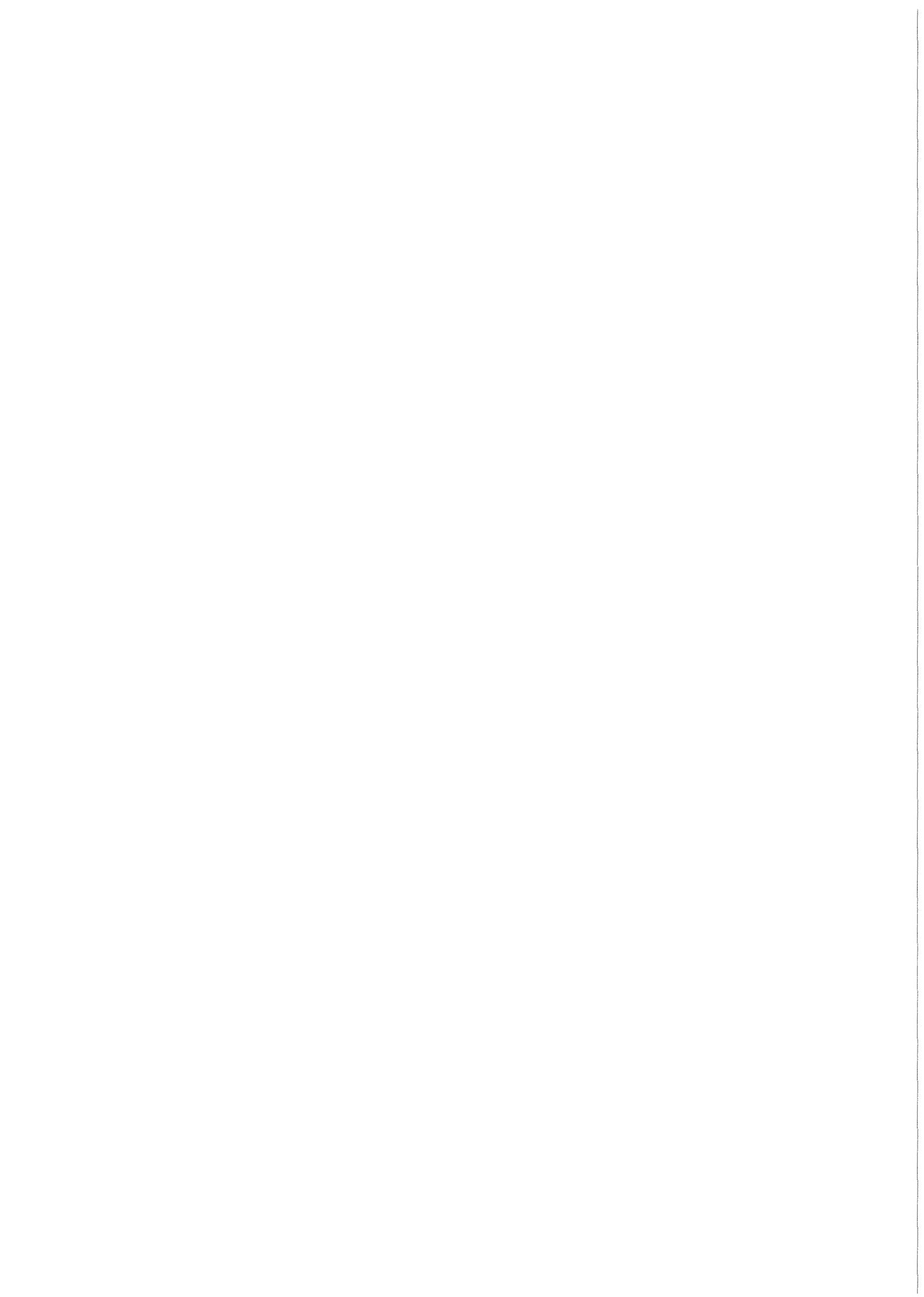


KfK 5376
September 1994

Magnetohydrodynamische Strömungen in Ein- und Mehrkanalumlenkungen

R. Stieglitz
Institut für Angewandte Thermo- und Fluidodynamik
Projekt Kernfusion

Kernforschungszentrum Karlsruhe



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

**Institut für Angewandte Thermo- und Fluidodynamik
Projekt Kernfusion**

KfK 5376

**Magneto hydrodynamische Strömungen in
Ein- und Mehrkanalumlenkungen**

Robert Stieglitz

**Von der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH)
genehmigte Dissertation**

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe

ISSN 0303-4003

Kurzfassung

Der zu erwartende Druckverlust und die Geschwindigkeitsverteilungen in MHD-Umlenkströmungen ist von zentraler Bedeutung bei der Entwicklung selbstgekühlter Flüssigmetallfusionsblankets. Sind die Umlenkungen durch gemeinsame elektrisch leitende Seitenwände miteinander gekoppelt, können großräumige elektrische Ströme unterschiedliche Druckverluste oder Volumenströme in den Einzelkanälen bewirken, die sich im Hinblick auf eine hydraulische Auslegung und den Wärmeübergang negativ auswirken. Die Problematik der Ein- und Mehrkanalumlenkströmungen ist experimentell mit einer Reihe unterschiedlicher Teststrecken in der MEKKA-Anlage des Kernforschungszentrums Karlsruhe für fusionsrelevante Hartmann-Zahlen M und Interaktionsparameter N untersucht worden. Um fusionsrelevante Parameter zu erzielen, ist ein supraleitender Magnet und eine eutektische Natrium-Kalium-Legierung eingesetzt worden. Die erzielten experimentellen Ergebnisse werden mit numerischen Ergebnissen verglichen, die auf der Basis eines asymptotischen Modells, das für große M und N eine weite Verbreitung gefunden hat, gewonnen wurden.

Allgemeine Ergebnisse für Umlenkströmungen.

In allen untersuchten Umlenkexperimenten sind die Trägheitseinflüsse auf den gemessenen Druckverlust von ausgezeichneter Bedeutung.

Der trägheitsbehaftete Anteil des Druckverlustes skaliert dabei sowohl in den Ein- als auch in den Mehrkanalteststrecken mit $N^{-1/3}$. Die Größe des trägheitsbehafteten Druckverlustes kann bei kleinen Interaktionsparametern durchaus die Größe des Druckverlustes einer reibungs- und trägheitsfreien MHD-Strömung annehmen.

Gegenüber den auftretenden Trägheitseffekten ist der Einfluß einer veränderlichen Hartmann-Zahl vernachlässigbar.

Einkanalumlenkströmungen:

Das Reibungs- und Trägheitseffekte vernachlässigende Kernströmungsmodell ist in der Lage, sowohl den Druckverlust als auch die elektrische Potentialverteilung auf den Kanalwänden bei großen M und N mit guter Genauigkeit wiederzugeben.

Im Bereich fusionsrelevanter N wirken sich Trägheitseinflüsse in der Umlenkung signifikant auf den Druckverlust aus. Die elektrischen Potentialmessungen auf den Kanalwänden zeigen, daß die Trägheitseinflüsse auf dünne Grenzschichten, die an magnetfeldparallelen Wänden auftreten, beschränkt sind. Alle anderen Bereich der Strömung verhalten sich trägheits- und reibungsfrei.

Bei den Einkanalumlenkströmungen konnte ein kleiner Einfluß der Hartmann-Zahl auf den Druckverlust gemessen werden. Der zusätzliche Druckverlust durch eine veränderliche Hartmann-Zahl skaliert mit $M^{-1/2}$.

Abhängig von der Winkelneigung des Magnetfeldes gegenüber der Teststrecke ergeben sich gänzlich unterschiedliche Strömungsmuster. Auslöser sind die durch die verschiedenen Neigungswinkel entstehenden veränderten Strompfade.

Mehrkanal-U-Umlenkströmungen:

Die untersuchten Mehrkanalumlenkströmungen werden im wesentlichen durch dreidimensionale Effekte bestimmt.

Bei Interaktionsparametern, für die $N^{-1/3}$ von der Größenordnung eins ist, verliert das gefundene 1/3-Potenzgesetz für den trägheitsbehafteten Anteil des Druckverlustes seine Gültigkeit.

Der Druckverlust in Mehrkanal-U-Umlenkströmungen wächst linear mit der Anzahl der elektrisch gekoppelten Kanäle an.

Mit einer steigenden Anzahl elektrisch gekoppelter Kanäle wächst der Einfluß von Trägheitskräften auf den Druckverlust immer stärker an.

Kleine räumliche Winkelneigungen des Magnetfeldes gegenüber der U-Umlenkung führen lediglich zu kleinen Veränderungen im Druckverlust und der elektrischen Potentialverteilung.

Eine teilweise elektrische Separation in den magnetfeldnormalen Kanälen führt zu einer ca. 30%-igen Reduktion der Druckverluste gegenüber der nicht separierten Kanalkonfiguration. Die Qualität der Mehrkanaleffekte bleibt jedoch erhalten, da sich elektrische Ströme in den nicht separierten Toroidalkanälen sowie in den Hartmann-Wänden kurzschließen können.

Magnetohydrodynamic flows in single- and multi-channel bends

Abstract:

In self-cooled liquid metal cooled fusion blanket concepts the bend flow problem represents an important design issue especially with regard to pressure drop and velocity distribution. If these bends are arranged in parallel and are electrically coupled via a common conducting wall large leakage currents can cause unequal pressure drop or flow rates in the individual channels. This effect of flow interaction called multi-channel effect is most pronounced, when the legs of the bends are oriented perpendicular-parallel-perpendicular to the applied magnetic field in form of a U-bend. In order to investigate the three-dimensional MHD-flow in bends a set of experiments consisting of single and multi-channel bend geometries have been carried out in the MEKKA-facility of the Kernforschungszentrum Karlsruhe. Fusion relevant parameters of the Hartmann number M and the Interaction parameter N are achieved using a superconducting magnet and an eutectic sodium-potassium alloy as fluid. An asymptotic model valid for high M and N is used to compare the experimental data with the numerical values.

General Results:

In all bend flow experiments a significant influence of inertial effects on the pressure loss was found.

The inertial part of the pressure losses scales both in single and multi-channel geometries with $N^{-1/3}$. It can reach for small Interaction parameters the magnitude of the inertialess inviscid MHD-flow.

The influence of the Hartmann number on the pressure drop is second order compared to the influence of the Interaction parameter.

Single bend flow:

The inertialess inviscid model is capable to describe pressure drop and surface potentials at high M and N .

For the fusion relevant range of N inertia effects have a significant influence on the pressure drop. Potential measurements show that inertia forces are confined to small inertial layers near to walls in magnetic field direction, whereas the other flow domains exhibit an inviscid inertialess behaviour.

A small influence of the Hartmann number on the pressure loss was measured. The additional pressure loss due to variation of M is proportional to $M^{-1/2}$.

Different magnetic field inclinations with respect to the bend show completely different flow features, because of changing electric current paths determining the bend flow.

Multi-channel U-bend flow:

The multi-channel MHD-flow is mainly governed by three-dimensional effects.

For Interaction parameters, where $N^{-1/3}$ is of order (1), the inertial part of the pressure drop does not longer exhibit the $-1/3$ power.

The pressure drop in multi-channel U-bends increases linearly with the number of coupled channels.

With increasing number of channels inertia effects become more important than in single channel flows.

Small magnetic field deviations do not significantly influence the pressure drop and the potential distributions in a MHD multi-channel U-bend flow.

The electrical separation of the radial ducts reduces the pressure drop by 30% compared to the coupled case. Multi-channel effects persist, because electrical leakage currents can short circuit in the unseparated toroidal ducts and the Hartmann walls.

Inhaltsverzeichnis

Abstract

Kurzfassung

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur

Abkürzungen

1. Einleitung	1
1.1 Zielsetzung	3
2. Phänomene-Grundgleichungen	6
2.1 Physikalische Phänomene einer MHD-Strömung anhand einfacher analytischer Überlegungen	6
2.2 Grundgleichungen.....	8
2.2.1 Hydrodynamische Gleichungen	9
2.2.2 Elektrodynamische Gleichungen.....	9
2.3 Skalierungen und Kennzahlen	10
2.4 Randbedingungen	12
2.4.1 Kinematische Randbedingungen.....	12
2.4.2 Elektrodynamische Bedingungen.....	12
3. MHD-Strömungen in Umlenkungen, Effekte und Modelle.....	15
3.1 Die Einkanalumlenkung in Magnetfeldrichtung.....	15
3.1.1 Zweidimensionale Einkanalströmungen mit $v \parallel B$ (Toroidalastströmung).....	16
3.1.2 Zweidimensionale Einkanalströmungen mit $v \perp B$ (Radialastströmung).....	17
3.1.3 Dreidimensionale MHD-Einkanalströmung im 90° -Krümmer	19
3.2 Mehrkanalumlenkung.....	24
3.2.1 Zweidimensionale Mehrkanalströmungen mit $v \parallel B$	24
3.2.2 Zweidimensionale Mehrkanalströmungen mit $v \perp B$	25
3.2.3 Dreidimensionale Mehrkanalströmung im Krümmer	26
3.3 Modelle zur Beschreibung von MHD-Strömungen	28
3.4 Das Kernströmungsmodell	29
3.5 Modellierung einer Mehrkanal-U-Umlenkung	32
4. Experimentelle Einrichtung und Versuchsprogramm	35
4.1 Die MEKKA-Anlage	35
4.1.1 Der Magnet	35
4.1.2 Das Modellfluid	36

4.1.3	Der Kreislauf	36
4.2	Meßtechnik und Datenerfassung	37
4.2.1	Durchflußmessung	37
4.2.2	Druckdifferenzmessung.....	39
4.2.3	Oberflächenpotentialmessung.....	41
4.2.4	Datenerfassung	41
4.3	Umlenktteststrecken.....	43
4.3.1	Die Einkanalumlentteststrecke.....	43
4.3.2	Die Mehrkanalumlentteststrecken.....	44
4.4	Die Benetzung	47
4.5	Versuchsprogramm.....	48
4.5.1	Einkanalumlentkung.....	49
4.5.2	Mehrkanalumlentkung.....	49
5.	Einkanalumlentkströmung.....	51
5.1	Der 90°-Krümmer in Magnetfeldrichtung.....	51
5.1.1	MHD-Phänomene im 90°-Krümmer in Magnetfeldrichtung.....	51
5.1.2	Numerische Ergebnisse für die Z-Teststrecke.....	54
5.1.3	Meßergebnisse für die Z-Teststrecke.....	58
5.1.3.1	Messung der elektrischen Potentiale auf den Kanalwänden	58
5.1.3.2	Druckmessungen in der Z-Teststrecke	66
5.1.4	Zusammenfassung der Ergebnisse für die Z-Teststrecke	70
5.2	Neigung des Magnetfelds gegenüber dem Toroidalkanal	71
5.2.1	Phänomenologie des Einflusses der Magnetfeldneigung gegenüber dem Toroidalast	71
5.2.2	Meßergebnisse für die Magnetfeldneigung gegenüber dem Toroidalast.....	74
5.2.2.1	Messung des elektrischen Potentials auf den Kanalwänden	74
5.2.2.2	Druckmessungen für die Magnetfeldneigung gegenüber dem Toroidalast	78
5.2.3	Zusammenfassung Ergebnisse für verschiedene Magnetfeldneigungen	81
5.3	Die Einkanal-U-Umlentkung	82
5.3.1	Auftretende Phänomene in einer U-Umlentkung.....	82
5.3.2	Die Einkanal-U-Umlentkung in der Mehrkanalteststrecke im Experiment	83
5.3.2.1	Wandpotentialmessungen in der Einkanal-U-Umlentkung	83
5.3.2.2	Druckmessungen in der Einkanal-U-Umlentkung.....	84
5.3.3	Einfluß der Seitenwandleitfähigkeit auf die MHD-Strömungen in Rechteckkanälen und Umlentkungen.....	87
5.3.4	Einfluß des Aspektverhältnisses auf den Druckverlust in einer U-Umlentkung.....	90
5.3.5	Zusammenfassung der Ergebnisse für die Einkanal-U-Umlentkung.....	92

6. Mehrkanalumlenkströmungen.....	93
6.1 Zweidimensionale Mehrkanalströmungen in Rechteckkanälen	93
6.2 Ursache und Auswirkung dreidimensionaler Mehrkanalumlenkeneffekte	96
6.3 Mehrkanalumlenkung bei gleichem Volumenstrom in jedem Kanal	98
6.3.1 Numerische Ergebnisse für die Mehrkanalumlenkung mit $Q(i)=\text{konstant}$	98
6.3.2 Meßergebnisse für die Mehrkanalumlenkung mit $Q(i)=\text{konstant}$	103
6.3.2.1 Potentialmessung auf den Kanalwänden.....	103
6.3.2.2 Druckmessung in den Kanälen.....	107
6.3.3 Einfluß der Anzahl gekoppelter Umlenkungen.....	110
6.3.3.1 Analyse der experimentellen Daten der Fünfkanalumlenkströmung	110
6.3.3.2 Abhängigkeit des Druckverlusts von der Anzahl der gekoppelten Kanäle.....	113
6.3.4 Magnetfeldneigung gegenüber der Mehrkanalumlenkung	115
6.3.4.1 Magnetfeldneigung gegenüber der Mehrkanalumlenkung um Θ_z	115
6.3.4.2 Magnetfeldneigung gegenüber der Mehrkanalumlenkung um β	116
6.3.5 Zusammenfassung der Ergebnisse bei gleichem Volumenstrom in jedem Kanal.....	118
6.4 Mehrkanalumlenkung bei gleichem Druckabfall in jedem Kanal	119
6.4.1 Numerische Ergebnisse für die Mehrkanalumlenkung mit $\Delta p(i)=\text{konstant}$	119
6.4.2 Meßergebnisse für die Mehrkanalumlenkung mit $\Delta p(i)=\text{konstant}$	123
6.4.2.1 Potentialmessung auf den Kanalwänden.....	123
6.4.2.2 Volumenstrommessung und Druckmessungen in den Kanälen.....	126
6.4.3 Vergleich einer Einkanalumlenkströmung mit den Mehrkanalumlenkströmungen	128
6.4.4 Zusammenfassung der Ergebnisse bei gleichem Druckabfall in jedem Kanal.....	130
6.5 Einkanalumlenkung mit stagnierendem Fluid in den Nachbarkanälen	131
6.6 Möglichkeiten zur Reduktion von Mehrkanaleffekten.....	133
6.6.1 Potentialmessung auf den Kanalwänden	135
6.6.2 Druckmessung in den Kanälen	138
7. Zusammenfassung und Schlußbemerkungen.....	141
8. Literaturverzeichnis	144

Anhang A

- Modellierung einer Mehrkanal-U-Umlenkung auf der Basis des Kernströmungsmodells

Anhang B

- Die MEKKA-Anlage

Nomenklatur

Lateinische Symbole

Symbol	physikalische Einheit	Beschreibung
a	m	halber Abstand zwischen magnetfeldnormalen Wänden
b	m	Erstreckung eines Rechteckkanals normal zum Magnetfeld
c	[/]	Wandleitparameter
c_H	[/]	Wandleitverhältnis der Hartmannwand
c_S	[/]	Wandleitverhältnis der Seitenwand
d	m	Abstand zwischen erster und zweiter Wand
h	Std. $\cong 3600$ s	Stunde
l	[/]	dimensionslose Länge eines Kanals in Magnetfeldrichtung
l_{rad}	[/]	dimensionslose Länge eines Kanals normal zum Magnetfeld
l_{dev}	[/]	dimensionslose Einlaufänge in einer Kanalströmung
p	$N\ m^{-2}$	Druck
t	s	Zeit
t_w	m	Wandstärke des Kanals
u	$m\ s^{-1}$	Geschwindigkeitskomponente in x-Richtung
v	$m\ s^{-1}$	Geschwindigkeitskomponente in y-Richtung
v_0	$m\ s^{-1}$	mittlere Geschwindigkeit in einem Kanal
w	$m\ s^{-1}$	Geschwindigkeitskomponente in z-Richtung
$F_{Lorentz}$	N	Lorentz-Kraft
I	A	elektrische Strom
N	[/]	Interaktionsparameter
M	[/]	Hartmannzahl
Q	[/]	dimensionsloser Volumenstrom
R	V/A	elektrische Widerstand
R_m	[/]	magnetische Reynoldszahl
Re	[/]	hydraulische Reynoldszahl
T	K	Temperatur
U_{Ind}	V	in einem Magnetfeld induzierte Spannung

Feldgrößen

Symbol	physikalische Einheit	Beschreibung
\vec{j}	$A\ m^{-2}$	elektrische Stromdichte
\vec{n}	m	Normalenvektor auf einer Fläche
\vec{s}	m	Tangentialenvektor auf eine Fläche
\vec{t}	m	Tangentialenvektor auf eine Fläche, wobei $\vec{s} \perp \vec{t}$
\vec{v}	$m\ s^{-1}$	Geschwindigkeit
\vec{B}	$N/(A\ m)$	magnetische Induktion
\vec{E}	$V\ m^{-1}$	Elektrische Feld

Griechische Größen

Symbol	physikalische Einheit	Beschreibung
β	°	Raumwinkel des Toroidkanals gegenüber dem Magnetfeld um x-Achse
δ	[/]	mit a dimensionslos gemachte Grenzschichtdicke
ϵ_0	$A\ s/(V\ m)$	elektrische Feldkonstante
ϵ	[/]	Dielektrizitätszahl
λ	$m\ s^{-1}$	Lichtgeschwindigkeit
μ_0	$V\ s/(A\ m)$	magnetische Feldkonstante
μ_r	[/]	magnetische Permeabilität
η	$N\ s\ m^{-2}$	dynamische Zähigkeit
ν	$m^2\ s$	kinematische Zähigkeit
ρ	$kg\ m^{-3}$	spezifische Dichte
σ	$A/(V\ m)$	spezifische elektrische Leitfähigkeit
σ_w	$A/(V\ m)$	spezifische elektrische Leitfähigkeit der Wand
Φ	V	elektrisches Potential
Θ_z	°	Raumwinkel des Toroidkanals gegenüber dem Magnetfeld um z-Achse

Indizes

(i)	Bezeichnung des betrachteten Kanals
C	Strömungskern
H	Hartmannwand
I	freie Scherschicht im Flüssigmetall
L	Ludford-Schicht
S	Seitenwand
W	Wand

Abkürzungen

ANL	<u>A</u> rgonne <u>N</u> ational <u>L</u> aboratory
CELLO	Supraleitender Magnet in der MEKKA-Versuchseinrichtung
CPU	Zentralrecheneinheit (<u>C</u> entral <u>P</u> rocessing <u>U</u> nit)
IATF	<u>I</u> nstitut für <u>a</u> ngewandte <u>T</u> hermo- und <u>F</u> luiddynamik
KfK	<u>K</u> ern <u>f</u> orschungszentrum <u>K</u> arlsruhe
MEKKA	<u>M</u> agneto <u>h</u> ydro <u>d</u> ynamik <u>E</u> xperimente in Natrium- <u>K</u> alium <u>K</u> arlsruhe
MHD	<u>M</u> agneto <u>h</u> ydro <u>d</u> ynamik
NaK	eutektische <u>N</u> atrium- <u>K</u> alium-Legierung $\text{Na}^{22}\text{K}^{78}$, die in der MEKKA-Einrichtung für die Experimente benutzt wird
NaK1	Flüssigmetallkreislauf in der MEKKA-Versuchseinrichtung
SPS	<u>s</u> peicher <u>p</u> rogrammierbare <u>S</u> teuerung

1. Einleitung

Die Begrenztheit fossiler Brennstoffressourcen ebenso wie die durch ihre Exploration und Nutzung entstehenden irreversiblen Umweltschäden lassen einen zukünftigen Ausbau ihres Anteils an der Energieerzeugung wenig sinnvoll erscheinen. Regenerative Energien können aufgrund ihrer geringen Energiedichte, ihres apparativen Aufwands und ihrer lokal und zeitlich eingeschränkten Verfügbarkeit lediglich einen limitierten Beitrag am Gesamtenergiebedarf leisten.

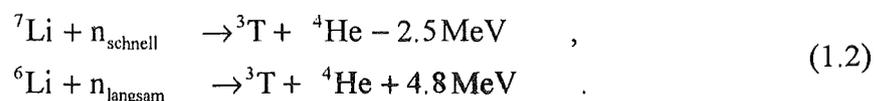
Eine Alternative zu fossilen Energieträgern stellt die Kernenergie dar. Sie läßt sich nach zwei physikalischen Prinzipien nutzen, der Kernspaltung sowie der Kernfusion.

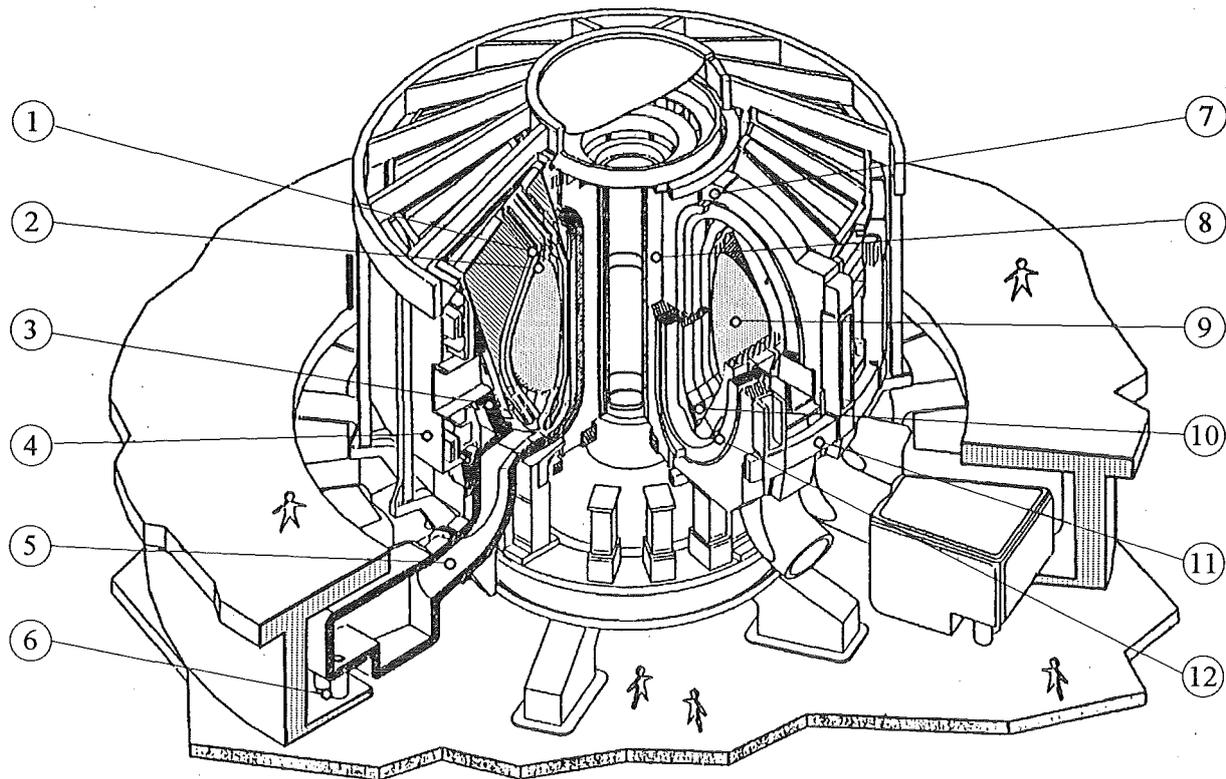
Der Fusionsprozeß beruht auf der Verschmelzung leichter Atomkerne. Basis für die freigesetzte Energie ist die Bindungsenergie bezogen auf die Anzahl der Kernbausteine (Nukleonen). Eine der technisch aussichtsreichsten Fusionsreaktionen ist die Fusion von Deuterium und Tritium.



Die zur Verschmelzung der Atomkerne erforderliche Aktivierungsenergie wird durch die Plasmaheizung zugeführt. Bei den hierfür notwendigen Temperaturen ($T \approx 10^8\text{K}$) sind die Atome der Reaktionspartner in ihre Bestandteile, Elektronen und Nukleonen, zerlegt. Ein solches ionisiertes Gas ist elektrisch leitend und wird Plasma genannt. Aufgrund der hohen Plasmatemperaturen muß eine wirkungsvolle thermische Isolierung für die "Brennkammer" gegenüber der Ummantelung vorgesehen werden. Der berührungslose Einschluß des Plasmas ist durch ein Einbetten in ein Magnetfeld möglich, da die Bewegung elektrisch geladener Teilchen in Magnetfeldern kontrolliert werden kann. Eine mögliche Einschlußkonfiguration des Plasmas stellt ein ringförmiges (toroidales) Magnetfeld, der sogenannte Tokamak, dar. Eine technische Ausführung eines zukünftigen Fusionsreaktors nach dem Tokamakprinzip zeigt die Abbildung 1.1.

Da der Fusionsbrennstoff, das Tritium (Halbwertszeit 12.3 Jahre), lediglich in Spuren in der Natur vorkommt, muß es für einen kontinuierlichen Reaktorbetrieb ständig erbrütet werden. Als nutzbares Brutmaterial kommt Lithium in Frage, aus dem Tritium nach folgenden Reaktionen erbrütet werden kann.





- | | |
|----------------|-----------------------------------|
| 1. Blanket | 7. Toroidale Hauptfeldspulen |
| 2. Erste Wand | 8. Innere poloidale Steuerspulen |
| 3. Abschirmung | 9. Plasmaraum |
| 4. Kryostat | 10. Divertor |
| 5. Abgaskanal | 11. Äußere poloidale Steuerspulen |
| 6. Vakuumpumpe | 12. Aktive Steuerspulen |

Abb. 1.1: Prinzipskizze eines Tokamakfusionsreaktors aus Toschi et al. 1985

Die Struktur, die zwischen Plasma und den Magnetfeldspulen angeordnet ist, heißt Blanket. Sie hat folgende Aufgaben im Hinblick auf die technische Nutzung der Fusion zu erfüllen:

- Erbrüten des Tritiums.
- Abschirmung der supraleitenden Magnete vor dem Neutronenbeschuß aus der Fusionsreaktion.
- Kühlung der dem Plasma zugewandten Wand, der sogenannten 'ersten Wand'.
- Abfuhr der thermischen Leistung aus dem Reaktor. Die thermische Leistung besteht aus:
 - (a) γ -Strahlung. Sie wirkt als innere Wärmequelle und rührt aus der Stoßreaktion der aus dem Plasma kommenden Neutronen mit dem Kühlmedium her.
 - (b) Der Wärmestrahlung des Plasmas ($T \sim 10^8$ K). Sie liefert circa 20% der abzuführenden Leistung.
- Abfuhr des Tritiums aus dem Reaktor.

Zur Erfüllung dieser Aufgabe sind unterschiedliche Konzepte denkbar. Alle genannten Anforderungen werden unter anderem durch selbst- oder fremdgekühlte Flüssigmetallblankets erfüllt, bei denen Lithium oder eine eutektische Blei-Lithium-Legierung als Fluid eingesetzt wird. Das selbstgekühlte Flüssigmetallblanket besitzt darüber hinaus den Vorteil eines einfachen konstruktiven Aufbaus und eines hohen Bedeckungsgrades der Torusoberfläche eines Tokamakreaktors, da lediglich ein Fluid eingesetzt wird und somit ein Kreislauf ausreicht.

Die abzuführende thermische Leistung an der ersten Wand ist von zentraler Bedeutung im Hinblick auf die Entwicklung eines Flüssigmetallblankets.

Beim Umpumpen von Flüssigmetallen durch die Kühlkanäle des Blankets werden infolge der dort vorhandenen hohen Magnetfelder (5-7 Tesla) elektrische Ströme induziert, die einen hohen Druckverlust und eine Geschwindigkeitsverteilung zur Folge haben, die sich von einer hydrodynamischen Strömung wesentlich unterscheidet.

1.1 Zielsetzung

Der gegenwärtige Entwurf eines selbstgekühlten Flüssigmetallblankets ist durch ein Konzept mit radial-toroidal-radialer Strömungsführung gekennzeichnet, siehe hierzu Abbildung 1.2. Mit diesem Entwurf wird versucht, die magnetohydrodynamischen Druckverluste dadurch zu minimieren, daß man an den Stellen, an denen aufgrund hoher Wärmeströme große Strömungsgeschwindigkeiten erforderlich sind, die Strömung möglichst parallel zum Magnetfeld anordnet, um die induzierten Ströme klein zu halten.

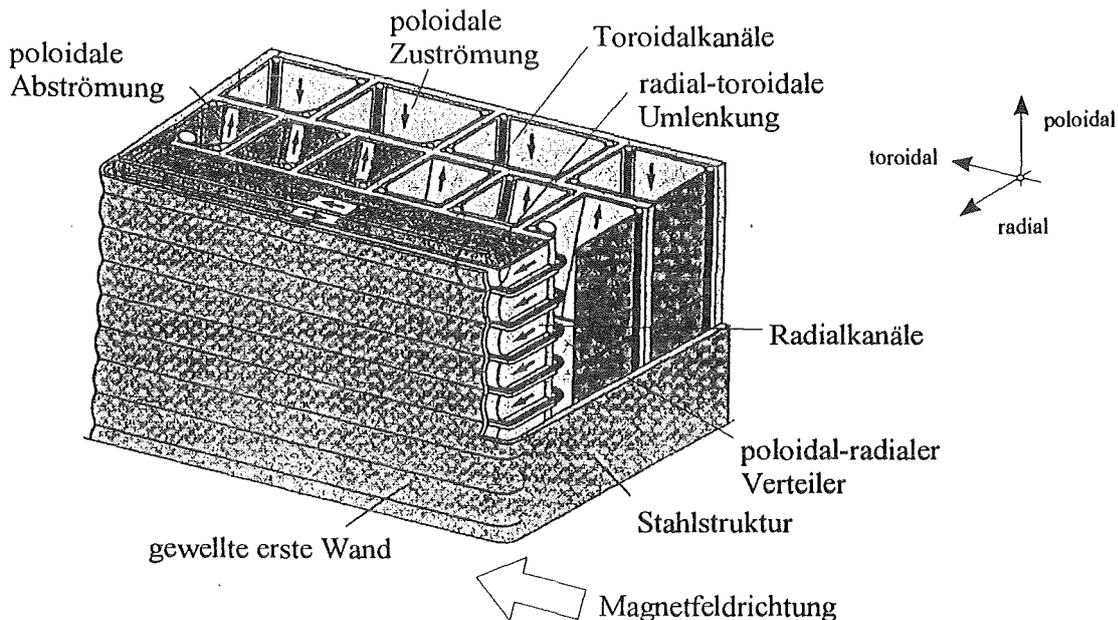


Abb. 1.2: Ausschnitt aus einem selbstgekühlten Flüssigmetallblanket mit radial-toroidaler Strömungsführung aus Malang et al. 1988.

Konstruktionsbedingt können die einzelnen Blanketelemente nur poloidal, von oben oder unten, oder radial mit Flüssigmetall versorgt werden.

In Strömungen, die senkrecht zu den Magnetfeldlinien verlaufen, treten infolge elektromagnetischer Kräfte große Druckverluste auf. Eine Reduktion der in den Kanälen auftretenden Druckverluste kann zum Beispiel durch eine Verminderung der Strömungsgeschwindigkeit erfolgen, indem große Kanalquerschnitte in den Zuleitungen gewählt werden. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die innerhalb des Kanals induzierten elektrischen Ströme zu verkleinern, beispielsweise durch Verwendung elektrisch schlecht leitender Kanalwände oder durch geeignete Kanalgeometrien.

Ein Charakteristikum der radial-toroidalen Strömungsführung ist, daß die Strömung von einer Richtung senkrecht in eine Richtung parallel zum Magnetfeld umgelenkt wird. Bei derartigen Umlenkungen schließen sich elektrische Ströme, die in den Radialkanälen induziert werden, über das parallel zum Feld strömende Flüssigmetall und über die dort angrenzenden elektrisch leitenden Wände kurz. Diese dreidimensionalen elektrischen Ströme erzeugen zusätzliche Druckverluste und bestimmen maßgeblich das Strömungsprofil in den Kühlkanälen der ersten Wand.

Elektrisch leitende Trennwände zwischen mehreren nebeneinander angeordneten Umlenkungen erlauben einen elektrischen Stromfluß über die Grenzen des einzelnen Kanals hinaus in die Nachbarkanäle und führen zu einer wechselseitigen Beeinflussung des Strömungsgeschehens. Als Resultat dieses als Mehrkanaleffekt bezeichneten Phänomens ergeben sich ungleiche Volumenstromverteilungen in den Einzelkanälen und eine deutliche Vergrößerung des Druckverlusts gegenüber der Einkanalumlenkströmung.

Bisherige Abschätzungen über das Verhalten dieser Mehrkanaleffekte in radial-toroidalen Umlenkungen basierten auf einer elektrischen Netzwerkmethod (John et al., 1991). Es ergaben sich durch eine derartige Strömungsführung Druckverluste, die einen wesentlichen Anteil an den Gesamtdruckverlusten im angestrebten Strömungskonzept einnehmen.

Sind die Umlenkgeometrien elektrisch voneinander separiert, so beschränken sich die elektrischen Ströme auf den Kanal, in dem sie induziert werden. Technisch ist eine elektrische Separation der Kanäle beispielsweise in Form einer elektrischen Isolation der Kanalwand möglich.

Da in bisherigen Berechnungen nicht alle physikalischen Effekte berücksichtigt werden konnten, bestehen Unsicherheiten hinsichtlich der Bewertung und der Größenordnung der in Umlenkproblemen auftretenden Mehrkanaleffekte.

Gegenstand dieser Arbeit sind experimentelle und numerische Untersuchungen zu magnetohydrodynamischen Ein- und Mehrkanalumlenkströmungen in parallelen Rechteckkanälen unter fusionsrelevanten Parametern.

Das Ziel ist es zum einen Skalierungsgesetzmäßigkeiten für die hydraulische Auslegungsgröße des Druckverlusts zu finden und zum anderen bestehende Modelle zur Beschreibung magnetohydrodynamischer Strömungen in komplexen Geometrien zu validieren.

Im folgenden Abschnitt werden die in einer MHD-Strömung auftretenden physikalischen Effekte anhand eines einfachen analytischen Modells aufgezeigt. Die magnetohydrodynamische Strömungen beschreibenden Grundgleichungen und Randbedingungen werden im Anschluß daran angegeben. Im Kapitel 3 erfolgt ein Überblick über bekannte theoretische und experimentelle Arbeiten zu MHD-Strömungen in Rechteckgeometrien. Darüber hinaus wird das Kernströmungsmodell vorgestellt, auf dessen Basis Vergleichsrechnungen für die Versuchsgeometrien durchgeführt wurden. Der anschließende Abschnitt stellt den Versuchsaufbau und die untersuchten Geometrien vor und gibt eine Übersicht über das Meßprogramm an. Der Darstellung und Diskussion der experimentell erzielten Ergebnisse wird in den Kapiteln 5 und 6 breiter Raum eingeräumt. Abschließend erfolgt eine Zusammenfassung der gewonnenen Erkenntnisse im Hinblick auf die Auslegung für das Blanketkonzept.

2. Phänomene-Grundgleichungen

Strömungen elektrisch leitender Fluide, in denen Wechselwirkungen zwischen dem Geschwindigkeitsfeld \vec{v} und dem magnetischen Feld \vec{B} eine Rolle spielen, werden als "magnetohydrodynamische (MHD)" Strömungen bezeichnet. In diesem Typ von Strömungen wirken auf ein Fluidelement neben den aus der Hydrodynamik bekannten Zähigkeits-, Trägheits- und Druckkräften auch elektromagnetische Kräfte.

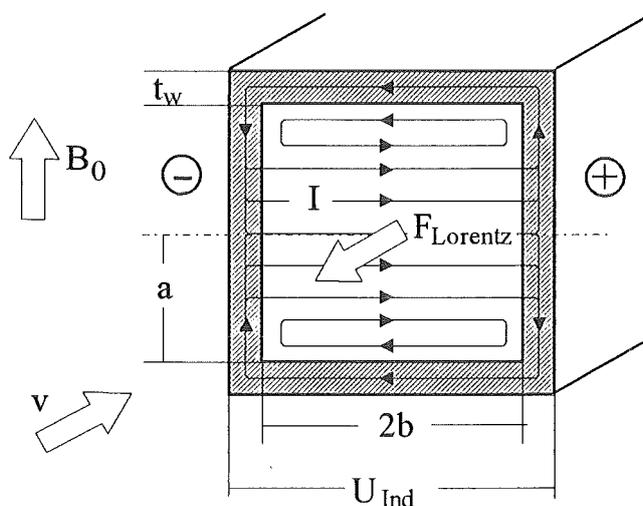
Die vollständige Beschreibung eines MHD-Strömungsproblems bedingt damit neben der Betrachtung der aus der Hydrodynamik bekannten Bilanzgleichungen für Masse, Impuls und Energie auch die Behandlung der elektrodynamischen Effekte, die durch die Maxwell-Gleichungen und das Ohmsche Gesetz gegeben sind.

Bevor die Grundgleichungen und die Randbedingungen angegeben werden, die ein MHD-Strömungsproblem vollständig beschreiben, soll anhand eines einfachen Beispiels aufgezeigt werden, daß sich allein mit der aus der Schulphysik bekannten "Drei-Finger-Regel" viele Strömungsphänomene qualitativ erfassen lassen.

2.1 Physikalische Phänomene einer MHD-Strömung anhand einfacher analytischer Überlegungen

Zur Einführung in die Gedankenwelt der Magnetohydrodynamik wird anhand der Abbildung 2.1 eine einfache Druckverlustbeziehung abgeleitet, die die grundsätzlichen Unterschiede zwischen einer hydrodynamischen Strömung und einer MHD-Strömung aufzeigt.

Gegeben sei ein Rechteckkanal mit der Höhe $2a$, der Breite $2b$, der Länge L , der Wandstärke



und der elektrischen Wandleitfähigkeit σ_w in einem homogenen Magnetfeld der Stärke B_0 . Durch diesen Kanal strömt ein Flüssigmetall der spezifischen elektrischen Leitfähigkeit σ mit einer über den gesamten Querschnitt konstanten Geschwindigkeit v_0 . Letztere Annahme ist für die folgende Ableitung wichtig und für große Magnetfelder, nicht zu hohe Strömungsgeschwindigkeiten und elektrisch gut leitender Wände zutreffend.

Abb. 2.1: Prinzipskizze zur Herleitung einer einfachen Druckverlustbeziehung.

Durch die Bewegung des Fluids senkrecht zu den magnetischen Feldlinien ergibt sich nach der "Drei-Finger-Regel" ein elektrisches Feld, das durch die Induktionsspannung U_{ind} gekennzeichnet ist.

$$U_{\text{ind}} = 2 b v_0 B_0 \quad (2.1)$$

Der aufgrund der Potentialdifferenz fließende elektrische Strom I , kann sich sowohl im Flüssigmetall als auch in den Kanalwänden kurzschließen. Die elektrischen Ströme im Fluid, die senkrecht zum äußeren Magnetfeld fließen, bewirken nach der "Drei-Finger-Regel" eine Lorentz-Kraft.

Im Kern der Strömung wirken die Lorentz-Kräfte dem aufgeprägten Druckgefälle entgegen. In den Grenzschichten an Wänden senkrecht zum Magnetfeld, zeigen die Lorentz-Kräfte in Strömungsrichtung. Diese Wände werden Hartmann-Wände genannt; die angrenzenden Schichten werden als Hartmann-Schichten bezeichnet. In den Hartmann-Schichten sind Lorentz- und viskose Kräfte im Gleichgewicht. Magnetfeldparallele Kanalwände heißen Seitenwände. In der weiteren Betrachtung wird der elektrische Widerstand der Grenzschichten als klein angenommen, so daß man für das Strömungsproblem das in Abbildung 2.2 gezeigte elektrische Ersatzschaltbild angeben kann.

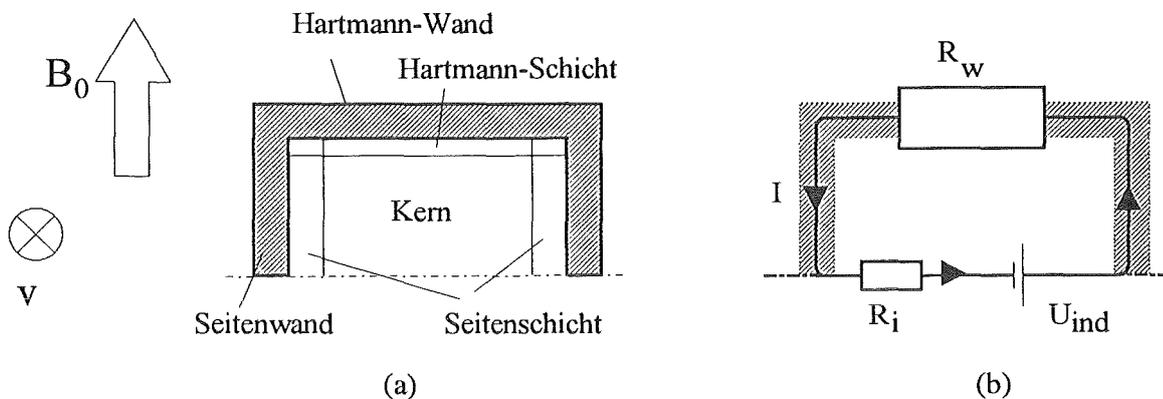


Abb. 2.2: (a) Grenzschichten in einer MHD-Strömung im Rechteckkanal
 (b) Vereinfachtes Ersatzschaltbild für eine MHD-Strömung im Rechteckkanal mit elektrisch leitenden Wänden

Die Größe des elektrischen Stroms, der die Lorentz-Kraft im Strömungskern bestimmt, hängt von den elektrischen Widerständen im Stromkreis ab. Der Innenwiderstand R_i des Kanals und der elektrische Widerstand R_w der Wand berechnet sich wie folgt:

$$R_i = \frac{2b}{\sigma a L}; \quad R_w = \frac{2b}{\sigma_w t_w L} \quad (2.2)$$

Eine einfache Anwendung des Ohmschen Gesetzes erbringt für den Stromfluß I im Fluid die Gleichung 2.3.

$$I = \frac{U_{\text{Ind}}}{R_i + R_w} \quad (2.3)$$

Die Lorentz-Kraft F_{Lorentz} , die auf den Strömungsquerschnitt wirkt, ergibt sich dann aus der nachstehenden Beziehung:

$$F_{\text{Lorentz}} = I B_0 2b \quad (2.4)$$

Aus dem Kräftegleichgewicht zwischen Druckkräften und Lorentz-Kräften folgt nach einfachen Umformungen die folgende Beziehung für den Druckverlust:

$$\Delta p = \frac{F_{\text{Lorentz}}}{2ba} = \sigma v_0 B_0^2 L \frac{c}{1+c} \quad (2.5)$$

c ist der sogenannte Wandleitparameter. Er wichtet den elektrischen Widerstand des Fluids gegenüber dem der Wand und ist folgendermaßen definiert:

$$c = \frac{\sigma_w t_w}{\sigma a} \quad (2.6)$$

Anhand dieser Relation können wesentliche Eigenschaften einer MHD-Strömung deutlich gemacht werden.

Der in einem Kanal auftretende MHD-Druckverlust ist proportional zur Geschwindigkeit v_0 und dem Quadrat der magnetischen Feldstärke B_0 . Bei gleicher Strömungsgeschwindigkeit kann man den Druckverlust in einem Kanal dadurch verkleinern, daß man den Widerstand der Wand erhöht, beispielsweise durch eine Verminderung des Wandleitverhältnisses c .

Selbstverständlich ist ein derartiges Modell nicht in der Lage, die in einer MHD-Strömung auftretenden Geschwindigkeitsfelder und den Verlauf des elektrischen Stromes, speziell in den wandnahen Schichten, wiederzugeben. Aber es gibt einen Einblick in die Mechanismen, die in derartigen Strömungen auftreten.

Die Idee, MHD-Strömungsprobleme auf ein elektrisches Ersatzschaltbild zu reduzieren, ist nicht neu und wurde auch in jüngster Vergangenheit unter anderem von Picologlou 1985, und Tillack 1990 zur Beschreibung von MHD-Problemen angewandt.

2.2 Grundgleichungen

Die Betrachtung der Grundgleichungen beschränkt sich in dieser Arbeit auf den Bereich isothermer Strömungen. Dies führt zu konstanten Stoffdaten für die spezifische Dichte ρ , die spezifische elektrische Leitfähigkeit σ und die dynamische Zähigkeit η .

2.2.1 Hydrodynamische Gleichungen

Da Flüssigmetalle in guter Näherung als inkompressibel angesehen werden können, ergibt sich die Massenbilanz in einem Geschwindigkeitsfeld \vec{v} zu :

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad . \quad (2.7)$$

Die Navier-Stokes-Gleichung (Impulserhaltungsgleichung) muß für MHD-Strömungen um den elektromagnetischen Anteil erweitert werden. Sie beschreibt das Gleichgewicht der Trägheitskräfte mit den Druckkräften (∇p), den Zähigkeitskräften ($\eta \Delta \vec{v}$) und den Lorentz-Kräften ($\vec{j} \times \vec{B}$) .

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = \nabla p + \eta \Delta \vec{v} + \vec{j} \times \vec{B} \quad . \quad (2.8)$$

Darin ist \vec{j} das Stromdichtefeld.

2.2.2 Elektrodynamische Gleichungen

Elektrodynamische Vorgänge werden durch das Ampère-Maxwellsche, das Faraday-Maxwellsche sowie das Ohmsche Gesetz beschrieben.

In der Ampère-Maxwellschen Beziehung erfolgt die Verknüpfung zwischen dem Magnetfeld \vec{B} , der Stromdichte \vec{j} und der zeitlichen Änderung des elektrischen Feldes \vec{E} , die durch die Verschiebung elektrischer Ladungsträger zustandekommt.

$$\nabla \times \vec{B} = \mu \left(\vec{j} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad . \quad (2.9)$$

ϵ ist die Dielektrizitätskonstante und μ die magnetische Permeabilität.

Da der Ladungsausgleich in Flüssigmetallen extrem schnell erfolgt, kann die Rückwirkung des elektrischen Feldes auf das Magnetfeld vernachlässigt werden ($\partial \vec{E} / \partial t \rightarrow 0$). Der dabei entstandene Fehler ist nach Shercliff (1965) von der Größenordnung $(v/\lambda)^2$, wobei λ die Lichtgeschwindigkeit darstellt.

Die Anwendung des Divergenzoperators auf die vorangegangene Gleichung liefert die Erhaltungsgleichung für die elektrische Ladung auch bekannt als "1.Kirchhoffsches Gesetz".

$$\nabla \cdot \vec{j} = 0 \quad . \quad (2.10)$$

Das Faraday-Maxwellsche Gesetz oder Induktionsgesetz gibt den Zusammenhang zwischen dem elektrischen Feld \vec{E} und der zeitlichen Änderung der magnetischen Induktion \vec{B} an.

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad . \quad (2.11)$$

Nach der Anwendung des Divergenzoperators auf das Induktionsgesetz ergibt sich die Quellenfreiheit des magnetischen Feldes \vec{B} .

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.12)$$

Für kleine zeitliche Änderungen der magnetischen Induktion ($\partial \vec{B} / \partial t \rightarrow 0$) folgt aus der Beziehung 2.11 die Wirbelfreiheit des elektrischen Feldes. Das elektrische Feld läßt sich somit als Gradient eines Potentials Φ in der Weise,

$$\vec{E} = -\nabla \Phi \quad (2.13)$$

darstellen.

Das Ohmsche Gesetz verknüpft das Stromdichtefeld \vec{j} mit dem elektrischen Feld \vec{E} und lautet für einen ruhenden elektrischen Leiter:

$$\frac{\vec{j}}{\sigma} = \vec{E} \quad (2.14)$$

Im Fall des bewegten elektrischen Leiters wirkt auf die Bewegung elektrischer Ladungsträger \vec{j} nicht nur das stationäre elektrische Feld \vec{E} sondern auch das induzierte elektrische Feld ($\vec{v} \times \vec{B}$). Das modifizierte Ohmsche Gesetz für einen im magnetischen Feld bewegten elektrischen Leiter ergibt sich zu:

$$\frac{\vec{j}}{\sigma} = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = -\nabla \Phi + \vec{v} \times \vec{B} \quad (2.15)$$

2.3 Skalierungen und Kennzahlen

Die Normierung der im Problem vorkommenden Variablen mit den vorgegebenen "äußeren" Variablen erleichtert die numerische Behandlung der magnetohydrodynamischen Strömung. Darüber hinaus lassen sich Kennzahlen bilden, die die Vergleichbarkeit und Übertragbarkeit der gewonnenen experimentellen und numerischen Ergebnisse im Hinblick auf die Anwendung sichern.

Eine Normierung der Geschwindigkeit \vec{v} , des Magnetfelds \vec{B} , der Stromdichte \vec{j} sowie der skalaren Größen, Druck und elektrisches Potential Φ wird in der nachfolgenden Art durchgeführt.

$$\vec{v} = v_0 \vec{v}', \quad \vec{B} = B_0 \vec{B}', \quad \vec{j} = \sigma v_0 B_0 \vec{j}', \quad p = a \sigma v_0 B_0^2 p', \quad \Phi = a v_0 B_0 \Phi' \quad (2.16)$$

In der Skalierung bezeichnet v_0 die mittlere Strömungsgeschwindigkeit im Kanal, B_0 den Maximalbetrag der magnetischen Feldstärke, a den halben Abstand zwischen magnetfeldnormalen Wänden und σ die spezifische elektrische Leitfähigkeit des Fluids.

Da im weiteren, auch in den Ergebnisabschnitten, nur noch dimensionslose Größen auftreten, wird auf die Indizierung der dimensionslosen Größen verzichtet. Aus der Normierung ergeben sich die hydrodynamischen und elektrodynamischen Gleichungen in folgender Weise:

- Hydrodynamische Gleichungen:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad , \quad (2.17)$$

$$\frac{1}{N} \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = -\nabla p + \frac{1}{M^2} \Delta \vec{v} + \vec{j} \times \vec{B} \quad . \quad (2.18)$$

- Elektrodynamische Gleichungen

$$\nabla \times \vec{B} = R_m \vec{j} \quad , \quad (2.19)$$

$$\nabla \cdot \vec{j} = 0 \quad , \quad (2.20)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad . \quad (2.21)$$

- Ohmsches Gesetz

$$\vec{j} = -\nabla \Phi + \vec{v} \times \vec{B} \quad . \quad (2.22)$$

Durch die Skalierung treten drei charakteristische Kennzahlen auf, die sich physikalisch als Wichtung auftretender Kräfte oder Effekte interpretieren lassen.

Es sind dies, der Interaktionsparameter N , die Hartmann-Zahl M , sowie die magnetische Reynolds-Zahl R_m .

Der Interaktionsparameter beschreibt den Einfluß von elektromagnetischen Kräften gegenüber dem von Trägheitskräften und ergibt sich zu

$$N = \frac{a \sigma B_0^2}{\rho v_0} \quad . \quad (2.23)$$

Die Quadratwurzel aus dem Verhältnis elektromagnetischer Kräfte zu viskosen Kräften entspricht der Hartmann-Zahl. Sie ist definiert durch den folgenden Zusammenhang,

$$M = a B_0 \sqrt{\sigma / \eta} \quad . \quad (2.24)$$

Der Quotient aus dem induzierten Magnetfeld, das durch die im Fluid induzierten elektrischen Ströme entsteht, und dem äußeren angelegten Feld spiegelt sich in der magnetischen Reynolds-Zahl wieder. Sie errechnet sich aus

$$R_m = \mu \sigma a v_0 \quad . \quad (2.25)$$

Die aus der Hydrodynamik bekannte Reynolds-Zahl ergibt sich aus den oben genannten Kennzahlen als:

$$Re = M^2 / N \quad . \quad (2.26)$$

Aufgrund der großen Magnetfelder ($B_0=5-7$ Tesla) in einem Fusionsblanket und der hohen elektrischen Leitfähigkeit der Flüssigmetalle ergeben sich die nachstehend angegebenen typischen Größenordnungen für die Kennzahlen (siehe auch Holroyd und Mitchel 1984):

$$M \approx 10^3 - 10^4, N \approx 10^2 - 10^6, R_m \approx 10^{-2} - 10^{-1} \quad . \quad (2.27)$$

Die aus diesen Größenordnungen der Parameter resultierenden Konsequenzen bestimmen maßgeblich die im Abschnitt 3.3 dargestellten Modelle zur Beschreibung von MHD-Strömungen in Kanälen.

2.4 Randbedingungen

Die eindeutige Lösung der elektrodynamischen und hydrodynamischen Gleichungen wird durch die Wahl von Randbedingungen, Übergangsbedingungen an den Grenzflächen sowie durch Bedingungen am Ein- beziehungsweise Austritt aus dem betrachteten Kontrollvolumen festgelegt.

2.4.1 Kinematische Randbedingungen

Im Fall viskoser Fluide gilt die Haftbedingung für das Fluid an der Rohrwand.

$$v|_{\text{Wand}} = 0 \quad . \quad (2.28)$$

Am Ein- und Austritt der Strömung aus dem Kontrollvolumen müssen definierte Strömungszustände beispielsweise in Form von Geschwindigkeitsprofilen, Druckverteilungen oder Ähnlichem bekannt sein.

2.4.2 Elektrodynamische Bedingungen

Im Gegensatz zur Hydrodynamik stellen Grenzflächen zwischen Fluid und Wand keine Begrenzungen für die elektrischen und magnetischen Größen Φ und \vec{B} dar. An diesen Begrenzungsflächen können folgende Übergangsbedingungen für die elektrischen Größen gefordert werden:

- Das elektrische Potential Φ ist an der Grenzfläche zwischen Fluid und Wand stetig.
- Die Normalkomponente des elektrischen Stromes an der Grenzfläche Fluid-Wand ist stetig.

Die Stetigkeitsforderung an das elektrische Potential an der Grenzfläche Fluid-Wand,

$$\Phi|_{\text{Wand}} = \Phi_w \quad , \quad (2.29)$$

ist gerechtfertigt, sofern Kontaktwiderstände an der Zwischenfläche vernachlässigt werden können. Viele Strukturmaterialien, beispielsweise Stahl, besitzen eine passivierte Oberfläche in Form von Oxiden oder Legierungsbestandteilen und haben somit einen undefinierten Kontaktwiderstand. Diesem Umstand muß durch geeignete Benetzungsverfahren Rechnung getragen

werden. Randbedingungen für Kanalströmungen, in denen an der Grenzfläche definierte Kontaktwiderstände vorliegen, sind von Bühler und Molokov (1993c) angegeben worden.

Die Stetigkeit der Normalkomponente der Stromdichte besagt physikalisch, daß elektrische Ströme, die das Fluid an der Grenzfläche verlassen, in der Wand abfließen.

$$\left(\vec{j} \cdot \vec{n}\right)_{\text{Fluid}} = \left(\vec{j} \cdot \vec{n}\right)_{\text{Wand}} \quad (2.30)$$

\vec{n} bezeichnet den Einheitsnormalenvektor auf das betrachtete Flächenelement.

Im allgemeinen endet der Einflußbereich der elektrischen Größen nicht an der Wand-Fluid-Grenzfläche, vielmehr erstreckt er sich weiter über den gesamten elektrisch leitenden Bereich der Kanalwand und muß daher bei der Lösung des Strömungsproblems adäquat berücksichtigt werden.

Für sehr dünne Kanalwände ($t_w/a \ll 1$) lassen sich jedoch Bedingungen ableiten, die das physikalische Geschehen in der Wand durch einen integralen Ansatz beschreiben. Das Rechengebiet bleibt damit auf den Fluidbereich beschränkt. An der Fluid-Wand-Grenzfläche ergeben sich somit modifizierte Bedingungen, die im folgenden kurz erläutert werden.

Nach Shercliff (1956) ergibt sich für dünne leitende Kanäle die Bedingung,

$$c \frac{\partial \vec{B}}{\partial n} - \vec{B} = 0 \quad , \quad (2.31)$$

die die Normalableitung des Magnetfelds mit der Magnetfeldstärke verknüpft. Diese Randbedingung beinhaltet die beiden Sonderfälle einer perfekt elektrisch leitenden Kanalwand ($\partial \vec{B} / \partial n = 0$ für $c \rightarrow \infty$) sowie den Fall isolierender Kanalwände ($\vec{B} = 0$ für $c=0$). Die Gleichung (2.31) wurde erfolgreich bei der Berechnung eingelaufener Strömungen in geraden Kanälen angewandt.

Für dreidimensionale Strömungen erweist sich jedoch eine Bedingung an das elektrische Potential als vorteilhafter. Elektrische Ströme, die den Fluidbereich (1) verlassen, treten in die Kanalwand ein, fließen teilweise tangential in der Wand weiter, oder verlassen die Wand und treten in den Bereich (2) ein, sofern dieser elektrisch leitend ist, siehe hierzu Abbildung 2.3. Dies ist insbesondere der Fall, wenn die Wand zwei Fluidbereiche (1) und (2) voneinander separiert. Diese sind dann zwar mechanisch voneinander getrennt, elektrisch jedoch gekoppelt.

Die tangential in der Wand fließenden elektrischen Ströme verursachen in der Wand eine Verteilung des elektrischen Potentials in tangentialer Richtung, die durch die Gleichung,

$$j_{n2} - j_{n1} = -c \Delta_t \Phi_w \quad , \quad (2.32)$$

beschrieben wird. Δ_t ist dabei der zweidimensionale Laplace-Operator in der Wandfläche.

Die Differenz der Normalkomponenten des elektrischen Stroms ($j_{n2}-j_{n1}$) geht als Quellterm in die tangentiale Strombilanz ein. Ist die Umgebung (2) elektrisch nicht leitend, verschwindet j_{n2} .

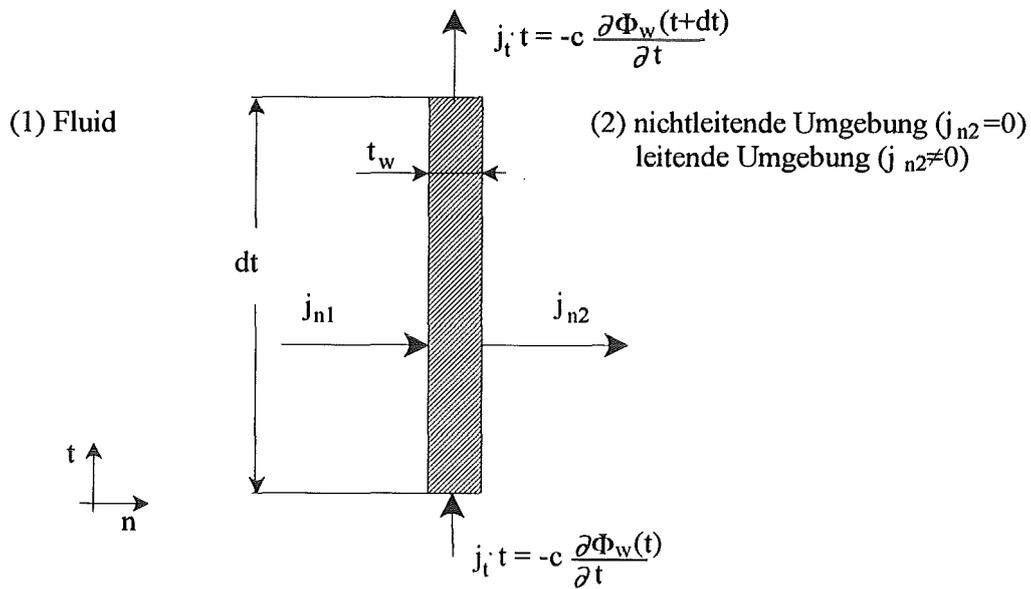


Abb. 2.3: Skizze zur Approximation elektrischer Größen an Fluid-Wand-Grenzflächen bei "dünnen" elektrisch leitenden Wänden.

3. MHD-Strömungen in Umlenkungen, Effekte und Modelle

In Umlenkströmungen treten durch die Wechselwirkungen zwischen Magnetfeld und bewegtem Fluid eine Vielzahl von Strömungsphänomenen auf. Als Ausgangspunkt wird die rechtwinklige Einkanalumlenkung gewählt, bei der das Fluid aus radialer Richtung kommend in die toroidale Richtung umgelenkt wird. Die Hauptströmungsrichtung verläuft somit zunächst senkrecht und nach dem Krümmer parallel zum angelegten Magnetfeld. Die Aufteilung in Zulauf, Ablauf und Umlenkung erlaubt eine übersichtliche Diskussion von MHD-Effekten in den einzelnen Teilbereichen.

In einem weiteren Schritt werden mehrere der oben genannten Krümmer nebeneinander entsprechend dem verfolgten Blanketentwurf angeordnet. Besitzen die Kanäle eine gemeinsame elektrisch leitende Trennwand, so können elektrische Ströme über Begrenzungswände von einem Kanal in den anderen übertreten. Sie bewirken eine gegenseitige Beeinflussung des Strömungsgeschehens in den Einzelkanälen und führen zu neuartigen Effekten. Zur Analyse elektrisch gekoppelter radial-toroidal-radial Mehrkanalumlenkströmungen wird eine ähnliche Vorgehensweise wie bei der Einkanalumlenkung angewandt.

Modelle zur Beschreibung und zur Berechnung dreidimensionaler MHD-Umlenkströmungen werden in einem weiteren Schritt aufgezeigt. Auf der Basis des im anschließenden Abschnitt erläuterten Kernströmungsmodells wird die Modellierung einer elektrisch gekoppelten radial-toroidal-radial Mehrkanal-U-Umlenkung durchgeführt.

3.1 Die Einkanalumlenkung in Magnetfeldrichtung

Die Abbildung 3.1 zeigt eine Umlenkströmung in einem Kanal rechteckförmigen Querschnitts, in dem ein elektrisch leitendes Fluid innerhalb eines konstanten in positiver y -Richtung orientierten Magnetfelds um 90° in exakt magnetfeldparallele Richtung umgelenkt wird. Die Strömung wird von einer aufgeprägten Druckdifferenz Δp mit der mittleren Geschwindigkeit v_0 angetrieben und ist in allen Bereichen der Geometrie laminar. Alle Kanalwände sind elektrisch leitend.

Die Krümmerströmung läßt sich anschaulich in drei Strömungsgebiete aufteilen. In großen Abständen vom Krümmer in positiver x - und y -Richtung ergeben sich zweidimensionale eingelaufene MHD-Strömungen, in der der Geschwindigkeitsvektor parallel beziehungsweise orthogonal zum Magnetfeld verläuft. In der Krümmerumgebung wird sich eine dreidimensionale Strömung ausbilden.

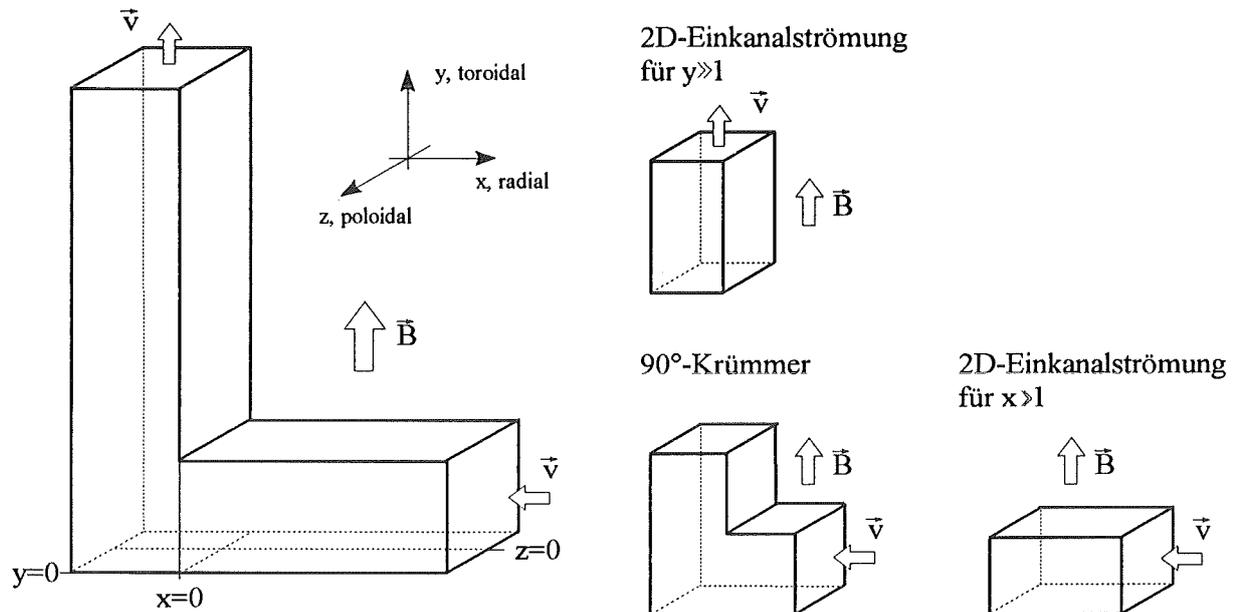


Abb. 3.1: Geometrie und Strömungsgebiete in einer 90°-Einkanalumlenkung in Richtung des Magnetfeldes.

Es folgt eine Diskussion der unterschiedlichen Strömungsformen mit Hinweisen auf die jeweiligen in der Literatur behandelten Einzelthematiken.

3.1.1 Zweidimensionale Einkanalströmungen mit $\vec{v} \parallel \vec{B}$ (Toroidalastströmung)

Im magnetfeldparallelen Ast, im weiteren als Toroidalast bezeichnet, ist die Hauptströmungskomponente der Geschwindigkeit parallel zum angelegten Magnetfeld. Das Vektorprodukt aus Geschwindigkeit und Magnetfeld ($\vec{v} \times \vec{B} = 0$) ergibt sich zu null; es wird keine Spannung induziert. Dadurch findet keine Wechselwirkung zwischen Magnetfeld und Strömung statt und es wird sich ein hydrodynamisches Strömungsprofil, charakterisiert durch ein Gleichgewicht von viskosen Kräften und Druckkräften ausbilden.

Die hydrodynamische Strömungsform tritt jedoch nur dann auf, wenn dreidimensionale elektrische Ströme aus der Umlenkung keinen signifikanten Einfluß mehr auf die Strömung haben. Im Bereich großer Hartmann-Zahlen wirken sich kleine Störungen des Geschwindigkeitsfeldes, wie sie durch die Umlenkung auftreten, nach der Analyse von Hasimoto (1960), Chester (1961) oder Kyrilidis et al. (1990) noch in Lauflängen $L \sim M$ aus, so daß bei fusionsrelevanten Hartmann-Zahlen der hydrodynamische Zustand kaum erreicht wird.

Quantitative Aussagen über den Einfluß von Trägheitskräften auf die Einlauflänge existieren für das genannte Strömungsproblem bisher nicht.

3.1.2 Zweidimensionale Einkanalströmungen mit $v \perp B$ (Radialastströmung)

Im Kanal rechteckförmigen Querschnitts ergibt sich bei hohen Hartmann-Zahlen und Interaktionsparametern schon in geringer Entfernung nach der Umlenkung ein eingelaufener, zweidimensionaler Strömungszustand. Holroyd und Walker (1978b) sowie Grinberg et al. (1985) geben an, daß die Einlauflänge l_{dev} nach dreidimensionalen Störungen von der Wandleitfähigkeit in der Form $l_{\text{dev}} \sim 1/\sqrt{c}$ abhängt.

Die zweidimensionale MHD-Strömung im Rechteckkanal, siehe Abbildung 3.2a, in der zwei Wände orthogonal zum angelegten Magnetfeld stehen und die seitlichen Wände parallel zum Magnetfeld orientiert sind, gehört zu den am meisten untersuchten MHD-Strömungstypen.

Den größten Teil des Kanalquerschnitts nimmt eine Kernströmung ein, deren Geschwindigkeitsprofil bei großen Hartmann-Zahlen kolbenförmig ist und in der ein Gleichgewicht zwischen Lorentz-Kräften und Druckkräften herrscht. Im Gegensatz zur Hydrodynamik treten am Übergang des Kerns zu den Wänden zwei sowohl in Form als auch in der Erstreckung unterschiedliche Strömungsgrenzschichten auf.

An Wänden senkrecht zu den magnetischen Feldlinien, die im weiteren als Hartmann-Wände bezeichnet werden, sind dies sogenannten Hartmann-Schichten. Da in ihnen die Lorentz-Kräfte in Strömungsrichtung zeigen und nur durch die viskosen Kräfte balanciert werden, sind ihre Grenzschichtdicken δ_H extrem dünn. Sie skalieren mit $\delta_H \sim 1/M$.

An magnetfeldparallelen Wänden, auch Seitenwände genannt, treten Seitengrenzschichten auf. Die Lorentz-Kräfte spielen in ihnen kaum eine Rolle, da das Vektorprodukt aus Strom und Magnetfeld ($\vec{j} \times \vec{B} = 0$) null ist. Ihre Dicke δ_S ist von der Größenordnung $\delta_S \sim 1/\sqrt{M}$. Anders als in den Hartmann-Schichten, die durch einen monotonen Abfall der Geschwindigkeit gekennzeichnet sind, können in den Seitenschichten abhängig von der elektrischen Leitfähigkeit der Seitenwand Geschwindigkeitsüberhöhungen (siehe Abbildung 3.3b) oder gar, wie Hunt (1965) beschreibt, Rückströmungen auftreten. Die in diesen Seitenschichten transportierten Volumenströme können dabei für bestimmte Leitfähigkeitskonstellationen der Wände durchaus den im Kern transportierten Volumenstrom übertreffen.

Aus der Vielzahl theoretischer Lösungen zweidimensionaler MHD-Rechteckkanalströmungen sind für verschiedene Wandleitverhältnisse der Hartmann-Wand c_H und der Seitenwände c_S ohne Anspruch auf Vollständigkeit einige herausgegriffen:

- (a) Chang und Lundgren finden 1961 eine geschlossene analytische Lösung für $c_H = c_S \rightarrow \infty$.
- (b) Hunt (1965) erhält für die Fälle $c_H \rightarrow \infty$ und $c_S \gg 1/M$ beziehungsweise $c_S = 0$ und $c_H \gg 1/M$ Lösungen in Form unendlicher Reihen.
- (c) Walker (1981) findet für folgende Bedingungen $c \ll 1/M$, $1/M \ll c \ll 1/\sqrt{M}$ beziehungsweise $c \gg 1/\sqrt{M}$ Lösungen, die auf Fourierreihenansätzen beruhen.

Aus den dargestellten Arbeiten ergeben sich als Grenzfälle die von Hunt und Williams (1968), Temperely und Todd (1971) sowie Tabelling und Chabrierie (1981) beschriebenen Lösungen. Temperely stellt 1984 eine Zusammenfassung und eine Analyse der wichtigsten Arbeiten vor. Er zeigt Fehlerquellen einiger Autoren auf und gibt Korrekturen an.

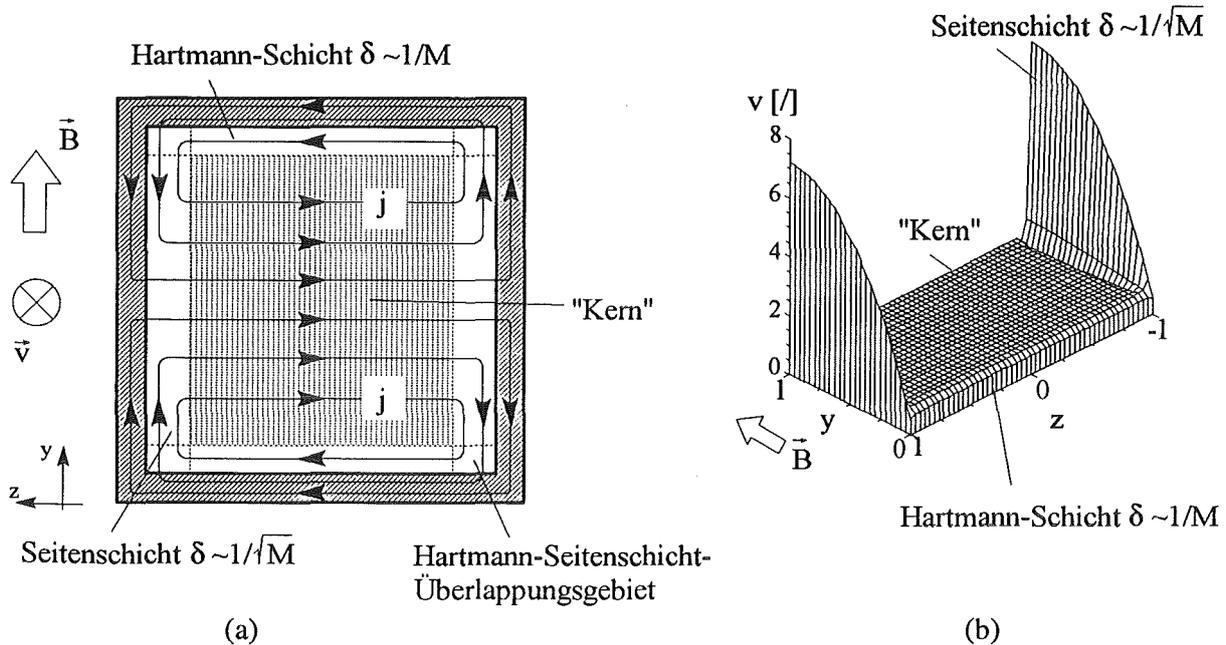


Abb. 3.2: (a) Schichtenstruktur einer MHD-Strömung und Verlauf der elektrischen Ströme in einem elektrisch leitenden Rechteckkanal bei konstantem Magnetfeld.

(b) Berechnetes Geschwindigkeitsprofil in einem Rechteckkanal für $c=0.052$ und $M=8000$; deutlich zu erkennen ist das M-förmige Geschwindigkeitsprofil.

Die Schichtenstruktur eingelaufener Strömungen konnte auch in Experimenten ermittelt werden. Hunt et al. (1969) sowie Branover (1978) finden in Kanälen mit dünnen elektrisch leitenden Wänden sowohl die Geschwindigkeitsüberhöhungen in den Seitenwandschichten als auch den großen Geschwindigkeitsabfall in den Hartmann-Schichten. Aufgrund der Dickenskalierung der Grenzschichten sind ihre Messungen auf relativ "kleine" Hartmann-Zahlen im Bereich $M \approx 10^2$ beschränkt.

Im weiteren sind lediglich Kanalwände mit endlicher elektrischer Leitfähigkeit aller Kanalbegrenzungen von Interesse. Tillack gibt 1990 für den in einem Rechteckkanal auftretenden Druckgradienten eine von der Hartmann-Zahl abhängige Näherungslösung an.

$$\frac{dp}{dx} = - \left[\frac{a}{3b} \frac{\sqrt{M}}{1 + c_s \sqrt{M}} + \frac{1 + c_H}{c_H + 1/M} \right]^{-1} \quad (3.1)$$

Für große Hartmann-Zahlen erhält man die von Walker 1981 angegebene Druckgradientenkorrelation.

$$\frac{dp}{dx} = - \left[1 + \frac{1}{c_H} + \frac{a}{3b c_s} \right]^{-1} \quad (3.2)$$

Als Sonderfall ergibt sich aus der Beziehung 3.1 bei großen Aspektverhältnissen b/a der von Chang und Lundgren (1961) beschriebene Druckverlust der MHD-Strömung im Plattenkanal. Der Druckverlust dieser als Hartmann-Strömung bezeichneten Strömungsform stellt den größtmöglichen Druckverlust in einer zweidimensionalen MHD-Strömung dar. Für große Hartmann-Zahlen ergibt er sich zu:

$$\frac{dp}{dx} = - \frac{c_H}{c_H + 1} \quad (3.3)$$

Die Beziehung 3.3 entspricht der in Kapitel 2.1 hergeleiteten Druckverlustkorrelation (Gl. 2.5), in der der Widerstand der Grenzschichten und der Seitenwände vernachlässigt wurde.

3.1.3 Dreidimensionale MHD-Einkanalströmung im 90°-Krümmer

Mit Hilfe der "Drei-Finger-Regel" ist man in der Lage, qualitativ die in einer Umlenkung auftretenden dreidimensionalen Effekte auf die Strömung zu beschreiben.

In der Radialastströmung wird aufgrund des Ohmschen Gesetzes eine Spannung im Querschnitt des Kanals induziert; in der Toroidalastströmung hingegen tritt keine Potentialdifferenz auf, da das Kreuzprodukt aus $\vec{v} \times \vec{B}$ null ist. Damit ergibt sich ein Potentialgefälle zwischen dem Radialast und dem Toroidalast, das elektrische Ströme nach sich zieht. Aufgrund der Quellenfreiheit des elektrischen Stromes wird sich dieser schematisch auf dem in der Abbildung 3.3 skizzierten Strompfad schließen. Elektrische Ströme parallel zur x -Richtung bewirken Lorentz-Kräfte die das Fluid in Richtung der Seitenwände verdrängen, da sie senkrecht zum angelegten Magnetfeld verlaufen. Es kommt zur Ausbildung eines M-förmigen Geschwindigkeitsprofils. Man kann sich anschaulich klarmachen, daß die Strömungsumordnung Leistung kostet. Die zusätzliche Leistung schlägt sich in einem irreversiblen, dreidimensionalen Druckverlust nieder, der dem zweidimensionalen superponiert ist.

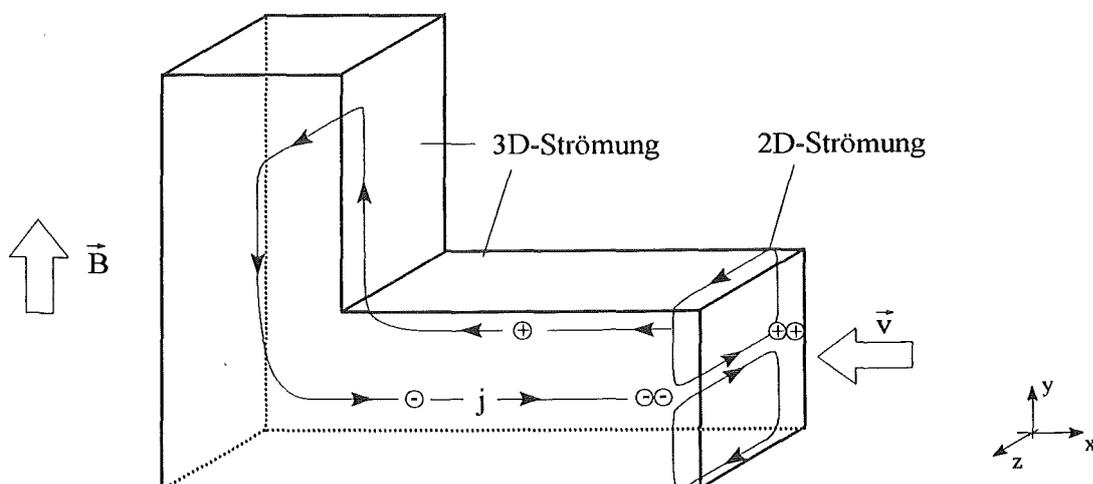


Abb. 3.3: Schematischer Verlauf des elektrischen Stroms in einer radial-toroidal-Umlenkung

Anhand des Krümmerbeispiels wird deutlich, daß in der Magnetohydrodynamik im wesentlichen lokale Potentialdifferenzen dreidimensionale Strömungsformen verursachen.

Damit ergeben sich dreidimensionale Strömungen in der MHD dann, wenn sich die induzierte Spannung im Kanalquerschnitt in Strömungsrichtung ändert. Dies geschieht beispielsweise:

- (a) bei Änderungen der Geometrie entlang der Strömungsrichtung, wie im oben genannten Krümmer oder aber bei Querschnittsänderungen;
- (b) bei Änderungen des Magnetfelds entlang der Strömungsrichtung ;
- (c) bei Änderungen der elektrischen Wandleitfähigkeit entlang der Strömungsrichtung.

Der Effekt der Ausbildung eines M-förmigen Geschwindigkeitsprofils ist ein Charakteristikum dreidimensionaler Strömungen und tritt qualitativ in jeder der genannten dreidimensionalen Konfigurationen auf. Experimentell bestätigen Gelfgat und Kit (1971) in Expansionen und Kontraktionen sowie Reed et al. (1987) einem veränderlichen Magnetfeld die Ausbildung von M-förmigen Geschwindigkeitsprofilen im Bereich dreidimensionaler Strömungen.

Innerhalb dreidimensionaler Strömungen spielen Trägheitseinflüsse aufgrund lokaler Beschleunigungen und Verzögerungen der Strömung über dem Kanalquerschnitt eine Rolle. Dabei kann man erwarten, daß die Seitenwandschichten mit ihren Geschwindigkeitsüberhöhungen vom Einfluß der Trägheitskräfte stärker betroffen sind als die homogene Kernströmung.

Hunt und Holroyd (1977) leiten anhand von Größenordnungsbetrachtungen basierend auf dem Modell der "charakteristischen Oberflächen" her, daß sich im trägheitsfreien Fall, der durch die Bedingung $N \gg M^{3/2}$ charakterisiert ist, die Dicke der Seitenschicht in dreidimensionalen Strömungen gegenüber der zweidimensionalen Strömung nicht ändert und weiterhin mit $\delta_S \sim 1/\sqrt{M}$ skaliert. Für den trägheitsbehafteten Fall finden sie mit zunehmender Geschwindigkeit eine Aufdickung der Seitenwandschicht, deren Erstreckung dann mit $\delta_S \sim N^{-1/3}$ skaliert. Aufgrund weiterer Überlegungen schließen beide Autoren, daß für dreidimensionale, trägheitsbehaftete, laminare Strömungen der zusätzliche Druckverlust durch Trägheitseinflüsse ebenfalls mit $N^{-1/3}$ skaliert.

Unterstützung findet ihre Analyse durch Experimente von Young et al. (1975). In der in Abbildung 3.4a gezeigten Umlenkgeometrie eines Rechteckkanals mit $c=0.016$ finden Young et al. bei Hartmann-Zahlen $M \approx 3000$ und Interaktionsparametern $N \approx 100-1200$ einen trägheitsabhängigen Druckverlust, der annäherungsweise mit der Potenz $N^{-1/3}$ skaliert.

Ändert sich der Kanalquerschnitt gegenüber dem äußeren konstanten Feld abrupt, siehe hierzu Abbildung 3.4b, so treten in MHD-Strömungen an dieser Stelle aus Konsistenzgründen interne Scherschichten, auch Ludford-Schichten genannt, auf. Ausgehend von einer Größenordnungsbetrachtung in der Kräftebilanzgleichung der Scherschicht finden Hunt und Leibovich

(1967) für den zweidimensionalen Fall des Plattenkanals, sowie Hunt und Ludford (1968b) für den dreidimensionalen Fall der Expansion folgende Skalierung der Ludford-Schichtdicke δ_L :

- trägheitsfreie Ludford-Schicht bei $N \gg M^{3/2}$: $\delta_L \sim 1/\sqrt{M}$.
- trägheitsbehaftete Ludford-Schicht $1 \ll N \ll M^{3/2}$: $\delta_L \sim N^{-1/3}$.

Das Verhalten und die Qualität der Ludford-Schicht entspricht dem der Seitenschichten.

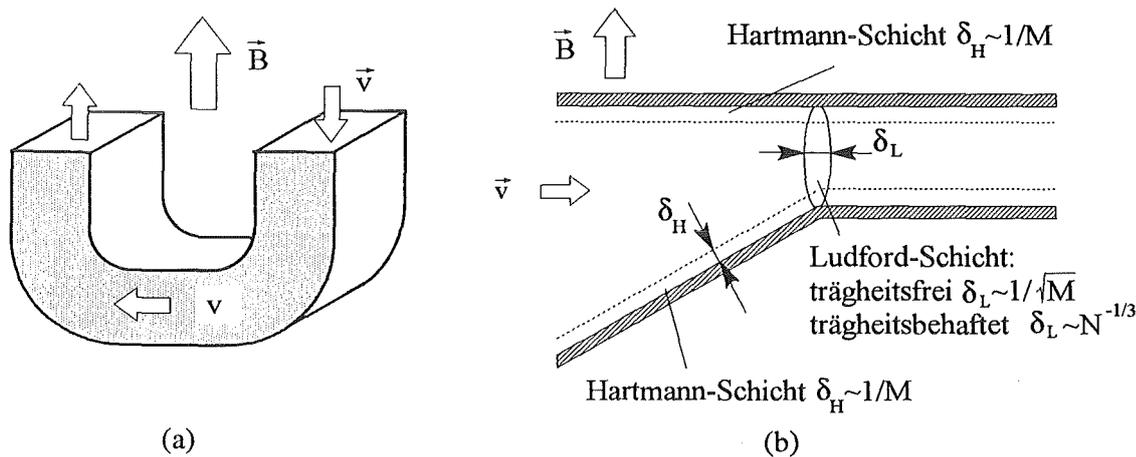
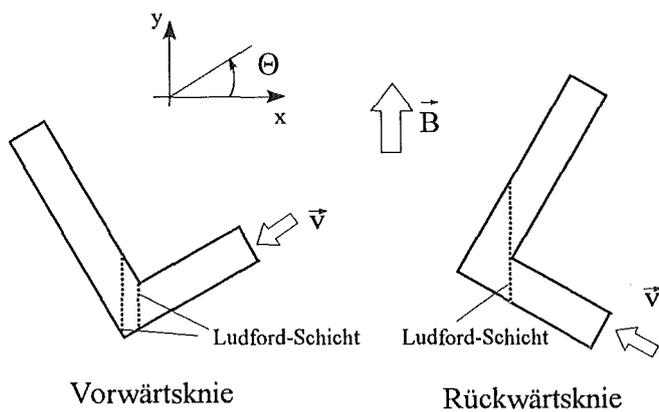


Abb. 3.4: (a) untersuchte Geometrie von Young et al. 1975;
 (b) Schemaskizze einer Strömung mit abrupter Änderung der Wandneigung entlang der Strömungsrichtung.

Die weitere Literaturübersicht beschränkt sich auf Arbeiten, in denen 90° -Krümmerströmungen in Richtung des Magnetfeldes betrachtet werden.

Eine scharfkantige, Z-förmige, radial-toroidal-radiale Umlenkung in einem Kreisrohrquerschnitt mit dem Wandleitparameter $c=0.155$ wird von Holroyd (1978 und 1980) bei Hartmann-Zahlen $M \approx 230$ und bei Interaktionsparametern $N \approx 10-100$ untersucht, siehe Abbildung 3.5a. Aufgrund einer asymptotischen Analyse folgert, daß der Trägheitsdruckverlust mit $\Delta p_{\text{Trägheit}} \sim N^{-1/3}$ skaliert. Basierend darauf trägt er die Druckverluste in der Umlenkung über $N^{-1/3}$ auf. Die Bandbreite der Meßgenauigkeit beträgt jedoch bis zu 40% der Meßgröße.

Neben den Druckdifferenzmessungen werden von Hunt und Holroyd (1978) Messungen des elektrischen Potentials auf der Oberfläche des gleichen Kanals in einem ähnlichen Parameterbereich durchgeführt. Ihre Folgerungen aus der Analyse der Potentialdaten auf das Geschwindigkeitsprofil im magnetfeldparallelen Kanalabschnitt sind widersprüchlich. Hunt vermutet, daß alles Fluid direkt an der Umlenkante in Magnetfeldrichtung in einer wandnahen Schicht der Dicke $\delta \sim N^{-1/3}$ transportiert wird, während Holroyd annimmt, daß das Fluid bevorzugt in trägheitsbehafteten Seitenschichten der Dicke $\delta \sim N^{-1/3}$ fließt. In beiden Fällen stagniert das Fluid in nahezu dem gesamten Bereich des magnetfeldparallelen Strömungskanals.



mungskerne voneinander trennt. Diese Scherschicht transportiert einen erheblichen Anteil des Volumenstromes in Richtung des Magnetfeldes. In beiden betrachteten Fällen ist die Strömungsgeschwindigkeit in Magnetfeldrichtung im Strömungskern nicht null.

Abb. 3.6: Definition der Vorwärts- bzw. Rückwärtsumlenkung nach Moon, Hua und Walker 1991.

Kunugi et al. (1991) berechnen für einen Wandleitparameter $c=0.01$ die MHD-Strömung in einer 90° -Vorwärtsumlenkung mit dem vollen Gleichungssystem, das Trägheits- und Zähigkeitseinflüsse berücksichtigt. Ihre Lösung bleibt auf relativ kleine Hartmann-Zahlen ($M \approx 100$) begrenzt.

Die Ergebnisse von Moon et al. werden 1993 von Bühler bestätigt. Im Gegensatz zu den vorangegangenen Autoren erfolgt die Lösung des Krümmerströmungsproblems bei ihm in allen Bereichen der Geometrie numerisch. Seine Berechnungen basieren ebenfalls auf dem Kernströmungsmodell.

Molokov und Bühler untersuchen 1993 und 1994 ebenfalls mit dem Kernströmungsmodell eine radial-toroidal-radiale U-Umlenkung. Sie führen an der Singularitätsstelle der Umlenkung aus Konsistenzgründen eine Ludford-Schicht der Dicke $\delta_L \sim 1/\sqrt{M}$ ein. Beide weisen nach, daß durch eine gezielte Variation der Aspektverhältnisse, der Wandleitparameter der einzelnen Kanalwände, sowie der Länge des toroidalen Strömungskanals beliebige Volumenstromverteilungen in den Schichten entlang der 1.Wand, der 2.Wand und den Seitenwänden eingestellt werden können. Der Strömungskern des Toroidalastes stagniert in ihrem Modell nicht, vielmehr sind im Kern Geschwindigkeitskomponenten normal zum Magnetfeld vorhanden.

Die Messungen von Barleon et al. 1992 und 1993, 1993b in einer 90° -Umlenkströmung haben experimentell den Nachweis erbracht, daß die numerische Simulation auf der Basis des Kernströmungsmodells bei großen Hartmann-Zahlen ($M \approx 2 \cdot 10^3 - 8 \cdot 10^3$) und Interaktionsparametern sowohl den Druckverlust als auch die Potentialverteilung auf der Oberfläche in guter Genauigkeit wiedergibt.

3.2 Mehrkanalumlenkung

Bei der Mehrkanalumlenkung in eine Richtung parallel zum angelegten Magnetfeld wird analog zur Einkanalumlenkung eine Aufteilung in drei Strömungsgebiete durchgeführt. Es ergibt sich folgendes in Abbildung 3.7 graphisch dargestelltes Schema:

- zweidimensionale Mehrkanalströmung mit $\vec{v} \parallel \vec{B}$ für $y \gg 1$.
- zweidimensionale Mehrkanalströmung mit $\vec{v} \perp \vec{B}$ für $x \gg 1$.
- dreidimensionale Mehrkanalumlenkströmung.

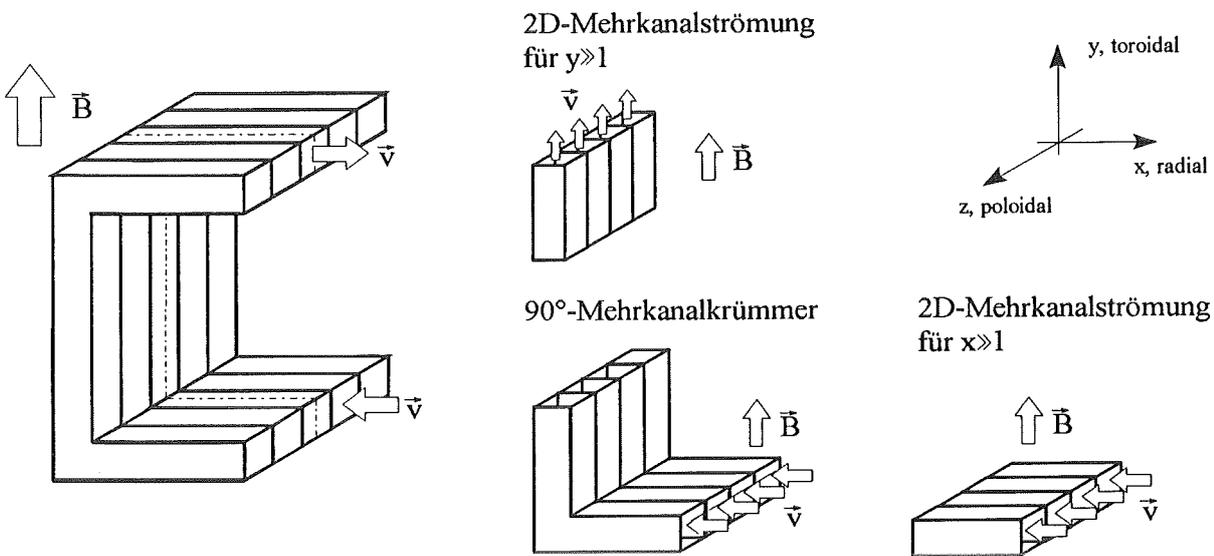


Abb. 3.7: Geometrie und Strömungsgebiete in einer 90°- Mehrkanalumlenkung.

Die folgende Betrachtung beschränkt sich auf Strömungskanalgeometrien, in denen alle Kanalwände elektrisch leitend sind. Elektrisch voneinander getrennte Kanäle verhalten sich wie die in Abschnitt 3.1 aufgeführten Einkanalfälle.

3.2.1 Zweidimensionale Mehrkanalströmungen mit $v \parallel B$

Ebenso wie in der Einkanalströmung wird im Toroidalast einer Mehrkanalströmung keine Spannung induziert. Es treten folglich in großer Entfernung von der Umlenkung keinerlei gegenseitige Wechselwirkungen zwischen den Kanälen auf und es stellt sich in jedem Kanal ein hydrodynamisches Strömungsprofil ein. Die Einlaufängen bis zum Erreichen eines hydrodynamischen Strömungszustandes hängen in ähnlicher Weise von der Hartmann-Zahl ab wie in der Einkanalströmung. Aufgrund der elektrischen Wechselwirkung der Kanäle im Bereich der Umlenkung kann man vermuten, daß sich dreidimensionale elektrische Ströme aus der Umlenkung über sehr lange toroidale Strecken hinweg auswirken und sich somit für fusionsrelevanten Bedingungen ($M \gg 1$, $N \gg 1$) kein hydrodynamischer Endzustand einstellen wird.

3.2.2 Zweidimensionale Mehrkanalströmungen mit $v \perp B$

Die systematische Untersuchung zweidimensionaler Mehrkanalströmungen beginnt erst im Laufe der achtziger Jahre.

Mc Carthy und Abdou untersuchen 1985 die in Abbildung 3.8a dargestellte geometrische Konfiguration. Durch die in Magnetfeldrichtung parallele Anordnung der Kanäle können bei gleichen elektrischen und fluiddynamischen Randbedingungen in den Einzelkanälen aufgrund anschaulicher Überlegungen keine großräumigen elektrischen Ströme fließen. Es wird unter diesen Umständen lediglich an den Trennwänden zu kleinen, lokal begrenzten Wechselwirkungen kommen. Aus ihren Berechnungen ergibt sich in dieser Anordnung kein Mehrkanaleffekt. Durch eine gezielte Variation des Wandleitparameters oder des Durchflusses sind die Autoren in der Lage, großräumige, alle Einzelkanäle betreffende, elektrische Ströme einzustellen, die zu signifikanten Mehrkanaleffekten führen.

Die von Mc Carthy und Abdou untersuchte Anordnung unterscheidet jedoch in Bezug auf die zu erwartenden Mehrkanaleffekte deutlich von der in der Abbildung 3.8b von Molokov (1993, 1994) untersuchten Geometrie. Durch die orthogonal zum Magnetfeld parallel nebeneinander angeordneten Kanäle können elektrische Ströme aus einem Kanal austreten und in den benachbarten Kanal eindringen, siehe auch Skizze 3.8b.

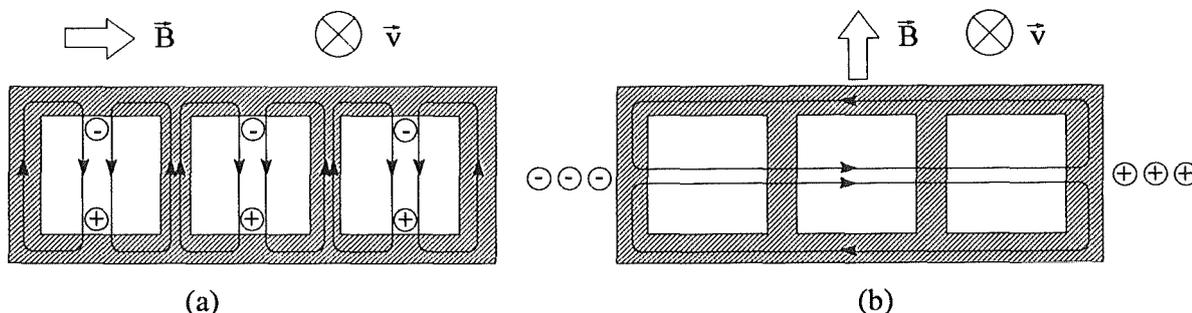


Abb. 3.8: (a) Von Mc Carthy und Abdou 1985 untersuchte zweidimensionale Mehrkanalanordnung; (b) zweidimensionale Mehrkanalanordnung von Molokov 1994.

Diese Ströme verlaufen senkrecht zum Magnetfeld und verursachen bei gleichem angelegten Druckgradienten in jedem Kanal eine ungleiche Volumenstromverteilung. Die von Molokov gefundene Lösung ist unter mehreren Aspekten interessant. Molokov setzt bei der Modellierung der zweidimensionalen MHD-Mehrkanalströmung lediglich voraus, daß die Hartmann-Wände besser elektrisch leitend sind als die Hartmann-Schichten ($c_H \gg 1/M$), ansonsten sind alle Wandleitverhältnisse möglich, einschließlich der Fälle nichtleitender Seitenwände ($c_S=0$), oder perfekt leitender Seiten- und Hartmann-Wände ($c_S \rightarrow \infty$, $c_H \rightarrow \infty$). In seinem Modell verzichtet er auf die Einschränkung der induktionsfreien Strömung ($R_m \rightarrow 0$) und nutzt die Shercliffische Randbedingung (siehe Gleichung 2.31). Im Gegensatz zu Mc Carthy und Abdou ergibt sich damit eine von der Hartmann-Zahl abhängige Lösung des Problems. Für alle

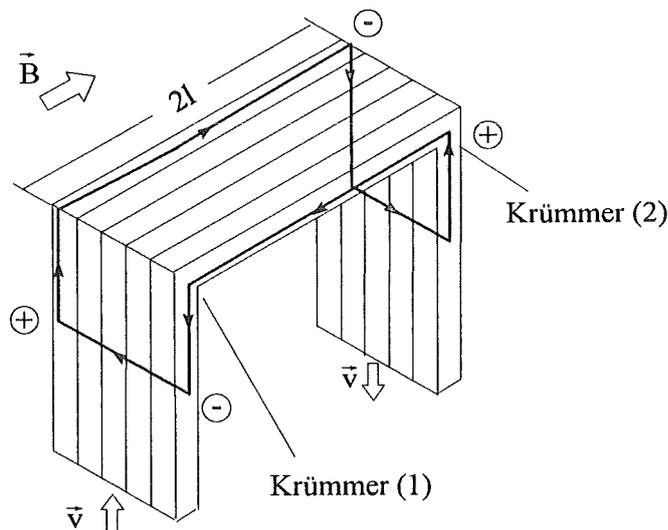
Randschichten werden gestreckte Variablen eingeführt. Die Lösung erfolgt analytisch mit Hilfe von Fourierreihen, die an die Randbedingungen angepaßt werden. Das wichtigste Ergebnis seiner Berechnungen ist, daß mit zunehmender Kanalanzahl der Druckverlust in den Einzelkanälen gegen einen Grenzwert strebt. Dieser Grenzwert entspricht dem Druckverlust der Hartmann-Strömung (Gleichung 3.3).

3.2.3 Dreidimensionale Mehrkanalströmung im Krümmer

Dreidimensionale Strömungen in elektrisch gekoppelten Systemen wurden bis jetzt nur von wenigen Autoren untersucht.

Die 90°-Mehrkanalumlenkung stellt von der Problematik her eine Kopplung des Krümmers mit der zweidimensionalen Mehrkanalströmung dar. Das elektrische Potential, das in den senkrecht zum Magnetfeld orientierten, gekoppelten Kanälen induziert wird, schließt sich in den magnetfeldparallelen Kanälen kurz. Dadurch treten wie im 90°-Einkanalkrümmers Axialströme auf, die das Fluid in Richtung der Seitenwände verdrängen. Die Fluidverdrängung in Richtung des nichtleitenden Außenraums wird in den inneren Kanälen durch die Trennwand unterbunden, und bleibt damit weiter hohen Lorentz-Kräften ausgesetzt. Dies schlägt sich in einem gegenüber der zweidimensionalen Mehrkanalströmung höheren Druckverlust nieder.

Da die Strömungskanäle in magnetfeldparalleler Richtung aus technischen Gründen nicht beliebig ausgedehnt werden können, tritt praktisch immer die in Abbildung 3.9 dargestellte U-förmige Geometrie auf.



In dieser Geometrie aber können, sofern die toroidale Länge l nicht von der Größenordnung $l \sim \sqrt{M}$ ist, zwischen den beiden Krümmern (1) und (2) aufgrund des gegenseitig induzierten Potentials zusätzliche elektrische Ströme fließen, siehe Abbildung 3.9. Die Wechselwirkung zwischen den Krümmern wird zu einem verstärkten dreidimensionalen Mehrkanaleffekt führen, der sich gegenüber dem 90°-Mehrkanalkrümmers in Form größerer Druckverluste niederschlägt.

Abb. 3.9: Schemaskizze zum elektrischen Stromverlauf in einer radial-toroidal-radial Mehrkanal-U-Umlenkung.

Die Problematik ungleicher Druckabfälle in U-Umlenkungen elektrisch gekoppelter Kanäle wurden von Madarame et al. 1984 und 1985 erkannt. Auf das von ihnen entwickelte Modell wird etwas näher eingegangen. In ihrem Modell stellen sie an die Umlenkströmung neben der Trägheitsfreiheit ($N \rightarrow \infty$) und der Reibungsfreiheit ($M \rightarrow \infty$) folgende Bedingungen:

- (a) Die Geschwindigkeitsverteilung an der Umlenkkannte ist kolbenförmig und in jedem Kanal gleich. Die Vorgeschichte der Strömung wird nicht betrachtet.
- (b) Die elektrische Ströme fließen in den magnetfeldparallelen toroidalen Kanälen lediglich in der Ebene des Magnetfelds. Dies bedeutet, daß in einer dreidimensionalen Geometrie lediglich zweidimensionale Ströme erlaubt sind.

Die von ihnen berechneten Druckverluste in Mehrkanalumlänkungen wachsen in den inneren Kanälen schnell mit der Anzahl elektrisch gekoppelter Umlänkungen an. Ab einer bestimmten "kritischen" Kanalanzahl ergibt sich ein asymptotischer Grenzwert des Druckverlustes. Die von ihnen gefundene kritische Kanalanzahl hängt von den Geometrieparametern der Umlenkung sowie von der elektrischen Leitfähigkeit der Wände ab. Die Schwachpunkte dieses Modells liegen in den oben eingerückt dargestellten, restriktiven Annahmen.

Basierend auf der Modellierung der Einkanal-U-Umlenkung von Molokov und Bühler (1993b, 1994b) führt Molokov eine elektrische Kopplung der Kanäle zu einer Mehrkanal-U-Umlenkströmung durch, siehe Reimann & Molokov 1993. Wie auch die Einkanalumlenkung basiert die Mehrkanalumlenkung auf dem Kernströmungsmodell. Im Gegensatz zu Madarame ist die von Molokov berechnete Strömung in allen Bereichen der Umlenkung dreidimensional. In großer Entfernung von der Umlenkung werden eingelaufene Strömungsbedingungen angenommen. Die wichtigsten Ergebnisse sind:

- (a) Mit steigender Kanalanzahl wächst der Druckverlust im Mittelkanal stark an. Eine kritische Kanalanzahl, ab der der Druckverlust nicht mehr ansteigt, kann nicht gefunden werden.
- (b) Im Fall identischer Volumenströme in den jeweiligen Einzelkanälen ergibt sich abhängig vom Wandleitverhältnis mit zunehmender Kanalanzahl im inneren Kanal eine Erhöhung des Volumenstroms nahe der ersten Wand in einer Schicht der Dicke $\delta \sim 1/\sqrt{M}$.
- (c) An der der ersten Wand gegenüberliegenden Wand, der sogenannten 2. Wand, können Rückströmgebiete auftreten.

Erste experimentelle Untersuchungen in Mehrkanalsystemen mit Rechteckgeometrie wurden 1992 von Reimann et al. durchgeführt. Sie stellen in ihren Messungen eine starke Abhängigkeit

des Druckverlusts vom Interaktionsparameter fest. Eine vollständige Unterdrückung von Mehrkanaleffekten wird von ihnen für den Fall ermittelt, in dem die einzelnen radialen Zulaufkanäle elektrisch voneinander entkoppelt sind.

Das von Molokov entwickelte Modell für eine U-Umlenkung in exakt magnetfeldparallele Richtung wird als Grundlage zur Berechnung der MHD-Strömung in einer U-Umlenkung genutzt. Vervollständigt wird die von ihm entwickelte Theorie durch Einführung geeigneter Randbedingungen zur Modellierung der Zulaufgeometrie, die einen wesentlichen Einfluß auf die Umlenkströmung haben können.

Die Modellierung der Umlenkströmung und der Gedankengang zur Lösung wird im Abschnitt 3.5 skizziert.

3.3 Modelle zur Beschreibung von MHD-Strömungen

Da für allgemeine zwei- und dreidimensionale MHD-Strömungsvorgänge keine exakten analytischen Lösungen der in Kapitel 2 aufgeführten Differentialgleichungssysteme möglich sind, finden im wesentlichen drei Methoden zur Beschreibung derartiger Strömungen eine große Verbreitung. Alle genannten Methoden gehen von einer induktionsfreien Strömung ($R_m \rightarrow 0$) aus. Das angelegte Magnetfeld ist damit eine vorgegebene, konstante Größe.

Hauptsächlich im Bereich zweidimensionaler Strömungen werden sogenannte Netzwerkmodelle (, unter anderem Madarame 1984, Picologlou 1985, Tillack 1990,) eingesetzt, in denen MHD-Strömungen auf ein elektrisches Ersatzschaltbild reduziert werden. Diese Modelle sind in der Lage, die wichtigsten physikalischen Effekte und Skalierungsgesetzmäßigkeiten herauszufiltern. Voraussetzung zur Reduktion auf ein elektrisches Ersatzschaltbild ist jedoch die Kenntnis der räumlichen Verteilung des elektrischen Stroms und der Geschwindigkeit in einem Strömungskanal. Im Rahmen dreidimensionaler MHD-Strömungen können Annahmen über Geschwindigkeits- und Stromverteilung einen wesentlichen Einfluß auf das erzielte Ergebnis nehmen. Dies führt naturgemäß zu Unsicherheiten und zu Grenzen im Hinblick auf die Anwendung bei der Auslegung technischer Komponenten.

Die zweite Klasse von Lösungsverfahren stellen sogenannte vollnumerische Lösungen dar. In ihnen wird das Rechengbiet diskretisiert und der vollständige Satz der Gleichungen 2.17-2.22 gelöst. Aufgrund mit wachsender Hartmann-Zahl immer dünner werdender Grenzschichtdicken, ist eine extrem verfeinerte Diskretisierung und damit ein wachsender Speicherbedarf und eine rapide ansteigende Rechenzeit vonnöten. Für zweidimensionale Vorgänge wurden von Sterl (1989) Lösungen für beliebige Wandleitparameter in Rechteckkanälen bis $M \approx 10^3$ gefunden. Im Rahmen dreidimensionaler Strömungen spielen, wie angesprochen, Trägheitskräfte eine Rolle. Die aus den Trägheitskräften resultierenden nichtlinearen, konvektiven

Terme müssen in der Impulsgleichung zusätzlich betrachtet werden und erhöhen den ohnehin schon hohen Rechenzeitbedarf. Sterl (1989) findet deshalb für dreidimensionale Strömungen Lösungen nur bis zu Hartmann-Zahlen von $M \leq 100$.

Erste vollnumerische Untersuchungen von Krümmerströmungen wurden von Aitov et al. 1978 durchgeführt. Sie berechnen eine MHD-Strömung in einer radial-toroidal-radialen U-Umlenkung in einem elektrisch isolierten Kanal. Die Limitierung der Anwendung der vollen numerischen Simulation ist bei ihnen durch die Hartmann-Zahl gegeben; sie erreichen maximal $M=30$. Numerische Simulationen für den 90° -Krümmer im elektrisch isolierten Kanal sind auch von Lenhart 1994 bis zu Hartmann-Zahlen $M \approx 500$ entwickelt worden. Er findet einen Druckverlustanteil, der auf Trägheitseffekte zurückzuführen ist. Für große Hartmann-Zahlen strebt der Trägheitsdruckverlust gegen die Proportionalität $N^{-1/3}$, die von Hunt und Leibovich (1967) aus der asymptotischen Betrachtung gewonnen worden ist.

Eine dritte Klasse zur Berechnung dreidimensionaler MHD-Strömungen sind sogenannte asymptotischen Verfahren, die besonders im fusionsrelevanten Parameterbereich extrem großer Hartmann-Zahlen und Interaktionsparametern erfolgreich angewandt werden können.

In diesen Verfahren erfolgt eine Aufteilung des Strömungsquerschnitts in Unterbereiche. Innerhalb der Unterbereiche werden lediglich die dominanten physikalische Effekte berücksichtigt. Zur Verknüpfung der Unterbereiche müssen geeignete Übergangsbedingungen erfüllt werden. Die Lösung für das Geschwindigkeits- und das elektrische Stromfeld ist in jedem Bereich dreidimensional. Die größte Verbreitung findet in diesem Rahmen das von Kulikovskii (1968) eingeführte Kernströmungsmodell, in dem Trägheits- und Zähigkeitseffekte weitgehend vernachlässigt werden. Numerische Lösungen für Krümmerströmungen, die auf diesem Modell beruhen können zum Beispiel den Arbeiten von Moon und Walker 1990, Moon, Hua und Walker 1991, Bühler 1993, Bühler und Molokov 1994 etc. entnommen werden.

Die im Kernströmungsmodell getroffenen Annahmen werden im nachfolgenden Abschnitt ausführlich geschildert. Im Kapitel 3.5 erfolgt skizzenhaft die Beschreibung der Modellierung einer MHD-Strömung in einer elektrisch gekoppelten radial-toroidal-radialen Mehrkanal-U-Umlenkung auf der Basis des Kernströmungsmodells. Die vollständige mathematische Formulierung kann dem Anhang A entnommen werden.

3.4 Das Kernströmungsmodell

Das Kernströmungsmodell beschreibt die stationäre, laminare, trägheitsfreie Strömung eines elektrisch leitenden Fluids unter dem Einfluß eines starken vorgegebenen Magnetfelds. Innerhalb des Modells wird von einer Reihe von Vereinfachungen Gebrauch gemacht, die den Parameterrahmen des Modells stark einschränken. Die Vereinfachungen werden im nachfolgenden dargestellt und diskutiert.

Ebenso wie in allen oben genannten vollnumerischen Ansätzen werden induzierte magnetische Felder im Kernströmungsmodell vernachlässigt. Diese Annahme ist für kleine magnetische Reynolds-Zahlen oder kleine elektrische Stromdichten gerechtfertigt. Die Fluidgeschwindigkeit hat somit keinen Einfluß auf die lokale Magnetfeldstärke. Als Resultat ergibt sich der Magnetfeldvektor \vec{B} als eine konstante, vom Experimentator vorgegebene, Größe. Damit werden der Lorentz-Term ($\vec{j} \times \vec{B}$) in der Impulsgleichung und der Induktionsterm im Ohmschen Gesetz ($\vec{v} \times \vec{B}$) linear. Diese Näherung wird in der Literatur häufig auch als Induktionsfreiheit der Strömung bezeichnet.

Bei großen Hartmann-Zahlen ($M \gg 1$) können Zähigkeitseffekte bis auf den wandnahen Bereich in der Impulsbilanz vernachlässigt werden.

Für große Interaktionsparameter ($N \gg 1$) können die Trägheitskräfte in der Impulsbilanz ebenfalls vernachlässigt werden. Man spricht in diesem Zusammenhang von einer "magneto-statischen" Approximation.

Als Konsequenz großer Hartmann-Zahlen ($M \gg 1$) und Interaktionsparameter ($N \gg 1$) reduziert sich die Impulsbilanz im Kern der Strömung auf ein Gleichgewicht von Druck- und Lorentz-Kräften. Die Strömungsgeschwindigkeit ist damit in der Impulsgleichung nicht mehr direkt enthalten. Sie ergibt sich im Rahmen der Modellannahmen aus dem Ohmschen Gesetz.

Die bis jetzt durchgeführten Näherungen beschreiben das Strömungsgeschehen im Großteil des betrachteten Kanalquerschnitts, dem sogenannten Strömungskern, oder kurz "Kern".

Durch die Vernachlässigung der Reibungsterme im Strömungskern kann mit den reduzierten Gleichungen die Wandhaftbedingung nicht mehr erfüllt werden. Es verbleibt lediglich die Bedingung, daß die Normalkomponente der Geschwindigkeit an der Fluid-Wand-Grenzfläche verschwindet, $\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$. Um die Physik auch in den viskosen Grenzschichten vollständig zu beschreiben, werden Grenzschichtansätze eingeführt.

Wie in den Abschnitten 3.1.2 und 3.1.3 aufgezeigt wurde, treten drei Arten von Grenz- oder Übergangsschichten auf.

- (a) Hartmann-Schichten der Dicke $\delta_H \sim 1/M$ an magnetfeldnormalen Wänden.
- (b) Seitenschichten der Dicke $\delta_S \sim 1/\sqrt{M}$ an magnetfeldparallelen Wänden.
- (c) Ludford-Schichten der Dicke $\delta_L \sim 1/\sqrt{M}$, sofern sie trägheitsfrei sind, an abrupten Geometrieübergängen des Kanalquerschnitts gegenüber dem äußeren Magnetfeld.

In den Seitenschichten und den Ludford-Schichten können große Geschwindigkeitsüberhöhungen auftreten. Dreidimensionale Effekte verstärken den Trägheitseinfluß in diesen Schichten. Zur Vernachlässigung der Trägheitskräfte gegenüber den Reibungskräften müssen die trägheitsbehafteten Grenzschichten ($\delta \sim N^{-1/3}$) sehr viel kleiner sein als die Reibungsgrenzschichten

($\delta \sim 1/\sqrt{M}$). Es ergibt sich somit eine weitere Restriktion für den Interaktionsparameter in der Form $N \gg M^{3/2}$.

Das Strömungsproblem ist mit dem Satz der Grenzschichtgleichungen und der Differentialgleichung für den Strömungskern noch nicht vollständig formuliert. Simultan mit den vorangegangenen Gleichungen müssen, sofern elektrisch leitende Kanalwände betrachtet werden, die Differentialgleichungen für das elektrische Potential (Gleichungen 2.32) in den Wänden gelöst werden. Durch die Notwendigkeit der simultanen Behandlung dreier gekoppelter unterschiedlicher Differentialgleichungssätze ist das Strömungsproblem in dieser Form ohne weitere Einschränkungen nur schwer einer numerischen Lösung zugänglich.

Weitere Einschränkungen betreffen die an das Fluid angrenzenden, elektrisch leitenden Wände. Die Differentialgleichungen für das elektrische Potential in den Wänden werden durch den aus dem Fluid austretenden elektrischen Strom bestimmt. Fordert man, daß die elektrische Leitfähigkeit der Wände deutlich größer als die ihrer benachbarten Grenzschichten ist, fließt der größte Teil der elektrischen Ströme aus dem Kern ohne Änderungen über die Grenzschichten hinweg in die Wände. Der Stromfluß in den Grenzschichten kann in der Folge vernachlässigt werden und die Differentialgleichungen des elektrischen Potentials der Wände sind direkt mit der Impulsgleichung für den Kern gekoppelt. Es ergibt sich für die Leitfähigkeit der Hartmann-Wand die Bedingung $c_H \gg \delta_H \sim 1/M$ und die Leitfähigkeit der Seitenwand $c_S \gg \delta_S \sim 1/\sqrt{M}$. Damit können, sobald die Lösung für die Kernströmung und die elektrischen Wandpotentiale bekannt ist, die Lösungen für die Grenzschichten aus diesen rekonstruiert werden.

Ein Analogon zu der beim Kernströmungsmodell angewandten Vorgehensweise existiert in der Tragflügelaerodynamik. Dort berechnet man mit der Potentialtheorie die Druckverteilung über dem Tragflügel. Aus der Druckverteilung über dem Tragflügel in Verbindung mit den kinematischen Randbedingungen am Flügel wird mithilfe der Grenzschichttheorie das Geschwindigkeitsprofil zwischen Flügel und Außenströmung rekonstruiert.

Die vollständige Lösung eines MHD-Strömungsproblems mit dem Kernströmungsmodell ergibt sich somit durch die Lösung der Impulsgleichung im Kern und der Gleichungen für das elektrische Potential auf den Wänden. Insgesamt werden folgende Annahmen getroffen:

1. stationäre Strömung in jedem betrachteten Abschnitt;
2. Induktionsfreiheit der Strömung für $R_m \ll 1$;
3. Vernachlässigung von Reibungseinflüssen außer in den Grenzschichten für $M \gg 1$;
4. Vernachlässigung von Trägheitseinflüssen gegenüber Reibungseinflüssen für $N \gg M^{3/2}$;
5. Entkopplung der Grenzschichtgleichungen von der Impulsgleichung im Kern und den Gleichungen für das elektrische Potential auf den Wänden für $c_H \gg 1/M$ und für $c_S \gg 1/\sqrt{M}$.

3.5 Modellierung einer Mehrkanal-U-Umlenkung

Als Basis für die Modellierung der Mehrkanalumlenkung dient das im vorangegangenen Abschnitt angesprochene Kernströmungsmodell. Die Einkanalumlenkung ergibt sich dabei als Sonderfall der Mehrkanalumlenkung.

Die in Abbildung 3.10 gezeigte Mehrkanal-U-Umlenkung besteht aus $2n-1$ nebeneinander angeordneten Einkanal-U-Umlenkungen. Die Gesamtgeometrie ist sowohl symmetrisch bezüglich der Mittelebene des zentralen Kanals eins (Symmetrieebene S1) als auch symmetrisch bezüglich der halben toroidalen Länge l (Symmetrieebene S2). Alle anderen geometrischen Abmessungen sind der Abbildung 3.10 zu entnehmen.

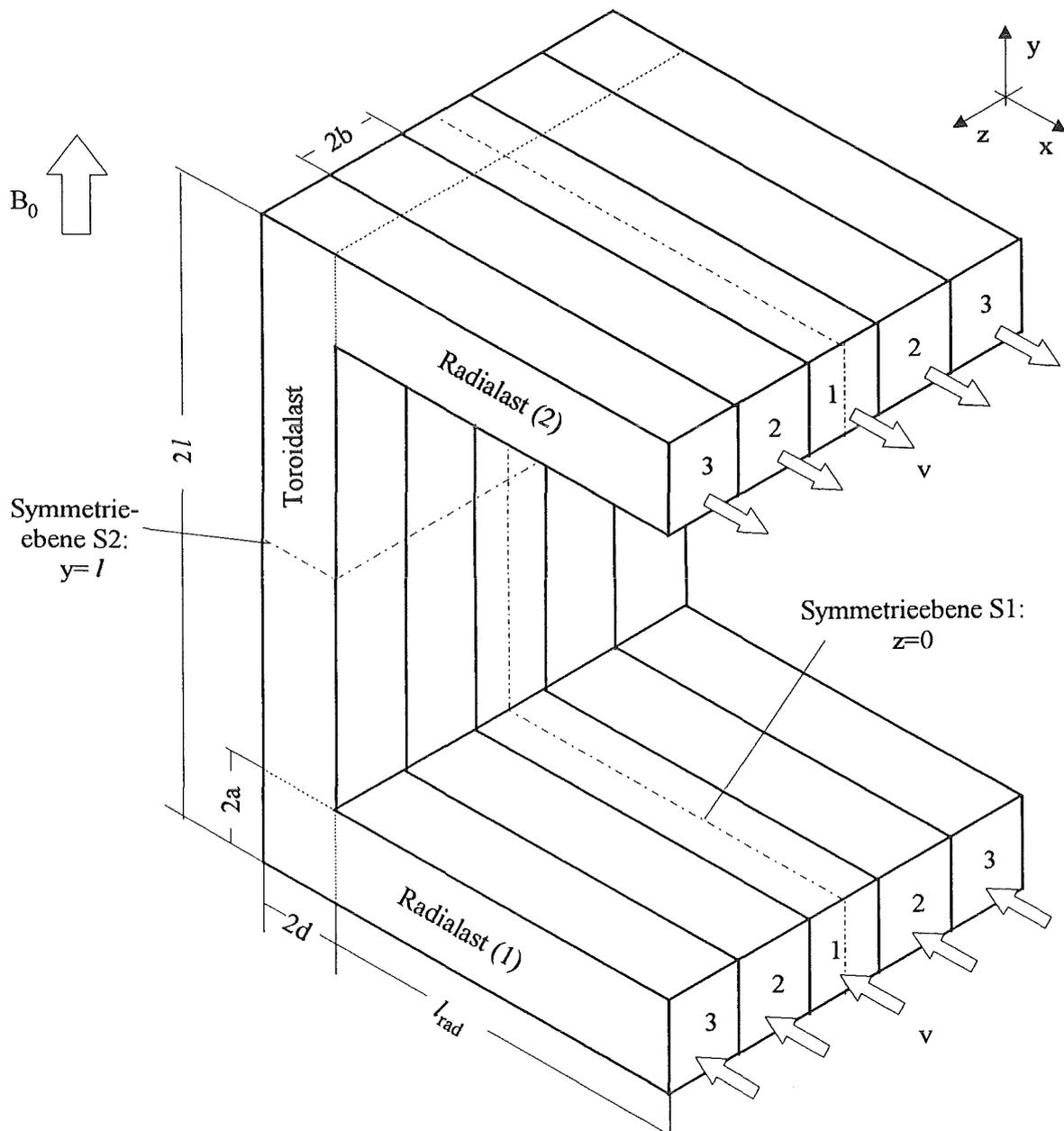


Abb. 3.10: Skizze einer Mehrkanal-U-Umlenkung mit $n=3$.

Da aufgrund der getroffenen Modellannahmen - Induktionsfreiheit und Trägheitsfreiheit der Strömung - lediglich lineare Gleichungen zu lösen sind, wird die Lösung insbesondere auch von der Strömungsrichtung unabhängig. Diese Tatsache erlaubt es, das Rechengebiet auf die untere Hälfte der U-Umlenkung ($y < l$) zu beschränken.

Bei $y=l$ werden geeignete Symmetriebedingungen eingeführt. An dieser Stelle ist der Druck auf den Mittelwert der als konstant vorgegebenen Drücke zwischen Ein- und Austritt abgefallen. Der Druck ist deshalb im ganzen Querschnitt bei $y=l$ konstant. Das Druckniveau wird so gewählt, daß

$$p(y = l) = 0 \quad , \quad (3.4)$$

in jedem Einzelkanal ist.

Aufgrund der entgegengesetzten Geschwindigkeiten in den Radialästen (1) und (2) werden die dort induzierten elektrischen Potentiale in Ebenen $z=\text{konstant}$ ein antisymmetrisches Verhalten bezüglich der Symmetrieebene $y=l$ zeigen. Deshalb ergibt sich für $y=l$ die Symmetriebedingung für das elektrische Potential in der Form:

$$\Phi(y = l) = 0 \quad . \quad (3.5)$$

Am Eintritt in den Radialast werden definierte Strömungszustände vorgegeben. Dies können zum Beispiel voll eingelaufene Zustände in den Einzelkanälen sein.

$$p = \text{konstant}; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \quad . \quad (3.6)$$

Der vorgegebene konstante Druck am Eintritt kann sich dabei zwischen den einzelnen Kanälen durchaus unterscheiden.

Für eine bezüglich der Ebene $z=0$ symmetrische Volumenstromverteilung in den Einzelkanälen kann der Rechenaufwand weiter reduziert werden, indem lediglich der Teil der Geometrie mit $z > 0$ betrachtet wird. Als Resultat ergeben sich bei $z=0$ weitere Symmetriebedingungen.

$$\frac{\partial p}{\partial z}(z = 0) = \Phi(z = 0) = 0 \quad . \quad (3.7)$$

Zur vollständigen Lösung des Gesamtproblems reicht es somit, wenn die Strömung lediglich in einem Viertel des Strömungsgebiets analysiert wird.

Die Lösung des Mehrkanalproblems erfolgt als Iteration zwischen den Einzelkanälen. Der Lösungsweg entspricht dem von Molokov und Bühler (1994b) gewählten Verfahren, in dem die normierten Kernströmungsgleichungen (Gleichungen 3.8-3.11) in jedem Einzelkanal gelöst werden.

-Impulserhaltung

$$\vec{j} \times \vec{e}_y = \nabla p \quad (3.8)$$

-Ohmsches Gesetz für bewegte Leiter

$$\vec{j} = -\nabla \Phi + \vec{v} \times \vec{e}_y \quad (3.9)$$

-Massenerhaltung

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (3.10)$$

-Ladungserhaltung

$$\nabla \cdot \vec{j} = 0 \quad (3.11)$$

\vec{e}_y ist das mit dem angelegten Magnetfeld B_0 normierte Magnetfeld.

Die charakteristische Geschwindigkeit v_0 im Problem ergibt sich aus dem volumetrischen Mittel aller Geschwindigkeiten in den Kanälen $i=1, \dots, n$.

Unterschiede in der Modellierung ergeben sich an den elektrisch leitenden Zwischenwänden. Während bei Molokov und Bühler elektrische Ströme, die den Fluidbereich verlassen, unmittelbar tangential in der Wand abfließen, besteht in der Mehrkanalgeometrie die Möglichkeit eines Stromflusses aus einem Kanal i in den benachbarten Kanal $i+1$. Deshalb ist an elektrisch leitenden Zwischenwänden die Gleichung 2.32 in der Form,

$$j_{n,i} - j_{n,i+1} = \Delta_t \Phi_{w,i} \quad (3.12)$$

zu wählen. $j_{n,i}$ und $j_{n,i+1}$ sind die Normalkomponenten der Stromdichte in den Kanälen i und $i+1$ an deren gemeinsamer Trennwand. Δ_t bezeichnet den Laplace-Operator in der Tangentialebene der Trennwand und $\Phi_{w,i}$ das elektrische Potential dieser Trennwand.

An allen anderen Wänden gilt weiterhin die von Molokov und Bühler für den Einzelkanal verwendete Beziehung zwischen der Normalkomponente der Stromdichte und dem elektrischen Wandpotential.

$$j_{n,i} = \Delta_t \Phi_{w,i} \quad (3.13)$$

Alle im weiteren aufgeführten numerischen Rechenergebnisse wurden mit dem angegebenen Kernströmungsmodell ermittelt. Die gewonnenen Ergebnisse werden zum Vergleich mit den experimentellen Daten herangezogen. Die vollständige mathematische Ableitung der Bestimmungsgleichungen sowie eine Darstellung des Rechenverfahrens kann dem Anhang A entnommen werden.

4. Experimentelle Einrichtung und Versuchsprogramm

Im Kapitel 4 wird zunächst die MEKKA-Versuchsanlage vorgestellt. Der daran anschließende Abschnitt gibt einen Überblick über die im Experiment eingesetzten Meßtechniken und die Datenerfassung. Ein weiteres Unterkapitel stellt die untersuchten Teststrecken vor. Zuletzt werden das Meßprogramm und die ihm zugrunde liegenden Gedanken aufgezeigt.

4.1 Die MEKKA-Anlage

Die Experimente zur Ein- und Mehrkanalumlenkung wurden in der MEKKA-Anlage (Magneto-Hydrodynamik-Experimente in Natrium-Kalium Karlsruhe) am Institut für angewandte Thermo- und Fluidodynamik des Kernforschungszentrums Karlsruhe durchgeführt.

Die Beschreibung der Einrichtung beschränkt sich auf die versuchsrelevanten Komponenten, den Magneten und den Flüssigmetallkreis. Eine detaillierte Beschreibung der Anlage kann mehreren Berichten entnommen werden (beispielsweise Barleon et al. 1989, 1991).

4.1.1 Der Magnet

Für die radial-toroidal-Umlenkexperimente wurde der supraleitende, flüssigheliumgekühlte Solenoidmagnet CELLO benutzt. Er hat eine maximale Feldstärke von 3.6 Tesla, einen Durchmesser von 400mm und eine Länge von 1100mm. Die zylindersymmetrische Verteilung der Magnetfeldstärke zeigt die Abbildung 4.1.

Der Bereich, in dem die Feldstärke bezogen auf Werte im geometrischen Zentrum des Magneten ($z=0$, $r=0$) um weniger als 10% abweicht, wird im weiteren als Raum hinreichend konstanter Feldstärke angesehen und für den Vergleich zwischen Rechnungen und Experimenten herangezogen. Dieser Raum konstanter magnetischer Induktion hat eine Länge von 400mm Länge und einen Durchmesser von 400mm. Er ist in der Abbildung 4.1 schattiert unterlegt. Die aus dieser Annahme resultierenden Fehler werden, sofern sie für die experimentellen Ergebnisse von Relevanz sind, im Abschnitt 5 und 6 angesprochen.

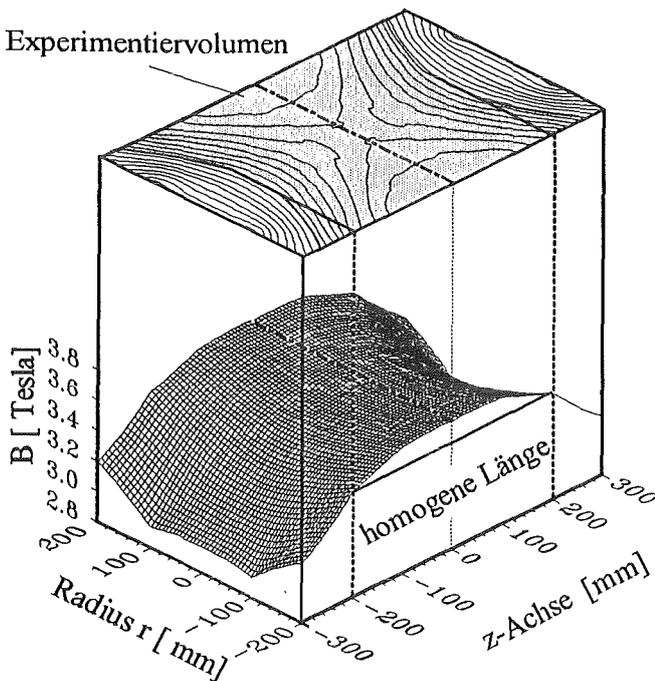


Abb. 4.1: Topographie der Magnetfeldstärkeverteilung im CELLO-Magneten.

Ein Überblick über die weiteren technischen Daten des Magneten erfolgt in Anhang B.

4.1.2 Das Modellfluid

Mit der im Fusionsblanket vorgesehenen Blei-Lithium Legierung (PbLi) lassen sich aufgrund ihrer großen Dichte ($\rho_{\text{PbLi}}=9430 \text{ kg/m}^3$), ihrer relativ geringen elektrischen Leitfähigkeit ($\sigma_{\text{PbLi}}=9.4 \cdot 10^5 \text{ A/(Vm)}$) sowie des limitierten Raums konstanter Magnetfeldstärke des Labor-magneten keine fusionsnahen Hartmann-Zahlen und Interaktionsparameter erzielen. In der MEKKA-Einrichtung wird deshalb als Modellfluid die eutektische Natrium-Kalium Legierung $\text{Na}^{22}\text{K}^{78}$ eingesetzt. Sie zeichnet sich gegenüber Blei-Lithium durch eine um den Faktor vier größere elektrische Leitfähigkeit und um eine zehnfach geringere Dichte aus. Ein weiterer Vorteil des Modellfluids ist sein niedriger Schmelzpunkt von -11°C . Der niedrige Schmelzpunkt erlaubt einen Versuchsbetrieb bei Raumtemperatur und vermindert so den apparativen Aufwand. Die physikalischen Stoffeigenschaften der Natrium-Kalium Legierung $\text{Na}^{22}\text{K}^{78}$ können der Tabelle B2 im Anhang entnommen werden.

4.1.3 Der Kreislauf

Im Kreislauf, der in Bild 4.2 schematisch dargestellt ist, zirkuliert das Fluid, getrieben durch eine Spaltrohrpumpe. Sie erlaubt eine maximale Druckdifferenz von 9.5bar bei einem Volumenstrom von $25\text{m}^3/\text{h}$. Zusätzlich wird für kleine Durchsätze und während der Hochtemperaturbenutzungsphase ($T>350^\circ\text{C}$) eine elektromagnetische Flüssigmetallpumpe (EM-Pumpe) eingesetzt. Die im Kreislauf und der Teststrecke dissipierte Leistung wird von einem ölgekühlten Doppelrohrwärmetauscher abgeführt. Konstante Zustandsgrößen des Arbeitsfluids sichert eine im Bypass arbeitende, ebenfalls ölgekühlte Kaltfalle. In der Kaltfalle werden im Flüssigmetall gelöste Verunreinigungen an einem Maschengitter durch Unterkühlen des Mediums unter die Sättigungskonzentration abgeschieden. Aufgrund der gegenüber Sauerstoff hohen Affinität der Natrium-Kalium-Legierung befindet sich der gesamte Kreislauf und die Teststrecken unter einem gegenüber der Atmosphäre leicht erhöhten Druckniveau mit dem Inertgas Argon.

Der gesamte Kreislauf ist in einen Wagen eingebaut, der auf Schienen parallel zur Magnetachse von einem Hydraulikantrieb computergesteuert stufenlos verfahren werden kann. Die jeweiligen Teststrecken, die ebenfalls auf Wagen ruhen, werden an den Kreislauf angeflanscht und mit ihm verfahren. Der Magnet steht fest. Die flexible Anordnung - fest stehender Magnet und verfahrbarer Kreislauf mit Teststrecke- erlaubt es, bestimmte Meßpositionen der Teststrecken innerhalb des Magnetfelds zu realisieren.

Der Kreislauf sowie alle Meß- und Steuereinrichtungen werden von einer Schaltwarte ferngesteuert, da ein Aufenthalt während der Versuche in dem vom Magneten erzeugten Streufeld nicht gestattet ist.

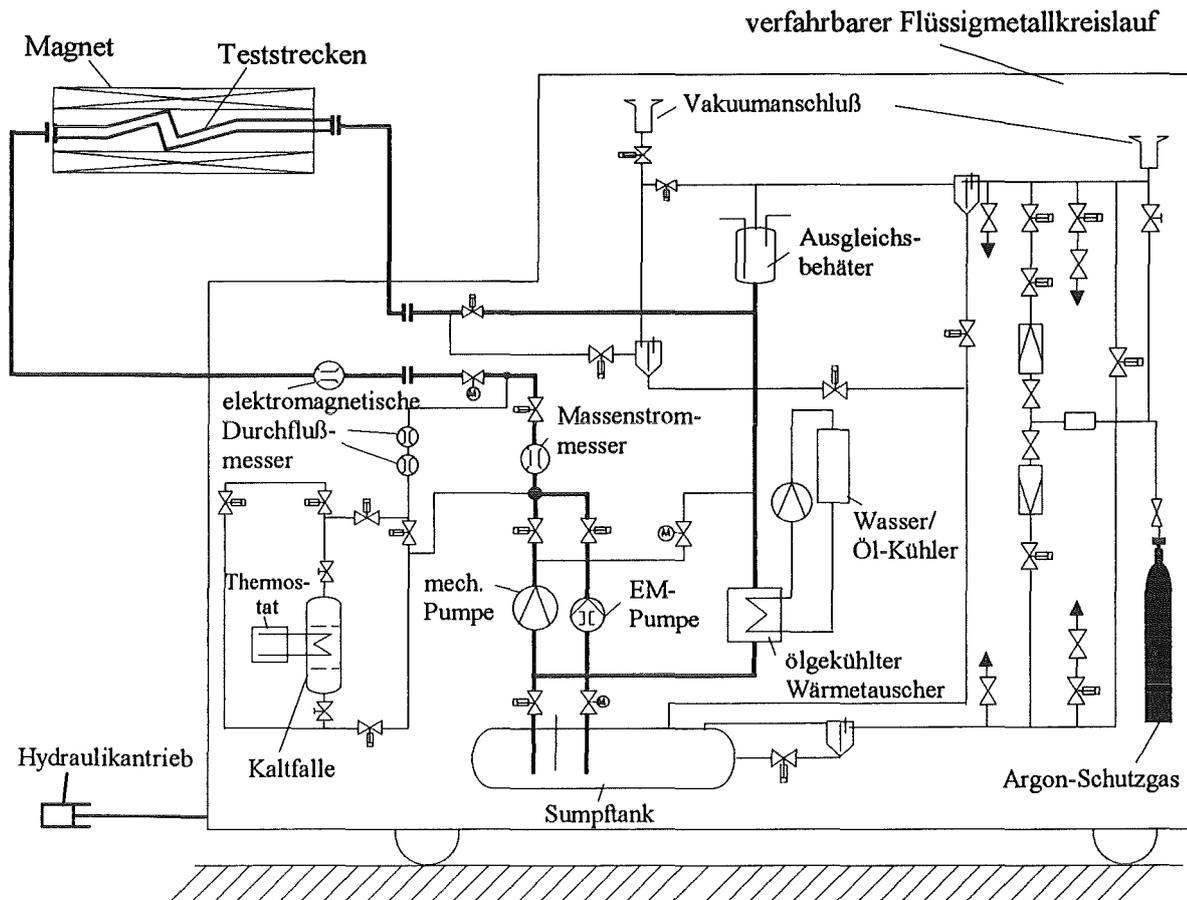


Abb. 4.2: Schematischer Aufbau des Flüssigmetallkreislaufes in der MEKKA-Anlage.

4.2 Meßtechnik und Datenerfassung

4.2.1 Durchflußmessung

Für die Bildung der charakteristischen Kennzahlen der Strömung, sowie zur Ermittlung der dimensionslosen Zustandsgrößen wie Druck oder elektrisches Potential spielt die genaue Kenntnis der mittleren Strömungsgeschwindigkeit eine zentrale Rolle. Zu diesem Zweck werden Durchflußmesser mit unterschiedlichem Meßprinzip verwendet. Es sind dies ein gyrostatischer Durchflußmesser (GD) und elektromagnetische Durchflußmesser (EM-Durchflußmesser).

Der gyrostatische Durchflußmesser (GD) mißt temperaturunabhängig direkt den Gesamt-massenstrom im Kreislauf. Er ist in seinem Meßbereich stufenlos von 0-3.84t/h bis 0-30t/h verstellbar. Der maximale Meßfehler beträgt 0.3% des gewählten Meßbereichsmaximalwertes. Das Meßprinzip wird kurz anhand der Abbildung 4.3 erläutert.

Strömt durch ein mit konstanter Erregerfrequenz um die Schwingachse A angeregtes U-Rohr ein Fluid, so treten in den beiden Schenkeln des U-Rohrs Corioliskräfte entgegengesetzter

Richtung auf, die eine Taumelbewegung um die Drehachse B zur Folge haben. Die Größe des Drehwinkels χ um die Achse B ist direkt proportional zum Massenstrom durch das U-Rohr.

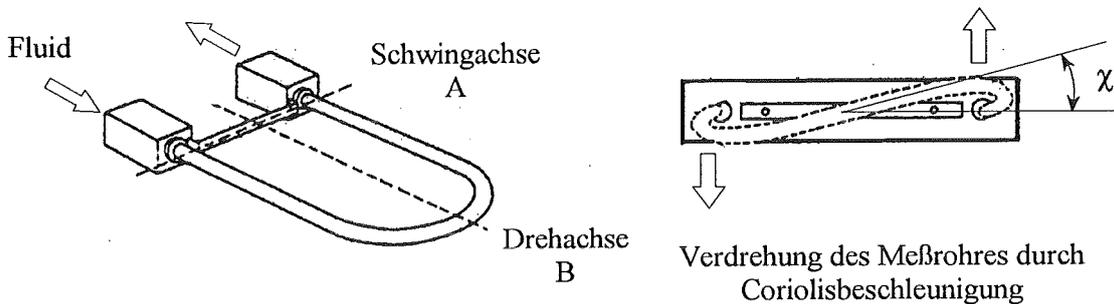


Abb. 4.3: Meßprinzip eines gyrostatischen Durchflußmessers.

Für den Fall der Mehrkanalströmung muß der Volumenstrom in den Einzelkanälen ermittelt werden. Hier werden aufgrund ihrer kompakten Bauweise elektromagnetische Durchflußmesser eingesetzt.

Das Meßprinzip der EM-Durchflußmesser beruht auf der Messung einer elektrischen Spannung, die bei der Durchströmung des elektrisch leitenden Fluids durch ein angelegtes, konstantes Meßmagnetfeld induziert wird. Störungen des Meßmagnetfeldes durch das magnetische Streufeld des Solenoidmagneten verursachen eine "Ausbeulung" der magnetischen Feldlinien des Meßmagneten und führen zu einer Fehlmessung des Volumenstroms (siehe Prinzipskizze 4.4a). Durch das Einbringen einer magnetischen Abschirmung vor dem Durchflußmesser in Form einer ferromagnetischen Platte ($\mu=7000$, siehe Abbildung 4.4b) werden die Feldlinien des Streumagnetfeldes gebündelt. Die Abschirmung wurde so dick gewählt, daß das verbleibende Reststrefeld nach der Abschirmung im ungünstigsten Fall 1/100 des Meßmagnetfeldes des Durchflußmessers beträgt.

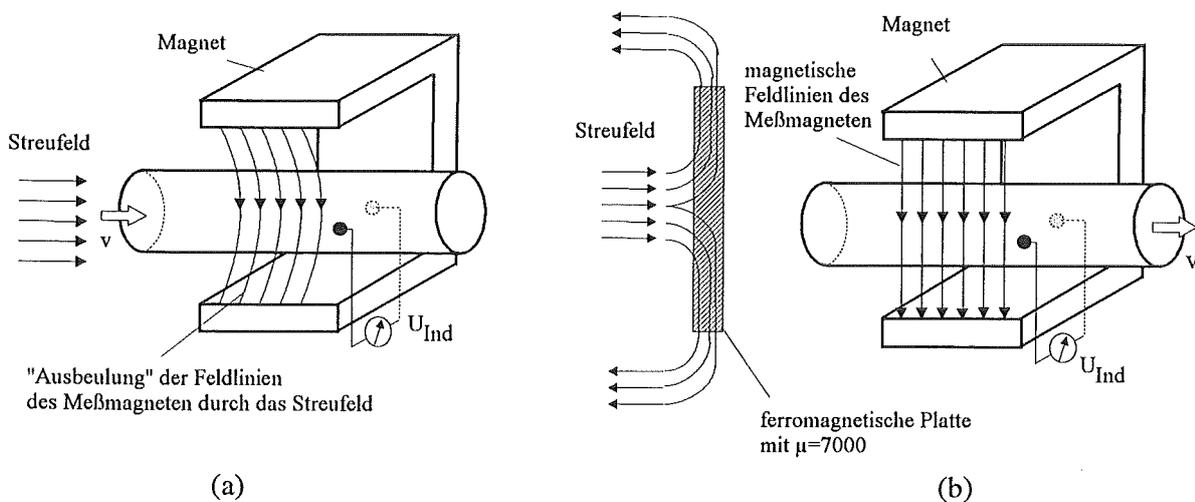


Abb. 4.4: (a) Einfluß eines magnetischen Streufeldes auf einen EM-Durchflußmesser; (b) Abschirmung eines EM-Durchflußmessers vor einem Streufeld durch eine ferromagnetische Platte.

4.2.2 Druckdifferenzmessung

Die Druckdifferenzen in der Teststrecke werden in zwei voneinander unabhängigen Leitungssystemen gemessen, in denen zwei beziehungsweise vier unipolare, kapazitive Differenzdruckmesser verschiedener, variabel einstellbarer Meßbereiche in Serie übereinander angeordnet sind (siehe Abbildung 4.5). Da die Differenzdruckmesser unipolar sind, besteht ein Druckmeßsystem aus einer Leitung mit höherem Druck, gekennzeichnet mit dem Buchstaben H, und einer Meßleitung, in der ein niedrigerer Druck herrscht (Index L). Um Fehler in den Meßwerten aufgrund von Nichtlinearitäten nahe des Meßbereichsendes zu vermeiden, werden die Meßbereiche in jedem Ast überlappend gewählt. Da die Differenzdruckmesser in jedem Ast in einem Rohrleitungsstrang angeordnet sind, kann durch Spülen der Meßleitungen und die Beobachtung an einem Sichtfenster die Gasfreiheit der Leitungen gewährleistet werden. Die Meßgenauigkeit jedes Differenzdruckmessers beträgt 0.5% des jeweiligen gewählten Meßbereichsmaximalwerts.

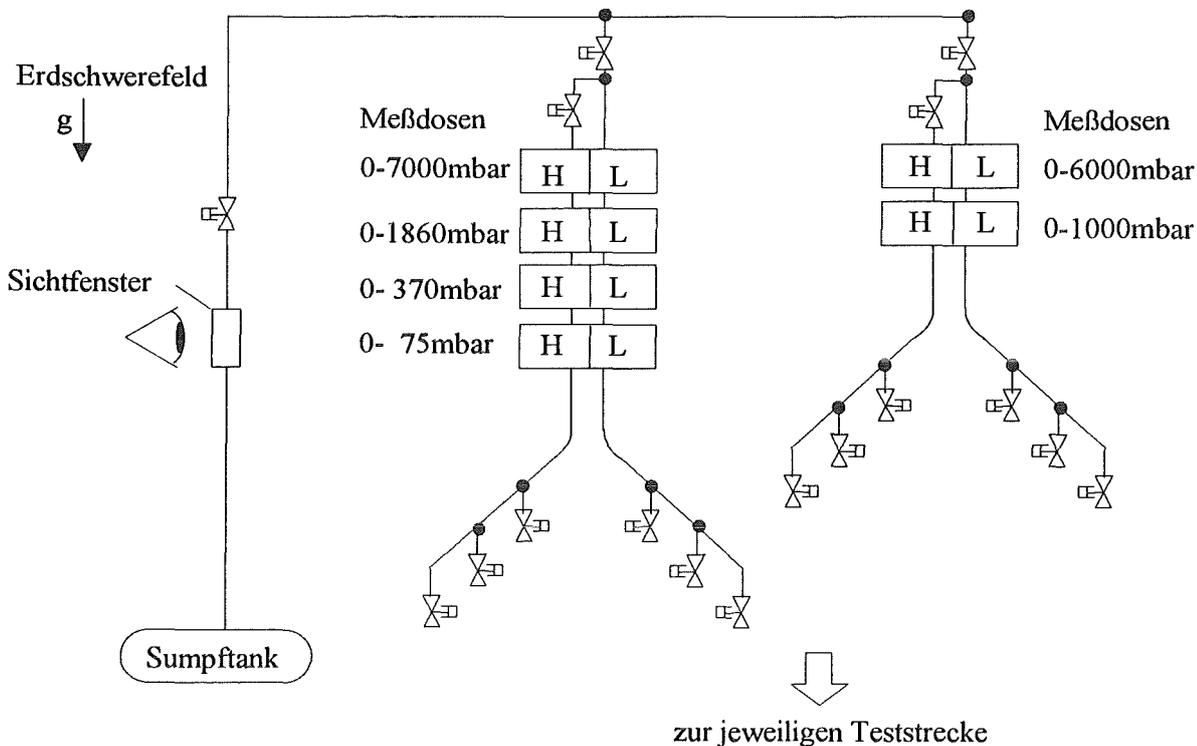


Abb. 4.5: Schemaskizze zum Differenzdruckmeßsystem in der MEKKA-Anlage.

In der MHD sind bei der Druckmessung noch weitere in der Hydrodynamik gänzlich unbekannte Effekte zu beachten. Die Meßleitungen zum Differenzdruckmesser sollten zur Vermeidung von Kurzschlußströmen aus elektrisch nichtleitendem Material bestehen. Damit werden gleichzeitig die MHD-Druckverluste in den Meßleitungen klein und somit die Einstellzeiten bei Druckänderungen gering.

In dreidimensionalen MHD-Strömungen tritt ein weiteres Phänomen auf. Dort stellen direkt gemessene Druckdifferenzen nicht die reale Druckdifferenz dar, die zwischen zwei Kernbe-

reichen herrscht. Vielmehr sind der realen Druckdifferenz virtuelle Drücke überlagert, die durch elektrische Ströme entstehen, die in den Wandenbohrungen senkrecht zum angelegten Magnetfeld fließen. Diese virtuellen Drücke oder Lorentz-Drücke können sehr große Werte erreichen.

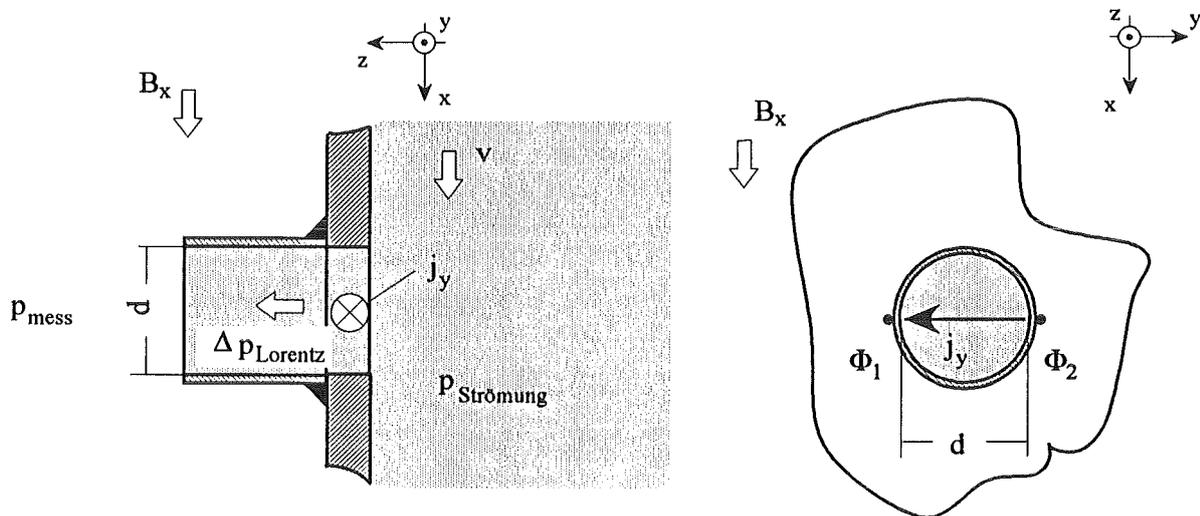


Abb. 4.6: Prinzipskizze zum Unterschied zwischen gemessenem Druck und dem Druck der Kernströmung.

Durch die Messung der elektrischen Potentiale Φ_1 und Φ_2 auf der Wand an der Druckbohrung können die virtuellen Drücke berechnet werden. Anhand der Skizze 4.6 und einfacher Überlegungen kann die Vorschrift für die Druckkorrektur abgeleitet werden. Das Kräftegleichgewicht an der Druckmeßbohrung lautet:

$$\frac{dp}{dz} = B_x j_y \quad (4.1)$$

Das Ohmsche Gesetz an der Wand ergibt für die Stromkomponente j_y den Zusammenhang:

$$j_y = -\sigma \frac{d\Phi}{dy} \quad (4.2)$$

Setzt man die Gleichung 4.2 in 4.1 ein und normiert die Gleichung, so erhält für den dimensionslosen virtuellen Drucksprung p an der Meßbohrung den Zusammenhang:

$$p = -\frac{t_w}{d} \Delta\Phi = -\frac{t_w}{d} (\Phi_2 - \Phi_1) \quad (4.3)$$

Die Druckverlustkorrektur muß an jeder Druckmeßbohrung in einer dreidimensionalen Strömung durchgeführt werden, an der das Magnetfeld eine wandtangente Komponente besitzt.

4.2.3 Oberflächenpotentialmessung

Bei magnetohydrodynamischen Strömungen bildet sich das Strömungsgeschehen über das elektrische Potential auf den Wänden ab. In elektrisch leitenden Kanalwänden kann das Potential an der Außenseite der Kanalwand gemessen werden.

Die Oberflächenpotentialmessung hat im Gegensatz zur Druckmessung keine Rückwirkung auf die Strömung. Sie erfolgt als Spannungsmessung eines diskreten Punktes gegenüber einem Referenzpunkt mittels eines federnden Kontaktstiftes.

Die Genauigkeit der Oberflächenpotentialmessung ist lediglich durch die Auflösung des Analog-Digital-Wandlers der Datenerfassung beschränkt und daher beliebig genau.

4.2.4 Datenerfassung

Die Datenerfassung in der MEKKA-Anlage erfolgt über einen Personal-Computer, der während des Versuchs alle anfallenden Daten aufbereitet und auf einem Massenspeicher ablegt. Darüber hinaus steuert das Erfassungsprogramm des Personalcomputers über eine serielle Schnittstelle (RS232C) das eigentliche Herzstück der Datenerfassungsanlage, die Zentralrecheneinheit (CPU) des Datenloggers.

Über die digitalen Ein- und Ausgänge der Datenerfassungsanlage wird eine speicherprogrammierbare Steuerung (SPS) angesprochen, die folgende Aufgaben erfüllt:

- (a) Verfahren der Teststrecke auf eine gewünschte Position.
- (b) Öffnen und Schließen der Ventile an den Druckmeßleitungen.

Die analog anfallenden Meßsignale, Durchfluß, Temperatur, etc. werden über einen Multiplexer und einen Analog-Digitalwandler in digitale Signale umgewandelt und über die CPU an den Personalcomputer übermittelt. Jedem Analogeingang am Datenlogger kann ein abgestufter Meßbereich von $\pm 20\text{mV}$ bis $\pm 10.24\text{V}$ zugewiesen werden. Da der Analog-Digitalwandler (ADC) auf einer 16bit-Datenbreite arbeitet, ist das Auflösungsvermögen des ADC durch die Gleichung 4.4 gegeben.

$$\text{Auflösung} = \frac{\text{gewählter Meßbereich}}{2^{(16-1)}} \quad [\text{Volt}]. \quad (4.4)$$

Das Datenflußschema der Meßdatenerfassungsanlage ist in der Abbildung 4.7 dargestellt.

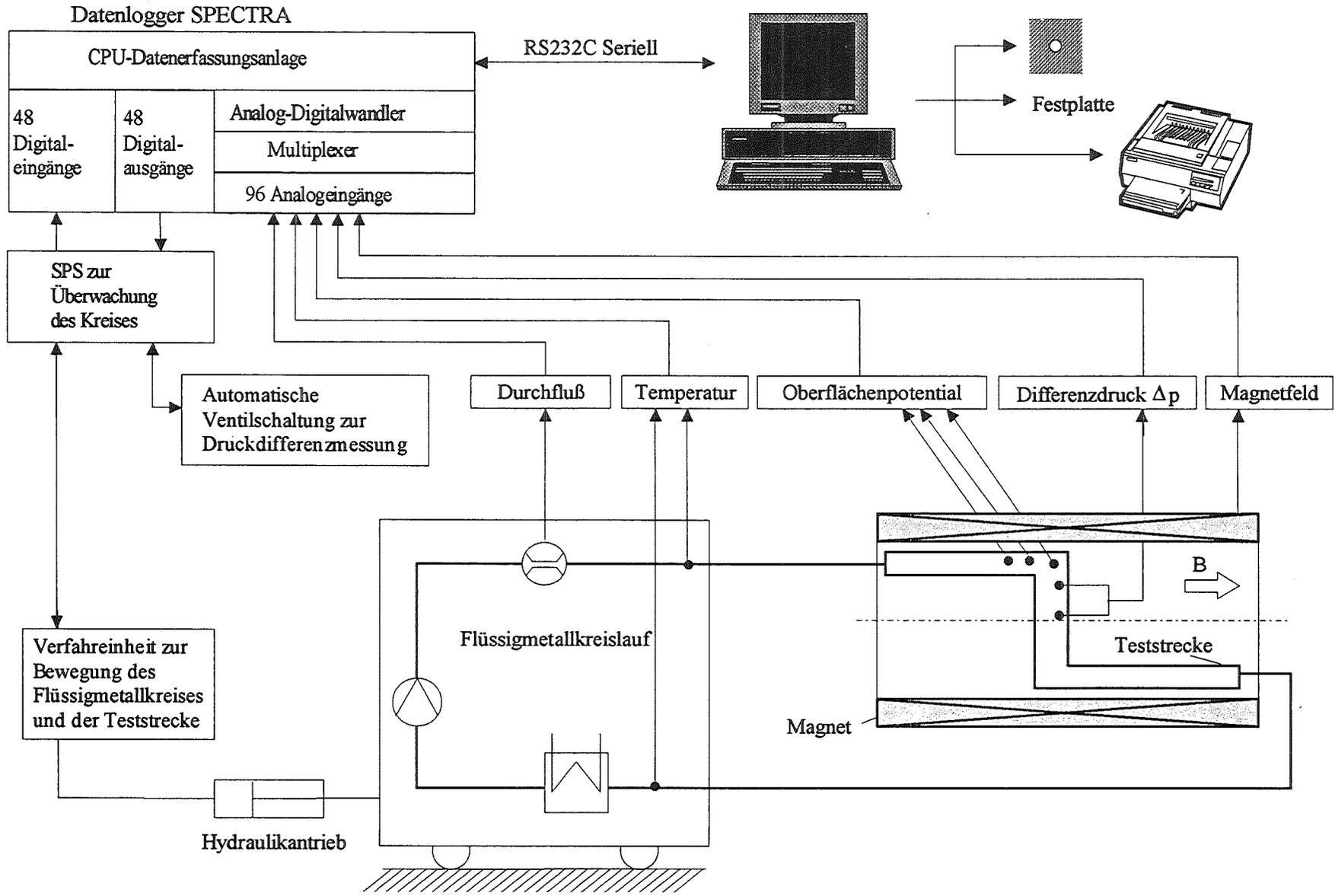


Abb. 4.7: Datenflußschema der Meßdatenerfassungsanlage in der MEKKA-Einrichtung am Beispiel der Einkanalumlenkteststrecke.

4.3 Umlenktestrecken

4.3.1 Die Einkanalumlenktestrecke

Die Einkanalumlenktestrecke wurde in Zusammenarbeit mit dem Argonne National Laboratory (ANL) entworfen und im ANL gefertigt. Die rechteckigen Kanalabschnitte bestehen aus rostfreien, 4.45mm dicken Stahlplatten. Die Stahlplatten wurden im Elektronenstrahlschweißverfahren miteinander verschweißt, um scharfe Kanten zu gewährleisten. Die Teststrecke ist als symmetrische Z-förmige Umlenkung ausgeführt (, siehe Abbildung 4.8). Die charakteristische Länge a , definiert als halber Abstand der Hartmann-Wände im magnetfeldnormalen Kanalabschnitt, beträgt $a=38.1\text{mm}$. Daraus ergibt sich ein fusionstypisches Wandleitverhältnis von $c=0.052$. Alle anderen Maße, die mit der charakteristischen Länge a normiert sind, können der Abbildung 4.8 entnommen werden. Aufgrund der limitierten Abmessungen des homogenen Magnetfeldbereichs des Labormagneten erfolgt die Messung der elektrischen Wandpotentiale auf der einen Hälfte der Teststrecke, während die Differenzdruckmessungen respektive in der anderen Hälfte stattfinden.

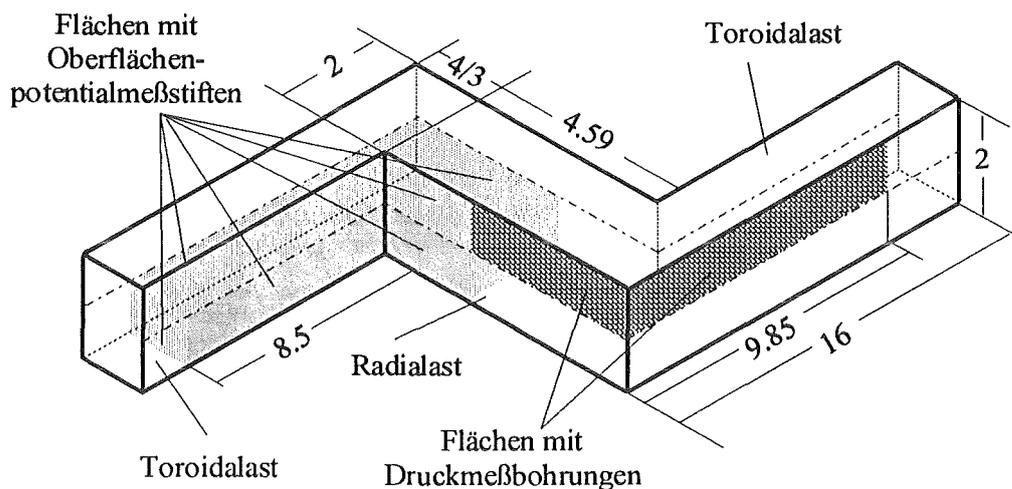


Abb. 4.8: Skizze zu den geometrischen Abmessungen der Einkanalumlenktestrecke sowie zu der räumlichen Anordnung der Meßstellen auf der Teststrecke.

Zur Messung der elektrischen Wandpotentiale werden federnde Kontaktstifte eingesetzt, die in eine Fiberglasplatte eingepreßt auf der einen Hälfte der Teststrecke montiert sind. Die Kontaktstifte sind in neun Linien zu je 13 beziehungsweise 17 Stiften unter einem Winkel von $\Theta_z=15^\circ$ gegenüber dem magnetfeldparallelen Kanalabschnitt angeordnet. Die Lage der Meßlinien in der einen Teststreckenhälfte ist in der Abbildung 4.9 dargestellt. Die Anordnung wurde deshalb gewählt, weil ein Großteil der Experimente mit einer Magnetfeldneigung $\Theta_z=15^\circ$ geplant war. Bei einer derartigen Neigung fallen die Potentialmeßebenen mit den charakteristischen Querschnitten, wie sie bei der theoretischen Modellierung auftreten zusammen. Die Druckmessung erfolgt an Wandanbohrungen mit dem Innendurchmesser 3.2mm. Die Abbildung 4.10

illustriert die geometrische Positionen auf der den Potentialmessungen gegenüberliegenden Teststreckenhälfte.

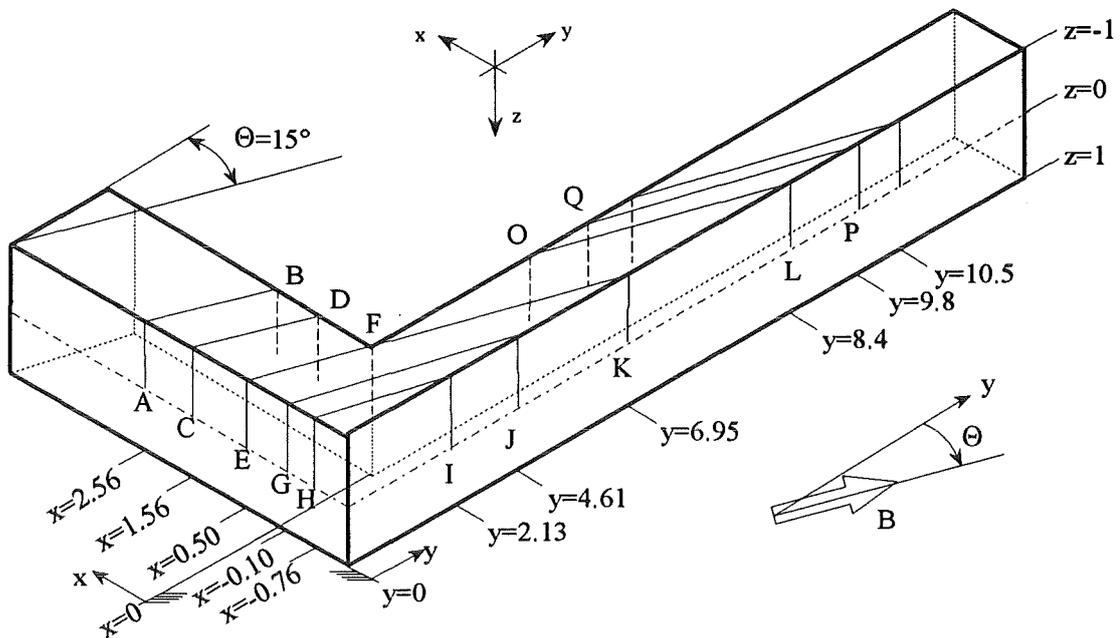


Abb. 4.9: Anordnung der Potentialmeßstiften auf charakteristischen Linien (zum Beispiel AB, CD, etc.) in der Einkanalumlenkteststrecke.

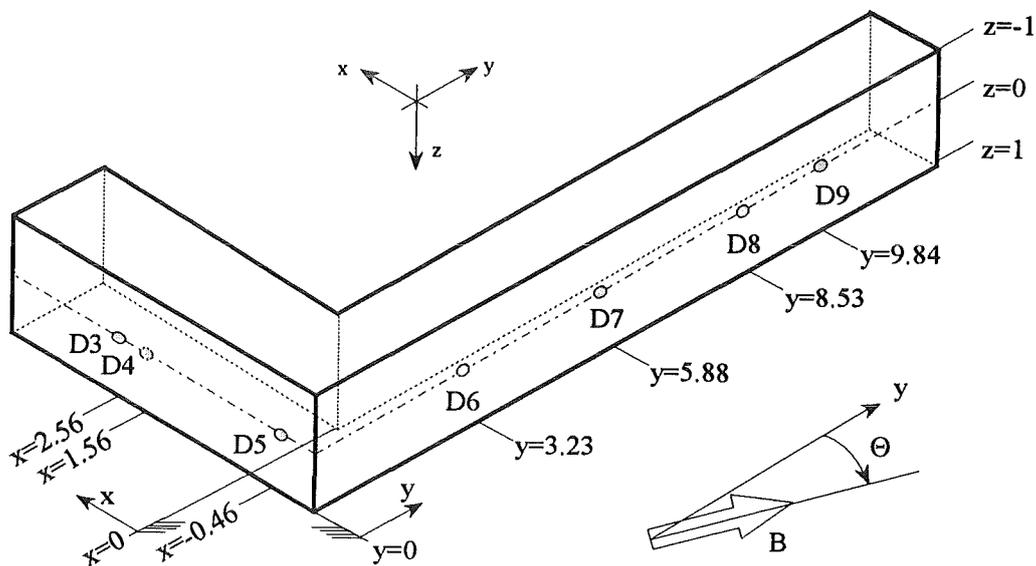


Abb. 4.10: Platzierung der Druckmeßbohrungen auf der Einkanalumlenkteststrecke.

4.3.2 Die Mehrkanalumlenkteststrecken

Beide experimentell vermessenen Mehrkanalteststrecken bestehen aus fünf nebeneinander angeordneten Kanälen, deren Querschnitt in jedem Teil der Umlenkgeometrie quadratisch ist. Beide Teststrecken sind sowohl in ihren Innen- als auch Außenabmessungen identisch. Die charakteristische Länge a , definiert als halbe Kanalhöhe, beträgt $a=12.5\text{mm}$. Der Zu- und

Ablauf zu den U-Umlenkungen erfolgt in beiden Teststrecken in magnetfeldparallelen Kanälen. Im Zulauf jedoch erfolgt nach vier charakteristischen Längen eine Neigung der Kanäle um einen Winkel von $\Theta_z=7^\circ$ gegenüber der z-Achse, die es erlaubt, verschiedene Winkelstellungen der U-Umlenkungen gegenüber der Magnetachse innerhalb des begrenzten Magnetvolumens zu realisieren. Die sonstigen mit der charakteristischen Länge a skalierten geometrischen Abmessungen können der Abbildung 4.11 entnommen werden. Die Kanalzählung entspricht der im Modell im Abschnitt 3.5 gewählten Nummerierung und beginnt mit der Zahl eins für den Mittelkanal.

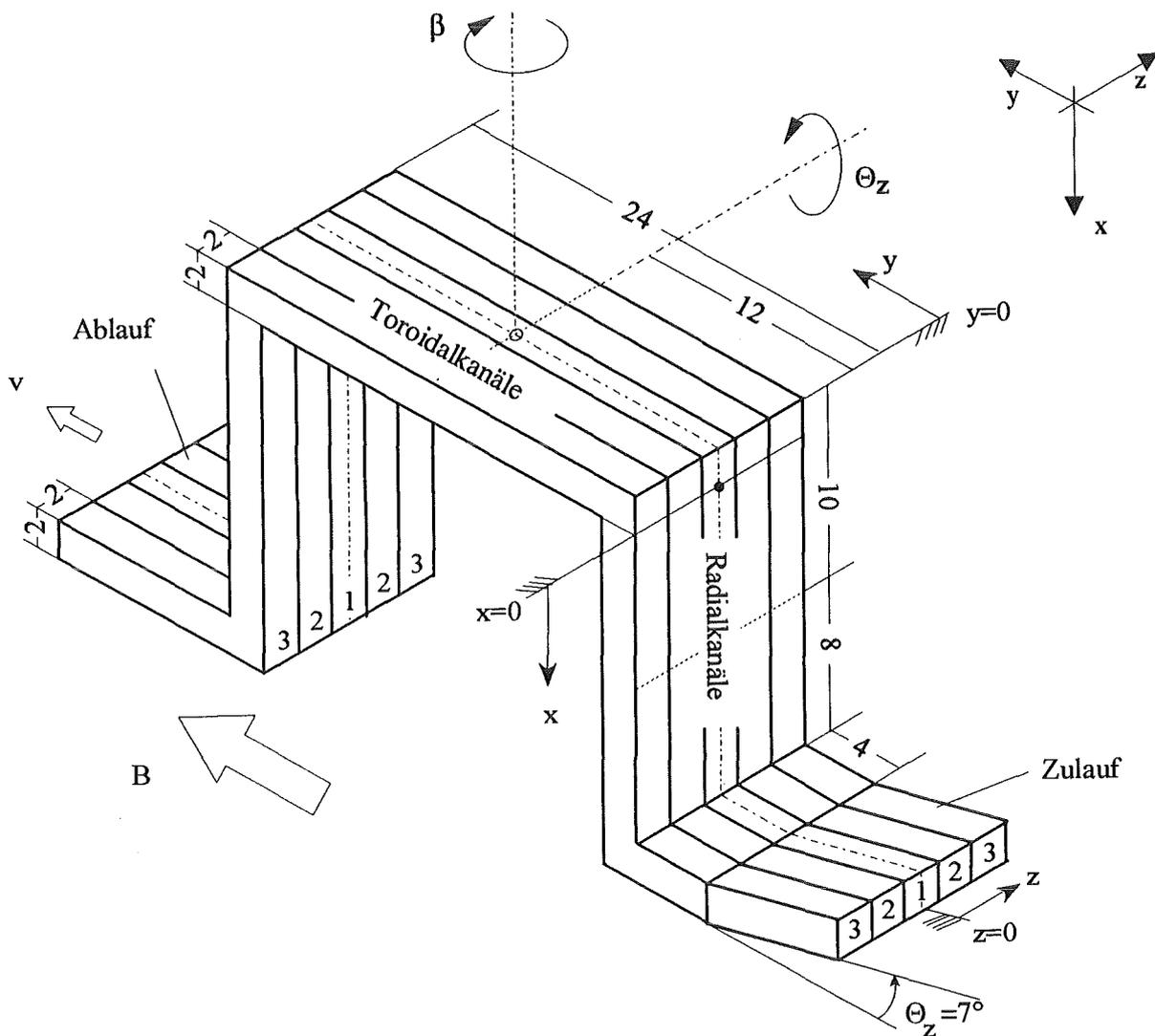


Abb. 4.11: Geometrische Abmessungen der Mehrkanalumlentktestrecken.

Beide Teststrecken sind aus rostfreien Stahlblechen aufgebaut. Um scharfe rechtwinklige Kanalgeometrien zu erhalten, wurden die Bleche mit dem Laserstrahlschweißverfahren miteinander verschweißt.

In der ersten Mehrkanalumlentkteststrecke bestehen alle Kanalwände auch die Trennwände zwischen den Einzelkanälen aus Blechen, der Stärke 1mm. Dies ergibt ein fusionsrelevantes Wandleitverhältnis von $c=0.038$.

In der zweiten Teststrecke bestehen ebenfalls alle Wände aus Blechen der Stärke 1mm mit Ausnahme der Trennwände an den Stellen $z=\pm 1, \pm 3$ und ± 5 im Bereich zwischen $x=-2$ bis $x=18$. Diese Trennwände sind als Sandwich zweier 0.5mm dicker Stahlbleche ausgeführt, zwischen denen eine $10\mu\text{m}$ starke, elektrisch isolierende, temperaturbeständige Folie eingeschweißt ist. An Trennwänden ergibt sich damit in dieser Teststrecke ein Wandleitverhältnis von $c=0.019$, während an allen anderen Wänden das Wandleitverhältnis den Wert $c=0.038$ einnimmt.

Die Messung der elektrischen Potentiale auf der Wand erfolgt in beiden Mehrkanalumlentkteststrecken wie in der Einkanalumlenkung mit federnden Kontaktstiften. Dazu werden 225 Meßstifte eingesetzt, die auf 17 Meßlinien in drei Ebenen von $-5 \leq z \leq 5$ in folgender Weise verteilt sind:

- (a) Ebene $y=0$ bei: $x = -1, 0, 2, 4, 6$.
- (b) Ebene $x=0$ bei: $y = 3, 4, 6, 9, 15$.
- (c) Ebene $x=-2$ bei: $y = 0, 1, 2, 4, 6, 9, 15$.

Die Anordnung der Meßlinien ist in der Abbildung 4.12 illustriert.

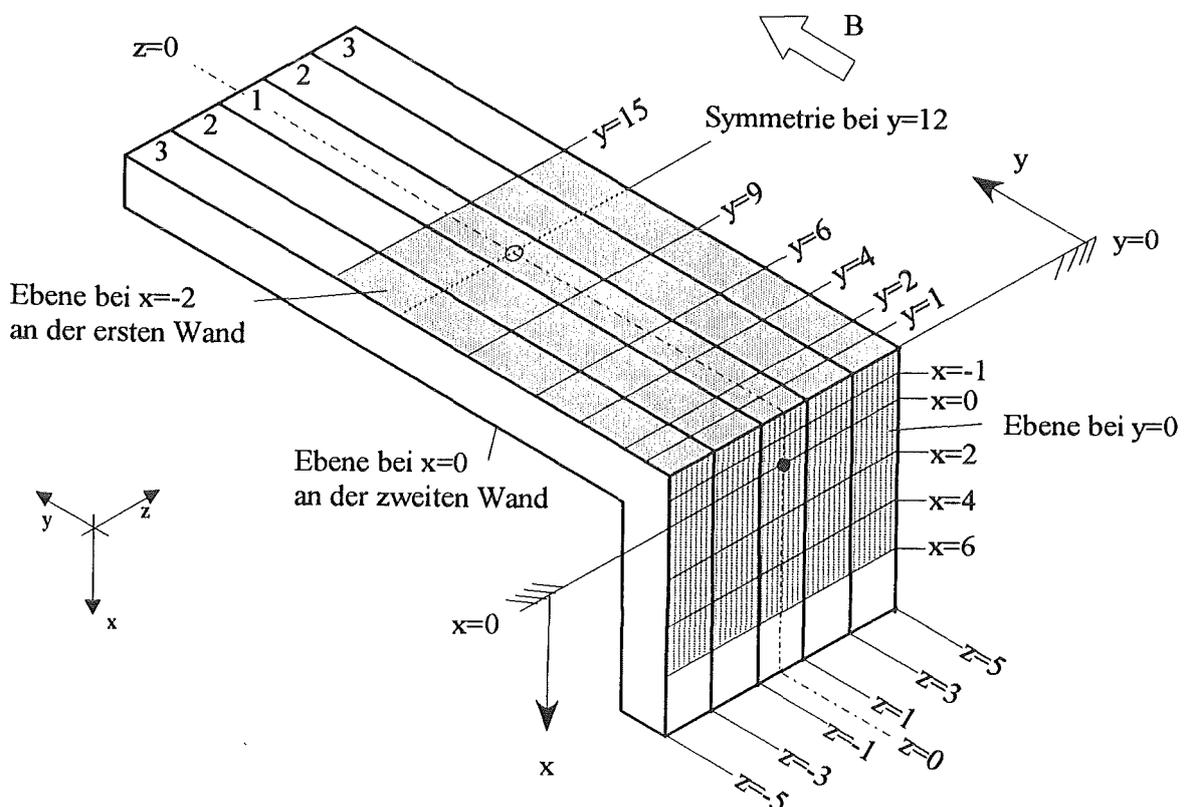


Abb. 4.12: Skizze zur Anordnung der Meßlinien für das Oberflächenpotential auf den Mehrkanalumlentkteststrecken.

Die Druckmessung wird an 25 Meßbohrungen durchgeführt. Die Seitenansicht der Mehrkanalteststrecke mit der Bezeichnung der Meßstellen ist der Abbildung 4.13 zu entnehmen.

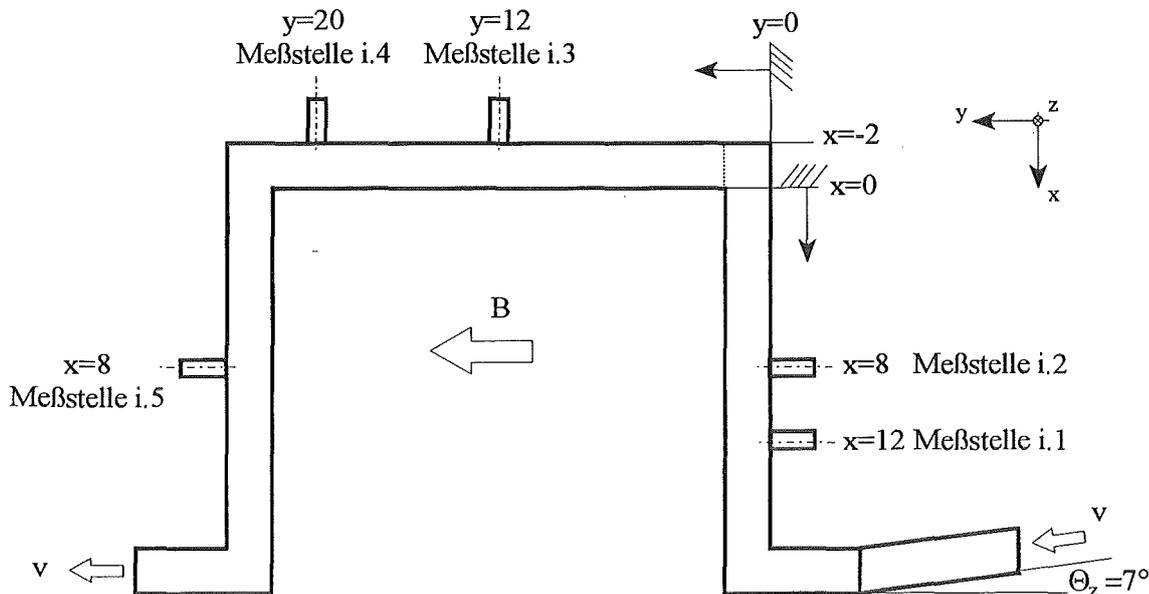


Abb. 4.13: Bezeichnung der Druckmeßstellen in den Mehrkanalumlentktestrecken; der Zähler *i* bezeichnet den Kanal, in dem der Druck gemessen wird.

4.4 Die Benetzung

Für die Bestimmung des Druckverlusts, der Geschwindigkeitsverteilung und nicht zuletzt auch für den Vergleich experimenteller und theoretischer Ergebnisse ist entscheidend, wie gut die elektrisch leitenden Kanalwände an das Flüssigmetall elektrisch angekoppelt sind. Anzustreben ist ein Zustand ohne elektrischen Übergangswiderstand, der nur bei vollständiger Benetzung gegeben ist.

Die rostfreien Stähle, aus denen alle Teststrecken aufgebaut sind, besitzen aufgrund ihrer Behandlung eine passivierte Oberfläche, die aus Oxiden und Legierungsbestandteilen besteht. Durch ein spezielles Benetzungsverfahren vor den Versuchen werden definierte elektrische Randbedingungen erzielt. Man macht sich bei der Benetzung der Kanalwände die hohe Affinität des Alkali-Eutektikums $\text{Na}^{22}\text{K}^{78}$ gegenüber Sauerstoff zunutze. Alkalimetalle sind in der Lage, Sauerstoff und Schwefel aus der Oberfläche zu lösen. Da der Prozeß der Reduktion der Oberfläche des Strukturmaterials im wesentlichen diffusionsgesteuert abläuft, erfolgt die Benetzung umso schneller je höher die Temperatur in der Wand und im Fluid ist.

Alle vermessenen Teststrecken sind mehrere Tage einem Benetzungsvorgang unterworfen worden. Dabei werden die Kanäle mit ca. 350°C heißem Natrium-Kalium durchströmt. Die im $\text{Na}^{22}\text{K}^{78}$ gelösten Verunreinigungen werden in der Kaltfalle an Drahtgewebeoberflächen abgeschieden.

4.5 Versuchsprogramm

Magnetohydrodynamische Strömungen in Rechteckkanälen werden in ihrem Verhalten im wesentlichen durch die folgenden Parameter bestimmt:

1. Geometrie (Kanalabmessungen, Strömungskanalführung, Aspektverhältnisse etc).
2. Wandleitfähigkeiten c .
3. Räumliche Anordnung der Teststrecke gegenüber dem angelegten Magnetfeld B_0 .
4. Hartmann-Zahl M .
5. Interaktionsparameter N .

Die beiden zuerst genannten Punkte sind dem Versuch konstruktiv aufgeprägt und somit während des Versuches invariant.

Aufgrund der geometrischen Gegebenheiten des Magneten, insbesondere der Erstreckung des homogenen Magnetfeldbereichs, und des konstruktiven Designs der Teststrecken ergeben sich Limitierungen hinsichtlich der Magnetfeldanordnungen gegenüber den Teststrecken. Die Winkelverdrehung des Toroidalastes um die z -Achse erhält die Bezeichnung Θ_z . Verdrehungen des Toroidalkanals um die x -Achse werden mit dem Winkel β bezeichnet. In den Experimenten werden die in der Tabelle 4.1 aufgeführten Raumwinkel gewählt.

Variationsparameter	Einkanaltteststrecke	Mehrkanaltteststrecken
θ_z [°]	+5°, ±0°, -15°	±0°, +7°
β [°]	±0°	±0°, +9°

Tabelle 4.1: Variationsparameter bei den radial-toroidal Umlenkexperimenten.

Die Messungen werden auf den fusionsrelevanten Bereich großer Hartmann-Zahlen und großer Interaktionsparameter beschränkt. Auf eine Messung von Hartmann-Zahlen kleiner als $M \approx 600$ wird verzichtet.

Die untere Begrenzung des Interaktionsparameters ist durch die maximale Förderleistung der Pumpe gegeben. Sehr große Interaktionsparameter werden durch kleine Geschwindigkeiten erzielt. Daher ist die maximal erreichbare Größe des Interaktionsparameters durch das Auflösungsvermögen der Meßgeräte gegeben. Generell erfolgt ein Abbruch der Messung, sobald der relative Fehler größer als 12% der zu ermittelnden Meßgröße ist. Die oberen Grenze der erreichbaren Hartmann-Zahl ist durch die maximale Feldleistung des Magneten und die geometrischen Abmessungen der Teststrecken gegeben. Bei allen experimentellen Untersuchungen wird darauf geachtet, möglichst den trägheits- und reibungsfreien Grenzfall, der durch das Kernströmungsmodell beschrieben wird, zu erreichen, um die Leistungsfähigkeit und den Gültigkeitsbereich des Modells aufzuzeigen. Ausgehend von diesem Grenzfall werden die Strömungsgeschwindigkeiten und die Magnetfelder in allen Testreihen in einem größtmög-

lichen Rahmen variiert, damit Skalierungsgesetzmäßigkeiten für die Einflußgrößen N und M abgeleitet werden können.

4.5.1 Einkanalumlenkung

Besondere Aufmerksamkeit wird im Einkanalumlenkexperiment den Neigungswinkelvariationen Θ_z geschenkt. Für bestimmte Θ_z -Werte sind auf dem Kernströmungsmodell basierende numerische Lösungen bekannt, so zum Beispiel:

- $\Theta_z = -5^\circ$: Moon, Walker 1990; Bühler 1993.
- $\Theta_z = 0^\circ$: Molokov und Bühler 1993b, 1994b.
- $\Theta_z = 15^\circ$: Moon, Hua und Walker 1991; Bühler 1993.

Trotz der oben angegebenen meßtechnischen und anlagenbedingten Limitierungen konnte das in der Abbildung 4.14 dargestellte Parameterfeld für die Hartmann-Zahlen M und den Interaktionsparameter N untersucht werden.

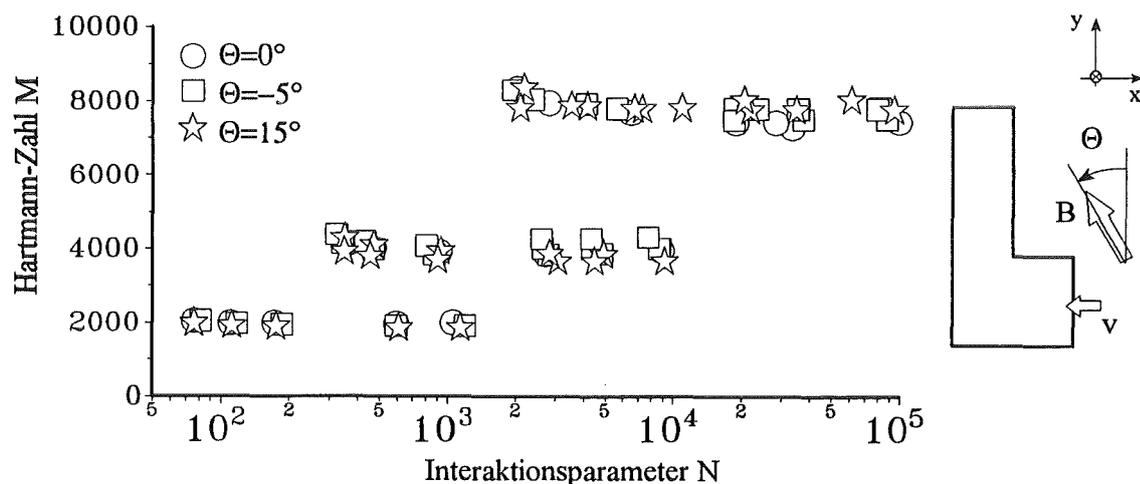


Abb. 4.14: Untersuchtes Feld der Hartmann-Zahlen und Interaktionsparameter in der Einkanalumlenkung für verschiedene Neigungswinkel Θ_z des Magnetfelds gegenüber dem Toroidalast der Teststrecke.

4.5.2 Mehrkanalumlenkung

Bei den Mehrkanalumlenkungen ergeben sich neben der Hartmann-Zahl und dem Interaktionsparameter aufgrund der Wechselwirkung der Kanäle untereinander weitere Versuchsparameter. Die zusätzlichen Parameter ergeben sich aus den Zu- und Ablaufbedingungen aus der Geometrie. Dabei kann man folgende untersuchen:

1. Um eine homogene Kühlung der ersten Wand zu gewährleisten, ist für die fusionsrelevanten Untersuchungen der Fall von großem Interesse, in dem alle Kanäle den gleichen Massendurchsatz haben. Dieser Fall wird im weiteren mit $Q^{(i)}=\text{konstant}$ bezeichnet.
2. Werden alle Kanäle mit der gleichen Druckdifferenz beaufschlagt, wie es zum Beispiel in einer Strömung zwischen zwei großen Reservoiren der Fall ist, so erwartet man durch die elektrische Wechselwirkung der Kanäle untereinander eine ungleiche Volumenstromverteilung in den Einzelrohren. Die Messung gleicher Druckdifferenzen in den Kanälen i über eine U-Umlenkung erfolgte zwischen den Punkten $i.2$ und $i.5$. Dieser Betriebsmodus wird im Verlauf dieser Arbeit mit $\Delta p^{(i)}=\text{konstant}$ bezeichnet.
3. Durch mechanische Blockagen kann es dazu kommen, daß ein Kanal nicht durchströmt wird. Dadurch ergeben sich zwei wichtige Fragestellungen.
 - (a) Inwieweit erhöht sich der Druckverlust eines durchströmten Kanals, wenn die Nachbarkanäle mit Flüssigmetall gefüllt sind, aber keinen Volumenstrom aufweisen?
 - (b) Stagniert das Flüssigmetall im nicht durchströmten Kanal?

Hauptaugenmerk im Rahmen dieser zusätzlichen Parameter wird bei den Mehrkanalumlenkexperimenten auf die Fälle $Q^{(i)}=\text{konstant}$ und $\Delta p^{(i)}=\text{konstant}$ für eine unterschiedliche Anzahl durchströmter Kanäle gelegt. Für diese Modi erfolgt eine Studie des Einflusses der Hartmann-Zahl und des Interaktionsparameters auf das Strömungsgeschehen. Das in den Mehrkanalumlenkexperimenten untersuchte Parameterfeld ist in der Abbildung 4.15 dargestellt.

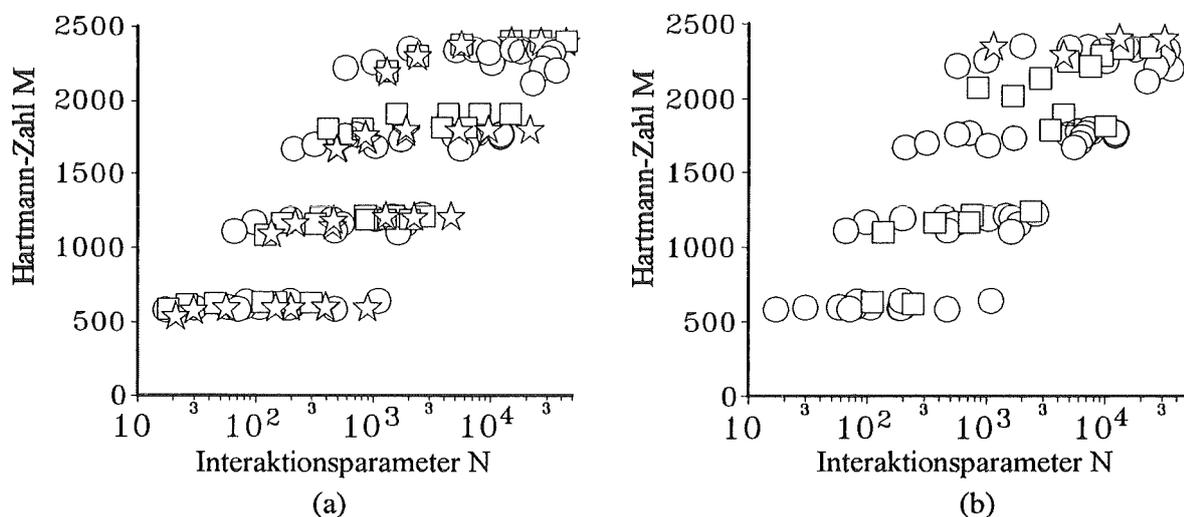


Abb. 4.15: (a) Untersuchtes Parameterfeld für gleichen Volumenstrom in jedem Kanal $Q^{(i)}=\text{konstant}$; (b) Untersuchtes Parameterfeld für gleichen Druckabfall zwischen $i.2$ und $i.4$. In beiden Abbildungen bezeichnet O die Einkanalströmung, \square die Dreikanalumlenkströmung und \star die Fünfkanalströmung für die Winkellage $\Theta_z=0^\circ$.

5. Einkanalumlenkströmung

Zunächst erfolgt anhand einfacher analytischer Überlegungen eine Beschreibung der in einem 90° -Krümmer auftretenden Phänomene. Im einem weiteren Schritt werden die mit dem Kernströmungsmodell erzielten numerischen Ergebnisse skizziert. Das Kernströmungsmodell basiert auf der Berechnung der elektrischen Potentiale auf den Kanalwänden und des Drucks im Kern der Strömung. Aus diesen Größen kann auf die Geschwindigkeitsverteilung im Kanal geschlossen werden. Anhand der experimentellen Untersuchungen wird durch Messung von Druck und Oberflächenpotentialen überprüft, inwieweit das Modell die Experimente beschreibt. Durch experimentelle Variation von Hartmann-Zahl und Interaktionsparameter werden Skalierungsgesetzmäßigkeiten für den Druckverlust in einem 90° -Krümmer gewonnen und mit analytischen Abschätzungen verglichen. Der Einfluß einer Winkelneigung des Krümmers gegenüber dem Magnetfeld wird im Anschluß daran diskutiert. In einem weiteren Abschnitt erfolgt die Untersuchung der Wechselwirkung zweier 90° -Krümmer, die zu einer U-förmigen Geometrie zusammengesetzt sind. Darin beschäftigt sich ein Teilaspekt mit den Auswirkungen unterschiedlicher elektrischer Leitfähigkeiten der magnetfeldparallelen Wände auf die Strömung. Im Rahmen einer numerischen Betrachtung wird der Einfluß variabler Aspektverhältnisse auf den Druckverlust untersucht.

5.1 Der 90° -Krümmer in Magnetfeldrichtung

5.1.1 MHD-Phänomene im 90° -Krümmer in Magnetfeldrichtung

Ausgangspunkt bei der Betrachtung der Einkanalumlenkung ist der in Abbildung 5.1 dargestellte Krümmer. Das Magnetfeld B_0 ist zunächst parallel zum Toroidalast des Krümmers in positive y -Richtung ausgerichtet. Der Kanal wird in der angegebenen Weise durchströmt.

Für $x \gg 1$ wird sich eine eingelaufene Strömung einstellen. Alle Strömungsgrößen mit Ausnahme des Druckgradienten ändern sich in x -Richtung nicht. Die Hauptströmung und das Magnetfeld B_0 induzieren ein elektrisches Feld in z -Richtung. Dieses elektrische Feld stellt die "Batterie" für den elektrischen Kreis dar. Die Batterie treibt den elektrischen Strom im Flüssigmetall und in den Wänden, die wiederum die elektrischen Belastungswiderstände darstellen. Der elektrische Strom hat im Kern lediglich eine Komponente z -Richtung und er ist symmetrisch bezüglich $y=1$. Damit entsprechen die elektrischen Potentiale auf der Kanaloberseite ($y=2$) denen auf der Unterseite ($y=0$). Es ergibt sich die charakteristische Strömungsverteilung einer MHD-Strömung im Rechteckkanal, die durch ein kolbenförmiges Geschwindigkeitsprofil im Kern und durch Geschwindigkeitsüberhöhungen in den Seitenwandschichten gekennzeichnet ist (siehe Abbildung 3.2).

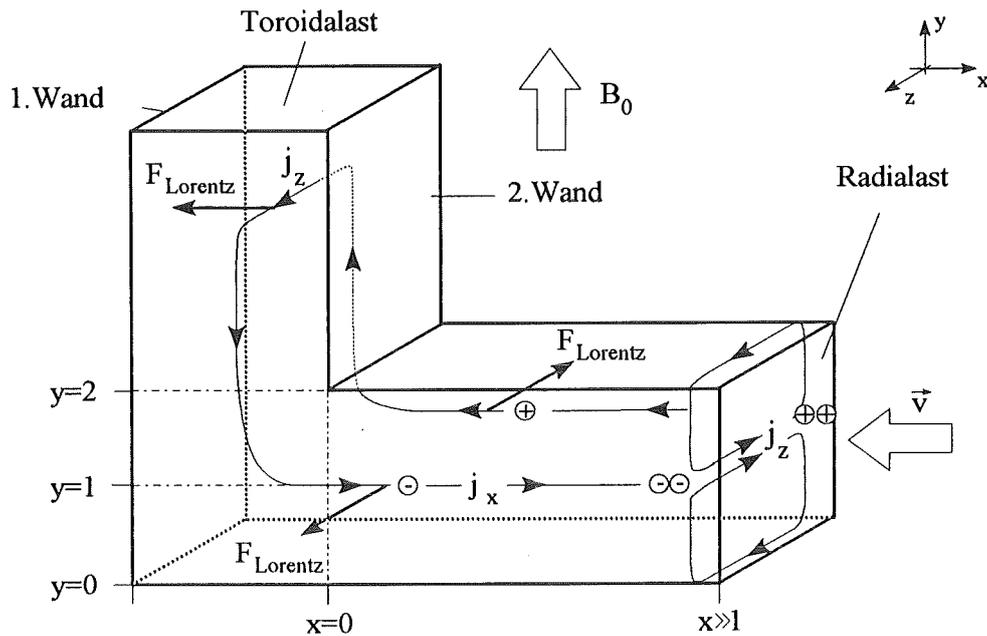
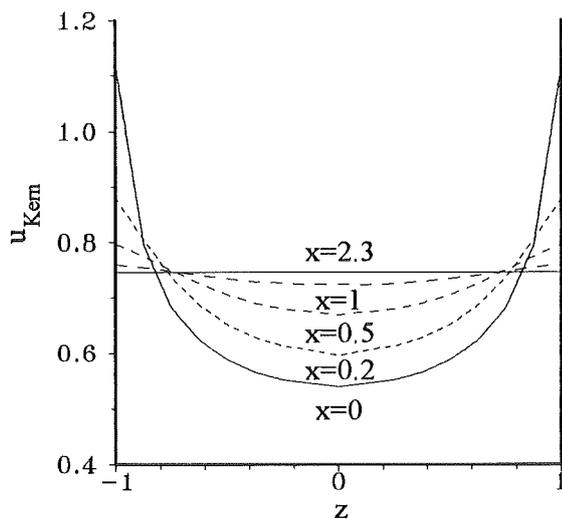


Abb. 5.1: Schemaskizze zur Einkanalumlenkung in exakt magnetfeldparalleler Richtung.

Nähert sich die Strömung der Umlenkung wird die Batterie des Radialastes zusätzlich durch die Widerstände der Kanalwände des Toroidalastes belastet. Die effektive Stärke der Toroidalastbatterie ist null, da $\vec{v} \times \vec{B}$ dort verschwindet. Aufgrund der unterschiedlichen Batteriestärken in den Teilbereichen fließen elektrische Ströme in x-Richtung im Radialast. Diese Ströme bewirken eine Lorentz-Kraft, die das Fluid in Richtung der Seitenwände verdrängen.



In der Abbildung 5.2 sind berechnete Geschwindigkeitsprofile im Strömungskern bei verschiedenen x-Koordinaten aufgetragen.

Abb. 5.2: Mit dem Kernströmungsmodell berechnete Kerngeschwindigkeitsprofile für die Hauptströmungskomponente u_{Kern} in der Ebene $y=1$ für verschiedene Koordinaten x und das Wandleitverhältnis $c=0,052$. Die Seitenschichten mit ihren Geschwindigkeitsüberhöhungen sind nicht dargestellt.

Die elektrische Stromverteilung verliert bei der Annäherung an die Umlenkung ihre Symmetrie bezüglich $y=1$. An der inneren Umlenkkante bei $y=2$ findet der elektrische Strom eine gute Kurzschlußmöglichkeit und das elektrische Potential wird dort schneller abgebaut als bei $y=0$.

Das Fluid sucht sich den Weg, auf dem es mit den geringsten Verlusten die Umlenkung passiert. Es fließt deshalb in der Nähe des größten elektrischen Widerstands an der Wand $y=0$ und minimiert so die Ohmsche Dissipation.

Im Toroidalast schließt sich ein Teil der im Radialast induzierten Ströme kurz. Dabei bewirken elektrische Ströme in z -Richtung eine Verdrängung des Fluids in Richtung der ersten Wand. Geschwindigkeitskomponenten der Strömung in x - und y -Richtung im Toroidalast bewirken Lorentz-Kräfte, die das Fluid in Richtung der zweiten Wand beziehungsweise der Seitenwand verdrängen. All diese Effekte führen in einem Großteil des Kanalquerschnitts im Toroidalast zu einer Herabsetzung der Strömungsgeschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung. Nahe der magnetfeldparallelen Wände treten deshalb zur Erhaltung des Massenstroms Geschwindigkeitsüberhöhungen auf.

Die Umordnung der Geschwindigkeitsprofile in der Umlenkung schlägt sich in einem zusätzlichen, irreversiblen Druckverlust nieder, der dem der zweidimensionalen Strömung überlagert ist. Dabei ist der sogenannte dreidimensionale Druckverlust Δp_{3D} als Differenz zwischen dem totalen Druckverlust Δp_{gesamt} über die Umlenkung und dem Druckverlust der als zweidimensional angenommenen Strömung Δp_{2D} im Radialast definiert.

$$\Delta p_{3D} = \Delta p_{\text{gesamt}} - \Delta p_{2D}, \quad (5.1)$$

Der MHD-Druckverlust Δp_{2D} in einem Rechteckkanal, in dem das Magnetfeld orthogonal auf der Hauptströmungsrichtung steht, wird mit der von Tillack (1990) angegebenen Gleichung 3.1 berechnet.

Bereits für trägheits- und reibungsfreie MHD-Strömungen ($M, N \rightarrow \infty$), in denen lediglich Lorentz- und Druckkräfte auftreten, wird sich, verursacht durch dreidimensionale elektrische Ströme, der dreidimensionale Druckverlust $\Delta p_{3D,K}$ einstellen. Des Weiteren werden Trägheitskräfte, sowie der Einfluß viskoser Kräfte in der Umlenkung zusätzliche Beiträge $\Delta p_{3D,N}$ sowie $\Delta p_{3D,M}$ zu den Druckverlusten erbringen.

In einem ersten Schritt kann man sich daher den dreidimensionalen Druckverlust in einer Umlenkung in folgender Form zusammengesetzt vorstellen.

$$\Delta p_{3D} = \Delta p_{3D,K}(N, M \rightarrow \infty) + \Delta p_{3D,N}(N) + \Delta p_{3D,M}(M) \quad (5.2)$$

Der erste Anteil $\Delta p_{3D,K}$ kann mit dem Kernströmungsmodell berechnet werden. Er kann experimentell für sehr große $M, N \rightarrow \infty$ bestimmt werden.

Die beiden letzten Anteile $\Delta p_{3D,N}$ sowie $\Delta p_{3D,M}$ sind bisher nur experimentell zu bestimmen.

5.1.2 Numerische Ergebnisse für die Z-Teststrecke

Mit dem Kernströmungsmodell werden Berechnungen für die Z-förmige Teststreckengeometrie entsprechend der Abbildung 4.8 durchgeführt, die eine Kombination aus zwei 90°-Krümmern darstellt.

Die Abbildung 5.3 zeigt den berechneten Druckverlauf entlang des Radialastes (x-Richtung) für verschiedene z-Koordinaten. Nahe der beiden toroidalen Kanäle bei $x=0$ und $x=4.6$ zeigen sich die stärksten Abweichungen von der idealen eingelaufenen zweidimensionalen MHD-Strömung. Mit zunehmendem Abstand von den Toroidalkanälen nimmt deren Einfluß auf den Druckverlust zwar ab, er verschwindet jedoch selbst in der Symmetrieebene $x=2.3$ nicht vollständig. Der Druckgradient ist dort ca. 4.5% größer als bei einer zweidimensionalen MHD-Strömung. Der dreidimensionale Druckverlustanteil $\Delta p_{3D,K}$, der mit dem Kernströmungsmodell für einen Krümmer der Z-Geometrie ermittelt wird, ist in Abbildung 5.3 skizziert; er beträgt $\Delta p_{3D,K} = 0.05$. Dieser Druckverlust entspricht dem einer ungestörten zweidimensionalen MHD-Strömung im Radialast über eine Länge d_{3D} ;

$$d_{3D} = \frac{\Delta p_{3D,K}}{\left(\frac{dp}{dx}\right)_{2D}}, \quad (5.3)$$

die sich zu $d_{3D}=1.35$ ergibt.

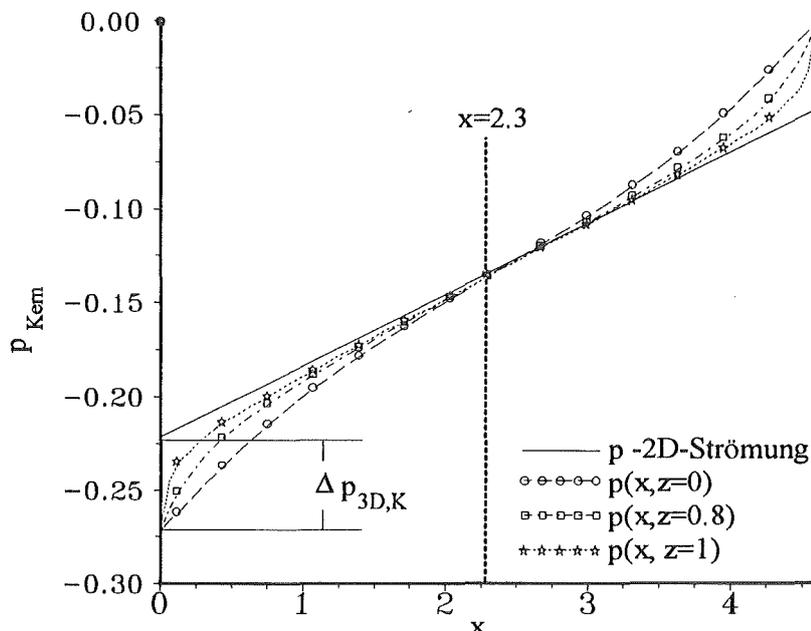


Abb. 5.3: Axialer Druckverlauf im Kern des Radialastes der Einkanalteststrecke für verschiedene z-Koordinaten für $\Theta_z=0^\circ$, $c=0.052$.

In der halben Radialastlänge bei $x=2.3$ ergibt sich ein kolbenförmiges Geschwindigkeitsprofil, siehe Abbildung 5.2. Der elektrische Strom fließt hauptsächlich in z-Richtung. Er tritt aus

dem Flüssigmetall in die Wand 5 ein, fließt über die Wände 7 und 8 und vollendet seinen Weg wieder im Flüssigmetall. Die Abbildung 5.4 zeigt den Verlauf des elektrischen Potentials auf allen Kanalwänden für die Z-Geometrie.

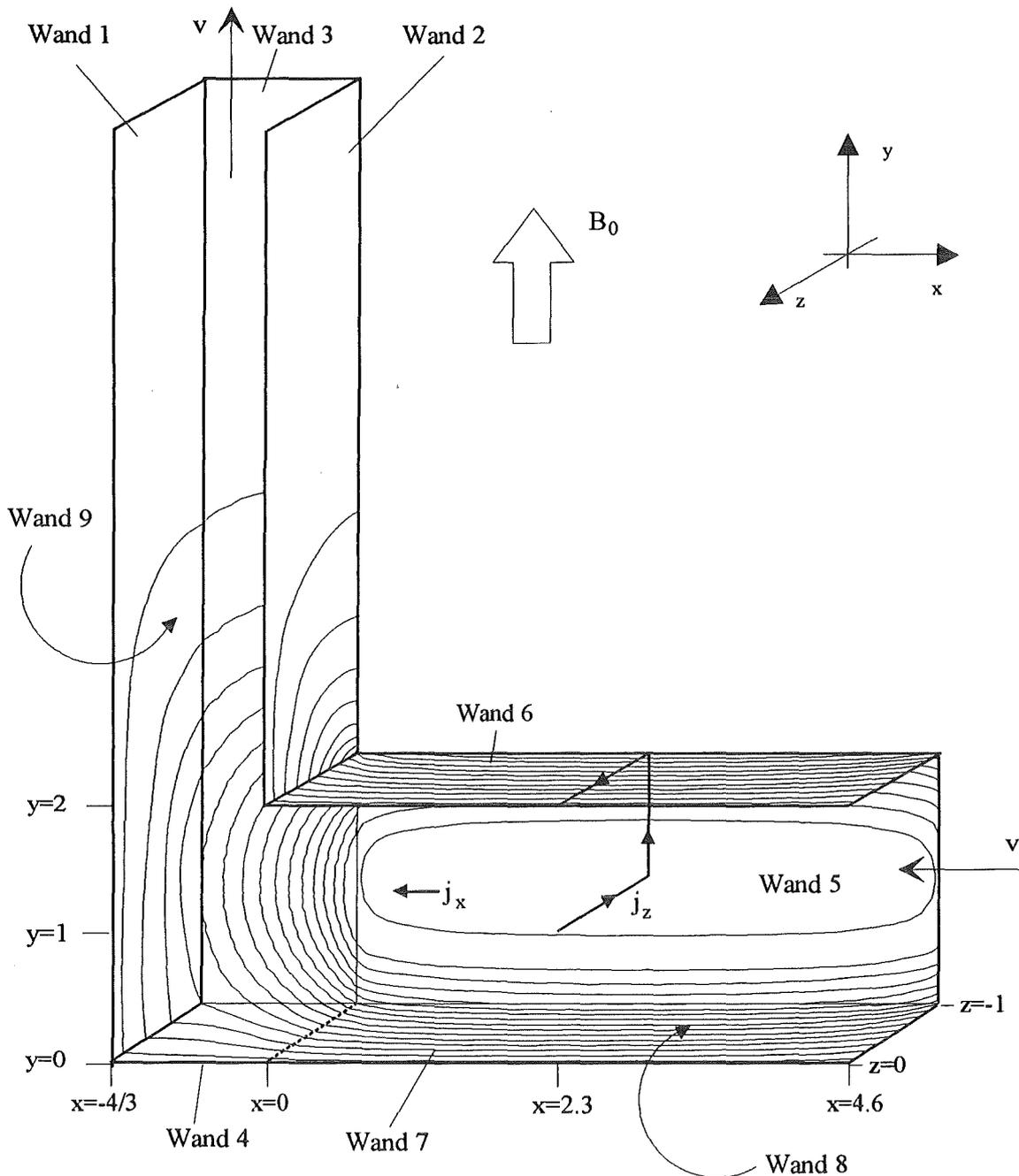


Abb. 5.4: Berechnete Isolinien des dimensionslosen elektrischen Wandpotentials und Schemaskizze für den elektrischen Strom in der Einkanalteststrecke für $\Theta_z=0^\circ$ und $c=0.052$. Bei $z=0$ ist das Potential $\Phi=0$; der Isolinienabstand beträgt $\Delta\Phi=0.05$; der elektrische Strom auf den Wänden ergibt sich als Gradient des Potentials.

Nähert sich die Strömung der Umlenkung erfolgt ein Abbau des Potentials in Hauptströmungsrichtung, da im Toroidalast keine Spannung induziert wird. Die Komponenten des elek-

trischen Stroms sind für $x > 0$ in allen Raumkomponenten x , y und z - von Null verschieden. Die x -Komponente des Stromes bewirkt nach der 'Drei-Finger-Regel' eine Verdrängung des Fluids in Richtung der Seitenwände. In der Rechnung vermindert sich von $x=2.3$ bis $x=0$ der Volumenstrom im Kern der Strömung um ca. 4%, dementsprechend erhöht sich der Volumenstrom in den Seitenschichten um den gleichen Betrag. Gleichzeitig mit dem Auftreten axialer Stromkomponenten verliert die Strömung ihre Symmetrie bezüglich der Ebene $y=1$. Aufgrund des "kürzeren" Kurzschlußweges des elektrischen Stromes an der inneren Kante bei $y=2$ gegenüber $y=0$ sind die elektrischen Potentiale auf den Wänden 6 und 7 unterschiedlich, siehe hierzu Abbildung 5.4. Die Differenz der elektrischen Potentiale zwischen den Wänden 6 und 7 führt zu einem linearen Abfall der x -Komponente der Kerngeschwindigkeit mit zunehmender y -Koordinate (siehe Gleichung A9a, Anhang A). Die größte Geschwindigkeit im Kern des Radialastes in x -Richtung ergibt sich nahe $y=0$.

Am Punkt $x=0$ trifft die Strömung auf eine interne freie Scherschicht, die Ludford-Schicht, über die Sprünge der x - und z -Komponenten der Kerngeschwindigkeit auftreten.

In der Ludford-Schicht teilt sich die Strömung in drei Anteile auf. Ein Teil des Fluids fließt in der Ludford-Schicht in positive y -Richtung und mündet bei $y=2$ in eine Schicht an der Wand 2, die im weiteren als zweite Wand bezeichnet wird. Ein anderer Teil fließt in die Seitenwand-schicht des Toroidalastes. Der verbleibende Anteil des Fluids fließt vom Kern des Radialastes in den Kern des Toroidalastes.

Im Kern des Toroidalastes ergibt die reibungs- und trägheitsfreie Betrachtung der Strömung eine in der Fluidodynamik ungewöhnliche Situation. Der Druck im Kern des magnetfeldparallelen Kanals ist überall konstant, so daß die x - und z -Komponenten des elektrischen Stroms entsprechend dem Kernströmungsmodell verschwinden. Im Kern des Toroidalastes wirken auf ein Fluidelement keine Kräfte, solange die Fluidbewegung die Bilanz der elektrischen Felder $\nabla\Phi = \vec{v} \times \vec{B}_y$ erfüllt. Ebenso ergibt sich unmittelbar aus den Gleichungen für die Kernströmung, vergleiche Anhang A, daß im Kern kein Fluid in Magnetfeldrichtung transportiert wird.

Der Volumenstrom wird in den vier wandnahen Grenzschichten an den magnetfeldparallelen Wänden 1, 2, 3 und 9 transportiert. Obwohl der toroidale Strömungskern keinen Beitrag zum Volumenstrom in y -Richtung liefert, ist das Fluid dort nicht in Ruhe. Entsprechend dem elektrischen Gleichgewicht $\nabla\Phi = \vec{v} \times \vec{B}_y$ entsteht eine Bewegung in Ebenen $y=\text{konstant}$, die zu einer Umverteilung zwischen den Volumenströmen der einzelnen wandnahen Grenzschichten beiträgt. Die Abbildung 5.5 zeigt die Verteilung des Volumenstroms auf die einzelnen Grenzschichten als Funktion der Laufkoordinate y .

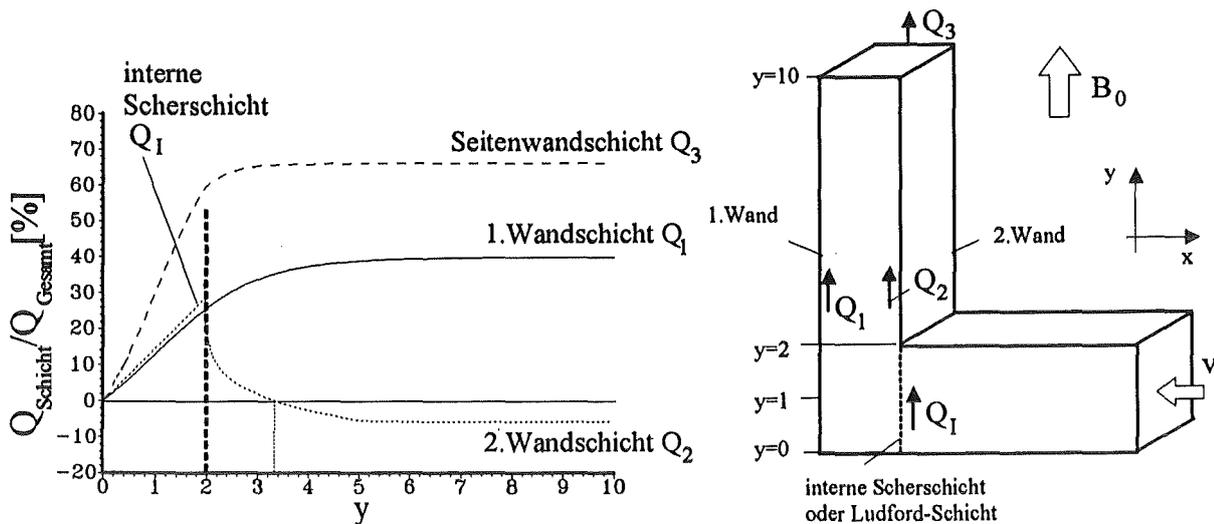


Abb. 5.5: Berechneter Volumenstromanteil der verschiedenen Grenzschichten am Gesamtvolumenstrom im Toroidalast für die Einkanalteststrecke für $\Theta_z=0^\circ$ und $c=0.052$.

Die Umverteilung zwischen den einzelnen Grenzschichten ist für die betrachtete Geometrie derart intensiv, daß es entlang der Wand 2 für $y>3.3$ zu einer Rückströmung kommt. Dies wird auch von Molokov und Bühler (1994b) festgestellt.

Die gewonnenen Ergebnisse für die Wandpotentiale und den Druckverlust entlang der Ebene $z=0$ werden in den folgenden Abschnitten des Kapitels 5 mit den experimentellen Daten verglichen.

Zusammenfassung der numerischen Ergebnisse:

- Der zusätzliche dreidimensionale Druckverlust bei einer Umlenkung von radial nach toroidal ist nicht dominant verglichen mit einer zweidimensionalen MHD-Strömung senkrecht zum Magnetfeld. Er entspricht in der untersuchten Einkanalgeometrie dem Druckverlust einer zweidimensionalen MHD-Einkanalströmung über 1.35 charakteristische Längen.
- Der Fluidtransport in Hauptströmungsrichtung im toroidalen Kanal beschränkt sich auf dünne Grenzschichten an den magnetfeldparallelen Wänden.
- An der ersten Wand ergibt sich eine Seitengrenzschicht, die einen signifikanten Anteil am Gesamtvolumenstrom trägt. In der Z-Geometrie wird ein Anteil von bis zu ca. 38% des Gesamtvolumenstroms von dieser Grenzschicht transportiert
- Der Kern des Toroidalastes hat keine Geschwindigkeitskomponente in Magnetfeldrichtung.
- Der Kern des Toroidalastes stagniert nicht, vielmehr findet ein intensiver Fluidaustausch mit den benachbarten Schichten in Ebenen $y=\text{konstant}$ statt.

5.1.3 Meßergebnisse für die Z-Teststrecke

5.1.3.1 Messung der elektrischen Potentiale auf den Kanalwänden

Die elektrischen Potentialverteilungen auf den Kanaloberflächen sind auf den Linien A→B bis P→Q entsprechend der Abbildung 4.9 für unterschiedliche Hartmann-Zahlen und Interaktionsparameter vermessen worden. Der Übersicht halber beschränkt sich die Darstellung auf einige ausgewählte Positionen, anhand deren die Effekte aufgezeigt werden sollen. Die nicht dargestellten Meßpositionen zeigen ein gleiches Verhalten für die untersuchten Parametervariationen.

Zunächst ist die Symmetrie der Strömung bezüglich $z=0$ untersucht worden. Die Symmetrie bezüglich $z=0$ erlaubt in der numerischen Behandlung die Betrachtung lediglich einer Hälfte der Umlenkung. Darüber hinaus gibt sie Auskunft über die Exaktheit der magnetfeldparallelen Ausrichtung der Seitenwände im Radialast gegenüber dem angelegten Magnetfeld. Kleine Winkelabweichungen um die x -Achse ergeben prinzipiell andere Strömungsformen, da in diesem Fall auch die Seitenwände Hartmann-Wände sind. Die Abbildung 5.6 zeigt die Potentialmessungen für die Punkte $z=-1$ und $z=1$ an den Positionen A, H und J.

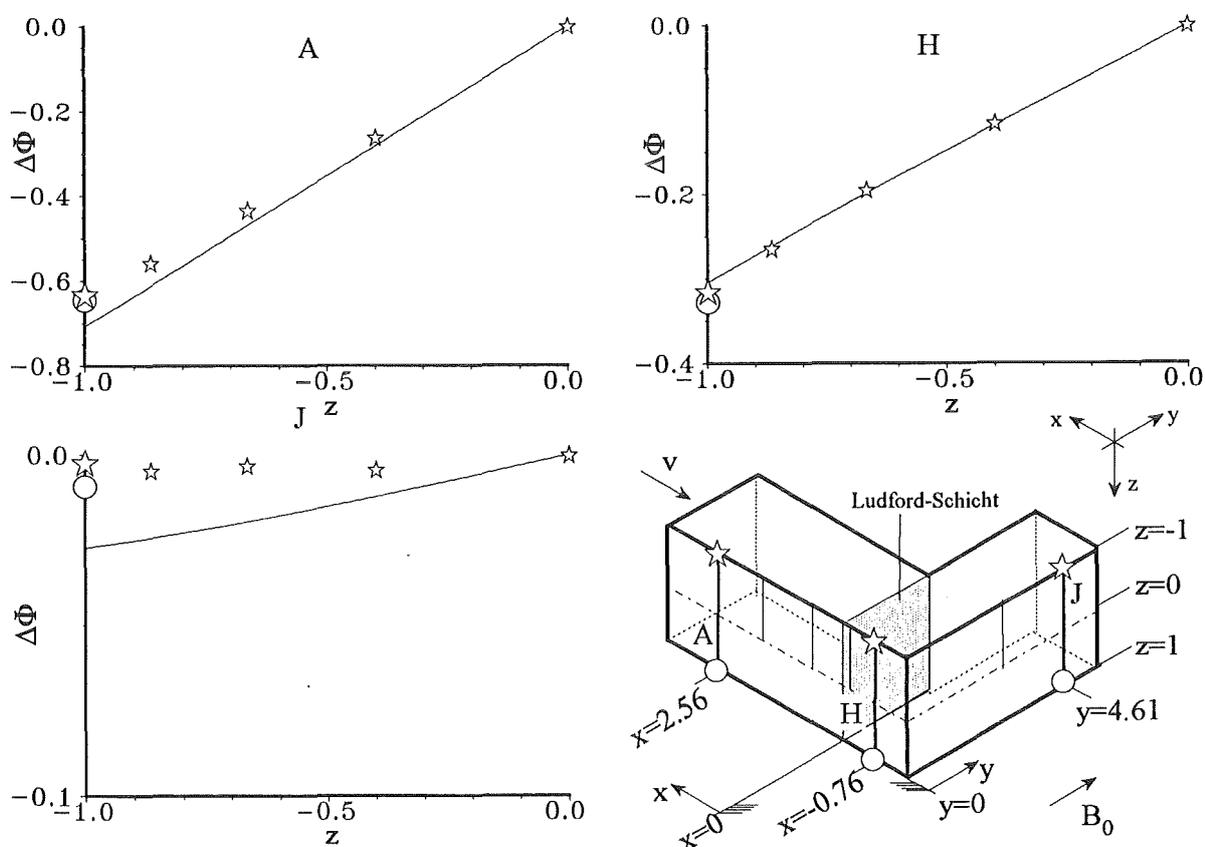


Abb. 5.6: Dimensionslose Wandpotentiale an den Positionen A, H und J für Punkte $z < 0$ (☆) und $-\Phi(z=1)$ (○) für $\Theta_z=0^\circ$, $M=8027$, $N=1920$; $c=0.052$; (—) berechneter Potentialverlauf.

Ein Vergleich der dimensionslosen Potentiale zeigt keine meßbaren Differenzen an diesen Positionen. Es kann also im weiteren von einer bezüglich der Ebene $z=0$ symmetrischen Strömung ausgegangen werden.

In der Abbildung 5.7 sind für mehrere Meßpositionen bei einem konstanten Interaktionsparameter $N=1920$ Potentiale für verschiedene Hartmann-Zahlen im Bereich zwischen $M=1990-8177$ dargestellt. Ein Einfluß der Hartmann-Zahl auf das elektrische Wandpotential kann auf den Hartmann-Wänden des Radial- und Toroidalastes, sowie auf der ersten und zweiten Wand nicht festgestellt werden. Innerhalb des vermessenen Feldes von Hartmann-Zahlen ist die Übereinstimmung der experimentellen Werte mit den numerischen Daten aus dem trägheits- und reibungsfreien Modell außerordentlich gut. Dies bedeutet, daß sogar Strömungen bei den niedrigsten untersuchten Hartmann-Zahlen ($M \approx 2000$) eine asymptotische trägheits- und reibungsfreie Verteilung des Wandpotentials in guter Übereinstimmung mit der Theorie zeigen.

Bei einer scharfkantigen Umlenkung wird erwartet, daß Trägheitseffekte in der Nähe der Umlenkkante einen Einfluß auf die Strömung und somit auf das Wandpotential haben, da dort die Strömung ihre Richtung abrupt ändert. An den Hartmann-Wänden des Radialkanals, der ersten Wand und der zweiten Wand des Toroidalkanals können jedoch keine signifikanten Abhängigkeiten des Wandpotentials vom Interaktionsparameter festgestellt werden. Auch an den Seitenwänden des Radialkanals für $x > 0.4$ kann keine Abhängigkeit des Wandpotentials vom Interaktionsparameter gefunden werden. In der Abbildung 5.8 sind einige charakteristische Meßpositionen bei einer Variation des Interaktionsparameters $N=1851-26930$ und einer konstanten Hartmann-Zahl von $M=8177$ dargestellt. Die in der Abbildung 5.8 nicht dick markierten Positionen zeigen gleiche Tendenzen. Die Übereinstimmung mit den numerischen Daten ist selbst für den Bereich der Ecke erstaunlich gut; die Abweichungen von den berechneten Werten liegen unter 10%.

Auf den Hartmann-Wänden bildet sich das Strömungsgeschehen im Kern der Strömung ab, solange die Hartmann-Zahlen und die Interaktionsparameter sehr groß sind. Sprünge des elektrischen Potentials zwischen dem Kern und der Kanalwand über die Hartmann-Schicht sind nach Walker, Ludford und Hunt 1972 von der Größenordnung M^{-2} und somit extrem klein. Die nahezu vollständige Unabhängigkeit der elektrischen Wandpotentiale auf der Hartmann-Wand des Radialastes (A→E) und der Hartmann-Wand des Toroidalastes (G, H) von Hartmann-Zahl und Interaktionsparameter deutet darauf hin, daß die Strömung in beiden Strömungskernen nur durch das Gleichgewicht von Druck- und Lorentz-Kräften bestimmt wird. Die Strömungskerne, die nahezu den gesamten Kanalquerschnitt einnehmen, verhalten sich somit auch nahe einer scharfkantigen Umlenkung weitgehend trägheits- und reibungsfrei.

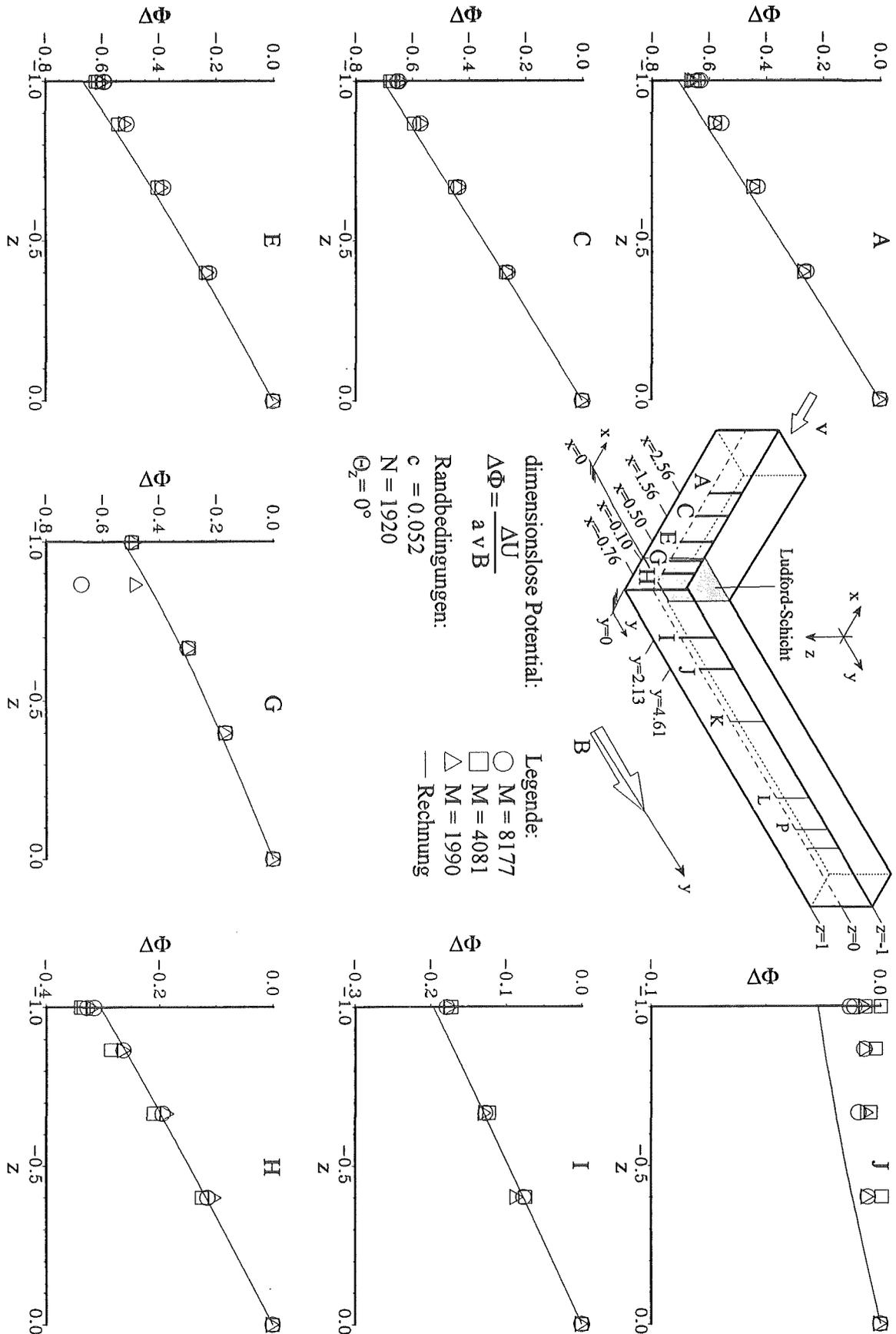


Abb. 5.7: Dimensionslose Wandpotentiale an den Meßlinien A, C, E, G, H, I und J bei unterschiedlichen Hartmann-Zahlen für $N=1920$, $c=0.052$, $\Theta_z=0^\circ$ Zum Vergleich sind die berechneten Werte des Kernströmungsmodells (—) dargestellt.

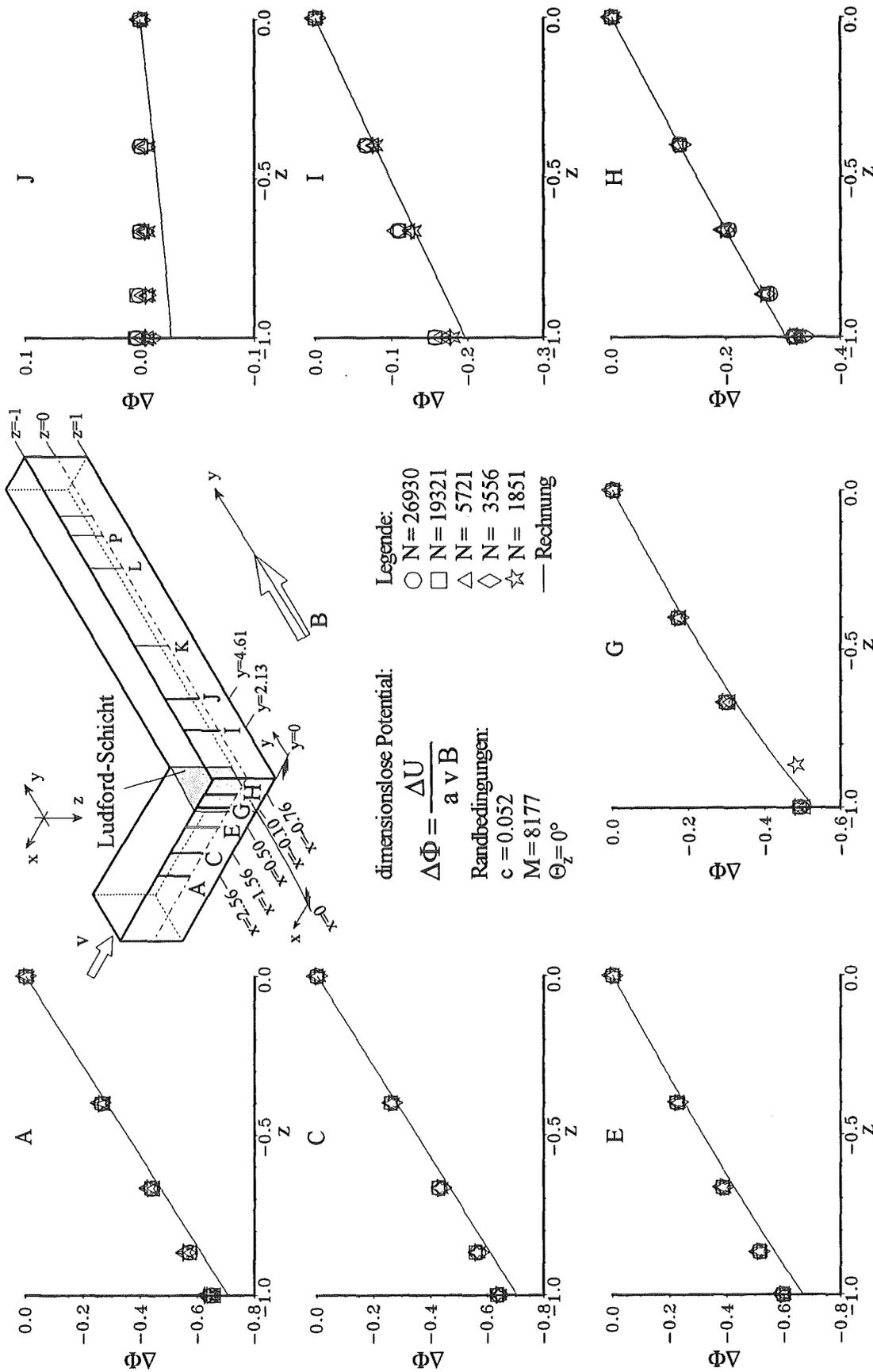


Abb. 5.8: Dimensionslose Wandpotentiale an den Hartmann-Wänden und der ersten Wand unter den Randbedingungen $M=8177$, $c=0.052$, $\Theta_z=0^\circ$. Die berechneten Werte sind liniert (—) dargestellt.

In der Abbildung 5.9 sind für verschiedene Traversen $x=\text{konstant}$ die elektrischen Wandpotentiale als Funktion der Koordinate y dargestellt.

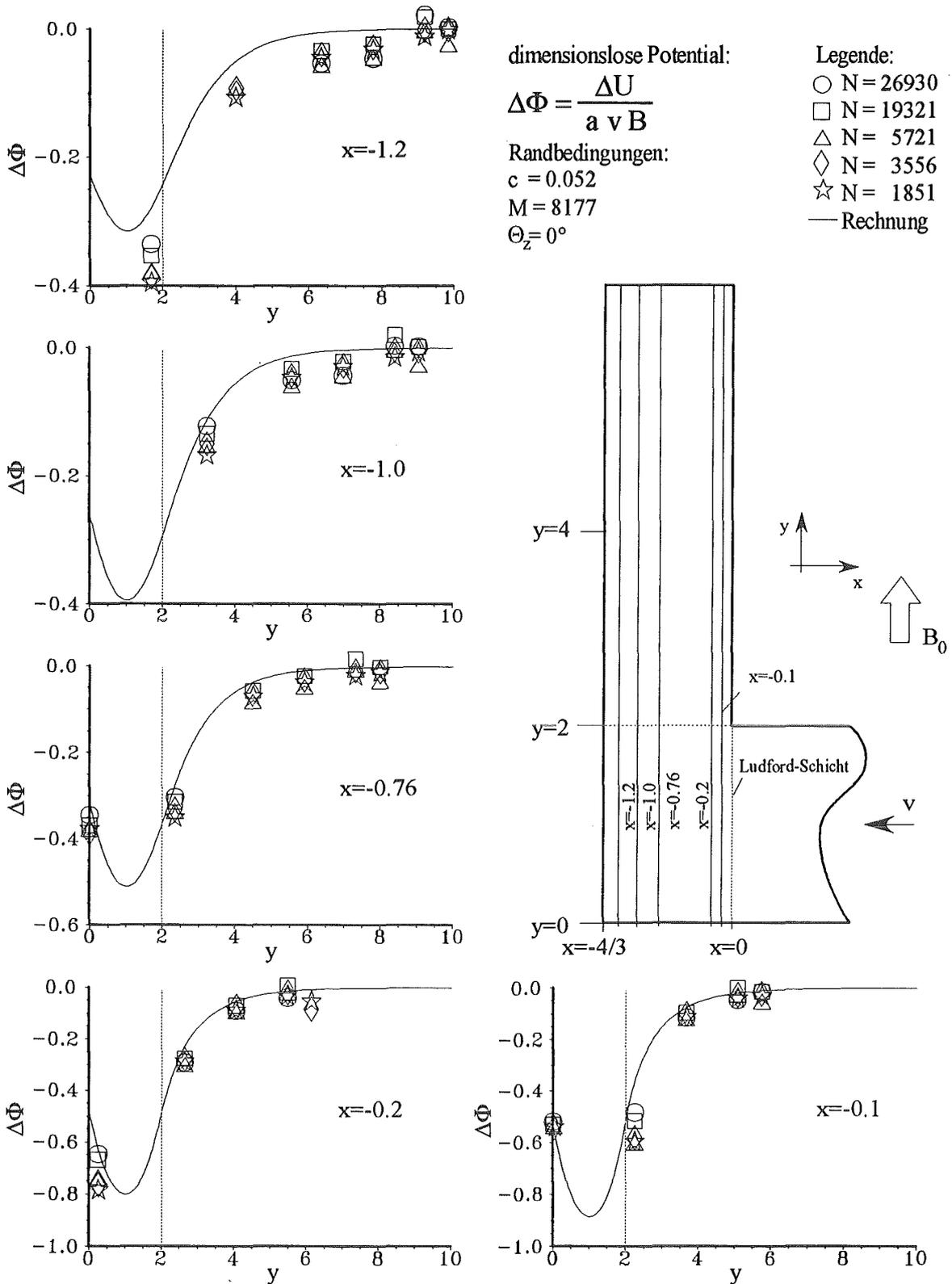


Abb. 5.9: Dimensionslose Seitenwandpotentiale auf dem Toroidalast für Traversen mit $x=\text{konstant}$ und den Bedingungen $M=8177$, $c=0.052$, $\Theta_z=0^\circ$. Die berechneten Werte sind als Linie (—) dargestellt.

Im Gegensatz zu den Hartmann-Wänden, sowie der ersten und zweiten Wand, ist auf den Seitenwänden im direkten Bereich der Umlenkung ($0.4 \leq x \leq -4/3$ und $0 \leq y \leq 3$) eine deutlichere Abhängigkeit des Seitenwandpotentials vom Interaktionsparameter erkennbar. Für große Interaktionsparameter nähern sich die experimentellen Daten denen des trägheitsfreien Modells. Dennoch liegen im gesamten Bereich der Umlenkung die gemessenen Wandpotentialwerte in ihren Absolutwerten höher als die mit dem Kernströmungsmodell berechneten Daten.

In der Abbildung 5.10 ist das elektrische Wandpotential auf der Seitenwand des Toroidalastes an bestimmten charakteristischen Stellen P1, P2 und P3 als Funktion des Interaktionsparameters aufgetragen. Es ergibt sich in jedem der drei Punkte eine Abhängigkeit des Seitenwandpotentials $\Phi + \Delta\Phi_N$ vom Interaktionsparameter in der Form $\Delta\Phi_N \sim N^{-1/3}$. Dabei streben für $x < 0$ die Potentiale mit zunehmendem Interaktionsparameter gegen den berechneten Wert für $N \rightarrow \infty$. Im Radialast für $x > 0$ wird ein gegenläufiges Verhalten beobachtet. Dort steigt das Potential mit abnehmendem Interaktionsparameter und entfernt sich vom berechneten Wert für $N \rightarrow \infty$.

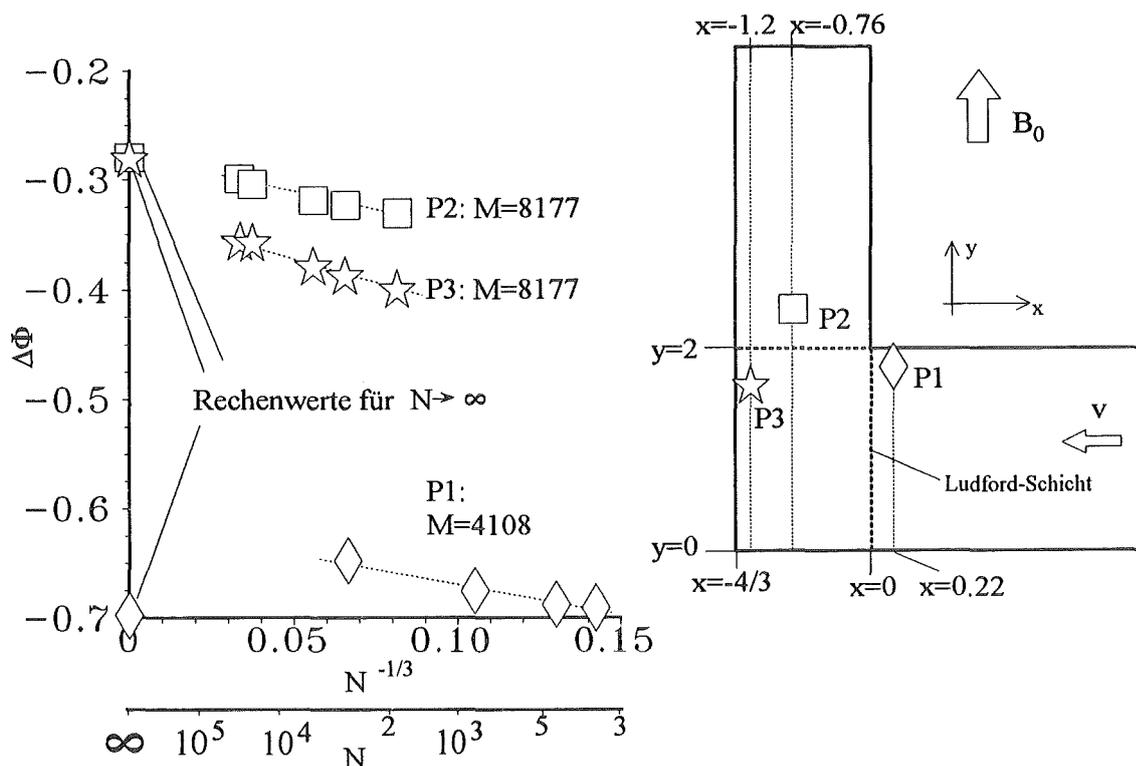


Abb. 5.10: Dimensionslose Seitenwandpotentiale an den Punkten P1 ($x=0.22/ y=1.87$), P2 ($x=-0.76/y=2.33$) und P3 ($x=-1.27/y=1.68$) als Funktion des Interaktionsparameters N für $\Theta_z=0^\circ$ und $c=0.052$.

Trägheitseinflüsse auf das Seitenwandpotential sind über mehrere charakteristische Längen im Toroidalast auch bei großen Interaktionsparametern und Hartmann-Zahlen meßbar. Im radialen Teil dagegen sind Trägheitseinflüsse erst bei kleineren Hartmann-Zahlen und kleinen Inter-

aktionsparametern auflösbar und bleiben auf den unmittelbaren Teil der inneren Kante bei $y=2$ und $x=0+\delta x$ beschränkt.

Die stärkere Auswirkung von Trägheitseffekten auf das elektrische Verhalten auf den Wänden im toroidalen Teil verwundert kaum, da in diesem Teilbereich Druck- und Lorentz-Kräfte einen deutlich kleineren Einfluß auf die Strömung haben als im radialen Bereich. Die ermittelte $N^{-1/3}$ -Potenzgesetzmäßigkeit stimmt in ihrer Größenordnung mit der Dickenskalierung für trägheitsbehaftete Seitenwandschichten überein, wie sie in ersten Überlegungen von Tsinober und Stern 1964 abgeleitet wurde. Hunt und Holroyd (1977) kommen aufgrund einer asymptotischen Betrachtung zum gleichen Ergebnis wie Tsinober und Stern.

Aufgrund der gefundenen Trägheitsabhängigkeit der Seitenwandpotentiale wird im nächsten Schritt untersucht, wie sich eine Richtungsänderung der Strömung auf die Wandpotentiale auswirkt. Insbesondere in der Einkanalteststrecke kann man einen durch Trägheitseffekte verursachten Richtungseinfluß der Strömung erwarten.

Die Abbildung 5.11 zeigt die dimensionslosen Hartmann-Wandpotentiale an den Stellen C, G und J für eine radial-toroidale Strömung (\diamond) und für eine toroidal-radiale Strömung (\star). An den Hartmann-Wänden kann selbst für kleine Interaktionsparameter kein Einfluß der Strömungsrichtung festgestellt werden.

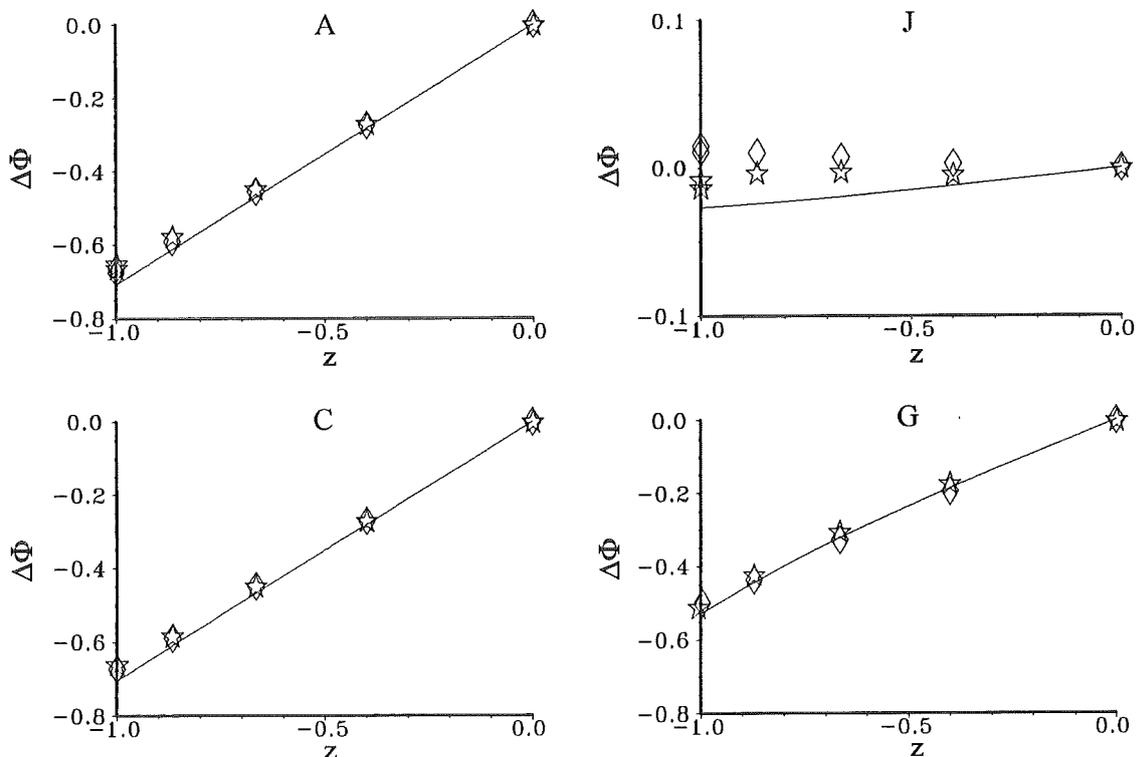


Abb. 5.11: Dimensionslose Wandpotentiale auf den Hartmann-Wänden des Radialastes und des Toroidalastes an den Meßpositionen A, C, G und J für unterschiedliche Strömungsrichtungen radial→toroidal (\diamond) sowie toroidal→radial (\star) unter den Randbedingungen $M=8177$, $c=0.052$, $\Theta_z=0^\circ$.

Auch an den Seitenwänden des Toroidalastes kann keine Abhängigkeit der Potentiale von der Strömungsrichtung gefunden werden, wie die Abbildung 5.12 zeigt. Dies ist umso mehr erstaunlich, da im vorangegangenen ein Einfluß der Trägheit auf die Seitenwandpotentiale festgestellt worden ist.

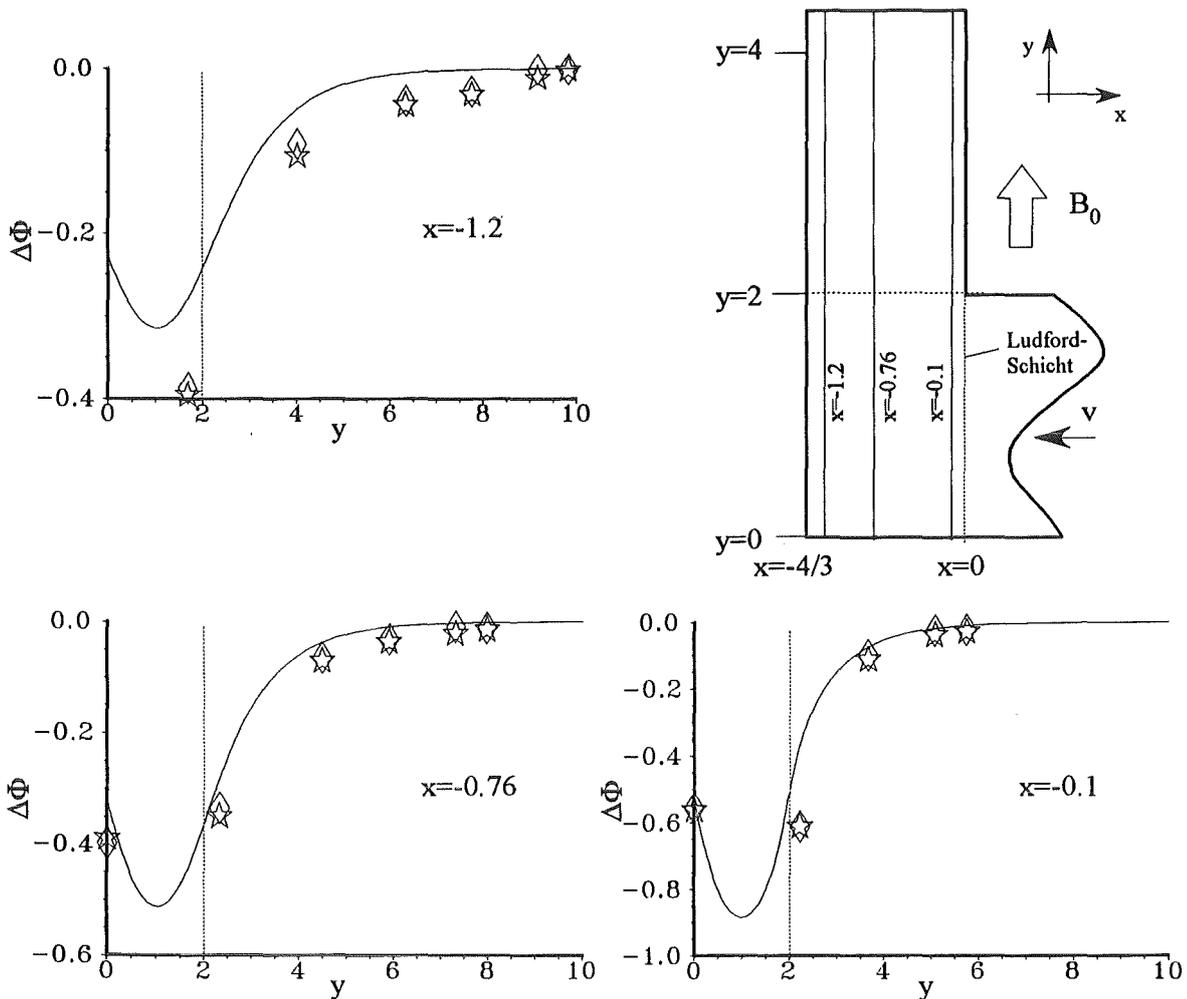


Abb. 5.12: Dimensionslose Seitenwandpotentiale auf dem Toroidalast für entgegengesetzte Strömungsrichtungen radial→toroidal (\diamond) sowie toroidal→radial (\star) an Linien mit $x=\text{konstant}$ unter den Randbedingungen $M=8177$, $N=1851$, $c=0.052$ und $\Theta_z=0^\circ$.

Die Diskrepanz zwischen den gerechneten und gemessenen Potentialwerten an der Stelle P können wie folgt erklärt werden:

Aufgrund der im Modell angesetzten Bedingungen müssen an dieser Meßposition für $z < 0$ Potentialwerte kleiner oder gleich null auftreten. Gemessen werden jedoch Potentiale mit positivem Vorzeichen, wie aus der Abbildung 5.13 hervorgeht. Diese Potentialwerte, die unabhängig vom Interaktionsparameter und der Hartmann-Zahl sind, können durch die Inhomogenität des Magnetfeldes erklärt werden. Für große toroidale Längen sind die Magnetfeldlinien im Experiment leicht gekrümmt, so daß die erste Wand bei P eine Hartmann-Wand mit der charakteristischen linearen Potentialverteilung darstellt.

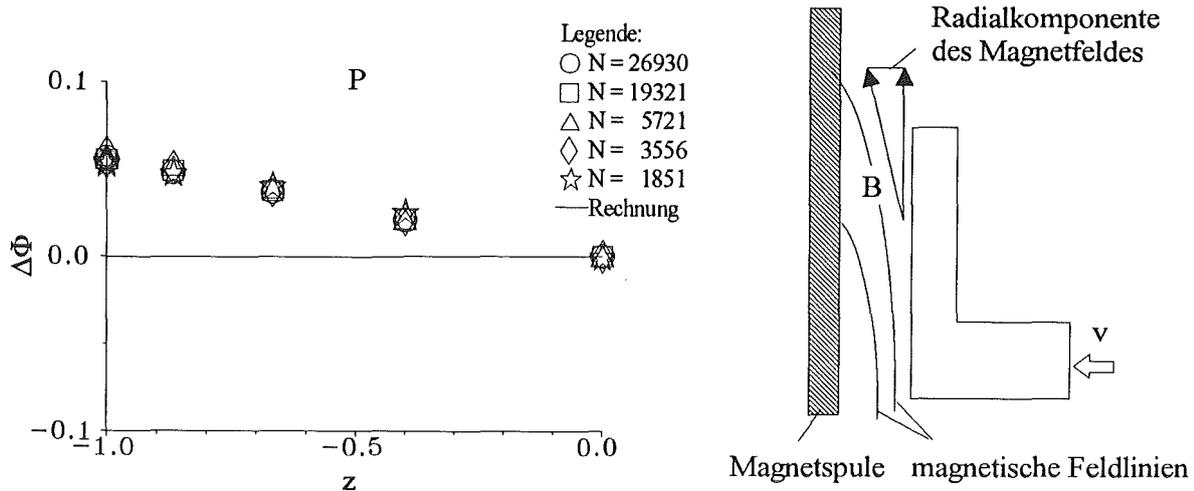


Abb. 5.13: Einfluß der Magnetfeldinhomogenität des Experimentalmagneten auf das dimensionslose Wandpotential an der Stelle P unter den Randbedingungen $M=8177$, $c=0.052$, $\Theta_z=0^\circ$.

5.1.3.2 Druckmessungen in der Z-Teststrecke

Die im weiteren diskutierten Druckdifferenzwerte sind an den in der Abbildung 4.10 dargestellten Meßbohrungen entlang der Ebene $z=0$ gemessen worden. Alle aufgeführten Daten sind um die in den Meßbohrungen auftretenden Lorentz-Drücke korrigiert. Die Druckkorrektur ist in Kapitel 4.2.2 aufgeführt.

Aus der asymptotischen Betrachtung des Kernströmungsmodells ergibt sich durch skalare Multiplikation der Impulsgleichung mit dem Magnetfeldvektor \vec{B} , daß in Magnetfeldrichtung keine Druckdifferenzen existieren.

$$\vec{B} \cdot \nabla p = 0 \quad (5.4)$$

Da der Druck im Querschnitt des Toroidalastes für große Lauflängen konstant ist, und sich der Druck entlang von Magnetfeldlinien nicht ändert, treten im Modell keine Druckdifferenzen im gesamten Toroidalast auf.

Im Experiment wird für große Interaktionsparameter und Hartmann-Zahlen im Nahbereich der Umlenkung eine sehr gute Übereinstimmung mit den Modellvoraussagen gefunden. In den Abbildung 5.14a, b sind die dimensionslosen Druckdifferenzen zwischen D5-D6 respektive D6-D7 über dem Interaktionsparameter aufgetragen. Die Abweichungen für große Interaktionsparameter vom vorausgesagten Wert liegen im Auflösungsvermögen der Drucktransmitter bei extrem kleinen Drücken sowie den kleinen Massendurchsätzen begründet.

Die gemessenen Druckdifferenzen zwischen den Anbohrungen D7-D9 sind bei Interaktionsparametern nicht mehr auf Meßfehler zurückzuführen. Ihr Ursprung ist auf die bereits im vorangegangenen erwähnte Inhomogenität des Magnetfeldes für große y-Koordinaten zurückzuführen. Alle Druckdifferenzen in Toroidalast zeigen eine kaum meßbare Abhängigkeit vom Interaktionsparameter.

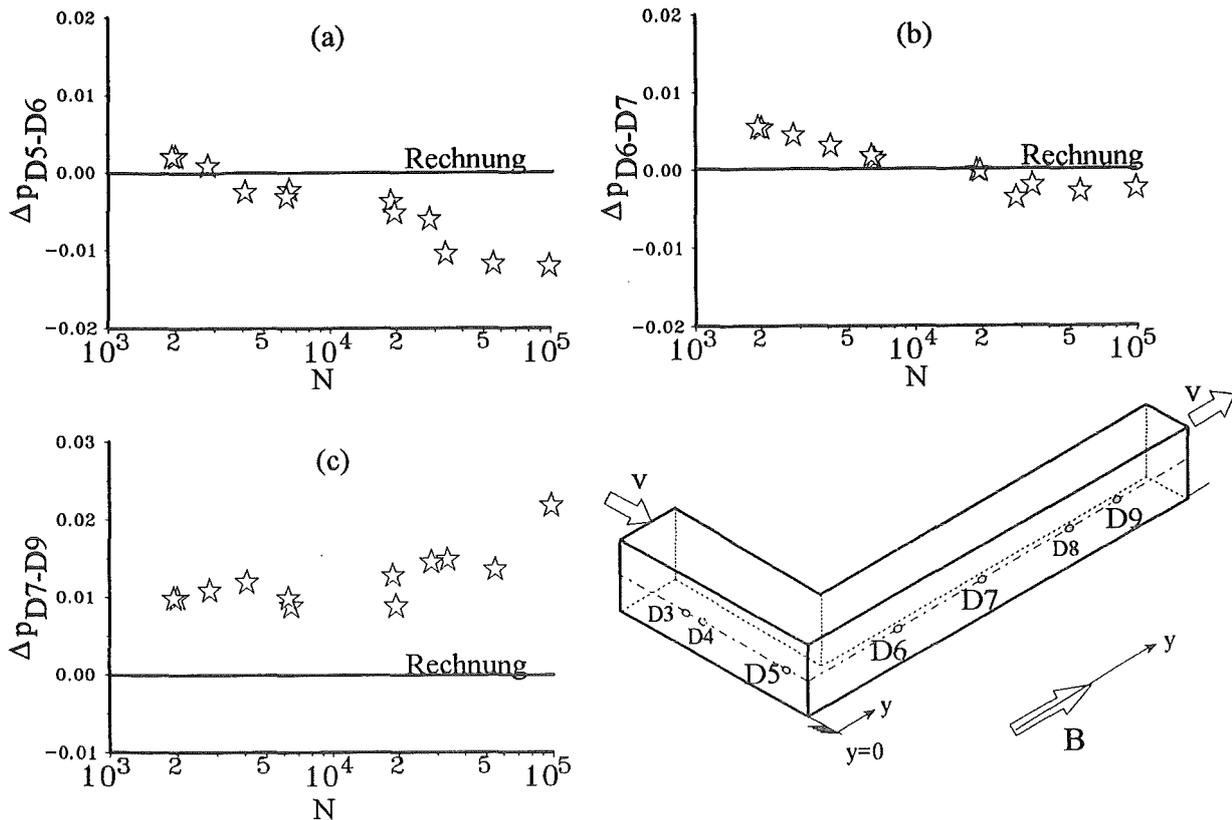


Abb. 5.14a,b,c: Dimensionslose Druckdifferenzen im Toroidalast der Einkanalteststrecke zwischen D5-D6 (a), D6-D7 (b) und D7-D9 (c) für $M=7851$, $c=0.052$ und $\Theta_z=0^\circ$.

In der Abbildung 5.15 ist die dimensionslose Druckdifferenz über die Umlenkung bei $x=0$ zwischen D4 und D5 dargestellt. Sie zeigt im Gegensatz zu den Potentialmessungen an diesen Positionen eine deutliche Abhängigkeit von der Strömungsrichtung. Darüber hinaus wird der Druckverlust auch von der Strömungsgeschwindigkeit beeinflusst. Im Bereich großer Interaktionsparameter strebt die dimensionslose Druckdifferenz gegen den numerisch berechneten Wert und die Abhängigkeit der Druckdifferenz von der Strömungsrichtung verschwindet. Für niedrige Interaktionsparameter ist der Druckverlust in einer radial-toroidal Strömung kleiner als in einer toroidal-radial Strömung. Eine Erklärung hierfür ist, daß sich im radial-toroidal-Fall direkt hinter der Umlenkkante $x<0$, $y>2$ entlang der zweiten Wand ein Totwasser ausbilden kann. Aufgrund der zuvor beschriebenen Verhältnisse im Toroidalkanal wird das Totwassergebiet an die zweite Wand gedrückt. Es erstreckt sich über größere toroidale Längen, bleibt aber extrem dünn, so daß der Ohmsche Widerstand relativ hoch ist. Bei entgegengesetzter Strömungsrichtung bildet sich das Totwasser entlang der oberen Hartmann-Wand bei $x>0$, $y=2$. Dieses ist gegenüber dem vorigen Fall wesentlich kürzer aber erheblich dicker, da sich elektromagnetische Kräfte nicht einer Dickenausdehnung normal zur Wand entgegenstellen. Dieses Totwassergebiet besitzt somit einen kleineren Ohmschen Widerstand und führt damit zu größeren Druckverlusten.

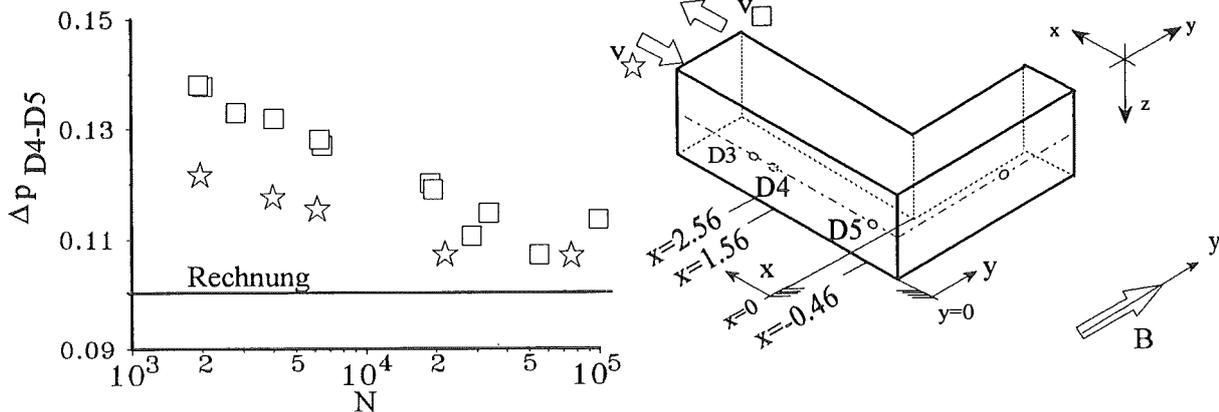


Abb. 5.15: Dimensionslose Druckdifferenz zwischen D4-D5 für eine radial-toroidal Strömung (☆) und eine toroidal-radial Strömung (□) in Abhängigkeit vom Interaktionsparameter im Vergleich mit dem berechneten Wert (—). Die Randbedingungen der Messung sind: $M=7851$, $c=0.052$ und $\Theta_z=0^\circ$.

Die Abhängigkeit des Druckverlustes von der Strömungsrichtung und der Strömungsgeschwindigkeit setzt sich im Radialast weiter fort. In der Abbildung 5.16 ist die dimensionslose Druckdifferenz zwischen D3-D4 als Funktion des Interaktionsparameters aufgetragen. Für große Interaktionsparameter verschwindet auch hier die Richtungsabhängigkeit der Strömung und es wird der berechnete Wert des trägheitsfreien Druckverlusts erreicht.

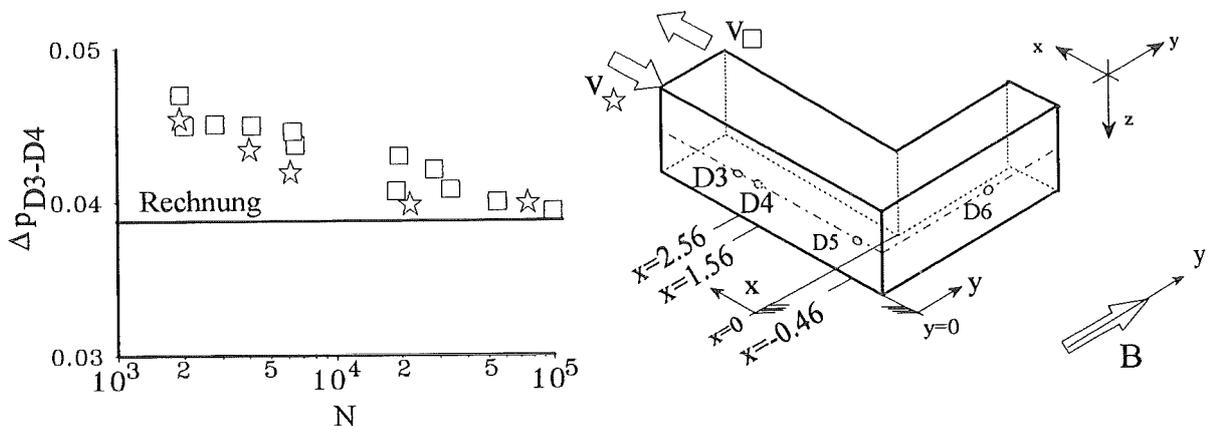


Abb. 5.16: Dimensionslose Druckdifferenz zwischen D3-D4 für eine radial-toroidal Strömung (☆) und eine toroidal-radial Strömung (□) in Abhängigkeit vom Interaktionsparameter im Vergleich mit dem berechneten Wert (—). Die Randbedingungen der Messung sind: $M=7851$, $c=0.052$ und $\Theta_z=0^\circ$.

Abschließend wird der gesamte in einem 90° -Krümmer zwischen den Meßpositionen D3 und D9 auftretende Druckverlust betrachtet. In der Abbildung 5.17 ist der dimensionslose Druckverlust zwischen diesen Positionen für verschiedene Hartmann-Zahlen und Interaktionsparameter dargestellt.

Für große Interaktionsparameter und hohe Hartmann-Zahlen kann in den Experimenten eine befriedigende Übereinstimmung mit den numerisch ermittelten Daten gefunden werden. Für kleinere Interaktionsparameter und Hartmann-Zahlen treten jedoch signifikante Unterschiede zwischen dem reibungs- und trägheitsfreien Modell und den Meßwerten auf.

Als Auslöser für zusätzlichen trägheits- und zähigkeitsbehafteten Druckverluste kommen lediglich die Seitenschichten und die Ludford-Schicht in Betracht, da in den Potentialmessungen gezeigt wurde, daß die Strömungskerne im Radialast und im Toroidalast weitgehend unabhängig von den Einflußparametern sind. Beide Schichttypen, Seitenschicht und Ludford-Schicht sind in ihrem Verhalten und ihrer Erstreckung identisch. Ihre Dicke skaliert im trägheitsbehafteten Fall mit $\delta \sim N^{-1/3}$ und im zähigkeitsdominanten Fall mit $\delta \sim 1/\sqrt{M}$. Ist die Leitfähigkeit dieser Schichten vergleichbar mit der der Kanalwände ($\delta \approx c$), so fließt ein Teil der elektrischen Ströme, die im Fluid induziert werden, nicht in die Kanalwände, wie im Modell angenommen, sondern in den Schichten und kann sich dort kurzschließen. Die Ohmsche Dissipation ($U_{\text{Ind}}^2/R_{\text{Schicht}}$) in den Schichten ist damit nicht mehr vernachlässigbar klein; sie ist umgekehrt proportional zum elektrischen Widerstand der Schicht R_{Schicht} , der mit δ^{-1} skaliert. Da die Dissipation proportional zum Druckverlust ist, ergibt sich ein zusätzlicher Druckverlust $\Delta p_{3D,N}$ und $\Delta p_{3D,M}$ durch Trägheits- und Zähigkeitseffekte, der mit den Schichtdicken skaliert. Folglich ist der zusätzliche Druckverlust bei trägheitsbehafteten Strömungen vom Interaktionsparameter in der Form $\Delta p_{3D,N} \sim N^{-1/3}$ abhängig, während er bei kleinen Hartmann-Zahlen mit der Porportionalität $\Delta p_{3D,M} \sim 1/\sqrt{M}$ angegeben werden kann.

Trägt man nun mit Hilfe der aus der Größenordnungsbetrachtung gewonnenen Skalierungspotenzen den Druckverlust einer radial-toroidal Umlenkung als Funktion von $N^{-1/3}$ auf, so erkennt man eine gute Übereinstimmung, wie der Abbildung 5.17 zu entnehmen ist.

Für $N \sim M^{3/2}$ ergibt sich aus den Regressionsgeraden die Lösung des numerischen Modells. Der Anteil der elektrischen Ströme, die durch Trägheits- und Zähigkeitseffekte in den Seitenschichten fließen, läßt sich aus der Höhe des Druckverlusts über dem "trägheitsfreien", berechneten Druckverlust ablesen. Mit abnehmender Hartmann-Zahl sinkt der Druckverlust bei gleichem Interaktionsparameter, da Zähigkeitskräfte gegenüber elektromagnetischen Kräften an Einfluß gewinnen. Dies wird auch in der Messung festgestellt. Das trägheitsfreie Limit wird mit fallender Hartmann-Zahl bei niedrigeren Interaktionsparametern erreicht.

Mit einem numerischen Regressionsverfahren auf der Basis des Minimums der kleinsten Fehlerquadrate ergibt sich aus den Meßwerten folgende Druckverlustabhängigkeit für die Umlenkung in der Einkanalteststrecke:

$$\Delta p = 0.135 + 0.406 N^{-0.337} + 0.939 M^{-0.565} \quad (5.5)$$

Dabei entspricht der Wert von 0.135 bis auf 3.5% dem Wert des Kernströmungsmodells; die Werte für die Exponenten N und M entsprechen nahezu den aus der Betrachtung ermittelten Werten $-1/3$ und $-1/2$.

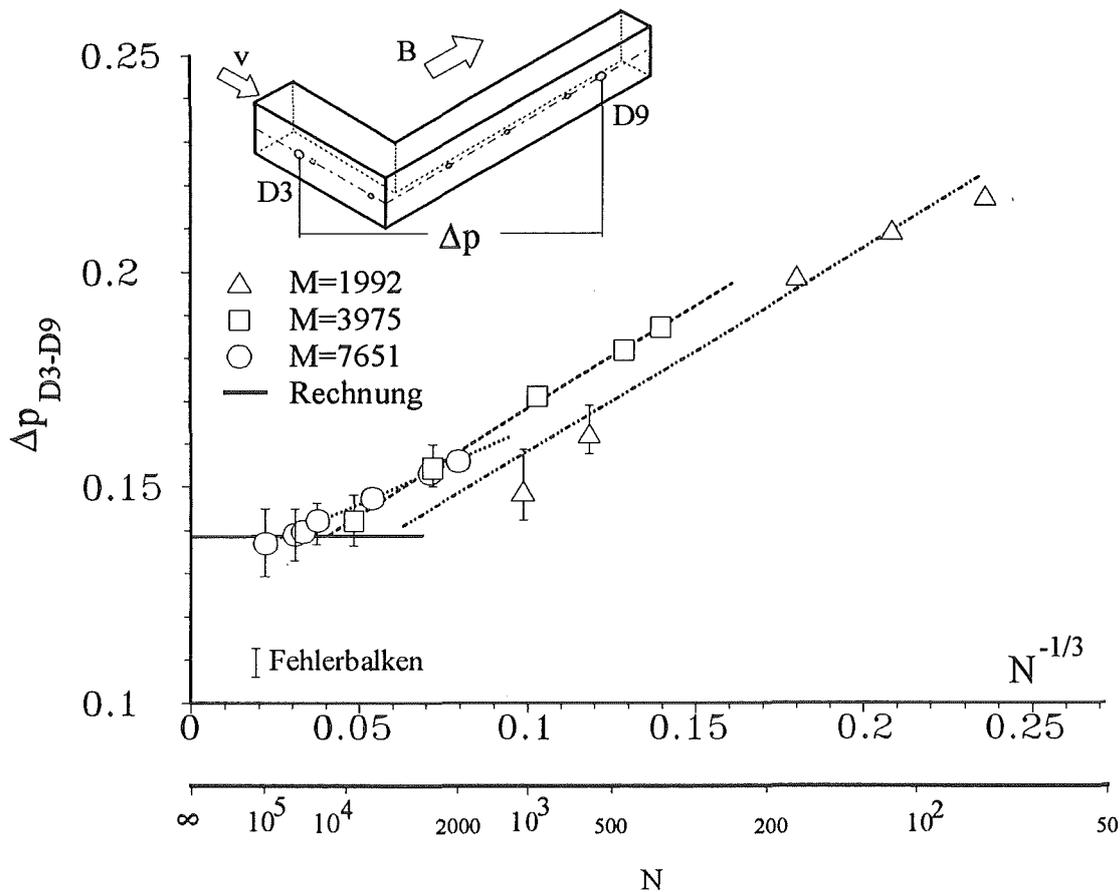


Abb. 5.17: Dimensionsloser Druckverlust in einem 90°-Krummer für unterschiedliche Hartmann-Zahlen und Interaktionsparameter bei $\Theta_z=0^\circ$ und $c=0.052$.

5.1.4 Zusammenfassung der Ergebnisse für die Z-Teststrecke

Für die MHD-Krümmernströmung in einem Rechteckkanal bei der Umlenkung der Strömung in die Magnetfeldrichtung zeigen die experimentellen Ergebnisse aus der Druckmessung und den Wandpotentialen, daß das trägheits- und reibungsfreie Kernströmungsmodell in der Lage ist, bei großen Hartmann-Zahlen ($M \approx 8000$) und großen Interaktionsparametern ($N \approx 10^5$) die Strömung mit guter Genauigkeit zu beschreiben.

Für die hydraulische Auslegung von Rohrkomponenten im fusionsrelevanten Parameterbereich des Interaktionsparameters stellt der vom Kernströmungsmodell berechnete Druckverlust keine konservative Abschätzung dar.

Mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit wirken sich in der Umlenkung Trägheitseffekte stärker aus. Der zusätzliche trägheitsbehaftete Druckverlust kann dabei die Größenordnung des mit dem Modell berechneten trägheitsfreien Gesamtdruckverlusts der Umlenkung erreichen. Der zusätzliche Druckverlust durch Trägheitseffekte $\Delta p_{3D,N}$ ist proportional zu $N^{-1/3}$.

In einer trägheitsbehafteten MHD-Krümmernströmung wirkt sich Strömungsrichtung auf den Druckverlust aus. Der Druckverlust bei einer radial-toroidal-Umlenkung ist aufgrund der kleineren elektromagnetischen Wechselwirkungen niedriger als der der toroidal-radialen

Umlenkströmung. Die durch dieses Phänomen auftretenden zusätzlichen Druckverluste sind von sekundärer Größenordnung gegenüber dem gesamten Trägheitseinfluß.

Änderungen der Hartmann-Zahl wirken sich auf den Druckverlust minimal aus, solange die Hartmann-Zahl groß ist ($M > 10^3$). Bei sinkender Hartmann-Zahl wächst der Druckverlust. Der entstehende zusätzliche Druckverlust $\Delta p_{3D,M}$ durch die Änderung der Hartmann-Zahl ist proportional zu $1/\sqrt{M}$.

Aus den Potentialmessungen auf der Kanalwand geht hervor, daß weite Teile des Strömungsgebietes auch in der Umlenkung weiterhin trägheits- und reibungsfrei sind. Im Experiment zeigen die dimensionslosen Potentiale auf den Hartmann-Wänden, der ersten und zweiten Wand keinen Einfluß von Hartmann-Zahl und Interaktionsparameter. Die gemessenen Potentialwerte stimmen exzellent mit den berechneten Daten überein. An den Seitenwänden jedoch, an denen im Modell große Geschwindigkeitsüberhöhungen auftreten, sind im unmittelbaren Bereich der Umlenkung deutliche Trägheitseinflüsse meßbar. Das dimensionslose Wandpotential $\Phi + \Delta\Phi_N$ skaliert dort mit $\Delta\Phi_N \sim N^{-1/3}$. Die Abhängigkeit des Seitenwandpotentials vom Interaktionsparameter deutet an, daß an den zusätzlichen Druckverlusten die Seitenschichten einen wesentlichen Einfluß haben. Nach wenigen charakteristischen Längen verschwinden jedoch die Trägheitseinflüsse auf das Seitenwandpotential und es ergibt sich die mit dem Modell errechnete Verteilung.

5.2 Neigung des Magnetfelds gegenüber dem Toroidalkanal

Im Gegensatz zu hydrodynamischen Strömungen spielt in MHD-Strömungen die Orientierung des Kanals gegenüber dem Magnetfeld eine wichtige Rolle. Abhängig von der Winkelneigung Θ_z des Magnetfelds gegenüber dem Toroidalast entstehen durch die Wechselwirkung des Magnetfelds mit den Strömungsgrößen grundsätzlich verschiedene Geschwindigkeitsprofile und Druckverluste im Kanal als für die zuvor diskutierte exakt magnetfeldparallele Ausrichtung des Toroidalastes. Als Referenzfall für die folgenden phänomenologischen Betrachtungen kleiner Winkeländerungen $\Theta_z \neq 0^\circ$ wird die exakt magnetfeldparallele Ausrichtung $\Theta_z = 0^\circ$ gewählt. Untersucht werden im weiteren entsprechend der Nomenklatur von Moon et al. (1991) die zwei Fälle der Vorwärtsumlenkung und der Rückwärtsumlenkung. Aufgrund der experimentellen Gegebenheiten insbesondere der Erstreckung des Magneten wird für die Vorwärtsumlenkung der Fall $\Theta_z = -5^\circ$ und für die Rückwärtsumlenkung der Fall $\Theta_z = 15^\circ$ betrachtet.

5.2.1 Phänomenologie des Einflusses der Magnetfeldneigung gegenüber dem Toroidalast

In den Abbildungen 5.18a, b sind die zwei im weiteren diskutierten Fälle der Rückwärts- und der Vorwärtsumlenkung dargestellt.

Für $x \gg 0$ wird sich sowohl für die Rückwärts- als auch die Vorwärtsumlenkung eine eingelaufene Strömung einstellen, die durch ein kolbenförmiges Geschwindigkeitsprofil im Kern gekennzeichnet ist. Der Wert der konstanten Kerngeschwindigkeit sowie des Druckverlustes differiert nur marginal vom Fall $\Theta_z = 0^\circ$, da sich das im Radialast induzierte Potential durch die kleine Winkelneigung des Magnetfeldes B_0 nur um $(1 - \cos\Theta_z)$ ändert. Nähert sich die Strömung der Umlenkung vermindert sich das Potential in Strömungsrichtung in beiden Fällen, da im toroidalen Kanalabschnitt eine kleinere Spannung induziert wird; die Geschwindigkeitskomponente normal zu B_0 ist dort kleiner. Die daraus resultierenden Axialströme j_x führen wie für $\Theta_z = 0^\circ$ zu einer Verdrängung des Fluids in die Seitenschichten. Analog zur 90° -Umlenkung in Magnetfeldrichtung verliert die Strömung bei der Annäherung an die Ludford-Schicht ihre Symmetrie bezüglich $y=1$.

Bis zu diesem Punkt gleichen sich in der Phänomenologie die unterschiedlichen Magnetfeldorientierungen gegenüber dem 90° -Krümmer. Beim Auftreffen auf die Ludford-Schicht treten zwischen der Vorwärts- und Rückwärtsumlenkung signifikante Unterschiede auf.

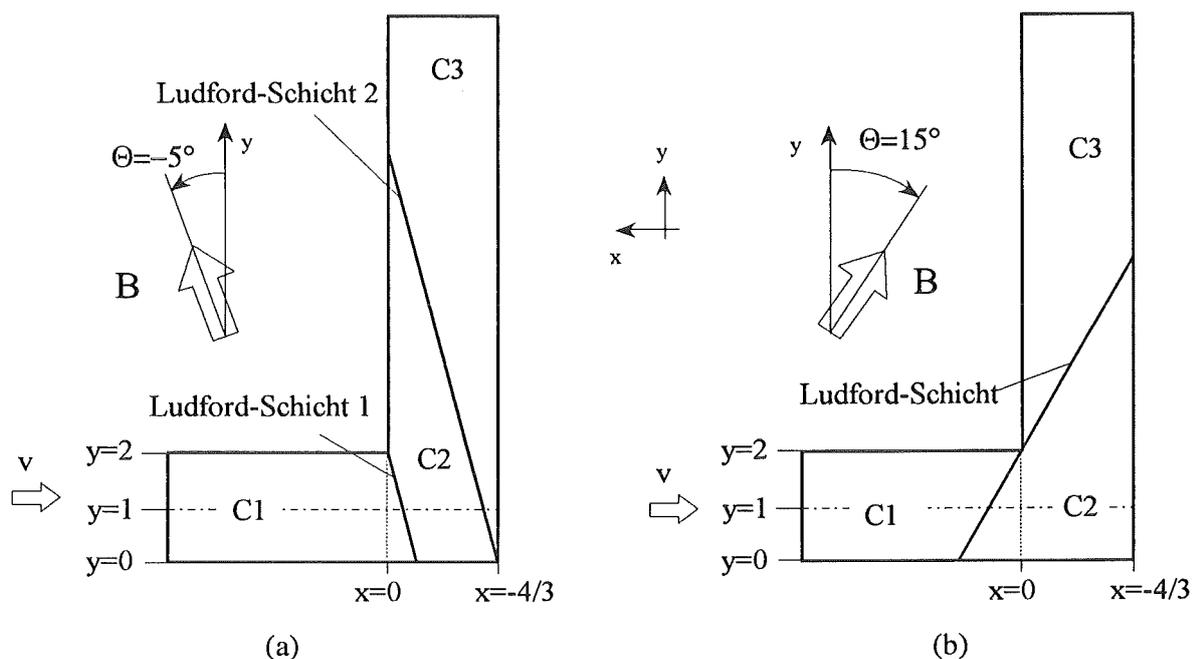


Abb. 5.18: Prinzipskizze zur den auftretenden Strömungsgebieten in einer Vorwärtsumlenkung (a) und einer Rückwärtsumlenkung (b) in einem 90° -Krümmer.

Zunächst wird die Vorwärtsumlenkung betrachtet.

Bei der Vorwärtsumlenkung trifft die Strömung zuerst auf eine Ludford-Schicht, die die Strömungsabschnitte C1 und C2 voneinander trennt.

In der Ludford-Schicht 1 fließen vernachlässigbar kleine Volumenströme, vergleiche Moon et al. 1990, in y -Richtung, da sie bei $y=2$ auf eine Hartmann-Wand trifft. Ähnliches gilt für die Ludford-Schicht 2. Im Kern des Abschnitts C2 wächst mit der Strömungsrichtung der Querschnitt des Kanals gemessen entlang der magnetischen Feldlinien. Als Folge reduziert sich das

induzierte Potential mit der Strömungsrichtung. Durch die Änderung des Potentials treten in allen Kernen der Gebiete C1, C2 und C3 dreidimensionale elektrische Ströme auf. Die dreidimensionalen Ströme zirkulieren im Kern im Bereich der Umlenkung und können größere Werte erreichen als in einer zweidimensionalen Strömung. Ist das induzierte Potential im Radialast sehr viel größer als im Toroidalast, wie für den untersuchten Fall $\Theta_z = -5^\circ$, kann es lokal zu einer Umkehr der Stromkomponente j_z und damit zu einem Druckrückgewinn kommen. In der Abbildung 5.19 ist der dimensionslose Druck im Kern über die abgewinkelte dimensionslose Laufkoordinate s dargestellt. Gut zu erkennen ist der Druckrückgewinn zwischen $2.58 < s < 5.75$.

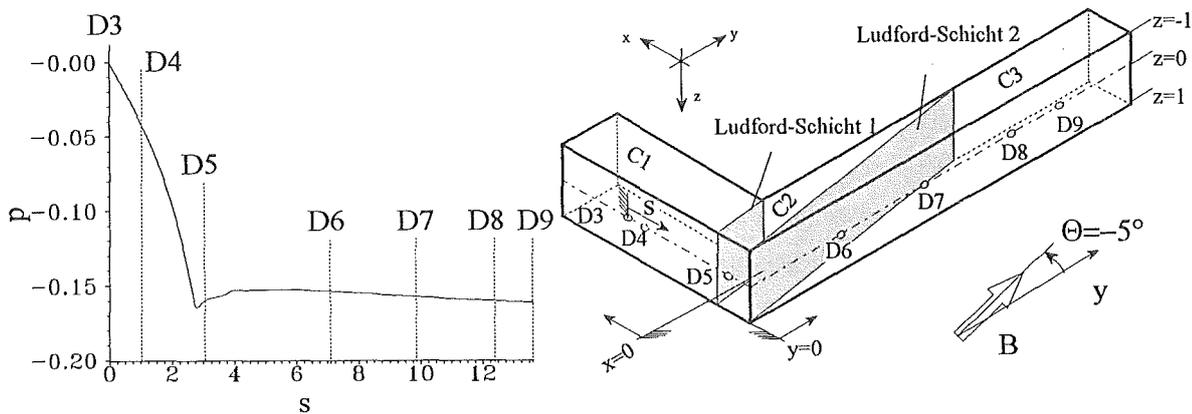


Abb. 5.19: Verlauf des mit dem Kernströmungsmodell berechneten dimensionslosen Drucks entlang der Laufkoordinate s in der Ebene $z=0$ für die Einkanalteststrecke mit dem Winkel $\Theta_z = -5^\circ$ und $c=0.052$.

In der Rückwärtsumlenkung für $\Theta_z = 15^\circ$ trifft die Strömung auf eine Ludford-Schicht, die den Strömungskern des Teils C1 mit den Kernen der Abschnitte C2 und C3 verbindet.

Ein Teil des Volumenstroms aus dem Kern von C1 fließt in der Ludford-Schicht direkt in den Kern von C3, ohne in das Gebiet C2 einzudringen. Damit ergeben sich im Gebiet C2 kleinere Geschwindigkeiten.

Ebenso wie für die Vorwärtsumlenkung wird im Radialast ein größeres Potential induziert als im Toroidalast. Damit zirkulieren im Strömungskern im Bereich der Umlenkung ebenfalls dreidimensionale Ströme wie auch in der Vorwärtsumlenkung. Die Stärke der dreidimensionalen Ströme ist für den Fall der Rückwärtsumlenkung jedoch deutlich größer als in der Vorwärtsumlenkung. Der Grund hierfür ist ein Vorzeichenwechsel der induzierten Spannung zwischen Radial- und Toroidalast, da sich die Strömungsrichtung gegenüber dem Magnetfeld ändert. Die größeren dreidimensionalen Ströme bewirken einen größeren Druckverlust als in der Vorwärtsumlenkung.

5.2.2 Meßergebnisse für die Magnetfeldneigung gegenüber dem Toroidalast

5.2.2.1 Messung des elektrischen Potentials auf den Kanalwänden

Ebenso wie im 90°-Krümmer in Magnetfeldrichtung beschränkt sich die Darstellung auf einige Meßpositionen anhand denen wesentliche Effekte dargestellt werden. Die nicht dargestellten Positionen zeigen ein ähnliches Verhalten.

Betrachtet wird zunächst die Vorwärtsumlenkung mit $\Theta_z = -5^\circ$ und einer Strömungsrichtung von radial nach toroidal.

In der Abbildung 5.20 sind die dimensionslosen Wandpotentiale auf den Hartmann-Wänden und der ersten Wand für verschiedene Interaktionsparameter im Bereich zwischen $N=1863-30720$ dargestellt. In der Position A ergibt sich nahezu die gleiche Potentialverteilung wie für den Fall $\Theta_z=0^\circ$. Ein Einfluß des Interaktionsparameters ist nicht erkennbar. Nähert sich die Strömung der Ludford-Schicht 1 über A nach C und E nimmt das Potential auf der Hartmann-Wand durch die Verdrängung des Fluids in die Seitenschichten ab. Auch hier sind keinerlei Abhängigkeiten des Potentials vom Interaktionsparameter meßbar, auch nicht am Übergang zur Seitenwand bei $z=-1$. Das Potentials wird entlang der Hartmannwand des Toroidalastes im Kern von C2 und der ersten Wand im Kern von C3 weiter kontinuierlich abgebaut, da die Geschwindigkeitskomponente normal zum Magnetfeld abnimmt.

Die Übereinstimmung der experimentellen Daten mit denen aus dem Modell ist für die Positionen H, I, J gut. In der Nähe der äußeren Umlenkkante tritt an der Position H und deutlich ausgeprägter an der Meßlinie I eine Abhängigkeit der Wandpotentiale vom Interaktionsparameter auf. Die Trägheitsabhängigkeit der Potentiale nimmt mit der Annäherung an die Seitenwand bei $z=-1$ zu. Die Absolutwerte des induzierten Potentials nehmen mit fallendem Interaktionsparameter an der Stelle I zu und sind größer als die numerisch ermittelten. Damit deutet sich an, daß im trägheitsbehafteten Fall mehr Fluid in Richtung der ersten Wand geschoben wird als mit dem trägheitsfreien Modell berechnet wird. Die Interaktionsparameterabhängigkeit $\Delta\Phi_N$ des Potentials ist am Übergang zur Seitenwand bei $z=-1$ an der Linie I proportional zu $N^{-1/3}$.

Die Diskrepanz zwischen den experimentellen und den berechneten Daten an der Meßlinie P ist wie bei der Orientierung mit $\Theta_z=0^\circ$ auf die Inhomogenität des Magnetfelds nahe der Spule der zurückzuführen. Auf die grafische Darstellung der Potentiale für die Variationen der Hartmann-Zahlen beziehungsweise einer Umkehr der Strömungsrichtung wird verzichtet, da beide Größen, wie auch für die Orientierung $\Theta_z=0^\circ$, keinerlei Einfluß auf die Wandpotentiale zeigen.

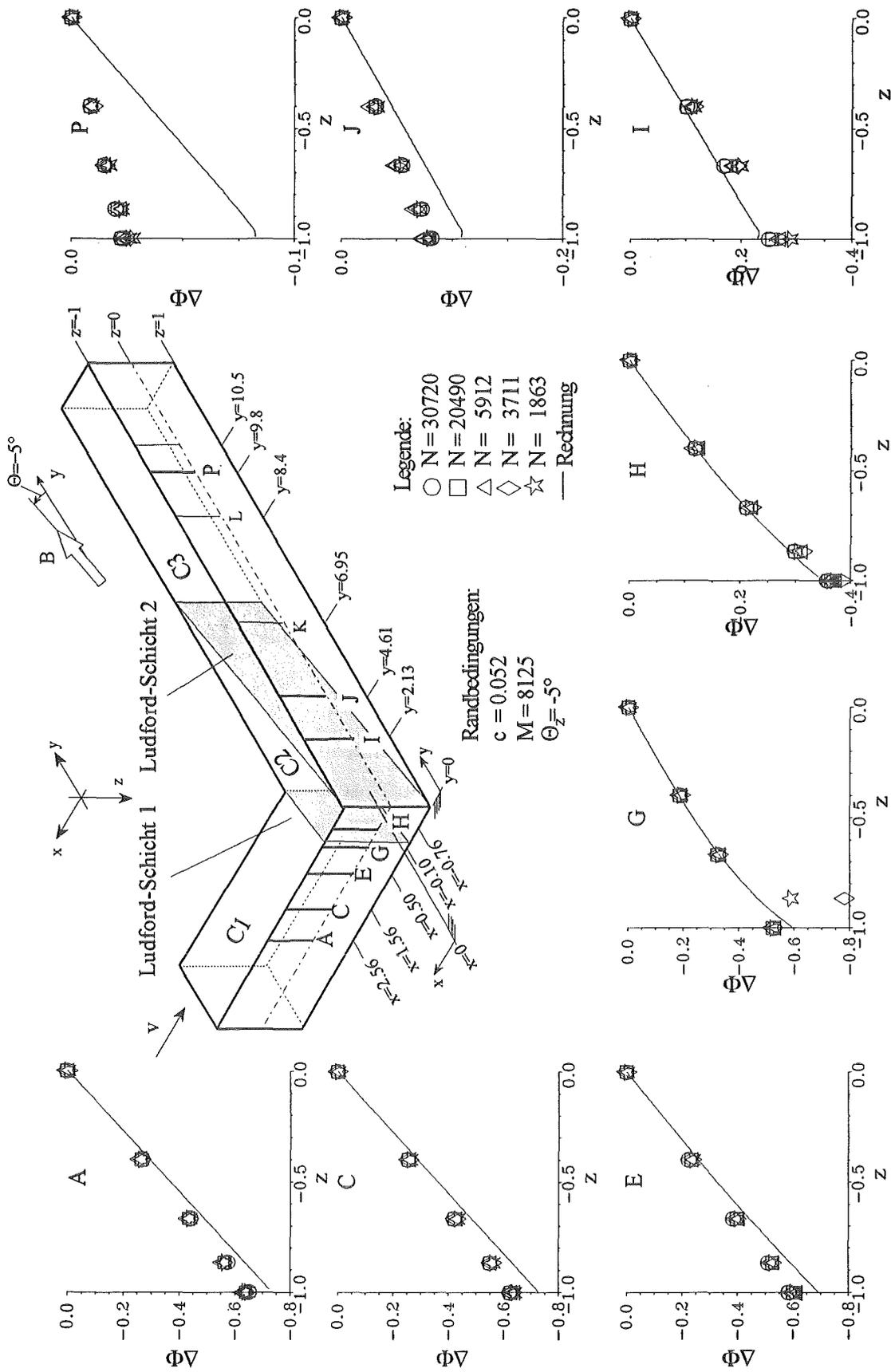


Abb. 5.20: Dimensionslose Wandpotentiale an den Hartmann-Wänden und der ersten Wand unter den Randbedingungen $M=8125$, $c=0.052$, $\Theta_z=-5^\circ$. Die berechneten Werte sind liniert (—) dargestellt.

Im Rückwärtsknie $\Theta_z=15^\circ$ ergibt sich im radialen Teil an der Stelle A eine ähnliche Potentialverteilung wie in den Fällen $\Theta_z=0^\circ$ und $\Theta_z=-5^\circ$, da sich durch die kleine Winkeländerung von $\Theta_z=15^\circ$ der Kosinus $\cos\Theta_z$ kaum ändert.

In der Abbildung 5.21 sind die dimensionslosen Wandpotentiale an den verschiedenen Meßlinien von A→B bis P→Q abgewickelt über die Länge s in Richtung des Magnetfelds für verschiedene Interaktionsparameter dargestellt.

Der Potentialverlauf auf den Linien A→B, C→D, und selbst direkt auf der Ludford-Schicht (E→F) entspricht sowohl auf den Hartmann-Wänden als auch den Seitenwänden nahezu dem gerechneten Potentialverlauf. Eine Abhängigkeit des Potentials vom Interaktionsparameter ist nicht meßbar.

Im trägheitsfreien Modell fließt ein großer Teil des Volumenstroms in der Ludford-Schicht in Magnetfeldrichtung vom Teil C1 direkt in den Kern von C3, ohne in das Gebiet C2 einzudringen. Damit ergibt sich im Abschnitt C2 eine kleine Geschwindigkeit und damit ein geringer Wert für das induzierte Potential. Gleichzeitig ändert sich im Abschnitt C2 die Hauptströmungsrichtung des Fluids gegenüber dem äußeren Magnetfeld B_0 . Als Resultat ändert das induzierte Potential im Abschnitt C2 sein Vorzeichen.

Im Experiment wird im Gegensatz zum Modell durch die Trägheit des Fluids ein Teil der Strömung über die Ludford-Schicht hinweg in den Abschnitt C2 transportiert. Dadurch fließt im Teil C2 mehr Fluid und induziert dort ein größeres Potential als im Modell berechnet. Der Absolutwert des induzierten Potentials steigt mit sinkendem Interaktionsparameter sowohl auf den Hartmann- als auch auf den Seitenwänden des Abschnitt C2. Der Wert des Potentials auf den Seitenwänden wächst proportional mit $N^{-1/3}$. Stellvertretend für die Trägheitsabhängigkeit des Seitenwandpotentials ist für die Position $s=5.1$ auf der Traverse J→G das Potential über dem Interaktionsparameter in der Abbildung 5.22 aufgetragen. Mit steigendem Interaktionsparameter nähern sich die experimentellen Werte denen des trägheitsfreien Modells. Jedoch wird selbst bei Interaktionsparametern von $N=121.300$ der trägheitsfreie Wert noch nicht erreicht.

Im Bereich des Abschnitts C3 geht die starke Trägheitsabhängigkeit der Strömung verloren und an der Meßlinie P→Q ist die Strömung sowohl auf den Hartmann- als auch auf den Seitenwänden weitgehend trägheitsfrei. Die dort gemessene Potentialverteilung entspricht nahezu der mit dem trägheitsfreien Modell berechneten Verteilung.

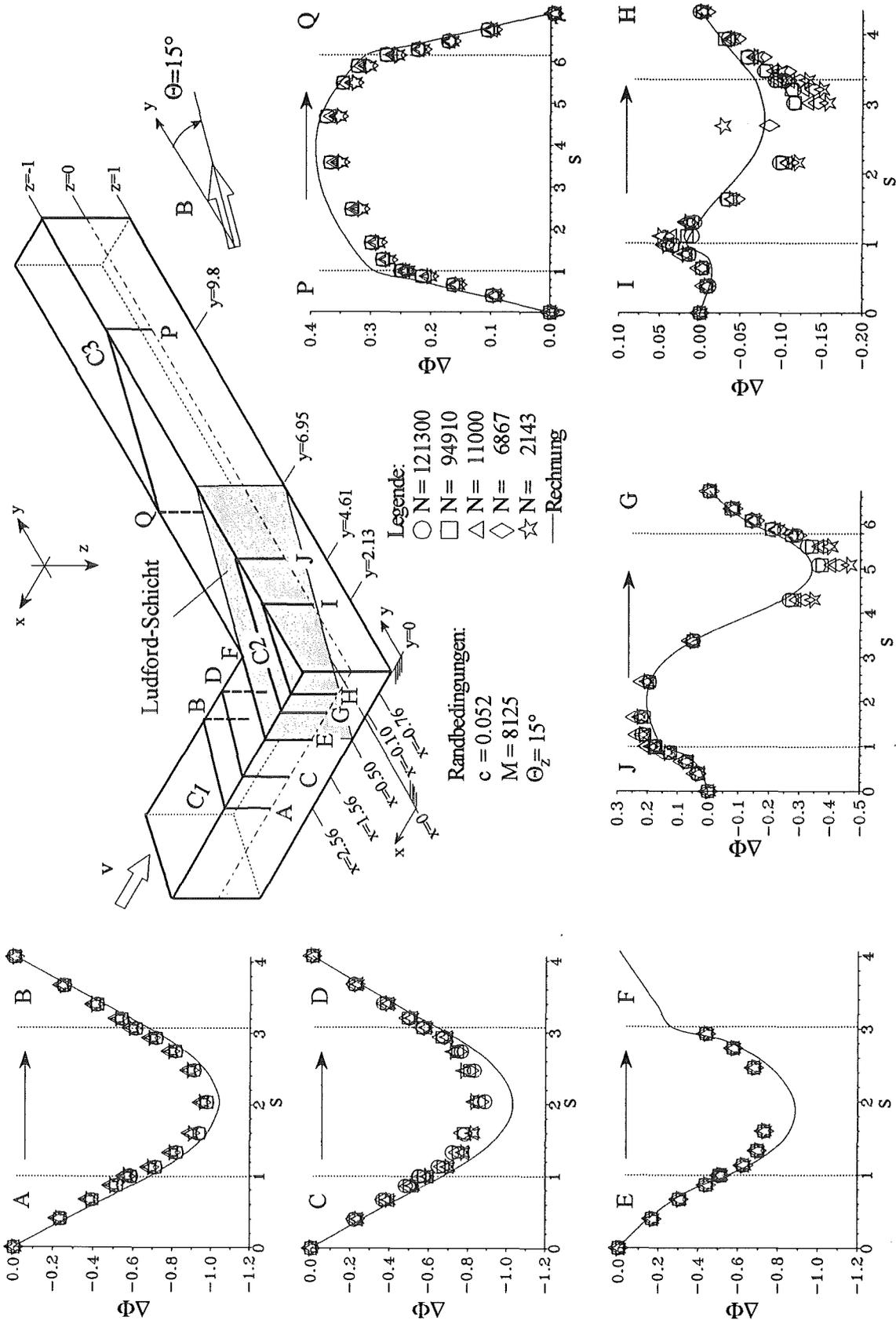


Abb. 5.21: Dimensionslose Wandpotentiale für die Linien A→B, C→D, E→F, J→G, I→H und P→Q für unterschiedliche Interaktionsparameter bei einer Hartmann-Zahl $M=8125$ unter den Randbedingungen $M=8125$, $c=0.052$, $\Theta_z=15^\circ$. Die berechneten Werte sind liniert (—) dargestellt.

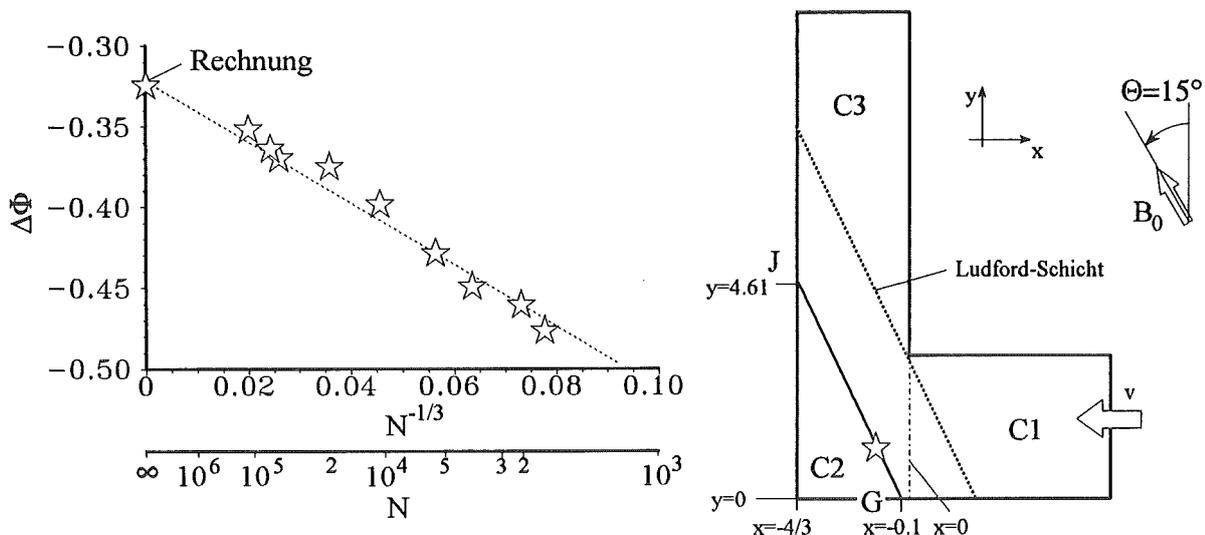


Abb. 5.22: Dimensionsloses Seitenwandpotential an der Position $s=5.1$ der Traverse J→G als Funktion des Interaktionsparameters für $M=8125$, $c=0.052$ und $\Theta_z=15^\circ$.

5.2.2.2. Druckmessungen für die Magnetfeldneigung gegenüber dem Toroidalast

Aufgrund der leichten Winkelneigungen des Toroidalastes gegenüber dem Magnetfeld sowohl in der Vorwärts- als auch der Rückwärtsumlenkung wird sich im Gegensatz zum Fall $\Theta_z=0^\circ$ ein Druckverlust im Toroidalast einstellen. In der Rückwärtsumlenkung mit $\Theta_z=15^\circ$ ergibt sich dort aufgrund des größeren Winkels Θ_z ein größerer Druckverlust ($\Delta p \sim \sin\Theta_z$) als für die Vorwärtsumlenkung.

In den Abbildungen 5.23a-d sind die dimensionslosen Druckverluste zwischen D4 und D5 sowie D6 und D9 für die Magnetfeldorientierungen $\Theta_z = -5^\circ$ und $\Theta_z = 15^\circ$ dargestellt.

In den Abbildungen 5.23a, c ist der Trägheitseinfluß auf den Druckverlust im Bereich der Umlenkung deutlich zu erkennen. Mit steigendem Interaktionsparameter strebt der Druckverlust D4-D5 bei beiden Magnetfeldorientierungen gegen den berechneten Wert. Für die Rückwärtsumlenkung $\Theta_z=15^\circ$ ist der Einfluß von Trägheitseffekten auf den Druckverlust größer als für das Vorwärtsknie ($\Theta_z = -5^\circ$), da sich in der Vorwärtsumlenkung das Vorzeichen des induzierten Potentials im Bereich der Umlenkung nicht ändert.

In der Rückwärtsumlenkung ändert sich das Vorzeichen des induzierten Potentials. Trägheitseinflüsse vergrößern im Gegensatz zur Vorwärtsumlenkung die Potentialdifferenz und damit nehmen die zirkulierenden dreidimensionalen Ströme und der Druckverlust durch Trägheitseffekte stärker zu als in der Vorwärtsumlenkung.

Im Toroidalast zwischen den Punkten D6 und D9 kann sowohl für die Vorwärts- als auch die Rückwärtsumlenkung kein Einfluß von Trägheitskräften auf den Druckverlust gemessen werden, siehe hierzu Abbildung 5.23b, d. Dabei ist die Übereinstimmung mit dem berechneten Wert für die Rückwärtsumlenkung gut. Bei der Vorwärtsumlenkung ergibt sich ein zu großer

Druckverlust der aber durch die Magnetfeldinhomogenität bei großen toroidalen Längen zu erklären ist.

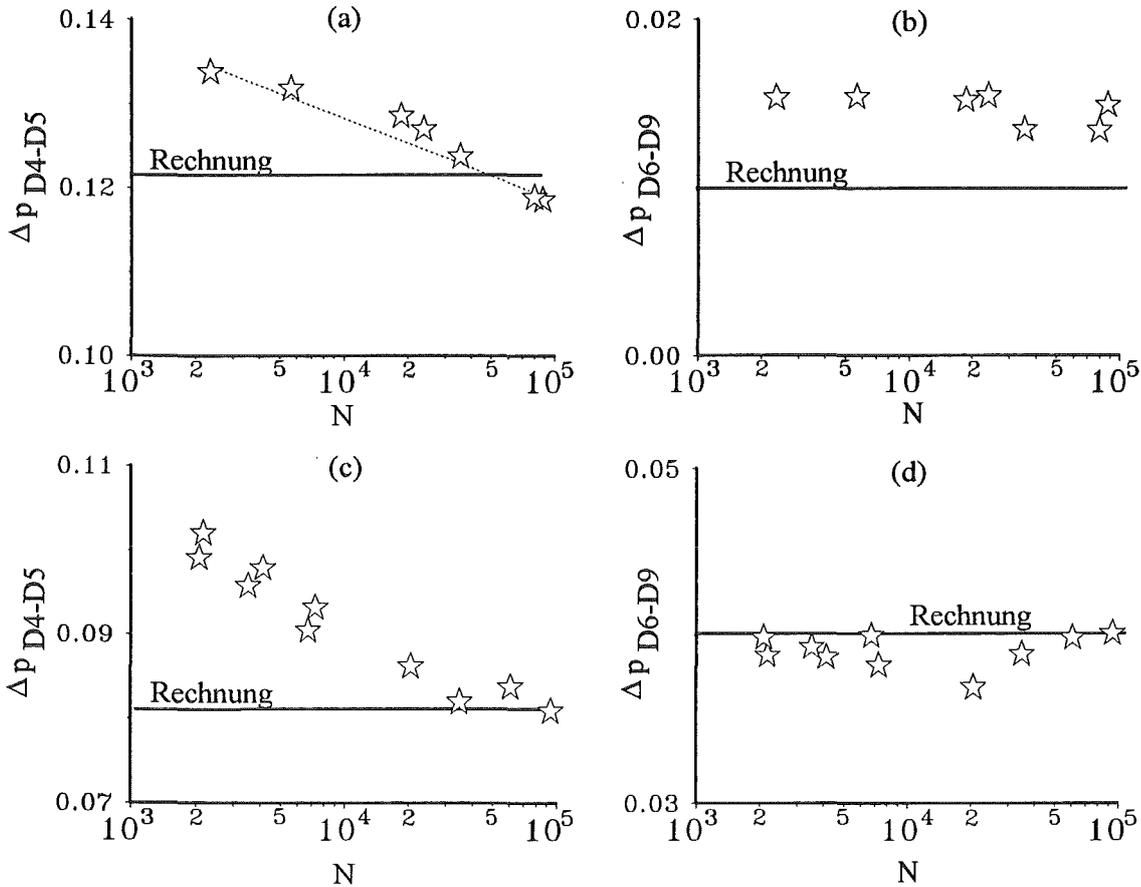


Abb. 5.23a-d: Dimensionsloser Druckverlust zwischen D4-D5 (a) sowie zwischen D6-D9 (b) für das Vorwärtsknie mit $\Theta_z = -5^\circ$; der dimensionslose Druckverlust im Rückwärtsknie mit $\Theta_z = 15^\circ$ zwischen D4-D5 und D6-D9 ergibt sich aus (c) und (d). $M=7785$, $c=0.052$. Die Linien (—) stellen die jeweiligen berechneten Werte dar.

Betrachtet man die in der gesamten Umlenkung zwischen D3 und D9 auftretenden Druckverluste in Abhängigkeit vom Interaktionsparameter und der Hartmann-Zahl, so stellt man für $\Theta_z = -5^\circ, 15^\circ$ ein ähnliches Verhalten des Gesamtdruckverlustes fest wie für $\Theta_z = 0^\circ$. In der Abbildung 5.24a, b sind die Gesamtdruckverluste zwischen D3 und D9 für eine radial→toroidale Umlenkung bei verschiedenen Hartmann-Zahlen als Funktion des Interaktionsparameters dargestellt.

Im Bereich großer Hartmann-Zahlen und Interaktionsparameter strebt der Gesamtdruckverlust gegen den Wert des trägheits- und reibungsfreien Modells. Im Rückwärtsknie treten für große Interaktionsparameter und Hartmann-Zahlen leichte Abweichungen zum trägheitsfreien Modell auf. Sie ergeben sich durch das verminderte Auflösungsvermögen der Meßgeräte sowie die Magnetfeldinhomogenität bei großen toroidalen Längen. Sie wirkt sich im Fall der Neigung $\Theta_z = -5^\circ$ besonders stark aus, da die Teststrecke dort sehr nah an der Magnetspule plaziert ist.

Sowohl für das Vorwärtsknie als auch für das Rückwärtsknie skaliert der zusätzliche Druckverlust durch Trägheitseffekte $\Delta p_{3D,N}$ mit $N^{-1/3}$. Diese Interaktionsparameterskalierung der zusätzlichen Druckverluste $\Delta p_{3D,N}$ durch Trägheitseffekte mit $N^{-1/3}$ in einem Kanal, dessen Querschnitt sich in Magnetfeldrichtung diskontinuierlich ändert, wurde auch von Holroyd (1980) experimentell in einer radial-toroidal-radial-Umlenkung in einem Rohr mit kreisförmigen Querschnitt festgestellt.

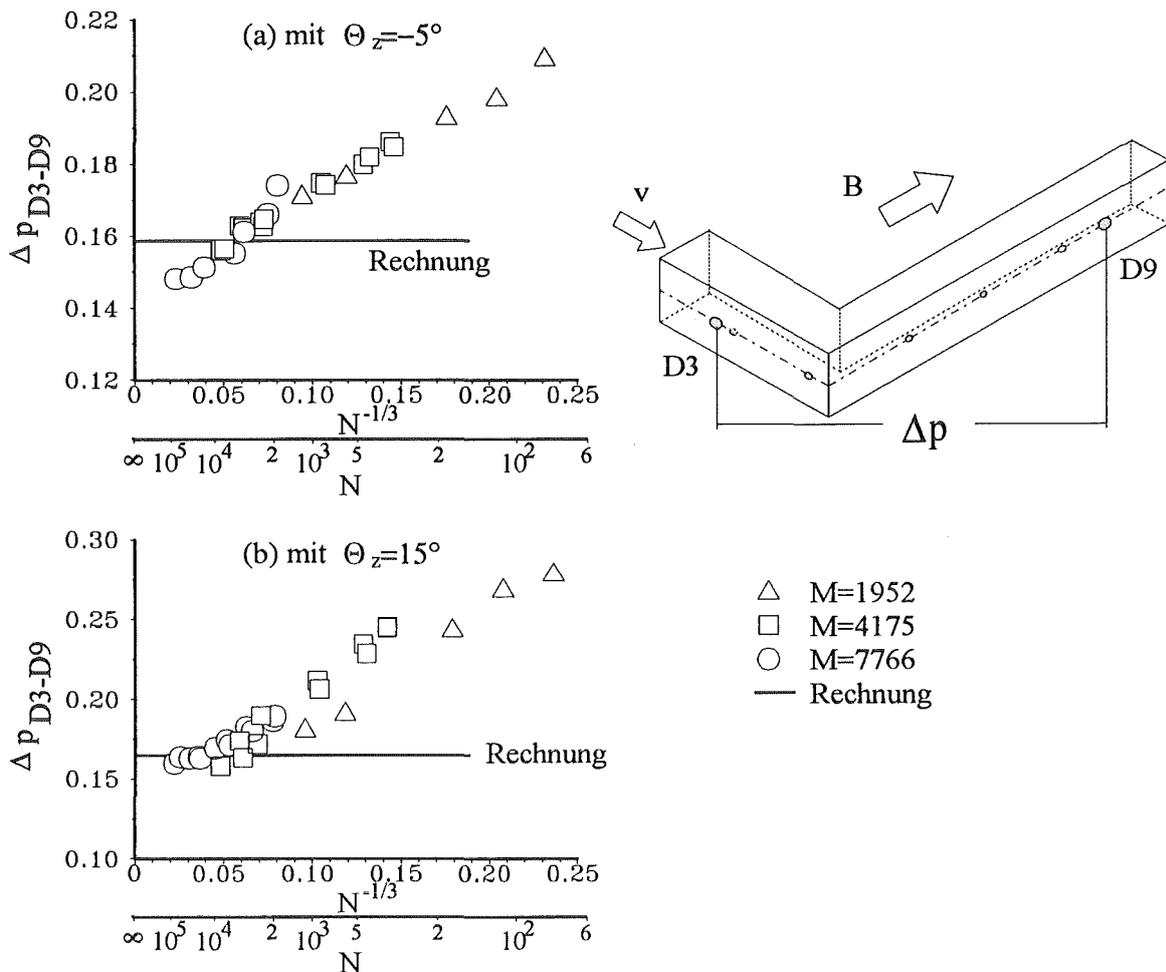


Abb. 5.24a, b: Dimensionsloser Druckverlust zwischen D3 und D9 im 90° -Krümmer mit $\Theta_z = -5^\circ$ in der Abbildung (a) und für den Winkel $\Theta_z = 15^\circ$ in der Abbildung (b). Dargestellt ist in beiden Abbildung der Druckverlust für verschiedene Hartmann-Zahlen über dem Interaktionsparameter unter der Randbedingung $c=0.052$.

Eine Regression der Experimentdaten auf der Basis der kleinsten Fehlerquadrate liefert für das Rückwärtsknie mit $\Theta_z = 15^\circ$ folgende Abhängigkeit des Gesamtdruckverlustes von M und N :

$$\Delta p = 0.164 + 0.6 N^{-0.334} + 0.02 M^{-0.53} \quad (5.6)$$

Auch hier entspricht die erste Konstante mit ihrem Wert 0.164 bis auf 3.5% dem Wert des Kernströmungsmodells. Der zusätzliche Druckverlust durch die Variation der Hartmann-Zahl

$\Delta p_{3D,M}$ ist proportional zu $M^{-1/2}$. Er ist vernachlässigbar klein gegenüber den Druckverlusten durch Trägheitseffekte.

Zuletzt wird der Gesamtdruckverlust zwischen D3 und D9 für die jeweiligen untersuchten Magnetfeldorientierungen miteinander verglichen. Als Referenzfall wird der 90°-Krümmer mit $\Theta_z=0^\circ$ herangezogen.

Im Radialast ändert sich der Druckverlust durch die andere Magnetfeldorientierung gegenüber dem Referenzfall in erster Näherung um $(1-\cos\Theta_z)$. Bei den betrachteten kleinen Winkeln ist die Änderung somit marginal zwischen den einzelnen Orientierungen. Im toroidalen Abschnitt hingegen ändert sich der Druckverlust durch die Magnetfeldneigung in erster Näherung um $\sin\Theta_z$. Der Druckverlust ist für die Magnetfeldneigung $\Theta_z=0^\circ$ am kleinsten und für $\Theta_z=15^\circ$ am größten.

In der Abbildung 5.25 ist der dimensionslose Druckverlust zwischen D3 und D9 für unterschiedliche Winkelneigungen aufgetragen. Deutlich zu erkennen ist, daß der Gesamtdruckverlust für das Rückwärtsknie ($\Theta_z=15^\circ$) am größten ist und für die exakt magnetfeldparallele Ausrichtung des Toroidalastes ($\Theta_z=0^\circ$) am kleinsten. Der Einfluß der Trägheitskräfte auf den Druckverlust wirkt sich in der Rückwärtsumlenkung stärker aus als in den anderen Magnetfeldorientierungen.

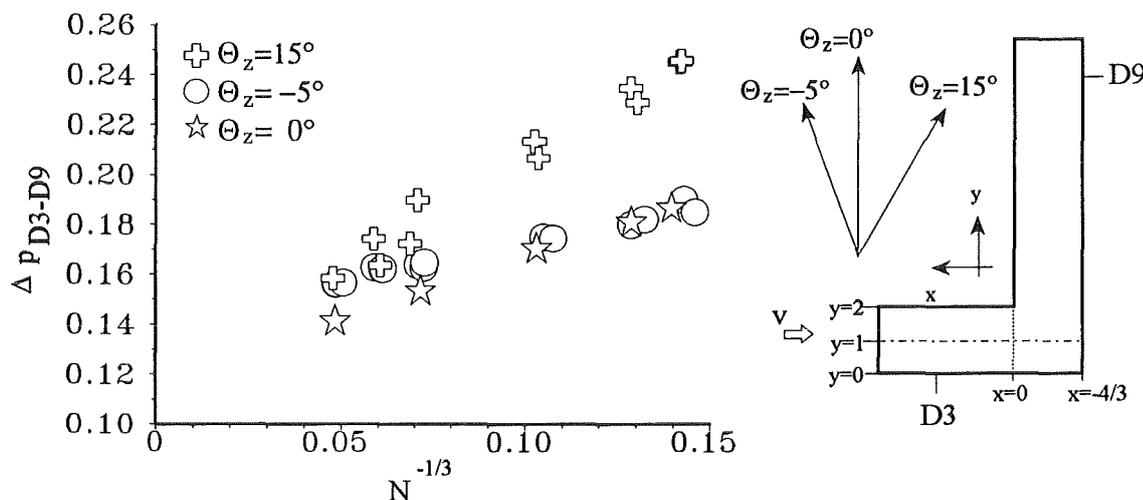


Abb. 5.25: Dimensionsloser Druckverlust zwischen D3 und D9 bei unterschiedlichen Magnetfeldorientierungen für $M=4175$ und $c=0.052$.

5.2.3 Zusammenfassung Ergebnisse für verschiedene Magnetfeldneigungen

Ähnlich wie bei der 90°-Krümmerströmung mit exakt toroidaler Magnetfeldrichtung haben Trägheitskräfte einen wesentlichen Einfluß auf den in der Umlenkung auftretenden Druckverlust.

Das Kernströmungsmodell ist zwar in der Lage, den Druckverlust und die Potentialverteilung bei hohen Hartmann-Zahlen und Interaktionsparametern mit guter Genauigkeit wiederzugeben,

im fusionsrelevanten Parameterbereich hingegen können die zusätzlichen Druckverluste durch Trägheitseinflüsse um den Faktor zwei über denen des Modells liegen.

Die zusätzlichen Druckverluste durch Trägheitskräfte sind sowohl in der Vorwärts- wie auch in der Rückwärtsumlenkung proportional zu $N^{-1/3}$. Der zusätzliche Druckverlust durch Änderung der Hartmann-Zahl ist klein und er ist proportional zu $M^{-1/2}$.

Durch die Magnetfeldneigung gegenüber dem Krümmer werden die Druckverluste größer als bei Ausrichtung in Magnetfeldrichtung.

In einer Rückwärtsumlenkung wirkt sich der Einfluß der Trägheitskräfte am stärksten aus, da durch die Trägheit der dreidimensionale elektrische Stromfluß im Krümmer vergrößert wird. Der Gesamtdruckverlust ist somit in der Rückwärtsumlenkung größer als für die anderen Magnetfeldorientierungen.

Der stärkere Einfluß der Trägheitskräfte auf die Strömung in der Rückwärtsumlenkung dokumentiert sich ebenfalls im Wandpotential. Dort tritt ein Einfluß des Interaktionsparameters außer auf den Seitenwänden auch auf den Hartmann-Wänden im Bereich der Umlenkung auf; während hingegen die Ergebnisse der Vorwärtsumlenkung denen des 90° -Krümmers mit $\Theta_z=0^\circ$ entsprechen.

Der trägheitsbehaftete Anteil der Potentiale ist im dem Bereich, in dem ein Trägheitseinfluß ermittelt wird, proportional zu $N^{-1/3}$.

5.3 Die Einkanal-U-Umlenkung

Aufgrund des segmentartigen Aufbaus eines Fusionsreaktors können die Strömungskanäle in Magnetfeldrichtung nicht beliebig lang ausgedehnt werden. Es tritt praktisch immer ein U-förmiger Strömungskanal auf

5.3.1 Auftretende Phänomene in einer U-Umlenkung

Ausgangspunkt bei der Betrachtung der U-Umlenkung ist die in Abbildung 5.26 dargestellte U-Umlenkung. Der Toroidalast steht exakt parallel zum in positive y -Richtung weisenden Magnetfeld B_0 .

Für toroidale Längen l der Größenordnung $l \sim M$ kann jeder 90° -Krümmer separat betrachtet werden. Es ergeben sich in jedem Einzelkrümmer die im Abschnitt 5.1.1 beschriebenen Phänomene im Bereich der Umlenkung.

Bei kleineren toroidalen Längen l kommt es zu einer Wechselwirkung zwischen den Krümmern. Im Radialast für $y < l$ strömt das Fluid in negative x -Richtung, während es im Radialabschnitt bei $y > l$ in positive Richtung fließt.

Durch das gegensinnig induzierte Potential können zwischen dem Krümmer 1 und dem Krümmer 2 großräumige dreidimensionale Ströme zirkulieren, die schematisch in der

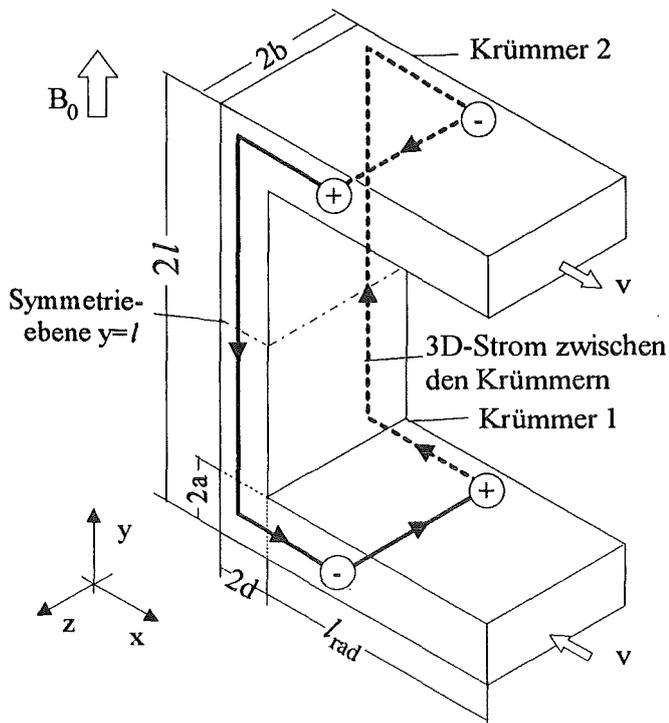


Abbildung 5.26 dargestellt sind. An der qualitativen Strömungsverteilung im Toroidal- als auch im Radialabschnitt ändern die zusätzlichen großräumigen elektrischen Ströme nichts. Sie bewirken aber durch ihren Kurzschluß in den Radialästen einen zusätzlichen dreidimensionalen Druckverlust.

Abb. 5.26: Schemaskizze für eine Einkanal-U-Umlenkung mit dem Strompfad zwischen den 90°-Krümmern.

5.3.2 Die Einkanal-U-Umlenkung in der Mehrkanalteststrecke im Experiment

Die Messungen der Einkanal-U-Umlenkung ist in der Mehrkanalgeometrie im Mittelkanal durchgeführt worden. Alle benachbarten Kanäle sind entleert.

Da innerhalb dreidimensionaler Geometrien elektrische Ströme auch über das elektrisch leitende Strukturmaterial der entleerten Kanäle fließen können, werden im numerischen Modell, das zum Vergleich mit dem Experiment herangezogen wird, die elektrisch leitenden Wände der Nachbarkanäle mitbetrachtet.

5.3.2.1 Wandpotentialmessungen in der Einkanal-U-Umlenkung

Die Wandpotentialmessung der Einkanal-U-Umlenkung in der Mehrkanalteststrecke beschränkt sich auf die Messung der Potentiale auf den Hartmann-Wänden, der ersten und der zweiten Wand. Eine Messung direkt auf den Seitenwänden ist geometrisch nicht möglich.

In der Abbildung 5.27 ist das dimensionslose Wandpotential an den Hartmann-Wände des Radialastes bei $x=6$, an der Ludford-Schicht bei $x=0$, an der Hartmann-Wand des Toroidalastes bei $x=-1$, sowie an der ersten Wand für $y=0$, $y=2$ und $y=6$ für verschiedene Interaktionsparameter aufgetragen. Der mittlere in der Abbildung mit der Zahl 1 gekennzeichnete und grau unterlegte Kanal wird durchströmt.

Nähert sich die Strömung von $x=6$ nach $x=-1$ der äußeren Kante der Umlenkung, verringert sich der Wert des induzierten Potentials. Die Übereinstimmung der berechneten Werte mit den

experimentellen Daten ist außerordentlich gut. Ein Einfluß des Interaktionsparameters auf das induzierte Potential ist kaum meßbar.

Nach der Umlenkung bei $y=0$ sinkt der Potentialwert an der ersten Wand weiter mit wachsender y -Koordinate. Kleine Abweichungen zwischen den numerischen und den experimentellen Daten treten bei $y=0$ und $y=2$ auf.

Das induzierte Potential ist dort größer als das berechnete. Für $y=0$ und $y=2$ tritt ebenfalls eine Abhängigkeit des Potentials vom Interaktionsparameter im durchströmten Kanalabschnitt zwischen $-1 < z < 1$ auf. Die Interaktionsparameterabhängigkeit deutet darauf hin, daß durch Trägheitseinflüsse mehr Fluid in Richtung der ersten Wand verdrängt wird, als mit dem Modell berechnet wird.

Gut zu erkennen ist in allen Teilbildern, daß das Potential auf den nicht durchströmten Kanälen keineswegs konstant ist. Damit ergibt sich ein elektrischer Stromfluß auf den Wänden der nicht durchströmten Kanäle. Diese Ströme haben eine Rückwirkung auf den Druckverlust und die Strömungsverteilung des durchströmten Kanals.

Auf die Darstellung der Ergebnisse einer Hartmann-Zahlvariation sowie der Umkehr der Strömungsrichtung wird verzichtet, da für diese Größen kein Einfluß auf die Wandpotentiale festgestellt worden ist.

5.3.2.2 Druckmessungen in der Einkanal-U-Umlenkung

Nach dem Zulauf in die U-Geometrie stellt sich schnell eine eingelaufene zweidimensionale MHD-Strömung ein.

Die Abbildung 5.28 zeigt den dimensionslosen Druckverlust zwischen den Meßpositionen 1.1 und 1.2 im magnetfeldnormalen Kanal. Trägheitseffekte aus dem Zulauf wirken sich an den Meßstellen, die vier charakteristische Längen vom Krümmer entfernt sind, nicht mehr auf den Druck aus. Ähnlich wie bei den Wandpotentialen ergibt sich keine Abhängigkeit vom Interaktionsparameter.

Durch die gute Übereinstimmung in Druck und Wandpotential kann auf das Geschwindigkeitsprofil im Strömungskanal zurückgeschlossen werden. Die Abbildung 5.29 zeigt das berechnete Geschwindigkeitsprofil in einer Hälfte des Kanals für die Hartmann-Zahl $M=2400$. Deutlich zu erkennen sind die großen Geschwindigkeitsüberhöhungen in den Seitenschichten.

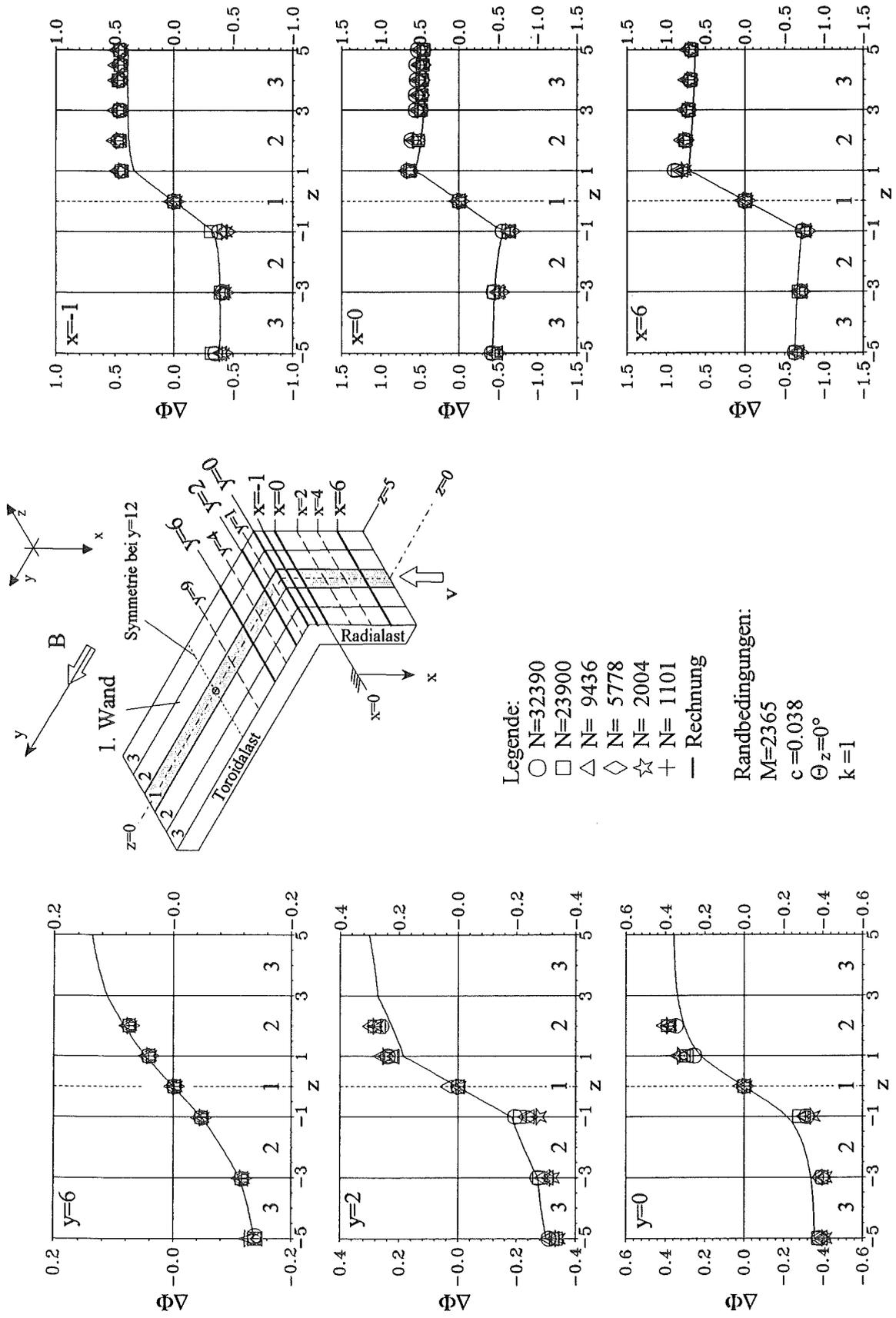


Abb. 5.27: Dimensionsloses Wandpotential in der Ebene $y=0$ bei $x=-1$, $x=0$, $x=6$ sowie in der Ebene $x=-2$ für $y=0$, $y=2$ und $y=6$ für verschiedene Interaktionsparameter. Der mittlere Kanal wird durchströmt. Die Randbedingungen sind $M=2365$, $c=0.038$ und $\Theta_z=0^\circ$. Die Rechnungen für die Positionen sind als Linien (—) dargestellt

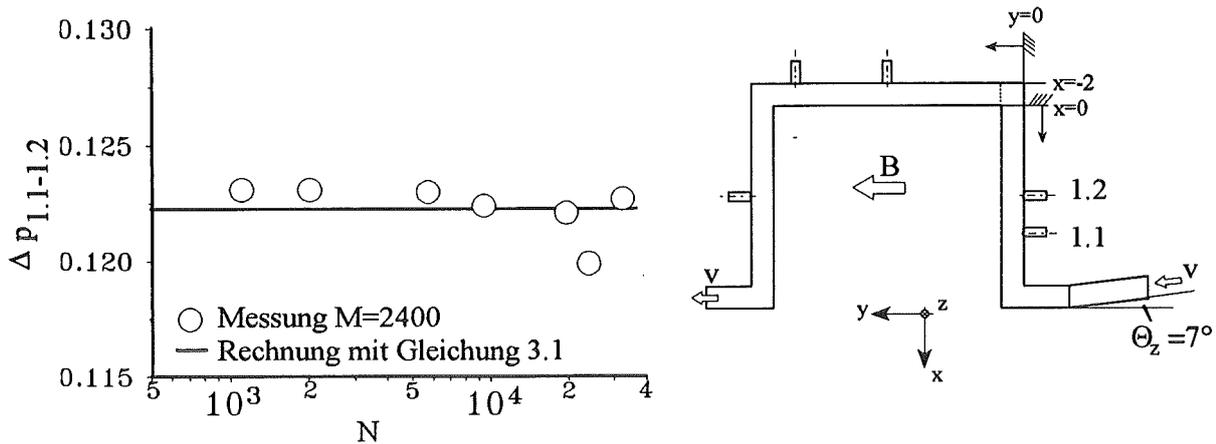


Abb. 5.28: Dimensionslose Druckdifferenz zwischen 1.1 und 1.2 in der Einkanal-U-Umlenkung für $M=2400$, $c=0.038$ und $\Theta_z=0^\circ$.

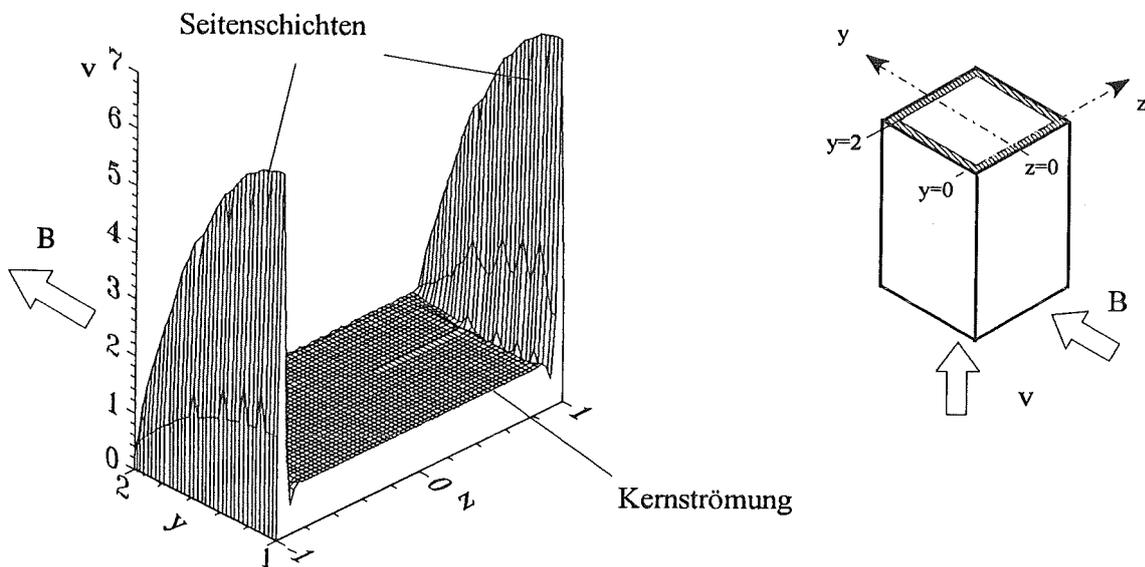


Abb. 5.29: Dimensionsloses Geschwindigkeitsprofil in einem quadratischen Kanal mit der Wandleitfähigkeit $c=0.038$ bei einer Hartmann-Zahl von $M=2400$.

Die U-Umlenkung ist aus zwei 90° -Krümmern zusammengesetzt. Die Strömung wird zunächst von der radialen Richtung in die toroidale Richtung und anschließend zurück in die radiale Richtung umgelenkt.

In der Abbildung 5.30 ist der Druckverlust für beide 90° -Krümmen als Funktion des Interaktionsparameters aufgetragen.

Bei großen Interaktionsparametern sind die Druckverluste in beiden 90° -Krümmern identisch. Die Abweichung vom berechneten Wert beträgt für kleine N ca. 15%. Aufgrund des größeren Einflusses eines sich ausbildenden Totwassers in einer toroidal-radial Umlenkung (1.3-1.5) ist der Druckverlust dort etwas größer als der Druckverlust zwischen 1.2 und 1.3. Der zusätzliche

Druckverlust durch Trägheitseffekte $\Delta p_{3D,N}$ in der U-Umlenkung skaliert wie im 90° -Krümmer mit $N^{-1/3}$.

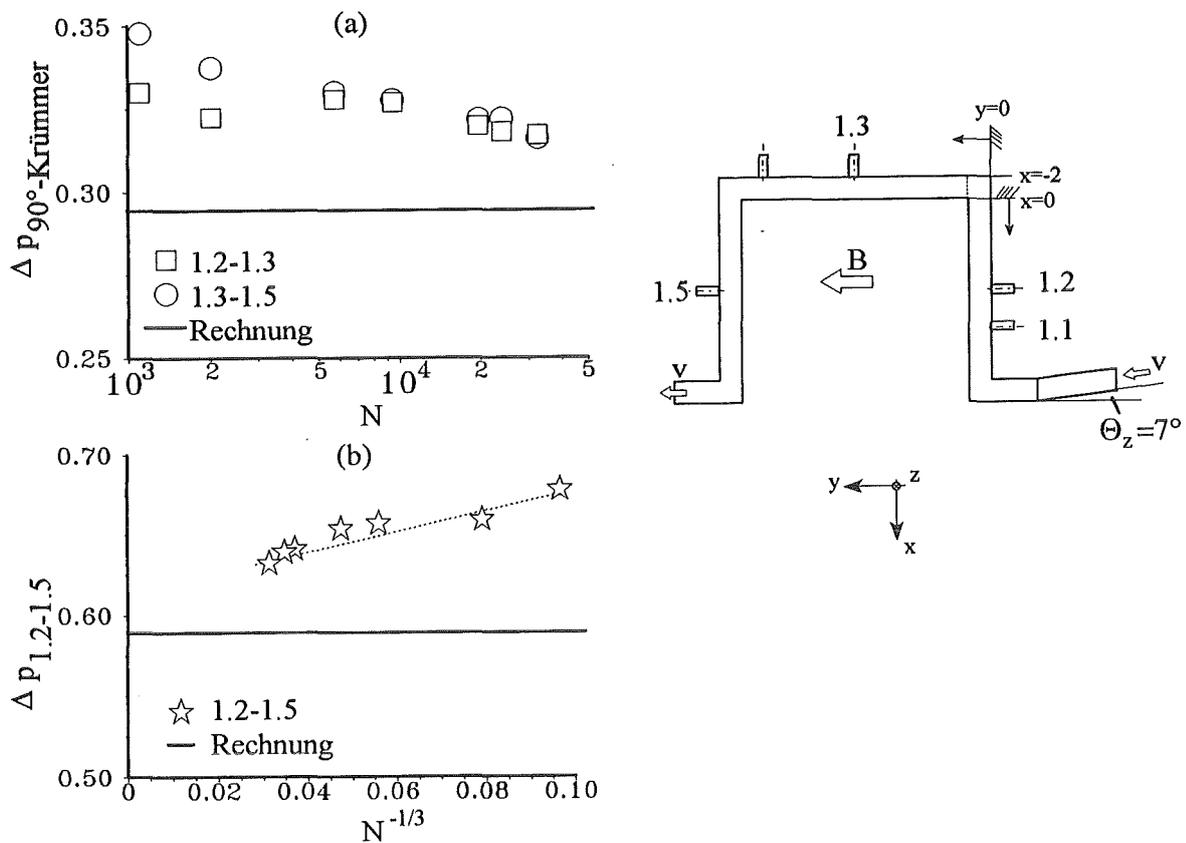


Abb. 5.30: (a) Dimensionslose Druckverluste für den 90° -Krümmer bei der Umlenkung radial-toroidal (\square) und der Umlenkung toroidal-radial (\circ), gemessen in der Einkanal-U-Umlenkung bei $M=2400$, $c=0.038$ und $\Theta_z=0^\circ$.
 (b) Dimensionslose Druckverluste für die U-Umlenkung bei den Randbedingungen $M=2400$, $c=0.038$ und $\Theta_z=0^\circ$.

5.3.3 Einfluß der Seitenwandleitfähigkeit auf die MHD-Strömungen in Rechteckkanälen und Umlenkungen

Theoretische Ergebnisse für eine zweidimensionale MHD-Strömung sind für beliebige Wandleitverhältnisse bekannt. Mit abnehmender Seitenwandleitfähigkeit c_s und bei gleichbleibender Hartmann-Wandleitfähigkeit c_H nimmt der elektrische Widerstand im gesamten Stromkreis zu. Bei gleicher induzierter elektrischer Spannung im Stromkreis fließt weniger Strom. Der Druckverlust nimmt als Folge einer verringerten Seitenwandleitfähigkeit ab. Gleichzeitig mit der Abnahme von c_s fließt mehr Fluid in den Seitenwandschichten und die Kerngeschwindigkeit nimmt ab.

Im Experiment ist innerhalb einer Mehrkanalumenkteststrecke in allen Radialabschnitten zwischen $-2 \leq x \leq 18$ eine um den Faktor zwei geringere Seitenwandleitfähigkeit durch ein Sandwich, wie es in der Abbildung 5.31a dargestellt ist, realisiert worden.

In der Abbildung 5.31b ist die Geschwindigkeitsverteilung in einem quadratischen Rechteckkanal mit der Hartmann-Wandleitfähigkeit $c_H=0.038$ für die Seitenwandleitfähigkeiten $c_S=0.038$ und $c_S=0.019$ dargestellt. Deutlich zu erkennen ist die Erhöhung der Seitenschichtgeschwindigkeit bei der niedrigeren Seitenwandleitfähigkeit c_S und die geringfügige Abnahme der Kerngeschwindigkeit.

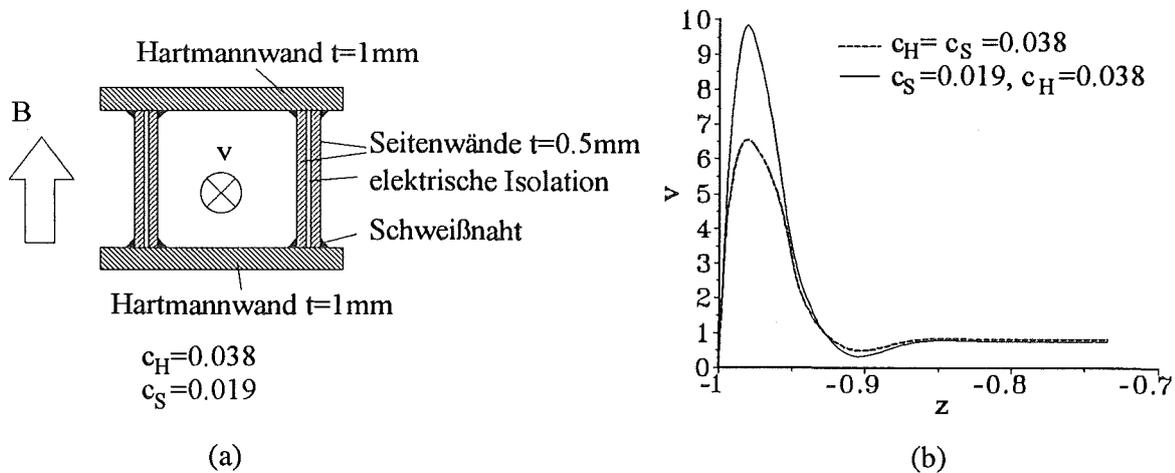


Abb. 5.31: (a) Sandwichbauweise im Radialast der Mehrkanalumenkteststrecke zwischen $-2 < x < 18$; (b) dimensionsloses Geschwindigkeitsprofil in einem quadratischen Rechteckkanal in der Ebene $y=1$ bei einer Hartmannzahl $M=2400$ und einem Wandleitverhältnis der Hartmann-Wand von $c_H=0.038$ für unterschiedliche Seitenwandleitfähigkeiten c_S .

Die Druckmeßwerte im Experiment zwischen 1.1 und 1.2 zeigen eine gute Übereinstimmung

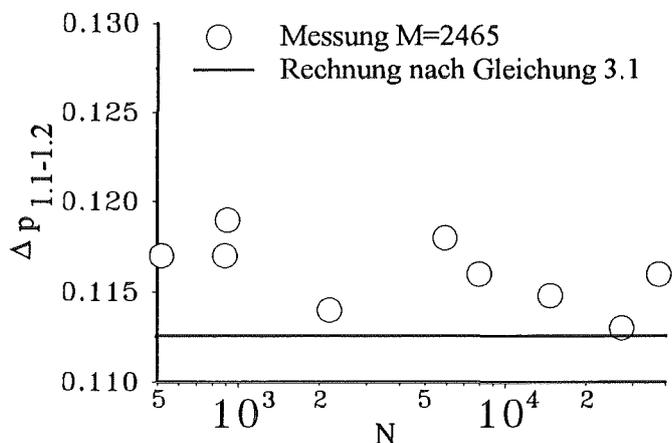


Abb. 5.32: Gemessene dimensionslose Druckverluste zwischen 1.1 und 1.2 in der Einkanal-Umlenkung für $M=2465$, $c_H=0.038$, $c_S=0.019$ und $\Theta_z=0^\circ$.

In den Wandpotentialen macht sich der Einfluß der verminderten Seitenwandleitfähigkeit kaum bemerkbar, da die Potentiale ohnehin mit $\Phi \sim 1/(1+c)$ skalieren und c sehr klein ist.

Die Abbildung 5.33 zeigt einen Vergleich der Potentialverteilung auf der Hartmann-Wand des Radialastes und der ersten Wand des Toroidalastes für den Fall $c_H=c_S=0.038$ (○) sowie für $c_H=0.038, c_S=0.019$ (□) bei einer Hartmann-Zahl $M \approx 2450$ und dem Interaktionsparameter $N \approx 1100$.

Zwischen den beiden Fällen ist kein Unterschied meßbar.

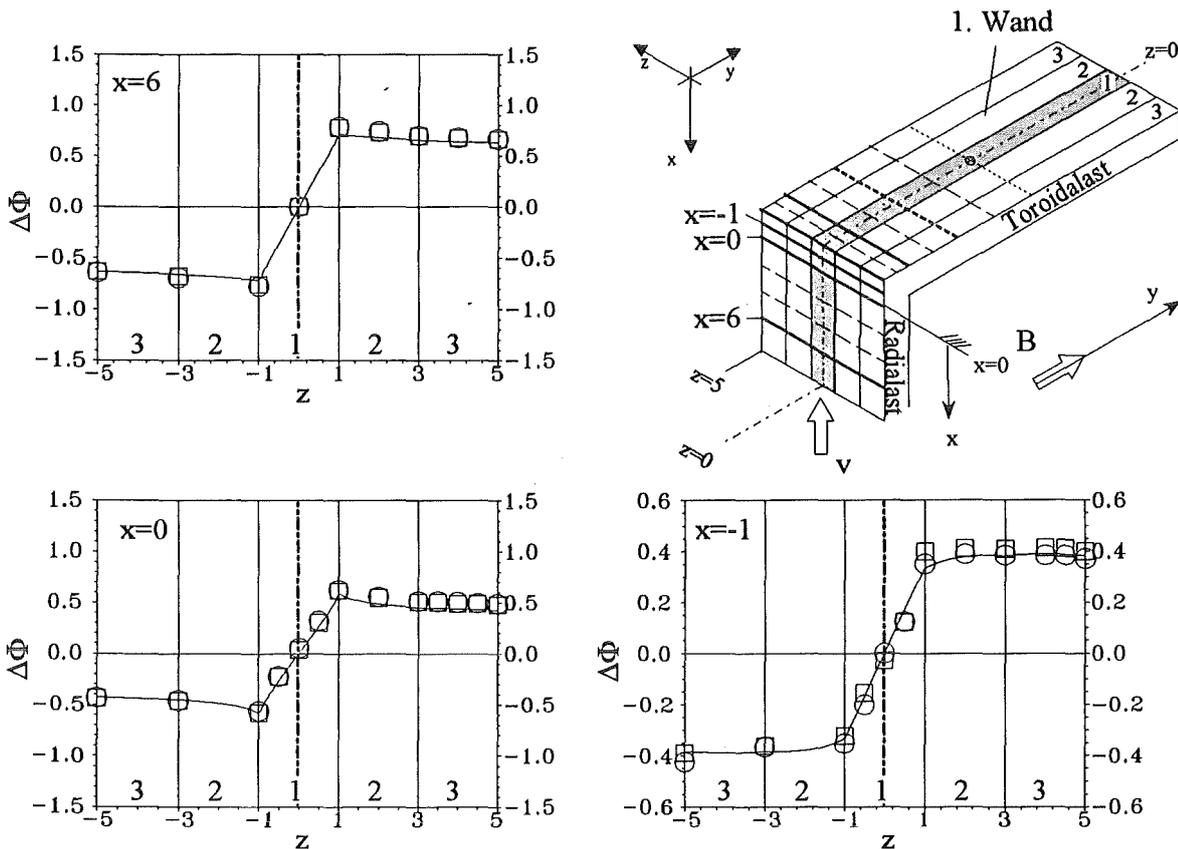


Abb. 5.33: Dimensionslose Wandpotentiale für den Fall $c_H=c_S=0.038$ (○) und $c_H=0.038, c_S=0.019$ (□) an unterschiedlichen Stellen in der Teststrecke unter den Randbedingungen $M \approx 2450, N \approx 1100$.

Die Druckdifferenzmessungen über die U-Umlenkung zwischen 1.2 und 1.5 zeigen in der Abbildung 5.34 lediglich einen kleinen Unterschied zwischen dem Fall $c_H=c_S=0.038$ (○) und dem Fall $c_H=0.038, c_S=0.019$ (□).

Der Abstand zwischen beiden Geraden erklärt sich bereits aus den unterschiedlichen Druckverlusten der zweidimensionalen Radialastströmungen für $c_S=c_H$ und $c_S=0.5c_H$. Als Konsequenz ergibt sich, daß das Seitenwandleitfähigkeitsverhältnis c_S in Bezug auf den Druckverlust im untersuchten Parameterbereich keinerlei Rolle spielt. Das experimentelle Ergebnis deckt sich mit den Überlegungen von Walker 1981 für eine Expansion im Bereich des Wandleitparameters von $1/M \ll c \ll 1/\sqrt{M}$.

Der Trägheitsanteil $\Delta p_{3D,N}$ am Gesamtdruckverlust ist ebenso wie in allen bisher beschriebenen Fällen proportional zu $N^{-1/3}$.

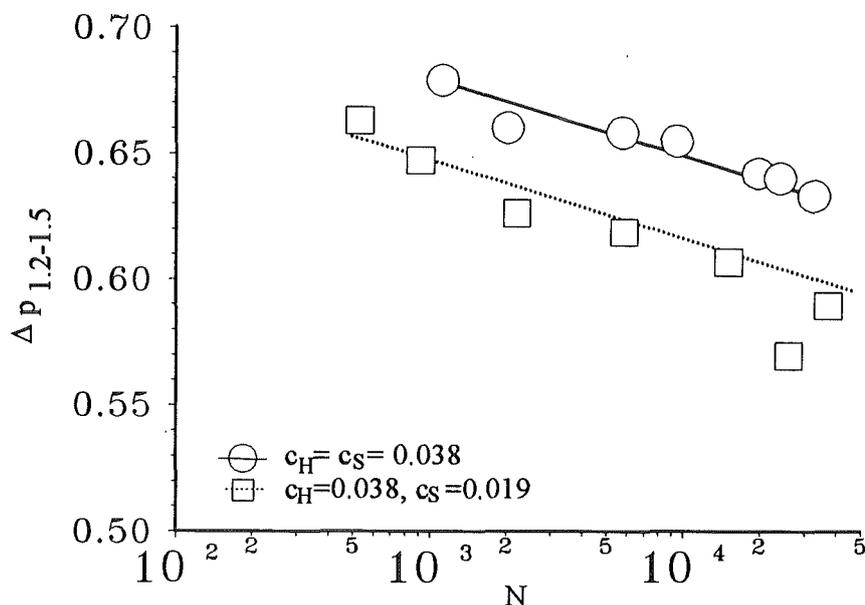


Abb. 5.34: Vergleich der dimensionslosen Druckdifferenz zwischen 1.2-1.5 für den Fall $c_H = c_S = 0.038$ (○) und dem Fall $c_H = 0.038, c_S = 0.019$ (□) für $M = 2400$ und $\Theta_z = 0^\circ$.

5.3.4 Einfluß des Aspektverhältnisses auf den Druckverlust in einer U-Umlenkung

Eine Untersuchung des Einflusses unterschiedlicher Aspektverhältnisse auf die zu erwartenden Druckverluste ist unter ingenieurtechnischen Gesichtspunkten im Hinblick auf die Komponentenauslegung von besonderem Interesse. Da eine Variation der Aspektverhältnisse mit vertretbarem Aufwand im Experiment nicht möglich ist, wird dieses Problem numerisch untersucht. Von Bedeutung sind im wesentlichen zwei Aspektverhältnisse:

1. Verhältnis der Kanalquerschnitte des Toroidal- und Radialkanals $d/2a$.
2. Breiten zu Höhenverhältnis des Radialkanals b/a .

Dabei ist d der Abstand zwischen der ersten und zweiten Wand, a die halbe Höhe des Radialkanals gemessen in Magnetfeldrichtung und b die halbe Breite des Kanals normal zum Magnetfeld, siehe auch Nomenklatur in Abbildung 3.10.

Zunächst wird der Fall 1 betrachtet.

Verringert man den Abstand zwischen der ersten Wand und der zweiten Wand und hält alle anderen geometrischen Abmessungen und die mittlere Geschwindigkeit im radialen Zulauf unverändert, fließt ein größerer elektrischer Strom im Bereich der Umlenkung. Der dreidimensionale Druckverlust erhöht sich, da der elektrische Widerstand des Stromkreises durch den verkleinerten Abstand abnimmt. Dieser Fall der Aspektverhältnisvariation ist eingehend

von Molokov und Bühler (1994) untersucht worden. Beide finden bei einer Verringerung $d/2a=2$ auf $d/2a=0.25$ eine zehnpromtente Vergrößerung des dreidimensionalen Druckverlusts.

Vergrößert man das Breiten zu Höhenverhältnis (b/a) einer Einkanal-U-Umlenkung und hält alle anderen geometrischen Abmessungen sowie die mittlere Geschwindigkeit gleich, so wächst das induzierte Potential linear mit der Breite b an.

Zunächst wird der zweidimensionale Fall der Radialkanalströmung betrachtet. Gleichzeitig mit der linearen Zunahme des induzierten Potentials wächst ebenso linear mit b der elektrische Widerstand der Hartmann-Wand. Für große Aspektverhältnisse sind beide Effekte von gleicher Größenordnung, sodaß der resultierende Strom einem endlichen Grenzwert zustrebt. Im zweidimensionalen Fall ergibt sich für $b/a \gg 1$ die Hartmann-Strömung, die den größten Druckverlust (Gleichung 3.3) einer zweidimensionalen Kanalströmung darstellt. Der Einfluß von Seitenwandeffekten verliert mit wachsendem b an Bedeutung.

Im dreidimensionalen Fall der U-Umlenkung wächst in beiden Radialabschnitten für $y < l$ und $y > l$ das induzierte Potential linear mit b an. Da der elektrische Widerstand zwischen den beiden Krümmern durch die feste toroidale Länge nahezu konstant bleibt, zirkuliert ein mit b linear anwachsender dreidimensionaler elektrischer Strom zwischen den beiden Krümmern. Dieser elektrische Strom bewirkt im untersuchten Parameterbereich ein lineares Ansteigen des dreidimensionalen Druckverlustes.

Es muß deutlich betont werden, daß durch die Vergrößerung des Breitenhöhenverhältnisses auch der zweidimensionale Druckverlust anwächst. In den Abbildung 5.35a-c ist der dreidimensionale Druckverlust Δp_{3D} , der zweidimensionale radiale Druckverlust Δp_{2D} sowie der Gesamtdruckverlust Δp_{Gesamt} als Funktion von b/a dargestellt. Alle anderen Abmessungen entsprechen denen der Mehrkanalteststrecke ($2l=24$, $c_H=c_S=0.038$).

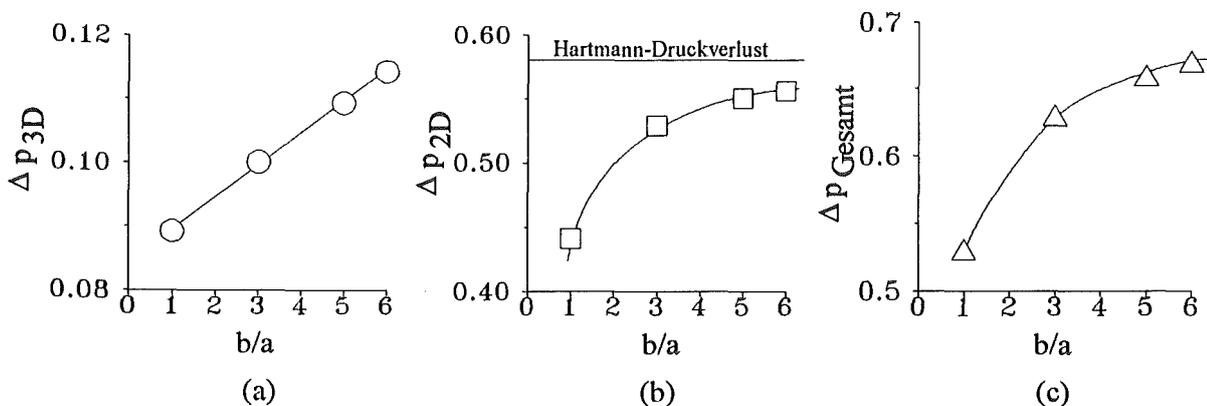


Abb. 5.35: Mit dem Kernströmungsmodell berechnete Druckverluste für verschiedene Aspektverhältnisse b/a zwischen den Punkten 1.2-1.5 für die Experimentgeometrie mit $2l=24$, $c_H=c_S=0.038$, $\Theta_z=0^\circ$: (a) dreidimensionaler Druckverlust Δp_{3D} ; (b) zweidimensionaler Druckverlust Δp_{2D} ; (c) Gesamtdruckverlust $\Delta p_{1.2-1.5}$.

5.3.5 Zusammenfassung der Ergebnisse für die Einkanal-U-Umlenkung

In der Einkanal-U-Umlenkung wirkt sich der Trägheitseinfluß auf den Druckverlust in gleicher Weise aus wie in den zuvor betrachteten 90°-Krümmern. Der zusätzliche Druckverlust durch Trägheitskräfte $\Delta p_{3D,N}$ ist proportional zu $N^{-1/3}$. Bei großen Interaktionsparametern und Hartmann-Zahlen ergibt sich nahezu der asymptotische Wert des Kernströmungsmodells. Die elektrischen Potentiale zeigen für den untersuchten Parameterbereich eine gute Übereinstimmung mit den berechneten Werten des Kernströmungsmodells.

In zweidimensionalen Strömungen ergibt sich ein Druckverlust in Abhängigkeit von der Seitenwandleitfähigkeit c_s . Diese Abhängigkeit kann im Experiment in guter Übereinstimmung mit der Berechnung ermittelt werden.

In dreidimensionalen Strömungen spielt die Leitfähigkeit der magnetfeldparallelen Seitenwände keine ausgezeichnete Rolle. Im Experiment wird festgestellt, daß der dreidimensionale Druckverlust unabhängig von c_s ist. Der zusätzliche Druckverlust durch Trägheitskräfte $\Delta p_{3D,N}$ ist aber weiterhin proportional zu $N^{-1/3}$.

In den numerischen Untersuchungen für verschiedene Aspektverhältnisse der U-Umlenkung wird bei der Verminderung des Abstandes zwischen der ersten und zweiten Wand ein Anstieg des dreidimensionalen Druckverlusts festgestellt. Vergrößert sich das Breitenhöhenverhältnis im Radialkanal in allen Teilen der U-Umlenkung, so steigt der dreidimensionale Druckverlust linear mit der Breite b des Kanals an.

6. Mehrkanalumlenkströmungen

Bevor auf die in elektrisch gekoppelten Mehrkanalumlenkungen auftretenden Effekte eingegangen wird, werden anhand analytischer Betrachtungen die Phänomene zweidimensionaler elektrisch gekoppelter MHD-Strömungen in Rechteckkanälen aufgezeigt und diskutiert. Der Ursache dreidimensionaler Mehrkanaleffekte, die durch die elektrische Kopplung von Rechteckkanälen in Verbindung mit einer Umlenkung entstehen, werden in einem weiteren Teilabschnitt beleuchtet.

Aufgrund der Vielzahl der in einer Mehrkanalumlenkung möglichen Randbedingungen beschränkt sich die Diskussion der experimentellen und numerischen Ergebnisse im wesentlichen auf die Konfigurationen, in denen alle Kanäle den gleichen Durchsatz ($Q^{(i)}=\text{konstant}$) besitzen sowie den Fall, in dem der Druckabfall über der U-Umlenkung in jedem Kanal gleich ist ($\Delta p^{(i)}=\text{konstant}$). Der Einfluß von Hartmann-Zahl, Interaktionsparameter, Anzahl der gekoppelten Kanäle und Richtungsänderungen des Magnetfelds gegenüber der Umlenkung auf die Strömung werden für die genannten Randbedingungen analysiert.

In einem weiteren Teilabschnitt wird untersucht, inwieweit die Einkanalströmung beeinflusst wird, wenn sich in den benachbarten Kanälen Fluid befindet, diese aber nicht durchströmt werden.

Abschließend wird anhand einer technischen Ausführung aufgezeigt, wie Mehrkanaleffekte reduziert werden können.

6.1 Zweidimensionale Mehrkanalströmungen in Rechteckkanälen

Den Zulauf zu den im weiteren diskutierten Mehrkanalumlenkströmungen bilden elektrisch gekoppelte Kanäle, die parallel nebeneinander entsprechend der Abbildung 6.1 orientiert sind.

Als Ausgangspunkt für die Erläuterung der in einer solchen zweidimensionalen MHD-Mehrkanalströmung auftretenden Phänomene wird eine Dreikanalströmung gewählt. Der Wandleitparameter ist für alle Wände gleich.

Strömt das Fluid im Kanal senkrecht zum äußeren Magnetfeld B_0 , so wird in jedem der Kanäle ein elektrischer Strom in z-Richtung aufgrund der Wechselwirkung zwischen der Strömungsgeschwindigkeit \vec{v} und dem Magnetfeld \vec{B}_0 ($\vec{v} \times \vec{B}$) induziert. Die Widerstände des elektrischen Stromkreises, die aus den jeweiligen Strömungskernen, den Seitenwänden, den Seitenschichten, den Hartmann-Wänden und den Hartmann-Schichten bestehen, bestimmen die Größe des induzierten Stroms und damit den Druckverlust in den Kanälen ($dp/dx \sim j_z B_0$).

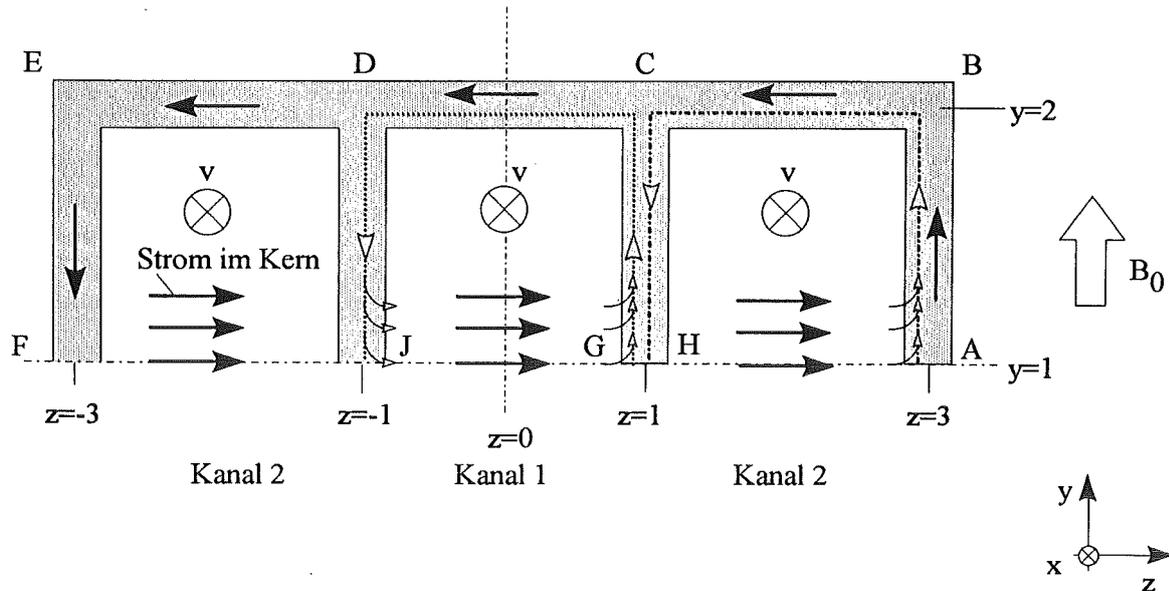


Abb. 6.1: Prinzipskizze des Verlaufs der elektrischen Ströme in einer zweidimensionalen MHD-Dreikanalströmung.

Da die Kanäle elektrisch miteinander verbunden sind, kann der induzierte Strom aus dem Kanal 1 in den Kanal 2 übertreten, den Kanal 2 durchqueren und bei $z=3$ in die Wand eindringen. Von dort kann er über den in der Abbildung 6.1 skizzierten Weg ABCDEF in der Wand fließen und bei $z=-3$ wieder in das Flüssigmetall eintreten. Ein Teil des elektrischen Stromes kann jedoch im Kanal 1 bei $z=1$ aus dem Fluid austreten, in die Seitenwand bei $z=1$ eindringen und den Weg GCDJ nehmen (er ist in der Abbildung 6.1 gestrichelt dargestellt). Im Kanal 2 verläuft ein möglicher Strom entlang dem Pfad ABCH (strichpunktiert in Abbildung 6.1). In der Trennwand bei $z=1$ kommt es aufgrund des unterschiedlichen Vorzeichens der elektrischen Ströme zwischen GC und CH in der Wand zu einer teilweisen Auslöschung der Ströme. Der Unterschied der in den Strömungskernen der Kanäle 1 und 2 induzierten Ströme fließt in der Trennwand in y -Richtung. Der Strom in der Trennwand ist somit proportional zur Differenz der Druckgradienten im Kanal 1 und im Kanal 2.

Damit ergibt sich unmittelbar, daß die Ströme in y -Richtung verschwinden, wenn die Druckgradienten in den Kanälen gleich sind. Die Stromdichte j_z ist dann in allen Kanälen konstant und es existieren lediglich Ströme in z -Richtung. Die Folge ist, daß die Geschwindigkeiten im Kern der Strömung in allen Kanälen gleich sind. Die Trennwände bei $z=\pm 1$ verhalten sich für den Fall gleicher Druckgradienten wie perfekte elektrische Leiter, sie besitzen ein konstantes Potential und ihre Leitfähigkeit spielt keine Rolle mehr. Als Konsequenz verschwinden die Geschwindigkeitsüberhöhungen in den Seitenschichten entlang der Trennwände. In den magnetfeldparallelen Außenwänden bei $z=\pm 3$ fließt ein Strom in y -Richtung. Als Folge ergeben sich an diesen Seitenwänden die bekannten Seitenschichten mit ihren Geschwindigkeitsüberhöhungen. Da die Kerngeschwindigkeiten in den Kanälen 1 und 2 gleich sind, aber in den Kanälen 2 Geschwindigkeitsüberhöhungen in den Seitenschichten auftreten, ist für den Fall

eines gleichen Druckgradienten in jedem Kanal der gesamte Volumenstrom in den Außenkanälen 2 größer als im Mittelkanal 1.

Die Abbildung 6.2a zeigt für ein Wandleitverhältnis von $c=0.038$ und einer Hartmann-Zahl von $M=2400$ das Geschwindigkeitsprofil in einer Dreikanalströmung bei gleichem Druckgradienten in jedem Kanal. In der Abbildung ist deutlich zu erkennen, daß die Kerngeschwindigkeit in jedem Kanal gleich ist und daß in den Kanälen zwei deutliche Geschwindigkeitsüberhöhungen an den Außenwänden auftreten. Das Verhältnis der Volumenströme zwischen dem Kanal 2 und dem Kanal 1 beträgt für diesen Fall $Q^{(2)}:Q^{(1)}=1.11:1$.

Bei gleichen Volumenströmen in jedem Kanal ($Q^{(i)}=\text{konstant}$) ergibt sich an der Trennwand bei $z=\pm 1$ ein elektrischer Stromfluß in y -Richtung. Dadurch zirkuliert im Kanal 1 mehr Strom als in den Kanälen 2. Als Folge ist der Druckverlust im Kanal 1 größer als im Kanal 2.

Der Fall gleicher Volumenströme zeigt Besonderheiten im Strömungsverhalten an den Trennwänden. Durch den Stromfluß in positive y -Richtung entlang der Wand $z=1$ ist das Potential dort nicht konstant. Der in den Seitenschichten im Kanal 1 geführte Volumenstrom $Q_{S,\text{Kanal1}}$ ist proportional zur Potentialdifferenz zwischen dem Potential der Wand Φ_W und dem Potential des Strömungskerns an der Wand $\Phi_{\text{Kern,Kanal 1}}$. Im Kanal 2 hingegen ist der Volumenstrom in der Seitenschicht $Q_{S,\text{Kanal2}}$ proportional zur Potentialdifferenz des Strömungskerns des Kanal 2 an der Wand $\Phi_{\text{Kern, Kanal2}}$ und dem Wandpotential Φ_W . Da sich das Potential der beiden Strömungskerne in Magnetfeldrichtung nicht ändert, ist $\Phi_{\text{Kern,Kanal1}} \approx \Phi_{\text{Kern,Kanal2}}$ und damit $Q_{S,\text{Kanal1}} \approx -Q_{S,\text{Kanal2}}$, siehe hierzu auch Molokov, 1994.

In der Abbildung 6.2b ist für das Wandleitverhältnis $c=0.038$ und die Hartmann-Zahl $M=2400$ bei identischer mittlerer Geschwindigkeit in jedem Kanal das dimensionslose Geschwindigkeitsprofil dargestellt. Das Verhältnis der Druckgradienten zwischen Kanal 1 und dem Kanal 2 beträgt für diesen Modus $\Delta p^{(1)}:\Delta p^{(2)}=1.09:1$.

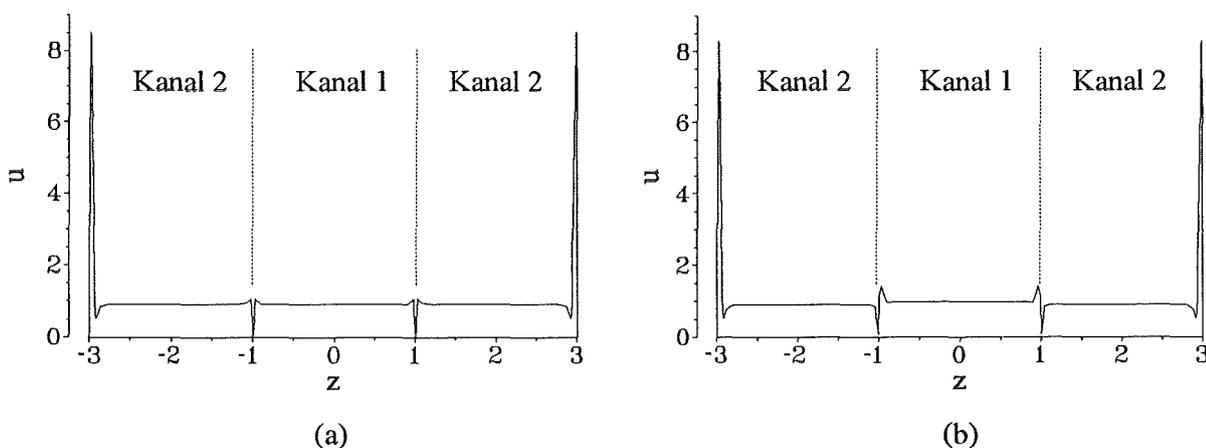


Abb. 6.2: Geschwindigkeitsverteilung in einer elektrisch gekoppelten zweidimensionalen MHD-Mehrkanalströmung für drei Kanäle in der Ebene $y=1$ und für $c=0.038$ und $M=2400$. (a) Der Druckgradient in jedem Kanal ist gleich; (b) Der Volumenstrom in jedem Kanal ist gleich ($Q^{(i)}=\text{konstant}$).

6.2 Ursache und Auswirkung dreidimensionaler Mehrkanalumlenkereffekte

Die MHD-Krümmersströmung paralleler, elektrisch verbundener Krümmers stellt eine Verknüpfung der in Abschnitt 5 dargestellten Einkanalkrümmersströmung mit der im vorangegangenen diskutierten zweidimensionalen Mehrkanalströmung dar.

Als Ausgangspunkt kann man zunächst die in Abbildung 6.3 dargestellte Kopplung zweier Krümmers betrachten. Beide Krümmers besitzen die gleichen Abmessungen und Wandstärken und haben eine gemeinsame Trennwand bei $z=0$.

Sind die Randbedingungen in beiden Kanälen identisch, so ist die Ebene $z=0$ eine Symmetrieebene und es ergibt sich bei $z=0$ an der Trennwand überall ein konstantes Potential. Die Trennwand verhält sich damit für alle Koordinaten x und y wie ein perfekter elektrischer Leiter, ihre Leitfähigkeit spielt keine Rolle mehr. Da aufgrund der Symmetrie bei $z=0$ alle Komponenten des elektrischen Stroms in der Trennwand verschwinden, ergeben sich in beiden Kanälen 1 und 2 an dieser Wand keine Geschwindigkeitsüberhöhungen. Es ergibt sich symmetrisch zu $z=0$ in beiden Kanälen das gleiche Geschwindigkeitsfeld.

Die Zweikanalumlenkung verhält sich wie eine Einkanalumlenkung mit der doppelten Breite $4b$, mit dem einzigen Unterschied, daß in der Zweikanalumlenkung Grenzschichten an der Wand bei $z=0$ auftreten.

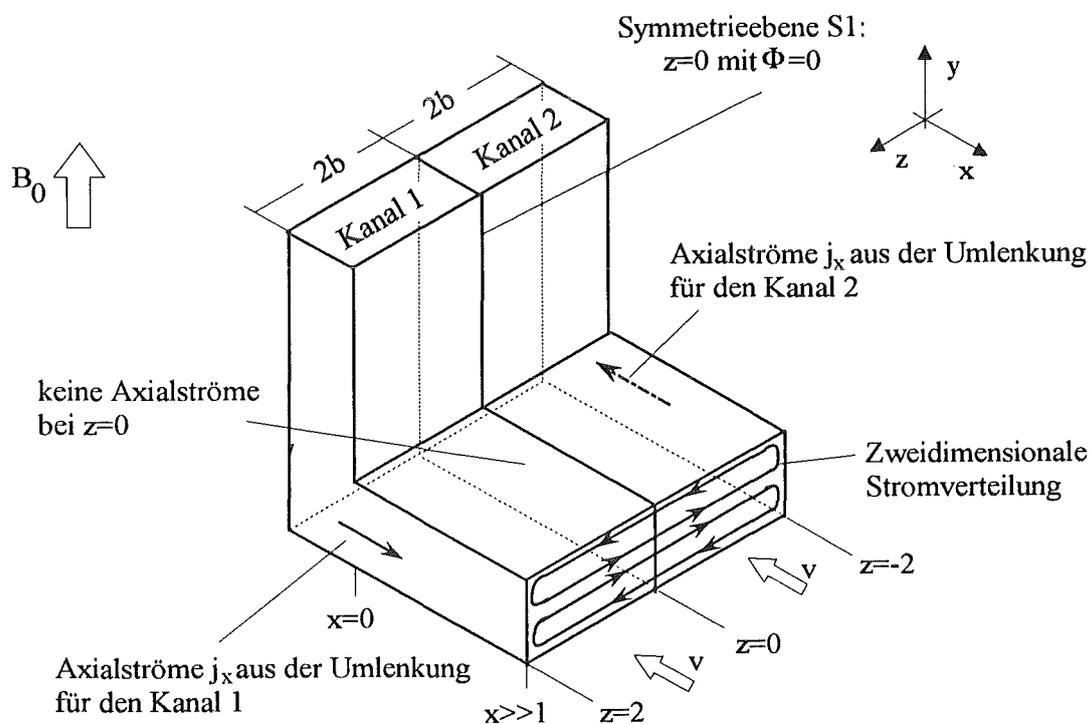


Abb. 6.3: Schemaskizze zu den Strompfaden einer Zweikanal-90°-Krümmersströmung mit $\Theta_z=0^\circ$.

Einkanalumlenkung. Das Fluid wird gezwungen bis kurz vor die Umlenkung senkrecht zum angelegten Magnetfeld zu fließen. Es ist damit "länger" den hohen Lorentzkräften ausgesetzt als in einer äquivalenten Einkanalumlenkung. Im Kanal 2 gilt ähnliches für den Bereich zur Trennwand bei $z=\pm 1$. An der Außenwand bei $z=\pm 3$ können sich jedoch die Seitenschichten mit den Geschwindigkeitsüberhöhungen ähnlich ausbilden wie in der Einkanalumlenkströmung.

Damit kann man qualitativ die folgenden Auswirkungen dreidimensionaler Mehrkanalumlenkeffekte abhängig von den Randbedingungen angeben.

$Q^{(i)}=\text{konstant}$:

Bei gleichem Volumenstrom in den Kanälen wird die Strömung im Kanal 1 durch die teilweise Kompensation der Axialströme an seinen beiden Trennwänden stark beeinflusst. Die Ausbildung der Seitenschichten fällt geringer aus als dies bei der Einkanalumlenkung der Fall wäre. Als Folge ergibt sich eine größere Kerngeschwindigkeit und ein höherer Druckverlust. An der Außenwand der Kanäle 2 (bei $z=\pm 3$) können sich die Seitenschichten ungehindert entwickeln, die Kerngeschwindigkeit wird reduziert und der Druckverlust sinkt verglichen mit Kanal 1. Dreidimensionale Mehrkanalumlenkeffekte bewirken also ein größeres Druckverlustverhältnis zwischen Kanal 1 und Kanal 2 als in einer zweidimensionalen Mehrkanalströmung.

$\Delta p^{(i)}=\text{konstant}$:

Aus dem zuvor Gesagten folgt unmittelbar, daß in allen Kanälen ein gleicher Druckverlust nur durch eine Vergrößerung der Volumenströme in den Kanal 2 gegenüber dem des Kanals 1 zu erreichen ist. Dreidimensionale Umlenkeffekte bewirken damit, daß das Volumenstromverhältnis zwischen Kanal 2 und Kanal 1 gegenüber der zweidimensionalen Mehrkanalströmung ansteigt.

Die exakte quantitative Angabe der Auswirkungen dreidimensionaler Effekte auf die Strömungsstruktur, die Druckverluste und die Strömungsverteilung erfolgt in den einzelnen Teilkapiteln 6.3 und 6.4.

6.3 Mehrkanalumlenkung bei gleichem Volumenstrom in jedem Kanal

6.3.1 Numerische Ergebnisse für die Mehrkanalumlenkung mit $Q^{(i)}=\text{konstant}$

Mit dem Kernströmungsmodell werden Berechnungen für die im Kapitel 4 in der Abbildung 4.11 dargestellten Mehrkanal-U-Umlenkteststrecke unter Einbeziehung der toroidalen Zulaufgeometrie durchgeführt.

Die Abbildung 6.5 zeigt den Druckverlauf entlang des Radialastes für drei gekoppelte Umlenkungen, in denen die mittlere Geschwindigkeit in jedem Kanal gleich ist ($Q^{(i)}=\text{konstant}$).

Nahe der beiden toroidalen Kanäle bei $x=0$ und $x=16$ zeigen sich wie in der Einkanalumlenkung die stärksten Abweichungen von der zweidimensionalen MHD-Strömung. Deutlich zu erkennen ist, daß die Strömung in keinem Querschnitt weder im Kanal 1 noch im Kanal 2 den Druckgradienten der zweidimensionalen Strömung erreicht. Der dimensionslose Druckgradient im mittleren Kanal 1 liegt sogar über dem größtmöglichen Druckgradienten einer zweidimensionalen MHD-Strömung, dem der Hartmann-Strömung (Gleichung 3.3).

Aus der Grafik ist deutlich zu entnehmen, daß im Gegensatz zur Einkanalumlenkung in der Mehrkanalumlenkung dreidimensionale Effekte das Strömungsgeschehen maßgeblich beeinflussen. Der dreidimensionale Druckverlustanteil $\Delta p_{3D,K}$ der mit dem Modell für eine U-Umlenkung zwischen den Meßpositionen 1.2 und 1.5 unter Berücksichtigung des radial-toroidalen Zu- und Ablaufs im mittleren Kanal 1 ermittelt wird, entspricht dem einer ungestörten zweidimensionalen Mehrkanalströmung im Radialast über eine charakteristische Länge von $d_{3D}=10.48$.

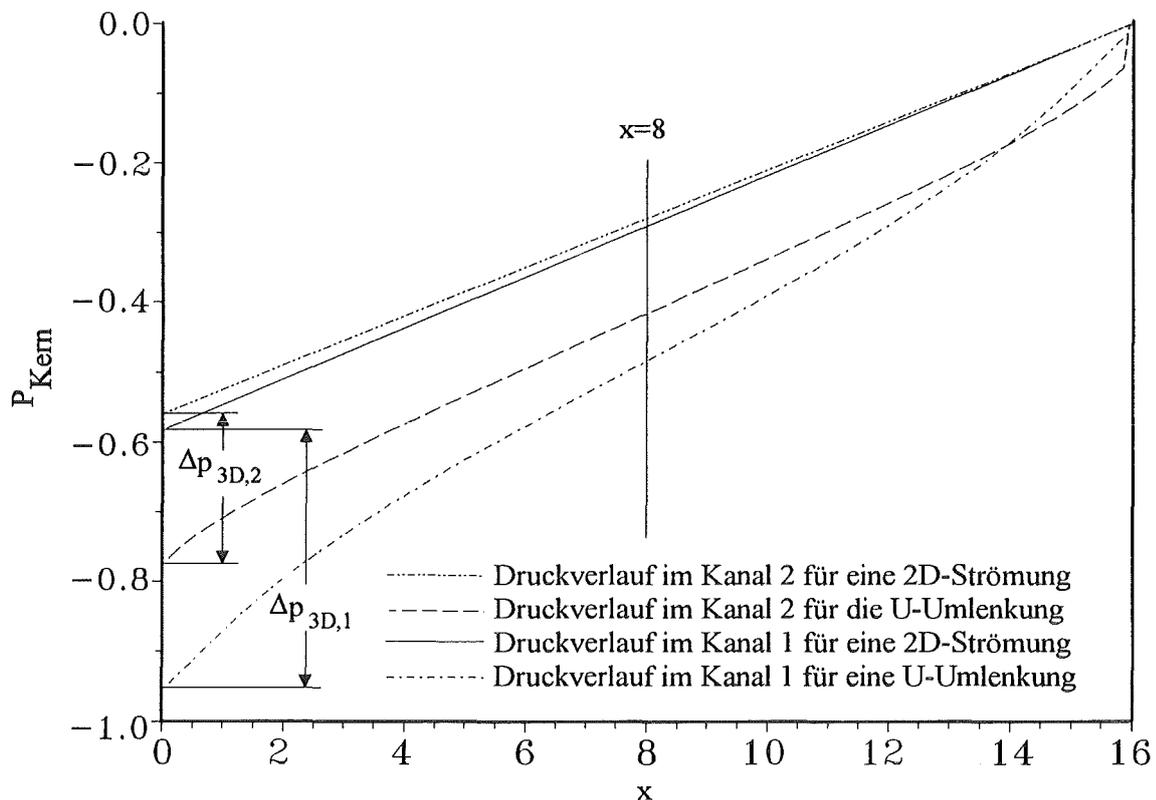


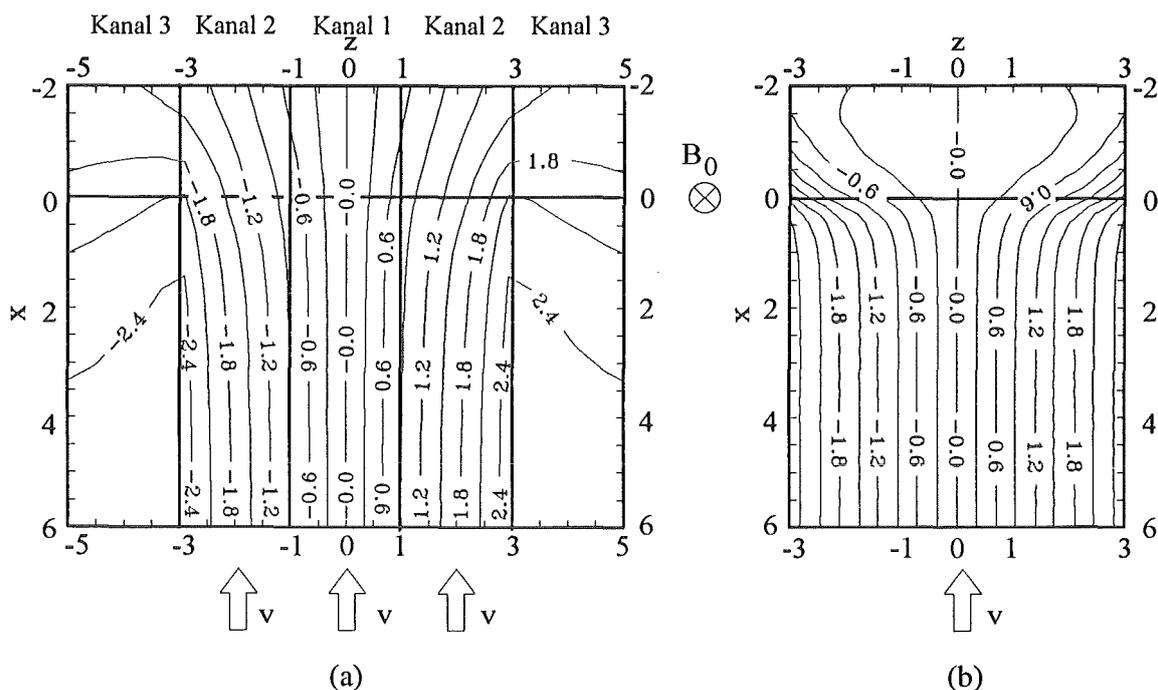
Abb. 6.5: Berechneter Druckverlauf im Radialast der Mehrkanal-U-Umlenkteststrecke bei gleichem Volumenstrom in jedem Kanal ($Q^{(i)}=\text{konstant}$) für drei Kanäle mit $c=0.038$ und $\Theta_z=0^\circ$.

In großer Entfernung von der Umlenkung ergibt sich in jedem Kanal ein kolbenförmiges Geschwindigkeitsprofil. Die elektrischen Ströme fließen hauptsächlich in z -Richtung und die

Potentialverteilung der Mehrkanalströmung entspricht weitgehend der einer Einkanalströmung mit der Breite $b=3$, vergleiche Abbildung 6.6a mit Abbildung 6.6b. Die Kanäle 3 enthalten kein Fluid. Da ihre Kanalwände jedoch wie im Experiment am Stromfluß beteiligt sind, werden sie in der Modellierung mitberücksichtigt.

Nahe der Umlenkung bei $x=0$ erfolgt in allen Kanälen eine Absenkung des Potentials, da im Toroidalast keine Spannung induziert wird. In der in Abbildung 6.6b dargestellten Einkanalumlenkung bewirken die axialen Ströme eine Verdrängung des Fluids an die Seitenwände bei $z=\pm 3$. In der Mehrkanalumlenkung verhindern die Trennwände bei $z=\pm 1$ einen Fluidaustausch. Dadurch wird Fluid gezwungen senkrecht zum Magnetfeld weiter zufließen. Dies schlägt sich in einem erhöhten Druckverlust im Kanal 1 nieder.

Die Stromkomponente j_z im Bereich der Umlenkung ist in der Mehrkanalumlenkung ausgeprägter als in der Einkanalumlenkung, die Isopotentiallinien fächern in Abb. 6.6a bei $x=0$ weniger stark auf als in 6.6b, was auch die höheren Druckverluste erklärt. Ein Vergleich der beiden Abbildungen 6.6a und 6.6b zeigt, daß dreidimensionale Effekte in der Mehrkanalgeometrie langsamer abklingen als im Einkanalfall.



Aus Abbildung 6.6a kann ebenfalls entnommen werden, daß das Potential auf den Wänden der nicht gefüllten Kanäle 3 nicht konstant ist.

Die Kanalwände der nicht gefüllten Kanäle verhalten sich damit wie elektrische Widerstände, die parallel zu den Kanälen 1 und 2 geschaltet sind. Durch die Parallelschaltung erniedrigt sich der Ohmsche Widerstand des elektrischen Kreises und es fließt mehr Strom. Durch das Strukturmaterial der nicht gefüllten Kanäle 3 ergibt sich damit ein höherer Druckverlust in den Kanälen 1 und 2.

An der Stelle $x=0$ trifft das Fluid wie in der Einkanalumlenkung auf die Ludford-Schicht. In der Ludford-Schicht erfolgt wie im Einkanalfall eine Aufteilung der aus dem Radialast kommenden Strömung in die Seitenschicht, in den Kern des Toroidalastes und in die Schicht an der zweiten Wand.

An der Physik der Strömung im toroidalen Teil ändert sich im Vergleich zur Einkanalumlenkung nichts.

Der gesamte Fluidtransport in Hauptströmungsrichtung erfolgt in den dünnen Grenzschichten entlang der magnetfeldparallelen Wände, während der Kern keinen Beitrag am Fluidtransport in Hauptströmungsrichtung leistet. Unterschiede zur Einkanalumlenkung treten hinsichtlich der Größenordnung der von den einzelnen Grenzschichten transportierten Volumenströme auf.

In der Abbildung 6.7 ist der berechnete Volumenstrom in den Grenzschichten der Kanäle 1 und 2 als Funktion von y dargestellt.

Durch die Kopplung der Kanäle kommt es zu einer Erhöhung des Volumenstroms Q_1 an der ersten Wand. Da die erste Wandschicht das Fluid über den Kern des Toroidalastes aus der Grenzschicht an der zweiten Wand "absaugt", ergibt sich an dieser Grenzschicht schon nach weniger als einer charakteristischen Länge in beiden Kanälen 1 und 2 ein Rückströmgebiet. Der Volumenstrom in der Seitenschicht Q_S im Kanal 1 ist identisch mit dem im Kanal 2, jedoch besitzen beide eine unterschiedliche Strömungsrichtung.

Betrachtet man eine zunehmende Kanalanzahl bei gleicher toroidaler Länge, sowie gleicher radialer Länge und Zulaufgeometrie, erhöht sich der Einfluß dreidimensionaler Effekte auf den Druckverlust. So entspricht zum Beispiel in einer Fünfkanalströmung der dreidimensionale Druckverlust zwischen den Meßpositionen 1.2 und 1.5 dem einer radialen zweidimensionalen Mehrkanalströmung über $d_{3D}=15.63$ charakteristischen Längen. Mit zunehmender Kanalanzahl wächst ebenfalls der Volumenstrom in der Grenzschicht an der ersten Wand. Die Tabelle 6.1 zeigt den Anteil der Volumenströme in den Grenzschichten an der ersten und zweiten Wand im Kanal 1 an den Positionen $y=2$ und $y=12$ am Gesamtvolumenstrom für verschiedene Kanalanzahlen bei einem Wandleitverhältnis $c=0.038$ und $\Theta_z=0^\circ$. Ebenso werden die dreidimensionalen Längen d_{3D} in den Kanälen für unterschiedliche Kanalanzahlen angegeben.

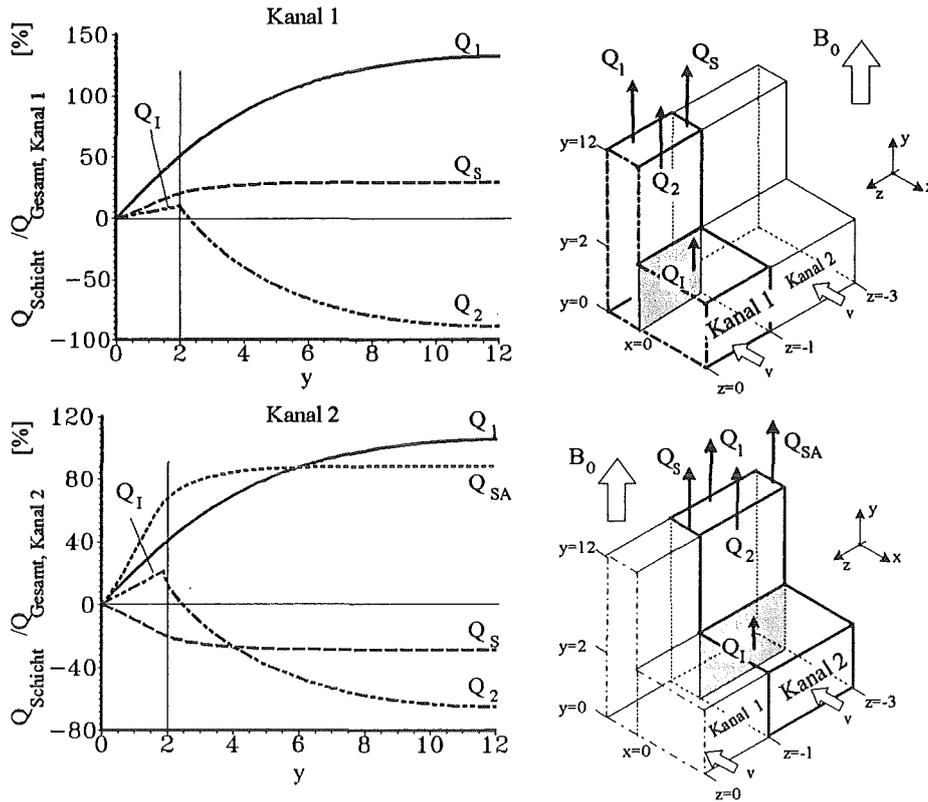


Abb. 6.7: Berechneter Volumenstromanteil der verschiedenen Grenzschichten am Gesamtvolumenstrom im Toroidalast für eine Dreikanalumlenkströmung im Kanal 1 (oben) und im Kanal 2 (unteres Bild) mit $Q^{(i)}=\text{konstant}$ und für $\Theta_z=0^\circ$, $c=0.052$.

Kanalanzahl	1	3	5
Volumenstrom im Kanal 1			
$Q_{\text{Schicht}}/Q_{\text{gesamt}}$ [%]			
y=2:			
Q_2/Q_{gesamt}	12.1	10.2	9.8
Q_1/Q_{gesamt}	15.0	50.0	64.5
y=12			
Q_2/Q_{gesamt}	-10.8	-88.9	-123.6
Q_1/Q_{gesamt}	27.7	131.6	182.7
dreidimensionale Länge d_{3D}			
Kanal 1 (i=1)	3.04	10.48	15.63
Kanal 2 (i=2)	-	7.18	12.58
Kanal 3 (i=3)	-	-	10.5

Tabelle 6.1: Berechneter Volumenstrom in den Grenzschichten an der ersten und zweiten Wand im Kanal 1 für unterschiedliche Kanalanzahlen, sowie Angabe der dreidimensionalen Längen d_{3D} für die unterschiedlichen Kanäle in einer dreidimensionalen U-Umlenkung zwischen den Meßpositionen i.2 und i.5 für $c=0.038$, $Q^{(i)}=\text{konstant}$ und $\Theta_z=0^\circ$.

Durch die elektrische Wechselwirkung der Kanäle untereinander kann es zu interessanten Phänomenen kommen. In der Abbildung 6.8 ist der berechnete Druckgradientenverlauf in einer Fünfkanalströmung mit $Q^{(i)}=\text{konstant}$ in den Kanälen 1 bis 3 in einer Hälfte des Radialastes dargestellt.

Deutlich zu erkennen ist die Wechselwirkung der inneren Kanäle 1 und 2 miteinander. Unterschreitet der Druckgradient aus Kanal 2 den Druckgradienten in Kanal 1, so wirkt der Kanal 2 als Generator und pumpt den Kanal 1 im Bereich zwischen $0.6 \leq x \leq 2.1$. Sein Energieverlust ist dabei so groß, daß für $x \geq 2.1$ der Kanal 1 den Generator für seine Nachbarn darstellt.

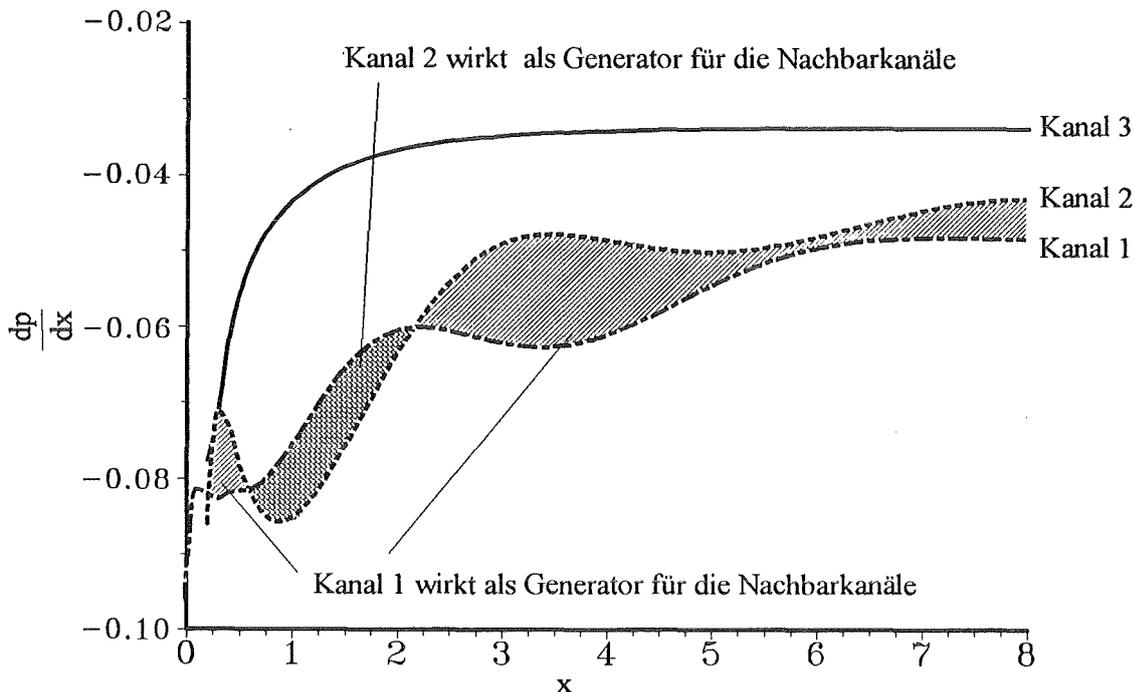


Abb. 6.8: Berechneter Druckgradientenverlauf in den Kanälen 1 bis 3 im Radialast einer Fünfkanalumlenkströmung mit $Q^{(i)}=\text{konstant}$, $c=0.038$ und $\Theta_z=0^\circ$.

6.3.2 Meßergebnisse für die Mehrkanalumlenkung mit $Q^{(i)}=\text{konstant}$

6.3.2.1 Potentialmessung auf den Kanalwänden

Die elektrischen Potentiale sind an den in der Abbildung 4.12 dargestellten Meßpositionen für unterschiedliche Hartmann-Zahlen und Interaktionsparameter untersucht worden. Die Darstellung beschränkt sich auf einige ausgewählte Positionen anhand denen die in einer Mehrkanalumlenkung auftretenden Effekte diskutiert werden.

In der Abbildung 6.9 sind für mehrere Meßpositionen bei einem konstanten Interaktionsparameter $N=1034$ die elektrischen Potentiale für verschiedene Hartmann-Zahlen im Bereich zwischen $M=631-2432$ für eine Dreikanalströmung mit $Q^{(i)}=\text{konstant}$ dargestellt. Dabei ist für eine Entfernung von mehr als zwei charakteristischen Längen von der Umlenkung weder auf

der Hartmannwand noch auf der ersten Wand ein Einfluß der Hartmann-Zahl auf das Potential meßbar. Die gemessenen Werte stimmen sehr gut mit den berechneten Werten überein.

Im direkten Bereich der Umlenkung für die Meßlinien $x=0$, $x=-1$, $y=0$ und $y=1$ ergibt sich im Kanal 2 ($1 \leq z \leq 3$) eine leichte Abhängigkeit der Potentiale von der Hartmann-Zahl. Mit steigender Hartmann-Zahl streben die Meßwerte den mit dem Kernströmungsmodell berechneten Werten zu. Die gemessenen Potentialwerte im Kanal 2 in der Kanalmitte liegen dort jedoch deutlich niedriger als die berechneten, während an den Kanaltrennwänden bei $z=1$ und $z=3$ die berechneten Werte nahezu exakt erreicht werden.

In der Abbildung 6.10 ist das dimensionslose Wandpotential für unterschiedliche Interaktionsparameter bei einer konstanten Hartmann-Zahl auf der Hartmann-Wand des Radialastes sowie auf der ersten Wand dargestellt. Für Meßlinien in einer Entfernung von mehr als zwei charakteristischen Längen von der äußeren Kante, das heißt für $x > 2$ und für $y > 2$, sind sowohl im radialen als auch im toroidalen Abschnitt keinerlei Trägheitseinflüsse meßbar. Damit deuten die Resultate aus den Abbildungen 6.9 und 6.10 an, daß sich die Strömung im Kern der Kanäle und 2 im untersuchten Parameterfeld schon nach wenigen charakteristischen Längen, wie in der Theorie vorausgesetzt, reibungs- und trägheitsfrei verhält.

Eine Abhängigkeit der Potentiale vom Interaktionsparameter wird nur im unmittelbaren Bereich der Umlenkung gemessen. Dabei tritt der stärkste Interaktionsparametereinfluß auf die Potentiale im Kanal 2 auf. Dort streben die Potentialwerte mit steigendem Interaktionsparameter an den Meßlinien bei $x=-1$, $y=0$ und $y=1$ gegen die des reibungs- und trägheitsfreien Modells. Dennoch weichen die gemessenen Potentiale an den Stellen $x=0$ und $x=-1$ im Kanal 2 selbst beim größten gemessenen Interaktionsparametern von $N=37436$ noch deutlich von denen des Kernströmungsmodells ab.

Die induzierten Potentiale an den Trennwänden entsprechen etwa den theoretisch berechneten Werten. Dies läßt den Schluß zu, daß die Volumenstromverteilung innerhalb der Schichten in den Kanälen mit denen der Rechnungen übereinstimmt. Insbesondere stimmt der Volumenstromanteil, der die erste Wand erreicht mit den Modellvoraussagen überein.

Die Abweichung zwischen Theorie und Meßwerten bei $z=2$ für $x=0$, $x=-1$ und $y=0$ führt zu einer von den theoretischen Ergebnissen abweichenden Verteilung der Geschwindigkeit im Querschnitt. Der kleinere Potentialgradient für $1 < z < 2$ gegenüber der Rechnung führt zu kleineren, der größere Gradient im Bereich $2 < z < 3$ zu erhöhten Geschwindigkeiten in x -Richtung.

In den Abbildungen 6.9 und 6.10 ist gut zu erkennen, daß das elektrische Potential auf den Kanalwänden des Kanals 3 ($3 \leq z \leq 5$) nicht konstant ist. Es fließt in diesen Wänden ein elektrischer Strom, der auf das Strömungsgeschehen in den Kanälen 1 und 2 eine Rückwirkung hat. Die im Experiment gemessene Potentialverteilung auf den Kanalwänden des Kanals 3 stimmt sehr gut mit der numerisch ermittelten Verteilung überein. Eine Abhängigkeit des Potentials von der Hartmann-Zahl und dem Interaktionsparameter und damit eine Änderung der elektrischen Strompfade wird im untersuchten Parameterbereich nicht gefunden.

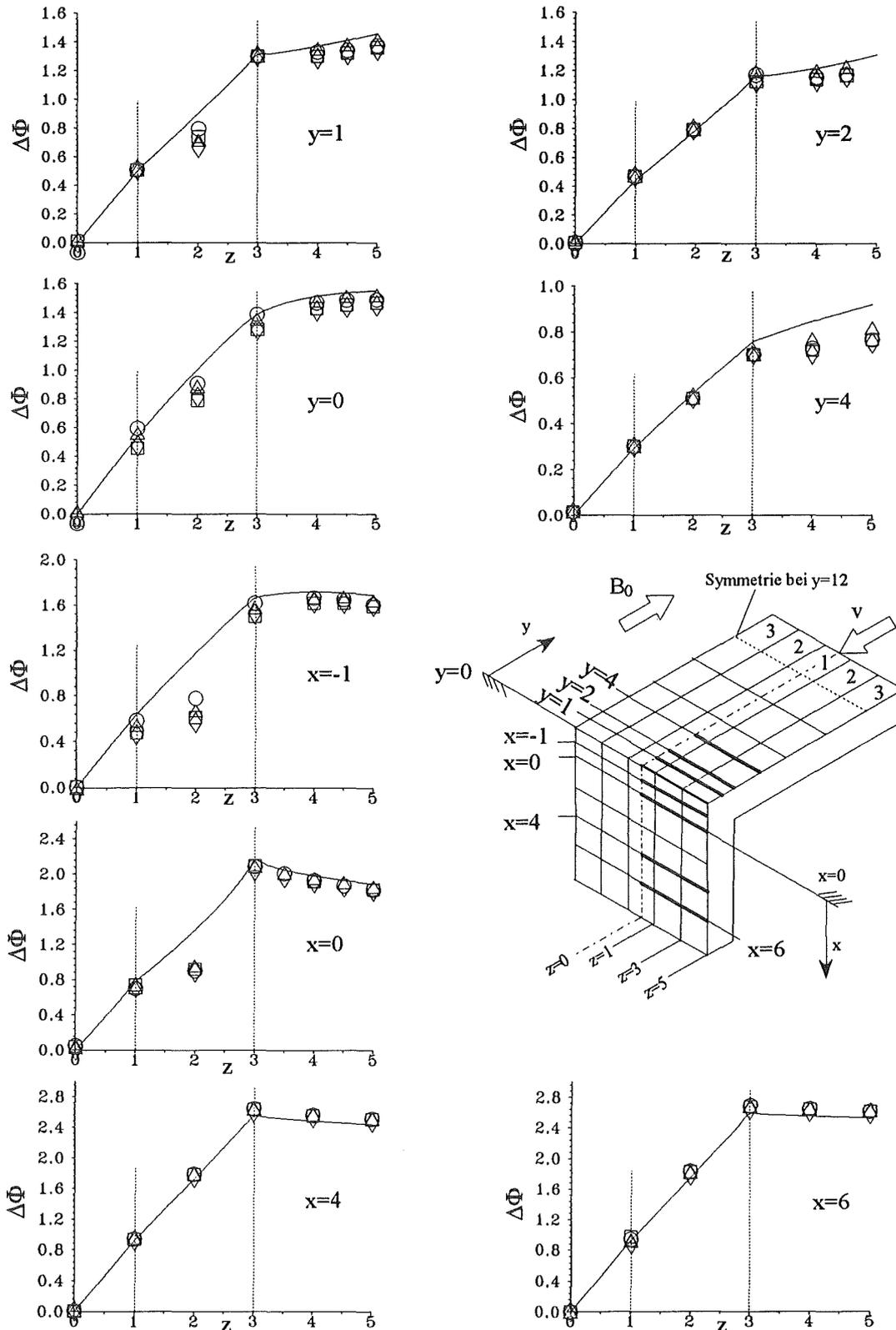


Abb. 6.9: Dimensionslose Wandpotentiale auf der Hartmann-Wand des Radialastes und der ersten Wand für eine Dreikanalulnenströmung mit $Q^{(i)}=\text{konstant}$, $N=1034$, $c=0.038$ und $\Theta_z=0^\circ$. Das Strukturmaterial für $|3| \leq z \leq |5|$ ist in der mit Linien (—) dargestellten Rechnung mitberücksichtigt. Legende: (○) $M=2431$, (□) $M=1910$, (△) $M=1211$, (◇) $M=634$

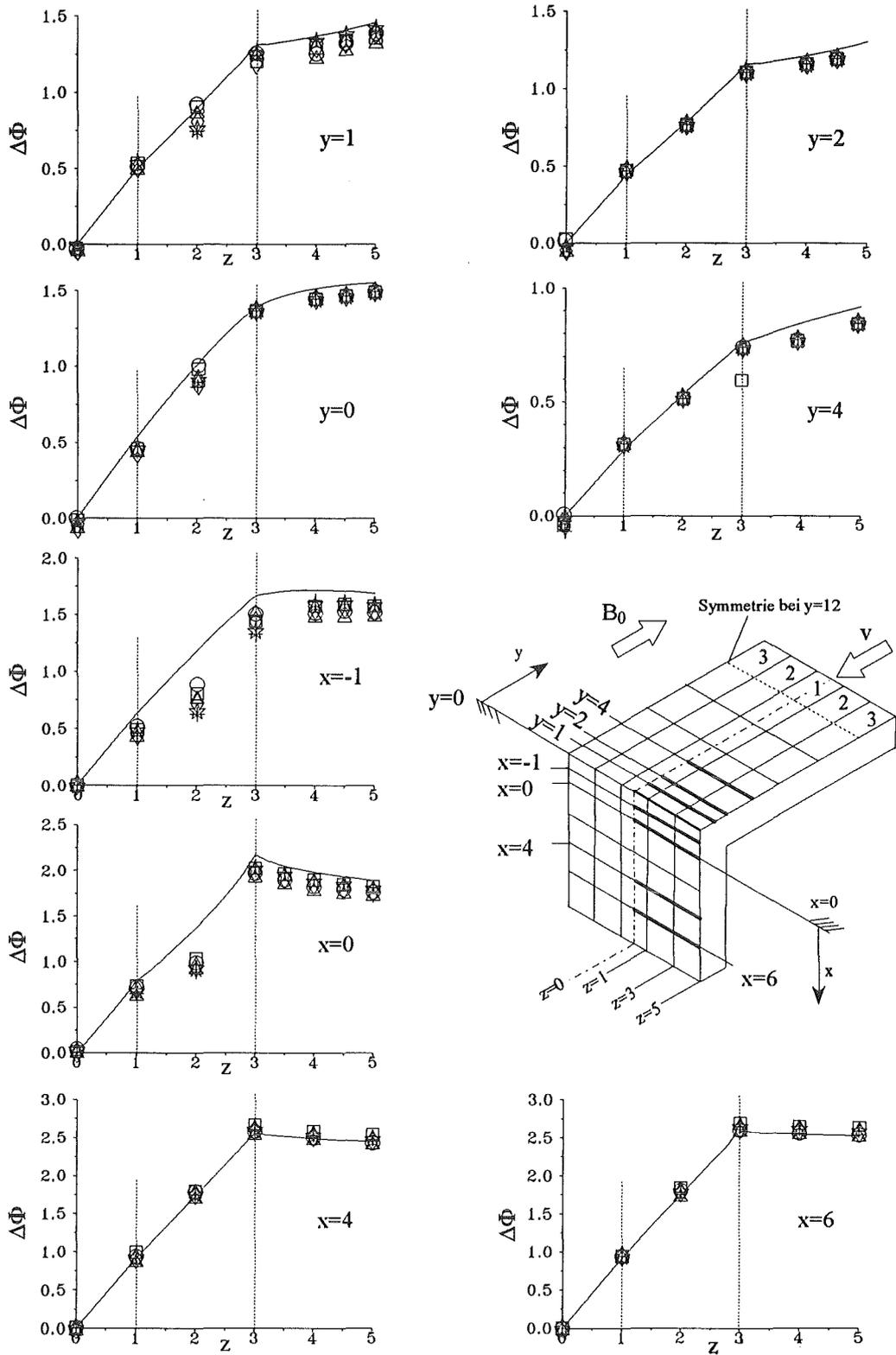


Abb. 6.10: Dimensionslose Wandpotentiale auf der Hartmann-Wand des Radialastes und der ersten Wand des Toroidalastes für eine Dreikanalulenkströmung mit $Q^{(i)}=\text{konstant}$, $M=2431$, $c=0.038$ und $\Theta_z=0^\circ$. Das Strukturmaterial für $3 \leq |z| \leq 5$ ist in der mit Linien (—) dargestellten Rechnung mitberücksichtigt. Legende: (○) $N=37436$, (□) $N=20355$, (△) $N=10457$, (◇) $N=4153$, (☆) $N=1827$, (+) $N=1034$.

6.3.2.2 Druckmessung in den Kanälen

In der Abbildung 6.11 ist der dimensionslose Druckverlust im Kanal 1 zwischen 1.1 und 1.2 als Funktion des Interaktionsparameters für zwei verschiedene Hartmann-Zahlen aufgetragen.

Die Druckmessungen zwischen den Meßpositionen 1.1 und 1.2 zeigen, daß dreidimensionale Effekte in gekoppelten Dreikanalumlenkungen an diesen Positionen noch nicht abgeklungen sind. Der Druckgradient ist hier noch erheblich größer (ca. 20%) als der einer eingelaufenen zweidimensionalen Mehrkanalströmung. Für große Interaktionsparameter ($N > 10.000$) strebt die Druckdifferenz zwischen 1.1 und 1.2 gegen einen trägheitsfreien Grenzwert.

In der Abbildung ist ebenfalls zu erkennen, daß der elektrische Stromfluß über das Strukturmaterial der nicht gefüllten Kanäle 3 einen Einfluß auf den Druckverlust hat. Die Kanalwände der nicht durchströmten Kanäle 3 wirken auf den Stromkreis der Kanäle 1 und 2 wie parallel geschaltete Ohmsche Widerstände. Dadurch vermindert sich der Gesamtwiderstand des Stromkreises und es fließt ein größerer elektrischer Strom, der sich in einem vergrößerten Druckverlust im Kanal 1 niederschlägt. Eine Vernachlässigung des Strukturmaterials der nicht gefüllten Kanäle 3 führt damit zu einer Unterschätzung des Druckverlusts.

Der Vergleich zeigt, daß die trägheitsfreie theoretisch ermittelte Lösung für große Interaktionsparameter erreicht wird, wenn der Einfluß des Strukturmaterials der nicht gefüllten Kanäle mitberücksichtigt wird.

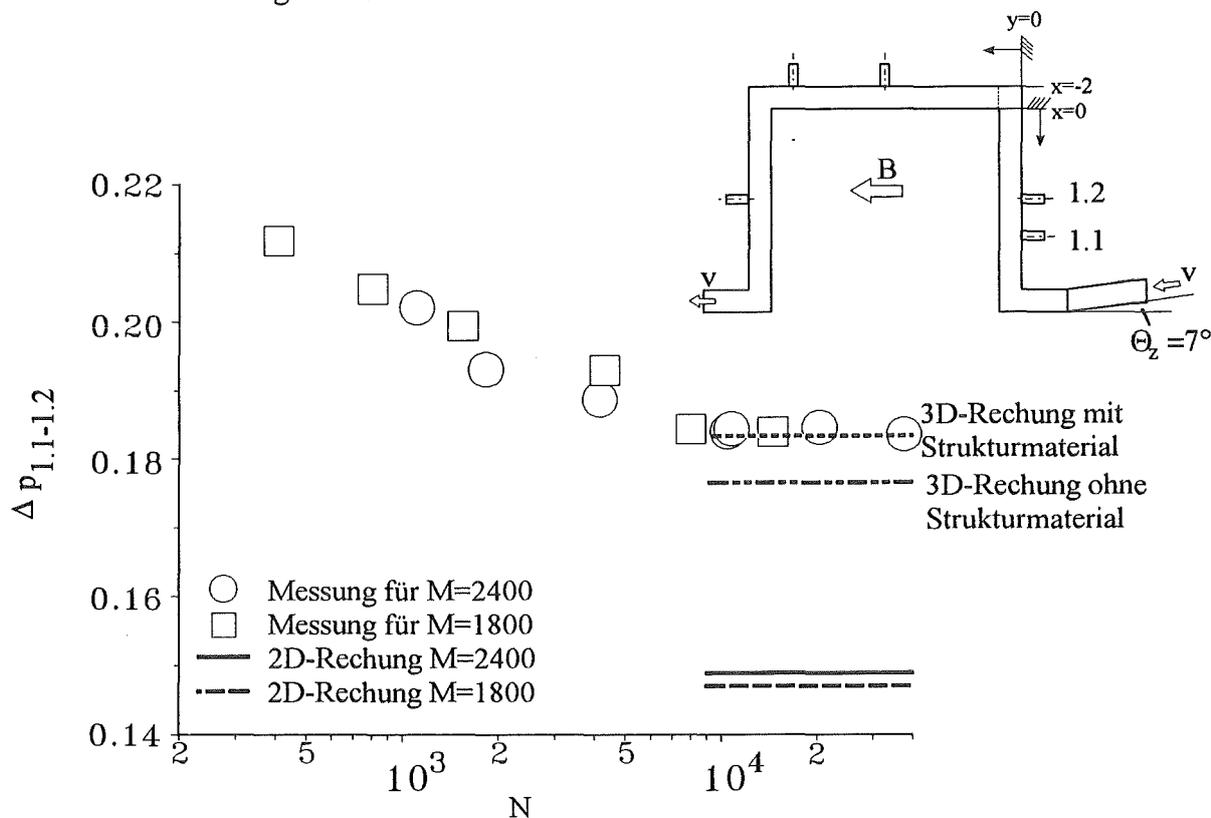


Abb. 6.11: Dimensionsloser Druckverlust im Kanal 1 einer Dreikanalströmung mit $Q^{(i)} = \text{konstant}$ zwischen den Meßpositionen 1.1 und 1.2 für die Hartmann-Zahlen $M=2400$ und $M=1800$ als Funktion des Interaktionsparameters im Vergleich mit den berechneten Werten für $c=0.038$ und $\Theta_z=0^\circ$.

In der Abbildung 6.12 ist der dimensionslose Druckverlust zwischen den Meßpositionen i.2 und i.5 in den Kanälen $i=1$ und $i=2$ als Funktion von $N^{-1/3}$ für verschiedene Hartmann-Zahlen aufgetragen. Für große Interaktionsparameter strebt der dimensionslose Druckverlust gegen den berechneten Wert des trägheits- und reibungsfreien Kernströmungsmodells. Der durch Trägheitskräfte entstehende zusätzliche Druckverlust $\Delta p_{3D,N}$ ist in beiden Kanälen 1 und 2 proportional zu $N^{-1/3}$. Ein Einfluß der Hartmann-Zahl auf den Druckverlust ist im untersuchten Parameterbereich nicht meßbar.

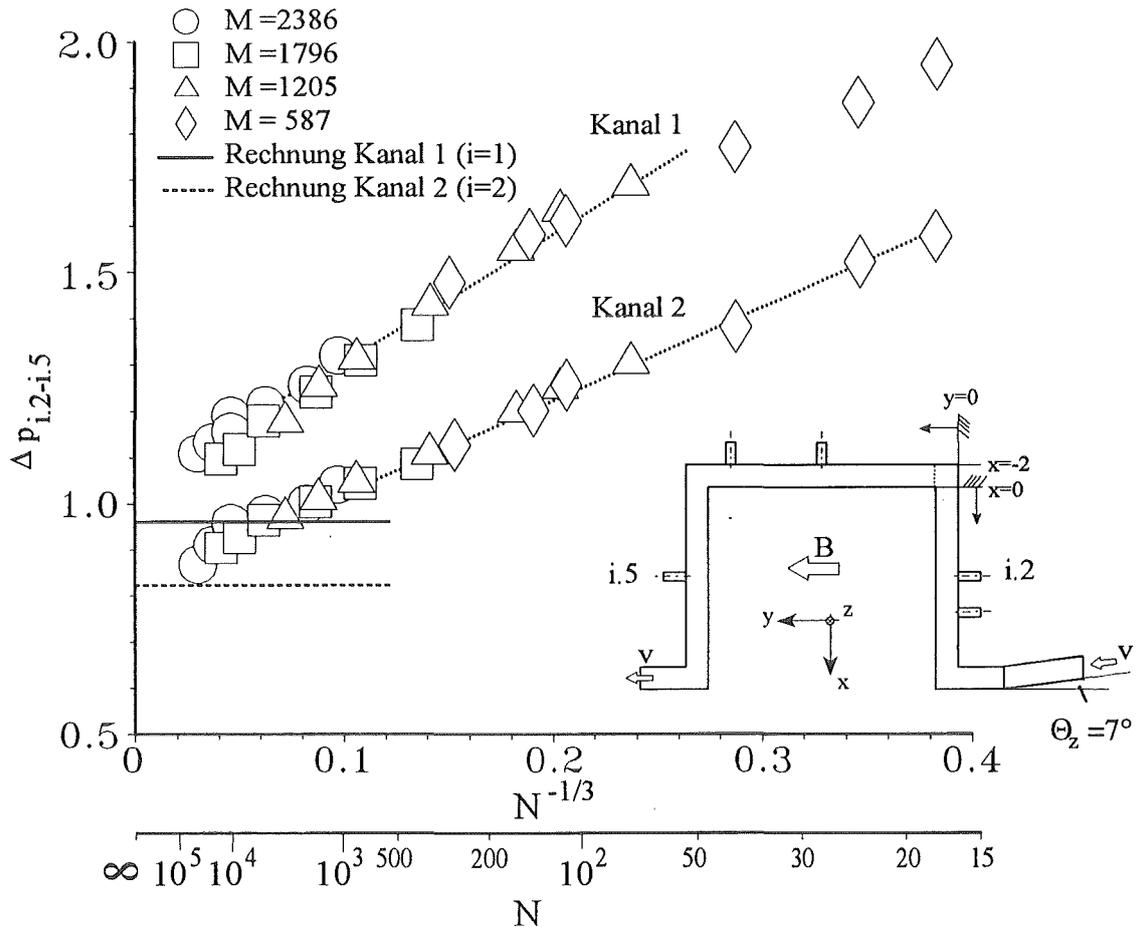


Abb. 6.12: Dimensionsloser Druckverlust einer Dreikanalströmung zwischen den Meßpunkten i.2 und i.5 in den Kanälen $i=1$ und $i=2$ als Funktion des Interaktionsparameters bei verschiedenen Hartmann-Zahlen für $Q^{(i)}=\text{konstant}$, $c=0.038$ und $\Theta_z=0^\circ$.

Trägt man das Verhältnis der Gesamtdruckverluste zwischen dem Kanal 1 und dem Kanal 2 über die U-Umlenkung als Funktion des Interaktionsparameters auf, so erkennt man, daß dieses Verhältnis konstant ist; siehe hierzu Abbildung 6.13.

Dieses Verhältnis ist im untersuchten Parameterbereich unabhängig von der Hartmann-Zahl und unabhängig vom Interaktionsparameter. Es entspricht nahezu exakt dem mit dem Kernströmungsmodell berechneten Wert.

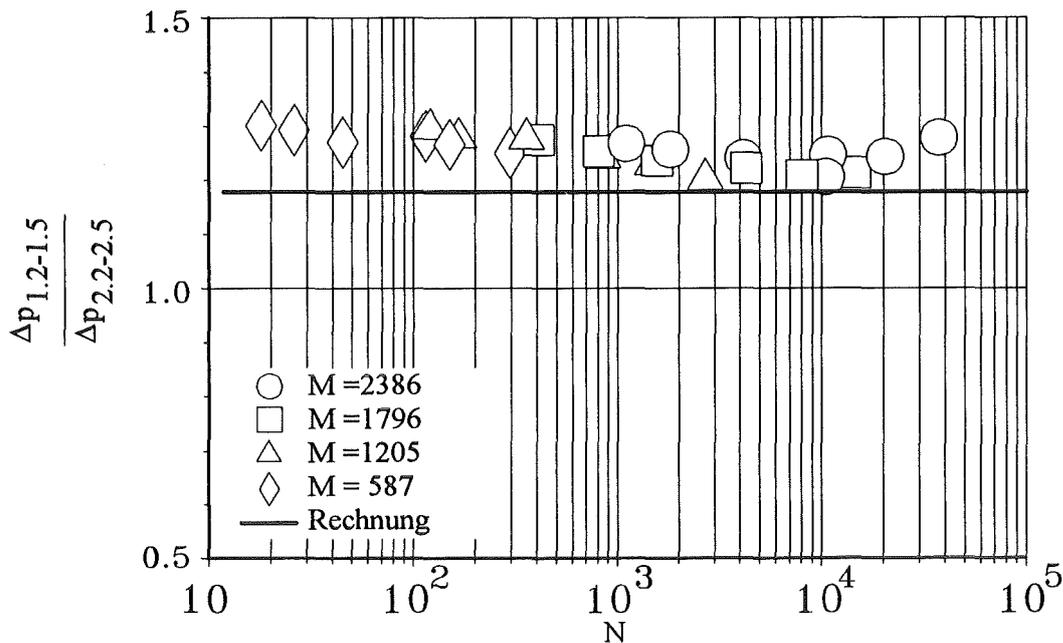


Abb. 6.13: Verhältnis der dimensionslosen Druckverluste (i.2-i.5) zwischen dem Kanal 1 und dem Kanal 2 als Funktion des Interaktionsparameters bei verschiedenen Hartmann-Zahlen für $Q^{(i)}=\text{konstant}$, $c=0.038$ und $\Theta_z=0^\circ$.

Die gute Übereinstimmung des gemessenen Druckverlustverhältnisses zwischen den Kanälen mit dem der Rechnung, läßt den Schluß zu, daß die im Kernströmungsmodell angenommene Verteilung des Fluids in den Kanälen weitgehend der im Experiment entspricht. Die Strömung im Einzelkanal verteilt sich damit weiterhin auf eine reibungs- und trägheitsfreie Kernströmung sowie auf Grenzschichten an den magnetfeldparallelen Wänden. Die Hypothese der trägheits- und reibungsfreien Kernströmung wird durch die im vorangegangenen diskutierten Potentialdaten gestützt.

Sind die Grenzschichten an den magnetfeldparallelen Wänden trägheitsbehaftet, so skaliert ihre Dicke δ wie in der Einkanalumlenkung mit $\delta \sim N^{-1/3}$. Durch einen Stromfluß in diesen Grenzschichten ergeben sich wie in der Einkanalumlenkung Trägheitsdruckverluste $\Delta p_{3D,N}$, die proportional zur Schichtdicke δ und damit proportional zu $N^{-1/3}$ sind. Der Einfluß von Trägheitskräften auf den Druckverlust ist nicht lokaler Natur und damit auf einen Kanal begrenzt, vielmehr wirkt er sich durch die elektrische Kopplung auf die benachbarten Kanäle aus.

Für Interaktionsparameter kleiner als hundert geht im Kanal 1 die Proportionalität der Trägheitsdruckverluste $\Delta p_{3D,N}$ mit $N^{-1/3}$ verloren.

In diesem Zusammenhang ist es sinnvoll, auf den Ursprung dieser Trägheitspotenzgesetzmäßigkeit hinzuweisen.

Ausgangspunkt für die asymptotische Ableitung der Skalierung des Trägheitsdruckverlusts war die Annahme einer laminaren Schichtenstruktur in einer Kanalströmung in Form einer

trägheits- und reibungsfreien Kernströmung ($N, M \gg 1$), die nahezu den gesamten Querschnitt einnimmt, sowie extrem dünner trägheits- und zähigkeitsbehafteter Grenzschichten. Für kleine Interaktionsparameter ist jedoch die Dicke der trägheitsbehafteten Grenzschichten ($\delta \sim N^{-1/3}$) gegenüber der Kernströmung nicht mehr vernachlässigbar, so daß der asymptotische Ansatz $\delta_{\text{Trägheit}} \ll 1$ nicht mehr erfüllt ist. Die Voraussetzung der laminaren Schichtenstruktur geht für kleine Interaktionsparameter verloren.

6.3.3 Einfluß der Anzahl gekoppelter Umlenkungen

6.3.3.1 Analyse der experimentellen Daten der Fünfkanalumlenkströmung

Die Darstellung des Einflusses unterschiedlicher Kanalanzahlen beschränkt sich auf die im Experiment maximale mögliche Kanalanzahl von fünf Kanälen. Zunächst wird anhand der experimentellen Daten überprüft, inwieweit das Modell in der Lage ist, die in Mehrkanalumlenkströmungen auftretenden Effekte zu erfassen. Anschließend erfolgt eine Beurteilung des Einflusses der Kanalanzahl im Hinblick auf die hydraulische Auslegungsgröße, den Druckverlust.

In der Abbildung 6.14 sind für eine Fünfkanalströmung mit $Q^{(i)} = \text{konstant}$ die Potentialverteilungen auf der Hartmann-Wand des Radialastes und der ersten Wand des Toroidalastes bei unterschiedlichen Interaktionsparametern dargestellt.

Wie auch bei der Dreikanalumlenkung ist die Übereinstimmung mit den berechneten Daten außer im unmittelbaren Bereich der Umlenkung überaus gut. Ein Einfluß des Interaktionsparameters wie auch der Hartmann-Zahl, deren Ergebnisse hier nicht dargestellt sind, ist untersuchten Parameterbereich nicht zu erkennen.

Im Bereich der Umlenkung ($x < 0$ und $y \leq 2$) treten jedoch signifikante qualitative und quantitative Unterschiede zum trägheits- und reibungsfreien Modell auf. Die Unterschiede zur Rechnung betreffen dabei insbesondere die Kanäle 2 und 3. Die gemessenen Potentiale sind in diesen Kanälen niedriger als die berechneten.

Dies ist ein Hinweis auf eine insgesamt geringere Geschwindigkeit im Strömungskern an der Umlenkante als sie im Modell berechnet wird. Der Verlauf der gemessenen Wandpotentials deutet an, daß die Kerngeschwindigkeit im Kanal 2 und im Kanal 3 nicht annähernd kolbenförmig ist. Nahe der Außenwand des Kanals 2, bei $z=3$, beziehungsweise der Außenwand im Kanal 3, bei $z=5$, scheint die Geschwindigkeit deutlich größer zu sein als an den ihnen gegenüberliegenden Wänden.

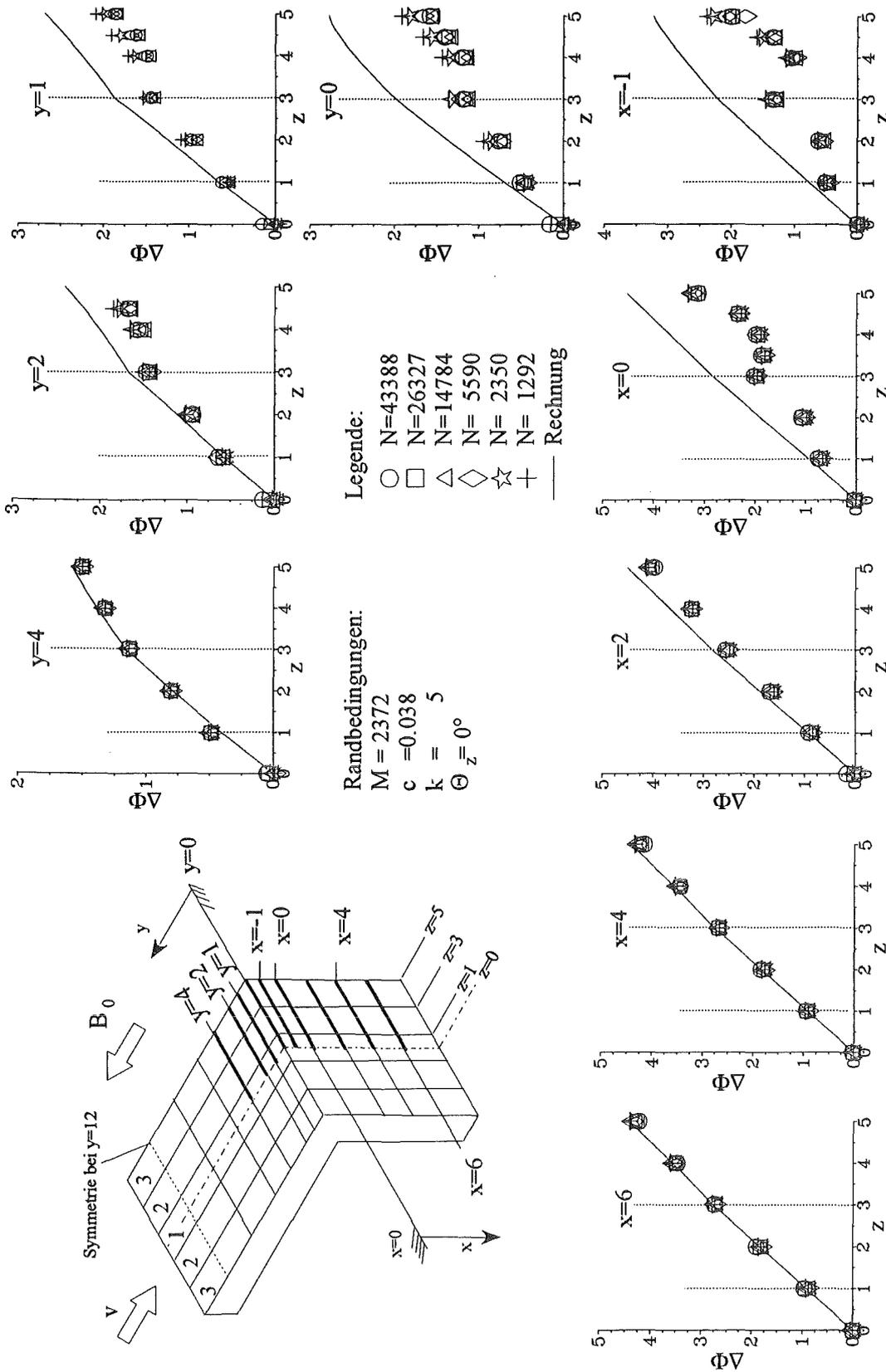


Abb. 6.14: Dimensionslose Wandpotentiale auf der Hartmann-Wand des Radialastes und der ersten Wand des Toroidalastes für eine Fünfkanalulnenströmung mit $Q^{(i)}=\text{konstant}$, $M=2372$, $c=0.038$ und $\Theta_z=0^\circ$. Legende: (○) $N=43388$, (□) $N=26327$, (△) $N=14784$, (◇) $N=5590$, (☆) $N= 2350$, (+) $N=1292$, (—) Rechnung.

In den Druckdifferenzmessungen zwischen den Meßpositionen 1.1 und 1.2 im Radialast treten merkliche Abweichungen zwischen dem berechneten Wert aus der dreidimensionalen Rechnung und den Meßwerten auf. In der Abbildung 6.15 ist die dimensionslose Druckdifferenz zwischen 1.1 und 1.2 als Funktion des Interaktionsparameters dargestellt.

Im Gegensatz zur Dreikanalströmung kann der Druckverlust zwischen diesen Meßpositionen im Fünfkanalfall vom Modell nicht mehr mit befriedigender Genauigkeit erfaßt werden. Für den größten gemessenen Interaktionsparameter ($N \approx 43.000$) beträgt die Differenz zwischen dem Meßwert und dem Rechenwert ca. 50%.

Ein Grund hierfür ist, daß selbst bei sehr großen Interaktionsparametern Trägheitseffekte aus der Umlenkung noch nicht abgeklungen sind. Trägheitseffekte wirken sich im Gegensatz zur Dreikanalumlenkung (Abbildung 6.11, Seite 107) in der Fünfkanalströmung an der gleichen Meßpositionen bei nahezu identischem Interaktionsparameter noch aus. Eine steigende Kanalanzahl führt zu einem wachsenden Einfluß von Trägheitskräften auf die Radialastströmung.

Ein Grund für die Diskrepanz zwischen Modell und Experiment an dieser Meßposition ist der Einfluß des um 7° gegenüber der Horizontalen geneigten Zulaufs, der in der Rechnung nicht mitberücksichtigt wird.

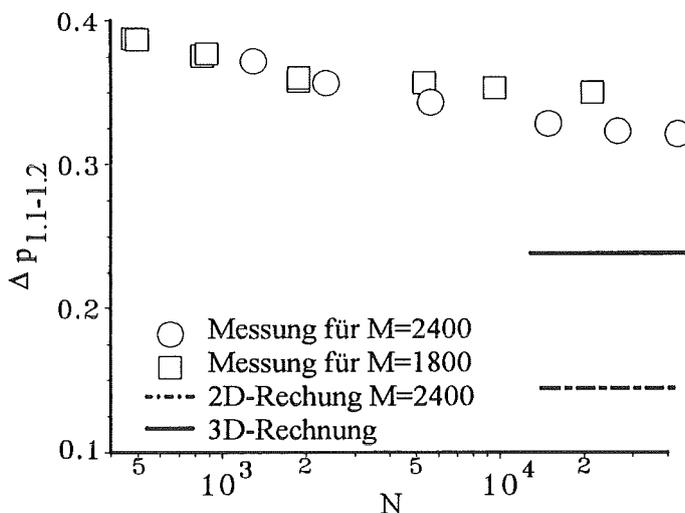


Abb. 6.15: Dimensionsloser Druckverlust im Kanal 1 einer Fünfkanalströmung mit $Q^{(i)} = \text{konstant}$ zwischen den Meßpositionen 1.1 und 1.2 für die Hartmann-Zahlen $M=2400$ und $M=1800$ sowie variierenden Interaktionsparametern im Vergleich mit den berechneten Werten für $c=0.038$.

Der gesamte Druckverlust über die Mehrkanal-U-Umlenkung zwischen $i.2$ und $i.5$ ist in der Abbildung 6.16 als Funktion von $N^{-1/3}$ dargestellt. Für große Interaktionsparameter strebt lediglich die Druckdifferenz des äußeren Kanals gegen den berechneten Wert; in den inneren Kanälen 1 und 2 liegt für große N der gemessene Wert deutlich höher als der berechnete. Eine Ursache hierfür könnte ebenfalls der in der Modellierung nicht berücksichtigte Zulauf ($\Theta_z = 7^\circ$) sein, der sich über eine sehr große Strecke bis in die Mehrkanal-U-Umlenkung auswirkt.

Der durch Trägheitskräfte entstehende zusätzliche Druckverlust $\Delta p_{3D,N}$ ist in allen Kanälen ($i=1, 2, 3$) proportional zu $N^{-1/3}$. Ein Einfluß der Hartmann-Zahl auf den Druckverlust ist im untersuchten Parameterbereich nicht meßbar.

Bei Interaktionsparametern $N \leq 100$ läßt sich der zusätzliche Druckverlust durch Trägheitseffekte $\Delta p_{3D,N}$ in den inneren Kanälen 1 und 2 nicht mehr durch die Proportionalität $N^{-1/3}$ beschreiben. Ähnlich wie bei der Dreikanalströmung kann bei diesen Interaktionsparametern nicht mehr von einer Schichtenstruktur der Strömung ausgegangen werden, so daß die asymptotische Ableitung des Trägheitsdruckverlustskalierung mit $N^{-1/3}$ nicht mehr gerechtfertigt ist.

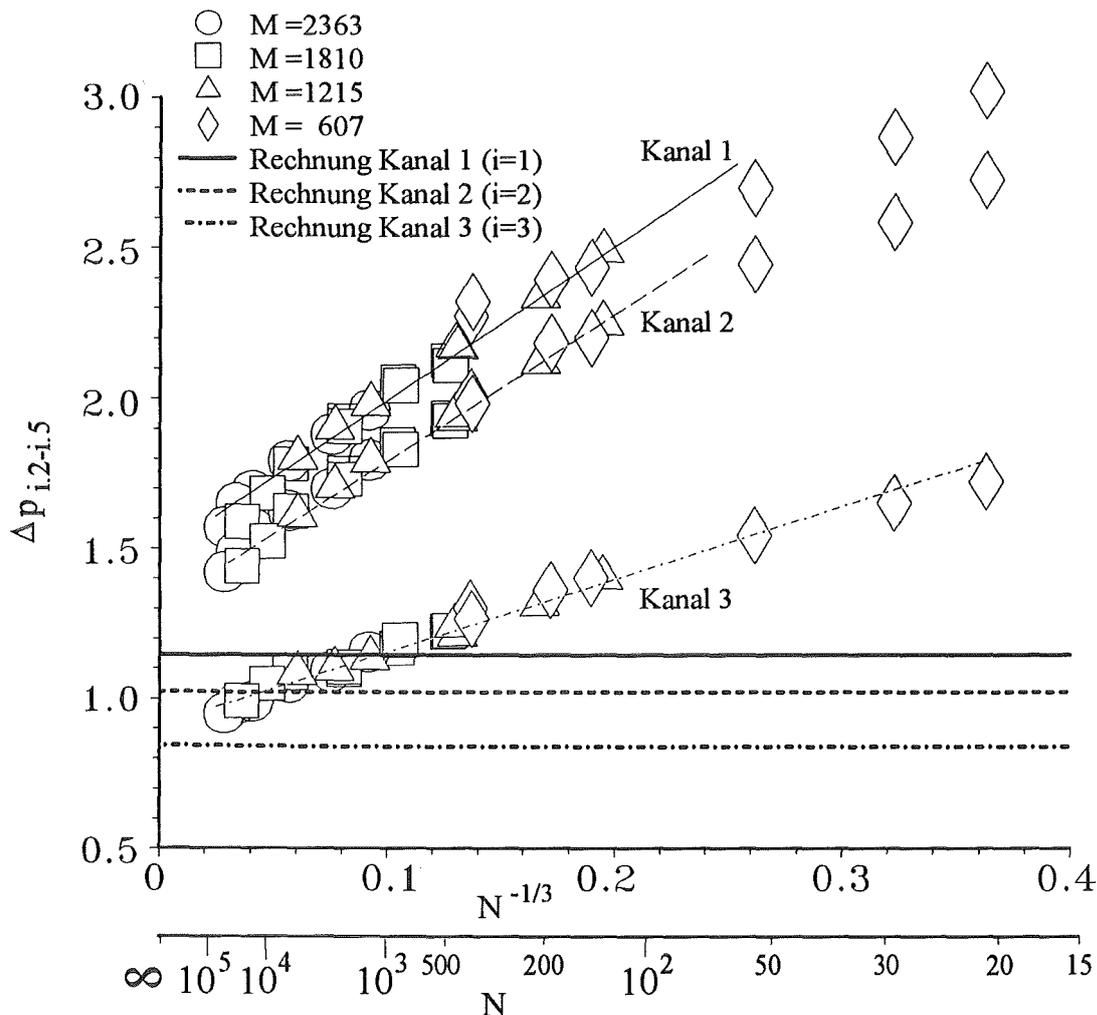


Abb. 6.16: Dimensionsloser Druckverlust einer Fünfkanalströmung zwischen den Meßpunkten $i.2$ und $i.5$ in den Kanälen 1, 2, und 3 als Funktion des Interaktionsparameters bei verschiedenen Hartmann-Zahlen für $Q^{(i)}=\text{konstant}$, $c=0.038$ und $\Theta_z=0^\circ$.

6.3.3.2 Abhängigkeit des Druckverlusts von der Anzahl der gekoppelten Kanäle

Im Rahmen ingenieurtechnischer Auslegungen von Kanalordnungen spielt die Kenntnis der Belastung der Kanäle in Abhängigkeit von der Anzahl der gekoppelten Kanäle eine entscheidende Rolle.

Im Abschnitt 5.3.4 ist der Einfluß eines veränderlichen Aspektverhältnisses auf die Strömung und den zu erwartenden Druckverlust angesprochen worden. Dort zeigt sich mit anwach-

sendem Breitenhöhenverhältnis (b/a) ein lineares Ansteigen des dreidimensionalen Druckverlustes. Die Einkanalumlenkung mit äquivalentem Aspektverhältnis und gleicher mittlerer Geschwindigkeit wird zum Vergleich der experimentellen und numerischen Daten der Mehrkanalumlenkung herangezogen.

In der Abbildung 6.17 ist der dimensionslose Druckverlust über eine U-Umlenkung im Kanal 1 zwischen den Meßpunkten 1.2 und 1.5 für eine unterschiedliche Anzahl elektrisch gekoppelter Kanäle dargestellt. Ausgangspunkt bei den Berechnungen ist eine mit dem Experiment identische Geometrie mit $2l_{\text{tor}}=24$ und $l_{\text{rad}}=16$.

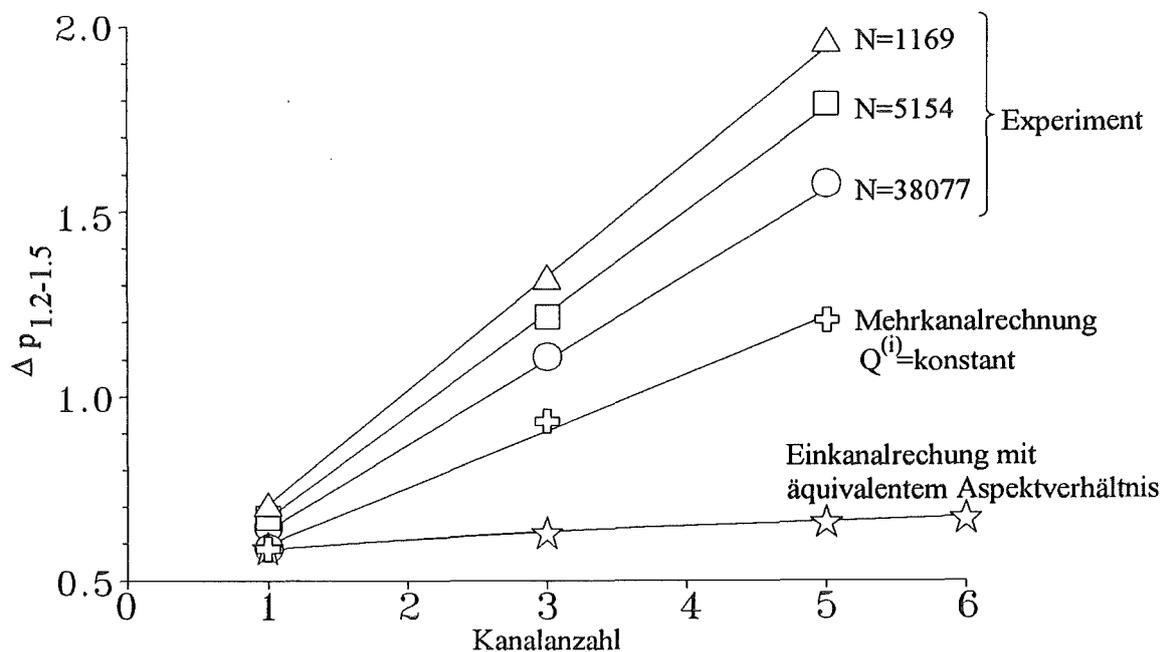


Abb. 6.17: Dimensionsloser Druckverlust im Kanal 1 als Funktion der Anzahl elektrisch gekoppelter U-Umlenkungen für $Q^{(i)}=\text{konstant}$, $c=0.038$ und $\Theta_z=0^\circ$. Im Experiment beträgt $M=2402$. Die berechneten Daten sind mit dem Kernströmungsmodell ermittelt worden.

Der Druckverlust über die U-Umlenkung ist in der Mehrkanalanordnung deutlich größer als im entsprechenden Einkanal, da durch die Trennwände eine Verdrängung des Fluids in Richtung der magnetfeldparallelen Seitenwände unterbunden wird. Damit wird das Fluid gezwungen senkrecht zum Magnetfeld zu fließen. Als Folge ergibt sich ein größerer Druckverlust.

Im Gegensatz zur Einkanalumlenkströmung steigt der Druckverlust im Kanal 1 in elektrisch gekoppelten Mehrkanalumlenkströmungen sowohl in der Rechnung als auch im Experiment linear mit der Anzahl der Kanäle an. Ein Grenzwert des Druckverlusts für große Kanalanzahlen ist nicht zu erwarten, da mit steigender Kanalanzahl das induzierte Potential linear mit der Breite b ansteigt, während der Ohmsche Widerstand des toroidalen Kanals in erster Näherung konstant bleibt. Damit ergibt sich ein mit der Breite linear ansteigender dreidimensionaler

Strom, der zwischen den beiden Schenkeln der U-Umlenkung zirkuliert. Da das Fluid durch die Einbringung der Trennwände nicht in die Seitenschichten an den magnetfeldparallelen Außenwänden ausweichen kann, ist es den Lorentz-Kräften, verursacht durch den linear anwachsenden Strom, ausgesetzt.

Der durch Trägheitseffekte entstehende Druckverlust $\Delta p_{3D,N}$ wächst bei konstantem Interaktionsparameter mit steigender Kanalanzahl an.

Der zusätzliche Druckverlust durch Trägheitseffekte kann dabei durchaus die Größenordnung des trägheitsfreien Druckverlusts erreichen oder übersteigen. Bei hinreichend großen Interaktionsparametern ($N > 100$) ist der zusätzliche Druckverlust durch Trägheitseinflüsse proportional zu $N^{-1/3}$.

6.3.4 Magnetfeldneigung gegenüber der Mehrkanalumlenkung

Im Experiment ist je eine Neigung des Magnetfelds gegenüber der U-Umlenkung um den Winkel $\Theta_z = 7^\circ$ und den Winkel $\beta = 9^\circ$ entsprechend der Abbildung 4.11 durchgeführt worden.

6.3.4.1 Magnetfeldneigung gegenüber der Mehrkanalumlenkung um Θ_z

Bei einer Winkelneigung $\Theta_z = 7^\circ$ werden die erste und zweite Wand des Toroidalastes zu Hartmann-Wänden. Das im Radialast induzierte Potential ändert sich gegenüber der Ausrichtung mit $\Theta_z = 0^\circ$ um $(\cos\Theta_z - 1)$, während in den toroidalen Kanälen ein Potential induziert wird, das in erster Näherung mit $\sin\Theta_z$ ansteigt.

Durch die Winkelneigung um $\Theta_z \neq 0^\circ$ geht die Symmetrie der U-Umlenkung bezüglich $y=l$ verloren. In einem Teil der betrachteten U-Umlenkung wird damit einer der radial-toroidal Krümmer zu einer Vorwärtsumlenkung, der andere entsprechend zur Rückwärtsumlenkung. Die Symmetrie der Mehrkanalumlenkung bezüglich der Ebene $z=0$ bleibt durch die Neigung $\Theta_z \neq 0^\circ$ erhalten. Der Druckabfall und die elektrische Potentialverteilung auf den Wänden bleibt symmetrisch zur Ebene $z=0$.

Aufgrund der kleinen Winkeländerung Θ_z ändert sich der Potentialverlauf in der Mehrkanalumlenkung sowohl in der Drei- als auch der Fünfkanalströmung nur wenig. Im Radialast und im Toroidalast werden bei gleichen Randbedingungen vernachlässigbar kleine Unterschiede im Potentials gegenüber der $\Theta_z = 0^\circ$ -Lage gemessen. Die Abhängigkeit der Wandpotentiale von Hartmann-Zahl und Interaktionsparameter entspricht exakt dem der magnetfeldparallelen Ausrichtung der Toroidalkanäle ($\Theta_z = 0^\circ$), so daß in diesem Zusammenhang auf eine Darstellung der Wandpotentiale verzichtet wird.

Durch die Winkelneigung $\Theta_z = 7^\circ$ wird der Krümmer zwischen 1.2 und 1.3 zu einer Vorwärtsumlenkung und dementsprechend der Krümmer zwischen 1.3 und 1.5 zu einer Rückwärtsum-

lenkung. Ähnlich wie in der Einkanalströmung ist auch in der Mehrkanalströmung der Druckverlust bei gleichen Randbedingungen im Rückwärtskrümmer größer als im Vorwärtskrümmer.

In der Abbildung 6.18a ist dies am Beispiel der Dreikanalströmung mit $Q^{(i)}=\text{konstant}$ für den Kanal 1 gezeigt. Der zusätzliche Druckverlust durch Trägheitseinflüsse $\Delta p_{3D,N}$ ist in der Rückwärtsumlenkung stärker ausgeprägt als in der Einkanalumlenkung. Der zusätzliche Druckverlust durch Trägheitseffekte $\Delta p_{3D,N}$ ist in jedem Krümmer proportional zu $N^{-1/3}$.

In der Abbildung 6.18b ist der dimensionslose Druckverlust im Kanal 1 zwischen den Punkten 1.2 und 1.5 für eine Dreikanalströmung mit $Q^{(i)}=\text{konstant}$ für die Magnetfeldneigung $\Theta_z=7^\circ$ und $\Theta_z=0^\circ$ dargestellt. Der Gesamtdruckverlust im zentralen Kanal 1 über die U-Umlenkung steigt durch die Magnetfeldneigung $\Theta_z=7^\circ$ gegenüber dem Fall $\Theta_z=0^\circ$ um ca. 6% an. Durch die Magnetfeldneigung ist die Abhängigkeit des Druckverlusts von Trägheitseffekten stärker ausgeprägt als für den Fall $\Theta_z=0^\circ$. Der Trägheitsdruckverlust über die U-Umlenkung ist auch im Fall $\Theta_z=7^\circ$ proportional zu $N^{-1/3}$.

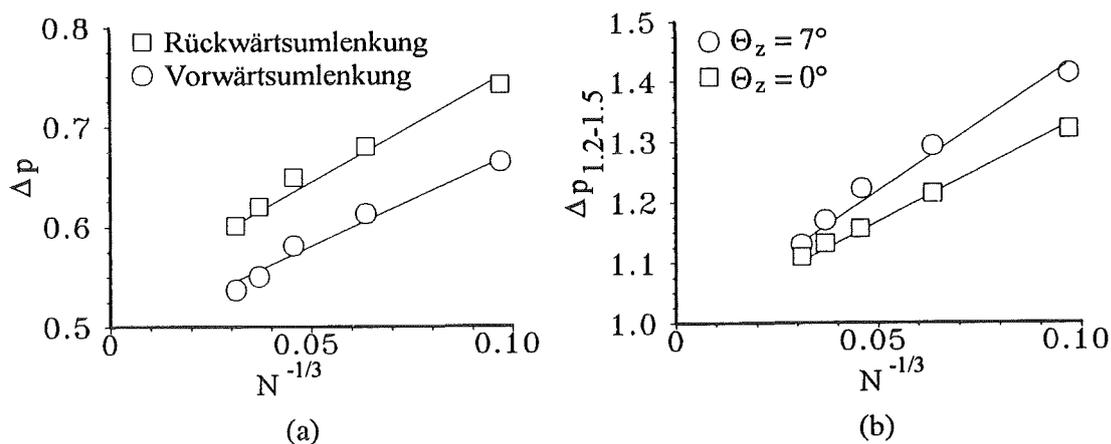


Abb. 6.18: (a) Druckverlust im Kanal 1 zwischen 1.2-1.3 (Vorwärtsumlenkung, \circ) und zwischen 1.3 und 1.5 (Rückwärtsumlenkung, \square) bei einer Dreikanalströmung mit $Q^{(i)}=\text{konstant}$ und für eine Winkelneigung $\Theta_z=7^\circ$; $M=2400$. (b) Vergleich des Druckverlusts im Kanal 1 zwischen 1.2 und 1.5 in einer Dreikanalströmung für den Winkel $\Theta_z=7^\circ$ (\circ) und $\Theta_z=0^\circ$ (\square) bei einer Hartmann-Zahl $M=2400$.

6.3.4.2 Magnetfeldneigung gegenüber der Mehrkanalumlenkung um β

Bei Winkelneigungen des Magnetfeldes um $\beta \neq 0^\circ$ verliert die Mehrkanal-U-Umlenkung sowohl ihre Symmetrie bezüglich der Ebene $z=0$ als auch bezüglich der Ebene $y=l$. Es stellt sich eine punktsymmetrische Lösung bezüglich $y=l$ und $z=0$ ein. Durch diese Magnetfeldneigung werden die Seitenwände des Radialastes und die des Toroidalastes zu Hartmann-Wänden.

Durch den Verlust der Symmetrie bei $z=0$ stellt sich in den Kanälen 2 und 3 für $z>0$ eine andere Potentialverteilung ein als für $z<0$.

In der Abbildung 6.19 sind die Isopotentiallinien auf der Hartmann-Wand des Radialastes einer Fünfkanaalströmung mit dem Winkel $\beta=9^\circ$ dargestellt. Mit Annäherung der Strömung an die Umlenkung wird die Asymmetrie zwischen den Potentialen für $z<0$ und $z>0$ immer ausgeprägter. Die deutlichsten Unterschiede treten direkt an der Umlenkkante in äußeren Kanal auf.

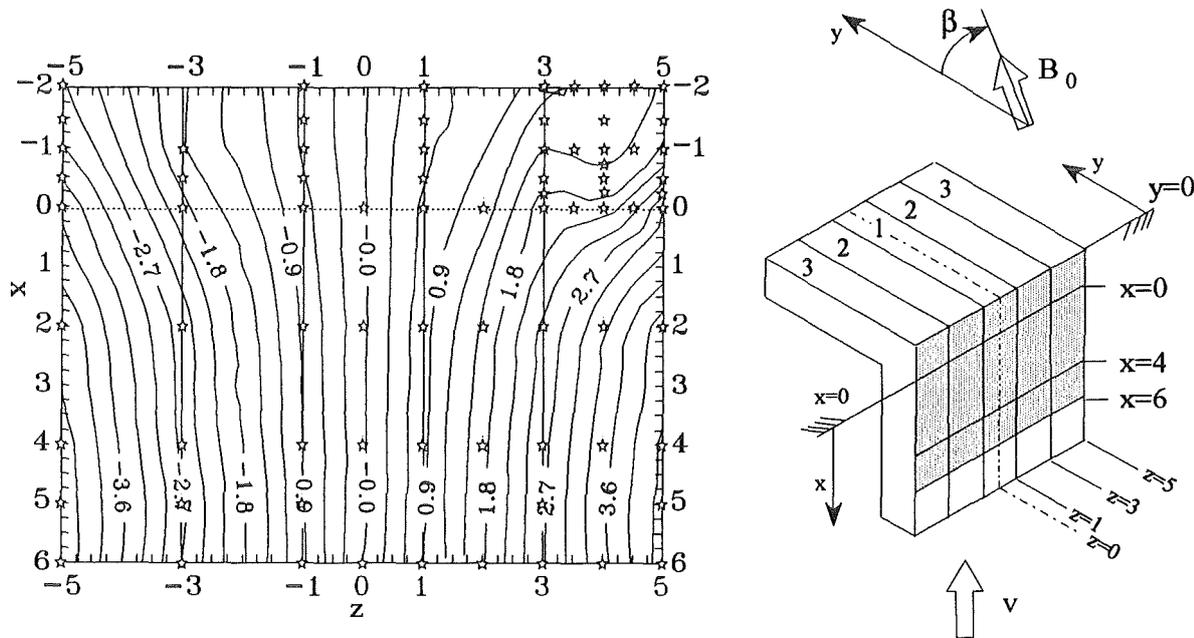


Abb. 6.19: Gemessene Isopotentiallinienverteilung auf der Hartmann-Wand des Radialastes für eine Fünfkanaalströmung mit $Q^{(i)}=\text{konstant}$, $M=2417$; $N=17688$; $c=0.038$ und $\Theta_z=0^\circ$. Der Abstand der Isolines beträgt dimensionslos $\Delta\Phi=0.3$. Die Meßpunkte sind als Sterne (☆) dargestellt.

Die Asymmetrie in der Potentialverteilung bewirkt eine Änderung des Stromflusses in den Kanälen und führt damit zu ungleichen Druckverlusten in den Einzelkanälen über dem Krümmer für $y<l$. Im Krümmer für $y>l$ ist diese Ungleichverteilung gerade umgekehrt, so daß bei einer trägheits- und reibungsfreien Betrachtung sich über der gesamten U-Umlenkung die Effekte der Magnetfeldneigung um $\beta\neq 0^\circ$ gerade aufheben müßten.

Die Abbildung 6.20 zeigt den experimentellen Befund des Gesamtdruckverlustes über eine U-Umlenkung zwischen den Meßpositionen i.2 und i.5 für die Kanäle $2_{z>0}$ und $2_{z<0}$ wie für die Kanäle $3_{z>0}$ und $3_{z<0}$. Zwischen den Kanälen mit $z>0$ und denen mit $z<0$ sind kleine Unterschiede meßbar. Die Unterschiede betragen jedoch maximal 6%. Die Differenz zwischen den Kanälen für $z<0$ und $z>0$ ist von Trägheitseffekten unabhängig.

Der Gesamtdruckverlust über die U-Umlenkung in den einzelnen Kanälen ändert sich gegenüber dem Fall $\beta=0^\circ$ nicht meßbar.

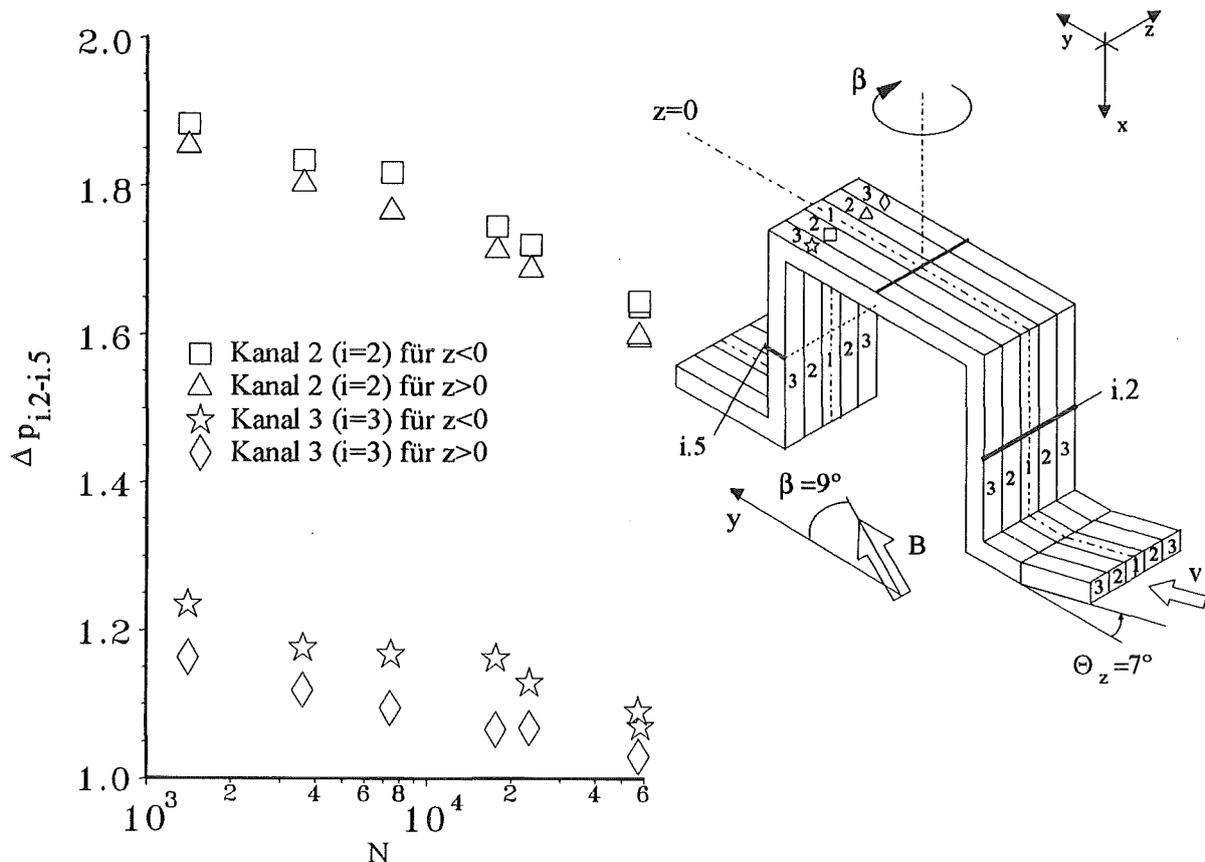


Abb. 6.20: Dimensionsloser Druckverlust einer Fünfkanalströmung zwischen den Meßpunkten $i.2$ und $i.5$ in den Kanälen $i=2$ und $i=3$ als Funktion des Interaktionsparameters bei einer Hartmann-Zahl $M=2417$ für $Q^{(i)}=\text{konstant}$, $c=0.038$ und $\Theta_z=0^\circ$, $\beta=9^\circ$.

6.3.5 Zusammenfassung der Ergebnisse bei gleichem Volumenstrom in jedem Kanal

Die experimentellen Daten der Druck- und der Wandpotentialmessung zeigen, daß in Mehrkanalumlenkströmungsproblemen Unterschiede zwischen dem Kernströmungsmodell und den Meßdaten auftreten.

Die Oberflächenpotentiale werden vom Modell zwar bis auf den direkten Bereich der Umlenkante mit guter Genauigkeit erfaßt, aber im Bereich der Umlenkante treten sowohl qualitative als auch quantitative Unterschiede zum Experiment auf. Mit anwachsender Anzahl gekoppelter Kanäle steigt die Diskrepanz zwischen Modell und Experiment. Ein Einfluß von Hartmann-Zahl und Interaktionsparameter auf die Wandpotentiale kann sowohl auf den Hartmann-Wänden als auch auf der ersten und zweiten Wand nicht gemessen werden.

Im den Druckmessungen wird selbst für sehr große Interaktionsparameter ($N \approx 50.000$) und Hartmann-Zahlen ($M \approx 2.400$) noch keine trägheitsfreie Strömung erreicht. Die gemessenen Druckdifferenzen liegen beim größten gemessenen Interaktionsparameter ($N \approx 50.000$) in einer Dreikanalumlenkströmung um 20% über dem Wert des Kernströmungsmodells. Mit zunehmender Kanalanzahl wächst die Diskrepanz zwischen Modell und Experiment. Dabei wirkt sich mit einem Anwachsen der Kanalanzahl die nicht perfekte Vorgeschichte der

Strömung (im Experiment ein leicht geneigter Zulauf) immer stärker auf die Strömung in der U-Umlenkung aus.

Mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit spielen in der U-Umlenkung Trägheitseffekte eine immer größere Rolle. Der zusätzliche Druckverlust durch Trägheitskräfte $\Delta p_{3D,N}$ ist wie in der Einkanalumlenkung in jedem Kanal der Mehrkanalumlenkung proportional zu $N^{-1/3}$. Mit zunehmender Kanalanzahl wächst der Druckverlust durch Trägheitseffekte. In einer Fünfkanalumlenkströmung kann der zusätzliche Druckverlust durch Trägheitseinflüsse um den Faktor 2 größer sein als der trägheitsfreie Druckverlust $\Delta p_{3D,K}$. Im am höchsten belasteten Mittelkanal 1 einer Mehrkanal-U-Umlenkung steigt der Gesamtdruckverlust linear mit der Anzahl gekoppelter Kanäle an.

Generell führen kleine Winkelneigungen Θ_z und β des Magnetfelds gegenüber dem Toroidalkanal zu keinen signifikanten Ansteigen des Druckverlustes. Die $\Theta_z=\beta=0^\circ$ - Lage stellt somit unter hydraulischem Aspekten keinen singulären Punkt dar. Es muß jedoch betont werden, daß kleine Winkeländerungen dennoch zu vollkommen anderen Strömungsverteilungen über dem Kanalquerschnitt führen können.

Kleine Winkelneigungen des Magnetfelds um Θ_z gegenüber dem Toroidalkanal schlagen sich in einem leichten Anstieg des Druckverlustes in jedem Einzelkanal nieder. Durch Trägheitseinflüsse vergrößert sich dieser Druckverlustunterschied. Eine Neigung des Magnetfeld um kleine Winkel β führt zu keinen meßbaren Veränderungen im Gesamtdruckverlust in den Kanälen.

6.4 Mehrkanalumlenkung bei gleichem Druckabfall in jedem Kanal

6.4.1 Numerische Ergebnisse für die Mehrkanalumlenkung mit $\Delta p^{(i)}=\text{konstant}$

Die Berechnungen für den Betriebsmodus, in dem in jedem Kanal über die Umlenkung der gleiche Druck abfällt ($\Delta p^{(i)}=\text{konstant}$), werden analog zum dem bereits diskutierten Fall $Q^{(i)}=\text{konstant}$ mit dem Kernströmungsmodell durchgeführt. Die Rechnungen sind jeweils für die Versuchsgeometrie durchgeführt worden.

In der Abbildung 6.21 ist der Druckverlauf im Radialast einer Dreikanalumlenkströmung für $\Delta p^{(i)}=\text{konstant}$ dargestellt. Gut zu erkennen ist, daß der Druckverlauf in den Kanälen 1 und 2 nahezu identisch ist. An den radial-toroidalen Umlenkungen bei $x=0$ und $x=16$ zeigen sich die stärksten Abweichungen zur zweidimensionalen Mehrkanalströmung. Der Druckgradient in beiden Kanälen unterscheidet sich in jedem Punkt des Radialastes merklich von dem zweidimensionalen Druckgradienten, sodaß die Strömung in keinem Radialastquerschnitt zweidimensional ist. Der Unterschied einer Dreikanalumlenkströmung mit $\Delta p^{(i)}=\text{konstant}$

Der Unterschied einer Dreikanalumlenkströmung mit $\Delta p^{(i)} = \text{konstant}$ verglichen mit einer Einkanalströmung mit äquivalentem Aspektverhältnis und gleicher mittlerer Geschwindigkeit beträgt im Gesamtdruckverlust über die U-Umlenkung ca. 33%. Der dreidimensionale Mehrkanaleffekt im Modus $\Delta p^{(i)} = \text{konstant}$ ist jedoch deutlich kleiner als für $Q^{(i)} = \text{konstant}$. Der dreidimensionale Druckverlustanteil $\Delta p_{3D,K}$ über die U-Umlenkung entspricht dem einer zweidimensionalen Mehrkanalströmung über $d_{3D} = 8.3$ charakteristische Längen, bei $Q^{(i)} = \text{konstant}$ beträgt $d_{3D} = 10.48$.

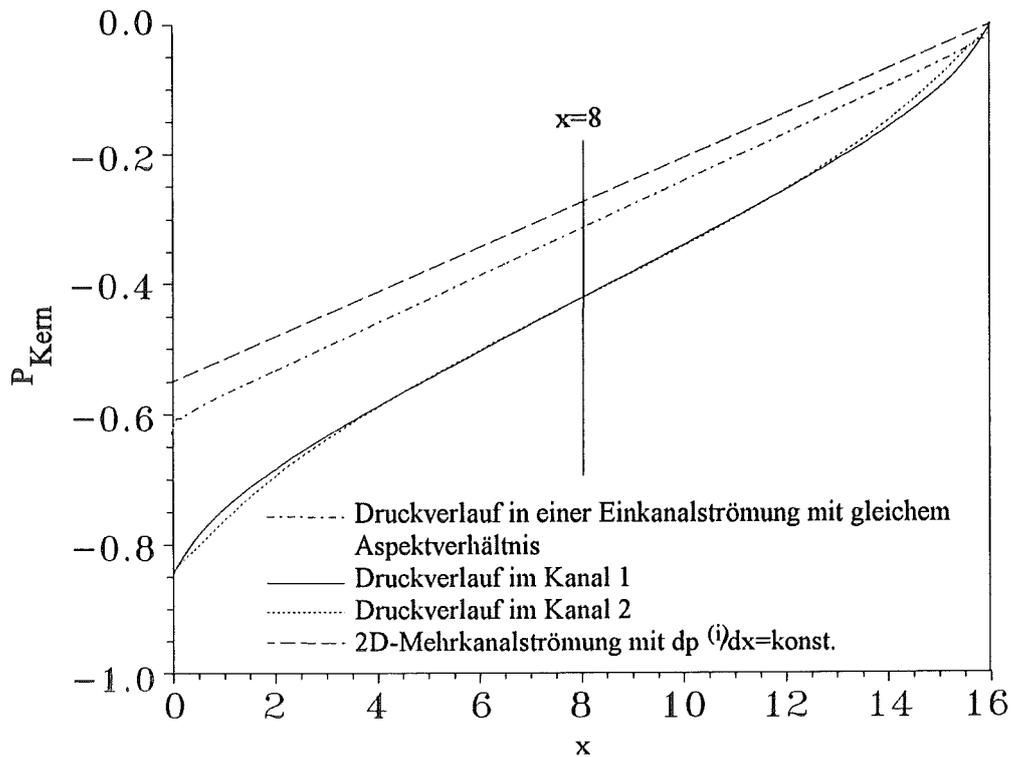


Abb. 6.21: Berechneter Druckverlauf im Radialast der Mehrkanal-U-Umlenkteststrecke bei gleichem Druckabfall in jedem Kanal ($\Delta p^{(i)} = \text{konstant}$) für drei Kanäle mit $c = 0.038$ und $\Theta_z = \beta = 0^\circ$.

Obwohl die Strömung im gesamten Radialast der Umlenkung von den eingelaufene Verhältnissen stark abweichen, unterscheiden sich die Druckgradienten in großer Entfernung von der Umlenkung im Kanal 1 und im Kanal 2 kaum. Damit verhält sich die Trennwand zwischen beiden Kanälen nahezu wie ein perfekter elektrischer Leiter, so daß die Seitenschichtgeschwindigkeitsüberhöhungen an der Trennwand der Kanäle fast verschwinden.

In der Abbildung 6.22 ist der Volumenstromanteil der Kernströmung und der Seitenschichten für die Kanäle 1 und 2 bezogen auf den Gesamtvolumenstrom einer Dreikanalströmung mit $\Delta p^{(i)} = \text{konstant}$ für die Versuchsgeometrie dargestellt.

Gut zu erkennen ist in der Abbildung, daß die Seitenschichten an der Trennwand bei $z = 1$ einen vernachlässigbaren Anteil am Gesamtvolumenstrom transportieren. Im Gegensatz zur zwei-

dimensionalen Mehrkanalströmung ist die Kerngeschwindigkeit im Kanal 1 und 2 trotz annähernd gleicher Druckgradienten verschieden.

Bei der Annäherung der Strömung an die Umlenkung treten zwischen den Kanälen 1 und zwei lokale Druckunterschiede auf. Diese bewirken elektrische Ströme in x-Richtung und führen zu einer Verdrängung des Fluids in Richtung der Seitenwände. An der Trennwand bei $z=1$ löschen sich die Axialströme in den Kanälen 1 und 2 aufgrund ihres unterschiedlichen Vorzeichens fast aus, so daß sich die Volumenströme in den Seitenschichten gegenüber denen bei größeren radialen Längen kaum ändern. An der Außenwand des Kanals 2 bei $z=3$ hingegen bewirken die Axialströme eine starke Verdrängung des Fluids in die Seitenschicht.

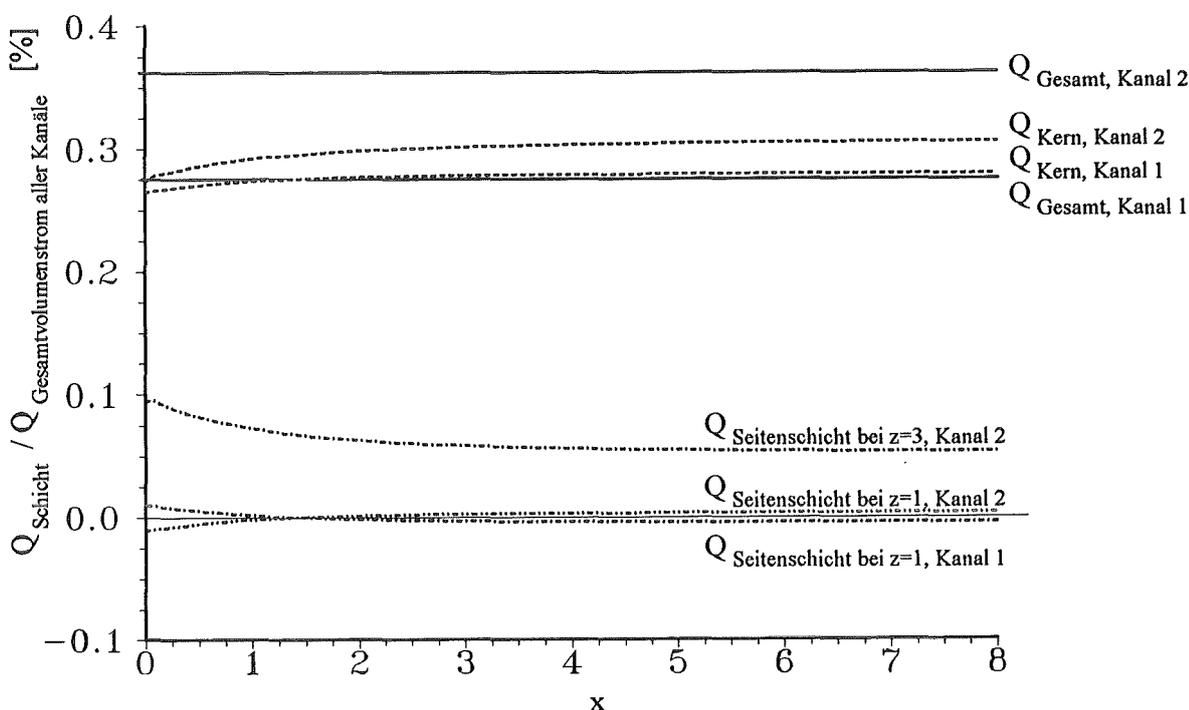


Abb. 6.22: Berechnete Volumenstromverteilung in einer Dreikanal-U-Umlenkströmung im Kanal 1 und 2 zwischen der Kernströmung und den Seitenschichten. Basis ist die Versuchsgeometrie bei den Bedingungen $\Delta p^{(i)} = \text{konstant}$, $c = 0.038$, $\Theta_z = \beta = 0^\circ$.

Wie in allen rechtwinkligen Umlenkungen in eine magnetfeldparallele Richtung trifft die Strömung bei $x=0$ in den Kanälen 1 und 2 auf die Ludford-Schicht. Dort erfolgt die Aufteilung der Strömung in die jeweiligen Grenzschichten.

Ebenso wie in der Einkanalumlernkung und der Mehrkanal-U-Umlenkung mit $Q^{(i)} = \text{konstant}$ erfolgt in den toroidalen Kanälen im Modus $\Delta p^{(i)} = \text{konstant}$ der Volumenstromtransport in Hauptströmungsrichtung in dünnen Grenzschichten entlang der magnetfeldparallelen Kanalwände. Deshalb ändert sich qualitativ die Fluidbewegung in den Strömungskernen des Toroidalastes gegenüber den anderen betrachteten Konfigurationen nicht.

Durch den unterschiedlichen Volumenstrom in den Kanälen 1 und 2 ändern sich aber die Größenordnungen des Fluiddurchsatzes in den einzelnen Grenzschichten. Durch einen Vergleich der Dreikanalströmung mit $\Delta p^{(i)} = \text{konstant}$ mit dem Fall $Q^{(i)} = \text{konstant}$ sowie mit einer Einkanal-U-Umlenkung mit gleichem Aspektverhältnis und gleichem Volumenstrom werden die wesentlichen Unterschiede deutlich.

In der Einkanalumlenkströmung erlaubt das Fehlen der Trennwände eine "freie" Verteilung des Fluids in die Seitenschichten bereits vor der Umlenkkante. Dadurch fließt im Radialast weniger Fluid als bei den Mehrkanalumlenkströmungen. Als Folge ergibt sich ein kleinerer dreidimensionaler Druckverlust als in den anderen Anordnungen. Die dreidimensionale Druckverlustlänge d_{3D} ist klein.

Durch die freie Fluidumverteilung im Kanal ist die Geschwindigkeit der Kernströmung an der Umlenkung kleiner als in den anderen Fällen. Dadurch ist das Potential an der ersten Wand geringer und als Resultat ist der Volumenstrom in der Grenzschicht an der ersten Wand kleiner als in den Mehrkanalfällen.

In der Mehrkanal-U-Umlenkung mit $\Delta p^{(i)} = \text{konstant}$ verhindern die Trennwände eine "freie" Fluidumverteilung in Richtung der äußeren Seitenwände.

Im Gegensatz zum Modus $Q^{(i)} = \text{konstant}$ fließt im inneren Kanal 1 weniger Fluid und gleichzeitig fließt in den Seitenschichten des Kanals 2 mehr Fluid. Dadurch ist insgesamt der Anteil des Fluids, der den hohen Lorentz-Kräften ausgesetzt ist im Modus $\Delta p^{(i)} = \text{konstant}$ kleiner als für $Q^{(i)} = \text{konstant}$. Als Resultat ergibt sich ein kleinerer dreidimensionaler Druckverlust, d_{3D} ist kleiner.

Durch den kleineren Kernvolumenstrom in den Kanälen 1 und 2 ist das induzierte Potential an der ersten Wand kleiner als für $Q^{(i)} = \text{konstant}$ und als Konsequenz ist der Volumenstrom in der Grenzschicht an der ersten Wand geringer.

In der Tabelle 6.2 sind die prozentualen Volumenstromanteile der Grenzschichten der Toroidalkanäle bezogen auf den Gesamtvolumenstrom aller Kanäle dargestellt. Um eine Kompatibilität der Ergebnisse herzustellen, ergeben sich die Volumenströme der Grenzschichten an der ersten und zweiten Wand aus der Summe der Kanäle 1 und 2.

Modus	Einkanalströmung mit $2b=6$	$\Delta p^{(i)}=\text{konstant}$ Dreikanal	$Q^{(i)}=\text{konstant}$ Dreikanal
Volumenstrom in den Grenzschichten bezogen auf den Gesamtvolumenstrom aller Kanäle $Q_{\text{Schicht}}/Q_{\text{gesamt}} [\%]$			
$y=2$: zweite Wandschicht Q_2/Q_{gesamt}	10.5	11.9	12.0
erste Wandschicht Q_1/Q_{gesamt}	25.6	42.6	43.4
$y=12$ zweite Wandschicht Q_2/Q_{gesamt}	-43.8	-71.5	-73.6
erste Wandschicht Q_1/Q_{gesamt}	65.3	112.3	115.0
dreidimensionale Länge d_{3D}			
Kanal 1	3.05	8.3	10.48
Kanal 2	-	8.3	7.18

Tabelle 6.2: Vergleich der berechneten, prozentualen Volumenstromanteile der Grenzschichten an der ersten und zweiten Wand aller Kanäle bezogen auf den Gesamtvolumenstrom für eine Einkanalumlenkung mit $b=3$, eine Dreikanalumlenkung mit $\Delta p^{(i)}=\text{konstant}$ beziehungsweise $Q^{(i)}=\text{konstant}$, sowie ein Vergleich der dreidimensionalen Längen d_{3D} in den Kanälen i zwischen den Meßpositionen 1.2 und 1.5 für eine die angesprochenen Konfigurationen. Basis für die berechneten Werte ist die Versuchsgeometrie mit $c=0.038$, $Q^{(i)}=\text{konstant}$ und $\Theta_2=0^\circ$.

6.4.2 Meßergebnisse für die Mehrkanalumlenkung mit $\Delta p^{(i)}=\text{konstant}$

6.4.2.1 Potentialmessung auf den Kanalwänden

Die elektrische Potentialverteilung auf den Kanalwänden ist an den gleichen Meßstellen untersucht worden wie für den Modus $Q^{(i)}=\text{konstant}$. Die Meßpositionen sind soweit nicht in den Ergebnisabbildungen illustriert der Abbildung 4.12 zu entnehmen.

In den Abbildungen 6.23 und 6.24 sind die Potentialverteilungen auf der Hartmann-Wand des Radialastes und auf der ersten Wand des Toroidalastes für verschiedene Hartmann-Zahlen beziehungsweise für unterschiedliche Interaktionsparameter dargestellt.

Außer im direkten Bereich der Umlenkante (für Positionen $x \leq 0$ und Positionen $y < 2$) ist die Übereinstimmung mit den berechneten Verläufen aus dem Kernströmungsmodell überaus gut. Ein Einfluß der Hartmann-Zahl oder des Interaktionsparameters auf die Wandpotentiale ist dort nicht erkennbar.

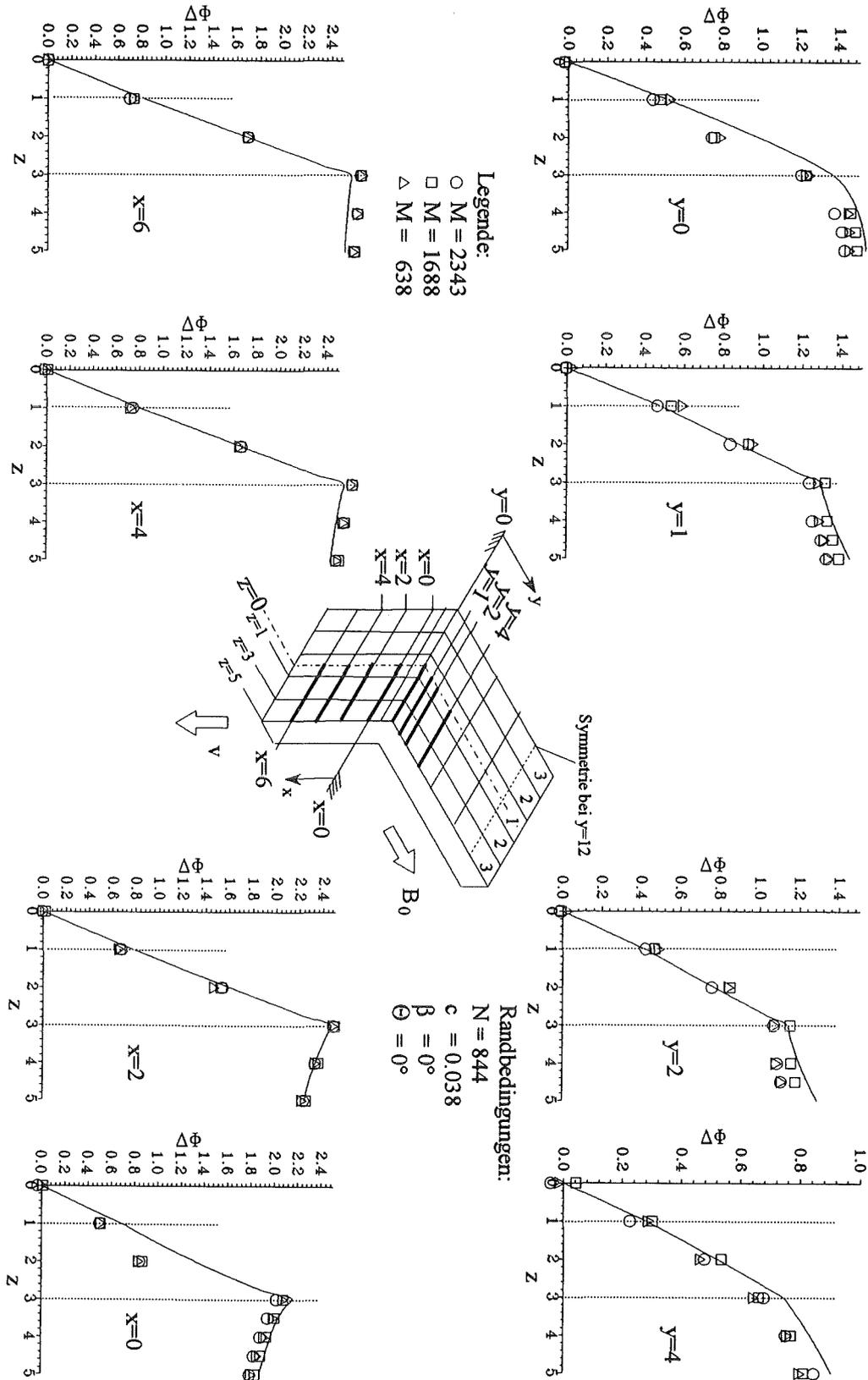


Abb. 6.23: Dimensionslose Wandpotentiale auf der Hartmann-Wand des Radialastes und der ersten Wand des Toroidalastes für eine Dreikanalulenkströmung mit $\Delta p^{(i)} = \text{konstant}$, $N=844$, $c=0.038$ und $\Theta_z = \beta = 0^\circ$. Das Strukturmaterial für der nicht durchströmten Kanäle für $3 \leq |z| \leq 5$ ist in der mit Linien (—) dargestellten Rechnung mitberücksichtigt.

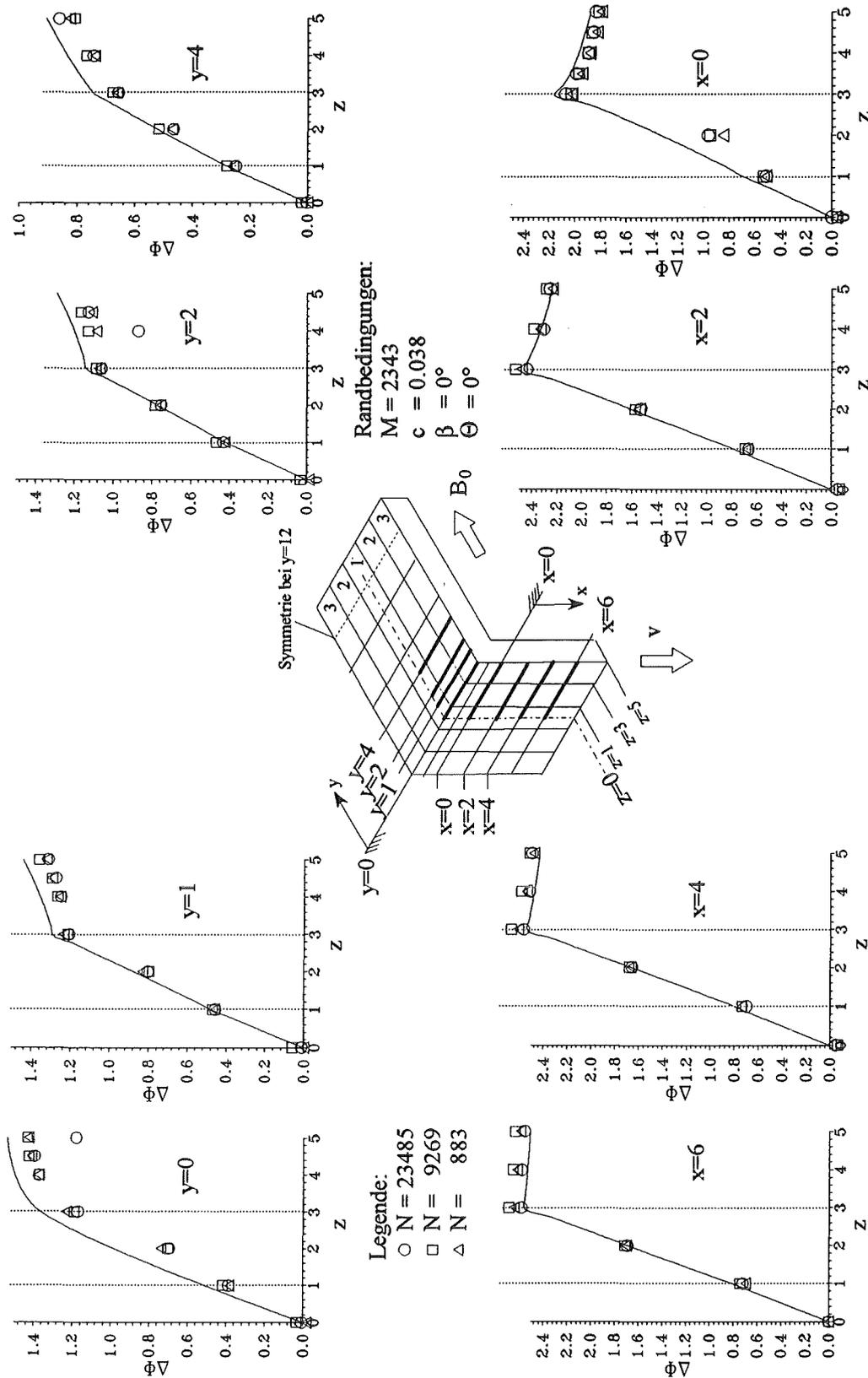


Abb. 6.24: Dimensionslose Wandpotentiale auf der Hartmann-Wand des Radialastes und der ersten Wand des Toroidalastes für eine Dreikanalulenkströmung mit $\Delta p^{(i)} = \text{konstant}$, $M=2343$, $c=0.038$ und $\Theta_z = \beta = 0^\circ$. Das Strukturmaterial für der nicht durchströmten Kanäle für $3 \leq |z| \leq 5$ ist in der mit Linien (—) dargestellten Rechnung mitberücksichtigt.

Die Messungen deuten damit an, daß sich die Strömung im untersuchten Parameterfeld außer im unmittelbaren Bereich der Kante weitgehend trägheits- und reibungsfrei verhält.

Im unmittelbaren Bereich der Umlenkante ist zwar keinerlei Abhängigkeit von N und M meßbar, aber die experimentellen Daten differieren von den numerischen. Insbesondere in der Mitte des Kanals 2 bei $z=2$ ist das gemessene Potential merklich niedriger als das berechnete. Das elektrische Potential auf den Wänden der nicht durchströmten Kanäle 3 ($3 \leq |z| \leq 5$) ist, wie in den Abbildungen 6.23 und 6.24 zu sehen ist, nicht konstant. Es ergibt sich damit wie im Fall $Q^{(i)} = \text{konstant}$ ein Stromfluß auf den Kanalwänden der nicht durchströmten Kanäle, der die Fluidbewegung in den durchströmten Kanälen beeinflusst.

6.4.2.2 Volumenstrommessung und Druckmessungen in den Kanälen

Durch eine Variation der Hartmann-Zahl und des Interaktionsparameters bei der Einstellung eines gleichen Druckverlusts in den Kanälen 1 und 2 zwischen den Meßpositionen i.2 und i.5 ergibt sich im Experiment keine Änderung der Volumenstromverteilung zwischen den Kanälen 1 und 2.

Die gemessene Volumenstromverteilung zwischen den Kanälen 1 und 2 entspricht nahezu der mit dem Kernströmungsmodell ermittelten Verteilung. Sie unterscheidet sich merklich von der einer zweidimensionalen Mehrkanalströmung, in der ein Verhältnis von $Q^{(2)}:Q^{(1)}=1.11:1$ ermittelt wird, während in der dreidimensionalen Umlenkströmung $Q^{(2)}:Q^{(1)}=1.31:1$ gemessen und berechnet wird. In der Abbildung 6.25 ist die Volumenstromverteilung in den Kanälen 1 und 2 bezogen auf den Gesamtvolumenstrom aller Kanäle dargestellt.

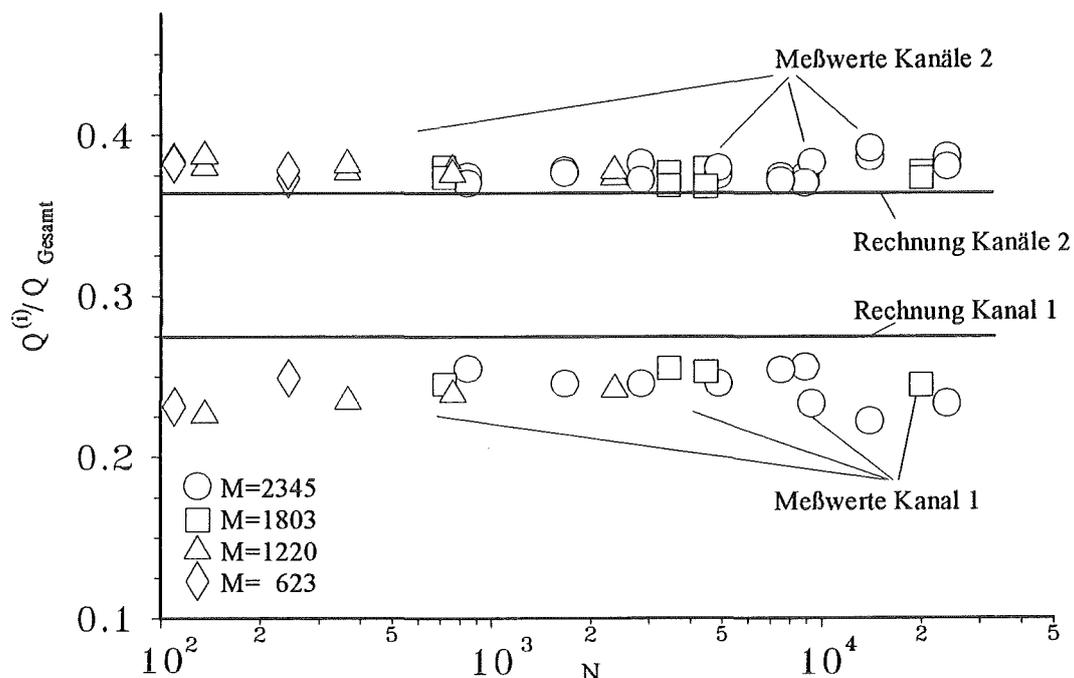


Abb. 6.25: Volumenstromanteil in den Kanälen 1 und 2 bezogen auf den Gesamtvolumenstrom als Funktion des Interaktionsparameters bei verschiedenen Hartmann-Zahlen für eine Dreikanalumlenkströmung mit $\Delta p^{(i)} = \text{konstant}$, $c=0.038$, $\Theta_z = \beta = 0^\circ$.

Die Unabhängigkeit der Volumenstromverteilung zwischen den Kanälen 1 und 2 von der Hartmann-Zahl und dem Interaktionsparameter im untersuchten Parameterfeld bedeutet nun nicht, daß der zwischen den Meßpositionen i.2 und i.5 eingestellte Druckverlust unabhängig von diesen Größen ist. Vielmehr wird in den Druckmessungen zwischen diesen Meßpositionen eine starke Abhängigkeit der Druckdifferenz vom Interaktionsparameter festgestellt.

In der Abbildung 6.26 ist die dimensionslose Druckdifferenz zwischen den Positionen i.2 und i.5 der Kanäle 1 und 2 normiert mit der mittleren Geschwindigkeit aller Kanäle über $N^{-1/3}$ aufgetragen.

Dabei zeigt sich wie in allen Umlenkexperimenten, daß der Trägheitsdruckverlust $\Delta p_{3D,N}$ proportional zu $N^{-1/3}$ ist. Eine Analyse der Druckdifferenzmessung in den Experimenten von Reimann et al. (1992, 1993b) in einer Dreikanalumlenkströmung bestätigt diese Abhängigkeit. Eine Abhängigkeit der Druckdifferenz von der Hartmann-Zahl wird nicht gefunden.

Der trägheitsfreie Druckverlust des Kernströmungsmodells wird bei den größten gemessenen Interaktionsparametern ($N \approx 27.000$) noch nicht erreicht. Der gemessene Druckverlust liegt bei diesem N ca. 12% über dem errechneten Wert. Dennoch ergibt sich bei einer Extrapolation der Meßwerte für $N \rightarrow \infty$ der berechnete Wert des Druckverlusts.

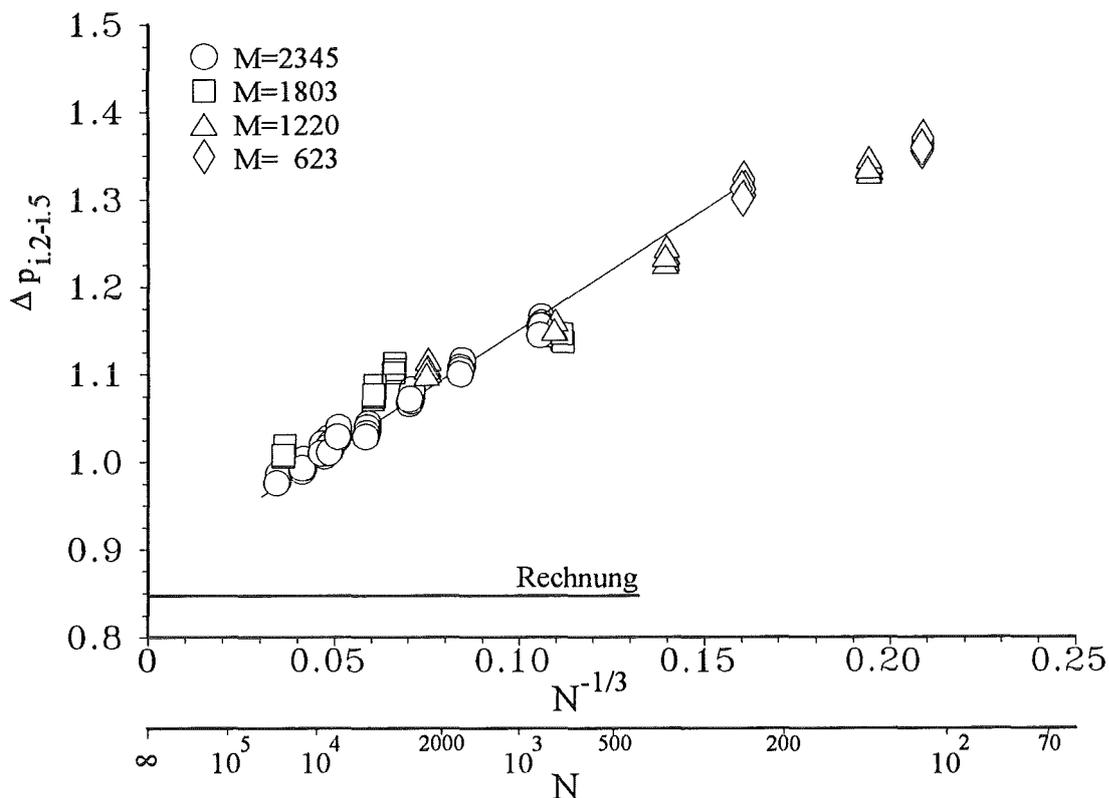


Abb. 6.26: Dimensionslose Druckverluste einer Dreikanalumlenkströmung zwischen den Meßpunkten i.2 und i.5 in den Kanälen 1, 2 normiert mit der mittleren Geschwindigkeit aller Kanäle bei verschiedenen Hartmann-Zahlen als Funktion von $N^{-1/3}$. Bedingungen: $\Delta p^{(i)} = \text{konstant}$, $c = 0.038$ und $\Theta_z = \beta = 0^\circ$.

Die gute Übereinstimmung der experimentell gemessenen Volumenstromverteilung mit der berechneten Verteilung läßt den Schluß zu, daß die großräumigen elektrischen Ströme, die für die Fluidverteilung zwischen den Kanälen verantwortlich sind, vom trägheits- und reibungsfreien Modell korrekt erfaßt werden. Damit folgt unmittelbar, daß sich die Strömung im größten Teil des Strömungsgebiets weitgehend trägheits- und reibungsfrei verhält. Diese Aussage findet Unterstützung in der Potentialverteilung auf den Kanalwänden, die bis auf den direkten Bereich der Umlenkante unabhängig von Hartmann-Zahl und Interaktionsparameter ist. Aus den Volumenstrommessungen und den Potentialverteilungen auf den Wänden ergibt sich konsequenterweise, daß die Strömung in den Kanälen in Form einer Schichtenstruktur, bestehend aus Seitenschichten und einer reibungs- und trägheitsfreien Kernströmung, aufgebaut ist. Die gemessene Trägheitsabhängigkeit des Druckverlustes kann man damit wie in den zuvor betrachteten Umlenkproblemen auf trägheitsbehaftete Seitenschichten zurückführen. Ebenso wie für den Modus $Q^{(i)}=\text{konstant}$ bewirkt der Stromfluß in den trägheitsbehafteten Seitenschichten einen Trägheitsdruckverlust $\Delta p_{3D,N}$, der proportional zu $N^{-1/3}$ ist. Da der trägheitsbehaftete elektrische Stromfluß in den Seitenschichten nicht auf einen Kanal beschränkt ist, wirkt er sich auf jeden Kanal in gleicher Weise aus.

6.4.3 Vergleich einer Einkanalumlenkströmung mit den Mehrkanalumlenkströmungen

Der Vergleich der Mehrkanalumlenkströmung mit $\Delta p^{(i)}=\text{konstant}$ beziehungsweise mit $Q^{(i)}=\text{konstant}$ mit einer Einkanalströmung, deren Breite b und mittlere Geschwindigkeit mit denen der Mehrkanalfälle vergleichbar ist zeigt die wesentlichen Unterschiede der Strömungsformen auf.

Die Abbildung 6.27 zeigt den Druckverlust über eine Dreikanal-U-Umlenkung im mittleren Kanal 1 normiert mit der mittleren Geschwindigkeit aller Kanäle als Funktion des Interaktionsparameters bei verschiedenen Hartmannzahlen für die drei Fälle.

Der Druckverlust im Mittelkanal für den Modus $Q^{(i)}=\text{konstant}$ ist für alle Hartmann-Zahlen und Interaktionsparameter größer als für den Modus $\Delta p^{(i)}=\text{konstant}$. Beide Mehrkanalumlenk-konfigurationen $\Delta p^{(i)}=\text{konstant}$ und $Q^{(i)}=\text{konstant}$ zeigen in der Rechnung einen größeren Druckabfall als eine entsprechende Einkanalumlenkung.

Anhand einer einfachen Überlegung kann dies leicht veranschaulicht werden. In der Einkanalumlenkung ist die Strömung durch eine 'freie' Fluidumverteilung in der Lage, sich den Weg um die Umlenkungen mit der geringsten Ohmschen Dissipation zu suchen. Die Strömung realisiert dies durch eine Absenkung der Geschwindigkeit im Kern und einer Erhöhung des Volumenstroms in den Seitenschichten.

Durch das Einbringen der Trennwände wird die Fluidumverteilung behindert. Die Konfiguration mit gleichen Druckabfall in jedem Kanal ($\Delta p^{(i)}=\text{konstant}$) kommt der Einkanalumlenkung am nächsten. Auf die Umlenkungen reagiert das Mehrkanalsystem im Modus $\Delta p^{(i)}=\text{konstant}$ mit einer Erhöhung des Fluidvolumenstroms in den Außenkanälen und einer Absenkung des Volumenstroms im Mittelkanal. Der Volumenstrom im Mittelkanal 1 ist jedoch

deutlich größer als im entsprechenden Querschnitt der Einkanalumlénkung. Damit ergibt sich eine größere Ohmsche Dissipation und folglich ein größerer Druckverlust als in der entsprechenden Einkanalumlénkung.

Im Modus $Q^{(i)}=\text{konstant}$ wird dem System durch eine gleiche Geschwindigkeit in jedem Kanal der größte Zwang aufgeprägt. Das Fluid ist lediglich lokal in der Lage sich umzuverteilen. Im Vergleich mit den anderen Fällen ergibt sich der größte Druckverlust.

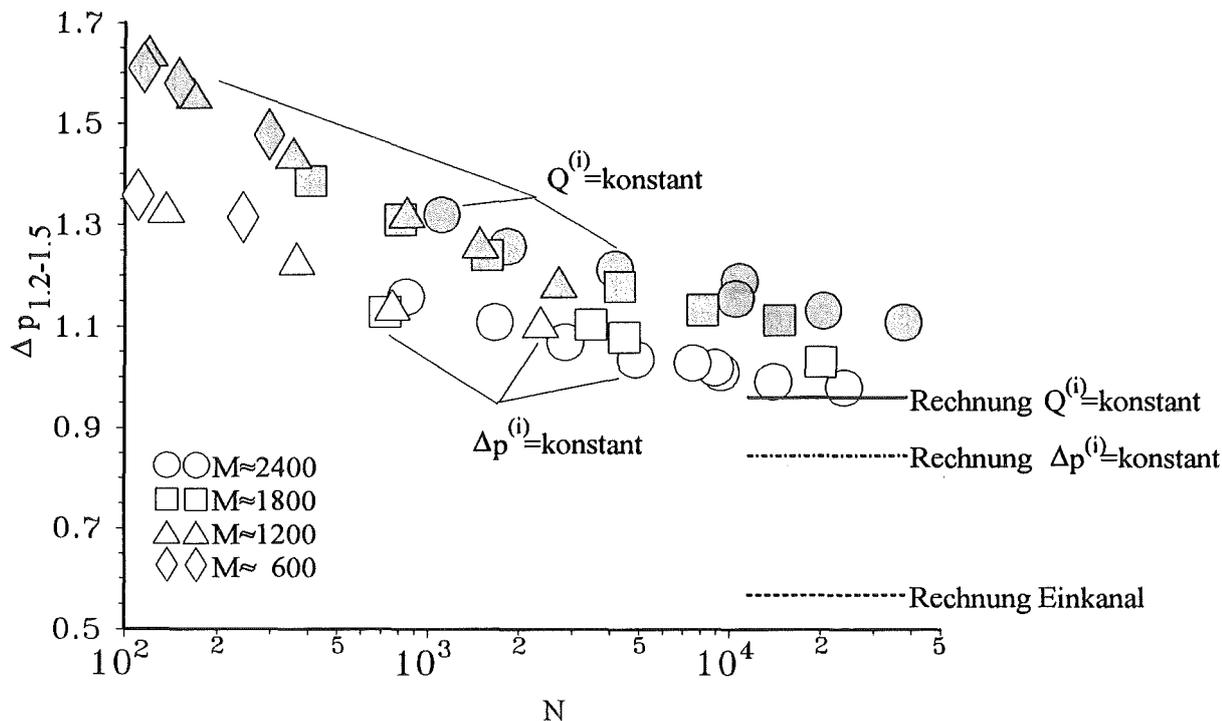


Abb. 6.27: Dimensionsloser Druckverlust über eine Dreikanal-U-Umlénkung im Kanal 1 zwischen den Meßpositionen 1.2 und 1.5 als Funktion des Interaktionsparameters bei verschiedenen Hartmann-Zahlen. Die Werte des Modus $Q^{(i)}=\text{konstant}$ sind grau gefüllt. Basis für die Rechnungen ist die Versuchsgeometrie mit $c=0.038$ und $\Theta_z=\beta=0^\circ$.

In der Abbildung 6.28 ist der Druckverlust im Kanal 1 als Funktion der Anzahl elektrisch gekoppelter Umlénkungen für mehrere Interaktionsparameter bei einer Hartmann-Zahl $M \approx 2400$ dargestellt.

Ähnlich wie für den Modus $Q^{(i)}=\text{konstant}$ (, siehe Abbildung 6.17, Seite 114) steigt im Modus $\Delta p^{(i)}=\text{konstant}$ der Druckverlust im Kanal 1 linear mit der Anzahl elektrisch gekoppelter Umlénkungen an. Der Anstieg ist jedoch aufgrund der im vorangegangenen diskutierten Gründe merklich kleiner als für $Q^{(i)}=\text{konstant}$. Ein Grenzwert des Druckverlusts im Kanal 1 für große Kanalanzahlen ist für den untersuchten Bereich nicht zu erkennen. Der gesamte Druckverlust im Kanal 1 liegt jedoch wegen der durch die Trennwand unterbundenen Fluidumverteilung deutlich über dem einer entsprechenden Einkanalumlénkung. Ähnlich wie für den

Modus $Q^{(i)}=\text{konstant}$ wächst mit sinkendem Interaktionsparameter der Einfluß von Trägheitskräften auf den Druckverlust.

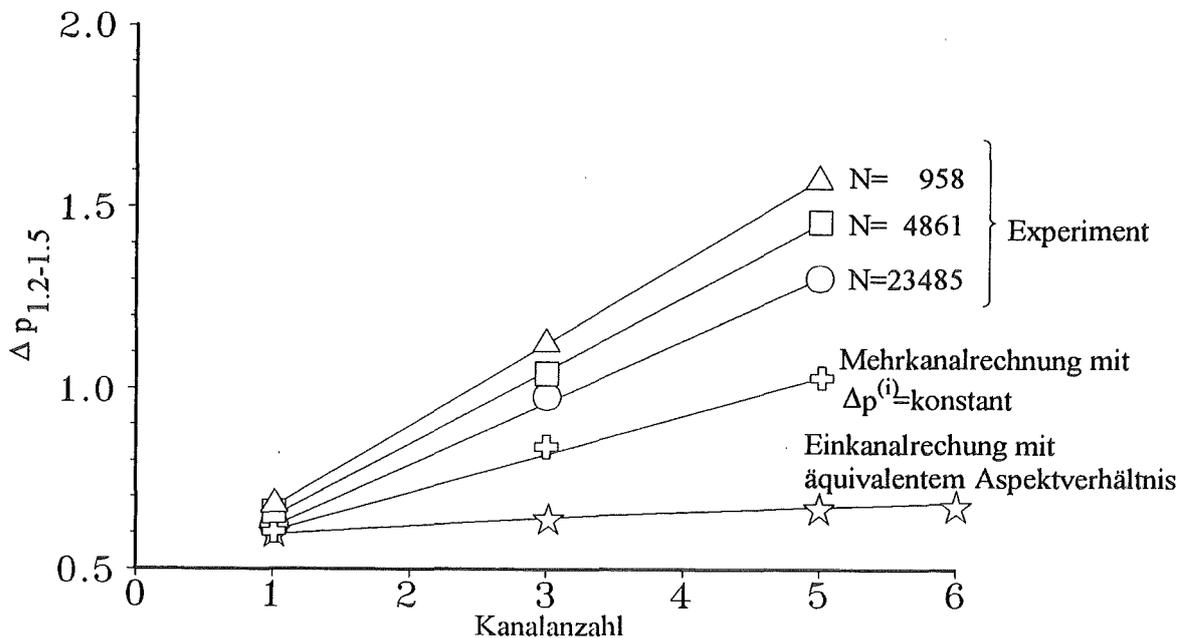


Abb. 6.28: Dimensionsloser Druckverlust im Kanal 1 zwischen den Meßpositionen 1.2 und 1.5 als Funktion der Anzahl elektrisch gekoppelter U-Umlenkungen für $\Delta p^{(i)}=\text{konst.}$, $c=0.038$ und $\Theta_z=\beta=0^\circ$. Im Experiment beträgt $M=2402$. Die berechneten Daten sind mit dem Kernströmungsmodell ermittelt worden.

6.4.4 Zusammenfassung der Ergebnisse bei gleichem Druckabfall in jedem Kanal

Das Trägheits- und Reibungseinflüsse vernachlässigende Kernströmungsmodell berechnet auch für den Modus $\Delta p^{(i)}=\text{konstant}$ den Druckverlust im trägheitsfreien Fall mit guter Genauigkeit. An dieser Stelle muß jedoch betont werden, daß selbst bei Interaktionsparametern von $N=23485$ trägheitsfreie Verhältnisse noch nicht erreicht sind. Der Abstand zum trägheitsfreien Grenzwert beträgt dann immerhin noch ca. 30% (Fünfkanalströmung).

Dabei zeigen die elektrischen Potentialverteilungen auf den Wänden mit Ausnahme des unmittelbaren Bereichs der Umlenkante eine gute Übereinstimmung mit dem Kernströmungsmodell. Dort werden keine Einflüsse von Hartmann-Zahl und Interaktionsparameter ermittelt. Direkt an der Umlenkante hingegen werden sowohl qualitativ als auch quantitativ dieselben Abweichungen zwischen Experiment und Theorie ermittelt wie für den Modus $Q^{(i)}=\text{konstant}$.

Die Verteilung der Volumenströme zwischen dem Kanal 2 und dem Kanal 1 im Modus $\Delta p^{(i)}=\text{konstant}$, die im Experiment gemessen wird, entspricht der mit dem Kernströmungsmodell berechneten. Diese Volumenstromverteilung ist für den untersuchten Parameterbereich ($600 \leq M \leq 2.400$ und $100 \leq N \leq 27.000$) unabhängig von der Hartmann-Zahl und dem Interaktionsparameter. Diese Ergebnis zeigt, daß die globalen Ströme, die für die Volumenstromverteilung zwischen den Kanälen verantwortlich sind, vom Modell korrekt erfaßt werden.

Der eingestellte Druckabfall in jedem Kanal zwischen den Meßpunkten 1.2 und 1.5 ist jedoch nicht unabhängig vom Interaktionsparameter. Der zusätzliche Druckverlust durch Trägheitsinflüsse $\Delta p_{3D,N}$ ist wie in allen untersuchten Umlenkströmungen proportional zu $N^{-1/3}$. Mit steigender Anzahl elektrisch gekoppelter Umlenkungen wächst der Einfluß von Trägheitskräften auf den Druckverlust. Die Gesamtdruckverluste über die U-Umlenkung und die Trägheitsdruckverluste sind im Fall $\Delta p^{(i)} = \text{konstant}$ verglichen mit dem Modus $Q^{(i)} = \text{konstant}$ bei gleichen Bedingungen (N, M) merklich geringer, da die Strömung in der Lage ist, den hohen Lorentz-Kräften durch einen erhöhten Fluiddurchsatz in den Außenkanälen und einen verminderten Durchsatz in den Mittelkanälen entgegenzuwirken.

Dennoch wächst der Druckverlust im Mittelkanal einer Mehrkanalumlenkung mit $\Delta p^{(i)} = \text{konstant}$ wie für $Q^{(i)} = \text{konstant}$ sowohl in der Theorie als auch im Experiment linear mit der Anzahl der gekoppelten Umlenkungen an. Eine Abweichung vom linearen Anstieg mit wachsender Kanalanzahl kann sowohl im Experiment als auch in der Rechnung nicht ermittelt werden.

6.5 Einkanalumlenkung mit stagnierendem Fluid in den Nachbarkanälen

Durch mechanische Blockagen kann es zu Strömungszuständen kommen, bei denen ein Kanal keinen Massendurchsatz hat, in den Nachbarkanälen jedoch Fluid strömt.

Im weiteren werden symmetrische Fälle betrachtet, bei denen im Kanal 1 Fluid strömt, und die benachbarten Kanäle 2 mit Fluid gefüllt sind, aber deren Volumenstrom über die U-Umlenkung null ist.

Zunächst wird der durchströmte Mittelkanal 1 betrachtet.

Durch das Fluid der nicht durchströmten Nachbarkanäle verhält sich die Trennwand bei $z = \pm 1$ für den Kanal 1 zunächst wie eine gut leitende Seitenwand. Als Folge werden die Geschwindigkeitsüberhöhungen in den Seitenschichten im Kanal an der Trennwand kleiner als für den Fall nicht gefüllter Nachbarkanäle. Die Strömungsgeschwindigkeit der Kernströmung im Kanal 1 steigt an. Die Kerngeschwindigkeit bei $x=8$ beträgt ca. 5% mehr als für den Fall nicht gefüllter Nachbarkanäle. Das Geschwindigkeitsprofil im radialen Abschnitt des Kanals 1 ist an verschiedenen x -Positionen in der Abbildung 6.29a dargestellt.

Das Fluid in den Kanälen 2 erniedrigt den Ohmschen Widerstand der gesamten Umlenkung und bewirkt dadurch bei gleicher induzierter Spannung im Kanal 1 einen erhöhten Stromfluß. Als Resultat des erhöhten Stromflusses ergibt sich im Kanal 1 ein größerer Druckverlust. Der Druckverlust liegt für die Versuchsgeometrie um ca. 14% über dem Wert der Einkanalumlenkung ohne Nachbarkanäle.

In den Kanälen 2 bilden sich an den Trennwänden aufgrund des Potentialsprungs zwischen der Trennwand und den Strömungskernen der Kanäle 2, siehe Abschnitt 6.1, Geschwindigkeits-

überhöhungen in den Seitenschichten aus, die einen Volumenstrom entgegengesetzt zur Hauptströmungsrichtung des Kanals 1 tragen.

Um die Kontinuitätsgleichung in den Kanälen 2 über dem Querschnitt zu erfüllen, ergeben sich Fluidbewegungen in den Strömungskernen der Kanäle 2. Der Mittelkanal 1 wirkt damit als MHD-Generator für seine Nachbarkanäle und pumpt in diesen das Fluid. Durch die Fluidzirkulation in den Strömungskernen der Kanäle 2 ergeben sich in diesen kleine Druckdifferenzen. In der Versuchsgeometrie beträgt diese dimensionslose Druckdifferenzen zwischen den Meßpositionen 2.2 und 2.5 $\Delta p_{2.2-2.5} = 0.135$.

Abhängig von den durch die Umlenkung im Kanal 1 induzierten Ströme treten an verschiedenen x-Positionen im Radialast der Kanäle 2 die in der Abbildung 6.6b dargestellten Geschwindigkeitsprofile auf.

Aufgrund der Fluidzirkulation in den Kanälen 2 ergeben sich wiederum elektrische Wechselwirkungen mit dem Mittelkanal 1, sodaß sich der Fall eines durchströmten Kanals mit gefüllten aber nicht durchströmten Nachbarkanälen prinzipiell von dem Fall unterscheidet, in dem der Kanal 1 "nur" eine Seitenwand höherer Leitfähigkeit besitzt.

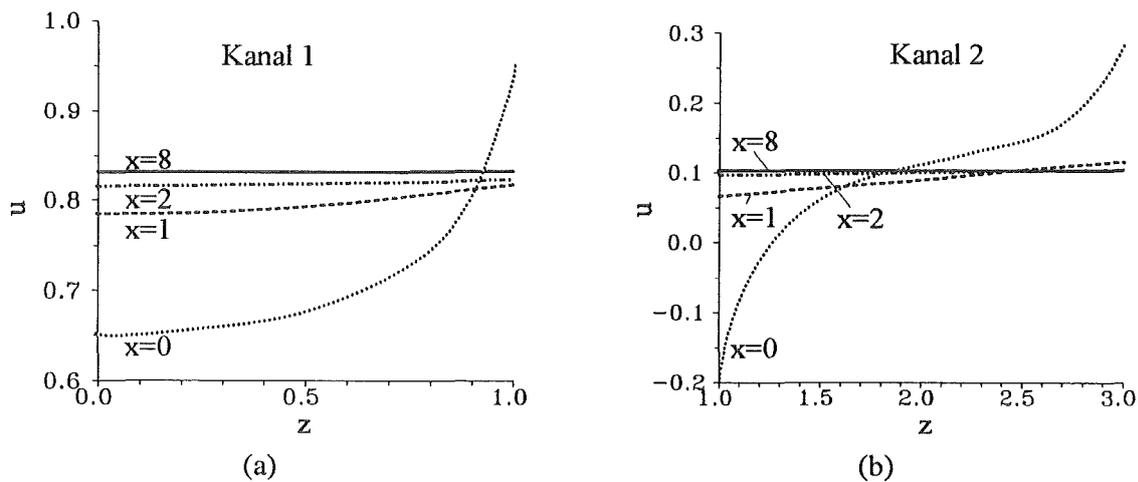


Abb. 6.29: Berechnete Geschwindigkeitsprofile an verschiedenen Positionen x im Radialast der Mehrkanalumlenkteststrecke, wenn der Mittelkanal mit der Kanal 1 durchströmmt wird und in den Kanälen 2 der mittlere Volumenstrom null ist, für $c=0.038$, $\Theta_z=\beta=0^\circ$. Die Geschwindigkeit in den Seitenschichten sind nicht dargestellt. (a) Berechnetes Geschwindigkeitsprofil im Kanal 1. (b) Berechnetes Geschwindigkeitsprofil im Kanal 2.

In der Abbildung 6.30 sind die berechneten und die gemessenen Druckverluste im Kanal 1 zwischen den Meßpositionen 1.2 und 1.5 für einen durchströmten Kanal mit je einem gefüllten aber nicht durchströmten Nachbarkanal dargestellt. Zum Vergleich ist eine Einkanalströmung ohne Fluid in den benachbarten Kanälen dargestellt.

Für sehr große Interaktionsparameter strebt der gemessene Druckverlust dem mit dem Kernströmungsmodell berechneten Wert zu. Beim größten gemessenen Interaktionsparameter ($N \approx 8000$) beträgt die Differenz zum asymptotischen Grenzwert jedoch noch mehr als 17%. Der trägheitsbehaftete Druckverlust $\Delta p_{3D,N}$ ist wie in allen untersuchten Umlenkgeometrien proportional zu $N^{-1/3}$. Durch die gefüllten Nachbarkanäle steigt der Einfluß der Trägheitskräfte auf den Druckverlust in der Umlenkung gegenüber dem Fall ohne Nachbarn.

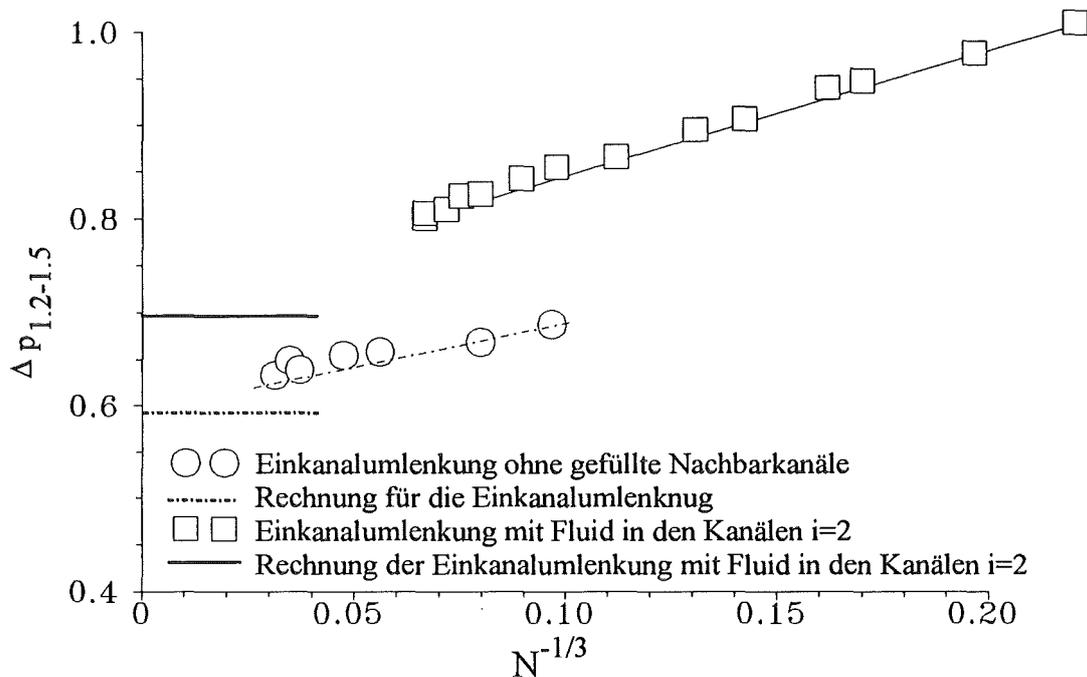


Abb. 6.30: Dimensionsloser Druckverlust zwischen den Meßpositionen 1.2 und 1.5 als Funktion von $N^{-1/3}$ für eine Einkanal-U-Umlenkung ohne Fluid in den Nachbarkanälen ($M \approx 2400$) und für eine Einkanal-U-Umlenkung mit gefüllten aber nicht durchströmten Nachbarkanälen 2 ($M \approx 1800$) für $c=0.038$ und $\Theta_z = \beta = 0^\circ$.

6.6 Möglichkeiten zur Reduktion von Mehrkanaleffekten

Die im vorangegangenen diskutierten Mehrkanaleffekte führen zu Druckverlusten, die insbesondere durch einen mit steigender Kanalanzahl immer größer werdenden Trägheits-einfluß erheblich über denen eines einzelnen Kanals liegen. Damit ergibt sich im Hinblick auf die hydraulische Auslegung radial-toroidaler Umlenkungen für den Einsatz in einem Fusions-blanket die Notwendigkeit, Mehrkanaleffekte durch eine geeignete elektrische Separierung der Kanäle zu unterbinden.

Von Reimann et al. (1992, 1993b) ist die in Abbildung 6.31a schematisch dargestellte Geometrie untersucht worden.

Die grau unterlegten Flächen bestehen aus einer Plexiglasstruktur, auf die eine Kupferfolie geklebt ist. Die Kanäle sind im gesamten radialen Teil elektrisch vollständig voneinander

getrennt. Zusätzlich sind die Kanäle an ersten Wand zwischen $y=0$ und $y=2$ Kanäle in ähnlicher Form wie im Radialast separiert. An der ersten Wand für $y \geq 2$ bestehen alle Kanalwände aus elektrisch leitendem Material. In dieser Anordnung finden die Autoren in dem von ihnen untersuchten Parameterbereich $M \approx 1600$ und $100 \leq N \leq 3000$ eine Unterdrückung von Mehrkanalumleneffekten.

Eine Überlegung, die Mehrkanaleffekte in Umlenkungen zu reduzieren, ohne die Kanäle vollständig elektrisch zu separieren besteht darin, den elektrischen Stromfluß über die Trennwände zu unterbinden. Die Hoffnung ist, lediglich durch das Einfügen eines Isolationsmaterials zwischen die Trennwände, bei verbleibender elektrischer Kopplung der Kanäle an den Hartmann-Wänden, den Stromfluß in z -Richtung zwischen den Kanälen zu reduzieren. Dieses Gedankenmodell ist mit der in Abbildung 6.31b dargestellten Ausführung realisiert worden. Die geometrischen Abmessungen entsprechen der Mehrkanalumlenkteststrecke aus Abbildung 4.11, Kapitel 4.

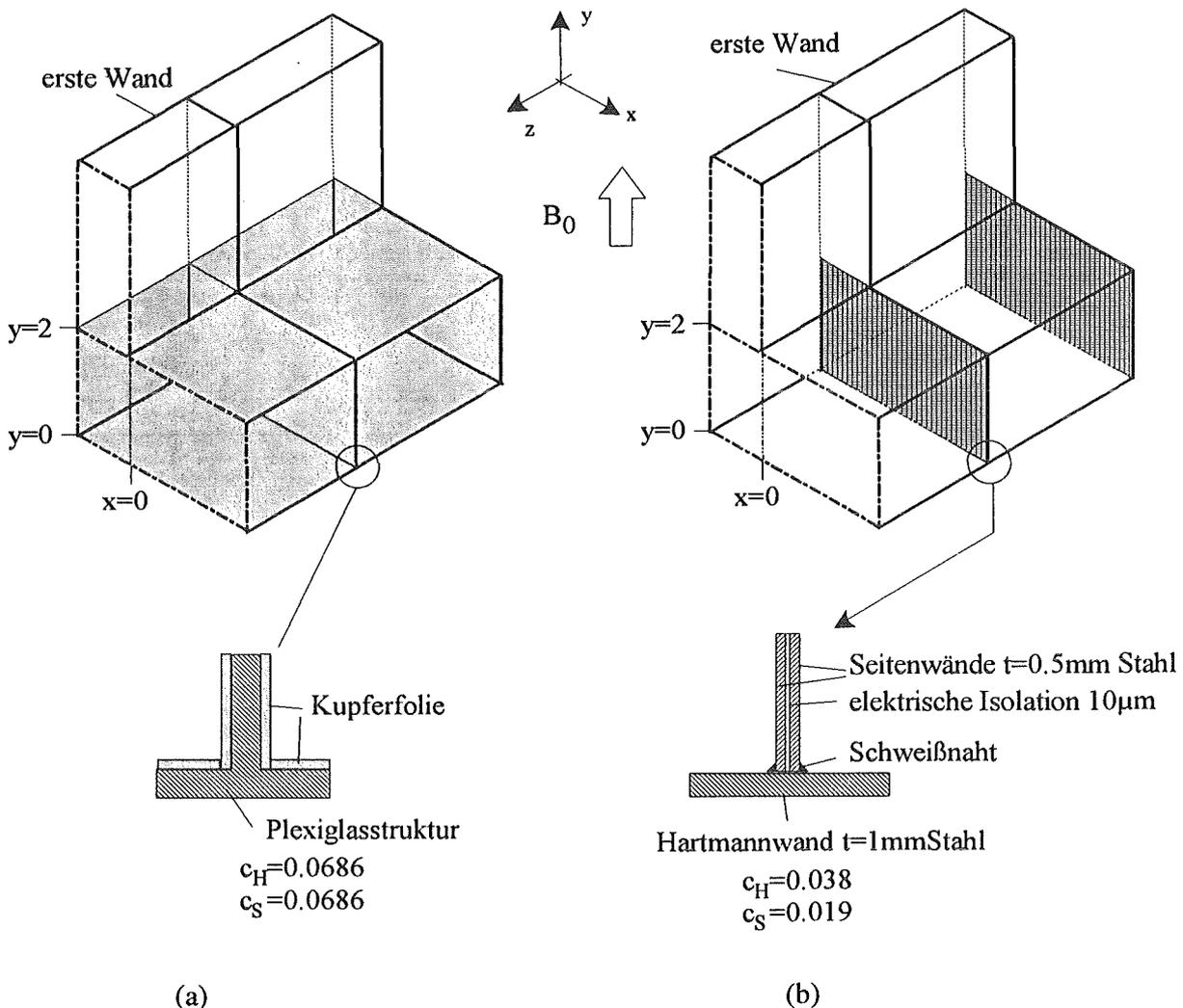


Abb. 6.31: Schemaskizzen zu experimentell untersuchten Mehrkanal-U-Umlenkgeometrien, in die elektrisch isolierende Teilelemente zur Verminderung von Mehrkanaleffekten eingefügt sind. (a) Von Reimann et al. (1992, 1993b) untersuchte Geometrie. (b) Vom Autor untersuchte Geometrie.

Da die Elimination von Mehrkanalumenkeffekten wesentlich auf eine gleichmäßige Belastung des Strukturmaterials sowie einer homogenen Kühlung eines Blanketsegments abzielt, beschränkt sich die Darstellung der experimentellen Ergebnisse auf den Fall $Q^{(i)}=\text{konstant}$.

6.6.1 Potentialmessung auf den Kanalwänden

Die Abbildung 6.32 zeigt die gemessene Isopotentialverteilung einer Dreikanalströmung mit $Q^{(i)}=\text{konstant}$ auf der Hartmann-Wand des Radialastes für den Fall, in dem die Trennwände elektrisch leitend sind (oberes Bild a), und für den Fall, in dem die Trennwände eine elektrische Separation besitzen (unteres Bild b).

In beiden Messungen sind die Randbedingungen nahezu identisch. Die Messungen sind an den gleichen Meßpositionen durchgeführt worden.

Im mittleren Kanal 1 ist die Potentialverteilung in beiden Teststreckenkonfigurationen bis in die Nähe der Umlenkung (bei $x=0$) weitgehend gleich. In den äußeren Kanälen 2 hingegen ist im separierten Fall die absolute Größe des induzierten Potentials um ca. 30% niedriger als ohne Separation.

Die Äquipotentiallinien sind im separierten Fall auch für größere radiale Lauflängen in den durchströmten Kanälen nicht parallel. Damit deutet sich an, daß dreidimensionale elektrische Ströme bis weit in den Radialast hineinreichen und sich auf die Strömung auswirken.

Ähnlich wie im Fall ohne Separation ist das Potential auf den Kanalwänden der nicht durchströmten Kanäle nicht konstant, so daß elektrische Ströme fließen, die eine Rückwirkung auf die durchströmten Kanäle haben.

In der Abbildung 6.33 ist die gemessene Isopotentiallinienverteilung auf der ersten Wand einer Dreikanalströmung in der Versuchsgeometrie mit elektrisch leitenden Radialkanälen (oberes Bild a) und mit separierten Radialkanälen (unteres Bild b; die Stoßkanten separierten Wände auf der ersten Wand sind dick markiert) für den Modus $Q^{(i)}=\text{konstant}$ dargestellt.

Gut zu erkennen ist in der Abbildung daß die Potentialverteilung auf der ersten Wand für den Kanal 1 in beiden Fällen nahezu identisch ist. Durch die elektrische Separation auf den Trennwänden bei $z=\pm 1$ und $z=\pm 3$ ist der Stromfluß zwischen dem Kanal 1 und den Kanälen 2 im Bereich $0 \leq y \leq 2$ gegenüber dem nicht separierten Fall deutlich verkleinert. Dies manifestiert sich im unteren Bild in einer weniger dichten Isolinienverteilung in den Kanälen 2. Für $y \geq 2$ ergeben sich aber auf der ersten Wand elektrische Stromkomponenten, die vom Kanal 1 in die Kanäle 2 übertreten, so daß Mehrkanaleffekte durch den Stromfluß zu erwarten sind.

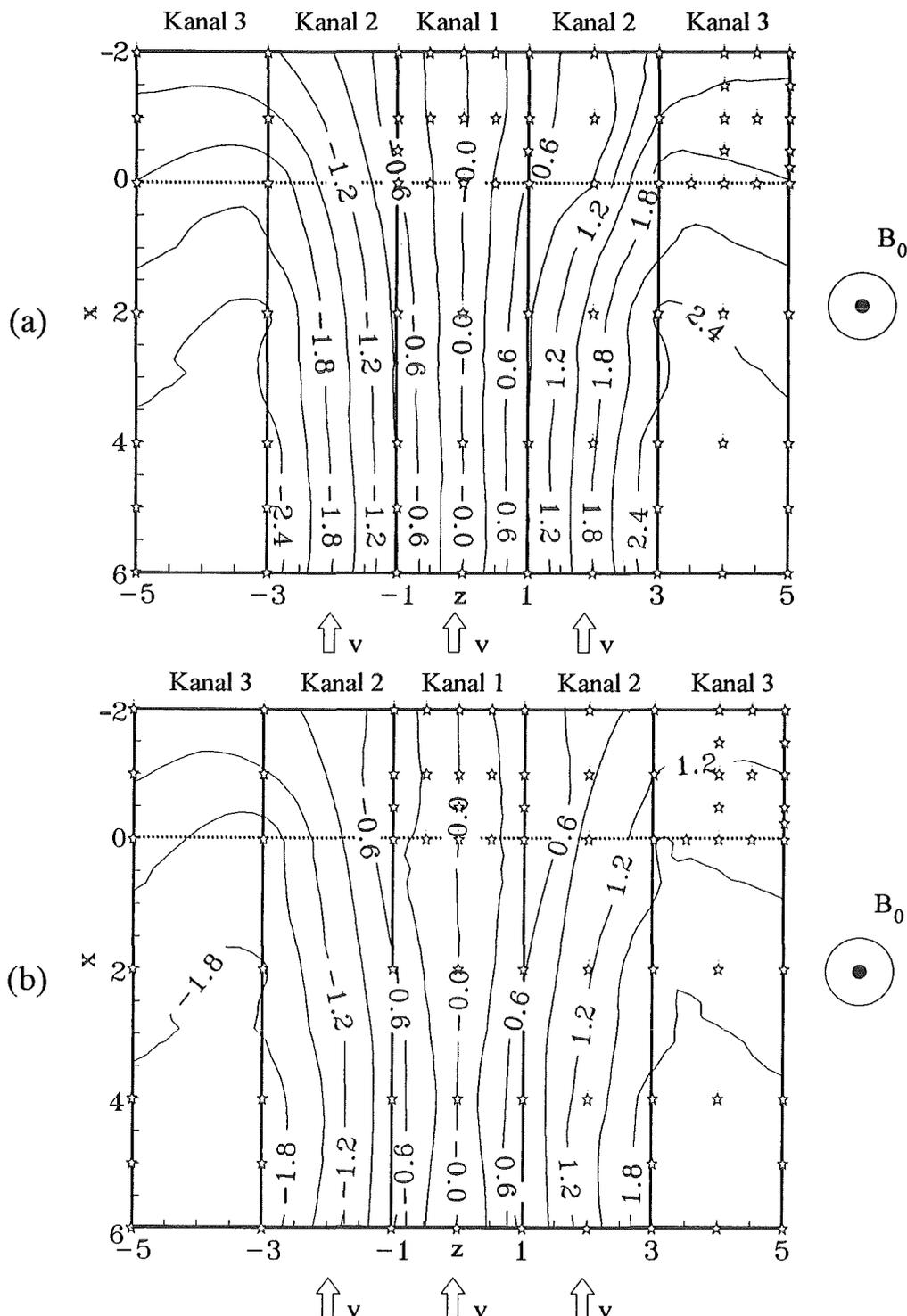


Abb. 6.32: Gemessene Isolienverteilung des elektrischen Wandpotentials auf der Hartmann-Wand einer Dreikanal-U-Umlenkung für $Q^{(i)}=\text{konstant}$, $M\approx 2400$, $N\approx 13900$, $\Theta_z=0^\circ$, Isolienabstand $\Delta\Phi=0.3$. Die Kanäle 3 werden nicht durchströmt. Die Potentialmeßpositionen sind mit Sternen (☆) gekennzeichnet. (a) Fünfkanalteststrecke, in der alle Wände eine identische Wandstärke besitzen, so daß $c_H=c_S=0.038$. (b) Teststrecke mit Separation der Trennwände bei $z=\pm 1, \pm 3, \pm 5$. Die Hartmann-Wandleitfähigkeit ist $c_H=0.038$, an den Seitenwänden ist $c_S=0.019$.

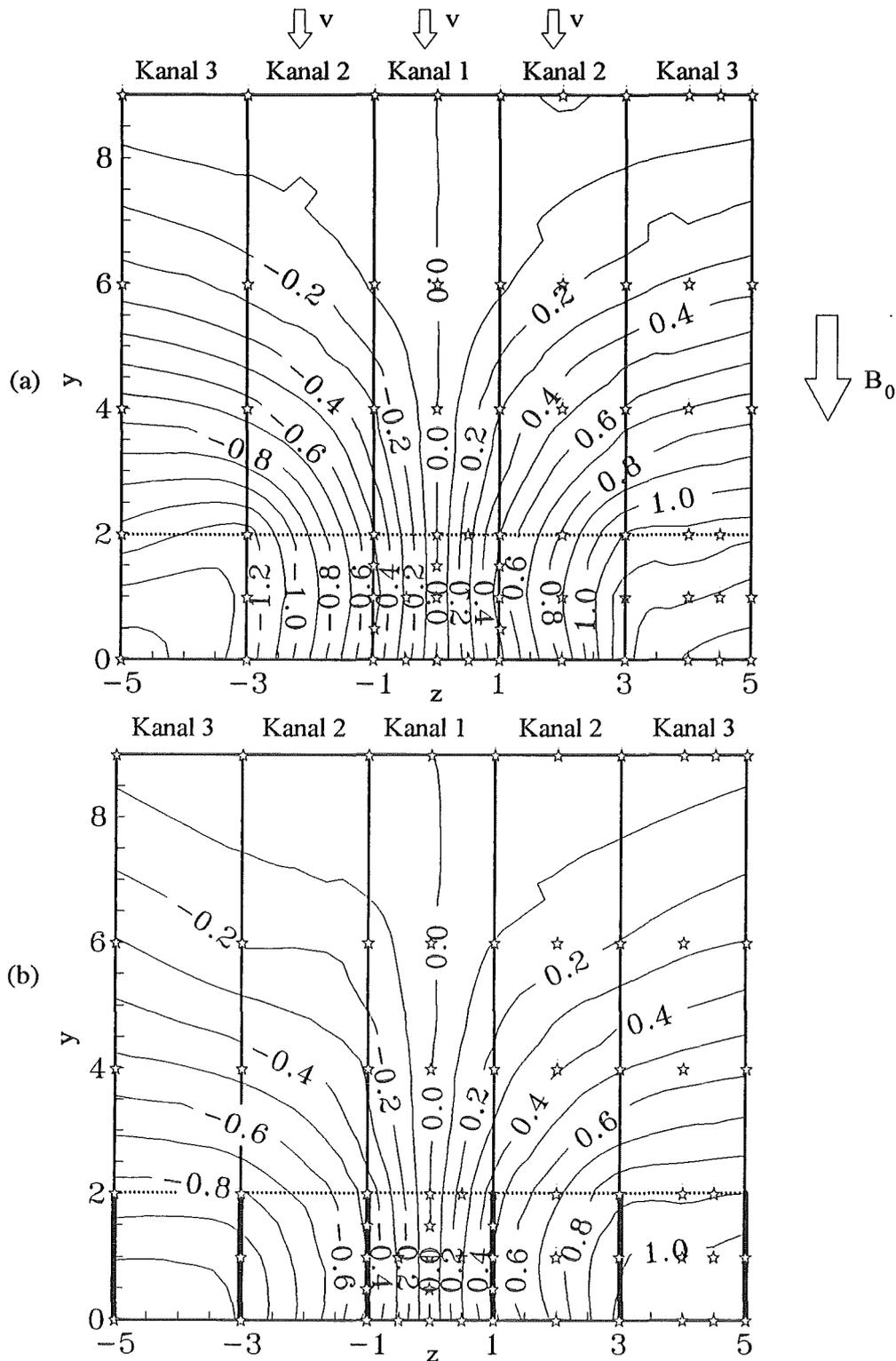


Abb. 6.33: Gemessene Isolienverteilung des elektrischen Wandpotentials auf der ersten Wand einer Dreikanal-U-Umlenkung für $Q^{(i)} = \text{konstant}$, $M \approx 2400$, $N \approx 13900$, $\Theta_z = 0^\circ$, Isolienabstand $\Delta\Phi = 0.1$. Die Kanäle 3 werden nicht durchströmt. Die Potentialmeßpositionen sind mit Sternen (\star) gekennzeichnet. (a) Fünfkanalteststrecke, in der alle Wände eine identische Wandstärke besitzen, so daß $c_H = c_S = 0.038$. (b) Teststrecke mit Separation der Trennwände bei $z = \pm 1, \pm 3, \pm 5$. Die Hartmann-Wandleitfähigkeit ist $c_H = 0.038$, an den Seitenwänden ist $c_S = 0.019$.

Auf eine Darstellung des Einflusses der Hartmann-Zahl und des Interaktionsparameters auf die Wandpotentiale wird in diesem Zusammenhang verzichtet. Die experimentellen Daten zeigen, daß außer im direkten Bereich der Umlenkung kein Einfluß von Hartmann-Zahl und Interaktionsparameter auf die Wandpotentiale im untersuchten Parameterbereich zu erkennen ist. Im Bereich der Umlenkante entsprechen die Hartmann-Zahlabhängigkeiten und Interaktionsparameterabhängigkeiten der Wandpotentiale qualitativ dem in Kapitel 6.3.2.1 diskutierten Fall ohne Separation.

6.6.2 Druckmessung in den Kanälen

Die in der Abbildung 6.34 dargestellten Druckdifferenzmessungen im Radialast einer Dreikanalströmung mit $Q^{(i)}=\text{konstant}$ zwischen den Meßpositionen 1.1 und 1.2 zeigen, daß dreidimensionale Mehrkanaleffekte bis weit in den Radialast hineinreichen. Der gemessene Druckverlust beim größten untersuchten Interaktionsparameter liegt um ca. 50% über dem einer zweidimensionalen Einkanalströmung. Die Trägheitsabhängigkeit des Druckverlustes ist an diesen Positionen noch nicht abgeklungen. Der trägheitsbehaftete Anteil des Druckverlustes $\Delta p_{3D,N}$ ist proportional zu $N^{-1/3}$.

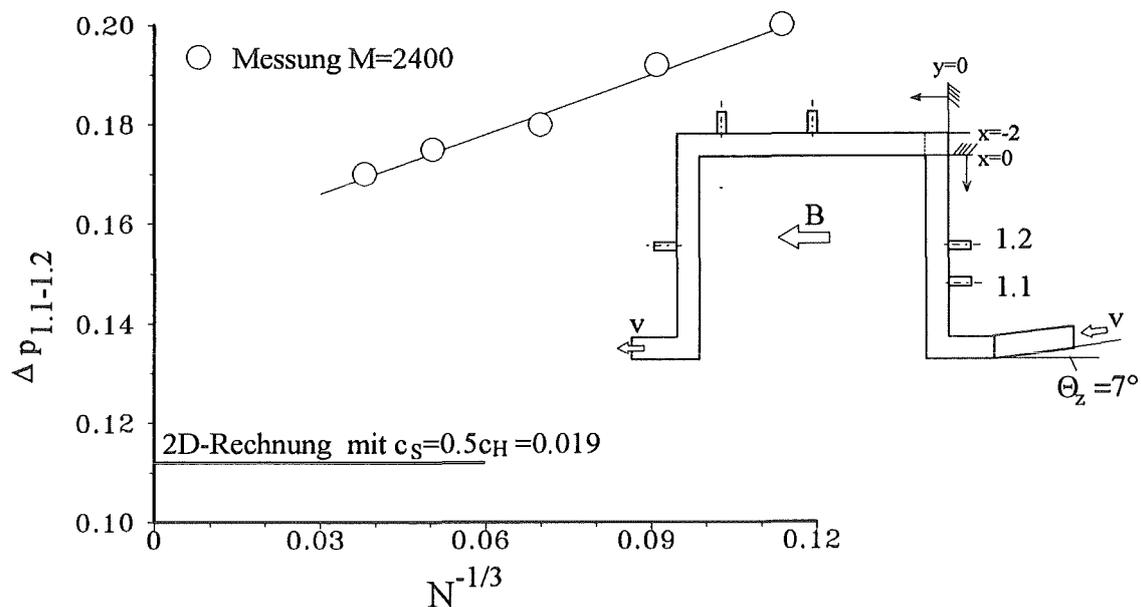


Abb. 6.34: Dimensionsloser Druckverlust im Kanal 1 einer Dreikanalströmung mit elektrisch separierten Radialkanälen bei $Q^{(i)}=\text{konstant}$ zwischen den Meßpositionen 1.1 und 1.2 für die Hartmann-Zahl $M=2400$ als Funktion des Interaktionsparameters im Vergleich mit dem berechneten Wert einer zweidimensionalen Einkanalströmung bei $c_S=0.5c_H=0.019$ und $\Theta_z=\beta=0^\circ$.

Wie aus der Abbildung 6.34 zu erkennen ist, rührt die merkliche Diskrepanz zwischen den berechneten und gemessenen Druckdifferenzen im Radialast daher, daß trotz der Separation der Radialkanäle signifikante Mehrkanaleffekte auftreten.

In der Abbildung 6.35 ist der dimensionslose Druckverlust über die Umlenkung für die Kanäle 1 ($i=1$) und 2 ($i=2$) zwischen den Meßpositionen $i.2$ und $i.5$ als Funktion von $N^{-1/3}$ aufgetragen. Der trägheitsbehaftete Anteil des Druckverlustes skaliert in jedem Kanal mit $N^{-1/3}$.

Sinkt der Interaktionsparameter unter einen Wert von $N \approx 100$ geht diese Abhängigkeit aus den gleichen Gründen wie im nicht separierten Fall verloren. Eine Abhängigkeit des Druckverlusts von der Hartmann-Zahl wird im untersuchten Parameterbereich nicht gefunden.

Bei einem Interaktionsparameter von $N \approx 750$ ist der Druckverlust im Kanal 1 für den Fall separierter Kanäle größer als der mit dem Kernströmungsmodell berechnete Druckverlust für das nicht separierte Umlenkensystem, siehe Abbildung 6.12, Seite 108.

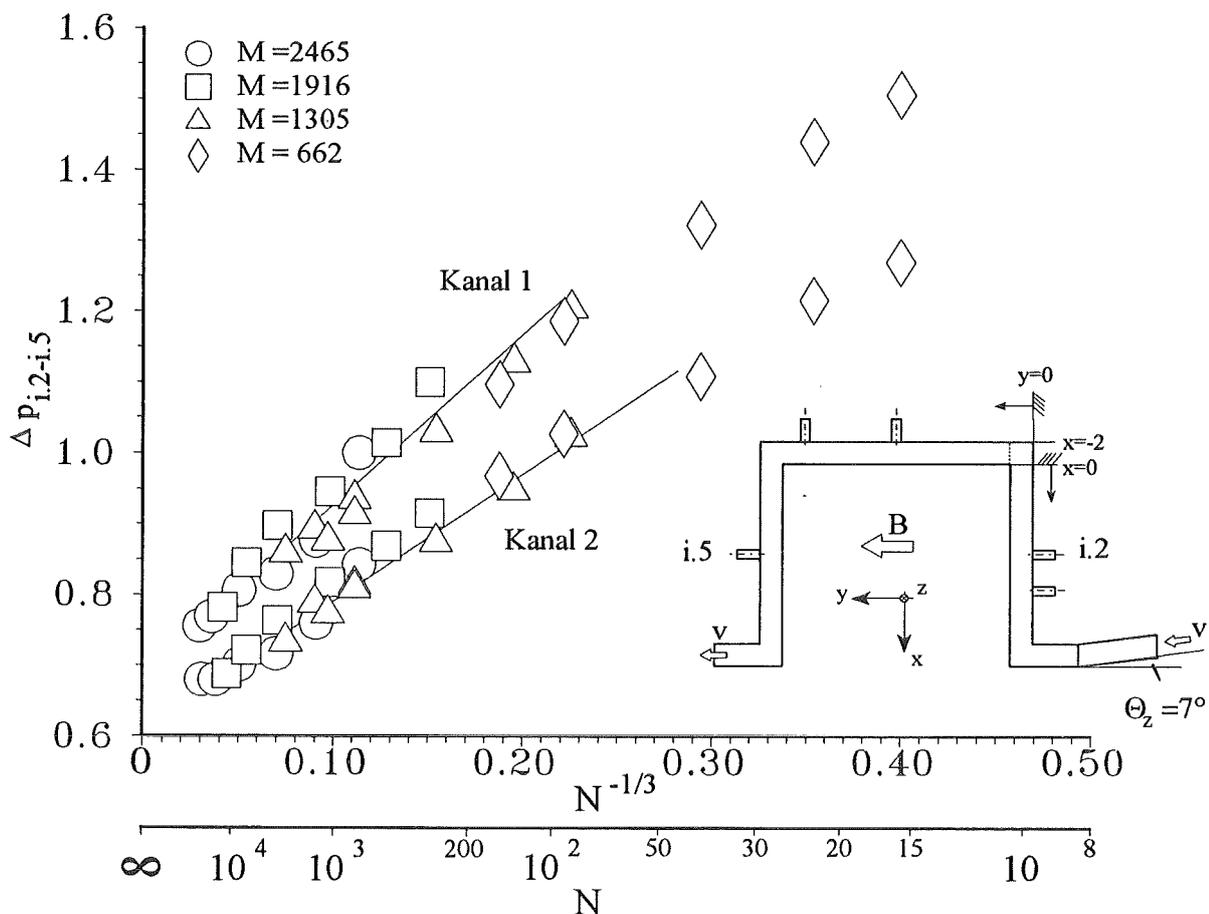


Abb. 6.35: Dimensionsloser Druckverlust einer Dreikanalströmung zwischen den Meßpunkten $i.2$ und $i.5$ in den Kanälen 1 ($i=1$) und 2 ($i=2$) als Funktion des Interaktionsparameters bei verschiedenen Hartmann-Zahlen für $Q^{(i)} = \text{konstant}$ und separierten Radialkanälen bei $\Theta_z = \beta = 0^\circ$.

Auslöser für die gemessenen Mehrkanaleffekte sind vermutlich dreidimensionale Ströme, die sich an der ersten Wand und an der zweiten Wand sowie im Toroidkanal für $y \geq 2$ kurzschließen können. Diese dreidimensionalen Ströme können über alle Kanäle ungehindert auf der Hartmann-Wand des Radialabschnitts fließen.

Diese These wird durch die gemessene Potentialverteilung auf der Hartmann-Wand des Radialastes sowie auf der ersten Wand erhärtet. Die gegenüber dem Fall nicht separierter Wände gemessene Minderung der Mehrkanaleffekte ergibt sich dadurch, daß der Kurzschlußweg der Ströme durch die Separation ansteigt. Dieser Anstieg bedeutet ein Anwachsen des Ohmschen Widerstands, der sich in einem kleineren Druckverlust und Mehrkanaleffekt niederschlägt.

Technisch von Bedeutung im Hinblick auf die hydraulische Auslegung ist, in welchem Maß sich der zu erwartende Druckverlust durch die Separierung speziell im hoch belasteten Mittelkanal reduziert. Desweiteren ist von wesentlichem Interesse, ob sich durch die Separation die Charakteristik des linearen Druckanstiegs im hoch belasteten Mittelkanal mit linear anwachsender Kanalanzahl, die bei nicht separierten Kanälen festgestellt worden ändert.

Die Abbildung 6.36a zeigt, daß mit anwachsender Kanalanzahl der Druckverlust im Kanal 1 trotz Separierung weiterhin linear ansteigt und sich damit gegenüber dem nicht separierten Fall keine Änderung in der Charakteristik ergibt.

In der Abbildung 6.36b ist das Verhältnis des Druckverlustes des separierten Falles gegenüber dem nicht separierten Fall für den Kanal 1, gemessen zwischen den Meßpositionen 1.2 und 1.5, als Funktion des Interaktionsparameters aufgetragen. Dabei zeigt sich, daß durch die Separation eine Reduktion des Druckverlustes in der Dreikanalströmung um ca. 25-30% und in der Fünfkanalströmung um ca. 35-40% realisiert worden ist.

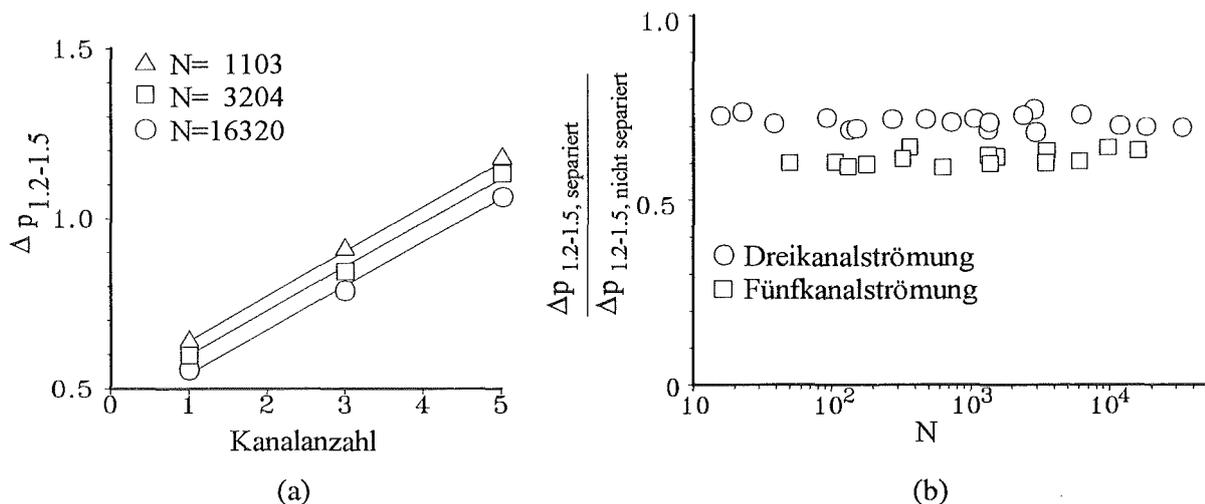


Abb. 6.36: Dimensionslose Druckverluste im Kanal 1 zwischen den Meßpositionen 1.2 und 1.5 für eine Mehrkanal-U-Umlenkung mit $Q^{(i)}=\text{konstant}$ und $\Theta_z=\beta=0^\circ$.

(a) Dimensionsloser Druckverlust als Funktion der Kanalanzahl. (b) Verhältnis des Druckverlusts zwischen der Anordnung mit elektrisch separierten Radialkanälen zu der Anordnung mit elektrisch leitenden Kanalwänden.

7. Zusammenfassung und Schlußbemerkungen

In dieser Arbeit werden experimentelle Ergebnisse zu magnetohydrodynamische Strömungen in radial-toroidalen Ein- und Mehrkanalumlenkungen für fusionstypische Hartmann-Zahlen und Wandleitparameter präsentiert. Die experimentellen Befunde werden mit numerischen Ergebnissen, die mit dem Reibungs- und Trägheitseffekte vernachlässigenden Kernströmungsmodell erzielt worden sind, verglichen.

Es zeigt sich in allen Ein- und Mehrkanalgeometrien, daß sich Trägheitskräfte in einem signifikanten Maß auf den in einer Umlenkung auftretenden Druckverlust auswirken. Der zusätzliche Druckverlust durch Trägheitseffekte ist in Ein- und Mehrkanalumlenkströmungen proportional zu $N^{-1/3}$. Der Trägheitsdruckverlust kann dabei die Größe des trägheitsfreien Druckverlusts erreichen oder gar übertreffen.

Aus den Experimenten ergibt sich, daß der Einfluß der Hartmann-Zahl auf den Druckverlust gegenüber dem Interaktionsparameter von untergeordneter Rolle ist.

Einkanalumlenkströmungen

In der Einkanalkrümmersströmung zeigen die Ergebnisse aus der Druck- und der Wandpotentialmessung, daß das Kernströmungsmodell in der Lage ist, bei großen Hartmann-Zahlen ($M \approx 8.000$) und Interaktionsparametern ($N \approx 10^5$) die Strömung mit guter Genauigkeit zu beschreiben.

Für den fusionstypischen Anwendungsrahmen aber, insbesondere für Interaktionsparameter im Bereich von $N \leq 10^4$, haben Trägheitseffekte einen merklichen Einfluß auf den Druckverlust. Aus den Potentialmessungen auf den Wänden geht hervor, daß in diesem Interaktionsparameterbereich die Strömung im größten Teil des Kanalquerschnitts, der als Kern bezeichnet wird, reibungs- und trägheitsfrei ist. Auf den magnetfeldparallelen Seitenwänden ist ein Einfluß von Trägheitskräften auf das elektrische Wandpotential meßbar. Das Seitenwandpotential ist proportional zu $N^{-1/3}$. Die gefundene Abhängigkeit erhärtet die aus einer asymptotischen Betrachtung von Hunt und Leibovich (1967) sowie Hunt und Holroyd (1977) abgeleitete These, daß für den trägheitsbehafteten Druckverlust lediglich Seitenschichten der Dicke $\delta \sim N^{-1/3}$ verantwortlich sind, während sich das restliche Strömungsgebiet weitgehend trägheits- und reibungsfrei verhält.

Der Einfluß der Hartmann-Zahl auf den Druckverlust in einem Krümmer ist klein, solange die Hartmann-Zahl $M \gg 1$ ist. Im Experiment zeigt sich ein kleiner Einfluß der Hartmann-Zahl. Der zusätzliche Druckverlust durch eine Änderung der Hartmann-Zahl ist proportional zu $M^{-1/2}$.

Bei MHD-Krümmersströmungen treten bei positiven Neigungswinkeln Θ_z des Magnetfelds gegenüber dem toroidalen Kanal andere Druckverluste auf als bei negativen Neigungswinkeln.

In sogenannten Rückwärtsumlenkungen ($\Theta_z > 0^\circ$) ergibt sich ein größerer trägheitsbehafteter Druckverlust als in Vorwärtsumlenkungen ($\Theta_z < 0^\circ$), da durch den Einfluß von Trägheitskräften der dreidimensionale elektrische Stromfluß im Krümmer vergrößert wird.

Mehrkanalumlenkströmungen

In elektrisch gekoppelten Mehrkanalumlenkströmungen spielen dreidimensionale Effekte eine maßgebliche Rolle. Allein schon die numerischen Ergebnisse des trägheits- und reibungsfreien Kernströmungsmodells zeigen, daß die Strömung in der Versuchsgeometrie in keinem Querschnitt zweidimensional wird. Lediglich durch eine adäquate Berücksichtigung aller Rahmenparameter in der Versuchsgeometrie, wie zum Beispiel der Vorgeschichte der Strömung, des Strukturmaterials nicht durchströmter Kanäle, kann eine Vergleichsbasis zu den Experimenten hergestellt werden.

Die mit dem Kernströmungsmodell errechneten elektrischen Potentialverteilungen auf den Wänden stimmen bis auf den direkten Bereich der Umlenkante mit den experimentellen Daten gut überein. Die Druckdifferenzen über die Umlenkung streben mit wachsendem Interaktionsparameter gegen den Wert des Modells.

In elektrisch gekoppelten Mehrkanalumlenkströmungen ist der Einfluß von Trägheitskräften auf das Strömungsgeschehen merklich größer als in Einkanalumlenkungen. Der trägheitsbehaftete Druckverlust ist in jedem Kanal einer Mehrkanalumlenkung proportional zu $N^{-1/3}$. Bei Interaktionsparametern, die kleiner als hundert sind, geht die $N^{-1/3}$ -Proportionalität des Trägheitsdruckverlusts verloren.

In elektrisch gekoppelten Mehrkanalumlenkströmungen steigt der Druckverlust sowohl in der Rechnung als auch im Experiment mit wachsender Kanalanzahl linear an. Ein Endwert kann im untersuchten Bereich nicht gefunden werden. Mit zunehmender Anzahl gekoppelter Kanäle wächst der Einfluß von Trägheitskräften auf den Druckverlust. Bei großen Strömungsgeschwindigkeiten kann er um den Faktor 2 über dem des trägheitsfreien Druckverlusts liegen.

Kleine Winkelneigungen des Magnetfeldes um Θ_z gegenüber den Toroidalkanälen bewirken einen geringfügigen Anstieg des Druckverlusts in jedem Kanal der Mehrkanalumlenkung. Durch kleine Winkelneigungen des Magnetfeldes um β ergeben sich keine meßbaren Veränderungen oder Ungleichverteilungen in den Kanälen.

Die Fälle $Q^{(i)} = \text{konstant}$ bzw. $\Delta p^{(i)} = \text{konstant}$ weisen sowohl numerisch als auch experimentell dieselben im vorangegangenen beschriebenen Phänomene auf. Da sich für $\Delta p^{(i)} = \text{konstant}$ eine freie Volumenstromverteilung in den einzelnen Kanälen einstellen kann, ergibt sich lediglich ein niedrigerer Druckverlust und eine weniger stark ausgeprägter Trägheitseinfluß auf den Druckverlust.

Vermeidung von Mehrkanaleffekten

Die Experimente, in denen lediglich die Trennwände in den radialen Teststreckenabschnitten separiert sind, alle anderen Wände jedoch elektrisch leitend sind, zeigen immer noch einen merklichen Mehrkanaleffekt. Es ergibt sich weiterhin ein linearer Anstieg des Druckverlust mit wachsender Kanalanzahl. Durch die Separation in den Radialästen werden die Mehrkanaleffekte in der untersuchten Anordnung lediglich um ca.30-40% reduziert.

Aus den mit diesem Experiment gewonnenen Erkenntnissen in Kombination mit den Arbeiten von Reimann et al. (1992, 1993b) kann man schließen, daß lediglich durch eine vollständige elektrische Entkopplung aller Wände im radialen Abschnitt ein Ausschluß von Mehrkanaleffekten zu erzielen ist.

8. Literaturverzeichnis

Adams, J; Swarztrauber, P.; Sweet, R. (1979)

Fishpak, A package of Fortran subprograms for the solution of separable elliptic partial differential equations; Version 3; National Center for Atmospheric Research; Boulder, 80307 Colorado. (Anhang A)

Aitov, T.N.; Kalyutik, A.I.; Tananaev, A.V. (1979)

Numerical investigation of threedimensional MHD-flow in a curved channel of rectangular cross section; Magnetohydrodynamics; Vol.4; S.458-462.

Barleon, L.; Casal, V.; Mack, K.-J.; Kreuzinger, H.; Sterl, A.; Thomauske, K. (1989)

Experimental and theoretical work on MHD at the Kernforschungszentrum Karlsruhe -the MEKKA-program-; Liquid Metal Magnetohydrodynamics (Lielpeteris, J.; Moreau, R. editors); Kluwer Academic Publishers; S.55-61.

Barleon, L.; Casal, V.; Lenhardt, L. (1991)

MHD-flow in liquid metal cooled blankets; Fusion Engineering and design; Vol. 14; S. 401-412.

Barleon, L.; Bühler, L.; Mack, K.-J.; Stieglitz, R.; Picologlou, B.F.; Hua, T.Q.; Reed, C.B. (1992)

Investigations of liquid metal flow through a right angle bend under fusion relevant conditions; Proceedings of the 17th Symposium on Fusion Technology (SOFT), Rom; Elsevier SCIENCE Publishers B.V.; Vol. II; S. 1276-1280.

Barleon, L.; Bühler, L.; Mack, K.-J.; Stieglitz, R.; Picologlou, B.F.; Hua, T.Q.; Reed, C.B. (1993)

Liquid metal flow through a right angle bend in a strong magnetic field; Proc. of the 10th topical Meeting on the Technology of Fusion Energy, Boston; Fusion Technology ; Vol.21 (3); Part 2B; S. 2197-2203.

Barleon, L.; Bühler, L.; Molokov, S.; Stieglitz, R. (1993b):

Magnetohydrodynamic flow through a right angle bend; presented at the 7th Beer-Sheva International Seminar on MHD-Flows and Turbulence, Israel.

Branover, H. (1978):

Magnetohydrodynamic flow in ducts; Halsted Press; ISBN 0-470-26539-6; S. 154 ff.

reference to an experiment published in Russian under the authors:

Branover, H.; Vasil'ev, A.S.: Flows in mercury pipes with insulated and conducting walls under a transverse magnetic field; Magnitnaya Gidrodinamika; Nr. 4; S. 80ff.

Bühler, L. (1993)

Magnetohydrodynamische Strömungen flüssiger Metalle in allgemeinen dreidimensionalen Geometrien unter der Einwirkung starker, lokal variabler Magnetfelder; KfK 5095.

Bühler, L. (1993b)

Convective-diffusive transport in laminar MHD-Flows; KfK-Bericht; Nr.5241; (Anhang A)

Bühler, L.; Molokov, S. (1993c):

Magnetohydrodynamic flows in ducts with insulating coatings; KfK-5103; (Anhang A)

Chang, C.; Lundgren, S. (1961)

Duct flow in Magnetohydrodynamics; ZAMP; Vol.XII; S. 100-114.

Chester, W. (1961)

The effect of a magnetic field on the flow of a conducting fluid past a body of revolution; J. Fluid. Mech.; Vol. 3; S.459-465.

Gelf'gat, Yu. M.; Kit, L.G. (1971)

Investigation of the conditions of occurrence of M-shaped velocity profiles at a sudden expansion or contraction of a magnetohydrodynamic flow; Magnitnaya Gidrodinamika; No.1; S.25-30.

Grinberg, G.K.; Kaudze, M.Z.; Lielausis, O.E. (1985)

Local MHD-resistances on a liquid sodium circuit with a superconducting magnet; Magnetohydrodynamics; No.1; Vol.21; S.99-103.

Hasimoto, H. (1960)

Steady longitudinal motion of a cylinder in a conducting fluid; J. Fluid. Mech.; Vol.8; S.61-81.

Holroyd, R.J.; Hunt, J.C.R. (1978)

Theoretical and experimental studies of liquid metal flow in strong non-uniform magnetic fields in ducts with complex geometry; Proc. of the 2nd Beer-Sheva Int. Seminar of MHD-Flows and Turbulence; Editor H.Branover and A Yakhat; Israel Universities Press; S. 23-43.

Holroyd, R.J.; Walker, J.S. (1978b)

A theoretical study of the effects of wall conductivity, non-uniform magnetic fields and variable area ducts on liquid metal flows at high Hartmann number; *J. Fluid Mech.*; Vol.84; part 3; S.471-495.

Holroyd, R.J. (1980)

An experimental study of the effects of wall conductivity, non-uniform magnetic fields and variable area ducts on liquid metal flows at high Hartmann number, Part 2; Ducts with conducting walls; *J. Fluid Mechanics*; Vol. 96 (2); S. 355-374.

Holroyd, R.J.; Mitchell, J.T.D. (1984)

Liquid Lithium as a coolant for Tokamak Reactors; *Nuclear Engineering and Design/Fusion*; Vol.1; S. 17-38.

Hua, T.Q.; Picologlou, B.F. (1991)

Magnetohydrodynamic flow in a manifold and multiple rectangular coolant ducts of self-cooled blankets; *Fusion Technology*; Vol.19; S. 102-112.

Hunt, J.C.R. (1965)

Magnetohydrodynamic duct flow in rectangular ducts; *Journal Fluid Mechanics*; Vol. 21 (4); S. 577-590.

Hunt, J.C.R.; Leibovich, S. (1967)

Magnetohydrodynamic duct flow in channels of variable cross-section with strong transverse magnetic fields; *J. Fluid Mechanics*; Vol.28; S. 241-260.

Hunt, J.C.R.; Williams, W.E. (1968)

Some electrically driven flows in magnetohydrodynamics; Part 1.Theory; *J. Fluid Mech.*; Vol.31 (4); S. 705-722.

Hunt, J.C.R.; Ludford, G.S.S. (1968b)

Three-dimensional MHD-duct flows with strong transverse magnetic fields- Part 1: Obstacles in a constant area channel; *J. Fluid. Mech.*; Vol.33; S.693-714.

Hunt, J.C.R.; Branover, G.G.; Gel'fgat, Yu. M. (1969)

Magnetohydrodynamic flow in a rectangular channel with walls of finite conductivity; *Magnitnaya Gidrodynamika*; Vol. 5; Part 3; S.139-142.

Hunt, J.C.R; Holroyd, R.J. (1977)

Applications laboratory and theoretical MHD duct flow studies in fusion reactor technology; UKEA-CLM-R-169; Culham Laboratory; Abingdon Oxfordshire.

John, H.; Malang, S.; Sebening, H. (1991)

DEMO relevant Test Blankets for NET/ITER; KfK 4908; Vol.2; S.30-36.

Kulikovskii, A.G. (1968)

Slow steady flows of a conducting fluid at large Hartmann numbers; Fluid Dynamics; Vol.3; S.1-5.

Kunugi, T.; Tillack, M.S.; Abdou, M.A. (1991)

Analysis of liquid metal MHD fluid flow and heat transfer using the KAT-code; Fusion Technology; Vol.19; S.1000-1005.

Kyrlidis, A.; Brown, R.A.; Walker, J.S. (1990)

Creeping flow of a conducting fluid past axisymmetric bodies in the presence of an aligned magnetic field; Physics of Fluids A2; S. 2230ff.

Lenhardt, L. (1994)

Magneto hydrodynamik in Rechteckgeometrien. Volle numerische Simulation; genehmigte Dissertation der Universität Karlsruhe, KfK-Bericht 5317; April 1994.

Lyon, N. (1952)

Liquid metals handbook; Navexos P-733; Second edition; (Anhang B).

Madarame, H.; Taghavi, K. ; Tillack, M.S. (1984)

Analysis of MHD-fluid flow and pressure drop; FINESSE Interim Report; Vol.3; edited by M. Abdou; pp. G-821; UCLA-ENG-84-30; S. 6.9-6.109.

Madarame, H.; Taghavi, K. ; Tillack, M.S. (1985)

The Influence of leakage currents on MHD-pressure drop; Fusion Technology; Vol. 8; S. 264-269.

Malang, S., et al. (1988)

Self-cooled liquid-metal blanket concept; Fusion Technology; Vol.14; S. 1343-1356.

McCarthy, K.A.; Abdou, M.A. (1991)

Analysis of liquid metal MHD-flow in multiple adjacent ducts using an iterative method to solve core-flow-equations; Fusion Engineering and Design; Vol. 13; S. 363-380.

Molokov, S. (1993)

Fully developed liquid-metal flow in multiple rectangular ducts in a strong uniform magnetic field; KfK-Bericht 5075.

Molokov, S.; Bühler, L. (1993b)

Numerical Simulation of liquid metal flows in radial-toroidal-radial bends; KfK-Bericht; Nr. 5160.

Molokov, S. (1994)

Fully developed liquid-metal flow in multiple rectangular ducts in a strong uniform magnetic field; Eur. J. Mech.; Part B:Fluids; Vol.12; No.6; S.769-787.

Molokov, S.; Bühler, L. (1994b)

Liquid metal flow in a U-bend in a strong uniform magnetic field; J. Fluid Mechanics; Vol.267; S. 325-352.

Moon, T. J.; Walker, J. S. (1988)

Liquid metal flow in a large radius elbow with a uniform magnetic field; J. de Mec.; Vol.7; Nr.4; S. 443 ff.

Moon, T.J.; Walker, J.S. (1990)

Liquid metal flow through a sharp elbow in the plane of a strong magnetic field; J. Fluid Mechanics; Vol. 213; S. 397-418.

Moon, T.J.; Hua, T.Q.; Walker, J.S. (1991)

Liquid metal flow in a backward elbow in the plane of a strong magnetic field; J. Fluid Mechanics; Vol. 227; S. 273-292.

O'Donnell, J.O.; Papanikolaou, P.G.; Reed, C.B. (1989)

The thermophysical and transport properties of eutectic NaK near room temperature; ANL/FPP/TM-237 (Anhang B).

Picologlou, B.F. (1985)

Magnetohydrodynamic Considerations for the Design of self-cooled liquid-metal Blankets; Fusion Technology, Vol.8, N^o. 1, S. 276-282.

Reed, C.B.; Picologlou, B.F.; Walker, J.S. (1987)

ALEX-Results-A comparison of measurements from a round and a rectangular duct with 3D-code predictions; IEEE No. 87CH2507-2; Vol. 2; S. 1267- 1270.

Reimann, J.; Molokov, S.; Platniks, I.; Platacis, E. (1992)

MHD-Flow in multichannel U-bends: Screening experiments and theoretical analysis; Proceedings of the 17th Symposium on Fusion Technology (SOFT), Rom; Elsevier SCIENCE Publishers B.V.; Vol. II; S. 1454-1458.

Reimann, J.; Molokov, S.; Platniks, I.; Platacis, E. (1993)

MHD-flow in Multichannel U-bends: Screening tests and theoretical analysis; KfK 5102.

Reimann, J.; Barleon, L.; Molokov, S.; Platniks, I.; Platacis, E.; Stieglitz, R. (1993b)

First results from different investigations on MHD flow in multichannel U-bends; presented at the 7th Beer-Sheva International Seminar on MHD-Flows and Turbulence, Israel.

Shercliff, J.A. (1956):

The flow of conducting fluids in circular pipes under transverse magnetic fields; J. Fluid Mech.; Vol. 1; S. 644.

Shercliff, J.A. (1965)

A Textbook of Magnetohydrodynamics, Pergamon Press Ltd.; S.21 ff.

Sterl, A. (1989)

Numerische Simulation magnetohydrodynamischer Flüssigmetallströmungen in rechteckigen Rohren bei großen Hartmannzahlen; KfK 4504.

Tabelling, P.; Chabrerie, J.P. (1981)

Magnetohydrodynamic secondary flows at high Hartmann numbers; J. Fluid Mechanics; Vol.103; S. 225-239.

Temperely, D.J.; Todd, L. (1971)

The effects of wall conductivity in magnetohydrodynamic duct flow at high Hartmann numbers; Proc. Camb. Phil. Soc.; Vol. 69; S. 337-351.

Temperely, D.J. (1984)

Reconciliation of some discrepancies in results obtained for magnetohydrodynamic flow in a rectangular duct under an uniform transverse magnetic field at high Hartmann number; Arch. Mech.; Vol.35; Part(5-6); S.673-686.

Tillack, M.S. (1990)

Magnetohydrodynamic flow in rectangular ducts. Design equations for pressure drop and flow quantity; UCLA-FNT-41.

Toschi, R.; Albanese, R.; Biggio, M.; Borrás, K. and the NET Team (1985)

NET Status report- December 1985; Commission of the European Communities-Directorate General XII-Fusion Programme, Brussels; NET-Report 51.

Tsinober, A.; Stern, A. (1964)

A similar stagnation-point magnetohydrodynamic flow; Izvestija Akademii Nauk Latvia SSR; Ser. fiziko tehniche skih nauk; No. 1, S.15- 19 (in Russisch, Hinweis von Molokov, S.).

Walker, J.S.; Ludford, G.S.S.; Hunt, J.C.R. (1972)

Three-dimensional MHD duct flows with strong transverse magnetic fields. Part 3. Variable rectangular ducts with insulating walls; Journal Fluid Mech.; Vol. 56; Part 1; S. 121-141.

Walker, J.S. (1981)

Magnetohydrodynamic duct flows in rectangular ducts with thin conducting walls, Part I; Journal de Mécanique; Vol. 20; N° 1; S.79-112.

Young, J.R.; Holcomb, R.S.; Fraas, A.P. (1975)

Magnetohydrodynamics, Test of a one-sixth scale model of a CTR-recirculating lithium blanket; Oak Ridge National Laboratory Report; ORNL-TM-4818.

A. Modellierung einer Mehrkanal-U-Umlenkung auf der Basis des Kernströmungsmodells

Dieser Abschnitt beschreibt die vollständige Herleitung der Bestimmungsgleichungen für die elektrischen Wandpotentiale und den Druck im Strömungskern in n elektrisch gekoppelten radial-toroidal-radial-Umlenkungen auf der Basis des in Abschnitt 3.4 erläuterten Kernströmungsmodells.

Da sich bei großen Hartmann-Zahlen die Strömung in verschiedene Unterregionen aufteilen läßt, ist die Einführung einer strikten Nomenklatur unabdingbar.

Ein wesentlicher Teil des Strömungsgebietes wird vom Kern eingenommen. Strömungsgrößen des Kerns werden mit dem Index Kern gekennzeichnet. Desweiteren treten nahe den magnetfeldnormalen Wänden Hartmann-Schichten der Größenordnung $O(1/M)$ und an den magnetfeldparallelen Wänden parabolische Schichten der Dicke $O(1/\sqrt{M})$ auf. Die Hartmann-Schichten tragen einen vernachlässigbaren Anteil am Gesamtvolumenstrom, während hingegen in den Seitenwandschichten ein beträchtlicher Teil des Kanaldurchsatzes strömen kann.

In den Berechnungsvorschriften für die Seitenwände im Kanal i wird im weiteren die in positive z -Richtung linke Begrenzungswand als Seitenwandschicht "links" bezeichnet. Diese Seitenwandschicht links ist durch den Index "SL" gekennzeichnet. Die Seitenwandschicht "rechts" erhält respektive den Index "SR".

Bei der Umlenkung des Kanals in Magnetfeldrichtung an der Stelle $x=0$ existiert eine Ludford-Schicht I, die vom Gleichungstyp her und der Dicke einer Seitenwandschicht entspricht. Berechnungsvorschriften, in denen die Ludfordschicht eine Rolle spielt sind durch den Index I gekennzeichnet.

Die Bezeichnung der Teilbereiche die Nomenklatur kann der Abbildung A.1 entnommen werden.

Gleichungen und Berechnungsvorschriften für den magnetfeldorthogonalen Kanalabschnitt werden mit der Fußnote "radial" indiziert. Respektive erhalten die magnetfeldparallelen Kanäle den Index "toroidal".

Die Zuordnung der Potentiale Φ und Wandleitparameter c zu den einzelnen Wänden eines Strömungskanals erfolgt auf der Basis der Nummerierung, die in der Abbildung 5.4 auf der Seite 55 für die Einkanalumlenkung vorgestellt worden ist.

A.1 Allgemeine Gleichungen der Kernströmung

Im folgenden werden die allgemeinen Gleichungen für den Bereich der Kernströmung in jedem Kanal i definiert.

Nimmt man an, daß das betrachtete Fluid zähigkeitsfrei ist ($M \gg 1$), so ergeben sich die nachstehenden Gleichungen.

$$\begin{aligned} j_x^{(i)} &= \frac{\partial p_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial z}, \\ j_y^{(i)} &= -\frac{\partial \Phi_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial y}, \\ j_z^{(i)} &= -\frac{\partial p_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial x}. \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Aus dem Ohmschen Gesetz und der Impulserhaltungsgleichung erhält man für die Geschwindigkeiten im Kern die folgenden Zusammenhänge.

$$\begin{aligned} u_{\text{Kern}}^{(i)} &= \frac{\partial \Phi_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial z} - \frac{\partial p_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial x}, \\ w_{\text{Kern}}^{(i)} &= -\frac{\partial \Phi_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial x} - \frac{\partial p_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial z}. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Aus der Massenerhaltung folgt somit für die y -Komponente der Geschwindigkeit

$$\frac{\partial v_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial y} = \frac{\partial^2 p_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial z^2}. \quad (\text{A.3})$$

Da aber der Druck lediglich eine Funktion der Raumkoordinaten x und z sein kann, weil das Skalarprodukt von Magnetfeldstärke und Druckgradient identisch null ist, wird die y -Komponente der Geschwindigkeit durch den Ausdruck A.4 bestimmt.

$$v_{\text{Kern}}^{(i)} = y \cdot \left(\frac{\partial^2 p_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial z^2} \right) + g_1^{(i)}(x, z). \quad (\text{A.4})$$

Mit der Ladungserhaltungsgleichung läßt sich die Funktion für das elektrische Potential im Kern der Strömung ermitteln.

$$\frac{\partial^2 \Phi_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial y^2} = 0. \quad (\text{A.5})$$

Eine Integration in y -Richtung ergibt,

$$\Phi_{\text{Kern}}^{(i)} = g_2^{(i)}(x, z) + y \cdot g_3^{(i)}(x, z). \quad (\text{A.6})$$

Die Sprünge der wandnormalen Stromkomponente über die Hartmannschichten sind von der Größenordnung M^{-1} , die der parabolischen Schichten, der Seitenschicht, der ersten und

zweiten Wandschicht sowie der Ludfordschicht bei $x=0$, sind von der Größenordnung $M^{-1/2}$. Daraus ergibt sich ein Sprung im Kernpotential über die Hartmannschicht von der Größenordnung M^{-2} , siehe beispielsweise bei Walker, Ludford und Hunt 1972. Vernachlässigt man nun diese Sprünge ergeben sich als Konsequenz folgende Gleichungen für die Geschwindigkeiten $v^{(i)}$, den elektrischen Strom $j^{(i)}$ und die Kernpotentiale $\Phi^{(i)}$.

$$\begin{aligned} v_{\text{Kern, radial}}^{(i)} &= 0 \quad \text{für } y=0 \text{ und } y=2a, x \geq 0, \\ v_{\text{Kern, Toroidal}}^{(i)} &= 0 \quad \text{für } y=0, x \leq 0; \\ \Phi_{\text{Kern}}^{(i)} &= \Phi_{\text{Wand, k}}^{(i)} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

A.2 Die Kernströmung im Radialkanal

Setzt man die Gleichungen A.1-A.6 in die Bedingungen A.7 ein, so werden die Integrationsfunktionen für $g_m^{(i)}(x, z)$ wie folgt bestimmt:

$$\begin{aligned} y=0: \quad v_{\text{Kern}}^{(i)} &= 0 \quad g_1^{(i)}(x, z) = 0; \\ \Phi_{\text{Kern}}^{(i)}(y=0) &= g_2^{(i)} = \Phi_7^{(i)}; \\ y=2a: \quad \Phi_{\text{Kern}}^{(i)}(y=2a) &= g_2^{(i)} + g_3^{(i)} \cdot 2a = \Phi_6^{(i)}. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

$$\rightarrow \Phi_{\text{Kern}}^{(i)} = \frac{y}{2a} \Phi_6^{(i)} + \left(1 - \frac{y}{2a}\right) \Phi_7^{(i)}.$$

Für die Geschwindigkeitskomponenten ergeben sich dann die Zusammenhänge A9.

$$\begin{aligned} u_{\text{Kern, radial}}^{(i)} &= -\frac{\partial p_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial z} = -\frac{\partial p_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial x} + \left(1 - \frac{y}{2a}\right) \frac{\partial \Phi_7}{\partial z} + \frac{y}{2a} \frac{\partial \Phi_6}{\partial z}, \\ v_{\text{Kern, radial}}^{(i)} &= 0, \\ w_{\text{Kern, radial}}^{(i)} &= -\frac{\partial \Phi_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial x} - \frac{\partial p_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{A.9a-c})$$

Die elektrischen Stromkomponenten im Kern sind durch die nachstehenden Gleichungen gegeben.

$$j_{x, \text{Kern, radial}}^{(i)} = \frac{\partial p_{\text{Kern, radial}}^{(i)}}{\partial z}, \quad j_{y, \text{Kern, radial}}^{(i)} = \frac{1}{2a} \left(\Phi_7^{(i)} - \Phi_6^{(i)} \right), \quad j_{z, \text{Kern, radial}}^{(i)} = -\frac{\partial p_{\text{Kern, radial}}^{(i)}}{\partial x} \quad (\text{A.10})$$

Mit den Gleichungen A.7-A9 läßt sich die Beschreibung der Radialastströmung auf vier Laplace-Gleichungen für die elektrischen Wandpotentiale und eine Laplace-Gleichung für den Druck in der x, z -Ebene reduzieren.

$$\begin{aligned}
c_5^{(i)} \cdot \left(\frac{\partial^2 \Phi_5^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_5^{(i)}}{\partial y^2} \right) &= - \frac{\partial p_{\text{Kern, radial}}^{(i+1)}(x, z = z^{(i+1)})}{\partial x} + \frac{\partial p_{\text{Kern, radial}}^{(i)}(x, z = z^{(i+1)})}{\partial x}, \\
c_8^{(i)} \cdot \left(\frac{\partial^2 \Phi_8^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_8^{(i)}}{\partial y^2} \right) &= + \frac{\partial p_{\text{Kern, radial}}^{(i-1)}(x, z = z^{(i)})}{\partial x} - \frac{\partial p_{\text{Kern, radial}}^{(i)}(x, z = z^{(i)})}{\partial x}, \\
c_7^{(i)} \cdot \left(\frac{\partial^2 \Phi_7^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_7^{(i)}}{\partial z^2} \right) &= \frac{1}{2a} (\Phi_7^{(i)} - \Phi_6^{(i)}), \\
c_6^{(i)} \cdot \left(\frac{\partial^2 \Phi_6^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_6^{(i)}}{\partial z^2} \right) &= - \frac{1}{2a} (\Phi_7^{(i)} - \Phi_6^{(i)}), \\
\left(\frac{\partial^2 p_{\text{Kern, radial}}^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_{\text{Kern, radial}}^{(i)}}{\partial y^2} \right) &= 0.
\end{aligned}$$

(A.11a-e)

Numerisch lassen sich die Gleichungen A.11c, d leichter lösen, wenn sie addiert beziehungsweise subtrahiert werden, vorausgesetzt die Wände 6 und 7 besitzen identische Wandleitfähigkeiten.

Es entstehen folgende Gleichungen.

$$\begin{aligned}
\Delta(\Phi_6^{(i)} + \Phi_7^{(i)}) &= 0, \\
\Delta(\Phi_6^{(i)} - \Phi_7^{(i)}) &= - \frac{2}{c_6^{(i)}} (\Phi_6^{(i)} - \Phi_7^{(i)}).
\end{aligned}$$

(A.12a,b)

Die Verknüpfung des Potentials mit der Druckfunktion im Inneren des Kanals ergibt sich entsprechend der Korrelation von Moon und Walker (1990) zu:

$$a \int_{z=i}^{z=i+1} \frac{\partial p_{\text{Kern, radial}}^{(i)}(x, z)}{\partial x} dz + \int_{y=0}^{y=2a} [\Phi_5^{(i)}(x, y) - \Phi_8^{(i)}(x, y)] dy = Q^{(i)}. \quad (\text{A.13})$$

Aufgrund der Annahmen im Kernströmungsmodell bezüglich der Wandleitfähigkeiten sind die Volumenströme in den magnetfeldparallelen Grenzschichten Bestandteil der Lösung.

Sie ergeben sich implizit, sobald die Wandpotentiale und die Druckverteilung im Kern bekannt sind, ohne separate Grenzschichtgleichungen aufzustellen. Im Fall der Mehrkanalströmung lassen sich die Volumenströme in den beiden Seitenwandschichten mit den nachstehenden Berechnungsvorschriften als Funktion der Lauflänge ermitteln.

$$\begin{aligned}
Q_{\text{Radial,SR}}^{(i)}(x) &= \int_{y=0}^{y=2a} \Phi_5^{(i)}(x,y) dy - a \left[\Phi_6^{(i)}(x, z = z^{(i+1)}) - \Phi_7^{(i)}(x, z = z^{(i+1)}) \right], \\
Q_{\text{Radial,SL}}^{(i)}(x) &= - \int_{y=0}^{y=2a} \Phi_8^{(i)}(x,y) dy + a \left[\Phi_6^{(i)}(x, z = z^{(i)}) - \Phi_7^{(i)}(x, z = z^{(i)}) \right].
\end{aligned}
\tag{A.14a,b}$$

Die Ludford-Schicht trägt in y-Richtung einen Volumenstrom, der sich mit der Gleichung A.15 berechnen läßt

$$Q_i^{(i)}(y) = -y \int_{z=z^0}^{z=z^{(i+1)}} \frac{\partial p_{\text{Kern,radial}}(x=0, z)}{\partial x} dz
\tag{A.15}$$

Der Fluiddurchsatz in x-Richtung durch den Kern ergibt sich entsprechend zu:

$$\begin{aligned}
Q_{\text{Kern,radial}}^{(i)}(x) &= \int_{z=z^{(i)}}^{z=z^{(i+1)}} \frac{\partial p_{\text{Kern,radial}}^{(i)}}{\partial x} dz + a \left[\Phi_6^{(i)}(x, z = z^{(i+1)}) + \Phi_7^{(i)}(x, z = z^{(i+1)}) \right] - \\
&\quad a \left[\Phi_6^{(i)}(x, z = z^{(i)}) + \Phi_7^{(i)}(x, z = z^{(i)}) \right].
\end{aligned}
\tag{A.16}$$

A.3 Die Kernströmung im Toroidalkanal

Ebenso wie im Radialast lassen sich die Strömungsgrößen im Kern mit den Wandpotentialen ausdrücken. Für die Geschwindigkeiten ergeben sich die Gleichungen A.17.

$$\begin{aligned}
u_{\text{Kern,toroidal}}^{(i)} &= \frac{\partial \Phi_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial z} = \left(1 - \frac{y}{l}\right) \frac{\partial \Phi_4^{(i)}}{\partial z}, \\
v_{\text{Kern,toroidal}}^{(i)} &= 0, \\
w_{\text{Kern,toroidal}}^{(i)} &= - \frac{\partial \Phi_{\text{Kern}}^{(i)}}{\partial x} = - \left(1 - \frac{y}{l}\right) \frac{\partial \Phi_4^{(i)}}{\partial x}.
\end{aligned}
\tag{A.17}$$

Aus den vorangegangenen Gleichungen ist zu ersehen, daß im Toroidalast die Fluidtransportgeschwindigkeit in y-Richtung im Kern null ist. Dies bedeutet, der gesamte Massentransport in y-Richtung kann nur in den parabolischen Schichten erfolgen.

Der elektrische Strom im Kern des Toroidalastes ist durch die nachfolgenden Gleichungen gegeben.

$$j_{x,\text{Kern,toroidal}}^{(i)} = 0, \quad j_{y,\text{Kern,toroidal}}^{(i)} = \frac{1}{l} \Phi_4^{(i)}, \quad j_{z,\text{Kern,toroidal}}^{(i)} = 0.
\tag{A.18}$$

Das Potential im Kern wird durch die Gleichung A.19 charakterisiert.

$$\Phi_{\text{Kern,toroidal}}^{(i)} = \left(1 - \frac{y}{l}\right) \Phi_4^{(i)}.
\tag{A.19}$$

Analog wie bei der Ableitung der Radialastdifferentialgleichungen ist die Lösung der Toroidalastströmung durch vier Laplace-Gleichungen für das elektrische Potential an den Kanalbegrenzungswänden gegeben. Anstelle der Druckgleichung der Radialastströmung tritt eine Wandpotentialgleichung für die Hartmannwand des Toroidalastes auf (Gleichung A.20d). Der Satz der Bestimmungsgleichungen für den Toroidalast lautet wie folgt.

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \Phi_1^{(i)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi_1^{(i)}}{\partial z^2} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \Phi_2^{(i)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi_2^{(i)}}{\partial z^2} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \Phi_3^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_3^{(i)}}{\partial y^2} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \Phi_4^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_4^{(i)}}{\partial z^2} &= \frac{1}{c_4^{(i)} l} \Phi_4, \\ \frac{\partial^2 \Phi_9^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_9^{(i)}}{\partial y^2} &= 0.\end{aligned}$$

(A.20a-e)

Da die Fluidtransportgeschwindigkeit in y-Richtung im Kern des Toroidalastes an jeder Stelle identisch null ist, kommt der Berechnung der Durchsätze in den einzelnen Schichten eine besondere Bedeutung zu. Die Berechnungsvorschriften für die Durchsätze lassen sich in folgender Art darstellen:

$$\begin{aligned}Q_{1. \text{Wand}}^{(i)}(y) &= \int_{y=0}^y \left[\Phi_1^{(i)}(y, z = z^{(i+1)}) - \Phi_1^{(i)}(y, z = z^{(i)}) \right] dy, \\ Q_{\text{Toroidal, SR}}^{(i)}(y) &= \int_{y=0}^y \left[\Phi_3^{(i)}(x = 0, y) - \Phi_3^{(i)}(x = d, y) \right] dy, \\ Q_{\text{Toroidal, SL}}^{(i)}(y) &= \int_{y=0}^y \left[\Phi_9^{(i)}(x = 0, y) - \Phi_9^{(i)}(x = d, y) \right] dy, \\ Q_{2. \text{Wand}}^{(i)}(y) &= Q^{(i)} - \int_{y=0}^y \left[\Phi_3^{(i)}(x = 0, y) - \Phi_9^{(i)}(x = 0, y) \right] dy.\end{aligned}$$

(A.21a-d)

A.4 Die Randbedingungen

Eine wesentliche Rolle bei der Lösung partieller Differentialgleichungssysteme spielt die Wahl der Randbedingungen für die Einzelgleichung, respektive die Kopplungsbedingungen der Differentialgleichungen (DGL) untereinander.

A. Kopplungsbedingungen der DGL

Da die Wände ruhend sind, und daher in ihnen keine elektrische Spannung induziert wird, muß an den Schnittpunkten der Wände die Stetigkeit des Potentials gefordert werden. Dabei ist es völlig uninteressant, wieviele Wände aufeinander treffen oder zu welchem Kanal sie gehören. Es muß gelten:

$$\Phi_{\text{Wand},1} = \Phi_{\text{Wand},2} \quad (\text{A.22})$$

Ebenso gilt am Schnittpunkt beliebiger Wände k , m und j das erste Kirchhoffsche Gesetz, auch als Knotenregel bekannt. Es bedeutet physikalisch, daß die Normalkomponente der elektrischen Stromdichte an der Schnittfläche stetig sein muß.

$$c_k^{(i)} \frac{\partial \Phi_k^{(i)}}{\partial s_k} + c_m^{(i)} \frac{\partial \Phi_m^{(i)}}{\partial s_m} + c_j^{(i \pm 1)} \frac{\partial \Phi_j^{(i \pm 1)}}{\partial s_j} = 0 \quad (\text{A.23})$$

wobei s_k , s_m und s_j die Normalenvektoren am gemeinsamen Schnittpunkt in der Ebene der Wände k , m und j sind.

B. Zulaufbedingungen im Radialast

Prinzipiell sind bei der Wahl der radialen Zulaufbedingungen zwei Arten von Randbedingungen denkbar:

1. Die Strömung ist für große radiale Längen ($x_{\text{rad}} \gg 1$) voll eingelaufen. Die Forderung zweidimensionaler Zulaufströmung ergibt folgende Randbedingungen:

$$\frac{\partial \Phi_5^{(i)}}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_6^{(i)}}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_7^{(i)}}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_8^{(i)}}{\partial x} = \frac{\partial p^{(i)}}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.24})$$

2. Liegt im radialen Zulauf jedoch keine zweidimensionale Strömung vor, so müssen für die Wandpotentiale und den Druck neue Randbedingungen gefordert werden. Erfolgt der Zulauf wie im Experiment von toroidal nach radial, können über Symmetriebetrachtungen neue Randbedingungen für die Wandpotentiale formuliert werden.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Phi_5^{(i)}(x=0, y)}{\partial x} &= - \frac{\partial \Phi_5^{(i)}(x=l_{\text{rad}}, y=2a-y)}{\partial x}, \\
\frac{\partial \Phi_8^{(i)}(x=0, y)}{\partial x} &= - \frac{\partial \Phi_8^{(i)}(x=l_{\text{rad}}, y=2a-y)}{\partial x}, \\
\frac{\partial \Phi_6^{(i)}(x=0, z)}{\partial x} &= - \frac{\partial \Phi_7^{(i)}(x=l_{\text{rad}}, z)}{\partial x}, \\
\frac{\partial \Phi_7^{(i)}(x=0, z)}{\partial x} &= - \frac{\partial \Phi_6^{(i)}(x=l_{\text{rad}}, z)}{\partial x}.
\end{aligned}$$

(A.25)

Da ein lineares Problem vorliegt, ist zunächst die Wahl des Druckes an der Stelle $x=l_{\text{rad}}$ willkürlich, solange sie nicht null ist. Da entweder der Volumenstrom oder aber der Druckverlust im Kanal bekannt ist, kann über die Volumenstromrelation (Gleichung A.13) das Ergebnis normiert werden.

A.5 Lösungsverfahren

Die Lösung der Gleichungssätze A.11 und A.20 erfolgt numerisch mit einem schnellen Poissongleichungslöser (Adams et al.: Fishpak Poisson-Solver, 1979). Das Verfahren beinhaltet zwei große Iterationszyklen.

Ein Zyklus berechnet die Lösung für einen einzelnen Kanal i .

Dabei wird zunächst der Radialast durch die Vorgabe einer Störung bei $x=0$ berechnet. Die Lösung des Radialkanalabschnitts stellt die Randbedingung für den Toroidkanal dar. Es erfolgt eine Berechnung der Lösung für den Toroidkanal, die dann wieder die Randbedingung für den Radialkanal darstellt. Ein Abbruch des ersten Iterationszyklusses erfolgt, sobald die relative Änderung in den Potentialen und Drücken an charakteristischen Stellen 0.5% unterschreitet. Zur Berechnung der Strömung des Kanals $i+1$ werden an den Übergangsstellen $z=z^{(i)}$ die Potentiale und elektrischen Ströme bereitgestellt.

Elektrische Ströme, die aus dem Kanal $i+1$ in den Kanal i eindringen, werden aus dem vorangegangenen Iterationsschritt der Kanalrechnung von Kanal $i+1$ genommen.

Zur Berechnung der Potentiale im Kanal $i+1$ an der Stelle $z=z^{(i+1)}$, den Wänden acht und neun, werden die Wandpotentiale des bereits gerechneten Kanals i an derselben Stelle genutzt.

Der zweite Iterationszyklus adaptiert iterativ die Lösungen der Kanalrechnungen von Kanal $i=1, \dots, n$ aneinander.

Die Iteration im äußeren Zyklus wird dann gestoppt, wenn die relative Änderung zwischen zwei Iterationsschritten für Druck und Wandpotentiale in jedem Kanal unter 0.5% fällt.

Das gesamte Verfahren ist in der Abbildung A.2 dargestellt.

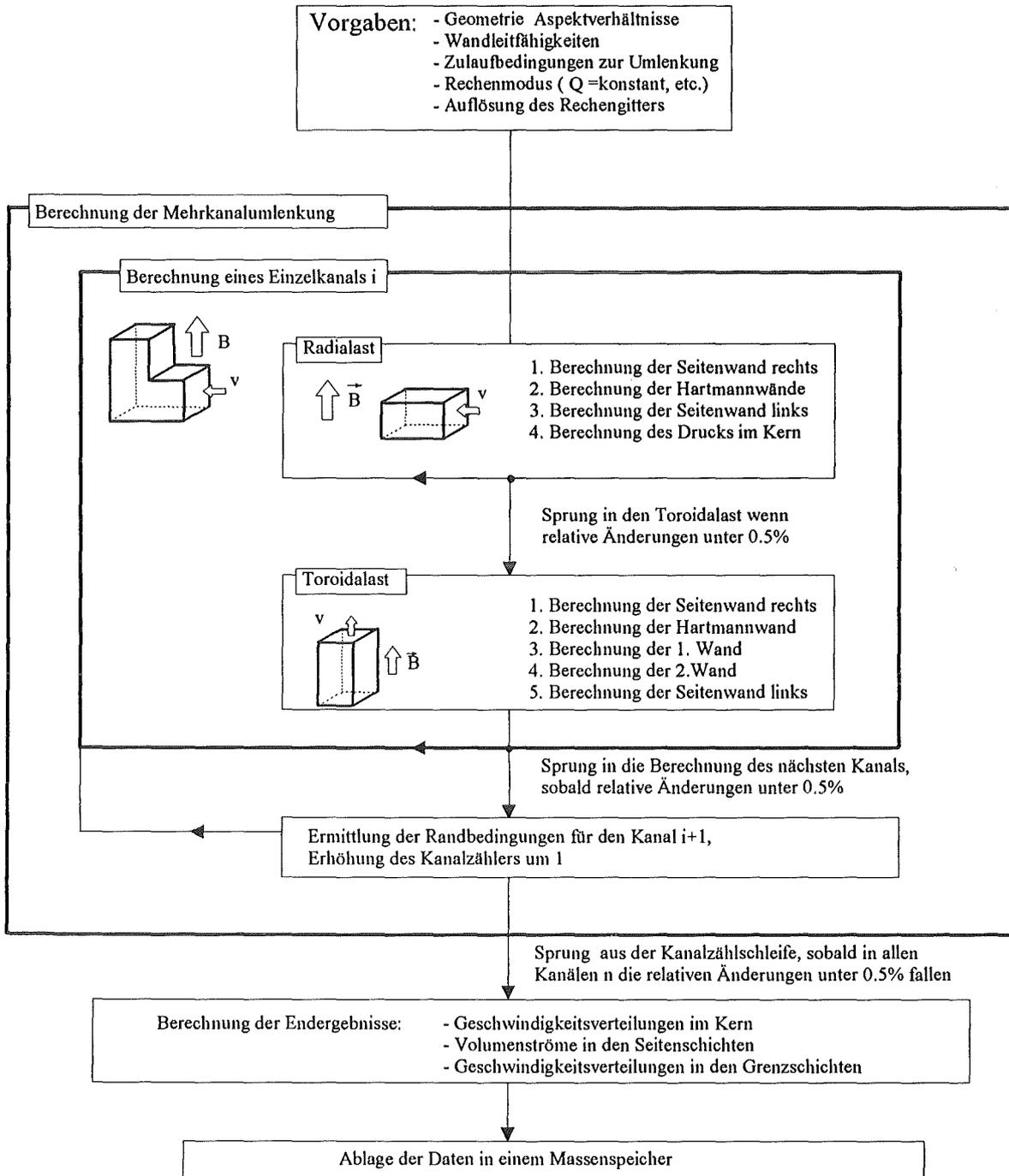


Abb. A.2: Schaubild zum Lösungsverfahren bei der Berechnung einer Mehrkanal-U-Umlenkung bei hohen Hartmannzahlen.

B Die MEKKA-Anlage

B.1 Der supraleitende CELLO-Magnet

Der CELLO-Magnet ist ein supraleitender Solenoidmagnet, bei dem das Magnetfeld in Richtung der Längsachse zeigt. Die supraleitende Spule, die aus kupfergemantelten Niob-Titanlegierungskabeln gewickelt ist, befindet sich in einem heliumgekühlten Kryostaten. Bei einem Gleichstrom von 1050 Ampère und einer Spannung von 5.25 Volt liefert die Spule ein Axialmagnetfeld der Stärke 3.6 Tesla. Die übrigen technischen Daten des Magneten sind der Tabelle B.1 zu entnehmen.

Beschreibung	phys. Einheit	Größe
Supraleitermaterial	-	Niob-Titan
Leiterdimensionen	mm ²	6.4
Betriebsstrom	A	1050
krit. Strom bei 3.6T und 4.2K	A	2400
Induktivität	Henry	1.6
Zentralfeld axial	Tesla	3.6
Maximalfeld am Leiter	Tesla	4.0
gespeicherte Energie	MJ	1.1
Spulenöffnung	mm	400
homogene Feldlänge (10% Abw.)	mm	450
Länge des Magneten	mm	1100
Windungszahl der Spule	-	2680
Anzahl der Windungslagen	-	10
Volumen des Kryoraums	liter	26
Betriebstemperatur	K	4.3
Supraleitungsumschlagtemperatur	K	16
max. Druckbelastbarkeit des Kryoraums	bar	10

Tabelle B1: Technische Daten des CELLO-Magneten

B.2 Stoffeigenschaften der Natrium-Kalium-Legierung Na²²K⁷⁸

Temperatur [°C]	Dichte ρ [kg/m ³]	c_p [Ws/(kg K)]	λ [W/(mK)]	ν [·10 ⁻⁶ m ² /s]	σ [·10 ⁶ A/(Vm)]
0	873.4	995.0	21.4	1.28	2.977
10	870.8	988.4	21.6	1.15	2.926
20	868.2	982.1	21.8	1.05	2.878
30	865.6	976.0	22.0	0.961	2.831
40	863.0	970.3	22.2	0.885	2.786
50	860.5	964.9	22.4	0.819	2.742
60	857.9	959.6	22.6	0.762	2.700
70	853.3	954.7	22.7	0.711	2.658
80	852.7	949.9	22.8	0.667	2.618

Tabelle B2: Stoffdaten der eutektischen Natrium-Kalium-Legierung Na²²K⁷⁸ aus Lyon et al. 1952 und O'Donnell et al. 1989.

Die in den Experimenten genutzten Beziehungen für die temperaturabhängigen Stoffgrößen lauten:

- (a) Temperaturabhängige Dichte ρ_{NaK} :

$$\rho_{\text{NaK}} = 873.35 - 0.258 \cdot T \quad [\text{kg} / \text{m}^3] \quad (\text{B.1})$$

T [°C]; Gültigkeit bis T=204°C.

- (b) Temperaturabhängige kinematische Zähigkeit ν_{NaK} :

$$\nu_{\text{NaK}} = 10^{-6} (1.278 - 0.0134 \cdot T + 0.0001 \cdot T^2) \quad [\text{m}^2 / \text{s}] \quad (\text{B.2})$$

T [°C]; Gültigkeit bis T=80°C.

- (c) Temperaturabhängige spezifische elektrische Leitfähigkeit σ_{NaK} :

$$\sigma_{\text{NaK}} = 2.976 \cdot 10^6 - 5.05 \cdot 10^3 \cdot T + 7.188 \cdot T^2 \quad [\text{A} / (\text{Vm})] \quad (\text{B.3})$$

T [°C]; Gültigkeit bis T=80°C.