# Forschungszentrum Karlsruhe in der Helmholtz-Gemeinschaft

# Wissenschaftliche Berichte FZKA 6779

### Beiträge zur Optimierung von Faserverbunden nach dem Vorbild der Natur

#### **Markus Ledermann**

Institut für Materialforschung

von der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH) genehmigte Dissertation

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe 2003

#### Impressum der Print-Ausgabe:

Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH Postfach 3640, 76021 Karlsruhe

Mitglied der Hermann von Helmholtz-Gemeinschaft Deutscher Forschungszentren (HGF)

ISSN 0947-8620

## Beiträge zur Optimierung von Faserverbunden nach dem Vorbild der Natur

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

#### Doktors der Ingenieurwissenschaften

an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH)

genehmigte

**Dissertation** 

von

Dipl.-Ing. Markus Ledermann

aus Leonberg

Tag der mündlichen Prüfung: 11.7.2002

Hauptreferent: Prof. Dr. rer. nat. Claus Mattheck Korreferent: Prof. Dr. rer. nat. Dietrich Munz

### Beiträge zur Optimierung von Faserverbunden nach dem Vorbild der Natur

#### Zusammenfassung

Die Faserverbunde sind aufgrund ihrer sehr hohen spezifischen Steifigkeiten und Festigkeiten die idealen Werkstoffe für Leichtbaukonstruktionen. Um dieses Potential jedoch ausschöpfen zu können, muss eine Leichtbaukonstruktion nicht nur eine möglichst optimale äußere Form besitzen, sondern auch die innere Struktur muss den anisotropen Eigenschaften der Faserverbunde angepaßt sein. In beidem, sowohl bei der äußeren Form, als auch bei der inneren Struktur, können die Bäume Lehrmeister des Ingenieurs sein. Untersuchungen zeigen, dass ein Baum ähnliche Versagensmechanismen aufweist wie ein technischer Faserverbund. Aus diesem Grund können auch die Gegenmaßnahmen, die der Baum ergreift, um dieses Versagen bestmöglich zu verhindern, auf technische Faserverbundbauteile übertragen werden. Die werkstoffkundliche und holzanatomische Untersuchung des Holzes, das der Baum speziell gegen das drohende Versagen gebildet hat, liefert daher das Vorbild für die technischer Faserverbundbauteile. Optimierung Auf dieser Grundlage verschiedene Optimierungsansätze, mit deren Hilfe sich die Festigkeit technischer Faserverbundbauteile signfikant erhöhen läßt.

### Contributions to the Optimization of Technical Fibre Reinforced Composites according to the Example of Nature

#### **Abstract**

Due to their extremly high specific stiffness and strength, fibre reinforced composites are the ideal materials for lightweight constructions. Because of their anisotropic mechanical properties, not only their external design, but also their internal structure has to be optimized in order to take fully advantage of these properties. Therefore the wood of trees is a good example for both, external and internal optimization. Studies indicated, that failure mechanisms of trees are similar to those of technical fibre reinforced composites. Hence the mechanisms of the trees to prevent these failures can be applied to optimize technical fibre reinforced composites. Based on the investigations of the mechanical properties and the anatomy of the wood several optimization methods have been developed to increase the strength of components of technical fibre reinforced composites.

#### Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner dreijährigen Tätigkeit als Doktorand in der Abteilung für Biomechanik des Instituts für Materialforschung II am Forschungszentrum Karlsruhe. Während dieser Zeit durfte ich auf dem äußerst interessanten Gebiet der Biomechanik arbeiten, d.h. an der Schnittstelle zwischen genialen Lösungen der Natur beim Design von mechanisch belasteten Strukturen und der Übertragung der dort entdeckten Optimierungsstrategien in die Technik. Die Ergebnisse dieser Arbeit lassen sich vergleichsweise populärwissenschaftlich formulieren, was mir hoffentlich gelungen ist und diese Arbeit nicht zu einem absolut trockenen Stoff von rein akademischem Interesse macht.

Ich genoß immer die große Freiheit in der Gestaltung meiner Arbeit, aber auch die große Unterstützung, die ich in meinem Institut, meiner Abteilung und besonders bei meinem Doktorvater Prof. Dr. C. Mattheck jederzeit erfahren habe. Dafür möchte ich ihm auf diesem Wege recht herzlich danken.

Meiner Meinung nach besonders wichtig für die erfolgreiche Anfertigung dieser Arbeit war das sehr gute und angenehme Arbeitsklima und vor allem das sehr fruchtbare Diskussionsklima innerhalb der Abteilung. An dieser Stelle möchte ich mich daher bei allen Kollegen und ehemaligen Kollegen bedanken, die ich mit meinen Fragen und Ideen sicher das eine oder andere Mal arg strapaziert habe.

Weiterhin bedanken möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. D. Munz für die freundliche Übernahme des Korreferats.

Ein besonderer Dank gilt Dr. S. Kremer, der mir mit seinem Know-How über die Fertigung und Auslegung von Faserverbundwerkstoffen stets eine große Hilfe war. Die Prototypen zur Bestätigung meiner Optimierungsverfahren, die er für mich fertigte, wären ohne dieses Know-How undenkbar gewesen.

Für die Unterstützung bei der Durchführung dieser Tests möchte ich mich bei Dr. K. Bethge bedanken.

Mein letzter Dank (last, but not least) gilt meiner Frau Petra, die mich in den vergangenen drei Jahren jederzeit unterstützte, auch wenn sie sicher darunter zu leiden hatte, dass ich bisweilen die Probleme mit meiner Arbeit nicht in meinem Büro zurücklassen konnte.

Karlsruhe, im März 2002

Markus Ledermann

#### Inhaltsverzeichnis

1	Einle	eitung	1			
2	Grur	Grundlagen				
	2.1	Der Baum aus Sicht der Mechanik	4			
	2.2		10			
			10			
			12			
	2.3	1	16			
	2.4		21			
	2.5	Die Untersuchung des Werkstoffes Holz	23			
			24			
			28			
	2.6	Technische Faserverbunde	28			
	2.0		29			
			32			
			33			
		J 1	38			
		g .	41			
		5	47			
	2.7		48			
	2.,	Die Finde Bienene Freunde (FBH)				
3	Das	Versagen hohler Bäume5	52			
	3.1	Die Feldstudie als Grundlage der Untersuchung	52			
	3.2	Grundsätzliche Erwägungen und Versagensbilder	55			
	3.3		58			
			58			
			62			
	3.4		68			
			68			
			71			
4	D.		<b>,</b> ,			
4	Der	C	75			
	4.1	$\epsilon$	76			
	4.2		81			
			81			
			82			
		$\epsilon$	89			
		4.2.4 Zusammenfassung der Ergebnisse zum Portal	93			
5	Onti	mierungsmethoden für Faserverbundwerkstoffe	)5			
J	5.1	$\mathcal{E}$	95			
	5.1					
	5.2		zipien 98			
	5.3 5.4		99 99			
	3.4					
	5 5		00 02			
	5.5		02 03			
		1 0				
			05			
			07			
		5.5.4 Bruchtests mit Prototypen	09			

#### Inhaltsverzeichnis

	5.5.5	Grenzen von CAO-Patch	112
6	Zusammenfa	assung	113
7	Literatur		117

Einleitung 1

#### 1. Einleitung

Natur und Technik erleben wir heutzutage oft als streng getrennte Lebensbereiche. Diese Trennung gab es aber nicht schon immer, sie ist vielmehr langsam gewachsen. Der Urmensch kann sicher noch uneingeschränkt als Teil der Natur gelten, der sich noch keine künstliche Umgebung schuf, wie wir es heute tun. Auch die Beherrschung des Feuers oder die Herstellung von Faustkeilen ist durch Beobachtung natürlicher Vorgänge - Brände nach Blitzen oder Spalten von Feuersteinen – und deren Nutzung erklärbar. Dennoch begann die Menschheit sehr früh, sich von der Natur als Vorbild zu lösen. So ist z. B. die Erfindung des Rades auf einer rotierenden Nabe eine Geometrie, die dem menschlichen Geist und nicht der Naturbeobachtung zu verdanken ist. Noch weitaus wichtiger bei der Loslösung der technischen Entwicklung von der Natur ist aber die Nutzung sehr hoher Prozeßtemperaturen, wie sie in der Biologie nicht angewendet werden. Während dort die meisten Prozesse bei Temperaturen unter 40 °C ablaufen, nutzt der Mensch seit der Bronzezeit Temperaturen von Dadurch erschließt sich hundert Grad. die Menschheit Wärmekraftprozesse und Fertigungstechnologien, die der belebten Natur nicht zur Verfügung stehen. Dies führt zwar dazu, dass die Errungenschaften der Technik uns eine Überlegenheit gegenüber der Natur vorgaukeln (Flugzeuge fliegen z. B. schneller und höher als jeder Vogel), bringt aber auch die ganzen Probleme der Umweltbelastung durch Verbrennungsgase, Umweltgifte oder Abfallprodukte unserer Zivilisation mit sich.

Natur und Technik sind bei genauerem Hinsehen jedoch gar nicht mehr so streng getrennt, wie wir es auf den ersten Blick immer wahrnehmen. So steckt in vielen Prozessen und Strukturen der belebten Natur eine Menge an technischem Know-how. Als Beispiel dafür sei hier einmal der Vorgang der Photosynthese genannt. Dabei wird aus Sonnenlicht, Wasser und Kohlendioxid in einem sehr komplexen, bis heute nicht völlig verstandenen Prozess Stärke und Sauerstoff erzeugt. Ein weiteres Beispiel aus einem ganz anderen Gebiet der Biologie ist der sensationell niedrige Strömungswiderstand von verschiedenen Wassertieren wie z. B. Haien oder Pinguinen. Die gnadenlose Selektion in der Evolution hat in beiden Fällen dazu geführt, dass die beste Lösung sich jeweils durchsetzen konnte, d.h. der Photosyntheseprozess mit dem höchsten Wirkungsgrad genauso wie der Schwimmer, der am wenigsten Energie verbraucht.

Beide Beispiele sind auch für eine technische Anwendung sehr interessant: Der niedrige Strömungswiderstand führt zu Energieeinsparungen bei Fahrzeugen, was heute ein immer wichtigerer Aspekt wird. Von der Photosynthese könnte zumindest der Teilprozess Anregungen für die Photovoltaik bieten, bei dem aus dem Sonnenlicht Energie für die Synthese der Stärke gewonnen wird. Daneben gibt es noch unzählige weitere Beispiele für raffinierte technische Strukturen oder Prozesse in der belebten Natur (NACHTIGALL und BLÜCHEL, 2000).

Dieses technische Know-how zu erforschen, zu verstehen und in die Technik zu übertragen, hat sich die Bionik zur Aufgabe gemacht. Dieser Wissenschaftszweig, dessen Name sich aus <u>Bio</u>logie und Tech<u>nik</u> zusammensetzt, ist von seinem Wesen her interdisziplinär und kann aufgrund der Verschiedenartigkeit der biologischen Problemlösungen in mehrere Untergebiete aufgeteilt werden.

Die Biomechanik, ein Teilgebiet der Bionik, wird seit einigen Jahren am Institut für Materialforschung II des Forschungszentrums Karlsruhe in der Abteilung für Biomechanik unter der Leitung von Prof. Dr. Mattheck betrieben. Ziel ist hierbei die Erforschung von

biologischen Kraftträgern wie Knochen oder Bäumen. Sowohl Bäume als auch Knochen standen und stehen nämlich durch die Konkurrenzsituation im Kampf ums Überleben und die Arterhaltung unter gewaltigem Optimierungsdruck. Durchsetzen kann sich dabei nur derjenige, der maximale Festigkeit und Versagenssicherheit mit minimalem Materialaufwamd bzw. Gewicht realisiert. Genau dieser Schlüsselwiderspruch, den die biologischen Kraftträger auf ihre Art und Weise im Laufe der Jahrtausende gelöst haben, ist auch für den Konstrukteur hochbelasteter Maschinenbauteile eine immer wiederkehrende und im Zusammenhang mit Ressourcenschonung und Energieeinsparung immer wichtiger werdende Optimierungsaufgabe. Aus diesem Grund sind die Optimalkonstruktionen der Natur für eine Umsetzung in die Technik so interessant.

Nun ist es aber offensichtlich nicht damit getan, Bäume oder Knochen möglichst detailgetreu zu kopieren und aus ihnen Maschinenbauteile zusammen zu bauen. Vielmehr muss man versuchen, die Strategien und Prinzipien, die hinter der Optimierung stehen, zu verstehen und diese umzusetzen. Als fundamentale Designregel wurde dabei von MATTHECK (1990a, 1997) das "Axiom der konstanten Spannung" gefunden und formuliert. Es besagt, dass biologische Kraftträger bei bestimmungsgemäßer Belastung im zeitlichen Mittel weder lokal hohe Spannungen (z. B. Kerbspannungen) noch unterbelastete Bereiche (Materialverschwendung) aufweisen.

Aufbauend auf dieser Designregel wurden im Forschungszentrum Computerprogramme entwickelt, die mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente (FEM) eine Designfindung und Optimierung von Maschinenbauteilen ermöglichen. So können mit SKO (Soft Kill Option) aus einem sehr groben Designvorschlag unterbelastete Bereiche entfernt werden (BAUMGARTNER et al. 1992). Mit CAO (Computer Aided Opimization) werden Kerbspannungen an der Bauteiloberfläche durch adaptives Wachstum eliminiert (MATTHECK 1990b, MATTHECK und BURKHARD, 1990). In Kombination der beiden ergibt sich dadurch ein gestaltoptimiertes Bauteil, das dem Axiom der konstanten Spannung gerecht wird. Für die Verwendung faserverstärkter Bauteile wurde zusätzlich das Programm CAIO (Computer Aided Internal Optimization) entwickelt, mit dem die Fasern im Bauteil belastungsgerecht, d.h. in Richtung des Kraftflusses, berechnet werden können (KRIECHBAUM 1994 und REUSCHEL 1999). Während CAO und SKO sich seit Jahren in der industriellen Praxis bewähren, scheitert die Umsetzung von CAIO an den Möglichkeiten der Fertigung, obgleich das Potential allgemein sehr hoch eingeschätzt wird (MATTHECK et al., 1998). Bislang ist es großtechnisch nicht kostengünstig möglich, die Fasern entsprechend den mit CAIO berechneten Verläufen dreidimensional im Bauteil zu legen und aushärten zu lassen.

Der oben angesprochene Schlüsselwiderspruch – leicht und dennoch fest – kann aber gerade mit faserverstärkten Kunststoffen hervorragend gelöst werden, wie viele Beispiele aus dem Segelflugzeug- oder Sportgerätebau (Angelruten, Rennräder, Kajaks, Ski usw.) beweisen, wo z. B. Glas- und Kohlefaser seit langem bevorzugte Werkstoffe sind. Leider reicht für diese Werkstoffgruppe, im Gegensatz zu den Metallen mit ihren isotropen, richtungsunabhängigen Eigenschaften, eine Gestaltoptimierung alleine nicht aus, um ihr Potential wirklich auszuschöpfen. Jede Optimierung für faserverstärkte Bauteile muss daher wie CAIO - der Richtungsabhängigkeit der Werkstoffeigenschaften Rechnung tragen. Leicht und dennoch fest sind faserverstärkte Kunststoffe nämlich nur in Faserrichtung, quer dazu oder für Schub zwischen den Fasern sind die Festigkeiten sehr viel kleiner.

Im Rahmen dieser Arbeit sollte daher versucht werden, Optimierungsmöglichkeiten und – programme zu entwickeln und umzusetzen, die sowohl die Festigkeit von Faserverbundbauteilen signifikant erhöhen als auch mit den heutigen Fertigungs-

Einleitung 3

möglichkeiten herstellbar sind. Mit diesem Ziel wurde in dieser Arbeitsgruppe auch die Multilinearisierungsmethode von Götz (2000) entwickelt, auf deren Ergebnissen und Erfahrungen diese Arbeit aufbauen kann.

Ausgangspunkt und Inspirationsquelle für die Optimierung der Faserverbunde ist die Untersuchung und Analyse der Optimierungsprinzipien des Holzes, das als natürlicher und – wie oben ausgeführt – optimierter Faserverbund betrachtet werden kann. Als wichtigste Frage ist dabei zu klären, was genau und aus welchem Grunde zu einer Festigkeitssteigerung beim Holz beiträgt. Anschließend sind die Möglichkeiten einer (fertigungs-)technischen Umsetzung auszuloten und schließlich mit dem daraus erarbeiteten Optimierungskonzept Prototypen zu bauen und zu testen. Naturgemäß handelt es sich bei den erarbeiteten Konzepten also um Kompromisse zwischen einer Ideallösung, wie sie z. B. eine Berechnung mit CAIO liefert, und den begrenzten Möglichkeiten der Fertigung von Faserverbundbauteilen.

#### Aufbau der Arbeit

In dem folgenden Kapitel 2 wird zunächst der Baum aus Sicht der Mechanik mit seinen äußeren Belastungen und Wachstumsregulatoren dargestellt. Daran anschließend werden die Eigenschaften von Holz und technischen Faserverbunden beschrieben und verglichen. Außerdem wird das das in dieser Arbeit zur Bestimmung der mechanischen Eigenschaften des Holzes verwendete Holzdiagnosegerät vorgestellt sowie die Grundlagen der Holzanatomie, mit deren Hilfe die innere Anpassung des Holzes an die jeweilige Belastungssituation untersucht wird. Den Abschluss dieses Kapitels bildet eine knapp gehaltene Beschreibung der für die Anwendung in dieser Arbeit wichtigsten Aspekte der Finite-Elemente-Methode (FEM), mit deren Hilfe die numerischen Berechnungen durchgeführt werden.

Im darauf folgenden Kapitel 3 wird das Versagen hohler Bäume untersucht. Dabei werden die Ergebnisse zum kritischen Höhlungsgrad hohler Bäume, die aus einer Feldstudie stammen, mit Hilfe von Finite-Elemente-Rechnungen untersucht. Durch das Zusammenfügen der Ergebnisse aus Naturbeobachtung und Finite-Elemente-Rechnung soll der Versagensmechanismus, der zum Bruch hohler Bäume führt, bestimmt werden.

Das vierte Kapitel widmet sich der Untersuchung eines Sonderfalles des hohlen Baumes – dem hohlen Baum mit offener Morschung. Dabei werden die Auswirkungen dieser offensichtlichen Schwächung der hohlen Bäume auf ihre Standsicherheit untersucht. Hierbei liegt das Hauptaugenmerk auf der Untersuchung der mechanischen Eigenschaften des Holzes sowie auf der Holzanatomie an der Öffnung im Vergleich mit dem Rest des Stammes.

Im fünften Kapitel werden zu Beginn die Optimierungsprinzipien des Holzes, die auch in den beiden vorangegangenen Kapitel untersucht wurden, beschrieben und in ihrer Wirkungsweise erläutert sowie bereits erfolgte Umsetzungen in die Technik kurz dargestellt. Danach werden die Möglichkeiten weiterer Umsetzungen diskutiert und die im Rahmen dieser Arbeit daraus resultierenden Konzepte vorgestellt. Anschließend folgen die Optimierungsergebnisse, wie sie mit der Finite-Elemente-Methode (FEM) berechnet wurden, und deren Verifikation anhand von Tests mit Prototypen.

In Kapitel 6 werden die Ergebnisse dieser Arbeit noch einmal in übersichtlicher Form zusammengefaßt und es wird ein Ausblick auf weitere Forschungsmöglichkeiten im Bezug auf die Optimierung von Faserverbunden gegeben.

#### 2. Grundlagen

#### 2.1. Der Baum aus Sicht der Mechanik

Menschen nehmen Bäume in vielerlei Art wahr. Sie bieten als Wälder Lebensraum für ungezählte Tier- und Pflanzenarten und auch Erholungsraum für stressgeplagte Stadtmenschen. Durch ihre Photosynthese erzeugen sie Sauerstoff und Biomasse aus Sonnenlicht und Kohlendioxid, mit ihren Wurzeln verhindern sie die Erosion des wertvollen Bodens, der aus ihrem Humus entstanden ist, und sie leisten wertvolle Beiträge zur Luftreinhaltung. Manchmal ist es vielleicht einfach nur ihr Anblick oder ihr Schatten, mit dem sie uns an einem heißen Sommertag erfreuen. Aber auch aufgrund ihrer Mechanik sind Bäume hochinteressante Lebewesen. Es handelt sich bei ihnen, wie im folgenden gezeigt wird, nämlich um mechanisch hochbelastete und hochoptimierte Strukturen, die dem Ingenieur eine Vielzahl von Anregungen für seine Konstruktionsaufgaben gegeben haben und noch geben können.

In diesem Abschnitt soll die äußere Gestalt des Baumes beschrieben und ihre Bedeutung für seine mechanische Belastung dargestellt werden. Dabei wird besonders auf die Zwänge und Zielkonflikte eingegangen, die aus mechanischen und physiologischen Anforderungen erwachsen und die der Baum immer wieder aufs Neue unter einen Hut bringen muss. Anders als Tiere weisen Pflanzen eine "offene Gestalt" (TROLL 1973) auf und sind damit durch ihr ganzes Leben hindurch in der Lage, sich durch Wachstum an diese Anforderungen anzupassen. Grundsätzlich bestehen Bäume aus drei Grundorganen, denen jeweils sowohl physiologische als auch mechanische Aufgaben zufallen: Den Blättern, den Wurzeln und den Sproßachsen (Stamm und Äste).

Die Blätter sind für die Photosynthese zuständig und müssen daher eine möglichst große Sonnenkollektorfläche bilden, was für die Mechanik des Baumes Belastungen durch Eigengewicht als auch eine große Windangriffsfläche bedeutet. Dabei ist festzustellen, dass die Belastungen durch starken Wind bzw. Sturm für die Bäume bei weitem größer sind als durch Eigengewicht, wie die Windwürfe und -brüche nach starken Stürmen immer wieder belegen. Einen Eindruck, wie groß diese Windkräfte sind und wie verheerend sie sich auswirken können, bieten die ungezählten gefallenen Bäume, die uns der Sturm "Lothar" am 26.12.1999 in Frankreich und Süddeutschland hinterlassen hat. In dieser Arbeit wird daher als kritische Belastung für die Standsicherheit des Baumes immer die Biegebelastung durch starken Wind bzw. Sturm angenommen.

Die Wurzeln dienen der Aufnahme von Wasser aus dem Boden und aus mechanischer Sicht als Verankerung in eben diesem. Diese Verankerung, die vom Baum über seine Wurzeln im Verbund mit dem umgebenden Erdreich in beeindruckender Qualität realisiert wird, wird in dieser Arbeit nicht näher behandelt und wird im mechanischen Modell daher auch nicht detaillierter berücksichtigt. An dieser Stelle sei nur der kurze Hinweis gestattet, dass ein einfacher Freischnitt an Stammbasis und Wurzelballen enthüllt, dass die Kräfte, die der Stamm maximal ertragen kann, über Schubkräfte von den Wurzeln in das Erdreich übertragen werden müssen. Der Wurzelballen und seine Verbindung zum Erdreich ist als "verborgene Hälfte" unter der Erde daher genauso wichtig für die Standsicherheit eines Baumes wie z. B. der Stamm (BRUDER, 1998).

In Stamm und Ästen läuft der Wassertransport von den Wurzeln zu den Blättern und der Transport der Assimilate, d.h. der Kohlehydrate, die bei der Photosynthese erzeugt wurden, in

entgegengesetzter Richtung. Neben dieser Leitungsfunktion ist ihre Aufgabe auch die, die Blätter möglichst unbeschattet ins Licht zu strecken, ohne dabei Gefahr zu laufen, zu brechen. Dies wird erreicht durch das Zusammenspiel der wichtigsten Wachstumsregulatoren des Baumes nach STRASBURGER (1998) und MATTHECK (1992):

- Negativer Geotropismus
- **Apicaldominanz**
- Phototropismus

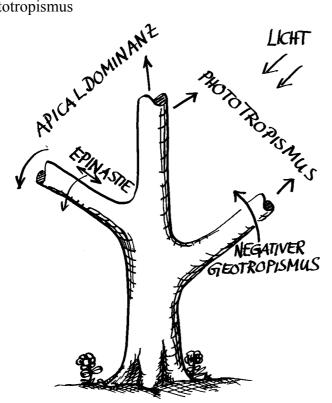


Abbildung 2.1: Die Wachstumsregulatoren des Baumes (Zeichnung C. Mattheck)

Der negative Geotropismus läßt Stamm und Äste des Baumes entgegen Schwerkraftrichtung, d.h. dem Himmel und damit der Sonne entgegen, wachsen. Damit werden auch gleichzeitig lange seitliche Hebelarme vermieden, da der Baum seinen Schwerpunkt senkrecht über dem Wurzelstock plaziert. Die Apicaldominanz unterdrückt den Austrieb von Seitenknospen und einen zu steilen Anstieg der Seitenäste zugunsten des dominierenden Wipfeltriebes. Dies verhindert, dass die Seitenäste sich gegenseitig sowie den Wipfeltrieb beschatten, und führt bei freistehenden Bäumen oft zu einer runden Kronenform. Unter Phototropismus versteht man das durch einseitig einfallendes Licht stimulierte Orientierungswachstum hin zum Licht. Aufgrund der durch die Photosynthese bedingten Abhängigkeit des Baumes vom Licht fällt dem Phototropismus eine beherrschende Stellung unter den Wachstumsregulatoren zu.

Hier zeigt sich auch am deutlichsten der Konflikt, den der Baum zu lösen hat: Möglichst viel Licht ernten mit einem Minimum an Materialaufwand für Stamm und Äste. Wer nicht genug Licht erntet, der verkümmert, wer zuviel Material verbraucht, wird von seinen sparsameren Nachbarn buchstäblich in den Schatten gestellt werden und ebenfalls verkümmern. Wer hingegen zu keck im Wettlauf um das Licht seine Standsicherheit vernachlässigt, der wird beim nächsten größeren Sturm scheitern. Weil dieser Konflikt hier so anschaulich ist, konzentriert sich diese Arbeit und auch das hier beschriebene mechanische Modell auf Stamm

und Äste. Der Baum erscheint aus mechanischer Sicht daher folgendermaßen: Die Wurzeln werden als feste Einspannung behandelt und die Krone ist die durch Wind belastete Kraftangriffsfläche. Aus dem Stamm wird dadurch ein hochbelasteter Biegebalken, von dem die Äste abzweigen. Je nach Fragestellung, die anhand dieses Modells erörtert werden soll, können natürlich einzelne Teile aus diesem Modell herausgegriffen oder auch weggelassen werden.

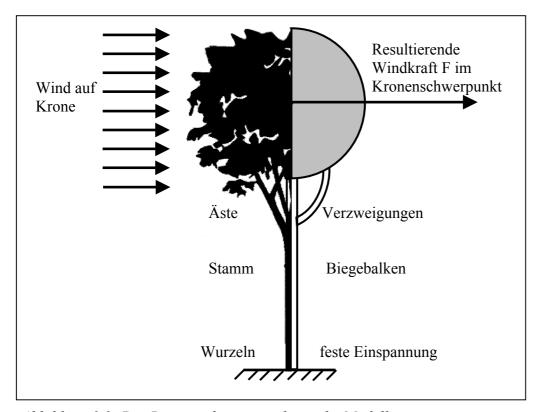


Abbildung 2.2: Der Baum und seine mechanische Modellierung

Wie im vorigen Kapitel bereits erwähnt, ist die grundlegende Designregel, mit der die Bäume den oben beschriebenen Widerspruch zu lösen suchen, das "Axiom konstanter Spannung". Dieses Axiom besagt, dass im zeitlichen Mittel auf der Bauteiloberfläche überall die gleiche Spannung wirkt, die Spannung also "gerecht" verteilt ist. Diese Verteilung ist natürlich nur unter der Voraussetzung gerecht, dass überall dieselbe Versagensspannung ertragen wird. Dies kann für Bäume auch in guter Näherung angenommen werden, allgemeiner gültig wäre die Formulierung eines "Axioms der konstanten Materialausnutzung". In diesem Falle ist der Quotient aus der Spannung durch die Festigkeit konstant und deshalb ist dann die Spannung auch bei Bereichen mit unterschiedlichen Festigkeiten gerecht verteilt. Nach beiden Formulierungen werden sowohl unterbelastete Bereiche, die Materialverschwendung bedeuten würden, als auch überbelastete Bereiche, von denen ein vorzeitiges Versagen ausgehen könnte, vermieden. Solche Strukturen versagen dann nicht an einer konstruktiven Schwachstelle, sondern im Idealfall überall gleichzeitig.

Dieser Idealzustand wird aus naheliegenden Gründen wohl nie eintreten, da auch eine Kette aus gleichstarken Gliedern immer nur an einem Glied reißt, da die anderen dann schlagartig entlastet werden. Aber ein Versagen an unterschiedlichen Stellen bei vergleichbarer Belastung kann als ein deutlicher Hinweis auf dieses Axiom gelten: So fand man nach dem bereits erwähnten Orkan "Lothar" in derselben Schneise sowohl Bäume, die durch Herausdrehen der Wurzelplatte (Windwurf) versagten als auch welche, die durch Bruch des Stammes

(Windbruch) versagten (vgl. Abb. 2.3). Dies zeigt, dass Wurzelplatte und Stamm als etwa gleich starke Glieder einer Kette bezeichnet werden können, was eine Realisierung des oben genannten Axioms darstellt.

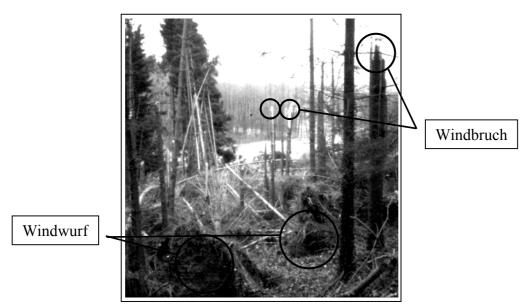


Abbildung 2.3: Windwurf und Windbruch bei Fichten nach "Lothar" in derselben Schneise

Die großen Schneisen, die "Lothar" in unsere Wälder geschlagen hat, sind im übrigen kein Widerspruch zu der eingangs aufgestellten These, dass Bäume hochoptimierte Strukturen sind. Vielmehr sind diese Schneisen ein Beleg dafür, wie gut ausbalanciert die Forderungen zwischen Standsicherheit und minimalem Materialaufwand sind. Auch kann an diesem Beispiel deutlich gemacht werden, dass biologische Kraftträger nicht nur überall nahezu gleichzeitig versagen, sondern auch noch bei einer sinnvollen absoluten Grenze, in diesem Fall schlicht bei einer zu großen Windbelastung.

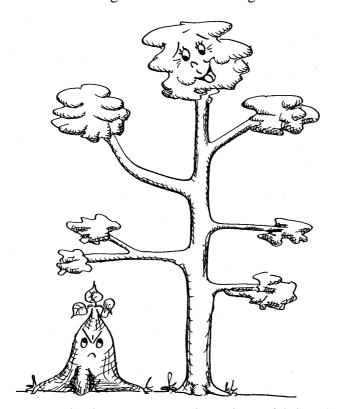


Abbildung 2.4: "Absolut versagenssicher, aber erfolglos"(Zeichnung MATTHECK, 1994)

Die Windgeschwindigkeiten, die durch "Lothar" aufgetreten sind, sind nach dem Deutschen Wetterdienst DWD (1999) z. B. im Landkreis Karlsruhe, wo mit die größten Waldschäden aufgetreten sind, deutlich höher gewesen als alle bisher hier gemessenen (151 km/h gegenüber 115 km/h bisher). Bäume, die dieser Belastung tatsächlich sicher standhalten, haben diesem Standort jahrzehntelang Material verschwendet unwahrscheinlichen Ausnahmefall, der nun tatsächlich eingetreten ist. Wenige Kilometer nördlich oder südlich waren die Windgeschwindigkeiten deutlich geringer und dort würden diese "Materialverschwender" immer noch im Schatten ihrer etwas wagemutigeren Konkurrenten stehen (vgl. Abb. 2.4). Ein Versagen auch völlig gesunder und vitaler Bäume wird demnach bei Extremereignissen wie dem erwähnten Sturm von den Bäumen "bewußt" in Kauf genommen.

Das Axiom der konstanten Spannung bzw. der konstanten Materialausnutzung kann als Erfolgsrezept der Bäume für ihre Standsicherheit bezeichnet werden - was aber sind die Zutaten, die der Baum dafür benötigt?

Der erste Schritt ist die Möglichkeit, die Spannungen zu messen, zu "spüren". Wie dies genau abläuft, ist im einzelnen nicht völlig verstanden, ist aber für diese Arbeit auch nicht von Bedeutung und daher wird an dieser Stelle auch nur auf weiterführende Literatur verwiesen (BOSSHARD, 1984, BRAUN, 1988 und STRASBURGER, 1998). Wichtiger ist die Feststellung, dass diese Messung möglichst flächendeckend und mit hoher lokaler Auflösung möglich sein muss, um auch Kerbspannungen erfassen zu können. Diese Messung erfolgt beim Baum im Kambium, einer Zellschicht unterhalb der Rinde, die den ganzen Baum umgibt (vgl. Kap. 2.2.1). Dort wird also für jeden Punkt auf der Baumoberfläche die lokale Spannung gemessen. Damit ist gleichzeitig auch der Designraum festgelegt, in dem die konstante Spannung herrschen soll bzw. wo sie durch entsprechende Reaktionen hergestellt wird. Der Baum wächst nur an seiner Oberfläche zu (vgl. Kap 2.2), im bereits gebildeten Holz wird weder die Spannung gemessen noch wird dort vom Baum Material gebildet oder entfernt. Deshalb ist ein Baum auch keine Leichtbaukonstruktion im herkömmlichen Sinne, d.h. dass minimales Gewicht angestrebt wird, sondern minimaler Materialeinsatz wird angestrebt. Diese Unterscheidung mag spitzfindig klingen, ist aber notwendig. Nur so ist z. B. verständlich, warum der Stamm, wo er doch vorwiegend durch Biegung belastet wird, kein Hohlprofil ist, sondern ein Vollzylinder. Das vom jungen Baum gebildete Holz ist zwar nicht mehr besonders wichtig für die Standsicherheit, da es sich ja im Zentrum des Stammes nahe der neutralen Faser der Biegung befindet. Allerdings ist das Holz bereits vorhanden, weshalb kein Materialeinsatz vonnöten ist, es zu bilden. Außerdem ist es für die Bäume nicht notwendig, dieses Material abzubauen, da es keinerlei Nachteile bringt. Anders sieht dies bei Knochen aus, wo wirklich geringes Gewicht gefordert ist, da sich das entsprechende Tier möglichst leicht und schnell bewegen will. Dort ist das ganze Knochenvolumen Designraum, wo Spannungen gemessen werden und zusätzlich zum Wachsen gibt es dort auch den Mechanismus des Wegschrumpfens unterbelasteter Teile (DTV-ATLAS 1990). Knochen sind aus diesem Grunde wirkliche Leichtbaukonstruktionen im technischen Sinne und bilden deshalb auch Hohlstrukturen aus (CURREY und ALEXANDER, 1984).

Wenn der Baum nun für jeden Punkt seiner Oberfläche die herrschenden Spannungen gemessen hat, muss er auch die jeweilige Versagenslast kennen, um die Materialausnutzung bewerten zu können. Diese sollte nun nach dem Axiom überall gleich sein. Wie hoch der Absolutwert jeweils ist, hängt von der gerade anliegenden Belastung ab. Bei der leichten Sommerbrise ist die Materialausnutzung natürlich sehr viel geringer als bei einem schweren

Sturm. Aber auch die Einstellung dieses Absolutwertes scheinen die Bäume zu beherrschen (vgl. Beispiel "Orkan Lothar").

Ist die gemessene Spannung bzw. die Materialausnutzung nun überall im Kambium gleich hoch, hält der Baum das Axiom ein und braucht nicht aktiv zu werden. Ist die Materialausnutzung lokal zu hoch, muss der Baum reagieren. Dazu stehen ihm prinzipiell zwei Möglichkeiten zur Verfügung:

- Spannung senken durch mehr Material
- Festigkeit erhöhen durch besseres Material

In der Regel nutzt der Baum beide Möglichkeiten, wie verschiedene Untersuchungen aus dieser Arbeitsgruppe zeigen (ALBRECHT, 1995 und ZIPSE, 1997). Dem Ansatz, die höheren Spannungen durch gezieltes Anlagern von mehr Material zu senken und dadurch das Axiom konstanter Spannung zu erfüllen, ist das Optimierungsprogramm CAO nachempfunden. Hiermit kann dieses lastgesteuerte Wachstum an hochbelasteten Stellen mithilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM, vgl. Kap. 2.7) simuliert werden, womit Spannungsüberhöhungen wie z. B. Kerbspannungen eliminiert werden. Damit ist es sowohl möglich, Maschinenbauteile gegen Dauerbrüche zu optimieren (WALTHER, 1994), als auch die äußere Gestalt des Baumes an Stellen wie Astgabeln oder Wurzelanläufen "nachzuoptimieren". Damit ist gemeint, eine Form, die dem Axiom der konstanten Spannung widerspricht, durch CAO in eine Form mit gleichmäßiger Spannungsverteilung wachsen zu lassen, die dann natürlich der entsprechenden Form des Baumes gleicht (vgl. Bild 2.5).

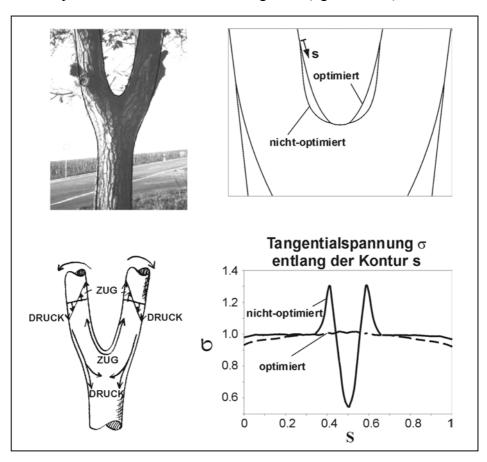


Abbildung 2.5: "Nachoptimierung" einer Astgabel mit CAO

Auf die zweite Möglichkeit des Baumes, die Eigenschaften des Holzes lastgerecht anzupassen, wird im folgenden Abschnitt (Kap. 2.2) ausführlich eingegangen.

#### 2.2. Der Aufbau von Holz

Neben der gerade beschriebenen äußeren Gestalt erfordert die Standsicherheit der Bäume auch ein genau abgestimmtes Baumaterial, dass sowohl die physiologischen als auch mechanischen Aufgaben sicher bewältigt: Das Holz. Es dient dem Stofftransport, der Speicherung von Nährstoffen und nicht zuletzt der Festigkeit des Baumes. Dabei ist zu beachten, dass Holz nicht gleich Holz ist, sondern der Baum kann, wie im folgenden gezeigt werden wird, dessen Eigenschaften sehr gut an die jeweiligen Anforderungen anpassen. Der grundsätzliche Aufbau von Holz bleibt dabei jedoch weitgehend gleich, nur die Anteile und Ausprägungen der einzelnen Komponenten können sich stark ändern.

Im Rahmen dieser Arbeit muss man beim Aufbau von Holz zwei Organisationsebenen unterscheiden, die makroskopische und die mikroskopische. Die fibrilläre und die molekulare Ebene sind hier nicht von Bedeutung, weshalb auf sie auch nicht näher eingegangen werden soll.

#### 2.2.1. Der makroskopische Aufbau von Holz

In Abbildung 2.6 ist ein Einschnitt in einen Baumstamm schematisch dargestellt. Dabei sind die einzelnen Schichten zur besseren Darstellung aufgespreizt. Die wichtigste Zellschicht des Baumes ist dabei das Kambium. Denn nur dort können, neben der bereits erwähnten "Messung" der Spannungen (vgl. Kap 2.1), die Holzzellen gebildet werden. Nach außen hin werden Borke (BO) und Bast (BA) gebildet, die vor allem Schutzfunktionen für das darunterliegende Kambium (KA) und das eigentliche Holz inne haben. Nach innen hin bildet das Kambium die Holzzellen. Dabei werden im Frühjahr in der Regel großporige, dünnwandige Holzzellen gebildet. Man spricht dabei von weitlumigen Holzzellen, die zusammen das sogenannte Frühholz bilden. Durch das Frühholz kann der erhöhte Wasserbedarf bei der Anlage der neuen Triebe und Blätter fließen. Im Spätjahr hingegen bildet das Kambium englumige, dickwandige Holzzellen. Dies wird als Spätholz bezeichnet und dient der Festigkeit des Baumes (KOLLMANN, 1982). Durch diese charakteristische Abfolge von Früh- und Spätholz, die auch mit bloßem Auge zu unterscheiden sind, entstehen die bekannten Jahresringe des Holzes.

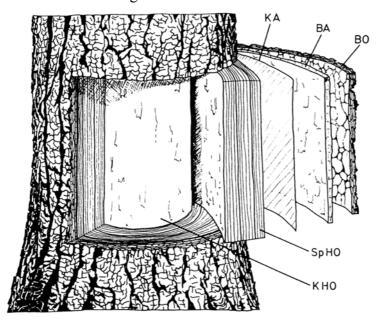


Abbildung 2.6: Schematische Darstellung des makroskopischen Aufbaus von Holz (BRAUN, 1998)

Unabhängig von dieser Unterteilung in Früh- und Spätholz läßt sich das Holz auch noch in Splint- und Kernholz unterscheiden. Im Splintholz (SpHO), welches das in den letzten Jahren gebildete Holz umfaßt, befinden sich die Wasserleitbahnen des Baumes. Im Gegensatz zum Kernholz (KHO) besteht es aus noch lebenden Holzzellen. Das weiter innen liegende Kernholz besteht aus abgestorbenen Holzzellen. Zur größeren Widerstandsfähigkeit gegen Pilzbefall werden dort auch Gerbstoffe eingelagert und diese Zellen damit "vergiftet", weshalb das Kernholz keinerlei physiologische, sondern nur noch Festigkeitsfunktion erfüllt. Ein Fehlen des Kernholzes hat deshalb auch keine Auswirkungen auf den Habitus eines Baumes. Für eine prächtige Krone braucht der Baum nämlich nur die wenigen Zentimeter des Splintholzes, für die Standsicherheit des Baumes jedoch ist das Kernholz sehr wohl noch von Bedeutung (vgl. Kap. 3).

Ganz im Innern des Stammes, in Abbildung 2.6 deshalb nicht mehr dargestellt, befindet sich das Mark. Es besteht aus einfachen Grundgewebezellen, den sogenannten Parenchymzellen, und dient dem jungen Spross im ersten Lebensjahr zur Wasserleitung, Stoffspeicherung und Festigung. Von diesem Mark aus verlaufen in radialer Richtung die Mark- oder Holzstrahlen, die ebenfalls Jahr für Jahr vom Kambium gebildet werden. Wenn sie direkt im Mark beginnen, bezeichnet man sie als primäre Holzstrahlen. Wenn der Abstand zwischen zwei benachbarten Holzstrahlen durch das Dickenwachstum des Baumes einen artspezifischen Abstand überschreitet, bildet das Kambium dazwischen einen neuen, sekundären Holzstrahl, der daher überall im Holzkörper beginnen kann. Die Holzstrahlen dienen der Speicherung und Versorgung des Holzes mit Nährstoffen, aber auch der Festigung in radialer Richtung (MATTHECK und SCHWARZE, 1994).

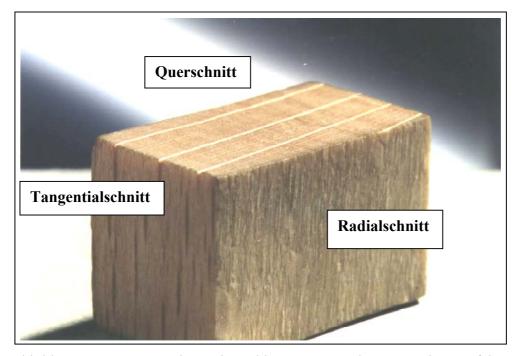


Abbildung 2.7: Die Lage der Holzstrahlen am Beispiel eines Buchenwürfels

Sehr schön ist die Lage der Holzstrahlen an dem Buchenwürfel von ca. 1,3 cm³ Größe in Abbildung 2.7 zu erkennen. Der Radialschnitt verläuft dabei parallel zu den Holzstrahlen und schneidet diese deshalb nicht. Durch den Tangentialschnitt werden sie quer geschnitten und man erkennt sehr schön die schlanke Spindelform, die aufrecht, das heißt in axialer Richtung, zwischen den senkrecht verlaufenden Holzzellen steht. Im Querschnitt werden die

Holzstrahlen der Länge nach aufgeschnitten, während die Holzzellen dabei quer geschnitten werden.

#### 2.2.2. Der mikroskopische Aufbau von Holz

Beim mikroskopischen Aufbau von Holz muss zwischen dem entwicklungsgeschichtlich älteren Holz der Nadelbäume und dem jüngeren der Laubbäume unterschieden werden. Hauptunterschied ist dabei die größere Ausdifferenzierung der Zellen im Laubholz. Deshalb soll hier zuerst der etwas einfachere Aufbau des Nadelholzes beschrieben werden.

#### Aufbau des Nadelholzes:

Das Holz der Nadelbäume besteht hauptsächlich aus zwei Zelltypen, den Tracheiden und den Parenchymzellen, wie in Abbildung 2.8 schematisch dargestellt. Letztere dienen der Stoffspeicherung, bilden Mark und Holzstrahlen und machen einen Anteil von 4 – 12 % der gesamten Holzmasse aus. Im Nadelholz sind die Holzstrahlen mehrere (typischerweise 4 –10) Zellen hoch und meist nur eine, selten zwei Reihen breit, z. B. wenn sie Harzkanäle enthalten (vgl. Abbildung 2.8). Sie stehen über Tüpfel in engem Kontakt mit den Tracheiden, die den Rest der Holzmasse ausmachen. Die Tracheiden sind lange, faserartige Zellen, die axial ausgerichtet sind (vgl. Abbildung 2.9). Sie übernehmen beim Nadelholz sowohl die Leitungsfunktion als auch die Festigkeitsfunktion. Deshalb können die Längstracheiden der Nadelbäume gewissermaßen als Urform der Holzzelle angesehen werden und werden auch einfach als Holzfasern bezeichnet.

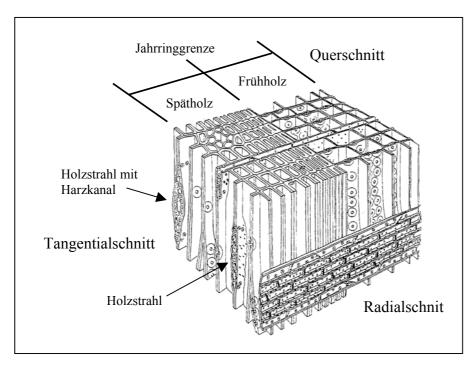


Abbildung 2.8: Schematischer Aufbau von Nadelholz (nach Schweingrußer, 1990)

Die bereits angesprochenen Tüpfel verbinden benachbarte Holzzellen miteinander und dienen dem Transport von Wasser und Assimilaten zwischen diesen Zellen. Daneben wird das Holz der Nadelbäume von einem Netz von Harzkanälen durchgezogen. Das Harz wirkt antiseptisch und dient den Nadelbäumen vor allem zum Abschotten von Wunden gegen den Befall durch Pilze oder Insekten.

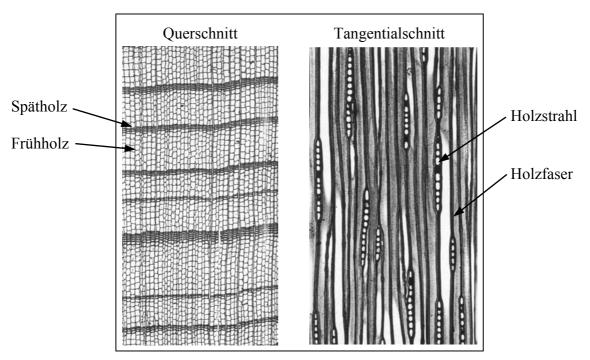


Abbildung 2.9: Quer- und Tangentialschnitt bei Weißtanne (Abies alba M.) (SCHWEINGRUBER, 1990), Querschnitt ca. 40- fach, Tangentialschnitt ca. 100-fach vergrößert

#### Aufbau des Laubholzes:

Die Aufgaben, die bei den Nadelhölzern die Längstracheiden übernehmen, werden beim Laubholz auf mehrere unterschiedliche Zelltypen verteilt. Man unterscheidet Tracheen, Tracheiden und axiales Parenchym. Die Tracheen übernehmen die Wasserleitungsfunktion und werden im folgenden deshalb als Gefäße bezeichnet. Die Tracheiden übernehmen im Gegensatz zum Nadelholz nur noch die Festigkeitsfunktion und werden deshalb als Holzfasern bezeichnet (vgl. Abbildung 2.10). Axiales Parenchym dient genauso wie das radiale Parenchym (Holzstrahlen) der Speicherung von Nährstoffen, ist in Abbildung 2.10 jedoch nicht dargestellt.

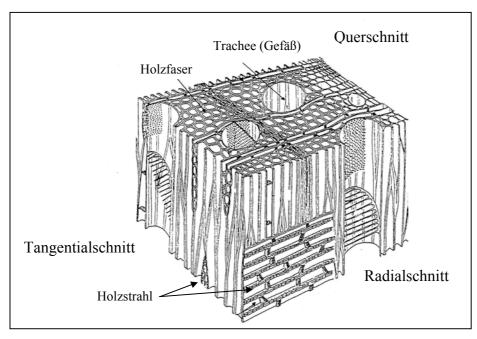


Abbildung 2.10: Schematischer Aufbau von Laubholz (nach Schweingruber, 1990)

Die verschiedenen Laubbaumarten unterscheiden sich zum Teil sehr deutlich in der Größe und Anordnung der Gefäße oder der Größe und dem Volumenanteil ihrer Holzstrahlen und können aufgrund dieser Merkmale klassifiziert werden.

Die Gefäße erscheinen aufgrund ihrer axialen Ausrichtung im Querschnitt als rundliche Poren. Die Größe dieser Poren wird in zwei Größenordnungen unterteilt. Ab einem Durchmesser von ca. 0,1 mm können sie im Querschnitt mit bloßem Auge deutlich erkannt werden und man spricht von makroporigen Gefäßen. Die maximalen Durchmesser können durchaus 0,4 bis 0,6 mm und mehr erreichen. Gefäße mit weniger als 0,1 mm Durchmesser werden als mikroporige Gefäße bezeichnet. Sind die Gefäße regellos in Früh- und Spätholz verteilt, so spricht man von zerstreut-mikroporigem bzw. zerstreut-makroporigem Holz (vgl. Abbildung 2.11 b). Manche heimische Baumarten wie Eiche, Esche oder Ulme weisen im Frühholz makroporige und im Spätholz mikroporige Gefäße auf. Diese besondere Anordnung wird als ringporig oder cyclopor bezeichnet (vgl. Abbildung 2.11 a). Zwischen einer zertreutporigen und einer ringporigen Anordnung der Gefäße gibt es als Zwischenstufe die halbringporige Anordnung, wie man sie z. B. bei Nußbaum oder Kirschbaum findet.

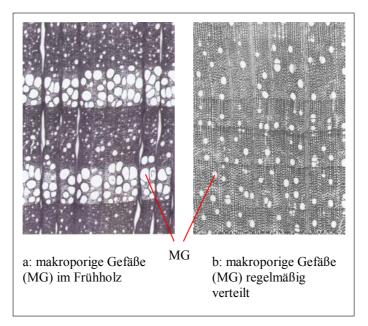


Abbildung 2.11: Querschnitt durch Laubholz mit makroporigen Gefäßen, ca. 40-fach vergrößert (SCHWEINGRUBER, 1990)

Wie bereits erwähnt, kann eine Klassifizierung der Laubbäume auch anhand ihrer Holzstrahlen erfolgen. Diese verlaufen radial und können daher am besten in einem Tangentialschnitt beurteilt werden. Vom Volumenanteil machen sie bei den Nadelhölzern 4 – 12 % aus, bei den verschiedenen Laubbaumarten hingegen schwankt der Anteil nach KOLLMANN (1982) sogar zwischen 1,2 und 50 %. Dieser große Unterschied wird anhand der Beispiele in Abbildung 2.12 deutlich, wo in einem Tangentialschnitt die Holzstrahlen von Edelkastanie und Eiche gegenübergestellt werden.

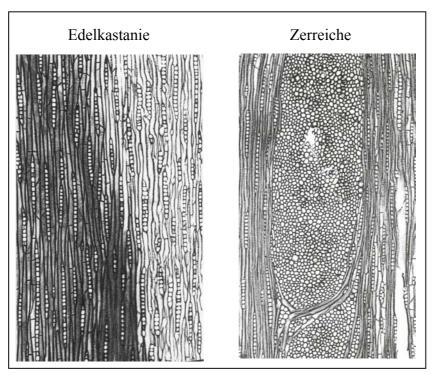


Abbildung 2.12: Holzstrahlen von Edelkastanie (Castanea sattiva M.) und Zerreiche (Quercus cerris L.) im Tangentialschnitt, ca. 100 – fach vergrößert (SCHWEINGRUBER, 1990)

Neben dem deutlichen Unterschied im Volumenanteil ist aber auch der Unterschied in der Größe der Holzstrahlen der beiden Baumarten gut zu erkennen. Während die Edelkastanie ähnlich wie die Nadelhölzer einreihige, niedrige Holzstrahlen hat, sind diejenigen der Eiche sehr viel größer. Sie sind bis über 20 Zellreihen dick und aufgrund ihrer Spindelform entsprechend bis zu mehreren Zentimetern hoch, weshalb in dem dargestellten Ausschnitt kein kompletter Holzstrahl Platz findet. Sie glänzen im Radialschnitt charakteristisch und werden daher "Spiegel" genannt und sind z. B. an Möbeln aus Eichenholz sehr gut zu erkennen. Aufgrund ihrer Eigenschaft, den holzzersetzenden Pilzen zusammen mit dem verkernten Spätholz oft am meisten Widerstand entgegenzusetzen, bleibt im zersetzten Holz der Eiche manchmal ein eindrucksvolles Gerüst aus diesen großen, unzersetzten Holzstrahlen und dem verkernten Spätholz zurück (vgl. Abbildung 2.13).

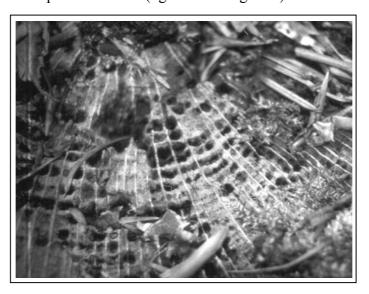


Abbildung 2.13: "Holzstrahlskellet" bei Eiche (Photo von Weber, 2002)

#### 2.3. Die mechanischen Eigenschaften von Holz

Eng verknüpft mit dem Aufbau des Holzes sind dessen mechanische Eigenschaften. Dabei ist jedoch vor allem zu berücksichtigen, dass das Holz neben seiner mechanischen Funktion, d.h. seiner Festigkeit, auch wichtige physiologische Funktionen wie Wassertransport und Speicherung von Nährstoffen zu erfüllen hat. Die Eigenschaften des Holzes sind daher immer ein Kompromiss zwischen diesen grundverschiedenen Anforderungen, der natürlich mal mehr in die eine, mal mehr in die andere Richtung tendieren kann. Ein sehr einleuchtendes Beispiel dafür ist der Konflikt zwischen guter Wasserleitung und hoher Festigkeit, was im Unterschied zwischen Früh- und Spätholz zu erkennen ist. Je zahlreicher und größer die Poren im Holz, desto besser die Wasserleitung, aber desto geringer natürlich die Festigkeit.

Jeder Baum ist bestrebt, jeweils den idealen Kompromiss zwischen den Anforderungen zu finden. Dieser hängt von den äußeren Belastungen (windexponiert oder –geschützt), seinem Standort, seiner Vorgeschichte (schiefgestellter Baum), seiner Gestalt und natürlich von der Baumart ab.

Aus den genannten Gründen kann für das Holz eine Gleichmäßigkeit seiner Eigenschaften, wie sie technisch erzeugte Werkstoffe wie Metalle oder Kunststoffe aufweisen, nicht erwartet werden. Diese Heterogenität ist aber kein Makel, sondern wird vom Baum sehr gezielt eingesetzt. Was aber immer gleich bleibt, sind die mechanischen Aufgaben der einzelnen Zelltypen. Deshalb ist es möglich, die mechanischen Eigenschaften des Holzes anhand eines biomechanischen Ersatzmodelles nach MATTHECK (1994) in Abbildung 2.14 zu erklären.

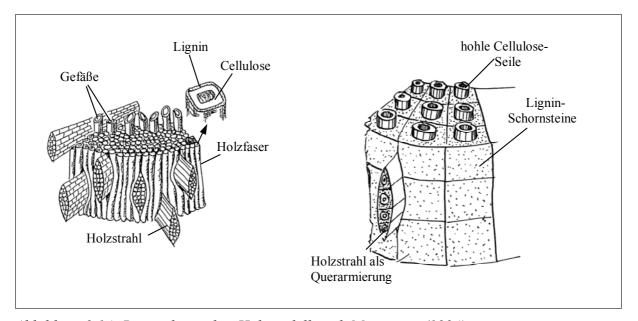


Abbildung 2.14: Biomechanisches Holzmodell nach MATTHECK (1994)

In dieser Abbildung erkennt man, dass den Holzfasern zwei unterschiedliche Bauelemente im Holzmodell zugeordnet werden: Die Ligninschornsteine und die Zelluloseseile. Dies liegt daran, dass den beiden Hauptbestandteilen der Holzfaser, Zellulose und Lignin, mechanisch zwei unterschiedliche Aufgaben zugeordnet werden können. Zellulose ist zugfest und elastisch, während das Lignin druckfest und spröde ist. Je nachdem, ob die Holzelle vor allem zugbelastet ist, wie z. B. in der Astoberseite, oder ob sie eher druckbelastet ist (Astunterseite), ist der jeweilige Anteil entsprechend größer (WEBER et al., 1999). Die Gefäße erfüllen keine mechanische Funktion und bleiben deshalb im Holzmodell unberücksichtigt. Klar ist aber,

dass ein hoher Gefäßanteil negative Auswirkungen auf die Festigkeit des Holzes hat, da der tragende Faseranteil zwangsläufig absinkt. Die Holzstrahlen erfüllen im Holzmodell die mechanisch wichtige Funktion einer Querarmierung des Holzkörpers.

Mit diesem Holzmodell ist auch sehr anschaulich die Richtungsabhängigkeit der mechanischen Eigenschaften des Holzes zu erklären. In Faserrichtung sind Steifigkeit und Festigkeit am größten, wobei es notwendig sein kann, die unterschiedlichen Eigenschaften im Druck- und Zugbereich aufgrund der Aufgabenteilung zwischen Zellulose und Lignin zu berücksichtigen. In radialer Richtung hängen Festigkeit und Steifigkeit natürlich stark von Dichte und Größe der Holzstrahlen ab, sind aber in jedem Fall deutlich niedriger als in Faserrichtung. Am niedrigsten sind die Festigkeiten in tangentialer Richtung, wo im Holzmodell auch jede Armierung fehlt.

Eine solche Richtungsabhängigkeit mit drei senkrecht aufeinander stehenden Symmetrieebenen, wie sie das Holz aufweist, wird als orthotrop bezeichnet. Ein Sonderfall des orthotropen Materialverhaltens ergibt sich, wenn die Eigenschaften in zwei Raumrichtungen gleich sind. Dieser Fall der transversalen Isotropie trifft z. B. für technische Faserverbunde (vgl. Kap. 2.6) zu, wird aber z. T. auch für Holz angenommen, wenn die Armierung durch die Holzstrahlen vernachlässigt wird. Dann nämlich ergeben sich in tangentialer und radialer Richtung gleiche Materialeigenschaften. Gibt es keine Richtungsabhängigkeit der Eigenschaften wie z. B. bei Metallen, spricht man von isotropem Material, bei richtungsabhängigen Eigenschaften allgemein von anisotropem Material.

Um das elastische Verhalten eines isotropen Materials zu charakterisieren, genügen zwei Kennwerte: Elastizitätsmodul und Querkontraktionszahl v, der Schubmodul ergibt sich aus diesen beiden. Für transversal isotropes Material sind bereits fünf Kennwerte vonnöten – zwei Elastizitätsmoduln und Querkontraktionszahlen (jeweils in und quer zur Faserrichtung) sowie den Schubmodul für Schub entlang der Fasern. Beim orthotropen Material jedoch benötigt man mit jeweils drei Elastizitätsmoduln, Querkontraktionszahlen und Schubmoduln bereits neun Kennwerte.

Will man das elastische Verhalten von Holz also vollständig beschreiben, braucht man diese neun Kennwerte, bei Vernachlässigung der unterschiedlichen Eigenschaften in radialer und tangentialer Richtung immerhin noch 5 Kennwerte. Zwei Tatsachen bereiten jedoch Probleme, wenn man diese Kennwerte in der Literatur sucht oder selbst messen will.

Zu einen ändern sich diese Kennwerte, wie bereits beschrieben, lokal im Baum und von Baum zu Baum sehr stark und es läßt sich nicht ohne weiteres beurteilen, ob die vorliegenden Meßwerte Standardwerte für die jeweilige Baumart sind oder ob gerade besonders steifes oder weiches Holz gemessen wurde. Auch eine Abschätzung, wie stark die Eigenschaften des Holzes nach oben oder unten variieren können, ist in der Regel nicht ohne weitergehende Untersuchungen möglich.

Der zweite Grund liegt im relativ großen Aufwand dieser Messungen von neun elastischen Konstanten. Meist liegen diese Werte nur für trockenes Holz vor, weil es nur in dieser Form im Bauwesen verwendet wird und deshalb zur Auslegung diese Werte benötigt werden. Trockenes Holz hat aber deutlich höhere Festigkeiten als grünes Holz (NIEMZ, 1993). Für das grüne Holz der lebenden Bäume liegen diese Werte jedoch nur sehr lückenhaft vor. Als Ausweg bleibt dann z. B. ein Anpassen von Werten für trockenes Holz, um diese Lücken zu füllen. Aus den genannten Gründen sind Materialkennwerte von grünem Holz immer nur als

Anhaltswerte zu verstehen und Berechnungen auf dieser Grundlage auch vorsichtig zu interpretieren.

In Tabelle 2.1 sind die in Kapitel 3 verwendeten elastischen Konstanten vom grünem Holz der Buche (fagus sylvatica L.) sowie deren Quelle bzw. deren Berechnung aufgeführt. Nur für den E-Modul in axialer Richtung lag explizit ein Wert für das grüne Holz der Buche vor (Lavers, 1983). Bei allen anderen Werten wurde die Buche als Hartholzbildner wie der Durchschnitt der drei Harthölzer Sweetgum, Yellow-Poplar und Black Walnut behandelt, von denen diese Werte bezogen auf den axialen E-Modul für trockenes Holz vorlagen (FARMER, 1972). Es wurde dabei davon ausgegangen, dass das Verhältnis der E-Moduli, Querkontraktionszahlen und Schubmoduli beim Trocknen konstant bleibt. Diese Methode verwendete auch SCHMIDT (1994) und erzielte mit diesen Materialeigenschaften für Buche gute Übereinstimmungen beim Vergleich von berechneten Spannungsverteilungen mit gemessenen Festigkeitsverteilungen im Baum, wie sie nach dem Axiom der konstanten Materialausnutzung zu erwarten sind (vgl. Kapitel 2.1).

	Verwendeter Wert	Quelle bzw. Berechnung
E-Modul axial [MPa]	9800,00	Grünes Holz der Buche nach LAVERS, 1983
E-Modul radial [MPa]	1022,47	Ø der Harthölzer nach FARMER, 1972
E-Modul tangential [MPa]	486,73	Ø der Harthölzer nach FARMER, 1972
$v_{rad,tan}$	0,70	Ø der Harthölzer nach FARMER, 1972
$v_{rad,ax}$	0,04	Ø der Harthölzer nach FARMER, 1972
$v_{tan,ax}$	0,028	Ø der Harthölzer nach FARMER, 1972
Schubmodul <sub>rad,tan</sub>	173,13	Ø der Harthölzer nach FARMER, 1972
Schubmodul <sub>rad,ax</sub>	813,40	Ø der Harthölzer nach FARMER, 1972
Schubmodul <sub>tan,ax</sub>	627,20	Ø der Harthölzer nach FARMER, 1972

Tabelle 2.1: Elastische Konstanten von grünem Buchenholz

Neben diesen Kennwerten, die das elastische Verhalten des Holzes beschreiben, sind auch die zugehörigen Festigkeiten, d. h. die in der jeweiligen Richtung maximal ertragbaren Spannungen von Interesse, um mittels Berechnungen Aussagen über die Standsicherheit von Bäumen zu treffen. Genau wie bei den elastischen Konstanten liegt auch hier orthotropes Materialverhalten vor, nur muss bei den Festigkeiten zusätzlich noch berücksichtigt werden, dass es hier signifikante Unterschiede für Druck- und Zugbelastung gibt. In axialer Richtung, d.h. entlang der Holzfasern, ist die Zugfestigkeit mehr als doppelt so hoch wie die Druckfestigkeit, während sowohl radial als auch tangential die Druckfestigkeiten deutlich höher sind als die Zugfestigkeiten. Man benötigt aus diesem Grund auch hier neun Kennwerte: Jeweils die Zug- und Druckfestigkeiten in den drei Materialrichtungen sowie die Schubfestigkeiten in den drei Materialebenen.

Leider stellen sich bei der Ermittlung der Festigkeiten von grünem Holz ähnliche Probleme wie bei den elastischen Konstanten. Auch hier sind die Literaturwerte lückenhaft und alle Zugfestigkeiten werden aus Gründen der Einspannungsmöglichkeiten nicht direkt im Zugversuch ermittelt, sondern aus Biegefestigkeiten berechnet. Außerdem gilt hier noch im verstärkten Maße, dass die Festigkeiten im Baum lokal und global stark variieren. Die in dieser Arbeit verwendeten Festigkeiten für Buche werden in Tabelle 2.2 ebenfalls wieder mit Angabe der jeweiligen Quelle aufgeführt.

Zugfestigkeit axial [MPa]	> 80,9	Größer als axiale Biegefestigkeit	
Druckfestigkeit axial [MPa]	36,4	GÖTZ, 1998, Fractometer III	
Zugfestigkeit radial [MPa]	ca. 15	Nach Biegefestigkeit von GÖTZ, 1998	
Druckfestigkeit radial [MPa]	ca. 35	Nach Biegefestigkeit von Götz, 1998	
Zugfestigkeit tangential [MPa]	ca. 5	Nach Biegefestigkeit von Götz, 1998	
Druckfestigkeit tangential [MPa]	ca. 15	Nach Biegefestigkeit von GÖTZ, 1998	
Schubfestigkeit <sub>rad,tan</sub> [MPa]	9,64	GÖTZ, 1998, Fractometer III	
Schubfestigkeit <sub>rad,ax</sub> [MPa]	15,48	GÖTZ, 1998, Fractometer III	
Schubfestigkeit <sub>tan,ax</sub> [MPa]	12,40	GÖTZ, 1998, Fractometer III	

Tabelle 2.2: Festigkeiten vom grünen Buchenholz

Die Werte für die Schubfestigkeiten sowie für die axiale Druckfestigkeit wurden von GÖTZ (1998) mit dem Fractometer III (vgl. Kapitel 2.5.1) ermittelt und direkt übernommen. Nach LAVERS (1983), KOLLMANN (1982) und US FOREST PRODUCTS LABORATORY (1987) liegt die axiale Druckfestigkeit bei ca. 45 % der axialen Biegefestigkeit und damit die axiale Zugfestigkeit noch höher. Sie wird daher mit höher als 80,9 MPa in der Tabelle angegeben. Für die tangentiale Biegefestigkeit gibt GÖTZ (1998) 11,76 MPa und für die radiale Biegfestigkeit 25,4 MPa an. Nach diesen beiden Werten wurden jeweils die Werte für die Druck- und Zugfestigkeiten nach den Gegebenheiten im biomechanischen Holzmodell (vgl. Bild 2.14) und den Festigkeiten bei technischen Faserverbunden (vgl. Kap. 2.6) angenommen. Die tangentiale Zugfestigkeit ist aufgrund des Fehlens jeglicher Armierung deutlich kleiner als die radiale und die Unterschiede zwischen Druck- und Zugfestigkeit sind ohne Armierung größer als mit Armierung durch Holzstrahlen. Die damit erhaltenen Werte stimmen auch gut mit der Angabe überein, dass die tangentiale Zugfestigkeit bei Holz ca. 1/15 bis 1/20 der axialen Zugfestigkeit beträgt (KOLLMANN, 1956). Anders als die elastischen Konstanten beeinflussen die Werte der Festigkeiten die Berechnungsergebnisse nicht, da sie im Rahmen dieser Arbeit nur zur Interpretation der Ergebnisse herangezogen werden. Die Unsicherheiten bei der Ermittlung der Werte aus Tabelle 2.2 wirken also nicht zurück auf die Rechnung selbst, wie das bei den elastischen Konstanten der Fall sein kann (vgl. Kapitel 2.7).

Die Werte aus den beiden Tabellen 2.1 und 2.2 sollen als Durchschnittswerte für Buche gelten, die über größere Bereiche gemittelt gelten. Sie werden in dieser Arbeit deshalb nur verwendet für den Baum als Ganzes, nicht jedoch für einzelne Stellen, da dort der Baum unter Umständen deutlich abweichende Holzeigenschaften aufweist.

Neben dem "Normalholz", wie es bisher beschrieben wurde, kann der Baum bei Bedarf auch noch sogenannte Sonderhölzer mit davon abweichenden Eigenschaften bilden. Man unterscheidet dabei zwischen dem Wundholz und dem Reaktionsholz (WAGENFÜHR, 1996).

Wundholz wird, wie der Name bereits nahelegt, vom Baum neben Verletzungen gebildet, an denen das Kambium zerstört wurde. An der Verletzung selbst kann nach der Zerstörung des Kambiums kein eigenes Wachstum mehr erfolgen, weshalb sie ganz oder teilweise vom Wundholz überwallt wird. Dabei geht das Wundholz keine Verbindung mit dem verletzten Gewebe ein. Anatomisch unterscheidet sich das Wundholz vom Normalholz dadurch, dass der Anteil an Gefäßen und Fasern abnimmt, während der Anteil der Parenchymzellen steigt. Außerdem beobachtet man bei den Fasern einen unregelmäßigen, welligen Faserverlauf (BOSSHARD, 1984).

Reaktionsholz ist ein aktives Richtgewebe im Baum. Der Baum setzt es dazu ein, seine Form aktiv zu verändern. Dabei muss zwischen dem Druckholz der Nadelbäume und dem Zugholz

der Laubbäume unterschieden werden. Beim Druckholz, aufgrund seiner Färbung auch Rotholz genannt, bewirkt eine Längung der Holzfasern in Faserrichtung diese aktive Änderung. Ein schiefgestellter Nadelbaum wird es daher auf seiner Unterseite, der Druckseite, einsetzen, um sich wieder in eine aufrechte Lage zu drücken. Das Zugholz der Laubbäume arbeitet genau entgegengesetzt. Dabei versucht der schiefgestellte Laubbaum durch eine Verkürzung der Holzfasern in Faserrichtung auf seiner Oberseite, der Zugseite, sich wieder in eine aufrechte Position zu ziehen (vgl. Abb. 2.15).

Die Kräfte, die vom Reaktionsholz aufgebracht werden können, sind enorm, aber nicht unbegrenzt. Ab einer gewissen Dicke gelingt es dem Baum daher unter Umständen nicht mehr, sich wieder aufzurichten ("Harfenbaum", MATTHECK, 1997). Auffällig ist bei Reaktionsholzbildung ein exzentrisches Dickenwachstum. Die jährlichen Zuwächse sind im Reaktionsholz immer größer als im "Normalholz".

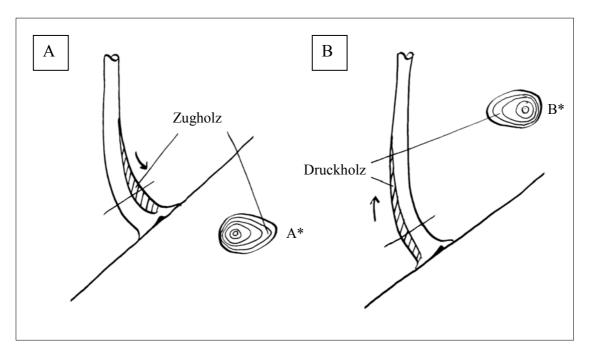


Abbildung 2.15: Reaktionsholzbildung bei schiefgestellten Hangbäumen bei Laubholz (A) und Nadelholz (B). Zeichnung C. MATTHECK (1997)

Diese Ausführungen zeigen, dass die prinzipiellen mechanischen Eigenschaften des Holzes von ein und demselben Baum sehr stark variieren können und bisherige Untersuchungen (z. B. Weber et al., 1999 und Tesari, 2000) ergaben, dass der Baum die Materialeigenschaften seines Holzes aktiv an die lokalen Anforderungen anpaßt.

Um bei dem Beispiel des biomechanischen Holzmodelles zu bleiben, kann man sagen, dass der Baum also die Möglichkeit besitzt, lokal nach Bedarf z. B. mehr Zugseile oder mehr Ligninschornsteine, aber auch mehr Gefäße zum Wassertransport einzubauen. Aus diesem Grunde kann der komplexe Werkstoff Holz also als Baukastensystem gesehen werden, den der Baum weitgehend seinen Erfordernissen gerecht nutzt. Vorteile in der einen Eigenschaft müssen dabei natürlich oft mit Nachteilen in anderen Eigenschaften erkauft werden. Neben dieser Anpassung der Eigenschaften kann der Baum, wie schon erwähnt, natürlich lokal auch schlicht mehr Holz bilden, um potentielle Schwachstellen zu vermeiden und somit seine Standsicherheit zu erhöhen (vgl. Kap. 2.1). Die Eigenschaftsunterschiede können im Holz sowohl lokal sehr begrenzt oder auch großräumig auftreten und sich gegenseitig überlagern. Ein Beispiel hierfür wären die unterschiedlichen Eigenschaften von Druck- und Zugseite eines schiefen Baumes, die mit den Unterschieden von Früh- und Spätholz überlagert sind.

#### 2.4. Die Wachstumsspannungen des Baumes

Wachstumsspannungen sind Eigenspannungen des Holzes im lebenden Baum. Ihre Entstehung wird auf eine Verkürzung der Holzzellen in Längsrichtung bei gleichzeitiger Verdickung während ihrer Bildung durch das Kambium zurückgeführt (BOYD 1985, JACOBS 1965). Das ältere, weiter im Stamminnern liegende Holz verhindert diese Längsschrumpfung, wodurch die neu gebildete Holzzelle unter Längszugspannungen gerät. Welcher Mechanismus der Verkürzung und Verdickung der Holzzellen zugrunde liegt, ist bis heute nicht zweifelsfrei geklärt. Favorisiert werden im allgemeinen aber zwei Theorien, die "cellulose-tension"-Hypothese (BAMBER 1987) und die "lignin-swelling"-Hypothese (BOYD 1985). Auf eine Darstellung der Wirkmechanismen kann hier verzichtet werden, da sie für das Verständnis der Wachstumsspannungen nicht von Bedeutung sind und außerdem beide Hypothesen nicht alle beobachteten Phänomene erklären können, was nahelegt, dass beide die realen Vorgänge nicht wirklich beschreiben. So kann die "cellulose-tension"-Hypothese den Mechanismus des Druckholzes der Nadelbäume nicht beschreiben, während die "ligninswelling"-Hypothese nicht die Ursache für die Zugeigenspannungen in krautigen, d.h. unverholzten und damit ligninfreien Pflanzen zu erklären vermag.

Obwohl aber der Wirkmechanismus bis heute nicht zufriedenstellend beschrieben werden kann, gab es von Kübler (1959a, 1959b) bereits 1959 die erste umfassende analytische Beschreibung von Größe und Verteilung der Wachstumsspannungen. Seine Grundannahme ist, dass die Verkürzung und Verdickung der neu gebildeten Holzzellen unabhängig von Größe und Durchmesser des Stammes immer gleich ist. Jeder äußerste Jahresring hat damit die gleichen Dehnungen in Längsrichtung und Stauchungen in tangentialer Richtung. Die longitudinale und tangentiale Spannungsverteilung im Innern des Stammes ergibt sich daher aus der Überlagerung all dieser Zylindermäntel. Die Spannungsverteilung in radialer Richtung ergibt sich nach diesem Modell auch aus den vorgespannten Zylindermänteln, ist aber direkt abhängig von den Spannungen in tangentialer Richtung. Veranschaulichen läßt sich dies anhand des Beispiels eines Fassreifens, dessen tangentiale Dehnung auch die radiale Druckspannung zwischen den Brettern und damit hoffentlich die Dichtigkeit des Fasses bewirkt.

Die Spannungsverläufe im Stamm sind damit abhängig von der Höhe der Spannungen an der Stammoberfläche und ergeben sich für jede Position r auf dem Stammradius R zu:

$$\sigma_{L} = \sigma_{L0} (1 + 2\ln \frac{r}{R})$$

$$\sigma_{T} = \sigma_{T0} (1 + \ln \frac{r}{R})$$

$$\sigma_{R} = \sigma_{T0} \ln \frac{r}{R}$$
(Gl. 2.1)

mit  $\sigma_L$  = longitudinale Wachstumsspannung (in Faserrichtung)

 $\sigma_T$  = tangentiale Wachstumsspannung

 $\sigma_R$  = radiale Wachstumsspannung

 $\sigma_{L0}$ ,  $\sigma_{T0}$  = Spannungswerte an der Stammoberfläche

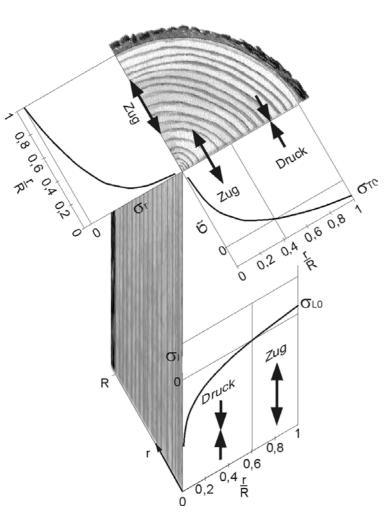


Abbildung 2.16: Darstellung der Verteilung der Wachstumsspannungen am Stammsegment nach Kübler, 1959 (Darstellung nach Tesari 2000)

Bei diesen Formeln wurde vereinfachend angenommen, dass die Steifigkeiten in tangentialer und radialer Richtung gleich sind (transversale Isotropie). Dennoch zeigen sie eine gute Übereinstimmung mit experimentell bestimmten Spannungsverteilungen (TESARI, 2000) und sind in Abbildung 2.16 schematisch über einen Stamm aufgetragen. Gut zu erkennen ist dabei die Tatsache, dass die Wachstumsspannungen über den Querschnitt immer im Gleichgewicht stehen müssen, d.h. Bereiche mit Zugeigenspannungen müssen durch entsprechende Druckeigenspannungen ausgeglichen werden. Allerdings verlieren die Formeln in der Nähe der Stammmitte ihre Gültigkeit, da sie dort unendliche Werte annehmen. Diese Singularitäten liegen an der Annahme linear elastischen Materialverhaltens, die diesen Formeln zugrunde liegt. In der Realität ist eine Überschreitung der Holzfestigkeiten ohne Rissbildung jedoch nicht möglich. Bei sehr dicken Bäumen führen die hohen Wachstumsspannungen im Innern manchmal tatsächlich zu solchen Rissen. Dieses Phänomen wird als "Spinne" bezeichnet. Es wird aber allgemein angenommen, dass dies die Standsicherheit der Bäume nicht reduziert.

Weiterführende Arbeiten (GILLIS und HSU 1979) berücksichtigen die unterschiedliche Steifigkeit in tangentialer und radialer Richtung sowie die Plastizität in der Stammmitte. Die nach diesen Formeln berechneten Spannungen unterscheiden sich jedoch nur in unmittelbarer Nähe zur Stammmitte nennenswert von den hier dargestellten, sind aber ungleich

komplizierter (ARCHER 1987). In dieser Arbeit werden die Wachstumsspannungen nur numerisch mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) berechnet (vgl. Kap. 2.7 und 3), weshalb auf die Anwendung dieser Formeln verzichtet werden kann. Die Grundannahme Küblers, dass die bei der Bildung des jeweils äußersten Jahresringes entstehenden Spannungen immer gleich sind, liegt den FEM-Berechnungen zugrunde und die berechneten Spannungen wurden mit den Spannungsverläufen nach Kübler und experimentellen Messungen verglichen.

Neben der reinen Beschreibung der Verläufe der Wachstumsspannungen stellt sich natürlich auch die Frage, warum der Baum sie erzeugt oder ob sie sogar einen mechanischen Zweck erfüllen. Die Antwort liegt in den unterschiedlichen Festigkeiten des Baumes in axialer Richtung. Die Zugfestigkeit ist mehr als doppelt so hoch wie die Druckfestigkeit (vgl. Tab. 2.2). Die durch Wind erzeugte Biegebelastung des Stammes ist die kritische Belastung des Baumes und erzeugt als solche jedoch gleich große Druck- und Zugspannungen im Stamm. Dazu addiert sich noch die Druckspannung aus Eigengewicht, die allerdings deutlich kleiner ist als die maximale Druckspannung durch den Wind. Insgesamt herrscht in den Randfasern des Baumes auf der Druckseite eine etwas höhere Spannung als auf der Zugseite, im Stamminnern sind die Spannungen dagegen relativ gering.

Mit dieser Spannungsverteilung würde der Baum nun auf der Druckseite viel früher, d. h. bei weit geringeren Windlasten, versagen als auf der Zugseite, weil die Druckfestigkeiten viel geringer sind. Dies aber würde dem Axiom der konstanten Materialausnutzung widersprechen und wäre ein Merkmal einer nicht optimalen Konstruktion. Diese Unausgewogenheit in der Materialausnutzung gleicht der Baum mit den Wachstumsspannungen aus. In den Randfasern werden die Zugspannungen vergrößert und die Druckspannungen verringert, im Idealfall soweit, dass Zug- und Druckseite der Biegung gleichzeitig versagen. Dies ist der vom Baum angestrebte und mechanisch nützliche Anteil der Wachstumsspannungen, alle anderen Anteile ergeben sich daraus. Die axialen Zugeigenspannungen in den Randfasern müssen durch Druckeigenspannungen im durch die Biegung nahezu unbelasteten Kern ausgeglichen werden und die Eigenspannungen in radialer und tangentialer Richtung ergeben sich durch die Notwendigkeit, das sich die Holzzelle, die sich in axialer Richtung verkürzt, in den beiden anderen Raumrichtungen ausdehnen muß. Alle diese Zusatzspannungen sind aber nicht so groß, dass sie den Vorteil in den druckbelasteten Randfasern der Biegung ausgleichen würden (Kübler, 1987).

Insgesamt führen die Wachstumsspannungen also dazu, dass ein Baum mit diesen Eigenspannungen deutlich höhere Windlasten ertragen kann als ein eigenspannungsfreier Baum, der vorzeitig auf der Druckseite versagen würde.

#### 2.5. Die Untersuchung des Werkstoffes Holz

Um den Werkstoff Holz, der vom Baum in optimaler Weise für seine Standsicherheit eingesetzt wird, vollständig zu charakterisieren, benötigt man insgesamt 18 Kennwerte, neun elastische Konstanten und neun Festigkeiten, wie in Kapitel 2.3 beschrieben wurde. Eine Möglichkeit wäre die Ermittlung all dieser Kennwerte an Holzproben auf großen Prüfmaschinen. Dafür existieren Prüfverfahren, die entweder für die Prüfung von Bauholz in Bauholzabmessungen (FACHNORMUNGSAUSSCHUSS MATERIALPRÜFUNG 1976 und 1978) oder aber für die Prüfung kleiner, fehlerfreier Proben (ASTM 1987) entwickelt wurden.

Die Verfahren unterscheiden sich in der Probengeometrie, der Einspannung der Proben, der Belastungsrichtung und in der Auswertung der ermittelten Meßwerte. Bei all diesen Prüfverfahren muß der Baum immer gefällt und zur Herstellung der Probe zersägt werden und es müßte sichergestellt werden, dass die Holzproben feucht bleiben.

Ziel der Untersuchung des Holzes in dieser Arbeit ist jedoch nicht die vollständige und exakte Bestimmung aller 18 Kenngrößen, sondern die Beschreibung der lokalen Anpassung des Holzes an den jeweiligen Belastungszustand. Wichtig ist daher die Möglichkeit einer hohen lokalen Auflösung, d. h. die Verwendung möglichst kleiner Proben. Auch ist einer schnellen und einfachen Bestimmung charakteristischer Kennwerte der Vorzug gegenüber aufwendigen Versuchen auf Großprüfmaschinen zu geben. Deshalb wurde dem Holzdiagnosegerät Fractometer III, der im folgenden in seiner Funktionsweise beschrieben werden, der Vorzug gegeben.

Neben der Ermittlung der vom Baum an die äußere Belastung angepaßten Holzfestigkeiten ist auch die Frage zu klären, mit welchen Wirkmechanismen der Baum diese Optimierung seines Materials bewerkstelligt, um daraus Anregungen für die Optimierung von Faserverbunden nach diesem Vorbild zu erhalten. Um diese Wirkmechanismen heraus zu finden, werden parallel zu den Festigkeitsmessungen immer auch holzanatomische Untersuchungen durchgeführt, die nachfolgend ebenfalls kurz beschrieben werden.

#### 2.5.1. Der Fractometer III

Der Fractometer III ist das universellste Gerät aus der Fractometer-Familie und wurde wie die Fractometer I und II von der Firma "Instrumenta Mechanik Labor GmbH" aus Walldorf in Zusammenarbeit mit dem Forschungszentrum Karlsruhe entwickelt (ZIPSE, 1997). Der Fractometer III ist ein transportables und damit (bedingt) feldtaugliches Gerät, mit dem sich Biege-, Druck- und Scherfestigkeiten von grünem Holz ermitteln lassen.

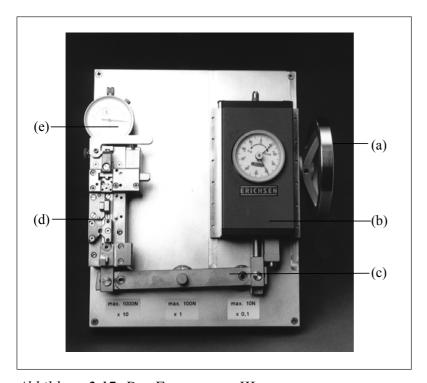


Abbildung 2.17: Der Fractometer III

Im wesentlichen besteht der Fractometer III aus 5 Komponenten (vgl. Abb. 2.17): Einem seitlich angebrachten Handrad zur Krafteinleitung (a), einer Kraftmeßuhr mit Schleppzeiger (b), dem verstellbaren Hebelarm zur Kraftübertragung (c), einer Einspannvorrichtung für die Holzproben (d) (vgl. auch Abb. 2.18) und einer Wegmeßuhr (e).

Ein wesentlicher Vorteil gegenüber den oben angesprochenen Prüfverfahren besteht bei der Verwendung des Fractometers III darin, dass der zu untersuchende Baum nicht gefällt werden muß. Die Messung der Festigkeiten erfolgt nämlich an einem Bohrkern mit einem Durchmesser von 5 mm. Dieser Bohrkern wird dem Baum mit Hilfe eines Zuwachsbohrers entnommen.

Zuwachsbohrer sind Hohlbohrer, die hauptsächlich in der Dendrochronologie und bei der Kontrolle des jährliches Zuwachses von Bäumen in der Forstwirtschaft eingesetzt werden (SUUNTO, 1993). Bestandteile der Zuwachsbohrers sind der hohle Bohrerkopf mit Schneide, ein mehrgängiges Außengewinde, der hohle Schaft sowie das Endstück, mit dem der Bohrer ins Holz gedreht werden kann.

Für die Verwendung im Fractometer III werden radial verlaufende Bohrkerne benötigt. Deshalb wird der Zuwachsbohrer zur Entnahme von Holzproben für den Fractometer III senkrecht zur Oberfläche des Baumes angesetzt und von Hand in Richtung Mark eingedreht. Ob die Bohrrichtung korrekt war, läßt sich an dem entnommenen Bohrkern leicht daran erkennen, dass die Jahresringe senkrecht und die Holzstrahlen parallel zur Bohrachse verlaufen. Um sicherzustellen, dass der Bohrkern nicht austrocknet und damit die Meßwerte verfälscht werden, kann der Bohrkern nun entweder direkt vor Ort oder nach kurzer Lagerung in Klimaröhrchen mit dem Fractometer III geprüft werden.

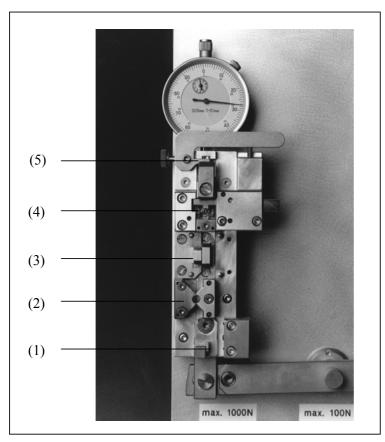


Abbildung 2.18: Die Einspannvorrichtung des Fractometer III

In den fünf Stationen der Einspannvorrichtung (vgl. Abb. 2.18) können folgende Festigkeitskenngrößen ermittlet werden:

- die radiale Biegefestigkeit  $\sigma_{B,r}$  (1)
- die radiale Scherfestigkeit in Faserrichtung  $\tau_{t,l}$  (2)
- die tangentiale Scherfestigkeit senkrecht zur Faserrichtung  $\tau_{r,t}(3)$
- die tangentiale Scherfestigkeit in Faserrichtung  $\tau_{r,l}$  (3)
- die axiale Druckfestigkeit  $\sigma_{D,1}$  (4)
- die tangentiale Biegefestigkeit  $\sigma_{B1}$  (5)

Zur Bestimmung einer Festigkeit wird vom zu untersuchenden Bohrkern ein Teilstück der erforderlichen Länge in die entsprechende Station der Einspannungsvorrichtung eingelegt und in der Faserrichtung korrekt ausgerichtet (GÖTZ, 1998). Die Kraft wird durch langsames, kontinierliches Drehen des Handrades über den Hebelarm auf die Probe übertragen und gleichzeitig wird die aufgebrachte Kraft auf der Kraftmessuhr angezeigt. Die Kraft wird über das Handrad nun so lange erhöht, bis die Probe versagt. Dank des Schleppzeigers ist die maximal ertragene Kraft des Probenkörpers nun direkt auf der Kraftmessuhr ablesbar, da die Kraft nach dem Bruch der Probe auf Null fällt. Diese Kraft kann mittels der in der Bedienungsanleitung (GÖTZ, 1999) angegebenen Formeln in die jeweiligen Bruchspannungen umgerechnet werden.

Der bis zum Bruch der Probe zurückgelegte Verformungsweg kann an der Wegmessuhr abgelesen werden. Das Prinzip des Schleppzeigers ist leider bei der Wegmessuhr nicht anwendbar, da der Verformungsweg nach dem Bruch der Probe nicht zurückgeht, sondern sprungartig steigt.

In Abbildung 2.19 sind für die einzelnen Stationen des Fractometers III jeweils die Belastung und Ausrichtung des Bohrkerns, die entsprechende Belastungsrichtung im Stamm sowie die zugehörige Belastung des Baumes gemeinsam dargestellt. Die Darstellungen sind selbsterklärend, auf eine weitere Beschreibung kann daher hier verzichtet werden.

Neben der Möglichkeit, mit dem Fractometer III die Festigkeiten des grünen Holzes direkt vor Ort ohne Fällung des Baumes zu ermitteln, ergeben sich weitere Vorteile gegenüber den Prüfungen auf großen Prüfmaschinen. Die Holzproben sind mittels Zuwachsbohrer viel leichter und schneller herzustellen als entsprechende Holzproben für Großprüfmaschinen. Aufgrund der sehr kleinen Probenabmessungen ist eine sehr hohe lokale Auflösung der Festigkeiten möglich, womit auch kleinräumige Festigkeitsänderungen des Holzes erfaßt werden können. Auch kleine Bereiche mit Wundholz oder Reaktionsholz können mit dem Fractometer III daher problemlos untersucht werden.

Belastung des Baumes	Belastungsrichtung an einem Baumstamm	Belastung und Ausrichtung der Probe im Fractometer III
Biegung Zug Druck Querzug	$\sigma_{Z,r}$	35 mm
Drehung F <sub>Wind</sub>	$ au_{\mathrm{r,t}}$	
Schub	$ au_{t,l}$ $ au_{r,l}$	
Druck Biegung Zug	$\sigma_{\mathrm{D,l}}$	<b>—</b>
Faulstelle Biegung  Verflachung des Querschnittes	σ <sub>Z,t</sub>	

Abbildung 2.19: Schematische Darstellung der Belastung eines Baumes, der Belastungsrichtung eines Baumstammes und der Belastung und Ausrichtung der Probe im Fractometer III. (Zeichnungen C. Mattheck).

#### 2.5.2. Holzanatomische Untersuchungen

Als weiteres Instrument zur Untersuchung des Werkstoffes Holz wurde im Rahmen dieser Arbeit die Untersuchung der Holzanatomie angewendet. Ziel dieser Untersuchungen ist dabei, den gefundenen lokalen Änderungen der Holzfestigkeiten entsprechende holzanatomische Merkmale zuzuordnen. Damit soll die Frage beantwortet werden, mit welchen Mitteln der Baum diese Festigkeitsänderungen realisiert.

Dazu wurden nach Weber (2001) aus dem interessierenden Holzbereich und einem Kontrollbereich ohne Anomalien kleine Holzquader (ca. 10 mm Kantenlänge) heraus gesägt bzw. mit einem großen Zuwachsbohrer mit einem Innendurchmesser von 12 mm entnommen. Die so gewonnenen Holzproben werden in ca. 70 %-igem Ethanol eingeweicht und anschließend mit einem Schlittenmikrotom (Microm HM 440 E) in 10 bis 16 µm dicke Scheiben zerschnitten. Dabei wurden von allen Holzproben sowohl Quer- als auch Tangentialschnitte angefertigt, um sowohl die Holzstrahlen als auch die Holzfasern jeweils quer geschnitten untersuchen zu können.

Diese Schnitte können nun mit einer Stereolupe oder einem Lichtmikroskop, die beide jeweils eine Aufsatzkamera besitzen, untersucht, ausgewertet und dokumentiert werden. Neben der reinen Beschreibung von Verteilung, Anzahl und Ausprägung der einzelnen Zelltypen des Baumes (vgl. Kap. 2.2.2) können mit einer speziellen Färbereaktion die beiden wichtigsten Zellbestandteile der Holzfasern unterschiedlich angefärbt werden.

Dazu werden die Holzschnitte mit einer Kombinationsfärbung (Safranin-Astrablau) 10 Minuten gefärbt und anschließend zweimal mit entmineralisiertem Wasser gewaschen. Danach folgt eine Entwässerung über eine Alkoholreihe mit 70 %-igem und 99,8 %-igem Ethanol (jeweils mindestens drei Minuten), bevor die Proben zur Herstellung eines dauerhaften Präparats in Enthellan eingeschlossen wurden.

Folgende Färbereaktionen ergeben sich beim Kontakt der Safranin-Astrablau-Lösung mit den Holzbestandteilen: Safranin reagiert mit den phenolischen Hydroxylgruppen des Lignins und färbt diese dabei rot an. Aus diesem Grunde erscheinen alle lignifizierten Zellwände im Präparat rot. Aber auch andere phenolische Substanzen im Holz können durch diese Reaktion rot angefärbt werden. Das Astrablau besitzt eine hohe Affinität zu Zellulose und färbt diese deshalb blau an, sofern sie nicht mit Lignin inkrustiert sind. Außerdem können mit Astrablau auch lebende Zellen (Parenchymzellen) an der Blaufärbung identifiziert werden.

Mit dieser Färbereaktion ist es jedoch nicht möglich, quantitative Aussagen über die Zellwandkomponenten zu treffen. Die Intensität der Färbung hängt nämlich wesentlich von der Schichtdicke und der Farbeinwirkung ab. Eine intensivere Rot- bzw. Blaufärbung bedeutet daher nicht automatisch einen höheren Anteil der betreffenden Komponente.

#### 2.6. Technische Faserverbunde

Bauteile aus Faserverbundwerkstoffen sind jedem von uns schon begegnet. Sei es die Angelrute aus Kohlefaser, das Modellflugzeug oder das Rotorblatt einer Windkraftanlage. Dies alles sind Bauteile, die superleicht, aber dennoch steif und/oder bruchfest sein sollen. Wo jedes Gramm zählt, scheinen die Faserverbunde die herkömmlichen Werkstoffe wie Stahl oder Aluminium zu übertrumpfen. Deshalb genießen die Faserverbunde, allen voran die

Kohlefaser, in einer breiten Öffentlichkeit einen beinahe legendären Ruf, was ihre Steifigkeit und Festigkeit bei minimalem Gewicht betrifft.

Sobald ein Bauteil möglichst leicht sein soll, scheint der Griff zu dieser Werkstoffgruppe logisch und unausweichlich. Und in der Tat bestätigt ein Blick auf die gewichtsspezifischen Steifigkeiten und Festigkeiten (vgl. Tabelle 2.3) diesen Eindruck.

	E-Modul	Zugfestigkeit	Dichte	E-Modul bezo-	Zugfestigkeit be-
	[MPa]	[MPa]	$[kg/m^3]$	gen auf Dichte	zogen auf Dichte
Stahl (vergütet)	≈ 210000	≈ 650	≈ 7600	27,63	0,09
Stahl (hochfest)	≈ 210000	≈ 2000	≈ 7600	27,63	0,26
Aluminium (hochfest)	≈ 70000	≈ 450	≈ 2700	25,93	0,17
Glasfaserverbund (E-Glas)	38600	1062	1824	21,16	0,58
Glasfaserverbund (S-Glas)	58800	1749	2050	28,68	0,85
Kohlefaserverbund (C-T300)	181000	1500	1579	114,63	0,95
Aramidfaserver- bund (KEV49)	76000	1400	1362	55,80	1,03

Tabelle 2.3: Gewichtsbezogene Festigkeiten und Steifigkeiten einiger ausgewählter Werkstoffe. Materialdaten der Metalle nach BEITZ und KÜTTNER (1990), der Faserverbunde nach MOSER (1992)

Besonders bei den gewichtsbezogenen Festigkeiten liegen die Faserverbunde deutlich über den Metallen, aber auch bei den Steifigkeiten sind Aramid- und besonders Kohlefaserverbunde klar überlegen. So eindeutig die Aussage dieser Tabelle auch scheinen mag, die ganze Wahrheit können diese Werte wohl doch nicht darstellen, sonst müßten die Faserverbunde die Metalle auf viel breiterer Front bereits verdrängt haben. Dass dem nicht so ist, kann jeder leicht z. B. an einem neuen Auto erkennen, dass (immer noch) vorwiegend aus Metall besteht. Ein etwas differenzierterer Blick auf Aufbau und Eigenschaften der Faserverbunde, wie er im folgenden geschehen soll, enthüllt aber die Gründe hierfür und neben den Vorteilen auch einige Nachteile der Faserverbunde gegenüber den Metallen.

### 2.6.1. Aufbau und Eigenschaften von Faserverbunden

Wie der Name schon nahelegt, handelt es sich bei den Faserverbunden nicht um einen homogenen Werkstoff, sondern um einen Verbund. Die zwei Hauptbestandteile dieses Verbundes sind die Fasern und die die Fasern verbindende Matrix. Der Grund, einen Werkstoff aus einem solchen Verbund aufzubauen, liegt in einer Beobachtung, die GRIFFITH (1921) bereits 1921 machte. Er konnte nachweisen, dass die Zugfestigkeit, d.h. die Bruchspannung, von Glasfasern mit abnehmender Dicke stark zunimmt (vgl. Abb. 2.23).

Aus dieser Erkenntnis formulierte er das sogenannte Faserparadoxon, das wie folgt lautet: "Material in Faserform hat eine viel höhere Festigkeit als in kompakter Form, und zwar umso höher, je dünner die Fasern sind". Er vermutete auch bereits, dass die Auswirkungen der Defekte in einem Werkstoff für dieses Paradoxon verantwortlich sind.

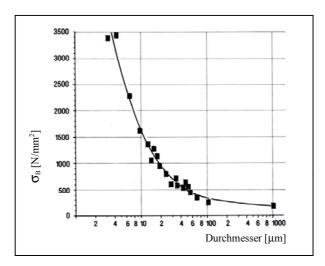


Abbildung 2.23: Abhängigkeit der Bruchspannung vom Durchmesser bei Glasfaser (GRIFFITH, 1921)

Die folgenden Überlegungen sollen diese Aussage veranschaulichen und untermauern. Ein defektfreier Festkörper würde theoretisch die Festigkeit erreichen, die sich aus der Trennkraft zwischen zwei Atomebenen im Abstand x im Kristallgitter ergibt (IBE und PENKAVA, 1987). Sie wird bestimmt durch die zwischenatomare Bindungsenergie, aus der sich nach Abbildung 2.24 ein theoretischer E-Modul und eine theoretische Festigkeit ergeben.

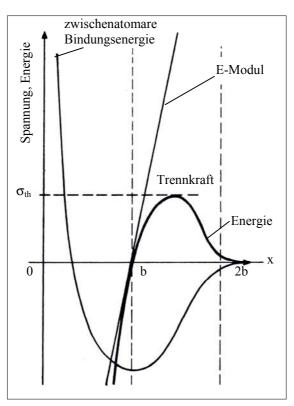


Abbildung 2.24: Darstellung von theoretischem E-Modul und Trennkraft nach IBE und PENKAVA (1987)

Zu erkennen ist in diesem Bild die energetisch günstige Lage der Atome im Abstand b (Minimum der Bindungsenergie) und die Energie, die nötig ist, um den Abstand zwischen den Atomen zu vergrößern. Aus der maximalen Energie ergibt sich eine theoretische Trennkraft ( $\sigma_{th}$ ) sowie aus der Steigung ein theoretischer Elastizitätsmodul.

Reale Werkstoffe erreichen lediglich ca. 10 % dieser theoretischen Werte, die restlichen 90 % werden also durch die Defekte im Kristallgitter aufgezehrt. Die Defektdichte in einem Körper ist also mit ausschlaggebend für die Festigkeit und Steifigkeit eines Körpers. Ein würfelförmiger Körper mit dem Volumen 1 cm³ habe in einem Modellexperiment eine Defektdichte ( $\rho_d$ ) von 1000/cm³ . Der mittlere Abstand  $l_1$  zwischen zwei Defekten ergibt sich dann aus dem mittleren defektfreien Volumen  $V_f = 1/\rho_d$  zu

$$l_1 = \frac{1}{\sqrt[3]{\rho_d}} = 0.1 \text{ cm}$$
 (Gl. 2.2)

Dieser Defektabstand bzw. Defektdichte sollen nun dazu führen, dass Steifigkeit und Festigkeit auf 10 % des theoretischen Wertes absinken. Im einem zweiten Schritt stelle man sich den Körper von 1 cm³ aus parallel verlaufenden Fasern der Dicke d = 10µm aufgebaut vor. Die oben angenommene Defektdichte soll auch hier gelten. Damit ergibt sich aus dem mittleren defektfreien Volumen  $V_f = 1/\rho_d = \pi/4 \cdot d^2 \cdot l_1$  eine defektfreie Länge der Faser von

$$l_1 = \frac{4}{\pi \cdot d^2 \cdot \rho_d} = 12,73 \text{ m}$$
 (Gl. 2.3)

Dies bedeutet aber, dass statistisch gesehen die überwiegende Mehrzahl der parallel verlaufenden Fasern in unserem Modellkörper der Länge 1 cm überhaupt keine Defekte aufweist und die theoretische Festigkeit erreichen müßte. Weniger als 1 % der Fasern hätten Defekte, somit sollten in diesem Gedankenexperiment mehr als 99 % der theoretischen Festigkeit erreicht werden. Diese Plausibilitätsüberlegung kann in ihrer Einfachheit allerdings nur zu einer sehr anschaulichen Erklärung der höheren Festigkeiten von Fasern gegenüber kompakten Körpern dienen, nicht aber zu einer quantitativen Betrachtung.

Der in diesem Modellexperiment beschriebene Effekt wird in der Praxis noch verstärkt, da die Defektdichte mit abnehmender Faserdicke nicht konstant bleibt, sondern sogar abnimmt. IBE und PENKAVA (1987) begründen das damit, dass die maximalen Abschreckspannungen, die durch die hohen Temperaturgradienten beim Aushärten der Fasern aus der Schmelze entstehen, bei dünneren Fasern kleiner sind und deshalb weniger Risskeime und damit in der Folge auch weniger Defekte erzeugen können.

Aufgrund der Tatsache, dass Fasern im Vergleich zu Kompaktwerkstoffen deutlich weniger innere Defekte aufweisen, ergibt sich auch für die Fasern im Zugversuch typischerweise ein linear elastisches Materialverhalten bis zum Bruch. Fließen und Einschnürung, wie sie bei duktilen Kompaktwerkstoffen im Zugversuch auftreten, werden auf die Wanderung von Versetzungen im Metallgitter zurückgeführt und treten wegen der Defektarmut in den Fasern in der Regel nicht auf. Plastische Verformung und Verfestigungseffekte sind aus diesem Grunde auch bei Faserverbundwerkstoffen vernachlässigbar, ein Versagen im Zugversuch erfolgt daher typischerweise schlagartig.

Der bisher dargestellte Vorteil der möglichst dünnen Fasern aufgrund des Faserparadoxons gegenüber einem kompakten Festkörper gilt jedoch nur für eine Zugbelastung. Bei Druck oder Schub zwischen den Fasern würde ein Faserbündel wie ein Seil einfach ausweichen. Um dies zu verhindern, werden die Fasern mit einer Matrix verbunden und somit ein Faserverbund hergestellt. Ein Faserverbund kann daher auch Druck- und Schubkräfte

aufnehmen. Man erhält auf diese Weise den unidirektionalen Faserverbund, d.h. die Fasern verlaufen nur in einer Richtung. Solch ein Faserverbund kann als Grundform aller weiteren Faserverbundvarianten betrachtet werden.

Im Unterschied zu kompakten Festkörpern, bei denen die Druckfestigkeit mindestens eben so hoch wie die Zugfestigkeit ist, ist bei Faserverbunden die Druckfestigkeit in Faserrichtung meist deutlich geringer als die Zugfestigkeit (MOSER 1992). Auch dies kann anschaulich erklärt werden, da die druckbelasteten dünnen Fasern eher zum Ausknicken neigen und dies nur durch die verbindende, relativ weiche Matrix verhindert wird.

## 2.6.2. Richtungsabhängigkeit und Fasergehalt

Die aus Tabelle 2.3 ersichtlichen Festigkeiten und Steifigkeiten gelten für die isotropen Werkstoffe wie Stahl und Aluminium für alle Raumrichtungen. Für die Faserverbunde, wo diese Werte durch die sehr hohen Festigkeiten der Fasern verursacht werden, gelten sie aus diesem Grunde auch nur in Faserrichtung. Sehr anschaulich wird dies, wenn man sich wieder den Würfel aus Fasermaterial aus dem vorigen Gedankenexperiment vorstellt. In Längsrichtung gezogen, können durch die hochfesten Fasern diese hohen Werte erzielt werden, quer dazu in den beiden anderen Raumrichtungen könnten ohne die verbindende Matrix überhaupt keine Zugkräfte übertragen werden. Man sieht anhand dieser Überlegung bereits, dass für die Querfestigkeit und -steifigkeit eines Faserverbundes die Eigenschaften der Matrix und leider nicht die sehr viel besseren Eigenschaften der Fasern ausschlaggebend werden. Ein Faserverbund ist somit ein transversal isotroper Werkstoff (vgl. Kap. 2.3) mit hohen Steifigkeiten und Festigkeiten in einer Raumrichtung und leider vergleichsweise sehr niedrigen in den beiden anderen Raumrichtungen. In Tabelle 2.4. richtungsabhängigen Eigenschaften von einigen gebräuchlichen Faserverbundwerkstoffen aufgeführt, um die Größe dieser Unterschiede zu dokumentieren. Bei allen Faserverbunden in dieser Tabelle handelt es sich um unidirektionale Faserverbunde mit einer Matrix aus Epoxidharz (EP). Sie unterscheiden sich durch die Verwendung unterschiedlicher Fasermaterialien sowie durch den Fasergehalt.

Alle Angaben in	E-Glasfaser	S-Glasfaser	Kohlefaser	Aramidfaser
MPa			C(T300)	(Kev49)
E-Modul in	38600	58800	181000	76000
Faserrichtung				
E-Modul quer zur	8270	17460	10300	5500
Faserrichtung				
Schubmodul	4140	7280	7170	2300
Zugfestigkeit in	1062	1749	1500	1400
Faserrichtung				
Druckfestigkeit in	610	500	1500	235
Faserrichtung				
Zugfestigkeit quer	31	42	40	12
zur Faserrrichtung				
Druckfestigkeit quer	118	112	246	53
zur Faserrichtung				
Schubfestigkeit	72	30	68	34

Tabelle 2.4. Eigenschaften von typischen unidirektionalen Faserverbundwerkstoffen nach MOSER (1992)

Die transversale Isotropie der in der Tabelle aufgeführten Werkstoffe ist unterschiedlich stark ausgeprägt. Besonders stark ist sie natürlich bei den extrem steifen und festen Fasern wie Kohlefaser und Aramidfaser, weil sie in die selbe Matrix eingebunden sind wie die deutlich weicheren Glasfasern. Dieser Effekt wird noch verstärkt durch den Umstand, dass diese Fasern in sich bereits transversal isotrop sind, während die Glasfasern isotrop sind. Auffällig ist bei allen dargestellten Fasern auch, daß die Anisotropie in den Steifigkeiten geringer ausfällt als bei den Festigkeiten.

Ein weiterer wichtiger Unterschied zu den isotropen Werkstoffen besteht in der Abhängigkeit der Materialeigenschaften eines Faserverbundes vom Fasergehalt, d.h. dem Volumenanteil der Fasern am Gesamtvolumen. Um die hohen Festigkeiten der Fasern bestmöglich nutzen zu können, ist man natürlich bestrebt, einen möglichst hohen Faseranteil zu erzielen. Gleichzeitig ist es einleuchtend, dass ein Fasergehalt von 100 % zwar die höchsten Zugfestigkeiten in Faserrichtung ergeben würde, man erhielte jedoch als Ergebnis keinen Faserverbund, sondern nur ein Seil. Um die Vorteile des Verbundes gegenüber dem Seil auszunutzen, nämlich die Möglichkeit, auch Druck in Faserrichtung, Zug quer zur Faser sowie Schub aufnehmen zu können, darf der Fasergehalt nicht zu hoch gewählt werden. Abhängig von den Faserdurchmessern, dem gewählten Herstellungsverfahren (siehe Kap. 2.6.4.) sowie der Benetzbarkeit der Fasern durch die gewählte Matrix ergeben sich typischerweise Fasergehalte von ca. 45 bis ca. 70 Volumenprozent. Diese Werte sind Erfahrungswerte und können je nach Anwendungsfall sowohl nach oben als auch nach unten korrigiert werden.

Diese ausgeprägte Richtungsabhängigkeit der Eigenschaften führt dazu, dass es - verglichen mit isotropen Werkstoffen - ungleich schwerer fällt, mit Faserverbunden Bauteile optimal zu entwerfen und zu fertigen. In jedem Punkt des Bauteils ist die dort vorliegende Faserrichtung bzw. der Winkel zwischen Faser- und Lastrichtung ein zusätzlicher Parameter, der entscheidend ist für die Stabilität des Bauteils.

Während also bei einem isotropen Werkstoff zur Erfüllung einer mechanischen Funktion nur die äußere Form von Bedeutung ist, kommen bei den Faserverbunden noch die "inneren" Eigenschaften dazu, die im Konstruktionsprozess berücksichtigt werden müssen, um die sehr guten spezifischen Festigkeiten und Steifigkeiten (vgl. Tabelle 2.3) der Faserverbunde lastgerecht einzusetzen.

## 2.6.3. Typen von Faserverbundwerkstoffen

Neben den bis jetzt ausschließlich angesprochenen unidirektionalen Faserverbunden gibt es noch eine Reihe weiterer Faserverbundwerkstoffe für alle denkbaren Einsatzzwecke, die im folgenden kurz beschrieben werden sollen. Meist werden die unidirektionalen Faserverbunden in Schichten (UD-Schichten) verarbeitet und so ist es eine naheliegende Möglichkeit, ein Bauteil aus mehreren Schichten mit unterschiedlichen Faserrichtungen zusammenzusetzen. Man spricht in diesem Fall von einem Mehrschichtverbund bzw. Mehrschichtlaminat. Dies ist z. B. vorteilhaft, wenn ein Bauteil aus mehreren Richtungen belastet wird, seien sie nun zeitlich versetzt oder zeitgleich.

Eine solche mehrachsige Beanspruchung, die natürlich für eine UD-Einzelschicht nicht optimal wäre, ist in Abbildung 2.25 anhand eines einfachen Beispiels eines Mehrschichtlaminates dargestellt. Dieses Laminat soll waagrecht und senkrecht mit der Zugkraft F belastet sein und soll aus zwei identischen Schichten bestehen, deren Fasern allerdings waagrecht und senkrecht verlaufen (0/90°-Schichtverbund). Für alle Schichten gilt

bei Beachtung der richtungsabhängigen Eigenschaften folgende Beziehung zwischen der Kraft F, dem Schichtquerschnitt A, der Spannung in der Schicht  $\sigma$ , dem E-Modul E und der Dehnung  $\varepsilon$ :

$$\frac{F}{A} = \sigma = E * \varepsilon \qquad (Gl. 2.4)$$

Beim Mehrschichtlaminat sind die Dehnungen der UD-Einzelschichten in alle Richtungen gleich, weil sie fest miteinander verbunden sind. Die entsprechenden Schichtsteifigkeiten unterscheiden sich jedoch abhängig von E-Modul und Schichtdicke. Entsprechend geht nach Gl. 2.4 der Kraftfluß in jeder Richtung hauptsächlich durch die jeweils steifste Schicht. Dieser Effekt führt bei dem gewählten Beispiel dazu, dass sich die Belastung der UD-Einzelschichten automatisch lastgerecht aufteilt wie in Abbildung 2.25 schematisch dargestellt wird. Schichten, die quer zur Faserrichtung belastet werden, werden grundsätzlich geringer belastet als die Schichten mit Fasern in Belastungsrichtung.

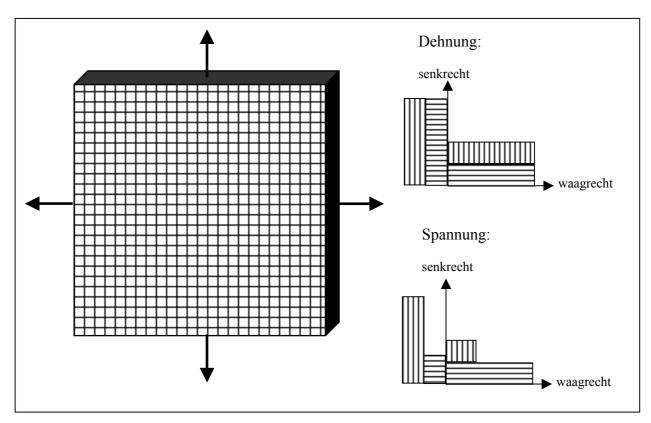


Abbildung 2.25: Schematische Darstellung von Dehnungen und Spannungen in den Einzelschichten eines zweiachsig gezogenen 0/90°-Schichtlaminates.

Beim Herstellen dieser Mehrschichtlaminate ist darauf zu achten, dass diese Laminate symmetrisch zur Mittelschicht aufgebaut sind. Das Laminat aus Abbildung 2.25 müßte daher aus mindestens drei Schichten aufgebaut sein: 25 % der Dicke 0°-Schicht, dann 50% 90°-Schicht und wieder 25% 0°-Schicht. Wird gegen diese Regel verstoßen, ist mit einer Biegung des Laminates während der Belastung zu rechnen, da sich die "weichere", d.h. in diesem Falle die quer zur Faser gezogene Seite, stärker dehnt.

Ein Laminat, das aus 0°, 60° und 120°-Schichten aufgebaut ist, wird aufgrund seiner beinahe richtungsunabhängigen Eigenschaften als quasiisotrop bezeichnet. In diesem Falle liegt

zwischen zwei benachbarten Faserwinkeln immer nur ein Winkel von 60°, der Abfall der Steifigkeiten und Festigkeiten in den dazwischen liegenden Winkeln ist vergleichsweise gering.

Anstatt die Eigenschaften des 0°/90°-Mehrschichtverbundes durch Laminieren der entsprechenden UD-Einzelschichten zu erzielen, gibt es auch die Möglichkeit, auf entsprechende Gewebe zurück zu greifen. Dabei werden die Fasern wie in Stoffen miteinander verwebt. Da mit steigender Welligkeit der Fasern jedoch die Steifigkeit und Festigkeit des Faserverbundes deutlich abnehmen, wird im allgemeinen nicht die von der Stoffherstellung bekannte Leinwandbindung verwendet, sondern Köper- oder Atlasbindung (vgl. Abb. 2.26), bei denen die Fasern deutlich gestreckter im Gewebe vorliegen.

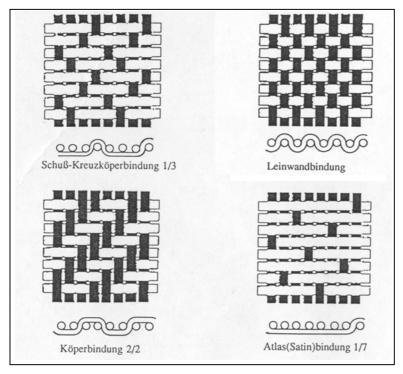


Abbildung 2.26: Darstellung gebräuchlicher Gewebebindungen (aus MOSER, 1992)

Ein weiterer Vorteil dieser Webformen liegt darin, dass sie sich viel besser, d. h. ohne Faltenbildung, an gekrümmte Strukturen anpassen lassen (vgl. Abb. 2.27), während Gewebe mit Leinwandbindung bei Krümmung sehr schnell Falten bilden. Als Nachteil der Köperoder Atlasbindung gegenüber der Leinwandbindung ist das verstärkte Ausfransen des noch nicht laminierten Gewebes am Rande des zugeschnittenen Bereiches zu nennen.

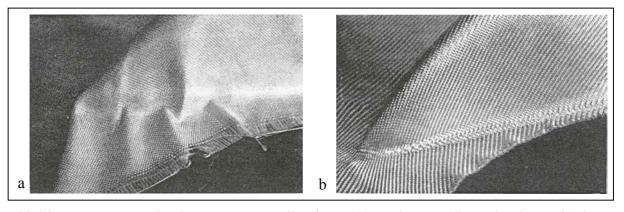


Abbildung 2.27: Vergleich von Leinwandbindung (a) und Doppelköperbindung (b) beim Anlegen an gekrümmte Flächen (aus MOSER, 1992)

Bei den jetzt beschriebenen Mehrschichtlaminaten und Geweben ist jedoch zu beachten, dass im Vergleich zur UD-Einzelschicht nicht nur die Anisotropie verringert wurde, die das Konstruieren mit Faserverbunden relativ kompliziert macht, sondern gleichzeitig natürlich die gewichtsspezifischen Steifigkeiten und Festigkeiten (vgl. Tabelle 2.3 und Abb. 2.28) entsprechend verringert werden. Ein quasiisotropes Laminat erreicht demnach nur ca. ein Drittel der dort angegebenen Werte, diesen jedoch in allen Richtungen in der Ebene. Diese Isotropisierung der Faserverbundwerkstoffe sollte deshalb nur angewendet werden, wenn sie wirklich sinnvoll ist. Zum Vergleich mit den Werten der UD-Einzelschichten aus Tabelle 2.4 sind in Tabelle 2.5 die Kennwerte der entsprechenden Gewebe (für S-Glas leider keine Werte verfügbar) aufgeführt. Besonders bei den Festigkeiten ist dabei der Abfall der Werte signifikant.

Alle Angaben in	E-Glasfaser	Kohlefaser	Aramidfaser
MPa		C(T300)	(Kev49)
E-Modul horizontal	23000	29600	35800
E-Modul vertikal	23000	29600	35800
Schubmodul	8000	n.a.	1790
Zugfestigkeit	388	509	582
horizantal			
Druckfestigkeit	n.a.	509	189
horizontal			
Zugfestigkeit	388	509	582
vertikal			
Druckfestigkeit		509	189
vertikal			
Schubfestigkeit	60	51	84

Tabelle 2.5: Eigenschaften von typischen Faserverbundgeweben nach MOSER (1992)

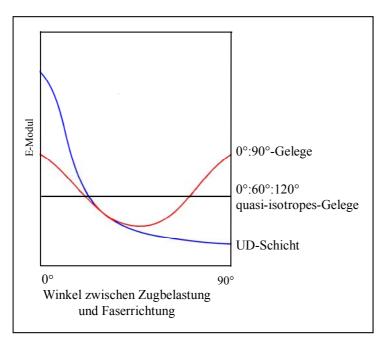


Abbildung 2.28: Schematische Darstellung der Beziehung zwischen Faserorientierung und Steifigkeit bei UD-Schichten und Geweben nach MICHALI und WEGENER (1990)

Beim Vergleich der Tabellen 2.3 und 2.5 fällt auf, daß die Änderungen der Materialkennwerte zwischen den UD-Schichten und den Geweben für die jeweiligen Faserwerkstoffe deutliche Unterschiede aufweisen. So liegt der E-Modul in Faserrichtung bei E-Glasfaser-Gewebe z. B. nur um 40 % unter dem der UD-Einzelschicht, während er bei dem Kohlefasergewebe auf unter ein Sechstel des Wertes der UD-Einzelschicht abfällt.

Eine dritte Gruppe unter den Faserverbundwerkstoffen bilden die wirrfaserverstärkten Kunststoffe. Dabei liegen die Verstärkungsfasern regellos in der Matrix vor. Die Fasern können dabei entweder als Wirrfaserfilz vorliegen und mit der Matrix getränkt werden oder es werden die Kurzfasern regellos in der Matrix verteilt. In beiden Fällen sind die Eigenschaften eines solchen Verbundes in der Ebene absolut isotrop, die Steifigkeiten und Festigkeiten fallen aber verhältnismäßig gering aus. Dies liegt zum einen an der sehr ausgeprägten Welligkeit der Fasern, da diese nicht gestreckt in der Matrix vorliegen, zum anderen aber auch an der Verwendung kurzer Fasern. Im Gegensatz zu den durchgehenden Fasern in den UD-Schichten oder Geweben werden hier Fasern verwendet, die deutlich kürzer sind als die Bauteilabmessungen (typischerweise < 5 cm). Aus diesem Grunde findet die Kraftübertragung durch das Bauteil nicht nur über die Fasern, sondern in großem Maße auch über die Matrix und die Verbindungsschicht zwischen den beiden statt. Steifigkeit und Festigkeit eines Wirrfaserverbundes liegen daher deutlich unter denjenigen eines quasiisotropen Laminates. Wirrfaserverstärkte Kunststoffe sind aus diesem Grund für die Anwendung in hochfesten Bauteilen nur bedingt geeignet.

Neben diesen drei Grundtypen gibt es natürlich noch allerlei Mischformen und kombinierte Laminate. Beispiele sind dafür Schichten mit unidirektional ausgerichteten Kurzfasern oder Sandwich-Biegeträger, die aus UD-Schichten in den Randfasern und wirrfaserverstärkten Kunststoffen dazwischen aufgebaut sind.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, dass die UD-Schicht die größte Anisotropie aufweist und damit auch die höchsten Steifigkeiten und Festigkeiten erreichen kann. Gleichzeitig ist auch der Optimierungsbedarf am größten, um dieses Potenzial auch wirklich nutzen zu können. Auch die Empfindlichkeit gegen andere Belastungen als die Betriebsbelastung ist bei diesen Schichten zu beachten.

Die Gewebe sind dagegen durch die deutlich isotroperen Eigenschaften wesentlich leichter zu handhaben. Sowohl der Optimierungsbedarf als auch die Empfindlichkeit gegen Fehlbelastungen sind ungleich niedriger, dafür sind die erreichbaren Steifigkeiten und Festigkeiten aber auch entsprechend geringer. Das gleiche gilt in noch stärkerem Maße auch für die wirrfaserverstärkten Kunststoffe, die aber aus diesem Grund alleine für hochbelastete Bauteile nicht zur Anwendung kommen.

In dieser Arbeit wird als Ausgangsmaterial für die in Kap. 5 vorgestellten Optimierungsansätze immer die UD-Schicht verwendet, da hier sowohl Optimierungsbedarf als auch auszuschöpfendes Steifigkeits- und Festigkeitspotenzial am größten sind. Die anderen hier vorgestellten Typen der Faserverbunde (Gewebe und wirrfaserverstärkte Kunststoffe) werden aber zur Realisierung dieser Optimierungsansätze durchaus auch Verwendung finden, wenn ihre Eigenschaften vorteilhaft einzubringen sind.

# 2.6.4. Herstellungsverfahren von Faserverbundwerkstoffen

Die Wahl des Herstellungsverfahrens hängt nicht nur vom Fertigungsaufwand und der Geometrie des Bauteils ab, das man fertigen möchte, sondern auch davon, welche Faser- und Matrixwerkstoffe und welcher Typ von Faserverbund Verwendung finden sollen. Aus diesem Grund existieren wegen der unterschiedlichen Anforderungen an ein Faserverbundbauteil eine ganze Reihe von Herstellungsverfahren, die im folgenden kurz beschrieben werden sollen. Neben der Beschreibung des Verfahrensablaufs werden dabei auch jeweils Vor- und Nachteile sowie typische Anwendungsfälle genannt.

### Handlaminieren:

Das älteste und einfachste Herstellungsverfahren ist das Handlaminieren. Man benötigt lediglich eine polierte Form aus Holz, Gips o. ä., die die spätere Bauteilform festlegt. Darin wird ein Trennmittel (z. B. Wachs) aufgetragen, dass mit einer Farbschicht überdeckt wird. Sobald die Farbschicht genügend ausgehärtet ist, wird eine erste Schicht der Matrix aufgetragen und die Fasern bzw. das Gewebe mit Hilfe von Rollen oder Pinseln eingelegt und jeweils mit Matrix überdeckt. Den Abschluß bildet ein Abreißgewebe (peel-ply), mit dem für die weitere Verarbeitung, z. B. für das Auflaminieren weiterer Schichten, eine ausreichend rauhe Oberfläche erzeugt wird. Die Aushärtung des so erzeugten Laminates erfolgt entweder drucklos oder unter Druck (z. B. Pressverfahren oder Vakuumverfahren), als Matrix können alle flüssigen Harze, z. B. Epoxidharze oder ungesättigte Polyesterharze (UP-Harze), Verwendung finden. Bei diesem Verfahren, dass im Prototypenbau und bei der Herstellung großer Bauteile, wie z. B. Leichtflugzeugen, angewendet wird, können Fasergehalte von bis zu 60 % und bei Verwendung entsprechender Ausgangswerkstoffe auch sehr hohe Steifigkeiten und Festigkeiten erreicht werden.

### Faserspritzen:

Ein weiteres Herstellungsverfahren ist das Faserspritzen, dass als automatisiertes Handlaminieren betrachtet werden kann. Hierbei werden die Fasern mit einer Faserspritzpistole gemeinsam mit der Matrix durch Pressluft in die Form gespritzt, die wie für das Handlaminieren vorbereitet wurde. Leider können mit der Pistole nur Kurzfasern von ca. 10 bis 20 mm Länge gespritzt werden, weshalb weder vorgegebene Faserorientierungen noch hohe Festigkeiten erreicht werden können (vgl. Kap. 2.6.3). Typische Bauteile sind deshalb Badewannen, Dachelemente oder Hutablagen in PKWs.

### Schleuderverfahren:

Ein weiteres automatisiertes Verfahren, bei dem Fasern und Matrix gemeinsam aufgetragen werden, ist das Schleuderverfahren. Hierbei werden Langfasern in einem Mischkopf der Matrix zugemischt und mit einer Lanze von innen auf die Innenfläche eines rotierenden Rohres aufgetragen. Das Rohr wird wie beim Handlaminieren vorbereitet und das entstehende Laminat wird durch die Fliehkräfte während des Verfahrens wirkungsvoll verdichtet. Mit diesem Verfahren lassen sich Rohre mit einer sehr glatten Oberfläche und hohen Festigkeiten herstellen.

### Pressen:

Für die Fertigung größerer Stückzahlen bietet sich das Pressen als sehr stark automatisiertes Herstellungsverfahren an. Hierbei wird der Faserverbund zwischen zwei Formwerkzeugen geformt, die vollautomatisch beschickt und entformt werden. Als Halbzeuge kommen hier überwiegend vorgetränkte Formmassen wie z. B. GMT-Formmassen (GMT = glasmattenverstärkte Thermoplaste), SMC-Formmassen (SMC = sheet moulding compound)

oder UD-Prepregs (vorimprägnierte, unidirektionale Faserlagen) zur Anwendung. Aufgrund dieser unterschiedlichen Halbzeuge, die auch miteinander kombiniert verwendet werden können, lassen sich alle Faserverbundeigenschaften mit diesem Verfahren erzielen – vom isotropen Wirrfaserverbund bis zum Bauteil mit unidirektionaler Faserrichtung. Der Fertigungsaufwand für die Formwerkzeuge und Halbzeuge lohnt sich allerdings erst bei größeren Stückzahlen.

## Harzinjektionsverfahren:

Beim Harzinjektionsverfahren muss zwischen dem RTM-Verfahren (Resin Transfer Moulding) und dem RIM-Verfahren (Resin Injection Moulding) unterschieden werden. Bei beiden Verfahren wird das Fasermaterial (Gewebe, UD-Schichten oder Wirrfaservliese) trocken in eine Form eingebracht und diese fest verschlossen. Nun folgt die Imprägnierung mit dem Matrixmaterial. Beim RTM-Verfahren wird ein bereits vorgemischtes Matrixmaterial bestehend aus Harz, Initiator, Füllstoffen und ggf. Farbpigmenten aus einem Vorratsbehälter eingebracht. Beim RIM-Verfahren werden die hochreaktiven Komponenten der Matrix erst beim Einbringen in die Form vermischt. Dadurch kann sehr schnell aushärtendes Matrixmaterial verwendet werden, wodurch Zykluszeiten von 30 Sekunden möglich sind, während das Aushärten beim RTM-Verfahren durchaus mehrere Stunden betragen kann. Bei beiden Verfahren erfolgt das Einspritzen der Matrix mit Drücken von 0,6 bis 25 bar. Nach dem Aushärten, das bei Raumtemperatur oder unter Zufuhr von Wärme stattfinden kann, erfolgt die Ausformung des fertigen Bauteils. Auch diese Verfahren lohnen sich wegen des verhältnismäßig hohen Fertigungsaufwands erst bei größeren Stückzahlen, aber auch mit ihnen können alle beliebigen Faserverbundeigenschaften erzielt werden.

### Wickelverfahren:

Mit dem Wickelverfahren werden Hohlkörper aus Faserverbunden hergestellt. Dabei werden Rovings, das sind Bündel aus Endlosfasern, durch ein Tränkbad mit Matrix gezogen und über einen sich drehenden Kern (Drehbankprinzip) gewickelt. Um ein Verrutschen der Rovings auf dem Wickelkern und damit eine ungewollte Änderung des Faserwinkels zu verhindern, wird versucht, den Roving auf der geodätischen Linie (= kürzeste Verbindung zweier Punkte auf einer gekrümmten Oberfläche) abzulegen. Bei einem Rohr erreicht man dies mit einem konstanten Wickelwinkel, bei einem Kegel muß der Wickelwinkel stets nachgeregelt werden. Aus diesem Grund ist man in den möglichen Faserorientierungen nicht ganz frei, zumal Winkel < 8° zur Drehachse ohnehin nicht gewickelt werden können. Ein Rohr mit axialem Faserverlauf läßt sich mit diesem Verfahren also nicht herstellen. Dennoch ist das Verfahren sehr verbreitet, da ein hoher Fasergehalt sowie eine gute Reproduzierbarkeit der Faserwinkel erreicht werden kann.

### Tapelegeverfahren:

Zur Herstellung von flächigen, hochfesten Bauteilen wird häufig auch das Tapelegeverfahren eingesetzt. Dabei werden fast ausschließlich Prepregs (vorimprägnierte, unidirektionale Faserlagen) verarbeitet. Diese werden entweder manuell verlegt oder von einer Spule abgezogen und einem Verlegekopf zugeführt. Dieser Verlegekopf sitzt in der Regel auf einem vollsteuerbaren Roboterarm (vgl. Abb. 2.29). In beiden Fällen erfolgt die Verlegung der Prepregs auf einer gekrümmten oder ebenen flächigen Grundform, die der angestrebten Bauteilform entspricht. Beim Verlegen werden die Prepregs fest angepreßt und am Ende der gewünschten Faserbahn abgeschnitten. Mit diesem Verfahren ist es möglich, UD-Faserlagen an jede gewünschte Position und unter jedem gewünschten Winkel zu verlegen. Auch Begrenzungen bei der herstellbaren Bauteilgröße gibt es praktisch nicht. Es ist daneben auch möglich, Bauteile nachträglich mit aufgeklebten Tapes zu verstärken. Sehr wichtig bei diesem Verfahren ist jedoch eine sehr hohe Präzision beim Auflegen der Prepregs. Kleine

Abweichungen im Winkel, geringe Welligkeiten oder Lücken zwischen einzelnen Bahnen können die Festigkeit des Bauteils bereits signifikant senken.

Die Aushärtung des Laminates erfolgt unter erhöhten Temperaturen und Drücken. Aufgrund der vielfältigen Möglichkeiten bei der Herstellung von hochfesten, unidirektional verstärkten Bauteilen ist das Tapelegeverfahren zu einem Standardverfahren in der Luft- und Raumfahrtindustrie geworden.

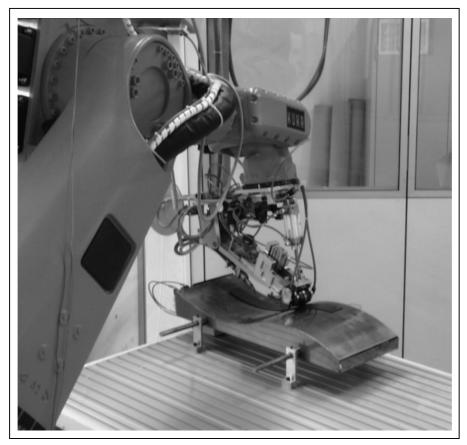


Abbildung 2.29: Automatische Verlegung von Prepregs mit einem Tapelege-Roboter (Beresheim et al., 2001)

### Pultrusionsprozess:

Im Pultrusionsprozess werden in einem kontinuierlichen Verfahren Faserverbundprofile mit einer vorwiegenden Faserrichtung in Ziehrichtung hergestellt. Dabei werden, ähnlich wie bei der Herstellung von Profilstählen, Endlosprofile aus imprägnierten Rovings durch eine Düse in die gewünschte Form gebracht, anschließend ausgehärtet und auf die gewünschte Länge abgelängt. Mit diesem Verfahren lassen sich deshalb (standardisierte) Konstruktionselemente aus Faserverbunden herstellen.

# Flechten, Weben, Stricken, Sticken und Nähen:

Diese Verfahren stammen sämtlich aus der Textilindustrie und dienen ausschließlich zum Herstellen von Halbzeugen wie Geweben oder Fasermatten, in denen evtl. zusätzliche Verstärkungsfasern eingebracht werden. Die Möglichkeiten, Halbzeuge mit sehr spezifischen Eigenschaften herzustellen, sind hierbei nahezu unbegrenzt und eine Verarbeitung der hiermit hergestellten Halbzeuge erfolgt mit einem der genannten Verfahren.

Mit Hilfe der hier vorgestellten Verfahren lassen sich im wesentlichen alle denkbaren Bauteilformen mit einer großen Bandbreite an möglichen Eigenschaften (und

Fertigungskosten) herstellen. Dem Konstrukteur sind also im Prinzip nur von der Kostenseite her Grenzen gesetzt.

# 2.6.5. Versagensanalyse von Faserverbunden

Aufgrund der ausgeprägten Richtungsabhängigkeit der Eigenschaften der Faserverbunde ist zu erwarten, dass sich insbesondere die Richtungsabhängigkeit der Festigkeiten in einer Versagensanalyse von Faserverbunden niederschlagen wird und dass es aus diesem Grund signifikante Unterschiede zu den isotropen Werkstoffen geben wird.

Allerdings beginnt jede Versagensanalyse, sowohl für Faserverbunde als auch für isotrope Werkstoffe, mit einer Spannungsanalyse. Dazu werden mit einem geeigneten Mess- oder Berechnungsverfahren (Spannungsoptik, Dehnungsmessungen, Finite-Elemente-Rechnungen) die inneren Spannungen in einem Bauteil für einen oder mehrere kritische Belastungszustände bestimmt.

Aus den erhaltenen sechs Spannungskomponenten (drei Normalspannungen und drei Schubspannungen) muss nun in einem weiteren Schritt eine charakteristische Kenngröße für die Bauteilbeanspruchung gewonnen werden. Im Falle isotroper Werkstoffe geschieht das mit Hilfe der so genannten Vergleichsspannungen. Dieses Vorgehen soll im folgenden auch für ein Faserverbundbauteil angewendet werden, um die Unterschiede im Versagensverhalten deutlich zu machen. Als Beispiel soll dabei eine durch einachsigen Zug in Faserrichtung belastete Lochplatte aus einem unidirektionalen Faserverbund verwendet werden. Die Spannungsanalyse erfolgt mit Hilfe einer Finiten-Elemente-Rechnung (vgl. Abb. 2.30).

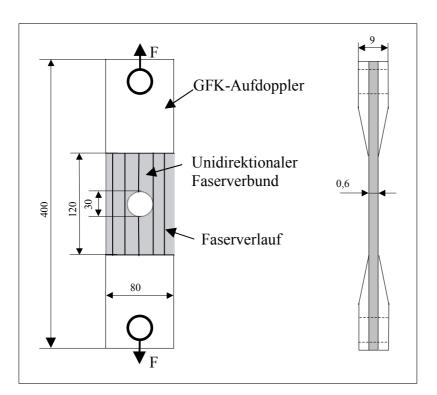


Abbildung 2.30: Geometrie und Belastung der unidirektionalen Lochplatte als Beispiel für eine Versagensanalyse von Faserverbunden (Maße in mm).

Den Vergleichsspannungen liegen unterschiedliche Versagenshypothesen zugrunde und sie gelten daher für unterschiedliches Versagensverhalten von Werkstoffen (BIRNBAUM und DENKMANN, 1997). So gilt die Normalspannungshypothese für spröde Werkstoffe, die durch einen Bruch ohne plastische Verformung quer zur größten Hauptnormalspannung  $\sigma_1$  versagen. Für den zweiachsigen Spannungszustand ergibt sich diese Vergleichsspannung  $\sigma_H$  nach folgender Formel:

$$\sigma_H = \sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$
 (Gl. 2.5)

Die Schubspannungshypothese und die daraus abgeleitete Tresca-Vergleichspannung gelten für duktile Werkstoffe, die nach deutlicher plastischer Verformung entlang der Schubfläche der maximalen Schubspannung versagen. Die Tresca-Vergleichsspannung  $\sigma_T$  ergibt sich für den zweiachsigen Spannungszustand nach folgender Formel:

$$\sigma_T = \tau_{\text{max}} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$
 (Gl. 2.6)

Die aus der Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH) abgeleitete v.-Mises-Vergleichsspannung  $\sigma_M$  beschreibt sowohl den Beginn plastischer Verformung bei duktilen Werkstoffen als auch das Versagen durch Dauerbruch. Sie berechnet sich nach folgender Formel:

$$\sigma_{\text{Mises}} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \qquad (Gl. 2.7)$$

Neben den drei hier vorgestellten Vergleichsspannungen gibt es noch eine Reihe weiterer Mehrachsigkeitskriterien (z. B. die Sandel'sche Hypothese oder die Bruchhypothese von KUHN und SAUTER (1991)), auf die hier aber nicht näher eingegangen werden soll.

Für zweiachsige Spannungszustände können diese Vergleichsspannungen und Versagenshypothesen sehr anschaulich grafisch dargestellt werden (vgl. Abb. 2.31). Dabei werden Spannungszustände ertragen, die innerhalb der Umrandung liegen, während Spannungszustände außerhalb der Umrandung zum Versagen führen.

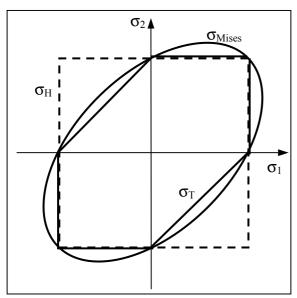


Abbildung 2.31: Grafische Darstellung der Versagenshypothesen im Hauptachsensystem für isotrope Materialien

Diese drei hier vorgestellten Vergleichsspannungen wurden für den Fall der durch Zug belasteten, unidirektional faserverstärkten Lochplatte mit der Finite-Elemente-Methode berechnet und die Ergebnisse sind jeweils nur an der halben Lochplatte in Abbildung 2.32 dargestellt.

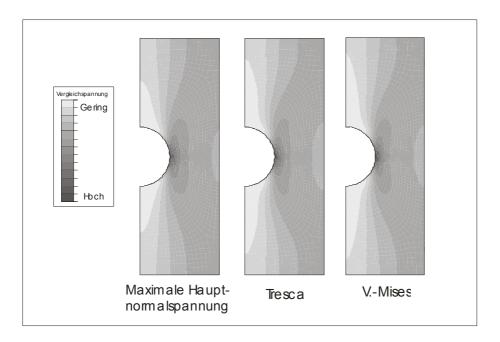


Abbildung 2.32: Verteilungen der Vergleichsspannungen am Beispiel einer in Faserrichtung gezogenen Lochplatte

Die Verteilung und Gradienten unterscheiden sich geringfügig bei den einzelnen Versagenshypothesen, der Ort, an dem die höchste Vergleichsspannung herrscht und von dem aus folglich auch das Versagen starten soll, ist aber bei allen Vergleichsspannungen genau im Kerbgrund, d.h. bei einer gedachten Uhr genau an 3 Uhr. Genau dieses Verhalten zeigen isotrope Werkstoffe auch im Zug- bzw. Ermüdungsversuch, unidirektional verstärkte Lochplatten zeigen jedoch ein deutlich anderes Verhalten (vgl. Abb. 2.33). Dort tritt der Bruch bei dieser Anordnung nämlich grundsätzlich nicht im Kerbgrund, sondern immer knapp darüber oder darunter auf. (ca. 2 oder 4 Uhr).

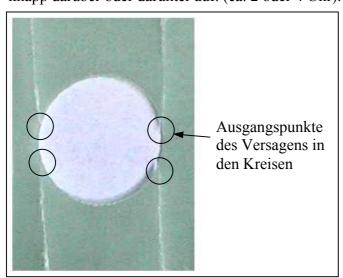


Abbildung 2.33: Bruchbild einer unidirektionalen Lochplatte nach einem Zugversuch

Obwohl Faserverbunde oft spröde versagen, was für die Gültigkeit des Normalspannungskriteriums sprechen würde, und Faserverbunde ebenfalls oft aufgrund von Schubspannungen versagen, was für die Gültigkeit der Spannungshypothesen nach Tresca oder v.-Mises sprechen würde, sind die genannten Vergleichsspannungen aufgrund dieser Ergebnisse im Bruchversuch völlig ungeeignet für eine Versagensanalyse von Faserverbunden. Aus diesem Grunde wurden für Faserverbunde eine Reihe von eigenen Versagenshypothesen entwickelt, die im folgenden kurz vorgestellt werden sollen.

Gewissermaßen die Urform einer solchen Versagenshypothese stellt das Tsai-Hill-Kriterium (TH) dar. Es geht zurück auf eine Erweiterung der GEH auf orthotropes Material durch HILL (1948), der so die Materialeigenschaften von gewalztem Blech beschrieb. Er beschrieb das anisotrope Fließkriterium in der Form eines quadratischen Polynoms, das für den Sonderfall der Isotropie in die bereits beschriebene v.-Mises-Vergleichsspannung übergeht (vgl. Gl. 2.7 und 2.8). TSAI (1964) verknüpfte die Festigkeitsparameter des Hillschen Kriteriums mit den experimentell ermittelten Faserverbundfestigkeiten und ersetzte die Hauptspannungsrichtungen durch die Materialrichtungen.

$$TH = \left(\frac{\sigma_{\parallel}}{R_{\parallel}}\right)^{2} - \left(\frac{\sigma_{\parallel}\sigma_{\perp}}{R_{\parallel}R_{\perp}}\right) + \left(\frac{\sigma_{\perp}}{R_{\perp}}\right)^{2} + \left(\frac{\sigma_{\parallel\perp}}{R_{\parallel\perp}}\right)^{2} > oder < 1$$
 (Gl. 2.8)

 $\begin{array}{lll} \text{mit:} & R_{||} > 0 \text{ dann ist } R_{||} & = R_{||} \ _{Zug} & \text{bzw. mit } R_{||} < 0 \text{ dann ist } R_{||} = R_{||} \ _{Druck} \\ & R_{\perp} > 0 \text{ dann ist } R_{\perp} & = R_{\perp} \ _{Zug} & \text{bzw. mit } R_{\perp} < 0 \text{ dann ist } R_{\perp} = R_{\perp} \ _{Druck} \\ \end{array}$ 

Rij ist Zug- bzw. Druckfestigkeit in Faserrichtung

R<sub>⊥</sub> ist Zug- bzw. Druckfestigkeit senkrecht zur Faserrichtung

R<sub>||⊥</sub> ist Schubfestigkeit entlang der Faser

σ||⊥ist Schubspannung entlang der Faser

Auf diese Weise ergibt sich ein quadratisches Polynom, in dem jeweils die Spannungen auf die zugehörigen Festigkeiten bezogen werden. Erreicht in dieser Gleichung der Tsai-Hill-Wert (TH) einen Wert von 1 oder höher, geht man davon aus, dass der Faserverbund versagen würde.

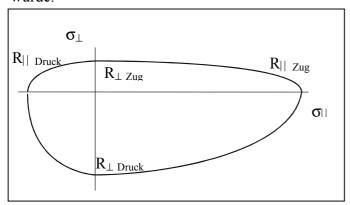


Abbildung 2.34: Graphische Darstellung des Versagenskriteriums nach Tsai-Hill (1964)

Analog zur graphischen Darstellung der Versagensbilder bei den isotropen Materialien (vgl. Abb. 2.31) läßt sich auch diese Versagenshypothese graphisch darstellen (vgl. Abb. 2.34).

Spannungszustände außerhalb des Ovals sind dabei gleichbedeutend mit Werten der Gl. 2.8. über 1 und bedeuten Versagen des Faserverbundes. Als Achsenschnittpunkte des Versagensraumes ergeben sich die jeweiligen Druck- bzw. Zugfestigkeiten parallel und quer zur Faser, die in einachsigen Versuchen bestimmt werden können.

Das Versagenskriterium nach Azzi-Tsai-Hill (AZZI und TSAI, 1965) unterscheidet sich vom soeben beschriebenen Tsai-Hill-Kriterium nur beim zweiten Summanden. Dort wird der Betrag dieses Quotienten verwendet. So ergibt sich eine geringfügige Abweichung des Azzi-Tsai-Hill-Kriteriums vom Tsai-Hill-Kriterium bei unterschiedlichen Vorzeichen der Spannungen parallel und quer zur Faser. Wie sich dieser Unterschied auswirkt, wird am besten an der graphischen Darstellung deutlich, wo die beiden Versagenskriterien eingetragen sind (vgl. Abb. 2.35). Nur im zweiten und vierten Quadranten werden nach Azzi-Tsai-Hill geringfügig höhere Spannungen ertragen als nach Tsai-Hill.

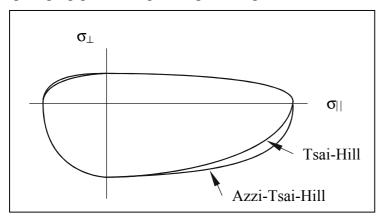


Abbildung 2.35: Graphische Darstellung des Versagenskriteriums nach Azzi-Tsai-Hill im Vergleich mit dem Kriterium nach Tsai-Hill

Eine weitere Modifikation des Tsai-Hill-Kriteriums stellt das Kriterium nach Tsai-Wu (TSAI und WU 1971) dar. Es unterscheidet sich durch die Einführung eines zusätzlichen Mehrachsigkeitsfaktors F<sub>12</sub> vom Tsai-Hill-Kriterium. Dadurch ergibt sich in der graphischen Darstellung eine Verdrehung des Versagensraumes gegenüber dem Tsai-Hill-Kriterium. Die Achsenschnittpunkte bleiben jedoch erhalten, da sich der Mehrachsigkeitsfaktor dort natürlich nicht auswirkt (vgl. Abb. 2.36).

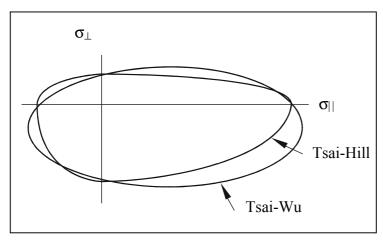


Abbildung 2.36: Graphische Darstellung des Versagenskriteriums nach Tsai-Wu im Vergleich mit dem Kriterium nach Tsai-Hill

Das Tsai-Wu-Kriterium läßt teilweise geringfügig höhere und teilweise geringfügig geringere Spannungen zu als das Kriterium nach Tsai-Hill. Die Größe dieses Unterschiedes hängt vom Betrag des Mehrachsigkeitsfaktors  $F_{12}$  ab und ist typischerweise relativ gering. Da dieser Faktor für die meisten Faserverbunde nicht bekannt bzw. von den Herstellern nicht erhältlich ist und daher in aufwändigen mehrachsigen Versuchen selbst bestimmt werden müßte, wird dieses Kriterium in der Praxis selten angewendet.

Den drei bisher vorgestellten Kriterien ist gemeinsam, dass sie keine Aussage darüber geben, welcher Mechanismus zum Versagen führt. PUCK und SCHNEIDER (1969) entwickelten aus diesem Grund ein kombiniertes Versagenskriterium, das zwischen Faserbruch und Zwischenfaserbruch (Matrixbruch oder Versagen der Faser-Matrix-Grenzfläche) unterscheidet.

Nach diesem Kriterium wird der Versagenskörper für den Zwischenfaserbruch analog dem Tsai-Hill-Kriterium gebildet, wobei die Versagensspannung in Faserrichtung durch das Produkt des Elastizitätsmoduls in Faserrichtung und der Bruchdehnung der Matrix ersetzt wird (vgl. Abb. 2.37). Auf diese Weise erhält man für den Zwischenfaserbruch einen in Faserlängsrichtung gedehnten Versagensraum, der jedoch für Spannungen größer als die Längszugfestigkeit abgeschnitten wird. Die so entstandene charakteristische Form dieses Versagensraumes, ein Ellipsoidstumpf, wird häufig als "Puck-Zigarre" oder "Bruch-Zigarre" bezeichnet.

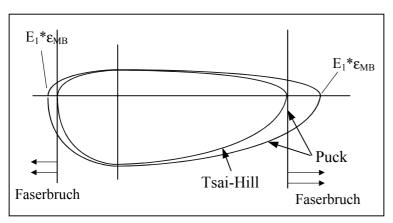


Abbildung 2.37: Graphische Darstellung des Versagenskriteriums nach Puck im Vergleich mit dem Kriterium nach Tsai-Hill

Alle diese Versagenskriterien für Faserverbunde gelten streng genommen nur für zweiachsige Spannungszustände. Da technische Faserverbunde jedoch in der Regel aus dünnen Schichten laminiert werden, bedeutet dies in der Praxis keine wesentliche Einschränkung. HASHIN (1980) stellte ein Versagenskriterium für dreidimensionale Spannungszustände auf, das jedoch sehr komplex ist sowie mehrere Mehrachsigkeitsparameter erfordert und deshalb kaum angewendet wird.

Zu beachten bei der Anwendung all dieser Kriterien ist, dass das Versagen von Faserverbunden und natürlich erst recht von Mehrschichtlaminaten in der Praxis oft sehr komplex bis zum völligen Versagen der Struktur abläuft (KNAUST, 1979). Allen hier vorgestellten Kriterien ist gemeinsam, dass sie prinzipiell das erste Versagen detektieren (first-ply). Erste Zwischenfaserbrüche oder Faserbrüche bedeuten jedoch nicht immer das Versagen der betreffenden Einzelschicht und erst recht nicht das Versagen des gesamten Laminates. Will man dies berücksichtigen, muß man aufwändige Rechnungen durchführen,

die das Versagen und damit den Ausfall der entsprechenden Bereiche Stück für Stück berücksichtigen und die entsprechenden Kraftflußumlagerungen bis zum endgültigen Versagen der gesamten Struktur simulieren (last-ply).

Im Rahmen dieser Arbeit werden die Versagenskriterien ausschließlich zum Bewerten der Festigkeit von Faserverbundbauteilen und in der Folge zum Steuern entsprechender Optimierungen verwendet. Dies ist ohne weiteres mit einem first-ply-Kriterium möglich, da der exakte Schadensablauf für diesen Fall uninteressant ist, da man natürlich gleich den Beginn eines Versagens (first-ply) verhindern möchte. Aus diesem Grund ergibt sich auch aus der Verwendung eines kombinierten Versagenskriteriums, das wie das Kriterium nach Puck zusätzliche Informationen über den Versagensmechanismus liefert, keinerlei Vorteil.

Ebenfalls nicht verwendet wurden im Rahmen dieser Arbeit Versagenskriterien, die die experimentell aufwändige Bestimmung von Mehrachsigkeitsparametern erfordern wie die Kriterien nach Tsai-Wu oder Hashin.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde daher aus den genannten Gründen das Versagenskriterium nach Tsai-Hill verwendet, da es nur auf den Kennwerten aus einachsigen Versuchen basiert und als Ergebnis einer FE-Analyse einen skalaren Wert für die lokale Materialausnutzung liefert. Mit dieser Verteilung des Versagens nach Tsai-Hill läßt sich die Festigkeit eines Faserverbundbauteiles schnell bewerten und eine folgende Optimierung einfach und zuverlässig steuern. Ebenfalls möglich wäre die Verwendung des Versagenskriteriums nach Azzi-Tsai-Hill gewesen. Darauf wurde jedoch verzichtet, da das gewählte Kriterium nach Tsai-Hill etwas konservativer ist (vgl. Abb. 2.35) und deshalb Bewertung und Optimierung nach Tsai-Hill tendenziell eher etwas weiter auf der sicheren Seite liegen sollten.

#### 2.6.6. Das Holz des lebenden Baumes als Faserverbund

Aufgrund seines Aufbaus und seiner Eigenschaften kann Holz zweifellos als natürlicher Faserverbund bezeichnet werden und daher auch als Vorbild für technische Faserverbunde dienen. Es gibt jedoch deutliche Unterschiede zu den technischen Faserverbunden, die im folgenden kurz zusammenfassend dargestellt werden sollen.

Holz muß im Gegensatz zum technischen Faserverbund immer auch physiologische Aufgaben erfüllen können und dient daher nicht nur der Festigkeit des Baumes, sondern ist immer ein Kompromiss zwischen mechanischen und physiologischen Aufgaben. Technische Faserverbunde müssen dagegen meist nur mechanische Aufgaben erfüllen. Hier muss allerdings oft ein Kompromiss zwischen Fertigungsaufwand und erforderlicher Festigkeit gefunden werden.

Holz besitzt mit 80 bis 90 % einen viel höheren Faseranteil als technische Faserverbunde, deren Faseranteil typischerweise bei ca. 60 % und deren Matrixanteil folglich bei ca. 40 % liegt. Die verbleibenden 10 bis 20 % des Holzes werden im Gegensatz dazu aber vor allem von Parenchymzellen und Gefäßen (vgl. Kap. 2.2) und nicht von einer Matrix gebildet. Aus diesem Grund ist auch eine die Holzfasern verbindende Matrix mit bloßem Auge nicht zu erkennen. Diese Aufgabe übernehmen die Pektine, die als Klebstoffe des Baumes bezeichnet werden können (WEBER, 2001 und FREY-WYSSLING, 1959).

Mit diesen Pektinen werden jedoch nicht nur die Fasern miteinander, sondern auch die Fasern selbst aus den einzelnen Holzfaserzellen zusammengeklebt. Holz ist also eigentlich aus

Kurzfasern, den Faserzellen, aufgebaut, erreicht aber trotzdem ein ausgeprägt anisotropes Materialverhalten wie eine UD-Schicht aus einem technischen Faserverbund mit seinen Endlosfasern.

Technische Faserverbunde sind aus dünnen Einzelschichten laminiert und können daher als zweidimensional angesehen werden. Das Holz von Stamm und Ästen ist dagegen axialsymmetrisch dreidimensional aufgebaut. Dieser Unterschied ist vor allem bei der Anwendung von Versagenshypothesen (vgl. Kap. 2.6.6) zu beachten. Im Gegensatz zu den technischen UD-Schichten ist Holz durch die Holzstrahlen auch immer in radialer Richtung quer zu den Fasern armiert. Diese Armierung ist je nach Belastung des Holzes mehr oder weniger stark ausgeprägt.

Holz ist sehr viel heterogener aufgebaut als ein technischer Faserverbund. Es gibt lokal sehr große Unterschiede in den Eigenschaften des Holzes, während Bauteile aus Faserverbunden aus Gründen des Fertigungsaufwandes oft überall gleich aufgebaut sind. Der Baum kann daher sein Holz sehr viel besser an lokale Belastungszustände anpassen als dies bei einem Faserverbund bis jetzt möglich ist. Auch die Parameter, die bei beiden Werkstoffen zur Optimierung zur Verfügung stehen, unterscheiden sich erheblich. Der Baum paßt z. B. lokal die Faserverläufe und die Eigenschaften der Faserzellen und Dichte der Holzstrahlen an, während bei technischen Faserverbunden z. B. lediglich der Laminataufbau, die Faserrichtung ganzer Schichten oder der Einsatz zusätzlicher Verstärkungen zur Verfügung stehen.

## 2.7. Die Finite-Elemente-Methode (FEM)

Finite-Elemente-Methode, im weiteren kurz mit FEM bezeichnet, ist Standardwerkzeug Festigkeitsberechnungen, Schwingungsfür und untersuchungen, Wämeleitprobleme und viele andere Aufgaben aus den Ingenieurwissenschaften. Sie wird in Industrie und Forschung in vielen Bereichen standardmäßig eingesetzt und deshalb existieren auch etliche Softwarepakete (ABAOUS, ANSYS, MSC/PATRAN u. a.) sowie Lehrbücher für die FEM (z. B. MÜLLER und GROTH, 2001). An dieser Stelle sollen daher nur die grundlegenden Prinzipien und wichtigsten Eigenschaften, die zum Verständnis der Berechnungen in dieser Arbeit notwendig sind, in kurzer Form dargestellt werden. Die Berechnungen in dieser Arbeit sind im wesentlichen quasistatische Spannungs-Dehnungsanalysen, weshalb hier nur auf diesen Teilbereich der FEM eingegangen werden muss. Verwendet wurde dazu das FE-Programm ABAQUS der Firma HKS in der Version 5.8.8, die Beschreibung bezieht sich daher vor allem auf diese Software.

Ein Hauptproblem bei der analytischen Spannungs-Dehnungsanalyse, d.h. anhand von Differentialgleichungen, die nicht allgemein lösbar sind, ist die Tatsache, dass die meisten Bauteile eine viel zu komplizierte Geometrie haben, als dass man für diese Formeln noch Lösungen finden könnte. Auch die komplizierteste Geometrie läßt sich aber in Gedanken zerlegen in viele kleine Teile mit deutlich einfacherer Geometrie. Diese einfachen Geometrien können im zweidimensionalen Fall Dreiecke und Vierecke, im dreidimensionalen Fall Tetraeder und (schiefwinklige) Quader sein. Für diese einfachen Geometrien sind die Berechnungen anhand der oben angesprochenen Formeln jedoch relativ leicht möglich. Und genau diese Überlegung ist die Grundidee, die hinter der FEM steckt.

Eine beliebige Geometrie wird in eine Vielzahl einfacher Geometrien, den so genannten Finiten Elementen oder kurz Elementen, zerlegt (vgl. Abb. 2.38). Dies geschieht heutzutage

meist automatisch mit Hilfe eines so genannten Pre-Processors. Eine mittels FEM modellierte Struktur reagiert auf äußere Lasten daher wie die Summe seiner einzelnen Finiten Elemente.

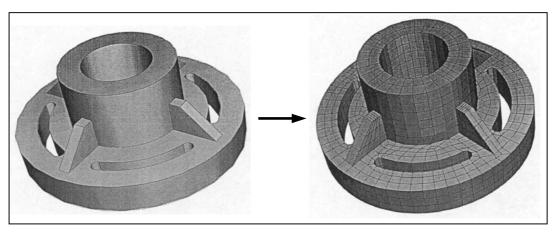


Abbildung 2.38: Zerlegung einer komplexen Geometrie in Finite Elemente

Ein Element wird definiert durch seine Knoten, d.h. seine Eckpunkte, durch die es gebildet wird. Dem Gebiet im Innern dieses Elementes werden die jeweiligen Materialeigenschaften, im Falle der Spannungs-Dehnungsanalyse die mechanischen Eigenschaften wie Elastizitätsmoduln oder Querkontraktionszahlen, d.h. seine Steifigkeit, zugeordnet. Für jedes Element wird die Verschiebung seiner Knoten berechnet, so dass es sich im Gleichgewicht befindet zwischen den von außen angreifenden Kräften und den inneren Spannungen, die sich aus der Verformung und der Elementsteifigkeit ergeben. Ein Knoten im Innern des Modells gehört aber nicht nur zu einem Element, sondern zu mehreren, und muss daher diese Gleichgewichtsbedingung für alle Elemente erfüllen, zu denen er gehört (Kompatibilität der Einzellösungen).

Damit ist der Mechanismus beschrieben, mit dem die Lösung des Gesamtmodells aus den Einzellösungen für die Elemente zusammengesetzt wird. Mathematisch gesehen bedeutet das, dass nun endlich viele Gleichungen aufgestellt werden, die in Matrixschreibweise in folgender Form als Steifigkeitsbeziehung dargestellt werden können:

$${F}=[K]\times{d}$$
 (Gl. 2.9)

Dabei steht F sowohl für die äußeren Kräfte als auch für die unbekannten Reaktionskräfte, K ist die Steifigkeitsmatrix, die sich aus den Elementsteifigkeiten zusammensetzt und d sind die äußeren Verschiebungen und die unbekannten Knotenverschiebungen. Dahinter verbirgt sich ein Gleichungssystem, aus dem mit Hilfe eines Computers die Knotenverschiebungen und daraus wiederum die Spannungen des einzelnen Elements berechnet werden können.

Das einzelne Element bestimmt mit seinen Eigenschaften aus diesem Grund das Verhalten des Gesamtsystems sehr wesentlich, weshalb an dieser Stelle kurz auf die wichtigsten Eigenschaften der verschiedenen Elementtypen und auf die Elementauswahl eingegangen werden soll.

Man kann bei den Elementen zwischen verschiedenen Elementtypen unterscheiden, die sich hinsichtlich ihrer geometrischen, aber auch ihrer "physikalischen" Eigenschaften unterscheiden. Gewünscht ist aus Gründen des Modellierungsaufwandes und der benötigten Rechenzeit immer, mit möglichst wenigen, möglichst einfachen Elementen und einem möglichst simplen Berechnungsablauf auszukommen. Durch diese gewünschten

Vereinfachungen gehen natürlich immer Informationen verloren und die Genauigkeit des Ergebnisses sinkt. Hier ist der Anwender gefordert, einen möglichst sinnvollen Kompromiss zwischen Vereinfachung und Genauigkeit bzw. Gültigkeit des Ergebnisses zu finden.

So können z. B. Bereiche des Modells mit gleichförmiger Spannungsverteilung relativ grob vernetzt werden, ohne wesentliche Informationen zu verlieren, weil die Spannungen in einem Element immer gemittelt werden und dies bei geringen Gradienten nur einen geringen Fehler bedeutet. Dagegen sollten Bereiche mit großen Spannungsgradienten (z. B. an Kerben) sehr viel feiner vernetzt werden, vor allem, wenn gerade die dort auftretenden Maximalspannungen untersucht werden sollen. Dort kann auch der Einsatz von Elementen mit Zwischenknoten ("quadratischer Ansatz") erwogen werden, weil Gradienten durch diese Elemente noch besser abgebildet werden können (HIBBIT et al., 1999).

Grundsätzlich immer möglich sind dreidimensionale Elemente ("solids"). Ist die Struktur jedoch eher flächenartig, bieten sich z. B. zweidimensionale Schalenelemente, bei stabförmigen Strukturen z. B. eindimensionale Balkenelemente an. In beiden Fällen wird der Rechenaufwand erheblich gesenkt, in den wegfallenden Raumrichtungen fallen aber auch die entsprechenden Spannungs- und Dehnungsergebnisse weg. Das Modell wird dafür gewissermaßen "blind". Es muss daher entschieden werden, ob diese Vereinfachungen bei der Fragestellung, die mit Hilfe der FE-Rechnung beantwortet werden soll, möglich sind oder ob genau diese Details von Interesse sind.

Neben dieser angesprochenen Problematik durch die Vereinfachungen bietet die FEM aber vor allem sehr viele Möglichkeiten, Nichtlinearitäten wie z. B. komplexes Materialverhalten oder große Deformationen mit entsprechenden Spannungsumlagerungen zu simulieren. Aus diesem Grunde ist die FEM auch aus der Festigkeitsberechnung nicht mehr wegzudenken. Von diesen Möglichkeiten werden in dieser Arbeit einige genutzt, die hier kurz beschrieben werden sollen.

Als erstes wäre in diesem Zusammenhang das orthotrope bzw. transversal isotrope Materialverhalten (Holz und technische Faserverbunde) mit variabler Materialrichtung zu nennen, das mit Hilfe der FEM problemlos zu bewältigen ist. In Kapitel 3 wird für die Berechnung der Spannungsverteilung im hohlen Baum die geometrische Nichtlinearität benötigt, d.h. die Rückwirkung der Verformung des Baumes auf seine Spannungsverteilung. Diese Berechnung erfolgt iterativ und benötigt daher entsprechend viel Rechenzeit, läßt sich aber in diesem Falle nicht vermeiden, da die Spannungen im hohlen Baum z. T. erst durch die Verformung entstehen (vgl. Kap. 3).

Daneben lassen sich aus den Spannungen und Dehnungen, die das Ergebnis der Analyse sind, zusätzlich noch beliebige Ergebnisgrößen, wie z. B. Werte von Versagenshypothesen, berechnen. Damit ergeben sich sehr vielfältige Möglichkeiten beim "Post-Processing", d.h. bei der Darstellung der Ergebnisse der Spannungsanalyse, das speziell auf die jeweilige Fragestellung zugeschnitten werden kann.

Für die Optimierungsmethoden, die in dieser Arbeit entwickelt wurden, ist es entscheidend, Material und Geometrie eines Bauteils abhängig vom Wert von Feldvariablen zu verändern. Im Falle einer Festigkeitsoptimierung ergeben sich diese Feldvariablen aus einer vorangegangenen Spannungsanalyse und sollen Material und/oder Geometrie in Richtung einer Verbesserung des Spannungszustandes anpassen. Wie diese Feldvariablen aus den Ergebnissen der Spannungsanalyse berechnet werden und welche Veränderungen von Material und/oder Geometrie damit für die nächste Spannungsanalyse verursacht werden,

wird in Kapitel 5 bei der Beschreibung der jeweiligen Optimierungsmethode im einzelnen beschrieben.

Solche FE-basierten Festigkeitsoptimierungen sind aus mehreren Gründen relativ leicht zu handhaben und führen zuverlässig zu guten Ergebnissen, wie im folgenden kurz begründet werden wird. Diese Verfahren lassen sich iterativ anwenden, d.h. die Veränderungen tasten sich langsam an das Optimum heran und berücksichtigen dabei natürlich auch die Auswirkungen der bisherigen Veränderungen. Außerdem läßt sich das Ergebnis einer Optimierung zu jedem Zeitpunkt leicht anhand einer Spannungsanalyse überprüfen und es kann gegebenenfalls korrigierend eingegriffen werden.

Die Regelgröße solcher Optimierungen ist das Ergebnis einer Spannungsanalyse, d.h. die Optimierung setzt naturgemäß an den berechneten Schwachstellen einer Konstruktion an und beseitigt diese. Die Optimierung ist aus diesem Grund sehr zielgerichtet und benötigt deshalb sehr viel weniger Rechenaufwand als z. B. mathematische Optimierungsprogramme, die nicht so zielgerichtet arbeiten. Dieser Vorteil kann natürlich nur ausgenutzt werden, wenn es möglich ist, anhand der Ergebnisse einer Spannungsanalyse festzulegen, an welcher Stelle welche Veränderung zu einer Verbesserung führt. Kann nur eine dieser beiden Fragen nicht beantwortet werden, ist eine Optimierung nach diesem Schema leider nicht möglich.

Wie bei allen numerischen Verfahren kann natürlich nicht ausgeschlossen werden, dass man nicht ein globales, sondern nur eine lokales Optimum gefunden hat. Das spielt in der Praxis jedoch keine besondere Rolle, da man im allgemeinen trotzdem zu deutlichen Verbesserungen kommen kann und oftmals die Suche nach einem globalen Optimum durch Restrikitionen wie Bauraumbegrenzungen, Festlegung auf bestimmte Materialien und Fertigungstechniken o.ä., ohnehin verhindert wird.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, dass mit der FEM eine mittlerweile sehr weit verbreitete Methode zur Spannungs- und Dehnungsanalyse zur Verfügung steht, die sehr viele Möglichkeiten bietet, Nichtlinearitäten bei Material und Geometrie zu berücksichtigen und aus diesem Grund analytische Lösungsmethoden weitgehend verdrängt hat. Darüber hinaus können mit Hilfe der FEM-Programme nach dem oben beschriebenen Schema relativ schnell und zuverlässig Optimierungswerkzeuge bereitgestellt werden, die auch speziell auf bestimmte Anforderungen und Restriktionen angepaßt werden können.

# 3. Das Versagen hohler Bäume

# 3.1. Die Feldstudie als Grundlage der Untersuchung

Die unzweifelhaft objektivste Methode, das Versagen hohler Bäume zu untersuchen, ist die Durchführung von Feldstudien. Unter der Voraussetzung, dass man sinnvolle Parameter gewissenhaft durch diese Feldstudie erfasst, wird man automatisch zu Ergebnissen kommen, die die natürlichen Gegebenheiten des Versagens hohler Bäume beschreiben.

Im Falle der Untersuchung des Versagens hohler Bäume lautete die Frage, die mit Hilfe einer Feldstudie geklärt werden sollte, ob es einen kritischen Höhlungsgrad gibt und wenn ja, welcher Höhlungsgrad dies ist. Unter einem kritischen Höhlungsgrad ist dabei eine Aushöhlung des Baumes zu verstehen, ab der der Baum als nicht mehr standsicher gelten kann und daher jederzeit mit seinem Versagen gerechnet werden muss.

Erfasst werden musste dazu natürlich der Höhlungsgrad H des Baumes, der nach Gleichung 3.1 aus der Restwandstärke t im hohlsten Querschnitt und dem Stammradius R an dieser Stelle errechnet werden kann.

$$H = 1 - t/R$$
 (Gl. 3.1)

Der Stammradius wurde anhand der Kreisformel aus dem Umfang errechnet. Neben dieser Erfassung des Höhlungsgrades ist es auch erforderlich, weitere Messwerte aufzunehmen, von denen der kritische Höhlungsgrad abhängen könnte. In dem Fall der hier beschriebenen Feldstudie waren dies die Baumart und der Stammradius. Die Ergebnisse der angesprochenen Feldstudie wurden bereits publiziert (MATTHECK et al., 1993) und sind als Diagramm in Abbildung 3.1 dargestellt.

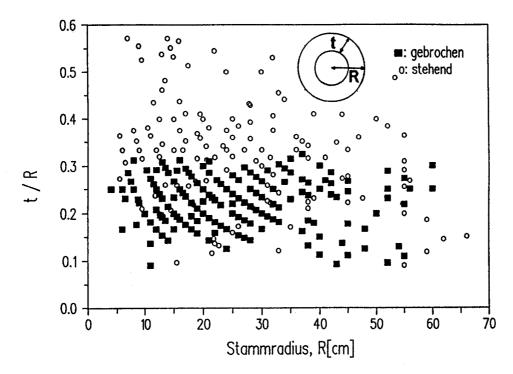


Abbildung 3.1: Ergebnisse einer Feldstudie zum Versagen hohler Bäume (MATTHECK et al., 1993)

Beim Betrachten der Abbildung 3.1 fallen als erstes die Kreisstrukturen auf, auf denen sich die Messwerte zu befinden scheinen. Diese Strukturen ergeben sich dadurch, dass die Messwerte immer nur auf volle Zentimeter gerundet erfaßt wurden und sich damit in der Auftragung nur bestimmte Punkte im Diagramm als Messwerte ergeben können. Diese möglichen Punkte liegen auf Hyperbeln (t/R über R entspricht 1/x über x) und erwecken den Eindruck, dass es sich um Kreisbahnen handelt, womit aber keinesfalls die Messmethodik in Frage gestellt werden kann.

In Abbildung 3.1 ist bereits auf die unterschiedliche Darstellung der verschiedenen Baumarten verzichtet worden, da sich hiervon keine Abhängigkeit erkennen ließ. Damit muss nur noch zwischen stehenden und gebrochenen Bäumen unterschieden werden, wobei auf die Definition dieser beiden Begriffe im Rahmen dieser Feldstudie an dieser Stelle eingegangen werden muss. Zweck dieser Untersuchung war die Erfassung von Bäumen, die aufgrund ihrer Aushöhlung unsicher geworden sind. Eine notwendige Bedingung, um in der Feldstudie einen unsicheren Baum zu erkennen, ist, dass er aufgrund dieser Unsicherheit, in diesem Fall dem Bruch des hohlen Stammes, versagt ist. Jedes andere Versagen, wie z. B. auch das Herausdrehen der Wurzelplatte durch Windwurf, bedeutet, daß der Baum im Sinne dieser Feldstudie nicht unsicher ist. Solche Bäume werden aus diesem Grunde auch nicht als gebrochen, sondern als stehend erfaßt.

Ebenfalls nicht als gebrochen erfasst werden dürfen hohle Bäume, die zwar durch Stammbruch versagt sind, die aber in Schneisen stehen, wo alle umgebenden, nicht hohlen Bäume ebenfalls versagt sind. In diesem Falle muss von einem so starken Sturm ausgegangen werden, dass alle Bäume versagt sind und nicht bloß die unsicheren. Eine Unterscheidung in sicher und unsicher ist deshalb nicht möglich und im Rahmen dieser Feldstudie kann man sich die Vermessung von Bäumen aus solchen Windschneisen daher sparen.

Im Sinne dieser Feldstudie werden also nur Bäume als gebrochen erfaßt, die durch Stammbruch versagt sind und deren umgebende Bäume nicht ebenfalls gefallen sind. Als stehend werden alle stehenden Bäume und zusätzlich die hohlen Bäume, die nicht durch Stammbruch versagt sind, aufgenommen. Damit ist sichergestellt, dass die gebrochenen Bäume in diesem Diagramm als nicht mehr standsicher bezeichnet werden können, wohingegen die stehenden Bäume nicht automatisch als standsicher bezeichnet werden können. Unter ihnen können sich durchaus Vertreter finden, die bei der nächsten steiferen Brise brechen. Eine andere Möglichkeit, warum ein Baum trotz einer Aushöhlung von 90 % (vgl. Abb. 3.1) noch steht, kann in einer deutlich reduzierten Krone und damit einer sehr viel kleineren Windangriffsfläche begründet sein.

Zur Auswertung der Frage nach einem kritischen Aushöhlungsgrad müssen unter den beschriebenen Voraussetzungen aus dem Diagramm nur noch die Bäume herausgesucht werden, die beim höchsten t/R-Verhältnis bzw. beim geringsten Höhlungsgrad versagt sind. Dabei erkennt man unabhängig vom Stammradius eine deutliche Grenze bei einem t/R-Verhältnis von ca. 0,3, d.h. einem Höhlungsgrad von 70 %. Dieses Ergebnis wurde von MATTHECK et al. (1993) als "70 %-Regel" publiziert und findet seither in der Baumpflege Anwendung.

Neben dieser Feldstudie zur kritischen Aushöhlung bei Bäumen gibt es auch Untersuchungen, wie hohl z. B. die Knochen bei bestimmten Tiergattungen sind. So findet man bei den Knochen von Landsäugetieren sehr häufig Höhlungsgrade von etwa 50 % (vgl. Abb. 3.2). 70 % Aushöhlung werden auch von einigen Landsäugetieren erreicht, nicht aber wesentlich überschritten (CURREY und ALEXANDER, 1984).

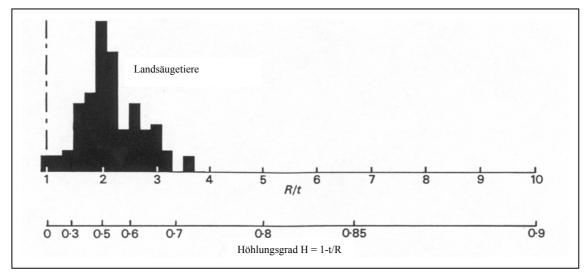


Abbildung 3.2: Verteilung des Höhlungsgrades bei Knochen von Landsäugetieren nach Currey und Alexander (1984)

So auffällig diese Übereinstimmung auch scheinen mag, gibt es doch einige Unterschiede zu beachten, weshalb nicht einfach davon ausgegangen werden darf, dass es sich bei hohlen Bäumen und hohlen Knochen bis auf den verwendeten Werkstoff im Prinzip um das selbe handelt. Bei der Aushöhlung der Bäume handelt es sich um einen Defekt, der z. B. durch Pilzoder Insektenbefall oder auch Feuerschäden verursacht wird und bei 70 % eine kritische Größe erreicht. Bei der Aushöhlung der Knochen handelt es sich hingegen um eine gewollte Optimierung, die bei den gemessenen Höhlungen noch nicht als kritisch, sondern eher als optimaler Kompromiss zwischen minimalem Gewicht und ausreichender Festigkeit bezeichnet werden darf. Ein hohler Knochen bietet aber nur dann Festigkeitsvorteile gegenüber einem gleichschweren Vollprofil, wenn er durch Biegung belastet wird, bei Zugoder Druckbelastung unterhalb der Knicklast hingegen nicht. Damit ein Knochen nach dem Axiom der konstanten Materialausnutzung möglichst hohl wird, muss er daher möglichst nur reine Biegebelastung erfahren oder das entsprechende Tier muss relativ schlanke, druckbelastete und damit knickgefährdete Knochen besitzen. Je massiver und gedrungener ein Landsäugetier aber ist, desto weniger wird dies der Fall sein. Nach CURREY und ALEXANDER (1984) tendieren daher die Knochen von leichten Fluchttieren wie Antilopen eher in Richtung 70 % Aushöhlung, während die Knochen z. B. eines Elefanten relativ massiv sind.

Eine Überschreitung der Aushöhlung von 70 % scheint sich aber für Landsäugetiere nicht mehr als optimal herausgestellt zu haben, wiewohl Vögel und vor allem die ausgestorbenen Flugsaurier nach CURREY und ALEXANDER (1984) deutlich hohlere Knochen aufweisen (bis 85 % bei Vögeln, bis über 90 % bei Flugsauriern). Bei den flugfähigen Tieren ist jedoch die Anforderung, möglichst leicht zu sein, noch wichtiger als bei den Landsäugern, was natürlich unter Inkaufnahme geringerer Festigkeiten zur Ausbildung noch hohlerer Knochen führen kann.

Ein weiterer wichtiger Unterschied zwischen den Knochen und den hohlen Bäumen besteht in der Belastung, auf die sie jeweils optimiert sind. Während es bei Bäumen einfach die Biegung durch starken Wind ist, stellt es sich bei Tieren deutlich komplexer dar. Aufgrund ihrer Bewegung sind bei ihnen z. B. Stöße sehr viel wahrscheinlicher und stärker als bei Bäumen und müssen zusätzlich zu Biege- oder Druckbelastungen sicher ertragen werden. Hohle druck- oder biegebelastete Strukturen sind aber gegen Stöße von der Seite sehr empfindlich,

wie jeder an einer leeren Cola-Dose leicht selbst nachprüfen kann. Deshalb ist es nicht ohne weiteres möglich, bei Knochen die Bedingungen anzugeben, unter denen sich bestimmte Höhlungsgrade im Laufe der Evolution als ideal (oder im Falle der Flugsaurier vielleicht auch als nicht ideal) herausgestellt haben. Festzustellen bleibt aber, dass ab ca. 70 % auch hier eine Grenze erreicht ist, deren Überschreitung nur unter der Notwendigkeit absoluten Leichtbaus, wie z. B. bei Vögeln, sinnvoll zu sein scheint. Übertragungen der Ergebnisse, die für das Versagen hohler Bäume Gültigkeit haben, sind aus den genannten Gründen allerdings trotzdem nicht ohne weiteres möglich.

# 3.2. Grundsätzliche Erwägungen und Versagensbilder

Die angesprochene Feldstudie über das Versagen hohler Bäume liefert zwar ein sehr klares Ergebnis, was den kritischen Höhlungsgrad von 70 % betrifft, kann jedoch keinerlei Erklärung liefern, weshalb diese Aushöhlung für die Bäume kritisch wird. Um diese Lücke zu schließen, wurde im Rahmen dieser Arbeit versucht, das Versagen hohler Bäume mit Hilfe der FEM genauer zu untersuchen und damit die Frage zu beantworten, warum die Bäume versagen. Zu Beginn sollen allerdings einige Vorüberlegungen zu diesem Versagen stehen und der Mechanismus des Versagens anhand typischer Schadensbilder von gebrochenen Bäumen etwas näher betrachtet werden.

Bei dem Stamm eines Baumes handelt es sich mechanisch gesehen im wesentlichen um einen biegebelasteten, fest eingespannten Kragträger (vgl. Kap. 2.1). Der gesunde, defektfreie Baum ist ein Vollquerschnitt, durch die Aushöhlung wird er zu einem hohlen Querschnitt. Für die maximalen Spannungen im Balken, die sich aufgrund einer Biegung ergeben, liefert der Dubbel (BEITZ und KÜTTNER, 1990) für einen Außendurchmesser D abhängig vom Innendurchmesser d bei konstantem Biegemoment folgende Beziehung:

$$\sigma \sim \frac{D}{D^4 - d^4} \qquad (Gl. 3.2)$$

Für die maximalen Biegespannungen in einem 70 % hohlen Baum gegenüber dem defektfreien Vollquerschnitt bedeutet dies einen Anstieg von knapp 32 % oder bei gleicher Versagensspannung ein Absinken der ertragbaren Windkräfte von 24 %. Da die Windkraft auf einen Körper mit dem Quadrat der Windgeschwindigkeit ansteigt, bedeutet dies aber, dass der 70 % hohle Baum immerhin noch über 87 % der Windgeschwindigkeit erträgt wie der volle Stamm. Dieser relativ geringe Unterschied kann aber nicht die Ursache sein, weshalb die zu 70 % hohlen Bäume so auffällig unsicher sind verglichen mit den defektfreien Bäumen.

Eine weitere Vorüberlegung betrifft die Möglichkeit des Knickens des hohlen Baumes. Auch in diesem Fall liefert der Dubbel (BEITZ und KÜTTNER, 1990) eine erste Beziehung, mit der sich dieser Einfluß abschätzen läßt. Dabei ergibt sich unter der Annahme Eulerschen Knickens, d.h. für rein elastisches Materialverhalten, folgende Abhängigkeit der Knicklast F<sub>K</sub> von Außendurchmesser D und Innendurchmesser d:

$$F_K \sim D^4 - d^4$$
 (Gl. 3.3)

Auch in diesem Fall ergibt sich wie bei Gleichung 3.2 lediglich eine Reduzierung der ertragbaren Knicklast von 24 % bei dem kritischen Aushöhlungsgrad von 70 %, weshalb auch hier angenommen werden kann, dass das Knicken nicht versagensauslösend ist.

Zur weiteren Untersuchung dieses Versagensphänomens ist es daher sinnvoll, sich anhand von typischen Schadensbildern weitere Informationen über Schadensursache und Schadensablauf zu beschaffen. In Abbildung 3.3 und 3.4 sind aus diesem Grunde solche Schadensbilder schematisch nach MATTHECK (1994) dargestellt und denen von gebrochenen, jedoch nicht hohlen Bäumen gegenüber gestellt.

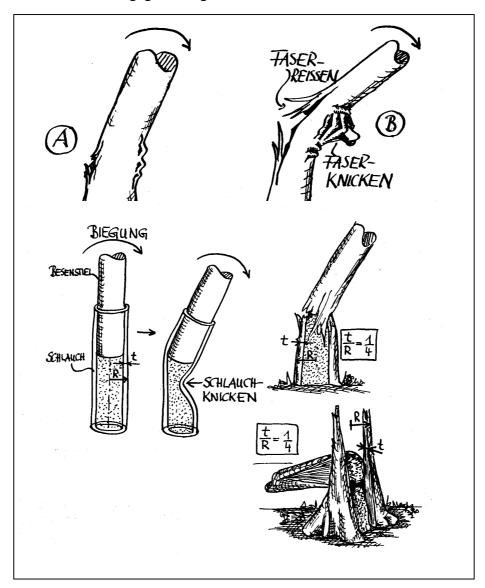


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung typischer Schadensbilder bei gebrochenen Bäumen mit Vollquerschnitt (oben) sowie mit hohlem Querschnitt (unten). Zeichnungen von MATTHECK (1994).

In Abbildung 3.3 erkennt man oben den Versagensmechanismus, wie er für gebrochene Bäume mit Vollquerschnitt zutrifft. Bei diesem Mechanismus versagen die Randfasern auf Zug- und Druckseite der Biegung durch Reißen bzw. durch Faserknicken. Dieser Mechanismus enspricht im wesentlichen einem Überschreiten der zulässigen Spannungen in den Randfasern und passt daher gut zu den Voraussetzungen, unter denen Gleichung 3.2 gilt.

Im unteren Bereich dieser Abbildung sind zwei Versagensmechanismen dargestellt, die völlig anderer Natur sind. Beim Schlauchknicken kommt es zu einer Querschnittsverflachung des hohlen Stammes infolge Biegebelastung, wie sie z. B. von Gartenschläuchen bekannt ist. Das

zweite Schadensbild wird oft als Teufelsohren bezeichnet und ist auf ein tangentiales Abscheren des steiferen Wurzelanlaufes an einer oder beiden Seiten des hohlen Stammes zurückzuführen. Der dadurch geschwächte Stamm selbst versagt dann nach dem Abscheren durch Querschnittverflachung (vgl. Abb. 3.4) oder Schlauchknicken und ist deshalb eigentlich kein eigener Versagensmechanismus. Dieses Schadensbild ist aber dennoch gesondert hier aufgeführt, weil es im Wald relativ häufig zu sehen ist und nicht ohne weiteres als Versagen durch Querschnittsverflachung erkannt wird.

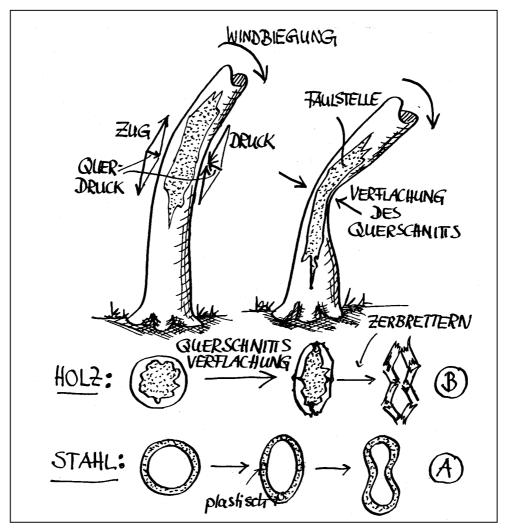


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung des Versagens durch Querschnittsverflachung (oben) und der Analogie zum Versagen von Stahlrohren aufgrund desselben Phänomens. Zeichnungen von MATTHECK (1994).

In Abbildung 3.4 ist der Mechanismus der Querschnittsverflachung sowohl in der Draufsicht als auch als Querschnitt schematisch dargestellt. Die besonders stark gedehnten bzw. gestauchten Fasern in den Randfasern der Biegung versuchen diesen Zwang zu verringern, indem sie sich näher an die neutrale Faser bewegen. Dadurch entstehen querschnittsverflachende Kräfte. Bei gekrümmten oder durch Belastung gekrümmten Bauteilen entstehen diese Kräfte ebenfalls, wie in Abbildung 3.4 oben mit Hilfe eines Kräfteparallelogramms dargestellt ist. Im unteren Teil dieser Abbildung ist der Unterschied bei dem Versagen hohler Querschnitte zwischen Stahl und Holz dargestellt. Die Querschnittsverflachung hat dieselben Ursachen, Stahl verformt sich jedoch plastisch,

während Holz sich elastisch verformt, bis es schließlich nach Einsetzen von Rissbildung "zerbrettert".

Aus der Analyse dieser typischen Schadensbilder in Abbildung 3.3 und 3.4 wird deutlich, dass es zwischen dem massiven und dem hohlen Baum zu einem Wechsel des Schadensmechanismus kommt. Während das Versagen des massiven Baumes durch Gleichung 3.2 beschrieben werden kann, ist für das Versagen des hohlen Baumes in erster Linie ein Verflachen des hohlen Querschnitts ursächlich. Die drei dargestellten Schadensbilder des hohlen Baumes sind nur unterschiedliche Ausprägungen dieser Querschnittsverflachung.

## 3.3. Die FE-Berechnung des Versagens hohler Bäume

Dieses bisher rein empirisch beobachtete Versagensverhalten bei Bäumen mit dem Wechsel des Versagensphänomens infolge der Aushöhlung soll nun mit Hilfe der FEM simuliert werden. Das dazu gewählte FE-Modell wird im folgenden Unterkapitel beschrieben. Daran schließen sich die Ergebnisse der Berechnungen sowie eine Interpretation dieser Ergebnisse im Vergleich mit den Ergebnissen der bereits beschriebenen Feldstudie an.

### 3.3.1. Das FE-Modell

Das FE-Modell, das in dieser Arbeit zur Simulation des Versagens hohler Bäume verwendet wird, ist in Abbildung 3.5 schematisch dargestellt. Der Stamm des massiven bzw. hohlen Baumes wird als kreisrundes Voll- bzw. Hohlrohr mit frei wählbarem Innendurchmesser modelliert. Als Außendurchmesser wird für alle Bäume ein Meter gewählt und beibehalten. Mit diesem Durchmesser ergibt sich für einen stattlichen Solitärbaum, der typischerweise ein Höhe/Durchmesser-Verhältnis von etwa 30 aufweist, eine Höhe von 30 m. Bei einer nahezu kugelrunden Krone, wie sie solche Solitärbäume in der Regel aufweisen, ergibt sich ein Kronenschwerpunkt und damit auch der Punkt, an dem die Windangriffskraft ersatzweise als Einzelkraft angebracht werden kann, in Höhe der halben Gesamthöhe, in diesem Fall 15 m.

Um Rechenzeit zu sparen, werden, wie aus Abbildung 3.5. ersichtlich, nicht die kompletten 15 m des Stammes dreidimensional modelliert. Nur die unteren 4 m, wo im Stamm die größten Biegemomente herrschen, werden mit Hilfe von dreidimensionalen Elementen des Typs C3D8R des verwendeten FE-Programmes ABAQUS, VERSION 5.8.8 modelliert. Dieser Elementtyp kann als Standardelement für dreidimensionale Spannungsanalysen betrachtet werden und ist für diese Analyse sehr gut geeignet und zuverlässig (HIBBIT et al., 1998). Die restlichen 11 m des Stammes werden durch ein Balkenelement des Typs B31 modelliert. Dieses Balkenelement überträgt das Biegemoment und die Querkräfte korrekt auf den unteren Teil des Stammes und bildet die Gesamtauslenkung, d.h. die Verformung der Stammlängsachse korrekt nach. Mit diesem Balkenelement ist jedoch eine Simulation der Querschnittsverflachung unmöglich, da Balkenelemente diese Freiheitsgrade nicht besitzen, um Rechenaufwand zu sparen (vgl. Kap. 2.7).

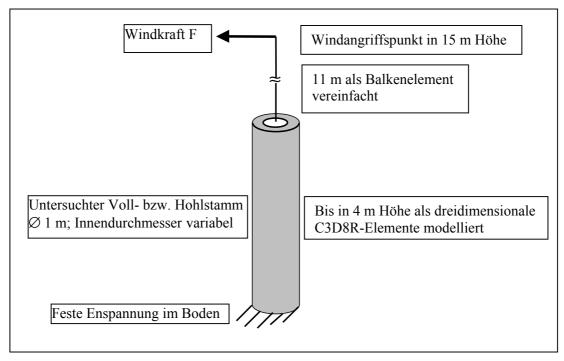


Abbildung 3.5: Schematische Darstellung der Geometrie des verwendeten FE-Modells zur Simulation des Versagens hohler Bäume

Die Verbindung zwischen dem dreidimensional modellierten Teil des Stammes und dem Balkenelement ist durch eine in ABAQUS bereits vorhandene Zwangsbedingung (MPC) realisiert. Dabei werden in diesem Fall alle Freiheitsgrade, d.h. alle Knotenverschiebungen an der Verbindung, miteinander verknüpft. Eine Querschnittsverflachung des dreidimensional modellierten Stammabschnittes wird somit in der Verbindungsstelle leider unterdrückt, weil diese Querschnittsverflachung mit dem Balkenelement nicht simuliert werden kann. Wie aber die durchgeführten Rechnungen (vgl. Kap. 3.3.2) zeigen werden, findet die maximale und damit als kritisch zu bewertende Querschnittsverflachung deutlich weiter unten am Stamm statt, da hier auch die höheren Biegemomente wirken. Die Behinderung der Querschnittsverflachung bei der Anbindung des Balkenelements an den Rest des Stammes kann daher in Kauf genommen werden.

Die Einspannung des Voll- bzw. Hohlzylinders, die der Verankerung des Stammes im Boden durch die Wurzeln entspricht, wurde im Rahmen dieser Berechnungen als feste Einspannung des gesamten Querschnittes realisiert. Damit nimmt man als Nachteil in Kauf, dass auch an diesem Querschnitt die Querschnittsverflachung unterdrückt wird, da jegliche Verformung des eingespannten Querschnittes verhindert wird. Problematisch ist dies aufgrund der Tatsache, dass nach dem Biegemomentenverlauf des Stammes genau in diesem Querschnitt die größten Biegemomente wirken und daher eigentlich auch die größten Querschnittsverflachungen zu erwarten sind.

Eine Alternative wäre eine Einspannung nur der Knoten der neutralen Faser (vgl. Abb. 3.6), wodurch dieser Querschnitt völlig unbehindert verflachen könnte. Dabei wird nur der in Richtung der Windkraft wirkende Freiheitsgrad unterdrückt, quer dazu ist die Bewegung und damit die Verflachung des Querschnitts weiterhin möglich. In Stammlängsrichtung müssen in diesem Falle natürlich weiterhin alle Knoten des Querschnittes eingespannt bleiben, um das Biegemoment, das durch die Windkraft eingeleitet wird, aufzunehmen.

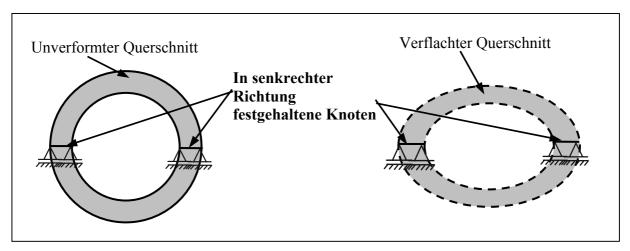


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung einer Einspannung des Querschnittes nur in der neutralen Faser, um die Querschnittsverflachung infolge Windbiegung zuzulassen

Ein gewichtiger Nachteil dieser Einspannung und der Grund, weshalb sie nicht gewählt wurde, liegt in der Tatsache begründet, dass dieser eingespannte Querschnitt nun gleichzeitig auch der Querschnitt ist, der als erster durch Querschnittsverflachung versagen wird. Aus diesem Grunde müssen in diesem Querschnitt auch die Spannungen ausgewertet werden, um genau darüber Aussagen erhalten zu können. Die Spannungen in diesem Querschnitt geben aber nicht nur die Belastung durch die Windbiegung und die dadurch verursachte Querschnittsverflachung wieder, sondern zusätzlich herrschen in der neutralen Faser und deren Nähe Spannungen, die aus den Lagerreaktionskräften entstehen und die Spannungsverteilung verfälschen.

Deshalb wurde in dieser Arbeit ein anderer Weg beschritten, der im folgenden kurz erläutert werden soll. Der eingespannte Querschnitt am Fuße des Baummodells und der maximal verflachte Querschnitt, an dem die Spannungen ausgewertet werden müssen, sollen aus dem oben beschriebenen Grund nicht identisch sein. Folglich muss die Querschnittsverflachung im eingespannten Querschnitt auch behindert werden und es wurde deshalb eine feste Einspannung gewählt. Der nächste Schritt auf dem Wege zur Auswertung der Spannungen im maximal verflachten Querschnitt ist nun die Bestimmung eben dieses Querschnitts.

Zu diesem Zweck wurden im Modell des hohlen Baumes in Richtung der Windkraft Balkenelemente (im folgenden Messbeams genannt, vgl. Abb. 3.7) eingefügt, die (nahezu) keine Steifigkeit besitzen und deshalb die Querschnittsverflachung nicht behindern. Sie werden durch die in der jeweiligen Höhe unterschiedliche Querschnittsverflachung unterschiedlich stark verkürzt. Der Querschnitt mit der größten Verflachung und damit auch der Querschnitt, dessen Spannungen ausgewertet werden müssen, zeichnet sich also durch den Messbeam mit den größten Druckspannungen aus, der aufgrund dieser Eigenschaft leicht zu finden ist.

Um die Querschnittsverflachung und die dadurch entstehenden Spannungen im hohlen Baum mit Hilfe der FEM zu simulieren, muss die Berechnung geometrisch nichtlinear erfolgen, d.h. die Verformungen wirken auf die Spannungsverteilung direkt zurück. Dies bedeutet erheblich höheren Rechenaufwand gegenüber einer geometrisch linearen Analyse (ca. sechs Std. gegenüber einer Std. Rechenzeit auf der benutzten IBM-Workstation), ist aber für eine Spannungsanalyse der hohlen Bäume notwendig und in jedem Fall näher an der Wirklichkeit als eine geometrisch lineare Analyse. Für die Simulation des Baumes mit Vollquerschnitt ist dieser Aufwand eigentlich nicht notwendig, da es hier nicht zu einer relevanten

Querschnittsverflachung und damit zu einer Spannungsumlagerung kommt. Da der Baum mit Vollquerschnitt aber als Referenzfall für einen sicheren Querschnitt zu betrachten ist und deshalb alle Spannungsverteilungen der hohlen Bäume mit ihm verglichen werden müssen, wird der Baum mit Vollquerschnitt aus Gründen der einfacheren Vergleichbarkeit der Ergebnisse auch geometrisch nichtlinear gerechnet.

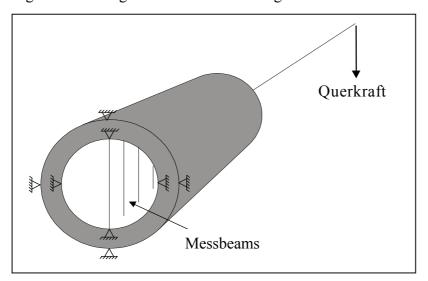


Abbildung 3.7: Schematische Darstellung der Messbeams zur Bestimmung des maximal verflachten Querschnitts

Neben der Wahl einer geeigneten Geometrie und Einspannung ist natürlich auch die Auswahl der Materialparameter entscheidend für die Qualität der Ergebnisse. Die Berechnung des hohlen Baumes soll die Spannungsumlagerung durch die Verformung berücksichtigen, um die Querschnittsverflachung miterfassen zu können. Aufgrund der Rückwirkung der Verformung auf den Spannungszustand kommt den elastischen Konstanten des Holzes große Bedeutung zu. Sie wurden gewählt wie in Kapitel 2.3 beschrieben.

Mithilfe der FE-Rechnung soll untersucht werden, an welcher Stelle im Baum und aufgrund welcher Spannungskomponente der Baum zu versagen beginnt (first-ply, vgl. Kap. 2.6.5). Theoretisch wäre es möglich, die jeweils versagten Elemente für den weiteren Berechnungsablauf in der Steifigkeit zu Null zu setzen und so Schritt für Schritt den kompletten Versagensablauf bis zum liegenden Baum zu simulieren. Dies würde den Berechnungsaufwand, der bis zum "first-ply" bei ca. sechs Stunden liegt, um ein Vielfaches in die Höhe treiben, ohne wirklich interessante Zusatzinformationen zu liefern.

Dieser große Berechnungsaufwand wird in dieser Arbeit deshalb durch eine Abschätzung ersetzt, ob der errechnete "first-ply", d. h. der erste Riss oder der Beginn eines Bruchs im Baum, zu einer signifikanten Absenkung des Widerstandsmoments des Baumes führt. In diesem Fall kann nämlich mit einem zwingenden Versagen des Baumes gerechnet werden, da ja die äußere Kraft weiterhin wirkt. Dennoch ist festzustellen, dass es damit keine direkte Rückkopplung der Festigkeiten des Holzes auf das Berechnungsergebnis gibt, sondern dass sie nur herangezogen werden, um die Auswirkungen der berechneten Spannungen zu interpretieren. Auch diese Materialparameter wurden so gewählt, wie in Kapitel 2.3 beschrieben.

Eine weitere wichtige Größe für die Durchführung der Berechnung ist die Festlegung der Größe der Windkraft. Sie wurde hier so groß gewählt, dass der Baum mit Vollquerschnitt schon nahe an seine Belastungsgrenze kommt. Dies entspräche in etwa einem sehr schweren

Sturm, der aber völlig gesunde und starke Bäume noch nicht zu brechen vermag. Bei einer solchen Windkraft müßten Bäume mit steigendem Höhlungsgrad immer weiter über ihre Versagensgrenze hinaus belastet werden bzw. ihre inneren Spannungen müßten ihre Festigkeiten übersteigen und sie würden aus diesem Grunde versagen.

## 3.3.2. Die Ergebnisse der FE-Berechnungen

In den folgenden Abbildungen sind die Spannungsverteilungen über dem Querschnitt dargestellt, wie sie sich für einen Baum ohne Höhlung sowie für einen 70-% hohlen Baum infolge einer starken Biegebelastung ergeben. Für beide Fälle wird dabei der Querschnitt des Baumes in einer Höhe von 1,80 m betrachtet. Dies ist die Höhe, in der der 70-% hohle Baum am stärksten verflacht ist und daher der Querschnitt, der untersucht werden soll. Beim vollen Baum findet durch die Biegebelastung keine Querschnittsverflachung statt und somit kann die gleiche Höhe wie beim hohlen Baum gewählt werden, um Querschnitte mit gleichen Biegemomenten miteinander zu vergleichen.

In Abbildung 3.8 sind die Biegespannungen in axialer Richtung, d.h. in Faserlängsrichtung, für die beiden Fälle (aus Platz- und Darstellungsgründen jeweils nur am Halbstamm, Windkraft zieht nach oben) dargestellt. Man erkennt, dass sich in beiden Fällen die Spannungsverteilung sehr ähnelt mit einer klar erkennbaren neutralen Faser der Biegung und den gleichgroßen Druck- und Zugspannungen in den jeweiligen Randfasern. Die Spannungen sind jeweils mit der gleichen Grauskala aufgetragen. Man erkennt daher auch die etwas höheren Spannungsbeträge in den Randfasern des hohlen Baumes. Kritischer einzuschätzen sind dabei natürlich die Druckspannungen, da die Druckfestigkeit in Faserrichtung sehr viel kleiner als die Zugfestigkeit ist. Auf die exakten Beträge der jeweiligen Spannungen wird später näher eingegangen.

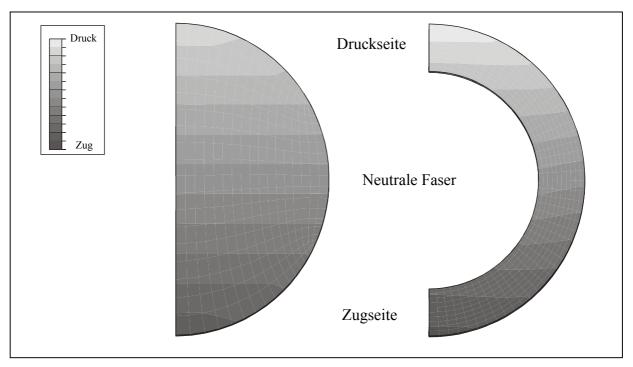


Abbildung 3.8: Verteilung der axialen Spannungen im biegebelasteten Stamm mit Vollquerschnitt und 70-% hohlem Querschnitt

Man erkennt weiterhin, dass die Isolinien der Spannungsverteilung im Baum mit Vollquerschnittt überall waagrecht verlaufen, während sie im hohlen Baum in der Nähe der neutralen Faser der Biegung etwas schräg sind. Dieser für die Standsicherheit des Baumes unbedeutende Effekt wird durch die Querschnittsverflachung des hohlen Baumes ausgelöst.

Die Spannungsverteilung in radialer Richtung, d.h. in Richtung der Holzstrahlen, ist in Abbildung 3.9 in gleicher Weise wie in Abbildung 3.8 dargestellt. Bei der Betrachtung dieses Spannungsverteilung ist zu beachten, dass die Spannungen in radialer Richtung sowohl für den hohlen Baum als auch für den Baum mit Vollquerschnitt insgesamt sehr niedrig sind und deshalb in beiden Fällen keine Bedeutung für ein evtl. Versagen haben. Auf eine detaillierte Beschreibung dieser Spannungsverteilung kann hier somit verzichtet werden.

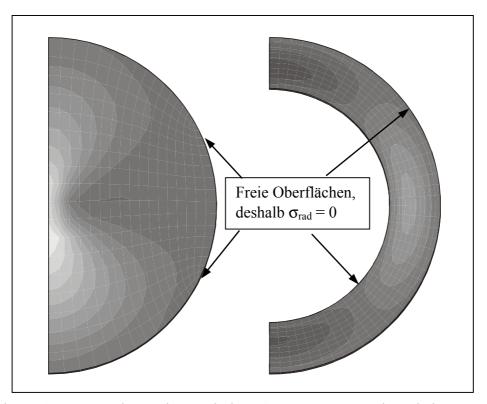


Abbildung 3.9: Verteilung der radialen Spannungen im biegebelasteten Stamm mit Vollquerschnitt und 70-% hohlem Querschnitt

In Abbildung 3.10 sind die tangentialen Spannungen, d.h. die Spannungen in Umfangsrichtung des Stammes, in der gleichen Weise (vgl. Abb. 3.8 und 3.9) zu sehen. Hier ergeben sich die auffälligsten Unterschiede zwischen dem Stamm mit Vollquerschnitt und dem 70-% hohlen Stamm. Während diese Spannungen im Vollstamm überall nahezu Null sind, ergeben sich im hohlen Stamm durch die Querschnittsverflachung verhältnismäßig große Spannungen. Durch die Querschnittsverflachung entsteht im in Abbildung 3.10 dargestellten halben Querschnitt ein Spannungszustand, der an eine Biegebelastung eines Brückenbogens erinnert. Die durch die Querschnittsverflachung hervorgerufene Verformung des Querschnitts gleicht auch einem durch Streckenlast belasteten Bogen (vgl. Abb. 3.6). MUNZ und MATTHECK (1981) ersetzten diese aus der Biegung entstehenden querschnittsverflachenden Kräfte deshalb gleich durch entsprechende Druckkräfte auf den Querschnitt. Damit ist auch sehr anschaulich zu erklären, warum die Tangentialspannungen im Vollquerschnitt keine Rolle spielen: Die querschnittsverflachenden Kräfte erzeugen keine Biegespannungen wie bei einem Brückenbogen, sondern werden als Druckkräfte über den ganzen Querschnitt übertragen. Entstehende Spannungen und Verformungen bleiben deshalb sehr viel kleiner.

Auch bei den Tangentialspannungen werden die exakten Beträge erst im folgenden untersucht, allerdings ist an dieser Stelle bereits festzustellen, dass diese Spannungen durch die Ausmorschung offenbar sehr stark ansteigen und dies für das Versagen des hohlen Baumes insofern besonders interessant ist, weil in tangentialer Richtung auch die niedrigsten Festigkeiten erreicht werden (vgl. Kap. 2.3). Dies gilt in besonderer Weise für die tangentiale Zugfestigkeit und damit für die tangentiale Zugspannung.

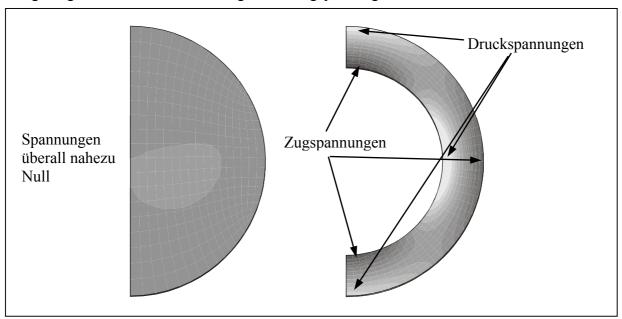


Abbildung 3.10: Verteilung der tangentialen Spannungen im biegebelasteten Stamm mit Vollquerschnitt und 70-% hohlem Querschnitt

Man erkennt in der Abbildung 3.10, dass lokale Spannungsmaxima im Druck- und Zugbereich sowohl an der Außenfläche des Baumes als auch an der Grenzfläche zur Ausmorschung liegen. Die Spannunganalyse ergab jedoch, dass die größte Druckspannung und die größte Zugspannung immer an der Grenzfläche zur Ausmorschung liegen.

Eine weitere interessante Spannungskomponente ist die Schubspannung  $\tau_{ax,tan}$  in Faserrichtung (axial) mit Schubfläche entlang der Holzstrahlen (Normalenvektor der Schubfläche tangential). Diese Schubspannungen werden verantwortlich gemacht für Schubrisse in der neutralen Faser der Biegung von Bäumen (vgl. Abb. 2.19, dort  $\tau_{t,l}$ ). Die Verteilung dieser Schubspannung ist analog zu den bisherigen Spannungsverteilung in Abbildung 3.11 dargestellt.

Diese Schubspannung  $\tau_{ax,tan}$  darf nicht einfach gleichgesetzt werden mit der gewohnten Schubspannungsverteilung im Biegebalken. Wegen der axialsymmetrischen Modellierung des Baumes stimmen sie nur in der neutralen Faser überein. Dies ist in beiden Fällen aber auch die interessanteste Stelle, da dort die maximalen Spannungen herrschen. In den Randfasern, wo die Beträge der Schubspannungen allerdings sehr viel kleiner sind und damit für ein Versagen eher uninteressant werden, stehen diese beiden Schubspannungen jedoch senkrecht zueinander.

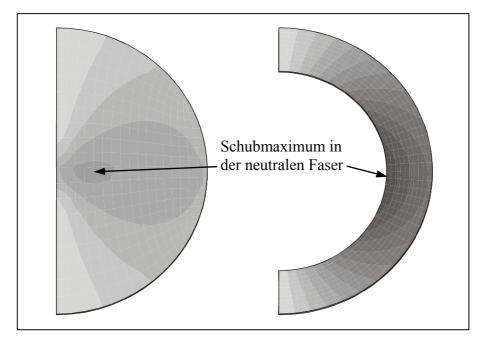


Abbildung 3.11: Verteilung der Schubspannungen  $\tau_{ax,tan}$  im biegebelasteten Stamm mit Vollquerschnitt und 70-% hohlem Querschnitt

Auch bei dieser Spannungsverteilung liegt das Maximum beim hohlen Baum an der Grenzfläche zur Ausmorschung. Die Erhöhung der Schubspannungen infolge Ausmorschung kann sehr anschaulich mit der Reduzierung der Schubfläche in der neutralen Faser erklärt werden. Dies würde einer linearen Erhöhung des Spannungsmaximums mit dem Höhlungsgrad entsprechen, da Höhlungsgrad und Reduzierung der Schubfläche in der neutralen Faser ebenfalls linear sind. Die quantitative Untersuchung dieses Spannungsanstieges sowie von den anderen Spannungskomponenten, die ebenfalls als möglicherweise versagensrelevant erkannt wurden, wird im folgenden beschrieben.

Die Änderung des Spannungszustandes der einzelnen Spannungskomponenten infolge der Ausmorschung des Baumes geht qualitativ aus den Abbildungen 3.8 bis 3.11 hervor und kann mit der durch die Ausmorschung begünstigten Querschnittsverflachung schlüssig begründet werden. Als möglicherweise versagensauslösend haben sich dabei die axialen Druckspannungen, die tangentialen Zugspannungen sowie die maximale Schubspannung  $\tau_{ax,tan}$  erwiesen. Die Veränderung dieser Spannungen infolge der Ausmorschung wurde für verschiedene Höhlungsgrade berechnet und ist in der folgenden Abbildung 3.12 zu sehen.

Die Beträge der Spannungen sind dabei in dieser Abbildung jeweils auf die im Vollquerschnitt vorliegenden Spannungen bezogen. Anhand dieser Darstellung läßt sich sehr gut erkennen, wie stark die einzelnen Spannungen infolge der Ausmorschung ansteigen und wie sich damit ihre Bedeutung für ein Versagen des Baumes verschiebt.

Die bereits angesprochene Frage, ob durch einen Versagensbeginn (first-ply) das Widerstandsmoment des hohlen Baumes signifikant verringert wird und der Baum deshalb insgesamt versagen wird (vgl. Seite 61), kann sowohl für das axiale Druckversagen als auch für das tangentiale Zugversagen und das Schubversagen eindeutig bejaht werden. Im ersten Fall reduziert sich das Widerstandsmoment, weil gerade die Randfasern versagen und somit die Last von Fasern übernommen werden muß, die näher an der neutralen Faser und damit deutlich ungünstiger zur Aufnahme der Biegebelastung liegen. Im zweiten Fall bewirkt das

Überschreiten der tangentialen Zugfestigkeit einen Riss, der die Querschnittsverflachung stark beschleunigt, da dieser Riss den Widerstand gegen die querschnittsverflachenden Kräfte herabsetzt. Die verstärkte Querschnittsverflachung erhöht ihrerseits die tangentialen Zugspannungen und führt deshalb zum Versagen des gesamten Querschnitts durch Zerbrettern (vgl. Abb. 3.3). Die Bildung eines Schubrisses in der neutralen Faser der Biegung bedeutet für den Biegebalken, dass er sich in zwei Biegebalken mit jeweils der halben Höhe aufteilt. Auch in diesem Fall wird das Widerstandsmoment gegen Biegung sehr stark reduziert und bewirkt somit das Versagen des gesamten Baumes.

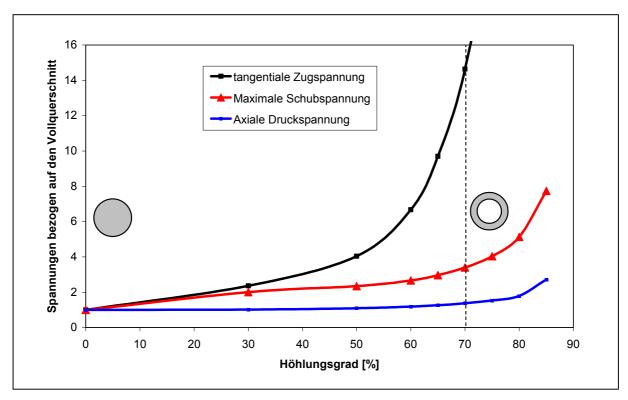


Abbildung 3.12: Anstieg versagensrelevanter Spannungen im Baum infolge steigender Ausmorschung

In obiger Abbildung 3.12 erkennt man sehr schön den vergleichsweise moderaten Anstieg der axialen Druckspannungen infolge der Ausmorschung. Dies entspricht auch der Erwartung aus Gleichung 3.1, nach der sich auch nur eine Erhöhung der Biegespannung in der Randfaser von gut 30 % ergeben sollte. Dieser Spannungsanstieg beschleunigt sich erst bei Höhlungsgraden über 85 % und kann somit die 70-%-Regel, die sich aus der Feldstudie so deutlich ergeben hat, wohl nicht erklären. Gleichwohl ist diese Spannung für den vollen Baum durchaus versagensrelevant, was zum einen an den Bruchbildern voller Bäume (vgl. Abb. 3.3) zu erkennen ist, zum anderen aber auch daraus folgt, dass alle anderen Spannungen im vollen Baum nahezu vernachlässigbar sind.

Die maximale Schubspannung weist im Vergleich mit der axialen Druckspannung schon einen deutlich stärkeren Anstieg infolge der Ausmorschung auf. Bei einem 70 % hohlen Baum ist sie immerhin fast um Faktor 3,4 gestiegen und entspricht damit ziemlich exakt dem Spannungsanstieg, der aufgrund der reduzierten Schubfläche in der neutralen Faser zu erwarten ist. Aus dieser reduzierten Schubfläche ergibt sich ein Spannungsanstieg von Faktor 3,33.

Der deutlichste Spannungsanstieg ist jedoch bei den tangentialen Zugspannungen zu verzeichnen. Bei einem Höhlungsgrad von 70 % steigt diese Spannungskomponente bereits um den Faktor 14,6, bei einem Höhlungsgrad von 85 % gar um den Faktor 91,6. Dieser extrem starke Anstieg der tangentialen Zugspannungen, der damit rechnerisch nachgewiesen werden konnte, kann den Wechsel des Versagensmechanismusses zwischen vollem und hohlem Baum erklären, indem die deutlich schneller ansteigenden tangentialen Zugspannungen die axialen Druckspannungen als versagensauslösend "überholen". Dass dieser Wechsel stattfinden wird, ist nach Abbildung 3.12 in jedem Fall klar. Wenn die tangentialen Zugspannungen aber erst einmal versagensrelevant sind, ist auch zu erwarten, dass die betroffenen Bäume nicht mehr viel weiter ausmorschen, ohne zu versagen, da der Spannungsanstieg so stark ist. Damit ist auch die so deutlich erkennbare Grenze zwischen sicheren und unsicheren Bäumen in der Feldstudie zu erklären (vgl. Abb. 3.1).

Das Versagen durch tangentiale Zugspannungen wird weiter verständlich, weil die Modellierung des hohlen Baumes als kreisrundes und kerzengerades Hohlrohr eine Idealisierung darstellt, der nur sehr wenige Bäume tatsächlich entsprechen. Wenn aber der Baum nur wenig gekrümmt und nicht exakt kerzengerade ist, entstehen durch diese Vorkrümmung die tangentialen Spannungen bei weiterer Krümmung durch Windbelastung in deutlich stärkerem Maße. Auf die axialen Biegespannungen sind die Auswirkungen einer Vorkrümmung sehr viel geringer. Außerdem blieb in der FE-Berechnung die Beobachtung unberücksichtigt, dass Faulhöhlen in Bäumen innen Kerben haben können (vgl. Abb. 3.13). Dadurch entstehen Kerbwirkungen für die tangentialen Spannungen, die auch vom Baum durch adaptives Wachstum nicht abgebaut werden können, da keine Verbindung zum Kambium besteht und an dieser Stelle kein Wachstum stattfindet. Für die axiale Biegebelastung hat die innere Form der Faulhöhle und damit ihre Kerbwirkung geringere Bedeutung, da dieser axiale Kraftfluss in Längsrichtung der Kerben verläuft und somit nicht um diese umgelenkt wird. Der axiale Biegekraftfluss wird also nicht durch Kerbfaktoren überhöht.

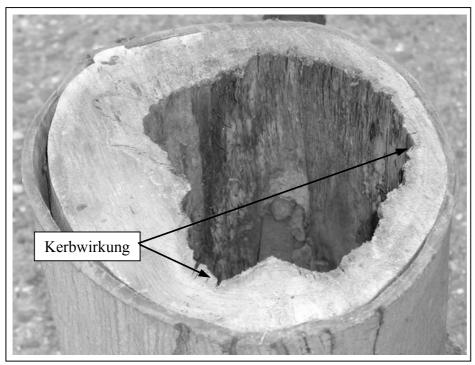


Abbildung 3.13: Typische unrunde Faulhöhle mit Kerbwirkungen für Tangentialspannungen

### 3.4. Die Bedeutung der Wachstumsspannungen für den hohlen Baum

Die Wachstumsspannungen (vgl. Kap. 2.4) blieben in der FE-Berechnung bis jetzt ebenfalls unberücksichtigt. Ihre Bedeutung für die Standsicherheit des gesunden Baumes mit Vollquerschnitt wurde in den Grundlagen bereits beschrieben und soll hier nur ganz kurz wiederholt werden. Durch die Wachstumsspannungen gleicht der Baum in seinen Randfasern den großen Unterschied zwischen der axialen Druckfestigkeit und der deutlich höheren axialen Zugfestigkeit aus, um ein vorzeitiges Versagen aufgrund der geringen Druckfestigkeit zu verhindern. Die axiale Zugvorspannung in den Randfasern des Baumes bewirkt, dass der Baum bei deutlich höheren äußeren Biegespannungen versagt als es die geringe Druckfestigkeit erwarten läßt.

Somit kann der Baum durch die Wachstumsspannungen deutlich höhere Biegebelastungen ertragen und verformt sich demzufolge deutlich stärker. Dadurch steigt die Bedeutung der Querschnittsverflachung und somit der tangentialen Zugspannungen für das Versagen des hohlen Baumes ebenfalls stark an. Aber auch die anderen Anteile der Wachstumspannungen (tangentiale und radiale Anteile; Fehlen des Kernes, um die axialen Zugspannungen auszugleichen) können für den hohlen Baum und dessen Versagen sehr interessant werden und sollen daher im folgenden mit Hilfe der FEM modelliert und ihre Auswirkungen diskutiert werden.

#### 3.4.1. Wachstumsspannungen im unbelasteten Baum

Den folgenden Eigenspannungsverteilungen, die über den (halben) Querschnitt aufgetragen sind, liegt die Grundannahme Küblers zugrunde, dass der Spannungszustand im äußersten Jahresring immer gleich ist (KÜBLER, 1959, vgl. Kap. 2.4). In Abbildung 3.14 sind die tangentialen, radialen und axialen Spannungen für den Baum mit Vollquerschnitt aufgetragen, die sich durch die axiale Verkürzung und radiale und tangentiale Ausdehnung der Holzzellen des letzten Jahresringes ergeben. Die Verkürzung und Ausdehnung der Holzzellen wurde dabei durch eine orthotrope Temperaturausdehnung in einem axialsymmetrischen Temperaturfeld modelliert. Auf diese Art erreicht man eine Spannungsverteilung im vollen Baum, die der Verteilung aus Abbildung 2.16 entspricht.

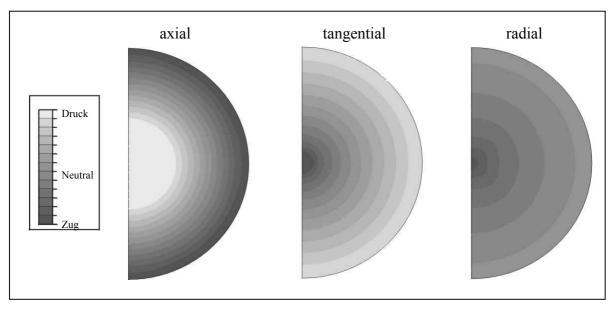


Abbildung 3.14: Verteilung der Wachstumsspannungen im unbelasteten vollen Baum

Man erkennt in Abbildung 3.14 sehr gut die axiale Zugvorspannung in den Randfasern, die für die Standsicherheit des Baumes günstig ist und die durch die axialen Druckspannungen im Innern des Baumes ausgeglichen werden muss. Aufgrund der tangentialen und radialen Ausdehnung der Holzzellen entstehen daneben im Innern des Baumes aber auch tangentiale und radiale Zugspannungen. Die radialen Zugspannungen klingen zum Rand hin auf null ab, während die tangentialen Zugspannungen bis zum Rand hin in tangentiale Druckspannungen übergehen. Diese tangentialen Druckspannungen in den Randfasern sind für den Baum ebenfalls günstig, da sie das Risiko der bei Biegung druckbelasteten Randfasern verringern, an den Holzstrahlen auszuknicken.

Exakt das gleiche Temperaturfeld und die gleichen Wärmeausdehnungskoeffizienten wurden auch verwendet, um die Eigenspannungsverteilung im hohlen Baum zu modellieren. Damit nimmt man an, dass der Baum auf die Ausmorschung nicht mit einer Veränderung der Wachstumsspannungen reagiert. Inwieweit diese Annahme wahrscheinlich ist oder korrigiert werden muss, wird anhand der Ergebnisse im folgenden diskutiert werden. In der Literatur lassen sich dazu keine konkreten Aussagen finden.

Die Wachstumsspannungen, die sich unter den oben genannten Voraussetzungen im 70 % hohlen Baum ergeben, unterscheiden sich aufgrund der veränderten Geometrie deutlich von denen im vollen Baum und sind in Abbildung 3.15 dargestellt.

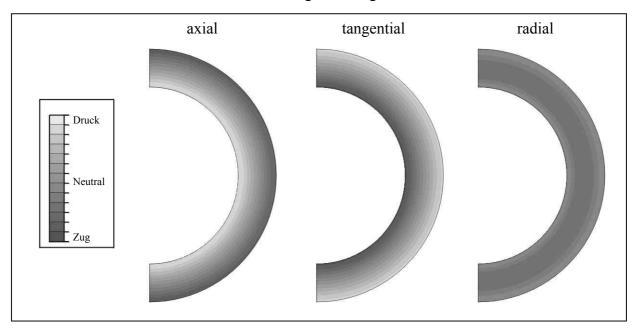


Abbildung 3.15: Verteilung der Wachstumsspannungen im unbelasteten 70 % hohlen Baum

Der größte Unterschied ist bei den Wachstumsspannungen in radialer Richtung zu erkennen. Beim hohlen Baum befindet sich sowohl an der Außenseite als auch (im Unterschied zum vollen Baum) an der Innenseite eine freie Oberfläche und an diesen beiden Stellen muss die radiale Spannung deshalb Null sein. Dazwischen herrscht wie beim vollen Baum eine radiale Zugspannung, radiale Druckspannungen gibt es weder beim vollen noch bei hohlen Baum.

Die Spannungsverteilung in tangentialer Richtung ähnelt der beim vollen Baum: an der Außenseite herrschen tangentiale Druckspannungen und erschweren auch hier das Ausknicken der bei Biegung druckbelasteten Randfasern. An der Innenseite herrscht eine tangentiale Zugvorspannung. Im Unterschied zum vollen Baum liegt dieser Bereich aber nicht

ganz im Innern und wird deshalb durch eine Biegung nicht belastet. Im Falle des 70 % hohlen Baumes liegen diese tangentialen Zugspannungen bereits ziemlich weit von der neutralen Faser der Biegung entfernt und begünstigen somit das Ausknicken der Fasern auf der Druckseite der Biegung. Darüber hinaus fallen diese tangentialen Zugspannungen mit jenen zusammen, die durch Querschnittsverflachung bei Biegung entstehen (vgl. Abb. 3.10) und als versagensrelevant bei hohlen Bäumen erkannt wurden. Es ist daher möglich, dass dieses Zusammenwirken beim hohlen Baum aus Wachstumsspannungen und Biegung das Versagen zusätzlich begünstigt. Dieses Zusammenwirken wird im folgenden Kapitel 3.4.2 untersucht.

Die Verteilung der Wachstumsspannungen in axialer Richtung entspricht weitgehend der Verteilung im vollen Baum. Ein Blick auf die Spannungsbeträge, die in der folgenden Tabelle 3.1 aufgeführt sind, zeigt jedoch, dass die Beträge der Spannungen in axialer Richtung gegenüber dem vollen Baum deutlich zurückgegangen sind. In dieser Tabelle sind immer die maximalen Beträge im Druck- und im Zugbereich angegeben, die sich in der jeweiligen Raumrichtung einstellen.

Wachstumsspannungen	Vollquerschnitt	70 % hohler Querschnitt
axial [MPa]	-30 bis 18,2	-8,3 bis 7,9
tangential [MPa]	-5,0 bis 6,7	-1,9 bis 2,2
radial [MPa]	0 bis 8,5	0 bis 0,2

Tabelle 3.1: Beträge der Wachstumsspannungen im vollen und hohlen Baum im Vergleich

Die maximale Zugvorspannung in axialer Richtung sinkt dabei infolge der Ausmorschung auf weniger als die Hälfte (die absoluten Werte sind dabei lediglich als Anhaltswerte zu verstehen). Das starke Absinken dieser Vorspannung ist darauf zurück zu führen, dass im hohlen Baum das Material im Kern fehlt, das nötig ist, um diese Zugvorspannung auszugleichen. Diese maximale Zugvorspannung herrscht in beiden Fällen in den Randfasern der Biegung und soll das vorzeitige Druckversagen dieser Randfasern verhindern. Ein Absinken dieser Zugvorspannung ist daher nachteilig für die Standsicherheit des Baumes und kann aufgrund seiner Lage in den Randfasern und damit am Kambium des Baumes von diesem auch detektiert werden. Es ist daher nicht unwahrscheinlich, dass der Baum dieses Absinken bemerkt und darauf evtl. durch eine Steigerung der Wachstumsspannungen reagiert.

Wenn der Baum seine Anstrengungen bei der Erzeugung der Wachstumspannungen aus diesem Grund verdoppelt, bedeutet dies lediglich eine Verdopplung aller Spannungskomponenten, da es sich hierbei um eine linear elastische Rechnung handelt. Der hohle Baum erreicht unter dieser Voraussetzung in etwa die gleiche Zugvorspannung in axialer Richtung in den Randfasern wie der volle Baum. Auch die für die Standsicherheit ebenfalls günstige Druckvorspannung in tangentialer Richtung in den Randfasern sinkt dadurch deutlich geringfügiger ab. Die radialen Spannungen in den Randfasern des Baumes bleiben in jedem Falle Null, da es sich hierbei um eine freie Oberfläche handelt.

Diese Effekte in den Randfasern kann der Baum in seinem Kambium wahrscheinlich messen und sie sind allesamt günstig für ihn. Also ist es durchaus möglich, dass der Baum auf diese Art reagiert. Klar ist jedoch in jedem Fall, dass es keinen mechanischen Grund für den Baum gibt, seine Anstrengungen bei der Erzeugung der Wachstumsspannungen zu reduzieren. Die Wachstumsspannungen im hohlen Baum werden deshalb im folgenden nach diesen beiden Möglichkeiten (exakt wie im vollen Baum sowie Verdoppelung der Anstrengung) modelliert und ihr Zusammenwirken mit den Spannungen, die durch Biegung und Querschnittsverflachung entstehen, im folgenden Kapitel untersucht.

### 3.4.2. Spannungszustand aus Wachstumsspannungen und Biegebelastung

Im Gegensatz zur linear elastischen Berechnung der Wachstumsspannungen erfolgt die Berechnung der Biegespannungen geometrisch nichtlinear, d.h. unter Berücksichtigung der sich ergebenden Verformungen (vgl. Seite 62). Aufgrund dieser Nichtlinearität läßt sich das Superpositionsprinzip streng genommen nicht anwenden, auch wenn es sich gut zu einer ersten Abschätzung eignet. Wie sich das Zusammenwirken dieser beiden Spannungszustände aus Wachstumsspannungen und Biegebelastung auswirken wird, soll deshalb im folgenden anhand der Ergebnisse von FE-Berechnungen untersucht werden.

Die FE-Berechnungen laufen dabei folgendermaßen ab: Zuerst wird mit Hilfe des Temperaturfeldes und der orthotropen Wärmeausdehnungskoeffizienten der Spannungszustand berechnet, der sich durch die Wachstumsspannungen im Baum ergibt. Dieser Spannungszustand wird in den darauf folgenden Berechnungsschritt übernommen, in dem die Belastung durch die Windkraft auf das vorgespannte Modell aufgegeben wird. Dieser zweite Schritt wird natürlich geometrisch nichtlinear berechnet. Er entspricht damit in allen Details bis auf die vom ersten Schritt übernommenen Wachstumsspannungen den bisherigen Berechnungen. Insgesamt läuft die Berechnung genau so ab, wie die Belastung auch in der Natur erfolgt: Der Baum besitzt im unbelasteten Zustand seine Wachstumsspannungen und wird dann durch starken Wind auf Biegung belastet.

Im folgenden werden die Ergebnisse dreier FEM-Berechnungen dargestellt und beschrieben. Als erstes der Spannungszustand, wie er sich im vollen Baum infolge der Wachstumsspannungen und der Windbiegung einstellt.

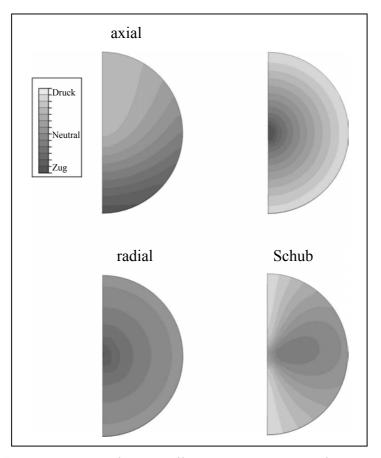


Abbildung 3.16: Spannungszustand im vollen Baum aus Wachstumsspannungen und Biegebelastung, dargestellt über den halben Querschnitt

In Abbildung 3.16 erkennt man, dass die Spannungen in radialer und tangentialer Richtung Windbelastung nur sehr geringe Veränderungen durch gegenüber Wachstumsspannungen im unbelasteten Baum (vgl. Abb. 3.14) aufweisen. Dies war nach den bisherigen Ergebnissen zu erwarten, da diese Spannungen durch die Biegebelastung im vollen Baum sehr niedrig bleiben (vgl. Kap. 3.3.2). Dagegen wird die Schubspannungsverteilung von der Biegung dominiert, da die Schubspannungen zwischen den Fasern nur durch die Biegung und nicht durch die Wachstumsspannungen erzeugt werden. Einzig bei den Spannungen in axialer Richtung erkennt man ein echtes Zusammenwirken der beiden Spannungszustände. Das gleichzeitige Wirken von Biegebelastung und Wachstumsspannungen führt zu deutlich höheren Zugspannungen auf der Zugseite der Biegung als Druckspannungen auf der Druckseite. Dieser Effekt ist zusammen mit den am Umfang herrschenden tangentialen Druckspannungen günstig für die Standsicherheit des Baumes.

Die beiden folgenden Ergebnisse ergeben sich für 70 % hohle Bäume, die ebenfalls durch Wachstumsspannungen und Windbiegung belastet werden. Sie unterscheiden sich lediglich darin, dass im ersten Fall (Abb. 3.17) die Wachstumsspannungen im gleichen Maße wie im vollen Baum erzeugt werden, während sie im zweiten Fall (Abb. 3.18) doppelt so groß angenommen werden, um eine mögliche Reaktion des Baumes zu berücksichtigen (vgl. Seite 74).

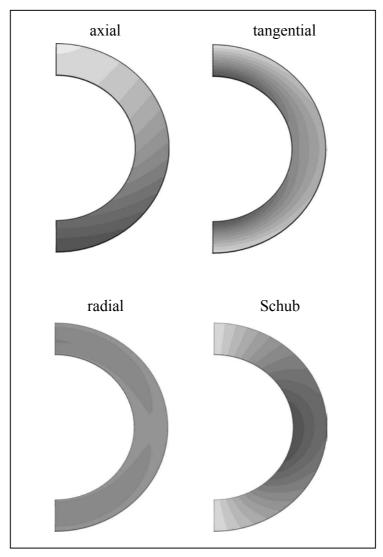


Abbildung 3.17: Spannungszustand im 70 % hohlen Baum aus Wachstumsspannungen und Biegebelastung, dargestellt über den halben Querschnitt

Der Spannungszustand, der sich im 70 % hohlen Baum infolge Biegebelastung und unverändert gebildeten Wachstumsspannungen einstellt, ist in Abbildung 3.17 dargestellt. Im Vergleich mit den Spannungsverteilungen im vollen Baum (vgl. Abb. 3.16) sind die Spannungszustände im 70 % hohlen Baum deutlich ungünstiger. Die geringere axiale Zugvorspannung in den Randfasern des Baumes führt dazu, dass die Spannungen auf der Druckseite fast genau so hoch sind wie auf der Zugseite. Damit wird der mechanische Zweck der Wachstumsspannungen (Ausgleich der geringen axialen Druckfestigkeit) eigentlich nicht mehr erfüllt. Bei den tangentialen Spannungen überlagern sich die Zugvorspannungen an der Innenseite des Stammes mit den Zugspannungen, die durch die Querschnittsverflachung infolge Biegebelastung entstehen. Diese versagensrelevanten Spannungen werden also durch die Wachstumsspannungen noch erhöht! Die radialen Spannungen sind sowohl bei den Wachstumsspannungen als auch bei reiner Biegebelastung unkritisch und bleiben es deshalb auch beim Zusammenwirken dieser beiden Zustände. Die Schubspannungen entstehen wie beim vollen Baum nur durch die Biegebelastung und werden deshalb durch die Wachstumsspannungen nicht verändert.

Wenn der mechanische Zweck der Wachstumsspannungen, nämlich die axiale Zugvorspannung zum Ausgleich der geringen Druckfestigkeit, erfüllt werden soll, muss der hohle Baum seine Wachstumsspannungen deutlich erhöhen. Dies wurde in einer weiteren Berechnung simuliert und die Spannungsverteilungen sind in Abbildung 3.18 dargestellt.

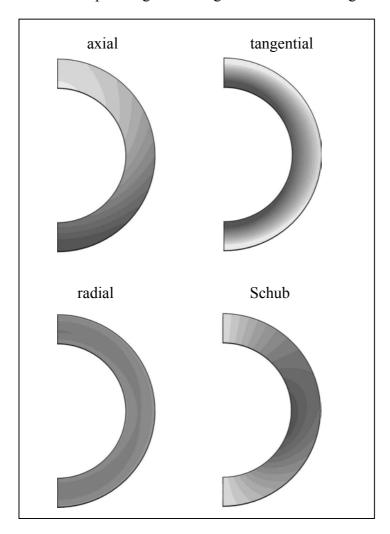


Abbildung 3.18: Spannungszustand im 70 % hohlen Baum aus verdoppelten Wachstumsspannungen und Biegebelastung, dargestellt über den halben Querschnitt

In Abbildung 3.18 erkennt man die Auswirkungen dieser Verdoppelung der Wachstumsspannungen. Die axialen Druckspannungen gehen natürlich deutlich zurück, da dies ja auch der Grund war, die Wachstumsspannungen überhaupt zu erhöhen. Dies wirkt sich auch sicher positiv auf die Standsicherheit des Baumes aus. In radialer Richtung und für den Schub spielen die Wachstumsspannungen eine untergeordnete bzw. überhaupt keine Rolle und eine Verdopplung der Wachstumsspannungen wirkt sich daher auch nicht signifikant aus. Bei den tangentialen Spannungen, bei denen sich die niedrigeren Wachstumsspannungen schon nachteilig ausgewirkt haben, da hier die Zugspannungsmaxima an der Innenseite des hohlen Stammes erhöht wurden, wirkt die Verdoppelung der Wachstumsspannungen natürlich noch einmal in die falsche Richtung. Die tangentialen Zugspannungen werden noch weiter erhöht und damit die Standsicherheit des Baumes noch stärker gefährdet.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, dass die Wachstumsspannungen für den vollen Baum ein sehr wirksames Instrument sind, um ein vorzeitiges Versagen auf der Druckseite der Biegung aufgrund der geringen axialen Druckfestigkeit von Holz zu verhindern. Die dabei entstehenden radialen und tangentialen Zugspannungen im Innern sind dabei für ein Versagen nicht von Bedeutung, da eine evtl. Rissbildung ("Spinne", vgl. Kap. 2.4) nur diese Spannungen abbaut, nicht aber die Standsicherheit des Baumes gefährdet.

Für den hohlen Baum stellt sich dagegen die Situation völlig anders dar. Wenn er die Wachstumsspannungen im selben Maße wie der volle Baum erzeugt, so büßt er einen großen Teil der axialen Zugvorspannung ein und riskiert damit ein vorzeitiges Versagen auf der Druckseite der Biegung. Außerdem erhöhen sich die versagensrelevanten tangentialen Zugspannnungen an der Innenseite des Stammes aus der Querschnittsverflachung noch einmal durch die Wachstumsspannungen und werden damit noch kritischer! Für den hohlen Baum bedeutet dies verglichen mit dem vollen Baum, dass ihm die Wachstumsspannungen in axialer Richtung weniger nützen und in tangentialer Richtung sogar schaden! Versucht er, durch eine Erhöhung der Wachstumsspannungen den Nutzen in axialer Richtung zu erhöhen, verstärkt er damit natürlich auch den Schaden in tangentialer Richtung. Der hohle Baum befindet sich damit in gewisser Weise in der Klemme – entweder er verzichtet auf einen Großteil des Nutzens der Wachstumsspannungen oder er verstärkt deren negativen Auswirkungen. In keinem Falle aber kann er in ähnlicher Weise von ihnen profitieren wie der volle Baum.

# 4. Der Sonderfall der offenen Morschung

Viele hohle Bäume haben keinen geschlossenen Querschnitt, wie er in Kapitel 3 angenommen wurde, sondern besitzen Höhlungen mit einer oder mehreren Öffnungen. Diese Öffnungen können aus mechanischer Sicht nicht einfach vernachlässigt werden, da sie offensichtlich zusätzliche potenzielle Schwachstellen darstellen. Gerade auf Biegung, der Hauptbelastung des Baumes, aber auch auf Torsion reagieren offene Querschnitte besonders empfindlich, da der Querschnitt selbst deutlich an Steifigkeit einbüßt und sich die Querschnitte deshalb sehr viel stärker verformen als geschlossene Querschnitte. Bei der Biegebelastung hängt die Größe der Auswirkung von der Lage der Öffnung zur Belastungsrichtung ab. Liegt die Öffnung in der neutralen Faser der Biegung, verringert sie das Widerstandsmoment nur wenig, liegt sie in den Randfasern der Biegung, reduziert sich das Widerstandsmoment sehr viel stärker. Bei der Torsion spielt die Lage der Öffnung keine Rolle, da die Spannungen am Umfang eines Kreisquerschnittes überall gleich groß sind (vgl. dazu YOUNG und BUDYNAS, 2002).

Daneben kann die Umleitung des Kraftflusses, d.h der durch Biegung erzeugten Längsspannungen, um die Öffnung herum eine Kerbwirkung ähnlich wie bei einer auf Zug belasteten Lochplatte bewirken. Die dadurch erzeugten Spannungsspitzen am Rand der offenen Morschung könnten die Versagenslast des hohlen Baumes mit offener Morschung gegenüber einem gleich hohlen Baum ohne Öffnung noch weiter senken. Aus diesen Gründen wurde zur Untersuchung der Auswirkungen der offenen Morschung auf die Standsicherheit hohler Bäume durch diese Arbeitsgruppe gemeinsam eine weitere Feldstudie in Deutschland, USA und Australien durchgeführt und publiziert (TESARI et al., 2001). Ziel war hierbei die Erweiterung der bekannten "70 %-Regel" (vgl. Kap. 3) auf hohle Bäume mit offenen Querschnitten.

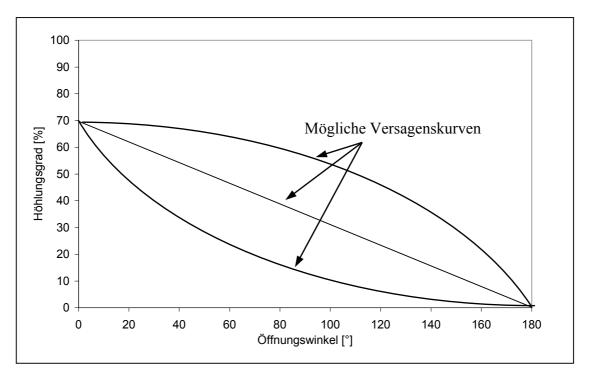


Abbildung 4.1: Darstellung von möglichen erwarteten Versagenskurven für hohle Bäume mit offenem Querschnitt

Erwartet wurde aus den oben kurz dargestellten Erwägungen eine Erweiterung dieser Regel dergestalt, dass mit steigendem Öffnungswinkel die kritische Aushöhlung des Baumes sinken würde. Als Eckpunkte wurden eine kritische Höhlung von 70 % bei 0° Öffnungswinkel (geschlossener Querschnitt) und eine kritische Höhlung von 0 % bei 180° Öffnungswinkel (Halbstamm) erwartet. Der erste Eckpunkt entspricht den Ergebnissen aus der Feldstudie aus Kapitel 3. Der andere Eckpunkt, der Halbstamm, gilt nach MATTHECK und BRELOER (1994) ebenfalls als nicht mehr standsicher. Diese fehlende Standsicherheit machen sich danach z. B. die Biber bei ihrer "Fällmethode" zunutze, die einfach den halben Stamm wegnagen und dann auf das baldige Fallen des Baumes warten. Zwischen diesen beiden Eckpunkten wurde eine (wie auch immer) abfallende Kurve erwartet, wie sie in Abbildung 4.1 beispielhaft dargestellt ist.

### 4.1. Beschreibung und Auswertung der Feldstudie

Ähnlich wie bei der in Kapitel 3 beschriebenen Feldstudie sollten auch in dieser Feldstudie mit wenigen einfachen Messungen die erforderlichen Parameter zur Auswertung der Standsicherheit hohler Bäume erfaßt werden, um auch eine angemessene Anzahl an Exemplaren vermessen zu können. Als dafür erforderliche Parameter wurden der Öffnungswinkel  $\phi$  und der Höhlungsgrad H festgelegt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit und Vergleichbarkeit sollen in dieser Feldstudie nur hohle Bäume mit genau einer Öffnung ausgewertet werden.

Gemessen wurden dazu das lichte Maß der Öffnung s (Sekante), der Stammumfang  $U_{\text{gem}}$  sowie an drei Stellen die Restwandstärke t des hohlen Baumes. Als Messstellen für die Restwandstärke wurden dabei die Wandstärken links und rechts neben der Öffnung sowie auf der Gegenseite der Öffnung gewählt und dort jeweils die geringste vorhandene Wandstärke gemessen, um die Stabilität des Baumes nicht zu überschätzen. Die Wandstärken links und rechts der Öffnung können dabei direkt gemessen werde, die Wandstärke gegenüber der Öffnung ergibt sich indirekt aus der Tiefe der Ausmorschung m.

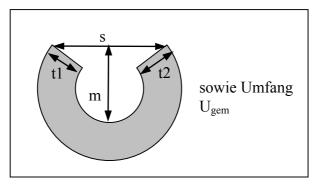


Abbildung 4.2: Darstellung der gemessenen Größen am Querschnitt eines hohlen Baumes mit Öffnung

Der Baumquerschnitt wird, wie in den bisherigen Feldstudien auch, als ein Kreisquerschnitt idealisiert, womit sich die folgenden geometrischen Beziehungen ergeben, um aus den gemessenen Daten auf die zur Auswertung erforderlichen Größen zu schließen. Aus dem gemessenen Umfang  $U_{\text{gem}}$  und der Sekante s kann der Öffnungswinkel  $\phi$  nach folgender Gleichung 4.1 iterativ berechnet werden:

$$U_{gem} = s \cdot \left( \frac{\pi \cdot \left( 1 - \frac{\varphi}{2 \cdot \pi} \right)}{\sin \frac{\varphi}{2}} + 1 \right)$$
 (Gl. 4.1)

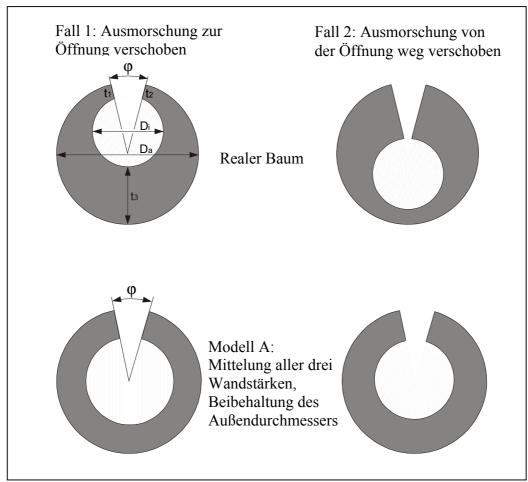
Der Stammradius r berechnet sich aus Sekante s und Öffnungswinkel  $\phi$  direkt durch die Kreisabschnittsgleichung:

$$r = \frac{s}{2 \cdot \sin \frac{\varphi}{2}}$$
 (Gl. 4.2)

Aus dem Stammradius r und der Restwandstärke t läßt sich der Höhlungsgrad H des hohlen Baumes einfach nach folgender Gleichung berechnen:

$$H = 1 - t/r$$
 (Gl. 4.3)

Während die Berechnung des Öffnungswinkels  $\phi$  und des Stammradius r nach den oben angegebenen Gleichungen und der Annahme eines kreisförmigen Querschnitts eindeutig ist, gibt es jedoch bei der Ermittlung der Restwandstärke aus den drei gemessenen Wandstärken und damit beim Höhlungsgrad H durchaus Interpretationsmöglichkeiten, wie in der folgenden Abbildung 4.3 anhand des Beispiels einer Verschiebung der Ausmorschung gezeigt wird.



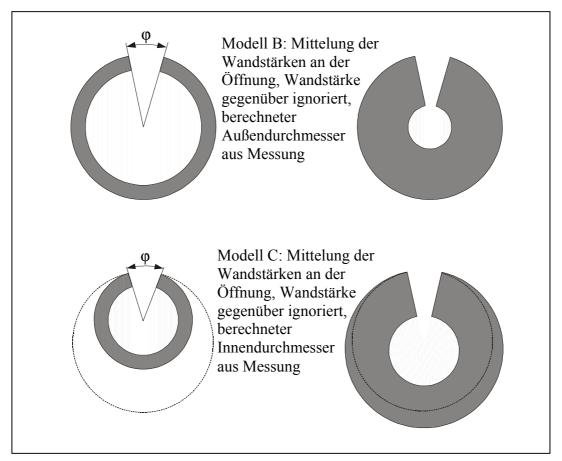


Abbildung 4.3: Möglichkeiten der Ermittlung des Höhlungsgrades H aus den gemessenen Wandstärken

In der Abbildung 4.3 ist der Querschnitt grau eingefärbt, der sich nach dem jeweiligen Modell durch die Auswertung der Messwerte zu ergeben scheint. Dieser graue Querschnitt ist zum Teil größer und zum Teil kleiner als der reale Querschnitt des untersuchten Baumes, d.h. durch die Auswertung wird manchmal Material "erfunden" und manchmal Material ignoriert.

Während bei hohlen Bäumen mit geschlossenem Querschnitt aus der Überlegung, die Stabilität des Baumes nicht zu überschätzen, eindeutig folgt, den Höhlungsgrad anhand der geringsten Restwandstärke zu berechnen, läßt sich diese Überlegung auf hohle Bäume mit offenem Querschnitt nicht einfach übertragen. Die geringste Restwandstärke wäre danach nämlich streng genommen immer die Restwandstärke von Null an der Öffnung und liefert mit Sicherheit kein sinnvolles Ergebnis.

Als Kompromiss zwischen bestmöglicher Erfassung des tatsächlichen Querschnittes des untersuchten Baumes und einer Messmethode, die im Feld schnell und einfach durchführbar ist, um eine ausreichende Zahl von Exemplaren zu vermessen, wurde die Messung der drei Wandstärken links und rechts sowie gegenüber der Öffnung gewählt. Aus diesen drei gemessenen Wandstärken muss nun die eine Restwandstärke ermittelt werden, die in Gleichung 4.4 eingesetzt werden kann. In Abbildung 4.3 erkennt man jedoch, dass bei jedem Auswerteverfahren für bestimmte Geometrieverhältnisse (z. B. Fall 1 oder 2) die Stabilität des Baumes zum Teil über- und zum Teil unterschätzt wird. Es gibt also keine Auswertemethode, die die Stabilität des Baumes niemals überschätzt. Andererseits gibt es auch keine Geometrie, die von allen Auswertemethoden grundsätzlich in ihrer Stabilität überschätzt wird.

Aus diesen Gründen wurden die gemessenen Bäume nach allen drei Methoden ausgewertet und die sich ergebenden Diagramme sind in Abbildung 4.4 untereinander dargestellt.

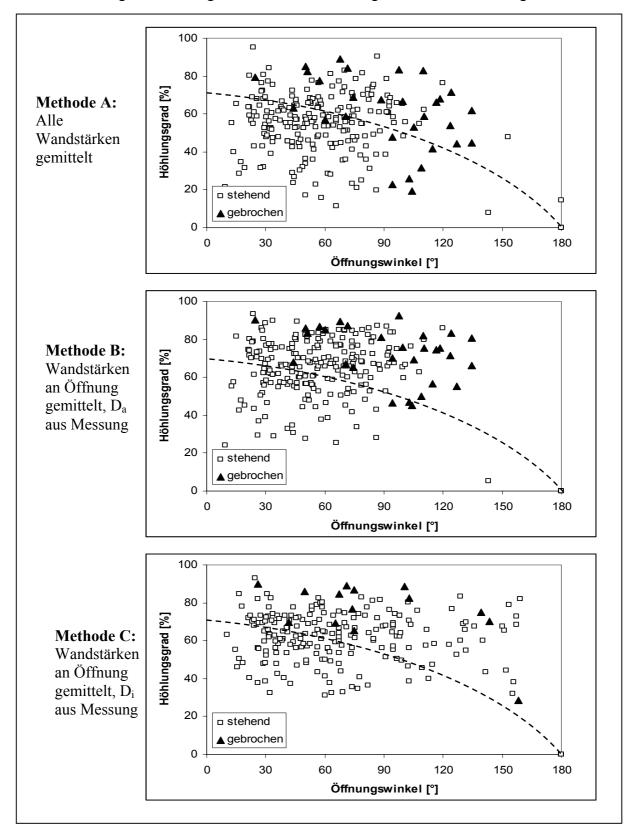


Abbildung 4.4: Ergebnisse der Feldstudie zu hohlen Bäumen mit offener Morschung nach den drei Auswertemöglichkeiten. Zusätzlich gestrichelt eingetragen ist eine mögliche Versagenskurve (vgl. Abb. 4.1)

Auf den Diagrammen aus Abbildung 4.4 ist kein eindeutiger Trend zu erkennen, wie er sich beispielsweise für den hohlen Baum ohne Öffnung ergeben hat (vgl. Abb. 3.1). Zumindest bei den Diagrammen nach Methode B und C ergibt sich immerhin kein Widerspruch zu einer der möglichen Versagenskurven, die auch in die Diagramme mit eingetragen ist (vgl. Abbildung 4.1). Nach Methode A scheint diese Kurve deutlich zu riskant zu sein, da auch Bäume deutlich unterhalb dieser Kurve versagt sind. Die Methoden B und vor allem C entsprechen einer solchen Versagenskurve deutlich besser, hier ist jedoch die Anzahl der versagten Bäume nicht ausreichend, um diese Kurve genügend abzusichern.

Bei der Feldstudie zu den hohlen Bäumen ohne Öffnung hat sich nur eine Abhängigkeit der Standsicherheit zu einem Parameter, dem Höhlungsgrad, ergeben. Hier hängt jedoch die Standsicherheit von zwei Parametern ab, dem Höhlungsgrad und dem Öffnungswinkel. Neben den bereits geschilderten Problemen bei der Auswertung der Messdaten ergibt sich dadurch zusätzlich ein deutlich erhöhter Bedarf an Exemplaren, um zu aussagekräftigen Ergebnissen zu kommen. Aus diesen Gründen wurde bis jetzt auch noch keine Versagenshypothese für die hohlen Bäume mit offener Morschung formuliert.

Allerdings lassen die "Punktwolken" in den Diagrammen aus Abbildung 4.4 auch nicht eindeutig erkennen, dass der kritische Höhlungsgrad mit steigendem Öffnungswinkel tatsächlich so deutlich wie erwartet absinkt. Es ist also durchaus möglich, dass zumindest Öffnungen mit Öffnungswinkeln unter 90° entgegen der Erwartung aus Überlegungen aus der Festigkeitslehre zu offen Hohlprofilen keine signifikante Schwächung des Querschnitts bedeuten.

Diese Vermutung, dass eine kleine Öffnung keine wirkliche Schwächung des hohlen Baumes bedeutet, deckt sich mit den beobachteten Schadensbildern bei solchen Bäumen. So versagen diese Bäume in der Regel nicht an ihrer Öffnung, sondern am hohlen, aber geschlossenen Querschnitt darüber oder darunter (vgl. Abb. 4.5). Übrig bleibt nach einem solchen Baumbruch das stehende "Portal", d.h. die Umrahmung der Öffnung, die man auf den ersten Blick für die größte Schwachstelle des Baumes hält.



Abbildung 4.5: Stehendes "Portal" bei einem in einem schweren Sturm gebrochenen hohlen Baum

#### 4.2. Ursachen für die Stabilität des Portals

Aus welchem Grund dieses Portal aber so stabil ist und keine Schwächung des hohlen Querschnitts darstellt, soll im folgenden eingehender untersucht werden.

#### 4.2.1. Geometrische Gründe

Wenn man das Portal eines hohlen Baumes mit offener Morschung näher betrachtet, fällt einem sofort auf, dass die Wandstärke direkt am Portal immer größer ist als knapp daneben. Diese Aufdickung der Wandstärke am Portal ist schematisch in Abbildung 4.6 dargestellt. Die Ursache dieser Aufdickung ist darin zu suchen, dass hier an der Öffnung ein Kontakt zum Kambium, der Wachstumsschicht des Holzes, besteht. Diese Wachstumsschicht reagiert auf die deutlichen Spannungsüberhöhungen, die sich aufgrund der Öffnung und der dahinter liegenden Ausmorschung ergeben, mit einem verstärkten Wachstum und rollt sich dabei gleichsam ein. Dadurch wächst das Kambium an dieser Stelle sowohl nach außen wie überall am Baum als auch nach innen in Richtung Ausmorschung und kann deshalb doppelt so große jährliche Zuwächse produzieren. Auf diese Weise gelingt es dem Baum innerhalb weniger Jahre, an seiner Öffnung ein stattliches Portal mit deutlich erhöhter Wandstärke zu bilden. Die Zuwächse sind oft so groß, dass am Portal eines solchen Baumes deutliche Zuwachsstreifen, das sind helle Streifen an der Oberfläche, an denen die Rinde noch nicht schnell genug gebildet werden konnte, gefunden werden können.

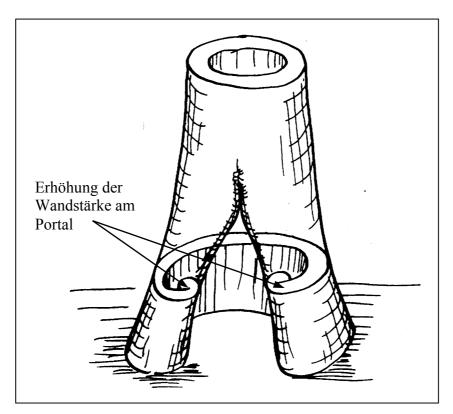


Abbildung 4.6: Schematische Darstellung der Wandstärkeverteilung am Portal eines hohlen Baumes. Zeichnung C. Mattheck

Neben diesen erhöhten Zuwächsen und der daraus folgenden erhöhten Wandstärke bringt der Kontakt zum Kambium einen weiteren gewichtigen Vorteil. So werden am Portal sämtliche Spannungsspitzen an Kerben durch adaptives Wachstum abgebaut. Im Gegensatz dazu

bleiben diese Spannungsspitzen im Rest der Ausmorschung, der ja keinen Kontakt zum Kambium hat, vollständig erhalten.

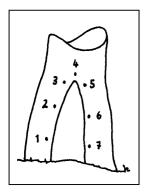
Wie in Kapitel 2.1 (Seite 9) bereits beschrieben, geht der Baum bei der Eliminierung von Schwachstellen meist zweigleisig vor. Neben der Anlagerung von mehr Material, wie es für das Portal bereits beschrieben wurde, verwendet der Baum oft auch "besseres Holz", d.h. in diesem Fall Holz mit erhöhten Festigkeiten, um die höhere Belastung an der Öffnung besser aufnehmen zu können

Am Portal bildet der hohle Baum eine Art Wundholz (vgl. Kap. 2.3). Wie sich die Festigkeiten dieses Wundholzes im Vergleich zum Restholz der betroffenen Bäume verhalten und wie sich diese Anpassungen auf die Holzanatomie, ebenfalls wieder im Vergleich mit dem Restholz als Referenz, auswirken, soll im folgenden Kapitel untersucht werden.

### 4.2.2. Untersuchung der Holzfestigkeiten im Portal

Zur Untersuchung der Holzfestigkeiten im Portal wurden das Holzdiagnosegerät Fractometer III verwendet. Die Auswertung der Festigkeiten erfolgt dabei immer im Verhältnis zu einer Referenzmessung am selben Baum. In dem Falle des Portals wurde die Referenzmessung an einem Stammbereich vorgenommen, der von den Auswirkungen der Ausmorschung und der Öffnung möglichst wenig betroffen ist, aber dennoch nicht übermäßig weit weg ist. In der Regel war dies eine Stelle in der Höhe des Portals, die aber um 90° oder 180° am Stamm versetzt lag. Im Rahmen dieser Untersuchungen wurden mit dem Fractometer III neun Bäume untersucht, die sich auf folgende Baumarten aufteilen: Zwei Edelkastanien (*Castanea sattiva* Mill.), zwei Traubeneichen (*Quercus petraea* Liebl.), zwei Rotbuchen (*Fagus sylvatica* L.) mit insgesamt drei untersuchten Portalen sowie je eine Fichte (*Picea abies* L.), eine Esche (*Fraxinus excelsior* L.), und ein Bergahorn (*Acer pseudoplatanus* L.). An den dort entnommenen Bohrkernen wurden im Zuge dieser Untersuchungen etwa 3200 Einzelversuche durchgeführt und ausgewertet. Die Auswertung der Ergebnisse mit dem Fractometer III erfolgt somit an neun Bäumen mit zehn Portalen.

Mit dem Fractometer III lassen sich sechs verschiedene Holzfestigkeiten bestimmen. Da das Wundholz der zur Verfügung stehenden Bäume oft nur einige Zentimeter dick war, wurde der Schwerpunkt auf die Messung der Festigkeiten gelegt, die mit sehr kurzen Probenstücken durchgeführt werden, um dennoch eine ausreichende Anzahl an Meßwerten zu erhalten. Aus diesem Grund wurde die radiale Biegefestigkeit, für deren Messung ein mindestens 30 mm langer Bohrkern benötigt wird, nur an zwei Edelkastanien gemessen, während alle anderen Festigkeiten, die lediglich Bohrkerne zwischen 2 mm und 5 mm Länge erfordern, bei allen Bäumen gemessen wurden.



Die Ergebnisse dieser Messungen werden nach den betreffenden Festigkeiten sortiert in den folgenden Diagrammen dargestellt. Aufgetragen ist dabei immer der Mittelwert der Holzfestigkeit aus dem gesamten Wundholz bezogen auf die Festigkeit im Referenzholz aus dem ungestörten Stammbereich. Zusätzlich zu diesem Mittelwert aus dem gesamten Wundholz, der als Säule dargestellt ist, sind jeweils noch zwei weitere Werte als Punkte in die Diagramme eingetragen. Wie aus der nebenstehenden Grafik anhand der Nummern zu erkennen ist, wurden die Bohrkerne immer an bestimmten Positionen im Wundholz entnommen (z. B. an Nummer 4 im Scheitel des Portals). An jedem

dieser Punkte wurden mehrere Bohrkerne entnommen und somit konnte an jeder Position auch ein eigener Mittelwert ermittelt werden. Von diesen Mittelwerten sind der größte und der kleinste als Punkte in das Diagramm zusätzlich eingetragen. Anhand dieser beiden Punkte läßt sich somit erkennen, ob die Festigkeit im gesamten Wundholz eher konstant ist oder ob sie deutlich variiert.

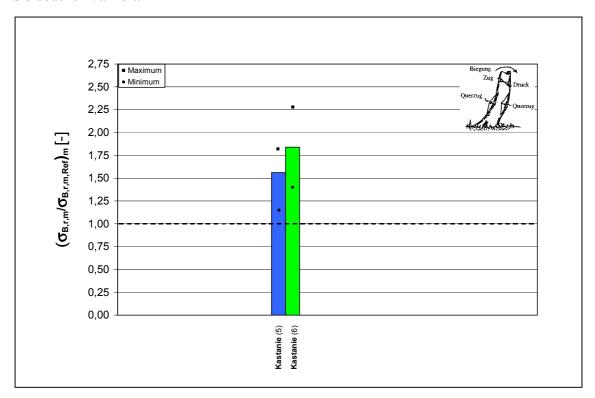


Abbildung 4.7: Mittlere bezogene radiale Biegefestigkeit und Maximum bzw. Minimum der Mittelwerte im Wundholz der beiden untersuchten Bäume

In Abbildung 4.7 ist der deutliche Anstieg der radialen Biegefestigkeit mit einer Erhöhung zwischen 50 und gut 75 % im Holz des Portals gegenüber dem Restholz zu erkennen. Diese Erhöhung ist damit sehr ausgeprägt und auch der geringste Wert, der im Wundholz gemessen werden konnte, liegt immerhin noch gut 15 % über dem Wert des Restholzes. Es ist daher zu erwarten, dass diese Erhöhung auch bei den anderen 8 Bäumen messbar wäre und somit wurde auf die weitere Messung dieser Festigkeit verzichtet, da ihre Durchführung auch einen sehr großen Bohrkernverbrauch bedeutet.

Auffällig ist auch der große Abstand zwischen dem jeweiligen Maximum und dem Minimum. Bei beiden Bäumen steigern sich die Festigkeiten im Wundholz zum Scheitelpunkt hin. Bei Baum 6 weist das Holz im Scheitelpunkt folgerichtig auch die höchste Festigkeit auf, während bei Baum 5 die radiale Biegefestigkeit im Scheitel kurioserweise am niedrigsten (!) ist. Für diesen Ausreißer konnte bis jetzt keine mechanische Ursache gefunden werden.

Die radiale Biegefestigkeit ist ein Maß dafür, wie stark die Querarmierung des Holzes durch die Holzstrahlen ausgeprägt ist. Ein Anstieg der radialen Biegefestigkeit deutet somit auf einen höheren Anteil an Holzstrahlen hin und in der Tat wird dies im Wundholz beobachtet (BOSSHARD, 1984).

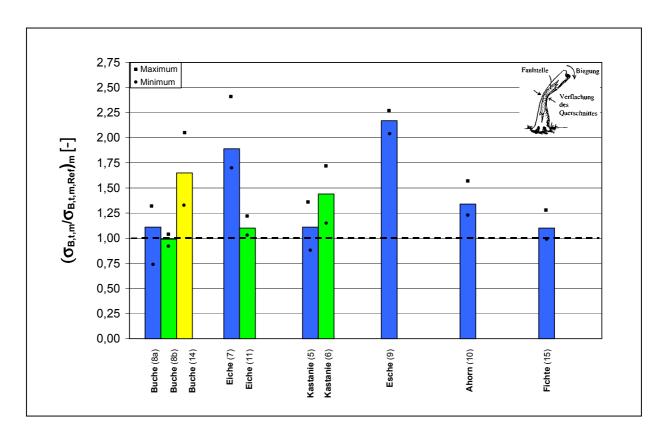


Abbildung 4.8: Mittlere bezogene tangentiale Biegefestigkeit und Maximum bzw. Minimum der Mittelwerte im Wundholz aller zehn untersuchten Bäume

Die tangentiale Biegefestigkeit, die in Abbildung 4.8 dargestellt ist, ist ein Maß für die tangentiale Zugfestigkeit des Holzes, da die Holzprobe im Fractometer III durch Bruch auf der Zugseite versagt (ZIPSE, 1997). Ein Anstieg dieser Festigkeit wäre nach den Berechnungsergebnissen aus Kapitel 3 grundsätzlich günstig für einen hohlen Baum, da die tangentialen Zugspannungen infolge der Ausmorschung sehr stark ansteigen. Und in der Tat weisen die meisten untersuchten Bäume deutliche Anstiege im Wundholz bei dieser Festigkeit auf. Der maximale Mittelwert liegt bei 5 Bäumen um mehr als 50 % und bei weiteren 4 Bäumen um mehr als 20 % über dem Wert im Restholz. Lediglich ein Baum (Buche 8b) weist keine Steigerung bei der tangentialen Biegefestigkeit auf. Allerdings war das dort vermessene Portal nur von einer Seite her zugänglich und die dahinter liegende Ausmorschung nicht besonders ausgeprägt. Aufgrund dieser geringen Ausmorschung dürften die tangentialen Zugspannungen sowohl im Wundholz wie auch im Restholz keine Rolle spielen und somit fehlt auch die mechanische Stimulanz zur Steigerung der tangentialen Biegefestigkeit im Wundholz.

In der nächsten Abbildung 4.9 sind die Veränderungen der axialen Druckfestigkeit im Holz des Portals gegenüber dem Restholz dargestellt. Die Steigerungen bei dieser Festigkeit im Vergleich mit dem Restholz fallen sehr viel geringer aus als bei den beiden bisher betrachteten Festigkeiten. Lediglich ein Baum weist Steigerungen zwischen 50 und 75 % auf, bei 4 Bäumen liegt der Mittelwert sogar ganz knapp unter dem im Referenzholz. Bei 7 der 10 Bäume liegt die axiale Druckfestigkeit im Portal in einem Bereich von weniger als 10 % über bzw. unter der axialen Druckfestigkeit im Restholz und darf damit als unverändert bezeichnet werden.

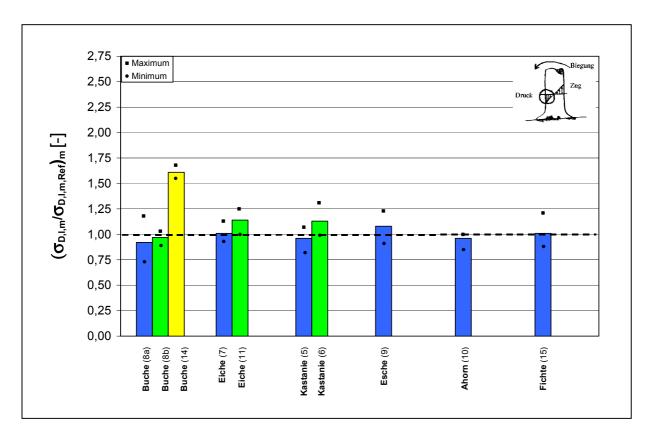


Abbildung 4.9: Mittlere bezogene axiale Druckfestigkeit und Maximum bzw. Minimum der Mittelwerte im Wundholz aller zehn untersuchten Bäume

Es ist jedoch nicht auszuschließen, dass der eine Baum mit der deutlichen Steigerung seiner axialen Druckfestigkeit am Portal in Wirklichkeit nur eine niedrige Druckfestigkeit an der Stelle der Referenzbohrung hat. Es handelte sich bei der Buche 14 auch in der Tat um einen leicht schiefgestellten Hangbaum, der seine Öffnung auf der Druckseite der Biegung hat und bei dem die Referenzbohrung auf der Zugseite vorgenommen wurde.

Bei den anderen Bäumen ist es leider unmöglich, zu entscheiden, ob die vergleichsweise geringen Anstiege in der Druckfestigkeit darauf zurück zu führen sind, dass die mechanische Stimulanz ebenfalls gering ist, oder ob es daran liegt, dass die Bäume die axiale Druckfestigkeit ihres Holzes einfach nicht beliebig weiter steigern können.

Der erste Fall würde vorliegen, wenn die axialen Druckspannungen am Portal nicht wesentlich über denen im Restholz liegen. Dies kann daran liegen, dass diese Spannungen auch im Restholz aufgrund der starken Aushöhlung schon sehr hoch sind und der Baum überall Holz mit der maximal möglichen axialen Druckfestigkeit bildet. Es kann aber auch sein, dass die Verdoppelung der Wandstärke am Portal (vgl. Kap. 4.2.1) die axialen Druckspannungen schon so weit senken konnte, dass keine Erhöhung der Festigkeit mehr notwendig ist.

Für den zweiten Grund würde sprechen, dass in den beiden anderen Raumrichtungen (tangential und radial) deutliche Steigerungen der Festigkeit zu erkennen sind und dass der Baum den Mehraufwand in diesen Richtungen (z. B. mehr Holzstrahlen, an denen druckbelastete Fasern ausknicken können) mit nur noch geringen Steigerungsmöglichkeiten in der dritten Raumrichtung bezahlen muss.

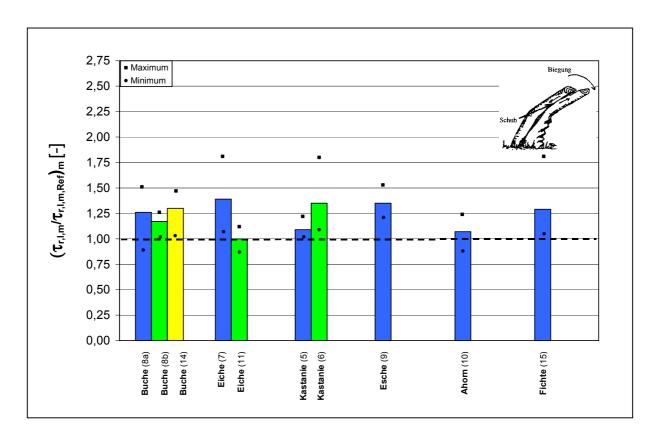


Abbildung 4.10: Mittlere bezogene tangentiale Scherfestigkeit in Faserrichtung sowie Maximum bzw. Minimum der Mittelwerte im Wundholz aller zehn untersuchten Bäume

Bei der Betrachtung der tangentialen Scherfestigkeit in Faserrichtung ist wieder ein deutlicher Anstieg im Wundholz verglichen mit dem Normalholz (vgl. Abb. 4.10) zu erkennen. 7 von 10 Bäumen weisen Steigerungen des Mittelwertes von über 25 % auf und 9 Bäume liegen zumindest beim Maximalwert am Portal 25 % über dem Wert im Restholz. Lediglich die Eiche 11 liegt bei Mittelwert und Maximalwert auf dem Niveau des Restholzes. Bei diesem Baum konnte aber aufgrund der Höhe der offenen Morschung kein Bohrkern im Scheitel des Portales entnommen werden. Am Scheitel wurden jedoch bei allen anderen Bäumen die maximalen Werte gemessen. Damit kann erklärt werden, warum nur bei der Eiche keine Steigerung zu erkennen ist.

Im rechten oberen Eck der Abbildung 4.10 ist schematisch das Versagen dargestellt, das durch Überschreitung der tangentialen Scherfestigkeit in Faserrichtung ausgelöst wird. Der Baum schert in Faserrichtung entlang der Seitenfläche seiner Holzstrahlspindeln ab. Dieses Schubversagen wird durch die offene Morschung natürlich deutlich begünstigt. Liegt die Öffnung in der neutralen Faser der Biegung, sind gerade im Scheitel des Portales sehr hohe Schubspannungen zu erwarten. An den Seiten des Portales sind dagegen keine erhöhten Schubspannungen zu erwarten und somit konzentriert sich die Steigerung dieser Festigkeit sehr stark auf den Scheitel des Portales. Dieser Maximalwert liegt bei 6 von 10 Bäumen bei 50 % und mehr, bei drei Bäumen gar bei über 75 %.

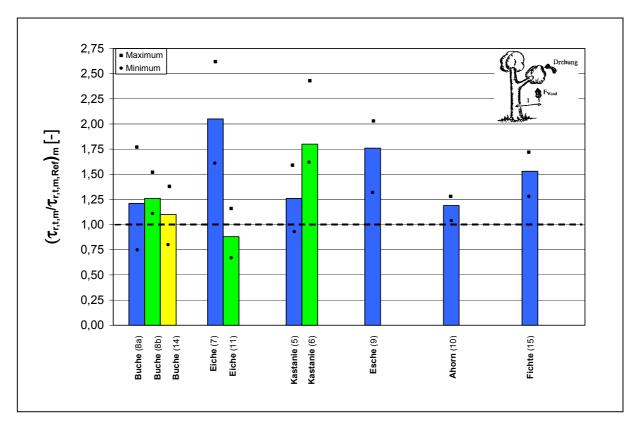


Abbildung 4.11: Mittlere bezogene tangentiale Scherfestigkeit senkrecht zur Faserrichtung sowie Maximum bzw. Minimum der Mittelwerte im Wundholz aller zehn untersuchten Bäume

In Abbildung 4.11 ist die Veränderung der tangentialen Scherfestigkeit quer zur Faserrichtung im Wundholz des Portales verglichen mit dem Restholz dargestellt. Auch hier erkennt man einen deutlichen Anstieg in diesen Festigkeiten zwischen 40 und 150 % bei den Maximalwerten bei 9 von 10 Bäumen bzw. zwischen 10 und 105 % bei deren Mittelwerten. Lediglich die Eiche 11 weist keine Steigerung, sondern sogar ein Absinken um fast 15 % gegenüber dem Restholz auf.

Ein Überschreiten der tangentialen Scherfestigkeit quer zur Faserrichtung bedeutet das Abgleiten der Jahresringe des Baumes aufeinander senkrecht zur Faserrichtung z. B. infolge Torsion. Dieser Versagensfall ist aber am Portal eines hohlen Baumes nicht wahrscheinlicher als anderswo im Baum. Die dennoch deutliche Steigerung dieser Festigkeit kann deshalb nicht einfach durch mechanische Stimulanz erklärt werden. Ihre Ursache ist vielmehr darin zu suchen, dass die verstärkte Querarmierung des Portales durch Holzstrahlen zur Erhöhung der radialen Zug- und Biegefestigkeit die tangentiale Scherfestigkeit quer zur Faserrichtung genauso effektiv steigert. Die Holzstrahlen müssen bei diesem Versagensfall nämlich abgeschert werden und eine verstärkte Armierung durch Holzstrahlen erschwert somit diesen Versagensfall, auch wenn dies am Portal des Baumes nicht unbedingt notwendig wäre.

Für die Eiche 11, die keine Erhöhung dieser Festigkeit, sondern sogar ein Absinken aufweist, wäre nach diesen Ausführungen zu erwarten, dass bei ihr am Portal weder mehr Holzstrahlen noch eine gesteigerte radiale Biegefestigkeit verglichen mit dem Restholz nachweisbar wären. Wenn man alle bisherigen Holzfestigkeiten nun noch einmal nach der Eiche 11 durchsieht, fällt auf, dass diese Eiche bei allen Holzfestigkeiten (radiale Biegefestigkeit nur indirekt über die tangentiale Scherfestigkeit quer zur Faserrichtung nachweisbar) außer der axialen Druckfestigkeit die geringsten Steigerungen von allen Bäumen aufweist. Bei diesem Baum

kann also unterstellt werden, dass es ihm schlicht an Vitalität zu mangeln scheint, um ein wirklich starkes und festes Portal aufzubauen.

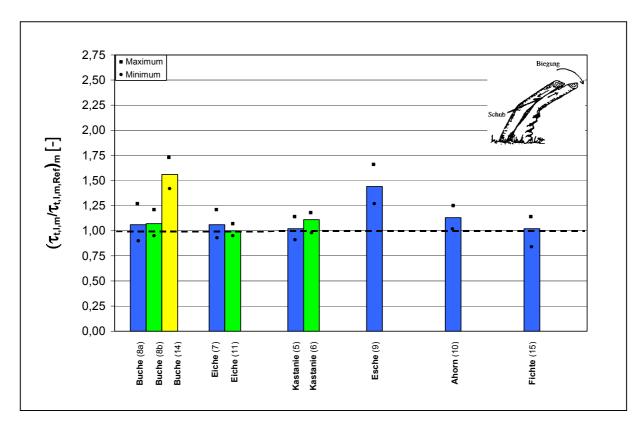


Abbildung 4.12: Mittlere bezogene radiale Scherfestigkeit in Faserrichtung sowie Maximum bzw. Minimum der Mittelwerte im Wundholz aller zehn untersuchten Bäume

Die letzte Holzfestigkeit, die mit dem Fractometer III gemessen werden kann, die radiale Scherfestigkeit in Faserrichtung, ist in Abbildung 4.12 dargestellt. Auch hier bildet die Eiche 11 das Schlusslicht bei den Festigkeiten und bestätigt somit die oben geäußerte Hypothese. Von den verbleibenden neun Bäumen weisen alle zumindest geringe Steigerungen auf, zwei Bäume sogar sehr große Steigerungen von ca. 50 %. Die radiale Scherfestigkeit in Faserrichtung ist der Widerstand des Holzes gegen ein Abgleiten der Jahresringe aufeinander in Faserrichtung. Dieses Abgleiten ist im Baum verglichen mit dem Abgleiten entlang der Holzstrahlspindeln in Faserrichtung eher unwahrscheinlich, da es nicht in der neutralen Faser der Biegung denkbar ist, wo die höchsten Schubspannungen durch die Biegung erzeugt werden. Auch dieses Abgleiten wird aber wirksam durch die Holzstrahlen verhindert und eine Erhöhung der Holzstrahldichte und der radialen Biegefestigkeit wirkt aus diesem Grund auch positiv auf diese Festigkeit. Auch diese Festigkeitssteigerung kann daher nicht mit einer direkten mechanischen Stimulanz erklärt werden, sondern ist vielmehr eine Nebenerscheinung der Steigerung der radialen Biegfestigkeit.

Insgesamt läßt sich anhand dieser Messergebnisse feststellen, dass alle Festigkeiten in einem vitalen Portal höher sind als im Restholz des Baumes. Zum Teil sind die Steigerungen sogar ganz enorm und können durchaus den Faktor 2 erreichen und überschreiten. Der Baum benötigt aber zum Aufbau eines derart starken Portales offensichtlich eine nicht unerhebliche Vitalität, die bei der Eiche 11 wohl nicht mehr gegeben ist.

### 4.2.3. Holzanatomische Untersuchungen am Portal

Begleitet wurden die Untersuchungen der Holzfestigkeiten am Wundholz des Portals durch holzanatomische Untersuchungen, um die Frage zu klären, durch welche Mechanismen die beobachteten Festigkeitssteigerungen im Wundholz hervorgerufen werden. Zu diesem Zweck wurden von WEBER holzanatomische Schnitte von zwei Bäumen nach dem in Kapitel 2.5.2. beschriebenen Verfahren hergestellt.

Dazu wurden eine Edelkastanie (Baum 6) als Vertreter der Bäume mit einreihigen Holzstrahlen und eine Traubeneiche (Baum 7) als Vertreter der Bäume mit mehrreihigen Holzstrahlen ausgewählt. Auswahlkriterium war dabei die Höhe der Festigkeitssteigerungen, die bei beiden Bäumen deutliche Veränderungen der Holzanatomie erwarten ließen, sowie die Absicht, diese Veränderungen sowohl bei einreihigen als auch bei mehrreihigen Holzstrahlen zu untersuchen. Die große Bedeutung der Holzstrahlen für die erhöhte Festigkeit des Wundholzes ist nach den Messergebnissen mit dem Fractometer III offensichtlich, die Mechanismen zur Umsetzung können sich jedoch nach Art der Holzstrahlen evtl. unterscheiden.

Die Holzproben, aus denen die Schnitte angefertigt wurden, wurden aus dem ungestörten Holz als Referenzprobe, aus dem Wundholz seitlich neben der Öffnung sowie direkt aus dem Bereich im Scheitel über der Öffnung entnommen. Die aus diesen Proben angefertigten Schnitte werden in den folgenden Abbildungen dargestellt und beschrieben.

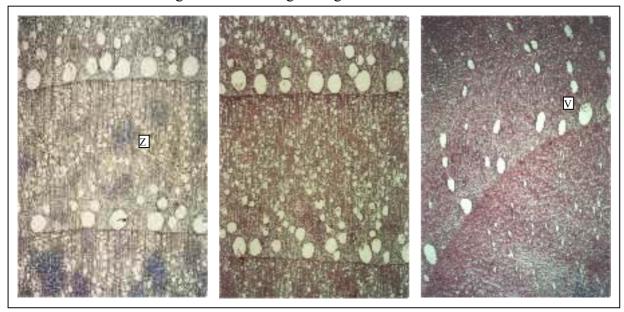


Abbildung 4.13: Querschnitt durch das Referenzholz (links), das Wundholz neben dem Scheitel (Mitte) und den Nahtbereich (rechts) der Edelkastanie in ca. 25-facher Vergrößerung. V = Verthyllung, Z = Zugholzzellen

In Abbildung 4.13 sind die Querschnitte dargestellt, die an der Edelkastanie entnommen wurden. Im Referenzholz, das von der Rückseite der Morschung stammt, ist die ringporige Anordnung der Gefäße mit den großen Frühholzgefäßen und den deutlich kleineren Spätholzgefäßen zu sehen. Damit sind die Jahrringgrenzen klar erkennbar. Im Originalbild (leider nicht im Druck in Graustufen) lassen sich zusätzlich blau angefärbte Bereiche feststellen, die auf die Bildung von Zugholz hindeuten und mit "Z" in der Abbildung gekennzeichnet sind.

Am Querschnitt durch das Wundholz neben dem Scheitel (Mitte) lassen sich keine gravierenden Unterschiede zum Referenzholz erkennen. Gefäßanordnung und Gefäßanteil sind nahezu identisch. Eine leichte Rotfärbung (im Druck in Graustufen ebenfalls leider nicht zu erkennen) zeigt an, dass die Zellwände lignifiziert sind.

Der Querschnitt aus dem Scheitel des Portals ist auf den ersten Blick nicht mehr als Querschnitt zu erkennen. Aufgrund des unregelmäßigen Faserverlaufes, der dort herrscht, liegen Fasern und Gefäße nicht immer senkrecht zur Bildebene und werden deshalb oft schräg gesschnitten. Des weiteren fällt auf, dass der Anteil der Gefäße abzunehmen scheint. Besonders die großen Frühholzgefäße sind seltener als in den Querschnitten im Referenzholz oder im Wundholz neben dem Scheitel. Ein Gefäß weist eine Thyllenbildung auf ("V"). Darunter versteht man Auswüchse parenchymatischer Zellen durch Tüpfelhohlräume im Gefäßlumen (WAGENFÜHR, 1999). Mit diesen Auswüchsen kann der Baum seine Gefäße und Tüpfel verstopfen und reagiert auf diese Weise auf Fäule, eindringende Luft oder mechanische Zerstörungen.

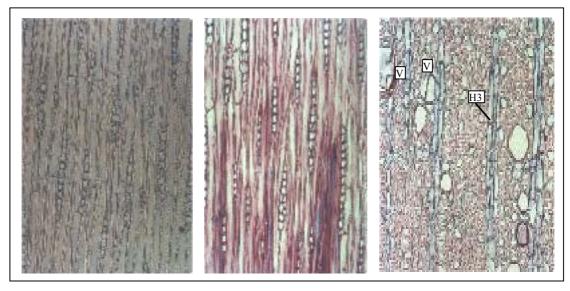


Abbildung 4.14: Tangentialschnitt durch das Referenzholz (links), das Wundholz neben dem Scheitel (Mitte) und direkt aus dem Scheitel (rechts) der Edelkastanie in ca. 200-facher Vergrößerung. H3 = dreireihigerHolzstrahl, V = Verthyllung

Die Tangentialschnitte, die aus dem Holz der Edelkastanie angefertigt wurden, sind in Abbildung 4.14 dargestellt. Das Referenzholz weist dabei einreihige Holzstrahlen mit der typischen Spindelform auf. Die Blaufärbung der Holzstrahlen weist diese als lebende Zellen aus, die damit primär der Nährstoffspeicherung dienen.

Im Wundholz neben dem Scheitel sind die Holzstrahlen dagegen rot eingefärbt. Dies bedeutet, dass die Holzstrahlen im Wundholz bereits abgestorben und lignifiziert sind und damit der Festigung und nicht mehr der Nährstoffspeicherung dienen. Der Anteil und die Form der Holzstrahlen scheint sich zwischen Referenzholz und Wundholz neben dem Scheitel jedoch nicht wesentlich geändert zu haben. Die Lignifizierung der Holzstrahlen und die damit verknüpfte Änderung ihrer Funktion kann jedoch die beobachteten Festigkeitssteigerungen erklären.

Ebenso wie der Querschnitt ist auch der Tangentialschnitt im Scheitel des Portales nicht mehr als solcher zu erkennen. Durch den unregelmäßigen Faserverlauf werden die Holzstrahlen nicht immer senkrecht, sondern oft schräg angeschnitten. Dennoch kann man erkennen, dass

in diesem Bereich die Holzstrahlen nicht mehr nur einreihig, sondern sehr häufig auch zweioder gar dreireihig ausgeprägt sind ("H3"). Auch bei diesen für eine Edelkastanie sehr
massiven Holzstrahlen sind die Zellwände lignifiziert und dienen somit primär der Festigkeit.
Des weiteren sind in diesem Ausschnitt einige Verthyllungen zu erkennen. Damit
übernehmen auch die (verhältnismäßig wenigen) Gefäße eher Festigungs- denn
Wasserleitungsfunktion. Die vielen Verthyllungen und die damit einhergehende große
Widerstandsfähigkeit des Wundholzes gegen Fäule und Pilze kann auch die Beobachtung
erklären, dass von gefallenen hohlen Bäumen mit offener Morschung oft ein verhältnismäßig
gut erhaltenes Portal als einziges übrig geblieben ist, während der Rest bereits vermodert ist
(vgl. Abb. 4.15).



Abbildung 4.15: Gut erhaltenes Portal eines gefallenen hohlen Baumes, der sonst bereits völlig zersetzt ist

Neben der Edelkastanie wurde auch eine Traubeneiche holzanatomisch untersucht. Die dabei erhalten Querschnitte sind in Abbildung 4.16 dargestellt. Ebenso wie die Edelkastanie besitzt die Traubeneiche eine ringporige Anordnung der Gefäße und die Anordnung ist im Querschnitt aus dem Referenzholz (links) in Abbildung 4.16 auch sehr deutlich erkennbar. Der Gefäßanteil und dabei vor allem der Anteil der großen Frühholzgefäße ist sehr hoch, die Breite der gebildeten Jahresringe jedoch verhältnismäßig klein. Auffällig im Vergleich zum Referenzholz der Edelkastanie sind die schon im Querschnitt mächtig erscheinenden, mehrreihigen Holzstrahlen der Traubeneiche.

Im Wundholz neben dem Scheitel des Portals (Mitte) ist verglichen mit dem Referenzholz ein sehr viel größerer jährlicher Zuwachs festzustellen. Der Zuwachs beträgt etwa das fünf- bis sechsfache des Zuwachses im Referenzholz. Daran allein erkennt man die großen Anstrengungen, die diese Eiche unternimmt, um das Portal um die Morschung möglichst stabil auszubilden. Der geringe Anteil an Gefäßen und der hohe Spätholzanteil zeigen auch an, dass die Festigkeitsfunktion des Holzes hier stark in den Vordergrund tritt.

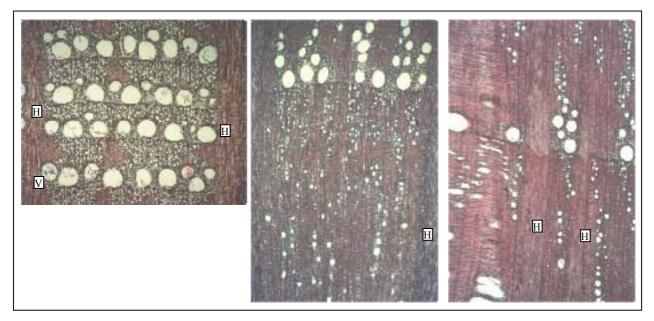


Abbildung 4.16: Querschnitt durch das Referenzholz (links), das Wundholz neben dem Scheitel (Mitte) und den Nahtbereich (rechts) der Traubeneiche in ca. 25-facher Vergrößerung. V = Verthyllung, H = Holzstrahl

Beim Querschnitt durch den Scheitel des Portales (rechts) ergibt sich das gleiche Problem wie bei der Edelkastanie. Auch hier hat man es mit einem unregelmäßigen Faserverlauf zu tun und im Querschnitt werden deshalb die Fasern und Gefäße nicht immer senkrecht geschnitten. Bei dem abgebildeten Ausschnitt verhält es sich so, dass der Querschnitt am linken Bildrand in einen Tangentialschnitt übergeht. Auch im Scheitel sind wie im Wundholz neben dem Scheitel sehr große Zuwächse und ein sehr geringer Gefäßanteil zu erkennen. Zusätzlich ist der gesamte Bereich rot eingefärbt, d.h. alle Zellwände sind lignifiziert und dienen primär der Festigkeit des Holzes.

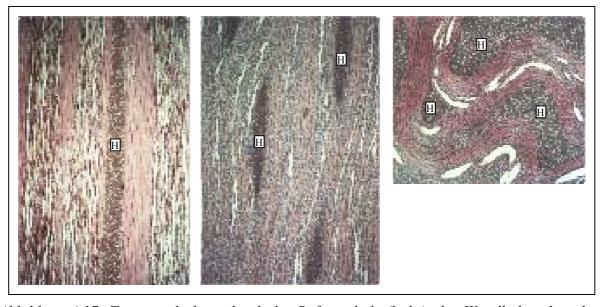


Abbildung 4.17: Tangentialschnitt durch das Referenzholz (links), das Wundholz neben dem Scheitel (Mitte) und direkt aus dem Scheitel (rechts) der Traubeneiche in ca. 25-facher Vergrößerung. H = Holzstrahl

In Abbildung 4.17 sind die aus der Traubeneiche hergestellten Tangentialschnitte zu sehen. Im Referenzholz (links) ist ein für die Traubeneiche typischer, mehrreihiger, sehr hoher, spindelförmiger Holzstrahl zu sehen. Demgegenüber weisen die Holzstrahlzellen im Wundholz neben dem Scheitel eine deutliche Veränderung gegenüber den Holzstrahlen im ungestörten Stammbereich auf. Zwar zeigen die Holzstrahlen die typische Spindelform, sie sind aber sehr viel niedriger und tangential gegeneinander versetzt. Diese niedrigen Holzstrahlen entstehen durch Aufspaltung der großen Holzstrahlen (WEBER et al., 1999).

Dieser Mechanismus der Aufspaltung der Holzstrahlen läßt sich anhand der Abbildung 4.18 erklären. Links ist die Teilung eines Holzstrahles im Wundholz der Eiche in 25-facher Vergrößerung dargestellt, die rechte Seite zeigt ein Detail einer Holzstrahlaufspaltung im Nahtbereich in 100-facher Vergrößerung. Es wird deutlich, dass sich Holzfaserzellen zwischen die Holzstrahlzellen einfädeln und damit eine Trennung des ursprünglich großen Holzstrahles in mehrere niedrige Holzstrahlen bewirken. Aufgrund dieser Einfädelung der axial verlaufenden Holzfaserzellen ist auch die häufig beobachtete tangentiale Versetzung der aufgespalteten Holzstrahlen erklärbar. Wenn sich die Fasern zu strecken versuchen, wird der eine Teil des Holzstrahles in die eine Richtung und der andere Teil in die andere Richtung verschoben.

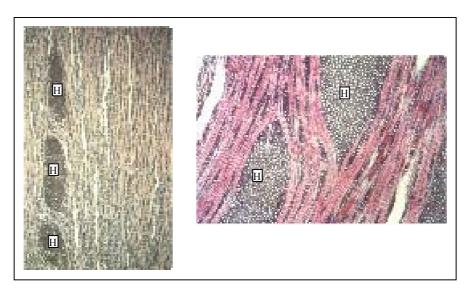


Abbildung 4. 18: Aufspaltung eines sehr hohen Holzstrahles in mehrere niedrige Holzstrahlen im Wundholz des Portals der Traubeneiche. Links in ca. 30-facher Vergrößerung, in der Mitte im Detail in ca. 125-facher Vergrößerung. H = Holzstrahl

Im Scheitel des Portales ist der Faserverlauf ebenso wie bei der Edelkastanie sehr unregelmäßig. Die Fasern sind teilweise stark gekrümmt und lignifiziert (rötliche Färbung). Auch die Holzstrahlen sind gegenüber dem ungestörten Stammbereich stark verändert und weichen von der typischen Spindelform ab. Dabei nehmen sie die verschiedensten Formen an und weisen sehr unterschiedliche Größen auf.

#### 4.2.4. Zusammenfassung der Ergebnisse zum Portal des hohlen Baumes

Die Feldstudie zur Standsicherheit der hohlen Bäume mit offener Morschung erbrachte auch wegen der zu geringen Anzahl versagter Bäume kein eindeutiges Ergebnis, aus der sich eine einfache Regel zur Bewertung der Standsicherheit solcher Bäume anhand einfacher Geometrieparameter wie Höhlungsgrad und Öffnungswinkel ableiten ließ. Darüber hinaus

ließen die Ergebnisse nicht eindeutig erkennen, dass Öffnungswinkel unter 90 ° überhaupt eine wesentliche Schwächung des hohlen Baumes darstellen. Vielmehr deuten einige Beobachtungen (stehendes Portal gebrochener Bäume, erhaltene Portale vermoderter Bäume) darauf hin, dass diese Öffnung durch die Ausbildung eines sehr stabilen Portales tatsächlich keine Schwachstelle des vitalen Baumes darstellt.

Als wesentliche Gründe für diese unerwartet hohe Stabilität des Portales wurden zum einen geometrische Gründe wie die verhältnismäßig große Wandstärke des Portals durch große jährliche Zuwächse erkannt. Zusätzlich zu dieser großen Wandstärke führt der Kontakt zum Kambium und damit zur Wachstumsschicht des Baumes dazu, dass im Portal alle Spannungsüberhöhungen effektiv abgebaut werden können. Im Rest der Faulhöhle bleiben diese Spannungsüberhöhungen erhalten, da dort kein Kontakt zum Kambium besteht.

Als weiterer wesentlicher Grund wurden die Materialeigenschaften des Holzes des Portales erkannt. Das dort gebildete Wundholz weist vor allem quer zur Faserrichtung erheblich höhere Festigkeiten als das Restholz des Baumes auf. Insgesamt weist das Wundholz damit deutlich isotropere Eigenschaften auf als das Restholz des Baumes (unregelmäßiger Faserverlauf). Diese isotropen Bereiche sind besonders im Berich des Scheitels des Portales sowie auch darüber zu erkennen. Diese Veränderungen in den Festigkeitseigenschaften lassen sich anhand der Ergebnisse der holzanatomischen Untersuchungen wie Verringerung des Gefäßanteils und Lignifizierung der Holzstrahlen im Wundholz sehr gut erklären.

Somit kommt dem Portal eines hohlen Baumes mit offener Morschung eine sehr große Bedeutung im Hinblick auf die Standsicherheit zu. Wenn das Portal die erhöhte Holzqualität und die großen Zuwächse aufweist, gibt es nach den Ergebnissen dieser Untersuchung keinen Grund, die Öffnung als Schwachstelle zu betrachten. Fehlt es dem betroffenen Baum jedoch an Vitalität und er erhöht nicht seine Festigkeiten und seine Zuwächse am Portal oder zeigt das Portal gar beginnendes Versagen wie Druckstauchungen, so kann dieses Portal wohl nicht die Standsicherheit des Baumes gewährleisten.

# 5. Optimierung von Faserverbunden nach dem Vorbild der Natur

Am Beginn dieses Kapitels über die Optimierung von Faserverbunden nach dem Vorbild der Natur soll in Kapitel 5.1 eine kurze Beschreibung eben dieser Optimierungsprinzipien stehen, deren Anwendung durch die Natur beobachtet werden kann. Der wichtigste natürliche Faserverbund ist dabei das Holz der Bäume und somit kommt ihm auch eine überragende Bedeutung als Vorbild für technische Anwendungen zu.

Nach dieser Beschreibung der natürlichen Vorbilder sollen in Kapitel 5.2 die bereits in die Technik umgesetzten Optimierungsprinizipien kurz beschrieben und in ihrer Wirkungsweise erläutert werden. Dabei handelt es sich natürlich keineswegs um sklavische Kopien der Natur, sondern meist um einzelne Optimierungsideen, die bedarfsgerecht in die Technik übertragen wurden.

Im folgenden Kapitel 5.3 werden weitere Umsetzungsmöglichkeiten, die sich für technische Faserverbunde eignen könnten, vorgeschlagen und skizziert. Diese Ansätze sind im Verlauf dieser Arbeit entstanden und es wurde versucht, diese Ansätze in Optimierungsroutinen umzusetzen und mit Hilfe der FEM, aber auch an Portotypen, ihre Wirksamkeit nachzuweisen. Die Beschreibung dieser Optimierungsprinzipien folgt in den Kapiteln 5.4 und 5.5 und bildet gleichzeitig den Abschluss dieses Kapitels über die Optimierung von Faserverbunden nach dem Vorbild der Natur.

### 5.1. Optimierungsprinzipien biologischer Kraftträger

### Kraftflussgerechter Faserverlauf:



Abbildung 5.1: Kraftflussgerechter Faserverlauf am Beispiel des Faserverlaufs um einen morschen Ast

Ein ganz wesentliches Optimierungsprinzip des Holzes ist die lastgerechte Ausrichtung seiner Fasern. Nur in Faserrichtung nämlich besitzt das Holz maximale Steifigkeit und Festigkeit, schon bei geringen Abweichungen oder gar quer dazu sind die Steifigkeit und vor allem die Festigkeit sehr viel geringer (vgl. Kap. 2.3). Der Baum richtet seine Fasern, wie auch in Abbildung 5.1 zu erkennen ist, immer in Richtung der größten Spannung aus (MATTHECK und KUBLER, 1995). Diese größte Spannung ist immer auch die größte Hauptspannung. Somit werden die Spannungen in Faserrichtung maximal und in Querrichtung minimal, wie anhand eines Mohr'schen Spannungskreises (Abb. 5.2) leicht gezeigt werden kann. Diese Ausrichtung der Fasern mit maximalen Spannungen in Faserrichtung und minimalen Spannungen quer dazu entspricht genau den Steifgkeits- und Festigkeitseigenschaften von Holz und kann somit als optimal betrachtet werden. Darüber hinaus werden durch diese Ausrichtung aber auch alle Schubspannungen zwischen den Fasern eliminiert, da die Fasern in Richtung der größten Hauptspannung verlaufen und in einem Hauptspannungssystem die Schubspannungen immer Null sind.

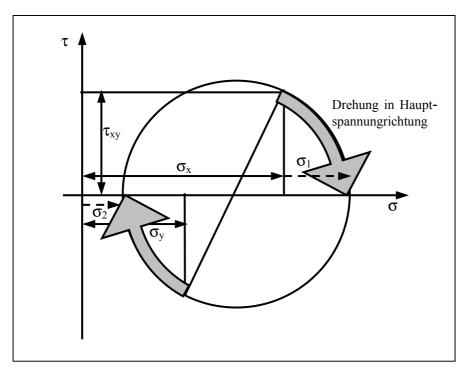


Abbildung 5.2: Mohr'scher Spannungskreis. Durch Drehung in Hauptspannungsrichtung wird  $\sigma_x$  zu  $\sigma_1$ ,  $\sigma_y$  zu  $\sigma_2$ , und  $\tau_{xy}$  wird eliminiert.

#### Adaptives Wachstum für eine gleichförmige Spannungsverteilung:

Unter adaptivem Wachstum versteht man die Fähigkeit biologischer Lastträger wie Bäumen oder Knochen, in den Bereichen mit höherer Materialbelastung gezielt mehr Material anzulagern. Durch dieses spannungsgesteuerte Wachstum werden Spannungsüberhöhungen wie z. B. an Kerben ganz gezielt vermieden bzw. eliminiert. Biologische Kraftträger erreichen damit eine konstante Spannungsverteilung auf ihrer Oberfläche ohne jegliche Spannungskonzentrationen.

Die Realisierung des konstanten Spannungsverlaufes kann entweder nur an der Oberfläche einer biologischen Struktur erfolgen oder aber im gesamten Volumen. Der erste Fall entspricht dem adaptiven Wachstum der Bäume, die mit Hilfe ihrer Wachstumsschicht, dem

Kambium, auf ihrer Oberfläche eine konstante Spannung anstreben (vgl. Kap. 2.1). Man spricht in diesem Zusammenhang von einer Optimierung der Topographie.

Der zweite Fall entspricht dem adaptiven Wachstum der Knochen, bei denen das gesamte Volumen Designraum ist und die durch Wachsen und Schrumpfen wirkliche Leichtbaustrukturen ausbilden. Dort werden nämlich nicht nur Spannungsüberhöhungen durch Wachstum abgebaut, sondern zusätzlich unterbelastete Bereiche im Innern "weggefressen" (vgl. Kap. 2.1). Diese Art von Optimierung wird als Topologieoptimierung bezeichnet.

#### Bildung von Sonderhölzern:

Bäume reagieren auf Störung ihrer konstanten Spannungsverteilung an ihrer Oberfläche auch durch Bildung von Sonderhölzern. So stellt z. B. eine Schiefstellung eine vermeidbare zusätzliche Biegebelastung dar, die der Baum durch Bildung von Reaktionsholz (Zugholz bei Lubbäumen bzw. Druckholz bei Nadelbäumen) auszugleichen versucht. Mit diesem Reaktionsholz biegt sich der Baum soweit zurück in die vertikale Stellung, bis der Kronenschwerpunkt wieder über dem Wurzelstock positioniert ist und damit die zusätzliche Biegebelastung elimiert ist (vgl. Kap. 2.3).

Das zweite Sonderholz der Bäume ist das Wundholz. Dieses bildet der Baum an Verwundungen, an denen das Kambium zerstört ist. Dieses Wundholz ist sehr widerstandsfähig gegen Pilze und Insekten, um einen Befall an der potentiellen Eintrittspforte, der Verwundung, zu verhindern. Darüber hinaus unterscheiden sich die mechanischen Eigenschaften und die Holzanatomie des Wundholzes deutlich vom Normalholz, wie in dieser Arbeit gezeigt werden konnte (vgl. Kap. 4). Die Eigenschaften und der Aufbau des Wundholzes sind sehr viel isotroper als im Normalholz. Dies kann als Anpassung an den Spannungszustand an der Verwundung, die mechanisch gesehen eine Kerbe darstellt, angesehen werden. An Kerben nämlich ist der Spannungszustand sehr stark mehrachsig und ein orthotropes Material wie das Normalholz kann für einen solchen mehrachsigen Spannungszustand niemals optimal sein.

#### Bildung von Eigenspannungen:

Im Idealfall überlagern sich Eigenspannungen und Spannungen aus den äußeren Lasten derart, dass die Festigkeiten überall maximal ausgeschöpft werden. Der Baum reduziert mit seinen Eigenspannungen, den Wachstumsspannungen, die maximale Druckspannung in seinen Randfasern, um die vergleichsweise niedrige axiale Druckfestigkeit auszugleichen und so ein vorzeitiges Druckversagen bei Biegung zu verhindern (vgl. Kap. 2.4).

Mit diesen Wachstumsspannungen gelingt es dem Baum, seine Biegefestigkeit gegenüber einem Baum ohne Wachstumsspannungen deutlich zu erhöhen. Allerdings benötigt er zum Ausgleich der Zugvorspannung in den Randfasern seinen Kern, der die resultierenden Druckspannungen aufnehmen muss. Da somit unterbelastete Bereiche zum Ausgleich der Eigenspannungen benötigt werden, schließt sich dieses Optimierungsprinzip mit dem adaptiven Wachstum im gesamten Volumen, wie es die Knochen realisieren, aus, da genau diese Bereich dort "weggefressen" würden.

### 5.2. Bisher in die Technik umgesetzte Optimierungsprinzipien

### **Topographieoptimierung:**

Eine Spannungsüberhöhung an der Oberfläche eines Bauteils löst in einer FE-Berechnung genau an dieser Stelle eine lastgerechte Aufdickung des Bauteils aus. Dieses Optimierungsprinzip ist dem adaptiven Wachstum der Bäume nachempfunden und hat in verschiedene Optimierungsprogramme (z. B. CAO, Tosca, AnsysCAO) Eingang gefunden und wird in der Industrie zunehmend eingesetzt. Die Programme unterscheiden sich in der Regel nur in wenigen Details wie z. B. der das Wachstum auslösenden Vergleichsspannung oder anderen Belastungsgröße, bei allen diesen Programmen wird jedoch immer lediglich das isotrope Grundmaterial des Bauteils aufgedickt.

#### **Topologieoptimierung:**

Mit dieser Optimierungsmethode wird das adaptive Wachstum der Knochen simuliert. Das gesamte Bauteil ist Designraum, nicht nur dessen Oberfläche wie bei der Topographieoptimierung. Ziel dieser Methode ist primär nicht der Abbau von Kerbspannungen, sondern das Design einer optimalen Leichtbaustruktur. Zu diesem Zweck werden aus einem sehr groben Ausgangsdesign unterbelastete Stellen "weggefressen" und man erhält auf diese Weise ein Design, das konsequent Leichtbau umsetzt. Auch dieses Prinzip wird von verschiedenen Optimierungsprogrammen (z. B. SKO, Tosca) benutzt und in der Regel bei isotropem Grundmaterial eingesetzt.

## **Optimaler Faserverlauf:**

Mit Hilfe des Computerprogrammes CAIO (Computer Aided Internal Optimization, REUSCHEL, 1999) ist es möglich, den optimalen Faserverlauf, wie ihn auch die Bäume in ihrem Holz realisieren, in einem technischen Faserverbundbauteil zu berechnen. An jedem Punkt im Bauteil bedeutet dies, dass der Kraftfluss, d.h. die größte Hauptnormalspannung, immer in Faserrichtung verläuft und somit die orthotropen Steifigkeits- und Festigkeitseigenschaften eines Faserverbundes optimal ausgenutzt werden. Leider existieren die notwendigen Fertigungstechniken bis jetzt noch nicht, um diese dreidimensional berechneten Faserverläufe in einem Faserverbundbauteil kostengünstig herzustellen.

Bei den drei bisher vorgestellten Methoden wurde immer das Grundmaterial des zu optimierenden Bauteiles beibehalten. Bei der Topographie- und Topologieoptimierung wird lediglich die Geometrie des Bauteiles an die Belastung angepaßt, bei CAIO wird der Faserverlauf im Bauteil verändert, Geometrie und Grundmaterial bleiben erhalten.

## Multilinearisierungsmethode:

Die Multilinearisierungsmethode (GÖTZ, 2000) stellt eine Anpassung der CAIO-Methode an die bestehenden Fertigungsmöglichkeiten dar. Hier wird das Kerbverhalten von Faserverbundbauteilen dadurch verbessert, dass Faserverbundstreifen entlang der berechneten CAIO-Faserverläufe um die Kerbe gelegt werden. Das eigentliche Bauteil bleibt dabei unverändert, es wird lediglich durch Aufbringung dieser Streifen kraftflussgerecht verstärkt. Man arbeitet dabei in der Regel mit unidirektionalen Prepregs, mit denen der optimale Faserverlauf an mehreren Stellen linear angenähert (multilinearisiert) wird und erreicht durch die Verstärkung an der Kerbe erhebliche Verbesserungen des Kerbverhaltens von Faserverbundbauteilen.

### 5.3. Weitere Ansatzmöglichkeiten zur Optimierung von Faserverbunden

## Optimale Faserrichtung von unidirektionalen Einzelschichten:

Der optimale Faserverlauf für jeden Punkt im Bauteil, wie CAIO ihn berechnet, ist nicht kostengünstig herstellbar. Darüber hinaus ergeben sich bei den gekrümmten Fasern, wie CAIO sie fordert, Probleme durch die Streckung und die daraus folgende Delaminierung dieser gekrümmten Fasern schon bei verhältnismäßig geringer Belastung (GÖTZ, 2000).

Aus diesen beiden Gründen, dem Fertigungsproblem und dem Delaminieren von gekrümmten Fasern, bietet sich eine Rückkehr zu unidirektionalen Einzelschichten an. Dort sind die Fasern gerade und in Faserrichtung sind die Steifigkeiten und Festigkeiten einer solchen Schicht sehr hoch. Eine Faserrichtung, die für den höchstbelasteten Punkt des Bauteils optimal ist, kann für das gesamte Bauteil, das aus einer unidirektionalen Einzelschicht besteht, übernommen werden. Wenn dies gelingt, erhält man die bestmögliche Steifigkeit und Festigkeit eines solchen Bauteils. In den minder belasteten Bereichen spielt eine Abweichung zwischen Faserund Lastwinkel keine so große Rolle wie in hochbelasteten Bauteilbereichen. Darüber hinaus kann eine große Abweichung evtl. durch eine zweite unidirektionale Schicht mit einer anderen Faserrichtung ausgeglichen werden. Eine Umsetzung dieser Idee stellt die Methode LAO (Layer Angle Optimization) dar, die in Kapitel 5.4 vorgestellt wird.

### Isotrope Pflaster an Kerben von Faserverbundbauteilen:

Der Baum bildet an Kerben Wundholz mit eher isotropen Eigenschaften, da isotropes Material mehrachsige Spannungszustande besser aufnehmen kann als orthotropes Material. Genau diese Überlegung wird mit dem Optimierungsprogramm **CAO-Patch** umgesetzt. Bei diesem Verfahren läßt man an Kerben von Faserverbundbauteilen isotrope Pflaster (Patches) aufwachsen, die geeignet sind, die Schubspannungen zwischen den Fasern und die Spannungen quer zur Faser aufzunehmen, und so den unidirektionalen Faserverbund, der das eigentliche, gekerbte Bauteil bildet, effektiv und materialgerecht zu entlasten. Eine Beschreibung dieses Verfahrens folgt in Kapitel 5.5.

### 5.4. Die Optimierung der Faserrichtung einer unidirektionalen Einzelschicht (LAO)

Wie in Kapitel 5.3 bereits erwähnt, geht es bei diesem Optimierungsprogramm darum, den Vorteil der unidirektionalen Einzelschicht (preiswert, steif und fest in Faserrichtung) mit dem Optimierungsprinzip "Faser in Kraftrichtung" zu verknüpfen. Am anschaulichsten läßt sich die Optimierungsroutine LAO anhand eines Beispieles erläutern. Als Beispiel soll dazu ein Faserverbundbauteil dienen, wie es in Abbildung 5.3 dargestellt ist. Es handelt sich dabei um eine Platte aus einem unidirektionalen Faserverbund, die wie abgebildet auf der einen Seite fest eingespannt und auf der anderen Seite mit einer schräg nach unten ziehenden Streckenlast belastet wird.

Mit Hilfe von LAO soll nun die Faserrichtung der unidirektionalen Einzelschicht festgelegt werden, mit der diese Platte unter diesen Bedingungen die maximale Festigkeit aufweist. Da bei einer unidirektionalen Einzelschicht die Faserrichtung nur für einen einzigen Punkt im Bauteil optimal berechnet werden kann und dann für das ganze Bauteil optimal sein muss, kommt der Auswahl dieses Punktes große Bedeutung zu. Ideal scheint zu sein, wenn dieser Punkt der höchstbelastete des gesamten Bauteiles ist, da an geringer belasteten Punkten eine Abweichung zwischen Faser- und Lastwinkel nicht so gravierend ist wie an diesem Punkt.

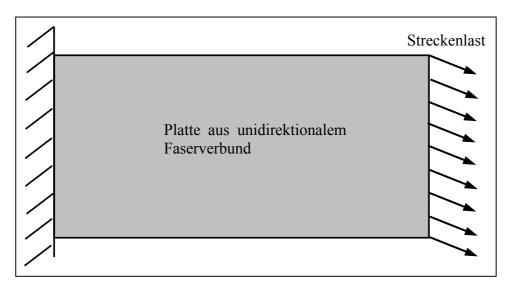


Abbildung 5.3: Geometrie, Einspannung und Lastbedingung der mit LAO optimierten unidirektionalen Faserverbundplatte

## 5.4.1. Ablauf einer Optimierung mit LAO

Die Belastung eines Faserverbundes läßt sich mit Hilfe des Tsai-Hill-Kriteriums (vgl. Kap. 2.6.5) und der FEM an jedem Punkt des Bauteils berechnen. Die Höhe dieses Wertes, der im folgenden kurz Tsai-Hill-Wert genannt werden soll, hängt dabei ganz entscheiden vom Winkel zwischen Faser und Kraftfluss, d.h. der Richtung der größten Hauptnormalspannung, ab. Minimal wird dieser Tsai-Hill-Wert in jedem Punkt für den Fall, dass dort Faserrichtung und die Richtung der größten Hauptnormalspannung zusammenfallen (vgl. CAIO und Abb. 5.2). Dieser theoretische minimale Tsai-Hill-Wert läßt sich aus den Hauptspannungen für jeden Punkt im Bauteil berechnen und wird im folgenden Hauptspannungs-Tsai-Hill-Wert (HTSW) genannt. Man erhält damit im Falle unseres Beispiels eine Verteilung des Hauptspannungs-Tsai-Hill-Wertes, wie er in Abbildung 5.4 dargestellt ist.



Abbildung 5.4: Verteilung des Hauptspannungs-Tsai-Hill-Wertes (HTSW) am gewählten Beispiel

Der Punkt im Bauteil, der den höchsten Hauptspannungs-Tsai-Hill-Wert aufweist, ist der höchstbelastete Punkt im gesamten Bauteil und legt mit seiner Hauptspanungsrichtung die Faserrichtung für das gesamte Bauteil fest. Im Falle des oben abgebildeten Beispieles sind es aufgrund der Symmetrie des Bauteiles zwei Punkte (links oben und rechts unten), die natürlich völlig identische Ergebnisse liefern. Da es aufgrund der Drehung der Faserrichtung eine Rückwirkung auf die Spannungen im Bauteil gibt, muss dieser Schritt, die Drehung der Faserrichtung in Richtung der Hauptspannung im höchstbelasteten Punkt, mehrfach durchgeführt werden, bis es keine weitere Änderung mehr gibt. Im gewählten Beispiel ergibt sich durch LAO eine Faserrichtung von 4,85° zur Horizontalen. Wie die Festigkeit der gesamten Platte von dieser Faserrichtung abhängt, ist in Abbildung 5.5 dargestellt.

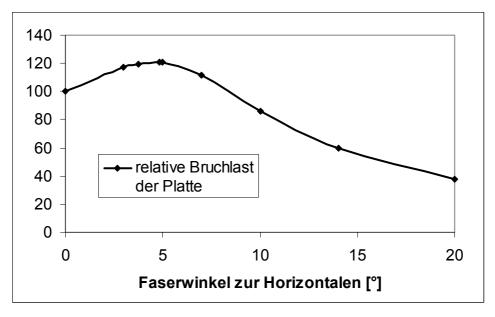


Abbildung 5.5: Änderung der Festigkeit einer schräg gezogenen Platte in Abhängigkeit vom gewählten Faserwinkel

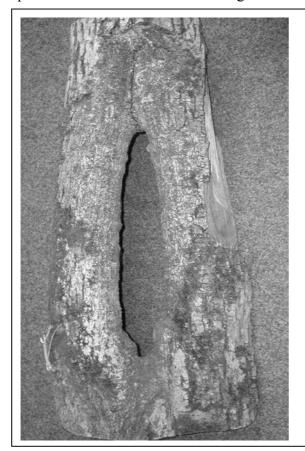
Man erkennt in Abbildung 5.5. sehr schön die ausgeprägte Abhängigkeit der Bruchlast vom Faserwinkel. Bereits eine Abweichung von nur 15° vom Optimum reduziert die Bruchlast auf weniger als ein Drittel. Man sieht weiterhin, dass sich dieses Optimum mit LAO finden läßt und dass es nicht ohne weiteres vorhersagbar ist. Legt man die Fasern in Kraftrichtung (ca. 14°), was eine naheliegende Idee ist, so verliert man massiv an Festigkeit. Legt man sie horizontal, weil man erkannt hat, dass sich in diesem Beispiel Zug in horizontaler Richtung und Biegung durch eine Querkraft überlagern, so erreicht man höhere Bruchlasten als im ersten Fall, ist aber von der optimalen Bruchlast noch gut 20 % entfernt, obwohl die Abweichung von der mit LAO berechneten Faserrichtung lediglich knapp 5° beträgt.

Die Wirksamkeit der kraftflussgerechten Ausrichtung von Faserlagen wird in der Literatur an vielen Stellen beschrieben (MOSER, 1992, KINDERVATER, 1999 u.a.) und wurde anhand zahlreicher Versuche nachgewiesen. Die Optimierungsidee hinter LAO ist als solche nicht neu, nur die einfache Berechnung der optimalen Faserrichtung anhand der beschriebenen Routine. Auf die Durchführung von Bruchtests an Prototypen, die nach LAO gefertigt wurden, wurde aus diesem Grund im Rahmen dieser Arbeit verzichtet.

#### 5.5. Die Imitation des Wundholzes der Bäume durch CAO-Patch

Bäume bilden an Wunden, an denen das Kambium zerstört ist, kein "Normalholz" zum Verschluss dieser Wunde, sondern Wundholz. Dieses Wundholz ist nicht nur resistenter gegen Pilz- oder Insektenbefall, sondern weist auch deutlich isotropere Eigenschaften als das Normalholz auf (vgl. Kap. 4.2.3). Dass der Baum Wundholz mit eher isotropen Eigenschaften bildet, kann mit dem an einer solchen Verwundung herrschenden Spannungszustand begründet werden. Die Verwundung stellt mechanisch gesehen eine Kerbe mit entsprechenden Spannungsüberhöhungen dar. An solchen Kerben herrscht immer ein mehrachsiger Spannungszustand, auch wenn der Spannungszustand im Rest des Bauteils nahezu einachsig ist. Dies trifft auch beim Baum zu. Im unverwundeten Stamm liegen fast ausschließlich axiale und damit in Faserrichtung verlaufende Zug- und Druckspannungen vor, während die Spannungen quer zur Faser fast Null sind (vgl. Kap. 3.3.2). An der Verwundung jedoch entsteht durch die Umlenkung des Kraftflusses an der Kerbe ein mehrachsiger Spannungszustand. Für mehrachsige Spannungszustände sind aber stark orthotrope Materialien niemals ideal und deshalb bildet auch der Baum dort eher isotropes Wundholz.

Besonders gut kann die Ausbildung eines solchen Pflasters aus quasiisotropem Wundholz beim Baum an der Innenseite der Öffnung beobachtet werden (vgl. Abb. 5.6). Während der Baum außen seine Fasern nach der Entstehung der Öffnung kraftflussgerecht um die Öffnung herum legt (analog zu CAIO), kann er das an der Innenseite nicht. Dort sind die Holzfasern bereits **vor** der Entstehung der Öffnung gebildet worden und deshalb einfach axial und nicht optimal für die Kraftflussumlenkung um die Öffnung ausgerichtet.



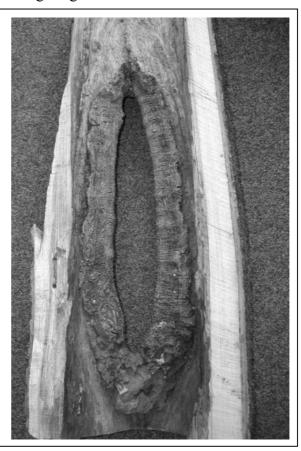


Abbildung 5.6: Wundholzbildung an der offenen Morschung einer Fichte. Außen mit optimalem Faserverlauf (links), innen deutlich erkennbares Pflaster über bereits vorhandenem und deshalb für die Öffnung nicht optimalem axialem Faserverlauf (rechts)

Dies entspricht dem Fall eines unidirektionalen Faserverbundes, der durch eine nachträgliche (z. B. konstruktiv bedingte) Bohrung geschwächt wird. Am Beispiel einer solchen zugbelasteten Lochplatte aus einem unidirektionalen E-Glasfaserverbund (Materialdaten s. Seite 32) soll die Methode CAO-Patch, die das Wundholz der Bäume imitiert, erläutert werden.

# 5.5.1. Ablauf einer Optimierung mit CAO-Patch

Die Geometrie der zu optimierenden Lochplatte entspricht in allen Details der in Abbildung 2.30 gezeigten Lochplatte. Anhand von Zugversuchen mit dieser unverstärkten Lochplatte konnte gezeigt werden, dass das Versagen einer solchen Lochplatte sehr gut mit Hilfe des Tsai-Hill-Kriteriums beschrieben werden kann (vgl. Kap. 2.6.5). Aus diesem Grund wurde dieses Kriterium auch ausgewählt, um das Wachstum des isotropen Patches zu steuern und dessen Wirksamkeit zu kontrollieren. Das beginnende Versagen des Faserverbundes steuert damit die Optimierung selbst und führt somit zu einer versagensgerechten Optimierung.

Im Gegensatz zum Baum, der natürlich versuchen würde, die Verwundung möglichst schnell zu überwallen und damit zu schließen, soll bei der folgenden Optimierung eine Bedingung sein, dass das Loch unverändert erhalten bleiben muss. Eine Optimierung der Kerbform, wie z. B. des Kreisloches zur Spindel, läßt sich ohne weiteres mit der CAO-Routine oder einer anderen Topographieoptimierung durchführen und ist auch für Faserverbundwerkstoffe ideal.

Somit ergibt sich als Designraum, in dem ein Patch gebildet werden darf, die gesamte Oberfläche der Grundplatte um das Kreisloch herum, ohne dessen Kreisform zu verändern (vgl. Abb. 5.7). Zusätzlich gilt die Bedingung, dass das Patch keinen Kontakt zu den Aufdopplern haben darf, sondern die Krafteinleitung nur über die Kontaktfläche zwischen dem Designraum der Grundplatte und dem aufgeklebten Patch erfolgt.

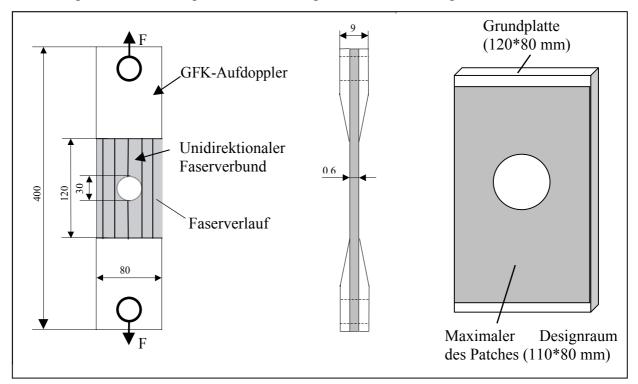


Abbildung 5.7: Geometrie der mit CAO-Patch optimierten Lochplatte und schematische Darstellung des möglichen Designraums des Patches

Der Ablauf der Optimierung orientiert sich im wesentlichen am Ablauf des Programmes CAO und wird im folgenden Ablaufschema (vgl. Abb. 5.8) dargestellt. Am Beginn der Optimierung steht natürlich eine Spannungsanalyse des Bauteils unter den Lasten und Randbedingungen, für die es optimiert werden soll. Als Ergebnis dieser Spannungsanalyse ergibt sich eine Verteilung des Tsai-Hill-Wertes. Dieser Tsai-Hill-Wert wird editiert (vgl. Kap. 5.5.2) und in einen Dickenzuwachs für das berechnete Patch umgerechnet. Startwert für die Dicke des Patches vor der ersten Optimierung ist dabei eine Dicke von Null, für alle folgenden Schritte die bis dahin erzielte Dicke des Patches. Das neu berechnete Patch wird nun in einer folgenden Spannungsanalyse des Bauteils mitberücksichtigt und erneut die Verteilung des Tsai-Hill-Wertes in der Grundplatte berechnet. Ist man mit der erreichten Reduzierung des Tsai-Hill-Wertes zufrieden, so ist die Optimierung beendet und man hat das endgültige Design des optimierten Patches. Hat das berechnete Patch die Bruchlast des Bauteils noch nicht ausreichend erhöht, so muss dieser Optimierungszyklus erneut durchlaufen werden, um das Patch weiter versagensgerecht wachsen zu lassen.

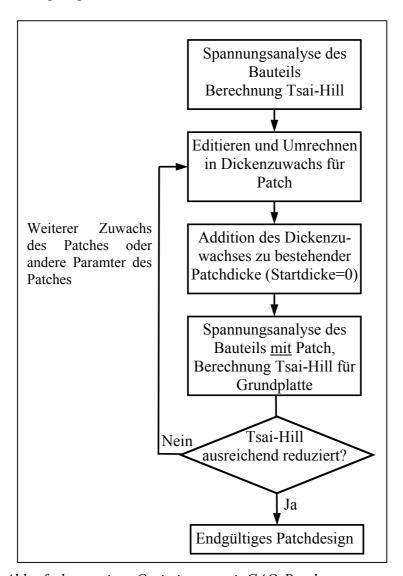


Abbildung 5.8: Ablaufschema einer Optimierung mit CAO-Patch

Wie in Abbildung 5.8 zu erkennen ist, gibt es bei einem erneuten Durchlauf dieses Optimierungsablaufs zwei Möglichkeiten, wie weiter vorgegangen werden kann. Welche von den beiden Möglichkeiten dabei jeweils ausgewählt wird, hängt von mehreren Faktoren ab

und soll im folgenden beschrieben werden. Zuerst jedoch soll der erste Durchlauf einer solchen Optimierung anhand des Beispiels der zugbelasteten Lochplatte dargestellt werden. Das Hauptaugenmerk soll dabei auf der Editierung der Wachstumsfunktion für das Patch liegen.

#### 5.5.2. Die Wachstumsfunktion für das Patch

Der Dickenzuwachs für das Patch wird in jedem Schritt aus dem Tsai-Hill-Wert (vgl. Gl. 2.8, S. 44) der Grundplatte berechnet. Die Effektivität des Patches hängt dabei aber wesentlich von der Berechnung dieses Zuwachses ab. Da natürlich überall auf der Grundplatte Tsai-Hill-Werte größer als Null erreicht werden, ist es sinnvoll, einen Schwellwert zu definieren, ab dem Wachstum überhaupt erst zugelassen wird. Im anderen Fall würde man überall ein (wenn auch hauchdünnes) Patch erhalten, auch an Stellen, die für das Versagen der Grundplatte absolut unkritisch sind.

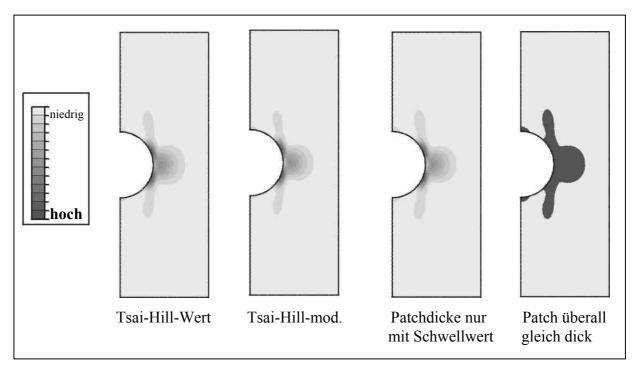


Abbildung 5.9: Ergebnis der Spannungsanalyse und daraus abgeleitete Wachstumsfunktionen für das Patch, aufgetragen über der halben Grundplatte

Weiterhin hat es sich als vorteilhaft erwiesen, nicht den gesamten Betrag des Tsai-Hill-Wertes (vgl. Gl. 2.8, S. 44) zur Steuerung des Wachstums zu verwenden, sondern nur die Summe aus den beiden letzten Summanden, die durch Belastung quer zu den Fasern der Grundplatte oder durch Schub zwischen den Fasern der Grundplatte entstehen. Auf diese Weise entsteht eine Aufgabenteilung zwischen Grundplatte und Patch, wie sie deren Werkstoffeigenschaften entspricht – die Grundplatte nimmt die Belastung in Faserrichtung auf, während das Patch gezielt an den Stellen zur Verstärkung aufgebracht wird, die besonders stark quer zur Faser oder durch Schubspannungen belastet sind. Auf diese Weise kann man auch den bereits angesprochenen Schwellwert sehr weit senken, da dieser modifizierte Tsai-Hill-Wert (Tsai-Hill-mod., vgl. Abb. 5.9) nur noch in Bereichen mit Kerbwirkung in Erscheinung tritt, denn nur dort entstehen ja Quer- oder Schubbelastungen in der Grundplatte.

Grundsätzlich muss man bei dem Wachstum des Patches zwei Möglichkeiten unterscheiden, die sich aus den Fertigungsmöglichkeiten für das Patch ergeben. Die erste Möglichkeit besteht darin, das Patch in einem iterativen Prozess in mehreren Optimierungsschritten langsam wachsen zu lassen. Mit diesem Vorgehen nutzt man den Vorteil, den jede iterative Optimierung hat, dass man sich langsam an ein Optimum herantastet und dabei jeweils die Auswirkungen der bisherigen Optimierung berücksichtigt. Auf diese Weise erhält man ein Patch unterschiedlicher Dicke, das aufgrund dieser Dreidimensionalität erheblich mehr Aufwand bei der Fertigung bedeutet. Das ist damit zu begründen, dass im Falle der 0,6 mm dicken Lochplatte, die hier als Beispiel dient, die Patches an der dicksten Stelle immer unter einem Millimeter dick sind, was die Herausbildung der unterschiedlichen Dicke bei einem so filigranen Bauteil nicht einfacher macht. Die Darstellung eines solchen Patches mit seiner Topographie ist in Abbildung 5.10 zu sehen. Es handelt sich dabei um ein Patch mit einer maximalen Dicke von 0,6 mm, was genau der Dicke der Grundplatte entspricht. Angenommen wurde dabei ein Elastizitätsmodul des Patches von 20000 MPa, was zwischen dem E-Modul der Grundplatte in Faserrichtung (38600 MPa) und quer zur Faserrichtung (8270 MPa) liegt. Dadurch erreicht man, dass der Kraftfluss quer zur Faser eher vom Patch und der Kraftfluss in Faserrichtung eher von der Grundplatte aufgenommen wird. In diesem Falle ergibt sich die gewünschte Aufgabenteilung zwischen Platte und Patch.

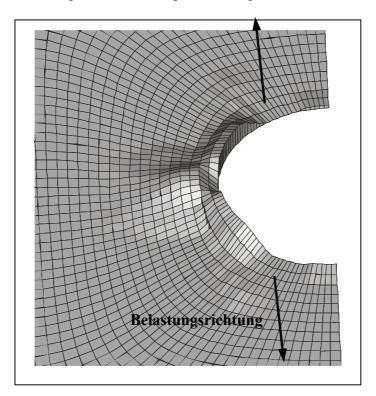


Abbildung 5.10: Darstellung der Topographie eines mit CAO-Patch berechneten Patches. Belastung der Lochplatte in Richtung der eingetragenen Pfeile

In dieser schrägen Ansicht von Abbildung 5.10 erkennt man deutlich die drei "Berge", die durch das Patch gebildet werden. Die beiden Berge am Lochrand sind aufgrund des dort herrschenden Schubmaximums entstanden. Der dritte Hügel entsteht durch das Querzugmaximum neben dem Kreisloch der Lochplatte. Interessanterweise ist im Kerbgrund des Kreisloches, an dem die höchsten v.-Mises-Spannungen herrschen, ein deutliches Tal im Patch zu erkennen. Dies liegt daran, dass hier kein Querzug vorliegt (freie Oberfläche) und die Hauptspannung in Faserrichtung verläuft und damit auch keine Schubspannungen vorhanden sind. Die Spannungen in Faserrichtung, die an diesem Punkt herrschen, sind aber noch nicht versagensrelevant und somit ist eine Verstärkung durch das Patch an diesem Punkt

nicht nötig. Rechnerisch ergibt sich durch dieses Patch eine Erhöhung der Bruchlast um über 125 % gegenüber der unverstärkten, unidirektionalen Glasfaser-Lochplatte.

Um das Fertigungsproblem, das ein solches Gebirge wie in Abbildung 5.10 sicher darstellt, zu umgehen, ist es auch möglich, das Patch so zu berechnen, dass es überall die gleiche Dicke aufweist. In diesem Falle würde man beim Überschreiten des Schwellwertes des modifizierten Tsai-Hill-Wertes dem Patch einfach gleich die Maximaldicke zuordnen (Abb. 5.9 ganz rechts). Dadurch erhält man ein Patch konstanter Dicke, das viel leichter und damit auch billiger herstellbar ist. Aus diesem Grund wurde diese Variante auch für die Fertigung der Prototypen gewählt, an denen die Berechnungsergebnisse von CAO-Patch verifiziert werden sollen (vgl. Kap. 5.5.4). Deshalb konzentriert sich die Beschreibung von CAO-Patch im folgenden auch auf diese Variante, wobei an dieser Stelle festgestellt werden soll, dass die Berechnungsergebnisse nach dem anderen Verfahren natürlich höhere Bruchlasten (bis zu 30 %) vorhersagen, was an der versagensgerechteren Form des Patches, aber auch an der iterativen Optimierung liegt.

Im Fall des Patches mit konstanter Dicke muss man aber mit nur einem Optimierungsschritt auskommen, da ein nächster Schritt zur Folge hätte, dass man ein Patch mit unterschiedlicher Dicke erhält und damit den Vorteil der einfachen Fertigung verliert. Wenn die Spannungsreduktion nach dem Aufbringen des Patches noch nicht ausreichend ist, muss man daher einen neuen ersten Optimierungsschritt vornehmen und dabei die Parameter des Patches ändern. Neben der Dicke des Patches ist dies der Schwellwert, ab dem ein Patch gebildet wird, aber auch der Werkstoff des Patches selbst. Auf die Auswirkungen der Eigenschaften des Patch-Werkstoffes soll im folgenden Abschnitt näher eingegangen werden.

### 5.5.3. Eigenschaften des Patch-Werkstoffes

Der Patch soll auf dem Grundmaterial aufgebracht werden, um dessen Kerbverhalten zu verbessern. Um diese Aufgabe bestmöglich erfüllen zu können, muss der Patch eine Reihe von Eigenschaften aufweisen. Ganz wichtig ist natürlich, dass er sich gut auf das Grundmaterial aufbringen läßt und dass diese Verbindung die zwischen Patch und Grundplatte wirkenden Schubspannungen ohne Versagen erträgt.

Des weiteren soll der Patch aus einem isotropen Material bestehen. Der Sinn dieser Forderung liegt darin, dass das schlechte Kerbverhalten eines Faserverbundes darin begründet ist, dass ein Faserverbund sehr geringe Querfestigkeiten und Schubfestigkeiten besitzt. Will man dieses Kerbverhalten verbessern, ist es sinnvoll, einen Werkstoff zur Verstärkung zu wählen, der Kerbspannungen und Schubspannungen besser aufnehmen kann als ein orthotroper Werkstoff. Der andere Gedanke, den man haben könnte, nämlich einen Faserverbund als Patchwerkstoff zu verwenden und einfach quer aufzubringen, scheitert daran, dass dieser Patch sofort delaminieren würde. Die eigentliche Belastungsrichtung und damit auch die weitaus größten Spannungen herrschen nämlich in Faserlängsrichtung der Grundplatte und aus diesem Grund in Querrichtung des Patches. Der schon bei verhältnismäßig kleinen Dehnungen delaminierte Patch kann damit aber keinerlei Schuspannungen mehr aufnehmen und kann somit die Grundplatte auch nicht effektiv verstärken.

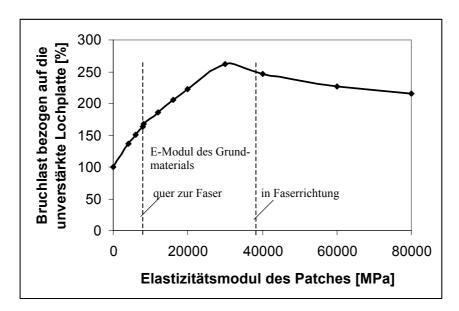


Abbildung 5.11: Auswirkug des Elastizitätsmoduls des Patchwerkstoffes auf die Wirksamkeit der Verstärkung der Grundplatte (Grundplatte aus E-Glasfaser)

Ein weiteres wichtiges Charakteristikum des Patches ist sein Elastizitätsmodul. Um den Einfluss des E-Moduls auf die Wirksamkeit des Patches zu untersuchen, wurden die E-Moduli des Patches für verschieden Patchgeometrien variiert und die Ergebnisse der nach dem Tsai-Hill-Kriterium erreichten berechneten Bruchlast in einem Diagramm aufgetragen. Man erhält dabei typischerweise ein Ergebnis, wie es für eine Lochplatte aus E-Glasfaser als Grundmaterial in Abbildung 5.11 dargestellt ist.

Dabei steigt natürlich die Wirksamkeit der Verstärkung mit dem steigenden E-Modul des Patches an. Wenn der E-Modul des Patches den E-Modul in Faserrichtung der Grundplatte übersteigt, sinkt die Wirksamkeit des Patches wieder leicht ab. Praktisch hat dieses Absinken für die Werkstoffauswahl jedoch keine Bedeutung, da keine isotropen Faserverbundgewebe mit einem E-Modul von 40000 MPa oder darüber erhältlich sind und sich die Verwendung von metallischen Patches nicht anbietet, da die Verklebung mit der Grundplatte problematisch ist.

Eine weitere wichtige Eigenschaft des Patchmaterials ist eine hohe Bruchdehnung. Aus diesem Grund scheidet Kohlefasermaterial zur Verstärkung von Glasfaser-Grundplatten aus, da die Bruchdehnung von Kohlefaser nicht einmal halb so hoch ist wie die von Glasfaser. Eine Nichtbeachtung dieser Forderung, wie bei der ersten Versuchsreihe mit Prototypen geschehen, führt nicht zu einer Verstärkungswirkung durch die Patches, sondern zu einer Schwächung der Grundplatte. Im Falle des in Abbildung 5.12 abgebildeten Testsresultats ertrugen die mit dem Kohlefaser-Flies verstärkten Proben durchschnittlich 26 % weniger Last als die unverstärkten Lochplatten. Kohlefaser versagt schlagartig und bei verhältnismäßig geringen Dehnungen und gibt die elastische Energie, die die Patches speichern, bei diesem Versagen schlagartig frei und diese Schockbelastung führt auch zum Versagen der Grundplatte. Ein weiteres Problem bei den Patches in Abbildung 5.12 ist deren fehlende Anfasung. Durch den Steifigkeitssprung, der durch diesen Qerschnittssprung am Rande des Patches ausgelöst wird, werden zusätzliche Schubspannungen in der Grundplatte erzeugt, die versagensfördernd wirken. Dieser Steifigkeitssprung wurde bei den nachfolgenden Prototypen (vgl. Abb. 5.13) durch eine Anfasung der Patches vermieden.

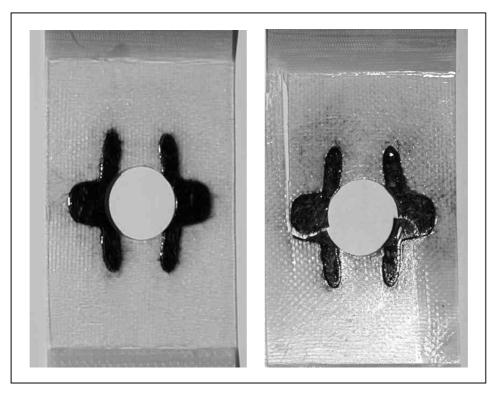


Abbildung 5.12: Lochplatte aus Glasfasermaterial mit Patch aus Kohlefaserflies. Links vor dem Versuch, rechts nach dem Bruch

### **5.5.4.** Bruchtests mit Prototypen

Wie bereits beschrieben, wurden die Prototypen, die im Rahmen dieser Arbeit angefertigt und getestet wurden, mit Patches konstanter Dicke verstärkt. Die Grundplatte entspricht der Geometrie aus Abbildung 5.6 und besteht aus unidirektionalem Glasfasermaterial mit einer Matrix aus Epoxidharz, dessen Fasern in Belastungsrichtung liegen.

Das Finden eines geeigneten Werkstoffes für die Verstärkungspflaster gestaltete sich jedoch aufwendiger als zuerst angenommen. Ein Faserverbund mit Epoxidharzmatrix ist für die Verklebung mit der Grundplatte ideal. Kohlefaser scheidet dabei aufgrund seiner geringen Bruchdehnung komplett aus.

Die Wahl fiel daher auf zwei unterschiedliche Glasfaserwerkstoffe, die auch unterschiedlich verarbeitet wurden. Der erste Werkstoff ist ein Faserfilz mit einem E-Modul von ca. 5500 MPa, der in eine eigens gefräste Negativform gefüllt wurde und nass, d.h. in einem Arbeitsgang gleich zusammen mit der Herstellung der Grundplatte, mit der Grundplatte verklebt wurde. Der E-Modul wurde anhand der Durchbiegung einer Flachprobe abgeschätzt. Um Kerbspannungen durch Querschnittssprünge am Rand der Patches zu vermeiden, werden sie mit einem Auslauf von 4 mm gefertigt. Aus diesem Grund wurde die gefräste Form um diese 4 mm breiter hergestellt und mit einer entsprechenden Fase versehen (vgl. Abb. 5.13).

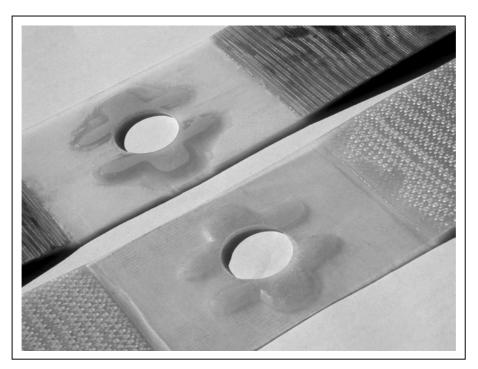


Abbildung 5.13: Die Prototypen vor dem Versuch, hinten mit dem Faserfilz-Patch, vorne mit dem Aufdoppler-Patch

Der geringe E-Modul der auf diese Weise hergestellten Patches läßt nach Abbildung 5.11 nur eine verhältnismäßig geringe Steigerung der ertragbaren Bruchlast von knapp über 40 % erwarten, die Verklebung jedoch ist auf jeden Fall ideal.

Der zweite verwendete Patch-Werkstoff ist derselbe, aus dem auch die Aufdoppler der Lochplatte (vgl. Abb. 5.7) hergestellt sind. Es handelt sich dabei um ein gepreßtes Glasfasergewebe von 0/90°, das einen E-Modul von ca. 16500 MPa aufweist. Dieser E-Modul läßt nach Abbildung 5.10 eine Erhöhung der Bruchlast von gut 100 % erwarten, allerdings unter der Bedingung, dass sich die nicht perfekte Isotropie des 0/90°-Gewebes nicht nachteilig auswirkt.

Das Glasfasergewebe ist mit seinen zwei Faserlagen leider nicht isotrop. Um dennoch den Schub und die Querbelastung der Grundplatte bestmöglich aufzunehmen, wurde es in 45/135°-Lage zur Faserrichtung der Grundplatte verlegt. Aus diesem Material wurde die berechnete Form der Patches mit einem zusätzlichen Rand von 4 mm (s.o.) geschnitten und der Rand rundherum schräg abgefräst. Bei diesem Vorgehen kann sich die Verklebung zwischen Platte und Patch als kritisch erweisen, da hier sowohl höhere Schubspannungen als bei dem weicheren Patch wirken werden, als auch die Verklebung selbst nicht ganz so fest sein dürfte wie die gemeinsame Herstellung von Platte und Patch. Die beiden fertigen Proben sind in Abbildung 5.13 dargestellt.

Die Ergebnisse der Versuche sind in den folgenden Abbildungen zusammengefaßt. In Abbildung 5.14 ist links eine verstärkte Lochplatte nach dem Bruch zu sehen. Die Erhöhung der Bruchlast um durchschnittlich nur knapp 30 % bleibt leider hinter der berechneten Erhöhung von 40 % zurück. Eine Ursache dafür könnte sein, dass das Faserfilz beim Einlegen in die Form nicht genügend gepreßt wurde und aus diesem Grund der E-Modul des Patches etwas geringer war als der erwartete E-Modul.

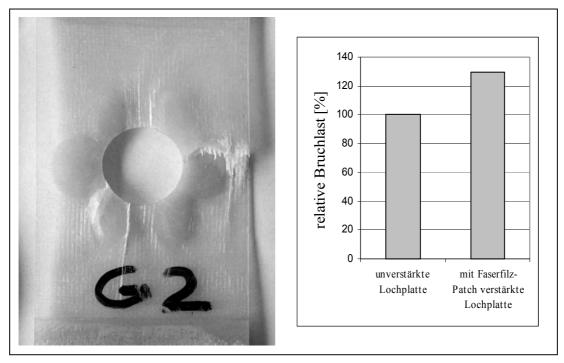


Abbildung 5.14: Bruchbild und Bruchlast einer mit dem Faserfilz-Patch verstärkten Lochplatte

Die Erhöhung der Bruchlast liegt bei den mit dem Aufdoppler-Patch verstärkten Proben (Abb. 5.15) mit gut 110 % ziemlich exakt bei der berechneten Erhöhung von etwas über 105 %. Die Verklebung zwischen Platte und Patch hat sich damit als unkritisch erwiesen. Dieses Ergebnis bedeutet aber auch, dass die negativen Auswirkungen durch Anisotropie des 0/90°-Gewebes und dessen Verarbeitung in den Patches in 45/135°-Lage gering bleiben. Mit wirklich isotropem Material, das auch in Querrichtung der Platte den E-Modul von 16500 MPa erreicht, sollten sich diese Ergebnisse nach Abbildung 5.11 weiter verbessern lassen.

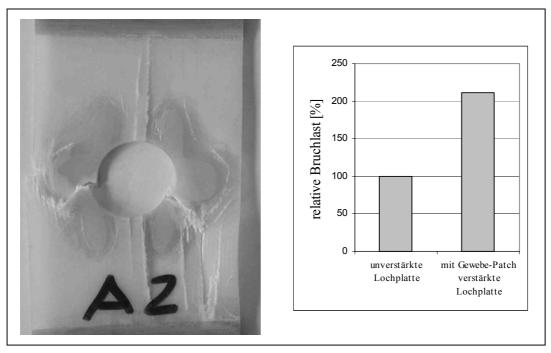


Abbildung 5.15: Bruchbild und Bruchkraft der mit dem Aufdoppler-Patch verstärkten Lochplatte

Mit dieser signifikanten Erhöhung der Bruchlast im Experiment kann die Wirksamkeit der isotropen Verstärkungspflaster zur Verbesserung des Kerbverhaltens von Faserverbundbauteilen somit als nachgewiesen gelten.

#### 5.5.5. Grenzen von CAO-Patch

Die Patches, die mit Hilfe von CAO-Patch berechnet werden können, werden auf der Oberfläche eines Bauteiles appliziert, um dessen Kerbverhalten zu verbessern. Dabei liegt es in der Natur der Sache, dass damit vor allem die dem Patch am nächsten liegenden Randfasern der Grundplatte am wirksamsten verstärkt werden. Im Falle einer Biege- oder Torsionsbelastung stellt das kein Problem dar, da dabei die höchsten Spannungen auch nur in diesen Randfasern herrschen. Bei Zug- oder Druckbelastung jedoch sind die Spannungen im zu verstärkenden Bauteil über die Dicke konstant, die Verstärkungswirkung durch die Patches nimmt jedoch zur Bauteilmitte hin ab. Schematisch ist dieser Effekt in Abbildung 5.16 am Querschnitt durch eine auf Zug belastete Lochplatte dargestellt.

Die verstärkende Wirkung der Patches beruht auf der Übernahme von Belastungen, die ansonsten die Grundplatte ertragen müßte. Ab einer gewissen Dicke der Grundplatte reicht der Einflussbereich des Patches nicht mehr tief genug, um die Platte über ihre gesamt Dicke zu verstärken. Am Beispiel der Lochplatte ist eine Dicke des Grundmaterials von 9,6 mm ausreichend, um gerade keinerlei verstärkende Wirkung durch die aufgebrachten Patches mehr zu erzielen. Da das dieser Rechnung zugrundeliegende Patch eine Länge von etwa 40 mm hat, bedeutet das einen Winkel der in Abbildung 5.15 eingezeichneten Einflusszone des Patches von etwa 15°. Nach dieser Beziehung müsste man daher die Patches an der Oberfläche des Bauteiles entsprechend vergrößern, um wieder eine Verstärkungswirkung durch das Patch zu erzielen. Zug- und druckbelastete Bauteile mit großen Wandstärken benötigen aus diesem Grund extrem große Patches, die damit auch auf Bauteilbereiche aufgeklebt werden müssen, die diese Patches eigentlich gar nicht benötigen.

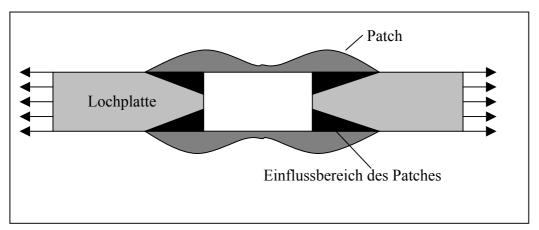


Abbildung 5.16: Schematische Darstellung der Auswirkung eines dicken Grundkörpers auf die Wirksamkeit von CAO-Patch

# 6. Zusammenfassung

Die Faserverbunde sind aufgrund ihrer sehr hohen spezifischen Steifigkeiten und Festigkeiten die prädestinierten Werkstoffe für Leichtbaukonstruktionen. Um dieses Potential jedoch ausschöpfen zu können, muss eine Leichtbaukonstruktion nicht nur eine möglichst optimale äußere Form besitzen, sondern auch die innere Struktur muss den anisotropen Eigenschaften der Faserverbunde angepaßt sein. In beidem, sowohl bei der äußeren Form, als auch bei der inneren Struktur, können die Bäume Lehrmeister des Ingenieurs sein.

Untersuchungen zeigen, dass ein Baum ähnliche Versagensmechanismen aufweist wie ein technischer Faserverbund. Aus diesem Grund können auch die Gegenmaßnahmen, die der Baum ergreift, um dieses Versagen bestmöglich zu verhindern, auf technische Faserverbundbauteile übertragen werden. Die werkstoffkundliche und holzanatomische Untersuchung des Holzes, das der Baum speziell gegen das drohende Versagen gebildet hat, liefert daher das Vorbild für die Optimierung technischer Faserverbundbauteile. Auf dieser Grundlage entstanden verschiedene Optimierungsansätze, mit deren Hilfe sich die Festigkeit technischer Faserverbundbauteile signfikant erhöhen läßt.

### Die Untersuchung des Bruches hohler Bäume:

Die Auswertung von Feldstudien hat ergeben, dass Bäume ab einer Ausmorschung von etwa 70 % ihre Standsicherheit verlieren und als unsicher zu betrachten sind. Mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode konnte nachgewiesen werden, dass diese Versagengrenze durch einen Wechsel des Versagensmechanismus gekennzeichnet ist. Während der Baum mit vollem Stamm anfänglich durch Faserknicken und später gefolgt von Faserzerreißen bei einer kritischen Biegebelastung, wie sie durch den Wind eines zu starken Sturmes erzeugt wird, bricht, versagt der hohle Baum durch Querschnittsverflachung.

Diese Querschnittsverflachung wird ausgelöst durch querschnittsverflachende Kräfte, die infolge der Biegeverformung des hohlen Stammes entstehen. Mit steigender Biegebelastung des Baumes verflacht der hohle Stamm immer mehr, bis der Querschnitt aufgrund der Überschreitung der tangentialen Zugfestigkeit des Holzes zerbrettert und damit zum Bruch des gesamten Baumes führt.

Die höchsten Tangentialzugspannungen, die als versagensrelevant erkannt wurden, treten an der Innenfläche des hohlen Stammes auf. Da es keinen Kontakt zwischen der Wachstumsschicht des Baumes, dem Kambium, und dieser Innenfläche des hohlen Stammes gibt, sind die Reaktionsmöglichkeiten des Baumes, um dieses Versagen durch Querschnittsverflachung zu verhindern, sehr beschränkt. Es ist ihm z. B. nicht möglich, Spannungskonzentrationen durch Kerbwirkungen an der Innenseite des hohlen Stammes durch adaptives Wachstum abzubauen.

Auch die Wachstumsspannungen, die der Baum erzeugt, um ein vorzeitiges Versagen auf der Druckseite der Biegung aufgrund der geringen axialen Druckfestigkeit von Holz zu verhindern, kann der hohle Baum nicht im selben Maße zu seinem Vorteil nutzen wie der volle Baum. Vielmehr erhöhen die Wachstumsspannungen noch die Tangentialzugspannungen auf der Innenseite des hohlen Stammes und fördern damit eher das Versagen.

Die Selbstoptimierung des Baumes ist damit im Falle einer kritischen Ausmorschung aufgrund der rämlichen Trennung der Wachstumsschicht und der versagensrelevanten Spannungen nicht in der Lage, dieses Versagen wirksam zu verhindern. Der hohle Baum versagt daher durch Belastung quer zur Faser, die er sonst auf ein Minimum zu reduzieren vermag, und reagiert darauf ebenso empfindlich wie technische Faserverbunde.

#### Das Portal des hohlen Baumes

Viele hohle Bäume besitzen keinen geschlossenen Querschnitt, sondern besitzen Höhlungen mit einer oder mehreren Öffnungen. Diese Öffnungen wirken auf den ersten Blick wie eine zusätzliche Schwächung des hohlen Querschnittes und lassen daher eigentlich ein Versagen bei noch geringeren Höhlungsgraden erwarten.

Die in diesem Zusammenhang durchgeführten Feldstudien ließen jedoch keine eindeutige Schwächung des hohlen Baumes durch die Öffnungen (zumindest bei Öffnungswinkeln < 90°) erkennen. Vielmehr zeigten typische Schadensbilder wie z. B. das stehende Portal hohler Bäume, die oberhalb gebrochen sind, dass es dem Baum offensichtlich zu gelingen scheint, diese vermeintliche Schwachstelle zu beseitigen.

Der Grund dafür ist in der Verbindung dieser Schwachstelle zur Wachstumsschicht des Baumes, dem Kambium, zu suchen. Aufgrund dieser Verbindung kann der Baum ganz gezielt Spannungskonzentrationen, die zu einem vorzeitigen Versagen führen würden, durch adaptives Wachstum abbauen, sofern er die dafür notwendige Vitalität besitzt.

Die Stabilität des Portals kann dabei auf zwei Gründe zurückgeführt werden. Zum einen bildet der Baum an seinem Portal aufgrund der großen Wachstumsstimulanz sehr dicke Jahresringe, was innerhalb weniger Jahre zu deutlich höheren Wandstärken als im Restholz des Stammes führt. Das Portal wird dadurch mit sehr massiven Türpfosten mit etwa doppelter Wandstärke ausgestattet. Aber nicht nur die äußere Form des Portals trägt zu seiner Stabilität bei, sondern auch das Holz des Portals selbst.

Umfangreiche Festigkeitsuntersuchungen am Wundholz solcher Portale haben ergeben, dass dieses Wundholz besonders im Nahtbereich oberhalb der Öffnung vor allem in Querrichtung und für Schubbelastungen deutlich höhere Festigkeiten aufweist als das Holz im Reststamm. Diese Festigkeitssteigerungen werden u. a. verursacht durch einen geringeren Gefäßanteil, einen höheren Holzstrahlanteil und einen unregelmäßigen, welligen Faserverlauf, wie begleitende holzanatomische Untersuchungen ergaben.

Insgesamt besitzt das Wundholz im Nahtbereich damit deutlich isotropere Eigenschaften als das Restholz des Stammes. Dies kann als eine Anpassung an den mehrachsigen Spannungszustand, der an einer Kerbe, wie sie die offene Morschung an einem Baum darstellt, immer herrscht.

Des weiteren wurden Hinweise dafür gefunden, dass dieses Wundholz am gesamten Portal wesentlich resistenter als das Restholz gegen Pilze und Insekten ist, um einen Befall an dieser potentiellen Eintrittspforte zu verhindern.

# Die Optimierung von Faserverbunden nach dem Vorbild der Natur

Zur Optimierung von Faserverbunden nach dem Vorbild der Natur wurden zwei unterschiedliche Ansätze entwickelt und mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode in Optimierungsroutinen umgesetzt. Besonderes Augenmerk sollte dabei auf die kostengünstige technische Realisierbarkeit gelegt werden. Aus diesem Grunde wurden als Ausgangsmaterial immer unidirektionale Faserlagen gewählt, die im Gegensatz zu Lagen mit optimalem Faserverlauf kostengünstig herzustellen sind.

Der erste Ansatz (**LAO**) dient zur optimalen Ausrichtung einer unidirektionalen Faserlage. Dazu wird in einem ersten Schritt der höchstbelastete Punkt eines Bauteiles bestimmt. Für diesen Punkt wird dann die optimale Faserrichtung berechnet, die dann auf das gesamte Bauteil übertragen wird. Mit diesem Ansatz, der sowohl einfach zu berechnen als auch einfach am Bauteil durchzuführen ist, können signifikante Erhöhungen der Bruchlast erreicht werden, da z. B. eine Abweichung von nur 5° zwischen Faser- und Belastungsrichtung bei Glasfaser bereits zu einer Reduktion der Festigkeit um gut 20 % führt.

In Anlehnung an das Wundholz am Portal des hohlen Baumes wurde mit **CAO-Patch** ein zweites Optimierungsprogramm entwickelt, mit dessen Hilfe isotrope Pflaster zur Verbesserung des Kerbverhaltens von Faserverbundbauteilen berechnet werden können. Sehr deutlich erkennbar ist diese Analogie am biologischen Pflaster aus Wundholz, das der hohle Baum auf der Innenseite seiner Öffnung bildet. An dieser Innenseite verstärkt der Baum die bereits vor der Entstehung der Öffnung gebildeten Fasern, die nach der Enstehung der Öffnung natürlich nicht mehr kraftflussgerecht liegen, durch ein wohl eher isotropes Wundholzpflaster (vgl. Abb. 6.1 links).

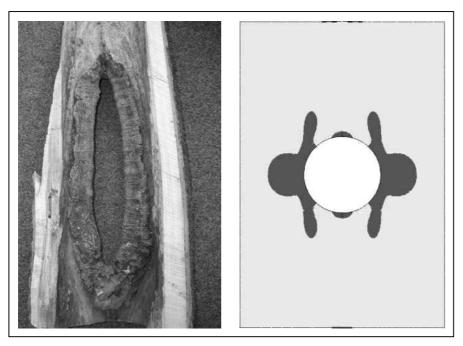


Abbildung 6.1: Bildung eines quasiisotropen Pflasters an der offenen Morschung einer Fichte (links) und an einer Lochplatte nach Berechnung durch CAO-Patch (rechts)

Die Unterschiede in der Form der beiden Pflaster in Abbildung 6.1 lassen sich unter anderem damit begründen, dass der Baum sein Wundholz wegen des Assimilattransports nicht beliebig ausdehnen kann. Außerdem nutzt der Baum dieses Pflaster akkumulativ zu anderen

Optimierungsstrategien wie z. B. der Bildung des optimalen Faserverlaufes an der Außenseite der Öffnung und der Erzeugung von Druckeigenspannungen im Wundholz (TESARI, 2000).

Bei CAO-Patch stimliert das beginnende Versagen des Faserverbundbauteiles, das z. B. mit Hilfe des Tsai-Hill-Kriteriums berechnet werden kann, die Bildung dieses Verstärkungspflasters. Diese direkte Kopplung führt dazu, dass die Pflaster, die mit CAO-Patch berechnet werden, das zu optimierende Bauteil sehr effektiv verstärken. Grundsätzlich lassen sich mit Typen Verstärkungspflastern zwei von berechnen, Fertigungsaufwand unterscheiden. Zum einen wären dies Pflaster mit einer dreidimensionalen Topographie, die in der Fertigung aufwändiger sind, in den berechneten Ergebnissen jedoch eine sehr gute Verstärkungswirkung zeigen. Alternativ lassen sich auch Pflaster mit konstanter Dicke berechnen, die fertigungstechnisch deutlich einfacher herzustellen sind, aber deren Verstärkungswirkung natürlich nicht ganz so hoch ist. Nach dieser alternativen Methode wurden Pflaster berechnet und aus zwei Werkstoffen und mit zwei unterschiedlichen Fertigungstechniken hergestellt und an Prototypen in der Zugprüfmaschine getestet. Die dabei erzielten Ergebnisse stimmten sehr gut mit den Berechnungsergebnissen überein und konnten damit die Wirksamkeit der Methode CAO-Patch zur Verbesserung des Kerbverhalten von Faserverbundbauteilen experimentell nachweisen.

Da eine Optimierung mit **CAO-Patch** durch das Aufkleben von Verstärkungspflastern funktioniert, bleibt die Wirksamkeit dieses Ansatzes bei sehr dicken Bauteilen mit hohen Belastungen im Bauteilinneren naturgemäß beschränkt oder erfordert entsprechend große Pflaster.

Selbstverständlich lassen sich die beiden hier vorgestellten Optimierungsansätze miteinander kombinieren, da sie auf unterschiedlichen Wirkprinzipien basieren. Sinnvollerweise müßte dabei die Optimierung mit LAO als erstes durchgeführt werden, um die Ausrichtung der Faserlagen festzulegen, und anschließend werden mit Hilfe von CAO-Patch die verbleibenden Schwachstellen durch Pflaster versagensgerecht verstärkt.

# 7. Literatur

[1] Albrecht W. (1995) *Untersuchung der Spannungssteuerung radialer Festigkeitsverteilung in Bäumen*. Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH).

- [2] ARCHER R. R. (1987) *Growth stresses and strains in trees*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- [3] ASTM (1987) Standard methods of testing small clear specimens of timber. ASTM D 143 83, Philadelphia.
- [4] AZZI V. D., TSAI S.W. (1965) Anisotropic strength of components. Experimental Mechanics, Vol. 5, 1965, Seite 286 288.
- [5] BAMBER R. K. (1987) The origin of growth stresses: a rebuttal. IAWA Bulletin 8, S. 80-84.
- [6] BAUMGARTNER A., HARZHEIM L., MATTHECK C. (1992) SKO: Soft Kill Option the biological way to find optimum structure topology. Int. Journal Fatigue 14, S. 387-393.
- [7] BEITZ W., KÜTTNER K. H. (1990) *Dubbel Taschenbuch für den Maschinenbau*. 17. Auflage, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- [8] BERESHEIM G., LATRILLE M., SCHLEDJEWSKI R. (2001) Auf dem Weg zur Automation. Kunststoffe 12/01, Vol. 91, Carl Hanser Verlag, München, S. 78.
- [9] BIRNBAUM H., DENKMANN N. (1997) *Taschenbuch der technischen Mechanik*. Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt am Main.
- [10] BOSSHARD H. H. (1984) *Holzkunde Zur Biologie, Physik und Chemie des Holzes.* 2. Auflage, Birkhäuser Verlag, Basel, Boston, Stuttgart.
- [11] BOYD J. D. (1985) The key factor in growth stress generation in trees: lignification or crystallisation? IAWA Bulletin 6, S. 139-150.
- [12] Braun H. J. (1988) Bau und Leben der Bäume. 3. Auflage, Rombach Verlag, Freiburg.
- [13] Bruder G. (1998) Finite-Elemente-Simulationen und Festigkeitsanalysen von Wurzelverankerungen. Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH).
- [14] CURREY J.D., ALEXANDER R.McN, (1984) *The thickness of the walls of tubular bones*. The zoological society of London, S. 453 468.
- [15] DTV-ATLAS (1990) dtv-Atlas zur Biologie. Deutscher Taschenbuch Verlag, München.
- [16] DWD Deutscher Wetterdienst (1999) *Bewertung der Orkanwetterlage am 26.12.1999 aus klimatologischer Sicht*. Internetseite des DWD (http://www.dwd.de/research/klis/produkte/monitoring/orkan19991226/orkan-lothar.htm)

- [17] FACHNORMENAUSSCHUSS MATERIALPRÜFUNG (1976) DIN 52185, Prüfung von Holz: Bestimmung der Druckfestigkeit parallel zur Faser. Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth Verlag, Berlin.
- [18] FACHNORMENAUSSCHUSS MATERIALPRÜFUNG (1978) DIN 52186, Prüfung von Holz: Biegeversuch. Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth Verlag, Berlin.
- [19] FARMER R (1972) *Handbook of Hardwoods*. Her Majesty's Stationary Office. London, 1972.
- [20] FREY-WYSSLING A. (1959) *Die Pflanzliche Zellwand*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- [21] GILLIS P. P., HSU C. H. (1979) *An elastic, plastic theory of longitudinal growth stresses*. Wood science and Technology 13, S. 97-115.
- [22] GÖTZ K. O., MATTHECK C. (1998) Festigkeitsuntersuchungen an grünen Bäumen mit dem Fractometer III. Seminarunterlagen zum 4. VTA-Spezialseminar: Messen und Beurteilen am Baum, 24.-25. März 1998, Karlsruhe.
- [23] GÖTZ K. O., MATTHECK C. (1999) Festigkeitsuntersuchungen an grünen Bäumen mit dem Fractometer III, Beschreibung und Gebrauchsanweisung. Wissenschaftliche Berichte KZKA 6405, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH.
- [24] GÖTZ K. O. (2000) Die innere Optimierung der Bäume als Vorbild für technische Faserverbunde eine lokale Approximation. Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH).
- [25] GRFFITH A. A. (1921) *The phenomen of rupture and flow in solids*. Phil. Trans. Roy. Soc. London A221, Seite 163 198.
- [26] HASHIN Z. (1980) Failure criteria for unidirectional fibre composites. Journal of Applied Mechanics, Vol. 47, Seite 329- 334.
- [27] HIBBIT D., KARLSSON B., SORENSEN P. (1998) Abaqus User's Manual, Version 5.8.8. Pawtucket, USA.
- [28] HIBBIT D., KARLSSON B., SORENSEN P. (1999) Abaqus Spezialseminar "Elementauswahl". Abacom Software GmbH, Aachen.
- [29] HILL R. (1948) *Theory of yieldingon plastic flow of anisotropic materials*. Proceedings of the Royal Society, Vol. 193, Seite 281 297.
- [30] IBE G., PENKAVA J. (1987) Entwicklung faserverstärkter Aluminiumwerkstoffe. Metall 41, Seite 590 600.
- [31] JACOBS M. R. (1965) Stresses and strains in tree trunks as they grow in length and width. Leaflet, Forestry and Timber Bureau, No. 96, Australia.
- [32] KINDERVATER C. (1999) Faserverbundwerkstoffe Laminatberechnung. DGM Seminarunterlagen. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V., Stuttgart.

- [33] KNAUST U. (1979) Zur Analyse und optimierung von Faserverbund-Leichtbauteilen. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 20, Nr. 11, VDI-Verlag, Düsseldorf.
- [34] KOLLMANN F. (1956) *Untersuchung über die Querzugfestigkeit der Hölzer*. Universität München.
- [35] KOLLMANN F. (1982) *Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- [36] KRIECHBAUM R. (1994) Ein Verfahren zur Optimierung der Faserverläufe in Verbundwerkstoffen durch Minimierung der Schubspannungen nach Vorbildern der Natur. Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH).
- [37] KÜBLER H. (1959a) Studien über Wachstumsspannungen Erste Mitteilung: Die Ursache der Wachstumsspannungen und die Spannungen quer zur Faserrichtung. Holz als Roh- und Werkstoff 17/1, S. 1-9.
- [38] KÜBLER H. (1959b) Studien über Wachstumsspannungen Zweite Mitteilung: Die Spannungen in Faserrichtung. Holz als Roh- und Werkstoff 17/2, S. 44-54.
- [39] KUBLER H. (1987) *Growth stresses in trees and related wood properties*. Forestry Abstracts, 48/3, S. 131-189.
- [40] Kuhn P., Sauter J. (1991) Formulierung einer neuen Theorie zur Bestimmung des Flieβ- und Sprödbruchversagens bei statischer Belastung unter Angabe der Übergangsbedingung. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, 71/4, T 383 387.
- [41] LAVERS G. M. (1983) *The strength properties of timber*. Building Research Establishment Report, 3<sup>rd</sup> Edition, Her Majesty's Stationery Office, London.
- [42] MATTHECK C. (1990a) Why they grow, how they grow: the mechanics of trees. Arboricultural Journal 14, S. 1-17.
- [43] MATTHECK C. (1990b) *Engineering components grow like trees*. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 21, S. 143-168.
- [44] MATTHECK C. (1992) Die Baumgestalt als Autobiographie. Eine Einführung in die Mechanik der Bäume und in ihre Körpersprache. 2. Auflage, Thalacker Verlag Braunschweig
- [45] MATTHECK C. (1994) *Holz: Die innere Optimierung der Bäume*. KFK-Nachrichten 4/94 Kernforschungszentrum Karlsruhe, Seite 232 239.
- [46] MATTHECK C., BETHGE K., ERB D. (1993) Failure criteria for trees. Arboricultural Journal 17, 1993
- [47] MATTHECK C. (1997) *Design in der Natur der Baum als Lehrmeister*. 3. Auflage, Rombach Verlag, Freiburg.
- [48] MATTHECK C., BRELOER H. (1994) *Handbuch der Schadenskunde von Bäumen*. 2. Auflage, Rombach Verlag, Freiburg.

- [49] MATTHECK C., BURKHARDT S. (1990) A new method of structural shape optimization based on biological growth. Int. Journal of Fatigue 12, S. 185-190.
- [50] MATTHECK C., KUBLER H. (1995) *Wood the internal optimization of trees*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- [51] MATTHECK C., REUSCHEL D., GÖTZ K. O. (1998) *Technisches Holz im Automobilbau*. ATZ/MTZ-Sonderausgabe: Werkstoffe im Automobilbau, Viehweg & Sohn Verlag, Wiesbaden.
- [52] MATTHECK C., SCHWARZE F. W. M. R. (1994) *Die Holzstrahlen als getarnte I-Balken in einem mechanischen Ersatzmodell*. Allgemeine Forst- und Jagdzeitung, 10/11, S. 197-201.
- [53] MICHAELI W., WEGENER M. (1990) Einführung in die Technologie der Faserverbundwerkstoffe. Carl Hanser Verlag, München.
- [54] MOSER K. (1992) Faser-Kunststoff-Verbund: Entwurfs- und Berechnungsgrundlagen. VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf.
- [55] MÜLLER G. und GROTH C. (2001) FEM für Praktiker. 6. Auflage. Expert Verlag, Renningen.
- [56] MUNZ D., MATTHECK C. (1981) Cross-sectional flattening of pipes subjected to bending. Int. J. Press. Vess. And Piping, Seite 421 429, Juli 1981.
- [57] NACHTIGALL W., BLÜCHEL K. G. (2000) Das große Buch der Bionik Neue Technologien nach dem Vorbild der Natur, Deutsche Verlags-Anstalt DVA.
- [58] NIEMZ P. (1993) *Physik des Holzes und der Holzwerkstoffe*. DRW-Verlag Weinbrenner GmbH & Co., Leinfelden-Echterdingen.
- [59] PUCK A., SCHNEIDER W. (1969) On failure mechanisms and failure criteria of filament-wound glas-fibre/resins composites. Plastics and Polymers 1969, Seite 33 –44.
- [60] REUSCHEL D. (1999) Untersuchung der Faseranordnung natürlicher Faserverbunde und Übertragung der Ergebnisse auf technische Bauteile mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode. Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH).
- [61] SCHMIDT U. (1994) Vergleich von gemessenen Festigkeitsverteilungen mit Berechneten Spannungsverteilungen an ausgewählten Bäumen. Diplomarbeit am Institut für Zuverlässigkeit und Schadenskunde im Maschinenbau, Universität Karlsruhe (TH).
- [62] SCHWEINGRUBER F.H. (1990) Anatomie europäischer Hölzer, Paul Haupt Verlag
- [63] STRASBURGER E. (1998) *Lehrbuch der Botanik für Hochschulen*. 34 Auflage, G. Fischer Verlag, Stuttgart.
- [64] SUUNTO (1993) *Gebrauchsanleitung für Zuwachsbohrer*. Gebrauchsinformation der Fa. Suunto, Schweden.

[65] TESARI I. (2000), Untersuchungen zu lastgesteuerten Festigkeitsverteilungen und Wachstumsspannungen in Bäumen. Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH).

- [66] TESARI I., BETHGE K., KAPPEL R., LEDERMANN M., WEBER K., GÖTZ K., MATTHECK C., (2001), *Die Biomechanik der offenen Morschung: Versagenskriterium und visuelle Beurteilung.* Seminarunterlagen zum 7. VTA-Spezialseminar: Messen und Beurteilen am Baum, 27.-28. März 2001, Karlsruhe.
- [67] TROLL W. (1973) Allgemeine Botanik. 4. Auflage, Ferdinand Enke Verlag, Stuttgart.
- [68] TSAI S.W. (1964) *Structural behaviour of composite materials*. NASA CR-71, National Aeronautic and Space Administration CR-71.
- [69] TSAI S.W., WU E. M. (1971) A general theory of strength for anisotropic materials. Composite Materials, Vol. 5, Seite 58 ff.
- [70] U.S. FOREST PRODUCTS LABORATORY (1987) Wood Handbook Wood as an Engineering Material. Agricultural Handbook Nr. 72, U. S. Department of Agriculture, Washington, USA.
- [71] WAGENFÜHR R. (1999) *Anatomie des Holzes*. 5. Auflage, DRW-Verlag, Leinfelden-Echterdingen.
- [72] WAGENFÜHR R. (1996) Holzatlas. 4. Auflage, VEB Fachbuchverlag Leipzig.
- [73] WALTHER F. (1994) Struktur- und Formoptimierung hochbelasteter Bauteile- ein geschlossenes Konzept auf der Basis des Axioms konstanter Spannung. VDI Reihe 18, Nr. 146, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf.
- [74] WEBER K., TESARI I., MATTHECK C. (1999) *Druckfestigkeit und Holzanatomie von Laubholzästen*. Seminarunterlagen zum 5. VTA-Spezialseminar: Messen und Beurteilen am Baum, 20.-21. April 1999, Karlsruhe.
- [75] WEBER K., GÖTZ K. O., MATTHECK C. (1999) *Die Schiefe Buche: Holzanatomie und Festigkeiten*. Seminarunterlagen zum 5. VTA-Spezialseminar: Messen und Beurteilen am Baum, 20.-21. April 1999, Karlsruhe.
- [76] Weber K. (2001) Persönliche Mitteilung.
- [77] WEBER K. (2002) Dia aus Bestand.
- [78] YOUNG W. C., BUDINAS R.G. (2002) Roark's Formulars for stress and strain. 7. Auflage 2002, Mc Graw-Hill-Verlag, New York.
- [79] ZIPSE A. (1997) *Untersuchungen zur lastgesteuerten Festigkeitsverteilung in Bäumen*. Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH).