Die Null und der Computer – über historische Wurzeln der Technischen Informatik ‡

von **Winfried Görke**
Institut für Rechnerentwurf und Fehlertoleranz

Vorlesungen – auch zum Abschied – sollen u.a. Wissen vermitteln, besonders in der Wissenschaft. Was ist aber Wissen eigentlich? Schaut man in ein Lexikon (Brockhaus Enzyklopädie 1974, Bd. 20, S. 411), stößt man auf die folgende Gliederung: es gibt

- Leistungswissen, das der äußeren Daseinsgestaltung nützt, (hierzu wird sich der Abstand eines emeritierten Professors zunehmend vergrößern,) dazu
- Bildungswissen, das die Persönlichkeit formt und die geistigen Horizonte erweitert sowie
- Erlösungswissen, das die religiöse Existenz begründet und der Gnade bedarf (das ist also offenbar eine Variante, die hier nicht weiter ausgeführt werden soll).

Die Aneignung, heißt es weiter, erfolgt durch Beobachtung, Intuition, Erfahrung, Lernen.

Gehört Bildungswissen in eine Vorlesung der Technischen Informatik? Leider kann man über diesen Punkt streiten, denn mir ist noch gut die Kollegendiskussion in Erinnerung, als wir uns in den Anfangsjahren der Fakultät um Inhalte rauften. Braucht man Kenntnisse, damals etwa wie ein Transistor oder Ringkernspeicher funktioniert, als Arbeitswissen des Informatikers? Das ist Kulturwissen, hat mit unserem Fach nichts zu tun, war damals das Urteil, ganz gegen meinen Geschmack. Aber Nachdenken zeigte bald, daß das so falsch nicht war, denn es ist in der Tat das Leistungswissen, das die unverzichtbare Basis für die Forschung bildet. Dafür soll heute die Kultur im Vordergrund stehen: ich darf mich ja jetzt wieder verstärkt der Bildung zuwenden! Ich hoffe, ich kann Ihnen zeigen, daß das durchaus interessant werden kann.

Das Thema, das sich fast selbst erklärt, wurde für mich spannend, weil ich wirklich Geschichte meine, wenn historische Wurzeln angesprochen sind, also nicht Zuse, der fast genau vor 60 Jahren seine Z3 als ersten programmierbaren Digitalrechner in Deutschland der Öffentlichkeit vorstellte, auch nicht das vorige Jahrhundert, sondern nur Entwicklungen, die vor 1850 stattfanden. Geschichte ist dabei ein mir eigentlich fremdes Gebiet, in dem andere Regeln als in Technik und Mathematik gelten, nach denen man sich aber richten muß, wenn man das Thema ernsthaft angeht. Schon früh hat das ein guter Lehrer dem Sekundaner deutlich gemacht, indem er definierte: „Geschichte ist Quellenforschung”. Nicht die Geschichten, Episoden und Anekdoten unserer Vorgänger sind wichtig, sondern nur das, was

‡ Abschiedsvorlesung vor der Fakultät für Informatik am 19.7.01. Eine gekürzte Fassung erscheint unter dem Titel „Vom Computus zum Computer – eine Wurzel der Technischen Informatik im Zeitalter der Mechanik” in Fridericiana, Heft 1, 2002.

belegbar ist. Und dazu möchte ich ein paar Beispiele zeigen, die an nichts als Alltagswissen anknüpfen, aber vielleicht sogar meinen Fachkollegen unerwartete Einblicke bieten.

Beginnen wir mit der **Null**, denn die 1 als Beginn der Reihe der natürlichen Zahlen bedarf keiner weiteren Erläuterung. Als Ursprung wird häufig angenommen, daß die Ziffer Null zusammen mit den Dezimalzahlen über die Araber aus dem indischen Kulturbereich erst in verhältnismäßig später Zeit, nämlich im Mittelalter, zu uns gekommen ist. In den Alltag wurde sie erst durch die Bücher von Adam Riese im 16. Jahrhundert eingeführt.

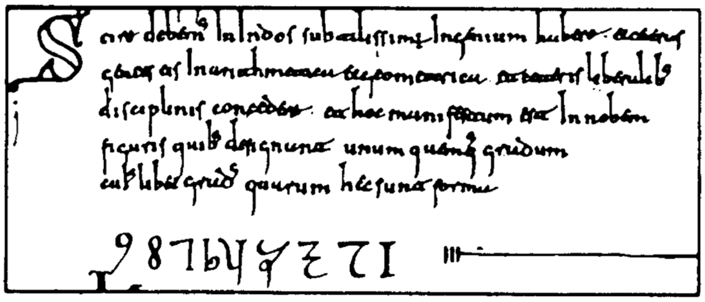


Bild 1. Arabisch-indische Ziffern von 976 (Escorial, Codex Vigilanus)

Bild 1 und 2a aus einem Museumsführer (Heinz-Nixdorf-Forum) zeigen frühe Beispiele dieser neuen Zahlzeichen, nämlich das älteste bekannte Manuskript mit ihnen aus Nordspanien von 976 (wie man sieht noch ohne Null), dann eine lateinische Übersetzung des berühmten Al-Hwarizmi aus dem 13. Jh., auch aus Spanien mit dem Titel „De numero Indorum per novem literas" (Folkerts 1997, S. 28-31, Tafel 1).

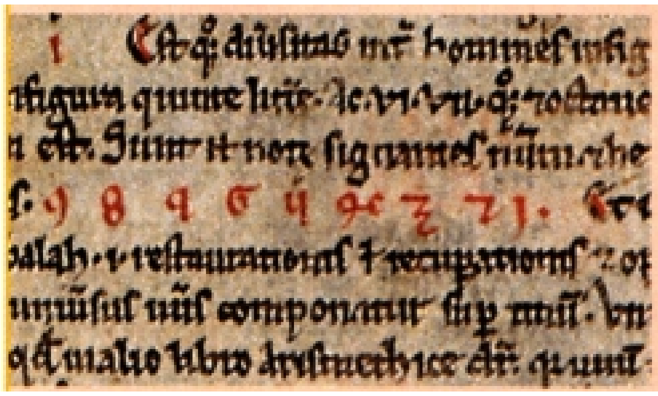


Bild 2a. Arabische Ziffern des 13. Jh. nach Al-Hwarizmi (HC 397/726)

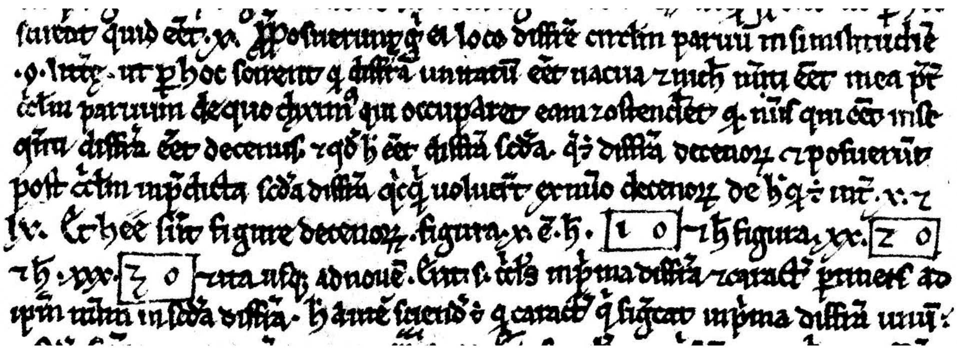


Bild 2b. Einführung der Null durch Al-Hwarizmi (Folkerts 1997, Tafel 2)

Übrigens ist die Vermutung falsch, der Punkt rechts nach der Eins in Bild 2a stelle die Null dar, so wie es jedem Orientreisenden in Kenntnis der heutigen arabischen Ziffern erscheinen mag. Bild 2b zeigt den Sachverhalt korrekt: die Null wird als kleiner Kreis zusammen mit der Erläuterung der Stellenschreibweise eingeführt.

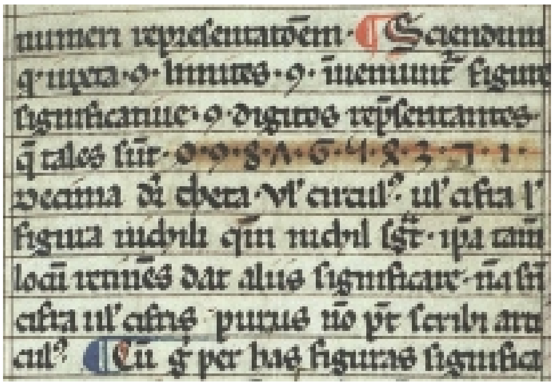


Bild 3. Einführung der Ziffern (15. Jh.)
(HLHB Darmstadt, Hs. 1227)

Bild 3 stammt aus dem Lehrbuch „Algorismus” des Sacrobosco und ist eine spätere Kopie, denn der Autor starb schon 1236. Aus ihr wird im Vergleich mit Bild 1 und 2 die Entwicklung der Ziffernschreibweise deutlich, die in den Abschriften nachgemalt werden musste: es gab ja keine geläufigen Buchstabenvorbilder! In manchen Quellen fehlen sie sogar, z.B. im Cambridge-Exemplar des Al-Hwarizmi (Folkerts 1997).

Die Übersetzung des Textstücks von Sacrobosco sei hier angegeben (Menninger 1958 II, S. 217): „Man muß wissen, daß es gemäß den 9 Einheiten 9 geltende Zahlzeichen gibt, die die 9 Einer darstellen, ferner eine zehnte namens theca oder circulus oder cifra oder Figur des Nichts, weil sie nichts bedeutet. Doch gibt sie an der (richtigen) Stelle den anderen Figuren höheren Wert. Denn eine reine articulus-Zahl (durch 10 teilbar) kann nicht ohne eine oder mehrere Nullen geschrieben werden.” (Im Mittelalter unterschied man zwischen den 9 digiti, den durch 10 teilbaren articuli sowie den numeri compositi, das sind alle anderen nicht durch 10 teilbaren zusammengesetzten Zahlen.)

Nachforschungen (Brockhaus-Enzyklopädie, Band 13, 1971, S. 604) besagen, daß eine indische Tempelinschrift in Gwalior aus dem Jahr 870 nach Christus die älteste bekannte Brahmiziffer Null enthält, Vorläufer unserer heutigen Zahlzeichen. Sie wurde von den Arabern im 9. Jahrhundert mit as-sifr (die Leere) für das indische Wort sunya (leer) übersetzt. Aus dieser Wurzel entstand cifra, die lateinische Form des 13. Jahrhunderts, später chiffre oder Ziffer im 15. Jahrhundert, von der sich das englische zero oder das französische zéro bis heute erhalten haben. Bei uns wurde der Begriff Ziffer für alle Zahlzeichen von 0 bis 9 übernommen, die vorher figura hießen, man sprach ja in der Wissenschaft lateinisch. Hier ergibt sich unsere Frage. Wenn die Ziffern so jung sind, was war vorher in Europa an deren Stelle begrifflich üblich, vor allem für Null? Es war das Wort nulla figura, das bei uns an dieser Stelle benutzt wurde, wodurch sich die Bedeutung der Null im Deutschen als „keine Ziffer” ganz leicht erklärt. Bild 4 zeigt einen Ausschnitt aus einer Tabelle mit römischen Zahlen aus dem 6. Jh. (Maier 1997). Erfunden wurde die Null also durch Adam Riese und seine Vorgänger keineswegs, allenfalls die ungewohnte dezimale Stellenschreibweise kann als neu angesehen werden. Doch Zahlen in Stellenschreibweise gab es ebenfalls lange vorher!

ANNI DOMINI NOSTRI IESV CHRISTI.	QVAE SINT INDICTIONES	EPACTAE I.E. ADIECTIONES LVNARES	CONCURRENTES DIES	QUOTUS SIT LVNAE CIRCULUS	QUATO SIT LVNA XIIII PASCHALIS	DIES DOMINICAE FESTIVITATIS	LVNA IPSIUS DIEI DOMINICI
DXXXII	X	NVLLA	IIII	XVII	NON. APR	III ID. APR.	XX
DXXXIII	XI	XI	V	XVIII	VIII KAL. APR	VI KAL. APR.	XVI
DXXXIIII	XII	XXII	VI	XVIIII	ID. APR.	XVI KAL. MAI.	XVII
DXXXV	XIII	III	VII	I	IIII NON. APR.	VI ID. APR.	XX
DXXXVI	XIIII	XIIII	II	II	XI KAL. APR.	X. KAL. APR.	XV
DXXXVII	XV	XXV	III	III	IV ID. APR.	II ID. APR.	XVI
DXXXVIII	I	VI	IIII	IIII	III KAL. APR.	II NON. APR.	XVIIII
DXXXVIIII	II	XVII	V	V	XIV KAL. MAI.	VIII KAL. MAI.	XX OGD.
DXXXX	III	XXVIII	VII	VI	VII ID. APR.	I ID. APR.	XV
DXXXXI	IIII	VIIII	I	VII	VI KAL. APR.	II KAL. APR.	XVIII
DXXXXII	V	XX	II	VIII	XVII KAL. MAI.	XII KAL. MAI.	XVIIII
DXXXXIII	VI	I	III	VIIII	II NON. APR.	NON. APR.	XV
DXXXXIIII	VII	XII	V	X	VIIII KAL. APR.	VI KAL. APR.	XVII
DXXXXV	VIII	XIII	VI	XI	II ID. APR.	XVI KAL. MAI.	XVIII
DXXXXVI	VIIII	IIII	VII	XII	KAL. APR.	VI ID. APR.	XXI
DXXXXVII	X	XV	I	XIII	XII KAL. APR.	IX KAL. APR.	XVII
DXXXXVIII	XI	XXVI	III	XIIII	V ID. APR.	II ID. APR.	XVII
DXXXXIX	XII	VII	IIII	XV	IV KAL. APR.	II NON. APR.	XX
DL	XIII	XVIII	V	XVI	XV KAL. MAI.	VIII KAL. MAI.	XXI

Bild 4. Ausschnitt aus Ostertabelle des Dionysius Exiguus, (6. Jh., Maier 1997)

Es soll in diesem Zusammenhang nicht auf die formalen Vorschriften für das Rechnen mit der 0 eingegangen werden, also den algebraischen Zweig der Mathematik der Gleichungslösung, die erst seit Girard (1629) und Descartes (1637) bei uns üblich sind. Vielmehr interessiert hier die Frage: Wie wurden Zahlen vor Bekanntwerden dieser indisch-arabischen Null bei uns dargestellt? Man macht sich leicht klar, daß es Möglichkeiten dazu gegeben haben muß, denn die Mathematik als Wissenschaft ist uns ja bereits aus der Antike gut bekannt. Jeder kennt die Namen Thales (~625 bis ~547 v. Chr.), Pythagoras (~580 bis ~500 v. Chr.) oder Euklid (um 300 v. Chr.) und manche anderen. Kleingedruckt findet man deshalb in dem erwähnten Lexikonartikel, daß ein entsprechender Begriff, nämlich οὐδέν (nicht eines, nichts) als kreisförmiges Lückenzeichen bereits seit dem 2. Jh. v. Chr. gelegentlich in astronomischen oder Rechentexten, auch in hellenistischen Keilschrifttexten (dort nicht kreisförmig) existiert hat. Was bedeutet diese Angabe? Gibt es eine griechische Null oder ein entsprechendes

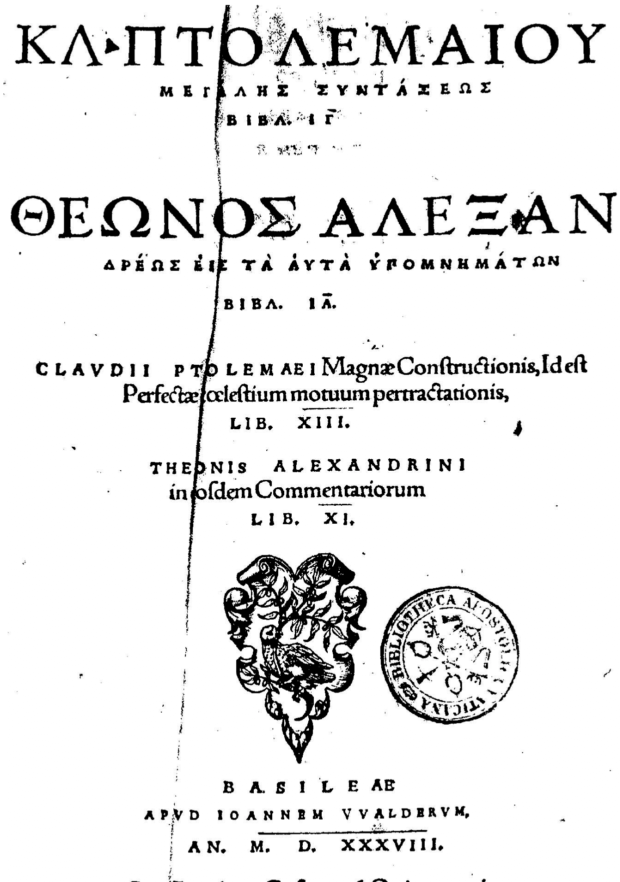
Keilschriftzeichen? Dann bedarf die eingangs erwähnte Einführung bei uns im Mittelalter offensichtlich einer deutlichen Korrektur!

In den historischen Vorbemerkungen zu mancher Vorlesung der Informatik (meiner eigenen früher auch) wird auch auf die Zahlendarstellung eingegangen. Dabei werden insbesondere die römischen Zahlen, die bei uns üblich waren, vielleicht auch die ägyptischen oder das Mayasystem, erwähnt. In der Regel fehlen aber Hinweise auf die griechische Schreibweise der Zahlen, obwohl sie doch für das oströmische Reich, also das byzantinische, bis ins hohe Mittelalter maßgebend gewesen ist, vor allem auch für unseren Humanismus in der Renaissance, der die griechische Sprache bei uns neu belebte. Gehen wir der Frage ein bißchen genauer auf den Grund.

Welche Zahlen haben eigentlich die Griechen verwendet? Und welcher Wissenschaftler ist hier an erster Stelle zu nennen, dessen Literatur bis auf unsere Zeit überliefert ist und dessen Darstellung unseren heutigen Gebrauch beeinflußte? Es ist Claudius Ptolemaeus, der Schöpfer des geozentrischen Weltbildes. Er wurde vermutlich 85 nach Chr. in Ptolemais geboren und starb ~165 n. Chr., hatte also mit der Königsfamilie nichts zu tun. Er lebte in Alexandria, einem der wissenschaftlichen Zentren der damaligen Welt, die sich ja in der Blütezeit des Römerreichs auf das Gebiet rund um das Mittelmeer beschränkte. Es gab damals drei große Kulturzentren, bevor Konstantinopel gegründet wurde: Rom, Alexandria in Ägypten und Antiochia in Syrien, d.h. neben Rom die Zentren der Diadochenreiche Alexanders des Großen. Gerade letztere haben in der späthellenistischen Periode sehr viel zur Entwicklung der Spätantike bis hin zu unserem Christentum beigetragen. Alexandria war die Stadt mit der größten Bibliothek der alten Welt, kein Wunder also, daß Ptolemäus hier oder im nahen Canopus seine Werke schaffen konnte. Als Schriftsteller oder Wissenschaftler war er außerordentlich produktiv, u.a. durch Himmelsbeobachtungen zwischen 127 und 141. Wir wissen das recht genau, obwohl durch die lange Zeit sehr viel an Literatur verloren gegangen ist, auch alle originalen Schriften des Ptolemäus. Sie existierten ja nur in wenigen Abschriften auf Pergament oder Papyrus und fielen leicht der Vernichtung zum Opfer, vor allem durch Feuer. Ptolemäus hat sich darum bemüht, in seiner systematischen Darstellung der Mathematik, Μαθηματικῆς Συντάξεως βιβλία $\overline{\iota\gamma}$, die als Almagest (von μεγάλη, μέγιστη, also der größten Darstellung) arabisch überliefert worden ist, die Erkenntnisse der damaligen Wissenschaft zusammenzustellen, die sich hier vor allem auf das Weltbild, also die Astronomie, beziehen. Er hat aber zahlreiche weitere Bücher geschrieben, z.B. über Geographie oder Optik bis hin zur Astrologie, doch ist dies eine andere Geschichte. Bild 5 zeigt das Titelblatt eines alten Drucks von 1538, mit den Kommentaren des Theon von Alexandria.

Die Syntaxis gilt heute als Hauptwerk der Astronomie der griechischen Antike, die wie die Geometrie des Euklid als vollständig vorliegendes Lehrbuch von höchster Qualität durch Jahrhunderte hindurch fast unverändert Verwendung gefunden hat, in vielen Exemplaren abgeschrieben worden ist und vor allem das geozentrische Weltbild entwickelte. Erst

Kopernikus (1473 bis 1543) hat bekanntlich hierzu ein neues Konzept entwickelt, das heute ausschließlich Gültigkeit hat. Wir sind daher geneigt, die Ideen des Ptolemäus als veraltet, als gestrig und als unbedeutend hinzustellen, die keinen Bezug mehr zur realen Welt haben. Dies ist allerdings eine Geschmacks- oder Standpunktfrage, denn ohne die Leistung des Kopernikus infrage zu stellen sieht man leicht, daß es gar keine Rolle spielt, ob man ein Weltbild in geozentrischer oder heliozentrischer Weise aufstellt, solange man sich auf Erde, Mond und Sonne beschränkt. Wichtig ist nur, ob man die Theorie so begründen kann, daß astronomische Ereignisse vorhersagbar sind, und dies war Ptolemäus in hervorragender Weise gelungen. Er hatte dazu die babylonischen Texte ausgewertet, ebenso wie die seiner Vorgänger aus dem griechischen Kulturkreis.



ΚΛ. ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΥ
ΜΕΓΑΛΗΣ ΣΥΝΤΑΞΕΩΣ
ΒΙΒΛ. ΙΓ
ΘΕΩΝΟΣ ΑΛΕΞΑΝ
ΔΡΕΩΣ ΕΙΣ ΤΑ ΑΥΤΑ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΩΝ
ΒΙΒΛ. ΙΑ.
CLAVDII PTOLEMAEI Magnæ Constructionis, Id est
Perfectæ cœlestium motuum pertractationis,
LIB. XIII.
THEONIS ALEXANDRINI
in eosdem Commentariorum
LIB. XI.
BASILEAE
APVD IOANNEM VVALDERVM,
AN. M. D. XXXVIII.
Cum Priuilegio Cæsareo ad Quinquennium.

Bild 5. Titelblatt des Almagest, herausgegeben von S. Grynäus 1538.

Ich kann an dieser Stelle nicht auf Einzelheiten eingehen, obwohl das aus unserer Sicht durchaus interessant ist, sondern möchte mich hier auf die Zahlendarstellung beschränken, die mit unserer Fragestellung in Verbindung steht. Sie hängt mit den astronomischen Beobachtungen und den Folgerungen daraus zusammen, die bereits lange vor Ptolemäus zu der allgemeinen Erklärung der Vorgänge am Sternenhimmel und dem Zeitablauf im Alltag führten.

Assyrer, Babylonier und Griechen hatten außerordentlich genau die Vorgänge am Sternenhimmel beobachtet, insbesondere die Umläufe von Sonne, Mond, Planeten und dem Fixsternhimmel, sowie die besonderen Ereignisse aufgezeichnet, die in Mond- und Sonnenfinsternissen bestehen. Solche Beobachtungen lassen sich nur auswerten und festhalten, wenn sie mit exakten Zahlenangaben versehen sind, wie es damals geschah, so daß Ptolemäus die Mondfinsternisse des Hipparch von Nikäa (180 – 127 v. Chr. in Rhodos und Alexandria) und von Sternkundigen des 8. Jh. v. Chr. in Babylon nachgerechnet und versucht hat, die Mondzyklen und Jahresabläufe mit ihnen in Verbindung zu bringen. Jede reale Vorhersage von Sonnen- oder Mondfinsternissen muß auf derartigen Überlegungen aufbauen und wir wissen aus der Geschichte, daß verschiedentlich Sonnenfinsternisse vorhergesagt worden sind, die dann auch tatsächlich eintrafen, wenn vielleicht auch nicht auf den Tag genau.

Welche Zahlendarstellungen waren damals üblich? Unsere kulturellen Ahnen benutzten ganz unterschiedliche Systeme. Die Ägypter hatten offensichtlich ein Stellenwertsystem, das Zahlzeichen für 1, 10, 100, 1000 usw. als Hieroglyphen darstellte, so daß sie im Prinzip ein Zehnersystem - ein Dezimalsystem – erfunden hatten, allerdings noch ohne Ziffern. Folglich mußte man die Einer vervielfältigen, also die natürlichen Zahlen benutzen, während der Platz der Null leer blieb. Die Römer hatten Zahlzeichen mit großen Buchstaben benutzt, teilweise als Abkürzungen der Zahlwörter. Das ist heute jedermann bekannt, so daß ich nicht darauf einzugehen brauche. Wichtig ist hier, daß Griechen und Babylonier andere Systeme verwendeten. In Assur und Babylon schrieb man mit Keilschrift. Dazu wurde ein Sexagesimalsystem eingeführt, das stellenwertige Schreibweisen der Zahlen auf der Basis 60 erlaubte. Unsere Kreis- und Zeiteinteilung in 360˚, 60 Minuten, 60 Sekunden erfolgt noch heute so, obwohl der Ursprung gerade dieser Zahlenbasis nicht genau bekannt ist. Man kann sagen, daß die einzelnen Ziffern dezimal nach unserer Weise angegeben wurden, indem zwei Keilschriftzeichen Verwendung fanden, nämlich für 1 und für 10, so daß beliebige Zahlen leicht stellenweise zu bilden und für uns einfach zu lesen sind. Bild 6 zeigt ein Beispiel.

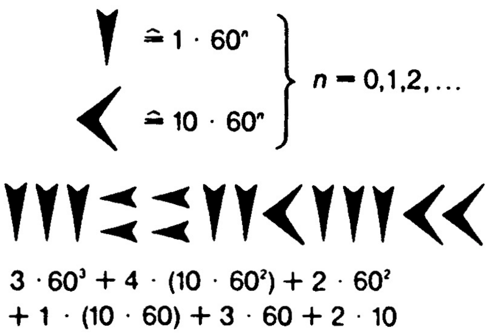


Bild 6. Babylonische Sexagesimalzahl und Ziffern, hier ist die Zahl 800 000 dargestellt.

Die Ziffernwerte sind auf den Bereich 1 bis 59 beschränkt. Trat eine Null auf, ließ man diese Stelle einfach frei. Damit liegt ein Mischsystem vor: sexagesimale Stellenschreibweise mit gleitendem Komma, deren Stellenziffern durch Dezimalzahlen 1 bis 59 dargestellt oder leer sind und deren Kommaangabe fehlt. (Dualzahlen werden in unseren heutigen Rechnern fast genau so dargestellt.) Dies ist auf den erhaltenen Keilschrifttafeln deutlich beobachtbar. Bild 7 zeigt eine leicht verständliche Darstellung von $\sqrt{2}$ auf einer Tontafel des 18. Jhs. v. Chr.

(Gericke 1984). Hier ist die erste Null einfach weggelassen worden, wie die Zahlenangabe der zweiten Zeile für $1/2 \cdot \sqrt{2}$ verdeutlicht. Es entsteht aber eine Schwierigkeit, wenn solche Leerstellen innerhalb von längeren Zahlenausdrücken auftreten: man braucht ein Leerwort, einen Platzhalter, um die Zahlen korrekt auszudrücken, also begrifflich unsere Null!

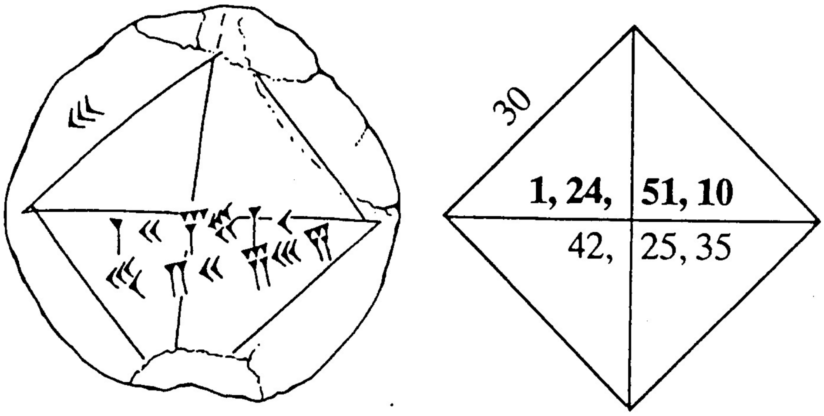


Bild 7. Keilschrift für $\sqrt{2}$ (YBC 7289). Man erkennt leicht die Zahl 30 am linken Rand, während die obere Zeile 1; 24, 51, 10 $\approx$ 1,41421 2963 angibt, darunter der halbe Wert 0; 42, 25, 35 $\approx$ 0, 70710 981. (1,41421 35623 731 ist korrekt.)

Menninger 1958 führt das Beispiel von Bild 8 an, das aus dem 2. Jh. v. Chr. stammt. Offenbar bezieht sich der oben erwähnte Lexikoneintrag zum Stichwort Null auf dieses Beispiel.

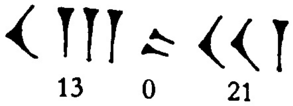
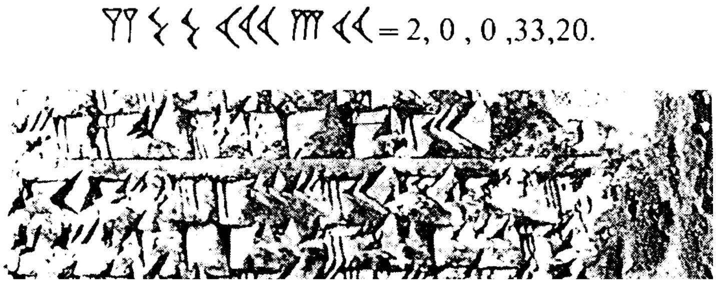


Bild 8. Babylonische Keilschriftzahlen mit Lückenzeichen nach Menninger

Bild 9 zeigt nach Gericke 1984 eine Tontafel des Louvre-Museums in Paris, die – wie Bild 8 seleukidisch – u.a. quadratische Gleichungen für reziproke Zahlen darstellt. Man erkennt auf ihr in der mittleren Zeile die Zahl 2, 0, 0, 33, 20 mit zwei Nullpositionen, während anschließend Transliteration und Übersetzung der gleichen 3 Zeilen folgen (Neugebauer 1975). (Meine Tochter Susanne war mir übrigens bei der Suche nach den Vorlagen sehr behilflich, Gericke sagt dazu nicht viel.) Übrigens stammt die jüngste bekannte Keilschrift-tafel aus den Jahren um 80 n. Chr.

Da die Keilschrift unabhängig von der verwendeten Sprache bis in die Spätantike hinein Wissenschaftsschrift gerade in Mesopotamien war, ergibt sich eine interessante Vertiefungs-frage: ist die Keilschriftnull vielleicht eine Übernahme der griechischen Art der Zahlendar-stellung? (Dieser Gedanke ist übrigens weder abwegig noch neu. Er wurde bereits von Kurt Vogel in seiner „Geschichte der Null“ 1960 veröffentlicht.) Was machte aber Ptolemäus, der ja griechische Zahlen verwenden mußte? Als Hauptastronom oder früher Hofmathematiker des Ptolemäerreiches (also so etwas wie Vorgänger von T. Brahe oder J. Kepler im 16. Jh.), inzwischen römische Provinz, sprach er natürlich griechisch. Er wird aber durchaus Sprachkenntnisse in den anderen Bereichen besessen haben, sicher lateinisch, vielleicht aramäisch. Natürlich waren ihm die babylonischen Texte original oder als Übersetzung verständlich.



10 *igû u igi-bu-ú* 2,.,.,33,20 *igû u igi-bu-ú* 2[,.,.,33,20]
11 GAM 30 TÚM-ma 1,.,.,16,40. 1,.,.,16,40 G[AM 1,.,.,16,40 TÚM-ma 1,.,.,33,20,4,37,46,40.]

10 Divisor und Dividend (ist) 2;.,.,33,20. Divisor und Dividend (nämlich) 2;[.,.,33,20]
11 mit 0;30 multipliziere; (es gibt) 1;.,.,16,40. 1;.,.,16,40 m[it 1;.,.,16,40 multipliziere; (es gibt) 1;.,.,33,20,4,37,46,40.]
12 1 subtrahiere davon; es bleibt zurück 0;0,0,33,⟨20⟩,4,37,46,40. Was [mit was soll man multiplizieren (damit es) 0;0,0,33,20,4,37,46,40 (gibt)?]

Bild 9. Keilschrifttext nach Gericke bzw. Neugebauer (AO 6484 Rückseite). Der Photodruck zeigt die Zeilen 9, 10 und 11, in seiner Mitte sind die oberhalb angegebenen Keilschriftzeichen zu erkennen, die unten transliteriert und übersetzt erscheinen.

Im klassischen Griechenland waren zwei Zahlensysteme üblich, einerseits das attische, das die Anfangsbuchstaben der Zahlworte benutzte: Penta für 5, Deka für 10, Hekaton für 100, Chilioi für 1000, Myrioi für 10000, dazu den Einsstrich, so daß sich etwas ähnliches wie römische Zahlen ergibt. Ein Beispiel ist in Bild 10 angegeben. Vielleicht haben die Römer dieses System als Vorbild für ihre Zahlen genommen.

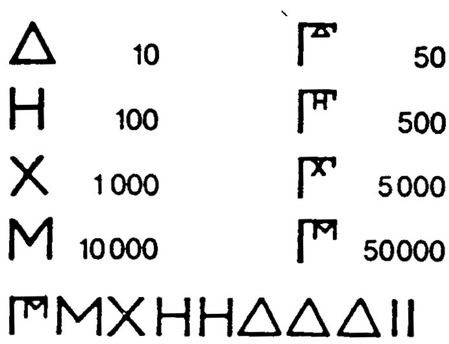


Bild 10. Griechische Zahlen in attischer Schrift, Beispiel hier 61 232.

Andererseits gab es das milesische Zahlensystem, das in der Literatur vorherrschend war und die Buchstaben des griechischen Alphabets benutzt. Es verwendet allerdings eine für uns völlig ungewohnte Zuordnung der Zahlen, nämlich der Ziffern 1 bis 9 zu den Buchstaben Alpha bis Theta, dann der Dekaden 10 bis 90 zu Jota bis Goppa und schließlich der Hunderter 100 bis 900 zu Rho bis Sampi (Bild 11).

Damit lassen sich leicht alle Zahlen von 1 bis 999 darstellen, während Tausender durch einen Vorstrich angegeben werden können, z.B. ,α oder ,β für 1000 bzw. 2000. Dieses System hat aber trotz seiner Verbreitung erhebliche Mängel. Erstens benötigt es drei zusätzliche Buchstabenzeichen zum griechischen Alphabet mit 24 Buchstaben, nämlich das ς (βαυ, Vau), auch kleines Sigma, das nach dem Epsilon eingefügt wird, den Buchstaben Goppa zwischen π und ρ sowie den Buchstaben Sampi am Ende des Alphabets nach dem ω. Das sind insgesamt 27 Ziffernzeichen, zuviel, um eine Wertigkeit auf Anhieb aus der Zahl ablesen zu können. Trotzdem steckt inhärent der Dezimalfaktor 10 in diesem System, der aber verborgen ist, leider oder vielleicht gewollt im Sinne des ”information hiding” oder der ”hidden objects” der heutigen Informatik?

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Einer	α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	ϑ
Zehner	ι	ϰ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ϟ
Hunderter	ρ	σ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω	ϡ
Tausender	,α	,β	,γ	,δ	,ε	,ς	,ζ	,η	,ϑ

,αϡοϑ

Bild 11. Griechische Zahlen in milesischer Schrift, Beispiel hier 1979.

Hier ist die Darstellung der Brüche wichtig, die bei Hinweisen auf alte Zahlendarstellungen meist elegant unterdrückt werden, offenbar weil diese für den philologischen Bereich weniger interessant sind. Da Brüche mit den erwähnten griechischen Zahlen nicht darstellbar sind, hat Ptolemäus für den gebrochenen Anteil der Zahlen einfach das Sexagesimalsystem der Keilschrift übernommen, allerdings mit griechischen Ziffern. In Ägypten gab es praktisch nur Stammbrüche, also solche mit dem Zähler 1, während die Griechen auch Brüche aus mehreren Stammbrüchen zusammensetzten, so daß sich komplexere Darstellungen ergaben (z.B. 1/2 + 1/76). Mit beiden läßt sich schlecht rechnen, vor allem in der Astronomie. Deshalb ist die ptolemäische Schreibweise dagegen äußerst elegant, wie man an der Zahl 41; 0, 18 sehen kann, die $\overline{\mu\alpha}\ o\ \overline{\iota\eta}$ lautet (Menninger 1958, Bd. II, S. 213). Das Semikolon bedeutet das Sexagesimalkomma, so daß vorher griechische Zahlen, nachher babylonische Sexagesimalbruchstellen folgen, natürlich mit der Bewertung 60^{-1}, 60^{-2}, 60^{-3} usw., ausgedrückt in ganzen griechischen Zahlen.

Die Darstellung wäre unproblematisch, solange nicht eine mittlere Bruchstelle 0 sein soll, also z.B. die Zahl 373; 10, 0, 58 oder 373,166935 ausgedrückt werden soll, also $\overline{\tau o\gamma}\ \bar{\iota}\ o\ \overline{\nu\eta}$ (Toomer 1984, S. 7). Hier hat Ptolemäus einfach ein Zeichen als Platzhalter eingeführt, das Omikron, das aber andererseits doch bereits den Wert 70 zugewiesen bekommen hatte, wie wir in der milesischen Darstellung oben gesehen haben und wie die Zahl 373 erkennen läßt. Offenbar spielte das keine Rolle und war für die Darstellung eindeutig, denn die Bruchpositionen können ja nur die Werte 1 bis 59 umfassen, so daß 70 an dieser Stelle nicht auftreten darf, nach griechischem Verständnis sogar etwas anderes heißen muß. Außerdem hat man ganze und gebrochene Zahlen durch Überstreichungen gekennzeichnet, die aber in den

Übersetzungstexten nicht immer eindeutig sind, wie das zitierte Beispiel zeigt, bei dem ja das Omikron und nicht die anderen Zahlen überstrichen sein sollte.

ὧραι	μοιρ. ἡλίου	ξ α	ξ β	ξ γ	ξ δ	ξ ε	ξ ϛ
α	ō	β	κζ	ν	μγ	γ	α
β	ō	δ	νε	μα	κϛ	ϛ	β
γ	ō	ζ	κγ	λβ	θ	θ	γ
δ	ō	θ	να	κβ	νβ	ιβ	ε
ε	ō	ιβ	ιθ	ιγ	λε	ιε	ϛ
ϛ	ō	ιδ	μζ	δ	ιη	ιη	ζ
ζ	ō	ιζ	ιδ	νε	α	κα	θ
η	ō	ιθ	μβ	με	μδ	κδ	ι
θ	ō	κβ	ι	λϛ	κζ	κζ	ια
ι	ō	κδ	λη	κζ	ι	λ	ιβ
ια	ō	κζ	ϛ	ιζ	νγ	λγ	ιδ
ιβ	ō	κθ	λδ	η	λϛ	λϛ	ιε
ιγ	ō	λβ	α	νθ	ιθ	λθ	ιϛ
ιδ	ō	λδ	κθ	ν	β	μβ	ιη
ιε	ō	λϛ	νζ	μ	με	με	ιθ
ιϛ	ō	λθ	κε	λα	κη	μη	κ
ιζ	ō	μα	νγ	κβ	ια	να	κα
ιη	ō	μδ	κα	ιβ	νδ	νδ	κγ
ιθ	ō	μϛ	μθ	γ	λζ	νζ	κδ
κ	ō	μθ	ιϛ	νδ	κα	ō	κε
κα	ō	να	μδ	με	δ	γ	κζ
κβ	ō	νδ	ιβ	λε	μζ	ϛ	κη
κγ	ō	νϛ	μ	κϛ	λ	θ	κθ
κδ	ō	νθ	η	ιζ	ιγ	ιβ	λα

Bild 12a. Griechische Zahlen bei Ptolemäus (Grynäus 1538, S. 65), Sonnentafel für Stunden, 3. Buch, Kap. 2

Macht man sich die Mühe und schlägt im Original nach, findet man Bild 12a auf S. 65 der berühmten Ausgabe des Simon Grynäus von 1538, in der jedem Laien die Schreibweise auffällt: in der linken Spalte sind die 24 Stunden (ὧραι) als Zeilenkopf angeführt, während die Spalten den ganzzahligen Wert (hier überall ô = Null), dann die erste bis 6. gebrochene Sexagesimalstelle anführen, wobei in Zeile κ = 20 die vorletzte Stelle ebenfalls Null ist. Man beachte die Druckweise für δ, um eine Verwechslung zu vermeiden. Bild 12b zeigt die gleiche Tabelle aus dem 2. Kapitel des 3. Buchs des Almagest in der Übersetzung von K. Manitius (1963, Bd. I, S. 150), aus der deutlich wird, daß die gleichförmige Bewegung der Sonne aus einem Beobachtungszeitraum von 810 Jahren bis zu den Stunden aufgegliedert wird.

1	0^0	2′	27″	50‴	43^{IV}	3^{V}	1^{VI}
2	0	4	55	41	26	6	2
3	0	7	23	32	9	9	3
4	0	9	51	22	52	12	5
5	0	12	19	13	35	15	6
6	0	14	47	4	18	18	7
7	0	17	14	55	1	21	9
8	0	19	42	45	44	24	10
9	0	22	10	36	27	27	11
10	0	24	38	27	10	30	12
11	0	27	6	17	53	33	14
12	0	29	34	8	36	36	15
13	0	32	1	59	19	39	16
14	0	34	29	50	2	42	18
15	0	36	57	40	45	45	19
16	0	39	25	31	28	48	20
17	0	41	53	22	11	51	21
18	0	44	21	12	54	54	23
19	0	46	49	3	37	57	24
20	0	49	16	54	21	0	25
21	0	51	44	45	4	3	27
22	0	54	12	35	47	6	28
23	0	56	40	26	30	9	29
24	0	59	8	17	13	12	31

Bild 12b. Tabelle wie Bild 12a als Übersetzung (Manitius I 1963, S. 150)

Liest man die Zeile 24 ab (die natürlich in gleicher Weise als 1. Tag in der Tagestabelle erscheint), ergibt sich die Zahl 0; 59, 8, 17, 13, 12, 31, also knapp 1 Grad, wie wir alle gut wissen, denn 365,25 d müssen ja 360° ergeben. Daß aber für 1 h überaus genau 2’ 27’’ 50’’’ 43^{iv} 3^{v} 1^{vi} usw. angegeben werden, wird manchen von uns überraschen, vor allem im Hinblick auf die angegebene Genauigkeit der Berechnung, die für das gesamte tropische Jahr 365; 14, 48 angibt, d.h. 365d, 5h, 55m, 12s oder gut 6 Minuten zuviel, verglichen mit den modern bestimmten Werten (Pedersen 1974, S. 131). Natürlich hat man bis zu Kopernikus’ Zeiten lieber diese Tabellen abgeschrieben als die Werte neu zu berechnen oder zu beobachten: Rechnen und Denken bedeuten nicht unerhebliche Arbeit!

Ptolemäus hat dieses Stellvertreterzeichen natürlich anders als Omikron = 70 gelesen und dafür οὐδέν (neutrum von nichts, niemand) eingeführt, wie es das Lexikon bereits erläuterte. Hier ist eine interessante Anmerkung eines Nichtgräzisten angebracht, der nur aus dem Blickwinkel des Latinum urteilen kann. Der Langenscheidt von Menge-Güthling, 14. Aufl. 1957, also ein großes griechisches Wörterbuch, vermerkt auch οὐδέν εἶναι als ein Nichts, eine Null, unbedeutend. Null? Hier ist offenbar unsere heutige übertragene, nicht mathematische Bedeutung angesprochen! Zahlen nämlich werden wohl bei α, β, ..., η für 1 bis 7 richtig erwähnt, sogar für 6 das Zeichen ς (sog.βαυ). Allerdings gibt es bei ο, π, ρ keinerlei Hinweis auf 70, 80, 100, auch nicht bei den weiteren Buchstaben bis ω. Ein Wunder, daß 90 und 900 nicht nur als Zahlen, sondern auch als Buchstaben völlig fehlen? Bild 12c zeigt einige Auszüge aus den Ptolemäustabellen im modernen Buchdruck, nämlich die gleiche

Sonnentafel für Monate (Heiberg 1898, S. 214). Man beachte die ähnlichen, doch unterschiedlichen Ziffern für 0 und 70.

μῆνες Αἰγύπτιοι	μ̊ ἡλίου	α΄	β΄	γ΄	δ΄	ε΄	ϛ΄
λ	κϑ	λδ	η	λϛ	λϛ	ιε	λ
ξ	νϑ	η	ιζ	ιγ	ιβ	λα	ο
ϙ	πη	μβ	κε	μϑ	μη	μϛ	λ
ρκ	ριη	ιϛ	λδ	κϛ	κε	β	ο
ρν	ρμζ	ν	μγ	γ	α	ιζ	λ
ρπ	ροζ	κδ	να	λϑ	λζ	λγ	ο
σι	σϛ	νϑ	ο	ιϛ	ιγ	μη	λ
σμ	σλϛ	λγ	η	νβ	ν	δ	ο
σο	σξϛ	ζ	ιζ	κϑ	κϛ	ιϑ	λ
τ	σϙε	μα	κϛ	ϛ	β	λε	ο
τλ	τκε	ιε	λδ	μβ	λη	ν	λ
τξ	τνδ	μϑ	μγ	ιϑ	ιε	ϛ	ο

Bild 12c. Sonnentafel für Monate im modernen Buchdruck (Heimann 1898, S. 214) Die o-Einträge in der rechten Spalte sind etwas größer als das o in der linken Spalte für 270.

Wir können also festhalten, daß mindestens seit Ptolemäus in der Zahlendarstellung der europäischen Welt eine 0 im Stellenwertsystem Verwendung findet, sein Omikron praktisch auf die gleiche Weise benutzt wurde wie die spätere Null in Hindu-Zahlen (Pedersen 1974, S. 52). Und nichtdezimale Stellenwerte sind ja mindestens seit den Dualzahlen von Leibniz (1646 bis 1716) wohlbekannt.

Computer

Nicht nur der Titel unseres Instituts für Rechnerentwurf und Fehlertoleranz, sondern auch eine vielfache Verwendung in Vorlesung und Literatur gehen vom Begriff „Rechner" oder präziser „Digitalrechner" aus und vermeiden das inzwischen weitgehend eingebürgerte Wort **Computer**, dessen Siegeszug beim Eindringen in den Sprachschatz zusammen mit PC, PDA, Laptop und weiteren Fachwörtern aber kaum aufzuhalten sein dürfte. K. Steinbuch gebrauchte es schon 1966 und sagte damals, Computer und Automatisierung seien Fremdworte, für die es keine treffende und kurze Übersetzung gibt (Steinbuch 1966, S. 205). In deutschen Zeitungen soll es am 12.4.63 (DIE ZEIT S. 24) zum ersten Mal gedruckt worden sein (Carstensen/Busse 1993). In der englischen Sprachumgebung taucht der Begriff deutlich früher auf, doch ist das genaue erste Jahr (vermutlich 1940) nur schwer zu ermitteln (Randell 1973).

Woher aber kommt dieser Begriff, der heute mehr oder weniger ohne nachzudenken nachgeplappert wird? Natürlich über das Englische *to compute*, was „zählen, rechnen" heißt, aber warum nicht *calculator? To calculate* ist ebenfalls „rechnen", sogar im anspruchsvollen Sinn, denn Universitätskurse der höheren Mathematik heißen in USA z.B. *calculus*. Was ist der Unterschied zwischen diesen beiden Wortquellen? *Calx* (Kieselstein), *calces*, *calculi* bezeichneten die Rechensteine der Römer. Das führt deshalb zu Recht heute zum *pocket calculator*, dem Taschenrechner für jedermann. Merkwürdig, daß hier das deutsche Wort eingebürgert ist und man auf das englische verzichtet. Was aber hebt den Computer von diesem Begriff ab? Die Wörterbücher geben wenig Aufschluß. Um so überraschender ist ein Blick auf die Geschichte. Was hieß dieses Wort früher, was wollten die Urväter der Informatik mit dieser Assoziation ansprechen?

Wie die historische Literatur der letzten Zeit bemerkt, ist im Bereich der Informatik dieser Begriff quasi vom Himmel heruntergefallen und wird nicht weiter hinterfragt. Dennoch weisen Autoren an einzelnen Stellen auf den Ursprung hin (Zemanek 1987, Borst 1990, 1998). Danach ist es zweifelsohne der *computus* des Mittelalters, der die historische Quelle und Vorstufe für diesen Begriff bildet. Was ist damit gemeint? Man darf davon ausgehen, daß viele Informatiker auf diese Frage keine Antwort wissen. Die wahre Wurzel verliert sich nämlich im Dunkel der frühmittelalterlichen Geschichte. Bereits Augustinus (354 bis 430) soll eine Widmung für verschiedene Bücher der Komputisten geliefert haben, mit dem Wortlaut: *„quattuor sunt necessaria in Domo Domini, scilicet grammatica, musica, canones, et compotus"* (Coyne, Hoskin, Pedersen 1983, S. 55). Damit sind die Kirchenregeln gemeint, die unsere christliche Entwicklung gekennzeichnet haben: Predigt, Liturgie, Kanonische Gesetze für das Kirchenleben und das Spenden der Sakramente sowie die korrekte Berechnung der Festtage. Nur *compotus* ist dabei eine exakte Wissenschaft, nämlich die von der Zeitrechnung, genauer Osterrechnung, die während der dunklen Jahre des Mittelalters lebendig blieb, weil sie bei der theologischen Ausbildung der Geistlichen notwendig war. Auch Karl der Große soll sich diesem Studium unterzogen haben, wie Einhard im Kap. 25 seiner Biographie des Frankenkönigs und späteren römischen Kaisers um 833 erwähnt.

Wir sind damit bei der Kalenderwissenschaft, auf die wir einen Blick werfen müssen, obwohl ja mit dem Jahrtausendwechsel gerade dieser Bereich jedermann bewußt geworden sein sollte. Der Kalender ist ein Näherungsproblem, ganzzahlig zu lösen, sagt Zemanek in dem bereits angeführten Buch. Worin besteht das Problem? Offenbar beherrschen Sonne und Mond unseren erkennbaren Tagesablauf, nach dem sich auch jeder Laie richten kann. Dabei ist für uns auf der Erde der Tag die grundlegende Einheit, obwohl man wissen muß, daß dies natürlich gegenüber den astronomischen Bezügen eine Untergröße ist, deren Bedeutung eigentlich zu vernachlässigen ist. Aber nur aus unserer Perspektive können wir Menschen die Welt interpretieren, und jedermann ist der tägliche Wechsel zwischen Licht und Dunkelheit seit biblischen Zeiten geläufig. Der Tag bildet folglich unsere Maßeinheit.

Die Kalenderwissenschaft ist uralt. Bereits Meton von Athen fand 433 v. Chr., daß 235 Mondumläufe fast genau in 19 Sonnenjahre passen. Daraus entstand eine Art 19-Jahre-Zyklus oder der Alexandrinische Kalenderzyklus, der auch heute noch die Goldene Zahl des christlichen Kalenders bestimmt. Zur Festlegung des Osterfestes ist außerdem ein Sonntag wichtig, der erste nach dem Frühlingsvollmond. Seit Einführung des Christentums durch Konstantin den Großen im damaligen römischen Reich ist das die wichtigste astronomische Angabe oder Vorhersage, auf die die Gesellschaft angewiesen war. Ich habe den Mond erwähnt und damit bereits ein Problem angesprochen, das mit unserer Einteilung des Sonnenjahres, z.B. dem gregorianischen Jahr, nichts zu tun hat. Die gregorianische Reform, die nach den Berechnungen von Lilius und Clavius den ursprünglich julianischen Kalender verfeinerte und korrigierte, kann an dieser Stelle außer Acht gelassen werden, denn sie regelt vor allem die Kalendertage. Hier geht es um den Mondzyklus.

Da das julianische Jahr alle vier Jahre einen Schalttag aufweist, ergibt sich für die Wochentage ein Sonnenzyklus von 7 · 4 julianischen Jahren, nach dem sich die Tageszuordnung exakt wiederholt. Mit dem Mondzyklus zusammen entsteht ein großer Zyklus oder Osterzyklus von 28 · 19 = 532 Jahren, „nach dessen Ablauf alles von Sonne und Mond in gleicher Ordnung wiederkehrt" (Zitat von Beda Venerabilis, einem englischen Mönch im Kloster Jarrow (672 bis 735), am Schluß seines Werkes *„de temporum ratione"*). Er hat den Vorschlag seines großen Vorgängers Dionysius Exiguus (der Kleinwüchsige) in Nordeuropa durchgesetzt. Dieser war ein skytischer Mönch (†540), der den Osterzyklus 525 in Rom entdeckt hatte und eine Tafel aufstellte (Bild 4), die 532 Jahre umfaßt und gleichzeitig den Bezug so setzt, daß das Jahr 531 nach der Geburt Christi dem Jahr 247 nach Diokletian entspricht. Seitdem werden unsere Jahreszahlen benutzbar, allerdings erst viel später auch wirklich verwendet. Dadurch ließ sich vor allem der mißliche Umstand vermeiden, daß damals im spätrömischen Reich die Zeitzählung nach einem Kaiser erfolgte, der sich durch die Christenverfolgung unbeliebt gemacht hatte; für Christen war das inzwischen untragbar geworden. Außerdem hatte das Konzil von Nizäa im Jahr 325, also unmittelbar nach Einführung des Christentums, festgelegt, daß Ostern jeweils auf den 1. Sonntag nach dem Frühlingsvollmond fallen sollte, wobei bestimmt wurde, daß dies einheitlich in der gesamten Christenheit gefeiert werden muß. Wegen der erwähnten Unterschiede zwischen Sonnen- und Mondjahr ist aber nicht leicht feststellbar, wann jeweils der Frühlingszeitpunkt eintritt, und vor allen Dingen, welcher Vollmond in den bevorstehenden Jahren zu beachten ist. Daher waren die Tabellen von Dionysius äußerst wichtig, weil sie es erleichterten, die richtigen Angaben vorherzusagen. Es war Beda Venerabilis, der diesen zweiten Zyklus, nun von 532 bis 1063, nachrechnete und zum Circulus Paschae Magnus, zum großen Osterzirkel, in einer irischen Handschrift des 9. Jhs. erweiterte.

Leider steht die Konstruktion nicht genau in Übereinstimmung mit der Astronomie, so daß sich Abweichungen ergeben, die im Laufe der Zeit immer größer wurden. Der Grund liegt in der Differenz der Umlaufzeiten zwischen Sonnen- und Mondjahren, die im 19-Jahre-Zyklus 1 Stunde und 20 Minuten ausmachen, so daß im Jahre 1232 bereits drei Tage und 14 Stunden Differenz eingetreten waren. Das war Johann von Sacrobosco (Holywood, †1236) in Paris aufgefallen, der bemerkt hatte, daß die Ankündigungen der Tafeln gut drei Tage vorher eintrafen, also eigentlich eine Fehlerkorrektur erforderlich wurde. Mit Fehlern in ihren Systemen mußten sich also auch unsere Vorväter herumschlagen. „Leider war eine Korrektur nach den Regeln des Konzils von Nizäa verboten, also müssen wir Heutigen halt weiterhin Fehler solcher Art ertragen", schrieb Sacrobosco in seinem Buch *„computus ecclesiasticus"* 1235. Lange vor der gregorianischen Reform 1582 war also bekannt, daß die Kalenderrechnung nicht stimmte. Der *compotus* war demnach eine Disziplin, die nicht nur mathematische Kenntnisse und Übersicht über die Zusammenhänge erforderte, sondern auch ein Überdenken und Verstehen der Mechanismen der Astronomie, um überhaupt korrekte Aussagen zu ermöglichen. Deshalb bestand steter Anlaß zur Verfeinerung und Verbesserung der Angaben, um es für die Geistlichen einfacher zu machen, die Ostertermine vorherzuberechnen. Dazu sollten ursprünglich auch die Tabellen von Beda dienen.

Ein paar Angaben zum Begriff *computus* finden sich bei Borst 1998. Danach ist die Einführung durch Dionysius, die auch *conpotus* oder *compotus* genannt wird, nicht nur allein eine Berechnung, sondern auch die Erwägung, wann der Frühlingsvollmond zuerst auftritt. Am darauf folgenden Sonntag ist Ostern. Es ergibt sich eine Rechenformel für die Mondepakten nach Christus, wobei der 25.12. für die Geburt fixiert war. Eigentlich wäre danach auch ein festes Osterfest erwünscht. Aber hier trafen drei Eckdaten zusammen, die den Termin bestimmen, nämlich der Neubeginn des Naturjahres, Frühling, das Passahfest im jüdischen Festbereich sowie der Höhepunkt der vorchristlichen Planetenwoche, also der Sonntag. Dies ergibt sich zwingend aus der Bibel, doch sollte man dabei nicht vergessen, daß die frühe Kirche Ostern als das höchste aller christlichen Feste ansah, weil die Auferstehung das eigentliche Wunder bildet, das viel mehr Glaube verlangt als die Geburt des Heilands. Die drei Bedingungen ergeben jährlich eine neue von Sonne und Mond abhängende Konstellation. Seit dem 8. Jahrhundert kommt der Begriff compotistae für die damit Vertrauten auf, während vorher Arithmetik gleich Bildung oder Rechenkunst war. Jetzt entsteht ein eigenständiges Fach außerhalb des Verbandes der artes liberales, nunmehr Hilfswissenschaft für den Gottesdienst für die folgenden 700 Jahre. Lehrbücher der Zeitbestimmung vermitteln die arithmetischen und astronomischen Kenntnisse, für die Musterkalender herausgegeben wurden, um den Alltagsgebrauch zu vereinfachen.

Eine derartige Ostertafel, in der Indiktion, Epakte, Datum des Ostervollmonds und das Osterfest für jedes Jahr angegeben waren, kombiniert mit einer Mondtafel ist als seltene Handschrift aus dem 9. Jahrhundert in der Badischen Landesbibliothek in Karlsruhe erhalten (Braunbehrens 1982). Sie stammt aus dem Kloster Reichenau, geht auf irische Ursprünge zurück und umfasst die Jahre 532 bis 1063 (Bild 13). Die einzelnen Felder der Tabelle entsprechen jeweils einem Jahr. Sie enthalten die Angaben über den Wochentag des 24.3., des damaligen Frühlingsanfangs, als sogenannte *concurrentes*, wobei I Sonntag ist, II Montag usw. Später gab es hierfür die Sonntagsbuchstaben. Die Angabe der Jahreszahlen erfolgt in griechischen Zahlzeichen, am rechten Rand übrigens auch für die Jahre 1 vor Christus bis 531, während mit der linken Spalte die Jahre 532 bis 1063 angesprochen werden.

Damit ist die Tafel für zwei Osterzyklen verwendbar. Die griechischen Zahlen, deren Verwendung Beda in Kap. 2 seines Werkes empfiehlt, werden oberhalb der Tafel mit Hilfe römischer Zeichen aufgeschlüsselt. Ebenfalls griechisch sind die Abkürzungen der Tierkreiszeichen, d.h. jeweils ihre Anfangsbuchstaben, am linken Rand notiert.

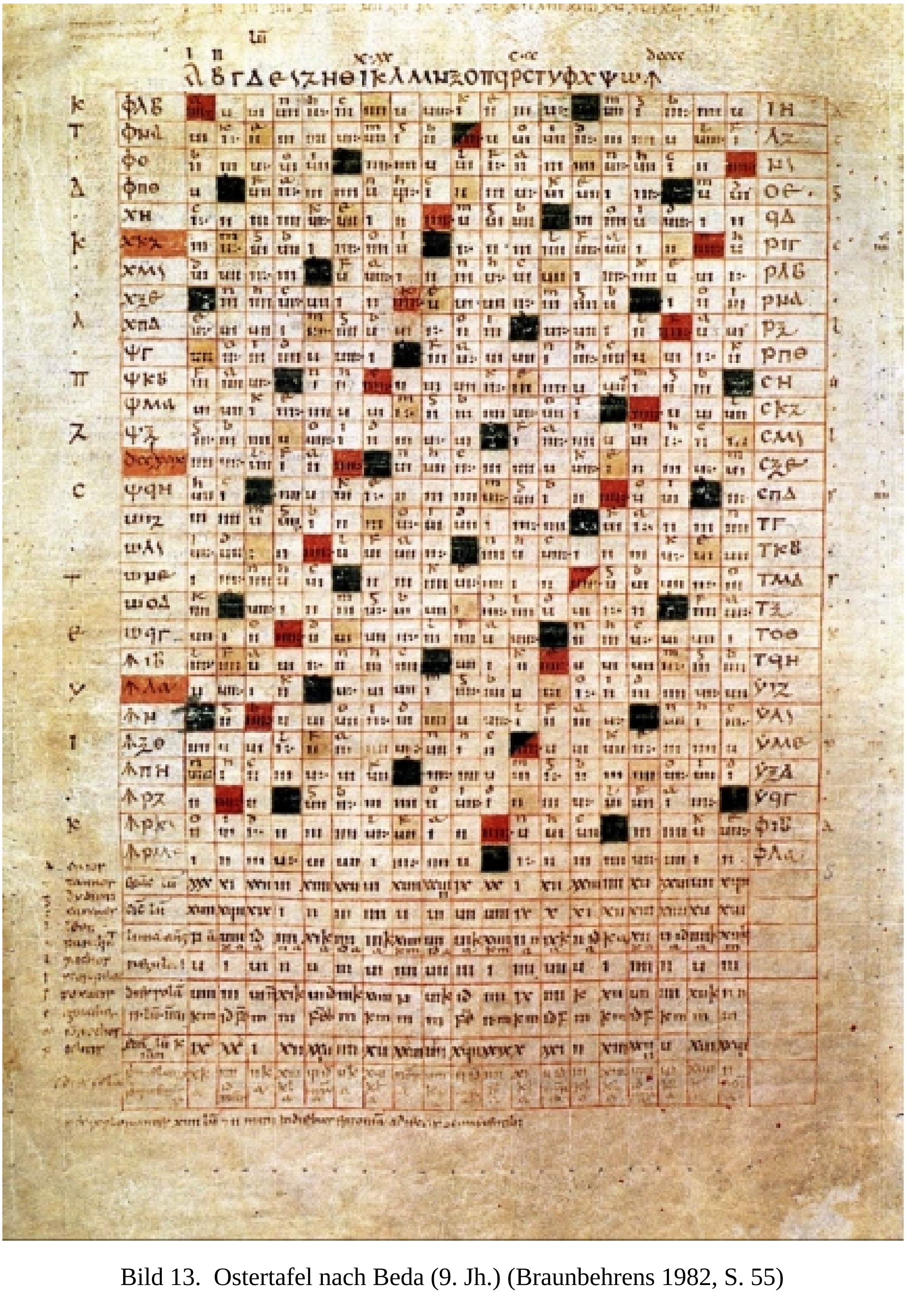


Bild 13. Ostertafel nach Beda (9. Jh.) (Braunbehrens 1982, S. 55)

Schaltjahre sind im jeweiligen Feld durch drei kleine Punkte gekennzeichnet. Rot markiert sind die Jahre 1 vor Christus, 28, 56 bzw. 532, 560, 588 entsprechend dem 28-jährigen Rhythmus des Sonnenzyklus. Grüne und gelbe Felder weisen auf den Beginn eines neuen Indiktionszyklus hin, einer Periode für die römische Steuererhebung. Ein Eröffnungsjahr eines solchen Zyklus, der 15 Jahre umfaßt, eine beliebte Datierungshilfe, deren Anfänge nicht ganz geklärt sind, war auch das Jahr 3 vor Christus. Entsprechend fällt das erste grüne Feld auf das Jahr 13. Für den 2. Zyklus, d.h. vom Jahr 532 an, wird gelb verwendet, d.h. 538, 553 usw. Eine Angabe von Osterdaten für eine bestimmte Jahresreihe fehlt hier. Links unten sind die 12 Tierkreiszeichen auf griechisch angeführt, deren Anfangsbuchstaben links neben der Tabelle stehen. Außerdem gibt es unten 7 Zusatzzeilen für die 19 Spalten, die

die Mondepakten,
den Mondzyklus, um 3 Positionen gegenüber der Goldenen Zahl verschoben,
die Vollmonddaten,
die Regulares,
den vorangehenden Neumond vor 42 d,
die Epakten des 1. Jan. und
das Neulicht des Ostermonds

angeben. Die Osterdaten liefern nach Grotefend 1991 die korrekten Zuordnungen für die Jahre 855 bis 873. Aus ihnen folgt die Umrechnung der concurrentes zu den Sonntags-buchstaben des jeweiligen Jahres, indem der Wert 1 bis 7 für den 24.3. zu den Sonntags-buchstaben F, E, D, ..., A, G führt. Entsprechend tragen Schaltjahre Doppelziffern (ein Wert wird übersprungen, dafür 3 Punkte ergänzt), so wie auch die Sonntagsbuchstaben doppelt genannt werden (z.B. ED).

Rückblickende Anmerkung: Beda empfiehlt demnach im 8. Jh. die Verwendung der griechischen Zahlen im Abendland, also vor der Übernahme der arabischen Ziffern, und das auf einem Blatt des *computus.* Aus welchem Grund? Weil sie sich viel leichter als Tabellenspalten schreiben lassen, wie z.B. Bild 4 verdeutlicht. Übrigens enthält Bild 13 vier Schreibfehler bei den angeführten griechischen Zahlen. Wir wissen ja warum: die Abschrei-ber verstanden häufig nicht, was sie schrieben! Oder lag es an mangelndem Korrekturlesen wie bei vielen Programmen oder Texten heute?

Zur Erläuterung der Zahlen in Bild 13: Die 2. Spalte links nennt von oben nach unten die Zahlen 532, 551, 570, ..., 1045. Dies sind die jeweils um 19 erhöhten Jahreszahlen, bei denen auch der Laie sofort die Hunderter Φ, Χ, Ψ, ω erkennt. Dann folgt das erwähnte Sampi (†) für 900, während 1000 aus 900 plus einer Zusatzzahl gebildet werden muß, als erstes 900+100+7 oder †ρζ für 1007, als letztes †ρμε für 1045. Man beachte das ähnliche Aussehen von †πη für 988 gegenüber †ρζ für 1007. Dezimalzahlen waren dem Schreiber also unbekannt. Fehler treten in der rechten Spalte auf, die sich auf die nebenstehende letzte Zykluszahl bezieht, also ιH für 18, dann Λζ für 37, so dass die Reihe $-1+19\cdot i$ bilden soll. Dazu gehört 170 in Zeile 9, doch hat der Schreiber ρξ = 160 eingetragen. Ebenso sind TMΔ = 344 und YME = 445 Zahlen, die nicht in die Reihe passen, 341 bzw. 455 wären richtig. Man beachte auch den Wechsel zwischen kleinen und großen Buchstaben, offenbar erfolgt er beliebig oder nach dem gefälligen Aussehen.

Heute gilt der gregorianische Kalender, und mit den gewohnten Dezimalzahlen ist eine viel einfachere Osterrechnung möglich. Z.B. hat C.F. Gauß im Jahr 1800 dazu einen klassischen Algorithmus angegeben: man bilde aus der Jahreszahl n die Parameter a, b, c, d, e, so daß sie aus den Divisionsresten von n mod 19, 4, 7, dann für d von (19a + M) mod 30 und für e von (2b + 4c +6d + Q) mod 7 entstehen. Dann fällt der Ostersonntag auf den (22 + d + e). März (oder den entsprechenden April, falls mehr als 9 entsteht). Gregorianisch sind bis zum nächsten Jahrhundertwechsel M = 24, Q = 5, julianisch sind M = 15, Q = 6 zu verwenden.

Der Computus implementiert

Soweit sind die historischen Erläuterungen auf Bücher oder Pergamente oder andere Dokumente der Historie bezogen. Es ist aber für die Informatik von grundlegender Bedeutung, ob sich nicht auch in mechanischen Geräten entsprechende Verfahren niedergeschlagen haben, so daß man von Vorläufern des ***computus*** **im Sinn von Rechenmaschinen** reden kann. Es gibt in der Tat einen ganz bestimmten Bereich, der sich seit sehr langer Zeit durch mechanische Instrumente auszeichnet: die Zeitmessung durch Uhren. Der Ablauf der Zeit ist eigentlich durch Stetigkeit und Nichtwiederholbarkeit charakterisiert. Allerdings gibt es eine Ausnahme. Die gerade erwähnten astronomischen Phänomene der wiederkehrenden Ereignisse, also die Umläufe von Erde, Mond, Sonne und Sternen, lassen sich besonders gut in mechanisierten, zyklischen Abläufen darstellen, wie es Uhren aus ihrer Natur heraus erlauben. Jeder kennt noch die bisherigen Vorgänger unserer Digitaluhren, die analogen Uhren mit Zifferblatt, die dadurch auffallen, daß sie in 24 Stunden zweimal die 360˚ des Kreises mit dem Stundenzeiger überstreichen. Es gibt auch die astronomischen Uhren, die darüber hinaus viel mehr mögliche Abläufe darstellen, unter anderem die bereits erwähnten Mechanismen des *computus*. Eindrucksvolles Beispiel hierzu in unserer Nähe ist die astronomische Uhr des Straßburger Münsters, auf deren Eigenschaften hier kurz eingegangen werden soll.

Die heutige Uhr ist die dritte an ihrer Stelle. Ihr erster Vorgänger war die Dreikönigsuhr von 1352 bis 1354 (Bach 1994). Sie stand an der Westseite des südlichen Querschiffs der heutigen Uhr gegenüber und ist bis auf Reste verloren gegangen. Auch die zweite, die Konrad Dasypodius (eigentlich Hasenfratz, 1531 bis 1601) entworfen hatte, stammte von 1571 bis 1574 und war Ende des 18. Jahrhunderts nicht mehr betriebsfähig, woraus man die Lebensdauer einer Uhrengeneration auf ungefähr 200 Jahre abschätzen kann. Sie befindet sich aber im Museum für dekorative Kunst und ist dort noch heute zu besichtigen (Palais Rohan). Eingehen will ich jedoch nur auf die dritte, heutige astronomische Uhr von 1838 - 1848, die von Jean Baptiste Schwilgué (1776 bis 1856) erbaut worden ist. Er hatte die zweite Uhr als Junge noch kennengelernt und erlebte 1788, daß es nicht mehr möglich war, sie in Bewegung zu setzen. Fortan sollte er sein Lebenswerk daran setzen, sich im Eigenstudium die notwendigen Kenntnisse zu erarbeiten, um die Anzeige des Kirchencomputus zu modernisieren und in der heute noch zu besichtigenden Form zu realisieren.

Innerhalb von sechs Wochen erstellte er im Jahre 1816 ein Modell, das zum ersten Mal den Kirchenkomput implementierte und daher einen ewigen Kalender mechanisierte. Es war in der Lage, alle Zyklen, Epakten, Sonntagsbuchstaben und Ostersonntage für alle Jahre seit der Gregorianischen Reform 1582 anzugeben. Das Gerät wurde in den Folgejahren mehrfach verbessert und umgebaut. Es existierte bis zum Zweiten Weltkrieg in privatem Besitz. Schwilgué wollte seine Uhr 1821 der Akademie der Wissenschaften in Paris vorstellen, wurde aber nicht empfangen. Dafür interessierte sich König Ludwig XVIII. sehr für seine Arbeit und besorgte ihm Referenzen, die ihm wesentlich weiterhelfen sollten. 1827 erhielt er die Aufforderung zur Wiederherstellung der Dasypodius-Uhr mit Einbau des Kirchenkomputs. Aber nur ein Neubau erwies sich als sinnvoll, so daß keine Einigung zustande kam. Erst 1838 wurde ein Auftrag in Höhe von FF 32 400,- zur Wiederherstellung der alten Uhr mit einer Garantie von 10 Jahren vereinbart. Vier Jahre dauerte die Bauzeit für seine Werkstatt, in der 30 Leute tätig waren. Nach Ablauf der Zeit waren fast FF 70 000,- an Kosten entstanden, aber die Zufriedenheit nach der offiziellen Einweihung am 31.12.1842 war so groß, daß 1844 eine zusätzliche Prämie von FF 20 000,- ausgezahlt wurde, außerdem noch FF 12 000,- für das Gehäuse, Zinsen und unvorhergesehene Kosten. Dazu gehörten grundlegende Arbeiten für die Zahnradherstellung, die Epizykloiden, Werkzeugmaschinen, Frässtichel und ähnliches.

Bild 14. Straßburger Münster, Südseite,
Außenzifferblatt (Bach 1994)

Die Zeiger zeigen die offizielle (erst seit 1919) und die mittlere Zeit, also die Ortszeit an, wobei letztere um rund 29 min hinter der offiziellen Zeit nachläuft, aber für die astronomischen Anzeigen maßgebend ist. Die Genauigkeit ermöglicht eine maximale Abweichung von 40 s pro Jahr. Das viel ältere Außenzifferblatt an der Fassade zeigt die offiziellen Stunden, die Tage, dazu den regierenden Planeten an (Bild 14). Es ist ein

Stundenzifferblatt, wie die 144 Marken statt unserer 60 erkennen lassen, der Minutenzeiger folglich eine jüngere Ergänzung.

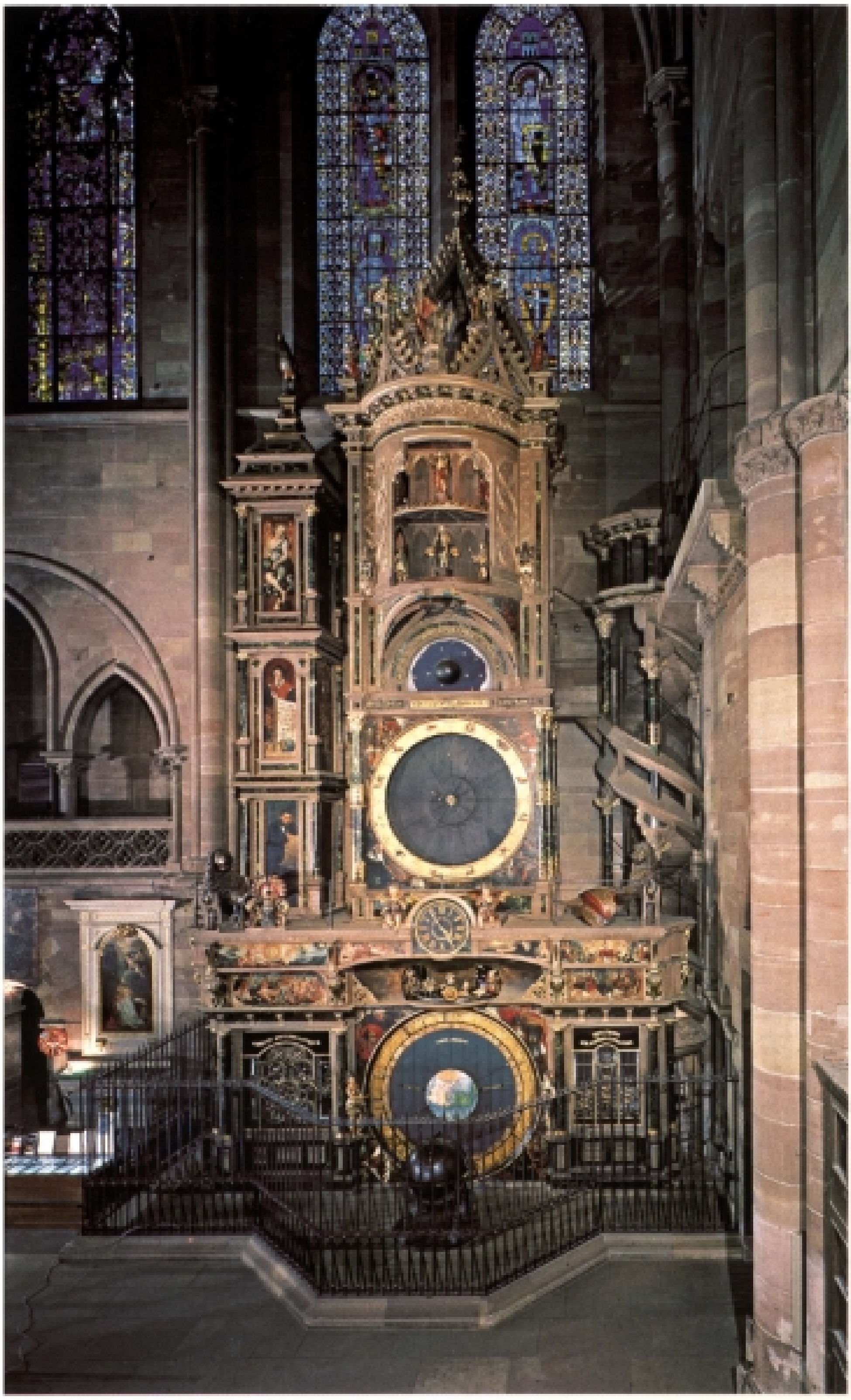


Bild 15. Straßburg, Astronomische Uhr, Gesamtansicht (Bach 1994)

Für die Art des Aufbaus wurde das Konzept von Dasypodius einschließlich der Figuren weitgehend übernommen (Bild 15). Unter der Stundenanzeige bewegt sich das Karussell der sieben Wochentage (Planeten) (Bild 16). Oben befindet sich der Viertelstundenablauf der Lebensalter, mittags auch aller 12 Apostel. Nachts entfällt die Figurenbewegung. Alle Viertelstunde erfolgen Doppelschläge, ein Sanduhrengel zeigt den Stundenablauf im nächst höheren Geschoß. Weiter gibt es das Apostelwerk und den Hahn, der mit Flügeln schlägt und kräht. Jeder Tourist erlebt bei entsprechendem Interesse diese Attraktionen.

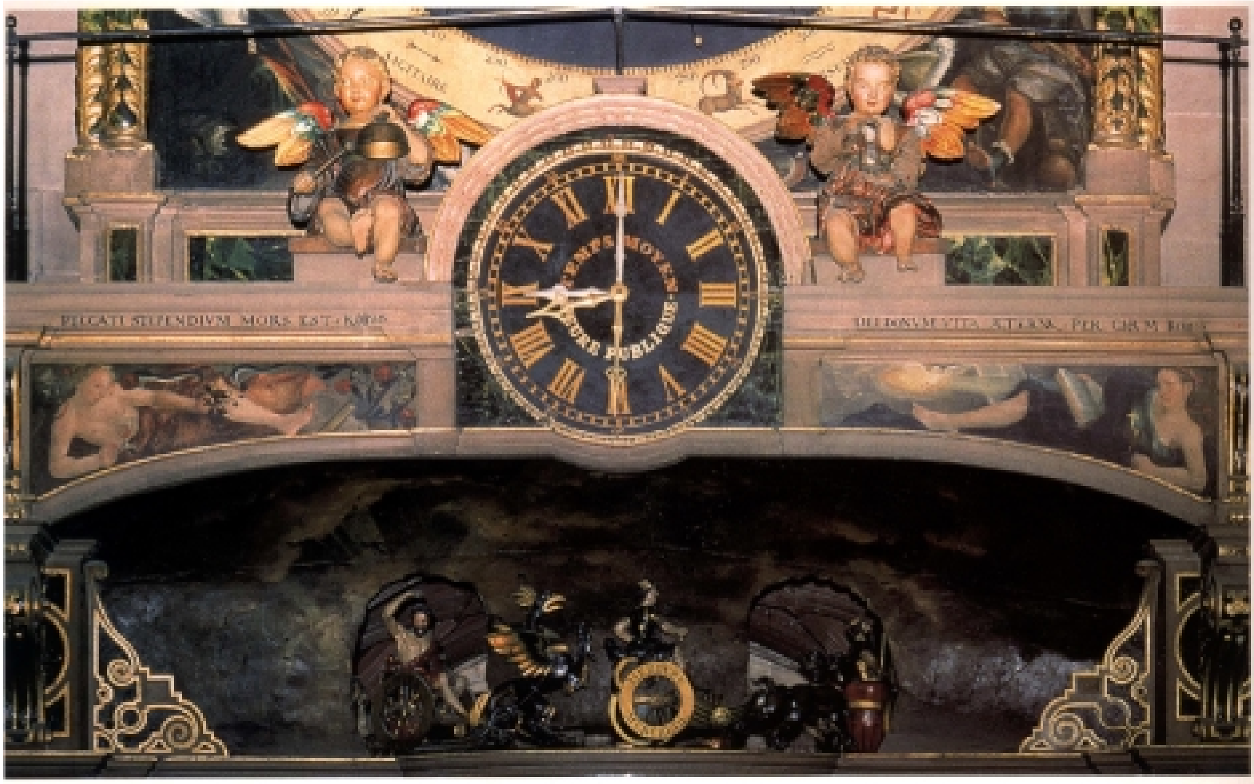


Bild 16. Tageszeit und Wochenkarussell (Bach 1994)

Interessanter für uns ist der astronomische Teil: seine außergewöhnliche Qualität begründet den Ruhm durch einen einmaligen Mechanismus, der sich auch auf die Präzession der Tag- und Nachtgleiche, die Sonnen- und Mondgleichungen sowie den Kirchenkomput erstreckt. Erst seit 1955 gibt es in Kopenhagen von Jens Olsen eine gleichartig funktionierende Rathausuhr.

Hier sollen der ewige Kalender und der Kirchenkomput behandelt werden. Dabei waren die sechs Regeln des Gregorianischen Kalenders zu implementieren: die 365 Tage des Normaljahres, die 4-Jahre-Ausnahme der Schalttage, die Jahrhundert- bzw. 400-Jahre-Regel, die Osterregel (ein Sonntag nach dem 21. März), die Vollmondregel (ein Sonntagsvollmond führt zum nächsten Sonntag als Ostertag) und schließlich die Verschiebung des Ostertags bei gleichem Datum für das jüdische Passahfest. Dies geschieht mit Hilfe der Kalenderscheibe, die 368 Teilungen aufweist und deren Abschnitt für Januar und Februar beweglich ist. Im Schaltjahr wird eine Teilung abgedeckt, so dass nur zwei Silvesterschritte übersprungen, dafür der 29.2. ablesbar wird, während beim gewöhnlichen Jahreswechsel drei Schritte übersprungen werden.

Bild 17.
Kalenderanzeige
(Ausschnitt
photographiert am
Ostersonnabend 2001)

Die Anzeige erfolgt durch den Pfeil des Apollo auf der linken Seite (Bild 17), man kann als Datum den Ostersonnabend 2001 ablesen. Der Mechanismus auf der Kalenderscheibe zählt die Schaltjahre mit einem Jahrhundertmechanismus einschließlich der 400-Jahre-Regel.

Osterunabhängige Feiertage müssen auf einen festgelegten Wochentag fallen. Zum Beispiel ist der erste Advent stets Sonntag. Schwarze Lamellen mit goldener Schrift decken die jeweiligen Namen der Tagesheiligen ab, wobei der Schiebemechanismus vom Kalenderwerk angetrieben wird. Schwieriger sind die osterabhängigen Feiertage zu implementieren. Hier gibt es 123 Abschnitte mit 13 Lamellen für Septuaginta, Aschermittwoch usw. bis zu Pfingstfest, Trinitatis und Fronleichnam. Ein Osterring führt zu einem Anschlag, bis der 1. Januar eingestellt ist. Danach erfolgt die Auslösung für den Kirchenkomput, dessen Ergebnis den Osterring entsprechend den berechneten Schritten des angefangenen Jahres verstellt.

Als schwierigstes Problem erwies sich der Kirchenkomput, der als mechanisches Gerät zu implementieren war. Er vereinigt alle zyklischen Daten wie Jahr, Sonnenzirkel, Goldene Zahl, Indiktion, Sonntagsbuchstabe und Epakten (Bild 18). Er ist links neben der Kalenderscheibe eingebaut, rechts gegenüber sind die Sonnen- und Mondgleichungen implementiert. Über diese braucht man nicht viel zu sagen: es sind hierbei die Abweichungen vom konstanten Umlauf infolge der Ellipsenbahnen um maximal eine Viertelstunde mit verschiedenen Vorzeichen als Doppelzyklus im Jahr zu berücksichtigen, was durch entsprechende Getriebe erreicht wird. Eine Kurvenabtastung bewirkt die notwendige Verstellung der Zeiger, insgesamt also ein der Zeitanzeige überlagerter **mechanischer Analogrechner**. Schwieriger ist das Einhalten der gregorianischen Kalenderregeln, da gelegentlich Schaltjahre entfallen, wodurch Korrekturen der Daten von Sonnenzirkel und Goldener Zahl gegenüber dem julianischen Kalender eintreten, die eine Berechnung des Osterdatums erschweren. Das geschieht aber nur beim Jahrhundertwechsel.

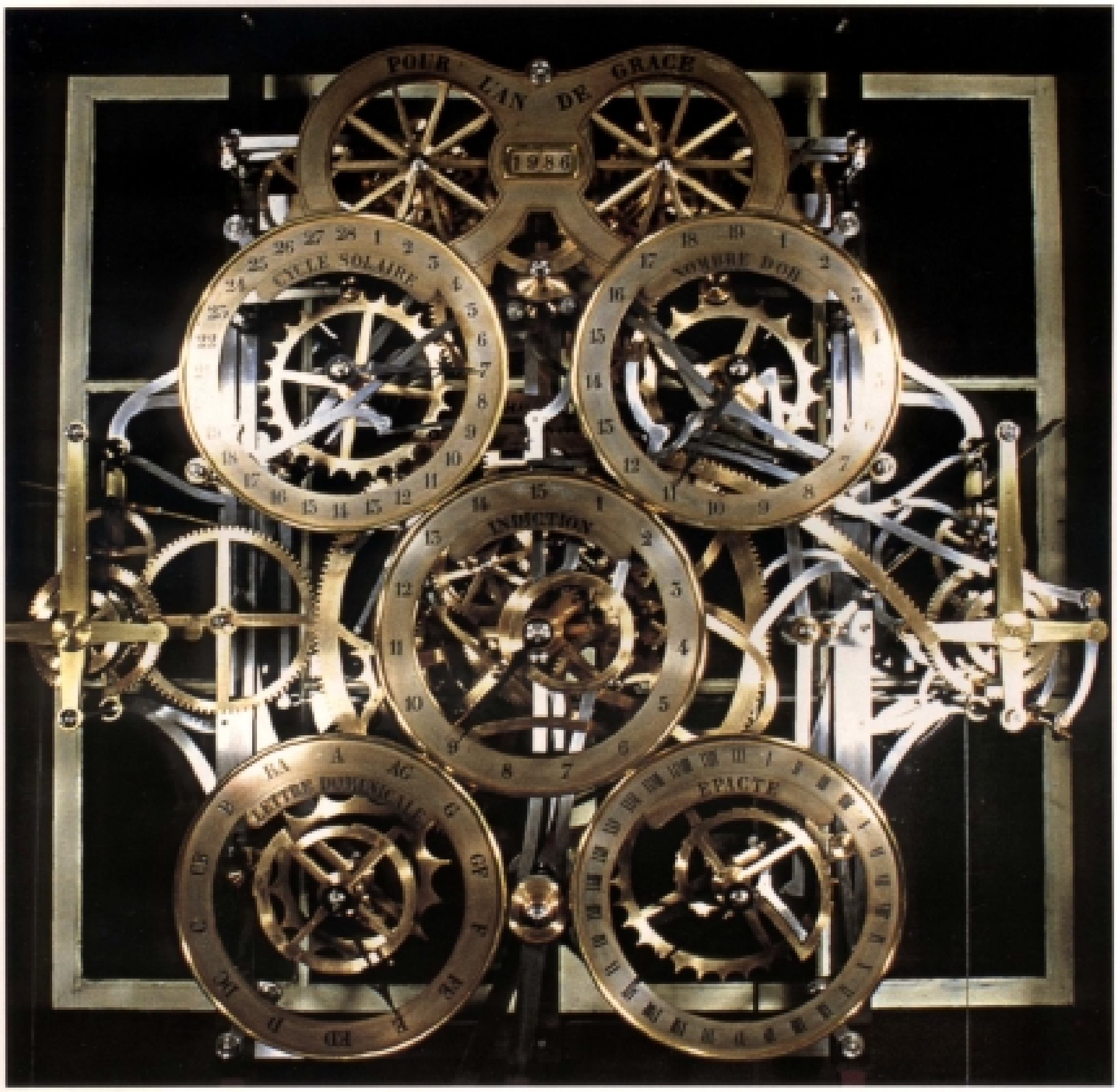


Bild 18. Kirchenkomput (Bach 1994)

Sechs symmetrische Zifferblätter geben die Daten des *Computus* an (Bild 18). Die Jahreszahl oben entsteht durch die Kombination von 4 Ziffernanzeigen wie bei einem Kilometerzähler. In der Mitte wird die Indiktion angezeigt, die noch heute für die Datierung päpstlicher Bullen Verwendung findet. Sie verfolgt ganz regelmäßig einen Zyklus von 15 Jahren und ist leicht aus der um 3 erhöhten Jahreszahl mod 15 berechenbar.

Der Sonnenzirkel wird oben links für 28 julianische Jahre angezeigt, wobei die Jahrhundertregel die Zyklen verschiebt. Deshalb ist der Sonntagsbuchstabe heute wichtiger, der Sonnenzirkel selbst kann eigentlich entfallen. Er ist aber leicht aus der Jahreszahl plus 9 mod 28 berechenbar. Der Sonntagsbuchstabe wird unten links angezeigt. Er weist jedem Tag des Jahres einen Buchstaben zu, der sich zyklisch verschiebt. A bis G werden so durch das Jahr ab

1. Januar laufend wiederholt, der 29. Februar wird dabei ausgelassen. Jedes Jahr verschiebt sich die Zuordnung um eine Position, in Schaltjahren zusätzlich auch am 1. März. Alle vier Jahre ist daher ein Doppelbuchstabe notwendig. Der Zyklus wiederholt sich alle 28 Jahre, er bleibt aber gleich im einfachen oder doppelten Jahrhundert. Auf der Anzeige wechseln einfache und doppelte Sonntagsbuchstaben, also werden zwei Schritte pro Gemeinjahr, aber drei zu Beginn und Ende von Schaltjahren notwendig (die Folge besteht zum Beispiel aus A G FE D C B AG usw.)

Die Goldene Zahl wird oben rechts aus der 19-Jahre-Periode berechnet, wobei das um 1 erhöhte Jahr mod 19 anzugeben ist. Sie durchläuft folglich die Werte von 1 bis 19. Unten rechts werden schließlich die Epakten angezeigt, die für den Gregorianischen Kalender erfunden werden mussten. Das Alter des Frühlingsneumonds, d.h. die Tageszahl, die seit dem letzten Neumond am 21.3. vergangen ist, wurde früher durch eine Monatszählung ermittelt. Ursprünglich wechselten Mondmonate von 30 und 29 Tagen ab, wobei die letzteren durch die folgenden sechs Daten bestimmt werden: 5.2., 5.4., 3.6., 1.8., 29.9. und 27.11. Dies ergibt umständliche Tabellen und wird durch die Epakten überflüssig, charakterisierte aber den julianischen Kalender und trug zu dessen Datumsfehler bei.

Die Epakte des gregorianischen Kalenders ist das Mondalter am 1. Januar, das heißt bis auf den Bezug wie oben die Anzahl der Tage, die seit dem letzten Neumond vergangen sind. Als Werte kommt der Bereich von 1 bis 30 in Betracht. Da das Mondjahr 354,36708 Tage umfaßt, ist eine Korrektur um 11 Tage mod 30 erforderlich, also eine jährliche Zunahme der Epakte um 11, aber Korrekturen um 1 werden alle 19 Jahre (bei der Goldenen Zahl 1) notwendig, während alle Jahrhunderte ohne Schaltjahr die Zahl um 1 vermindern. In 2500 Jahren, beginnend ab 1500, sind acht zusätzliche Erhöhungen erforderlich: siebenmal alle 300 Jahre, dann nach 400 Jahren, also als nächstes im Jahr 2100. Dies beruht auf der Differenz zwischen 19 Sonnenjahren und 235 synodischen Mondmonaten, die sich auf acht Tage in 2500 Jahren kumulieren. Aber dadurch springen die Epakten um 10, 11, 12 oder 13 Einheiten, je nach Koinzidenz mit dem Mondzyklus. Bild 19 und 20 geben einen Eindruck des für die Epaktenmechanik erforderlichen Aufwands.

Eine zusätzliche Raffinesse des Gregorianischen Kalenders ist rein willkürlich: der kirchliche Neumond darf innerhalb von 19 Jahren nicht auf das gleiche Datum fallen! Das aber wird möglich, wenn die Epakten 24 und 25 in den gleichen Zyklus fallen. Als Gegenmittel wird bei der Implementierung vorgesehen, dass die Epakte 25 durch 24 ersetzt wird, falls die Goldene Zahl kleiner oder gleich 11 ist, andernfalls wird sie durch 26 ersetzt.

Die sechs Regeln des Gregorianischen Kalenders, die inkommensurablen Umlaufzeiten für Sonne und Mond, sowie diese Willkürmaßnahme machten die mechanische Realisierung fast unlösbar. Trotzdem gelang Schwilgué 1815 die Lösung! Die Berechnung der Zahnräder ermöglicht eine Genauigkeit für ein mittleres Erdjahr von 2 ms. Abschließend sei erwähnt, daß in der Nähe der Uhr ein Mittagsweiser eingebaut ist, also eine Sonnenuhr, verschließbar mit einem Schieber, durch die eine genaue Einstellung der astronomischen Uhr möglich wird. Schließlich sei auf die Planetenzeiger hingewiesen, die sich natürlich sehr langsam bewegen. Dennoch lässt ein Mechanismus an Sonnen- bzw. Mondzeiger die Finsternisse dieser beiden Himmelskörper zur Anzeige bringen.

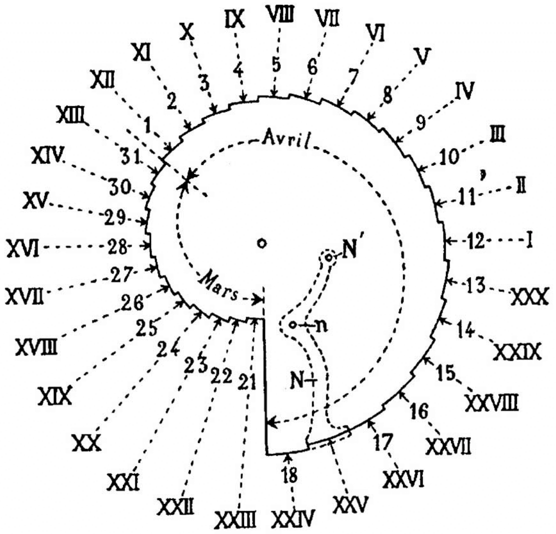


Bild 19. Epaktenscheibe (Bach 1994)
römische Zahlen: Epakten
arabische Zahlen: Ostergrenzen

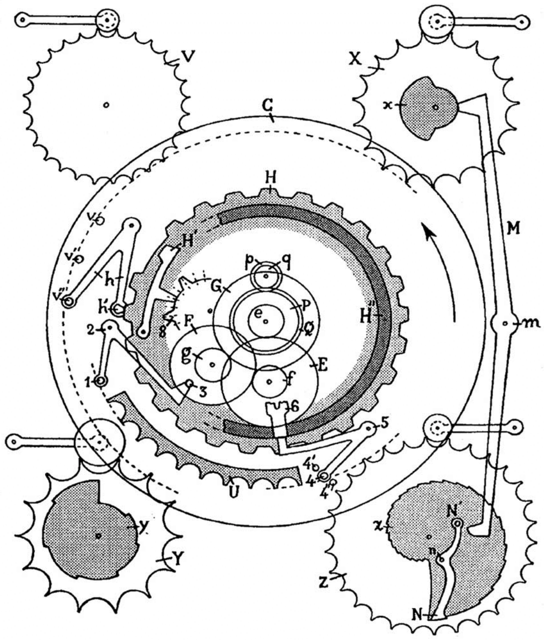


Bild 20. Mechanismus des Osterrechners
(Bach 1994)

Welcher Besucher dieser Uhr macht sich die Feinheiten des realisierten Konzepts wirklich klar, ist sich der Tatsache bewußt, daß alle Anzeigen auch in 1000 Jahren noch die genauen astronomischen Ereignisse melden werden, wenn es gelingt, die Mechanik so lange in Funktion zu halten? Der Komput der Uhr bildet in der Tat ein erstaunliches Beispiel eines frühen Computers, mit einer Korrektheit des Programms sowie einer Zuverlässigkeit der Arbeitsweise, die alle Rechner heute weit in den Schatten stellt! Und wer von uns macht sich klar, daß unsere Rechner den Namen Computer zu Recht tragen, ihr Urahn aber eigentlich ein Schrittschaltwerk ist, ein calculator, mit einem Analogrechner gekoppelt? Natürlich ist das alles mechanisch festprogrammiert, so daß es zwar wenig mit den Digitalrechnern von Babbage und Zuse gemein hat, auf die die Informatik so stolz ist. Aber vermutlich arbeitet die Mehrzahl heutiger Computer nicht nach der frei programmierbaren Weise der digitalen Universalrechner, sondern mit ebenfalls festem Programm, das nur durch Austausch des Speichers veränderbar ist. Für sie alle ist Schwilgué der Urvater und die astronomische Uhr in Straßburg das noch immer funktionsfähige Vorgängermodell.

Literaturhinweise

Bach, Henri, Die drei astronomischen Uhren des Straßburger Münsters, Lahr, Schauenburg, 1994.

Bassermann-Jordan, E.v., Uhren, 5. Aufl., Braunschweig, Klinkhardt & Biermann, 1969.

Borst, Arno, Computus : Zeit und Zahl, Berlin, Wagenbach, 1990.

Borst, Arno, Die karolingische Kalenderreform, Hannover, Hahn, 1998.

Braunbehrens, Adrian, Kalender im Wandel der Zeiten, Karlsruhe, Selbstverl., 1982.

Brockhaus-Enzyklopädie, Band 13 bzw. 20, Wiesbaden, Brockhaus, 1971 bzw. 1974.

Busse, Ullrich, Anglizismen-Wörterbuch: der Einfluß des Englischen auf den deutschen Wortschatz nach 1945 / begr. von Broder Carstensen, Berlin, de Gruyter, Band 1, 1993

Coyne, George V. (ed.), Gregorian reform of the calendar, Città del Vaticano, Pontif. Acad. Scient., 1983.

Gauß, C. F., Berechnung des Osterfestes, Werke 6, S. 73-79, Leipzig, Teubner 1874.

Gericke, Helmuth, Mathematik in Antike und Orient, Berlin, Springer, 1984.

Gottwald, S. (Hsg.), Lexikon bedeutender Mathematiker, Leipzig, Bibliogr. Inst., 1990.

Grotefend, H., Taschenbuch der Zeitrechnung des deutschen Mittelalters und der Neuzeit 13. Aufl., Hannover, Hahn, 1991.

Folkerts, M., (Hsg.), Hwarizmi, Muhammad Ibn-Musa al-, Die älteste lateinische Schrift über das indische Rechnen, München, Bayerische Akad. der Wiss., 1997.

Koch, Rudi, BI-Lexikon Uhren und Zeitmessung, Leipzig, Bibliograph. Inst., 1987.

Maier, Hans, Die christliche Zeitrechnung, 3. Aufl., Freiburg i. Brg., Herder, 1997.

Menge-Güthling, Großes griechisches Wörterbuch, 14. Aufl., Langenscheidt, Berlin, 1957.

Menninger, Karl, Zahlwort und Ziffer, 2. Aufl., Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht, 1958.

Meyers enzyklopädisches Lexikon, Band 25, 9. Aufl., Mannheim, Bibliogr. Inst., 1979.

Neugebauer, Otto, Mathematische Keilschrift-Texte, Berlin, Springer, 1973.

Pedersen, Olaf, A survey of the Almagest, Odense, University Press, 1974.

Ptolemaeus, Claudius, Kl. Ptolemaiu Megales Syntaxeos Bibl. IG, [Ed.: Simon Grynaeus], Basileae, V. Valdervs, 1538.

Ptolemaeus, Claudius, Handbuch d. Astronomie, (K. Manitius, Hsg.), Leipzig, Teubner 1963.

Ptolemaeus,Claudius, Opera quae exstant omnia / Vol. 1. Syntaxis mathematica, (J. L. Heiberg, ed.), Leipzig, Teubner 1898.

Randell, B.R. (ed.), The origins of digital computers – selected papers, Berlin, Springer, 1973.

Steinbuch, Karl, Die informierte Gesellschaft, Stuttgart, Deutsche Verlagsanstalt, 1966.

Stolte, A. (Hsg.) Museumsführer Heinz-Nixdorf-Forum, Paderborn 1997.

Toomer, G. J.(ed.), Ptolemy's Almagest, London, Duckworth, 1984.

Vogel, Kurt, Kleinere Schriften zur Geschichte der Mathematik. (Menso Folkerts, Hsg.), Stuttgart, Steiner, 1988.

Zemanek, Heinz, Kalender und Chronologie, 4. Aufl., München, Oldenbourg, 1987.