

**Forschungszentrum Karlsruhe**

in der Helmholtz-Gemeinschaft

Wissenschaftliche Berichte

FZKA 6787

Rekonstruktion und Selektion ausgedehnter  
Luftschauer beim KASCADE-Grande-Experiment  
Monte-Carlo-Studie

Ralf Ulrich

Institut für Kernphysik

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

2002

**Impressum der Print-Ausgabe:**

**Als Manuskript gedruckt  
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor**

**Forschungszentrum Karlsruhe GmbH  
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe**

**Mitglied der Hermann von Helmholtz-Gemeinschaft  
Deutscher Forschungszentren (HGF)**

**ISSN 0947-8620**

## **Rekonstruktion und Selektion ausgedehnter Luftschauer beim KASCADE-Grande-Experiment**

Das KASCADE-Grande-Detektorfeld erweitert den Messbereich von KASCADE (**K**arlsruher **S**hower **C**ore and **A**rray **D**etektor) bis auf eine Energie von über  $10^{18}$  eV. Dies wurde durch das Anordnen von 37 Detektorstationen, welche früher beim EAS-TOP-Experiment eingesetzt wurden, auf einer Fläche von  $0.53 \text{ km}^2$  erreicht. Ein Triggersignal, das für alle Experimenteile von KASCADE-Grande schnell genug ist, wird vom zentral gelegenen PICCOLO zur Verfügung gestellt. Dies ist ein aus acht Detektorstationen bestehendes kleines Detektorfeld.

Für diese Studie wurden verschiedene Methoden der Rekonstruktion von Luftschauer-Observablen sowie die Triggereigenschaften und Selektionsmöglichkeiten beim KASCADE-Grande-Detektorfeld untersucht. Bei der Rekonstruktion ergibt sich für die Schauerzentrumsbestimmung eine mittlere Abweichung von  $\approx 11 \text{ m}$ , die Schauerrichtungsbestimmung weicht um  $\approx 1.5^\circ$  und die Schauergrößenbestimmung um  $\approx 20 \%$  ab. Die Selektion der Ereignisse hat vor allem deshalb große Bedeutung, da die Größe schlecht rekonstruierbarer Schauer in der Regel viel zu groß eingeschätzt wird, wodurch die Messungen bei hohen Energien verfälscht werden. Außerdem wurde die Übereinstimmung der lateralen Dichteverteilung der geladenen Teilchen mit verschiedenen möglichen lateralen Dichteverteilungsfunktionen getestet. Da die Datenaufnahme von KASCADE-Grande erst Ende 2002 beginnen wird, wurden für diese Studien simulierte Daten eingesetzt.

## **Reconstruction and selection of extensive air showers at the KASCADE-Grande-experiment**

The KASCADE-Grande experiment extends the energy limit of the original KASCADE (**K**arlsruher **S**hower **C**ore and **A**rray **D**etektor) experiment up to above  $10^{18}$  eV. The array consists of 37 stations, former used at the EAS-TOP experiment, and has a size of  $0.53 \text{ km}^2$ . A fast trigger signal for all parts of the KASCADE-Grande-experiment will be provided by PICCOLO, which is a small array of eight stations at the center of the KASCADE-Grande array.

Different methods of reconstruction of air shower observables, the trigger conditions and possibilities of event-selection for the KASCADE-Grande experiment are considered. The expected uncertainty of the reconstruction of the shower core is  $\approx 11 \text{ m}$ , of the shower direction is  $\approx 1.5^\circ$ , and of the shower size is  $\approx 20 \%$ . Selection of events is very important, as miss-reconstructed showers tend to have a large reconstructed shower size, which will disturb seriously the analysis of high energy cosmic rays. Within this context the influence of different selection criteria on the reconstruction quality are investigated. Additionally some lateral distribution functions were tested in order to describe the charged particle densities. The data taking of KASCADE-Grande will start end of 2002, hence for the present analysis simulated data was used.



# INHALTSVERZEICHNIS

1. <i>Einleitung</i> . . . . .	1
2. <i>Kosmische Strahlung</i> . . . . .	3
3. <i>Ausgedehnte Luftschauer</i> . . . . .	9
3.1 <i>Entstehung</i> . . . . .	9
3.1.1 <i>Hadronische Komponente</i> . . . . .	11
3.1.2 <i>Elektromagnetische Komponente</i> . . . . .	12
3.1.3 <i>Myonische Komponente</i> . . . . .	14
3.2 <i>Eigenschaften</i> . . . . .	15
3.3 <i>Nachweismethoden</i> . . . . .	17
3.3.1 <i>Cherenkovlicht</i> . . . . .	17
3.3.2 <i>Fluoreszenz</i> . . . . .	18
3.3.3 <i>Detektorfeld</i> . . . . .	18
3.3.4 <i>Tracking Detektoren</i> . . . . .	19
4. <i>KASCADE-Grande</i> . . . . .	21
4.1 <i>Detektorfeld von KASCADE-Grande</i> . . . . .	21
4.2 <i>PICCOLO-Detektor</i> . . . . .	23
4.3 <i>Detektorfeld von KASCADE</i> . . . . .	24
4.4 <i>Myontunnel</i> . . . . .	25
4.5 <i>Zentraldetektor</i> . . . . .	26
4.6 <i>Simulationen</i> . . . . .	28
4.6.1 <i>Parametrisierte CORSIKA-Schauer</i> . . . . .	28
4.6.2 <i>Simulierte Schauer mit Zeitinformationen</i> . . . . .	31
5. <i>Methoden zur Rekonstruktion von Luftschauerobservablen</i> . . . . .	33
5.1 <i>Zentrum</i> . . . . .	33
5.1.1 <i>Schwerpunktbestimmung</i> . . . . .	34
5.1.2 <i>Projizierte Gradienten</i> . . . . .	34
5.1.3 <i>Anpassen einer Lateralverteilungsfunktion</i> . . . . .	35
5.2 <i>Richtung</i> . . . . .	37
5.3 <i>Größe</i> . . . . .	39
5.4 <i>Energie</i> . . . . .	40
6. <i>Selektion von Ereignissen</i> . . . . .	43
6.1 <i>Triggerbedingungen</i> . . . . .	43
6.2 <i>Methoden zur Auswahl getriggelter Ereignisse</i> . . . . .	46
6.2.1 <i>Schnitt</i> . . . . .	50

6.2.2	Neuronales Netzwerk . . . . .	51
6.2.3	Bayes . . . . .	52
6.2.4	Mahalanobis . . . . .	52
6.2.5	EAS-TOP . . . . .	53
7.	<i>Rekonstruktion von Luftschauern</i> . . . . .	55
7.1	Positionsbestimmung . . . . .	55
7.2	Schauerrichtungsbestimmung . . . . .	58
7.3	Schauergrößenbestimmung . . . . .	59
7.4	Laterale Dichteverteilungsfunktionen . . . . .	63
7.5	Selektion . . . . .	70
8.	<i>Zusammenfassung und Ausblick</i> . . . . .	73
	<i>Anhang</i> . . . . .	79
A.	<i>Koordinaten von KASCADE-Grande</i> . . . . .	81
B.	<i>Minimierung einer <math>\chi^2</math> Funktion</i> . . . . .	83
C.	<i>Neuronale Netzwerke</i> . . . . .	85
D.	<i>Bayes-Klassifizierer</i> . . . . .	87
D.1	Mahalanobis-Klassifizierung . . . . .	89
D.2	Approximatives Bayes-Verfahren . . . . .	89

## 1. EINLEITUNG

Die Entdeckung und Beobachtung einer aus dem All kommenden ionisierenden Strahlung durch V. Hess im Jahre 1912 [HESS 1912, HESS 1913] begründete ein neues, bis heute spannendes Gebiet physikalischer Forschung, die **Astroteilchenphysik**. Infolgedessen wurde es möglich mit den Methoden der Teilchenphysik astrophysikalische Beobachtungen anzustellen und durch astrophysikalische Beobachtungen auch teilchenphysikalische Erkenntnisse zu gewinnen. Es entstand also eine Kombination von Astrophysik und Teilchenphysik. Durch die Verbindung zweier so unterschiedlicher Themen ergeben sich ganz neue Möglichkeiten für beide Disziplinen. Das scheint auf den ersten Blick kaum vorstellbar, da sich die Astrophysik doch mit dem unvorstellbar Großen ( $\sim$  Mega-Parsec) und Langen ( $\sim$  Giga-Jahre), die Teilchenphysik aber mit dem unvorstellbar Kleinen ( $\sim$  Femto-Meter) und Kurzen ( $\sim$  Pico-Sekunden) beschäftigt. Es wird aber verständlich, wenn man an die Prozesse der stellaren Kernfusion, Supernovaeexplosionen, verdampfende Schwarze Löcher oder den Urknall denkt, bei welchen sich mikroskopische teilchenphysikalische Prozesse in den Phänomenen der Astrophysik widerspiegeln. Oder man denkt an die Beobachtung neuer Teilchen wie z.B. der Positronen, Myonen, Pionen oder Kaonen, welche alle erstmals bei der Erforschung kosmischer Strahlung erfolgten, und außerdem an die astrophysikalischen und kosmologischen Tests der teilchenphysikalischen Modelle. Speziell durch die Erforschung der kosmischen Strahlung erfährt die Teilchenphysik einiges über Wechselwirkungen bei extremen Energien (bis ZeV<sup>1</sup>), Teilchenkollisionen in extremer Vorwärtsrichtung, eventuelle Zerfälle exotischer Teilchen etc., und die Astrophysik lernt vieles über Regionen des Universums, die mit dieser Strahlung in Verbindung gebracht werden können: Wo und durch welche Mechanismen kann diese Strahlung entstehen oder wie muss der Raum beschaffen sein, durch den sie sich bis zu uns ausbreiten kann?

Die umfassende Beschreibung der kosmischen Strahlung in ihrem gesamten Energiebereich stellt auch heute noch ein großes ungelöstes Problem dar. Eine solche Erklärung erfordert ein über die Gebiete der Astrophysik, Kosmologie und Teilchenphysik übergreifendes Modell. Bisher ist allerdings selbst die Messung des Flusses und vor allem der Zusammensetzung bei hohen Energien noch nicht mit befriedigender Genauigkeit möglich, da der Teilchenfluss dort extrem kleine Werte bis hinunter zu  $\sim 1 \text{ km}^{-2}\text{Jahrhundert}^{-1}$  annimmt. Das macht eine direkte Beobachtung der Teilchen unmöglich und nur unter Ausnutzung der Erdatmosphäre als riesige Absorberschicht über einem am Boden installierten Detektor, welcher eine effektive Nachweisfläche von bis zu  $\sim 1000 \text{ km}^2$  haben kann, wird es möglich solche Flüsse zu erfassen. Man erhofft sich deshalb vor allem durch die genaue Untersuchung der kosmischen Strahlung bei Energien von  $E_0 \approx 5 \cdot 10^{15} \text{ eV}$  neue Erkenntnisse, da hier das sonst

---

<sup>1</sup> 1 ZeV =  $10^{21}$  eV

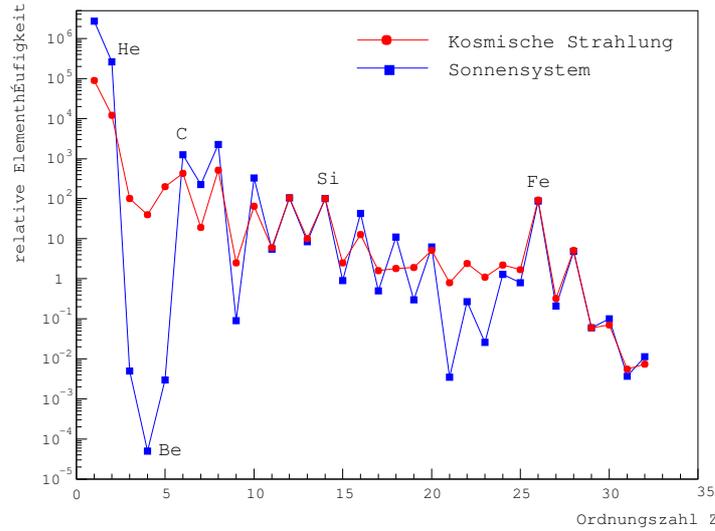
sehr gleichmäßige Energiespektrum der kosmischen Strahlung eine Struktur aufweist (das **Knie**). Dies wirft Fragen auf, deren Klärung auch wichtige Beiträge bei der allgemeinen Erklärung der kosmischen Strahlung leisten können. KASCADE-Grande wird genau diesen Energiebereich untersuchen. Der verwendete Multidetektoraufbau ermöglicht eine gleichzeitige Analyse vieler Observablen und damit eine bisher unerreichte Auflösung der Energie  $E_0$  und der Masse  $A$  der primären Teilchen. Auf diese Weise können neue Erkenntnisse über die Physik der kosmischen Strahlung gewonnen werden.

## 2. KOSMISCHE STRAHLUNG

Unter kosmischer Strahlung versteht man geladene Teilchen, die mit einer Rate von ungefähr 1000 Ereignissen  $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  auf die Erdatmosphäre treffen. Im niederenergetischen Bereich bis etwa  $10^{14}$  eV ist ihre Zusammensetzung durch direkte Messungen auf Satelliten oder hochfliegenden Ballonen ermittelt worden und beträgt 85 % Protonen, 12 % He-Kerne, 2 % schwere Kerne sowie 1 % Elektronen [SHAPIRO 1991]. Sie besteht also fast ausschließlich aus vollständig ionisierten Kernen. Der Beitrag von Antiprotonen liegt dabei bei ca.  $10^{-4}$  im Vergleich zu Protonen, was sich sehr gut als Ergebnis von Spallation der Teilchen an der interstellaren Materie ( $\rho \approx 1 \text{ H-Atom cm}^{-3}$ ) erklären lässt. Die Antimaterie spielt somit also keine Rolle bei der kosmischen Strahlung. Leichte geladene Teilchen wie Elektronen oder Positronen verlieren ihre Energie sehr schnell wieder durch Synchrotronstrahlung. Dadurch wird ihre Reichweite stark eingeschränkt. Interessant ist in diesem Zusammenhang aber die Beobachtung dieser Synchrotronstrahlung, da man auf diese Art die Größe und Stärke der beteiligten galaktischen bzw. stellaren Magnetfelder bestimmen kann.

Bei höheren Teilchenenergien werden aber die Probleme bei der Ermittlung der Zusammensetzung schnell schwieriger, weshalb bisher von den meisten Arbeitsgruppen nur Gesamt-Energie-Spektren veröffentlicht werden oder zumindest nur eine grobe Auftrennung der Zusammensetzung in verschiedene Massengruppen vorgenommen wird (leichte Kerne, schwere Kerne). Bei den höchsten Energien gibt es bisher noch keine Daten über die detaillierte Zusammensetzung. Aus der dieses Thema noch umgebenden Unsicherheit wurden unterschiedliche mögliche Erklärungsversuche für die extrem hochenergetischen kosmischen Teilchen geboren. Zum Beispiel hochenergetische Neutrinos, schwere Kerne [ANCHORDOQUI 2001], exotische Teilchen und anderes. Aufgrund des zu hohen Energien hin stark abfallenden Spektrums (Teilchen mit zehnmal höherer Energie kommen etwa tausendmal seltener vor, siehe Fig. 2.2), wird die Zusammensetzung der kosmischen Strahlung durch den hochenergetischen Teil aber kaum beeinflusst.

Der Vergleich dieser chemischen Zusammensetzung (siehe Fig. 2.1) mit der unseres Sonnensystems [WEFEL 1991] zeigt eine weitgehende Übereinstimmung. Dies könnte auf eine gleiche Art von Quellen schließen lassen (Das Material des Sonnensystems setzt sich aus den Resten von Supernovaeexplosionen zusammen). Allerdings gibt es auch einige interessante Unterschiede in der Zusammensetzung. Zum Beispiel kommen die Elemente H und He signifikant unterhäufig vor, was man eventuell auf ihre schlechte Ionisierbarkeit zurückführen könnte. Dagegen kommen in der kosmischen Strahlung Li, Be und B sowie die Elemente leichter als Eisen, wie Ti und Cr, auffällig überhäufig vor. Sie entstehen jeweils aus den häufigen Elementen der CNO-Gruppe bzw. Eisen durch Spallation. Vergleicht man die Häufigkeiten von C, N, O bzw. Fe mit der ihrer Spallationsprodukte, kommt man zu dem Schluss, dass die kosmische Strahlung von ihrer Entstehung bis zu ihrem Nachweis etwa  $5 - 10 \text{ g/cm}^2$  Ma-



**Fig. 2.1:** Die chemische Zusammensetzung der kosmischen Strahlung im Vergleich zu der des Sonnensystems [WEFEL 1991].

terie durchquert (zu hohen Energien hin weniger). Da auf einer Sichtlinie durch die Scheibe unserer Galaxie etwa  $10^{-3}$  g/cm<sup>2</sup> Materie vorhanden sind, kann man auf eine Aufenthaltsdauer von  $\approx 10^6$  Jahren innerhalb der Galaxie schließen [GAISSER 1990]. Der Vergleich von Häufigkeiten radioaktiver Elemente mit der ihrer Zerfallsprodukte in der kosmischen Strahlung ergibt ebenfalls ein mittleres Alter der kosmischen Strahlung von  $\approx 15 \cdot 10^6$  Jahren. Zudem kann über den Zerfall  $^{59}\text{Ni} + e^- \rightarrow ^{59}\text{Co} + \nu_e$  ( $\tau_{1/2} = 7.6 \cdot 10^4$  Jahre) durch Einfang eines inneren Hüllen-Elektrons die Zeit zwischen Erzeugung des  $^{59}\text{Ni}$  (Supernova-Explosion) und der Beschleunigung auf  $E > 150$  MeV/Nukleon ( $^{59}\text{Ni}$  ist vollständig ionisiert und damit stabil gegen Elektroneneinfang) auf  $> 10^5$  Jahre abgeschätzt werden. Dadurch wird die Beschleunigung der Teilchen durch die Supernova, welche sie erzeugte, praktisch ausgeschlossen [YANASAK 2001]. Andererseits bieten Supernova-Überreste mit freigesetzten Energien von  $\approx 10^{62}$  eV ideale Voraussetzungen für die Beschleunigung ionisierter Teilchen [PETRE 2001]. Die Erklärung könnte sein, dass sehr massive Sterne mit  $M > 25 M_\odot$  ( $M_\odot$  entspricht einer Sonnenmasse), bevor sie als Supernova explodieren, über eine lange Zeit einen starken Teilchenwind aussenden (z.B. Wolf-Rayet Sterne), welcher schon eine der Supernova-Explosion ähnliche Schockfront entstehen lässt. In diesen Teilchenwind hinein erfolgt dann die Supernova-Explosion. Dieses Szenario erlaubt deutlich höhere Teilchenenergien auch weit über den Bereich des Knies hinaus [BIERMANN 1993]. Da insgesamt über 10 % der verfügbaren Materie und auch Energie in die Erzeugung der kosmischen Strahlung fließen, ist dieser Mechanismus auch stark genug, um die Beobachtung von Teilchenenergien oberhalb von  $10^{16}$  eV zu erklären.

Die Strecke, welche Teilchen der kosmischen Strahlung während ihrer Verweildauer von  $\approx 10^6$  Jahren in unserer Galaxie zurücklegen, beträgt  $\approx 10^6$  Lj  $\approx 300$  kpc. Da unsere Galaxie jedoch nur 30 kpc im Durchmesser misst, können sie also nicht auf direktem Weg bei uns ankommen, sondern erst nach einem sehr viel längeren Diffusionsprozess, der jede Richtungsinformation zerstört und einen isotropen Fluss der kosmischen Strahlung zur Folge

hat. Da Teilchen der Energie  $E$  mit der Ladung  $q = Ze$  im galaktischen Magnetfeld  $B \approx 3 \mu\text{G}$  einen Lamorradius von

$$r_L = \frac{p}{ZeB} \approx \frac{E[\text{eV}]}{ZBc} = \frac{E[\text{eV}]}{Z} \cdot 0.36 \cdot 10^{-15} \text{ pc} \quad (2.1)$$

besitzen, der im Falle von Protonen erst für  $E \sim 10^{19}$  eV größer als der Durchmesser der Galaxis (30 kpc) wird, sind die Teilchen vollständig im Magnetfeld der Galaxie gefangen. Erst höherenergetische Teilchen haben die Möglichkeit ohne größere Ablenkung weite Strecken zu passieren und somit bei uns noch Information über ihre Herkunftsrichtung zu besitzen. Die Teilchen werden also sehr stark von Magnetfeldern beeinflusst und abgelenkt. Genau diese Wechselwirkung mit Magnetfeldern beschleunigt die kosmische Strahlung überhaupt erst auf ihre extrem hohen Energien. Beim sogenannten Fermi-Prozess werden Teilchen oberhalb einer notwendigen Minimalenergie (Einschussenergie, für Protonen  $\approx 300$  MeV und Eisen  $\approx 300$  GeV) durch Reflektion an magnetischen Schockfronten beschleunigt [FERMI 1949]. Geht man von sich wiederholenden Beschleunigungsprozessen, kombiniert mit einer Absorptionswahrscheinlichkeit der Teilchen an der interstellaren Materie aus, so erhält man für die Wahrscheinlichkeit  $p$ , dass ein Teilchen eine Energie zwischen  $E$  und  $E + dE$  besitzt,

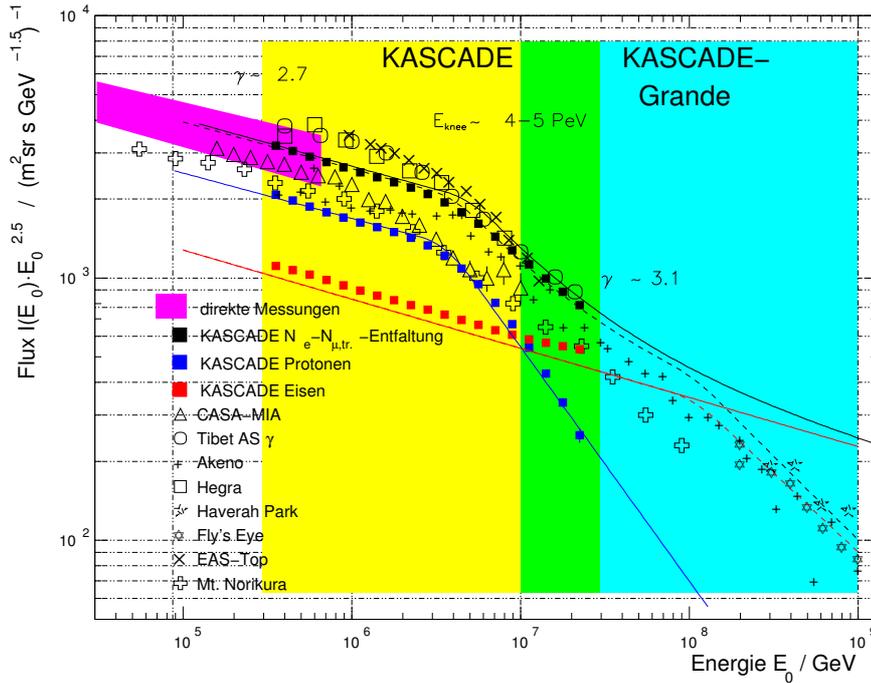
$$p(E)dE = (\tau/B^2T)(Mc^2)^{\tau/B^2T} E^{-1-\tau/B^2T} dE \quad (2.2)$$

Die Abhängigkeit des Flusses der kosmischen Strahlung von der Energie entspricht also einem inversen Potenzgesetz der Form

$$dN/dE \propto E^{-\gamma} \quad (2.3)$$

Dies entspricht auch den experimentellen Beobachtungen. Die Teilchen der kosmischen Strahlung besitzen Energien von einigen MeV bis zu ZeV (Ein Golfball besitzt beim Abschlag ungefähr  $10^{20}$  eV = 0.1 ZeV kinetische Energie).

Teilchen mit niedrigen Energien werden vom Sonnenwind überdeckt und von den solaren sowie terrestrischen Magnetfeldern moduliert. Der Fluss der Teilchen reicht von  $10^4$  bis hinunter zu  $10^{-29} \text{ m}^{-2}\text{sr}^{-1}\text{s}^{-1}\text{GeV}^{-1}$ . Über diesen Bereich von mehr als 14 Größenordnungen der Energie und 33 Größenordnungen des Flusses gilt erstaunlich genau das Potenzgesetz von Gl. 2.3 (siehe Fig. 2.2). Allerdings wird es an zwei Stellen unterbrochen. Bei einer Energie von  $5 \cdot 10^{15}$  eV (das **Knie**) wechselt  $\gamma$  ziemlich abrupt von 2.7 auf 3 und der Fluss nimmt damit deutlich schneller ab. Außerdem wird bei Energien oberhalb von  $5 \cdot 10^{19}$  eV (der **Knöchel**)  $\gamma$  plötzlich deutlich kleiner, das Spektrum also sehr hart. Allerdings stützt sich die Statistik oberhalb  $10^{20}$  eV bisher auf sehr wenige Daten. AGASA berichtet bisher von 17 Ereignissen mit rekonstruierten Energien von mehr als  $10^{20}$  eV [SAKAKI 2001, TAKEDA 1998, HAYASHIDA 1994], der HIRes-Detektor schon von mehreren Ereignissen mit Energien oberhalb von  $5 \cdot 10^{19}$  eV [KEVIN 2001], das Haverah-Park-Array hat 7 Teilchen mit Energie über  $E_0 = 4 \cdot 10^{19}$  eV gemessen [AVE 2001], aber selbst RUNJOB (ein ballongestütztes Experiment zur direkten Messung) gibt an ein Proton mit einer Energie  $> 10^{19}$  eV beobachtet zu haben [APANASENKO 2001]. Für solche Energien wird erst das Auger-Experiment [AUGER 1997] in Argentinien mit einer Nachweisfläche von  $3000 \text{ km}^2$  genügend Daten für eine ausreichende Statistik liefern. Das Vorhandensein von kosmischer



**Fig. 2.2:** Gesamtenergiespektrum der kosmischen Strahlung mit KASCADE-Daten für den Protonen- und Eisenfluss (nach [GLASSTETTER 1999, BERTAINA 2001]).

Strahlung mit Energien oberhalb von  $5 \cdot 10^{19}$  eV steht interessanterweise im Widerspruch zur Theorie von Greisen-Zatsepin-Kutzmin (**GZK-cutoff**) [GREISEN 1966, ZATSEPIN 1966], gemäß welcher Teilchen oberhalb von  $\approx 5 \cdot 10^{19}$  eV (Protonen ab  $10^{20}$  eV und Eisen-Kerne sogar ab  $10^{19}$  eV), hauptsächlich durch Photopionbildung<sup>1</sup> an den Photonen der 3K Hintergrundstrahlung ( $\langle E_{\gamma,3K} \rangle = 7 \cdot 10^{-4}$  eV und  $\rho_{\gamma,3K} = 548 \text{ cm}^{-3}$ ), nach einigen zig Mpc abgebremst werden sollten. Teilchen mit solchen Energien sollten also bei uns gar nicht vorzufinden sein. Aufgrund dieser Diskrepanz zwischen Theorie und Experiment besteht Erklärungsbedarf. Zu diesem Thema wurden auch schon einige Lösungsansätze vorgeschlagen (Lokale Überdichte [OLINTO 2001, BLANTON 2001], Neutrinos als Primärteilchen [JAIN 2000], Verletzung der Relativitätstheorie [SATO 1998],...). Vielleicht stellt sich aber auch heraus, dass diese Diskrepanz gar nicht existiert, sondern nur auf einer ungenügenden Energieauflösung der Experimente basiert. Das Auger-Experiment wird bald einige dieser Unklarheiten beseitigen können.

Allerdings sind die noch offenen Fragen im Zusammenhang mit dem Knöchel ohne ein besseres Verständnis des übrigen Spektrums, und vor allen Dingen des Knies, wahrscheinlich nicht lösbar. Die Existenz des Knies als auffälligste und bestbeobachtete Struktur im Energiespektrum der kosmischen Strahlung muss ihren Ursprung entweder in einer Veränderung bei der Erzeugung, der Beschleunigung oder der Propagation dieser besitzen. Obwohl die Veränderung im Energiespektrum nicht kontinuierlich sondern fast abrupt an einem Punkt (bei einer Energie von  $\sim 5 \cdot 10^{15}$  eV) geschieht, ist es kaum denkbar, dass bei Energien ober-

<sup>1</sup> Im Ruhesystem der Teilchen der kosmischen Strahlung erreichen die 3K-Photonen eine Energie von  $\sim 145$  MeV, und damit die Schwellenenergie für die Erzeugung von Pionen durch  $p + \gamma \rightarrow p + \pi^0$  oder  $p + \gamma \rightarrow n + \pi^+$ .

halb des Knies ganz andere Mechanismen eine Rolle spielen, als dies unterhalb des Knies der Fall ist. Da der Teilchenfluss trotz des Knies eine stetige und monoton fallende Funktion der Energie ist, müssten mehrere getrennte Mechanismen zur Erzeugung der kosmischen Strahlung in unterschiedlichen Energiebereichen jeweils auf extrem scharf abgegrenzten sich nicht überlappenden Bereichen aktiv sein, und außerdem müssen sie an den Nahtstellen perfekt aneinander passen, also den gleichen Fluss erzeugen. Extrapoliert man z.B. den Fluss der hochenergetischen kosmischen Strahlung über dem Knie in den niederenergetischen Bereich, wird dieser niederenergetische Fluss komplett überdeckt. Dasselbe gilt für die Extrapolation in den hochenergetischen Bereich. Falls tatsächlich verschiedene Komponenten der kosmischen Strahlung voneinander unterschieden werden können, muss es bei den Energien, bei welchen eine Komponente von einer anderen verdrängt wird, zusätzliche Strukturen im Energiespektrum geben, welche bei entsprechender experimenteller Auflösung auch gemessen werden müssen [STANEV 1993]. Eine andere Möglichkeit wäre ein für alle Teilchen und Energien der kosmischen Strahlung gleichbleibender Mechanismus der Entstehung, Beschleunigung und Propagation welcher nur effektiv moduliert wird und dadurch das Knie erzeugt. Dieses Modell vermeidet das Problem die ansonsten fast perfekte Stetigkeit des Energiespektrums erklären zu müssen. Es gibt Anzeichen, dass sich die Zusammensetzung der kosmischen Strahlung im Bereich des Knies ändert. Die Dominanz durch Wasserstoff bei niedrigeren Energien ( $\sim 90\%$ ) wird bei höheren Energien von den schweren Elementen gebrochen. Das Knie bei  $E_{Knie}$  scheint sogar fast ausschließlich durch einen Einbruch des Flusses der Protonen verursacht zu werden, und es scheint, dass die Kerne der Ladung  $Z$  bei einer Energie von  $E_{Z,Knie} \approx E_{Knie} \cdot Z$  ebenfalls einen starken Rückgang in ihrem Fluss aufweisen [ANTONI 2002, ULRICH 2001, GLASSTETTER 1999]. Da die Erzeugung und Beschleunigung der kosmischen Strahlung nach heutiger Erkenntnis an elektrischen ( $\vec{F}_C = q\vec{E}$ ) bzw. magnetischen ( $\vec{F}_L = qv \times \vec{B}$ ) Feldern geschieht, ist eine erreichbare Energie proportional zur Kernladung  $Z = \frac{q}{e}$  auch gut zu erklären. Das Knie könnte sich dann aus der räumlichen und zeitlichen Beschränkungen der Erzeugung und Beschleunigung ergeben. Die genaue Untersuchung der Struktur des Energiespektrums im Bereich des Knies mit KASCADE-Grande wird entscheidend dazu beitragen diese Fragen zu beantworten. Vor allem die energieabhängigen Häufigkeiten von Wasserstoff und Eisen sollen verfolgt und damit die Existenz des "Eisenknies" geprüft werden. Damit wäre auch eine Zunahme der mittleren Masse mit steigender Energie im Bereich des Knies verbunden. KASCADE-Grande wird also einen für die Physik der kosmischen Strahlung sehr interessanten und wichtigen Energiebereich untersuchen. Von den Resultaten kann man sich einige Erkenntnisse im Zusammenhang mit der Erzeugung und Beschleunigung der kosmischen Strahlung erhoffen.



### 3. AUSGEDEHNTTE LUFTSCHAUER

Das Phänomen der ausgedehnten Luftschaue wurde schon 1938 in 3000 m Höhe am Jungfraujoch von Pierre Auger beobachtet [AUGER 1938]. Damals wurden mehrere Szintillationsdetektoren in Koinzidenz betrieben. Da selbst bei größerer Distanz zwischen den Detektoren immer noch Koinzidenzen auftraten, wurde auf die Existenz ausgedehnter Teilchenkaskaden, die auch Größenordnungen von einigen 100 m erreichen können, geschlossen. Heutzutage ist es das Ziel jedes Experimentes zur Bestimmung hochenergetischer kosmischer Strahlung, diese Luftschaue zu detektieren und zu charakterisieren. Da während der Entwicklung eines Luftschaues aus einem einzelnen Primärteilchen der kosmischen Strahlung einige  $10^4 - 10^6$  Sekundärteilchen entstehen, die dann auf einer Fläche mit einem Durchmesser im Bereich von 10 - 1000 m fast gleichzeitig am Erdboden ankommen, lassen sich solche Ereignisse mit großflächigen Detektoranlagen trotz geringer Flächenbelegungsichte leicht nachweisen. Ein entsprechendes Primärteilchen mit z.B.  $10^{18}$  eV, welches nur mit einem Fluss von ca.  $1 \text{ km}^{-2} \text{ Jahrhundert}^{-1}$  auf die Atmosphäre auftrifft, direkt nachzuweisen, würde ein Kalorimeter mit vielen  $\text{km}^2$  Fläche und außerdem einem enormen Absorptionsvermögen (Dicke, Masse) erfordern. Und das auch noch außerhalb der Atmosphäre, also auf einem Satelliten oder zumindest einem hochfliegenden Ballon. Momentan ist dies technisch nicht realisierbar. Deshalb ist das Vorkommen und das genaue Verständnis der ausgedehnten Luftschaue eine Grundvoraussetzung der gesamten Physik der hochenergetischen kosmischen Strahlung.

#### 3.1 Entstehung

Man muss zwei Arten von Schauern unterscheiden. Einmal rein elektromagnetische Schauer, die von hochenergetischen  $\gamma$ -Quanten oder  $e^\pm$  ausgelöst werden, und zum anderen hadronische Schauer, die von Nukleonen oder Kernen initiiert werden. Die elektromagnetischen Schauer bestehen nur aus  $\gamma$ 's, Elektronen sowie Positronen<sup>1</sup>, die sich durch die Prozesse der elektromagnetischen Wechselwirkung in Interaktion mit der Materie der Atmosphäre befinden. Bei hadronischen Schauern entsteht zusätzlich noch ein Schauer-Kern aus Mesonen, Baryonen und Kernfragmenten (siehe Fig. 3.2). Hier spielen vor allem die Prozesse der starken und schwachen Wechselwirkung die Hauptrolle. Durch den Zerfall instabiler hadronischer Teilchen (siehe Tab. 3.1) werden kontinuierlich Teilchen der elektromagnetischen Teilchenkaskade gebildet und zudem entstehen auch Myonen (siehe Fig. 3.1). Im Folgenden wird nur noch von hadronischen Schauern die Rede sein, und damit werden die elektromagnetischen

---

<sup>1</sup> Im folgenden Text werden anstatt der Elektronen und der Positronen oft nur noch die Elektronen erwähnt.

Teilchen	$c\tau_0/\text{cm}$	$m_0/\text{MeV}c^{-2}$	Zerfallsprodukte
$\mu^\pm$	$6.59 \cdot 10^4$	105.66	$e^\pm + \nu_e(\bar{\nu}_e) + \bar{\nu}_\mu(\nu_\mu)$
$\pi^\pm$	780	139.57	$\mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$
$\pi^0$	$2.5 \cdot 10^{-6}$	134.96	$\gamma + \gamma$ (98.8 %)
$K^\pm$	371	493.67	$\mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ (63.5 %)
$K_S$	2.68	497.67	$\pi^+ + \pi^-$ (68.6 %)
$K_L$	1554	497.67	$\pi^\pm + e^\mp + \nu_e$ (38.7 %)
n	$2.69 \cdot 10^{13}$	939.56	$p + e^- + \bar{\nu}_e$

**Tab. 3.1:** Zerfallskonstanten einiger instabiler Teilchen, welche bei ausgedehnten Luftschauern auftreten (nach [GAISSER 1990]).

Schauer als Sonderfall dieser behandelt.

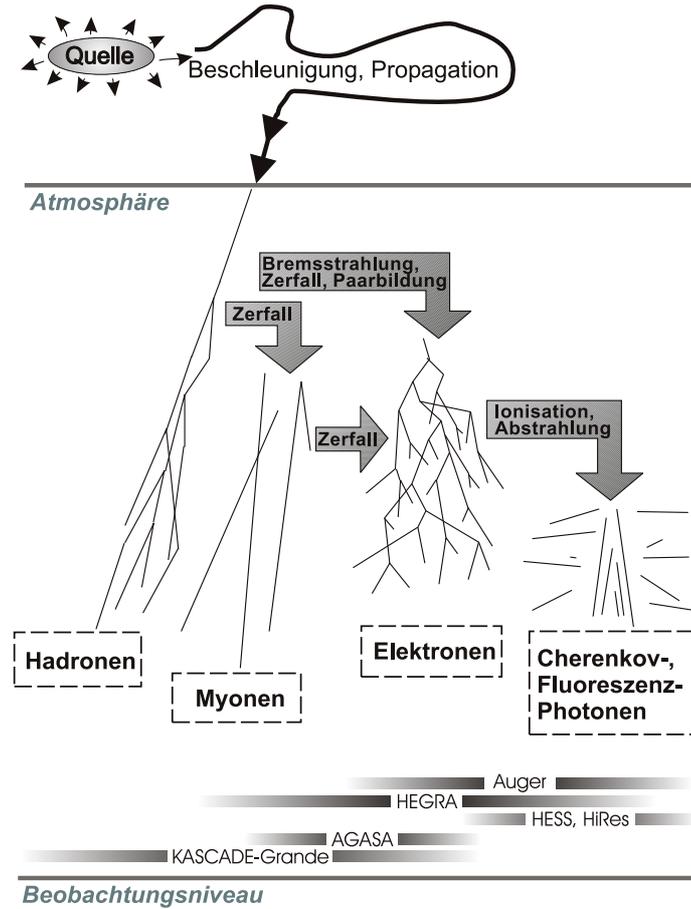
Die mittlere freie Weglänge der Teilchen der kosmischen Strahlung in der Atmosphäre ist ziemlich klein und nimmt mit steigender Energie weiter ab. Für Protonen mit einer Energie von 1 TeV beträgt sie etwa  $85 \text{ g/cm}^2$  und bei 1 EeV nur noch ca.  $50 \text{ g/cm}^2$ . Dies führt dazu, dass die Teilchen schon in den obersten Schichten unserer Atmosphäre (in 20 - 100 km Höhe) mit dieser in Wechselwirkung treten und bis zum Beobachtungsniveau von KASCADE-Grande bei  $1023 \text{ g/cm}^2$  (110 m über NN) etwa 11 inelastische Stoßprozesse erleiden, also Kollisionen der relativistischen Teilchen mit praktisch ruhenden Teilchen der Atmosphäre bei Schwerpunktsenergien von

$$\sqrt{s} = \sqrt{m_a^2 c^4 + m_b^2 c^4 + 2E_a m_b c^2} \quad , \quad (3.1)$$

welche bis zu  $\sqrt{s} \sim 10^{14} \text{ eV}$  betragen können (für  $m_a \approx 1 \text{ GeV}/c^2$ ,  $m_b \approx 14 \text{ GeV}/c^2$  und  $E_a = 10^{11} \text{ GeV}$ ). Bei solchen Energien können die chemische Bindungsenergien ( $\sim \text{keV}$ ) und sogar Kernbindungsenergien ( $\sim 8 \text{ MeV}$ ) bedenkenlos vernachlässigt werden, und es kommt immer zu einer effektiven Nukleon-Nukleon Wechselwirkung. Die Produktteilchen solcher Kollisionen weichen kaum von der Richtung des Primärteilchens ab, da aufgrund des relativistischen Prozesses der übertragene Transversalimpuls vernachlässigbar wird (Lorentz-Boost<sup>2</sup>). Solche Schwerpunktsenergien und auch extrem vorwärts gerichtete Streuwinkelbereiche liegen weit jenseits der heutigen Teilchenbeschleuniger-Experimente. Aus diesem Grund müssen gerade diese für die Schauerentstehung extrem wichtigen Wirkungs- und Streuquerschnitte der höchstenergetischen Wechselwirkungen approximiert werden. Das Fehlen dieser experimentellen Daten führt zu nicht vernachlässigbaren Unsicherheiten bei der Analyse von Luftschauer-Messungen in diesem Energiebereich. In einigen Jahren könnten z.B. die Daten des TOTEM-Experimentes, das am LHC-Beschleunigers geplant ist, diese experimentelle Lücke wenigstens ansatzweise schließen [KIENZLE 1999].

Man unterscheidet drei wesentliche Komponenten eines Schauers (siehe Fig. 3.1), die hadronische, die myonische und die elektromagnetische ( $e/\gamma$ ) Komponente, wobei die Teilchen der  $e/\gamma$ -Komponente ca. 90 %, der Myonen ca. 9 % und der Hadronen ca. 1 % der Gesamteilchenzahl des Schauers ausmachen.

<sup>2</sup> Das Verhältnis von transversalen zu longitudinalen Impuls  $\frac{p_T}{p_L}$  wird sehr klein.



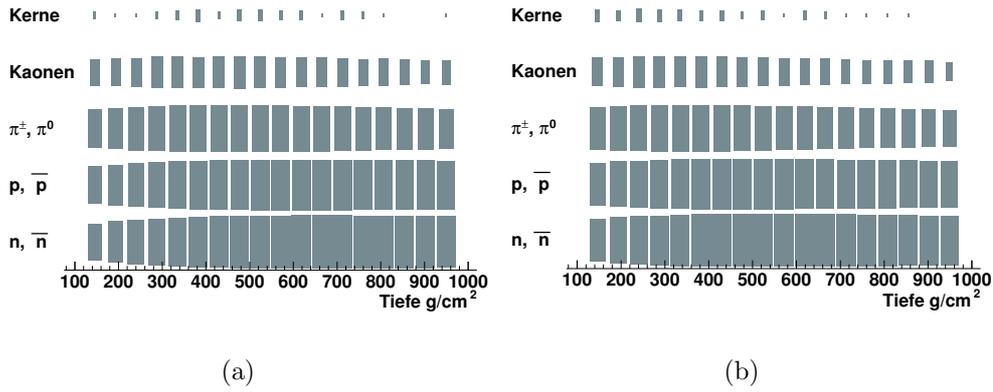
**Fig. 3.1:** Schema der Entstehung eines ausgedehnten Luftschauers. Dargestellt ist auch die Sensitivität verschiedener Experimente auf die unterschiedlichen Komponenten von Luftschauern.

### 3.1.1 Hadronische Komponente

Die hadronische Komponente bildet den zentralen Kern eines Luftschauers und besteht aus Kernbruchstücken, Mesonen und Baryonen, welche alle mehr oder weniger direkt dem primären Kern entstammen. Durch den Zerfall kurzlebiger hadronischer Teilchen (siehe Tab. 3.1) geht ständig Energie aus der hadronischen Komponente in die myonische bzw.  $e/\gamma$ -Komponente über. Bei jeder hadronischen Wechselwirkung werden ungefähr 50 % der Energie auf die Sekundärteilchen übertragen (Erzeugung und Beschleunigung, siehe Fig. 3.2). Der übertragene Transversalimpuls ist dabei immer relativ klein ( $\frac{p_T}{p_L} \ll 1$ ), weshalb die Ausdehnung der hochenergetischen hadronischen Komponente ( $E > \text{TeV}$ ) nur etwa 10 - 20 m am Erdboden erreicht und damit das Zentrum eines Luftschauers bildet. Bei niederen Teilchenenergien spielt der Lorentz-Boost jedoch keine große Rolle mehr, und die niederenergetischen Hadronen sind demzufolge weit weniger stark um das Schauerzentrum konzentriert. Die laterale Dichtefunktion für Hadronen mit einer Energie größer als  $E_h$  hat die Form

$$\rho_h(E_h, r) = N_h(E_h) r^{-\alpha_h} e^{-r/r_h} \quad , \quad (3.2)$$

wobei  $N_h(E_h)$  die Gesamtzahl der Hadronen mit  $E > E_h$  am Beobachtungsniveau ist.  $N_h$  ist fast proportional zur Energie des primären Kernes (siehe [RAO 1998, ANTONI 1999]).



**Fig. 3.2:** Entwicklung der hadronischen Komponenten eines (a) H-induzierten und eines (b) Fe-induzierten Schauers. Aufgetragen ist der Logarithmus der Teilchenzahl jeder Komponente über die Masse der durchquerten Atmosphäre.

Das führende hadronische Teilchen (dasjenige mit der höchsten Energie) erfährt etwa 11 hadronische Wechselwirkungsprozesse, bis es am Beobachtungsniveau von KASCADE-Grande angekommen ist. Bei Schrägeinfall des Schauers steigt diese Zahl mit  $1/\cos\theta$ . Bei einem Zenitwinkel von  $\theta = 70^\circ$  z.B.  $11/\cos 70^\circ \approx 32$ , was auch dazu führen kann, dass die hadronische Komponente, bevor sie am Boden ankommt, abgeklungen ist.

### 3.1.2 Elektromagnetische Komponente

Vor allem durch den Zerfall ungeladener Pionen entstehen die hochenergetische Photonen und  $e^\pm$  der  $e/\gamma$ -Komponente:

$$\pi^0 \longrightarrow \gamma + \gamma \quad (\sim 98.8 \%) \quad (3.3)$$

$$\pi^0 \longrightarrow e^+ + e^- + \gamma \quad (\sim 1.2 \%) \quad . \quad (3.4)$$

Durch Paarerzeugung und Bremsstrahlung im Feld von Kernen der Luft wächst die Teilchenlawine ständig weiter:

$$\gamma + \text{Kern} \longrightarrow e^+ + e^- + \text{Kern} \quad (3.5)$$

$$e^\pm + \text{Kern} \longrightarrow e^\pm + \gamma + \text{Kern} \quad . \quad (3.6)$$

Dabei kommt es zur Aufteilung der Energie auf immer mehr Teilchen mit immer geringeren Teilchenenergien. Unterhalb ihrer kritischen Energie von 81 MeV (Ionisationsverluste pro Strahlungslänge werden gleich der kinetischen Energie) verlieren die Elektronen ihre Energie überwiegend durch Ionisation, und tragen fast nichts mehr zu den Prozessen der Kaskade bei, bis sie schließlich ganz absorbiert werden. Dadurch sinkt die Gesamtteilchenzahl der  $e/\gamma$ -Komponente  $N_e$  nach Erreichen eines Maximums bei der atmosphärischen Tiefe von  $X_{max}$  wieder exponentiell. Die Teilchenzahl im Schauermaximum  $N_{max}$  ist proportional zur Energie des primären Kernes  $E_0$  und hängt praktisch nicht von seiner Masse ab:

$$N_{max}(E_0) = S_0 \frac{E_0}{\epsilon \text{ GeV}} \quad , \quad (3.7)$$

mit  $\epsilon = 0.074$  und  $S_0 = 0.045$  (siehe [RAO 1998], S.23). Die atmosphärische Tiefe des Schauermaximums

$$X_{max}(E_0, A) = X_0^l \ln \left( \frac{E_0}{A\epsilon \text{ GeV}} \right) - \lambda \quad , \quad (3.8)$$

wobei  $X_0^l = 36 \text{ gcm}^{-2}$  und  $\lambda$  die mittlere freie Weglänge von Protonen in Luft ist, steigt dagegen logarithmisch mit  $E_0$  und sinkt logarithmisch mit steigender Massenzahl  $A$  des primären Kernes (vgl. [RAO 1998], S.23). Da nach dem Überschreiten des Schauermaximums wieder eine Abschwächung der  $e/\gamma$ -Komponente einsetzt, die nach einer kurzen Phase exponentiell verläuft, wird die mittlere am Beobachtungsniveau vorkommende Schauergröße zu

$$\bar{N}_e(E_0, A, t) = S_0 \frac{E_0}{\epsilon \text{ GeV}} \frac{t_{max}}{t_{max} + 1} e^{t_{max}} \left( \frac{t}{t_{max}} \right)^{t_{max}+1} e^{-t} \quad , \quad (3.9)$$

mit  $t = X/\lambda$  (siehe [RAO 1998] S.24). Die Schauergröße steigt also mit der Energie  $E_0$  und fällt mit der Masse  $A$ . Diese Abhängigkeit der Schauergröße  $N_e$  von  $E_0$  und  $A$  verhindert, dass durch die alleinige Beobachtung der Schauergröße viel über die Natur der kosmischen Strahlung zu erfahren ist.

Die Nishimura-Kamata-Greisen Funktion (NKG-Funktion) ist eine hervorragende Approximation der lateralen Dichteverteilung der elektromagnetischen Teilchen in Abhängigkeit von der Gesamtzahl der Teilchen (Schauergröße)  $N_e$ . Sie hat die Form

$$\rho_e(N_e, r) = \frac{N_e}{2\pi r_0^2} \frac{\Gamma(4.5 - s)}{\Gamma(s)\Gamma(4.5 - 2s)} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{s-2} \left( 1 + \frac{r}{r_0} \right)^{s-4.5} \quad , \quad (3.10)$$

wobei  $r$  der Abstand zum Schauerzentrum und  $s$  das (elektromagnetische) Schaueralter ist sowie  $r_0$  dem Molière-Radius<sup>3</sup> als *Streulänge* aus der Streutheorie entspricht (siehe [RAO 1998] S.16 [ANTONI 2000]). Der Wert für  $r_0$  sollte nach Gaisser wegen der exponentiellen Natur der Atmosphäre gleich dem Molière-Radius von zwei Strahlungslängen über dem Beobachtungsniveau gesetzt werden, was bei KASCADE-Grande für Elektronen einem Wert von etwa 81 m entspricht.

Das Alter  $s$  eines Schauers kann mit seinem Entwicklungsstadium in Verbindung gebracht werden:

$s = 0$  → das erste elektromagnetische Teilchen wird erzeugt

$s = 1$  → maximale Größe des Schauers  $N_{max}$

$s = 2$  → nur noch ein einzelnes  $e^\pm$  oder  $\gamma$  sind vorhanden.

Das Schaueralter steigt also monoton von 0 nach 2 an. In der Lateralverteilungsfunktion (NKG-Funktion) der elektromagnetischen Teilchen entspricht das Schaueralter  $s$  einem Parameter, der die *Flachheit* der Verteilung bestimmt<sup>4</sup>. Es kann also durch Bestimmung der Steilheit der lateralen Dichte bei einem Schauer auf sein Schaueralter geschlossen werden.

<sup>3</sup> Molière-Radius  $r_m = \frac{E_s X_0}{\epsilon_0 \rho_{obs}}$  mit  $E_s = mc^2 \left( \frac{4\pi}{\alpha} \right)^{0.5}$ ,  $\rho_{obs}$  der Dichte der Luft am Beobachtungsniveau,  $X_0$  einer Strahlungslänge und  $\epsilon_0$  der kritischen Energie. Für Elektronen ist  $E_s = 21.2 \text{ MeV}$ ,  $X_0 = 37.7 \text{ g/cm}^2$ ,  $\alpha = 1/137$  und  $\epsilon_0 = 81 \text{ MeV}$ .

<sup>4</sup> Kleines  $s$  bedeutet eine sehr steile und großes  $s$  eine sehr flache Verteilung.

### 3.1.3 Myonische Komponente

Geladene Mesonen (hauptsächlich Pionen), die bei hadronischen Prozessen entstanden sind, zerfallen durch einen Prozess der schwachen Wechselwirkung in Myonen und Neutrinos. Bei sehr hohen Energien wird allerdings der hadronische Wirkungsquerschnitt und vor allem die Zerfallslänge der Mesonen groß genug um eine Wechselwirkung mit Kernen der Atmosphäre auszulösen, bevor sie zerfallen können. Somit wird mit steigender Teilchenenergie und zunehmender lokaler Dichte der Atmosphäre das Verhältnis von Zerfall zu Wechselwirkung kleiner. Der Anteil der Kaonen ist bei niederenergetischen Schauern unwesentlich, steigt aber bei höheren Energien asymptotisch auf ungefähr 27 % an [GAISSER 1990].

$$\pi^\pm \longrightarrow \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) \quad (\sim 100 \%) \quad (3.11)$$

$$K^\pm \longrightarrow \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) \quad (\sim 63.5 \%) \quad (3.12)$$

Da die Mesonen bei hadronischen Prozessen bevorzugt mit kleinen Winkeln zur Schauerachse produziert werden<sup>5</sup> und ihre Zerfallslänge sehr klein ist (siehe Tab. 3.1) werden die Myonen hauptsächlich wenige Meter von der Schauerachse entfernt erzeugt. Die einmal gebildeten Myonen erfahren in der Atmosphäre fast keine Wechselwirkungen mit hohen Energieverluste mehr. Bremsstrahlung und Comptonstreuung sind um einen Faktor  $(m_e/m_\mu)^2 \approx 10^{-5}$  geringer als bei Elektronen und werden erst bei Myonenenergien  $> 0.5$  TeV relevant. Die Myonen werden also kaum von ihrer Bahn abgelenkt (typischerweise  $\sim 1^\circ$ ). Ihre relativistische Zerfallslänge ist groß genug (siehe Tab. 3.1), um es fast allen Myonen zu ermöglichen den Erdboden zu erreichen. Die Ionisationsverluste in der Luft betragen  $\approx 2$  MeV/gcm<sup>-2</sup>. Nur niederenergetische, stark abgebremste Myonen zerfallen aufgrund der zu schwachen Zeitdilatation gemäß

$$\mu^\pm \longrightarrow e^\pm + \nu_e(\bar{\nu}_e) + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) \quad (\sim 100 \%) \quad (3.13)$$

Durch diesen Prozess wird, selbst wenn alle Hadronen schon absorbiert wurden, die  $e/\gamma$ -Komponente aufrecht erhalten. Da die Myonen nach ihrer Entstehung kaum abgelenkt oder beeinflusst werden und auch hochenergetische Myonen aus großen Höhen das Beobachtungsniveau erreichen, ist ihre laterale Dichteverteilung sehr flach und fällt bei einem vertikalen Protonen-Schauber mit  $E_0 = 10$  EeV am Beobachtungsniveau von KASCADE-Grande erst bei  $\sim 700$  m unter 1 Teilchen pro m<sup>2</sup>. Durch Messungen der Myonen wird es möglich, Informationen über die Entwicklung des hadronischen Schauerkernelns auch am Beginn der Kaskade zu ermitteln.

Die laterale Dichtefunktion für Myonen mit  $E > 1$  GeV bei vertikalen Schauern auf Meereshöhe ergibt sich nach K. Greisen (siehe [RAO 1998] S.28) empirisch zu:

$$\rho_\mu(N_e, r) = 18 \left( \frac{N_e}{10^6} \right)^{3/4} r^{-3/4} \left( 1 + \frac{r}{320 \text{ m}} \right)^{-2.5} m^{-2}. \quad (3.14)$$

Es gibt sogar immer eine Entfernung vom Schauerzentrum, ab welcher die Dichte der Myonen größer als die der  $e^\pm$  wird (siehe Fig. 3.4(b)). Im Falle eines durch einen Eisen-Kern ausgelösten Schauers mit  $E_0 \sim 5 \cdot 10^{17}$  eV geschieht dies etwa in einer Entfernung von  $\sim 300$  m vom Schauerzentrum.

---

<sup>5</sup> Lorentz-Boost

Bei KASCADE wird die Verteilung der Myondichten durch die NKG-Funktion (siehe Gl. 3.10) approximiert. Der Molière Radius  $r_m$  wird dazu auf einen Wert von 420 m gesetzt [ANTONI 2000].

Die Gesamtzahl der Myonen mit einer Energie größer als  $E_\mu$  wird (siehe [RAO 1998] S.29) bei einer Masse des primären Teilchens  $A$  zu:

$$N_\mu(> E_\mu, A) \propto A \left( \frac{N_e}{A} \right)^{\alpha_\mu} . \quad (3.15)$$

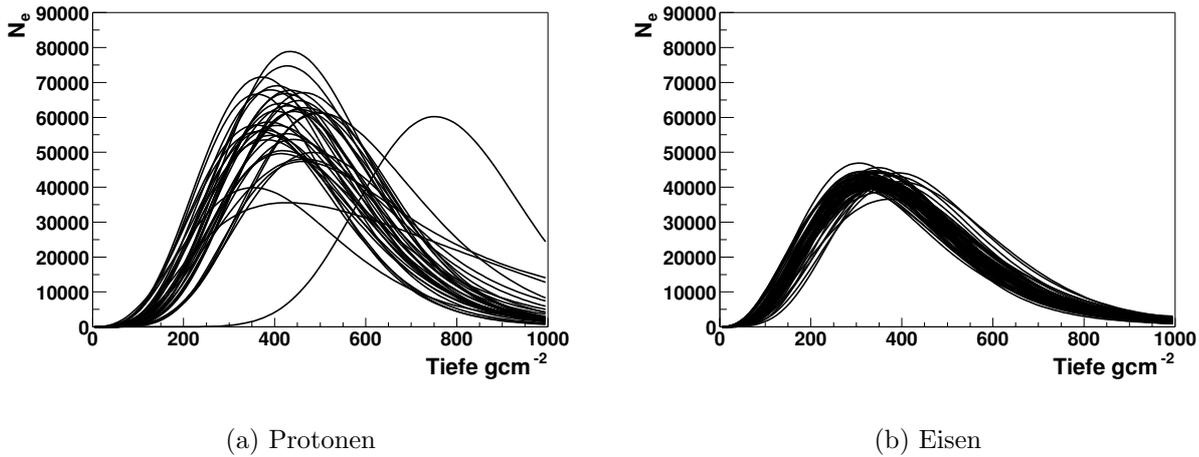
Der Exponent  $\alpha_\mu$  fällt mit steigendem  $E_\mu$ , da die Zerfallswahrscheinlichkeit hochenergetischer Pionen mit steigender Energie abnimmt. Bei  $E_\mu = 1$  GeV beträgt  $\alpha_\mu = 0.8$  bis  $0.9$  und fällt bis  $E_\mu = 200$  GeV auf  $\alpha_\mu = 0.7$  ab. Dies macht die Myonzahl zu einer massensensitiven Observablen. Je höher die gewählte Energieschwelle  $E_\mu$  der Myonen ist, desto besser eignet sich ihre Detektion zur Bestimmung der Masse des primären Kernes.

## 3.2 Eigenschaften

Um die Parameter eines ausgedehnten Luftschauers rekonstruieren zu können ist es wichtig seine phänomenologischen Eigenschaften möglichst genau zu kennen. Diese Kenntnisse müssen zunächst durch die Analyse von simulierten Luftschauern erworben werden. Die so gefundenen Zusammenhänge müssen sich dann später mit den Beobachtungen in Einklang bringen lassen, ansonsten war die Simulation der Ereignisse nicht realistisch genug. Jeder Schauer ist ein einzigartiges Ereignis mit vielen Millionen einzelnen Teilchen und einer noch viel größeren Anzahl von Wechselwirkungsprozessen. Es ist leider unmöglich, die Zustände der einzelnen Teilchen der beteiligten Atmosphäre und des Schauers zu ermitteln oder zu rekonstruieren, was zur Folge hat, dass sich jeder Luftschauer, auch wenn er vom gleichen Primärteilchen mit der exakt gleichen Energie initiiert wurde, in einer stochastischen Art und Weise anders entwickeln wird. Trotzdem gehorcht jede einzelne elementare Wechselwirkung denselben Naturgesetzen, und die riesige Anzahl sorgt dafür, dass sich ein Schauer in einer einheitlichen statistischen Form entwickelt (mit gewissen Fluktuationen).

Je größer die Anzahl der beteiligten Wechselwirkungen wird, desto kleiner bleiben die Fluktuationen des Endzustandes. Das ist auch die Grundlage der Thermodynamik, mit welcher es möglich wird Systeme, die durch eine extrem große Anzahl von Wechselwirkungen beschrieben werden müssten, unter Vernachlässigung elementarer Prozesse durch einige wenige Observablen beschreiben zu können.

Die wesentlichen Schauerfluktuationen stammen genau aus den Prozessen, bei welchen nur wenige Teilchen beteiligt sind. Das ist hauptsächlich die erste Wechselwirkung mit der Atmosphäre. Die Tiefen der ersten Wechselwirkungen sind exponentiell verteilt mit einer Halbwertstiefe von  $\lambda$ . Für ein Proton beträgt die mittlere freie Weglänge in der Luft ca.  $\lambda = 85$  g/cm<sup>2</sup> (bei einer Energie von 1 TeV). Das bedeutet, dass solche Protonen mit einer Wahrscheinlichkeit von immerhin 13.5 % ( $\sim 100/e^2$ ) über 170 g/cm<sup>2</sup> tief in die Atmosphäre eindringen können bevor sie das erste mal wechselwirken. Im Mittel ergibt sich eine häufigste Höhe der ersten Wechselwirkung. Für die einzelnen Schauer bedeutet eine solche Variation eine beträchtliche Veränderung der Startbedingungen des Luftschauers und damit unter



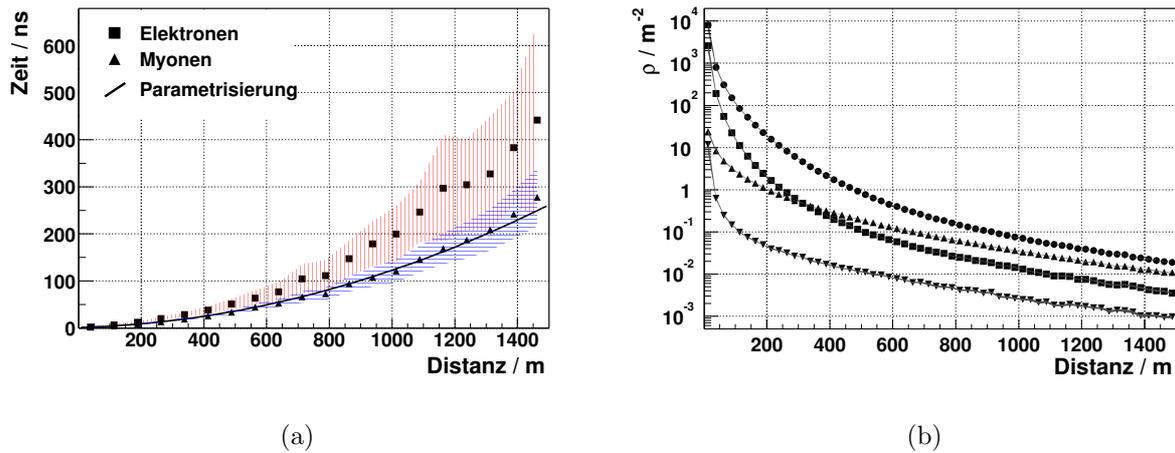
**Fig. 3.3:** Fluktuation der Schauerentwicklung von je 100 Schauern mit einer Energie von  $10^{14}$  eV.

anderem auch eine starke Fluktuation der am Beobachtungsniveau detektierten Teilchenzahl (siehe Gl. 3.9).

Schwere Kerne der kosmischen Strahlung, welche aus  $A$  Nukleonen zusammengesetzt sind, erzeugen bedeutend weniger Fluktuationen, als das bei Protonen der Fall ist (siehe Fig. 3.3). Bei kinetischen Energien von vielen GeV spielt die Kernbindungsenergie der Nukleonen von etwa 8 MeV keine wesentliche Rolle mehr und ein Kern der kosmischen Strahlung kann als Superposition seiner freien Nukleonen betrachtet werden. Zum Beispiel besteht das häufigste Eisenisotop aus 26 Protonen und 30 Neutronen, erzeugt also 56 voneinander unabhängige Initialschauer. Diese bilden dann zusammen einen großen gemeinsamen Schauer, bei welchem die Fluktuationen der Initialschauer gemittelt werden. Schauer, die von Eisen ausgelöst wurden, sind sich also untereinander viel ähnlicher als Schauer, die von Protonen ausgelöst wurden.

Durch die Superposition von  $A$  Nukleonen verfügt jedes Nukleon nur noch über eine Energie von  $E_0/A$ , die dann für die Initialschauer zur Verfügung steht. Außerdem besitzt ein Eisen-Kern eine wesentlich kürzere freie Weglänge  $\lambda$  als ein Proton, weshalb der Ort der ersten Wechselwirkung höher liegt. Deshalb wird das Schauermaximum  $N_{max}$  schon bei größeren Höhen  $X_{max}$  erreicht (siehe Gl. 3.7 und Gl. 3.8). Das Schauermaximum eines schweren Kernes verschiebt sich also mit  $0.51 \lambda \ln A$  nach oben, wohingegen die maximale Schauergröße nur von der Energie abhängig ist.

Die myonische Komponente besitzt kein solches ausgeprägtes Schauermaximum, da der Zerfall niederenergetischer Myonen verhältnismäßig unbedeutend ist (siehe Gl. 3.13). Bei Schauern, welche durch schwere Kerne ausgelöst wurden, werden mehr Myonen gebildet, da mehr hadronische Teilchen am Schauer beteiligt sind und die Myonen aus Zerfällen von Hadronen hervorgehen (siehe Gl. 3.15). Die Anzahl der Myonen steigt also proportional zu  $A^{1-\alpha_\mu}$ , während die Anzahl der Elektronen am Boden mit größer werdenden  $A$  abnimmt. Das Verhältnis der Myonzahl zur Elektronenzahl wird also bei gleicher Energie  $E_0$  mit steigender Massenzahl  $A$  der primären Kerne immer größer. Dies ist eine interessante Möglichkeit zur



**Fig. 3.4:** (a) Die Ankunftszeiten der Teilchen eines Schauers sowie (b) die Teilchendichten in Abhängigkeit von der Distanz zum Schauerzentrum am Beispiel eines Eisen-Schauers mit  $E_0 = 4 \cdot 10^{17}$  eV, der mit CORSIKA (EGS) berechnet wurde. In (a) ist als Linie auch die Parametrisierung der ersten Ankunftszeiten eingezeichnet (vgl. Kap. 5.2).

Ermittlung der Massenzahl  $A$  des primären Kernes, welcher einen Luftschauer ausgelöst hat.

### 3.3 Nachweismethoden

#### 3.3.1 Cherenkovlicht

Durchqueren geladene Teilchen ein dielektrisches Medium, welches einen Brechungsindex  $n$  besitzt, mit einer Geschwindigkeit  $v > c/n$ , so wird Cherenkovlicht erzeugt. Auf Meereshöhe liegt der Brechungsindex von Luft bei  $n_{Luft} \approx 1.000292$ . Die Photonen werden unter einem Winkel von

$$\cos(\theta) = \frac{1}{\beta n} \quad (3.16)$$

bezüglich der Fortbewegungsrichtung des Teilchens emittiert, wobei  $\beta = v/c$  ist. Das Cherenkovlicht wird also auf einer Konusoberfläche mit dem Öffnungswinkel  $2\theta$  abgestrahlt. Für ultrarelativistische Teilchen mit  $\beta \approx 1$  wird dieser Winkel dann zu  $2\theta_{max} = 2\arccos(1/n_{Luft}) \approx 2.6^\circ$ . Da Elektronen mit einer Energie von mehr als 21 MeV ( $\beta = 0.9997$ ) Cherenkovlicht emittieren, erzeugen fast alle Elektronen eines Luftschauers Cherenkov-Photonen. Ein einzelnes Elektron erzeugt dabei ca. 230 Photonen pro  $\text{gcm}^{-2}$ , welche bei optimalen atmosphärischen Bedingungen auch praktisch alle am Beobachtungsniveau ankommen. Die Anzahl der insgesamt erzeugten Photonen entspricht also dem Pfadintegral aller Elektronen oberhalb des Beobachtungsniveaus und eignet sich hervorragend zur Energieabschätzung eines Schauers. Die Fluktuationen bleiben dabei sehr klein. Unter anderem soll das HESS-Experiment (High Energy Steroscopic System) in Namibia 16 Cherenkovteleskope zur Luftschauerdetektion benutzen [AHARONIAN 1997].

### 3.3.2 Fluoreszenz

Während die Teilchen eines Luftschauers die Atmosphäre durchqueren, verlieren sie Energie durch Ionisation und Anregung der Luftmoleküle. Diese angeregten Moleküle emittieren daraufhin beim Rückfall in ihren Grundzustand Fluoreszenzlicht. In der Luft ist die wichtigste Quelle für Fluoreszenzlicht der Stickstoff, welcher hauptsächlich im niederenergetischen UV-Bereich (300 - 400 nm) emittiert. Vor allem die Zustände des 2P ( $\sim 80\%$ ) und 1N ( $\sim 20\%$ ) Bandensystems der  $N_2^+$ -Ionen sind bei diesem Prozess beteiligt. Dieses Licht wird nicht gerichtet abgestrahlt, weshalb auch entfernte Ereignisse detektiert werden können. Allerdings ist die Lichtausbeute eines geladenen Teilchens mit ca. einem Photon pro Meter relativ gering. Diese Technik ist aus diesem Grund nur für hochenergetische Schauer anwendbar. Unter guten atmosphärischen Bedingungen ist dann aber die effektive Nachweisfläche enorm groß. Bei Luftschauern mit einer Energie von  $10^{20}$  eV beträgt sie etwa  $10^3$  km<sup>2</sup>. Mit keiner anderen Beobachtungsmethode lässt sich die longitudinale Entwicklung von Schauern so direkt untersuchen, wie mit dieser Technik. Die Bestimmung der Energie erfolgt durch Integration über die Schauerentwicklung. Der Nachweis des Fluoreszenzlichtes wird erfolgreich vom Fly's Eye Experiment angewendet und auch beim Auger-Experiment [AUGER 1997] werden Fluoreszenzdetektoren eingesetzt.

### 3.3.3 Detektorfeld

Durch stichprobenartige Messung der Teilchendichten und Ankunftszeiten mit einem großflächigen Detektorfeld, können auch mit einer insgesamt kleinen aktiven Nachweisfläche, die Form, Größe und Richtung eines Luftschauers bestimmt werden. Der Hauptvorteil gegenüber den Fluoreszenz- und Cherenkov-Techniken liegt in der Unabhängigkeit von Wetter, Tageszeit und Mondphasen.

Da Luftschauer eine Ausdehnung von mehreren hundert Metern besitzen, lassen sich unkorrelierte Signale (meistens einzelne Myonen) einzelner Detektoren wirksam durch die Koinzidenzbedingung mehrerer Detektoren herausfiltern. Mittels einer entsprechenden Abschirmung lässt sich die niederenergetische elektromagnetische Komponente wegfiltern, so dass gezielt Myonen (ab einer bestimmten Energieschwelle) mit den Detektoren untersucht werden können. Mit einem Detektorfeld lassen sich also besonders einfach die ausgedehnten elektromagnetische und myonische Komponenten eines Luftschauers untersuchen. Die Rekonstruktion der Luftschauer basiert hauptsächlich auf dem Anpassen einer lateralen Dichtefunktion an die gemessenen Werte, und einer Anpassung der Schauerfront an die gemessenen Ankunftszeiten. Um die Richtung eines Schauers rekonstruieren zu können, sind relative Zeitmessungen mit einer Genauigkeit von  $\sim 1$  ns nötig.

Das Haverah-Park-Array setzte z.B. Wasser-Cherenkov Detektoren ein, und auch beim Auger-Experiment kommen diese zum Einsatz. AGASA, KASCADE-Grande und viele andere Experimente benutzen mit Szintillatoren ausgerüstete Detektorfelder zum Teilchennachweis.

### 3.3.4 Tracking Detektoren

Durch den Einsatz fein segmentierter Detektoren können die Spuren einzelner Teilchen rekonstruiert werden. Da dies nur bei ausreichend geringen Teilchendichten möglich ist, muss die Detektoranlage unter einer entsprechenden Abschirmung liegen. Die Rekonstruktion einzelner Teilchen ist eine Möglichkeit wichtige Eigenschaften eines Luftschauers zu beobachten. Besonders interessant ist es in diesem Zusammenhang, falls zusätzlich die Möglichkeit einer kalorimetrischen Energiebestimmung einzelner Teilchen besteht. Ermittelt man z.B. die Parameter einzelner Myonen, kann damit auch auf die longitudinale Entwicklung des Schauers geschlossen werden.

Beim KASCADE-Grande-Experiment wird diese Technik im Myontunnel eingesetzt und auch der Zentraldetektor (siehe Abschnitt 4.5) ermöglicht eine Spurrekonstruktion, insbesondere für Hadronen, deren Energie gleichzeitig kalorimetrisch bestimmt wird.



## 4. KASCADE-GRANDE

Das KASCADE-Grande-Experiment befindet sich auf dem Gelände des Forschungszentrum Karlsruhe bei  $8^\circ\text{E}$  und  $49^\circ\text{N}$  auf einer Höhe von 110 m über NN ( $1023 \text{ gcm}^{-2}$ ) und ist eine Erweiterung des bestehenden KASCADE-Experimentes [KLAGES 1997]. Es besteht aus fünf Komponenten, nämlich KASCADE-Grande-Detektorfeld, PICCOLO, KASCADE-Detektorfeld, Zentraldetektor und Myontunnel, welche teilweise wiederum aus mehreren Komponenten aufgebaut sind, so dass man insgesamt von einem Multidetektoraufbau sprechen kann (22 prinzipiell unabhängige Experimenteile). Die Messungen umfassen sowohl die elektromagnetische, myonische als auch die hadronische Komponente eines Luftschauers. Durch den Einsatz von verschiedenen Absorberschichten, Spurrekonstruktions-Detektoren, Kalorimeter, Szintillator-Detektorfeldern und fein segmentierter großflächiger Detektoren zur Ankunftszeitmessung können einzelne Luftschauerereignisse durch eine große Anzahl von Observablen charakterisiert werden. Prinzipiell erhofft man sich, durch eine Analyse aller verfügbaren Observablen die Energie und Masse des primären Kerns sehr genau rekonstruieren zu können. Die Möglichkeit, verschiedene Massegruppen (leichte Kerne, schwere Kerne, mittlere Masse) voneinander zu trennen und auf diese Art eine Veränderung der Zusammensetzung der kosmischen Strahlung in Abhängigkeit ihrer Energie zu erkennen, ist auf jeden Fall gegeben.

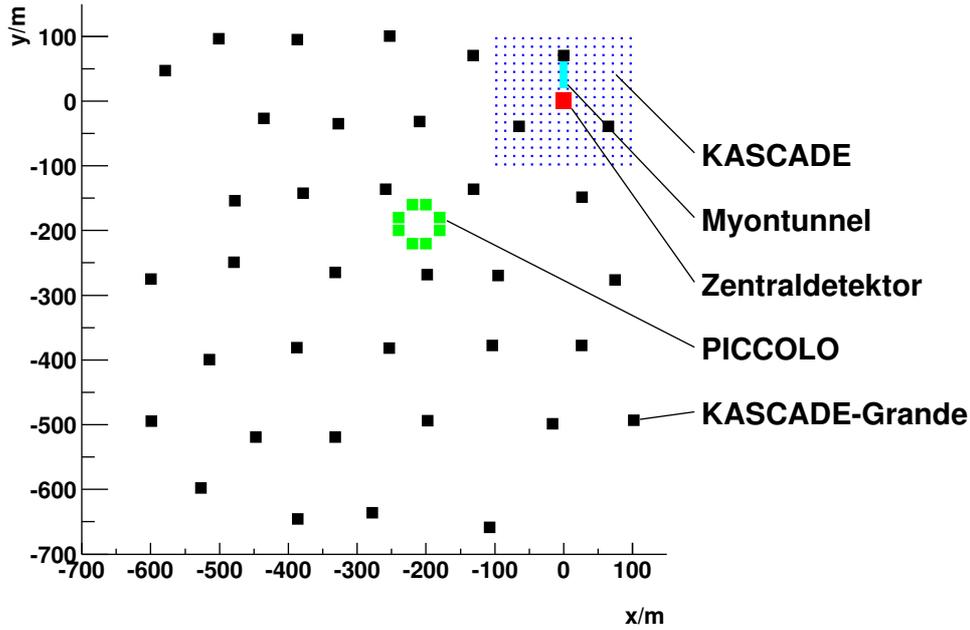
Ein weiterer Vorteil von KASCADE-Grande ist der sich über vier Größenordnungen erstreckende Energiebereich, der untersucht werden kann. Mit dem ursprünglichen KASCADE können Schauer bis hinunter zu  $10^{14}$  eV detektiert werden. Das KASCADE-Grande-Detektorfeld ermöglicht durch seine Größe den Nachweis von Ereignissen bis zu einer Energie von über  $10^{18}$  eV.

### 4.1 Detektorfeld von KASCADE-Grande

Das Detektorfeld von KASCADE-Grande besteht aus 37 Detektorstationen mit je  $10 \text{ m}^2$  Szintillatorfläche zum gemeinsamen Nachweis der geladenen Teilchen eines Luftschauers.

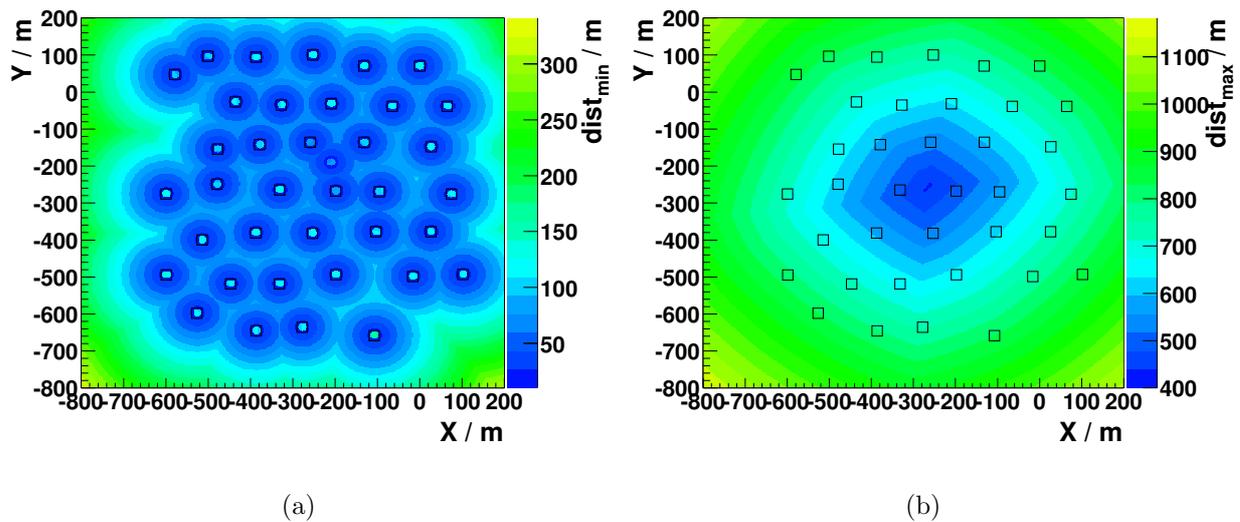
	Gesamtfläche / $\text{m}^2$	Flächenbelegung / %
Myonen	966	0.182
e/ $\gamma$	969	0.183
geladene Teilchen	456	0.086
Hadronen	300	0.057

**Tab. 4.1:** *Sensitive Fläche der Detektoren von KASCADE-Grande und der prozentuale Anteil an der Gesamtfläche des Detektorfeldes von  $0.53 \text{ km}^2$ .*



**Fig. 4.1:** Skizze der Anordnung aller Detektoren am Forschungszentrum Karlsruhe. Neben den neuen Detektorfeldern von KASCADE-Grande und PICCOLO ist auch der Aufbau des KASCADE-Experimentes zu erkennen.

Das sind hauptsächlich Elektronen und Myonen, können aber auch Hadronen oder konvertierte  $\gamma$ -Photonen sein. Die Detektoren des KASCADE-Grande-Detektorfeldes wurden bereits im EAS-TOP-Experiment eingesetzt [AGLIETTA 1998, AGLIETTA 1989]. Jede der 37 KASCADE-Grande-Stationen besteht aus  $4 \cdot 4$  Plastik-Szintillatoren (Szintillatormaterial ist NE102A mit  $80 \cdot 80 \text{ cm}^2$  Fläche und 4 cm Dicke). Unter dem Szintillatormaterial sammeln pyramidenförmige Metallhüllen mit 1 mm Wandstärke, welche innen mit einer weißen Reflexionsfarbe beschichtet sind, das Szintillationslicht. Die Photomultiplier befinden sich am Ende der Pyramide, 30 cm unterhalb des Szintillatormaterials, und messen die Ankunftszeiten sowie Teilchendichten von  $0.1 \text{ m}^{-2}$  bis  $3000 \text{ m}^{-2}$ . Jede Hütte beherbergt die Elektronik zum Erstellen eines gemeinsamen Ausgangssignals der 16 Photomultiplier. Dieses Signal wird aufgespalten in ein logisches Signal für die Triggerelektronik sowie Zeitmessung und in ein analoges Signal um die Amplitude feststellen zu können. Die logischen Signale werden über 700 m lange Kabel an die DAQ-Station weitergeleitet. Die analogen Signale werden in zwei Stufen verstärkt, so dass  $0.1\text{-}20 \text{ mip/m}^2$  (mip bedeutet minimal ionisierendes Teilchen) sowie  $1\text{-}200 \text{ mip/m}^2$  detektiert werden können. Für die inneren vier Detektoren stehen zusätzlich noch *low-gain*-Photomultiplier zur Verfügung, welche ein Signal von  $40\text{-}3200 \text{ mip/m}^2$  messen können. Für das logische Signal wird ein Signal von mindestens  $3/10 \text{ mip}$  (20 mV) vorausgesetzt. Die zeitliche Auflösung der Detektoren für den Nachweis eines einzelnen Teilchens beträgt  $\sigma = 1.4 \text{ ns}$ . In Fig. 4.1 ist die fast hexagonale Anordnung der Detektoren zu sehen. Die Koordinaten sind im Anhang A aufgelistet. Da die Geometrie des Detektorfeldes aus bautechnischen Gründen nicht besonders gleichmäßig ist werden Luftschauer an verschiedenen Positionen jeweils etwas unterschiedlich gemessen. In Fig. 4.2 erkennt man die Positionsabhängigkeit des Abstandsintervalls, in welchem Teilchendichten gemessen wer-



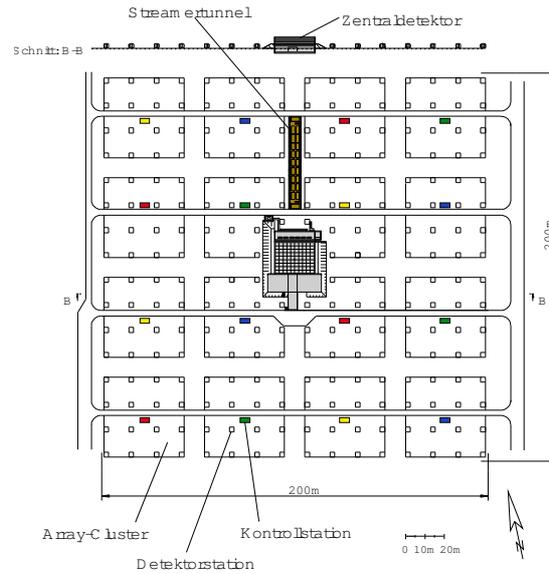
**Fig. 4.2:** Die (a) minimale und (b) maximale Entfernung von einem Detektor des KASCADE-Grande-Detektorfeldes. Die Detektorstationen sind als offene Quadrate dargestellt. Detektoren, welche näher wie 10 m an einem Schauerzentrum liegen, werden nicht betrachtet.

den können. Prinzipiell können bis in eine Entfernung von  $\approx 870$  m vom Schauerzentrum Teilchendichten gemessen werden.

## 4.2 PICCOLO-Detektor

Dieser Experimententeil ist hauptsächlich dazu vorgesehen, ein gemeinsames Triggersignal für KASCADE und KASCADE-Grande zur Verfügung zu stellen. Deshalb liegt die Anlage sehr zentral und ist vom KASCADE Zentraldetektor nur 285 m, sowie vom KASCADE-Grande-Zentrum etwa 100 m entfernt. Dadurch wird es ermöglicht ein schnelles Triggersignal zur Verfügung zu stellen, welches es erlaubt, in einem gemeinsamen Zeitfenster alle Experimenteile auszulesen. PICCOLO besteht aus einem kleinen Detektorfeld mit 8 Stationen, welche zusammen 86 m<sup>2</sup> Szintillatorfläche besitzen. Es wird, wie KASCADE-Grande, die geladene Teilchen eines Luftschauers detektieren. Außer dem Triggersignal liefert PICCOLO insgesamt 16 weitere Messpunkte der lateralen Dichteverteilung geladener Teilchen und der Ankunftszeiten der Schauerfront. Dies wird bei vielen Ereignissen die Genauigkeit der Rekonstruktion deutlich steigern, da es den 37 Rekonstruktionspunkten des KASCADE-Grande-Experiments noch einmal fast 50 % zusätzliche Rekonstruktionspunkte hinzufügt. PICCOLO ist aus Veto-Szintillatoren des abgebauten Neutrinoexperimentes KARMEN aufgebaut. Dies sind Plastik-Szintillatoren mit den Abmessungen 300·30·3 cm<sup>3</sup>, von denen je zwölf pro PICCOLO-Station benutzt werden. An den beiden Enden jedes Szintillators ist jeweils ein Photomultiplier angebracht. Je zwei Szintillatoren bilden zusammen ein Modul, dessen vier Photomultiplier von einer Elektronik gemeinsam ausgewertet werden. Leider sind diese Detektoren in ihrer früheren Eigenschaft als Veto-Zähler für ihre Aufgabe als Schauerdetektor nicht optimal geeignet. Durch ihre beträchtliche Ausdehnung und das gemeinsame Auslesen



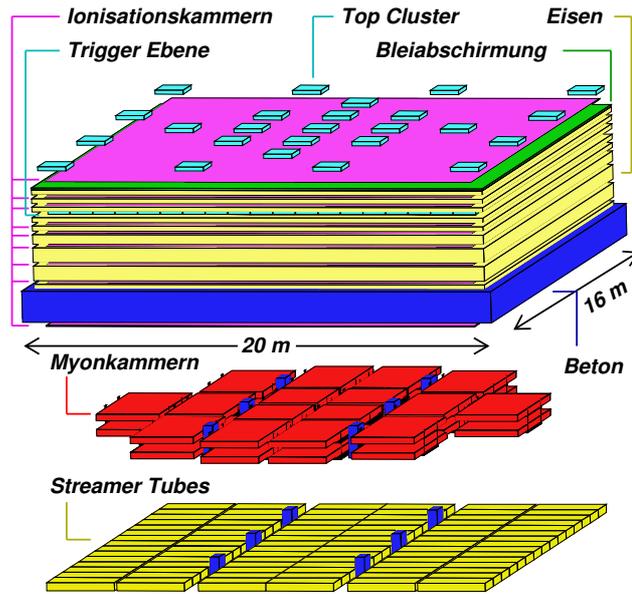


**Fig. 4.4:** Skizze der Anordnung des KASCADE-Detektorfeldes. Auch der Zentraldetektor und der Myontunnel sind zu erkennen.

werden. Die Zeitauflösung eines Detektors beträgt  $\sigma = 0.77$  ns und die Energieauflösung  $\sigma = 25.3 \% \sqrt{E/MeV}$ . Die Stationen der inneren vier Cluster besitzen jeweils vier dieser  $e/\gamma$ -Detektoren. In den zwölf äußeren Clustern besitzen alle Stationen je zwei diagonal angeordnete  $e/\gamma$ -Detektoren, allerdings sind hier unter einer Abschirmung aus 10 cm Blei und 4 cm Stahl, also zusammen von etwa 20 Strahlungslängen (dies entspricht einer Schwellenenergie für Myonen von etwa 290 MeV), noch zusätzlich Myon-Detektoren angebracht. Diese bestehen aus vier  $90 \cdot 90 \cdot 3$  cm<sup>3</sup> großen Plastikszintillatorplatten. Das Auslesen erfolgt durch vier Photomultiplier, welche über Wellenlängenschieber mit den Szintillatorplatten verbunden sind. Die Zeitauflösung dieser Detektoren beträgt  $\sigma = 2.9$  ns und die Energieauflösung  $\sigma = 32 \% \sqrt{E/MeV}$ . Im zentralen Bereich hochenergetischer Schauer haben auch elektromagnetische Teilchen genug Energie, um die 20 Strahlungslängen Absorbermaterial zu durchqueren, was zu einem erhöhten Myonsignal führt (Punch-through). Deshalb sind in den inneren vier Clustern nahe am Zentraldetektor keine Myon-Detektoren installiert.

#### 4.4 Myontunnel

Ein weiteres Experiment zur Messung von Myonen ist der  $48 \cdot 5.4 \cdot 2.4$  m<sup>3</sup> große Myontunnel. Er macht es möglich, die Spuren einzelner Myonen zu rekonstruieren und dadurch, in Verbindung mit einer Schauerrichtungsbestimmung durch das Detektorfeld, die Produktionshöhen der Myonen zu bestimmen. Der Tunnel befindet sich unter einer Abschirmung von 30 cm Beton, 3 cm Eisen und 40 cm Erde, was etwa 18 Strahlungslängen entspricht (die Energieschwelle für Myonen liegt dadurch bei ca. 800 MeV). Als Detektoren werden 768 Streamertubes eingesetzt. Jeweils zwölf Streamer Tubes sind zu einem Modul der Größe  $4 \cdot 2$  m<sup>2</sup> zusammengefasst. Drei solcher Module werden mit einem Abstand von 82 cm in einem Turm



**Fig. 4.5:** Der schichtartige Aufbau des Zentraldetektors. Die Myonkammern und die Streamer Tubes sind nicht in ihrer wahren Lage gezeigt, sondern wurden nach unten auseinander gezogen.

übereinander montiert. Sechzehn dieser Türme sind paarweise im Tunnel aufgestellt, wobei neben jedem Turm noch ein zusätzliches Modul vertikal an der Wand angebracht ist. Jede Streamertube ist der Länge nach in sechzehn  $4000 \cdot 9 \cdot 9 \text{ mm}^3$  große Zellen aufgeteilt. In der Mitte jeder Zelle ist ein Anodendraht gespannt. Die Drähte (Anode) werden mit einer Hochspannung von  $4700 \text{ V}$  gegenüber den Zellenwänden (Kathoden) betrieben. Oberhalb und unterhalb jeder Streamertube sind in einem Abstand von  $2 \text{ mm}$  Influenzstreifen aus Aluminium mit einer Breite von  $18 \text{ mm}$  angebracht. Insgesamt besitzt der Myontunnel eine aktive Nachweisfläche von  $144 \text{ m}^2$ . Die Winkelauflösung des Detektors für einzelne Myonen beträgt  $\sigma = 0.89^\circ$  [DOLL 2002, OBENLAND 2000].

## 4.5 Zentraldetektor

Im Zentrum des KASCADE-Detektorfeldes befindet sich zur detaillierten Untersuchung der zentralen Bereiche von Luftschauern ein komplexer schichtartig aufgebauter Detektor (siehe Fig. 4.5).

Auf dem Dach dieser Anlage ist das **Top-Cluster** installiert. Es besteht aus 50 Plastik-Szintillatoren, die paarweise zu 25 Modulen zusammengefasst sind. Das Top-Cluster schließt die im KASCADE-Detektorfeld entstandene Lücke der  $e/\gamma$ -Detektoren. Als eigenständiges Array kann es auch kleine Schauer nachweisen, welche ihr Zentrum im Bereich des Zentraldetektors haben.

Den größten Teil des Zentraldetektors bildet ein  $16 \cdot 20 \cdot 4 \text{ m}^3$  großes **Kalorimeter** mit neun Absorberschichten aus insgesamt  $4000 \text{ t}$  Eisen, deren Dicke nach unten hin zunimmt [ENGLER 1999]. Zwischen diesen Schichten befindet sich jeweils eine Lage mit Flüssigioni-

sationskammern, die mit Tetramethylsolan (TMS) oder Tetramethylpentan (TMP) befüllt sind. Nur unterhalb der dritten Abschirmungsschicht befinden sich andere Detektoren. Über der ersten und auch unter der letzten Absorberschicht ist ebenfalls eine Lage mit Ionisationskammern angeordnet. Insgesamt sind das 9 Lagen mit 11250 einzelnen Ionisationskammern der Größe  $50 \cdot 50 \cdot 1 \text{ cm}^3$ , die jeweils von vier Elektroden ausgelesen werden. Die Schichten des Kalorimeters entsprechen einer Abschirmung von 11 hadronischen Wechselwirkungen, also ungefähr soviel wie die von einem Schauer schon durchquerte Atmosphäre. Dies ermöglicht das Stoppen von Hadronen mit Energien von 20 GeV bis 10 TeV. Durch die feine Segmentierung (45000 Kanäle) ist zusätzlich die Auflösung einzelner Hadronenspuren bis zu 50 cm möglich. Die Winkelauflösung beträgt dabei  $\sigma = 1.5^\circ$ . Die hadronische Gesamtenergie der detektierten Hadronen kann dabei mit  $\sim 10\%$  Fehler bestimmt werden.

Die erste Schicht mit Ionisationskammern (die **Toplage**) des Kalorimeters hat eine Sonderstellung, da über ihr keine Abschirmung vorhanden ist. Deshalb ist sie vor allem auf Teilchen der elektromagnetischen Komponente sensitiv und ergänzt das Top-Cluster mit einer großflächigen und flächendeckenden Bestimmung der Teilchendichten.

Zwischen der dritten und der vierten Absorberschicht (durch 30 Strahlungslängen abgeschirmt) befindet sich die **Triggerebene**, die aus 456 Plastik-Szintillatoren besteht. Diese stellt ein schnelles Triggersignal zur Verfügung. Außerdem liefert die Triggerebene mit einer Auflösung von 1.8 ns Informationen über Ankunftszeiten von Myonen ( $E_\mu > 400 \text{ MeV}$ ). Hauptsächlich triggert sie das Kalorimeter, und zwar auf zweierlei Weise. Erstens falls ein Modul ein Signal  $> 50$  m.i.p. (300 MeV) registriert und zweitens durch eine Myonen-Multiplizitäts-Schwelle, falls insgesamt mehr als sieben Myonen in den Modulen registriert werden.

Im Keller des Gebäudes unter dem Kalorimeter befinden sich, in zwei Lagen mit einem vertikalen Abstand von 38 cm, 32 **Vieldraht-Proportionalkammern (MWPC)**. Diese Detektoren ermöglichen das Messen von Richtung und Ort einzelner Myonen oberhalb einer Energieschwelle von 2.4 GeV. Als ionisierbares Gas dient ein Gemisch von Argon und Methan. Auf halber Höhe des sensitiven Gasvolumens jeder Kammer befindet sich die Anodenebene, welche abwechselnd aus Anodendrähten und Potentialdrähten besteht. Auf der Innenseite des oberen und des unteren Deckels sind 10.6 mm breite Kathodenstreifen aus  $35 \mu\text{m}$  dicker Kupferfolie im Abstand von 2 mm angebracht. Die oberen Streifen sind um  $+34^\circ$ , die unteren um  $-34^\circ$  gegenüber den Anodendrähten gedreht. Der Durchstoßort eines Teilchens lässt sich bei geringen Teilchendichten problemlos aus den Schnittpunkten der angesprochenen Kathodenstreifen und der Anodendrähte bestimmen. Bei hohen Dichten kommt es zu Mehrdeutigkeiten. Die Ortsauflösung beträgt  $\sim 0.6 \text{ cm}$  und die Winkelauflösung  $0.15^\circ$ . Allerdings wird die Winkelauflösung durch Streuprozesse der Myonen im Kalorimeter auf ca.  $1.5^\circ$  begrenzt [BOZDOG 2001].

Die unterste Schicht wird von einer Lage **Limited Streamer Tubes (LST)** gebildet. Prinzipiell sind diese baugleich mit denen des Myontunnels, nur erfolgt das Auslesen nicht über Influenzstreifen, sondern durch rechteckige Influenz-Pads, welche die Breite einer Tube haben und eine Länge von 8 cm. Zusammen mit den ortsauflösenden Detektoren der MWPC und der Triggerebene werden die LST zur Spurrekonstruktion von hochenergetischen Myonen ( $E > 2.4 \text{ GeV}$ ) verwendet. Außerdem ermöglichen sie es laterale Dichteverteilungen sehr

genau zu untersuchen.

## 4.6 Simulationen

Da das KASCADE-Grande-Detektorfeld mit der Datenaufnahme noch nicht begonnen hat, liegen dieser Studie nur simulierte Daten zugrunde. Das verwendete Simulationsprogramm CORSIKA (**CO**smic **R**ay **SI**mulations for **KA**scade) ist eine detaillierte Monte-Carlo-Simulation der Wechselwirkung kosmischer Strahlung mit der Erd-Atmosphäre [HECK 1998]. Dazu können hadronische Wechselwirkungsmodelle für extrem hohe Energien (VENUS, QGSJET, neXus, DPMJET, SIBYLL oder HDPM) sowie für niedrige Energien (Gheisha oder UrQMD) und Simulationspakete für die elektromagnetischen Teilchen (NKG oder EGS4) eingebunden werden. Momentan liefert eine Kombination von QGSJET mit Gheisha und EGS4 die plausibelsten Ergebnisse [ANTONI 2001].

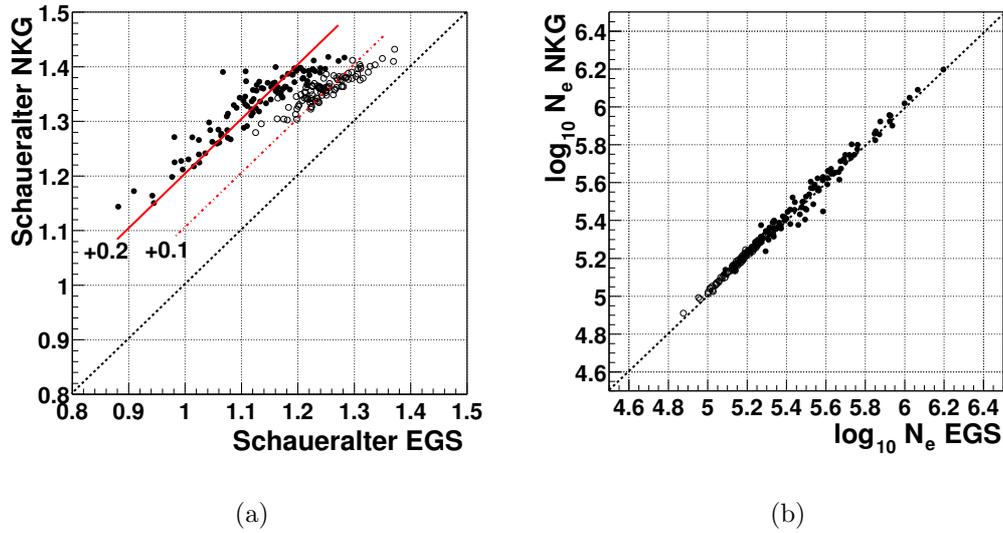
Leider wirft der Umgang mit simulierten Schauern im für KASCADE-Grande interessanten Energiebereich Probleme auf. Die Daten eines mit CORSIKA simulierten vertikalen Schauers benötigen bei  $E_0 = 10^{18}$  eV bis zu  $\sim 40$  GB Speicherplatz. Bei einer Energie von  $E_0 = 10^{15}$  eV liegt der Speicherbedarf noch bei  $\sim$  MB. Das Einlesen und Bearbeiten eines einzelnen hochenergetischen Schauers kann bis zu  $\sim 10$  Stunden in Anspruch nehmen (Athlon XP 1700+). Momentan gibt es keine Möglichkeit eine größere Anzahl solcher Luftschauer zu simulieren und zu speichern (1000 Schauer entsprechen ca.  $\sim 1$  TB). Deshalb wird gerade untersucht, wie man den CORSIKA-Mechanismus des *Dünnens* von Schauern bei KASCADE-Grande einsetzen könnte. Dabei werden Teilchen unterhalb einer bestimmten Energieschwelle zu Teilchenpaketen zusammengefasst, die dann als solche durch CORSIKA behandelt werden. Dadurch kann der Speicherbedarf eines Schauers um mehrere Größenordnungen reduziert werden. Einige Versuche im Rahmen dieser Arbeit mit solchen gedünnten Schauern zu arbeiten waren vielversprechend. Sie wurden aber nicht weiter verfolgt, da die durch die Reduzierung der Teilchendichten entstehenden Fluktuationen entweder eliminiert<sup>1</sup> oder zumindest genau bekannt sein müssten, so dass die erzielten Ergebnisse entsprechend interpretiert werden können [BINGERT 2003].

### 4.6.1 Parametrisierte CORSIKA-Schauer

Die Ergebnisse dieser Arbeit basieren auf einem anderen Ansatz. Es wurden einige Eigenschaften von mit CORSIKA simulierten Schauern vollständig parametrisiert<sup>2</sup>. Das bedeutet, dass die Lateralverteilung der  $e/\gamma$ -Komponente, der Myonen und auch der Hadronen jeweils bei verschiedenen Schwellenenergien durch eine NKG-Funktion genähert wurde. Durch diese Reduzierung der simulierten Luftschauer auf einen kleinen Satz von Parametern wurde es ermöglicht mit minimalem Rechen- bzw. Speicherplatz-Aufwand einen umfassenden Datensatz von Luftschauern zu erstellen. Als Basis diente dazu die Parametrisierung von je 17700

<sup>1</sup> Am besten durch eine realistische Verteilung der in einem Paket enthaltenen Teilchen auf eine größere Fläche, also durch ein *Entdünnen*.

<sup>2</sup> Das zu diesem Zweck benutzte Programm stammt von A. Haungs und M. Roth.

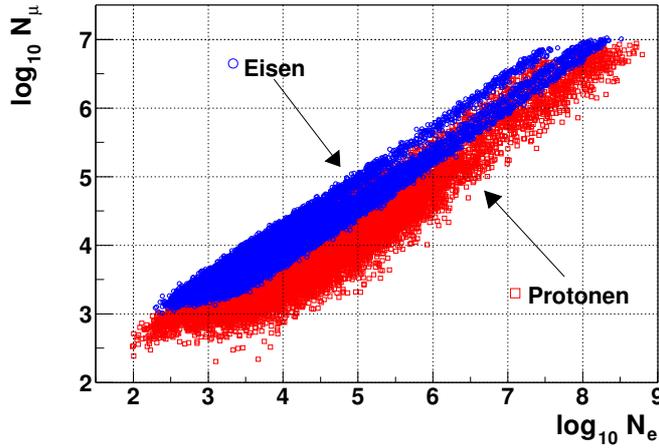


**Fig. 4.6:** Der Vergleich von Schaueralter (a) sowie Schauergröße (b), die mittels der NKG-Option von CORSIKA berechnet wurden, mit den durch das Anpassen einer NKG-Funktion an die mit der EGS-Option von CORSIKA berechneten Teilchendichten ermittelten. Dargestellt sind in beiden Diagrammen 100 vertikale von Eisenkernen induzierte Schauer (offene Kreise) und 100 vertikale von Protonen induzierte Schauer (gefüllte Kreise) mit jeweils einer Energie von  $E_0 = 3 \text{ PeV}$ . (nach A. Haungs)

Eisen- sowie Protonen-Schauer, welche mit der NKG-Option von CORSIKA berechnet wurden. Von diesen Schauern sind jeweils ein Drittel mit einem Zenitwinkel von  $10^\circ$ ,  $25^\circ$  sowie  $40^\circ$  simuliert worden. Ihr Energiespektrum erstreckt sich von  $10^{14} \text{ eV}$  bis  $1.25 \cdot 10^{18} \text{ eV}$ . Dieser Datensatz von parametrisierten Schauern (siehe Fig. 4.7) diente dann als Grundlage für die Generierung der verwendeten Daten.

Nachteilig wirkt sich hier die Verwendung der NKG-Option von CORSIKA aus, da die elektromagnetische Lateralverteilungsfunktion hier nicht der Anpassung einer NKG-Funktion an die Teilchendichten entspricht, sondern durch Überlagerung vieler Sub-Schauer approximiert wird. Für die Schauergröße spielt dies keine Rolle, da die Schauergröße der NKG-Option und die der Anpassung einer NKG-Funktion an die mit der EGS-Option von CORSIKA gewonnenen Teilchendichten kaum voneinander abweichen (siehe Fig. 4.6(b)). Beim Schaueralter ist dies aber leider nicht der Fall (siehe Fig. 4.6(a)). Hier kommt es zu einer systematischen Verschiebung der Schaueralter in Abhängigkeit der Masse  $A$  des Primärteilchens um  $\approx 0.1$  (Eisenkern) bis  $\approx 0.2$  (Proton) zu größeren Schaueraltern bei der NKG-Option. Da es sich aber praktisch ausschließlich um eine systematische Abweichung handelt, kann das so gewonnene Schaueralter auch für die weitere Datengenerierung benutzt werden.

Um den für diese Studie benötigten Datensatz an Luftschauern zu erstellen wurden für einen Zeitraum von 120 Tagen Messzeit per Zufallsgenerator die Energie (zwischen  $4 \cdot 10^{15} \text{ eV}$  und  $1.25 \cdot 10^{18} \text{ eV}$ ), Position (innerhalb  $4 \cdot 4 \text{ km}^2$  um das Zentrum des KASCADE-Grand-



**Fig. 4.7:** Das Verhältnis der Myonenzahl  $\log_{10}N_{\mu}$  zur Elektronenzahl  $\log_{10}N_e$  der 17700 von Eisenkernen sowie der 17700 von Protonen initiierten Luftschauer. Zu erkennen sind auch die drei unterschiedlichen simulierten Zenitwinkel ( $10^{\circ}$ ,  $25^{\circ}$  und  $40^{\circ}$ ) als voneinander getrennte Bänder. Auch der Unterschied zwischen Eisenkernen und Protonen als primärer Kern ist zu erkennen.

Detektorfeldes), Zenit- (von  $0^{\circ}$  bis  $45^{\circ}$ ) sowie Azimutwinkel (von  $0^{\circ}$  bis  $360^{\circ}$ ) bestimmt, wobei berücksichtigt wurde, dass das Energiespektrum einem inversen Potenzgesetz folgt, welches bei einer Energie von  $5 \cdot 10^{15}$  eV seine Potenz von -2.7 auf -3 verändert. Aus dem vorhandenen Basis-Datensatz wurde nun derjenige parametrisierte Schauer bestimmt, dessen Energie und Zenitwinkel am besten mit den per Zufallsgenerator ermittelten Werten übereinstimmte. Daraufhin erfolgte die Korrektur der Gesamtanzahl  $N_{e,NKG}$  der Elektronen an die gewünschten Schauer-Parameter. Da  $N_{e,NKG}$  nach Überschreiten eines Maximums bei der Eindringtiefe  $X_{max}$  wieder exponentiell abnimmt und das gewünschte Beobachtungsniveau immer bei Eindringtiefen  $X$  deutlich größer als  $X_{max}$  liegt, kann man die Zenitwinkeldifferenz und den daraus resultierenden längeren oder kürzeren Weg durch die Atmosphäre einfach durch ein Exponentialgesetz auf die Gesamtelektronenzahl  $N_{e,NKG}$  übertragen:

$$\log(N_{e,NKG}^{est}) = \log(N_{e,NKG}^{sim}) - \frac{1023 \frac{g}{cm^2}}{175 \frac{g}{cm^2}} \cdot \left( \frac{1}{\cos(\theta^{est})} - \frac{1}{\cos(\theta^{sim})} \right) \quad (4.1)$$

Wobei  $1023 \text{ gcm}^{-2}$  das Observationsniveau und  $175 \text{ gcm}^{-2}$  die mittlere exponentielle Abschwächung eines Schauers ist. Da die Myonen kaum durch die Atmosphäre absorbiert werden, wird ihre Parametrisierung auch nicht weiter verändert sondern einfach aus dem parametrisierten Basis-Datensatz übernommen.

Bei jedem Schauer wird dann die Reaktion der KASCADE-Grande-Detektoren untersucht. Das bedeutet, es wird berechnet wie viele Elektronen, Positronen und Myonen durch die effektive Fläche<sup>3</sup> der entsprechenden Detektoren in der jeweiligen Entfernung vom Schauerzentrum hindurchtreten. Um den Effekt der Teilchendichtenfluktuationen zu berücksichtigen wird diese Teilchenzahl dann als Mittelwert  $\mu$  einer Poisson-Verteilung angenommen. Die Anzahl der detektierten Teilchen pro Detektor ergibt sich dann als Zufallszahl, welche gemäß

<sup>3</sup>  $A \cdot \cos(\theta)$

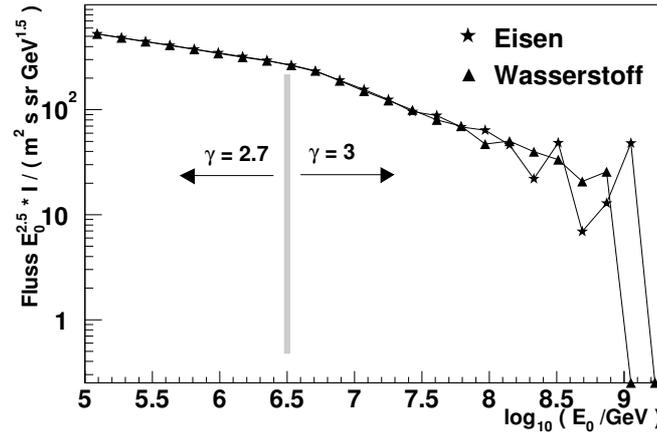


Fig. 4.8: Das Energiespektrum der erzeugten Daten.

der entsprechenden Poisson-Verteilung verteilt ist. Vereinfachend wurde angenommen, dass der Nachweis von Elektronen und Myonen mit der gleichen Effektivität funktioniert. Hadronen werden nicht detektiert. Erstens werden sie in den kleinen Szintillatoren kaum abgebremst und außerdem ist es selten, dass Hadronen überhaupt einen Detektor treffen. Das ist nur bei Schauerzentren, die sehr nahe bei einem Detektor liegen wahrscheinlich, und solche Detektoren werden von der Schauergrößen-Rekonstruktion ausgeschlossen. Außerdem wurde der Konversionsfaktor, mit dem  $\gamma$ -Quanten mittels Paarbildung Elektronen/Positronen-Paare erzeugen können mit Null angenommen. Tatsächlich wird sicher ein bestimmter Teil der extrem zahlreichen  $\gamma$ -Photonen im Material der Detektorhütten eine solche Paarbildung hervorrufen. Da die Zahl der  $\gamma$ -Photonen ungefähr einen Faktor 10 größer ist, als die der Elektronen, kann dadurch das Signal der Myonen noch weiter in den Hintergrund gerückt werden.

Die Zenit- sowie Azimutwinkel wurden durch eine Gauß-Kurve mit  $\sigma = 1.4^\circ$  verschmiert. Dies entspricht der Richtungsauflösung des KASCADE-Grande-Detektorfeldes (siehe Kap. 7.2).

Auf diese Weise können auch für hohe Energien in kurzer Zeit große Mengen an simulierten Schauern gewonnen werden. Dadurch wird es möglich Untersuchungen mit hoher Statistik zur Triggereffizienz, Rekonstruktion und Selektion durchzuführen. Zu diesem Zweck wurden die Ereignisse von 120 Tagen Messzeit mit Wasserstoffkernen sowie 120 Tagen mit Eisenkernen generiert, wobei angenommen wurde, dass der Gesamtfluss nur aus jeweils einer Teilchensorte besteht. Unterhalb einer Energie von  $4 \cdot 10^{15}$  eV wurde nur jeder 1000ste Schauer berücksichtigt und deshalb mit einem Gewicht von 1000 versehen.

#### 4.6.2 Simulierte Schauer mit Zeitinformationen

Für die Rekonstruktion der Schauerichtung waren allerdings auch die Ankunftszeiten der Teilchen in den Detektoren wichtig. Um diese zu erhalten mussten CORSIKA Schauer mit der EGS Option simuliert werden. Das bedeutet, dass auch von jedem Elektron und Photon die genaue Position, an welchem es das Beobachtungsniveau erreicht, und zudem die Zeit seit

Energie / GeV	Anzahl	Zenitwinkel	Speicherbedarf
$< 10^7$	20	15°-20°	2 GB
$10^7 - 10^9$	36	0°-30°	71 GB
$> 10^9$	3	$1 \times 0^\circ$ $2 \times 22^\circ$	80 GB

**Tab. 4.2:** Übersicht über die mit *CORSIKA* und *EGS* simulierten Schauer, die benutzt wurden.

der ersten Wechselwirkung des Primärteilchens mit der Atmosphäre zur Verfügung stehen. Wie schon oben erwähnt wird der Speicherbedarf für solche Schauer extrem groß. Deshalb konnten auch nur wenige Schauer auf diese Art berechnet und benutzt werden. Bei Energien von  $10^{18}$  eV standen z.B. nur 3 simulierte Schauer zur Verfügung (siehe Tab. 4.2). Die Ankunftszeiten wurden mit einer gaußförmigen Unschärfe versehen, wobei  $\sigma = 1.4$  ns benutzt wurde, was der zeitlichen Auflösung der Detektoren entspricht.

## 5. METHODEN ZUR REKONSTRUKTION VON LUFTSCHAUEROBSERVABLEN

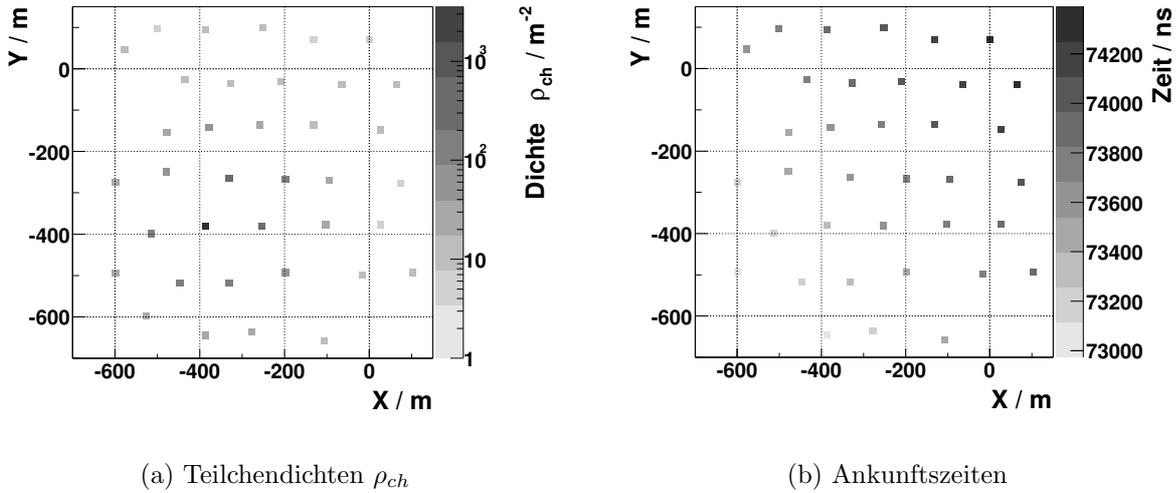
Die Rekonstruktion von Luftschauern benötigt eine möglichst detaillierte Kenntnis ihrer Phänomenologie. Dieses Wissen lässt sich nur durch Monte-Carlo Simulationen erhalten, da bei einem realen Luftschauer der primäre Kern nie direkt beobachtet werden kann, und somit die Information über seine Energie  $E_0$ , Masse  $A$  und Richtung (Zenit- und Azimutwinkel) fehlen. Eine Überprüfung der Monte-Carlo Simulationen ist allerdings nur durch den Vergleich mit den tatsächlich gemessenen Luftschauern möglich.

Die Beurteilung der Rekonstruktionsqualität ist also nur mittels Simulationen und andererseits ist die Kontrolle der Simulationen nur durch den Vergleich mit gemessenen Daten möglich.

Beim KASCADE-Grande-Detektorfeld stehen zur Rekonstruktion erstens die gemessenen Dichten der Elektronen plus der Dichte der Myonen  $\rho_{ch}(\vec{r}) = \rho_e(\vec{r}) + \rho_\mu(\vec{r})$  an den Orten der 37 Detektorstationen zur Verfügung (siehe Fig. 5.1(a)). Zweitens wird an jedem Detektor die Ankunftszeit des jeweils ersten Teilchens gemessen (siehe Fig. 5.1(b)). Auf diesen Daten basiert die Rekonstruktion des Schauerzentrums, der Schauerrichtung und der Schauergröße. Es erweist sich als sinnvoll, die Rekonstruktion in mehreren Iterationen mit steigender Genauigkeit durchzuführen. Zuerst wird eine Bestimmung der Position des Schauerzentrums mit der Methode der Schwerpunktsbestimmung vorgenommen. Diese Position fließt dann in die Bestimmung der Schauerrichtung mit ein. Dieser Ort und diese Richtung werden für die Ermittlung der Schauergröße benötigt, wobei gleichzeitig die Schauerposition noch einmal genauer festgelegt wird. Als letzter Schritt bietet sich eine gemeinsame Anpassung sowohl der Schauerrichtung als auch der Schauergröße an. Dieser letzte Vorgang konnte in dieser Arbeit jedoch nicht durchgeführt werden, da bei den simulierten Schauern keine Zeitinformationen zur Verfügung standen.

### 5.1 Bestimmung des Schauerzentrums

Die Methoden der Schauerzentrumsbestimmung sind sehr vielfältig (siehe [MARTELLO 2001]), wobei nicht jedes Verfahren für jede Detektoranordnung geeignet ist. Generell wird der Fehler der Luftschauerrekonstruktion für Schauerzentren außerhalb der Detektoranlage größer (siehe Fig. 5.2), weshalb man versucht *äußere* Ereignisse von der Rekonstruktion auszuschließen, oder zumindest die *Kontamination* mit solchen zu minimieren. Aus diesem Grund ist die Schauerzentrumsbestimmung der erste wichtige Schritt zur Selektion der *inneren* Ereignisse. Zu diesem Zweck wurden für das KASCADE-Grande-Detektorfeld zwei Algorithmen getestet. Für beide Methoden war es zweckmäßig die 37 Stationen des



**Fig. 5.1:** Am Beispiel eines Proton-induzierten Schauers mit einer Energie von  $1.63 \cdot 10^{17}$  eV, einem Zenitwinkel von  $30^\circ$  und einem Azimutwinkel von  $40^\circ$  sind hier die zur Rekonstruktion verfügbaren Daten dargestellt.

KASCADE-Grande-Detektorfeldes in 57 Dreiecke zu unterteilen, von denen jeweils sechs zusammen ein Hexagon mit einer Station im Inneren und sechs diese umgebende Stationen bilden (siehe Fig. 6.1). Die am Rand liegenden Hexagone sind nicht vollständig und bestehen nur aus einer am Rande liegenden Station und vier (Seite) bzw. drei (Ecke) sie umgebenden Stationen.

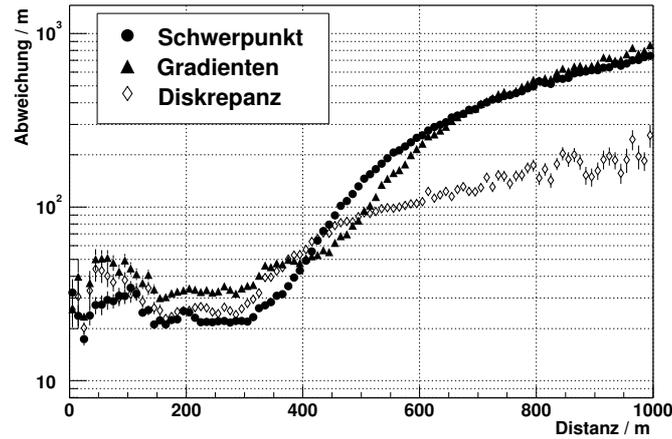
### 5.1.1 Schwerpunktbestimmung

Bei dieser Methode errechnet sich das Schauerzentrum aus der Bestimmung des Schwerpunktes aller Messpunkte  $(x_i, y_i)$  indem die gemessenen Teilchenmultiplizitäten<sup>1</sup>  $n_i$  als Gewichte benutzt werden. Dabei kommt es in der Umgebung der äußersten Messpunkte immer zu Schwierigkeiten, da die Schwerpunkte dort stets durch das Gewicht der restlichen Punkte nach innen verschoben werden. Das Verfahren wird genauer, wenn man sich auf Detektoren in der Nähe des erwarteten Schauerzentrums beschränkt, was im Falle von KASCADE-Grande dadurch erreicht wird, dass nur das Dreieck von Detektorstationen mit der größten Teilchenmultiplizität benutzt wird. Auch hier hat man das Problem, dass die Schwerpunkte immer in das Innere der Dreiecke gezogen werden und niemals direkt auf der Verbindungslinie zweier Detektoren liegen können. Die rekonstruierten Schauerzentren sind also nicht gleichmäßig auf dem Gebiet des Detektorfeldes verteilt.

### 5.1.2 Projizierte Gradienten

Jedem der 37 Messpunkte wird neben seiner Position  $(x_i, y_i)$  eine  $z$ -Koordinate in Form der Multiplizität  $n_i$  zugewiesen. Dadurch erhalten die 57 Dreiecke  $j$  eine Lage in einem

<sup>1</sup> Anzahl der insgesamt pro Detektorstation detektierten Teilchen.



**Fig. 5.2:** Abweichung vom wahren Schauerzentrum durch die Zentrumsbestimmung mittels Schwerpunktbestimmung und durch die Gradientenmethode über der Distanz zum Zentrum des Detektorfeldes. Außerdem wird der Mittelwert der Diskrepanz der beiden Methoden dargestellt  $|\vec{r}_{\text{Schwerpunkt}} - \vec{r}_{\text{Gradienten}}|$ . Die Detektoren des Detektorfeldes reichen bis ca. 400 m.

3-dimensionalen Raum mit den Koordinaten der drei Eckpunkte  $l$   $\vec{r}_{jl} = (x_{jl}, y_{jl}, n_{jl})$  mit  $l = 1, 2, 3$  (siehe Fig. 5.3). Von jedem Dreieck  $j$  werden das Zentrum

$$\vec{r}_{j,Z} = \frac{1}{3} \sum_{l=1}^3 \vec{r}_{jl} \quad (5.1)$$

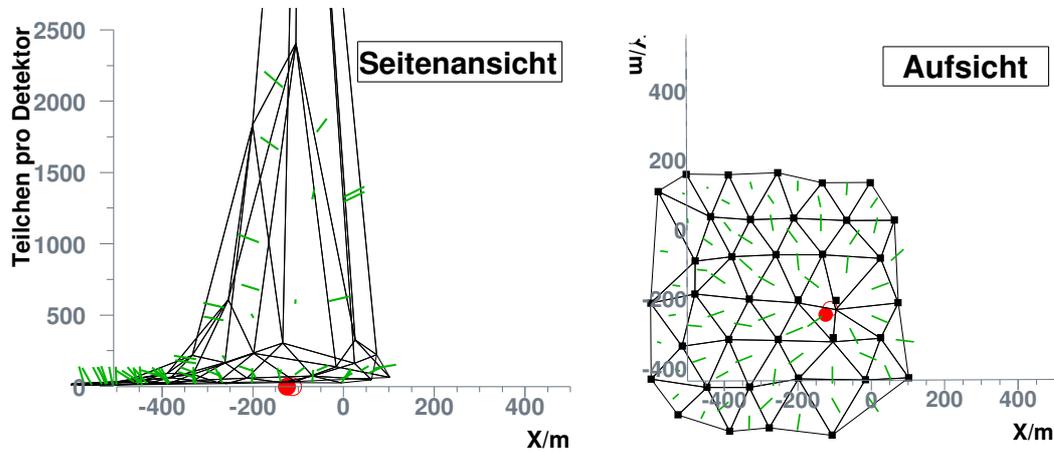
und der Normalenvektor

$$\vec{r}_{j,N} = \frac{(\vec{r}_{j1} - \vec{r}_{j2}) \times (\vec{r}_{j1} - \vec{r}_{j3})}{|(\vec{r}_{j1} - \vec{r}_{j2}) \times (\vec{r}_{j1} - \vec{r}_{j3})|} \quad (5.2)$$

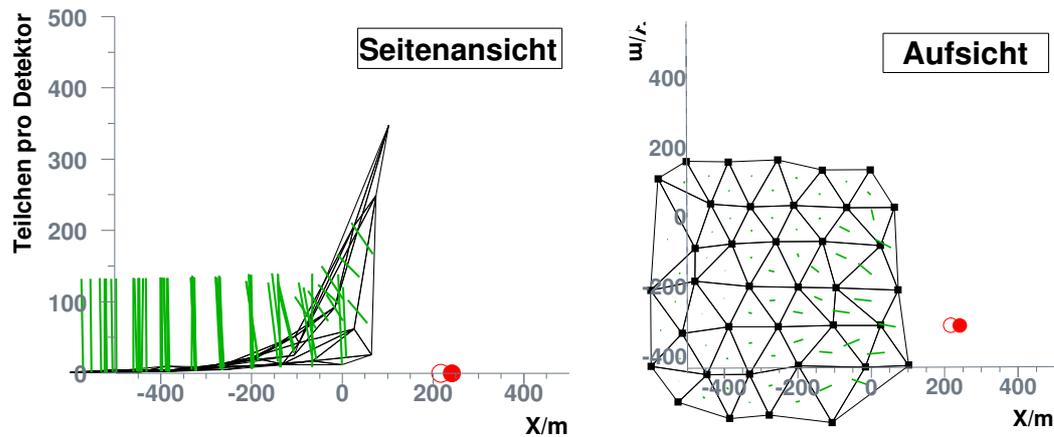
berechnet. Alle so erhaltenen Punkte und Vektoren werden wieder auf die  $xy$ -Ebene projiziert, wodurch man bis zu 57 Geraden erhält (siehe Fig. 5.3). Nur Detektordreiecke mit einer Gesamtmultiplizität  $N_j = n_{j1} + n_{j2} + n_{j3}$  von Null ergeben in der Projektion keine Gerade sondern einen Punkt und werden verworfen. Von diesen Geraden werden sämtliche Schnittpunkte untereinander berechnet. Jeder Schnittpunkt wird mit einem Gewicht entsprechend dem Produkt der Gesamtmultiplizitäten  $N_j \cdot N_k$  der beiden Dreiecke  $j$  und  $k$ , durch welche die beiden Geraden des Schnittpunktes definiert werden, versehen. Durch die Gewichtung werden zentrumsnahe Messdaten bevorzugt. Der gewichtete Schwerpunkt dieser bis zu 1596 Schnittpunkte liefert eine geschätzte Position des Schauerzentrums, selbst wenn diese etwas außerhalb des Detektorfeldes liegt (siehe Fig. 5.3). Leider sind die Fehler der Positionsbestimmung dieser Methode bei KASCADE-Grande größer, als bei der Verwendung anderen Methoden, so dass dieser Algorithmus zur Zentrumsbestimmung nicht gut geeignet ist. Allerdings kann sie hervorragend dazu eingesetzt werden, zu ermitteln ob ein Schauer sein Zentrum innerhalb oder außerhalb des Detektorfeldes hat (siehe Fig. 5.2).

### 5.1.3 Anpassen einer Lateralverteilungsfunktion

Schlussendlich kann die Position des Schauerzentrums durch eine  $\chi^2$ -Anpassung (siehe Anhang B) einer Lateralverteilungsfunktion (vgl. Kap. 5.3) bestimmt werden. Dies wurde gleich-

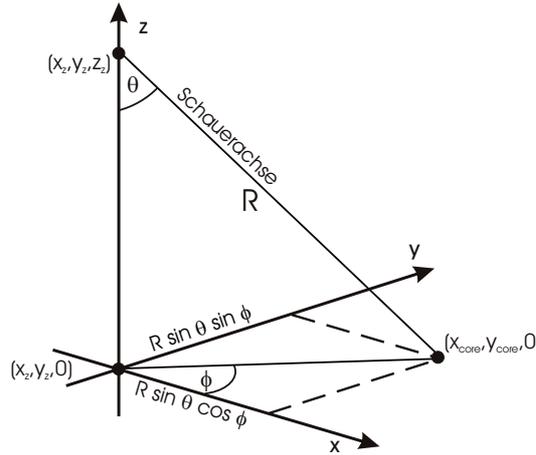


(a) Beispiel 1, Schauerzentrum innenliegend



(b) Beispiel 2, Schauerzentrum außenliegend

**Fig. 5.3:** Darstellung der Schauerzentrumsbestimmung mit der Methode der projizierten Normalen. Die Flächennormalen sind dunkelgrau dargestellt und die Detektorstationen sind in der Aufsicht durch Quadrate hervorgehoben. Zudem sind auch die Positionen des wahren (gefüllter Kreis) und rekonstruierten (offener Kreis) Schauerzentrums eingezeichnet. In beiden Beispielen handelt es sich um einen Eisen-Schauer mit einer Energie von  $E_0 = 10^{17}$  eV und einem Zenitwinkel von  $\theta = 28^\circ$ .



**Fig. 5.4:** Koordinatensystem mit den Richtungsparametern  $\theta$  und  $\phi$  sowie dem Schauerzentrum  $(x_{core}, y_{core}, 0)$  eines Luftschauers.  $(x_z, y_z, 0)$  ist der im Text mit  $\vec{r}_0$  bezeichnete Punkt. Das Koordinatensystem entspricht dem im CORSIKA Programm verwendeten.

zeitig mit der Ermittlung der Schauergröße durchgeführt, wobei in dieses Verfahren als Anfangswert unter anderem eine mit der Schwerpunktmethodem bestimmte Schauerposition eingeht. Die auf diese Weise bestimmten Positionen der Schauerzentren zeigen die kleinsten Abweichungen von den wahren Positionen und die rekonstruierten Positionen sind im Gegensatz zur Schwerpunktmethodem gleichmäßig auf dem Gebiet des Detektorfeldes verteilt.

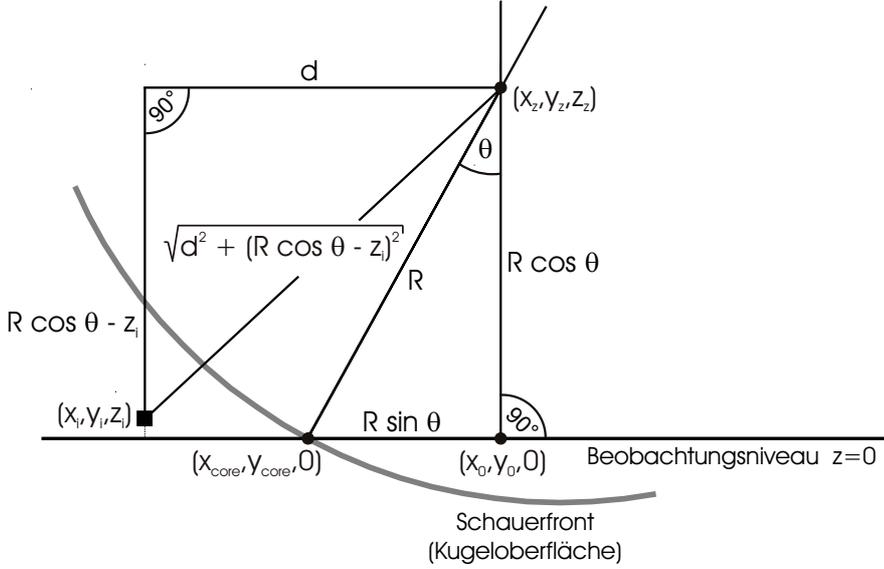
## 5.2 Bestimmung der Schauerrichtung

Um eine Rekonstruktion der Schauerrichtung zu erhalten, muss eine möglichst exakte Parametrisierung einer Schauerfront an die gemessenen ersten Ankunftszeiten der Teilchen pro Station angepasst werden. Bei der Rekonstruktion sehr kleiner Schauer kann man die Schauerfront in guter Näherung als eine Ebene annehmen, jedoch ist dies nur selten sinnvoll. Etwas genauer ist es, wenn man eine kegelförmige Parametrisierung (mit einem Öffnungswinkel des Kegels von fast  $180^\circ$ ) benutzt. Für optimale Ergebnisse muss aber eine empirisch festgestellte Form der Schauerfront benutzt werden. Besonders wichtig ist dies, falls auch Messdaten, die weit entfernt vom Schauerzentrum aufgenommen wurden, verwendet werden, da hier die Krümmung der Schauerfront nicht vernachlässigt werden kann.

Für diese Arbeit wurde als Kompromiss die Schauerfront durch die Oberfläche einer Kugel angenähert. Dies deckt sich gut mit den CORSIKA-Daten (siehe Fig. 3.4(a)). Zuerst wurde die Projektion des Mittelpunktes einer Kugel mit dem Radius  $R$  auf die Ebene  $z = 0$  des Beobachtungsniveaus berechnet:

$$\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{core} + R \sin \theta \sin \phi \\ y_{core} + R \sin \theta \cos \phi \\ 0 \end{pmatrix} . \quad (5.3)$$

wobei die Kugelmitte durch die Position des rekonstruierten Schauerzentrums  $\vec{r}_{core} = (x_{core}, y_{core}, z_{core})$  und die Schauerrichtung  $\theta$  und  $\phi$  festgelegt wird (siehe Fig. 5.4).



**Fig. 5.5:** Skizze der Parametrisierung der Ankunftszeiten.  $(x_z, y_z, z_z)$  ist das Zentrum der Kugel, deren Oberfläche hier grau dargestellt ist.  $(x_{core}, y_{core}, 0)$  zeigt die Position des rekonstruierten Schauerzentrums. Durch das Quadrat bei  $(x_i, y_i, z_i)$  soll eine der KASCADE-Grande-Detektorstationen symbolisiert werden.

Von diesem Punkt  $\vec{r}_0$  aus werden dann die ebenfalls auf die Ebene  $z = 0$  projizierten Entfernungen zu den Messpunkten  $i$  an den Orten  $\vec{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$  berechnet:

$$d = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} \quad . \quad (5.4)$$

Daraufhin lässt sich die Entfernung vom Mittelpunkt der Kugel  $\vec{r}_z$  zum Messpunkt leicht ausrechnen und wird zu:

$$|\vec{r}_z - \vec{r}_i| = \sqrt{(R \cos \theta - z_i)^2 + d^2} \quad . \quad (5.5)$$

Somit kann die am Messpunkt  $i$  festgestellte Ankunftszeit des Schauers durch

$$t_i = \frac{1}{c} \left( \sqrt{(R \cos \theta - z_i)^2 + d^2} - R \right) \quad (5.6)$$

ermittelt werden. Fig. 5.5 verdeutlicht diese Herleitung.

Da die Schauerdicke mit dem Abstand zum Zentrum zunimmt und die Teilchendichte gleichzeitig drastisch abnimmt, steigen die Fluktuationen der Ankunftszeiten mit zunehmendem Abstand  $r = |\vec{r}_i|$  vom Schauerzentrum gemäß

$$\sigma_d = 1.6 \left( \frac{r}{30} + 1 \right)^{1.5} \text{ ns} \quad (5.7)$$

(siehe Fig. 3.4(a), [RAO 1998] S.71), wobei  $r$  in Metern eingesetzt werden muss. Dies geht mit der Zeitaufösung der Detektoren von  $\sigma_t = 1.4$  ns als

$$\sigma = \sqrt{\sigma_d^2 + \sigma_t^2} \quad (5.8)$$

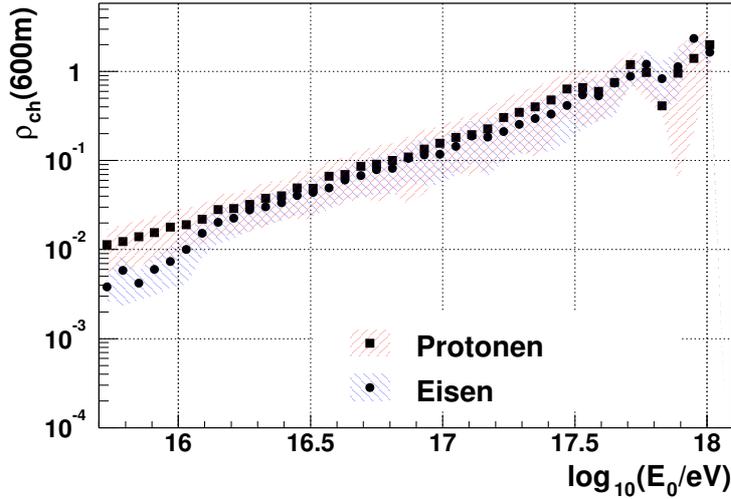
in die verwendete  $\chi^2$ -Anpassung (siehe Anhang B) mit ein.

### 5.3 Bestimmung der Schauergröße

Die Schauergröße kann durch Anpassen einer NKG-Funktion (siehe Gl. 3.10) an die 37 Messpunkte des KASCADE-Grande-Detektorfeldes bestimmt werden, da die Schauergröße einer der freien Parameter der NKG-Funktion ist. Um dies zu erreichen wird eine  $\chi^2$ -Minimierung durchgeführt. Die elektromagnetische Schauergröße  $N_e$  wird dabei durch die Schauergröße der geladenen Teilchen  $N_{ch} = N_e + N_\mu$  ersetzt. Die anderen freien Parameter sind das Schaueralter  $s$  und die Position  $(x_{core}, y_{core})$  des Schauerzentrums. Der Parameter  $r_0$  (Molière-Radius) wird auf einem Wert von 92 m festgehalten. Es erwies sich als nicht sinnvoll diesen Parameter ebenfalls als freien Parameter in der Minimierung zu behandeln, da  $s$  und  $r_0$  nicht unabhängig voneinander sind. Für die elektromagnetische Lateralverteilung werden bei KASCADE  $r_0 \approx 80$  m und für die myonische Lateralverteilung  $r_0 \approx 420$  m benutzt [ANTONI 2000]. Hier wurde  $r_0 = 92$  m benutzt, da es sich weder um eine reine elektromagnetische noch eine reine myonische Lateralverteilung handelt. Bei Versuchen  $s$  nicht in die Minimierung mit einzubeziehen, dafür aber  $r_0$ , wurde  $r_0 = 92$  m als Wert bestätigt.

Da ausgedehnte Detektorstationen mit einer Fläche von  $10 \text{ m}^2$  zur Messung der lokalen Teilchendichten  $\rho_{ch}(\vec{r})$  benutzt werden, muss die NKG-Funktion über die Ausdehnung einer solchen Messstation integriert werden. Vor allem für Messwerte, welche sehr nahe am Schauerzentrum aufgenommen wurden, ist diese Korrektur nicht vernachlässigbar. Dort ändert sich die NKG-Funktion nämlich innerhalb der vorhandenen Nachweisfläche von  $10 \text{ m}^2$  erheblich. Also muss die NKG-Funktion mit der Ausdehnung der benutzten Nachweisfläche gefaltet werden, um in der Rekonstruktion keine Fehler zu machen, oder aber Messwerte  $\rho_{ch}(\vec{r})$ , die sehr nahe am Schauerzentrum liegen, werden von der Schauergrößenrekonstruktion ausgeschlossen. Letzteres wurde hier angewandt. Alle Messpunkte, welche näher als 25 m am rekonstruierten Schauerzentrum liegen, werden nicht in die Anpassung der Lateralverteilungsfunktion mit einbezogen. Dieser Wert von 25 m wurde gewählt, da der kleinste Abstand zweier Messpunkte etwa 72 m beträgt und deshalb maximal ein Detektor näher als 25 m vom Schauerzentrum entfernt ist und dadurch verworfen wird. Außerdem sind 25 m genug, um selbst bei einer Ortsauflösung der Rekonstruktion von 20 m zuverlässig wahre Schauerzentren, welche bis zu etwa 5 m von einem Messpunkt entfernt sind, zu entfernen. Durch die großen Abstände der Messpunkte voneinander von durchschnittlich 141 m kommt es zu deutlichen positionsabhängigen Effekten bei der Rekonstruktion. Ein vertikaler Luftschauer mit  $E_0 = 10^{17}$  eV erreicht bei  $r \sim 700$  m Entfernung vom Schauerzentrum eine mittlere Dichte geladener Teilchen von  $1 \text{ m}^{-2}$ , wobei bei einem Proton-induzierten Schauer ab  $r \sim 350$  m (Eisen:  $\sim 200$  m) die Dichte der Myonen größer als die der  $e^\pm$  wird ( $\rho_\mu \sim \rho_{e^\pm} \sim 7 \text{ m}^{-2}$  bei Eisen sowie Proton). Zu kleineren Distanzen hin wird die Zahl der Myonen gegenüber der Zahl der Elektronen sehr klein und erreicht schon bei  $r \sim 100$  m (Eisen:  $r \sim 60$  m) ein Verhältnis von 1/10. Durch die Geometrie des Detektorfeldes und diese Eigenschaften der Luftschauer kommt es je nach Position des Schauerzentrums zu einer anderen Gewichtung der Messpunkte bei der Anpassung der Dichtefunktion.

Eine Grundvoraussetzung bei der Anwendung der  $\chi^2$ -Minimierung ist, dass die verwendeten Daten einer Gauß-Verteilung entspringen, da die Varianz  $\sigma^2$  in das Verfahren mit eingeht. Ohne einen sinnvollen Wert für  $\sigma$  macht das  $\chi^2$  Verfahren eventuell keinen Sinn.



**Fig. 5.6:** Der Logarithmus der Dichte der geladenen Teilchen eines Luftschauers in 600 m Entfernung vom Schauerzentrum  $\log_{10}(\rho_{ch}(600 \text{ m})/m^{-2})$  steigt proportional zum Logarithmus der Energie des primären Teilchens  $\log_{10}(E_0/eV)$ . Schraffiert sind hier die statistischen Fluktuationen von  $\log_{10}(\rho_{ch}(600 \text{ m})/m^{-2})$  dargestellt.

Besonders im Falle der Detektion von Teilchen ist diese Gaußverteilung aber nicht gegeben, denn die Statistik für die Wahrscheinlichkeit des Nachweises sehr weniger Teilchen ist eine Poisson-Statistik. Diese ist vor allem im Gegensatz zur Gauß-Verteilung nicht symmetrisch. Deshalb muss für  $\sigma$  eine Approximation verwendet werden. Für große Teilchenzahlen ( $> 80$ ) werden die Poisson-Verteilung und die Normalverteilung aber praktisch gleich. Um für kleine Teilchenzahlen  $n$  mittels der Poisson-Statistik eine Unsicherheit des Messergebnisses (*Varianz*) zu erhalten, wird der untere und obere Mittelwert einer Poisson-Verteilung gesucht, bei welchen die statistische Wahrscheinlichkeit für einen Messwert  $n$  unter  $p = 0.8413$  fällt [REGENER 1951]. In der  $\chi^2$  Minimierung wird dann als  $\sigma$  die Hälfte der Differenz des oberen und unteren Grenzwertes benutzt (für  $n = 3$  gilt z.B.  $(5.92 - 1.37)/2 = 2.28$ ). Die so ermittelten Grenzwerte sind nicht mehr symmetrisch um  $n$  angeordnet. Da bei der Minimierung aber davon ausgegangen wird, erfolgt schon dadurch eine systematische Unterschätzung der Daten. Auch im KRETA-Programm (**K**ascade **R**econstruction for **E**x**T**ensive **A**irshowers) kommt diese Methode zum Einsatz. Die Ergebnisse der Rekonstruktion zeigen, dass ein solches Vorgehen trotzdem sinnvoll ist und zu guten Resultaten führt.

#### 5.4 Schätzung der Energie $E_0$

Die Energie des primären Teilchens kann auch durch Messung der Teilchendichte in einer bestimmten Entfernung vom Schauerzentrum abgeschätzt werden. Es bietet sich an zu diesem Zweck eine Distanz von 600 m zu wählen, da hier die Fluktuationen zwischen Schauern, die von primären Kernen mit Massen  $A$  initiiert wurden, am geringsten bleiben. Dies wird schon erfolgreich von einigen anderen Experimenten (z.B. AGASA, Yakutsk) angewendet. In Fig. 5.6 erkennt man, dass dieses Verfahren auch bei KASCADE-Grande durchaus für eine

Energieabschätzung geeignet ist. Allerdings bleibt die Unsicherheit, mit der die geschätzte Energie  $E_{0,est}$  abgelesen werden kann, ziemlich groß. Für  $\log_{10}(E_0/eV)$  kann sie bis zu  $\sim$  Faktor 2 betragen. Das entspricht einem Faktor 100 in  $E_0$ . Wenn man allerdings noch die Zenitwinkelabhängigkeit berücksichtigt, kann diese Unsicherheit sicher noch verkleinert werden. Wichtig ist, dass die Schätzung der Energie  $E_0$  nicht, oder zumindest möglichst wenig, von der Masse  $A$  des primären Kernes abhängig ist, da diese nicht bekannt ist. Zumindest ab  $\log_{10}(E_0/eV) > 16.25$  scheint dies hier der Fall zu sein. Unterhalb dieser Energie ist die Triggereffizienz der durch Eisen initiierten Schauern noch sehr klein (siehe Fig. 6.2), weshalb nur Schauer, deren Schauerzentrum sehr nahe an einem Detektor liegen, detektiert werden. Dadurch kommt es zu systematischen Fehl-Rekonstruktionen, die in Kap. 7.4 näher beschrieben werden (siehe z.B. Fig. 7.14).

Das Yakutsk-Experiment [KRASILNIKOV 1974] liegt mit einer atmosphärischen Tiefe von  $1020 \text{ gcm}^{-2}$  auf dem selben Niveau wie KASCADE-Grande ( $1023 \text{ gcm}^{-2}$ ). Dort werden zur Energieabschätzung folgende Zusammenhänge benutzt:

$$E_0 = (4.8 \pm 1.6) \cdot 10^{17} \cdot (\rho_{ch}(600\text{m}, 0^\circ))^{1.0 \pm 0.02} \text{ eV} \quad , \quad (5.9)$$

$$\rho_{ch}(600\text{m}, 0^\circ) = \rho_{ch}(600\text{m}, \theta) \exp\left(\left(\sec\theta - 1\right) \frac{X_{obs}}{\lambda_\rho}\right) \text{ m}^{-2} \quad , \quad (5.10)$$

$$\lambda_\rho = (450 \pm 44) + (32 \pm 15) \log(\rho_{ch}(600\text{m}, 0^\circ)) \text{ gcm}^{-2} \quad . \quad (5.11)$$

Diese Zusammenhänge könnten auf das KASCADE-Grande-Experiment angepasst werden und somit auch dort eine Abschätzung der Energie ermöglichen.



## 6. SELEKTION VON EREIGNISSEN

### 6.1 Triggerbedingungen

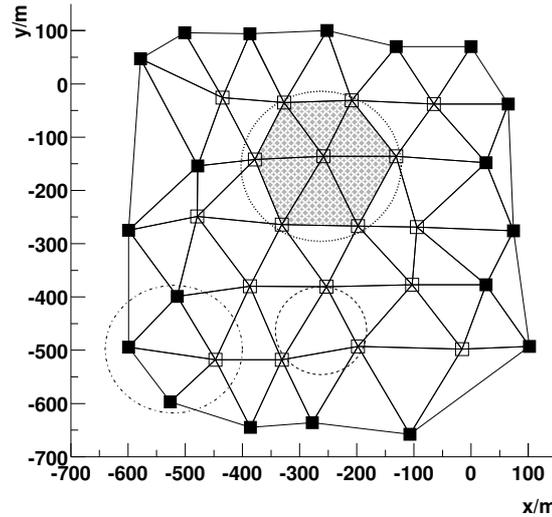
Im Gesamtdetektorsystem von KASCADE-Grande existiert eine Vielzahl von Triggersignalen. Grundsätzlich können das KASCADE-Detektorfeld, das Top-Cluster sowie die Triggerebene des Zentraldetektors das KASCADE-Experiment oder Teile davon triggern. Mit KASCADE-Grande kommen zwei neue Triggerquellen hinzu. Erstens das Triggersignal des KASCADE-Grande-Detektorfeldes und zweitens, speziell zum Triggern aller Komponenten von KASCADE-Grande (also auch von KASCADE) das zentral gelegene PICCOLO-Detektorfeld.

Die Triggerbedingung für das KASCADE-Grande-Detektorfeld basiert auf der Einteilung der Stationen in jeweils eine zentrale und sechs sie hexagonal umgebende Stationen (siehe Fig. 6.1). Untersucht wurden in diesem Zusammenhang zwei Möglichkeiten: Alle sieben Stationen oder aber die zentrale sowie drei weitere direkt benachbarte Stationen einer dieser Gruppen empfangen in Koinzidenz ein Signal. Für die 7fach-Koinzidenz liegt das Erreichen der vollen Triggereffizienz bei höheren Energien als für die 4fach-Koinzidenz (siehe Fig. 6.2). Außerdem erkennt man, dass die Triggereffizienz für Schauer, die von Eisen-Kernen ausgelöst wurden, erst bei höheren Energien beginnt als bei Schauern, die von Protonen ausgelöst wurden, dann aber steiler ansteigt und etwa bei der selben Energie die volle Effizienz erreicht.

Wie in Tab. 6.2 zu sehen ist, ergibt sich bei 4fach-Koinzidenz eine Triggerfrequenz von 2.6 Hz für Protonen- und 0.65 Hz für Eisen-induzierte Schauer. Da energieärmere Eisenschauer kein Triggersignal auslösen können (siehe Fig. 6.3) bleibt ihre Triggerfrequenz weit hinter derjenigen von Protonen zurück. Die Diskrepanz zur tatsächlich gemessenen Triggerfrequenz bei 4fach-Koinzidenz von 6.92 Hz lässt sich durch das Fehlen von simulierten Schauern mit Energien  $< 10^{14}$  eV erklären, da kleinere Schauer dort bei extrem großen Flüssen noch eine minimale Triggereffizienz besitzen (siehe Fig. 6.2). Es scheint, als ob ein Großteil der gemessenen Triggersignale von Proton-induzierten Schauern mit  $E_0 < 10^{14}$  eV stammen. Bei der 7fach-Koinzidenz wirken sich diese niederenergetischen Schauer hingegen kaum aus. Momen-

Energie	Protonen		Eisen	
	pro Tag	pro Jahr	pro Tag	pro Jahr
$> 10^{15}$ eV	4758	$1.71 \cdot 10^6$	4114	$1.48 \cdot 10^6$
$> 10^{16}$ eV	1003	$3.61 \cdot 10^5$	987	$3.55 \cdot 10^6$
$> 10^{17}$ eV	10	3639	10	3882
$> 10^{18}$ eV		12		11

**Tab. 6.1:** Erwartete Ereignisraten für die 7fach-Triggerbedingung.



**Fig. 6.1:** Einteilung der KASCADE-Grande-Detektoren in innere (offene Rechtecke) und äußere (gefüllte Rechtecke) Stationen. Die gebildeten 57 Dreiecke sind deutlich zu erkennen und außerdem ist eines der zum Triggern benutzten Hexagone schraffiert dargestellt. Die drei eingezeichneten Kreise haben Radien von 141 m (Punkte), 121 m (Strichpunkte) und 81 m (Striche). Ein Schauer muss am Boden eine entsprechende Größe erreichen, um 7, 4 oder 3 Detektorstationen ansprechen zu können (siehe Fig. 6.3).

tan werden die gemessenen Triggerfrequenzen allerdings noch durch ein Rauschen bei der Signalübertragung verfälscht, wodurch die gemessene Triggerfrequenz etwas erhöht sind. Durch Vergleich der erwarteten getriggerten Ereignisse bei 7fach-Koinzidenz erkennt man, dass der Detektor auf Luftschauer, die von Protonen ausgelöst wurden  $\sim 4$  mal (bei 4fach-Koinzidenz sogar  $\sim 9$  mal) sensitiver reagiert, als auf Luftschauer, die von Eisenkernen initiiert wurden. Das liegt an der älteren (und damit kleineren)  $e/\gamma$ -Komponente bei von Eisen induzierten Schauern. Obwohl nur  $\sim 1\%$  der von Protonen induzierten Schauer in allen Detektorteilen registriert werden und bei von Eisen induzierten Schauern  $\sim 10\%$ , bleibt die absolute Frequenz dieser Ereignisse unabhängig vom primären Kern bei etwa  $0.005\text{ s}^{-1}$  (das bedeutet etwa alle 3.3 min ein Ereignis).

Der dem KASCADE-Grande-Detektorfeld zugängliche Energiebereich wird maßgeblich durch die verwendete Anordnung der Stationen (siehe Fig. 6.1) und die gewählten Triggerbedingungen beeinflusst. Der mittlere Abstand zweier Detektorstationen von KASCADE-Grande beträgt 141 m. Zum Auslösen einer 7fach-Koinzidenz ist also mindestens ein vertikaler Schauer nötig, der sein Zentrum etwa am Ort einer Station hat und in einer Entfernung von 141 m noch ein Teilchen pro  $10\text{ m}^2$  produziert. Für die 4fach-Koinzidenz reicht dagegen schon ein Teilchen pro  $10\text{ m}^2$  in einer Entfernung von 122 m vom Schauerzentrum, falls dieses genau zwischen 4 Stationen liegt. Da die maximal mögliche Teilchendichte, die pro Detektorstation gemessen werden kann  $30000/10\text{ m}^{-2}$  beträgt, werden bei Schauern, die ihr Zentrum ungefähr im Mittelpunkt eines Detektordreiecks haben, und die in einer Entfernung von 82 m von ihrem Zentrum noch eine Teilchendichte von  $3000\text{ m}^{-2}$  überschreiten, drei Detektorstationen von KASCADE-Grande zur Sättigung gebracht. Obwohl ein solches

	vierfach		siebenfach	
	Protonen	Eisen	Protonen	Eisen
Ereignisse / 120 Tagen	26543638	6543638	4757370	504068
Frequenz / Hz	2.61	0.65	0.47	0.05
<b>gemessen / Hz</b>	<b>6.92</b>		<b>0.5</b>	
PICCOLO / %			68	62
Myontunnel / %			21	31
KASCADE / %			25	20
Zentraldetektor / %			10	14
Alle / %			1.2	10

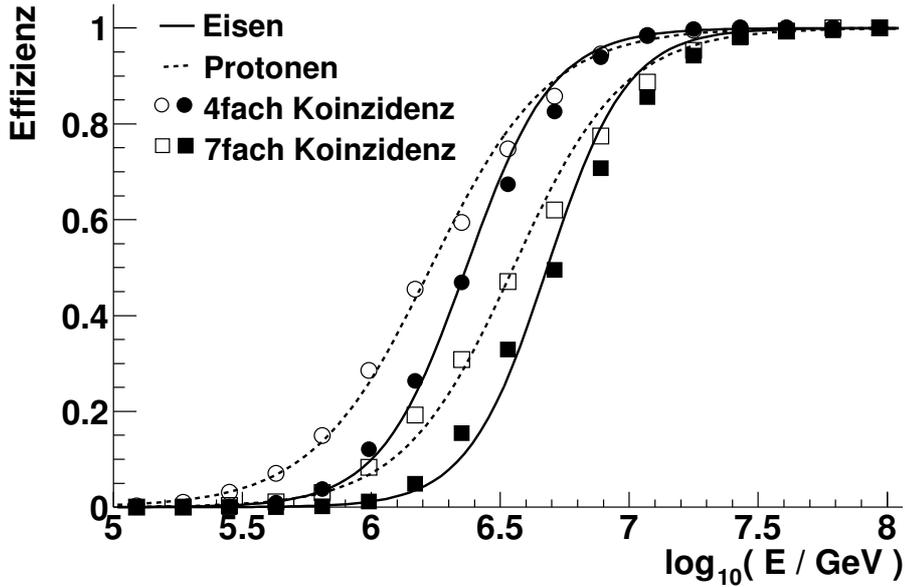
**Tab. 6.2:** Triggerfrequenzen, die bei KASCADE-Grande mit 7fach- und 4fach-Koinzidenzbedingung für Proton- sowie Eisen-induzierte Schauer erwartet werden können. Es sind auch die bereits experimentell ermittelten Werte eingetragen (Daten wurden von A. Chiavassa bereitgestellt). Für die 7fach-Koinzidenzen kann zusätzlich abgelesen werden in wie viel Prozent der Fälle andere Experimenteile ebenfalls Teilchen detektieren. Zu diesem Zweck wurden folgende Schwellen festgelegt: PICCOLO > 10 Teilchen, Myontunnel > 5 Teilchen, KASCADE-Detektorfeld > 100 Teilchen und Zentraldetektor > 10 Teilchen. In der untersten Zeile der Tabelle ist der Prozentsatz von Ereignissen, welcher in allen Experimentteilen gleichzeitig gemessen wird, aufgeführt.

Ereignis auch ohne diese drei zentralen Stationen noch rekonstruiert werden kann, markiert dies die obere Grenze des möglichen Messbereiches, da die Rekonstruktion bei steigender Zahl in Sättigung gegangener Detektoren immer schlechter wird. Vor allem da die zentrumsnahen Messpunkte eines Schauers für die Rekonstruktion besonders interessant sind. In Fig. 6.3 ist der so bestimmte Messbereich graphisch dargestellt. Die obere Grenze des Messbereiches wird durch das Erreichen einer Teilchendichte<sup>1</sup> von  $3000 \text{ m}^{-2}$  der Kurve mit  $r = 81 \text{ m}$  markiert und liegt für Eisen bei  $\sim 2 \text{ EeV}$  und für Protonen bei etwas mehr als  $\sim 1 \text{ EeV}$ . Der Schnittpunkt der Kurve für  $r = 141 \text{ m}$  mit der Geraden der Teilchendichte  $0.1 \text{ m}^{-2}$  markiert die untere Schwelle des möglichen Messbereiches. Sie liegt für Eisen bei  $\sim 2 \text{ PeV}$  und für Protonen bei etwas unter  $\sim 0.8 \text{ PeV}$ . Man erkennt auch, dass durch den Einsatz der 4fach-Koinzidenz die untere Energieschwelle bei Eisen um  $\sim 0.7 \text{ PeV}$  und bei Protonen um  $\sim 0.2 \text{ PeV}$  herabgesetzt wird. Durch schrägeinfallende Schauer wird die untere Grenze des Messbereiches nicht beeinflusst, die obere Grenze verschiebt sich hingegen etwas weiter nach

<sup>1</sup> Teilchendichten werden durch die NKG Funktion (Gl. 3.10) ausgerechnet, wozu man als Parameter die Schauergröße benötigt. Die mittlere Schauergröße eines Primärteilchens mit  $A$  Nukleonen und einer Energie  $E_0$  bei der atmosphärischen Tiefe  $t = X/\lambda$  wird durch Gl. 3.9 gegeben und berücksichtigt die exponentielle Verteilung für die Höhe der ersten Wechselwirkung. Die Position des Schauermaximums  $t_{max} = X_{max}/\lambda$  wird dabei nach Gl. 3.8 berechnet. Um außerdem noch die Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnittes der p-Luft Wechselwirkung zu berücksichtigen, approximiert man die mittlere freie Weglänge durch

$$\lambda(E_0) = \frac{2.4 \cdot 10^4}{280 + 2.5(\ln(E_0/100))^{1.8}} \text{ gcm}^{-2} \quad . \quad (6.1)$$

$X_0^l = 34.5 \text{ gcm}^{-2}$ ,  $S_0 = 0.045 \cdot (1 + 0.0217 \ln(\frac{E_0}{10^{15} \text{ GeV}}))$  und  $\epsilon = 0.074$  [RAO 1998].



**Fig. 6.2:** Triggereffizienz des KASCADE-Grande Detektorfeldes. Ausgefüllte Kreise sowie Quadrate entsprechen Eisen und leere Kreise bzw. Quadrate sind Protonen.

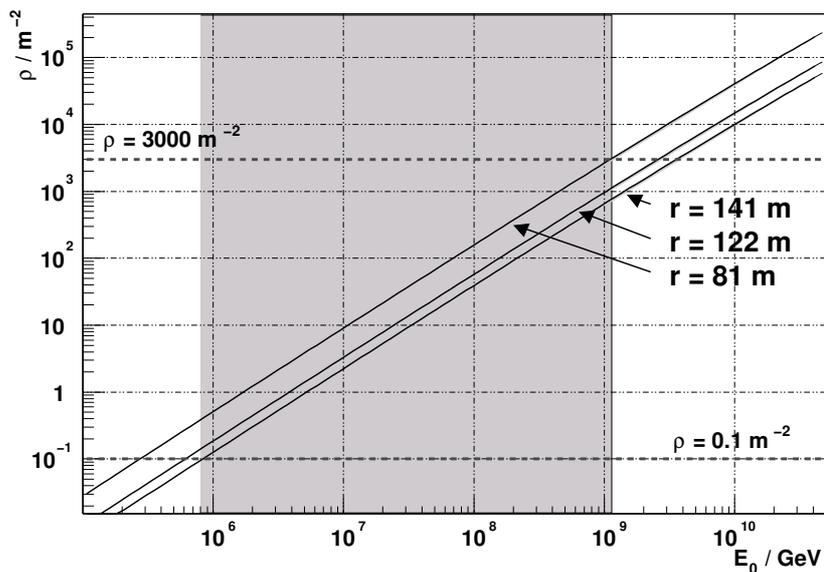
oben.

Das bedeutet, dass schon durch den möglichen Messbereich des Detektorfeldes im niederenergetischen Bereich Schauer, die von Protonen erzeugt wurden, bevorzugt gemessen werden und im hochenergetischen Bereich Schauer, welche von Eisen initiiert wurden. Daher könnte durch eine Analyse der Triggerfrequenzen und Schauergrößen eventuell sogar auf eine Veränderung der Zusammensetzung der kosmischen Strahlung vom niederenergetischen zum hochenergetischen Messbereich von KASCADE-Grande geschlossen werden.

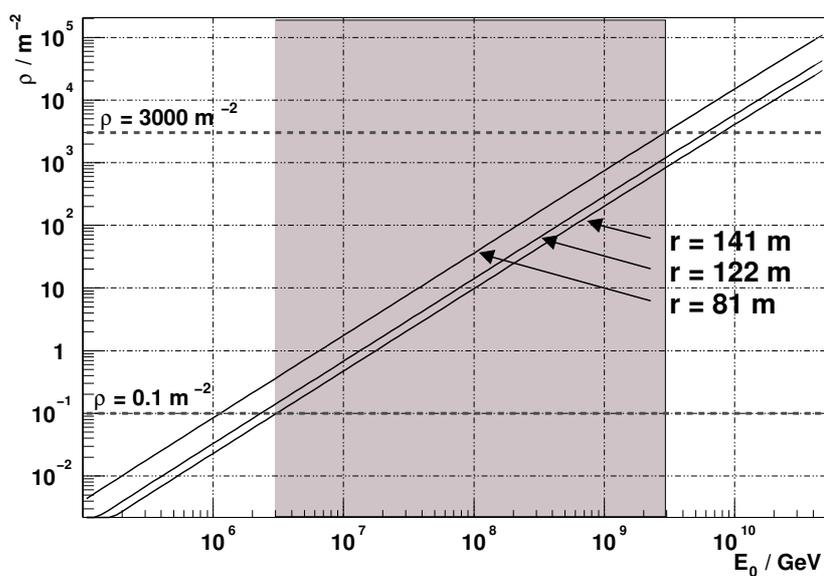
Bei PICCOLO müssen vier der 24 Module in Koinzidenz mindestens ein Teilchen registrieren, um die Triggerschwelle zu überschreiten, dann allerdings werden alle verfügbaren Experimente ausgelesen. Diese von PICCOLO getriggerten Ereignisse werden durch eine besonders große Anzahl von Observablen charakterisiert und erlauben deshalb auch eine sehr vielseitige Rekonstruktion der Daten. Im Rahmen dieser Arbeit wurde der PICCOLO-Detektor allerdings nicht zum Triggern verwendet. Deshalb kann auch noch keine Aussage darüber getroffen werden, welche Qualität die so erhaltenen Daten schlussendlich besitzen werden. Man erhofft sich genau von diesen Ereignissen, welche von PICCOLO getriggert werden, eine detaillierte Auskunft über die chemische Zusammensetzung der kosmischen Strahlung bei Energien bis  $10^{18}$  eV.

## 6.2 Methoden zur Auswahl getriggelter Ereignisse

Ein beträchtlicher Anteil aller getriggerten Ereignisse liegt weit außerhalb des Detektorfeldes. Dies sind mit steigender Distanz zum Detektor immer hochenergetischere Ereignisse, welche mit ihren Ausläufern im Detektor immer noch ein deutliches Signal erzeugen (siehe Fig. 6.4). Solche Ereignisse können kaum präzise rekonstruiert werden, da z.B. bei der Rekonstruktion

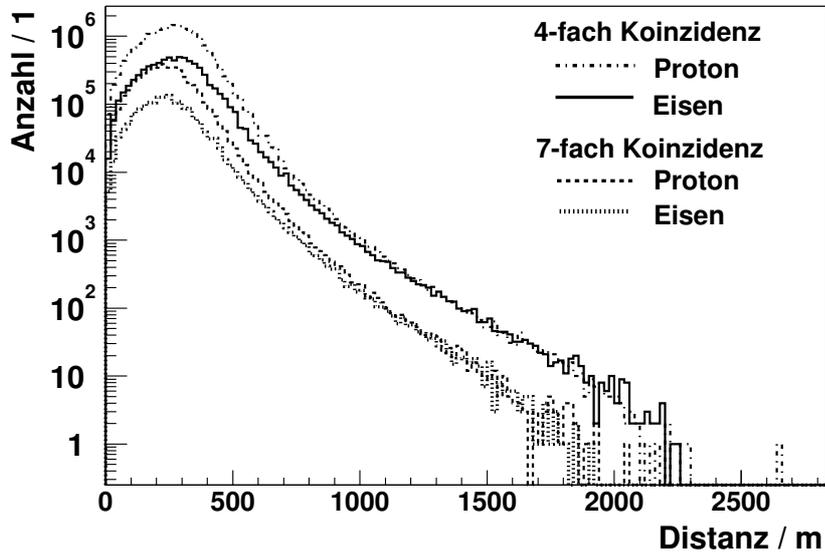


(a) Protonen

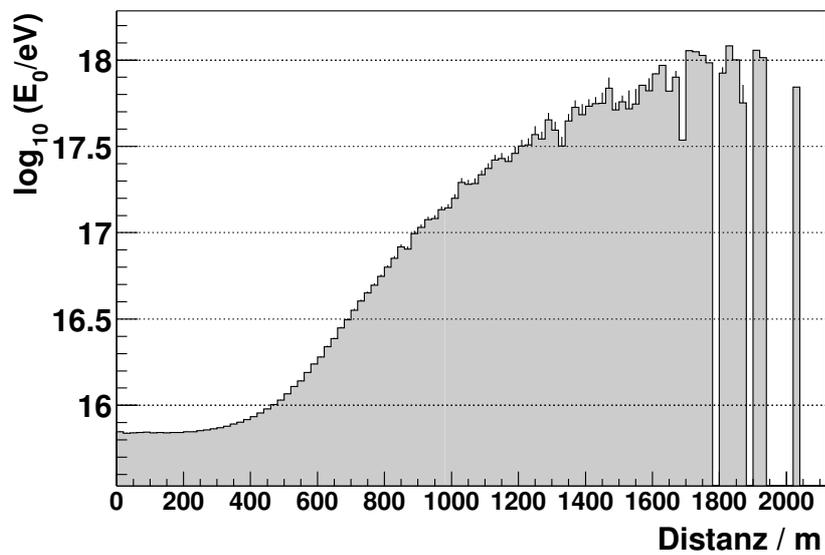


(b) Eisen

**Fig. 6.3:** Zugänglicher Messbereich des KASCADE-Grande-Detektorfeldes bei Triggerung durch 7fach- und 4fach-Koinzidenz. Dargestellt sind die Teilchendichten pro  $\text{m}^2$  für die Abstände 141 m, 122 m und 82 m vom Schauerzentrum über der Energie des Primärteilchens  $E_0$ . Die Teilchendichten wurden nach den von Gaisser und Hillas (siehe [RAO 1998] S.23) aus Simulationen erhaltenen Zusammenhängen berechnet.

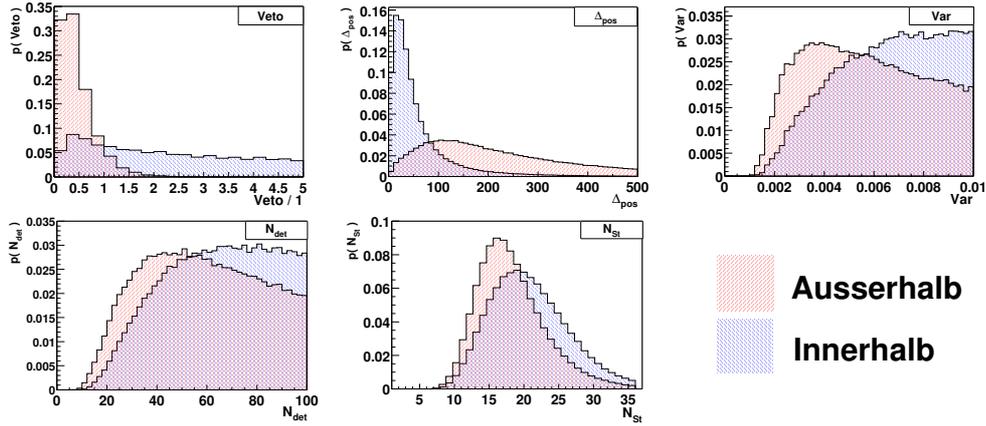


(a)



(b)

**Fig. 6.4:** (a) Getriggerte Ereignisse und (b) mittlere Energie der getriggerten Schauer in Abhängigkeit von der Distanz zum Zentrum des Detektorfeldes von KASCADE-Grande.



**Fig. 6.5:** Verteilungen der zur Selektion benutzten Parameter. Die Fläche, welche sowohl links als auch rechts schraffiert ist, entspricht dem Klassifizierungsfehler im 1-dimensionalen Fall.

des Schauerzentrums durch die Schwerpunktmethode das rekonstruierte Schauerzentrum immer im Inneren des Detektorfeldes zu liegen kommt. Es ist bei solchen Ereignissen meist nicht möglich, eine Positionsbestimmung oder sogar eine Schauergrößenbestimmung durch Anpassung einer Lateralverteilungsfunktion zu erreichen. Durch eine möglichst sinnvolle Selektion der Ereignisse wird also der mittlere Fehler der Rekonstruktion verkleinert. Das ist vor allem deshalb wichtig, da es sich zeigt (siehe Kap. 7.3), dass Fehl-Rekonstruktionen zu teilweise extrem erhöhten rekonstruierten Schauergrößen  $N_{ch,est}$  führen. Dadurch wird das rekonstruierte Energiespektrum stark verfälscht. Andererseits muss darauf geachtet werden, dass die Datenverluste durch die Selektion klein bleiben. Als **Verlust** bezeichnet man den Teil der Schauer, der das Schauerzentrum eigentlich im Inneren des Detektorfeldes hat, zudem die Triggerbedingung erfüllt aber trotzdem nicht selektiert wird. Die **Kontamination** hingegen ist der Teil der Schauer, welcher das Zentrum außerhalb des Detektorfeldes hat aber trotzdem die Triggerbedingung sowie Selektionskriterien erfüllen.

Als Basis der Selektion dienen insgesamt fünf verschiedene Größen, welche mit Hilfe des KASCADE-Grande-Detektorfeldes ermittelt werden können:

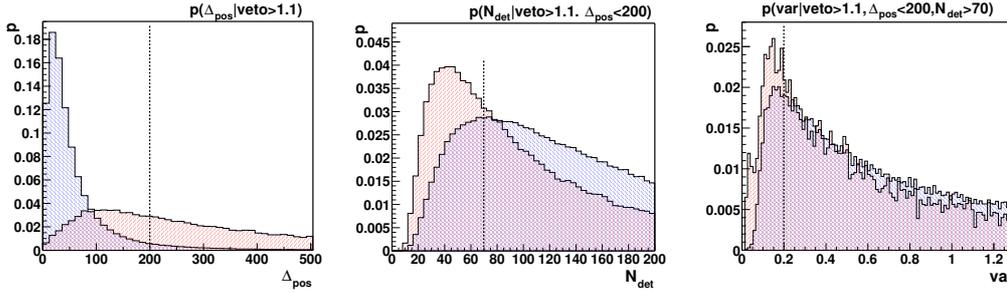
**Δ<sub>pos</sub>** Differenz der Schauerzentrumsbestimmung durch die Schwerpunkt- (siehe Kap. 5.1.1) und der Gradientenmethode (siehe Kap. 5.1.2)  $|\vec{r}_{Schwerpunkt} - \vec{r}_{Gradient}|$ . In Fig. 5.2 wird die Entwicklung von  $\Delta_{pos}$  mit der Entfernung vom Zentrum des Detektorfeldes dargestellt.

**veto** Mittlere Teilchendichte der inneren (Veto-) Detektoren geteilt durch die mittlere Dichte der äußeren Detektoren (siehe Fig. 6.1).

**var** Varianz der Teilchenmultiplizitäten  $n_i$  der 37 Detektorstationen:  $var = \frac{1}{37-1} \sum_{i=1}^{37} (n_i - \mu)^2$ , mit  $\mu$  dem Mittelwert der Werte  $n_i$ .

**N<sub>det</sub>** Gesamtzahl der im Detektorfeld detektierten geladenen Teilchen.

**N<sub>st</sub>** Anzahl der Detektorstationen, welche mindestens ein Teilchen detektiert haben.



**Fig. 6.6:** Die Verteilungen der Parameter aus Fig. 6.5 jeweils unter der Voraussetzung, dass die vorhergehende Parameterschnittbedingung erfüllt wurde. Die Verteilung für *veto* ist nicht noch einmal abgebildet. Die Symbolik entspricht der von Fig. 6.5. Zusätzlich sind die Schnittbedingungen als gestrichelte Linie eingetragen.

Diese fünf Größen haben sich als zur Trennung gut geeignet herausgestellt. Im Prinzip ist es aber möglich, die Trennung der inneren und äußeren Ereignisse weiter zu verbessern, indem eine immer größere Anzahl von solchen Trennungparametern verwendet wird. Durch eine solche Erhöhung der Dimension wird der Überlapp der Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die inneren und äußeren Ereignisse immer geringer und damit der Klassifizierungsfehler immer kleiner (vgl. Fig. 6.5). In diesem Zusammenhang besonders interessant wäre die mittlere gemessene Schauerdicke, welche nach Gl. 5.7 quadratisch von der Distanz zum Schauerzentrum abhängt und damit ein guter Indikator für die Schauerposition wäre. Leider werden bei dem jetzt geplanten Aufbau von KASCADE-Grande die Informationen der Zeitstruktur in den einzelnen Stationen nicht zur Verfügung stehen.

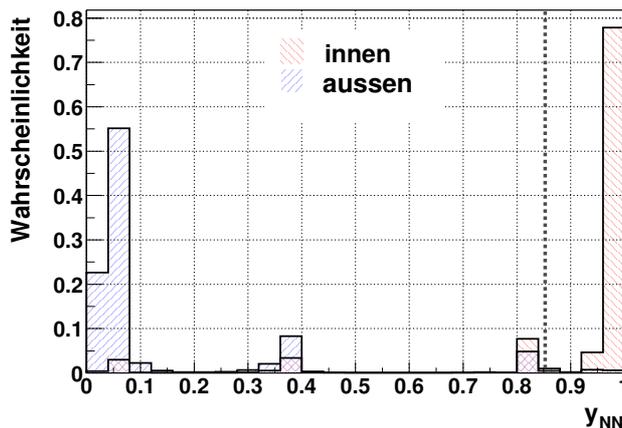
Insgesamt wurden fünf verschiedene Verfahren der Klassifizierung genauer untersucht.

### 6.2.1 Schnitt

Durch einfachen Schnitte durch die eindimensionalen Verteilungen der verschiedenen Parameter wird die Selektion optimiert. Die Schnitte wurden folgendermaßen gewählt:  $veto > 1.1$ ,  $\Delta_{pos} < 200$ ,  $N_{det} > 70$  und  $var > 0.2$ . Diese Werte haben sich für die Selektion von Schauern

$veto$	$\Delta_{pos}$	$N_{det}$	$var$	Akzeptanz / %	Kontamination / %	Verluste / %
0.9	250	50	0.2	41.5	6.6	26.3
0.8	300	30	0.1	46.3	7.9	19.0
0.75	330	25	0.07	48.6	9.5	16.1
0.7	360	20	0.05	50.9	11.9	13.8
0.6	390	15	0.04	54.4	16.8	11.6
0.4	450	10	0.02	64.3	32.6	7.0

**Tab. 6.3:** Leistungsfähigkeit der Selektion durch Parameter-Schnitt für unterschiedliche Wahl der Schnitt-Bedingungen. Akzeptanz ist hier der Anteil der getriggerten Ereignisse, die auch selektiert werden. Allerdings besitzen insgesamt nur 57.3% der getriggerten Ereignisse ihr Zentrum innerhalb des Detektorfeldes.



**Fig. 6.7:** Die Antwort  $y_{NN}$  des Neuronales Netzes auf innere und äußere Ereignisse. Bei  $y_{NN} > 0.85$  (gestrichelte Linie) wird ein Ereignis als inneres eingestuft. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein inneres Ereignis im größten Bin klassifiziert wird liegt bei 0.97.

mit sehr geringer Kontamination (6.4 %) bewährt. In Fig. 6.6 sind die bedingten Wahrscheinlichkeiten für  $\Delta_{pos}$ ,  $N_{det}$  und  $var$  dargestellt. Nur wenn alle vier Bedingungen eingehalten werden wird ein Ereignis als inneres anerkannt. Betrachtet man Tab. 6.3 so erkennt man, dass auch eine andere Wahl der Schnitt-Bedingungen sinnvoll sein könnte. Hier wurde allerdings auf eine möglichst geringe Kontamination Wert gelegt, da dies die eigentliche Stärke dieser Methode ist. Will man z.B. nur Verluste von 4.4 % zulassen (wie bei der Mahalanobis-Methode, siehe Tab. 7.1), so wird man mit der Methode der Parameter-Schnitte sehr hohe Kontaminationen in Kauf nehmen müssen (> 32.6 %).

### 6.2.2 Neuronales Netzwerk

Ein Neuronales Netz (siehe Anhang C) mit zwei versteckten Ebenen, die je 10 Knoten enthalten, und fünf Eingabeknoten sowie einem Ausgabeknoten wurde mit etwa 32000 Ereignissen trainiert. Als Eingabewerte dienten  $\Delta_{pos}$ ,  $veto$ ,  $var$ ,  $N_{det}$  und  $N_{st}$ . Von diesen Trainings-Ereignissen hatten ca. 40 % ihr Zentrum innerhalb und 60 % außerhalb des Detektorfeldes. Die Ausgabe des Netzes  $y_{NN} = 1$  markiert ein inneres Ereignis und die Ausgabe  $y_{NN} = 0$  ein äußeres. Nach 500 Lernzyklen<sup>2</sup> wurde der Lernprozess abgebrochen und alle Freiheitsgrade des Netzes fixiert, so dass der mittlere Test-Fehler des Netzes ungefähr bei 0.1 lag. Nach diesem Vorgang ist also die Fähigkeit zur Trennung der beiden Klassen durch das Netz gut entwickelt (siehe Fig. 6.7). Aufgrund dieses Ausgabemusters wurde ab einem Ausgabewert des Netzes  $y_{NN}$  von 0.85 ein Ereignis als inneres klassifiziert. Ein anderer Schnitt führt hier entweder zu größeren Verlusten an inneren Schauern oder zu einer stärkeren Verunreinigung mit äußeren Schauern bei der Selektion.

<sup>2</sup> Ein Lernzyklus wird oft auch als *Epoche* bezeichnet und ist die Anwendung aller Trainingsdaten auf das Neuronale Netz.

Protonen		Eisen	
innen	aussen	innen	aussen
$\begin{pmatrix} 21.51 \\ 146.1 \\ 0.030 \\ 78.04 \\ 14.44 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.49 \\ 211.6 \\ 0.039 \\ 270.65 \\ 15.04 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 11.96 \\ 114.12 \\ 0.019 \\ 86.37 \\ 15.72 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.55 \\ 163.9 \\ 0.028 \\ 316.31 \\ 16.35 \end{pmatrix}$

**Tab. 6.4:** Die Mittelwerte der Verteilungen von inneren und äußeren Ereignissen für Protonen und Eisen induzierte Schauer im Raum  $(veto, \Delta_{pos}, var, N_{det}, N_{st})$ .

### 6.2.3 Bayes

Die Grundlagen der Bayes-Statistik werden im Anhang D näher erläutert. Um den Aufwand zu begrenzen wurde hier zur Trennung nur ein 2-dimensionales Verfahren angewendet. Benutzt wurden dazu die beiden Größen  $\Delta_{pos}$  sowie  $veto$ , welche am sensitivsten auf innere Ereignisse reagierten (siehe Fig. 6.5). Durch den Einsatz von mehr als zwei Größen könnte man die Möglichkeiten dieser Klassifizierungsmethode noch deutlich verbessern. Für die beiden zu trennenden Klassen wurde je eine 2-dimensionale  $100 \times 100$  Häufigkeitsmatrix angelegt und mit 1000000 Ereignissen aufgefüllt. Als Indizes der Matrix wurden die beiden zur Trennung benutzten Größen verwendet:  $0 < \Delta_{pos} < 400$  mit einer Schrittweite von 4 und  $0 < veto < 5$  mit Abständen von 0.05, wobei größere vorkommende Werte immer gleich dem Maximum (also 400 bzw. 5) gesetzt wurden.

Dadurch erhält man eine Aufspaltung des 2-dimensionalen Parameterraumes von  $\Delta_{pos}$  und  $veto$  in Bereiche, in denen die Häufigkeit von inneren Ereignissen überwiegt, und solche, in denen äußere Ereignisse häufiger vorkommen.

Ein Schauer wird nun einfach nach seiner Position in diesem Parameterraum von  $\Delta_{pos}$  und  $veto$  klassifiziert. Also hier durch Auslesen der Häufigkeitsmatrizen für innere und für äußere Ereignisse und anschließenden Vergleich der Häufigkeiten gemäß Gl. D.9.

### 6.2.4 Mahalanobis

Eine vereinfachte und verallgemeinerte aber auf der Bayes-Statistik basierende Technik der Klassifizierung ist die Berechnung der skaleninvarianten Entfernungen (siehe Anhang D.1) zu den Mittelpunkten (siehe Tab. 6.4) der 5-dimensionalen Verteilungen der zwei zu trennenden Klassen. Als Stichproben der beiden Verteilungen wurden jeweils  $\sim 500000$  Ereignisse benutzt, von welchen dann der Mittelwert und die Kovarianz-Matrix berechnet wurden. Liegt ein Ereignis dann näher am Mittelpunkt der Verteilung innerer Schauer als am Mittelpunkt der Verteilung äußerer Schauer, so wird es als inneres Ereignis erkannt. Wie in Tab. 6.4 zu sehen ist der Mittelpunkt der Verteilungen bei Eisen und Protonen ziemlich unterschiedlich. Das bedeutet man hat hier kein universelles Kriterium, sondern muss erst das primäre Teil-

chen kennen. Das ist natürlich ein großer Nachteil. Durch eine andere Wahl der Parameter könnte man aber prinzipiell bessere Ergebnisse erzielen.

### 6.2.5 EAS-TOP

Hier macht man sich die Einteilung des Detektorfeldes in Hexagone zunutze (siehe Fig. 6.1). Wird im Zentrum eines Hexagons eine größere Teilchenmultiplizität gemessen, als in allen peripheren Stationen des Hexagons, wird das entsprechende Ereignis als ein inneres deklariert. Diese Methode wurde beim EAS-TOP Experiment zur Definition innerer Ereignisse benutzt.



## 7. REKONSTRUKTION VON LUFTSCHAUERN

Bei allen hier gezeigten Ergebnissen erfolgte, falls nicht anders erwähnt, die Auswahl der Ereignisse durch den oben beschriebenen Parameter-Schnitt auf Ereignisse, die die 7fach Koinzidenz-Triggerbedingung erfüllt haben.

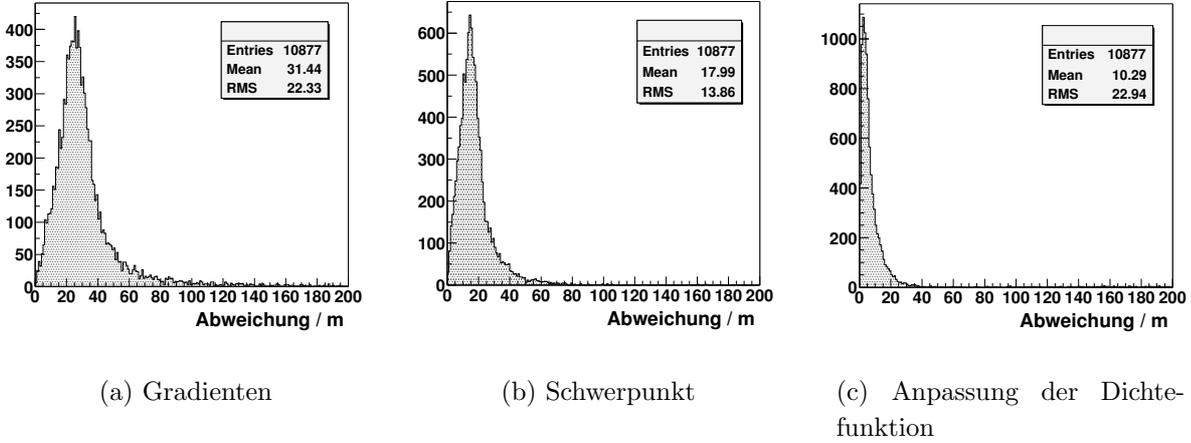
### 7.1 Positionsbestimmung

In Fig. 7.1 werden die bei der Rekonstruktion auftretenden Abweichungen der drei hier vorgestellten Methoden direkt miteinander verglichen. Hier erkennt man am deutlichsten die Unterschiede in der möglichen Genauigkeit. Der hohe RMS-Wert im Histogramm der durch Anpassung der NKG-Funktion erhaltenen Schauerzentren zeigt auch gleich die Tendenz dieser Methode zu extremen Fehl-Rekonstruktionen. Weiter unten wird gezeigt, wodurch diese Ausreißer charakterisiert werden und wie sie zum größten Teil entfernt werden können.

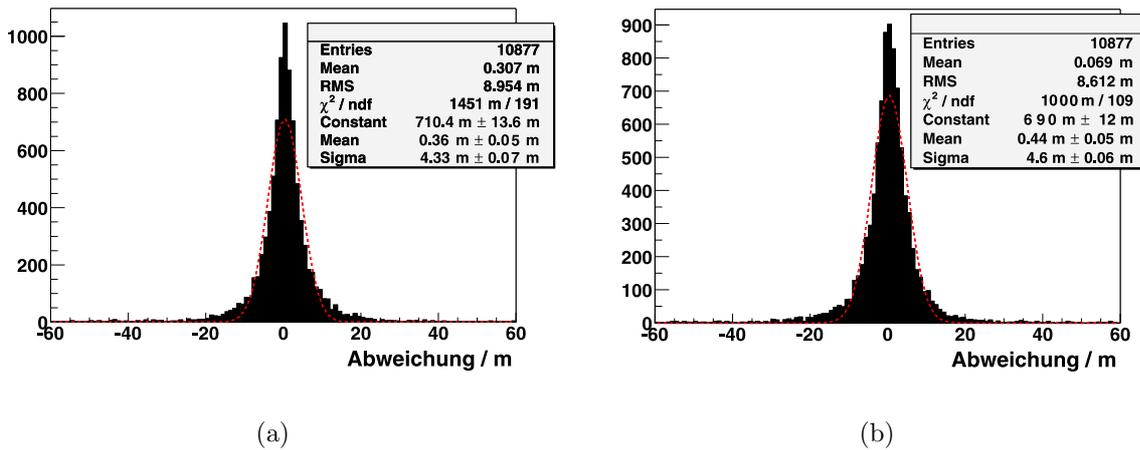
Wie schon vorher gesehen (siehe Kap. 5.2), liegen die Vorteile der Positionsbestimmung durch die Gradientenmethode nicht in der besonders hohen Präzision ( $\sigma_x = 28.0$  m und  $\sigma_y = 26.7$  m für Schauer mit  $6.5 < \log_{10} N_{ch,est} < 7$ ), sondern in der Fähigkeit auch noch außerhalb des Detektorfeldes sinnvolle Werte liefern zu können. Die Methode der Schwerpunktbestimmung beschränkt sich dagegen strikt auf einen Bereich im Inneren des Detektorfeldes, in welchem sie aber eine gute Bestimmung des Zentrums ermöglicht ( $\sigma_x = 12.1$  m und  $\sigma_y = 12.0$  m für Schauer mit  $6.5 < \log_{10} N_{ch,est} < 7$ ). Am Rande des Detektorfeldes oder sogar außerhalb desselben, sind die Vorhersagen dieser Methode nicht mehr sinnvoll. Am flexibelsten funktioniert die Positionsbestimmung im Rahmen der Anpassung einer lateralen Dichtefunktion an die gemessenen Teilchendichten. Hier wird erstens die erreichbare Genauigkeit am größten ( $\sigma_x = 4.3$  m und  $\sigma_y = 4.6$  m für Schauer mit  $6.5 < \log_{10} N_{ch,est} < 7$ , siehe Fig. 7.2) und zweitens kann bei entsprechender Geometrie der Mess-Stationen eine optimale Rekonstruktion im Bereich aller Detektoren gewährleistet werden.

In Fig. 7.3 wird bereits deutlich, dass der Anpassungsvorgang der lateralen Dichtefunktion für kleine Schauergrößen ( $\log_{10} N_{ch,est} < 5.25$ ) nicht mehr richtig zuverlässig funktioniert. Wie in Fig. 6.3 beschrieben wird, ist hier die untere Grenze des Messbereichs von KASCADE-Grande erreicht. Das bedeutet, dass für den Anpassungsvorgang im Extremfall nur noch 7 Stationen mit einer gemessenen Teilchenmultiplizität übrigbleiben. Das reicht für eine präzise Rekonstruktion nicht mehr aus.

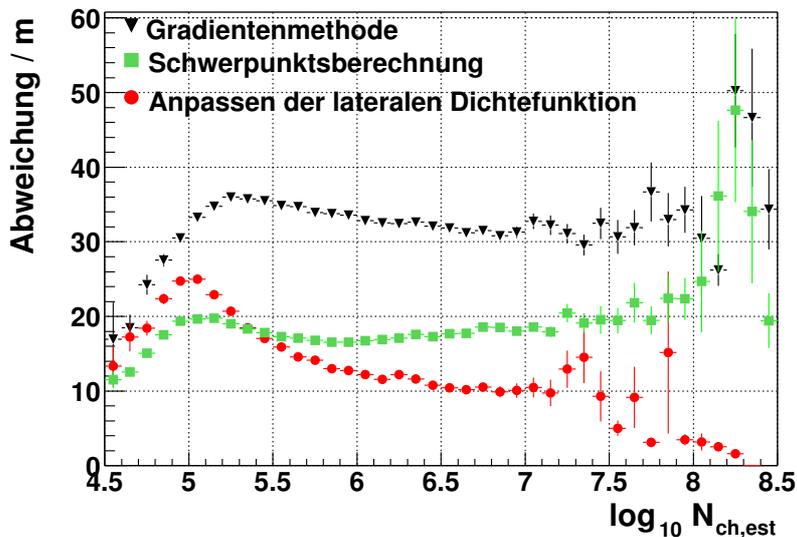
Es wird darauf hingewiesen, dass alle Verteilungen nicht wirklich gaußförmig sind, sondern auch bei größeren Abweichungen noch eine signifikante Häufigkeit von rekonstruierten Schauern vorkommen. Deshalb sind alle  $\sigma$ -Angaben, die hier gemacht werden, nur Richtwerte und keine tatsächlichen statistischen Angaben.



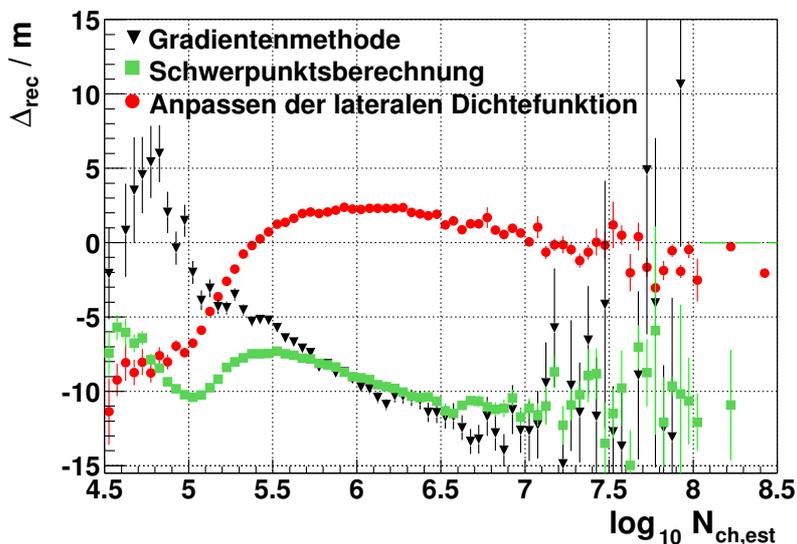
**Fig. 7.1:** Verteilung der Abweichungen  $|\vec{r}_{sim} - \vec{r}_{rec}|$  der verschiedenen Methoden zur Positionsbestimmung. Es wurden nur Ereignisse mit einer rekonstruierten Schauergröße von  $6.5 < \log_{10} N_{ch,est} < 7$  dargestellt.



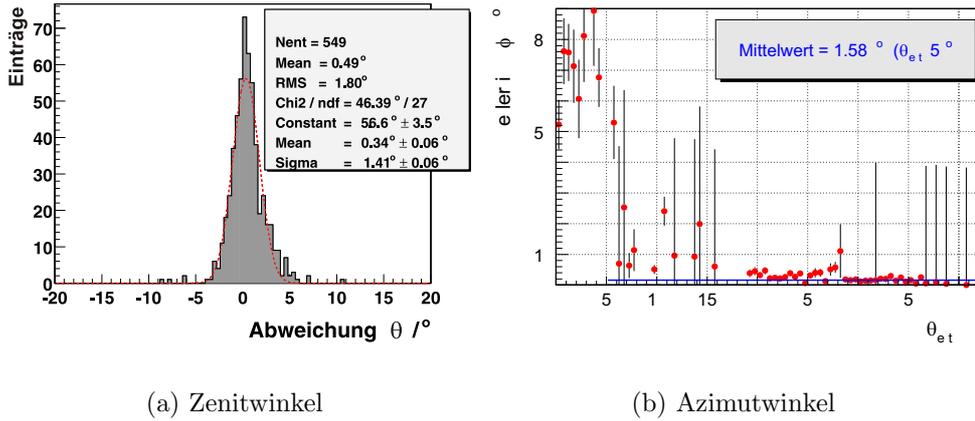
**Fig. 7.2:** Fehler der Positionsbestimmung durch die Anpassung der NKG-Funktion in X- (a) sowie Y-Richtung (b). Die Parameter der Gaußkurven, welche am besten zu den beiden Verteilungen passen, sind angegeben. Dargestellt wurden nur Schauer mit  $6.5 < \log_{10} N_{ch,est} < 7$ .



**Fig. 7.3:** Abhängigkeit der verschiedenen Methoden zur Schauerzentrumsbestimmung von der rekonstruierten Schauergröße  $N_{ch,est}$ . Dargestellt ist der Mittelwert der auftretenden Abweichungen  $|\vec{r} - \vec{r}_{rec}|$ .



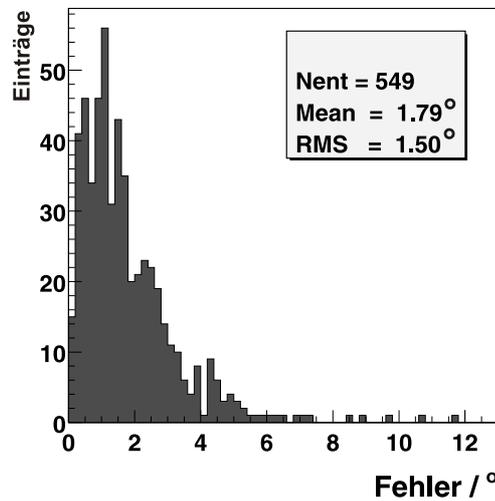
**Fig. 7.4:**  $\Delta_{rec}$  ist die Entfernung zu derjenigen Station, welche dem simulierten Schauerzentrum am nächsten liegt. Ein  $\Delta_{rec} > 0$  bedeutet also, dass die rekonstruierten Schauerzentren von den Stationen “weggeschoben” werden und  $\Delta_{rec} < 0$  heißt, dass sie zu ihnen “hingezogen” werden.



(a) Zenitwinkel

(b) Azimutwinkel

**Fig. 7.5:** Verteilung der Abweichungen für die rekonstruierten Zenit- und Azimutwinkel. Der Fehler des Azimutwinkel  $\phi_{est} - \phi$  ist in Abhängigkeit des rekonstruierten Zenitwinkels  $\theta_{est}$  dargestellt.



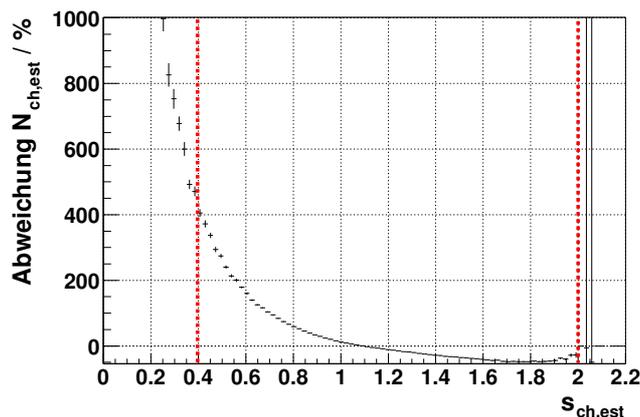
**Fig. 7.6:** Verteilung der auftretenden Abweichungen bei der Rekonstruktion der Schauerrichtung.

Betrachtet man die Eigenschaft der verschiedenen Methoden die rekonstruierten Schauerzentren zu den Orten der Detektorstationen *hinzuziehen* oder von diesen *wegzuschieben* so erkennt man, dass nur durch das Anpassen der lateralen Dichtefunktion für  $\log_{10}N_e > 5.25$  dieser Effekt kaum noch eine Rolle spielt. Bei der Gradientenmethode und der Schwerpunktmethode überwiegt eine Rekonstruktion näher bei der nächsten Detektorstation.

## 7.2 Schauerrichtungsbestimmung

Die Winkelbestimmung wurde nicht mit denselben Daten durchgeführt, wie die Analysen der Schauerzentrums- und Schauergrößen-Rekonstruktion. Hier kamen die mit CORSIKA und EGS4 berechneten Schauer zum Einsatz. Deshalb konnte auch keine vergleichbar umfassende Statistik erstellt werden.

Verwendet wurde die Ankunftszeit des ersten geladenen Teilchens im simulierten Detektor. Diese Zeit wurde durch eine Gaußkurve mit einer Unsicherheit von 1.5 ns (Zeitauflösung



**Fig. 7.7:** Abhängigkeit des systematischen und statistischen Fehlers der rekonstruierten Schauergöße  $N_{ch,est}$  vom rekonstruierten Schaueralter  $s_{ch,est}$ . Durch das Entfernen aller Ereignisse mit  $s_{ch,est} < 0.4$  und  $s_{ch,est} > 2$  verliert man nur  $\sim 2\%$  der Daten und selektiert die Ereignisse mit den kleinsten Fehlern.

der Detektoren) versehen. Da die Myonen zuerst das Beobachtungsniveau erreichen, werden die ersten Ankunftszeiten, mit welchen die Schauerrichtungsrekonstruktion durchgeführt wird, hauptsächlich durch die Myonen bestimmt (siehe Fig. 5.1(b)).

Wie in Fig. 7.6 zu sehen ergibt sich ein Mittelwert der Abweichung der rekonstruierten Schauerrichtung zur simulierten von  $\sim 1.8^\circ$ . Die Abweichungen der Schauerrichtung wurden folgendermaßen bestimmt:

$$\Delta = \arccos(\sin \theta_{sim} \cdot \sin \theta_{est} \cdot \cos(\phi_{est} - \phi_{sim}) + \cos \theta_{sim} \cdot \cos \theta_{est}) \quad . \quad (7.1)$$

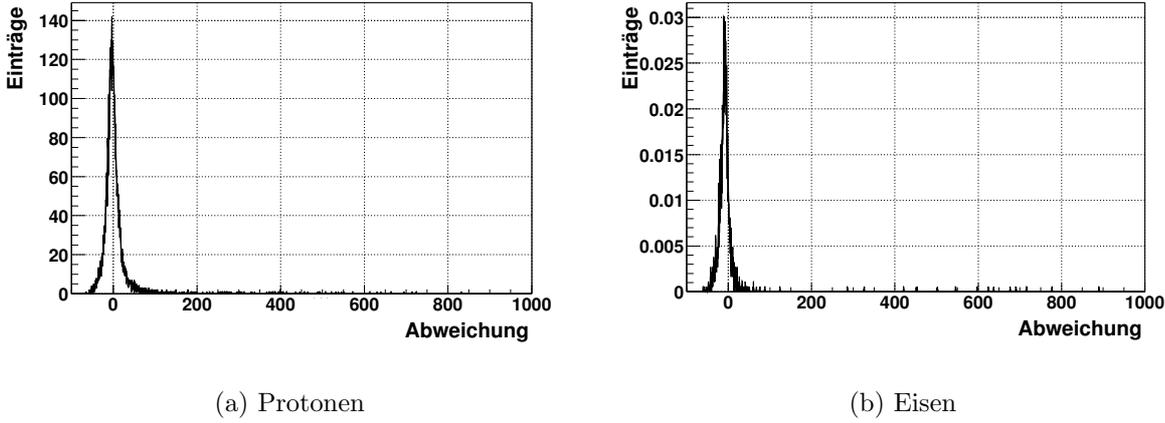
Die Auflösung der Rekonstruktion liegt dabei für den Zenitwinkel  $\theta$  bei etwa  $1.4^\circ$  (siehe Fig. 7.5(a)) und ist für den Azimutwinkel vom Zenitwinkel abhängig. In Fig. 7.5(b) sieht man, dass der Fehler von  $\phi_{est}$  für rekonstruierte Zenitwinkel  $\theta_{est} > 5^\circ$  im Mittel auch ca.  $\sim 1.6^\circ$  beträgt.

### 7.3 Schauergößenbestimmung

Wie schon in Kap. 4.6.1 beschrieben, muss hier darauf Rücksicht genommen werden, dass in den simulierten Referenzdaten  $s_{sim}$  und  $N_e$  durch die NKG-Option von CORSIKA berechnet wurden.

Die Qualität der Schauergößenbestimmung kann aber dennoch beurteilt werden. Beim Schaueralter muss man allerdings vorsichtig sein, da das rekonstruierte Schaueralter der Lateralverteilung aller geladenen Teilchen  $s_{ch,est}$  mit dem Schaueralter der durch die NKG-Option von CORSIKA berechneten elektromagnetischen Komponente  $s_{sim}$  verglichen wird (vgl. Kap. 4.6.1). Dennoch kann eine qualitative Beurteilung der  $s_{ch,est}$  vorgenommen werden. Für die **absoluten** Werte gilt dies jedoch nicht (siehe Fig. 4.6(a)). In Kap. 7.4 wird auf diese Problematik noch näher eingegangen werden.

In Fig. 7.7 erkennt man, dass es sinnvoll ist Ereignisse mit  $s_{ch,est} < 0.4$  und  $s_{ch,est} > 2$  zu verwerfen, da dort die Fehler bei der Rekonstruktion der Schauergöße zu groß werden.



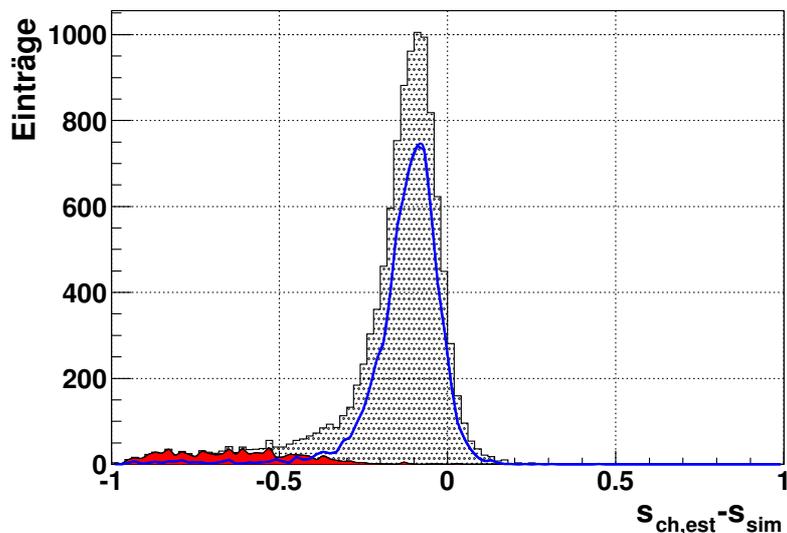
**Fig. 7.8:** Verteilung der Abweichungen  $100 \cdot (N_{ch,est} - N_{ch})/N_{ch}$  für alle Ereignisse mit  $6.5 < \log_{10} N_{ch,est} < 7$ . Die Verteilungen sind einer Gaußverteilung ähnlich, haben aber zu großen Abweichungen hin eine extrem weite Fortsetzung. Für Eisen ergibt sich hier ein angepasste Gaußkurve mit  $\sigma = 8.6 \%$  sowie  $\mu = -9.6 \%$  und für Protonen  $\sigma = 11.1 \%$  sowie  $\mu = -3.4 \%$ .

Durch diese Beschränkung gehen nur ca. 1.3 % der Protonen-Daten und etwa 2.5 % der Eisen-Daten verloren. Im folgenden wird deshalb  $s_{ch,est}$  immer auf den Bereich  $0.4 < s_{ch,est} < 2$  eingeschränkt.

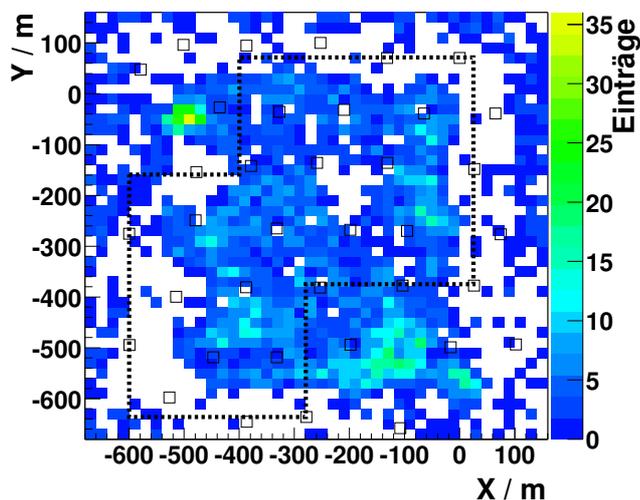
Betrachtet man die Abweichungen  $100 \cdot (N_{ch,est} - N_{ch})/N_{ch}$  so erkennt man bei kleinen Werten für die Abweichungen eine gaußähnliche Verteilung, die allerdings zu großen Abweichungen hin stark verzerrt wird (siehe Fig. 7.8). Die Ausläufer dieser Verteilung reichen bis zu extrem großen Werten, wodurch eine Beurteilung sehr erschwert wird. Es macht keinen Sinn, einfach den Mittelwert dieser Verteilung zu betrachten, da dieser hauptsächlich davon abhängig ist, bis zu welcher maximalen Abweichung man den Ausläufer noch berücksichtigt.

Die Verteilung der Abweichungen der Schaueralter  $s_{ch,est} - s_{sim}$  zeigt ebenfalls eine Abweichung von der Gaußkurve (siehe Fig. 7.9). Interessant ist, dass die Abweichung von der Normalverteilung hauptsächlich durch den Beitrag der in Fig. 7.9 dunkel dargestellten Ereignisse verursacht wird. Dieser Bereich wird von den Ereignissen gebildet, die einen Fehler von  $> 200 \%$  in  $N_{ch,est}$  besitzen (vgl. Fig. 7.8). Es sind also die rekonstruierten Schauer, die in  $N_{ch,est}$  extrem große Fehler besitzen, welche auch bei  $s_{ch,est}$  die größten Abweichungen aufweisen. In Fig. 7.10 sind von diesen Schauern die rekonstruierten Schauerzentren aufgetragen. Man erkennt, dass sich in einigen Gebieten solche Ereignisse anreichern. Die gestrichelte Linie in Fig. 7.10 begrenzt eine Fläche, die diese Gebiete zum größten Teil ausschließt. Benutzt man nur noch diese Fläche gehen leider  $\sim 25 \%$  aller rekonstruierten Schauer verloren. Die Qualität der restlichen Daten steigt aber stark an.

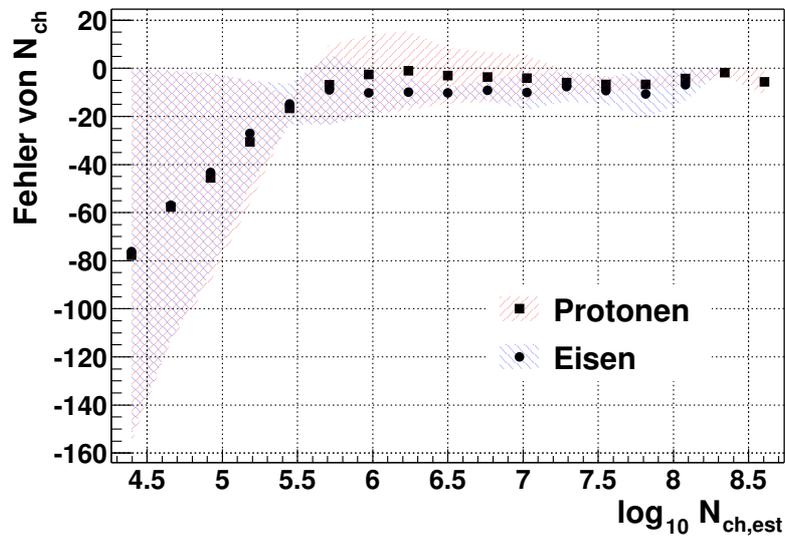
In Fig. 7.11 und 7.12 sind die systematischen und statistischen Fehler der Rekonstruktion für die Schauergröße und das Schaueralter dargestellt. Man erkennt, dass die Rekonstruktion der Schauergröße tendenziell immer zu einer systematischen Unterschätzung der Schauergröße führt, wobei diese etwa von  $\log_{10} N_{ch,est} > 6$  bis  $\log_{10} N_{ch,est} < 7.25$  fast Null ist. Der statistische Fehler nimmt von etwa 50 % bei  $\log_{10} N_{ch,est} = 4.5$  auf bis unter 10 % bei



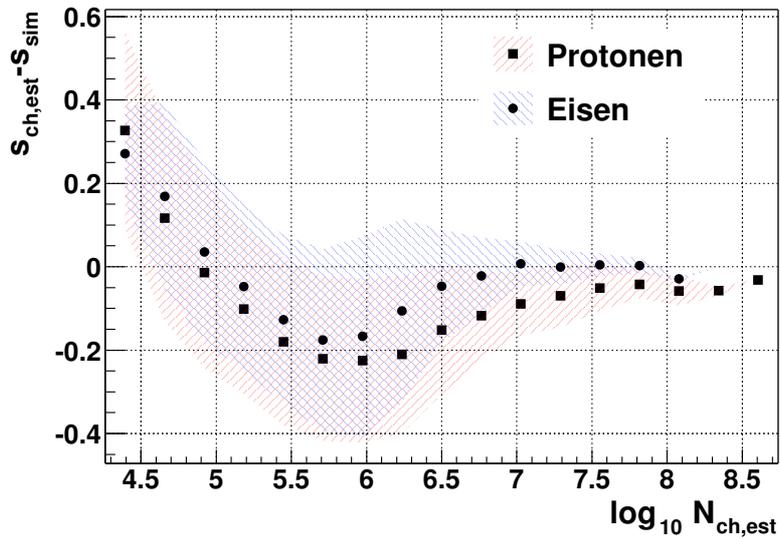
**Fig. 7.9:** Abweichungen  $s_{ch,est} - s_{sim}$  aller Ereignisse mit  $6.5 < \log_{10} N_{ch,est} < 7$ . Der dunkel schraffierte Bereich entspricht den Schauern, für welche die Abweichung in  $N_{ch,est}$  größer als 200 % wird (siehe Fig. 7.8). Betrachtet man nur die in Fig. 7.8 gestrichelt eingezeichnete Nachweisfläche, so ergibt sich die durch die schwarze Kurve dargestellte Verteilung.



**Fig. 7.10:** Die durch das Anpassen einer lateralen Dichtefunktion rekonstruierten Schauerzentren der Schauer, welche eine Abweichung von mindestens 200 % in  $N_{ch,est}$  besitzen (siehe Fig. 7.8). Gestrichelt markiert ist eine mögliche Nachweisfläche, welche einen Großteil dieser Schauer ausschließt. Durch die offenen Quadrate werden die Positionen der Detektoren hervorgehoben.



*Fig. 7.11: Abhängigkeit des statistischen sowie systematischen Fehlers der Schauergößen-Rekonstruktion von  $N_{ch,est}$ .*



*Fig. 7.12: Der statistische Fehler des Schaueralters fällt von etwa 0.1 zu großen  $\log_{10} N_{ch,est}$  hin kontinuierlich ab. Es zeigen sich aber starke systematische (energieabhängige) Effekte.*

$\log_{10}N_{ch,est} = 8$  ab, um dann bei noch größeren  $\log_{10}N_{ch,est}$  wieder leicht anzusteigen. Beim Schaueralter überwiegen vor allem systematische Effekte, welche hauptsächlich durch die Verwendung der NKG-Funktion entstehen. Der statistische Fehler des Schaueralters  $s_{ch,est}$  geht mit steigendem  $N_{ch,est}$  von etwa 0.1 kontinuierlich auf sehr kleine Werte zurück.

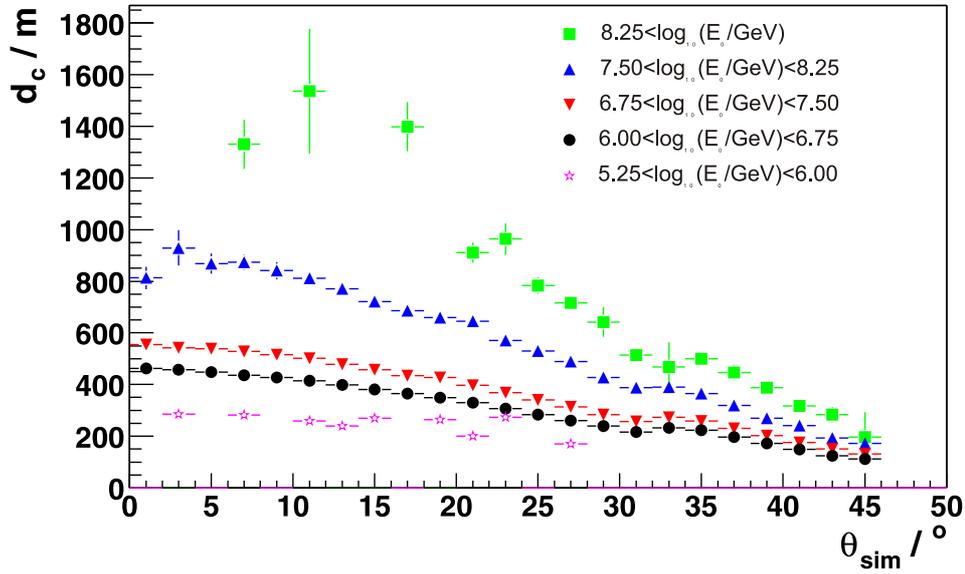
## 7.4 Laterale Dichteverteilungsfunktionen

Durch den Einsatz der NKG-Funktion zur Beschreibung der gemessenen Dichteverteilungen entstehen einige Probleme, da die normale NKG-Funktion nur einen Parameter besitzt, der die Krümmung der Funktion vorgibt. Die Funktion ist deshalb zu "steif" und kann nicht gleichzeitig nahe am Schauerzentrum die Dichte der Elektronen und fern vom Schauerzentrum die Dichte der Myonen beschreiben. Da bei KASCADE-Grande der Punkt  $d_c$ , an welchem die Dichte der Myonen größer als die der Elektronen wird, meistens innerhalb des Detektorfeldes liegt, muss bei der Rekonstruktion darauf Rücksicht genommen werden. Die maximale Entfernung vom Schauerzentrum, bei der noch Messdaten gewonnen werden können, liegt bei  $\approx 870$  m (siehe Fig. 7.13). Vor allem bei Eisen-induzierten Schauern kann  $d_c$  bei der lateralen Dichteverteilung eine wichtige Rolle spielen. Aber auch bei Proton-induzierten Schauern mit niedrigen Energien und großen Zenitwinkeln wird  $d_c$  innerhalb des Detektorfeldes liegen.

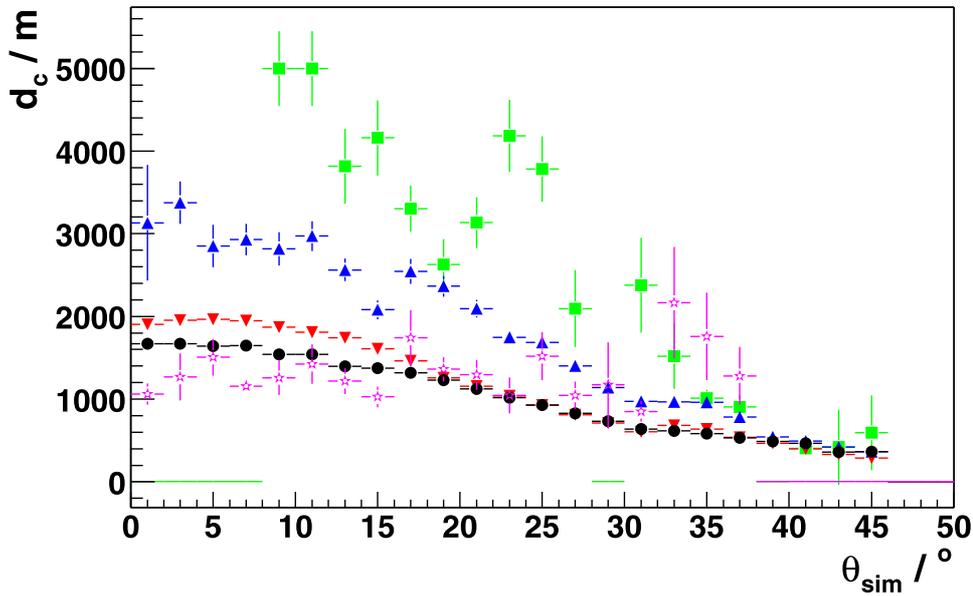
Alle Rekonstruktionen in dieser Studie basieren auf der Anpassung der NKG-Funktion. Deshalb lassen sich die auftretenden Probleme bei der Rekonstruktion gut darstellen und nachvollziehen.

Die rekonstruierten Schaueralter  $s_{ch,est}$  können nicht direkt mit einem Referenzwert verglichen werden. Der entsprechende Wert müsste einer Lateralverteilung aller geladenen Teilchen ( $N_{ch} = N_e + N_\mu$ ) mit einem Parameter  $r_0 = 92$  m entstammen. Leider ist aber als Referenzwert nur das Schaueralter  $s_{sim}$  der von CORSIKA mit NKG berechneten elektromagnetischen Lateralverteilung zugänglich. Dieses weist gegenüber einer mit CORSIKA und EGS4 berechneten Lateralverteilung eine systematische Abweichung auf (siehe Fig. 4.6(a)). Außerdem ist dieses Schaueralter  $s_{sim}$  nicht für  $r_0 = 92$  m berechnet worden, sondern für  $r_0 = 79$  m. Wie bei [ANTONI 2000] dargestellt sinkt das Schaueralter mit steigendem  $r_0$ . Der dritte Problempunkt ist, dass durch das Betrachten aller geladenen Teilchen für große Abstände vom Schauerzentrum immer stärkere Abweichungen von einer rein elektromagnetischen Lateralverteilung auftreten, da ab einem Abstand von  $d_c$  die myonische Dichte größer als die elektromagnetische wird. Das führt dazu, dass bei gleichem  $r_0$  das Alter der lateralen Dichtefunktion der geladenen Teilchen größer als das der elektromagnetischen wird (größeres Alter  $s \rightarrow$  flachere Ausläufer der lateralen Dichtefunktion).

Die Beschreibung der lateralen Dichteverteilung der geladenen Teilchen  $\rho_{ch}(r)$  anhand der ursprünglichen NKG-Funktion (Gl. 3.10) ist nicht unbedingt sinnvoll. Nahe am Schauerzentrum wird  $\rho_{ch}(r)$  durch den Beitrag der Elektronen  $\rho_e(r)$  bestimmt und bei größeren Entfernungen durch  $\rho_\mu(r)$ . Sowohl  $\rho_e(r)$  als auch  $\rho_\mu(r)$  lassen sich jeweils getrennt durch die NKG-Funktion approximieren [ANTONI 2000]. Bei einem festen Wert von  $r_0$  erhält man dann aber bei  $\rho_\mu(r)$  ein deutlich größeres Ergebnis für  $s$  als bei  $\rho_e(r)$ . Da die NKG-Funktion nur einen vom Abstand  $r$  zum Schauerzentrum unabhängigen Krümmungs-Parameter enthält,

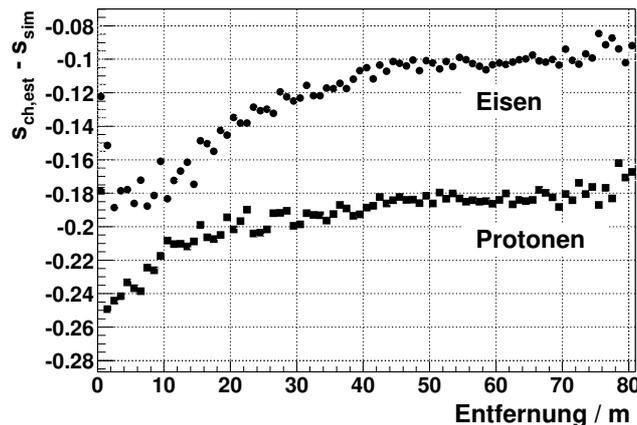


(a) Eisen



(b) Protonen

**Fig. 7.13:** Die Entfernung  $d_c$  vom Schauerzentrum in Schauerkoordinaten, bei welcher die Dichte der Myonen größer als die der Elektronen wird.



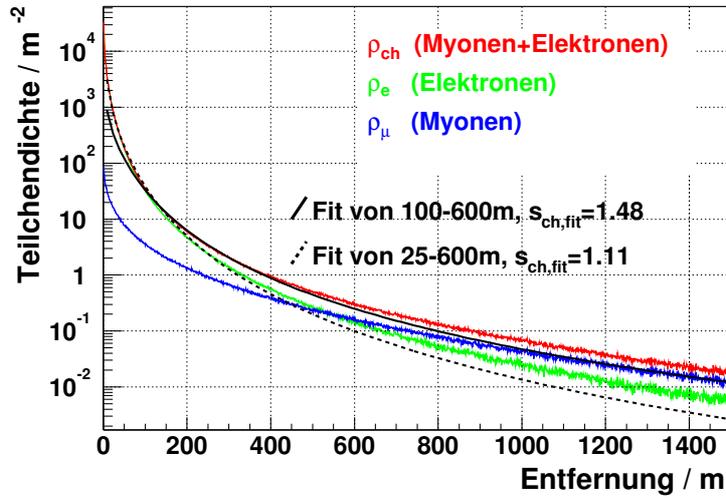
**Fig. 7.14:** Mittelwert der Abweichung des rekonstruierten Schaueralters  $s_{ch,est}$  vom simulierten Wert  $s_{sim}$  aufgetragen über der Entfernung des Schauerzentrums zur nächstgelegenen Detektorstation. Bei sehr kleinen Entfernungen ( $< \sim 5$  m) kommt das Schauerzentrum im Inneren eines Detektors (Fläche  $A = 10$  m<sup>2</sup>) zu liegen, wodurch die Rekonstruktion zusätzlich verfälscht wird. Der Absolutwert der Abweichung  $s_{ch,est} - s_{sim}$  hat keine besondere Aussagekraft (siehe Text).

nämlich das Schaueralter  $s$  oder den Molière-Radius  $r_0$ , kann sich die NKG-Funktion nicht für kleine  $r$  ( $r \ll r_c$ ) an  $\rho_e(r)$  und gleichzeitig für große  $r$  ( $r \gg r_c$ ) an  $\rho_\mu(r)$  anpassen. Das Ergebnis der Anpassung einer NKG-Funktion an  $\rho_{ch}(r)$  hängt also sehr stark davon ab welchen Bereich des Abstandes  $r$  man betrachtet (siehe Fig. 7.14 und Fig. 7.15). Auf jeden Fall führt die angepasste Funktion aber zu einer Unterschätzung der Schauergröße  $N_{ch}$ , da entweder die Dichte der zentrumsnahen Elektronen oder die der zentrumsfernen Myonen vernachlässigt wird (vgl. Fig. 7.19 (NKG<sub>ch</sub>)). Es ist also entscheidend in welcher Entfernung vom Schauerzentrum der erste Detektor steht. Kleine Abstände führen zu einer Überbewertung von  $\rho_e(r)$  und damit zu kleineren Schaueraltern  $s$ , große Abstände führen zu einer Unterschätzung von  $s$  (siehe Fig. 7.14). Man kann dieses Problem durch eine andere Wahl der Lateralverteilungsfunktion weitgehend beheben. Es bietet sich hier z.B. die von Linsley am Volcano-Ranch-Experiment benutzte modifizierte NKG-Funktion an [LINSLEY 1962]:

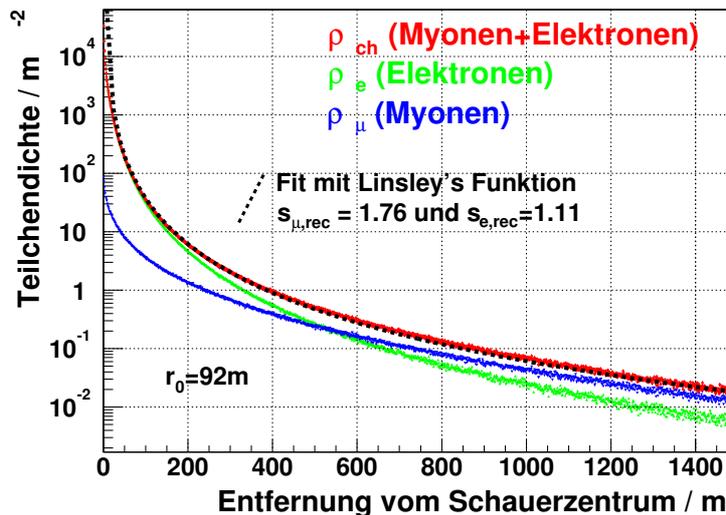
$$\rho(N_e, r) = \frac{N_e}{2\pi r_0^2} \frac{\Gamma(\eta - \alpha)}{\Gamma(2 - \alpha)\Gamma(\eta - 2)} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-\alpha} \left(1 + \frac{r}{r_0}\right)^{-(\eta - \alpha)}. \quad (7.2)$$

Sie passt gut zu den bei diesem Experiment mittels Wasser-Cherenkov-Detektoren gemessenen Dichteverteilungen der geladenen Teilchen im Bereich von 70 – 1000 m. Der Vorteil liegt in einem zweiten Krümmungsparameter. Die logarithmische Krümmung wird für  $r \ll r_0$  durch  $-\alpha$  und für  $r \gg r_0$  durch  $-\eta$  beschrieben (siehe Fig. 7.16). Man benutzt also drei freie Parameter:  $N_{ch}$ ,  $\eta$  und  $\alpha$ .

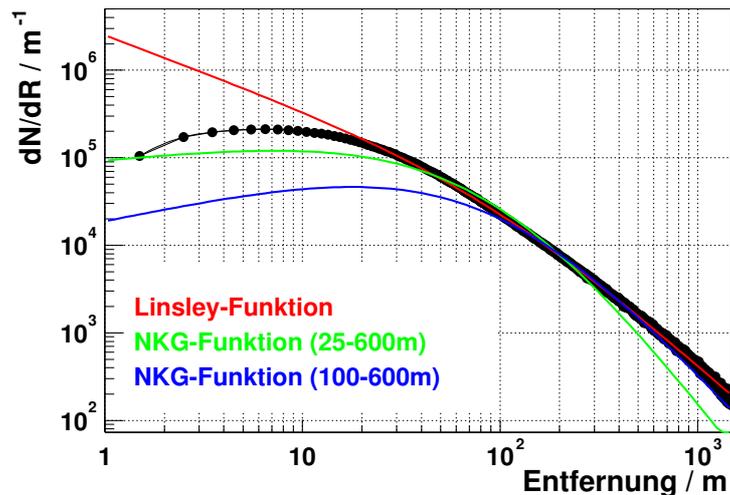
Allerdings kann auch diese verbesserte laterale Dichtefunktion die auftretenden Dichten der geladenen Teilchen nicht für alle Entfernungen zum Schauerzentrum vorhersagen (siehe Fig. 7.17). Nahe dem Schauerzentrum ist  $\rho_{ch}$  viel kleiner, als es die Linsley-Funktion angibt. Es erscheint also sinnvoll, zum Vergleich der Schauergrößen nicht die gesamte Teilchenzahl zu benutzen, sondern nur die Anzahl der Teilchen in einen bestimmten Abstandsintervall



**Fig. 7.15:** Der Bereich, über welchen die Anpassung der NKG-Funktion an  $\rho_{ch}(r)$  erfolgt, bestimmt ob  $\rho_e$  oder  $\rho_\mu$  die dominierende Dichte ist.  $\rho_e(r)$  und  $\rho_\mu(r)$  können für sich durch je eine NKG-Funktion genähert werden. In dem hier dargestellten Beispiel sind  $s_e = 1.0028$  und  $\log_{10}N_e = 6.999$  bzw.  $s_\mu = 1.9706$  und  $\log_{10}N_\mu = 6.1835$ . Der Parameter  $r_0$  wurde dabei auf einem Wert von 92 m fixiert. Die dargestellten Lateralverteilungen stammen von einem Proton-induzierten Schauer mit einer Energie von  $\sim 10^{17}$  eV.



**Fig. 7.16:** Hier wird der gleiche Schauer wie in Fig. 7.15 betrachtet. Die Linsley-Funktion (siehe Gl. 7.2) kann  $\rho_{ch}(r)$  deutlich besser beschreiben, als es mit der NKG-Funktion möglich ist. Nahe dem Schauerzentrum liefert sie jedoch zu hohe Dichten. Auch hier wurde  $r_0$  auf 92 m festgehalten.



**Fig. 7.17:** Hier sind noch einmal die geladenen Teilchen des Schauers aus Fig. 7.15 geplottet (schwarze Kreise). Allerdings sind diesmal die im Abstand vom Schauerzentrum auftretenden Teilchenzahlen dargestellt. Es zeigt sich, dass es sinnvoll ist die Teilchenzahl nur in einem bestimmten Intervall des Abstandes vom Schauerzentrum zu vergleichen, da keine der Funktionen die wirkliche Teilchenzahl im ganzen Bereich gut approximiert. Betrachtet man die Teilchenzahl im Abstand von 25 - 600 m, so erhält man folgende Werte:  $\log_{10} N_{ch,sim}^{trunc} = 6.81441$ ,  $\log_{10} N_{ch,Linsley}^{trunc} = 6.80551$ ,  $\log_{10} N_{ch,NKG25}^{trunc} = 6.79542$  und  $\log_{10} N_{ch,NKG100}^{trunc} = 6.68091$ , wobei sich NKG25 auf die gestrichelt und NKG100 auf die durchgehend dargestellte Kurve aus Fig. 7.15 bezieht.

vom Schauerzentrum. Betrachtet man Fig. 7.17, so bietet sich dazu der Bereich von 25-600 m an. Bei größeren Abständen vom Schauerzentrum werden kaum noch Messpunkte von KASCADE-Grande vorhanden sein und damit auch die Unsicherheit über den weiteren Verlauf von  $\rho_{ch}(r)$  zu groß werden.

Ebenfalls möglich ist es zwei NKG-Funktionen einzusetzen. Eine Funktion  $\rho_{NKG,e}(N_e, s_e, r)$  mit  $r_0 = 79$  m und eine Funktion  $\rho_{NKG,\mu}(N_\mu, s_\mu, r)$  mit  $r_0 = 400$  m, wobei  $s_\mu = f(s_e)$  (siehe Fig. 7.18) benutzt wird, da  $s_\mu$  durch die vorhandenen Messungen nicht auch bestimmt werden kann. Auch hier hat man deshalb drei freie Parameter:  $N_e$ ,  $N_\mu$  und  $s_e$ . Möglich wären z.B. noch Einschränkungen wie der Punkt, an welchem die Dichte der Myonen größer als die der Elektronen wird, muss in einem bestimmten Intervall liegen oder die Zahl der Elektronen soll etwa zehnmals so groß sein wie die der Myonen.

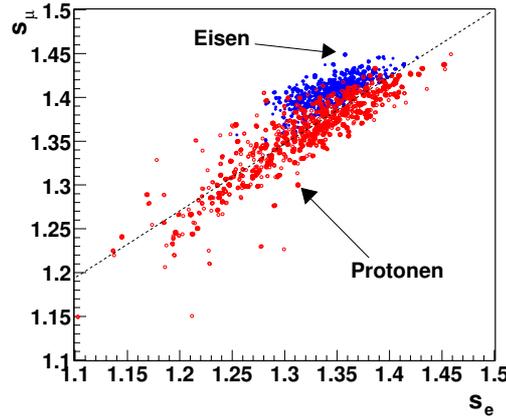
Anstatt der NKG-Funktion kann man auch für die Elektronen die Lagutin-Funktion

$$\rho_e(N_e, r) = \frac{N_e}{R_0^2} \cdot \left(\frac{r}{R_0}\right)^{-1.2} \cdot \left(\frac{1+r}{R_0}\right)^{-3.33} \cdot \left(1 + \left(\frac{r}{10 \cdot R_0}\right)^2\right)^{-0.6} \quad (7.3)$$

und für die Myonen die Greisen-Funktion

$$\rho_\mu(N_e, r) = 18 \left(\frac{N_e}{10^6}\right)^{3/4} r^{-3/4} \left(1 + \frac{r}{320 \text{ m}}\right)^{-2.5} \quad (7.4)$$

benutzen. Das hat den Vorteil, dass nur zwei Parameter frei sind:  $N_e$  und  $R_0$ . Die Lateralverteilung der Myonen ergibt sich hier allein aus dem Wert von  $N_e$ . Dadurch kann kein vom Primärteilchen abhängiger Einfluss auf die Myonen mehr rekonstruiert werden.



**Fig. 7.18:** Nahezu unabhängig vom primären Teilchen kann man das Alter der myonischen Komponente folgendermaßen nähern:  $s_\mu(s_e) = 0.35 + 0.765 \cdot s_e$ . Dies ist hier für Zenitwinkel kleiner  $6^\circ$  dargestellt, gilt aber leicht verändert auch für größere Zenitwinkel.

Eine weitere Möglichkeit das Problem der Schauergrößenbestimmung besser in den Griff zu bekommen ist die Verwendung einer noch komplexeren lateralen Dichtefunktion. Dabei wird durch eine noch größere Anzahl von freien Parametern eine bessere Approximation der Datenpunkte erzielt. Eine solche Funktion ist z.B. die auf dem hypergeometrischen Formalismus aufbauende JNC-Funktion [CAPDEVIELLE 2001]:

$$\rho_{ch}(r) = N_{ch} C x^{-\alpha} (1+x)^{(\alpha-\eta)} (1+dx)^{-\beta} \quad . \quad (7.5)$$

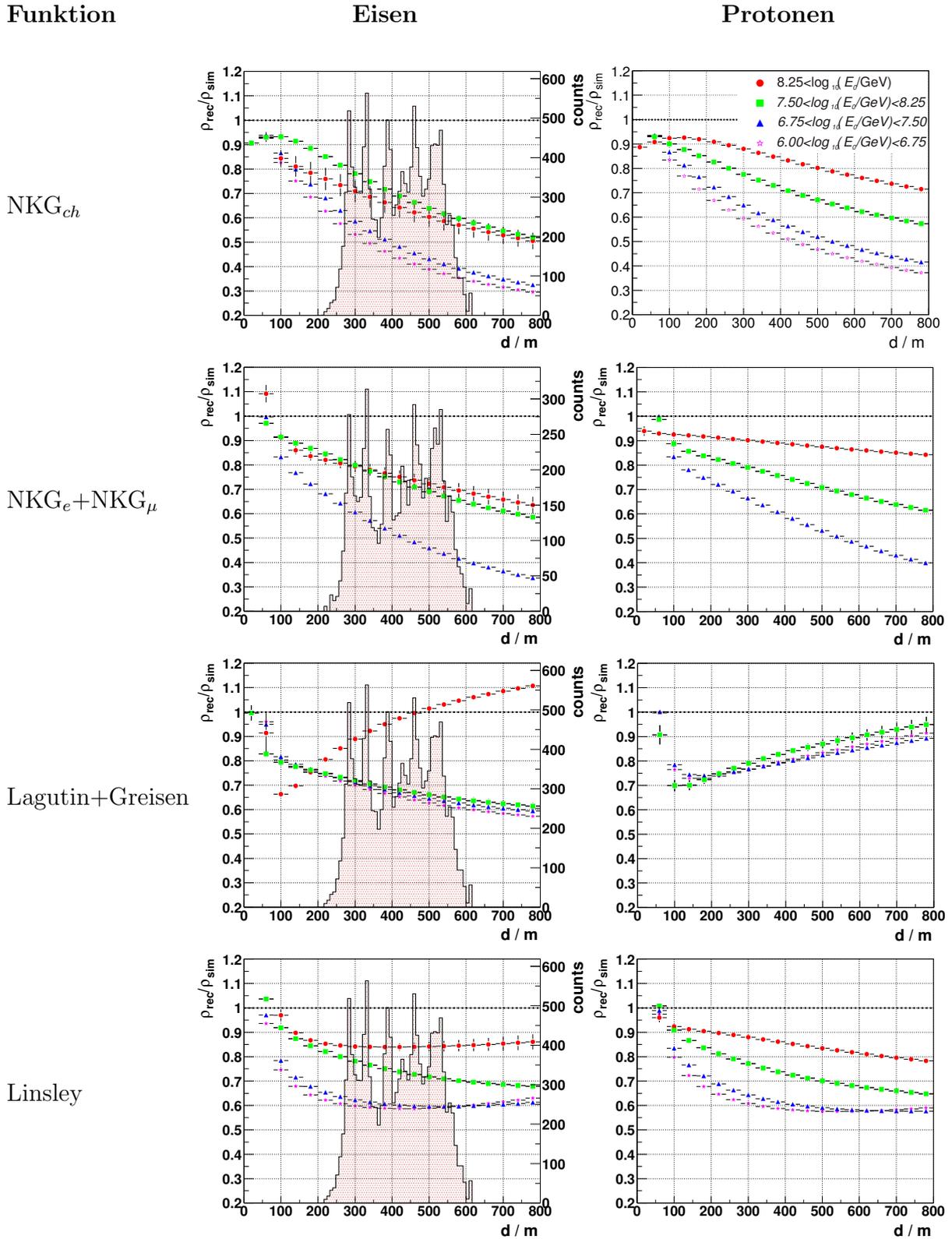
Mit  $x = r/r_M$ ,  $d = r_M/r_0$ ,  $s = 1.03$ ,  $\alpha = a - s$  und  $C = \frac{1}{2\pi r_M^2} \frac{\Gamma(\beta+\eta-\alpha)}{\Gamma(2-\alpha)\Gamma(\beta+\eta-2)} \frac{1}{F_{HG}}$ . Außerdem gilt  $F_{HG} = F_{HG}(\beta, 2-\alpha; \beta+\eta-\alpha; 1-d)$  und die Randbedingungen lauten  $2-\alpha > 0$  und  $\beta+\eta-2 > 0$ . Allerdings müssen hier 4 freie Parameter bestimmt werden:  $N_{ch}$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\eta$ . Mit den Daten von KASACDE-Grande ist dies im allgemeinen nicht möglich.

In Fig. 7.19 sieht man die Übereinstimmung der rekonstruierten Lateralverteilungen mit den simulierten Daten für die Wahl unterschiedlicher Funktionen. Deutlich zu erkennen ist die generelle Unterschätzung, die zumindest teilweise durch die Methode der  $\chi^2$ -Anpassung hervorgerufen wird, da die Unsicherheiten der Daten einer Poisson-Statistik gehorchen, in der  $\chi^2$ -Anpassung aber von einer Gauß-Statistik ausgegangen wird. Schraffiert ist die Verteilung der maximalen Entfernung eines KASCADE-Grande-Messpunktes vom Schauerzentrum eines Ereignisses aufgetragen.

Bei der Verwendung der Lagutin+Greisen Funktion werden die Myonen stärker berücksichtigt, als in allen anderen Fällen, mit der Einschränkung, dass die Verteilung der Myonen nur von  $N_e$  abhängig ist.

Die beste Rekonstruktion der lateralen Dichteverteilung scheint durch die Linsley-Funktion möglich zu sein.

Generell ist eine deutliche Energieabhängigkeit zu erkennen. Das liegt hauptsächlich daran, dass energieärmere Schauer sehr klein sind, und eine Beschreibung der Lateralverteilungsfunktion bis zu Entfernungen von 800 m gar nicht sinnvoll ist. Möglicherweise erweist



**Fig. 7.19:** Rekonstruktion durch verschiedene Lateralverteilungsfunktionen. Dargestellt sind die mittleren Funktionen, welche sich durch teilen der rekonstruierten durch die simulierten Lateralverteilungsfunktionen ergeben. Es wurden nur die 50 % besten Rekonstruktionen ausgewählt und der Zenitwinkel beschränkt sich auf  $18^\circ < \theta < 22^\circ$ .

Methode	Akzeptanz	Innerhalb		Außerhalb	
		richtig	falsch	richtig	falsch
Schnitt	41.4 %	<b>93.6 %</b>	<b>6.4 %</b>	61.8 %	38.2 %
Neuronales Netzwerk	47.5 %	92.1 %	7.9 %	95.2 %	4.8 %
Bayes	50.9 %	92.1 %	7.9 %	94.9 %	5.1 %
Mahalanobis	67.3 %	92.1 %	7.9 %	<b>95.6 %</b>	<b>4.4 %</b>
EAS-TOP $S_i$	46.4 %	91.2 %	8.8 %	74.9 %	25.1 %

**Tab. 7.1:** Prozentsatz der Ereignisse, die durch die unterschiedlichen Methoden selektiert wurden und die Triggerbedingung erfüllen (Akzeptanz). Insgesamt liegen nur 57.3 % aller getriggerten Ereignisse innerhalb des Detektorfeldes. Zu sehen sind der Prozentsatz aller selektierten Schauer, die wirklich innere sind (Innerhalb richtig), oder eigentlich außerhalb liegen (Innerhalb falsch, **Kontamination**) sowie der Prozentsatz aller nicht selektierten Schauer, die außerhalb sind (Außerhalb richtig) oder eigentlich innerhalb liegen (Außerhalb falsch, **Verluste**).

es sich als hilfreich für verschiedene Energien verschiedene Lateralverteilungsfunktionen zu verwenden.

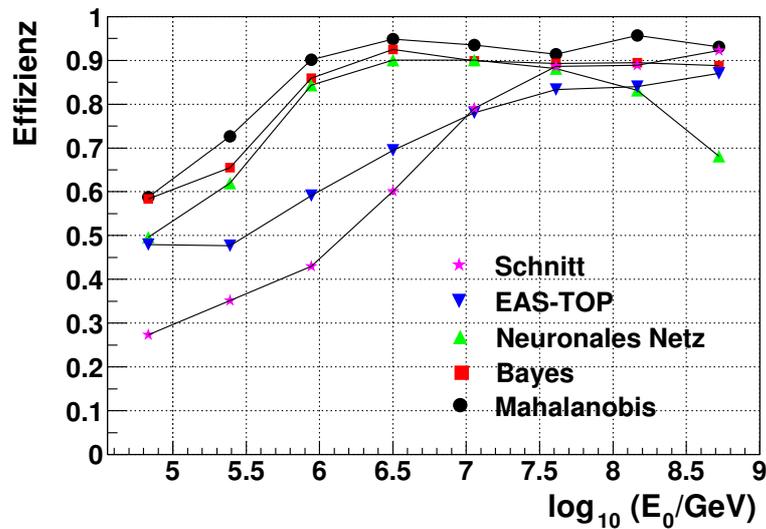
## 7.5 Selektion

Die verschiedenen Selektionsmethoden unterscheiden sich hauptsächlich in der Effizienz, mit der Schauer, welche ihr Zentrum innerhalb des Detektorfeldes haben, erkannt werden. Der Anteil der Schauer, welche **nicht** selektiert werden, obwohl sie die Triggerbedingung erfüllt haben und ihr Zentrum innerhalb des Detektorfeldes liegt, schwankt von 4.4 % bis zu 38.2 % (siehe Tab. 7.1).

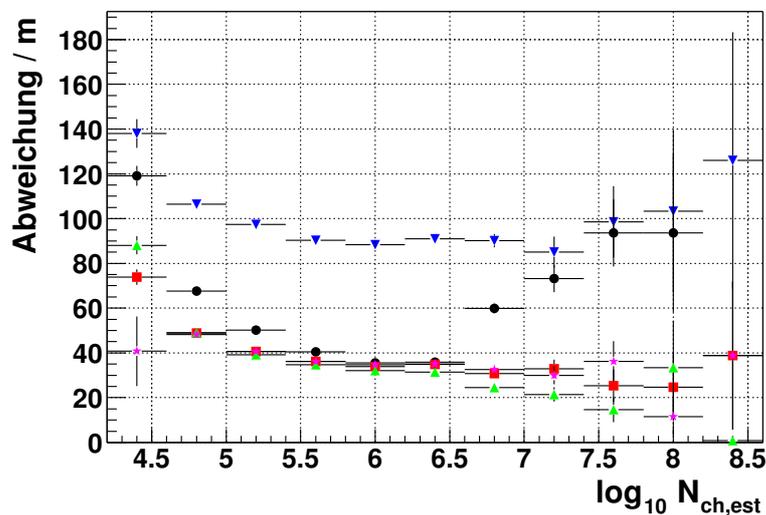
Die Klassifikation mit der geringsten Kontamination (6.4 %) liefert das Verfahren des Parameter-Schnittes. Die geringsten Datenverluste erhält man mit der Mahalanobis-Klassifikation (4.4 %).

Die unterschiedliche Akzeptanz der Selektionsmethoden ist durch ihre energieabhängige Effizienz (siehe Fig. 7.20) zu verstehen. Durch den Parameter-Schnitt gehen hier vor allem niederenergetische Ereignisse ( $5 < \log_{10}(E_0/\text{GeV}) < 7$ ) verloren und durch das Neuronale Netz hochenergetische ( $\log_{10}(E_0/\text{GeV}) > 7.5$ ). Beim Neuronalen Netz könnte z.B. eine Verschiebung des Kriteriums für innere Schauer von  $y_{NN} > 0.85$  (vgl. Kap. 6.2.2) nach kleineren Werten diese Unterdrückung hochenergetischer Schauer reduzieren. In Kap. 6.2.1 wurde schon gezeigt wie die Effizienz des Parameter-Schnittes prinzipiell gesteigert werden könnte (siehe Tab. 6.3). Durch diese Maßnahmen würde aber jeweils auch die Kontamination zunehmen.

In Fig. 7.21 ist die mittlere Abweichung der Schauerzentrumsbestimmung durch das Anpassen einer NKG-Funktion  $|\vec{r}_{sim} - \vec{r}_{rec}|$  über der rekonstruierten Schauergröße aufgetragen. Man erkennt die Abhängigkeit der Rekonstruktionsqualität von der benutzten Selektionsmethode. Die EAS-TOP- und die Mahalanobis-Methode zeigen bei großen rekonstruierten Schauergrößen große Defizite. Alle anderen Methoden scheinen über den ganzen Energiebereich eine gute Selektion zu ermöglichen.



**Fig. 7.20:** Effizienz der verschiedenen Selektionsmethoden, mit welcher getriggerte Ereignisse (7fach-Koinzidenz) selektiert werden. Die Effizienz bezieht sich auf alle wie bei der Trigger-Effizienz (Fig. 6.2) dargestellten Schauer.



**Fig. 7.21:** Mittlerer Fehler der Schauerzentrumsbestimmung in Abhängigkeit der rekonstruierten Schauergröße  $N_{ch,est}$  nach der Selektion durch die verschiedenen Verfahren. Die Symbole werden durch die Legende von Fig. 7.20 erklärt. Die Positionsbestimmung wurde durch das Anpassen einer NKG-Funktion ermittelt. Schauer, die innerhalb der in Fig. 7.10 definierten Fläche liegen, und für die  $0.4 < s_{ch,est} < 2$  gilt, wurden benutzt.

Beschränkt man die effektiv benutzte Nachweisfläche auf immer kleinere zentrale Bereiche des Detektorfeldes, so nähert sich die Selektionseffizienz fast im gesamten Energiebereich 1. Nur für den Parameter-Schnitt und die EAS-TOP-Methode kann dies nicht erreicht werden, da diese im gesamten Bereich des Detektorfeldes keine Effizienz von 1 erreichen. Allerdings lassen sich auch diese beiden Methoden dahingehend modifizieren, dass sie eine gute Effizienz ermöglichen - dabei steigt aber wie gesagt die Kontamination mit äußeren Ereignissen stark an. Mit einer verkleinerten effektiven Nachweisfläche lässt sich für alle Selektionsmethoden die Rekonstruktionsqualität im gesamten Energiebereich verbessern (Fig. 7.21), wobei die Unterschiede zwischen den Methoden immer mehr verschwinden. Die Detektorfeldgeometrie hat einen wesentlichen Einfluss auf alle Methoden. Es erscheint auf jeden Fall sinnvoll die aktive Nachweisfläche auf einen zentralen Bereich zu beschränken, in welchem die Detektordichte möglichst etwas größer ist. Möglich wäre z.B. der Bereich mit  $-400 < x < -50$  und  $-500 < y < -50$  (Fläche  $A = 0.16 \text{ km}^2$ ). Das entspricht etwa einem Drittel des Detektorfeldes.

In dieser Studie wurde als Grundlage der Klassifikation nur die Position des Schauerzentrums betrachtet. Prinzipiell sollte aber die **Rekonstruierbarkeit** eines Schauers zur Klassifikation eingesetzt werden. Als Rekonstruierbarkeit könnte man z.B. einen Wert wie  $\chi^2/n.d.f.$  (n.d.f. bedeutet *number of degrees of freedom*) benutzen, der die Qualität der Anpassung der Lateralverteilungsfunktion an die Messpunkte wiedergibt.

## 8. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Die Erweiterung des KASCADE-Experimentes um ein Detektorfeld, bestehend aus 37 Detektoren des ehemaligen EAS-TOP-Experimentes, sowie 8 Detektorstationen, bestückt mit Szintillatoren des früheren KARMEN-Experimentes, zu KASCADE-Grande ist weitgehend abgeschlossen. Die erweiterte Anlage hat eine Grundfläche von  $0.53 \text{ km}^2$  und wird die kosmische Strahlung im Energiebereich von  $10^{14} \text{ eV}$  bis über  $10^{18} \text{ eV}$  sehr detailliert untersuchen können. Interessanterweise wird dadurch genau die Lücke von den direkten Messungen ( $E_0 < 10^{14} \text{ eV}$ ) bis hin zum Auger-Experiment ( $E_0 > 10^{18} \text{ eV}$ ) geschlossen. Die gleichzeitige Analyse von Observablen der elektromagnetischen, myonischen und hadronischen Luftschauer-Komponente wird es ermöglichen die Zusammensetzung der kosmischen Strahlung zu ermitteln. Vor allem die genaue Struktur des Knicks im Energiespektrum bei  $\sim 5 \cdot 10^{15} \text{ eV}$  (das **Knief**) ist dabei von besonderem Interesse und wird entscheidende Hinweise auf Modelle der Erzeugung, Beschleunigung und Propagation der kosmischen Strahlung liefern.

Die mittlere Abweichung der Rekonstruktion der Schauerzentren wird bei KASCADE-Grande  $\approx 11 \text{ m}$  betragen sowie bei der Schauerrichtung  $1.5^\circ$  und bei der Schauergröße  $20\%$ . Um die Form der lateralen Dichteverteilungen beschreiben zu können muss eine geeignete laterale Dichtefunktion verwendet werden. Es scheint, dass die NKG-Funktion dies nicht leisten kann. Vielversprechend könnte der Einsatz der Linsley-Funktion sein. Für optimale Ergebnisse wird es aber wahrscheinlich nötig sein eine empirisch angepasste/veränderte Funktion zu benutzen.

Luftschauer, die durch eine besonders große Anzahl von Observablen beschrieben werden, ermöglichen eine Rekonstruktion der Energie  $E_0$  und Masse  $A$  der primären Kerne mit hoher Präzision. Dies sind solche Ereignisse, welche von PICCOLO getriggert wurden, da sie die Informationen des Zentraldetektors, des Myuontunnels und des KASCADE- sowie KASCADE-Grande-Detektorfeldes kombinieren.

Die durch die Simulationen vorausgesagten Triggerfrequenz von  $0.47 \text{ Hz}$  für Protonen induzierte Schauer bei 7fach-Koinzidenz wurden bei ersten Messungen mit dem KASCADE-Grande-Detektorfeld bestätigt. Die gemessene Frequenz liegt bei etwa  $0.5 \text{ Hz}$ .

Um die dieser Studie zugrundeliegenden Untersuchungen durchführen zu können war es nötig eine große Zahl simulierte Schauer mit Energien bis  $1.25 \cdot 10^{18} \text{ eV}$  zu generieren. Um dies mit ausreichender Statistik in kurzer Zeit zu erreichen wurde ein Datensatz von parametrisierten CORSIKA Schauern benutzt, welche mit der NKG-Option von CORSIKA berechnet waren. Die so generierten Schauer weisen leider nicht mehr die exakt gleichen Eigenschaften auf, als wären sie wirklich mit CORSIKA und EGS4 berechnet worden. Um also die Feinheiten der Rekonstruktion zu betrachten, ist es nötig auf einen realistischeren Satz von simulierten Schauern zurückzugreifen. Dieser sollte auf jeden Fall eine detailliertere Simu-

lation der elektromagnetischen Teilchen enthalten, also mit EGS4 berechnet worden sein. Wegen eines bei Energien im PeV-Bereich benutzten Algorithmus (“Spitzer”-Algorithmus) zur Beschleunigung von CORSIKA, der sich allerdings im Energiebereich von KASCADE-Grande auf die Lateralverteilung der elektromagnetischen Teilchen auswirkt, müssen solche Daten neu erstellt werden. Bei Energien  $E_0 \approx 10^{18}$  eV ist das eine sehr rechenzeitintensive Aufgabe. Eine Möglichkeit schneller zum Ziel zu gelangen, ist *gedünnte* Schauer zu benutzen. Arbeiten, um die dabei entstehenden Ungenauigkeiten der Fluktuationen in den Griff zu bekommen, sind momentan Bestandteil der Forschung [BINGERT 2003].

Ebenfalls wichtig ist eine realistische Detektorsimulation, wie sie im Moment fertig gestellt wird. Nur mit einer solchen kann man die Rekonstruktionsfähigkeiten schlussendlich wirklich beurteilen. Die Bedeutung der Myonen bei der Rekonstruktion der Lateralverteilung wird z.B. kleiner werden, da der Beitrag der elektromagnetischen Komponente durch konvertierte  $\gamma$ -Quanten erhöht und der Beitrag der Myonen durch eine geringere Wechselwirkung mit dem Szintillatormaterial herabgesetzt wird. Es ergeben sich also für die benötigte Lateralverteilungsfunktion andere Voraussetzungen als in dieser Studie angenommen.

*Wahrscheinlich sollte ich mich bei Joachim Scholz eher entschuldigen, da ich ihn ein Jahr lang mit meinen dauernden Fragen von der Arbeit abgehalten habe. Danken muss ich ihm auf jeden Fall, da ohne seine Tipps und Erklärungen mein Kampf mit Linux und LaTeX bestimmt nicht so glimpflich verlaufen wäre. Dasselbe gilt natürlich auch für Torsten Antoni, Alex Bercuci, Florin Badea, Frank Fessler, Markus Roth und Ralph Glasstetter. Bei meinen Fragen zu CORSIKA und Luftschauern war mir auch Dieter Heck eine große Hilfe. Sehr wichtig war auch die Zusammenarbeit mit Jürgen Oehlschläger, der für mich viele hundert CORSIKA-Schauer bereitgestellt hat, und dem es nie zu dumm wurde auf meine seltsamen Ideen einzugehen. Alle Informationen zur Elektronik von KASCADE-Grande hat mir Andrea Chiavassa zur Verfügung gestellt. Ebenso unverzichtbar war der unermüdliche Einsatz von Klaus Bekk und Dieter Manger, die unsere Rechner, wenn es sein musste, mit Mund-zu-Diskettenlaufwerk-Beatmung am Laufen hielten.*

*Auch Herrn Kampert und Herrn Blümer möchte ich hiermit für die Möglichkeit meine Diplomarbeit am Institut für Kernphysik zu verbringen danken. Ebenso bei Andreas Haungs, der meine Arbeit an seiner Arbeitsgruppe verfolgt und geleitet hat.*

*Vermissten werde ich auf jeden Fall die morgendliche 10 Uhr Runde, bei der es immer sehr interessante und auch lehrreiche Gespräche gab. Dabei denke ich vor allem an Heinigerd Rebel und Thomas Thoww.*

## LITERATURVERZEICHNIS

- [AGLIETTA 1989] M. Aglietta et al., Nucl. Instr. and Meth. A 227 (1989) 23
- [AGLIETTA 1998] M. Aglietta et al., Nucl. Instr. and Meth. A 336 (1993) 310
- [AHARONIAN 1997] F. Aharonian et al., MPIK H-V11 (1997), <http://www-hfm.mpi-hd.mpg.de/HESS/public/hessloi3.ps.gz>
- [ANCHORDOQUI 2001] L. A. Anchordoqui et al., Nuc. Phys. B (Proc. Suppl.) 97 (2001) 203
- [ANTONI 1999] T. Antoni et al., J. Phys. G 25 (1999) 2161
- [ANTONI 2000] T. Antoni et al., Astroparticle Physics 14 (2000) 245
- [ANTONI 2001] T. Antoni et al., J. Phys. G 27 (2001) 1785
- [ANTONI 2002] T. Antoni et al., Astroparticle Physics 16 (2002) 245
- [APANASENKO 2001] A. V. Apanasenko et al., Astroparticle Physics 16 (2001) 13-46
- [AUGER 1938] P. Auger, Rev. Mod. Phys. 11 (1938) 288
- [AUGER 1997] P. Auger Project Design Report (1997), <http://www.auger.org>
- [AVE 2001] M. Ave et al., Proc. of ICRC 1 (2001) 390
- [BERTAINA 2001] M. Bertaina, Proc. of ICRC 2 (2001) 792
- [BIERMANN 1993] P.L. Biermann, Astron. Astrophys. 277 (1993) 691
- [BINGERT 2003] S. Bingert, Diplomarbeit in Vorbereitung, FZK, Institut für Kernphysik
- [BLANTON 2001] M. Blanton, Astroparticle Physics 15 (2001) 275
- [BLANDFORD 1999] R. Blandford, Phys. Scripta T85 (2000) 191
- [BOZDOG 2001] H. Bozdog et al., Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. A 465 (2001) 455
- [CAPDEVIELLE 2001] J.N. Capdevielle et al., Proc. of ICRC 2 (2001) 503
- [CERN 1998] MINUIT - Function Minimization and Error Analysis, CERN Program Library entry D506 (1994-1998)
- [BRUN 1997] Rene Brun and Fons Rademakers, Nucl. Inst. and Meth. in Phys. Res. A 389 (1997) 81

- [DOLL 2002] P. Doll, Nucl. Inst. and Meth. in Phys. Res. A 488 (2002) 517
- [ENGLER 1999] J. Engler, Nucl. Inst. and Meth. in Phys. Res. A 427 (1999) 528
- [FERMI 1949] E. Fermi, Phys. Rev. 75 (1949) 1169
- [GAISSER 1990] T.K. Gaisser, Cosmic Rays and Particle Physics, Cambridge University Press, 1990
- [GLASSTETTER 1999] R. Glasstetter, Proc. of ICRC 1 (1999) 222
- [GREISEN 1966] K. Greisen, Phys. Rev. Lett. 16 (1966) 748
- [HAYASHIDA 1994] N. Hayashida et al., Phys. Rev. Lett. 73 (1994) 3491
- [HECK 1998] D. Heck et al., FZKA 6019, Forschungszentrum Karlsruhe (1998)
- [HESS 1912] V.F. Hess, Physikalische Zeitschrift 13 (1912) 1084
- [HESS 1913] V.F. Hess, Physikalische Zeitschrift 14 (1913) 610
- [JAIN 2000] P. Jain et al., Phys. Lett. B 484 (2000) 267
- [KEVIN 2001] A.R. Kevin et al., Proc. of ICRC (2001) 367
- [KIENZLE 1999] W. Kienzle et al., Technical Proposal, CERN/LHCC 99-7 (15. März 1999)
- [KLAGES 1997] H.O. Klages et al., Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 52B (1997) 92
- [KRASILNIKOV 1974] D.D. Krasilnikov et al., J. Phys. A 7 (1974) 990
- [LINSLEY 1962] J. Linsley et al., J. Phys. Soc. Japan 17 Suppl. A III (1962) 91
- [MARTELLO 2001] D. Martello, Proc. of ICRC (2001) 2927
- [MCCULLOCH AND PITTS 1943] W. Pitts, W.S. McCulloch. Bull. of Math. Biophysics 5 (1943) 115
- [OBENLAND 2000] R. Obenland, Diplomarbeit IK, 2000
- [OLINTO 2001] A.V. Olinto et al., Astroparticle Phys. 15 (2001) 275
- [PETRE 2001] R. Petre et al., Adv. Space Res. 27 (2001) 647
- [RAO 1998] M. V. S. Rao and B.V. Sreekantan, Extensive Air Showers, World Scientific Publishing 1998
- [REGENER 1951] V. Regener, Phys. Rev. 84 (1951) 161
- [REILLY 2000] R.C. O'Reilly, C.K. Dawson, J.L. McClelland, (1995-2000) Carnegie Mellon University

- [SAKAKI 2001] N. Sakaki, Proc. of ICRC (2001) 333
- [SATO 1998] H. Sato, New. Astro. Rev. 42 (1998) 287
- [SHAPIRO 1991] M. M. Shapiro et al., Cosmic Rays, Supernovae and the Interstellar Medium, eds. , NATO ASI Series 337C (1991) 29
- [STANEV 1993] T. Stanev et al., Astron. Astrophys. 274 (1993) 902
- [TAKEDA 1998] M. Takeda et al., Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 1163
- [WEFEL 1991] J. Wefel, Cosmic Rays, Supernovae and the Interstellar Medium, M.M. Shapiro et al., NATO ASI Series 337C (1991) 29
- [ULRICH 2001] H. Ulrich et al., Proc. of ICRC 1 (2001) 97
- [YANASAK 2001] N.E. Yanasak et al., Adv. Space. Res. 27 No 4 (2001) 727
- [ZATSEPIN 1966] G.T. Zatsepin, V.A. Kutsmin, JETP Lett. 4 (1966) 78



# ANHANG



## A. KOORDINATEN VON KASCADE-GRANDE

Die maximale Entfernung zweier Detektorstationen von KASCADE-Grande beträgt 869 m. Die Stationen haben eine mittlere Distanz von 141 m, wobei die minimale Entfernung zweier Stationen 72 m beträgt.

Station Nr	X / m	Y / m	Z / m	$\sqrt{x^2 + y^2}$ / m	$\delta$ / °
1	0.0	70.5	2.0	70.5	0
2	-131.8	70.5	0	149.5	61.9
3	-252.7	100.2	0	271.8	68.3
4	-387.0	94.8	0	398.4	76.2
5	-501.2	96.6	0	510.4	79.1
6	65.0	-38.9	0	75.8	239.1
7	-65.0	-38.9	0	75.8	121.2
8	-209.6	-31.6	0	212.0	98.5
9	-327.4	-35.2	0	329.3	96.2
10	-435.6	-26.7	0	436.4	90.5
11	-578.9	47.4	0	580.8	85.3
12	26.7	-148.2	0	150.6	190.1
13	-131.2	-136.1	0	189.0	136.1
14	-258.8	-136.1	0	292.4	117.8
15	-378.5	-142.1	0	404.3	110.6
16	-478.0	-154.2	0	502.3	107.8
17	74.7	-276.4	0	286.3	195.1
18	-95.4	-269.7	0	286.1	160.5
19	-198.6	-267.9	0	333.5	143.4
20	-331.6	-264.9	0	424.4	128.6
21	-479.3	-249.1	0	540.2	117.5
22	-599.6	-275.2	0	659.7	114.6
23	26.1	-377.8	0	378.7	184.1
24	-103.8	-377.8	0	391.8	164.7
25	-253.3	-381.5	0	457.9	146.4
26	-387.6	-380.9	0	543.4	134.5
27	-514.5	-399.7	0	651.5	127.5
28	102.0	-493.3	0	503.7	192.0
29	-16.4	-498.7	0	499.0	178.1

---

30	-198.0	-493.9	0	532.1	158.2
31	-331.7	-518.8	0	615.8	147.4
32	-447.1	-518.8	0	684.9	139.2
33	-599.0	-494.5	0	776.7	129.5
34	-107.5	-658.5	0	667.2	170.5
35	-278.2	-636.0	0	694.2	156.4
36	-386.4	-645.7	0	752.5	149.1
37	-526.7	-597.8	0	796.7	138.6

---

**Tab. A.1:** *Koordinaten der KASCADE-Grande-Detektorstationen. Nullpunkt ist der KASCADE-Nullpunkt, Winkel werden von 0N aus gegen den Uhrzeigersinn gemessen.*

## B. MINIMIERUNG EINER $\chi^2$ FUNKTION

Zum Anpassen der  $j$  Parameter  $p_j$  einer Funktion  $f(x, \vec{p})$  an eine Menge von  $N$  Datenpunkten  $x_i, y_i$  und  $\sigma_i$  wurde für diese Arbeit die  $\chi^2$ -Methode benutzt. Die Größe  $\chi^2$  berechnet sich folgendermaßen:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i - f(x_i, \vec{p})}{\sigma_i} \right)^2 . \quad (\text{B.1})$$

Bei völliger Übereinstimmung der  $f(x_i, \vec{p})$  mit den  $y_i$  wird  $\chi^2$  zu Null, ansonsten ist es immer größer Null. Der Satz von Parametern  $\vec{p}$ , der  $\chi^2$  minimal werden lässt, entspricht der besten Parametrisierung der Datenpunkte durch die Funktion  $f(x, \vec{p})$ .

Die Minimierung der  $\chi^2$ -Funktion wurde mit TMinuit ausgeführt, welches die Implementierung von MINUIT [CERN 1998] bei ROOT [BRUN 1997] ist.

Ob die gefundene Parametrisierung brauchbar ist, kann folgendermaßen abgeschätzt werden. Geht man davon aus, dass die Abweichung  $y_i - f(x_i, \vec{p})$  immer von der Größenordnung  $\sigma_i$  ist, wird die Summe aus Gl. B.1 zu  $\approx N$ . Außerdem steigt die Qualität der Anpassung mit steigender Anzahl der verwendeten Parameter  $j$  an, weshalb  $\chi^2$  insgesamt immer zu  $\sim N - j$  wird. Das Verhältnis von  $\chi^2$  zur Anzahl der Freiheitsgrade  $N - j$  ist also ein Anhaltspunkt für die Qualität der gefundenen Parametrisierung:

$\chi^2 / (N - j) \gg 1$  Das Modell ist falsch oder die Varianz der zufälligen Messfehler wurde zu klein geschätzt.

$\chi^2 / (N - j) \sim 1$  Die Parametrisierung passt gut mit den Daten überein.

$\chi^2 / (N - j) \ll 1$  Eventuell wurde die Varianz der zufälligen Messfehler zu groß geschätzt, was sich auch negativ auf die erhaltene Parametrisierung auswirkt.

Bei der Anwendung der  $\chi^2$ -Minimierung muss darauf geachtet werden, dass die Daten einer Normalverteilung folgen.



## C. NEURONALE NETZWERKE

Ein weiteres vielseitiges, schnelles und auch leicht zu implementierendes Werkzeug zur Klassifizierung sind Neuronale Netzwerke. Es existiert ein ganzes Spektrum möglicher Realisierungen Neuronaler Netze, die sich folgendermaßen einteilen lassen:

- Lineare und nichtlineare Netze
- Rekursive und nicht rekursive Netze
- Stochastische und nicht stochastische Netze
- Überwachtes und nicht überwachtes Training

Neuronale Netze haben sich in vielen verschiedenen Anwendungsgebieten bewährt. Zu ihrem Einsatzgebiet gehören Regressions-Aufgaben, Funktionsapproximationen, Zeitserien-Vorhersagen/-Analysen, nichtlineare Dimensionsreduktion, Erkennen von Clustering und Klassifikationen. In dieser Arbeit wurden Neuronale Netze zur Klassifikation eingesetzt, weshalb auch nur auf die dazu benutzten *Feedforward-Netzwerke* eingegangen wird. Es wurde auf das PDP++ Programmpaket zurückgegriffen [REILLY 2000], welches eine in C++ programmierte Umgebung zum Erstellen von Neuronalen Netzen ist.

Die Theorie der Neuronalen Netze wurde 1943 von McCulloch und Pitts ins Leben gerufen [MCCULLOCH AND PITTS 1943] und ist der Versuch die Physiologie des Gehirns nachzuahmen. Sie erstellten ein sehr einfaches Modell einer Nervenzelle, das sogenannte Perceptron. Diese elementare Informationsverarbeitungseinheit ist eine Summationseinheit mit nachgeschaltetem Diskriminator: Zuerst wird eine gewichtete Summe aller Eingangssignale  $y_j(t)$  plus einem Offset  $\theta_k(t)$  gebildet<sup>1</sup>

$$s_k(t) = \sum_j \omega_{jk}(t)y_j(t) + \theta_k(t) \quad , \quad (\text{C.1})$$

wobei  $t$  eine gequantelte Zeitvariable ist, welche die Zeitschritte zählt. Diese Summe dient dann als Parameter einer Aktivierungsfunktion  $F_k$ :

$$y_k(t+1) = F_k(s_k(t)) = \frac{1}{1 + e^{-s_k(t)}} \quad . \quad (\text{C.2})$$

Aktivierungsfunktionen sind im allgemeinen monoton steigende Funktionen. Häufig benutzt man eine stetige, streng monoton steigende Funktion wie z.B. eine Sigmoid-Funktion (Fermi-Funktion, wie in Gl. C.2). Es können aber auch die nichtstetige Heaviside Funktion, zusammengesetzte Funktionen oder sogar einfache lineare Funktionen zum Einsatz kommen.

---

<sup>1</sup> Die Berechnung des Eingangssignals muss nicht als einfache gewichtete Summe erfolgen, sondern kann auch nach anderen Regeln geschehen, wie z.B. im *sigma-pi*-Knoten als  $s_k(t) = \sum_j \omega_{jk}(t) \prod_m y_{j_m}(t) + \theta_k(t)$ .

Ein neuronales Netz besteht aus verschiedenen Schichten. Jede Schicht besitzt eine Anzahl von elementaren Knoten. Die erste Schicht wird als Eingangs-, die letzte als Ausgangsschicht bezeichnet. Dazwischen befinden sich die versteckten Schichten. Der Informationsfluss bei Feedforward Netzwerken verläuft immer von allen Knoten einer Schicht  $n$  zu allen Knoten der nächsten Schicht  $n + 1$ . Im Prinzip kann ein solches Netz als universelle Funktionsapproximation angesehen werden. Die Anzahl der Knoten in den versteckten Schichten bestimmt dabei die Anzahl der vorhandenen Freiheitsgrade. Das erklärt auch, weshalb sich ein Netz, das mit Knoten überausgestattet ist, hervorragend an einen Trainingsdatensatz anpassen kann, aber nicht unbedingt richtig interpolieren kann.

## D. BAYES-KLASSIFIZIERER

Die mächtigste Methode zur Klassifizierung von Daten ist die der Bayes-Statistik. Die Zuordnung basiert dabei auf einem  $L$ -dimensionalen Messvektor  $X$ . Die Zugehörigkeit zu einer Klasse  $\omega_k$  von insgesamt  $n$  Klassen  $\omega_1$  bis  $\omega_n$  wird dann gemäß des Bayes-Auswahl-Kriteriums getroffen:

$$p(\omega_k|X) = \max_{i=1\dots n} p(\omega_i|X) \quad \longrightarrow \quad X \in \omega_k \quad , \quad (\text{D.1})$$

wobei  $p(\omega_i|X)$  eine *posteriori* Wahrscheinlichkeit der Klasse  $\omega_i$  bei gegebenem  $X$  ist. Das Problem ist also die  $p(\omega_i|X)$  zu bestimmen (was oft nicht möglich ist) oder zu approximieren. Benutzt man das Bayes-Theorem, kann man die  $p(\omega_i|X)$  folgendermaßen berechnen:

$$p(\omega_i|X) = \frac{p(\omega_i)p(X|\omega_i)}{p(X)} \quad . \quad (\text{D.2})$$

$p(\omega_i)$  ist die Wahrscheinlichkeit, mit der die Klasse  $\omega_i$  insgesamt vorkommt,  $p(X|\omega_i)$  ist die bedingte Wahrscheinlichkeit, mit welcher der Messvektor  $X$  in der Klasse  $\omega_i$  gemessen wird und  $p(X) = \sum_{j=1}^n p(X|\omega_j)p(\omega_j)$  die gemischte Dichtefunktion, welche angibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Messung  $X$  überhaupt vorkommt. Da  $p(X)$  immer positiv ist, kann man das Auswahl-Kriterium (D.1) auch folgendermaßen formulieren:

$$p(\omega_k)p(X|\omega_k) = \max_{i=1\dots n} p(\omega_i)p(X|\omega_i) \quad \longrightarrow \quad X \in \omega_k \quad (\text{D.3})$$

Allerdings besteht für jede Messung  $X$ , die der Klasse  $\omega_k$  zugeordnet wurde, auch die Wahrscheinlichkeit  $p(\omega_j|X)$  ( $\forall_{Klassen} \omega_j \neq \omega_k$ ), dass dieses  $X$  eigentlich einer Klasse  $\omega_j$  angehört. Die Wahrscheinlichkeit einer Missklassifikation beträgt also für jede Messung  $X$

$$\begin{aligned} r(X) &= p(\omega_1|X) + \dots + p(\omega_{i-1}|X) + p(\omega_{i+1}|X) + \dots + p(\omega_L|X) \\ &= 1 - p(\omega_i|X) \\ &= 1 - \max_{i=1\dots n} p(\omega_i|X) \quad . \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

$$(\text{D.5})$$

Der Bayes-Fehler errechnet sich dann als Erwartungswert der Missklassifikation  $r(X)$  über alle  $X$ :

$$\epsilon = E\{r(X)\} = \int r(X)p(X)dX \quad . \quad (\text{D.6})$$

Man kann jeder Missklassifikation einen Kostenfaktor zuordnen, der festlegt, wie *teuer* die entsprechende (Fehl-)Entscheidung ist:

$$c_{ij} = \text{Kosten der Entscheidung } X \in \omega_i, \text{ wenn } X \in \omega_j \quad . \quad (\text{D.7})$$

Die Kosten der Entscheidung  $X \in \omega_k$  berechnen sich dann wie folgt:

$$r_k(X) = \sum_{j=1}^n c_{jk} p(\omega_j|X) \quad . \quad (\text{D.8})$$

Gerade falls verschiedene Missklassifikationen mit unterschiedlichen Kostenfaktoren versehen sind, wie es z.B. in unserem Fall ist, da es teurer (schlechter) ist einen äußeren Schauer als inneren zu klassifizieren als umgekehrt, ist es oft sinnvoll die Bayes-Klassifikation nicht auf die Minimierung des Gesamt**fehlers** (also der Missklassifikationen) zu beziehen, sondern auf die Minimierung der Gesamt**kosten**. Die Klassifikation orientiert sich in diesem Fall an den Kosten einer Entscheidung:

$$r_k(X) = \min_{j=1\dots n} r_j(X) \quad \longrightarrow \quad X \in \omega_k \quad (\text{D.9})$$

Auch die Bedingung (D.9) kann mit Hilfe von Gleichung (D.8) und dem Bayes-Theorem folgendermaßen formuliert werden:

$$\sum_{j=1}^n c_{jk} p(\omega_j) p(X|\omega_j) = \min_{i=1\dots n} \sum_{j=1}^n c_{ji} p(\omega_j) p(X|\omega_j) \quad \longrightarrow \quad X \in \omega_k, \quad (\text{D.10})$$

wobei die Gesamtkosten der Klassifizierung dann mit  $r(X) = \min_{i=1\dots n} r_i(X)$

$$r = E\{r(X)\} = \int \min_{i=1\dots n} r_i(X) p(X) dX \quad (\text{D.11})$$

betragen.

Für den Fall  $c_{ii} = 0$  und  $c_{ij} = 1$  gehen die Gleichungen (D.9) und (D.11) in die Gleichungen (D.1) sowie (D.6) über.

Prinzipiell liefert die Klassifizierung mit dem Bayes-Kriterium den kleinsten möglichen Klassifizierungs-Fehler (oder die geringsten Kosten) aller möglichen Klassifizierungsverfahren. Durch Erweiterung der Dimension  $L$  des Messvektors wird die erreichbare Klassifikation immer genauer und eindeutiger. Allerdings ist die Kenntnis der bedingten Wahrscheinlichkeiten  $p(X|\omega_i)$  sowie die generelle Wahrscheinlichkeit  $p(\omega_i)$  der Zugehörigkeit zu den Klassen Voraussetzung. Diese Kenntnis ist aber leider meist nur ansatzweise vorhanden. Ein Beispiel aus dieser Arbeit soll dies verdeutlichen: Falls der Messvektor  $X$  fünf Dimensionen besitzt und man die  $p(X|\omega_i)$  in einem (fünf-dimensionalen) Histogramm darstellen möchte, wobei für jede Messgröße  $(X)_j$  nur 50 Bins benutzt werden, erhält man  $50^5 = 312.510^6$  nötige Bins. Dies muss noch mit der Anzahl  $L$  der Klassen multipliziert werden. In diesem Fall ist  $L = 2$ , da nur zwei Klassen, nämlich innere und äußere Ereignisse, voneinander getrennt werden sollen. Erstens ist also eine immense Menge an Speicherplatz vonnöten: da jede REAL-Variable vier Bytes belegt, bräuchte man 2.5 GB Speicher nur um die Daten zu speichern, und das am besten auch im Hauptspeicher, um mit ihnen rechnen zu können. Hinzu kommt, dass zum Erlangen der 312.5 Millionen Wahrscheinlichkeiten ein Vielfaches dieser Menge an simulierten Ereignissen zur Verfügung stehen muss. Dies zeigt ganz deutlich, dass der Aufwand an Rechenzeit und Speicherplatz bei diesem Verfahren sehr schnell dazu führt, dass es nicht mehr durchführbar ist, und eine natürlich Grenze für die erreichbare Klassifikation

darstellt. Nur in einfachen ein- oder zweidimensionalen Fällen kann man das Verfahren unter diesen Umständen auf diese Weise benutzen. In sonstigen Fällen ist man darauf angewiesen, die Trennung der Klassen auf Basis der Bayes-Klassifizierung mit nur einigen bekannten Probenvektoren  $X_j$  und dazugehörigen bekannten bedingten Wahrscheinlichkeiten  $p(X_j|\omega_i)$  durchzuführen. Das Problem ist in diesem Fall also entweder die Interpolation aller  $p(X|\omega_i)$  aus den vorhandenen  $p(X_j|\omega_i)$ , oder das Herausfinden der  $n-1$  L-dimensionalen Trennfunktion(en), welche den Raum der Messungen  $X$  in die Bereiche der Zugehörigkeit zu den  $n$  unterschiedlichen Klassen  $\omega_i$  aufteilt. Dies sind beides sehr komplexe Aufgaben, und zur Zeit werden auch immer noch neue Methoden entwickelt, diesen gerecht zu werden.

## D.1 Mahalanobis-Klassifizierung

Die einfachste Methode ist es  $m$  Probenvektoren  $X_j$  zu benutzen und entsprechend der Bayes-Methode zu klassifizieren. Das führt für zwei Klassen ( $L=2$ ) zu  $n_1$  Elementen der Klasse  $\omega_1$  und  $n_2 = n - n_1$  Elementen der Klasse  $\omega_2$ , wodurch die  $n$  Vektoren  $X_j$  also in zwei Klassen mit den  $n_1$  Elementen  $X_{1,j}$  und den  $n_2$  Elementen  $X_{2,j}$  aufgeteilt werden. Von den Elementen dieser beiden Klassen wird dann jeweils der Mittelwert gebildet:

$$\mu_1 = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} X_{i_1} \quad (\text{D.12})$$

$$\mu_2 = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} X_{i_2} \quad (\text{D.13})$$

Die Klassifizierung wird im weiteren nur noch entsprechend der kleinsten Entfernung eines Messvektors  $X$  von diesen Mittelwerten vorgenommen. Diese Entfernungen werden mittels der **Mahalanobis-Metrik**

$$d_{1,2} = \|X - \mu_{1,2}\| = (X - \mu_{1,2})^T C_{1,2}^{-1} (X - \mu_{1,2}) \quad (\text{D.14})$$

berechnet, wobei  $C_i$  die Kovarianz-Matrizen der Probenvektoren  $X_{i,j}$  aus der Klasse  $\omega_i$  sind. Durch den Einsatz dieser Metrik werden die verschiedenen Dimensionen erst miteinander vergleichbar, da die Distanzen in den verschiedenen Dimensionen auf ihre Varianz normiert werden.

## D.2 Approximatives Bayes-Verfahren

Eine andere Möglichkeit besteht darin, die Verteilungen  $p(X|\omega_i)$  zu rekonstruieren, indem man für jeden Vektor  $X_j$  von  $n$  Probenvektoren eine L-dimensionale Gaußfunktion mit Mittelwert  $X_j$  und einer Varianz  $\sigma$  für die Wahrscheinlichkeit  $p(X|\omega_i)$  der Klasse  $\omega_i$ , zu welcher  $X_j$  zugehört, annimmt:

$$p(X|\omega_i) = \frac{1}{n_i} \sum_{k=1}^{n_i} \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^{L+1} \sqrt{|C_i|}} \exp\left(-\frac{\|X - X_{i,k}\|}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{D.15})$$

Hier ist  $X_{i,k}$  die  $k$ -te Probe  $\in X_j$ , welche der Klasse  $\omega_i$  zugeordnet wurde. Auch hier wird die Mahalanobis-Metrik (siehe Gl. D.14) eingesetzt.