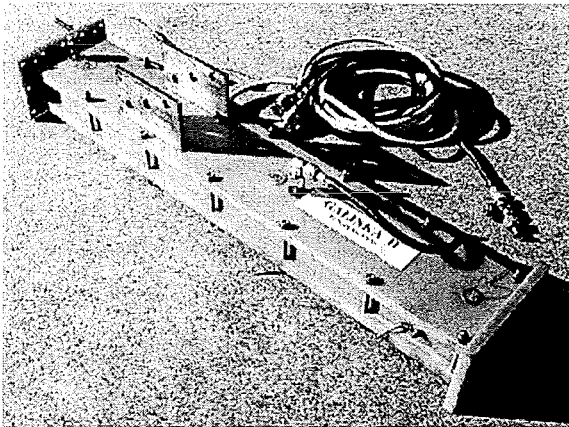


Abb. 2-5: Gesamtansicht Pumpenkanal

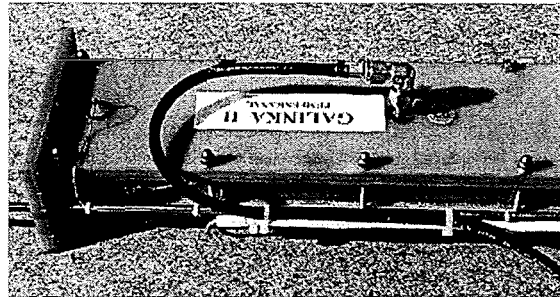


Abb. 2-6: Anschlüsse ⑤ und ①b

① : Druckmeßanschlüsse/Füllstandskontrolle

An den Punkten ①a und ①b befinden sich zwei Bohrungen in der oberen Kanalwand ($\varnothing 2\text{mm}$). Hier werden flexible Gummischläuche direkt an den Kreislauf angeschlossen, die sich für unterschiedliche Zwecke verwendet lassen. So können diese z.B. an einen Differenzdruckmesser angeschlossen werden, um die Druckänderung über die elektromagnetische Pumpe ③ zu messen. Im vorliegenden Fall wird an die Leitung ①a ein Schauglas angebracht, um die Füllhöhe im Kreislauf zu überprüfen (s.a. 2.2.5). Anschluß ①b bleibt unbe-nutzt.

② : Fülleitung

Bei ② befindet sich analog zu ①a ein Schlauchanschluß in der unteren Kanalwand. Diese Leitung wird zum Füllen bzw. Entleeren des Kreislaufs mit GaInSn verwendet und ist mit dem Flüssigmetall-Reservebehälter verbunden.

③ : Elektromagnetische Pumpe

Zum Antrieb der Flüssigmetallströmung wird eine elektromagnetische Pumpe (EM-Pumpe) eingesetzt, die sich aus zwei großflächigen Kupferelektroden in der linken bzw. rechten Kanalwand zusammensetzt. Zwischen diesen wird eine Gleichspannung U angelegt, die im elektrisch leitenden Flüssigmetall einen Stromfluß I bewirkt. Da sich die gesamte Anordnung in einem externen senkrechten Magnetfeld B befindet, erfährt das Fluid insgesamt eine Lorentz-Kraft F vom Betrag $F = I \cdot B \cdot L$ in Kanalrichtung, welche schließlich die Strömung antreibt. Zur Verbindung mit einem Netzgerät sind für beide Elektroden in der Mitte des Pumpenbereichs Anschlußstücke durch die obere Kanalwand nach außen geführt (Abb. 2-7).

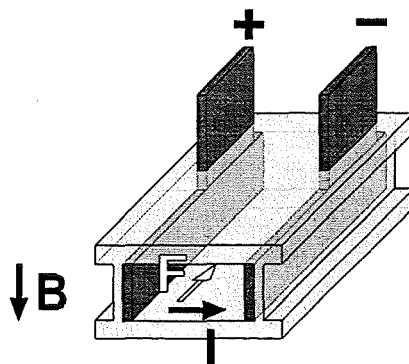


Abb. 2-7: Funktionsprinzip der EM-Pumpe

Durch Umpolen der Spannungsversorgung läßt sich die Strömungsrichtung im Kreislauf umkehren. Der Betrieb der Pumpe ist nur für $B \neq 0$ möglich, weshalb rein hydrodynamische

Strömungen (Hartmannzahl $M = 0$) ausgeschlossen sind. Im vorliegenden Experiment bedeutet dies jedoch keine Einschränkung, da nur der Fall $M \gg 1$ von Interesse ist.

④ : Elektromagnetischer Durchflußmesser

Der elektromagnetische Durchflußmesser funktioniert nach dem umgekehrten Prinzip der EM-Pumpe. Die zu ermittelnde mittlere Strömungsgeschwindigkeit u_0 induziert zwischen den in die linke und rechte Kanalwand eingesetzten Kupferelektroden ($\varnothing 10\text{mm}$) eine elektrische Spannung vom Betrag $U = u_0 \cdot B \cdot L$. Die Messung von U ermöglicht somit die direkte Bestimmung von u_0 .

⑤ : Thermoelement

An der Stelle ⑤ ragt ein Kupfer-Konstantan-Thermoelement aus der oberen Wand 2mm in den Strömungskanal. Die hier gemessene globale Fluidtemperatur wird zur Bestimmung der temperaturabhängigen Materialkonstanten des Flüssigmetalls verwendet (s. 2.2.4).

2.2.3 Meßkanal und Umlenkkanäle

Der Meßkanal besitzt die gleichen Abmessungen wie der Pumpenkanal und kann für verschiedene Experimente unterschiedlich konfiguriert bzw. ausgetauscht werden. Eine detaillierte Beschreibung der in diesem Experiment verwendeten Meßkanäle findet sich in Kap. 2.3. An der Übergangsstelle zwischen dem Meßkanal und den beiden Umlenkkanälen ist der gesamte Querschnitt mit dünnen Kunststoffröhrchen ausgefüllt, die als Strömungsgleichrichter eventuell vorhandene Turbulenzstrukturen beim Eintritt in den Meßkanal zerstören.

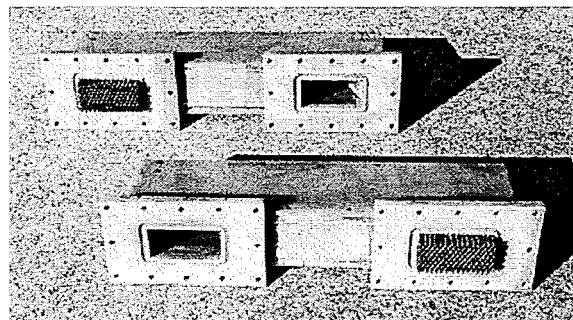


Abb. 2-8: Umlenkkanäle mit Strömungsgleichrichtern

2.2.4 Auswahl des Flüssigmetalls

Bei der Auswahl des verwendeten Flüssigmetalls besteht die Wahl zwischen den beiden im MEKKA-Labor vorhandenen eutektischen Legierungen $\text{Na}^{22}\text{K}^{78}$ und $\text{Ga}^{68}\text{In}^{20}\text{Sn}^{12}$. Die wesentlichen Materialeigenschaften beider Stoffe bei 20°C sind in folgender Tabelle kurz zusammengestellt (aus: Barleon [1996]).

Stoff	Schmelzpunkt [$^\circ\text{C}$]	Dichte ρ [kg/m^3]	Kin. Zähigkeit ν [$10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$]	El. Leitfähigkeit σ [$10^6 \text{A}/(\text{Vm})$]
GaInSn	+10,5	6363	0,35	3,31
NaK	-11,0	868	1,05	2,88

Anhand dieser Daten läßt sich für die relevanten Kennzahlen R und M ableiten, daß bei gegebener Länge a , mittlerer Geschwindigkeit u_0 und festem Magnetfeld B die Reynoldszahl bei GaInSn um den Faktor 3,0 größer ist, während die Hartmannzahl nur das 0,7-fache des NaK-Wertes erreicht. Daraus folgt, daß bei GaInSn die für eine bestimmte Reynoldszahl notwendige Pumpleistung und die damit verbundene unerwünschte Erwärmung des Fluids wesentlich geringer ausfällt als bei NaK. Die niedrigere Hartmannzahl fällt dabei weniger

ins Gewicht, da die vorgesehenen Werte im Bereich $M \approx 1000$ mit beiden Fluiden erreicht werden können.

Des Weiteren ist der Sicherheitsaspekt beim Betrieb des Kreislaufs von großer Bedeutung. NaK reagiert als Alkalimetallegierung heftig mit Feuchtigkeit, weshalb der offene Umgang an Luft nicht möglich ist. Außerdem wären umfangreiche Sicherheitsvorkehrungen bei der Konstruktion des Kreislaufs zu berücksichtigen. Beide Probleme treten bei GaInSn nicht auf, da weder gefährliche chemische Reaktionen noch toxische Eigenschaften bekannt sind. Es ist jedoch zu beachten, daß an einem GaInSn-Kreislauf keine Aluminium-Bauteile eingesetzt werden können, da diese bei direktem Kontakt bereits von geringen Mengen Flüssigmetall angegriffen werden.

Die oben genannten Gründe führten zu dem Entschluß, in dem hier beschriebenen Kreislauf GaInSn als Fluid zu verwenden.

2.2.5 Externe Anschlüsse und Geräte

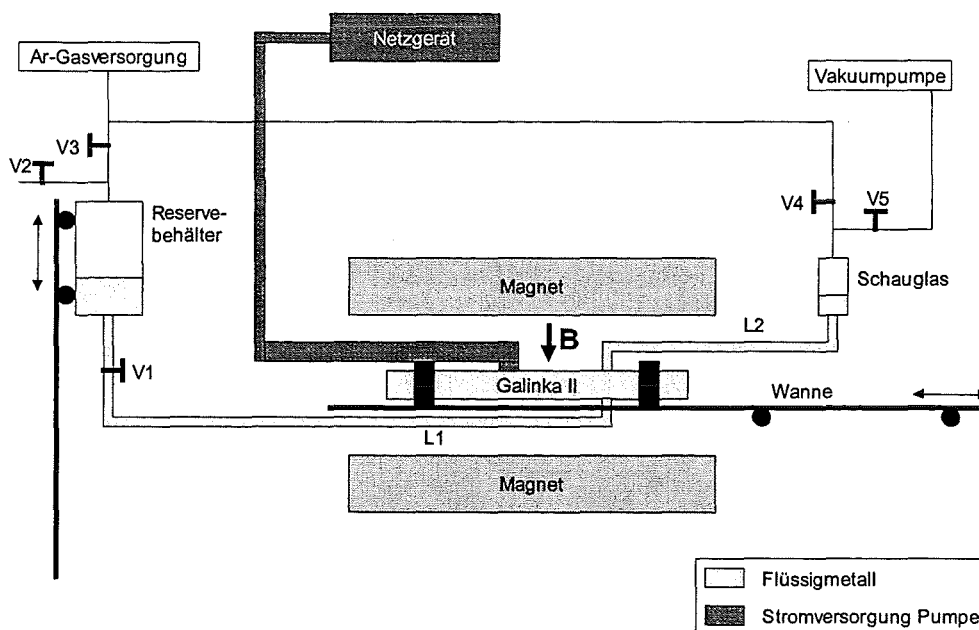


Abb. 2-9: Gesamtanlage GALINKA II im gefüllten Zustand

Abb. 2-9 zeigt eine vertikale Ansicht der gesamten Versuchsanlage. Der Kreislauf selbst befindet sich dabei bereits innerhalb des Magneten. Die externen Versorgungseinrichtungen für den Betrieb von GALINKA II lassen sich in mehrere Gruppen unterteilen:

- **Flüssigmetallanschlüsse und Gassystem:** Um GALINKA II mit Flüssigmetall füllen bzw. leeren zu können, ist der Kreislauf über die flexiblen Schlauchleitungen L1 bzw. L2 mit dem GaInSn-Reservebehälter und einem Schauglas verbunden. Alle nicht mit Flüssigmetall gefüllten Bereiche werden über das Gassystem mit dem Edelgas Argon geflutet, um die Bildung von Oxidschichten auf den freien Oberflächen zu vermeiden. Der Füllvorgang läuft wie folgt ab: Zuerst wird der mit Argon gefüllte Kreislauf, L1, L2 und das Schauglas mit Hilfe einer Vakuumpumpe auf ca. 10^{-2} mbar evakuiert (Ventile V1, V2, V3, V4 geschlossen, V5 geöffnet). Dies stellt sicher, daß sich später im gefüllten Kreislauf keine Gasblasen mehr befinden. Nun wird V5 geschlossen und V3 und V1 geöffnet. Der vertikal verfahrbare Reservebehälter befindet sich dabei in einer Position oberhalb von GALINKA II und Schauglas. Aufgrund des Höhenunterschieds fließt Flüssigmetall über L1 in den Kreislauf. Ist dieser gefüllt, so steigt es durch L2 weiter, bis es schließlich im Schauglas sichtbar wird. Damit ist eine vollständige Füllung gesichert, und V1 wird geschlossen. Zum Druckausgleich zwischen Kreislauf und Reservebehälter wird V4 geöffnet.

net. Dies entspricht dem Zustand der Anlage während der Durchführung eines Experiments. Zum Leeren von GALINKA II wird der Reservebehälter in eine Position unterhalb des Kreislaufs gebracht. Nach Öffnen von V1 fließt das gesamte Flüssigmetall aus GALINKA II ab. Um diesen Vorgang zu vervollständigen, kann V3 geschlossen und das Abluftventil V2 geöffnet werden. Eine Erhöhung des Argon-Gasdrucks „spült“ eventuelle Flüssigmetallreste zurück in den Reservebehälter.

- **Stromversorgung der Pumpe:** Wie in Kap. 2.2.2 geschildert, benötigt die EM-Pumpe eine externe Gleichspannungsversorgung. Zu diesem Zweck werden an den Anschlüssen der beiden Pumpenelektroden je eine massive Kupferschiene mit einer Länge von 1750 mm und einer Querschnittsfläche von 500 mm^2 angeschraubt, deren Enden aus dem Inneren des Magnets herausragen. Von dort führen Kupferleitungen zu einem stromgeregelten Gleichspannungs-Netzgerät, mit dem sich die Stromstärke in 0,2 A-Schritten zwischen 0 A und 2000 A bei einer maximalen Spannung von 10 V einstellen läßt.
- **Magnet und Verfahreinrichtung:** Zur Erzeugung des externen Magnetfelds wird der normalleitende Elektromagnet des MEKKA-Labors verwendet, da dieser die notwendige vertikale Ausrichtung des Magnetfeldvektors B aufweist (s. Abb. 2-9). Die Magnetfeldstärke läßt sich mit einem Gleichspannungs-Netzgerät stufenlos zwischen 0,15 T und 2,1 T variieren. Der Innenraum des Magneten ist quaderförmig mit 1663 mm Länge, 483 mm Breite und 168 mm Höhe. In der Mitte dieser Öffnung ist das Magnetfeld in einem Bereich von 800 mm Länge sowie praktisch über die gesamte Breite und Höhe homogen (Abweichungen vom Sollwert $< 1\%$). Diese Tatsache ist bei der Konstruktion von GALINKA II berücksichtigt, die mit ihren Abmessungen den homogenen Feldbereich optimal ausnutzt. Der Kreislauf befindet sich dabei in einer horizontal verfahrbaren Stahlwanne, die z.B. für Veränderungen am Meßkanal aus dem Magnetinnern herausbewegt werden kann.

2.3 DIE MATRIXSONDE

Das Meßprinzip der Matrixsonde basiert auf den in Kap. 1.3.2 beschriebenen Eigenschaften von Q2D-Strömungen bei hohen Hartmannzahlen. Demnach lassen sich alle wichtige Daten wie die zweidimensionale Geschwindigkeit oder die Wirbelstärke aus der Kenntnis des elektrischen Potentials ϕ berechnen. Laut Gl. (1.29) ist die Veränderung des Potentials vom Kern der Strömung über die Hartmannschicht an die Wand vernachlässigbar. Somit bietet sich die Möglichkeit der Bestimmung von Q2D-Strömungsgrößen durch Potentialmessungen *direkt* an einer Hartmannwand. Der große Vorteil dieser Meßmethode liegt darin, daß wie in Abb. 2-11 ersichtlich keine Sonden als mechanische Hindernisse in den Bereich der Strömung (angedeutet durch die Hauptströmungsgeschwindigkeit u_0) selbst hineinragen und somit störende Einflüsse stromabwärts weitgehend vermieden werden. Diese Tatsache erlaubt es, in einem Bereich der Hartmannwand mehrere nahe beieinander liegende Meßstellen anzubringen, um so ein Bild der Potentialverteilung über eine ausgedehnte Fläche zu erhalten¹. Zu diesem Zweck wird eine rechteckige Matrix aus Potentialmeßstiften (Pins) eingesetzt, deren Abmessungen folgende Kriterien erfüllen müssen:

- Der Abstand der einzelnen Pins muß klein genug sein, um alle relevanten Details der zu erfassenden Strömung auflösen zu können. Andererseits darf er nicht zu gering gewählt werden, da sonst die Potentialdifferenz unter die Auflösungsgrenze der Meßapparatur sinkt. Aus diesen Gründen erscheint hier ein Maß von 2,5 mm sinnvoll.
- Gleichzeitig muß die gesamte Matrix groß genug sein, um eine typische Wirbelstruktur vollständig oder zumindest zum größten Teil zu überdecken. Dies führt zu Abmessungen

¹ Die Messung von ϕ über eine ausgedehnte Fläche ist grundsätzlich notwendig, da zur Berechnung aller interessierenden Größen räumliche Ableitungen von ϕ gebildet werden müssen.

von 25 mm in Strömungsrichtung und 12,5 mm in Querrichtung. Somit ist eine Matrix von 11×6 Pins erforderlich.

Als Meßpins werden sog. Heizleiter eingesetzt, die bündig abschließend in ein GFK-Wandstück eingeklebt werden. Diese bestehen aus einem inneren Nickel-Chrom-Draht mit Durchmesser 0,2mm und einem äußeren metallischen Mantel, die durch eine isolierende Schicht getrennt sind. Nur der innere Draht steht in elektrischem Kontakt mit dem Flüssigmetall. Da die Meßapparatur jedoch grundsätzlich Potentialdifferenzen zwischen Draht und Mantel mißt, werden sämtliche Ummantelungen zur Vermeidung von Störeinflüssen direkt an der Meßstelle auf ein gemeinsames Referenzpotential gebracht. Dazu werden die Außenleiter in die Kupferplatte ① geklemmt, welche mit einem zusätzlichen Potentialmeßstift, dem Referenzpin ②, verbunden ist. Dieser befindet sich auf der Querseite ungefähr in der Sondenmitte, da in der Richtung senkrecht zur Hauptströmung die größten Potentialdifferenzen zu erwarten sind und somit die zu erwarteten Meßwerte möglichst gering gehalten werden. Zur Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wirbeln über größere Distanzen sind stromabwärts drei weitere Pins (③) vorhanden, deren Mäntel über eine Kupferschiene mit der Matrix verbunden sind.

Die komplette Sonde (Abb. 2-10) wird zur Messung in eine dafür vorgesehene Öffnung der oberen Hartmannwand des Meßkanals eingefügt und kann daher in verschiedenen Experimenten verwendet werden.

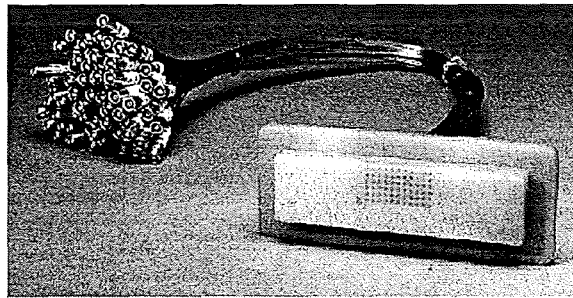


Abb. 2-10: Matrixsonde

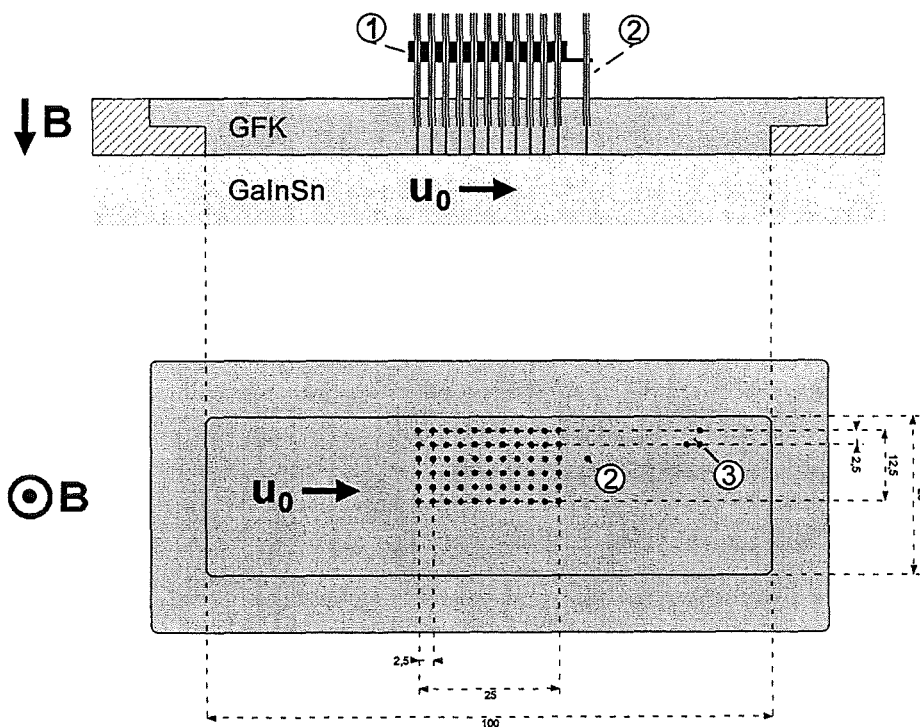


Abb. 2-11: Matrixsonde

2.4 VERWENDETE MESSKANÄLE

Für die Durchführung des in Kap. 3 festgelegten Meßprogramms sind zwei unterschiedlich konstruierte Meßkanäle erforderlich.

2.4.1 Kupferstreifen-Meßkanal

Die zur Untersuchung einer Scherströmungsinstabilität nach Kap. 1.4 notwendige inhomogene elektrische Leitfähigkeit der Hartmannwände wird experimentell durch zwei Kupferstreifen realisiert, die über die gesamte Länge des Meßkanals in die obere bzw. untere Wand eingelassen werden (Abb. 2-14 und Abb. 2-15). Die Abmessungen der Streifen ist mit einer Breite von 5 mm und einer Dicke von 35 μm so gewählt, daß eine direkte Vergleichbarkeit mit der theoretischen Konfiguration von Bühler [1996] gegeben ist. Die zur Messung der Q2D-Strömungsgrößen verwendete Matrixsonde (Kap. 2.3) wird in eine Öffnung der oberen Hartmannwand (das sog. Sondenfenster) eingesetzt.

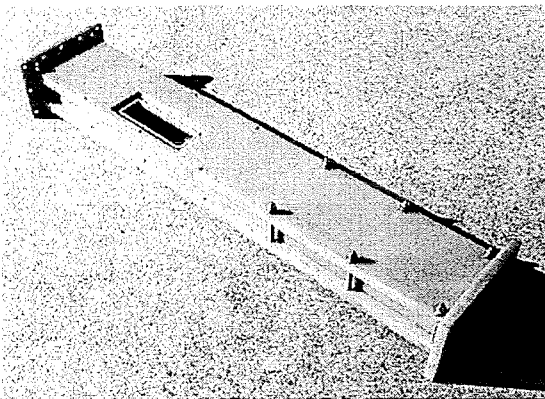


Abb. 2-12: Kupferstreifen-Kanal mit Sondenfenster

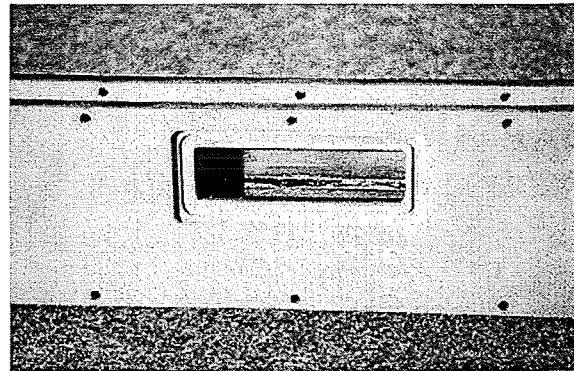


Abb. 2-13: Blick durch das Sondenfenster auf den gegenüberliegenden Kupferstreifen

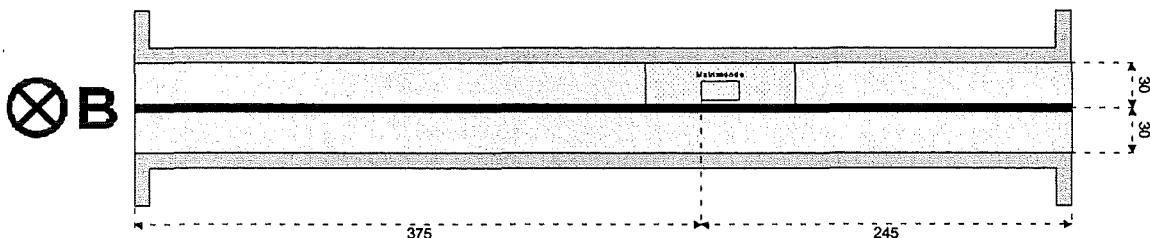


Abb. 2-14: Horizontaler Querschnitt Kupferstreifen-Kanal

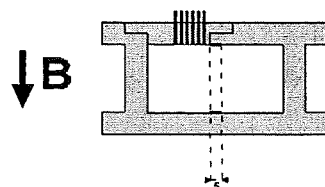


Abb. 2-15: Vertikaler Querschnitt Kupferstreifen-Kanal

2.4.2 Zylinder-Meßkanal

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird ein Meßkanal zur Untersuchung des Zylindernachlaufs neu entwickelt und fertiggestellt. Als Vorgabe ist hierbei zu beachten, daß für die Messung der Strömungsgrößen wiederum die bereits vorhandene Matrixsonde einzusetzen ist. Dabei soll die Sondenfläche alle interessanten Bereiche der Strömung in verschiedenen Abständen hinter dem Zylinder erfassen können. Da die Sonde jedoch aufgrund ihrer großen Abmessungen nur an einer festen Position im Kanal eingebaut werden kann, ist es hier-

für erforderlich, den Zylinder an verschiedenen Orten relativ zum Sondenfenster zu plazieren. In der unteren Kanalwand sind deshalb fünf Öffnungen vorhanden, die beginnend mit der Position direkt unterhalb des Sondenfensters von 1 bis 5 durchnummeriert sind und in die der Zylinder alternativ eingesetzt wird (Abb. 2-18). Die restlichen vier Stellen werden mit einem sog. Blindstopfen verschlossen. In Abb. 2-17 sind außerdem zwei Stahlabdeckungen sowie eine seitliche Öffnung im Meßkanal sichtbar, die für die Einbringung zusätzlicher Meßsonden verwendet werden kann. Ebenso stehen zur Untersuchung je ein Zylinder mit kreisförmigem und quadratischem Querschnitt zur Verfügung (Abb. 2-16). Aus Abb. 2-19 wird ersichtlich, daß der Zylinder sich über die gesamte Kanalhöhe von 30 mm erstreckt, um die notwendige Zweidimensionalität der Anordnung zu sichern. Bei Position 1 befindet sich der Zylinder am Rand der Sondenfläche; hier kann das gesamte Umströmungsprofil erfasst werden.

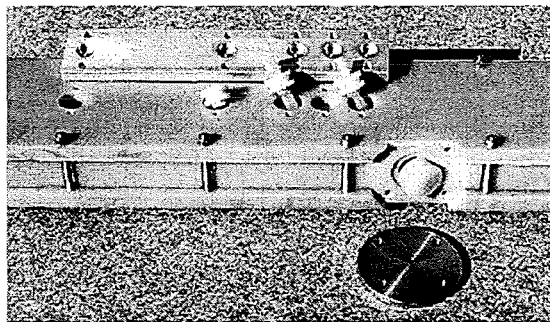
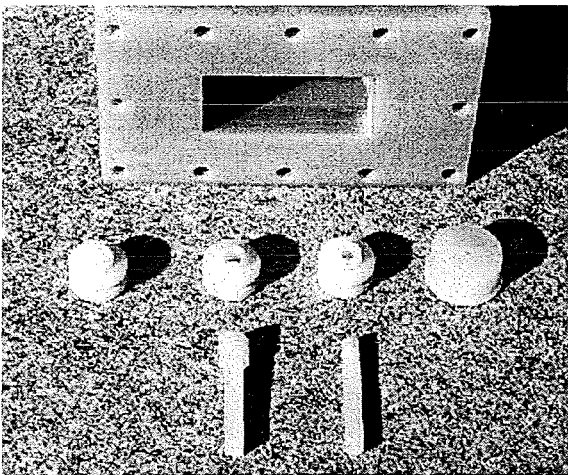


Abb. 2-16: Quadrat- und Rundzylinder mit Führungsstopfen

Abb. 2-17: Zylinderkanal mit Einsetzöffnungen und Abdeckplatten

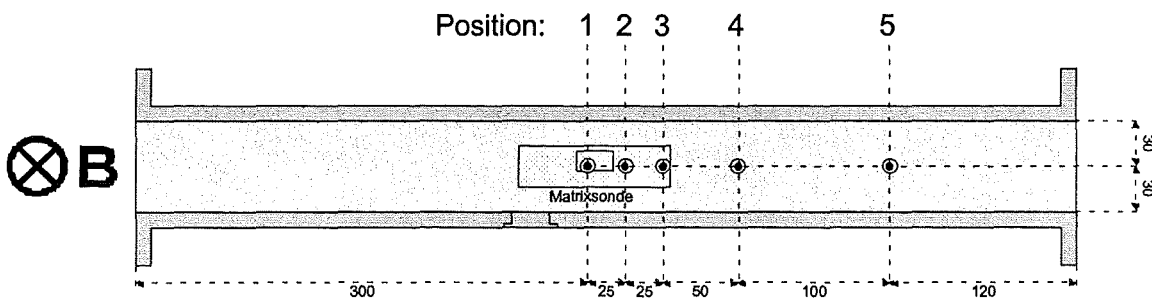


Abb. 2-18: Horizontaler Querschnitt Zylinderkanal

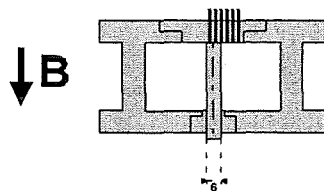


Abb. 2-19: Vertikaler Querschnitt Zylinderkanal

2.5 DATENERFASSUNG

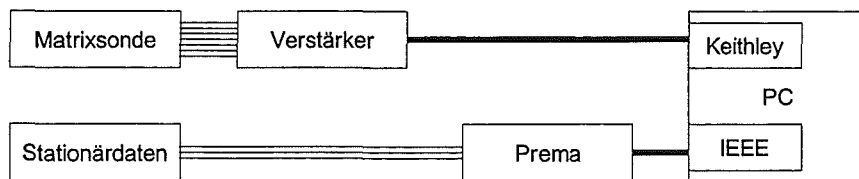


Abb. 2-20: Schema der Meßwerterfassung

Typische Potentialdifferenzen zwischen Meß- und Referenzpin der Matrixsonde liegen in der Größenordnung 1 mV. Dies erfordert eine Verstärkung der Meßsignale, bevor diese über eine Kabellänge von ca. 15 m vom Magnet in den Meßraum des Labors gelangen. Die gleichzeitige Aufnahme von 64 zeitabhängigen Signalen¹ macht den Einsatz einer computer-gestützten Meßwerterfassung erforderlich. Außerdem werden sog. Stationärdaten verarbeitet, deren Werte sich im Verlauf eines Experiments nur vernachlässigbar ändern (z.B. externes Magnetfeld). Abb. 2-20 veranschaulicht den Datenfluß.

2.5.1 Verstärker

Aufgrund der hohen Anforderungen an die Genauigkeit der Meßsignale ist der Einsatz von speziell für dieses Experiment konstruierten Präzisionsverstärkern notwendig. Hierzu wurden von R. Vollmer im IATF-Elektroniklabor 64 Differenzverstärker entworfen und gebaut, die auf einem integrierten Operationsverstärker-Baustein basieren und sich durch eine vollständig lineare Verstärkungskurve sowie eine sehr geringe Temperaturdrift von Verstärkungsfaktor und Offset auszeichnen. Der Verstärkungsfaktor läßt sich wahlweise auf 10, 100, 200 oder 500 einstellen. Um hochfrequente Störungen auszufiltern, sind die Verstärkerausgänge mit einem RC-Tiefpaß (Grenzfrequenz 270 Hz) bestückt.

2.5.2 Stationärdatenerfassung

Zur Überwachung der Messung und zur späteren Auswertung sind neben den Potentialmessungen die Werte für das externe Magnetfeld, den Durchflußmesser im Pumpenkanal und die Temperatur des Flüssigmetalls aufzuzeichnen. Diese Daten, die im Verlauf einer Messung praktisch unverändert bleiben, werden von einem Digitalmultimeter (Fabrikat Prema DMM2001) mit einer Integrationszeit von 1 s erfaßt und können über eine IEEE-Schnittstelle digital vom PC am Multimeter abgefragt werden.

2.5.3 A/D-Meßkarte und PC

Die Messung der Potentialsignale erfolgt durch eine PC-interne Analog-/Digital-Wandler-Meßkarte vom Typ Keithley DAS-1801HC. Diese Karte ist in der Lage, 64 analoge Eingänge „single-ended“, d.h. gegen eine gemeinsame Masse, mit einer maximalen Gesamtfrequenz von 312,5 kHz sequentiell abzufragen. Die Eingangsspannung muß dabei im Bereich von -5 V bis +5 V liegen. Die Karte stellt somit kein echtes „Sample&Hold“-Meßinstrument dar, welches in der Lage wäre, alle 64 Kanäle gleichzeitig abzutasten. Die hohe Maximalfrequenz ermöglicht jedoch in Verbindung mit dem sog. Burst-Modus folgende Ersatzlösung: Im vorliegenden Experiment beträgt die höchste verwendete Abtastfrequenz *aller* Kanäle 512 Hz; demnach wird jeder Kanal alle 1,95 ms einmal abgefragt. Zu Beginn eines solchen Zyklus durchläuft die Karte alle 64 Eingänge mit der maximalen Gesamtfrequenz von 312,5 kHz. Dieser Vorgang benötigt demnach 0,20 ms, also nur etwa 1/10 der zur Verfügung stehenden

¹ Da die Meßhardware maximal 64 Signale parallel verarbeiten kann, werden von den 66 Meßpins zwei in den Ecken der Sonde gelegene nicht verwendet.

Zeit. In dieser kurzen Spanne kann die Veränderung der zu messenden Größen vernachlässigt werden, weshalb die Interpretation der Ergebnisse als gleichzeitige Messungen gerechtfertigt ist.

Als Meßrechner wird ein IBM-kompatibler PC 486 DX/2 66 mit 20MB Hauptspeicher und 1,3GB Festplattenspeicher verwendet. Dieser ist über einen LAN-Anschluß u.a. mit einem weiteren PC verbunden, der über zusätzliche 4GB Festplattenspeicher zur Datensicherung verfügt.

2.5.4 Meßsoftware

Zur Erfassung und Auswertung der anfallenden Meßdaten wurden mehrere Programme unter dem Betriebssystem Microsoft Windows 95 mit Hilfe der Programmierumgebung CEC TestPoint 3.1 erstellt. Bei TestPoint handelt es sich um eine kommerzielle Software, die dem Anwender vorgefertigte Routinen zum Umgang mit gängigen Meßerfassungskarten und der Windows-Oberfläche sowie für die mathematische Datenauswertung bereitstellt. Auf die angefertigten Meß- bzw. Auswerteprogramme wird im folgenden Kapitel 3 näher eingegangen.

3 MESSUNG UND AUSWERTUNG

Im Rahmen der Aufgabenstellung sind folgende Zielsetzungen zu erreichen:

- Die präzise Bestimmung der Stabilitätsgrenzen der laminaren Grundströmung für die Scherströmungsinstabilität sowie für den Zylindernachlauf. Die hierfür durchgeführten Messungen werden im folgenden als *Stabilitätsmessungen* bezeichnet.
- Die Bereitstellung von ausreichenden Datenmengen bei verschiedenen Versuchsparametern (M, R) zur Visualisierung bzw. statistischen Auswertung des Zylindernachlaufs. Zu diesem Zweck werden die Daten möglichst aller Potentialmeßstifte der Matrixsonde gleichzeitig über einen längeren zusammenhängenden Zeitraum hinweg aufgezeichnet. Dieser Vorgang erhält den Namen *Serienmessung*.

Zur Ausführung dieses Programms wurden zwei Meßzeiträume angesetzt. Im Verlauf des Ersten erfolgte die Inbetriebnahme des Kanals sowie verschiedene Testmessungen zur Überprüfung der Funktionsfähigkeit der Matrixsonde. Dem schlossen sich die Stabilitätsmessungen sowie Probedurchläufe der Serienmessung für beide Meßkanäle an. Die dabei gewonnenen Erkenntnisse führten zu Nachbesserungen am Aufbau des Experiments, das mit der zweiten Meßreihe zur systematischen Aufnahme von Serienmessungen für den Zylindernachlauf abgeschlossen wurde.

3.1 STABILITÄTSMESSUNGEN

Zur Bestimmung der kritischen Reynoldszahl R_v oberhalb derer sich die Strömung in einem instationären Zustand befindet, werden zwei unterschiedliche Verfahren im Hinblick auf Eindeutigkeit und Präzision untersucht. Beide Methoden stützen sich auf eine gemeinsame Grundlage: An einem festen Meßort (x_v, y_v) wird die Querkomponente der Strömungsgeschwindigkeit v in Abhängigkeit von R auf das Einsetzen von zeitlichen Fluktuationen untersucht. v eignet sich unter experimentellen Gesichtspunkten hierfür besonders gut, da der Mittelwert \bar{v} in den untersuchten Strömungen immer nahe bei Null liegt und damit den Fehler in der Berechnung der Fluktuation v' minimiert.

Bei der Wahl des Meßortes (x_v, y_v) wird sowohl im Fall der Scherströmung wie im Zylindernachlauf eine Position gewählt, die im Bereich der maximalen Turbulenzproduktion liegt. Die Geschwindigkeitskomponente v wird gemäß Anhang C durch die Potentialdifferenz zweier Meßpins angenähert. Abb. 3-1 zeigt die genaue Position des Meßortes (x_v, y_v) in dimensionslosen Einheiten.

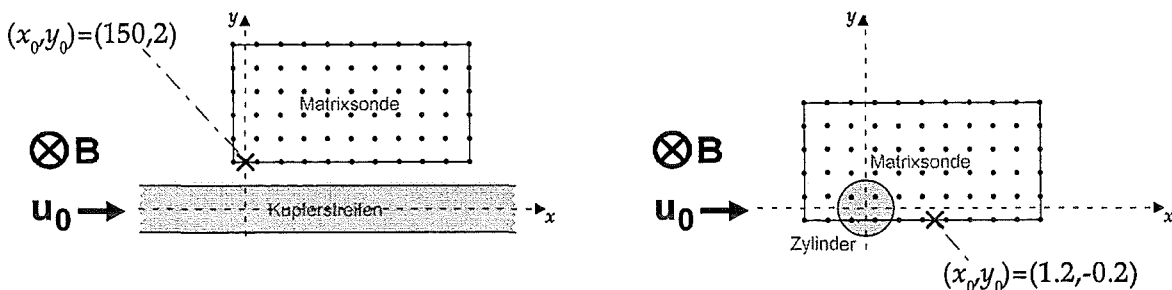


Abb. 3-1: Meßposition für Stabilitätsmessung in der Scherströmung (links) und im Zylindernachlauf (rechts)

Für die in Kap. 3.1.1 und 3.1.2 beschriebenen Meß- und Auswertungsverfahren wurde im Rahmen dieser Arbeit die zugehörige Software auf der Basis der Programmierumgebung TestPoint 3.1 erstellt. Die Programme sind durch einen flexiblen Aufbau so konzipiert, daß

sie auch für zukünftige Stabilitätsmessungen unabhängig von Meßsonde und –kanal eingesetzt werden können.

3.1.1 Methode 1: Linearer Fit

Dem linearen Fit–Verfahren liegt folgende Überlegung zugrunde: Für den Fall der Scherströmung sagt die Theorie das Einsetzen einer linearen Instabilität voraus. Dies bedeutet, daß sich der instationäre Anteil der Strömung für eine Reynoldszahl R , die nur wenig größer ist als R_c , durch eine Welle mit definierter Wellenzahl k_c und Ausbreitungsgeschwindigkeit s_c darstellen läßt, deren Amplitude linear mit R anwächst. So ließe sich z.B. die Querkomponente der mittelwertfreien Strömungsgeschwindigkeit v' als $v'(x,t) = A \cdot \sin(k_c(x - s_c t))$ darstellen. Ziel des linearen Fit–Verfahrens ist nun die experimentelle Bestimmung des Zusammenhangs $A(R)$ in der Nähe von R_c . Aufgrund der vorangegangenen Überlegungen zeigt diese Funktion ober– bzw. unterhalb von R_c einen Verlauf gemäß Abb. 3-2:

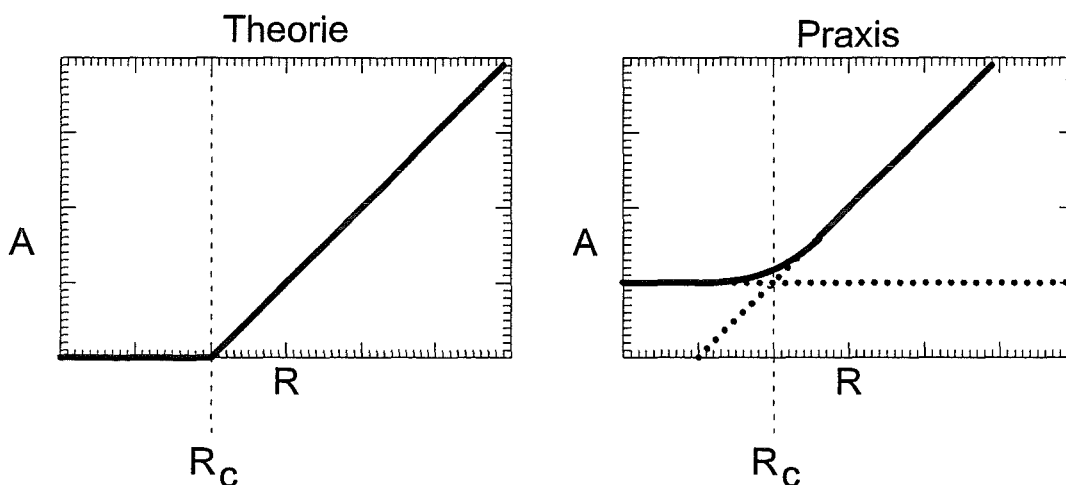


Abb. 3-2: Abhängigkeit der Amplitude A von R

Während die theoretische Kurve bei $R = R_c$ einen sprunghaften Wechsel von $A = 0$ zum linearen Anstieg zeigt, wird in der Praxis unterhalb von R_c ein konstantes Rauschniveau beobachtet, welches bei Einsetzen der Instabilität stetig in den erwarteten Verlauf übergeht. Der korrekte Wert für R_c findet sich am Schnittpunkt der linearen Extrapolationen beider Grenzfälle. Dieses Verhalten liegt in der verwendeten Meßmethode begründet: Neben dem gewünschten „echten“ Signal A^2 weist das gemessene Signal A_M^2 unweigerlich ein gewisses Untergrundrauschen auf, welches sich ebenfalls durch eine Gesamtvarianz S^2 charakterisieren läßt. Zur praktischen Messung von A_M wird folgender Zusammenhang zwischen A_M und der Varianz des sinusförmigen Meßsignals v_M' an einem festen Ort x_0 nach zeitlicher Mittelung verwendet:

$$A_M^2 = 2 \cdot \overline{(v_M'(x_0, t))^2} \quad (3.1)$$

Zur Bestimmung von A_M wird das Signal $v_M(x_0, t)$ über eine gewisse Meßdauer T aufgezeichnet und nach Subtraktion des Mittelwertes \bar{v}_M die zeitliche Varianz ermittelt. Die Varianz des tatsächlich gemessenen Signals setzt sich nach statistischer Mittelung (angedeutet durch spitze Klammern $\langle \dots \rangle$) über mehrere Messungen von A_M^2 additiv aus beiden Größen zusammen (Herleitung s. Anhang B):

$$\langle A_M^2 \rangle = \langle A^2 \rangle + \langle S^2 \rangle \quad (3.2)$$

Der Zusammenhang (3.2) ermöglicht die Trennung von Meß- und Rauschsignal und rechtfertigt so die erwähnte Methode zur Bestimmung von R_c .

Dieses Verfahren wurde von Debray [1995] zur Bestimmung der Stabilitätsgrenze der Scherströmung verwendet. In der vorliegenden Arbeit wurde dieses Prinzip ebenfalls bei der Scherströmung untersucht und aus folgenden Gründen nicht weiter verwendet:

- Die Stabilitätsrechnung sagt ein lineares Anwachsen von A nur in einem kleinen R -Intervall oberhalb R_c voraus. Um einen zuverlässigen experimentellen Fit zu erhalten, muß eine größere Anzahl von Meßpunkten aufgenommen werden. Dabei ist die Gefahr groß, bereits in den nichtlinearen Bereich zu geraten. Abb. 3-3 verdeutlicht dies: Der gestrichelt eingezeichnete lineare Fit deutet auf eine kritische Reynoldszahl $R_c \approx 1000$ hin, während eine genauere Überprüfung (s. Kap. 3.1.2) $R_c \approx 550$ (!) ergibt. Der tatsächliche lineare Bereich liegt innerhalb des eingezeichneten Rechtecks. Hier wäre es nicht möglich gewesen, genügend Meßpunkte für eine präzise Auswertung aufzuzeichnen.

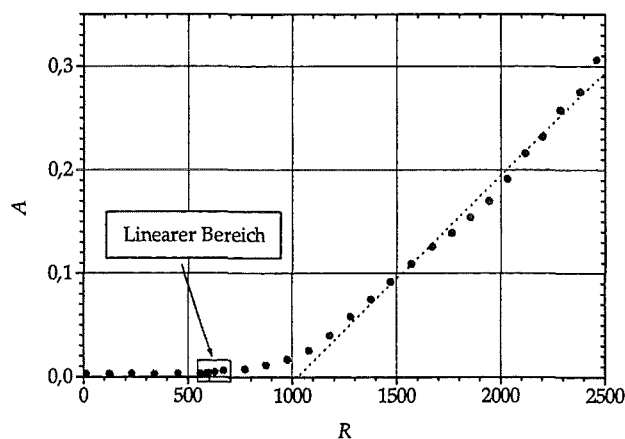


Abb. 3-3: Lineare Fit-Methode bei $M=1200$, Scherströmung

- Die Lineare Fit-Methode ist nur für lineare Instabilitäten theoretisch abgesichert. Für die Entstehung der Kármán-Wirbelstraße hinter dem Zylinder ist ein anderer Mechanismus verantwortlich (es handelt sich hier um eine superkritische Hopf-Bifurkation, s. z.B. Zhang [1995]), weshalb die prinzipielle Anwendbarkeit nicht gesichert ist.

3.1.2 Methode 2: Gemittelte Spektren

Die Methode der gemittelten Spektren stützt sich auf die Zerlegung der mittelwertfreien Geschwindigkeit $v'(t)$ in ihre Frequenzbestandteile durch eine Fourier-Reihenentwicklung:

$$v'(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{v}_n \cdot \sin(\omega_n t + \varphi_n) \quad (3.3)$$

In einer graphischen Auftragung des Spektrums $\tilde{v}_n(\omega_n)$ erkennt man das Einsetzen der Instabilität am Auftreten einer Spitze im zugehörigen Frequenzbereich. Für eine erfolgreiche experimentelle Realisierung muß jedoch folgendes Problem beachtet werden:

Wie im Fall des linearen Fits setzt sich auch hier das reale Meßsignal $v'_M(t)$ aus dem „echten“ Anteil $v'(t)$ und dem Störrauschen $s(t)$ additiv zusammen, die sich analog zu (3.3) in ihre Fourierkoeffizienten zerlegen lassen:

$$v'_M(t) \rightarrow \tilde{m}_n \quad v'(t) \rightarrow \tilde{v}_n \quad s(t) \rightarrow \tilde{s}_n \quad (3.4)$$

Wird nun $v_M'(t)$ mehrfach über eine feste Meßzeit T aufgezeichnet, so gilt folgender Zusammenhang zwischen den Mittelwerten aller Messungen der *quadrierten* Fourierkoeffizienten (s. Anhang B):

$$\langle \tilde{m}_n^2 \rangle = \langle \tilde{v}_n^2 \rangle + \langle \tilde{s}_n^2 \rangle \quad (3.5)$$

Die Korrelation zwischen Rauschen und echtem Signal verschwindet wiederum, und das quadrierte Meßspektrum setzt sich –nach der Mittelung über mehrere Messungen– additiv aus beiden Anteilen zusammen. Im Vergleich zwischen zwei Spektren unter- bzw. oberhalb von R_c erkennt man das Einsetzen der Instabilität bei einer Frequenz $f \approx 0,6\text{Hz}$ (Abb. 3-4).

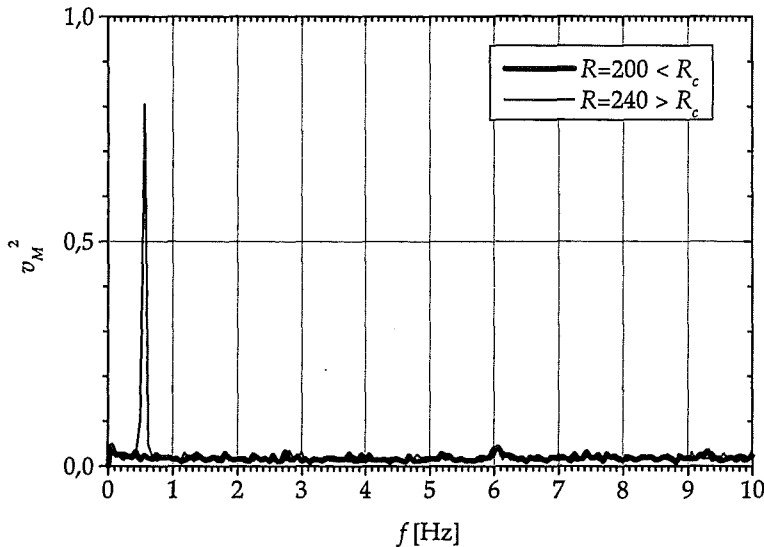


Abb. 3-4: Gemittelte Spektren unter- und oberhalb von R_c , $M=125$, Zylinder

Folgende Vorteile zeichnen die Spektren-Methode aus:

- Sie bietet ein eindeutiges Kriterium für die Entscheidung, ob bei einer bestimmten Reynoldszahl zeitliche Fluktuationen vorhanden sind oder nicht.
- Sie ist unabhängig vom Typ der Instabilität (z.B. linear, superkritisch, usw.) einsetzbar.
- Da jede Messung ein eindeutige ja/nein-Antwort zum Auftreten von Fluktuationen liefert, kann die kritische Reynoldszahl durch sukzessive Messungen „eingekreist“ werden (z.B. durch Intervallhalbierung). Dies verringert den Meßaufwand gegenüber der linearen Fit-Methode beträchtlich. Dabei liefert sie mit den R -Werten, bei denen noch kein bzw. definitiv ein Peak vorhanden ist, präzise Fehlergrenzen für R_c .

Aus diesen und den in Abschnitt 3.1.1 genannten Gründen wurde zur Ermittlung der Ergebnisse in Kap. 4.1 die Spektren-Methode verwendet.

3.2 SERIENMESSUNGEN

3.2.1 Meßplan

Ziel der Serienmessungen ist es, bei der Aufnahme der Strömungsdaten des Zylindernachlaufs einen möglichst großen (M,R) -Parameterbereich abzudecken. Die Definitionen beider Parameter sind in (3.6) nochmals aufgeführt (a : halbe Kanalhöhe, d : Zylinderdurchmesser, zur Herleitung s. Kap. 1.2.6).

$$M = a \cdot B_0 \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}} \quad R = \frac{d \cdot u_0 \cdot \rho}{\eta} \quad (3.6)$$

Die Verwendung des normalleitenden Magneten des MEKKA-Labors schränkt die Werte für das externe Magnetfeld B_0 auf den Bereich zwischen 0,14 T und 2,05 T ein. Unter Berücksichtigung der Materialkonstanten für GaInSn entspricht dies ungefähr einem Intervall $M = 80 - 1200$.

Die maximal erreichbare mittlere Strömungsgeschwindigkeit u_0 wird entsprechend dem Funktionsprinzip der elektromagnetischen Pumpe (Kap. 2.2.2) durch den Pumpenstrom I und das externe Magnetfeld B_0 bestimmt. Im Experiment zeigte sich, daß zum Erreichen von $u_0 = 50$ cm/s (ca. $R = 10.000$) je nach Magnetfeld zwischen 20% und 55% des maximalen Pumpenstroms benötigt wurden, d.h. es wären unter diesem Gesichtspunkt noch deutlich höhere Reynoldszahlen erreichbar gewesen. Allerdings trat ab diesem Punkt ein anderes Problem auf: Bei Geschwindigkeiten über ca. 50 cm/s reißt der elektrische Kontakt zwischen den Meßspins in der Hartmannwand und dem Flüssigmetall plötzlich ab. Die Ursache dieses Effektes konnte nicht eindeutig ermittelt werden; vermutlich liegt er jedoch in der extrem hohen Oberflächenspannung von GaInSn begründet. Diese könnte zu einem Abreißen der mechanischen Benetzung der Kanalwände führen, sobald die Strömungsgeschwindigkeit einen kritischen Wert übersteigt, und damit auch den elektrischen Kontaktwiderstand beliebig erhöhen.

Die Untersuchung des Verhaltens der Q2D-Wirbelstraße wird demnach bei folgenden Parameterwerten durchgeführt:

$$M = 100, 500, 1200 \text{ und } R = 1.000, 2.000, 5.000, 10.000.$$

Der Interaktionsparameter $N = M^2 / (a \cdot R)$ nimmt dabei Werte zwischen 0,4 und 576 an und erfüllt somit nicht immer die Voraussetzung für Q2D-Strömungen $N \gg 1$ (s. Kap. 1.3.1). Die experimentellen Ergebnisse für diese Fälle können daher Aufschluß über eventuelle Abweichungen von der Q2D-Annahme geben.

Der Fall $(M,R) = (1200,1000)$ wird ausgeklammert, da diese Kombination noch unterhalb der Stabilitätsgrenze für das Einsetzen der Wirbelstraße liegt (s. Kap. 4.1.2).

Die Aufnahme der Sondendaten im Rahmen des angegebenen (M,R) -Rasters erfolgte an vier der fünf möglichen Relativabstände Sonde-Zylinder (Abb. 3-5, vgl. Kap. 2.4.2). Position 3 wurde nicht berücksichtigt, da nach Auswertung von Pos. 4 deutlich wurde, daß gegenüber Pos. 2 keine wesentlichen Veränderungen zu erwarten waren.

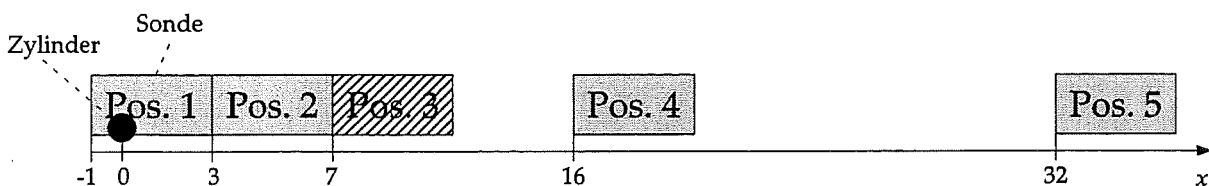


Abb. 3-5: Relativpositionen Zylinder-Matrixsonde

Um eine ausreichende Datenmenge für die statistische Auswertung zu erhalten, wurden die Sondenpotentiale bei jeder Messung in 16 Blöcken zu je 8 Sekunden Meßdauer aufgezeichnet. Als Meßfrequenz wurden 512 Hz gewählt; dieser Wert liegt deutlich über den höchsten in der Strömung auftretenden Frequenzen (ca. 40 Hz). Pro Meßblock wurden so $8 \cdot 512 = 4096$ Einzelbilder der Potentialverteilung über der Sondenfläche aufgenommen, insgesamt beläuft sich der Meßumfang damit auf $65536 = 2^{16}$ Einzelbilder je (M,R) -Kombination und Meßposition.

3.2.2 Auswertung

Die Auswertung der Serienmessungen läßt sich in zwei Verfahren unterteilen:

1. Statistische Mittelung über alle Einzelbilder zur Berechnung von Termen der Q2D-Energiegleichung.
2. Graphische Darstellung charakteristischer Einzelbilder zur Visualisierung der Wirbelstrukturen.

In beiden Fällen müssen räumliche Ableitungen der Potentialverteilung $\phi(x,y)$ gebildet werden, und zwar von maximal 2. Ordnung zur Berechnung einiger Terme der Energiegleichung und der Wirbelstärke ω . Da $\phi(x,y)$ exakt nur an den Punkten der Sondenfläche bekannt ist, an denen sich Meßpins befinden, müssen die Ableitungen durch Differenzen zwischen diesen Positionen angenähert werden. Die hierfür benötigten Formeln sind in Anhang C aufgelistet. Zur Darstellung der berechneten Größen wird zwischen den einzelnen Punkten eine zweidimensionale Spline-Interpolation 3. Ordnung durchgeführt, um das Auftauchen von unrealistischen, harten Übergängen und Ecken in der graphischen Auftragung zu verhindern (Abb. 3-6).

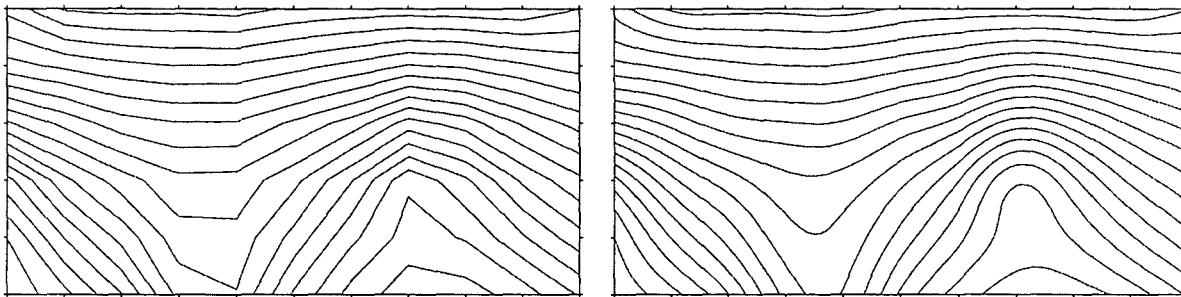


Abb. 3-6: Beispiel für Isopotentiallinien vor (links) und nach (rechts) der Spline-Interpolation

4 ERGEBNISSE DER MESSUNGEN

Alle Ergebnisse sind in dimensionsloser Form angegeben, wobei für Scherströmung und Zylindernachlauf gemäß 1.3 unterschiedliche charakteristische Längen zur Bildung von R und M verwendet werden.

4.1 STABILITÄT DER LAMINAREN GRUNDSTRÖMUNG

Ziel der Stabilitätsmessungen ist es, die theoretischen Rechnungen zur Scherströmung zu verifizieren und für den bislang noch nicht untersuchten Zylindernachlauf experimentelle Daten bereitzustellen.

4.1.1 Scherströmung

Wie bereits in Kap. 3.1 erwähnt, handelt es sich in diesem Fall um das Einsetzen einer linearen Instabilität, d.h. der instationäre Anteil der Strömung läßt sich in der Nähe der kritischen Reynoldszahl R_c als Welle mit definierter Wellenzahl k_c und Ausbreitungsgeschwindigkeit s_c darstellen. Abb. 4-1 zeigt neben der theoretischen Kurve aus Bühler [1996] auch die in einem früheren Experiment bestimmten Werte von Debray [1995]. Die Parabel am linken Rand des Diagramms kennzeichnet diejenigen (R, M) -Kombinationen, für die $N = 10$ gilt. Dies ist zur Veranschaulichung der für Q2D-Strömungen notwendigen Voraussetzung $N \gg 1$ gedacht, welche für alle Punkte rechts der Kurve $N = 10$ als erfüllt angesehen wird.

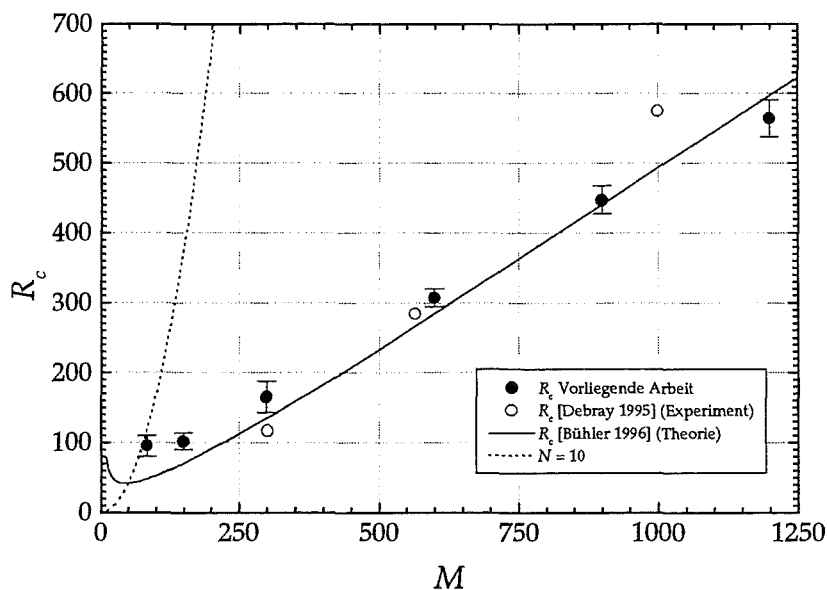


Abb. 4-1: $R_c(M)$ Scherströmung

Als wichtigstes Ergebnis kann festgehalten werden, daß die Messungen das theoretisch vorausgesagte $R_c(M)$ -Verhalten eindeutig bestätigen. Der weitgehend lineare Zusammenhang für $M > 250$ ist ebenso zu erkennen wie Andeutung einer Krümmung im Bereich $M = 50 - 200$. Die Meßpunkte sind sowohl bei Annäherung an R_c aus dem instationären wie aus dem laminaren Bereich identisch, d.h. es kann keine Hysterese festgestellt werden. Insgesamt deutet sich im Experiment ein etwas flacherer Verlauf der Kurve an als erwartet. Dies ist vermutlich auf geringe Unterschiede zwischen der theoretischen Konfiguration und dem tatsächlichen experimentellen Aufbau zurückzuführen. Folgende systematische Fehler sind hier denkbar:

- Für die Rechnung wird ein zwar steiler, aber kontinuierlicher Übergang der elektrischen Leitfähigkeit im Grenzbereich zwischen Streifen und isolierender Hartmannwand angenommen. Diese Voraussetzung ist in der Realität nicht erfüllbar; zwischen der Kunststoffwand und dem eingelassenen Kupferstreifen findet notwendigerweise eine sprunghafte Veränderung statt.
- Die beiden Kupferstreifen in der Meßstrecke waren zwischen den Messungen von Debray und dem Beginn dieses Experiments bereits ca. ein Jahr in Kontakt mit GaInSn. Es ist nicht auszuschließen, daß das nur 35 μm dünne Kupfermaterial in dieser Zeit durch das Flüssigmetall leicht angegriffen und in seinen Eigenschaften (Leitfähigkeit, Dicke) verändert wurde. Hierbei kann es sich nur um minimale Effekte handeln, da bei einer Überprüfung vor Versuchsbeginn keine Mängel sichtbar wurden.

Die Abweichung von den Debrayschen Messungen ist vermutlich auf die unterschiedliche Methode zur Bestimmung von R_c zurückzuführen (s. Kap. 3.1). Denkbar ist auch ein Einfluß der oben erwähnten möglichen Veränderung des Kupferstreifens. Da für diese Meßpunkte jedoch keine Fehlergrenzen vorliegen, ist eine eindeutige Zuordnung nicht möglich.

Die Entwicklung der Ausbreitungsgeschwindigkeit s_c für verschiedene M bestätigt im Rahmen der Fehlergrenzen ebenfalls die theoretischen Werte (Abb. 4-2). Die leichte systematische Abweichung zu höheren s_c -Werten beruht auf der Tatsache, daß s_c oberhalb von R_c ansteigt und die Messungen bei Reynoldszahlen durchgeführt wurden, die je nach M 5–10% über der kritischen lagen. Dies war zwingend notwendig, um eindeutig identifizierbare Meßsignale zu erhalten.

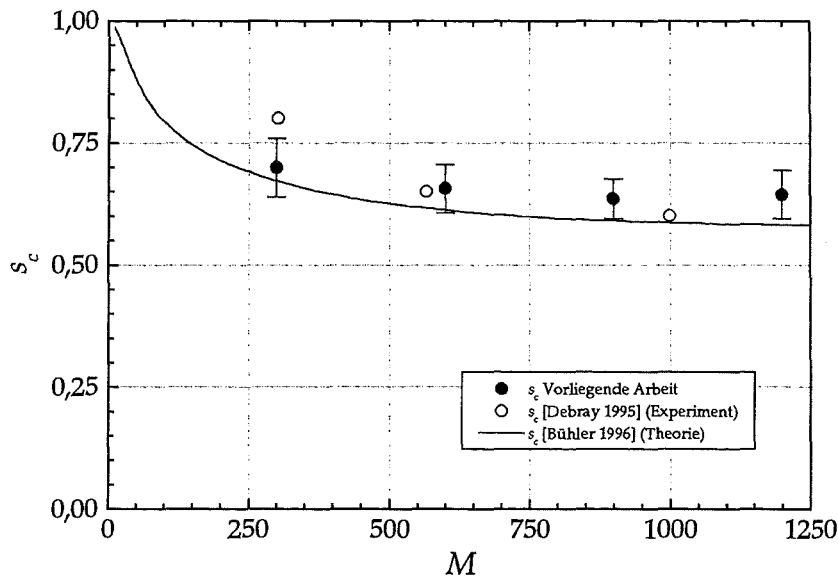


Abb. 4-2: $s_c(M)$ Scherströmung

Abb. 4-3 zeigt das Ergebnis der Bestimmung der kritischen Wellenzahl k_c . Die relativ großen experimentellen Fehlergrenzen erklären sich durch die Verwendung der sog. *Taylorhypothese* zur Berechnung von k_c aus den beiden Meßvariablen f (die zeitliche Frequenz der Instabilität) und s_c gemäß $k_c = 2\pi f/s_c$. Da beide Größen fehlerbehaftet sind (s. auch Abb. 4-2), ergibt sich im Endresultat eine höhere Streuung.

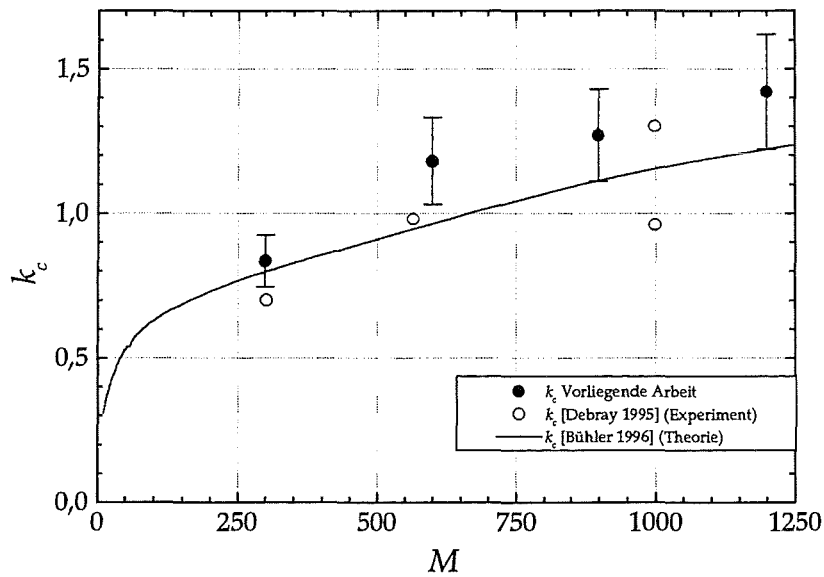


Abb. 4-3: $k_c(M)$ Scherströmung

Das von Debray erwähnte Auftreten eines doppelten Peaks bei höheren Hartmannzahlen (s. zwei Meßpunkte bei $M = 1000$) konnte in der Nähe von R_c nicht beobachtet werden. Dies spricht dafür, daß die Meßparameter Debrays ($M = 1000$, $R = 594$) bereits deutlich oberhalb von R_c lagen (s. Abb. 4-1).

4.1.2 Zylindernachlauf

Analog zu Abb. 4-1 sind in Abb. 4-4 die Meßergebnisse für das Einsetzen der Kármán-Wirbelstraße hinter dem Kreiszylinder dargestellt. Für den Bereich $M \gg 1$ ist wiederum ein eindeutig linearer Zusammenhang zwischen R_c und M erkennbar.

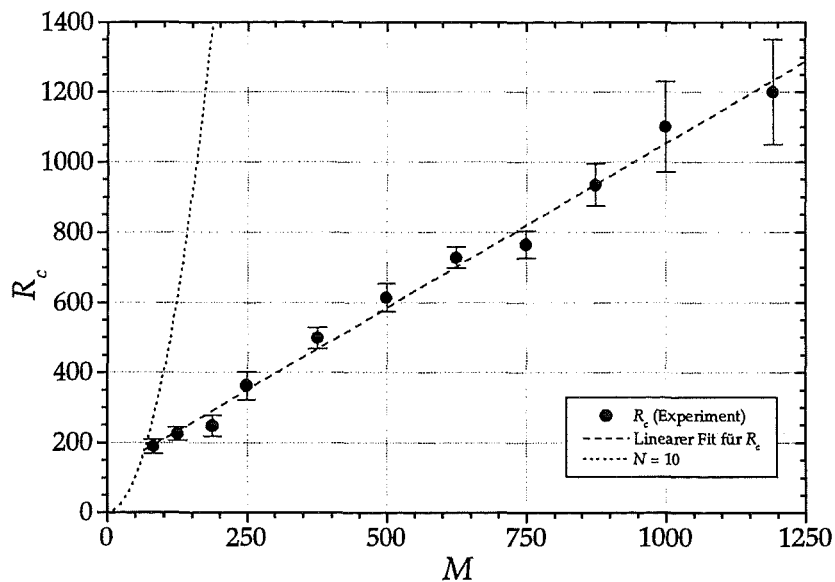


Abb. 4-4: $R_c(M)$ Zylinder

Die großen Fehlerangaben für hohe Hartmannzahlen liegen darin begründet, daß sich die Form des Spektrums nach dem Einsetzen der Fluktuationen mit steigender Hartmannzahl verändert. Während bei kleinem M oberhalb von R_c sofort ein scharfer Peak im Spektrum erscheint, der das konstante Rauschniveau um ein Vielfaches überragt (Abb. 4-5 links), hebt

sich für $M \approx 1000$ ein breiter, flacher Peak langsam vom Grundrauschen ab (Abb. 4-5 rechts), der erst ab einer gewissen Höhe definitiv erkannt werden kann. Dies führt dazu, daß das R -Intervall, in dem keine eindeutige Entscheidung über das Vorhandensein von Fluktuationen getroffen werden kann, für höhere Hartmannzahlen anwächst.

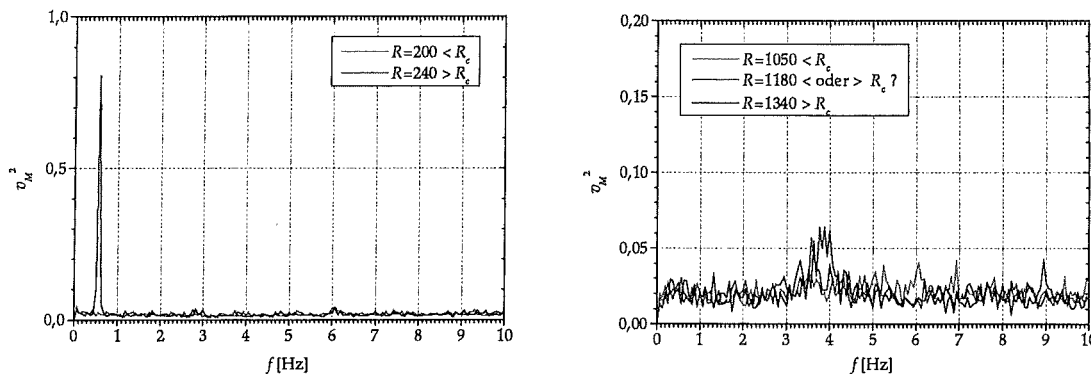


Abb. 4-5: Spektren unter- und oberhalb von R_c für $M=80$ (links) und $M=1200$ (rechts)

4.1.3 Ergebnisse der Stabilitätsmessungen

- Die Ergebnisse für die Scherströmung bestätigen quantitativ die Richtigkeit der theoretischen Rechnungen von Bühler [1996] und damit auch die gesamten Überlegungen zur Q2D-Theorie.
- Sowohl für die Scherströmung wie auch für den Zylindernachlauf kann im Bereich $M \gg 1$ über mehr als eine Größenordnung von M ein linearer Zusammenhang $R_c(M)$ nachgewiesen werden. Da in den beiden Fällen die Instabilität durch unterschiedliche Mechanismen (elektrisches bzw. mechanisches Hindernis) hervorgerufen wird, liegt die Vermutung nahe, daß es sich hier um eine grundlegende Eigenschaft von Q2D-Strömungen handelt. In Frage kommt dabei nur der Term M6 der Q2D-Energiegleichung (s. Kap. 1.3.3), der die Q2D-spezifische Hartmann-Dissipation beschreibt. Zwei Argumente unterstützen diese These:

1. M6 ist ebenfalls proportional zu M/R und dominiert für $M \gg 1$ über die normale viskose Dissipation M5. Falls die Instabilität tatsächlich dann auftritt, wenn M6 einen gewissen Betrag überschreitet, dann sollte dies –wie beobachtet– bei einem konstanten M/R -Wert geschehen. Diese Tatsache wurde bereits von Bühler [1996] festgestellt, da der zu M6 analoge Term in der Wirbelstärke-Gleichung für $M \gg 1$ das Eigenwertproblem der linearen Stabilitätsrechnung bestimmt.

2. Auf den ersten Blick sind die Steigungen der Stabilitätsgeraden verschieden:

$$\text{Scherströmung:} \quad R_c = (0,41 \pm 0,02) \cdot M$$

$$\text{Zylinder:} \quad R_c = (0,94 \pm 0,03) \cdot M$$

Wären jedoch die beiden Reynoldszahlen für Scherströmung und Zylinder nicht mit unterschiedlichen Längenskalen, sondern wie die Hartmannzahl einheitlich mit der halben Kanalhöhe a definiert worden, so ergäben sich die Steigungen 2,35 und 2,46, die im Rahmen der Fehlergrenzen nahe beieinander liegen. Dies liefert ein weiteres Indiz für die Vermutung, daß es sich hier um ein allgemeingültiges Phänomen von Q2D-Strömungen handelt.

4.2 UNTERSUCHUNG DES ZYLINDERNACHLAUFS FÜR $R > R_c$

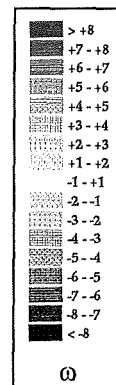
4.2.1 Visualisierung der Wirbelstraße

Die Möglichkeit der Strömungsvisualisierung bzw. der gleichzeitigen Messung von Strömungsgrößen an mehreren Orten wird in diesem Kapitel zu einer systematischen Beschreibung der Wirbelstraßenstruktur in Abhängigkeit von M und R verwendet. Die folgende Liste gibt die ausgewerteten Parameterkombinationen wieder, wobei die Zahlen 1–7 der Anordnung in diesem Kapitel entsprechen.

	1	2	3	4	5	6	7
M	500	500	500	500	1200	1200	1200
R	1000	2000	5000	10000	2000	5000	10000
N	100	50	20	10	288	115	58

Die Werte des Interaktionsparameters N bestätigen die Erfüllung der Q2D-Bedingung $N \gg 1$. Für jeden Fall erfolgt die Auftragung der Ergebnisse auf einer Doppelseite nach dem gleichen Schema, welches an dieser Stelle beispielhaft erläutert wird:

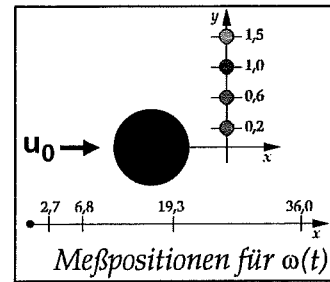
- Auf jeder linken Seite sind oben räumlich zweidimensionale Momentaufnahmen der Strömung zu sehen, die typische Wirbelmuster für die gegebene Parameterkombination und Meßposition darstellen (s. z.B. Abb. 4-6). Die Bilder einer jeden Zeile (in der Regel drei Bilder, manchmal auch weniger) gehören jeweils zu einer der vier Meßpositionen im Zylindernachlauf, die gemäß Abschnitt 3.2.1, Abb. 3-5 mit 1, 2, 4 und 5 bezeichnet werden (in Abb. 4-6 von oben nach unten). Welchen Bereich in Strömungsrichtung (identisch mit der x -Richtung) und quer dazu (y -Richtung) die Matrixsonde dabei überdeckt, ist an den x - und y -Koordinaten zu jedem Bild ablesbar. Bei den Bildern zu Position 1 ist außerdem die Lage des Zylinders eingezeichnet.



Bei der detaillierten Beschreibung dieser Bildreihen auf den folgenden Seiten werden die einzelnen Bilder beginnend mit 1 von links oben nach rechts unten durchnummeriert. Dabei ist zu beachten, daß die Bilder einer Zeile zwar zu einer einzigen Meßposition (1, 2, 4 oder 5) gehören, aber in keinem zeitlichen Zusammenhang zueinander stehen. Auf allen Bildern erfolgt die Anströmung von links nach rechts.

Um eine anschauliche Darstellung der Wirbel zu erhalten, sind in jedem Bild die Momentanstromlinien als schwarze Linien und die dimensionslose Wirbelstärke ω als flächenhafte Farbverteilung eingezeichnet. Welche dimensionslose Wirbelstärke dabei welcher Farbe entspricht, ist aus nebenstehender Farbskala abzulesen. Damit läßt sich bereits aus der Farbe die Drehrichtung der Wirbel ablesen: Blau entspricht einer Drehung im Uhrzeigersinn, Rot bezeichnet die Gegenrichtung. Die verwendete Farbskala sowie der Abstand der Stromlinien ist in *allen* Auftragungen dieses Kapitels einheitlich dimensioniert, so daß quantitative Vergleiche zwischen verschiedenen (M,R) -Kombinationen möglich sind.

- Auf dem rechten Blatt jeder Doppelseite ist der zeitliche Verlauf der Wirbelstärke ω an ebenfalls vier verschiedenen x -Positionen dargestellt (s. z.B. Abb. 4-7). Die zugehörigen x -Koordinaten sind an der linken oberen Ecke der Diagramme angegeben. Daraus ist zu erkennen, daß die zeitlichen Verläufe von ω jeweils am rechten Bildrand der Meßpositionen 1, 2, 4 und 5 der Matrixsonde registriert werden.



Jedes Diagramm zeigt den Verlauf von $\omega(t)$ über 50 dimensionslose t -Einheiten zeitgleich an vier y -Stellen (quer zur Strömungsrichtung). Diese y -Positionen sind durch unterschiedliche Farben markiert (s. nebenstehendes Bild). Somit entspricht die oberste Kurve in jedem Diagramm (türkis) der Position $y = 1,5$, während die unterste Kurve (rot) $y = 0,2$ zugeordnet ist. Positive bzw. negative Amplituden von ω markieren links- bzw. rechtsdrehende Wirbel. Wie schon im Fall der räumlichen Momentaufnahmen sind auch hier sämtliche Diagramme des Kapitels in ω - und t -Richtung einheitlich skaliert, um vergleichbare Aussagen für alle Parameterkombinationen zu erhalten.

- Auf jeder linken Seite befindet sich zusätzlich eine Beschreibung zu den Abbildungen, die den Zusammenhang zwischen den räumlich zweidimensionalen Strömungsbildern und den Zeitreihen verdeutlichen soll.

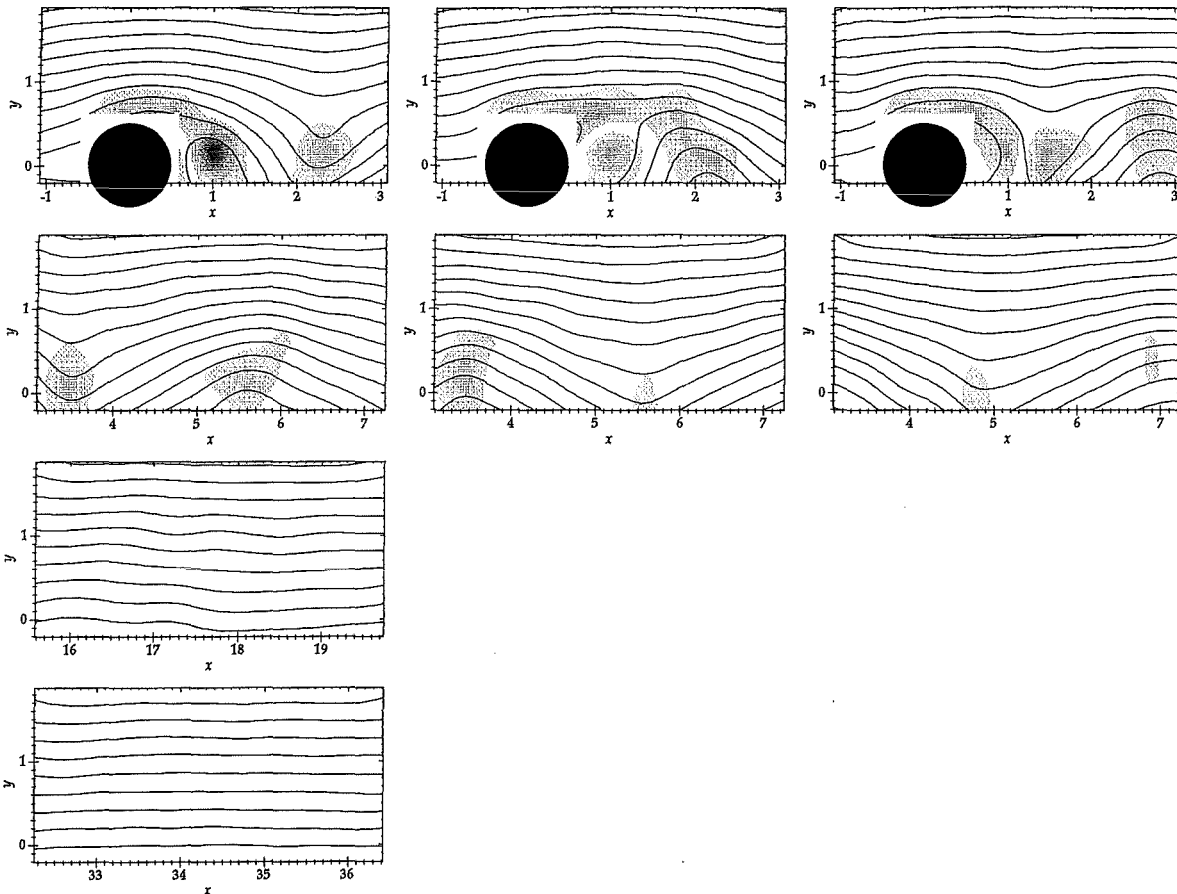


Abb. 4-6: Wirbelstärken und Stromlinien bei $M = 500$, $R = 1000$. Meßpositionen 1, 2, 4 und 5

Wirbelstraße bei $(M,R) = (500,1000)$:

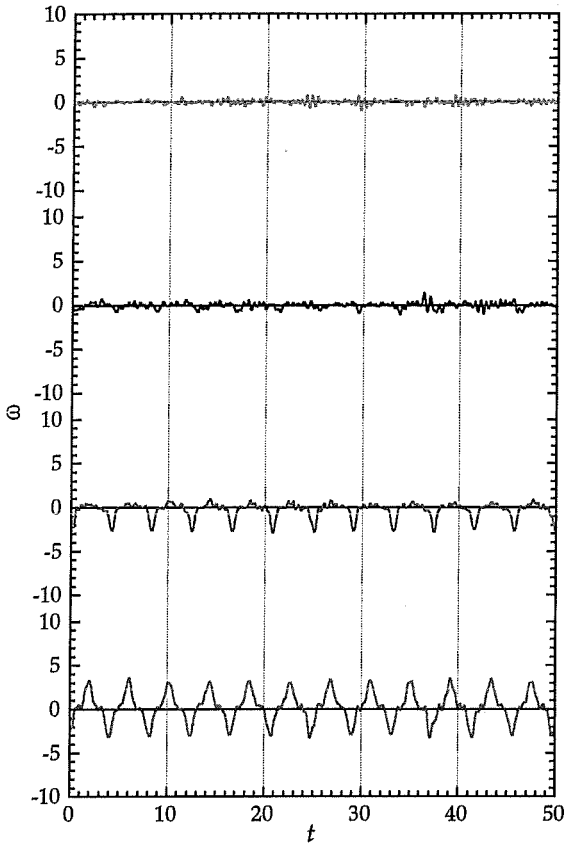
In Abb. 4-6, Bild 1, löst auf der in Strömungsrichtung gesehen linken Seite des Zylinders ein rechtsdrehender (blauer) Wirbel vom Zylinder ab. Der sich dahinter befindende linksdrehende (rote) Wirbel gehört zur Ablösung auf der rechten Zylinderseite zu einem vorhergehenden Zeitpunkt. Bild 2 zeigt denselben Vorgang zu einem späteren Zeitpunkt. Der ablösende blaue Wirbel wurde infolge Scherung der Strömung stromabwärts in die Länge gezogen und unmittelbar hinter dem Zylinder ist ein roter, von der rechten Zylinderseite ablösender Wirbel zu sehen. In Bild 3 ist die periodische Abfolge dieses Vorgangs deutlich zu erkennen. Die Wirbel bewegen sich so vom Zylinder weg, daß ihre Zentren sich auf der Symmetriemittellinie des Stromfelds befinden. Der Bereich $y < 0$ verhält sich dabei spiegelbildlich zu dem beobachteten Gebiet $y > 0$.

Abb. 4-7, $x = 2,7$ bestätigt diese periodische, geordnete Struktur der entstehenden Wirbelstraße: $\omega(t)$ zeigt bei $y = 0,2$ (rote Kurve) abwechselnd nahezu gleich starke Ausschläge in positiver und negativer Richtung, entsprechend einer zeitlich regelmäßigen Abfolge von Wirbeln unterschiedlichen Drehsinns, die in x -Richtung hintereinander liegen und in y -Richtung kaum gegeneinander verschoben sind. Bei $y = 0,6$ sind nur noch die rechtsdrehenden Wirbel ($\omega < 0$) zeitgleich zu $y = 0,2$ zu erkennen. Die linksdrehenden (roten) Wirbel erreichen diese Meßposition nicht mehr. Für $y \geq 1,0$ werden keine Wirbel beobachtet.

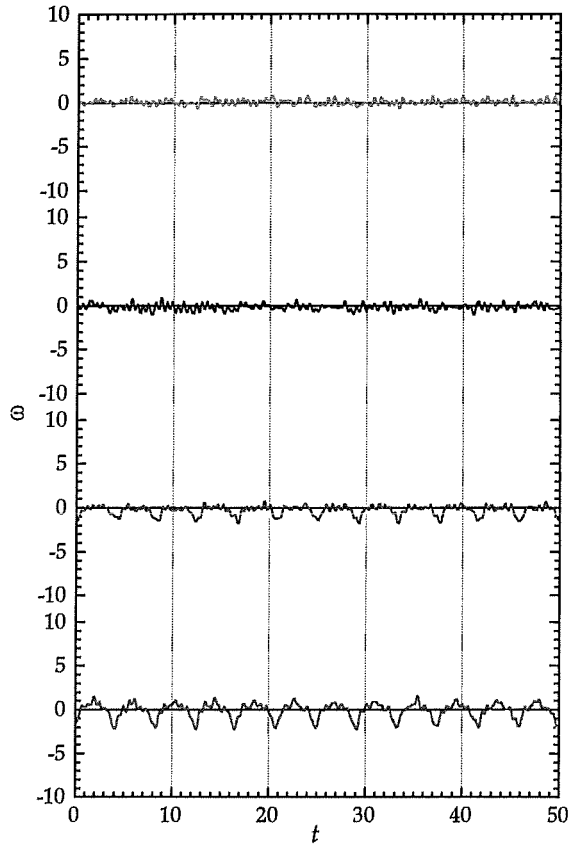
Abb. 4-7, $x = 6,8$: Die linksdrehenden Wirbel bei $y = 0,2$ sind weitgehend verschwunden. Für $y \geq 1,0$ sind weiterhin keine Signale vorhanden. Es findet also eine geringe Aufspreizung der Wirbelstraße in y -Richtung statt, die Wirbel bewegen sich entsprechend ihrer Drehrichtung nach außen und überlappen sich deshalb bei $y = 0,2$ nicht mehr. Die entsprechenden Bilder 4-6 in Abb. 4-6 zeigen, wie sich die Zentren der linksdrehenden (roten) Wirbel zwischen $x = 3$ und $x = 6$ zu negativen y -Werten verlagern, während sich rechtsdrehende umgekehrt verhalten.

Abb. 4-7, $x = 19,3; 36,0$: Die Wirbelstraße ist durch Dämpfung vollständig verschwunden. Dies läßt sich auch anhand der nahezu parallelen Stromlinien in Abb. 4-6, Zeile 3 und 4, erkennen.

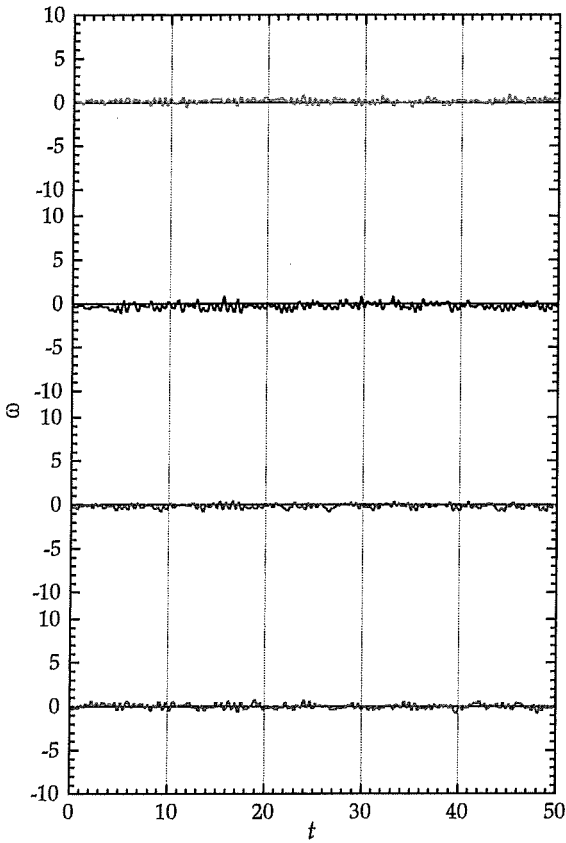
$x = 2,7:$



$x = 6,8:$



$x = 19,3:$



$x = 36,0:$

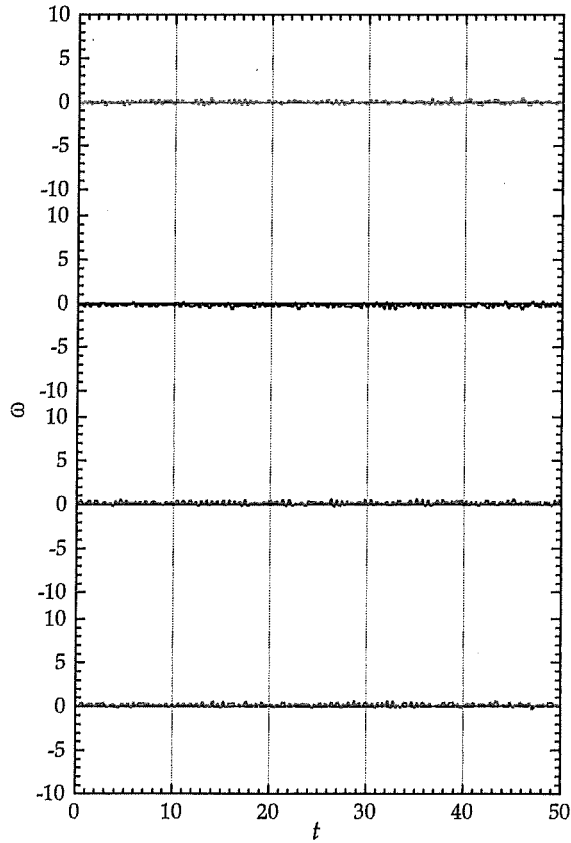


Abb. 4-7: $\omega(t)$ bei $M = 500, R = 1000: y = 0,2; y = 0,6; y = 1,0; y = 1,5.$

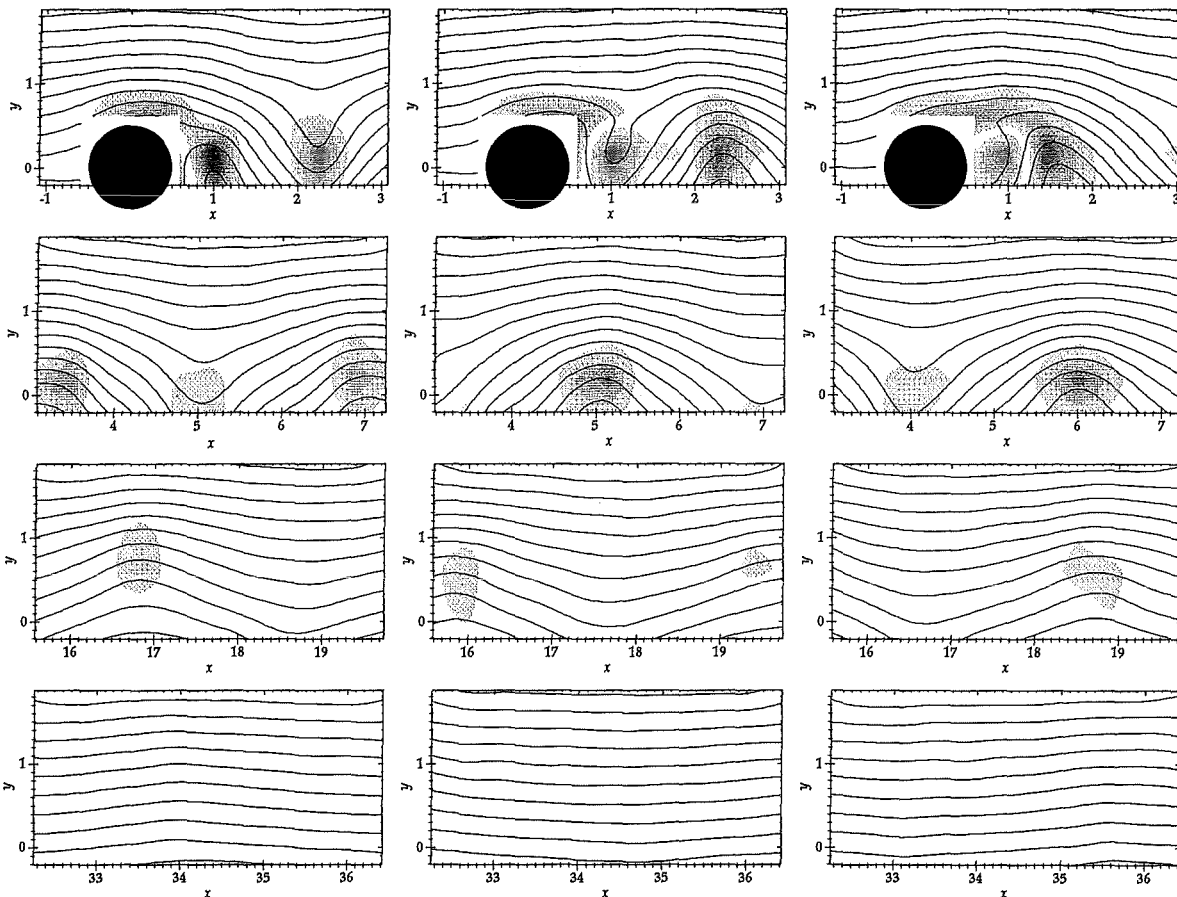


Abb. 4-8: Wirbelstärken und Stromlinien bei $M = 500$, $R = 2000$. Meßpositionen 1, 2, 4 und 5

Wirbelstraße bei $(M,R) = (500,2000)$:

Abb. 4-8 zeigt in der ersten Zeile wiederum zentral hinter dem Zylinder ablösende Wirbel abwechselnder Drehrichtung, deren Struktur ähnlich wie bei $(M,R) = (500,1000)$ aussieht. In Abb. 4-9, $x = 2,7$ äußert sich die unterschiedliche y -Position links- bzw. rechtsdrehender Wirbel bereits bei $y = 0,2$ durch eine Asymmetrie der positiven und negativen Amplituden. Das Zentrum der rechtsdrehenden Wirbel liegt in der Nähe von $y = 0,2$. Ihre Ausdehnung in y -Richtung ist größer als im Fall $(M,R) = (500,1000)$; sie erreichen gerade $y = 1,0$, wie anhand der schwachen Signale dieser Kurve (blau) sichtbar wird.

Abb. 4-9, $x = 6,8$: Das Zentrum der rechtsdrehenden Wirbel verschiebt sich in y -Richtung nur gering. Aufgrund der Dämpfung sind bei $y = 1,0$ keine Wirbel mehr vorhanden. Die linksdrehenden Wirbel sind nur bei $y = 0,2$ minimal erkennbar, d.h. sie bewegen sich zwischen $x = 2,7$ und $x = 6,8$ erneut in Richtung $y < 0$. Abb. 4-8 (2. Zeile, Bilder 4 und 5) bestätigt diese Verschiebung.

Abb. 4-9, $x = 19,3$: Das erneute Auftauchen von Signalen bei $y = 1,0$ in Verbindung mit ihrem Verschwinden bei $y = 0,2$ zeigt eine leichte Seitwärtsdrift der rechtsdrehenden Wirbel zu positiven y -Werten an. In Abb. 4-8 sind entsprechend an dieser Position (3. Zeile) auch keine linksdrehenden Wirbel mehr vorhanden.

Abb. 4-9, $x = 36,0$: Bei $y = 0,6$ und $y = 1,0$ existieren sehr schwache rechtsdrehende Wirbel in periodischer Reihenfolge, die sich nur aufgrund ihrer Periodizität vom Rauschsignal trennen lassen und in Abb. 4-8, Zeile 4, eine leichte Krümmung der Stromlinien bewirken. Die Wirbelstraße bleibt bis zur vollständigen Dämpfung regelmäßig und auf einen schmalen Bereich in y -Richtung beschränkt: ihre Ausdehnung erreicht $y = 1,5$ nicht.

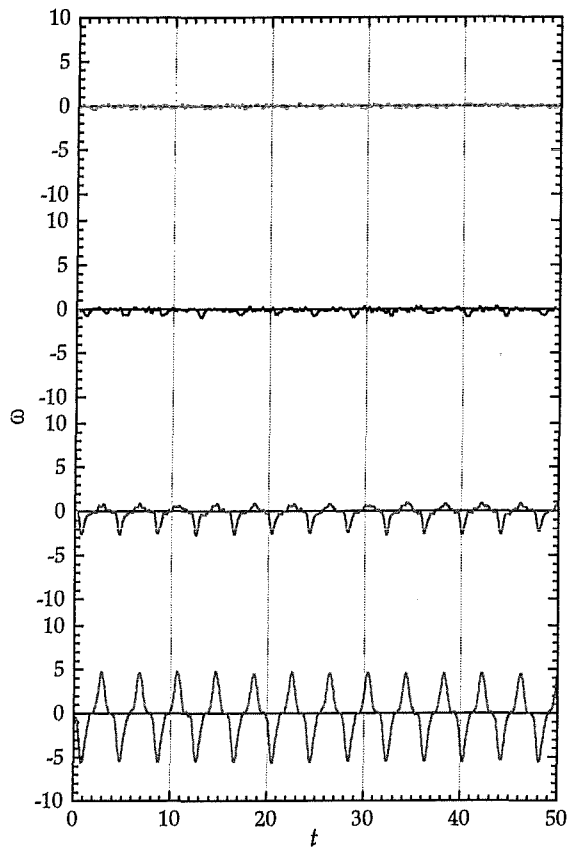
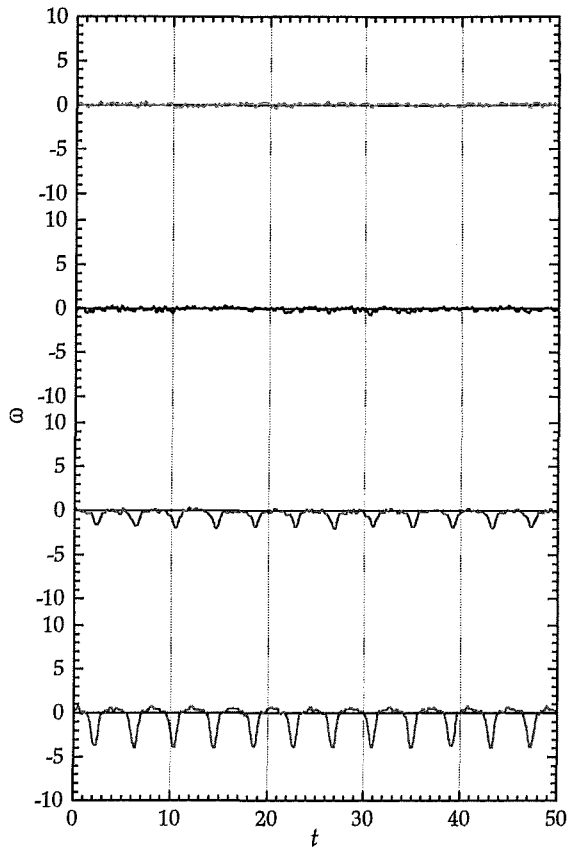
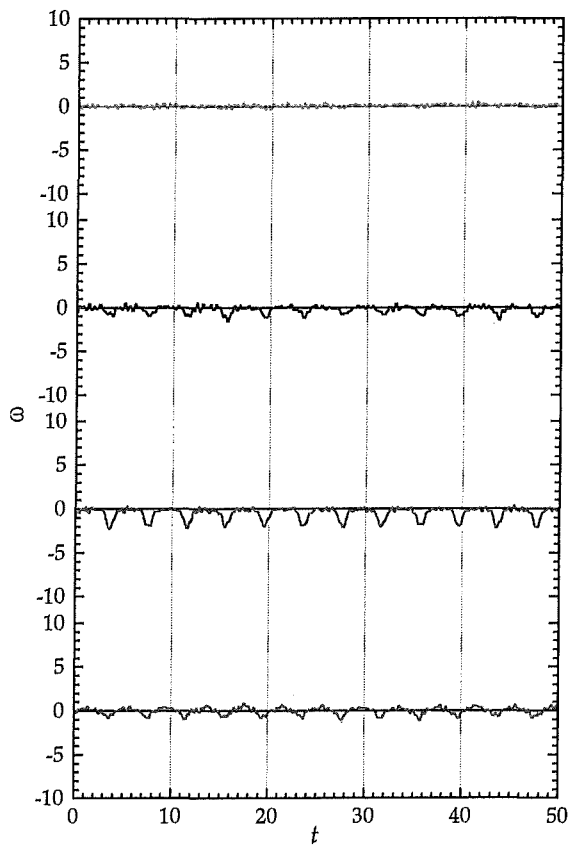
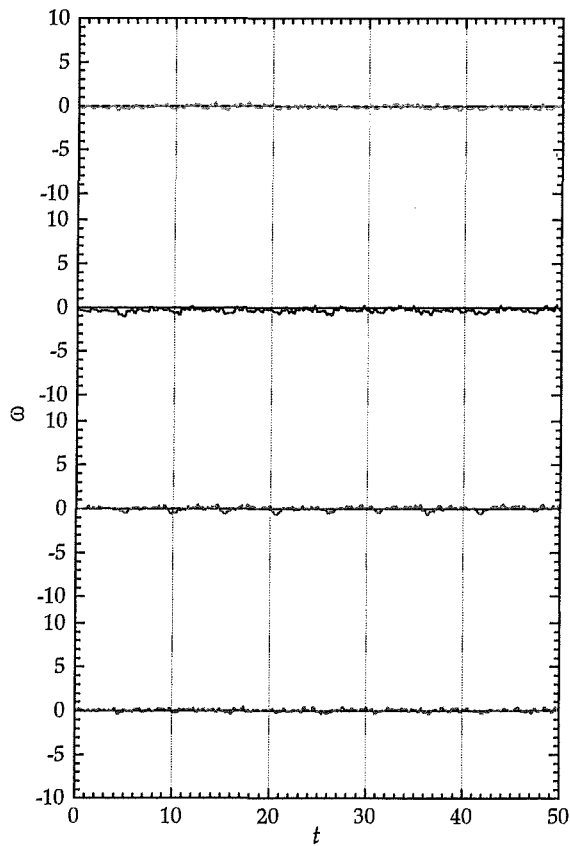
$x = 2,7:$  $x = 6,8:$  $x = 19,3:$  $x = 36,0:$ 

Abb. 4-9: $\omega(t)$ bei $M = 500, R = 2000$: $y = 0,2$; $y = 0,6$; $y = 1,0$; $y = 1,5$.

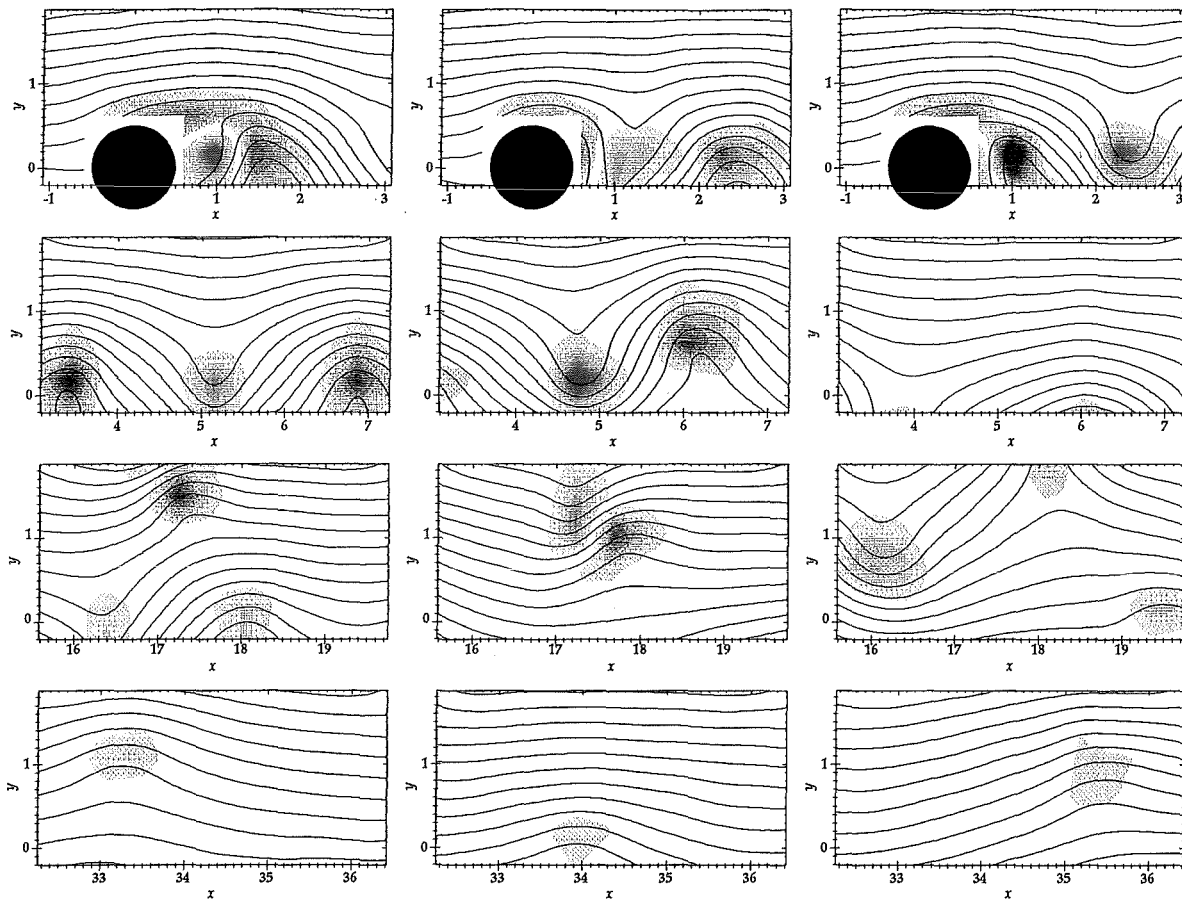


Abb. 4-10: Wirbelstärken und Stromlinien bei $M = 500$, $R = 5000$. Meßpositionen 1, 2, 4 und 5

Wirbelstraße bei $(M,R) = (500,5000)$:

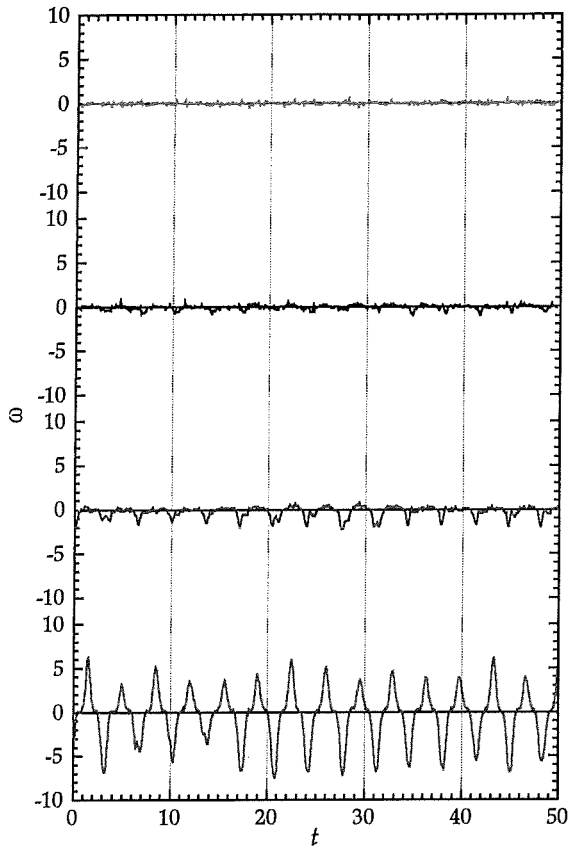
Abb. 4-11, $x = 2,7$ und Abb. 4-10, Zeile 1: Die Ablösung der Wirbel findet immer noch nahezu zentral hinter dem Zylinder statt. Ihre Intensität ist größer als in den vorangegangenen Fällen. Gleichzeitig wird die genaue y -Position der Wirbelzentren beider Drehrichtungen unregelmäßiger, was aus den unterschiedlichen Amplituden bei $y = 0,2$ folgt.

Abb. 4-11, $x = 6,8$: Es findet grundsätzlich die bereits beobachtete Aufteilung der Wirbel nach ihrem Drehsinn in y -Richtung statt. Allerdings beginnt sich die gesamte Wirbelstraße zeitweise wellenartig seitwärts zu verschieben, so daß Gruppen aus ca. 2–5 Wirbeln *zusammen* entweder zu positiven oder negativen y -Werten hin verschoben werden (Abb. 4-10, Bilder 4-6).

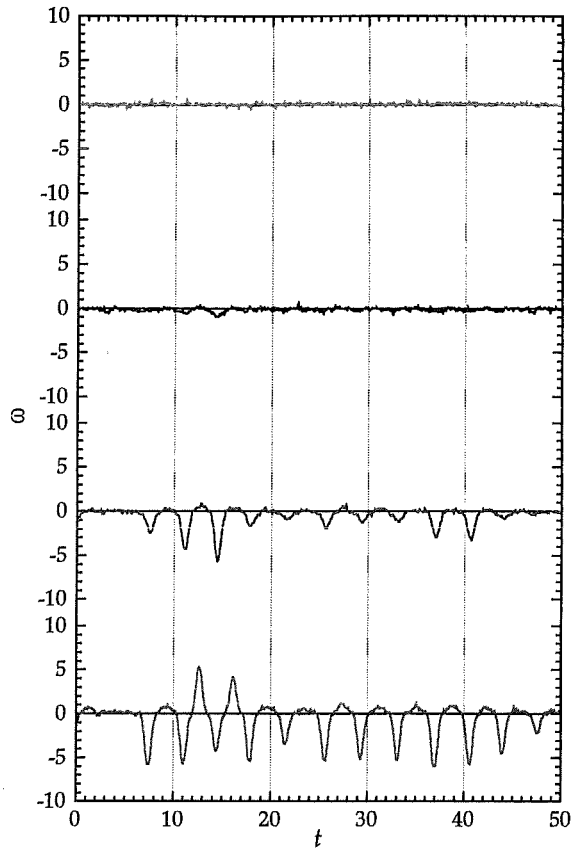
Abb. 4-11, $x = 19,3$: Die periodische Wirbelstraße hat sich vollständig aufgelöst. Die Wirbel bewegen sich unregelmäßig einzeln oder in Paaren und zeigen bei allen y -Positionen unabhängig von ihrem Drehsinn ungefähr gleiche Intensität. Die seitliche Bewegung der Wirbelstraße bei $x = 6,8$ führt offensichtlich zu einem Ausbrechen der betroffenen Wirbelgruppen aus der geordneten Formation. Aufgrund der in y -Richtung unterschiedlichen mittleren Geschwindigkeit (s. Abschnitt 4.3.2) können Wirbel aufeinandertreffen (Abb. 4-10, Bild 8) oder sich seitlich überholen (Abb. 4-10, Bild 7).

Abb. 4-11, $x = 36,0$ und Abb. 4-10, 4. Zeile: An allen y -Positionen von 0,2 bis 1,5 werden in unregelmäßigen Abständen Wirbel erfaßt, die jedoch ausnahmslos rechtsdrehend sind. Die y -Driftgeschwindigkeiten der bei $x = 19,3$ zu sehenden linksdrehenden Wirbel sind so groß, daß sie bei $x = 36,0$ den Meßbereich der Sonde verlassen haben. Dies führt auch zu der Schlußfolgerung, daß Wirbel, die sich auf dem Weg zur seitlichen Wand befinden, nicht wieder zurück in die Kanalmitte gelangen und daher beim Kontakt mit dieser aufgelöst werden. Die bei $x = 36,0$ noch vorhandenen Wirbel haben demnach ihre Position in der ursprünglichen, periodischen Wirbelstraße ungefähr beibehalten.

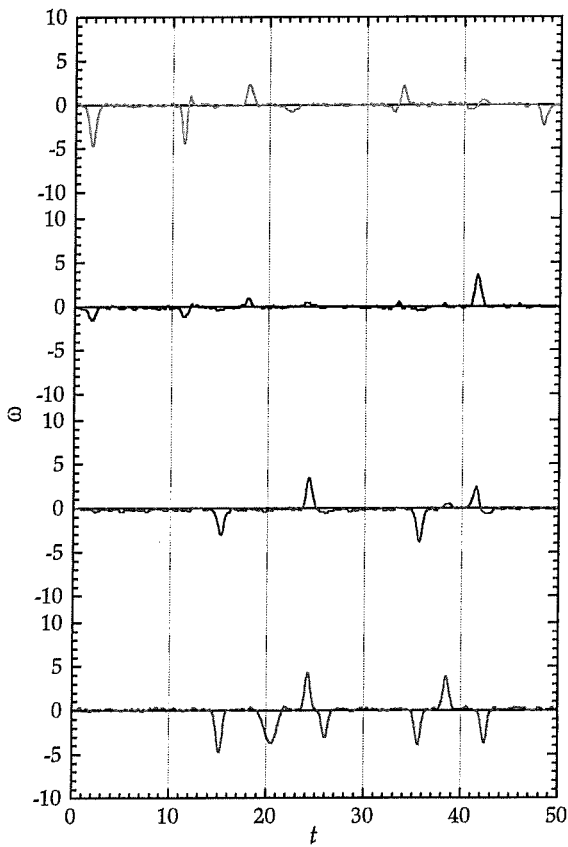
$x = 2,7:$



$x = 6,8:$



$x = 19,3:$



$x = 36,0:$

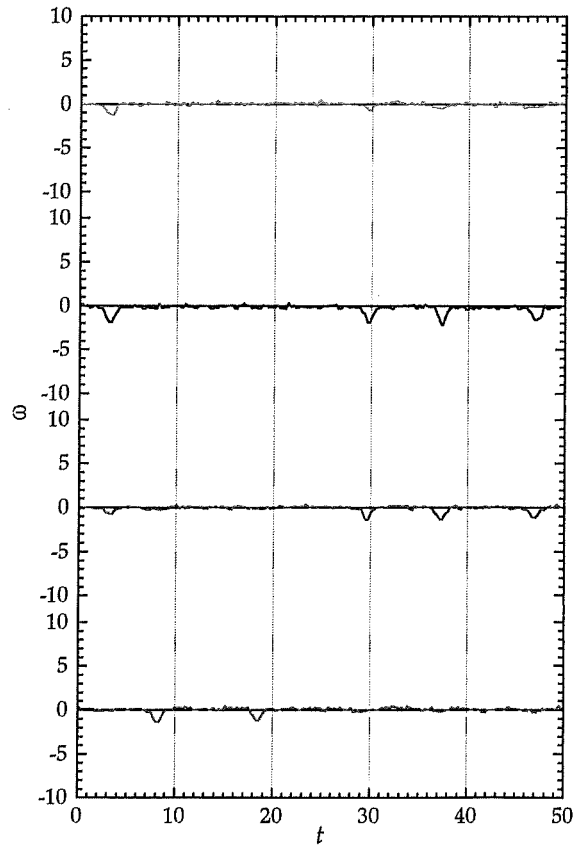


Abb. 4-11: $\omega(t)$ bei $M = 500, R = 5000$: $y = 0,2$; $y = 0,6$; $y = 1,0$; $y = 1,5$.

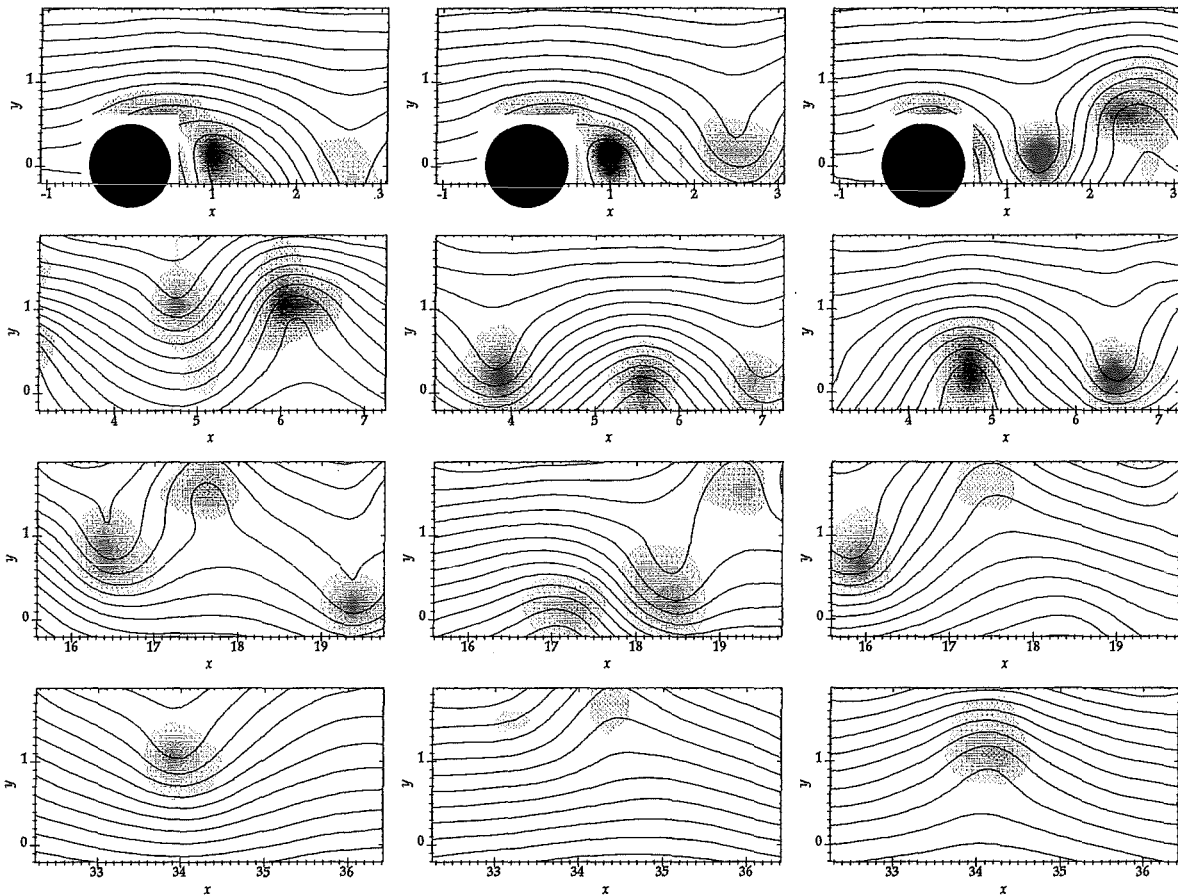


Abb. 4-12: Wirbelstärken und Stromlinien bei $M = 500$, $R = 10000$. Messposition 1, 2, 4 und 5

Wirbelstraße bei $(M,R) = (500,10000)$:

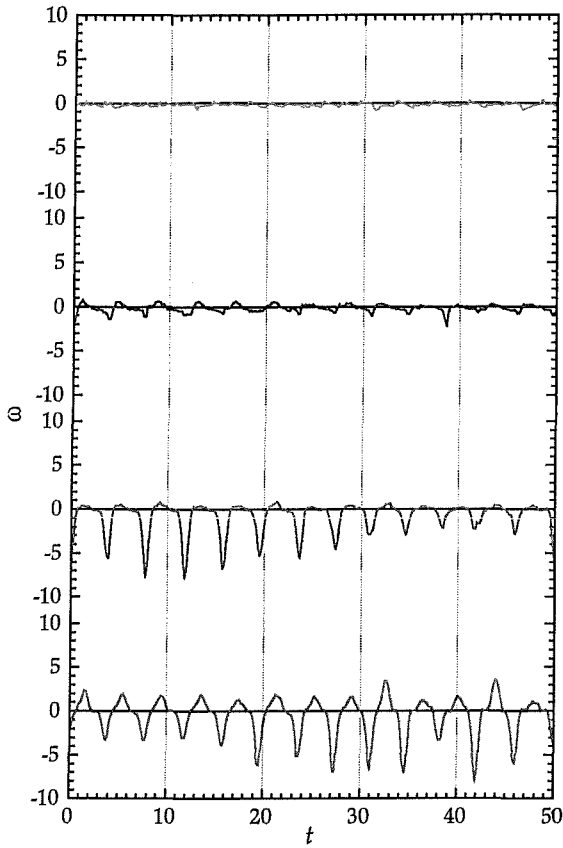
Abb. 4-13, $x = 2,7$: Die Strömung zeigt qualitativ die selben Eigenschaften wie der vorangegangene Fall $(M,R) = (500,5000)$, d.h. eine vollständige Auflösung der periodischen Struktur. Die Ablenkung der Wirbel aus der geordneten Wirbelstraße beginnt jedoch bereits in wesentlich kürzerer Distanz vom Zylinder. Abb. 4-12, Bild 3 zeigt, wie ein rechtsdrehender Wirbel bereits bei $x = 2,5$ von $y = 0$ zu $y = 0,7$ gelangt.

Abb. 4-13, $x = 6,8$: Die erhöhte Driftgeschwindigkeit bewirkt, daß schon bei $x = 6,8$ die ersten rechtsdrehenden Wirbel $y = 1,5$ erreichen und dementsprechend bei $y = 0,6$ linksdrehende Wirbel auftreten. Trotzdem behalten einige Wirbel ihre ursprüngliche Position in der Kanalmitte bei, wie aus Abb. 4-12, Bild 5 und 6 hervorgeht.

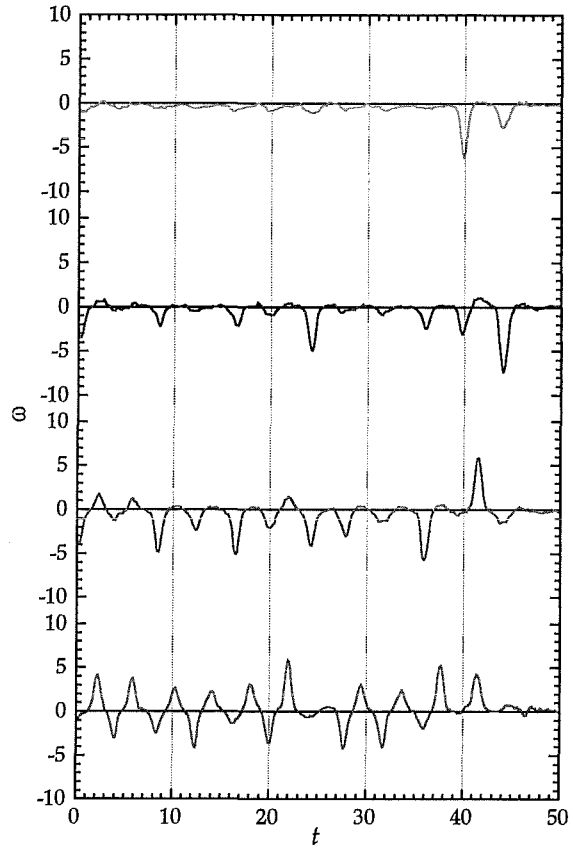
Abb. 4-13, $x = 19,3$: Zwischen $t = 25$ und 45 ist im Gebiet $y = 0,2..1,5$ eine Gruppe von Wirbeln beider Drehrichtungen vorhanden, die weitgehend in der Kanalmitte bleiben. Die fehlenden Signale bei $t = 10..20$ deuten auf eine Wirbelgruppe, die bereits seitlich den Sondenbereich verlassen hat. Dies liefert ein weiteres Indiz für die Vermutung, daß die wellenförmige Bewegung der Wirbelstraße häufig mehrere Wirbel gleichzeitig zu einem Ausbrechen in y -Richtung veranlaßt. In Abb. 4-12, 3. Zeile, wird nochmals die unregelmäßige Abfolge veranschaulicht.

Abb. 4-13, $x = 36,0$: Die Auflösung der Wirbelstraße ist gegenüber $x = 19,3$ weiter fortgeschritten. Die Struktur der Strömung ist hier mit $(M,R) = (500,5000)$, $x = 19,3$ vergleichbar: die höhere Reynoldszahl bewirkt, daß seitlich driftende Wirbel in x -Richtung weiter transportiert werden als in diesem Fall, weshalb hier immer noch linksdrehende Wirbel beobachtet werden können. Die 4. Zeile von Abb. 4-12 zeigt einzelne Wirbel beider Drehrichtungen sowie ein Wirbelpaar.

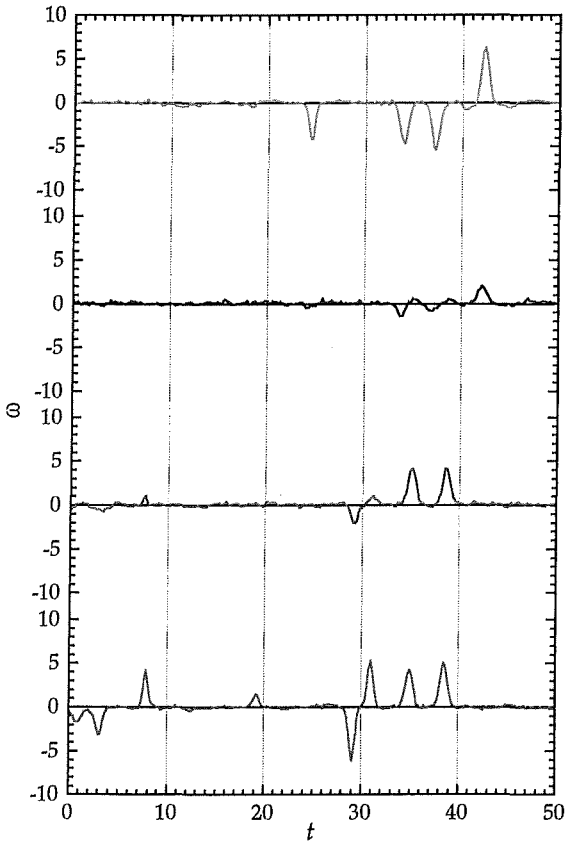
$x = 2,7:$



$x = 6,8:$



$x = 19,3:$



$x = 36,0:$

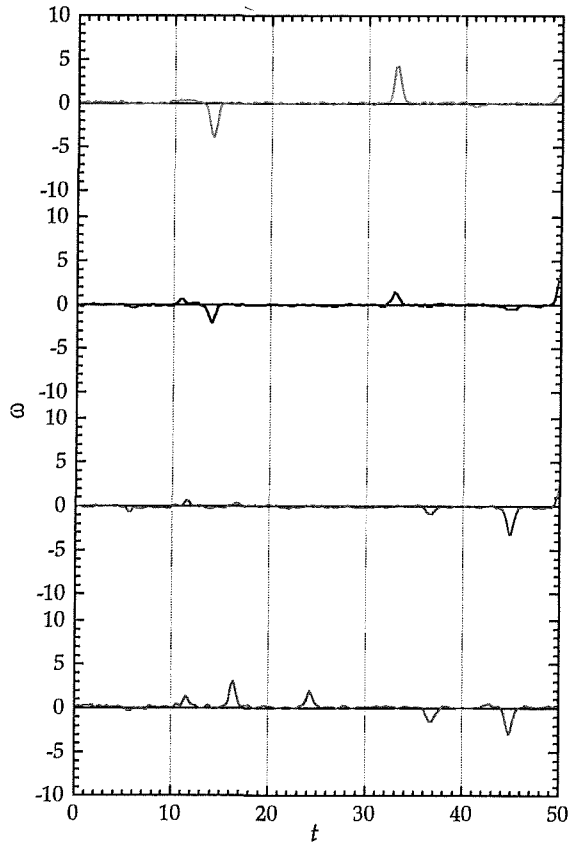


Abb. 4-13: $\omega(t)$ bei $M = 500, R = 10000$: $y = 0,2$; $y = 0,6$; $y = 1,0$; $y = 1,5$.

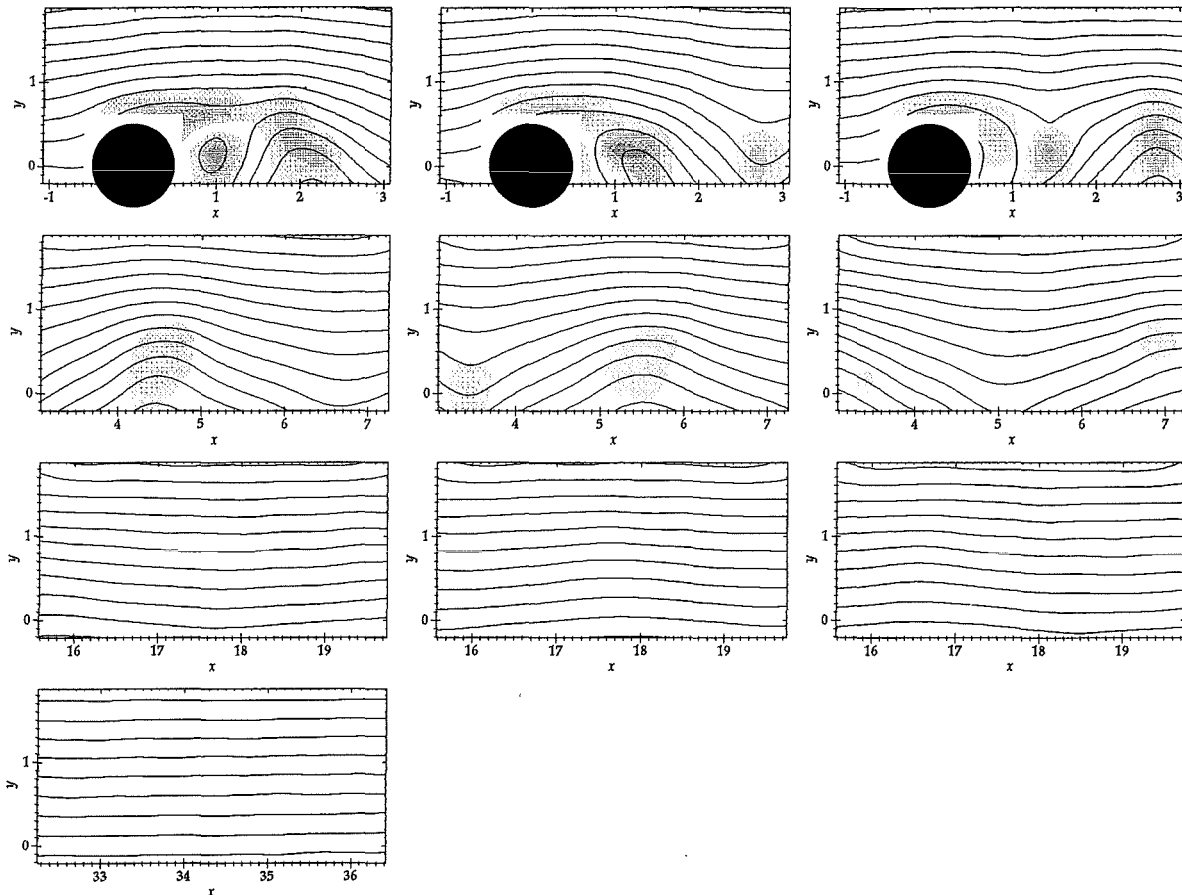


Abb. 4-14: Wirbelstärken und Stromlinien bei $M = 1200$, $R = 2000$. Meßposition 1, 2, 4 und 5

Wirbelstraße bei $(M,R) = (1200,2000)$:

Die Untersuchung der Wirbelstraße bei $M = 1200$ ist besonders im Vergleich mit den entsprechenden Ergebnissen für $M = 500$ interessant. Die Hartmannzahl bestimmt bei gegebener Reynoldszahl gemäß Kap. 1.3.3 proportional die Stärke des zusätzlichen Q2D-Dissipationsterms. Eine Erhöhung von M sollte demnach die für eine Dämpfung der Wirbelstraße benötigte Distanz in x -Richtung verringern.

Für $(M,R) = (1200,2000)$ zeigen Abb. 4-14 und Abb. 4-15, daß die Wirbelstraße bis zu ihrer vollständigen Dämpfung periodisch geordnet bleibt und auf den Bereich $y < 1,5$ beschränkt ist. Ein Vergleich mit der Strömung gleicher Reynoldszahl bei $M = 500$ belegt, daß die Erhöhung der Hartmannzahl Form und Größe der Wirbel nicht beeinflusst. Die Intensität der Wirbel ist jedoch an allen x -Meßpositionen erwartungsgemäß um einen Faktor 1,5 bis 2 geringer, d.h. sie drehen langsamer.

Bei $x = 36,0$ sind schließlich sämtliche Wirbel durch Dissipation aufgelöst.

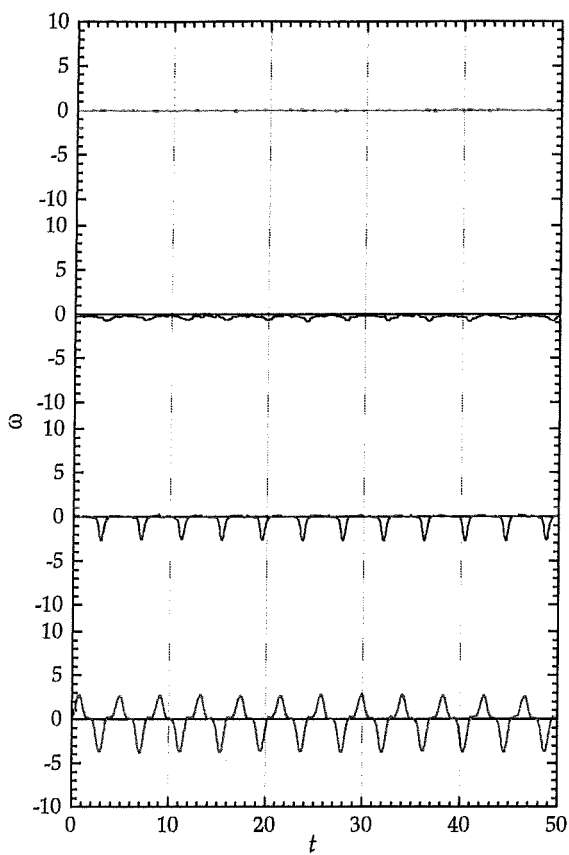
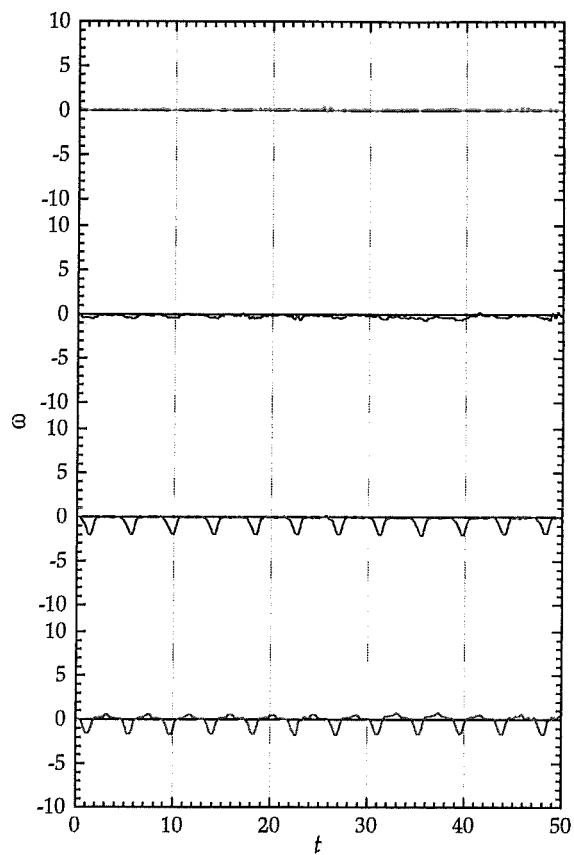
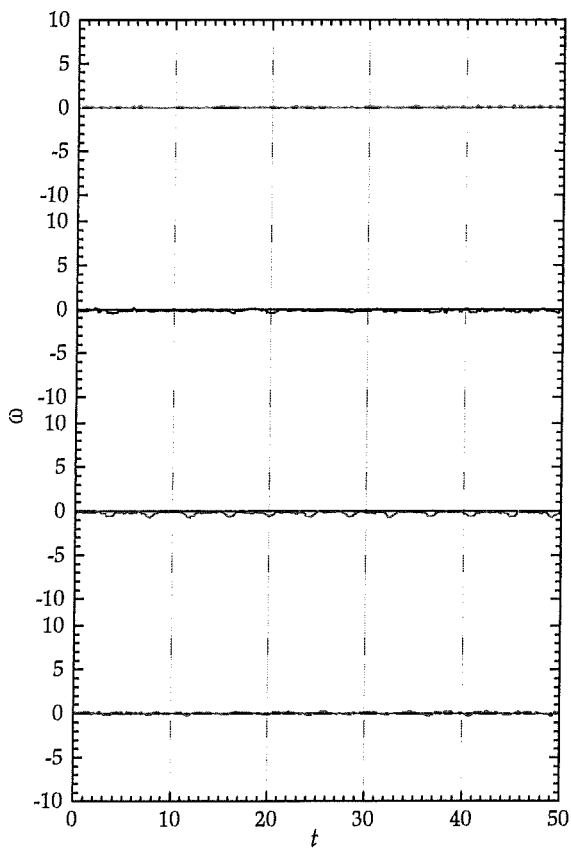
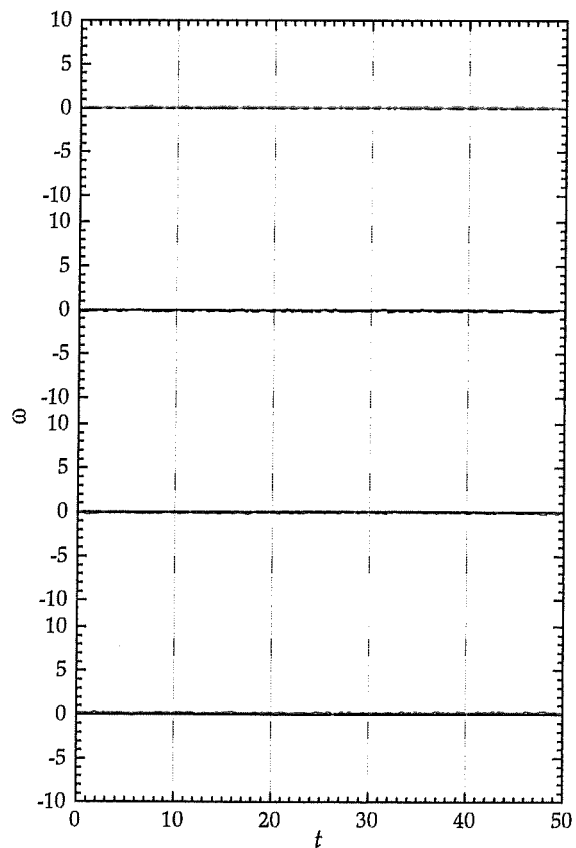
$x = 2,7:$  $x = 6,8:$  $x = 19,3:$  $x = 36,0:$ 

Abb. 4-15: $\omega(t)$ bei $M = 1200$, $R = 2000$: $y = 0,2$; $y = 0,6$; $y = 1,0$; $y = 1,5$.

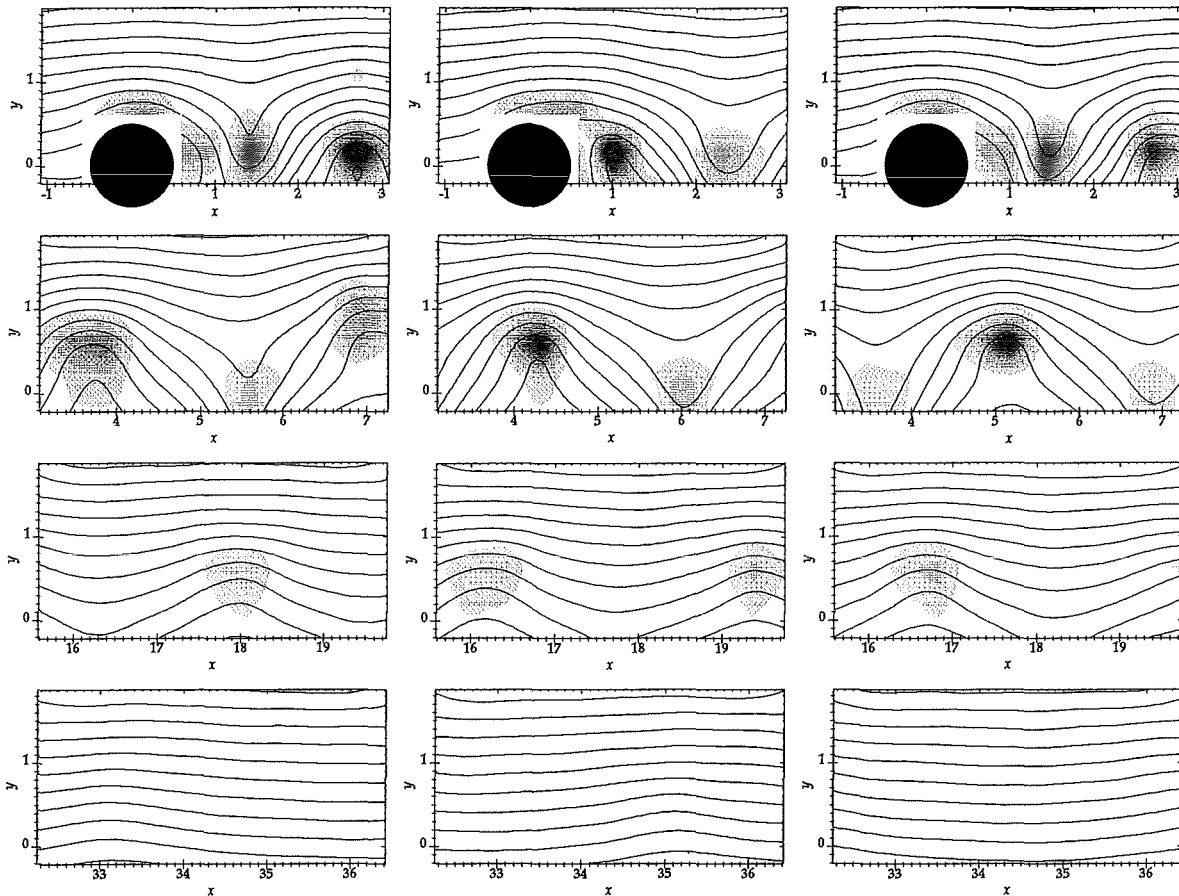


Abb. 4-16: Wirbelstärken und Stromlinien bei $M = 1200$, $R = 5000$. Meßposition 1, 2, 4 und 5

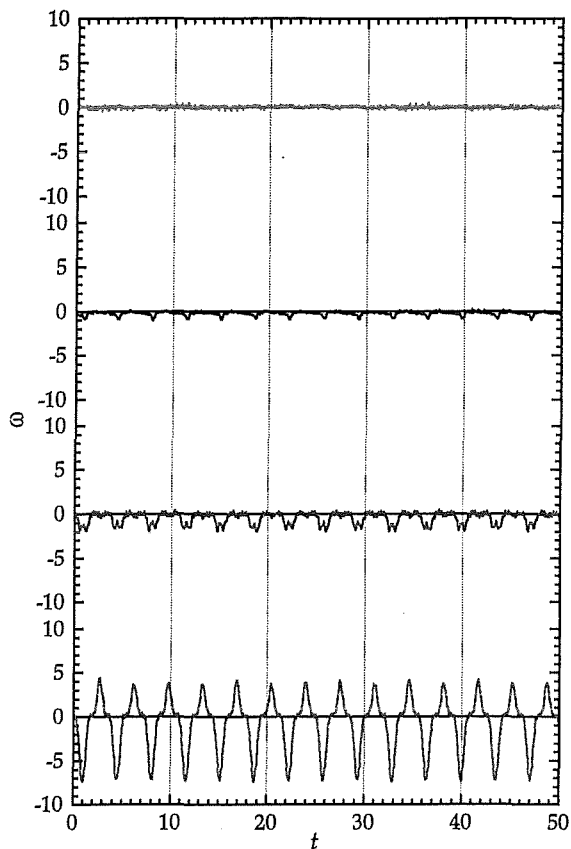
Wirbelstraße bei $(M,R) = (1200,5000)$:

Zusammen mit den Meßergebnissen bei $(M,R) = (500,5000)$ sind die Resultate aus Abb. 4-16 und Abb. 4-17 ein weiterer starker Hinweis dafür, daß eine Erhöhung der Hartmannzahl das Auftreten von Instabilitäten in einer Q2D-Strömung zu höheren Reynoldszahlen verschiebt. In Abb. 4-17 besitzt die Wirbelstraße im Gegensatz zum Fall $M = 500$ eine regelmäßige Struktur, die ihre y -Abmessung auf das Gebiet $y < 1,5$ begrenzt. Die Intensität der Wirbel ist nach einer festen Laufstrecke aufgrund der erhöhten Dämpfung geringer als bei $M = 500$ (s. $x = 19,3$ und $36,0$).

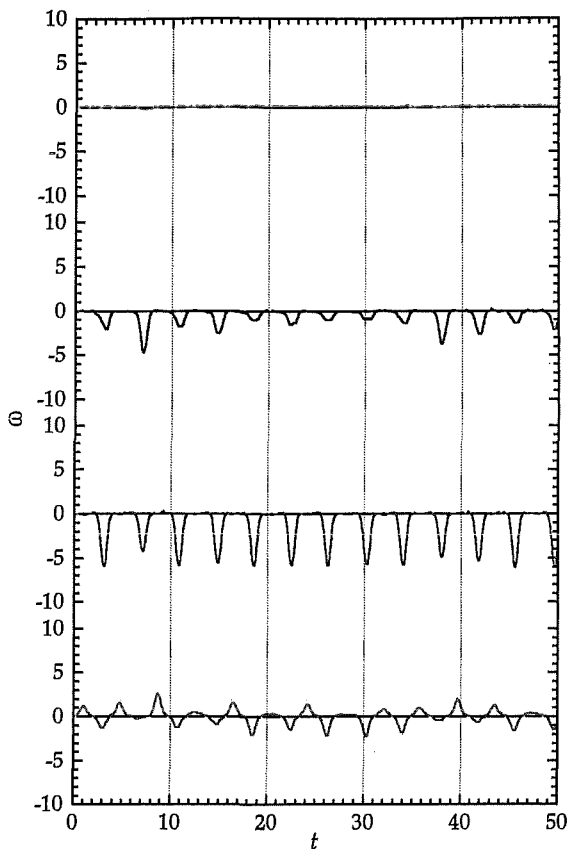
Allerdings erkennt man insbesondere bei $x = 6,8$ und in Abb. 4-16, Bild 4, daß die y -Positionen der Wirbelzentren auch bei $M = 1200$ bereits leichte Unregelmäßigkeiten aufweisen. Diese Schwankungen sind aber nicht ausreichend, um Wirbel aus der periodischen Anordnung zu lösen. Im weiteren Verlauf stromabwärts bis zu $x = 19,3$ verschwinden sie wieder; es erfolgt eine Ausrichtung der Wirbelzentren bei einem festen y -Wert, verbunden mit der räumlichen Trennung von links- und rechtsdrehenden Wirbeln in den Bereich mit y kleiner bzw. größer Null.

Im Vergleich zu $(M,R) = (1200,2000)$ vollzieht sich diese Aufteilung nach dem Drehsinn über größere Distanzen hinter dem Zylinder; bei $x = 6,8$, $y = 0,2$ sind noch beide Richtungen in unterschiedlicher Stärke vertreten. In Abb. 4-16 treten daher in Zeile 2 noch linksdrehende Wirbel auf, während in Zeile 3 nur rechtsdrehende Wirbel in periodischer Abfolge vorhanden sind.

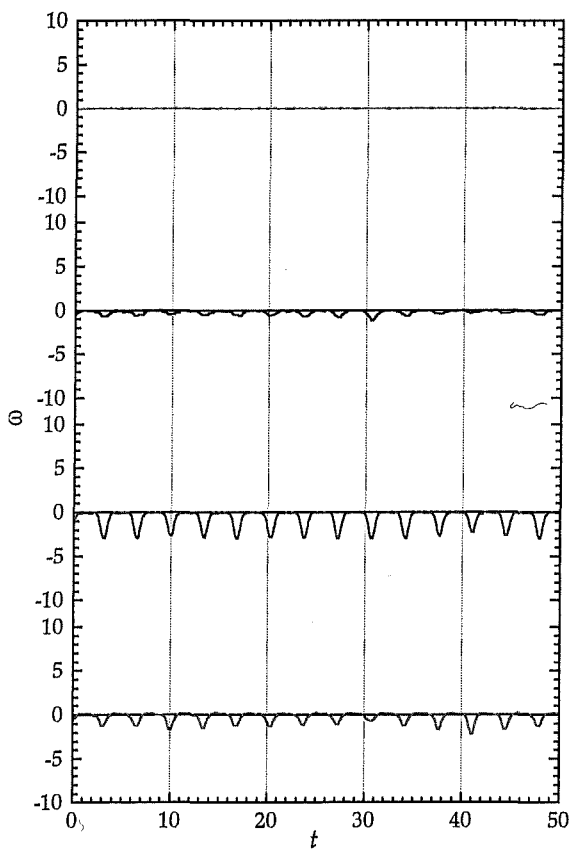
$x = 2,7:$



$x = 6,8:$



$x = 19,3:$



$x = 36,0:$

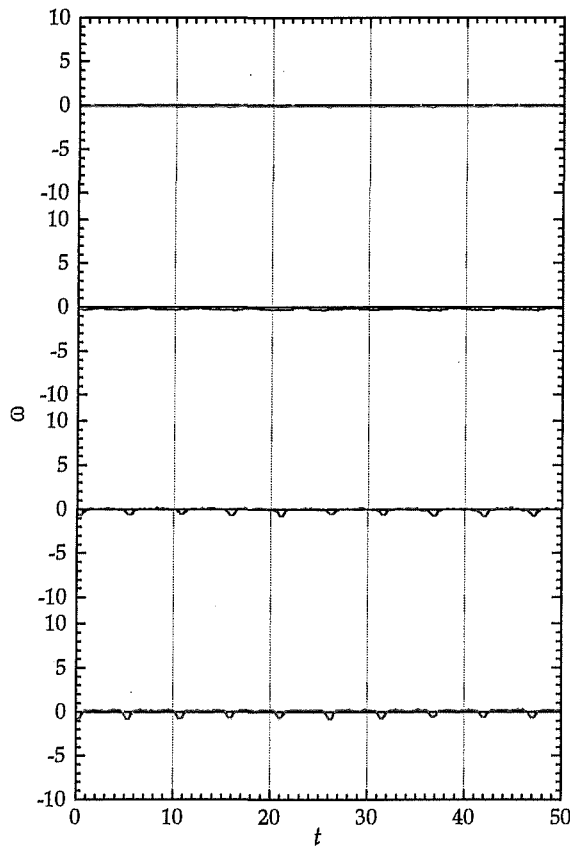


Abb. 4-17: $\omega(t)$ bei $M = 1200, R = 5000: y = 0,2; y = 0,6; y = 1,0; y = 1,5.$

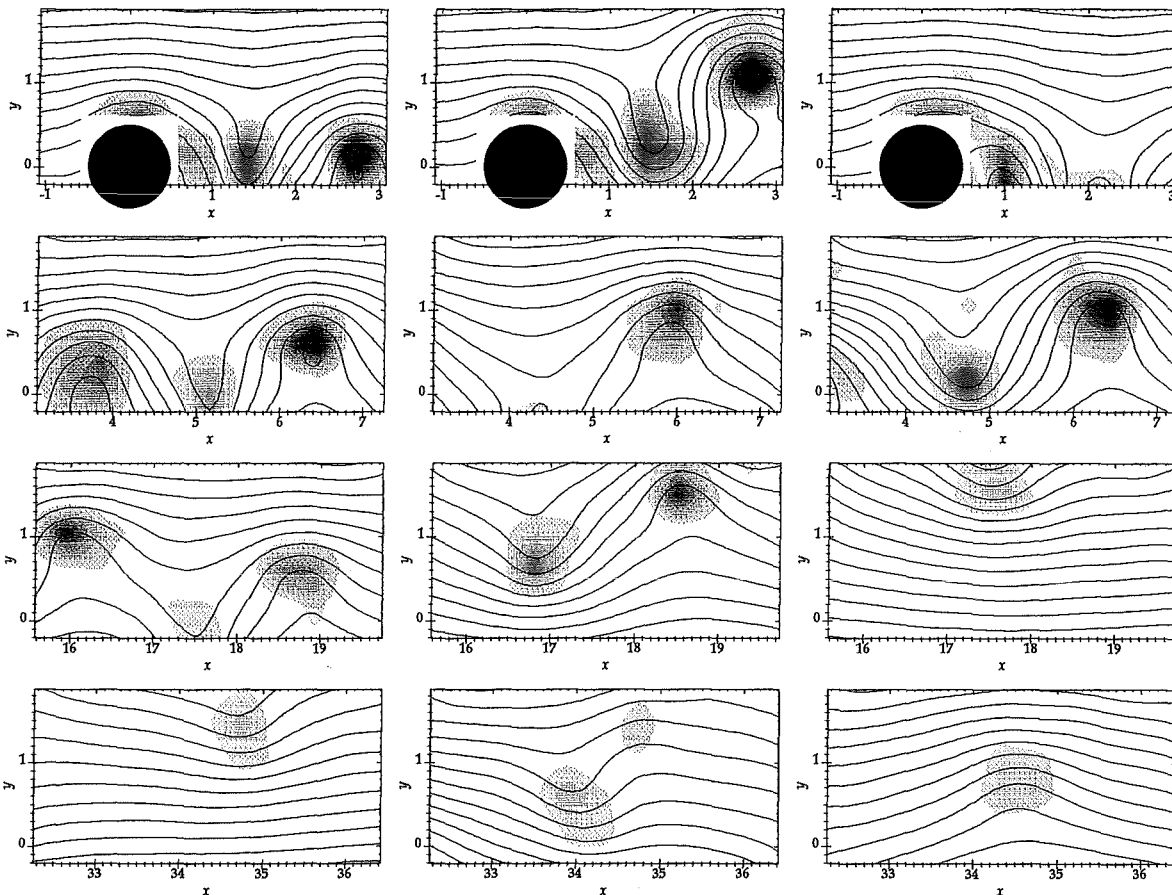


Abb. 4-18: Wirbelstärken und Stromlinien bei $M = 1200$, $R = 10000$. Meßposition 1, 2, 4 und 5

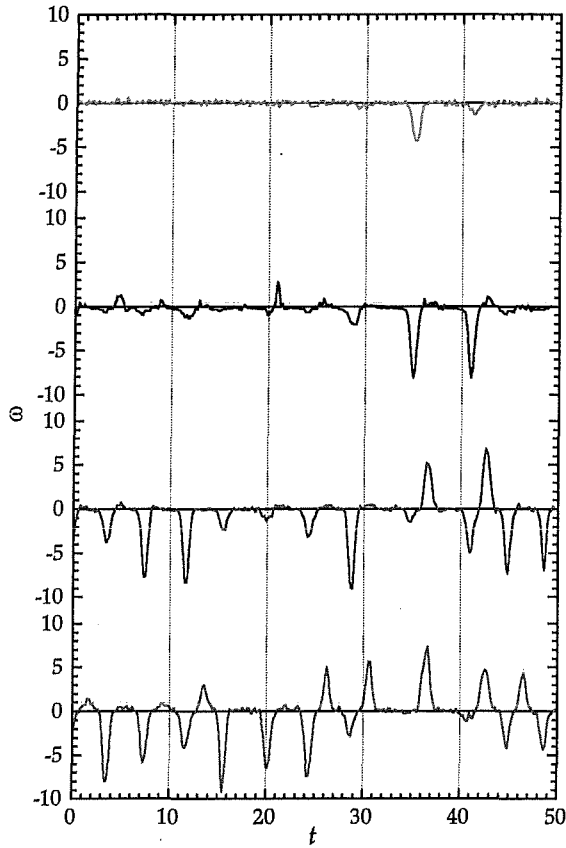
Wirbelstraße bei $(M,R) = (1200,10000)$:

Die Gegenüberstellung mit $(M,R) = (500,10000)$ zeigt keine signifikanten Unterschiede. Die Stabilitätsgrenze für die Auflösung der Wirbelstraße ist bei $R = 10000$ für beide Hartmannzahlen überschritten. In Abb. 4-18 sind in den Bildern 1 bis 3 Beispiele für eine Wirbelablösung zentral hinter dem Zylinder wie auch für in beide Richtungen ausreißende Wirbel zu sehen.

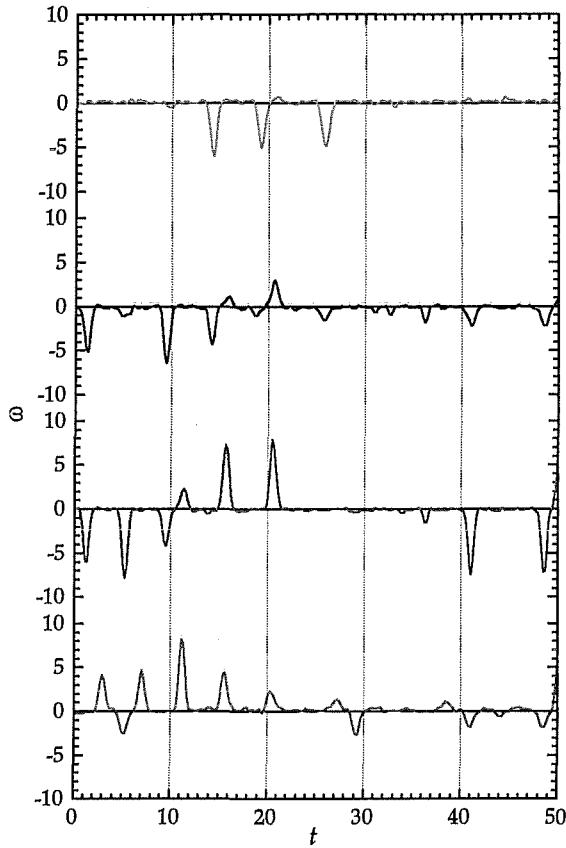
In Abb. 4-19 tritt bei $x = 19,3$ und $x = 36,0$ die für eine Auflösung der Wirbelstraße typische Unterteilung von $\omega(t)$ in Bereiche mit mehreren Wirbeln und solche mit $\omega = 0$ auf. Auch für $M = 1200$ beginnt demnach dieser Prozeß mit der wellenförmigen Bewegung der Wirbelstraße, die zum Ausbrechen einiger Wirbel in y -Richtung führt, während andere ihre geordnete Bewegung entlang der x -Achse nahezu beibehalten.

Abb. 4-18 zeigt in Zeile 2, daß sich Wirbel auch einzeln aus der Wirbelstraße lösen können: In Bild 5 befindet sich ein rechtsdrehender (blauer) Wirbel in einer Position, die auf ein Ausreißen in die positive y -Richtung schließen läßt. Der nachfolgende linksdrehende (rote) Wirbel bricht jedoch genau in die entgegengesetzte Richtung aus. Auf den Bildern in Zeile 4 tauchen daher sowohl ein Wirbelpaar wie auch einzelne Wirbel beider Drehrichtungen auf.

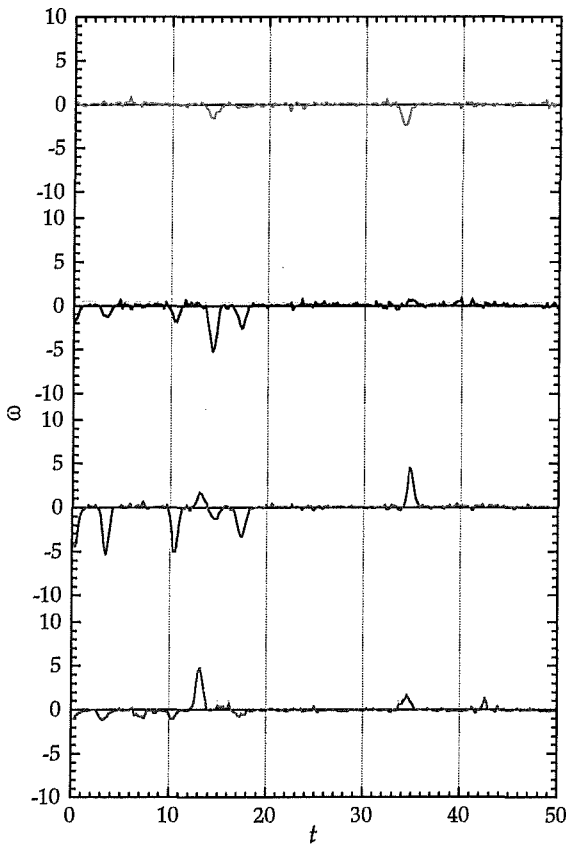
$x = 2,7:$



$x = 6,8:$



$x = 19,3:$



$x = 36,0:$

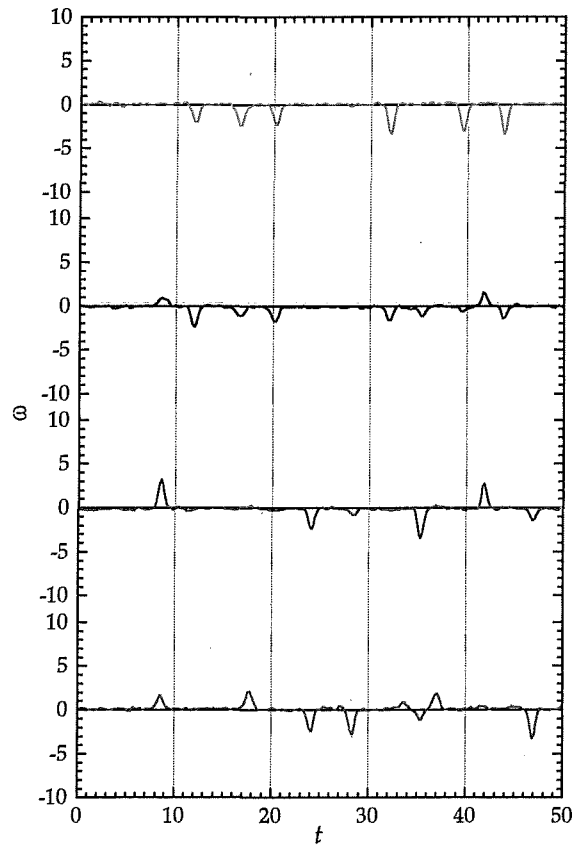


Abb. 4-19: $\omega(t)$ bei $M = 1200, R = 10000$: $y = 0,2$; $y = 0,6$; $y = 1,0$; $y = 1,5$.

4.2.2 Entwicklung der Strouhal-Zahl

Zur Beschreibung der Wirbelablösung hinter einem Zylinder wird üblicherweise die dimensionslose Ablösefrequenz f der Wirbelpaare verwendet, welche in der Literatur als *Strouhal-Zahl* bekannt ist. Die Entwicklung von f als Funktion in Abhängigkeit von der Reynoldszahl R ist für den Fall hydrodynamischer Strömungen bekannt: In Abb. 4-20 ist ihr Verlauf für den Bereich $R = 50 - 300$ eingezeichnet. Die Werte entstammen der Veröffentlichung von Zhang [1995] und sind sowohl experimentell wie auch durch numerische Rechnungen belegt. Im Intervall $R = 50 - 300$ ist die Strömung auch in der Hydrodynamik vollständig bzw. überwiegend von zweidimensionalen Strukturen dominiert Zhang [1995]. Für höhere Reynoldszahlen werden die dreidimensionalen Abweichungen größer und die Strouhal-Zahl nimmt nahezu unabhängig von R den konstanten Wert $f \approx 0,22$ an (Lugt [1979]).

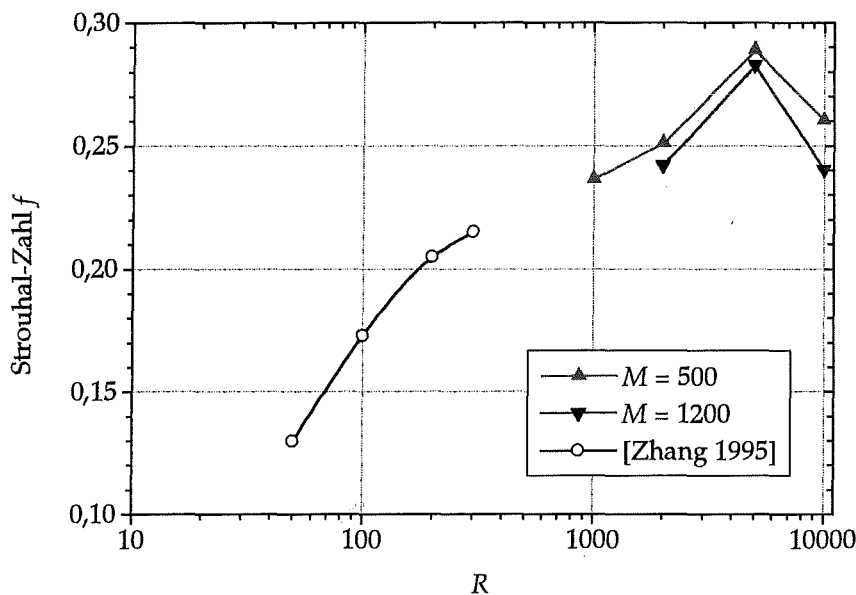


Abb. 4-20: Entwicklung der Strouhal-Zahl f als Funktion von R

Die in Abb. 4-20 aufgetragenen Daten für die hydrodynamische Zylinderumströmung lassen sich daher mit den ebenfalls eingezeichneten Meßergebnissen aus der vorliegenden Arbeit für den quasi-zweidimensionalen Fall vergleichen. Die Werte wurden für zwei verschiedene Hartmannzahlen im Zylindernachlauf bei $(x,y) = (2,7;0,2)$ aus der Wirbelstärke $\omega(t)$ ermittelt. Anhand von Abb. 4-20 lassen sich zwei Schlußfolgerungen ziehen:

- Die zweidimensionalen hydrodynamischen Werte und die Ergebnisse der Q2D-Messungen deuten auf die Existenz eines gemeinsamen kontinuierlichen Verlaufs hin. Dies bestätigt zum einen die Erwartung, daß der Ablösemechanismus der Wirbel in beiden Fällen ähnlich ist, da der Einfluß der Hartmannzahl gemäß Kap. 1.3.3 auf einen zusätzlichen Dämpfungsterm beschränkt ist.
- Bleibt die Strömung auch für höhere Reynoldszahlen (quasi-)zweidimensional, so nähert sich f nicht einem konstanten Wert an, sondern steigt bis zu $R \approx 5000$ auf Werte um 0,29 an. Der folgende Abfall zu $f \approx 0,25$ bei $R = 10000$ dokumentiert den Einfluß der Auflösung der geordneten Wirbelstraße, der für diese Reynoldszahl bei $x = 2,7$ bereits stattfindet. Der Vergleich zwischen $M = 500$ und $M = 1200$ zeigt, daß eine Erhöhung der Hartmannzahl den qualitativen Verlauf nicht verändert. Sie bewirkt jedoch eine durchgängige Verringerung der Strouhal-Zahl um 0,01 – 0,02.

4.3 ENERGIEBILANZ DES ZYLINDERNACHLAUFS

Ziel dieses Kapitels ist die experimentelle Analyse der einzelnen Terme der zeitlich gemittelten Q2D-Energiebilanz, die in Kap. 1.3.3 hergeleitet wurden und in ihrer endgültigen Form hier nochmals aufgelistet sind:

Mittlere kinetische Energiebilanz:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} (\frac{1}{2} \bar{v}_j \bar{v}_j)}_{=0} = - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} ((\frac{1}{2} \bar{v}_j \bar{v}_j) \bar{v}_i)}_{M1} - \underbrace{\bar{v}_j \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{v'_j v'_i}}_{M2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{p v_i})}_{M3} + \underbrace{\frac{1}{R} (\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \bar{v}_j \bar{v}_j)}_{M4} - \underbrace{\frac{1}{R} (\frac{\partial}{\partial x_i} \bar{v}_j)^2}_{M5} - \underbrace{\frac{d^2 M}{2a^2 R} (\bar{v}_j \bar{v}_j)}_{M6} \quad (4.1)$$

Turbulente kinetische Energiebilanz:

$$\begin{aligned} \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} (\frac{1}{2} \overline{v'_j v'_j})}_{=0} = & - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} ((\frac{1}{2} \overline{v'_j v'_j}) \bar{v}_i)}_{T1} - \underbrace{\overline{v'_j v'_i} \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{v}_j}_{T2} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} ((\frac{1}{2} \overline{v'_j v'_j}) v'_i)}_{T3} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{p' v'_i})}_{T4} + \\ & + \underbrace{\frac{1}{R} (\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \overline{v'_j v'_j})}_{T5} - \underbrace{\frac{1}{R} (\frac{\partial}{\partial x_i} \overline{v'_j v'_j})^2}_{T6} - \underbrace{\frac{d^2 M}{2a^2 R} (\overline{v'_j v'_j})}_{T7} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Dissipationsterme:

$$D_{v1} = \underbrace{\frac{1}{2R} (\frac{\partial}{\partial x_j} \bar{v}_i + \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{v}_j)^2}_{D1} + \underbrace{\frac{d^2 M}{2a^2 R} (\bar{v}_j \bar{v}_j)}_{D2} + \underbrace{\frac{1}{2R} (\frac{\partial}{\partial x_j} v'_i + \frac{\partial}{\partial x_i} v'_j)^2}_{D3} + \underbrace{\frac{d^2 M}{2a^2 R} (\overline{v'_j v'_j})}_{D4} \quad (4.3)$$

Insbesondere wird gezeigt, wie die einzelnen physikalischen Mechanismen zu der Erzeugung, dem Transport und der Dämpfung der Wirbelstraße beitragen. Eine besondere Rolle spielt hierbei die Visualisierung dieser Vorgänge durch räumlich zweidimensionale graphische Auftragungen. Diese sollen eine Vorstellung von der Ausdehnung und Anordnung der Bereiche geben, in denen Turbulenzenergie erzeugt, umverteilt oder dissipiert wird.

Die Bezeichnungen der verschiedenen Terme der Energiegleichung folgen den Definitionen in Kap. 1.3.3. Die kinetischen Energiedichten der Turbulenz bzw. der mittleren Strömung werden aufgrund ihres häufigen Auftretens mit Abkürzungen versehen:

- TKE = Turbulente kinetische Energiedichte,
- MKE = Mittlere kinetische Energiedichte.

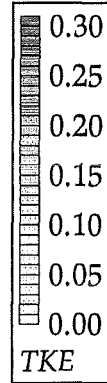
Folgende Terme werden nicht in die Auswertung einbezogen, da sie mit der gegebenen experimentellen Anordnung nicht erfaßt werden können:

- Die viskose Diffusion von TKE und MKE (Terme T5 bzw. M4). Beide Terme besitzen für $R \gg 1$ nur einen vernachlässigbar geringen Anteil an der Umverteilung der Energie innerhalb der Strömung (Bradshaw [1971, S.27]). Sie enthalten außerdem 3. räumliche Ableitungen des elektrischen Potentials. Mit dem Meßraster der Matrixsonde aus 6×11 Pins können dagegen maximal Ableitungen 2. Ordnung in ausreichender Präzision bestimmt werden (s. Anhang C). Aus den oben genannten Gründen bedeutet dies jedoch keinen wesentlichen Nachteil.
- Der Energieaustausch zwischen Strömung und Druck (Terme M3 und T4), da im Experiment keine Druckmessungen durchgeführt werden können. Die Analyse der anderen Terme ermöglicht jedoch Rückschlüsse auf wesentliche Merkmale von M3 (s. Kap. 4.3.9).

4.3.1 Turbulente kinetische Energiedichte (TKE)

Die turbulente kinetische Energiedichte $TKE = \frac{1}{2} \overline{v'_j v'_j}$ ist die wichtigste Größe zur Beschreibung der zeitlich gemittelten Struktur instationärer Strömungen, da sie ein direktes Maß für die Intensität der turbulenten Fluktuationen darstellt. Zum Vergleich: In einer ideal homogenen laminaren Strömung wäre die Strömungsgeschwindigkeit an jeder Stelle gleich der mittleren Geschwindigkeit u_0 . Somit würde die dimensionslose mittlere kinetische Energiedichte MKE in der gesamten Strömung den Wert 0,5 annehmen, während die TKE überall gleich Null wäre. Gilt nun im Fall der Zylinderumströmung an einem Punkt im Nachlauf z.B. $TKE = 0,25$, so ist dort die in der Turbulenz steckende Energie halb so groß wie die mittlere kinetische Energie der idealen Strömung gleicher Reynoldszahl.

Abb. 4-21 gibt einen Überblick über die experimentell bestimmte Verteilung der TKE im Nahbereich des Zylindernachlaufs bis $x = 7$ für verschiedene Parameterkombinationen (M, R). Alle Abbildungen sind mit einer einheitlichen Farbskalierung versehen (s. rechts), die den Bereich $TKE = 0,00..0,30$ abdeckt. Um zu verdeutlichen, in welchem Bereich des Nachlaufs signifikante Fluktuationen vorhanden sind, ist in allen Abbildungen eine schwarze Linie eingezeichnet, die den Wert $TKE = 0,05$ (d.h. 10% der durchschnittlichen kinetischen Strömungsenergie) markiert. Die kurzen schwarzen Striche entlang dieser Linie liegen in dem Gebiet mit $TKE > 0,05$. Es ist nur der von der Meßsonde erfaßte Bereich $y > 0$ eingezeichnet. Aufgrund der geometrischen Symmetrie der Anordnung lassen sich die Ergebnisse jedoch spiegelbildlich auf $y < 0$ übertragen. Die Beschriftung der Abbildungen enthält neben den Parametern M und R auch den zugehörigen Interaktionsparameter N , der bei Q2D-Strömungen $\gg 1$ sein muß (s. Kap. 1.3.1). Die unterschiedlichen Farben für N deuten an, wie gut diese Bedingung erfüllt ist ($N < 10$, $N \geq 10$).



Die Gruppierung der Abbildungen nach gleicher Reynoldszahl zeigt deutlich den Einfluß der Hartmannzahl auf Form und Abmessungen des turbulenten Nachlaufs: Grundsätzlich läßt sich aussagen, daß die Länge des turbulenten Bereichs innerhalb der schwarzen Umrandung mit steigender Hartmannzahl kleiner und mit steigender Reynoldszahl größer wird. Dies belegt den Einfluß der Hartmannschicht-Dissipation T_7 bei der Dämpfung der Wirbelstraße, da dieser Term als einziger die Hartmannzahl M enthält.

Bei der weiteren Interpretation muß grundsätzlich zwischen dem Fall $M = 100$ auf der einen und $M = 500/1200$ auf der anderen Seite unterschieden werden. Für $M = 100$ ist die Q2D-Bedingung $N \gg 1$ nur schlecht bzw. gar nicht erfüllt, während bei $M = 500/1200$ immer $N \geq 10$ gewährleistet ist.

Das Gebiet maximaler Turbulenzintensität befindet sich im Bereich $x=2-3$ direkt hinter dem Zylinder ($|y| < 0,5$). Die Intensität an dieser Stelle wächst mit steigendem R , ändert sich jedoch zwischen $M = 500$ und $M = 1200$ nur unwesentlich. Dies entspricht den theoretischen Erwartungen, da in Q2D-Strömungen M keinen Einfluß auf den Entstehungsmechanismus von Fluktuationen besitzt (s. Term T_2). Der Fall $M = 100$ weicht hier besonders für $R = 5000$ und $R = 10000$ ab: Beide Fälle weisen eine wesentlich geringere Turbulenzintensität auf als Strömungen mit gleichem R , aber höherem M . Dies deutet darauf hin, daß die Ursache in der Nichterfüllung der Q2D-Bedingung bei $M = 100$ ($N \approx 1$) liegen muß. Hier könnten zusätzlich zu den in Abb. 4-21 festgehaltenen Fluktuationen in x - und y -Richtung auch 3D-Effekte in z -Richtung auftreten, was zum Abzug von TKE aus den ersten beiden Richtungen führen würde. Für $N \gg 1$ steckt jedoch die gesamte TKE in der zweidimensionalen Bewegung und wird damit unabhängig von M . Im folgenden werden deshalb nur noch die Fälle $M = 500$ und $M = 1200$ beachtet und die Erfüllung der Q2D-Bedingungen vorausgesetzt.

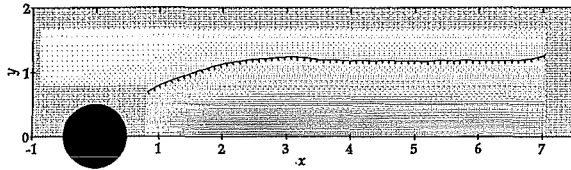
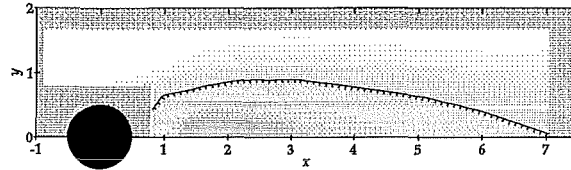
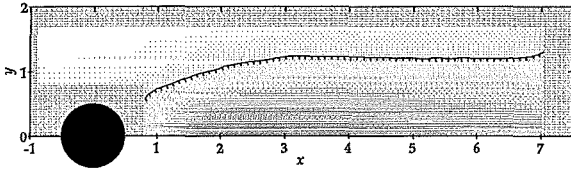
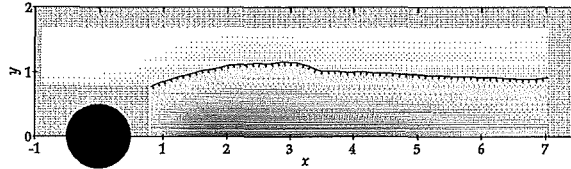
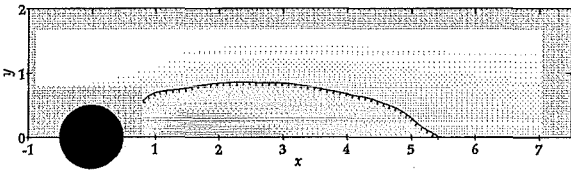
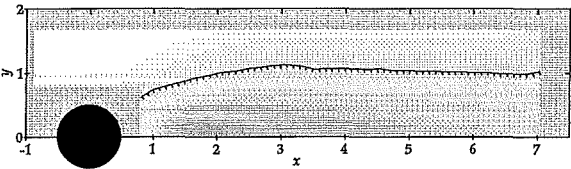
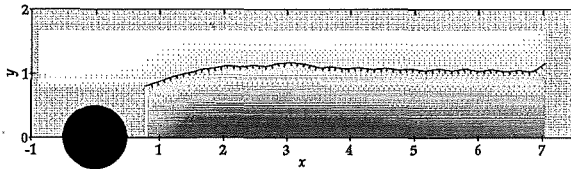
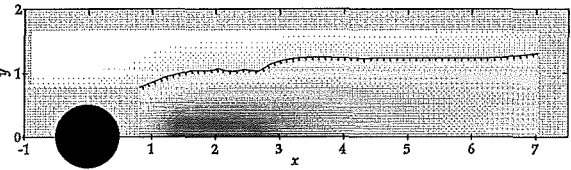
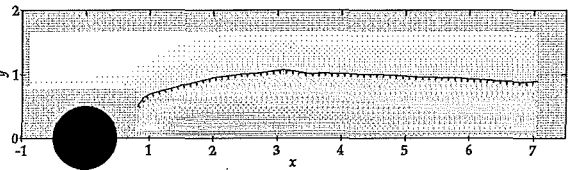
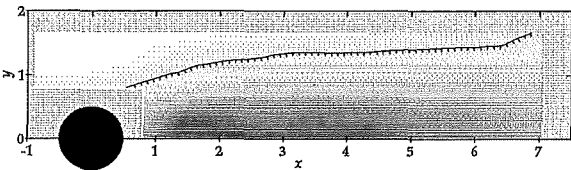
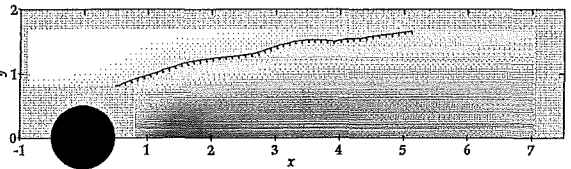
$M=100, R=1000, N=4$  $M=500, R=1000, N=100$  $M=100, R=2000, N=2$  $M=500, R=2000, N=50$  $M=1200, R=2000, N=288$  $M=100, R=5000, N=0,8$  $M=500, R=5000, N=20$  $M=1200, R=5000, N=115$  $M=100, R=10000, N=0,4$  $M=500, R=10000, N=10$  $M=1200, R=10000, N=58$ 

Abb. 4-21: Turbulente kinetische Energiedichte TKE

Der turbulente Bereich bleibt für niedrige R in y -Richtung auf den Bereich hinter dem Zylinder bis maximal $y \approx 1.5$ beschränkt. Deutliche Abweichungen von diesem Verhalten zeigen die Parameterkombinationen $(M,R)=(1200,10000)$ und $(M,R)=(500,10000)$. Die bereits in Kap. 4.2 beobachtete Auflösung der geordneten Wirbelstraße führt zu einer Aufspreizung des turbulenten Bereichs, die offensichtlich über den Wert $y=2$ hinausreicht. Für $(M,R)=(500,5000)$ wird dieser Effekt in Abb. 4-21 noch nicht sichtbar, da die Auflösung der Wirbelstraße erst nach $x=7$ beginnt.

Die folgende Abb. 4-22 zeigt nochmals den Verlauf der TKE auch für größere x -Abstände im Nachlauf des Zylinders. Da die qualitative Entwicklung für sämtliche (R,M) -Kombinationen sehr ähnlich ist, ist hier als charakteristischer Fall die Strömung bei $R = 5000$ für $M = 500$ und $M = 1200$ dargestellt. Um den Einfluß von M auf die Strömung zu verdeutlichen, wird deshalb auch in den folgenden Abschnitten häufig auf diese beiden Fälle zurückgegriffen. Zum Vergleich sind in jedem Diagramm die Kurven für $y = 0,2$ (in Strömungsrichtung hinter dem Zylinder) und für $y = 1,0$ (neben dem Zylinder) eingetragen.

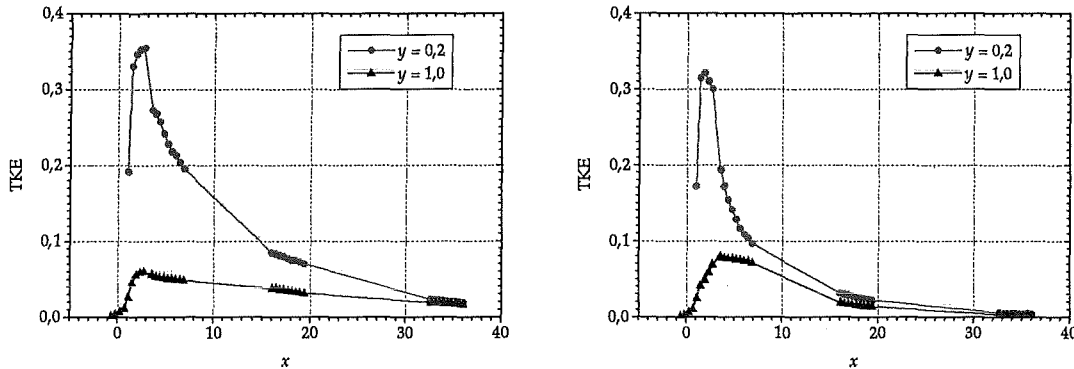


Abb. 4-22: TKE für $R=5000$, $M=500$ (links) und $M=1200$ (rechts)

Diese Auftragungen bestätigen die bereits vorher gemachten Aussagen: Für konstantes R klingt die Turbulenzenergie bei niedrigerem M deutlich langsamer ab, während das Maximum der Intensität in beiden Fällen ungefähr gleich ist. Das Dämpfungsverhalten ist für beide y -Positionen ähnlich und folgt einem exponentiellen Zusammenhang: In Abb. 4-23 ist zur Bestätigung der TKE-Verlauf für $y = 0,2$ bei verschiedenen (M,R) nochmals in einfach logarithmischer Auftragung dargestellt.

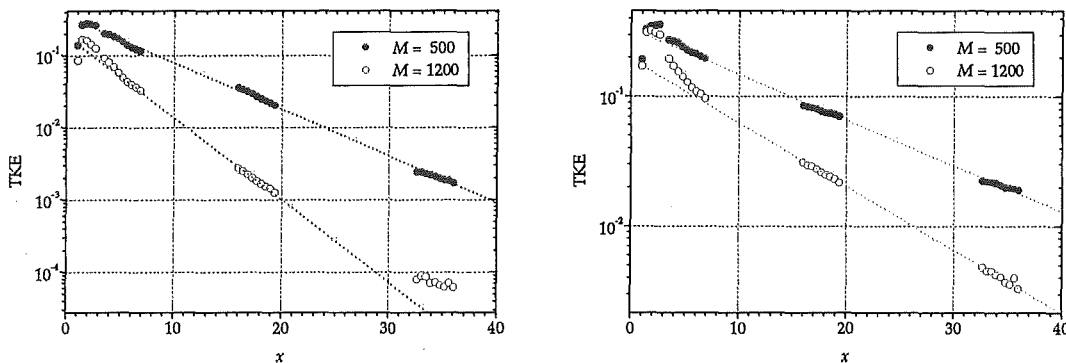


Abb. 4-23: TKE für $R=2000$ (links) und $R=5000$ (rechts), $y=0,2$

Der exponentielle Zusammenhang zeigt sich experimentell für alle (M,R) -Kombinationen durch konstante negative Steigungen, die bei $x \approx 5$ beginnen und bis zum vollständigen Abklingen der Wirbelstraße reichen. In Abb. 4-23 sind bei $(M,R)=(1200,2000)$ für $x > 30$ keine Fluktuationen mehr vorhanden; die beobachtete Abweichung entsteht durch das Erreichen des konstanten Rauschniveaus.

Um den Zusammenhang der Dämpfung mit den Strömungsparametern M und R zu charakterisieren, bietet sich eine Beschreibung des Abklingverhaltens durch die Funktion

$$\text{TKE}(x) = C \cdot \exp(-\tau \cdot x) \quad (4.4)$$

an. Der Koeffizient τ stellt dabei ein Maß für die Stärke der Dämpfung dar, während C als willkürliche Anfangskonstante ohne Bedeutung ist. Abb. 4-24 zeigt das Verhalten von τ in Abhängigkeit von M/R . Diese Kombination der Kennzahlen wird deshalb gewählt, weil der

dominierende Dissipationsterm der Energiegleichung die zu M/R proportionale Hartmannschicht-Dissipation ist (s. Kap. 4.3.6).

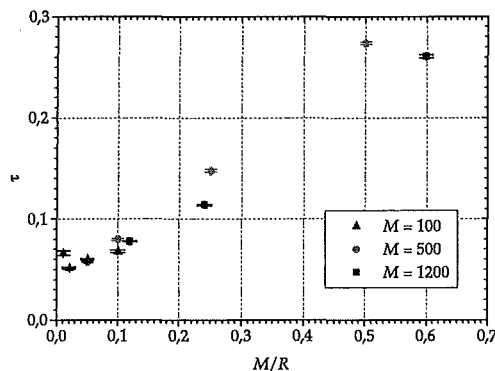
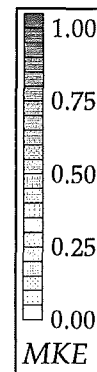


Abb. 4-24: Dämpfungskoeffizient τ des exponentiellen TKE-Abfalls in Abhängigkeit von M/R

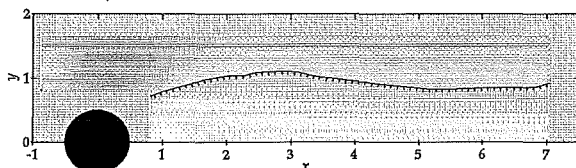
Die Punkte für $M = 100, 500$ und 1200 sind durch unterschiedliche Symbole dargestellt, da sich aus Abb. 4-24 keine eindeutige Abhängigkeit von M/R erkennen läßt. Die beobachteten Abweichungen lassen sich allerdings durch die Vernachlässigung der anderen Energie-transportterme erklären. So ist z.B. die Aufweitung der Wirbelstraße durch die turbulente Diffusion T3 (Kap. 4.3.5) in obiger Überlegung nicht enthalten. Grundsätzlich läßt sich jedoch aussagen, daß in allen Fällen eine stetige Zunahme von τ mit steigendem M/R vorliegt.

4.3.2 Mittlere kinetische Energiedichte (MKE)

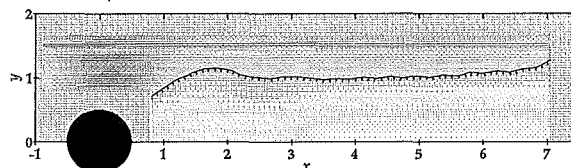
Neben der TKE liefert auch die mittlere kinetische Energiedichte $MKE = \frac{1}{2} \bar{v}_j \bar{v}_j$ wichtige Informationen über die Struktur der Wirbelstraße. Wie bereits in Kap. 4.3.1 gezeigt, würde in einer ungestörten laminaren Strömung überall $MKE = 0,5$ gelten. In Abb. 4-25 ist die tatsächliche räumliche Verteilung der MKE für vier typische (M,R) -Kombinationen aufgetragen. Die schwarze Linie markiert den Wert $MKE = 0,5$; die kurzen Striche kennzeichnen den Bereich mit $MKE < 0,5$.



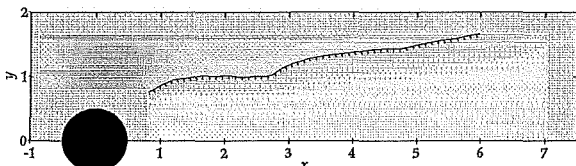
$M=1200, R=2000$:



$M=1200, R=5000$:



$M=1200, R=10000$:



$M=500, R=5000$:

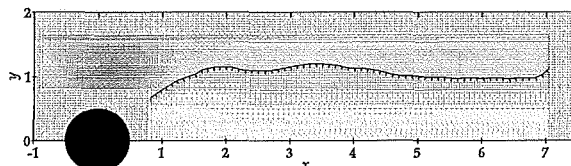


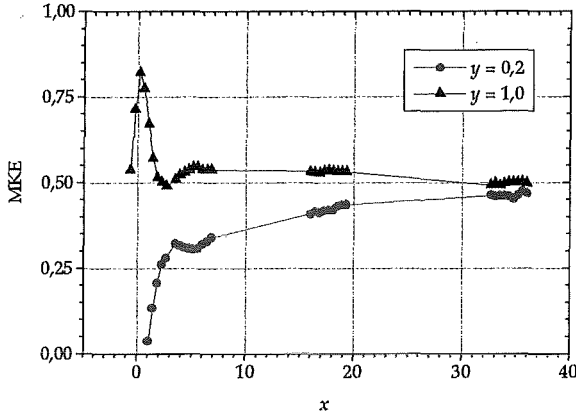
Abb. 4-25: Mittlere kinetische Energiedichte MKE

Erwartungsgemäß herrscht im Nachlaufgebiet ein Defizit am MKE, da in diesem Bereich die TKE von Null verschieden ist. Die Produktion von TKE ist direkt hinter dem Zylinder ($y < 2$) am größten (s. Kap. 4.3.3), weshalb dort das Minimum der MKE-Verteilung liegt. Die maximale MKE befindet sich neben dem Zylinder, da hier die mittlere Strömungsgeschwin-

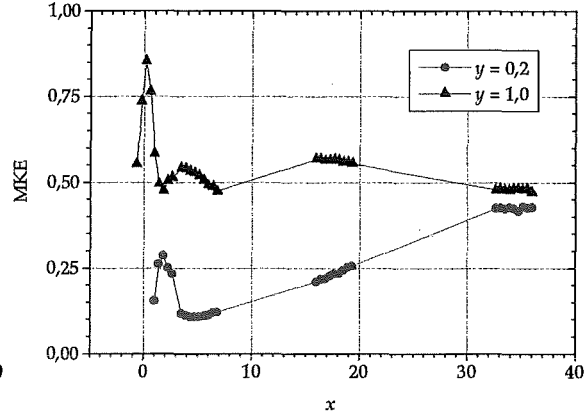
digkeit am größten ist. Das Auffächern der Wirbelstraße für $(M,R)=(1200,10000)$ ist in der MKE-Auftragung ebenfalls erkennbar.

Die Entwicklung der mittleren Strömungsenergie für größere x -Distanzen hinter und neben dem Zylinder zeigt Abb. 4-26:

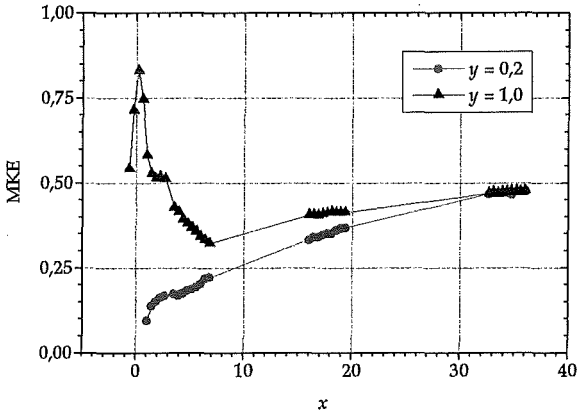
$M=1200, R=2000$:



$M=1200, R=5000$:



$M=1200, R=10000$:



$M=500, R=5000$:

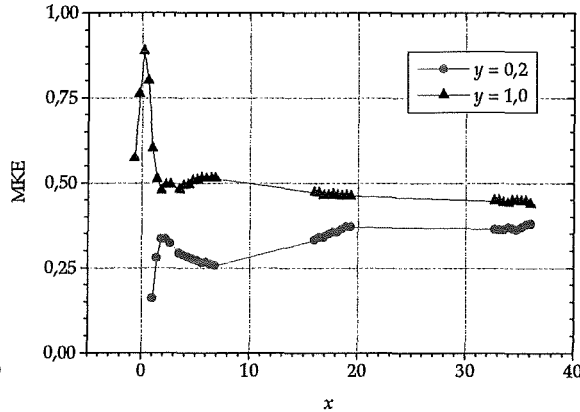


Abb. 4-26: Mittlere kinetische Energiedichte MKE

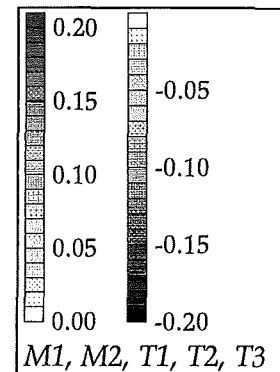
Neben den bereits erwähnten Details liefert Abb. 4-26 weitere Hinweise auf die Struktur der Wirbelstraße in Abhängigkeit von M und R . In der folgenden Argumentation werden auch Ergebnisse aus Kap. 4.2 verwendet:

- Bei $(M,R)=(1200,2000)$ liegt eine periodische Wirbelstraße vor, deren Ausdehnung in y -Richtung den Wert $y = 1$ nicht erreicht. Für $x < 30$ ist deshalb die MKE dort größer als 0,5, da das Defizit im Nachlauf ausgeglichen werden muß. Ab $x \approx 30$ ist die Wirbelstraße verschwunden, und beide Kurven haben sich einander angenähert. Obwohl dort praktisch keine TKE mehr vorhanden ist, bleibt noch eine geringe Differenz zwischen beiden Positionen erhalten. Dies bedeutet, daß im vorliegenden Fall das homogene Grundströmungsprofil erst deutlich nach dem vollständigen Abklingen der Wirbelstraße wieder erreicht wird.
- Im Fall $(M,R)=(1200,5000)$ ist ebenfalls eine periodische Wirbelstraße vorhanden, die bei $x \approx 5..10$ den Bereich $y = 1$ erreicht. Weiter stromabwärts ist ihr Verhalten ähnlich wie bei $(M,R)=(1200,2000)$, wobei die Differenz zwischen $y = 0,2$ und $y = 1,0$ für größere x -Werte aufgrund der stärkeren Fluktuationen deutlicher ausgeprägt bleibt.
- Die auffächernde Wirbelstraße bei $(M,R)=(1200,10000)$ erreicht bereits bei $x \approx 4$ den Wert $y = 1$. Diese Ausbreitung bleibt stromabwärts erhalten, da überall $MKE < 0,5$ gilt. Obwohl für $x > 30$ noch signifikante Fluktuationen vorhanden sind, erreicht die MKE an beiden y -Positionen wieder den Ausgangswert 0,5. Daraus folgt, daß sich die Wirbelstraße hier in y -Richtung homogen über die gesamte Kanalbreite ausgedehnt hat.

- $(M,R)=(500,5000)$ zeigt gleichfalls eine ab $x \approx 10$ auffächernde Wirbelstraße. Im Gegensatz zum vorhergehenden Fall ist diese jedoch für $x > 30$ nicht über die gesamte Kanalbreite ausgedehnt, weshalb die beiden Kurven hier eine Differenz von ca. 0,1 beibehalten.

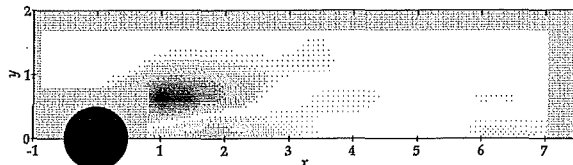
4.3.3 Energieaustausch zwischen MKE und TKE (Turbulenz-Produktion)

In den Kap. 4.3.3 bis 4.3.8 werden die Transportterme aus mittlerer und turbulenter Energiegleichung einzeln untersucht. Während TKE und MKE die Verteilung der Energie im Strömungsgebiet darstellen, geben die Transportterme eine Vorstellung davon, wie diese Strukturen zustande kommen. Sie beschreiben, wie die unterschiedlichen Mechanismen Energie von einem Ort zum anderen transportieren und welchen Einfluß dies auf das zeitlich gemittelte Strömungsmuster hat. In den folgenden Abbildungen sind nicht die Transportterme selbst aufgetragen, sondern die in der Energiegleichung auftretenden Divergenzen. Die räumlichen Auftragungen zeigen daher, wieviel Energie pro Zeit der betreffende Energiestrom an einer bestimmten Stelle im zeitlichen Mittel aufnimmt bzw. abgibt. Die nebenstehende Skala wird in den Kap. 4.3.3, 4.3.4, 4.3.5 und 4.3.8 für alle Auftragungen verwendet und erlaubt daher Intensitätsvergleiche zwischen den Termen M1, M2, T1, T2 und T3. Eine rote Schattierung zeigt an, daß der betreffenden Energieform (MKE bzw. TKE) Energie zugeführt wird, die blaue Farbe bedeutet, daß ihr an dieser Stelle Energie entzogen wird.

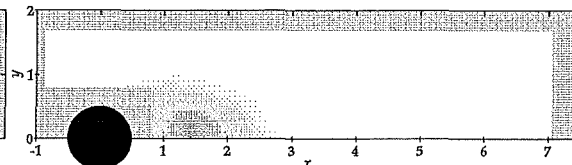


Die folgende Abb. 4-27 zeigt für vier typische (M,R) -Kombinationen die Entstehung von TKE im Zylindernachlauf. An diesem Vorgang sind der Term M2 aus der mittleren und der Term T2 aus der turbulenten Energiebilanz beteiligt. T2 beschreibt die eigentliche Turbulenzproduktion: Rote Farbe bedeutet Energiezufuhr für die Turbulenz. Diese Energie wird der mittleren Strömung von M2 an blau gefärbten Stellen entzogen:

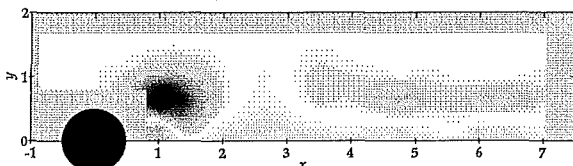
$M=1200, R=2000$, Term M2:



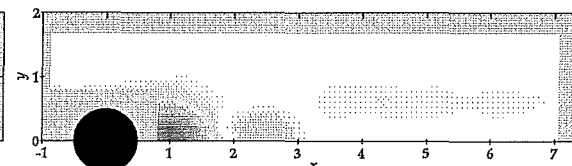
$M=1200, R=2000$, Term T2:



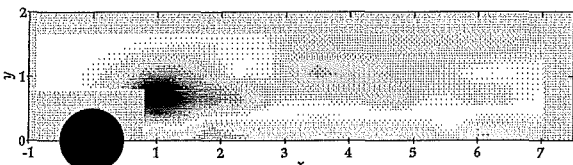
$M=1200, R=5000$, Term M2:



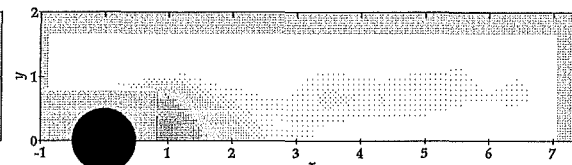
$M=1200, R=5000$, Term T2:



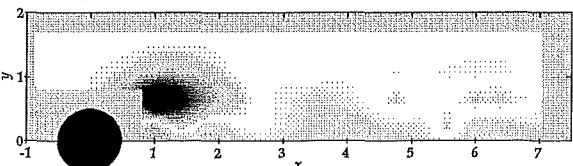
$M=1200, R=10000$, Term M2:



$M=1200, R=10000$, Term T2:



$M=500, R=5000$, Term M2:



$M=500, R=5000$, Term T2:

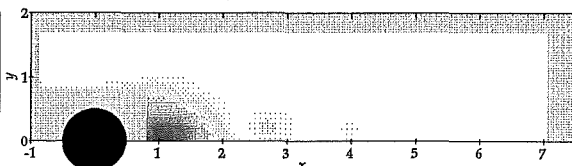


Abb. 4-27: Energieentzug aus der mittleren Strömung (Term M2) und Turbulenzproduktion (Term T2)

Der gesamte Mechanismus ist in allen Fällen ähnlich: Die Turbulenzproduktion findet hauptsächlich direkt hinter dem Zylinder statt ($x < 2$). Die benötigte Energie wird der mittleren Strömung symmetrisch zur x -Achse an zwei Stellen (bei $x \approx 1$, $y \approx \pm 0,5$) entzogen. Bei $M = 1200$ findet die Umwandlung von MKE in TKE für $R \geq 5000$ in geringerem Maße auch weiter stromabwärts statt. Wesentlich auffälliger sind jedoch die beiden folgenden Effekte:

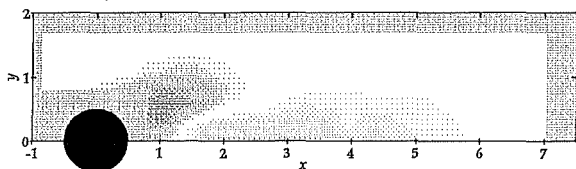
- Bei $R = 5000$ *entzieht* T2 der Turbulenz zwischen $2 < x < 3$ Energie, die gewissermaßen an die mittlere Strömung „zurückgegeben“ wird.
- M2 weist für alle Parameter im gesamten Nachlauf bei $x \approx 0$ einen ausgedehnten roten Bereich auf, in dem Energie an die mittlere Strömung abgegeben wird. Dieser Term entzieht der mittleren Strömung damit nicht nur Energie zur Turbulenzproduktion, sondern gleicht auch innerhalb der mittleren Strömung zwischen Bereichen mit MKE-Überschuß und -Defizit aus.

Dies führt zu der Schlußfolgerung, daß die physikalische Bedeutung der Terme M2 und T2 entgegen dem in der Literatur üblichen Namen „Produktionsterm“ nicht auf diesen Effekt beschränkt ist: da T2 nicht positiv definit ist, kann er auch TKE „vernichten“, ebenso kann M2 der mittleren Strömung wieder Energie zuführen.

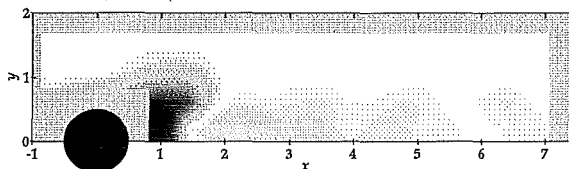
4.3.4 Konvektiver TKE –Transport

Der konvektive Transport von TKE durch die mittlere Strömung wird in der Energiebilanz durch den Term T1 beschrieben. Dieser steht im Gegensatz zu T2 in Kap. 4.3.3 nicht in Wechselwirkung mit einer anderen Energieform (MKE oder Wärme) und kann daher TKE weder erzeugen noch vernichten, sondern nur innerhalb des Strömungsgebietes umverteilen. In Abb. 4-28 ist dieser Vorgang wie bisher für vier (M,R) -Kombinationen dargestellt. Die Farbskala entspricht Kap. 4.3.3, rote bzw. blaue Farbe bedeutet Zufuhr bzw. Entnahme von TKE.

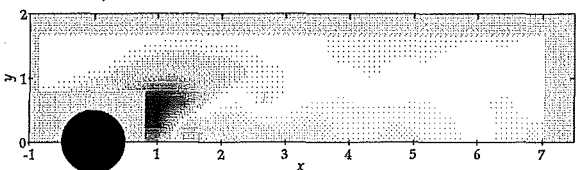
$M=1200, R=2000$:



$M=1200, R=5000$:



$M=1200, R=10000$:



$M=500, R=5000$:

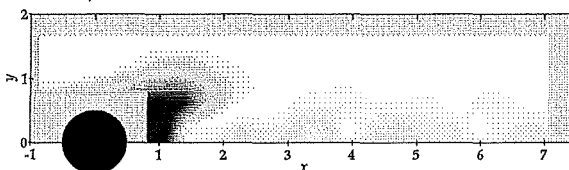


Abb. 4-28: Divergenz des konvektiven TKE-Transports, Term T1

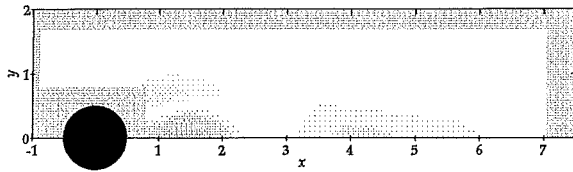
Wiederum ist der qualitative Verlauf von T1 weitgehend parameterunabhängig. In einer kleinen, zusammenhängenden Fläche um $(x,y) = (1;0,5)$ wird der turbulenten Strömung Energie entzogen, die weiter stromabwärts entlang der x -Achse gleichmäßig wieder abgegeben wird. Der konvektive Transport verteilt damit TKE aus dem Gebiet maximaler Produktion in die Bereiche, in denen dissipative Prozesse vorherrschen (s. Kap. 4.3.6).

Der konvektive TKE-Transport hat keinen bedeutenden Einfluß auf die Auffächerung der Wirbelstraße bei $(M,R)=(1200,10000)$. Abb. 4-28 zeigt für diesen Fall sogar eine leichte Verringerung der Energie bei $y \approx 1,5$ an, d.h. einen Vorgang, der die Ausbreitung eher beeinträchtigt. Auf jeden Fall gibt T1 in den Außenbereichen keine Energie ab und trägt damit nicht zur Entstehung dieses Effektes bei.

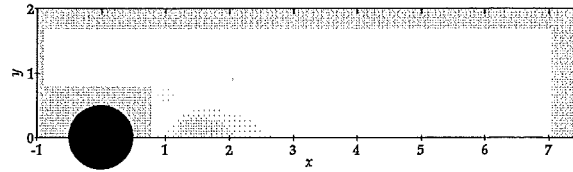
4.3.5 Turbulente Diffusion

Die turbulente Diffusion von TKE (Term T3 der turbulenten Energiegleichung (4.2)) besitzt eine ähnliche physikalische Bedeutung wie der konvektive Transport T1: Aufgrund seiner Form kann T3 auch als konvektiver TKE-Transport durch die Fluktuationen verstanden werden und bewirkt daher ebenfalls eine räumliche Umverteilung der TKE. Abb. 4-29 verwendet die gleiche Farbskala wie die vorangegangenen Kapitel.

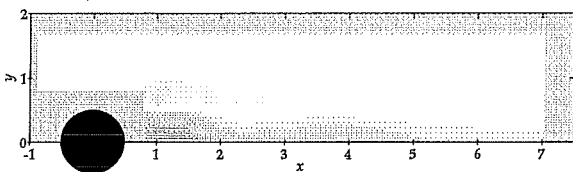
$M=500, R=2000:$



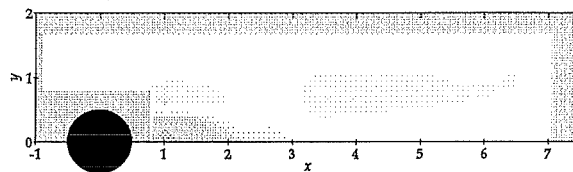
$M=1200, R=2000:$



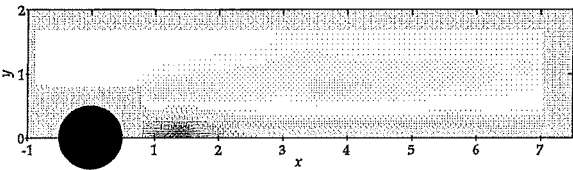
$M=500, R=5000:$



$M=1200, R=5000:$



$M=500, R=10000:$



$M=1200, R=10000:$

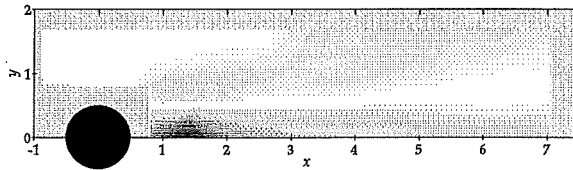
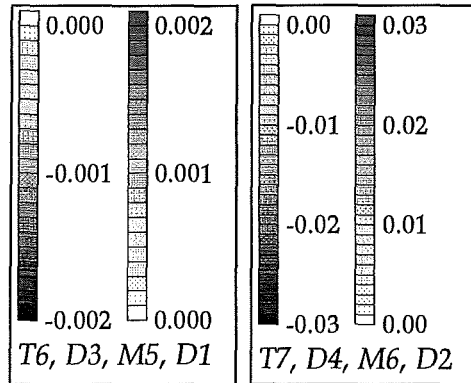


Abb. 4-29: Turbulente Diffusion, Term T3

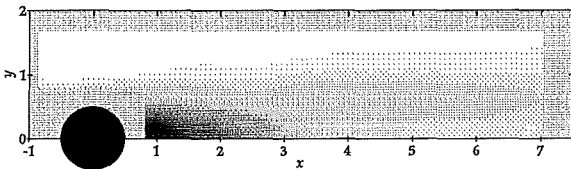
Die Bedeutung der Namens „turbulente Diffusion“ wird in Abb. 4-29 sofort ersichtlich: Ein Vergleich mit der TKE-Verteilung in Abb. 4-21 zeigt, daß T3 Energie aus Bereichen hoher TKE-Intensität in die Randbereiche transportiert und damit einen diffusiven Prozeß darstellt. In diesem Zusammenhang wird deutlich, daß T3 die physikalische Ursache für die in Kap. 4.2 beobachtete Auflösung der periodischen Wirbelstraße darstellt: Während für $R \leq 5000$ die Stärke von T3 verglichen mit T1 oder T2 relativ gering ist, wird bei $R = 10000$ sowohl eine Zunahme der Gesamtintensität wie auch das Auftreten eines zusammenhängenden roten Bereiches beobachtet, der sich vom Zylinder weg bis weit über den Meßbereich der Sonde nach außen erstreckt und damit für eine gleichmäßigere Verteilung der TKE im Nachlauf des Zylinders sorgt. Für $(M,R)=(500,5000)$ ist dieser Effekt nicht sichtbar, da die Auffächerung der Wirbelstraße erst für $x \gg 7$ beginnt.

4.3.6 Dissipation von TKE

Als letzter Teil der turbulenten Energiebilanz werden in diesem Kapitel die beiden Dissipationsmechanismen behandelt. Die Kombination der Terme T6 (Energieentzug aus der Strömung) und D3 (Erzeugung von Wärme) beschreibt die Umwandlung von TKE in thermische Energie durch zweidimensionale viskose Dissipation in x - und y -Richtung. Die Terme T7 und D4 behandeln in gleicher Weise den zusätzlichen Q2D-Effekt der viskosen Dissipation in den Hartmannschichten. In diesem Hinblick können beide Prozesse mit M2/T2 in Kap. 4.3.3 verglichen werden, die eine analoge Umwandlung von MKE in TKE beschreiben. Im Gegensatz zu diesen sind die Dissipationsterme jedoch alle positiv bzw. negativ definit, d.h. der Vorgang der Dissipation läuft erwartungsgemäß nur in eine Richtung ab (s. Abschnitt 1.2.5). Abb. 4-30 und Abb. 4-31 zeigen beide Terme im Vergleich, wobei jeweils unterschiedliche Farbskalen verwendet werden (s. oben rechts).



Term T6:



Term D3:

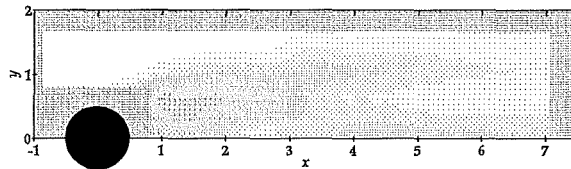
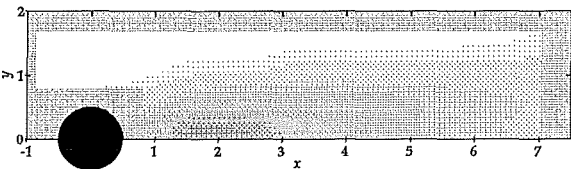


Abb. 4-30: 2D viskose Dissipation, $M=1200$, $R=5000$

Term T7:



Term D4:

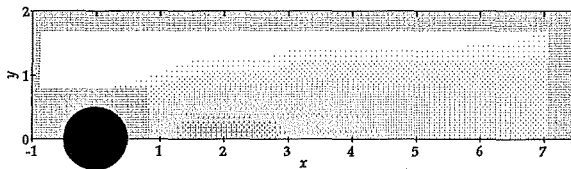


Abb. 4-31: Hartmannschicht-Dissipation, $M=1200$, $R=5000$

Die Farbskalen belegen, daß die lokalen Intensitäten der Hartmannschicht-Dissipation um etwa eine Größenordnung geringer sind als die Terme der vorherigen Kapitel. Die 2D-Dissipation liegt nochmals eine Größenordnung tiefer. Daraus folgt, daß beide Prozesse in der lokalen Energiebilanz von untergeordneter Bedeutung sind, weshalb in Abb. 4-30 und Abb. 4-31 nur ein repräsentativer Fall $(M,R)=(1200,5000)$ dargestellt ist. Da jedoch vor allem die Hartmannschicht-Dissipation über größere x -Distanzen im Nachlauf vorhanden ist, zeigt sich ihr Einfluß erst bei einer globalen Betrachtung in einer –gemessen an den anderen Transporttermen– schwachen, aber stetigen Dämpfung der Wirbelenergie. Für höhere R kann dagegen die 2D-Dissipation aufgrund ihrer Proportionalität zu $1/R$ vollständig vernachlässigt werden.

Für eine grundsätzliche Diskussion beider Mechanismen ergeben sich dennoch interessante Ergebnisse:

- Ein Vergleich von T6 und D3 zeigt, daß die Erzeugung von Wärme analog zur Turbulenzproduktion in Kap. 4.3.3 nicht unbedingt an der Stelle erfolgt, an der die Energie der Strömung entzogen wird. Während T6 hauptsächlich direkt hinter dem Zylinder konzentriert ist, findet die tatsächliche Dissipation seitlich versetzt statt. Dies ist vor allem deshalb interessant, weil in der Literatur häufig entweder T6 oder D3 allein behandelt werden und in beiden Fällen von der „Dissipation kinetischer Energie“ gesprochen wird (z.B.

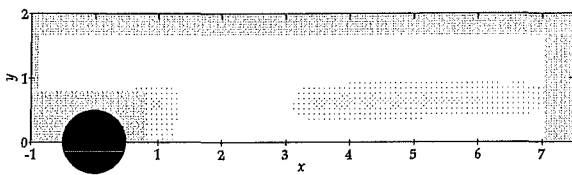
McComb [1990, S.11, S.28ff, S.523ff]). Oft wird sogar *fälschlicherweise* D3 statt T6 in die Bilanzgleichung der turbulenten kinetischen Energie eingesetzt (McComb [1990, S.523ff], [Bradshaw 1971, S. 24ff]).

- Für T7 und D4 stellt sich dieses Problem nicht, da beide Terme bis auf ihr Vorzeichen identisch sind. Somit finden Energieentzug und Dissipation immer am selben Ort zur selben Zeit statt. Da beide Terme zur TKE proportional sind (s. Energiegleichung (4.2)), ist ihr Verlauf qualitativ mit dem der TKE identisch.

4.3.7 Dissipation von MKE

Um eine vollständige Diskussion aller Energiebilanzen zu gewährleisten, zeigen Abb. 4-33 und Abb. 4-34 die zu Kap. 4.3.6 analogen Auftragungen für die MKE. Die Farbskalen sind ebenfalls identisch.

Term M5:



Term D1:

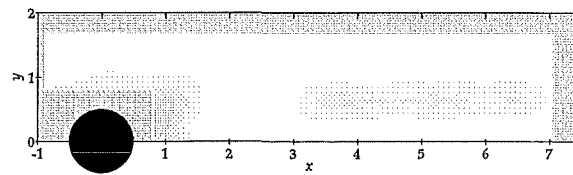
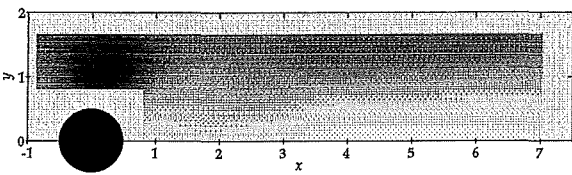


Abb. 4-32: 2D viskose Dissipation, $M=1200$, $R=5000$

Term M6:



Term D2:

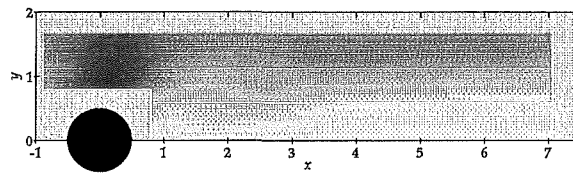


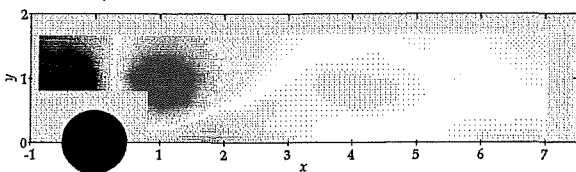
Abb. 4-33: Hartmannschicht-Dissipation, $M=1200$, $R=5000$

Alle in Kap. 4.3.6 angeführten Argumente lassen sich sinngemäß auf die MKE-Dissipation übertragen. An dieser Stelle ist als wichtigster Punkt festzuhalten, daß auch diese Terme um mindestens eine Größenordnung geringer sind als die Transportterme und deshalb in der Gesamtbilanz lokal nicht beachtet werden müssen.

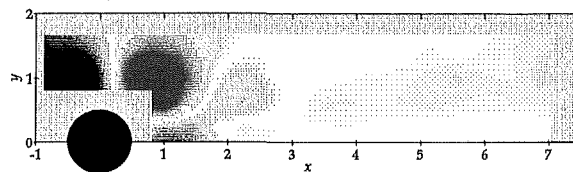
4.3.8 Konvektiver MKE-Transport

Der konvektive Transport von MKE durch die mittlere Strömung steht nicht in direkter Verbindung zur turbulenten Energie, da der zugehörige Term M1 aus der mittleren Energiegleichung (4.1) stammt und deshalb nur die Umverteilung von MKE innerhalb der Strömung behandelt. Er ist jedoch für eine vollständige Bilanz des Energietransports notwendig, da er die Voraussetzung zur Turbulenzproduktion durch M2/T2 schafft. Dieser Vorgang wird in Abb. 4-34 für vier (M,R) -Kombinationen unter Verwendung der ursprünglichen Farbskala aus Kap. 4.3.3 dargestellt.

$M=1200$, $R=2000$:



$M=1200$, $R=5000$:



$M=1200$, $R=10000$:

$M=500$, $R=5000$:

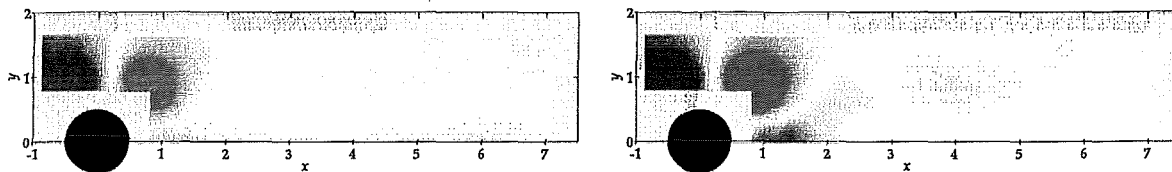


Abb. 4-34: Divergenz des konvektiven MKE-Transports, Term $M1$

Als wesentliches Merkmal fällt auf, daß die Intensität des Energieaustauschs von $M1$ deutlich höher liegt als in allen vorangegangenen Prozessen. Abgesehen von geringen Effekten im Nachlaufgebiet findet der Vorgang hauptsächlich in zwei nahezu kreisförmigen Gebieten statt, die sich seitlich versetzt bei $y \approx 1$ kurz vor bzw. nach dem Zylinder befinden und einen dimensionslosen Durchmesser von 1–1,5 besitzen¹. Ein signifikanter Einfluß von M und R auf $M1$ ist nicht feststellbar. Der physikalische Ablauf stellt sich wie folgt dar: Innerhalb der blauen Fläche vor dem Zylinder wird der mittleren Strömung Energie entzogen, die konvektiv über den Bereich maximaler MKE-Intensität direkt neben dem Zylinder (s. Abb. 4-25) hinweg in die rote Fläche transportiert wird. Dort wird sie wieder an die mittlere Strömung zurückgegeben.

4.3.9 Beschreibung des gesamten Energietransports

Aus der Summe sämtlicher in Kap. 4.3.3 bis 4.3.8 beschriebenen Transport, Austausch- und Dissipationsvorgänge läßt sich ein Gesamtbild für die Entstehung einer zweidimensionalen Wirbelstraße hinter einem Zylinder in Bezug auf den „Weg“ der Energie konstruieren. Wichtig ist hierbei, daß es sich bei den Energiebilanzen (4.1) und (4.2) um zeitlich gemittelte Gleichungen handelt: da MKE und TKE zeitlich konstant sind, muß die Summe der Divergenzen aller Transportterme einer Gleichung an jeder Stelle identisch Null sein. Unter Verwendung dieser Tatsache erhält man folgende Argumentationskette:

1. Da es sich im vorliegenden Fall um die Strömung eines inkompressiblen Mediums handelt, ist die mittlere Strömungsgeschwindigkeit und damit die MKE in jedem Kanalquerschnitt gleich – sowohl vor wie auch hinter dem Zylinder. Die zur Turbulenzerzeugung verwendete und schließlich dissipierte Energie kann also nicht aus der MKE stammen. Da stromaufwärts vor dem Zylinder ein stationäres Geschwindigkeitsprofil vorliegt, kann sie nur von dem mit dem mittleren Druck verbundenen Energiestrom antransportiert werden. Abb. 4-34 bestätigt dies: in dem blauen Feld schräg vor dem Zylinder nimmt der konvektive Transport $M1$ große Energiemengen auf. Die vorangegangenen Kapitel belegen, daß weder $M2$ noch $M4$, $M5$ oder $M6$ in diesem Bereich eine rote Färbung zeigen. Da sich die MKE dort aber zeitlich nicht ändern darf, muß ein anderer Term hier Energie „abliefern“; übrig bleibt nur die (nicht gemessene) Divergenz $M3$ des mit dem mittleren Druck verbundenen Energiestroms. An dieser Stelle wird demnach Energie von diesem Energiestrom auf den konvektiven Transport „umgeladen“.
2. Diese Energie wird in der roten Fläche in Abb. 4-34 wieder abgegeben. $M2$ zeigt hier eine starke blaue Färbung, daher nimmt sie der zugehörige Energiestrom an dieser Stelle nahezu vollständig wieder auf. In Abb. 4-27 wird ersichtlich, wie diese Energie dann von $T2$ in TKE umgewandelt wird.
3. Die erzeugte TKE wird am Entstehungsort von der TKE-Diffusion (s. $T3$) und der TKE-Konvektion (s. $T1$) aufgenommen und im gesamten Nachlauf verteilt.
4. Die Dissipation gewinnt erst über größere Entfernungen stromabwärts vom Zylinder an Bedeutung: die von $T3$ und hauptsächlich $T1$ wieder abgegebene Energie wird schließlich der Strömung entzogen und in Wärme umgewandelt.

¹ Da die gesamte Anordnung spiegelsymmetrisch zu $y = 0$ ist, sind bei $y < 0$ beide Bereiche nochmals vorhanden, so daß insgesamt vier Gebiete existieren.

5 SCHLUSSBETRACHTUNG

Zusammenfassend lassen sich die Resultate der vorliegenden Arbeit in zwei Gruppen unterteilen: Zum einen wird gezeigt, daß mit der verwendeten Meßtechnik die erfolgreiche Untersuchung von Q2D-Strömungen in der Magnetohydrodynamik möglich ist. Zum anderen liefern die Ergebnisse neue Erkenntnisse über das Verhalten einer Q2D-Wirbelstraße bei hohen Hartmann- und Reynoldszahlen. Für beide Aspekte sind die wesentlichen Punkte im folgenden nochmals aufgeführt:

- Mit der Kombination aus Kreislauf, Matrixsonde und Meßsoftware liegt ein flexibles System vor, mit dem bei geringem Vorbereitungsaufwand unterschiedliche grundlegende Experimente zu Q2D-Strömungen durchgeführt werden können.
- Die Methode der gemittelten Spektren erweist sich als zuverlässiges Verfahren zur Bestimmung von Stabilitätsgrenzen bei Übergängen von stationären zu zeitabhängigen Strömungen. Sie liefert bei geringem Meßaufwand präzise Werte und definierte Fehlergrenzen.
- Die Technik der indirekten Strömungsvisualisierung durch die Messung der elektrischen Potentialverteilung an einer Hartmannwand ermöglicht zum ersten Mal die Darstellung ausgedehnter Strömungsstrukturen in MHD-Flüssigmetallströmungen.
- Die Bestimmung von kritischer Reynoldszahl R_c , Ausbreitungsgeschwindigkeit s_c und Wellenzahl k_c für die Scherströmungsinstabilität, die mit Hilfe einer inhomogenen elektrischen Leitfähigkeit der Hartmannwände erzeugt wird, liefert durch den Vergleich mit theoretischen Rechnungen von Bühler [1996] eine Bestätigung für die Zulässigkeit des Q2D-Modells. Die Messung von R_c im Zylindernachlauf zeigt zudem, daß es sich bei dem linearen $R_c(M)$ -Zusammenhang für $M \gg 1$ um ein allgemeingültiges Merkmal von Q2D-Strömungen handelt.
- Die Auswertung der Zeitreihen und Momentaufnahmen der Zylinder-Wirbelstraße zeigt, daß sich die geordnete, periodische Wirbelabfolge bei $M = 500$, $R \geq 5000$ und bei $M = 1200$, $R = 10000$ auflöst und einzelne Wirbel oder Wirbelpaare und -gruppen über den gesamten Kanalquerschnitt unregelmäßig verteilt auftreten. Eine Erhöhung der Hartmannzahl hat auf diesen Vorgang einen stabilisierenden Einfluß. Wirbel, die von der Kanalmitte in y -Richtung nach außen transportiert werden, werden an den seitlichen Wänden vernichtet. Die Dissipation der Wirbelenergie erfolgt nicht durch einen kaskadenartigen Zerfall in kleinere Strukturen, sondern über den für quasi-zweidimensionale Strömungen typischen Mechanismus der Hartmannschicht-Dissipation, der für eine kontinuierliche Abnahme der Wirbelintensität sorgt.
- Die Analyse der statistisch gemittelten Q2D-Energiegleichung gibt Aufschluß über die Wechselwirkung zwischen Druck, mittlerer Strömung und turbulenten Fluktuationen bei der Entstehung der Wirbelstraße. Die zweidimensionale Auftragung der einzelnen Prozesse veranschaulicht sowohl die räumliche Ausdehnung wie die Intensität der einzelnen Austauschterme.

Es bleibt festzuhalten, daß die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit zusammen mit der vorhandenen Meß- und Auswertetechnik mehrere Anregungen für weitere Messungen bieten, die an dieser Stelle aufgeführt werden:

- Die beobachtete Auflösung der Wirbelstraße für $R > 5000$ führt wie gezeigt zu einer Vernichtung von Wirbeln durch Kontakt mit den seitlichen Kanalwänden. In dimensionslosen Koordinaten befinden sich diese bei $y = \pm 5$, während die Matrixsonde nur den Bereich $y = -0,2 - 1,9$ abdeckt. Durch eine Drehung der Sonde um 90° ließe sich z.B. das Gebiet $y = 0,8 - 5,0$ beobachten und damit eine Visualisierung des beschriebenen Prozesses durchführen.

- Mit der vorhandenen experimentellen Ausstattung kann der in dieser Arbeit verwendete Kreiszyylinder durch einen Verdrängungskörper mit quadratischem Querschnitt („Quadrat-Zylinder“) ersetzt werden. Bei einer erneuten Messung wären dann vor allem eventuelle Verschiebungen der Stabilitätsgrenzen und die Auflösung der Wirbelstraße von besonderem Interesse.
- Die in Kap. 2.4.2 beschriebene seitliche Öffnung im Zylindermeßkanal kann für den Einbau einer in y -Richtung verfahrbaren Potentialmeßsonde verwendet werden, die in der Kanalmitte bei $z = 0$ eine direkte Messung der Strömungsgrößen im Kern ermöglichen würde. Insbesondere könnte eine derartige Sonde auch den elektrischen Potentialgradienten in z -Richtung erfassen und so eventuelle Abweichungen vom idealen Q2D-Verhalten bei niedrigen Hartmannzahlen feststellen.

6 ANHANG

A Temperaturabhängigkeit der GaInSn-Stoffdaten

Zur Berechnung der Kennzahlen M , N und R werden exakte Zahlenwerte für die Materialkonstanten des Fluids benötigt. In der vorliegenden Arbeit werden diese für GaInSn aus der gemessenen Fluidtemperatur T mittels eines Polynomfits 2. Grades berechnet:

$$\text{Größe} = C_0 + C_1 \cdot T + C_2 \cdot T^2 \quad (6.1)$$

Die Koeffizienten C_0 , C_1 und C_2 entstammen der Veröffentlichung von Barleon [1996] und sind im Temperaturbereich bis 200 °C gültig:

Größe	Dimension	C_0	C_1	C_2
Dichte ρ	kg/m ³	6372	-0,44	0
Kinematische Zähigkeit ν	10 ⁻⁶ m ² /s	0,3853	-0,001926	3,2686·10 ⁻⁶
Elektrische Leitfähigkeit σ	10 ⁶ A/(V·m)	3,4882	-0,00932	1,3933·10 ⁻⁵

B Statistische Mittelung von Meßsignalen

Annahme: Ein zeitabhängiges Meßsignal $m(t)$, welches für $t = 0 - T$ gegeben sei, setze sich additiv aus dem „echten“ Signal $e(t)$ und einem Störsignal $s(t)$ (z.B. Hintergrundrauschen) zusammen:

$$m(t) = e(t) + s(t) \quad (6.2)$$

Diese drei Funktionen lassen sich in Fourier-Reihen entwickeln:

$$\begin{aligned} m(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{m}_n \cdot \sin(\omega_n t + \xi_n) \\ e(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{e}_n \cdot \sin(\omega_n t) \\ s(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{s}_n \cdot \sin(\omega_n t + \varphi_n) \end{aligned} \quad (6.3)$$

mit $\omega_n = 2\pi n/T$, wobei die Phasenlage von $e(t)$ ohne Beschränkung der Allgemeinheit zu Null gesetzt wird.

Der Cosinus-Satz liefert zwischen den einzelnen Fourierkoeffizienten den Zusammenhang:

$$\tilde{m}_n^2 = \tilde{e}_n^2 + \tilde{s}_n^2 + 2 \cdot \tilde{e}_n \cdot \tilde{s}_n \cdot \cos(\varphi_n) \quad (6.4)$$

Wird nun \tilde{m}_n oft ($\gg 1$) gemessen, so können folgende Voraussetzungen als erfüllt angesehen werden:

1. Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von \tilde{e}_n , \tilde{s}_n , φ_n sind unabhängig.
2. φ_n ist gleichverteilt, d.h.

$$\rho(\varphi) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & \text{für } 0 \leq \varphi \leq 2\pi \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.5)$$

Dann gilt (spitze Klammern bedeuten Mittelung über alle Messungen):

$$\begin{aligned} \langle \tilde{m}_n^2 \rangle &= \langle \tilde{e}_n^2 \rangle + \langle \tilde{s}_n^2 \rangle + 2 \cdot \underbrace{\langle \tilde{e}_n \cdot \tilde{s}_n \cdot \cos \varphi_n \rangle}_{\substack{1. \\ = \langle \tilde{e}_n \rangle \cdot \langle \tilde{s}_n \rangle \cdot \underbrace{\langle \cos \varphi_n \rangle}_{2. \\ = 0}}} \end{aligned} \quad (6.6)$$

Daraus folgt

$$\langle \tilde{m}_n^2 \rangle = \langle \tilde{e}_n^2 \rangle + \langle \tilde{s}_n^2 \rangle \quad (6.7)$$

und demnach auch

$$\langle m^2 \rangle = \langle e^2 \rangle + \langle s^2 \rangle. \quad (6.8)$$

C Diskretisierung der räumlichen ϕ -Ableitungen

Zur Berechnung von Geschwindigkeiten und Wirbelstärke sowie der Terme der Energiegleichung müssen die Gradienten der Stromfunktion (bzw. des elektrischen Potentials) durch Differenzen zwischen den diskreten Meßpins der Matrixsonde angenähert werden. Die hierfür verwendeten Formeln sind im folgenden angegeben; die Bezeichnungen entsprechen Abb. 6-1. Zur Bildung 2. Ableitungen am Punkt ϕ_{00} ist ein Raster von 3×3 Meßpins erforderlich. Um zusätzlich 3. Ableitungen ermitteln zu können, müssten z.B. für $\partial_x^3 \phi$ mindestens 4 Pins in x -Richtung verwendet werden. Die Abmessungen dieses Rasters wären jedoch zu groß, um die Diskretisierung noch als zuverlässige Näherung ansehen zu können.

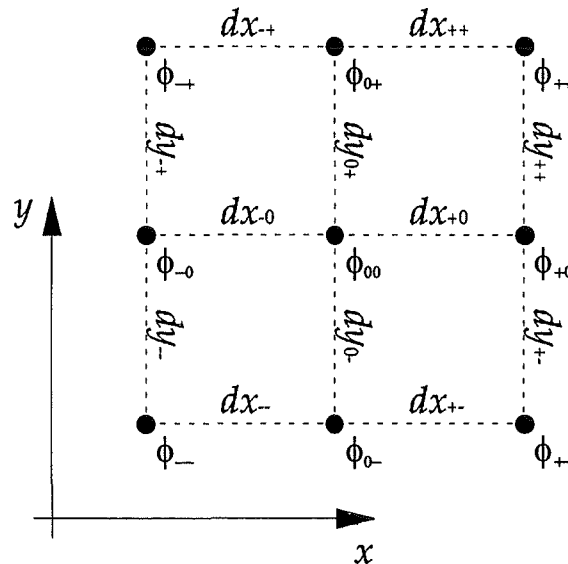


Abb. 6-1: Bezeichnungen der Potentialpins und Relativabstände

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi_{00} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\phi_{0+} - \phi_{00}}{dx_{+0}} + \frac{\phi_{00} - \phi_{0-}}{dx_{-0}} \right) \quad (6.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \phi_{00} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\phi_{0+} - \phi_{00}}{dy_{0+}} + \frac{\phi_{00} - \phi_{0-}}{dy_{0-}} \right) \quad (6.10)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi_{00} \approx \frac{2}{dx_{+0} + dx_{-0}} \left(\frac{\phi_{+0} - \phi_{00}}{dx_{+0}} - \frac{\phi_{00} - \phi_{-0}}{dx_{-0}} \right) \quad (6.11)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \phi_{00} \approx \frac{2}{dy_{0+} + dy_{0-}} \left(\frac{\phi_{+0} - \phi_{00}}{dy_{0+}} - \frac{\phi_{00} - \phi_{-0}}{dy_{0-}} \right) \quad (6.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \phi_{00} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \phi_{00} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{\partial}{\partial y} \phi_{+0} - \frac{\partial}{\partial y} \phi_{00}}{dx_{+0}} + \frac{\frac{\partial}{\partial y} \phi_{00} - \frac{\partial}{\partial y} \phi_{-0}}{dx_{-0}} \right) \quad (6.13)$$

D Literaturverzeichnis

- BARLEON, L.; MACK, K.-J.; STIEGLITZ, R. (1996) „The MEKKA-Facility. A Flexible Tool to Investigate MHD-flow Phenomena“, *Forschungszentrum Karlsruhe, Wissenschaftlicher Bericht FZKA 5821*
- BRADSHAW, P. (1971) „An Introduction to Turbulence and its Measurement“, *Pergamon Press, Oxford*
- BRANOVER, H. (1978) „Magnetohydrodynamic Flows in Ducts“, *Halsted*
- BÜHLER, L. (1996) „Instabilities in quasi two-dimensional magnetohydrodynamic flows“, *J. Fluid Mech.* 326(125)
- CURRIE, I. G. (1974) „Fundamental Mechanics of Fluids“, *McGraw-Hill, New York*
- DEBRAY, F. (1997) „Measurement of the onset of MHD-turbulence caused by a jump in the electrical conductivity in the channel walls of GALINKA II in comparison with theoretical models“, *Forschungszentrum Karlsruhe, Wissenschaftlicher Bericht FZKA 5972*
- FLIEßBACH, T. (1994) „Elektrodynamik“, *BI-Wissenschaftsverlag, Mannheim*
- HERRMANN, F. (1990) „Mechanik“, *Vorlesungsskript Universität Karlsruhe*
- KAUFMANN, W. (1958) „Technische Hydro- und Aeromechanik“, *Springer-Verlag, Berlin*
- KIT, L.; TURUNTAEV, S.; TSINOBER, A. (1970) „Investigation with a conduction anemometer of the effect of a magnetic field on disturbances in the wake of a cylinder“, *Magnit. Gidrodinam.* 6(35)
- KOLESNIKOV, Y.; TSINOBER, A. (1972) „Two-dimensional turbulent flow behind a circular cylinder“, *Magnit. Gidrodinam.* 3(23)
- LAHJOMRI, J.; CAPÉLAN, P.; ALEMANY, A. (1993) „The cylinder wake in a magnetic field aligned with the velocity“, *J. Fluid Mech.* 253(421)
- LUGT, H.J. (1979) „Wirbelströmungen in Natur und Technik“, *G. Braun, Karlsruhe*
- MCCOMB, W. D. (1990) „The Physics of Fluid Turbulence“, *Clarendon Press, Oxford*
- MOREAU, R. (1990) „Magnetohydrodynamics“, *Kluwer Academic Publishers, Dordrecht*
- MÜLLER, U. (1992) „Einführung in die Magnetohydrodynamik flüssiger Metalle“, *Vorlesungsskript Universität Karlsruhe*
- REYNOLDS, O. (1895) *Phil. Trans. R. Soc. A* 186, 123
- SOMMERIA, J.; MOREAU, R. (1982) „Why, how, and when, MHD turbulence becomes two-dimensional“, *J. Fluid Mech.* 118 (507)
- ZHANG, H.-Q.; FEY, H.; NOACK, B. (1995) „On the transition of the cylinder wake“, *Phys. Fluids* 7(4)

Die vorliegende Arbeit wurde am Institut für angewandte Thermo- und Fluidodynamik (IATF) des Forschungszentrums Karlsruhe durchgeführt.

Mein besonderer Dank gilt:

- Herrn Prof. Dr. Müller für die Anregung und die Möglichkeit, meine Diplomarbeit am Institut für angewandte Thermo- und Fluidodynamik durchzuführen sowie für die Übernahme des Referats.
- Frau Prof. Dr. Borie für die Übernahme des Korreferats.
- Herrn Dr. Barleon für die jederzeit gute Betreuung und viele Ratschläge, welche die Durchführung der Arbeit wesentlich erleichtert haben.
- Herrn Mack für die außergewöhnliche Unterstützung bei der Konstruktion und dem Betrieb der experimentellen Einrichtung.
- Herrn Dr. Burr, Herrn Dr. Bühler und Herrn Dr. Stieglitz für Ratschläge, Anregungen und Diskussionen.
- Herrn Vollmer und der Elektronikabteilung des IATF für die gute Zusammenarbeit beim Aufbau und Test der Meßeinrichtungen.