Derivate

Christian Schlag

Diskussionspapier Nr. 204

Dr. Christian Schlag
Institut für Entscheidungstheorie und Unternehmensforschung
Universität Karlsruhe (TH)
76128 Karlsruhe
Tel: (0721) 608-3831
Fax: (0721) 359200
E-mail: Christian.Schlag@wiwi.uni-karlsruhe.de

Erscheint als Stichwort in: Enzyklopädisches Lexikon des Geld-, Bank- und Börsenwesens, Fritz Knapp Verlag, Frankfurt.

1 Begriff, Arten von Derivaten

Derivate sind Finanztitel oder Wertpapiere, deren Wert aus einer vertraglich festgelegten Beziehung zu einer zugrundeliegenden Variablen (*Basiswert, Basistitel, Underlying*) abgeleitet (*deriviert*) wird. Alternativ werden anstatt Derivat auch die Bezeichnungen *Contingent Claim* oder *Terminkontrakt* verwendet. Bezüglich der Art der Abhängigkeit des Derivats vom Basistitel gibt es grundsätzlich keine Einschränkungen. Wesentliches Merkmal von Terminkontrakten ist, daß der Zeitpunkt des Geschäftsabschlusses vor dem Erfüllungszeitpunkt liegt.

Grundsätzlich lassen sich Derivate in die beiden Hauptgruppen „bedingte" und „unbedingte" Terminkontrakte einteilen. Die zur ersten Gruppe gehörenden Kontraktarten sind in erster Linie → Optionen, da die Erfüllung des zugrundeliegenden Geschäfts (Lieferung des Basiswertes gegen Bezahlung des vereinbarten Preises) an die Ausübung eines Wahlrechts einer der beiden Kontraktparteien geknüpft (also dadurch *bedingt*) ist. Beispielsweise verbrieft eine Kaufoption (*Call*) das Recht, das zugrundeliegende Gut innerhalb oder am Ende einer bestimmten Frist (*Optionsfrist*) gegen Bezahlung eines bei Kontraktabschluß vereinbarten Preises (*Basispreis*) zu kaufen. Im Gegensatz dazu hat der Inhaber einer Verkaufsoption (*Put*) das Recht, das zugrundeliegende Gut zu verkaufen. Ist die Ausübung des Rechts jederzeit während der Optionsfrist möglich, heißt die Option *amerikanisch*. Kann eine Option nur am Ende der Frist ausgeübt werden, nennt man sie *europäisch*. Der Preis, den der Optionskäufer entrichtet, heißt auch *Optionsprämie*. Da eine Option für den Käufer nur ein Recht zur Ausübung, aber keine Verpflichtung beinhaltet, erhält man im Fälligkeitszeitpunkt (hier T) folgende Auszahlung für die Kaufoption:

$$C_T = \max\{S_T - X, 0\}. \tag{1}$$

In Gleichung (1) steht C_T für den Optionswert in T, S_T für den Preis des Underlyings zu diesem Zeitpunkt und X für den Basispreis der Option. Der Optionsinhaber wird die Kaufoption also nur ausüben, wenn er das Underlying über die Option günstiger kaufen kann als zum herrschenden Marktpreis, d.h. falls $S_T > X$. Ansonsten verfällt die Option wertlos. Auf der Grundlage einer analogen Argumentation erhält man für die Verkaufsoption mit P_T als Optionswert in T

$$P_T = \max\{X - S_T, 0\}. \tag{2}$$

Grundlegende Ausführungen zu Optionen (wie z.B. modellunabhängige Preisgrenzen) findet man u.a. bei Cox und Rubinstein [7], Hull [19] oder bei Stoll und Whaley [32].

In letzter Zeit lassen sich in zunehmendem Umfang neben diesen Standardoptionen Emissionen sogenannter *exotischer Optionen* beobachten. Dieser Sammelname steht für Optionen, die wesentlich komplexere Auszahlungsfunktionen aufweisen als die beschriebenen einfachen Puts und Calls. Ein Beispiel für eine exotische Option ist die *Lookback-Option*. Ist diese als Call ausgestaltet, ist ihr Basispreis durch das Minimum der während der Optionsfrist realisierten Preise des zugrundeliegenden

Gutes gegeben. Ein Lookback-Put hat einen Basispreis in Höhe des Maximums der realisierten Kurse (vgl. Goldman, Sosin und Gatto [13]). Im Gegensatz zu Standardoptionen ist also die Auszahlung einer Lookback-Option vom Preispfad des zugrundeliegenden Gutes während der Optionsfrist abhängig (*pfadabhängige Option*). Eine Beschreibung der breiten Palette exotischer Optionen sowie Ausführungen zu ihrer Bewertung findet man z.B. bei Rubinstein [29].

In die Kategorie der unbedingten Termingeschäfte fallen u.a. → Forwards, → Futures und → Swaps. Bei diesen Kontrakten existieren i.a. keine Wahlrechte für die Beteiligten, so daß das Geschäft stets erfüllt wird bzw. alternativ bei Fälligkeit ein Barausgleich stattfindet (*Cash Settlement*). Ein Forward ist eine bindende Vereinbarung zwischen zwei Vertragsparteien über die Lieferung des zugrundeliegenden Gutes an einem bestimmten zukünftigen Termin (*Liefertermin, Fälligkeitstermin*) zu einem bei Kontraktabschluß festgelegten Preis (*Forwardpreis*). Die Partei, die das Gut bei Erfüllung des Kontrakts am Liefertermin abnimmt, heißt *Long* (Kontraktkäufer), die liefernde Seite wird als *Short* (Kontraktverkäufer) bezeichnet. Futures sind hinsichtlich der Kontraktausgestaltung Forwards sehr ähnlich. Sie sind jedoch börsengehandelt und daher stark standardisiert. Ein wesentlicher Unterschied zwischen Futures und Forwards ist die Abrechnungstechnik. Während bei Forwards nur am Liefertag Geld fließt, findet bei Futureskontrakten ein tägliches *Settlement* statt. Die Settlementzahlung ist gegeben durch die Differenz der Futurespreise an zwei aufeinanderfolgenden Abrechnungszeitpunkten. Ist diese Differenz positiv, erhält die Long-Partei den Betrag von der Short-Seite, bei fallenden Futurespreisen erfolgt die Zahlung in umgekehrter Richtung. Tabelle 1 zeigt die Zahlungsströme von Futures- und Forwardkontrakt. Dabei bezeichnen F_t bzw. G_t den im Zeitpunkt t herrschenden Futures- bzw. Forwardpreis. Es ist zu beachten, daß der Futures- bzw. Forwardpreis, der in T für Lieferung in T vereinbart wird, natürlich dem Kassapreis des Underlyings entsprechen muß, d.h. $F_T = G_T = S_T$.

	$t=0$	$t=1$	$t=2$	$\cdots$	$t=T$
	Forwardkontrakt				
Preis	G_0	G_1	G_2	$\cdots$	$G_T = S_T$
Zahlungen	0	0	0	0	$S_T - G_0$
	Futureskontrakt				
Preis	F_0	F_1	F_2	$\cdots$	$F_T = S_T$
Zahlungen	0	$F_1 - F_0$	$F_2 - F_1$	$\cdots$	$S_T - F_{T-1}$

Tabelle 1: Zahlungsreihe von Futures- und Forwardkontrakt

Ein weiterer Unterschied zwischen Forward und Futureskontrakt ist, daß die Vertragsparteien einen Futureskontrakt nicht mehr direkt miteinander abschließen. Vielmehr werden beide Vertragspartner des *Clearinghauses* der jeweiligen Terminbörse. Die Kontraktparteien sind ferner verpflichtet, ein *Marginkonto* zu eröffnen und dort eine anfängliche Sicherheitsleistung (*Initial Margin*) zu hinterlegen. Im Rahmen des oben beschriebenen täglichen Settlements wird dann die Veränderung des Futurespreises zum Vortag dem Marginkonto gutgeschrieben bzw. belastet. Ist der Futurespreis gegenüber dem Vortag gestiegen (gefallen), so erhält die Long-Partei (Short-Partei) die Differenz als Gutschrift, die Short-Partei (Long-Partei) wird belastet. Sinkt der Stand des Marginkontos unter eine von der jeweiligen Börse vorgegebene kritische Grenze (*Maintenance Margin*), so erhält der Inhaber des Kontos eine Aufforderung zum Nachschuß (*Margin Call*). Ist er nicht in der Lage, dieser Aufforderung nachzukommen, wird seine Position vom Clearinghaus glattgestellt. Die Einrichtung eines Clearinghauses in Verbindung mit Marginzahlungen soll dazu dienen, das Ausfallrisiko zu mildern, das beim Forwardkontrakt aufgrund der fehlenden Handelbarkeit vorhanden ist ($\rightarrow$ Risiken von Derivaten). Als Beispiel für ein Marginsystem sei das *Risk Based Margining* der Deutschen Terminbörse (DTB) genannt (vgl. DTB [10]).

Die hier beschriebene Abrechnungsmethode mit täglichem Settlement wird in neuerer Zeit auch zunehmend für Optionskontrakte verwendet. Es wird also im Zeitpunkt des Optionskaufs keine Prämie bezahlt, sondern es erfolgt während der Laufzeit ein tägliches Settlement. Man bezeichnet eine so abgerechnete Option als *Futures-Style-Option* (im Gegensatz zur konventionellen Option mit Prämienzahlung beim Kauf) (vgl. Madjlessi und Schlag [25]). Tabelle 2 stellt die Abrechnung von konventioneller und Futures-Style-Option, beide fällig in T, gegenüber. Dabei bezeichnet C_t (P_t) den Preis des Calls (Puts) zum Zeitpunkt t.

	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$\cdots$	$t = T$
	Call				
Konventionell	$-C_0$	0	0	$\cdots$	$C_T = \max\{S_T - X, 0\}$
Futures-Style	0	$C_1 - C_0$	$C_2 - C_1$	$\cdots$	$C_T - C_{T-1} = \max\{S_T - X, 0\} - C_{T-1}$
	Put				
Konventionell	$-P_0$	0	0	$\cdots$	$P_T = \max\{X - S_T, 0\}$
Futures-Style	0	$P_1 - P_0$	$P_2 - P_1$	$\cdots$	$P_T - P_{T-1} = \max\{X - S_T, 0\} - P_{T-1}$

Tabelle 2: Zahlungsreihe von konventioneller und Futures-Style-Option

Neben diesen explizit als Derivate erkennbaren Titeln können auch Konstruktionen auftreten, in denen das Derivat nicht in so unmittelbarer Form vorliegt, sondern nur indirekt aus der Gestaltung eines Kontrakts resultiert. Beispielsweise kann eine Anleihe ein Rückgaberecht des Inhabers beinhalten, d.h. der Inhaber hat das Recht, die Anleihe innerhalb eines bestimmten Zeitraums gegen Zahlung eines bei Emission vereinbarten Betrags zurückzugeben. Dieses Recht entspricht einer Verkaufsoption auf die Anleihe, so daß bei der Bewertung der Anleihe diese Option des Inhabers wertsteigernd zu berücksichtigen ist. Als weiteres Beispiel für ein implizites Derivat sind *indizierte Anleihen* zu nennen, bei denen sich die Tilgungszahlung bei Fälligkeit an einer bestimmten ökonomischen Variablen orientiert, z.B. an der Inflationsrate. Die letzte Zahlung der Anleihe stellt somit ein Derivat auf die Inflationsrate dar, dessen Wert bei der Preisfindung für die Anleihe geeignet einzubeziehen ist. Es handelt sich dabei um ein unbedingtes Termingeschäft, da keinerlei Wahlrecht vorliegt. In Kaufverträgen für Flugzeuge oder Großanlagen werden häufig Optionen auf weitere später zu liefernde Maschinen vereinbart. Diese Rechte stellen Derivate dar, deren Underlying z.B. durch die wirtschaftliche Entwicklung im Bereich der Passagierluftfahrt gegeben ist. Der Flugzeugproduzent verkauft das Recht an den Käufer, zu einem späteren Zeitpunkt für seinen Anschlußauftrag sofort Produktionskapazität zur Verfügung gestellt zu bekommen (*Anschlußoption*). Die häufig in Leasingverträgen enthaltenen Optionsbestandteile, die z.B. dem Leasingnehmer ein Vorkaufsrecht für den Leasingegengstand einräumen, sind analog zu interpretieren.

In der neueren Literatur zur Investitionsrechnung (vgl. z.B. Dixit und Pindyck [11]) werden zunehmend Ansätze aus der Optionspreistheorie zur korrekten Bewertung von Projekten verwendet. Die Möglichkeit, den Beginn eines Projekts so lange zu verzögern, bis z.B. der Absatzpreis des herzustellenden Produkts eine kritische Schwelle überschritten hat, stellt eine Option dar, die in fast jedem Projekt implizit enthalten ist. Eine ausführliche Darstellung und Analyse dieser *Realoptionen* findet man bei Kilka [22].

Schließlich hat in vielen Futureskontrakten (so z.B. beim BUND-Future) die Short-Partei bei Lieferung das Recht, aus einer vorgegebenen Menge von lieferbaren Gütern (hier: Anleihen) eines auszuwählen. Der Kontraktverkäufer besitzt somit eine *Lieferoption* (vgl. Abschnitt 5.3), und er wird das billigste der lieferbaren Güter zur Erfüllung seiner Verpflichtungen verwenden (*Cheapest-to-Deliver*). Grundlegende Ausführungen zu Lieferoptionen findet man bei Berendes [1] und bei Madjlessi und Schlag [25].

Desweiteren lassen sich auch Kapitaltitel einer Unternehmung als Optionen auffassen, oder sie beinhalten Optionselemente. So stellt z.B. im Falle von Konkursrisiko die Aktie eine Kaufoption auf das Gesamtvermögen der Unternehmung dar, da die Aktionäre keinerlei Nachschußpflicht unterliegen. Ist der Gesamtmarktwert der Aktiva bei Fälligkeit der Verbindlichkeiten kleiner als der Rückzahlungsbetrag der Schulden, so tritt der Konkurs ein. Dieses Zahlungsmuster entspricht demjenigen einer Kaufoption auf das Unternehmensvermögen mit einem Basispreis in Höhe des Rückzahlungsbetrags der Verbindlichkeiten (vgl. z.B. Schlag [31]).

Tabelle 3 stellt die unterschiedlichen Kategorien von Derivaten noch einmal dar.

Als weiteres Klassifikationskriterium für Derivate läßt sich die Art des zugrundeliegenden Gutes heranziehen. Basistitel können Aktien, Aktienindizes ($\rightarrow$ Indizes, Indexprodukte), Fremdwährungen, Zinssätze, Zinstitel (Anleihen), sonstige Güter (Metalle, landwirtschaftliche Produkte, Rohöl o.ä.), andere ökonomische Variable (Inflationsraten, Versicherungsschäden) oder auch wieder Derivate sein. Als Beispiel für ein Derivat, das auf Verischerungsschäden lautet, sind die an US-Terminbörsen gehandelten *Catastrophe Insurance Futures* zu nennen. Optionen auf Futureskontrakte (Futuresoptionen) und Optionen auf Optionen (Compound Options) sind der letztgenannten Kategorie zuzuordnen. Eine besondere Stellung nehmen (explizite oder implizite) Derivate ein, deren Wert auf einer sonstigen ökonomischen Größe beruht, die nicht den Preis eines gehandelten Gutes darstellt. Als Beispiel sei hier wiederum

	Bedingt	Unbedingt
Explizit	Optionen auf Wertpapiere u.ä. Güter	Forwards Futures Swaps
Implizit	Kündigungsrechte Lieferoptionen Aktie als Option Anschlußoption Investitionsoption	Indizierung

Tabelle 3: Arten von Derivaten

die oben beschriebene indizierte Anleihe genannt, die ein Derivat auf die nicht direkt gehandelte Inflationsrate darstellt. Tabelle 4 zeigt die Klassifikation von Derivaten nach dem zugrundeliegenden Gut. Die Aufzählung in dieser Tabelle erhebt jedoch keinerlei Anspruch auf Vollständigkeit. Als weiterführende Referenz für die Vielzahl existierender Derivate sei stellvertretend Hull [19] genannt.

Underlying	Bezeichnung des Derivats
Aktie	Aktienoption
Aktienindex	Indexoption, -future
Anleihe	Anleiheoption, -future
Zinssatz	Zinssatzoption (Cap, Floor, Collar)
Währung	Währungsoption, -future
Landwirtschaftliches Gut, Metall	Commodity Option, Commodity Future
Future	Futuresoption
Option	Compound Option
Sonstige Variable (z.B. Inflationsrate)	z.B. indizierte Anleihe

Tabelle 4: Klassifikation von Derivaten nach dem Underlying

Als eine Sonderform von Derivaten lassen sich diejenigen Kontrakte ansehen, denen mehrere Underlyings zugrundeliegen. Als Beispiel sei hier die sogenannte *Tauschoption* genannt, die zu einem bestimmten zukünftigen Zeitpunkt den Umtausch einer Einheit eines Gutes in eine Einheit eines anderen Gutes gestattet. Diese Option basiert dann auf den beiden betrachteten Gütern und hat somit zwei Underlyings.

2 Märkte für Derivate

Die großen Terminbörsen in den USA sind die Chicago Board Option Exchange (CBOE), die Chicago Board of Trade (CBOT) und die Chicago Mercantile Exchange (CME). An diesen drei Börsen wird eine breite Palette derivativer Titel von Aktienoptionen über Zinskontrakte bis hin zu Terminkontrakten auf landwirtschaftliche Produkte (z.B. Sojabohnen, Weizen) gehandelt. Die größten europäischen Terminbörsen außerhalb Deutschlands sind die Londoner LIFFE (London International Financial Futures and Options Exchange) und die MATIF (Marché à Terme International de France) in Paris sowie die SOFFEX (Swiss Options and Financial Futures Exchange) in Zürich.

Der börsliche Handel von Terminkontrakten in Deutschland findet zum größten Teil an der vollelektronisch ausgestalteten DTB (Deutsche Terminbörse) statt. Die dort gehandelten Produkte umfassen im Aktien- bzw. Indexbereich Optionen auf 20 deutsche Aktien sowie auf den DAX (Deutscher Aktienindex), Futureskontrakte auf den DAX sowie Optionen auf DAX-Futures. Die Palette der Zinskontrakte umfaßt Futureskontrakte auf eine idealtypische Bundesanleihe mit acht- bis zehnjähriger Laufzeit (BUND-Future), auf Bundesanleihen mit bis zu 30-jähriger Laufzeit (BUXL-Future)[1], auf Bundesobligationen (BOBL-Future) sowie auf den FIBOR-Satz. Auf den BUND- und BOBL-Future geschriebene Optionen werden ebenfalls an der DTB gehandelt. Die umsatzstärksten Produkte der DTB in den letzen Jahren waren die DAX-Option, der DAX-Future sowie der BUND-Future. Eine Besonderheit der BUND-, BOBL- und DAX-Futuresoptionen ist, daß sie im Futures-Style-Verfahren abgerechnet werden. Einen detaillierten Überblick über die wichtigsten Terminmärkte gibt Duffie [12]. Die Marktstruktur des Aktienoptionssegments der DTB wird von Lüdecke [23] ausführlich beschrieben. Tabelle 5 zeigt die Produkte der DTB mit ihren Handelsvolumina im Jahre 1994 sowie die Gesamtvolumina der DTB, der CBOT, der LIFFE, der MATIF und der SOFFEX.

Derivate werden auch außerbörslich gehandelt (*over the counter*, OTC). Dabei werden von Finanzintermediären Derivate u.U. genau auf die Bedürfnisse des jeweiligen Kunden zugeschnitten, so daß die Marktgängigkeit dieser OTC-Produkte nur sehr eingeschränkt gegeben ist. Ferner stellt aufgrund der fehlenden Absicherung durch ein Clearinghaus das Ausfallrisiko (→ Risiken von Derivaten) einen nicht vernachlässigbaren Faktor bei der Bewertung dieser Titel dar.

3 Einsatzbereiche von Derivaten

Derivate lassen sich wie alle Wertpapiere zu spekulativen Zwecken einsetzen. So kann z.B. ein Investor der Überzeugung sein, daß ein bestimmtes Wertpapier in nächster Zeit an Wert gewinnen wird. In diesem Fall kann er seine Spekulation neben dem Erwerb des Underlyings alternativ auch durch den Kauf eines Calls auf diesen Titel realisieren. Ein wichtiger Punkt in diesem Zusammenhang ist die stärkere *Hebelwirkung* von Derivaten im Gegensatz zu den zugrundeliegenden Titeln. Dies bedeutet, daß bezogen auf das eingesetzte Kapital bei Spekulation mit Derivaten höhere prozentuale Gewinne erzielbar sind als durch den Kauf des Underlyings. Dem steht jedoch auch ein höheres Verlustrisiko gegenüber, das unter Umständen zum Totalverlust des eingesetzten Kapitals führen kann, wenn z.B. eine Option wertlos

Produkt	Handelsvolumen 1994 [Kontrakte]
Aktienoptionen	9.885.393
DAX-Option	23.499.552
DAX-Future	5.140.803
Option auf DAX-Future	49.642
BUND-Future	14.160.460
Option auf BUND-Future	261.110
BOBL-Future	5.647.859
Option auf BOBL-Future	46.145
BUXL-Future	89.150
FIBOR-Future	428.516
DTB gesamt	59.208.630
CBOT	219.504.074
LIFFE	153.034.471
MATIF	93.438.671
SOFFEX	27.738.574

Quelle: Deutsche Börse AG [9].

Tabelle 5: Handelsvolumina an der DTB und anderen Terminbörsen

verfällt (→ Risiken von Derivaten).

Neben der Spekulation stellt das → Hedging einen wesentlichen Einsatzbereich für Derivate dar. Hierbei werden Derivate verwendet, um bestehende oder noch aufzubauende Positionen im Underlying gegen nachteilige Kursbewegungen abzusichern. Beispiele sind der Kauf einer Verkaufsoption zusätzlich zu einer bestehenden Position im Underlying (*Protective Put*). In diesem Fall werden Kursrückgänge des Underlyings bis zum Fälligkeitstermin der Option ganz oder teilweise durch eine positive Auszahlung der Option kompensiert. Der Basispreis des Puts legt dabei das Absicherungsniveau fest. Ist dagegen der Erwerb des Underlyings für einen zukünftigen Zeitpunkt geplant, so kann ein Forwardkontrakt long oder ein Call eingesetzt werden, um den Einstandspreis bereits heute festzuschreiben oder nach oben abzusichern. Im Falle von Kurssteigerungen, die den Kauf verteuern würden, kann das zugrundeliegende Gut über die Kaufoption gegen Bezahlung des Basispreises (und somit billiger) erworben werden.

Ein weiteres Einsatzmotiv für Derivate besteht in der Reduktion von Transaktionskosten. Hält z.B. ein Investor ein Portfolio, für das er über eine gewisse Periode fallende Kurse erwartet, so würde der vollständige Verkauf des Portfolios mit anschließendem Rückkauf dieses Risiko absichern. Es wird jedoch in den meisten Fällen mit Rücksicht auf die Transaktionskosten günstiger sein, eine Short-Position im Futureskontrakt auf dieses Portfolio einzugehen. Futures weisen meist geringere explizite (Gebühren und Kommissionen) und implizite (Geld-Brief-Spanne) Transaktionskosten auf als die zugrundeliegenden Titel.

4 Grundlegende Bewertungsprinzipien

Die Bewertung derivativer Titel unterscheidet sich grundlegend von den für Aktien angewendeten Modellen wie z.B. dem Capital Asset Pricing-Modell. Dieses Modell ist ein Gleichgewichtsmodell, in dem der Preis einer Aktie dadurch bestimmt wird, daß Investoren ihren Erwartungsnutzen maximieren und entsprechendes Nachfrageverhalten zeigen.

Fundamentales Prinzip bei der Bewertung von Derivaten ist dagegen der Gedanke der *Arbitragefreiheit*, d.h. die Idee, daß zwei identische Zahlungsströme den gleichen Preis haben müssen, da ansonsten Gewinne ohne Übernahme von Risiko und ohne Kapitaleinsatz erzielt werden könnten, d.h. es würden *Arbitragemöglichkeiten* existieren.[2] Ist es möglich, den Zahlungsstrom des zu bewertenden Derivats aus den Zahlungsströmen von Finanztiteln mit bekannten Preisen nachzubilden (zu *duplizieren*), so impliziert die Arbitragefreiheit des Kapitalmarkts, daß der Preis des Derivats gleich dem Preis des duplizierenden Portfolios sein muß. Ist auf dem betrachteten Kapitalmarkt die Duplikation jedes beliebigen Zahlungsstroms aus den Titeln mit bekannten Preisen möglich, so heißt der Markt *vollständig*. Eine notwendige und hinreichende Bedingung für Marktvollständigkeit ist, daß zu jeder Risikoquelle ein gehandeltes Wertpapier existiert.

Als vereinfachendes Beispiel sei zur Verdeutlichung der grundsätzlichen Funktionsweise arbitrageorientierter Bewertung der folgende Kapitalmarkt betrachtet. Es werden zwei Wertpapiere gehandelt, ferner seien in der Zukunft (am Periodenende) zwei Umweltzustände möglich, die eine Eintrittswahrscheinlichkeit von 0.7 bzw. 0.3 besitzen. Das Wertpapier x_1 (Aktie) weist im Zustand 1 eine Zahlung von 120, im Zustand 2 eine Zahlung von 80 auf. Der heutige Preis dieses Titels sei 100. Das Wertpapier x_2 (Anleihe) weist in beiden Zuständen eine Zahlung von 110 auf, es ist somit risikolos. Sein heutiger Preis sei ebenfalls 100. Der risikolose einperiodige Zins beträgt also 10%, da aus einem heute im Wertpapier x_2 angelegten Betrag von 100 mit Sicherheit ein Endvermögen von 110 resultiert. Zu bewerten sei ein Titel x_3 mit Zahlungen von 0 bzw. 30 in Zustand 1 bzw. 2. Dieses Derivat läßt sich interpretieren als Verkaufsoption auf x_1 mit Basispreis 110, fällig am Ende der Periode. Die Auszahlungsfunktion entspricht derjenigen aus Gleichung (2).

Die Methode der Duplikation arbeitet nun so, daß aus den Titeln x_1 und x_2 ein Portfolio gebildet wird, dessen Zahlungen genau denen von x_3 entsprechen. Das zu lösende Gleichungssystem lautet also

$$N_1 \begin{pmatrix} 120 \\ 80 \end{pmatrix} + N_2 \begin{pmatrix} 110 \\ 110 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 30 \end{pmatrix}$$

mit N_1 (N_2) als der von Wertpapier x_1 (x_2) zu haltenden Stückzahl. Die Lösung im Beispiel ist durch $N_1 = -0.750$ und $N_2 = 0.818$ (gerundet) gegeben, so daß bei den oben gegebenen Preisen das Portfolio $-0.750 \cdot 100 + 0.818 \cdot 100 = 6.8$ kostet. Bei Arbitragefreiheit des Kapitalmarkts muß dies auch der Preis des Titels x_3 sein, da ansonsten ohne Kapitaleinsatz risikolose Gewinne erzielbar wären. Das obige

Gleichungssystem hat für beliebige rechte Seiten eine eindeutige Lösung, so daß der Kapitalmarkt vollständig ist.

Alternativ zur Duplikation läßt sich die Bewertung auch mittels künstlicher Wahrscheinlichkeiten durchführen. Der Grundgedanke hier ist, daß die Bewertung mittels Duplikation von den Eintrittswahrscheinlichkeiten der Umweltzustände unabhängig ist, wie aus dem vorherigen Beispiel zu erkennen ist. Im Rahmen der Preisberechnung mußte an keiner Stelle auf die 'echten' Eintrittswahrscheinlichkeiten von 0.7 bzw. 0.3 der beiden Zustände zurückgegriffen werden.

Man sucht nun aus Gründen der Einfachheit solche Wahrscheinlichkeiten, unter denen sich die heutigen Preise der Wertpapiere als ihr mit dem risikolosen Zins (ohne Aufschlag einer Risikoprämie) diskontierter Erwartungswert der Zahlungen am Periodenende ergeben. Die so definierten Wahrscheinlichkeiten bilden das *äquivalente Martingalmaß* (vgl. Harrison und Kreps [14]). Es sind also künstliche Wahrscheinlichkeiten π_1 und $\pi_2 \equiv 1 - \pi_1$ für die beiden Umweltzustände am Periodenende gesucht, für die gilt

$$\pi_1 120 + (1 - \pi_1) 80 \quad = \quad 1.1 \cdot 100.$$

Die Lösung im Beispiel lautet $\pi_1 = 0.75$ und $\pi_2 = 1 - \pi_1 = 0.25$. Berechnen wir nun den Preis von x_3 als diskontierten Erwartungswert, so erhält man (bei Vernachlässigung der Rundung)

$$\frac{0.75 \cdot 0 + 0.25 \cdot 30}{1.1} = 6.8,$$

also den gleichen Preis wie mit Hilfe der Duplikationsmethode.

Diese Rechnung verdeutlicht, daß die Bewertung mit künstlichen Wahrscheinlichkeiten *unabhängig von den Präferenzen der Marktteilnehmer* erfolgen kann, solange der Kapitalmarkt vollständig ist. Es läßt sich zeigen, daß diese künstlichen Wahrscheinlichkeiten existieren, falls der Markt arbitragefrei ist, und daß sie darüberhinaus eindeutig sind, falls der Kapitalmarkt vollständig ist. Ist die Vollständigkeit des Marktes nicht gegeben, existiert mindestens ein Derivat, für das allein aufgrund von Arbitrageüberlegungen kein eindeutiger Preis bestimmt werden kann.

Die hier vorgestellte Methode läßt sich sofort auf den Fall mehrerer Perioden bzw. stetiger Zeit (vgl. z.B. Harrison und Pliska [15]) übertragen. Es ist am Periodenbeginn stets ein Portfolio aus den Basistiteln zu bilden, das den zustandsabhängigen Wert des Derivats am Periodenende exakt nachbildet. Fallen weder zwischenzeitliche Entnahmen noch zwischenzeitliche Einzahlungen für das umzuschichtende Portfolio an, so muß der ursprüngliche Einstandspreis des Duplikationsportfolios dem Preis des duplizierten Titels entsprechen. Dies soll an einer Erweiterung des obigen Beispiels auf zwei Perioden bzw. drei Zeitpunkte verdeutlicht werden. Der aktuelle Zeitpunkt sei $t = 0$, die anderen Zeitpunkte seien mit $t = 1$ und $t = 2$ bezeichnet. Es wird dabei angenommen, daß der Kurs der Aktie in jeder Periode entweder um 20% steigt oder um 20% fällt. Man erhält ausgehend von einem Kurs von 100 die in Abbildung 1 dargestellte Entwicklung des Aktienkurses und der risikolosen Anlage (Anleihe). Dabei wird unterstellt, daß die risikolose Verzinsung stets 10% pro Periode beträgt. Die Berechnung der Optionswerte wird im folgenden näher erläutert.

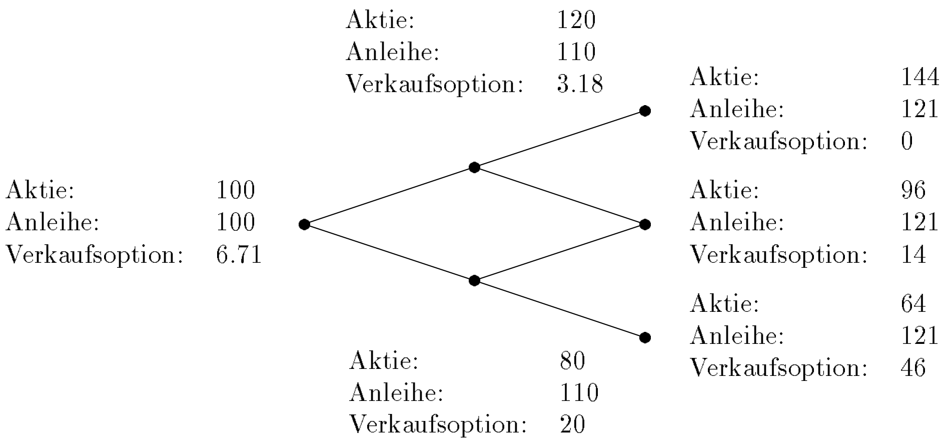

Abbildung 1: Entwicklung des Aktien-, Anleihe- und Verkaufsoptionspreises

Die Auszahlung der Option mit Basispreis 110 ist am Laufzeitende in $t = 2$ null für Zustände, in denen der Aktienkurs größer ist als 110, d.h. im obersten Knoten in Abbildung 1. In den anderen Zuständen ergibt sich die Auszahlung als Differenz zwischen Basispreis und Aktienkurs, d.h. sie beträgt 14 bzw. 46. Betrachtet man zunächst die Bewertung im Zeitpunkt $t = 1$ im oberen Knoten, so stellt sich das Problem, zustandsabhängige Zahlungen von 0 bzw. 14 mit der Aktie (Wert in diesem Knoten: 120) und der risikolosen Anlage zu duplizieren. Verkauft man 7/24 der Aktie und kauft 42/121 Anteile des risikolosen Titels, so werden die zustandsabhängigen Zahlungen der Option dupliziert. Der Preis der Option in diesem Knoten entspricht dem Preis des Duplikationsportfolios und beträgt

$$-\frac{7}{24} \cdot 120 + \frac{42}{121} \cdot 110 = 3.18\,.$$

Analog sind in dem Zustand mit einem Aktienkurs von 80 eine ganze Aktie zu verkaufen und 10/11 der Anleihe zu kaufen, um die Duplikation durchzuführen. Der Optionswert beträgt dann

$$-1 \cdot 80 + \frac{10}{11} \cdot 110 = 20\,.$$

Schließlich ist in $t = 0$ ein Duplikationsportfolio mit den Zahlungen 3.18 bzw. 20 aufzubauen. Es sind 0.421 Anteile der Aktie zu verkaufen und 0.488 Anteile der Anleihe zu kaufen mit einem resultierenden Optionswert von 6.71.

Alternativ ließe sich diese Option wie oben beschrieben unter Verwendung künstlicher Wahrscheinlichkeiten bewerten. Die oben berechneten Wahrscheinlichkeiten π und $1-\pi$ sind immer noch gültig, d.h. wir erhalten den Optionswert in $t = 1$ im Zustand mit Aktienkurs 120 als diskontierten Erwartungswert:

$$\frac{0.75 \cdot 0 + 0.25 \cdot 14}{1.1} = 3.18$$

und damit (natürlich) das gleiche Ergebnis wie bei der Duplikation. Diese Prozedur läßt sich für alle relevanten Knoten wiederholen, so daß man schließlich den Optionswert in $t = 0$ erhält.

Wäre die Option im obigen Beispiel vom amerikanischen Typ, d.h. wäre eine vorzeitige Ausübung möglich, so müßte in jedem Knoten der rückwärtsgerechnete Wert der Option mit ihrem Ausübungswert verglichen und der höhere Betrag als Wert der Option weiterverwendet werden. Abbildung 2 zeigt beispielhaft diese Vorgehensweise. Der mit der dominanten Strategie (Ausübung oder Halten) verbundene Wert ist dabei fettgedruckt.

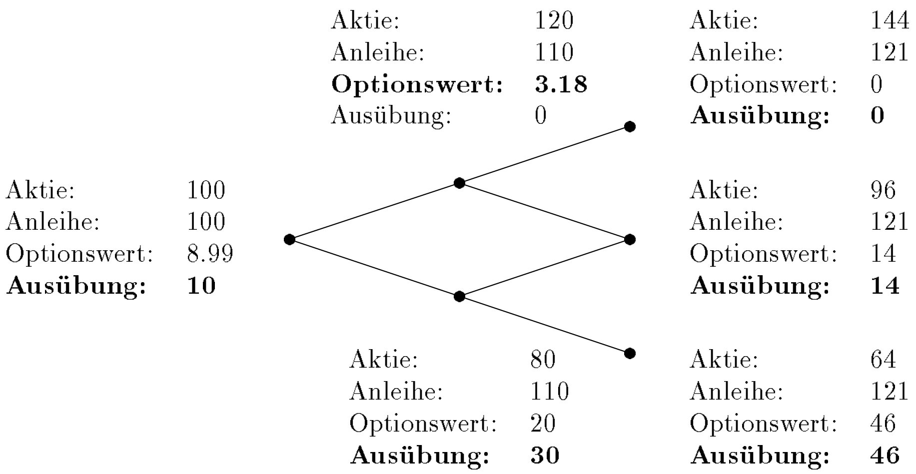

Abbildung 2: Bewertung einer amerikanischen Verkaufsoption

Im zweiten Zeitpunkt liegt bei einem Aktienkurs von 80 die Ausübungszahlung von 30 über dem Optionswert von 20, so daß es in diesem Zustand vorteilhaft ist, die Verkaufsoption vorzeitig auszuüben. Der rückgerechnete Wert der Verkaufsoption im Ausgangszustand ergibt sich zu

$$\frac{0.75 \cdot 3.18 + 0.25 \cdot 30}{1.1} = 8.99\,.$$

Die sofortige Ausübung der Option liefert eine Zahlung von 10 und ist somit vorteilhaft.

Die Tatsache, daß der Wert eines (europäischen oder auch amerikanischen) Derivats als mit dem risikolosen Zins diskontierter Erwartungswert unter Verwendung der künstlichen Wahrscheinlichkeiten berechnet wird, hat dazu geführt, daß diese Methode als *risikoneutrale Bewertung* bezeichnet wird. Bei der Diskontierung des Erwartungswerts der Zahlungen am Periodenende wird auf den risikolosen Zins keine Risikoprämie aufgeschlagen, dies gilt jedoch nur unter den künstlichen Wahrscheinlichkeiten. Wie oben gezeigt haben die echten Wahrscheinlichkeiten keinen Einfluß auf den Bewertungsprozeß. Eine alternative Bewertungstechnik, die sich jedoch nur im Falle der Zinsunsicherheit von der risikoneutralen Technik unterscheidet, ist die sogenannte *terminrisikoangepaßte Bewertung* (vgl. Abschnitt 5.2).

Eine weitere wichtige Charakteristik der Bewertung auf Grundlage der Duplikation ist, daß die Umschichtung des duplizierenden Portfolios ohne Zu- bzw. Abfluß von Kapital erfolgt. Man bezeichnet dies auch als die *Selbstfinanzierungseigenschaft* des Duplikationsportfolios. Weitergehende Ausführungen zu Bewertungstechniken für Derivate enthält der folgende Abschnitt.

5 Derivate – Spezielle Bewertungsfragen

5.1 Arbitrage- versus Gleichgewichtsmodelle

Auf vollständigen Märkten ist grundsätzlich die Bewertung von Derivaten auf der Grundlage von Duplikation bzw. künstlichen Wahrscheinlichkeiten möglich. Dies gilt unabhängig von der Art des Zufallsprozesses, der der Preisentwicklung der Basistitel zugrundeliegt. So folgt z.B. im sicherlich populärsten Bewertungsmodell für Aktien-, Index- und Währungsderivate, dem Modell von Black und Scholes [4], das Underlying einem zeit- und zustandskontinuierlichen Prozeß, der eine Normalverteilung seiner prozentualen Wertänderungen impliziert. Im Modell von Cox, Ross und Rubinstein [8] entwickelt sich der Kurs wie in dem oben dargestellten Beispiel als multiplikativer Binomialprozeß.

Werden stochastische Einflußfaktoren in das Modell einbezogen, die nicht Preise gehandelter Güter darstellen (z.B. Inflationsraten), so kann die Duplikationstechnik nicht länger angewendet werden, da der Preis des Duplikationsportfolios nicht bestimmbar ist. In diesem Fall müssen die Risikopräferenzen der Marktteilnehmer explizit im Modell erfaßt werden. Man spricht dann von einem *Gleichgewichtsmodell*, da die Preise für Derivate im Marktgleichgewicht bestimmt werden, in dem alle Investoren ihren Nutzen aus den sich bietenden Investitionsmöglichkeiten maximieren. Ein Beispiel für diese Vorgehensweise ist das Modell von Cox, Ingersoll und Ross [6]. Die Nutzenfunktionen der Marktteilnehmer müssen bei der Gleichgewichtsbewertung explizit bekannt sein, um eine Bewertung von Derivaten vornehmen zu können, was eine drastische Einschränkung der Anwendbarkeit dieser Art von Modellen darstellt.

5.2 Modelle zur Bewertung von Zinsderivaten

Im Bereich der Bewertung von Zinsderivaten wurde zunächst versucht, die Preise zinsderivativer Instrumente – wie Anleihen, Anleiheoptionen und Anleihefutures – lediglich abhängig vom stochastischen Verhalten des kurzfristigen Zinssatzes zu modellieren. Der kurzfristige Zins ist dabei der Satz für die Anlage bzw. Kreditaufnahme bis ans Ende der aktuellen Periode. Bei dieser Vorgehensweise stellt sich jedoch das Problem, daß dieser Zins selbst (im Gegensatz z.B. zu einer Aktie) kein gehandeltes Wertpapier darstellt. Wie oben beschrieben ist dann zur Bewertung ein Gleichgewichtsansatz erforderlich, in dem die Risikopräferenzen der Marktteilnehmer explizit erfaßt werden, um die Preise von Anleihen verschiedener Laufzeiten bestimmen zu können. Anschließend können dann Derivate auf der Grundlage dieser Anleihen mit der oben beschriebenen Duplikationstechnik bewertet werden. Neben dem Modell von Cox, Ingersoll und Ross [6] fallen u.a. die Ansätze von Merton [27] und Vasicek [33] in diese Kategorie. Das zentrale Problem aller dieser Modelle ist jedoch, daß bereits die Preise von Anleihen endogen im Modell bestimmt werden. Somit kann es zu einer Diskrepanz zwischen am Markt beobachtbaren Preisen auf der einen Seite und aus dem Modell abgeleiteten Preisen auf der anderen Seite kommen. Dieser Fehler pflanzt sich dann bei der Bewertung von Derivaten fort. Einen ausführlichen Vergleich alternativer Zinsmodelle findet man z.B. bei Madjlessi [26].

Durch die Arbeiten von Ho und Lee [18], Jamshidian [20, 21] und Heath, Jarrow und Morton [16] wurde eine neue Entwicklung eingeleitet, die als *zinsstrukturkonforme Bewertung* bezeichnet wird. Dabei wird nicht nur wie in den oben beschriebenen klassischen Modellen der kurzfristige Zins für die jeweils aktuelle Periode als Zustandsvariable verwendet, sondern die gesamte Zinsstruktur, d.h. die Kassazinssätze für Anlagen verschiedener Fristigkeiten. Da diese Kassazinssätze nur aus den Preisen gehandelter Nullkuponanleihen verschiedener Fristigkeiten ableitbar sind, werden in diesen Modellen die Preise der Basistitel zinsderivativer Papiere als exogen gegeben angenommen. Diese Vorgehensweise hat den Vorteil, daß die Arbitrageargumente, die oben zur Bewertung von Aktienderivaten herangezogen wirden, in vollkommen analoger Weise zur Bewertung von Zinsderivaten verwendet werden können. Ferner ist sichergestellt, daß die Modellpreise für Nullkuponanleihen unterschiedlicher Laufzeiten genau den beobachteten Marktpreisen entsprechen. Die Spezifikation einer Nutzenfunktion der Investoren ist somit nicht mehr erforderlich. Als weitere Beispiele für zinsstrukturkonforme Modelle sind die Ansätze von Sandmann und Sondermann [30], Black, Derman und Toy [2] sowie von Black und Karasinski [3] zu nennen. Sie unterscheiden sich lediglich in ihren Annahmen über das stochastische Verhalten der Zinsstruktur bzw. bezüglich der exogen gegebenen Daten (jeweils Zinsstruktur und Volatilitätsstrukturen für Zinssätze bzw. Anleiherenditen). Ausführlich erläuterte Beispiele für die Anwendung zinsstrukturkonformer Modelle zur Bewertung von Zinsoptionen findet man bei Madjlessi [24]. Heitmann [17] diskutiert die Bewertung von Zinsfutures.

Liegt Zinsunsicherheit vor, kann neben der risikoneutralen Bewertung alternativ die *terminrisikoangepaßte* Bewertungstechnik angewendet werden. Beide Methoden beruhen auf dem Prinzip, daß künstliche Wahrscheinlichkeiten bestimmt werden. Bei der risikoneutralen Methode erfolgt dies in der Weise, daß die erwartete Preisveränderung aller Finanztitel über die aktuelle Periode der risikolosen Verzinsung des eingesetzten Kapitals entspricht. Dies ist gleichbedeutend mit der Aussage, daß die mit dem Aufzinsungsfaktor normierten Preise *Martingale* darstellen. Die terminrisikoangepaßte Methode berechnet künstliche Wahrscheinlichkeiten derart, daß die mit dem Preis einer vorgegebenen Nullkuponanleihe normierten Preise aller Titel Martingale sind, d.h. daß ihre erwartete Veränderung von Periodenbeginn bis Periodenende null ist. Eine ausführliche Darstellung der beiden Bewertungsmethoden sowie einen beispielhaften Vergleich findet man bei Madjlessi und Schlag [25]. Jamshidian [21] diskutiert die beiden Bewertungsmethoden in stetiger Zeit.

5.3 Lieferoptionen

Die Bewertung eines Anleihefutures mit Lieferoption, z.B. des an der LIFFE und der DTB gehandelten BUND-Futureskontrakts, erfolgt in der Praxis häufig so, daß der Forwardpreis auf die augenblicklich relativ billigste Anleihe berechnet und als Futurespreis verwendet wird. Diese Vorgehensweise beinhaltet zwei Fehler: Erstens stimmen Futures- und Forwardpreis bei Zinsunsicherheit nicht überein[3], und zweitens wird der Wert der Lieferoption vernachlässigt. Die korrekte Vorgehensweise besteht darin, in allen im Lieferzeitpunkt möglichen Zuständen den Futurespreis als das Minimum der Preise der lieferbaren Anleihen zu bestimmen und anschließend auf dieser Grundlage den Futurespreis im aktuellen Zeitpunkt zu bestimmen. Dabei kann wiederum die risikoneutrale Bewertungstechnik angewendet werden. Ritchken und Sankarasubramaniam [28] sowie Heitmann [17] demonstrieren diese Methodik anhand eines Beispiels, Madjlessi [26] sowie Madjlessi und Schlag [25] diskutieren sie theoretisch. Berendes [1] führt eine empirische Untersuchung durch, um die Abweichung zwischen Forward- und Futurespreis auf die beiden oben genannten Ursachen zurückzuführen.

Literatur

[1] Berendes, M.: Analyse der Preiskomponenten von Anleihe-Futures, Wiesbaden, 1994.

[2] Black, F.; Derman, E.; Toy, W.: A One-Factor Model of Interest Rates and Its Applications to Treasury Bond Options, Financial Analysts Journal (Jan./Feb. 1990), S. 33-39.

[3] Black, F.; Karasinski, P.: Bond and Option Pricing when Short Rates are Lognormal, Financial Analysts Journal (Jul./Aug. 1991), S.52-59.

[4] Black, F.; Scholes, M.: The Pricing of Options and Corporate Liabilities, Journal of Political Economy 81 (1973), S. 637-659.

[5] Cox, J.C.; Ingersoll, J.; Ross, S.A.: The Relationship Between Forward Prices and Futures Prices, Journal of Financial Economics 9 (1981), S. 321-346.

[6] Cox, J.C.; Ingersoll, J.; Ross, S.A.: A Theory of the Term Structure of Interest Rates, Econometrica 53 (1985), S. 363-384.

[7] Cox, J.C.; Rubinstein, M.: Options Markets, Englewood Cliffs, 1985.

[8] Cox, J.C.; Rubinstein, M.; Ross, S.A.: Option Pricing – A Simplified Approach, Journal of Financial Economics 7 (1979), S. 229-263.

[9] Deutsche Börse AG: Jahresbericht der Deutschen Börsen 1994, Frankfurt, 1995.

[10] Deutsche Terminbörse: Risk Based Margining, Frankfurt, 1993.

[11] Dixit, A.; Pindyck, R.S.: Investment under Uncertainty, Princeton, 1994.

[12] Duffie, D.: Futures Markets, Englewood Cliffs, 1989.

[13] Goldman, B.; Sosin, H.; Gatto, A.M.: Path Dependent Options: Buy at the Low, Sell at the High, Journal of Finance 34 (1979), S. 1111-1127.

[14] Harrison, J.M.; Kreps, D.: Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets, Journal of Economic Theory 20 (1979), S. 381-408.

[15] Harrison, J.M.; Pliska, S.R.: Martingales and Stochastic Integrals in the Theory of Continuous Trading, Stochastic Processes and Their Applications 11 (1981), S. 261-271.

[16] Heath, D.; Jarrow, R.; Morton, A.: Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology for Contingent Claims Valuation, Econometrica 60 (1992), S. 77-105.

[17] Heitmann, F.: Bewertung von Zinsfutures, Frankfurt, 1992.

[18] Ho, T.S.Y.; Lee, S.B.: Term Structure Movements and Pricing of Interest Rate Contingent Claims, Journal of Finance 41 (1986), S. 1011-1029.

[19] Hull, J.: Options, Futures, and Other Derivative Securities, Englewood Cliffs, 1992.

[20] Jamshidian, F.: An Exact Bond Option Formula, Journal of Finance 44 (1989), S. 205–209.

[21] Jamshidian, F.: Bond and Option Evaluation in the Gaussian Interest Rate Model, Research in Finance 9 (1991), S. 131-170.

[22] Kilka, M.: Realoptionen – Optionspreistheoretische Ansätze bei Investitionsentscheidungen unter Unsicherheit, Frankfurt, 1995.

[23] Lüdecke, T.: Struktur und Qualität von Finanzmärkten, Wiesbaden, 1996.

[24] Madjlessi, F.: Bewertung von Optionen auf Zinskontrakte, Frankfurt, 1992.

[25] Madjlessi, F.; Schlag, C.: Bewertungstechniken bei Zinsunsicherheit, Zeitschrift für Betriebswirtschaft 66 (1996), S. 167-189.

[26] Madjlessi, F.: Gauß-Zinsmodelle und Bewertung an der Deutschen Terminbörse, Dissertation, Universität Kalrsruhe (TH), 1996.

[27] Merton, R.C.: Theory of Rational Option Pricing, Bell Journal of Economics and Management Science 4 (1973), S. 141-183.

[28] Ritchken, P.; Sankarasubramaniam, L.: On Valuing Complex Interest Rate Claims, Journal of Futures Markets 10 (1990), S. 443-455.

[29] Rubinstein, M.: Exotic Options, unveröffentlichte Manuskriptsammlung, 1993.

[30] Sandmann, K.; Sondermann, D.: Zur Bewertung von Caps und Floors, Zeitschrift für Betriebswirtschaft 60 (1990), S. 1205-1238.

[31] Schlag, C.: Bewertung derivativer Finanztitel in zeit- und zustandsdiskreten Modellen, Wiesbaden, 1995.

[32] Stoll, H.R.; Whaley, R.E.: Futures and Options – Theory and Applications, Cincinnati, 1993.

[33] Vasicek, O.: An Equilibrium Characterization of the Term Structure, Journal of Financial Economics 5 (1977), S. 177-188.

Fußnoten

[1]Der Handel in diesem Kontrakt wurde mittlerweile eingestellt.

[2]Man würde dann einfach den Zahlungsstrom zum niedrigeren Preis kaufen und zum höheren Preis verkaufen. Diese einfache Idee ist wohl die Ursache dafür, daß als dritter Einsatzbereich für Derivate neben Spekulation und Hedging auch häufig noch Arbitrage genannt wird. Im Gegensatz zu den beiden anderen Motiven ist jedoch die Arbitrage unabhängig von den ökonomischen Charakteristika des Derivats, so daß sie im engeren Sinne kein Motiv zum Einsatz von Derivaten darstellt.

[3]Cox, Ingersoll und Ross [5] zeigen, daß der Futurespreis eines Titels, dessen Wert mit steigendem Zinssatz fällt (wie z.B. einer Anleihe), stets unter dem Forwardpreis liegt. Es findet somit hier eine systematische Überschätzung des wahren Futurespreises statt.