

Forschungszentrum Karlsruhe

Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte

FZKA 6660

Proceedings

**11. Workshop Fuzzy Control
des GMA-FA 5.22**

Dortmund, 28.-30. November 2001

**Ralf Mikut, Markus Reischl (Hrsg.)
Institut für Angewandte Informatik**

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

2001

Impressum der Print-Ausgabe:

**Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor**

**Forschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe**

**Mitglied der Hermann von Helmholtz-Gemeinschaft
Deutscher Forschungszentren (HGF)**

ISSN 0947-8620

VORWORT

Dieser Tagungsband enthält die Beiträge des 11. Workshops des Fachausschusses 5.22 Fuzzy Control der VDI/VDE-Gesellschaft für Mess- und Automatisierungstechnik (GMA), der vom 28.-30. November 2001 im Haus Bommerholz, Dortmund stattfindet.

Der jährliche Workshop unseres Fachausschusses bietet ein Forum zur Diskussion neuer methodischer Ansätze und industrieller Anwendungen auf dem Gebiet der Fuzzy-Logik und in angrenzenden Gebieten wie Künstlichen Neuronalen Netzen und Evolutionären Algorithmen. Besondere Schwerpunkte sind automatisierungstechnische Anwendungen, z.B. in der Verfahrenstechnik, Energietechnik, Kfz-Technik, Robotik und Medizintechnik, aber auch Lösungen in anderen Problemgebieten (z.B. Data Mining für technische und nichttechnische Anwendungen) sind von Interesse.

Die Ergebnisse werden von den ca. 50 Mitgliedern und Gästen aus Hochschulen, Forschungseinrichtungen und der Industrie präsentiert und in Klausuratmosfera intensiv diskutiert.

Nähere Informationen zum Fachausschuss erhalten Sie unter

<http://wwwserv2.iai.fzk.de/Institut/SK/Gang/gma/index.html>.

Die Herausgeber bedanken sich an dieser Stelle bei allen Autoren und Rednern sowie bei Herrn Dr. Jäkel (Forschungszentrum Karlsruhe) und Herrn Dr. Kroll (ABB Heidelberg), die maßgeblich an der Vorbereitung des Workshops beteiligt waren.

Ralf Mikut und Markus Reischl

INHALTSVERZEICHNIS

B. M. Pfeiffer, J. Jäkel, A. Kroll, C. Kuhn, H.-B. Kuntze, B. Lehmann, T. Slawinski, V. Tews, Siemens AG u.a.:	1
Tutorial: Erfolgreiche Anwendungen von Fuzzy Control	
S. Büttner, U. Lehmann, J. Krone, M. Rickert, Märkische Fachhochschule Iserlohn, R&W TechnoConsult:	28
Neuro-PID-Regler für Destillationskolonne	
A. Beutel, Bodenseewerk Gerätetechnik GmbH:	30
Fuzzybasierte Trajektorienklassifikation und -prädiktion	
R. Kruse, Universität Magdeburg:	41
Information Mining mit Neuro-Fuzzy Methoden	
L. Haendel, Universität Dortmund:	44
Datenbasierte Generierung von Fuzzy-Regeln mittels eines agglomerativen Clusterverfahrens	
R. Mikut, L. Gröll, J. Jäkel, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH:	58
Boolesche Algebra und Fuzzy-Operatoren	
P. Bretschneider, Th. Rauschenbach, Technische Universität Ilmenau:	73
Vorhersage musterbasierter stochastischer Signale unter Verwendung von Fuzzy-Technologien	
T. Kaulmann, A. Bergenthal, S. Hafner, Uni-GH Paderborn, Abteilung Meschede:	75
Autonome Miniroboter spielen Fußball	
R. Klinkenberg, T. Slawinski, Universität Dortmund:	78
Wissensmanagement in der Computational Intelligence: Systematisierung der Beschreibung von Problemen, Methoden und Methodeneinsätzen	
U. Priber, Fraunhofer-Institut IWU Chemnitz	100
Ergebnisse der Untersuchungen von Benchmark-Daten mittels FUCS – Fuzzy Classification System	
M. Reischl, R. Mikut, Ch. Pylatiuk, St. Schulz, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH:	106
Erkennung von Bewegungsabsichten für myoelektrisch angesteuerte Handprothesen	

St. Nordbruch, A. Gräser, Universität Bremen, FWBI Friedrich-Wilhelm-Bessel-Institut Bremen:	120
Visuelle Fuzzy-Logik basierte Klassifikation des MSG-Werkstoffübergangs	
I. Wegener, Universität Dortmund:	132
Theoretische Aspekte evolutionärer Algorithmen	
D. Schauten, B. Nicolaus, H. Kiendl, Universität Dortmund:	133
Evolutionäres Konzept zur Selektion relevanter Merkmalsätze für die datenbasierte Fuzzy-Modellierung	
V. Schneider, W. Kästner, A. Traichel, R. Hampel, Hochschule Zittau/Görlitz (FH):	148
Anwendung von Methoden der Clusteranalyse zur Fehlererkennung an hydrostatischen Füllstandsmeßsystemen	
D. Karimanzira, Technische Universität Ilmenau:	158
Neuronale modellbasierte, arbeitspunktabhängige lineare Regelung eines nichtlinearen Systems	
J. Jäkel, L. Gröll, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH:	172
Schätzung der bedingten Wahrscheinlichkeit unscharfer Ereignisse	

Tutorial: Erfolgreiche Anwendungen von Fuzzy Control¹

B.-M. Pfeiffer, J. Jäkel, A. Kroll, C. Kuhn, H.-B. Kuntze,
B. Lehmann, T. Slawinski, V. Tews

Kontakt²: B.-M. Pfeiffer,
Siemens AG, A&D ATS 32, D-76181 Karlsruhe
Tel.: +49-721-595-5973 - Fax: +49-721-595-6728
E-Mail: Bernd-Markus.Pfeiffer@khe.siemens.de
<http://www.siemens.com/apc>

Kurzfassung: Eine große Zahl von industriell erfolgreichen Fuzzy-Control-Anwendungen wird analysiert und nach ihrer Fuzzy-Grundfunktionalität klassifiziert. Zu jeder Klasse werden Hinweise gegeben, welche Literaturstellen sich zur Einführung in diesen Aspekt der Methodik eignen und welche Quellen konkrete Anwendungen beschreiben. Ausgewählte Applikationen aus jeder Klasse werden steckbrieflich zusammengefasst.

1 Einführung

Dieses Tutorial soll die Erfahrungen bei der Anwendung von Fuzzy-Logik in der Prozessführung, -regelung und -steuerung kondensieren, die in 11 Jahren Arbeit des GMA-Fachausschusses 5.22 gesammelt worden sind.

Die Sammlung ist nach Grundaufgaben der eingesetzten Fuzzy-Module gegliedert:

- Direkte Fuzzy-Regelung und Steuerung (Kürzel DFC),
- Fuzzy-Logik zur Parameter-Steuerung oder Adaption (ADAP),
- Prädiktivregler mit Fuzzy-Prozessmodellen (FPC),
- Diagnose (DIAG),
- Klassifikation/Mustererkennung (KLAS),
- datenbasierte Modellierung/Identifikation (IDEN),
- Fuzzy-basierte Prozessführung und Optimierung (SUP).

Dieses Gliederungsschema ist nicht ganz überlappungsfrei, enthält aber alle wichtigen Schlagworte, nach denen Anwender suchen. Eine dazu orthogonale Gliederung nach Anwendungsklassen wäre genauso möglich gewesen. Der Bereich der Experten- bzw. Entscheidungsunterstützungs-Systeme („decision support systems“) wurde bisher nicht in die Betrachtungen mit einbezogen, könnte aber ggf. der Prozessführung (SUP) zugeordnet werden.

¹ Fassung für GMA-Workshop 2001, V.1.2, 06.11.2001

² Die Adressen aller Autoren finden sich auf der Homepage des Fachausschusses unter <http://wwserv2.iai.fzk.de/Institut/SK/Gang/gma/mitglieder.html>

In jedem Abschnitt werden zunächst einige Literaturstellen angeführt, die sich aufgrund ihrer anschaulichen Darstellung als einführende Lektüre zu dieser Themengruppe eignen. Anschließend werden ausgewählte industrielle Applikationen anhand von Steckbriefen vorgestellt. Diese umfassen Problemstellung, Lösungsmethode, Realisierungsform sowie Aufwand und Ergebnis (erzielter Nutzen).

Umfangreiche Zusammenstellungen industrieller Anwendungen der Fuzzy Logik sind auch in den folgenden beiden Büchern zu finden:

Anwendungen des Fuzzy-Tools der Fa. Inform	Zimmermann, H.-J.; von Altröck, C.: Fuzzy Logic - Anwendungen. Bd. 2. München: Oldenbourg, 1994.
Industrielle Anwendungen insbes. aus Japan	Hirota, K.: Industrial Applications of Fuzzy Technology. Tokio: Springer, 1993.

Fuzzy-Systeme müssen heute (meist) nicht mehr „zu Fuß“ (z. B. in C) programmiert werden, sondern werden überwiegend mit Hilfe von speziellen Fuzzy-Tools realisiert. Einen Überblick derzeit verfügbarer Werkzeuge im Umfeld von Prozessleitsystemen findet man z. B. in

Übersicht Fuzzy Tools	Reinig, G., Dittmar, R.: INTERKAMA 1999 – Produkte im Bereich Advanced Control. atp 42 (2000), 4, S. 46-57. http://www.rus.ruhr-uni-bochum.de/docs/Interkama130300Reinig.pdf
-----------------------	---

Fuzzy Tools sind auch für zahlreiche speicherprogrammierbare Steuerungen und Microcontroller am Markt verfügbar.

In den folgenden Kapiteln 2 bis 8 werden die sieben Methodenklassen vorgestellt. Aufgrund der Länge des Beitrags wird hier zur Übersicht ein kurzes Inhaltsverzeichnis vorgestellt.

TUTORIAL: ERFOLGREICHE ANWENDUNGEN VON FUZZY CONTROL	1
1 EINFÜHRUNG	1
2 DIREKTE FUZZY-REGELUNG UND STEUERUNG, AUCH IN KOMBINATION MIT KLASSISCHEN ANSÄTZEN (DFC)	3
2.1 Direkte Fuzzy-Mehrgrößen-Regelung in Müllheizkraftwerken	4
3 FUZZY-LOGIK ZUR PARAMETER-STEUERUNG ODER ADAPTION VON REGLERN, BEOBACHTERN ODER MODELLEN (ADAP)	5
3.1 Fuzzy-adaptive Gießspiegelregelung	6
3.2 Empfindlichkeitsregelung bei einem Unwuchtmessgerät	7
3.3 Störgrößenausblendung bei Dosierwaagen	8
4 PRÄDIKTIVREGLER MIT FUZZY-PROZESSMODELLEN (FPC)	9
4.1 Prädiktivregelung mit Fuzzy-Prozessmodell für einen hydraulischen Antrieb	9
5 DIAGNOSE (DIAG)	10
5.1 Analyse von Betriebszuständen bei Turbogeneratoren	11
5.2 Zustandsanalyse von Pendelmühlen	11
5.3 Fehlerklassifikation bei Verbrennungsmotoren	12
6 KLASSIFIKATION, MUSTERERKENNUNG (KLASS, EINSCHLIEßLICH MERKMALSEXTRAKTION, -GENERIERUNG)	13
6.1 Mustererkennung mit Fuzzy-Mealy-Automaten an einer Stranggieß-Anlage	13
6.2 Generierung eines Fuzzy-Klassifikators zur Qualitätskontrolle in der Automobilindustrie	14
6.3 Störgrößenausblendung bei einer Radauswuchtmaschine	15

7	DATENBASIERTE MODELLIERUNG/IDENTIFIKATION MIT FUZZY-MODELLEN (IDEN, EINSCHL. SOFT-SENSORIK UND NEURO-FUZZY-METHODEN)	16
7.1	Regelung einer Roheisen-Entschwefelungsanlage	17
7.2	Automatisierung eines Semi-Batch-Prozess durch Prozessbediener-Modellierung	19
7.3	Kurzfristige Lastprognose bei der Stromversorgung	20
8	FUZZY-BASIERTE PROZESSFÜHRUNG UND OPTIMIERUNG (SUP)	20
8.1	Fuzzy-System zur Ausbrandoptimierung in der thermischen Abfallbehandlung	21
8.2	Optimierung der Kühlwasseraufbereitung	22
8.3	Fuzzy basierte Prozessführung eines industriellen Batchprozesses	23
8.4	Bedarfsorientierte multikriterielle Fuzzy-Optimierung von Raumklima-Regelkreisen	24
9	ZUSAMMENFASSUNG: WAS BLEIBT?	25
10	INDEX DER APPLIKATIONSBEISPIELE NACH BRANCHEN	26
10.1	Maschinenbau	26
10.2	Automobil-Produktion	26
10.3	Chemie	27
10.4	Elektrische Energietechnik (einschl. Müllverbrennung)	27
10.5	Stahl	27
10.6	Glas, Steine, Erde (Zement)	27
10.7	Heizung, Lüftung, Klima	27

2 Direkte Fuzzy-Regelung und Steuerung, auch in Kombination mit klassischen Ansätzen (DFC)

Zu dieser Klasse gehören die wenigen Anwendungen, bei denen konventionelle Regler durch Fuzzy-Regler ersetzt werden, aber auch kombinierte Strukturen, wie z. B. eine Fuzzy-Störgrößenaufschaltung auf einen PI-Regler oder Kaskadenschaltungen mit einem Mehrgrößen-Fuzzy-Führungsregler und konventionellen Folgegliedern.

Mit einem Fuzzy-Regler können beliebige nichtlineare statische Kennfelder definiert werden. Dynamisches Verhalten muss durch Beschaltung mit externen Dynamikgliedern (z. B. Differenzierer, Integrierer) erzielt werden. Der Einsatz von Fuzzy-Reglern anstelle konventioneller Regler ist dann (und eigentlich nur dann) attraktiv, wenn nichtlineares Prozessverhalten vorliegt, für das kein exaktes mathematisches Modell bekannt ist, während Erfahrungswissen menschlicher Bediener verfügbar ist, oder ein Fuzzy-Modell identifiziert werden kann.

Als einführende Literatur eignet sich z. B.:

Imitation eines linearen PI-Reglers, als Basis für weitere Manipulationen	Pfeiffer, B.-M.: Ein Beitrag zur Didaktik – simulierbare Applikationsbeispiele zu FuzzyControl++ für Simatic S7. Berichtsband 10. Workshop „Fuzzy Control“ des GMA-Fachausschusses 5.22, Dortmund, Okt. 2000, S. 236-248.
Reglerbaukasten aus konventionellen und Fuzzy Komponenten	Tews, V.; Reine, F.: Ein Reglerbaukasten aus konventionellen und Fuzzy-Komponenten für Echtzeitanwendungen. Kongress Echtzeit '95, Karlsruhe, 20.-22.06.1995.

Ein Beispiel für eine in der Praxis erfolgreiche Applikation wird hier anhand eines kurzen Steckbriefs zusammengefasst.

2.1 Direkte Fuzzy-Mehrgrößen-Regelung in Müllheizkraftwerken

	Gierend, Chr.: Fuzzy-Control in Kraftwerken – Potentiale und Anwendungsmöglichkeiten. VGB-Kraftwerkstechnik 78 (1998), 5, S. 116-125. Gierend, Chr.; Albert, F. W.; Schnee, H.; Wradatsch, R.: Fuzzy-basierte Regelung, Auswirkung auf Kosten und Umweltschutz. VGB-Fachtagung „Thermische Abfallbehandlung 2000“, Essen.
--	--

Prozessbeschreibung, Problemstellung

Vorgestellt wird die Feuerleistungsregelung im Kessel 3 des Müllheizkraftwerks Mannheim-Nord. Die Abfälle werden auf einem zweibahnigen, leicht geneigten Vorschubrost verbrannt, der in vier Zonen eingeteilt ist: 1. Trocknung/Zündung, 2. Hauptverbrennung, 3. und 4. Ausbrennen/Ausglühen. Der Vorschubrost wird über einen Wanderrost mit Müll beschickt. Trotz umfangreicher Versuche zur Optimierung der konventionellen Regelung ist es nicht gelungen, die Schwankungen der Dampfmenge (± 10 t/h innerhalb einer Stunde) zu reduzieren, die zu entsprechenden Emissionsspitzen führten.

Lösungsmethode, Realisierungsform

Die Lösung besteht in einem Fuzzy-Regler mit fünf Eingangsgrößen (Sauerstoffgehalt und Temperatur im Rauchgas, Regeldifferenz des Dampfstroms, bisherige Primärluftverteilung in den Zonen 1 und 2), drei Stellgrößen (Aufgabedrehzahl des Wanderrostes, d. h. Brennstoffzufuhr, Primärluftverteilung in den Zonen 1 und 2) und 3 Regelbasen mit insgesamt 600 Regeln. Der Fuzzy-Regler wurde auf der Basis von Expertenwissen mit dem Tool FuzzyTech der Firma Inform entworfen und auf einer Klöckner-Möller-SPS implementiert. Nach intensiven Vorarbeiten auf der Basis historischer Messdaten wurde die Feinabstimmung des Reglers an der laufenden Anlage vorgenommen.

Aufwand und Ergebnis (erzielter Nutzen)

Entwurf und Realisierung des Fuzzy-Reglers wurden im Rahmen einer Diplomarbeit durchgeführt. Nach 36 Monaten störungsfreiem Betrieb lässt sich anhand der Messkurven eine gleichmäßigere Dampfproduktion bei gleichzeitig verbessertem Gas- und Feststoffausbrand nachweisen. Die CO-Schadstoffkonzentration im Abgas und die Schwankungsbreite des NO_x-Ausstoßes sind deutlich reduziert. Die gleichmäßigere Fahrweise führt auch zu einer geringeren Kesselverschmutzung und vermindert die bei solchen Anlagen sehr stark ausgeprägten Korrosionsprobleme. Der elektrische Eigenverbrauch der Anlage konnte um fast 10 % reduziert und damit der Wirkungsgrad gesteigert werden.

Anmerkung zur Klassifikation dieses Beispiels: Wir reden hier von direkter Fuzzy-Regelung, weil direkt messbare Größen verwendet werden, um direkt in den Prozess einzugreifen. Eine Zuordnung dieses Beispiels zur Klasse „supervisory control“ (SUP) wäre möglich mit der Begründung, dass es sich um eine nachträglich zur Basisautomatisierung ergänzte, „übergeordnete“ Funktionalität handelt.

Ähnliche Erfolge bei Müllverbrennungsanlagen sind auch an anderen Stellen in der Literatur dokumentiert, z. B. bei

	von Altrock, C.; Limper, K.; Schäfers, W.: Regelung einer Müllverbrennungsanlage mit Fuzzy Logik. In: H.-J. Zimmermann; C. von Altrock (Hg.): Fuzzy Logic – Anwendungen. Bd. 2. München: Oldenbourg, 1994, S. 188-201.
	Onishi, T.: A combustion control system for a refuse incineration plant. In:

	K. Hirota (Hg.): Industrial Applications of Fuzzy Technology. Tokio: Springer, 1993, S. 161-192.
--	--

Außerdem findet sich in Abschnitt 8.1 noch eine ähnliche Anwendung, die als „supervisory control“ (SUP) klassifiziert wurde.

3 Fuzzy-Logik zur Parameter-Steuerung oder Adaption von Reglern, Beobachtern oder Modellen (ADAP)

Diese Art von Strukturen erfreut sich besonders großer Beliebtheit in unterschiedlichsten Anwendungsfeldern: Wenn man die Fuzzy-Anwendungen im engeren Umfeld der Regelungstechnik (closed loop control) betrachtet, so ist dies wahrscheinlich der am häufigsten verwendete Ansatz. Zu dieser Klasse gehören neben der Grundform des „Fuzzy Gain-Scheduling“ als einer gesteuerten (vorab festgelegten, „feedforward“) Adaption auch Verfahren zur automatischen Optimierung oder Selbsteinstellung von Reglerparametern mit Hilfe von Fuzzy-Logik. Mögliche Gründe für den Einsatz von Fuzzy-Logik sind weiche Übergänge zwischen verschiedenen Parametersätzen oder die Imitation menschlicher Adaptions-Strategien.

Erste Ansätze zur Selbsteinstellung finden sich z. B. in

Selbsteinstellung klassischer PI-Regler entsprechend der Strategie menschlicher Bediener	Pfeiffer, B.-M.: Selbsteinstellende klassische Regler mit Fuzzy-Logik. Berichtsband 2. Workshop „Fuzzy Control“ des GMA-UA 1.4.2., Dortmund, Nov. 1992, S. 285-298. Pfeiffer, B.-M.: Einsatz von Fuzzy-Logik in lernfähigen digitalen Regelsystemen. Fortschrittberichte VDI, Reihe 8, Nr. 500, Düsseldorf, 1995.
--	--

Diese wurden an verschiedenen Stellen weiterentwickelt, z. B. von

Fuzzy-Adaption von PI-Reglern im geschlossenen Regelkreis	Schädel, H. M.; Ctistis, Ch.; Nikolai, D.: Fuzzy-Adaption von PI-Reglern im geschlossenen Regelkreis ohne Prozesskenntnis. Berichtsband 9. Workshop „Fuzzy Control“ des GMA-FA 5.2.2., Dortmund, Nov. 1999, S. 270-283.
Fuzzy-Adaption für integrierende Strecken	Bunzemmeier, A.: Ein stukturweiterter PI(D)-Regler für Strecken ohne Ausgleich. at Automatisierungstechnik 44 (1996) 9, S. 443-448.

sowie an Laboraufbauten industrieller Komponenten erprobt, wogegen eine kommerzielle Anwendung derzeit nicht bekannt ist.

Selbsteinstellung klassischer PI-Regler in der Antriebstechnik (Hydraulik und Pneumatik)	Berger, M.: Self-tuning of a PI controller using fuzzy logic for a construction unit testing apparatus. Control Engineering Practice 4 (1996) 6, S. 785-790. Berger, M.; Bernd, T.; Hebisch, H.: Fuzzy-adaptation of PI-controllers for pneumatic servo-drives. Manufacturing Syst.: Modelling, Management and Control, IFAC Workshop, Vienna, A, Feb. 1997, S. 93-98.
--	---

Viele weitere Einsatzfälle zur fuzzy-basierten Parameteradaption sind in der Literatur dokumentiert:

Fuzzy-Regelung von Robotern	Kuntze, H.-B.; Sajidman, M.; Jacobasch, A.: A Fuzzy-Logic concept for highly fast and accurate position control of industrial robots. Proc. 1995 Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'95), Nagoya, Japan, May 21-27, 1995. Kuntze, H.-B.; Sajidman, M.; Schill, W.; Endres, D.: Fuzzy-Logic-Regelung von Robotern. VDI/VDE-Gesellschaft Mess- und Automatisierungstechnik. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1993 (VDI-Berichte; 1094), S. 305.
Fuzzy-Regelung eines Glas-ziehprozesses	Sajidman, M.; Kuntze, H.-B.: Fuzzy-Regelung stark gestörter verfahrenstechnischer Prozesse mit großer Meßtotzeit. Berichtsband 5.

ziehprozesses	Workshop „Fuzzy Control“ des GMA-UA 1.4.2, 16./17.11.1995, Dortmund, S. 118–133. Sajidman, M.; Kuntze, H.-B.: Integration of Fuzzy Control and Model Based Concepts for Disturbed Industrial Plants with Large Dead-Times, Proc. 6th IEEE Int. Conf. on Fuzzy Systems (FUZZ IEEE'97), Barcelona, Spain, July 1-5, 1997.
Multikriterielle Fuzzy-Optimierung von Reglerparametern	Bernard, T.; Sajidman, M.: Multikriterielle Fuzzy-Optimierung der Parameter bei der Regelung eines verfahrenstechnischen Prozesses mit großer Meßtotzeit. Berichtsband 10. Workshop „Fuzzy Control“ des GMA-FA 5.22, 19./20.10.2000, Dortmund, S. 15-28.

Beispiele für erfolgreiche industrielle Einsätze sind in den folgenden Abschnitten beschrieben.

3.1 Fuzzy-adaptive Gießspiegelregelung

	Dumitriu, B.; Mikut, R.; Bretthauer, G.; Werfel, G.; Böttger, S.; Siewior, M.: Inbetriebnahme einer fuzzy-adaptiven Gießspiegelregelung in einem Stahlwerk der Baogang Steel in Baotou/China. Stahl und Eisen, 119 (1999), S. 35-38. Dumitriu, B.; Mikut, R.; Bretthauer, G.; Werfel, G.; Böttger, S.; Siewior, M.: Design, implementation and commissioning of a fuzzy-adaptive mould level control system. Proc. European Control Conference (ECC'99), Karlsruhe, 1999. (CD-ROM) Dumitriu, B.; Bretthauer, G.; Mikut, R.; Werfel, G.: Ganzheitliche Automatisierung von Stranggießanlagen. GMA-Kongress, Baden-Baden, Düsseldorf: VDI-Verlag, 2001, (VDI-Bericht 1608), S. 731-740.
--	---

Prozessbeschreibung, Problemstellung

Beim Stranggießen von Stahl ist die Güte der Gießspiegelregelung mit entscheidend für die Qualität des Stahls. Bisher wird der Gießspiegel in vielen Anlagen mit einem klassischen PI-Regler auf dem gewünschten Niveau gehalten. Dieses Konzept ist allerdings nicht in der Lage, auf Veränderungen der Stopfen- und Durchflusscharakteristik (Abnutzungen, Anlagerungen von Stahl, Aluminiumoxid und Schlacke, Viskositätsänderungen des Stahls) während des Gießprozesses zu reagieren. Beim Auftreten solcher Probleme muss ein manuelles Eingreifen erfolgen. Bei einer zu späten Reaktion kommt es zu schwerwiegenden Anlagenschäden, die einen Stillstand der Stranggießanlage verursachen. Deswegen wurde in den letzten Jahren versucht, das vorhandene Expertenwissen in ein Fuzzy-System zur Lösung dieser Probleme zu implementieren.

Lösungsmethode, Realisierungsform

Die bestehende Regelkreisstruktur (Kaskadenregelung mit PID-Regler für den Gießspiegel und PD-Regler für die Stopfenposition) wurde um einen Fuzzy Controller erweitert, der die Reglerverstärkung des PID-Reglers in Abhängigkeit von der Strangabzugsgeschwindigkeit und der Stopfenposition adaptiert. Dazu wird die Stopfenkennlinie online identifiziert und zur Anpassung der Zugehörigkeitsfunktionen genutzt. Die ermittelte Reglerverstärkung wird mit einem adaptiven Tiefpass, dessen Verstärkung durch ein weiteres Fuzzy-System (eine Plausibilitätskontrolle) angepasst wird, gefiltert, um die Auswirkungen von Übergangsvorgängen zu kompensieren.

Die Entwicklung erfolgte mit Matlab. Eine Realisierung der Fuzzy-Komponenten wurde mit verschiedenen Prozessleitsystemen und SPS (u. a. der Fa. Siemens und ABB)

durchgeführt. Dazu wurden Standardbausteine bzw. spezielle Tools zur Erstellung von Fuzzy-Reglern genutzt.

Aufwand und Ergebnis (erzielter Nutzen)

Das entwickelte Regelungskonzept wurde praktisch in mehreren Stahlwerken der Yieh United Steel Corporation in Taiwan und der Baogang Steel in Baotou/China erprobt. Die Regelung befindet sich seit September 1997 im Dauerbetrieb in Baotou und in einer weiterentwickelten Variante seit Januar 2000 in Taiwan. Das Konzept sichert eine deutliche Qualitätsverbesserung bei der Beherrschung von Abnutzungs- und Anlagenserscheinungen im Stopfbereich.

3.2 Empfindlichkeitsregelung bei einem Unwuchtmessgerät

	Tews, V.; Schenk, C.: Fuzzy-adaptive Empfindlichkeitsregelung bei einem Unwucht-Meßgerät. Berichtsband 7. Workshop „Fuzzy Control“ des GMA-UA 1.4.2, 06./07.11.1997, Dortmund, S. 231-242.
--	--

Prozessbeschreibung, Problemstellung

Bei der Unwuchtmessung wird das Ausgangssignal eines Kraftsensors mit einem aus der Umdrehung des Wuchtkörpers abgeleiteten Referenzsignal korreliert und daraus ein komplexer Übertragungsfaktor bestimmt, aus dem Größe und Winkellage der Unwucht berechnet werden. Das Kraftsignal ist durch mechanische Störungen von außen wie z. B. Anregungen von Resonanzen des Wuchtkörpers, der Auswuchtmaschine oder des Fundamentes durch Gabelstapler, Hallenkran etc. sehr stark gestört mit einem Störpegel, der oft um Größenordnungen höher liegt als das Nutzsignal. Die Größe des Messsignals schwankt sehr stark durch die Unwucht des aktuellen Prüflings, Resonanzen des Wuchtkörpers und äußere Störungen. Ein Analogfilter in der Messkette wirkt dabei als Anti-Aliasing- und Störfilter. Damit der A/D-Wandler immer möglichst gut angesteuert wird, müssen die Parameter dieses Analogfilters laufend an das Messsignal angepasst werden.

Aufgabenstellung war daher die Entwicklung einer Parameterumschaltung, die Verstärkungen und Eckfrequenzen so einstellt, dass der A/D-Wandler möglichst optimal angesteuert wird und die Auswirkungen von Störungen gering gehalten werden.

Lösungsmethode, Realisierungsform

Da die Umschaltkriterien größtenteils unscharf und die Umschaltstrategien heuristisch bestimmt sind, wurde eine Fuzzy-Lösung entwickelt. Eingangsgrößen sind neben dem Unwuchtsignal auch Informationen über eventuelle Übersteuerungen einzelner Komponenten der Messkette. Als Ausgangsgrößen werden Schaltbefehle an den Messpfad ausgegeben, aus einer Anzahl diskreter vorgegebener Eckfrequenzen und Verstärkungen bestimmte Parametersätze einzustellen, sowie Befehle an die Steuerlogik wie *Messung starten*, *Messung beenden*, *Messung unterbrechen* (um stark gestörte Messsignalteile auszublenden). Dynamische Veränderungen des Messsignals werden durch eine Fuzzy-Zustandsbeschreibung mit Integratoren und Zählern erfasst, deren Inhalte bestimmte Zustände der Umschaltlogik darstellen und aus denen Fuzzy-Zustandsgrößen wie Störungsgrad oder effektive Messzeit abgeleitet werden. Das Regelwerk beschreibt unterschiedliche Umschaltstrategien für verschiedene Störungsszenarien, wie z. B. für kurze Störimpulse, periodische Schwankungen oder Umschaltung kurz vor Ende der regulären Messzeit.

Die Empfindlichkeitsregelung wurde in Matlab/Simulink mit der Fuzzy Toolbox entwickelt und Zugehörigkeitsfunktionen und Regeln in der Simulation optimiert. Die Realisierung auf der Zielhardware erfolgte mit einer früher bereits selbst entwickelten Fuzzy-Klassenbibliothek.

Aufwand und Ergebnis (erzielter Nutzen)

Eine positive Erfahrung ist, dass die Formulierung von Szenarien und die Entwicklung des Regelwerkes zu systematischem Arbeiten zwingt, statt die Umschaltstrategien durch Probieren zu entwickeln, wie es bei ähnlichen Anwendungen vorher oft der Fall war. Als Hauptvorteil gegenüber einer konventionellen Realisierung wird die umgangssprachliche Formulierung genannt: Das Regelwerk ist selbsterklärend im Sinne einer Dokumentation, die Wartung und Weiterentwicklung erleichtert und die Vermittlung der Arbeitsweise an die Kunden/Bediener stark vereinfacht.

3.3 Störgrößenausblendung bei Dosierwaagen

	Tews, V.; Wehhofer, J.; Werner, H.: Suppression of Interferences in Differential Distribution Weighting Means. Proc. First European Congress on Fuzzy and Intelligent Technologies EUFIT'93, Aachen, Sept. 7-10, 1993.
--	--

Prozessbeschreibung, Problemstellung

Bei Differenzial-Dosierwaagen wird zur hochgenauen Dosierung des Materialflusses von Schüttgütern das Material aus einem Behälter durch eine Förderschnecke geregelt abgezogen. Das Gewicht des Behälters mit dem Schüttgut wird dabei kontinuierlich gemessen und die Ist-Förderleistung durch Differenzierung des Behältergewichts bestimmt. Neben Störungen der Austragsleistung, z. B. durch Materialinhomogenitäten, die ausgeregelt werden müssen, treten weitere Störungen auf, die nur die Messung beeinflussen, und daher nicht ausgeregelt werden dürfen. Solche reinen Messstörungen sind z. B. abgelegte Gegenstände (Werkzeugkiste) auf der Waage oder andere mitgewogene Anlagenteile, Windeinflüsse bei sehr großen freistehenden Dosierbehältern oder sogar nur unabsichtliche Berührungen des Dosieraggregats. Die Aufgabe ist also, eine Auswerteeinheit zu entwickeln, die Austrags- und Messstörungen sicher unterscheidet und eine korrigierte Schätzung der Förderstärke für den Regler und den Fördermengen-zähler liefert, die nur Austragsstörungen berücksichtigt. Die hohe Dosiergenauigkeit der Anlage darf dabei nicht beeinträchtigt werden.

Lösungsmethode, Realisierungsform

Kernstück der Fuzzy Lösung ist ein Störungsausblender, ein variables Tiefpassfilter, dessen Zeitkonstante durch eine Fuzzy-Ausblendesteuerung gesteuert wird. Das Behältergewicht wird differenziert und ergibt die gemessene Förderstärke. Der Störungsausblender filtert die unerwünschten Störungen aus diesem Messsignal heraus und liefert neben der korrigierten Förderstärke zusätzlich eine Vorhersage für die Förderstärke in den nächsten Zeitschritten, mit deren Hilfe die unerwünschten Störungen aufgefunden werden können. Der Fuzzy-Steuerblock hat als Eingang die gewichtete Abweichung zwischen dem aktuellen Wert der Förderstärke und der Vorhersage und liefert als Ausgang einen Ausblendegrad, der die Filterzeitkonstante verändert. Der Ausblendegrad wird durch einen Fuzzy-Vergleich mit als Regeln formulierten „Modellen“ für die unterschiedlichen Störungsarten bestimmt. Die Fuzzy-Steuerung besitzt zusätzlich ein Gedächtnis, das die zeitliche Entwicklung der Abweichung bewertet. Wenn mit dem Ausblendefilter eine signifikante Zeitkonstante des Regelkreises geändert wird,

sorgt die Steuerung für eine Nachführung der Reglerparameter. Bei Sollwertänderungen und während des Nachfüllens von Material müssen ebenfalls Sonderfunktionen aktiviert werden.

Die Ausblendesteuerung wurde mit einem Fuzzy-Entwicklungstool entwickelt und simuliert und ist im Zielprozessor näherungsweise durch C-Programme realisiert.

Aufwand und Ergebnis (erzielter Nutzen)

Die Fuzzy-Lösung mit einer gleitenden Veränderung ersetzt im Produkt eine ältere Lösung, bei der Zeitkonstanten umgeschaltet wurden. Neben einer höheren Genauigkeit hat sich die Parametereinstellung als wesentlich unkritischer und damit einfacher erwiesen. Durch den Wegfall von Schaltschwellen, an denen sich die Filtersteuerung früher u. U. „festgehakt“ hat, ist die Fuzzy-Lösung betriebssicherer.

Das Produkt ist in der Anfangszeit der Fuzzy-Technologie auf den Markt gekommen. Zu dieser Zeit war der Einsatz von Fuzzy-Logik auch noch ein Marketingvorteil.

4 Prädiktivregler mit Fuzzy-Prozessmodellen (FPC)

Ein vollständiges Projekt zur Entwicklung eines Prädiktivreglers mit Fuzzy-Prozessmodell umfasst mehrere Teilschritte, die verschiedenen Anwendungsklassen zuzuordnen sind: Bei der Modellierung ist eine Kombination von prozess-spezifischem Vorwissen und datenbasierten Identifikationsverfahren (s. Klasse IDEN, Kap. 7) gefordert. Nach der Inbetriebnahme kann der Prädiktivregler zum direkten Eingriff auf den Prozess (s. Klasse DFC, Kap. 2) oder im Sinne von „supervisory control“ (s. Klasse SUP, Kap. 8) als Führungsregler für mehrere konventionelle Folgeregler dienen. Daher wurde für die Prädiktivregler eine eigene Anwendungsklasse definiert.

Neben einführender Literatur zum Thema gibt es auch Berichte von erfolgreichen Laboranwendungen:

Prädiktive Regelung für einen Bioprozess (Fermentor)	Te Braake, H.; Babuska, R.; van Can, E.: Fuzzy and neural models in predictive control. Journal A 35 (1994) 3, S. 44-51.
Prädiktive Regelung für eine Klimaanlage	Sousa, J.M., Babuska, R.; Verbruggen, H.B.: Fuzzy predictive control applied to an air conditioning system. Control Engineering Practice 5 (1997) 10, S. 1395-1406.
Prädiktivregelung mit adaptivem Fuzzy-Prozessmodell für einen Wärmetauscher	Fischer, M.; Nelles, O.; Fink, A.: Adaptive fuzzy model-based control. Journal A 39 (1998) 3, S. 22-28.

Der industrielle Einsatz von Prädiktivreglern (MPC) mit linearen Prozessmodellen ist heute Stand der Technik. Es gibt mehrere Jahrzehnte an Erfahrung und zahlreiche kommerzielle Produkte. Der Einsatz von nichtlinearen Prädiktivreglern mit nichtlinearen Prozessmodellen (Fuzzy-, Neuro- oder physikalische Prozessmodelle) ist in der Praxis noch nicht so etabliert, aber es gibt einige Installationen sowie einige kommerzielle Produkte.

Beispielhaft sei eine Anwendung dargestellt, bei der mit einem Fuzzy-Prädiktivregler die höchste Regelgüte aller verglichenen Regelungsverfahren erzielt wurde.

4.1 Prädiktivregelung mit Fuzzy-Prozessmodell für einen hydraulischen Antrieb

	Kroll, A.; Bernd, T.: Nichtlineare modellprädiktive Regelung mit Fuzzy-Prä-
--	---

Prozessbeschreibung, Problemstellung

Die Verfahrensgeschwindigkeit eines elektrohydraulischen Linearantriebs war so zu regeln, dass der geschlossene Kreis eine gute Regelgüte aufweist. Die Herausforderung liegt im dynamisch nichtlinearen Verhalten des offenen Kreises: Der Antrieb weist eine vom Eingangssignal abhängige Dämpfung auf.

Lösungsmethode, Realisierungsform

Die industrielle Regelung solcher Antriebe erfolgt überwiegend durch PID-Regler, Präzisionsregelungen berücksichtigen zusätzlich Kompensationsmaßnahmen bez. statischer Nichtlinearitäten. Hier wurde ein nichtlinearer modellprädiktiver Regler mit Fuzzy-Modell implementiert. Als Fuzzy-Modell wurde eine Weiterentwicklung des Sugeno-Fuzzy-Modells (rekurrentes Fuzzy-Netzwerkmodell, d. h. mit Rückführung von Ausgängen auf den Eingang) zusammen mit einem neuen Identifikationsverfahren verwendet. Zum Vergleich wurden ein Fuzzy-Zustandsregler und ein PID-Regler betrachtet.

Aufwand und Ergebnis (erzielter Nutzen)

Entwurf und Realisierung des Fuzzy-Reglers wurden im Rahmen einer Diplomarbeit durchgeführt. Die Vergleichsbeispiele stammen aus einer weiteren Diplomarbeit (Fuzzy-Zustandsregler) sowie einer Dissertation (PID). Der Fuzzy-MPC übertrifft die Regelgüte der konkurrierenden Konzepte deutlich: Kleine Anregelzeiten lassen sich gleichzeitig mit geringem Überschwingen realisieren. Auch der Entwurfsaufwand ist niedrig. Die Einschränkungen liegen im hohen Rechenaufwand, der eine sehr leistungsfähige Hardware erfordert und für eine industrielle Umsetzung noch durch Modifikationen reduziert werden muss.

5 Diagnose (DIAG)

Wenn in einem technischen System ein Fehler auftritt, bewirkt er aufgrund exakter physikalischer Kausalitäten bestimmte Symptome, die beobachtet werden können. Die Aufgabe der Fehlerdiagnose ist jedoch ein logisches Schließen in umgekehrter Richtung: von den beobachteten Symptomen zurück auf die zugrunde liegenden Fehler. Da diese Zusammenhänge oft nur unscharf bekannt sind, bietet sich hier der Einsatz von Fuzzy-Logik besonders an. Ähnliche methodische Anforderungen wie die technische Fehlerdiagnose stellt auch die medizinische Diagnose.

Theoretisch lässt sich die Fehlerdiagnose natürlich als Klassifikationsaufgabe (s. Klasse KLASS, Kap. 6) beschreiben, nämlich als Klassifikation von Fehlern anhand von Fehlersymptomen. Aufgrund der großen praktischen Bedeutung wird sie dennoch als eigene Klasse geführt.

Als einführende Literatur eignet sich z. B.:

Residuenbasierte Fehlererkennung und Diagnose	Füssel, D.; Ballé, P.; Moseler, O.; Willimowski, M.; Höfling, Th. : Residuenbasierte Fehlererkennung und Diagnose an komplexen Prozessen, at-Automatisierungstechnik 46 (1998), 9, S. 435-443.
---	--

Im Folgenden finden sich einige Beispiele für erfolgreiche Anwendungen.

5.1 Analyse von Betriebszuständen bei Turbogeneratoren

	Zöller, R.: Methoden der Nichtlinearen Dynamik zur Zustandsanalyse technischer Systeme. Dissertation TH Darmstadt, 1997.
--	--

Prozessbeschreibung, Problemstellung

Zur Überwachung von Turbogeneratoren in Kraftwerken werden die Schwingungen an mehreren Stellen gemessen und bei Überschreitung von Grenzwerten ein Alarm ausgelöst. Gleichzeitig werden die beeinflussbaren Betriebsparameter und weitere Einflussgrößen aufgezeichnet. Um die Anlage optimal fahren zu können, ist die Kenntnis der Ursachen der Schwingungsüberhöhungen, also beispielsweise des analytischen Zusammenhang zwischen Betriebsparametern und Schwingungsamplituden, nützlich.

Lösungsmethode, Realisierungsform

Die gemessenen Daten sind stark instationär und hängen über den wechselnden Energiebedarf jeweils von der Jahreszeit, dem Wochentag und der Tageszeit ab. Kernstück des Verfahrens ist daher eine Unterteilung der Daten in stationäre Segmente, die durch ein Fuzzy-C-Means Clustering realisiert wird. Für die interessierenden Segmente werden polynomiale Modelle angesetzt. Über eine Vorwärtsselektion werden diejenigen Polynomterme ausgewählt, die für die gesuchte Abbildung relevant sind. Schon über die so automatisch ausgewählten Terme kann ein Zusammenhang zwischen den Betriebsparametern und den jeweiligen Schwingungsgrößen angegeben werden. Eine Identifikation der zugehörigen Koeffizienten - d. h. der eigentlichen Modellparameter - ist daher gar nicht in jedem Falle notwendig.

Für das beschriebene Verfahren wurde ein entsprechendes Tool mit grafischer Unterstützung entwickelt.

Aufwand und Ergebnis (erzielter Nutzen)

Das Tool wird in Kraftwerken benutzt um außergewöhnliche Schwingungen zu analysieren und gegebenenfalls durch entsprechende Fahrweise des Turbogenerators zu minimieren.

5.2 Zustandsanalyse von Pendelmühlen

	Zöller, R.; Reine, F.; Tews, V.: Zustandsanalyse von rotierenden Maschinen mittels Zeitreihenanalyse. Workshop Zeitreihenanalyse, Düsseldorf, 10.12.97. Berichtsband herausgegeben vom VDI-Technologiezentrum Physikalische Technologien, Düsseldorf, 1998.
--	---

Prozessbeschreibung, Problemstellung

Bei der Zementproduktion werden Gesteinsbrocken in Pendelmühlen durch beweglich aufgehängte Pendelkörper zerkleinert. Diese Pendelkörper sind Verschleißteile, die in gewissen Abständen ausgewechselt werden müssen. Da einerseits der Ausmahlgrad und der Durchsatz durch die Mühle und damit deren Wirkungsgrad vom Zustand der Pendelkörper abhängen, andererseits aber deren Auswechseln mit sehr hohen Kosten verbunden ist, muss der Zustand der Pendelkörper überwacht werden, um den optimalen Auswechselzeitpunkt bestimmen zu können. Aufgabe ist also eine modellbasierte Zustandsüberwachung der Pendelkörper im laufenden Betrieb.

Lösungsmethode, Realisierungsform

Dem Verfahren liegt die Modellvorstellung mehrerer stochastisch angeregter schwingfähiger Teilsysteme zugrunde, bei denen sich Eigenfrequenzen mit zunehmender Abnutzung der Pendelkörper ändern. Mit Beschleunigungsaufnehmern werden die Schwingungen am Mühlengehäuse gemessen. Diese Messsignale werden mit ausgewählten Wavelets, die quasi „Musterfunktionen“ für verschiedene Zustände der Pendelkörper darstellen, gefaltet. Die so entstandenen Skalogramme werden durch ein Gamma-Filter erster Ordnung zeitlich gemittelt. Ein Fuzzy-Entscheider fuzzifiziert die Amplituden der Frequenzverteilung durch die Wavelets und erzeugt über eine Fuzzy-UND-Verknüpfung eine einzelne Kenngröße, die die Zugehörigkeit zum betrachteten Zustand angibt.

Bei der Realisierung der Überwachung im Zielsystem werden die Wavelets durch Schmalbandmessungen mit FIR-Filtern angenähert.

Aufwand und Ergebnis (erzielter Nutzen)

Eine prototypische Implementierung zeigt, dass durch die Zustandsüberwachung die Pendelkörper wesentlich später als bisher ausgewechselt werden können. Langzeitversuche dazu laufen noch.

5.3 Fehlerklassifikation bei Verbrennungsmotoren

	Reine, F.; Fischer, M.; Tews, V.: Classification of Faults in Combustion Engines. Proc. 3rd European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing EUFIT '95, Aachen, 28.-31.08.1995, S.1181-1185 .
--	---

Prozessbeschreibung, Problemstellung

Bei der Produktion von Verbrennungsmotoren werden die Motoren häufig einem Kalttest unterzogen, um Zusammenbaufehler oder zu große Toleranzen festzustellen. Dabei wird der ölgefüllte Motor durch eine elektrische Maschine angetrieben und das Drehmoment und verschiedene Druckverläufe gemessen. Da der Motor nicht gezündet läuft, entfällt die aufwändige Kraftstoffver- und Abgasentsorgung. Probleme bei der Fehlerklassifikation sind eine sehr geringe Anzahl von fehlerhaften Motoren zum Training der Klassifikationsverfahren, ein hoher Störpegel, vergleichsweise große zulässige Toleranzen einiger Bauteile und die Erkennung und Klassifikation von Mehrfachfehlern.

Lösungsmethode, Realisierungsform

Um Vorwissen und Training an Beispielen zu kombinieren, wurde ein regelbasiertes Fuzzy-Klassifikationssystem entwickelt. Aus den Messsignalen werden Merkmale gewonnen, die auf Differenzen innerhalb der einzelnen Signalverläufe beruhen. Damit ist das Verfahren sehr robust gegen äußere Störungseinflüsse. Aus der optischen Betrachtung dieser Merkmale durch Motorexperthen wird ein Regelwerk mit linguistischen Größen abgeleitet. Zu jeder Regel, die das Auftreten eines Fehlers beschreibt, wird auch eine Regel für die Abwesenheit dieses Fehlers definiert. Die Zugehörigkeitsfunktionen werden mit Hilfe von gemessenen Daten optimiert. Dabei wird nur an guten Motoren trainiert, da nur diese in ausreichender Anzahl zur Verfügung stehen. Für zylinderabhängige Fehler werden die Merkmale aus unterschiedlichen Bereichen des Messsignals bestimmt, aber die gleichen Regelblöcke für alle Zylinder benutzt. Um die Regelbasis nicht explodieren zu lassen, werden für Mehrfachfehler keine Verknüpfungsregeln für alle möglichen Fehlerkombinationen definiert, sondern zusätzliche zum Teil

globale Merkmale benutzt. Die Merkmale, die auf Differenzen innerhalb einzelner Messkurven beruhen, sind bei Mehrfachfehlern zum Teil prinzipiell nicht geeignet.

Aufwand und Ergebnis (erzielter Nutzen)

Die Funktionsfähigkeit dieses Ansatzes wurde an einem Prototyp unter industriellen Bedingungen demonstriert. Die Güte der Fehlererkennung, speziell die Anzahl der irrtümlich als „nicht in Ordnung“ klassifizierten Motoren, erwies sich als wesentlich besser als bei einer früher entwickelten klassischen Lösung. Der Aufwand, das Verfahren an einen neuen Motortyp anzupassen, ist ähnlich hoch wie bei der konventionellen Lösung.

6 Klassifikation, Mustererkennung (KLASS, einschließlich Merkmalsextraktion, -generierung)

Konventionelle Klassifikationsverfahren werden dazu verwendet, einzelne konkrete Muster (Vektoren, Signale) in eine von mehreren vorgegebenen „Schubladen“ (Klassen) einzusortieren. Bei einer Fuzzy-Klassifikation werden dagegen die harten Grenzen zwischen den Schubladen aufgeweicht und ein Muster kann beispielsweise zu 80 % (im Sinne einer graduellen Zugehörigkeit) der einen und zu 20 % der anderen Klasse zugeordnet werden. Unterschiedlichste Aufgabenstellungen der Automatisierungstechnik können als Klassifikationsaufgabe formuliert und entsprechend gelöst werden, z. B. die Erkennung von Ablauf-Phasen einer Batch-Anlage. Vor der eigentlichen Klassifikation ist generell die Spezifikation und Extraktion geeigneter Merkmale erforderlich.

Als einführende Literatur eignet sich z. B.:

Merkmalgenerierung und Klassifikation	Kuhn, Chr.: Merkmalgenerierung und Klassifikation. Berichtsband 10. Workshop „Fuzzy Control“ des GMA-FA 5.22, Dortmund, 18.-20.10.2000, S. 177-191.
---------------------------------------	---

Beispiele für erfolgreiche Anwendungen finden sich z. B. auch bei:

Wellenbahnrekonstruktion bei rotierenden Maschinen	Zöller, R.: Konstruktion von Wellenbahnen rotierender Maschinen aus Messungen einer einzelnen Koordinate durch Phasenraumrekonstruktion. Tagungsband A-KIDA 96, 1996, S. 145-158.
--	---

Exemplarisch sei hier zunächst eine auch vom methodischen Ansatz her interessante Applikation zusammengefasst. Die neue Methodik ergibt sich hierbei - wie in vielen anderen Fällen - durch eine „Fuzzifizierung“ von klassischen Konzepten (hier z. B. eines Zustandsautomaten), die bisher nur mit scharfen Größen bearbeitet wurden.

6.1 Mustererkennung mit Fuzzy-Mealy-Automaten an einer Stranggieß-Anlage

	Adamy, J.: Breakout Prediction for Continuous Casting by Fuzzy Mealy Automata. Proc. 3 rd European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing EUFIT'95, Aachen, 1995, S. 754-759.
--	---

Prozessbeschreibung, Problemstellung

Sog. Kleber, d. h. Schwachstellen in der Strangschale, die nach Verlassen der Kokille durchbrechen und zu schweren Schäden führen können, sollen anhand von bestimmten Mustern im Temperaturverlauf an der Kokille frühzeitig erkannt werden. Durch eine Reduktion der Gieß-Geschwindigkeit können dann die Schwachstellen wieder ausgeheilt werden. Im Gegensatz zu einer Offline-Mustererkennung, mit der komplette,

historische Zeitverläufe ausgewertet und klassifiziert werden können (blockweise Datenverarbeitung), ist hier eine sequentielle Online-Mustererkennung gefordert.

Lösungsmethode, Realisierungsform

Diese kann mit Zustandsautomaten und sog. syntaktischen Verfahren durchgeführt werden. Für die Erkennung von Mustern in kontinuierlichen Signalen eignen sich Fuzzy-Automaten besonders gut, bei denen die Messwerte in linguistische Werte transformiert werden. Im Gegensatz zu klassischen Automaten sind bei den Fuzzy-Automaten die Übergänge zwischen den Zuständen unscharf. Der Automat kann sich also z. B. zu 20% im Zustand 1 und zu 80% im Zustand 2 befinden. Die Algorithmen wurden auf der prozessnahen Komponente von Prozessleitsystemen (z. B. Teleperm M) realisiert.

Aufwand und Ergebnis (erzielter Nutzen)

Die Anzahl der ausgelösten Fehlalarme konnte gegenüber dem bisherigen konventionellen Überwachungssystem auf ein Viertel reduziert werden. Fehlalarme, d. h. überflüssige Reduktionen der Gießgeschwindigkeit, beeinträchtigen Produktionsleistung und Qualität, aber auch die Akzeptanz des Bedienpersonals für das Überwachungssystem. Jeder vermiedene Durchbruch erspart einen vier- bis achtstündigen Anlagenstillstand mit Kosten von bis zu einer halben Million Mark. Bei einer halbjährigen Erprobung konnte der einzige in dieser Zeit stattfindende Durchbruch vorhergesagt werden, den das konventionelle System nicht erkannte. Der Einsatz erfolgte in Stahl-Stanggießanlagen in Duisburg, Kapstadt und Hazira (Indien).

Im folgenden Beispiel wird der Klassifikator automatisch aus Lerndaten generiert, so dass man die Anwendung ebenso der datenbasierten Modellierung (s. IDEN, Kap. 7) zuordnen könnte.

6.2 Generierung eines Fuzzy-Klassifikators zur Qualitätskontrolle in der Automobilindustrie

	Slawinski, T.; Praczyk, J.; Schwane, U.; Krone, A.; Kiendl, H.: Data-based Generation of Fuzzy-Rules for Classification, Prediction and Control with the Fuzzy-ROSA method. Proc. European Control Congress (ECC '99), Karlsruhe, 1999. (CD-ROM)
--	--

Prozessbeschreibung, Problemstellung

Gegenstand der hier dargestellten Anwendung ist die akustische Prüfung von Automatikgetrieben. Die Aufgabe bestand darin, einen Fuzzy-Klassifikator zu entwickeln, der den Prüferscheid des Experten, der die Getriebe vor Ort nach Gehör bewertet, unterstützt und letztendlich automatisiert. Mit 149 potenziell auszuwertenden akustischen Prozessmerkmalen handelt es sich um ein sehr komplexes Problem.

Lösungsmethode, Realisierungsform

Ein wissensbasierter Ansatz ist daher zeitaufwendig und setzt gute Prozesskenntnisse voraus. Dennoch konnte auf diesem Wege von Hand ein Fuzzy-Klassifikator entworfen werden (im Rahmen einer Doktorarbeit), der mit etwa 200 Regeln mehr als 95 % der untersuchten Getriebe richtig klassifiziert. Richtig bedeutet dabei, dass die Klassifizierung mit dem Urteil des menschlichen Prozessexperten übereinstimmt.

Alternativ wurde ein Fuzzy-Klassifikator mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren auf der Basis von 1060 Datensätzen (1000 „fehlerfreie“ und 60 „defekte“ Getriebe) generiert (Zeitaufwand ein Monat). Um in dem hochdimensionalen Suchraum (die maximale Kombinationstiefe von linguistischen Ausdrücken in der Prämisse wurde mit zehn festgelegt) relevante Regeln zu finden, wurde die fuzzy-adaptierte evolutionäre Suche verwendet.

Aufwand und Ergebnis (erzielter Nutzen)

In etwa 20 Stunden evolutionärer Suche war es möglich, einen Regelsatz mit mehreren tausend Regeln zu generieren, der eine Klassifizierungsrate von 100 % aufweist. Durch eine spezielle Regelreduktion konnte der Regelsatz auf 170 Regeln reduziert werden, ohne das Klassifizierungsergebnis zu verschlechtern. Zur Überprüfung, ob auch Getriebe, die nicht in den Lerndaten enthalten sind, richtig klassifiziert werden, wurden nur 90 % der verfügbaren Datensätze zur Regelgenerierung verwendet. Die Klassifizierungsrate auf den verbleibenden Validierungs-Datensätzen beträgt 92 % (95 % für „fehlerfreie“ Getriebe, 70 % für „defekte“ Getriebe).

6.3 Störgrößenabblendung bei einer Radauswuchtmaschine

	Tews, V.: Intelligente Störabblendung mit Fuzzy Logik. Anwenderseminar Fuzzy Duisburg '95 - Fuzzy Technik in der Automation und in Intelligen Systemen, Duisburg, 17.07.1995.
--	---

Prozessbeschreibung, Problemstellung

Bei der Unwuchtmessung wird das Ausgangssignal eines Kraftsensors mit einem aus der Umdrehung des Wuchtkörpers abgeleiteten Referenzsignal korreliert. Nach dem Verfahren der orthogonalen Korrelation wird ein komplexer Übertragungsfaktor bestimmt, aus dem Größe und Winkellage der Unwucht berechnet werden. Störungen wie Bearbeitungsmaschinen in der Nähe, vorbeifahrende Transportgeräte, Stöße gegen die Maschine u. ä. können das Ergebnis der Unwuchtmessung sehr stark verfälschen. Im Allg. wird eine lange Messzeit gewählt in der Hoffnung, dass sich solche Störungen dann weitgehend herausmitteln. Bei schwach gestörten Systemen wird dabei die Messzeit unnötig verlängert.

Aufgabe ist daher, eine Störgrößenerkennung und -abblendung zu entwickeln, die dafür sorgt, dass nur weitgehend störungsfreie Kraftsignale verarbeitet werden und die gleichzeitig die Messzeit minimiert.

Lösungsmethode, Realisierungsform

Die gestörte Messgröße Kraft wird in eine Auswahl- und Speichereinheit gegeben, die jeweils die Werte für einen vollen Umlauf des Wuchtkörpers speichert. Die Abtastung erfolgt winkelsynchron. Die Auswahl- und Speichereinheit liefert nur ungestörte Werte an die nachfolgende Auswertung, in der auf konventionelle Weise Größe und Winkellage der Unwucht bestimmt werden. Eine Fuzzy-Ausblendesteuerung entscheidet jeweils, ob die aktuellen Werte an die Auswertung weitergegeben werden, ob der ganze Umlauf ausgeblendet wird oder ob einzelne als gestört erkannte Messwerte durch alte ungestörte Werte aus dem Speicher ersetzt werden. Dazu wird in jedem Abtastschritt der aktuelle Messwert mit dem korrespondierenden Wert gleicher Winkellage aus dem letzten Umlauf verglichen. Stimmen die Werte im Fuzzy-Sinne überein, wird der aktuelle Messwert als störungsfrei beurteilt. Bei großen Abweichungen wird der Messwert

als gestört bewertet und gesperrt. Bei mittleren Störungen wird ein Gütemaß aus der Vorgeschichte mit berücksichtigt. Im störungsfreien Fall überschreibt der aktuelle Messwert den gespeicherten aus dem letzten Umlauf.

Die Ausblendesteuerung zählt die Messwerte und beendet den ganzen Messvorgang als erfolgreich, wenn eine vorgegebene Anzahl ungestörter Messwerte in etwa erreicht worden ist. Kann diese Anzahl nicht innerhalb einer vorgegebenen Zeit aufgenommen werden, wird der ganze Messvorgang als fehlerhaft abgebrochen.

Die Lösung wurde mit einem Fuzzy-Entwicklungstool entwickelt und simuliert sowie im Zielprozessor durch ein C-Programm näherungsweise realisiert.

Aufwand und Ergebnis (erzielter Nutzen)

Bei der prototypischen Realisierung in einer Radauswuchtmaschine musste viel seltener als früher die ganze Messung wiederholt werden, und die notwendigen Messzeiten waren im Schnitt wesentlich kürzer.

7 Datenbasierte Modellierung/Identifikation mit Fuzzy-Modellen (IDEN, einschl. Soft-Sensorik und Neuro-Fuzzy-Methoden)

Die Grundidee der Fuzzy-Logik besteht zwar darin, vorhandenes Expertenwissen auf sprachlicher Ebene zu erfassen, und dann erst mit Hilfe von Zugehörigkeitsfunktionen den Übergang von der linguistischen auf die numerische Ebene zu vollziehen, aber dennoch stößt diese Art des Wissenserwerbs des öfteren an ihre Grenzen. Nicht immer liegt tatsächlich menschliches Wissen über das zu beschreibende Verhalten vor oder dieses Wissen ist teilweise im Unterbewusstsein verankert bzw. lässt sich nicht genügend genau quantifizieren.

In solchen Fällen ist ein Wissenserwerb entsprechend dem Grundansatz künstlicher neuronaler Netze hilfreich: induktives Lernen aus Beispielen, d. h. aus (numerischen) „Trainings“-Daten. Dazu sind Algorithmen erforderlich, die anhand der gegebenen Daten Fuzzy-Regeln und/oder Zugehörigkeitsfunktionen automatisch generieren, und zwar so, dass die in den Daten erkennbaren Zusammenhänge möglichst genau wiedergegeben werden. In Analogie zur klassischen Identifikation dynamischer Prozesse spricht man auch von datenbasierter bzw. experimenteller Modellbildung oder von Fuzzy-Identifikation.

Genau wie ein neuronales Netz kann ein Fuzzy-System jedes beliebige, nichtlineare statische Kennfeld darstellen. Dynamische Effekte müssen ggf. durch externe Verzögerungsglieder berücksichtigt werden.

Während neuronale Netze reine Black-Box-Modelle darstellen, besteht bei identifizierten Fuzzy-Systemen die Möglichkeit, das Ergebnis auf linguistischer Ebene zu interpretieren oder sogar zu modifizieren. Dies stellt jedoch besondere Herausforderungen an die entsprechenden Identifikationsalgorithmen, die neben der Parameteridentifikation ggf. auch eine Strukturidentifikation leisten müssen. Ziel ist es, einen gegebenen Zusammenhang mit einer möglichst geringen Anzahl möglichst gut verständlicher Regeln darzustellen, was je nach Größe des Problems (Zahl der Ein- und Ausgangsvariablen) und Qualität des vorhandenen Datenmaterials (Anzahl der Messdaten, Abdeckung des Eingangsraums, Stör-/Nutz-Signalverhältnis, Konsistenz) mehr oder weniger schwer erreichbar ist.

Es existiert daher eine Vielzahl unterschiedlicher Methoden, die aus ganz verschiedenen anderen Fachgebieten heraus abgeleitet wurden: von klassischen Parameter-Schätzverfahren (z. B. Methode der kleinsten Fehlerquadrate), über neuronale Trainingsalgorithmen bis hin zu Baum-Suchverfahren aus der Informatik.

Als einführende Literatur eignet sich z. B.:

Parameter-Identifikation von Fuzzy-Modellen	Pfeiffer, B.-M.: Identifikation von Fuzzy-Regeln aus Lerndaten. Berichtsband 3. Workshop „Fuzzy Control“ des GMA-UA 1.4.2, Dortmund, Nov. 1993, S. 238-250.
(Struktur-) Identifikation von Sugeno-Fuzzy – Modellen, mit Beispielen	Kroll, A.; Agte, A.: Structure identification of fuzzy models. 2 nd International ICSC Symposium on Softcomputing, Fuzzy Logic, Artificial Neural Networks and Genetic Algorithms SOCO'97, Nimes/France, 17.-19.09. 1997, S.185-191. Bernd, T.; Kroll, A.: FIMO 8.1: Ein Programmpaket zur rechnergestützten Fuzzy-Modellierung nichtlinearer Prozesse. Berichtsband 8. Workshop „Fuzzy Control“ des GMA-FA 5.22, Dortmund, 5./6.11.1998, S. 154-167.
Datenbasierte Fuzzy-Modellierung von Prozessbedienern	Slawinski, T.; Krone, A.; Kiendl, H.: Automatisierung durch datenbasierte Fuzzy-Modellierung von Prozessbedienern. In: Computational Intelligence: neuronale Netze, evolutionäre Algorithmen, Fuzzy-Control im industriellen Einsatz, Düsseldorf : VDI-Verlag, 1998 (VDI-Berichte 1381), S. 203–219.

Prinzip der Fuzzy-Modellierung am Beispiel von Sugeno-Modellen

Die Besonderheit der Sugeno- gegenüber den Mamdani-Fuzzy-Modellen liegt in der scharfen Schlussfolgerung der Regeln. Sugeno-Modelle zeichnen sich durch ihre hohe Prädiktionsgüte aus. Ihre Struktur gestattet eine Übertragung von Methoden aus der konventionellen Regelungstechnik.

Im Laufe der Identifikation müssen Zugehörigkeitsfunktionen (Anzahl und Parametrierung) und Schlussfolgerungen - üblicherweise vom ARX-Typ (Ansatz und Parametrierung) - bestimmt werden. Die Zugehörigkeitsfunktionen können beispielsweise direkt durch ein Fuzzy-Clusterverfahren, z. B. Fuzzy-C-Means, ermittelt werden. Die Schlussfolgerungen können durch das Verfahren der kleinsten Fehlerquadrate berechnet werden. Das ermittelte Modell kann anschließend durch ein gradientenbasiertes Optimierungsverfahren optimiert werden. Abschließend wird bei der Modellvalidierung, z. B. Kreuzvalidierung, die Qualität des ermittelten Modells, geprüft. Ist das Modell nicht akzeptabel, wird die Identifikation unter geänderten Bedingungen wiederholt (z. B. andere Ordnung des Schlussfolgerungspolynoms).

Im folgenden sind ausgewählte Anwendungsbeispiele kurz zusammengefasst.

7.1 Regelung einer Roheisen-Entschwefelungsanlage

	Kroll, A.: Grey-box models: Concepts and application. In: New Frontiers in Computational Intelligence and its Applications. M. Mohammadian (Hrsg.), Amsterdam: IOS Press, 2000. S. 42-51 Gerke, W.; Kroll, A.: Kostenminimale Regelung einer Roheisenentschwefelungsanlage. atp Automatisierungstechn. Praxis 10 (1994), S. 48-56.
--	---

Prozessbeschreibung, Problemstellung

Bei der Herstellung von Stahl hoher Güteklassen wird die Entschwefelung des Roh Eisens der Behandlung im Konverter vorgeschaltet. Das sogenannte Tauchlanzenverfahren hat sich bei der externen Roheisenentschwefelung bewährt. Bei dem von der Thyssen Stahl AG (heute ThyssenKrupp Steel) entwickelten und von der Thyssen Still Otto

Anlagentechnik GmbH (heute ThyssenKrupp EnCoke) implementierten Verfahren werden Magnesium und Kalziumkarbid gleichzeitig nach einem metallurgisch und kostenoptimierten Verlauf in das Roheisen eingeblasen. Beide Stoffe werden in getrennten Silos gelagert und pneumatisch durch die gleiche Rohrleitung bis zur Lanze gefördert.

Die Aufgabenstellung bestand in der Verbesserung der vorhandenen Regelung der Entschwefelungsanlage. Folgende Anforderungen sind von der Prozessführung zu erfüllen:

- Aufrechterhaltung eines stabilen Betriebszustandes bei der Förderung der Entschwefelungsmittel, da sonst Entmischungen, Lanzenverstopfungen und Auswürfe von flüssigem Roheisen auftreten können,
- Durchführung der Entschwefelung in der zur Verfügung stehenden Zeitspanne unter Berücksichtigung des maximal zulässigen Turbulenzgrades und der Kosten der Entschwefelungsmittel,
- Regelung der Entschwefelungsmittelströme gemäß des chargenweise vorgegebenen optimalen Sollverlaufs.

Lösungsmethode, Realisierungsform

Experimente in einem Stahlwerk sind wegen der damit verbundenen Kosten und Risiken für die laufende Produktion kaum möglich. Ein dynamisches Modell der pneumatischen Förderstrecke wurde entwickelt, um eine Simulationsumgebung für die Reglerentwicklung und -validierung zu erhalten sowie um einen modellbasierten Regler mit verbessertem Verhalten zu entwickeln.

Eine physikalische dynamische Modellierung des Förderprozesses ist wegen des begrenzten Wissens über die Prozessdynamik und der starken Reibungseffekte schwierig und aufwendig. Deshalb erfolgte eine empirische Modellierung. Die Entscheidung für die Anwendung von Fuzzy-Modellen fiel, da sie eine Abbildung der schwierig zu beschreibenden Nichtlinearitäten im Modell versprach.

In einer Technikumsanlage konnte eine begrenzte Anzahl von Experimenten durchgeführt werden, um Datensätze für die Identifikation zu erhalten. Drei verschiedene Modellansätze wurden verglichen: Mamdani, Fuzzy-Hammerstein und Fuzzy-Netzwerk. Für jedes Modell bietet sich ein bestimmter Reglertyp an, der die Modellstruktur ausnutzt. Das Fuzzy-Netzwerkmodell ist im Hinblick auf erzielte Modellgüte, Übertragbarkeit und Aufwand den anderen beiden deutlich überlegen. Angemerkt sei zudem, dass die Modellierung meistens der mit Abstand aufwendigste/teuerste Teil eines modellbasierten Regelungsprojektes ist.

Aufwand und Ergebnis (erzielter Nutzen)

Die Anwendung der Fuzzy-Netzwerkmodellierung auf den pneumatischen Förderprozess war Teil einer Diplomarbeit. Die Durchführung der Identifikation ist eine Frage weniger Tage, wenn die Werkzeuge und Messdaten vorliegen: Die Parameteridentifikation und die Modelloptimierung laufen vollständig automatisch ab, die Strukturidentifikation semi-automatisch. Das Modell bildet das Prozessverhalten gut ab.

Ein erster indirekter Nutzen ergab sich während der Modellierung dadurch, dass in verschiedenen Hinsichten verwertbare neue Einsichten ins Streckenverhalten (insbesondere bez. des Verhaltens von Stellantrieb, Feststoffreguliereinheit und Silo) gewonnen wurden. Der geplante Kernnutzen wurde nicht erreicht: Es wurden zwar noch Regler in der

Simulation entworfen, jedoch wegen geschäftlichen Veränderungen beim Industriepartner nicht mehr in einer Anlage implementiert.

7.2 Automatisierung eines Semi-Batch-Prozess durch Prozessbediener-Modellierung

	Krone, A.; Frenck, C.; Russak, O.: Design of a Fuzzy-Controller for an Alkoxylation Process Using the ROSA method for Automatic Rule Generation. Proceedings of the 3rd European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing EUFIT 95, Aachen, 1995, Bd.2, S. 760-764.
--	--

Prozessbeschreibung, Problemstellung

Bei dem zu automatisierenden Prozess handelt es sich um einen Semi-Batch-Reaktor, in dem Polyether aus Ethylen und Propylen hergestellt wird. Das Reaktionsprodukt dieser stark exothermen Reaktion ist wesentlich von den Reaktionsparametern Temperatur und Druck abhängig. Die Dosierraten für Ethylenoxid und Propylenoxid, die entscheidend den Ablauf der Reaktion und damit den Reaktordruck und die Reaktortemperatur bestimmen, werden durch erfahrene Experten mit dem Hintergrundwissen, um welches Produkt es sich handelt, von Hand eingestellt. Die Schwierigkeit einer automatischen Dosierraten-Einstellung besteht in der Vielzahl der Produkte sowie dem komplexen Polymerisationsprozess selbst. Es ergibt sich eine große Bandbreite von dynamischen Eigenschaften des Prozessverhaltens, welches insbesondere bei Anfahrprozessen kritisch ist. Darüber hinaus wurde von Seiten der Industrie die Einhaltung folgender Randbedingungen bei dem Reglerentwurf gefordert: Die laufende Produktion darf nicht unterbrochen werden, die Grenzwerte für Temperatur und Druck müssen eingehalten werden und der Dosierregler soll ohne Produktinformation auskommen. Weiterhin besteht keine Möglichkeit, spezielle Tests durchzuführen oder einzelne Zusammenhänge separat zu untersuchen.

Lösungsmethode, Realisierungsform

Mit dem Ziel, die Dosierung zu automatisieren, wurde mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren eine Modellierung der Prozessbediener in folgenden Schritten vorgenommen: Für die datenbasierte Regelgenerierung wurde die Einstellung der Dosierraten verschiedener Prozessbediener beobachtet und deren Vorgehensweise sowie die messbaren Prozessgrößen protokolliert. So konnten die Daten für drei Anfahrprozesse zu unterschiedlichen Produkten erhalten werden. Aufgrund einer vorangestellten Clusteranalyse konnten sieben Einflussgrößen sowie ihre Zugehörigkeitsfunktionen ermittelt werden. Die durchschnittliche Anzahl der Zugehörigkeitsfunktionen der Eingangsgrößen beträgt etwas über fünf und für die Ausgangsgrößen sind acht Zugehörigkeitsfunktionen gewählt worden. Mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren konnten in einer kompletten Durchmusterung des Suchraumes für Regeln mit maximal zwei Prämissenausdrücken ungefähr 2100 relevante Fuzzy-Regeln gefunden werden. Durch eine automatische Nachbearbeitung des Regelsatzes konnte dieser auf 128 Regeln reduziert werden, mit denen alle möglichen Eingangssituationen immer noch abdeckt werden.

Aufwand und Ergebnis (erzielter Nutzen)

Die datenbasierte Regelgenerierung wurde im Rahmen einer Diplomarbeit durchgeführt. Der so gewonnene Fuzzy-Dosierregler konnte anschließend direkt an der Reaktoranlage getestet werden. Es zeigte sich, dass die spezifizizierte Reaktortemperatur des Produktplans sowie die Grenzen des Reaktordrucks sehr gut eingehalten werden konn-

ten. Hervorzuheben ist hierbei, dass eine Dosierrate auch für ein neues, dem Lernverfahren „unbekanntes“ Produkt erfolgreich eingestellt wurde. Auch einem Dosierausfall aufgrund eines technischen Fehlers in den Zuleitungen des Ethylenoxids konnte sofort nach Beendigung der Störung erfolgreich begegnet werden. Das unterstreicht die Eigenschaft des Fuzzy-ROSA-Verfahrens, nicht nur das Eingangs-/Ausgangsverhalten nachzubilden, sondern vorzugsweise generalisierende Regeln zu generieren. Darüber hinaus zeigt sich, dass das Fuzzy-ROSA-Verfahren in der Lage ist, auch von widersprüchlichen Daten, in diesem Fall von unterschiedlichen Bedienern und verschiedenen Produktchargen, zu lernen.

7.3 Kurzfristige Lastprognose bei der Stromversorgung

	Jessen, H.; Slawinski, T.: Mittelwertbasierter Regeltest und Bewertung für das Fuzzy-ROSA-Verfahren und Anwendung zur Lastprognose. Berichtsband 9. Workshop „Fuzzy Control“ des GMA-FA 5.22, Dortmund, 1998, S. 67-81.
--	---

Prozessbeschreibung, Problemstellung

Eine möglichst genaue Prognose der in einem Versorgungsgebiet nachgefragten elektrischen Leistung (Last) ist für die Wirtschaftlichkeit und Sicherheit der Versorgung von wesentlicher Bedeutung. Dieses Prognoseproblem zeichnet sich dadurch aus, dass viele potenzielle Einflussgrößen berücksichtigt werden können und die Daten stark stochastisch gestört sind.

Lösungsmethode, Realisierungsform

Die Auswahl der relevanten Einflussgrößen erfolgte sowohl daten- als auch wissensbasiert. Ferner wird das Regellernen kaskadiert vorgenommen. Dadurch wird der Suchraum einerseits weiter verkleinert und andererseits ist es möglich, zunächst globalere Einflüsse wie z. B. die Jahreszeit für die Prognose zu verwenden und dann auf den um diese Einflüsse bereinigten Daten lokalere Strukturen wie z. B. Tageszeit- und Tageszeit-abhängiges Verbraucherverhalten zu erkennen.

Aufwand und Ergebnis (erzielter Nutzen)

Die datenbasierte Regelgenerierung wurde im Rahmen einer Doktorarbeit durchgeführt. Die ursprünglichen im Fuzzy-ROSA-Verfahren implementierten Regeltest- und Bewertungsverfahren (Relevanzindex, normierte Trefferquote) zeichnen sich dadurch aus, dass sie darauf abzielen einen Ursache-Wirkungszusammenhang zu finden oder eine hohe Treffergenauigkeit zu gewährleisten. Im Falle der Lastprognose können aufgrund der schwachen Zusammenhänge und der starken stochastischen Störungen keine geeigneten Regeln im Sinne dieser Regeltests gefunden werden. Wird hingegen die schwächere Forderung eines im Mittel korrekten Prognosewertes gestellt, so kann der neuentwickelte mittelwertbasierte Regeltest erfolgreich eingesetzt werden. Werden die mit diesem Ansatz erzielten Ergebnisse mit denen des Referenzsystems verglichen, so zeigt sich, dass der mittlere absolute Fehler der Prognose von gut 46 MW auf unter 40 MW reduziert werden konnte.

8 Fuzzy-basierte Prozessführung und Optimierung (SUP)

In dieser Klasse sollen Anwendungen auf höheren, der eigentlichen Basisautomatisierung überlagerten Ebenen zusammengefasst werden. Das Stichwort „Optimierung“ be-

deutet in diesem Zusammenhang oft keine Optimierung im streng mathematischen Sinne, sondern die Verbesserung einer bereits vorhandenen Automatisierung durch zusätzliche, überlagerte Funktionen. Hierbei werden Aufgaben der Prozessführung automatisiert, die bisher dem Anlagenfahrer überlassen wurden, weshalb sich der Einsatz von Fuzzy-Logik besonders anbietet. Auf dieser Ebene können auch Klassifikationsverfahren (s. KLAS, Kap. 6) sowie Mehrgrößen-Prädiktivregler (s. Klasse FPC, Kap. 4) zum Einsatz kommen.

Vier Beispiele für erfolgreiche Applikation sind im Folgenden steckbrieflich erfasst.

8.1 Fuzzy-System zur Ausbrandoptimierung in der thermischen Abfallbehandlung

	<p>Keller, H.; Kugele, E.; Müller, B; Große Osterhues, B.; Albert, F.; Bloy, U.: Ein Fuzzy-System zur Ausbrandoptimierung in der thermischen Abfallbehandlung. In: Grauel, A. (Hrsg.) Fuzzy-Neuro-Systeme '97, Sankt Augustin: infix, 1997, S. 277 – 282.</p> <p>Müller, B.; Keller, H. B.; Kugele, E.; Albert, F.; Bloy, U.: Fuzzy Control in Thermal Waste Treatment. Proc. EUFIT'98, Aachen, 1998, S. 1497-1501.</p>
--	---

Prozessbeschreibung, Problemstellung

Gegenstand der Anwendung ist die Ausbrandoptimierung in der thermischen Abfallbehandlung. In Situationen, in denen unverbrannte Müllanteile aus dem Hauptverbrennungsbereich in den Ausbrandbereich wandern, greift normalerweise der Operateur durch Veränderung der Luftzufuhr und ggf. Verringerung der Rostgeschwindigkeit korrigierend ein. Es sollte eine Automatisierungslösung erarbeitet werden, die diese Stelleingriffe selbsttätig in optimaler Weise ausführt. Zur Erfassung des Prozesszustands ist das Videobild der Nachbrennzzone auszuwerten, aufgrund der gewonnenen Informationen ein Stellwert für die Luftzufuhr zu ermitteln und dieser an das Prozessleitsystem zu übertragen.

Lösungsmethode, Realisierungsform

Die Realisierung der Luftstellwertvorgabe mit einem Fuzzy Controller bot sich an, da die Strategie des Operateurs hinreichend bekannt war. So ließen sich drei Eingangsgrößen (die Größe des Brandherdes, die darauf bezogene Flammenintensität, die Intensitätsänderung) unmittelbar ableiten. Eine weitere Eingangsgröße (die vorangegangene Stellwertänderung der Luftzufuhr) ergab sich aus systemtheoretischen Überlegungen: zum einen Filterung der Stellwertänderungen zur Störunterdrückung und zum anderen der Realisierung einer adaptiven Annäherungsstrategie an den maximalen Ausbrand. Als Ausgangsgröße wurde in Anlehnung an die Verhaltensweise des Operateurs die Änderung des Stellwerts der Luftzufuhr festgelegt. Das Regelwerk wurde aufgrund des Verhaltens des Operateurs und des vorhandenen Prozesswissens aufgestellt.

Die Entwicklung erfolgte mit der Fuzzy Control Toolbox für Matlab, deren Exportfunktion für C-Code genutzt wurde. Der Programmcode des Fuzzy Controllers wurde in die Bildauswertungssoftware eingebunden. Wichtige Größen des Fuzzy Controllers werden dem Operateur über die angepasste Benutzeroberfläche angezeigt. Dies dient dazu das Systemverhalten bewerten zu können und ggf. den Fuzzy Controller interaktiv zu optimieren.

Aufwand und Ergebnis (erzielter Nutzen)

Das System zur Ausbrandoptimierung läuft seit Anfang 1996 im Online/Closed-Loop-Betrieb. Wegen des Erfolgs dieses Systems erweiterte der Betreiber alle Linien um diesen Regler. Praktische Untersuchungen haben gezeigt, dass der Luftdurchsatz im Ausbrandbereich um etwa 3,5 % optimiert wurden. Durch eine bedarfsorientierte Anpassung des Luftvolumens im Ausbrandbereich ist damit bezogen auf den Maximaldurchsatz eine Erhöhung der energetischen Verwertung von Hausmüll im Prozentbereich erreicht worden. Dies entspricht in etwa einer Durchsatzoptimierung von mindesten 1.500 t Müll und einem finanziellen Gegenwert von deutlich über 250.000 DM gegenüber der nicht optimierten Fahrweise im Ausbrandbereich.

Anmerkung zur Klassifikation dieses Beispiels: Im Gegensatz zum Beispiel Fuzzy-Regelung bei Müllverbrennungsanlagen aus Kap. 2.1 wird hier eine zusätzlich installierte Bildverarbeitung als „Sensor“ für den Fuzzy-Regler benützt. Wenn man von diesem Aspekt absieht, könnte man auch diesen Fall als „direkte Fuzzy-Regelung“ (DFC) bezeichnen.

8.2 Optimierung der Kühlwasseraufbereitung

Fuzzy-System als übergeordnete Entscheidungslogik	Bork P.: Fuzzy Control zur Optimierung der Kühlwasseraufbereitung an einer Chemie-Reaktoranlage. atp Automatisierungstechnische Praxis 35 (1993) 5, S. 306-309.
---	---

Prozessbeschreibung, Problemstellung

Die Anlage besteht aus zwei Reaktoren, zwei Kältemaschinen und einem Kühlwasserspeicher. Das Kühlmittel wird in einem großen Behälter gespeichert, so dass bei Kühlmittelbedarf neben der direkten Kälteerzeugung auf den Speicherinhalt zurückgegriffen werden kann. Das Kühlmittel muss immer in ausreichendem Maß zur Verfügung stehen, wobei jedoch die Art der erzeugten Produkte sowie die Anzahl und Größe der in der Anlage arbeitenden Reaktoren veränderlich sind. Unter Verwendung von Fuzzy Control soll die Kühlwassererzeugung in Abhängigkeit vom aktuellen Werksstrombedarf und gegebenen Stromtarifrahmen so gesteuert werden, dass Kältemaschinen eingeschaltet werden, wenn der Kühlwasserbehälter nur teilweise gefüllt ist bzw. sich produktionsbedingt leert, während gerade günstig Strom zu haben ist, oder auch wenn ein bevorstehender Bedarf an Kühlleistung abzusehen ist.

Lösungsmethode, Realisierungsform

Binäre logische Steuerentscheidungen, die unter Berücksichtigung einer Vielzahl kontinuierlicher Messwerte zu treffen sind, lassen sich mit Fuzzy-Logik realisieren, wenn der defuzzifizierte Ausgang des Fuzzy-Systems mit Hilfe von Grenzwertschaltern oder Hysteresegliedern ausgewertet wird. Das Problem wird in kleinere Teileinheiten zerlegt und dann mehrere Fuzzy-Systeme hintereinander kaskadiert. Sie werden auf dem Prozessleitsystem Teleperm M mit Hilfe des Fuzzy-Tools Sifloc TM von Siemens implementiert.

Aufwand und Ergebnis (erzielter Nutzen)

Durch Einsatz der Fuzzy-Logik konnte nicht nur das Operatorenteam von der bisherigen manuellen Prozessführung entlastet werden, es wurden auch gesteigerte Produktionsraten und darüber hinaus eine Verringerung der Energiekosten erreicht. Bereits die einmalige Vermeidung des Überschreitens des zulässigen Werksstrom-Grenzwerts bedeu-

tet eine Einsparung von 100.000 DM. Es liegen keine wirtschaftlichen Zahlen über Implementierungsaufwand, Amortisationszeit oder eine Mehrfachnutzung vor.

Das folgende Beispiel enthält eine Erkennung von Ablaufphasen eines Batchprozesses, und ließe sich daher auch unter dem Punkt Klassifikation (KLAS) einordnen.

8.3 Fuzzy basierte Prozessführung eines industriellen Batchprozesses

	<p>Frey, Chr.; Kuntze, H.-B.; Sajidman, M.: Fuzzy Logic Supervisory Control of a Strongly Disturbed Batch Process. European Control Conference ECC'99, Karlsruhe, 31.08.-03.09.1999, S. 821 (CD-ROM)</p> <p>Frey, Chr.; Sajidman, M.; Kuntze, H.-B.: A Neuro-Fuzzy supervisory control system for industrial batch processes. Proc. 9th IEEE Intern. Conf. on Fuzzy Systems FUZZ'2000, San Antonio, Texas, USA, 7.-10.05.2000, S. 116-121.</p> <p>Frey Chr.; Sajidman, M.; Kuntze, H.-B.: Fuzzy-basierte Prozeßphasenerkennung und -regelung komplexer Batchprozesse. Berichtsband 9. Workshop „Fuzzy Control“ des GMA-FA 5.22, 4./5.11.1999, Dortmund, S. 153-165.</p> <p>Frey, Chr.; Kuntze, H.-B.: A neuro-fuzzy supervisory control system for industrial batch processes. IEEE Trans. Fuzzy Sytems 9 (2001) 4, S. 570-577</p>
--	--

Prozessbeschreibung, Problemstellung

Der betrachtete Batchprozess beinhaltet ein Glasziehverfahren, bei dem ein Zylinderrohling kontinuierlich durch einen Elektrographitofen geführt, auf seine Schmelztemperatur erhitzt und zwiebelförmig zu einem dünneren Rohrstrang verformt wird. Dieser rheologische Prozess ist äußerst komplex und durch nichtlineare dynamische Verkopplungen einer Vielzahl von Prozessgrößen gekennzeichnet (Verformungstemperatur, Differenzdruck zwischen Rohrinne und Umgebung, Massendurchsatz bzw. Vorschub- und Abzugsgeschwindigkeit sowie Geometrie von Rohling und Produkt). Große Mess-totzeiten sowie unterschiedliche Störeinflüsse erschweren die automatische Prozessführung.

Lösungsmethode, Realisierungsform

Zur Regelung des betrachteten Batch-Prozesses wurde am Fraunhofer-Institut IITB ein hierarchisches fuzzy-basiertes Zweiebenen-Regelungskonzept (supervisory control concept) entworfen. Das Konzept basiert auf der Idee, das komplexe Regelungsproblem in kleinere situationsspezifische Teilregler zu zerlegen. In der MSR-Ebene befinden sich die für die jeweiligen Prozessphasen optimierten Teilregler. In der oberen Hierarchieebene diagnostiziert ein fuzzy-basiertes Diagnosesystem anhand der sensorisch erfassten Prozessgrößen zunächst die jeweils aktuelle Prozessphase. Basierend auf der erkannten aktuellen Prozesssituation entscheidet ein Fuzzy-Mode-Selector, welche der zur Verfügung stehenden Regelungsalgorithmen in der MSR-Ebene aktiviert werden. Dies kann sowohl die Adaption von Reglerparametersätzen (s. Klasse ADAP) als auch die „weiche“ Umschaltung zwischen den unterschiedlichen Reglerstrukturen beinhalten.

Aufwand und Ergebnis (erzielter Nutzen)

Die Automatisierung der bisher durch Prozessbediener manuell geführten, transienten Prozessphasen und die Optimierung der Regelgüte während der stationären Prozessregelung führten zu einer deutlichen Erhöhung der Materialausbeute und erheblichen Senkung des Maßausschusses sowie einer signifikanten Steigerung der Produktqualität.

Die weltweite Einführung des am IITB entwickelten Prozessführungskonzeptes an allen Produktionsanlagen des Industriepartners leistete einen wesentlichen Beitrag dazu, dessen führende Rolle auf dem Weltmarkt zu festigen und auszubauen.

Das folgende Anwendungsbeispiel beinhaltet die fuzzy-basierte multikriterielle Prozessführung und -optimierung (SUP) von Raumklimatisierungsprozessen.

8.4 Bedarfsorientierte multikriterielle Fuzzy-Optimierung von Raumklima-Regelkreisen

	<p>Bernard, T.; Kuntze, H.-B.: Multi-Objective Optimization of Building Climate Control Systems Using Fuzzy-Logic. European Control Conference ECC'99, Karlsruhe, 31.08.-03.09.1999. (CD-ROM)</p> <p>Bernard, T.; Kuntze, H.-B.: Erfahrungen bei der Realisierung eines fuzzy-basierten Leitkonzeptes für Raumklimaregelkreise. Berichtsband 8. Workshop „Fuzzy Control“ d. GMA-UA 1.4.2, Dortmund, Nov.1998, S. 96-108.</p>
--	--

Prozessbeschreibung, Problemstellung

Mit Hilfe moderner Heizungs-, Lüftungs- und Jalousieanlagen lässt sich das Raumklima im Wohn- und Bürobereich nach sehr unterschiedlichen, teils zuwiderlaufenden Komfort- und Ökonomie-Gütekriterien steuern bzw. regeln. Da eine Erhöhung des Raumklima-Komforts (Temperatur, Luftqualität, Helligkeit etc.) in der Regel mit einer Verschlechterung der Ökonomie (z. B. höhere Energiekosten) verbunden ist bzw. umgekehrt Energiesparmaßnahmen wie Temperaturabsenkung oder reduzierte Lüftung zu einer Komfortminderung oder sogar zur Schädigung der Bausubstanz führen, liegt ein multikriterielles Optimierungsproblem vor, das den Anwender deutlich überfordert. Je nach seinen individuellen Bedürfnissen muss er die mitunter zahlreichen Parameter der Heizungs-, Lüftungs- und Jalousieanlage jeweils so einstellen, dass sein aktuell gewünschter Kosten-Komfort-Kompromiss optimal erzielt wird. Die Komplexität dieser Aufgabe resultiert einerseits aus den starken Nichtlinearitäten und Kopplungen im Systemverhalten von Raumklimaprozessen sowie aus den zahlreichen internen und externen Störeinflüssen. Veränderungen des Außenklimas wirken sich ebenso störend auf das Raumklima aus wie häufig wechselnde Personenbelegungen in den Räumen.

Lösungsmethode, Realisierungsform

Am Fraunhofer-Institut IITB wurde ein solches Leitkonzept entwickelt, das den Anwender weitestgehend davon befreit an den Heizungs-, Lüftungs- bzw. Jalousieanlagen die für ihn wenig transparenten Steuerungsparameter einzustellen. Ihm verbleibt lediglich die Aufgabe, seine individuelle Komfort-Kosten-Gewichtung über einen einfachen „Schieber“ vorzugeben, der zwischen den gegensätzlichen Extremstellungen „maximaler Komfort“ und „maximale Ökonomie“ gleitend verstellt werden kann. Die Bewertung der Heizungs-, Lüftungs- und Abschattungsgüte bezüglich Komfort- und Ökonomie-Kriterien erfolgt durch Fuzzy-Zugehörigkeitsfunktionen, die an die individuelle Werteskala des jeweiligen Anwenders leicht anpassbar sind und ggf. durch Neuro-Fuzzy-Komponenten eingelernt werden können. Die multikriterielle Optimierung der Heizungs-, Lüftungs- und Abschattungssysteme basiert auf der Methode des Fuzzy Decision Making von Bellman und Zadeh.

Aufwand und Ergebnis (erzielter Nutzen)

Das am IITB in Versuchsräumen prototypisch realisierte Fuzzy-Leitkonzept ist hinsichtlich der Implementierungsplattform und der verwendeten Aktorik und Sensorik außerordentlich flexibel. In Neubauten mit integriertem Hauskommunikationssystem (IHS) ist z. B. eine Realisierung als intelligenter Feldbusknoten möglich, der die Sollwerte der am Netz angeschlossenen Lüftungs-, Heizungs- und Abschattungssysteme in Abhängigkeit von den Sensoren und der Sollvorgabe (Kosten-Komfort-Schieber) optimiert. Aufgrund der Modularität des Systemkonzeptes ist alternativ dazu auch eine abgerüstete suboptimale Leitkomponente möglich, die sich als Insellösung in eine Lüftungs-, Heizungs- oder Jalousiesteuerung implementieren lässt und daher auch in Altbauten ohne IHS eingesetzt werden kann.

9 Zusammenfassung: Was bleibt?

Die Jahre der Fuzzy-Euphorie in Europa sind vorbei. Manche überspannten Erwartungen mussten korrigiert werden: Die Behauptung, dass die klassische Regelungstechnik nach und nach vollständig durch Fuzzy-Control abgelöst werden würde, hat sich nicht bewahrheitet. Nachdem sich „der aufgewirbelte Staub gelegt hat“, sollte der Blick frei sein für die wirklich sinnvollen Ansätze zur Lösung praktischer Aufgabenstellungen der Automatisierungstechnik mit Hilfe von Fuzzy-Logik.

Für welche Arten von Aufgabenstellungen wird Fuzzy-Logik auch in Zukunft das Mittel der Wahl bleiben?

Mit diesem Tutorial versucht der GMA-Fachauschuss 5.22 „Fuzzy Control“ auf der Basis langjähriger Erfahrungen einige erfolgversprechende Ansätze aufzuzeigen.

In der Zusammenschau der ausgewerteten industriellen Anwendungen lassen sich folgende allgemeine Aussagen treffen:

- In jeder der sieben Methodenklassen gibt es erfolgreiche Anwendungen.
- Bezüglich Anwendungsklassen bzw. Branchen ist in der vorliegenden Sammlung eine gewisse Häufung in den Feldern Stahlwerke und Müllverbrennung zu beobachten. Dabei handelt es sich um Anwendungen, bei denen eine physikalisch-theoretische Modellbildung sich als besonders schwierig erweist. Die Größe der „Stichprobe“ lässt jedoch keine zuverlässigen, branchenbezogenen statistischen Aussagen zu. Zum leichteren Auffinden enthält das Kapitel 10 jedoch eine nach Branchen sortierte Liste aller steckbrieflich erfassten Applikationsbeispiele.
- Die bereits 1993 als Hypothese aufgestellten Kriterien zur Auswahl von Anwendungen, bei denen der Einsatz von Fuzzy Control erfolgversprechend ist, haben auch heute noch Bestand:

Kriterien zum erfolgreichen Einsatz von Fuzzy Control	Pfeiffer, B.-M., Isermann, R.: Criteria for successful applications of fuzzy control. 1st European Congress on Fuzzy and Intelligent Technologies EUFIT'93, Aachen, September 1993. Pfeiffer, B.-M., Isermann, R.: Criteria for successful applications of fuzzy control. Engin. Appl. of Artificial Intelligence 7 (1994), 3, S. 245-253.
---	---

- Prozesse, bei denen die Nichtlinearitäten des Verhaltens eine entscheidende Rolle spielen,
- Prozesse, von denen keine vollständigen mathematischen Modelle bekannt sind, weil der Modellierungsaufwand zu hoch wäre oder bestimmte Effekte theoretisch nicht genau genug verstanden sind,

- Automatisierungsaufgaben, bei denen es schwerpunktmäßig darauf ankommt, das Erfahrungswissen von menschlichen Bedienern (z. B. Anlagenfahrern) zu erfassen und zu nutzen,
- Beschreibung von (hochdimensionalen) Kennfeldern in einer selbsterklärenden und übersichtlich modifizierbaren Form.

In Verallgemeinerung des vorletzten Kriteriums kommen Anwendungen in Frage, bei denen das menschliche Erkennungs- und Entscheidungsvermögen maschinell nachgebildet werden soll. Damit sind nicht nur (unscharfe) logische Schlussfolgerungen gemeint, sondern z. B. auch die Fähigkeit zur Erkennung von Mustern bzw. zur Klassifikation von Beobachtungen.

Es bleibt jedoch festzuhalten, dass Fuzzy Control trotz aller Bemühungen um eine Standardisierung und Operationalisierung von Methoden und trotz eines reichhaltigen Angebots an Software-Werkzeugen ein „**Advanced Control**“-Verfahren geblieben ist, d. h. Fuzzy Control ist meist nicht ein (selbstverständlicher) Teil der Basisautomatisierung, sondern...

- wird evtl. zu einem späteren Zeitpunkt im Lebenszyklus von Anlagen nachgerüstet, um Optimierungspotenziale zu erschließen,
- ergänzt die Basisautomatisierung (z. B. PID-Regelungen), aber ersetzt diese nicht,
- wird i. Allg. als applikationsspezifisches Konzept entwickelt und realisiert, wobei neben der Beherrschung der regelungstechnischen Methoden das Verständnis des zu automatisierenden Prozesses eine große Rolle spielt und relativ hohe Engineering-Kosten einzukalkulieren sind.

Von dieser Seite könnte Fuzzy Control als ein typisches Lösungsgeschäft (im Gegensatz zum reinen Produktgeschäft) betrachtet werden, vergleichbar mit der Entwicklung von anderen Advanced-Control-Lösungen auf der Basis von künstlichen neuronalen Netzen oder Prädiktivreglern. Allerdings gibt es in Deutschland inzwischen eine relativ breite Basis von Ingenieuren, deren Kenntnisstand über Fuzzy Control sie in die Lage versetzt, solche Lösungen selbstständig, d. h. ohne Rückgriff auf explizite Fuzzy-Experten zu entwickeln. Dagegen sind die „Berührungsängste“ bei neuronalen Netzen oder Prädiktivreglern noch deutlich stärker ausgeprägt sind, so dass hier eher spezialisierte Dienstleister zum Zuge kommen.

Einzelne „Fuzzy-Booms“ in bestimmten Branchen entstehen immer wieder aufs Neue, wenn bei einer bestimmten Klasse von Applikationen mit Hilfe von Fuzzy Control große Fortschritte erzielt worden sind: Jüngstes Beispiel ist die Regelung von Müllverbrennungsanlagen, bei denen derzeit kein Angebot für eine Automatisierung ohne Fuzzy Control von den Anlagenbetreibern akzeptiert wird.

10 Index der Applikationsbeispiele nach Branchen

10.1 Maschinenbau

3.2 Empfindlichkeitsregelung bei einem Unwuchtmessgerät

4.1 Prädiktivregelung mit Fuzzy-Prozessmodell für einen hydraulischen Antrieb

6.3 Störgrößenausblendung bei einer Radauswuchtmaschine

10.2 Automobil-Produktion

5.3 Fehlerklassifikation bei Verbrennungsmotoren

6.2 Generierung eines Fuzzy-Klassifikators zur Qualitätskontrolle in der Automobilindustrie

10.3 Chemie

3.3 Störgrößenausblendung bei Dosierwaagen

7.2 Automatisierung eines Semi-Batch-Prozess durch Prozessbediener-Modellierung

8.2 Optimierung der Kühlwasseraufbereitung

10.4 Elektrische Energietechnik (einschl. Müllverbrennung)

2.1 Direkte Fuzzy-Mehrgrößen-Regelung in Müllheizkraftwerken

8.1 Fuzzy-System zur Ausbrandoptimierung in der thermischen Abfallbehandlung

5.1 Analyse von Betriebszuständen bei Turbogeneratoren

7.3 Kurzfristige Lastprognose bei der Stromversorgung

10.5 Stahl

3.1 Fuzzy-adaptive Gießspiegelregelung

6.1 Mustererkennung mit Fuzzy-Mealy-Automaten an einer Stranggieß-Anlage

7.1 Regelung einer Roheisen-Entschwefelungsanlage

10.6 Glas, Steine, Erde (Zement)

5.2 Zustandsanalyse von Pendelmühlen

8.3 Fuzzy basierte Prozessführung eines industriellen Batchprozesses

10.7 Heizung, Lüftung, Klima

8.4 Bedarfsorientierte multikriterielle Fuzzy-Optimierung von Raumklima-Regelkreisen

Neuro-PID-Regler für Destillationskolonne

Sven Büttner, Ulrich Lehmann, Jörg Krone, Martin Rickert

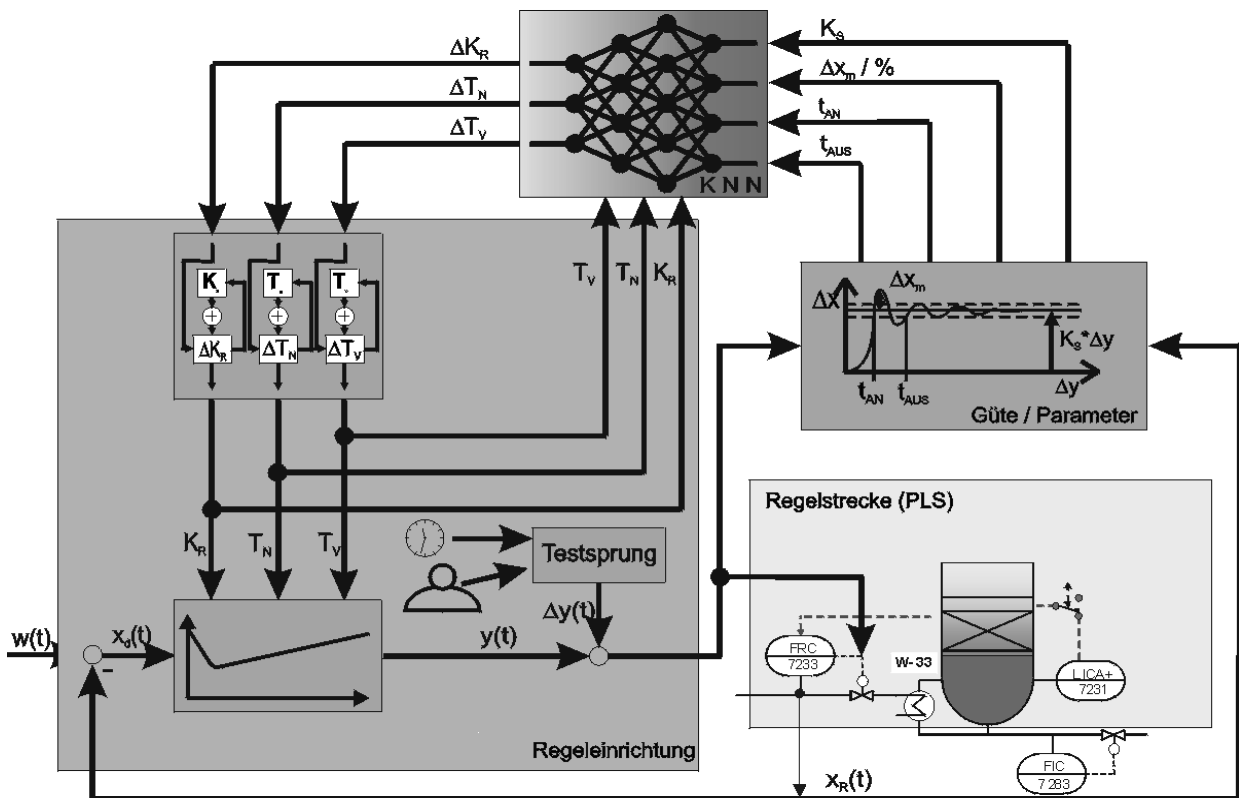
Märkische Fachhochschule Iserlohn, R&W TechnoConsult
Tel.: (0049) -(0)2371/566- (0) -180, Fax.: (0049) -(0)2371/36564,
E-Mail: nfl@wwwfbp.mfh-iserlohn.de
<http://www.mfh-iserlohn.de/Verbunde/NFL>

Kurzfassung

Stand der Technik: Destillationskolonnen bestehen aus einer Vielzahl von verschiedenen Regelstrecken. Diese Strecken besitzen oft unliebsame Eigenschaften wie Nichtlinearität und Zeitvarianz der Streckenparameter. Die Nichtlinearitäten liegen in der Natur der chemischen Prozesse innerhalb der Kolonne (z.B. nichtlineare Zusammenhänge zwischen Temperatur und Druck) und in der Begrenzung durch die realen Stellglieder. Die Änderungen der Streckenparameter kommen durch Produktumschaltungen und Austausch verschiedener Baugruppen (Stellventile, Pumpen, ...) oder durch Verschleiß oder Alterung zustande. Da die einzelnen Regler der Anlage im Normalfall nur einmal bei der Inbetriebnahme parametrisiert und danach selten geändert werden, resultiert daraus oftmals ein suboptimales bis mäßiges Regelverhalten. Den Betriebsingenieuren bleibt im Alltagsgeschäft häufig keine Zeit, um Optimierungen von Reglern vorzunehmen. Dies verringert die Produktqualität und/oder erhöht die Durchlaufzeit der Prozesse. Dennoch finden adaptive Verfahren für Regelungen in der Chemieindustrie in Deutschland nach einer Studie von NAMUR 1998 mit einem Anteil von 15% für „Predictiv an model-based-control“ bisher selten Anwendung.

Neuer Ansatz: An der Märkischen Fachhochschule Iserlohn wurde ein adaptiver Neuro-PID-Regler für verfahrenstechnische Prozesse entwickelt. Die Funktionsweise des Reglers eignet sich gut zur Lösung der genannten Probleme. Das Ziel ist, eine gute Regelgüte trotz Nichtlinearität und Zeitvarianz. Die Gütekriterien der aktuellen Regelung werden ständig überwacht und quantifiziert. Darüber hinaus werden einfach erfassbare Regelstreckenparameter identifiziert. Mit Hilfe eines künstlich neuronalen Netzes (KNN) wird dann die Reglereinstellung eines PID-Reglers adaptiert. Die Regelung reagiert so auf Streckenänderungen bzw. Verschlechterung der Regelgüte und passt sich automatisch an die neue Situation an. Die Regelgüte wird optimiert, um die Vorgaben zu erreichen. Durch Training des Netzes mit Strecken-, Regler- und Güteparametern kann der Regler auch für andere Strecken als das vorliegende Anwendungsbeispiel eingesetzt werden. Der Einsatz des

adaptiven Neuro-PID-Reglers an einer Destillationskolonne wurde an einem Dampfregelkreis (Wärmezufuhr) vorgenommen. Als Entwicklungssoftware für die Simulation wurde WinFACT98 vom Ingenieurbüro Dr. Kahlert, Hamm, eingesetzt und zur KNN-Erstellung eine Entwicklungsumgebung mit C-Code-Generator verwendet. Die Firma R&W TechnoConsult, Marl, strebt eine Industrielösung für den Neuro-PID-Regler an.



Fuzzybasierte Trajektorienklassifikation und -prädiktion

Dipl. Ing. A. Beutel

Bodenseewerk Gerätetechnik GmbH
Postfach 10 11 55, 88641 Überlingen
Tel.: (07551) 89-4049 Fax: (07551) 89-2351
Email: andreas.beutel@bgt.de

Kurzfassung

Mit Hilfe eines unscharfen Abstandsmaßes lässt sich feststellen, wie gut eine gemessene Zeitreihe mit einer nominellen übereinstimmt. Dieses Abstandsmaß lässt sich auf mehrere, miteinander korrelierte Zeitreihen erweitern. Kann eine gute Übereinstimmung zwischen den nominellen und den gemessenen Daten festgestellt werden, dann werden sich die Messsignale ähnlich weiterentwickeln wie die Referenzsignale. Somit kann eine Prädiktion der gemessenen Daten anhand der nominellen Zeitreihen erfolgen. Neben der Erweiterung auf mehrere Zeitreihen, wird hier ein Maß definiert, das es erlaubt, die Messdaten mit mehreren Referenzverläufen zu vergleichen. Dadurch wird die Klassifikation der Messreihen ermöglicht. Gleichzeitig ist ein Maß darüber vorhanden, mit welcher Evidenz die Messdaten durch die jeweiligen Referenzdaten repräsentiert werden. Anhand der Evidenzmaße kann zwischen den Zeitreihenklassen interpoliert werden, so dass auch Verläufe zwischen den Referenzen prädiziert werden können.

1 Einleitung

Signalverläufe lassen sich dann gut vorhersagen, wenn es gelingt, aufgrund der bereits angefallenen Messdaten, die aktuelle Situation innerhalb einer bekannten Phase, die in Form einer Zeitreihe vorliegt, zu detektieren. In [3,4] wird ein Verfahren vorgestellt, mit dem einzelne Zeitreihen vorhergesagt werden können. In einem ersten Schritt wird dazu die Korrelation der über einem bestimmten Zeitfenster angefallenen Messdaten mit der nominellen Zeitreihe bestimmt. Die Vorhersage kann dann anhand der nominellen Zeitreihe erfolgen. Im Gegensatz zu einer Vorhersage auf der Basis verrauschter Messdaten, geht bei dieser Methode das Messrauschen nicht unmittelbar ein und es kann über einen relativ großen Zeitraum prädiziert werden.

Das Verfahren basiert auf der Vorstellung, dass für eine aktuelle Situation, die mit einer Situation in der bekannten Zeitreihe vergleichbar ist, der zukünftige Verlauf ähnlich erfolgen wird, wie der Verlauf, der in der Zeitreihe auf die entsprechende Situation folgt. In der vorliegenden Arbeit wird das Verfahren auf mehrere Dimensionen erweitert. Mit dieser Erweiterung können nicht nur einzelne Zeitreihen, sondern auch Trajektorien vorhergesagt werden.

Für den Einsatz der fuzzybasierten Zeitreihenvorhersage kommen an dieser Stelle nur Aufgaben in Frage, die auf einer einzigen, nominellen Trajektorie basieren. Gesucht wird dabei vorrangig diejenige Situation auf der Trajektorie, die dem zuletzt gemessenen Verlauf am ähnlichsten ist. Von dieser Situation ausgehend wird dann eine Vorher-

sage getroffen. Die Einschränkung auf eine Referenz soll für die folgenden Anwendungsbereiche aufgehoben werden.

Im Hinblick auf die Vermeidung von Kollisionen ist es wichtig, die Bahnen der Beteiligten möglichst weit vorhersagen zu können. So soll die Gefahr einer Kollision erkannt, beziehungsweise der Grad der Gefährdung abgeschätzt werden. Daraus ableitbare Ausweichstrategien haben den Vorteil, dass sie nicht auf die aktuelle Situation reagieren, sondern sich an einer weiter in der Zukunft liegenden Situation orientieren. Das Problem der Kollisionsvermeidung tritt sowohl bei autonomen Robotern in dynamischen Umgebungen als auch im Verkehr (Straße, Luft und Wasser) auf.

Die zur Kollisionsvermeidung duale Problematik ist das Greifen von bewegten Gegenständen durch einen Roboter. Dabei kommt es nicht nur darauf an, die Roboterhand an der richtigen Stelle zu positionieren, sondern auch zum richtigen Zeitpunkt dort zu sein und zuzugreifen. Unter Umständen ist sogar ein dynamisches Zugreifen erforderlich, so dass die Bewegung der Roboterhand beim Zugreifen an die Bewegung des Gegenstandes angepasst werden muss.

Die hier angesprochenen Aufgabenstellungen zeichnen sich dadurch aus, dass es mehrere Bewegungsvarianten gibt. Es ist diejenige Möglichkeit mit der besten Übereinstimmung zu den Messdaten auszuwählen. Die gemessenen Trajektorienstücke sind zu klassifizieren. Diese Klassifikationsaufgabe könnte noch auf die oben beschriebene Zeitreihenanalyse zurückgeführt werden, indem die verschiedenen Bewegungsvarianten hintereinandergelagert werden, sozusagen zu einer erweiterten Trajektorie.

Im allgemeinen Fall müssten so viele Klassen definiert werden, dass Bewegungen zwischen zwei Klassen noch genügend genau beschrieben werden. Um mit einigen wenigen Trajektorien ein Kontinuum an Bewegungsvarianten abbilden zu können, muss die Möglichkeit der Interpolation geschaffen werden.

Als erstes ist die Frage zu stellen, wie die Klassifikation im Fall der erweiterten Trajektorie erfolgen würde. Die Antwort ist offensichtlich: Es wird innerhalb der erweiterten Trajektorie diejenige Phase mit der besten Übereinstimmung zu den Messdaten gesucht. Der Zugang liegt demnach in den Maßen für die beste Korrelation innerhalb der Referenztrajektorien. Diese Maße müssen in irgendeiner Form in Beziehung zueinander gesetzt werden.

Zunächst kann über eine Art Signalrauschverhältnis eine Auswahl getroffen werden. Die so definierte Größe kann als Maß interpretiert werden für die Wahrscheinlichkeit oder Zuverlässigkeit, mit dem der aktuelle Bewegungszustand einer bestimmten Referenz zugeordnet werden kann. Dieses Maß basiert auf dem gemittelten Abstand zu allen Klassen. Es ist eine relative Bewertung bezüglich des mittleren Klassifikationsfehlers.

Eine bessere Trennung der Maße, gerade auch im Hinblick auf Messrauschen, kann mit Hilfe eines statistisch optimalen Filters erreicht werden [2]. Dabei wird der Abstand der besten Klassifikation vom Mittelwert auf das Intervall $[0,1]$ abgebildet. So entsteht tatsächlich ein Evidenzmaß für die einzelnen Klassen, mit dessen Hilfe eine sinnvolle Interpolation zwischen den Klassen durchgeführt werden kann.

2 Fuzzybasierte Zeitreihenvorhersage

Entsprechend der gedanklichen Vorgehensweise in der Einleitung wird in diesem Kapitel in einem ersten Teil die fuzzybasierte Zeitreihenanalyse, wie sie in [3,4] eingeführt

wurde, kurz dargestellt. Im zweiten Teil des Kapitels wird die Zeitreihenanalyse auf beliebige Dimensionen erweitert.

2.1 Eindimensionale fuzzybasierte Zeitreihenvorhersage

Signalverläufe, die mehr oder weniger periodisch sind, lassen sich dann gut vorhersagen, wenn es gelingt aufgrund der bereits angefallenen Messdaten die aktuelle Situation innerhalb einer bekannten Periode zu detektieren. In [3,4] wird dieser Zusammenhang genutzt, um für ein EVU eine Lastprognose zu erstellen.

Der bekannte (nominelle) Verlauf der Signalperiode sei durch den Vektor $\underline{y}=[y_1, y_2, \dots, y_n]$ gegeben. Dabei steht der Index 1 für den ersten Zeitschritt und der Index n für den letzten. Der in einem Zeitfenster von m Werten ($m < n$) gemessene Signalverlauf wird in dem Vektor $\underline{\hat{y}}=[\tilde{y}_1 \ \tilde{y}_2 \ \dots \ \tilde{y}_m]$ zusammengefasst. Dabei ist mit m der aktuelle Zeitpunkt gekennzeichnet.

Für eine aktuelle Situation $\underline{\hat{y}}$, die mit einer Situation in der Zeitreihe \underline{y} vergleichbar ist, wird davon ausgegangen, dass der zukünftige Verlauf ähnlich erfolgen wird, wie der Verlauf, der auf die Situation in \underline{y} folgt. Implizit wird damit angenommen, dass für vergleichbare Situationen die wirksamen Einflussgrößen, vor allem auch die nicht messbaren, ähnlich sind.

Bei einer Einschnittprädiktion muss die aktuelle Situation mit allen Situationen, die vor dem letzten (n-ten) Wert in der Zeitreihe \underline{y} liegen, verglichen werden. Für eine Mehrschrittprädiktion gilt entsprechendes. Die aktuelle Situation wird zunächst mit den Zeitreihenwerten $[y_{n-1}, y_{n-2}, \dots, y_{n-m}]$ verglichen, danach mit den Werten $[y_{n-2}, y_{n-3}, \dots, y_{n-m-1}]$, u.s.w. Vergleichen heißt, die Differenzvektoren $\underline{e}_{n-1}, \underline{e}_{n-2}, \dots$ zu bilden und daraus ein Abstandsmaß zu definieren. Die ähnlichste Situation ist dann diejenige mit dem kleinsten Abstand. Der gesamte Vorgang ist in Bild 1 schematisch dargestellt.

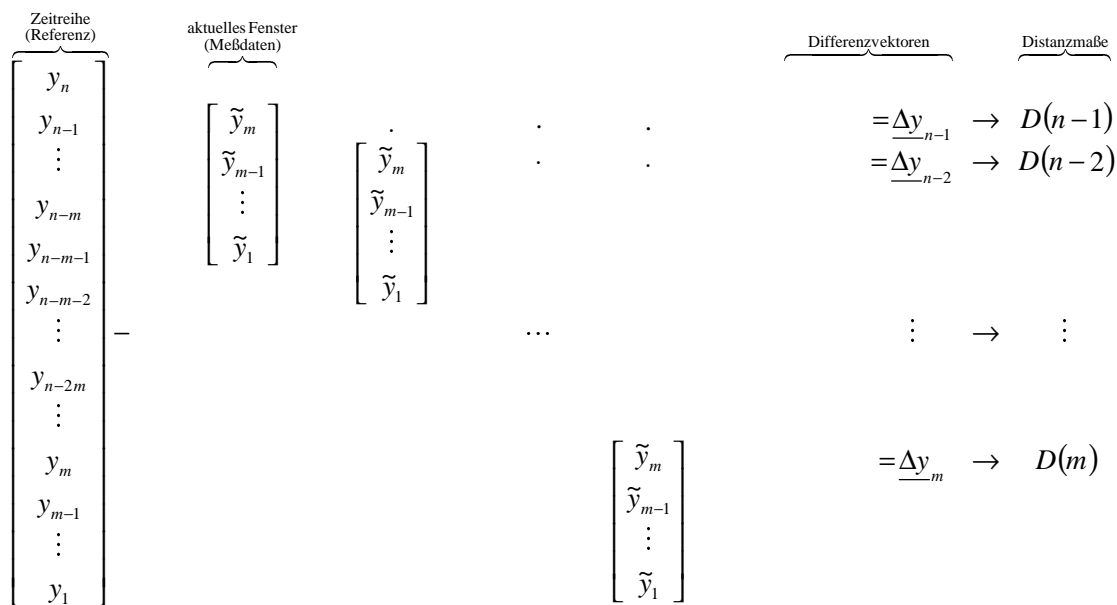


Bild 1: Schema zur Bestimmung von Distanzmaßen aus den Differenzvektoren

Zur Erfassung des Abstandes wird ein unscharfes Maß gewählt. Die Fehler der Einzel-elemente $e_{i,k}$ der Differenzvektoren \underline{e}_i werden auf ihre Zugehörigkeit zum Fehler Null

überprüft. Für jede Differenz $e_{i,k}$ wird ein Zugehörigkeitsmaß $\mu_{i,k}$ bestimmt und daraus die Ähnlichkeit der i-ten Situation in \underline{y} zur aktuell gemessenen Situation definiert

$$D(i) = \prod_{k=1}^m \mu_{i,k} \quad (i = n-1, n-2, \dots, m). \quad (1)$$

Das i-te Distanzmaß wird in einem Inferenzmechanismus zur Prognose des nächsten Wertes der aktuellen Situation benutzt

$$\text{WENN } y_{n-i} \approx \tilde{y}_m \text{ UND } y_{n-i-1} \approx \tilde{y}_{m-1} \cdots \text{UND } y_{n-i-m} \approx \tilde{y}_1 ; \text{ DANN } \tilde{y}_{m+1} \approx y_{n-i+1}. \quad (2)$$

Das Abstandsmaß $D(i)$ in Gleichung (1) wird als Maß für die Anwendbarkeit der Regel i benutzt, so dass die Defuzzifizierung über die normiert gewichteten Konklusionen definiert werden kann. Der prognostizierte Wert auf der Basis der aktuellen Situation ergibt sich dann aus der Gleichung (3)

$$\tilde{y}_{m+1} = \frac{\sum_{k=n-1}^m D(k) \cdot y_{k+1}}{\sum_{k=n-1}^m D(k)}. \quad (3)$$

Das Verhältnis der Breite m des Fensters zur Dynamik des Signals hat in Grenzen sicherlich eine Auswirkung auf das Vorhersageergebnis. Das heißt die Breite des Fensters muss, in weiten Grenzen, in Abhängigkeit der jeweiligen Signaldynamik gewählt werden.

Darüber hinaus kann die Gewichtung der Regelkonklusionen über variable Zugehörigkeitsfunktionen geändert werden, derart, dass für weiter zurückliegende Zeitpunkte eine andere Spreizung der Zugehörigkeitsfunktion eingeführt wird.

2.2 Mehrdimensionale fuzzybasierte Zeitreihenvorhersage

Das oben eingeführte Verfahren zur Vorhersage von Zeitreihen soll hier auf mehrere, miteinander korrelierte Signale erweitert werden. Betrachtet werden p Systemgrößen, deren charakteristische Verläufe für eine bestimmte Situation spaltenweise in der Referenzmatrix \underline{Y} als Zeitreihen angeordnet sind. Die Messungen der p Signale über m Zeitschritte sind in der $(m \times p)$ Messmatrix

$$\underline{\tilde{Y}} = \begin{bmatrix} \tilde{y}_m \\ \tilde{y}_{m-1} \\ \vdots \\ \tilde{y}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\tilde{y}_{1,m} & \tilde{y}_{2,m} & \cdots & \tilde{y}_{p,m}] \\ [\tilde{y}_{1,m-1} & \tilde{y}_{2,m-1} & \cdots & \tilde{y}_{p,m-1}] \\ \vdots \\ [\tilde{y}_{1,1} & \tilde{y}_{2,1} & \cdots & \tilde{y}_{p,1}] \end{bmatrix} \quad (4)$$

abgelegt. Der Vergleich der Matrix (4) im Sinne von Kapitel 2.1 mit den Referenzwerten ergibt Differenzmatrizen, statt der Differenzvektoren in Bild 1. Die Anwendung der Distanzmaße auf die einzelnen Signale führt auf Distanzvektoren $\underline{d}(i)$, aus denen schließlich ein skalares Distanzmaß $D(i)$ gewonnen werden kann. Diese Vorgehensweise ist in der Abbildung 2 dargestellt, die sich durch den zusätzlichen Schritt über die Distanzmaßvektoren strukturell von Abbildung 1 unterscheidet.

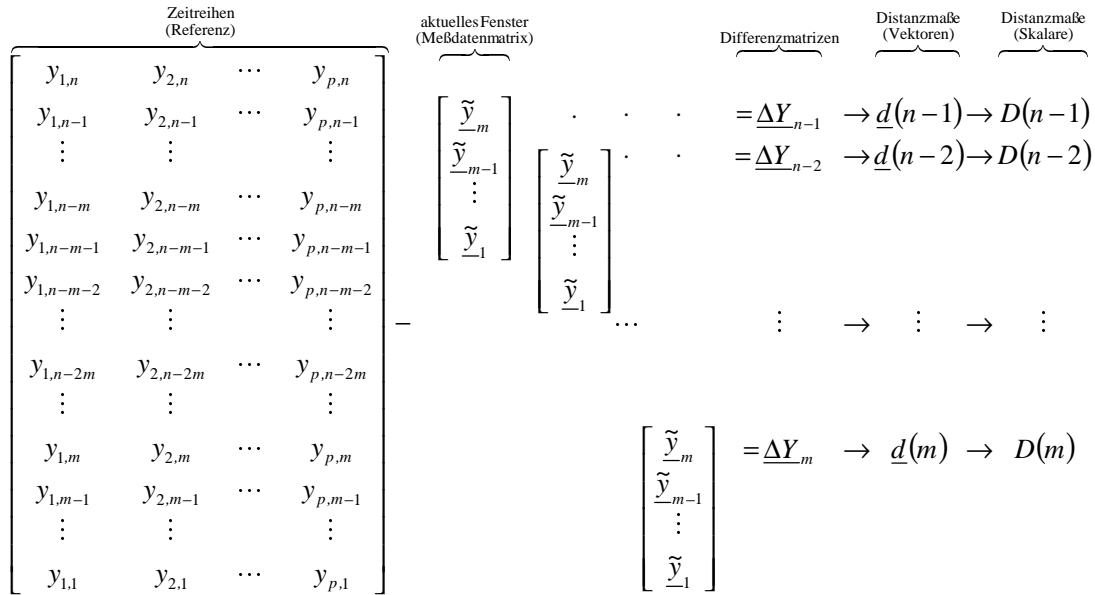


Bild 2: Schema zur Bestimmung von Distanzmaßen bei mehrdimensionalen Zeitreihen

Die Ähnlichkeit mit der Situation i aus der Zeitreihenmatrix \underline{Y} muss im Gegensatz zu Gleichung (1) nun über alle Größen der Zeitreihe bestimmt werden. Dies kann geschehen, indem die unscharfen Distanzen über einen *UND*- Operator verknüpft werden

$$D(i) = \prod_{k=1}^m \min_j (\mu_{i,k,j}) \quad (i = n-1, n-2, \dots, m), \quad (j = 1, \dots, p). \quad (5)$$

Die Inferenzeinheit (2) wird entsprechend erweitert. Die Defuzzifizierung lautet analog zu Gleichung (3)

$$\tilde{y}_{j,m+1} = \frac{\sum_{k=n-1}^m D(k) \cdot y_{j,k+1}}{\sum_{k=n-1}^m D(k)} \quad (j = 1, 2, \dots, p). \quad (6)$$

Für den Fall, dass zwei verschiedene Ansätze zur Beschreibung der Signale vorliegen, bekommen die Summanden im Nenner in Gleichung (6) eine entscheidende Rolle. Sie stellen ein Äquivalent für die Abstände aller Zeitfenster der Referenz von den gemessenen Werten dar. Je ähnlicher ein Zeitfenster aus der Referenz, also eine Referenzsituation, zur aktuellen Situation ist, desto größer wird der Summand. Der größte Summand

$$Conf = \max_k (D(k)) \quad (7)$$

kann als Maß für die Zuverlässigkeit oder Gültigkeit der Vorhersage gelten.

In Erweiterung des Testbeispiels aus [4] wird, zusätzlich zu der Überlagerung zweier Sinusschwingungen, ein zweites Signal als Überlagerung einer Sinusfunktion mit einer Rampe eingeführt. Außerdem werden zwei Referenzsignale zur Verfügung gestellt, die sich in den Phasenlagen der Sinusschwingungen unterscheiden. Mit der richtigen Referenz kann wie in [4] eine sehr zuverlässige Vorhersage getroffen werden. Das Konfidenzmaß beträgt Eins.

Mit dem falschen Referenzsignal kann keine gute Vorhersage gemacht werden. Die Konfidenz für die falsche Referenz weist nur an den Stellen von Null verschiedene Werte auf, an denen die Vorhersage tatsächlich eine gewisse Ähnlichkeit mit der theoretischen Vorhersage hat. Sie bleibt dabei deutlich unter dem Wert 0.3.

3 Klassifikation von Zeitreihen

Das im vorigen Kapitel eingeführte Maß zur Bewertung der fuzzybasierten Vorhersage bezüglich einer bestimmten Referenz hat bei stochastisch gestörten Messsignalen naturgemäß einen relativen Charakter. Für eine Klassifikation der Messdaten muss es möglich sein, zwei benachbarte Referenzen eindeutig zu trennen. Das heißt, die Maße aller Referenzen müssen gegeneinander bewertet werden, um die Evidenz für die richtige Referenz fassen zu können.

3.1 Evidenzmaße

3.1.1 Relatives Abstandsmaß

Um die m Konfidenzmaße aller möglichen Referenzen zum Zweck einer eindeutigen Trennbarkeit in Beziehung zu setzen, kann ein einfacher Ansatz gemacht werden. Dazu wird jedes Abstandsmaß danach beurteilt, wie stark es sich von den anderen unterscheidet. Dies kann durch die Erzeugung neuer Größen erfolgen, indem eine Art Signalrauschverhältnis gebildet wird

$$Evid_j = \frac{Conf_j}{\sum_{i=1}^m Conf_i}. \quad (8)$$

Die Summe der so definierten Evidenzen ist zu jedem Zeitpunkt gleich Eins. Es liegt damit nahe, beliebige Messsignalverläufe mit Hilfe der Referenzverläufe und den jeweiligen Evidenzen zu beschreiben. Da sich die Summe der Evidenzen auf den Raum der vorgegebenen Referenzen bezieht, ist das Ergebnis einer solchen Interpolation nicht die beste Beschreibung eines beliebigen Verlaufes, sondern die beste Darstellung, die statisch mit den vorhandenen Referenzen gefunden werden kann.

3.1.2 Statistisch optimales Filter

Hier wird wiederum vorausgesetzt, dass ein gemessener Signalverlauf auf der Basis der m Referenzen beschrieben werden kann. Dazu wird mit Hilfe der Evidenzmaße ein orthogonaler, m -dimensionaler Merkmalsraum aufgespannt. Dabei steht jede Richtung für eine Referenz beziehungsweise Hypothese.

Auf Grund der anzunehmenden Trägheit eines hinter den Signalverläufen stehenden Systems, sind für aufeinanderfolgende Zeitpunkte keine beliebigen Wechsel der zugeordneten Referenzen möglich. Betrachtet man die Referenzen als Ausprägungen von Zuständen, in denen sich ein System befindet, dann können die Übergänge zwischen den Zuständen als Markowkette modelliert werden.

Die Ausprägung der Merkmale bezüglich dem Vorliegen der entsprechenden Zustände wird über Normalverteilungen mit charakteristischen Mittelwerten und Varianzen beschrieben. Damit lässt sich zu jedem Zeitpunkt ein Vektor γ mit den normierten Wahrscheinlichkeiten für das Vorliegen der Zustände angeben. Mit der Übergangswahr-

scheinlichkeitsmatrix $\underline{\Pi}$ der Markowkette lassen sich so die bedingten Wahrscheinlichkeiten \underline{q} für die Zustände iterativ berechnen [2]

$$\underline{q}_{k+1} = \underline{\Pi} \cdot \text{diag}(\underline{q}_k) \cdot \underline{\gamma}(k+1). \quad (9)$$

In der Abbildung 4 sind für ein Beispiel, in dem fünf Hypothesen betrachtet werden, die Beurteilungen auf der Basis unterschiedlicher Maße dargestellt. Links findet sich das relative Konfidenzmaß, wie es in Kapitel 3.1.1 eingeführt wurde. Mit diesem Maß führt die Auswahl der besten Hypothese in den überwiegenden Fällen auf die richtige Lösung. Das Evidenzmaß nach Kapitel 3.1.2, in der Abbildung rechts dargestellt, führt dagegen zu einer immer richtigen und sehr eindeutigen Auswahl. Drei der konkurrierenden Hypothesen werden, mit Werten von praktisch Null, fast vollständig unterdrückt. Nur die zweitbeste Hypothese kommt noch mit einem sehr kleinen Anteil durch.

Aufgrund der Berücksichtigung der zeitlichen Entwicklung erlaubt das gewichtete Auftreten zweier benachbarter Hypothesen eine sinnvolle Interpolation der beiden zugehörigen Referenzen. Im Beispiel war der Fehler durch die Interpolation mit den kleinen Anteilen der falschen Referenz vernachlässigbar.

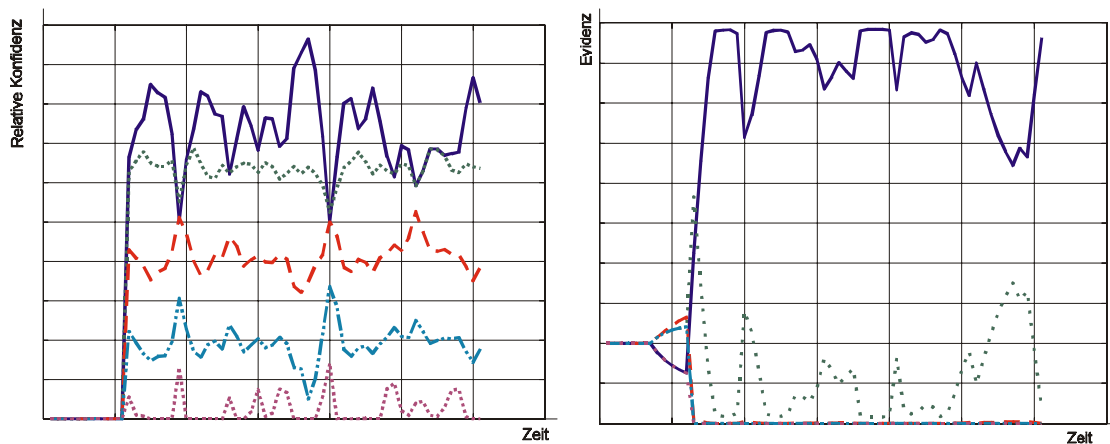


Bild 3: Relative Konfidenzen (links) und Evidenzmaße (rechts) für ein Beispiel mit fünf möglichen Hypothesen

3.2 Erhöhung der Trennschärfe

Die fuzzybasierte Zeitreihenvorhersage beruht auf der Übereinstimmung der Referenzverläufe mit dem gemessenen Verlauf. Dazu wird die Abweichung in jedem Punkt eines Zeitfensters bestimmt und diese Abweichung mit Hilfe einer Zugehörigkeitsfunktion zum Fehler Null bewertet. Gerade bei der Verwendung einer Gaußfunktion legt dies die Deutung als rezeptives Feld für „verschwindende Abweichung“ nahe.

Mit einer weiteren Anleihe bei den neuronalen Netzen kann man sich vorstellen, ein zweites rezeptives Feld für eine „große Abweichung“ einzuführen. Beide Felder können sich gegenseitig hemmen. Das heißt, man würde ein zweites Fuzzy Set einführen und die Zugehörigkeit beziehungsweise Nichtzugehörigkeit einer Messung über einen UND-Operator verknüpfen, um so zu einem neuen Distanzmaß zu gelangen.

Letztendlich wird dadurch eine Modifikation der Zugehörigkeitsfunktion zur Menge „Abweichung Null“ vorgenommen. In der Regel wird die Form der Zugehörigkeitsfunktion nicht so prägend sein, dass dieser neue Freiheitsgrad genutzt werden muss beziehungsweise deutliche Vorteile bringt. Der Reiz dieser Überlegungen liegt daher mehr in den Parallelen zu Bereichen der neuronalen Netze.

4 Klassifikation und Prädiktion ebener Bahnen

4.1 Invariante Repräsentation ebener Bahnen

Wird die Bewegung eines Objektes von einem bewegten Beobachter aus gemessen, dann entsteht eine Trajektorie in einem vom Beobachter festgelegten Bezugssystem. Die gemessene Trajektorie wird mit einer beliebigen Richtung an einem beliebigen Ort in diesem Bezugssystem liegen. Sie soll mit einer Bahn verglichen werden, die als Referenz bekannt ist und deshalb einen definierten Startpunkt und eine definierte Richtung hat. Das Bild 4 soll diese Problematik veranschaulichen. Für den Betrachter handelt es sich bei den beiden Punkten um den gleichen Ort auf der jeweiligen Bahn. Die Komponenten der Position und ihre Verläufe unterscheiden sich jedoch.

Um hier trotzdem Vergleichbarkeit herzustellen, muss der Verlauf der Bahnen relativ zu den Punkten betrachtet werden. Dazu wird in beiden Punkten je ein Koordinatensystem definiert, dessen eine Achse tangential und dessen andere Achse radial zur Bahn steht. Durch Transformation der Bahnen in diese Koordinatensysteme werden die beiden Bahnen vergleichbar.

Im Hinblick auf die oben beschriebene, fuzzybasierte Vorhersage muss der zurückliegende Anteil der gemessenen (linken) Kurve in das Koordinatensystem des aktuell gemessenen Punktes transformiert werden. Damit alle Referenzsituationen auf der rechten Kurve vergleichbar werden, muss für jedes mögliche Zeitfenster das entsprechende Koordinatensystem bestimmt und alle Daten aus dem Zeitfenster in dieses System transformiert werden. Das bedeutet, entweder müssen die Transformationen online durchgeführt werden, oder es entsteht eine große Menge an Trajektorienstücken, die abgespeichert werden müssen. Im letzteren Fall geht die Flexibilität bezüglich des Zeitfensters, das für den Vergleich benutzt wird, verloren.

Eine andere Möglichkeit, zwei Kurven mit beliebiger Ausrichtung und beliebigen Anfangspunkten zu vergleichen, wird in [1] angegeben. Zur Erklärung wird angenommen, dass es sich bei den vier Punkten in Bild 5 um ein Tupel von Messwerten handelt. Orts- und richtungsunabhängige Merkmale ergeben sich, wenn die Differenzen der Positionen und Richtungen, wie im Bild 5 angedeutet, bestimmt werden. Für das hier gezeigte Quadrupel ergeben sich sechs invariante Orts- und fünf invariante Richtungsmerkmale.

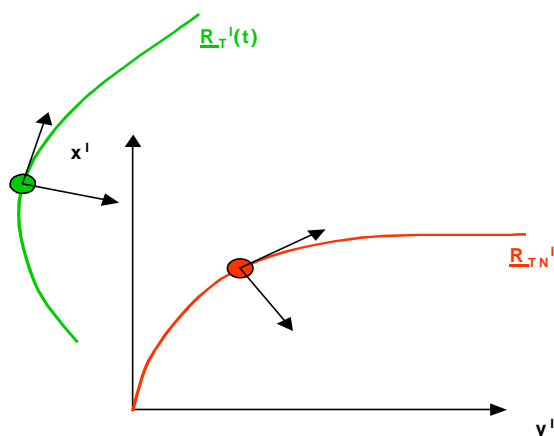


Bild 4: Vergleichbarkeit zweier Bahnen

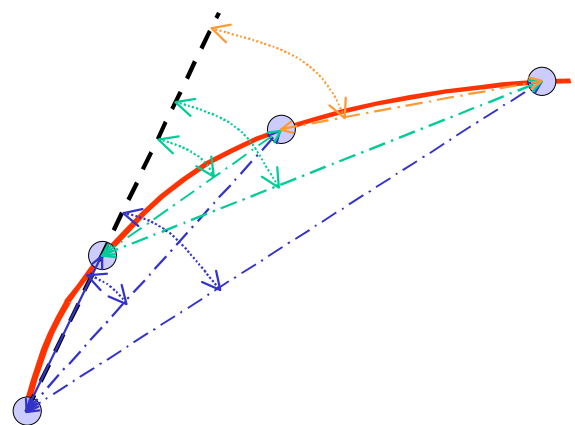


Bild 5: Invariante Merkmale

Die Erzeugung invarianter Bahnmerkmale muss für die Referenzbahnen nur einmal durchgeführt werden. Dies kann im Voraus, also offline erfolgen. Die Anzahl der abzu-

speichernden Signale zur Beschreibung der Bewegung steigt hier von zwei Ortskoordinaten auf elf Merkmale. Es braucht aber nur eine Zeitreihe dieser Dimension gespeichert zu werden, bei vollständiger Freiheit im Bezug auf die Wahl des Zeitfensters.

Das Verfahren lässt sich sinngemäß auch im dreidimensionalen Raum verwenden.

4.2 Simulationsergebnisse

Das vorgeschlagene Verfahren der fuzzybasierten Trajektorienvorhersage wurde anhand simulierter Bewegungen in einer Ebene untersucht. Als Klassen wurden Bewegungen mit konstanter Geschwindigkeit gewählt, die sich durch ihre konstante Querbeschleunigung unterscheiden. Außer der unbeschleunigten Bewegung (geradeaus) wurden zwei positive und zwei negative Beschleunigungen gewählt. Dies entspricht Kreisbewegungen im, beziehungsweise entgegen dem Uhrzeigersinn mit je einem kleinen und einem großen Radius, wie dies in der Skizze 6 dargestellt ist.

Der Abbildung 7 liegt der enge Kreisbogen im Uhrzeigersinn zugrunde. Auf der Basis verrauschter Messdaten (hier: gestrichelt) wurde die Trajektorie fuzzybasiert vorhergesagt. Die Klassifikation wurde bezüglich der fünf in Abbildung 6 angedeuteten Bewegungsklassen durchgeführt. Das Ergebnis ist durch die durchgezogene Kurve in Bild 7 gegeben. Gepunktet ist zum Vergleich die entsprechende Prädiktion auf der Basis der nach der Zeit abgeleiteten Messwerte dargestellt. Die berechneten Konfidenzen und Evidenzen zu diesem Beispiel wurden bereits im Kapitel 3 in der Abbildung 3 gezeigt.

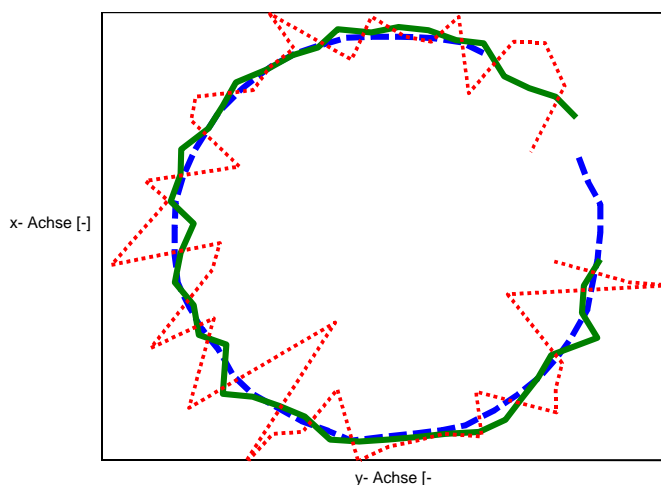
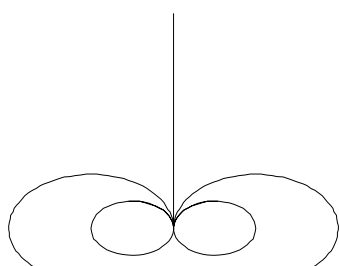


Bild 6: Bewegungsklassen

Bild 7: Wahre und prädizierte Bewegung

In den Bildern 8 und 9 ist ein weiteres Beispiel für eine Trajektorienprädiktion dargestellt. Hierzu wurde ein Beschleunigungsprofil gewählt, das sich nicht auf den definierten Klassen befindet. Entsprechend unübersichtlich ist die Darstellung der Konfidenzmaße in Bild 8. Erst mit Hilfe der Evidenzmaße (Bild 8, rechts) kann eine sinnvolle Interpolation erfolgen. Dies geht auch aus Bild 9 hervor. Hier ist entsprechend Bild 7 neben der tatsächlichen Bahn die prädizierte und die durch Differentiation berechnete Vorhersage dargestellt.

Zum Vergleich sind in das Bild noch die fünf Referenztrajektorien der Bewegungsklassen gestrichelt eingetragen.

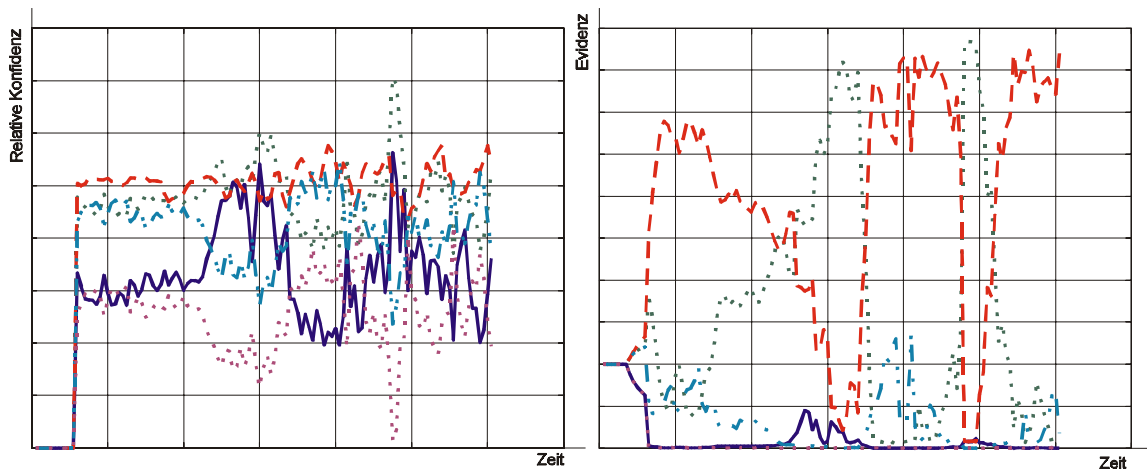


Bild 8: Beispiel: interpolierende Trajektorienklassifikation und -prädiktion. Relative Konfidenzmaße (links) und Evidenzmaße (rechts)

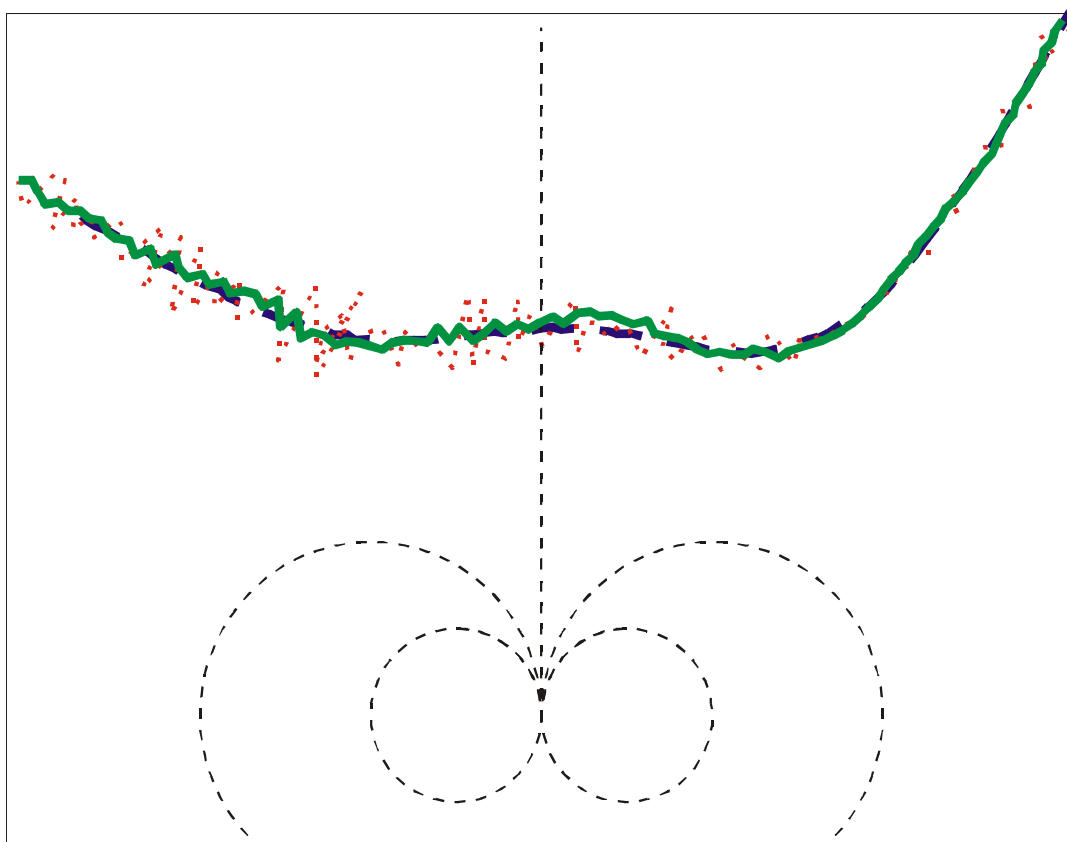


Bild 9: Wahre und prädierte Bahnen, sowie die Bewegungsklassen

5 Abschließende Betrachtungen

Mit Hilfe der fuzzybasierten Analyse mehrdimensionaler Zeitreihen wird hier ein Konzept präsentiert, das es ermöglicht, Trajektorien im Raum zu klassifizieren und vorherzusagen. Aufgrund der eingeführten Evidenzmaße für die Klassifikationsergebnisse kann die Vorhersage auch über die Interpolation mehrerer Referenzen erfolgen. Anhand eines Beispiels aus der Kinematik wird gezeigt, dass mit dieser Methode ein Kontinuum an Bewegungen erfasst werden kann.

Die Vorhersage bei diesem Ansatz basiert auf bekannten, typischen Bewegungen (heuristisches Vorwissen). Damit kann relativ weit und mit einer gewissen Zuverlässigkeit in die Zukunft geschaut werden. Für die Einflussnahme auf das entsprechende System ergeben sich hier neue Aspekte. Eine deutliche Vergrößerung des Prädiktionshorizontes ermöglicht es, sich von der klassischen Regelung, die im Prinzip auf den aktuellen Messungen beruht, weg zu bewegen in Richtung einer Steuerung, bei der ein Endpunkt vorgegeben ist.

Die reine Steuerung muss ausgeschlossen werden, da die Vorhersage nie den Grad der absoluten Sicherheit erreichen wird. Das heißt, die Einflussnahme wird unter anderem auf Bewertungen beruhen, die sowohl die vorgefundene Situation und ihre mögliche Entwicklung als auch die Chancen und Risiken der zu ergreifenden Maßnahmen betreffen. Damit ist ein Tor in Richtung der begrifflichen Intelligenz aufgestoßen, weshalb das hier vorgestellte Konzept auch unter dem Aspekt der intentionalen Wahrnehmung gesehen wird.

Zum Verfahren der fuzzybasierten Vorhersage mehrdimensionaler Zeitreihen können noch verschiedenste Untersuchungen angestellt werden. Dies betrifft auf der einen Seite die Parameter, wie die Breite des Zeitfensters oder der Zugehörigkeitsfunktionen und auf der anderen Seite strukturelle Dinge, wie die Wahl der Zugehörigkeitsfunktionen oder die Art der Zusammenführung der Distanzmaße. Speziell sind diese Untersuchungen vor dem Hintergrund verrauschter Messdaten und der Optimierung der Trennschärfe bei der Klassifikation durchzuführen.

Im Hinblick auf eine bessere Unterdrückung des Rauschens, bei der Prädiktion der in den Beispielen angegebenen Bahnen, sind noch weitere Untersuchungen sinnvoll. So ist zu prüfen, ob statt der in Bild 5 benutzten Winkelreferenz eine über alle Tupelpunkte gemittelte Referenz Vorteile bringt.

Alternativ wird derzeit darüber nachgedacht, den Analyseteil der fuzzybasierten Vorhersage zu nutzen, um die gemessenen Trajektorien zu parametrisieren. Mit einem derartigen Ansatz können wahrscheinlich nur relativ einfache Trajektorien behandelt werden. Dafür werden aber keine diskreten Referenzen mehr benötigt, so dass die Klassifikation und die Interpolation entfallen.

6 Literatur

- [1] Kinder, M., Brauer, W.: Classification of Trajectories - Extracting Invariants with a Neural Network. Forschungsberichte Künstliche Intelligenz FKI-168-92, Technische Universität München, 1992.
- [2] Laneuville, D., Dufour, F., Bertrand, P., A new architecture for maneuvering target tracking: the Hybrid Imaging Filter, *Proceedings European Control Conference*, Karlsruhe, 1999.
- [3] Otto, P., Schunk, T.: Fuzzy Based Time Series Forecasting of Electric Load, *Proceedings European Control Conference*, Karlsruhe, 1999.
- [4] Otto, P., Schunk, T.: Fuzzybasierte Zeitreihenvorhersage, 9. Workshop *Fuzzy Control* des GMA-FA 5.22, 04./05. 11.1999, Forschungsbericht Nr. 0499, Dortmund, 1999.

Information Mining mit Neuro-Fuzzy Methoden

Rudolf Kruse

Institut für Wissens- und Sprachverarbeitung
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
D-39106 Magdeburg, Germany
Tel. (0391) 67-18706
Fax (0391) 67-12018
E-Mail: kruse@iws.cs.uni-magdeburg.de

1 Mining in heterogenen Daten

Durch die Computerindustrie, die Jahr für Jahr leistungsfähigere Prozessoren und Speicher auf den Markt bringt, wird es leichter und billiger, in digitalen Archiven Daten jeder Art – Dokumente, Bilder, Töne oder Videos – zu sammeln, zu speichern und zu verarbeiten. Dennoch stellt es sich als schwierig heraus, die in den Archiven enthaltenen Informationen auf intelligente Art und Weise zu nutzen. Aus diesem Grunde hat sich ein Forschungsgebiet entwickelt, das als „Knowledge Discovery in Databases“ oder „Data Mining“ bekannt wurde. Obwohl in den üblichen Definitionen von Data Mining nur von *Daten* die Rede ist und deren Art und Organisation somit nicht festgelegt ist, hat sich die Forschung auf hochstrukturierte Daten konzentriert. Die meisten Methoden (z.B. Entscheidungsbäume oder neuronale Netze) benötigen ihre Eingaben in Form einzelner Tabellen, d.h. als Tupel von Attributwerten. Offensichtlich ist dieses Paradigma kaum angemessen für die Verarbeitung von Textdokumenten oder Bild- oder Tondaten. Daher schlagen wir vor, sich auf *Information Mining* zu konzentrieren, das wir in Erweiterung des traditionellen Data Minings als die Suche nach verständlichen Mustern in *heterogenen Informationsquellen* sehen.

Natürlich erwarten wir nicht, einen Data-Mining-Algorithmus zu finden, der allgemein auf alle genannten Arten von Informationsquellen anwendbar ist. Die Ansätze werden immer von einer spezialisierten Vorverarbeitung zur Extraktion charakteristischer Merkmale abhängen. Für diesen Zweck werden Techniken des maschinellen Sehens, der Signalverarbeitung oder der Textanalyse verwendet. Um Data Mining in diesen Anwendungsbereichen zu ermöglichen, wird es unserer Meinung nach allerdings unabdingbar sein, Algorithmen zu haben, die eine einfache Integration des Hintergrundwissens von Experten erlauben. Für die Forschung resultiert daraus die Herausforderung, Theorien und skalierbare Techniken zu entwickeln, die Wissen aus großen, multirelationalen und hochdimensionalen Informationsquellen extrahieren können und die semantische Lücke zwischen strukturierten Daten und menschlichen Notationen und Konzepten schließen. Wir suchen Algorithmen, die in der Lage sind, maschinelle Repräsentationen in menschliche Notationen zu übersetzen und andersherum.

Das Ziel von Fuzzy-Systemen war immer die Modellierung menschlichen Expertenwissens und die Generierung leicht verständlicher Systeme. Wir erwarten daher, daß Fuzzy-Techniken eine herausragende Rolle im Information Mining spielen werden.

2 Stärken von Fuzzy-Modellen

Die Sprache ist unbestritten eines der effektivsten Werkzeuge des Menschen, um seine Erfahrungen zu strukturieren und seine Umwelt zu modellieren. Um das Hintergrundwissen menschlicher Experten darzustellen und verständliche Ergebnisse zu erlangen, ist daher die Modellierung linguistischer Terme und das (von Zadeh treffend geprägte) *Computing with Words* [5] absolut notwendig.

Eine Grundeigenschaft linguistischer Terme ist deren inhärente Vagheit, d.h. ihre unscharfen („fuzzy“) Grenzen. Zu den einleuchtenden Beispielen solcher Terme zählen *kahlköpfig* und *Sandhaufen*. In diesen Beispielen kann keine konkrete Zahl von Haaren, bzw. Sandkörnern angegeben werden, die jene Situationen, in denen diese Terme anwendbar sind, von denen trennt, in denen sie nicht anwendbar sind.

Die Theorie der Fuzzy-Mengen bietet ein exzellentes Mittel, um diese unscharfen Grenzen zu modellieren, indem graduelle Zugehörigkeiten eingeführt werden. Interpretationen dieser Zugehörigkeitsgrade umfassen *Ähnlichkeit*, *Präferenz* und *Unsicherheit*. Sie können angeben, wie ähnlich ein Objekt einem prototypischen ist, sie können eine Präferenz zwischen suboptimalen Lösungen eines Problems ausdrücken, oder sie können die Unsicherheit bezüglich einer wahren Situation modellieren, wenn diese Situation mit impräzisen Termen beschrieben ist. All diese Interpretationen werden in Anwendungen benötigt und haben sich in praktischen Lösungen als nützlich erwiesen.

Allgemein sind Lösungen, die mit Fuzzy-Ansätzen gewonnen wurden, durch ihre Nähe zum menschlichen Denken leicht zu verstehen und anzuwenden. Durch diese Vorzüge sind Fuzzy-Systeme die Methode der Wahl, wenn linguistische, vage oder impräzise Informationen modelliert werden müssen. Wir beschäftigen uns mit der Verwendung von (Neuro-)Fuzzy-Ansätzen in der Datenanalyse. Dazu gehört z.B. die Generierung von Fuzzy-Regeln aus Daten [4]. Im vorliegenden Beitrag konzentrieren wir uns allerdings auf possibilistische graphische Modelle [2].

3 Abhängigkeitsanalyse mit possibilistischen graphischen Modellen

Da das Schlußfolgern in hochdimensionalen Räumen als Ganzem oft nicht möglich ist – insbesondere, wenn Unsicherheit und Impräzision vorliegen –, haben Zerlegungstechniken an Popularität gewonnen, die das Schlußfolgern auf Berechnungen in niedrigdimensionalen Teilräumen reduzieren. Im Bereich der graphischen Modellierung basieren diese Zerlegungen auf den Abhängigkeits- und Unabhängigkeitsbeziehungen zwischen den Attributen, die verwendet werden, um den betrachteten Weltausschnitt zu modellieren. Die Struktur dieser Abhängigkeits- und Unabhängigkeitsbeziehungen wird in einem Graphen repräsentiert, in denen die Knoten die Attribute und die Kanten die direkten Abhängigkeiten darstellen. Die Menge der Abhängigkeits-, bzw. (bedingten) Unabhängigkeitsaussagen, die im modellierten Weltausschnitt gilt, kann mit Hilfe einfacher graphentheoretischer Kriterien abgelesen werden, im Fall von gerichteten Graphen etwa mit der d-Separation, oder einfacher Separation im Fall ungerichteter Graphen.

Der bedingte Unabhängigkeitsgraph ist allerdings nur die *qualitative* oder *strukturelle Komponente* eines graphischen Modells. Für das Schlußfolgern werden darüber hinaus *quantitative* Informationen über den Grad des Vertrauens in verschiedene Punkte der zugrunde liegenden Domäne benötigt. Diese Informationen können oft als

Verteilungsfunktion über der betrachteten Domäne repräsentiert werden, also etwa als Wahrscheinlichkeitsverteilung, als Possibilitätsverteilung, als Massenverteilung usw. Bezüglich dieser quantitativen Komponente beschreibt der bedingte Unabhängigkeitsgraph eine Zerlegung der Domäne als Ganzes in bedingte oder Randverteilungsfunktionen auf Teilräumen niederer Dimension.

Graphische Modelle machen das Schlußfolgern wesentlich effizienter, weil die Propagation der Evidenz von einigen der Attribute zu den unbekanntem Attributen durch lokal kommunizierende Knoten- und Kantenprozessoren im bedingten Unabhängigkeitsgraph implementiert werden kann.

Der Standardansatz zur Konstruktion graphischer Modelle bestand lange Zeit darin, einen menschlichen Experten die Abhängigkeitsstruktur und damit den bedingten Unabhängigkeitsgraphen der betrachteten Domäne modellieren zu lassen. Danach mußte der Experte die notwendigen bedingten oder Randverteilungsfunktionen schätzen, die den quantitativen Teil des graphischen Modells bilden. Dieser Ansatz kann allerdings recht zeitaufwendig sein, insbesondere bei größeren Domänen. Darüberhinaus scheitert dieser Ansatz gänzlich, wenn kein oder nur vages Wissen über die in der betrachteten Domäne geltenden Abhängigkeits- und Unabhängigkeitsbeziehungen verfügbar sind. Aus diesem Grund hat sich die Forschung in jüngerer Zeit auf das Lernen graphischer Modelle aus Beispieldatenbanken konzentriert.

Da die graphische Modellierung ihre Ursprünge im probabilistischen Schließen hat, verwundert es nicht, daß die bekanntesten Lernalgorithmen wahrscheinlichkeitstheoretischer Natur sind. Allerdings haben diese – wie alle wahrscheinlichkeitstheoretischen Ansätze – gewisse Schwächen, wenn unpräzise (d.h. mengenwertige) Informationen in Betracht gezogen werden. Deshalb haben in letzter Zeit *possibilistische* graphische Modelle einige Beachtung gefunden, die auf Grund ihres Kalküls besser mit Impräzision umgehen können und für die Lernalgorithmen analog zum wahrscheinlichkeitstheoretischen Fall entwickelt wurden [1, 2]. Diese Methoden können auch mit hochgradig unpräzisen Daten verwendet werden, um Abhängigkeitsanalysen durchzuführen. Dies macht sie zu einer interessanten Forschungsperspektive.

4 Literatur

- [1] C. Borgelt, J. Gebhardt und R. Kruse. *Chapter F1.2: Inference Methods*. In: E. Ruspini, P. Bonissone, and W. Pedrycz (Hrsg.). *Handbook of Fuzzy Computation*. Institute of Physics Publishing Ltd., Bristol, United Kingdom 1998
- [2] C. Borgelt und R. Kruse. *Graphical Models – Methods for Data Analysis and Mining*. Wiley, Chichester, United Kingdom 2001 (to appear)
- [3] R. Kruse, J. Gebhardt und F. Klawonn. *Foundations of Fuzzy Systems*. J. Wiley & Sons, Chichester, England 1994
- [4] D. Nauck, F. Klawonn und R. Kruse. *Foundations of Neuro-Fuzzy Systems*. J. Wiley & Sons, Chichester, England 1997
- [5] L.A. Zadeh. *Fuzzy Logic = Computing With Words*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems 4:103--111. IEEE Press, Piscataway, NJ, 1996

Datenbasierte Generierung von Fuzzy-Regeln mittels eines agglomerativen Clusterverfahrens

Lars Haendel

Lehrstuhl für Elektrische Steuerung und Regelung

Universität Dortmund, 44221 Dortmund

Tel.: 0231 755 2745

E-Mail: haendel@esr.e-technik.uni-dortmund.de *oder* lars@haendels.de

Zusammenfassung

Betrachtet wird die Aufgabe der datenbasierten Modellierung von Prozessen für die Datensätze erhoben wurden. Jeder Datensatz besteht aus einer oder mehreren Eingangsgrößen und einer ausgezeichneten Ausgangsgröße. Das Ziel ist es, aus den Datensätzen ein Modul zu *lernen*, welches die Ausgangsgröße für zukünftige Datensätze, bei denen nur die Eingangsgrößen bekannt sind, vorhersagt. Es wird der agglomerative Clusteralgorithmus PNC entwickelt, der auf der *Nested Generalized Exemplar* Theorie (NGE) von Salzberg[1, 2, 3] basiert. Der Algorithmus kann zur Generierung von Fuzzy-Regeln – auch in hochdimensionalen Räumen – verwendet werden und ist damit sowohl ein Clusteralgorithmus, als auch ein Verfahren zur *bottom-up* Induktion von Regeln. Die Parameter des Algorithmus werden automatisch auf den zum Lernen verwendeten Datensätzen optimiert. Wettschreck und Dietterich berichten in [3] über signifikant schlechtere Prognosegüten der NGE Algorithmen im Vergleich zu Nearest-Neighbor Algorithmen. Nach den in dieser Arbeit erzielten Ergebnissen ist davon auszugehen, daß diese These relativiert werden muß.

1 Einleitung

Betrachtet wird die Aufgabe der datenbasierten Modellierung von künstlichen oder realen Prozessen für die Datensätze erhoben bzw. gemessen wurden. Jeder Datensatz besteht aus einer oder mehreren Eingangsgrößen und einer ausgezeichneten Ausgangsgröße. Im folgenden wird synonym zu *Datensatz* auch der Begriff *Beispiel* verwendet. Zu unterscheiden sind Regressions- und Klassifikationsaufgaben. Diese beiden Aufgabentypen unterscheiden sich in der Art der Ausgangsgrößenwerte: Bei Regressionsaufgaben ist die Ausgangsgröße reellwertig, wohingegen sie bei Klassifikationsaufgaben ganzzahlige Werte annimmt, die die verschiedenen Klassen repräsentieren.

Das Ziel ist es, aus den zur Verfügung stehenden Beispielen ein Modul zu *lernen*, welches die Ausgangsgröße für zukünftige Beispiele, bei denen nur die Eingangsgrößen bekannt sind, vorhersagt. Fuzzy-Systeme sind für diese Aufgabenstellung geeignet; sie modellieren das Prozessverhalten mittels einer aus *Wenn-Dann*-Regeln bestehenden Regelbasis. Für die datenbasierte Generierung von Mamdani-Fuzzy-Systemen ist das Fuzzy-ROSA-Verfahren[4, 5, 6] entwickelt worden. Diese Arbeit zielt darauf ab, die Prognosegüte dadurch zu erhöhen, daß im Vergleich zum Fuzzy-ROSA-Verfahren allgemeinere Regelprämissen zugelassen werden. Zur Generierung dieser allgemeineren Regeln wird der agglomerative Clusteralgorithmus PNC entwickelt.

Dieser Algorithmus basiert auf der *Nested Generalized Exemplar* Theorie (NGE) von Salzberg[1, 2] und greift einen Vorschlag von Wettschereck und Dietterich[3] auf, der die NGE Theorie für den *batch-Fall* modifiziert.

2 Der NGE Algorithmus

In [1] beschreibt Salzberg eine Klasse von auf der NGE Theorie basierenden maschinellen Lernverfahren für **Klassifikationsaufgaben**. Diese Lernverfahren bearbeiten inkrementell die vorhandenen Lernbeispiele, indem sie Lernbeispiele mit gleicher Ausgangsklasse zu achsen-parallelen Hyperquadern generalisieren. Im folgenden wird der Algorithmus – leicht vereinfacht – beschrieben.

2.1 Repräsentation und Abstandsmaß

Ein Beispiel sei beschrieben durch m Eingangsgrößen \mathbf{x} und durch eine Ausgangsgröße bzw. Ausgangsklasse y . Ein Hyperquader wird beschrieben¹ durch eine zugeordnete Ausgangsklasse c und durch die im m dimensionalen Eingangsraum definierte linke untere und rechte obere Ecke \mathbf{l} bzw. \mathbf{r} .

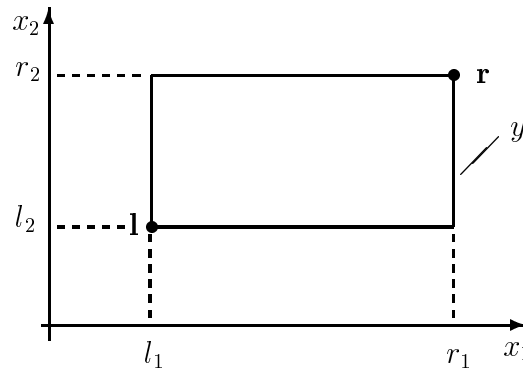


Abbildung 1: Hyperquader in 2D-Projektion

Ein Beispiel kann in einen *trivialen Hyperquader* überführt werden, indem die Ausgangsklasse des Beispiels übernommen und die Eingangsraumposition des Beispiels als linke und rechte Ecke verwendet wird.

$$\mathbf{l} = \mathbf{x} \quad \mathbf{r} = \mathbf{x} \quad c = y \quad (1)$$

Der Abstand zweier Hyperquader H_1 und H_2 wird anhand von Gleichung (2) ermittelt. Ein Abstand von $d = 0$ bedeutet, daß beide Hyperquader überlappen oder einander einschließen. Da Beispiele in triviale Hyperquader überführt werden können, wird Gleichung (2) auch verwendet, um den Abstand eines Beispiels zu einem Hyperquader zu ermitteln. Ein Abstand von $d = 0$ bedeutet dann, daß das Beispiel *innerhalb* des Hyperquaders liegt.

$$d = \sqrt[\rho]{\sum_{j=1}^m |w_j d_j|^\rho} \quad \text{mit} \quad d_j = \begin{cases} l_1 - r_2 & l_1 > r_2 \\ l_2 - r_1 & r_1 < l_2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{und} \quad \rho = 1, 2 \quad (2)$$

¹Alternativ können statt der linken unteren und rechten oberen Ecke die Hyperquader auch durch ihren Mittelpunkt und ihre komponentenweise Ausdehnung beschrieben werden.

Es empfiehlt sich, die Gewichtungsfaktoren w_j als Inverse der jeweiligen komponentenweisen Spannweite anzusetzen:

$$w_j = \frac{1}{x_{j_{max}} - x_{j_{min}}} \quad (3)$$

2.2 Lernprozeß

Eine vorher festzulegende Anzahl von Lernbeispielen wird zufällig ausgewählt und in triviale Hyperquader überführt. Die trivialen Hyperquader bilden die *Startpopulation*. Inkrementell wird jetzt jeweils eines der verbliebenen Lernbeispiele bearbeitet: Das Lernbeispiel wird in einen trivialen Hyperquader H_t überführt und es wird der nächstliegende Hyperquader H_p aus der aktuellen Population ermittelt.

Stimmen die beiden Ausgangsklassen der Hyperquader H_t und H_p überein, wird ein *generalisierter* Hyperquader H_g erzeugt und in der Population gegen den Hyperquader H_p ausgetauscht. Der generalisierte Hyperquader wird wie folgt gebildet:

$$\mathbf{l}_g = \min(\mathbf{l}_t, \mathbf{l}_p) \quad \mathbf{r}_g = \max(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}_p) \quad c_g = c_p = c_t \quad (4)$$

D.h. die linke untere Ecke \mathbf{l}_g wird gebildet, indem jeweils komponentenweise der minimale Wert aus den linken unteren Ecken \mathbf{l}_t und \mathbf{l}_p verwendet wird. Analog dazu wird die rechte obere Ecke \mathbf{r}_g aus den Maxima der rechten oberen Ecken \mathbf{r}_t und \mathbf{r}_p gebildet.

Sollten die Ausgangsklassen der Hyperquader H_t und H_p dagegen nicht übereinstimmen, wird der zweitnächste Hyperquader ermittelt und analog verfahren. Sollte auch beim zweiten Versuch eine Generalisierung nicht zulässig sein, so wird der triviale Hyperquader H_t in die Population eingefügt.

Damit ist ein Lernschritt beendet und es wird mit einem weiteren, noch nicht bearbeiteten Lernbeispiel fortgefahren. Das Verfahren wird beendet, wenn alle Lernbeispiele bearbeitet wurden.

2.3 Auswertemechanismus

Für ein neues unbekanntes Beispiel wird die Klasse prognostiziert, indem der nächstliegende Hyperquader der aktuellen Population ermittelt und dessen Klasse als Prognose verwendet wird.

Alternativ lassen sich die Hyperquader in Fuzzy-Regeln transformieren: Aus den linken unteren und rechten oberen Ecken eines Hyperquaders werden bei der Transformation komponentenweise Zugehörigkeitsfunktionen (ZGF) erzeugt wie in Abbildung 2 illustriert. Es empfiehlt sich, $\beta = 1$ zu setzen und den Wert des Parameters w unter Verwendung von Gleichung (3) zu ermitteln. Als ausgangsseitige ZGF werden Singletons verwendet, die den möglichen Klassen entsprechen.

Es ist anzumerken, daß Fuzzy-Regeln eine eher ungünstige Repräsentationsform der Hyperquader darstellen, da für jeden Hyperquader m ZGF benötigt werden. Da der NGE Algorithmus jedoch auch problemlos symbolische Eingangsgrößen bearbeiten kann, kann durch vorherige Fuzzifizierung der Eingangsgrößen die Zahl der ZGF aus das übliche Maß reduziert werden².

²Siehe hierzu auch die in [3] vorgestellte Erweiterung des NGE für symbolische Eingangsgrößen.

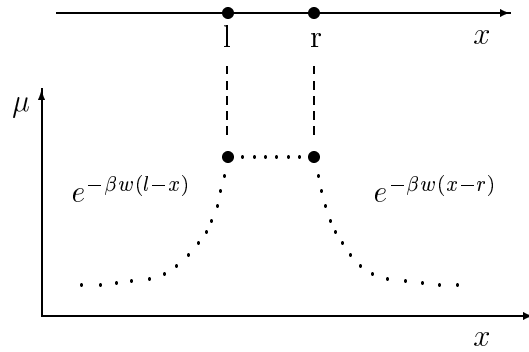


Abbildung 2: Mögliche Erzeugung der Zugehörigkeitsfunktionen

3 Der PNC Clusteralgorithmus

Der oben beschriebene NGE Algorithmus wird in eine *batch*-Variante überführt und es wird eine rechen-technisch handhabbare Implementierung entworfen. Um die Prognosegüte zu erhöhen wird das Abstandsmaß um Gewichtungsfaktoren erweitert und um Problemen mit dem Abstandsmaß in hochdimensionalen Räumen entgegenzuwirken, wird ein anderer Mechanismus verwendet, um zu entscheiden, ob ein Beispiel inner- oder außerhalb eines Hyperquaders liegt. Der Auswertemechanismus wird zweisträngig ausgeführt und für den Fall der Regression erweitert.

3.1 Überführung in eine *batch*-Variante

Der inkrementelle Charakter des NGE erscheint ungünstig, da – besonders in der Anfangsphase – Hyperquader generalisiert werden, für die sich im Nachhinein herausstellt, daß Beispiele mit einer anderen Ausgangsklasse *innerhalb* liegen. Daher wird eine *batch*-Variante entworfen: Alle Lernbeispiele werden in triviale Hyperquader transformiert und bilden die Startpopulation. Wie bei einem agglomerativen Clusteralgorithmus werden während des Lernvorgangs schrittweise immer dann zwei Hyperquader generalisiert, wenn der generalisierte Hyperquader einen Vereinigungstest besteht.

Der Vereinigungstest Der generalisierte Hyperquaders soll keine oder nur wenige Beispiele mit anderer Ausgangsklasse erfassen³. Um dies zu testen wird die Repräsentation der Hyperquader um die beiden Größen p und n erweitert. Diese Größen geben die Anzahl der in einem Hyperquader vereinigten Beispiele bzw. die Anzahl der erfaßten Beispiele mit anderer Ausgangsklasse an. Erstere Größe wird auch als Anzahl der positiven Beispiele, letztere als Anzahl der negativen Beispiele bezeichnet. Für die maximal zulässige Anzahl von negativen Beispielen n_{max} , die ein aus den Hyperquadern H_1 und H_2 generalisierter Hyperquader erfassen darf, wird

$$n_{max} = \min(p_1 \eta + n_2, p_2 \eta + n_1) \quad \eta \geq 0 \quad (5)$$

festgelegt. Der Parameter η steuert, wie viele negative Beispiele der generalisierte Hyperquader relativ zur Anzahl der positiven Beispiele der einzelnen Hyperqua-

³Siehe hierzu den Paragraphen *Wann liegt ein Beispiel innerhalb?* in Kapitel 3.3.

der erfassen darf. Für $\eta = 0$ sind keine negativen Beispiele zulässig. Eine Wahl von $\eta > 0$ erscheint bei verrauschten oder in sich widersprüchlichen Lernbeispielen sinnvoll. Nach Abschluß des Lernvorgangs kann aus den Größen p und n eine Trefferquote ϱ berechnet werden, die zur Charakterisierung der Glaubwürdigkeit eines Hyperquaders herangezogen werden kann.

$$\varrho = \frac{p}{p+n} \quad (6)$$

Die Auswahl der zu testenden Hyperquader Alle Kombinationen von zwei Hyperquadern mit der gleichen Ausgangsklasse kommen für eine potentielle Generalisierung in Betracht. Dementsprechend werden die Hyperquader nach ihrer Ausgangsklasse in *Gruppen* eingeteilt. Die Gruppen können nacheinander bearbeitet werden. Immer die beiden am nächsten beieinander liegenden und noch nicht negativ getesteten Hyperquader werden für den Vereinigungstest ausgewählt.

Die Abstände jedes Hyperquaders zu jedem anderen Hyperquader einer Gruppe werden in einer *Adjazenzmatrix* gespeichert. Adjazenzmatrizen werden beispielsweise in Autoatlanten zur Auflistung der Entfernungen von Städten untereinander verwendet. Es sind Dreiecksmatrizen der Dimension $N_{HQ} - 1$, wobei N_{HQ} die aktuelle Anzahl der in der Gruppe enthaltenen Hyperquader bezeichnet. Die Adjazenzmatrizen werden bei Generalisierung zweier Hyperquader um eine Dimension verkleinert und bezüglich der Abstände zwischen dem generalisierten und den bestehenden Hyperquadern aktualisiert. Es ist ferner zu beachten, daß ein generalisierter Hyperquader wieder mit allen anderen Hyperquadern getestet werden muß.

3.2 Effiziente Implementierung

Ein Problem stellt die quadratisch mit der Anzahl der Hyperquader bzw. Lernbeispiele wachsende Größe der Adjazenzmatrizen dar. Um den PNC Algorithmus dennoch für Aufgaben mit einer großen Anzahl an Beispielen verwenden zu können, werden solche Aufgaben in mehrere kleinere Einheiten zerlegt, diese kleineren Einheiten werden mit wesentlich geringerem Aufwand gelöst und die einzelnen Ergebnisse werden anschließend zu einer Gesamtlösung zusammengesetzt.

Konkret bedeutet dies, daß bei der Initialisierung, d.h. bei der Transformation aller Lernbeispiele in Hyperquader, die maximale Anzahl an Hyperquadern in einer Gruppe auf eine rechentechnisch akzeptable Anzahl $N_{G\ Max}$ begrenzt wird. Wenn die Anzahl der Hyperquader einer Gruppe die maximal zulässige Anzahl übersteigt, werden die Hyperquader in zwei oder mehrere *Sub-Gruppen* aufgeteilt. Diese werden einzeln bearbeitet und bilden die einzelnen Lösungen. Um die Gesamtlösung zu erhalten werden die Hyperquader der Sub-Gruppen untereinander noch auf potentiell mögliche Vereinigungen getestet.

3.3 Modifiziertes Abstandsmaß

Ermittlung der Gewichtungsfaktoren Im Abstandsmaß nach Gleichung (2) werden Gewichtungsfaktoren zur Gewichtung der einzelnen komponentenweisen Abstände verwendet. In [3] ermitteln Wettschreck und Dietterich diese aufgrund der *Transinformation*[7] der jeweiligen Eingangsgröße zur Ausgangsgröße und berichten über vielversprechende Ergebnisse.

Die Transinformation $I(X, Y)$ ist ein Maß dafür, wie stark die *Unsicherheit* über den Wert einer diskreten Zufallsgröße Y abnimmt, wenn eine andere diskrete Größe X bekannt ist. Das Maß, mit dem die Unsicherheit gemessen wird, ist die Entropie $H(Y)$.

$$H(Y) = - \sum_{c=1}^{N_y} P(y = y_c) \log P(y = y_c) \quad (7)$$

$$I(X, Y) = I(Y, X) = \sum_{v=1}^{N_x} \sum_{c=1}^{N_y} P(y = y_c \wedge x = x_v) \log \frac{P(y = y_c \wedge x = x_v)}{P(y = y_c)P(x = x_v)} \quad (8)$$

Dabei bezeichnen N_x und N_y die Anzahl der möglichen diskreten Ereignisse der Zufallsgrößen X bzw. Y und $P(x = x_v)$ und $P(y = y_c)$ bezeichnen die Auftretenswahrscheinlichkeiten des v -ten bzw. c -ten Ereignisses. Es gilt $\log \frac{0}{0} = 0$.

Wenn eine Eingangsgröße nicht dazu beiträgt, die Unsicherheit über die Ausgangsgröße zu verringern, so ist die Transinformation 0. Wenn eine Eingangsgröße dagegen die Ausgangsgröße vollständig erklärt, so ist die Transinformation gleich der Entropie der Ausgangsgröße.

Die Transinformation ist schnell zu berechnen und die sich ergebenden Werte sind relativ robust, d.h. es ergeben sich für verschiedene, aus einer Gesamtmenge an Beispielen ausgewählte Stichproben, ähnliche Zahlenwerte.

Hier werden die Gewichtungsfaktoren wie folgt berechnet: Für jede der m Eingangsgrößen x_j wird die Transinformation I_j bezüglich der Ausgangsgröße bestimmt. Kontinuierliche Eingangsgrößen werden vorher äquidistant in $N_{Int\ Input}$ Intervalle quantisiert. Die erhaltenen Werte werden derart normiert, daß sich im Mittel über alle Komponenten der Wert 1 ergibt. Anschließend wird jeder Wert noch durch die Spannweite der jeweiligen Komponente dividiert.

$$w_j = \frac{\tilde{w}_j}{x_{j\ max} - x_{j\ min}} \quad \text{mit} \quad \tilde{w}_j = \frac{mI_j}{\sum_{i=1}^m I_i} \quad (9)$$

Wann liegt ein Beispiel *innerhalb* ? Das Maß zur Bestimmung des Abstandes von Hyperquadranten untereinander ist für den Vereinigungstest von entscheidender Bedeutung. Damit wird festgestellt, ob ein Beispiel innerhalb des generalisierten Hyperquaders liegt und damit, wenn es eine andere Ausgangsklasse hat, als negatives Beispiel zu gelten hat. Nach Gleichung (2) muß ein Beispiel mit anderer Ausgangsklasse nicht mehr als negatives Beispiel betrachtet werden, wenn eine Komponente des Beispiels außerhalb des Hyperquaders liegt. Dies führt in hochdimensionalen Räumen aufgrund der COD-Problematik⁴ dazu, daß sehr viele Hyperquader generalisiert werden und am Ende des Lernvorgangs nur noch wenige erhalten sind, was wiederum zu einer schlechten Prognosegüte⁵ führt. Daher wird ein Beispiel mit anderer Ausgangsklasse fortan als negatives Beispiel betrachtet, wenn keine oder nur wenige Komponenten außerhalb liegen, d.h. solange gilt:

⁴COD engl. für *curse of dimensionality*

⁵Vergleiche hierzu die Prognosegüte und Hyperquaderanzahl des OBNGE Algorithmus bei Aufgaben mit hochdimensionalen Eingangsräumen in Kapitel 4.4.

$$\sum_{j=1}^m \tilde{w}_j \operatorname{sgn}(d_j) \leq \tilde{w}_{\min} \quad \tilde{w}_{\min} \geq 0 \quad (10)$$

3.4 Modifizierter Auswertemechanismus

Bei der Transformation der Hyperquader in Fuzzy-Regeln nach Abbildung 2 werden die nach Gleichung (9) berechneten Gewichtungsfaktoren verwendet und der Wert des Parameters β geeignet gewählt. Ein günstiger Standardwert ist $\beta = \frac{1000}{m}$, wobei m die Dimension des Eingangsraumes bezeichnet. Die Trefferquoten nach Gleichung (6) werden als Glaubensgrad der Regeln verwendet.

Zweisträngige Defuzzifizierung Ein Hyperquader hat bezüglich des innerhalb liegenden Teils des Eingangsraumes einen Vereinigungstest bestanden. Es ist daher davon auszugehen, daß die Empfehlung, die ein Hyperquader über die Ausgangsgröße gibt, *innerhalb* des Hyperquaders wesentlich ernster zu nehmen ist als *außerhalb*. Die aus den Hyperquadern abgeleiteten Fuzzy-Regeln werden daher zweisträngig defuzzifiziert: Zuerst werden nur die Empfehlungen derjenigen Regeln ausgewertet, deren Prämissen vollständig aktiviert sind. Nur falls dies bei keiner Regel zutreffen sollte, werden alle Empfehlungen ausgewertet.

Erweiterung für den Fall der Regression Meistens können Klassifikationsalgorithmen mit leichten Modifikationen für Regressionsaufgaben eingesetzt werden. Um den PNC für den Fall der Regression einsetzen zu können, werden die Ausgangsgrößenwerte äquidistant in N_{Int} Intervalle aufgeteilt. Als ausgangsseitige ZGF werden Singletons in der Mitte der Quantisierungsintervalle verwendet.

4 Experimente

Der PNC Algorithmus wird auf Klassifikations- und auf Regressionsaufgaben getestet und die Ergebnisse werden mit denen anderer Autoren verglichen. Um die Vergleichbarkeit zu gewährleisten, wird jeweils dasselbe Experimentdesign verwendet. Die Optimierung der im PNC Algorithmus enthaltenen Parameter erfolgt ausschließlich unter Verwendung der Lerndaten.

4.1 Experimentdesign

Ein Lernalgorithmus wird üblicherweise in Experimenten an Benchmarks getestet und bezüglich seiner Güte mit anderen Algorithmen verglichen: Alle oder eine Teilmenge der zur Verfügung stehenden Datensätze werden zufällig in N_L Lern- und N_T Testdatensätze aufgeteilt. Die Anzahl der Lerndatensätze hat häufig entscheidenden Einfluß auf die vom Lernalgorithmus erzielte Güte. Daher können Ergebnisse nur schwer miteinander verglichen werden, wenn die Autoren eine unterschiedliche Anzahl an Lerndatensätzen verwenden.

Als Maß für die Prognosegüte wird in dieser Arbeit für Klassifikationsaufgaben der mittlere Klassifizierungsfehler MCE und für Regressionsaufgaben der mittlere absolute Fehler MAE verwendet. y_p bezeichnet den prognostizierten und y_{ist} den tatsächlichen Ausgangsgrößenwert.

$$MCE = \frac{\sum_{i=1}^{N_T} e_i}{N_T} \quad \text{mit} \quad e_i = \begin{cases} 0 & y_{p_i} = y_{ist_i} \\ 1 & y_{p_i} \neq y_{ist_i} \end{cases} \quad (11)$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^{N_T} |y_{p_i} - y_{ist_i}|}{N_T} \quad (12)$$

Ein wichtiger Aspekt ist die Streuung der Ergebnisse für verschiedene zufällige Aufteilungen in Lern- und Testdaten. Methoden um exaktere Ergebnisse zu erzielen sind:

- **N_W -fache Kreuz-Validierung:** Die Daten werden zufällig in N_W Stichproben aufgeteilt. Die Stichproben sollten annähernd gleich groß sein. Auf einer Stichprobe wird jeweils gelernt, die anderen $N_W - 1$ Stichproben werden zum Testen verwendet. Kohavi berichtet in [9], daß $N_W = 10$ eine gute Wahl ist, auch wenn die Rechenkapazitäten einen größeren Wert zulassen würden.
- **N_W -fache Wiederholung:** Die Daten werden N_W mal zufällig in Lern- und Testdaten aufgeteilt.

Als Ergebnis wird der arithmetische Mittelwert der einzelnen Ergebnisse angegeben. Die N_W -fache Wiederholung eines Experiments ermöglicht die Angabe des *standardisierten Fehlers* σ_M wobei σ die Standardabweichung der einzelnen Ergebnisse bezeichnet.

$$\sigma_M = \frac{\sigma}{\sqrt{N_W}} \quad (13)$$

Wenn davon ausgegangen wird, daß die Güte normalverteilt ist, so ist der erhaltene Gütewert mit 66.6% Wahrscheinlichkeit nicht weiter als σ_M vom tatsächlichen Gütewert entfernt⁶.

4.2 Optimierung der Parameter

Salzberg benennt in [13] das Problem des *repeated tuning* :

Many researchers tune their algorithms repeatedly in order to make them perform optimally on at least some data sets. [...] Fortunately one can perform virtually unlimited tuning without corrupting the validity of the results. The solution is to use cross-validation entirely within the training set itself. [...] When the parameters appear to be at their optimal setting, accuracy can finally be measured on the test data.

Dem folgend werden die Parameter des PNC jeweils auf den Lerndaten automatisch optimiert. Es werden Standard-Parameter definiert, nach denen die zulässigen Parametersätze bestimmt werden⁷.

⁶Es handelt sich hierbei um eine sehr optimistische Abschätzung, da in Gleichung (13) vorausgesetzt wird, daß es sich um N_W unabhängige Experimente handelt, was nicht gegeben ist, wenn Datensätze mehrfach in den Experimenten verwendet werden.

⁷Die Definition erfolgte teilweise unter Verwendung der im folgenden angegebenen Benchmarks. Um obigen Zitat vollständig gerecht zu werden, müßte der PNC – bei keiner weiteren Veränderung der Standard-Parameter – an neuen, zufällig ausgewählten Benchmarks getestet werden.

Standard-Parameter Die folgenden Tabellen listen die verwendeten Standard-Parameter auf. Für einige Parameter sind mehrere Werte angegeben. Die zulässigen Parametersätze ergeben sich als Menge aller Kombinationen.

vom Aufgabentyp unabhängige Parameter		Wo benutzt?
ρ	1	Abstandsmaß Gleichung (2)
Aggregation	Produkt	Fuzzy-Modul
Glaubensgrad	Produkt	Fuzzy-Modul
β	$\frac{1000}{m}$	Erzeugung ZGF
$N_{G\ Max}$	250	Adjazenzmatrizen
$N_{Int\ Input}$	10	Berechnung Transinformation
\tilde{w}_{min}	$\{0, 1, 2, \dots, N\} \quad N \leq \frac{m}{10}$	Gleichung (10)

Parameter für Klassifikation		Wo benutzt?
Akkumulation	Maximum	Fuzzy-Modul
Defuzzifizierung	Maximum	Fuzzy-Modul
η	$\{0.2, 0.5, 1.0, 1.5\}$	Vereinigungstest Gleichung (5)

Parameter für Regression		Wo benutzt?
Akkumulation	gewöhnliche Summe	Fuzzy-Modul
Defuzzifizierung	Schwerpunkt	Fuzzy-Modul
η	$\{0.0, 0.2, 0.5, 1.0\}$	Vereinigungstest Gleichung (5)
N_{Int}	$\{10, 20, 30\}$	Quantisierung Ausgangsgröße

Auswahl des besten Parametersatzes Alle Lerndaten – oder eine Teilmenge davon – werden $N_{W\ Opt}$ -mal zufällig in zwei Stichproben der Größe $N_{L\ Opt}$ und $N_{T\ Opt}$ aufgeteilt. Auf der ersten Stichprobe wird ein Prognosemodul gelernt, auf der zweiten wird es getestet. Dies wird für jeden zulässigen Parametersatz durchgeführt. Anhand der in den Testläufen erhaltenen Güten wird der *beste* Parametersatz wie folgt ausgewählt:

Klassifikation: Es werden für jeden der Testläufe die Parametersätze nach der Güte mit einem Rank versehen. Bei Gleichheit der Güte erhalten die betroffenen Parametersätze alle den gleichen Rank. Es wird derjenige Parametersatz ausgewählt, der im arithmetischen Mittel den niedrigsten Rank hat.

Regression: Es wird für jeden der Testläufe der Parametersatz mit der höchsten Güte bestimmt. Für alle anderen Parametersätze wird ermittelt, mit welcher Wahrscheinlichkeit P sie als genauso gut einzuschätzen sind. Diese Wahrscheinlichkeit wird mittels eines t-Tests für gepaarte Ereignisse[8] auf den Fehlervektoren $\mathbf{e} = \mathbf{y}_p - \mathbf{y}_{ist}$ der Prognosemodule berechnet. Der beste Parametersatz bekommt einen P -Wert von 1. Es wird derjenige Parametersatz ausgewählt, der im arithmetischen Mittel die höchsten P -Werte erzielt.

4.3 Verwendete Benchmarks

Soweit nicht anders angegeben stammen alle Aufgaben vom *UCI Machine Learning Repository*[14].

- **Cleveland** Anhand von Patientendaten soll klassifiziert werden, ob ein Patient an einer Herzkrankheit leidet. *Aufbau:* 303 Datensätze, 13 Eingangsgrößen, 2 Klassen⁸.

⁸Die ursprüngliche Ausgangsgröße nimmt ganzzahlige Werte von 0 bis 4 an. 0 bedeutet, der Patient ist gesund, 1 bis 4 bedeutet, der Patient leidet an einer Herzkrankheit, wobei diese umso stärker ausgeprägt ist, je höher der Ausgangsgrößenwert ist.

- **DNA** Klassifikation von DNA Sequenzen. *Aufbau*: 3175⁹ bzw. 3190 Datensätze, 60 Eingangsgrößen, 3 Klassen. *Quelle*: Delve¹⁰ bzw. UCI
- **House-Votes-84** Klassifikation der Parteizugehörigkeit von Kongreßabgeordneten anhand ihres Abstimmverhalten. *Aufbau*: 435 Datensätze, 16 Eingangsgrößen, 2 Klassen.
- **Iris** Klassifikation der Art von Schwertlilien anhand der Länge und Breite der Kelch- und Blumenblätter. *Aufbau*: 150 Datensätze, 4 Eingangsgrößen, 3 Klassen.
- **Landsat Satellite** Klassifikation der Oberflächenbeschaffenheit anhand von aus Satellitenbildern berechneten Merkmalen. *Aufbau*: 6435 Datensätze, 36 Eingangsgrößen, 6 Klassen.
- **Letter-Recognition** Klassifikation von in 20 verschiedenen Fonts angezeigten Buchstaben anhand von berechneten Merkmalen. *Aufbau*: 20000 Datensätze, 16 Eingangsgrößen, 26 Klassen.
- **Waveform** Klassifikation, aus welchen zwei Basiswellen eine Welle zusammengesetzt ist. *Aufbau*: 5000 Datensätze, 21 Eingangsgrößen, 3 Klassen.
- **Waveform+ Noise** Wie *Waveform*, jedoch mit 19 zusätzlichen Eingangsgrößen, die mittelwertfreies Rauschen mit einer Varianz von 1 enthalten. *Aufbau*: 5000 Datensätze, 40 Eingangsgrößen, 3 Klassen.
- **Wine** Klassifikation von Weinsorten anhand der Ergebnisse von chemischen Analysen. *Aufbau*: 178 Datensätze, 13 Eingangsgrößen, 3 Klassen.
- **Mackey-Glass** Prognose einer chaotischen Zeitreihe. Die Zeitreihe wird beschrieben durch $x(t+1) = 0.9x(t) + \frac{0.2x(t-17)}{1+x(t-17)^{10}}$. Für $t < 0$ ist $x(t) = 0$, und für $t = 0$ ist $x(t) = 1.2$. *Aufbau*: 1000 Datensätze, 4 Eingangsgrößen $x(t-18)$, $x(t-12)$, $x(t-6)$ und $x(t)$, 1 Ausgangsgröße $x(t+6)$.
- **Kin32fm** Prognose des Abstandes des Endeffektors eines 8-achsigen Roboters vom Zielpunkt. *Aufbau*: 8192 Datensätze und 32 Eingangsgrößen. *Quelle*: Delve¹⁰

4.4 Vergleich mit NGE und Nearest-Neighbor Algorithmen

Nearest-Neighbor Algorithmen speichern jeweils alle Lerndatensätze. Für einen neuen Datensatz werden die im Eingangsraum nächstliegenden Lerndatensätze ermittelt und aus deren Ausgangsgrößenwerten wird eine Prognose abgeleitet. Wettscheck und Dietterich haben in [3] eine umfangreiche Studie zur Prognosegüte zahlreicher Varianten des NGE im Vergleich zu Nearest-Neighbor Algorithmen durchgeführt. Zu beachten ist, daß es sich nicht um die üblicherweise verwendeten, einfachen Nearest-Neighbor Varianten handelt, sondern eine Reihe von Optimierungen¹¹ vorgenommen wurde. Zum Vergleich mit dem PNC wird jeweils der beste Nearest-Neighbor Algorithmus und die beste NGE Variante herangezogen. Ferner wird die NGE Variante OBNGE angegeben, da diese im Ansatz dem PNC ähnlich ist.

Die Ergebnisse sind in Tabellenform angegeben. Als Hyperquaderanzahl N_{HQ} wird bei den Nearest-Neighbor Algorithmen jeweils die Hälfte der Lerndatensätze angegeben.

Cleveland				Algorithmus	MCE	σ_M	N_{HQ}	N_W
N_L	= 212	N_T	= 91	km_{cv}	17.2%	0.7%	(106)	25
$N_{L\ Opt}$	= 106	$N_{L\ Opt}$	= 106	NONGE _{cv}	21.5%	0.8%	57	25
$N_{W\ Opt}$	= 50			OBNGE	28.7%	1.2%	63	25
				PNC	20.2%	0.3%	91	150

⁹Der Datensatz von Delve entstand aus dem von UCI, indem 15 Datensätze entfernt wurden.

¹⁰Data for Evaluation of Learning in Valid Experiments: <http://www.cs.utoronto.ca/~delve/>

¹¹In [12] werden 22 bekannte Klassifikationsalgorithmen miteinander verglichen. Für den k-Nearest-Neighbor Algorithmus ergibt sich für die Aufgabe *Letter-Recognition* ein MCE von 6.8%. In [3] wird für eine fast gleiche Aufteilung der Datensätze ein MCE von 3.4% erzielt.

House-Votes-84

$N_L = 305$ $N_T = 130$
 $N_{L\ Opt} = 155$ $N_{L\ Opt} = 150$
 $N_{W\ Opt} = 40$

Algorithmus	MCE	σ_M	N_{HQ}	N_W
knn _{cv,w}	4.6%	0.4%	(153)	25
BNGE _w	5.3%	0.4%	46	25
OBNGE	11.2%	2.4%	38	25
PNC	4.9%	0.1%	17.6	150

Iris

$N_L = 105$ $N_T = 45$
 $N_{L\ Opt} = 55$ $N_{L\ Opt} = 50$
 $N_{W\ Opt} = 50$

Algorithmus	MCE	σ_M	N_{HQ}	N_W
nn _w	4.1%	0.4%	(53)	25
BNGE _w	5.3%	0.5%	5.8	25
OBNGE	6.8%	0.6%	4.2	25
PNC	4.1%	0.1%	8	1000

Letter-Recognition

$N_L = 16000$ $N_T = 4000$
 $N_{L\ Opt} = 1500$ $N_{L\ Opt} = 1500$
 $N_{W\ Opt} = 10$

Algorithmus	MCE	σ_M	N_{HQ}	N_W
knn _{cv,w}	3.4%	0.0%	(8000)	25
BNGE _w	8.7%	0.1%	2560	25
OBNGE	-	-	-	-
PNC	4.8%	0.1%	3591	25

Waveform

$N_L = 300$ $N_T = 100$
 $N_{L\ Opt} = 150$ $N_{L\ Opt} = 150$
 $N_{W\ Opt} = 40$

Algorithmus	MCE	σ_M	N_{HQ}	N_W
knn _{cv}	17.1%	0.8%	(150)	25
NOBNGE	25.9%	1.0%	(116)	25
OBNGE	29.7%	0.9%	9	25
PNC	20.2%	0.3%	38	150

Waveform+Noise

$N_L = 300$ $N_T = 100$
 $N_{L\ Opt} = 150$ $N_{L\ Opt} = 150$
 $N_{W\ Opt} = 40$

Algorithmus	MCE	σ_M	N_{HQ}	N_W
knn _{cv,w}	17.6%	0.6%	(150)	25
NGE _{cv,w}	29.9%	1.0%	19.5	25
OBNGE	35.5%	1.2%	4.5	25
PNC	20.3%	0.3%	35.8	150

Der PNC erzielt zumindest vergleichbare Ergebnisse zu den optimierten Nearest-Neighbor Algorithmen: Bei der Aufgabe *Iris* ist der PNC gleich gut, bei den anderen Aufgaben leicht schlechter. Die Anzahl der generierten Hyperquader ist in allen Aufgaben wesentlich geringer als die Anzahl der Lerndatensätze.

Wettschereck und Dietterich stellten fest, die untersuchten NGE Varianten erzielen wesentlich schlechtere Güten als die Nearest-Neighbor Algorithmen. Die NGE Variante OBNGE erzielte – auch verglichen mit den anderen NGE Varianten – schlechte Güten, weshalb Wettschereck und Dietterich diese Variante verwarfen und folgerten, ein Problem der NGE Algorithmen sei das Entstehen von überlappenden Hyperquadern. Der PNC und der OBNGE sind im Ansatz ähnlich, jedoch erzielt der PNC signifikant bessere Prognosegüten als alle bisherigen NGE Varianten. Daraus folgt erstens, daß der beim OBNGE verfolgte Ansatz sinnvoll ist und zweitens, daß das Entstehen von überlappenden Hyperquadern nicht die Ursache für die schlechten Güten der bisher existierenden NGE Varianten ist. Die These, NGE Algorithmen seien den Nearest-Neighbor Algorithmen signifikant unterlegen, ist zu relativieren.

4.5 Vergleich mit dem Fuzzy-ROSA Algorithmus

In [4] wurde für den Fuzzy-ROSA Algorithmus eine Standardvorgehensweise definiert und an zahlreichen Aufgaben getestet. Der PNC unterscheidet sich vom Fuzzy-ROSA Algorithmus in der Repräsentation der Prämissen und in der Suchmethodik. Die Verwendung der Hyperquader ermöglicht ausdrucksstärkere Prämissen; allerdings um den Preis einer geringeren Interpretierbarkeit.

Die in [4] angegebenen Ergebnisse wurden mittels 2-facher Kreuz-Validierung ermittelt. Für den PNC werden entsprechend jeweils die Hälfte der Datensätze zum Lernen und Testen verwendet und dies wird mindestens 25 mal wiederholt. FR_{Sys} bezeichnet die Standardvorgehensweise des Fuzzy-ROSA Algorithmus, $FR_{Sys+OCR}$ bedeutet, daß der Regelsatz nach der Generierung bezüglich der auf den Lerndaten erzielten Güte optimiert wurde. Zur Vergleichbarkeit der Hyperquaderanzahl N_{HQ} mit der Regelanzahl N_R siehe Kapitel 2.3.

Benchmark	FR_{Sys}		$FR_{Sys+OCR}$		PNC		Optimierung		
	MAE/MCE	N_R	MAE/MCE	N_R	MAE/MCE	N_{HQ}	N_W	N_L	N_T
DNA	5.5%	1567	5.4%	500	7.7%	84	20	250	250
Iris	6.0%	7	6.0%	7	4.8%	5.8	100	38	39
Landsat Satellite	18.8%	2683	18.2%	1044	10.5%	337	10	500	500
Wine	11.2%	105	10.7%	15	4.6%	5.2	50	45	44
Mackey-Glass	0.07	59	0.05	20	0.02	126	20	250	250
Kin32fm	0.22	1530	0.12	457	0.20	922	10	250	250

Es zeigt sich, daß der PNC Algorithmus in einigen Domänen bessere Ergebnisse erzielt. Die beim Fuzzy-ROSA Algorithmus durchgeführte Optimierung des Regelsatzes führt zu einer kleineren Regelanzahl bei gleicher oder teilweise besserer Güte. Es erscheint sinnvoll, dem PNC eine ähnliche Optimierung nachzuschalten.

4.6 Vergleich mit dem RISE Algorithmus

Der von Domingos entwickelte RISE Algorithmus[10, 11] ist dem PNC ähnlich: Beim RISE Algorithmus werden ebenfalls alle Lernbeispiele zunächst als Hyperquader bzw. Regeln betrachtet. Anschließend werden schrittweise Regeln generalisiert, so daß sie ein weiteres positives Lernbeispiel erfassen, wenn sich dabei die Prognosegüte des Gesamtregelsatzes nicht verschlechtert. Der wesentliche Unterschied im Vergleich zum PNC ist in der verwendeten Suchstrategie zu sehen: Der PNC verwendet ein lokales Entscheidungskriterium und fährt fort, solange potentiell zwei Hyperquader generalisiert werden können. Der RISE Algorithmus verwendet dagegen ein globales Entscheidungskriterium und betrachtet nur die zu einer Regel jeweils nächstliegenden positiven Lernbeispiele für eine Generalisierung.

Von den in [10] verwendeten Benchmarks werden diejenigen betrachtet, die in dieser Arbeit bisher Verwendung fanden. Ein Vergleich mit den übrigen Benchmarks erscheint sinnvoll, steht zur Zeit jedoch noch aus.

Es werden jeweils zwei Drittel der Datensätze zum Lernen und ein Drittel zum Testen verwendet. Als Ergebnis wird der arithmetische Mittelwert des Klassifizierungsfehlers MCE und die Standardabweichung desselben angegeben. N_{Mem} bezeichnet den Speicherplatzbedarf des gelernten Prognosemoduls und ergibt sich für den PNC aus der Anzahl der Hyperquader N_{HQ} und der Dimension des Eingangsraumes m wie folgt:

$$N_{Mem} = N_{HQ}(m + 1) \quad (14)$$

Benchmark	RISE			PNC			Optimierung		
	MCE	N_{Mem}	N_W	MCE	N_{Mem}	N_W	N_W	N_L	N_T
Cleveland	20.3%±3.8%	1461	50	19.6%±3.8%	1160	50	50	101	101
DNA	6.9%±1.6%	8351	50	6.6%±1.3%	8208	50	20	250	250
House-Votes-84	4.8%±1.5%	541	50	4.7%±1.4%	314	150	40	145	145
Iris	6.0%±2.8%	383	50	4.2%±3.0%	36	1000	50	50	50
Wine	3.1%±2.0%	896	50	4.2%±3.6%	885	1000	50	59	60

Es zeigt sich, daß die mit dem PNC erzielten Prognosegüten denen des RISE Algorithmus ebenbürtig sind, wobei jedoch der benötigte Speicherplatzbedarf geringer ist. Allerdings gibt Domingos einen Reduktionsmechanismus für die Anzahl der Regeln an, womit sich der benötigte Speicherplatz – bei leichten Einbußen bei der Prognosegüte – verringern würde.

4.7 Zeitbedarf des PNC Algorithmus

Die folgende Tabelle stellt den Zeitbedarf¹² des PNC Algorithmus an drei exemplarisch ausgewählten Benchmarks dar. Die jeweilige Anzahl an Lern- und Testdaten N_L und N_T sowie die Dimension des Eingangsraumes m ist angegeben. T_L bezeichnet die zum Lernen, T_T die zum Testen und T_{Opt} die zum Optimieren der Parameter benötigte Zeit. Bezüglich T_{Opt} ist zu beachten, daß es sich um die durchschnittlich benötigte Zeit für **einen** Testlauf für einen Parametersatz handelt. Alle Zeiten sind in Sekunden angegeben.

Benchmark	N_L	N_T	m	T_L	T_T	T_{Opt}
Letter-Recognition	16000	4000	16	950	35.0	3.8
DNA	2127	1063	60	30	0.7	0.4
Mackey-Glass	500	500	4	0.1	0.1	<0.1

5 Fazit

Die Grundidee des PNC Clusteralgorithmus, d.h. die Überführung des NGE in eine batch-Variante unter Verwendung eines Vereinigungstests, ist im Ansatz identisch mit der von Wettchereck und Dietterich in [3] entwickelten NGE-Variante OBNGE. Jedoch fehlen im OBNGE Algorithmus wesentliche Erweiterungen des PNC. Wettchereck und Dietterich erzielten mit dem OBNGE – im Vergleich zu den anderen betrachteten NGE-Varianten – relativ schlechte Ergebnisse, weshalb sie diesen Ansatz verwarfen. Der PNC ist auf allen betrachteten Aufgaben besser als die jeweils beste NGE-Variante. Genauere Untersuchungen der Ergebnisse in [3] erscheinen noch notwendig, jedoch ist davon auszugehen, daß die Kernaussage jener Untersuchung, der NGE sei signifikant den Nearest-Neighbor Algorithmen unterlegen, zu relativieren ist.

Wesentlichen Einfluß auf die Prognosegüte des PNC hat der Mechanismus, nach dem entschieden wird, ob ein Lernbeispiel innerhalb eines Hyperquaders liegt. Die Modifikation nach Gleichung (10) führt zu wesentlichen Verbesserungen bei Aufgaben mit hochdimensionalen Eingangsraum. Eine genauere Untersuchung dieses Aspektes erscheint sinnvoll – insbesondere unter der Fragestellung, auf welche Weise die COD-Problematik umgangen wird.

¹²Algorithmus implementiert in C++. Ermittelt auf einem PC mit 750 MHz Pentium III Prozessor unter Windows NT 4.

Der RISE und der Fuzzy-ROSA Algorithmus führen nach Generierung des Regelsatzes Optimierungen durch, die die Anzahl der Regeln – bei gleicher oder sogar besserer Prognosegüte – reduzieren. Es erscheint sinnvoll, einen derartigen Optimierungsschritt dem PNC nachzuschalten.

Danksagung

Diese Arbeit wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft im Rahmen des Graduiertenkollegs *Modellierung und modellbasierte Entwicklung komplexer technischer Systeme* gefördert.

Literatur

- [1] Salzberg, S.: *A Nearest Hyperrectangle Learning Method*. Machine Learning 6; 1991
- [2] Wettschereck, D.: *A Hybrid Nearest-Neighbor and Nearest-Hyperrectangle Algorithm*. Proc. 7th European Conference on Machine Learning; 1994
- [3] Wettschereck, D.; Dietterich, T.G.: *An Experimental Comparison of the Nearest-Neighbor and Nearest-Hyperrectangle Algorithms*. Proc. 7th European Conference on Machine Learning; 1994
- [4] Slawinski, T.: *Analyse und effiziente Generierung von relevanten Fuzzy-Regeln in hochdimensionalen Suchräumen*. An der Universität Dortmund zur Dissertation eingereicht; 2001
- [5] Krabs, M.; Kiendl, H.: *Automatische Generierung von Fuzzy-Regeln mit dem ROSA-Verfahren*. VDI-Berichte 1113; 1994
- [6] Slawinski, T.; Krone, A.; Krause, P.; Kiendl, H.: *The Fuzzy-ROSA Method: A Statically Motivated Fuzzy Approach for Data-Based Generation of Small Interpretable Rule Bases in High-Dimensional Search Spaces*. In Last, M. (Hrsg.); Kandel, A. (Hrsg.); Bunke, H. (Hrsg.): *Data Mining and Computational Intelligence*. Physica-Verlag Heidelberg; 2001.
- [7] Reza, F.M.: *An Introduction to Information Theory*. New York, Dover; 1994
- [8] Gopal, K.K.: *100 Statistical Tests*. SAGE Publications, New Dehli; 1993
- [9] Kohavi, R.: *A Study of Cross-Validation and Bootstrap for Accuracy Estimation and Model Selection*. International Joint Conference on Artificial Intelligence; 1995
- [10] Domingos, P.: *Unifying Instance-Based and Rule-Based Induction*. Kluwer Academic Publishers, Boston; 1996
- [11] Domingos, P.: *A Unified Approach to Concept Learning*. Ph.D., Department of Information and Computer Science, University of California, Irvine; 1997
- [12] Michie, D.; Spiegelhalter, D.J.; Taylor, C.C.: *Machine Learning, Neural and Statistical Classification*. Hemel Hempstead, Great Britain; 1994
- [13] Salzberg, S.L.: *On Comparing Classifiers: A Critique of Current Research and Methods*. Kluwer Academic Publishers, Boston; 1999
- [14] Blake, C.L.; Merz, C.J.: *UCI Repository of machine learning databases*. Department of Information and Computer Science, University of California, Irvine; 1998

Boolesche Algebra und Fuzzy-Operatoren

Ralf Mikut, Lutz Gröll, Jens Jäkel

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH,
Institut für Angewandte Informatik
Postfach 3640, D-76021 Karlsruhe
Tel.: 07247/82-5731, Fax: 07247/82-5702,
E-Mail: mikut@iai.fzk.de

1 Einführung

In der zweiwertigen Aussagenlogik gelten zahlreiche Regeln für Umformungen und Vereinfachungen komplexer logischer Ausdrücke. Diese resultieren aus den Eigenschaften der Booleschen Algebra.

Versuche, diese Regeln auf unscharfe Aussagen mit Zugehörigkeitsgraden zu übertragen, scheitern an der Suche nach Operatoren, die alle Anforderungen an eine Boolesche Algebra erfüllen. Anhand von Widersprüchen in einfachen Aussagen kann sogar nachgewiesen werden, dass solche Operatoren gar nicht existieren können.

Das Problem bei Fuzzy-Operatoren liegt darin, dass sie Abhängigkeiten zwischen den zu verknüpfenden Ausdrücken nicht berücksichtigen. Während solche Zusammenhänge bei scharfen Operationen die Ergebnisse nicht beeinflussen, müssen sie bei unscharfen Operationen als eine Zusatzinformation explizit angegeben werden [1]. Bei Berücksichtigung dieser Zusammenhänge gelingt es in praktisch relevanten Fällen, die Anwendbarkeit der Umformregeln aus der Booleschen Algebra zu garantieren. Hierbei unterscheidet sich der vorgestellte Ansatz von anderen Ansätzen [2, 3] darin, dass Zusatzinformationen aus den beteiligten linguistischen Termen und nicht aus den Fuzzy-Mengen gewonnen werden.

Das Ziel der Arbeit ist es,

- die theoretischen Grundlagen dieses Problems darzustellen (Abschnitt 2),
- neue Fuzzy-Operatoren vorzuschlagen, die unter bestimmten Voraussetzungen das Rechnen wie in einer Booleschen Algebra erlauben (Abschnitt 3) und
- deren Einbindung in Fuzzy-Systeme zu diskutieren (Abschnitt 4).

2 Theoretische Grundlagen

Ein Grundkonzept linguistischer Fuzzy-Systeme ist eine vereinfachte Sprache, die sich aus Termen wie $A := "x=Klein"$ usw. zusammensetzt, die ihrerseits durch UND, ODER, NICHT miteinander verknüpft werden und damit wieder Terme liefern. Durch diese Sprache sollen logische Aussagen vermittelt werden, die sich am menschlichen Denken orientieren. Das gelingt, wenn die Verknüpfungen einer Booleschen Algebra genügen. Über den Termen kann eine Boolesche Algebra aufgebaut werden, die sich wie eine Boolesche Algebra über Mengen verhält (mathematisch gesprochen besteht ein Isomorphismus), weshalb für die weiteren Betrachtungen mit

den Termen wie mit Mengen operiert wird. So meint $A \cup B = C$ einerseits die Vereinigung der Mengen A, B zu C und andererseits sprachlich A ODER B GLEICH C .

Ein zweites Grundkonzept linguistischer Fuzzy-Systeme ist die Fuzzy-Menge (synonym Zugehörigkeitsfunktion) $\mu_A : \mathcal{X} \rightarrow [0, 1]$, die jedem Term A zugeordnet ist und die Werten x aus dem Grundbereich \mathcal{X} einen Zugehörigkeitsgrad zwischen Null und Eins zuweist. Die Fuzzy-Mengen dienen im Gegensatz zur klassischen Bewertung von Aussagen (hier: Terme) durch wahr/falsch oder 0/1 einer graduellen Bewertung. Bei der graduellen Bewertung ist sicherzustellen, dass zwei logisch äquivalente Terme $C, D : C = D$ auch im Sinne der Fuzzy-Mengen gleich sind. Sind die Fuzzy-Mengen μ_A, μ_B, μ_D für die Terme A, B, D bekannt und lässt sich ein Term $C = A \cup B$ logisch äquivalent in den Term D umformen, dann muss $\mu_C(x) = \mu_{A \cup B}(x) \equiv \mu_D(x)$ gelten.

Die Aufgabenstellung bei der Suche nach geeigneten Operatoren für die Verknüpfung von Fuzzy-Mengen besteht darin, alle Rechenregeln der Aussagenlogik für die Zugehörigkeitswerte Null und Eins einzuhalten und für alle Zwischenwerte vernünftige Annahmen zu treffen. Dabei wird meist auf die aus der Mathematik bekannten Definitionen der T-Norm als Basis für die Fuzzy-UND-Verknüpfung und auf die T-Konorm als Basis für die Fuzzy-ODER-Verknüpfung zurückgegriffen [4]. Allerdings werden damit die oben genannten Forderungen zu logisch äquivalenten Umformungen nicht erfüllt [5]. Das soll hier nochmals beispielhaft gezeigt werden, wobei zuvor an einige Definitionen erinnert sei.

Definition 1 (Boolesche Algebra) Eine algebraische Struktur \mathfrak{B} , die auf einer Menge \mathcal{M} definiert ist, drei Operationen $\boxplus, \boxminus, \overline{(\cdot)}$ umfasst und zwei spezielle Elemente o, e enthält ($\mathfrak{B} = \{\mathcal{M}; \boxplus, \boxminus, \overline{(\cdot)}; e, o\}$), heißt Boolesche Algebra, wenn für alle Elemente $u, v, w \in \mathcal{M}$ gilt [6]:

$$u \boxplus v = v \boxplus u, u \boxminus v = v \boxminus u \quad \text{Kommutativgesetze} \quad (1)$$

$$u \boxplus (v \boxplus w) = (u \boxplus v) \boxplus w, \quad u \boxminus (v \boxminus w) = (u \boxminus v) \boxminus w \quad \text{Assoziativgesetze} \quad (2)$$

$$u \boxplus (u \boxminus v) = u, u \boxminus (u \boxplus v) = u \quad \text{Absorptionsgesetze} \quad (3)$$

$$u \boxplus (v \boxminus w) = (u \boxplus v) \boxminus (u \boxplus w), \quad u \boxminus (v \boxplus w) = (u \boxminus v) \boxplus (u \boxminus w) \quad \text{Distributivgesetze} \quad (4)$$

$$u \boxplus o = u, u \boxminus e = u \quad \text{Neutralitätsgesetze} \quad (5)$$

$$u \boxplus \bar{u} = e, u \boxminus \bar{u} = o. \quad \text{Komplementaritätsgesetze.} \quad (6)$$

Hieraus leiten sich weitere Eigenschaften ab:

$$u \boxplus e = e, u \boxminus o = o \quad \text{Dominanzgesetze} \quad (7)$$

$$\overline{\bar{u}} = u \quad \text{Negation der Negation} \quad (8)$$

$$u \boxplus u = u, \quad u \boxminus u = u \quad \text{Idempotenz} \quad (9)$$

$$\overline{u \boxplus v} = \bar{u} \boxminus \bar{v}, \quad \overline{u \boxminus v} = \bar{u} \boxplus \bar{v}. \quad \text{De Morgansche Gesetze.} \quad (10)$$

Definition 2 (T-Norm) Eine Abbildung $T : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ bzw. $(u, v) \mapsto u \cap_T v$ heißt T-Norm, wenn für alle $u, v, w \in [0, 1]$ das Neutralitätsgesetz mit $e = 1$, das Dominanzgesetz mit $o = 0$, das Assoziativgesetz, das Kommutativgesetz und die Monotonie $u \leq v \Rightarrow T(u, w) \leq T(v, w)$ gelten.

Definition 3 (T-Konorm) Eine Abbildung $S : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ bzw. $(u, v) \mapsto u \cup_T v$ heißt T-Konorm, wenn für alle $u, v, w \in [0, 1]$ das Neutralitätsgesetz mit $o = 0$, das Dominanzgesetz mit $e = 1$, das Assoziativgesetz, das Kommutativgesetz und die Monotonie $u \leq v \Rightarrow S(u, w) \leq S(v, w)$ gelten.

Definition 4 (Negation) Eine Abbildung $N : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, für die $N(0) = 1$, $N(1) = 0$ gilt und die $u \leq v \Rightarrow N(u) \geq N(v)$ für alle $u, v \in [0, 1]$ erfüllt, heißt Negation. Die Abbildung $N(u) = 1 - u$ heißt Standardnegation.

Eine T-Norm und eine T-Konorm bilden ein zusammengehöriges Verknüpfungspaar, wenn sie zusammen mit einer Negation die De Morganschen Gesetze einhalten. Die gebräuchlichsten Paare (T-Norm/T-Konorm) sind Minimum/Maximum (Min/Max), Produkt/Algebraische Summe (Prod/ASum), Beschränkte Differenz/Beschränkte Summe (BDif/BSum) sowie Drastisches Produkt/Drastische Summe (DProd/DSum):¹

$$u \cap_m v \stackrel{\text{def}}{=} \min\{u, v\} \qquad u \cup_m v \stackrel{\text{def}}{=} \max\{u, v\} \qquad (11)$$

$$u \cap_a v \stackrel{\text{def}}{=} uv \qquad u \cup_a v \stackrel{\text{def}}{=} u + v - uv \qquad (12)$$

$$u \cap_b v \stackrel{\text{def}}{=} \max\{0, u + v - 1\} \qquad u \cup_b v \stackrel{\text{def}}{=} \min\{1, u + v\} \qquad (13)$$

$$u \cap_d v \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} uv, & (1-u)(1-v) = 0 \\ 0, & (1-u)(1-v) \neq 0 \end{cases} \qquad u \cup_d v \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} u + v, & uv = 0 \\ 1, & uv \neq 0. \end{cases} \qquad (14)$$

Der naheliegende Versuch, eine T-Norm (\boxtimes), eine T-Konorm (\boxplus) und die Standardnegation ($\bar{\cdot}$) auf der Menge $\mathcal{M} = [0, 1]$ für $u = \mu_A(x_1), v = \mu_B(x_2)$ mit den neutralen Elementen 0 (o) und 1 (e) als Operationen einer Booleschen Algebra zu benutzen, scheitert daran, dass alle Operatorenpaare zumindest eine der Eigenschaften (1-6) einer Booleschen Algebra verletzen (Tabelle 1).

	Min/ Max	Prod/ ASum	BDif/ BSum	DProd/ DSum
Kommutativgesetze (1)	x	x	x	x
Assoziativgesetze (2)	x	x	x	x
Absorptionsgesetze (3)	x			
Distributivgesetze (4)	x			
Neutralitätsgesetze (5)	x	x	x	x
Komplementaritätsgesetze (6)			x	
Dominanzgesetze (7)	x	x	x	x
Idempotenz (9)	x			
De Morgansche Gesetze (10)	x	x	x	x

Tabelle 1: Erfüllung der Eigenschaften der Booleschen Algebra für Operatorenpaare bei Verwendung der Standardnegation

¹In der Praxis kommt anstelle einer T-Konorm auch die gewöhnliche Summe $\cup_s(u, v) \stackrel{\text{def}}{=} u + v$ zum Einsatz, die aber an der Verknüpfung mit dem neutralen Element Eins scheitert.

Zudem kann sogar gezeigt werden, dass kein Operatorenpaar der Booleschen Algebra existieren kann, das alle Forderungen für Werte zwischen Null und Eins erfüllt:

Beispiel: Angenommen, ein \boxplus erfüllt die Idempotenz $\mu_A(x) \boxplus \mu_A(x) = \mu_A(x)$, dann gilt für $\mu_A(x) = 0.5$ die Beziehung $0.5 \boxplus 0.5 = 0.5$. Bezeichne nun $\mu_{BEL}(x) \equiv 1$ das neutrale Element e , dann lautet das Komplementaritätsgesetz $\mu_A(x) \boxplus \mu_{\bar{A}}(x) = \mu_{BEL}(x)$. Mit der Standardnegation ist $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) = 0.5$, so dass das Komplementaritätsgesetz auf $0.5 \boxplus 0.5 = 1$ führt. Da die Idempotenz aus den Axiomen der Booleschen Algebra folgt und das Komplementaritätsgesetz zu den Axiomen gehört, ergibt sich ein Widerspruch.

Viele praktische Beispiele, bei denen Schwierigkeiten mit Fuzzy-Systemen auftreten (z. B. fragwürdige Interpolationseigenschaften bei Minimum/Maximum-Verknüpfungen [7], Probleme beim Hinzufügen neuer Regeln [8] oder beim Verknüpfungen von abgeleiteten Termen (Bild 1) [9]), lassen sich auf die Verletzung der oben genannten Eigenschaften der Booleschen Algebra zurückführen.

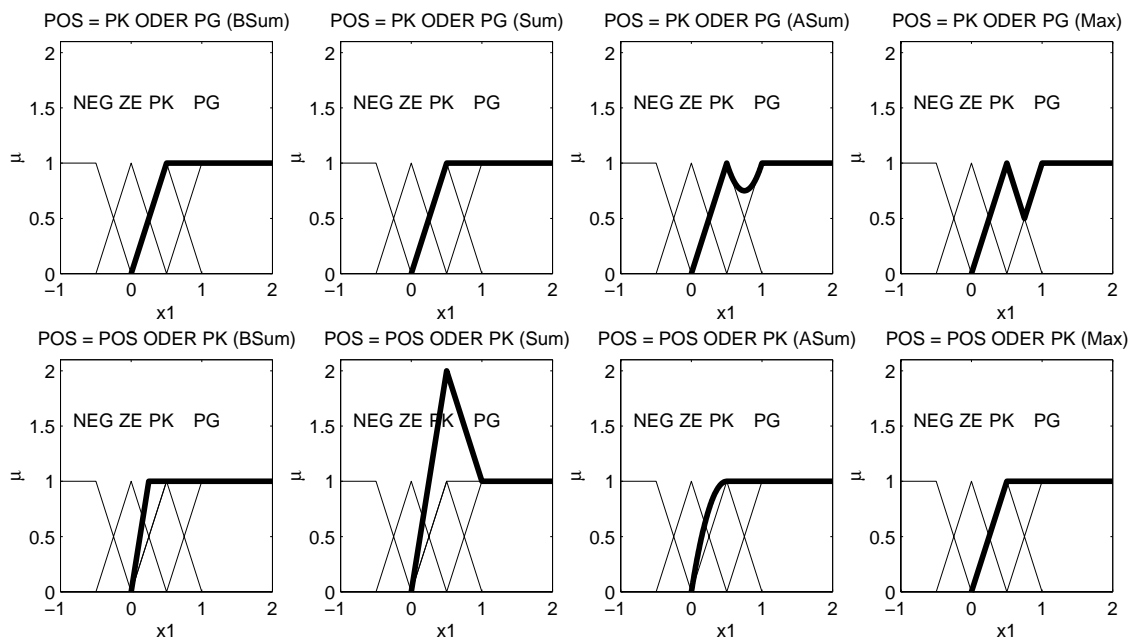


Bild 1: Beispiele für die Verletzung der logischen Äquivalenz bei der ODER-Verknüpfung von Fuzzy-Mengen mit verschiedenen Operatoren für $x = \text{POS} = \text{PK ODER PG}$ (oben) sowie $x = \text{POS ODER PK}$ (unten) mit den Bezeichnungen *Negativ* (NEG), *Positiv* (POS), *Positiv Klein* (PK) und *Positiv Groß* (PG). Bei den unteren Teilbildern wurde mit der Fuzzy-Menge für POS entsprechend des oberen linken Teilbilds gearbeitet.

3 Modifizierte Fuzzy-Operatoren

Die Ursache für diese Probleme besteht darin, dass ein formales Anwenden einer T-Norm und einer T-Konorm

$$\mu_{A \cap B}(x_1, x_2) = \mu_A(x_1) \cap_T \mu_B(x_2) \quad (15)$$

$$\mu_{A \cup B}(x_1, x_2) = \mu_A(x_1) \cup_T \mu_B(x_2) \quad (16)$$

die Zusammenhänge zwischen den zu verknüpfenden Termen A, B nicht berücksichtigt und die Annahme von unabhängigen Variablen x_1 und x_2 nahe legt. Solche Zusammenhänge² sind z. B.

- eine Teilmengenbeziehung zwischen A und B ,
- die Orthogonalität [10], die dann gegeben ist, wenn A und B auf disjunkten (u. U. mehrdimensionalen) Grundbereichen $\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2$ definiert sind (also $\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2$ keine gemeinsamen skalaren Variablen, z. B. z besitzen) sowie
- die statistischen und/oder funktionalen Abhängigkeiten bzw. Unabhängigkeit der Variablen x_1, x_2 .

Die Verwendung eines gemeinsamen, meist mehrdimensionalen Grundbereichs für alle Terme über $x \in \mathcal{X}$ mit $\mathcal{X} := \mathcal{X}_1 \times \mathcal{X}_2$ ermöglicht eine detaillierte Analyse. Die gesuchten Zusammenhänge können durch so genannte bedingte Fuzzy-Mengen $\mu_{A|B}(x), \mu_{B|A}(x)$ formalisiert werden [11]. Mit ihrer Hilfe ergeben sich für die UND- bzw. ODER-Verknüpfungen von Fuzzy-Mengen folgende zweckmäßigen Definitionen:

$$\mu_{A \cap B}(x) \stackrel{\text{def}}{=} \mu_{A|B}(x) \mu_B(x) = \mu_{B|A}(x) \mu_A(x) \quad (17)$$

$$\mu_{A \cup B}(x) \stackrel{\text{def}}{=} \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_{A \cap B}(x). \quad (18)$$

Die verbleibenden Freiheitsgrade für die Operatoren liegen in der Festlegung von $\mu_{A|B}(x)$ bzw. $\mu_{B|A}(x)$. Eine Möglichkeit unter Berücksichtigung der oben genannten Zusammenhängen lautet:

$$\mu_{A|B}(x) = \begin{cases} 1 & A \cap B = B \\ \mu_A(x) & A \cap B \neq \{A, B, \emptyset\}; A, B \text{ orthogonal und unabhängig} \\ 0 & A \cap B = \emptyset \\ 0 \dots 1 & \text{sonst} \end{cases} \quad (19)$$

und entsprechend

$$\mu_{B|A}(x) = \begin{cases} 1 & A \cap B = A \\ \mu_B(x) & A \cap B \neq \{A, B, \emptyset\}; A, B \text{ orthogonal und unabhängig} \\ 0 & A \cap B = \emptyset \\ 0 \dots 1 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (20)$$

Die daraus resultierenden drei auflösbaren Fälle (Tabelle 2) lassen sich als positiver (Fall I), fehlender (Fall II) oder negativer (Fall III) Zusammenhang interpretieren. Aus bestimmten Teilmengenbeziehungen $A \cap B = \{A, B, \emptyset\}$ kann darauf geschlossen werden, dass gleiche Variablen verwendet werden und somit Orthogonalität ausgeschlossen ist. Problematisch sind Fall IV und Zusammenhänge mit abhängigen Größen.

²Entsprechende Zusammenhänge finden sich in der Wahrscheinlichkeitstheorie. Wenn die Wahrscheinlichkeit zusammengesetzter Ereignisse (z. B. $p(A \cup B)$) aus der Wahrscheinlichkeit von Elementarereignissen ($p(A), p(B)$) bestimmt wird, müssen hierbei die Zusammenhänge der Elementarereignisse berücksichtigt werden. Beispielsweise ist bei einem Würfel bei der ODER-Verknüpfung der Ereignisse A : 'Zahl kleiner 4' ($p = \frac{1}{2}$) mit B : 'Zahl kleiner 3' ($p = \frac{1}{3}$) zu berücksichtigen, dass B eine Teilmenge von A ist und somit auch $p(A \cup B) = \frac{1}{2}$ gilt.

	A, B nicht orthogonal	A, B orthogonal
$A \cap B = A$ bzw. $A \cap B = B$	Fall I	existiert nicht
$A \cap B \neq \{A, B, \emptyset\}$	Fall IV	Fall II
$A \cap B = \emptyset$	Fall III	existiert nicht

Tabelle 2: Verknüpfung bei unabhängigen Variablen x_l

Das Einsetzen von (19-20) in (17-18) liefert nun für die drei Fälle unterschiedliche Operatorenpaare:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \begin{cases} \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} & \text{Fall I: Minimum} \\ \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) & \text{Fall II: Produkt} \\ 0 & \text{Fall III: Beschränkte Differenz} \end{cases} \quad (21)$$

$$\mu_{A \cup B}(x) = \begin{cases} \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} & \text{Fall I: Maximum} \\ \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) & \text{Fall II: Algebraische Summe} \\ \mu_A(x) + \mu_B(x) & \text{Fall III: Beschränkte Summe.} \end{cases} \quad (22)$$

Minimum und Maximum im Fall I ergeben sich aus der Fallunterscheidung $\mu_{A|B}(x) = 1$ ($A \cap B = B$) (19) bzw. $\mu_{B|A}(x) = 1$ ($A \cap B = A$) (20). Die Operatoren für Fall III gehen dann in das Operatorenpaar Beschränkte Summe/Beschränkte Differenz über, wenn durch entsprechende Definition der Zugehörigkeitsfunktionen aus $A \cap B = \emptyset$ die Beschränkung $\mu_A(x) + \mu_B(x) \leq 1$ folgt.

Die Operatoren für Fall I-III aus (21) lassen sich in Franks parametrische Familie von T-Normen [12] einordnen:

$$t_f(u, v) = \begin{cases} \min\{u, v\} & f = 0 \\ uv & f = 1 \\ \max\{0, u + v - 1\} & f = \infty \\ \log_f\left(1 + \frac{(f^u - 1)(f^v - 1)}{f - 1}\right) & \text{sonst,} \end{cases} \quad (23)$$

wobei (18) nur für T-Normen aus dieser Familie gilt.

Alle Operatoren werden nun fallspezifisch ($u = \mu_A(x), v = \mu_B(x), w = \mu_C(x)$) für die Umformregeln der Booleschen Algebra eingesetzt, wobei die paarweisen Beziehungen zwischen A, B, C auf die oben genannten Fälle zurückführbar sein müssen.

Beispiel: Bild 2 zeigt die typische Vorgehensweise mit den Termen $P_1 - P_4$. Zunächst wird aus den Variablen x_1 und x_2 ein gemeinsamer zweidimensionaler Grundbereich $x \in \mathcal{X} = \mathcal{X}_1 \times \mathcal{X}_2$ gebildet. P_4 ist Teilmenge von P_1 sowie Teilmenge von P_2 . P_1 und P_2 sind orthogonal, während alle anderen Kombinationen nicht orthogonal sind. Über die Abhängigkeit der beiden Variablen x_1, x_2 lässt sich anhand dieses Bildes nichts aussagen. Bei Annahme von Unabhängigkeit resultiert:

- Fall I: $\{P_1, P_4\}, \{P_2, P_4\}$
z. B. $\{P_1, P_4\}$ mit $\mu_{P_1|P_4}(x) = 1, \mu_{P_1 \cap P_4}(x) = \mu_{P_4}(x), \mu_{P_1 \cup P_4}(x) = \mu_{P_1}(x)$;

- Fall II: $\{P_1, P_2\}$
mit $\mu_{P_1|P_2}(x) = \mu_{P_1}(x)$, $\mu_{P_2|P_1}(x) = \mu_{P_2}(x)$, $\mu_{P_1 \cap P_2}(x) = \mu_{P_1}(x) \cdot \mu_{P_2}(x)$,
 $\mu_{P_1 \cup P_2}(x) = \mu_{P_1}(x) + \mu_{P_2}(x) - \mu_{P_1}(x) \cdot \mu_{P_2}(x)$
- Fall III: $\{P_1, P_3\}, \{P_2, P_3\}, \{P_3, P_4\}$
z. B. $\{P_1, P_3\}$ mit $\mu_{P_1|P_3}(x) = 0$, $\mu_{P_1 \cap P_3}(x) = 0$, $\mu_{P_1 \cup P_3}(x) = \mu_{P_1}(x) + \mu_{P_3}(x)$.

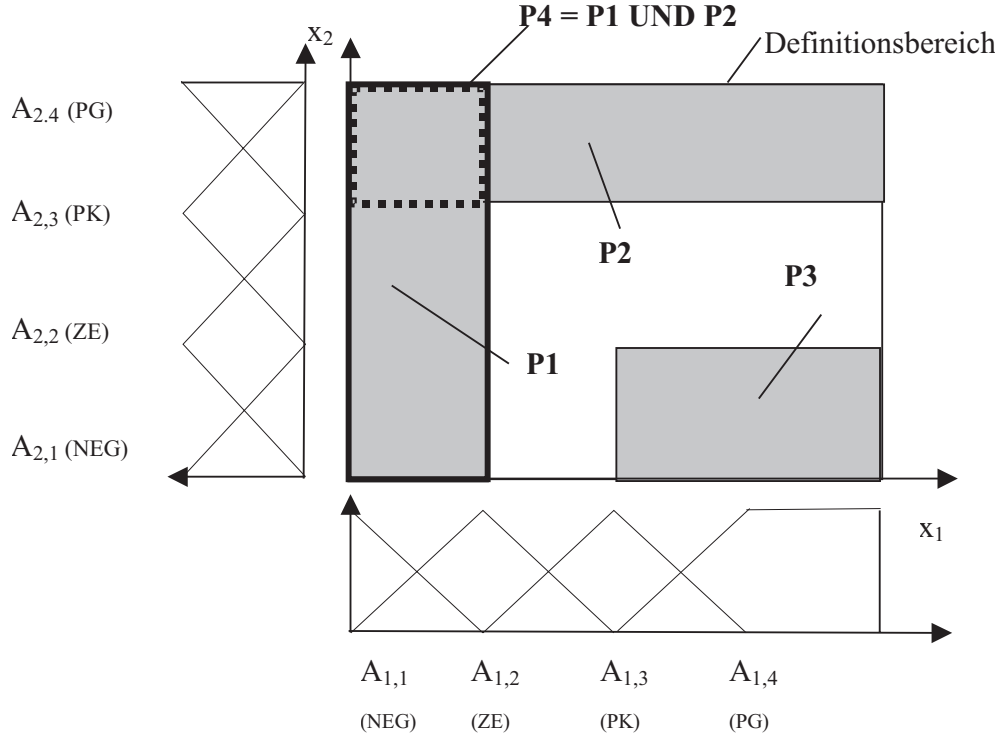


Bild 2: Teilmengenbeziehungen und Orthogonalität für verschiedene Terme ($\mu_{P_1}(x_1, x_2) = \mu_{A_{1,1}}(x_1)$, $\mu_{P_2}(x_1, x_2) = \mu_{A_{2,4}}(x_2)$, $\mu_{P_3}(x_1, x_2) = \mu_{A_{1,4}}(x_1) \cap \mu_{A_{2,1}}(x_2)$, $\mu_{P_4}(x_1, x_2) = \mu_{A_{1,1}}(x_1) \cap \mu_{A_{2,4}}(x_2)$) (grau: Support der jeweiligen Fuzzy-Mengen)

Zwar ergibt sich so keine Boolesche Algebra, weil die Wahl der Operatoren von zusätzlichen Informationen über die zu verknüpfenden Terme und Variablen abhängt und nur für die genannten Fälle definiert ist, allerdings können so alle Umformregeln verwendet werden, ohne auf Widersprüche zu führen.

Beispiel: Angenommen, ein \boxplus erfüllt die Idempotenz $\mu_A(x) \boxplus \mu_A(x) = \mu_A(x)$. Dann gilt wegen der Teilmengenbeziehung für die Terme ($A \cap A = A$) Fall I und somit für $\mu_A(x) = 0.5$ die Beziehung $0.5 \boxplus 0.5 = 0.5 \cup_m 0.5 = 0.5$. Mit dem neutralen Element $e = \mu_{BEL}(x)$ und der Standardnegation gilt im Komplementaritätsgesetz $\mu_A(x) \boxplus \mu_{\bar{A}}(x) = \mu_{BEL}(x)$. Wegen $A \cup \bar{A} = \emptyset$ ist Fall III mit $0.5 \boxplus 0.5 = 0.5 \cup_b 0.5 = 1$ gegeben, was der zuvor abgeleiteten Beziehung nicht widerspricht.

Die Erfüllung der Kommutativ-, Assoziativ- und Neutralitätsgesetze resultiert daraus, dass nur zwischen Operatoren umgeschaltet wird, die diese Gesetze jeweils erfüllen. Bei den Komplementaritätsgesetzen liegt jeweils Fall III vor, somit gilt für alle x

$$\min\{1, \mu_A(x) + (1 - \mu_A(x))\} = 1 \quad \text{und} \quad \max\{0, \mu_A(x) + (1 - \mu_A(x)) - 1\} = 0. \quad (24)$$

Bei den Distributiv- und Absorptionsgesetzen kann der Nachweis über die möglichen Fallunterscheidungen erbracht werden.

Das Ziel des folgenden Abschnittes besteht nun darin, ein Fuzzy-System zu entwerfen, das mit den Fällen I-III auskommt, um so konsistente Verknüpfungsoperatoren zu erhalten.

4 Einsatz in Fuzzy-Systemen

4.1 Notwendige Voraussetzungen

Üblicherweise werden für jede Eingangsgröße eines Fuzzy-Systems $x_l, l = 1, \dots, s$, (linguistische) Terme $x_l = A_{l,i}, i = 1, \dots, m_l$, eingeführt, die für Situationseinschätzungen wie *groß*, *klein* usw. stehen.³ Entsprechend werden für die Ausgangsgröße y eines Fuzzy-Systems linguistische Terme $y = B_i, i = 1, \dots, m_y$ vereinbart.

Im Folgenden wird von der Unabhängigkeit der Eingangsgrößen x_l des Fuzzy-Systems ausgegangen. Diese Forderung ist zwar in der Praxis nicht vollständig erfüllt, aber bei einer geeigneten Wahl der Eingangsgrößen eine zulässige Annahme.

Eine Fuzzy-Regelbasis ist durch r Regeln vom Typ

$$\begin{array}{ll} R_1 : & \text{WENN } P_1 \qquad \qquad \qquad \text{DANN } y = B_{R1} \\ \dots & \\ R_r : & \text{WENN } P_r \qquad \qquad \qquad \text{DANN } y = B_{Rr} \end{array}$$

gegeben. Die Prämisse P_k der k -ten Regel ist ein (zusammengesetzter) Term, der aus der UND-Verknüpfung von Teilprämissen für die linguistischen Variablen entsteht:

$$P_k = (x_1 = A_{1,Rk}) \cap \dots \cap (x_s = A_{s,Rk}).$$

Diese Teilprämissen $A_{l,Rk}$ sind ebenfalls Terme und bezeichnen dabei eine ODER-Verknüpfung von linguistischen Termen des l -ten Merkmals, die für die k -te Regel gilt. Diese ODER-Verknüpfung in $A_{l,Rk}$ kann entweder

- nur aus einem linguistischen Term $A_{l,k}$ bestehen,
- mehrere linguistische Terme $A_{l,k} \cup A_{l,p} \dots$ oder
- alle linguistische Terme des Merkmals $A_{l,1} \cup A_{l,2} \dots \cup A_{l,m_l}$

umfassen. Mit der so vorgegebenen Struktur sind alle Teilprämissen einer Regel zueinander orthogonal. Bei den linguistischen Termen wird fortan zwischen *Primärtermen* und *abgeleiteten* Termen entsprechend der folgenden Definitionen unterscheiden.

Definition 5 (Primärterm) Ein Term $A_{l,i}$ für eine skalare Variable x_l , der sich nicht als Disjunktion von zwei nicht leeren, verschiedenen Termen $A_{l,j}, A_{l,k}$ für dasselbe x_l darstellen lässt ($\nexists A_{l,j}, A_{l,k} \neq \emptyset, A_{l,j} \neq A_{l,k} : A_{l,i} = A_{l,j} \cup A_{l,k}$), heißt Primärterm der Variablen x_l . Ein Term A_i für eine vektorielle Variable $x = (x_1, \dots, x_s)^T$ heißt Primärterm, wenn er eine Konjunktion von genau einem Primärterm A_{l,i_l} für jede Variable $x_l, l = 1, \dots, s$ ist, d. h. $A_i = \bigcap_{l=1}^s A_{l,i_l}$.

³Zur Vereinfachung der Schreibweise wird im Folgenden auch $A_{l,i}$ statt $x_l = A_{l,i}$ verwendet.

Für die Fuzzy-Mengen der Primärterme für eine skalare Variable gelte:

- Sie sind konvex ($\mu(u) \geq \min\{\mu(v), \mu(w)\}$ für alle u, v, w mit $v \leq u \leq w$) und normal ($\mu(x_l) = 1$ für mindestens ein x_l).
- Die Fuzzy-Mengen der Primärterme für x_l decken den Grundbereich \mathcal{X}_l vollständig ab, d.h. sie bilden eine Standard-Fuzzy-Partition:

$$\forall x_l \in \mathcal{X}_l : \sum_{i=1}^{m_l} \mu_{A_{l,i}}(x_l) = 1. \quad (25)$$

Wegen der Orthogonalität der Primärterme A_{l,i_l} der skalaren Variablen x_l , $l = 1, \dots, s$, ergeben sich die Fuzzy-Mengen der Primärterme A_i für die vektorielle Variable $x = (x_1, \dots, x_s)^T$ als Produkt der Fuzzy-Mengen der in der Konjunktion auftretenden Terme:

$$\mu_{A_i}(x) = \mu_{A_{1,i_1} \cap \dots \cap A_{s,i_s}}(x) = \prod_{l=1}^s \mu_{A_{l,i_l}}(x_l). \quad (26)$$

Die Fuzzy-Mengen der Primärterme der vektoriellen Variablen x bilden auf $\mathcal{X} = \mathcal{X}_1 \times \dots \times \mathcal{X}_s$ ebenfalls eine Fuzzy-Standard-Partition (für einen Beweis siehe z. B. [13]). Die Primärterme für die s -dimensionale Variable x bilden die Basis für alle folgenden Betrachtungen.

Definition 6 (abgeleiteter Term) Ein Term für eine skalare bzw. vektorielle Variable x heißt abgeleiteter Term, wenn er sich als Disjunktion von mindestens zwei verschiedenen Primärtermen für x ausdrücken lässt.

Abgeleitete Terme ermöglichen eine kompaktere Beschreibung von Zusammenhängen. Ein Beispiel für einen abgeleiteten Term ist die ODER-Verknüpfung von zwei Primärtermen *Positiv Klein* (PK) und *Positiv Groß* (PG) zum abgeleiteten Term *Positiv* (POS) (vgl. Bild 1).

Die Vereinigung aller Primärterme einer linguistischen Variablen ergibt den speziellen abgeleiteten Term *Beliebig*:

$$A_{l,BEL} = \bigcup_{i=1}^{m_l} A_{l,i} \text{ mit } \forall x_l \in \mathcal{X}_l : \mu_{A_{l,BEL}}(x_l) = \sum_{i=1}^{m_l} \mu_{A_{l,i}}(x_l) = 1. \quad (27)$$

Seine Verwendung in einer Regelprämisse kennzeichnet, dass die bezeichnete Eingangsgröße nicht näher spezifiziert wird. Damit kann die Eingangsgröße ohne Einfluss auf den Wahrheitswert der Prämisse jeden beliebigen (scharfen) Wert annehmen.

4.2 Modifizierte Operatoren - Realisierung

Jede Verknüpfung von mehreren Termen P_j für s linguistische Variable kann somit nur noch aus einer beliebigen Verknüpfung von Primärtermen mit UND-, ODER- bzw. NICHT-Operatoren bestehen. Bei der Verwendung von abgeleiteten Termen dienen diese als abkürzende Schreibweise für eine Verknüpfung von Primärtermen.

Die Zugehörigkeitsfunktion μ_{P_j} hängt von allen Eingangsgrößen ab $\mu_{P_j}(x_1, \dots, x_s)$, was nachfolgend zur Abkürzung der Schreibweise nicht explizit angegeben wird.

Eine Indikatorfunktion Φ zeigt an, ob ein s -dimensionaler Primärterm A_i eine Teilmenge von P_j ist:

$$\Phi_{P_j}(A_i) = \Phi_{P_j} \left(\bigcap_{l=1}^s A_{l,i_l} \right) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } A_i = \bigcap_{l=1}^s A_{l,i_l} \subseteq P_j \\ 0 & \text{wenn } A_i = \bigcap_{l=1}^s A_{l,i_l} \not\subseteq P_j. \end{cases} \quad (28)$$

Für zwei Terme gilt der UND-Operator:

$$\mu_{P_1 \cap P_2} = \sum_{i_1=1}^{m_1} \cdots \sum_{i_s=1}^{m_s} \left[\left(\prod_{l=1}^s \mu_{A_{l,i_l}}(x_l) \right) \cdot \Phi_{P_1} \left(\bigcap_{l=1}^s A_{l,i_l} \right) \cdot \Phi_{P_2} \left(\bigcap_{l=1}^s A_{l,i_l} \right) \right]. \quad (29)$$

Die Verallgemeinerung auf q Terme liefert:

$$\mu_{P_1 \cap P_2 \cap \dots \cap P_q} = \sum_{i_1=1}^{m_1} \cdots \sum_{i_s=1}^{m_s} \left[\left(\prod_{l=1}^s \mu_{A_{l,i_l}}(x_l) \right) \cdot \prod_{j=1}^q \Phi_{P_j} \left(\bigcap_{l=1}^s A_{l,i_l} \right) \right]. \quad (30)$$

Der ODER-Operator baut entsprechend (18) auf dem UND-Operator auf. Im Spezialfall mit zwei Termen liegt dann lokal Fall I vor, wenn mindestens ein s -dimensionaler Primärterm in beiden Termen enthalten ist. Zwei benachbarte Primärterme einer linguistischen Variablen mit sich überlappenden Zugehörigkeitsfunktionen entsprechen Fall III.

Für q Terme gilt

$$\mu_{P_1 \cup P_2 \cup \dots \cup P_q} = \sum_{j=1}^q (-1)^{j+1} \cdot \left(\sum_{i_1=1}^{q-j+1} \sum_{i_2=i_1+1}^{q-j+2} \cdots \sum_{i_j=i_{j-1}+1}^q \mu_{P_{i_1} \cap P_{i_2} \cap \dots \cap P_{i_j}} \right). \quad (31)$$

Somit können nun beliebig komplizierte Terme P_j miteinander verknüpft werden. Die Vorgehensweise und die Konsequenzen für die resultierenden Fuzzy-Operatoren sollen an einigen Beispielen gezeigt werden.

4.3 Verknüpfungen von zwei Termen für eine linguistische Variable

Bei der Verknüpfung von zwei Termen für eine linguistische Variable x_l ist die UND-Verknüpfung durch

$$\mu_{P_1 \cap P_2} = \sum_{i_l=1}^{m_l} \mu_{A_{l,i_l}}(x_l) \cdot \Phi_{P_1}(A_{l,i_l}) \cdot \Phi_{P_2}(A_{l,i_l}) \quad (32)$$

gegeben. Für die UND-Verknüpfung der Terme $P_1 : x_1 = \text{PK}$ ($P_1 : x_1 = A_{1,3}$) und $P_2 : x_1 = \text{PG}$ ($P_2 : A_{1,4}$) folgt beispielhaft

$$\begin{aligned} \mu_{P_1 \cap P_2} &= \mu_{A_{1,1}}(x_1) \cdot 0 \cdot 0 + \mu_{A_{1,2}}(x_1) \cdot 0 \cdot 0 + \mu_{A_{1,3}}(x_1) \cdot 1 \cdot 0 + \mu_{A_{1,4}}(x_1) \cdot 0 \cdot 1 \\ &= 0. \end{aligned} \quad (33)$$

Der Term P_1 enthält dabei den dritten und P_2 den vierten Primärterm, weswegen die Φ jeweils den Wert Eins annehmen. Die UND-Verknüpfung entspricht wegen Fall III ($\mu_{P_1 \cap P_2} = 0$) der Beschränkten Differenz. Mit dem Ergebnis der UND-Verknüpfung kann jetzt auch die ODER-Verknüpfung (18) berechnet werden (vgl. Bild 1, oben), die dem (Beschränkten) Summenoperator äquivalent ist:

$$\mu_{P_1 \cup P_2} = \mu_{A_{1,3}}(x_1) + \mu_{A_{1,4}}(x_1). \quad (34)$$

Der im Ergebnis von (34) entstandene Term wird nun mit $P_1 : x_1 = \text{PK ODER PG}$ ($P_1 : x_1 = A_{1,3} \cup A_{1,4}$) bezeichnet und im nächsten Schritt mit dem Term $P_2 : x_1 = \text{ZE ODER PK}$ ($P_2 : x_1 = A_{1,2} \cup A_{1,3}$) UND-verknüpft. P_1 enthält somit den dritten und vierten Primärterm, P_2 den zweiten und vierten, wodurch die jeweiligen Φ den Wert Eins annehmen. Hier liegt lokal Fall I vor, weil der dritte Primärterm in beiden Termen enthalten ist. Somit gilt

$$\begin{aligned} \mu_{P_1 \cap P_2} &= \sum_{i_1=1}^4 \mu_{A_{1,i_1}}(x_1) \cdot \Phi_{P_1}(A_{1,i_1}) \cdot \Phi_{P_2}(A_{1,i_1}) \\ &= \mu_{A_{1,1}}(x_1) \cdot 0 \cdot 0 + \mu_{A_{1,2}}(x_1) \cdot 0 \cdot 1 + \mu_{A_{1,3}}(x_1) \cdot 1 \cdot 1 + \mu_{A_{1,4}}(x_1) \cdot 1 \cdot 0 \\ &= \mu_{A_{1,3}}(x_1). \end{aligned} \quad (35)$$

Die UND-Verknüpfung entspricht somit einem Minimumoperator. Die ODER-Verknüpfung (18) ergibt

$$\begin{aligned} \mu_{P_1 \cup P_2} &= \mu_{A_{1,3}}(x_1) + \mu_{A_{1,4}}(x_1) + \mu_{A_{1,2}}(x_1) + \mu_{A_{1,3}}(x_1) - \mu_{A_{1,3}}(x_1) \\ &= \mu_{A_{1,2}}(x_1) + \mu_{A_{1,3}}(x_1) + \mu_{A_{1,4}}(x_1), \end{aligned} \quad (36)$$

was äquivalent zum Einsatz des Maximumoperators bei der Verknüpfung von P_1 und P_2 ist.

4.4 Verknüpfungen von zwei Termen für zwei linguistische Variable

Für das Beispiel wird zusätzlich die zweite linguistische Variable x_2 mit $m_2 = 4$ linguistischen Termen NEG ($A_{2,1}$), ZE ($A_{2,2}$) und PK ($A_{2,3}$) und PG ($A_{2,4}$) hinzugezogen. Die UND-Verknüpfung der Terme $P_1 : x_1 = (\text{PK ODER PG})$ ($P_1 : x_1 = A_{1,3} \cup A_{1,4}$) aus (34) sowie $P_2 : x_2 = \text{PG}$ ($P_2 : x_2 = A_{2,4}$) soll ermittelt werden.

P_1 enthält somit den dritten und vierten Primärterm (von $m_1 = 4$) der ersten und P_2 den zweiten Primärterm (von $m_2 = 4$) der zweiten linguistischen Variablen. Den Schlüssel für das Verständnis der UND-Operation liefert die Erweiterung beider Terme mit dem Term *Beliebig* für die jeweils nicht spezifizierte Variable. Damit ist

$$\begin{aligned} P_1 : \quad & x_1 = (\text{PK ODER PG}) \\ & \equiv (x_1 = \text{PK ODER PG}) \text{ UND } (x_2 = \text{BEL}) \\ & \equiv (x_1 = \text{PK ODER PG}) \text{ UND } (x_2 = \text{NEG ODER ZE ODER PK ODER PG}) \\ P_1 : \quad & x_1 = (A_{1,3} \cup A_{1,4}) \\ & \equiv (x_1 = A_{1,3} \cup A_{1,4}) \cap (x_2 = A_{2,1} \cup A_{2,2} \cup A_{2,3} \cup A_{2,4}) \end{aligned}$$

sowie

$$\begin{aligned}
P_2 : (x_2 = \text{PG}) &\equiv (x_1 = \text{BEL}) \text{ UND } (x_2 = \text{PG}) \\
&\equiv (x_1 = \text{NEG ODER ZE ODER PK ODER PG}) \text{ UND } (x_2 = \text{PG}) \\
P_2 : (x_2 = A_{2,4}) &\equiv (x_1 = A_{1,1} \cup A_{1,2} \cup A_{1,3} \cup A_{1,4}) \cap (x_2 = A_{2,4}).
\end{aligned}$$

Also gilt

$$\begin{aligned}
\mu_{P_1 \cap P_2} &= \sum_{i_1=1}^4 \sum_{i_2=1}^4 (\mu_{A_{1,i_1}}(x_1) \cdot \mu_{A_{2,i_2}}(x_2)) \cdot \Phi_{P_1}(A_{1,i_1} \cap A_{2,i_2}) \cdot \Phi_{P_2}(A_{1,i_1} \cap A_{2,i_2}) \\
&= \mu_{A_{1,1}}(x_1) \cdot \mu_{A_{2,1}}(x_2) \cdot 0 \cdot 0 + \mu_{A_{1,2}}(x_1) \cdot \mu_{A_{2,1}}(x_2) \cdot 0 \cdot 0 \\
&\quad + \mu_{A_{1,3}}(x_1) \cdot \mu_{A_{2,1}}(x_2) \cdot 1 \cdot 0 + \mu_{A_{1,4}}(x_1) \cdot \mu_{A_{2,1}}(x_2) \cdot 1 \cdot 0 \\
&\quad + \dots \\
&\quad + \mu_{A_{1,1}}(x_1) \cdot \mu_{A_{2,4}}(x_2) \cdot 0 \cdot 1 + \mu_{A_{1,2}}(x_1) \cdot \mu_{A_{2,4}}(x_2) \cdot 0 \cdot 1 \\
&\quad + \mu_{A_{1,3}}(x_1) \cdot \mu_{A_{2,4}}(x_2) \cdot 1 \cdot 1 + \mu_{A_{1,4}}(x_1) \cdot \mu_{A_{2,4}}(x_2) \cdot 1 \cdot 1 \\
&= (\mu_{A_{1,3}}(x_1) + \mu_{A_{1,4}}(x_1)) \cdot \mu_{A_{2,4}}(x_2). \tag{37}
\end{aligned}$$

Damit wird für die UND-Verknüpfung das Produkt verwendet. Die ODER-Verknüpfung der beiden Terme (18) führt hingegen zu

$$\mu_{P_1 \cup P_2} = \mu_{A_{1,3}}(x_1) + \mu_{A_{1,4}}(x_1) + (1 - \mu_{A_{1,3}}(x_1) - \mu_{A_{1,4}}(x_1)) \cdot \mu_{A_{2,4}}(x_2), \tag{38}$$

was der Algebraischen Summe entspricht.

4.5 Implementierung

Bei Fuzzy-Systemen mit vielen Eingangsgrößen und vielen linguistischen Termen steigt der Aufwand zur direkten Implementierung der oben genannten Operatoren wegen der hohen Anzahl der s -dimensionalen Primärterme ($n_{PT} = \prod_{l=1}^s m_l$) stark an. Deswegen ist es vorteilhaft, die beteiligten Primärterme auf eine kompaktere Art zu berechnen, indem nur alle spezifizierten Eingangsgrößen berücksichtigt werden. Dabei wird die Eigenschaft der oben genannten Regelprämissen ausgenutzt, immer dann kompakte, achsenparallele Einzugsgebiete zu erzeugen, wenn bei Disjunktionen nur benachbarte linguistische Terme in Teilprämissen vorkommen.

Dazu werden die zu verknüpfenden q Terme P_i in einer Matrix \mathbf{B} der Dimension (q, m) , $m = \sum_{l=1}^s m_l$, dargestellt, in deren Spalten die linguistischen Terme aller Eingangsgrößen stehen. Auf diese Art können Regelprämissen mit UND-Verknüpfungen zwischen den Eingangsgrößen und ODER- bzw. NICHT-Verknüpfungen innerhalb der Terme kodiert werden. Nicht spezifizierte Eingangsgrößen werden als ODER-Verknüpfung aller Terme der jeweiligen Eingangsgröße behandelt.

Für jeden in einer ODER-Verknüpfung von P_i spezifizierten linguistischen Term $A_{l,k}$ der l -ten Eingangsgröße der i -ten Prämisse ist das zugehörige Element von \mathbf{B} $b_{i,j}$, $j = k + \sum_{i=1}^{l-1} m_l$, Eins. Alle anderen Elemente dieser Eingangsgröße sind Null. Wenn es sich um einen NICHT-Term handelt, wird für die spezifizierten Elemente eine Null, für die anderen eine Eins eingetragen. Nicht spezifizierte Eingangsgrößen haben in allen Elementen der jeweiligen Prämisse eine Eins.

Die Terme P_1 und P_2 aus Abschnitt 4.4 werden in Matrixform als

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (39)$$

geschrieben. Anschließend werden die Elemente aller Spalten dieser Matrix miteinander multipliziert, was einen Zeilenvektor \mathbf{b}^T der Dimension $(1, m)$ mit den Elementen

$$b_j = \prod_{i=1}^q b_{ij} \quad (40)$$

liefert. Im Beispiel folgt $\mathbf{b}^T = (0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)$. \mathbf{b}^T wird wiederum mit einer Formmatrix \mathbf{F} multipliziert. Deren Element $f_{l,j}$ enthält dann die Zugehörigkeitswerte $\mu_{A_{l,k}}(x_k)$, $j = k + \sum_{i=1}^{l-1} m_i$, wenn das j -te Element zur l -ten Eingangsgröße gehört. Die Formmatrix hat die Dimension (m, s) . Somit folgt ein Zeilenvektor $\tilde{\mathbf{b}}$ der Dimension $(1, s)$ aus

$$\tilde{\mathbf{b}}^T = \mathbf{b}^T \cdot \mathbf{F} = \mathbf{b}^T \cdot \begin{pmatrix} \mu_{A_{1,1}}(x_1) & 0 \\ \mu_{A_{1,2}}(x_1) & 0 \\ \mu_{A_{1,3}}(x_1) & 0 \\ \mu_{A_{1,4}}(x_1) & 0 \\ 0 & \mu_{A_{2,1}}(x_2) \\ 0 & \mu_{A_{2,2}}(x_2) \\ 0 & \mu_{A_{2,3}}(x_2) \\ 0 & \mu_{A_{2,4}}(x_2) \end{pmatrix} = (\mu_{A_{1,3}}(x_1) + \mu_{A_{1,4}}(x_1) \quad \mu_{A_{2,4}}(x_2)), \quad (41)$$

dessen Elemente wiederum multipliziert werden:

$$\mu_{P_1 \cap \dots \cap P_q}(x_1, \dots, x_s) = \prod_{l=1}^s \tilde{b}_l, \quad (42)$$

was für das Beispiel

$$\mu_{P_1 \cap P_2}(x_1, x_2) = \prod_{l=1}^2 \tilde{b}_l = (\mu_{A_{1,3}}(x_1) + \mu_{A_{1,4}}(x_1)) \cdot \mu_{A_{2,4}}(x_2) \quad (43)$$

ergibt.

Die Berechnung einer UND-Verknüpfung mit q Termen kann dann abgebrochen werden, wenn bereits die UND-Verknüpfung von $v < q$ Termen $\mu_{P_1 \cap \dots \cap P_v} = 0$ ergibt. Kommen bestimmte Eingangsgrößen x_l in allen Prämissen mit dem Term BEL vor, resultiert entsprechend der Voraussetzungen eine Multiplikation mit Eins und die entsprechenden Eingangsgrößen beeinflussen das Ergebnis nicht.

4.6 Konsequenzen für Fuzzy-Systeme

Bei Fuzzy-Systemen kommen in der Prämissenauswertung UND-Verknüpfungen und (bei abgeleiteten Termen) auch ODER-Verknüpfungen vor.

Weitere ODER-Verknüpfungen folgen in der Akkumulation für Regeln mit gleicher Konklusion. Sofern es sich dabei um Verknüpfungen entsprechend Fall III (keine sich überdeckenden Primärterme) handelt, ist entsprechend der Voraussetzungen für Zugehörigkeitsfunktionen $u + v \leq 1$, womit für die Beschränkte Differenz $\cap_b(u, v) = 0$ gilt. Die Beschränkte Summe geht damit wegen $\cup_b(u, v) = u + v$ in die gewöhnliche Summe über. Wenn nur Ausdrücke entsprechend Fall III ODER-verknüpft werden, ist folglich die Anwendung der gewöhnlichen Summe als T-Konorm zulässig! Dieser Fall erklärt die guten Ergebnisse der SUM-PROD-Inferenz bei ausschließlicher Verwendung UND-verknüpfter Primärterme aus verschiedenen linguistischen Variablen in Regelprämissen (Fall II, damit Verwendung des Produkts) und der Forderung nach vollständigen, widerspruchsfreien Regelbasen (Fall III, damit Verwendung der Beschränkten Summe).

Etwas komplizierter ist die Behandlung von Regelbasen mit sich überlappenden Regeln gleicher Konklusion (lokal redundante Regeln) oder unterschiedlichen Konklusionen (lokal widersprüchliche Regeln). Im erst genannten Fall kann direkt mit dem ODER-Operator aus (17-18) gearbeitet werden, im zweiten Fall wird zunächst die Überdeckung (UND-Operator) berechnet und anschließend mit oder ohne Berücksichtigung von Regelplausibilitäten korrigiert. Ein Berechnungsalgorithmus ist in [14] angegeben.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit analysiert die Einhaltung bestimmter Gesetze der Booleschen Algebra durch Fuzzy-Operatorenpaare für UND- bzw. ODER-Verknüpfungen von Fuzzy-Mengen und schlägt auf der Basis dieser Analyse ein neues Operatorenpaar vor. Dieses Operatorenpaar ist dadurch gekennzeichnet, verschiedene Abhängigkeiten (Teilmengenbeziehungen, Orthogonalität, Abhängigkeit der reellen Eingangsgrößen) der zu verknüpfenden Fuzzy-Mengen in Form von bedingten Fuzzy-Mengen einzubeziehen. Für diese Abhängigkeiten lassen sich in drei wichtigen Fällen geschlossene Lösungen ableiten. Mit geeigneten strukturellen Einschränkungen der Zugehörigkeitsfunktionen (Konvexität, Normalität) und der Verknüpfungen von Fuzzy-Mengen können nun in Fuzzy-Systemen Umformungen mit allen Umformregeln durchgeführt werden, die aus der Booleschen Algebra resultieren.

Offene Fragen betreffen beispielsweise die Behandlung teilweise abhängiger Eingangsgrößen (z. B. bei korrelierten Eingangsgrößen) und alternativer Zugehörigkeitsfunktionen (z. B. sigmoide Zugehörigkeitsfunktionen oder mehrfache Überlappungen). Letzteres ist eine Voraussetzung für die konsistente Behandlung von linguistischen Modifikatoren (Hedges) gemäß [15].

Literatur

- [1] MAHER, R. P. S.: *Representing Rules as Random Sets, I: Statistical Correlations Between Rules*. Information Science, 88:47–68, 1996.
- [2] THOMAS, S. F.: *Fuzziness & Probability*. ACG Press, 1995.
- [3] MABUCHI, S.: *An Interpretation of Membership Functions and the Properties of General Probabilistic Operators as Fuzzy Set Operators – Part I. Case of Type 1 Fuzzy Sets*. Fuzzy Sets and Systems, 49:271–283, 1992.

- [4] SCHWEIZER, B. und A. SKLAR: *Probabilistic Metric Spaces*. North-Holland, Amsterdam, 1983.
- [5] DUBOIS, D. und H. PRADE (Herausgeber): *Fundamentals of Fuzzy Sets*. Kluwer Academic, Boston, 2000.
- [6] MAIBAUM, G.: *Wahrscheinlichkeitstheorie und Mathematische Statistik*. Dt. Verlag d. Wissenschaften, Berlin, 1980.
- [7] MIKUT, R.: *Modellgestützte on-line Stabilitätsüberwachung komplexer Systeme auf der Basis unscharfer Ljapunov-Funktionen*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 757. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1999.
- [8] LEICHTFRIED, J. und M. HEISS: *Ein kennfeldorientiertes Konzept für Fuzzy-Regler*. Automatisierungstechnik, 43(1):31–40, 1995.
- [9] JÄKEL, J., L. GRÖLL und R. MIKUT: *Bewertungsmaße zum Generieren von Fuzzy-Regeln unter Beachtung linguistisch motivierter Restriktionen*. Forschungsbericht 0298 d. Fak. Elektrotechnik d. Univ. Dortmund, Seiten 15–28, 1998.
- [10] SMETS, PH.: *Probability of a Fuzzy Event: An Axiomatic Approach*. Fuzzy Sets and Systems, 7:153–164, 1982.
- [11] GOODMAN, I. R.: *Algebraic and Probabilistic Bases for Fuzzy Sets and the Development of Fuzzy Conditioning*. Seiten 1–69. Elsevier Science, Amsterdam, 1991.
- [12] FRANK, M. J.: *On the Simultaneous Associativity of $F(x, y)$ and $x + y - F(x, y)$* . Aequationes Mathematicae, 19:194–226, 1979.
- [13] JÄKEL, J.: *Linguistische Fuzzy-Systeme mit verallgemeinerten Konklusionen und ihre Anwendung zur Modellbildung und Regelung*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 793. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1999.
- [14] MIKUT, R., J. JÄKEL und L. GRÖLL: *Inference Methods for Partially Redundant Rule Bases*. In: HAMPEL, R., M. WAGENKNECHT und N. CHAKER (Herausgeber): *Fuzzy Control: Theory and Practice*, Advances in Soft Computing, Seiten 177–185, Heidelberg, 2000. Physica.
- [15] ZADEH, L. A.: *Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes*. IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., 3(1):28–44, 1973.

Vorhersage musterbasierter stochastischer Signale unter Verwendung von Fuzzy-Technologien

Dipl.-Ing. Peter Bretschneider
Fraunhofer Anwendungszentrum Ilmenau
Am Ehrenberg 8
98693 Ilmenau

Dr.-Ing. Th. Rauschenbach
Technische Universität Ilmenau
Fakultät für Informatik und Automatisierung
Fachgebiet Systemanalyse
Postfach 100565
98684 Ilmenau
Telefon: 03677 / 6694014, Telefax: 03677 / 691434

Abstrakt

In vielen Bereichen der Ökonomie, Technik und Natur spielen die Vorhersagen der zukünftigen Entwicklungen relevanter Größen eine wichtige Rolle. Moderne Beratungs- und Entscheidungshilfesysteme erfordern für die Lösung ihrer Aufgabenstellung die Anwendung vielfältiger Vorhersageverfahren. Als Beispiel seien Energiemanagementsysteme angeführt, die eine optimale Planung der verfügbaren Ressourcen auf der Grundlage der Bedarfsprognose für die leitungsgebundenen Energieträger Strom, Fernwärme und Gas durchführen.

Eine Vielzahl in der Praxis vorkommender Signalverläufe zeichnen sich neben den deterministischen und stochastischen Signalanteilen auch durch typische, wiederkehrende, in der Regel nichtlineare Muster aus. Die Recherche des internationalen Wissenstandes ergibt vor allem für lineare und nichtlineare stochastische Signale vielfältige Beschreibungsansätze. Im Fall musterbasierter Signalverläufe zeigt sich jedoch, dass zwar Ansätze zur Erfassung von typischen Signalmustern vorliegen, aber zur Vorhersage die musterbasierte Signalkomponente als Erweiterung des klassischen Komponentenmodells noch nicht aufbereitet und genutzt wurde. Diese Thematik ist deshalb Gegenstand des vorliegenden Beitrages und wird nachfolgend theoretisch weiterentwickelt, in Simulationen ausgetestet sowie an Praxisfällen untersucht.

Die Lösung der Aufgabenstellung erfordert die Entwicklung einer Gesamtkonzeption, die zu den bereits bekannten traditionellen Methoden für die Analyse, den Entwurf und die Vorhersage deterministischer und stochastischer Signale die methodische Erweiterung zur Identifikation und Beschreibung musterbasierter Signalanteile beinhaltet. Die neue Gesamtkonzeption stellt einen interdisziplinären Ansatz dar und entspricht den heute populären Data Mining Konzepten. Die Gesamtkonzeption enthält für die Analyse und den Entwurf von Signalen die Aufbereitung und die Entwicklung aller notwendigen Algorithmen und Methoden, die für die Ermittlung der charakteristischen Signaleigenschaften erforderlich sind. Eingesetzt werden dabei die vielfältigen Methoden der Prüfstatistik, der statischen und dynamischen Signalanalyse, der automatischen Klassifikation und

der faktoriellen Analyse. Im Ergebnis entstand für die Lösung konkreter Vorhersageaufgaben eine Datenanalyse- und Entwurfsbibliothek unter Matlab®.

Der Kernpunkt des neu entwickelten Konzepts ist das hybride Vorhersagesystem mit der Strategie von globaler und lokaler Vorhersage. Das hybride Vorhersagesystem setzt sich aus Klassifikationsmodul und Vorhersagemodul zusammen und kombiniert somit die Methoden der Klassifikation mit denen der Vorhersage. Das Klassifikationsmodul entspricht dabei der globalen Vorhersage, das Vorhersagemodul der lokalen Vorhersage. Im Fall der musterbasierten Vorhersage besteht die Aufgabe des Klassifikationsmoduls in der Ermittlung des ähnlichsten Referenzmusters. Das Referenzmuster dient der anschließenden Signallinearisation. Das Vorhersagemodul ist für die Vorhersage der zukünftigen Signalwerte verantwortlich. In diesem Zusammenhang ist zu klären, ob eine geeignete Beschreibung und Linearisierung musterbasierter Signalverläufe möglich ist und inwieweit mit dem Konzept des hybriden Vorhersagesystems eine optimale Vorhersage gewährleistet werden kann.

Für die Beschreibung der musterbasierten nichtlinearen Signalabschnitte stellt sich als geeigneter Ansatz ein Fuzzy-Klassifikator heraus, der im Fall zeitvarianter Muster um die bekannten Methoden der lernenden Klassifikation zu erweitern ist. Die Verarbeitung der klassifizierten Klassen als Repräsentanten typischer Signalmuster übernimmt im Rahmen des Vorhersagemoduls der neu entworfene musterbasierte Differenzenfilter Δ_M , dessen Aufgabe die Linearisierung des betreffenden Signalverlaufs zum gefilterten Signal Δ_M ist. Die weitere Verarbeitung des gefilterten Signals Δ_M erfolgt im Vorhersagemodul und greift in der Regel auf traditionelle Vorhersagemethoden zurück, die für die Beschreibung der verbliebenen stochastischen und eventuell deterministischen Signalanteile nach wie vor effektiv sind. Bei instationärem Prozessverhalten ist das Vorhersagemodul mit einer Adaptionvorschrift (z.B. rekursive Regression) auszustatten, um somit eine Anpassung der Modellparameter an die aktuellen Prozessgegebenheiten zu gewährleisten.

Die Praktikabilität sowie die Vorteile des hybriden Vorhersagesystems mit der Strategie von globaler und lokaler Vorhersage wird im Rahmen der theoretischen Betrachtungen und simulativen Untersuchungen nachgewiesen werden. In diesem Zusammenhang wird vor allem auf die gute Signallinearisation, auf die einfache Beschreibung der nichtlinearen Muster durch Kennlinien und auf die einfache Modellierung der verbliebenen stochastischen und eventuell deterministischen Signalanteile verwiesen.

Die Anwendung des hybriden Vorhersagesystems auf praktische Problemstellungen der Energiewirtschaft stellt den Abschluss des Beitrages dar. Untersucht wird die Tageslastgangprognose für die leitungsgebundenen Energieträger Strom und Fernwärme. In beiden Anwendungsfällen handelt es sich um nichtlineare musterbasierte stochastische Signale, wobei die Fernwärme zusätzlich von der Außentemperatur und durch die Handlungen des Menschen im rückgekoppelten Fernwärmeversorgungsnetz signifikant beeinflusst wird. Im Ergebnis der Untersuchungen wird gezeigt, dass die musterbasierte Vorhersage im Vergleich zu den klassischen Vorhersagevarianten eine erhebliche Verbesserung der Vorhersagequalität bewirkt. Weiterhin ergibt die statistische Überprüfung der Modellresiduen auf weißes Rauschen für die Vorhersage des elektrischen Lastganges den Nachweis der optimalen Vorhersage. Die Strategie von globaler und lokaler Vorhersage wird somit auch in der Praxis überzeugend bestätigt.

Autonome Miniroboter spielen Fußball

Tim Kaulmann, Alexander Bergenthal, Sigrid Hafner

Regelungstechnik, Uni-GH Paderborn, Abteilung Meschede,
Lindenstrasse 53, 59872 Meschede
Tel./Fax: 0291-9910-330

E-mail: {bergenth,kaulmann}@student.meschede.upb.de, Hafner@meschede.upb.de

1. Einleitung

Roboterfußball soll die Robotik und die Forschung der Künstlichen Intelligenz bekannt machen und deren Entwicklung vorantreiben. Zudem eignet sich diese Aufgabenstellung für die Lehre, um projektorientiert mit Studenten zu arbeiten.

In diesem Beitrag wird beschrieben, wie ein autonomer Miniroboter mit eingebautem Kameramodul so programmiert wird, dass er selbständig in der Lage ist, gegen einen anderen Roboter Fußball zu spielen. Die größte Herausforderung liegt dabei in der Wahrnehmung des Roboters, der die Spielfeldbegrenzung, das Tor und den Ball zuverlässig erkennen muss. Insbesondere die Ballerkennung ist komplex, da es sich um ein dynamisches Objekt handelt, das zeitweise auch durch den Gegenspieler verdeckt sein kann. Die eingeschränkte Rechenleistung und Speicherkapazität des Miniroboters, ein Khepera [1], bedingt eine effiziente Implementierung der Algorithmen.

2. Der Khepera Roboter und die Spielfeldumgebung

Der Khepera Roboter, ein kleiner Roboter mit 5,5 cm Durchmesser und ca. 70 g Gewicht, ist in Bild 1 dargestellt. Er hat zwei Räder, die von zwei Motoren angetrieben werden und ihn mit einer Geschwindigkeit von bis zu 60 cm/s bewegen können. Ein Motorola Prozessor 68331 mit 256 kB RAM und 128 kB ROM ist integriert. Die Energieversorgung erfolgt über wiederaufladbare NiCd-Batterien, die eine Spielzeit von ca. 30 Minuten ermöglichen.

Zur Wahrnehmung seiner Umgebung hat der Roboter acht Infrarot-/Helligkeitssensoren und ein Kameramodul. Die Sensoren ermöglichen die Wahrnehmung bis zu einer Reichweite von ca. 5 cm. Mit dem einzeiligen Kameramodul, das einen horizontalen Blickwinkel von 36° hat, kann er Gegenstände in einer Distanz von 5 cm bis 50 cm erkennen. Die Auflösung des Bildes erfolgt mit 64 Pixel mit jeweils 256 Graustufen. Bei konstanten Lichtverhältnissen lassen sich dadurch die vier erforderlichen Farben, die durch Grautöne repräsentiert sind, erkennen.

Die Umgebung des Roboters besteht aus zwei schwarzen Toren, der Abgrenzung des Spielfelds durch graue Wände, einem gelben Ball und dem schwarz-weiß gestreiften Gegenspieler.

3. Realisierung der Aufgabe

Die Aufgabe des Fußballspielens wird in vier differenzierte Verhaltensmuster unterteilt [2]. Als geeigneter Ansatz stellte sich für das reale System die Unterteilung in das „Finden des Balls“, das „Fahren zum Ball“, das „Finden des Tors“ und das „Schiessen

des Balls in das gegnerische Tor“ heraus.

Aufgrund des kleinen Datenspeichers und der geringen Prozessorgeschwindigkeit von 20 MHz sind alle Verhaltensweisen, bis auf die Aufgabe des „Fahrens zum Ball“, durch Trigonometrie und boolesche Logik gelöst worden.

Insbesondere die Aufgabe des „Fahrens zum Ball“ ist komplex. Der Ball kann sich in der Zwischenzeit weiterbewegen oder aber durch den Gegner verdeckt werden. Daher wurde für diese Aufgabe ein Neuronales Netz eingesetzt. Es ist ein Multilayer Perceptron, das in einem überwachten Lernverfahren zur Lösung dieser Aufgabe trainiert wurde [3]. Der Roboter kann mit dem trainierten Netz dem Ball sehr gut folgen, auch wenn dieser rollt oder andere Objekte im Blickfeld des Roboters sind.

Am Eingang des Neuronalen Netzes werden die Werte des Kamerabildes vorgegeben, am Ausgang erhält man die für die jeweilige Situation geeignete Geschwindigkeitswerte für die beiden Motoren. Gute Ergebnisse wurden mit einem Netz mit 11 Neuronen und zwei verborgenen Schichten zwischen der Ein- und Ausgangsschicht erzielt.

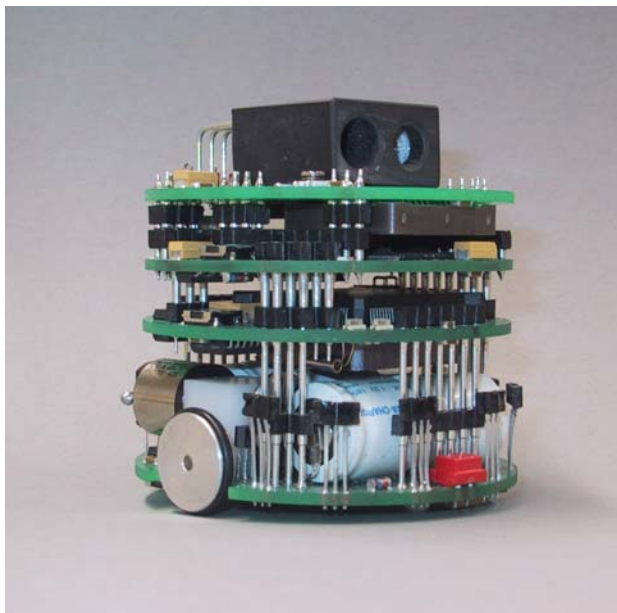


Bild 1: Der Khepera Mini-Roboter

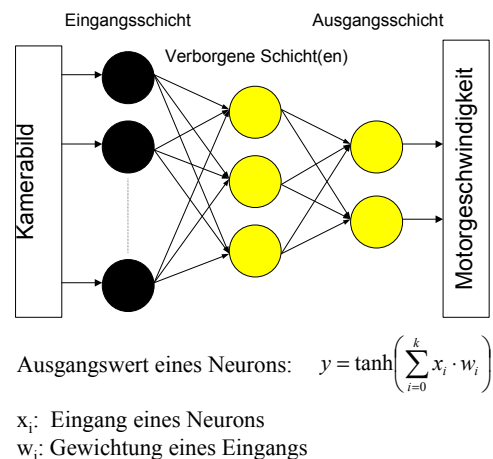


Bild 2: Das Neuronale Netz

4. Zusammenfassung und Ausblick

Mit dem hier vorgestellten Ansatz und dem Neuronalen Netz konnte eine schnelle und sichere Reaktion des Roboters erreicht werden. Beim internationalen Fußballwettbewerb der Roboter der Khepera-Liga beim „5th international Heinz Nixdorf Symposium“ erzielte unser Roboter den dritten Platz.

Weitere Arbeiten sind noch notwendig, um die vielfältig auftretenden Probleme im realen System zu lösen. Zum Beispiel drehen die Räder des Roboters durch, wenn der Roboter versucht den Ball zu schieben, während der Gegner den Ball blockiert. Dies führt zum Verlust des aktuellen Winkels, da dieser aus der Differenz der Inkrementalgeber der Räder berechnet wird. Da die Tore nicht unterschiedlich gekennzeichnet sind, kann es dann vorkommen, dass der Roboter die Orientierung verliert und ein Eigentor schießt.

Danksagung

Diese Arbeit ist das Ergebnis einer Kooperation mit der Universität Paderborn, dem Heinz Nixdorf Institut. Wir bedanken uns bei Herrn Dipl.-Ing. U. Witkowski und Herrn Prof. Dr. U. Rückert insbesondere für die Bereitstellung der Hardware und die Unterstützung.

5. Literatur

- [1] K-Team Products: Mobile Robots. <http://www.k-team.com/products.html>, Nov. 2001.
- [2] V. Braitenberg: Vehicles. MIT Press: Cambridge (Mass.), 1984.
- [3] Hafner, S. (Hrsg.): Neuronale Netze in der Automatisierungstechnik. München: R. Oldenbourg Verlag. 1994.

Systematisierung der Beschreibung von Problemen, Methoden und Methodeneinsätzen

Klinkenberg, Ralf

Lehrstuhl für Künstliche Intelligenz (FB 4, LS 8)

Universität Dortmund, 44221 Dortmund

Tel.: 0231/755-5103, Fax: 0231/755-5105

E-Mail: klinkenberg@ls8.cs.uni-dortmund.de

Slawinski, Timo

Lehrstuhl für Elektrische Steuerung und Regelung

Universität Dortmund, 44221 Dortmund

Tel.: 0231/755-4621, Fax: 0231/755-4524

E-Mail: timo@slawinskis.de

Zusammenfassung

In der *Computational Intelligence* (CI) wurden und werden zahlreiche Methoden aus den Bereichen der evolutionären Algorithmen, der neuronalen Netze und der Fuzzy Logik entwickelt. Eine wesentliche Schwierigkeit aus Anwendersicht besteht in der Auswahl von Methoden und deren Anpassung an die konkrete Problemstellung. Wünschenswert wäre also eine Taxonomie, wann und warum welche CI-Methode einzusetzen ist. Hierbei ist auch eine Abgrenzung zu anderen, insbesondere klassischen Verfahren vorzunehmen. Wichtige Voraussetzung dafür sind klare begriffliche Definitionen und ein systematischer Methodenvergleich auf breiter Basis.

Mit dem langfristigen Ziel ein Wissensmanagement-System aufzubauen ist im Sonderforschungsbereich 531 (CI) ein Ansatz für die formalisierte Beschreibung von Problemen, Methoden, Analysemethoden, Methodeneinsätzen und Prozessketten entwickelt und umgesetzt worden. In diesem Beitrag wird zunächst das diesem Ansatz zugrunde liegende Konzept vorgestellt. Zur Demonstration der Tragfähigkeit des Konzepts wird dann exemplarisch für zwei CI-Methoden beschrieben, wie bei ihrer Parametrierung systematisch vorgegangen werden kann. Anhand von sechs Benchmarkproblemen wird für eine der beiden CI-Methoden das Ergebnis dieses systematischen Vorgehens mit dem bisher besten Ergebnis mit dieser Methode verglichen, um die Qualität der Resultate abzuschätzen, die ein nicht so versierter Benutzer mit der systematischen Vorgehensweise erzielen könnte.

1 Einleitung

Der Sonderforschungsbereich 531 „Design und Management komplexer technischer Systeme mit Methoden der Computational Intelligence“ (SFB CI) umfaßt Forschung in den Bereichen Fuzzy-Systeme, neuronale Netze und evolutionäre Algorithmen. Zu seinen Zielen gehört die Weiterentwicklung der Grundlagen der CI,

die Entwicklung methodischer Ansätze für Anwendungen der CI, die Erschließung von Synergieeffekten durch Kombination von CI-Methoden, die Abgrenzung der Anwendungsbereiche auch durch Methodenvergleiche und die Validierung der Konzepte anhand von prototypischen Anwendungen.

In der Arbeitsgruppe Systematisierung (AG Sys) des SFB CI soll durch eine formalisierte Beschreibung von Problemen, Methoden, Analysemethoden, Methodeinsätzen und Prozessketten die Grundlage für einen systematischen Methodenvergleich geschaffen und für eine bessere Vernetzung der Teilprojekte innerhalb des SFBs gesorgt werden. Darauf aufbauend soll untersucht werden, ob eine Taxonomie bezüglich der Methodenwahl und des Experimentdesigns abgeleitet werden kann. Diese interdisziplinäre Arbeitsgruppe setzt sich sowohl aus theoretischen und praktischen Informatikern als auch Wissenschaftlern verschiedener ingenieurwissenschaftlicher Anwendungsfelder von CI-Methoden aus Chemietechnik, Elektrotechnik und Maschinenbau zusammen.

Dieser Beitrag ist wie folgt aufgebaut: Im ersten Teil wird sowohl das begriffliche Konzept für das Wissensmanagement-System (WMS) als auch dessen technische Umsetzung vorgestellt (Abschnitt 2). Zentral dabei ist die Verwendung einer in XML beschriebenen Ontologie, die die kompakte Darstellung der Struktur der Formulare erlaubt, über die Wissen über CI-Methoden und ihren Einsatz eingetragen und dargestellt werden kann. Auf diese Weise wird die Struktur der Formulare, d.h. die begriffliche Struktur (Ontologie), von den Formular-Instanzen, d.h. den Inhalten, und von ihrer Darstellung getrennt. Die Generierung und Auswertung der HTML-Formulare sowie die Verwaltung der Daten erfolgt automatisch auf der Basis der Ontologie. Im zweiten Teil wird auf den prototypischen Einsatz des Wissensmanagement-Systems eingegangen. Gegenstand der Untersuchungen ist eine systematische Vorgehensweise für die problemklassenabhängige Parametrierung der Support Vector Machine (SVM, Stützvektormethode) und des Fuzzy-ROSA-Verfahrens (Abschnitte 3.1 und 3.2). Für das Fuzzy-ROSA-Verfahren werden die damit erzielbaren Resultate anhand von sechs Benchmarkproblemen in Abschnitt 3.3 mit den bisher besten auf diesen Problemen erzielten Ergebnissen verglichen.

2 Wissenserfassung und -darstellung mit Hilfe aus einer Ontologie generierter Formulare

Die *Computational Intelligence* (CI) umfaßt viele verschiedene Methoden aus den Bereichen der evolutionären Algorithmen, der neuronalen Netze und der Fuzzy Logik. Eine wesentliche Schwierigkeit aus Anwendersicht besteht in der Auswahl von Methoden und deren Anpassung an eine konkrete Problemstellung. Wünschenswert wäre also eine Taxonomie, wann und warum welche CI-Methode wie einzusetzen ist. Hierbei ist auch eine Abgrenzung zu anderen, insbesondere klassischen Verfahren vorzunehmen. Wichtige Voraussetzung dafür sind klare begriffliche Definitionen und ein systematischer Methodenvergleich auf breiter Basis.

Mit dem langfristigen Ziel ein Wissensmanagement-System aufzubauen ist im Sonderforschungsbereich 531 (CI) ein Ansatz für die formalisierte Beschreibung von Problemen, Methoden, Analysemethoden, Methodeinsätzen und Prozessketten

entwickelt und umgesetzt worden. Nach einer kurzen Beschreibung des Vorgehens der interdisziplinären Arbeitsgruppe Systematisierung (AG Sys) des SFB 531 (CI) in Abschnitt 2.1, wird in Abschnitt 2.2 der von dieser Arbeitsgruppe gewählte Ansatz zur Trennung der konkreten zu beschreibenden Objekte (inhaltliche Ebene) von der zugrunde liegenden Struktur (konzeptuelle Ebene) und von der Darstellung der Struktur und der Inhalte (Darstellungsebene) beschrieben, der auf der Verwendung einer Ontologie, d. h. einer Begriffshierarchie zur kompakten Darstellung der Formularstrukturen beruht. Die technische Realisierung dieses Ansatzes und der automatischen Formulargenerierung mit Hilfe dieser Ontologie wird in Abschnitt 2.3 dargestellt.

2.1 Ziele und Vorgehen der Arbeitsgruppe Systematisierung im SFB 531

In der Arbeitsgruppe Systematisierung (AG Sys) des SFB CI soll durch eine formalisierte Beschreibung von Problemen, Methoden, Analysemethoden, Methodeinsätzen und Prozessketten die Grundlage für einen systematischen Methodenvergleich geschaffen und für eine bessere Vernetzung der Teilprojekte innerhalb des SFBs gesorgt werden. Darauf aufbauend soll untersucht werden, ob eine Taxonomie bezüglich der Methodenwahl und des Experimentdesigns abgeleitet werden kann. Diese interdisziplinäre Arbeitsgruppe setzt sich sowohl aus theoretischen und anwendungsorientierten Informatikern als auch Wissenschaftlern verschiedener ingenieurwissenschaftlicher Anwendungsfelder von CI-Methoden aus Chemietechnik, Elektrotechnik und Maschinenbau zusammen.

Bevor entschieden wurde, wie später technisch die formalisierte Beschreibung der zu erfassenden und zu verwaltenden CI-Konzepte unterstützt werden sollte, fand eine intensive Diskussion über die zu beschreibenden Konzepte sowie ihre zu beschreibenden Eigenschaften und Beziehungen zueinander statt. Relativ früh bestand Konsens darüber, dass *Probleme*, *Methoden* und *Methodeneinsätze* zu den zentralen Konzepten gehören sollten und beispielsweise jeweils mit Hilfe eines Formulars leicht beschreibbar sein sollten. Unter einem *Problem* ist dabei eine zu lösende anwendungsorientierte oder theoretische Aufgabe zu verstehen. Eine *Methode* auf bestimmte Probleme anwendbar und ein *Methodeneinsatz* beschreibt eine konkrete Anwendung einer Methode auf ein Problem (siehe auch Abbildung 1).

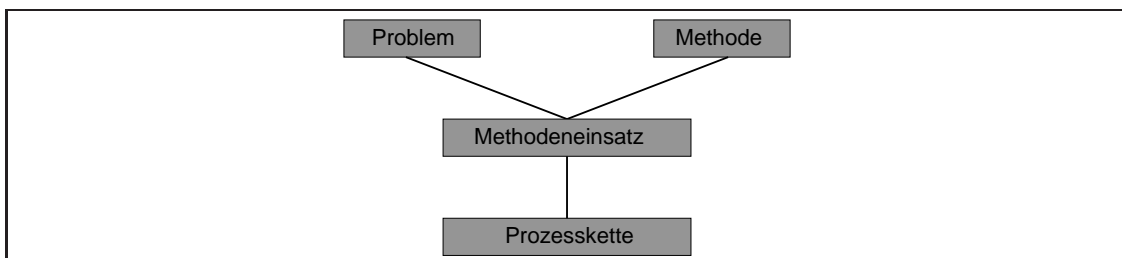


Abbildung 1: Ausgangspunkt der Ontologie: Formulare/Konzepte zur Beschreibung von Methoden, Problemen, Methodeneinsätzen und Prozessketten.

Oft ist Problem aber nicht durch eine einzige Methode lösbar, sondern erst durch den kombinierten Einsatz mehrerer Methoden. Eine *Prozesskette* setzt sich aus

mehreren Methodeneinsätzen zusammen, d. h. ein komplexes Problem kann durch Zerlegung in Teilaufgaben und die Anwendung mehrerer Methoden gelöst werden. Ein erste Methode könnte beispielsweise gegebene Daten in eine für ein zweites Verfahren günstige Repräsentation transformieren, auf der dann das zweite Verfahren aufsetzen könnte. Die erste Methode könnte beispielsweise die Merkmale generieren, transformieren und/oder auswählen, auf denen aufbauend das zweite Verfahren z. B. eine Lernaufgabe löst.

Neben dieser sehr anwendungsorientierten Sichtweise von Problemen und Methoden sind aus der Sicht des SFB CI und auch im Hinblick auf das Ziel einer Taxonomie auch formale Eigenschaften von Problemen und Methoden von Interesse, die z. B. die Lösbarkeit von bestimmten Problemen mit bestimmten Methoden oder die Komplexität solcher Lösungen beschreiben. Auch solche Eigenschaften sollten in einem CI-Wissensmanagementsystem erfaßt werden können. Darüberhinaus ist es nicht nur sinnvoll, diese formalen Eigenschaften zu erfassen, sondern auch die zugehörigen *Analysemethoden*, mit denen sich solche Eigenschaften beweisen lassen. Probleme, Methoden, Analysemethoden, Methodeneinsätze und Prozeßketten sind also die zentralen Konzepte, für die sich die Arbeitsgruppe für ihr Wissensmanagementsystem entschieden hat. Wie im nächsten Abschnitt deutlich wird, ist es jedoch hilfreich, weitere Konzepte hinzuzunehmen und eine relational vernetzte Darstellung zu wählen, die einerseits hilft, Redundanzen bei inhaltlichen Einträgen zu vermeiden und andererseits die spätere Navigation durch das dargestellte Wissen erleichtert.

2.2 Verwendung einer Ontologie zur kompakten Darstellung der Formularstrukturen

Instanzen der beschriebenen Konzepte Problem, Methode, Analysemethode, Methodeneinsatz und Prozeßkette könnte man beispielsweise über Formulare beschreiben, die neben dem Namen der Instanz und einer Beschreibung weitere charakteristische Merkmale und hilfreiche Informationen enthalten könnten. Will man beispielsweise zu jeder Instanz festhalten, in welchem Projekt sie (zuerst) aufgetreten oder beschrieben worden ist, und wer geeignete Ansprechpersonen sein könnten, was ähnliche Probleme bzw. Methoden sind etc., stellt man schnell fest, dass viele Dinge wie z.B. Kontaktpersonen mit z.B. ihren Telefonnummern und E-Mail-Adressen häufig einzutragen sind. Wählt man für solche Dinge eigene Konzepte wie z. B. *Person*, deren Instanzen über Relationen wie beispielsweise *ist-Kontaktperson-für* oder *ist-Mitarbeiter-in* mit Instanzen anderer Konzepte in Beziehung gesetzt werden können, reicht ein einfacher Eintrag der Daten beim ersten Auftreten und eine kurze Referenz, d. h. eine einfache Relationsinstanz, bei weiteren Vorkommen.

Ein weiterer Vorteil dieser Art der Redundanzvermeidung ist die Möglichkeit, über ein Wissensmanagementsystem die Navigation entlang solcher Relationen zu erlauben, mit deren Hilfe man beispielsweise Fragen wie die folgenden relativ leicht beantworten kann:

- Welche Probleme sind mit dieser Methode schon bearbeitet worden?
- *Oder umgekehrt:*
Welche Methoden sind auf dieses Problem schon angewandt worden?

- Welche Methoden sind ähnlich?
Welche sind auf gleichartige Probleme angewandt worden?
- Welche Eigenschaften hat dieses Problem bzw. diese Methode?
Mit welchen Analysemethoden kann man das zeigen?

Durch diese Art des Vorgehens entsteht um die zentralen fünf Konzepte schnell eine Menge weiterer Konzepte, die miteinander über Relationen verbunden sind und deren Instanzen durch bestimmte charakteristische Eigenschaften beschrieben werden können. Um die Wartbarkeit der Wissensbasis zu erleichtern, empfiehlt es sich, die Ebene der Konzepte und die Ebene der Instanzen zu trennen. Die konzeptuelle Ebene beschreibt die Strukturen des zu beschreibenden Wissens, während die Instanzen die konkreten Inhalte, d. h. die Beschreibung konkreter Wissensinhalte enthalten. Die strukturelle Information der konzeptuellen Ebene läßt sich kompakt in einer Ontologie darstellen, die Konzepte sowie ihre Eigenschaften und Relationen losgelöst von konkreten Instanzen beschreibt. Die Ontologie wird typischerweise deutlich seltener geändert als die in das Wissensmanagementsystem einzutragenden Instanzen, denn sie gibt die zugrunde liegende Struktur vor, in deren Rahmen sich die Instanzen möglichst gut beschreiben lassen sollen, und diese Beschreibungen möchte man ja nicht unnötig oft einer neuen Struktur anpassen müssen. Allein aus diesem Grund schon ist eine klare Trennung von Struktur und Inhalt wünschenswert.

Ebenso wie es sinnvoll ist, Struktur und Inhalt voneinander zu trennen, ist es sinnvoll, die Darstellung der Inhalte und der Strukturen von eben diesen zu trennen. Auf diese Weise kann man auch die Form der Darstellung unabhängig von den Inhalten und Strukturen verwalten und ändern und ermöglicht eine möglichst kompakte Darstellung von Strukturen und Inhalten. Wie im nächsten Abschnitt gezeigt wird, kann man die Darstellung sogar weitgehend automatisiert aus einer geeignet repräsentierten Ontologie und entsprechenden Inhalten generieren.

2.3 Technische Realisierung und automatische Formular-generierung

Der hier vorgestellte Ansatz zur technischen Realisierung der Formulare basiert auf zwei XML-Dateien und einer Software namens Information Layer[1], die von Stefan Haustein, einem Mitarbeiter am Lehrstuhl für künstliche Intelligenz der Universität Dortmund, im Rahmen des EU-Projektes COMRIS entstanden ist, die aber auch darüber hinaus weiter entwickelt wird. Die erste der beiden XML-Dateien enthält die oben beschriebene Ontologie (`ontology.xml`) während die zweite die Daten aller eingetragenen Instanzen enthält (`instances.xml`). Aus diesen beiden XML-Dateien generiert der Information Layer automatisch alle HTML-Seiten zur Eingabe neuer Formulare und zur Ansicht oder Überarbeitung bestehender Formulare (siehe Abbildung 2). Deswegen müssen keine Skripten zur Auswertung irgendwelcher HTML-Formulare geschrieben oder gewartet werden. Man muß nur einmal die Ontologie (Struktur) der Formulare (Konzepte) beschreiben. Auch die XML-Datei mit den Instanzen wird automatisch vom Information Layer erzeugt und verwaltet. Der Systembenutzer trägt die Daten einfach in die automatisch generierten HTML-Formulare ein, die dann automatisch vom Server ausgewertet werden.

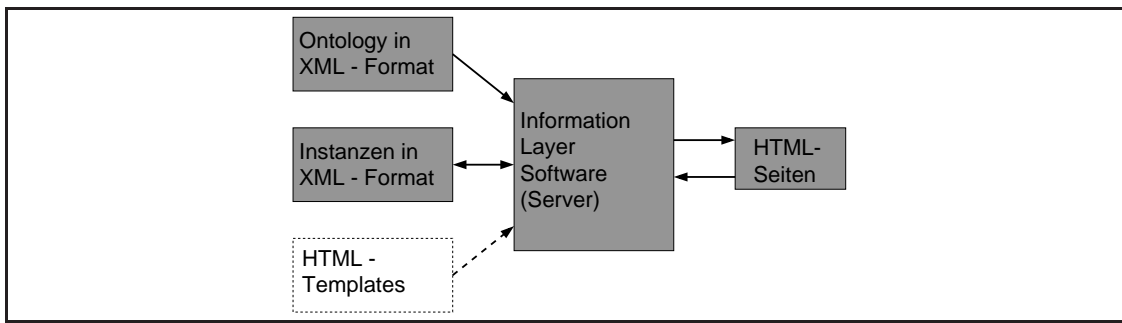


Abbildung 2: Information Server: automatische Generierung von HTML-Seiten aus der Ontologie, den Instanzen und (optional) XHTML-Templates.

Die Struktur der Formulare (Konzepte) sowie die in ihnen verwendeten Begriffe (Konzepte, Attribute) und Querbeziehungen (Relationen) werden kompakt in einer Ontologie (Begriffshierarchie) in XML-Format dargestellt. Das XML-Format ist ein verständliches, leicht von Hand editierbares Format für Textdateien. Es wird zwischen Konzepten (z.B. die einzelnen Formulartypen Problem, Methode, etc.) und ihren Instanzen (ausgefüllte Exemplare der Formulare, d.h. konkrete Beschreibungen von Problem- und Methodeninstanzen, etc.) unterschieden. Die Ontologie beschreibt die einzelnen Konzepte, d.h. ihre Namen, Attribute und Beziehungen.

Nachdem man die Ontologie in einer XML-Datei beschrieben hat, kann man anfangen, Instanzen der in der Ontologie spezifizierten Konzepte über vom Information Layer generierte HTML-Formulare einzutragen, zu ändern oder zu löschen. Die Instanz-Datei in XML-Format wird automatisch verwaltet und es wird auch automatisch für die Konsistenz bi-direktionaler Abbildungen gesorgt, indem beim Eintragen (bzw. Löschen) einer Instanz einer solchen Relation automatisch auch die zugehörige Instanz der inversen Relation angelegt (bzw. gelöscht) wird.

Ebenso leicht, wie man über die generierten HTML-Formulare Inhalte eingeben und ändern kann, kann man über die Relationsstruktur, die durch Hypertext-Links in den HTML-Seiten automatisch navigierbar gemacht wird, mit einem einfachen WWW-Browser durch die spezifizierte Wissensstruktur und die eingegebenen Instanzen browsen und so z. B. Fragen wie die in Abschnitt 2.2 skizzierten beantworten.

Über XHTML-Templates kann die Gestaltung und der Umfang der dargestellten Inhalt der vom Information Layer generierten HTML-Seiten nach eigenen Wünschen gestaltet werden (siehe auch Abbildung 2).

Änderungen der Ontologie wie z.B. das Einführen eines neuen Konzeptes, eines neuen Attributes oder einer neuen Relation zwischen Konzepten sind in der XML-Datei mit der Ontologie einfach durchführbar und werden sofort beim nächsten Neustart des Servers berücksichtigt. Bei der Entfernung von Konzepten, Attributen oder Relationen aus der Ontologie sind gegebenenfalls die entsprechenden Instanzen aus der Instanzdatei zu entfernen. Weitergehende Anpassungen sind nicht notwendig.

Der Information Layer unterstützt eine Reihe von Attributtypen für die Beschreibung von Instanzeigenschaften. Neben einzeiligen und mehrzeiligen Textfeldern sind auch Boolesche Felder möglich. Attribute in der Form einzeiliger Textfelder, die als Wert nur eine URL enthalten, werden automatisch als Link interpretiert

und dargestellt. Attribute in der Form von Textfeldern können in der Ontologie als HTML-Felder gekennzeichnet werden. Dann können HTML-Elemente wie Links, Listen und Tabellen in diesen Feldern benutzt werden. Mit Hilfe von Unicode-Zeichen sind auch mathematische Formeln darstellbar.

Bei Relationen zwischen Konzepten erstellt der Information Layer automatisch Auswahllisten mit den aktuell vorhandenen Instanzen der jeweils in die gegebene Relation passenden Konzepte. Außerdem erlaubt er bei Relationen auch stets die Erzeugung neuer passender Instanzen. Relationen können als 1:1, 1:n oder m:n definiert werden.

Während dieser Abschnitt des Beitrags sich mit den Konzepten der Wissensdarstellung und ihrer technischen Umsetzung beschäftigt hat, beschreiben die folgenden Abschnitte konkrete Methoden und Methodeneinsätze, die mit Hilfe dieses Systems beschreibbar sind. Die entsprechenden Beschreibungen sind dann z. B. zum Wissenstransfer von Methoden- und Problemexperten an nicht so versierte Personen verwendbar, die sich die für sie in Frage kommenden (ähnlichen) Probleme oder Methoden per Navigation heraussuchen können und anhand der Methoden(einsatz)beschreibungen systematische Vorgehenshinweise für den von ihnen gewünschten Methodeneinsatz erhalten.

3 Prototypische Untersuchungen zum systematischen Einsatz von CI-Methoden

Eine Grundvoraussetzung für den breiten Einsatz von CI-Methoden sind systematische Lösungsstrategien, die den Anwender dabei unterstützen, ein für die jeweilige Aufgabenstellung geeignetes Verfahren auszuwählen und gegebenenfalls anzupassen. Ungeachtet dessen sind in der Literatur diesbezüglich nur sehr wenige Untersuchungen und Vorschläge zu finden. Ohne eine systematisierte Vorgehensweise bestehen aber, insbesondere für den unerfahrenen Anwender, meist erhebliche Schwierigkeiten, den teilweise sehr unterschiedlichen Anforderungen komplexer Aufgabenstellungen gerecht zu werden. In dem hier vorgestellten prototypischen Einsatz des Wissenmanagements-Systems wird für zwei CI-Methoden beschrieben, wie sie systematisch parametrisiert werden können. Für eines der beiden Verfahren wird untersucht, welche Resultate mit dieser systematischen Vorgehensweise im Vergleich zu Einstellungen, die Experten vorgenommen haben, erzielt werden können. Dafür werden sechs bekannte Benchmarkprobleme herangezogen, die auch eine Einordnung der erzielten Resultate in Bezug auf in der Literatur verfügbare Ergebnisse erlauben.

Im Folgenden werden zunächst Support Vector Machines (Abschnitt 3.1) und das Fuzzy-ROSA-Verfahren (Abschnitt 3.2) kurz beschrieben. Dabei wird auch die jeweils verwendete systematische Vorgehensweise vorgestellt. Abschließend wird in Abschnitt 3.3 auf die mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren hiermit erzielten Ergebnisse eingegangen und eine zusammenfassende Bewertung vorgenommen.

3.1 Support Vector Machines

Support Vector Machines (SVMs, Stützvektormethode) [2] sind eine derzeit ein sehr aktiver Forschungsbereich im maschinellen Lernen. Sie sind aus der statistischen Lerntheorie entstanden und wurden bereits in vielen Anwendungsfeldern erfolgreich eingesetzt. SVMs gehören zu einer breiteren Kategorie von Lernverfahren, die das Konzept der Kernfunktionsersetzung nutzen, um Lernaufgaben durch eine implizite Abbildung in einen höherdimensionalen Raum besser lösbar zu machen. SVMs haben einige ansprechende Eigenschaften im Hinblick auf das maschinelle Lernen. Beispielsweise involviert die klassische SVM-Lernaufgabe die Lösung eines quadratischen Optimierungsproblems. Es gibt nur eine Lösung und diese kann durch den Einsatz effizienter Algorithmen aus der Optimierungstheorie gefunden werden. Außerdem muß der Anwender von SVMs beim Einsatz eines Modellselektionsansatzes nur sehr wenige, falls überhaupt irgendwelche Parameter setzen. Nicht zuletzt funktionieren SVMs in vielen praktischen Anwendungen sehr gut.

3.1.1 Grundlagen der Support Vector Machines

Support Vector Machines [2] (SVMs, Stützvektormethode) basieren auf dem Prinzip der strukturellen Risikominimierung [2] aus der statistischen Lerntheorie. In ihrer einfachen Grundform lernen SVMs lineare Entscheidungsregeln

$$h(\vec{x}) = \text{sign}\{\vec{w} \cdot \vec{x} + b\} = \begin{cases} +1, & \text{if } \vec{w} \cdot \vec{x} + b > 0 \\ -1, & \text{else} \end{cases} \quad (1)$$

die sich durch einen Gewichtsvektor \vec{w} und einen Treshold b beschreiben lassen. Die Idee der strukturellen Risikominimierung ist es, eine Hypothese h zu finden, für die die kleinste Fehlerwahrscheinlichkeit garantiert werden kann. Für SVMs zeigt [2], dass dieses Ziel durch das Finden der Hyperebene erreicht werden kann, die die Beispiele der beiden zu unterscheidenden Klassen mit maximalen Abstand (*soft margin*) trennt.¹ Die Berechnung dieser Hyperebene ist äquivalent zur Lösung des folgenden Optimierungsproblems.

Optimierungsproblem 1 (SVM (primal))

$$\text{Minimiere:} \quad V(\vec{w}, b, \vec{\xi}) = \frac{1}{2} \vec{w} \cdot \vec{w} + C \sum_{i=1}^n \xi_i \quad (2)$$

$$\text{unter den Nebenbedingungen:} \quad \forall_{i=1}^n : y_i[\vec{w} \cdot \vec{x}_i + b] \geq 1 - \xi_i \quad (3)$$

$$\forall_{i=1}^n : \xi_i > 0 \quad (4)$$

Für die gegebenen Trainingsbeispiele $\vec{z}_i = (\vec{x}_i, y_i)$, die jeweils aus einem Attributwertvektor \vec{x}_i und einem Klassenlabel y_i bestehen, müssen die Parameter \vec{w} und b der SVM-Entscheidungsregel gefunden werden, die $V(\vec{w}, b, \vec{\xi})$ minimieren. In diesem Optimierungsproblem ist die euklidische Länge $\|\vec{w}\|$ des Gewichtsvektors umgekehrt proportional zum Abstand der nächsten Beispiele zur Hyperebene der Entscheidungsregel (*soft margin*). Die Randbedingungen (3) erfordern, dass alle

¹Siehe [3] für eine Einführung in SVMs für Klassifikationsprobleme und [4] für eine Einführung in SVMs für Regressions-/Approximationsprobleme.

Trainingsbeispiele bis auf eine gewisse Ungenauigkeit ξ_i , d. h. bis auf einen gewissen kleinen Trainingsfehler korrekt klassifiziert werden. Wenn ein Trainingsbeispiel auf der „falschen“ Seite der Hyperebene liegt, ist das entsprechende ξ_i größer oder gleich 1. Deswegen ist $\sum_{i=1}^n \xi_i$ eine obere Schranke für die Anzahl der Trainingsfehler. Der Faktor C in (2) wird Kapazitätskonstante genannt und ist ein Parameter zur Einstellung des Trade-Offs zwischen Trainingsfehler und Modellkomplexität (siehe auch Abschnitt 3.1.2).

Wegen des Rechenaufwands ist es günstiger das Wolfe-Dual [5] des Optimierungsproblems 1 zu lösen anstatt das Optimierungsproblem 1 direkt [2].

Optimierungsproblem 2 (SVM (dual))

$$\text{Minimiere: } W(\vec{\alpha}) = -\sum_{i=1}^n \alpha_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n y_i y_j \alpha_i \alpha_j (\vec{x}_i \cdot \vec{x}_j) \quad (5)$$

$$\text{unter den Nebenbedingungen: } \sum_{i=1}^n y_i \alpha_i = 0 \quad (6)$$

$$\forall_{i=1}^n : 0 \leq \alpha_i \leq C \quad (7)$$

Für die gegebenen Trainingsbeispiele $\vec{z}_i = (\vec{x}_i, y_i)$ sind die Parameter α_i zu finden, die $W(\vec{\alpha})$ minimieren. In dieser Arbeit wird die SVM-Implementation *mySVM* [6] für die Berechnung der Lösung dieses Optimierungsproblems benutzt.² Stützvektoren (*Support Vectors*) sind die Trainingsbeispiele \vec{x}_i mit $\alpha_i > 0$ bei der Lösung. Aus der Lösung des Optimierungsproblems 2 kann die SVM-Entscheidungsregel wie folgt berechnet werden

$$\vec{w} \cdot \vec{x} = \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i (\vec{x}_i \cdot \vec{x}) \text{ and } b = y_{usv} - \vec{w} \cdot \vec{x}_{usv} \quad (8)$$

Das Trainingsbeispiel (\vec{x}_{usv}, y_{usv}) für die Berechnung von b muß ein Stützvektor mit $\alpha_{usv} < C$ sein. Schließlich erhält man die Trainingsfehler ξ_i als $\xi_i = \max(1 - y_i [\vec{w} \cdot \vec{x}_i + b], 0)$.

Sowohl für das Lösen des Optimierungsproblems 2 als auch für das Anwenden der gelernten Entscheidungsregel reicht es aus, innere Produkte (Skalarprodukte) zwischen Attributwertvektoren zu berechnen. Durch das Ausnutzen dieser Eigenschaft haben Boser et al. den Einsatz von Kernfunktionen $\mathcal{K}(\vec{x}_i, \vec{x}_j)$ für das Lernen nicht-linearer Entscheidungsregeln eingeführt. Abhängig von der Art der Kernfunktion lernen SVMs anstelle von linearen Klassifikatoren³ Polynomklassifikatoren, auf Radialen Basisfunktionen (RBF) basierende Klassifikatoren oder zwei-lagige sigmoide neuronale Netze. Solche Kernfunktionen berechnen ein inneres Produkt in einem Merkmalsraum und ersetzen das innere Produkt (Skalarprodukt) in den obigen Formeln.

²*mySVM* ist verfügbar unter <http://www-ai.cs.uni-dortmund.de/SOFTWARE/MYSVM/> und kann sowohl Klassifikations- als auch Approximations-/Regressionsprobleme lösen.

³Klassifikatoren bei SVMs für Klassifikationsaufgaben bzw. Approximationen bei SVMs für Regressionsaufgaben.

3.1.2 Systematisches Vorgehen zur Parametrisierung von SVMs

Offensichtlich ist die Wahl der *Kernfunktion* und ihrer Parameter von entscheidender Bedeutung für die Parametrisierung einer SVM, da die Kernfunktion die Art des Hypothesenraums und damit die Ausdruckskraft der durch die SVM lernbaren Modelle vorgibt. In manchen Anwendungen liefern bereits lineare Kernel sehr gute Ergebnisse, so z. B. in der Klassifikation von Texten [7], wo kompliziertere Kernfunktionen nicht signifikant besser oder schlechter abschneiden, so dass man dort in der Regel einfach lineare Kernfunktionen einsetzt. Sehr oft werden die besten oder zumindest sehr gute Ergebnisse mit radialen Basisfunktionen (RBF) als Kernfunktionen erreicht. [8] beschreibt beispielsweise Experimente mit verschiedenen Kernfunktionen für Zeitreihendaten, bei denen RBF-Kernfunktionen auch im Vergleich mit spezieller angepaßten Kernfunktionen meist sehr gut abschneiden. Deswegen reicht es in den meisten Anwendungen, sich bei der Variation der Parameter für das Finden einer guten Parametrisierung auf lineare und RBF-Kernfunktionen zu beschränken, weil vom Einsatz von beispielsweise polynomiellen oder sigmoiden Kernfunktionen (in der Regel) keine (signifikant) besseren Ergebnisse zu erwarten sind.

Manche *Kernfunktionen* haben weitere *Parameter*, über die sich die Form der Kernfunktion genauer spezifizieren läßt. Bei RBF-Kernfunktionen ist dies z. B. der Parameter γ , der die Breite der radialen Basisfunktionen angibt ($\mathcal{K}(x_i, x_j) = e^{-\gamma \|x_i - x_j\|^2}$). Bei polynomiellen Kernfunktionen sind dies beispielsweise der Grad des Polynoms sowie ein Skalierungsfaktor.

Ein weiterer wichtiger Parameter beim Training von SVMs ist die *Kapazitätskonstante* C , über die man den Trade-Off zwischen Trainingsfehler und Modellkomplexität einstellen kann. Ein großer Wert von C erlaubt einzelnen Trainingsbeispielen einen größeren Einfluss auf die Lage der Hyperebene und führt damit zu einer stärkeren Anpassung an die Trainingsdaten, während ein kleinerer Wert von C zu einer glatteren Hyperebene bzw. Trennfunktion führt, also zu einem stärker generalisierenden Modell. Durch geeignete Wahl von C läßt sich also eine Überanpassung an die Trainingsdaten (*Overfitting*) vermeiden, die durch das Lernen eines komplexen Modells zwar einen geringen Trainingsfehler erreichen würde, aber einen hohen Fehler auf ungesehenen (Test)beispielen zur Folge hätte.

Bei manchen Klassifikationsanwendungen, insbesondere bei solchen mit sehr ungleicher Klassenverteilung, kann es sinnvoll sein, durch unterschiedliche *Gewichte* (*Fehlklassifikationskosten*) für positive und negative Beispiele die ungleiche Klassenverteilung auszugleichen.

Um für ein gegebenes Klassifikations- oder Regressionsproblem einen guten Parametersatz zu finden, bietet sich der Einsatz einer automatischen Modellselektion an. So kann mit Hilfe einer n -fachen Kreuzvalidierung auf den Trainingsdaten, die hierzu zufällig in n möglichst gleich große Teile aufgeteilt werden, in n Trainingsläufen ein Modell auf jeweils $n - 1$ dieser Teile gelernt und auf dem jeweils verbleibendem Teil evaluiert werden. Führt man z.B. für jede zu betrachtende Kombination von Kernelfunktion (z.B. linear und RBF), ihrer Parameter (bei RBF z.B. $\gamma \in \{10^{-2}, 10^{-1}, 1, 10^1, 10^2\}$) und der Kapazitätskonstante C (z.B. $C \in \{10^{-2}, 10^{-1}, 1, 10^1, 10^2\}$) aus, so kann man automatisch die Parameterkombination mit dem kleinsten durchschnittlichen Fehler bei dieser Kreuzvalidierung

auswählen lassen. Mit dieser Parameterkombination trainiert man dann eine SVM auf den gesamten Trainingsdaten, die man dann z. B. auf einer zuvor noch nicht benutzten Menge von Testbeispielen evaluieren kann, um die Performanz des SVM-Ansatzes zu schätzen.

Bei binären Klassifikationsaufgaben kann man anstelle der relativ aufwendigen Kreuzvalidierung auch die in [9] beschriebenen ξ - α -Schätzer für die Performanzschätzung einer SVM mit einer bestimmten Parameterkombination einsetzen. Die auf der Idee der Leave-One-Out-Schätzung basierenden ξ - α -Schätzer sind sehr effizient, weil sie mit einem einzigen SVM-Trainingslauf bestimmt werden können, und gleichzeitig auch sehr effektiv, d. h. sie liefern eine relative genaue Schätzung. Bei den in dieser Arbeit betrachteten Benchmark-Datensätzen handelt es sich allerdings nicht um binäre Klassifikationsprobleme, sondern um zwei Regressionsprobleme und vier Klassifikationsprobleme mit mehr als zwei Klassen, so dass hier die Kreuzvalidierung der Ansatz der Wahl ist.

Bei Klassifikationsaufgaben mit mehr als zwei Klassen kann folgender Ansatz gewählt werden, um mit mehreren, nur binäre Klassifikationsprobleme lösenden SVMs das Gesamtproblem zu lösen. Für jede Klasse wird eine eigene SVM trainiert, die für ein neues Beispiel entscheiden können soll, ob das Beispiel zu dieser Klasse gehört oder nicht. Für die Klassifikation eines neuen Beispiels wird dann jede dieser SVMs auf dieses Beispiel angewendet, und die Klasse der SVM mit der höchsten Konfidenz in ihre Vorhersage, d. h. mit dem größten Abstand seiner trennenden Hyperebene zu diesem Beispiel, gewählt. Beim Training sind die Parameter dieser SVMs also gemeinsam zu optimieren, damit ihre Vorhersagen vergleichbar sind, und als Optimierungskriterium dient der gemeinsam erreichte Klassifikationsfehler.

3.2 Fuzzy-ROSA-Verfahren

Die grundlegende Idee des Fuzzy-ROSA-Verfahrens besteht darin, einzelne Regeln daraufhin zu testen, ob sie einen relevanten Teilaspekt des zu modellierenden Systems beschreiben [10, 11, 12]. Damit wird das komplexe Problem einen guten Regelsatz zu finden, auf das einfachere Problem, einzelne relevante Regeln zu finden, zurückgeführt. Dieser Ansatz ermöglicht einerseits, befriedigende Lösungen auch für komplexere Aufgabenstellungen in akzeptabler Zeit zu erzielen, andererseits wird das globale Optimum in der Regel nicht erreicht. Der Regelgenerierungsprozess des Fuzzy-ROSA-Verfahrens lässt sich grob in die folgenden vier Schritte einteilen:

Projektdefinition: Vor der eigentlichen Regelgenerierung müssen die Zugehörigkeitsfunktionen für die Ein-/Ausgangvariablen des betrachteten Systems festgelegt werden. Dies kann wissensbasiert, datenbasiert oder heuristisch erfolgen [13]. Außerdem kann die maximale Kombinationstiefe c_{max} für die Prämisse und gegebenenfalls eine maximale Zeittiefe t_{max} festgelegt werden, um den Rechenaufwand zu beschränken

Regelgenerierung: Die Regelsuche erfolgt im Fuzzy-ROSA-Verfahren so, dass Regelkandidaten (Hypothesen) aufgestellt werden, die dann auf ihre Relevanz getestet werden. Abhängig von der Suchraumgröße kann eine komplette

Suche, eine evolutionäre Suche oder eine Kombination von beiden gewählt werden [14]. Der Regelsatz wird sukzessive aus allen relevanten, nicht redundanten Regeln aufgebaut. Das Ergebnis des Regelgenerierungsprozess hängt im starken Maße von der gewählten Regeltest- und Bewertungsstrategie ab [15].

Regelreduktion: Die Anzahl der Regeln kann anschließend durch Offline-Regelreduktionsverfahren verringert werden [16, 17]. Dabei können verschiedene Anforderungen, wie z. B. komplette Überdeckung aller Eingangssituationen (*situationsbasierte Konfliktreduktion*), gleichmäßige Ausnutzung der Daten (*datenbasierte Konfliktreduktion*), Verringerung des Modellierungsfehlers oder der Regelanzahl (*optimierende Konfliktreduktion*), berücksichtigt werden.

Regelsatzanalyse und -optimierung: Durch die abschließende Analyse des Regelsatzes kann der Modellierungsprozess und das Modellierungsergebnis bewertet und gegebenenfalls Feedback für die Problemformulierung erhalten werden. Zusätzlich kann das Ein-/Ausgangsverhalten des erhaltenen Fuzzy-Systems durch Anpassung der verbleibenden freien Parameter optimiert werden.

In [18] wird eine systematische Vorgehensweise zur Einstellung der Strategieparameter des Fuzzy-ROSA-Verfahrens vorgeschlagen, die es auch weniger versierten Benutzern ermöglichen soll, befriedigende Ergebnisse in akzeptabler Zeit zu erzielen. Darauf wird im Folgenden genauer eingegangen.

3.2.1 Systematische Festlegung der Zugehörigkeitsfunktionen

Es wird davon ausgegangen, dass kein Expertenwissen verfügbar ist und somit wird bei der Festlegung der Zugehörigkeitsfunktionen heuristisch vorgegangen. Die dabei eingesetzte, Vorgehensweise ist problemabhängig:

Im Falle *kontinuierlicher* Einflussgrößen wird eine äquidistante Partitionierung vorgenommen. Bei der systematischen Vorgehensweise wird dafür zunächst der Wertebereich der Einflussgröße bestimmt und anschließend werden automatisch 50 % überlappende Trapeze generiert⁴. Die Anzahl der linguistischen Werte pro Einflussgröße ist je nach Datenumfang D mit vier, fünf, sieben oder neun vorgegeben worden. Eine ungerade Anzahl von linguistischen Werten hat sich insbesondere bei einem zur Null symmetrischen Wertebereich als vorteilhaft erwiesen. Dabei ist in den meisten Fällen die Einteilung in fünf linguistische Werte ausreichend.

Einfacher ist die Vorgehensweise bei der Definition der Zugehörigkeitsfunktionen für *diskrete* Einflussgrößen, die zum Beispiel für Klassen stehen können⁵. Im Prinzip ist für jeden diskreten Wert einfach ein Singleton zu definieren.

⁴Einzige Ausnahme ist das Benchmarkproblem MACKEY, bei dem Dreiecke statt Trapeze verwendet worden sind, um die Vergleichbarkeit zu anderen Ansätzen mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren zu gewährleisten [19, 11].

⁵Gegebenenfalls ist den Klassen eine Nummer zuzuordnen, da im Fuzzy-ROSA-Verfahren nur numerische Größen verarbeitet werden können.

3.2.2 Systematische Konfiguration des Fuzzy-Systems

Bevor auf die problemklassenspezifischen Einstellungen des Fuzzy-Systems eingegangen wird, erfolgt eine Übersicht über die Parameter, die im Rahmen der systematischen Vorgehensweise nicht variiert werden: Das Algebraische Produkt ist als UND-Operator für die Prämissenauswertung, die Aktivierung und die UND-Verknüpfung des Glaubensmaßes (Bewertungsindex) voreingestellt. Entsprechend ist die Algebraische Summe als ODER-Operator für die Akkumulation gewählt worden. Die Wahl dieser Standardeinstellungen wird in [11] vorgeschlagen und ist zum Teil aus der Statistik motiviert. Weiterhin werden bei Anwendung des Fuzzy-Systems ausgangsseitig immer Singletons verwendet [11]. Diese Auswertung ist zum einen effizienter und zum anderen konnten keine signifikanten Unterschiede bezüglich der Modellierungsgüte im Vergleich zur Verwendung der Originalzugehörigkeitsfunktionen festgestellt werden. Im Gegensatz dazu ist sowohl die Verfahrensweise bei nicht abgedeckten Eingangssituationen sowie die Wahl der Defuzzifizierungsmethode problemabhängig wie folgt vorzunehmen:

Defuzzifizierung: Bei diskreten Ausgangsgrößen ist es häufig sinnvoll, den am stärksten empfohlenen Ausgangsgrößenwert zu wählen, was durch die MOM-Defuzzifizierung (*Mean of Maximum*) erreicht wird. Insbesondere bei *Klassifikationsproblemen* wird damit vermieden, dass eine unerwünschte Mittelwertbildung zweier Klassen, wie z. B. *Mann* und *Frau* vorgenommen wird. Hingegen ist bei *kontinuierlichen* Ausgangsgrößen meist ein Kompromiss zwischen den verschiedenen Regeln entsprechend ihres Aktivierungsgrads und Glaubensmaßes wünschenswert, da sich dies insbesondere bei Approximationsaufgaben günstig auf die Modellierungsgüte auswirken kann. Deswegen wird unter diesen Voraussetzungen üblicherweise die COG-Defuzzifizierung (*Center of Gravity*) eingesetzt.

Nicht abgedeckte Eingangssituationen: Die Vorgehensweise bei nicht abgedeckten Eingangssituationen kann sich entscheidend auf das Modellierungsergebnis auswirken. Bei *Klassifikationsaufgaben* ist es naheliegend, einen Defaultwert für *nicht klassifiziert* auszugeben. In Abhängigkeit von der konkreten Aufgabenstellung muss dann entschieden werden, wie in einem solchen Fall weiter verfahren werden soll. Im Gegensatz dazu ist es bei *Approximationsaufgaben* vielfach günstiger, den Mittelwert der Ausgangsgröße als Defaultwert festzulegen, da dadurch im Mittel die Modellierungsgüte erhöht wird. Eine Ausnahme bilden dynamische Probleme, bei denen häufig ein „Halten“ des letzten Wertes vorzuziehen ist, insbesondere dann, wenn eine sprunghafte Änderung der Ausgangsgröße vermieden werden soll.

Obwohl im Fuzzy-ROSA-Verfahren auch erweiterte Strategieelemente, wie Hyperinferenz und Inferenzfilter verfügbar sind [10], ist hier auf eine Ausdehnung der systematischen Untersuchung verzichtet worden, um den Aufwand in akzeptablen Grenzen zu halten.

3.2.3 Systematische Wahl der Strategieparameter der Regelsuche

Wie bereits ausgeführt, ist die Wahl der Regeltest- und Bewertungsstrategie zentral für das Modellierungsergebnis. Obwohl heuristisches Wissen über günstige Einstellungen für bestimmte Problemklassen vorhanden ist, konnten bisher noch keine allgemein gültigen Handlungsvorschläge abgeleitet werden. In Anbetracht dessen wird in [18] ein Schema zur Einstellung der Strategieparameter der Regelsuche vorgeschlagen und eingesetzt. Die Einstellung der Strategieparameter der Regelsuche basiert dabei auf einer kompletten Suche mit maximaler Kombinationstiefe $c_{max} = 2$. Damit ist für alle im Rahmen dieses Beitrags untersuchten Benchmarkprobleme gewährleistet, dass die Suche in akzeptabler Zeit, d. h. in wenigen Minuten, durchgeführt werden kann. Außerdem kann oft schon mit einer maximalen Kombinationstiefe $c_{max} = 2$ eine hohe Modellierungsgüte bei vergleichsweise kleiner Regelanzahl R erzielt werden. Andernfalls ist meistens zumindest eine Aussage darüber möglich, ob eine Modellierung mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren überhaupt erfolgsversprechend ist. Bei der Wahl der Strategieparameter der Regelsuche werden im Wesentlichen die folgenden drei Zielsetzungen verfolgt:

- eine hohe Modellierungsgüte,
- kompakte Regelsätze und
- eine hohe Abdeckung der Lerndaten.

Entscheidenden Einfluss auf die Modellierungsgüte hat die Wahl der Regeltest- und Bewertungsstrategie. Weiterhin können kompakte und damit besser interpretierbare Regelsätze dadurch erhalten werden, dass nur Regeln mit einem Bewertungsindex $J \geq J_{min}$ in den Regelsatz aufgenommen werden. In einem Teil der Benchmarkanwendungen führt die Erhöhung des Schwellwerts J_{min} sogar zunächst auch zu einer Erhöhung der Modellierungsgüte. Allerdings kann ein zu hoher Schwellwert J_{min} dazu führen, dass nicht mehr alle Datenpunkte abgedeckt werden und infolgedessen die Modellierungsgüte wieder sinkt. Zur Erreichung eines möglichst günstigen Kompromisses zwischen den eingangs aufgeführten Zielsetzungen wird deswegen nach folgendem Schema vorgegangen [18]:

1. Eine komplette Durchmusterung der Kombinationstiefe $c_{max} = 2$ für alle Regeltest- und Bewertungsstrategien mit einem Schwellwert $J_{min} = 0.0$.
2. Schrittweise Reduzierung der erhaltenen Regelsätze durch Erhöhung des Schwellwerts J_{min} mit einer Schrittweite von $\Delta J = 0.1$.
3. Ermittlung der Modellierungsgüte und der nicht abgedeckten Datensätze für die in den vorherigen Schritten erzeugten Regelsätze auf den Lerndaten.
4. Wahl der Regeltest- und Bewertungsstrategie sowie des Schwellwerts J_{min} unter Berücksichtigung der erzielten Modellierungsgüte ϵ , Regelanzahl R und nicht abgedeckten Datensätze D_{nc} .
5. Optionale Anwendung der optimierenden Konfliktreduktion (OCR) zur Erhöhung der Modellierungsgüte und Erniedrigung der Regelanzahl R .

Es hat sich für die Wahl der Regeltest- und Bewertungsstrategie sowie des Schwellwerts J_{min} als sinnvoll erwiesen, die Kenngrößen der erzielten Modellierungsergebnisse, wie Modellierungsfehler ϵ , Regelanzahl R und die nicht abgedeckten Datensätze D_{nc} , in eine Tabelle einzutragen. Dabei hat es sich in fast allen bisher untersuchten Anwendungen als ausreichend erwiesen, zunächst nur die Modellierungsgüte zu betrachten, da eine erhöhte Anzahl von nicht abgedeckten Datensätzen im Allgemeinen zu einem höheren Modellierungsfehler ϵ führt. Im Falle gleichwertiger Modellierungsgüten ist der kompaktere Regelsatz mit der kleineren Regelanzahl R vorzuziehen.

3.3 Experimentelle Ergebnisse und Bewertung

Anhand von sechs Benchmarkdatensätzen soll untersucht werden, ob die in Abschnitt 3.2 beschriebene systematische Vorgehensweise es auch weniger versierten Anwendern ermöglicht, ohne spezielle Vorkenntnisse in akzeptabler Zeit befriedigende Modellierungsergebnisse mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren zu erzielen. Im Folgenden wird zunächst ein Überblick über die Resultate gegeben, die bei den Benchmarkproblemen erreicht wurden (siehe Tabelle 1). Anschließend werden die Vorgehensweise und die Ergebnisse der Experimente auf den einzelnen Benchmarkdatensätzen erläutert.

Tabelle 1: Mit der Fuzzy-ROSA-Methode (FRM) erzielter durchschnittlicher relativer Fehler ϵ_{vali} auf den Validierungsdaten in Prozent und durchschnittliche Regelanzahl R bei 2-facher Kreuzvalidierung.

Datensatz	FRM _{sys}		FRM _{sys+OCR}		FRM _{best}	
	ϵ_{vali}	R	ϵ_{vali}	R	ϵ_{vali}	R
IRIS	6.0	7	6.0	5	4.1	9
WINE	11.2	105	10.7	15	6.2	141
MACKEY	0.07	59	0.05	20	0.00014	92
KIN	0.22	1530	0.12	457	0.16	309
GENE	5.5	1567	5.4	500	5.8	221
SAT	18.8	2683	18.2	1044	12.7	204

Ziel der Anwendung der Fuzzy-ROSA-Methode (FRM) auf die Benchmarkprobleme ist, einen Vergleich zu anderen Ansätzen aus der Literatur zu ermöglichen. Hinsichtlich der Modellierungsgüte wird dafür eine Einordnung der erzielten Ergebnisse vorgenommen. Dabei wird auch darauf eingegangen, welche Modellierungsgüte mit der systematischen Vorgehensweise (FRM_{sys} bzw. FRM_{sys+OCR}), verglichen mit dem bisher besten von Experten vorgenommenen Modellierungsansatz mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren (FRM_{best}), erreicht werden kann. Da viele in der Literatur verwendete Ansätze nicht zu interpretierbaren Modellen führen, wird diesbezüglich auf einen umfassenden Vergleich verzichtet. Stattdessen wird die Interpretierbarkeit der mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren erzeugten Modelle bewertet und gegebenenfalls auf weiterführende Literatur verwiesen.

3.3.1 IRIS

Dieses Klassifikationsproblem basiert auf dem in der Literatur weit verbreiteten IRIS-Datensatz⁶ [21, 22]. Die Klassifikationsaufgabe besteht darin, drei Schwertli-arten anhand von vier Charakteristika zu bestimmen.

Anders als bei den in Tabelle 1 zusammengefaßten Ergebnissen, wird hier eine 10-fache Kreuzvalidierung analog zu [23] vorgenommen⁷, um eine bessere Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu ermöglichen. Dabei ergaben sich folgende Resultate für FRM_{sys} bzw. FRM_{best} : $R = 9$, $\epsilon_{learn} = 4.1$, $\epsilon_{vali} = 4.1$ und $\text{FRM}_{sys+OCR}$: $R = 5$, $\epsilon_{learn} = 2.9$, $\epsilon_{vali} = 5.4$. Der relative Klassifikationsfehler auf Validierungsdaten ϵ_{vali} wird in Abbildung 3 mit den Ansätzen aus [23] verglichen.

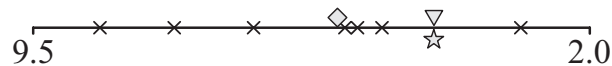


Abbildung 3: Relativer Klassifikationsfehler auf Validierungsdaten in Prozent ϵ_{vali} für IRIS bei folgenden Ansätzen: ∇ FRM_{sys} , \diamond $\text{FRM}_{sys+OCR}$, \star FRM_{best} und \times Literatur.

Insgesamt zeigt sich, dass das beste Modellierungsergebnis mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren FRM_{best} mit der systematischen Vorgehensweise FRM_{sys} erzielt werden konnte. Die Anwendung der optimierenden Konfliktreduktion führt in diesem Beispiel zu einem Overfitting und somit zu einem höheren Klassifikationsfehler auf Validierungsdaten. Im Vergleich zu den Ansätzen aus der Literatur belegt das Fuzzy-ROSA-Verfahren mit FRM_{sys} bzw. FRM_{best} einen der vorderen Plätze. Mit einer Regelanzahl von $R = 9$ ist auch die Interpretierbarkeit des erhaltenen Fuzzy-Modells in einem sehr hohen Maße gewährleistet.

3.3.2 WINE

Dieses Klassifikationsproblem aus [24] hat zum Ziel, die Herkunft von Weinen anhand ihrer chemischen Zusammensetzung zu bestimmen. Wie beim Benchmarkproblem IRIS wird hier eine 10-fache Kreuzvalidierung analog zu [23] vorgenommen. Dabei ergaben sich folgende Resultate für FRM_{sys} bzw. FRM_{best} : $R = 141$, $\epsilon_{learn} = 3.2$, $\epsilon_{vali} = 6.2$ und $\text{FRM}_{sys+OCR}$: $R = 35$, $\epsilon_{learn} = 1.8$, $\epsilon_{vali} = 6.7$. Der relative Klassifikationsfehler auf Validierungsdaten ϵ_{vali} wird in Abbildung 4 mit den Ansätzen aus [23] verglichen.



Abbildung 4: Relativer Klassifikationsfehler auf Validierungsdaten in Prozent ϵ_{vali} für WINE bei folgenden Ansätzen: ∇ FRM_{sys} , \diamond $\text{FRM}_{sys+OCR}$, \star FRM_{best} und \times Literatur.

⁶Wie die meisten anderen der hier verwendeten Datensätze kann der IRIS-Datensatz aus dem Repository der University of California at Irvine (UCI) [20] heruntergeladen werden.

⁷In [23] werden die Daten zufällig in zehn Teile geteilt. In zehn Modellierungen wird auf jeweils neun Teilen gelernt und auf dem verbleibenden Teil validiert. Das Modellierungsergebnis ergibt sich aus Mittelung über die zehn Durchläufe.

Zwar weist in diesem Beispiel die systematische Vorgehensweise FRM_{sys} bzw. FRM_{best} den niedrigsten Klassifikationsfehler auf. Allerdings ist die Regelanzahl $R = 141$ in Anbetracht dessen, dass nur $D = 178$ Datenpunkte verfügbar sind, als sehr hoch zu bezeichnen. Daher ist der Ansatz mit optimierender Konfliktreduktion, der zu einer Regelanzahl $R = 35$ führt, vorzuziehen. Im Vergleich zu Ansätzen aus der Literatur werden in diesem Beispiel mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren nur hintere Plätze belegt.

3.3.3 MACKEY

Die chaotische Mackey-Glass-Zeitfolge [25] wird in der Literatur häufig zum Testen von Lern- und Modellierungsverfahren genutzt. Ein Überblick und eine Einordnung der Ergebnisse, die für dieses Approximationsproblem mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren erzielt werden können, ist in [19] zu finden. Es ergeben sich folgende Resultate⁸ für FRM_{sys} : $R = 59$, $\epsilon_{learn} = 0.007$, $\epsilon_{vali} = 0.008$; $\text{FRM}_{sys+OCR}$: $R = 20$, $\epsilon_{learn} = 0.004$, $\epsilon_{vali} = 0.005$ und FRM_{best} : $R = 92$, $\epsilon_{learn} = 0.00011$, $\epsilon_{vali} = 0.00014$. Der mittlere quadratische Modellierungsfehler auf Validierungsdaten ϵ_{vali} wird in Abbildung 5 mit den Ansätzen aus [19] verglichen.

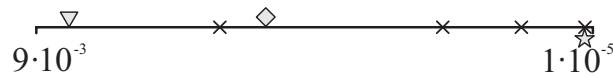


Abbildung 5: Mittlerer quadratischer Fehler auf Validierungsdaten ϵ_{vali} für MACKEY bei folgenden Ansätzen: ∇ FRM_{sys} , \diamond $\text{FRM}_{sys+OCR}$, \star FRM_{best} und \times Literatur.

Das Modellierungsergebnis mit der systematischen Vorgehensweise FRM_{sys} ist deutlich schlechter als die anderen Ansätze. Obwohl es durch die Durchführung der optimierenden Konfliktreduktion (OCR) stark verbessert werden kann, belegt der Ansatz $\text{FRM}_{sys+OCR}$ immer noch einen der hinteren Plätze. Ein Grund dafür liegt in der Granularisierung der Ausgangsgröße. Dem kann, wie in [19] gezeigt wird, durch Regeln vom TSK-Typ entgegengewirkt werden. Dementsprechend ergibt sich das beste Ergebnis mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren FRM_{best} genau für einen solchen Ansatz. Dabei ergibt sich eine vergleichbar hohe Modellierungsgüte wie bei den besten Ansätzen aus der Literatur. Allerdings muss dafür auch eine erhöhte Regelanzahl von $R = 92$ in Kauf genommen werden. Liegt die Priorität auf kompakten interpretierbaren Regelsätzen, ist somit der Ansatz $\text{FRM}_{sys+OCR}$ vorzuziehen.

3.3.4 KIN

Die Aufgabenstellung bei diesem Approximationsproblem ist, den Abstand des Endeffektors eines 8-Gelenk-Roboterarms von einem Zielpunkt vorherzusagen. Es ergeben sich folgende Resultate für FRM_{sys} : $R = 1530$, $\epsilon_{learn} = 0.21$, $\epsilon_{vali} = 0.22$; $\text{FRM}_{sys+OCR}$: $R = 457$, $\epsilon_{learn} = 0.11$, $\epsilon_{vali} = 0.12$ und FRM_{best} : $R = 309$, $\epsilon_{learn} = 0.16$, $\epsilon_{vali} = 0.16$. Der mittlere absolute Modellierungsfehler auf Validierungsdaten

⁸Abweichend von [19] wird hier als bestes Ergebnis FRM_{best} der multilineare TSK-Ansatz für den vollständigen Regelsatz mit Kombinationstiefe $c_{max} = 4$ angegeben. Die starke Verbesserung der Modellierungsgüte ist auf eine Erhöhung der numerischen Rechengenauigkeit zurückzuführen.

ϵ_{vali} wird in Abbildung 6 mit den auf den Web-Seiten von Delve⁹ verfügbaren Ansätzen verglichen.



Abbildung 6: Mittlerer absoluter Fehler auf Validierungsdaten ϵ_{vali} für KIN bei folgenden Ansätzen: ∇ FRM_{sys} , \diamond $FRM_{sys+OCR}$, \star FRM_{best} und \times Literatur.

Auffällig ist die vergleichsweise schlechte Modellierungsgüte bei der rein systematischen Vorgehensweise FRM_{sys} . Ein ähnliches Verhalten konnte auch schon bei der anderen Approximationsaufgabe MACKEY festgestellt werden. Allerdings fällt hier die Erhöhung der Modellierungsgüte durch die optimierende Konfliktreduktion (OCR) so hoch aus, dass der Modellierungsfehler kleiner als beim bisher besten TSK-Ansatz mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren FRM_{best} ist (siehe unten). Insgesamt wird damit zwar ein Platz im oberen Mittelfeld bezüglich der Modellierungsgüte belegt. Jedoch kann bei einer Regelanzahl von $R = 457$ kaum noch von Interpretierbarkeit gesprochen werden. Kompaktere Regelsätze ergeben sich bei der Durchführung der schrittweise lokaler werdenden Suche SLS (siehe [18]). Diese weisen allerdings auch eine deutlich schlechtere Modellierungsgüte auf, welche jedoch durch eine Transformation in TSK-Regeln drastisch verbessert werden kann. Das bisher beste Ergebnis FRM_{best} ist durch die Transformation eines Regelsatzes, generiert in einem SLS-Ansatz vergleichbar mit dem in [18] erzielt worden.

3.3.5 GENE

Bei diesem Benchmarkproblem aus [26] geht es um die Klassifikation von Intron-Exon-Verbindungen in Nukleotidsequenzen. Ein Überblick über die Ergebnisse, die mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren erzielt werden können, ist in [11] zu finden. Dort wird auch eine Einordnung bezüglich der Ansätze, die in [27] aufgeführt sind, vorgenommen. Es ergeben sich folgende Resultate für FRM_{sys} : $R = 1567$, $\epsilon_{learn} = 4.1$, $\epsilon_{vali} = 5.5$; $FRM_{sys+OCR}$: $R = 500$, $\epsilon_{learn} = 1.4$, $\epsilon_{vali} = 5.4$ und FRM_{best} : $R = 221$, $\epsilon_{learn} = 5.1$, $\epsilon_{vali} = 5.8$. Der relative Klassifikationsfehler auf Validierungsdaten ϵ_{vali} wird in Abbildung 7 mit den Ansätzen aus [27] verglichen.



Abbildung 7: Relativer Klassifikationsfehler auf Validierungsdaten in Prozent ϵ_{vali} für GENE bei folgenden Ansätzen: ∇ FRM_{sys} , \diamond $FRM_{sys+OCR}$, \star FRM_{best} und \times Literatur.

Insgesamt werden mit allen Modellierungsansätzen mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren vordere Plätze belegt. Aufgrund des vergleichsweise kompakten Regelsatzes ist FRM_{best} zu favorisieren. Allerdings resultiert dieser Regelsatz aus einem aufwändigen und nicht deterministischen Regelgenerierungsprozess [11], der kaum ohne Expertenwissen vorgenommen werden kann.

⁹Data for Evaluation Learning in Valid Experiments (Delve), University of Toronto, Kanda: <http://www.cs.utoronto.ca/~delve/data/datasets.html>

3.3.6 SAT

Die Aufgabe bei diesem Benchmarkproblem besteht darin, den Bodentyp eines Pixels in Satellitenbildern zu klassifizieren. Es ergeben sich folgende Resultate für FRM_{sys} : $R = 2683$, $\epsilon_{learn} = 18.2$, $\epsilon_{vali} = 18.8$; $FRM_{sys+OCR}$: $R = 1044$, $\epsilon_{learn} = 15.4$, $\epsilon_{vali} = 18.2$ und FRM_{best} : $R = 204$, $\epsilon_{learn} = 11.0$, $\epsilon_{vali} = 12.7$. Der relative Klassifikationsfehler auf Validierungsdaten ϵ_{vali} wird in Abbildung 8 mit den Ansätzen aus [27] verglichen.

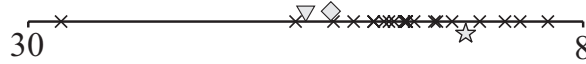


Abbildung 8: Relativer Klassifikationsfehler auf Validierungsdaten in Prozent ϵ_{vali} für SAT bei folgenden Ansätzen: ∇ FRM_{sys} , \diamond $FRM_{sys+OCR}$, \star FRM_{best} und \times Literatur.

Mit den systematischen Ansätzen FRM_{sys} und $FRM_{sys+OCR}$ werden in diesem Beispiel nur hintere Plätze bezüglich der Modellierungsgüte belegt. Hinzu kommt, dass aufgrund der hohen Regelanzahl in beiden systematischen Ansätzen nicht mehr von Interpretierbarkeit gesprochen werden kann. Eine verfeinerte Vorgehensweise FRM_{best} zur Generierung eines kompakten Regelsatzes mit hoher Modellierungsgüte wird in [17] beschrieben. Entscheidend dabei ist die Durchführung einer datenbasierten Konfliktreduktion sowie der Einsatz eines Parallelrechners.

3.3.7 Zusammenfassende Bewertung

Insgesamt kann festgestellt werden, dass die besten Modellierungsansätze mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren FRM_{best} in fast allen Benchmarkproblemen bezüglich der Modellierungsgüte die vorderen Plätze belegen. Einzige Ausnahme ist das Beispiel WINE. Weiterhin wird für IRIS, WINE, GENE und KIN schon mit den systematischen Ansätzen FRM_{sys} bzw. $FRM_{sys+OCR}$ eine Modellierungsgüte vergleichbar mit dem besten Ansatz FRM_{best} erzielt. Hingegen führen bei SAT und MACKEY erst die verfeinerten Ansätze FRM_{best} zu den hohen Modellierungsgüten. Dennoch ist auch bei diesen beiden Beispielen die Durchführung der systematischen Vorgehensweise als sehr hilfreich einzustufen, da sie gewissermaßen den Ausgangspunkt und die Referenz für die verfeinerten Ansätze bildet.

Die Anwendung der optimierenden Konfliktreduktion (OCR) hat sich teilweise als sehr erfolgreich erwiesen. Nur bei wenigen der untersuchten Datensätze, wie bei WINE und IRIS, führt die optimierende Konfliktreduktion (OCR) zu einem Overfitting. Ansonsten konnten bei den komplexeren Klassifikationsaufgaben GENE und SAT die Regelsätze deutlich verkleinert und gleichzeitig die Modellierungsgüte leicht verbessert werden. Noch viel deutlicher fällt die Erhöhung der Modellierungsgüte durch die optimierende Konfliktreduktion (OCR) bei den Approximationsaufgaben MACKEY und KIN aus.

Hinsichtlich der Interpretierbarkeit sind die Ergebnisse wie folgt zu bewerten: Für die Beispiele IRIS, WINE und MACKEY können kompakte Regelsätze ($R < 50$) mit den systematischen Ansätzen FRM_{sys} bzw. $FRM_{sys+OCR}$ generiert werden, ohne zu große Abstriche bei der Modellierungsgüte machen zu müssen. Bei GENE,

SAT und KIN hingegen ist die Regelanzahl auch nach Durchführung der optimierenden Konfliktreduktion (OCR) immer noch sehr hoch ($R > 400$). Mit den verfeinerten Ansätzen kann die Regelanzahl bei GENE und SAT noch deutlich reduziert werden ($R \approx 200$). Dies ist eine Größenordnung, die durchaus auch von wissensbasiert aufgestellten Regelsätzen in der Praxis erreicht wird. Einzige Ausnahme bildet somit das Beispiel KIN, für das bisher kein kompakter und damit interpretierbarer Regelsatz mit akzeptabler Güte gefunden werden konnte.

Aufgrund der vielversprechenden Resultate kann insgesamt davon gesprochen werden, dass mit der hier vorgestellten systematischen Vorgehensweise, es weniger versierten Anwendern erstmals ermöglicht wird, ohne spezielle Vorkenntnisse in akzeptabler Zeit befriedigende Modellierungsergebnisse mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren zu erzielen. Somit ist diese zu Beginn der Experimente formulierte Zielsetzung weitestgehend eingelöst worden.

3.4 Fazit

Dieser Beitrag hat das Konzept und die technische Realisierung eines Ansatzes für die Erfassung und den Transfer von Wissen im Bereich der Computational Intelligence beschrieben. Der vorgestellte Ansatz trennt die Struktur des dargestellten Wissens klar von den Wissensinhalten und beides wiederum von der Darstellung. Durch diese klare Trennung sowie durch eine objekt- und relational orientierte kompakte Darstellung der Ontologie und der Instanzen in zwei XML-Dateien werden Redundanzen vermieden und die Wartung des Systems und seiner Inhalte erleichtert. Diese Art der Darstellung erlaubt eine automatische Generierung von HTML-Seiten zur Eingabe, Änderung und Ansicht von Wissensinhalten sowie das einfache Navigieren entlang der Relationen zwischen den Wissensinhalten.

Neben diesem Wissensmanagementansatz wurden außerdem für zwei CI-Methoden beschrieben, wie diese systematisch parametrisiert werden können. Solche systematischen Vorgehensweisen stellen beispielhafte Einträge in Methoden oder Methodeneinsatzbeschreibungen dar und erlauben es auch Anwendern, die mit einer CI-Methode nicht so vertraut sind, diese in annehmbarer Zeit mit zufriedenstellendem Ergebnis auf ein ihnen vorliegendes Problem anzuwenden. Anhand von Experimenten mit sechs Benchmarkdatensätzen wurde für eine dieser beiden CI-Methoden gezeigt, dass dieses Vorgehen erfolgsversprechend ist.

3.5 Literaturverzeichnis

- [1] Stefan Haustein. Serving both Worlds – Infolayer Status Report. Interner Bericht Nr. 26, Lehrstuhl Informatik VIII (*Künstliche Intelligenz*), Universität Dortmund, Februar 2001. <http://www-ai.cs.uni-dortmund.de/SOFTWARE/IL/>.
- [2] Vladimir N. Vapnik. *Statistical Learning Theory*. Wiley, Chichester, GB, 1998.
- [3] C. Burges. A Tutorial on Support Vector Machines for Pattern Recognition. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 2(2):121–167, 1998.

- [4] Alex J. Smola und Bernhard Schölkopf. A Tutorial on Support Vector Regression. Interner bericht, NeuroCOLT2 Technical Report Series, 1998.
- [5] R. Fletcher. *Practical Methods of Optimization*. Wiley, Chichester, GB, 2. Auflage, 1987.
- [6] Stefan Rüping. *mySVM-Manual*. Universität Dortmund, Lehrstuhl Informatik VIII, 2000. <http://www-ai.cs.uni-dortmund.de/SOFTWARE/MYSVM/>.
- [7] Thorsten Joachims. Text Categorization with Support Vector Machines: Learning with Many Relevant Features. In *Proceedings of the European Conference on Machine Learning (ECML-98)*, Seiten 137 – 142, Berlin, 1998. Springer.
- [8] Stefan Rüping. SVM Kernels for Time Series Analysis. In Ralf Klinkenberg, Stefan Rüping, Andreas Fick, Nicola Henze, Christian Herzog, Ralf Molitor, und Olaf Schröder, Hrsg., *LLWA 01 – Tagungsband der GI-Workshop-Woche Lernen – Lehren – Wissen – Adaptivität*, Nummer 763 in Forschungsberichte des Fachbereichs Informatik der Universität Dortmund, Oktober 2001.
- [9] Thorsten Joachims. Estimating the Generalization Performance of a SVM Efficiently. In *Proceedings of the International Conference on Machine Learning (ICML-2001)*, San Francisco, CA, USA, 2000. Morgan Kaufman.
- [10] H. Kiendl. *Fuzzy Control methodenorientiert*. Oldenbourg, München, 1. Auflage, 1997.
- [11] A. Krone. *Datenbasierte Generierung von relevanten Fuzzy-Regeln zur Modellierung von Prozesszusammenhängen und Bedienstrategien*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 10, Nr. 615. VDI Verlag, Düsseldorf, 1. Auflage, 1999.
- [12] T. Slawinski, A. Krone, P. Krause, und H. Kiendl. The Fuzzy-ROSA Method: A Statistically Motivated Fuzzy Approach for Data-Based Generation of Small Interpretable Rule Bases in High-Dimensional Search Spaces. In M. Last, A. Kandel, und H. Bunke, Hrsg., *Data Mining and Computational Intelligence*, Seiten 141–166. Physica-Verlag, Heidelberg, 2001.
- [13] A. Krone und T. Slawinski. Data-Based Extraction of Unidimensional Fuzzy Sets for Fuzzy Rule Generation. In *Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE '98), Anchorage, USA, 1998*, Band 2, Seiten 1032–1037, Piscataway, NJ, USA, 1998. IEEE Press.
- [14] T. Slawinski, A. Krone, U. Hammel, D. Wiesmann, und P. Krause. A Hybrid Evolutionary Search Concept for Data-based Generation of Relevant Fuzzy Rules in High Dimensional Spaces. In *Proceedings of IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE '99) Seoul, Korea, 1999*, Band 3, Seiten 1432–1437, Piscataway, NJ, USA, 1999. IEEE Press.
- [15] H. Jessen und T. Slawinski. Test- and Rating Strategies for Data-based Rule Generation. In *Reihe Computational Intelligence*, Seiten 1–9. CI-39/98, Sonderforschungsbereich 531, Universität Dortmund, 1998.

- [16] A. Krone. Advanced Rule Reduction Concepts for Optimizing Efficiency of Knowledge Extraction. In *Proceedings of the Fourth European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing (EUFIT '96)*, Band 2, Seiten 919–923, Aachen, 1996. Verlag Mainz.
- [17] A. Krone, P. Krause, und T. Slawinski. A New Rule Reduction Method for Finding Interpretable and Small Rule Bases in High Dimensional Search Spaces. In *Proceedings of the Ninth IEEE International Conference on Fuzzy Systems, (FUZZ-IEEE '00), San Antonio, USA*, Band 2, Seiten 696–699, Piscataway, NJ, USA, 2000. IEEE Press.
- [18] T. Slawinski. *Analyse und effiziente Generierung von relevanten Fuzzy-Regeln in hochdimensionalen Suchräumen*. Dissertation (angenommen). Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Universität Dortmund, 2001.
- [19] P. Krause. Generierung von Takagi-Sugeno-Fuzzy-Systemen aus relevanten Fuzzy-Regeln. In *Tagungsband des 10. Workshops Fuzzy Control des GMA-FA 5.22, Dortmund*, Seiten 84–97, Karlsruhe, 2000. VDI/VDE GMA-FA 5.22, Wissenschaftliche Berichte Forschungszentrum Karlsruhe (FZKA 6509).
- [20] C.L. Blake und C.J. Merz. UCI Repository of machine learning databases, 1998. <http://www.ics.uci.edu/~mllearn/MLRepository.html>.
- [21] E. Anderson. The IRISes of the Gaspé Peninsula. *Bull. Amer. IRIS Soc.*, 59:2–5, 1935.
- [22] N. R. Pal, K. Pal, und J. C. Bezdek. A Mixed c-Means Clustering Model. In *Proceedings of the Sixth IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE '97), Barcelona, Spanien, 1997*, Band 1, Seiten 11–21, Piscataway, NJ, USA, 1997. IEEE Press.
- [23] R. Holve. Investigation of Automatic Rule Generation for Hierarchical Fuzzy Systems. In *Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE '98), Anchorage, USA, 1998*, Band 2, Seiten 973–978, Piscataway, NJ, USA, 1998. IEEE Press.
- [24] A. L. Corcoran und S. Sandip. Using Real-Valued Genetic Algorithms to Evolve Rule Sets for Classifications. In *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation (ICEC '94), Orlando, USA, 1994*, Band 1, Seiten 120–124, Piscataway, NJ, USA, 1994. IEEE Press.
- [25] M. Mackey und L. Glass. Oscillation and Chaos in Physiological Control Systems. *Science*, 197:287–289, 1977.
- [26] L. Prechelt. PROBEN 1 – A Set of Neural Network Benchmark Problems and Benchmarking Rules. Interner Bericht 21, Fakultät für Informatik, Universität Karlsruhe, 1994.
- [27] D. Michie, D.J. Spiegelhalter, und C.C. Taylor. *Machine learning, Neural and Statistical Classification*. Ellis Horwood, Hemel Hempstead, GB, 1994.

Ergebnisse der Untersuchung von Benchmark-Daten mittels FUCS - Fuzzy Classification System

Ulrich Priber
Fraunhofer-Institut für Werkzeugmaschinen und Umformtechnik
09126 Chemnitz, Reichenhainer Str. 88
Tel. +49 371 5397 435 / Fax +49 371 5397 488

17. Oktober 2001

Kurzfassung

Die Untersuchungen derselben Daten sind zur vergleichenden Gegenüberstellung verschiedener Klassifikationskonzepte interessant. Die von der Uni Dortmund zur Verfügung gestellten 3 Datensätze (insgesamt 17600 Objekte mit 304 Merkmalen) von einem Getriebeprüfstand sind Gegenstand der vorzustellenden Ergebnisse.

Der mit FUCS üblicherweise betrachtete Problemkreis wird durch die Daten etwas überschritten (mehr als 256 Merkmale), aber der Entwurf eines parametrischen Klassenmodells wurde durchgeführt und nach optimalen Varianten gesucht, insbesondere hinsichtlich des letztlich einzubeziehenden Merkmalsatzes.

Die Untersuchungen basieren auf sehr wenig Informationen zu den konkreten Daten. Insbesondere der physikalische Hintergrund der Merkmale war unbekannt und konnte in die Untersuchungen deshalb nicht einbezogen werden.

Fehlerraten und Aussagen zur Sicherheit der getroffenen Zuordnungen beschreiben die Resultate, die die Anwendung von FUCS in diesem Fall erbracht hat.

Die erzielten Ergebnisse zeigen auf, daß eine befriedigende Lösung des gestellten Problems mit dem System FUCS nicht erzielt werden konnte. Die im Mittel nicht erreichte Eindeutigkeit der erzielten Klassenzuordnungen (Reklassifikation) zeigen, daß die beiden betrachteten Klassen sich im Merkmalsraum nicht ausreichend separieren ließen.

1 Annahmen und Voraussetzungen

Folgende Grundannahmen wurden getroffen bzw. vermutet:

- Es wird davon ausgegangen, daß alle 3 Dateien unter denselben Bedingungen entstanden sind, d.h. die Merkmale qualitativ und quantitativ vergleichbar sind.
- Alle Angaben zur Klassenzugehörigkeit (Getriebezustand OK bzw. defekt) wurden nicht angezweifelt.
- Es wurden keine nichtlinearen Merkmalstransformationen (z.B. logarithmische Verzerrung o.ä.) einbezogen.
- Die 3 Datensätze wurden sowohl als eigenständige Aufgaben wie auch als ein Gesamtdatensatz betrachtet.

2 Einsatz von FUCS

Das betrachtete Problem wurde mit dem System FUCS (Fuzzy Classification System) des Fraunhofer-Instituts IWU in Chemnitz untersucht. Insbesondere die Merkmalsanzahl (304) überstieg die Möglichkeit, dieses System ohne zusätzliche Vorkehrungen einzusetzen, da es für die seinerzeit für ausreichend erachtete Anzahl von maximal 256 Merkmalen geschrieben wurde. Eine Systemerweiterung hätte sehr großen Aufwand erfordert, deshalb wurde folgender Weg beschritten:

- Aufteilung der Daten in 2 Merkmalsätze (teilweise überlappend) von je 202 Merkmalen
- Suche relevanter Merkmale (Merkmalsreduktion) in beiden Teilen
- Hinzunahme der „besten“ Merkmale des jeweils anderen Teils
- Erneute Suche relevanter Merkmale
- Zusammenfassung aller 6 Ergebnisse zu für alle Datensätze (zumindest teilweise) relevantem Merkmalsatz
- Erneute Merkmalsreduktion für alle 3 Teile getrennt unter Variation der „elementaren Unschärfe“
- Vergleich der „optimalen“ Ergebnisse auch für kreuzweise Modellanwendung
- Merkmalsreduktion und Reklassifikationsergebnisse mit Gesamtdatensatz
- Merkmalsvisualisierungen

Ohne ausführlich auf das System FUCS einzugehen ([2],[3]), sei das Prinzip der Aggregation unimodaler parametrischer Klassenbeschreibungen aus einheitlich fuzzifizierten Lernobjekten („elementare Unschärfe“) durch Abb. 1 verdeutlicht:

3 Vorabbewertung

Ohne die große Anzahl von Versuchsdaten im Detail (Objekt für Objekt, Merkmal für Merkmal) untersuchen zu können, kann festgestellt werden, daß signifikante Aussagen zur Fehlerunterscheidung nicht getroffen werden konnten. Die Ursachen dafür könnten sein:

- Die Merkmale lassen signifikante Aussagen nicht zu.
- Die Fehlerbewertung ist mit erheblichen Fehleinschätzungen belastet.
- Die Einteilung der Objekte in 2 Klassen ist zu grob. Insbesondere die Zuordnung aller Fehler zu einer einzigen (im Merkmalsraum separierbaren) Fehlerklasse ist eine fragwürdige Vermutung.

4 Einzelergebnisse

Die mit der angegebenen Vorgehensweise erzielten Ergebnisse werden in Kurzform zusammengefaßt. Die Sicherheit der Entscheidung für die jeweilige Klasse war sehr gering, d.h. die Sympathiewerte zu den Klassen standen im Mittel in einem Verhältnis von 0.8 bis 0.9. Eine

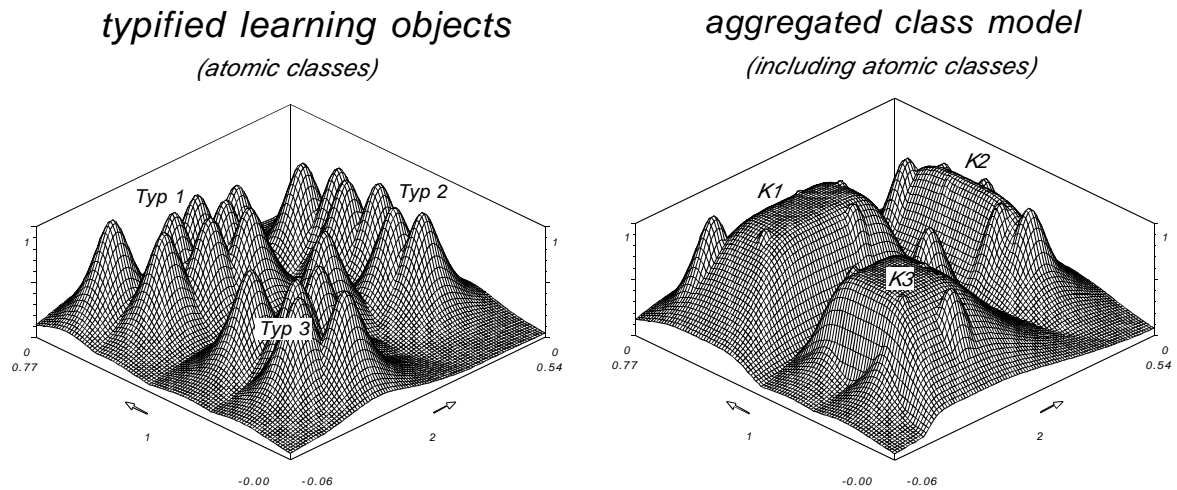


Abbildung 1: Prinzip of FUCS

Result of Reclassification I

Data file	Feature set	fault %	OK → defect	defect → OK
1(2612/26)	1(18)	0.11	0	3
	2(22)	6.85	172	7
	3(19)	6.89	174	6
2(4373/45)	1(18)	1.03	0	45
	2(22)	1.05	1	45
	3(19)	2.31	61	40
3(10613/81)	1(18)	0.76	0	81
	2(22)	0.74	0	79
	3(19)	0.86	10	81

Tabelle 1: Results with classifier from data file 1 and feature set 1

Übersicht der Ergebnisse der kreuzweisen Anwendung von „optimalen Merkmalsätzen“ auf die Daten sind in den folgenden Tabellen zu entnehmen:

Hier nicht näher dargestellt sind auch die großen Unterschiede bei der Merkmalsauswahl. Ein Resultat davon sind die erheblich schlechteren Werte bei der Benutzung von Klassifikatoren und Merkmalsätzen aus den anderen Datenfiles. Starke Unterschiede bei der Merkmalsge-

Result of Reclassification II

Data file	Feature set	fault %	OK → defect	defect → OK
1(2612/26)	1(18)	4.63	101	20
	2(22)	1.19	5	26
	3(19)	2.87	51	24
2(4373/45)	1(18)	2.97	96	26
	2(22)	0.21	0	9
	3(19)	4.94	196	20
3(10613/81)	1(18)	1.14	45	76
	2(22)	0.94	20	80
	3(19)	1.18	47	78

Tabelle 2: Results with classifier from data file 2 and feature set 2

Result of Reclassification III

Data file	Feature set	fault %	OK → defect	defect → OK
1(2612/26)	1(18)	6.2	142	20
	2(22)	25.46	645	20
	3(19)	2.18	33	24
2(4373/45)	1(18)	1.21	16	37
	2(22)	1.03	3	40
	3(19)	1.05	1	43
3(10613/81)	1(18)	2.3	212	32
	2(22)	3.72	369	24
	3(19)	0.55	2	54

Tabelle 3: Results with classifier from data file 3 and feature set 3

winnung könnten aber u.U. auch zu solchen Resultaten führen.

5 Merkmalsvergleiche

Zur Verdeutlichung der Situation sollen die Merkmalsbereiche der beiden Klassen für die betrachteten Modelle auszugswise veranschaulicht werden. Dabei sind neben den extremen Werten auch die Mittelwerte markiert. Die dargestellten Merkmale (Abb. 2,3) sind die in

Result of Reclassification IV

Data file	Feature set	fault %	OK → defect	defect → OK
all(17598/152)	(24)	0.68	4	116

Tabelle 4: Results with classifier from all data and optimal feature set

den betrachteten Fällen die (als Einzelmerkmal) günstigsten. Die Tatsache, daß es in allen Fällen unterschiedliche Merkmale sind und die nahezu totale Überdeckung unterstreichen die Problematik der gestellten Aufgabe.

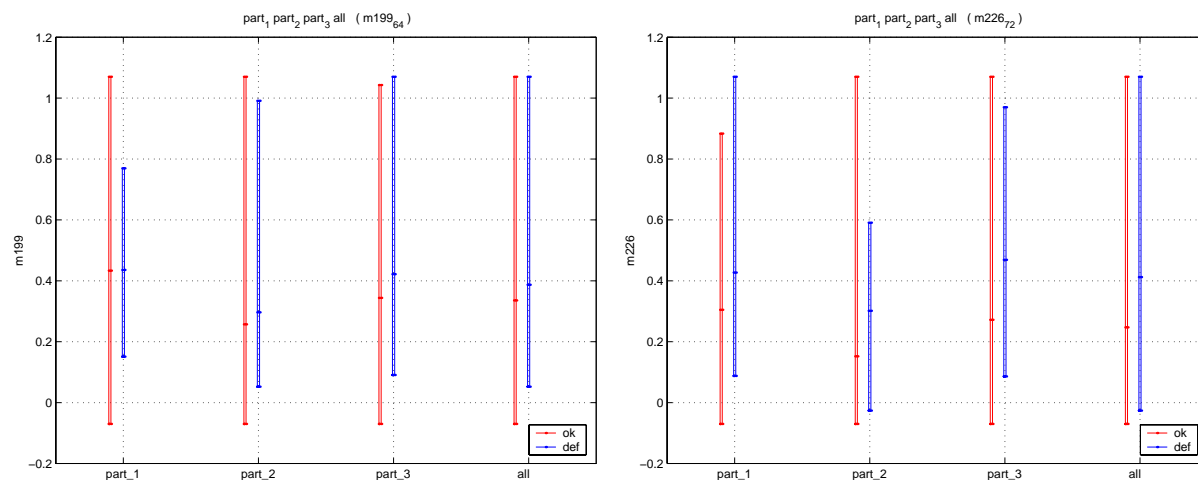


Abbildung 2: Ranges of the best feature for part 1 (left) and part 2 (right)

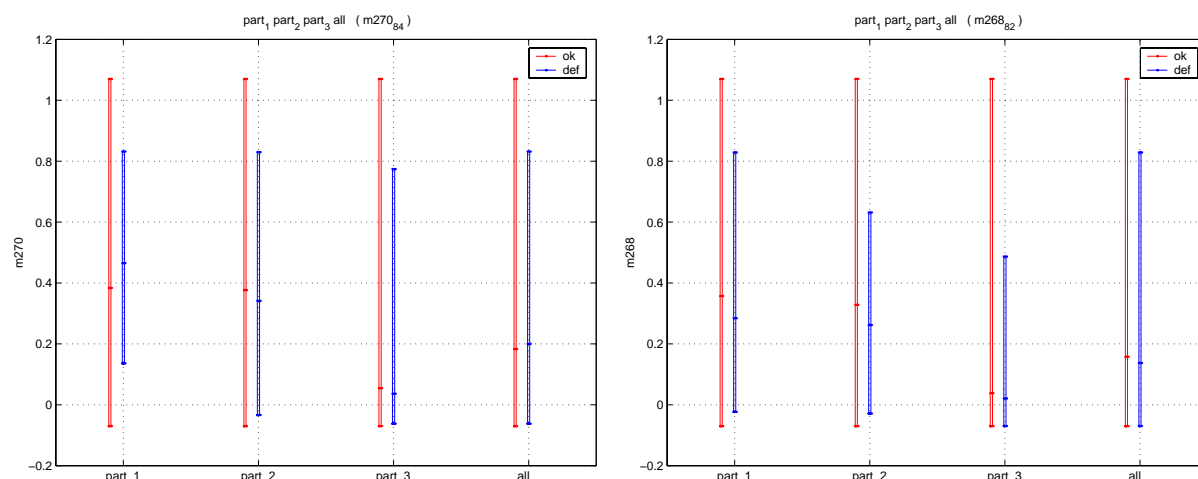


Abbildung 3: Ranges of the best feature for part 3(left) and all data (right)

6 Zusammenfassung

Im Rahmen der durchgeführten Untersuchungen muß eingeschätzt werden, daß sich durch Anwendung des Programms FUCS keine befriedigende Lösung der Aufgabenstellung erreicht werden konnte. Inwieweit durch Zusatzinformationen Verbesserungen möglich sind, kann nicht abgeschätzt werden. Eine Aufteilung der ohnehin schon vergleichsweise spärlichen Exemplare der Fehlerklasse könnte (sachlich hinterlegt) von Bedeutung sein. Dies im gegebenen Fall (quasi blind) zu versuchen, war (nicht nur aus Zeitgründen) nicht in Betracht gekommen.

Für die Lösung der gestellten Aufgabe wird eine detaillierte Betrachtung der (hier anonymen)

Merkmale und ihre Qualifizierung (Relevanz, Reproduzierbarkeit, Fehlerkontrolle) sicher zugänglich sein.

Literatur

- [1] Priber, U.:
Ein Verfahren zur Merkmalsreduktion für unscharfe Klassifikatoren.
Diss. A, TH Karl-Marx-Stadt (Chemnitz) 1989

- [2] Priber, U.:
Entwicklungsstand und Anwendungsfelder des Systems Rule-FUCS.
In: 7. Workshop „Fuzzy-Control“, 6./7.11.97 Uni Dortmund

- [3] Priber, U.; Kretschmar, W.:
Defuzzifizierung bei Modellentwurf mit Fuzzy-Klassifikation.
In: 9. Workshop „Fuzzy-Control“, 4./5.11.99 Uni Dortmund

Erkennung von Bewegungsabsichten für myoelektrisch angesteuerte Handprothesen

Markus Reischl, Ralf Mikut, Christian Pylatiuk, Stefan Schulz

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Institut für Angewandte Informatik,
D-76021 Karlsruhe, Postfach 3640,

Telefon: (07247) 82-5749, Fax: (07247) 82-5702, E-Mail: Markus.Reischl@iai.fzk.de

1 Motivation

In Deutschland leben weit über 20.000 Menschen, die unter dem Verlust einer Hand bzw. eines Armes leiden [1]. Viele dieser Menschen besitzen das Verlangen nach einer technischen Ersatzlösung, um diesen Verlust zu kompensieren. Gegenwärtig werden zur Ansteuerung entsprechender Prothesen Muskelkontraktionen im Armstumpf der Patienten mittels sogenannter myoelektrischer Sensoren detektiert und durch einfache Vorverarbeitungsstrategien (Schwellwerte) in Stellsignale für den Effektor - eine künstliche Hand - verwandelt. Auf die dargestellte Weise können Interaktionen zwischen Patient und Umgebung mittels einer Prothese stattfinden. Allerdings ist die Anzahl an Freiheitsgraden kommerziell erhältlicher Prothesen aufgrund verschiedener Restriktionen bislang auf zwei beschränkt (Bild 1, links). Daraus resultiert eine ablehnende Haltung vieler Patienten, da die Handhabung der Prothese im Alltag einerseits gewöhnungsbedürftig ist, andererseits nur wenige Handbewegungen ausgeführt werden können.

Seit 1999 wird im Institut für Angewandte Informatik, Forschungszentrum Karlsruhe (FZK), eine künstliche Hand mit der Fähigkeit entwickelt, Finger wie eine menschliche Hand zu bewegen (Abschnitt 2). Dabei stehen derzeit 15 Freiheitsgrade (10 unabhängige und 5 gekoppelte) zur Verfügung stehen. Um diese verhältnismäßig große Anzahl an Freiheitsgraden zur Ausführung mehrerer Bewegungen verwenden zu können, bedarf es neuer, fortgeschrittener Steuerungsstrategien.

Verschiedene Forschergruppen haben bereits Anstrengungen unternommen, Klassifikationen mittels aufwendiger Methoden der Signalvorverarbeitung sowie komplexer Klassifikatoren (Multi-Layer-Perceptrons, Kohonenkarten, statistische Klassifikatoren) zu verbessern [2, 3, 4, 5]. Ansprüche an eine Klassifikation in portablen Umgebungen sind allerdings neben einer hohen Klassifikationsgüte die Gewährleistung von Recheneffizienz und sowie geringe Laufzeiten. Ziel ist hierbei die sichere Handhabung einer Prothese bei Ausführung unterschiedlicher Bewegungen sowie die Einsparung von Energie und Rechenzeit.

Dieser Beitrag stellt Möglichkeiten zur Steuerung einer Prothese vor (Abschnitt 3), bestehend aus verschiedenen Verfahren der Signalvorverarbeitung (Abschnitt 4) und Klassifikation (Abschnitt 5 und 6) bioelektrischer, insbesondere myoelektrischer Signale. Ziel ist hierbei die Erfüllung der oben genannten Ansprüche unter realen Einsatzbedingungen mit armamputierten Patienten. Daran anschließend wird eine Implementierung für den Einsatz auf Mikrocontrollern vorgestellt (Abschnitt 7).

2 FZK-Hand

Grundlage für die hohe Beweglichkeit der FZK-Hand sind sogenannte *flexible Fluidaktoren*, d.h. künstliche Muskeln, die durch Fluide (Gase oder Flüssigkeiten) angesteuert werden (Bild 2). Die Aktoren sind dabei in die Fingergelenke der Hand integriert und ermöglichen somit die Konstruktion einer hochbeweglichen, anthropomorphen Hand (Bild 1, rechts).

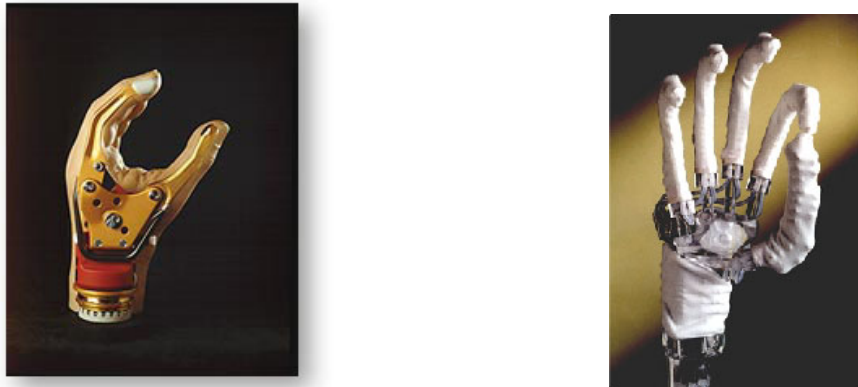


Bild 1: Herkömmliche Prothese - Otto Bock (links), FZK-Hand (rechts)

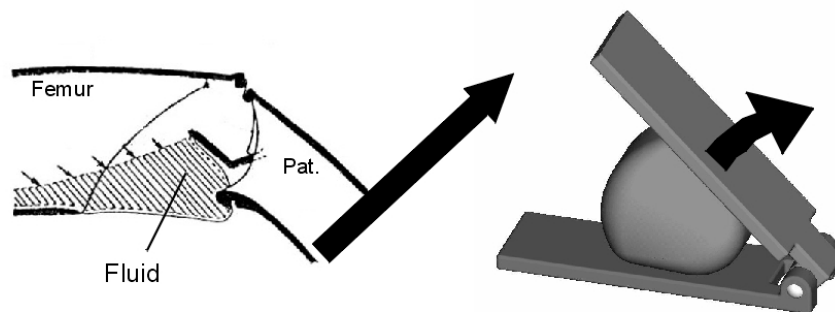


Bild 2: Schema von Gelenk und Fluidaktor

Der Einsatz dieser neuartigen Antriebseinheiten erweist sich im Vergleich zu herkömmlichen Prothesen bzw. künstlichen Händen von Vorteil, da

- die Möglichkeit der Ausführung komplexer Bewegungen gegeben ist,
- die Aktoren aufgrund des geringen notwendigen Bauraums in die Fingergelenke integriert werden können und somit die Möglichkeit der Ansteuerung sämtlicher Freiheitsgrade der menschlichen Hand gegeben ist und
- Produktionskosten gesenkt werden können.

Die flexiblen Eigenschaften der Fluidaktoren führen in Kombination mit der Ansteuerung aller Gelenke eines Fingers dazu, dass sich Hand bzw. Finger an zu greifende Gegenstände anschmiegen können. Die daraus resultierende vergrößerte Auflagefläche und formschlüssige Anpassung an das Objekt ermöglichen ein sicheres

Greifen. Um den Haftreibungskoeffizienten zu erhöhen, sind die Finger zusätzlich mit einer Silikonhaut überzogen - somit sind niedrigere Greifkräfte zum Halten von Objekten erforderlich [6, 7]. Probleme bereitet die Elastizität der Hand allerdings im Bereich der Positionsregelung der einzelnen Gelenke.

3 Steuerung

Der Wunsch, ein Körperteil bewusst zu bewegen bzw. den entsprechenden Muskel anzuspannen, aktiviert im Gehirn des Menschen Bereiche des *prämotorischen Cortex* - es entsteht ein Signal, das zur Übermittlung der Information an die Muskeln dient. Grundsätzlich werden im menschlichen Körper derartige Informationen durch das Ansteigen von Zellpotentialen gegenüber ihrem Grundpotential dargestellt. Dieser Anstieg wird als *Aktionspotential* bezeichnet und stellt den zeitlichen Verlauf des elektrischen Potentials einer Zelle dar. Vom Gehirn aus gelangt das Aktionspotential über das Rückenmark zu sogenannten Motoneuronen - Nervenzellen des Rückenmarks (vgl. Abbildung 3, links). Diese sind über spezielle, efferente Nervenstränge (α -Motoaxone) mit den Muskelfasern verbunden. Das die Muskelzellen erreichende Aktionspotential führt dort zu einer Ausschüttung von Ca^{++} -Ionen und durch verschiedene physiologische Prozesse zu einer Kontraktion des *Muskels*.

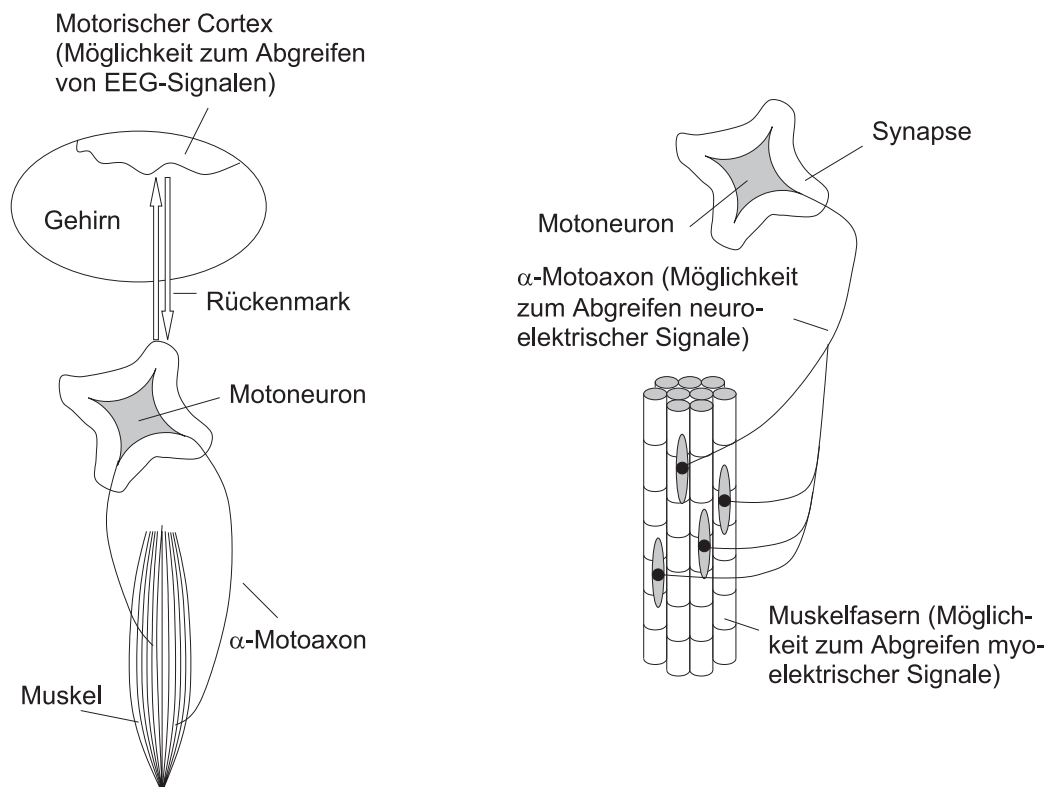


Bild 3: Neuromuskuläres System (links), motorische Einheit (rechts)

Grundsätzlich können Signale, die zur Kontraktion eines Muskels führen, an allen angeführten Stellen abgegriffen werden (Gehirn, Nerven, Muskeln, vgl. Bild 3). Verschiedene Forschergruppen haben bereits Anstrengungen unternommen, entsprechende Sensoren für den humanoiden Einsatz zu entwickeln [8, 9]. In diesem Beitrag

soll allerdings nur die Möglichkeit betrachtet werden, Bewegungsabsichten über das Abgreifen von Muskelsignalen zu ermitteln, da die zugehörigen Sensoren nichtinvasiv und bereits in der Praxis erprobt sind. Der kontrahierte Muskel, der zeitliche Ablauf der Kontraktion sowie die Überlagerung der Kontraktionen verschiedener Muskelgruppen können hierbei zur Bestimmung der auszuführenden Bewegung dienen. Einschränkungen ergeben sich allerdings durch:

- das Fehlen vieler Muskelgruppen im Armstumpf der Patienten,
- Abhängigkeiten der Kontraktionen einzelner Muskelgruppen aufgrund der Amputationsoperation sowie
- individuelle Unterschiede in den myoelektrischen Signalen aufgrund von unterschiedlichen Verletzungen.

Entsprechend müssen Steuerungsstrategien individuell auf die anatomischen Gegebenheiten und Bedürfnisse der Patienten abgestimmt werden. Dabei ist zu beachten, dass meist nicht mehr als zwei unabhängige Signale abgegriffen werden können.

Grundsätzlich sind zwei verschiedene Arten zur Ansteuerung einer Prothese denkbar:

- *Künstliche Ansteuerung*: Es werden Kontraktionsmuster vorgegeben, deren Auftreten eine Bewegung bestimmt bzw. deren Ausführung startet. Charakteristisch ist hierbei die Verwendung von Muskelgruppen, die mit der eigentlichen Bewegung nicht in Bezug stehen. Beispielsweise kann durch die Aktivierung von Bizeps bzw. Triceps ein einfaches Öffnen bzw. Schließen einer Prothese erreicht werden. Als nachteilig wirkt sich bei dieser Methode der Aufwand zum Erlernen entsprechender Bewegungen aus.
- *Natürliche Ansteuerung*: Armamputierte Menschen berichten oft über das Gefühl, die verlorene Extremität noch bewegen zu können. Dieser Umstand wird als Phantomhand bezeichnet. Die Bewegung dieser Phantomhand resultiert in Kontraktionen von im Armstumpf enthaltenen Muskeln. Die aktivierten Muskeln bzw. daraus entstehenden Kontraktionsmuster sind zwar nicht identisch zu den Kontraktionsmustern einer gesunden Hand, dennoch können bei Ausführung gleicher Bewegungen Gemeinsamkeiten gefunden werden. Das Ziel der natürlichen Ansteuerung ist somit die Klassifikation dieser Kontraktionsmuster und somit der Entwurf einer Steuerung, die es dem Patienten ermöglicht, gewohnte Kontraktionsmuster beizubehalten.

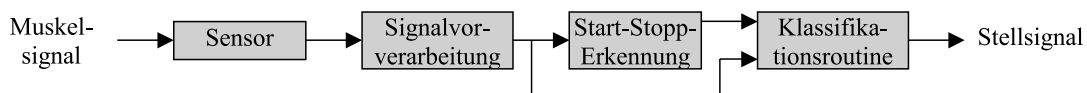


Bild 4: Steuerungsschema zur Klassifikation von Bewegungen

Um eine Prothese zu steuern und Bewegungen zu klassifizieren, bedarf es - unabhängig von der Art der Ansteuerung - einer Steuerungsstrategie, die sich im Wesentlichen aus den Funktionseinheiten

- Sensoren,

- Signalvorverarbeitung,
- Start-Stopp-Erkennung und
- Klassifikation

zusammensetzt (Bild 4). Das Ziel ist dabei die Umsetzung von vier bzw. fünf gesteuerten Bewegungen, die im Alltag häufig zum Einsatz kommen (Bild 5).



Bild 5: Beispiele für umzusetzende Handbewegungen: Hakengriff (links) und Pinzettengriff (rechts)

Hierbei werden myoelektrische *Sensoren* (EMG-Sensoren) am Stumpf von armamputierten Menschen fixiert, um deren *Muskelkontraktion* zu detektieren. Die erhaltenen Signale sind Summensignale mehrerer Muskelfasern, die einerseits niedrig in ihrer Amplitude sind und andererseits von großen Störsignalen überlagert sein können. Mittels des Einsatzes von *signalvorverarbeitenden Methoden* ist einerseits eine Trennung von Stör- und Nutzsignalen erreichbar, andererseits die Erstellung neuer Merkmale möglich, die zur späteren Klassifikation herangezogen werden können. Um eine Klassifikation der vom Patienten ausgeführten Bewegungen durchzuführen, müssen vorab mit den hergeleiteten Größen Anfang bzw. Ende einer Muskelkontraktion erkannt werden. Dies kann durch sogenannte Indikatoren geschehen. Es ergeben sich *Start-* und *Stoppsignale*, die die Ausführung einer *Klassifikationsroutine* steuern. Hierbei können sowohl künstliche als auch natürliche Kontraktionsmuster verarbeitet werden. Ziel der Klassifikation ist die Generierung eines *Stellsignals*, das zur Steuerung der Prothese bzw. deren Aktoren dient [10, 11].

Im Folgenden sollen nun Konzepte zur algorithmischen Umsetzung der einzelnen Funktionseinheiten vorgestellt werden.

4 Signalvorverarbeitung

In einem ersten Schritt werden die durch einen Sensor i gewonnenen myoelektrische Signale $x_i[k]$ gleichgerichtet und mittels IIR-Filtern (Infinite Input Response) verarbeitet:

$$x_{f,i}[k] = a \cdot x_{f,i}[k-1] + (1-a) \cdot |x_i[k]|, \quad 0 < a < 1. \quad (1)$$

Das tiefpass-gefilterte Signal $x_{f,i}[k]$ stellt hierbei eine Größe zur Beurteilung der Intensität der Kontraktion dar. Mit a wird ein Filterparameter bezeichnet, der die Reaktionszeit des Filters bestimmt und gegeben ist durch:

$$a = e^{-\frac{T_a}{T_c}}. \quad (2)$$

Hierbei steht T_a für die Abtastzeit der Sensoren, T_c beschreibt eine Filterkonstante. Unter Verwendung von (2) besteht somit die Möglichkeit einer Adaption von (1) an unterschiedliche Abtastzeiten T_a .

In einem nächsten Schritt werden die gefilterten Signale $x_{f,i}[k]$ durch zwei Filterfunktionen weiterverarbeitet. Gemäß (1) kommen hierbei ein langsames Filter $x_{L,i}[k]$ mit $a = a_L$ und ein schnelles Filter $x_{S,i}[k]$ mit $a = a_S$, ($a_S < a_L$) zum Einsatz:

$$x_{L,i}[k] = a_L \cdot x_{L,i}[k-1] + (1 - a_L) \cdot x_{f,i}[k], \quad (3)$$

$$x_{S,i}[k] = a_S \cdot x_{S,i}[k-1] + (1 - a_S) \cdot x_{f,i}[k]. \quad (4)$$

Gemäß

$$x_{D,i}[k] = \frac{x_{S,i}[k] - x_{L,i}[k]}{T_S - T_L} \quad (5)$$

ist die Möglichkeit zur Berechnung eines Trends $x_{D,i}[k]$ gegeben, der in seiner Charakteristik der Ableitung der Filtersignale $x_{L,i}[k]$ bzw. $x_{S,i}[k]$ entspricht und somit Auskunft über die zeitliche Änderung der Kontraktionsintensität gibt. Die Einführung der Größen T_S und T_L dient der Normierung des Trends [12]. Ihre Differenz ist gegeben durch:

$$T_S - T_L = T_a \cdot \frac{a_L - a_S}{(1 - a_L)(1 - a_S)}. \quad (6)$$

Bild 6 stellt den Zeitverlauf der Filterfunktionen $x_{S,i}[k]$, $x_{L,i}[k]$ sowie des Trends $x_{D,i}[k]$ über dem Zeitverlauf des vorgefilterten Signals $x_{f,i}[k]$ anhand der Signale von einem Sensor dar.

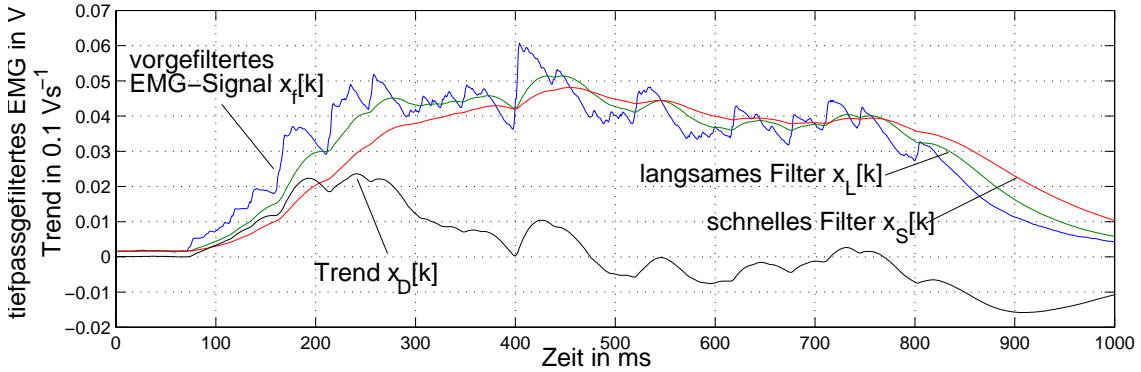


Bild 6: Vorgefiltertes Signal eines EMG-Sensors $x_f[k]$ sowie Filterfunktionen $x_L[k]$, $x_S[k]$ und Trendkurve $x_D[k]$ - Trend dargestellt in 0.1 Vs^{-1}

Das gefilterte Signal $x_{f,i}[k]$ setzt sich zusammen aus einem Nutzsinalanteil $N_i[k]$ und einem Störsignalanteil $S_i[k]$:

$$x_{f,i}[k] = N_i[k] + S_i[k]. \quad (7)$$

Um den Störsignalanteil abzuschätzen, kann unter Voraussetzung einer normalverteilten, mittelwertfreien Störgröße $S_i[k]$ eine Schätzung der Standardabweichung $\hat{\sigma}_i$ nach [13] verwendet werden:

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{2(N-1)} \cdot \sum_{k=1}^{N-1} (x_{f,i}[k+1] - x_{f,i}[k])^2. \quad (8)$$

Hierbei ist zu beachten, dass das Signal $x_{f,i}[k]$ nicht stationär ist, weil sich Mittelwert und Streuung mit der Zeit ändern können. Langsame Veränderungen des Mittelwertes werden mit Hilfe des Trends $x_{D,i}[k]$ kompensiert. Die Standardabweichung σ_i wird geschätzt, wobei die Summenformel (8) vermieden wird, um Speicherkapazitäten einzusparen. Daher wird die Standardabweichung $\hat{\sigma}_{f,i}[k]$ gemäß (1) rekursiv berechnet (Filterparameter a_σ):

$$\sigma_{f,i}[k]^2 = a_\sigma \cdot \sigma_{f,i}[k-1]^2 + (1 - a_\sigma) \cdot \frac{1}{2} \cdot (x_{f,i}[k] - x_{f,i}[k-1] - x_{D,i}[k] \cdot T_a)^2. \quad (9)$$

Die dargestellten Algorithmen zur Trennung von Nutz- und Störsignalen werden beispielhaft mit einem simulierten Signal $x_f[k]$ in Bild 7 dargestellt.

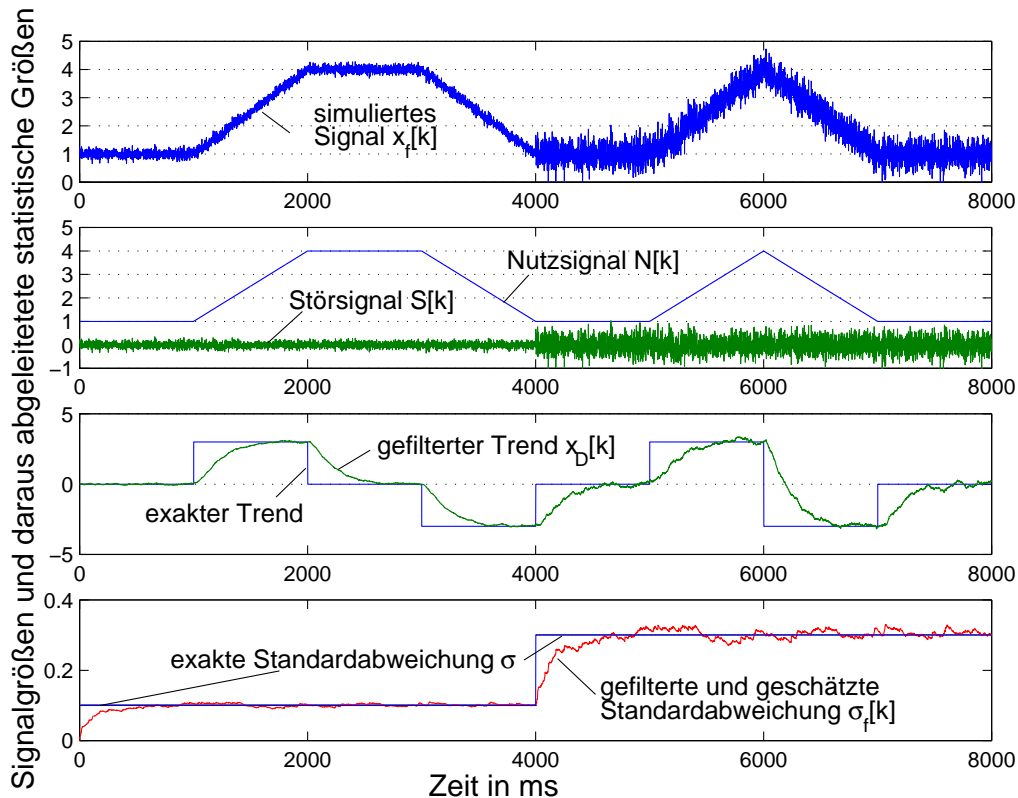


Bild 7: Darstellung der Standardabweichung $\sigma_f[k]$ unter Verwendung einer generierten Testfunktion

5 Start-Stopp-Erkennung durch Indikatoren

Als *Indikator* wird eine boolesche, zeitabhängige Funktion $I[k]$ bezeichnet mit $I : k \rightarrow \{0, 1\}$. Sie dient als Informationsträger über den Kontraktionszustand eines Muskels. Der Funktionswert des Indikators $I[k]$ hängt dabei vom Auftreten sich ausschließender Ereignisse E_1, E_2 ab:

$$I[k] = \begin{cases} 0 & \text{wenn } E_1 \cap (I[k-1] = 1) \\ 1 & \text{wenn } E_2 \cap (I[k-1] = 0) \\ I[k-1] & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{mit } E_1 \cap E_2 = \emptyset. \quad (10)$$

Ereignisse E_1 werden als *Stoppsignale* oder *Deaktivierungen*, Ereignisse E_2 als *Startsignale* oder *Aktivierungen* bezeichnet. Die zeitliche Differenz zwischen Start- und Stoppsignal wird als *Aktivierungsdauer* k_c bezeichnet. In Abhängigkeit von der Definition der Start- und Stoppsignale können verschiedene Indikatorvarianten konzipiert werden. Um flexibel auf die unterschiedlichen anatomischen Gegebenheiten und Lebensgewohnheiten der Patienten eingehen zu können, werden zwei Indikatorvarianten vorgestellt. Wichtig ist dabei ein Kompromiss aus schneller und zuverlässiger Detektion einer Kontraktion sowie einer komfortablen Umsetzung für den Patienten.

Beiden Indikatoren ist gemeinsam, dass Aktivierungen bzw. Deaktivierungen durch das Über- bzw. Unterschreiten von Schwellwerten gegeben werden. Bei Betrachtung eines Sensors gilt:

$$E_1 : x_f[k] < x_{h,d}, \quad E_2 : x_f[k] \geq x_{h,a}, \quad x_{h,a} > x_{h,d}. \quad (11)$$

Der Schwellwert $x_{h,d}$ wird als *dynamischer Deaktivierungsschwellwert*, der Schwellwert $x_{h,a}$ als *dynamischer Aktivierungsschwellwert* bezeichnet. Die Bedingung $x_{h,a} > x_{h,d}$ stellt eine Hysterese zwischen Aktivierung und Deaktivierung dar.

Für den Indikator $I_1[k]$ gelten folgende Definitionen:

$$x_{h,d} = x_d + \alpha \cdot (x_{f,max} - x_a), \quad \alpha \in [0, 1], \quad (12)$$

$$x_{h,a} = \begin{cases} x_a & \text{wenn } x_{f,min} < x_d \\ x_{f,min} + (x_a - x_d) & \text{wenn } x_{f,min} \geq x_d \end{cases}, \quad x_a > x_d. \quad (13)$$

Es stellen hierbei $x_{f,max}$ bzw. $x_{f,min}$ Maxima bzw. Minima des gefilterten Signals $x_f[k]$ seit der letzten Aktivierung bzw. Deaktivierung dar. Der Parameter α dient zur Anpassung der Dynamik des Indikators. x_d und x_a sind statische Schwellwerte, die Mindestgrößen zur Deaktivierung bzw. Aktivierung darstellen (Bild 8, links).

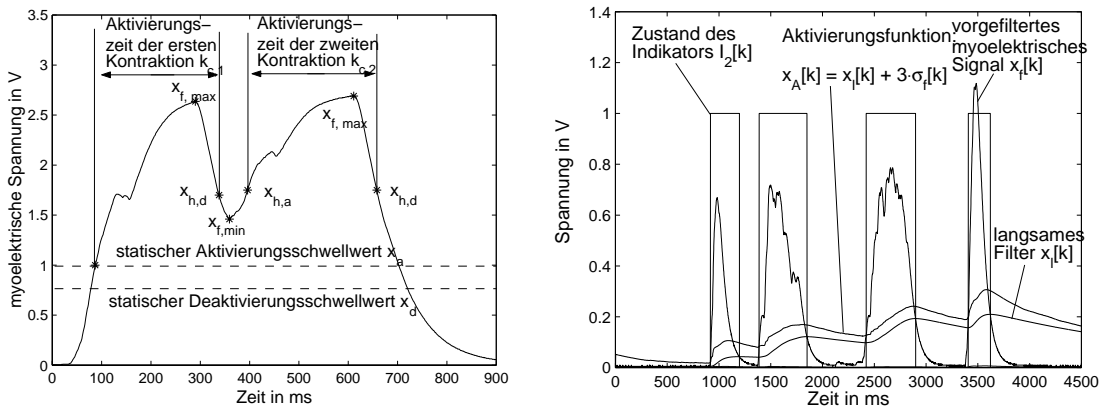


Bild 8: Erkennen von Bewegungen beim Aufeinanderfolgen von zwei bzw. vier Muskelkontraktionen: Darstellung der Funktionsweise des Indikators $I_1[k]$ (links) sowie des Indikators $I_2[k]$ (rechts)

Der Indikator $I_2[k]$ basiert auf statistischen Maßen und ist definiert durch:

$$x_{h,d} = x_l[k], \quad (14)$$

$$x_{h,a} = x_l[k] + \beta \cdot \sigma_f[k]. \quad (15)$$

Es wird somit eine Funktion $x_l[k]$ vorgegeben, deren Verlauf im Zusammenspiel mit der geschätzten Standardabweichung $\sigma_f[k]$ Start- und Stoppsignale generiert. $x_l[k]$ kann hierbei gegeben sein durch Filterfunktionen (Bild 8, rechts), gleitende Extremwerte, etc. Mit β kann die Güte des Indikators beeinflusst werden.

6 Klassifikation

Wie bereits erwähnt, können Bewegungen einer Prothese durch künstliche oder natürliche Bewegungsmuster umgesetzt werden. Beide Methoden setzen das Erkennen einer Bewegung durch Indikatoren voraus. Entsprechende Parameter müssen dabei an individuelle Unterschiede zwischen den Patienten angepasst werden.

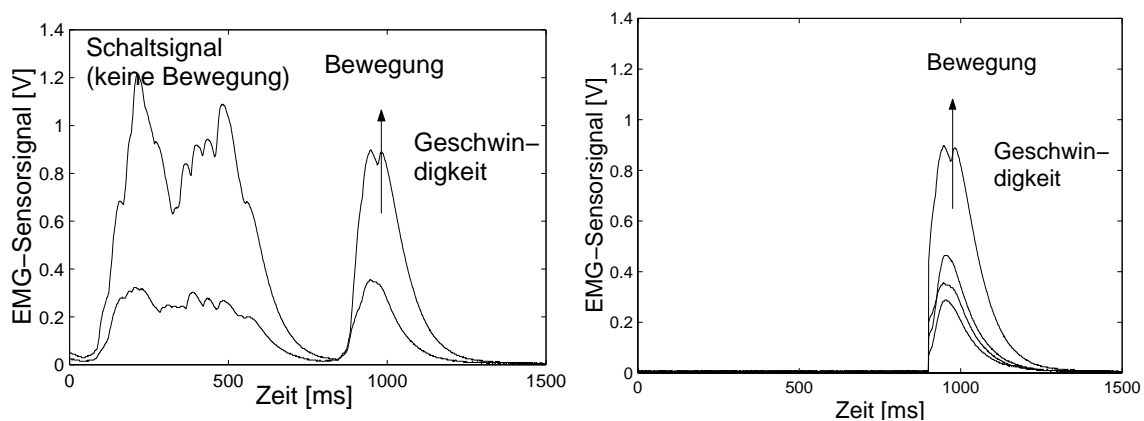


Bild 9: Myoelektrisches Signal bei Umsetzung künstlicher (links) und natürlicher Bewegungsmuster (rechts)

Ein Konzept zur Verarbeitung *künstlicher Bewegungsmuster* (vgl. Abschnitt 3) ist beispielsweise die Nutzung von drei Signalen (S1, S2, S3), die durch die Kombination der Kontraktionen zweier antagonistischer Muskelgruppen generierbar sind (z.B.: S1: Kontraktion des Tensors, S2: Kontraktion des Extensors, S3: Kokontraktion beider Muskelgruppen). Das Nichtvorhandensein dieser Signale soll als $\overline{S1}$, $\overline{S2}$, $\overline{S3}$ bezeichnet werden. Das alleinige Anspannen des Tensors resultiert folglich in den Signalen S1, $\overline{S2}$, $\overline{S3}$.

Nach Bild 10 kann ein beliebiges Schaltsignal dazu dienen, einen Bewegungszustand zu aktivieren. Das Vorhandensein eines Signals S2 führt zum Schließen der Bewegung, ein Signal S1 öffnet die Prothese wieder. So können beispielsweise die Tensoren zum Schließen und die Extensoren zum Öffnen einer Bewegung verwendet werden. Die Ausführungsgeschwindigkeit der Bewegung wird dabei der Amplitude des Signals angepasst. Durch die Kokontraktion beider Muskelgruppen kann wieder der neutrale Zustand erreicht werden. Einer sehr guten Klassifikation stehen hierbei Verzögerungen der Ausführung einer Bewegung während des Schaltsignals gegenüber (Bild 9, links).

Eine Möglichkeit zur Verarbeitung *natürlicher Bewegungsmuster* besteht in der Verwendung von Fuzzy-Regelbasen. Diese Regelbasen können durch die Beurteilung von Merkmalen (Originalsignale, Filter, Trends) als Online-Klassifikatoren eingesetzt werden. Um verschiedene Bewegungsmuster zu erkennen, muss eine entsprechende

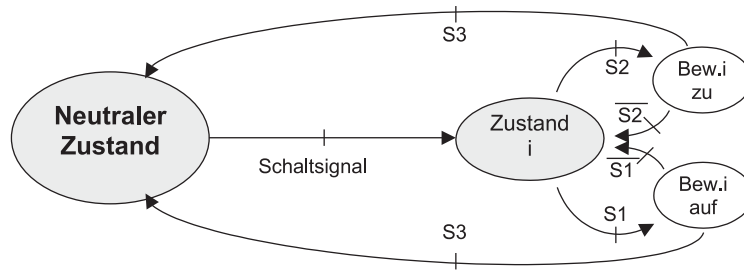


Bild 10: Automatengraph unter Verwendung künstlicher Kontraktionsmuster

Regelbasis allerdings für jeden Patienten offline entwickelt werden. Bei geringeren Klassifikationsgüten kann mit dieser Methode eine sehr komfortable Steuerung erreicht werden. Weiterhin können Bewegungen direkt nach dem Erkennen durch die Indikatoren in Stellsignale verwandelt werden (Bild 9, rechts). Es kommt dabei ein Algorithmus zur automatisierten Erstellung von Fuzzy-Regelbasen zum Einsatz [14]. Im Einzelnen werden

- die Anzahl der zu verarbeitenden Merkmale durch informationstheoretische Maße reduziert [15],
- automatisch Zugehörigkeitsfunktionen durch informationstheoretische Maße generiert [16],
- automatisch Regelbasen unter Verwendung von Entscheidungsbäumen generiert sowie Regeln extrahiert, geprunt und geeignete Regelbasen gesucht [17, 18].

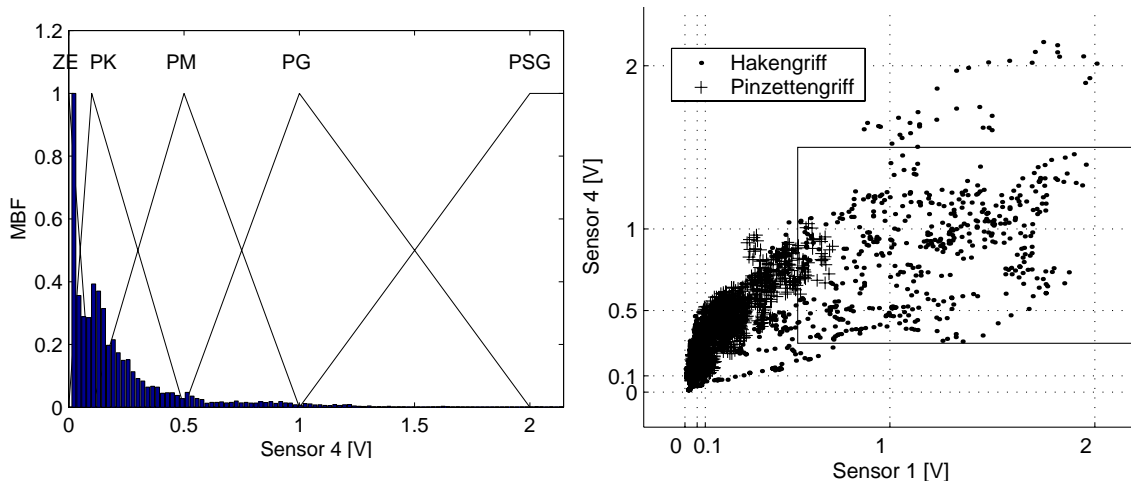


Bild 11: automatisch generierte Zugehörigkeitsfunktionen über der Verteilung des Datenmaterials (links) mit ZE=Null, P=positiv, K=klein, M=mittel, G=groß and S=sehr; Beispiel für eine generierte Regel (rechts)

Die entstehende Regelbasis ist klein, es kann somit eine hohe Verarbeitungsgeschwindigkeit gewährleistet werden. Die Regeln enthalten dabei Disjunktionen in ihren Teilprämissen und Konjunktionen zwischen den Teilprämissen. Eine typische Regel: IF (Sensor1=PG OR PSG) AND (Sensor4=PK OR PG) THEN y=Hakengriff, wird in Bild 11, rechts dargestellt.

Bei Ausführung von fünf Bewegungen konnte für gesunde Menschen eine Klassifikationsgüte von 75%-90% erreicht werden. Die Ergebnisse sind dabei von individuellen Unterschieden, Sensorpositionen und verarbeiteten Merkmalen abhängig. Ein Großteil der Fehlentscheidungen beruht dabei auf Verwechslungen ähnlicher Bewegungen. Eine Verbesserung der Klassifikationsgüte kann einerseits

- durch Training der Reproduzierbarkeit von Kontraktionsmustern, andererseits
- durch die Extraktion und Verwendung weiterer Merkmale

geschehen.

7 Mikrocontrollerimplementierung

Die Festlegung des Steuerungskonzepts für eine Prothese beruht einerseits auf der Auswahl einer Struktur bzw. Strategie (künstlich oder natürlich), nach der Muskelsignale in Handbewegungen umgesetzt werden (Abschnitt 3), andererseits müssen Parameter zur Optimierung einer entsprechenden Strategie gefunden werden (Bild 12). Dabei ist zu unterscheiden zwischen der Implementierung künstlicher und natürlicher Steuerungsstrategien.

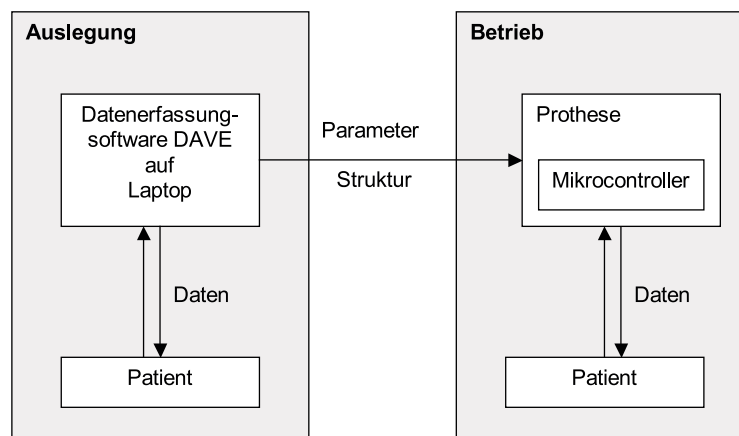


Bild 12: Philosophie zu Entwurf und Umsetzung einer künstlichen Prothesensteuerung

Die Umsetzung künstlicher Steuerungsstrategien verlangt nach individuell angepassten Steuerungsparametern (z.B. Schwellwerte). Die Bestimmung dieser Parameter ist ein rechenintensiver Prozess und kann daher nicht im Mikrocontrollerbetrieb durchgeführt werden. Für diese Aufgabe ist das Softwaretool DAVE entworfen worden, das Daten einliest und auswertet bzw. dem Anwender online eine manuelle Anpassung erlaubt. Die auf diese Weise gefundenen Parameter können anschließend zur Realisierung der Steuerungsstrategie auf einem Mikrocontroller dienen. Hierbei wurde Wert auf eine weitgehende Quellcode-Identität zwischen DAVE und der späteren Mikrocontrollerimplementierung gelegt.

Bei der Umsetzung der natürlichen Steuerungsstrategie mit Hilfe der Fuzzy-Regelbasen müssen vor allem Laufzeit und Speicherplatzbedarf optimiert werden. Erreicht

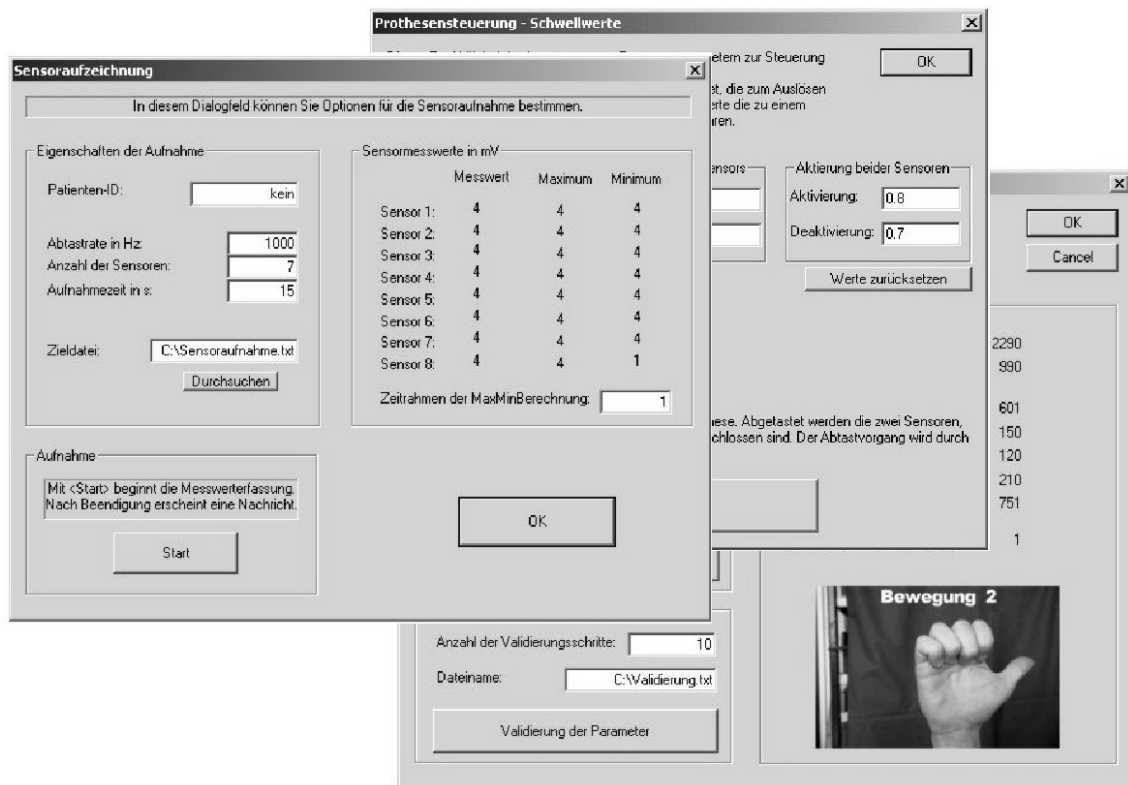


Bild 13: Softwaretool zur automatisierten Anpassung von Steuerungsparametern

wird dies durch eine Kombination von Fuzzifizierung und Aggregation. Unter Verwendung der SUM-PROD-Inferenz wird folgendermaßen vorgegangen:

Die Flanken dreiecks- oder trapezförmiger Zugehörigkeitsfunktionen werden durch zwei Geraden $f(x)$ und $g(x)$ ersetzt, die durch ihre Steigung und ihren Achsenabschnitt charakterisiert werden. ODER-Verknüpfungen in Teilprämissen (z. B. **Sensor4 = PM OR PG**) werden dabei als trapezförmige Zugehörigkeitsfunktionen interpretiert. Anschließend werden die entsprechenden Funktionswerte der Geraden für einen Eingangswert x berechnet (vgl. Bild 14). Der Zugehörigkeitswert $\mu(x)$ des Eingangswertes zu einer Zugehörigkeitsfunktion berechnet sich aus dem Minimum der beiden Funktionswerte und wird auf den Bereich zwischen 0 und 1 beschränkt:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & \text{für } t_p(x) < 0 \\ 1, & \text{für } t_p(x) > 1 \\ t_p & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{mit } t_p(x) = \min(f(x), g(x)) \quad (16)$$

Die Aggregation wird fortgesetzt durch eine Multiplikation der Zugehörigkeitswerte $\mu(x)$ aller Teilprämissen einer Regel. Aktivierung und Akkumulation erfolgen durch die Addition der Zugehörigkeitswerte aller Regeln mit gleichen Ausgangstermen. Zur Defuzzifizierung wird die Maximum-Methode verwendet.

Dieser Algorithmus führt zu einem sehr kompakten ANSI-C Quelltext (im Beispiel 25 Zeilen Quellcode für eine Regelbasis mit 10 Regeln), der auf Mikrocontrollern lauffähig ist. Die maximale Laufzeit, die für Abtasten der Sensoren, Vorverarbeitung und Klassifikation mittels einer Regelbasis bestehend aus 10 Regeln benötigt

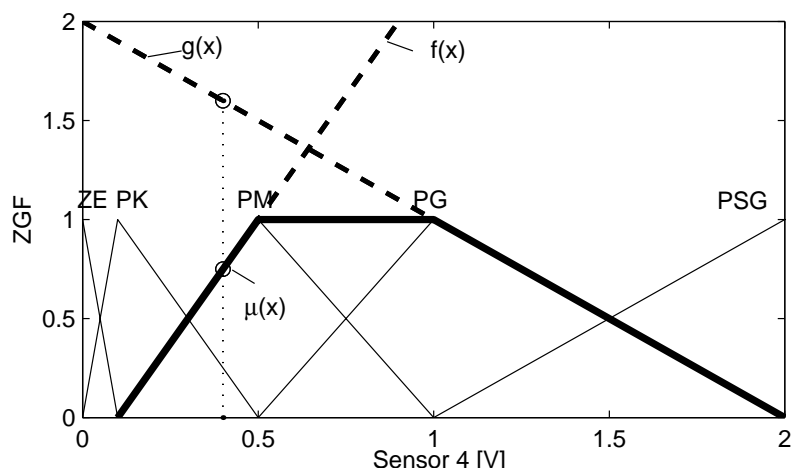


Bild 14: Fuzzifizierung von dreiecks- bzw. trapezförmigen Zugehörigkeitsfunktionen, $f(x) = \frac{x-0.1}{0.4}$, $g(x) = 2 - x$, $\mu(x = 0.4) = \min(0.75, 1.6) = 0.75$

wird, beträgt 10 ms. Dabei kommt der Infineon Mikrocontroller C164CI mit einer Taktfrequenz von 20 MHz zum Einsatz.

8 Zusammenfassung

Dieser Beitrag stellt Strategien zur Steuerung von Handprothesen mittels myoelektrischer Signale vor. Dabei wird das Hauptaugenmerk darauf gelegt, dass die verwendeten Algorithmen individuell auf die Bedürfnisse des Benutzers abgestimmt werden können. Hierzu werden verschiedene Verfahren der Signalvorverarbeitung und Klassifikation entwickelt und auf einem Mikrocontroller implementiert. Mittels des angeführten Softwaretools DAVE besteht zudem die Möglichkeit einer Online-Anpassung von Parametern und Struktur einer entsprechenden Strategie.

Die Autoren danken an dieser Stelle Herrn Dr. Lutz Gröll vom Forschungszentrum Karlsruhe für wertvolle Anregungen im Bereich der Signalauswertung.

Literatur

- [1] N.N.: *Statistik der Schwerbehinderungen in Deutschland*. Statistisches Bundesamt. 1999.
- [2] Eriksson, L.; Sebelius, F.; Balkenius, C.: Neural Control of a Virtual Prosthesis. In: *Proc. ICANN 98*, S. 905–910. Springer Verlag. 1998.
- [3] Nishikawa, D.; Yu, W.; Yokoi, H.; Kakazu, Y.: EMG Prosthetic Hand Controller Using Real-Time Learning Method. In: *The 1999 IEEE Systems, Man and Cybernetics Conference (SMC '99)*. Tokyo. 1999.
- [4] Nishikawa, D.; Yu, W.; Yokoi, H.; Kakazu, Y.: Analyzing and Discriminating EMG Signals Using Wavelet Transforms and Real-Time Learning Method. In: *ASME Press* (C. H. Dagli, e. A., Hg.), S. 281–286. 1999.

- [5] Huang, H.; Chiang, C.: DSP-Based Controller for a Multi-Degree Prosthetic Hand. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, S. 1378–1383. San Francisco. 2000.
- [6] Schulz, S.; Pylatiuk, C.; Bretthauer, G.: A New Class of Flexible Fluidic Actors and their Applications in Medical Engineering. *Automatisierungstechnik* 47 (1999), S. 390–395.
- [7] Schulz, S.; Pylatiuk, C.; Bretthauer, G.: A New Ultralight Anthropomorphic Hand. In: *International Conference on Robotics and Automation*. Seoul. 2001.
- [8] Stieglitz, T.; Beutel, H.; Blau, C.; Meyer, J.-U.: Flexible Multikanal-Mikroelektroden mit integrierten Zuleitungen zum Einsatz in der Neuroprothetik. *Biomedizinische Technik, Ergänzungsband* 42 (1997), S. 449–450.
- [9] Ramoser, H.; Müller-Gerking, J.; Pfurtscheller, G.: Optimal spatial filtering of single trial EEG during imagined hand movement. *IEEE Transaction on Rehabilitation Engineering* 8 (2000), S. 441–446.
- [10] Reischl, M.: *Auswertung myoelektrischer Daten zur Erkennung von Bewegungen*. Studienarbeit, Universität Karlsruhe. 2001.
- [11] Reischl, M.; Mikut, R.; Pylatiuk, C.; Schulz, S.: Control strategies for hand prostheses using myoelectric patterns. In: *Proc. 9th Zittau Fuzzy Colloquium*, S. 168–174. 2001.
- [12] Mikut, R.: *Modellgestützte on-line Stabilitätsüberwachung komplexer Systeme auf der Basis unscharfer Ljapunov-Funktionen*. Reihe 8, Mess- Steuer und Regelungstechnik, 757. Düsseldorf: VDI-Verlag. 1999.
- [13] Elliot, D. F.: *Handbook of digital signal processing*. London: Academic Press. 1987.
- [14] Mikut, R.; Jäkel, J.; Malberg, H.; Bretthauer, G.: Datenbasierter Entwurf von Fuzzy-Systemen für medizinische Diagnoseaufgaben. *Automatisierungstechnik* 48 (2000) 7, S. 317–326.
- [15] Mikut, R.; Jäkel, J.; Gröll, L.: Informationstheoretische Maße zur Merkmalsauswahl, Generierung von Zugehörigkeitsfunktionen und Regeln für Fuzzy-Klassifikatoren. In: *Proc. Computational Intelligence und Industrielle Anwendungen*, VDI-Berichte 1526, S. 125–130. Düsseldorf: VDI-Verlag. 2000.
- [16] Mikut, R.; Jäkel, J.; Gröll, L.: Automatic Design of Interpretable Membership Functions. In: *Proc. 8th Fuzzy Colloquium Zittau*, S. 103–111. 2000.
- [17] Jäkel, J.; Gröll, L.; Mikut, R.: Automatic Generation and Evaluation of Interpretable Fuzzy Rules. In: *New Frontiers in Computational Intelligence and its Applications* (Mohammadian, M., Hg.), S. 1–10. Amsterdam: IOS Press. 2000.
- [18] Mikut, R.; Jäkel, J.; Gröll, L.: Inference Methods for Partial Redundant Rule Bases. In: *Fuzzy Control: Theory and Practice* (Hampel, R.; Wagenknecht, M.; Chaker, N., Hg.), Advances in Soft Computing, S. 177–185. Heidelberg: Physica. 2000.

Visuelle Fuzzy-Logik basierte Klassifikation des MSG-Werkstoffübergangs

Stefan Nordbruch^{1,2} / Axel Gräser¹

¹ Universität Bremen, Institut für Automatisierungstechnik
Kufsteiner Str. NW1, 28359 Bremen

² FWBI Friedrich-Wilhelm-Bessel-Institut Forschungsgesellschaft m.b.H
Postfach 10 63 64, 28063 Bremen
Tel.: +49 (0)421 218 - 4690 / 7326
Fax: +49 (0)421 218 - 4596
E-Mail: sn@iat.uni-bremen.de / ag@iat.uni-bremen.de

Kurzfassung

In diesem Beitrag wird eine Fuzzy-Logik basierte visuelle Klassifikation des Werkstoffübergangs des Metall-Schutzgasschweißprozesses (MSG) mit Impulslichtbogen beschrieben. Ziel der Klassifikation ist die Zuordnung der Tropfen der Werkstoffübergänge zu festgelegten Bezeichnungen anhand visueller geometrischer Daten. Verglichen wird die Fuzzy-Logik basierte Lösung mit einem statistischen Klassifikationsverfahren.

1 Einleitung

Das Metall-Schutzgasschweißen mit Impulslichtbogen ist ein anpassungsfähiges Schweißverfahren und ermöglicht durch eine Vielzahl von einstellbaren Schweißparametern das Schweißen von Materialien unterschiedlichster Zusammensetzung und Dicke.

Die Einstellung von optimalen Prozessparametern, die Entwicklung von neuen Schweißzusätzen, die Prozessüberwachung, usw. ist aufgrund einer Vielzahl von Faktoren, wie z.B. der Komplexität des Schweißprozesses, der großen Anzahl von einstellbaren Parametern und der extremen Helligkeitsverhältnisse eine schwierige Aufgabe.

Ein Ansatz zur Lösung der Aufgaben ist die visuelle Beobachtung des für den Schweißprozess charakteristischen Werkstoffübergangs. Für eine optimale Parametereinstellung sollte dieser Werkstoffübergang gleichmäßig und spritzerlos sein, d.h. es sollte mög-

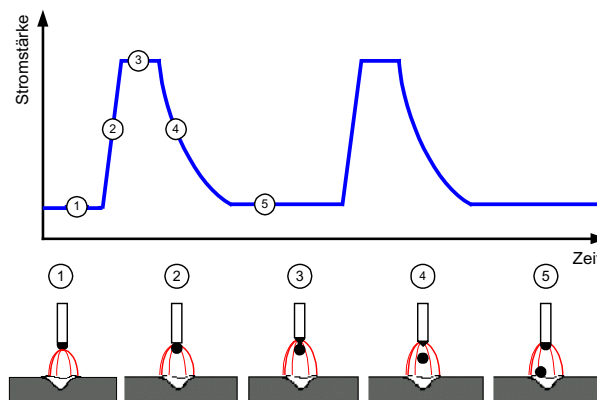


Bild 1: Werkstoffübergang beim Metall-Schutzgasschweißen mit Impulslichtbogen

lichst ein Tropfen mit gleicher Masse und Form pro Impuls vom Drahtende in das werkstückseitige Schweißbad übergehen.

Aufbauend auf diesen Ansatz wurde und wird das System VIOBES entwickelt. Das System ermöglicht eine visuelle Online-Beobachtung des Werkstoffübergangs beim MSG-Impulslichtbogenschweißen in Kombination mit der Aufnahme von elektrischen Schweißparametern sowie eine Analyse der aufgenommenen Daten. Für die Analyse der Werkstoffübergangsbilder verfügt das System über eine Bildverarbeitungseinheit zur automatischen Detektion, geometrischen Vermessung und Klassifikation der Tropfen der Werkstoffübergangsbilder.

Im Folgenden werden ein statistischer und ein Fuzzy-Logik basierter Ansatz für die visuelle Klassifikation der Werkstoffübergangsbilder vorgestellt und unter dem Gesichtspunkt der praktischen Anwendung miteinander verglichen und bewertet.

Für eine Beschreibung des vollständigen Systems sei auf [1] verwiesen.

2 Ausgangslage, Bedingungen und Ziel der visuellen Klassifikation

Die Bildverarbeitungseinheit gliedert sich in die klassischen Bereiche Vorverarbeitung, Segmentierung, Merkmalsextraktion und Klassifikation.

Aufgabe der Vorverarbeitung ist es, die Bilder so zu verbessern, dass eine bereichsorientierte Segmentierung mit einer Grauwertschwelle möglich ist.

Die bereichsorientierte Segmentierung wird auf der Basis einer für jedes Bild automatisch berechneten optimalen Grauwertschwelle durchgeführt.

Bild 2 demonstriert diese beiden Schritte an einem Beispiel.

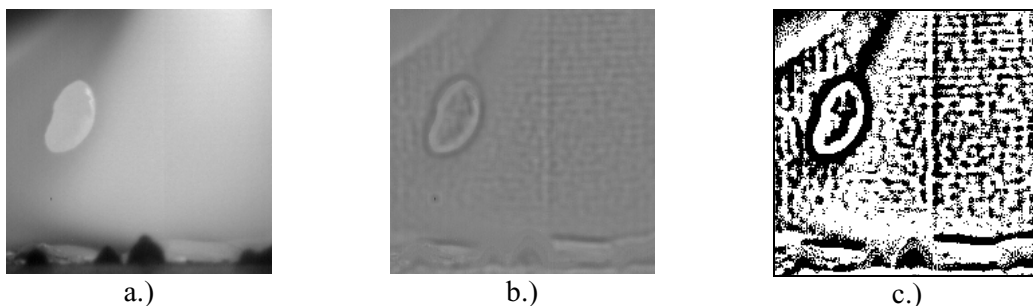


Bild 2: Ablauf der Vorverarbeitung und Segmentierung a.) Originalbild
b.) Bild nach der Vorverarbeitung c.) Bild nach der Segmentierung

Die Merkmalsextraktion detektiert alle Objekte im Bild und ermittelt von diesen folgende geometrische Merkmale:

- Höhe, Breite, Verhältnis von Breite zu Höhe
- Fläche, Umfang, Verhältnis von Fläche zu Umfang
- konvexer Umfang, Verhältnis der beiden Umfänge
- Formfaktor (Kompaktheit)
- Minimales und maximales Moment, Verhältnis von min. zu max. Moment, Orientierung des Objektes (Momentenwinkel)
- Volumen (aus der Fläche unter der Annahme der Rotationssymmetrie approximiert)

Ziel der Klassifikation ist, dass sowohl die Tropfen und deren geometrische Form als auch eventuell auftretende Spritzer in den segmentierten Bildern erkannt und anhand der geometrischen Merkmale festgelegten Beschreibungsklassen zugeordnet werden (siehe Bild 3).

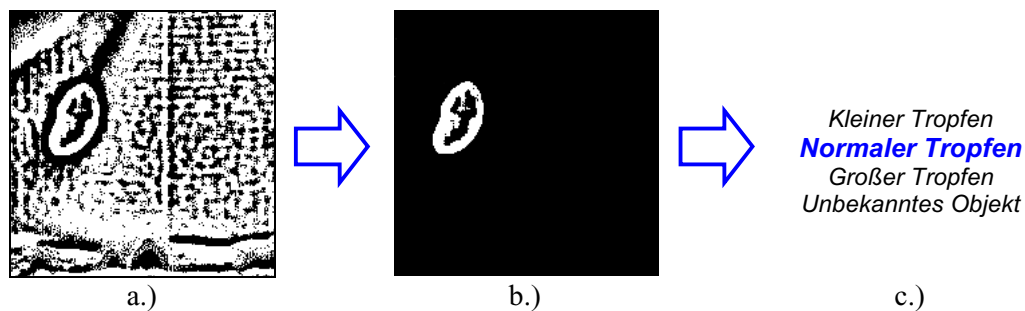


Bild 3: Merkmalsextraktion und Klassifikation: a.) Bild nach der Segmentierung b.) Klassifiziertes Objekt im Bild c.) Ergebnis der Klassifikation in Form der Zuordnung zu den Beschreibungen (Beispiel)

Aufgrund von unterschiedlichen Parametereinstellungen, Schweißaufgaben und Materialien variieren die Werkstoffübergänge. Aus diesen Grund unterliegt das Klassifikationsverfahren einigen Bedingungen.

Die wichtigsten Bedingungen sind, dass das Verfahren nachvollziehbar sein muss und durch den Benutzer ohne eine Veränderung des Programmcodes an die unterschiedlichen Werkstoffübergänge anpassbar werden kann.

3 Klassifikation mit dem Maximum-Likelihood-Klassifikator

Im ersten Ansatz wurde der statistische *Maximum-Likelihood-Klassifikator* (MLK) eingesetzt.

Im folgenden werden das Prinzip, die Umsetzung und die Probleme in Bezug auf den Anwendungsfall des MLK beschrieben. Für eine detaillierte Beschreibung für das Verfahren im allgemeinen sei auf [2, 3] und für die Umsetzung auf [4, 5] verwiesen.

3.1 Prinzip des Verfahrens

Das MLK-Verfahren beschreibt die Objektklassen im Merkmalsraum durch Verteilungsfunktionen, die anhand von Mittelwerten und Varianzen aus Stichproben ermittelt werden. Die Zuweisung eines Objektes zu einer Objektklasse erfolgt nach dem Kriterium der maximalen Wahrscheinlichkeit der Gleichheit der Merkmale. Liegt die maximale Wahrscheinlichkeit unterhalb einer Zurückweisungsschwelle, wird das Objekt nicht zugeordnet.

Zur Realisation des Verfahrens werden in der sogenannten Trainingsphase die Objektklassen und die Merkmale bestimmt. Bei der Auswahl der Merkmale ist zu beachten, dass die Merkmale nicht linear voneinander abhängig sind und das mit jedem Merkmal eine Unterscheidung aller Objektklassen möglich ist. Des Weiteren werden anhand von Stichproben die für die Klassifikation notwendigen Parameter (Mittelwerte, Varianzen, Kovarianzen, Kovarianzmatrix, Zurückweisungsschwelle) berechnet. Bild 4 stellt den Ablauf der Trainingsphase dar.

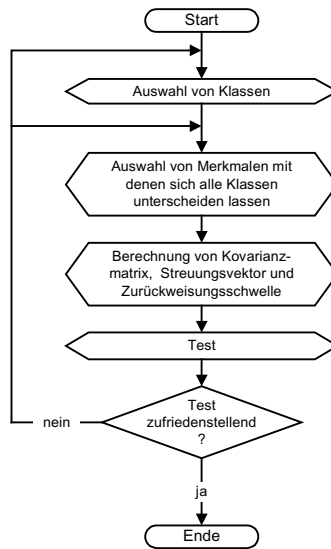


Bild 4: Trainingsphase des MLK

3.2 Realisierung für die Anwendung

Für den Anwendungsfall wurden drei Objektklassen (Kleiner Tropfen, Tropfen und Großer Tropfen) manuell nach rein visuellen Kriterien aus einer Reihe von Testbildern bestimmt. Zu einer Klasse wurden diejenigen Objekte zusammengefasst, die sich aufgrund ihrer Größe und Form ähnlich waren. In Bild 5 sind für die drei Objektklassen jeweils ein Beispielbild dargestellt.

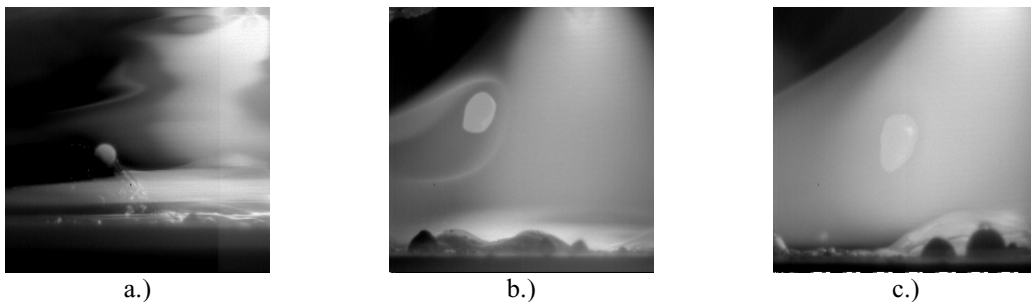


Bild 5: Beispiele für die Objektklassen a.) Kleiner Tropfen (bzw. Spritzer)
b.) Tropfen c.) Großer Tropfen

Die Auswahl der Merkmale, mit denen eine Unterscheidung der Objekte möglich ist, wurde mit Hilfe des Gütemaßes *Mittelwert und Streuung*, das auch als *Abstandsmaß* bekannt ist, vorgenommen [6].

Bei diesem Verfahren werden zur Überprüfung der Unterscheidungseignung eines Merkmals zweier Klassen, der klassenbedingte Mittelwert μ_{kv} und die klassenbedingte Streuung σ_{kv} eines Merkmals c_v herangezogen. Dabei ist k die Klassennummer und v die Merkmalsnummer. Definiert ist das Gütemaß G_v eines Merkmals c_v für zwei Klassen durch:

$$G_v = \frac{(\mu_{1v} - \mu_{2v})^2}{\sigma_{1v}^2 + \sigma_{2v}^2} \quad (1)$$

Aus der Gleichung ist zu erkennen, dass ein Merkmal, dessen Verteilungsdichte eine große Differenz der Mittelwerte und eine kleine Summe der Streuungen aufweist, sich gut zur Trennung der zwei Klassen eignet.

Die Berechnungen aller Gütemaße ergab, dass sich die Merkmale „Objektfläche“ und „Objektumfang“ zur Trennung der Objektklassen eignen. Bild 6 verdeutlicht dies durch die grafische Darstellung der Verteilung der Merkmalsmesswerte der Stichproben im zweidimensionalen Merkmalsraum.

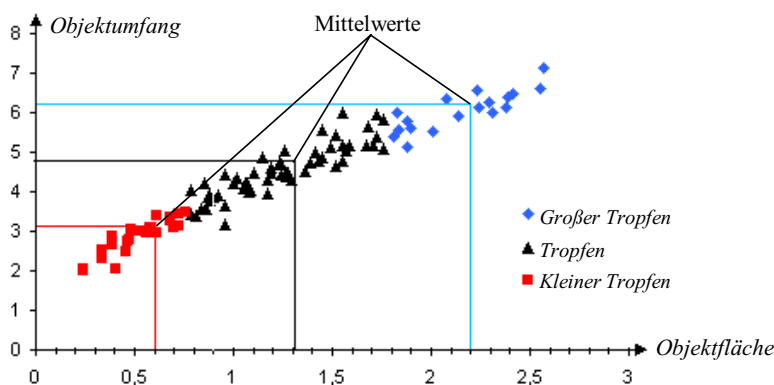


Bild 6: Verteilung der Messwerte in den Stichproben im zweidimensionalen Merkmalsraum für die Merkmale Objektfläche und Objektumfang [5]

3.3 Softwaretechnische Umsetzung

Softwaretechnisch wurde das Verfahren so umgesetzt, dass im Programm nur der theoretische Klassifikationsalgorithmus implementiert wurde. Die notwendigen Daten in Bezug auf die jeweilige Anwendung in Form

- der Anzahl und Namen der Objektklassen,
- der Auswahl der Merkmale,
- der Mittelwerte, Varianzen und Kovarianzen der Objektklassenmerkmale
- sowie die Zurückweisungsschwellen

werden aus einer Konfigurationsdatei eingelesen. Dadurch ist eine Modifikation und Erweiterung der Klassifikation durch eine Veränderung der Konfigurationsdatei und ohne eine Veränderung des Implementationcodes möglich.

3.4 Ergebnis, Probleme und Bewertung

Der Algorithmus wurde mit einer Reihe von neuen Bildern getestet und ergab eine erfolgreiche Klassifikationsrate von 70 Prozent.

Ursache der großen Fehlerrate war allerdings nicht die unkorrekte Zuordnung der Objekte zu den Klassen „Großer Tropfen“, „Tropfen“ und „Spritzer“, sondern dass viele Tropfen keiner der Objektklassen zugeordnet wurden. Bild 7 zeigt Beispiele für Tropfen und Spritzer, die zu keiner der Objektklassen zugeordnet werden konnten und somit als „Unbekannt“ klassifiziert wurden.

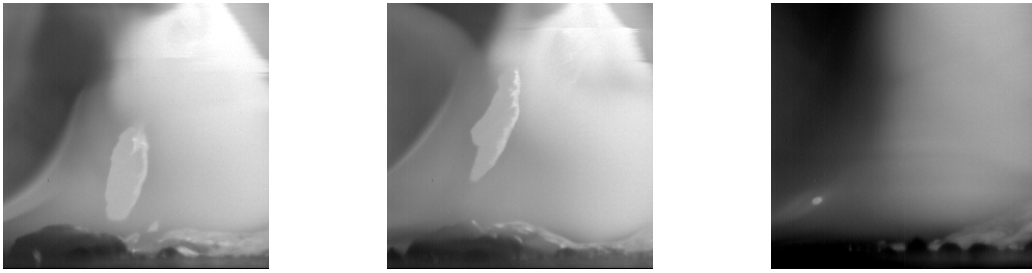


Bild 7: Beispiele für Tropfen und Spritzer, die der Klasse „Unbekannt“ zugeordnet werden

Zur Lösung dieses Problems wurde eine Erweiterung der Objektklassen auf sieben Klassen mit den Bezeichnungen „Sehr kleiner Tropfen bzw. Spritzer“, „Kleiner Tropfen“, „Normaler Tropfen“, „Großer Tropfen“, „Kleiner dünner Tropfen“, „Dünnere Tropfen“ und „Großer dünner Tropfen“ durchgeführt. Beispieltropfen für die Klassen sind in Bild 8 dargestellt.

Eine Merkmalskombination für diese Objektklassen, die eine Erhöhung der Klassifikationsrate ermöglicht hätte, konnte allerdings nicht ermittelt werden. Grund hierfür ist, dass einige Merkmale zum Teil voneinander linear abhängig und damit für das Verfahren ungeeignet sind. Mit den verbleibenden Merkmalen waren die stark variierenden geometrischen Formen des Tropfens allerdings nur zum Teil zu unterscheiden.

Zu der niedrigen Klassifikationsrate ergaben sich weitere Probleme. Bei einer Modifikation des Verfahrens, und wenn es z.B. „auch nur“ die Änderung der Varianz eines Merkmals ist, muss eine vollständige Neuberechnung aller Daten (Varianzen, Kovarianzen, Kovarianzmatrix, Zurückweisungsschwellen) durchgeführt werden (siehe Bild 4). Zusätzlich ist das Verfahren für die Benutzer ohne eine Kenntnis des Algorithmus relativ schwer nachvollziehbar.

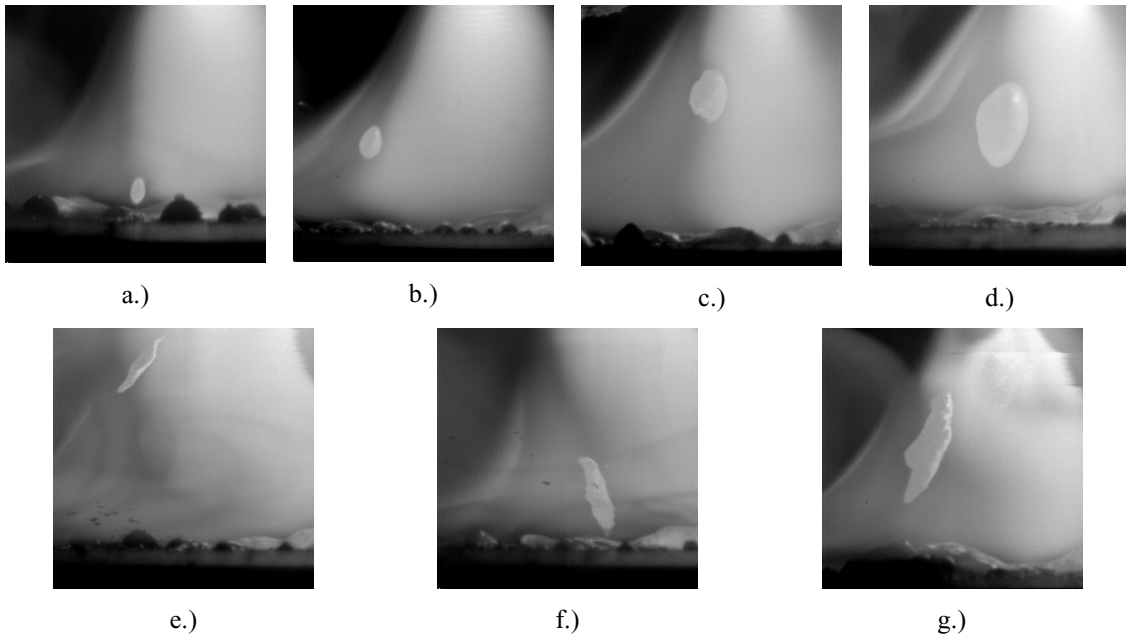


Bild 8: Beispielbilder für die festgelegten Bezeichnungen: a.) Sehr kleiner Tropfen bzw. Spritzer b.) Kleiner Tropfen c.) Normaler Tropfen d.) Großer Tropfen e.) Kleiner dünner Tropfen f.) Dünnere Tropfen g.) Großer dünner Tropfen

4 Fuzzy-Logik basierte Klassifikation

Zu Verbesserung der Klassifikation in Hinblick auf das Ergebnis, einer einfachen Anpassung an die jeweiligen Problemstellungen und der Nachvollziehbarkeit der Entscheidungsfindung wurde im zweiten Ansatz eine Fuzzy-Logik basierte Klassifikation entwickelt.

Mit diesem Ansatz sollte die menschliche Interpretation nachgebildet werden. Zum Beispiel machten alle Personen, die an der Klassifikation beteiligt waren, Aussagen wie:

*WENN das Objekt rund, die Höhe ungefähr x mm und die Fläche ungefähr x mm² ist,
DANN ist das Objekt ein großer Tropfen*

Grundlage des Entwurfes der Fuzzy-Logik basierten Klassifikation waren die Objektklassen aus Bild 8 und die zugrundeliegenden Stichproben.

4.1 Auswahl und Fuzzyfizierung der Eingänge

4.1.1 Auswahl

Aufbauend auf den Objektklassen, deren Merkmalsdaten und den Gütekriterien ist zu erkennen, dass sich die Klassen in die zwei Gruppen „Rund“ und „Lang“ aufteilen lassen. Die Objektklassen

- „Sehr kleiner Tropfen bzw. Spritzer“,
- „Kleiner Tropfen“,
- „Normaler Tropfen“ und
- „Großer Tropfen“

können der „Rund“-Gruppe und die Objektklassen

- „Kleiner dünner Tropfen“,
- „Dünner Tropfen“ und
- „Großer dünner Tropfen“

der „Lang“-Gruppe zugeordnet werden.

Zur Unterteilung der Gruppen mit Hilfe dieser Eigenschaft kann das Merkmal „Formfaktor“ verwendet werden. Dieses Merkmal beschreibt die Kompaktheit der Objektform durch die Beziehung

$$F = \frac{\text{Umfang}^2}{4\pi * \text{Fläche}} \quad (2)$$

Die kompakteste Form ist der Kreis. Für kreisförmige Objekte nimmt der Formfaktor näherungsweise den Wert Eins an. Je deutlicher die Form eines Objektes von der Kreisform abweicht, desto größer wird der Wert (siehe Bild 9).

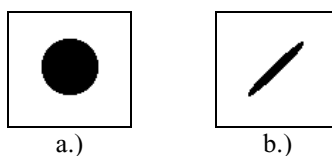


Bild 9: Beispiele zum Formfaktor a.) $F = 1,05$ b.) $F = 3,10$

Innerhalb dieser Gruppen ist eine Unterteilung über die Höhe und die Fläche und bei der „Rund“-Gruppe zusätzlich über die Breite sinnvoll. Alle anderen Größen bieten sich zum Teil nur für die Unterscheidung von zwei oder drei Objektklassen an oder sind zum Teil schwer zu interpretieren.

4.1.2 Fuzzyfizierung

Die Terme der Eingangsgröße Formfaktor ergeben sich aus der obigen Interpretation und sind „Rund“ und „Lang“.

Die Zugehörigkeitsfunktionen der Terme des Formfaktors wurden anhand der statistischen Kennwerten der jeweiligen Gruppen entsprechend Gleichung 3 und Bild 10 angenähert.

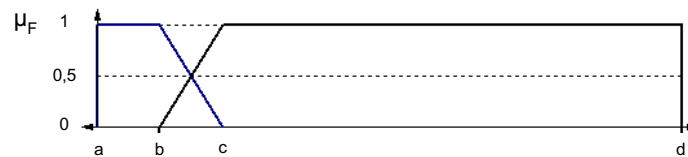


Bild 10: Zugehörigkeitsfunktion des Formfaktors mit den Termen „Rund“ (linkes Teilstück) und „Lang“ (rechtes Teilstück) in grafischer Darstellung

$$\mu_{\text{F}_{\text{Rund}}}(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x < b \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{für } b \leq x \leq c \\ 0 & \text{für } x > c \end{cases}$$

(3)

$$\mu_{\text{F}_{\text{Lang}}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < b \\ \frac{x-b}{c-b} & \text{für } b \leq x \leq c \\ 1 & \text{für } x > c \end{cases}$$

Für die Eingangsgrößen Höhe, Breite und Fläche wurden jeweils sieben Terme festgelegt, die den zuzuordnenden Objektklassen entsprechen. D.h. die Terme sind jeweils:

- „Sehr kleiner Tropfen bzw. Spritzer“
- „Kleiner Tropfen“
- „Normaler Tropfen“
- „Großer Tropfen“
- „Kleiner dünner Tropfen“
- „Dünner Tropfen“
- „Großer dünner Tropfen“.

Als Zugehörigkeitsfunktionen für diese Terme wurde die Trapezform gewählt. Die beschreibenden Parameter der Trapeze wurden mit Hilfe der vorhandenen statistischen Verteilungen der Klassen anhand der *Gaußschen Normalverteilung* und den statisti-

schen Kennwerten Mittelwert und Standardabweichung definiert. Bild 11 und Gleichung 4 stellen den Zusammenhang dar.

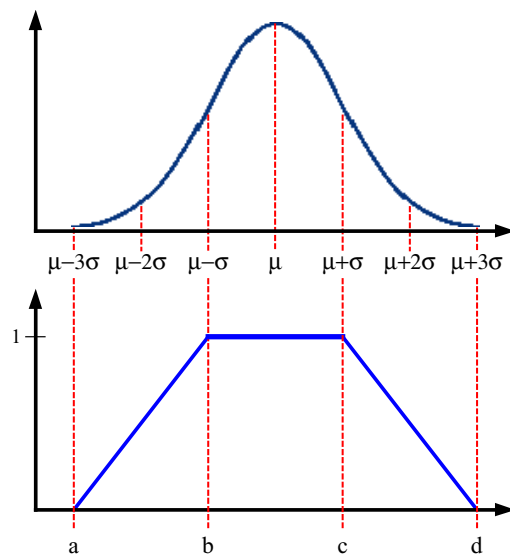


Bild 11: Verteilungsdichtefunktion der Gaußschen Normalverteilung und der Übergang zur Trapezförmigen Zugehörigkeitsfunktion in grafischer Darstellung

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & a < x < b \\ 1 & b < x < c \\ \frac{d-x}{d-c} & c < x < d \\ 0 & x \geq d \end{cases} \quad (4)$$

4.2 Festlegung des Ausgangs

- Die Terme des Ausgangs entsprechen den festgelegten Objektklassen und werden jeweils als Singleton dargestellt. Dieser Zusammenhang ist in Bild 12 dargestellt.

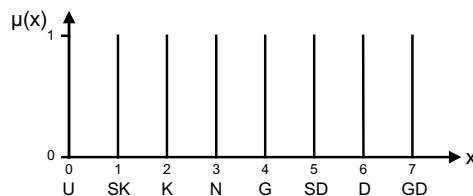


Bild 12: Zugehörigkeitsterme der Ausgangsgröße in grafischer Darstellung (U = Unbekannt, SK = Sehr Klein, K = Klein, N = Normaler Tropfen, G = Großer Tropfen, SD = Sehr dünner Tropfen, D = Dünner Tropfen, GD = Großer dünner Tropfen)

4.3 Inferenz und Defuzzifizierung

Für die Klassifikation der Objekte zu einer Objektklasse wurde für jede Klasse eine Regel formuliert. Der Aufbau der Regeln für die einzelnen Klassen der „Rund“- und der „Lang“-Gruppe sind identisch. Bei der „Rund“-Gruppe sind die Regeln wie folgt formuliert:

WENN *der Formfaktor des Objektes ist rundlich*
 UND *die Breite des Objektes ist gleich der Breite des Objektes X*
 UND *die Höhe des Objektes ist gleich der Höhe des Objektes X*
 UND *die Fläche des Objektes ist gleich der Fläche des Objektes X*
DANN *ist das Objekt ein Objekt vom Typ X*

Entsprechend sind die Regeln zur Klassifikation der drei Objektklassen der „Lang“-Gruppe formuliert:

WENN *der Formfaktor des Objektes ist länglich*
 UND *die Höhe des Objektes ist gleich der Höhe des Objektes X*
 UND *die Fläche des Objektes ist gleich der Fläche des Objektes X*
DANN *ist das Objekt ein Objekt vom Typ X*

Die Verarbeitung der Regeln in Form der Ermittlung der einzelnen und der resultierenden Ausgangs-Fuzzy-Menge wird mit der Max-Min-Inferenz-Methode und die Bestimmung der scharfen Ausgangsgröße mit der Schwerpunktmethod durchgeföhrt.

Da dies die am meisten verwendeten Methoden der Fuzzy-Logik sind, wird auf eine theoretische Beschreibung dieser Methoden in diesem Beitrag verzichtet und z.B. auf [9,10] verwiesen.

4.4 Softwaretechnische Umsetzung

Umgesetzt wird die Klassifikation mit Hilfe des *FuzzyDecisionDesk-Image* Softwarepakets [11]. Dieses Paket beinhaltet einen Editor mit dem Variablen, Terme und Regeln grafisch erstellt, getestet und eine Projektdatei gespeichert werden können. Die eigentliche Entscheidungskomponente wird durch eine Dynamic Link Library (DLL-Datei) als mit C++ - Schnittstelle ausgeföhrt. Der Ablauf der eigentlichen Klassifikation kann wie folgt beschrieben werden und ist zusätzlich in Bild 13 dargestellt:

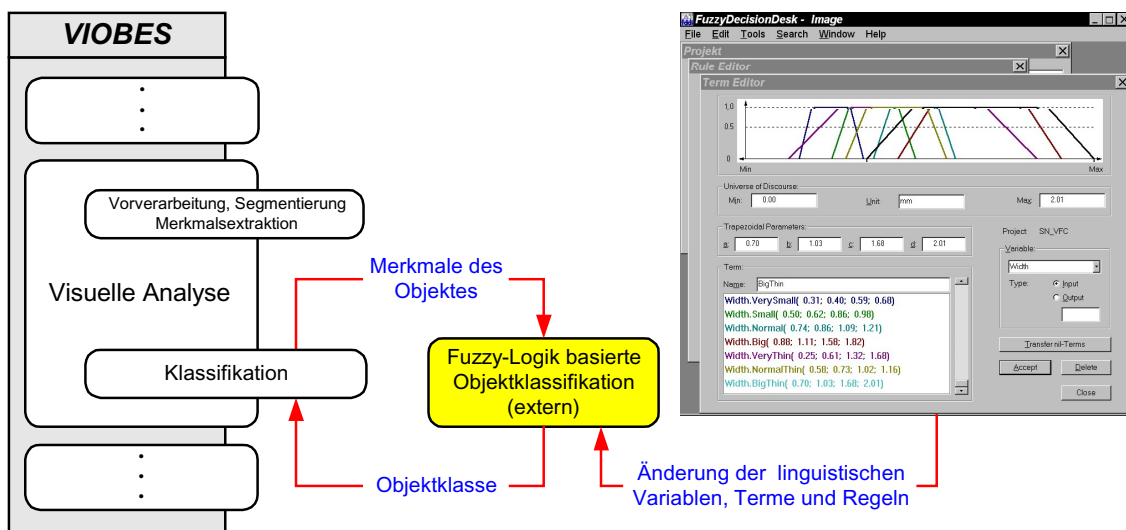


Bild 13: Softwaretechnische Umsetzung

- Öffnen der Projektdatei aus dem Programm VIOBES
- Übergabe aller Merkmale in die Projektdatei
- Ausführung der Klassifikation durch die DLL anhand der Projektdatei
- Abfragen des Klassifikationsergebnisses aus der Projektdatei

Durch diesen softwaretechnischen Aufbau kann die Klassifikation an jede Änderung der Rahmenbedingungen ohne eine Anpassung des Implementationcodes durchgeführt werden. Die Anpassung wird ausschließlich durch eine Veränderung der Projektdatei mit Hilfe des grafischen Editors vollzogen.

4.5 Ergebnis

Der Fuzzy-Logik basierte Klassifikator wurde anhand der gleichen Bilder wie der statistische Klassifikator getestet.

Die erfolgreiche Klassifikationsrate ergab 80 Prozent. Durch manuelle Modifikationen einzelner Eingangsterme konnte diese Rate auf 85 Prozent gesteigert werden.

5 Zusammenfassung

In diesem Beitrag wurde eine Fuzzy-Logik basierte Klassifikation und eine statistische Klassifikation mit Hilfe des Maximum-Likelihood-Verfahrens für eine visuelle Klassifikation der Werkstoffübergangstropfen des Metall-Schutzgasschweißprozesses mit Impulslichtbogen vorgestellt und miteinander verglichen.

Besondere Gesichtspunkte bei den Entwürfen und dem Vergleich der beiden umgesetzten Ansätze waren die praktische Umsetzung, die Anpassung an veränderten Rahmenbedingungen und die Nachvollziehbarkeit.

Im Vergleich zeigte sich, dass der Fuzzy-Logik basierte Ansatz in Bezug auf die Beispielanwendung im Klassifikationsergebnis, in der Möglichkeit einer Anpassung und in Nachvollziehbarkeit der Ergebnisse dem statistische Klassifikator überlegen war.

Förderung

Diese Arbeit ist Teil eines Projektes, dass als Vorhaben der industriellen Gemeinschaftsforschung mit Mitteln der Bundesregierung aus dem Haushalt des Bundesministeriums für Wirtschaft und Technologie über die Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen "Otto von Guericke" e.V. unter der AiF-Vorhaben-Nummer 12583 N/1 gefördert wird.

Literatur

- [1] Nordbruch, S. und Gräser, A.: *Optimization of PGMAW Using Online Observation and Statistical Data*, 11th International Conference on Computer Technology in Welding, 19.-20. September 2001 (bzw. 5.-6. Dezember 2001), Columbus, Ohio, USA (zur Veröffentlichung angenommen).
- [2] Haberäcker, P.: *Praxis der digitalen Bildverarbeitung und Mustererkennung*, Carl-Hanser Verlag, München / Wien, 1995.
- [3] Bässmann, H., Besslich, P.W.: *Bildverarbeitung Ad Oculos*, Springer-Verlag, Berlin, 1993.
- [4] Nordbruch, S., Tschirner, P. und Gräser, A.: *Analyse von HDRC-Bildern des Werkstoffübergangs des MSG-Schweißprozesses*, Mustererkennung 2000, 22.

- DAGM-Symposium, Kiel, 13.-15. September 2000, In: G. Sommer, N. Krüger und C. Perwass (Hrsg.): Mustererkennung 2000, Informatik Aktuell, Springer-Verlag, Seiten 147-154.
- [5] Tschirner, P.: *Visuelle Analyse von HDRC-Kamerabildern des Werkstoffübergangs des MSG-Schweißprozesses*, Diplomarbeit, Institut für Automatisierungstechnik, Universität Bremen, 1999.
 - [6] Abmayr, W.: *Einführung in die digitale Bildverarbeitung*, B.G. Teubner, Stuttgart; 1994.
 - [7] Ivancsó, K.: *Arc Welding Process with HDRC Camera - Analysis of Electrical and Visual Welding Parameters*, Diplomarbeit, Institut für Automatisierungstechnik, Universität Bremen, 2000.
 - [8] Tizhoosh, H.R.: *Fuzzy-Bildverarbeitung – Einführung in Theorie und Praxis*, Springer-Verlag, Berlin / Heidelberg, 1998.
 - [9] Bothe, H.-H.: *Fuzzy-Logik – Einführung in Theorie und Anwendung*, 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin / Heidelberg / New York, 1995.
 - [10] Kahler, J. und Frank, H.: *Fuzzy-Logik und Fuzzy-Control*, 2. Auflage, Vieweg, Braunschweig / Wiesbaden, 1994.
 - [11] FLS Fuzzy Logik Systeme GmbH (Dortmund) und Stemmer Imaging GmbH (Puchheim): *FuzzyDecisionDesk-Image (FDDi)*, Version 2.0-1/99.
<http://www.commonvisionblox.de>

Theoretische Aspekte evolutionärer Algorithmen

Ingo Wegener

Universität Dortmund
Lehrstuhl Informatik II
44221 Dortmund
Tel.: 0231/755 2776
Fax: 0231/755 2047

email: wegener@ls2.cs.uni-dortmund.de

Evolutionäre Algorithmen haben sich als randomisierte Suchheuristiken bei der Optimierung komplexer Funktionen bewährt. Dies gilt insbesondere im so genannten Black-Box-Szenario, also in dem Fall, dass die zu optimierende Funktion nicht analysiert werden kann.

Die vielfältigen Anwendungen evolutionärer Algorithmen haben zu einem beachtlichen Erfahrungswissen geführt. Dies führt zu erfolgreichen Regeln, wie die einzelnen Parameter eingestellt und adaptiert werden sollten.

Andererseits steckt das theoretische Wissen über evolutionäre Algorithmen in den Kinderschuhen. Im Gegensatz zu anderen Algorithmentypen gibt es kaum Ergebnisse, die ein gewisses Verhalten evolutionärer Algorithmen garantieren. Auf lange Sicht werden jedoch evolutionäre Algorithmen nur auf der Basis einer anwendungsorientierten Theorie auf bestmögliche Weise genutzt werden können. Darüber hinaus machen theoretische Ergebnisse das Gebiet evolutionäre Algorithmen erst lehrbar.

Im Vortrag wird dargestellt, wie eine Theorie evolutionärer Algorithmen entwickelt werden kann. Am Beispiel der Optimierung pseudoboolescher Funktionen werden exemplarisch theoretische Ergebnisse vorgestellt. Alle pseudobooleschen Funktionen sind als Polynome darstellbar. Die Abhängigkeit der erwarteten Optimierungszeit von Eigenschaften der Polynome wird untersucht. Schließlich wird der erste Beweis, dass Crossover die erwartete Optimierungszeit von exponentiell auf polynomiell senken kann, geführt.

Eine ausführliche Fassung des Vortrags ist bereits veröffentlicht: I. Wegener: Theoretical aspects of evolutionary algorithms. ICALP'2001, LNCS 2076, 64-78, 2001.

Evolutionäres Konzept zur Selektion relevanter Merkmalssätze für die datenbasierte Fuzzy-Modellierung

Daniel Schauten, Barbara Nicolaus, Harro Kiendl

Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik

Lehrstuhl für Elektrische Steuerung und Regelung

Universität Dortmund, Otto-Hahn-Str. 4, 44221 Dortmund

Tel.: 0231 755-4524 / Fax: 0231 755-2752

E-Mail: {schauten, nicolaus, kiendl}@esr.e-technik.uni-dortmund.de

Zusammenfassung

Das in diesem Beitrag vorgestellte Verfahren dient dazu, aus einer Menge von potenziellen Einflussgrößen für eine datenbasierte Fuzzy-Modellierung einen möglichst relevanten Satz von Einflussgrößen zu selektieren. Dabei wird zusätzlich die für eine Fuzzy-Modellierung erforderliche Granularisierung des Eingangsraumes optimiert und bei der Relevanzbewertung berücksichtigt.

Durch die Beschränkung auf die relevantesten Einflussgrößen wird der Suchraum für die nachgeschaltete Fuzzy-Modellierung mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren und damit die Komplexität des resultierenden Fuzzy-Modells reduziert.

Auf Grundlage der optimierten Granularisierungen können adäquate Fuzzy-Zugehörigkeitsfunktionen generiert werden, die die Modellierungsgüten der generierten Fuzzy-Systeme häufig verbessern. Die Leistungsfähigkeit des Verfahrens wird anhand von Beispielen verdeutlicht.

1 Einführung

Die Basis für eine Analyse, Weiterentwicklung und Automatisierung technischer Systeme bilden häufig Modelle dieser Systeme. Bei komplexen Systemen kann eine ausreichend genaue wissensbasierte physikalisch-mathematische Modellierung sehr zeitaufwendig oder aufgrund unzureichenden Expertenwissens unmöglich sein. In solchen Fällen besteht ein Lösungsansatz darin, die Modellierung des Systems datenbasiert auf der Grundlage von Messdaten vorzunehmen. Dabei haben sich insbesondere Fuzzy-Modelle bewährt, da sie einerseits datenbasiert generiert, andererseits aber auch durch Hinzufügung wissensbasiert generierter Regeln verbessert werden können [1, 2]. Allerdings hängt der Erfolg der Modellierung häufig entscheidend von einer geeigneten Auswahl der tatsächlich berücksichtigten Einflussgrößen aus einer Vielzahl von potenziell wichtigen Einflussgrößen ab. Um die Anzahl dieser Größen und damit die Komplexität des zu entwerfenden Fuzzy-Modells möglichst gering zu halten, oder überhaupt erst akzeptable Modellierungsergebnisse erzielen zu können, sind Voruntersuchungen wünschenswert, mit denen die Relevanz und Redundanz der potenziellen Einflussgrößen ermittelt wird.

Eine hierfür etablierte Methode ist die Korrelationsanalyse, die jedoch ausschließlich lineare Abhängigkeiten zwischen Größen aufdecken kann.

Dieser Mangel wird in [3] abgestellt. Im Hinblick auf eine datenbasierte Modellierung mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren [4, 5] wird dort ein fuzzybasiertes Verfahren zur datenbasierten Komplexitätsreduktion vorgestellt. Es untersucht potenzielle Einflussgrößen auf lineare und nichtlineare Zusammenhänge mit der Ausgangsgröße (Relevanzanalyse) und mit den übrigen potenziellen Einflussgrößen (Redundanzanalyse). Das Verfahren berücksichtigt eine durch Fuzzy-Zugehörigkeitsfunktionen vorzugebende Granularisierung der Einflussgrößen und der Ausgangsgröße und ist daher auf eine nachgeschaltete Fuzzy-Modellierung zugeschnitten. Allerdings bewertet das Verfahren die potenziellen Einflussgrößen einzeln und nicht — was angemessener wäre — ganze daraus zusammengestellte Sätze von Einflussgrößen.

Zudem verbleibt das Problem einer günstigen Granularisierung der Einflussgrößen. Insbesondere bei hochdimensionalen Modellierungsproblemen komplexer Systeme wird nämlich eine Granularisierung häufig heuristisch durch äquidistante Raumeinteilung vorgenommen. Aufgrund einer derartigen, nicht optimal gewählten, Granularisierung kann die Relevanz einer potenziellen Einflussgröße falsch bewertet, sowie die mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren erzielbare Modellierungsgüte erheblich beeinträchtigt werden.

Der beschriebene Mangel des Verfahrens aus [3], dass die potenziellen Einflussgrößen einzeln bewertet werden, wird in [6] abgestellt. Dort wird ein Verfahren zur Auswahl eines relevanten Satzes von potenziellen Einflussgrößen vorgestellt. Allerdings erfolgt die Relevanzbewertung ohne Berücksichtigung einer Granularisierung des Eingangsraumes. Dies ist nachteilig für eine nachgeschaltete Fuzzy-Modellierung.

In diesem Beitrag wird ein Verfahren vorgestellt, das komplette Sätze von Einflussgrößen bewertet, wobei eine Granularisierung des Eingangsgrößenraumes nicht nur berücksichtigt, sondern darüberhinaus für die Relevanzbewertung evolutionär optimiert wird. Das evolutionäre Verfahren liefert somit als Ergebnis einen relevanten und zugleich kompakten Satz von Einflussgrößen mit den dazugehörigen optimierten Granularisierungen. Darauf aufsetzend können automatisch adäquate Fuzzy-Zugehörigkeitsfunktionen für eine nachgeschaltete datenbasierte Fuzzy-Modellierung generiert werden. Die Leistungsfähigkeit des Verfahrens wird anhand von Beispielen demonstriert.

2 Das Verfahren zur Selektion von Merkmalsätzen

Zur Präzision der Aufgabenstellung betrachten wir das Problem der Modellierung eines Prozesses mit einer Menge \mathcal{X} von n bekannten potenziell relevanten Einflussgrößen X_i

$$\mathcal{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\} \quad (1)$$

und einer Ausgangsgröße Y . Durch Prozessbeobachtung wird eine Datenmenge \mathcal{D} bestehend aus m Datenpunkten \mathbf{d}_s aquiriert

$$\mathcal{D} = \{\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_m\}. \quad (2)$$

Ein zu einem Zeitpunkt t_s aufgenommener Datenpunkt \mathbf{d}_s umfasst die zugehörigen Werte $x_{s,i}$ aller Einflussgrößen X_i sowie den dazugehörigen Wert y_s der Ausgangsgröße Y

$$\mathbf{d}_s^T = (\mathbf{x}_s^T \quad y_s), \quad \mathbf{x}_s^T = (x_{s,1} \dots x_{s,n}). \quad (3)$$

Ferner werden alle m erhaltenen Ausgangsgrößenwerte y_s in der Menge \mathcal{Y} zusammengefasst

$$\mathcal{Y} = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}, \quad 1 \leq s \leq m. \quad (4)$$

Das Ziel besteht in der Selektion eines nicht allzu großen aber möglichst relevanten Satzes \mathcal{R}_q von q nichtredundanten Einflussgrößen X_i ,

$$\mathcal{R}_q \subseteq \mathcal{X}. \quad (5)$$

Dabei soll für die Relevanzbewertung das Zusammenspiel der zu bewertenden Einflussgrößen $X_i \in \mathcal{R}_q$ auf Grundlage optimierter Granularisierungen berücksichtigt werden. Die Anzahl q der selektierten Einflussgrößen sollte so groß wie nötig und klein wie möglich sein, um einen handhabbaren und effizient partitionierten Suchraum für eine nachgeschaltete Fuzzy-Modellierung zu erzielen. Dies soll die Generierung eines Fuzzy-Systems mit kompakter Regelbasis und hoher Modellierungsgüte ermöglichen. Der gesuchte Satz \mathcal{R}_q wird durch das nachfolgend beschriebene Selektionsverfahren iterativ aufgebaut.

2.1 Iterativer Selektionsprozess

Die Selektion des Satzes \mathcal{R}_q erfolgt iterativ in q Schritten, wobei die Anzahl q der selektierten Einflussgrößen entweder vom Anwender vorgegeben wird, oder sich durch Selbstterminierung des Selektionsprozesses ergibt. Zur Verdeutlichung der Funktionsweise des Selektionsprozesses wird die Menge \mathcal{R}_h betrachtet, die die im Selektionsschritt h selektierten h Einflussgrößen X_i beinhaltet und die mit einer Relevanz η_h bewertet worden ist. Die hierfür entwickelten Relevanzmaße sind so geartet, dass ein kleiner Wert von η_h einer hohen Relevanz entspricht.

Im darauf folgenden Selektionsschritt $h + 1$ wird für jede noch nicht ausgewählte potenzielle Einflussgröße, $X_i \notin \mathcal{R}_h$, die maximal mögliche Relevanz, d.h. der kleinstmögliche Wert von $\tilde{\eta}_i$, ermittelt, die durch Hinzufügung von X_i zu dem bereits selektierten Satz \mathcal{R}_h erzielt wird, wobei die Granularisierungen für X_i sowie für sämtliche Größen aus \mathcal{R}_h simultan evolutionär optimiert werden. Diejenige Einflussgröße X_j , für die die Optimierung aller Granularisierungen die größte Steigerung der durch $\tilde{\eta}_j$ bestimmten Relevanz im Vergleich zu η_h erzielt, wird dem Satz \mathcal{R}_h hinzugefügt. So entsteht der Satz \mathcal{R}_{h+1} . Die dabei ermittelte Relevanz $\tilde{\eta}_j$ kennzeichnet den Satz \mathcal{R}_{h+1} ,

$$\mathcal{R}_{h+1} = \mathcal{R}_h \cup \{X_j\}, \quad \text{mit } \eta_{h+1} = \tilde{\eta}_j. \quad (6)$$

Zur Initialisierung des Selektionsprozesses wird im ersten Selektionsschritt jede Einflussgröße X_i individuell nach Optimierung der zugehörigen Granularisierung mit einer Relevanz $\tilde{\eta}_i$ bewertet und die relevanteste Einflussgröße X_j als erster Satz selektiert:

$$\mathcal{R}_1 = \{X_j\}, \quad \text{mit } \eta_1 = \tilde{\eta}_j. \quad (7)$$

Unterschiedliche, hierfür entwickelte, Relevanzmaße werden im Abschnitt 2.2 beschrieben. Diese wurden so konzipiert, dass die Verbesserung des Relevanzmaßes $\tilde{\eta}_i$, die durch Hinzufügung einer weiteren Einflussgröße $X_i \notin \mathcal{R}_h$ zum Satz \mathcal{R}_h bereits selektierter Einflussgrößen erzielt werden kann, Hinweise auf das zu erwartende

Verbesserungspotenzial bei der nachgeschalteten Modellierung liefert. Diese Verbesserung dient — alternativ zu einer vorgebbaren maximalen Anzahl von zu selektierenden Einflussgrößen — als Abbruchkriterium für den iterativen Selektionsprozess.

2.2 Relevanzmaße und Optimierung der Granularisierungen

Die Granularisierung einer jeden Einflussgröße X_i wird durch eine Menge \mathcal{S}_i von k Stützstellen $s_{i,j}$ charakterisiert

$$\mathcal{S}_i = \{s_{i,1}, s_{i,2}, \dots, s_{i,k}\}. \quad (8)$$

Diese teilen den Wertebereich jeder Größe X_i in $k - 1$ Intervalle (Abbildung 1). Die Anzahl der benötigten Intervalle hängt dabei von der Art des Modellierungsproblems ab. Zum Beispiel sollte die Anzahl der Intervalle je Einflussgröße bei Klassifikationsproblemen mindestens der Anzahl der in den Daten vorhandenen verschiedenen Klassen entsprechen. Die Verwendung einer größeren Anzahl von Intervallen führt zu einer feineren Partitionierung und damit erhöhten Auflösung des Eingangsraumes, auf Grundlage dessen möglicherweise auch exaktere Klassifikatoren entworfen werden können. Demgegenüber kann jedoch eine zu groß gewählte Anzahl von Intervallen zum Overfitting führen, womit die anschließend generierten Klassifikatoren hinsichtlich der verwendeten Lerndaten zwar sehr gute Ergebnisse liefern, auf den nicht verwendeten Validierungsdaten jedoch ein unbefriedigendes Verhalten aufweisen.

Zur Verdeutlichung der Wirkungsweise der evolutionären Optimierung der Granularisierung wird erneut die oben eingeführte Menge \mathcal{R}_h betrachtet. Sie umfasst alle h Einflussgrößen X_i , die im Schritt h selektiert wurden. Zur Bestimmung der Relevanz η_h für diese Menge \mathcal{R}_h wird eine Funktion $\tilde{y}(\mathbf{x})$ wie folgt definiert.

Die Granularisierungen aller h Einflussgrößen von \mathcal{R}_h induzieren eine Zerlegung des Eingangsraumes in $(k - 1)^h$ Hyperquader. Die Funktion $\tilde{y}(\mathbf{x})$ wird stückweise über Partialfunktionen $\tilde{y}(H_\delta, \mathbf{x})$ definiert, die jeweils in einem der Hyperquader gültig sind. Dabei werden nur solche Hyperquader H_δ betrachtet, die Datenpunkte \mathbf{d}_s enthalten. Wir fassen die Menge der Ausgangsgrößenwerte, die zu Datenpunkten \mathbf{d}_s mit $\mathbf{x}_s \in H_\delta$ gehören, zur Menge \mathcal{Y}_δ zusammen.

Für Klassifikationsprobleme wird in jedem der mit Datenpunkten besetzten Hyperquader H_δ die am häufigsten vertretene Klasse $y_{\delta,mf}$ der zugehörigen Ausgangsgrößenwerte aus \mathcal{Y}_δ ermittelt und als in H_δ gültige Partialfunktion definiert (Abbildung 1a)

$$\tilde{y}(H_\delta, \mathbf{x}) = y_{\delta,mf}. \quad (9)$$

Die Funktion $\tilde{y}(\mathbf{x})$ wird durch

$$\tilde{y}(\mathbf{x}) = \tilde{y}(H_\delta, \mathbf{x}) \quad \text{für } \mathbf{x} \in H_\delta \quad (10)$$

erklärt. In diesem Fall wird der relative Klassifikationsfehler

$$\text{RCE} = \frac{1}{m} \sum_{s=1}^m \text{sgn} |y_s - \tilde{y}(\mathbf{x}_s)| \quad (11)$$

als Maß für die Bestimmung der Relevanz η_h der Menge \mathcal{R}_h verwendet. Ersichtlich bedeutet der Wert $\eta_h = \text{RCE} = 0$, dass stets richtig klassifiziert wird, was einer größtmöglichen Relevanz der Menge \mathcal{R}_h entspricht.

Für eine angestrebte Modellierung mit Fuzzy-Systemen vom Typ *Mamdani* zur Lösung von Approximationsproblemen wird in jedem der mit Datenpunkten besetzten Hyperquader H_δ der Mittelwert $\bar{y}(H_\delta)$ aller Ausgangsgrößenwerte aus \mathcal{Y}_δ ermittelt und als Partialfunktion für $\mathbf{x} \in H_\delta$ definiert (Abbildung 1b)

$$\tilde{y}(H_\delta, \mathbf{x}) = \bar{y}(H_\delta). \quad (12)$$

Die Funktion $\tilde{y}(\mathbf{x})$ ergibt sich wieder aus (10). Für diesen Fall wird der empirische Korrelationsfehler

$$\text{ECE} = 1 - \left| \frac{\sum_{s=1}^m (y_s - \bar{y}) \sum_{s=1}^m (\tilde{y}(\mathbf{x}_s) - \hat{y})}{\sqrt{\sum_{s=1}^m (y_s - \bar{y})^2 \sum_{s=1}^m (\tilde{y}(\mathbf{x}_s) - \hat{y})^2}} \right| \quad (13)$$

als Relevanzmaß η_h für die Bewertung der Menge \mathcal{R}_h verwendet. Auch hier entspricht $\eta_h = \text{ECE} = 0$ der größtmöglichen Relevanz. Dabei sind \bar{y} und \hat{y} jeweils die Mittelwerte der zu allen m Datenpunkten gehörigen Ausgangsgrößenwerte y_s bzw. aller Funktionswerte $\tilde{y}(\mathbf{x}_s)$.

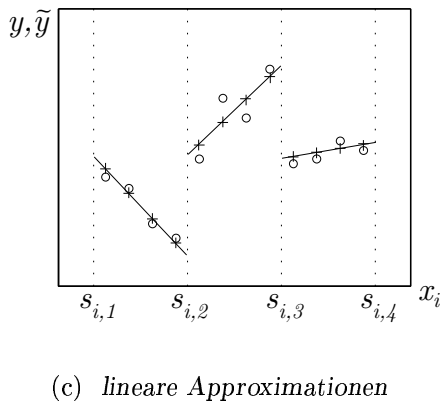
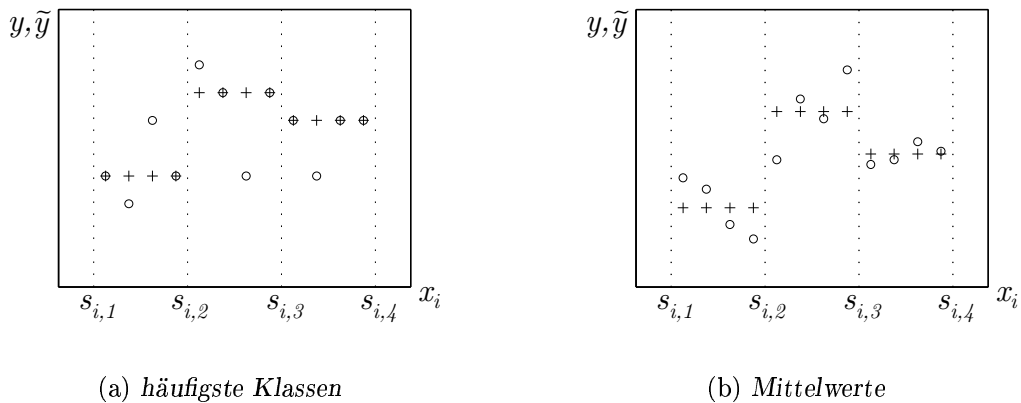


Abbildung 1: Eindimensionales Beispiel zur Illustration verschiedener Definitionen der Funktion $\tilde{y}(\mathbf{x})$, basierend auf der Verteilung der Ausgangsgrößenwerte y in den durch die Stützstellen $s_{i,j}$ festgelegten Intervallen. Die Werte von y und \tilde{y} werden durch die Symbole “o” und “+” dargestellt.

Alternativ werden auch die konventionellen Fehlerfunktionen

$$\text{MAE} = \frac{1}{m} \sum_{s=1}^m |y_s - \tilde{y}(\mathbf{x}_s)| \quad (14)$$

und

$$\text{MSE} = \frac{1}{m} \sum_{s=1}^m (y_s - \tilde{y}(\mathbf{x}_s))^2. \quad (15)$$

verwendet.

Für eine angestrebte Lösung von Approximationsproblemen mit Fuzzy-Systemen vom Typ *Takagi-Sugeno-Kang* (TSK) [7] wird in jedem der mit Datenpunkten besetzten Hyperquader H_δ eine Partialfunktion $\tilde{y}(H_\delta, \mathbf{x})$ in Form einer linearen Funktion

$$\tilde{y}(H_\delta, \mathbf{x}) = a_{\delta,0} + \sum_{i=1}^h a_{\delta,i} \cdot x_i \quad (16)$$

definiert (Abbildung 1c). Dabei werden die Koeffizienten $a_{\delta,0}$ und $a_{\delta,i}$, $1 \leq i \leq h$, durch eine *Least-Square-Approximation* [8], die innerhalb des Quaders H_δ zu einem minimalen quadratischen Fehler $\sum (y_s - \tilde{y}(H_\delta, \mathbf{x}_s))^2$ führt, bestimmt.

Für die Relevanzbewertung des Satzes \mathcal{R}_h wird eines der oben beschriebenen Maße (13), (14) und (15) verwendet.

Nach einer abgeschlossenen Relevanzbewertung des Satzes \mathcal{R}_h werden im nächsten Selektionsschritt $h + 1$ alle verbliebenen noch nicht selektierten Einflussgrößen $X_i \notin \mathcal{R}_h$ in Kombination mit den bereits selektierten h Größen $X_i \in \mathcal{R}_h$ untersucht. Die Granularisierungen der damit jeweils betrachteten $h + 1$ Einflussgrößen implizieren eine feinere Partitionierung des Eingangsraumes in $(k - 1)^{h+1}$ Hyperquader, auf Grundlage derer eine Relevanzbewertung anhand eines der Maße (11), (13), (14) oder (15) wie oben beschrieben durchgeführt wird. Das gewählte Relevanzmaß fungiert dabei gleichzeitig als Zielfunktion für die simultane evolutionäre Optimierung der Granularisierungen aller $h + 1$ beteiligten Größen durch Variation der zugehörigen Stützstellenverteilungen.

Diejenige Einflussgröße X_j , für die die Relevanzsteigerung $\eta_h - \tilde{\eta}_j$ am größten ist, wird dem Merkmalsatz hinzugefügt. Auf diese Weise erhalten wir den Satz \mathcal{R}_{h+1} mit der optimierten Granularisierung für X_j sowie den neu optimierten Granularisierungen aller Größen von \mathcal{R}_h . Der iterative Selektionsprozess terminiert, wenn keine Relevanzsteigerung durch Hinzufügung einer weiteren Einflussgröße erzielt werden kann. Folglich beinhaltet der letztendlich selektierte Satz \mathcal{R}_q keine überflüssigen — und somit redundanten — Einflussgrößen.

2.3 Generierung der Zugehörigkeitsfunktionen

Für die selektierten Einflussgrößen X_i aus \mathcal{R}_q werden automatisch adäquate trapezförmige Fuzzy-Zugehörigkeitsfunktionen auf Grundlage der evolutionär optimierten Stützstellenverteilungen \mathcal{S}_i in Form eines Fuzzy-Informationssystems generiert

(Abschnitt 2.3.1). Die Generierung der Zugehörigkeitsfunktionen für die Ausgangsvariable Y erfolgt für Approximationsprobleme basierend auf einer Auswertung der Verteilungen der Ausgangsgrößenwerte y_s innerhalb der mit Datenpunkten besetzten Hyperquader H_δ (Abschnitt 2.3.2). Für Klassifikationsprobleme ist diese Auswertung nicht erforderlich. In diesem Fall wird für jede in den Daten vorhandene Klasse ein Singleton definiert.

2.3.1 Eingangsseitige Zugehörigkeitsfunktionen

Die Definition der Fuzzy-Zugehörigkeitsfunktionen $\mu_{i,j}(X_i)$ für jede der selektierten Einflussgrößen X_i erfolgt durch Spezifizierung von vier Parametern $a_{i,j}$, $b_{i,j}$, $c_{i,j}$ und $d_{i,j}$, basierend auf der ermittelten Stützstellenverteilung \mathcal{S}_i (8). Zwei benachbarte Stützstellen $s_{i,j}$ und $s_{i,j+1}$ bilden dabei jeweils die linke und rechte Grenze eines Intervalls j , $1 \leq j \leq k-1$, worin mittig der Kern der trapezförmigen Zugehörigkeitssfunktion $\mu_{i,j}(x_i)$ definiert wird (Abbildung 2). Zur Bestimmung der steigenden und fallenden Flanken wird der Grad der Zugehörigkeit für zwei benachbarte überlappende Zugehörigkeitsfunktionen in der Stützstelle $s_{i,j}$ auf jeweils $\mu_{i,j}(s_{i,j}) := \mu_{i,j-1}(s_{i,j}) := 0.5$ gesetzt.

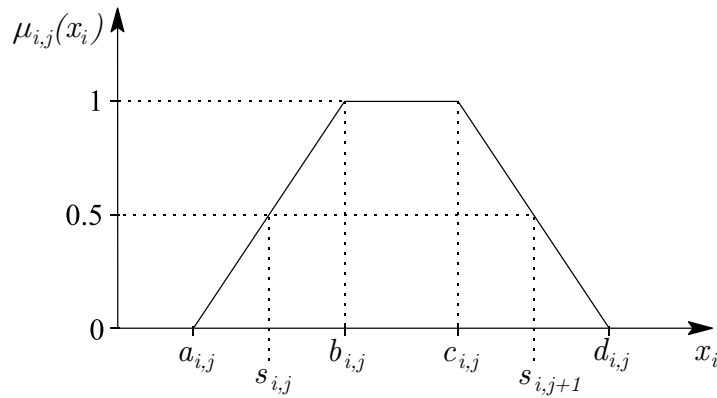


Abbildung 2: Trapezförmige Zugehörigkeitsfunktion $\mu_{i,j}(x_i)$ mit den zu bestimmenden Parametern $a_{i,j}$, $b_{i,j}$, $c_{i,j}$ und $d_{i,j}$ im Intervall j , das durch die Stützstellen $s_{i,j}$ und $s_{i,j+1}$ spezifiziert wird.

Die Berechnung der vier Parameter erfolgt gemäß

$$a_{i,j} = s_{i,j} - \gamma \quad (17)$$

$$b_{i,j} = s_{i,j} + \gamma \quad (18)$$

$$c_{i,j} = s_{i,j+1} - \gamma \quad (19)$$

$$d_{i,j} = s_{i,j+1} + \gamma \quad (20)$$

mit

$$\gamma = (1 - \alpha) \cdot \frac{ab_{i,min}}{2}. \quad (21)$$

Dabei ist $ab_{i,min}$ die Spannweite des kleinsten Intervalls der Einflussgröße X_i (Abbildung 3). Mit dem Faktor α , $0 \leq \alpha \leq 1$, ist die Steilheit der Flanken skalierbar.

Für $\alpha = 1$ erhält man überlappungsfreie Rechtecke. Mit abnehmenden Werten für α wird die Steilheit der Flanken zunehmend erniedrigt, so dass der Kern der Zugehörigkeitsfunktion innerhalb des Intervalls vermindert und gleichzeitig der Support erweitert wird. Letztendlich liefert $\alpha = 0$ im kleinsten Teilintervall eine dreieckförmige Zugehörigkeitsfunktion.

Ferner werden an den linken bzw. rechten Randintervallen des Wertebereichs von X_i die Parameter $a_{i,1} = b_{i,1}$ bzw. $c_{i,k-1} = d_{i,k-1}$ so gewählt, dass die Zugehörigkeitsfunktionen jeweils um die halbe Intervallbreite rechteckförmig nach außen gezogen werden.

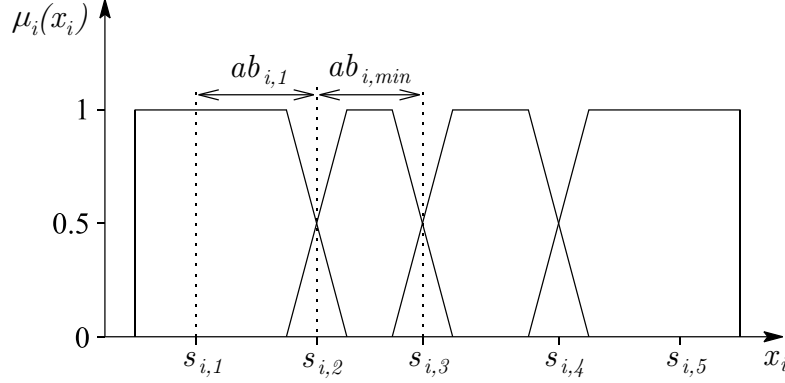


Abbildung 3: Beispiel einer Standard-Fuzzy-Partition mit 5 Stützstellen.

2.3.2 Ausgangsseitige Zugehörigkeitsfunktionen

Wie bereits in Abschnitt 2.2 ausgeführt, induziert die ermittelte optimierte Granularisierung für die q Einflussgrößen aus \mathcal{R}_q eine Zerlegung des Eingangsraumes in $(k-1)^q$ Hyperquader. Die Definition der ausgangsseitigen Zugehörigkeitsfunktion $\mu(y)$ erfolgt für Approximationsprobleme auf Grundlage der Verteilungen der Ausgangsgrößenwerte von \mathcal{Y}_δ , die jeweils in einem mit Datenpunkten besetzten Hyperquader H_δ eingeschlossen sind. Für jeden Hyperquader H_δ — und damit für jede Teilmenge \mathcal{Y}_δ — wird eine schiefe, d.h. nicht notwendiger Weise zum Medianwert symmetrische, Partialverteilungsfunktion $\tilde{f}_\delta(y)$ zur Approximation der Verteilung der darin enthaltenen Ausgangsgrößenwerte bestimmt (Abbildung 4).

Die maximale Amplitude der Partialverteilungsfunktion $\tilde{f}_\delta(y)$ wird an der Stelle des Medians $y_{\delta,med}$ durch den partiellen Gewichtungsfaktor

$$\omega_\delta = c_\delta \cdot \left(1 - \frac{y_{\delta,sp}}{y_{sp}}\right) \quad (22)$$

bestimmt. Hierdurch wird jedem Hyperquader H_δ bei der Generierung der ausgangsseitigen Zugehörigkeitsfunktionen ein Gewicht ω_δ proportional zur Anzahl c_δ der in H_δ eingeschlossenen Datenpunkte zugewiesen. Mit der gleichen Zielsetzung wird die partielle Spannweite $y_{\delta,sp}$ des Wertebereichs der c_δ enthaltenen Datenpunkte berücksichtigt

$$y_{\delta,sp} = y_{\delta,max} - y_{\delta,min} , \quad (23)$$

wobei $y_{\delta,max}$ und $y_{\delta,min}$ den maximalen bzw. minimalen Ausgangsgrößenwert y_s der Datenpunkte in H_δ bezeichnen. Hiermit werden solche Hyperquader, für die der Wertebereich der Ausgangsgrößenwerte der darin eingeschlossenen Datenpunkte klein ist, ebenfalls höher gewichtet. Dazu wird die partielle Spannweite $y_{\delta,sp}$ ins Verhältnis zum gesamten Wertebereich $y_{sp} = y_{s,max} - y_{s,min}$ aller m Ausgangsgrößenwerte y_s aus \mathcal{Y} gesetzt (22).

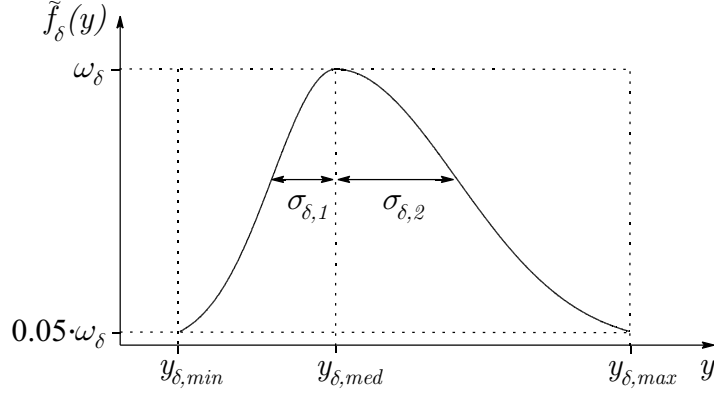


Abbildung 4: Schiefe Partialverteilungsfunktion $\tilde{f}_\delta(y)$ zur Approximation der Verteilung der Ausgangsgrößenwerte der Datenpunkte innerhalb eines Hyperquaders.

Ausgehend von den Beziehungen (22) und (23) wird die schiefe Partialverteilungsfunktion $\tilde{f}_\delta(y)$ durch

$$\tilde{f}_\delta(y) = \begin{cases} \omega_\delta \cdot \exp\left(-\frac{(y-y_{\delta,med})^2}{2 \cdot \sigma_{\delta,1}^2}\right) & \text{für } y \leq y_{\delta,med} \\ \omega_\delta \cdot \exp\left(-\frac{(y-y_{\delta,med})^2}{2 \cdot \sigma_{\delta,2}^2}\right) & \text{für } y > y_{\delta,med} \end{cases} \quad (24)$$

definiert. Darin werden die beiden Parameter $\sigma_{\delta,1}$ und $\sigma_{\delta,2}$ so gewählt, dass die Funktionswerte $\tilde{f}_\delta(y_{\delta,min})$ und $\tilde{f}_\delta(y_{\delta,max})$ an den Wertebereichsgrenzen 5% des Maximalwertes ω_δ erreichen

$$\sigma_{\delta,1} = (\sqrt{2} \cdot \sqrt{-\ln 0.05})^{-1} \cdot (y_{\delta,med} - y_{\delta,min}) \quad (25)$$

$$\sigma_{\delta,2} = (\sqrt{2} \cdot \sqrt{-\ln 0.05})^{-1} \cdot (y_{\delta,max} - y_{\delta,med}) \quad (26)$$

Für den Fall, dass alle Ausgangsgrößenwerte von \mathcal{Y}_δ innerhalb eines Hyperquaders H_δ den gleichen Wert aufweisen ($y_{\delta,sp} = 0$), wird für diesen Hyperquader H_δ ein mit der Anzahl c_δ der darin eingeschlossenen Punkte gewichteter Singleton definiert

$$\tilde{f}_\delta(y) = c_\delta \cdot \quad (27)$$

Durch additive Überlagerung aller zu den m Ausgangsgrößenwerten y_s aus \mathcal{Y} gehörigen Partialverteilungsfunktionen $\tilde{f}_\delta(y)$ entsteht die Gesamtverteilungsfunktion

$$F(y) = \sum_{\delta} \tilde{f}_\delta(y) \quad (28)$$

Hierauf aufsetzend werden dreieckförmige Zugehörigkeitsfunktionen wie folgt generiert. Zunächst werden alle Punkte e_i ermittelt, in denen die Funktion $F(y)$ relative Maxima aufweist. Diese werden in einer Menge $\mathcal{E} = \{e_1, \dots, e_j\}$ zusammengefasst. Unter Verwendung zweier Reduktionsalgorithmen wird diese Menge \mathcal{E} wie folgt reduziert.

Zunächst wird von zwei dicht benachbarten Punkten e_i und e_j , die bezogen auf ihren Abstand $|e_i - e_j|$ eine hohe Funktionswertedifferenz $|F(e_i) - F(e_j)|$ aufweisen, der Punkt mit dem geringeren Funktionswert eliminiert. Dies leistet der nachfolgende Algorithmus 1.

Algorithmus 1 Reduktion der Menge \mathcal{E} durch Elimination benachbarter Punkte auf Grundlage einer gewichteten Funktionswertedifferenz

Gegeben: Menge \mathcal{E} von Punkten e_i , Schwellwert v_1

Ausgabe: Reduzierte Menge \mathcal{E}_{r1} von Punkten e_i

```

1:  $\mathcal{U} \leftarrow \mathcal{E}, \quad \mathcal{E}_{r1} \leftarrow \mathcal{E}$ 
2: while  $\mathcal{U} \neq \emptyset$  do
3:    $u_0 = \{u_i \mid F(u_i) = \max\{F(u_i) \mid \forall u_i \in \mathcal{U}\}\}$ 
4:    $\mathcal{U} \leftarrow \mathcal{U} \setminus \{u_0\}$ 
5:   for all  $u_i \in \mathcal{U}$  do
6:      $b_{i,breite} = |u_i - u_0|, \quad b_{i,höhe} = |F(u_i) - F(u_0)|$ 
7:   end for
8:    $\beta = \max\{b_{i,höhe} \mid \forall u_i \in \mathcal{U}\} / \max\{b_{i,breite} \mid \forall u_i \in \mathcal{U}\}$ 
9:   for all  $u_i \in \mathcal{U}$  do
10:    if  $\beta \cdot \frac{b_{i,breite}}{b_{i,höhe}} \leq v_1$  then
11:       $\mathcal{U} \leftarrow \mathcal{U} \setminus \{u_i\}, \quad \mathcal{E}_{r1} \leftarrow \mathcal{E}_{r1} \setminus \{u_i\}$ 
12:    end if
13:  end for
14: end while

```

Die resultierende Menge \mathcal{E}_{r1} wird anschließend durch Agglomeration weiter reduziert. Hierzu werden zwei dicht benachbarte Punkte e_i und e_j zum Punkt $e_0 = (e_i + e_j)/2$ zusammengefasst. Zu diesem Zweck wird der nachfolgende Algorithmus 2 verwendet.

Darauf aufsetzend wird die ausgangsseitige Zugehörigkeitsfunktion $\mu(y)$ stückweise generiert, indem für jeden Punkt e_i aus \mathcal{E}_{r2} , $i = \{1, 2, \dots, \varepsilon\}$, eine Dreiecksfunktion $\mu_i(y)$ so festgelegt wird, dass die Dreiecksspitze im Punkt e_i und die dazugehörigen Fußpunkte in den Nachbarpunkten e_{i-1} und e_{i+1} liegen (Abbildung 5).

Für die Randpunkte e_1 und e_ε werden die nicht vorhandenen Nachbarpunkte e_0 bzw. $e_{\varepsilon+1}$ durch die Wertebereichsgrenzen ersetzt. Für den Fall, dass einer der Punkte e_1 oder e_ε mit einer Wertebereichsgrenze identisch ist, erfolgt die Definition von e_0 bzw. $e_{\varepsilon+1}$ durch Punktspiegelung von e_2 an e_1 bzw. von $e_{\varepsilon-1}$ an e_ε .

Die beschriebene Generierung der ausgangsseitigen Zugehörigkeitsfunktion wird für ein synthetisches Beispiel durch Abbildung 5 verdeutlicht. Hierzu wurden insgesamt 15 mit Datenpunkten besetzte Hyperquader H_δ generiert, von denen vier Hyperquader unterschiedliche Ausgangsgrößenwerte y_s einschließen. Die dazugehörigen partiellen Wertebereichsspannen $y_{\delta,sp}$ sind durch die 4 horizontalen Linien dargestellt. Die von der Gesamtverteilungsfunktion $F(y)$ (gepunktete Kurve) ermittelten

Algorithmus 2 Reduktion der Menge \mathcal{E}_{r1} durch Agglomeration dicht benachbarter Punkte

Gegeben: Menge \mathcal{E}_{r1} von Punkten e_i , Schwellwert v_2

Ausgabe: Reduzierte Menge \mathcal{E}_{r2} von Punkten e_i

```

1:  $\mathcal{U} \leftarrow \mathcal{E}_{r1}, \mathcal{E}_{r2} \leftarrow \mathcal{E}_{r1}$ 
2: while  $\mathcal{U} \neq \emptyset$  do
3:    $u_0 = \min\{u_i \mid \forall u_i \in \mathcal{U}\}$ 
4:    $\mathcal{U} \leftarrow \mathcal{U} \setminus \{u_0\}$ 
5:   for all  $u_i \in \mathcal{U}$  do
6:      $b_{i,breite} = |u_i - u_0|$ 
7:     if  $\frac{b_{i,breite}}{y_{sp}} < v_2$  then
8:        $\mathcal{U} \leftarrow \mathcal{U} \setminus \{u_i\}, \mathcal{E}_{r2} \leftarrow \mathcal{E}_{r2} \setminus \{u_i, u_0\}$ 
9:        $e_0 = \frac{u_i + u_0}{2}$ 
10:       $\mathcal{E}_{r2} \leftarrow \mathcal{E}_{r2} \cup \{e_0\}$ 
11:       $\mathcal{U} \leftarrow \mathcal{U} \cup \{e_0\}$ 
12:     end if
13:   end for
14: end while

```

Extremwertstellen e_i aus \mathcal{E} sind mit “•” gekennzeichnet. Die nach der ersten Reduktion (Algorithmus 1) verblieben Extremwertstellen e_i aus \mathcal{E}_{r1} sind mit “+” markiert. Die nach der zweiten Reduktion (Algorithmus 2) verbliebenen Extremwertstellen e_i aus \mathcal{E}_{r2} sind mit “o” gekennzeichnet. Diese bilden die Grundlage für die Generierung der sechs dreieckförmigen Zugehörigkeitsfunktionen $\mu_i(y)$.

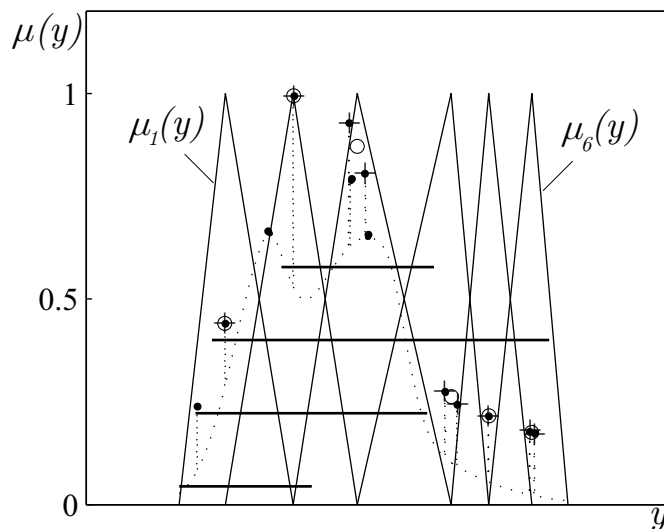


Abbildung 5: Beispiel zur Generierung der ausgangsseitigen Zugehörigkeitsfunktionen $\mu_i(y)$.

3 Beispiele

3.1 Klassifikation von Übergängen in Nukleotidsequenzen (GENE)

Bei diesem Benchmarkproblem¹ geht es um die Klassifikation von Intron–Exon–Verbindungen in Nukleotidsequenzen [9]. Aus einem Fenster von 60 DNA–Nukleotidsequenzelementen soll entschieden werden, ob sich in der Mitte ein Intron–Exon–Übergang (Donator), ein Exon–Intron–Übergang (Akzeptor) oder keines von beiden befindet. Dieses Klassifikationsproblem wurde zum Testen des iterativen Selektionprozesses ausgewählt, da die als Einflussgrößen vorhandenen 60 Nukleotidsequenzelemente jeweils nur einen von vier symbolischen Werten annehmen, so dass eine Optimierung der Granularisierungen nicht erforderlich ist.

Für den iterativen Selektionsprozess wurden die symbolischen Werte der 60 Einflussgrößen mit $\{1, 2, 3, 4\}$ kodiert und eine entsprechende feste Einteilung in vier Intervalle je Einflussgröße vorgegeben. Wie bei allen Klassifikationsproblemen wurde als Relevanzmaß der relative Klassifikationsfehler (11) benutzt. Die Definition der Partialfunktionen erfolgte durch Ermittlung der am häufigst vertretenen Klasse innerhalb eines mit Datenpunkten besetzten Hyperquaders (9). Der Selektionsprozess lieferte $\mathcal{R}_{11} = \{X_{29}, X_{30}, X_{32}, X_{31}, X_{28}, X_{35}, X_{21}, X_{33}, X_{44}, X_{22}, X_3\}$ als Satz relevanter Einflussgrößen mit $\eta_{11} = 0.007$. Bemerkenswert dabei ist, dass die zuerst ermittelten — und damit relevantesten — fünf Einflussgrößen sich auf Elemente um die Mitte der Nukleotidsequenz beziehen ($X_{29}, X_{30}, X_{32}, X_{31}, X_{28}$). Am wenigsten relevant dagegen sind die Einflussgrößen, die sich auf die äußeren Bereiche der Sequenz beziehen.

Für die nachgeschaltete Modellierung mit dem Fuzzy–ROSA–Verfahren wurden entsprechend der kodierten symbolischen Werte für jede ermittelte Einflussgröße aus \mathcal{R}_{11} vier Singletons und für die drei Klassen der Ausgangsgröße drei Singletons definiert. Die vorhanden 3175 Datenpunkte wurden in einen Lerndatensatz mit 1588 Datenpunkten und einen Validierungsdatensatz mit 1587 Datenpunkten zufällig aufgeteilt. Als Ergebnis konnte ein Fuzzy–Klassifikator mit 141 Regeln generiert werden, der auf Lerndaten einen Klassifikationsfehler von $RCE = 0.033$ und für die Validierungsdaten einen Klassifikationsfehler von $RCE = 0.058$ aufweist. Im Vergleich zu 33 anderen publizierten Ansätzen [2] wird hiermit bezüglich des Klassifikationsfehlers auf Validierungsdaten das viertbeste Ergebnis erzielt. Die Dimensionalität des Modellierungsproblems wurde zudem von 60 auf 11 zu berücksichtigende Einflussgrößen reduziert. Damit konnte zusätzlich im Vergleich zu anderen mit dem Fuzzy–ROSA–Verfahren erzielten Ergebnissen eine deutlich kompaktere Regelbasis generiert werden.

3.2 Der IRIS–Datensatz

Dieses Klassifikationsproblem betrifft den als Benchmarkproblem in der Literatur häufig verwendeten IRIS–Datensatz [10, 11]. Die Aufgabe besteht darin, auf Grundlage von vier Einflussgrößen (*Kelchblattlänge*, *Kelchblattbreite*, *Blütenblattlänge* und

¹UCI Repository of Machine Learning Databases:
<ftp.ics.uci.edu/pub/~molecular-biology/splice-junction-gene-sequences/>

Blütenblattbreite) die zugehörige Schwertlilienart (*Setosa*, *Versicolor* oder *Virginica*), zu bestimmen.

Die vorhandenen 150 Datenpunkte wurden zufällig in zwei Datensätze gleicher Größe für eine Kreuzvalidierung geteilt. Mit einer gewählten Anzahl von $k = 5$ Stützstellen wurde für jede der vier Einflussgrößen eine Einteilung in vier Intervalle vorgegeben. Der iterative Selektionsprozess terminierte mit $\eta_3 = 0$ und lieferte als relevanten Satz $\mathcal{R}_3 = \{\textit{Blütenblattlänge}, \textit{Blütenblattbreite}, \textit{Kelchblattbreite}\}$.

Nach einer automatischen Generierung der Fuzzy-Zugehörigkeitsfunktionen konnte mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren ein Klassifikator mit einer Regelbasis von 9 Regeln generiert werden, der sowohl auf Lerndaten als auch auf Validierungsdaten in jedem Fall korrekt klassifiziert (RCE = 0). Zum Vergleich sei angemerkt, dass die besten bisher bekannten publizierten Ergebnisse² alle vier Einflussgrößen verwenden und dennoch auf Validierungsdaten relative Klassifikationsfehler im Bereich von RCE > 0.02 aufweisen.

3.3 Der WINE-Datensatz

Der WINE-Datensatz [12] betrifft die chemische Analyse von Weinen, die aus der gleichen Region Italiens stammen, aber von unterschiedlichen Weinbauern angebaut wurden. Das Ergebnis der chemischen Analysen ist jeweils die gefundene Menge von 13 Inhaltsstoffen, anhand derer die Herkunft der Weine klassifiziert werden soll.

Der verfügbare Datensatz von 178 Datenpunkten wurde zufällig in zwei Datensätze von je 89 Datenpunkten für eine Kreuzvalidierung geteilt. Mit einer vorgegebenen Anzahl von $k = 6$ Stützstellen für jede Einflussgröße terminierte der iterative Selektionsprozess mit $\eta_3 = 0$ und lieferte $\mathcal{R}_3 = \{\textit{flavonoids}, \textit{color intensity}, \textit{malic acid}\}$ als relevanten Satz von Einflussgrößen.

Darauf aufsetzend wurden unter Verwendung automatisch generierter Fuzzy-Zugehörigkeitsfunktionen mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren für beide Datensätze Klassifikatoren mit 42 bzw. 25 Regeln generiert. Die resultierenden Klassifikationsfehler beider Klassifikatoren ergeben sich im Mittel zu RCE = 0.006 auf Lerndaten, sowie zu RCE = 0.026 auf Validierungsdaten.

Bemerkenswert ist hier, dass die Reduktion von 13 potenziell relevanten Einflussgrößen auf nur drei relevante nichtredundante Einflussgrößen zu einer erheblichen Reduzierung des Regelsuchraums führt. Des Weiteren führen die hier generierten Fuzzy-Systeme zu Klassifikationsfehlern, die besser sind, als alle bisher mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren erzielten Ergebnisse. Im Vergleich zu publizierten mit anderen Ansätzen¹ erzielten Ergebnissen wird hier das zweitbeste Ergebnis auf Validierungsdaten erzielt.

3.4 Die Mackey-Glass Zeitfolge

Die chaotische Mackey-Glass-Zeitfolge [13] wird in der Literatur häufig als Benchmarkproblem für Approximationsverfahren genutzt. Die diskrete Version der Mackey-

²UCI Repository of Machine Learning Databases:
<http://www.ics.uci.edu/~mlearn/MLRepository.html>

Glass-Zeitfolge lässt sich beschreiben durch

$$x(t+1) = (1-a)x(t) + \frac{bx(t-\tau)}{1+x^{10}(t-\tau)}. \quad (29)$$

Als Parameter werden $a = 0.1$, $b = 0.2$ und $\tau = 17$ gewählt, mit $x(t) = 0$ für $t < 0$ und $x(0) = 1.2$. Die Aufgabe besteht darin, auf Basis der Werte $x(t-18)$, $x(t-12)$, $x(t-6)$ und $x(t)$ den Wert $x(t+6)$ vorauszusagen. Für das hier vorgestellte Verfahren wurden 1000 Datenpunkte zufällig in zwei Hälften zu je 500 Datenpunkten für eine Kreuzvalidierung geteilt. Für die evolutionäre Granularisierung wurde mit $k = 6$ Stützstellen für jede der vier Einflussgrößen eine Einteilung in fünf Intervalle vorgegeben. Als Relevanzmaß wurde der mittlere quadratische Fehler (15) benutzt. In Hinblick auf eine nachgeschaltete Modellierung von TSK-Fuzzy-Systemen wurden die Partialfunktionen durch lineare Approximation (16) definiert. Der iterative Selektionsprozess ermittelte den Satz $\mathcal{R}_3 = \{x(t-18), x(t-12), x(t-6)\}$.

Auf Grundlage dieses Satzes von Einflussgrößen wurden unter Berücksichtigung der optimierten Granularisierungen — zur Generierung der Fuzzy-Zugehörigkeitsfunktionen — TSK-Fuzzy-Systeme mit dem Fuzzy-ROSA-Verfahren entworfen. Diese enthalten je etwa 120 Regeln und liefern im Mittel einen quadratischen Fehler von $MSE = 0.58 \cdot 10^{-4}$ sowie einen mittleren absoluten Fehler von $MAE = 54 \cdot 10^{-4}$ auf Validierungsdaten. Das bisher beste bekannte Ergebnis [7] ($MSE = 1.4 \cdot 10^{-4}$) kann damit um 59% verbessert werden. Zusätzlich wird die Komplexität des Modellierungsproblems um eine Dimension reduziert.

4 Zusammenfassung

In diesem Beitrag wird ein Verfahren zur Selektion relevanter Sätze nichtredundanter Einflussgrößen vorgestellt. Das Verfahren berücksichtigt eine Granularisierung der Einflussgrößen. Diese Granularisierungen werden simultan evolutionär optimiert.

Die auf den selektierten Größen aufsetzende Anwendung des Fuzzy-ROSA-Verfahrens führt zu Fuzzy-Systemen mit einer hohen Modellierungsgüte. Dies ist zum einen darauf zurückzuführen, dass der zur Modellierung verwendete Satz von relevanten und nichtredundanten Einflussgrößen so klein wie möglich und so groß wie nötig ist. Zum anderen erlauben die ermittelten optimierten Granularisierungen eine Generierung adäquater Zugehörigkeitsfunktionen. Die Leistungsfähigkeit des Verfahrens wird durch Anwendung auf etablierte Benchmarkprobleme demonstriert.

Danksagungen

Diese Arbeit wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft im Rahmen des Sonderforschungsbereiches „*Computational Intelligence*“ (531) gefördert.

Literatur

- [1] KIENDL, H.: *Fuzzy-Control methodenorientiert*. München : Oldenbourg Verlag, 1997

- [2] KRONE, A.: *Datenbasierte Generierung von relevanten Fuzzy-Regeln zur Modellierung von Prozesszusammenhängen und Bedienstrategien*. Düsseldorf : VDI Verlag, 1999 (Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 10, Nr. 615)
- [3] PRACZYK, J.: *Entwurf von Fuzzy-Gütemaßen zur Prozeßbewertung*. Düsseldorf : VDI Verlag, 1999 (Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 796)
- [4] KRONE, A. ; KRAUSE, P. ; SLAWINSKI, T. ; KNICKER, R.: WINROSA 2.0 and DORA for Windows 6.2. In: *Symposium on System Identification (SYSID 2000)*, Santa Barbara, USA Bd. CD-ROM, 2000, S. 54
- [5] SLAWINSKI, T. ; KRONE, A. ; KRAUSE, P. ; KIENDL, H.: The Fuzzy-ROSA Method: A Statically Motivated Fuzzy Approach for Data-Based Generation of Small Interpretable Rule Bases in High-Dimensional Search Spaces. In: LAST, M. (Hrsg.) ; KANDEL, A. (Hrsg.) ; BUNKE, H. (Hrsg.): *Data Mining and Computational Intelligence*. Physica-Verlag Heidelberg, 2001, S. 141-166
- [6] XION, N.: *Designing Compact and Comprehensible Fuzzy Controllers Using Genetic Algorithms (Entwurf kompakter und interpretierbarer Fuzzy Controller mittels Genetischer Algorithmen)*. Aachen : Shaker Verlag, 2001 (Berichte aus der Automatisierungstechnik)
- [7] KRAUSE, P.: Generierung von Takagi-Sugeno-Fuzzy-Systemen aus relevanten Fuzzy-Regeln. In: *Proceedings 10. Workshops Fuzzy Control des GMA-FA 5.22*. Universität Dortmund : Wissenschaftliche Berichte Forschungszentrum Karlsruhe (FZKA 6509), 2000, S. 84-97
- [8] PRESS, W. H. ; TEUKOLSKY, S. A. ; VETTERLING, W. T. ; FLANNERY, B. P.: *Numerical Recipes in C*. Cambridge, England : Cambridge University Press, 1999
- [9] PRECHELT, L.: PROBEN 1 – A Set of Neural Network Benchmark Problems and Benchmarking Rules / Fakultät für Informatik, Universität Karlsruhe. 1994 (21). – Forschungsbericht
- [10] ANDERSON, E.: The IRISes of the Gaspé Peninsula. In: *Bull. Amer. IRIS Soc.* 59 (1935), S. 2-5
- [11] PAL, N. R. ; PAL, K. ; BEZDEK, J. C.: A Mixed c-Means Clustering Model. In: *Proceedings of the Sixth IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE '97)*, Barcelona, Spanien, 1997 Bd. 1. Piscataway, NJ : IEEE Press, 1997, S. 11-21
- [12] CORCORAN, A. L. ; SANDIP, S.: Using Real-Valued Genetic Algorithms to Evolve Rule Sets for Classifications. In: *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation (ICEC '94)*, Orlando, USA, 1994 Bd. 1. Piscataway, NJ : IEEE Press, 1994, S. 120-124
- [13] MACKEY, M. ; GLASS, L.: Oscillation and Chaos in Physiological Control Systems. In: *Science* 197 (1977), S. 287-289

Anwendung von Methoden der Clusteranalyse zur Fehlererkennung an hydrostatischen Füllstandsmeßsystemen

V. Schneider, W. Kästner, A. Traichel, R. Hampel

Institut für Prozeßtechnik, Prozeßautomatisierung und Meßtechnik (IPM)
FG Meßtechnik/Prozeßautomatisierung
an der Hochschule Zittau/Görlitz (FH)
Theodor-Körner-Allee 16, 02763 Zittau, Germany
Tel. +49-(0)3583-61-1287
Fax +49-(0)3583-61-1288
E-Mail: ipm@hs-zigr.de

1 Einleitung

Der Füllstand in Druckbehältern mit siedendem Zweiphasen-Gemisch ist ein wichtiger Prozeßparameter. Fehlmessungen bzw. Störungen im Meßsystem können den Prozeßablauf und die Sicherheit der Anlage in großem Maße gefährden. Deshalb werden zur Gewährleistung der Prozeßsicherheit die üblicherweise verwendeten, hydrostatischen Füllstandsmeßsysteme [6] n-fach redundant ausgelegt. Zwischen redundanten Füllstandsmeßsystemen können aufgrund von

betriebs- und störfallbedingten Übergangsprozessen,
Fehlfunktionen in Meßsystemen selbst oder
Meßbrauschen

Abweichungen zwischen den redundanten Meßwerten auftreten. Die Aufgabe der Fehlerdiagnose ist es, die auftretenden Abweichungen den Ursachen zuzuordnen, um das aus Fehlfunktionen oder Fehlanzeigen resultierende Gefährdungspotential zu minimieren.

Wie in Bild 1 dargestellt, splittet sich die Fehlerdiagnose in die Teilgebiete Fehlererkennung und Fehleridentifikation auf [9]. Mit Hilfe der Fehlererkennung werden Abweichungen zwischen einzelnen Meßsystemen erkannt. Meßsysteme mit annähernd gleichen Meßwerten werden zu Gruppen zusammengefaßt. Die resultierenden Klassen bilden den Ausgangspunkt für die Fehleridentifikation. Diese lokalisiert zuerst die fehlerbehaftete(n) Gruppe(n) (Bestimmung des *Fehlerortes*) und ermittelt anschließend für diese Gruppe(n) die *Fehlerart* (Fehlerursachen).

Der vorliegende Artikel befaßt sich speziell mit Anwendungsmöglichkeiten der Clusteranalyse im Rahmen der Fehlererkennung. Dazu wird im Abschnitt 2 ein kurzer Überblick über die Methodik der Clusteranalyse gegeben. Nach einer Beschreibung der wesentlichen Schritte der Clusteranalyse werden zwei verwendete Clusterverfahren kurz dargestellt.

Im Abschnitt 3 wird die Bestimmung der optimalen Klassenzahl zu einer gegebenen Menge von Objekten erläutert. Dazu werden unterschiedliche Gütemaße vorgestellt und

ihre Anwendung an einem praktischen Beispiel demonstriert. Im Abschnitt 4 erfolgt eine Zusammenfassung der wesentlichen Ergebnisse.

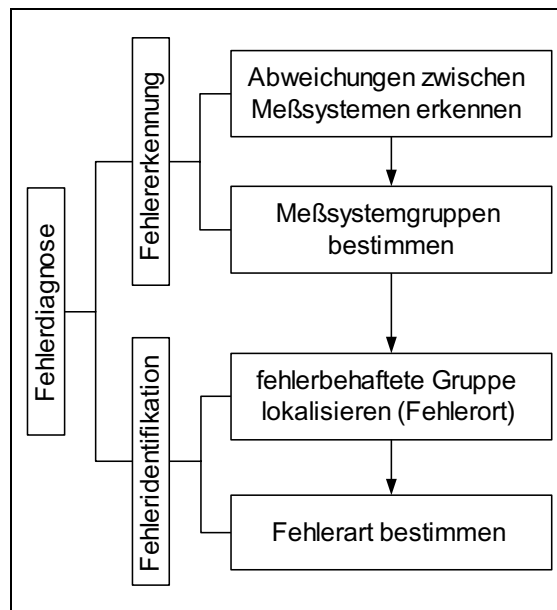


Bild 1: Konzept der Fehlerdiagnose. Die Fehlerdiagnose untergliedert sich in die Komponenten Fehlerdetektion und Fehleridentifikation.

2 Clusteranalyse

Bei der Clusteranalyse handelt es sich um ein unüberwachtes Klassifikationsverfahren [4], da zu Beginn der Analyse weder die tatsächliche Klassenzahl noch die Bedeutung (Label) der Klassen bekannt ist. Das Ziel der Clusteranalyse ist die Einteilung einer gegebenen n -elementigen Menge x_1, \dots, x_n in k Gruppen oder Cluster. Dabei sollen die resultierenden Klassen hinsichtlich der definierten Merkmale in sich möglichst homogen und untereinander möglichst heterogen sein. Die Menge $P = \{C_1, \dots, C_k\}$ aller gebildeten Cluster C_1, \dots, C_k wird als Partition bezeichnet.

Nach BACKER [1] wird die Clusteranalyse in folgende Schritte eingeteilt:

1. Datenerfassung und –aufbereitung,
2. Feststellung der Clustertendenz,
3. Gruppierung der Daten mit Hilfe eines Clusterverfahrens,
4. Bewertung der ermittelten Partitionen mit einem Gütemaß

Als Eingangsdaten x_i ($i = 1, \dots, n$) für die Clusteranalyse werden die redundanten Meßwerte verwendet, die im Rahmen einer vorhergehenden Datenaufbereitung kalibriert und geglättet werden.

2.1 Clustertendenz

Mit Hilfe der Clustertendenz wird geprüft, ob Anzeichen für eine Klassenstruktur existieren oder die Daten nur zufällig angeordnet sind. Für unseren speziellen Anwendungsfall reduziert sich die Fragestellung auf die Feststellung signifikanter Abweichungen zwischen den Meßwerten. Dazu wird die Kenngröße Δ_{max}

$$\Delta_{\max} = \max_{\forall i,j} d(x_i, x_j) \quad (1)$$

mit einem prozeßspezifisch angemessenen Distanzmaß d betrachtet. Da es sich bei den redundanten Füllstandsmeßwerten um skalare Größen handelt, wird der Absolutbetrag der Differenz als Distanzmaß angewandt. Überschreitet die Kenngröße Δ_{\max} einen prozeßabhängig gewählten Schwellwert S , wird das als Anzeichen für eine Gruppenbildung innerhalb der Menge der Meßwerte interpretiert und der Clusteralgorithmus aktiviert. Wie das Bild 2 anhand eines fiktiven Beispieles zeigt, können durch die Verwendung des Maximums in (1) einzelne Ausreißer besonders gut erkannt werden. Die Clustertendenz selbst liefert keine Gruppeneinteilung.

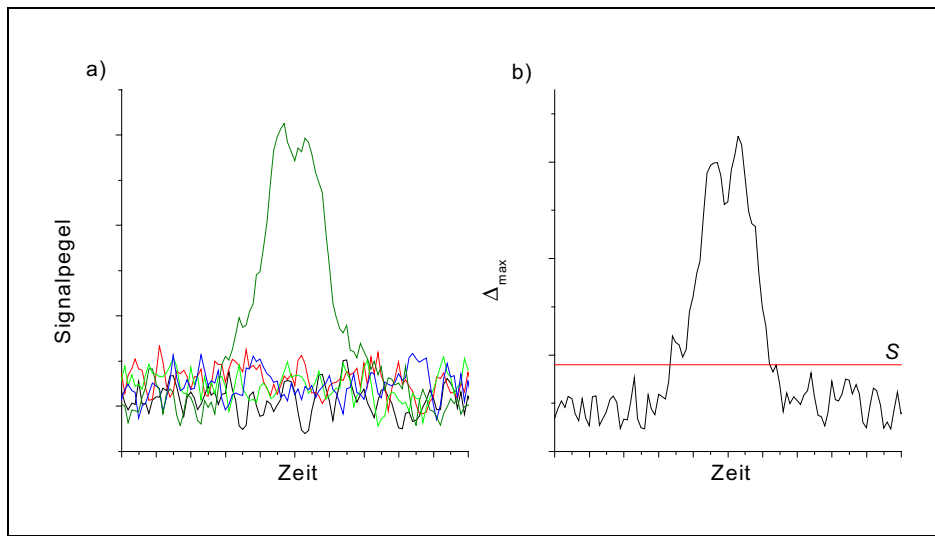


Bild 2: Fünf fiktive Signalverläufe (a) und die dazugehörige maximale Differenz (b).

2.2 Clusterverfahren

Den Kern der Clusteranalyse bilden die Clusterverfahren, welche den eigentlichen Algorithmus zur Erzeugung der Partitionen darstellen. Es existieren eine Vielzahl unterschiedlicher Algorithmen, deren einfachste Klassifikation durch die Einteilung in hierarchische und partitionierende Verfahren gegeben ist [1].

Hierarchische Verfahren (z. B. Single-Linkage, Complete-Linkage, Verfahren von WARD) erzeugen von der feinsten oder größten Partition ausgehend eine hierarchische Folge von ineinander verschachtelten Partitionen. Eine neue übergeordnete (untergeordnete) Partition entsteht dabei durch Zusammenfassen (Aufsplitten) zweier (einer) Klassen der vorhergehenden Partition.

Bei den *partitionierenden Clusterverfahren* (z. B. Austauschverfahren, Hard c-Means, Fuzzy c-Means) wird von einer Anfangspartition ausgegangen, die durch Umordnen der Elemente bezüglich einer Zielfunktion iterativ verbessert wird. Die resultierende Partition hängt dabei stark von der gewählten Zielfunktion und Anfangspartition ab.

Die mit Hilfe der unterschiedlichen Verfahren gewonnenen Gruppeneinteilungen können in die Kategorien *scharfe* oder *unscharfe* Partitionen eingeordnet werden. Erstere sind Zerlegungen im klassischen Sinn (disjunkt und vollständig). Unscharfe Partitionen ordnen die Elemente den Clustern graduell zu, d. h. ein Element kann mehreren Klassen mit unterschiedlicher Intensität angehören.

Im Folgenden werden das Single-Linkage-Verfahren und das Fuzzy c-Means (FCM) verwendet. Beim hierarchischen Single-Linkage [8] werden schrittweise, beginnend mit der feinsten Partition (jedes Element bildet ein separates Cluster), die beiden Cluster mit dem geringsten Abstand fusioniert. Als Clusterabstand wird Gleichung (2) definiert.

$$D(C_k, C_l) = \min_{\substack{x_i \in C_k \\ x_j \in C_l}} d(x_i, x_j) \quad (2)$$

Der Single-Linkage-Algorithmus erzeugt scharfe Partitionen, da jedes Objekt eindeutig einem Cluster zugeordnet wird.

Im Gegensatz dazu ist das FCM-Verfahren [3] ein partitionierendes Clusterverfahren, daß für eine vorgegebene Klassenzahl c eine unscharfe Partition $u_{ik} \in [0,1]$ ($1 \leq i \leq n$, $1 \leq k \leq c$) berechnet, welche die Zugehörigkeit des i -ten Punktes zum k -ten Cluster angibt. Als Zielfunktion wird J_m verwendet (Gleichung (3)).

$$J_m = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^c u_{ik}^m d(x_i, v_k)^2 \quad (3)$$

verwendet. Im Verlauf des Verfahrens wird (3) durch Anpassung der Prototypen v_k und Zugehörigkeiten u_{ik} minimiert. Dabei kann man den Grad der Unschärfe einer Partition durch den Unschärfeexponenten $m > 1$ steuern.

3 Gütemaße

Zur Bestimmung der optimalen Klassenzahl werden Gütemaße herangezogen, welche die Qualität einer ganzen Partition durch einen einzigen reellen Wert wiedergeben [7]. Gütemaße werden für alle möglichen Klassenzahlen berechnet und hinsichtlich ihrer Minima bzw. Maxima ausgewertet. Welche Art von Extremwert dabei von Interesse ist, hängt vom Grundgedanken des jeweiligen Index ab. Gemeinsames Merkmal aller Gütemaße ist die Tatsache, daß die zum ermittelten Extremwert gehörende Klassenzahl die gesuchte Anzahl der Cluster ist. In diesem Abschnitt wollen wir auf den modifizierten Xie-Beni Index und einige daraus abgeleitete Gütemaße eingehen.

3.1 Der modifizierte Xie-Beni Index

In [2] wird unter einer guten Partition eine Clustereinteilung mit kompakten und gut separierten Clustern verstanden. Als Kenngröße für die Kompaktheit wird π verwendet

$$\pi = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^c u_{ik}^m d(x_i, v_k)^2 \quad (4)$$

Dieser Term wird als die mit den Zugehörigkeiten gewichtete und auf die Klassenzahl bezogene Gesamtstreuung der Meßwerte x_i um die Klassenzentren v_k interpretiert. Dabei erhalten kleine Punkt-Zentren-Distanzen eine hohe Zugehörigkeit (Wichtung) und große Abstände eine niedrige, woraus sich schließlich eine geringe Gesamtstreuung für kompakte Cluster ergibt.

Zur Bewertung der Separation wird der minimale Abstand zwischen den Klassenzentren

$$sep = \min_{k \neq l} d(v_l, v_k)^2 \quad (5)$$

herangezogen, wobei gut getrennte Klassen durch eine hohe Separation gekennzeichnet sind. Faßt man die Ausdrücke (4) und (5) zu einem Quotienten zusammen, dann erhält man den modifizierten Xie-Beni Index T_c (XB-Index) nach Gleichung (6) [7].

$$T_c = \frac{\pi}{sep}, \quad (6)$$

Der Minimalwert von T_c über c zeigt die korrekte Klassenzahl. Für die Berechnung der Zugehörigkeiten und Prototypen in (6) existieren zwei Varianten. Die erste Möglichkeit ist die *iterative* Berechnung nach [2]. Ausgehend von einer hierarchisch oder zufällig bestimmten Anfangspartition wird durch alternierende Optimierung eine i. allg. suboptimale Lösung für die Zielfunktion J_m (3) ermittelt. Mit den so berechneten Zugehörigkeiten und Prototypen wird anschließend der XB-Index berechnet (Bild 3a).

Eine vereinfachte Berechnungsmethode für den XB-Index erhalten wir, wenn wir die Klassenschwerpunkte *direkt* aus einer hierarchisch ermittelten Partition berechnen. Als Schwerpunkte können z. B. die arithmetischen Mittelwerte der einzelnen Cluster verwendet werden, mit denen die Zugehörigkeiten nach Gleichung (7) berechnet werden.

$$u_{ik} = \left[\sum_{j=1}^c \left(\frac{d(x_i, v_k)}{d(x_i, v_j)} \right)^{\frac{2}{m-1}} \right]^{-1} \quad (7)$$

Die Gleichung (7) ist dem FCM entnommen. Für die Berechnung des XB-Index nach (6) werden die Zugehörigkeiten und Schwerpunkte (als Prototypen) benutzt (Bild 3b).

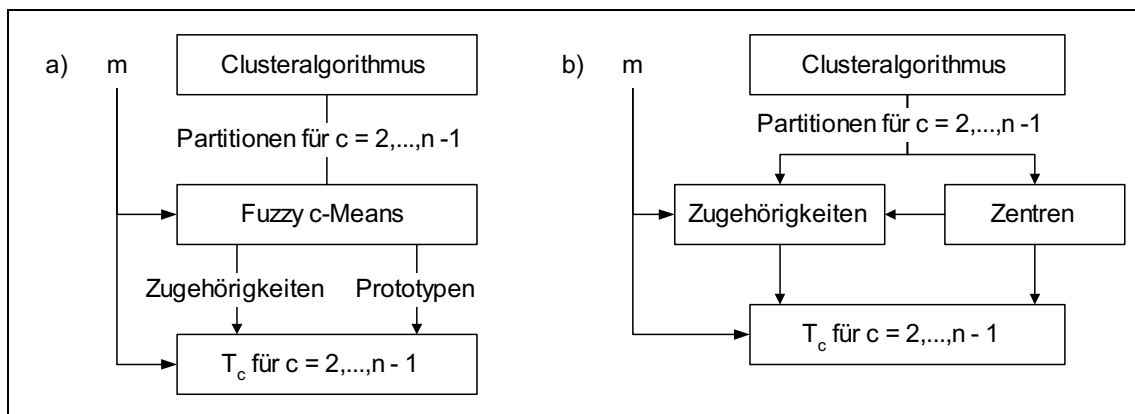


Bild 3: Schemata für die iterative (a) und direkte Berechnung (b) der Zugehörigkeiten und Clusterzentren.

3.2 Der Bewertungskoeffizient

Zur Verbesserung der Interpretierbarkeit der Ergebnisse des XB-Index werden die Bewertungen nach (6) auf das Intervall $[0,1]$ skaliert. Gleichzeitig soll das neue Bewertungskriterium bessere Partitionen durch möglichst hohe Werte anzeigen, was der subjektiven Urteilsbildung entgegenkommt. Diese Forderungen lassen sich durch eine Normierung und Negation des XB-Index realisieren [4]. Die daraus entstehende Größe B_c wird als Bewertungskoeffizient bezeichnet.

$$B_c = 1 - \frac{T_c}{\max_{\forall c} T_c} \quad (8)$$

Für die schlechteste Partition gilt $B_c \equiv 0$. Der Maximalwert von B_c nach Gleichung (8) über alle c charakterisiert die beste Klassenzahl.

3.3 Anwendungsbeispiel

Der Test der vorgestellten Algorithmen erfolgte mit dem Ziel, das Ausgasen nichtkondensierbarer Gase in einem redundanten hydrostatischen Füllstandsmeßsystem nachzuweisen. Dazu wurden Daten eines Experimentes an der Versuchsanlage DHVA-SWR (IPM) verwendet [5].

Der Massenfüllstand wird durch fünf redundante Meßsignale (Bild 4) repräsentiert, die im Normalbetrieb annähernd gleiche Füllstandswerte anzeigen. Das hier vorgestellte Experiment ist ein Blow Down Experiment, bei dem das Inhaltswasser der Vergleichssäule eines Meßsystems mit einer Konzentration von 75 % gelösten Gasen (Luft) beaufschlagt wurde. Zum Zeitpunkt (Simulationszeit) $t = 100$ s tritt im Dampfraum des Druckbehälters ein Leck auf (Blende 15 mm). Die plötzliche Druckentlastung erfolgt bis auf ca. 2 bar. Bei Unterschreitung des Entlösedrucks von ungefähr 5,25 bar (ab ca. $t = 250$ s) kommt es zum Austreten gelöster Gase aus dem Inhaltswasser der Vergleichssäule. Dies führt bei einer schnellen negativen Drucktransiente zum Wasserverlust in der Vergleichssäule und zur Füllstandsmeißweisung im gestörten Meßsystem.

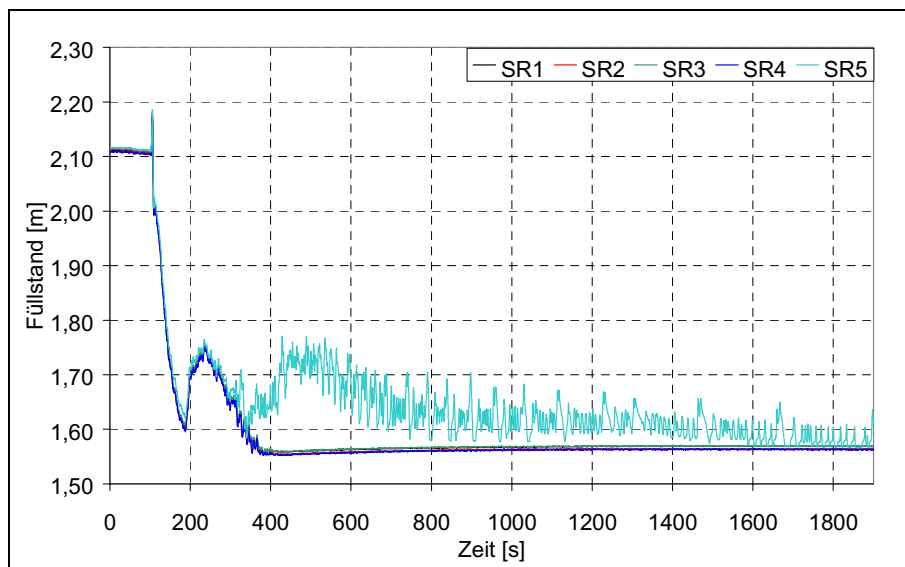


Bild 4: Kalibrierte und geglättete Füllstandsverläufe für das Blow Down Experiment mit 75% gelösten Gasen in der Vergleichssäule.

Im Bild 5 ist die nach (1) berechnete Kenngröße Δ_{max} dargestellt, die zur Aktivierung der Clustering benötigt wird. Man erkennt ein erstes Überschreiten der Schwelle $S = 0,035$ m bei ungefähr 310 s Simulationszeit, was gut mit dem Unterschreiten des Entlösedrucks und der daraus resultierenden Füllstandsmeißweisung korrespondiert.

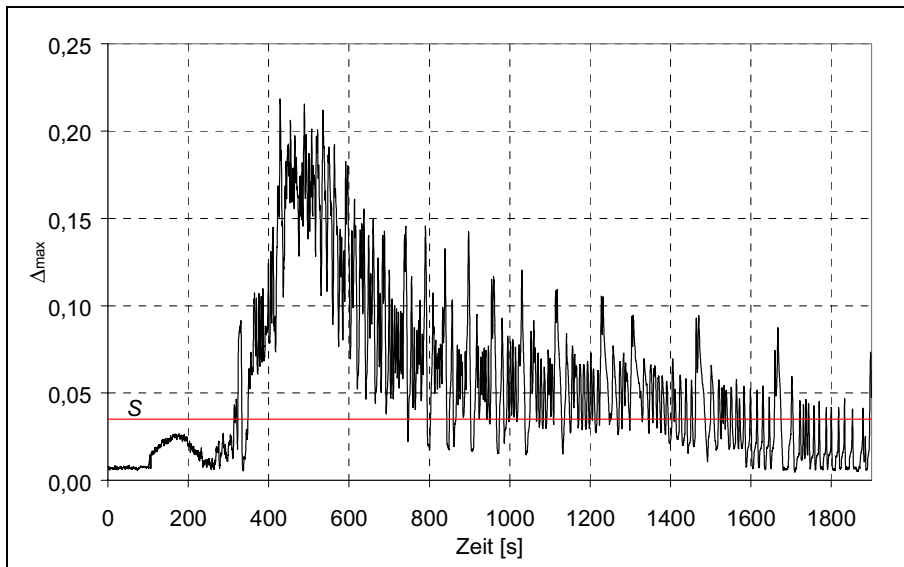


Bild 5: Maximale Differenz der Füllstandssignale aus Bild 4. Bei Überschreiten des Schwellwertes S wird die Clustering aktiviert.

Die Bilder Bild 6 und Bild 7 zeigen den modifizierten XB-Index T_c und den daraus abgeleiteten Bewertungskoeffizienten, welcher zur Bestimmung der favorisierten Klassenzahl herangezogen wird. Im Einklang zum vorliegenden Sachverhalt werden Partitionen mit zwei Klassen über weite Bereiche bevorzugt.

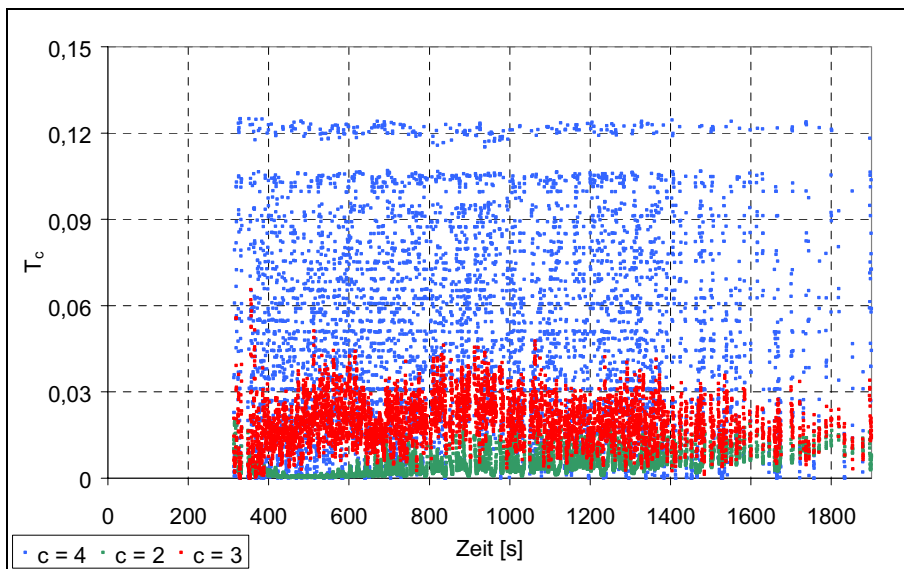


Bild 6: Der modifizierte XB-Index für das Blow Down Experiment mit 75% gelösten Gasen in der Vergleichssäule. Die korrekte Klassenzahl ist durch minimale Werte gekennzeichnet.

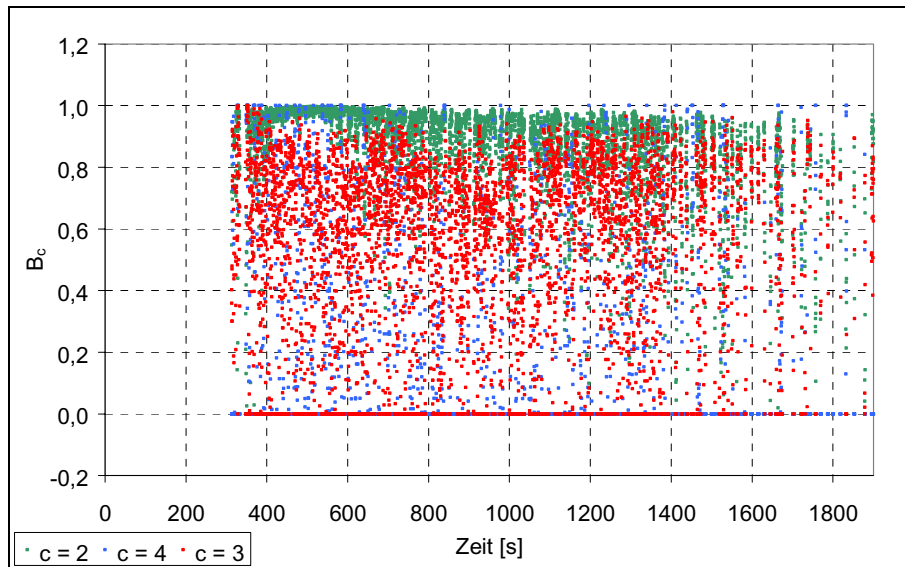


Bild 7: Der aus dem XB-Index (Bild 6) berechnete Bewertungskoeffizient. Maximale Werte markieren die beste Klassenzahl.

Allerdings zeigt der Bewertungskoeffizient für Partitionen mit drei bzw. vier Klassen starke Schwankungen, was eine zeitweise Überbewertung dieser Partitionen zur Folge hat. Ursache für diese Schwankungen sind die relativ dicht beieinander liegenden Meßwerte der Systeme SR1 bis SR4. Um eine Fehlinterpretation der Diagnoseaussagen zu verhindern, müssen Möglichkeiten zur Erhöhung der Robustheit des Bewertungskoeffizienten geschaffen werden. Ein Lösungsansatz für diese Aufgabenstellung ist der im folgenden Abschnitt beschriebene erweiterte Bewertungskoeffizient.

3.4 Der erweiterter Bewertungskoeffizient

Im Bild 8 sind für das vorhergehende Beispiel die Klassenzentren für Partitionen mit zwei und vier Klassen gegenübergestellt. Es ist offensichtlich, daß die Klassenzentren für zwei Klassen wesentlich deutlicher separiert sind als die Zentren für vier Klassen. Daher wird zur Erhöhung der Robustheit das folgende, auf der Separation basierende Straffunktional β definiert:

$$\beta = \begin{cases} 0 & \text{wenn } \sqrt{sep} \leq S_{CD} \\ 1 & \text{sonst} \end{cases} \quad (9)$$

Dabei muß die Schranke S_{CD} prozeßabhängig festgelegt werden. Mit (9) wird der erweiterte Bewertungskoeffizient B_{mod} definiert

$$B_{\text{mod}} = \beta B_c \quad (10)$$

Das Maximum von B_{mod} kennzeichnet die bevorzugte Klassenzahl. Die Berechnung von B_{mod} (10) beruht auf der Überlegung, daß große homogene Cluster bei einer Erhöhung der Klassenzahl in kleinere Cluster aufgesplittet werden, deren Zentren relativ dicht beieinander liegen. Diese zersplitterten Partitionen werden durch das Funktional β (9) erkannt und verworfen. Weil die minimale Klassenanzahl für eine nichttriviale Clusterlösung zwei ist, wird der Faktor β für Partitionen mit zwei Klassen auf eins festgesetzt.

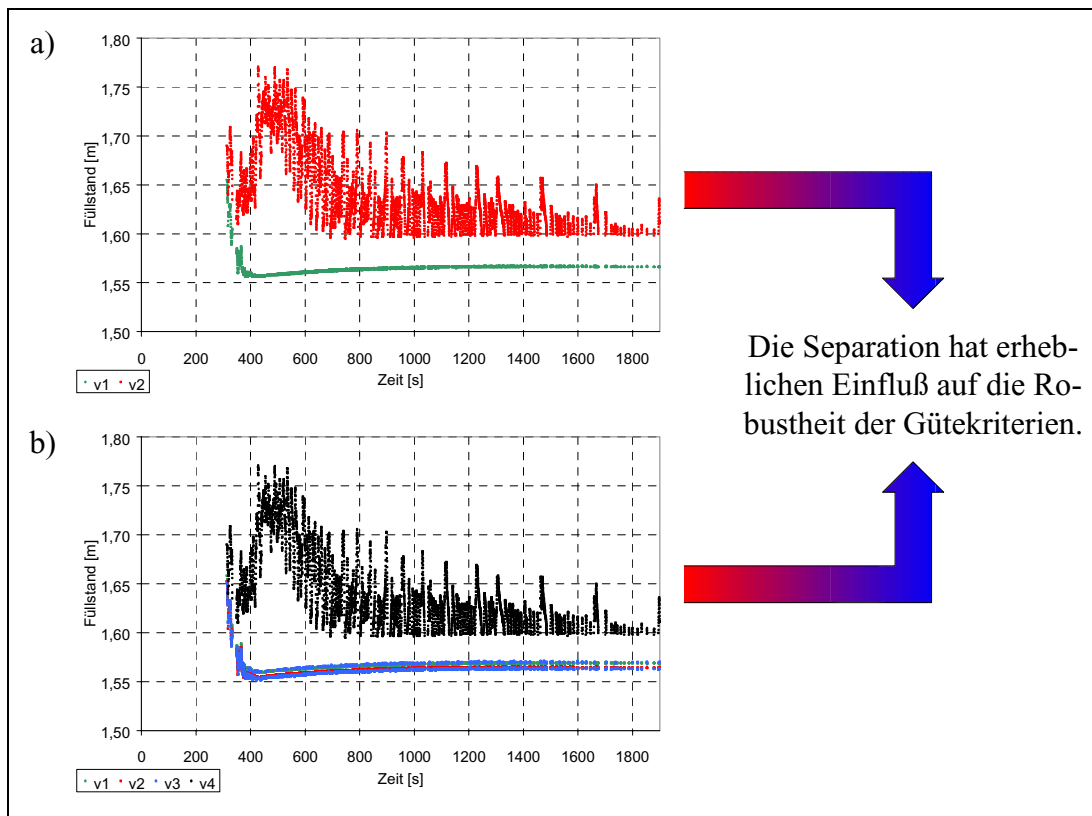


Bild 8: Klassenzentren des Beispiels für Partitionen mit zwei (a) und vier Klassen (b).

Das Bild 9 zeigt den erweiterten Bewertungskoeffizienten B_{mod} für das Beispiel aus Abschnitt 3.2. Wie deutlich zu erkennen ist, werden Partitionen mit zwei Klassen bevorzugt. Somit ergibt sich eine erhebliche Verbesserung der Diagnoseaussagen im Vergleich zum Bewertungskoeffizienten (Bild 7).

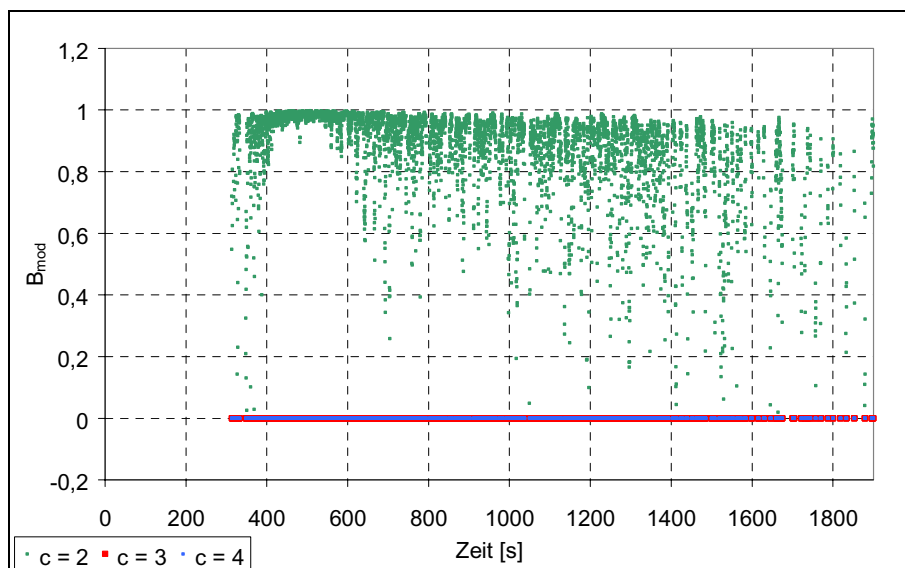


Bild 9: Erweiterter Bewertungskoeffizient für das Blow Down Experiment mit 75% gelösten Gasen in der Vergleichssäule.

4 Zusammenfassung

Im Ergebnis der Analysen ist festzustellen, daß die Clusteranalyse ein geeignetes Werkzeug für die Fehlerdiagnose – speziell für die Fehlererkennung – ist. Mit ihrer Hilfe ist es möglich, signifikante Abweichungen zwischen den redundanten Füllstandsmeßwerten zu detektieren und das Meßrauschen unter Verwendung der Clustertendenz in einem relativ frühen Stadium der Informationsverarbeitung zu erkennen.

Die hier vorgestellten Clusteralgorithmen fassen Meßsysteme mit ähnlichen Meßwerten korrekt zu Gruppen zusammen. Die dabei entstehenden Partitionen werden mit den vorgestellten Gütemaßen bewertet, woraus sich schließlich die beste Klassenzahl ergibt.

Durch das neu eingeführte Bewertungskriterium B_{mod} wird die Interpretierbarkeit und Robustheit der Gütemaße bzw. Clusterergebnisse signifikant erhöht. Diese Ergebnisse, die gleichzeitig die Resultate der Fehlererkennung darstellen, sind:

- die optimale Klassenzahl,
- die zugehörige Partition und
- die Klassenzentren.

Im Anschluß an die Fehlererkennung werden die Clusterergebnisse in einem Regelwerk weiterverarbeitet, daß unter Einbeziehung zusätzlicher Betriebsparameter den Fehlerort und die Fehlerart bestimmt.

5 Literatur

- [1] Backer, E.: Computer-assisted reasoning in cluster analysis. (Prentice Hall, New York, London, 1995)
- [2] Beni, G.; Xie, L.X.: A Validity Measure for Fuzzy Clustering, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 13 (1991) 8, pp. 841-847.
- [3] Bezdek, J.C.: Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms. (Plenum, New York, 1981)
- [4] Hampel, R.; Kästner, W. u.a.: Wissensbasierte Systeme zur Diagnose der Funktionsfähigkeit und Fehlerdiagnose für hydrostatische Füllstandsmeßsysteme - Band I. Zwischenbericht zum BMBF-Projekt 150 12 04, HS Zittau/Görlitz (FH) (Juni 2001)
- [5] Hampel, R.; Kästner, W. u.a.: Wissensbasierte Systeme zur Diagnose der Funktionsfähigkeit und Fehlerdiagnose für hydrostatische Füllstandsmeßsysteme - Band III. Zwischenbericht zum BMBF-Projekt 150 12 04, HS Zittau/Görlitz (FH) (Juni 2001)
- [6] Hampel, R.; Kästner, W.; Fenske, A.; Vandreier, B.; Scheffer, S.: Meß- und Automatisierungstechnik zur Störfallbeherrschung - Methoden der Signalverarbeitung, Simulation und Verifikation. Abschlußbericht zum BMBF-Projekt 150 10 15, HS Zittau/Görlitz (FH) (Januar 1999)
- [7] Höppner, F.; Klawonn, F.; Kruse, R.: Fuzzy-Clusteranalyse : Verfahren für die Bilderkennung, Klassifikation und Datenanalyse. (Vieweg, Braunschweig, 1997)
- [8] Lance, G.N.; Williams, W.T.: A general theory of classification sorting strategies, The Computer Journal 9 (1967) 373-380.
- [9] Lunze, J.: Künstliche Intelligenz fuer Ingenieure, Band. 2 – Technische Anwendung. (Oldenbourg, München, 1995)

Neuronale modellbasierte, arbeitspunktabhängige lineare Regelung eines nichtlinearen Systems

Dipl. Ing. / LL.M Pat. Ing. D. Karimanzira
Technische Universität Ilmenau
Fakultät für Informatik und Automatisierung
Postfach 10 0565, 98684 Ilmenau
e-mail: divas.karimanzira@systemtechnik.tu-ilmenau.de

Kurzfassung

In diesem Beitrag wird ein Verfahren zum Entwurf allgemeiner prädikativer Regler (GPC) für nichtlineare Systeme vorgestellt. Die Methode basiert auf einer Technik zur Extrahierung linearer Modelle von einem nichtlinearen neuronalen Netzwerk und deren Anwendung zum Entwurf des Regelungssystems. Dabei wird ein neuronales Netzwerk zur Modellierung des Systems benutzt und eine Art "gain-scheduling" Regler wird demzufolge entworfen. Die Kombination von neuronalen Netzwerken und prädikativer Regelung wurde bereits in vielen Literatur[1,5] diskutiert. Dieser Beitrag präsentiert ein approximatives prädikatives Regelungsschema. Die Ergebnisse verdeutlichen, dass obwohl eine Approximation benutzt wurde, die Methode vielversprechend ist. Sie ist einfach und vergleichbar wenig zeitaufwendiger als eine echte nichtlineare modellprädikative Regelung. Die Leistungsfähigkeit des Reglers wird anhand von Simulations- und Echtzeitstudien am Propellerarm erprobt.

Schlüsselwörter: Neuronale Netze, approximative GPC, arbeitspunktabhängige Linearisierung

1 Einführung

In den letzten Jahren, wurden viele verschiedene Arten von neuronalem netzwerkbasierteren Regelungsschemata vorgeschlagen. In manchen dieser Konzepte wird ein neuronales Netzwerk trainiert und direkt als Regler verwendet. In anderen wird einen konventioneller Entwurf in Verbund mit einem neuronalen Netzwerkmodell angewandt. Ein Beispiel des letzteren ist die allgemeine prädikative Regelung (GPC), ursprünglich für lineare Prozessmodelle in [1] hergeleitet. Prädikative Regelung ist ein kriteriumsbasierter Reglerentwurf mit der angenehmen Eigenschaft, dass sie sehr einfach in Kombination von einer Vielzahl von Modellbeschreibungen einsetzbar ist, zum Beispiel hier neuronale Netzwerke. Der Idee, GPC-basierend auf neuronalen Netzwerken zu benutzen ist nicht neu, siehe z.B. [4], [3], [5]. Leider ist die praktische Implementierung des Reglers mit sehr viele Problemen verbunden. In Bezug auf den Aspekt, Rechenaufwand hat der nichtlineare prädikative Regler (MPC) umfangreiche Anforderungen. Für Prozesse mit schneller Dynamik verhindern diese Anforderungen die Anwendung der nichtlinearen Modellprädikativen Regelung. Dazu gibt es eine Vielzahl von Problemen die in Verbund mit dem iterativen Optimierungsalgorithmen, die für die Minimierung des GPC-Kriteriums angewandt werden, auftreten. Folgende Punkte müssen bei der Implementierung der „echten“ nichtlinearen modellprädikativen Regelungsmethode berücksichtigt werden:

- Wie viel Mal soll der Minimierungsalgorithmus gestartet werden und welche Strategie zur Initialisierung des Algorithmus ist am besten?
- konvergiert der Minimierungsalgorithmus zu einer akzeptablen Genauigkeit?
- Ist ein globales Minimum gefunden worden (oder spielt es eine Rolle, dass ein anderes Minimum gefunden worden ist)

Demzufolge fordert die Natur des MPC-Kriteriums einer Vielzahl von ad-hoc-Lösungen, die zu relativ komplexen Reglerimplementierung führen.

In diesem Beitrag wird deshalb ein approximatives Schema vorgestellt, das allen obengenannten Probleme überwindet. Das Schema basiert auf eine Methode zur arbeitspunktabhängigen Extrahierung lineare Modelle von einem nichtlinearen neuronalen Netzwerk und die Benutzung diese linearen Modelle im Regelungssystem. Dieses Konzept berührt auf der Tatsache, dass ein neuronales Netzwerk in jedem Arbeitspunkt linearisierbar ist und erzeugt echte lineare Modelle. Dabei wird die nötige Informationen aus den Gewichten des neuronalen Netzwerkes gewonnen. In [3] wird ein approximativer Polplatzierungsregler vorgeschlagen und in [4] wird dieses Konzept in einem internen Modellregelungskonzept angewandt. Hier wird die Linearisierung auf derart hergeleitet, dass die direkte Anwendung der GPC-Entwurfsmethode, die in [1] detailliert beschrieben ist, möglich ist.

Um die Hauptmerkmale dieses Konzepts zu veranschaulichen, wurde die Methode zur Regelung eines Propellerarmes in Simulationen und in Echtzeit angewandt. Auch eine qualitative und quantitative Auswertung dieses Konzept wird seine Vorteile gegenüber der nichtlinearen modellprädikativen Regelung verdeutlichen.

2 Arbeitspunktabhängige Linearisierung eines MLPs

Die Linearisierung eines neuronalen Netzwerkes mit $(p+q)$ Eingänge und einem Ausgang um den Arbeitspunkt (\mathbf{u}, y) wird durch die folgende Gleichung (Gl. 1) beschrieben:

$$\Delta y = \frac{\partial y}{\partial u_1} \Delta u_1 + \frac{\partial y}{\partial u_2} \Delta u_2 + \dots + \frac{\partial y}{\partial u_{q+p}} \Delta u_{q+p} \quad (1)$$

mit: Δy , und Δu_i als Abweichung der Ausgangs- bzw. Eingangsgröße vom Arbeitspunkt (\mathbf{u}, y) und $\frac{\partial y}{\partial u_i}$ als die für den Arbeitspunkt (\mathbf{u}, y) berechneten partielle Ableitungen.

Wegen der Gründe, die von Sigeru Amato genannt sind, wird sich diese Arbeit nur mit mehrschichtigen Perzeptronen (MLP) zur Modellbildung nichtlinearer Prozesse beschäftigen, obwohl die Auswahl der nichtlinearen Modellbeschreibung keine so große Rolle bei diese Art Reglerentwurf spielt. Viele verschiedene Arten von MLP-basierter Modelstruktur können bei der Identifikation nichtlineare Prozesse in Frage kommen. Es wird angenommen, dass der Prozess durch das allgemeine Modell (Gl. 2) beschrieben werden kann.

$$y(t) = g(\varphi(t), \vartheta) + e(t) \quad (2)$$

mit:

φ - Regressionsvektor mit Zustandsinformation über die Vergangenheit
 g – eine durch dem MLP realisierte Funktion
 θ - Modellparameter (also Gewichte)
 $e(t)$ – Rauschen (hier als von der vergangenen Information unabhängiges Weiße Rauschen)

Hier werden zwei-schichtige-MLP mit *atan*-Aktivierungsfunktion in den versteckten Neuronen und ein lineares Ausgabeneuron benutzt. Gl. 3 beschreibt dieser Struktur.

$$\hat{y}(t|\vartheta) = \sum W_j \tanh \left\langle \sum w_{ij} \varphi_i(t) + w_{i0} \right\rangle + w_0 \quad (3)$$

Wo die Komponente ϑ , W_j und $w_{j,i}$, die Gewichte zwischen Zwischenschicht und Ausgabeschicht bzw. zwischen Eingangsschicht und Zwischenschicht spezifizieren. Als Modellstruktur wird die ARX-Modellstruktur mit folgender Regressortstruktur benutzt:

$$\varphi(t) = [y(t+1) \quad \dots \quad y(t-q) \quad u(t-d) \quad \dots \quad u(t-d-p)]^T \quad (4)$$

Die Gewichte des neuronalen Netzwerkes werden aus den Lerndaten (Eingangs-/Ausgangsdaten ermittelt aus dem Prozess) gelernt.

$$Z^N = \{[u(t), y(t)]: t = 1, \dots, N\} \quad (5)$$

Eine detaillierte Beschreibung des Verfahrens zur arbeitspunktabhängigen Linearisierung neuronaler Netzwerkmodelle ist in [11] gegeben. Die Grundidee ist folgende. Angenommen, dass ein deterministisches Modell (Gl. 6) des betrachteten Prozesses identifiziert wurde.

$$y(t) = g(y(t-1), \dots, y(t-q), u(t-d), \dots, u(t-d-p)) \quad (6)$$

Der „Zustand“ $\varphi(t)$, ein Vektor (Gl. 7) bestehend aus Argumenten der Funktion g , wird dann eingeführt.

$$\varphi(t) = [y(t+1) \quad \dots \quad y(t-q) \quad u(t-d) \quad \dots \quad u(t-d-p)]^T \quad (7)$$

Zum Zeitpunkt $t = \tau$ wird die Funktion g um den gegenwärtigen Zustand $\varphi(\tau)$ linearisiert und das approximative Modell (Gl. 8) entsteht.

$$\tilde{y}(t) = -a_1 \tilde{y}(t-1) - \dots - a_q \tilde{y}(t-q) + b_0 \tilde{u}(t-d) + \dots + b_p \tilde{u}(t-d-p) \quad (8)$$

mit:
$$a_i = - \left. \frac{\partial g(\varphi(t))}{\partial y(t-i)} \right|_{\varphi(t)=\varphi(\tau)},$$

$$b_i = - \left. \frac{\partial g(\varphi(t))}{\partial u(t-d-i)} \right|_{\varphi(t)=\varphi(\tau)}$$

und
$$\tilde{y}(t-i) = y(t-i) - y(\tau-i),$$

$$\tilde{u}(t-i) = u(t-i) - u(\tau-i)$$

Die Ableitung des neuronalen Netzwerkausganges bezüglich einem Eingang wird durch Gl. 9 beschrieben.

$$\frac{\partial \hat{y}(y)}{\partial \varphi_i(t)} = \sum_{j=1}^q W_j w_{ji} \left[1 - \tanh^2 \left(\sum_{k=1}^{q+p+1} w_{jk} \varphi_k(t) + w_{j0} \right) \right] \quad (9)$$

Durch die Trennung der Ausdrücke, die Komponenten des gegenwärtigen Zustandsvektors beinhalten, kann das entstandene approximative Modell alternativ durch Gl. 10 beschrieben werden.

$$y(t) = (1 - A(z^{-1}))y(t) + z^{-d} B(z^{-1})u(t) + \zeta(\tau) \quad (10)$$

Wobei der Bias-Term, $\zeta(\tau)$ durch Gl. 11 ermittelt wird.

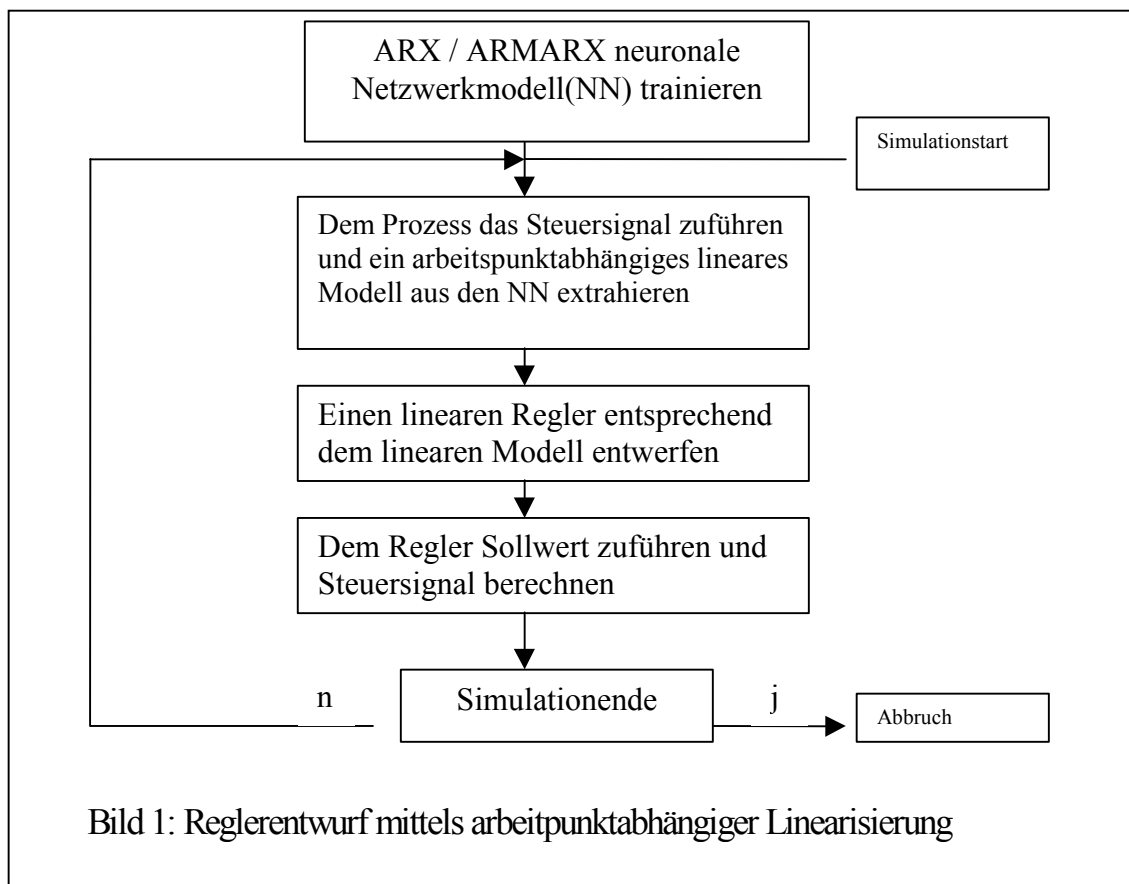
$$\zeta(\tau) = y(\tau) + a_1 y(\tau-1) + \dots + a_q y(\tau-q) - b_0 u(\tau-d) - \dots - b_p u(\tau-d-p) \quad (11)$$

und
$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_q z^{-q},$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_p z^{-p}$$

Das so entstandene approximative Modell kann als ein lineares Modell, das mit einer arbeitspunktabhängigen DC-Störung, $\zeta(\tau)$ behaftet ist, interpretiert werden.

Es ist einfach dieses Prinzip zum Entwurf von Regelungssystemen anzuwenden. Die Idee ist in Bild 1 dargestellt. Wie in [3] erwähnt, ist die Struktur des Konzepts ähnlich wie bei der indirekte adaptive Regelung. Statt lineare Modelle rekursiv in jeder Abtastperiode zu schätzen, wird ein lineares Modell aus dem bereits identifizierten neuronalen Netzwerk direkt extrahiert. Die meisten der schon existierenden linearen Reglerentwurfstechniken (Minimumvarianz, GPC, Polvorgabe oder Polplatzierung) sind in dieser Struktur ohne Probleme anwendbar. Dabei wird je nach Prozessmodelltyp (stochastisches oder deterministisches Modell) die entsprechende lineare Reglerentwurfmethode ausgewählt.



3 Approximative GPC

Der Grundidee hinter dem GPC, ist, dass in jeder Iteration ein Kriterium (Gl. 12) bezüglich N_u zukünftiger Steuerbefehle (Gl. 13) und Restriktionen (Gl. 14) minimiert wird.

$$J(t, U(t)) = \sum_{i=N_1}^{N_2} [w(t+i) - \hat{y}(t+i)]^2 + \rho \sum_{i=1}^{N_u} [\Delta u(t+i-1)]^2 \quad (12)$$

$$U(t) = [u(t) \quad \dots \quad u(t + N_u - 1)]^T \quad (13)$$

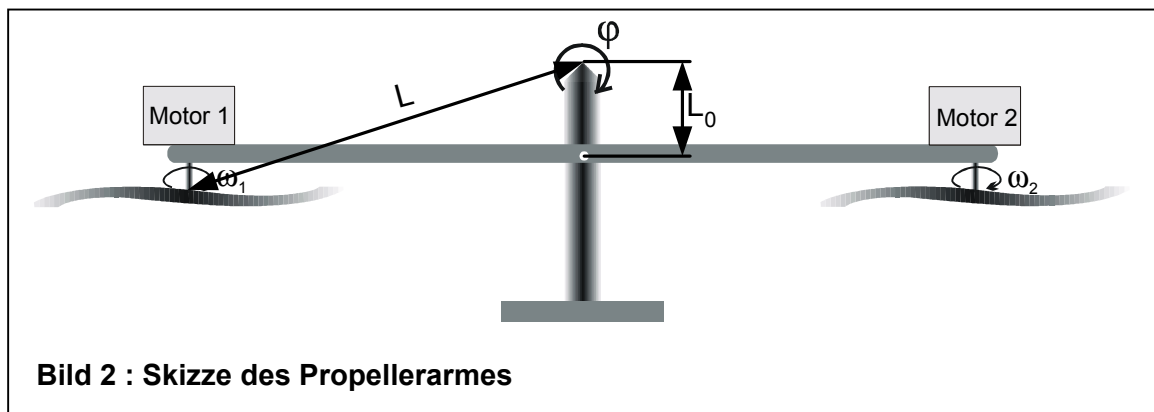
$$\Delta u(t+i) = 0, \quad N_u \leq i \leq N_2 - d \quad (14)$$

mit:	N_1	=	Minimum Prädiktionshorizont,
	N_2	=	Maximum Prädiktionshorizont,
	N_u	=	Maximum Steuerhorizont,
	ρ	=	Bestrafungsfaktor für die Änderung des Steuersignals,
	$\zeta(\tau)$	=	Modelliert als Weißes Rauschen,
	$y(t+i)$	=	Prädiktion der zukünftigen Ausgänge.

Das Optimierungsproblem (das online gelöst werden muss, da ein neues lineares Modell in jeden Schritt erzeugt wird) resultiert in einer Sequenz von zukünftigen Steuerbefehlen, $U(t)$. Von dieser Sequenz wird die erste Komponente, $u(t)$, dem Prozess zugeführt. Angenommen, dass ein approximatives ARX-Modell durch die arbeitspunktabhängige Linearisierung identifiziert wurde gilt $A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t) + \zeta(t) + e(t)$ falls $\zeta(\tau) + e(t)$ durch weißes Rauschen modelliert wird und den zukünftigen Prädiktionen ermittelt wurde, um eine Minimumvarianz zu sichern. Die Festlegung entspricht genau der Betrachtungsweise in [1]. Deshalb wird an dieser Stelle auf diese Literatur für die Herleitung des Verfahrens hingewiesen. Eine Implementierung des Reglers ist in [1] beschrieben.

4 Systembeschreibung des instabilen Propellerarms

Zur Demonstration nichttrivialer regelungstechnischer Aufgabestellungen wurde das instabile mechatronische System „Propellerarm“ eingesetzt. Eine Prinzipskizze ist im Bild 2 ersichtlich. Dieses Beispiel dient zur Untersuchung der Leistungsfähigkeit des approximativen GPC-Konzepts in Simulation und Echtzeituntersuchungen.



Die Aufgabe der Regelung besteht darin, den Propellerarm in jedem beliebigen Anstellwinkel zu balancieren, bzw. schnell und schwingungsarm in den nächsten

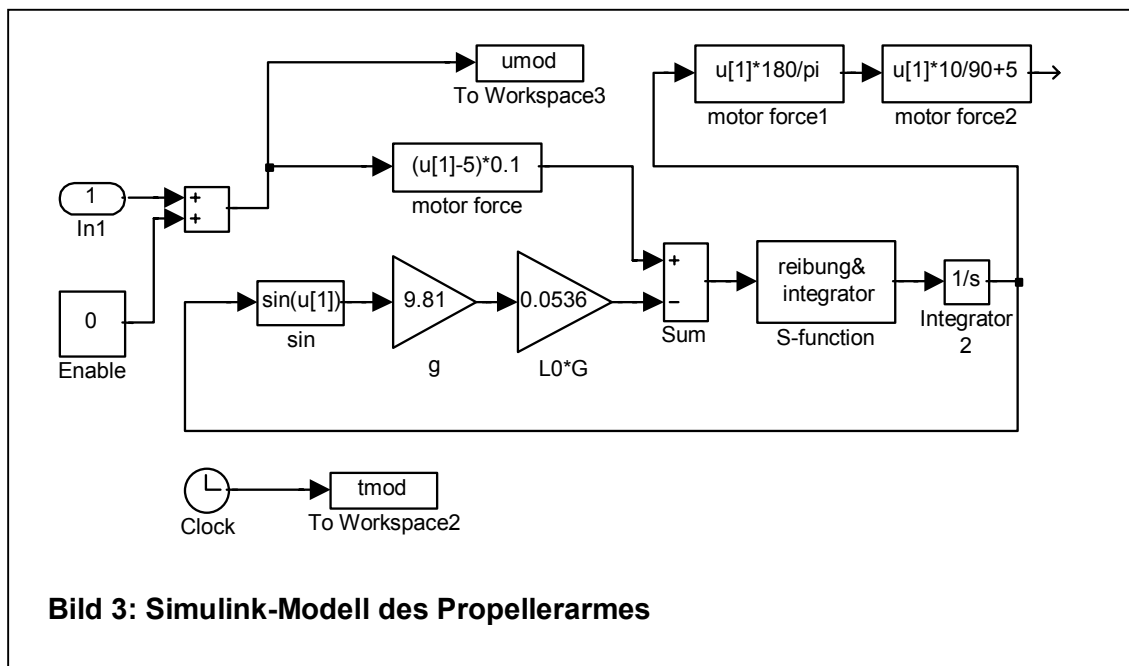
Sollwinkel umsteuern. Als Stellgröße wird die Drehzahldifferenz der beiden Luftschrauben verwendet. Hierbei liegt die Stellgröße im Intervall 0-10. Dabei bedeutet:

$u = 0$; Motor 2 volle Drehzahl, Motor 1 Stillstand,
 $u = 10$; Motor 2 volle Drehzahl, Motor 1 Stillstand,

5 Simulative Untersuchungen am Modell

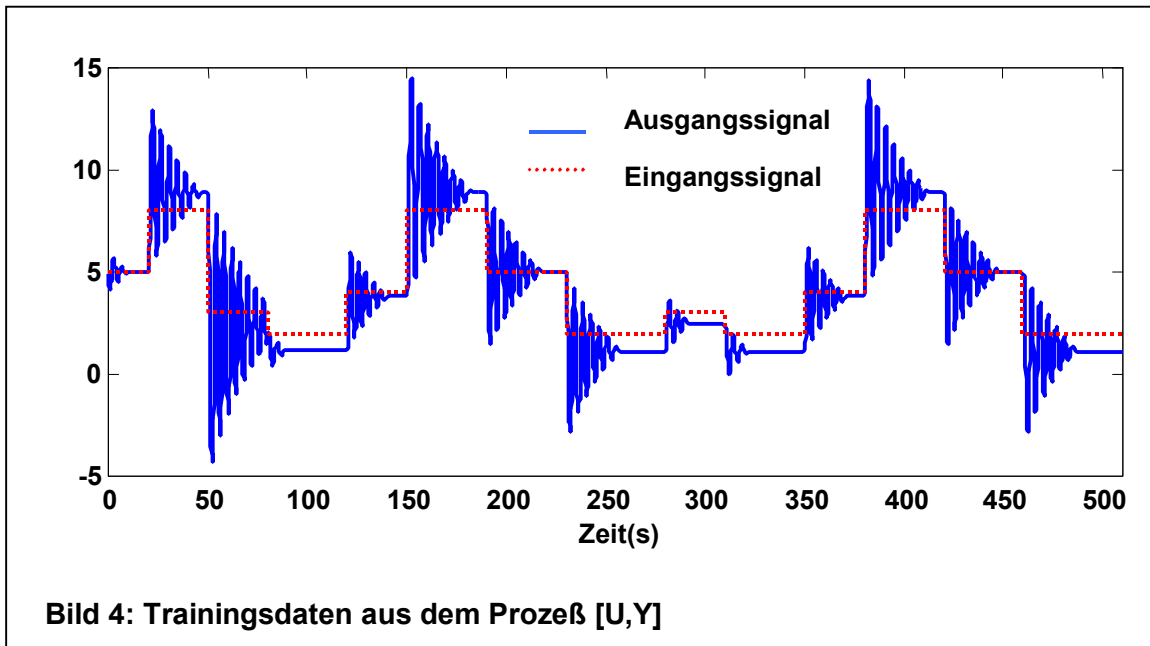
Die mathematische Modellbildung führte zu einem ähnlichen Modell wie den des Roboterarmes. Wiederum handelt sich um einen Doppelintegrator mit zwei nichtlinearen Rückführungen. Der Anstellwinkel, der die Wirkung des Eigengewichtsmomentes des Armes beeinflusst, wird über eine Sinusfunktion auf den Integratoreingang zurückgeführt.

Die Reibung wirkt auf die Winkelgeschwindigkeit zurück. Dieses Modell wurde in eine blockorientierte Simulation unter Simulink gebracht (Bild 3).



Das Gütekriterium umfasst eine vollständige Sequenz von Sollwertübergängen auf verschiedene Niveaus im Arbeitsbereich der Regelung. Zuerst wurden Trainingsdaten erfasst (Bild 4). Um alle möglichen Frequenzen anzuregen wurde ein Testsignal aus verschiedenen Sprüngen mit verschiedenen zeitlichen Längen ausgewählt.

Das zufällige Amplituden-Signal ist hier ungeeignet wegen des Integralverhaltens dieses instabilen Systems. Man musste das Testsignal, so bestimmen, dass die eingestellte Ausgangsgröße Zeit hat zur Ruhelage zu kommen. Sonst summieren sich die aufeinander folgenden Ausgangsgrößen und das System wird sehr schnell instabil. Im Bild 4 repräsentiert U das Eingangssignal und Y das zugehörige Ausgangssignal.



Die Dynamik des Systems ist deshalb nicht trivial, weil der Anregelvorgang eine andere Reglercharakteristik erfordert als der Ausregelvorgang. So muss zur Beseitigung einer positiven Regelabweichung der Regelvorgang mit einer positiven Stellgröße begonnen werden. Soll aber ein positiver Winkel eingestellt werden, so ist eine negative Stellgröße dazu erforderlich. Aufgrund dieser, durch das nichtlineare Glied in der Rückführung des Winkels hervorgerufenen Dynamik, gelingt es nur sehr schlecht, dieses System mit einem linearen PID-regler zu regeln.

Der Simulationsverlauf des GPC-Regelungskonzepts ist im Bild 6 dargestellt. Der lineare PID-Regler (vgl. [6]) kann nicht alle Arbeitspunkte dieses nichtlinearen Systems befriedigend einregeln.

Zu beachten ist, dass bei größeren Winkeln das reale System ohnehin an seine mechanischen Anschläge stößt, so dass die Forderung des Ausbalancierens von Sollwertänderungen vom PID-Regler überhaupt nicht erfüllt wird.

6 Modellbildung

Mehrere Modellstrukturen sind untersucht worden. Gute Konvergenz wurde für Modellstrukturen mit 5 Neuronen in der Zwischenschicht, 1-5 vergangenen Eingänge und 1-5 vergangene Ausgänge erzielt .

6.1 Methode zur Bestimmung der Modellordnung aus den E/A-Daten

Eine neue Methode zur Bestimmung der Ordnung von Ein-Ausgangs-Modellen für nichtlineare dynamische Systeme wurde von HE und ASADA vorgestellt.

Hierbei wird ein sogenannter „Lag Space“ bestimmt. Die Vorgehensweise wird hier erläutert:

Gegeben sei ein Satz von entsprechenden Eingängen und Ausgängen, die Funktion berechnet eine Matrize aus Indizes, die sehr nützlich zur Bestimmung einer geeigneten „Lag Space“ Struktur (m und n) sein kann, bevor die Identifizierung des Modells des dynamischen Systems beginnt:

$$y(t) = f[y(t-1), \dots, y(t-q), u(t-1), \dots, u(t-p)] \quad (15)$$

Eine ungenügende „Lag Space“ Struktur erzeugt einen großen Index, während die Erhöhung des „lag space“ den Index verkleinert bis eine genügend große „lag space“ Struktur erzielt ist. Eine weitere Erhöhung des „lag space“ nach diesem Punkt wird der Index nicht signifikant reduzieren. Anders gesagt, suche den Punkt, wo der Modellordnungsindex verflacht.

Bild 5(a und b) illustrieren typische Ausgaben der Funktion zur Bestimmung des sogenannten „Lag Space“. Das Bild zeigt hier deutlich, dass $p = q = 2$, da weitere Erhöhung dieses Wertes keine signifikante Verbesserung bringt.

Das Modellierungsergebnis der Modellstruktur mit $\phi = (2,2)$ (Bild 5(a)) und 5 versteckten Neuronen ist in Bild 5 dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass das neuronale Netz auch in der Validierungsphase sehr gute Ergebnisse erzielt. Dies wird durch den mittleren Absolutfehler von $E = 3.5798e^{-004}$ bei einer Standardabweichung von $\sigma_E = 0.3256$ bestätigt.

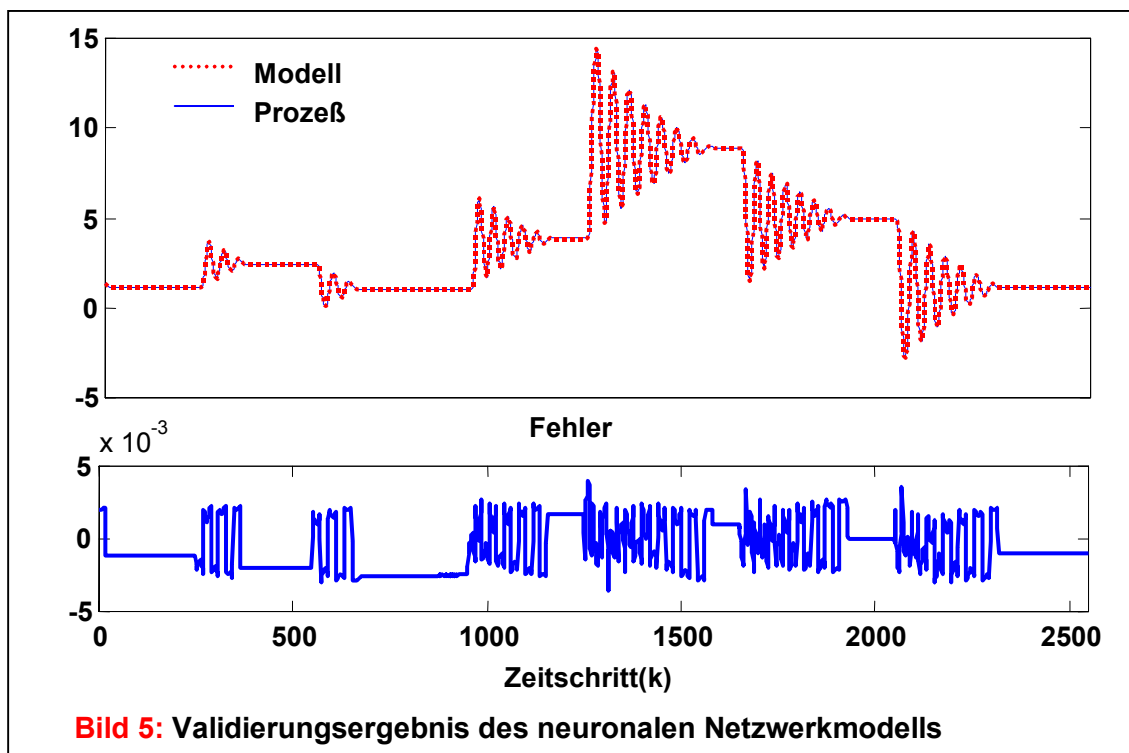
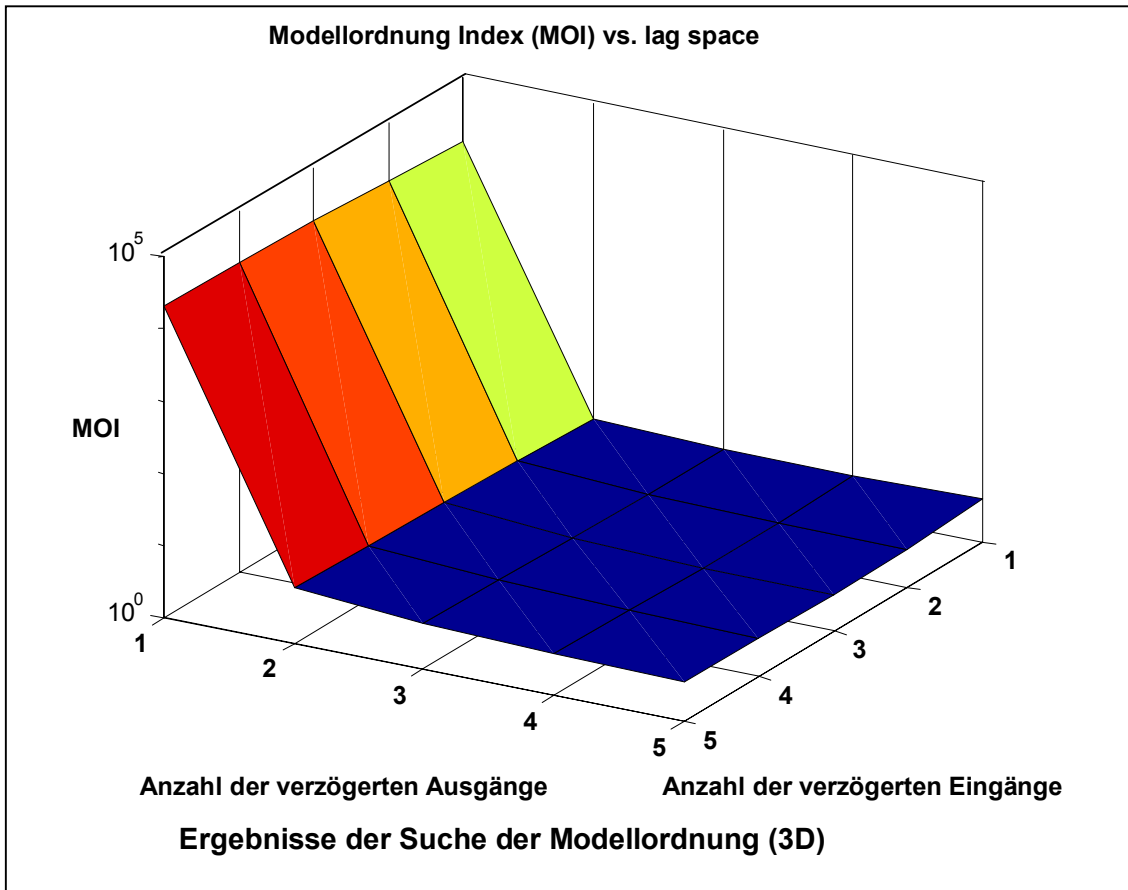
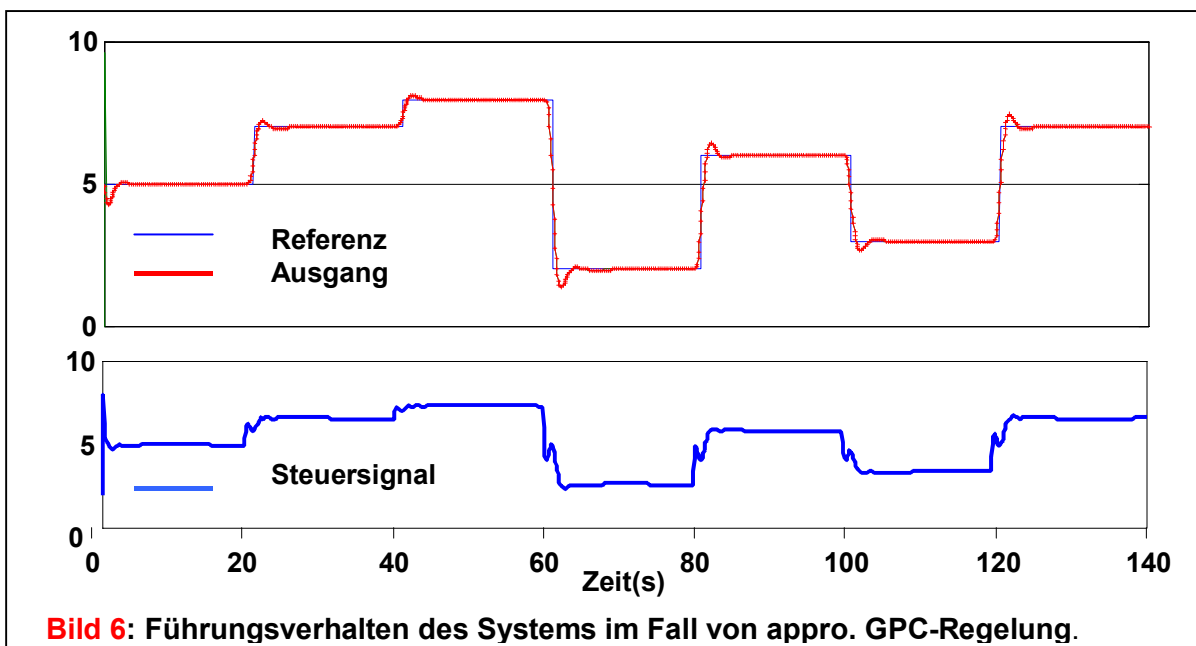


Bild 5: Validierungsergebnis des neuronalen Netzwerkmodells

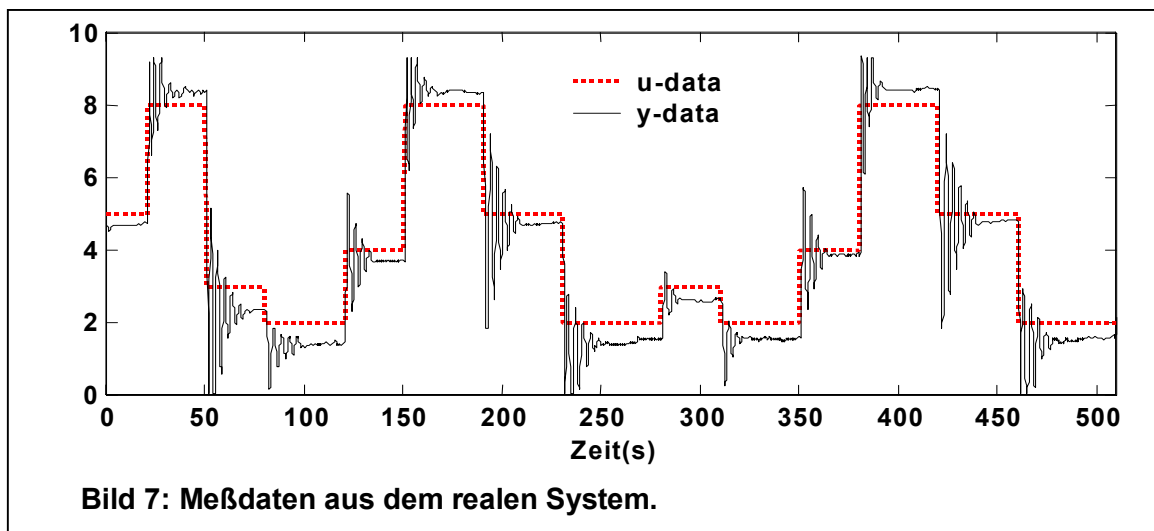


Das approximative GPC-Konzept erreichten wesentlich bessere Ergebnisse bei der Regelung des Propellerarmes als der lineare PID-Regler. Bild 6 verdeutlicht durch gutes Führungsverhalten für alle Sprünge mit sehr wenig Steueraufwand. Die Parameter des approximativen GPC-Konzepts wurde folgendermaßen eingestellt: $N_1 = 1$, $N_2 = 7$, $N_u = 1$ und $\rho = 0.03$

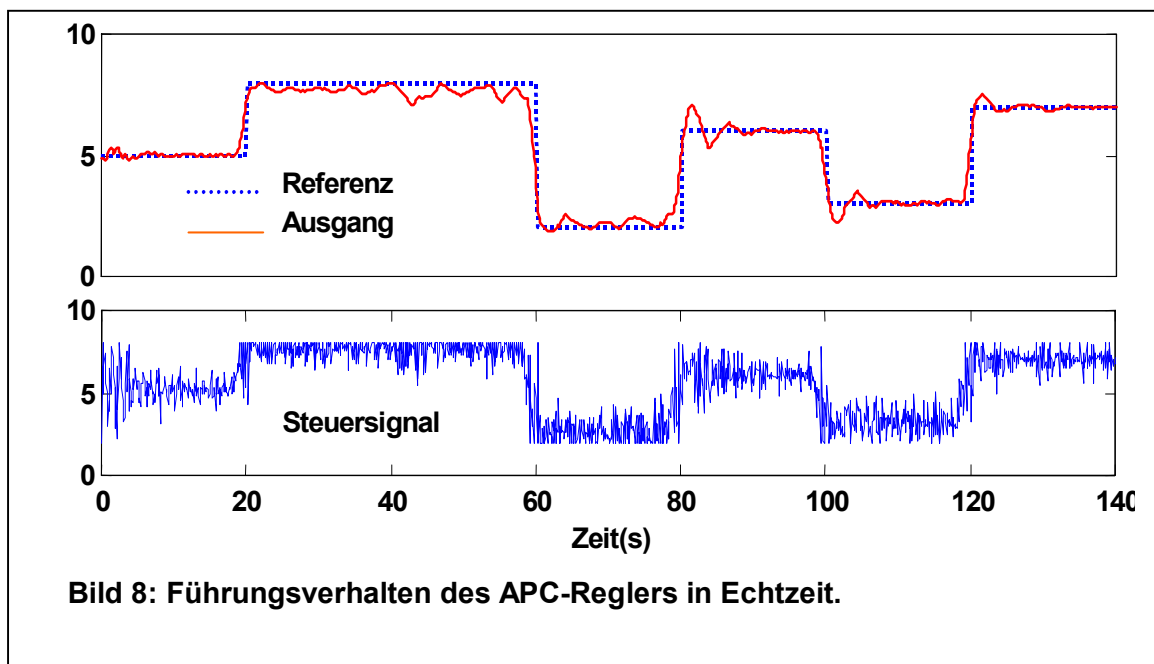


7 Echtzeituntersuchungen

Bild 7 zeigt das Ein-/ Ausgabeverhalten des realen Systems. Vergleich zwischen Bild 7 und Bild 3 macht die Abweichungen zwischen Modell und realen System deutlich. Das reale System ist mit unerwarteten Störungen behaftet. Man sieht deutlich, dass, obwohl der stationäre Zustand schon erreicht ist, kann das System jeder Zeit aus der Ruhelage abweichen. Solche Unsicherheiten machen das Training des Systems sehr schwierig. Insbesondere, ist es sehr schwierig ein geeignetes Inversemodell des Systems zu finden. Deshalb ist es sehr schwierig ein neuronales Regelungssystem zu entwickeln, wo das neuronale Netzwerk direkt als Regler fungiert.



7.1 Führungsverhalten



Jetzt wird das approximative GPC-Regelungskonzept am realen System erprobt. Wir benutzen die gleiche Solltrajektorie wie beim Modell. Das Verhalten der Regelungskonzepte im Signalverfolgungsfall wird als erstes untersucht und als zweites im Fall von Störungen. Die Ergebnisse der ersten Untersuchungen sind in Bild 8 dargestellt. Aus den Ergebnissen sieht man, dass das System nie zur Ruhe kommt, es wirken immer unerwartete Störungen auf das System. Deshalb ist das Steuersignal sehr aktiv in Vergleich zum Modell. Die Parameter des approximativen GPC-Reglers wurde auf $\rho=1$, $N2=20$ gesetzt um das Steuersignal zu beruhigen.

Die Ergebnisse der Regelung am realen Prozess entsprechen nicht genau denen aus der Simulation, da das System verschiedenartigsten Störungen ausgesetzt ist. Allerdings werden auch am Prozess selbst deutlich bessere Ergebnisse erzielt, als mit einem einfachen PID-Regler (vgl. [6]).

Es wurden nicht nur dieses approximative GPC-Regelungskonzept, sondern auch die „echte“ nichtlineare modellprädikative Regelung untersucht. Die Echtzeituntersuchungen haben die wirkliche Vorteile des approximativen GPC-Konzepts gezeigt, da die „echte“ nichtlineare modellprädikative Regelung nicht in der Lage war schnell auf Änderungen zu reagieren. Die Ergebnisse der „echte“ nichtlinearen Modellprädikativen Regelung werden hier nicht gezeigt, weil das System sehr ungeeignet für den Echtzeitfall ist.

7.2 Störverhalten

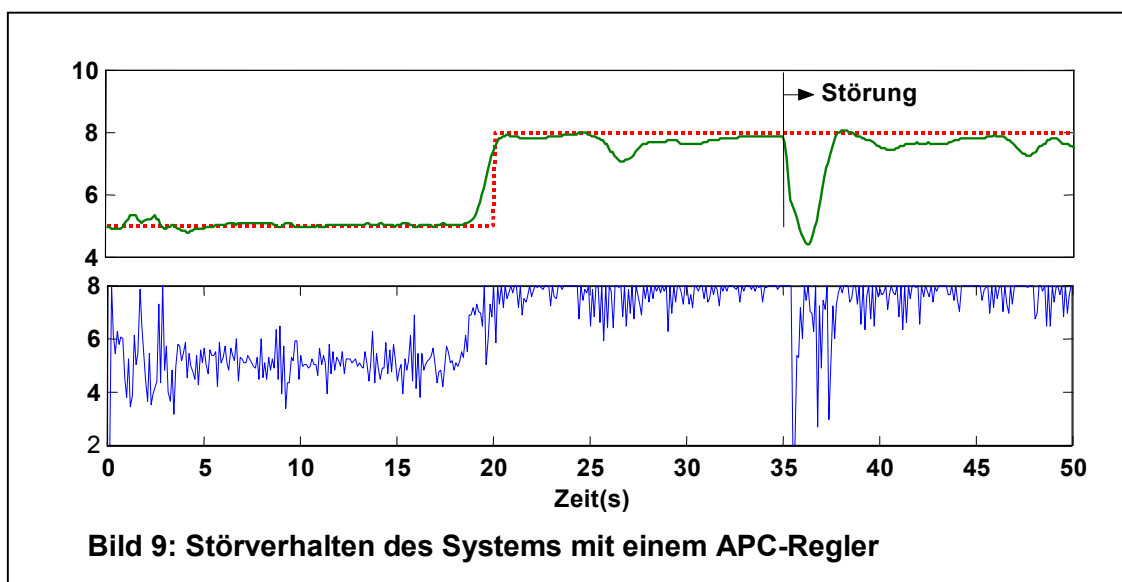


Bild 9 zeigt das Antwortverhalten des Systems im Fall von Störungen. In diesem Fall wird das System vom approximativen GPC-Konzept geregelt. Eine Impulsstörung wird zum Zeitpunkt 35s zugeführt (hierbei wird der Propellerarm einfach schnell bis zum mechanischen Anschlag bewegt und dann losgelassen). Das Ergebnis ist

zufriedenstellend und der Regler ist in der Lage schnell die Störungen zu kompensieren und zwar nach 3s. Dies wird ermöglicht durch eine schnelle Berechnung des Steuersignals aus dem ermittelten linearen Modell, dagegen wird bei dem „echten“ MPC versucht eine iterative Lösung zu finden, was mit sehr viel Zeitaufwand verbunden ist.

Ein anderes Hauptziel der Untersuchungen ist es zu zeigen, wie man Informationen über das System durch das approximative GPC-Regelungskonzept gewinnen kann. Weitere Informationen kann man gewinnen, indem man in einem Diagramm die im Arbeitspunkt ermittelten Koeffizienten des ARX-Modells darstellt. Aus der Koeffizientendarstellung (Bild 10) kann man die Nichtlinearität des Systems abschätzen. Besser noch ist die Darstellung der Polverteilung in der Komplexen Ebene.

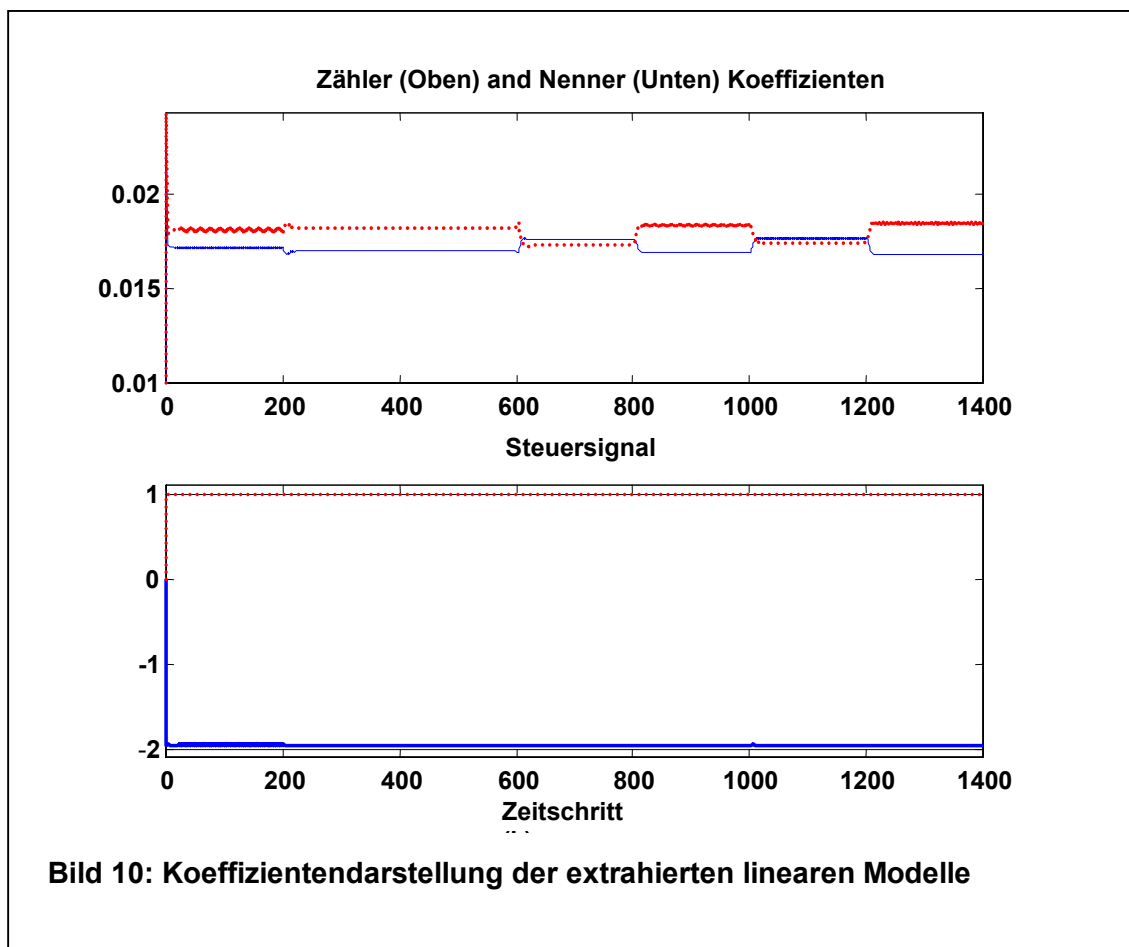


Bild 10: Koeffizientendarstellung der extrahierten linearen Modelle

8 Zusammenfassung

Eine Entwurfsmethode des Typs allgemeine prädikative Regelung, die in der Lage ist, unbekannte nichtlineare Prozesse zu regeln, ist vorgestellt worden. Die Methode wird durch eine einfache Implementierung in der Praxis charakterisiert. Im Vergleich zu der „echten“ nichtlinearen prädikativen Regelungen (untersucht in [4]) wird eine deutliche Reduzierung des Rechenaufwandes erzielt. Zusätzlich werden viele Probleme der „echten“ nichtlinearen prädikativen Regelung eliminiert. Diese Methode eignet sich sehr gut zur Echtzeitimplementierung, da der Minimierungsalgorithmus zwischen den

Abtastzeiten nur einmal durchgeführt wird. Das Fundament dieser Methode ist die arbeitspunktabhängige Linearisierungstechnik. Neben dem Einsatz dieser Linearisierungstechnik für viele lineare Reglerentwurfsmethoden, wie GPC, erlaubt sie ein ausgezeichnetes physikalisches Verständnis des Prozesses. Bei dem untersuchten Beispiel sieht man deutlich den Unterschied zwischen theoretischen und praktischen Einsatz von Regelungssystemen. Im praktischen Fall hat man sehr viel mit Unsicherheiten im System zu kämpfen. Die Ergebnisse zeigen, dass das reale System nie wirklich in seine Ruhelage kommt im Vergleich zu den Modelluntersuchungen. Im realen System treten immer Störungen auf, und der Regler versucht ständig diesen Störungen zu kompensieren.

Diese Methode hat auch ihre Probleme. Falls die Nichtlinearitäten nicht im gewisse Maße stetig sind, werden die linearisierten Modelle nur in einem engen Bereich um den Arbeitspunkt gültig sein. In der Praxis heißt das, dass dieser Methode sehr empfindlich auf überparametrisierte Netzwerke reagiert. In der Tat, kann es vorteilhaft sein das neuronale Netzwerk bewusst zu unterparametrisieren (oder einen größeren „weight decay“ zu benutzen), um eine bestimmte Stetigkeit zu sichern. Wenn die Nichtlinearitäten des Prozesses die Anwendung der approximativen GPC-Entwurfsmethode nicht erlauben, kann die Methode benutzt werden, um eine Anfangsregelung für das iterative Minimierungsschema, das in der „echten“ nichtlinearen prädikativen Regelung benutzt wird, zu generieren.

9 Literatur

- [1] Clarke, D.W., C. Mothadi, P.S. Tuffs, „*Generalized Predictive Control Part I. The basic Algorithm*“, Automatica, Vol. 23, No. 2, pp. 137-148, 1987
- [2] Lightbody, G., G.W Irwin, „*A Novel Internal Model Control Structure*“, Proc. of the ACC, Seattle, Washington, Vol. 1, pp. 350-354, 1995.
- [3] Sørensen, O., „*Neural Networks in Control Applications*“, Ph.D. Dissertation, Department of Control Engineering, Aalborg University, Denmark, 1994.
- [4] M. Nørgaard (2000) „*Neural Network Based System Identification Toolbox, Vers.2*“ Technical Report 00-E891, Department of Automation, Technical University of Denmark
- [5] Soeterboek, R., „*Predictive Control: A Unified Approach*“, Prentice Hall, 1992.
- [6] Wernstedt J., M. Koch, Th. Kuhn: *Fuzzy Control, Optimale Nachbildung und Entwurf optimaler Entscheidungen*. Oldenbourg Verlag München, Wien 1996
- [7] Karimanzira, D.: *Vergleich unterschiedlicher Regelungsstrukturen mit Künstlichen Neuronalen Netzen*. 45. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium, 04-06.10.2000 Ilmenau, pp 231.
- [8] Karimanzira, D.: *Untersuchungen zur Anwendbarkeit von Künstlichen Neuronalen Netzen (KNN) zur Steuerung/Regelung komplexerer, nichtlineare Systeme*. Proceedings 10. Workshop Fuzzy Control des GMA-FA 5.22, Dortmund, 18-20-Oct. 2000, pp 43

Schätzung der bedingten Wahrscheinlichkeit unscharfer Ereignisse

Jens Jäkel, Lutz Gröll

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH,
Institut für Angewandte Informatik
Postfach 3640, D-76021 Karlsruhe
Tel.: 07247/82-5736, Fax: 07247/82-5786,
Email: jaekel@iai.fzk.de

1 Einleitung

Ziel der datengestützten Regelgenerierung ist es, aus Datenmaterial relevante Regeln zur Beschreibung von Zusammenhängen abzuleiten, z.B. „WENN Temperatur = hoch DANN Ventilstellung = niedrig“. Bezeichnen die Terme wie „hoch“ und „niedrig“ keine gewöhnlichen Mengen (z.B. Intervalle der Temperaturskala oder des Stellbereichs des Ventils), sondern Fuzzy-Mengen, dann beschreibt die Regel einen Zusammenhang zwischen unscharfen Ereignissen.

Um solche Zusammenhänge zu bewerten, kann die bedingte Wahrscheinlichkeit des Ausgangsereignisses bei gegebenem unscharfen Ereignis in der Prämisse herangezogen werden, um sie mit der unbedingten Wahrscheinlichkeit zu vergleichen [13, 14]. Dazu müssen die bedingte und die unbedingte Wahrscheinlichkeit des Ausgangsereignisses aus den Daten geschätzt werden.

In der datengestützten Fuzzy-Modellbildung findet die (bedingte) Wahrscheinlichkeit weitere Anwendung. Sollen Algorithmen, die auf informationstheoretischen Maßen beruhen (z.B. zur Merkmalsauswahl oder Induktion eines Entscheidungsbaums), übertragen werden, stellt sich ebenfalls das Problem, unbedingte, bedingte oder Verbundwahrscheinlichkeiten unscharfer Ereignisse zu schätzen.

Dieser Beitrag stellt zwei Ansätze zur Schätzung der bedingten Wahrscheinlichkeit vor. Im ersten Ansatz wird der Zugehörigkeitswert des Schnitts aus Eingangs- und Ausgangsereignis mit einer t-Norm gebildet. Hierfür wird häufig das Produkt verwendet. Diese Wahl hat allerdings den konzeptionellen Nachteil, dass sie mit der Annahme der Unabhängigkeit beider unscharfer Ereignisse korrespondiert [16]. Im zweiten Ansatz wird ein Optimierungsproblem formuliert, dessen Lösung die gesuchte bedingte Wahrscheinlichkeit ist.

Ziel dieses Beitrags ist es,

- verschiedene Definitionen für die unbedingte und bedingte Wahrscheinlichkeit unscharfer Ereignisse vorzustellen (Abschnitt 2),
- Schätzer (Abschnitt 3) und ihre asymptotischen Eigenschaften (Abschnitt 4) anzugeben,
- diese Schätzer anhand eines Beispiels zu vergleichen und die Konsequenzen für ihren Einsatz in der datengestützten Regelgenerierung zu diskutieren (Abschnitt 5) sowie

- eine Verallgemeinerung des auf der Optimierung beruhenden Schätzers für die Anwendung bei der Bestimmung informationstheoretischer Maße aufzuzeigen (Abschnitt 6).

2 Die Wahrscheinlichkeit von unscharfen Ereignissen

Unschärfe Ereignisse stellen eine durch Zadeh [25] eingeführte Verallgemeinerung gewöhnlicher Ereignisse dar. Ein unscharfes Ereignis A ist ein Ereignis mit einer borelmeßbaren Zugehörigkeitsfunktion μ_A ($\mu_A : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$). Es sei \mathbf{x} eine Zufallsgröße¹ mit Werten aus $X \subseteq \mathbb{R}$ und F ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf \mathbb{R} , dann ist die Wahrscheinlichkeit des unscharfen Ereignisses A definiert als Erwartungswert von μ_A :

$$P(A) \stackrel{\text{def}}{=} \int_X \mu_A(x) dF = \int_X \mu_A(x) f_{\mathbf{x}}(x) dx = E[\mu_A(\mathbf{x})]. \quad (1)$$

Motiviert wird diese Definition durch die Tatsache, dass sich die Wahrscheinlichkeit eines gewöhnlichen Ereignisses A als Erwartungswert der Indikatorfunktion $I(x \in A)$ angeben lässt ($I(p) = 1$, wenn p wahr, sonst null). Eine axiomatische Begründung dieser Definition findet sich in [23].

Eine zu (1) äquivalente Definition auf der Grundlage der Erweiterung der Operationen auf gewöhnlichen Mengen durch die Verwendung von α -Schnitten ist [4, 11]

$$P(A) \stackrel{\text{def}}{=} \int_0^1 P(A^\alpha) d\alpha, \quad (2)$$

mit $A^\alpha = \{x \in X | \mu_A(x) \geq \alpha\}$, $\alpha \in [0, 1]$. Interpretation: Dem unscharfen Ereignis A wird ein gewöhnliches Ereignis in Form eines α -Schnittes A^α zugeordnet, wobei α eine auf $[0, 1]$ gleichverteilte Zufallsgröße ist. Für das gewöhnliche Ereignis kann die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden. Der Erwartungswert der Wahrscheinlichkeit $P(A^\alpha)$ gibt dann die Wahrscheinlichkeit des unscharfen Ereignisses.

Aufbauend auf der Definition der Wahrscheinlichkeit eines unscharfen Ereignisses lässt sich die bedingte Wahrscheinlichkeit eines unscharfen Ereignisses definieren. Die folgende Definition [1, 5, 23] verallgemeinert die Definitionen in [25]: Seien A, B unscharfe Ereignisse mit Zugehörigkeitsfunktionen $\mu_A, \mu_B : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$, \mathbf{x} mit $f_{\mathbf{x}}$ verteilt und $t(\cdot, \cdot)$ eine t-Norm, dann ist die bedingte Wahrscheinlichkeit von A unter B definiert zu

$$P_t(A|B) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{P(A \cap_t B)}{P(B)} = \frac{\int_X t(\mu_A(x), \mu_B(x)) f_{\mathbf{x}}(x) dx}{\int_X \mu_B(x) f_{\mathbf{x}}(x) dx} = \frac{E[\mu_{A \cap_t B}(\mathbf{x})]}{E[\mu_B(\mathbf{x})]}, \quad (3)$$

wenn $P(B) > 0$ und andernfalls nicht definiert. $P_t(A|B)$ erfüllt unabhängig von der gewählten t-Norm die Kolmogorowschen Axiome [23]. Bei Verwendung der Standardnegation ($\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$) gilt:

- (i) $P(A \cap_t B) + P(\bar{A} \cap_t B) = P(B)$ bzw. $P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$ genau dann, wenn t das Produkt (t_p) ist [1],

¹Fette Symbole bezeichnen im Weiteren Zufallsgrößen.

- (ii) $P(A \cap_t B) \stackrel{\text{def}}{=} P(A)P(B)$ per Definition für unabhängige A, B und damit $P(A|B) = P(A)$ genau dann, wenn $t = t_p$ [23],
- (iii) $P(A|A) \leq 1$ mit Gleichheit genau dann, wenn t idempotent,
- (iv) $P(\bar{A}|A) \geq 0$ mit Gleichheit genau dann, wenn t nilpotent.

In Analogie zu (2) lässt sich

$$P(A|B) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\int_0^1 \int_0^1 P(A^\alpha \cap B^\beta) d\alpha d\beta}{\int_0^1 P(B^\beta) d\beta} \quad (4)$$

definieren. Es sind α, β zwei auf $[0, 1]$ gleichverteilte Zufallsgrößen. (4) ist zu (3) in dem Sinne äquivalent, dass sich die t-Norm aus der Abhängigkeit zwischen α und β ergibt. So führt

- α, β unabhängig auf das Produkt (t_p) (Motivation: α und β werden als Grade der Sicherheit dafür aufgefasst, dass A bzw. B eingetreten sind.),
- $\alpha = \beta$ auf das Minimum (t_m) (Motivation: α wird als Grad der Sicherheit dafür aufgefasst, dass A und B gemeinsam eingetreten sind.) und
- $\alpha = 1 - \beta$ auf die beschränkte Differenz (t_{bd}) (Motivation: α wird als Grad der Sicherheit dafür aufgefasst, dass A eingetreten ist und B nicht.).

3 Schätzung der bedingten Wahrscheinlichkeit eines unscharfen Ereignisses

Soll die bedingte Wahrscheinlichkeit eines unscharfen Ereignisses aus Daten ermittelt werden, so ist dafür ein geeigneter Schätzer zu konstruieren, der auf einer dem Problem adäquaten Definition basiert und zudem günstige statistische Eigenschaften aufweist (z. B. Erwartungstreue, Konsistenz, minimale Varianz).

Im Weiteren wird angenommen, dass $\mu_A(\mathbf{x}_i)$, $i = 1, \dots, n$ unabhängige, identisch verteilte Zufallsgrößen sind, die eine Stichprobe der zu der Zufallsgröße $\mu_A(\mathbf{x})$ gehörenden Grundgesamtheit darstellen (desgleichen für $\mu_B(\mathbf{x}_i)$).

Schätzer \hat{p}_A für $P(A)$ Da die Wahrscheinlichkeit des unscharfen Ereignisses A als Erwartungswert von $\mu_A(\mathbf{x})$ definiert ist, ist das Stichprobenmittel

$$\hat{p}_A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu_A(\mathbf{x}_i) \quad (5)$$

ein geeigneter Schätzer. Er ist konsistent und erwartungstreu [9].

Schätzer $\hat{p}_{A|B}$ für $P(A|B)$

- (a) Ein Schätzer für die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_t(A|B)$ ist

$$\hat{p}_{A|B,t} = \frac{\hat{p}_{A \cap_t B}}{\hat{p}_B} = \frac{\sum_{i=1}^n t(\mu_A(\mathbf{x}_i), \mu_B(\mathbf{x}_i))}{\sum_{i=1}^n \mu_B(\mathbf{x}_i)}, \quad E[\mu_B(\mathbf{x}_i)] \neq 0 \quad (6)$$

wobei $t(\cdot, \cdot)$ eine festzulegende t -Norm ist. $\hat{p}_{A \cap_t B}$ und \hat{p}_B stellen die Stichprobenmittel als Schätzer für die Wahrscheinlichkeiten der unscharfen Ereignisse $A \cap_t B$ bzw. B dar.

- (b) In [18] wurde ein alternativer Schätzer für $P(A|B)$ eingeführt. Dabei wird angenommen, dass folgende Beziehung gilt:

$$\mu_A(\mathbf{x}_i) = p_1 \mu_B(\mathbf{x}_i) + p_2 \mu_{\bar{B}}(\mathbf{x}_i) + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (7)$$

Der Fehler ϵ_i setzt sich aus dem Approximationsfehler (Approximation mit einem linearen Ansatz) und dem Beobachtungsfehler (Messfehler) zusammen. Die Erwartungswertbildung links und rechts in (7), liefert

$$E[\mu_A(\mathbf{x}_i)] = p_1 E[\mu_B(\mathbf{x}_i)] + p_2 E[\mu_{\bar{B}}(\mathbf{x}_i)] + E[\epsilon_i]$$

und mit der Annahme $E[\epsilon_i] = 0$

$$P(A) = p_1 P(B) + p_2 P(\bar{B}).$$

Ein Vergleich mit der Formel der totalen Wahrscheinlichkeit $P(A) = P(A|B)P(B) + P(A|\bar{B})P(\bar{B})$, die für alle $P(A), P(B)$ gilt, impliziert $p_1 = P(A|B)$ und $p_2 = P(A|\bar{B})$.

Die Parameter p_1, p_2 lassen sich im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate unter der Restriktion $p_1, p_2 \in [0, 1]$ aus den Realisierungen von (7) $\mu_A(x_i) = p_1 \mu_B(x_i) + p_2 \mu_{\bar{B}}(x_i) + \epsilon_i, i = 1, \dots, n$, kurz: $m_A = M_B p + \epsilon$ nach

$$p = (M_B^T M_B)^{-1} M_B^T m_A \quad (8)$$

bestimmen. Verletzt ein Parameter eine Restriktion, wird er auf den entsprechenden Wert (0 oder 1) fixiert und das resultierende reduzierte MKQ-Problem gelöst.

Mit (8) können Schätzer für $P(A|B)$ und $P(A|\bar{B})$ definiert werden zu

$$\begin{pmatrix} \hat{p}_{A|B,LS} \\ \hat{p}_{A|\bar{B},LS} \end{pmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} (M_B^T M_B)^{-1} M_B^T m_A, \quad (9)$$

wenn $0 \leq \hat{p}_{A|B,LS} \leq 1$ und $0 \leq \hat{p}_{A|\bar{B},LS} \leq 1$, wobei die Verteilungen von $\mu_A(\mathbf{x}), \mu_B(\mathbf{x})$ nicht entartet seien.

4 Asymptotische Eigenschaften der Schätzer

Schätzer \hat{p}_A für $P(A)$ Nach dem zentralen Grenzwertsatz [9] gilt für den Schätzer \hat{p}_A unter obiger Annahme bez. der Verteilung der $\mu_A(\mathbf{x}_i)$ (und analog für \hat{p}_B und $\hat{p}_{A \cap_t B}$) asymptotische Normalverteilung

$$\frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \mu_A(\mathbf{x}_i) - E[\mu_A(\mathbf{x}_i)]}{\sqrt{\text{var}[\mu_A(\mathbf{x}_i)]}} \sqrt{n} \stackrel{n \rightarrow \infty}{\approx} N(0, 1), \quad (10)$$

mit $\text{var}[\cdot]$ Varianz und $N(0, 1)$ Standardnormalverteilung. Bereits für kleine n ist die Annahme der Normalverteilung gerechtfertigt (s. Bild 1).

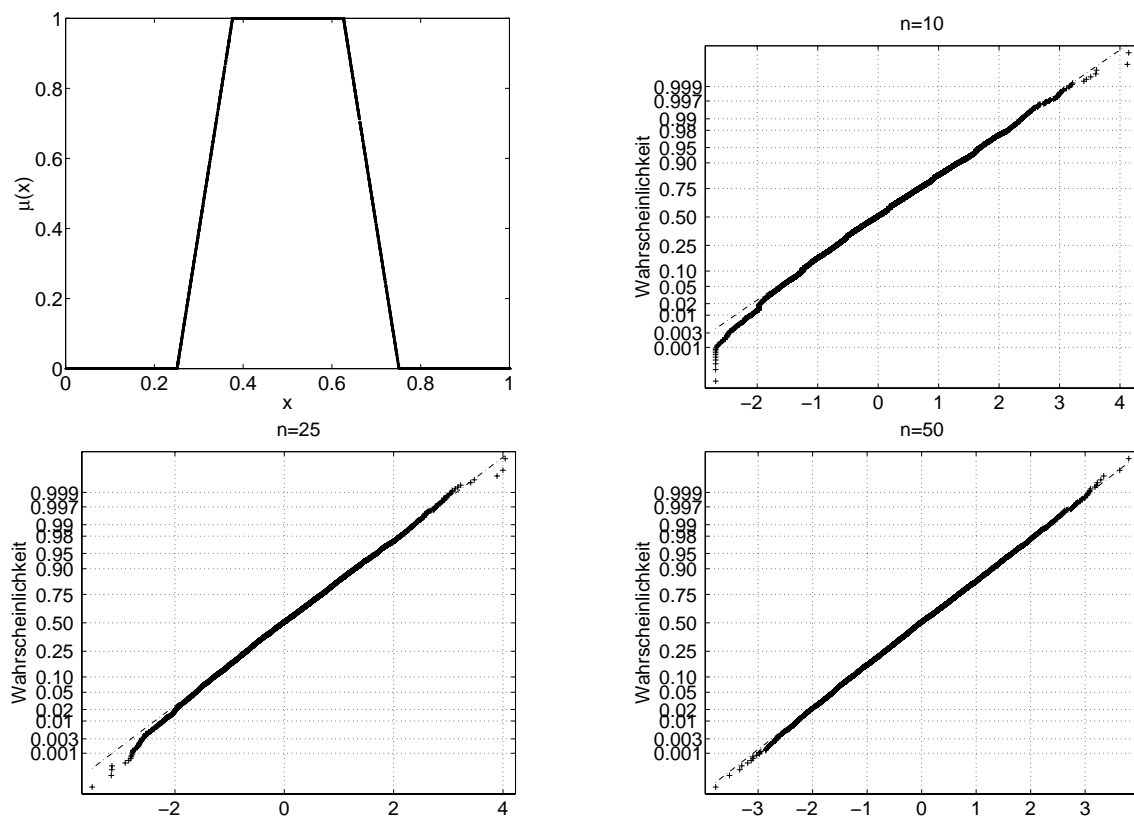


Bild 1: Anpassung des Mittelwerts von $n = 10, 25, 50$ Zugehörigkeitswerten an die Normalverteilung (Zugehörigkeitsfunktion (links oben); jeweils 10000 Mittelwerte von $\mu(\mathbf{x}_i)$ für auf $[0, 1]$ gleichverteilte \mathbf{x}_i ; die Strich-Punkt-Linie repräsentiert die Normalverteilung $N(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2)$ mit den aus den 10000 Mittelwerten geschätzten Parametern)

Damit kann für \hat{p}_A , \hat{p}_B und $\hat{p}_{A \cap_t B}$ ein abgeschnittenes Konfidenzintervall [3] zum Konfidenzniveau $(1 - \alpha)$ bestimmt werden:

$$\max \left\{ 0, \hat{p}_i - \frac{s_i}{\sqrt{n}} t_{n-1; 1-\alpha} \right\} \leq p_i \leq \min \left\{ \hat{p}_i + \frac{s_i}{\sqrt{n}} t_{n-1; 1-\alpha}, 1 \right\}, \quad i = A, B, A \cap_t B \quad (11)$$

mit s_i als Stichprobenstreuung.

Schätzer $\hat{p}_{A|B}$ für $P(A|B)$

- (a) Die Schätzer $\hat{\boldsymbol{p}}_B$ und $\hat{\boldsymbol{p}}_{A \cap_t B}$ sind als Mittelwertschätzer konsistent und erwartungstreu. Damit ist der Schätzer $\hat{\boldsymbol{p}}_{A|B,t}$ zumindest asymptotisch erwartungstreu, wegen

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} E[\hat{\boldsymbol{p}}_{A|B,t}] &= \lim_{n \rightarrow \infty} E \left[\frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t(\mu_A(\boldsymbol{x}_i), \mu_B(\boldsymbol{x}_i))}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu_B(\boldsymbol{x}_i)} \right] \\ &= E \left[\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t(\mu_A(\boldsymbol{x}_i), \mu_B(\boldsymbol{x}_i))}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu_B(\boldsymbol{x}_i)} \right] = \frac{p_{A \cap_t B}}{p_B}, \end{aligned}$$

aber nicht erwartungstreu (zur Verteilung des Quotienten zweier normalverteilter Größen s. [10]).

Für die Schätzung eines Konfidenzintervalls eignet sich die Methode von Feller [7] (s. auch [21, Abschn. 3.16]). Im Folgenden bezeichnen z_1 und z_2 die Schätzungen für $p_{A \cap_t B}$ bzw. p_B und s_{AB}^2 und s_B^2 deren Stichprobenstreuung sowie $s_{A,AB}^2$ deren empirische Kovarianz. Der Quotient

$$F = \frac{(z_1 - p_{A|B} z_2)^2}{s_{AB}^2 - 2p_{A|B} s_{A,AB}^2 + p_{A|B}^2 s_B^2}$$

ist F-verteilt mit den Freiheitsgraden 1 und $n - 1$. Damit gilt für das Konfidenzniveau $(1 - \alpha)$

$$(z_1 - p_{A|B} z_2)^2 - F_{1,n-1;1-\alpha} (s_{AB}^2 - 2p_{A|B} s_{A,AB}^2 + p_{A|B}^2 s_B^2) \leq 0,$$

woraus das Konfidenzintervall

$$\min\{0, C - \sqrt{C^2 - D}\} \leq p_{A|B} \leq \max\{C + \sqrt{C^2 - D}, 1\}$$

mit $C = \frac{z_1 z_2 - F_{1,n-1;1-\alpha} s_{A,AB}^2}{z_2^2 - F_{1,n-1;1-\alpha} s_B^2}$ und $D = \frac{z_1^2 - F_{1,n-1;1-\alpha} s_{AB}^2}{z_2^2 - F_{1,n-1;1-\alpha} s_B^2}$ bestimmt wird.

- (b) Zur Untersuchung der asymptotischen Eigenschaften des Schätzers (9) werden folgende Annahmen benötigt:

(A1) $\mu_A(\boldsymbol{x}_i)$ ist eine Folge unabhängiger, identisch verteilter Zufallsgrößen (u.i.v.) auf $[0, 1]$ mit endlicher, von null verschiedener Streuung, gleichfalls $\mu_B(\boldsymbol{x}_i)$.

(A2) $E[\boldsymbol{\epsilon}] = 0$ und $E[\boldsymbol{\epsilon} \mu_B(\boldsymbol{x})] = 0$.

Im Weiteren werden die folgenden Notationen genutzt:

$$\boldsymbol{m}_{B,i} = (\mu_B(\boldsymbol{x}_i), \mu_{\bar{B}}(\boldsymbol{x}_i))^T = (\mu_B(\boldsymbol{x}_i), 1 - \mu_B(\boldsymbol{x}_i))^T \quad (12)$$

$$\boldsymbol{M}_{BB,i} = \boldsymbol{m}_{B,i} \boldsymbol{m}_{B,i}^T \quad (13)$$

$$M_{BB} = E[\boldsymbol{M}_{BB,i}] = E[\boldsymbol{M}_{BB}] \quad \text{wg. (A1)} \quad (14)$$

Lemma 1 Mit (A1) ist M_{BB} nichtsingulär.

Der Beweis findet sich wie auch die folgenden im Anhang A.

Folgende Aussagen über die Eigenschaften des Schätzers und seines Erwartungswertes können gezeigt werden:

Satz 1 *Der Schätzer (9) ist unter den Annahmen (A1) und (A2) ein erwartungstreuer und stark konsistenter Schätzer für $p = (P(A|B), P(A|\bar{B}))^T$.*

Satz 2 *Für den Erwartungswert des Schätzers (9) gilt:*

(i) $p_{A|B,LS}$ und $p_{A|\bar{B},LS}$ erfüllen die Kolmogowschen Axiome für ein Wahrscheinlichkeitsmaß, d. h.

$$(a) \quad 0 \leq p_{A|B,LS}, p_{A|\bar{B},LS} \leq 1,$$

$$(b) \quad p_{X|B,LS} = 1, \quad p_{X|\bar{B},LS} = 1 \text{ und}$$

$$(c) \quad p_{A_1 \cup_i A_2|B,LS} = p_{A_1|B,LS} + p_{A_2|B,LS}, \quad p_{A_1 \cup_i A_2|\bar{B},LS} = p_{A_1|\bar{B},LS} + p_{A_2|\bar{B},LS}$$

für disjunkte A_1, A_2 .

$$(ii) \quad p_{A|B,LS} + p_{A|\bar{B},LS} = 1.$$

$$(iii) \quad p_{A|B,LS} = E[\mu_A(\mathbf{x}_i)] = P(A) \text{ für unabhängige } A, B.$$

$$(iv) \quad p_{A|A,LS} = 1.$$

$$(v) \quad p_{A|\bar{A},LS} = 0.$$

Für die Schätzung von Konfidenzintervallen sollen (A2) und $\text{var}[\boldsymbol{\epsilon}] = \sigma^2 I_n$ gelten. Dann ist

$$\begin{aligned} \text{var}[\hat{\mathbf{p}}] &= E[(\hat{\mathbf{p}} - p)(\hat{\mathbf{p}} - p)^T] \\ &= E\left[\left((\mathbf{M}_B^T \mathbf{M}_B)^{-1} \mathbf{M}_B^T \mathbf{m}_A - p\right) \left((\mathbf{M}_B^T \mathbf{M}_B)^{-1} \mathbf{M}_B^T \mathbf{m}_A - p\right)^T\right] \\ &= E\left[\left((\mathbf{M}_B^T \mathbf{M}_B)^{-1} \mathbf{M}_B^T (\mathbf{M}_B p + \boldsymbol{\epsilon}) - p\right) \left((\mathbf{M}_B^T \mathbf{M}_B)^{-1} \mathbf{M}_B^T (\mathbf{M}_B p + \boldsymbol{\epsilon}) - p\right)^T\right] \\ &= E\left[(\mathbf{M}_B^T \mathbf{M}_B)^{-1} \mathbf{M}_B^T \boldsymbol{\epsilon} \boldsymbol{\epsilon}^T \mathbf{M}_B (\mathbf{M}_B^T \mathbf{M}_B)^{-1}\right] \\ &= \sigma^2 E\left[(\mathbf{M}_B^T \mathbf{M}_B)^{-1}\right] = \Sigma_B. \end{aligned}$$

Eine Schätzung für die Varianz σ^2 ist

$$s^2 = m_A^T (I_n - M_B (M_B^T M_B)^{-1} M_B^T) m_A / (n - 2).$$

Nach dem Slutsky-Theorem (Invertierbarkeit gilt nach Lemma 1) strebt $E[(\mathbf{M}_B^T \mathbf{M}_B)^{-1}]$ fast sicher gegen

$$\left(E[\mathbf{M}_B^T \mathbf{M}_B]\right)^{-1} = \left(E\left[\sum_{i=1}^n \mathbf{M}_{BB,i}\right]\right)^{-1} = \left(n E[\mathbf{M}_{BB,i}]\right)^{-1} = \frac{1}{n} M_{BB}^{-1}$$

Damit kann Σ_B mit

$$\hat{\Sigma}_B = \frac{s^2}{n} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M_{BB,i}\right)^{-1} = s^2 (M_B^T M_B)^{-1}$$

geschätzt werden.

Der Schätzer (9) kann unter den genannten Annahmen als asymptotisch normalverteilt betrachtet werden (s. auch Bild 2). Interessiert nur ein Konfidenzintervall für $p_{A|B,LS}$, kann dieses als abgeschnittenes Konfidenzintervall

$$\max\{0, \hat{p}_{A|B,LS} - \hat{\Sigma}_{B,11}^{1/2} t_{n-2;1-\alpha}\} \leq p_{A|B,LS} \leq \min\{\hat{p}_{A|B,LS} + \hat{\Sigma}_{B,11}^{1/2} t_{n-2;1-\alpha}, 1\}$$

bestimmt werden. Zur Schätzung simultaner Konfidenzintervalle für $p_{A|B,LS}$ und $p_{A|\bar{B},LS}$ sei auf [21, Abschn. 3.15] verwiesen.

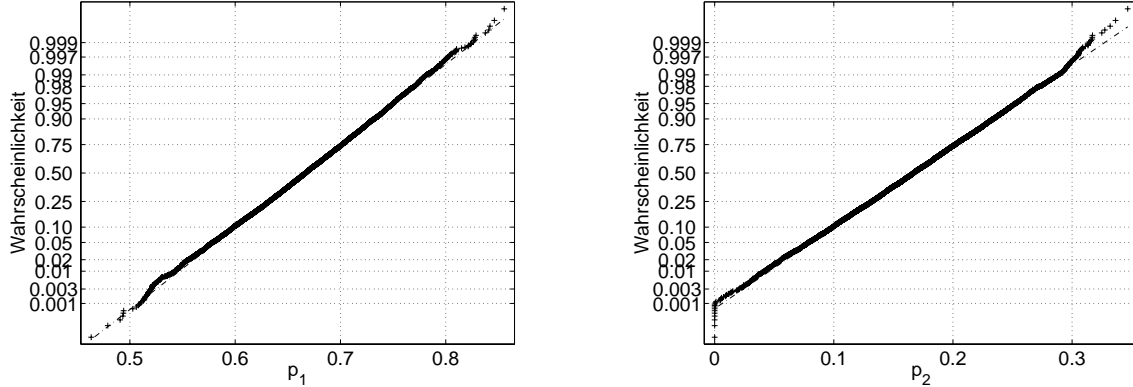


Bild 2: Anpassung der Verteilung der geschätzten bedingten Wahrscheinlichkeiten $\hat{p}_{A|B,LS}$ und $\hat{p}_{A|\bar{B},LS}$ an die Normalverteilung (10000 Schätzungen mit jeweils $n = 50$ Datenpaaren $(\mu_A(\mathbf{y}_i), \mu_B(\mathbf{x}_i))$)

In den vorstehenden Ausführungen wurde angenommen, dass die $\mu_B(\mathbf{x}_i)$ ungestört sind und lediglich mittelwertfreie Störungen in $\mu_A(\mathbf{x}_i)$ auftreten. Sind die \mathbf{x}_i mit nicht vernachlässigbaren (Mess-)Störungen behaftet, so kann davon ausgegangen werden, dass die Schätzer aufgrund der nichtlinearen Transformation durch die Zugehörigkeitsfunktionen zumindest nicht mehr erwartungstreu sind und auch die Verteilungsannahmen u. U. stärker verletzt sind. Daher sollte ggf. das Konfidenzniveau entsprechend niedriger gewählt werden.

5 Beispiel: Anwendung zur Bestimmung der Regelrelevanz

Anhand des folgenden Beispiels sollen die Unterschiede zwischen den verschiedenen Schätzern für die bedingte Wahrscheinlichkeit eines unscharfen Ereignisses in Hinblick auf die Anwendung bei der Bewertung der Regelrelevanz diskutiert werden. Dabei werden die folgenden Zusammenhänge zwischen zwei Zufallsgrößen \mathbf{x} und \mathbf{y}_j , $j = 1, \dots, 6$ betrachtet [12]:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_1 &= \mathbf{x} & \mathbf{y}_2 &= 0.5 + 4(\mathbf{x} - 0.5)^3 & \mathbf{y}_3 &= I(\zeta_1)\mathbf{x} + (1 - I(\zeta_1))\zeta_2 \\ \mathbf{y}_4 &= 1 - \mathbf{x} & \mathbf{y}_5 &= 0.5(\mathbf{x} + \zeta_3) & \mathbf{y}_6 &= \zeta_4 \end{aligned}$$

Die unabhängige Größe \mathbf{x} sowie die Störgrößen ζ_1 , ζ_2 , ζ_3 und ζ_4 sind unabhängige, auf dem Intervall $[0, 1]$ gleichverteilte Zufallsgrößen. \mathbf{y}_1 , \mathbf{y}_2 und \mathbf{y}_4 werden vollständig durch \mathbf{x} bestimmt. Dabei ist für \mathbf{y}_1 und \mathbf{y}_4 die funktionale Abhängigkeit linear, für \mathbf{y}_2 nichtlinear. Realisierungen von \mathbf{y}_3 sind teilweise identisch mit

Realisierungen von \mathbf{x} , teilweise mit Realisierungen von ζ_2 ($I(t)$ ist die Indikatorfunktion mit $I(t) = 1$ für $t \geq 0.5$ und null sonst). \mathbf{y}_5 ist eine lineare Funktion von \mathbf{x} und ζ_3 . Dieser Zusammenhang repräsentiert stochastisch gestörte Zusammenhänge bzw. solche, bei denen der Einfluss weiterer Größen nicht modelliert und als stochastisch angenommen wird. \mathbf{y}_6 ist stochastisch und funktional unabhängig von \mathbf{x} . Zur Illustration wurden sechs Datensätze mit je 100 Realisierungen $(x_i, y_{j,i})$ erzeugt (s. Abb. 3).

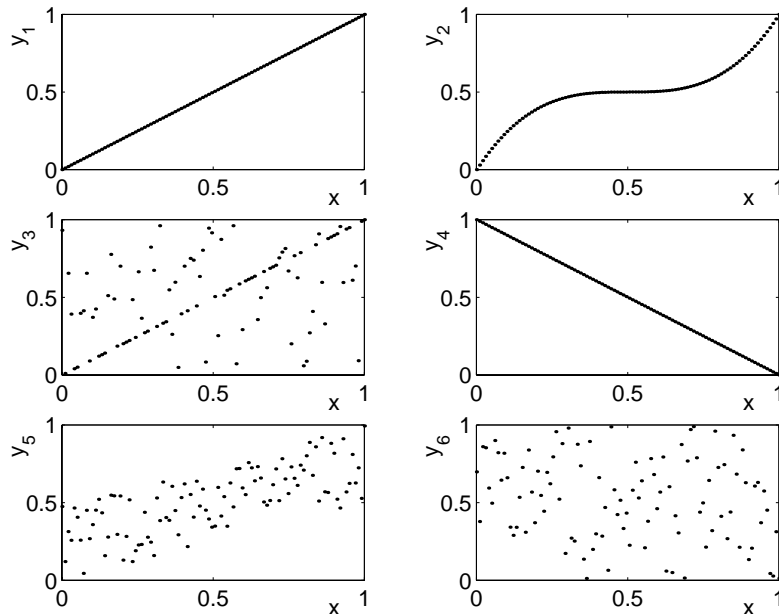


Bild 3: Beispieldatensätze (jeweils 100 Realisierungen)

Die Relevanz einer Regel „WENN $x = S$ DANN $y = C$ “ (kurz: „WENN S DANN C “) soll bestimmt werden. Hierbei sind S, C zwei linguistische Terme, z. B. „groß“, mit den Zugehörigkeitsfunktionen $\mu_S(x) = \max\{1, x\}$ für $x \geq 0$ und null sonst, $\mu_C(y) = \max\{1, y\}$ für $y \geq 0$ und null sonst. Eine solche Regel wird als relevant bezeichnet, wenn $P(C|S) > P(C)$. (Eine Regel mit $P(C|S) < P(C)$ kann als eine relevante negative Regel „WENN S DANN NICHT C “ betrachtet werden [14].) $P(C|S)$ kann als Maß für die Relevanz bzw. Sicherheit der Regel angesehen werden. Im praktischen Fall, wenn nur eine endliche Zahl von Realisierungen für die Schätzung der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten zur Verfügung steht, werden für den Test die untere bzw. obere Grenze des Konfidenzintervalls für ein gewähltes Konfidenzniveau von $P(C|S)$ bzw. $P(C)$ verwendet.

Für die vergleichende Diskussion werden die Erwartungswerte der Schätzer berechnet. Für die Schätzung der bedingten Wahrscheinlichkeit mit (6) werden die t-Normen Produkt (t_p), Minimum (t_m) und beschränkte Differenz (t_{bd}) verwendet. Die Berechnung von $P_t(C|S)$ über die Erwartungswertbildung für das Problem 3 findet sich als Beispiel im Anhang B.

Die Tabelle 1 fasst die Ergebnisse zusammen. Es zeigt sich, dass lediglich die Schätzung über das Optimierungsproblem für alle betrachteten Probleme den erwarteten Wert für die bedingte Wahrscheinlichkeit liefert. Bei einer Schätzung über die Wahrscheinlichkeit der Schnittmenge von S und C ist keine t-Norm für alle Probleme die

beste Wahl. Vielmehr zeigt sich, wenn das unscharfe Ereignis S unmittelbar das Ereignis C nach sich zieht (Problem 1), dann ist das Minimum die geeignete t-Norm, zieht S das Komplement von C nach sich, dann ist die beschränkte Differenz am besten geeignet. Für unabhängige Ereignisse bzw. nicht völlig determinierte Zusammenhänge ist das Produkt die zu wählende t-Norm, zumindest im Sinne eines Kompromisses. Als Konsequenz für die Verwendung des Produktes bei der Bewertung von Regelrelevanzen ist festzuhalten, dass die Abschätzung konservativ ist: Zusammenhänge (positive oder negative) werden stets unterschätzt. Dies kann dazu führen, dass Zusammenhänge, die nur schwach ausgeprägt sind oder nur durch wenige Daten repräsentiert werden, nicht erkannt werden.

Tabelle 1: Wahrscheinlichkeiten der unscharfen Ereignisse S und C und der Regel „WENN S DANN C “ für unterschiedliche Schätzer

		Problem					
	Gleichung(en)	1	2	3	4	5	6
$P(S)$	(1)	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
$P(C)$	(1)	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
$P(C S)$	erwartet	1	(0.5,1)	3/4	0	3/4	1/2
$P(C S)$	(1), (3) mit t_{bd}	1/2	3/8	5/12	0	1/2	1/3
$P(C S)$	(1), (3) mit t_p	2/3	3/5	7/12	1/3	7/12	1/2
$P(C S)$	(1), (3) mit t_m	1	7/8	5/6	1/2	7/8	2/3
$P(C S)$	(9)	1	4/5	3/4	0	3/4	1/2

6 Anwendung bei der Bestimmung informationstheoretischer Maße

Eine Vielzahl von Algorithmen beim Entwurf von Klassifikatoren nutzt informationstheoretische Maße, z. B. bei der Merkmalsauswahl [2, 8, 15], der Merkmalstransformation [24] und der Induktion eines Entscheidungsbaums [20]. Die Shannonsche Definition der Entropie eines (gewöhnlichen) Ereignisses A , $H(A) = P(A) \log_2(P(A))$, bildet hierbei (zumeist) die Grundlage für eine Reihe weiterer Definitionen (Entropie einer Partition, Transinformation usw.).

Diese Definitionen können auf unscharfe Ereignisse übertragen werden. Hierzu muss für eine Fuzzy-Partition $\mathcal{A} = \{A_i\}_{i=1}^m$ gelten [17]:

1. Die Fuzzy-Mengen A_i sind disjunkt: $(\bigcup_{i=1}^{m-1} A_i) \cap A_m = \emptyset$ für alle m .
2. Die Fuzzy-Partition ist vollständig: $\bigcup_{i=1}^m A_i = X$.

Dann folgt $P(\bigcup_{i=1}^m A_i) = \sum_{i=1}^m P(A_i) = 1$. Die Entropie einer solchen Fuzzy-Partition ist definiert zu [6, 22]:

$$H(\mathcal{A}) = - \sum_{i=1}^m P(A_i) \log_2(P(A_i)). \quad (15)$$

Für zwei Fuzzy-Partitionen $\mathcal{S} = \{S_i\}_{i=1}^l$ und $\mathcal{C} = \{C_j\}_{j=1}^m$ über den Grundbereichen X und Y lassen sich die bedingte Entropie

$$H(\mathcal{C}|\mathcal{S}) = - \sum_{i=1}^l P(S_i) \sum_{j=1}^m P(C_j|S_i) \log_2(P(C_j|S_i)) \quad (16)$$

und die Transinformation

$$I(\mathcal{S}; \mathcal{C}) = H(\mathcal{C}) - H(\mathcal{C}|\mathcal{S}) = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m P(S_i \cap C_j) \log_2 \frac{P(S_i \cap C_j)}{P(S_i)P(C_j)} \quad (17)$$

definieren.

Eine Anwendung dieser Maße in der Fuzzy-Modellbildung, insbesondere für die Merkmalsauswahl, die Generierung der Zugehörigkeitsfunktionen und der Induktion von Fuzzy-Regeln über einen Entscheidungsbaum finden sich in [18, 19]. Hierbei wird eine Verallgemeinerung der Schätzung bedingter Wahrscheinlichkeiten nach (9) verwendet, bei der simultan die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(C_j|S_i)$ für alle i, j mit folgendem MKQ-Problem geschätzt werden [18]:

$$\frac{1}{2} \|M_C - RM_S\|_F^2 \rightarrow \min_R, \quad R \underset{\text{nät}}{\geq} 0_{m,l}, \quad \mathbf{1}_m^T R = \mathbf{1}_l^T \quad (18)$$

mit

$$\begin{aligned} R &= ((p_{C_j|S_i})), \quad i = 1, \dots, l, j = 1, \dots, m \\ M_C &= ((\mu_{C_j}(\mathbf{y}_s))), \quad s = 1, \dots, n \\ M_S &= ((\mu_{S_j}(\mathbf{x}_s))). \end{aligned}$$

7 Zusammenfassung

Für die Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit eines unscharfen Ereignisses $P(A|B)$ werden zwei Möglichkeiten betrachtet: Die erste beruht auf den Erwartungswerten der Zugehörigkeitsfunktionen $\mu_{A \cap_t B}$ und μ_B , die zweite auf den Erwartungswerten der Wahrscheinlichkeiten von $A^\alpha \cap B^\beta$ und B^β . Beide Definitionen enthalten einen Freiheitsgrad: Im ersten Fall ist eine t-Norm zu wählen, im zweiten Fall ist die Abhängigkeit zwischen den zwei Zufallsgrößen α, β festzulegen, die das Niveau der α -Schnitte bestimmen. Über diese Festlegungen gehen beide Definitionen ineinander über. Für die Konstruktion von Schätzern ist die erste Definition besser geeignet.

Die Wahl der t-Norm ist mit einem konzeptionellen Problem verbunden. Eine Entscheidung für eine t-Norm ist zumindest implizit mit einer Annahme über den Zusammenhang zwischen den unscharfen Ereignissen A und B verbunden. Diese Annahme verzerrt die Schätzung für $P(A \cap_t B)$ und damit $P_t(A|B)$. Das Produkt

ist in diesem Zusammenhang die beste Wahl im Sinne eines Kompromisses für beliebige Zusammenhänge. Darüber hinaus gilt für die damit ermittelten bedingten Wahrscheinlichkeiten unscharfer Ereignisse ein Teil der bekannten Gesetze für die bedingten Wahrscheinlichkeiten gewöhnlicher Ereignisse.

Das Problem der Wahl einer t-Norm wird durch einen alternativen Schätzer, der die Lösung eines MKQ-Problems darstellt, umgangen. Daneben hat dieser Schätzer den Vorteil, dass die Gesetze, die für die bedingten Wahrscheinlichkeiten gewöhnlicher Ereignisse gelten, auch durch die so ermittelten bedingten Wahrscheinlichkeiten unscharfer Ereignisse eingehalten werden.

Ein Beispiel, bei der die bedingte Wahrscheinlichkeit zur Bewertung der Relevanz von Fuzzy-Regeln angewendet wird, zeigt, dass der optimierungsbasierte Schätzer gegenüber dem Schätzer, der unmittelbar auf Basis der Definition von $P_t(A|B)$ konstruiert wurde, die besseren Ergebnisse liefert.

Ein weiterer Vorteil des optimierungsbasierten Schätzers besteht darin, dass er direkt auf die simultane Schätzung von bedingten Wahrscheinlichkeiten mehrerer unscharfer Ereignisse, die eine vollständige Fuzzy-Partition des entsprechenden Grundbereichs bilden, übertragen werden kann. Dies ist günstig für die Bestimmung informationstheoretischer Maße von Fuzzy-Partitionen und Zusammenhängen zwischen ihnen.

Literatur

- [1] Baldwin, J. F.; Lawry, J.; Martin, T. P.: A Note on Probability / Possibility Consistency for Fuzzy Events. In: *Proc. Int. Conf. Information Processing and Management of Uncertainty IPMU 96, Granada*. 1996.
- [2] Bonnländer, B.; Weigend, A. S.: Selecting Input Variables Using Mutual Information and Nonparametric Density Estimation. In: *Proc. 1994 Int. Symposium Artificial Neural Networks*, S. 42–50. Taiwan. 1994.
- [3] Casella, G.; Strawderman, W. E.: Estimating a Bounded Normal Mean. *Ann. Stat.* 9 (1981), S. 870–878.
- [4] Dubois, D.; Prade, H.: Measuring Properties of Fuzzy Sets: A General Technique and its Use in Fuzzy Query Evaluation. *Fuzzy Sets and Systems* 38 (1990), S. 137–152.
- [5] Dubois, D.; Prade, H.: Fuzzy Sets and Probability: Misunderstandings, Bridges and Gaps. In: *Proc. 2nd IEEE Int. Conference on Fuzzy Systems*, S. 1059–1068. Piscataway, NJ: IEEE. 1993.
- [6] Dumitrescu, D.: Fuzzy Measures and the Entropy of Fuzzy Partitions. *J. Math. Anal. Appl.* 176 (1993), S. 359–373.
- [7] Fieller, E. C.: Some Problems in Interval Estimation. *J. Royal Statistical Society, Series B* 16 (1954), S. 175–185.
- [8] Fisher III, J. W.; Principe, J.: A Methodology for Information Theoretic Feature Extraction. In: *Proc. ICJNN'98 Int. Joint Conf. Neural Networks*, Bd. 3, S. 1712–1716. Piscataway, NJ: IEEE Service Center. 1998.

- [9] Hartung, J.; Elpelt, B.; Klösener, K.-H.: *Lehr- und Handbuch der Angewandten Statistik*. München: Oldenbourg, 11. Aufl. 1998.
- [10] Hinkley, D. V.: On the Ratio of Two Correlated Normal Variables. *Biometrika* 56 (1969) 3, S. 635–639.
- [11] Höhle, U.: Maße auf unscharfen Mengen. *Z. Wahrscheinlichkeitstheorie verw. Gebiete* 36 (1976), S. 179–188.
- [12] Jäkel, J.; Gröll, L.; Mikut, R.: On Fuzzy Connectives in the Context of Automatic Rule Generation. In: *Proc. 9th Zittau Fuzzy Colloquium, 17.–19.09.2001*, S. 230–237. 2001.
- [13] Krabs, M.: *Das ROSA-Verfahren zur Modellierung dynamischer Systeme durch Regeln mit statistischer Relevanzbewertung*. Fortschritt-Bericht VDI, Reihe 8, Nr. 404. Düsseldorf: VDI-Verlag. 1994.
- [14] Krone, A.: *Datenbasierte Generierung von relevanten Fuzzy-Regeln zur Modellierung von Prozesszusammenhängen und Bedienstrategien*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 10, Nr. 615. Düsseldorf: VDI Verlag. 1999.
- [15] Liu, H.; Motoda, H.: *Feature Selection for Knowledge Discovery and Data Mining*. Boston: Kluwer. 1998.
- [16] Maher, R. P. S.: Representing Rules as Random Sets, I: Statistical Correlations Between Rules. *Information Science* 88 (1996), S. 47–68.
- [17] Mesiar, R.; Rybárik, J.: Entropy of Fuzzy Partitions: A General Method. *Fuzzy Sets and Systems* 99 (1998), S. 73–79.
- [18] Mikut, R.; Jäkel, J.; Gröll, L.: Automatic Design of Interpretable Membership Functions. In: *Proc. 8th Zittau Fuzzy Colloquium, Sep. 6-8, 2000*, S. 103–111. Hochschule Zittau/Görlitz. 2000.
- [19] Mikut, R.; Jäkel, J.; Gröll, L.: Informationstheoretische Maße zur Merkmalsauswahl, Generierung von Zugehörigkeitsfunktionen und Regeln für Fuzzy-Klassifikatoren. In: *Computational Intelligence und Industrielle Anwendungen, Baden-Baden, 11-12. Mai 2000*, VDI-Berichte 1526, S. 125–130. Düsseldorf: VDI-Verlag. 2000.
- [20] Quinlan, J. R.: *C4.5: Programs for Machine Learning*. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann. 1993.
- [21] Rao, R. C.; Toutenburg, H.: *Linear Models: Least Squares and Alternatives*. New York: Springer. 1999.
- [22] Ruspini, E.: A New Approach to Clustering. *Information and Control* 15 (1969), S. 22–32.
- [23] Smets, P.: Probability of a Fuzzy Event: An Axiomatic Approach. *Fuzzy Sets and Systems* 7 (1982), S. 153–164.
- [24] Torkkola, K.; Campbell, W.: Mutual Information in Learning Feature Transformations. In: *Proc. 17th Int. Conf. Machine Learning*, S. 1015–1022. Stanford, CA: Morgan Kaufman. 2000.
- [25] Zadeh, L. A.: Probability Measures of Fuzzy Events. *J. Math. Anal. Appl.* 10 (1968), S. 421–427.

A Beweise

Beweis 1 (Lemma 1) Die Zerlegung von

$$M_{BB} = E[\mathbf{m}_{B,i} \mathbf{m}_{B,i}^T] = \text{cov} \mathbf{m}_{B,i} + E[\mathbf{m}_{B,i}] E[\mathbf{m}_{B,i}]^T$$

in die Kovarianzmatrix

$$\text{cov} \mathbf{m}_{B,i} = \sigma_B \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

und

$$\begin{aligned} E[\mathbf{m}_{B,i}] E[\mathbf{m}_{B,i}]^T &= \begin{pmatrix} E^2[\mu_B] & E[\mu_B](1 - E[\mu_B]) \\ E[\mu_B](1 - E[\mu_B]) & (1 - E[\mu_B])^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 & a - a^2 \\ a - a^2 & (1 - a)^2 \end{pmatrix} \\ &= a^2 \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & a \\ a & -2a + 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

führt auf

$$\text{cov} \mathbf{m}_{B,i} + E[\mathbf{m}_{B,i}] E[\mathbf{m}_{B,i}]^T = \underbrace{(\sigma^2 + a^2)}_{\gamma} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & a \\ a & -2a + 1 \end{pmatrix}.$$

M_{BB} ist genau dann singulär, wenn

$$\det M_{BB} = \gamma + \gamma^2 - 2a\gamma - a^2 - \gamma^2 + 2a\gamma = \gamma - a^2 = 0,$$

d. h. $\sigma^2 = 0$ ist, was im Widerspruch zur Voraussetzung steht. \square

Beweis 2 (Satz 1) Der Erwartungswert des Schätzers (9) ist

$$\begin{aligned} E[\hat{\mathbf{p}}] &= E[(\mathbf{M}_B^T \mathbf{M}_B)^{-1} \mathbf{M}_B^T \mathbf{m}_A] = E[(\mathbf{M}_B^T \mathbf{M}_B)^{-1} \mathbf{M}_B^T (\mathbf{M}_B \mathbf{p} + \boldsymbol{\epsilon})] \quad \text{und mit (A2)} \\ &= \mathbf{p} + E[(\mathbf{M}_B^T \mathbf{M}_B)^{-1} \mathbf{M}_B^T] E[\boldsymbol{\epsilon}] = \mathbf{p}. \end{aligned}$$

Es ist

$$\hat{\mathbf{p}} = (\mathbf{M}_B^T \mathbf{M}_B)^{-1} \mathbf{M}_B^T \mathbf{m}_A = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{M}_{BB,i} \right)^{-1} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{m}_{B,i} \mu_A \right).$$

Wegen (A1) (und dem starken Gesetz der großen Zahlen) und unter Anwendung des Slutsky-Theorems strebt $\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{M}_{BB,i} \right)^{-1}$ fast sicher gegen $M_{BB}^{-1} = (E[\mathbf{M}_{BB}])^{-1}$, wobei Lemma 1 die Invertierbarkeit garantiert, und $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{m}_{B,i} \mu_A$ fast sicher gegen $E[\mathbf{m}_B \mu_A]$. Somit strebt $\hat{\mathbf{p}}$ fast sicher gegen

$$(E[\mathbf{M}_{BB}])^{-1} E[\mathbf{m}_B \mu_A] = \mathbf{p}.$$

\square

Beweis 3 (Satz 2) $p_1 = P(A|B)$ und $p_2 = P(A|\bar{B})$ bestimmen sich zu:

$$\begin{aligned} p_1 = p_{A|B,LS} &= \frac{E[\mu_B^2(\mathbf{x}_i)] E[\mu_A(\mathbf{x}_i) \mu_B(\mathbf{x}_i)] - E[\mu_B(\mathbf{x}_i) \mu_{\bar{B}}(\mathbf{x}_i)] E[\mu_A(\mathbf{x}_i) \mu_{\bar{B}}(\mathbf{x}_i)]}{E[\mu_B^2(\mathbf{x}_i)] E[\mu_B^2(\mathbf{x}_i)] - E^2[\mu_B(\mathbf{x}_i) \mu_{\bar{B}}(\mathbf{x}_i)]} \\ &= \frac{E[\mu_B^2(\mathbf{x}_i)] E[\mu_A(\mathbf{x}_i) \mu_B(\mathbf{x}_i)] - E[\mu_B(\mathbf{x}_i) \mu_{\bar{B}}(\mathbf{x}_i)] E[\mu_A(\mathbf{x}_i) \mu_{\bar{B}}(\mathbf{x}_i)]}{E[\mu_B^2(\mathbf{x}_i)] - E^2[\mu_B(\mathbf{x}_i)]}. \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} p_2 = p_{A|\bar{B},LS} &= \frac{E[\mu_B^2(\mathbf{x}_i)] E[\mu_A(\mathbf{x}_i) \mu_{\bar{B}}(\mathbf{x}_i)] - E[\mu_B(\mathbf{x}_i) \mu_{\bar{B}}(\mathbf{x}_i)] E[\mu_A(\mathbf{x}_i) \mu_B(\mathbf{x}_i)]}{E[\mu_B^2(\mathbf{x}_i)] E[\mu_B^2(\mathbf{x}_i)] - E^2[\mu_B(\mathbf{x}_i) \mu_{\bar{B}}(\mathbf{x}_i)]} \\ &= \frac{E[\mu_B^2(\mathbf{x}_i)] E[\mu_A(\mathbf{x}_i) \mu_{\bar{B}}(\mathbf{x}_i)] - E[\mu_B(\mathbf{x}_i) \mu_{\bar{B}}(\mathbf{x}_i)] E[\mu_A(\mathbf{x}_i) \mu_B(\mathbf{x}_i)]}{E[\mu_B^2(\mathbf{x}_i)] - E^2[\mu_B(\mathbf{x}_i)]}. \end{aligned} \quad (20)$$

- (i) (a) $0 \leq p_{A|B,LS}, p_{A|\bar{B},LS} \leq 1$ gilt per Definition.
 (b) Für alle $x \in X$ ist $\mu_X(x) = 1$ und damit

$$\begin{aligned}
 p_{X|B,LS} &= \frac{E[\mu_{\bar{B}}^2]E[\mu_B] - E[\mu_B\mu_{\bar{B}}]E[\mu_{\bar{B}}]}{E[\mu_{\bar{B}}^2] - E^2[\mu_B]} = \\
 &= \frac{E[1 - 2\mu_B + \mu_B^2]E[\mu_B] - E[\mu_B - \mu_B^2]E[1 - \mu_B]}{E[\mu_{\bar{B}}^2] - E^2[\mu_B]} \\
 &= \frac{E[\mu_B] - 2E^2[\mu_B] + E[\mu_B^2]E[\mu_B]}{E[\mu_{\bar{B}}^2] - E^2[\mu_B]} + \\
 &\quad \frac{-E[\mu_B] + E^2[\mu_B] + E[\mu_{\bar{B}}^2] - E[\mu_{\bar{B}}^2]E[\mu_B]}{E[\mu_{\bar{B}}^2] - E^2[\mu_B]} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

Entsprechend kann $p_{X|\bar{B},LS} = 1$ gezeigt werden.

- (c) Es seien A_1, A_2 zwei disjunkte unscharfe Ereignisse und damit $\mu_{A_1 \cap_t A_2}(x) = 0$ für alle $x \in X$. Allgemein gilt $\max\{0, \mu_{A_1}(x) + \mu_{A_2}(x) - 1\} \leq \mu_{A_1 \cap_t A_2}(x) \leq \min\{\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)\}$ und $\min\{1, \mu_{A_1}(x) + \mu_{A_2}(x)\} \geq \mu_{A_1 \cup_t A_2}(x) \geq \max\{\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)\}$ für alle $x \in X$. Aus der Disjunktheit folgt damit $\mu_{A_1}(x) + \mu_{A_2}(x) \geq \mu_{A_1 \cup_t A_2}(x) \geq \max\{\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)\} = \mu_{A_1}(x) + \mu_{A_2}(x)$. Somit ist unabhängig von der konkreten t-Norm in der Definition der Disjunktheit $\mu_{A_1 \cup_t A_2}(x) = \mu_{A_1}(x) + \mu_{A_2}(x)$ und folglich

$$\begin{aligned}
 p_{A_1 \cup A_2 | B, LS} &= \\
 &= \frac{E[\mu_{\bar{B}}^2]E[(\mu_{A_1} + \mu_{A_2})\mu_B] - E[\mu_B\mu_{\bar{B}}]E[(\mu_{A_1} + \mu_{A_2})\mu_{\bar{B}}]}{E[\mu_{\bar{B}}^2] - E^2[\mu_B]} \\
 &= \frac{E[\mu_{\bar{B}}^2](E[\mu_{A_1}\mu_B] + E[\mu_{A_2}\mu_B]) - E[\mu_B\mu_{\bar{B}}](E[\mu_{A_1}\mu_{\bar{B}}] + E[\mu_{A_2}\mu_{\bar{B}}])}{E[\mu_{\bar{B}}^2] - E^2[\mu_B]} \\
 &= \frac{E[\mu_{\bar{B}}^2]E[\mu_{A_1}\mu_B] - E[\mu_B\mu_{\bar{B}}]E[\mu_{A_1}\mu_{\bar{B}}]}{E[\mu_{\bar{B}}^2] - E^2[\mu_B]} + \\
 &\quad \frac{E[\mu_{\bar{B}}^2]E[\mu_{A_2}\mu_B] - E[\mu_B\mu_{\bar{B}}]E[\mu_{A_2}\mu_{\bar{B}}]}{E[\mu_{\bar{B}}^2] - E^2[\mu_B]} \\
 &= p_{A_1|B,LS} + p_{A_2|B,LS}
 \end{aligned}$$

Entsprechend kann $p_{A_1 \cup A_2 | \bar{B}, LS} = p_{A_1|\bar{B},LS} + p_{A_2|\bar{B},LS}$ gezeigt werden.

- (ii) Unter Verwendung von $E[\mu_{\bar{A}}\mu_B] = E[(1 - \mu_A)\mu_B] = E[\mu_B] - E[\mu_A\mu_B]$ und $E[\mu_{\bar{A}}\mu_{\bar{B}}] = E[\mu_{\bar{B}}] - E[\mu_A\mu_{\bar{B}}]$ folgt mit (19) und (20)

$$\begin{aligned}
 p_{A|B,LS} + p_{A|\bar{B},LS} &= \\
 &= \frac{E[\mu_{\bar{B}}^2]E[\mu_B] - E[\mu_B\mu_{\bar{B}}]E[\mu_{\bar{B}}]}{E[\mu_{\bar{B}}^2] - E^2[\mu_B]} \\
 &= \frac{E[(1 - \mu_B)^2]E[\mu_B] - E[\mu_B(1 - \mu_B)]E[1 - \mu_B]}{E[\mu_{\bar{B}}^2] - E^2[\mu_B]} \tag{21} \\
 &= \frac{(1 - 2E[\mu_B] + E[\mu_B^2])E[\mu_B] - (E[\mu_B] - E[\mu_B^2])(1 - E[\mu_B])}{E[\mu_{\bar{B}}^2] - E^2[\mu_B]} = 1.
 \end{aligned}$$

- (iii) Für unabhängige A, B ergibt sich aus (19) unter Verwendung von $E[\mu_A\mu_B] =$

$$E[\mu_A]E[\mu_B] \text{ und } E[\mu_A\mu_B] = E[\mu_A]E[\mu_B]$$

$$\begin{aligned} p_{A|B,LS} &= \frac{E[\mu_B^2]E[\mu_B] - E[\mu_B\mu_B]E[\mu_B]}{E[\mu_B^2] - E^2[\mu_B]}E[\mu_A] \quad \text{mit (21)} \\ &= E[\mu_A] = P(A). \end{aligned}$$

$$(iv) \text{ Für } B = A \text{ in (19) gilt } p_{A|A,LS} = \frac{E[\mu_A^2]E[\mu_A] - E^2[\mu_A\mu_A]}{E[\mu_A^2]E[\mu_A] - E^2[\mu_A\mu_A]} = 1.$$

$$(v) \text{ Für } B = \bar{A} \text{ in (19) gilt } p_{A|\bar{A},LS} = \frac{E[\mu_A\mu_{\bar{A}}]E[\mu_A^2] - E[\mu_A\mu_{\bar{A}}]E[\mu_A^2]}{E[\mu_B^2] - E^2[\mu_B]} = 0.$$

□

B Beispiele für die Berechnung von $P_t(C|S)$

Berechnung für Problem 3: $\mathbf{y}_3 = I(\zeta_1)\mathbf{x} + (1 - I(\zeta_1))\zeta_2$

Mit $\mu_C(y) = y$ und $\mu_S(x) = x$ in $[0, 1]$ ergibt sich

1. für die beschränkte Differenz als t-Norm

$$\begin{aligned} P(C \cap_{bd} S) &= \\ &= E[\max\{0, \mu_S(\mathbf{x}) + \mu_C(\mathbf{y}_3) - 1\}] \\ &= E[\max\{0, \mathbf{x} + I(\zeta_1)\mathbf{x} + (1 - I(\zeta_1))\zeta_2 - 1\}] \\ &= \int_0^1 \int_0^1 \max\{0, x + I(\zeta_1)x - 1\} \underbrace{f_{\zeta_1}(\zeta_1)}_{=1} \underbrace{f_{\mathbf{x}}(x)}_{=1} d\zeta_1 dx \\ &\quad + \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \max\{0, x + (1 - I(\zeta_1))\zeta_2 - 1\} \underbrace{f_{\zeta_1}(\zeta_1)}_{=1} \underbrace{f_{\zeta_2}(\zeta_2)}_{=1} f_{\mathbf{x}}(x) d\zeta_1 d\zeta_2 dx \\ &= \int_0^1 \left(\int_0^{0.5} \max\{0, \underbrace{(1 + I(\zeta_1))x - 1}_{=x}\} d\zeta_1 + \int_{0.5}^1 \max\{0, \underbrace{(1 + I(\zeta_1))x - 1}_{=2x}\} d\zeta_1 \right) dx \\ &\quad + \int_0^1 \int_0^1 \left(\int_0^{0.5} \max\{0, x + \underbrace{(1 - I(\zeta_1))\zeta_2 - 1}_{=\zeta_2}\} d\zeta_1 \right. \\ &\quad \quad \left. + \int_{0.5}^1 \max\{0, x + \underbrace{(1 - I(\zeta_1))\zeta_2 - 1}_{=0}\} d\zeta_1 \right) d\zeta_2 dx \\ &= \int_{0.5}^1 \int_{0.5}^1 2x - 1 d\zeta_1 dx + \int_0^1 \int_{1-x}^1 \int_{0.5}^1 x + \zeta_2 - 1 d\zeta_1 d\zeta_2 dx \\ &= \frac{5}{24} \\ P(S) &= E[\mu_S(\mathbf{x})] = \int_0^1 x f_{\mathbf{x}}(x) dx = \frac{1}{2} \\ P_{bd}(C|S) &= \frac{5}{12} \end{aligned}$$

2. für das Produkt als t-Norm

$$\begin{aligned}
P(C \cap_{bd} S) &= E[\mathbf{xy}] = E[\mathbf{x}(I(\zeta_1)\mathbf{x} + (1 - I(\zeta_1))\zeta_2)] \\
&= \int_0^1 \int_0^1 xI(\zeta_1)x d\zeta_1 dx + \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 x(1 - I(\zeta_1)\zeta_2) d\zeta_1 d\zeta_2 dx \\
&= \int_0^1 \int_{0.5}^1 x^2 d\zeta_1 dx + \int_0^1 \int_0^1 \int_0^{0.5} x\zeta_2 d\zeta_1 d\zeta_2 dx \\
&= \frac{7}{24} \\
P_p(C|S) &= \frac{7}{12}
\end{aligned}$$

3. für das Minimum als t-Norm

$$\begin{aligned}
P(C \cap_m S) &= E[\min\{\mathbf{x}, \mathbf{y}\}] = E[\min\{\mathbf{x}, I(\zeta_1)\mathbf{x} + (1 - I(\zeta_1))\zeta_2\}] \\
&= \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \min\{x, I(\zeta_1)x + (1 - I(\zeta_1))\zeta_2\} d\zeta_1 d\zeta_2 dx \\
&= \int_0^1 \int_{0.5}^1 \min\{x, x\} d\zeta_1 dx + \int_0^1 \int_0^1 \int_0^{0.5} \min\{x, \zeta_2\} d\zeta_1 d\zeta_2 dx \\
&= \frac{1}{2}x^2|_0^1 \zeta_1|_{0.5}^1 + \int_0^1 \left(\int_0^x \int_0^{0.5} \zeta_2 d\zeta_1 d\zeta_2 + \int_x^1 \int_0^{0.5} x d\zeta_1 d\zeta_2 \right) dx \\
&= \frac{5}{12} \\
P_m(C|S) &= \frac{5}{6}
\end{aligned}$$