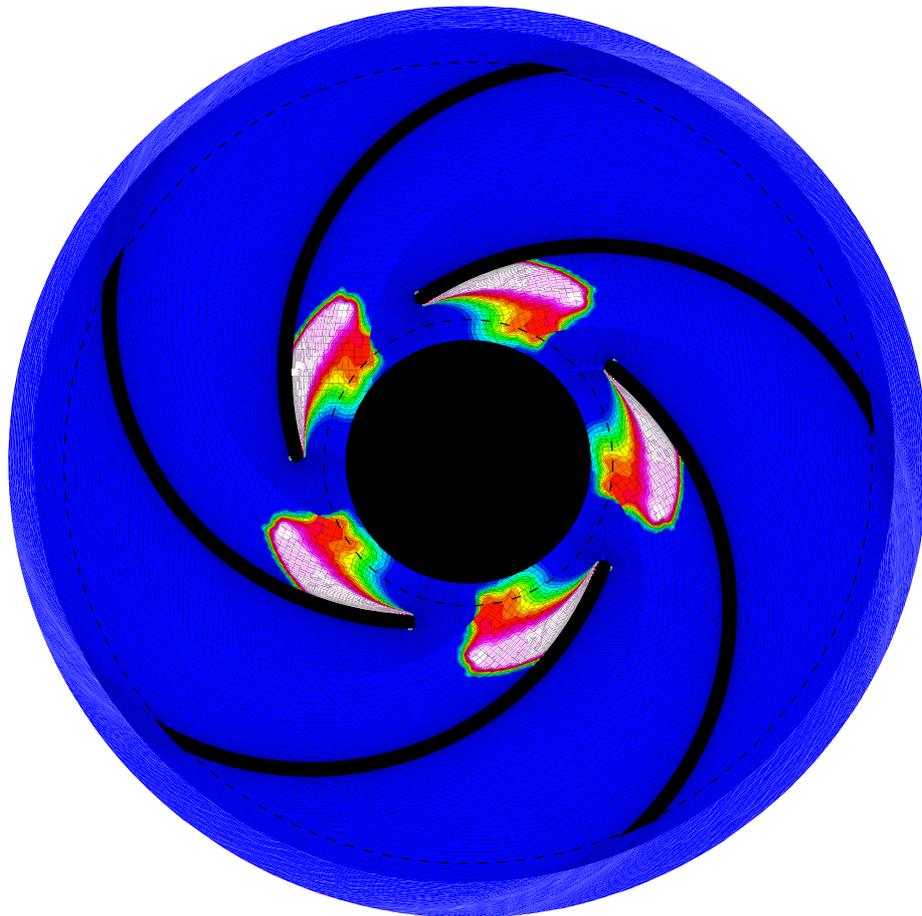


# Numerische Untersuchung kavitierender Strömungen in einer Modellkreiselpumpe

von  
Stephan Wursthorn



Karlsruhe 2001

**Titelbild:** Kavitierende Strömung in einer Kreiselpumpe niedriger spezifischer Drehzahl bei Teillast.  $n_q = 18$ ,  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$ , 3% Förderhöhenabfall aufgrund von Kavitation. Dargestellt ist der Dampfgehalt  $\alpha$ .

# Numerische Untersuchung kavitierender Strömungen in einer Modellkreiselpumpe

Zur Erlangung des akademischen Grades eines  
**Doktors der Ingenieurwissenschaften**

von der Fakultät für Maschinenbau der  
Universität Karlsruhe (TH)

genehmigte

**Dissertation**

von

Dipl.-Ing. Stephan Wursthorn  
aus Reutlingen

Tag der mündlichen Prüfung: 5. Juli 2001

Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. habil. G.H. Schnerr  
Korreferenten: Prof. Dr.-Ing. M. Gabi  
Prof. Dr.-Ing. G. Kosyna



Quod fortuna fert, ferri debet



# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Stipendiat des Graduiertenkollegs „Energie- und Umwelttechnik“ am Fachgebiet Strömungsmaschinen der Universität Karlsruhe (TH). Sie wurde von Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. G.H. Schnerr betreut, wozu ich ihm zu Dank verpflichtet bin.

Bei Herrn Professor Dr.-Ing. M. Gabi sowie bei Herrn Professor Dr.-Ing. G. Kosyna vom Pfeider-Institut für Strömungsmaschinen Braunschweig bedanke ich mich für die Übernahme des Korreferats. Ebenfalls bedanken möchte ich mich bei Herrn Professor Dr.-Ing. Dr. techn. E.h. J. Zierp für die freundliche Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Herrn Dipl.-Ing. J. Friedrichs vom Pfeider-Institut für Strömungsmaschinen Braunschweig danke ich für seine stete Bereitschaft, meine Fragen bezüglich der experimentellen Untersuchungen zu beantworten.

Ich danke allen Institutsangehörigen für die mir gewährte Unterstützung. Insbesondere gilt mein Dank Herrn Dr.-Ing. S. Caglar, der mit seinem Fachwissen und seiner unvoreingenommenen Art zu diskutieren sehr zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat. Bei meinem Zimmerkollegen Herrn Dr.-Ing. C. Vortmann möchte ich mich herzlich für die zahlreichen fachlichen und privaten Gespräche sowie für die moralische Unterstützung bedanken, die mir durch ihn zuteil wurde.

Karlsruhe, im Oktober 2001

Stephan Wursthorn

# Inhaltsverzeichnis

|   |            |
|---|------------|
| <b>Symbolverzeichnis</b>  | <b>III</b> |
| <b>1 Einleitung</b>   | <b>1</b>   |
| 1.1 Problemstellung . . . . .   | 1          |
| 1.2 Zielsetzung und Vorgehensweise . . . . .                                    | 3          |
| <b>2 Stand der Forschung</b>  | <b>5</b>   |
| 2.1 Experimentelle Untersuchung von Kavitation in Kreiselpumpen . . . . .       | 5          |
| 2.2 Numerische Methoden zur Berechnung von Kavitation . . . . .                 | 7          |
| <b>3 Strömung in Kreiselpumpen</b>  | <b>19</b>  |
| 3.1 Bezeichnungen . . . . .   | 19         |
| 3.2 Wirkung der Rotation . . . . .  | 20         |
| 3.3 Erhaltungsgleichungen im rotierenden System . . . . .                       | 22         |
| <b>4 Numerische Strömungsmechanik</b>   | <b>25</b>  |
| 4.1 Grundlagen . . . . .  | 25         |
| 4.2 Lösungsalgorithmus für die einphasige Strömung . . . . .                    | 29         |
| 4.3 Turbulenzmodellierung . . . . .   | 29         |
| 4.4 Numerische Behandlung der Zweiphasenströmung . . . . .                      | 31         |
| 4.4.1 Die Volume-of-Fluid Methode ohne Phasenübergang . . . . .                 | 31         |
| 4.4.2 Die Volume-of-Fluid Methode mit Phasenübergang . . . . .                  | 32         |
| 4.5 Gittergenerierung . . . . .   | 33         |
| <b>5 Grundlegende Untersuchung des Kavitationsmodells</b>                       | <b>35</b>  |
| 5.1 Modellbeschreibung . . . . .  | 35         |
| 5.2 Adaption des Kavitationsmodells zur Simulation von hydraulischer Kavitation | 39         |
| 5.3 Modellannahmen . . . . .  | 43         |
| 5.4 Reibungsfreie Berechnung einer kavitierenden Innenströmung . . . . .        | 44         |
| 5.5 Auswirkung von Maßstabsänderungen auf die Kavitationsberechnung . . .       | 54         |
| 5.5.1 Maßstabeffekte im Experiment . . . . .                                    | 54         |
| 5.5.2 Maßstabeffekte in der Berechnung . . . . .                                | 55         |
| 5.5.2.1 Numerische Berechnungen . . . . .                                       | 56         |
| 5.5.2.2 Analytische Abschätzung des Quellterms . . . . .                        | 57         |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| <b>6</b> | <b>Ergebnisse</b>   | <b>59</b>  |
| 6.1      | Beschreibung der untersuchten Kreiselpumpe . . . . .  | 59         |
| 6.1.1    | Versuchsbeschreibung . . . . .  | 62         |
| 6.2      | Simulation der einphasigen Pumpenströmung . . . . .   | 64         |
| 6.2.1    | Numerische Einstellungen und Randbedingungen . . . . .  | 65         |
| 6.2.2    | Darstellung der Ergebnisse . . . . .  | 68         |
| 6.2.3    | Verifikation der Berechnungsergebnisse . . . . .  | 69         |
| 6.2.3.1  | Integrale Werte . . . . .   | 70         |
| 6.2.3.2  | Schaufeldruckverlauf und Strömungsfeld bei $\dot{V} = 227 \text{ m}^3/\text{h}$<br>und $272 \text{ m}^3/\text{h}$ . . . . . | 73         |
| 6.2.3.3  | Schaufeldruckverlauf und Strömungsfeld bei $\dot{V} = 182 \text{ m}^3/\text{h}$ . . . . .                                   | 76         |
| 6.2.3.4  | Schaufeldruckverlauf und Strömungsfeld bei $\dot{V} = 500 \text{ m}^3/\text{h}$ . . . . .                                   | 78         |
| 6.2.4    | Stoßfreie Anströmung . . . . .  | 79         |
| 6.2.5    | Sensitivitätsanalyse . . . . .  | 80         |
| 6.2.6    | Vergleich turbulent-reibungsfrei . . . . .  | 88         |
| 6.2.7    | Dreidimensionale Berechnung der Pumpenströmung . . . . .  | 90         |
| 6.3      | Simulation der kavitierenden Pumpenströmung . . . . .   | 97         |
| 6.3.1    | Numerische Einstellungen und Randbedingungen . . . . .  | 97         |
| 6.3.2    | Darstellung der Berechnungsergebnisse . . . . .   | 99         |
| 6.3.3    | Verifikation der Berechnungsergebnisse . . . . .  | 100        |
| 6.3.3.1  | NPSH-Absenkkurve . . . . .  | 101        |
| 6.3.3.2  | Schaufeldruckverlauf, Ausdehnung des Kavitationsgebiets . . . . .   | 105        |
| 6.3.4    | Auswirkung der Kavitation auf die Schaufelumströmung . . . . .  | 112        |
| 6.3.5    | Einfluß der Vorrotation auf das Kavitationsverhalten der untersuchten<br>Pumpe . . . . .                                    | 116        |
| 6.3.6    | Einfluß des Modellparameters $(dp/d\rho)_{min}$ . . . . .   | 118        |
| <b>7</b> | <b>Zusammenfassung</b>  | <b>121</b> |
| <b>8</b> | <b>Ausblick</b>   | <b>123</b> |
|          | <b>Literaturverzeichnis</b>   | <b>125</b> |

# Symbolverzeichnis

## Lateinische Buchstaben

|             |  |
|-------------|--|
| $A$         | Flächeninhalt  |
| $A$         | Oberfläche des Kontrollvolumens                                  |
| $a$         | Schallgeschwindigkeit  |
| $b$         | Schaufelbreite   |
| $b_{zr}$    | Zentrifugalbeschleunigung aufgrund der Laufradrotation           |
| $b_{zs}$    | Zentrifugalbeschleunigung aufgrund der Stromlinienkrümmung       |
| $b_c$       | Coriolis-Beschleunigung  |
| $c$         | Geschwindigkeit im Absolutsystem                                 |
| $c_m$       | Meridiankomponente der Eintrittsgeschwindigkeit im Absolutsystem |
| $c_n$       | Geschwindigkeit im Absolutsystem normal zur Zellfläche           |
| $c_u$       | Umfangskomponente der Eintrittsgeschwindigkeit im Absolutsystem  |
| $C_\mu$     | Konstante des $k - \epsilon$ Turbulenzmodells                    |
| $B$         | B-Faktor nach Stepanoff  |
| $E$         | Ekman-Zahl   |
| $f$         | Frequenz   |
| $f$         | Kraft  |
| $f$         | konvektiver oder diffusiver Fluß über die Kontrollvolumengrenze  |
| $f_\mu$     | Konstante bei der Turbulenzmodellierung                          |
| $g$         | Erdbeschleunigung  |
| $g_i$       | Interpolationsfaktoren   |
| $h$         | Enthalpie  |
| $H$         | Förderhöhe   |
| $I$         | turbulente Intensität in der Zuströmung                          |
| $k$         | turbulente kinetische Energie                                    |
| $L$         | Verdampfungsenthalpie  |
| $L$         | Längenmaß  |
| $L$         | charakteristisches Längenmaß für die Turbulenz in der Zuströmung |
| $\dot{m}$   | Massenfluß   |
| $n$         | Drehzahl   |
| $n_q$       | spezifische Drehzahl   |
| $NPSH$      | net positive suction head (Netto-Energiehöhe)                    |
| $NPSH_{av}$ | anlagenseitig zur Verfügung stehendes $NPSH$                     |

|                |   |
|----------------|---|
| $NPSH_{ic}$    | $NPSH_{av}$ , bei dem die Kavitation gerade beginnt   |
| $NPSH_r$       | erforderliches $NPSH_{av}$  |
| $NPSH_{x\%}$   | $NPSH_{av}$ , bei dem die Kavitation einen Förderhöhenabfall von $x\%$ verursacht                             |
| $NPSH_{12mm}$  | $NPSH_{av}$ , bei dem ein Kavitationsgebiet mit 12 mm Länge auftritt  |
| $NPSH_{100+}$  | $0.5 \cdot (NPSH_{12mm} + NPSH_{100\%})$  |
| $NPSH_{100\%}$ | bei einer weiteren Absenkung von $NPSH_{av}$ sinkt die Förderhöhe unter 100% ab und erreicht diese nicht mehr |
| $p$            | statischer Druck  |
| $p_{krit}$     | Druck, bei dem Kavitation auftritt  |
| $p_{red}$      | reduzierter Druck   |
| $p_{tot}$      | Totaldruck  |
| $p_{ts}$       | Zugspannung im Wasser   |
| $p'_{turb}$    | Amplitude der turbulenten Druckschwankung   |
| $p_{vap}$      | Sättigungsdampfdruck (vapor pressure)   |
| $P_K$          | Kupplungsleistung   |
| $r$            | Radius  |
| $r_{inlet}$    | Radius, auf dem die Eintrittsrandbedingung in der Berechnung liegt  |
| $R$            | Blasenradius  |
| $Re$           | Reynolds-Zahl   |
| $s$            | Koordinate auf der Schaufeloberfläche, beginnend an der Schaufelvorderkante                                   |
| $S$            | Entropie  |
| $\dot{S}$      | Quellterm in der Druckkorrekturgleichung und der Transportgleichung für den Dampfvolumenteil                  |
| $Str$          | Strouhal-Zahl   |
| $T_{period}$   | Periodendauer   |
| $t_w$          | Temperatur des Versuchswassers  |
| $t$            | Zeit  |
| $u$            | Umfangsgeschwindigkeit  |
| $w$            | Geschwindigkeit im Relativsystem  |
| $V$            | Volumen   |
| $V_{ges}$      | das über das Rechengbiet integrierte Dampfvolumenteil   |
| $\dot{V}$      | Volumenstrom  |
| $Y$            | Schaufelarbeit  |
| $z$            | Schaufelanzahl  |

## Griechische Buchstaben

|            |   |
|------------|---|
| $\alpha$   | Volumenanteil von Fluid 1 am Gesamtvolumen der Berechnungszelle (VoF) |
| $\alpha$   | Dampfgehalt (volumenspezifisch)                                       |
| $\beta$    | Schaufelwinkel  |
| $\epsilon$ | turbulente Dissipation  |
| $\epsilon$ | Rossby-Zahl   |
| $\eta$     | Wirkungsgrad  |

---

|           |  |
|-----------|--|
| $\mu$     | molekulare Viskosität                        |
| $\mu_t$   | turbulente Viskosität                        |
| $\nu$     | dynamische Viskosität                        |
| $\rho$    | Dichte                                       |
| $\sigma$  | Kavitationszahl                              |
| $\sigma'$ | Oberflächenspannung                          |
| $\tau$    | Gasgehalt                                    |
| $\Phi$    | Skalar in der allgemeinen Transportgleichung |
| $\Omega$  | Winkelgeschwindigkeit                        |

## Indizes

|                |                                      |
|----------------|--------------------------------------|
| <i>char</i>    | charakteristisch                     |
| <i>d</i>       | Druckseite der Pumpe                 |
| <i>exit</i>    | Austritt                             |
| <i>exp</i>     | experimentell ermittelt              |
| <i>ges</i>     | gesamt                               |
| <i>ic</i>      | incipient                            |
| <i>inl</i>     | Eintrittsrand des Berechnungsgitters |
| <i>l</i>       | Flüssigkeit                          |
| <i>m</i>       | Meridiankomponente                   |
| <i>min</i>     | Minimalwert                          |
| <i>num</i>     | numerisch ermittelt                  |
| <i>ref</i>     | Referenzwert                         |
| <i>s</i>       | Saugseite der Pumpe                  |
| <i>s</i>       | Schaufel                             |
| <i>th</i>      | theoretisch                          |
| <i>u</i>       | Umfangskomponente                    |
| <i>v</i>       | für Dampf                            |
| <i>x, y, z</i> | Komponente in x,y,z-Richtung         |
| 1              | an der Schaufelvorderkante           |
| 2              | an der Schaufelhinterkante           |



# 1 Einleitung

## 1.1 Problemstellung

Unter Kavitation<sup>1</sup> versteht man die Verdampfung einer Flüssigkeit infolge einer Druckabsenkung ohne äußere Wärmezufuhr<sup>2</sup>. Fällt der statische Druck in einer Strömung lokal unter einen kritischen Druck  $p_{krit}$ , so wird ein Teil der Flüssigkeit verdampft, und es bilden sich dampfgefüllte Hohlräume (Blasen), die mit der Strömung transportiert werden. Gelangen die Dampfblasen wieder in ein Gebiet, in dem der Druck über dem Sättigungsdampfdruck liegt, so kondensiert der Dampf schlagartig, und die Blasen implodieren. Der Kavitationsvorgang wird stark von der Dynamik, mit der die Druckabsenkung und der nachfolgende Druckanstieg stattfinden, bestimmt. Der kritische Druck  $p_{krit}$ , bei dem die Verdampfung einsetzt, hängt neben dieser Dynamik vor allem von dem Sättigungsdampfdruck des Fluids und der Fluidqualität ab. Verunreinigungen mit Fremdpartikeln, gelöste und ungelöste Gase bilden Störstellen im Fluid (auch Kavitationskeime genannt), die mit ihrer freien Oberfläche als Ausgangspunkt für die Verdampfung dienen (heterogene Verdampfung). Fehlen diese Störstellen, kann die Flüssigkeit sehr hohe Zugspannungen<sup>3</sup> aufnehmen, ohne daß eine Verdampfung auftritt.

Neben der oben beschriebenen Dampfkavitation treten bei einer Druckabsenkung auch die sogenannte Gaskavitation und die Pseudokavitation auf. Bei der Pseudokavitation handelt es sich um eine Aufweitung des im Wasser befindlichen ungelösten Gases infolge der Druckabsenkung, wohingegen bei der Gaskavitation das im Wasser gelöste Gas entsprechend des jeweiligen Sättigungsgrads ausdiffundiert. Diese Kavitationsarten treten bei jedem Druck auf und führen ebenfalls zu Hohlräumen im Fluid. Verglichen mit der Dampfkavitation und der Pseudokavitation handelt es sich bei der Gaskavitation um einen sehr langsamen Vorgang. Im allgemeinen treten alle drei Kavitationsformen gleichzeitig auf und beeinflussen sich gegenseitig.

Kavitationserscheinungen sind in einer Vielzahl von hydraulischen Maschinen und Anlagen wie z.B. Pumpen, Turbinen, Schiffspropellern und Einspritzdüsen zu beobachten. Bei Kreiselpumpen tritt Kavitation bevorzugt an den Schaufeln des rotierenden Laufrads auf.

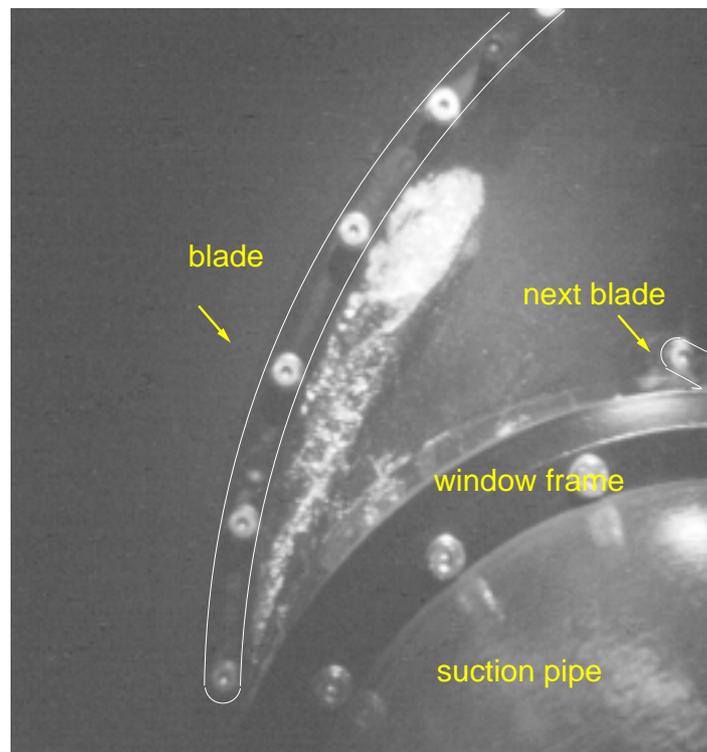
---

<sup>1</sup>Der Begriff Kavitation (lat. cavus = hohl) wurde 1898 das erste Mal erwähnt und geht auf einen Vorschlag von R.E. Froude zurück [96].

<sup>2</sup>Im Unterschied zum Sieden einer Flüssigkeit, bei dem die Verdampfung durch die äußere Wärmezufuhr dominiert wird.

<sup>3</sup>Theoretisch können bis zu 1000 bar Zugspannungen auftreten. In der Realität wurden in sehr reinem Wasser Zugspannungen von bis zu 250 bar gemessen [44].

Wegen der dort herrschenden hohen Geschwindigkeiten sinkt der statische Druck ab, was zur Unterschreitung des kritischen Drucks  $p_{krit}$  führt. Abbildung 1.1 zeigt ein typisches Beispiel für ein Kavitationsgebiet in einer radialen Kreiselpumpe. Auf der Saugseite der Pumpenschaufel in der Nähe der Profilverkante verdampft das Wasser in großen Blasen, die stromabwärts transportiert werden und dort implodieren. Bei der Implosion brechen diese Blasen in viele fein verteilte kleine Blasen auf (weißes Gebiet in Abb. 1.1), bevor sie verschwinden. Durch die Dampfbildung und die nachfolgende Implosion der Dampfblasen wird die Strömung stark gestört und ein Teil des Durchflußquerschnitts versperrt. Dies führt meist zu Förderhöhenabfall und Wirkungsgradverlust.



**Abbildung 1.1:** Kavitierende Strömung in einer Kreiselpumpe (Aufnahme: A. Dreiß, Pfeiderer-Institut Braunschweig [23]).

Von großer technischer Bedeutung ist die mit Kavitation einhergehende Materialzerstörung im Bereich des Blasenzusammenfalls (Kavitationserosion). Wegen der schlagartig einsetzenden Kondensation des Dampfes entsteht in der Blase ein Unterdruck, durch den die umgebende Flüssigkeit stark in Richtung Blaseninneres beschleunigt wird. Findet der Blasen-kollaps in unmittelbarer Wandnähe statt, so implodiert die Blase aufgrund der von der Wand verursachten Störung asymmetrisch, und es bildet sich ein auf die Wand gerichteter scharfer Flüssigkeitsstrahl, auch „micro-jet“ genannt [34]. Durch das Aufschlagen der Flüssigkeit auf die Wand wird der Werkstoff an dieser Stelle mechanisch stark beansprucht. Durch Kerben, Bearbeitungsunebenheiten oder andere kleine Vertiefungen wird die ört-

liche Auftreffgeschwindigkeit des Wassers noch gesteigert und die zerstörende Wirkung vergrößert [61]. Dies kann zur vollständigen Zerstörung des hydraulischen Bauteils führen.

Zur Vermeidung der von Kavitation verursachten Materialerosion bzw. des Förderhöhenabfalls und des Wirkungsgradverlusts wird bei der Auslegung von Kreiselpumpen versucht, das Ausmaß der Kavitation möglichst klein zu halten. Dies steht jedoch in Konflikt mit dem Bestreben, aus Gründen der Wirtschaftlichkeit bei möglichst geringem Bauaufwand und kleinen Abmessungen immer größere Leistungen umzusetzen, was sich nur durch eine Drehzahlerhöhung realisieren läßt. Eine Drehzahlerhöhung bedeutet jedoch auch eine Erhöhung sowohl der Umfangsgeschwindigkeiten als auch der Durchtrittsgeschwindigkeiten in der Pumpe und somit auch eine erhöhte Kavitationsanfälligkeit. Für eine vollständige Vermeidung von Kavitation ist dann eine sehr hohe Zulaufhöhe notwendig. Dies ist jedoch häufig technisch nicht möglich oder würde zu einem wirtschaftlich nicht mehr tragbaren Aufwand führen, so daß Kreiselpumpen häufig mit einem begrenzten Maß an Kavitation betrieben werden. Da die Differenz im Zulaufdruck zwischen beginnender Kavitation und voll ausgebildeter Kavitation recht groß ist, ist dies in den meisten Fällen auch auf Dauer möglich.

## 1.2 Zielsetzung und Vorgehensweise

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Untersuchung von ausgebildeter Kavitation in Kreiselpumpen. Dazu werden numerische Simulationen durchgeführt. Numerische Simulationen haben gegenüber experimentellen Untersuchungen den Vorteil, daß sie viele Details der Strömung liefern, die meßtechnisch entweder gar nicht oder nur mit hohem Aufwand erfaßbar sind. Dies ist bei Kreiselpumpen von besonderer Bedeutung, da Messungen im Laufschaufelkanal aufgrund der Rotation mit besonderen Schwierigkeiten verbunden sind.

Bei der den Untersuchungen zugrundeliegenden Kreiselpumpe handelt es sich um eine Kreiselpumpe rein radialer Bauart mit einer spezifischen Drehzahl von  $n_q = 18$ . Die rein radiale Bauweise erlaubt es, zweidimensionale Berechnungen durchzuführen. Diese Pumpe wurde bereits am Pfeleiderer Institut in Braunschweig im Rahmen einer Dissertation [23] bei unterschiedlichen Kavitationszuständen experimentell untersucht, so daß die Berechnungsergebnisse mit experimentellen Daten verglichen werden können. Es wird erwartet, daß die Berechnungsergebnisse, besonders was die Informationen bezüglich des Strömungsfelds angeht, die nicht aus dem Experiment vorhanden sind, ein deutlich besseres Verständnis der in Pumpen auftretenden Kavitationsvorgänge ermöglichen. Dies betrifft vor allem die Auswirkung der Kavitation auf die Schaufelumströmung und damit verbunden ihre Auswirkung auf Förderhöhe und Wirkungsgrad.

Für die numerischen Simulationen wird das kommerzielle CFD (computational fluid dynamics) Programm STAR-CD<sup>4</sup> verwendet. Die Wahl eines kommerziellen Programms erfolgte aufgrund der hohen Anforderungen, die die numerische Simulation von Laufradströmungen an den Grundcode stellt. In STAR-CD ist bereits ein Kavitationsmodell implementiert, das ursprünglich für die Berechnung von Kavitation in Einspritzdüsen entwickelt

---

<sup>4</sup>Version 3.1A

wurde [14, 72]. Wegen der in Einspritzdüsen herrschenden kleinen Abmessungen und Zeitskalen muß dieses Kavitationsmodell für die Berechnung von hydraulischer Kavitation, wie sie in Pumpen auftritt, adaptiert werden. Dazu werden Testrechnungen an einer kavitierenden Düsenströmung durchgeführt und mit den am Fachgebiet Strömungsmaschinen entwickelten Kavitationsmodellen [68, 91] verglichen (vgl. Kap. 5). Die in dieser Düse auftretenden Strömungsgeschwindigkeiten und Längenskalen sind mit denen der untersuchten Pumpe vergleichbar. Darüber hinaus wird mit Hilfe dieser Simulationen das Verhalten des Kavitationsmodells bezüglich der Reproduktion von Maßstabeffekten untersucht.

Bei der numerischen Untersuchung der kavitierenden Pumpenströmung ist es notwendig, zwischen den Abweichungen, die bereits in der einphasigen Berechnung der Pumpenströmung auftreten, und den Abweichungen, die aufgrund einer unzureichenden Kavitationsmodellierung auftreten, zu unterscheiden. Deshalb wird zunächst die einphasige Pumpenströmung ausführlich numerisch untersucht und die dabei getroffenen Vereinfachungen und Randbedingungen hinsichtlich ihrer Auswirkung auf das Berechnungsergebnis überprüft (vgl. Kap. 6.2). Diese Berechnungen werden sowohl unter Berücksichtigung des Turbulenzeinflusses als auch unter der Annahme einer reibungsfreien Strömung durchgeführt, so daß Aussagen über den Einfluß viskoser Effekte getroffen werden können. Außerdem wird mit Hilfe einer dreidimensionalen Berechnung der Pumpenströmung untersucht, inwiefern 3D-Effekte eine Rolle spielen.

Die zweiphasigen Berechnungen der kavitierenden Pumpenströmung werden im gesamten Bereich von Kavitationszuständen von  $NPSH_{12mm}$ <sup>5</sup> (12 mm langes Kavitationsgebiet) bis zu  $NPSH_{8\%}$  (8 % Förderhöhenabfall aufgrund von Kavitation) durchgeführt. Die experimentelle Überprüfung der Berechnungsergebnisse erfolgt anhand der in [23] von Dreiß veröffentlichten zeitlich gemittelten Schaufeldruckverteilung, der  $NPSH$ -Absenkkurve sowie anhand von Photographien der Kavitationsgebiete. Damit ist es möglich, nicht nur abgesicherte Aussagen zum Kavitationsverhalten der Pumpe zu machen, sondern auch allgemeingültige Rückschlüsse zu den Möglichkeiten und Grenzen dieser Form der numerischen Kavitationsmodellierung zu ziehen. Hierfür eignet sich eine kavitierende Pumpenströmung besonders gut, da wegen der in der Strömung herrschenden großen Druckunterschiede (bei der untersuchten Pumpe sind lokal zwischen dem niedrigsten und dem höchsten Druck auf der Schaufeloberfläche ca. 3 bar Unterschied) kleinere Ungenauigkeiten in der Berechnung keine Rolle spielen.

---

<sup>5</sup>Die Bezeichnung  $NPSH$ -Wert („net positive suction head“) entspricht der früher verwendeten Bezeichnung „Haltedruckhöhe“ [34].

## 2 Stand der Forschung

Seit der ersten dokumentierten Beobachtung von Kavitation durch Newton 1704 (vgl. [96]) hat es eine Reihe von Arbeiten und Veröffentlichungen auf dem Gebiet der Kavitation gegeben, die sich mit den unterschiedlichsten Aspekten der Kavitation beschäftigen. Die für diese Arbeit relevanten Untersuchungen lassen sich in zwei Bereiche einteilen:

- Experimentelle Untersuchungen von Kavitation in Kreiselpumpen.
- Numerische Methoden zur Berechnung von Kavitation in Kreiselpumpen.

Der Schwerpunkt wird im folgenden Überblick auf die numerischen Methoden zur Berechnung von Kavitation gelegt.

### 2.1 Experimentelle Untersuchung von Kavitation in Kreiselpumpen

In der Vergangenheit wurden zahlreiche experimentelle Untersuchungen über die Auswirkung von Kavitation auf das Betriebsverhalten von Kreiselpumpen durchgeführt. Dabei standen unterschiedliche Aspekte im Mittelpunkt, wie das Saugverhalten der Pumpe, die geometrische Gestaltung der Laufradschaufeln, die erosiven Eigenschaften der Kavitation, der Einfluß der Spaltströmung, der Verlauf der  $NPSH$ -Absenkkurven sowie der Einfluß der Wasserqualität, um nur einige zu nennen. Einen guten Überblick über die Ergebnisse geben die entsprechenden Kapitel in den Büchern von Gülich [34], Pfeleiderer/Petermann [61] und Raabe [64]. Üblicherweise wird dabei die Auswirkung der Kavitation durch Ermittlung der integralen Betriebsgrößen Förderhöhe und Wirkungsgrad bei unterschiedlichen Kavitationszuständen erfaßt [23]. Der Kavitationszustand einer Pumpe wird über den  $NPSH$ -Wert beschrieben, der als Differenz zwischen dem im Saugstutzen herrschenden Totaldruck und dem Dampfdruck definiert ist (vgl. Gl. 6.1). Der erforderliche  $NPSH$ -Wert einer Pumpe,  $NPSH_r$ , stellt daher den Dampfdruckabstand im Saugstutzen einer Pumpe dar, bei dem ein bestimmtes Kavitationskriterium eingehalten wird. In der Literatur gibt es eine Reihe von unterschiedlichen Kavitationskriterien [34]. Die beiden wichtigsten sind  $NPSH_{ic}$  und  $NPSH_{3\%}$ .  $NPSH_{ic}$  kennzeichnet den  $NPSH$ -Wert einer Pumpe, bei dem Kavitation gerade beginnt<sup>1</sup>.  $NPSH_{3\%}$  kennzeichnet den  $NPSH$ -Wert, bei dem die Kavitation einen Förderhöhenabfall von 3% verursacht.

---

<sup>1</sup>Je nach Meßmethode (optisch, akustisch) kann dieser Wert stark variieren.

Schöneberger [75] untersucht auf diese Weise den Einfluß der Oberflächenrauigkeit und des Luftgehalts auf den Kavitationsbeginn der Pumpe. Schmidt et al. [72] und Spohnholz [79] untersuchen die Wechselwirkung zwischen Kavitation und Teillastphänomenen. Besonderes Augenmerk wird dabei auf die bei manchen Pumpen auftretende Spitze im  $NPSH_{3\%}$ -Verlauf gelegt. Sie führen diese Erscheinung auf das Einsetzen einer Teillastzirkulation am Laufradeintritt zurück.

Basierend auf den Arbeiten von Keller [48, 49, 50, 51] zu den bei Kavitationsbeginn auftretenden Maßstabeffekten<sup>2</sup>, untersuchen Striedinger und Awad et. al. [87, 5] den Einfluß der Wasserqualität und der Rotationsgeschwindigkeit auf den Kavitationsbeginn bei Kreiselpumpen. Die Bestimmung der Wasserqualität wird über die Messung der Zerreißfähigkeit des Wassers mit Hilfe der Wirbeldüsenmethode [48] durchgeführt. Die Untersuchungen zeigen, daß sowohl die Wasserqualität als auch die Drehzahl einen signifikanten Effekt auf den Kavitationsbeginn der Pumpe haben.

Ein weiterer Maßstabeffekt bei ausgebildeter Kavitation tritt bei der Förderung verschiedener Fluide bzw. Wasser unterschiedlicher Temperatur auf. Wird ein und dieselbe Pumpe mit verschiedenen Fluiden bzw. mit Wasser unterschiedlicher Temperatur betrieben, so nimmt (bei gleichem  $NPSH$ -Wert) die Auswirkung der Kavitation auf die Förderhöhe mit steigender Temperatur ab bzw. hängt von dem geförderten Fluid ab [2]. Dieses Phänomen wird thermodynamischer Effekt genannt [2, 34]. Er resultiert aus dem Unterschied zwischen dem bei der Berechnung des  $NPSH$ -Werts verwendeten Dampfdruck (mit der Temperatur in der Zuströmung berechnet) und dem lokal in der Blase bzw. an der Blasenwand bei einer tieferen Temperatur herrschenden Dampfdruck. Da die lokal in der Strömung herrschende Temperatur für den für die Verdampfung notwendigen Wärmetransport entscheidend ist, ist dieser Effekt besonders groß, wenn  $\Delta p_{vap}/\Delta T$  groß ist, d.h. wenn eine kleine Änderung der Temperatur mit einer großen Änderung des Dampfdrucks verbunden ist [2].

Stepanoff [82, 84, 85] versucht mit Hilfe der „B-Faktor“ Methode<sup>3</sup> den Einfluß der Fluideigenschaften mit ihrer Auswirkung auf das Kavitationsverhalten zu korrelieren. Der „B-Faktor“ ist folgendermaßen definiert [84]:

$$B = \frac{\rho_l \Delta h_f}{\rho_v L}. \quad (2.1)$$

Der Wert von  $\Delta h_f$  beschreibt die Enthalpiedifferenz des Fluids zwischen der Ausgangssituation (keine meßbaren Kavitationseffekte) und der neuen Situation bei niederem  $NPSH$ -Wert und meßbarer Kavitationsauswirkung;  $L$  ist die Verdampfungsenthalpie. Diese Enthalpiedifferenz läßt sich auch als Temperaturdifferenz darstellen ( $\Delta h_f = c \Delta t$ ) bzw. mit der Gleichung von Clausius-Clapeyron in eine Druckdifferenz umrechnen [84].

<sup>2</sup>Unter Maßstabeffekten versteht man die Abweichung der Kavitationserscheinungen bei konstanter dimensionsloser Kavitationszahl nach Thoma infolge unterschiedlicher Wasserqualität (Zugspannungsfestigkeit, Keimpektrum, Gasgehalt) und Reynolds-Zahl (Größe, Strömungsgeschwindigkeit, Viskosität) [50].

<sup>3</sup>Dort „thermal cavitation criterion“ genannt.

Bei all den oben erwähnten Untersuchungen wurde die Kavitation nur über ihre Auswirkung auf die Förderhöhe bzw. den Wirkungsgrad erfaßt. Diese Vorgehensweise hat jedoch den Nachteil, daß die Strömungsvorgänge innerhalb der Pumpe keine Beachtung finden. So ist heute bekannt, daß das zum Teil noch immer verwendete Kriterium von 3% Förderhöhenabfall als noch zulässiges Kavitationsausmaß ungeeignet ist [23]. Der Grund hierfür liegt darin, daß das Ausmaß der Kavitationserosion nicht direkt in Zusammenhang mit dem von Kavitation verursachten Förderhöhenabfall steht. So kann die von Kavitation verursachte Schädigung bereits vor Eintreten von Förderhöhenabfall ein signifikantes Ausmaß annehmen.

Die direkte experimentelle Untersuchung von Kavitation im Laufschaufelkanal ist sehr aufwendig, da sie immer mit dem Problem der Meßdatenübertragung auf das stationäre System verbunden ist, so daß nur wenige Arbeiten auf diesem Gebiet existieren. Dreiß führt in [23] instationäre Messungen des Schaufeldruckverlaufs im rotierenden System bei einer Pumpe niedriger spezifischer Drehzahl durch. Die Meßwertübertragung erfolgt über Funk. Die dabei verwendete Meßtechnik ist ausführlich in [23] bzw. in Kap. 6.1.1 beschrieben. Mit einer ähnlichen Meßtechnik führt Friedrichs [30] an einem leicht modifizierten Laufrad in einem durchsichtigen Plexiglasgehäuse Untersuchungen durch, deren Ziel die Erforschung des Phänomens der „rotierenden Kavitation“ ist.

## 2.2 Numerische Methoden zur Berechnung von Kavitation

Mit dem Aufkommen immer leistungsfähigerer und preisgünstigerer Rechnersysteme hat die numerische Strömungsberechnung in den letzten Jahren zunehmend an Bedeutung gewonnen und gehört mittlerweile bei der Auslegung und Optimierung hydraulischer Strömungsmaschinen zum Stand der Technik. Dies gilt jedoch nicht für die Berechnung kavitierender Strömungen. Die Schwierigkeiten bei der numerischen Simulation von Kavitation resultieren aus den großen Unterschieden zwischen den in kavitierenden Strömungen auftretenden relevanten Längen- und Zeitskalen. Am Beispiel der in Kap. 6 untersuchten Pumpe lassen sich die folgenden Größenordnungen für die charakteristischen Längen- und Zeitskalen ermitteln:

- Die charakteristischen Längenskalen variieren zwischen dem Radius der Kavitationskeime  $L_{char} \sim 10^{-5}$  m und der Pumpenabmessung  $L_{char} \sim 1$  m.
- Die charakteristischen Zeitskalen variieren zwischen  $t_{char} \sim 10^{-5}$  s für den Blasenkolaps und der Durchströmzeit der Pumpe  $t_{char} \sim 1$  s.

Für die korrekte räumliche und zeitliche Auflösung der Kavitation sind deshalb Zellweiten von  $\Delta x = 3 \cdot 10^{-6}$  m und Zeitschrittweiten von  $\Delta t = 10^{-6}$  s notwendig. Dies führt zu

Berechnungsgittern mit  $10^{15}$  Zellen<sup>4</sup>. Außerdem ist die Berechnung von  $10^6$  Zeitschritten erforderlich, bis die Strömung einmal die Pumpe durchquert hat. Das liegt weit außerhalb der Möglichkeiten der momentan zur Verfügung stehenden Rechner- und Speicherleistung, so daß die numerische Simulation von Kavitation nur unter stark vereinfachenden Annahmen hinsichtlich der Auflösung der kleinen Längen- und Zeitskalen möglich ist. Neben diesem prinzipiellen Problem liegen die Schwierigkeiten bei der Simulation kavitierender Strömungen in der korrekten physikalischen Modellierung des Phasenübergangs sowie der numerischen Behandlung der bei Kavitation in der Strömung auftretenden Dichteunterschiede zwischen Wasser ( $1000 \text{ kg/m}^3$ ) und Wasserdampf ( $0.1 \text{ kg/m}^3$ ).

Die einfachste und in der Praxis am häufigsten angewandte Möglichkeit zur Vorhersage von Kavitation ist die Identifikation von Kavitationsgebieten mit Hilfe der Dampfdruck-Isobaren im Strömungsfeld der einphasigen Berechnung. Damit läßt sich jedoch nur ermitteln, ob mit Kavitation zu rechnen ist oder nicht. Die Auswirkung der Kavitation auf Auftrieb und Widerstand bzw. bei Pumpen auf Förderhöhe und Wirkungsgrad wird mit dieser Methode nicht erfaßt.

Aufgrund der hohen technischen Relevanz von Kavitation wurden in der Vergangenheit große Anstrengungen unternommen, Kavitationsphänomene mit zweiphasigen Berechnungen zu simulieren und somit auch die Auswirkung von Kavitation auf das Strömungsfeld zu erfassen. Dies hat zu einer Vielzahl unterschiedlicher Kavitationsmodelle und numerischer Vorgehensweisen geführt, die abhängig von dem speziellen Anwendungsfall Vor- und Nachteile haben. Es hat sich jedoch kein allgemeingültiges Verfahren herauskristallisiert, das allen anderen überlegen ist.

Unabhängig von der Modellierung des Phasenübergangs lassen sich die in der Literatur verwendeten numerischen Vorgehensweisen zur Simulation von Mehrphasenströmungen prinzipiell in zwei Gruppen einteilen [11, 73]:

- „Interface Tracking“ Methoden
- „Continuum“ Methoden<sup>5</sup>.

Die sogenannten „Interface Tracking“ Methoden basieren auf der Annahme, daß zwischen den beiden Phasen Flüssigkeit und Dampf eine fest definierte Phasengrenze besteht. In der Berechnung wird diese Phasengrenze mit Hilfe der Dampfdruck-Isobaren ermittelt. Da es numerisch nicht möglich ist (und auch physikalisch falsch [11]), an der gesamten Phasengrenzfläche den Dampfdruck vorzugeben, ist es notwendig, ein empirisches Schließungsmodell („wake model“) einzuführen, das den Druckrückgewinn am Ende des Kavitationsgebietes wiedergibt. Die Strömung wird nur für die flüssige Phase um das Kavitationsgebiet

---

<sup>4</sup>Diese Zahl ergibt sich aus einer gleichmäßigen Diskretisierung des dreidimensionalen Strömungsgebiets. Deutlich weniger Zellen sind notwendig, wenn nur der Bereich, in dem Kavitation tatsächlich auftreten kann, so fein diskretisiert wird.

<sup>5</sup>Die Bezeichnungen werden in der Literatur nicht einheitlich verwendet. In [11] werden die „Continuum“ Methoden „two-phase flow schemes“ genannt, in [17] hingegen „two-phase methods“ sowie „interface capturing“ Methoden.

herum berechnet. Da die Annahme einer fest definierten Phasengrenze bei Schichtkavitationsgebieten gut erfüllt ist, werden „Interface Tracking“ Methoden häufig zur Simulation dieser Kavitationsform verwendet [10]. Bei der Lokalisierung der Phasengrenze mit Hilfe der Dampfdruck-Isobaren handelt es sich um einen iterativen Prozeß, der nicht zeitecht ist [11], so daß mit dieser Methode nur stationäre Phänomene untersucht werden können. Der Vorteil von „Interface Tracking“ Methoden ist jedoch, daß es sich eigentlich um einphasige Strömungsberechnungen handelt, so daß der Dichteunterschied zwischen Wasser und Dampf ohne Bedeutung ist.

Chen und Heister berechnen mit dieser Methode die stationäre Kavitation bei der Umströmung diverser Rotationskörper [11]. Dupont und Avellan [26] untersuchen das Kavitationsgebiet an der Vorderkante eines NACA009 Profils bei  $5^\circ$  Anstellung mit Hilfe einer Potential- bzw. Navier-Stokes Methode bei unterschiedlichen Reynolds-Zahlen. Die Geometrie des Kavitationsgebiets wird mit der Potentialmethode ermittelt und anschließend mit einer Navier-Stokes Methode korrigiert. Die genaue experimentelle Überprüfungen mit LDA-Messungen zeigt, daß es nur bis zu Reynolds-Zahlen von  $2 \cdot 10^6$  möglich ist, den Ort des Blasenzusammenfalls korrekt vorherzusagen. Bei höheren Reynolds-Zahlen versagt die Methode jedoch. Deshpande et al. [18] erhalten sehr gute Übereinstimmung mit dem Experiment bei der zweidimensionalen reibungsfreien Berechnung einer kavitierenden Strömung um ein Profil. In [20] erweitern Deshpande et al. das Berechnungsverfahren mit der Energiegleichung für die Simulation cryogener Flüssigkeiten (thermodynamischer Effekt). Dabei wird für die Bestimmung der Phasengrenze ein lokal unterschiedlicher Dampfdruck verwendet, der von der jeweiligen Temperatur abhängt.

Die Anwendung von „Interface Tracking“ Methoden zur Berechnung kavitierender Pumpenströmungen sind aufgrund der komplexen Geometrie selten. Schütte [77] verwendet ein sogenanntes Stromlinienverschiebungsverfahren [22] für die zweidimensionale Berechnung einer reibungsfreien Laufradströmung unter Ausbildung einer stationären Kaverne. Die Ergebnisse sind von Dreiß in [22, 23] im Vergleich zum Experiment dargestellt. Bei geringem Förderhöhenabfall wird die Länge der Kavitationsgebiete gut von der Berechnung wiedergegeben. Hirschi et al. [37, 38] führen dreidimensionale reibungsbehaftete Berechnungen einer kavitierenden Pumpenströmung durch [38]. Die Strömungsberechnung erfolgt mit dem kommerziellen CFD Programm TASCflow. Die Ausdehnung des Kavitationsgebiets wird getrennt von der Strömungsberechnung ermittelt. Nach jeder Veränderung des Kavitationsgebiets wird das Berechnungsgitter dem neu ermittelten Kavitationsgebiet angepaßt und eine weitere Strömungsrechnung mit der auf das neue Berechnungsgitter extrapolierten alten Lösung als Startlösung durchgeführt. Dabei handelt es sich um einen iterativen Prozess, der nach Angaben der Autoren sehr zeitaufwendig sein kann [38]. Die Länge der Kavitationsgebiete wird in allen Betriebspunkten gut von der Berechnung wiedergegeben. Der Vergleich der numerisch ermittelten NPSH-Absenkkurve für zwei unterschiedliche Diffusoren mit dem Experiment zeigt, daß der Förderhöhenabfall nur dann gut vorhergesagt werden kann, wenn der Förderhöhenabfall allein durch die Kavitationsschicht verursacht wird und nicht durch zusätzliche instationäre Phänomene [38].

Eine Alternative zum Verschieben eines körperangepaßten Rechengitters bietet die Mehrgittertechnik (Chimeratechnik). Dabei wird über ein während der Berechnung un-

verändert belassenes Hauptgitter ein zweites an das Kavitationsgebiet angepaßtes Gitter gelegt. Die Navier-Stokes-Gleichungen werden auf beiden Gittern gelöst und die Informationen zwischen den beiden Gittern mittels geeigneter Interpolationsalgorithmen ausgetauscht. Lanzenberger [54, 69] berechnet mit Hilfe dieser Methode eine kavitierende Kanalströmung sowie die kavitierende Strömung um ein NACA66-Profil.

Die oben genannten Untersuchungen haben gezeigt, daß es mit „Interface Tracking“ Methoden möglich ist, gute Resultate bezüglich Auftrieb, Widerstand sowie Kavitationslänge zu erzielen, wenn die empirischen Schließungsmodelle für das hintere Ende des Kavitationsgebiets ausreichend kalibriert sind. Entscheidend dabei ist es jedoch, inwiefern die Annahmen einer fest definierten Phasengrenzfläche und eines stationären Kavitationsgebiets auch im Experiment erfüllt sind. Ein grundlegendes Verständnis der Kavitationsvorgänge können „Interface Tracking“ Methoden aber nicht geben, da die Kavitation selbst gar nicht berücksichtigt wird. Dies gilt vor allem im hinteren Bereich des Kavitationsgebiets, wo instationäre Vorgänge (Re-Entrant-Jet, Aufbrechen des Kavitationsgebiets, Abschwimmen von Blasenwolken) dominieren, die durch das empirische Schließungsmodell nur im Mittel berücksichtigt werden.

Im Gegensatz zu den „Interface Tracking“ Methoden werden bei den „Continuum“ Methoden die Strömungen beider Phasen berechnet. Unter der Annahme, daß innerhalb einer Berechnungszelle keine Relativbewegung zwischen den beiden Phasen auftritt, werden die beiden Phasen über eine Berechnungszelle gemittelt und als ein Fluid mit variabler Dichte behandelt. Die Dichte kann dabei in Abhängigkeit des Dampf- bzw. des Wassergehalts der Zelle zwischen der Flüssigkeitsdichte und der Dampfdichte variieren. „Continuum“ Methoden sind numerisch sehr effizient, da die mathematische Modellierung der blasenhaltigen Strömung, abgesehen von der Modellierung des Phasenübergangs, keine weiteren Gleichungen im Vergleich zu der Simulation einphasiger Strömungen erfordert. Durch die Berücksichtigung beider Phasen treten in der Strömungsberechnung Dichtesprünge an der Phasengrenze auf, die numerisch nur schwer zu beherrschen sind und die Verwendung sogenannter „shock capturing schemes“ bzw. „interface capturing schemes“ erfordern [55, 89]. Dagegen zeichnen sich „Continuum“ Methoden durch eine universellere Anwendbarkeit aus, da sie nicht auf der Modellannahme einer scharfen Phasengrenze, wie sie den „Interface Tracking“ Methoden zugrunde liegt, basieren. Aus diesem Grund können „Continuum“ Methoden auch zur Simulation von Blasen kavitation angewandt werden.

Der Phasenübergang wird bei „Continuum“ Methoden durch eine geeignete Beziehung zwischen der variablen Dichte und den anderen Zustandsgrößen, in der Regel dem Druck, beschrieben. Diese Beziehung beschreibt sowohl die Verdampfung als auch die Kondensation des Fluids, so daß im Gegensatz zu den „Interface Tracking“ Methoden keine zusätzliche Schließungsbedingung für den hinteren Bereich des Kavitationsgebiets erforderlich ist. Durch die direkte Kopplung mit dem Strömungsprogramm wird der Phasenübergang bei „Continuum“ Methoden zeitecht simuliert<sup>6</sup>, so daß „Continuum“ Methoden auch zur Simulation von instationärer Kavitation verwendet werden können. Da der Phasenübergang von

---

<sup>6</sup>Allerdings nur unter der Annahme, daß das Kavitationsmodell die Dynamik des Phasenübergangs korrekt beschreibt.

einer Vielzahl physikalischer Phänomene wie Wärmeübertragung, Oberflächenspannung, Kompressibilität des Dampfes, Wechselwirkung zwischen einzelnen Blasen, Relativbewegung zwischen Blasen und Fluid sowie der Wechselwirkung mit Turbulenz abhängt, gibt es zur Zeit noch keine allgemeingültigen Kavitationsmodelle, die alle oben genannten Aspekte des Phasenübergangs berücksichtigen. Es existieren jedoch eine Reihe von Kavitationsmodellen, die sich durch die bei ihrer Herleitung gemachten vereinfachenden Annahmen unterscheiden. Diese Modelle können im wesentlichen in zwei Kategorien eingeteilt werden:

- Kavitationsmodelle, die auf einer blasendynamischen Betrachtung des Phasenübergangs basieren [3, 12, 13, 42, 53, 68, 76].
- Kavitationsmodelle, die auf einem Zustandsgesetz basieren [16, 17, 41, 58, 65, 73, 91].

Bei den Kavitationsmodellen der ersten Kategorie wird Kavitation als Wachstums- und Kollapsprozeß einzelner Dampfblasen in einem sich ändernden Druckfeld betrachtet. Da es wegen der hohen Anzahl nicht möglich ist, jede Kavitationsblase einzeln aufzulösen, werden alle sich in einer Berechnungszelle befindenden Blasen basierend auf der homogenen Annahme<sup>7</sup> gleich behandelt. Mit Hilfe der Keimanzahl  $n_o$ <sup>8</sup> und der Dichte bzw. des Dampfgehalts einer Zelle  $\alpha = V_{vap}/V_{ges}$  ist es möglich, die Anzahl der sich in einer Zelle befindenden Dampfblasen und deren Radius zu rekonstruieren. Mit diesem Radius wird das Wachstum bzw. der Kollaps der Blasen in Abhängigkeit des lokalen Drucks berechnet. Mit Hilfe der Blasenanzahl kann somit die Verdampfungsmenge bzw. die neue Dichte berechnet werden.

Ausgangspunkt für die analytische Beschreibung des Blasenwachstums ist die Betrachtung einer einzelnen, leeren, kugelförmigen Blase, die sich in einem unendlich ausgedehnten inkompressiblen Fluid befindet. Ausgehend von Impuls- und Kontinuitätsgleichung in sphärischen Koordinaten läßt sich das Verhalten solch einer Blase mit der folgenden Bewegungsgleichung beschreiben<sup>9</sup>:

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{p(R) - p_\infty}{\rho_l}, \quad (2.2)$$

mit dem Blasenradius  $R$ ,  $p(R)$  dem Druck in der Flüssigkeit an der Blasenwand sowie  $p_\infty$  dem Druck in unendlicher Entfernung. Gleichung 2.2 wird auch als Fundamentalglei-

<sup>7</sup>Homogene Annahme: Die in einer Berechnungszelle sich befindenden Blasen sind gleichmäßig verteilt und sehr klein im Vergleich zu den Abmessungen der Berechnungszelle, so daß sie sich nicht gegenseitig beeinflussen.

<sup>8</sup>Die Keimanzahl  $n_o$  ist in der Literatur auf verschiedene Arten definiert. In [53, 76, 13] ist  $n_o$  als Anzahl Kavitationskeime pro Einheitsvolumen Gemisch definiert, während in [68]  $n_o$  als Anzahl Kavitationskeime pro Einheitsvolumen Wasser bzw. in [12]  $n_o$  als Anzahl Kavitationskeime pro Einheitsmasse definiert ist. Die Vorgehensweise in [68] bzw. [12] ist vergleichbar, da die Masse des Dampfes aufgrund der geringen Dichte vernachlässigbar ist. Die Verwendung der Definition in [53, 76, 13] führt jedoch besonders bei hohen Dampfgehalten zu deutlich höheren Blasenanzahlen und somit zu einer größeren Verdampfungsmenge als die Definition in [68] bzw. [12].

<sup>9</sup>Unter den folgenden Annahmen: Die Blase bleibt während des Wachstums rund, Temperatureffekte und Kompressibilitätseffekte sind vernachlässigbar.

chung der Blasendynamik bezeichnet [96]<sup>10</sup>. Im Falle von Kavitation wird der Druck an der Blasenwand  $p(R)$  unter der Annahme thermodynamischen Gleichgewichts gleich dem Dampfdruck gesetzt ( $p(R) = p_{vap}$ )<sup>11</sup>. Gleichung 2.2 ist die Grundlage der in den Arbeiten von Kubota et al. [53], Schulz [76] sowie Chen und Heister [10] verwendeten Beschreibung des Blasenwachstums. Da es sich bei Gl. 2.2 um eine partielle Differentialgleichung handelt, deren Lösung numerisch sehr aufwendig ist, wird häufig eine vereinfachte Form von Gl. 2.2 unter Vernachlässigung des Trägheitsterms ( $d^2R/dt^2 = 0$ ) verwendet:

$$\frac{dR}{dt} = \sqrt{\frac{2(p_{vap} - p_{\infty})}{3\rho_l}} \quad (2.3)$$

Gleichung 2.3 wird häufig Rayleigh-Gleichung genannt [68, 97]. Sie wird in den Arbeiten von Athavale et al. [3], Cokljat et al. [13], Sauer [68] sowie Yuan et al. [97, 98] für die Berechnung des Blasenwachstums verwendet.

Bei den Kavitationsmodellen der zweiten Kategorie wird der Phasenübergang mit Hilfe eines Zustandsgesetzes beschrieben. Zustandsgesetze sind in ihrer einfachsten Form aus der Gleichgewichtsthermodynamik bekannt und liefern einen Zusammenhang zwischen der Dichte und dem Druck [86]. Unter der Annahme thermodynamischen Gleichgewichts verläuft die Kurve im p-v-Diagramm im Zweiphasengebiet waagrecht bei Gleichgewichtsdampfdruck. Dieser Verlauf des Zustandsgesetzes führt jedoch numerisch zu Instabilitäten, so daß der Übergang zwischen den beiden Phasen verschmiert werden muß. Die Schwierigkeit bei der Verwendung dieser Art von Kavitationsmodellierung liegt in der Bestimmung eines sinnvollen und numerisch stabilen Zustandsgesetzes, das die Dichte mit dem Druck verbindet. In der Literatur werden unterschiedliche Zustandsgesetze verwendet, die sich mit Hilfe der Breite des Übergangsbereichs  $\Delta p$ , dem Verhältnis zwischen der Flüssigkeits- und der Dampfdichte sowie der minimalen Ableitung  $(dp/d\rho)_{min}$ , die häufig fälschlicherweise mit der Schallgeschwindigkeit in Verbindung gebracht wird, charakterisieren lassen. Bei Delannoy und Kueny [17], Hoeijmakers et al. [41] sowie in den Arbeiten von Reboud [65, 66, 16] basiert das Zustandsgesetz auf einer Sinusfunktion. Schmidt et al. [73] dagegen verwenden mit Bezug auf Wallis („homogenous equilibrium model“ [92]) eine logarithmische Funktion für das Zustandsgesetz.

Vortmann entwickelt in [91] ein neues Zustandsgesetz, das im Gegensatz zu den oben erwähnten Zustandsgesetzen den Phasenübergang als einen zeitabhängigen Verdampfungs- bzw. Kondensationsprozess beschreibt. In Anlehnung an die van-der-Waals- bzw. Landau-Theorie wird dabei jeder Phase ein Potential zugeordnet, das vom thermischen Zustand der jeweiligen Phase abhängt. Abhängig vom Verhältnis der beiden Potentiale zueinander

<sup>10</sup>Rayleigh untersuchte das Problem des Blasen kollaps bereits 1917 und erhielt basierend auf einer Energiebetrachtung die folgende Lösung für die Blasenwandgeschwindigkeit:  $\frac{dR}{dt} = \sqrt{\frac{2(p(R)-p_{\infty})}{3\rho_l} \left(\frac{R_o^3}{R^3} - 1\right)}$ , mit  $R_o$  dem Ausgangsradius [63].

<sup>11</sup>Es gibt in der Literatur zahlreiche Arbeiten, die die Oberflächenspannung, die Viskosität der Flüssigkeit, die Kompressibilität des Dampfes, das Vorhandensein eines nicht kondensierbaren Gases in der Blase sowie den Wärmeübergang berücksichtigen, was zu beliebig komplizierten Formeln führt, mit deren Hilfe der Druck an der Blasenwand beschrieben wird (vgl. [35]).

tritt entweder Verdampfung oder Kondensation auf. Zur numerischen Simulation von Kavitation werden diese Potentiale so bestimmt, daß bei einer langsamen Druckabsenkung die Dichte entlang der Gleichgewichtskurve verläuft. Bei schnellen Druckänderungen findet die Verdampfung nicht notwendigerweise bei Dampfdruck statt, da nicht genug Zeit für den Gleichgewichtsphasenübergang zur Verfügung steht. Daher eignet sich dieses Modell besonders zur Beschreibung von Zuständen im Phasennichtgleichgewicht.

Die in der Literatur verwendeten „Continuum“ Methoden unterscheiden sich neben der physikalischen Beschreibung des Phasenübergangs noch im Hinblick auf die numerische Kopplung des Kavitationsmodells mit den Bewegungsgleichungen. So ist es möglich, das Kavitationsmodell direkt mit den Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls im Rahmen einer Euler-Euler Betrachtung zu koppeln. Die zweiphasige Strömung wird dabei als ein kompressibles Fluid behandelt, dessen Dichte im Bereich des Dampfdrucks stark vom Druck abhängt. Eine zweite Möglichkeit besteht darin, die beiden Phasen getrennt zu betrachten und den Phasenübergang von flüssig nach dampfförmig bzw. von dampfförmig nach flüssig mit Hilfe sogenannter Ratengleichungen zu beschreiben. Dies bedeutet, daß nicht der Zustand selbst, sondern nur die Änderung des Zustands durch das Kavitationsmodell beschrieben wird. Das Kennzeichen dieser Methode ist, daß zusätzlich zu den Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls noch eine Transportgleichung für den Volumenanteil einer der beiden Phasen gelöst wird.

Die auf der direkten Kopplung basierende Vorgehensweise wird im Bereich der auf Blasendynamik beruhenden Modelle von Kubota et al. [53] und Schulz [76] verwendet. Bei der Zustandsgesetzmethode wird diese Vorgehensweise von Delannoy und Kueney [17] und Reboud et al. [65, 66, 16] durch Vorgabe eines barotropen Zustandsgesetzes ( $\rho = \rho(p)$ ) verwendet. Die Verwendung der zweiten Vorgehensweise, d.h. die Modellierung des Phasenübergangs mit Hilfe einer Ratengleichung, wird von Chen und Heister [12], Cokljat et al. [13], Sauer [68] sowie Hosangadi [42] im Bereich der Blasendynamik und von Hoeijmakers et al. [41], Merkle et al. [58] sowie Vortmann [91] bei der Zustandsgesetzmethode verwendet. Da bei der Verwendung dieser Vorgehensweise nicht der absolute Wert der Dichte, sondern die Änderung der Dichte durch das Kavitationsmodell beschrieben wird, ist bei der Zustandsgesetzmethode die Dichte nicht mehr direkt mit dem Druck gekoppelt, sondern hängt von der Vergangenheit des Fluids, d.h. der alten Dichte vor Berechnung der Verdampfungsmenge, ab.

In den letzten Jahren wurden „Continuum“ Methoden mit beiden Arten von Kavitationsmodellen mit Erfolg für die Simulation stationär und instationär kavitierender Düsen- und Profilmströmungen eingesetzt. Kubota et al. [53] berechnen mit Hilfe einer auf Blasendynamik beruhenden „Continuum“ Methode die zweidimensionale instationär kavitierende Strömung um ein NACA0015 Profil bei unterschiedlichen Anstellwinkeln. Dabei zeigt es sich, daß das Modell in der Lage ist, das zyklische Abschwimmen von Blasenwolken am Ende des Kavitationsgebiets zu reproduzieren. Abhängig von den bei der Berechnung auftretenden Dichte und Druckschwankungen berichten sie von Stabilitätsproblemen. Chen und Heister [12] berechnen mit einer auf Blasendynamik beruhenden „Continuum“ Methode die rotationssymmetrische, laminare, instationär kavitierende Strömung um verschiedene Rotationskörper. Die Berechnungsergebnisse zeigen, daß die Amplitude der durch Kavitati-

on hervorgerufenen Druckfluktuationen deutlich von dem in der Berechnung vorgegebenen Keimgehalt der Strömung abhängt, die Hauptfrequenz jedoch nahezu unabhängig davon ist. Die numerisch ermittelte Strouhal-Zahl befindet sich in guter Übereinstimmung mit dem Experiment [12]. Durch die Variation des Keimradius zeigen Chen und Heister, daß es mit ihrem Kavitationsmodell möglich ist, den aus dem Experiment bekannten Größenmaßstabseffekt [50] zu reproduzieren<sup>12</sup>. Sauer [68] führt ebenfalls umfangreiche Untersuchungen zu Maßstabseffekten an einer reibungsfrei kavitierenden Düsenströmung durch. Er verwendet ein modifiziertes Volume-of-Fluid Verfahren in Verbindung mit dem vereinfachten Wachstumsgesetz nach Gl. 2.3. Trotz der Verwendung des vereinfachten Wachstumsgesetzes zeigen die Berechnungen einen Größenmaßstabseffekt. Ein Geschwindigkeitsmaßstabseffekt wird jedoch nicht beobachtet. Durch die Hinzunahme der Enthalpiegleichung untersucht Sauer [68] den Einfluß thermischer Effekte auf die kavitierende Düsenströmung bei unterschiedlichen Wassertemperaturen. Am Beispiel einer instationär kavitierenden Strömung um ein NACA0015 Profil bei 6° Anstellung wird der Einfluß unterschiedlicher Randbedingungen auf das Berechnungsergebnis im Vergleich zum Experiment gezeigt [68]. Dabei erweist sich das Berechnungsergebnis als besonders sensitiv hinsichtlich der Wahl des Referenzpunktes für den Druck, d.h. der Stelle im Rechengebiet, an der der Druck konstant gehalten wird.

Die auf Blasendynamik beruhenden Kavitationsmodelle haben die wünschenswerte Eigenschaft, daß sie die Keimkonzentration in der Zuströmung als Parameter berücksichtigen. Der Nachteil ist jedoch, daß mit steigendem Dampfgehalt einer Zelle die homogene Annahme ihre Gültigkeit verliert und somit die Wachstumsbeziehungen in Gl. 2.2 und Gl. 2.3 nicht mehr gelten. Dies steht in direktem Zusammenhang mit der Größe der Gitterzellen.

Die Kopplung eines Zustandsgesetzes mit einer zweidimensionalen Strömungsberechnung (Euler) wurde das erste Mal von Delannoy und Kueny [17] angewandt. Sie berechnen mit dieser Methode eine instationär kavitierende Strömung in einem Kanal mit konvergent-divergent verlaufenden Wänden (Venturi-Kanal). Dabei verwenden sie eine feste Kopplung zwischen Druck und Dichte („barotropic law of state“,  $\rho = \rho(p)$ ). Die Berechnungen zeigen ein zyklisches Anwachsen, die Bildung eines Re-Entrant-Jets, der das Kavitationsgebiet abschneidet sowie das Abschwimmen von Kavitationsgebieten. Da die Berechnungen unter der Annahme einer reibungsfreien Strömung durchgeführt wurden, ist die Bildung des Re-entrant-Jets nicht durch die Viskosität verursacht. Es besteht jedoch eine hohe Abweichung zwischen der experimentell und der numerisch ermittelten Strouhal-Zahl. Basierend auf der Vorgehensweise von Delannoy und Kueny [17] gibt es eine Reihe von Arbeiten von Reboud et al., die sich durch gute Übereinstimmung mit dem Experiment auszeichnen [65, 66]. In [65] wird die kavitierende Strömung in zwei unterschiedlichen Kanalgeometrien untersucht. Abhängig von der Geometrie tritt in dem einen Fall ein quasi stationäres Kavitationsgebiet und in dem anderen Fall ein instationär oszillierendes Kavitationsverhalten auf. Die Berechnungen liefern für beide Fälle eine gute Übereinstimmung mit dem Expe-

---

<sup>12</sup>Der Größenmaßstabseffekt wird in [12] nicht durch die Variation der geometrischen Abmessungen des umströmten Körpers bei konstantem  $\sigma_{ref}$  untersucht, sondern durch die Variation des Ausgangskeimradius, der als Randbedingung vorgegeben wird.

riment. Selbst das instationär oszillierende Verhalten des Kavitationsgebiets wird sowohl von der Frequenz als auch von der mittleren Länge des Kavitationsgebiets her gut von den turbulenten Berechnungen reproduziert. Zum Teil stimmt auch die Geschwindigkeitsverteilung in den Kavitationsgebieten gut mit dem Experiment überein [65]. In [66] berechnen Reboud et al. die instationär kavitierende Strömung um ein Profil (in [66] CLE1 genannt). Für dieses Profil liegen neben den Aufnahmen des Kavitationsgebiets auch Messungen des instationären Schaufeldruckverlaufs vor. Eine Fourier Transformation der gemessenen und der berechneten Druckverläufe zeigt, daß die Hauptfrequenzen in guter Übereinstimmung miteinander liegen. Werden jedoch die Druckverläufe selbst miteinander verglichen, so treten deutliche Abweichungen auf. Ebenfalls auf einem Zustandsgesetz basiert die Methode von Schmidt et al. [72, 73]. Sie berechnen die kavitierende Strömung in Einspritzdüsen. Im Gegensatz zu Delannoy und Kueny, bei denen die reinen Phasen inkompressibel (SIMPLE-Verfahren) behandelt werden, verwenden Schmidt et al. [73] ein kompressibles Verfahren. Merkle et al. verwenden in [58] sowohl die direkte Kopplung des Zustandsgesetzes mit den Impulsgleichungen als auch die Modellierung des Phasenübergangs mit Hilfe einer Raten-gleichung. Nach Angabe der Autoren führen beide Modelle zu realistischen Ergebnissen. Die Modellierung des Phasenübergangs mit Hilfe einer Ratengleichung erweist sich jedoch als numerisch stabiler [58]. Ein quantitativer Vergleich wird in [58] nicht vorgenommen.

Neben den auf Blasendynamik beruhenden Methoden und den Zustandsgesetzmethoden zur Beschreibung des Phasenübergangs, die beide einen physikalischen Hintergrund haben, gibt es eine Reihe von Autoren, die den Phasenübergang lediglich mit Hilfe der Differenz zwischen dem lokalen Druck und dem Dampfdruck ( $p - p_{vap}$ ) empirisch beschreiben [11, 40, 42]. Diese Methoden basieren auf der von Chen und Heister in [11] angegebenen Gleichung:

$$\frac{D\rho}{Dt} = C(p - p_{vap}). \quad (2.4)$$

$C$  ist eine empirische, mit Einheiten behaftete Konstante. Die Höhe von  $C$ , durch die die Dynamik der Dichteänderung bestimmt wird, erscheint zunächst rein zufällig. Ist  $C$  jedoch groß, d.h. hat eine kleine Änderung im Druck eine große Dichteänderung zur Folge, die wiederum durch die Koppelung mit den Strömungsgleichungen zu einer großen Druckänderung führt, so sorgt die starke Kopplung von Druck und Dichte dafür, daß der Druck im Kavitationsgebiet ungefähr auf Dampfdruckniveau gehalten wird [11]. Ab einer ausreichenden Größe von  $C$  ist die Berechnung unabhängig von der Wahl von  $C$ . In [11] berechnen Chen und Heister die kavitierende Strömung um einen Rotationskörper mit  $C = 500, 5000, 50000$ . Zwischen der Berechnung mit  $C = 5000$  und  $C = 50000$  ist kaum ein Unterschied im Druckverlauf zu erkennen, im Gegensatz zu der Berechnung mit  $C = 500$ , bei der eine Saugspitze im Druckverlauf am Beginn des Kavitationsgebiets aufgrund der zu langsamen Dichteabsenkung auftritt.

Ebenfalls einen anderen Weg verfolgen Avva et al. [4]. Sie lösen zusätzlich zu den Impulsgleichungen und der Kontinuitätsgleichung eine Energiegleichung mit der Mischungsenthalpie als abhängiger Variable. Der Dampfgehalt und somit die Ausdehnung des Kavitationsgebiets wird anhand der berechneten Mischungsenthalpie und der lokal in der Berechnungszelle herrschenden thermodynamischen Größen, d.h. den Sättigungsenthalpi-

en von Wasser und Dampf, berechnet. Diese Vorgehensweise basiert auf der Annahme, daß es sich bei Kavitation um einen Phasenübergang bei konstanter Enthalpie handelt [4]. Berechnungen einer kavitierenden Innenströmung sowie einer kavitierenden Strömung um ein NACA66 Profil mit dem kommerziellen Programm CFD-ACE, in das das Modell eingebaut wurde, zeigen plausible Ergebnisse.

Eine interessante Vorgehensweise bei der Simulation kavitierender Strömungen wählen Hosangadi et al. in [42]. Im Gegensatz zu den meisten bisher vorgestellten Methoden, in denen die reinen Phasen als inkompressibel betrachtet werden, werden von Hosangadi et al. die kompressiblen Bewegungsgleichungen für die reinen Phasen und das Wasser/Dampf Gemisch unter thermodynamisch korrekter Berücksichtigung der akustischen Wellenausbreitung gelöst [42]. Die Schallgeschwindigkeit ist dabei lokal vom Dampfgehalt in der Strömung abhängig und fällt im Zweiphasengebiet weit unterhalb des Werts für reinen Dampf<sup>13</sup>. Für den Dampfgehalt wird eine zusätzliche skalare Transportgleichung gelöst, die einen Quellterm enthält, der auf Gl. 2.3 beruht. Hosangadi et al. verwenden diese Methode zur Simulation der stationär kavitierenden Strömung um ein NACA 66 Profil bei 4° Anstellung sowie zur Simulation der stationär kavitierenden Strömung um einen Rotationskörper. Die Druckverläufe zeigen im hinteren Bereich des Kavitationsgebiets eine leichte Abweichung vom Experiment, die nach Angabe der Autoren auf Vereinfachungen bei der Berücksichtigung der Turbulenz in Wandnähe durch die Verwendung einer Wandfunktion zurückzuführen ist.

Wie schon bei den „Interface Tracking“ Methoden existieren auch bei den „Continuum“ Methoden nur wenige Anwendungen im Bereich kavitierender Pumpenströmungen. Dem Autor ist nur die Arbeit von Athavale et al. [3] aus diesem Bereich bekannt. Athavale et al. verwenden das kommerzielle CFD Programm CFD-ACE+ der Firma CFDRC (vgl. Tab. 2.1) für die Simulation der dreidimensionalen reibungsbehafteten kavitierenden Strömung in einer Axialpumpe, in einer Radialpumpe sowie in einem Raketeninducer zur Förderung von flüssigem Sauerstoff. Die Autoren nennen ihr Kavitationsmodell „full cavitation model“. Der Phasenübergang wird mit Hilfe einer Ratengleichung beschrieben (vgl. Gl. 2.3). Eine Besonderheit des „full cavitation model“ ist die Berücksichtigung der turbulenten Schwankungsbewegung und das Vorhandensein nicht kondensierbarer Gase. Der Einfluß der turbulenten Schwankungsbewegungen auf die Kavitation wird über eine Erhöhung des kritischen Drucks  $p_{krit} = p_{vap} + p'_{turb}/2$ , der für den Kavitationsbeginn verantwortlich ist, berücksichtigt. Die turbulenten Druckschwankungen  $p'_{turb}$  ergeben sich aus der turbulenten Energie  $k$ :  $p'_{turb} = 0.39\rho k$  [3]. Die Berechnungsergebnisse sind in [3] nur qualitativ dargestellt und nicht experimentell überprüft<sup>14</sup>.

<sup>13</sup>Experimentellen Messungen von Schallgeschwindigkeiten in Blasen-Flüssigkeits-Gemischen haben ergeben, daß schon bei Zumischung eines geringen Gasvolumens die Schallgeschwindigkeit des Gemisches weit unterhalb der Schallgeschwindigkeiten der reinen Phasen liegt [6].

<sup>14</sup>Aufgrund der in der vorliegenden Arbeit gemachten Erfahrungen erscheint die Anzahl der Berechnungszellen (65000 Zellen bei der Axialpumpe, 53000 Zellen bei der Radialpumpe, 43000 Zellen bei dem Inducer) für eine korrekte Auflösung der dreidimensionalen Strömung sowie der Kavitationsphänomene deutlich zu niedrig.

Nicht in die beiden oben genannten Gruppen der „Interface Tracking“ bzw. „Continuum“ Methoden einordnen lassen sich die „Two-Fluid“ Methoden, bei denen für beide Phasen getrennte Gleichungen sowohl für die Massenbilanz als auch für die Impulsbilanz gelöst werden [25]. Über Kopplungsterme, die den Massen- und den Impulsaustausch zwischen beiden Phasen beschreiben, sind beide Gleichungssysteme miteinander verbunden. Außerdem wird noch ein Verfahren benötigt, mit dem sich die Grenzfläche zwischen den beiden Phasen rekonstruieren läßt. „Two-Fluid“ Methoden haben den Vorteil, daß die Relativbewegung zwischen den beiden Phasen erfaßt werden kann. Im Vergleich zu den „Interface Tracking“ und „Continuum“ Methoden ist der numerische Aufwand jedoch um ein Vielfaches höher. Aus diesem Grund wird die „Two-Fluid“ Methode nur selten verwendet. Grogger und Alajbegovic untersuchen in [33] mit Hilfe des kommerziellen Programms Fire (vgl. Tab. 2.1) eine kavitierende Düsenströmung.

Wegen der hohen technischen Relevanz von Kavitation wurden in den letzten Jahren in eine Reihe von kommerziellen CFD Programmen Kavitationsmodelle implementiert. Dabei sollen, ohne Anspruch auf Vollständigkeit, die Programme STAR-CD, Fluent, CFX, Flow3D, CFD-ACE+ sowie Fire erwähnt werden. Tabelle 2.1 gibt eine Übersicht über die Kavitationsmodellierung in den unterschiedlichen Programmen. Da der Autor nur Erfahrung mit dem Programm STAR-CD hat, beruhen die Beschreibungen der anderen Programme auf Informationen aus den jeweiligen Handbüchern bzw. aus Veröffentlichungen, deren Ergebnisse mit Hilfe des jeweiligen Programms berechnet wurden.

Abgesehen von dem Programm Fire der Firma AVL, das zur Gruppe der „Two-Fluid“ Methoden gehört, handelt es sich bei allen anderen Programmen um „Continuum“ Methoden. Bei allen Programmen wird der Phasenübergang mit Hilfe einer Ratengleichung beschrieben und eine zusätzliche Transportgleichung für eine der beiden Phasen gelöst. Der Phasenübergang wird über einen Quellterm in der Transportgleichung und in der Kontinuitätsgleichung beschrieben. Bei STAR-CD, Fluent und Flow3D basiert diese Vorgehensweise auf der zur Simulation von Mehrphasenströmung ohne Phasenübergang entwickelten Volume-of-Fluid Methode. Die für den Phasenübergang verwendeten Modelle spiegeln die gesamte Bandbreite der aus der Literatur bekannten Kavitationsmodelle wider.

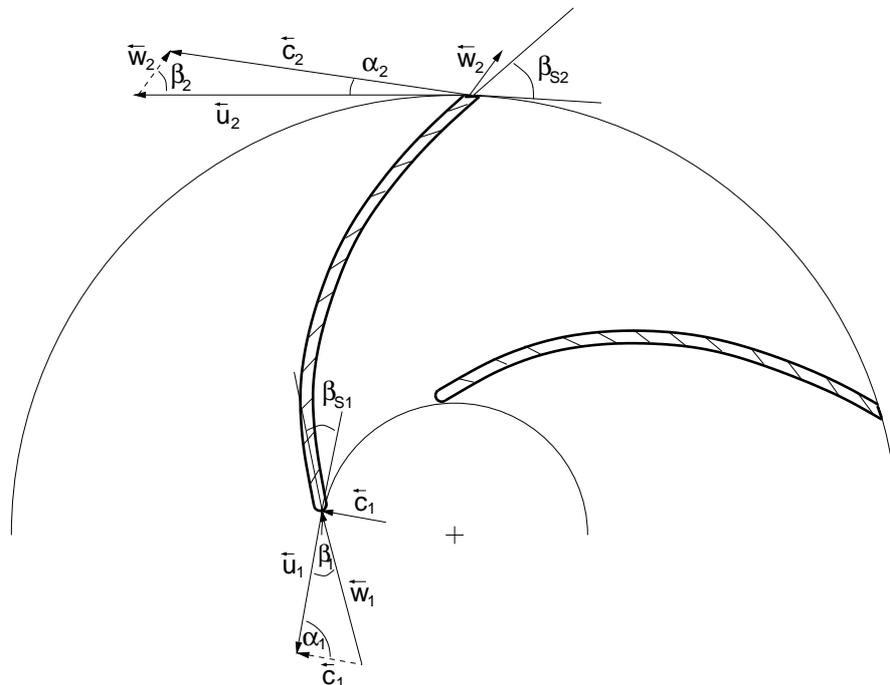
| Prog.-name,<br>Firma, Ref.                                 | Beschreibung des Kavitationsmodells  | Kopplung  | Anwendungsbeispiele   |
|--|--|---|---|
| STAR-CD,<br>Computational<br>Dynamics<br>Ltd.,<br>[14, 73] | „barotropic model“; Zustandsgesetz-<br>methode, mathematische Beschrei-<br>bung des Zustandsgesetzes nach [73]<br>bzw. [92], Kavitationsbeginn bei<br>Sättigungsdampfdruck $p_{vap}$ .<br><br>„bubble-two-phase model“; Be-<br>rücksichtigung der Oberflächen-<br>spannung, Kavitationsbeginn bei<br>$p_{krit} = p_{vap} - \frac{2\sigma'}{r}$ . | homogenes<br>Modell,<br>mod. VoF<br>Methode                                     | 2-D, reibfr., instat.,<br>kav. Düsenströmung<br>(vgl. Kap. 5.4); 2-D,<br>turb., stat. kav.<br>Pumpenströmung<br>(vgl. Kap. 6) |
| Fluent,<br>Fluent Inc.,<br>[28, 13]                        | Phasenübergang wird als Wach-<br>stumsprozess von Blasen mit Hilfe<br>der Rayleigh-Gleichung beschrieben.<br>Kavitationsbeginn bei $p_{vap}$ .   | homogenes<br>Modell,<br>mod. VoF<br>Methode                                     | 2-D, turb., stat. kav.<br>Strömung um einen<br>Zylinder und ein<br>Prisma   |
| CFX-<br>TASCflow,<br>AEA Techno-<br>logy,<br>[1]           | „CEV-model“, d.h. constant enthal-<br>py vaporization. Annahme: Kon-<br>stante Mischungsenthalpie während<br>des Phasenübergangs.  | homogenes<br>Modell,<br>mod. VoF<br>Kopp-<br>lung von<br>Druck und<br>Dichte    | 2-D, turb. stat. kav.<br>Strömung um ein<br>NACA 66 Profil<br>bei 1° Anstellung;<br>3-D, turb. stat. kav.<br>Pumpenströmung   |
| Flow3D,<br>Flow Science<br>Inc.,<br>[40]                   | Annahme: Im Kavitationsgebiet<br>herrscht Sättigungsdampfdruck.<br>Die Verdampfungs menge ist pro-<br>portional zum Abstand des lo-<br>kalen Druckes vom Dampfdruck:<br>$\nabla \cdot \vec{u} = -(p - p_{vap})/\tau$ , mit der<br>Relaxationszeit $\tau$ .   | homogenes<br>Modell,<br>mod. VoF<br>Methode                                     | 2-D, inst. kav. Dü-<br>senströmung, Strö-<br>mung um eine runde<br>Scheibe, kav. Strö-<br>mung um ein Torpe-<br>do, ...       |
| CFD-ACE+,<br>CFD Rese-<br>arch Coop-<br>oration,<br>[3]    | „full cavitation model“; der Phasen-<br>übergang wird als Wachstumspro-<br>zess von Blasen mit Rayleigh-<br>Gleichung beschrieben. Kavitations-<br>beginn von Sättigungsdampfdruck<br>und lokaler turbulenter Energie ab-<br>hängig: $p_{krit} = p_{vap} + 0.195\rho k$ .  | homogenes<br>Modell,<br>zusätzl.<br>Transport-<br>gleichung<br>für den<br>Dampf | 3-D, turb., stat. kav.<br>Strömung in einer<br>Axialpumpe, einer<br>Radialpumpe und<br>einem Raketenindu-<br>cer.             |
| Fire,<br>AVL,<br>[33]                                      | Phasenübergang wird als Wach-<br>stumsprozess von Blasen mit Hilfe<br>der Rayleigh-Gleichung beschrieben.<br>Kavitationsbeginn bei $p_{vap}$ .   | Two-<br>Fluid-<br>Methode   | 2-D/3-D, lam., inst-<br>tat. kav. Strömung<br>in einer Venturi-<br>Geometrie.   |

**Tabelle 2.1:** Übersicht über die in kommerziellen CFD Programmen zur Verfügung stehenden Möglichkeiten zur Berechnung kavitierender Strömungen.

# 3 Strömung in Kreiselpumpen

Bei der Untersuchung von Strömungen in Kreiselpumpen ist zu beachten, daß es sich um Strömungen in einem rotierenden System handelt. Aus diesem Grund unterliegt die Relativströmung im rotierenden System sogenannten Scheinkräften, der Zentrifugal- und der Corioliskraft. Die Auswirkungen dieser Kräfte werden in Kap. 3.2 näher beschrieben. Die den Strömungsberechnungen zugrundeliegenden Gleichungen, die Navier-Stokes-Gleichungen im rotierenden System, werden in Kap. 3.3 hergeleitet. Durch Einführung der dimensionslosen Kennzahlen, der Rossby-Zahl und der Ekman-Zahl, läßt sich der Einfluß der Rotation im Verhältnis zu den Trägheits- und den Viskositätseffekten abschätzen.

## 3.1 Bezeichnungen

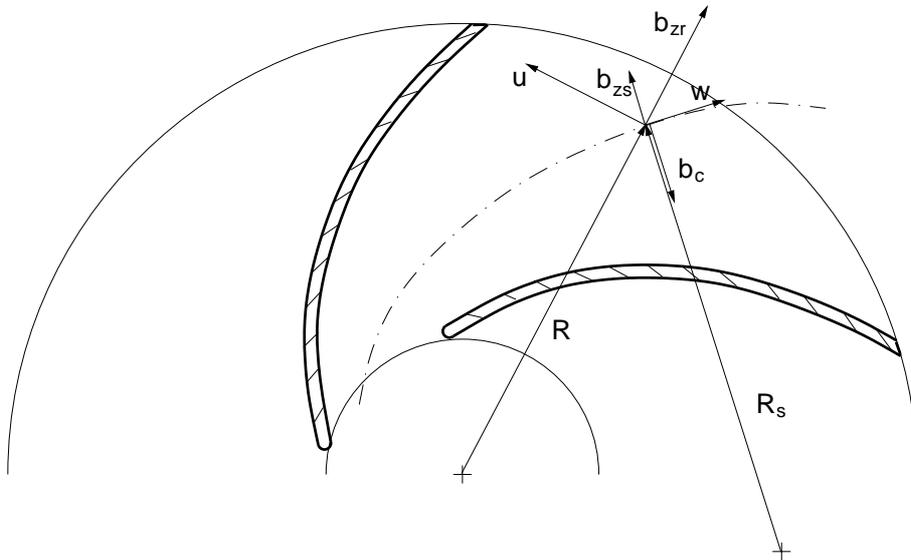


**Abbildung 3.1:** Definition der in dieser Arbeit verwendeten Bezeichnungen für die Geschwindigkeitskomponenten an der Schaufelvorder- bzw. hinterkante sowie für die Schaufel- und die Zuströmwinkel.

Die in dieser Arbeit verwendeten Bezeichnungen für die Schaufelwinkel sowie für die Strömungsgeschwindigkeiten sind in Abb. 3.1 dargestellt. Die Größen am Laufradeintritt werden generell mit dem Index „1“ versehen, die Größen am Laufradaustritt mit dem Index „2“. Die Schaufelwinkel an der Schaufelvorder- bzw. hinterkante werden mit  $\beta_{s1}$  sowie  $\beta_{s2}$  bezeichnet, wohingegen die dazugehörigen Strömungswinkel mit  $\beta_1$  bzw.  $\beta_2$  bezeichnet werden. In der Praxis können Schaufel- und Strömungswinkel in Abhängigkeit des Volumenstroms stark voneinander abweichen. Bei den Geschwindigkeiten wird zwischen der Absolutgeschwindigkeit  $\vec{c}$ , der Relativgeschwindigkeit  $\vec{w}$  sowie der Umfangsgeschwindigkeit  $\vec{u}$  unterschieden, zwischen denen der Zusammenhang  $\vec{c} = \vec{w} + \vec{u}$  besteht.

## 3.2 Wirkung der Rotation

Für die Interpretation der Berechnungsergebnisse in Kap. 6 ist es notwendig, sich über die Größenordnung der bei der Laufradströmung auftretenden Zentrifugal- und Coriolisbeschleunigung klar zu werden. Dazu zeigt Abb. 3.2 die an einem Fluidteilchen beim Durchströmen eines rein radialen Laufrads mit rückwärts gekrümmten Schaufeln wirksamen Beschleunigungen. Die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Zeichenebene sei null.



**Abbildung 3.2:** Die an einem Fluidelement wirksamen Beschleunigungen bei der Durchströmung eines radialen Laufrads mit rückwärts gekrümmten Schaufeln.

Auf ein Fluidteilchen, das an dem in Abb. 3.2 eingezeichneten Punkt auf einer Bahn mit dem Krümmungsradius  $R_s$  und der Relativgeschwindigkeit  $w$  strömt, wirken neben den Druckkräften:

- $b_{zr}$ : Die Zentrifugalbeschleunigung aufgrund der Laufradrotation  $\omega$ ,  $b_{zr} = \omega^2 R$ .

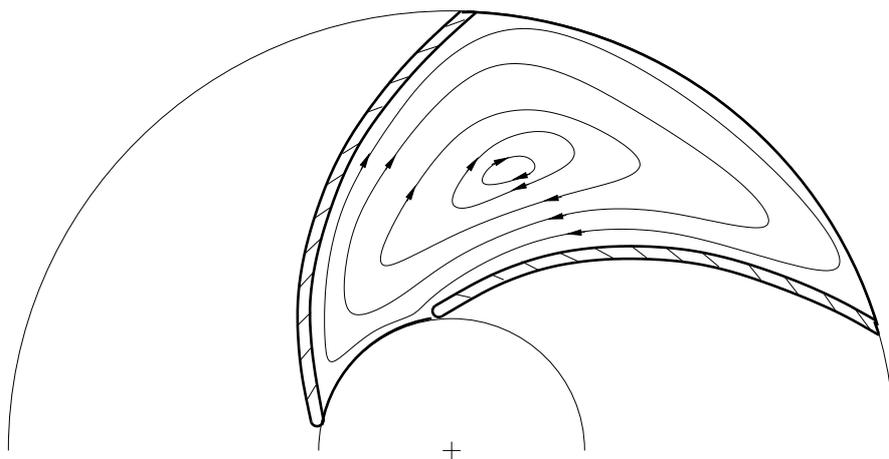
- $b_{zs}$ : Die Zentrifugalbeschleunigung aufgrund der Stromlinienkrümmung  $b_{zs} = w^2/R_s$ .
- $b_c$ : Die Coriolisbeschleunigung aufgrund der Laufradrotation und der Relativgeschwindigkeit  $w$ ,  $b_c = 2w\omega$ .

Der genaue Strömungsverlauf im rotierenden Laufschaufelkanal hängt davon ab, welche dieser Beschleunigungen dominiert. Mit den Größen der in Kap. 6 untersuchten Pumpe (Geometrie vgl. Abbn. 6.1 und 6.2) erfolgt dies bei dem Volumenstrom  $272 \text{ m}^3/\text{h}$  unter der Annahme einer eindimensionalen schaufelkongruenten Strömung für ein Fluidteilchen auf dem Radius  $R = 0.2 \text{ m}$  sowie dem Radius  $R = 0.3 \text{ m}$ :

- $R = 0.2 \text{ m}$ :  $b_{zr} = 16.2 \text{ m/s}^2$ ,  $b_{zs} = 6.8 \text{ m/s}^2$ ,  $b_c = 23.4 \text{ m/s}^2$ .
- $R = 0.3 \text{ m}$ :  $b_{zr} = 24.3 \text{ m/s}^2$ ,  $b_{zs} = 3.1 \text{ m/s}^2$ ,  $b_c = 15.7 \text{ m/s}^2$ .

Die Relativgeschwindigkeit beträgt dabei  $w = \frac{\dot{V}}{2\pi Rb}$ . Der Krümmungsradius  $R_s$  der Stromlinie wird unter der Annahme einer schaufelkongruenten Strömung gleich dem Krümmungsradius der Laufschaufel gesetzt,  $R_s = 0.248 \text{ m}$ . Die Drehgeschwindigkeit der Pumpe beträgt  $\omega = 9 \text{ Hz}$ .

Anschaulich läßt sich der Rotationseinfluß auf die Relativströmung erklären, indem man sich die Relativströmung als Überlagerung des Strömungsbilds bei geschlossenem Laufschaufelkanal (vgl. Abb. 3.3) und des Strömungsbilds bei Durchströmung des stehenden Kanals entstanden denkt [61]: Beschleunigt man ein allseitig geschlossenes Radialrad aus der Ruhe auf die Drehgeschwindigkeit  $\omega$ , so bildet die Relativströmung im Laufschaufelkanal unter der Annahme reibungsfreier Strömung einen Wirbel, der mit derselben Winkelgeschwindigkeit entgegengesetzt zur Laufradrotation dreht.



**Abbildung 3.3:** Relativströmung in einem allseitig geschlossenen Radialrad unter der Annahme reibungsfreier Strömung (Relativwirbel) [61].

Abbildung 3.3 zeigt die so entstandene Relativströmung in einem allseitig geschlossenen Radialrad. Dieser Wirbel wird als Relativwirbel bezeichnet<sup>1</sup>. Da die Geschwindigkeiten des Relativwirbels auf der Druckseite der Schaufel entgegengesetzt zur Durchflußrichtung gerichtet sind, ergeben sich dort bei der Überlagerung mit der Durchflußströmung geringere Geschwindigkeiten. Auf der Saugseite der Pumpenschaufel verstärken sich die beiden Strömungen. Bei niedrigen Volumenströmen kann jedoch der Fall eintreten, daß die Durchströmungsgeschwindigkeit geringer ist als die Geschwindigkeit des Relativwirbels, so daß sich ein Rezirkulationsgebiet in der Nähe der Schaufeldruckseite bildet (vgl. Abbn. 6.9, 6.10 und 6.11). Bei diesem Rezirkulationsgebiet handelt es sich demzufolge nicht um ein viko-sitätsbedingtes Ablösegebiet, sondern um ein durch die Rotation verursachtes Phänomen.

### 3.3 Erhaltungsgleichungen im rotierenden System

Die Strömung reibungsbehafteter inkompressibler isothermer Fluide ohne Phasenübergang wird im ortsfesten Bezugssystem durch die Navier-Stokes-Gleichungen:

$$\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} + (\vec{c} \cdot \nabla) \vec{c} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{c} \quad (3.1)$$

zusammen mit der Kontinuitätsgleichung:

$$\nabla \cdot \vec{c} = 0 \quad (3.2)$$

vollständig beschrieben [71]. Außer der Stokesschen Hypothese, der Inkompressibilität, der Vernachlässigung der Erdbeschleunigung sowie der Isothermie liegen den Gln. 3.1 und 3.2 keine weiteren Vereinfachungen zugrunde.

Im Hinblick auf die Strömungsberechnung in einer Kreiselpumpe werden die Navier-Stokes-Gleichungen in ein mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega}$  rotierendes Relativsystem transformiert. Mit  $\vec{c}$  der Geschwindigkeit im Absolutsystem,  $\vec{w}$  der Geschwindigkeit im Relativsystem sowie  $\vec{x}$  dem Ortsvektor im Relativsystem erhält man die grundlegende Transformationsvorschrift zwischen den beiden Bezugssystemen:

$$\vec{c} = \vec{w} + \vec{\omega} \times \vec{x}. \quad (3.3)$$

Neben der Geschwindigkeit müssen auch der Gradientenoperator  $\nabla$ , der Laplaceoperator  $\nabla^2$  sowie die zeitliche Ableitung ins rotierende System transformiert werden. Der Gradientenoperator  $\nabla$  und der Laplaceoperator  $\nabla^2$  sind invariant gegenüber Koordinatentransformation. Für die zeitliche Ableitung, die an einem festen Ort  $\vec{x}$  vorgenommen werden muß, gilt folgender Zusammenhang:

$$\left[ \frac{D\vec{c}}{Dt} \right]_I = \left[ \frac{D\vec{c}}{Dt} \right]_R + \vec{\omega} \times \vec{c}. \quad (3.4)$$

<sup>1</sup>In [61] als „relativer Kanalwirbel“ bezeichnet.

Die Indizes „I“ und „R“ stehen für Inertial- bzw. Relativsystem. Durch Einsetzen der Gln. 3.3 und 3.4 in Gl. 3.1 ergeben sich die Navier-Stokes-Gleichungen für ein rotierendes System:

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} + (\vec{w} \cdot \nabla) \vec{w} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{w} - 2\vec{\omega} \times \vec{w} - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{x}). \quad (3.5)$$

Eine detaillierte Herleitung findet man in [81]. Im Unterschied zu der ursprünglichen Gleichung (Gl. 3.1) stehen auf der rechten Seite von Gl. 3.5 zwei neue Terme. Der erste Term  $2\vec{\omega} \times \vec{w}$  beschreibt die Corioliskraft, die senkrecht zur Rotationsachse und zur Geschwindigkeit wirkt. Der zweite Term  $\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{x})$ , proportional zum Quadrat der Rotationsgeschwindigkeit, beschreibt die Zentrifugalkraft. Dabei handelt es sich um Volumenkräfte. Die Zentrifugalkraft läßt sich durch die folgende Umformung:

$$\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{x}) = -\nabla \left[ \frac{1}{2} (\vec{\omega} \times \vec{x})^2 \right] \quad (3.6)$$

als Gradient der skalaren Funktion  $1/2(\vec{\omega} \times \vec{x})^2$  schreiben und mit dem statischen Druck  $p$  zum reduzierten Druck  $p_{red}$ :

$$p_{red} = p - \frac{1}{2} \rho (\vec{\omega} \times \vec{x})^2 \quad (3.7)$$

zusammenfassen. Unter der Annahme, daß die Rotationsachse mit der z-Achse des Relativsystems zusammenfällt und  $r$  der Abstand zu dieser Achse ist, ergibt sich:

$$p_{red} = p - \rho \omega^2 r^2. \quad (3.8)$$

Der reduzierte Druck hat für die Relativströmung im rotierenden System dieselbe Bedeutung wie der statische Druck für die Strömung im unbeschleunigten Inertialsystem. Damit lauten die Navier-Stokes-Gleichungen für ein mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um die z-Achse rotierendes System:

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} + (\vec{w} \cdot \nabla) \vec{w} = -\frac{1}{\rho} \nabla p_{red} + \nu \nabla^2 \vec{w} - 2\vec{\omega} \times \vec{w}, \quad (3.9)$$

sowie in Koordinatenschreibweise:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_x}{\partial t} + w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_{red}}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) + 2\omega w_y, \\ \frac{\partial w_y}{\partial t} + w_x \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_y}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_{red}}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2} \right) - 2\omega w_x, \\ \frac{\partial w_z}{\partial t} + w_x \frac{\partial w_z}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_z}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_z}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_{red}}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right). \end{aligned}$$

Die Kontinuitätsgleichung bleibt bei der Koordinatentransformation unverändert.

Zur Untersuchung der allgemeinen Eigenschaften der Navier-Stokes-Gleichungen im rotierenden System wird Gl. 3.9 mit einer charakteristischen Bezugslänge  $l_{char}$ , einer charakteristischen Bezugsgeschwindigkeit  $w_{char}$  sowie der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  dimensionslos gemacht. Mit den folgenden Zusammenhängen zwischen den dimensionsbehafteten und den dimensionslosen (mit \* gekennzeichnet) Variablen:

$$\vec{w} = \vec{w}^* w_{char}, \quad p = p^* \rho \omega l_{char} w_{char}, \quad t = t^* \frac{l_{char}}{w_{char}}, \quad \nabla = \frac{1}{l_{char}} \nabla^*, \quad \nabla^2 = \frac{1}{l_{char}^2} \nabla^{*2} \quad (3.10)$$

ergibt sich die dimensionslose Gleichung:

$$\epsilon \frac{D\vec{w}^*}{Dt} = -\nabla^* p_{red}^* - 2\vec{e}_z \times \vec{w}^* + E \nabla^{*2} \vec{w}^*, \quad (3.11)$$

mit zwei neuen dimensionslosen Kennzahlen, der Rossby-Zahl  $\epsilon$ , die das Verhältnis zwischen Trägheitskraft und Corioliskraft beschreibt:

$$\epsilon = \frac{w_{char}}{l_{char} \omega} \sim \frac{\text{Trägheitskraft}}{\text{Corioliskraft}}, \quad (3.12)$$

und der Ekman-Zahl  $E$ , die das Verhältnis von Zähigkeitskraft zu Corioliskraft beschreibt:

$$E = \frac{\nu}{l_{char}^2 \omega} \sim \frac{\text{Zähigkeitskraft}}{\text{Corioliskraft}}. \quad (3.13)$$

Der Quotient von Rossby-Zahl zu Ekman-Zahl  $\epsilon/E$  stellt die Reynolds-Zahl dar. Für den Fall, daß sowohl die Rossby-Zahl als auch die Ekman-Zahl sehr klein sind, d.h. die Corioliskraft über den Trägheits- und den Zähigkeitseinfluß dominiert, vereinfacht sich Gl. 3.11 zu:

$$2\vec{e}_z \times \vec{w}^* = \nabla^* p_{red}^*. \quad (3.14)$$

Da die Corioliskraft immer senkrecht zur Strömungsgeschwindigkeit wirkt, ist der Druckgradient ebenfalls senkrecht zur Strömungsgeschwindigkeit. Dies bedeutet, daß der Druck entlang einer Stromlinie konstant ist im Gegensatz zu Strömungen in nicht rotierenden Systemen, bei denen Druckänderungen entlang einer Stromlinie auftreten.

Für die in Kap. 6 untersuchte Kreiselpumpe (vgl. Abb. 6.1) bei dem Volumenstrom  $272 \text{ m}^3/\text{h}$  ergeben sich mit dem Eintrittsdurchmesser  $l_{char} = d_1 = 0.204 \text{ m}$ , der Meridiankomponente der Eintrittsgeschwindigkeit  $w_{char} = c_m = 2.69 \text{ m/s}$ ,  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  und der Drehfrequenz  $\omega = 9 \text{ Hz}$  eine Rossby-Zahl von  $\epsilon \sim 1.5$  und eine Ekman-Zahl von  $E \sim 2.7 \cdot 10^{-6}$ . Dies entspricht einer Reynolds-Zahl von  $Re = 547000$ . Wegen der sehr kleinen Ekman-Zahl spielen viskose Effekte im Vergleich zum Einfluß der Corioliskraft keine große Rolle. Dies erkennt man auch an der guten Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen der reibungsfreien und der turbulenten Berechnung der Pumpenströmung (vgl. Kap. 6.2.6). Die Rossby-Zahl von 1.2 indiziert zwar, daß Trägheitseffekte deutlich wichtiger sind als Zähigkeitseffekte, sie werden jedoch ebenfalls von der Corioliskraft überlagert.

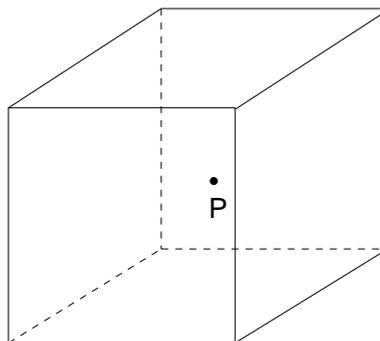
Diese Aussagen gelten nicht für das gesamte Strömungsfeld, da sich lokal ganz andere Werte für  $E$  und  $\epsilon$  ergeben können, z.B. in Grenzschichten mit sehr kleinem  $l$  ( $l \sim 10^{-3} \text{ m}$ ) sowie in Gebieten mit Übergeschwindigkeiten (Umströmung der Schaufelvorderkante).

# 4 Numerische Strömungsmechanik

Für die mathematische Beschreibung strömungstechnischer Vorgänge sind meistens partielle Differentialgleichungen notwendig (vgl. z.B. Kap. 3.3), die häufig nur numerisch gelöst werden können. Dabei werden die Differentialgleichungen in ein System von algebraischen Gleichungen transformiert, dessen Lösung dann die gesuchten Strömungsgrößen an diskreten Punkten im Strömungsfeld liefert. Für die numerischen Strömungsberechnungen in dieser Arbeit wird das kommerzielle CFD-Programm STAR-CD verwendet. Da das in STAR-CD verwendete numerische Verfahren in [14] ausführlich beschrieben ist, werden in diesem Kapitel nur die prinzipielle Vorgehensweise bei der numerischen Strömungsberechnung sowie die zugrundeliegenden Annahmen dargestellt.

## 4.1 Grundlagen

Das in dieser Arbeit verwendete Programm STAR-CD basiert auf der Finite-Volumen Methode. Bei der Finiten-Volumen Methode wird das Strömungsgebiet in kleine Kontrollvolumen aufgeteilt (vgl. Abb. 4.1).



**Abbildung 4.1:** Beispielhafte Darstellung eines Kontrollvolumens mit dem Volumen  $V$  und der Oberfläche  $A$  um den Punkt  $P$ , an dem die Zustandsvariablen gespeichert sind.

Für jedes dieser Kontrollvolumen können die Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls aufgestellt werden:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \int_A \rho \vec{c} \cdot \vec{n} dA = 0, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \vec{c} dV + \int_A \rho \vec{c} \cdot \vec{n} dA = \sum f, \quad (4.2)$$

mit  $V$ , dem Volumen des Kontrollvolumens,  $A$ , der Oberfläche des Kontrollvolumens,  $\vec{n}$ , einem Einheitsvektor normal zu  $A$ , nach außen gerichtet. Die an einem Kontrollvolumen angreifenden Kräfte  $f$  lassen sich in Oberflächenkräfte (Druck, Reibungskräfte, Oberflächenspannung, ...) und Volumenkräfte (Schwerkraft, Zentrifugalkraft, Corioliskraft, ...) einteilen. Der Vorteil von Finite-Volumen-Verfahren gegenüber Finite-Differenzen-Verfahren ist, daß die Erhaltungsgleichungen automatisch für das gesamte Strömungsfeld erfüllt sind, wenn sie für jedes einzelne Kontrollvolumen erfüllt sind [27]. Die Gln. 4.1 und 4.2 beschreiben die Strömung in solch einem Kontrollvolumen exakt. Ihre Lösung ist jedoch nur näherungsweise möglich.

### 1. Näherungsweise Berechnung der Oberflächenintegrale

Es wird angenommen, daß das Kontrollvolumen, wie in Abb. 4.1 dargestellt, eine quaderförmige Gestalt hat, so daß sich die Oberfläche in sechs unterschiedliche ebene Flächen unterteilen läßt. Der Gesamtfluß  $F$  über die Oberfläche des Kontrollvolumens läßt sich deshalb als Summe der einzelnen Flüsse durch die sechs Flächen beschreiben:

$$\int_A f dA = \sum_k \int_{A_k} f dA, \quad (4.3)$$

mit  $f$ , der Komponente des konvektiven ( $\rho \Phi \vec{c} \cdot \vec{n}$ ) oder des diffusiven ( $\Gamma \text{grad} \Phi \cdot \vec{n}$ ) Vektors normal zu der jeweiligen Oberfläche  $A_k$ .

Für die exakte Auswertung des Integrals ist es notwendig, den Integranden  $f$  auf der gesamten Fläche  $A_k$  zu kennen. Da die Zustandsvariablen nur an den Mittelpunkten der Kontrollvolumina gespeichert sind („colocated arrangement“), ist  $f$  überhaupt nicht an der Oberfläche des Kontrollvolumens bekannt. Aus diesem Grund sind für die näherungsweise Berechnung des Integrals zwei Schritte notwendig:

- Interpolation des Integranden  $f$  auf die Oberfläche des Kontrollvolumens.
- Näherungsweise Berechnung des Oberflächenintegrals mit Hilfe der auf die Zellfläche interpolierten Werte von  $f$ .

Die einfachste und in der Praxis am häufigsten angewandte Näherung für die Berechnung eines Oberflächenintegrals ist die Mittelpunktsregel. Bei der Mittelpunktsregel wird das Integral näherungsweise als Produkt aus dem Integranden am Flächenmittelpunkt (der wiederum selbst eine Näherung des Mittelwerts von  $f$  auf der Zellfläche ist) und der Zellfläche berechnet:

$$F_k = \int_{A_k} f dA = \bar{f}_k A_k \approx f_k A_k. \quad (4.4)$$

Die Mittelpunktsregel ist zweiter Ordnung genau. Eine Erhöhung der Genauigkeit ist nur möglich, wenn der Integrand  $f$  an mehreren Stellen der Oberfläche ausgewertet wird. Da die Werte für  $f$  an der Zellfläche selbst Näherungen sind, hängt die Gesamtgenauigkeit des

Verfahrens auch von der Genauigkeit des Interpolationsverfahrens ab, mit dem  $f$  an der Zellfläche berechnet wird. Für die Gesamtgenauigkeit ist die jeweils geringere Genauigkeit ausschlaggebend. Eine Interpolation mit einer Genauigkeit vierter Ordnung bringt deshalb bei Verwendung der Mittelpunktsregel keine Verbesserung der Genauigkeit. Ebenso wenig sinnvoll ist die Verwendung der Simpson-Regel (4. Ordnung genau) als Näherung für das Integral [27], wenn die Interpolation von  $f$  nur erster Ordnung genau erfolgt.

## 2. Näherungsweise Berechnung der Volumenintegrale

Die einfachste und zweiter Ordnung genaue Näherung für das Volumenintegral besteht darin, das Volumenintegral durch das Produkt aus dem Wert des Integranden am Zellmittelpunkt und dem Zellvolumen zu ersetzen:

$$Q_p = \int_V q dV = \bar{q} \Delta V \approx q_p \Delta V, \quad (4.5)$$

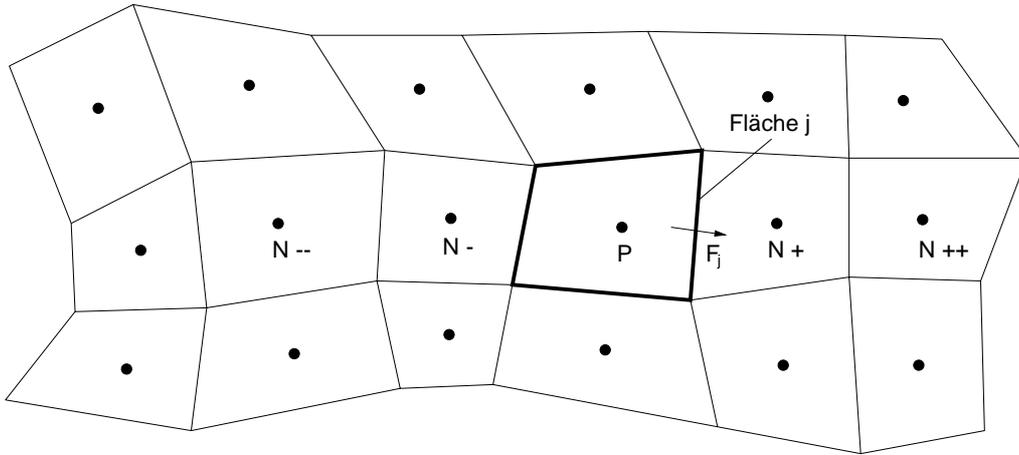
mit  $q_p$  dem Wert am Kontrollvolumenmittelpunkt. Diese Größe kann einfach ausgewertet werden, da alle Zustandsgrößen am Kontrollmittelpunkt zur Verfügung stehen, so daß keine Interpolation erforderlich ist. Eine Näherung höherer Ordnung erfordert Werte von  $q$  an weiteren Stellen im Volumen. Diese Werte müssen durch Interpolation gewonnen werden (vgl. [27]). Die Zentrifugal- und die Corioliskraft, die bei den Pumpenberechnungen im rotierenden System auftreten, stellen zwei Beispiele für Volumenkräfte dar, deren Wirkung auf diese Weise berücksichtigt wird.

## 3. Interpolationsverfahren

In der numerischen Strömungsberechnung existieren eine Vielzahl von unterschiedlichen Interpolationsverfahren. Hier sollen nur die im Rahmen dieser Arbeit für die Diskretisierung der konvektiven Terme verwendeten Interpolationsverfahren beschrieben werden (vgl. Kap. 6):

- Upwind differencing scheme (UDS).
- Quadratic upstream interpolation of convective kinematics (QUICK).
- Monotone advection and reconstruction scheme (MARS).

Mit Hilfe des Ausschnitts eines zweidimensionalen Berechnungsgitters in Abb. 4.2 werden die unterschiedlichen Interpolationsverfahren anhand der Interpolation von  $\Phi$  auf die mit  $j$  gekennzeichnete Fläche zwischen den Zellen P und N+ erläutert.  $F_j$  beschreibt den Massenstrom durch diese Fläche, der als bekannt vorausgesetzt wird.



**Abbildung 4.2:** Bezeichnungen der Zellmittelpunkte am Beispiel eines zweidimensionalen Berechnungsgitters für die Erklärung der unterschiedlichen Interpolationsverfahren (vgl. [14]).

Bei dem Upwind-Interpolationsverfahren wird  $\Phi_j$  durch den Wert am Zellmittelpunkt stromauf angenähert:

$$\Phi_j = \begin{cases} \Phi_P & \text{für } F_j \geq 0 \\ \Phi_{N+} & \text{für } F_j < 0. \end{cases} \quad (4.6)$$

Das Upwind-Interpolationsverfahren besitzt eine Genauigkeit erster Ordnung. Die Lösung liegt innerhalb der physikalischen Grenzen. Aufgrund des Abbruchfehlers, der die mathematische Form einer Diffusion hat, werden Gradienten im Strömungsfeld verschmiert. Dieser Effekt kann jedoch durch eine Gitterverfeinerung im Bereich der Gradienten vermindert werden.

Bei dem QUICK-Interpolationsverfahren wird für die Interpolation von  $\Phi_j$  eine Parabel durch zwei Punkte stromauf und einen Punkt stromab gelegt:

$$\Phi_j = \begin{cases} g_1 \Phi_{N-} + g_2 \Phi_{N+} + (1 - g_1 + g_2) \Phi_P & \text{für } F_j \geq 0 \\ g_3 \Phi_{N++} + g_2 \Phi_{N+} + (1 - g_2 + g_3) \Phi_P & \text{für } F_j < 0. \end{cases} \quad (4.7)$$

Bei den Koeffizienten  $g_i$  handelt es sich um die sogenannten Interpolationsfaktoren, die bei äquidistantem und orthogonalem Berechnungsgitter im gesamten Rechenggebiet konstant sind. Ist dies nicht der Fall, so sind die Ausdrücke für  $g_i$  kompliziert [27]. Das QUICK-Diskretisierungsverfahren ist dritter Ordnung genau. In Verbindung mit der Mittelpunktsregel für die näherungsweise Berechnung des Oberflächenintegrals ist das Gesamtverfahren jedoch nur zweiter Ordnung genau (die Genauigkeit der Mittelpunktsregel).

Bei dem MARS-Interpolationsverfahren handelt es sich um ein zweiter Ordnung genaues Interpolationsverfahren, das aus zwei Schritten besteht [14]. In einem ersten Schritt wird mit einer „Total Variation Diminishing“ Methode (TVD) eine Reihe von Gradienten berechnet. Zusammen mit den Strömungsvariablen im Zellmittelpunkt stellen die so berechneten Gradienten eine zweiter Ordnung genaue räumliche Diskretisierung dar. In einem zweiten Schritt werden die so auf die Zelloberfläche rekonstruierten Strömungsvariablen dazu verwendet, die Flüsse über die Zelloberfläche für alle konvektierten Variablen

zu berechnen. Dabei ist es mit Hilfe eines „compression level“ möglich zu kontrollieren, wieviel Information von stromauf bei der Interpolation berücksichtigt wird, ohne daß die Genauigkeit der Berechnung abnimmt [14].

#### 4. Zeitliche Diskretisierung

Bei der Berechnung instationärer Strömungen ist es notwendig, zusätzlich zum Raum auch die Zeit zu diskretisieren. Der große Unterschied zwischen Zeit und Raum ist die Ausbreitung von Störungen. Während sich Störungen im Raum in der Regel in alle Richtungen ausbreiten (elliptisches Verhalten), haben sie zeitlich betrachtet nur eine Auswirkung auf die Zukunft und nicht in die Vergangenheit (parabolisches Verhalten).

Wegen der hohen Stabilität wird in dem Programm STAR-CD die zeitliche Diskretisierung mit einem impliziten Verfahren durchgeführt (Euler Implicit, 1.Ordnung genau oder Crank-Nicolson, 2.Ordnung genau). Bei einem impliziten Verfahren besteht prinzipiell keine Beschränkung hinsichtlich der Zeitschrittweite  $\Delta t$ . Die Zeitschrittweite ist jedoch durch die höchste Frequenz in der Strömung, die zeitlich aufgelöst werden soll, begrenzt. Außerdem empfiehlt es sich, den Zeitschritt nicht zu groß werden zu lassen, um die Höhe der zeitlichen Diskretisierungsfehler zu begrenzen.

## 4.2 Lösungsalgorithmus für die einphasige Strömung

Die Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen für inkompressible Strömungen ist dadurch erschwert, daß keine eigene Gleichung für den Druck existiert, dessen Ableitung jedoch in allen drei Impulsgleichungen auftaucht (vgl. Gl. 3.1). Des weiteren hat die Kontinuitätsgleichung (vgl. Gl. 3.2) bei einer inkompressiblen Strömung keine dominierende Variable, so daß sie eher einer kinematischen Verträglichkeitsbedingung ähnelt als einer dynamischen Gleichung. Eine Lösung dieses Problems besteht darin, das Druckfeld so zu konstruieren, daß sich ein Geschwindigkeitsfeld einstellt, das automatisch die Kontinuitätsgleichung erfüllt.

In dem kommerziellen Programm STAR-CD stehen dazu drei unterschiedliche Verfahren zur Verfügung, die alle auf dem SIMPLE-Verfahren (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations) (vgl. [27]) beruhen. Neben dem SIMPLE-Verfahren sind dies das PISO-Verfahren (Pressure Implicit with Splitting of Operators) [45] und das SIMPISO-Verfahren, das eine Kombination aus beiden darstellt.

## 4.3 Turbulenzmodellierung

Die Navier-Stokes-Gleichungen beschreiben sowohl laminare als auch turbulente Strömungen. Zur räumlichen und zeitlichen Auflösung der Turbulenzphänomene ist es jedoch notwendig, abhängig von der Reynolds-Zahl der Strömung ein sehr feines Diskretisierungsgitter und einen sehr kleinen Zeitschritt zu verwenden (DNS, Direkte Numerische Simulation), was zu einem erheblichen Berechnungsaufwand führt, der mit den heutigen Rechnerleistungen für technisch relevante Strömungen noch nicht zu bewältigen ist. In den meisten Fällen

ist man aber nicht an den turbulenten Schwankungen selbst interessiert, sondern nur an dem zeitlichen Mittel der turbulenten Strömung, so daß es möglich ist, diesen Aufwand zu verringern. Dazu werden die Strömungsgrößen in einen zeitlichen Mittelwert und einen Schwankungswert aufgespalten:

$$p = \bar{p} + p', c_i = \bar{c}_i + c'_i. \quad (4.8)$$

Um Komplikationen zwischen dem Vektorpfeil und den gemittelten Variablen zu vermeiden, wird in diesem Kapitel die Index-Schreibweise verwendet. Die Schwankungswerte (die gestrichelten Werte) sind im zeitlichen Mittel null, d.h.  $\overline{c'_i} = 0$ ,  $\overline{p'} = 0$ . Werden die Beziehungen aus Gl. 4.8 in die Navier-Stokes-Gleichungen eingesetzt (vgl. Gl. 3.1), so erhält man die sogenannten Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen:

$$\frac{\partial \bar{c}_i}{\partial t} + \bar{c}_j \frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{c}_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial \overline{c'_j c'_i}}{\partial x_j}. \quad (4.9)$$

Die Kontinuitätsgleichung, Gl. 3.2, ist unverändert auch für die zeitlich gemittelten Geschwindigkeiten gültig. In Gl. 4.9 taucht aufgrund der Mittelung ein zusätzlicher Term  $-\overline{c'_j c'_i}$ , die sogenannten Reynolds-Spannungen auf. Die Reynolds-Spannungen bilden einen Tensor, bei dem sechs der neun Komponenten voneinander unabhängig sind. Es existieren demnach nur vier Gleichungen zur Bestimmung von zehn Unbekannten (drei gemittelte Geschwindigkeitskomponenten, der gemittelte Druck sowie sechs Reynolds-Spannungen). Dieses Schließungsproblem muß mit Hilfe eines Turbulenzmodells gelöst werden.

Die am häufigsten in der Praxis verwendeten Turbulenzmodelle beruhen auf dem Wirbelviskositätsprinzip, d.h. es wird davon ausgegangen, daß die Reynolds-Spannungen proportional zu den gemittelten Geschwindigkeitsgradienten der Hauptströmung sind, so daß die Wirkung der Turbulenz als zusätzliche Viskosität, der sogenannten „turbulenten“ Viskosität  $\mu_t$ , modelliert werden (Boussinesq-Ansatz):

$$\mu_{ges} = \mu + \mu_t. \quad (4.10)$$

Die „turbulente“ Viskosität  $\mu_t$  ist im Gegensatz zu der molekularen Viskosität  $\mu$  keine Stoffkonstante, sondern hängt von dem lokalen Geschwindigkeitsfeld ab. In dem Programm STAR-CD stehen für die Berechnung von  $\mu_t$  eine Reihe unterschiedlicher Turbulenzmodelle zur Verfügung [14]. Bei allen im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen wird jedoch ein  $k - \epsilon$ -Turbulenzmodell für die Turbulenzmodellierung verwendet.

Bei einem  $k - \epsilon$ -Turbulenzmodell werden zwei zusätzliche Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie  $k = \frac{1}{2}(\overline{c'_i c'_i})$  und die turbulente Dissipation  $\epsilon = \nu \overline{\left(\frac{\partial c_i}{\partial x_l} \frac{\partial c_i}{\partial x_l}\right)}$  im Strömungsbereich gelöst. Die turbulente Viskosität wird nach Gl. 4.11 aus den lokalen Werten von  $k$  und  $\epsilon$  berechnet:

$$\mu_t = f_\mu \frac{C_\mu \rho k^2}{\epsilon}, \quad (4.11)$$

mit der empirischen Konstante  $C_\mu$  und dem Koeffizienten  $f_\mu$ , der sich bei den verschiedenen Modellvarianten unterscheidet [14].

Bei der turbulenten Strömungsberechnung mit  $k - \epsilon$  Turbulenzmodell ist es notwendig, am Eintritt neben dem Geschwindigkeitsprofil auch die Verteilung der kinetischen Energie der Turbulenz  $k$  und der turbulenten Dissipation  $\epsilon$  festzulegen. Diese Werte werden als Randbedingung in den Transportgleichungen von  $k$  und  $\epsilon$  benötigt. Statt der schwer abschätzbaren Größen  $k$  und  $\epsilon$  ist es einfacher, den Turbulenzgrad  $I$  und eine charakteristische turbulente Länge  $L$  am Eintritt vorzugeben. Der Turbulenzgrad  $I$  ist durch Gl. 4.12:

$$I = \frac{1}{v} \sqrt{\frac{2}{3}k} \quad (4.12)$$

mit der turbulenten kinetischen Energie  $k$  verknüpft. Das turbulente Längenmaß  $L$  ergibt sich aus Gl. 4.13:

$$\epsilon = \frac{k^{3/2}}{L}, \quad (4.13)$$

mit der turbulenten kinetischen Energie  $k$  und der turbulenten Dissipation  $\epsilon$ .

## 4.4 Numerische Behandlung der Zweiphasenströmung

Bei einer kavitierenden Strömung handelt es sich um eine Zweiphasenströmung, in der sehr große Dichteunterschiede auftreten ( $\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$  bzw.  $\rho_g = 1000 \text{ kg/m}^3$ ). Dies stellt hohe Anforderungen an die Stabilität des numerischen Verfahrens. Aus diesem Grund basiert die numerische Berechnung von kavitierenden Strömungen in dem Programm STAR-CD auf der Volume-of-Fluid Methode (vgl. Kap. 4.4.1), die ursprünglich zur Berechnung von Zweiphasenströmungen zweier unmischbarer Fluide mit stark unterschiedlicher Dichte, jedoch ohne Phasenübergang, entwickelt wurde [39].

### 4.4.1 Die Volume-of-Fluid Methode ohne Phasenübergang

Bei der Volume-of-Fluid Methode werden die beiden unterschiedlichen Fluide als ein Fluid mit variabler Dichte behandelt, für das die Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls gelöst werden (homogene Annahme). Zusätzlich dazu wird eine zusätzliche Transportgleichung für den Volumenanteil  $\alpha$  eines der Fluide gelöst (vgl. Gl. 4.16). Der Volumenanteil  $\alpha$  ist nach Gl. 4.14 als volumetrischer Dampfanteil des Fluids 1 in einer Berechnungszelle definiert:

$$\alpha = \frac{\text{Volumen des Fluids 1 in einer Berechnungszelle}}{\text{Gesamtvolumen der Berechnungszelle}} \quad (4.14)$$

Die beiden Fluide werden durch bestimmte Werte von  $\alpha$  beschrieben (z.B.  $\alpha = 1$  bedeutet Fluid 1,  $\alpha = 0$  bedeutet Fluid 2). Die Dichte und die Viskosität in der Impulsgleichung werden mit den Beziehungen in Gl. 4.15 bestimmt:

$$\rho = \alpha\rho_1 + (1 - \alpha)\rho_2, \quad \mu = \alpha\mu_1 + (1 - \alpha)\mu_2, \quad (4.15)$$

mit  $\rho_1$  und  $\mu_1$ , der Dichte und der Viskosität von Fluid 1, sowie  $\rho_2$  und  $\mu_2$ , der Dichte und der Viskosität von Fluid 2. Unter der Annahme, daß beide Fluide inkompressibel sind, ist  $\alpha$  invariant im Lagrangeschen Sinne, d.h. die substantielle Ableitung ist null [39]:

$$\frac{D\alpha}{Dt} = \frac{\partial\alpha}{\partial t} + \vec{c} \cdot \nabla\alpha = 0 \quad (4.16)$$

Bei Gl. 4.16 handelt es sich um eine Transportgleichung für  $\alpha$ . Durch die zusätzliche Transportgleichung ist es bei der Berechnung der Zweiphasenströmung möglich, die inkompressible Kontinuitätsgleichung zu verwenden, die die Volumenerhaltung gewährleistet<sup>1</sup>. Demzufolge wird die Kontinuitätsgleichung für ein kompressibles Fluid durch die Kontinuitätsgleichung für ein inkompressibles Fluid in Verbindung mit der Transportgleichung für  $\alpha$  (vgl. Gl. 4.16) ersetzt. Durch diese Vorgehensweise ist die Dichteänderung aus dem iterativen Lösungsvorgang des SIMPLE- bzw. des PISO-Algorithmus entfernt.

Besondere Bedeutung kommt der Diskretisierung der Transportgleichung für  $\alpha$  (Gl. 4.16) zu bzw. der Interpolation von  $\alpha_f$  für die Berechnung der konvektiven Flüsse. Normale Interpolationsverfahren sind dazu nicht geeignet, da bei Verwendung von Interpolationsverfahren höherer Ordnung, z.B. dem Zentrale Differenzen-Verfahren, die Begrenzung von  $\alpha$  zwischen null und eins nicht mehr gewährleistet ist. Verfahren, die dies gewährleisten, z.B. das Upwind-Verfahren, sind jedoch zu diffusiv, so daß sich das scharfe Interface zwischen den beiden Fluiden aufweitet. Aus diesem Grund werden für die Interpolation sogenannte „kompressive“ Diskretisierungsschemata verwendet, die gleichzeitig den Wert von  $\alpha$  zwischen null und eins begrenzen und ein scharfes Interface beibehalten. Ein Beispiel für ein „kompressives“ Diskretisierungsschema ist das CICSAM-Verfahren (Compressive Interface Capturing Scheme for Arbitrary Meshes) von Ubbink [89]. In der Arbeit von Ubbink [89], findet sich auch eine detaillierte und gut verständliche Beschreibung der Volume-of-Fluid Methode.

#### 4.4.2 Die Volume-of-Fluid Methode mit Phasenübergang

Für die Berechnung von Kavitation wird die in Kap. 4.4.1 beschriebene Methode modifiziert, da in kavitierenden Strömungen ein Phasenübergang auftritt, der mit einer Volumenproduktion (Verdampfung) bzw. einer Volumenvernichtung (Kondensation) verbunden ist. Bei den beiden Fluiden handelt es im Fall von Kavitation um Wasser und Dampf. Die Variable  $\alpha$  beschreibt den volumetrischen Dampfgehalt in einer Berechnungszelle:

$$\alpha = \frac{\text{Dampfvolumen}}{\text{Gesamtvolumen der Berechnungszelle}}. \quad (4.17)$$

Die Dichte und die Viskosität des Wasser/Dampf-Gemisches ergeben sich aus Gl. 4.18:

$$\rho = \alpha\rho_v + (1 - \alpha)\rho_l, \quad \mu = \alpha\mu_v + (1 - \alpha)\mu_l, \quad (4.18)$$

<sup>1</sup>Bei inkompressiblen Strömungen ist die Erhaltung von Masse und von Volumen gleichzeitig erfüllt.

mit  $\rho_l$  und  $\mu_l$ , der Dichte und der Viskosität von Wasser, sowie  $\rho_v$  und  $\mu_v$ , der Dichte und der Viskosität von Dampf. Für die Berücksichtigung des Phasenübergangs wird sowohl in der Kontinuitätsgleichung (Gl. 4.19) als auch in der Transportgleichung für  $\alpha$  (Gl. 4.21) ein Quellterm hinzugefügt:

$$\nabla \cdot \vec{c} = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{c} \cdot \nabla \rho \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}. \quad (4.19)$$

Im Gegensatz zu Zweiphasenströmungen ohne Phasenübergang, bei denen die rechte Seite von Gl. 4.19 immer null ist, beschreibt die rechte Seite von Gl. 4.19 bei der Berechnung kavitierender Strömungen den Einfluß der Volumenzunahme und der Volumenabnahme aufgrund des Verdampfungs- bzw. des Kavitationsprozesses. Die Verdampfungs- bzw. Kondensationsmenge wird durch das Kavitationsmodell vorhergesagt (vgl. Kap. 5.1), das als Quellterm  $\dot{S}$  in der Kontinuitäts- und in der Transportgleichung für  $\alpha$  implementiert ist. Der Quellterm  $\dot{S}$  lautet bei Verwendung des in Kap. 5.1 beschriebenen Kavitationsmodells (vgl. Gl. 5.4) dann folgendermaßen:

$$\dot{S} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{a^2(\alpha)} \frac{dp}{dt}. \quad (4.20)$$

Neben der Kontinuitätsgleichung muß der Phasenübergang auch in der Transportgleichung für den Dampfgehalt  $\alpha$  berücksichtigt werden. Bei Berücksichtigung des Phasenübergangs beschreibt Gl. 4.21 anstelle von Gl. 4.16 den Transport von  $\alpha$  im Strömungsfeld:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla(\alpha \vec{c}) = \frac{d\alpha}{dt} + \alpha \nabla \cdot \vec{c} = \frac{\rho_l}{(\rho_v - \rho_l)\rho} \frac{1}{a^2(\alpha)} \cdot \frac{dp}{dt}. \quad (4.21)$$

Diese Vorgehensweise für die Berechnung kavitierender Strömungen zeichnet sich durch eine sehr hohe Stabilität aus. Wegen der Verwendung der nicht-konservativen Form der Kontinuitätsgleichung werden an den Zellgrenzen nicht die Massenflüsse bilanziert, sondern die Volumenflüsse. Es ist jedoch zu beachten, daß für die Dichte in der Impulsgleichung die expliziten Werte aus der Transportgleichung für den Dampfanteil  $\alpha$  (Gl. 4.21) verwendet werden.

Die genaue Beschreibung des Kavitationsmodells und der den Berechnungen zugrundeliegenden Annahmen befindet sich in Kap. 5.

## 4.5 Gittergenerierung

Die in dieser Arbeit verwendeten Berechnungsgitter werden in den Abbn. 6.3 und 6.28 gezeigt. Dabei handelt es sich um quasi strukturierte Gitter, die aus Hexaedern bestehen. Obwohl es mit dem kommerziellen Programm STAR-CD möglich ist, unstrukturierte Berechnungsgitter zu verwenden, werden aus Gründen der Rechengenauigkeit und der kürzeren Rechenzeit (weniger Rechenzellen) quasi-strukturierte Berechnungsgitter verwendet. Bei der Erzeugung strukturierter Berechnungsgitter sollten die folgenden Hinweise beachtet werden, da durch geschickte Anordnung der Gitterzellen die Genauigkeit der Berechnung bei gleichbleibender Zellenanzahl deutlich gesteigert werden kann:

- Die Gitterlinien sollten möglichst orthogonal verlaufen und idealerweise entlang der Stromlinien.
- Elementgrößen sollten sich nicht sprunghaft ändern.
- Das Verhältnis von Länge zu Breite einer Zelle sollte 10-50 nicht überschreiten.
- Für eine korrekte Berechnung der Turbulenz in Wandnähe ist es bei Verwendung des logarithmischen Wandgesetzes notwendig, daß der dimensionslose Wandabstand  $y^+$  der wandnächsten Zelle zwischen 30 und 100 liegt.
- Im Bereich starker Gradienten sollte das Gitter fein gestaltet werden.

# 5 Grundlegende Untersuchung des Kavitationsmodells

Für die Simulation kavitierender Strömungen stehen in dem kommerziellen Programm STAR-CD zwei Kavitationsmodelle zur Verfügung, die in Anlehnung an [14] „barotropic model“ bzw. „bubble two-phase model“ genannt werden. Wie in Kap. 5.1 begründet wird, wird bei allen im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen das „barotropic model“ verwendet. Das „barotropic model“ wurde ursprünglich von Schmidt für die Berechnung von Kavitation in Einspritzdüsen entwickelt [14, 72]. Aufgrund der in Einspritzdüsen herrschenden kleinen Abmessungen und Zeitskalen muß dieses Kavitationsmodell für die Berechnung von Kavitation in Pumpen adaptiert werden (vgl. Kap. 5.2). Testrechnungen einer kavitierenden Düsenströmung zeigen gute Übereinstimmung mit den am Fachgebiet Strömungsmaschinen entwickelten Kavitationsmodellen [68, 91] (vgl. Kap. 5.4). Die in dieser Düse auftretenden Strömungsgeschwindigkeiten und Längenskalen sind mit denen der untersuchten Pumpe vergleichbar. Darüber hinaus wird mit Hilfe dieser Simulationen das Verhalten des Kavitationsmodells bezüglich der Reproduktion von Maßstabseffekten untersucht (vgl. Kap. 5.5).

## 5.1 Modellbeschreibung

Der wesentliche Unterschied zwischen den beiden in STAR-CD implementierten Kavitationsmodellen, dem „barotropic model“ und dem „bubble two-phase model“, liegt in der Bestimmung des kritischen Druckes  $p_{krit}$ , bei dessen Unterschreiten Kavitation auftritt. Während bei dem „barotropic model“ der kritische Druck konstant ist und gleich dem Dampfdruck gesetzt wird:

$$p_{krit} = p_{vap}, \quad (5.1)$$

errechnet sich  $p_{krit}$  bei dem „bubble two-phase model“ nach Gl. 5.2:

$$p_{krit} = p_{vap} - \frac{2\sigma'}{R}, \quad (5.2)$$

mit der Oberflächenspannung  $\sigma'$  und dem lokalen Blasenradius  $R$ , der mit Hilfe der Keimanzahl  $n_o$  aus dem Dampfgehalt der jeweiligen Berechnungszelle unter der Annahme kugelförmiger Dampfblasen rekonstruiert wird [14]. Durch die Korrektur von  $p_{vap}$  wird berücksichtigt, daß innerhalb der Kavitationsblase aufgrund der Oberflächenspannung ein

höherer Druck herrscht als außerhalb der Blase in der umgebenden Flüssigkeit. Aus diesem Grund scheint das „bubble two-phase model“ die physikalischen Vorgänge bei Kavitation besser zu beschreiben als das „barotropic model“. Testrechnungen zeigen jedoch, daß die Auswirkung der Oberflächenspannung bei Verwendung von Gl. 5.2 in den Berechnungen überschätzt wird und Kavitation in Abhängigkeit des Anfangskeimradius  $R_o$  erst bei Drücken weit unterhalb des Dampfdrucks  $p_{vap}$  auftritt.

Im Experiment tritt Kavitation jedoch normalerweise bei Dampfdruck auf sofern eine ausreichende Anzahl an Kavitationskeimen in der Flüssigkeit vorhanden ist. Dies läßt sich physikalisch u.a. durch die in turbulenten Strömungen vorhandenen Druckschwankungen sowie mit Abweichungen der Kavitationsblasen von der Kugelform, verursacht durch Störungen im Strömungsgebiet wie z.B. feste Wände, Oberflächenrauigkeit, Blasen-Blasen Wechselwirkung, ...) erklären, die die Wirkung der Oberflächenspannung abschwächen. Da in der Berechnung weder die turbulenten Druckschwankungen (Reynoldsmittelung) noch die Verformung der Kavitationsblasen direkt berücksichtigt werden, liefert das „barotropic model“, bei dem der Einfluß der Oberflächenspannung vernachlässigt wird, bessere Ergebnisse als das „bubble two-phase model“.

Bei dem „barotropic model“ handelt es sich um eine Zustandsgesetzmethode (vgl. Kap. 2.2), die ursprünglich von Schmidt [72] vorgeschlagen wurde [14]. Bei einer Zustandsgesetzmethode wird der Verdampfungs- und Kondensationsprozess mit Hilfe eines vereinfachten empirischen Zustandsgesetzes beschrieben:

$$\left(\frac{d\rho}{dp}\right)_s = \frac{1}{a^2}, \quad (5.3)$$

mit der Variable  $a$ , die von Schmidt als Schallgeschwindigkeit bezeichnet wird [72]. Durch Umformung von Gl. 5.3 und Multiplikation beider Seiten mit  $1/dt$  ergibt sich Gl. 5.4, die für die Schließung von Gl. 4.19 und Gl. 4.21 in Kap. 4.4 verwendet wird<sup>1</sup>:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{a^2} \frac{dp}{dt}. \quad (5.4)$$

Die Schallgeschwindigkeit  $a$  variiert in Abhängigkeit des Dampfgehalts. Die von Schmidt angegebene Verteilung von  $a = f(\alpha)$  beruht auf einem Vorschlag von Wallis [92]:

$$a = \sqrt{\frac{1}{(\alpha\rho_v + (1-\alpha)\rho_l) \left(\frac{\alpha}{\rho_v a_v^2} + \frac{(1-\alpha)}{\rho_l a_l^2}\right)}}, \quad (5.5)$$

mit  $a_v$ , der Schallgeschwindigkeit in reinem Dampf,  $a_l$ , der Schallgeschwindigkeit in der Flüssigkeit und  $\alpha$ , dem volumetrischen Dampfgehalt, der nach Gl. 5.6 definiert ist:

$$\alpha = \frac{\rho - \rho_l}{\rho_v - \rho_l}. \quad (5.6)$$

---

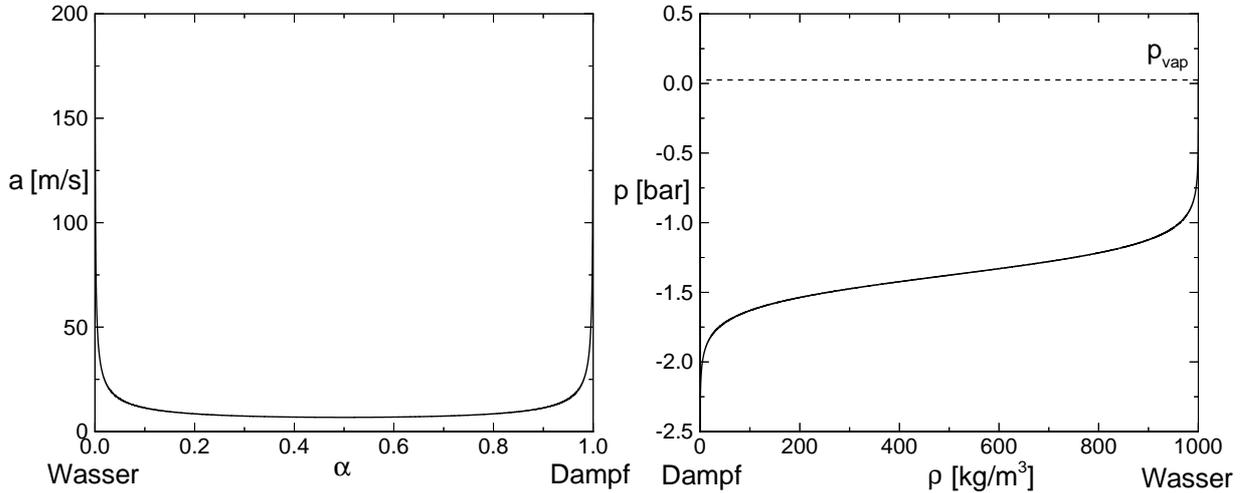
<sup>1</sup>Die ausschließliche Verwendung von Gl. 5.3 für die Beschreibung des Phasenübergangs beruht auf der Annahme, daß bei Kavitation die treibenden mechanischen Kräfte deutlich größer sind als thermische Effekte und viskose Verluste. Aus diesem Grund ist es nicht notwendig, eine zusätzliche Energiegleichung für die Strömung zu lösen, durch die diese Effekte berücksichtigt werden. Dies bedeutet, daß der Phasenübergang als reversibler Prozeß modelliert wird.

Unter der Annahme konstanter Schallgeschwindigkeit für die gesättigten Phasen kann Gl. 5.3 in Verbindung mit Gl. 5.5 als Funktion von  $\alpha$  analytisch integriert werden [73]:

$$p = p_{vap} + \frac{\rho_v a_v^2 \rho_l a_l^2 (\rho_v - \rho_l)}{\rho_v^2 a_v^2 - \rho_l^2 a_l^2} \ln \left( \frac{\rho_v a_v^2 (\rho_l + \alpha (\rho_v - \rho_l))}{\rho_l (\rho_v a_v^2 - \alpha (\rho_v a_v^2 - \rho_l a_l^2))} \right). \quad (5.7)$$

Bei Gl. 5.7 handelt es sich um die mathematische Beschreibung des von Schmidt verwendeten Zustandsgesetzes, durch das ein eindeutiger Zusammenhang zwischen dem Druck und der Dichte hergestellt wird.

Abbildung 5.1 zeigt die Auswertung der Gln. 5.5 und 5.7 mit den in [14] Parametern  $\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_v = 0.1 \text{ kg/m}^3$ ,  $a_l = 1450 \text{ m/s}$ ,  $a_v = 340 \text{ m/s}$  (für die Schallgeschwindigkeit in reinem Dampf wird näherungsweise der Wert für Luft verwendet) sowie  $p_{vap} = 2300 \text{ Pa}$ . Die linken Seite von Abb. 5.1 zeigt den Verlauf der Schallgeschwindigkeit  $a$  über dem Dampfgehalt  $\alpha$  nach Gl. 5.5, während auf der rechten Seite die dazugehörige integrierte Zustandsfunktion nach Gl. 5.7 dargestellt ist.



**Abbildung 5.1:** Linke Seite: Verlauf der Schallgeschwindigkeit  $a$  für das Wasser/Dampf-Gemisch nach Gl. 5.5 (Ausschnitt für  $a < 200 \text{ m/s}$ ). Rechte Seite: Integrierte Zustandsfunktion nach Gl. 5.7. Parameter:  $\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_v = 0.1 \text{ kg/m}^3$ ,  $a_l = 1450 \text{ m/s}$ ,  $a_v = 340 \text{ m/s}$ ,  $p_{vap} = 2300 \text{ Pa}$ .

Die physikalische Begründung des „barotropic model“ mit der Bezeichnung Schallgeschwindigkeit für die Variable  $a$  (vgl. Gl. 5.3) ist irreführend. Eine Schallgeschwindigkeit ist nach Ziemp [99] als die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer schwachen, isentrop verlaufenden Störung in einem kompressiblen Medium definiert. Bei einem Phasenübergang handelt es sich jedoch um einen anderen physikalischen Vorgang, der nichts mit einer Schallgeschwindigkeit zu tun hat außer der Tatsache, daß er sich prinzipiell ebenso als Dichteänderung in Abhängigkeit einer Druckänderung beschreiben läßt:

$$d\rho = c \cdot dp, \quad (5.8)$$

mit der einheitenbehafteten Konstanten  $c [s^2/m^2]$ . Aus diesem Grund hat sich fälschlicherweise die Bezeichnung Schallgeschwindigkeit im Zusammenhang mit dem „barotropic

model“ in der Literatur durchgesetzt (vgl. [17, 41, 65, 72, 73]). Dies bedeutet jedoch nicht, daß die Verteilung der Schallgeschwindigkeit im Zweiphasengemisch nach Gl. 5.5 unphysikalisch ist. Messungen haben gezeigt, daß die Schallgeschwindigkeit schon bei geringer Zumischung eines zweiten Fluids deutlich unterhalb der Schallgeschwindigkeiten der reinen Phasen fällt (vgl. z.B. [6]), so daß der von Gl. 5.5 beschriebene Verlauf der Schallgeschwindigkeit (vgl. Abb. 5.1, rechte Seite) durchaus realistisch ist. Es ist jedoch darauf hinzuweisen, daß bei diesen Messungen kein Phasenübergang auftritt, so daß sie nichts mit Kavitation zu tun haben. Deshalb ist die Integration von Gl. 5.3 in Verbindung mit Gl. 5.5 zwar mathematisch möglich, sie ist jedoch physikalisch falsch.

Neben der physikalischen Beschreibung des Phasenübergangs ist auch die numerische Kopplung des Kavitationsmodells mit den Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls von großer Bedeutung für das Ergebnis der numerischen Berechnung. Hierbei unterscheiden sich die Vorgehensweisen in der Arbeit von Schmidt und bei dem kommerziellen CFD-Programm STAR-CD wegen des unterschiedlichen numerischen Verfahrens grundlegend.

In der Arbeit von Schmidt [72, 73] ist Gl. 5.7 direkt mit den Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls gekoppelt. Dies ist möglich, da es sich um ein dichtebasiertes Verfahren zur Berechnung kompressibler Strömungen handelt, so daß für die Berechnung kavitierender Strömungen prinzipiell nur die bisher verwendete Zustandsgleichung (ideale Gasgleichung) durch Gl. 5.7 ersetzt werden muß. Der hohe Dichtegradient zwischen Wasser und Dampf macht darüber hinaus noch zusätzliche Maßnahmen zur Verbesserung der Stabilität des numerischen Verfahrens notwendig (vgl. [72, 73]).

Bei dem kommerziellen CFD-Programm STAR-CD hingegen basiert die Kopplung des Kavitationsmodells mit den Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls auf der Volume-of-Fluid-Technik (vgl. Kap. 4.4). Die direkte Kopplung des Kavitationsmodells mit den Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls ist in diesem Fall nicht so einfach möglich, da es sich bei STAR-CD um ein Verfahren zur Berechnung inkompressibler Strömungen handelt, einer Variante des SIMPLE-Algorithmus [14]. Bei der Berechnung inkompressibler Strömungen wird jedoch eine Druckkorrekturgleichung zur Bestimmung des Drucks gelöst, da aufgrund der Inkompressibilität der Strömung Druck und Dichte nicht voneinander abhängen (vgl. Kap. 4.2).

Bei der Verwendung der Volume-of-Fluid-Technik zur Kopplung des Kavitationsmodells mit den Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls wird der Phasenübergang als Quellterm in der Transportgleichung für den Dampfgehalt  $\alpha$  sowie in der Druckkorrekturgleichung modelliert, so daß nicht der Zustand des Fluids selbst durch das Kavitationsmodell vorhergesagt wird, sondern nur seine Änderung, d.h. welcher Anteil des Wassers einer Zelle verdampft bzw. welcher Anteil des Dampfes einer Zelle kondensiert. Dies bedeutet jedoch, daß der Phasenübergang in STAR-CD nicht durch ein Zustandsgesetz beschrieben wird wie in der Arbeit von Schmidt [72, 73], sondern mit Hilfe einer Ratengleichung (vgl. Gl. 5.5). Dieser Unterschied in der Kopplung des Kavitationsmodells mit den Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls hat eine große Auswirkung auf das Berechnungsergebnis. Bei der Berechnung einer kavitierenden Strömung mit STAR-CD existiert im Gegensatz zu der Arbeit von Schmidt [72, 73] keine feste Kopplung zwischen dem Druck und der Dichte im Strömungsfeld, so daß der Ausdruck „barotropic model“ im Zusammenhang mit der

Kavitationsmodellierung in STAR-CD nicht zutreffend ist.

## 5.2 Adaption des Kavitationsmodells zur Simulation von hydraulischer Kavitation

Erste Testrechnungen einer kavitierenden Innenströmung (Geometrie vgl. Abb. 5.5) mit dem „barotropic model“ und den in [14] angegebenen Werten für die Modellparameter  $\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_v = 0.1 \text{ kg/m}^3$ ,  $a_l = 1450 \text{ m/s}$ ,  $a_v = 340 \text{ m/s}$  (für die Schallgeschwindigkeit in reinem Dampf wird näherungsweise der Wert für Luft verwendet) sowie dem Gleichgewichtsdampfdruck bei  $20^\circ\text{C}$ ,  $p_{vap} = 2300 \text{ Pa}$ , liefern unphysikalische Ergebnisse. Bei Unterschreiten des Dampfdrucks wird kaum Dampf erzeugt, so daß der statische Druck im Zweiphasengebiet stark negativ ist. Dieses Ergebnis erhält man auch bei der Berechnung der kavitierenden Pumpenströmung aus Kap. 6.1.

Die Tatsache, daß die Berechnungen mit den unveränderten Modelleinstellungen von Schmidt [72] dieses Verhalten nicht reproduzieren, ist nicht überraschend, da das „barotropic model“ ursprünglich zur Simulation von Kavitation in Einspritzdüsen entwickelt worden ist [72, 73]. Wegen der geringen Abmessung von Einspritzdüsen und der in Einspritzdüsen herrschenden hohen Geschwindigkeiten und Druckgradienten sind die für die Kavitation relevanten Zeit- und Längenskalen im Vergleich zu den Zeit- und Längenskalen in Pumpen deutlich kleiner, so daß Nichtgleichgewichtszustände<sup>2</sup> auftreten können (vgl. hierzu [91]). Dies erkennt man auch am Verlauf der integrierten Zustandsfunktion in Abb. 5.1 (rechte Seite). Eine nennenswerte Dichteabsenkung tritt erst bei einem statischen Druck bzw. einer Zugspannung unterhalb von  $-1 \text{ bar}$  auf. Dieses Problem wurde auch von Schmidt erkannt, der in [73] davor warnt, dieses Modell für „large scale, low speed cavitation calculations“ zu verwenden.

Die Strömung in hydraulischen Maschinen und Bauteilen (Pumpen, Turbinen, ...) ist in der Regel dadurch gekennzeichnet, daß die Abmessungen ausreichend groß bzw. die Geschwindigkeiten ausreichend klein sind, so daß die den Phasenübergang beschreibenden Zeitskalen deutlich geringer sind als die der mittleren Strömung. Das bedeutet, daß der Phasenübergang bei Sättigungsdampfdruck auftritt und genug Zeit zur Verfügung hat, so daß im Zweiphasengebiet ebenfalls Sättigungsdampfdruck herrscht. Zur Abgrenzung gegenüber Strömungsfällen, bei denen dies nicht der Fall ist, wird die in hydraulischen Maschinen und Bauteilen auftretende Kavitation unter dem Begriff „hydraulische Kavitation“ zusammengefaßt (vgl. auch [68]).

Neben den geometrischen Abmessungen und der Strömungsgeschwindigkeit haben auch die Eigenschaften der untersuchten Flüssigkeit einen großen Einfluß auf das Kavitationsver-

<sup>2</sup>Nach Vortmann [90] gibt es bei Kavitation drei Formen des Gleichgewichts bzw. Nichtgleichgewichts:

1. Das thermische Gleichgewicht, d.h. die Geschwindigkeit des Phasenübergangs wird nicht durch die Wärmeübertragung begrenzt.
2. Das dynamische bzw. mechanische Gleichgewicht, d.h. die Geschwindigkeit des Phasenübergangs wird nicht durch Trägheitseffekte der umgebenden Flüssigkeit begrenzt.
3. Das chemische bzw. Phasengleichgewicht, d.h. es steht genug Zeit für den chemischen Prozeß des Phasenübergangs zur Verfügung.

halten. Dies gilt besonders für die Wasserqualität, d.h. die Anzahl und Art der sich im Wasser befindenden Kavitationskeime, die mit ihrer freien Oberfläche als Ausgangspunkt für die Verdampfung dienen. Sind diese Kavitationskeime nicht in einer ausreichenden Menge vorhanden, so kann das Wasser Zugspannungen aufnehmen, die die Kavitation verhindern. In [34] sind die folgenden Richtwerte angegeben:

- Gasgesättigtes Wasser weist praktisch keine Zugspannungen auf.
- Entgastes und beruhigtes Wasser kann bis ca. 0.5 bar Zugspannung aufnehmen.
- Gefiltertes und entgastes Wasser, das mehrere Stunden unter hohem Druck gesetzt wurde, kann u.U. über 1 bar Zugspannung aufnehmen.

Bei der experimentellen Untersuchung der Kreiselpumpe haben Messungen des Gasgehalts im Versuchswasser ergeben, daß ausreichend gelöstes und ungelöstes Gas im Wasser des Pumpenkreislaufs vorhanden ist [23], so daß das Wasser keine Zugspannungen aufnehmen kann und Kavitation bei Sättigungsdampfdruck auftritt<sup>3</sup> (vgl. Kap. 6.1.1).

Aus diesem Grund ist es notwendig, das Kavitationsmodell in STAR-CD so zu modifizieren, daß es das Kavitationsverhalten bei hydraulischer Kavitation und zugspannungsfreiem Wasser reproduziert. Da es sich bei STAR-CD um ein kommerzielles Programm handelt, dessen Quellcode nicht frei zugänglich ist, gibt es nur zwei Möglichkeiten, Modifikationen an dem Kavitationsmodell vorzunehmen:

- Sogenannte „user defined subroutines“ [14], die eine vordefinierte Schnittstelle für eigene Programmteile bieten.
- Empirische Anpassung der Modellparameter.

Die Verwendung von „user defined subroutines“ für die Implementation eines neuen Kavitationsmodells ist mit großen Schwierigkeiten verbunden, da das Kavitationsmodell aufgrund der mit Kavitation einhergehenden Volumenproduktion bzw. Volumenvernichtung großen Einfluß auf den iterativen Lösungsprozess der Gleichungen hat. Deshalb wird bei der vorliegenden Arbeit versucht, das gewünschte Kavitationsverhalten bei hydraulischer Kavitation über eine empirische Anpassung der Modellparameter  $a_v$  und  $a_l$  zu erreichen.

Ausgangspunkt für die Adaption des Kavitationsmodells ist die Tatsache, daß die Auswirkung der Kavitation auf das Strömungsfeld nicht nur in einer Absenkung der Dichte besteht, sondern aufgrund der mit der Verdampfung einhergehenden Volumenproduktion auch einen Anstieg des statischen Drucks in diesem Bereich zur Folge hat. Die Höhe dieses Druckanstiegs ist sowohl von der Verdampfungsmenge als auch von der Verdampfungsgeschwindigkeit abhängig. Die Adaption des Kavitationsmodells besteht nun darin, daß die Modellparameter des „barotropic model“ so gewählt werden, daß die in einem Zeitschritt erzeugte Dampfmenge gerade ausreicht, den lokalen Druck im Kavitationsgebiet auf Dampfdruckniveau anzuheben. Dies ist mit Hilfe der beiden Parameter  $a_v$  und  $a_l$  möglich, die den

---

<sup>3</sup>Dies wird auch die Schaufeldruckmessungen im Zweiphasengebiet bestätigt [23].

Verlauf von  $a$  im Zweiphasengebiet (vgl. Gl. 5.5) und somit auch die Verdampfungsmenge bestimmen (vgl. Gl. 4.19). Die Dichten  $\rho_l$  und  $\rho_v$  werden nicht variiert, sondern behalten ihre physikalischen Werte bei ( $\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_v = 0.1 \text{ kg/m}^3$ ). Diese Vorgehensweise ähnelt der von Chen und Heister in [11] vorgeschlagenen Methode, den Phasenübergang mit Hilfe des Unterschieds ( $p - p_{vap}$ ) vorherzusagen (vgl. Gl. 2.4).

Wegen der stark unterschiedlichen Dichten  $\rho_l$  und  $\rho_v$  ist der Einfluß von  $a_v$  auf den Verlauf von  $a$  deutlich größer als der Einfluß von  $a_l$  (vgl. Gl. 5.5), so daß der Verlauf von  $a$  im folgenden nur mit einem Parameter, und zwar  $a_{min} = a(0.5)$ , dem Wert bei einem Dampfgehalt von  $\alpha = 0.5$ , beschrieben wird. Um die Assoziation mit Schallgeschwindigkeiten zu vermeiden, wird dabei für die Charakterisierung der Modelleinstellung die Bezeichnung  $(dp/d\rho)_{min} = a(0.5)^2$  verwendet. Eine Abschätzung von Gl. 5.5 mit  $\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_v = 0.1 \text{ kg/m}^3$  ergibt näherungsweise:

$$(dp/d\rho)_{min} \approx \left(\frac{1}{50}a_v\right)^2. \quad (5.9)$$

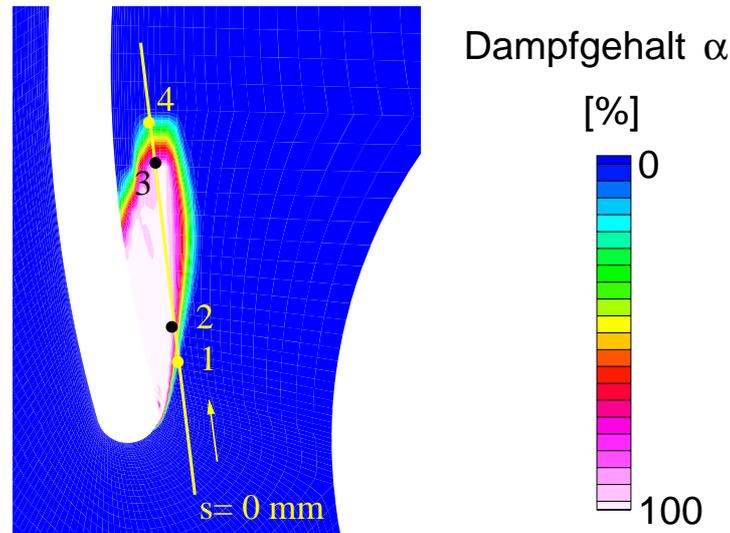
Die Wahl von  $(dp/d\rho)_{min}$  erfolgt empirisch. Dabei sind folgende Punkte zu beachten:

- Ist  $(dp/d\rho)_{min}$  zu groß gewählt, so wird zu wenig Dampf produziert, und der Druck im Kavitationsgebiet erreicht nicht das Dampfdruckniveau.
- Ist  $(dp/d\rho)_{min}$  zu klein gewählt, so finden Verdampfung und Kondensation zu schnell statt, und es treten numerische Oszillationen auf.

Das Auftreten von numerischen Oszillationen in Druck und Dichte bei kleinen Werten von  $(dp/d\rho)_{min}$  ist auf eine zu starke Kopplung des Kavitationsmodells mit der Druckkorrekturgleichung zurückzuführen. Während eines Zeitschritts wird so viel Dampf erzeugt, daß der statische Druck über den Dampfdruck steigt. Aus diesem Grund wird der Dampf im nächsten Zeitschritt wieder vernichtet, was jedoch dazu führt, daß der Dampfdruck wieder unterschritten wird, so daß im nächsten Zeitschritt wieder so viel Dampf erzeugt wird, daß der Dampfdruck überschritten wird ... . Deshalb muß  $(dp/d\rho)_{min}$  zur Vermeidung dieser numerischen Oszillationen stets so groß gewählt werden, daß der statische Druck im Kavitationsgebiet immer leicht unterhalb des Dampfdrucks liegt (vgl. z.B. Abb. 5.11 oder Abbn. 6.30-6.38). Die richtige Wahl von  $(dp/d\rho)_{min}$  ist mit etwas Aufwand verbunden<sup>4</sup>, sie läßt sich jedoch leicht automatisieren, wenn der Quellcode zugänglich ist.

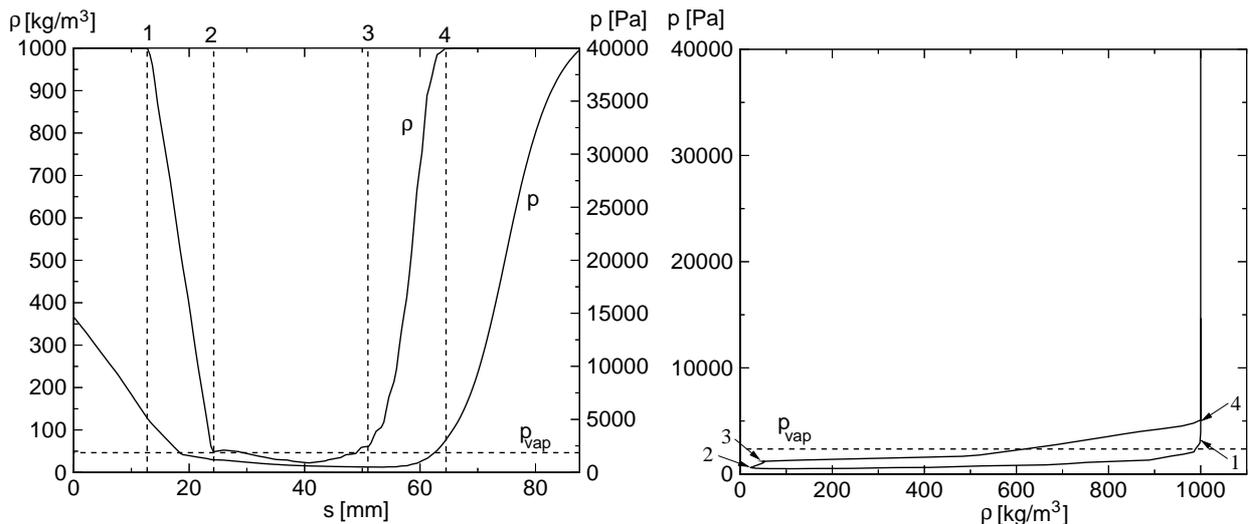
Wegen der einfacheren Interpretation einer stationären Strömung im Gegensatz zu einer instationären Strömung erfolgt die Überprüfung der Adaption anhand des Berechnungsergebnisses einer stationär kavitierenden Pumpenströmung (vgl. Kap. 6.3, Fall 4). Abbildung 5.2 zeigt das stationäre Kavitationsgebiet in der Nähe der Schaufelvorderkante auf der Saugseite der Laufradschaufel.

<sup>4</sup>Wie in Kap. 5.5.2 gezeigt wird, ist  $(dp/d\rho)_{min}$  keine Naturkonstante, sondern hängt von den in der Strömung herrschenden Druckgradienten ab, so daß die Anpassung von  $(dp/d\rho)_{min}$  für jeden Berechnungsfall neu durchgeführt werden muß.



**Abbildung 5.2:** Berechnungsergebnis: Stationäres Kavitationsgebiet an der Vorderkante einer Laufradschaufel. Numerische Details und Einstellungen vgl. Kap. 6.3, Fall 4,  $(dp/d\rho)_{min} = 4 \text{ m}^2/\text{s}^2$ .

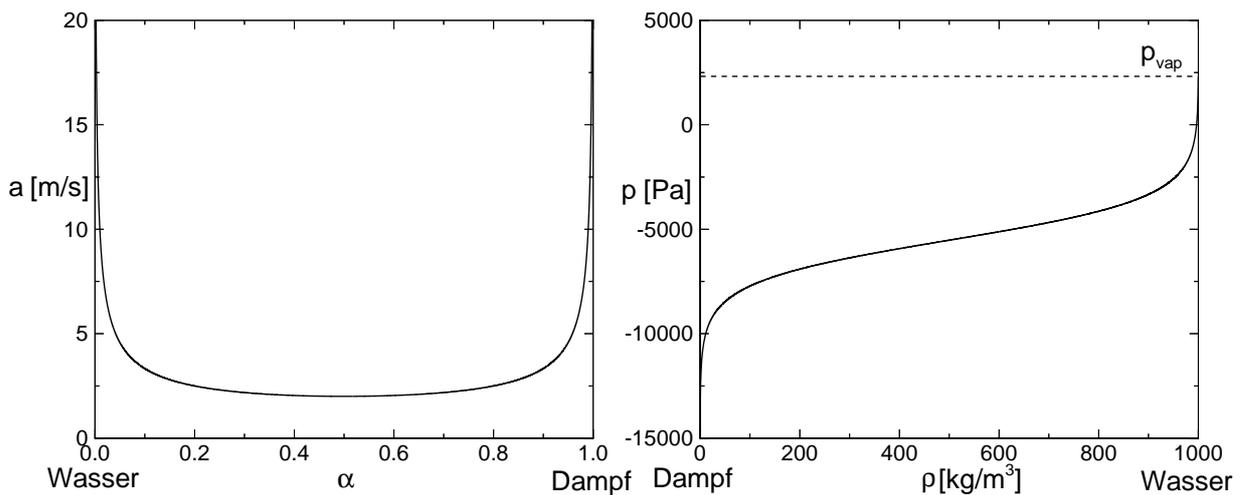
Zur Überprüfung des Druckniveaus im Kavitationsgebiets werden entlang der in Abb. 5.2 eingezeichneten Linie die entsprechenden Werte für Druck und Dichte extrahiert und in Abb. 5.3 (linke Seite) über der Weglänge  $s$  aufgetragen. Die Nummern entsprechen den jeweiligen Stellen in Abb. 5.2. Wie man erkennt, liegt der statische Druck nur leicht unterhalb des Dampfdruckes. Da es sich bei der Linie in Abb. 5.2 um keine Stromlinie handelt, sind der Beginn der Kavitation, d.h. der Beginn der Dichteabsenkung, und das Unterschreiten des Dampfdruckes etwas verschoben. Dies gilt auch für den Beginn der Kondensation.



**Abbildung 5.3:** Linke Seite: Verlauf von Druck  $p$  and Dichte  $\rho$  entlang der Linie in Abb. 5.2. Rechte Seite: Rekonstruktion des  $p - \rho$  Zusammenhangs. Nummern 1 – 4 vgl. Abb. 5.2.

Um den Unterschied zwischen der Kopplung von Druck und Dichte in der Arbeit von Schmidt und der Kopplung von Druck und Dichte in STAR-CD zu verdeutlichen, werden die beiden Verläufe von Druck und Dichte in Abb. 5.3 (linke Seite) in einem  $p/\rho$ -Diagramm dargestellt (rechte Seite von Abb. 5.3). Wie man erkennt, ist kein eindeutiger Zusammenhang zwischen Druck und Dichte vorhanden. Der statische Druck befindet sich unabhängig von der lokal im Kavitationsgebiet herrschenden Dichte im gesamten Kavitationsgebiet in der Nähe des Dampfdrucks  $p_{vap}$ . Würde man dieselbe Analyse bei einem Ergebnis von Schmidt [72, 73] durchführen, so erhielte man einen Verlauf des  $p/\rho$ -Zusammenhangs vergleichbar dem Zustandsgesetz in Abb. 5.4 (rechte Seite). Es sei noch einmal darauf hingewiesen, daß dieser Unterschied keine Folge der Adaption der Modellparameter ist, sondern eine Folge der unterschiedlichen Kopplung des Kavitationsmodells mit dem Grundcode.

Die Werte für  $a_l$  und  $a_v$  betragen in dieser Berechnung 50 m/s bzw. 100 m/s, so daß  $(dp/d\rho)_{min} = 4 \text{ m}^2/\text{s}^2$  beträgt. Zum Vergleich mit den Ausgangskurven (vgl. Abb. 5.1) werden in Abb. 5.4 der entsprechenden Verlauf von  $a$  und die Zustandsfunktion mit diesen Parametern gezeigt.



**Abbildung 5.4:** Linke Seite: Verlauf der Schallgeschwindigkeit  $a$  für das Wasser/Dampf-Gemisch nach Gl. 5.5 (Ausschnitt für  $a < 20 \text{ m/s}$ ). Rechte Seite: Integrierte Zustandsfunktion nach Gl. 5.7. Parameter:  $\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_v = 0.1 \text{ kg/m}^3$ ,  $(dp/d\rho)_{min} = 4 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ,  $p_{vap} = 2300 \text{ Pa}$ .

### 5.3 Modellannahmen

Für die Interpretation der Berechnungsergebnisse ist es unbedingt notwendig, die den Berechnungen zugrundeliegenden Modellannahmen zu kennen. Deswegen sollen an dieser Stelle noch einmal alle Modellannahmen zusammengefaßt werden, die sich sowohl aus der Adaption des Kavitationsmodells als auch aus der numerischen Behandlung der Zweiphasenströmung ergeben.

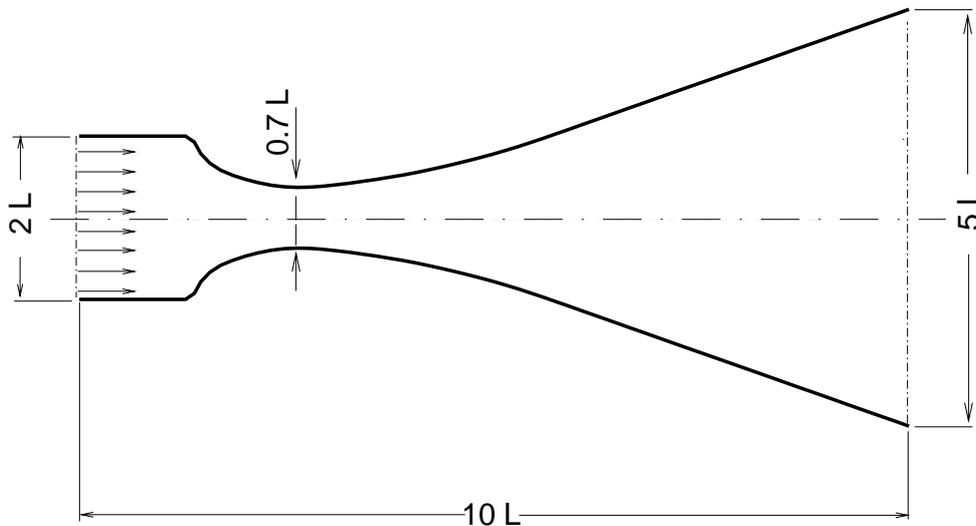
- Annahmen, die aus der numerischen Behandlung der Zweiphasenströmung resultieren:
  - Die reinen Phasen Wasser und Dampf verhalten sich inkompressibel.
  - Innerhalb einer Berechnungszelle tritt keine Relativbewegung zwischen den beiden Phasen auf.
  - Die Zweiphasenströmung ist isotherm.
  - Bei dem Phasenübergang handelt es sich um einen reversiblen Prozeß.
  - Turbulente Druckschwankungen haben keinen direkten Einfluß auf das Kavitationsverhalten.
  
- Annahmen, die aus der Adaption des Kavitationsmodells resultieren:
  - In der Flüssigkeit sind ausreichend Kavitationskeime vorhanden, so daß keine Zugspannungen auftreten können.
  - Oberflächenspannungen sind vernachlässigbar.
  - Die Strömung befindet sich im thermodynamischen Gleichgewicht, d.h. die den Phasenübergang beschreibenden Zeitskalen sind deutlich geringer als die Zeitskalen der mittleren Strömung.

## 5.4 Reibungsfreie Berechnung einer kavitierenden Innenströmung

Eine erste Untersuchung des Kavitationsmodells wird zunächst an der in Abb. 5.5 dargestellten Düse durchgeführt, deren Berechnung mit weniger numerischem Aufwand verbunden ist als die Berechnung der kavitierenden Strömung in einer Kreiselpumpe. Da es sich bei der Strömung im Laufschaufelkanal einer Kreiselpumpe ebenfalls um eine Innenströmung handelt, können die bei der Berechnung der kavitierenden Düsenströmung gemachten Erfahrungen direkt auf die Berechnung der kavitierenden Pumpenströmung übertragen werden. Die Interpretation der Ergebnisse ist durch den fehlenden Rotationseinfluß jedoch deutlich erleichtert.

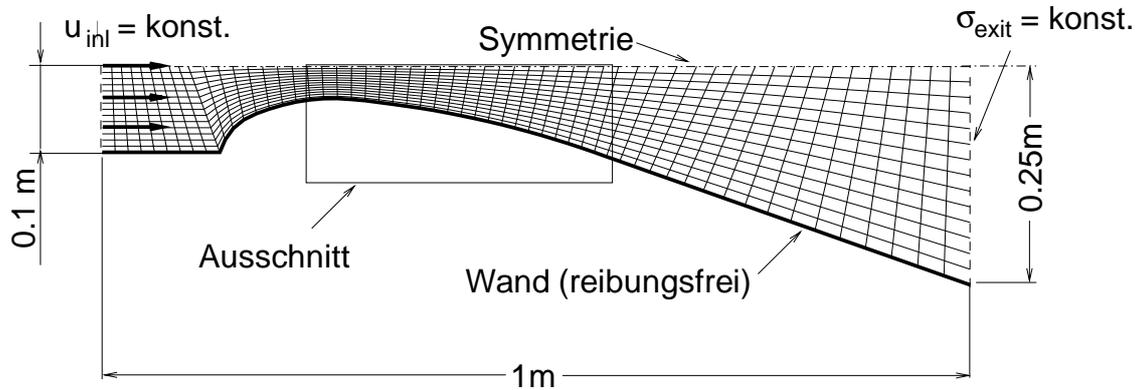
Bei der in Abb. 5.5 dargestellten Düse handelt es sich um einen numerischen Testfall, der nicht experimentell untersucht wurde. Experimentelle Untersuchungen von kavitierenden Innenströmungen werden häufig an Kanälen durchgeführt, deren Querschnitt durch den Einbau eines scharfkantigen Hindernisses verengt wird (z.B. [56]). Im Gegensatz dazu zeichnet sich die in Abb. 5.5 gezeigte Düse durch einen kontinuierlichen Querschnittsverlauf im Bereich des Düsenhalses aus. Da die Berechnungen unter der Annahme einer reibungsfreier Strömung durchgeführt werden, ist dies von großem Vorteil gegenüber einem unstetigen Wandverlauf im Bereich des engsten Querschnitts. Die kavitierende Strömung

in dieser Düse wurde sowohl von Sauer [68] mit einem auf der Blasendynamik beruhenden Kavitationsmodell als auch von Vortmann [91] mit einem auf der van-der-Waals- bzw. Landau-Theorie basierenden modifizierten Zustandsgesetz berechnet, so daß ein Vergleich der unterschiedlichen Kavitationsmodelle möglich ist. Bei dem von Sauer und Vortmann verwendeten numerischen Verfahren handelt es sich ebenfalls um ein Druckkorrekturverfahren mit zusätzlicher Transportgleichung für den Dampfgehalt (modifizierte Volume-of-Fluid-Methode) [68, 91], so daß der Vergleich der unterschiedlichen Kavitationsmodelle nicht durch eine unterschiedliche numerische Vorgehensweise beeinflusst wird.



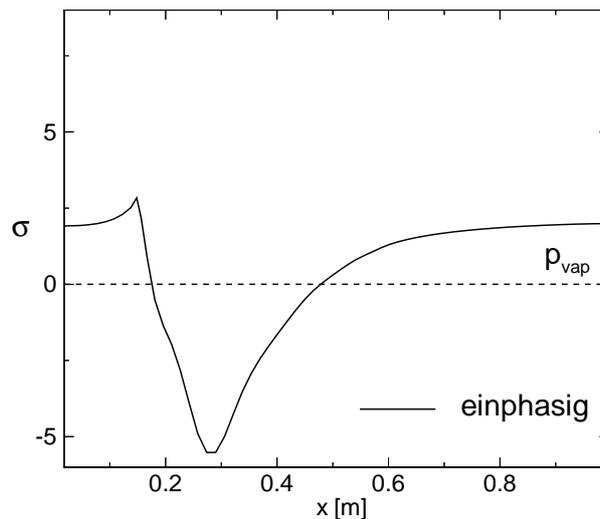
**Abbildung 5.5:** Geometrie und charakteristische Abmessungen der numerisch untersuchten Düse (aus [68]).

Abbildung 5.6 zeigt das für die Berechnungen verwendete Diskretisierungsgitter mit Randbedingungen. Dabei handelt es sich um dasselbe Berechnungsgitter und dieselben Randbedingungen, die auch in den Arbeiten von Sauer und Vortmann verwendet wurden (vgl. [68, 91]). Das Berechnungsgitter umfaßt 56 Zellen in  $x$ -Richtung und 14 Zellen in  $y$ -Richtung. Die Strömung wird reibungsfrei berechnet. Unter der Annahme, daß die Strömung in der Düse symmetrisch zur Düsenachse verläuft, wird nur eine Hälfte der Düse berechnet. Am Eintrittsrand der Düse wird eine zeitlich und räumlich konstante Geschwindigkeitsverteilung vorgegeben und am Austrittsrand ein konstanter Druck  $p_{exit}$ , durch den das Druckniveau in der Berechnung definiert ist. Alle Druckänderungen im Berechnungsgebiet wirken sich relativ zu diesem Druck aus. Für die Diskretisierung der konvektiven Terme wird das Upwind-Verfahren verwendet. Die zeitliche Diskretisierung erfolgt mit dem „Euler Implizit“-Verfahren. Die Dichte des Wassers beträgt  $1000 \text{ kg/m}^3$ , die Dichte des Dampfes beträgt  $0.1 \text{ kg/m}^3$ . Der Modellparameter  $(dp/d\rho)_{min}$  ist entsprechend der in Kap. 5.2 beschriebenen Vorgehensweise angepaßt. Die Werte für  $(dp/d\rho)_{min}$  liegen bei den unterschiedlichen Berechnungen zwischen  $0.09 \text{ m}^2/\text{s}^2$  und  $0.25 \text{ m}^2/\text{s}^2$  (vgl. Tab. 5.7).



**Abbildung 5.6:** Berechnungsgitter mit den Abmessungen und Randbedingungen der in den Abbn. 5.9-5.11 dargestellten Berechnungsergebnisse (aus [68]).  $L = 0.1 \text{ m}$ ,  $u_{inl} = 1 \text{ m/s}$ .

Ziel der Berechnungen in diesem Kapitel ist es nicht, eine möglichst perfekte Berechnung einer kavitierenden Düsenströmung zu liefern, sondern das Verhalten des numerischen Verfahrens bei Berücksichtigung der Kavitation im Vergleich zu den Ergebnissen von Sauer und Vortmann [68, 91] zu untersuchen. Die Vernachlässigung des Reibungseinflusses hat neben dem verminderten numerischen Aufwand den Vorteil, daß der Einfluß der Kavitation auf das Berechnungsergebnis nicht durch Turbulenz- bzw. Viskositätseffekte überlagert wird. Dies ist für den Vergleich mit den Ergebnissen von Sauer und Vortmann von besonderer Bedeutung, da ausgeschlossen werden kann, daß Abweichungen ihre Ursache in einer unterschiedlichen Turbulenzmodellierung haben. Es sei jedoch darauf hingewiesen, daß aufgrund des großen Öffnungswinkels des Diffusors bei Berücksichtigung des Reibungseinflusses mit einer abgelösten Strömung zu rechnen ist.



**Abbildung 5.7:** Verlauf der dimensionslosen Kavitationszahl  $\sigma = \frac{p-p_{vap}}{\rho/2 u_{inl}^2}$  an der Düsenwand ohne Berücksichtigung der Kavitation.  $x$  bezeichnet die  $x$ -Koordinate der Position auf der Düsenwand. Übrige Parameter:  $L = 0.1 \text{ m}$ ,  $u_{inl} = 1 \text{ m/s}$ ,  $\mu = 0 \text{ kg/ms}$  und  $\sigma_{exit} = 2$ .

Die Düsenströmung wird zunächst ohne Berücksichtigung der Kavitation berechnet. Abbildung 5.7 zeigt den Druckverlauf entlang der Düsenwand. Die Strömung liegt an der Diffusorwand an, so daß im Diffusor ein Druckrückgewinn auftritt. Um einen besseren Vergleich mit den in Abb. 5.11 gezeigten Druckverläufen bei kavitierender Strömung zu gewährleisten, wird in Abb. 5.7 der Druck an der Düsenwand ebenfalls als dimensionslose Kavitationszahl  $\sigma$  dargestellt und das absolute Druckniveau so gewählt, daß am Düsenaustritt der gleiche Druck wie in Abb. 5.11 herrscht. Wie man erkennt, ist in einem großen Teil der Düse der Dampfdruck  $p_{vap}$  unterschritten, d.h.  $\sigma < 0$ , so daß auf jeden Fall mit dem Auftreten von Kavitation zu rechnen ist.

Die zweiphasige Berechnungen der kavitierenden Düsenströmung werden bei unterschiedlichen Kavitationszuständen durchgeführt (vgl. Tab. 5.1). Diese Kavitationszustände werden mit Hilfe der dimensionslosen Kavitationszahl  $\sigma_{exit}$  beschrieben:

$$\sigma_{exit} = \frac{p_{exit} - p_{vap}}{\rho/2 u_{inl}^2}, \quad (5.10)$$

mit  $\rho$ , der Dichte des Wassers,  $u_{inl}$ , der Eintrittsgeschwindigkeit sowie  $p_{exit}$ , dem Druck am Austritt. Mit Ausnahme des Falls  $\sigma_{exit} = 7$ , bei dem nur sehr wenig Dampf entsteht, erhält man bei allen anderen  $\sigma_{exit}$ -Werten eine periodisch kavitierende Düsenströmung. Die jeweiligen Frequenzen bzw. Strouhal-Zahlen sind in Tab. 5.1 aufgeführt. Alle in diesem Kapitel verwendeten Strouhal-Zahlen sind mit der Länge  $L$  (der halben Düsenbreite am Eintritt, vgl. Abb. 5.5) und der Eintrittsgeschwindigkeit  $u_{inl}$  nach Gl. 5.11 gebildet:

$$\text{Str} = \frac{f \cdot L}{u_{inl}}. \quad (5.11)$$

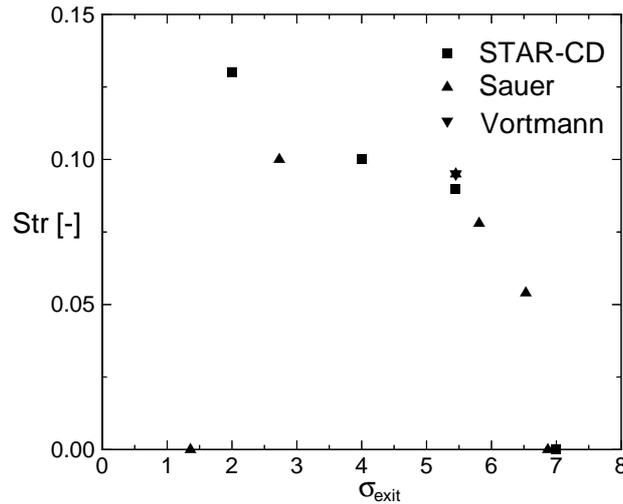
| Nr | $\sigma_{exit}$<br>[-] | $u_{inl}$<br>[m/s] | $L$<br>[m] | $(dp/d\rho)_{min}$<br>[m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ] | $\Delta t$<br>[s] | f<br>[Hz] | Str<br>[-] |
|----|------------------------|--------------------|------------|---|-------------------|-----------|------------|
| 1  | 2                      | 1                  | 0.1        | 0.09  | 10 <sup>-3</sup>  | 1.3       | 0.13       |
| 2  | 4                      | 1                  | 0.1        | 0.25  | 10 <sup>-3</sup>  | 0.94      | 0.094      |
| 3  | 5.45                   | 1                  | 0.1        | 0.16  | 10 <sup>-3</sup>  | 0.9       | 0.09       |
| 4  | 7                      | 1                  | 0.1        | 0.16  | 10 <sup>-3</sup>  | -         | -          |

**Tabelle 5.1:** Numerisch ermittelte Frequenzen bzw. Strouhal-Zahlen bei unterschiedlichen Werten von  $\sigma_{exit}$ .

Abbildung 5.8 zeigt einen Vergleich der in Tab. 5.1 aufgeführten Strouhal-Zahlen mit den Ergebnissen von Sauer und Vortmann [68, 91]. Da die Berechnungen von Sauer und Vortmann teilweise mit unterschiedlich skaliertem Düsenabmessung und Eintrittsgeschwindigkeit durchgeführt werden, erfolgt der Vergleich der Ergebnisse anhand der dimensionslosen Strouhal-Zahl (vgl. Gl. 5.11) und nicht anhand der Frequenz  $f$ .

Während von Vortmann [91] nur Berechnungsergebnisse bei  $\sigma_{exit} = 5.54$  vorliegen, existieren von Sauer [68] in einem großen Bereich von  $\sigma_{exit}$  Berechnungsergebnisse. Wie

man anhand von Abb. 5.8 erkennt, befinden sich die mit STAR-CD ermittelten Strouhal-Zahlen in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Sauer und Vortmann. Auch bei Sauer [68] nimmt mit steigendem  $\sigma_{exit}$  die Strouhal-Zahl ab und Stationarität setzt bei ungefähr  $\sigma_{exit} = 7$  ein. Die von Sauer ermittelte Stationarität der kavitierenden Strömung bei sehr kleinen  $\sigma_{exit}$ -Werten konnte mit dem in dieser Arbeit verwendeten Verfahren nicht reproduziert werden, da die Berechnungen bei solch kleinen  $\sigma_{exit}$ -Werten instabil werden.



**Abbildung 5.8:** Vergleich der numerisch ermittelten Strouhal-Zahlen mit den Ergebnissen von Sauer [68] und Vortmann [91].

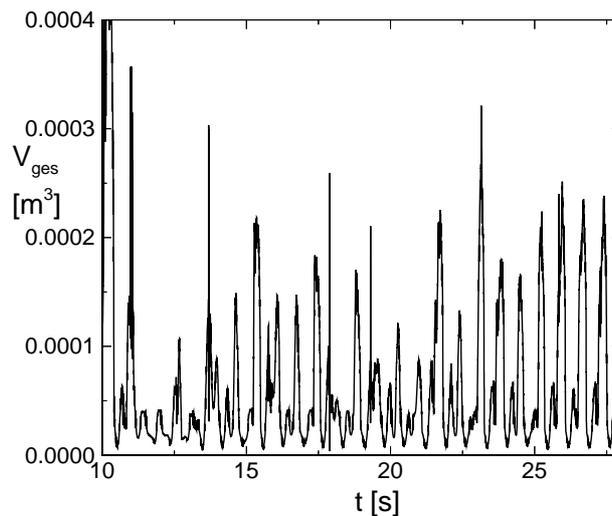
Die gute Übereinstimmung zwischen den drei Arbeiten ist auf den ersten Blick überraschend, denn die Kavitationsmodelle basieren auf unterschiedlichen physikalischen Grundlagen. Wie bereits in Kap. 2.2 dargelegt, verwendet Sauer die der Blasendynamik entspringende Rayleigh-Gleichung für die Beschreibung des Phasenübergangs [68], während Vortmann den Phasenübergang von der thermodynamischen Seite her beschreibt [91]. Für die gute Übereinstimmung gibt es zwei mögliche Erklärungen: 1. Die Strouhal-Zahl wird weniger durch die Kavitation dominiert als durch die geometrischen Abmessungen der untersuchten Düse. 2. Die drei Kavitationsmodelle haben trotz unterschiedlicher physikalischer Grundlagen prinzipiell das gleiche Verhalten: Bei Unterschreiten des Dampfdrucks  $p_{vap}$  wird Dampf produziert, der dazu führt, daß der Druck im Kavitationsgebiet ansteigt. Bei Überschreiten des Dampfdrucks wird dieser Dampf wieder vernichtet. Allein die Geschwindigkeit, mit der der Dampf produziert bzw. vernichtet wird hängt vom Kavitationsmodell ab. Doch auch dabei bewegt man sich in engen Grenzen: Ist die Geschwindigkeit des Phasenübergangs zu niedrig, wird im Kavitationsgebiet der Dampfdruck nicht erreicht. Ist die Geschwindigkeit zu hoch, so treten Stabilitätsprobleme auf.

Da es aus Platzgründen nicht möglich ist, alle Berechnungen ausführlich darzustellen, wird im folgenden nur die Berechnung mit  $\sigma_{exit} = 2$  näher beschrieben. Abbildung 5.9 zeigt den zeitlichen Verlauf des über die Düse integrierten Dampfgehalts  $V_{ges}$ . Der Verlauf von  $V_{ges}$  ist nicht streng periodisch. Er wird jedoch durch die in Tab. 5.1 angegebene

Frequenz  $f = 1.3 \text{ Hz}$  dominiert. Im Gegensatz dazu liefern die Berechnungen von Sauer und Vortmann einen streng periodischen Verlauf des über die Düse integrierten Dampfgehalts [68, 91].

Dieser Unterschied zwischen den Berechnungsergebnissen ist nicht auf die Kavitationsmodellierung selbst zurückzuführen, sondern auf die unterschiedliche numerische Vorgehensweise bei der Berechnung des Quellterms. In den Arbeiten von Sauer und Vortmann wird der Quellterm implizit mit dem Druck zum neuen Zeitpunkt  $p^{t+\Delta t}$  berechnet [68, 91], d.h. es wird so lange iteriert, bis der Quellterm und der Druck zum neuen Zeitpunkt zusammenpassen. In STAR-CD dagegen wird der Quellterm explizit mit dem Druck zum alten Zeitpunkt  $p^t$  berechnet. Durch die implizite Behandlung des Quellterms wird das Problem der Oszillationen vermieden.

Im vorliegenden Fall ist die Abweichung von der Periodizität darauf zurückzuführen, daß der Modellparameter  $(dp/d\rho)_{min}$  sehr klein gewählt ist, so daß die Stabilitätsgrenze an manchen Zeitpunkten überschritten wird (scharfe Peaks im Verlauf der Dampfmenge). Bei einer Vergrößerung von  $(dp/d\rho)_{min}$  liefert die Berechnung mit STAR-CD ebenfalls einen streng periodischen Verlauf von  $V_{ges}$ , der Druck im Kavitationsgebiet liegt dann jedoch deutlich unterhalb des Dampfdrucks.



**Abbildung 5.9:** Zeitlicher Verlauf des über die Düse integrierten Dampfgehalts  $V_{ges}$  bei  $\sigma_{exit}=2$ . Übrige Parameter:  $u_{inl} = 1 \text{ m/s}$ ,  $L = 0.1 \text{ m}$ ,  $\mu = 0 \text{ kg/m s}$ ,  $(dp/d\rho)_{min} = 0.09 \text{ m}^2/\text{s}^2$ .

Zur Visualisierung der instationär kavitierenden Strömung zeigt Abb. 5.10 die momentane Verteilung des Dampfgehalts  $\alpha$  in der Düsenströmung an fünf unterschiedlichen Zeitpunkten einer Periode. In Abb. 5.11 werden in einem vergrößerten Ausschnitt (vgl. Abb. 5.6) der Dampfgehalt  $\alpha$  und die Geschwindigkeitsvektoren im Bereich des Düsenhalses zusammen mit dem momentanen Druckverlauf entlang der Düsenwand gezeigt.

Wie man anhand von Abb. 5.10 erkennt, bildet sich im engsten Querschnitt der Düse ein Kavitationsgebiet aus, das mit der Strömung in den Diffusor transportiert wird und dort aufgrund des höheren Drucks kondensiert. Durch die Druckrandbedingung am

Austritt,  $\sigma_{exit} = 2$ , ist es nicht möglich, daß Dampf das Berechnungsgebiet verläßt. Die Ursache für die Periodizität der kavitierenden Strömung läßt sich mit Hilfe der in Abb. 5.11 für den Bereich des Düsenhalses dargestellten Vektoren der Strömungsgeschwindigkeit erkennen. Wegen der durch die Kavitation verursachten Störung entwickelt sich im hinteren Bereich des Kavitationsgebiets ein Rezirkulationsgebiet, auch Re-Entrant Jet genannt. Im Kern dieses Rezirkulationsgebiets wird der Dampf stromab konvektiert, bevor er wieder kondensiert. Dieses Kavitationsverhalten wird prinzipiell auch von Sauer und Vortmann vorhergesagt. Es sind jedoch Unterschiede bezüglich des Werts von  $\sigma_{exit}$  vorhanden, bei dem abschwimmende Kavitationsgebiete auftreten. Während sowohl von Sauer als auch von Vortmann ein Abschwimmen von Kavitationsgebieten bereits bei  $\sigma_{exit} = 5.45$  berechnet wird, tritt bei dem in dieser Arbeit verwendeten Verfahren ein zyklisches Abschwimmen von Kavitationsgebieten erst bei  $\sigma_{exit} = 2$  auf.

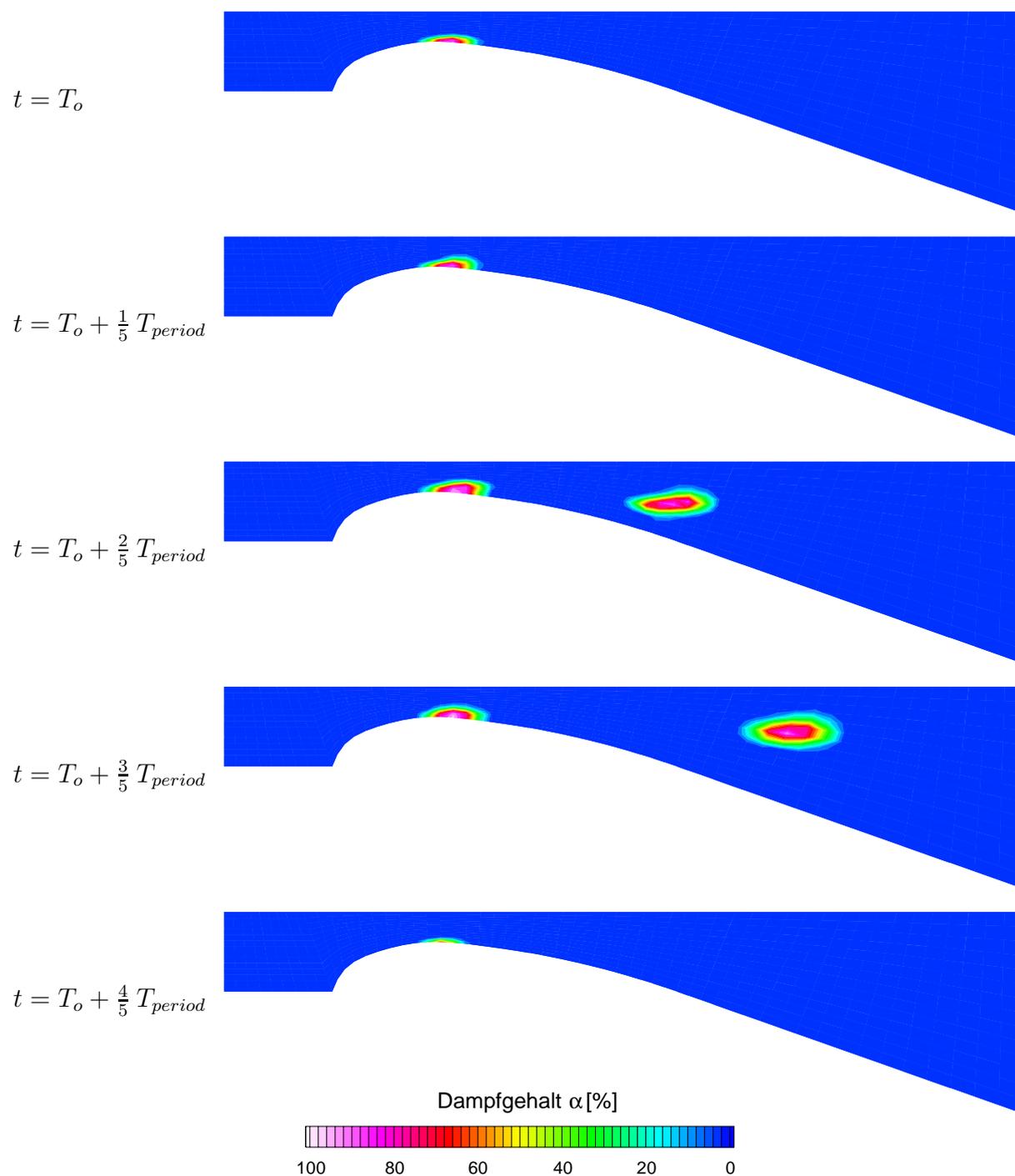
Bei der Entstehung des Rezirkulationsgebiets handelt es sich nicht um eine viskos bedingte Ablösung (die Berechnung erfolgt unter Annahme einer reibungsfreien Strömung), sondern um eine lokale Rückströmung, die durch den Sog verursacht wird, der bei der Kondensation des Dampfes im hinteren Bereich des Kavitationsgebiets auftritt. Der unter Annahme einer inkompressiblen Strömung hergeleitete 2. Helmholtzsche Wirbelsatz, der besagt, daß in einer reibungsfreien Strömung keine Wirbel entstehen können<sup>5</sup>, ist für Mehrphasenströmungen nicht gültig.

Bei Betrachtung der momentanen Wanddruckverläufe in Abb. 5.11 erkennt man, daß der statische Druck bei Kavitation im Vergleich zu dem einphasigen Wanddruckverlauf in Abb. 5.7 deutlich höher verläuft. Das Druckminimum liegt nie weit unterhalb des Dampfdrucks. Dieses Verhalten wird durch die Wahl von  $(dp/d\rho)_{min}$  vorgegeben. Aufgrund der Kavitation tritt demzufolge ein deutlicher Druckabfall über der Düse auf, der bei der einphasigen Strömung nicht beobachtet wird (vgl. Abb. 5.7). Dieses Verhalten zeigt sich ebenfalls in den Berechnungen von Sauer und Vortmann auf [68, 91] und ist auch aus dem Experiment bekannt.

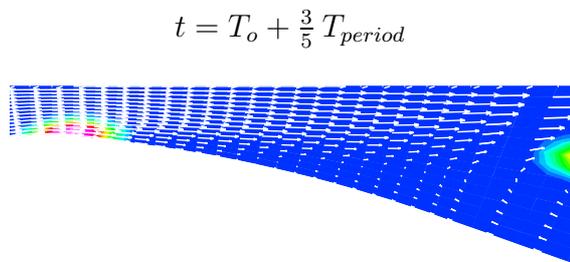
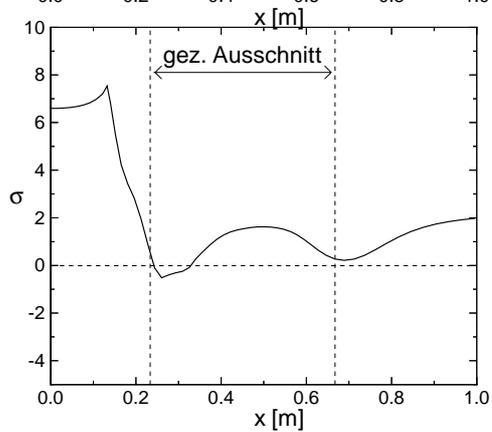
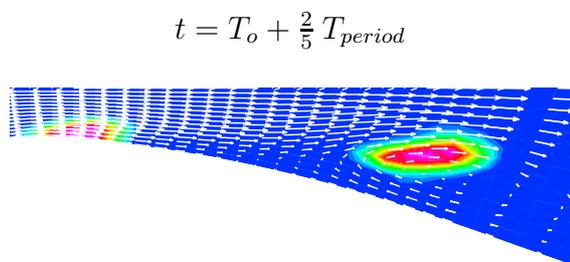
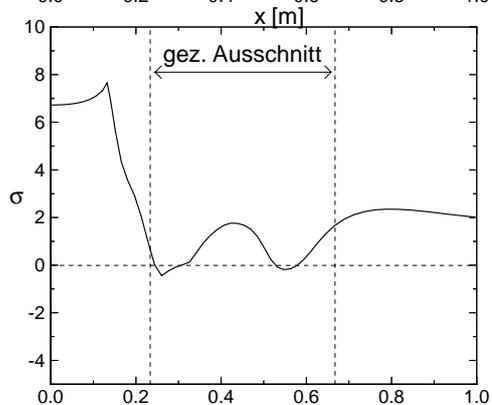
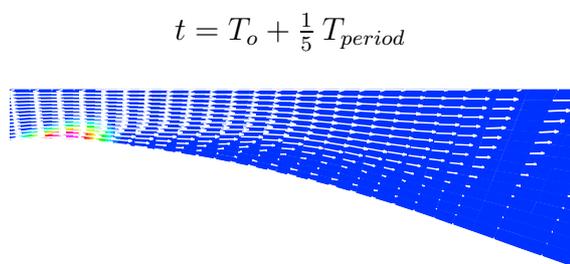
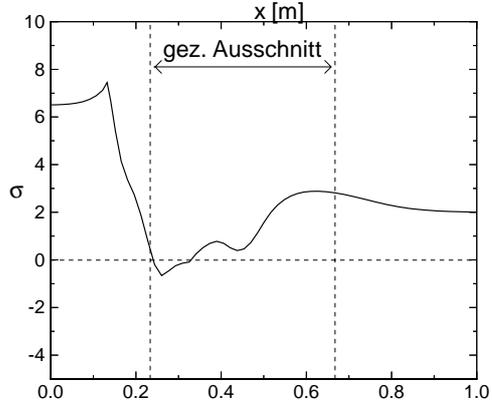
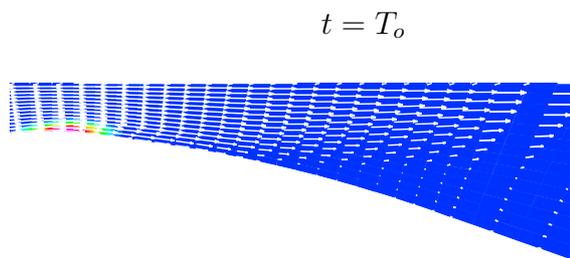
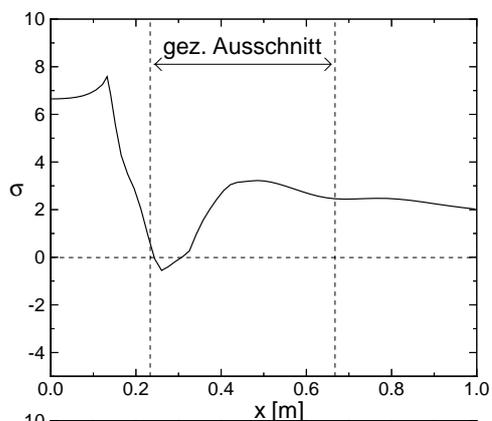
Für den Anstieg des statischen Drucks am Düseneintritt bei Kavitation existiert die folgende Plausibilitätsüberlegung. Unabhängig davon, ob Kavitation auftritt oder nicht, ist wegen des konstanten Volumenstroms ein bestimmter Druckgradient notwendig, durch den die Strömung auf die im engsten Querschnitt der Düse herrschende Geschwindigkeit beschleunigt werden muß. Da bei Berücksichtigung der Kavitation im engsten Querschnitt der Düse ungefähr Dampfdruck herrscht (im Gegensatz zu der einphasigen Berechnung), kann dieser Druckgradient nur durch einen Anstieg des Eintrittsdrucks aufrechterhalten werden (vgl. Abb. 5.7 und 5.11). Dies zeigt auch ein genauer Vergleich der Druckverläufe in Abb. 5.11 mit dem einphasigen Druckverlauf in Abb. 5.7. Der Unterschied zwischen  $\sigma_{min} = -5.2$ , dem Druck im engsten Querschnitt ohne Kavitation (vgl. Abb. 5.7), und  $\sigma_{min} \approx -0.2$  bei Kavitation (vgl. Abb. 5.11),  $\Delta\sigma = 5$ , entspricht gerade der durch die Kavitation verursachten Druckerhöhung am Eintritt.

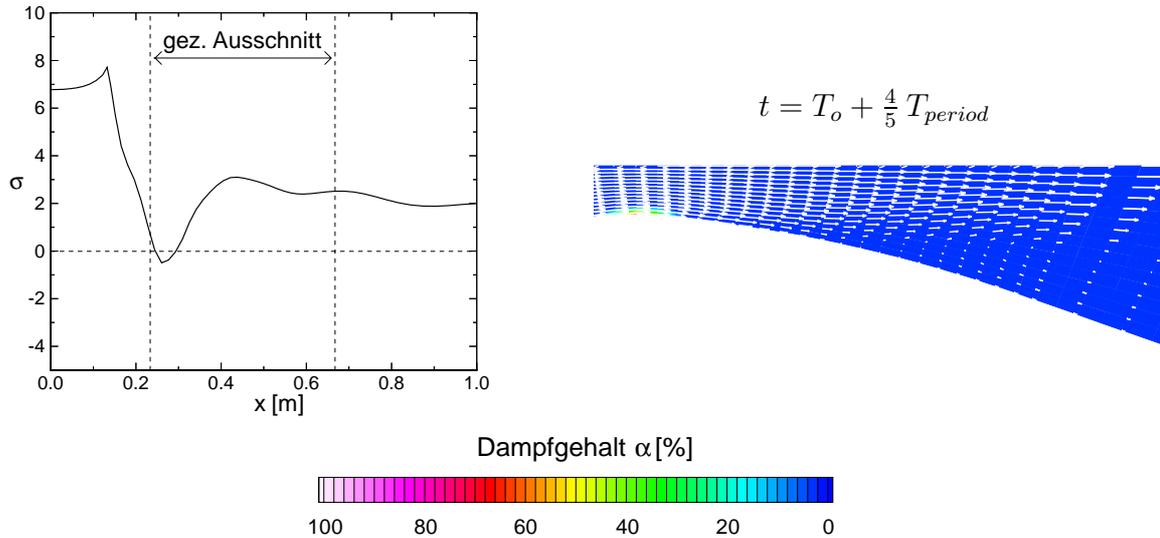
---

<sup>5</sup>Dies besagt nicht, daß eine reibungsfreie Strömung wirbelfrei ist, sondern nur, daß die vorhandenen Wirbel schon immer dort waren.



**Abbildung 5.10:** Periodisch mit der Frequenz 1.3 Hz kavitierende Düsenströmung bei  $\sigma_{exit} = 2$ . Momentane Verteilung des Dampfgehalts  $\alpha$  in der Strömung während einer Periode, Zeitinkrement  $\Delta t = T_{period}/5$ . Übrige Parameter:  $u_{inl} = 1$  m/s,  $L = 0.1$  m,  $\mu = 0$  kg/m s,  $(dp/d\rho)_{min} = 0.09$  m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>.





**Abbildung 5.11:** Periodisch mit der Frequenz 1.3 Hz kavitierende Düsenströmung bei  $\sigma_{exit} = 2$ . Linke Seite: Momentaner Verlauf der dimensionslosen Kavitationszahl  $\sigma = \frac{p - p_{vap}}{\rho/2 u_{inl}^2}$  an der Düsenwand.  $x$  bezeichnet die  $x$ -Koordinate der Position auf der Düsenwand. Rechte Seite: Momentane Verteilung des Dampfgehalts und Geschwindigkeitsvektoren in einem Ausschnitt des Strömungsgebiets im Bereich des Düsenhalses (vgl. Abb. 5.5). Zeitinkrement  $\Delta t = T_{period}/5$ . Übrige Parameter:  $u_{inl} = 1$  m/s,  $L = 0.1$  m,  $\mu = 0$  kg/m s,  $(dp/d\rho)_{min} = 0.09$  m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>.

Wie bereits erwähnt, hat Kavitation einen großen Einfluß auf den Druckverlauf im Strömungsfeld. Aus diesem Grund hat die Wahl der Randbedingungen einen großen Einfluß auf das Berechnungsergebnis (vgl. auch [68]). Dies betrifft vor allem den Ort, an dem der Druck während der Berechnung konstant gehalten wird, da alle Änderungen im Druck relativ zu diesem Druck wirken. Bei der Berechnung in Abb. 5.11 wird z.B. der Druck am Austritt konstant vorgegeben, so daß das Auftreten von Kavitation zur Folge hat, daß der Druck am Eintritt ansteigt und die Kavitation sich dadurch selbst beschränkt. Hält man hingegen bei konstantem Volumenstrom den Druck am Eintritt konstant, so sinkt der statische Druck am Düsenaustritt bei Auftreten von Kavitation, so daß sich die Kavitation noch verstärkt, bis die ganze Düse dampfgefüllt ist. Eine weitere Möglichkeit besteht auch darin, eine Druckdifferenz zwischen Eintritt und Austritt der Düse vorzugeben. In diesem Fall führt die Kavitation dazu, daß sich der Volumenstrom verringert.

Obwohl die oben aufgeführten unterschiedlichen Randbedingungen im einphasigen Fall einer inkompressiblen Strömung keinen Einfluß auf das Berechnungsergebnis haben, ergibt sich bei Berücksichtigung der Kavitation abhängig von der Wahl der Randbedingungen ein völlig unterschiedliches Kavitationsverhalten. Dies gilt in gleicher Form auch für die Berechnung von kavitierenden Strömungen in Kreiselpumpen. Wegen des großen Druckunterschieds zwischen der Saug- und der Druckseite der Pumpe bzw. zwischen der Eintritts- und der Austrittsrandbedingung ist der Einfluß der Randbedingungen auf das Berechnungsergebnis dort jedoch deutlich geringer.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die prinzipiellen Mechanismen der kavitierenden

Strömung von allen Verfahren ähnlich wiedergegeben werden:

- Zyklische Bildung und Abschwimmen eines Rezirkulationsgebiets im hinteren Bereich des Kavitationsgebiets.
- Gute Übereinstimmung der Strouhal-Zahlen.
- Die Kavitation verursacht einen deutlichen Druckabfall über der Düse.

## 5.5 Auswirkung von Maßstabsänderungen auf die Kavitationsberechnung

Hintergrund der Untersuchung in diesem Kapitel ist die in der Praxis gemachte Erfahrung, daß Kavitation bei einer Übertragung von Modellversuchsergebnissen auf die reale Ausführung nicht der klassischen Ähnlichkeitsbeziehung für kavitierende Strömungen nach Thoma gehorcht (vgl. Gl. 5.12). Diese Abweichungen werden Maßstabeffekte genannt [48] und in Kap. 5.5.1 näher beschrieben. In Kap. 5.5.2 wird mit Hilfe von Berechnungen der kavitierenden Düsenströmung (Geometrie vgl. Abb. 5.5) mit unterschiedlich geometrisch skalierten Düsengeometrie und unterschiedlichen Eintrittsgeschwindigkeiten bei konstantem  $\sigma_{exit}$  untersucht, inwiefern die numerischen Berechnungen Maßstabeffekte reproduzieren.

### 5.5.1 Maßstabeffekte im Experiment

Als Übertragungsgesetz von den aus Modellversuchen gewonnenen Ergebnissen auf den Prototyp wird häufig die klassische Ähnlichkeitsbeziehung für kavitierende Strömungen nach Thoma verwendet:

$$\sigma = \frac{p_\infty - p_{vap}}{\rho/2u_\infty^2}, \quad (5.12)$$

mit dem Druck  $p_\infty$  und der Geschwindigkeit  $u_\infty$  an einer ungestörten Stelle in der Anströmung sowie dem Dampfdruck  $p_{vap}$ . Die dimensionslose Kavitationszahl  $\sigma$  stellt das Verhältnis zwischen dem zur Verfügung stehenden Druck, der die Kavitation verhindert, und dem dynamischen Druck der strömenden Flüssigkeit dar.

Aus systematischen Untersuchungen [48, 49, 50, 51] und Erfahrungen aus der Praxis ist bekannt, daß deutliche Abweichungen von dieser Beziehung auftreten können. Diese Abweichungen zeigen sich nicht nur bei der Übertragung von Modellversuchsergebnissen auf den Prototypen, sondern auch bei der einfachen Reproduktion von Kavitationsversuchen in einem anderen Kavitationskanal oder mit unterschiedlichem Wasser. Sie betreffen sowohl den Kavitationsbeginn, d.h.  $\sigma_{ic}$ , den Wert, bei dem zuerst Kavitation auftritt, als auch die Größe des Kavitationsgebiets. Je größer der Versuchskörper ist, desto höher ist  $\sigma_{ic}$  bzw. desto größer ist das Kavitationsgebiet im Verhältnis zu der Größe des Versuchskörpers bei gleichem  $\sigma$ . Dieses Verhalten zeigt sich auch bei einer Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit, einer Erhöhung der Turbulenz in der Anströmung sowie bei der Untersuchung eines Fluids mit höherer Viskosität. Ebenso ist  $\sigma_{ic}$  bzw. die Ausdehnung des Kavitationsgebiets

von der Fluidqualität (Anzahl Kavitationskeime: gelöste und ungelöste Gase, Fremdpartikel, ...) abhängig. Keller zeigt in [50, 51] sehr eindrucksvolle Bilder, die dies verdeutlichen.

Die genaue physikalische Erklärung für diese als Maßstabseffekte bezeichneten Abweichungen steht noch aus [50]. Die möglichen Ursachen lassen sich jedoch auf zwei Haupteinflußgrößen reduzieren (vgl. auch [50]):

- Abweichung vom Sättigungsdampfdruck als kritischer Größe für den Kavitationsbeginn (Zugspannungsfestigkeit der Flüssigkeit, Diffusionseffekte, Zeiteffekte bei dem Phasenübergang).
- Effekte, die durch die Höhe der Druckabsenkung in der Strömung bedingt werden, d.h. durch die Einflußgrößen der Reynoldszahl (bei  $\sigma = \text{konst.}$ ).

Durch die Entwicklung eines Meßgeräts zur Messung der Zugspannungsfestigkeit des Testwassers [48], die ein Maß für die Fluidqualität darstellt, gelingt es Keller, die Kennzahl für beginnende Kavitation  $\sigma_{ic}$  von sogenannten „Wasserqualitätseffekten“ frei zu machen, indem der Dampfdruck  $p_{vap}$  durch den kritischen Druck  $p_{krit}$ , bei dem das Aufreißen der Flüssigkeit auftritt, ersetzt wird. Für die auf diese Weise von dem Einfluß der Wasserqualität unabhängig gemachten Werte von  $\sigma_{ic}$  sind in [50] mehrere Gleichungen angegeben, mit denen der Geschwindigkeitsmaßstabseffekt, der Größenmaßstabseffekt, der Viskositätseffekt sowie der Turbulenzmaßstabseffekt quantitativ beschrieben werden können. Diese Gleichungen wurden empirisch für beginnende Kavitation ermittelt. Bezüglich des Geschwindigkeitsmaßstabseffekts und des Größenmaßstabseffekts gelten sie jedoch auch für ausgebildete Kavitation [50].

### 5.5.2 Maßstabseffekte in der Berechnung

Die numerische Untersuchung der Maßstabseffekte umfaßt nur Berechnungen zur Reproduktion des Geschwindigkeits- und des Größenmaßstabseffekts. Mit dem in dieser Arbeit verwendeten Kavitationsmodell ist es nicht möglich, den Fluidqualitätseffekt, d.h. das Auftreten von Zugspannungen im Versuchswasser, direkt zu berechnen, da die Fluidqualität nicht als Parameter in das Kavitationsmodell eingeht (vgl. Kap. 5.2). Ist die Zugspannungsfestigkeit des Versuchswassers  $p_{ts}$  („tensile strength“ [50]) jedoch aus dem Experiment bekannt, so kann sie in der Berechnung berücksichtigt werden, indem der kritische Druck, bei dem Kavitation auftritt, entsprechend korrigiert wird,  $p_{krit} = p_{vap} - p_{ts}$ . Der Turbulenzmaßstabseffekt kann ebenfalls nicht direkt berechnet werden<sup>6</sup>, da die turbulenten Druckschwankungen, Ursache für den Turbulenzmaßstabseffekt, bei Verwendung eines  $k - \epsilon$  Turbulenzmodells nicht direkt berücksichtigt werden, sondern nur ihre Auswirkung auf das Strömungsfeld in Form einer erhöhten Viskosität (vgl. Kap. 4.3).

<sup>6</sup>Es existiert jedoch ein empirischer Ansatz von Athavale et al. [3], den kritischen Druck, bei dem Kavitation auftritt,  $p_{krit}$ , mit der turbulenten Energie  $k$  zu korrigieren ( $p_{krit} = p_{vap} + 0.195\rho k$ ), so daß in diesem Fall eine Verbindung zwischen der Turbulenz und der Kavitation besteht (vgl. auch Kap. 2.2).

### 5.5.2.1 Numerische Berechnungen

Die numerischen Untersuchungen des Geschwindigkeits- und des Größenmaßstabeffekts werden anhand der bereits in Kap. 5.4 untersuchten Düsenströmung durchgeführt (Geometrie vgl. Abb. 5.5). Das Berechnungsgitter und die Randbedingungen sowie die numerischen Einstellungen entsprechen denen in Kap. 5.4. Tabelle 5.2 zeigt die entsprechenden Werte für  $L$  und  $u_{inl}$ . Fall 1 entspricht der Berechnung in Kap. 5.4 und dient hier als Referenzfall.

Zur Überprüfung des Größenmaßstabeffekts wird Fall 2 berechnet (vgl. Tab. 5.2). Bei der Berechnung von Fall 2 sind die Randbedingungen unverändert, die Düse ist jedoch um den Faktor 1/10 geometrisch verkleinert, ebenso der Zeitschritt. Die Berechnung zeigt keinen Maßstabeffekt. Die Strouhal-Zahl ist im Vergleich zu Fall 1 unverändert (vgl. Tab. 5.2). Die Ausdehnung des Kavitationsgebiets ist im gleichen Verhältnis wie die Düsenabmessung verkleinert und entspricht somit Abb. 5.10 und 5.11 in Kap. 5.4.

Der Geschwindigkeitsmaßstabeffekt wird anhand von Fall 3 bzw. Fall 4 überprüft. Die Geometrie ist im Vergleich zu dem Referenzfall unverändert. In Fall 3 ist die Eintrittsgeschwindigkeit um den Faktor 10 erhöht. Der Zeitschritt ist um den Faktor 1/10 verkleinert, um die CFL-Zahl konstant zu halten. Die Berechnung liefert kein Ergebnis für diese Einstellungen. Die Kopplung zwischen Druck und Dichte ist zu stark, d.h.  $(dp/d\rho)_{min}$  ist zu klein, so daß numerische Oszillationen auftreten. Erst die Erhöhung von  $(dp/d\rho)_{min}$  um den Faktor 10 bei der Berechnung von Fall 4 führt zu dem gleichen Ergebnis wie in Fall 1 (Str-Zahl = 0.13). Dies bedeutet, daß bei einer entsprechenden Anpassung von  $(dp/d\rho)_{min}$  auch der Geschwindigkeitsmaßstabeffekt nicht von den Berechnungen reproduziert wird.

| Fall | $\sigma_{exit}$<br>[-] | $u_{inl}$<br>[m/s] | $L$<br>[m] | $(dp/d\rho)_{min}$<br>[m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ] | $\Delta t$<br>[s] | f<br>[Hz] | Str<br>[-] | Bemerkung                    |
|------|------------------------|--------------------|------------|---|-------------------|-----------|------------|------------------------------|
| 1    | 2                      | 1                  | 0.1        | 1   | 10 <sup>-3</sup>  | 1.3       | 0.13       | Referenzfall (vgl. Kap. 5.4) |
| 2    | 2                      | 1                  | 0.01       | 1   | 10 <sup>-4</sup>  | 13        | 0.13       |                              |
| 3    | 2                      | 10                 | 0.1        | 1   | 10 <sup>-4</sup>  | -         | -          | divergiert                   |
| 4    | 2                      | 10                 | 0.1        | 100   | 10 <sup>-4</sup>  | 13        | 0.13       |                              |

**Tabelle 5.2:** Numerische Parameter und Randbedingungen bei den Testrechnungen zur Reproduktion von Geschwindigkeits- und Größenmaßstabeffekt sowie die Frequenzen und Strouhal-Zahlen der periodisch kavitierenden Strömungen. Definition der Größen vgl. Abb. 5.5 bzw. Abb. 5.6.

Eine wichtige Erkenntnis dieser Untersuchung ist es, daß es sich bei dem Modellparameter  $(dp/d\rho)_{min}$  nicht um eine Naturkonstante handelt, die unabhängig von dem untersuchten Strömungsfall ist, sondern daß  $(dp/d\rho)_{min}$  proportional zu der Strömungsgeschwindigkeit gewählt werden muß<sup>7</sup>, um ein identisches Kavitationsgebiet zu erhalten. Dieses Ergebnis wird auch von der analytischen Abschätzung des Quellterms in Kap. 5.5.2.2 bestätigt und ist ein weiteres Indiz dafür, daß es sich bei den Parametern  $a_v$  und  $a_l$  nicht um Schallge-

<sup>7</sup>Dies wird auch von Reboud in [66] beschrieben, der eine Zustandsgesetzmethode mit direkter Kopplung verwendet (vgl. Kap. 2).

schwindigkeiten handeln kann, da eine Schallgeschwindigkeit ein Stoffwert ist und damit bei gleichen Umgebungsbedingungen konstant ist.

Sucht man nach Gründen, warum weder der Größenmaßstabseffekt noch der Geschwindigkeitsmaßstabseffekt von den Berechnungen reproduziert werden, so stellt sich die Frage, ob es überhaupt möglich ist, diese mit einer reibungsfreien Berechnung zu reproduzieren, bzw. ob nicht der Einfluß der Reibung entscheidend für das Vorhandensein dieser Maßstabseffekte verantwortlich ist.

Das Prinzip des in dieser Arbeit verwendeten Kavitationsmodells basiert darauf, daß im Kavitationsgebiet Dampfdruck herrscht, d.h. es wird soviel Dampf produziert, bis der Druck, ausgehend von der einphasigen Berechnung, auf Dampfdruck steigt. Überträgt man dieses Verhalten auf das Experiment und vergleicht unter diesem Aspekt die Ausdehnung von Kavitationsgebieten, die aufgrund eines Größen- oder Geschwindigkeitsmaßstabseffekts eine völlig unterschiedliche Ausdehnung haben (Bild 3 in [50] bietet ein schönes Beispiel für einen Geschwindigkeitsmaßstabseffekt), dann stellen sich folgende Fragen:

- Für das kleine Kavitationsgebiet: Ist das Gebiet, in dem sich Dampf befindet, kleiner als das Gebiet, in dem der Dampfdruck unterschritten ist?
- Für das große Kavitationsgebiet: Ist das Gebiet, in dem sich Dampf befindet, größer als das Gebiet, in dem der Dampfdruck unterschritten ist?
- Ist die den beiden Fällen zugrundeliegende Druckverteilung unterschiedlich?

Da die Geschwindigkeiten in dem besonderen Fall (Bild 3 in [50]) nur zwischen 5 m/s und 14 m/s variieren, ist anzunehmen, daß Nichtgleichgewichtseffekte bezüglich des Phasenübergangs keine Rolle spielen. Geht man davon aus, daß die numerische Vorgehensweise richtig ist, so gibt es nur die Erklärung für den Maßstabseffekt, daß bereits die einphasige Strömung aufgrund der veränderten Reynolds-Zahl unterschiedlich sein muß. Die einphasige Druckverteilung ist bei einer reibungsfreien Berechnung jedoch unabhängig von dem Größen- und dem Geschwindigkeitsmaßstab in einer dimensionslosen Darstellung immer identisch.

Eine definitive Aussage bezüglich der Reproduktion von Maßstabseffekten mit dem in dieser Arbeit verwendeten Verfahren ist deshalb anhand der Berechnungen in diesem Kapitel nicht möglich. Eine weiterführende Untersuchung sollte auf jeden Fall den Einfluß der Viskosität berücksichtigen.

### 5.5.2.2 Analytische Abschätzung des Quellterms

Um zu zeigen, daß die Ergebnisse aus Kap. 5.5.2.1 kein Zufall sind, wird der Einfluß einer Größenänderung bzw. einer Geschwindigkeitsänderung auf die berechnete Kavitation, d.h. die Höhe des Quellterms, analytisch abgeschätzt. Der Quellterm in der Druckkorrekturgleichung wird durch Gl. 5.13 beschrieben (vgl. Gl. 4.19):

$$\dot{S} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{a^2} \frac{dp}{dt}, \quad (5.13)$$

mit der substantiellen Ableitung des Drucks

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y}. \quad (5.14)$$

Die Einheit von  $\dot{S}$  ist 1/s. Um das während eines Zeitschritts verdampfte bzw. kondensierte Volumen zu erhalten, muß  $\dot{S}$  noch mit dem Zellvolumen und der Zeitschrittweite  $\Delta t$  multipliziert werden.

Für die Strömung in der untersuchten Düse ergibt eine Abschätzung, daß der Druckgradient in x-Richtung deutlich größer ist als die zeitliche Ableitung des Drucks und der Druckgradient in y-Richtung, d.h.  $\frac{\partial p}{\partial t}, v \frac{\partial p}{\partial y} \ll u \frac{\partial p}{\partial x}$ . Mit Hilfe dieser Abschätzung vereinfacht sich Gl. 5.13 zu:

$$\dot{S} \approx -\frac{1}{\rho} \frac{1}{a^2} u \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (5.15)$$

Zunächst wird der Einfluß des Größenmaßstabeffekts durch eine Variation der Länge  $L$  (vgl. Abb. 5.5) untersucht. Dazu wird die neue Länge  $L^*$  auf 1/10 der alten Länge  $L$  gesetzt,  $L^* = \frac{1}{10}L$  (alle neuen Werte werden mit einem \* gekennzeichnet). Dies entspricht einer geometrischen Verkleinerung der Düse um den Faktor 10 und hat zur Folge, daß der Druckgradient in x-Richtung um den Faktor 10 anwächst:  $\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^* = 10 \frac{\partial p}{\partial x}$ . Setzt man dies in Gl. 5.15 ein, so erhält man  $\dot{S}^* = 10\dot{S}$ . Da der Zeitschritt bei der Berechnung der geometrisch verkleinerten Düse jedoch um den Faktor 1/10 kleiner ist,  $\Delta t^* = \frac{1}{10}\Delta t$ , ist der pro Zeitschritt verdampfte bzw. kondensierte Volumenanteil der Zelle in beiden Fällen identisch:  $\dot{S}^*\Delta t^* = \dot{S}\Delta t$ . Dies bedeutet, daß der pro Zeitschritt verdampfte Volumenanteil der Berechnungszelle gleich ist. Aufgrund des Zeitschritts  $\Delta t^* = \frac{1}{10}\Delta t$  ist die Frequenz um den Faktor 10 höher.

Für eine Abschätzung des Geschwindigkeitsmaßstabeffekts wird die Ableitung des Drucks in x-Richtung durch die Bernoulli-Gleichung für inkompressible stationäre Strömungen ersetzt:

$$p + \frac{\rho}{2}u^2 = \text{konst.} \quad (5.16)$$

Durch Ableitung von Gl. 5.16 nach x und Einsetzen in Gl. 5.15 erhält man folgende Näherung für den Quellterm  $\dot{S}$ :

$$\dot{S} \approx -\frac{1}{2} \frac{1}{a^2} u \frac{\partial(u^2)}{\partial x}. \quad (5.17)$$

Eine Erhöhung der Eintrittsgeschwindigkeit um den Faktor 10, d.h.  $u^* = 10u$ , führt demzufolge zu dem neuen Quellterm  $\dot{S}^* = 1000\dot{S}$ . Mit  $a = 10a^*$  für die Schallgeschwindigkeit verkleinert sich dieses Verhältnis zu  $\dot{S}^* = 10\dot{S}$ . Unter Berücksichtigung des kleineren Zeitschritts,  $\Delta t^* = \frac{1}{10}\Delta t$ , erhält man  $\dot{S}^*\Delta t^* = \dot{S}\Delta t$ . Das bedeutet, daß der pro Zeitschritt verdampfte bzw. kondensierte Volumenanteil der Zelle in beiden Fällen identisch ist. Aufgrund des Zeitschritts  $\Delta t^* = \frac{1}{10}\Delta t$  ist auch in diesem Fall die Frequenz um den Faktor 10 höher.

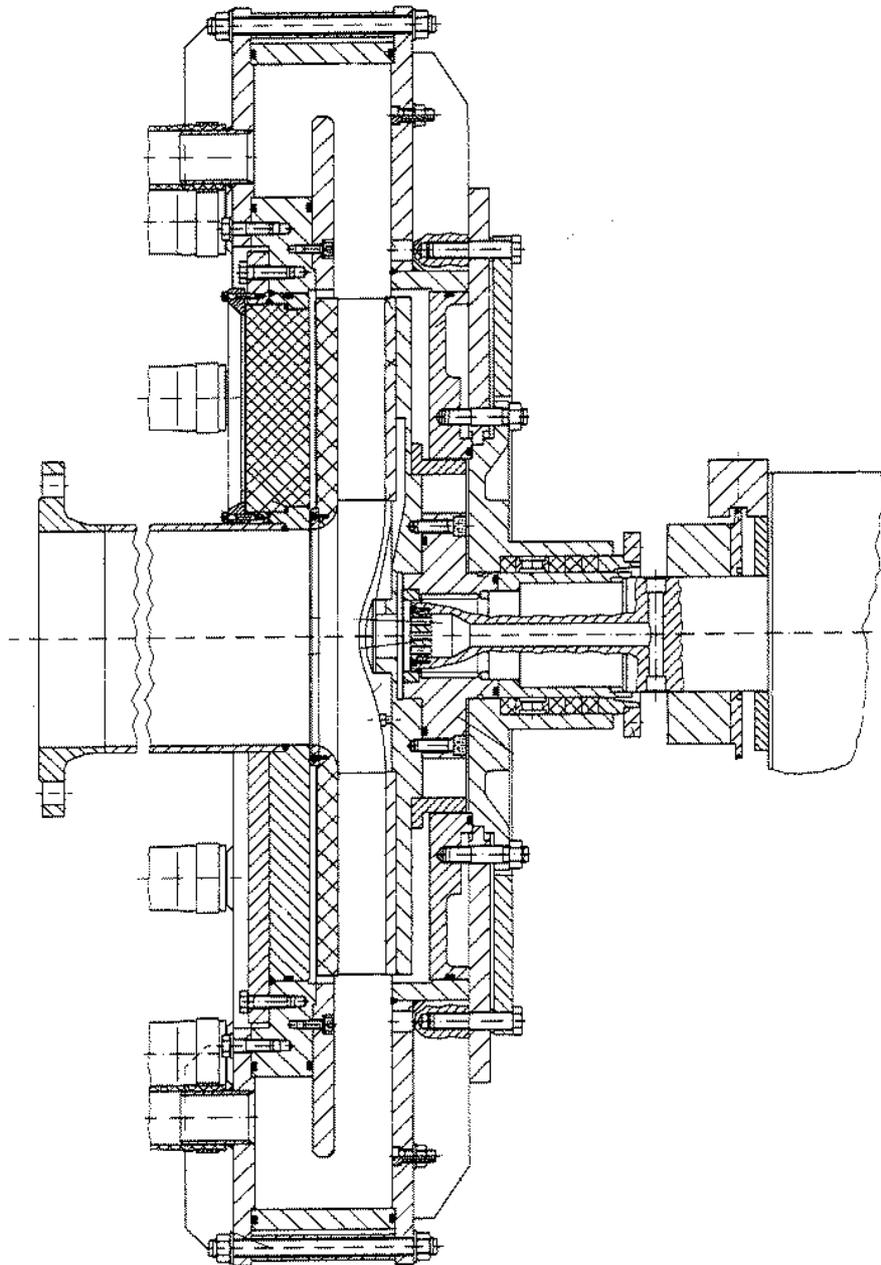
# 6 Ergebnisse

Die numerische Untersuchung kavitierender Pumpenströmungen wird am Beispiel der in Abb. 6.1 gezeigten Kreiselpumpe durchgeführt. Sie wurde von Dreiß am Pfeleiderer Institut in Braunschweig im Rahmen einer Dissertation experimentell untersucht [23]. Da am Fachgebiet Strömungsmaschinen kein Pumpenprüfstand für die Durchführung geeigneter Versuche zur Verfügung steht, mußte für die experimentelle Überprüfung der Berechnungen auf die Literatur zurückgegriffen werden. Den Ausschlag bei der Auswahl dieses Experiments gab die umfassende experimentelle Untersuchung sowohl der einphasigen als auch der kavitierenden Pumpenströmung sowie die einfache Laufradgeometrie (vgl. Abb. 6.2), die den numerischen Aufwand bei der Strömungsberechnung in Grenzen hält.

Für die Interpretation der zweiphasigen Berechnungsergebnisse der kavitierenden Pumpenströmung ist es notwendig, zwischen den Abweichungen, die bereits in der einphasigen Berechnung auftreten, und denen, die aufgrund einer unzureichenden Kavitationsmodellierung auftreten, zu unterscheiden. Aus diesem Grund werden in Kap. 6.2 zunächst die einphasige Pumpenströmung ausführlich numerisch untersucht und die dabei gemachten Vereinfachungen und Randbedingungen hinsichtlich ihrer Auswirkungen auf die zweiphasige Berechnungen überprüft. Kapitel 6.3 zeigt die zweiphasigen Berechnungsergebnisse im Vergleich zum Experiment. Neben der NPSH-Absenkkurve werden die Schaufeldruckverläufe und die Ausdehnung der Kavitationsgebiete bei unterschiedlichen *NPSH*-Werten miteinander verglichen. Aufgrund der guten experimentellen Dokumentation der kavitierenden Pumpenströmung ist es möglich, allgemeingültige Aussagen zu den Möglichkeiten und Grenzen dieser Form der numerischen Kavitationsberechnung zu treffen.

## 6.1 Beschreibung der untersuchten Kreiselpumpe

Abbildung 6.1 zeigt die untersuchte Kreiselpumpe im Meridianschnitt [23]. Grundlage dieser Pumpe ist eine einstufige, einflutige Kreiselpumpe des Typs 150/650-3 der Firma KHD, die ursprünglich mit Spiralgehäuse für die Feststoff-Gemischförderung eingesetzt wurde. Dieser Einsatzbereich erfordert eine sehr stabile Ausführung des Läufers, was die Anbringung von Miniatur-Druckaufnehmern ermöglicht. Für die Kavitationsuntersuchungen wurden weitgehende Modifikationen an Läufer und Gehäuse vorgenommen (u.a. Austausch des Spiralgehäuses durch einen Kreisringdiffusor), die in [23] beschrieben sind.

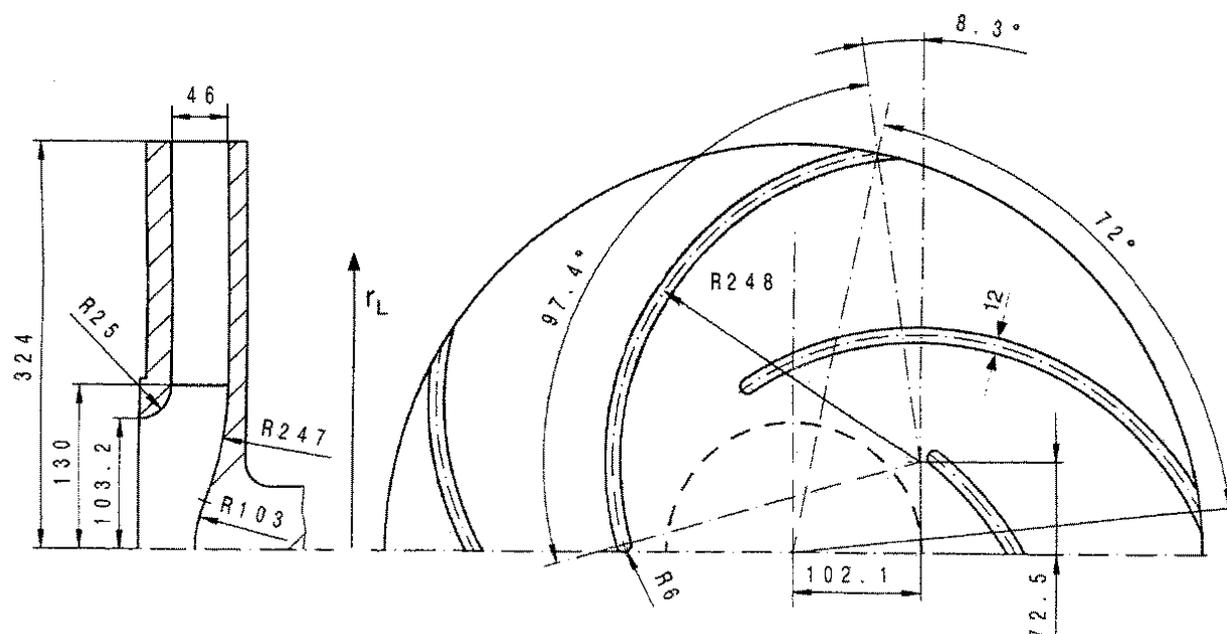


**Abbildung 6.1:** Meridianschnitt durch die untersuchte Kreiselpumpe (A. Dreiß, Pfeiderer-Institut Braunschweig [23]).

Die Laufradgeometrie ist in Abb. 6.2 gezeigt. Es handelt sich um ein langsamläufiges Radialrad ( $n_q = 18$ ) mit parallelen Deck- und Tragscheiben sowie achsparallelen Laufschaufeleintrittskanten. Die Laufschaufeln sind als zylindrische unprofilierte Einkreisbogenschaufeln konstanter Stärke ausgeführt. Die sehr einfache Geometrie von Laufrad und Gehäuse hat folgende Vorteile:

- Einfache und genaue Modellierung der Laufradgeometrie.
- Zweidimensionale Modellierung der Laufradgeometrie möglich.
- Periodische Geometrie von Laufrad und Ringdiffusor erlaubt es, nur einen Schaufelkanal zu berechnen.

Es ist daher prinzipiell möglich, die Strömungsberechnung der gesamten Pumpe unter der Annahme einer zweidimensionalen und periodischen Strömung auf die zweidimensionale Berechnung nur eines Laufschaufelkanals zu reduzieren. Wie die Verifikation der Berechnungsergebnisse in Kap. 6.2.3 zeigt, ist der dabei gemachte Fehler im Hinblick auf die Untersuchung der kavitierenden Strömung tolerierbar. Dies ist für die Berechnung der kavitierenden Strömung von entscheidender Bedeutung, da es sich bei den zweiphasigen Berechnungen um zeitabhängige Berechnungen handelt, die einen enormen Rechenaufwand erfordern. Im Vergleich zu dem in dieser Arbeit für die zweidimensionalen Berechnungen verwendeten Berechnungsgitter mit ungefähr 10000 Gitterzellen (vgl. Abb. 6.3) müßte bei einer Pumpe mit dreidimensional verwundenen Laufradschaufeln und Spiralgehäuse das komplette Laufrad mit Spiralgehäuse vernetzt werden. Dies führt zu Gittergrößen von über 500000 Zellen und Rechenzeiten, die für Grundlagenuntersuchungen mit Parametervariationen zu lang sind.



**Abbildung 6.2:** Geometrie des untersuchten Laufrads mit  $\beta_{S1} = 17^\circ$ ,  $\beta_{S2} = 20^\circ$ ,  $z = 5$ ,  $\Omega = 9$  Hz und  $n_q = 18$  (A. Dreiß, Pfeiderer-Institut Braunschweig [23]). Definition der Schaufelwinkel vgl. Kap. 3.1.

Ein Nachteil dieser Pumpe ist die Gestaltung des saugseitigen Spaltes zwischen Gehäuse und Laufrad. Wie aus Abb. 6.2 bzw. Abb. 6.1 ersichtlich, ist dieser Spalt rein radial ausge-

führt. Dies ist diejenige Spaltform, die dem Spaltvolumenstrom am wenigsten Widerstand entgegensetzt. Bei Spaltweiten von ca. 0.3 – 0.4 mm, wie sie nach [29] bei der Versuchsdurchführung vorliegen, ist deshalb mit einem relativ hohen Spaltvolumenstrom zu rechnen. In [52] wird für eine Pumpe mit  $n_q = 20$  und glattem zylindrischen Spalt der Spaltweite 0.4 mm, die beim Volumenstrom maximalen Wirkungsgrads betrieben wird, ein Spaltvolumenstrom von 6 % angegeben. Bei einem rein radialen Spalt dürfte der Spaltvolumenstrom jedoch noch deutlich darüber liegen. Der Spaltvolumenstrom hat große Auswirkung auf die Pumpenströmung [61, 34]. Durch den einströmenden Volumenstrom kann die Grenzschicht zum Ablösen gebracht werden. Diese Gefahr ist bei rein radialen Pumpen besonders groß, da der Volumenstrom in der Nähe der Zone eintritt, in der die Strömung von der axialen in die radiale Richtung umgelenkt wird und deshalb die Grenzschicht bereits dick ist [61]. Der Spaltvolumenstrom besitzt aufgrund seines Weges entlang der rotierenden Radseitenscheibe eine hohe Geschwindigkeitskomponente in Umfangsrichtung. Dadurch wird der Zuströmung zur Pumpe ein Drall in Pumpendrehrichtung aufgeprägt, auch Vordrall genannt. Da zu der Höhe und den Auswirkungen des Spaltvolumenstroms bei der untersuchten Pumpe keine Messungen vorliegen, ist in der Berechnung die Vorgabe der Eintrittsrandbedingung mit einer Unsicherheit verbunden (vgl. Kap. 6.2.1).

An dieser Pumpe wurden bereits von Schütte mit einem anderen numerischen Verfahren und Kavitationsmodell Simulationen der kavitierenden Strömung durchgeführt (vgl. [22, 23]), die zu einem Vergleich mit den eigenen Ergebnissen hinzugezogen werden.

### 6.1.1 Versuchsbeschreibung

Eine detaillierte Beschreibung des Versuchsaufbaus und der Meßtechnik befindet sich in [23], so daß hier nur einige Details, die für den Vergleich von Rechnung und Experiment notwendig sind, erwähnt werden.

Für die experimentelle Untersuchung ist die Pumpe in einen Versuchskreislauf eingebaut, der gegen die Umgebung abgeschlossen ist, so daß der Systemdruck und damit der Kavitationszustand der Pumpe variiert werden kann. Alle Messungen werden bei konstanter Laufraddrehzahl von 540 U/min durchgeführt. Der im Versuchskreislauf herrschende Systemdruck wird durch den  $NPSH_{av}$ -Wert beschrieben:

$$NPSH_{av} = \frac{p_s - p_{vap}(t_w)}{\rho \cdot g} + \frac{c_s^2}{2 \cdot g}. \quad (6.1)$$

Der statische Druck  $p_s$  und die Temperatur  $t_w$  werden an der saugseitigen Meßstelle „s“, die 700 mm vor dem Laufradeintritt im Saugrohr liegt, gemessen. Die Geschwindigkeit  $c_s$  ergibt sich aus dem Volumenstrom  $\dot{V}$  und der Querschnittsfläche der Saugleitung  $A_s$ :

$$c_s = \frac{\dot{V}}{A_s}. \quad (6.2)$$

Zur Überprüfung der Wasserqualität wurde der Anteil der gelösten und ungelösten Gase im Versuchswasser mit einem Brand-Apparat [9] gemessen. Während der Versuche variiert der

Gasgehalt  $\tau$  von 0.9 Vol% bis 2.5 Vol%. Mit den Maximalwerten für Temperatur und Druck, wie sie im Experiment auftreten können ( $t_w = 30^\circ\text{C}$ ,  $p = 3\text{ bar}$ ), ergibt sich eine maximal mögliche Sättigungsmenge von  $\tau_s = 5.2\text{ Vol\%}$ . Es ist daher weder mit Gaskavitation zu rechnen noch damit, daß das Wasser aus Mangel an Kavitationskeimen Zugspannungen aufnimmt [23]. Dies ist im Hinblick auf die Gültigkeit der den Berechnungsergebnissen zugrundeliegenden Modellannahmen von großer Bedeutung (vgl. Kap. 5.3).

Bei einem Vergleich der numerisch und der experimentell ermittelten Pumpenkennlinie ist darauf zu achten, daß die integralen Werte Förderhöhe und Wirkungsgrad konsistent zueinander ermittelt werden, sofern dies möglich ist. Aus diesem Grund ist die genaue Kenntnis der Vorgehensweise im Experiment unbedingt notwendig.

Bei der von Dreiß durchgeführten Untersuchung wird die Förderhöhe als gemittelte Totaldruckdifferenz zwischen der Druck- und der Saugseite der Pumpe nach Gl. 6.3 bestimmt [23]:

$$H = \frac{p_d - p_s}{\rho g} + \frac{c_d^2 - c_s^2}{2g}. \quad (6.3)$$

Als Bilanzgrenzen dienen dabei die saugseitige Meßebeine „s“, die 700 mm vor dem Laufradeintritt im Saugrohr liegt, und die druckseitige Meßebeine „d“, die im Kreisringdiffusor bei  $r = 500\text{ mm}$  liegt. Da die Pumpe mit horizontal ausgerichteter Welle aufgebaut ist und die druck- und die saugseitige Messung des statischen Drucks mit gleichmäßig über den Umfang verteilten Druckmeßbohrungen erfolgt, entfällt der geodätische Anteil [23]. Die Strömungsgeschwindigkeit im Saugrohr  $c_s$  wird unter der Annahme einer gleichförmigen drallfreien Zuströmung nach Gl. 6.2 ermittelt. Die Strömungsgeschwindigkeit im Kreisringdiffusor  $c_d$  wird mit Hilfe einer Fünfloch-Kugelsonde gemessen. Da die Strömung im Kreisringdiffusor eine hohe Umfangskomponente aufweist, kommt der Messung von  $c_d$  besondere Bedeutung zu.

Die so ermittelte Förderhöhe fließt auch in den Gesamtwirkungsgrad ein, der nach Gl. 6.4 bestimmt wird [23]:

$$\eta_{ges} = \frac{\dot{m} \cdot Y}{P_K} = \frac{\rho \cdot \dot{V} \cdot H \cdot g}{P_K}, \quad (6.4)$$

mit der vom Motor an den Zahnriementrieb abgegebenen Kupplungsleistung  $P_K$ .

Abgesehen von der Aufnahme der Pumpenkennlinie, die bis zu einem Volumenstrom von  $600\text{ m}^3/\text{h}$  erfolgt, sind die in [23] beschriebenen experimentellen Untersuchungen bei drei unterschiedlichen Volumenströmen durchgeführt. Da die eindimensionale Bestimmung des Volumenstroms stoßfreier Anströmung einen Volumenstrom von  $227\text{ m}^3/\text{h}$  ergibt (vgl. Kap. 6.2.4), wurden von Dreiß neben dem Volumenstrom  $227\text{ m}^3/\text{h}$  auch die 20% oberhalb und unterhalb davon liegenden Volumenströme  $182\text{ m}^3/\text{h}$  und  $272\text{ m}^3/\text{h}$  für die Untersuchung ausgewählt [23].

Die experimentelle Untersuchung beinhaltet die instationäre Messung des statischen Drucks auf der Pumpenschaufel im rotierenden System sowie Photographien der Kavitationsgebiete bei unterschiedlichen Kavitationszuständen. Die Übertragung der Meßsignale vom rotierenden in das stationäre System erfolgt mit einer 4-Kanal Telemetrieanlage. Aus

diesem Grund können nur vier Druckmessungen gleichzeitig durchgeführt werden, was dazu führt, daß für einen kompletten Schaufeldruckverlauf mit jeweils 32 Meßwerten auf der Druck- und der Saugseite sechzehn Mal derselbe Kavitationszustand angefahren werden muß. Wenn das genaue Anfahren des Kavitationszustands nicht gelingt, kommt es zu einer inkonsistenten Schaufeldruckverteilung. In [23] findet sich eine ausführliche Fehlerbetrachtung zu den einzelnen Messungen.

Für die Interpretation der Kavitationsaufnahmen ist die Kenntnis der Belichtungsdauer, mit der die Photographien der Kavitationsgebiete gemacht wurden, von besonderer Bedeutung. Bei langer Belichtungszeit stellt sich das Kavitationsgebiet als Schicht dar, wohingegen man bei kurzer Belichtungszeit erkennt, daß sich das Kavitationsgebiet aus einzelnen Blasen zusammensetzt. In [23] ist eine CCD-Kamera mit Stroposkop-Lampe für die Photographien verwendet worden. Bei einer CCD-Kamera läßt sich nur eine Abtastrate einstellen, so daß die Belichtungszeit nicht explizit angegeben werden kann. Dies gilt auch für die Dauer der Blitze der Stroposkop-Lampe. Eine Abschätzung liefert eine Belichtungszeit von ungefähr 0.3 ms [29]<sup>1</sup>.

## 6.2 Simulation der einphasigen Pumpenströmung

Für die Interpretation der zweiphasigen Berechnungsergebnisse ist es wichtig, die dem Problem zugrundeliegende einphasige Strömung genau zu kennen. Deshalb werden in diesem Kapitel alle drei experimentell untersuchten Volumenströme 182 m<sup>3</sup>/h, 227 m<sup>3</sup>/h, 272 m<sup>3</sup>/h sowie der Volumenstrom maximalen Wirkungsgrads 500 m<sup>3</sup>/h, für den keine Schaufeldruckmessungen vorliegen, numerisch untersucht. Die Berechnung der einphasigen Strömung hat den Vorteil, daß sie nur einen Bruchteil der für zweiphasige Berechnungen erforderlichen Rechenzeit benötigt. Die bei der Verifikation der Berechnungen in Kap. 6.2.3 sowie bei der Sensitivitätsanalyse in Kap. 6.2.5 gewonnenen Erkenntnisse hinsichtlich der Gültigkeit der Modellannahmen und ihres Einflusses auf das Berechnungsergebnis gelten in der gleichen Weise auch für die zweiphasige Berechnung der kavitierenden Pumpenströmung. Der Einfluß von 3D-Effekten auf die Berechnungsergebnisse wird in Kap. 6.2.7 mit Hilfe einer dreidimensionalen Berechnung der Pumpenströmung untersucht.

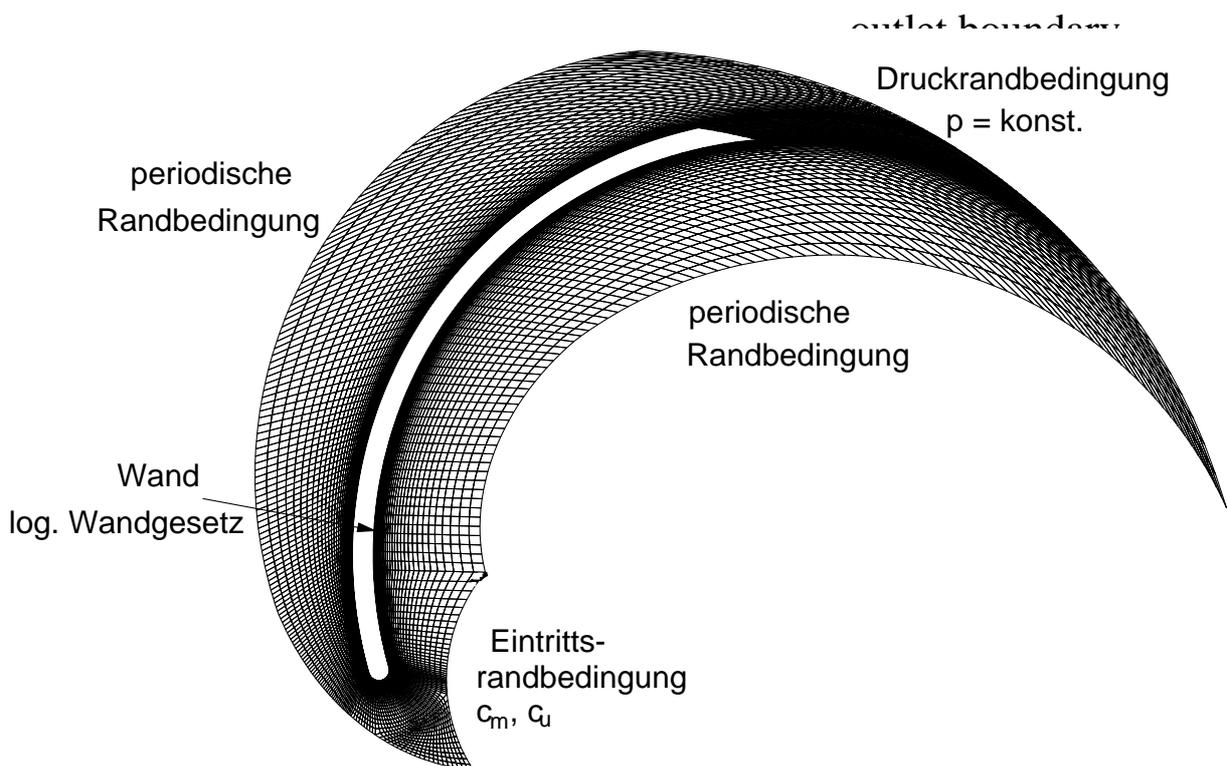
Mit Ausnahme von Kap. 6.2.6 wird der Turbulenzeinfluß bei allen Berechnungen in Kap. 6 mit Hilfe eines Turbulenzmodells mitberücksichtigt (vgl. Kap. 6.2.1). In Kap. 6.2.6 wird die Pumpenströmung jedoch reibungsfrei modelliert, so daß sich der Einfluß der Turbulenzmodellierung auf das Berechnungsergebnis anhand dieses Berechnungsergebnisses abschätzen läßt.

---

<sup>1</sup>Basierend auf der Abtastrate von 25 Bildern pro Sekunde beträgt die obere Grenze für die Belichtungszeit 40 ms. Dies ist jedoch definitiv zu hoch. Mit Hilfe der Drehgeschwindigkeit des Laufrads (9 Hz) und dem Laufradradius (0.324 m) erhält man eine Umfangsgeschwindigkeit  $u_2$  von 18.3 m/s. Bei einer Belichtungszeit von 40 ms bewegt sich das Laufrad am äußeren Umfang um 0.7 m, und die Aufnahme wäre mit Sicherheit unscharf, was jedoch nicht der Fall ist. Unter der Annahme, daß für eine scharfe Aufnahme eine maximale Bewegung von 5 mm zulässig ist, ergibt sich für die Kavitationsaufnahmen eine Belichtungszeit von maximal 0.3 ms.

### 6.2.1 Numerische Einstellungen und Randbedingungen

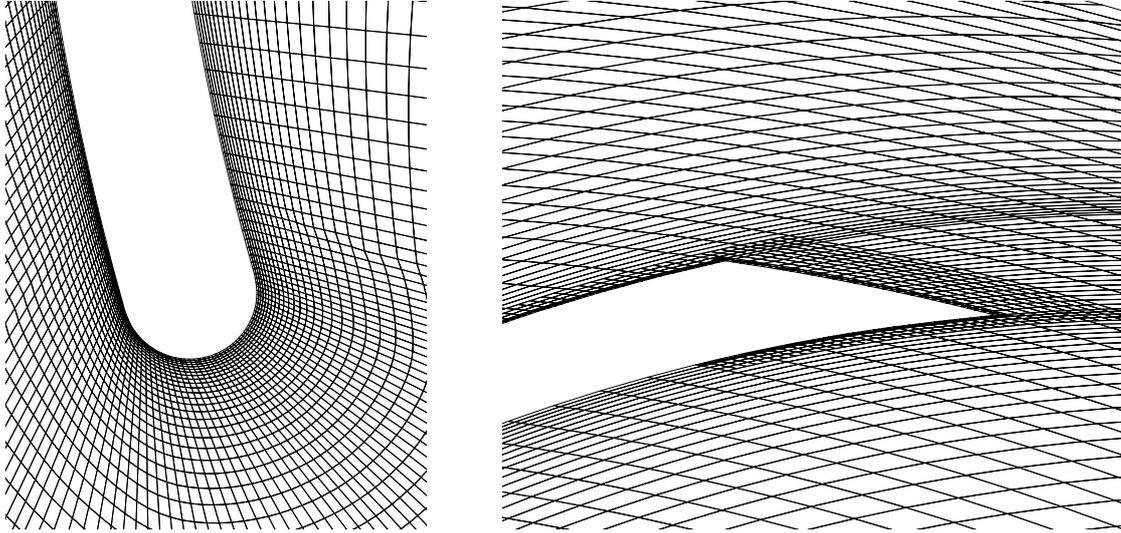
Abbildung 6.3 zeigt das für die einphasige Berechnung verwendete zweidimensionale Berechnungsgitter mit Randbedingungen. Es besteht aus Hexaedern und umfaßt ca. 10000 Gitterzellen. Zur korrekten Auflösung der Strömung um die Schaufelhinterkante ist das Gitter in diesem Bereich lokal verfeinert (vgl. rechte Seite von Abb. 6.4). In STAR-CD ist es zwar prinzipiell möglich, unstrukturierte Berechnungsgitter zu verwenden [14], aufgrund der deutlich höheren Genauigkeit bei der Berechnung mit strukturierten Berechnungsgittern (bei gleicher Zellenanzahl) wird jedoch der erhöhte Aufwand für die Generierung eines strukturierten Berechnungsgitters in Kauf genommen. Unter der Annahme, daß die Strömung in allen Schaufelkanälen identisch ist, wird die Strömung aus Gründen der Rechenzeitersparnis in nur einem Schaufelkanal berechnet. Dies geschieht durch die Verwendung periodischer Randbedingungen (vgl. Abb. 6.3). Umlaufende Phänomene wie „rotating stall“ oder „rotierende Kavitation“ können auf diese Weise nicht simuliert werden. Ein ähnliches Berechnungsgitter wird auch für die zweiphasigen Berechnungen in Kap. 6.3 verwendet (vgl. Abb. 6.28).



**Abbildung 6.3:** Berechnungsgitter und Randbedingungen für die einphasige Berechnung.

Häufig werden bei der Simulation von Laufradströmungen die periodischen Ränder durch die Schaufel gelegt (vgl. z.B. [38, 42, 57]), was die Gittergenerierung vereinfacht (single-block H-Gitter). In dieser Arbeit wird jedoch das in Abb. 6.3 gezeigte Rechenggebiet gewählt, bei dem die periodischen Ränder in der Mitte des Schaufelkanals liegen. Dies hat den

Vorteil, daß durch das O-förmige Berechnungsgitter die Qualität der Gitterzellen im Bereich der Profilverkante deutlich besser ist. Abbildung 6.4 zeigt einen vergrößerten Ausschnitt des Berechnungsgitters im Bereich der Schaufelvorderkante.



**Abbildung 6.4:** Vergrößerter Ausschnitt des Berechnungsgitters im Bereich der Vorder- und der Hinterkante der Laufradschaufel.

Die Berechnungen werden im rotierenden System durchgeführt, d.h. das gesamte Berechnungsgebiet wird als rotierend betrachtet. Die im rotierenden System auftretenden Coriolis- und Zentrifugalkräfte werden als zusätzliche Volumenkräfte in den Impulsgleichungen modelliert (vgl. Kap. 3.3).

Am Einströmrand müssen die Geschwindigkeitsverteilung sowie die Intensität der Turbulenz und deren charakteristisches Längenmaß vorgegeben werden. Die Eintrittsgeschwindigkeit  $c$  wird als konstant über den Eintrittsquerschnitt angenommen. Sie läßt sich in eine Meridian- und eine Umfangskomponente aufspalten,  $\vec{c} = \vec{c}_m + \vec{c}_u$ . Der Betrag der Meridiankomponente  $c_m$  (vgl. Tab. 6.1) ergibt sich aus dem Volumenstrom  $\dot{V}$  mit der Laufradbreite  $b$  und dem Eintrittsradius  $r_{inl}$ :

$$c_m = \frac{\dot{V}}{2\pi r_{inl} b}. \quad (6.5)$$

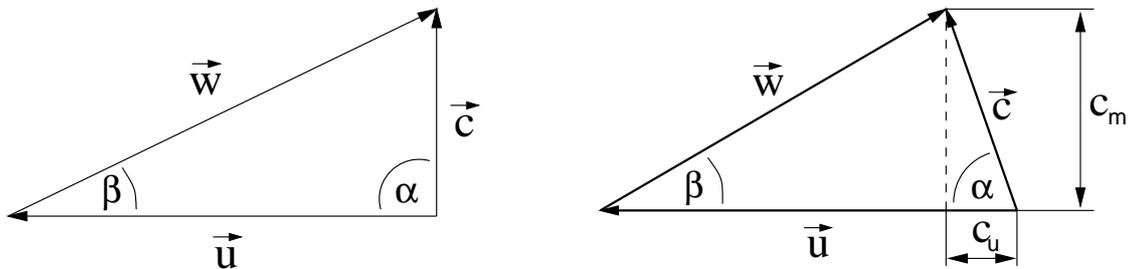
Bei einer Pumpe ohne nennenswerten Spaltvolumenstrom erfolgt die Zuströmung zum Laufrad näherungsweise drallfrei, so daß die Umfangskomponente der Eintrittsgeschwindigkeit null ist, d.h.  $c_u = 0$  m/s. Da jedoch, wie in Kap. 6.1 näher beschrieben, bei der hier untersuchten Pumpe mit einem signifikanten Spaltvolumenstrom zu rechnen ist, ist die Zuströmung zum Laufrad drallbehaftet. Der Betrag der Umfangskomponente der Eintrittsgeschwindigkeit  $c_u$  ist in der Berechnung ein freier Parameter und muß empirisch festgelegt werden, da keine Messungen vorliegen. Dies erfolgt mit Hilfe des Schaufeldruckverlaufs. Da durch die Vorrotation der Zuströmung der Schaufeldruckverlauf in der Nähe der Schaufelvorderkante beeinflußt wird, wird  $c_u$  so gewählt, daß eine möglichst große Übereinstimmung zwischen Experiment und Numerik besteht. Diese Vorgehensweise führt sicher

nicht zu einem exakten Ergebnis. Sie ist jedoch die einzige Möglichkeit, einen Anhaltspunkt für  $c_u$  zu gewinnen. Der Einfluß verschiedener Werte bzw. die Sensitivität von  $c_u$  auf den Schaufeldruckverlauf wird am Beispiel des Volumenstroms  $272 \text{ m}^3/\text{h}$  in Abb. 6.18 gezeigt.

| $\dot{V}$ [ $\text{m}^3/\text{h}$ ] | $c_m$ [ $\text{m}/\text{s}$ ] | $c_u$ [ $\text{m}/\text{s}$ ] |
|-------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 182                                 | 1.79                          | 0.94                          |
| 227                                 | 2.23                          | 0.42                          |
| 272                                 | 2.69                          | 0.94                          |
| 500                                 | 4.95                          | 0.94                          |

**Tabelle 6.1:** Werte für die Meridiankomponente  $c_m$  und die Umfangskomponente  $c_u$  der Eintrittsgeschwindigkeit bei den Volumenströmen  $\dot{V} = 182 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $227 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $272 \text{ m}^3/\text{h}$  und  $500 \text{ m}^3/\text{h}$ .

In Tabelle 6.1 sind die so ermittelten Werte von  $c_u$  für die Volumenströme  $\dot{V} = 182 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $227 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $272 \text{ m}^3/\text{h}$  und  $500 \text{ m}^3/\text{h}$  aufgeführt. Sie stehen jedoch im Widerspruch zu der experimentellen Beobachtung, daß der Spaltvolumenstrom mit abnehmendem Fördervolumenstrom zunimmt und demzufolge auch die Vortrotation mit abnehmendem Fördervolumenstrom zunimmt<sup>2</sup> [34, 61]. Die Abweichung der numerisch ermittelten Werte von  $c_u$  von dieser Beobachtung läßt sich nur mit der Ungenauigkeit der verwendeten Methode sowie dem Vorhandensein überlagernder Einflüsse (3-D Effekte, die Nähe der Randbedingung zur Schaufelvorderkante, ...) erklären. Es kann jedoch nicht eindeutig festgestellt werden, ob der Wert für  $c_u$  bei  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$  zu hoch ist oder die Werte bei  $\dot{V} = 182 \text{ m}^3/\text{h}$  bzw.  $227 \text{ m}^3/\text{h}$  zu niedrig sind.



**Abbildung 6.5:** Maßstabsgetreue Darstellung der Eintrittsgeschwindigkeitsdreiecke bei  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$ . Auswirkung des Vordralls auf die Relativgeschwindigkeit  $\vec{w}$ . Links: Ohne Vordrall,  $c_u = 0 \text{ m}/\text{s}$ . Rechts: Mit Vordrall,  $c_u = 0.94 \text{ m}/\text{s}$ .

Die Absolutwerte von  $c_u$  erscheinen relativ hoch im Vergleich zu der Meridiankomponente. Die Umfangskomponente  $c_u$  muß jedoch im Verhältnis zur Umfangsgeschwindigkeit  $u$

<sup>2</sup>Eine einfache Abschätzung zeigt, daß sich der durch den Spaltvolumenstrom induzierte Vordrall unter der Annahme eines konstanten Spaltvolumenstroms über dem Fördervolumenstrom antiproportional zum Fördervolumenstrom verhält. Da mit abnehmendem Fördervolumenstrom jedoch der Spaltvolumenstrom steigt, ist die Zunahme des Vordralls bei abnehmendem Fördervolumenstrom sogar noch höher.

gesehen werden. Die Umfangskomponenten  $c_u = 0.42 \text{ m/s}$  bzw.  $0.94 \text{ m/s}$  entsprechen einer Drehgeschwindigkeit von  $40 \text{ U/min}$  bzw.  $90 \text{ U/min}$ , d.h.  $7\%$  bzw.  $16\%$  der Laufradrotationsgeschwindigkeit von  $540 \text{ U/min}$ . Bei dem Volumenstrom  $272 \text{ m}^3/\text{h}$  bedeutet dies eine Änderung des Zuströmwinkels  $\beta$  von  $5^\circ$  (vgl. Abb. 6.5).

Für die Berücksichtigung der Turbulenz in der Strömung wird ein  $k-\epsilon$  Turbulenzmodell in RNG-Formulierung<sup>3</sup> mit algebraischer Wandfunktion verwendet. Da die Turbulenz in der Anströmung nicht gemessen wurde, muß sie ebenfalls empirisch vorgegeben werden. In den Berechnungen wird für die Turbulenz in der Anströmung eine Intensität von  $4\%$  sowie eine charakteristische Länge von  $0.5 \text{ mm}$  gewählt. Dabei handelt es sich um typische Werte aus der Literatur [34, 57], die dazu führen, daß die von dem Turbulenzmodell bestimmte turbulente Viskosität am Eintritt ungefähr in der gleichen Größenordnung wie die laminare Viskosität liegt.

Die Anströmturbulenz und das verwendete Turbulenzmodell sind in allen Berechnungen (mit Ausnahme der in Abb. 6.12 gezeigten Berechnung) identisch. Die konvektiven Terme sind mit dem MARS-Diskretisierungsschema 2. Ordnung diskretisiert. Für die Lösung der Strömungsgleichungen wird die SIMPISO-Methode verwendet [14], ein auf dem SIMPLE-Algorithmus basierendes Druckkorrekturverfahren.

## 6.2.2 Darstellung der Ergebnisse

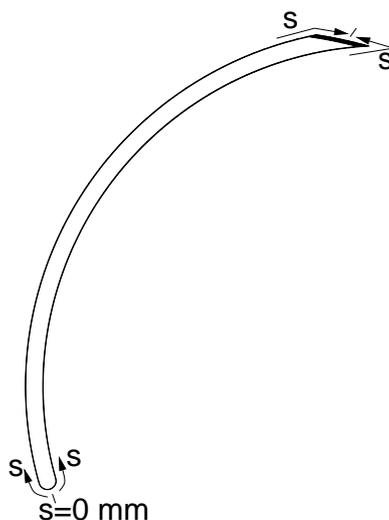
Für die Darstellung der Berechnungsergebnisse und für den Vergleich mit dem Experiment wird der statische Druck auf der Schaufeloberfläche als dimensionsloser Druck  $\bar{p}$  über der Schaufelbogenlänge  $s$  aufgetragen (vgl. Abbn. 6.9 - 6.13 oder 6.15, 6.18, ...). Der dimensionslose Druck  $\bar{p}$  wird nach Gl. 6.6 gebildet:

$$\bar{p} = \frac{p - p_{ref}}{\rho/2 u_2^2}, \quad (6.6)$$

mit dem Referenzdruck  $p_{ref}$ , der so gewählt ist, daß für alle Druckverläufe die gleiche Achsenskalierung verwendet werden kann, und  $u_2$ , der Umfangsgeschwindigkeit am Laufradaustritt. Da es sich um Berechnungen eines inkompressiblen Fluids handelt, ist das absolute Druckniveau nicht Teil des Ergebnisses, sondern kann beliebig vorgegeben werden. Für den Vergleich von Berechnung und Experiment wird das absolute Druckniveau in Berechnung und Experiment so gewählt, daß möglichst gute Übereinstimmung herrscht.

Die Ortskoordinate  $s$  bezeichnet die Position auf der Schaufeloberfläche, beginnend an der Schaufelvorderkante, jeweils der Schaufelkontur an der Druck- bzw. der Saugseite folgend (vgl. Abb. 6.6). Die Messungen sind ebenfalls auf diese Schaufelkoordinate umgerechnet, was zur Folge hat, daß die Messungen an Druck- und Saugseite aufgrund der unterschiedlichen Radien von Druck- und Saugseite verschiedene  $s$ -Werte besitzen.

<sup>3</sup>Das  $k - \epsilon$  Turbulenzmodell in RNG-Formulierung ist besser für die Berechnung von Strömungen mit Staupunkt geeignet als das Standard  $k - \epsilon$  Turbulenzmodell. Das Standard  $k - \epsilon$  Turbulenzmodell produziert in der Nähe des Staupunkts zu hohe Werte für die turbulente kinetische Energie  $k$ . Dies verursacht unphysikalisch hohe Werte für die turbulente Viskosität  $\mu_t$  in der Nähe der Schaufelvorderkante. Außerdem ist ein Anstieg des Totaldrucks in diesem Gebiet zu beobachten. Diese Probleme treten bei Verwendung des  $k - \epsilon$  Turbulenzmodells in RNG Formulierung nicht auf.



**Abbildung 6.6:** Verlauf der Ortskoordinate  $s$ .

Die Visualisierung des Strömungsfelds erfolgt im Relativsystem mit Hilfe von Stromlinien und dem Betrag der lokalen Relativgeschwindigkeit (vgl. z.B. rechte Seite der Abbn. 6.9 - 6.13). Bei den Stromlinien handelt es sich um Bahnen masseloser Partikel, die mit Hilfe des Geschwindigkeitsfelds nachträglich berechnet werden. Zur besseren Anschaulichkeit wird nicht nur das Rechengebiet selbst dargestellt, sondern das Rechengebiet zusätzlich noch zweimal kopiert und entsprechend den periodischen Randbedingungen gedreht, so daß zwei komplette Schaufelkanäle zu sehen sind. Die Stromlinien sind so eingefügt, daß die Strömungsstruktur möglichst gut für das Auge erkennbar wird. Da die Startpunkte, von denen aus die Partikelbahnen berechnet werden, von Hand vorgegeben werden müssen, kann es vorkommen, daß die Stromlinienanordnung in den einzelnen Schaufelkanälen unterschiedlich ist.

### 6.2.3 Verifikation der Berechnungsergebnisse

Das Ergebnis einer numerischen Strömungsberechnung ist nicht eindeutig richtig oder falsch, sondern beruht auf einer Reihe von empirisch getroffenen Annahmen und Programmeinstellungen, die sich gegenseitig beeinflussen können. Mit Hilfe der Navier-Stokes-Gleichungen (Gl. 3.1) ist zwar eine physikalisch exakte Beschreibung einer Strömung möglich [71], ihre Lösung ist jedoch für technisch relevante Probleme nur in einem begrenzten Rechengebiet unter Modellannahmen numerisch möglich. Aus diesem Grund sind bei der Verifikation der Berechnungen mit dem Experiment prinzipiell drei Fehlerquellen zu unterscheiden:

1. Fehler, die bei der Aufstellung der mathematischen Gleichungen durch Modellannahmen gemacht werden (Inkompressibilität, Isothermie, Zweidimensionalität, Turbulenzmodellierung, ...).

2. Fehler, die bei der numerischen Lösung der mathematischen Gleichungen gemacht werden (Diskretisierungsfehler, Abbruchfehler, ...).
3. Fehler, die bei der Wahl der Randbedingungen gemacht werden (Turbulenz in der Anströmung, Geschwindigkeitsverteilung am Eintritt, Verwendung periodischer Randbedingungen, ...).

Die Verifikation der einphasigen Berechnungen erfolgt anhand der integralen Werte Förderhöhe und Wirkungsgrad im gesamten Volumenstrombereich sowie der nur bei den Volumenströmen  $\dot{V} = 182 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $227 \text{ m}^3/\text{h}$  und  $272 \text{ m}^3/\text{h}$  gemessenen Schaufeldruckverläufe. Ziel der Verifikation ist es, im Hinblick auf die Simulation der zweiphasigen Strömung zu zeigen, daß das numerische Verfahren ausreichend genau ist und die bei der Definition der Randbedingungen gemachten Annahmen weitgehend mit dem Experiment übereinstimmen.

### 6.2.3.1 Integrale Werte

Die Verifikation der Berechnungen mit den integralen Werten Förderhöhe und Wirkungsgrad stellt die einfachste Möglichkeit dar, die Fülle der von der numerischen Strömungsberechnung gelieferten Daten mit dem Experiment zu vergleichen. Bei der Ermittlung der integralen Werte ist darauf zu achten, daß die Mittelung und Bilanzierung möglichst konsistent zu der Vorgehensweise im Experiment erfolgt.

In Übereinstimmung mit dem Experiment [23] wird die Förderhöhe als mittlere Totaldruckdifferenz zwischen der Saugseite und der Druckseite der Pumpe nach Gl. 6.7 berechnet:

$$H = \frac{\overline{p_{tot,d}} - \overline{p_{tot,s}}}{\rho g}. \quad (6.7)$$

Die Mittelung des Totaldrucks erfolgt in Anlehnung an [34] nach Gl. 6.8:

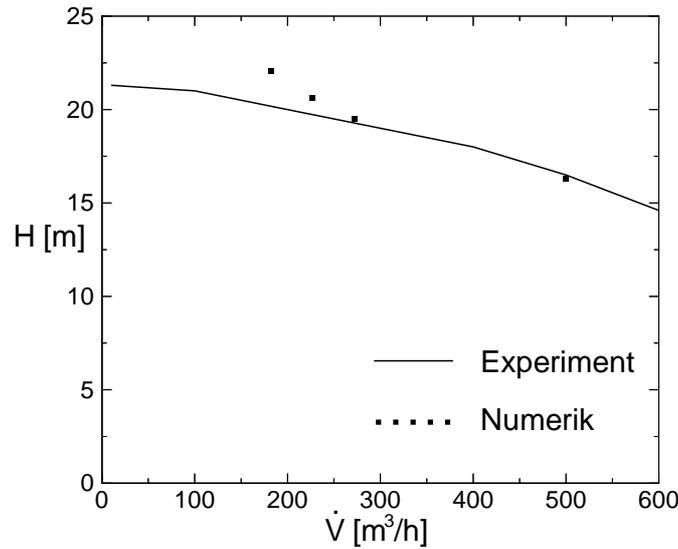
$$\overline{p_{tot}} = \frac{1}{\dot{V}} \left\{ \sum_A p c_n dA + \frac{\rho}{2} \sum_A c^2 c_n dA \right\}, \quad (6.8)$$

mit  $c_n$ , der Geschwindigkeit normal zur Zellfläche <sup>4</sup>.

Als Bilanzgrenzen dienen auf der Saugseite der Rechenfeldrand und auf der Druckseite die Ebene auf konstantem Radius  $r_d = 364.9 \text{ mm}$ . Aufgrund des begrenzten Rechengebietes ist es nicht möglich, dieselben Bilanzgrenzen wie im Experiment zu wählen. Da in der Berechnung im Vergleich zum Experiment über ein kleineres Gebiet bilanziert wird, werden weniger Verluste berücksichtigt, so daß in der Berechnung prinzipiell mit einer höheren Förderhöhe zu rechnen ist.

---

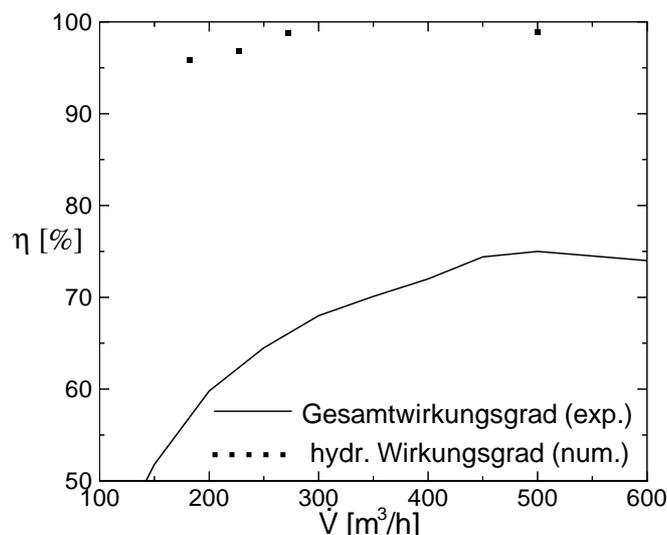
<sup>4</sup>Es ist zu beachten, daß es sich um Geschwindigkeiten im Absolutsystem handelt.



**Abbildung 6.7:** Vergleich der numerisch ermittelten Förderhöhen mit dem in [23] angegebenen experimentellen Förderhöhenverlauf.

Abbildung 6.7 zeigt den Vergleich zwischen dem numerisch und dem experimentell bestimmten Förderhöhenverlauf. Es besteht gute Übereinstimmung. Der maximale relative Fehler ist kleiner als 9%. Wie zu erwarten, liegt die numerisch bestimmte Förderhöhe über der gemessenen Förderhöhe, da in der Berechnung aufgrund der Zweidimensionalität die Diffusorverluste und die von der Sekundärströmung verursachten Verluste nicht berücksichtigt werden. Dies ist auch der Grund für die zunehmende Abweichung bei den kleineren Volumenströmen. Die Diffusorströmung besitzt mit abnehmendem Volumenstrom eine immer kleiner werdende Geschwindigkeitskomponente in Meridionalrichtung. Dies führt dazu, daß die stark drallbehaftete Strömung einen immer weiteren Weg bei der Durchströmung des Diffusors zurücklegen muß, so daß die Reibungsverluste stark ansteigen [34].

Großen Einfluß auf die Förderhöhe der Pumpe hat die Umfangskomponente der Eintrittsgeschwindigkeit  $c_u$ . Damit wird der vom Spaltvolumenstrom verursachte Drall berücksichtigt (vgl. Kap. 6.2.1). Mit zunehmendem Drall bzw. zunehmender Umfangskomponente der Eintrittsgeschwindigkeit  $c_u$  sinkt die Förderhöhe, so daß es allein durch die geeignete Wahl von  $c_u$  möglich ist, die im Experiment gemessene Förderhöhe zu reproduzieren. Dabei werden jedoch die von der zweidimensionalen Berechnung vernachlässigten Diffusorverluste durch einen zu großen Vordrall kompensiert. Bei den Berechnungen, die den Förderhöhen in Abb. 6.7 zugrunde liegen, ist  $c_u$  für die Volumenströme 182 - 272 m³/h mit Hilfe des Schaufeldruckverlaufs bestimmt (vgl. Kap. 6.2.1). Diese Vorgehensweise führt zu deutlich realistischeren Ergebnissen als die Bestimmung von  $c_u$  über die Förderhöhe. Bei dem Volumenstrom 500 m³/h liegt keine Messung des Schaufeldruckverlaufs vor, mit der der Vordrall kalibriert werden kann. Aus diesem Grund wird mit  $c_u = 0.94$  m/s dieselbe Umfangskomponente wie bei  $\dot{V} = 272$  m³/h gewählt (vgl. Tab. 6.1). Mit diesem Vordrall liegt die numerisch bestimmte Förderhöhe leicht unterhalb der gemessenen Förderhöhe, was darauf hindeutet, daß der Vordrall für diesen Volumenstrom zu groß gewählt ist.



**Abbildung 6.8:** Experimentell ermittelter Gesamtwirkungsgrad und numerisch ermittelter hydraulischer Wirkungsgrad in Abhängigkeit des Volumenstroms.

In Abb. 6.8 werden der experimentell ermittelte Gesamtwirkungsgrad und der numerisch ermittelte hydraulische Wirkungsgrad dargestellt. Der hydraulische Wirkungsgrad der Pumpe wird nach Gl. 6.9 aus der numerischen Strömungsberechnung bestimmt:

$$\eta = \frac{\text{Totaldruckerhöhung}}{\text{theoretische Förderhöhe}} = \frac{H g}{c_{u,d} u_d - c_{u,s} u_s}. \quad (6.9)$$

$H$  ist die in Abb. 6.7 aufgetragene Förderhöhe,  $g$  die Erdbeschleunigung,  $c_u$  ist die Umfangskomponente der Absolutgeschwindigkeit und  $u$  die Laufradumfangsgeschwindigkeit. Die Bilanzgrenzen sind dieselben wie bei der Ermittlung der Förderhöhe.

Beim Vergleich der beiden Wirkungsgrade ist zu beachten, daß in dem experimentell bestimmten Gesamtwirkungsgrad eine Reihe von Verlusten enthalten sind, die von der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten numerischen Strömungsberechnung nicht erfaßt werden:

- Reibung außerhalb des Laufrads (z.B. Radseitenreibung).
- Volumetrische Verluste bzw. Leckageverluste. Sie stellen den Unterschied zwischen dem vom Laufrad geförderten und dem von der Pumpe gelieferten Volumenstrom dar.
- Mechanische Verluste in Lagern und Dichtungen.

Die Höhe der Radseitenreibungsverluste werden in [52] für eine Pumpe mit  $n_q = 18$  mit 8 % angegeben (beim Volumenstrom maximalen Wirkungsgrads). Die Leckageverluste von ca. 8 % (vgl. Kap. 6.1) gehen ebenfalls direkt in den Gesamtwirkungsgrad ein, da die vom Laufrad an den Leckagestrom übertragene Energie im Spalt abgedrosselt und somit in Wärme

umgewandelt wird. Dies erklärt die große Diskrepanz zwischen dem experimentell bestimmten Gesamtwirkungsgrad und dem numerisch ermittelten hydraulischen Wirkungsgrad, der nur die Strömungsverluste im Laufrad berücksichtigt. Die mechanischen Verluste sind bei einer Pumpe mit der vorliegenden Antriebsleistung von untergeordneter Bedeutung [34].

Der numerisch ermittelte hydraulische Wirkungsgrad verläuft über den gesamten Volumenstrombereich sehr hoch (vgl. Abb. 6.8). Nur bei den Volumenströmen  $182 \text{ m}^3/\text{h}$  und  $227 \text{ m}^3/\text{h}$  kommt es zu einem leichten Abfall auf 95 % bzw. 96 %. Dieser hohe hydraulische Wirkungsgrad erklärt sich damit, daß in der Berechnung aufgrund der Zweidimensionalität die folgenden Strömungsverluste nicht berücksichtigt werden:

- Reibungsverluste an der Trag- und der Deckscheibe (Sekundärströmung).
- Stoß- und Mischungsverluste beim Übergang vom Laufrad in den Diffusor.
- Reibungsverluste im Diffusor.

Mit Hilfe der Angaben zu den einzelnen Verlusten in [52] lassen sich die beiden Wirkungsgrade vergleichen. Da die Angaben in [52] nur für den Volumenstrom maximalen Wirkungsgrads gelten, wird dies bei  $\dot{V} = 500 \text{ m}^3/\text{h}$  durchgeführt. Addiert man zu dem experimentell ermittelten Gesamtwirkungsgrad von 75 % die Radseitenreibungsverluste (8 %) und die Spaltverluste (8 %), so erhält man einen hydraulischen Wirkungsgrad von 91 %<sup>5</sup>. Dieser beinhaltet sowohl die Verluste im Laufrad als auch im Ringdiffusor. Nach [34] tritt bei Pumpen niedriger spezifischer Drehzahl ein großer Teil der hydraulischen Verluste in der Leitvorrichtung auf (40% bis 70%). Geht man davon aus, daß 70 % der Verluste in der Leitvorrichtung auftreten, so ergibt das einen hydraulischen Wirkungsgrad von 97.3 % für das Laufrad.

Einen Hinweis darauf, daß die hydraulischen Verluste in der Leitvorrichtung tatsächlich so hoch sind, geben die Angaben über den Gesamtwirkungsgrad einer Pumpe mit  $n_q = 18$  in [34, 52]. Sowohl in [34] als auch in [52] wird für eine einstufige, einflutige Radialpumpen mit  $n_q = 18$  ein Gesamtwirkungsgrad von ca. 86 % für den Volumenstrom maximalen Wirkungsgrads angegeben. Dies ist deutlich höher als der experimentell ermittelte Gesamtwirkungsgrad von 75 %. Der Grund dafür ist, daß die Werte aus [34, 52] für Pumpen mit Spiralgehäuse gelten, während im Experiment ein Ringdiffusor verwendet wurde. Die Differenz ist demzufolge zu einem großen Teil auf die dort auftretenden zusätzlichen Verluste zurückzuführen.

### 6.2.3.2 Schaufeldruckverlauf und Strömungsfeld bei $\dot{V} = 227 \text{ m}^3/\text{h}$ und $272 \text{ m}^3/\text{h}$

Die Abbn. 6.9 und 6.10 zeigen für die beiden Volumenströme  $227 \text{ m}^3/\text{h}$  und  $272 \text{ m}^3/\text{h}$  den numerisch ermittelten Schaufeldruckverlauf im Vergleich zum Experiment und das Strömungsfeld im Relativsystem. Die numerischen Einstellungen und Randbedingungen sowie die Darstellung der Ergebnisse werden in Kap. 6.2.1 bzw. Kap. 6.2.2 beschrieben.

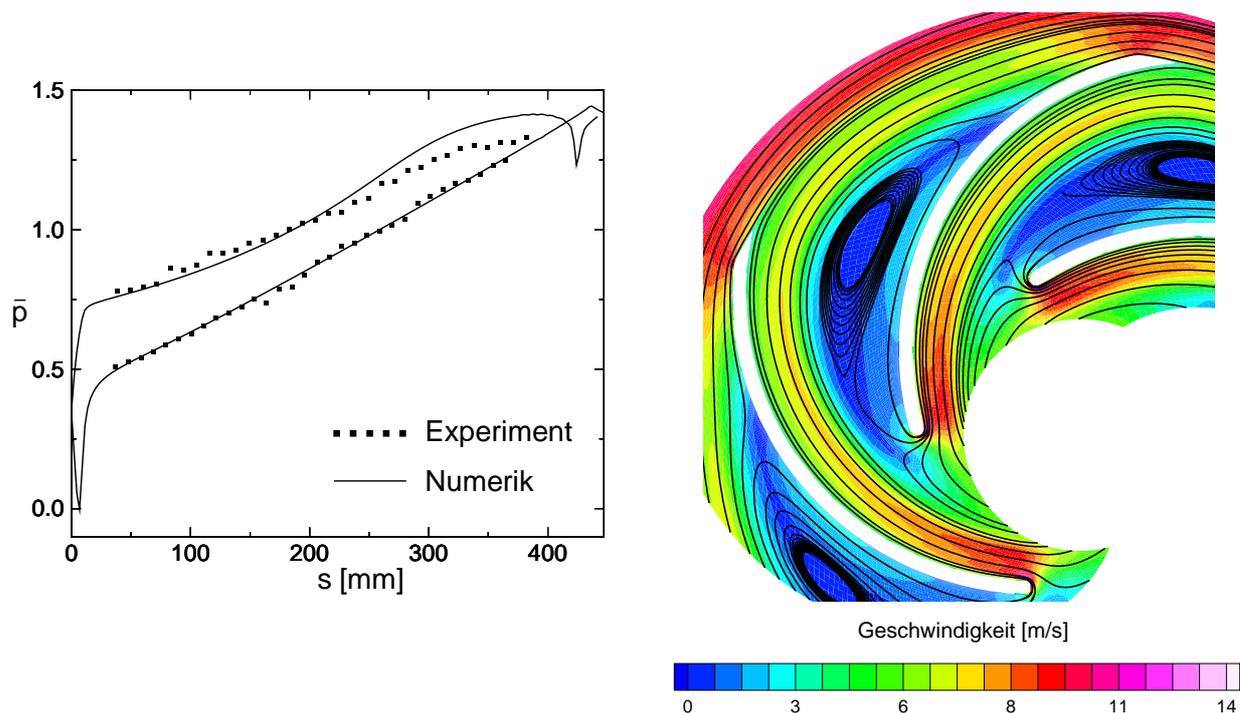
<sup>5</sup>Die mechanischen Verluste werden nicht berücksichtigt.

Wie man anhand der beiden Abbildungen (linke Seite) sieht, befinden sich die numerisch bestimmten Schaufeldruckverläufe in guter Übereinstimmung mit dem Experiment. In der Nähe der Schaufelvorderkante ist die Druckdifferenz zwischen Druck- und Saugseite aufgrund der in Kap. 6.2.1 beschriebenen Kalibrierung von  $c_u$  sehr gut getroffen. Man erkennt bei beiden Volumenströmen eine ausgeprägte Saugspitze in der Nähe der Profilverkante, wie sie bei Teillastströmungen üblich ist (vgl. Kap. 6.2.4). Im hinteren Bereich der Schaufel auf der Druckseite tritt bei beiden Volumenströmen jedoch eine größere Abweichung zum Experiment auf. Der Druck wird in diesem Bereich zu hoch vorhergesagt.

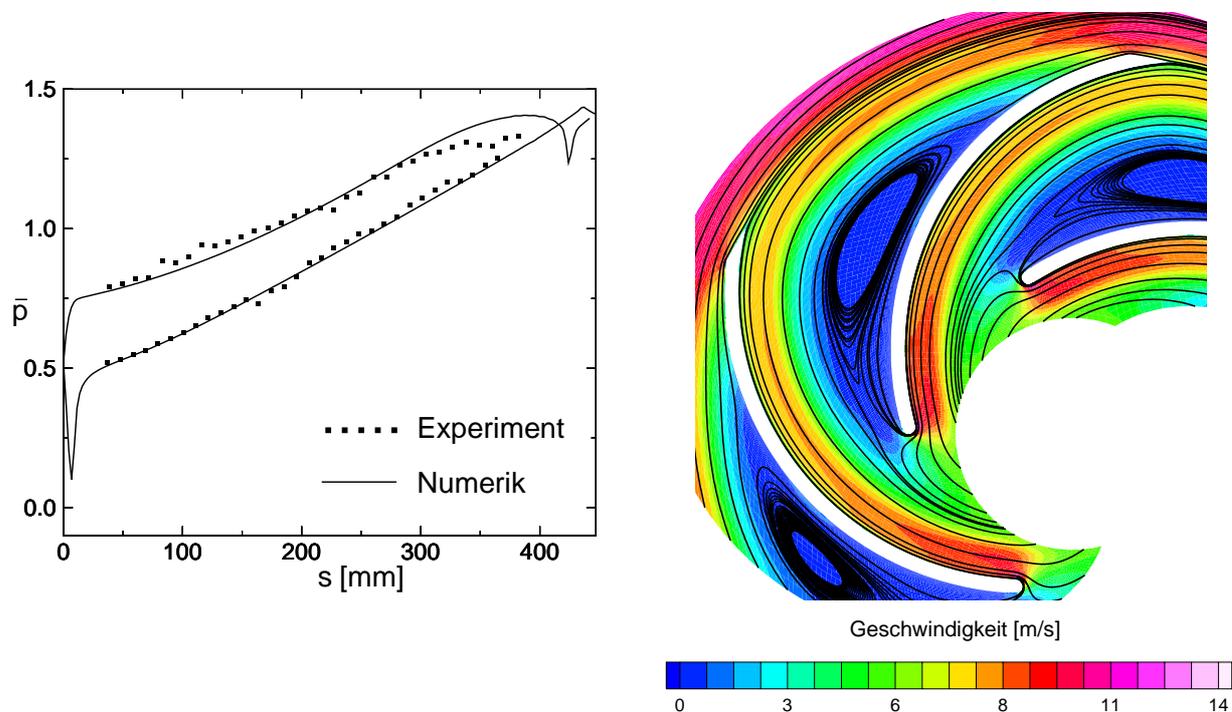
Wie die Parametervariationen in Kap. 6.2.5 zeigen, sind nicht numerische Fehler für diese Abweichung verantwortlich, da sie unabhängig von den gewählten Parametern und Randbedingungen in allen Berechnungen auftritt. In den zweidimensionalen Berechnungsergebnissen von Schütte (vgl. [22] bzw. [23]) ist die gleiche Abweichung ebenfalls zu erkennen. Aus diesem Grund liegt die Vermutung nahe, daß die Ursache in der Zweidimensionalität der Berechnungen zu suchen ist. Beim Übergang vom Laufrad in den breiteren Diffusor kommt es im Experiment zu Stoßverlusten. Außerdem unterliegt die stark drallbehaftete Strömung im Diffusor hohen Reibungsverlusten an den Diffusorwänden. Diese Phänomene können von zweidimensionalen Berechnungen nicht berücksichtigt werden. Aufgrund der Zweidimensionalität verlässt die Strömung ungestört das Laufrad und tritt in einen Diffusor ohne Wandhaftung ein.

Die dreidimensionale Berechnung der Pumpenströmung in Kap. 6.2.7, bei der sowohl der Querschnittsprung zwischen Laufrad und Diffusor als auch die Wandhaftung im Diffusor berücksichtigt werden, liefert jedoch nur einen geringfügig besseren Schaufeldruckverlauf im Vergleich zu den zweidimensionalen Berechnungen (vgl. Abb. 6.25), so daß diese Vernachlässigungen nur bedingt für die Abweichung verantwortlich gemacht werden können. Somit bleibt nur die Vernachlässigung des Spaltvolumenstroms als Hauptursache für die Abweichung. Der Spaltvolumenstrom ist die einzige Vernachlässigung, die bei der dreidimensionalen Berechnung der Pumpenströmung gemacht wird. Dies wird in Kap. 6.2.7 näher ausgeführt. Im Hinblick auf die zweiphasige Berechnung der kavitierenden Strömung spielt die Abweichung im hinteren Teil der Schaufel auf der Druckseite nur eine geringe Rolle, da die Kavitation im vorderen Bereich der Schaufel auf der Saugseite auftritt.

Besondere Aufmerksamkeit ist dem Strömungsfeld zu schenken. Bei beiden Volumenströmen tritt eine starke Fehlanströmung der Profilverkante auf. Der Schaufelkanal ist durch ein auf der Schaufeldruckseite liegendes Rückströmgebiet sehr niedriger Geschwindigkeit teilweise versperrt. Dadurch bildet sich kein Staupunkt auf der Schaufeloberfläche, sondern ein Sattelpunkt in der Nähe der Schaufelvorderkante. Bei diesem Rückstromgebiet handelt es sich nicht um ein viskos bedingtes Ablösegebiet, sondern um einen Relativwirbel, der aufgrund der Rotation des Schaufelkanals entsteht (vgl. Kap. 3.2). Dieser Relativwirbel wurde schon 1949 von Stanitz mit Hilfe der Potentialtheorie vorhergesagt [88]. Da die Rossby-Zahl und die Ekman-Zahl bei der untersuchten Pumpe sehr klein sind (vgl. Kap. 3.3), unterliegt die Strömung einem starken Rotationseinfluß.



**Abbildung 6.9:** Schaufeldruckverlauf (links) und Strömungsfeld (rechts) bei  $\dot{V} = 227 \text{ m}^3/\text{h}$ .  $\bar{p} = \frac{p-p_{ref}}{\rho/2 u_2^2}$ ,  $s$  - Position auf der Schaufeloberfläche. Übrige Parameter:  $c_u = 0.42 \text{ m/s}$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5 \text{ mm}$ , MARS-Diskretisierungsschema, konstanter Druck am Austritt.



**Abbildung 6.10:** Schaufeldruckverlauf (links) und Strömungsfeld (rechts) bei  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$ .  $\bar{p} = \frac{p-p_{ref}}{\rho/2 u_2^2}$ ,  $s$  - Position auf der Schaufeloberfläche. Übrige Parameter:  $c_u = 0.94 \text{ m/s}$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5 \text{ mm}$ , MARS-Diskretisierungsschema, konstanter Druck am Austritt.

### 6.2.3.3 Schaufeldruckverlauf und Strömungsfeld bei $\dot{V} = 182 \text{ m}^3/\text{h}$

Bei dem Volumenstrom  $182 \text{ m}^3/\text{h}$  ist das Berechnungsergebnis von der Wahl der Randbedingungen und den numerischen Einstellungen abhängig. Die in Abb. 6.11 dargestellte Berechnung mit den in Kap. 6.2.1 beschriebenen numerischen Einstellungen und Randbedingungen ( $c_u = 0.94 \text{ m/s}$ , Intensität der Turbulenz  $I = 4\%$ , charakteristisches Längenmaß der Turbulenz  $L = 0.5 \text{ mm}$ , MARS-Diskretisierungsschema für die konvektiven Terme) liefert ein Rückstromgebiet auf der Schaufeldruckseite, vergleichbar mit den Volumenströmen  $227 \text{ m}^3/\text{h}$  und  $272 \text{ m}^3/\text{h}$ . Im Unterschied dazu liefert die Berechnung ohne Vordrall ( $c_u = 0 \text{ m/s}$ ) und mit dem Upwind-Diskretisierungsschema für die konvektiven Terme (die anderen Einstellungen sind identisch) ein Rückstromgebiet auf der Saugseite der Schaufel. Der Sattelpunkt ist verschwunden, und der Staupunkt liegt auf der Druckseite der Schaufel. Dies ist ein Strömungsbild wie es typischerweise bei Teillast auftritt. Beide Berechnungen stellen die Bandbreite der möglichen Ergebnisse dar. Abhängig von dem gewählten Vordrall und der Diskretisierungsordnung erhält man auch Zwischenstadien als Ergebnis.

Der Grund für die beiden unterschiedlichen Ergebnisse liegt in der Stabilität der saugseitigen Grenzschicht. Durch die Ablösung der Grenzschicht auf der Saugseite bildet sich ein Rückstromgebiet im hinteren Bereich der Schaufel (vgl. Abb. 6.12). Es ist im Gegensatz zu dem Rückstromgebiet in Abb. 6.11 auf viskose Effekte zurückzuführen und wird in der Literatur als Teillastrezirkulation bezeichnet [61, 34]. Abhängig von der Größe der Teillastrezirkulation verengt sich der Schaufelkanal, so daß ein höherer Volumenstrom an der Druckseite der Schaufel vorbeiströmt und den Relativwirbel verdrängt. Die unterschiedliche Strömung macht sich auch in den integralen Werten in Tab. 6.2 bemerkbar.

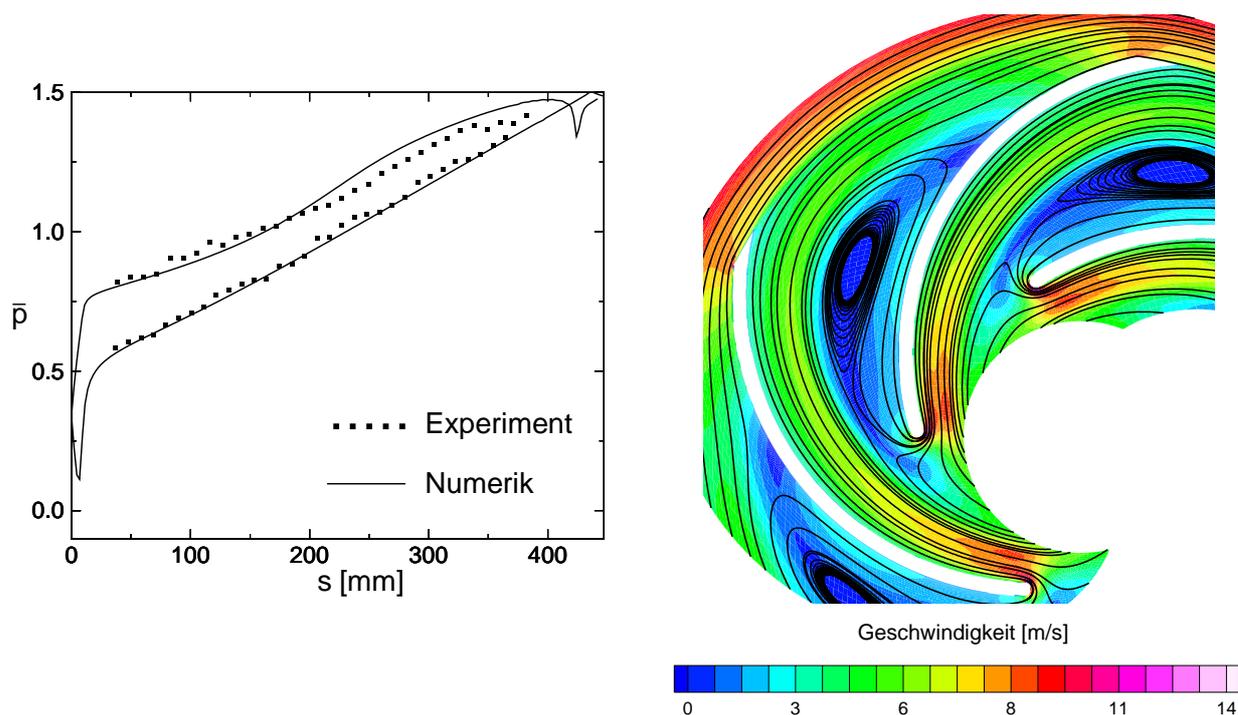
|           | Förderhöhe [m] | hydr. Wirkungsgrad [%] |
|-----------|----------------|------------------------|
| Abb. 6.11 | 22.1           | 95.8                   |
| Abb. 6.12 | 23.4           | 94.1                   |

**Tabelle 6.2:** Förderhöhe und Wirkungsgrad der in Abb. 6.11 und 6.12 gezeigten Strömungsrechnungen.

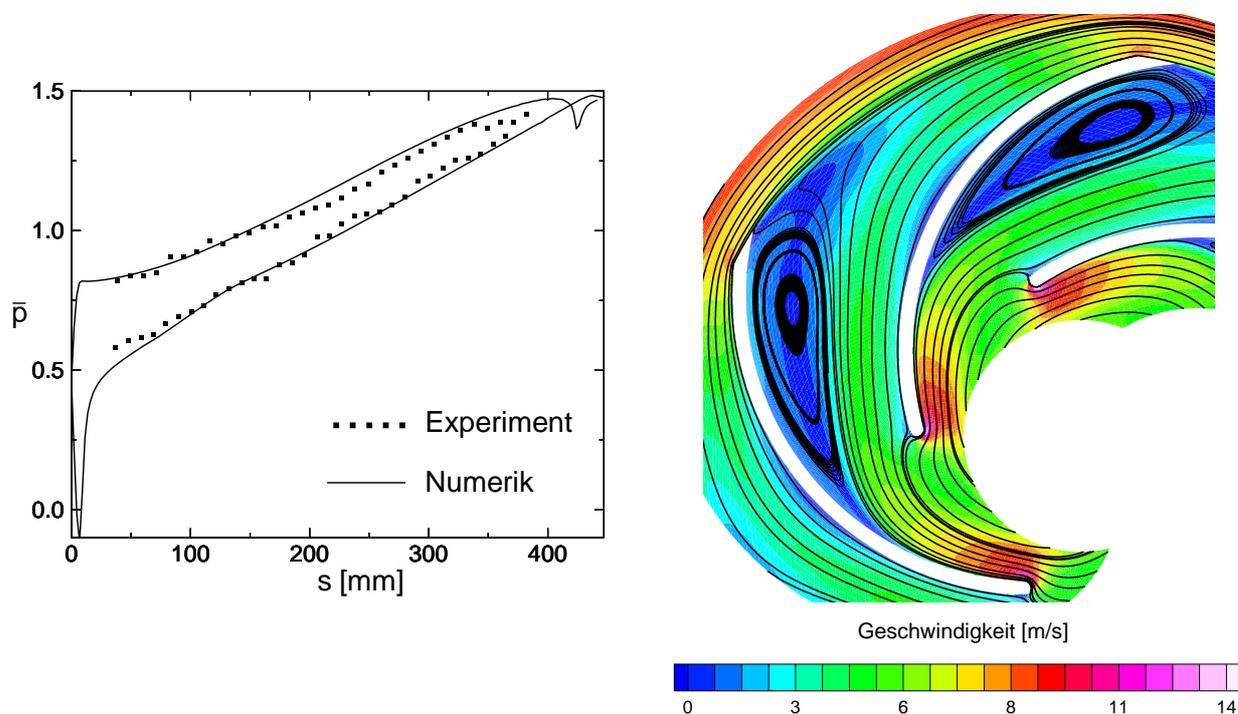
Für das Ablösen der Grenzschicht in der in Abb. 6.12 gezeigten Berechnung im Gegensatz zu der in Abb. 6.11 gezeigten Berechnung gibt es zwei Gründe:

- Der Vordrall hat die Eigenschaft, die Teillastanströmung zu verbessern. Da in der Berechnung in Abb. 6.12 kein Vordrall ( $c_u = 0 \text{ m/s}$ ) vorgegeben ist, wird die Schaufel schlechter angeströmt, und die Grenzschicht ist stärker gestört als bei der Berechnung in Abb. 6.11.
- Die in Abb. 6.12 gezeigte Berechnung ist dissipativer (1. Ordnung). Dies unterstützt die Tendenz der Grenzschicht zum Ablösen.

Ein Effekt allein, d.h. nur die Änderung des Vordralls oder der Diskretisierungsordnung, reicht für die in Abb. 6.11 und Abb. 6.12 gezeigten Unterschiede nicht aus, sondern liefert nur ein Zwischenstadium.



**Abbildung 6.11:** Schaufeldruckverlauf (links) und Strömungsfeld (rechts) bei  $\dot{V} = 182 \text{ m}^3/\text{h}$ .  $\bar{p} = \frac{p-p_{ref}}{\rho/2 u_2^2}$ ,  $s$  - Position auf der Schaufeloberfläche. Übrige Parameter:  $c_u = 0.94 \text{ m/s}$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5 \text{ mm}$ , MARS-Diskretisierungsschema, konstanter Druck am Austritt.



**Abbildung 6.12:** Schaufeldruckverlauf (links) und Strömungsfeld (rechts) bei  $\dot{V} = 182 \text{ m}^3/\text{h}$ .  $\bar{p} = \frac{p-p_{ref}}{\rho/2 u_2^2}$ ,  $s$  - Position auf der Schaufeloberfläche. Übrige Parameter:  $c_u = 0 \text{ m/s}$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5 \text{ mm}$ , UPWIND-Diskretisierungsschema, konstanter Druck am Austritt.

Der Übergang in der Strömungsstruktur (Ablösegebiet auf der Saugseite - Relativwirbel auf der Druckseite) ist schwer vorherzusagen, da er von vielen Parametern abhängt. Bei der Vorgabe drallfreier Zuströmung und einer hohen Anströmturbulenz tritt noch bei dem Volumenstrom  $227 \text{ m}^3/\text{h}$  Teillastrezirkulation auf. Bei dem Volumenstrom  $272 \text{ m}^3/\text{h}$  ist dies jedoch nicht mehr möglich (vgl. Kap. 6.2.5). Für die Einflußgrößen Volumenstrom und Vordrall lassen sich die folgende Tendenzen angeben:

- Je kleiner der Volumenstrom, desto höher die Wahrscheinlichkeit für die Entstehung der Teillastrezirkulation.
- Der Vordrall verbessert die Teillastanströmung, d.h. je höher der Vordrall, desto mehr wird die Grenzschicht auf der Saugseite stabilisiert.

Obwohl der Druckverlauf in Abb. 6.12 im Vergleich zu dem Druckverlauf in Abb. 6.11 im hinteren Schaufelbereich auf der Druckseite besser mit dem Experiment übereinstimmt, wird davon ausgegangen, daß im Experiment eine Strömung wie in Abb. 6.11 vorliegt. Die Abweichung zwischen Experiment und Numerik im hinteren Bereich der Pumpenschaufel hat ihre Ursache in der unzureichenden Modellierung des Kreisringdiffusors und ist auch bei den Volumenströmen  $227 \text{ m}^3/\text{h}$  und  $272 \text{ m}^3/\text{h}$  zu erkennen. Dies gilt jedoch nur für die einphasige Strömung, da durch das Auftreten von Kavitation die Grenzschicht gestört und so die Bildung der Teillastrezirkulation unterstützt wird.

Interessant ist in diesem Zusammenhang die im Experiment gemachte Beobachtung von „rotierender Kavitation“ [24]. Dabei handelt es sich um eine Instabilität, die ihren Ursprung möglicherweise in den in Abb. 6.11 und Abb. 6.12 gezeigten unterschiedlichen Strömungssituationen hat. Die ungestörte Strömung ist in Abb. 6.11 dargestellt. Aufgrund von Kavitation wird die Grenzschicht auf der Saugseite gestört, und die Strömung löst ab. Es stellt sich dann eine Strömung wie in Abb. 6.12 ein. Dieser Vorgang läuft nicht in allen Schaufelkanälen gleichzeitig ab. Da sich die Schaufelkanäle gegenseitig beeinflussen, kann sich ein umlaufendes Phänomen einstellen, und die Strömung pendelt zwischen diesen beiden Strömungssituationen.

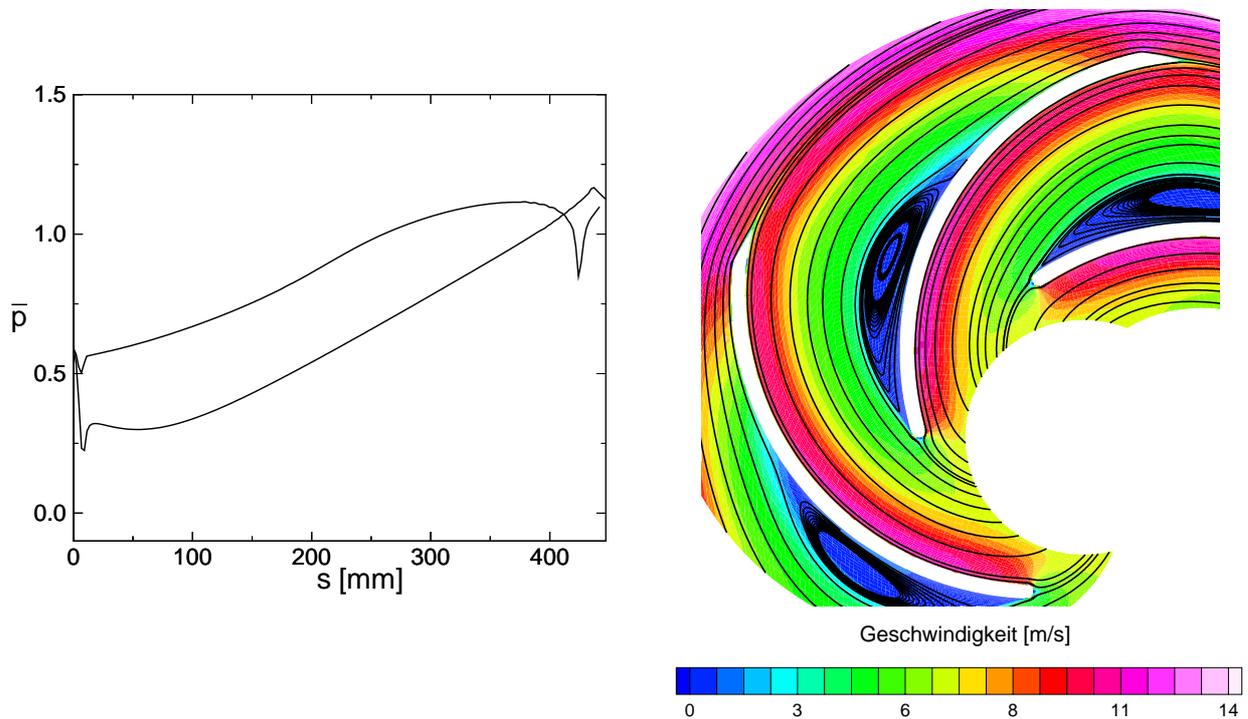
#### 6.2.3.4 Schaufeldruckverlauf und Strömungsfeld bei $\dot{V} = 500 \text{ m}^3/\text{h}$

Abbildung 6.13 zeigt den Schaufeldruckverlauf und das Strömungsfeld im Relativsystem bei dem Volumenstrom  $500 \text{ m}^3/\text{h}$ <sup>6</sup>. Auch bei diesem Volumenstrom ist ein Rückstromgebiet auf der Schaufeldruckseite zu erkennen, dessen Ausdehnung jedoch im Vergleich zu den bisher untersuchten Volumenströmen deutlich geringer ist. Da das Rückstromgebiet kurz hinter der Schaufelvorderkante beginnt, bildet sich ein Staupunkt auf der Profilloberfläche in der Mitte der Profilverkante. Die für Teillast typische Saugspitze in der Schaufeldruckverteilung ist fast völlig verschwunden. Dadurch entsteht der Eindruck einer stoßfreien Anströmung. Dies wird in Kap. 6.2.4 näher beleuchtet. Ob es sich bei dem Rückstromgebiet auf der Schaufeldruckseite um einen rotationsbedingten Relativwirbel handelt oder

<sup>6</sup>Volumenstrom maximalen Wirkungsgrads (vgl. Abb. 6.8).

um ein viskositätsbedingtes Ablösegebiet, ist nicht zu entscheiden. Die Rossby-Zahl ist bei diesem Volumenstrom deutlich höher als bei den in den vorhergehenden Kapiteln untersuchten Volumenströmen. Berechnungen bei noch höheren Volumenströmen in [93] zeigen, daß das Rückströmgebiet mit steigendem Volumenstrom wieder zunimmt. Dabei handelt es sich um ein viskositätsbedingtes Ablösephänomen, das durch die zunehmende Falschanströmung bei den hohen Volumenströmen verursacht wird.

Da in diesem Volumenstrombereich keine Schaufeldruckmessungen durchgeführt wurden, ist eine Verifikation der in Abb. 6.13 gezeigten Berechnung nur anhand der integralen Werte Wirkungsgrad und Förderhöhe möglich (vgl. Kap. 6.2.3.1).



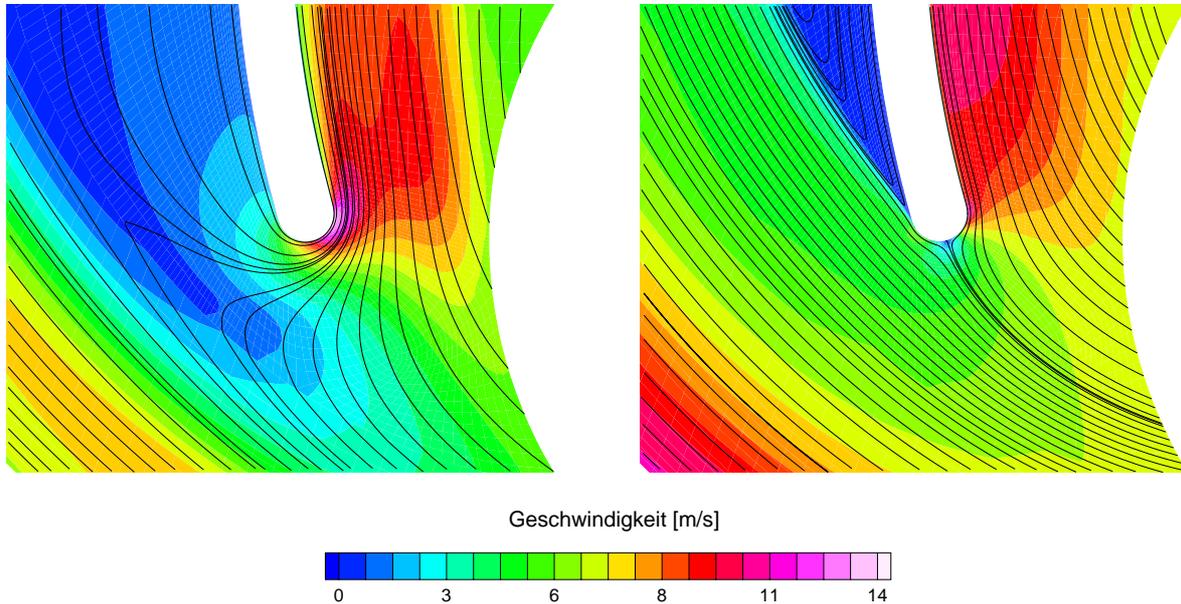
**Abbildung 6.13:** Schaufeldruckverlauf (links) und Strömungsfeld (rechts) bei dem Volumenstrom stoßfreier Anströmung  $\dot{V} = 500 \text{ m}^3/\text{h}$ .  $\bar{p} = \frac{p - p_{ref}}{\rho/2 u_2^2}$ ,  $s$  - Position auf der Schaufeloberfläche. Übrige Parameter:  $c_u = 0.94 \text{ m/s}$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5 \text{ mm}$ , MARS-Diskretisierungsschema, konstanter Druck am Austritt.

### 6.2.4 Stoßfreie Anströmung

Eine Besonderheit der untersuchten Pumpe ist die große Abweichung zwischen dem ein-dimensional mit Hilfe von Geschwindigkeitsdreiecken ermittelten Volumenstrom stoßfreier Anströmung<sup>7</sup> von  $227 \text{ m}^3/\text{h}$  und dem Volumenstrom maximalen Wirkungsgrads von

<sup>7</sup>Mit Hilfe der folgenden Gleichung:  $\dot{V} = \pi d_1 \Omega b \tan \beta_1 \left( \pi d_1 - \frac{z s_1}{\sin \beta_1} \right)$ , mit  $d_1$  dem Eintrittsdurchmesser,  $\Omega$  der Pumpendrehzahl,  $b$  der Schaufelbreite,  $\beta_1$  dem Schaufelwinkel am Eintritt,  $z$  der Schaufelanzahl sowie  $s_1$  der Schaufeldicke am Eintritt (vgl. [61, 23]).

500 m<sup>3</sup>/h (vgl. Abb. 6.8). Abbildung 6.14 zeigt den berechneten Strömungsverlauf im Bereich der Schaufelvorderkante für diese beiden Volumenströme.



**Abbildung 6.14:** Vergleich der Relativströmung bei  $\dot{V} = 227 \text{ m}^3/\text{h}$  (links) und bei  $\dot{V} = 500 \text{ m}^3/\text{h}$  (rechts). Vergrößerter Ausschnitt der Strömung im Bereich der Schaufelvorderkante aus Abb. 6.9 und Abb. 6.13.

Aufgrund des Relativwirbels im Schaufelkanal versagt die eindimensionale Betrachtungsweise der Pumpenströmung, da die Strömung nicht mehr eindimensional ist. Der Relativwirbel versperrt den Schaufelkanal auf der Druckseite der Pumpenschaufel, so daß ein großer Teil des Volumenstroms auf die Schaufelsaugseite umgelenkt und dadurch stark beschleunigt wird, was zu einer ausgeprägten Saugspitze auf der Schaufelsaugseite führt (vgl. Abb. 6.9). Stoßfreie Zuströmung stellt sich erst bei dem deutlich höheren Volumenstrom von 500 m<sup>3</sup>/h ein, bei dem es sich auch um den Volumenstrom maximalen Wirkungsgrads handelt. Die Ursache für die Entstehung des ausgeprägten Relativwirbels bei der untersuchten Pumpe ist der sehr weite und offene Schaufelkanal, der die Strömung schlecht führt. Eine Erhöhung der Schaufelanzahl würde sicherlich Abhilfe schaffen [61].

Dieses Berechnungsergebnis wird von den Kavitationsaufnahmen in [23] bestätigt. Wenn bei dem Volumenstrom von  $\dot{V} = 227 \text{ m}^3/\text{h}$  stoßfreie Anströmung vorliegen würde, so müßte es sich bei dem Volumenstrom 272 m<sup>3</sup>/h um eine echte Überlastströmung mit Kavitationsgebieten auf der Schaufeldruckseite handeln. Dies ist jedoch nicht der Fall. Bei keinem der untersuchten Volumenströme und Systemdrücke sind Kavitationsgebiete auf der Schaufeldruckseite zu erkennen.

### 6.2.5 Sensitivitätsanalyse

In Kap. 6.2.3 werden die Berechnungsergebnisse mit der besten Übereinstimmung mit dem Experiment gezeigt. Für die Beurteilung der Aussagekraft dieser Ergebnisse ist es jedoch

notwendig, mit Hilfe von Parametervariationen zu untersuchen, welchen Einfluß Änderungen der numerischen Parameter und Randbedingungen haben. Dazu werden die folgenden Einflußparameter untersucht, die sich in Anlehnung an Kap. 6.2.3 in drei Gruppen einteilen lassen:

1. Parameter, die die numerische Lösung der physikalischen Gleichungen betreffen:
  - Anzahl der Zellen (Räumliche Auflösung).
  - Diskretisierungsschema (Diskretisierungsordnung).
2. Variation der physikalischen Modellannahmen bei der Aufstellung der mathematischen Gleichungen:
  - Verwendung unterschiedlicher Turbulenzmodelle.
3. Variation der Parameter, die die Randbedingungen definieren:
  - Turbulenzgrad und charakteristisches Längenmaß der Turbulenz am Eintritt.
  - Geschwindigkeitsverteilung am Eintritt.
  - Art der Randbedingung am Austritt (konstanter Druck, Mittelwert des Drucks, Austrittsrandbedingung).

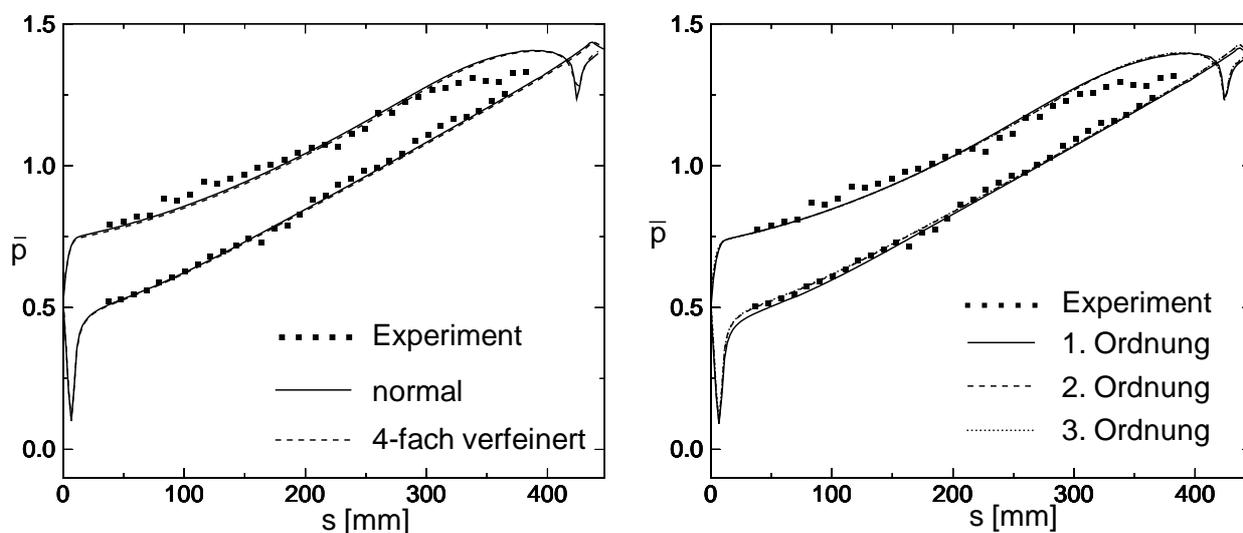
Im Hinblick auf die Berechnung kavitierender Strömungen wird der Einfluß eines Parameters anhand seiner Auswirkung auf den Schaufeldruckverlauf bestimmt (vgl. Abbn. 6.15-6.20), da sowohl das Kavitationsverhalten einer Pumpe als auch die integralen Werte Förderhöhe und hydraulischer Wirkungsgrad maßgeblich von diesem Druckverlauf abhängen. Andere Kriterien wie z.B. die Grenzschichtdicke oder die Geschwindigkeitsverteilung im Relativwirbel zeigen sicherlich eine größere Abhängigkeit von den untersuchten Parametern, ihre Auswirkung auf das Kavitationsverhalten ist jedoch gering.

Die Sensitivitätsanalyse wird aus Gründen der Rechenzeiterparnis nur bei dem Volumenstrom  $272 \text{ m}^3/\text{h}$  durchgeführt, bei dem auch die zweiphasigen Berechnungen in Kap. 6.3 durchgeführt werden. Als Ausgangspunkt und Vergleich dient die in Abb. 6.10 gezeigte Berechnung mit den folgenden Randbedingungen: turbulente Intensität am Eintritt  $I = 4\%$ , charakteristisches turbulentes Längenmaß am Eintritt  $L = 0.5 \text{ mm}$ , Vordrall  $c_u = 0.94 \text{ m/s}$ . Falls nicht anders angegeben, wird für die Diskretisierung der konvektiven Terme das MARS-Diskretisierungsverfahren sowie für die Turbulenzmodellierung das  $k - \epsilon$  Turbulenzmodell in RNG-Formulierung verwendet.

### **1. Parameter, die die numerische Lösung der physikalischen Gleichungen betreffen**

An Parametern, die die numerische Lösung der physikalischen Gleichungen betreffen, werden im folgenden der Einfluß der Zellenanzahl und der Einfluß unterschiedlicher Diskreti-

sierungsschemata auf das Berechnungsergebnis untersucht<sup>8</sup>. Zur Untersuchung der Gitterunabhängigkeit wird die in Abb. 6.10 gezeigte Strömungsberechnung mit denselben numerischen Einstellungen für Diskretisierungsordnung und Randbedingungen auf einem vierfach verfeinerten Berechnungsgitter wiederholt. Abbildung 6.15 zeigt auf der linken Seite den Schaufeldruckverlauf für die beiden Berechnungen im Vergleich zum Experiment. Die Auswirkung der Gitterverfeinerung ist marginal, d.h. das ursprüngliche Berechnungsgitter ist ausreichend fein. Eine zusätzliche Vergrößerung des Gitters macht im Hinblick auf die zwei-phrasigen Berechnungen keinen Sinn, da sonst das Kavitationsgebiet nicht mehr ausreichend aufgelöst wird.



**Abbildung 6.15:** Linke Seite: Einfluß einer Gitterverfeinerung auf den Schaufeldruckverlauf. Rechte Seite: Einfluß unterschiedlicher Diskretisierungsschemata für die konvektiven Terme auf den Schaufeldruckverlauf. 1. Ordnung  $\hat{=}$  UPWIND-Diskretisierungsschema, 2. Ordnung  $\hat{=}$  MARS-Diskretisierungsschema, 3. Ordnung  $\hat{=}$  QUICK-Diskretisierungsschema.  $\bar{p} = \frac{p-p_{ref}}{\rho/2 u_2^2}$ ,  $s$  - Position auf der Schaufeloberfläche. Übrige Parameter:  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $c_u = 0.94 \text{ m/s}$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5 \text{ mm}$ , konstanter Druck am Austritt.

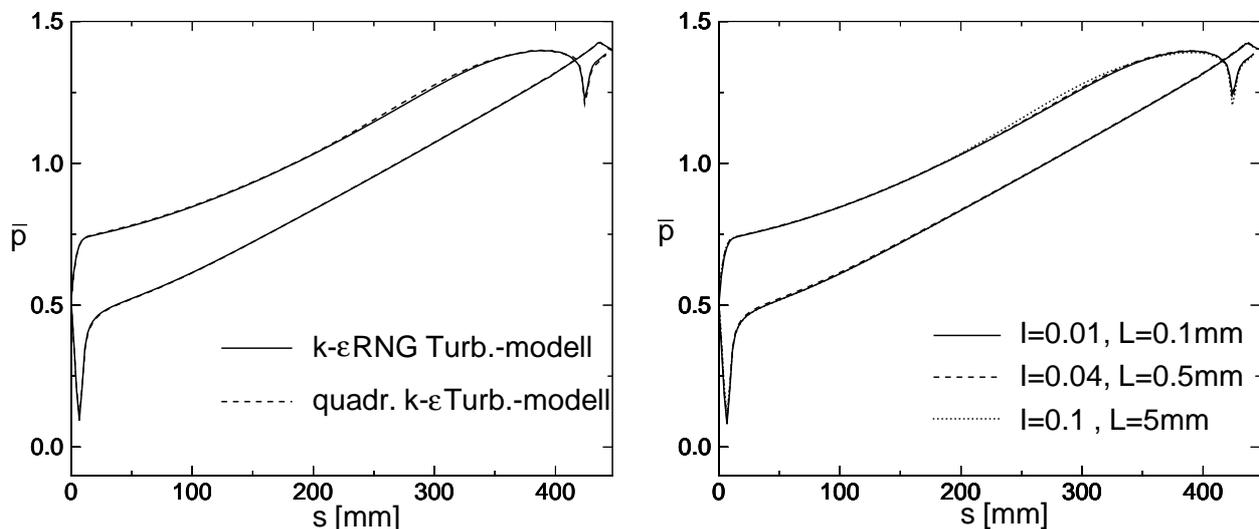
Die rechte Seite von Abb. 6.15 zeigt den Einfluß unterschiedlicher Diskretisierungsschemata für die Diskretisierung der konvektiven Terme auf den Schaufeldruckverlauf. Der Einfluß ist ebenfalls gering, nur bei Verwendung des Upwind Verfahrens 1. Ordnung ist eine leichte Verschlechterung des Ergebnisses im Bereich der Profilvorderkante auf der Saugseite gegenüber der Berechnung mit dem MARS-Diskretisierungsschema 2. Ordnung zu erkennen. Eine weitere Erhöhung der Diskretisierungsordnung durch die Verwendung des QUICK-Diskretisierungsschemas bringt keine zusätzliche Verbesserung.

<sup>8</sup>Die räumliche Auflösung und die Ordnung des Diskretisierungsschemas können prinzipiell nicht unabhängig voneinander betrachtet werden. Je feiner das Berechnungsgitter ist, desto geringer ist die Bedeutung des Diskretisierungsschemas. Im Gegensatz dazu muß eine höhere Diskretisierungsordnung nicht unbedingt zu einem genaueren Ergebnis führen, wenn das Berechnungsgitter unzureichend ist.

Der Einfluß der numerischen Parameter auf den Schaufeldruckverlauf ist gering. Dies ist bei der Berechnung von Pumpenströmungen nicht generell der Fall, sondern eine Besonderheit der hier untersuchten Pumpe. Numerische Fehler machen sich bei einer stationären Berechnung vor allem als numerische Dissipation bemerkbar, deren Wirkung mit einer zusätzlichen Viskosität vergleichbar ist. Viskose Effekte spielen jedoch bei dieser Pumpe aufgrund der niedrigen Ekman-Zahl  $E \approx 2.7 \cdot 10^{-6}$  im Vergleich zu den Rotationseffekten keine Rolle (vgl. Kap. 3.3). Deshalb ist auch der Einfluß der Turbulenz auf den Schaufeldruckverlauf gering (vgl. Abb. 6.16).

## 2. Variation der physikalischen Modellannahmen bei der Aufstellung der mathematischen Gleichungen

An physikalischen Modellannahmen werden nur die dem Turbulenzmodell zugrundeliegenden Annahmen durch die Verwendung zweier unterschiedlicher Turbulenzmodelle überprüft. Wie in Kap. 4.3 beschrieben, werden bei der numerischen Simulation turbulenter Strömungen die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen gelöst. Die Auswirkung der Turbulenz auf die Strömung wird dabei durch eine zusätzliche Viskosität (turbulente Viskosität) modelliert, die mit Hilfe eines Turbulenzmodells bestimmt wird. Abbildung 6.16 zeigt auf der linken Seite den Einfluß zweier unterschiedlicher Turbulenzmodelle auf den Schaufeldruckverlauf. Obwohl die von den beiden Turbulenzmodellen resultierende Verteilung der turbulenten Viskosität sehr unterschiedlich ist, ist der Einfluß auf den Schaufeldruckverlauf gering. Auch dies ist ein Effekt der niedrigen Ekman-Zahl und war deshalb zu erwarten.



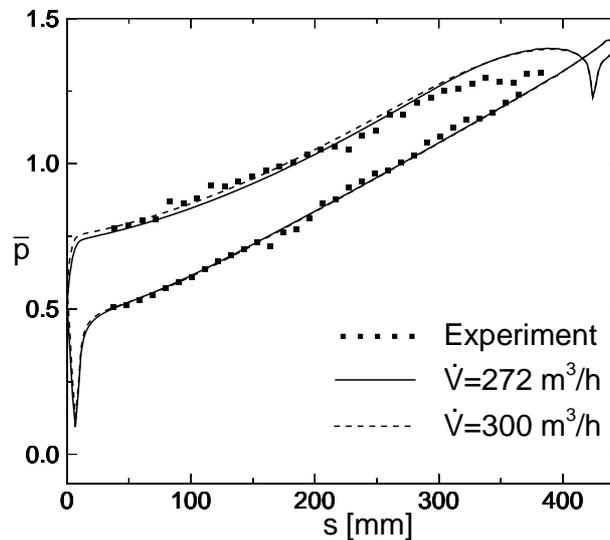
**Abbildung 6.16:** Linke Seite: Einfluß unterschiedlicher Turbulenzmodelle auf den Schaufeldruckverlauf. Vergleich eines linearen  $k - \epsilon$  Turbulenzmodells in RNG Formulierung mit einem quadratischen  $k - \epsilon$  Turbulenzmodell. Rechte Seite: Einfluß der als Randbedingung vorzugebenden Werte für die turbulente Intensität  $I$  und für ein charakteristisches turbulentes Längenmaß  $L$  der Zuströmung.  $\bar{p} = \frac{p - p_{ref}}{\rho/2 u_2^2}$ ,  $s$  Position auf der Schaufeloberfläche. Übrige Parameter:  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $c_u = 0.94 \text{ m/s}$ , MARS-Diskretisierungsschema, konstanter Druck am Austritt.

### 3. Variation der Parameter, die die Randbedingungen definieren

Dabei werden alle Werte der Randbedingung variiert, für die keine Messungen vorliegen, d.h. der Turbulenzgrad und das charakteristische Längenmaß der Turbulenz am Eintritt, die Geschwindigkeitsverteilung am Eintritt sowie die Art der Randbedingung am Austritt (konstanter Druck, Mittelwert des Drucks, Austrittsrandbedingung).

Die Auswirkung der niedrigen Ekman-Zahl zeigt sich auch bei der Variation der Zuströmturbulenz in Abb. 6.16 (rechte Seite). Der Einfluß auf den Druckverlauf ist sehr gering, obgleich die vom Turbulenzmodell vorhergesagte turbulente Viskosität in Abhängigkeit der Randbedingung stark unterschiedlich ist. Die maximal im Strömungsfeld auftretende turbulente Viskosität  $\mu_{t,max}$  variiert von 1.09 kg/ms (durchgezogene Linie) bis 5.53 kg/ms (gepunktete Linie).

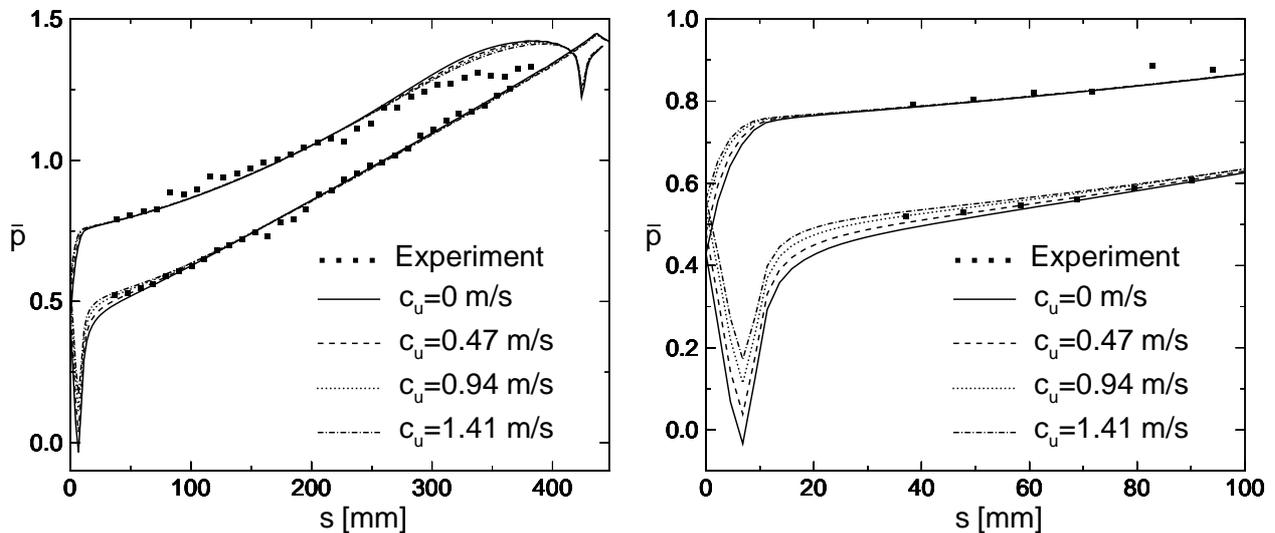
Wie bereits in Kap. 6.1 erwähnt, ist die Vorgabe der Eintrittsgeschwindigkeit mit einer Unsicherheit bezüglich der Berücksichtigung des experimentell nicht gemessenen Spaltvolumenstroms behaftet. Dies betrifft die Meridiankomponente  $c_m$ , da der tatsächlich das Laufrad durchströmende Volumenstrom um exakt den Spaltvolumenstrom höher ist als der im Experiment gemessene Volumenstrom. Ebenso ist auch die Umfangskomponente  $c_u$  der Eintrittsgeschwindigkeit betroffen, da der Zuströmung der Pumpe durch den Spaltvolumenstrom ein Gleichdrall aufprägt wird. Beide Einflüsse werden getrennt voneinander in Abb. 6.17 und Abb. 6.18 dargestellt.



**Abbildung 6.17:** Einfluß der Volumenstromerhöhung durch einen Spaltvolumenstrom von 10% des tatsächlich geförderten Volumenstroms. Vergleich des Schaufeldruckverlaufs zwischen dem tatsächlich durch das Laufrad geförderten Volumenstrom von  $\dot{V} = 300 \text{ m}^3/\text{h}$  und dem experimentell ermittelten Volumenstrom von  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$ .  $\bar{p} = \frac{p - p_{ref}}{\rho/2 u_2^2}$ ,  $s$  - Position auf der Schaufeloberfläche. Übrige Parameter:  $c_u = 0.94 \text{ m/s}$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5 \text{ mm}$ , MARS-Diskretisierungsschema, konstanter Druck am Austritt.

Abbildung 6.17 zeigt den Einfluß der Volumenstromerhöhung durch einen Spaltvolumenstrom von 10 % des tatsächlich geförderten Volumenstroms<sup>9</sup>. Der Vordrall ist in beiden Fällen konstant ( $c_u = 0.94$  m/s). Im Vorderbereich der Schaufel verläuft der Druck auf der Schaufeldruckseite aufgrund des erhöhten Volumenstroms etwas höher. Die Saugspitze auf der Schaufelsaugseite ist jedoch nahezu unverändert, so daß der Einfluß auf das Kavitationsverhalten gering ist.

Abbildung 6.18 zeigt den Schaufeldruckverlauf für unterschiedliche Werte von  $c_u$  bei konstantem  $c_m$  ( $c_m = 2.69$  m/s). Mit zunehmendem Vordrall wird die Saugspitze im Bereich der Profilverdickung deutlich kleiner. Die Saugspitze hat großen Einfluß auf das Kavitationsverhalten der Pumpe und den  $NPSH_{av}$ -Wert, bei dem mit beginnender Kavitation zu rechnen ist, so daß der korrekten Bestimmung von  $c_u$  besondere Bedeutung zukommt.

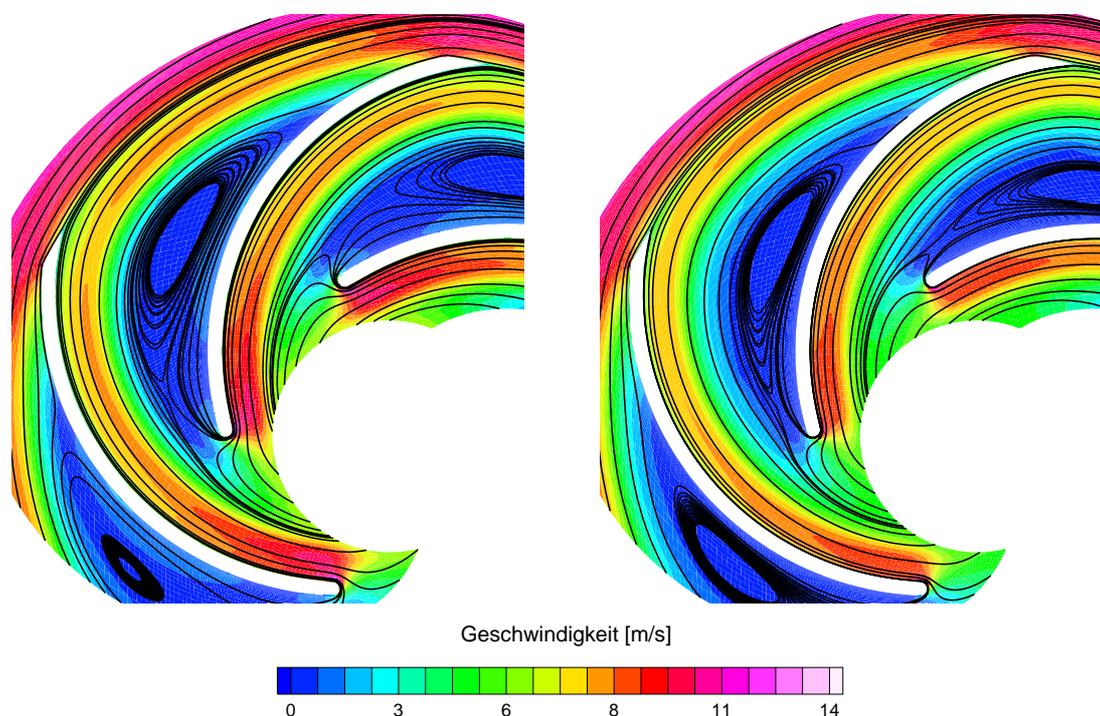


**Abbildung 6.18:** Einfluß des Vordralls auf den Schaufeldruckverlauf. Links: Gesamter Schaufeldruckverlauf. Rechts: Vergrößerter Bereich der Schaufelvorderkante,  $s$  von 0 mm bis 100 mm sowie  $\bar{p}$  von 0.1 bis 1.  $\bar{p} = \frac{p-p_{ref}}{\rho/2 u_2^2}$ ,  $s$  - Position auf der Schaufeloberfläche. Übrige Parameter:  $\dot{V} = 272$  m<sup>3</sup>/h,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5$  mm, MARS-Diskretisierungsschema, konstanter Druck am Austritt.

Durch die monotone Abhängigkeit des Schaufeldruckverlaufs von der Höhe des Vordralls ist es möglich,  $c_u$  anhand des Experiments zu kalibrieren. Für den Volumenstrom 272 m<sup>3</sup>/h zeigt Abb. 6.18 die beste Übereinstimmung bei  $c_u = 0.94$  m/s. Da keine Messungen im Bereich der Saugspitze vorliegen, ist diese Methode nicht sehr genau. Sie stellt jedoch die einzige Möglichkeit dar, den Wert von  $c_u$  sinnvoll zu kalibrieren. Wenn man den zweiten Meßpunkt auf der Saugseite als Kriterium wählt, so ergibt dies eine Umfangskomponente von  $c_u = 0.47$  m/s.

<sup>9</sup>Ein Spaltvolumenstrom von 10 % des tatsächlich geförderten Volumenstroms ist im Vergleich zu Angaben aus der Literatur [52] eher zu hoch als zu tief gewählt (vgl. Kap. 6.1).

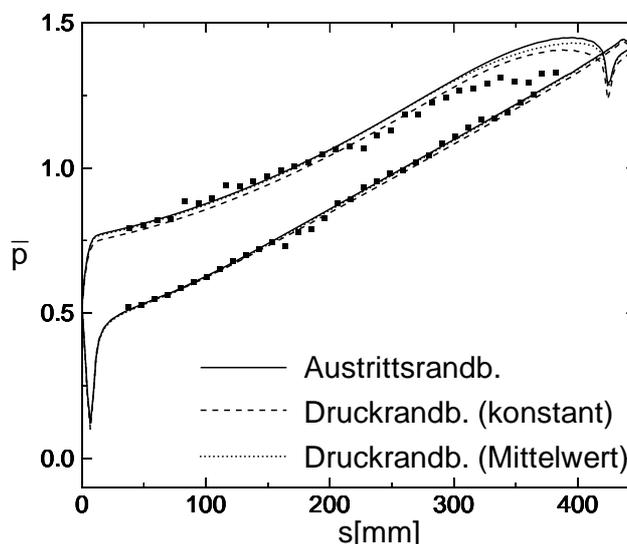
In Abb. 6.19 ist das Strömungsfeld für die beiden Extremwerte des Vordralls gezeigt. Links die Strömung ohne Vordrall, d.h.  $c_u = 0$  m/s, und rechts die Strömung mit dem höchsten Vordrall  $c_u = 1.41$  m/s. Die Auswirkung auf die Relativströmung ist gering. Der Relativwirbel ist in beiden Fällen vorhanden, fällt in der Strömung mit Vordrall jedoch geringer aus. Vordrall hat die gleiche Auswirkung auf die Zuströmrichtung wie eine Erhöhung des Volumenstroms (vgl. Abb. 6.5). Deshalb geht durch den Vordrall ein größerer Teil des Volumenstroms schon a priori auf der Saugseite der Schaufel vorbei, so daß die lokale Beschleunigung der Strömung im Bereich der Schaufelvorderkante geringer ausfällt und damit auch die Saugspitze geringer ist. Visuell lassen sich jedoch kaum Unterschiede in der Zuströmrichtung ausmachen.



**Abbildung 6.19:** Einfluß des Vordralls auf das Strömungsfeld im Relativsystem. Links: Ohne Vordrall,  $c_u = 0$  m/s. Rechts: Mit Vordrall,  $c_u = 1.41$  m/s. Übrige Parameter:  $\dot{V} = 272$  m<sup>3</sup>/h,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5$  mm, MARS-Diskretisierungsschema, konstanter Druck am Austritt.

Bei der numerischen Berechnung der Pumpenströmung gibt es verschiedene Möglichkeiten, die Randbedingung auf der Druckseite der Pumpe vorzugeben. Abbildung 6.20 zeigt den Einfluß dreier unterschiedlicher Randbedingungen. Bei allen drei verwendeten Randbedingungen wird der Druck im hinteren Bereich der Schaufel auf der Druckseite deutlich zu hoch vorhergesagt. Die Verwendung konstanten Drucks als Randbedingung liefert die beste Übereinstimmung mit dem Experiment. Dies ist verwunderlich, da nicht davon ausgegangen werden kann, daß der Druck im Experiment in dieser Ebene konstant ist, so daß die Austrittsrandbedingung oder die weniger restriktive Druckrandbedingung, die nur den Mittelwert des Druckes vorschreibt, eher geeignet erscheinen, das Experiment wiederzuge-

ben. Eine mögliche Erklärung für dieses Ergebnis ist, daß der durch den konstanten Druck hervorgerufene Fehler die aufgrund der Zweidimensionalität gemachten Fehler zum Teil kompensiert.



**Abbildung 6.20:** Einfluß der Austrittsrandbedingung auf den Schaufeldruckverlauf.  $\bar{p} = \frac{p - p_{ref}}{\rho/2 u_2^2}$ ,  $s$  - Position auf der Schaufeloberfläche. Vergleich der Austrittsrandbedingung mit der Druckrandbedingung (konstanter Druck, Mittelwert des Druck). Übrige Parameter:  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $c_u = 0.94 \text{ m/s}$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5 \text{ mm}$ , MARS-Diskretisierungsschema.

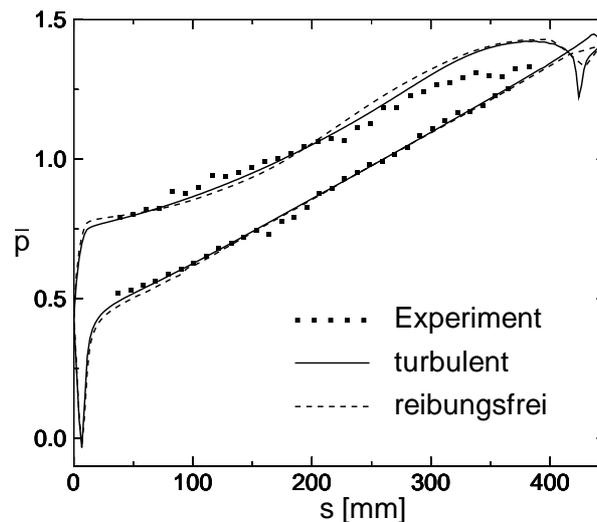
Die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

- Das Berechnungsgitter ist ausreichend fein und liefert selbst bei der Verwendung eines Diskretisierungsschemas erster Ordnung für die Diskretisierung der konvektiven Terme zufriedenstellende Ergebnisse.
- Mögliche Fehler aufgrund der Turbulenzmodellierung oder einer ungenauen Vorgabe der für das Turbulenzmodell benötigten Randbedingungen haben nur geringen Einfluß auf die Druckverteilung.
- Die Abweichung der Schaufeldruckverteilung auf der Druckseite im hinteren Bereich der Schaufel ist in allen Berechnungen wiederzufinden, d.h. sie hängt nicht von den in diesem Kapitel untersuchten Parametern ab.
- Der Strömungszustand bei dem Volumenstrom  $272 \text{ m}^3/\text{h}$  ist sehr stabil, so daß die Unsicherheit bei der Wahl der Randbedingungen, für die keine Messungen vorliegen, keine große Auswirkung auf das Ergebnis hat. Einzig die Wahl des Vordralls wirkt sich direkt auf das Kavitationsverhalten der Pumpe aus. Die Höhe des Vordralls kann jedoch anhand der Schaufeldruckverteilung kalibriert werden.

## 6.2.6 Vergleich turbulent-reibungsfrei

Der Vorteil der reibungsfreien Strömungsberechnung im Vergleich zur reibungsbehafteten Strömungsberechnung mit Turbulenzmodell ist der deutlich geringere numerische Aufwand. Die Zellenanzahl des Berechnungsgitters ist sehr viel kleiner (keine Auflösung der Grenzschicht notwendig), und es müssen keine zusätzlichen Gleichungen für das Turbulenzmodell gelöst werden. Dies ist im Hinblick auf die instationäre Simulation der kavitierenden Pumpenströmung von besonderer Bedeutung.

Die Abbn. 6.21 und 6.22 zeigen die reibungsfrei und die reibungsbehaftet berechnete Pumpenströmung bei  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$  im Vergleich. Bei beiden Berechnungen ist die Zuströmung drallfrei modelliert. Die Übereinstimmung des Schaufeldruckverlaufs ist sehr gut (vgl. Abb. 6.21). Auch die reibungsfreie Berechnung liefert einen Relativwirbel auf der Schaufeldruckseite (linke Seite Abb. 6.22), der aufgrund der fehlenden viskosen Dämpfung sogar deutlich stärker ausgeprägt ist<sup>10</sup>. Diese Beobachtung wurde auch von [83] bei der Simulation eines ebenen Radialgitters gemacht. Der geringe Reibungseinfluß ist ebenso wie der geringe Einfluß der Turbulenzmodellierung in Kap. 6.2.5 auf die kleine Ekman-Zahl  $E \sim 2.7 \cdot 10^{-6}$  der Laufradströmung zurückzuführen (vgl. Kap. 3.3).

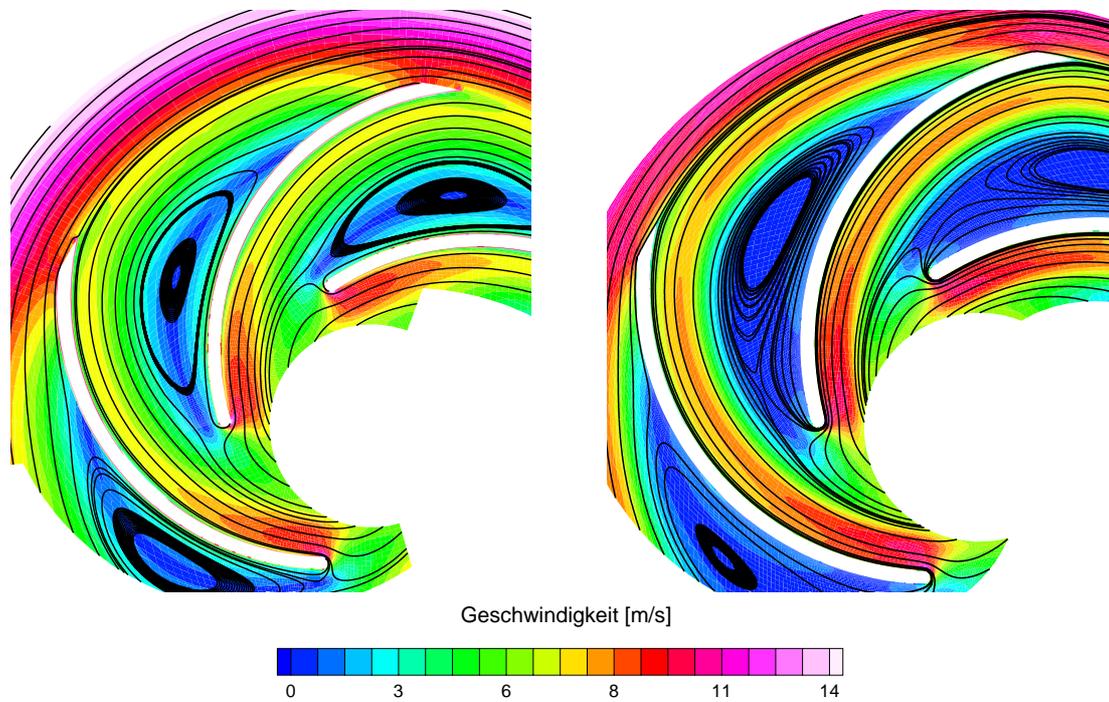


**Abbildung 6.21:** Vergleich des Schaufeldruckverlaufs von reibungsfreier (Euler) und reibungsbehafteter (Navier-Stokes) Berechnung bei  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$  und drallfreier Zuströmung.  $\bar{p} = \frac{p-p_{ref}}{\rho/2 u_2^2}$ ,  $s$  - Position auf der Schaufeloberfläche. Euler-Berechnung:  $c_u = 0 \text{ m/s}$ , UPWIND-Diskretisierungsverfahren, konstanter Druck am Austritt. Navier-Stokes Berechnung:  $c_u = 0 \text{ m/s}$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5 \text{ mm}$ , MARS-Diskretisierungsverfahren, konstanter Druck am Austritt.

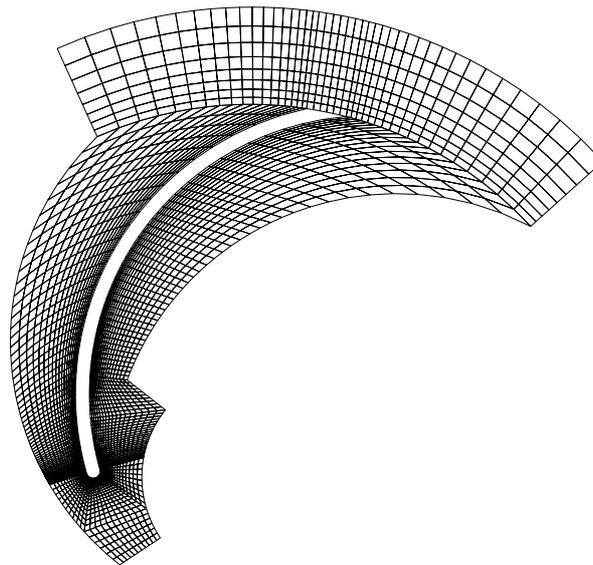
Abbildung 6.23 zeigt das für die reibungsfreie Berechnung verwendete Diskretisierungsgitter. Um eine konvergierte Lösung zu erhalten, ist es notwendig, das Gitter im Bereich der Schaufelhinterkante sehr grob zu gestalten und das Upwind-Diskretisierungsschema für

<sup>10</sup>Bei dem Relativwirbel handelt es sich um ein rotationsbedingtes Phänomen und nicht um eine viskos bedingte Ablösung (vgl. Kap. 3.2).

die konvektiven Terme zu verwenden, was eine erhöhte numerische Dissipation zur Folge hat. Deshalb ist der Schaufeldruckverlauf im Bereich der Schaufelhinterkante bei der reibungsfreien Berechnung im Vergleich zur turbulenten Berechnung auch deutlich glatter.



**Abbildung 6.22:** Vergleich des Strömungsfeld im Relativsystem von reibungsfreier (links) und reibungsbehafteter (rechts) Berechnung bei  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$  und drallfreier Zuströmung. Euler-Berechnung:  $c_u = 0 \text{ m/s}$ , UPWIND-Diskretisierungsverfahren, konstanter Druck am Austritt. Navier-Stokes Berechnung:  $c_u = 0 \text{ m/s}$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5 \text{ mm}$ , MARS-Diskretisierungsverfahren, konstanter Druck am Austritt.



**Abbildung 6.23:** Berechnungsgitter für die reibungsfreie Berechnung (3000 Zellen).

Das Ergebnis der reibungsfreien Berechnung ist nicht gitterunabhängig. Wegen der Unstetigkeiten in der Schaufelgeometrie im Bereich der Vorder- und der Hinterkante würde bei einer analytischen Lösung der Druck an diesen Stellen gegen unendlich gehen. Aufgrund der endlichen Auflösung und der damit verbundenen numerischen Dissipation wird dies vermieden. Je feiner solche Unstetigkeitsstellen jedoch aufgelöst werden, desto größere Ausschläge erhält man im Druck. Trotzdem macht die reibungsfreie Berechnung der Pumpenströmung Sinn und wird häufig angewandt.

### 6.2.7 Dreidimensionale Berechnung der Pumpenströmung

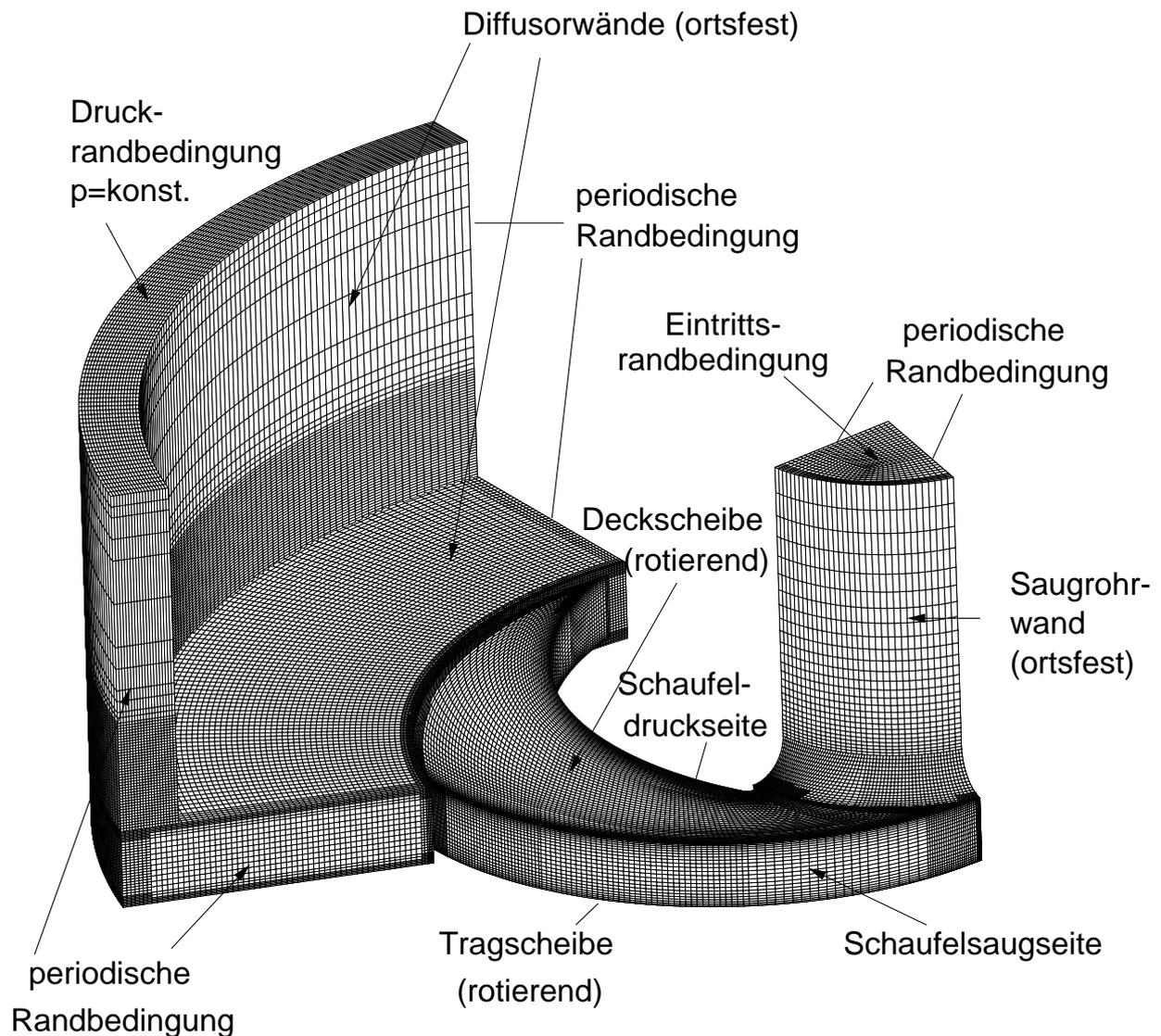
Wie in Kap. 6.2.3 dargestellt, stimmen bereits die Ergebnisse der zweidimensionalen Berechnung gut mit dem Experiment überein. Lediglich der Schaufeldruckverlauf im hinteren Bereich der Schaufel auf der Druckseite verläuft bei allen untersuchten Volumenströmen im Vergleich zum Experiment deutlich zu hoch (vgl. Abbn. 6.9-6.11, linke Seite). Ziel der dreidimensionalen Berechnung ist es demnach, folgende Fragen zu klären:

- Inwiefern treten bei der untersuchten Pumpe überhaupt dreidimensionale Effekte auf?
- Ist die gute Übereinstimmung zwischen zweidimensionaler Berechnung und Experiment darauf zurückzuführen, daß die Strömung im Laufschaufelkanal näherungsweise zweidimensional ist? Oder beruht die gute Übereinstimmung auf der Kompensation unterschiedlicher Fehler?
- Ist die in der zweidimensionalen Berechnung festgestellte Abweichung des Schaufeldruckverlaufs im hinteren Bereich der Schaufel auf der Schaufeldruckseite auf die Zweidimensionalität der Berechnung zurückzuführen?

Das für die dreidimensionale Berechnung verwendete Berechnungsgitter und die Randbedingungen werden in Abb. 6.24 gezeigt. Das Berechnungsgitter ist sehr aufwendig mit verfeinerten Bereichen in der Nähe der Schaufelvorder- und der Schaufelhinterkante gestaltet (ca. 600000 Berechnungszellen). Im Gegensatz zu den zweidimensionalen Berechnungen ist der Schaufelkanal mit einem H-Gitter und nicht mit einem O-Gitter vernetzt. Dies vermindert den Aufwand bei der Gittergenerierung, ist jedoch mit Genauigkeitseinbußen an der Schaufelvorderkante auf der Saugseite verbunden.

Im Gegensatz zu den zweidimensionalen Berechnungen in den vorherigen Unterkapiteln umfaßt das Berechnungsgitter bei der dreidimensionalen Berechnung zusätzlich zu dem Laufrad auch das Saugrohr der Pumpe und den Kreisringdiffusor auf der Druckseite der Pumpe. Im Unterschied zu der experimentell untersuchten Pumpe, bei der die Strömung nach dem Radialdiffusor eine Umlenkammer mit zwei  $90^\circ$  Umlenkungen durchläuft, bevor das Wasser mit Hilfe von 12 gleichmäßig über den Umfang verteilten Druckschläuchen wieder in den Kreislauf eingespeist wird (vgl. Kap. 6.1 bzw. [23]), wird in der Berechnung nur eine  $90^\circ$  Umlenkung berücksichtigt, und das Wasser kann über den ganzen Umfang ausströmen (Druckrandbedingung). Um eine Einströmung an der Druckrandbedingung zu

verhindern<sup>11</sup>, wird ein großes Gebiet zwischen die 90° Umlenkung und die Druckrandbedingung gelegt. Diese Vereinfachung hat keinen Einfluß auf den Schaufeldruckverlauf, wie ähnliche Berechnungen von Genz [32] unter Berücksichtigung beider 90° Umlenkungen des Diffusors zeigen.



**Abbildung 6.24:** Berechnungsgitter und Randbedingungen bei der dreidimensionalen Berechnung der Pumpenströmung.

<sup>11</sup>Tritt eine Einströmung an einem Rechenfeldrand auf, an dem die Geschwindigkeit nicht explizit vorgegeben wird, so ist die mathematische Lösung der Differentialgleichungen nicht mehr eindeutig, und es können Konvergenzprobleme auftreten.

Die Berechnung der dreidimensionalen Strömung wird ebenso wie die Berechnung der zweidimensionalen Strömung (vgl. Kap. 6.2.1) im rotierenden System durchgeführt, d.h. das gesamte Netz wird rotierend betrachtet, so daß auch die Strömung im ortsfesten Ansaugrohr und im ortsfesten Diffusor im rotierenden System berechnet werden<sup>12</sup>. Deshalb muß den ortsfesten Wänden des Saugrohrs und des Diffusors eine Rotationsgeschwindigkeit entgegen der Laufraddrehung vorgegeben werden ( $\omega = -540$  U/min). Der Spaltvolumenstrom (vgl. Kap. 6.1) wird auch in der dreidimensionalen Berechnung nicht direkt berechnet<sup>13</sup>. Um zumindest einen Teil der Auswirkungen des Spaltvolumenstroms in der Berechnung zu berücksichtigen, wird der Volumenstrom um 10 % erhöht und der Zuströmung am Eintrittsrand ein Gleichdrall von 180 U/min überlagert. Für die Berücksichtigung der Turbulenz in der Strömung wird ein  $k - \epsilon$  Turbulenzmodell in RNG-Formulierung mit algebraischer Wandfunktion verwendet. Die turbulente Intensität  $I$  in der Anströmung und das charakteristische Längenmaß  $L$  betragen in der Berechnung 4 % bzw. 1 mm. Die Diskretisierung der konvektiven Terme erfolgt mit dem QUICK-Diskretisierungsschema, das jedoch mit dem Faktor 0.3 mit dem Upwind-Diskretisierungsschema „geblendet“ wird. Dies bedeutet, daß sich der verwendete Wert zu 30 % aus dem mit Hilfe des QUICK-Schemas interpolierten Wert und zu 70 % aus dem mit Hilfe des Upwind-Schemas interpolierten Wert zusammensetzt [14].

Ein Vorteil bei der dreidimensionalen Berechnung der Pumpenströmung besteht darin, daß die Rechengietsränder deutlich weiter vom Laufrad entfernt sind als bei der zweidimensionalen Berechnung, so daß Ungenauigkeiten bei der Vorgabe der Randbedingungen einen geringeren Einfluß auf das Ergebnis haben. Darüber hinaus ist die Geschwindigkeitsverteilung im Saugrohr sehr viel besser bekannt als an der entsprechenden Stelle im Laufrad, an der sie bei der zweidimensionalen Berechnung benötigt wird (vgl. Abb. 6.3).

Im Rahmen dieser Arbeit werden nur Ergebnisse der dreidimensionalen Berechnung der Pumpenströmung bei dem Volumenstrom 272 m<sup>3</sup>/h gezeigt<sup>14</sup>, bei dem auch die zweiphasigen Berechnungen gemacht werden. Aufgrund der hohen Gitteranzahl und der schlechten Konvergenz der dreidimensionalen Berechnung beträgt die Rechenzeit für eine stationäre Lösung auf dem Parallelcomputer der Universität Karlsruhe IBM RS/6000 SP-256 bei paralleler Rechnung auf 16 Prozessoren ungefähr 30 CPU-Stunden. Die Konvergenzprobleme resultieren daraus, daß die Strömung im Kreisringdiffusor zur Instationarität neigt. Es ist deshalb nur mit einer erhöhten numerischen Dissipation möglich, eine auskonvergierte stationäre Strömung zu erhalten. Wegen der hohen Umfangskomponente, die die Strömung beim Eintritt in den Kreisringdiffusor besitzt, treten an beiden Diffusorwänden

---

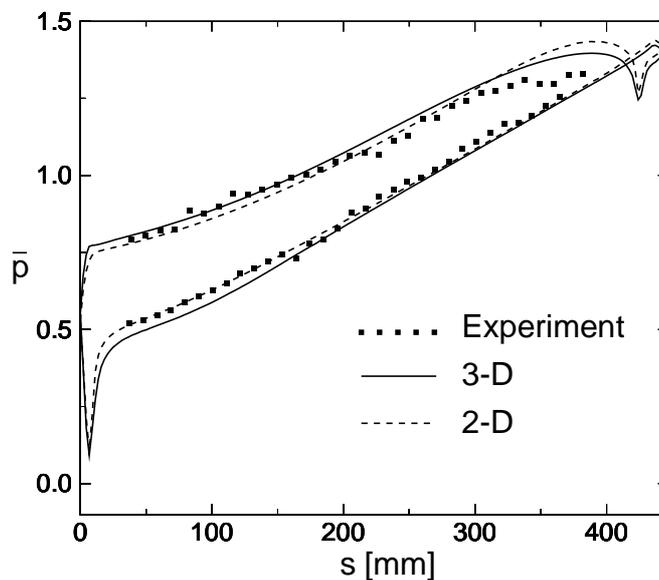
<sup>12</sup>In STAR-CD gibt es auch die Möglichkeit, verschiedenen Teilen des Rechnernetzes eine unterschiedliche Drehgeschwindigkeit zuzuordnen („multiple rotating reference frames“) [14]. Damit konnte jedoch im vorliegenden Fall kein Ergebnis erhalten werden.

<sup>13</sup>Für die direkte Berechnung des Spaltvolumenstroms ist es notwendig, den gesamten Radseitenraum sowie die Spalte zwischen dem rotierenden Laufrad und dem stehenden Gehäuse auf der Druckseite und der Saugseite der Pumpe zu vernetzen. Dies ist zwar prinzipiell möglich, erhöht den numerischen Aufwand jedoch noch um ein Vielfaches.

<sup>14</sup>Unter Verwendung eines unterschiedlichen Berechnungsgitters berechnet Genz [32] die dreidimensionale Strömung in der vorliegenden Pumpe im gesamten Volumenstrombereich von 182 m<sup>3</sup>/h bis 800 m<sup>3</sup>/h.

Sekundärströmungen auf (vgl. Abb. 6.27), die jedoch nicht stabil sind. Bei Verwendung eines Diskretisierungsverfahrens 2.Ordnung (z.B. das MARS-Diskretisierungsschema) für die Diskretisierung der konvektiven Terme konvergiert die Lösung nicht, sondern das Residuum fängt zu schwingen an.

Abbildung 6.25 zeigt den Schaufeldruckverlauf der dreidimensionalen Berechnung im Vergleich zu der zweidimensionalen Berechnung und dem Experiment. Das zweidimensionale Berechnungsergebnis entspricht dem in Kap. 6.2.3.2, Abb. 6.10 dargestellten Ergebnis (Randbedingungen vgl. Kap. 6.2.1). Überraschenderweise ist das dreidimensionale Berechnungsergebnis nur unwesentlich besser als das zweidimensionale Berechnungsergebnis, obwohl eine dreidimensionale Berechnung das Experiment eigentlich besser widerspiegeln sollte als eine zweidimensionale Berechnung. Lediglich im hinteren Bereich der Pumpenschaufel auf der Druckseite wird die Schaufeldruckverteilung von der dreidimensionalen Berechnung etwas besser vorhergesagt als von der zweidimensionalen Berechnung. Richtig gut ist die Übereinstimmung aber immer noch nicht. Im vorderen Bereich der Pumpenschaufel auf der Saugseite ist das Berechnungsergebnis der dreidimensionalen Berechnung sogar etwas schlechter als das der zweidimensionalen Berechnung.



**Abbildung 6.25:** Vergleich des Schaufeldruckverlaufs in einem Mittelschnitt der dreidimensionalen Berechnung mit der zweidimensionalen Berechnung (vgl. Kap. 6.2.3.2, Abb. 6.10) und mit dem Experiment bei  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$ .  $\bar{p} = \frac{p-p_{ref}}{\rho/2 u_2^2}$ ,  $s$  - Position auf der Schaufeloberfläche. 3D-Rechnung:  $\dot{V} = 300 \text{ m}^3/\text{h}$ , Vordrall  $\omega = 180 \text{ U}/\text{min}$ , konstanter Druck am Austritt,  $I = 4\%$ ,  $L = 1 \text{ mm}$ , QUICK-Diskretisierungsverfahren, Blendingfaktor 0.3. 2D-Rechnung:  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $c_u = 0.94 \text{ m}/\text{s}$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5 \text{ mm}$ , MARS-Diskretisierungsschema, konstanter Druck am Austritt.

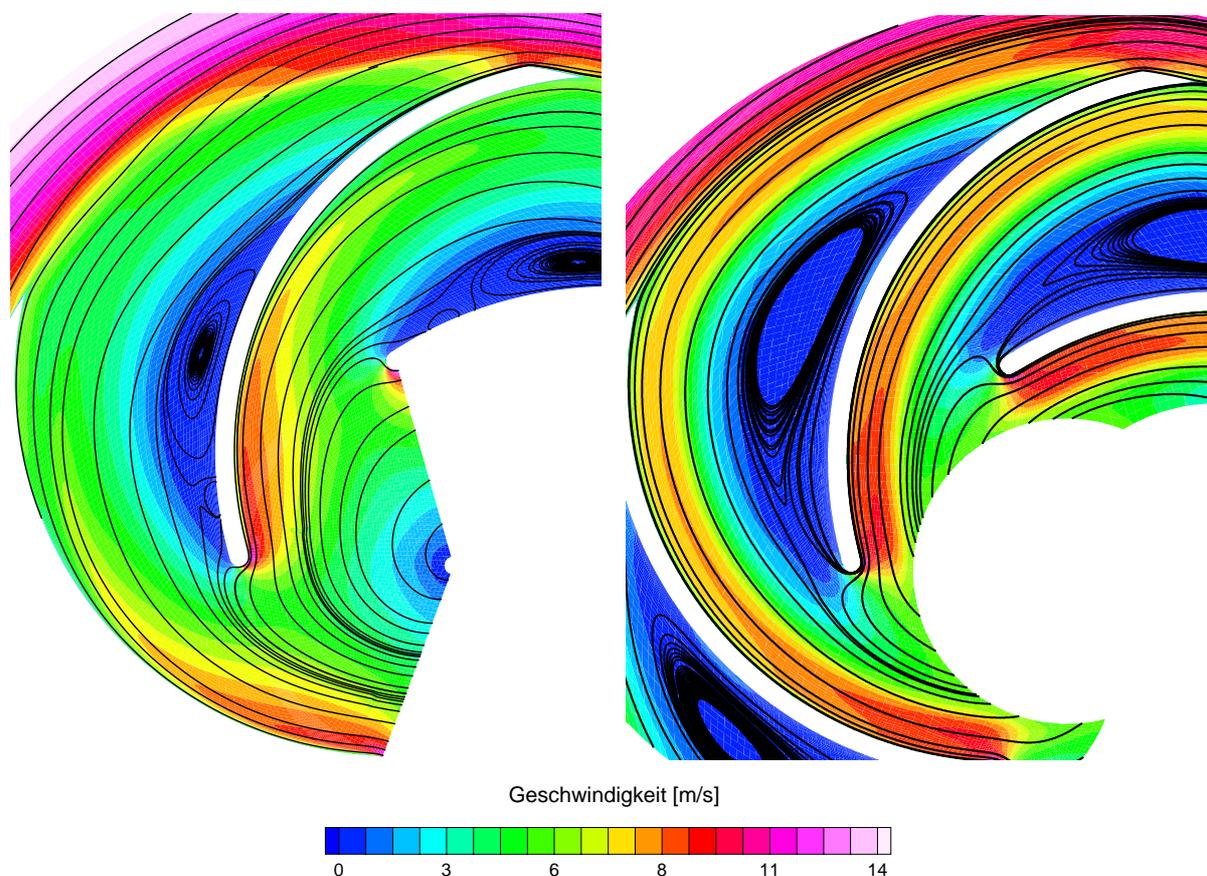
Da der Spaltvolumenstrom die einzige Vernachlässigung ist, die bei der dreidimensionalen Berechnung der Pumpenströmung gemacht wird<sup>15</sup>, liegt die Vermutung nahe, daß diese Vernachlässigung maßgeblich für die in der Berechnung auftretenden Abweichungen verantwortlich ist. Numerische Fehler aufgrund einer unzureichenden räumlichen Auflösung bzw. einer zu hohen numerischen Dissipation sowie Ungenauigkeiten bezüglich der Turbulenzmodellierung haben bei der untersuchten Pumpe keinen entscheidenden Einfluß auf das Berechnungsergebnis, wie die Sensitivitätsanalyse in Kap. 6.2.5 für die zweidimensionalen Berechnungen zeigt. Der sowohl bei der zweidimensionalen Berechnung als auch bei der dreidimensionalen Berechnung der Pumpenströmung unternommene Versuch, die Auswirkungen des Spaltvolumenstroms auf die Hauptströmung empirisch durch die Vorgabe eines Vordralls und einer Volumenstromerhöhung zu modellieren, ist demzufolge nicht ausreichend. Für eine generelle Verbesserung der Berechnungsergebnisse ist es deshalb notwendig, auch den Radseitenraum zu vernetzen und somit den Spaltvolumenstrom direkt zu berechnen.

Die im Vergleich zu der zweidimensionalen Berechnung schlechtere Übereinstimmung mit dem Experiment im Bereich der Schaufelvorderkante ist bei der dreidimensionalen Berechnung darauf zurückzuführen, daß die Eintrittsrandbedingung, an der der Drall vorgegeben wird, weit entfernt vom Laufrad stromauf im Saugrohr liegt (vgl. Abb. 6.24), so daß der dort vorgegebene Drall nur eine schwache Auswirkung auf die Strömung im Laufrad hat. Auch auf den Druckverlauf im Bereich der Schaufelhinterkante hat der Spaltvolumenstrom eine große Auswirkung. Durch den Spalt zwischen Gehäuse und Tragscheibe wird ein Teil des Volumenstroms abgesaugt, bevor er in den Diffusor eintritt. Dies wird sowohl bei der zweidimensionalen Berechnung als auch bei der dreidimensionalen Berechnung nicht berücksichtigt. Da bei der dreidimensionalen Berechnung der Querschnittsprung zwischen Laufrad und Diffusor sowie die Wandhaftung an den Diffusorwänden erfaßt werden, stimmt der Schaufeldruckverlauf im Bereich der Schaufelhinterkante etwas besser mit dem Experiment überein als bei der zweidimensionalen Berechnung.

Abbildung 6.26 zeigt einen Vergleich des dreidimensional berechneten Strömungsfelds in einem Mittelschnitt durch den Schaufelkanal (linke Seite) mit der zweidimensionalen Berechnung (rechte Seite). Wie man erkennt, ist die Strömungsstruktur identisch. In beiden Ergebnissen ist ein Relativwirbel zu erkennen, der jedoch bei der dreidimensionalen Berechnung deutlich kleiner ist als bei der zweidimensionalen Berechnung. Bei der dreidimensionalen Berechnung tritt auch ein Staupunkt auf der Schaufeloberfläche auf und kein Sattelpunkt wie bei der zweidimensionalen Berechnung. Dies ist der Grund dafür, daß der Druckunterschied zwischen Schaufelsaug- und Schaufeldruckseite im Bereich der Schaufelvorderkante in der dreidimensionalen Berechnung deutlich größer ist als bei der zweidimensionalen Berechnung (vgl. Abb. 6.25).

---

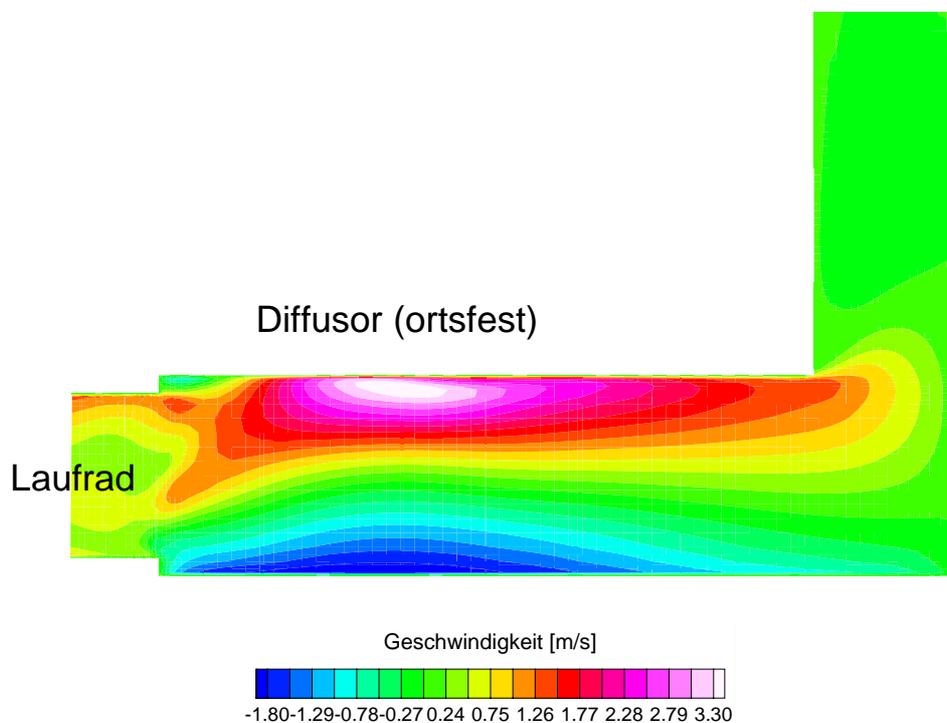
<sup>15</sup>Wenn man von möglichen anderen Ursachen für die Abweichungen wie Meßfehler, Auftragungsfehler oder unterschiedliche Geometrie der Pumpe in Berechnung und Experiment absieht, was jedoch mehrmals überprüft wurde.



**Abbildung 6.26:** Vergleich des Strömungsfelds im Relativsystem in einem Mittelschnitt der dreidimensionalen Berechnung (links) mit der zweidimensionalen Berechnung (rechts) bei  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$ . 3D-Rechnung:  $\dot{V} = 300 \text{ m}^3/\text{h}$ , Vordrall  $\omega = 180 \text{ U}/\text{min}$ , konstanter Druck am Austritt,  $I = 4\%$ ,  $L = 1 \text{ mm}$ , QUICK-Diskretisierungsverfahren, Blendingfaktor 0.3. 2D-Rechnung:  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $c_u = 0.94 \text{ m}/\text{s}$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5 \text{ mm}$ , MARS-Diskretisierungsschema, konstanter Druck am Austritt.

Wie bereits erwähnt, ist die numerische Simulation der Strömung im Kreisringdiffusor problematisch. Um dies zu verdeutlichen, wird in Abb. 6.27 die Strömung in einem Meridianschnitt des Diffusors, der ungefähr in der Mitte zwischen zwei Schaufeln gelegen ist, visualisiert. Dargestellt ist die Meridiankomponente  $c_m$  der Strömungsgeschwindigkeit. Wie man anhand von Abb. 6.27 erkennt, ist die stark rotationsbehaftete Strömung nur in der oberen Hälfte des Diffusors nach außen (rechts) gerichtet. Im unteren Teil tritt eine deutliche Rückströmung auf, d.h.  $c_m < 0$  (Sekundärströmung). Führt man die gleiche Berechnung mit dem MARS-Diskretisierungsschema für die konvektiven Terme durch, so erhält man an beiden Diffusorwänden eine Rückströmung. Nur in der Mitte des Diffusors wird der Volumenstrom mit einer hohen Meridiankomponente nach außen (rechts) transportiert. Dieses Gebiet schwankt jedoch hin und her, so daß die Lösung nicht zu einem stationären Zustand konvergiert.

Man kann sich leicht vorstellen, daß eine Flüssigkeitsabfuhr durch den Spaltvolumenstrom, die u.U. bis zu 10% des Fördervolumenstroms beträgt [52], die Strömung im Diffusor erheblich beeinflußt und somit für die Abweichungen in der Berechnung verantwortlich ist.



**Abbildung 6.27:** Meridiankomponente  $c_m$  der Strömungsgeschwindigkeit in einem Meridianschnitt des Diffusors (positive Werte bedeuten, daß die Strömung nach rechts gerichtet ist). Numerische Parameter:  $\dot{V} = 300 \text{ m}^3/\text{h}$ , Vordrall  $\omega = 180 \text{ U}/\text{min}$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 1 \text{ mm}$ , QUICK-Diskretisierungsverfahren, Blendingfaktor 0.3, konstanter Druck am Austritt.

Die Erkenntnisse, die mit Hilfe der dreidimensionalen Berechnung gewonnen werden können, lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

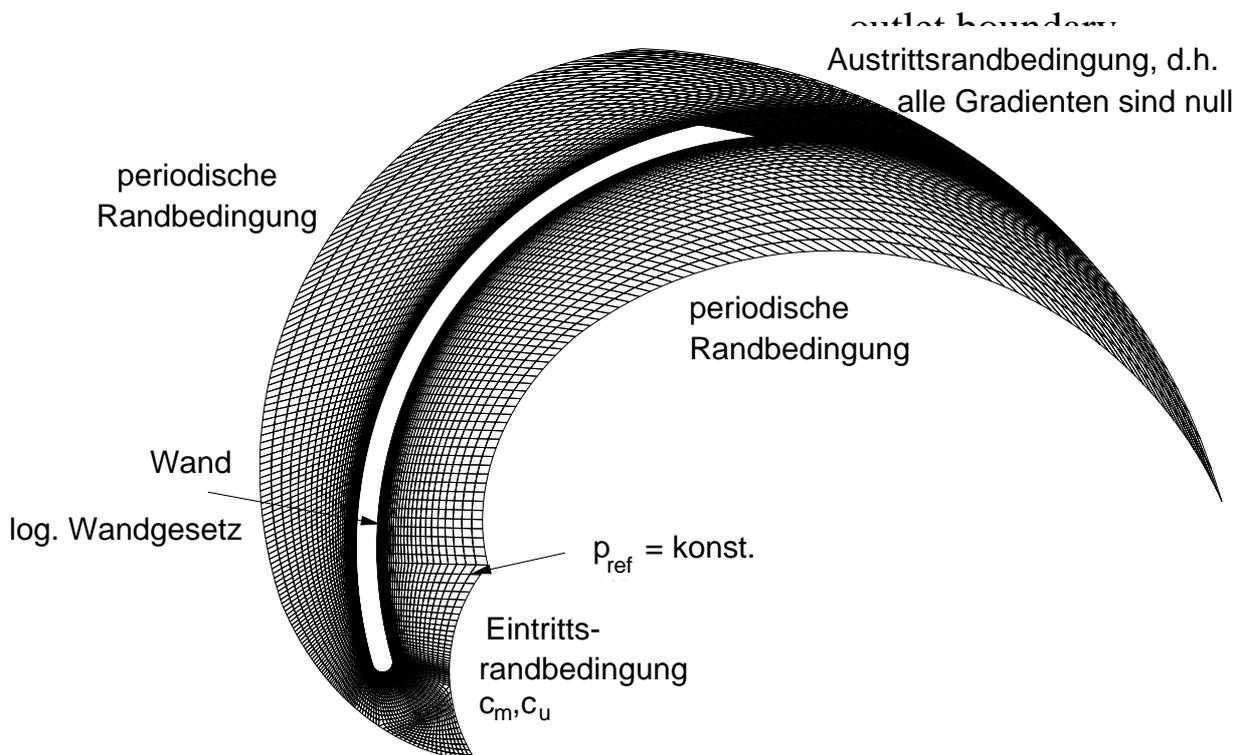
- Die zweidimensionale Berechnung gibt die Strömung im Mittelschnitt der Pumpe bereits ausreichend gut wieder. Alle wesentlichen Strömungsphänomene, wie der Relativwirbel und die Fehlanströmung der Schaufelvorderkante, sind bereits in der zweidimensionalen Berechnung enthalten.
- Die Strömung im Kreisringdiffusor wird von dreidimensionalen Effekten dominiert. Sie ist mit großer Wahrscheinlichkeit instationär.
- Die Abweichung im Schaufeldruckverlauf im hinteren Bereich der Pumpe auf der Schaufeldruckseite bei der zweidimensionalen Berechnung ist zum größten Teil auf die Vernachlässigung des Spaltvolumenstroms zurückzuführen und nur zu einem geringen Teil auf die Zweidimensionalität der Berechnung.

## 6.3 Simulation der kavitierenden Pumpenströmung

Die zweiphasigen Berechnungen der kavitierenden Pumpenströmung werden alle bei dem Volumenstrom  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$  durchgeführt. Dies ist von den experimentell untersuchten Volumenströmen der höchste Volumenstrom [23], so daß der Einfluß der Kavitation möglichst wenig durch das Auftreten von Teillastströmungsphänomenen überlagert wird (vgl. Kap. 6.2.3.3). Die zweiphasigen Simulationen umfassen den gesamten Bereich von Kavitationszuständen, d.h. von beginnender Kavitation bis hin zu ausgebildeter Kavitation. In Kap. 6.3.3 erfolgt die experimentelle Überprüfung der Berechnungsergebnisse anhand der NPSH-Absenkkurve sowie anhand der Schaufeldruckverläufe und der Photographien der Kavitationsgebiete. Der Einfluß des Modellparameters  $(dp/d\rho)_{min}$  sowie der Eintrittsrandbedingung auf das Berechnungsergebnis werden in Kap. 6.3.5 bzw. Kap. 6.3.6 untersucht.

### 6.3.1 Numerische Einstellungen und Randbedingungen

Das für die zweiphasigen Berechnungen verwendete Berechnungsgitter wird zusammen mit den Randbedingungen in Abb. 6.28 dargestellt. Bis auf die Verfeinerung im Bereich der Schaufelhinterkante (vgl. Abb. 6.4) ist das Berechnungsgitter identisch mit dem für die einphasigen Berechnungen verwendeten Berechnungsgitter.



**Abbildung 6.28:** Berechnungsgitter und Randbedingungen für die zweiphasige Berechnung der kavitierenden Pumpenströmung.

Im Gegensatz zu den einphasigen Berechnungen in Kap. 6.2, bei denen das Berechnungsergebnis aufgrund der Inkompressibilität des Wassers nicht vom absoluten Druckniveau abhängt, ist das absolute Druckniveau bei der Berechnung kavitierender Strömungen von großer Bedeutung. Da durch das Auftreten von Kavitation der Druck im gesamten Strömungsfeld beeinflusst wird, hat nicht nur die Höhe, sondern auch der Ort, an dem das Druckniveau fixiert wird, einen großen Einfluß auf das Berechnungsergebnis. Alle Druckänderungen im Strömungsfeld wirken sich relativ zu diesem Druck aus. Dies sei am Beispiel eines durch Kavitation verursachten Förderhöhenabfalls in einer Pumpe verdeutlicht:

- Wird der Druck auf der Pumpendruckseite im Diffusor konstant gehalten, so hat der durch Kavitation verursachte Förderhöhenabfall zur Folge, daß der Druck im Saugstutzen der Pumpe steigt.
- Wird der Druck im Saugstutzen der Pumpe konstant gehalten, so hat der durch Kavitation verursachte Förderhöhenabfall zur Folge, daß der Druck auf der Pumpendruckseite im Diffusor sinkt.

Diese beiden Mechanismen haben eine unterschiedliche Auswirkung auf das Kavitationsverhalten der Pumpe. Im ersten Fall begrenzt sich die Kavitation durch den Förderhöhenabfall selbst, während im zweiten Fall die Kavitation durch den Förderhöhenabfall eher noch verstärkt wird. Da die experimentelle Untersuchung der Kreiselpumpe in einem Pumpenprüfstand mit geschlossenem Kreislauf durchgeführt wurde, ist die Frage schwer zu beantworten, ob ein durch Kavitation verursachter Förderhöhenabfall den Druck im Diffusor absenkt oder den Druck im Saugstutzen der Pumpe anhebt. In Wirklichkeit wird der Druck an keiner Stelle im Versuchskreislauf zeitlich konstant sein, so daß die Wahl eines Ortes konstanten Drucks eine vereinfachende Annahme darstellt.

Bei der numerischen Simulation gibt es zwei Möglichkeiten, das Druckniveau festzulegen. Bei Verwendung einer Druckrandbedingung („Neumann-Randbedingung“) wird der Druck explizit am Ort der Randbedingung vorgegeben und steht somit fest. Bei Verwendung einer Austrittsrandbedingung („Dirichlet-Randbedingung“) wird der Druck nicht explizit vorgegeben, sondern unter der Annahme, daß alle Gradienten null sind auf den Rechengebietrand extrapoliert. Das absolute Druckniveau ist somit nicht definiert und kann unabhängig vom Ort der Randbedingung in einer beliebigen Zelle des Rechengebiets festgelegt werden. Nach Absprache mit dem Experimentator [29] wird davon ausgegangen, daß der Druck eher in der Zuströmung konstant ist als im Pumpendiffusor. Deshalb wird für die zweiphasigen Berechnungen die Austrittsrandbedingung verwendet und der Druckreferenzpunkt in den Eintrittsbereich gelegt (vgl. Abb. 6.28), obwohl die einphasigen Berechnungen gezeigt haben, daß der Schaufeldruckverlauf bei Verwendung der Druckrandbedingung etwas besser mit dem Experiment übereinstimmt als bei Verwendung der Austrittsrandbedingung (vgl. Abb. 6.20). Durch die Wahl von  $p_{ref}$  werden die unterschiedlichen Kavitationszustände simuliert.

Die Berechnungen in diesem Kapitel sind alle unter Berücksichtigung der Turbulenz

durchgeführt<sup>16</sup>. Für die Turbulenzmodellierung wird bei den zweiphasigen Berechnungen dasselbe  $k - \epsilon$  Turbulenzmodell in RNG-Formulierung mit algebraischer Wandfunktion verwendet wie für die einphasigen Berechnungen. Diese Vorgehensweise wird von verschiedenen Autoren angewandt [3, 13, 38, 98]. Sie berücksichtigt jedoch nicht die in der Natur auftretenden Wechselwirkungen zwischen der Turbulenz und den in der Strömung vorhandenen Kavitationsblasen. Da zur Zeit jedoch kein Turbulenzmodell bekannt ist, das diese Wechselwirkung korrekt berücksichtigt, ist dies die einzige Möglichkeit, wenigstens einen Teil der in der Strömung auftretenden Turbulenz zu modellieren. Die Dichte des Wassers beträgt  $1000 \text{ kg/m}^3$ , die Dichte des Dampfs  $0.1 \text{ kg/m}^3$ . Die konvektiven Terme sind mit dem Upwind-Diskretisierungsschema 1. Ordnung diskretisiert. Die Zeitterme sind mit dem „Euler Implizit“-Verfahren 1. Ordnung diskretisiert. Der globale Zeitschritt wird so angepaßt, daß die lokale Courant-Zahl im Strömungsfeld maximal 0.5 beträgt. Die Werte für den Modellparameter  $(dp/d\rho)_{min}$  befinden sich, falls nicht anders angegeben, bei allen Berechnungen im Bereich von  $4 \text{ m}^2/\text{s}^2$ .

Aufgrund der Unsicherheit bei der Ermittlung des durch den Spaltvolumenstrom verursachten Vordralls (vgl. Kap. 6.2.5) werden die zweiphasigen Berechnungen, wenn nicht anders erwähnt, unter der Annahme drallfreier Zuströmung durchgeführt, d.h.  $c_u = 0 \text{ m/s}$ . Der Einfluß des Vordralls auf das Kavitationsverhalten der Pumpe wird in Kap. 6.3.5 untersucht.

### 6.3.2 Darstellung der Berechnungsergebnisse

Die Darstellung der Ergebnisse orientiert sich an der Vorgehensweise in Kap. 6.2. Für den Vergleich des numerisch bestimmten Schaufeldruckverlaufs mit dem Experiment (vgl. Abbn. 6.30-6.40 linke Seite) wird der statische Druck mit Hilfe der Umfangsgeschwindigkeit am Laufradaustritt  $u_2$  analog zur Bildung von  $\bar{p}$  in Kap. 6.2 dimensionslos gemacht und als dimensionslose Kavitationszahl  $\sigma$  über der Schaufelbogenlänge  $s$  (vgl. Abb. 6.6) aufgetragen,

$$\sigma = \frac{p - p_{vap}}{\rho/2 u_2^2}. \quad (6.10)$$

Über den Dampfdruck  $p_{vap}$  ist der numerisch ermittelte  $\sigma$ -Verlauf auf der Schaufeloberfläche mit den Messungen eindeutig verbunden. Da die Temperatur im Versuchskreislauf während der Versuchsdurchführung nicht konstant ist, werden die Messungen für den Vergleich mit den Berechnungen auf die Temperatur  $25^\circ \text{ C}$  normiert [23]. Deshalb wird in den Berechnungen ein Dampfdruck von  $p_{vap} = 3166 \text{ Pa}$  angenommen [86].

Die numerisch bestimmte Ausdehnung des Kavitationsgebiets wird anhand der räumlichen Verteilung des Dampfgehalts  $\alpha$  dargestellt (vgl. Abbn. 6.30-6.40 Mitte). Bei  $\alpha$  handelt

<sup>16</sup>Vom Author [94, 95] wurden auch reibungsfreie Berechnungen der kavitierenden Pumpenströmung durchgeführt, die jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht dargestellt werden. Die Ergebnisse unterscheiden sich nicht sehr voneinander. Da die reibungsfreien Berechnungen anstatt mit der Austrittsrandbedingung am Austritt und dem Referenzdruck am Eintritt (vgl. Abb. 6.28) mit der Druckrandbedingung am Austritt durchgeführt wurden, ist die direkte Vergleichbarkeit der Berechnungen jedoch nicht gewährleistet.

es sich um den volumetrischen Dampfgehalt, der nach Gl. 5.6 definiert ist. Aus Platzgründen ist die Skala für  $\alpha$  nur einmal unterhalb von Abb. 6.40 dargestellt. Diese Skala ist für alle Berechnungen gültig. Um eine möglichst gute Vergleichbarkeit mit den Photographien zu gewährleisten, wird versucht, den Ausschnitt bei der Darstellung der numerisch ermittelten Kavitationsgebiete so zu wählen, daß die Schaufeldicke bei den Berechnungen mit der Schaufeldicke in den Photographien übereinstimmt. Da der in den Photographien gezeigte Ausschnitt des Schaufelkanals je nach Ausdehnung des Kavitationsgebiets verschieden ist und die Anpassung der Berechnungsergebnisse manuell erfolgt, kann es dabei zu geringen Abweichungen kommen.

### 6.3.3 Verifikation der Berechnungsergebnisse

Die Verifikation der Berechnungsergebnisse erfolgt anhand der NPSH-Absenkkurve (vgl. Kap. 6.3.3.1) sowie der zeitlich gemittelten Schaufeldruckverteilungen und Photographien der Kavitationsgebiete (vgl. Kap. 6.3.3.2) bei unterschiedlichen Kavitationszuständen.

Bei einem Vergleich von Experiment und Berechnung besteht die Schwierigkeit darin, ein Kriterium zu finden, mit dem ein vergleichbarer Zustand in Experiment und Berechnung definiert wird. Dies ist nur dann eindeutig möglich, wenn die Berechnung in allen Details perfekt das Experiment widerspiegelt. Ist dies nicht der Fall, d.h. treten Abweichungen in verschiedenen Kriterien auf, so ist der Begriff „vergleichbarer Zustand“ nicht mehr eindeutig definiert. Im vorliegenden Fall einer kavitierenden Pumpenströmung sind die folgenden Kriterien für die Definition eines „vergleichbaren Zustandes“ denkbar:

- Gleicher Förderhöhenabfall in Experiment und Berechnung.
- Vergleichbare Ausdehnung des Kavitationsgebiets in Experiment und Berechnung.
- Möglichst gute Übereinstimmung des Schaufeldruckverlaufs in Experiment und Berechnung.
- Gleicher Totaldruck in der Zuströmung der Pumpe in Experiment und Berechnung.

Diese Kriterien haben alle ihre Berechtigung. Idealerweise ist jedoch das Kriterium zu verwenden, das im Experiment mit den geringsten Meßungenauigkeiten behaftet ist und in der Berechnung am wenigsten von den Modellannahmen und den Ungenauigkeiten bei der Wahl der Randbedingungen abhängt. Aus diesem Grund eignen sich weder der Förderhöhenabfall noch die Ausdehnung des Kavitationsgebietes als Kriterium für einen Vergleich. Bei dem Förderhöhenabfall handelt es sich um eine integrale Größe, in der alle numerischen Fehler aufintegriert sind, und die Größe des Kavitationsgebiets ist im Experiment zeitlich nicht konstant. Die Kopplung von Experiment und Berechnung über den Totaldruck in der Zuströmung wird sehr häufig verwendet. Aus dem Experiment ist der Totaldruck an der saugseitigen Meßstelle „s“, die 700 mm vor dem Laufradeintritt im Saugrohr liegt [23], bekannt. Diese Stelle ist jedoch wegen der Zweidimensionalität der Berechnungen nicht im Berechnungsgebiet enthalten, so daß die Verwendung dieses Kriteriums ebenfalls nicht

möglich ist. Da zwischen der Meßstelle im Experiment und dem Rechenfeldrand in der Berechnung der Spaltvolumenstrom in das Saugrohr eintritt, ist auch die Annahme konstanten Totaldrucks zwischen den beiden Stellen nicht zulässig. Die Verwendung des Schaufeldruckverlaufs als Kriterium hat zwar den Nachteil, daß eine „möglichst gute“ Übereinstimmung nicht eindeutig definiert ist, der Vorteil ist jedoch, daß der Schaufeldruckverlauf die Strömung im gesamten Laufrad widerspiegelt und somit nicht von einer lokal begrenzten Störung oder von Meßungenauigkeiten abhängt. Da es sich bei der experimentell ermittelten Schaufeldruckverteilung um zeitlich gemittelte Meßwerte handelt, ist ein Vergleich mit den stationären Berechnungsergebnissen zulässig.

In der vorliegenden Arbeit wird deshalb der Schaufeldruckverlauf als Kriterium für einen vergleichbaren Kavitationszustand in Experiment und Berechnung verwendet.

### 6.3.3.1 NPSH-Absenkkurve

Für die numerische Ermittlung der NPSH-Absenkkurve werden 11 Berechnungen bei unterschiedlichem Druckniveau und konstantem Volumenstrom  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$  durchgeführt. Die dabei ermittelten Förderhöhen sind zusammen mit den Werten für  $\sigma_{ref,num}$ , durch die das Druckniveau in der Berechnung festgelegt wird, in Tab. 6.3 aufgeführt.

| Fall | $NPSH_{av,exp}$                    | Förderhöhe $H_{exp}$ | $\sigma_{ref,num}$ | Förderhöhe $H_{num}$ |
|------|------------------------------------|----------------------|--------------------|----------------------|
| 1    | $NPSH_{12mm,exp} = 5.80 \text{ m}$ | 19.52 m              | 15.37              | 21.50 m              |
| 2    | $NPSH_{100+,exp} = 4.18 \text{ m}$ | 19.52 m              | 11.18              | 21.59 m              |
| 3    | $NPSH_{100,exp} = 2.55 \text{ m}$  | 19.52 m              | 6.65               | 21.50 m              |
| 4    | $NPSH_{99.5,exp} = 2.30 \text{ m}$ | 19.42 m              | 5.59               | 21.49 m              |
| 5    | $NPSH_{99,exp} = 2.18 \text{ m}$   | 19.32 m              | 4.47               | 21.50 m              |
| 6    | $NPSH_{98.5,exp} = 2.02 \text{ m}$ | 19.22 m              | 3.35               | 21.45 m              |
| 7    | $NPSH_{98,exp} = 1.80 \text{ m}$   | 19.13 m              | 2.80               | 21.80 m              |
| 8    | $NPSH_{97.5,exp} = 1.61 \text{ m}$ | 19.03 m              | 1.12               | 21.87 m              |
| 9    | $NPSH_{97,exp} = 1.46 \text{ m}$   | 18.93 m              | 0                  | 21.60 m              |
| 10   | -                                  | -                    | -0.84              | 20.90 m              |
| 11   | -                                  | -                    | -1.96              | 19.80 m              |

**Tabelle 6.3:** Experimentell ermittelte Förderhöhen aus [23] und numerisch bestimmte Förderhöhen bei  $NPSH_{av,exp}$  bzw.  $\sigma_{ref,num}$  für die in Abb. 6.29 als NPSH-Absenkkurve bzw. in den Abbn. 6.30 -6.40 mit dem Experiment verglichenen Berechnungen bei  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$ .

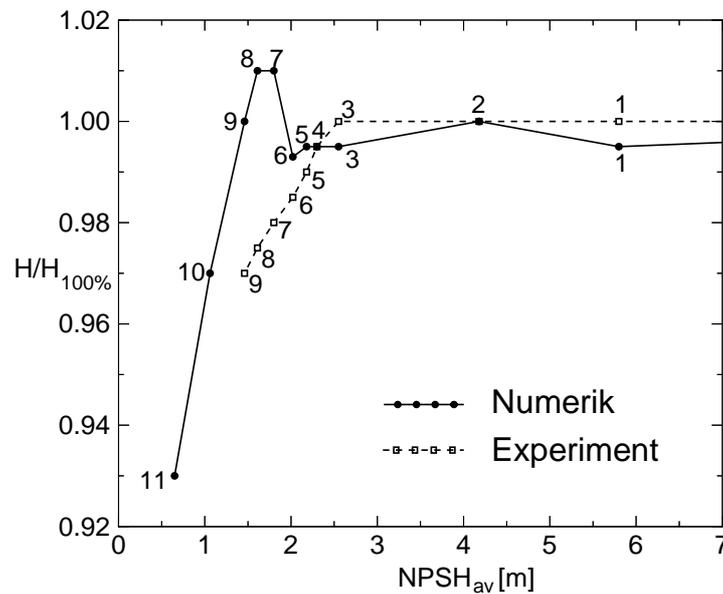
Die dimensionslose Kavitationszahl  $\sigma_{ref,num}$  ist nach Gl. 6.11 definiert:

$$\sigma_{ref,num} = \frac{p_{ref} - p_{vap}}{\rho/2c_m^2}, \quad (6.11)$$

mit dem Referenzdruck  $p_{ref}$ , dem statischen Druck an der in Abb. 6.28 gekennzeichneten

Stelle<sup>17</sup> sowie  $c_m$ , der Meridiankomponente der Eintrittsgeschwindigkeit. Zur besseren Unterscheidung zwischen experimentellen und berechneten Werten werden im folgenden die Indizes „*exp*“ und „*num*“ verwendet.

In Tab. 6.3 sind die miteinander verglichenen Messungen und Berechnungen mit den dazugehörigen Förderhöhen angegeben. Die Zuordnung der Berechnungen zu den Messungen erfolgt, wie bereits zu Beginn von Kap. 6.3.3 beschrieben, nach dem Kriterium einer möglichst guten Übereinstimmung zwischen den experimentell und den numerisch ermittelten Schaufeldruckverläufen. Die jeweiligen Schaufeldruckverläufe werden in Kap. 6.3.3.2 in den Abbn. 6.30-6.38 dargestellt.



**Abbildung 6.29:** Verlauf der mit zweiphasigen Berechnungen ermittelten NPSH-Absenkkurve im Vergleich zum Experiment [23] bei  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$ . Numerische Einstellungen bei den Berechnungen:  $\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_v = 0.1 \text{ kg/m}^3$ ,  $(dp/d\rho)_{\min} = 4 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5 \text{ mm}$ ,  $c_u = 0 \text{ m/s}$ , UPWIND-Diskretisierungsverfahren, Courant-Zahl = 0.5, Austrittsrandbedingung.

Für die Bestimmung einer NPSH-Absenkkurve aus den zweiphasigen Berechnungen, werden als  $NPSH_{av}$ -Werte die jeweiligen Werte für das Experiment,  $NPSH_{av,exp}$ , aus Tab. 6.3 verwendet (vgl. Abb. 6.29). Dies ist notwendig, da es nicht möglich ist, einen dem experimentellen  $NPSH_{av,exp}$  vergleichbaren Wert für die Berechnungen anzugeben. Die Stelle,

<sup>17</sup>Bei der Berechnung der Fälle 10 und 11 (vgl. Tab. 6.3) liegt der Druckreferenzpunkt nicht an der in Abb.6.28 gekennzeichneten Stelle, sondern am Eintrittsrand auf Höhe der Schaufelvorderkante. Dies ist notwendig, da es aus numerischen Gründen nicht möglich ist, den Referenzdruck  $p_{ref}$  kleiner als den Dampfdruck  $p_{vap}$  zu wählen. Eine weitere Absenkung des in der Berechnung herrschenden Druckniveaus im Vergleich zu Fall 9 mit  $\sigma = 0$  (vgl. Tab. 6.3) ist deshalb nur durch die Verschiebung des Druckreferenzpunktes an einen Ort, an dem ein höherer Druck herrscht als an der alten Stelle möglich. Der in Tab. 6.3 für die Fälle 10 und 11 angegebene Wert von  $\sigma_{ref,num}$  ist aus Gründen der Konsistenz auf die alte Position umgerechnet, was die negativen Werte von  $\sigma_{ref,num}$  erklärt.

an der im Experiment der  $NPSH_{av,exp}$ -Wert bestimmt wird (vgl. Kap. 6.1.1), ist nicht im Berechnungsgebiet enthalten. Abbildung 6.29 zeigt die auf diese Weise ermittelte  $NPSH$ -Absenkkurve im Vergleich zum Experiment. Um eine bessere Vergleichbarkeit der beiden  $NPSH$ -Absenkkurven zu gewährleisten, sind in Abb. 6.29 nicht die Absolutwerte der Förderhöhe als Ordinate aufgetragen, sondern die jeweils auf  $H_{100\%}$ , der Förderhöhe bei kavitationsfreier Strömung normierten Werte. Die entsprechenden Werte für  $H_{100\%}$  betragen im Experiment 19.52 m und in der Berechnung 21.59 m. Wie man anhand von Abb. 6.29 erkennt, ist die Übereinstimmung zwischen den experimentell und den numerisch ermittelten  $NPSH$ -Absenkkurven bis zu einem  $NPSH_{av,exp}$ -Wert von 2.02 m (Fall 6) sehr gut. Unterhalb dieses Wertes liefern die Berechnungen jedoch einen Förderhöhengewinn, der vom Experiment nicht bestätigt wird. Ab  $NPSH_{av,exp} = 1.61$  m (Fall 8) fällt die numerisch ermittelte  $NPSH$ -Absenkkurve dann steil ab. Der Unterschied zwischen dem experimentell und dem numerisch ermittelten  $NPSH_{av}$ -Wert bei 3% Förderhöhenabfall, dem für technische Anwendungen wichtigen  $NPSH_{3\%}$ -Kriterium, beträgt 0.4 m.

Eine Erhöhung der Förderhöhe aufgrund von Kavitation ist nicht ungewöhnlich und wird in der Praxis häufig beobachtet [34, 61]. Sie ist auf eine veränderte Schaufelanströmung im Vergleich zu der einphasigen Schaufelanströmung zurückzuführen (vgl. Kap. 6.3.4). In diesem Fall wirkt das Kavitationsgebiet wie eine strömungsgünstigere Profilierung der Laufschaufel [34]. Die numerisch ermittelte  $NPSH$ -Absenkkurve zeigt demzufolge einen typischen Verlauf, wie man ihn bei einer rein radialen Kreiselpumpe niedriger spezifischer Drehzahl normalerweise erwarten würde (vgl. [61, 34]). Der Zusammenhang zwischen dem Förderhöhenanstieg und der Schaufelanströmung ist in Abb. 6.41 genau zu erkennen. Der Förderhöhenanstieg tritt genau dann auf, wenn der Sattelpunkt in der Strömung verschwindet und sich ein Staupunkt auf der Schaufeloberfläche bildet (vgl. Fall 7, Abb. 6.41).

Ungewöhnlich ist hingegen der Verlauf der experimentell ermittelten  $NPSH$ -Absenkkurve. Die Förderhöhe bleibt über einen weiten  $NPSH_{av}$ -Bereich hinweg konstant und fällt dann fast linear ab. Dieser Abfall ist jedoch ungewöhnlich flach und erstreckt sich zwischen  $NPSH_{av,exp} = 2.55$  m und  $NPSH_{av,exp} = 1.46$  m. Die experimentellen Untersuchungen in [23] haben gezeigt, daß der Beginn des Förderhöhenabfalls mit dem Einsetzen instationärer Kavitationsphänomene zusammenfällt. Dabei handelt es sich um sogenannte „rotierende Kavitation“ [23]. Unter „rotierender Kavitation“ versteht man ein periodisches Ablösen des Kavitationsgebiets von der Laufschaufel und anschließendes Abschwimmen einer Blasenwolke. Dieser Vorgang findet jedoch nicht in allen Laufschaufelkanälen synchron statt, sondern ist phasenverschoben, so daß der Eindruck eines rotierenden Kavitationsgebietes entsteht<sup>18</sup>. Nach Dreiß [23] ist das Einsetzen der „rotierenden Kavitation“ der Hauptgrund für den Förderhöhenabfall. Solange das Kavitationsgebiet stationär an der Laufschaufel anliegt, erzeugt es einen zusätzlichen Auftrieb, der die übrigen mit Kavitation einhergehenden Verluste kompensiert. Durch die Instationarität des Kavitationsgebietes wird dieser zusätzliche Auftrieb jedoch gestört. Deshalb wird davon ausgegangen, daß die Stationarität der Berechnungen mit für die Abweichungen in der  $NPSH$ -Absenkkurve verantwortlich ist.

---

<sup>18</sup>Friedrichs führt an einem ähnlichen Radialrad, das von einem Plexiglasgehäuse umgeben ist, detaillierte Untersuchungen zum Phänom der „rotierenden Kavitation“ durch [30].

Durch die Stationarität der von den zweiphasigen Berechnungen gelieferten Kavitationsgebiete ist es möglich, daß der durch die Kavitation hervorgerufene zusätzliche Auftrieb bis zu einem niedrigeren  $NPSH_{av}$ -Wert erhalten bleibt. Die quantitative Abweichung des  $NPSH_{3\%}$ -Wertes von 0.4m hängt jedoch sicherlich auch mit den Auswirkungen der Modellannahmen, auf denen die Berechnungsergebnisse beruhen (vgl. Kap. 5.3), zusammen. Insbesondere die Zweidimensionalität der Berechnungen und die daraus resultierende Nähe des Druckreferenzpunktes zur Schaufelvorderkante spielen dabei eine große Rolle, da sie die Dynamik des gesamten Systems verändern.

Die Berechnungen der kavitierenden Düsenströmung in Kap. 5.4 zeigen, daß es mit dem verwendeten Verfahren durchaus möglich ist, instationäre Kavitationsphänomene zu berechnen, so daß die Stationarität der Lösung keine Folge des verwendeten Berechnungsverfahrens ist. Für die Stationarität der Berechnungsergebnisse kommen deshalb mehrere Ursachen in Frage:

- Die Berechnung nur eines Laufschaufelkanals mit periodischen Randbedingungen.
- Die Verwendung stationärer Randbedingungen.
- Eine unzureichende Berücksichtigung der Turbulenzeffekte.

Da die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen alle auf der Annahme basieren, daß die Strömung in allen Laufschaufelkanälen identisch ist (Berechnung nur eines Laufschaufelkanals mit periodischen Randbedingungen), ist die Berechnung von „rotierender Kavitation“ schon von vornherein ausgeschlossen. Diese Annahme beschränkt zwar die Freiheit der Strömung, sie bedeutet jedoch nicht, daß überhaupt keine Instationarität in der kavitierenden Strömung auftreten kann. Die Ursache für die vollständige Unterdrückung jeder Form von Instationarität ist demzufolge eher in den beiden letzten Punkten zu suchen. Aufgrund der Zweidimensionalität der Berechnungen muß die Eintrittsrandbedingung und damit der Ort konstanter Geschwindigkeit bzw. konstanten Drucks sehr nahe an die Schaufelvorderkante gelegt werden (vgl. Abb. 6.28). Bei Auftreten von „rotierender Kavitation“ sind die Zustandsgrößen in diesem Gebiet jedoch sicher nicht konstant.

Eine weitere Ursache für die Unterdrückung der Instationarität ist möglicherweise eine zu hohe turbulente Viskosität. Wie bereits in Kap. 6.3.1 erwähnt, wird für die zweiphasigen Berechnungen dasselbe Turbulenzmodell verwendet wie für die einphasigen Strömungsberechnungen, so daß die mit Hilfe dieses Turbulenzmodells vorhergesagte turbulente Viskosität mit großen Unsicherheiten behaftet ist. Ein Indiz für diese These geben die vom Verfasser [94, 95] durchgeführten Berechnungen der kavitierenden Pumpenströmung unter Vernachlässigung des Reibungseinflusses, die eine instationär kavitierende Strömung als Ergebnis liefern<sup>19</sup>.

---

<sup>19</sup>Diese Berechnungen werden nicht im Rahmen dieser Arbeit beschrieben.

### 6.3.3.2 Schaufeldruckverlauf, Ausdehnung des Kavitationsgebiets

Für eine detaillierte Auswertung der zweiphasigen Berechnungen werden in den Abbn. 6.30-6.40 der Schaufeldruckverlauf und die Ausdehnung des Kavitationsgebiets für die unterschiedlichen Kavitationszustände im Vergleich zu den Messungen gezeigt. Die numerischen Einstellungen und Randbedingungen sowie die verwendete Darstellung der Ergebnisse sind in Kap. 6.3.1 und Kap. 6.3.2 beschrieben. In Tab. 6.3 sind die jeweils miteinander verglichenen Berechnungen und Experimente mit den dazugehörigen  $NPSH_{av,exp}$ - bzw.  $\sigma_{ref,num}$ -Werten aufgeführt. Die Zuordnung der Berechnungsergebnisse zu den Messungen erfolgt, wie bereits zu Beginn von Kap. 6.3.3 beschrieben, mit Hilfe des Schaufeldruckverlaufs. Da die bereits bei der Berechnung der einphasigen Pumpenströmung festgestellte Abweichung des Schaufeldruckverlaufs im hinteren Bereich der Pumpenschaufel auf der Druckseite (vgl. Abb. 6.10) unverändert auch bei den zweiphasigen Berechnungen auftritt, wird der Druckverlauf auf der Schaufelsaugseite für die Zuordnung der Berechnungsergebnisse zu den Experimenten verwendet (vgl. Schaufeldruckverlauf in den Abbn. 6.30-6.37). Lediglich in Fall 9 wird davon abgewichen und der Systemdruck in der Berechnung so weit abgesenkt, daß der Druckverlauf auf der Schaufeldruckseite mit dem Experiment übereinstimmt, der Druckverlauf auf der Schaufelsaugseite jedoch zu tief verläuft (vgl. Schaufeldruckverlauf in Abb. 6.38).

Wie man anhand der in den Abbn. 6.30-6.40 gezeigten Schaufeldruckverläufe im Vergleich zu der einphasigen Berechnung (vgl. Abb. 6.10) erkennt, ist die Auswirkung der Kavitation auf der Schaufelsaugseite im Bereich der Schaufelvorderkante am größten. In Abhängigkeit des in der Berechnung herrschenden Druckniveaus wird die dort vorhandene Saugspitze auf Höhe des Dampfdrucks abgeschnitten. Da sie sehr stark ausgeprägt ist, sind die unterschiedlichen Kavitationszustände deutlich voneinander getrennt. Zwischen dem  $NPSH_{12mm,exp}$ -Wert und dem  $NPSH_{3\%,exp}$ -Wert liegt ein Unterschied von 4.34 m (vgl. Tab. 6.3).

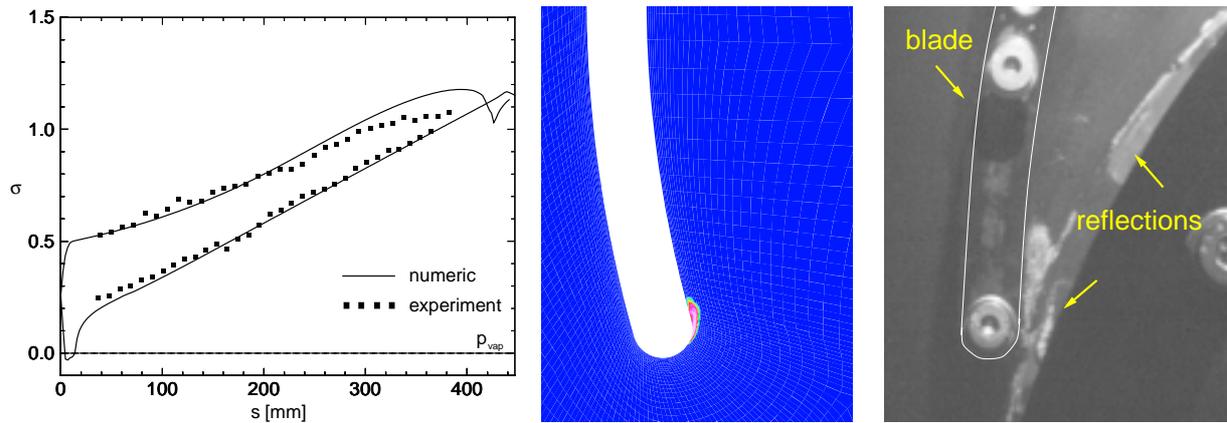
Abgesehen vom hinteren Bereich der Schaufeldruckseite befindet sich die Schaufeldruckverteilung bei allen untersuchten Kavitationszuständen in guter Übereinstimmung mit dem Experiment (vgl. linke Seite der Abbn. 6.30-6.38). Dies gilt besonders für die Fälle 1-5, in denen der Druckanstieg auf der Saugseite im hinteren Bereich des Kavitationsgebiets, dem sogenannten „wake“-Gebiet, sowohl von der Position als auch von der Steigung her exakt von den Berechnungen reproduziert wird (vgl. Abbn. 6.30-6.34). Die in allen Fällen auftretende Abweichung im hinteren Bereich der Pumpenschaufel auf der Druckseite wird, wie bereits oben erwähnt, nicht durch die Kavitationsmodellierung verursacht, sondern tritt in gleicher Form bereits bei der einphasigen Berechnung auf (vgl. Kap. 6.10). Sie ist auf Vereinfachungen bei der Modellierung der Diffusorströmung wegen der Zweidimensionalität der Berechnungen und der Vernachlässigung des Spaltvolumenstroms in den Berechnungen zurückzuführen (vgl. Kap. 6.2.3.2 bzw. Kap. 6.2.7).

Bei einer weiteren Absenkung des Druckniveaus (Fälle 6-9, Abbn. 6.35-6.38) wird der Druck im Vorderbereich der Pumpenschaufel auf der Druckseite zunehmend zu hoch vorhergesagt. Die Messungen liefern in diesem Bereich im Vergleich zu den Fällen 1-5 deutlich niedrigere Werte für den Druck. Dies ist der Grund für den von den Berechnungen vorherge-

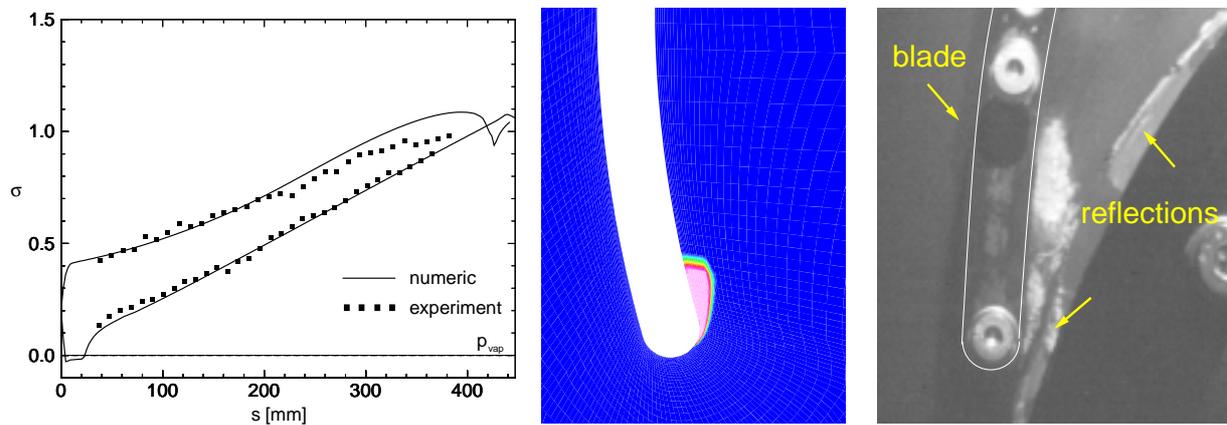
sagten Förderhöhenanstieg in der NPSH-Absenkkurve im Gegensatz zum Experiment (vgl. Abb. 6.29). Bei den Berechnungen setzt der Einbruch des Drucks auf der Schaufeldruckseite erst bei kleineren  $NPSH_{av}$ -Werten ein (vgl. Fall 9 in Abb. 6.38). Der niedrigere Druck auf der Schaufeldruckseite im Bereich der Schaufelvorderkante läßt sich mit der veränderten Schaufelumströmung bei Kavitation erklären (vgl. Kap. 6.3.4, Abb. 6.41).

Die sich mit abnehmendem Systemdruck verschlechternde Übereinstimmung zwischen Experiment und Berechnung hat verschiedene Ursachen. Einerseits machen sich vereinfachende Modellannahmen bei der Kavitationsmodellierung mit zunehmender Kavitationsintensität immer deutlicher bemerkbar. Dies betrifft vor allem die Annahme der Inkompressibilität, der Isothermie sowie der Reversibilität (vgl. Kap. 5.3). Andererseits nimmt auch die Instationarität der Kavitation zu, und es kommt zu Wechselwirkungen zwischen Kavitations- und Turbulenzeffekten, die durch das verwendete Turbulenzmodell nicht berücksichtigt werden.

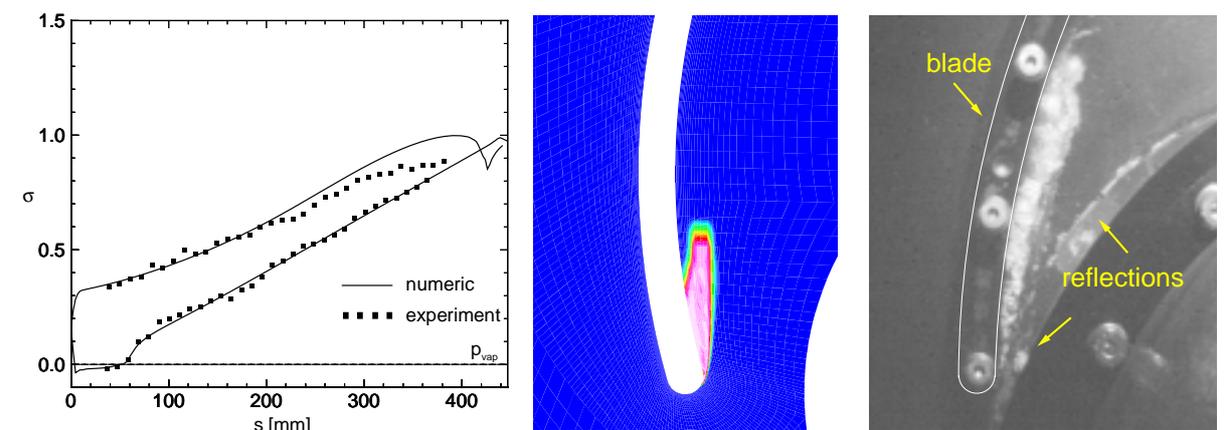
Besondere Bedeutung kommt im vorliegenden Fall der im Experiment auftretenden „rotierenden Kavitation“ zu (vgl. Kap. 6.3.3.1). Das Auftreten der „rotierenden Kavitation“ fällt nach Dreiß [23] mit dem Beginn der Förderhöhenabnahme zusammen (Fall 4,  $NPSH_{av,exp} = 2.3$  m) und nimmt mit abfallendem  $NPSH_{av}$  an Intensität zu. Die Auswirkung der „rotierenden Kavitation“ ist nicht direkt im experimentell ermittelten Schaufeldruckverlauf zu erkennen, da es sich bei den Schaufeldruckmessungen um zeitlich gemittelte Werte handelt. Ein Indiz für die „rotierende Kavitation“ ist jedoch der flache Verlauf des Drucks im hinteren Bereich des Kavitationsgebiets. Durch das Fluktuieren des Kavitationsgebiets findet der Blasenzusammenfall nicht immer an derselben Stelle statt, so daß sich der Druckrückgewinn über einen größeren Bereich erstreckt [23]. Da die zweiphasigen Berechnungen der Pumpenströmung ein stationäres Kavitationsverhalten liefern, wird die Übereinstimmung zwischen Experiment und Berechnung mit zunehmender Intensität der „rotierende Kavitation“ schlechter.



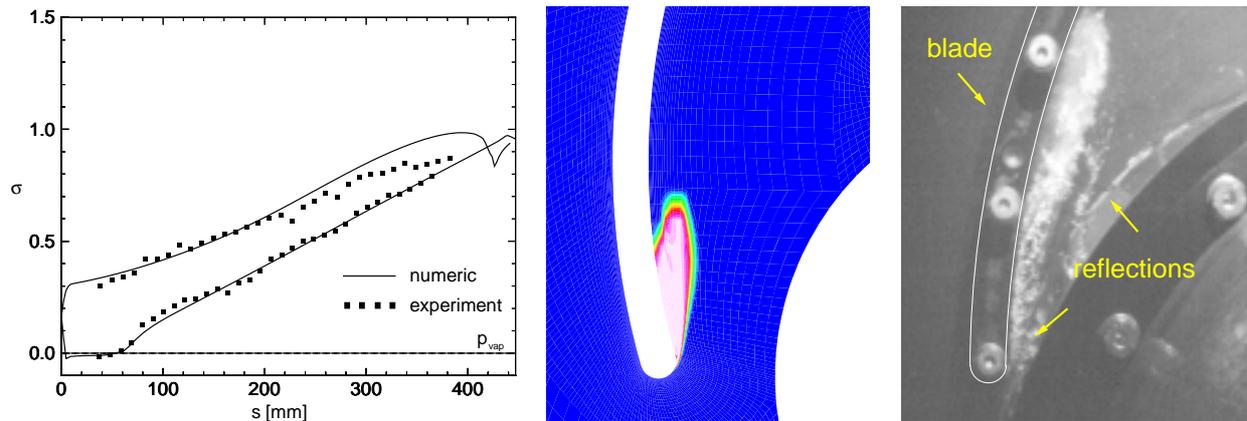
**Abbildung 6.30:** Fall 1: Zeitl. gemittelter Druckverlauf und Ausdehnung des Kavitationsgebiets bei  $\sigma_{ref,num} = 15.37$ . Vergleich mit Messungen [23] bei  $NPSH_{12mm,exp} = 5.80$  m,  $\dot{V} = 272$  m<sup>3</sup>/h.



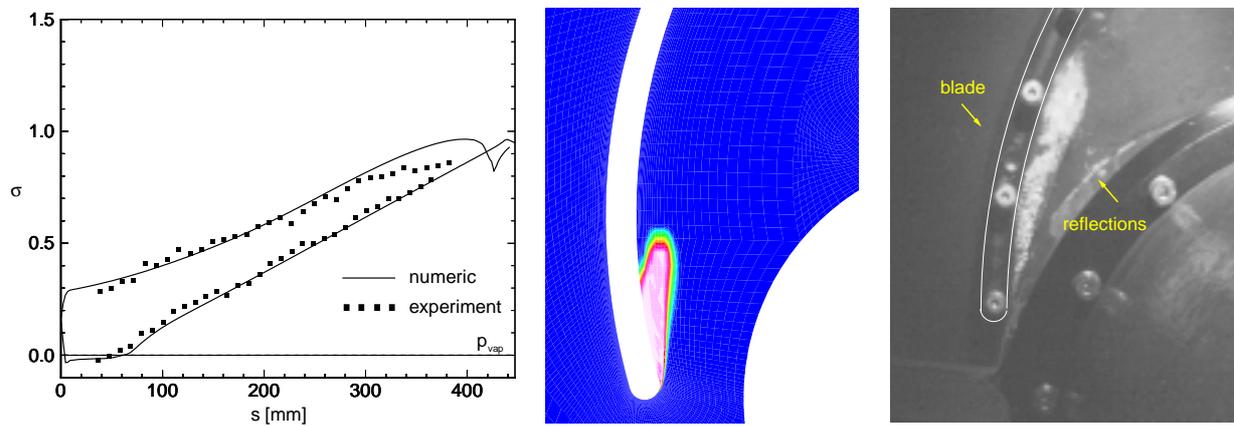
**Abbildung 6.31:** Fall 2: Zeitl. gemittelter Druckverlauf und Ausdehnung des Kavitationsgebiets bei  $\sigma_{ref,num} = 11.18$ . Vergleich mit Messungen [23] bei  $NPSH_{100+,exp} = 4.18$  m,  $\dot{V} = 272$  m<sup>3</sup>/h.



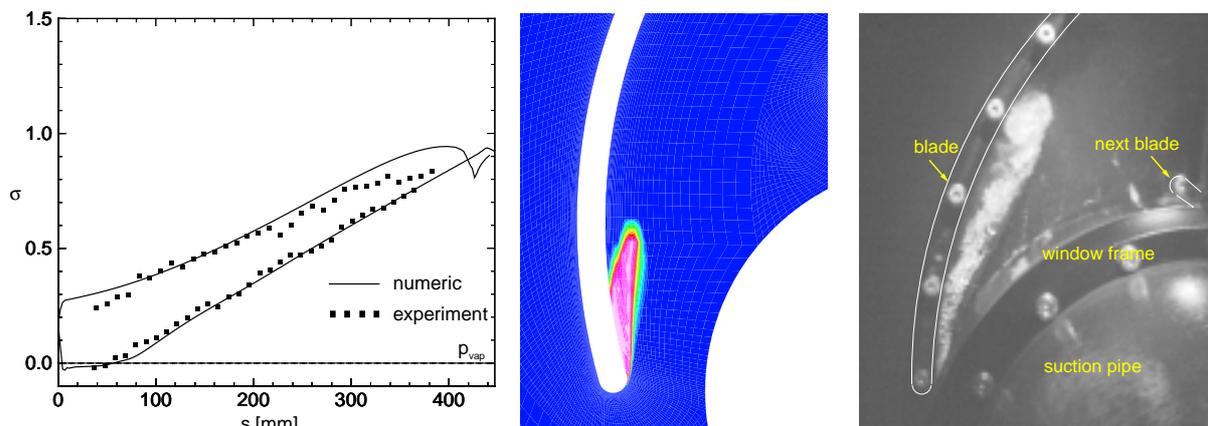
**Abbildung 6.32:** Fall 3: Zeitl. gemittelter Druckverlauf und Ausdehnung des Kavitationsgebiets bei  $\sigma_{ref,num} = 6.65$ . Vergleich mit Messungen [23] bei  $NPSH_{100\%,exp} = 2.55$  m,  $\dot{V} = 272$  m<sup>3</sup>/h.



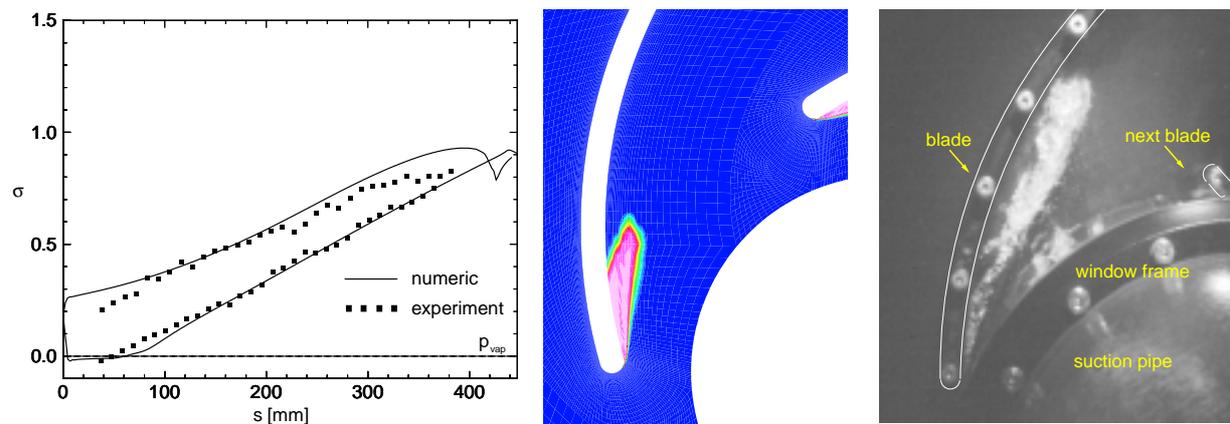
**Abbildung 6.33:** Fall 4: Zeitl. gemittelter Druckverlauf und Ausdehnung des Kavitationsgebiets bei  $\sigma_{ref,num} = 5.59$ . Vergleich mit Messungen [23] bei  $NPSH_{99.5\%,exp} = 2.30$  m.  $\dot{V} = 272$  m<sup>3</sup>/h.



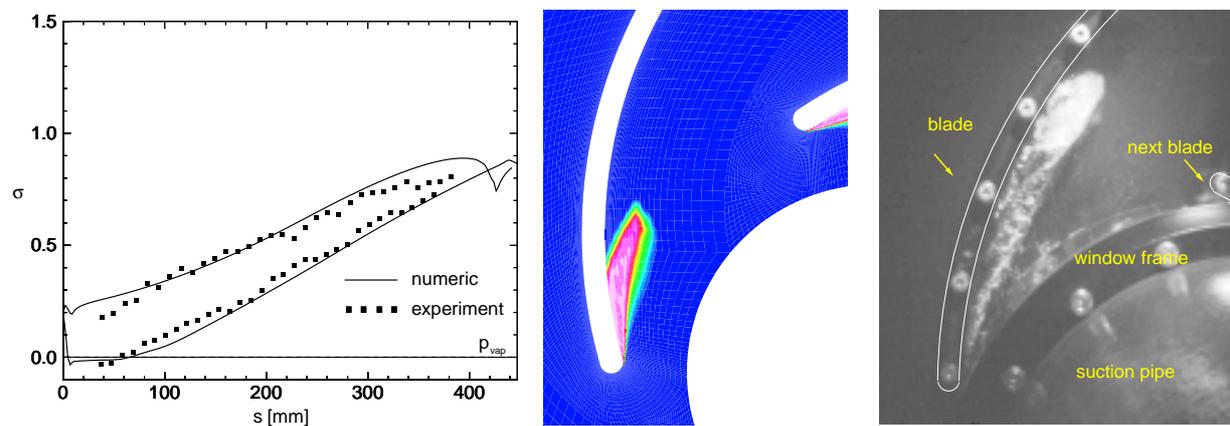
**Abbildung 6.34:** Fall 5: Zeitl. gemittelter Druckverlauf und Ausdehnung des Kavitationsgebiets bei  $\sigma_{ref,num} = 4.47$ . Vergleich mit Messungen [23] bei  $NPSH_{99\%,exp} = 2.18$  m.  $\dot{V} = 272$  m<sup>3</sup>/h.



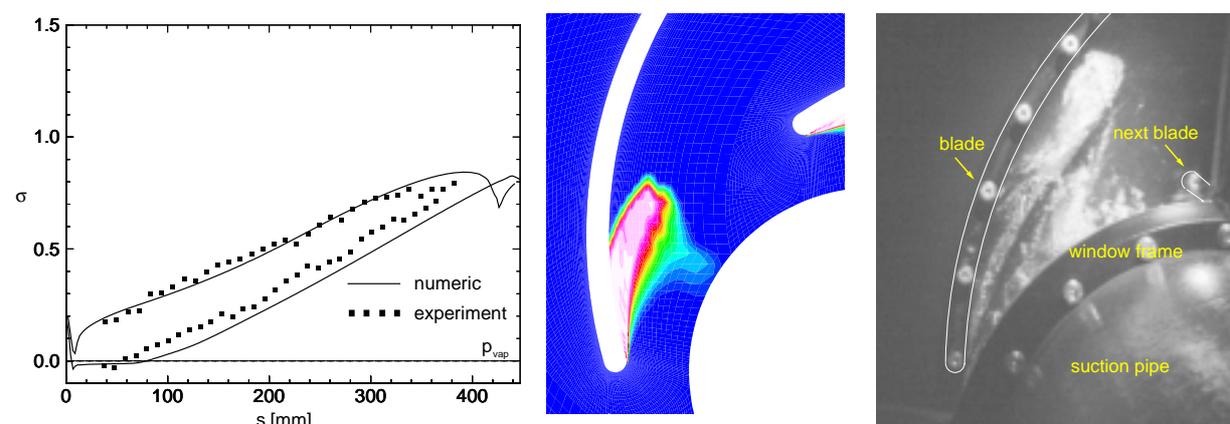
**Abbildung 6.35:** Fall 6: Zeitl. gemittelter Druckverlauf und Ausdehnung des Kavitationsgebiets bei  $\sigma_{ref,num} = 3.35$ . Vergleich mit Messungen [23] bei  $NPSH_{98.5\%,exp} = 2.02$  m.  $\dot{V} = 272$  m<sup>3</sup>/h.



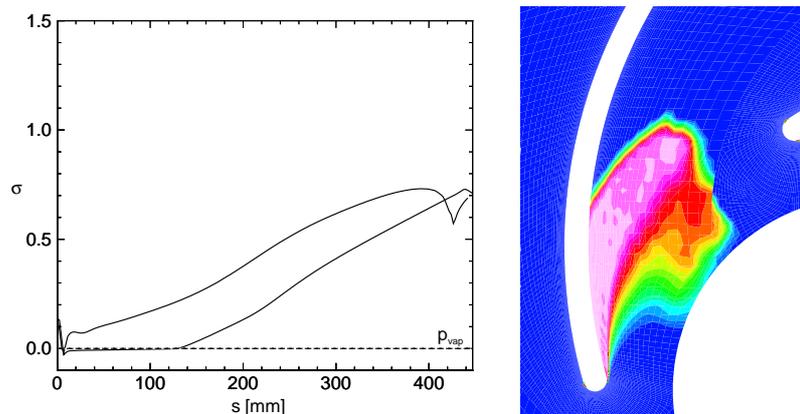
**Abbildung 6.36:** Fall 7: Zeitl. gemittelter Druckverlauf und Ausdehnung des Kavitationsgebiets bei  $\sigma_{ref,num} = 2.80$ . Vergleich mit Messungen [23] bei  $NPSH_{98\%,exp} = 1.80$  m.  $\dot{V} = 272$  m<sup>3</sup>/h.



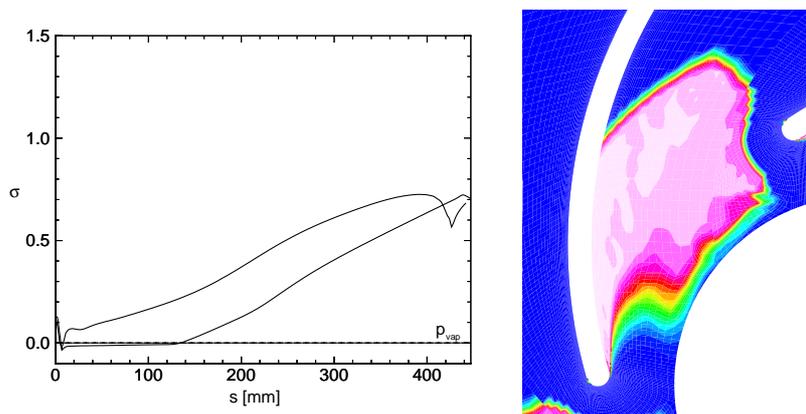
**Abbildung 6.37:** Fall 8: Zeitl. gemittelter Druckverlauf und Ausdehnung des Kavitationsgebiets bei  $\sigma_{ref,num} = 1.12$ . Vergleich mit Messungen [23] bei  $NPSH_{97.5\%,exp} = 1.61$  m.  $\dot{V} = 272$  m<sup>3</sup>/h.



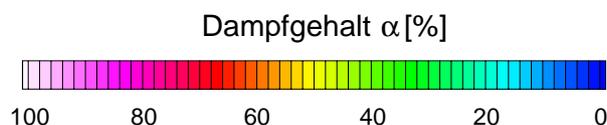
**Abbildung 6.38:** Fall 9: Zeitl. gemittelter Druckverlauf und Ausdehnung des Kavitationsgebiets bei  $\sigma_{ref,num} = 0$ . Vergleich mit Messungen von [23] bei  $NPSH_{97\%,exp} = 1.46$  m.  $\dot{V} = 272$  m<sup>3</sup>/h.



**Abbildung 6.39:** Fall 10: Druckverteilung und Ausdehnung des Kavitationsgebiets bei 3% Förderhöhenabfall,  $\sigma_{ref,num} = -0.84$ ,  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$ .



**Abbildung 6.40:** Fall 11: Druckverteilung und Ausdehnung des Kavitationsgebiets bei 7% Förderhöhenabfall,  $\sigma_{ref,num} = -1.96$ ,  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$ .



Numerische Einstellungen und Randbedingungen bei den Berechnungen in den Abbn. 6.30-6.40:  $\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_v = 0.1 \text{ kg/m}^3$ ,  $(dp/d\rho)_{min} = 4 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5 \text{ mm}$ ,  $c_u = 0 \text{ m/s}$ , UPWIND-Diskretisierungsverfahren, Courant-Zahl = 0.5, Austrittsrandbedingung.

Im Gegensatz zu den berechneten Schaufeldruckverläufen, die sich in guter Übereinstimmung mit dem Experiment befinden, wird die Ausdehnung des Kavitationsgebiets von den Berechnungen zu klein vorhergesagt. Dies gilt für alle 9 Fälle, die in Abbn. 6.30-6.38 mit dem Experiment verglichen werden.

Bei der Interpretation der Photographien der kavitierenden Strömung, die in Auflichttechnik aufgenommen sind, ist jedoch zu beachten, daß das Licht nur an den Phasengrenzen reflektiert wird. Dies bedeutet, daß reiner Dampf ebenso wie reines Wasser auf den Photographien schwarz erscheint. Die Gebiete hoher Helligkeit beinhalten demzufolge nicht reinen Dampf, sondern es handelt sich um Gebiete fein verteilter Blasen, deren Dampfgehalt gering ist. Ferner zeigen die Photographien den über die gesamte Schaufeltiefe integrierten Dampfgehalt, so daß anhand der Photographien nicht unterschieden werden kann, ob es sich um ein Kavitationsgebiet handelt, das sich über die gesamte Schaufeltiefe erstreckt, oder nur um einen Blasenschleier in Wandnähe. Ein zweidimensionaler Schnitt in der Mitte des Schaufelkanals zeigt unter Umständen eine ganz andere Verteilung des Dampfgehalts. Aufgrund der Reibung an den Radseitenscheiben besteht die Möglichkeit, daß sich Eckenwirbel im Schaufelkanal ausbilden, in denen die Ausdehnung von Kavitationsgebieten in Hauptströmungsrichtung bekanntermaßen deutlich größer ist. Schließlich ist noch zu beachten, daß die Photographien nicht in einem Winkel von  $90^\circ$  zu der Deckscheibe aufgenommen sind, sondern etwas versetzt. Dadurch erscheinen die Kavitationsgebiete in den Photographien größer, als sie es in einem zweidimensionalen Schnitt, wie ihn die Berechnung liefert, eigentlich sind.

Die oben aufgeführten Hinweise für die Interpretation der Photographien deuten zwar darauf hin, daß der Unterschied in der Ausdehnung des Kavitationsgebiets zwischen Berechnung und Experiment nicht ganz so groß ist, wie er sich in den Abbn. 6.30-6.38 darstellt. Für eine vollständige Erklärung reichen sie jedoch nicht aus. Der Sachverhalt, daß trotz guter Übereinstimmung des berechneten Schaufeldruckverlaufs mit dem Experiment die Ausdehnung des Kavitationsgebiets von den Berechnungen zu klein vorhergesagt wird, läßt sich nur mit den folgenden beiden Punkten erklären:

- Bei dem Schaufeldruckverlauf handelt es sich um zeitlich gemittelte Messungen, die Photographien zeigen jedoch den momentanen Dampfgehalt im Schaufelkanal.
- Im hinteren Bereich des Kavitationsgebiets treten Druckfluktuationen auf, die im zeitlich gemittelten Druckverlauf nicht erfaßt werden, jedoch eine große Auswirkung auf die Kavitation haben.

Da durch das Auftreten von „rotierender Kavitation“ die Ausdehnung des Kavitationsgebiets im Experiment stark schwankt, ist die Größe des Kavitationsgebiets in den Photographien von dem Zeitpunkt abhängig, an dem die Photographie aufgenommen wurde. Die Photographien, die dem Vergleich zwischen Experiment und Berechnung in den Abbn. 6.30-6.38 zugrunde liegen, sind nicht speziell für diesen Vergleich ausgewählt worden, um eine möglichst gute Übereinstimmung mit den Berechnungen zu ergeben, sondern es handelt sich um diejenigen Aufnahmen, die Dreiß für seine Dissertation ausgewählt hat (vgl. [23]). Das Kriterium, das er bei der Auswahl dieser Photographien angewendet hat, ist nicht mehr nachzuvollziehen. Nach Angaben von Friedrichs [29], der ähnliche Untersuchungen an dieser Pumpe durchgeführt hat, ist jedoch davon auszugehen, daß die Photographien in den Abbn. 6.30-6.38 das Kavitationsgebiet in seiner maximalen Ausdehnung zeigen.

Da das Kavitationsgebiet auch in den Fällen zu klein vorhergesagt wird, in denen im Experiment keine „rotierende Kavitation“ beobachtet wird, d.h. in den Fällen 1-3 (vgl. Abbn. 6.30-6.32), kann die „rotierende Kavitation“ nicht alleine für die Abweichung verantwortlich sein. Durch blasendynamische Vorgänge (Blasenkollaps, Wechselwirkung zwischen einzelnen Blasen, Aufbrechen von großen Blasen in viele kleine) treten im Bereich des Blasenzusammenfalls, d.h. im hinteren Bereich des Kavitationsgebiets, starke Druckschwankungen auf (vgl. instationäre Druckmessungen in [23]). Diese Druckschwankungen kann man im zeitlich gemittelten Druckverlauf der Abbn. 6.30-6.38 nicht erkennen. Sie sind jedoch die Ursache dafür, daß ein Teil der Kavitationsblasen deutlich länger existent bleibt, als es aufgrund des zeitlich gemittelten Druckverlaufs eigentlich der Fall sein dürfte. Eine visuelle Abschätzung der Länge des Kavitationsgebiets ergibt in allen drei Fällen, daß die Kavitationsblasen noch in Gebieten existent sind, in denen  $\sigma$  auf der Schaufeloberfläche wieder 0.2 beträgt, was ungefähr 35000 Pa entspricht (vgl. Abbn. 6.30-6.32). Diese Beobachtung kann auch in den Fällen mit „rotierender Kavitation“ gemacht werden. In Fall 9 beispielsweise sind die Kavitationsblasen noch bei einem zeitlich gemittelten Druck von 50000 Pa existent (vgl. Abb. 6.38).

Das im Bereich des Blasenzusammenfalls stark instationäre und lokal inhomogene Strömungsfeld wird von der numerischen Strömungsberechnung nicht berücksichtigt, da die lokale Ausdehnung dieser Störungen deutlich kleiner ist als die Gitterweite des Berechnungsgitters. Dies erklärt auch die gute Übereinstimmung des berechneten Druckverlaufs mit den zeitlich gemittelten Messungen. Die Ursache für den vermeintlichen Widerspruch zwischen der guten Übereinstimmung des Schaufeldruckverlaufs und dem zu klein vorhergesagten Kavitationsgebiet (vgl. Abbn. 6.30-6.38) ist deshalb nicht eine unzureichende Modellierung des Phasenübergangs durch das verwendete Kavitationsmodell, sondern eine unzureichende zeitliche und räumliche numerische Auflösung der physikalischen Vorgänge im Bereich des Blasenzusammenfalls.

### 6.3.4 Auswirkung der Kavitation auf die Schaufelumströmung

Der Einfluß der Kavitation auf die Strömung ist nicht nur in einem veränderten Schaufeldruckverlauf im Vergleich zur einphasigen Strömung (vgl. Abbn. 6.30-6.40) zu erkennen, sondern auch in einer veränderten Laufradumströmung. Diese beiden Punkte sind eng miteinander verbunden, da ein unterschiedlicher Druckverlauf eine veränderte Strömung erzwingt und umgekehrt. Abbildung 6.41 zeigt für unterschiedliche Kavitationszustände (Fälle 1, 3, 5, 7, 8 und 9, vgl. Tab. 6.3) die jeweilige Laufradströmung im Relativsystem im Bereich der Schaufelvorderkante.

Wie man anhand von Abb. 6.41 erkennt, hat die Kavitation einen signifikanten Einfluß auf die Anströmung der Pumpenschaufel. Die Anströmung wird mit zunehmender Kavitation besser, bis in Fall 9 schließlich eine stoßfreie Schaufelanströmung herrscht. Wegen der Versperrung des Schaufelkanals auf der Schaufelaußenseite durch die Kavitation fließt ein größerer Teil des Volumenstroms auf der Druckseite der Schaufel vorbei, was dazu führt, daß der Relativwirbel mit zunehmender Kavitation kleiner wird. Zunächst wandert der Sattelpunkt in Richtung Schaufeloberfläche (Fälle 1-5), bis sich dann in Fall 7 ein

Staupunkt auf der Druckseite der Schaufel bildet. Mit der Bildung dieses Staupunkts ist ein deutlicher Anstieg des statischen Drucks in der Nähe der Profilverdickung auf der Schaufeldruckseite verbunden (vgl. Fall 7, Abb. 6.36), was sich auch in einer gestiegenen Förderhöhe bemerkbar macht (vgl. Abb. 6.29).

Die in Abb. 6.41 gezeigte Verbesserung der Schaufelanströmung aufgrund von Kavitation erklärt das häufig im Experiment beobachtete Phänomen, daß trotz eines ausgedehnten Kavitationsgebiets die Förderhöhe im Vergleich zur einphasigen Strömung nicht geringer ist oder teilweise sogar ansteigt (siehe z.B. [34, 61]), obwohl Kavitation prinzipiell ein verlustbehafteter Vorgang ist. Das Kavitationsgebiet wirkt dabei wie eine veränderte (strömungsgünstigere) Profilierung der Laufschaufel, durch die die mit Kavitation einhergehenden Verluste kompensiert bzw. sogar überkompensiert werden. Dies bedeutet nur zum Teil, daß der hydraulische Wirkungsgrad der Pumpe zunimmt (er beträgt in der Berechnung im einphasigen Fall bereits 98 %, vgl. Abb. 6.2.3.1), sondern daß die Pumpenschaufel aufgrund der Kavitation eine größere Schaufelarbeit an das Fluid überträgt und so den von der Kavitation verursachten Wirkungsgradverlust<sup>20</sup> der Pumpe kompensiert.

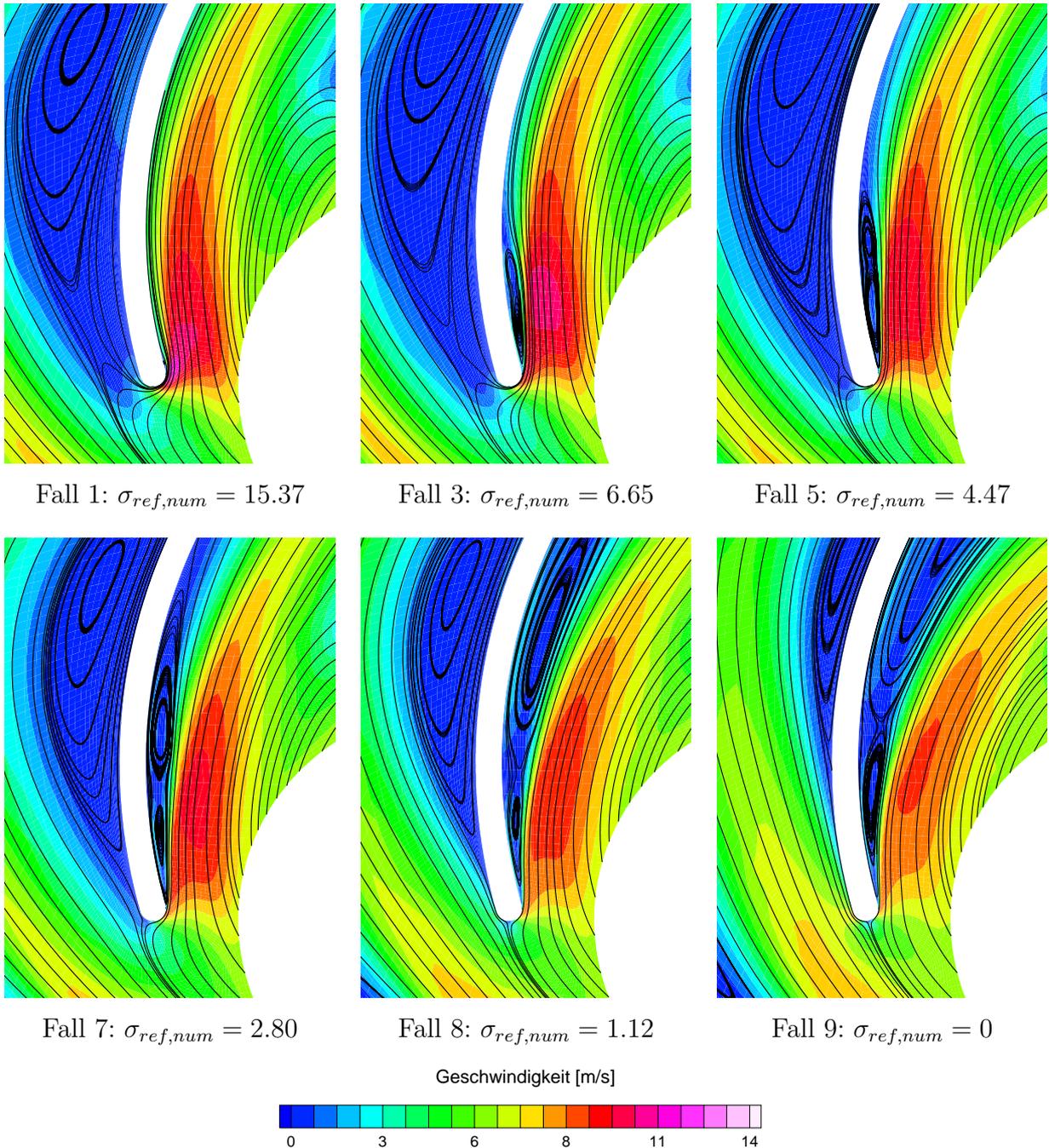
Bei der in der vorliegenden Arbeit untersuchten Pumpe bei Teillast-Volumenstrom ist dieser Effekt wegen der schlechten Schaufelanströmung bei kavitationsfreiem Betrieb (vgl. Abb. 6.10) besonders ausgeprägt, so daß zwischen  $NPSH_{ic}$ <sup>21</sup>, dem  $NPSH_{av}$ -Wert bei beginnender Kavitation, und  $NPSH_{100\%}$ , dem  $NPSH_{av}$ -Wert, ab dem ein Förderhöhenabfall einsetzt, ein Unterschied von ca. 6 m liegt. Bei einem höheren Volumenstrom, der eine bessere Schaufelanströmung liefert (vgl. z.B. Abb. 6.13,  $\dot{V} = 500 \text{ m}^3/\text{h}$ ), ist dieser Effekt deutlich geringer, was die von Friedrichs bei dem Volumenstrom  $515 \text{ m}^3/\text{h}$  gemessene Abreißkurve bestätigt [29], bei der zwischen  $NPSH_{ic}$  und  $NPSH_{100\%}$  nur ca. 1 m liegt.

Auch der Beginn des mit den Berechnungen ermittelten Förderhöhensteilabfalls in der NPSH-Absenkkurve (vgl. Abb. 6.29) läßt sich mit Hilfe von Abb. 6.41 begründen. In Fall 9 liefert die Berechnung noch eine Förderhöhe von nahezu 100 % (vgl. Tab. 6.3). Bei einer weiteren Absenkung des Druckniveaus tritt jedoch ein starker Förderhöhenabfall in der Berechnung auf. Dies kann folgendermaßen erklärt werden: Von Fall 1 bis Fall 9 verbessert sich die Schaufelanströmung aufgrund der Kavitation kontinuierlich, so daß die von der Kavitation verursachten Verluste durch eine höhere Schaufelarbeit kompensiert werden. In Fall 9 herrscht jedoch stoßfreie Anströmung, so daß eine weitere Erhöhung der Schaufelarbeit durch eine Verbesserung der Schaufelanströmung nicht mehr möglich ist, da dies bereits die ideale Schaufelanströmung darstellt. Deshalb ist mit einer weiteren Absenkung des Systemdrucks, d.h. mit einer weiteren Intensivierung der Kavitation, auch

<sup>20</sup>Es ist zu beachten, daß der Phasenübergang in den Berechnungen reversibel modelliert wird, da keine zusätzliche Energiegleichung für die Strömung gelöst wird (vgl. Kap. 5.1). Aus diesem Grund verursacht die Kavitation nur viskose Verluste im „wake-Gebiet“. Neben den viskosen Verlusten werden keine weiteren Verluste in der Berechnung berücksichtigt. Das bedeutet, daß Änderungen in der Förderhöhe, sowohl Zunahmen als auch Abnahmen, zum größten Teil auf eine Änderung der übertragenen Schaufelarbeit zurückzuführen sind und nicht auf einen veränderten hydraulischen Wirkungsgrad der Pumpe.

<sup>21</sup>Der  $NPSH_{ic}$ -Wert ist nicht in der Arbeit von Dreiß [23] angegeben. Eine Messung am gleichen Laufrad von Friedrichs ergibt für den Volumenstrom  $272 \text{ m}^3/\text{h}$  einen  $NPSH_{ic}$ -Wert von 8.5 m [29].

ein starker Förderhöhenabfall verbunden.



**Abbildung 6.41:** Stromlinien und Betrag der Geschwindigkeiten im Relativsystem. Einfluß der Kavitation auf die Strömung in der Nähe der Schaufelvorderkante bei unterschiedlichen Kavitationszuständen (vgl. Tab. 6.3),  $\dot{V} = 272 \text{ m}^3/\text{h}$ . Numerische Einstellungen und Randbedingungen:  $\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_v = 0.1 \text{ kg/m}^3$ ,  $(dp/d\rho)_{min} = 4 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5 \text{ mm}$ ,  $c_u = 0 \text{ m/s}$ , UPWIND-Diskretisierungsverfahren, Courant-Zahl = 0.5, Austrittsrandbedingung.

Verallgemeinert man die an dieser Pumpe mit Hilfe der Berechnungen gewonnenen Erkenntnisse, so erhält man folgende Zusammenhänge zwischen der einphasigen Laufradströmung und dem Kavitationsverhalten einer Pumpe:

- Je schlechter die kavitationsfreie Zuströmung zur Laufschaufel ist, desto größer ist der Abstand zwischen  $NPSH_{ic}$ , dem  $NPSH_{av}$ -Wert bei beginnender Kavitation, und  $NPSH_{100\%}$ , dem  $NPSH_{av}$ -Wert, bei dessen Unterschreitung der Förderhöhenabfall beginnt, d.h.  $NPSH_{ic} \gg NPSH_{100\%}$ .
- Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Förderhöhengewinn in der NPSH-Absenkkurve auftritt, ist umso höher, je schlechter die Laufradzuströmung bei kavitationsfreiem Betrieb ist.
- Bei einer im kavitationsfreien Betrieb perfekt stoßfreien Laufradanströmung tritt gleichzeitig mit Kavitation ein Förderhöhenabfall auf, d.h.  $NPSH_{ic} = NPSH_{100\%}$ .

Diese Aussagen gelten nicht nur für die untersuchte Pumpe, sondern lassen sich prinzipiell auch auf andere Pumpen übertragen. Eine Überprüfung steht jedoch noch aus. Sie basieren auf der einfachen Überlegung, daß eine bereits im einphasigen Fall perfekte Laufradströmung nicht weiter verbessert werden kann, so daß gleichzeitig mit der Kavitation auch ein Förderhöhenabfall auftreten muß, da das Auftreten von Kavitation immer ein verlustbehafteter Vorgang ist. Im Gegenzug läßt sich argumentieren, daß, je schlechter die einphasige Laufradströmung ist, desto mehr Potential für die Kavitation besteht, diese Strömung zu verbessern und damit die Schaufelarbeit zu vergrößern. Ebenfalls verallgemeinern läßt sich das in den Berechnungen beobachtete Phänomen:

- Der Förderhöhensteilabfall tritt auf, wenn die Zuströmung zur Laufradschaufel durch Kavitation bereits so verändert ist, daß sie stoßfrei erfolgt.

Daß die an dieser Pumpe festgestellte Verbesserung der Laufradströmung durch Kavitation kein zufälliges, nur an dieser Pumpe zu beobachtendes singuläres Phänomen ist, sondern prinzipiell bei jeder Pumpe auftritt, soll anhand der folgenden Plausibilitätsüberlegung gezeigt werden.

Mit einer schlechten Anströmung der Pumpenschaufel ist immer auch ein stark unterschiedlicher statischer Druck im Bereich der Schaufelvorderkante auf der Saug- und der Druckseite der Schaufel verbunden. Bei einem Teillastvolumenstrom führt zum Beispiel die Fehlanströmung dazu, daß sich ein Staupunkt auf der Schaufeldruckseite bildet und eine Saugspitze im Schaufeldruckverlauf auf der Schaufelsaugseite entsteht. Ursache und Wirkung lassen sich im einphasigen Fall nicht trennen. Tritt nun Kavitation auf, so wird der Druckunterschied zwischen der Saug- und der Druckseite der Laufradschaufel dadurch verringert, daß die Saugspitze durch die Kavitation abgeschnitten wird, da der Druck im Kavitationsbereich nicht weit unterhalb des Dampfdrucks fallen kann. Wird der Systemdruck im Versuchskreislauf weiter abgesenkt, so ergibt sich irgendwann der Zustand, daß auf der Druck- und auf der Saugseite der Laufradschaufel der gleiche statische Druck herrscht,

und zwar Dampfdruck. Dies jedoch zwingt die Strömung dazu, die Schaufel stoßfrei anzuströmen, unabhängig davon, wie die Strömung im einphasigen Fall ausgesehen hat.

Dieses Verhalten der Strömung ist in Abb. 6.41 für den in dieser Arbeit untersuchten Teillastvolumenstrom dargestellt. Die Verringerung des Druckunterschieds zwischen der Druck- und der Saugseite der Schaufel erkennt man anhand der Schaufeldruckverläufe in den Abbn. 6.30-6.40. Es wird jedoch vermutet, daß sich bei einem Überlastvolumenstrom das gleiche Verhalten zeigt. Bei einem Überlastvolumenstrom befindet sich die Saugspitze auf der Druckseite der Pumpe, so daß die Kavitation auf der Schaufeldruckseite auftritt und dort den Druck anhebt. Eine Überprüfung im Überlastbereich steht jedoch noch aus.

Dem Einfluß der mit der Kavitation einhergehenden Verluste auf die Förderhöhe steht demzufolge die aufgrund der verbesserten Zuströmung erhöhte Schaufelarbeit entgegen, so daß ein schlagartiger Förderhöhenabfall erst dann auftritt, wenn die stoßfreie Zuströmung erreicht ist und keine weitere Verbesserung der Zuströmung mehr möglich ist. Ist die kavitationsfreie Zuströmung zur Laufschaufel bereits perfekt, so können die durch Kavitation verursachten Verluste nicht durch eine verbesserte Schaufelanströmung kompensiert werden. Deshalb ist sofort bei Auftreten von Kavitation mit einem Förderhöhenabfall zu rechnen. Aus diesen Überlegungen läßt sich erkennen, wie wenig ein Förderhöhenabfall von 3% dazu geeignet ist, als Kriterium für ein noch tolerierbares Kavitationsausmaß verwendet zu werden.

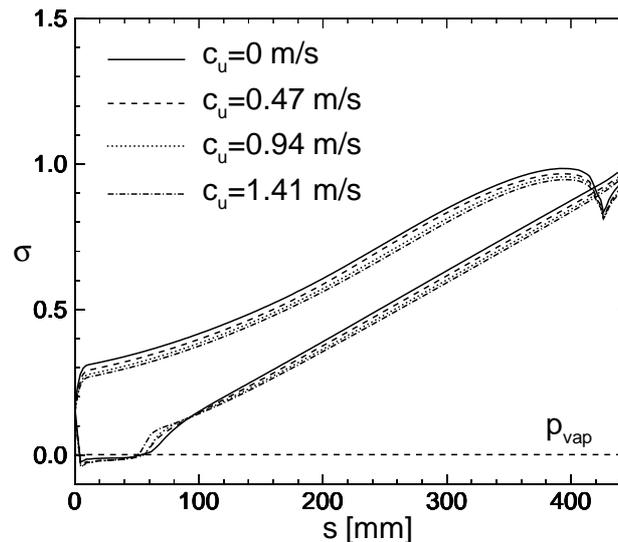
Es sei noch darauf hingewiesen, daß den Überlegungen in diesem Kapitel eine stationär kavitierende Strömung zugrunde liegt. Durch instationäre Vorgänge kann das in diesem Kapitel beschriebene Kavitationsverhalten deutlich verändert bzw. überlagert werden.

### 6.3.5 Einfluß der Vorrotation auf das Kavitationsverhalten der untersuchten Pumpe

Alle in Kap. 6.3.3 gezeigten Berechnungen werden unter Annahme einer drallfreier Zuströmung durchgeführt. Aufgrund der besonderen Spaltgestaltung (vgl. Kap. 6.1.1) ist bei der untersuchten Pumpe mit einem deutlichen Spaltvolumenstrom zu rechnen. Da der Spaltvolumenstrom stark drallbehaftet ist, überträgt sich dieser Drall auf die Zuströmung zur Pumpe. Bei zweidimensionalen Berechnungen kann der Spaltvolumenstrom nicht direkt modelliert werden, sondern nur der durch den Spaltvolumenstrom verursachte Drall (vgl. Kap. 6.2.1). Dies erfolgt durch die Vorgabe einer zusätzlichen Geschwindigkeitskomponente in Umfangsrichtung  $c_u$  am Eintritt. Die Abschätzung von  $c_u$  mit Hilfe einphasiger Rechnungen hat  $c_u = 0.94$  m/s ergeben (vgl. Kap. 6.2.5). Um den Einfluß der Vorrotation auf das Kavitationsverhalten zu untersuchen, werden drei Berechnungen bei konstantem  $\sigma_{ref,num} = 5.59$  und unterschiedlichen Werten für  $c_u$  ( $c_u = 0.47$  m/s,  $0.94$  m/s und  $1.41$  m/s) durchgeführt. Die übrigen Randbedingungen und die numerischen Einstellungen bleiben unverändert (vgl. Kap. 6.3.1).

Abbildung 6.42 zeigt den Einfluß von  $c_u$  auf den Schaufeldruckverlauf. Die Auswirkung auf den Druckverlauf in der Nähe des Kavitationsgebiets ist gering, generell verläuft der Druck auf der Schaufeloberfläche jedoch mit zunehmendem Vordrall bei kleineren  $\sigma$ -

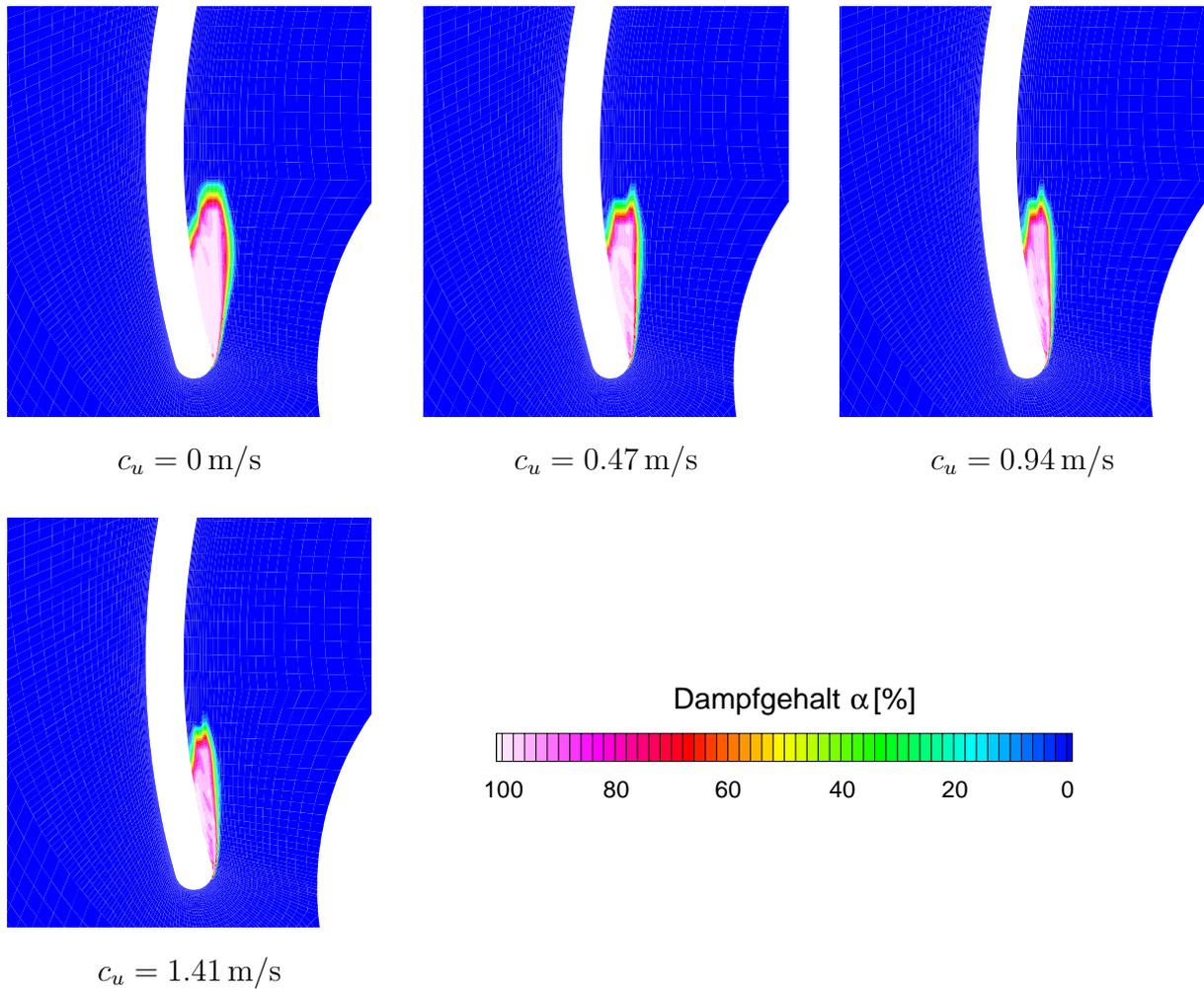
Werten. Dies hängt von dem Ort ab, an dem der Druckreferenzpunkt festgelegt wird (vgl. Abb. 6.3). Durch die Vorgabe einer Umfangskomponente wird der Druckverlauf im gesamten Berechnungsgebiet verändert (vgl. Abb. 6.18). Diese Änderungen wirken relativ zu dem Druck am Referenzpunkt und verändern somit das absolute Druckniveau der Schaufeloberfläche.



**Abbildung 6.42:** Einfluß der Vorrotation auf den Schaufeldruckverlauf der kavitierenden Strömung am Beispiel von Fall 4 bzw.  $\sigma_{ref,num} = 5.59$ . Übrige numerische Einstellungen und Randbedingungen:  $\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_v = 0.1 \text{ kg/m}^3$ ,  $(dp/d\rho)_{min} = 4 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5 \text{ mm}$ , UPWIND-Diskretisierungsverfahren, Courant-Zahl = 0.5, Austrittsrandbedingung.

Abbildung 6.43 zeigt den Einfluß der Vorrotation auf die Ausdehnung des Kavitationsgebiets. Mit zunehmender Vorrotation wird die Ausdehnung des Kavitationsgebiets geringer. Das Kavitationsgebiet liegt im Vergleich zu der Berechnung mit drallfreier Zuströmung enger an der Schaufelwand an. Dieses Ergebnis gilt jedoch nur für Teillastvolumenströme, da es sich bei dem Vordrall um einen Gleichdrall handelt, der den Zuströmwinkel der Relativströmung am Laufradeintritt vergrößert, so daß sich die Teillastsaugspitze verringert (vgl. Geschwindigkeitsdreiecke in Abb. 6.5). Bei Überlastvolumenströmen vergrößert ein Vordrall die Kavitationsanfälligkeit.

Der Einfluß der Vorrotation auf das Kavitationsverhalten der untersuchten Pumpe ist nicht bei allen untersuchten Kavitationszuständen gleich, sondern hängt stark von dem untersuchten Kavitationszustand ab. Je mehr Kavitation auftritt, d.h. je kleiner  $\sigma_{ref,num}$  ist, desto geringer ist der Einfluß der Vorrotation auf das Ergebnis. Im „incipient-Bereich“ jedoch, d.h. bei großen Werten von  $\sigma_{ref,num}$ , ist das Ausmaß der Vorrotation entscheidend dafür, ob Kavitation auftritt oder nicht. Mit Fall 4 bzw.  $\sigma_{ref,num} = 5.59$  ist in diesem Kapitel ein mittlerer Kavitationszustand ausgewählt worden.



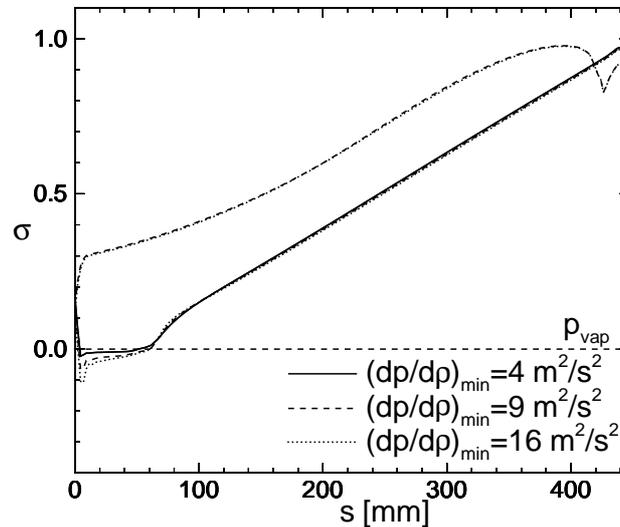
**Abbildung 6.43:** Einfluß der Vorrotation auf die Ausdehnung des Kavitationsgebiets am Beispiel von Fall 4 bzw.  $\sigma_{ref,num} = 5.59$ . Übrige numerische Einstellungen und Randbedingungen:  $\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_v = 0.1 \text{ kg/m}^3$ ,  $(dp/d\rho)_{min} = 4 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5 \text{ mm}$ , UPWIND-Diskretisierungsverfahren, Courant-Zahl = 0.5, Austrittsrandbedingung.

### 6.3.6 Einfluß des Modellparameters $(dp/d\rho)_{min}$

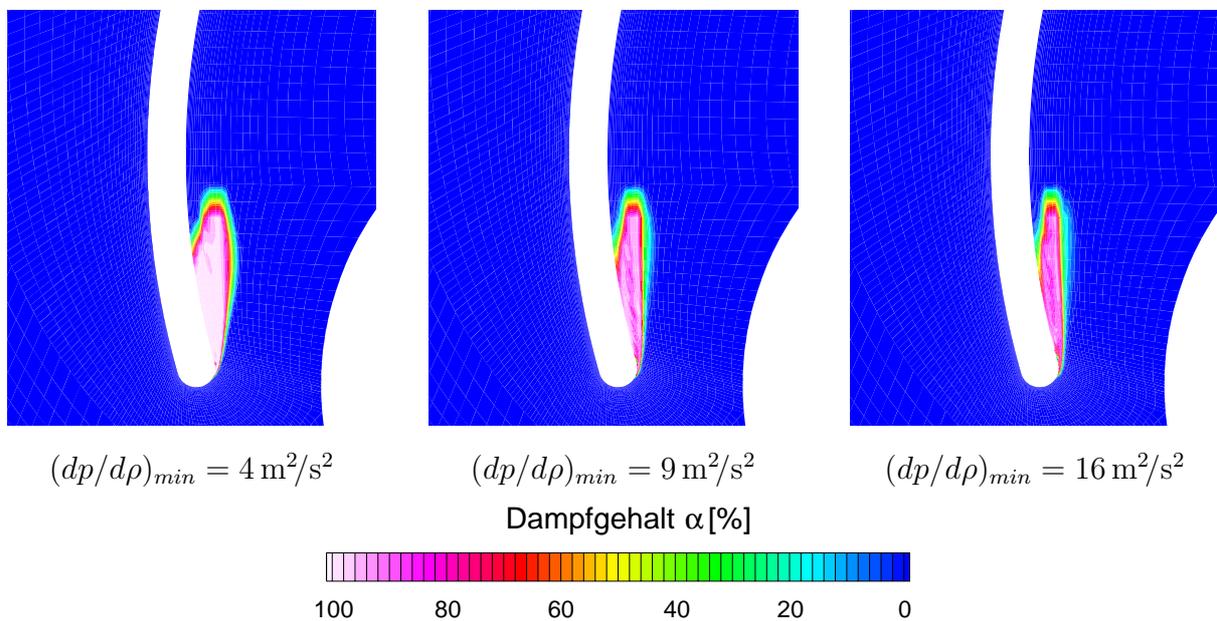
Wie bereits in Kap. 5 erläutert, wird die Geschwindigkeit des Phasenübergangs bei dem verwendeten Kavitationsmodell durch die Angabe von  $(dp/d\rho)_{min}$  vorgegeben. Für alle bisher dargestellten Berechnungen ist  $(dp/d\rho)_{min}$  so festgesetzt, daß gerade so viel Dampf produziert wird, daß im Kavitationsgebiet ungefähr Dampfdruck herrscht. Dies entspricht der experimentellen Beobachtung bei hydraulischer Kavitation.

Um den Einfluß dieses Parameters auf das Berechnungsergebnis zu demonstrieren, wird die in Abb. 6.33 dargestellte Berechnung (Fall 4 bzw.  $\sigma_{ref,num} = 5.59$ ), bei der  $(dp/d\rho)_{min} = 4 \text{ m}^2/\text{s}^2$  beträgt, mit den Werten  $(dp/d\rho)_{min} = 9 \text{ m}^2/\text{s}^2$  und  $(dp/d\rho)_{min} = 16 \text{ m}^2/\text{s}^2$  bei ansonsten unveränderten Randbedingungen (vgl. Kap. 6.3.1) wiederholt. Die Abbn. 6.44

und 6.45 zeigen den Einfluß dieser Variation auf den Schaufeldruckverlauf und auf die Ausdehnung des Kavitationsgebiets.



**Abbildung 6.44:** Einfluß des Modellparameters  $(dp/d\rho)_{min}$  auf den Schaufeldruckverlauf der kavitierenden Strömung am Beispiel von Fall 4 bzw.  $\sigma_{ref,num} = 5.59$  (vgl. Tab. 6.3). Übrige numerische Einstellungen und Randbedingungen:  $\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_v = 0.1 \text{ kg/m}^3$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5 \text{ mm}$ ,  $c_u = 0 \text{ m/s}$ , UPWIND-Diskretisierungsverfahren, Courant-Zahl = 0.5, Austrittsrandbedingung.



**Abbildung 6.45:** Einfluß des Modellparameters  $(dp/d\rho)_{min}$  auf die Ausdehnung des Kavitationsgebiets am Beispiel von Fall 4 bzw.  $\sigma_{ref,num} = 5.59$  (vgl. Tab. 6.3). Übrige numerische Einstellungen und Randbedingungen:  $\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_v = 0.1 \text{ kg/m}^3$ ,  $I = 4\%$ ,  $L = 0.5 \text{ mm}$ ,  $c_u = 0 \text{ m/s}$ , UPWIND-Diskretisierungsverfahren, Courant-Zahl = 0.5, Austrittsrandbedingung.

Wie man anhand von Abb. 6.44 erkennt, tritt bei einer Erhöhung von  $(dp/d\rho)_{min}$  eine Saugspitze zu Beginn des Kavitationsgebiets auf. Der Grund dafür liegt in der verlangsamten Verdampfung. Durch die Erhöhung von  $(dp/d\rho)_{min}$  ist der Quellterm in der Kontinuitäts- und in der void-Transport-Gleichung zu klein (vgl. Gln. 4.19 und 4.21), so daß die durch die Kavitation verursachte Druckerhöhung nicht ausreicht, das Dampfdruckniveau zu erreichen.

## 7 Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden umfangreiche numerische Untersuchungen von ausgebildeter Kavitation in einer Kreiselpumpe niedriger spezifischer Drehzahl durchgeführt. Die zweiphasigen Berechnungen der kavitierenden Pumpenströmung wurden bei einem Teillastvolumenstrom in einem großen Bereich von Kavitationszuständen durchgeführt. Der Vergleich der Berechnungsergebnisse mit den Messungen von Dreiß [23] (zeitlich gemittelte Schaufeldruckverläufe, Photographien der kavitierenden Strömung) hat erwiesen, daß es mit Hilfe des in dieser Arbeit verwendeten Kavitationsmodells möglich ist, die wesentlichen Effekte der Kavitation, wie die Änderung des Schaufeldruckverlaufs, die Dichteabsenkung im Kavitationsgebiet sowie den mit Kavitation verbundenen Förderhöhenabfall numerisch zu reproduzieren (vgl. Kap. 6.3.3). Die Berechnungsergebnisse stimmen bei fast allen untersuchten Kavitationszuständen bezüglich des zeitlich gemittelten Schaufeldruckverlaufs sehr gut mit dem Experiment überein. Unterschiede treten jedoch bei der Ausdehnung der Kavitationsgebiete auf. Die Kavitationsgebiete werden bei allen untersuchten Kavitationszuständen zu klein vorhergesagt. Dies ist weniger auf eine unzureichende Modellierung des Phasenübergangs zurückzuführen als auf das räumlich und zeitlich inhomogene Strömungsfeld im Bereich des Blasenzusammenfalls. Die instationären Vorgänge in diesem Bereich lassen sich mit dem verwendeten numerischen Verfahren und der den Berechnungen zugrundeliegenden räumlichen und zeitlichen Auflösung nicht reproduzieren.

Die Eigenschaften des in dieser Arbeit verwendeten Kavitationsmodells und des numerischen Verfahrens wurden in Kap. 5 ausführlich untersucht sowie Richtlinien zur Wahl der Modellparameter erarbeitet. Anhand der Berechnung einer instationär kavitierenden Düsenströmung wurde das Kavitationsmodell mit den am Fachgebiet Strömungsmaschinen entwickelten Kavitationsmodellen von Sauer und Vortmann verglichen [68, 91] (vgl. Kap. 5.4). Dabei zeigt es sich, daß die wesentlichen Effekte bei Kavitation (zyklisches Abschwimmen von Kavitationsgebieten, Frequenz, Druckabfall zwischen Eintritt und Austritt der Düse, ...) von allen Programmen qualitativ ähnlich wiedergegeben werden. Quantitativ treten geringe Unterschiede auf.

Mit Hilfe von Berechnungen der einphasigen Pumpenströmung wurde überprüft, inwiefern es überhaupt möglich ist, die einphasige Pumpenströmung zu reproduzieren (vgl. Kap. 6.2). Im Rahmen dieser Überprüfung wurde auch eine dreidimensionale Berechnung der Pumpenströmung durchgeführt. Dabei hat es sich gezeigt, daß die Abweichung zwischen dem experimentell und dem numerisch bestimmten Schaufeldruckverlauf im hinteren Bereich der Schaufel auf der Druckseite bereits in der einphasigen Berechnung existiert und

ihre Ursache in einer unzureichenden Modellierung der Strömung im Kreisringdiffusor der Pumpe bzw. in der Vernachlässigung des Spaltvolumenstroms hat (vgl. Kap. 6.2.7). Mit Hilfe einer Sensitivitätsanalyse (Kap. 6.2.5) wurde festgestellt, daß eine Unsicherheit bei der Wahl der Randbedingungen in der Berücksichtigung des Spaltvolumenstroms und der damit verbundenen Auswirkung auf die Pumpenströmung besteht. Ungenauigkeiten bei der Turbulenzmodellierung haben jedoch aufgrund der niederen Ekman-Zahl nur eine geringe Auswirkung auf den Schaufeldruckverlauf der Pumpe.

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen geben einen tiefen Einblick in die bei Kavitation in Pumpen wirksamen Mechanismen. Dies betrifft sowohl die Auswirkung der Kavitation auf die Schaufelkanalströmung als auch die damit verbundene Änderung der Förderhöhe. Die Visualisierung der Zweiphasenströmung bei unterschiedlichen Kavitationszuständen in Kap. 6.3.4 zeigt, daß die Kavitation einen positiven Einfluß auf die Zuströmung der Laufschaufel hat. Die damit verbundene Erhöhung der Schaufelarbeit sorgt dafür, daß die mit Kavitation einhergehenden Verluste kompensiert werden. Erst wenn keine weitere Verbesserung der Schaufelzuströmung mehr möglich ist, tritt bei einer weiteren Absenkung des Systemdrucks der Förderhöhensteilabfall auf. Obwohl dieses Ergebnis an einer ganz speziellen Pumpe niedriger spezifischer Drehzahl bei Teillastbetrieb gewonnen wurde, wird vermutet, daß dieses Verhalten der Strömung bei Auftreten von Kavitation prinzipiell auch bei Pumpen höherer spezifischer Drehzahl auftritt und sich auch auf Überlastvolumenströme übertragen läßt (vgl. Kap. 6.3.4).

## 8 Ausblick

Die in dieser Arbeit durchgeführten zweiphasigen Berechnungen zeigen die grundsätzlichen Möglichkeiten des verwendeten kommerziellen CFD-Programms zur Berechnung kavitierender Pumpenströmungen. Da jedoch in allen Berechnungen aus Gründen der Rechenzeitersparnis nur ein Laufschaufelkanal unter der Annahme identischer Strömung in den übrigen Laufschaufelkanälen berechnet wurde, bleibt die Frage nach der numerischen Reproduzierbarkeit der im Experiment beobachteten „rotierenden Kavitation“ offen.

Die Berechnungsergebnisse in Kap. 6.2.3.3 legen die Vermutung nahe, daß es sich bei „rotierender Kavitation“ ähnlich wie bei dem „rotating stall“ um ein durch Ablösung verursachtes Phänomen handelt. Dies wird auch durch die experimentelle Beobachtung unterstützt, daß „rotierende Kavitation“ nur bei Teillast auftritt [29], wo die Strömung besonders ablösegefährdet ist. Demnach wird „rotierende Kavitation“ durch die Wechselwirkung zwischen der Ablösung und der Kavitation dominiert. Wegen der Probleme bei der Modellierung der Turbulenz in Zweiphasenströmungen kann diese Wechselwirkung sicherlich nicht korrekt numerisch wiedergegeben werden. Nach Aussage von Friedrichs [29] handelt es sich bei der „rotierenden Kavitation“ in der untersuchten Pumpe jedoch um ein sehr stabiles Phänomen, das nach seinem Auftreten nur schwer wieder zu unterdrücken ist, so daß damit zu rechnen ist, daß es sich mit Hilfe des in dieser Arbeit verwendeten Programms reproduzieren läßt. Es wird deshalb empfohlen, im Rahmen einer weiterführenden Arbeit das gesamte Laufrad ohne die Verwendung der periodischen Randbedingungen zu berechnen. Wegen der Zweidimensionalität der Berechnungen ist der numerische Aufwand dabei immer noch zu beherrschen; die Anzahl der Berechnungszellen ist um den Faktor 5 höher. Da es sich bei der „rotierenden Kavitation“ um ein niederfrequentes ( $f \approx 4 - 8.5$  Hz [23]) und großskaliges Phänomen handelt, muß für eine korrekte räumliche und zeitliche Auflösung weder der numerische Zeitschritt verkleinert noch ein feineres Berechnungsgitter verwendet werden. Führt der höhere Freiheitsgrad der Strömung bei Berechnung des gesamten Laufrads nicht allein schon dazu, daß die Strömung von sich aus instationär wird und sich „rotierende Kavitation“ einstellt, so ist zu überprüfen, ob die Ausbildung der Instationarität nicht durch eine zu hohe turbulente Viskosität verhindert wird. Möglicherweise ist es auch notwendig, die Strömung künstlich zu stören, um „rotierende Kavitation“ in Gang zu setzen.

Die aus dem Vergleich zwischen Berechnung und Experiment (vgl. Kap. 6.3.3) gewonnenen Erkenntnisse deuten darauf hin, daß das sehr einfache Kavitationsmodell (im Kavitationsgebiet herrscht Dampfdruck) hinreichend genau die physikalischen Vorgänge bei Kavitation widerspiegelt. Die Ursache für die Abweichungen zwischen Experiment und

Berechnung ist vielmehr in einer unzureichenden räumlichen und zeitlichen Auflösung der kavitierenden Strömung bzw. bei numerischen Ungenauigkeiten zu suchen. Dies soll durch die folgende Überlegung näher erläutert werden.

Bei der numerischen Simulation kavitierender Strömungen ist prinzipiell zwischen den Fehlern, die bei der Vorhersage des Phasenübergangs aufgrund einer unzureichenden Kavitationsmodellierung, und den Fehlern, die bei der Berechnung der Zweiphasenströmung gemacht werden, zu unterscheiden. Während letztere zunächst unabhängig von der Kavitationsmodellierung sind, hängt die Richtigkeit des durch das Kavitationsmodell vorhergesagten Phasenübergangs entscheidend von den Zustandsgrößen ab, die dem Kavitationsmodell von der Strömungsberechnung zur Verfügung gestellt werden. Sind diese Zustandsgrößen falsch bzw. ungenau, so ist es auch mit dem besten Kavitationsmodell nicht möglich, ein gutes Ergebnis zu erzielen<sup>1</sup>.

Dies betrifft in hohem Maße die Turbulenzmodellierung in kavitierenden Strömungen. Bei der Simulation kavitierender Strömungen ist es nicht mehr ausreichend, die Auswirkung der Turbulenz auf das Strömungsfeld nur durch eine erhöhte „turbulente“ Viskosität zu modellieren, da wegen der turbulenten Druckschwankungen eine starke Wechselwirkung zwischen Kavitation und Turbulenz besteht. Aus diesem Grund ist die Konzentration bei der Weiterentwicklung nicht auf die Modellierung des Phasenübergangs, sondern auf eine verbesserte Modellierung der zugrundeliegenden Strömung zu richten. Großes Potential bietet in diesem Bereich die Large-Eddy-Simulation, bei der ein Teil der Turbulenz zeitecht aufgelöst und somit auch von dem Kavitationsmodell berücksichtigt wird. Der numerische Aufwand ist dabei jedoch um ein Vielfaches höher.

Ebenfalls von großem Interesse ist die Durchführung von dreidimensionalen Berechnungen einer kavitierenden Strömung. Dabei stellt die lange Rechendauer, die durch die hohe Zellenanzahl des Berechnungsgitters verursacht wird, das größte Problem dar, da das in dieser Arbeit verwendete Programm auch für dreidimensionale Strömungsberechnungen geeignet ist. Bei einer dreidimensionalen Berechnung wird das Fluid beim Auftreten von Kavitation auch in die dritte Raumrichtung verdrängt, so daß dreidimensionale Berechnungen ein verändertes dynamisches Verhalten der kavitierenden Strömung im Vergleich zu zweidimensionalen Berechnungen liefern.

Da die in dieser Arbeit festgestellten Zusammenhänge zwischen der Qualität der einphasigen Pumpenströmung und dem Kavitationsverhalten der Pumpe (vgl. Kap. 6.3.4) nur an einer einzigen Pumpe niedriger spezifischer Drehzahl bei Teillast gewonnen wurden, ist es im Rahmen weiterführender Arbeiten unbedingt notwendig, auch Pumpen höherer spezifischer Drehzahl und andere Lastzustände daraufhin zu untersuchen. Dies könnte sowohl durch die gezielte Auswertung von experimentellen Daten aus der Literatur geschehen als auch durch weitere entsprechende Berechnungen anderer Lastzustände und Laufradgeometrien.

---

<sup>1</sup>Im Gegenteil: Je besser das Kavitationsmodell, um so schlechter die Ergebnisse, wenn die Eingangsgrößen aus der Strömungsberechnung fehlerhaft sind.

# Literaturverzeichnis

- [1] AEA TECHNOLOGY: *CFX-TASCflow, Theory Documentation*, 1999.
- [2] R.E.A. ARNDT: *Cavitation in Fluid Machinery and Hydraulic Structures*, Ann. Rev. of Fluid Mechanics, Bd. 13, S. 328-373, 1981.
- [3] M.M. ATHAVALE, H.Y. LI, Y. JIANG, A.K. SINGHAL: *Application of the full cavitation model to pumps and inducers*, Proc. of ISROMAC-8, Honolulu, 2000.
- [4] R.K. AVVA, A.K. SINGHAL: *An enthalpy based model of cavitation*, ASME FED-Bd. 226, Cavitation and Gas-Liquid Flow in Fluid Machinery Devices, 1995.
- [5] I. AWAD, G. LUDWIG, B. STOFFEL: *Experimental investigations concerning the influence of liquid property and speed of rotation on the inception of blade cavitation in a centrifugal pump*, Proc. of Third International Symposium on Cavitation, Grenoble, France, Bd. 1, S. 329-334, 1998.
- [6] P. VON BÖCKH: *Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Druckstörung und kritischer Durchfluß in Flüssigkeits/Gas- Gemischen*, Dissertation Universität Karlsruhe (TH), 1975.
- [7] O. BOULON, G.L. CHAHINE: *Numerical simulation of unsteady cavitation on a 3D hydrofoil*, Proc. of Third International Symposium on Cavitation, Grenoble, France, Bd. 2, S. 249-256, 1998.
- [8] O. BOULON, M. CALLENAERE, J.-P. FRANC, J.-M. MICHEL: *An experimental insight into the effect of confinement on tip vortex cavitation of an elliptical hydrofoil*, Journal of Fluid Mechanics, Bd. 390, S. 1-23, 1999.
- [9] F. BRAND: *Ein physikalisches Verfahren zur Bestimmung von gelösten und ungelösten Gasen im Wasser*, Voith Forschung und Konstruktion, Bd. 27, 1981.
- [10] Y. CHEN, S.D. HEISTER: *A numerical treatment for attached cavitation*, ASME Journal of Fluids Engineering, Bd. 116, S. 613-618, 1994.
- [11] Y. CHEN, S.D. HEISTER: *Two-phase modeling of cavitated flows*, Computers & Fluids, Bd. 24, Nr. 7, S. 799-809, 1995.

- 
- [12] Y. CHEN, S.D. HEISTER: *Modeling hydrodynamic nonequilibrium in cavitating flows*, ASME Journal of Fluids Engineering, Bd. 118, S. 172-178, 1996.
- [13] D. COKLJAT, V.A. IVANOV, S.A. VASQUEZ: *Two-phase model for cavitating flows*, Proc. of Third International Conference on Multiphase Flow 98 (ICMF'98), Lyon, 1998.
- [14] COMPUTATIONAL DYNAMICS LTD.: *STAR-CD, Methodologie*, Version 3.1A, 2000.
- [15] P. COOPER: *Analysis of single- and two-phase flows in turbopump inducers*, Journal of Engineering for Power, Trans. ASME, Series A, 1967.
- [16] O. COUTIER-DEGOSHA, J.L. REBOUD, G. ALBANO: *Numerical simulation of unsteady cavitation behavior of an inducer blade cascade*, Proc. of ASME Fluids Engineering Summer Conference, Boston, FEDSM2000-11036, 2000.
- [17] Y. DELANNOY, J.L. KUENEY: *Two phase flow approach in unsteady cavitation modelling*, Cavitation and Multiphase Flow Forum, ASME FED Bd. 98, S. 153-158, 1990.
- [18] M. DESHPANDE, J. FENG, C.L. MERKLE: *Navier-Stokes analysis of 2-D cavity flow*, Cavitation and Multiphase Flow Forum, ASME, FED-Bd. 135, S. 149-155, 1992.
- [19] M. DESHPANDE, J. FENG, C.L. MERKLE: *Cavity flow predictions based on the Euler equations*, ASME Journal of Fluids Engineering, Bd. 116, S. 36-43, 1994.
- [20] M. DESHPANDE, J. FENG, C.L. MERKLE: *Numerical modeling of the thermodynamic effects of cavitation*, ASME Journal of Fluids Engineering, Bd. 119, S. 420-427, 1997.
- [21] L. DIEVAL, M. ARNAUD, R. MARCER: *Numerical modeling of unsteady cavitating flows by a VOF method*, Proc. of Third International Symposium on Cavitation, Grenoble, France, Bd. 2, S. 243-248, 1998.
- [22] A. DREISS, V. SCHÜTTE: *Numerische und experimentelle Untersuchung von Kavitationszuständen im Laufrad einer radialen Kreiselpumpe*, Pumpentagung Karlsruhe, Reprint, VDMA Frankfurt/M., Sektion C5-1, S. 2-17, 1996.
- [23] A. DREISS: *Untersuchung der Laufradkavitation einer radialen Kreiselpumpe durch instationäre Druckmessungen im rotierenden System*, Dissertation TU Braunschweig, 1997.
- [24] A. DREISS, G. KOSYNA: *The influence of unsteady cavitation effects on the shape of NPSH-head-drop-curves*, Proc. of the 2nd Japanese-German Symposium on Multiphase Flow, Tokyo, S. 435-446, 1997.
- [25] D.A. DREW: , Ann. Rev. of Fluid Mechanics, Bd. 15, S. 261, 1983.
- [26] PH. DUPONT, F. AVELLAN: *Numerical computation of a leading edge cavity*, Cavitation'91, ASME, FED-Bd. 116, S. 47-54, 1991.

- 
- [27] J.H. FERZIGER, M. PERIĆ: *Computational methods for fluid dynamics*, Springer-Verlag, 1996.
- [28] FLUENT INC.: *Fluent 5, User's Guide*, 1999.
- [29] J. FRIEDRICHS: *Private Mitteilung*, Pfeleiderer Institut Braunschweig, 2001.
- [30] J. FRIEDRICHS, G. KOSYNA: *Rotating Cavitation in a Centrifugal Pump Impeller of Low Specific Speed*, Proc. of ASME Fluids Engineering Conference, New Orleans, FEDSM2001-18084, 2001.
- [31] D.H. FRUMAN, J.L. REBOUD, B. STUTZ: *Estimation of thermal effects in cavitation of thermosensible liquids*, International Journal of Heat and Mass Transfer, Bd. 42, S. 3195-3204, 1999.
- [32] R. GENZ: *Numerische Untersuchung der 3-D Strömung in einer Zentrifugalpumpe; reibungsfrei-reibungsbehaftet*, Diplomarbeit, Fachgebiet Strömungsmaschinen, Fakultät für Maschinenbau, Universität Karlsruhe (TH), 2000.
- [33] H. GROGGER, A. ALAJBEGOVIC: *Calculation of the Cavitating Flow in Venturi Geometries using Two Fluid Model*, FEDSM98-5295, ASME Fluids Engineering Summer Meeting, Washington D.C., 1998.
- [34] J.F. GÜLICH: *Kreiselpumpen: ein Handbuch für Entwicklung, Anlagenplanung und Betrieb*, Springer-Verlag, 1999.
- [35] F.G. HAMMIT: *Cavitation and multiphase flow phenomena*, McGraw-Hill Verlag, New York, 1980.
- [36] F.H. HARLOW, J.E. WELCH: *Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface*, The Physics of Fluids, Bd. 8, Nr. 12, 1965.
- [37] R. HIRSCHI, P. DUPONT, F. AVELLAN: *Partial sheet cavities prediction on a twisted elliptical planform hydrofoil*, Proc. of Third International Symposium on Cavitation, Grenoble, France, Bd. 1, S. 245-249, 1998.
- [38] R. HIRSCHI, P. DUPONT, F. AVELLAN, J.N. FAVRE, J.F. GÜELICH, E. PARKINSON: *Centrifugal pump performance drop due to leading edge cavitation: Numerical predictions compared with model tests*, ASME Journal of Fluids Engineering, Bd. 120, S. 705-711, 1998.
- [39] C.W. HIRT, B.D. NICHOLS: *Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries*, Journal of Computational Physics, Bd. 39, S. 201-225, 1981.
- [40] C.W. HIRT: *Computational Modeling of Cavitation*, Flow Science, Inc. report, presented at the 2nd International Symposium on Performance Enhancement for Marine Applications, Newport, RI, 1990.

- [41] H.W.M. HOEIJMAKERS, M.E. JANSSENS, W. KWAN: *Numerical simulation of sheet cavitation*, Proc. of Third International Symposium on Cavitation, Grenoble, France, Bd. 2, S. 257-262, 1998.
- [42] A. HOSANGADI, V. AHUJA: *Simulations of cavitating flows using hybrid unstructured meshes*, Proc. of ASME Fluids Engineering Summer Conference, Boston, FEDSM2000-11095, 2000.
- [43] D.Y. HSIEH, M.S. PLESSET: *On the propagation of sound in a liquid containing gas bubbles*, The Physics of Fluids, Bd 4, Nr. 8, 1961.
- [44] W.H. ISAY: *Kavitation*, Schiffahrts-Verlag „Hansa“ C. Schroedter GmbH & Co. KG, Hamburg, 1984.
- [45] R.I. ISSA: *Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting*, Journal of Computational Physics, Bd. 65, S. 40-65, 1985.
- [46] J.K. JAKOBSEN: *On the mechanism of head breakdown in cavitating inducers*, Journal of Basic Engineering, Trans. ASME, Series D, Bd. 86, S. 291-305, 1964.
- [47] H. KATO, H. KAYANO, Y. KAGEYAMA: *A consideration of thermal effect on cavitation bubble growth*, Cavitation and Multiphase Flow, FED-Bd. 194, S. 7-10, 1994.
- [48] A. KELLER: *Maßstabeffekte bei der Anfangskavitation unter Berücksichtigung der Zugspannungsfestigkeit der Flüssigkeit*, Pumpentagung Karlsruhe, Sektion B6, 1984.
- [49] A. KELLER: *Kavitationserscheinungen und deren zuverlässige Vorhersage durch Modellversuche*, Pumpentagung Karlsruhe, Sektion B4, 1992.
- [50] A.P. KELLER, H.K. ROTT, B. STOFFEL, R. STRIEDINGER: *Maßstabeffekte bei der Strömungskavitation*, Forschung im Ingenieurwesen, Bd. 65, Nr. 2-3, S. 48-57, 1999.
- [51] A.P. KELLER: *Cavitation scale effects - a presentation of its visual appearance and empirically found relations*, Proc. of NCTC50 International Conference on Propeller Cavitation, Newcastle upon Tyne, 2000.
- [52] KSB AG, FRANKENTAL: *Kreiselpumpen Lexikon*, 3.Auflage, 1998.
- [53] KUBOTA, H. KATO, H. YAMAGUCHI: *A new modelling of cavitation flows: a numerical study of cavitation on a hydrofoil section*, Journal of Fluids Mechanics, Bd. 240, S.59-96, 1992.
- [54] K. LANZENBERGER: *Numerische und analytische Ansätze zur Simulation kavitierender Strömungen*, Dissertation, Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH), 1995.

- 
- [55] B.P. LEONARD: *The ULTIMATE conservative difference scheme applied to unsteady one-dimensional advection*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Bd. 88, S. 17-74, 1991.
- [56] P.A. LUSH, P.I. PETERS: *Visualization of cavitating flow in a venturi-type duct using high speed cine photography*, IAHR, Amsterdam, S. 1-13, 1982.
- [57] K. MAJIDI: *Numerische Berechnung der Sekundärströmung in radialen Kreiselpumpen zur Feststoffförderung*, Dissertation TU Berlin, 1997.
- [58] C.L. MERKLE, J. FENG, P.E.O. BUELOW: *Computational modeling of the dynamics of sheet cavitation*, Proc. of Third International Symposium on Cavitation, Grenoble, France, Bd. 2, S. 307-311, 1998.
- [59] B.B. MIKIC, W.M. ROHSENOW, P. GRIFFITH: *On bubble growth rates*, International Journal of Heat and Mass Transfer, Bd. 12, S. 657-666, 1970.
- [60] T. OKAMURA, Y. UEYAMA, T. SATOH: *Cavitation at low flow rates in centrifugal pumps*, Proc. of Third International Symposium on Cavitation, Grenoble, France, Bd. 1, S. 341-346, 1998.
- [61] C. PFLEIDERER, H. PETERMANN: *Strömungsmaschinen*, 6. Auflage, Springer-Verlag, 1991.
- [62] M.S. PLESSET, A. PROSPERETTI: *Bubble dynamics and cavitation*, Annual Review of Fluid Mechanics, Bd. 9, S. 145-185, 1977.
- [63] LORD RAYLEIGH: *On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity*, Philosophical Magazine, Bd. 34, Nr. 200, S. 94-98, 1917.
- [64] J. RAABE: *Hydraulische Maschinen und Anlagen*, 2. Auflage, VDI-Verlag, 1989.
- [65] J.L. REBOUD, B. STUTZ, O. COUTIER: *Two-phase flow structure of cavitation: experiment and modelling of unsteady effects*, Proc. of Third International Symposium on Cavitation, Grenoble, France, Bd. 1, S. 203-208, 1998.
- [66] J.L. REBOUD, R. FORTES-PATELLA, M. HOFMANN, H. LOHRBERG, G. LUDWIG, B. STOFFEL: *Numerical and experimental investigations on the self-oscillating behaviour of cloud cavitation*, Proc. of 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference, San Francisco, 1999.
- [67] J. SAUER, G.H. SCHNERR: *Unsteady cavitating flow - a new cavitation model based on a modified front capturing method and bubble dynamics*, ASME Fluids Engineering Summer Conference, Boston, FEDSM2000-11095, 2000.

- [68] J. SAUER: *Instationär kavitierende Strömungen - Ein neues Modell, basierend auf Front Capturing (VoF) und Blasendynamik*, Dissertation, Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH), 2000. Internet: <http://www.ubka.uni-karlsruhe.de/cgi-bin/psview?document=2000/maschinenbau/7>
- [69] G.H. SCHNERR, S. ADAM, K. LANZENBERGER, R. SCHULZ: *Multiphase Flows: Condensation and Cavitation Problems*, CFD Review, John Wiley, Hrsg.: M. Hafez, K. Oshima, S. 614-640, 1995.
- [70] H. SCHADE, E. KUNZ: *Strömungslehre*, Walter de Gruyter-Verlag Berlin New York, 2. Aufl., 1989.
- [71] H. SCHLICHTING: *Grenzschicht Theorie*, Springer-Verlag, 9. Aufl., 1997.
- [72] D.P. SCHMIDT, C.J. RUTLAND, M.L. CORRADINI: *A numerical study of cavitation flow through various nozzle shapes*, SAE Technical Paper Series 971597, 1997.
- [73] D.P. SCHMIDT, C.J. RUTLAND, M.L. CORRADINI: *A fully compressible two-dimensional, model of small, high speed, cavitating nozzles*, Atomization and Sprays, Bd. 9, Heft 3, S. 255-276, 1999.
- [74] T.A. SCHMIDT: *Experimentelle Untersuchung zum Saugverhalten von Kreiselpumpen mittlerer spezifischer Drehzahl bei Teillast*, Dissertation TU Braunschweig, 1997.
- [75] W. SCHÖNEBERGER: *Untersuchungen über Kavitation an radialen Kreiselpumpenrädern*, Dissertation, Fakultät für Maschinenbau der Technischen Hochschule Darmstadt, 1966.
- [76] R. SCHULZ: *Entwicklung eines numerischen Verfahrens zur Simulation von Wolkenkavitation*, Dissertation, Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH), 1995.
- [77] V. SCHÜTTE: *Modellierung und Berechnung von Blasenströmungen und Kavitation in Laufradkanälen von Kreiselpumpen*, Pumpentagung Karlsruhe, Reprint, Bd. 2, B4-07, 1992.
- [78] B.R. SHIN, T. IKOHAGI: *Numerical analysis of unsteady cavity flows around a hydrofoil*, Proc. of 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference, San Francisco, 1999.
- [79] H.-H. SPOHNHOLZ: *NPSH-Verhalten von Halbaxialpumpen bei Teillast*, Dissertation TU Braunschweig, 1997.
- [80] W.A. SPRAKER: *The effects of fluid properties on cavitation in centrifugal pumps*, Journal of Engineering for Power, Trans. ASME, Series A, Bd. 87, S. 309-318, 1965.
- [81] J.H. SPURK: *Strömungslehre*, Springer-Verlag, 2. Aufl., 1989.

- 
- [82] H.A. STAHL, A.J. STEPANOFF: *Thermodynamic aspects of cavitation in centrifugal pumps*, Journal of Basic Engineering, Bd. 78, S. 1691-1693, 1956.
- [83] E. STECK: *Berechnung des Betriebsverhaltens rotierender Radialgitter*, Dissertation, Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH), 1981.
- [84] A.J. STEPANOFF: *Cavitation in centrifugal pumps with liquids other than water*, Journal of Engineering for Power, Trans. ASME, Series A, Bd. 83, S.79-90, 1961.
- [85] A.J. STEPANOFF: *Cavitation properties of liquids*, Journal of Basic Engineering, Bd. 86, S. 195-200, 1964.
- [86] K. STEPHAN, F. MAYINGER: *Thermodynamik: Grundlagen und technische Anwendungen*, Springer-Verlag, 14. Aufl., Bd. 1, 1992.
- [87] R. STRIEDINGER, I. AWAD, G. LUDWIG, B. STOFFEL: *Experimental investigations concerning the influence of liquid property and speed of rotation on the inception of blade cavitation in pumps with different specific speeds*, Proc. of 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference, San Francisco, 1999.
- [88] W. TRAUPEL: *Die Theorie der Strömung durch Radialmaschinen*, Verlag G. Braun (vorm. G. Braunsche Hofbuchdruckerei und Verlag), Karlsruhe, 1962.
- [89] O. UBBINK: *Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces*, PhD-thesis, University of London, 1997.
- [90] C. VORTMANN, T. KLEMM, G.H. SCHNERR: *Prediction of cavitating flows by specifying the free enthalpy of the phase mixture*, Proc. of HYDROFORUM 2000, Czorsztyn, Poland, Editoren: E. Śliwicki, J. Steller, Instytut Maszyn Przepływowych, Gdańsk, 2000.
- [91] C. VORTMANN: *Untersuchung zur Thermodynamik des Phasenübergangs bei der numerischen Berechnung kavitierender Düsenströmungen*, Dissertation, Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH), 2001. Internet: <http://www.ubka.uni-karlsruhe.de/cgi-bin/psview?document=2001/maschinenbau/4>
- [92] G.B. WALLIS: *One-dimensional two-phase flow*, McGraw-Hill, 1969.
- [93] S. WURSTHORN, G.H. SCHNERR: *Numerical investigation of passive ventilation for cavitation control*, Proc. of 4th ISAIF-International Symposium on experimental and computational aerothermodynamics of internal flows, Bd. 2, S. 291-303, 1999.
- [94] S. WURSTHORN, G.H. SCHNERR: *Numerical investigation of performance losses in a centrifugal pump due to cavitation*, ZAMM 81, Proc. of Annual Meeting of the Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik, Göttingen, 2000.
- [95] S. WURSTHORN, G.H. SCHNERR: *Comparison of inviscid and viscous two-phase calculations of cavitating pump flow*, ZAMM 82, Proc. of Annual Meeting of the Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik, Göttingen, 2001.

- [96] F.R. YOUNG: *Cavitation*, McGraw-Hill Book Company (UK) Limited, 1989.
- [97] W. YUAN, J. SAUER, G.H. SCHNERR: *Modeling of unsteady cavitating flows in fuel injection nozzles*, Proc. of ILASS-Europe 2000, Darmstadt, 2000.
- [98] W. YUAN, G.H. SCHNERR: *Cavitation in injection nozzles, effect of injection pressure fluctuations*, Proc. of CAV2001, Pasadena, 2001,  
Internet: <http://resolver.caltech.edu/cav2001:sessionA7.001>.
- [99] J. ZIEREP: *Theoretische Gasdynamik*, G. Braun-Verlag, Karlsruhe, 1991.