



Forschungszentrum Karlsruhe
Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte
FZKA 6627

Strömungsstruktur nahe einer schnell bewegten Kontaktlinie

A. Royon, P. Ehrhard

**Institut für Kern- und Energietechnik
Programm Mikrosystemtechnik**

Oktober 2001

Forschungszentrum Karlsruhe

Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte

FZKA 6627

**Strömungsstruktur
nahe einer schnell bewegten Kontaktlinie**

A. Royon, P. Ehrhard

Institut für Kern- und Energietechnik
Programm Mikrosystemtechnik

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe
2001

Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor
Forschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe
Mitglied der Hermann von Helmholtz-Gemeinschaft
Deutscher Forschungszentren (HGF)
ISSN 0947-8620

Strömungsstruktur nahe einer schnell bewegten Kontaktlinie

Zusammenfassung

Die dynamische Benetzung tritt in vielen technischen Prozessen auf. Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die numerische und experimentelle Untersuchung der physikalischen Mechanismen, die in solchen Problemen auftreten. Die Arbeit gliedert sich in (a) eine numerische Simulation und (b) eine experimentelle Untersuchung, wobei jeweils eine Polyethylen-(PE-) Folie in ein Bad aus zwei nicht-mischbaren Fluiden eingetaucht wird.

Basierend auf einigen Vereinfachungen, um eine schnell konvergierende Näherungslösung zu erhalten, werden die Gleichungen und die Randbedingungen in dimensionsloser Form behandelt. Die relevanten Parameter, die das Problem charakterisieren, sind das Viskositätsverhältnis V_V , das Dichteverhältnis D_V und die Reynolds-Zahl des schweren Fluids, Re_1 . Bei Variation des Viskositätsverhältnisses und der Reynolds-Zahl werden drei Strömungsstrukturen berechnet: (1) Staustromlinie im leichten Fluid, (2) Staustromlinie im schweren Fluid und (3) Übergangsströmung mit Staustromlinien in beiden Fluiden. Die Strömungsstruktur geht kontinuierlich von einer Strömung mit Staustromlinie im leichten Fluid über in eine Strömung mit Staustromlinie im schweren Fluid bei Erhöhung des Viskositätsverhältnisses oder bei Erhöhung der Reynolds-Zahl. Die Mechanismen der Übergänge sind durch eine Verdickung der kinematischen Grenzschicht und durch Trägheitseffekte gegeben. Die Lösung hängt nur schwach vom Dichteverhältnis ab.

Im Experiment wird eine Folie in ein Bad eingetaucht, das mit (a) Silikonöl M1000 und Luft, (b) Wasser und Silikonöl M50 oder (c) Wasser und Silikonöl M10 gefüllt ist. Die Experimente bestätigen die Existenz der zwei Grenzfälle: Staustromlinie in Luft bei der Kombination (a), Staustromlinie im Wasser bei der Kombination (b). Auch der Übergang von einer Strömungsstruktur auf die andere kann bei Erhöhung der Reynolds-Zahl im Falle der Kombination (c) beobachtet werden.

Flow topology adjacent to a fast moving contact line

Abstract

Coating processes are commonly used in industry. In the present report the physical mechanisms involved in such wetting phenomena are investigated (a) by a numerical and (b) by an experimental approach in a plane section perpendicular to the contact line. The problem relates to a tape plunging vertically into a pool of two immiscible fluids.

The equations and boundary conditions describing the problem are treated in non-dimensional form. Several simplifications are introduced to obtain a first approximative solution to the problem. The relevant parameters are the viscosity ratio V_V , the density ratio D_V and the Reynolds number of the heavy fluid, Re_1 . By a variation of the viscosity ratio or of the Reynolds number we demonstrate the existence of three typical flow structures: (1) stagnation point streamline in the light fluid, (2) stagnation point streamline in the heavy fluid or (3) transition flow with stagnation point streamlines in both fluids. The structure changes continuously from a complex flow in the light fluid to a complex flow in the heavy fluid by an increase of the viscosity ratio or by an increase of the Reynolds number in the heavy fluid. The mechanisms of the transitions, involving a thickening of the viscous boundary layer and inertial effects, are discussed in detail. The solution only weakly depends on the density ratio.

In the experiment a PE-tape plunges into a pool of (a) silicone oil M1000 and air, (b) water and silicone oil M50 or (c) water and silicone oil M10. The experimental investigations confirm the existence of the two limit structures, namely a stagnation point streamline in air for the combination (a) or a stagnation point streamline in water for the combination (b). Even the transition from one flow structure to the other is observed with an increase of the Reynolds number for the combination (c).

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Literaturüberblick	2
2	Theoretische Grundlagen zu Strömungen mit freien Grenzflächen	4
2.1	Einführung zu stationären freien Grenzflächen	4
2.1.1	Definitionen und Eigenschaften	4
2.1.2	Gleichungen zur Beschreibung des stationären dreiphasigen Systems	5
2.2	Verallgemeinerung auf dynamische freie Grenzflächen	6
2.2.1	Einleitung	6
2.2.2	Kontaktwinkelhysterese	6
2.2.3	Dimensionslose Kennzahlen	7
2.3	Dynamische Benetzungsfehler	8
3	Numerische Berechnung des Problems	10
3.1	Mathematische Darstellung: Gleichungen, Voraussetzungen, Randbedingungen	10
3.1.1	Festlegung der Geometrie des Problems	10
3.1.2	Dimensionsbehaftete Erhaltungsgleichungen	10
3.1.3	Entdimensionierung der Gleichungen	13
3.2	Einführung in das Rechenprogramm FIDAP	15
3.2.1	Diskretisierung des Rechengebiets	15
3.2.2	Die Finite-Elemente Methode	17
3.2.3	Vorgehensweise	17

3.3	Ergebnisse und physikalische Erklärung	17
3.3.1	Die typischen Strömungsformen	17
3.3.2	Strömungskarte für $D_V = \frac{\rho_2}{\rho_1} = 0.1$, Einfluß des Viskositätsverhältnisses $V_V = \frac{\mu_2}{\mu_1}$ und der Reynolds-Zahl Re_1	19
3.3.3	Einfluß des Dichteverhältnisses	22
4	Experimentelle Untersuchung	26
4.1	Versuchsaufbau	26
4.1.1	Versuchsstand	26
4.1.2	Meßverfahren	26
4.1.2.1	Messung der Foliengeschwindigkeit	26
4.1.2.2	Beobachtung der Stromlinien: Lichtschnittverfahren	29
4.1.2.3	Messung der verschiedenen Parameter	29
4.2	Validierung der numerischen Ergebnisse	30
4.2.1	Bestimmung der verschiedenen Strömungsstrukturen	30
4.2.2	Einfluß der Reynolds-Zahl	33
4.2.3	Zusammenfassung der experimentellen Ergebnisse in der Strömungskarte	37
5	Diskussion und Ausblick	39
5.1	Zusammenfassung der Ergebnisse	39
5.2	Vergleich mit dem "Rolling-unrolling concept"	42
5.3	Defizit der numerischen Simulation - Ziele für eine weiterführende Arbeit	44
6	Anhang	45
7	Nomenklatur	48
	Literaturverzeichnis	50

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation

Die dynamische Benetzung tritt in vielen technischen Prozessen auf. Die flüssige Beschichtung eines Substrats hat beispielsweise große Bedeutung bei der Herstellung von Folien oder photographischen Filmen und Papieren, bei photochemischen Schritten der Halbleiterfertigung, bei der Herstellung von LCD-Bildschirmen oder beim Tauchlackieren.

In allen Fällen ist die Beschichtung möglichst schnell zu erreichen, wobei der Benetzungsgeschwindigkeit durch Lufteintrag eine Grenze gesetzt ist. Diesem Lufteintrag geht eine Instabilität der Benetzungslinie voraus, welche bisher wenig verstanden ist.

Die Instabilität der dynamischen Benetzung an einer rotierenden Walze wird von Schöberl (1999) experimentell untersucht. Die Experimente finden im System Luft/ Silikonöl M1000/ Silikonöl M1000 statt, weil die Walze trotz Abstreifens stets vorbenetzt ist. Eine Instabilität der Kontaktlinie mit einer kleinskaligen Sägezahnform wird beobachtet, gefolgt von einem vollständigen Luftenzug bei weiter erhöhter Geschwindigkeit. Die ebene Anströmung der Walze wird hierbei durch eine dreidimensionale Strömungsstruktur abgelöst. Der maximale beobachtete Kontakwinkeln beträgt 179° .

In der hier durchgeführten Arbeit tauchen wir unter anderem eine trockene PE-Folie in ein Flüssigkeitsbad aus Silikonöl M1000. Die Foliengeschwindigkeit ist von der gleichen Größenordnung wie die Walzengeschwindigkeit in der Arbeit von Schöberl (1999). Trotzdem haben wir hier keine deutliche Instabilität und keinen vollständigen Luftenzug beobachtet. Verschiedene Erklärungen können dafür gegeben werden:

- Im Gegensatz zu der Walze ist hier die Folie nicht vorbenetzt. Das betrachtete System ist deswegen nicht mehr Luft/ Silikonöl M1000/ Silikonöl M1000 sondern Luft/ Silikonöl M1000/ PE.

- Der dynamische Kontaktwinkel an der Folie bleibt stets kleiner als 165° (vergleiche Abb. 6.1 im Anhang). Dieser Winkel ist kleiner als der Kontaktwinkel von Schöberl (1999) an der Walze, bei dem die Instabilität aufgetreten ist (175°).
- Trotz der an der Folie vorgegebenen Spannung kann sich die Folie leicht bewegen. Die Folie kann sich deshalb in gewissem Rahmen der Strömung anpassen.

Im Sinne einer Behandlung des dreidimensionalen Instabilitätsproblems in einer weiterführenden Arbeit ist es zunächst von großem Interesse, die zweidimensionale Strömung im Schnitt senkrecht zur Folie zu charakterisieren. Dies ist demnach der zweidimensionale Grundzustand, der gegebenenfalls durch eine Instabilität in eine dreidimensionale Strömung übergeht. Diese Arbeit möchte sich deswegen mit der Strömungstopologie nahe der Kontaktlinie für verschiedene Typen von Benetzungsproblemen beschäftigen.

1.2 Literaturüberblick

Eine experimentelle Untersuchung von Blake und Ruschak (1979), in der ein Band in ein Bad eingetaucht wird, stellt die wichtigsten Merkmale der dynamischen Benetzung vor:

- Der dynamische Kontaktwinkel wächst mit der Benetzungsgeschwindigkeit an.
- Es existiert eine maximale Benetzungsgeschwindigkeit, bei der die Benetzungslinie instabil wird. Die Benetzungslinie zeigt dann ein Sägezahnprofil. Bei weiterer Erhöhung der Benetzungsgeschwindigkeit tritt Lufteinzug auf.

Blake und Ruschak (1977) geben zwei Erklärungen für die Abhängigkeit des dynamischen Kontaktwinkels von der Benetzungsgeschwindigkeit: eine molekular-kinetische Theorie und eine hydrodynamische Theorie. Die erste, die sich auf ein thermodynamisches Gleichgewicht (Molekularprozeß) gründet, ist für kleine Benetzungsgeschwindigkeiten am besten geeignet. Die hydrodynamische Theorie setzt voraus, daß der (gemessene) Kontaktwinkel scheinbar ist, und vom submikroskopischen reellen Kontaktwinkel abweicht. Dies erscheint infolge starker viskoser Kräfte am Festkörper auch bei kleiner Kapillaritäts-Zahl. Direkt am Band tritt somit eine sehr starke Krümmung der Grenzflächen auf.

Diese Aussage bestätigen auch Ngan und Dussan (1982) in einer experimentellen Arbeit. Ngan und Dussan (1982) benutzen zwei parallelen Glasplatten für die Messung des Kontaktwinkels im System Silikonöl / Luft / Glas. Der Kontaktwinkel wird in einem Gebiet von etwa einem Mikrometer am Glas gemessen. Es wird gefunden, daß der gemessene Kontaktwinkel mit dem Plattenabstand variiert. Der Kontaktwinkel ist jedoch eine Materialeigenschaft. Deswegen ist der gemessene Kontaktwinkel nicht der reelle Kontaktwinkel.

Das Geschwindigkeitsprofil an der Folie in der Flüssigkeit wird in einem Experiment von Mues, Hens und Boiy (1989) mit Laser Doppler Anemometer (LDA) gemessen. Ein Luftfilm wird beobachtet, dessen Dicke von der Größenordnung $1\mu m$ ist und dessen Länge sich bis $100\mu m$ von der scheinbaren Benetzungslinie aus in die Flüssigkeit erstreckt.

Die Instabilität der Kontaktlinie wird auch in der experimentellen Arbeit von Veverka und Aidun (n.d.) untersucht. Zwei kritische Geschwindigkeiten werden gemessen: die kritische Geschwindigkeit für das Auftreten der Instabilität der Benetzungslinie U_v („critical speed for the onset of contact line instability“) und die kritische Geschwindigkeit für Lufteintrag U_{ae} („critical air entrainment speed“). Die Mechanismen für den Lufteinzug und für die Luftblasenbildung sind periodisch (Zeitperioden $\sim 1ms$, Ortsperioden $\sim 1 - 10mm$). Vier Schritte sind zu unterscheiden: (i) Ein Luftfilm in Form eines Dreiecks erscheint. (ii) Der Luftfilm wächst in Richtung der Bandbewegung an. (iii) Die Flüssigkeit/Luft Grenzfläche berührt an einer zweiten Stelle das Band¹. Dies hat die Bildung einer „nucleation site“ zur Folge. (iv) Es bildet sich eine Luftblase, die von der Flüssigkeit mitgezogen wird. Der Kontakt zwischen der liquid/gas- (l/g-) Grenzfläche und dem Band wird in der theoretischen Arbeit von Severtson und Aidun (1996) anhand einer linearen Stabilitätstheorie für lange Wellen erklärt.

¹Die erste Stelle, an der die Grenzfläche das Band berührt, ist selbstverständlich die Kontaktlinie selbst.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen zu Strömungen mit freien Grenzflächen

2.1 Einführung zu stationären freien Grenzflächen

Wir betrachten in dieser Arbeit¹ ein Dreiphasensystem aus Festkörper, Flüssigkeit und Gas².

2.1.1 Definitionen und Eigenschaften

- Freien Grenzflächen sind Berandungen des Strömungsgebiets, welche in ihrer Lage vorab nicht bekannt sind. Die Position einer l/g-Grenzfläche stellt sich als Folge des Druckfeldes ein (siehe Abb. 2.1). Die Strömung verläuft immer tangential zur freien l/g-Grenzfläche. An der l/s-Grenzfläche ist die Haftbedingung erfüllt.
- Der statische Kontaktwinkel θ_S ist der Winkel, unter dem die freie l/g-Grenzfläche auf den Festkörper trifft, gemessen in der Flüssigkeit. Der Kontaktwinkel ist eine Materialeigenschaft des Stoffsystems (vergleiche Abb. 2.1).
- Die Kontaktlinie ist eine Bezeichnung, die den Kontakt von drei Phasen (hier Festkörper, Gas, Flüssigkeit) wiedergibt. Diese Kontaktlinie steht normal auf der Zeichenebene in Abb. 2.1 am Punkt A.

¹Vergleiche Ehrhard und Bunk (1996).

²Das System kann auch aus einer Kombination aus Festkörper und zwei nicht-mischbaren Flüssigkeiten bestehen. Alle Bemerkungen können auf diesen Fall verallgemeinert werden.

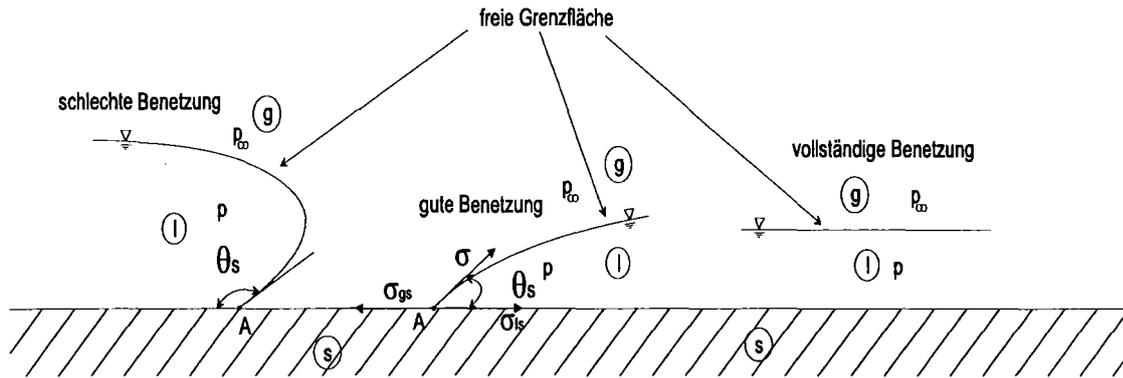


Abbildung 2.1: Flüssigkeitssystem.

2.1.2 Gleichungen zur Beschreibung des stationären dreiphasigen Systems

- Drucksprung:

Für die Druckdifferenz zwischen Flüssigkeit und Gas wird die Young-Laplace Gleichung verwendet:

$$p = \frac{\sigma}{R} + p_\infty \quad (2.1)$$

Dabei bezeichnet R den mittleren Krümmungsradius, p_∞ ist der Umgebungsdruck und p der Druck unmittelbar „hinter“ der Grenzfläche.

- Statischer Kontaktwinkel:

Das Young'sche Gesetz³ lautet:

$$\sigma \cos(\theta_S) = \sigma_{gs} - \sigma_{ls} \quad (2.2)$$

- σ_{ls} ist die Grenzflächenspannung zwischen Festkörper und Flüssigkeit,
- σ_{gs} ist die Grenzflächenspannung zwischen Festkörper und Gas,
- σ ist die Grenzflächenspannung zwischen Gas und Flüssigkeit.

- Benetzungsarten (vergleiche Abb. 2.1):

- Für $\sigma_{ls} > \sigma_{gs}$ wird θ_S größer als 90° . Dies wird als schlechte oder partielle Benetzung bezeichnet.

³Dieses Gesetz stellt ein horizontales Kräftegleichgewicht an der Kontaktlinie dar (siehe Abb. 2.1).

- Für $\sigma_{ls} < \sigma_{gs}$ wird θ_S kleiner als 90° . Dies wird als gute Benetzung bezeichnet. Die starken intermolekularen Kräfte zwischen Festkörper und Flüssigkeit bewirken die Benetzung. In diesem Fall sind sie stärker als die intermolekularen Kräfte zwischen Gas und Festkörper.
- Für $\theta_S \rightarrow 0^\circ$ schreitet die Benetzung der Flüssigkeit auf dem Festkörper immer weiter voran und wir finden einen weit ausgedehnten Flüssigkeitsfilm auf dem Festkörper. Dies wird als vollständige Benetzung bezeichnet. In diesem Fall ist keine stationäre Kontaktlinie vorhanden.

2.2 Verallgemeinerung auf dynamische freie Grenzflächen

Bei vollständiger Benetzung (ohne stationäre Kontaktlinie) oder bei erzwungener Benetzung ist die dynamische Kontaktlinie zu betrachten.

2.2.1 Einleitung

Eine dynamische Kontaktlinie tritt beispielsweise auf, wenn eine Platte in eine Flüssigkeit eingetaucht oder aus der Flüssigkeit herausgezogen wird (siehe Abb. 2.2). Die Flüssigkeit verdrängt das Gas vom Festkörper und die Kontaktlinie bewegt sich mit der Geschwindigkeit U_0 . Es wird beobachtet, daß der Kontaktwinkel mit der Benetzungsgeschwindigkeit variiert⁴. So ergibt sich der in Abb. 2.2 gezeigte Verlauf des dynamischen Kontaktwinkels $\theta_D(U_0)$.

2.2.2 Kontaktwinkelhysterese

Ermitteln wir den stationären Kontaktwinkel ($U_0 \rightarrow 0$) von beiden Seite her ($U_0 > 0$, $U_0 < 0$), so finden wir zwei verschiedenen Werte $\theta_A \neq \theta_R$. Dieser Effekt wird als “Hysterese” der Kontaktlinie bezeichnet. Die Hauptgründe dafür sind die molekulare Rauigkeit und Ungleichmäßigkeit der Festkörperoberfläche.

- θ_A ist der “advancing contact angle” (Eintauchen). Es ist der größte erreichbare Kontaktwinkel, bevor die Benetzungslinie anfängt, sich in Richtung Gasphase zu bewegen.
- θ_R ist der “receding contact angle” (Herausziehen). Es ist der kleinste erreichbare Kontaktwinkel, bevor die Benetzungslinie anfängt, sich in Richtung Flüssigkeitsphase zu bewegen.

Der Bereich des statischen Kontaktwinkels ist demnach $\theta_R \leq \theta_S \leq \theta_A$.

⁴Einen Überblick über den dynamischen Kontaktwinkel und die Kontaktwinkelhysterese gibt Blake (1993).

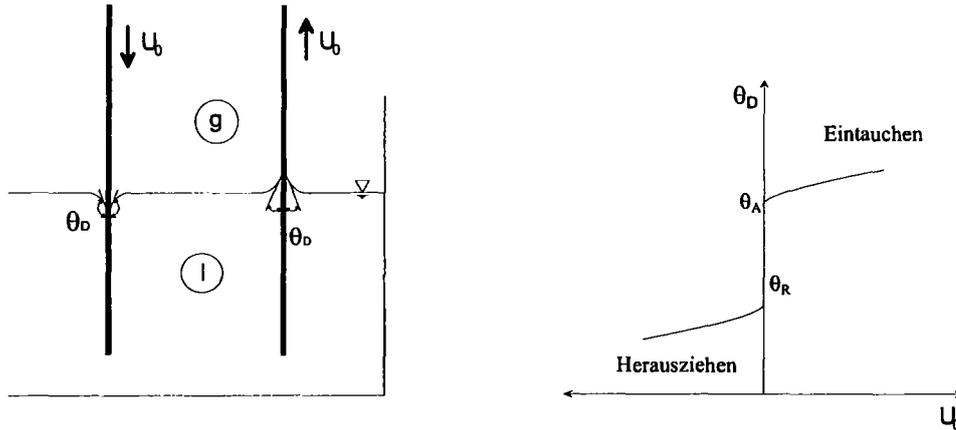


Abbildung 2.2: Verhalten des dynamischen Kontaktwinkels mit der Benetzungsgeschwindigkeit.

2.2.3 Dimensionslose Kennzahlen

- Reynolds-Zahl Re :

Die Reynolds-Zahl Re setzt die Trägheitskräfte und die viskosen Kräfte ins Verhältnis. Der Druck durch Trägheitskräfte ist $p \sim \rho U^2$. Der Druck durch viskose Kräfte ist $p \sim \frac{\mu U}{R}$. So ergibt sich:

$$Re = \frac{\rho U R}{\mu}. \quad (2.3)$$

In Strömungen mit $Re \gg 1$ dominieren die Trägheitskräfte.

- Kapillarlänge L_σ :

Man betrachtet ein Gleichgewicht in einem Steigrohr zwischen Kapillarkraft und Schwerkraft. Der Druck, der durch Kapillarität entsteht, ist $p \sim \frac{\sigma}{r}$. Der hydrostatische Druck infolge der Schwerkraft ist $p \sim \rho g r$. So ergibt sich⁵:

$$L_\sigma = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}. \quad (2.4)$$

- Bond-Zahl Bo :

Die Bond-Zahl Bo ist das Verhältnis aus Schwerkraft und Kapillarkräften.

$$Bo = \frac{\rho g R^2}{\sigma} = \frac{R}{L_\sigma}. \quad (2.5)$$

Für $Bo \ll 1$ gibt es kaum Einfluß des hydrostatischen Druckes auf die Form des Meniskus.

⁵Die Kapillarlänge ist selbstverständlich nicht dimensionslos sondern hat die Einheit einer Länge.

- Kapillaritäts-Zahl Ca :

Die Kapillaritäts-Zahl Ca ist das Verhältnis aus viskosen Kräften und Kapillarkräften. So ergibt sich:

$$Ca = \frac{\mu U}{\sigma}. \quad (2.6)$$

Die Kapillärkräfte dominieren für $Ca \ll 1$.

- Weber-Zahl We :

Die Weber-Zahl We setzt die Trägheitskräfte und die Kapillarkräfte ins Verhältnis. So ergibt sich:

$$We = \frac{\rho U^2 R}{\sigma}. \quad (2.7)$$

In Strömungen mit $We \ll 1$ dominieren die Kapillarkräfte.

2.3 Dynamische Benetzungsfehler

Mit zunehmender Geschwindigkeit, segmentiert die Benetzungslinie und zeigt ein sogenanntes Sägezahnprofil (siehe Abb. 2.3)⁶. Es bildet sich dann ein dünner Luftfilm (Luftzug). Die Strömung ist instationär und dreidimensional. Schließlich erscheinen Luftblasen an spurziehenden Spitzen des Sägezahnprofils, die in die Flüssigkeit eingezogen werden. Der Luftfilm verhindert eine vollständige Benetzung. Jedes Segment der Benetzungslinie ist unter einem Winkel α zur Horizontale geneigt. Der Winkel α erhöht sich mit zunehmender Geschwindigkeit, so dass die Geschwindigkeit normal zu jedem Segment konstant bleibt. Diese normale Geschwindigkeit entspricht der maximalen Benetzungsgeschwindigkeit. Die Dicke des Luftfilms wächst mit der Geschwindigkeit. Die Instabilität der Benetzungslinie und der Luftzug erscheinen plötzlich. Die Längenskalen des Sägezahnprofils hängen von den Fluideigenschaften und von der Strömung ab. Bei dicken Filmen ist der Meniskus tangential zur Wand, $\theta_D = 180^\circ$. Bei dünnen Filmen schneidet das Meniskus die Wand, d.h. der dynamische Kontaktwinkel θ_D ist kleiner als 180° .

⁶Der dynamische Benetzungsfehler wird von Blake und Ruschak (1997) beschrieben.

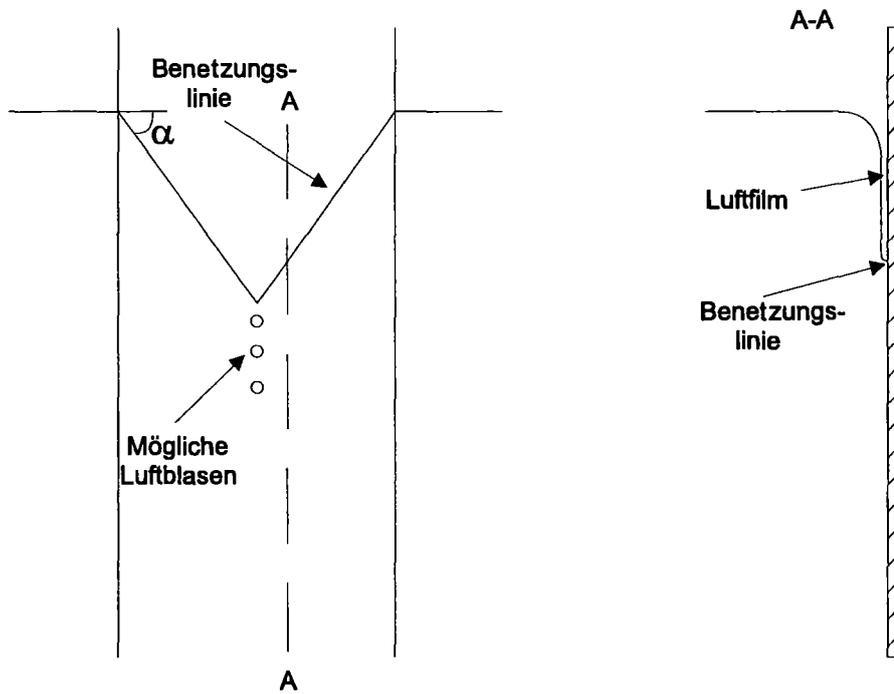


Abbildung 2.3: Instabilität der Kontaktlinie.

Kapitel 3

Numerische Berechnung des Problems

3.1 Mathematische Darstellung: Gleichungen, Voraussetzungen, Randbedingungen

3.1.1 Festlegung der Geometrie des Problems

Das Problem enthält zwei nicht-mischbare Fluide, Fluid 1 und Fluid 2 genannt, die durch eine freie Grenzfläche getrennt sind (siehe Abb. 3.1). Wir tauchen in dieses System eine Folie ein, die sich mit der Geschwindigkeit U_0 nach unten bewegt. Das Rechengebiet wird, um Rechenzeit zu sparen, durch drei künstliche spannungsfreie Ränder begrenzt, wie in Abb. 3.1 dargestellt. Der vierte Rand ist die bewegte Folie, die wir in die Fluide eintauchen. Es zeigt sich, daß die Lösung innerhalb des Rechengebiets unabhängig von der Wahl für L_x, L_y ist.

3.1.2 Dimensionsbehaftete Erhaltungsgleichungen

Das Problem wird inkompressibel, zweidimensional und stationär betrachtet. Die Schwerkraft wird nicht berücksichtigt¹.

- Für jede Phase gelten die Erhaltungsgleichungen, d.h. Masse- und Impulserhaltung unter den hier gegebenen Bedingungen.

Die Kontinuitätsgleichung lautet:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (3.1)$$

¹Das Problem stellt eine stabile Schichtung dar.

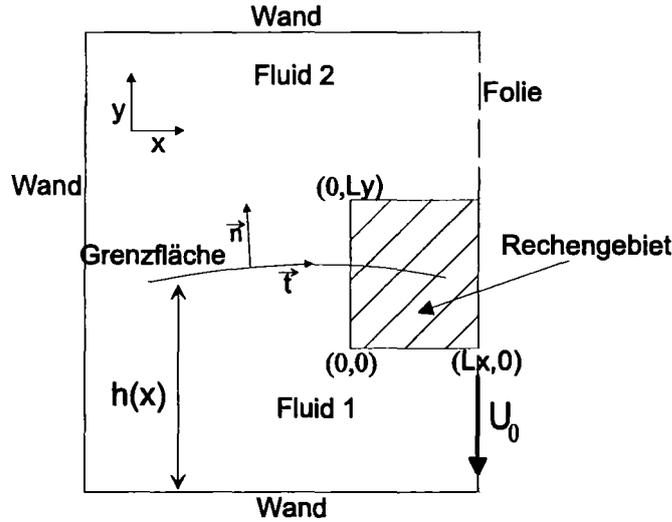


Abbildung 3.1: Skizze des Problems.

Die Navier-Stokes-Gleichungen oder Impulsgleichungen lauten in x- und y-Richtung:

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (3.2)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right). \quad (3.3)$$

Hierbei stehen links die konvektiven Terme und rechts der Druckabfall über das Fluidelement sowie die viskosen Terme.

- Die Randbedingungen für das Problem sind²:

- Haftbedingungen an der bewegten Folie:

$$\begin{cases} u(L_x, y) = 0, \\ v(L_x, y) = -U_0. \end{cases} \quad (3.4)$$

- spannungsfreie Strömung an den äußeren Rändern:

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial x}(0, y) + \frac{\partial u}{\partial y}(0, y) = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial x}(0, y) - \frac{p(0, y)}{2\mu} = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial y}(x, 0) + \frac{\partial v}{\partial x}(x, 0) = 0, \\ \frac{\partial v}{\partial y}(x, 0) - \frac{p(x, 0)}{2\mu} = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial y}(x, L_y) + \frac{\partial v}{\partial x}(x, L_y) = 0, \\ \frac{\partial v}{\partial y}(x, L_y) - \frac{p(x, L_y)}{2\mu} = 0. \end{cases} \quad (3.5)$$

² L_x und L_y sind die Koordinaten der Ränder des Rechengebiets (siehe Abb. 3.1).

- tangente und normale Bedingung für den Spannungstensor, tangente Strömung an der freien Grenzfläche³:

$$x, y = h(x) \Rightarrow \begin{cases} v = \frac{\partial h}{\partial x} u, \\ \tilde{n} \cdot [\tilde{T}] \cdot \tilde{n} = 2H\sigma, \\ \tilde{t} \cdot [\tilde{T}] \cdot \tilde{n} = 0, \end{cases} \quad (3.6)$$

wobei \tilde{n} der normale und \tilde{t} der tangente Einheitsvektor an der Grenzfläche ist. $2H$ bezeichnet die mittlere Krümmung der Grenzfläche.

- Vereinfachung der Randbedingungen:

Aus Rechenzeitgründen halten wir die Grenzfläche zunächst geometrisch fest. Wir geben ihre Position $h_0(x)$ als eine Gerade, verbunden mit einem Kreis (siehe Abb. 3.2), vor. Der Kontaktwinkel θ_D wird zu 150° vorgegeben. Diese Vereinfachungen haben einige Konsequenzen:

- Die Wirkung der Oberflächenspannung und des Druckes auf die Position der Grenzfläche wird nicht berücksichtigt. Vielmehr wird die Position idealisiert und fest vorgegeben.
- Die Abhängigkeit des Kontaktwinkels von der Foliengeschwindigkeit wird nicht berücksichtigt (vergleiche Abb. 2.2).
- Es gibt eine Unstetigkeit in der vorgegebenen Krümmung der Grenzfläche, die einen Sprung des Druckes zur Folge hat (vergleiche Gleichung (2.1)).

Trotz dieser Vereinfachungen werden die wichtigen Merkmale des Problems, z.B. die Topologie und die Randbedingungen der Strömung im Benetzungsspalt beibehalten. Im Sinne einer genaueren Behandlung kann die Grenzfläche in einer weiterführenden Arbeit freigegeben werden und mit FIDAP ihre Position berechnet werden. Hierfür ist die hier abgeleitete erste Näherung als Startlösung zum Erreichen von Konvergenz unbedingt erforderlich. Wir erwarten, daß die so berechnete genaue Position der Grenzfläche nur wenig von unserer ersten Näherung abweicht.

Die vereinfachten Randbedingungen lauten:

$$\begin{cases} u(L_x, y) = 0, \\ v(L_x, y) = -U_0, \end{cases}$$

³In den zwei letzten Gleichungen (3.6) ist eine Projektion des Spannungstensors $[\tilde{T}]$ in die Normal- und die Tangentialrichtung der Grenzfläche offensichtlich.

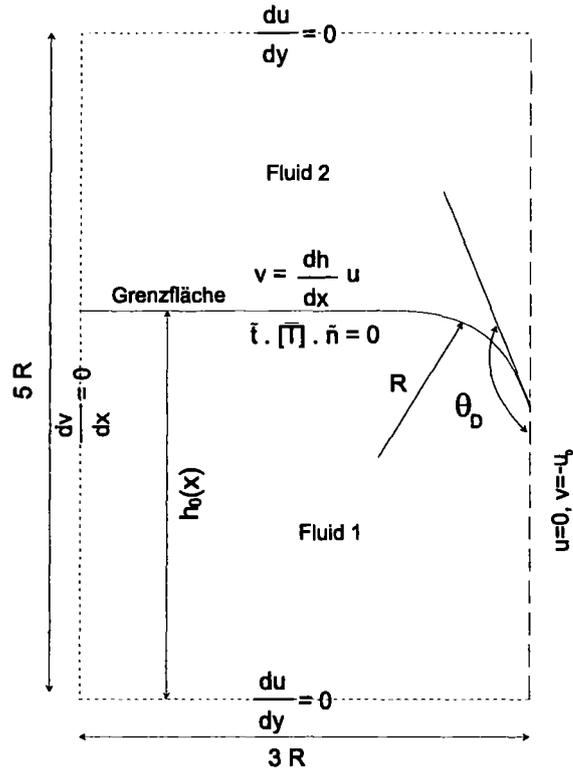


Abbildung 3.2: Skizze des vereinfachten Problems.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial v}{\partial x}(0, y) + \frac{\partial u}{\partial y}(0, y) = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial x}(0, y) - \frac{p(0, y)}{2\mu} = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial y}(x, 0) + \frac{\partial v}{\partial x}(x, 0) = 0, \\ \frac{\partial v}{\partial y}(x, 0) - \frac{p(x, 0)}{2\mu} = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial y}(x, L_y) + \frac{\partial v}{\partial x}(x, L_y) = 0, \\ \frac{\partial v}{\partial y}(x, L_y) - \frac{p(x, L_y)}{2\mu} = 0, \end{array} \right. \quad (3.7)$$

$$x, y = h_0(x) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v = \frac{\partial h_0}{\partial x} u, \\ \tilde{t} \cdot [\tilde{T}] \cdot \tilde{n} = 0. \end{array} \right.$$

3.1.3 Entdimensionierung der Gleichungen

Um die verschiedenen Einflußparameter auf die Strömung zu charakterisieren, entdimensionieren wir die Gleichungen, die Koordinaten x und y , die Geschwindigkeitskomponenten u und v und den Druck p . Die erhaltenen dimensionslosen Größen sind danach von der

Größenordnung eins und der Einfluß der verschiedenen Terme ist durch die dimensionslosen Vorfaktoren bestimmt.

- dimensionslose Größen⁴:

- Für die Koordinaten benutzen wir als Bezugsgröße den Radius R der gekrümmten Grenzfläche. Wir haben also $X = \frac{x}{R}$, $Y = \frac{y}{R}$.
- Für die Geschwindigkeit benutzen wir als Skala die Geschwindigkeit der Folie U_0 , d.h. $U = \frac{u}{U_0}$, $V = \frac{v}{U_0}$.
- Für den Druck benutzen wir als Skala den Staudruck in Fluid 1, d.h. $P = \frac{p}{\varrho_1 U_0^2}$

- dimensionslose Gleichungen⁵:

Wir entdimensionieren die Erhaltungsgleichungen für jede einzelne Phase.

- Im Fluid 1:

$$U_X + V_Y = 0, \quad (3.8)$$

$$UU_X + VU_Y = -P_X + Re_1^{-1} (U_{XX} + U_{YY}) , \quad (3.9)$$

$$UV_X + VV_Y = -P_Y + Re_1^{-1} (V_{XX} + V_{YY}) , \quad (3.10)$$

$$Re_1 = \frac{\varrho_1 U_0 R}{\mu_1} . \quad (3.11)$$

Man erkennt im Vergleich zu den Gleichungen (3.2) und (3.3), daß die Dichte des unteren Fluids ϱ_1 als 1 und die dynamische Viskosität μ_1 als Re_1^{-1} in den Rechnungen eingesetzt werden müssen, um dimensionslose Lösungen zu bekommen.

- Im Fluid 2:

$$U_X + V_Y = 0, \quad (3.12)$$

$$\frac{\varrho_2}{\varrho_1} (UU_X + VU_Y) = -P_X + \frac{\mu_2}{\mu_1} Re_1^{-1} (U_{XX} + U_{YY}) , \quad (3.13)$$

⁴Wir benutzen große Buchstaben, um die dimensionslosen Größen zu kennzeichnen. Die kleinen Buchstaben stellen dimensionsbehaftete Größen dar.

⁵Wir notieren kompakt die Ableitungen als Indizes. U_X stellt beispielsweise die Ableitung von U nach X dar.

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} (UV_X + VV_Y) = -P_Y + \frac{\mu_2}{\mu_1} Re_1^{-1} (V_{XX} + V_{YY}) , \quad (3.14)$$

$$D_V = \frac{\rho_2}{\rho_1} , \quad (3.15)$$

$$V_V = \frac{\mu_2}{\mu_1} . \quad (3.16)$$

Man erkennt im Vergleich zu den Gleichungen (3.2) und (3.3), daß die Dichte des Gases ρ_2 als D_V und die dynamische Viskosität μ_2 als $V_V \cdot Re_1^{-1}$ in den Rechnungen eingesetzt werden müssen, um dimensionslose Lösungen zu bekommen. $V_V \cdot D_V^{-1} \cdot Re_1^{-1}$ kann im übrigen auch als inverse Reynolds-Zahl des Fluids 2, Re_2^{-1} , interpretiert werden.

- Dimensionslose Randbedingungen:

An den äußeren Rändern ist die Strömung spannungsfrei, $\frac{\partial U_t}{\partial N} + \frac{\partial U_n}{\partial T} = 0$,
 $\frac{\partial U_n}{\partial N} - \frac{Re_i}{2} P = 0$.

An der Grenzfläche gilt $\frac{\partial U_{1t}}{\partial N} = V_V \frac{\partial U_{2t}}{\partial N}$ und $U_{1N} = U_{2N} = 0$.

An der bewegten Wand gilt $U = 0$ und $V = -1$.

Die drei dimensionslosen Parameter, die dieses Problem charakterisieren, sind offensichtlich die Reynolds-Zahl des unteren Fluids 1, Re_1 , (3.11), das Dichteverhältnis D_V (3.15) und das Viskositätsverhältnis V_V (3.16).

3.2 Einführung in das Rechenprogramm FIDAP

FIDAP ist ein kommerzielles Programm, dessen Ziel die Lösung der thermo- und fluidodynamischen Grundgleichungen ist.

3.2.1 Diskretisierung des Rechengebiets

Die Geometrie wird mit einem Gitter diskretisiert. Das Gitter wird an der bewegten Wand und auf beiden Seiten der Grenzfläche verfeinert, um die verschiedenen Grenzschichten auflösen zu können (siehe Abb. 3.3). Die Diskretisierung wird solange verfeinert, bis die Lösung bei einer weiteren Verfeinerung unverändert bleibt.

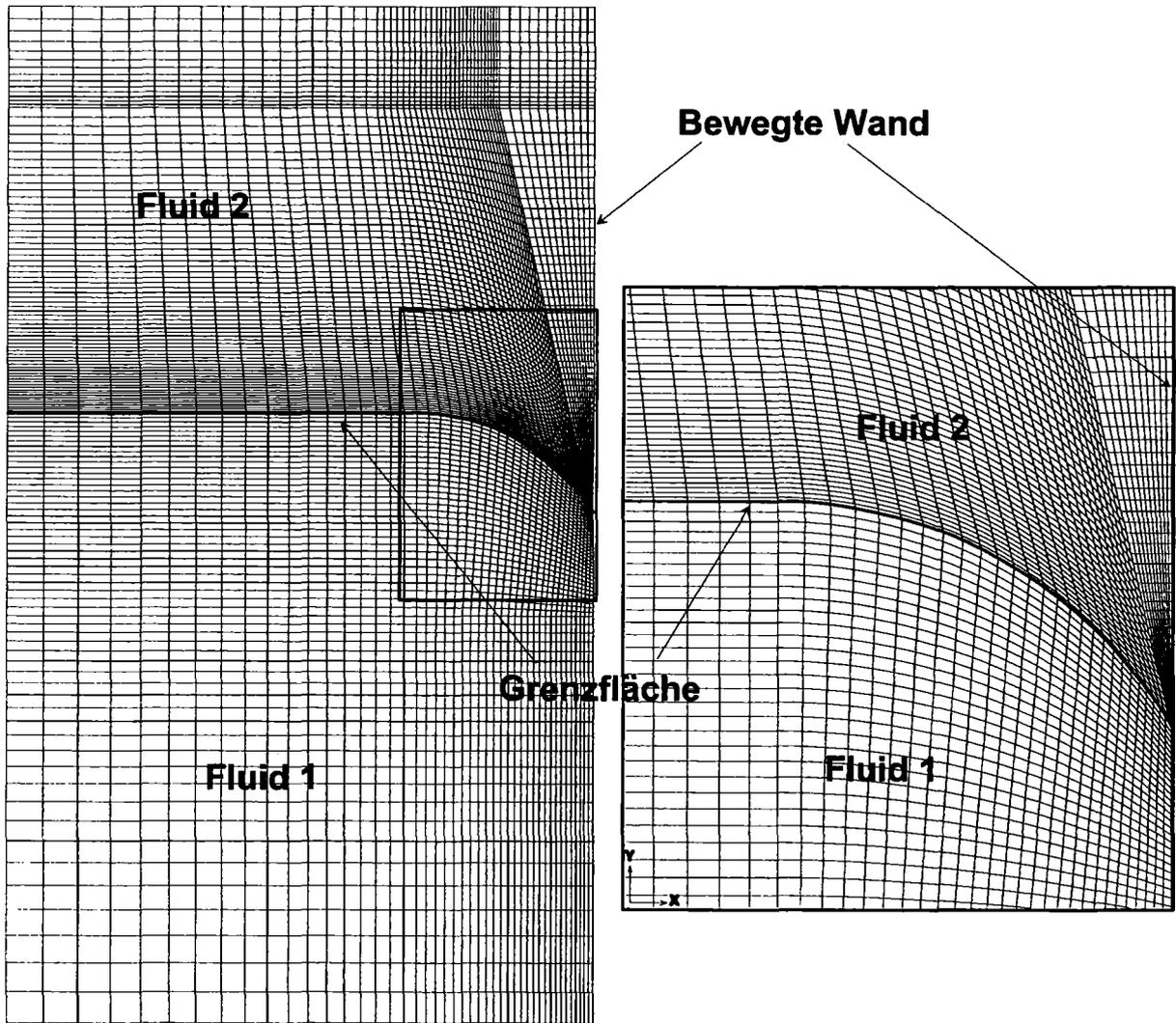


Abbildung 3.3: Angewandtes Gitter (links) und vergrößerter Kontaktlinien-Bereich (rechts).

3.2.2 Die Finite-Elemente Methode

Hier seien nur die wesentlichen Merkmale des Verfahrens angerissen ⁶. Bei der Diskretisierung wird das Rechengebiet in einzelne finite Elemente zerlegt. Dadurch erhält man die allgemein geläufigen Netzdarstellungen. Dabei sind die Ecken der Elemente durch die sogenannten Knoten bestimmt. Innerhalb eines jeden Elements wird eine Approximationsfunktion für jede zu berechnende Feldgröße wie Druck, Temperatur, Geschwindigkeit, etc. definiert. Meistens handelt es sich dabei um Polynome niedriger Ordnung oder um lineare Funktionen. Die Erhaltungsgleichungen werden über jedes einzelne Element integriert. So wird das differentielle Gleichungssystem in ein lineares algebraisches Gleichungssystem überführt, wobei die Werte der Feldvariablen an den Knoten die Unbekannten sind.

3.2.3 Vorgehensweise

Eine Parameterstudie wird durchgeführt, um eine vollständige Karte der Strömungsformen zu bekommen.

3.3 Ergebnisse und physikalische Erklärung

3.3.1 Die typischen Strömungsformen

Eine Variation der drei Parameter (Dichte- und Viskositätsverhältnis und Reynolds-Zahl im Fluid 1) ergibt drei typische Strömungen:

- Komplexe Strömung im oberen Fluid 2 (siehe erstes Bild in Abb. 3.4)
Es wird eine Staustromlinie im Fluid 2 beobachtet. Dieses Fluid erfüllt zwei Randbedingungen. Durch die Haftbedingung an der bewegten Wand bewegt sich erstens das Fluid 2 dort nach unten. An der Grenzfläche bewirkt dann zweitens Fluid 1 eine Bewegung des oberen Fluids 2 nach rechts. Deshalb kommt es zur gezeigten Strömung mit einer Staustromlinie, die sich bis in die Ecke erstreckt.
- Komplexe Strömung im unteren Fluid 1 (siehe zweites Bild in Abb. 3.4)
In diesem Fall bestimmt das (zähere) Fluid 2 die Strömungsrichtung an der Grenzfläche. So kommt es zur gezeigten Strömung, die eine Staustromlinie im unteren Fluid 1 aufweist, die an der Kontaktlinie endet.

⁶Einen Überblick über numerische Methoden geben Oertel und Laurien (1995).

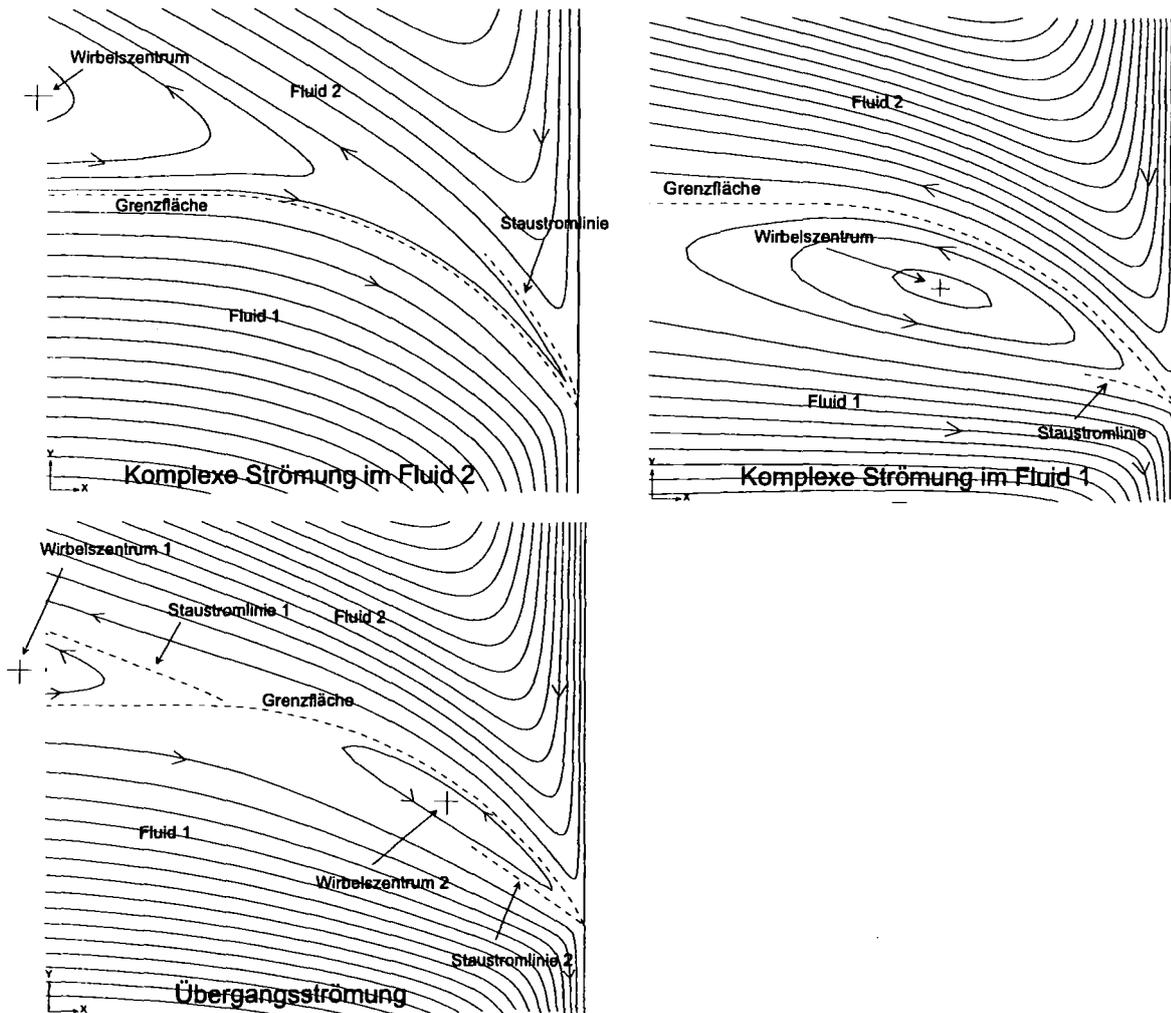


Abbildung 3.4: Typische Strömungsformen.

- Übergangströmung (siehe drittes Bild in Abb. 3.4)

Der Übergang zwischen den beiden oben diskutierten Strömungsformen ist stetig indem, ausgehend von einer Staustromlinie im Fluid 2 die Staustromlinie aus der Ecke herauswandert. Im Übergangsbereich wird deshalb eine erste Staustromlinie im Fluid 2 beobachtet, die sich nicht in die Ecke erstreckt. Nahe der Kontaktlinie wird deshalb Fluid 1 an der Grenzfläche nach links gezogen mit der Folge, daß sich eine zweite Staustromlinie im unteren Fluid 1 findet.

Ein wichtiges Merkmal der Strömung ist die Richtung der Staustromlinien. Diese ist aber schwierig zu erkennen und gekrümmt, und deshalb schwer objektiv zu messen. Deshalb werden die Wirbelzentren als Charakteristika gewählt und im folgenden ausgewertet.

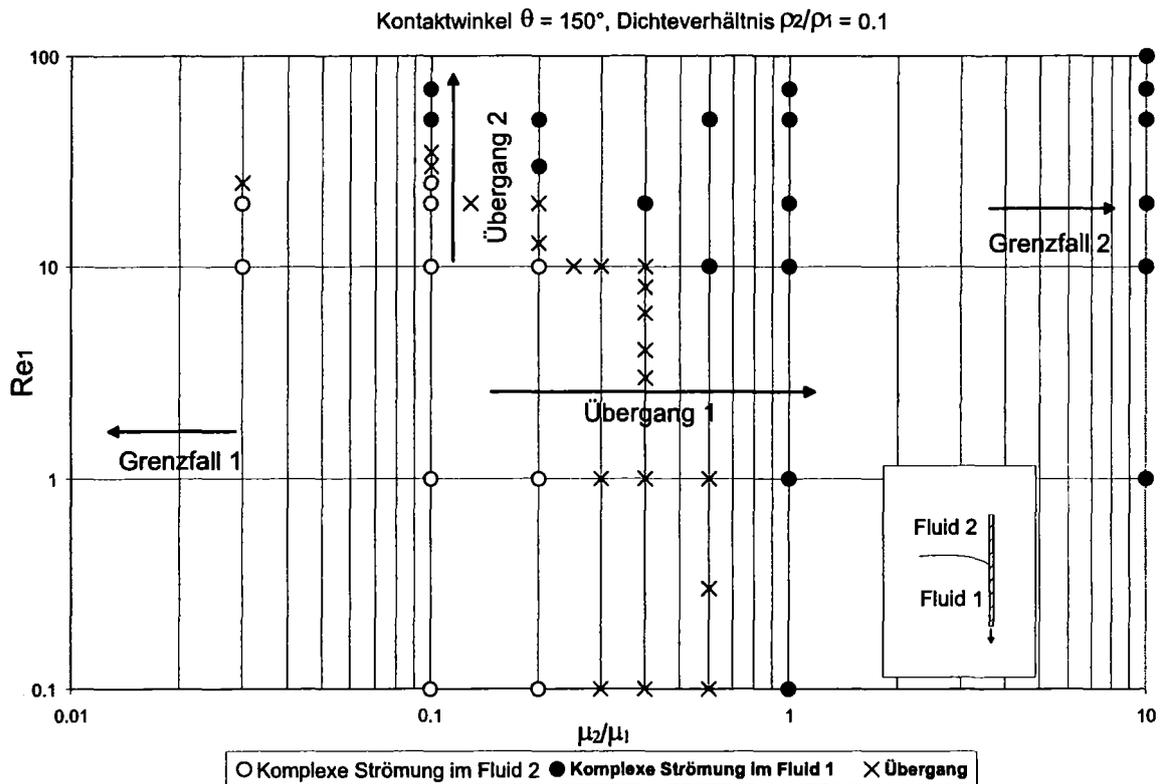


Abbildung 3.5: Strömungskarte $\frac{\rho_2}{\rho_1} = 0.1$.

3.3.2 Strömungskarte für $D_V = \frac{\rho_2}{\rho_1} = 0.1$,

Einfluß des Viskositätsverhältnisses $V_V = \frac{\mu_2}{\mu_1}$ und der Reynolds-Zahl Re_1

Die Strömungsform wird von den physikalischen Phänomenen in dem Gebiet zwischen der Grenzfläche und der bewegten Wand in der Nähe der Kontaklinie bestimmt.

- Grenzfall 1 :

Wenn die Viskosität des oberen Fluids 2 viel kleiner ist als die Viskosität des unteren Fluids 1, wie im Fall von Luft und Silikonöl, ist die komplexe Strömung oben zu beobachten. Das untere Fluid 1 ist so viskos, dass es mit einer großen Schubspannung das obere Fluid 2 mitzieht. Das Fluid 2 kann wegen seiner kleinen dynamischen Viskosität höhere Geschwindigkeitsgradienten aufweisen. An der Grenzfläche gilt $\tau_1 = \tau_2$. Dies bedeutet für das obere Fluid 2 praktisch die Vorgabe einer festen Geschwindigkeit an der Grenzfläche.

- Grenzfall 2 :

Es stellt sich die umgekehrte Situation wie im Grenzfall 1 ein. Nun wird faktisch für das untere (wenig viskose) Fluid 1 eine feste Geschwindigkeit durch Fluid 2 vorgegeben.

- Übergang 1: $Re_1 = \textit{konstant}$ (vergleiche Abb. 3.6)

Wir beginnen mit einer Strömung mit Staustromlinie im oberen Fluid 2 und erhöhen schrittweise das Viskositätsverhältnis V_V . Für die Reynolds-Zahl im Fluid 2 gilt:

$$Re_2 = \frac{\rho_2 U_0 R}{\mu_2} = \frac{D_V}{V_V} Re_1. \quad (3.17)$$

Mit Erhöhung des Viskositätsverhältnisses erreichen wir eine Senkung der Reynolds-Zahl Re_2 des oberen Fluids 2. An der bewegten Wand existiert eine Plattengrenzschicht⁷ mit einer Dicke $\delta \propto Re_2^{-1/2}$. D.h. mit Senkung der Reynolds-Zahl Re_2 wächst die Grenzschicht im oberen Fluid 2 an (siehe Abb. 3.7). Die Strömung längs der Grenzfläche im Fluid 2 kann deshalb nicht mehr bis zur Kontaktlinie vordringen. In der Folge wandert die Staustromlinie von der Kontaktlinie nach links und im Fluid 1 kommt es zu einem Rezirkulationswirbel nahe der Kontaktlinie, der sich bei weiter Steigerung von $V_V = \frac{\mu_2}{\mu_1}$ vergrößert.

- Übergang 2 : $V_V = \textit{konstant}$ (vergleiche Abb. 3.8)

Wir beginnen mit einer Strömung mit Staustromlinie im oberen Fluid 2 und erhöhen schrittweise die Reynolds-Zahl Re_1 des Fluids 1. Die Reynolds-Zahl Re_2 des Fluids 2 nimmt nach Gleichung (3.17) proportional zu. Eine Erklärung für den Übergang liegt nahe: Wird die Reynolds-Zahl Re_2 des Fluids 2 erhöht, so wird die starke Umlenkung des Fluids 2 in der Ecke durch die größere Trägheit schwierig. So muß die Umlenkung vorher, d.h. bei größeren Umlenkungsradien, geschehen und die Staustromlinie entfernt sich von der Wand. Bei weiterer Erhöhung der Reynolds-Zahl Re_1 im Fluid 1 (und Re_2 im Fluid 2) wächst der Rezirkulationwirbel in Fluid 1 dann weiter an.

- Kommentar zur Wanderung der Wirbelzentren (siehe Abb. 3.9)

In Abb. 3.9 sind die normalen Abständen der Wirbelzentren zur Grenzfläche als Funktion des Viskositätsverhältnisses $V_V = \frac{\mu_2}{\mu_1}$ und der Reynolds-Zahl Re_1 aufgetragen (siehe Abb. 6.2 für eine Darstellung in der Geometrie). Mit Erhöhung der Reynolds-Zahl Re_1 oder des Viskositätsverhältnisses V_V nähert sich das Wirbelzentrum in Fluid 2 der Grenzfläche von oben. Der Rezirkulationbereich in Fluid 2 wird damit flacher und verschwindet schließlich. In Fluid 1 entfernt sich das Wirbelzentrum von der Grenzfläche und der Rezirkulationsbereich in Fluid 1 wächst an.

⁷Einen Überblick über die Grenzschicht-Theorie gibt Schlichting (1982).

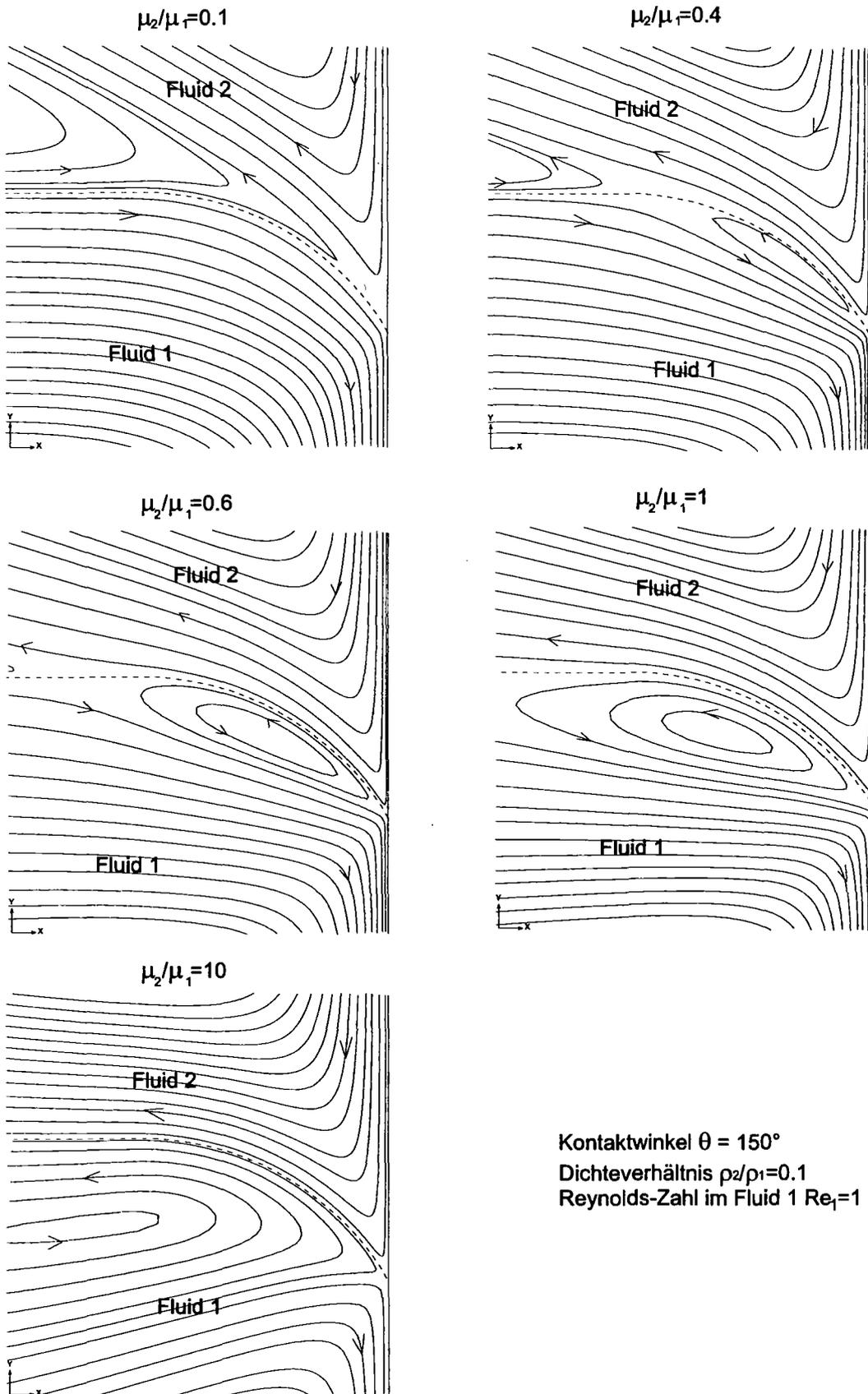


Abbildung 3.6: Änderung der Strömungsstruktur bei Erhöhung des Viskositätsverhältnisses V_V .

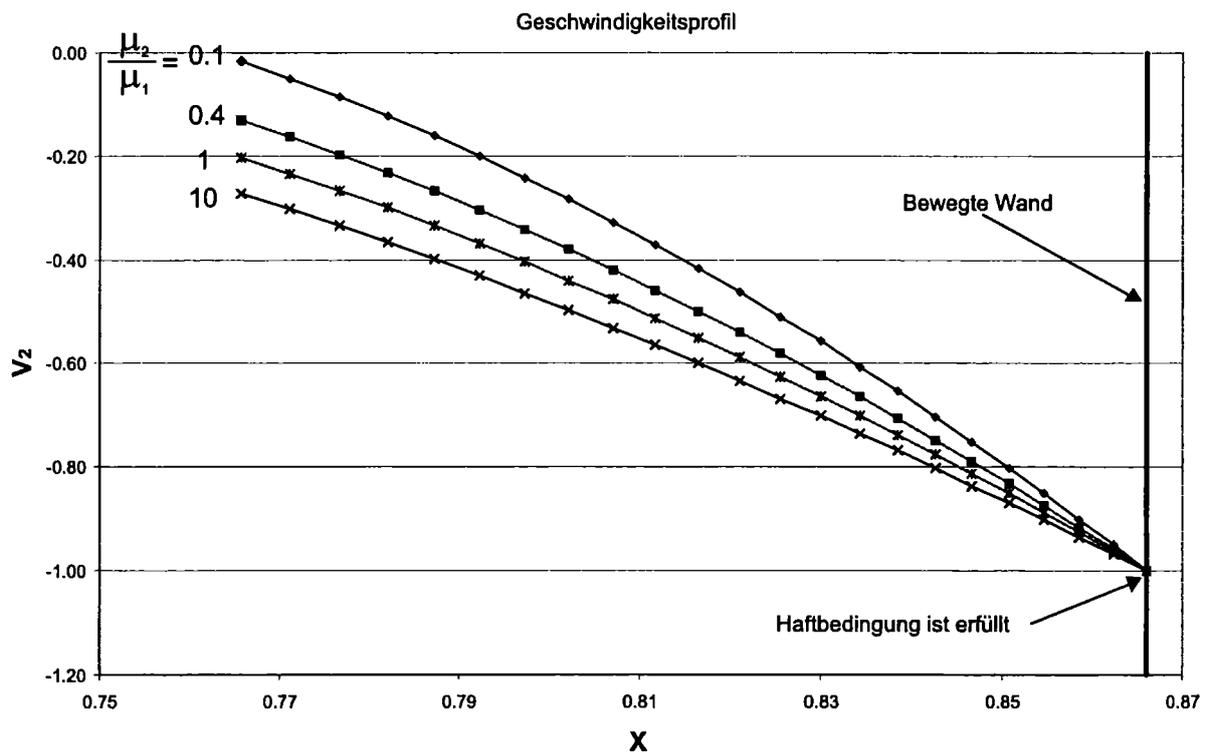


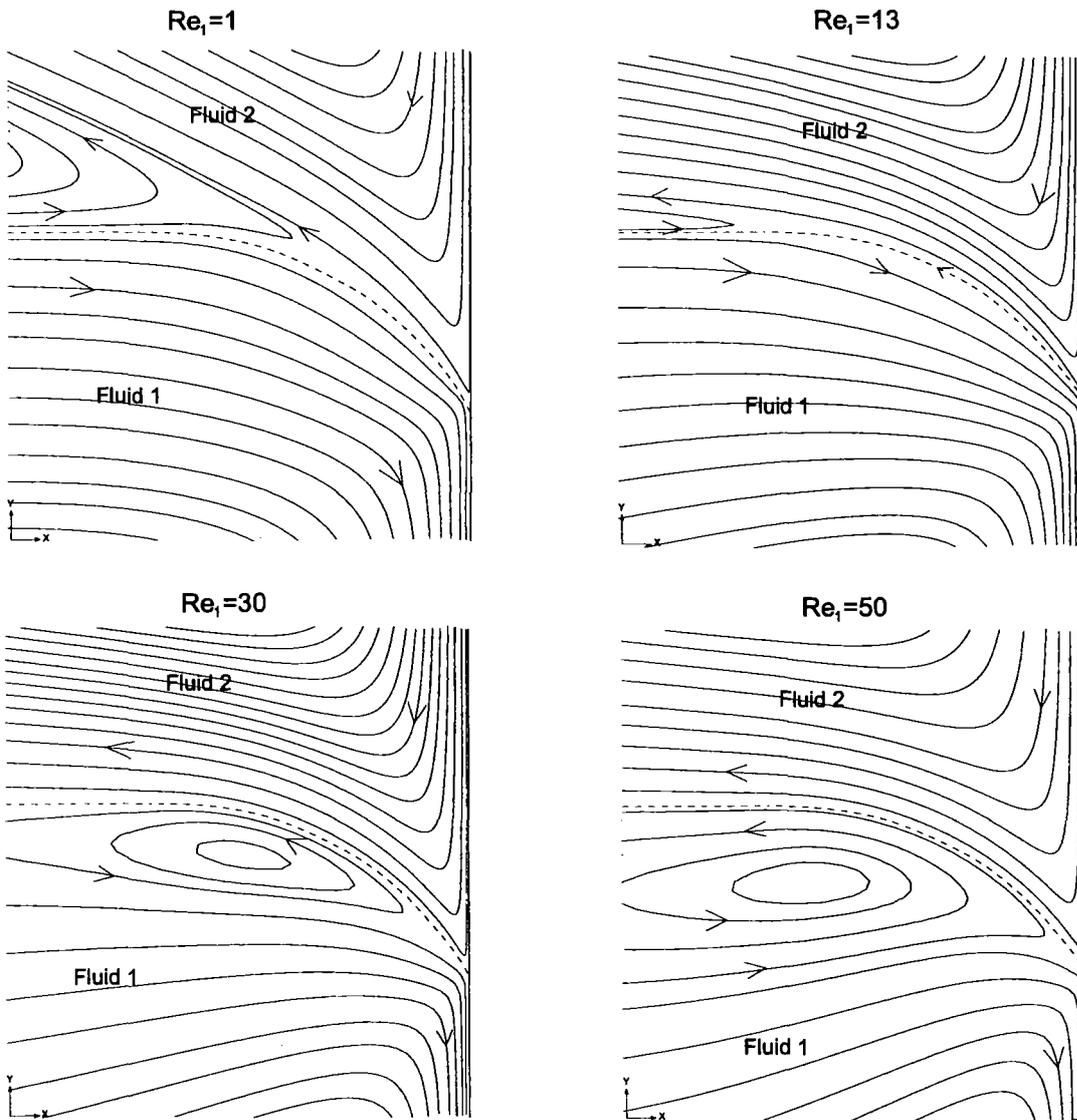
Abbildung 3.7: Profile der vertikalen Geschwindigkeit V_z an der bewegten Wand im Fluid 2 für verändertes Viskositätsverhältnis V_V .

3.3.3 Einfluß des Dichteverhältnisses

Der Einfluß des Dichteverhältnisses wird anhand des Vergleichs zweier Strömungskarten für $D_V = \frac{\rho_2}{\rho_1} = 0.1$ und $D_V = 0.9$ diskutiert.

Der Übergang bei Erhöhung des Viskositätsverhältnisses V_V findet unabhängig vom Dichteverhältnis im Bereich $0.2 < \frac{\mu_1}{\mu_2} < 1$ statt (vergleiche Abb. 3.10). Der Übergang bei Erhöhung der Reynolds-Zahl Re_1 im Fluid 1 geschieht im Fall eines größeren Dichteverhältnisses $D_V = 0.9$ früher. Durch eine veränderte Auftragung der Strömungskarte als Funktion der Reynolds-Zahl Re_2 im Fluid 2 kann diese Abhängigkeit eliminiert werden (vergleiche Abb. 3.11). Der Übergang bei Erhöhung von Re_2 wird unabhängig vom Dichteverhältnis. Daraus kann man schließen, daß die Strömung des leichteren Fluids 2 die Strömungsform bestimmt.

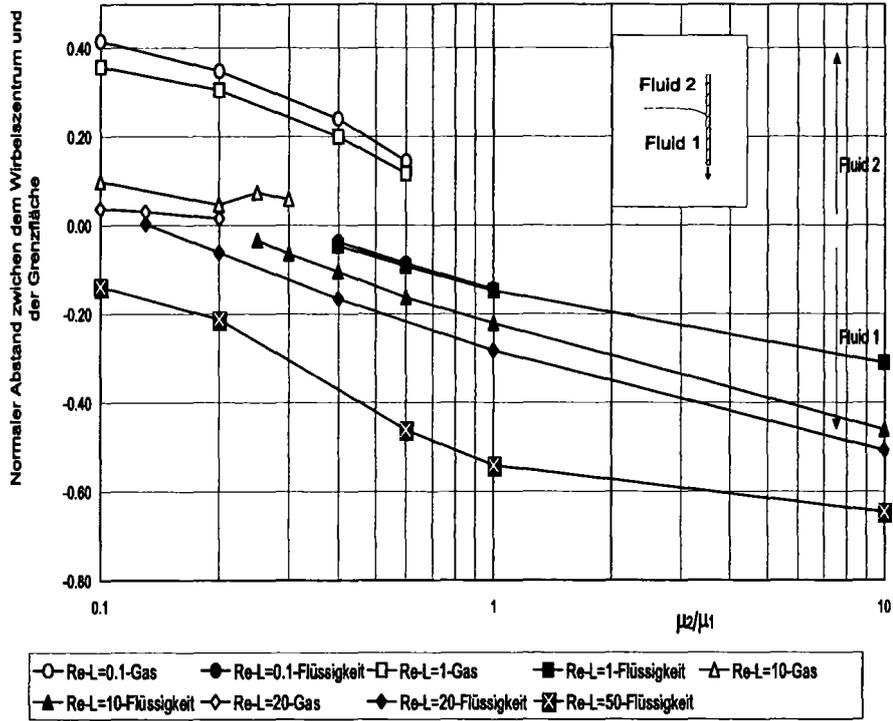
Kontaktwinkel $\theta = 150^\circ$
Dichteverhältnis $\rho_2/\rho_1=0.1$
Viskositätsverhältnis $\mu_2/\mu_1=0.2$



Re_1 ist die Reynolds-Zahl im Fluid 1

Abbildung 3.8: Änderung der Strömungsstruktur bei Erhöhung der Reynolds-Zahl Re_1 .

Kontaktwinkel $\theta = 150^\circ$, Dichteverhältnis $\rho_2/\rho_1 = 0.1$



Kontaktwinkel $\theta = 150^\circ$, Dichteverhältnis $\rho_2/\rho_1 = 0.1$

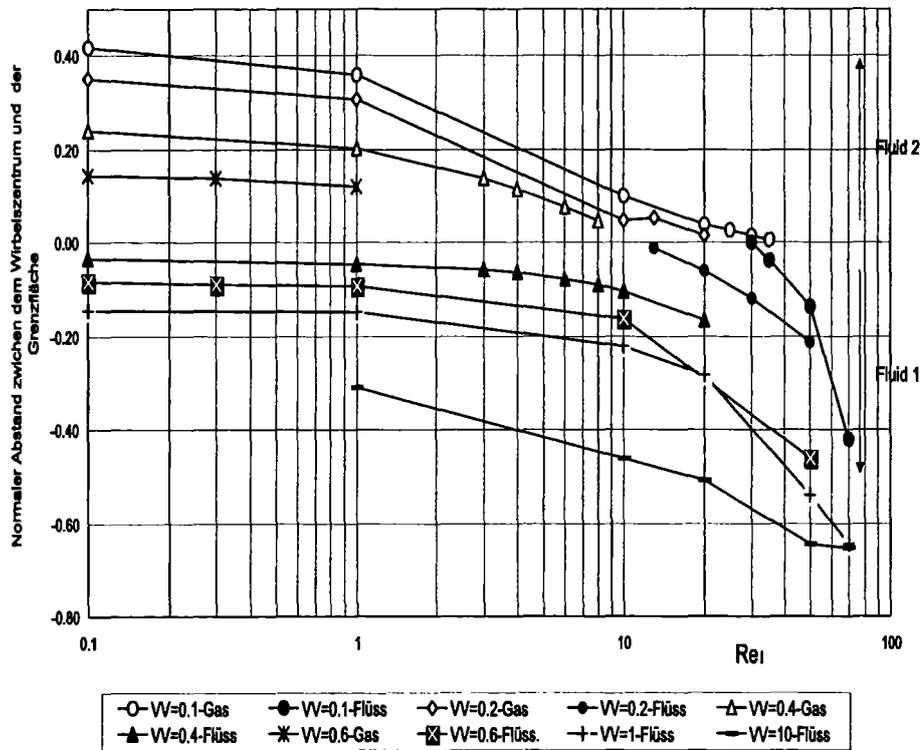


Abbildung 3.9: Normaler Abstand der Wirbel zur Grenzfläche.

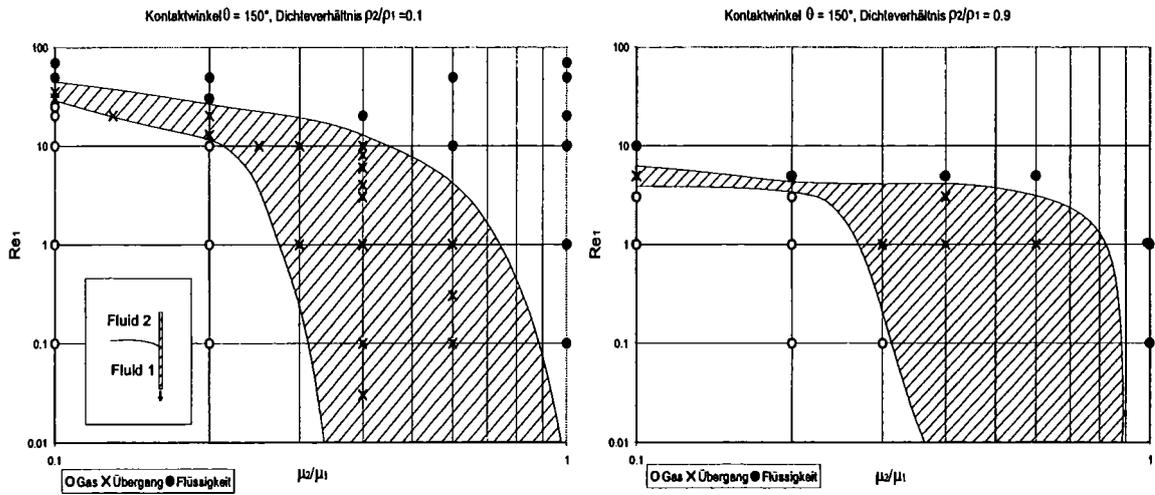


Abbildung 3.10: Einfluß des Dichteverhältnisses D_V auf die Strömungskarte aufgetragen über der Reynolds-Zahl Re_1 im Fluid 1.

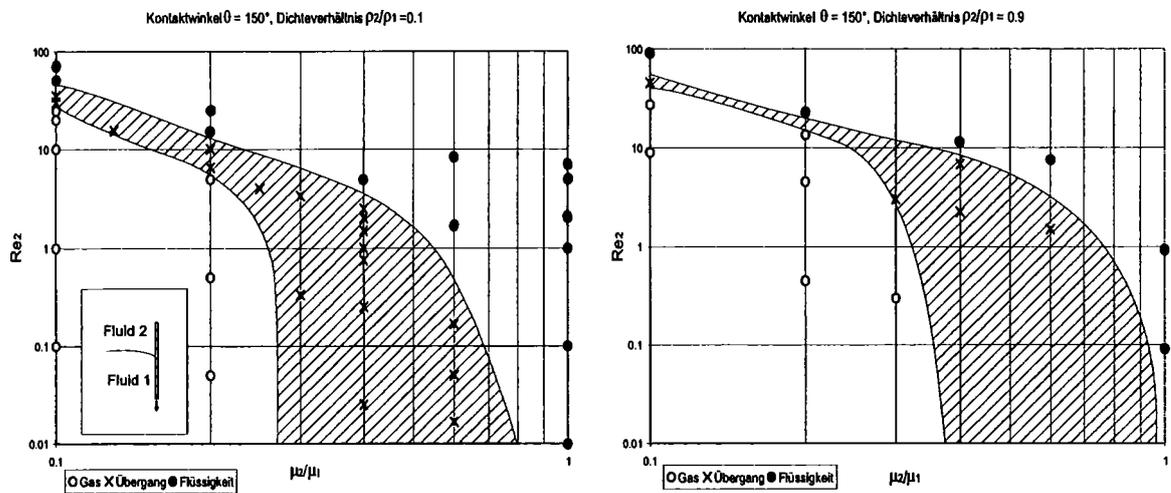


Abbildung 3.11: Einfluß des Dichteverhältnisses D_V auf die Strömungskarte aufgetragen über der Reynolds-Zahl Re_2 im Fluid 2.

Kapitel 4

Experimentelle Untersuchung

4.1 Versuchsaufbau

4.1.1 Versuchsstand

Eine Folie F wird in ein Bad eingetaucht, das in einer ersten Versuchsserie mit einer Flüssigkeit (unter Luft) und in einer zweiten Versuchsserie mit zwei Flüssigkeiten gefüllt ist. Die Folie wird durch eine drehende Walze W bei konstanter Drehgeschwindigkeit gezogen. Bei konstanter Drehgeschwindigkeit ändert sich die Foliegeschwindigkeit U_0 durch Variation des aufgewickelten Foliensacks auf der Walze W . Die Rolle ist in y -Richtung (normal zur Zeichenebene 4.1) einstellbar befestigt. Zwei Wischerpaare streifen die Flüssigkeit ab, so dass:

- die Folie so wenig Flüssigkeit wie möglich aus dem Bad wegträgt,
- die Folie durch eine einstellbare Spannung gerade läuft.

Der Meßbereich zur Beobachtung der Strömung ist in Abb. 4.1 markiert. Es wird kaum Einfluß der Wischer und der kleinen Rollen R_1 und R_2 auf die mittlere Geschwindigkeit U_0 beobachtet. Mit Erhöhung der Geschwindigkeit U_0 sieht man einen starken Randeinfluß an den Folierrändern durch Umströmung, was die Interpretation der Ergebnisse in diesem Geschwindigkeitsbereich erschwert. Als Flüssigkeiten werden Silikonöl M1000, Silikonöl M50, Silikonöl M10 und Wasser eingesetzt.

4.1.2 Meßverfahren

4.1.2.1 Messung der Foliengeschwindigkeit

Da die Folie an der Walze M (siehe Abb. 4.1) haftet, ermitteln wir die tatsächliche Foliengeschwindigkeit U_0 durch Messung der Drehzahl dieser Walze.

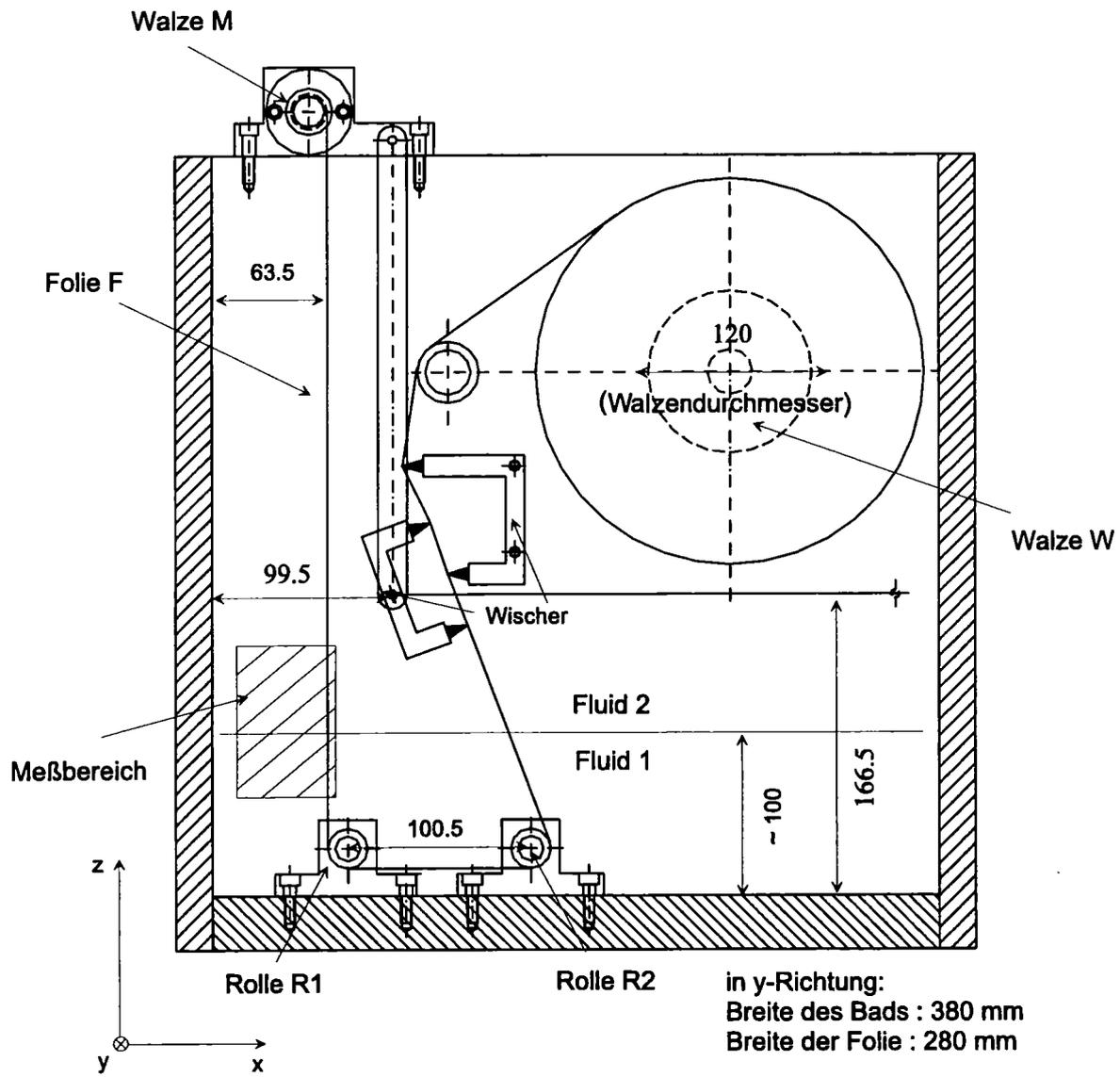


Abbildung 4.1: Versuchstand.

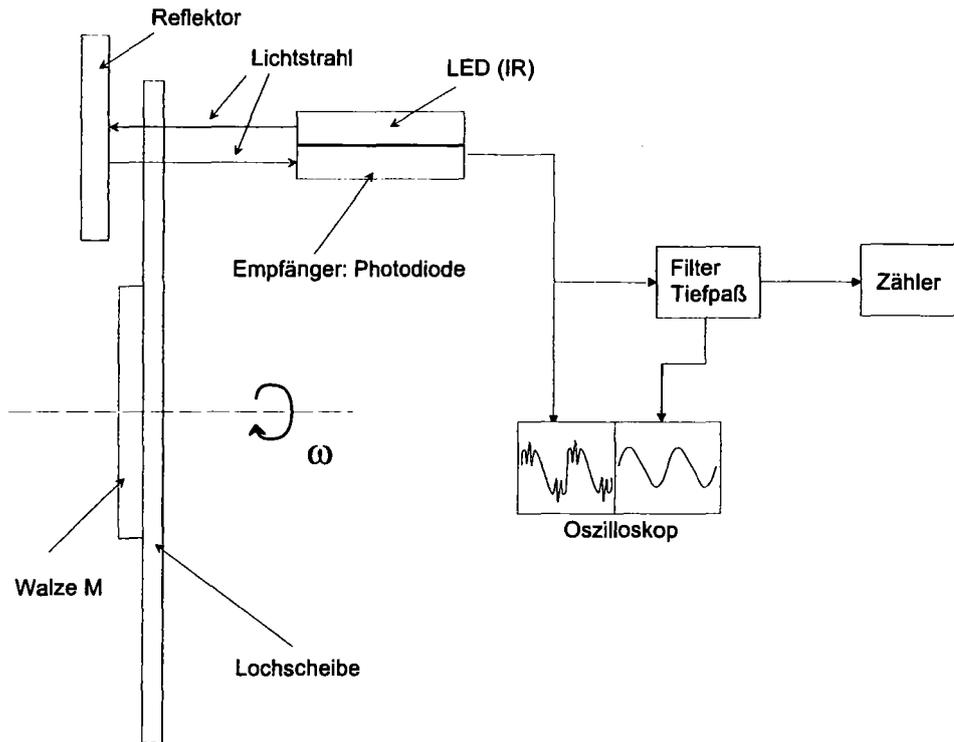


Abbildung 4.2: Drehzahlmeßverfahren.

- Optische Drehzahlmessung:

Wir verwenden eine Lichtquelle (LED) gekoppelt mit einem Empfänger (Photodiode), wie in Abb. 4.2 dargestellt. Das Licht fällt durch eine an der Walze befestigte Lochscheibe. Die Lochscheibe hat 25 Löcher auf dem Umfang. Bei einer Umdrehung der Walze werden somit 25 Impulse durch eine reflektierende Platte hinter der Lochscheibe auf den Empfänger zurückgestrahlt. Das Signal wird mit einem Tiefpaß gefiltert und aus dem gefilterten Signal wird mit einem Zähler die Frequenz f bestimmt. Die Drehzahl der Walze ω ergibt sich somit aus:

$$\omega = \frac{f}{25}. \quad (4.1)$$

- Foliengeschwindigkeit:

Die Geschwindigkeit berechnet sich aus der Umfangsgeschwindigkeit der Walze M gemäß:

$$U_0 = \frac{2\pi}{25} f R. \quad (4.2)$$

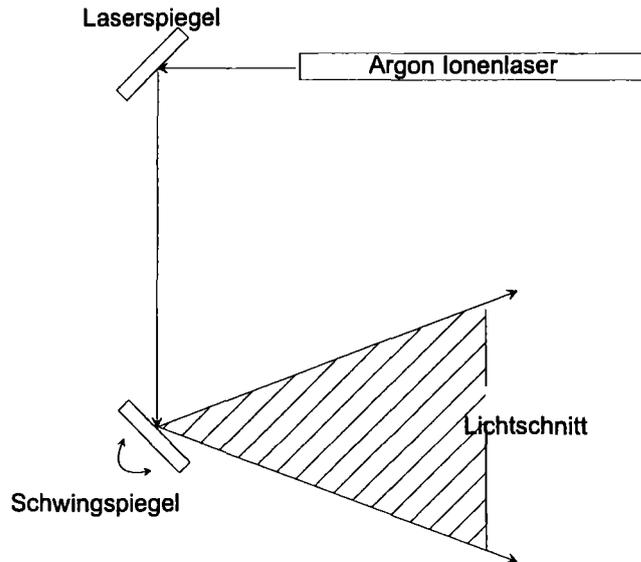


Abbildung 4.3: Lichtschnittverfahren.

4.1.2.2 Beobachtung der Stromlinien: Lichtschnittverfahren

Um Strömungen beobachten zu können, ist es nötig, diese sichtbar zu machen. Ein Verfahren, welches dies ermöglicht, ist das Laserlichtschnittverfahren. Hiermit können kleine Partikel, die entweder als Verschmutzung im Fluid natürlich vorhanden sind oder die eingebracht werden, in einer definierten Ebene beobachtet werden. Wenn diese Partikel genügend klein sind, kann man davon ausgehen, daß sie sich mit der selben Geschwindigkeit wie die Flüssigkeit bewegen. In der Schnittebene beleuchtet das Laserlicht die Teilchen, deren Bewegung mit einer Kamera senkrecht zur Schnittebene aufgenommen wird. Aufnahmen mit langer Belichtung oder Mehrfachbelichtung ergeben dann Spuren der Teilchen, welche als Streichlinien bezeichnet werden. Bei stationärer Strömung sind diese identisch mit den Stromlinien. Durch die geringe Dicke des Laserlichtschnitts kann die zu beobachtende Ebene genau festgelegt werden und man erhält dadurch eindeutige Bilder zur Auswertung. Wie in Abb. 4.3 dargestellt, wird der Laserstrahl über einen Schwingungsspiegel aufgeweitet. In der Flüssigkeit sind genügend Partikel durch Verschmutzung vorhanden. Im Gas werden Rauchpartikel eingeblasen.

4.1.2.3 Messung der verschiedenen Parameter

Im numerischen Teil der Arbeit (Kapitel 3) haben sich folgende dimensionslose Parameter ergeben:

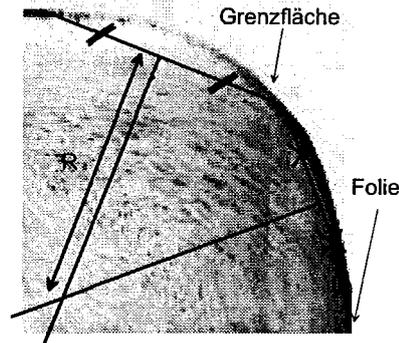


Abbildung 4.4: Messung des Krümmungsradiuses der Grenzfläche.

- Viskositäts- und Dichteverhältnis:

- Dichteverhältnis $D_V = \frac{\rho_2}{\rho_1}$, wobei Fluid 2 das leichte (obere) Fluid ist;
- Viskositätsverhältnis $V_V = \frac{\mu_2}{\mu_1}$, wobei μ_i die dynamische Viskosität bezeichnet.

- Reynolds-Zahl des schweren Fluids 1:

$Re_1 = \frac{\rho_1 U_0 R}{\mu_1}$, wobei U_0 die Foliengeschwindigkeit (siehe 4.1.2.1), ρ_1 und μ_1 die Stoffdaten und R den "künstliche" Krümmungsradius der Grenzfläche bezeichnen. Um R messen zu können, approximieren wir die Grenzfläche nahe der Folie durch einen Kreis. Aus drei Punkten wird danach R bestimmt (siehe Prinzip in Abb. 4.4).

4.2 Validierung der numerischen Ergebnisse

Um die numerischen Ergebnisse zu validieren, wird eine Reihe von Experimenten mit verschiedenen Kombinationen von Fluiden durchgeführt. Die zwei Fluide sollen nicht mischbar sein und das schwere Fluid ist natürlich unten.

4.2.1 Bestimmung der verschiedenen Strömungsstrukturen

- Silikonöl M1000 - Luft:

Die erste Kombination besteht aus dem schweren Fluid 1 Silikonöl M1000 und dem leichten Fluid 2 Luft. Die gemessenen Parameter für diesen Versuch sind in Tabelle 4.1 zusammengefaßt.

Tabelle 4.1: Kombination Silikonöl M1000 - Luft.

Viskositätsverhältnis	$\frac{\mu_2}{\mu_1}$	$1.8 \cdot 10^{-5}$
Dichteverhältnis	$\frac{\rho_2}{\rho_1}$	$1.2 \cdot 10^{-3}$
Reynolds-Zahl im Fluid 1	Re_1	1.4
Reynolds-Zahl im Fluid 2	Re_2	92
Dynamischer Kontaktwinkel	θ_D	130°
Foliengeschwindigkeit	U_0	0.1 m/s
Krümmungsradius der Grenzfläche	R	15 mm

Diese Kombination erlaubt uns, die komplexe Strömung im oberen Fluid 2, d.h. in der Luft, zu beobachten. In Abb. 4.5 bewegen sich die Partikel in der Luft deutlich entlang der Grenzfläche zur Folie hin. Durch die Haftbedingung werden die Partikel in der Luft auch entlang der Folie nach unten mitgezogen. Wir erkennen eine Staustromlinie, die diese zwei Strömungen separiert. In Abb. 4.6 erkennen wir die einfache Strömung im Silikonöl (Fluid 1). Die Partikel im Silikonöl bewegen sich erst nahezu horizontal in Richtung der Folie und nach einer Umlenkung aufgrund der Haftbedingung nach unten entlang der Folie. Die Abbildungen 4.5 und 4.6 sollten mit dem ersten Bild in Abb. 3.4 (komplexe Strömung im Fluid 2) verglichen werden. Die wichtigsten Merkmale des ersten Strömungstyps sind im Versuch vorhanden. Wir bemerken, daß der gemessene Kontaktwinkel von 130° vom "künstlichen" Kontaktwinkel von 150° in der numerischen Simulation abweicht. Diese Abweichung hat aber vermutlich wenig Einfluß auf die Strömungsform.

- Wasser - Silikonöl M50:

Die zweite Kombination ist das schwere Fluid 1 Wasser und das leichte Fluid 2 Silikonöl M50. Die gemessenen Parameter für diesen Versuch sind in Tabelle 4.2 zusammengefaßt.

Aus Abb. 4.7 ist zu entnehmen, daß das Silikonöl sehr tief eingezogen wird, wie in der kleinen Skizze auf Abb. 4.7 erklärt. Der eingezogene Film ist etwa 10 mm dick. Die Strömung des Silikonöls verläuft nach unten entlang der Folie bis zum Ende des Silikonölfilms, wird umgelenkt und entkommt entlang der Grenzfläche wie in Abb. 4.7 zu erkennen. Dies hat zur Folge, daß im Gebiet des Silikonölfilms das Wasser eine andere Randbedingung erfüllt. Wir erkennen deshalb eine komplexe Strömung des Wassers in Abb. 4.8. Längs der Grenzfläche bewegen sich die Fluidteilchen von der Kontaktlinie ausgehend nach oben. Im horizontalen Teil der Grenzfläche wird die

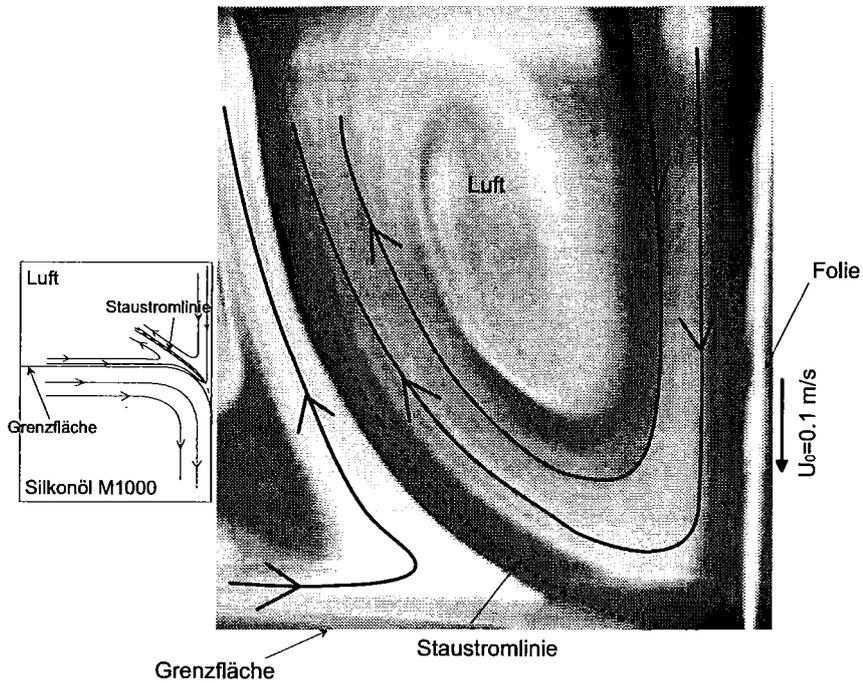


Abbildung 4.5: Kombination Silikonöl M1000 - Luft: Stromlinien in Luft,

$$Re_1 = 1.4 \quad , \quad \frac{\mu_2}{\mu_1} = 1.8 \cdot 10^{-5} \quad , \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = 1.2 \cdot 10^{-3} \quad .$$

Tabelle 4.2: Kombination Wasser - Silikonöl M50.

Viskositätsverhältnis	$\frac{\mu_2}{\mu_1}$	49
Dichteverhältnis	$\frac{\rho_2}{\rho_1}$	0.94
Reynolds-Zahl im Fluid 1	Re_1	3100
Reynolds-Zahl im Fluid 2	Re_2	60
Dynamischer Kontaktwinkel	θ_D	157°
Foliengeschwindigkeit	U_0	0.12 m/s
Krümmungsradius der Grenzfläche	R	25 mm
Eingezogene Silikonölfilmstärke	–	10 mm

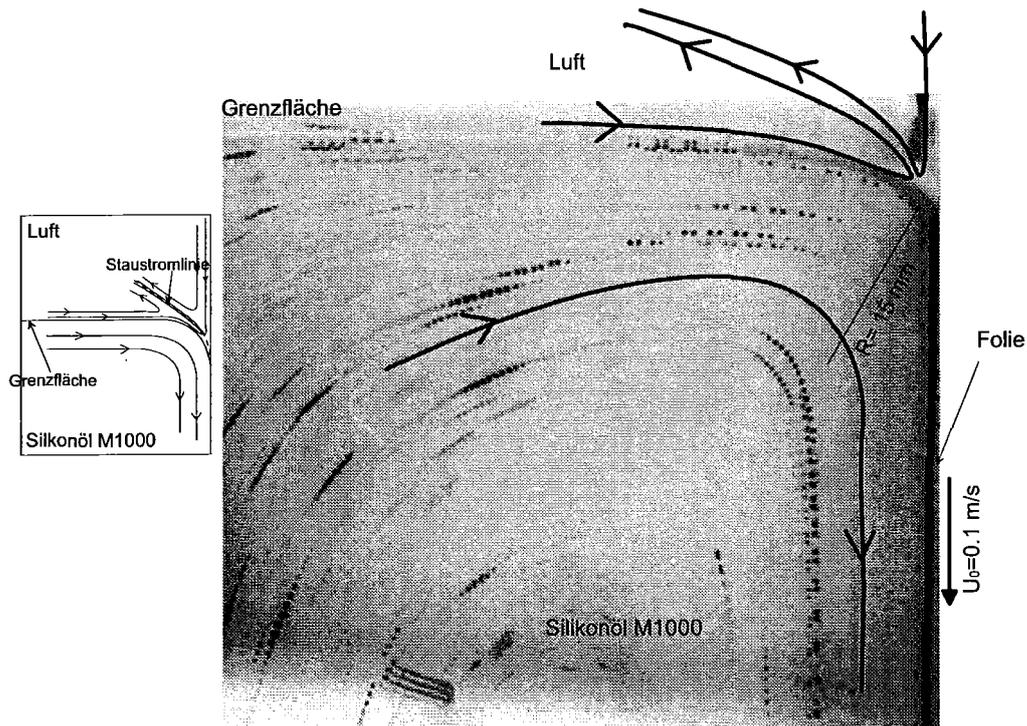


Abbildung 4.6: Kombination Silikonöl M1000 - Luft: Stromlinien im Silikonöl M1000,

$$Re_1 = 1.4 \quad , \quad \frac{\mu_2}{\mu_1} = 1.8 \cdot 10^{-5} \quad , \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = 1.2 \cdot 10^{-3} \quad .$$

Strömung dann nach unten auf die Staustromlinie umgelenkt. Diese Strömungsform ist sehr ähnlich wie im zweiten Bild in Abb. 3.4 (komplexe Strömung im Fluid 1). Der einzige Unterschied ist der tief eingezogene Silikonölfilm, der in der numerischen Simulation wegen der idealisierten festen Vorgabe der Grenzfläche nicht auftritt. In diesem Fall wird ein Kontaktwinkel von 157° gemessen.

4.2.2 Einfluß der Reynolds-Zahl

- Änderung der Lage der Staustromlinie

Im Fall der Kombination von Wasser und Silikonöl M50 wird bei Änderung der Foliengeschwindigkeit keine Änderung der Strömungsstruktur beobachtet. Man erhält immer die komplexe Strömung im Wasser. Mit Erhöhung der Foliengeschwindigkeit U_0 oder mit Erhöhung der Reynolds-Zahl des Wassers Re_1 entfernt sich die Staustromlinie von der Kontaktlinie und der Wirbel im Wasser wird immer größer. Dies ist aus einem Vergleich der beiden Bilder in Abb. 4.9 deutlich zu erkennen. Diese Veränderung wird analog in den numerischen Simulationen gefunden (vergleiche $Re_1 = 30, 50$ in Abb. 3.8).

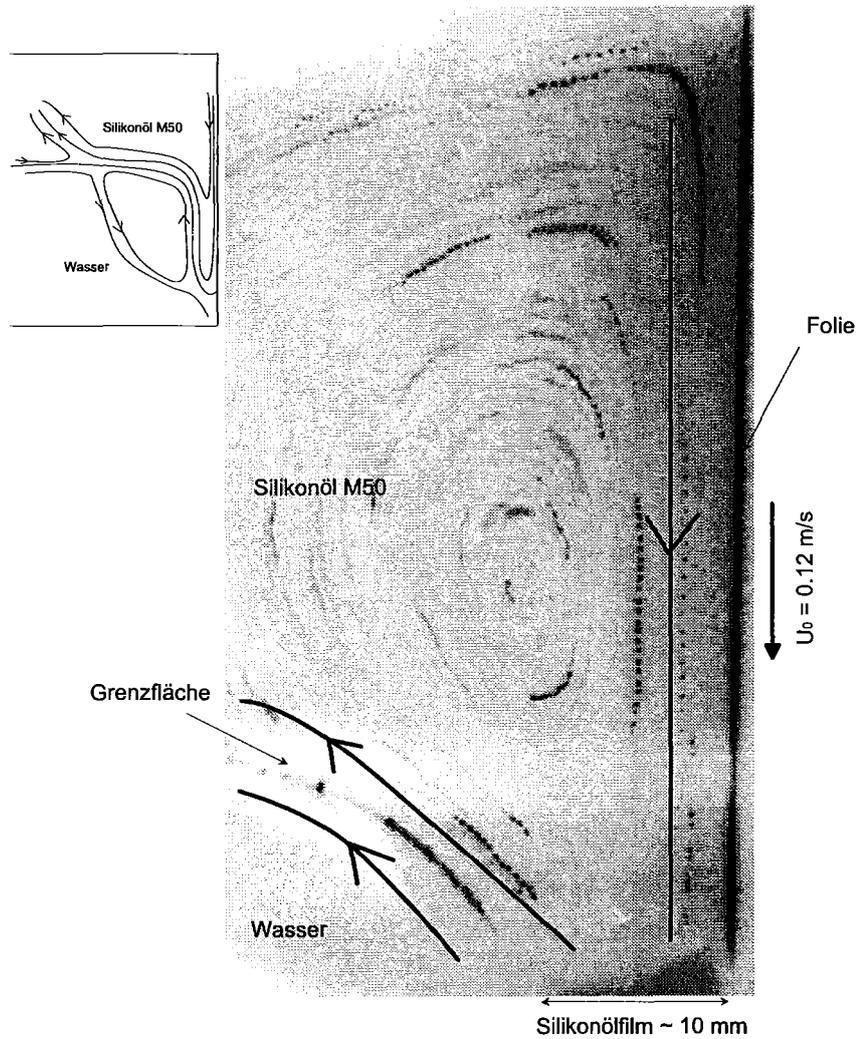


Abbildung 4.7: Kombination Wasser - Silikonöl M50: Stromlinien im Silikonöl M50,
 $Re_1 = 3100$, $\frac{\mu_2}{\mu_1} = 49$, $\frac{\rho_2}{\rho_1} = 0.94$.

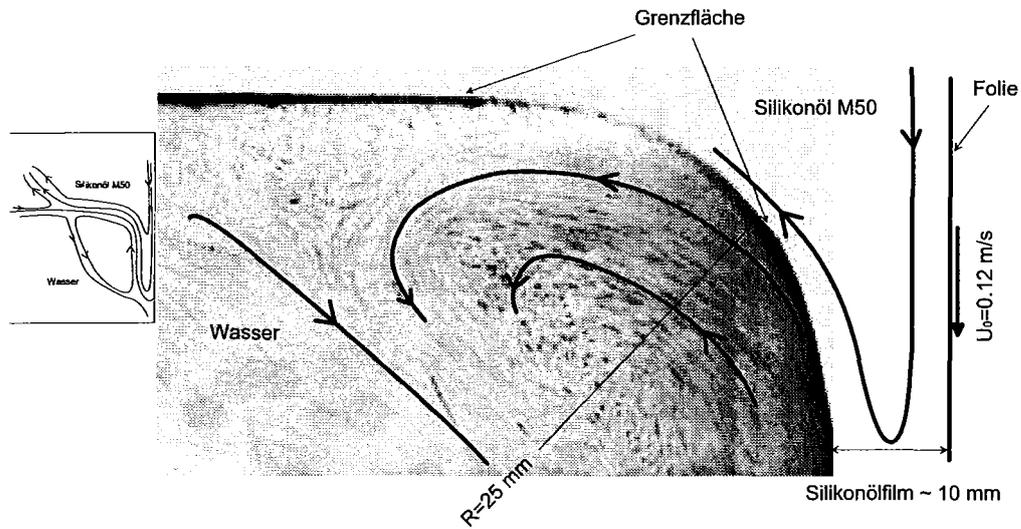


Abbildung 4.8: Kombination Wasser - Silikonöl M50: Stromlinien im Wasser,

$$Re_1 = 3100 \quad , \quad \frac{\mu_2}{\mu_1} = 49 \quad , \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = 0.94 \quad .$$

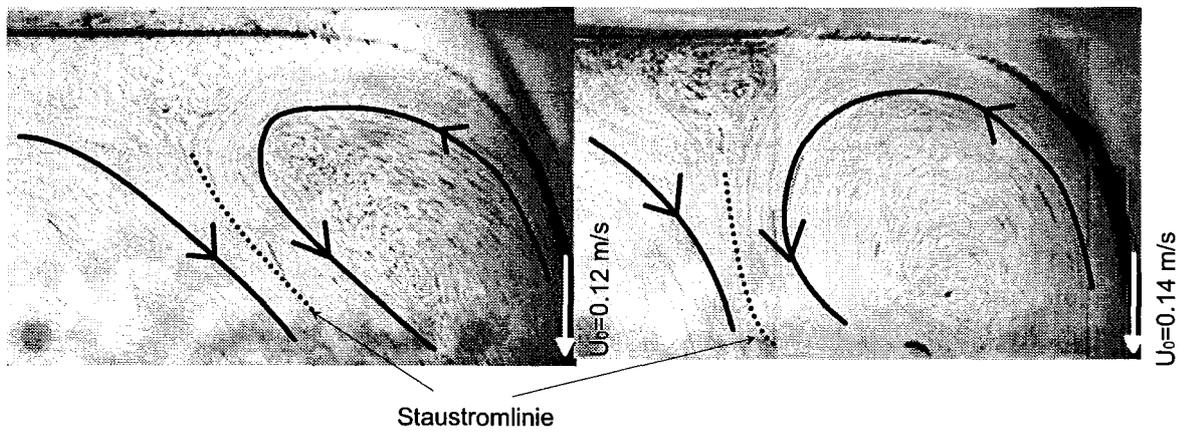


Abbildung 4.9: Kombination Wasser - Silikonöl M50: Stromlinie im Wasser,

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = 49 \quad , \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = 0.94 \quad ,$$

$$Re_1 = 3100 \text{ (links)} \quad , \quad Re_1 = 3400 \text{ (rechts)} \quad .$$

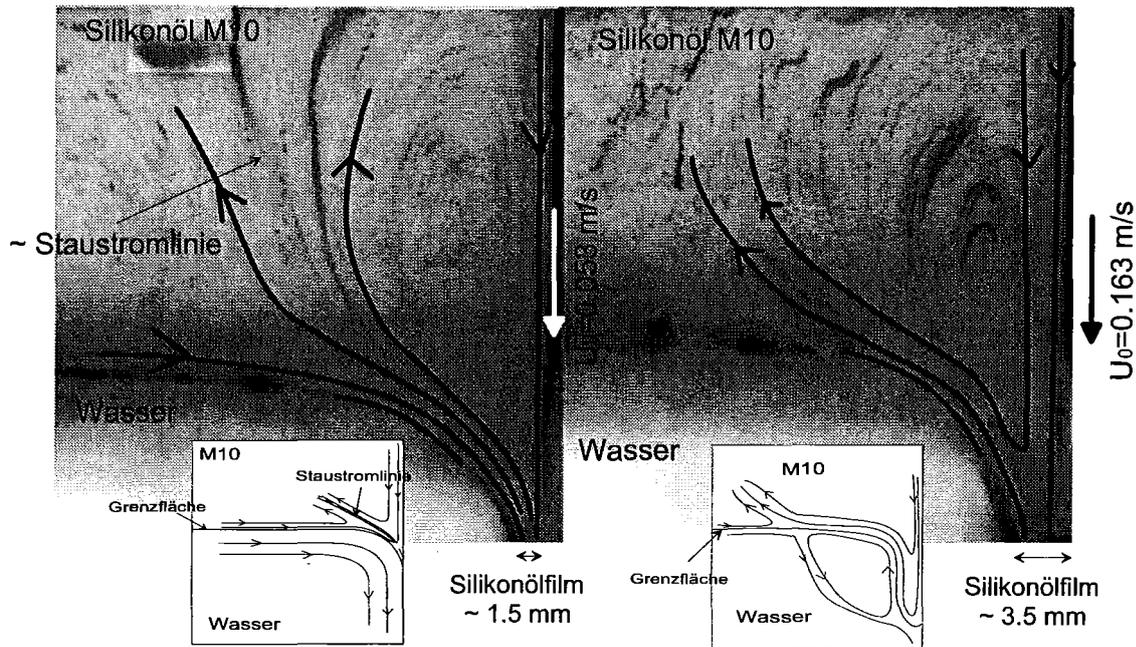


Abbildung 4.10: Kombination Wasser - Silikonöl M10: Stromlinien im Silikonöl,

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = 9.8 \quad , \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = 0.94 \quad ,$$

$$Re_1 = 1150 \text{ (links)}, \quad Re_1 = 3000 \text{ (rechts)}.$$

- Änderung der Strömungstopologie

Wir verwenden hier eine Kombination von Wasser und Silikonöl M10 und untersuchen das Verhalten bei einer Erhöhung der Foliengeschwindigkeit. Für niedrige Geschwindigkeit ($Re_1 \simeq 1000$) wird eine komplexe Strömung des Silikonöls beobachtet, wie es auf dem linken Bild in Abb. 4.10 zu sehen ist. In diesem Fall ist der dynamische Kontaktwinkel 162° . Für eine größere Geschwindigkeit hingegen ($Re_1 \simeq 3000$) wird eine Änderung der Strömungsstruktur beobachtet. Die Strömung des Silikonöls geht in eine einfache Strömung über, wie es deutlich auf dem rechten Bild in Abb. 4.10 erkennbar ist. Komplementär findet sich im Wasser ein Übergang von einer einfachen Strömung bei einer Reynolds-Zahl von $Re_1 \simeq 1000$ zu einer komplexen Strömung bei einer Reynolds-Zahl von $Re_1 \simeq 3000$. Dies ist erkennbar in den Bildern in Abb. 4.11. Damit sind auch die Ergebnisse der numerischen Simulation bei Erhöhung der Reynolds-Zahl (vergleiche Abb. 3.8) eindrucksvoll bestätigt. Im Fall $Re_1 \simeq 3000$ ist der dynamische Kontaktwinkel 175° . Die Silikonölfilmstärke wächst mit der Geschwindigkeit U_0 (und mit der Viskosität μ_2) an und führt zu einem größeren dynamischen Kontaktwinkel von 175° für $Re_1 \simeq 3000$.

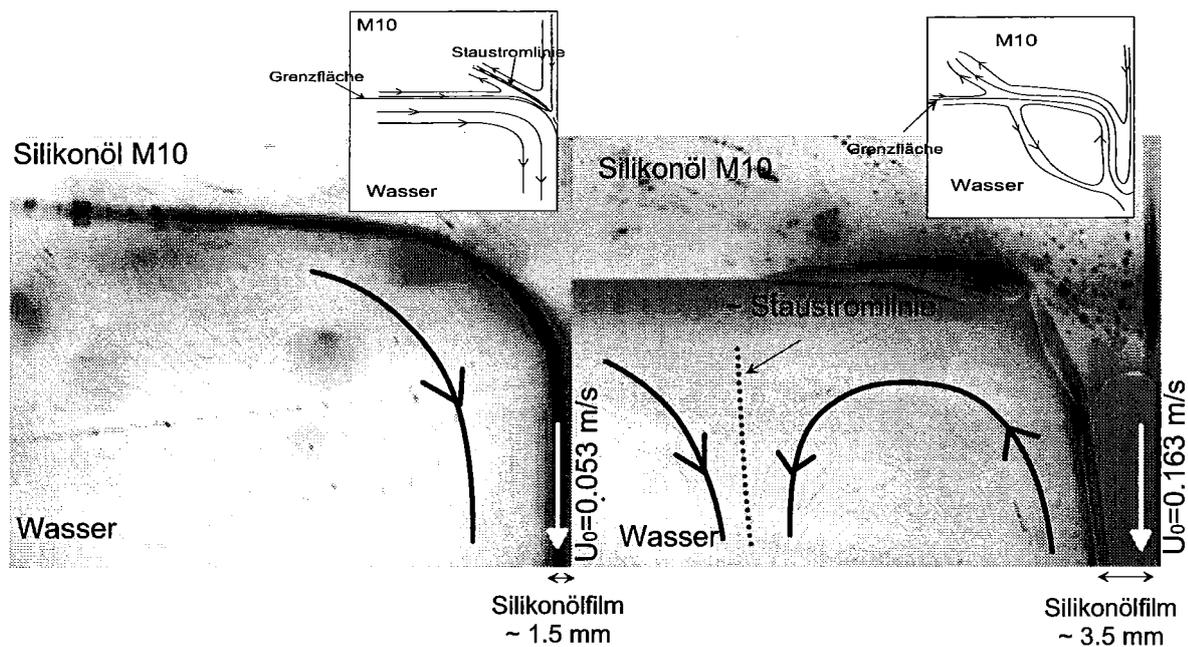


Abbildung 4.11: Kombination Wasser - Silikonöl M10: Stromlinien im Wasser,

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = 9.8 \quad , \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = 0.94 \quad ,$$

$$Re_1 = 1150 \text{ (links)} \quad , \quad Re_1 = 3000 \text{ (rechts)}.$$

4.2.3 Zusammenfassung der experimentellen Ergebnisse in der Strömungskarte

Wir benutzen die Strömungskarte für $\frac{\rho_2}{\rho_1} = 0.9$ mit den Parametern Viskositätsverhältnis $V_V = \frac{\mu_1}{\mu_2}$ und Reynolds-Zahl Re_2 , wie sie aus der numerischen Simulation abgeleitet ist (vergleiche Abb. 3.11). Wir haben schon in der numerischen Simulation erkannt, daß diese Karte durch Verwendung von Re_2 quasi unabhängig vom Dichteverhältnis wird. So können wir alle experimentellen Ergebnisse eintragen. Der Übergang im Experiment (vergleiche Wasser/Silikonöl M10 in Abb. 4.12) findet sich bei größerem Viskositätsverhältnis V_V und bei größerer Reynolds-Zahl Re_2 . Dies wird aus dem Vergleich der experimentellen Datenpunkte und der Ergebnisse der numerischen Simulation deutlich. Es ist naheliegend, daß diese quantitativen Unterschiede durch die unterschiedliche Geometrie der Grenzfläche in Simulation und Experiment verursacht sind. Dies darf nicht verwundern, denn in den Simulationen sind die Grenzfläche und der Kontaktwinkel idealisiert und fest vorgegeben. In den Experimenten stellt sich diese Geometrie hingegen abhängig von der jeweiligen Strömung, d.h. abhängig vom Druckfeld, dynamisch ein.

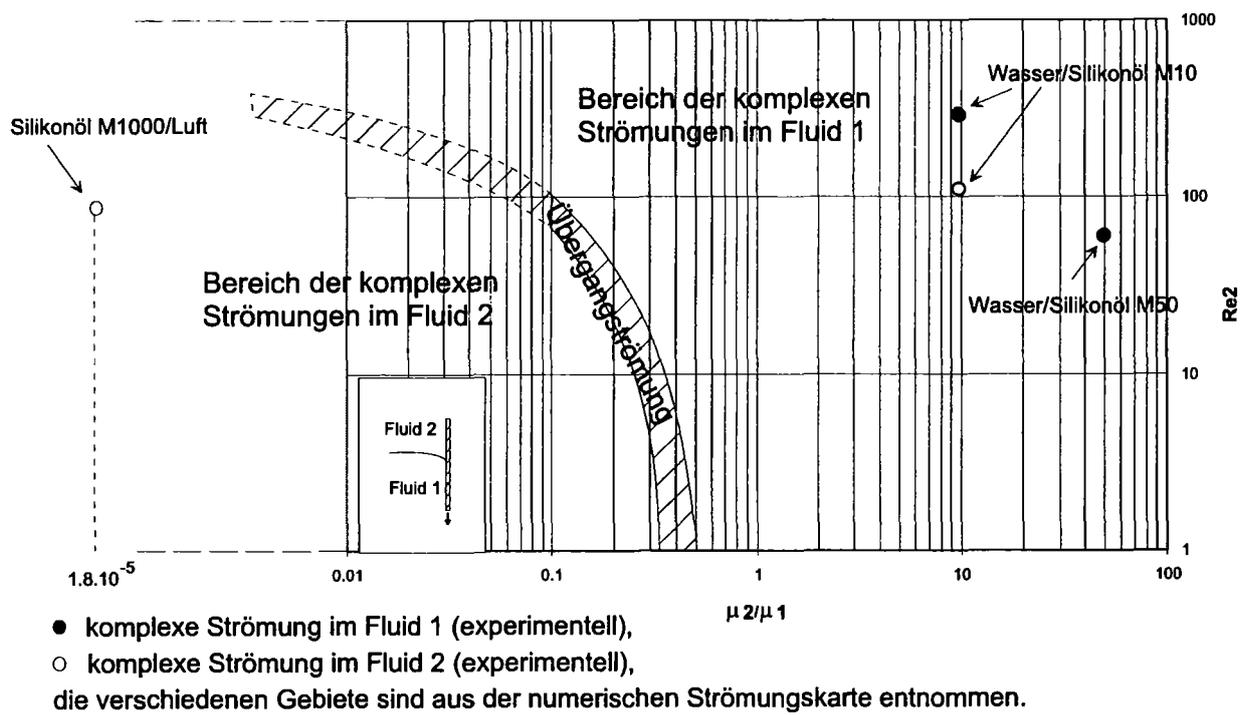


Abbildung 4.12: Karte der Strömungsformen - Punkte sind experimentelle Ergebnisse, der schraffierte Übergangsbereich ist aus den numerischen Simulationen übernommen.

Kapitel 5

Diskussion und Ausblick

5.1 Zusammenfassung der Ergebnisse

In der vorliegenden Arbeit wird numerisch und experimentell die Strömungstopologie nahe einer schnell bewegten Kontaktlinie untersucht. Es wird eine Folie betrachtet, die mit konstanter Geschwindigkeit in ein Bad eintaucht. Damit muß ein Fluid (Gas oder Flüssigkeit) von der Folie verdrängt werden und ein zweites Fluid (Flüssigkeit) muß die Folie benetzen. Dies ist ein typisches Problem mit einer dynamischen freien Grenzfläche.

Die dimensionslosen Parameter, die das Problem charakterisieren, sind:

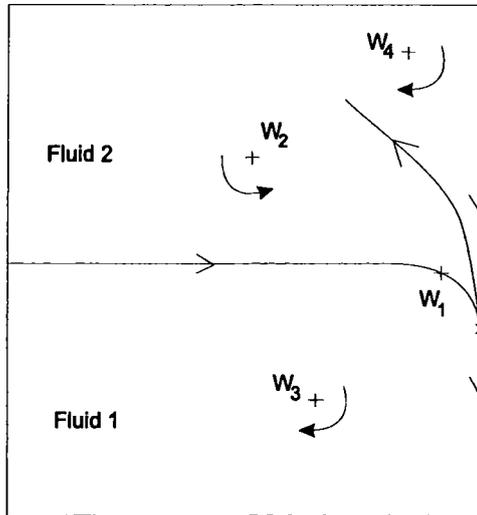
- das Dichteverhältnis der Fluide $D_V = \frac{\rho_2}{\rho_1}$,
- das Viskositätsverhältnis der Fluide $V_V = \frac{\mu_2}{\mu_1}$,
- die Reynolds-Zahl im oberen Fluid 2 $Re_2 = \frac{\rho_2 U_0 R}{\mu_2}$.

Drei Strömungsstrukturen werden beobachtet und im folgenden anhand singulärer Punkte beschrieben¹. Im Problem treten zwei Sattelpunkte und vier Wirbel auf²: zwei Wirbel in jedem Fluid und zwei Sattelpunkte auf der Grenzfläche (siehe Abb. 5.1).

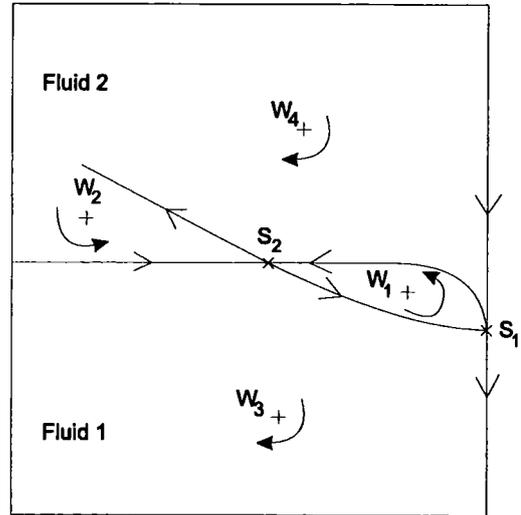
Für niedrige Viskositätsverhältnisse V_V und niedrige Reynolds-Zahlen Re_2 befinden sich die zwei Sattelpunkte S_2 und S_1 an der Kontaktlinie. Die Wirbel W_2, W_4 sind innerhalb von Fluid 2, der Wirbel W_3 innerhalb von Fluid 1, während sich der Wirbel W_1 auf der Grenzfläche befindet. Die komplexe Strömung ist im Fluid 2 (siehe Abb. 5.1a).

¹An singulären Punkten ist die Geschwindigkeit null. Aus der Lage und Anzahl der singulären Punkte kann das gesamte Strömungsfeld qualitativ erschlossen werden. Einen Überblick über Singularitäten geben Argyris, Faust und Haase (1994).

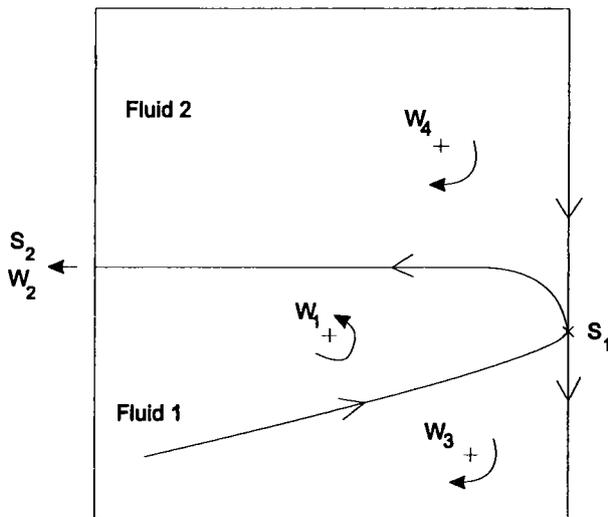
²Es wird nur über Merkmale der Topologie gesprochen, die in der Nähe der Kontaktlinie auftreten. Das gesamte Problem ist mit vier Wirbeln, zwei Sattelpunkten und zwei Halbsattelpunkten geschlossen.



a) Komplexe Strömung im Fluid 2



b) Übergangsströmung



c) Komplexe Strömung im Fluid 1

Abbildung 5.1: Skizzen zur Topologie des Problems.

Wenn das Viskositätsverhältnis V_V oder die Reynolds-Zahl Re_2 anwächst, entfernt sich der Sattelpunkt S_2 entlang der Grenzfläche von der Kontaktlinie. S_2 charakterisiert den Einfluß vom Fluid 2 auf Fluid 1. Je weiter S_2 sich von der Kontaktlinie entfernt, desto größer wird der Bereich, in dem Fluid 2 die Geschwindigkeit an der Grenzfläche bestimmt und damit faktisch die Randbedingung für Fluid 1 vorgibt. Der Sattelpunkt S_1 bleibt stets an der Kontaktlinie. S_1 hängt zusammen mit der Änderung der Randbedingung von Fluid 1. Fluid 1 sieht einerseits die Geschwindigkeit der Folie nach unten und andererseits die Bewegung von Fluid 2 entlang der Grenzfläche nach oben. Das Wirbelzentrum von W_1 entfernt sich von der Grenzfläche, der Wirbel W_1 wird größer. Das Wirbelzentrum von W_2 nähert sich der Grenzfläche, der Wirbel W_2 wird kleiner, die Wirbel W_3, W_4 verschieben sich analog (siehe Abb. 5.1b).

Schließlich, für großes Viskositätsverhältnis V_V oder große Reynolds-Zahl Re_2 , wandert W_2 weit nach links und zur Grenzfläche. Deshalb ist nur noch Wirbel W_4 in Fluid 2 erkennbar. W_1 ist weit innerhalb von Fluid 1 und manifestiert sich in einem großen Wirbel, W_3 wird etwas nach unten verdrängt (vergleiche Abb. 5.1c).

Zwei Mechanismen sind für die Bewegung der singulären Punkte verantwortlich:

- die Verdickung der Grenzschicht an der Folie (besonders in Fluid 2) bei Erhöhung des Viskositätsverhältnisses V_V ,
- die Vergrößerung des Umlenkungsradiuses in Fluid 2 bei größerer Trägheit, infolge einer größeren Reynolds-Zahl Re_2 .

Der Einfluß des Dichteverhältnisses D_V ist hingegen nur schwach.

Die Experimente haben alle berechneten Strömungsformen qualitativ gezeigt. Die untersuchten Systeme sind: (i) Silikonöl M1000 / Luft / PE Folie, was eine komplexe Strömung in der Luft ergibt, (ii) Wasser / Silikonöl M50 / PE Folie, was eine komplexe Strömung im Wasser ergibt und (iii) Wasser / Silikonöl M10 / PE Folie, was bei niedriger Foliengeschwindigkeit eine komplexe Strömung im Silikonöl und bei höherer Foliengeschwindigkeit eine komplexe Strömung im Wasser zeigt.

Aus den aufgezeigten Kombinationen können Übergänge bei Erhöhung des Viskositätsverhältnisses V_V und bei Erhöhung der Reynolds-Zahl Re_2 abgeleitet werden. Diese Übergänge finden sich in den Experimenten erst bei größeren V_V und bei größeren Re_2 , wenn wir mit den numerischen Simulationen vergleichen. Diese Diskrepanzen lassen sich durch die in der numerischen Simulation vorgegebene idealisierte Grenzflächengeometrie und durch den vorgegebenen festen Kontaktwinkel erklären:

- Wird ein falscher Kontaktwinkel in der numerischen Simulation vorgegeben, so sollte dieser Auswirkungen auf den Übergang bei wachsender Reynolds-Zahl haben. Dieser Übergang ist durch die scharfe Umlenkung von Fluid 2 bei wachsender Trägheit bestimmt. Ist der reale Kontaktwinkel kleiner als in der numerischen Simulation, so wird die Umlenkung erst für größere Reynolds-Zahlen kritisch und der Übergang sollte bei größerer Reynolds-Zahl auftreten.
- Wird die Geometrie der Grenzfläche falsch vorgegeben, so hat dies natürlich Auswirkungen. Im Experiment Silikonöl M50 / Wasser wird beispielsweise das Silikonöl weit ins Wasser in Form eines Films mitgezogen. Damit liegt eine breitere Zone von Silikonöl an der Folie vor. Das Verdrängen des Wirbels W_2 von der Kontaktlinie ist für wachsendes Viskositätsverhältnis V_V durch das Anwachsen der kinematischen Grenzschicht bedingt. Der Übergang wird folglich erst für größeres V_V auftreten, wenn die wahre Grenzflächegeometrie berücksichtigt ist.
- Eine weitere Ursache für die Diskrepanzen liegt möglicherweise in der endlichem Abmessung des Fluidgebiets im Experiment. Durch Haftung der Fluide (besonders der zähen Flüssigkeiten) an den unvermeidbaren Wänden sind die Rezirkulationsgebiete deutlich kleiner als im idealisierten Fall der Simulation.

5.2 Vergleich mit dem “Rolling-unrolling concept”

Mit grundlegenden Experimenten haben Dussan und Davis (1974) die Merkmale der Strömungsstruktur in der Umgebung einer bewegten Kontaktlinie untersucht.

- Die einfache Strömung

Ein kleiner Honigtropfen wird auf eine Platte gesetzt. Die Platte ist zur Horizontalen geneigt. Die Schwerkraft bewirkt eine Bewegung des Tropfens nach unten. Eine kleine farbige Markierung wird auf der Honig-Luft Grenzfläche angebracht. Mit der Bewegung des Tropfens nach unten bewegt sich die Markierung entlang der Grenzfläche bis zur Kontaktlinie. An der Kontaktlinie kommt die Markierung in Kontakt mit der Platte und haftet. Dieses Phänomen wird als “rolling” bezeichnet.

Dieses Experiment zeigt, daß die Haftbedingung nicht im Widerspruch zur bewegten Kontaktlinie steht. Tatsächlich ist die Kontaktlinie keine materielle Linie. Verschiedene Fluidpartikel sind an der Kontaktlinie zu verschiedenen Zeiten präsent.

Die selbe Eigenschaft bei anderer Bewegungsrichtung haben Dussan und Davis (1974) anhand des Systems Glycerin / Silikonöl in einem Behälter, der schrittweise nach oben

geneigt wird, untersucht. Sie zeigen, daß die Fluidteilchen sich von der Kontaktlinie entlang der Glycerin - Silikonöl Grenzfläche entfernen, wenn der Tropfen sich durch "unrolling" zurückzieht.

Diese einfache Strömungsstruktur finden wir analog in unseren Experimenten. In diesem Fall wird die Bewegung der Fluide durch die bewegte Folie angetrieben und die Kontaktlinie erscheint ortsfest. Im System Silikonöl M1000 / Luft bewegt sich das Silikonöl entlang der Silikonöl - Luft Grenzfläche bis zur Kontaktlinie. Es haftet an der Folie und wird durch die bewegte Folie nach unten transportiert. Dies entspricht der Beobachtung von Dussan und Davis (1974) am Honigtropfen. In unserem Experiment wird demnach das Fluid 1 (Silikonöl M1000) auf die Folie "aufgerollt" (vergleiche Abb. 5.1a). Im System Wasser / Silikonöl M50 bewegt sich das Silikonöl zunächst entlang der Folie nach unten. Nach der Umlenkung wandert es entlang der Grenzfläche von der Kontaktlinie weg. Diese Beobachtung ist analog zur Beobachtung von Dussan und Davis (1974) im System Glycerin / Silikonöl. In unserem Experiment wird somit das Fluid 2 (Silikonöl M50) von der Folie "abgerollt" (vergleiche Abb. 5.1c).

- Die komplexe Strömung:

Im System Silikonöl / Wasser-Alkohol-Mischung untersuchen Dussan und Davis (1974) die Strömung auf der entnetzenden Seite der Kontaktlinie. In einem Behälter, der schrittweise geneigt wird, machen sie die Strömung durch eine farbige Makierung sichtbar. Die Makierung bewegt sich entlang der Grenzfläche und wird dort in die Wasser-Alkohol-Mischung ausgestoßen. Dussan und Davis (1974) sprechen von einem "ejected surface". Das gleiche System liefert bei Umkehr der Behälterneigung die Bewegung der Makierung längs einem "injected surface" zur Kontaktlinie und entfernt sich gleichermaßen längs der Grenzfläche und längs dem Festkörper.

Diese Beobachtungen sind zu den komplexen Strömungen in unseren Experimenten analog. Das "ejected surface" oder das "injected surface" ist analog zu den Staustromlinien. Im System Luft / Silikonöl M1000 bewegt sich das Fluid 2 (Luft) erstens entlang der Grenzfläche in Richtung der Kontaktlinie und zweitens entlang der Folie. An der Kontaktlinie werden beide Strömungspfade scharf umgelenkt und sie gelangen entlang der Staustromlinie ins Innere (vergleiche Abb. 5.1a). Dies entspricht dem "ejected surface". Das "injected surface" ist analog zur Staustromlinie im System Wasser / Silikonöl M50. Fluid 1 (Wasser) strömt entlang der Staustromlinie zur Kontaktlinie und entfernt sich erstens entlang der Grenzfläche nach links und zweitens entlang der Folie nach unten (vergleiche Abb. 5.1c).

5.3 Defizit der numerischen Simulation - Ziele für eine weiterführende Arbeit

Wir haben schon oben erwähnt, daß die numerische Simulation aufgrund des idealisiert vorgegebenen Kontaktwinkels und aufgrund der fest vorgegebenen Grenzflächengeometrie nur eine qualitative Beschreibung der Strömungsstruktur und der Übergänge zuläßt. Speziell die Übergänge werden quantitativ ungenau berechnet. Deshalb sollte in einer weiterführenden Arbeit die Position der Grenzfläche und der Kontaktwinkel dynamisch behandelt werden. Die hier abgeleitete Strömungsstruktur bei fester Grenzflächengeometrie kann hierfür als Startlösung einer Iteration dienen. Dies ist wichtig, weil allgemein Probleme mit freier Grenzfläche einen kleinen Konvergenzbereich aufweisen. Die Positionen der Knoten auf der freien Grenzfläche können dann in FIDAP als zusätzliche Freiheitsgrade implementiert werden, und die Grenzfläche stellt sich in der Lösung passend zum Druckfeld ein. Als Randbedingungen für diese freie Grenzfläche kann links die Position und eine horizontale Tangente und rechts der dynamische Kontaktwinkel vorgegeben werden. Dieser müßte demnach als Funktion der Geschwindigkeit der Kontaktlinie, d.h. $\theta(U)$, implementiert werden. Hierzu sind gegebenenfalls Messungen im betrachteten Stoffsystem notwendig, weil $\theta(U)$ in der Regel nicht der Literatur entnommen werden kann.

Kapitel 6

Anhang

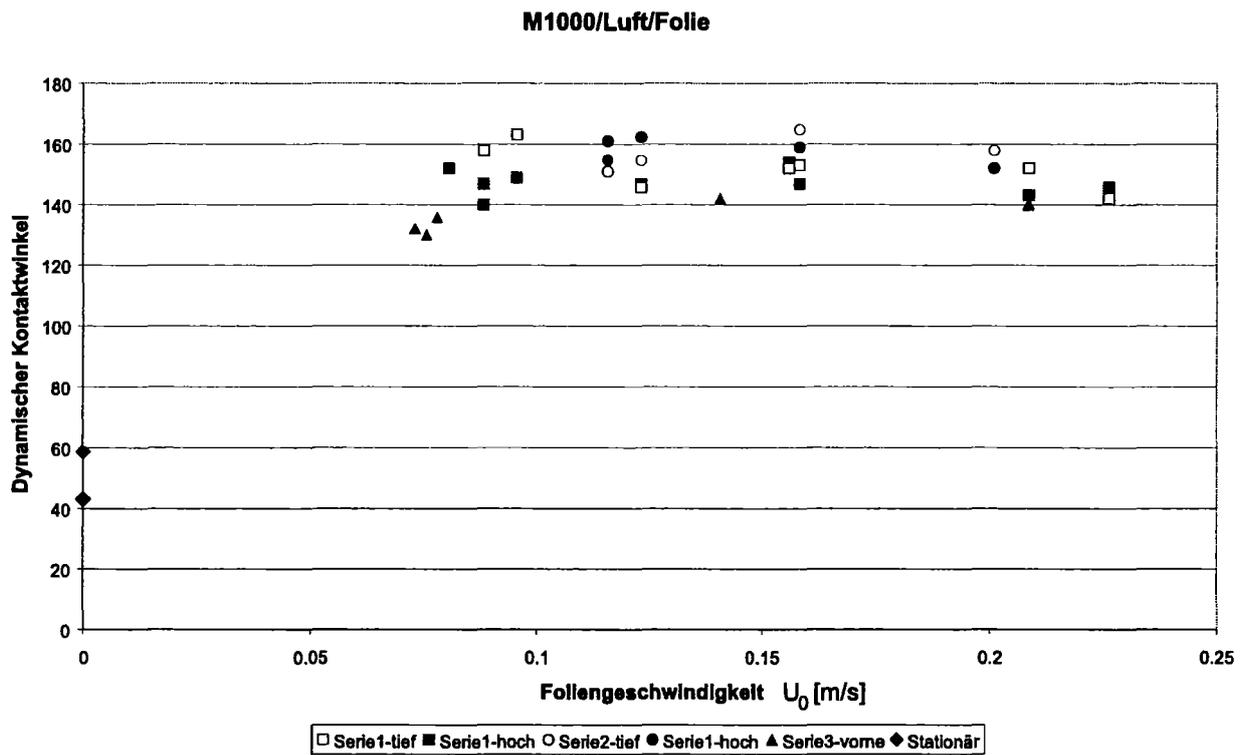
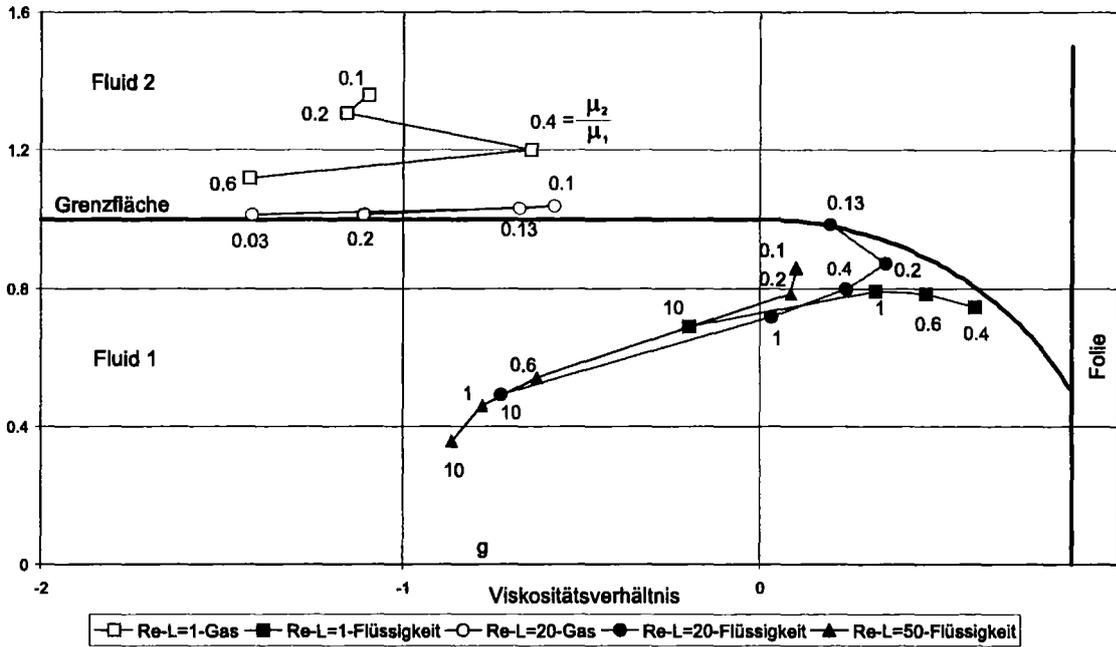


Abbildung 6.1: Gemessener dynamischer Kontaktwinkel in Abhängigkeit von der Foliengeschwindigkeit. Der Anstieg vom statischen Wert ($\sim 50^\circ$) auf den dynamischen Wert ($\sim 150^\circ$) für große Geschwindigkeiten wird bereits bei kleinen Geschwindigkeiten $U_0 < 0.1\text{ m/s}$ beobachtet.

Wirbelzentrum bei Kontaktwinkel $\theta = 150^\circ$, Dichteverhältnis $\rho_2/\rho_1 = 0.1$



Wirbelzentrum bei Kontaktwinkel $\theta = 150^\circ$, Dichteverhältnis $\rho_2/\rho_1 = 0.1$

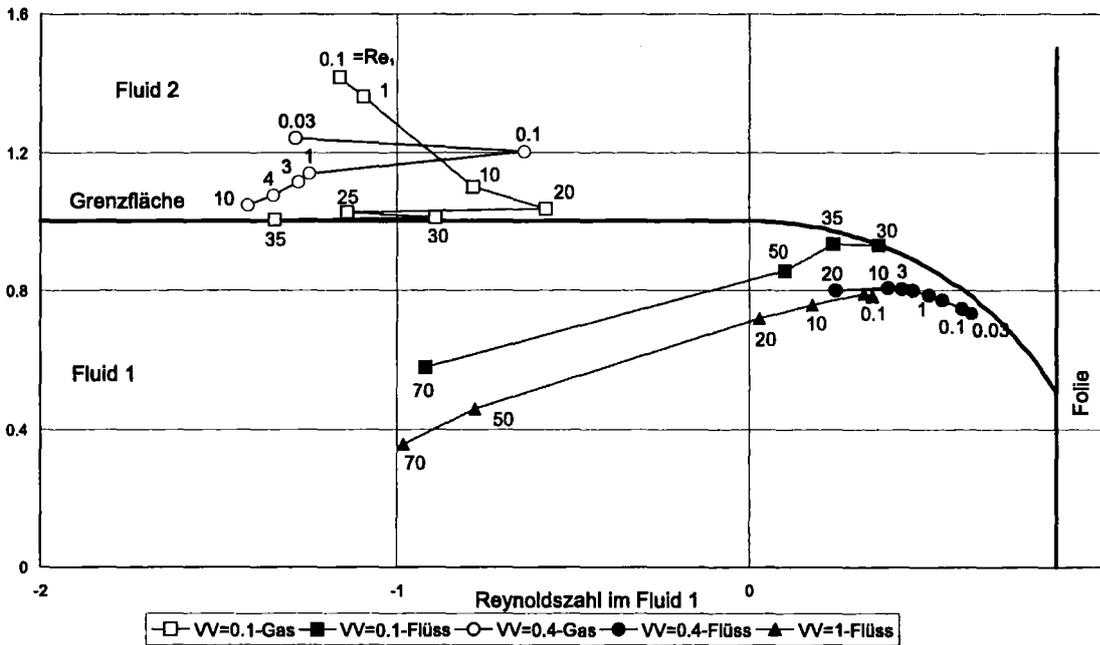


Abbildung 6.2: Position der Wirbel, eingetragen direkt in der Geometrie.

Kapitel 7

Nomenklatur

Symbole.

Skalare Größen:

H	m^{-1}	Krümmung der Grenzfläche
f	s^{-1}	Frequenz eines Meßsignals
L	m	Länge
$L_\sigma = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$	m	Kapillarlänge
p	N/m^2	Druck
P	–	dimensionsloser Druck (bezogen auf den Staudruck)
R	m	Krümmungsradius der Grenzfläche
u, v	$m/s, m/s$	Geschwindigkeiten in x, y
U_0	m/s	Foliengeschwindigkeit
U, V	–, –	dimensionslose Geschwindigkeiten (bezogen auf U_0)
x, y	m, m	kartesische Koordinaten
X, Y	–, –	dimensionslose kartesische Koordinaten (bezogen auf R)
δ	m	Grenzschichtdicke
μ_k	Ns/m^2	dynamische Viskosität des Fluids k
ρ_k	kg/m^3	Dichte des Fluids k
σ	N/m	Grenzflächenspannung
τ	N/m^2	Schubspannung
ω	$1/s$	Drehzahl

Vektoren und Tensoren:

\vec{n}	–	Normaler Einheitsvektor
\vec{t}	–	Tangentialer Einheitsvektor
$[\vec{T}]$	N/m^2	Spannungstensor

Indizes (tiefgestellt):

1	Fluid 1
2	Fluid 2
D	dynamisch
l	flüssig
N	normale Koordinate
g	gasförmig
s	fest
S	stationär
t	tangentiale Koordinate
X, Y	Ableitungen nach X, Y
∞	Ruhestand

Kennzahlen:

Bo	$\frac{\rho g R^2}{\sigma} = \frac{R}{L_\sigma}$	Bond-Zahl
Ca	$\frac{\mu U}{\sigma}$	Kapillaritäts-Zahl
D_V	$\frac{\rho_2}{\rho_1}$	Dichteverhältnis (< 1)
Re	$\frac{\rho U R}{\mu}$	Reynolds-Zahl
V_V	$\frac{\mu_2}{\mu_1}$	Viskositätsverhältnis
We	$\frac{\rho U^2 R}{\sigma}$	Weber-Zahl

Literaturverzeichnis

- Argyris, J., Faust, G. und Haase, M.: 1994, *Die Erforschung des Chaos*, Vieweg, chapter 3, Mathematische Einführung in dynamische Systeme, pp. 39–51.
- Blake, T.: 1993, *Wettability*, Vol. 49 of *Surfactant Science Series*, Dekker, New York, ed. J. Berg, chapter 5, Dynamic contact angles and wetting kinetics.
- Blake, T. und Ruschak, K.: 1979, A maximum speed of wetting, *Nature* **282**, 489–491.
- Blake, T. und Ruschak, K.: 1997, *Liquid film coating*, Chapman and Hall, London, ed. S.F. Kistler, P.M. Schweizer, chapter 3, Wetting: static and dynamic contact lines.
- Dussan, E. und Davis, S.: 1974, On the motion of a fluid-fluid interface along a solid surface, *Journal of Fluid Mechanics* **65**, 71–95.
- Ehrhard, P. und Bunk, M.: 1996, Strömungen mit freien Grenzflächen, *Technical Report FZKA 5787*, Forschungszentrum Karlsruhe.
- Mues, W., Hens, J. und Boiy, L.: 1989, Observation of a dynamic wetting process using laser-Doppler velocimetry, *AIChE Journal* **35**(9), 1521–1526.
- Ngan, C. und Dussan, E.: 1982, On the nature of the dynamic contact angle: an experimental study, *Journal of Fluid Mechanics* **118**, 27–40.
- Oertel, H. und Laurien, E.: 1995, *Numerische Strömungsmechanik*, Springer Verlag.
- Schöberl, A.: 1999, *Experimente zur Instabilität der dynamischen Benetzung an rotierenden Walzen*, Master's thesis, Universität Karlsruhe.
- Schlichting, H.: 1982, *Grenzschicht-Theorie*, G. Braun, Karlsruhe, chapter VII, Die Grenzschichtgleichungen der ebenen Strömung; Plattengrenzschicht, pp. 141–143.
- Severtson, Y. und Aidun, C.: 1996, Stability of two-layer stratified flow in inclined channels: applications to air entrainment in coating systems, *Journal of Fluid Mechanics* **312**, 173–200.

Veverka, P. und Aidun, C.: n.d., Dynamics of air entrainment at the contact line, Submitted to the Journal of Fluid Mechanics.