

KfK 5012
April 1992

**Bestimmung der chemischen
Zusammensetzung der
kosmischen Strahlung im
Energiebereich von $E_0 \approx 10^{15}$ eV**

P. Gabriel
Institut für Kernphysik

Kernforschungszentrum Karlsruhe

Kernforschungszentrum Karlsruhe
Institut für Kernphysik

KfK 5012

**Bestimmung der chemischen Zusammensetzung
der kosmischen Strahlung
im Energiebereich von $E_0 \approx 10^{15}$ eV**

Peter Gabriel

von der Fakultät für Physik der Universität (TH) Karlsruhe
genehmigte Dissertation

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 7500 Karlsruhe 1

ISSN 0303-4003

Mit dem Programm CORSIKA simulierten wir p-, O- und Fe-induzierte ausgedehnte Luftschauer im Energiebereich von $E_0 \approx 10^{15}$ eV.

Unter Berücksichtigung des steil abfallenden primären Energiespektrums sowie der begrenzten Auflösung des KASCADE Detektors läßt sich die Primärenergie des Schauers mit einer Genauigkeit von ca. 30% (p-Schauer) bzw. 20% (O-, Fe-Schauer) rekonstruieren.

Bei einer angenommenen Häufigkeitsverteilung von p : O : Fe = 6 : 1 : 1.75 kann der Eisenanteil der kosmischen Strahlung unter Verwendung der beiden Schauerparameter Elektronen- und Myonzahl mit einem Verhältnis von Signal zu Untergrund von $S/B = 3.5 \pm 0.4$ separiert werden. Die Fe-induzierten Schauer werden dabei mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 90% richtig erkannt.

Unter Anwendung der 'principal component analysis' - Methode (PCA) mit 7 gleichzeitig gemessenen Schauerparametern erhält man bei gleichbleibender Effizienz der Eisenerkennung eine Verbesserung des Signal/Untergrund-Verhältnisses auf $S/B = 6.1 \pm 0.9$.

Abstract

Determination of the Chemical Composition of Cosmic Rays in the Energy Range $E_0 \approx 10^{15}$ eV.

Using the program code CORSIKA we simulated p-, O- and Fe-induced extensive air showers in the energy range $E_0 \approx 10^{15}$ eV.

Considering the steeply falling primary energy spectrum and the limited resolution of the KASCADE detector the energy of the shower can be determined with an accuracy of about 30% (p-showers) and 20% (O-, Fe-showers), respectively.

Assuming a relative composition of p : O : Fe = 6 : 1 : 1.75 the iron part of the cosmic rays can be separated using the electron and muon number with a signal to background ratio of $S/B = 3.5 \pm 0.4$. The iron showers are recognized correctly with nearly 90% efficiency.

A principal component analysis using 7 measured shower parameters gives an improved signal to background ratio of $S/B = 6.1 \pm 0.9$ at the same iron efficiency.

Kapitel 1. Einleitung	1
Kapitel 2. Grundlagen	3
2.1 Die kosmische Strahlung	3
2.1.1 Historisches	3
2.1.2 Die Zusammensetzung der kosmischen Strahlung	4
2.2 Entwicklung eines Luftschauers	8
2.2.1 Schematische Beschreibung	8
2.2.2 Die elektromagnetische Komponente des Schauers	10
2.2.3 Qualitative Unterschiede zwischen p- und Fe-induzierten Luftschauern	12
2.3 Das KASCADE Experiment	14
Kapitel 3. Das Simulationsprogramm CORSIKA	19
3.1 Allgemeines	20
3.1.1 Die Atmosphäre	20
3.1.2 Hadronische Wechselwirkungslängen	21
3.1.3 Mögliche Prozesse	22
3.2 Das Dual-Parton-Modell (DPM)	23
3.3 Das Isobaren-Modell (IM)	27
3.4 Die elektromagnetische Komponente	29
Kapitel 4. Ergebnisse der Simulationsrechnungen	33
4.1 Die Daten	33
4.2 Mittlere Verteilungen	35
4.3 Teilchenzahlspektren	46
4.4 Abhängigkeit der Schauerparameter von der Primärenergie	50
Kapitel 5. Vergleich mit experimentellen Daten	57
5.1 Die Myonkomponente	57
5.2 Die Hadronkomponente	59
5.3 Das sekundäre Hadronspektrum	61
5.4 Vergleich mit dem Simulationsprogramm SHOWERSIM	66
5.5 Beurteilung der Vergleiche	68
Kapitel 6. Methoden zur Identifikation des Primärteilchens	71
6.1 Konventionelle Methode	72
6.1.1 Bestimmung der Primärenergie	72
6.1.2 Bestimmung der chemischen Zusammensetzung	78
6.2 Die Kovarianzmethode	82
6.2.1 Methode	82
6.2.2 Energieauflösung und Teilchenidentifikation	84

6.2.3 Einfluß der Auflösung des KASCADE Detektors	86
6.2.4 Bestimmung der relativen Häufigkeiten	87
6.2.5 Systematische Unsicherheiten	90
6.3 Die 'Principal Component Analysis' - Methode (PCA)	93
6.3.1 Methode	94
6.3.2 Anwendung	95
6.3.3 Bestimmung der Primärenergie	100
6.3.4 Bestimmung der chemischen Zusammensetzung	102
6.3.5 Variation der Schauerparameter	106
6.3.6 Abhängigkeit der Teilchenidentifikation von der Primärenergie	110
6.3.7 Systematische Unsicherheiten	112
6.4 Vergleich der Methoden	114
Kapitel 7. Zusammenfassung	117
Abbildungsverzeichnis	119
Tabellen	121
Literaturverzeichnis	123

Die Existenz der kosmischen Strahlung ist bereits seit über 75 Jahren bekannt. Sie setzt sich im wesentlichen aus vollständig ionisierten Atomkernen zusammen. Hauptsächlich kommen die leichten Kerne Protonen und α -Teilchen vor, daneben existieren aber auch schwere Kerne, so daß das gesamte chemische Spektrum von Protonen bis hin zu den Eisenkernen nachgewiesen werden kann. Neben dieser hadronischen Komponente treten in der kosmischen Strahlung zu einem geringen Teil Elektronen ($< 1\%$) und Gammastrahlung auf ($< 0.1\%$).

Ein Merkmal der kosmischen Strahlung ist ihre in hohem Maße vorhandene Isotropie. Dies bedeutet allerdings nicht, daß die Quellen dieser Strahlung ebenfalls isotrop verteilt sind. Da die Teilchen überwiegend geladen sind, werden sie durch interstellare Magnetfelder abgelenkt, so daß zwischen ihrer Einfallsrichtung und ihrem Ursprungsort keinerlei Korrelation besteht. Bei ihrem Eintritt in die Erdatmosphäre haben die Teilchen einen Weg zurückgelegt, der typischerweise dem zehnfachen bis hundertfachen Durchmesser unserer Galaxie entspricht.

Unter diesen Umständen ist die Messung der chemischen Zusammensetzung der Primärteilchen neben ihrem Energiespektrum die einzige Möglichkeit, Information über die Herkunft der kosmischen Strahlung zu erhalten. Hierzu werden Ballon- und Satellitenexperimente oder auch auf dem Space Shuttle installierte Experimente durchgeführt, die aber alle durch begrenzte Detektorflächen und Meßzeiten eingeschränkt sind. Da die Intensität der kosmischen Strahlung mit zunehmender Energie sehr stark abfällt ($dI \sim E_0^{-2.7} dE_0$), reichen Experimente dieser Art nur bis zu Energien von ca. $E_0 \approx 10^{14}$ eV. Die dabei erzielten Ergebnisse scheinen eine gewisse Sonderstellung der primären Eisenkerne anzudeuten. Ihre Häufigkeit nimmt mit zunehmender Energie wesentlich langsamer ab als die der anderen Elemente, so daß der Bestimmung des Eisenanteils an der kosmischen Strahlung besonderes Interesse zukommt.

Da der für Satellitenexperimente zugängliche Energiebereich auf absehbare Zeit mit Sicherheit nicht wesentlich erhöht werden kann, ist man zur Erforschung der kosmischen Strahlung oberhalb von $E_0 \approx 10^{15}$ eV auf terrestrische Stationen angewiesen. Dies hat allerdings den gravierenden Nachteil, daß das Primärteilchen nicht mehr direkt nachgewiesen werden kann. Vielmehr lassen sich auf dem Erdboden nur die Teilchen beobachten, die durch eine Vielzahl von Wechselwirkungen des Primärteilchen und seiner Reaktionsprodukte in der Atmosphäre entstanden sind. So erzeugt z.B. ein Teilchen der Primärenergie $E_0 = 10^{15}$ eV auf Meereshöhe ungefähr 100 000 Sekundärteilchen, die einen sogenannten "ausgedehnten Luftschauer" bilden. Ein solcher Luftschauer besteht zu ca. 90% aus Elektronen und 10% aus Myonen sowie zu weniger als 1% aus nachweisbaren Hadronen.

Zum Nachweis dieser Luftschauer wird derzeit auf dem Gelände des Kernforschungszentrums Karlsruhe ein Experiment unter dem Namen KASCADE (KARlsruhe Shower Core and Array DETector) aufgebaut, das bis 1994 fertiggestellt sein soll. Das vorrangige Ziel von KASCADE ist es, die chemische Zusammensetzung der kosmischen Strahlung im Energiebereich von einigen 10^{14} eV bis ungefähr 10^{17} eV zu messen. Voraussetzung dafür ist die Kenntnis der unterschiedlichen Schauerentwicklung z.B. für Protonen und Eisenkerne. Hierzu wurde das Monte Carlo Programm CORSIKA (COsmic Ray Simulations for KASCADE) zur Simulation von ausgedehnten Luftschauern entwickelt.

Ziel dieser Arbeit war es, anhand der simulierten Daten Methoden zu entwickeln, mit denen aus den meßbaren Schauerparametern Rückschlüsse auf die Natur des Primärteilchen gezogen werden können. Als Problem haben sich dabei die in Luftschauern auftretenden sogenannten intrinsischen Fluktuationen erwiesen. Diese resultieren daraus, daß die meisten Prozesse in der Schauerentwicklung statistischen Gesetzmäßigkeiten unterliegen, und sich damit für individuelle Schauer trotz gleicher Anfangsbedingungen deutliche Unterschiede ergeben können. Dies hat zur Folge, daß, obwohl sich p- und Fe-induzierte Schauer in einigen Meßgrößen im Mittel recht deutlich unterscheiden, die Fluktuationen zu einer Überlappung von p- und Fe-Schauern führen können. Die eigentliche Aufgabe bestand somit darin, diejenige Kombination der Schauerparameter zu finden, die zur Unterscheidung der verschiedenen Primärteilchen am besten geeignet ist.

Nach einer Einführung in die Physik der kosmischen Strahlung und deren Nachweis als ausgedehnte Luftschauer in Kapitel 2 erfolgt in Kapitel 3 die Beschreibung des Simulationsprogrammes CORSIKA. Grundlegende Ergebnisse der Luftschauersimulationen werden in Kapitel 4 vorgestellt. Danach folgt in Kapitel 5 ein Vergleich der Simulationsergebnisse mit experimentellen Daten. Kapitel 6 enthält dann die eigentlichen Analysen zur Identifikation des Primärteilchens. Abschließend werden in Kapitel 7 die wichtigsten Ergebnisse zusammengefaßt.

2.1 Die kosmische Strahlung

2.1.1 Historisches

Die Existenz der kosmischen Strahlung wurde 1912 von Victor F. Hess nachgewiesen [1]. Vorangegangen waren um die Jahrhundertwende Untersuchungen zur elektrischen Leitfähigkeit von Gasen, in deren Zusammenhang durch Beobachtung der Entladung eines Elektroskopes die Ionendichte der Luft ermittelt wurde. Rutherford konnte 1903 zeigen, daß die Ionisation der Luft größtenteils aus der 1896 von Becquerel entdeckten radioaktiven Strahlung resultiert.

Einen ersten Hinweis auf die Existenz einer weiteren ionisierenden Strahlung ergaben im Jahre 1910 die Experimente von Wulf. Er fand beim Besteigen des Eiffelturms (330 m), daß die Ionendichte der Luft von 6 auf 3.5 *lonen/cm³* abnimmt. Für ionisierende Strahlung, die ausschließlich von der Erdoberfläche stammt, hätte man dagegen eine Abnahme der Ionendichte auf die Hälfte in 80 m Höhe erwartet.

Der Durchbruch gelang dann durch bemannte Ballonflüge von Hess (1912) und Kolhörster (1914) in 5 km bzw. 9 km Höhe. Sie konnten nachweisen, daß oberhalb von 1.5 km die Ionendichte der Luft mit zunehmender Höhe zunimmt. Dies galt als deutlicher Hinweis auf die Existenz von Strahlung, die außerhalb der Erdatmosphäre ihren Ursprung besitzt. Diese *kosmische Strahlung* - wie sie von Millikan 1925 erstmals genannt wurde - hielt man zunächst für sehr harte Gammastrahlung. Allerdings ergab sich dabei eine um einen Faktor 5 höhere Absorptionslänge als für die bekannte γ -Strahlung des als Radium C bezeichneten Wismutisotops ²¹⁴Bi, das den Hauptanteil der Gammastrahlung des "Radiums" liefert. Als 1929 das Geiger-Müller-Zählrohr erfunden wurde, war es möglich, kosmische Strahlung individuell nachzuweisen. Bothe und Kolhörster zeigten damit in erstmals durchgeführten Koinzidenzexperimenten, daß diese größtenteils aus hochenergetischen geladenen Teilchen besteht.

Ab 1930 wurden zur Untersuchung der kosmischen Strahlung Nebelkammern in Verbindung mit Elektromagneten eingesetzt. Anderson wies damit 1932 die Existenz eines positiv geladenen Teilchens mit ähnlichen Eigenschaften wie das Elektron nach. Dies bedeutete die Entdeckung des kurz zuvor von Dirac postulierten Positrons, dem Antiteilchen des Elektrons.

In der Folgezeit spielten Nebelkammeraufnahmen und die Anfang der vierziger Jahre entwickelten Emulsionskammern für die Entdeckung weiterer Elementarteilchen in der kosmischen Strahlung eine dominierende Rolle.

So konnte 1938 das Myon, das zunächst für das von Yukawa 1935 vorhergesagte Feldquant der starken Wechselwirkung gehalten wurde, nachgewiesen werden. 1947 wurde dann das Pion, das eigentliche Yukawa-Teilchen, gefunden.

In den folgenden Jahren kam es zur Entdeckung der sogenannten *seltamen Teilchen*, wie z.B. der Kaonen oder des Λ^0 -Teilchens. Dabei handelt es sich um Teilchen, die nach heutigem Kenntnisstand ein s- bzw. \bar{s} -Quark enthalten.

Somit war die Grundlage für die Entwicklung der Hochenergiephysik geschaffen worden. Durch den Bau von Beschleunigeranlagen in den fünfziger Jahren trat dann allerdings die kosmische Strahlung als Quelle für neue Elementarteilchen und deren Erforschung in den Hintergrund. Da man aber mit den in Beschleunigerexperimenten heute erreichbaren Teilchenenergien langsam an die Grenzen des technisch Möglichen stößt, könnte in naher Zukunft die kosmische Strahlung als Quelle von höchstenergetischen Teilchen wieder an Bedeutung für die Elementarteilchenphysik gewinnen. Die Existenz von Teilchen mit Primärenergien von $E_0 > 10^{19}$ eV gilt dabei als experimentell gesichert [2].

2.1.2 Die Zusammensetzung der kosmischen Strahlung

Die kosmische Strahlung besteht zum überwiegenden Teil aus Hadronen, genauer gesagt aus Atomkernen. Bis zu Energien von ungefähr 10 GeV pro Nukleon ändern sich dabei die relativen Häufigkeiten der einzelnen Elemente nur sehr langsam mit der Energie. Abbildung 1 zeigt die chemische Zusammensetzung der kosmischen Strahlung in diesem Energiebereich im Vergleich zur Elementenhäufigkeit im Sonnensystem [3]. Man erkennt, daß die Zusammensetzung der kosmischen Strahlung und die des Sonnensystems relativ ähnlich sind, wobei folgende Punkte hervorzuheben wären:

- Wasserstoff und Helium treten in der kosmischen Strahlung wesentlich seltener auf als im Sonnensystem.
- Die leichten Elemente Li, Be und B sind dagegen in der kosmischen Strahlung überproportional vertreten.
- Der Eisenanteil ($Z = 26$) stimmt recht gut überein, während die Elemente mit $Z = 21 - 25$ (Sc - Mn) in der kosmischen Strahlung häufiger vorkommen.
- Der gerade-ungerade Effekt in der Stabilität der Atomkerne läßt sich in den relativen Häufigkeiten der kosmischen Strahlung ebenfalls beobachten.

Die Häufigkeiten der leichten Elemente Li, Be und B sowie der im Periodensystem unmittelbar vor Fe stehenden Kerne Sc - Mn können durch Spallationseffekte der häufiger

4 Bestimmung der chemischen Zusammensetzung der kosmischen Strahlung

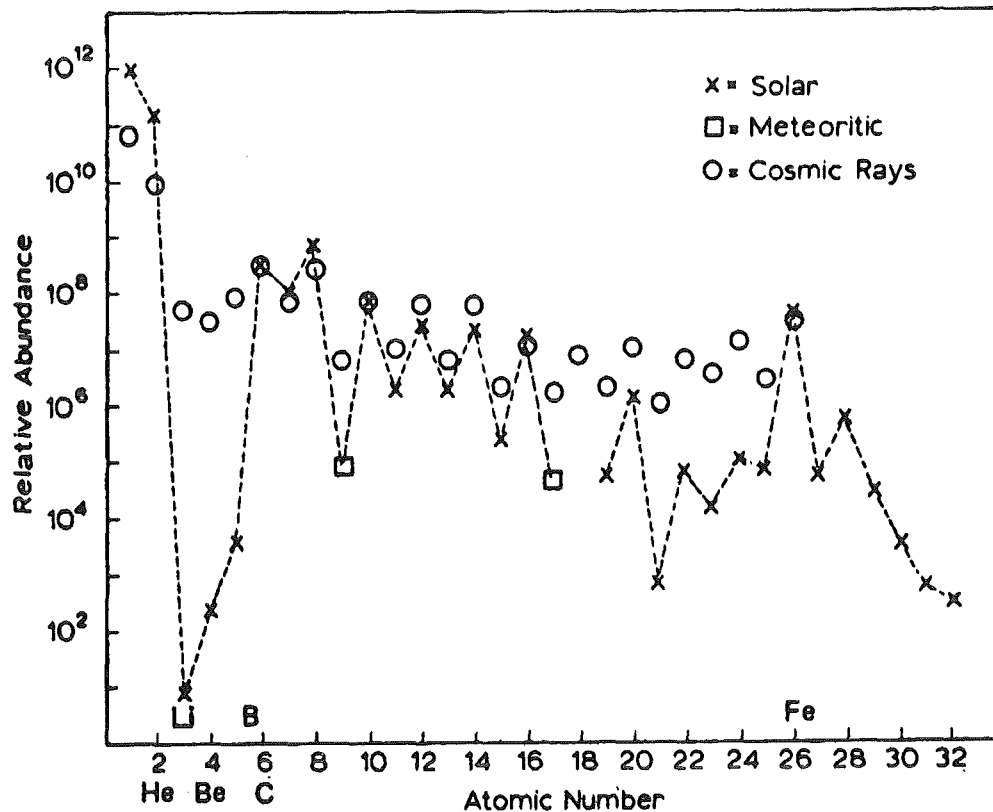


Abbildung 1. Elementhäufigkeiten der kosmischen Strahlung und des Sonnensystems. Die Verteilungen sind auf ¹²C normiert (aus [3]).

auf tretenden Elemente C und O bzw. Fe erklärt werden. Die relative Häufigkeit dieser Elemente nimmt mit zunehmender Primärenergie allerdings sehr schnell ab.

Der Nachweis der kosmischen Strahlung sollte nach Möglichkeit oberhalb der Atmosphäre erfolgen, bevor Wechselwirkungen der Primärteilchen in der Atmosphäre stattfinden. Solche Messungen wurden z.B. in ballongestützten Experimenten der JACEE (Japanese American Cooperative Emulsion Experiment) Kollaboration [4] oder durch das *Space Shuttle* Experiment der Universität von Chicago [5] durchgeführt. Da das primäre Energiespektrum oberhalb von $E_0 \approx 10^9 \text{ eV}$ sehr steil abfällt ($dI \sim E_0^{-2.7} dE_0$), sind aufgrund der begrenzten Meßzeiten bzw. Detektorflächen dieser Experimente aus Intensitätsgründen nur Messungen bis zu Primärenergien von etwa $E_0 \approx 10^{14} \text{ eV}$ möglich.

Abbildung 2 zeigt das Energiespektrum der primären kosmischen Strahlung. Dabei ist zu beachten, daß zur besseren Darstellung des steilen Abfalls des Spektrums die Ordinate mit $E_0^{2.5}$ multipliziert wurde. Angegeben sind hierbei auch Messungen einzelner Elemente durch das Chicago Experiment bei den bisher höchsten erreichten Energien [6]. Diese Messungen stimmen im wesentlichen mit den Ergebnissen des JACEE Experimentes überein [7]. Man erkennt hier, daß das Eisen eine gewisse Sonderstellung zu besitzen scheint. Seine Häufigkeit nimmt mit zunehmender Primärenergie langsamer ab als die der anderen Elemente. Dagegen deutet sich in den Messungen an, daß die Häufigkeiten der Elemente Ne, Mg und Si mit zunehmender Energie schneller abfallen als

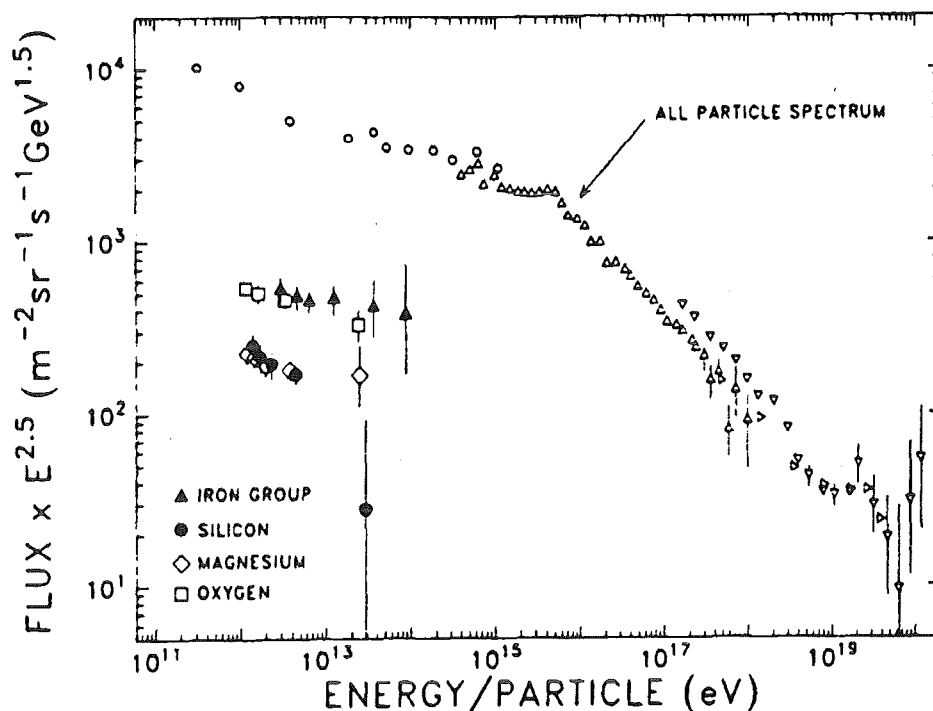


Abbildung 2. Differentielles Energiespektrum der primären kosmischen Strahlung. (Aus [6])

das Gesamtspektrum. Diejenigen Elemente, die überwiegend in Spallationsreaktionen erzeugt werden, spielen in diesem Energiebereich keinerlei Rolle mehr.

Die kosmische Strahlung setzt sich somit im Bereich von $E_0 \approx 10^{14}$ eV im wesentlichen aus Protonen, α -Teilchen, der C,N,O-Gruppe sowie der Fe-Gruppe ($Z \geq 25$) zusammen. Die Anteile der C,N,O- bzw. Fe-Gruppe betragen nach den Messungen des Chicago Experimentes jeweils ungefähr 10%, wobei der relative Anteil von Fe mit zunehmender Energie ansteigt. Extrapoliert man die Ergebnisse zu höheren Energien so würde sich bei $E_0 = 10^{16}$ eV ein Eisenanteil von etwa 20% ergeben. Oberhalb von $E_0 = 10^{16}$ eV wäre sogar ein Fe-dominiertes Spektrum denkbar. Die Ergebnisse der JACEE Experimente ergaben für Protonen und α -Teilchen bei $E_0 \approx 10^{14}$ eV etwa gleiche Häufigkeiten, so daß sie jeweils 40% zum Gesamtspektrum beitragen.

Die in diesen Experimenten maximal erreichbaren Energien lassen sich in nächster Zeit nicht wesentlich nach oben verschieben. Die chemische Zusammensetzung im Bereich von 10^{14} eV $< E_0 < 10^{17}$ eV ist aber aus folgenden Gründen interessant:

- Der überwiegende Teil der kosmischen Strahlung besteht - wie bereits erwähnt - aus geladenen Teilchen, die durch interstellare Magnetfelder im Milchstraßensystem eingeschlossen werden. Mit zunehmender Energie steigt der Krümmungsradius der Bahnkurve, so daß die Teilchen schließlich eine Energie erreichen, bei der sie die magnetische Bindung an die Galaxie verlieren. Da der Radius der Bahnkurve dieser extrem relativistischen Teilchen umgekehrt proportional zu ihrer Ladung ist, tritt dieser Effekt zuerst bei Protonen, dann bei Heliumkernen usw. und schließ-

lich bei Eisenkernen auf. Ein Nachweis der daraus resultierenden Änderung der chemischen Zusammensetzung mit zunehmender Energie würde u.a. auch Rückschlüsse auf das galaktische Magnetfeld zulassen.

- In den letzten zehn Jahren wurden erhebliche Fortschritte im Verständnis der Beschleunigungsmechanismen für die Teilchen der kosmischen Strahlung gemacht. So konnte gezeigt werden, daß durch Stoßwellen aus Supernova-Ausbrüchen Beschleunigungen bis zu Energien von einigen 10^{14} eV möglich sind [8]. In einer weiteren Arbeit [9] wurde durch eine Modifikation der Theorie gezeigt, daß auch Beschleunigungen bis $E_0 \approx 10^{16}$ eV möglich wären, falls die höher energetischen Teilchen von der Oberfläche Roter Riesen stammen. In diesem Falle wäre eine andere chemische Zusammensetzung zu erwarten. Da darüber hinaus bereits wesentlich höhere Energien (bis zu 10^{20} eV) in der kosmischen Strahlung nachgewiesen wurden, müssen hierfür weitere bisher unbekannte Mechanismen existieren. Die Art dieser hochenergetischen Teilchen ist der einzige auf der Erde zugängliche Hinweis auf ihren Ursprung, wobei extragalaktische Quellen sehr gut denkbar wären.
- Das Energiespektrum der kosmischen Strahlung (s. Abb. 2) zeigt in seinem Abfall bei ungefähr 3×10^{15} eV einen deutlichen Knick - üblicherweise als "Knie" bezeichnet - während es oberhalb und unterhalb dieses Knicks über mehrere Größenordnungen ein Potenzgesetz erfüllt. Die Ursache hierfür ist unbekannt, sie könnte aber mit einer Änderung der chemischen Zusammensetzung einhergehen.

Diese Punkte machen deutlich, daß sich die chemische Zusammensetzung der kosmischen Strahlung im betrachteten Energiebereich nicht einfach durch Extrapolation der experimentellen Ergebnisse bei niedrigeren Energien gewinnen läßt.

Ein geringer Teil der kosmischen Strahlung besteht aus γ -Strahlung. Diese entsteht überwiegend in Reaktionen der hadronischen Strahlung mit dem interstellaren Gas (z.B. $pp \rightarrow \pi^0 X$) durch den Zerfall $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$. Ihr relativer Anteil am gesamten Spektrum beträgt allerdings weniger als 0.1%.

Neben dieser sogenannten diffusen γ -Strahlung, die ebenso wie die hadronische Strahlung isotrop verteilt ist, gibt es Anzeichen für die Existenz von γ -Punktquellen. Da die γ -Strahlung durch die interstellaren Magnetfelder nicht abgelenkt wird, besteht in diesem Fall ein eindeutiger Zusammenhang zwischen dem Ursprungsort der Strahlung und ihrem Einfallswinkel, so daß diese durch scharfe Winkelschnitte aus dem isotropen hadronischen Untergrund hervorgehoben werden kann. Ein möglicher Kandidat für eine solche Punktquelle im Energiebereich von einigen 10^{15} eV ist Cygnus X-3 [10]. Als Besonderheit weisen die dabei nachgewiesenen Schauer einen für γ -induzierte Schauer anomalen Myongehalt auf, der eher für hadronisch induzierte Schauer sprechen würde (vgl. Abschnitt 2.2.3). Dies könnte ein Hinweis auf eine *hadronische* Wechselwirkung des Photons bei hohen Energien sein.

2.2 Entwicklung eines Luftschauers

2.2.1 Schematische Beschreibung

Ein ausgedehnter Luftschauer entsteht, wenn ein hochenergetisches kosmisches Teilchen, z.B. ein Proton mit $E_0 = 10^{15}$ eV, in die Erdatmosphäre eindringt und in einer Höhe von ungefähr 20 km auf einen Stickstoff- oder Sauerstoffkern der Luft trifft. Dabei verliert das Primärteilchen im Mittel etwa 50% seiner Energie, wobei eine Vielzahl (> 100) von Sekundärteilchen, überwiegend Pionen, erzeugt werden, die sich nach dem Stoß aufgrund der hohen Schwerpunktsgeschwindigkeit im Laborsystem in extremer Vorwärtsrichtung bewegen. Das weitere Verhalten der Sekundärteilchen wird nun im wesentlichen durch ihre mittlere Lebensdauer bestimmt, wobei typischerweise Lorentzfaktoren von $\gamma \approx 10^4 - 10^5$ zu berücksichtigen sind. Die daraus resultierende Zerfallszeit im Laborsystem ($\tau_{Lab} = \gamma\tau_0$) ist mit der Zeitspanne zwischen zwei hadronischen Wechselwirkungen zu vergleichen, die für die mittlere Dichte der Luft in der Größenordnung von $\tau_{WW} = 10^{-6}$ s liegt.

Ein Drittel der erzeugten Pionen ist ungeladen. Diese π^0 's haben aufgrund ihrer kurzen Lebensdauer ($\tau_0 \approx 10^{-16}$ s) kaum eine Chance, eine weitere Wechselwirkung auszuführen, sondern zerfallen praktisch unmittelbar in zwei γ -Teilchen. Letztere wiederum lösen ihrerseits durch die alternierenden Prozesse von Paarbildung und Bremsstrahlung elektromagnetische Schauer aus. Solange die Teilchenenergien innerhalb eines solchen Schauers oberhalb der kritischen Energie in Luft von $E_c = 84$ MeV liegen, verdoppelt sich die Anzahl der Teilchen jeweils nach einer Strahlungslänge x_0 , die in Luft $x_0 = 37.1$ g/cm² beträgt. Die Dicke der Erdatmosphäre entspricht somit etwa 25–30 Strahlungslängen. Die kritische Energie ist so definiert, daß für Teilchenenergien unterhalb von E_c bei den Elektronen der Energieverlust durch Ionisation überwiegt. Die Ionisationsverluste bewirken einerseits ein allmähliches Aussterben des Schauers, andererseits führen sie zu einem Überschuß an Photonen, für die auch unterhalb der kritischen Energie der Prozeß Paarbildung dominiert. Aufgrund ihrer geringeren Nachweiswahrscheinlichkeit spielen die Photonen allerdings bei der Messung von Luftschauern in der Regel keine Rolle.

Die geladenen Pionen besitzen mit $\tau_0 = 2.6 \times 10^{-8}$ s eine wesentlich höhere Lebensdauer, so daß neben ihrem Zerfall auch die Möglichkeit weiterer hadronischer Wechselwirkungen in der Atmosphäre besteht. Welcher der beiden Prozesse überwiegt, ist dabei sowohl von dem γ -Faktor des Pions als auch von der Dichte der Luft abhängig.

Neben den Pionen besteht die hadronische Komponente eines Luftschauers hauptsächlich aus Nukleonen. Diese führen zusammen mit den geladenen Pionen durch ständig neue Wechselwirkungen mit den Atomkernen der Atmosphäre zur Entwicklung einer hadronischen Kaskade, die nach etwa 10 - 12 Wechselwirkungslängen Meereshöhe erreicht.

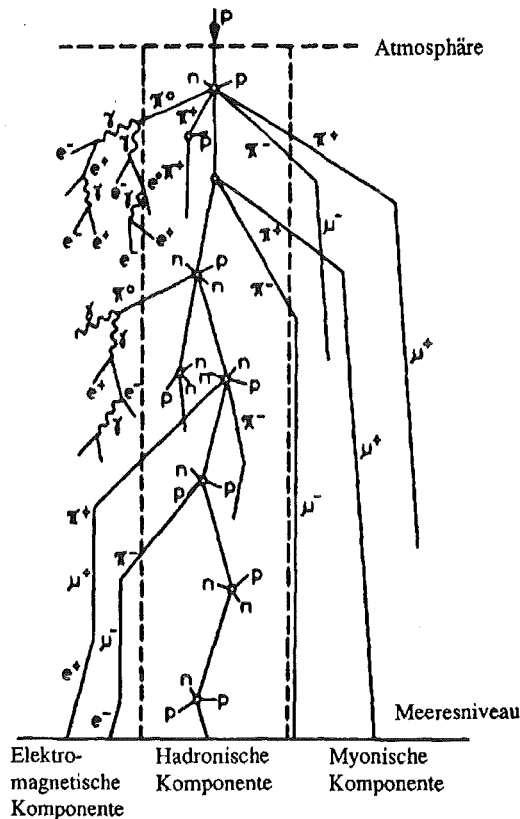


Abbildung 3. Schematische Darstellung eines ausgedehnten Luftschauers

Neben der elektromagnetischen und hadronischen Komponente treten als dritte Komponente innerhalb eines Luftschauers Myonen auf, die aus dem Zerfall der geladenen Pionen (z.B. $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$) stammen. Die Myonen zeichnen sich durch sehr kleine inelastische Reaktionsquerschnitte aus, so daß sie abgesehen von der Vielfachstreuung in aller Regel ohne weitere Wechselwirkung die Erdatmosphäre durchdringen. Allerdings zerfallen sie dabei mit einer Lebensdauer von $\tau_0 = 2.2 \times 10^{-6} \text{ s}$ (z.B. $\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_\mu \nu_e$), so daß nur ungefähr 50% der insgesamt erzeugten Myonen den Erdboden erreichen.

In Abbildung 3 ist die Entwicklung eines Luftschauers schematisch dargestellt. Für ein Beobachtungsniveau auf Meereshöhe liefert ein senkrecht einfallendes Proton mit $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$ etwa 100 000 Elektronen, 10 000 Myonen sowie einige 100 nachweisbare Hadronen oberhalb einer Schwellenenergie von $E_h \approx 10 \text{ GeV}$.

Die hadronische Komponente bildet dabei den sogenannten Schauerkernel. Er besitzt eine Ausdehnung von ungefähr $r = 10 \text{ m}$ um die Schauerachse. Für die Elektronen erhält man dagegen typische Radien von $r = 80 \text{ m}$. Da die Myonen aufgrund ihres Durchdringungsvermögens auch aus großen Höhen die Erdoberfläche erreichen können, besitzen sie die weitaus breiteste Lateralverteilung. Dabei treten Abstände von einigen 100 m zur Schauerachse auf.

2.2.2 Die elektromagnetische Komponente des Schauers

Bei der Beschreibung der longitudinalen Entwicklung eines hadronischen Luftschauers spielt seine elektromagnetische Komponente eine wichtige Rolle. Zum qualitativen Verständnis der Schauerentwicklung ist es zunächst ausreichend, rein elektromagnetische Schauer zu betrachten, die durch einzelne hochenergetische γ 's ausgelöst werden. Die in einem solchen Schauer hauptsächlich auftretenden Prozesse Paarbildung, Bremsstrahlung und Energieverlust der Elektronen durch Ionisation sind durch die Quantenelektrodynamik theoretisch sehr gut verstanden, während die Beschreibung einer hadronischen Kaskade stark modellabhängig ist.

Abbildung 4 zeigt für γ -induzierte Schauer mit verschiedenen Primärenergien W_0 die Anzahl der Elektronen als Funktion der Dicke der durchquerten Luftschicht. Die dargestellten Kurven lassen sich dabei durch folgende Gleichung beschreiben [11]:

$$N(W_0, t) = \frac{0.31}{\sqrt{\beta_0}} e^{t(1 - \frac{3}{2} \ln s)}$$

mit $t = \frac{x}{X_0}$ (Dicke der Luftschicht in Strahlungslängen), $\beta_0 = \ln \frac{W_0}{E_c}$ und $s = \frac{3t}{t + 2\beta_0}$.

Der Parameter s wird häufig als das Schaueralter ("age") bezeichnet. Für das Schauermaximum ergibt sich dabei ein Wert von $s = 1$. Die dazugehörige Eindringtiefe in die Atmosphäre ist durch

$$t_{\max} = \beta_0 = \ln \frac{W_0}{E_c}$$

gegeben, d.h. die Lage des Schauermaximums nimmt logarithmisch mit der Energie des Primärteilchens zu. Bevor der Schauer sein Maximum erreicht hat, ergeben sich für den s -Parameter Werte von $s < 1$, nach Überschreiten des Schauermaximums erhält man $s > 1$.

Für die Änderung der Elektronenzahl mit der Primärenergie ergibt sich für ein festes Beobachtungsniveau folgender Zusammenhang:

$$\frac{d \ln N}{d \ln W_0} = s - \frac{1}{2\beta_0} \approx s$$

Desweiteren erkennt man aus Abbildung 4, daß die Elektronenzahl mit zunehmender Eindringtiefe um so schneller abnimmt, je weiter man vom Schauermaximum entfernt ist.

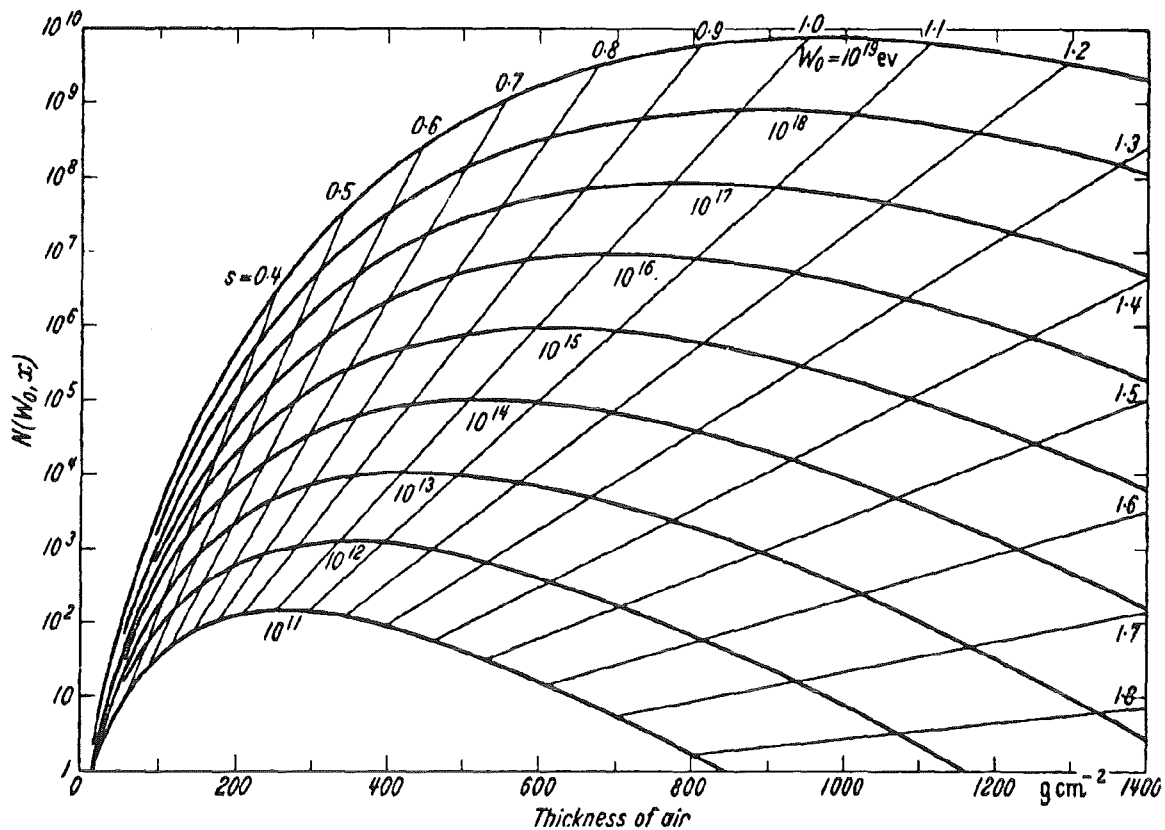


Abbildung 4. Longitudinale Entwicklung eines elektromagnetischen Schauers in Luft. (Aus [11])

Die Lateralverteilung eines elektromagnetischen Schauers wird im wesentlichen durch die Coulomb-Vielfachstreuung der Elektronen in der Luft bestimmt. Ein Maß für die Ablenkung von der Schauerachse ist dabei der Molière-Radius

$$r_m = 21 \text{ MeV} \cdot \frac{x_0}{E_c}$$

Es gibt für Elektronen der kritischen Energie ihre mittlere Ablenkung infolge Vielfachstreuung innerhalb einer Strahlungslänge an. In Luft ergibt sich auf Meereshöhe ein Wert von ungefähr $r_m \approx 79 \text{ m}$.

Unter Verwendung der beiden Parameter s und r_m fanden Nishimura, Kamata und Greisen durch analytische Berechnung der longitudinalen Schauerentwicklung die nach ihnen benannte NKG-Formel zur Beschreibung der Elektronendichten in Abhängigkeit vom Abstand zur Schauerachse [12]:

$$\rho_e(r) = N_e \frac{\Gamma(4.5 - s)}{2\pi r_m^2 \Gamma(s) \Gamma(4.5 - 2s)} \left(\frac{r}{r_m}\right)^{s-2} \left(1 + \frac{r}{r_m}\right)^{s-4.5}$$

Diese Formel beschreibt die Lateralverteilung der Elektronen für Schauer mit $0.6 < s < 1.8$ in einem Radiusbereich von $0.01 < r/r_m < 10$.

Die elektromagnetische Komponente eines Hadronschauers kann als Superposition von elektromagnetischen Subschauern beschrieben werden. Die Erzeugung dieser Subschauer und damit die longitudinale Entwicklung der elektromagnetischen Komponente wird dabei durch die Entwicklung der hadronischen Kaskade bestimmt. Da die hadronische Wechselwirkungslänge in Luft größer ist als die für die Entwicklung von elektromagnetischen Schauern maßgebliche Strahlungslänge, dringt ein Hadronschauer tiefer in die Atmosphäre ein als ein γ -induzierter Schauer derselben Primärenergie, so daß sich ein tiefer liegendes Schauermaximum ergibt. Da die elektromagnetischen Subschauer eines Hadronschauers auf Beobachtungsniveau unterschiedliche Schaueralter besitzen, läßt sich hadronisch induzierten Schauern aber kein eindeutig definiertes Schaueralter zuordnen.

Trotz der unterschiedlichen longitudinalen Entwicklung der elektromagnetischen Komponente in Hadron- bzw. γ -Schauern, gibt es experimentelle Hinweise, daß die Lateralverteilung der Elektronen in Hadronschauern ebenfalls mit der NKG-Formel beschrieben werden kann [13]. Dies läßt sich dadurch plausibel machen, daß sich die hadronische Kaskade nur in einem sehr begrenzten Bereich um die Schauerachse entwickelt und sich die Form der Lateralverteilung der einzelnen Subschauer nur sehr schwach mit ihrem individuellen Schaueralter ändert. Auf diese Weise erhält man für Hadronschauer zwar auch einen Parameter s , dieser läßt sich aber nicht in gleicher Weise wie bei rein elektromagnetischen Schauern als Schaueralter interpretieren.

2.2.3 Qualitative Unterschiede zwischen p- und Fe-induzierten Luftschauern

Die unterschiedliche Entwicklung von p- und Fe-Schauern bei derselben Primärenergie E_0 läßt sich qualitativ verdeutlichen, indem man sich einen Eisenkern in erster Näherung als Superposition aus 56 unabhängigen Nukleonen vorstellt, die jeweils eine Energie von $E_0/56$ besitzen. Diese Annahme scheint gerechtfertigt, da die Bindungsenergie der Nukleonen gegenüber den betrachteten Primärenergien vernachlässigbar ist. Weiterhin ergibt sich zwar für schwere Kerne eine deutlich kleinere mittlere freie Weglänge als für primäre Protonen, dies wird aber nahezu dadurch kompensiert, daß nur ein Bruchteil der Nukleonen an der Wechselwirkung teilnimmt. Ermittelt man unter diesem Aspekt eine effektive freie Weglänge für die einzelnen Nukleonen, so ergibt sich ein Wert, der nur etwa 10% unter dem für freie Nukleonen liegt [14].

Aus den Experimenten der Hochenergiephysik ist bekannt, daß in Nukleon-Nukleon-Wechselwirkungen die mittlere Anzahl der erzeugten Sekundärteilchen nur logarithmisch mit der Energie zunimmt [15]. Dies bedeutet, daß 56 Nukleonen mit $E_0/56$ insgesamt mehr Teilchen erzeugen als ein Nukleon der Energie E_0 . Da die Inelastizität, d.h. der Anteil der Energie, der zur Erzeugung von Sekundärteilchen zur Verfügung steht, nahezu unabhängig von der Energie ist, besitzen diese in Fe-induzierten Schauern geringere Energien. Der mittlere Transversalimpuls der erzeugten Sekundärteilchen hängt dabei nur sehr schwach von der Energie des Projektils ab, so daß in Eisenschauern die

Sekundärteilchen aufgrund ihrer kleineren Energien unter größeren Winkeln erzeugt werden.

Für ein Beobachtungsniveau nahe Meereshöhe lassen sich daraus folgende Schlußfolgerungen ziehen:

- Da in Eisenschauern insgesamt mehr Sekundärteilchen erzeugt werden, die größtenteils aus geladenen Pionen bestehen, erwartet man bei Eisen mehr Myonen als bei Protonen.
- Für Hadronen oberhalb einer bestimmten Nachweisschwelle ($E_h > 10 \text{ GeV}$) ergibt sich dagegen eine andere Situation. Nach 10 Wechselwirkungslängen ist die hadronische Kaskade schon sehr stark im Aussterben begriffen. Da in p-induzierten Schauern die Energie der Sekundärteilchen aber höher ist, dringt der hadronische Teil des Schauers tiefer in die Erdatmosphäre ein als bei Fe-induzierten Schauern. Somit erreichen mehr nachweisbare Hadronen das Beobachtungsniveau. Diese weisen außerdem ein härteres Energiespektrum auf.
- Da ein Protonenschauer tiefer in die Atmosphäre eindringt, liegt auch das Maximum seiner elektromagnetischen Kaskade tiefer, so daß mehr Elektronen das Beobachtungsniveau erreichen.
- Schließlich erwartet man aufgrund der auftretenden größeren Winkel in Fe-induzierten Schauern für alle drei Komponenten flachere Lateralverteilungen.

Diese qualitativen Überlegungen konnten durch quantitative Modellrechnungen mit dem Simulationsprogramm CORSIKA verifiziert werden (s. Abschnitt 4.2).

Neben den hadronischen Luftschauern ist auch der Nachweis von Schauern interessant, die durch primäre γ -Strahlung induziert werden. Dabei handelt es sich in erster Näherung um rein elektromagnetische Schauer. Dennoch können innerhalb eines solchen Schauers durch Photoproduktion, d.h. durch Wechselwirkung von γ 's mit Atomkernen der Atmosphäre, vereinzelt Hadronen, im wesentlichen Pionen, erzeugt werden. Der Wirkungsquerschnitt für diese Reaktion ist allerdings kleiner als 1% des Paarbildungsquerschnittes. Da die dabei auftretenden Hadronenergien hauptsächlich im Bereich von $E_h \lesssim 1 \text{ GeV}$ liegen, erhält man auf Beobachtungsniveau nur sehr wenig nachweisbare Hadronen. Aufgrund ihrer geringen Energien besitzen die geladenen Pionen eine relativ große Zerfallswahrscheinlichkeit, so daß die daraus resultierenden Myonen aber durchaus nachgewiesen werden können. Eine weitere Quelle für die Myonerzeugung in elektromagnetischen Schauern ist die Myonpaarbildung, die aber aufgrund der höheren Myonmasse gegenüber der Elektronpaarbildung um etwa einen Faktor 10 000 unterdrückt ist. Für γ -induzierte Schauer erwartet man ein Verhältnis der Myonzahl zur Elektronenzahl von $N_\mu / N_e < 0.01$ während sich bei p-induzierten Schauern ein Wert von ungefähr $N_\mu / N_e \approx 0.1$ ergibt.

2.3 Das KASCADE Experiment

Um die drei Komponenten eines Luftschauers messen zu können, ergeben sich folgende Anforderungen an ein entsprechendes Experiment. Man benötigt

- eine großflächige Anordnung einzelner Detektoren, die in der Höhenstrahlphysik üblicherweise als Array bezeichnet wird, zum stichprobenartigen Nachweis der elektromagnetischen und myonischen Komponente des Schauers sowie
- ein Kalorimeter zum Nachweis der Hadronen im Schauerkerne.

Unter diesen Gesichtspunkten wird auf dem Gelände des Kernforschungszentrums Karlsruhe derzeit das KASCADE Experiment [16] aufgebaut. Das Ziel von KASCADE ist in

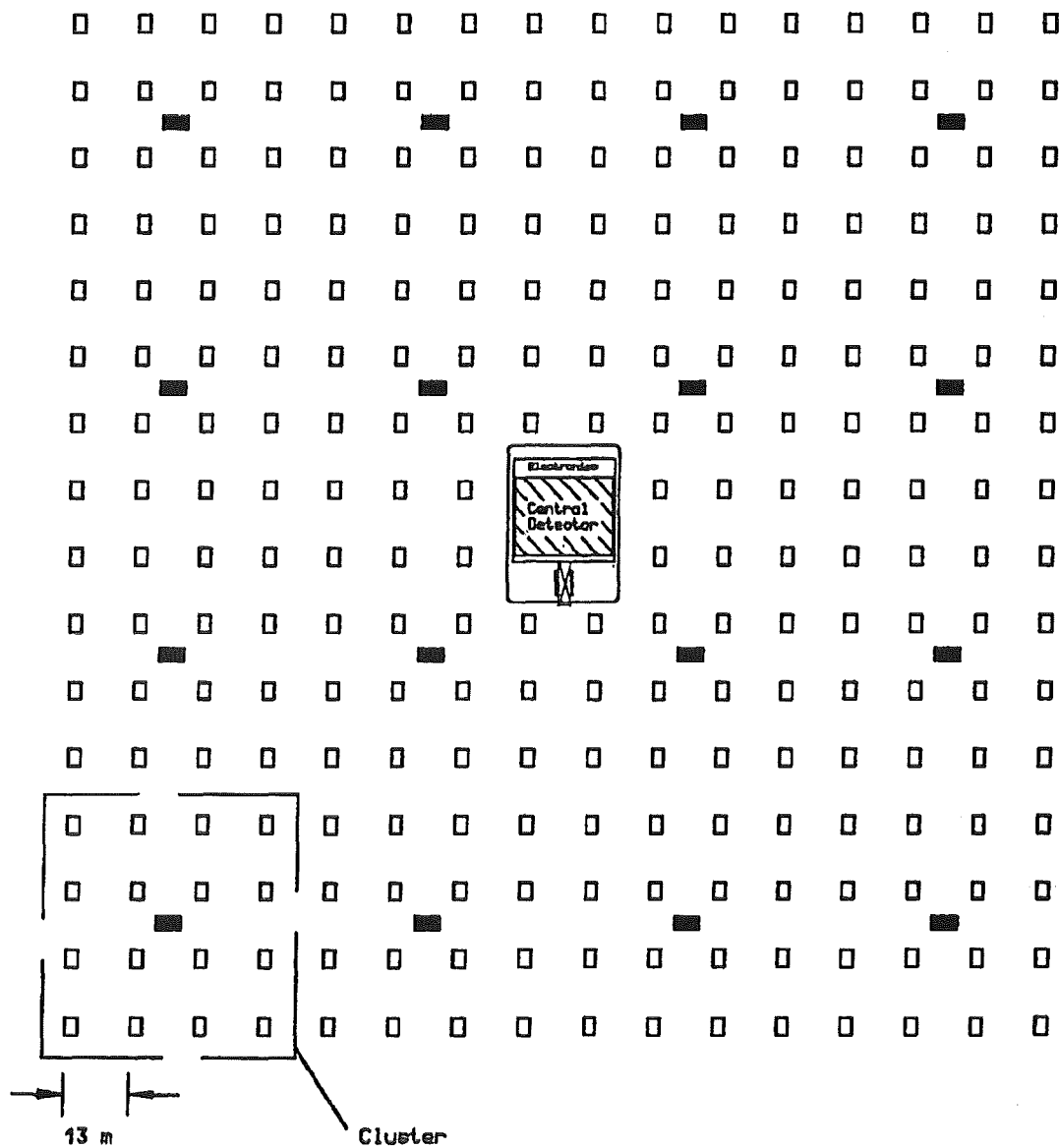


Abbildung 5. Auslegung des KASCADE Experimentes

erster Linie die Messung der chemischen Zusammensetzung der kosmischen Strahlung im Energiebereich von $3 \times 10^{14} \text{ eV} < E_0 < 10^{17} \text{ eV}$. Darüber hinaus kann es aber auch Beiträge zur Identifizierung von Punktquellen sowie zum Studium der diffusen γ -Strahlung liefern.

Im Vergleich zu anderen Höhenstrahlexperimenten, wie z.B. HEGRA (2200 m) [17] oder CASA (1400 m) [18], bedingt die Lage von KASCADE mit 110 m ü. NN einen gewissen Nachteil, da die Schauer auf diesem Beobachtungsniveau bereits stärker ausgestorben sind, dafür bietet KASCADE aber gegenüber anderen Experimenten zwei entscheidende Vorteile:

- KASCADE ist das einzige Experiment, das für individuelle Schauer alle drei Komponenten, d.h. Elektronen, Myonen und Hadronen gleichzeitig messen kann.
- Die Flächenbelegung ist bei KASCADE groß genug, so daß die Streuungen in den Meßgrößen in erster Linie aus den intrinsischen Fluktuationen der Schauerentwicklung und weniger aus der begrenzten Detektorfläche resultieren.

In Abbildung 5 ist die Auslegung des KASCADE Experimentes dargestellt. Das Array besitzt eine Ausdehnung von $200 \times 200 \text{ m}^2$ und besteht aus 252 Detektorstationen (weiße Quadrate). Der Abstand zwischen zwei Stationen beträgt dabei 13 m. Jede Detektorstation besitzt zum Nachweis der Elektronen und der Myonen eine effektive Fläche von jeweils 3.2 m^2 . Daraus ergibt sich eine Flächenbelegung des Arrays von 2%.

Jeweils 16 der Detektorstationen sind zu einer elektronischen Einheit, einem sogenannten Cluster, zusammengefaßt. Die einzelnen Stationen sind dabei mit einer Zentralstation verbunden (schwarze Rechtecke), die die Hochspannungsversorgung und die Auslese-Elektronik enthält.

In der Mitte des Arrays ist der Zentraldetektor mit einer Größe von $16 \times 20 \text{ m}^2$ zu erkennen. Hier befindet sich auch die zentrale Datenerfassung des gesamten Experimentes.

Abbildung 6 zeigt eine der Array-Stationen im Querschnitt. Sie enthält vier Szintillationsdetektoren zum Nachweis der e/γ -Komponente des Schauers sowie unter einer Abschirmung von 10 cm Blei und 4 cm Eisen (20 Strahlungslängen) einen weiteren Szintillationszähler zum Nachweis der Myonen. Die Abschirmung der Myondetektoren entspricht dabei einer Energieschwelle von $E_\mu \geq 300 \text{ MeV}$.

Die e/γ -Detektoren bestehen aus mit weißer Reflektorfarbe beschichteten kegelförmigen Behältern mit einem Innendurchmesser von 1 m. Der Boden dieser Behälter ist jeweils mit einer 4 cm dicken Schicht aus Flüssigszintillator bedeckt. Das Szintillationslicht wird mit Hilfe eines Lichtsammlers über Photomultiplier ausgelesen.

Der Myondetektor besteht aus vier $90 \times 90 \times 3 \text{ cm}^3$ großen Plastikszintillatorplatten. Die Auslese der Szintillatoren erfolgt hier über Wellenlängenschieber durch vier Photomultiplier.

Die Aufgaben des Arrays bestehen in der Messung der elektromagnetischen und myonischen Komponente des Schauers, der Bestimmung der Einfallsrichtung des Primär-

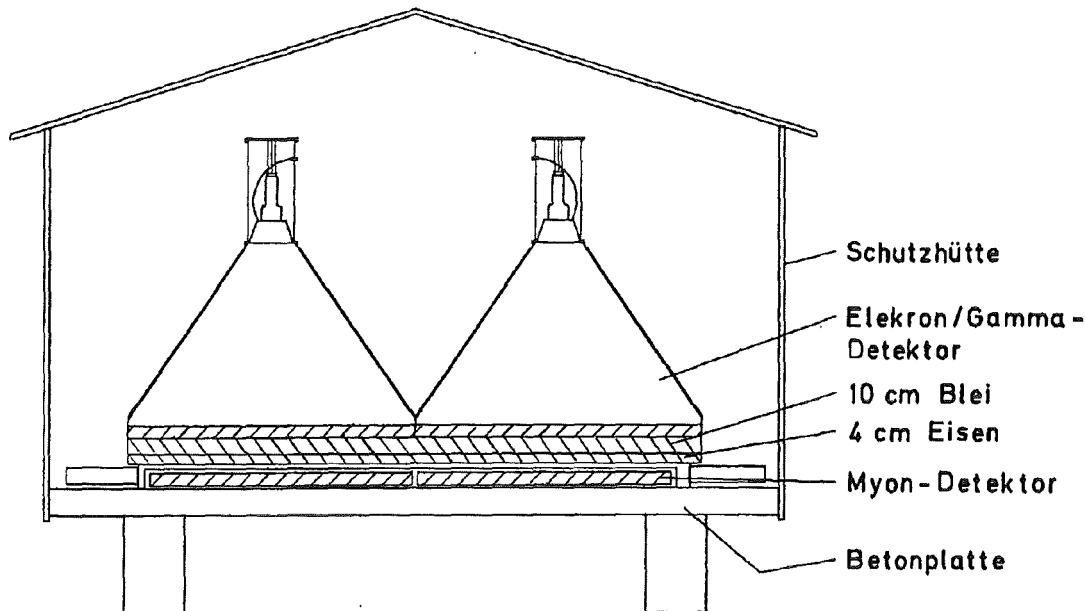


Abbildung 6. Querschnitt einer Array-Station von KASCADE

teilchens sowie in der Rekonstruktion der Schauerachse. Die Genauigkeiten, mit der die einzelnen Schauerparameter für Primärenergien in Bereich von $E_0 \approx 10^{15}$ eV bestimmt werden können, wurden in einer Monte Carlo Studie untersucht [19]. Für die Elektronenzahl N_e und den Parameter s ergaben sich dabei folgende Auflösungen:

$$\frac{\sigma(N_e)}{N_e} \approx 0.04 - 0.10$$

$$\frac{\sigma(s)}{s} \approx 0.06$$

wobei sich der größere Wert für die Elektronenzahl auf relativ kleine Schauer mit $N_e = 10^4$ bezieht, und der kleinere bei etwa $N_e = 10^5$ erreicht wird. Für senkrecht einfallende Fe-Schauer entspricht $N_e = 10^4$ eV gerade ungefähr der unteren Energieschwelle des KASCADE Experimentes von $E_0 \approx 3 \times 10^{14}$ eV.

Die Bestimmung der Myonzahl ist etwas problematischer, da einerseits in der Nähe der Schauerachse ($r \lesssim 20$ m) hochenergetische Elektronen auftreten, die die Abschirmung von 20 Strahlungslängen durchschlagen ("punch-through" Effekt), und andererseits aufgrund ihrer ausgedehnten Lateralverteilung nur etwa 25-30% der Myonen in den Bereich des Arrays fallen. Dennoch läßt sich die Gesamtzahl der Myonen im Schauer mit Hilfe des Arrays recht genau rekonstruieren:

$$\frac{\sigma(N_\mu)}{N_\mu} \approx 0.20$$

Die Position der Schauerachse kann mit Hilfe der Lateralverteilung der Elektronen mit einer Genauigkeit von $1 - 2 m$ bestimmt werden. Die Einfallsrichtung des Primärteilchens wird aus den Ankunftszeiten der einfallenden Teilchen ermittelt. Oberhalb von $E_0 \approx 10^{15} eV$ werden dabei Auflösungen von besser als 0.2° erreicht.

Eine Darstellung des Zentraldetektors ist in Abbildung 7 gegeben. Er besteht zum größten Teil aus einem Eisenkalorimeter mit einer Fläche von $320 m^2$. Die Dicke der Absorberschicht variiert dabei von $12 cm$ im oberen Teil des Kalorimeters bis zu $36 cm$ in der untersten Schicht. Eine Eisenlage von $12 cm$ entspricht dabei ungefähr 0.7 , die Dicke des gesamten Kalorimeters 11 hadronischen Wechselwirkungslängen.

Zwischen den Absorberschichten sind insgesamt 7 aktive Lagen aus Ionisationskammern vorgesehen, eine weitere Lage wird unterhalb der Fundamentdecke installiert. Bei den Kammern handelt es sich um $50 \times 50 cm^2$ große flache Edelstahltaschen, die mit flüssigem Tetramethylsilan (TMS) gefüllt werden. Die effektive Dicke des TMS beträgt hierbei $0.7 cm$. Die Elektroden der Kammern sind in vier $25 \times 25 cm^2$ große Quadrate unterteilt, die unabhängig voneinander ausgelesen werden. Insgesamt ergeben sich für das Kalorimeter $40\,000$ elektronische Kanäle.

In der dritten Lage ist zusätzlich eine Szintillatorebene vorgesehen, die zum schnellen Triggern der Ionisations- und Myonkammern dient und Monitorereignisse zur Überwachung der Detektoren selektiert.

Unterhalb des Kalorimeters werden auf einer Fläche von $300 m^2$ Myonkammern installiert. Dadurch erhöht sich die effektive Fläche von KASCADE für den Myonnachweis um ca. ein Drittel. Bei den Myonkammern handelt es sich um ca. $10 m^2$ große Vieldrahtproportionalkammern. Sie bestehen aus jeweils einer Ebene aus Signaldrähten, die von zwei Ebenen aus Kathodenstreifen umgeben ist, wobei sowohl das Anoden- als auch das Kathodensignal ausgelesen wird. Die Abschirmung durch den Eisenabsorber des Kalorimeters bedingt eine Energieschwelle für den Myonnachweis von $E_\mu \geq 2 GeV$.

Die Aufgaben des Zentraldetektors bestehen in der Identifizierung und Energiemessung der Hadronen im Bereich von $10 GeV \leq E_h \leq 10 TeV$, wobei einzelne Hadronen nach Möglichkeit getrennt werden sollten, sowie in der Messung der Myonkomponente im Schauerkern.

Monte Carlo Studien für das Kalorimeter [20] ergaben für die Hadronen eine mittlere Energieauflösung von

$$\frac{\sigma(E_h)}{E_h} \approx 0.35$$

Die Identifizierung der Hadronen ist oberhalb einer Energieschwelle von

$$E_h \gtrsim 10 GeV$$

möglich.

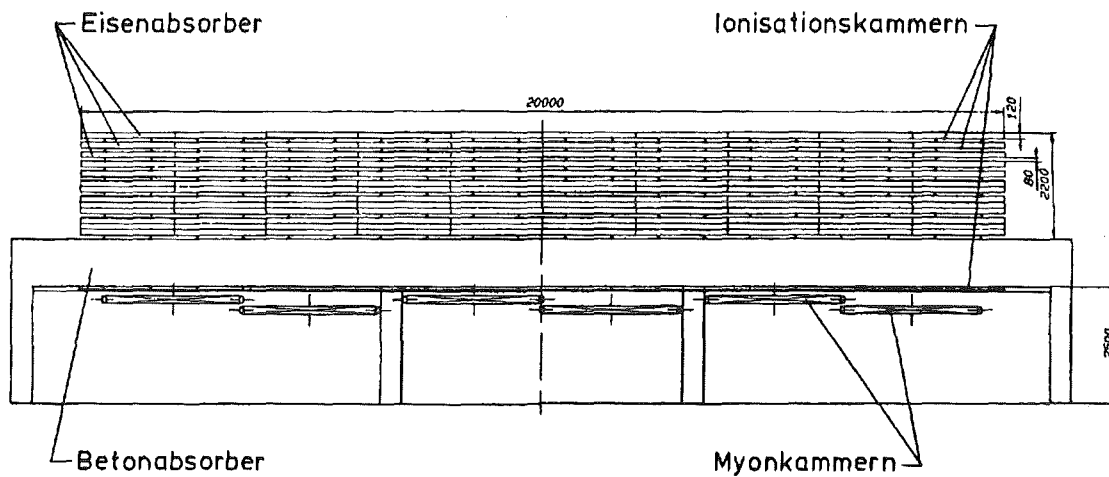


Abbildung 7. Seitenansicht des Zentraldetektors von KASCADE

Damit einzelne Hadronen bei $E_h = 10 \text{ GeV}$ getrennt werden können, müssen diese mindestens 40 cm voneinander entfernt sein. Dies entspricht einer Hadrondichte von etwa $\rho_h \approx 6 \text{ m}^{-2}$.

Die Gesamtfläche des KASCADE Experimentes beträgt $40\,000 \text{ m}^2$, der Zentraldetektor umfaßt dagegen nur 320 m^2 . Dies bedeutet, daß bei etwa 1% der Schauer, die das Array treffen, der Schauerkern im Hadronkalorimeter liegt. Nur in diesem Fall können alle drei Komponenten des Schauers auch wirklich gemessen werden. In den übrigen Fällen lassen sich aber die elektromagnetische und die myonische Komponente sehr genau nachweisen. Geht man davon aus, daß Schauer bis zu Einfallswinkeln von $\Theta_0 \approx 30^\circ$ gemessen werden können, erwartet man für das Array bzw. den Zentraldetektor die in Tabelle 1 zusammengestellten Ereignisraten. Dabei wurde berücksichtigt, daß das primäre Energiespektrum im Bereich von $10^{16} \text{ eV} - 10^{17} \text{ eV}$ steiler abfällt als im Bereich von $10^{15} \text{ eV} - 10^{16} \text{ eV}$.

E_0	$> 10^{15} \text{ eV}$	$> 10^{16} \text{ eV}$	$> 10^{17} \text{ eV}$
Array	5000 pro Tag	100 pro Tag	1 pro Tag
Zentraldetektor	40 pro Tag	0.8 pro Tag	3 pro Jahr

Tabelle 1. Erwartete Ereignisraten bei KASCADE für verschiedene Primärenergien. Dabei wurde ein Raumwinkel von $\Omega = 1 \text{ sr}$ angenommen.

Kapitel 3. Das Simulationsprogramm CORSIKA

Das Simulationsprogramm CORSIKA (Cosmic Ray Simulations for KASCADE) wurde am Institut für Kernphysik (IK 1 und IK 3) des Kernforschungszentrums Karlsruhe in Zusammenarbeit mit J.N. Capdevielle (Bordeaux) und P.K.F. Grieder (Bern) entwickelt. Dabei handelt es sich um ein weitgehend maschinenunabhängiges FORTRAN 77 Programm zur Simulation von ausgedehnten Luftschauern, das so weit wie möglich auf experimentellen Daten basiert.

CORSIKA wurde im wesentlichen aus drei bereits existierenden Programmen zusammengesetzt, die für unsere Zwecke angepaßt bzw. erweitert wurden:

- Die Simulation der starken Wechselwirkung bei hohen Energien ($E_{CM} > 10 \text{ GeV}$) erfolgt durch einen Algorithmus von J.N. Capdevielle [21], der auf der Basis des Dual-Parton-Modells entwickelt wurde.
- Die starke Wechselwirkung bei geringeren Energien ($E_{CM} < 10 \text{ GeV}$) wird in einem Programm von P.K.F. Grieder [22] behandelt, der das sogenannte Isobaren-Modell verwendet. Dieses Programm dient außerdem als Rahmenprogramm für CORSIKA.
- Der elektromagnetische Teil kann auf zwei verschiedene Arten simuliert werden. Möglich sind eine analytische Berechnung nach der NKG-Formel [23] und eine vollständige Berechnung aller relevanten elektromagnetischen Prozesse nach einer modifizierten Version des in der Hochenergiephysik weit verbreiteten EGS4-Programmes [24], das am SLAC (Stanford Linear Acceleration Center) entwickelt wurde.

Darüber hinaus wäre als wichtigste Erweiterung die Behandlung von Nukleon-Kern- bzw. Kern-Kern-Stößen anzuführen.

CORSIKA ist in der Lage, bei beliebigen Primärenergien und unter beliebigen Einfallswinkeln ausgedehnte Luftschauer für verschiedene Primärteilchen (p, α , C-, N-, O- und Fe-Kerne) zu simulieren. Dabei liefert CORSIKA auf bis zu 10 verschiedenen frei wählbaren Beobachtungsniveaus für alle dort ankommenden Teilchen die Impuls-, Orts- und Zeitkoordinaten sowie eine Angabe über die Anzahl der vorangegangenen Wechselwirkungen (Generation).

Bei der folgenden Beschreibung des Simulationsprogrammes CORSIKA handelt es sich um die Version 3.02 vom 1.4.1991. Dabei sollen nur die Grundprinzipien von CORSIKA vorgestellt werden; eine detailliertere Programmbeschreibung ist in Vorbereitung [25].

3.1 Allgemeines

3.1.1 Die Atmosphäre

Für die Atmosphäre wird in CORSIKA eine Parametrisierung der U.S. Standardatmosphäre von J. Linsley verwendet [26]. Diese Parametrisierung gibt die auf einem Flächenelement lastende Luftsäule als Funktion der Höhe des Flächenelementes an. Hierzu wurde die Atmosphäre in 5 verschiedene Bereiche unterteilt, wobei in den unteren 4 Bereichen jeweils ein exponentieller Abfall von

$$d(h) = a_i + b_i \cdot e^{-h/c_i}$$

angenommen wurde. Die hierfür ermittelten Parameter a_i , b_i und c_i sind in Tabelle 2 angegeben.

i	Bereich	a_i [g/cm^2]	b_i [g/cm^2]	c_i [cm]
1	0 – 4 km	- 186.6	1223	9.94×10^5
2	4 – 10 km	- 94.9	1145	8.78×10^5
3	10 – 40 km	0.613	1306	6.36×10^5
4	40 – 100 km	0	540	7.72×10^5

Tabelle 2. Parameter zur Beschreibung der Atmosphäre nach Linsley

Für die gesamte Luftsichtdicke der Atmosphäre erhält man somit:

$$d(0) = 1036.1 \text{ g/cm}^2$$

Dies entspricht einer Dichte der Luft auf Meereshöhe von

$$\rho_0 = 1.23 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$$

Im Bereich oberhalb von $h = 100 \text{ km}$ wird die Dicke der Luftsicht als linear abfallend betrachtet:

$$d(h) = a_5 - h \cdot c_5$$

mit

$$a_5 = 1.128 \times 10^{-2} \text{ g/cm}^2$$

$$c_5 = 10^{-9} \text{ g/cm}^3$$

Daraus ergibt sich

$$d(h) = 0 \quad \text{für} \quad h = 112.8 \text{ km}$$

Diese Höhe wird in CORSIKA als Rand der Atmosphäre definiert und als Startpunkt der kosmischen Strahlung verwendet.

Die Zusammensetzung der Atmosphäre (relative Anzahl der Atomkerne) wurde folgendermaßen gewählt:

N	:	78.5 %
O	:	21.0 %
Ar	:	0.5 %

3.1.2 Hadronische Wechselwirkungslängen

Die hadronischen Wechselwirkungslängen von Protonen, Pionen und Kaonen in Luft wurden aufgrund experimenteller Ergebnisse [15] folgendermaßen festgelegt:

$$\lambda_{p\text{-Luft}} = 88 \text{ g/cm}^2$$

$$\lambda_{\pi\text{-Luft}} = 110 \text{ g/cm}^2$$

$$\lambda_{K\text{-Luft}} = 150 \text{ g/cm}^2$$

Zur Ermittlung der Wechselwirkungslängen für primäre Kerne der Masse A geht man von folgender Annahme aus:

$$\lambda_{A\text{-Luft}} = \lambda_{p\text{-Luft}} \cdot \frac{\sigma_{A\text{-Luft}}}{\sigma_{p\text{-Luft}}}$$

Die empirisch ermittelten Wirkungsquerschnitte für Proton-Kern- bzw. Kern-Kern-Stöße sind dabei gegeben durch [27], [28]:

$$\sigma_{p-A} = \text{const} \cdot A^{0.72}$$

$$\sigma_{A_1-A_2} = \text{const} \cdot (A_1^{1/3} + A_2^{1/3} - 1.12)^2$$

Mit $A_{\text{Luft}} = 14.56$ erhält man:

$$\lambda_{A\text{-Luft}} = \lambda_{p\text{-Luft}} \cdot \frac{6.88}{(A^{1/3} + 1.32)^2}$$

Bis zu Energien von $E = 100 \text{ GeV}$ werden die Wechselwirkungslängen als energieunabhängig betrachtet:

$$\lambda(E) = \lambda = \text{const} \quad \text{für } E \leq 100 \text{ GeV}$$

Für höhere Energien wird der logarithmische Anstieg des Wirkungsquerschnittes [15] berücksichtigt, indem die angegebenen Wechselwirkungslängen auf folgende Weise modifiziert werden:

$$\lambda(E) = \lambda \cdot \frac{1}{1 + 0.05 \ln(E/100 \text{ GeV})} \quad \text{für } E > 100 \text{ GeV}$$

3.1.3 Mögliche Prozesse

Aus der Wechselwirkungslänge wird durch Zufallsgenerator entschieden, wo die nächste Wechselwirkung stattfindet. Je nach Energie wird diese dann durch das Dual-Parton- oder das Isobaren-Modell beschrieben. Bei instabilen Teilchen wird aus der Wechselwirkungslänge und ihrer Zerfallslänge eine effektive freie Weglänge berechnet. Daraus wird zunächst gewürfelt, wie weit das Teilchen kommt, und danach entschieden, ob ein Zerfall oder eine Wechselwirkung stattfindet.

Für die verschiedenen Teilchen sind in CORSIKA im einzelnen folgende Prozesse implementiert:

e^\pm, γ	alle in EGS4 vorgesehenen Prozesse, für γ -Quanten zusätzlich photonukleare Wechselwirkung und Myonpaarbildung
μ^\pm	Vielfachstreuung, Zerfall: $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$, bzw. $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$
p, \bar{p}, n, \bar{n}	elastische Streuung, Annihilation, hadronische Reaktionen
π^\pm	elastische Streuung, hadronische Reaktionen, Zerfall: $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$, bzw. $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$
π^0	Zerfall: $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$
K^\pm, K_S^0, K_L^0	elastische Streuung, hadronische Reaktionen, alle Zerfälle mit einem Verzweigungsverhältnis von größer als 1% (z.B. $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$, $K_S^0 \rightarrow 2\pi$ oder $K_L^0 \rightarrow 3\pi$)
<i>primäre Kerne</i>	hadronische Reaktionen (für α, C, N, O und Fe)

Zusätzlich wird für alle geladenen Teilchen der Energieverlust durch Ionisation berücksichtigt.

Für die in diesen Prozessen erzeugten Sekundärteilchen werden Energie- und Winkelschnitte durchgeführt. Dabei werden alle Teilchen verworfen, deren Zenitwinkel größer als 90° ist (d.h. sie bewegen sich nach oben), sowie alle Teilchen, die unter einem Reaktionswinkel von mehr als 57° im Laborsystem erzeugt werden.

Die Schnitte auf die Energie können frei gewählt werden. Die Standardwerte von CORSIKA betragen für Hadronen und Myonen jeweils 300 MeV sowie für Elektronen und γ -Teilchen 3 MeV . Diese Werte beziehen sich auf die kinetische Energie im Laborsystem. Unterhalb dieser Energieschwellen werden die Teilchen verworfen.

3.2 Das Dual-Parton-Modell (DPM)

Die Beschreibung der starken Wechselwirkung bei hohen Energien ($E_{CM} > 10 \text{ GeV}$) basiert weitgehend auf der Parametrisierung von experimentellen Daten mit Hilfe des Dual-Parton-Modells [29].

Nach einer ursprünglichen Idee von Capella und Tran Than Vanh [30] wird dabei die Teilchenproduktion in Hadron-Hadron-Wechselwirkungen durch sogenannte *Farbstrings* beschrieben, die sich zwischen den Konstituenten der Hadronen, den Partonen, ausbilden. Im Schwerpunktsystem resultiert daraus eine symmetrische 2-komponentige Teilchenkonfiguration. Eine geeignete Größe zur Beschreibung dieses Sachverhaltes ist die Rapidität y . Sie ist definiert als

$$y = \frac{1}{2} \cdot \ln \left(\frac{E + p_{\parallel}}{E - p_{\parallel}} \right)$$

wobei p_{\parallel} dem Longitudinalimpuls und E der Energie des Teilchens entspricht.

Die Verwendung dieser Größe bietet zwei Vorteile. Einerseits ist die Form der Rapiditätsverteilung invariant unter Lorentztransformationen und andererseits geht y für hohe Transversalimpulse ($p_{\perp} \gg m$) in die sogenannte Pseudorapidität η über:

$$\eta = - \ln \left(\tan \frac{\theta}{2} \right) \quad \text{mit} \quad \theta = \frac{p_{\perp}}{p_{\parallel}}$$

Die Pseudorapidität eines erzeugten Teilchens hängt nur von seiner Emissionsrichtung ab und ist somit eine experimentell leicht zugängliche Größe.

Für die $p\bar{p}$ -Wechselwirkung bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$ zeigten Klar und Hüfner [31], daß die Rapiditätsverteilungen der erzeugten negativen und positiven Pionen 2-Komponenten-Strukturen aufweisen, die auch als *Target-* bzw. *Projektilstrings* bezeichnet werden und durch zwei Gaußverteilungen beschrieben werden können.

In Erweiterung dessen wird im Dual-Parton-Modell angenommen, daß sich die Rapiditätsverteilungen aller Sekundärteilchen ebenfalls durch *nur* zwei Gaußverteilungen parametrisieren lassen. Im Schwerpunktsystem ergibt sich somit:

$$\frac{dN}{dy} = A \cdot \left\{ e^{-(y-s_1)^2/2\sigma_1^2} + e^{-(y+s_1)^2/2\sigma_1^2} \right\}$$

Eine weitere Annahme des DPM besteht darin, daß die Breite der beiden Gaußverteilungen σ_1 nur von der Schwerpunktsenergie abhängt und somit aus experimentellen Daten gewonnen werden kann, während die Lage ihrer Schwerpunkte s_1 sowie die Amplitude A von der Anzahl der erzeugten Sekundärteilchen abhängt.

Die mittlere Anzahl der erzeugten Sekundärteilchen \bar{N}_s als Funktion der Schwerpunktsenergie \sqrt{s} ist aus $p\bar{p}$ -Experimenten bekannt [15]. Die Verteilung von N_s wird sehr gut durch eine negative Binomialverteilung beschrieben, so daß für eine vorgegebene Schwerpunktsenergie die Anzahl der erzeugten Sekundärteilchen N_s nach dieser Verteilungsfunktion ausgewürfelt werden kann.

Die Bestimmung der Gaußkurven für ein vorgegebenes N_s erfolgt schließlich aus ihrer zentralen Teilchendichte pro Rapiditätsintervall

$$\rho_{N_s}(0) = \frac{dN}{dy}(y=0)$$

Mit Hilfe von experimentellen Daten [15] kann die der mittleren Teilchenzahl \bar{N}_s entsprechende Teilchendichte $\rho_{\bar{N}_s}(0)$ als Funktion von \sqrt{s} parametrisiert werden, während das Verhältnis

$$r = \frac{\rho_{N_s}(0)}{\rho_{\bar{N}_s}(0)} = f\left(\frac{N_s}{\bar{N}_s}\right)$$

ein Skalenverhalten zeigt, d.h. unabhängig von \sqrt{s} nur von dem Verhältnis N_s/\bar{N}_s abhängt.

Damit läßt sich für jedes gewürfelte N_s die dazugehörige Teilchendichte $\rho_{N_s}(0)$ ermitteln. Da die Breite der Verteilungen σ_1 bei vorgegebener Schwerpunktsenergie \sqrt{s} ebenfalls bekannt ist und

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dN}{dy} dy = N_s$$

gilt, ist die Rapiditätsverteilung eindeutig festgelegt, nach der die individuellen Rapiditäten der einzelnen Sekundärteilchen gewürfelt werden können.

Für die Sekundärteilchen N_s wird nun unter Berücksichtigung der Erhaltungssätze für Ladung, Baryonenzahl und *Strangeness* die Zusammensetzung aus Pionen, Kaonen und Nukleonen bzw. Antinukleonen ermittelt. Die Produktionswahrscheinlichkeiten für die verschiedenen Teilchensorten sind dabei wiederum als Funktion von \sqrt{s} aus dem Experiment bekannt [15]. Die Erzeugung weiterer Teilchen (z.B. *strange* Baryonen oder *charm* Teilchen) ist derzeit in CORSIKA nicht realisiert.

Um die so erzeugten Sekundärteilchen vollständig beschreiben zu können, muß als weitere Größe ihr Transversalimpuls p_{\perp} ermittelt werden. Der mittlere Transversalimpuls \bar{p}_{\perp} hängt dabei von \sqrt{s} , $\rho_{N_s}(0)$ und der Masse des Teilchens m ab. Für die Verteilung des Transversalimpulses wird die sogenannte *QCD-inspirierte* Form [32]

$$\frac{d\rho_{N_s}(0)}{2\pi p_{\perp} dp_{\perp}} = A \cdot \left(\frac{p_0}{p_{\perp} + p_0} \right)^n$$

verwendet, mit $p_0 = 1.3 \text{ GeV}/c$. Diese Form entspricht für kleine Transversalimpulse approximativ einem exponentiellen Abfall von p_{\perp} , berücksichtigt aber für höhere Transversalimpulse den flacheren Verlauf der gemessenen p_{\perp} -Verteilung. Für den mittleren Transversalimpuls erhält man damit

$$\bar{p}_{\perp} = \frac{2 p_0}{n - 3}$$

Der Parameter n wird dabei als Funktion von $\rho_{N_s}(0)$ an die experimentellen Daten angepaßt. Bei $\sqrt{s} = 540 \text{ GeV}$ und mittlerer Multiplizität ergibt sich z.B. ein Wert von $n = 9$, dies entspricht $\bar{p}_{\perp} \approx 400 \text{ MeV}/c$. Da $\rho_{N_s}(0)$ von \sqrt{s} abhängt, wird dadurch die Energieabhängigkeit des mittleren Transversalimpulses indirekt berücksichtigt, wobei \bar{p}_{\perp} nur sehr langsam mit der Energie ($\sim \ln \sqrt{s}$) ansteigt [15]. Bei Kaonen und Nukleonen ergeben sich für den mittleren Transversalimpuls um 30-40% größere Werte sowie eine etwas stärkere Energieabhängigkeit als bei den Pionen.

Gemäß der oben angegebenen Verteilung werden die individuellen Transversalimpulse für alle Teilchensorten ausgewürfelt, wobei für Kaonen und Nukleonen der gewürfelte Wert entsprechend ihrem höheren \bar{p}_{\perp} skaliert wird. Die Richtung des Transversalimpulses (im Schwerpunktssystem) wird durch Würfeln des Azimutwinkels festgelegt. Anschließend werden die p_{\perp} 's renormalisiert, so daß die Bedingung

$$\sum_{i=1}^{N_s} p_{\perp i} = 0$$

erfüllt ist.

Mit der Rapidität und dem Transversalimpuls ist für jedes erzeugte Teilchen auch seine Energie festgelegt. Die Energieerhaltung wird dadurch gewährleistet, daß das Projektil die restliche zur Verfügung stehende Energie erhält, wodurch gleichzeitig die Inelastizität der Wechselwirkung festgelegt ist. Sollte die Summe der Energien aller Sekundärteilchen einen höheren Wert ergeben als die für die Teilchenproduktion zur Verfügung stehende Energie, so werden die Rapiditäts- und Transversalimpulsverteilungen neu ausgewürfelt.

Capdevielle konnte zeigen, daß mit diesem Verfahren die experimentellen Verteilungen der Sekundärteilchen sehr gut beschrieben werden können [29]. Die höchsten experimentell erreichbaren Energien für die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung werden derzeit mit $\sqrt{s} = 1.8 \text{ TeV}$ am Tevatron-Beschleuniger (Fermilab) erreicht. Rechnet man diese Energie in das Laborsystem um, in dem ein Nukleon sich in Ruhe befindet, erhält man für das andere Nukleon eine Laborenergie von $E_{Lab} = 1.6 \times 10^{16} \text{ eV}$, so daß für kosmische Protonen in diesem Energiebereich sogar die 1. Wechselwirkung experimentell zugänglich ist.

Mit einer Wahrscheinlichkeit von ungefähr 15% handelt es sich bei einer inelastischen hadronischen Wechselwirkung um diffraktive Streuung. In diesem Fall wird einer der beiden Stoßpartner angeregt, während der andere sich nicht verändert. Mit Hilfe des Dual-Parton-Modells kann die diffraktive Wechselwirkung auf dieselbe Weise wie die Hadron-Hadron-Wechselwirkung beschrieben werden, wenn die Schwerpunktsenergie \sqrt{s} durch die diffraktive Masse M_D ersetzt wird. Hierzu wird die diffraktive Masse gemäß der Verteilung

$$\frac{dN}{d(M_D^2/s)} \sim \frac{1}{M_D^2/s}$$

ausgewürfelt, wobei für M_D eine untere Grenze von $M_D = m_n + m_p = 1.08 \text{ GeV}$ gilt.

Die bisherigen Betrachtungen galten für die Wechselwirkung zwischen zwei einzelnen Hadronen. In Luftschauern treffen die Hadronen aber im allgemeinen auf Atomkerne der Atmosphäre. Dies bedeutet, daß die Projektile nacheinander mit verschiedenen Targetnukleonen wechselwirken können. Wie Klar und Hüfner zeigten [31], läßt sich dieser Sachverhalt durch Einführung eines dritten *Strings* in der Rapiditätsverteilung beschreiben. Dementsprechend wird im Dual-Parton-Modell eine weitere Gaußverteilung eingeführt, die die Differenz zwischen einem Kern- und einem Nukleontarget beschreibt:

$$D(y, \bar{\nu}) = \left(\frac{dN}{dy} \right)_{\text{Kern}} - \left(\frac{dN}{dy} \right)_{\text{Nukl.}} = A' \cdot e^{-(y-s_2)^2/2\sigma_2^2}$$

Die Parameter A' , s_2 sowie σ_2 hängen dabei von der mittleren Anzahl der Stöße $\bar{\nu}$ ab, die wiederum eine Funktion der Schwerpunktsenergie sowie der Massenzahl des Targetkerns ist.

Als Erweiterung zu Capdevielle [29] wird in CORSIKA für jeden möglichen Targetkern (N, O, Ar) die Wahrscheinlichkeit für ν Stöße nach einem einfachen geometrischen Modell [33] berechnet, wobei eine experimentell bestimmte Nukleonverteilung im Kern verwendet wird [34]. Dabei wird die Annahme gemacht, daß der inelastische Wirkungsquerschnitt durch vorausgegangene Wechselwirkungen nicht beeinflusst wird. Für die Hadron-Kern-Wechselwirkung wird somit zunächst der Targetkern und anschließend die Anzahl der beteiligten Targetnukleonen ausgewürfelt. Für das ermittelte ν wird danach die Verteilung $D(y, \nu)$ nach einer ähnlichen Methode wie bei der Hadron-Nukleon-Wechselwirkung bestimmt. Der diffraktive Anteil der Wechselwirkung wird aufgrund von experimentellen Hinweisen [35] im Falle von Mehrfachstößen ($\nu > 1$) unterdrückt.

Als zusätzliche Erweiterung des Dual-Parton-Modells ist in CORSIKA die Behandlung von Kern-Kern-Stößen implementiert. Die Wahrscheinlichkeit, daß n Nukleonen des Projektilkerns an der Wechselwirkung teilnehmen, wird durch ein ähnliches Modell [33] ermittelt wie die Anzahl der getroffenen Targetnukleonen. Anschließend wird die Kern-Kern-Wechselwirkung wie n unabhängige Nukleon-Kern-Wechselwirkungen behandelt. Die unbeteiligten Nukleonen des Projektils werden im Anschluß an die Wechselwirkung als freie Nukleonen betrachtet.

3.3 Das Isobaren-Modell (IM)

Die hadronische Wechselwirkung bei Schwerpunktsenergien von $\sqrt{s} < 10 \text{ GeV}$ wird mit Hilfe des Isobaren-Modells von P.K.F. Grieder [22] beschrieben. In diesem Modell wird die Hadron-Kern-Wechselwirkung als Hadron-Nukleon-Wechselwirkung behandelt.

Bei kleinen Energien (d.h. $\sqrt{s} < 2.5 \text{ GeV}$ für Nukleonen bzw. $\sqrt{s} < 1.6 \text{ GeV}$ für Mesonen) ist nur elastische Streuung vorgesehen, wobei der Transversalimpuls des gestreuten Teilchens gemäß einer exponentiell abfallenden Verteilung ausgewürfelt wird. Oberhalb dieser Energieschwelle erfolgt die Beschreibung der Wechselwirkung durch Anregung von sogenannten *Isobaren* bzw. *schweren Mesonen*, die am Ort ihrer Entstehung sofort wieder zerfallen.

In der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung werden dabei je nach Schwerpunktsenergie ein leichtes, ein schweres oder zwei schwere Isobare erzeugt. Die Massen der Isobare wurden an die Beschleunigerdaten des ISR (Intersecting Storage Rings, CERN) hinsichtlich der Multiplizität, Elastizität und Kinematik der Ereignisse angepaßt. Für die leichten Isobare (LI) ergab sich eine Masse von $M_L = 1.4 \text{ GeV}/c^2$, für die schweren Isobare $M_{HI} = 2.5 \text{ GeV}/c^2$. Die Energiebereiche für die verschiedenen Produktionsmöglichkeiten wurden wie folgt gewählt:

$$N + N \rightarrow Li + N \quad \text{für} \quad 2.5 < \sqrt{s} \leq 3.5 \text{ GeV}$$

$$N + N \rightarrow HI + N \quad \text{für} \quad 3.5 < \sqrt{s} \leq 5.5 \text{ GeV}$$

$$N + N \rightarrow HI + HI \quad \text{für} \quad 5.5 < \sqrt{s} \leq 10 \text{ GeV}$$

Die leichten Isobare zerfallen anschließend in ein Pion und ein Nukleon, während die schweren Isobare in 3 oder 4 Pionen sowie ein Nukleon zerfallen können. Die Isobare lassen sich somit gewissermaßen als angeregte Nukleonenzustände interpretieren, sie können aber keiner bestimmten Resonanz (z.B. Δ -Teilchen) zugeordnet werden. Vielmehr läßt sich ihre Masse als eine mittlere Resonanzmasse veranschaulichen.

Für die Antinukleonen ergibt sich als zusätzlicher Prozeß die Möglichkeit der Annihilation. Dabei ist die Erzeugung von 2 bis zu 7 Pionen vorgesehen. Die einzelnen Endzustände werden gemäß ihrer Verzweungsverhältnisse ausgewürfelt.

Die Beschreibung der Pion-Nukleon-Wechselwirkung erfolgt nach dem gleichen Prinzip. Hierbei kann neben dem Isobarenzustand ein angeregter Mesonzustand mit einer Masse von $M_{HM} = 1.35 \text{ GeV}$ auftreten, der anschließend in 3 Pionen zerfällt. Bei diesem *schweren Meson* (HM) handelt es sich wie bei dem Isobar um ein hypothetisches Teilchen, das als Repräsentant aller erzeugbaren Mesonresonanzen angesehen werden kann. Seine Masse wurde ebenfalls an die experimentellen Daten angepaßt. Entsprechend der unterschiedlichen Massen von Mesonen und Nukleonen ergaben sich für die verschiedenen Erzeugungsmechanismen andere Energiebereiche:

$$\pi + N \rightarrow \pi + Li \quad \text{für} \quad 1.6 < \sqrt{s} \leq 2.7 \text{ GeV}$$

$$\begin{array}{l} \pi + N \rightarrow HM + N \\ \text{oder} \quad \rightarrow \pi + HI \end{array} \quad \text{für} \quad 2.7 < \sqrt{s} \leq 3.9 \text{ GeV}$$

$$\pi + N \rightarrow HM + HI \quad \text{für} \quad 3.9 < \sqrt{s} \leq 10 \text{ GeV}$$

In der Kaon-Nukleon-Wechselwirkung wird ebenfalls ein *schweres Meson* mit $M_{HM} = 1.35 \text{ GeV}$ erzeugt, welches zur Erhaltung der *Strangeness*-Quantenzahl in ein Kaon und zwei Pionen zerfällt.

Für die genannten Prozesse wird der Transversalimpuls der Teilchen gemäß einer Verteilung der Form

$$\sim x \cdot e^{-x}$$

ausgewürfelt, mit $p_{\perp} = x \cdot 0.1 \text{ GeV}/c$.

Der Longitudinalimpuls wird für alle außer einem Teilchen ebenfalls ausgewürfelt, der Longitudinalimpuls des übriggebliebenen Teilchens wird schließlich so festgelegt, daß

die Energie erhalten ist. Sollte sich dabei eine negative Restenergie ergeben, so wird das letzte Teilchen weggelassen und das Ereignis trotzdem verwendet. Aufgrund dieser Vorgehensweise sind Energie und Impuls nur im Mittel erhalten.

Trotz dieser relativ einfachen Modellierung lassen sich die experimentellen Daten des ISR mit Hilfe des Isobaren-Modell sehr gut beschreiben [22].

3.4 Die elektromagnetische Komponente

Für die Simulation des elektromagnetischen Teils eines Luftschauer sind in CORSIKA zwei Optionen wählbar.

Bei Verwendung der NKG-Option wird für jedes im Schauer auftretende γ -Quant oder Elektron ein elektromagnetischer Subscharer nach der analytischen Formel von Nishimura, Kamata und Greisen [12] berechnet. Zur Ermittlung der Elektronendichten auf Beobachtungsniveau wird eine modifizierte NKG-Formel [23] verwendet, die die beobachtete Teilchendichte [36] bei großen Abständen besser wiedergibt. Dabei wird in der NKG-Formel (s. Abschnitt 2.2.2) der Molière-Radius $r_m = 79 \text{ m}$ durch ein vom Schaueralter s abhängiges r_0 ersetzt:

$$r_0 = (0.78 - 0.21 s) \cdot r_m$$

Die Gesamtelektronenzahl des Schauers wird durch Summation über die Elektronenzahlen aller Subscharer ermittelt. Als Information über die Lateralverteilung der Elektronen liefert CORSIKA bei Verwendung der NKG-Option für 8 verschiedene Himmelsrichtungen die Teilchendichten für jeweils 10 Abstände zur Schauerachse im Bereich von $r \leq 200 \text{ m}$. Hierzu wird für jeden Subscharer an jedem der 80 Punkte die Elektronendichte berechnet. Anschließend werden die Beiträge aller Subscharer zu den Teilchendichten aufaddiert.

Die EGS-Option ermöglicht eine vollständige Monte Carlo Simulation der elektromagnetischen Schauerkomponente mit Hilfe einer modifizierten Version des Programmes EGS4. Die Standardversion von EGS4 [24] enthält die Prozesse Annihilation, Bremsstrahlung, Bhabha- und Möller-Streuung sowie Vielfachstreuung für Elektronen bzw. Compton-Streuung, Paarbildung und Photoeffekt für γ -Quanten. Zu diesen Standardprozessen wurden in CORSIKA die Myonpaarbildung und die photonukleare Wechselwirkung hinzugefügt. Obwohl die Wirkungsquerschnitte von diesen Prozessen relativ klein sind, sind sie für die Hadron- und Myonkomponente in γ -induzierten Luftschauern von entscheidender Bedeutung. Die Myonpaarbildung wird analog zur Elektronpaarbildung behandelt, wobei die Elektronenmasse durch die Myonmasse ersetzt wird. Die Parametrisierung des photonuklearen Querschnittes erfolgt nach [37].

Darüber hinaus wurden zur Anpassung des EGS4 Programmes an die Simulation von Luftschauern weitere Modifikationen vorgenommen:

- kontinuierliche Änderung der Dichte des Mediums Luft (im EGS4 ist die Definition von Bereichen mit konstanter Dichte vorgesehen)
- Berücksichtigung der Dichteabhängigkeit des Ionisationsverlustes der Elektronen pro Strahlungslänge nach Sternheimer [38]
- Subschauber, die nur eine geringe Wahrscheinlichkeit besitzen, das Beobachtungsniveau zu erreichen, werden verworfen [39]
- Ablenkung der Elektronen durch das Erdmagnetfeld

Im Vergleich zur NKG-Option besitzt die EGS-Option den Vorteil, daß neben der Elektronenzahl des Schauers und ihrer Lateralverteilung die Information über die Energie, die Einfallsrichtung und die Ankunftszeit für jedes Teilchen (e^\pm , γ) geliefert wird, das das Beobachtungsniveau erreicht. Ihr Nachteil ist der wesentlich höhere Bedarf an Rechenzeit und Speicherplatz (s. Abschnitt 4.1).

Zum Vergleich der Ergebnisse von EGS und NKG wurden für individuelle Schauer die Verhältnisse der Elektronenzahlen und des Parameters s

$$r_{N_e} = \frac{N_e^{NKG}}{N_e^{EGS}}$$

$$r_s = \frac{s^{NKG}}{s^{EGS}}$$

ermittelt. N_e^{EGS} entspricht dabei der Elektronenzahl für $E_e > 3 \text{ MeV}$, während bei der Berechnung von N_e^{NKG} kein Schnitt auf die Elektronenenergie durchgeführt wird, so daß Werte von $r_{N_e} > 1$ erwartet werden. Das Schaueralter s wurde ermittelt, indem jeweils für $r \leq 200 \text{ m}$ die NKG-Formel an die Lateralverteilung der Elektronen angepaßt wurde, wobei $r_0 = 49 \text{ m}$ gewählt wurde.

Für je 50 p- bzw. Fe-induzierte Schauer mit $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$ ergaben sich die in Tabelle 3 zusammengefaßten Mittelwerte und Standardabweichungen für r_{N_e} und r_s . Angegeben sind ebenfalls die Korrelationen zwischen N_e^{NKG} und N_e^{EGS} (ρ_{N_e}) bzw. s^{NKG} und s^{EGS} (ρ_s).

	r_{N_e}	ρ_{N_e}	r_s	ρ_s
p	1.26 ± 0.11	0.98	0.97 ± 0.03	0.92
Fe	1.27 ± 0.03	0.99	0.98 ± 0.02	0.91

Tabelle 3. Vergleich von N_e und s für NKG- und EGS-Option. Angegeben sind für jeweils 50 p- und Fe-induzierte Schauer mit $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$ die Mittelwerte und Standardabweichungen von r_{N_e} bzw. r_s sowie die Korrelation von N_e^{NKG} und N_e^{EGS} bzw. s^{NKG} und s^{EGS} .

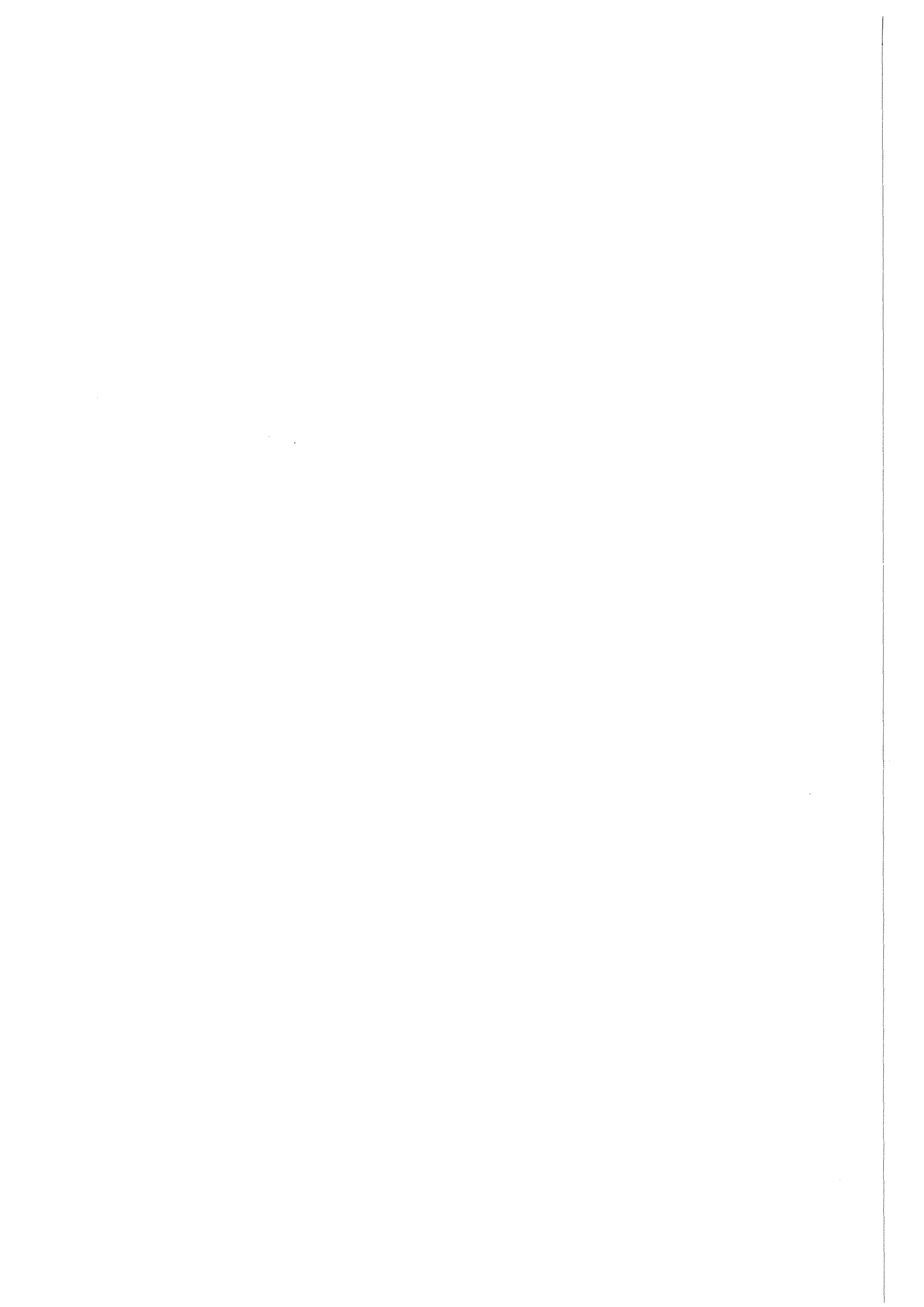
Aufgrund des im EGS verwendeten Schnittes auf die Elektronenenergie liefert CORSIKA bei Verwendung der NKG-Option im Mittel ca. 25% mehr Elektronen als mit der EGS-Option. Dieses Ergebnis stimmt recht gut mit einem Wert von

$$\bar{r} \approx 1.2$$

überein, den man aufgrund einer analytischen Berechnung von elektromagnetischen Schauern in der Nähe ihres Maximums erwartet [11].

Ansonsten ergeben sich zwischen den Elektronenzahlen, die mit den verschiedenen Optionen ermittelt wurden, sehr starke Korrelationen von 0.98 bzw. 0.99 und damit schmale Verteilungen in r_{N_e} . Korrigiert man den Einfluß des Energieschnittes, so liefern die beiden Optionen für individuelle Schauer innerhalb von 10% (p-Schauer) bzw. 3% (Fe-Schauer) gleiche Elektronenzahlen. Diese Werte sind damit deutlich kleiner als die intrinsischen Fluktuationen in der Elektronenzahl von 50% für p-Schauer bzw. 20% für Fe-Schauer.

Für das Schaueralter s ergeben sich ebenfalls sehr gute Übereinstimmungen in den Ergebnissen der beiden Optionen, so daß aufgrund des wesentlich geringeren Rechenaufwandes die analytische Berechnung der elektromagnetischen Komponente des Schauers vollkommen ausreichend ist, sofern keine Information über die ankommenden individuellen Teilchen benötigt wird.



4.1 Die Daten

Die Simulation ausgedehnter Luftschauer wurde größtenteils auf einer für diesen Zweck entwickelten Transputerfarm, bestehend aus 24 Mikroprozessoren (T800), durchgeführt. Diese erreichen zusammen in etwa die Leistungsfähigkeit einer IBM 3090M.

Einer dieser Mikroprozessoren benötigt z.B. zur Simulation eines Schauers bei $E_0 = 10^{15}$ eV mit der NKG-Option eine halbe Stunde, eine IBM 3090M braucht hierfür ca. eine Minute. Bei Verwendung der EGS-Option erhöht sich die Rechenzeit je nach Primärteilchen um einen Faktor 15-40.

Die auf Band geschriebene Datenmenge bei $E_0 = 10^{15}$ eV beträgt für einen NKG-Schauer durchschnittlich 250 *kByte*, ein EGS-Schauer benötigt dagegen 25 *MByte*.

Sowohl die abzuspeichernde Datenmenge als auch die Rechenzeit haben sich dabei als proportional zur Schauerenergie herausgestellt.

Die Luftschauersimulationen wurden ausschließlich für das Beobachtungsniveau von KASCADE (110 m über NN) durchgeführt. Aufgrund des wesentlich höheren Aufwandes bei Verwendung der EGS-Option wurde für den elektromagnetischen Teil überwiegend die analytische Berechnung nach der NKG-Formel angewendet. Da die kosmische Strahlung in dem untersuchten Energiebereich oberhalb von $E_0 \approx 10^{15}$ eV im wesentlichen aus drei Hauptgruppen besteht, wurden zur Abdeckung des chemischen Spektrums jeweils für einen Vertreter dieser Gruppen Simulationsrechnungen durchgeführt:

p als Repräsentant der leichten Kerne p und α . Die Unterschiede zwischen p- und α -induzierten Schauern haben sich als kleiner als ihre intrinsischen Fluktuationen erwiesen, so daß eine Unterscheidung nicht möglich wäre.

O als Vertreter der C,N,O-Gruppe und schließlich

Fe stellvertretend für die schweren Kerne ($Z \geq 25$).

Diese Vorgehensweise ist gerechtfertigt, da die Elemente zwischen α und C,N,O einerseits und zwischen C,N,O und der Eisengruppe andererseits nur wenige Prozent zum gesamten Fluß der kosmischen Strahlung beitragen [6].

Da KASCADE in erster Linie die chemische Zusammensetzung im Bereich des "Knies" messen soll, wurden im Energiebereich von 5×10^{14} eV $\leq E_0 \leq 4 \times 10^{15}$ eV die meisten Simulationen durchgeführt. Neben Schauern mit diskreten Primärenergien wurden auch Schauer generiert, deren Energie gemäß einem kontinuierlichen Energiespektrum $dI \sim E_0^{-\gamma} dE_0$ gewürfelt wurde. Da in diesem Energiebereich noch keine Messungen der

Zusammensetzung der kosmischen Strahlung vorliegen, wurde für alle Primärteilchen der differentielle Spektralindex von $\gamma = -2.7$ des Gesamtspektrums verwendet. Darüber hinaus wurden Schauer bis zu Primärenergien von $E_0 = 10^{17}$ eV simuliert. Tabelle 4 gibt einen Überblick über die Anzahl der jeweils generierten Schauer, für die als weitere Anfangsbedingung senkrechter Einfall des Primärteilchen in die Erdatmosphäre angenommen wurde.

E_0 [eV]	Protonen	Sauerstoff	Eisen
5×10^{14}	200	200	200
7.1×10^{14}	200	200	200
10^{15}	200	200	200
1.4×10^{15}	200	200	200
2×10^{15}	200	200	200
2.8×10^{15}	200	200	200
4×10^{15}	225	200	259
10^{16}	295	117	111
2×10^{16}	120	140	132
5×10^{16}	125	112	124
10^{17}	55	60	52
$5 \times 10^{14} - 5 \times 10^{15}$ $dl \sim E_0^{-2.7} dE_0$	2532	1095	1033

Tabelle 4. Anzahl der simulierten senkrecht einfallenden NKG-Schauer

Zur Ermittlung der Hadronraten wurden desweiteren p-induzierte vertikale Schauer bei niedrigeren Energien simuliert (siehe Tabelle 5). Auch hier wurden für zwei Energiebereiche kontinuierliche Spektren generiert, wobei diesmal aufgrund der JACEE Experimente [7] ein Spektralindex von $\gamma = -2.8$ angenommen wurde.

E_0 [eV]	Protonen	E_0 [eV]	Protonen
6.2×10^{10}	41000	5×10^{12}	8000
1.2×10^{11}	36000	7.5×10^{12}	8000
2.5×10^{11}	49000	10^{13}	18000
5×10^{11}	49000	1.8×10^{13}	500
10^{12}	48000	10^{14}	3500
2.5×10^{12}	8000		
$2 \times 10^{10} - 10^{11}$ $dl \sim E_0^{-2.8} dE_0$	50000	$10^{11} - 5 \times 10^{11}$ $dl \sim E_0^{-2.8} dE_0$	56000

Tabelle 5. Anzahl der p-induzierten NKG-Schauer bei niedrigeren Primärenergien

Mit der EGS-Option wurden schließlich noch bei $E_0 = 10^{15}$ eV jeweils 50 p-, Fe- und γ -induzierte Schauer für senkrechten und schrägen Einfall unter 30° sowie zusätzlich je 50 senkrecht einfallende p-Schauer bei 5×10^{14} eV, 2×10^{15} eV und 4×10^{15} eV generiert.

Die in der vorliegenden Arbeit verwendete Datenmenge beläuft sich auf insgesamt 25 GByte, die hierfür benötigte Rechenzeit betrug rund 40 000 Transputerstunden.

4.2 Mittlere Verteilungen

Wie in Abschnitt 2.2.3 erläutert wurde, erwartet man für p- und Fe-induzierte Schauer Unterschiede in den Lateralverteilungen und in den Energiespektren der Sekundärteilchen.

In den Abbildungen 8 und 9 sind die Lateralverteilungen der Elektronen bzw. Photonen für vertikale p- und Fe-Schauer bei einer Primärenergie von $E_0 = 10^{15}$ eV dargestellt.¹ Dabei wurde über jeweils 50 Schauer gemittelt, die mit der EGS-Option generiert wurden. Als Abschneideparameter für die Teilchenenergie wurde der CORSIKA Standardwert von 3 MeV verwendet. Es zeigt sich, daß Fe im Vergleich zu p deutlich weniger Elektronen und Photonen liefert, wobei die Lateralverteilungen bei Fe flacher verlaufen.

Vergleicht man Elektronen mit Photonen, so erhält man bei p- und Fe-Schauer die gleiche Form der Verteilungen, für die Photonen ergibt sich aber unabhängig vom Radius jeweils eine um einen Faktor 4 höhere Teilchendichte als für die Elektronen.

Betrachtet man die dazugehörigen Energiespektren (Abb. 10 und Abb. 11), so stellt man fest, daß dieser Überschuß an Photonen hauptsächlich in dem Energiebereich auftritt, in dem bei den Elektronen der Energieverlust durch Ionisation dominiert ($E_c = 84$ MeV). Oberhalb von etwa 1 GeV ist der Verlauf der Spektren dagegen nahezu identisch. Dies zeigt, daß bei hohen Energien die beiden Komponenten eines elektromagnetischen Schauers im Gleichgewicht stehen.

Im Vergleich von p- und Fe-Schauern verlaufen die Energiespektren relativ ähnlich, lediglich für $E > 100$ GeV deutet sich bei den Protonschauern für Elektronen und Photonen jeweils ein härteres Spektrum an.

In den Abbildungen 8 - 11 wurde auf die Darstellung von statistischen Fehlern verzichtet. Bei den Lateralverteilungen liegen diese selbst bei Teilchendichten von $\rho < 10^{-3} m^{-2}$ unterhalb von 1%. In den Energiespektren ergibt sich erst bei weniger als durchschnittlich 10 Teilchen pro Energieintervall ein statistischer Fehler von einigen Prozent.

¹ Bei logarithmischen Darstellungen wird "log" grundsätzlich als Bezeichnung für den Zehnerlogarithmus verwendet.

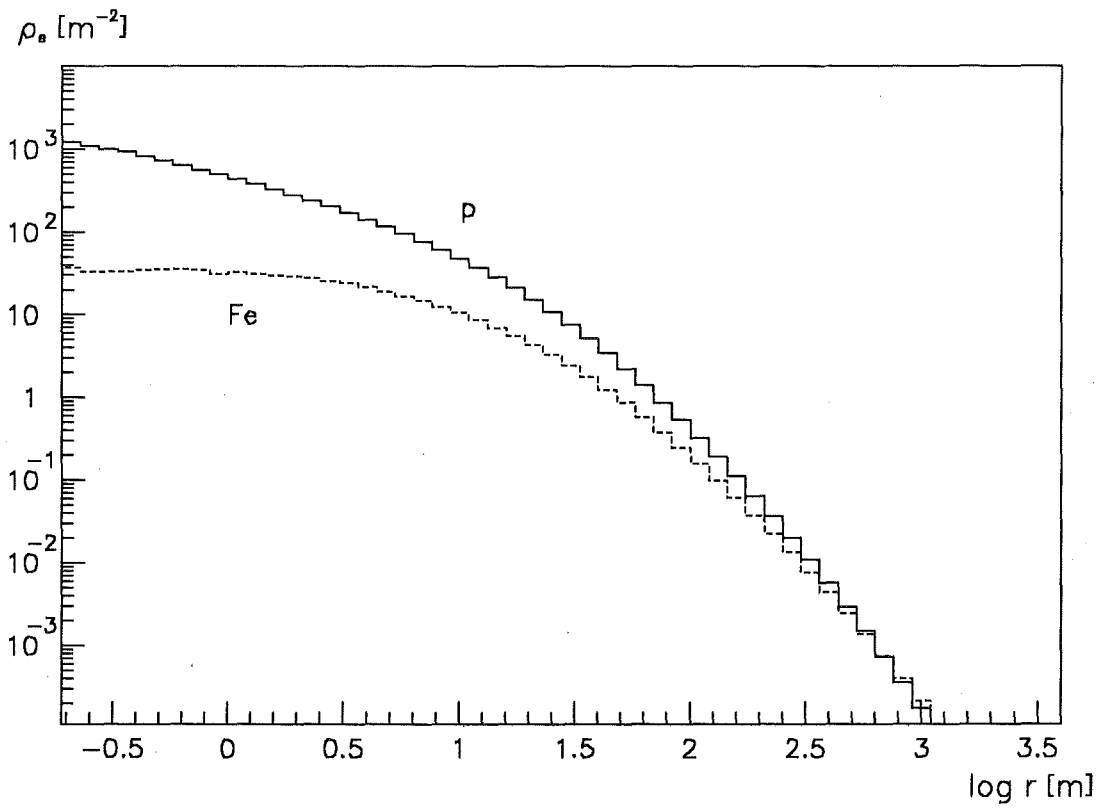


Abbildung 8. Lateralverteilung der Elektronen bei $E_0 = 10^{15}$ eV

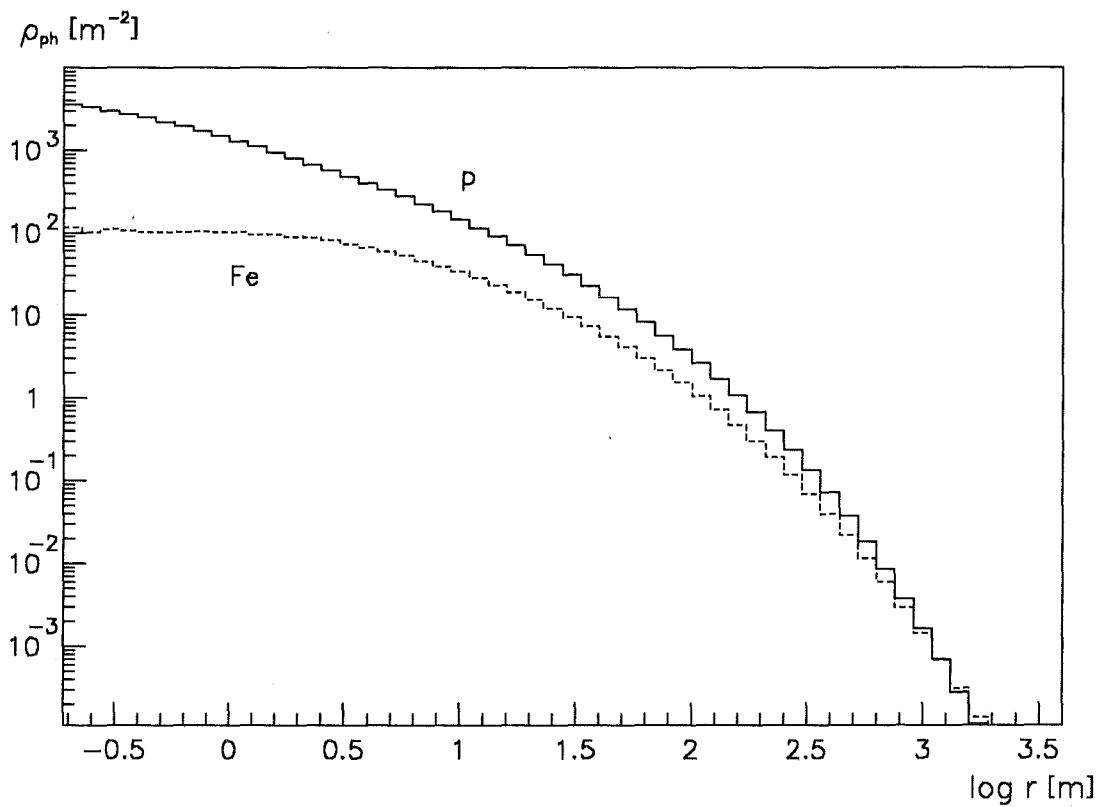


Abbildung 9. Lateralverteilung der Photonen bei $E_0 = 10^{15}$ eV

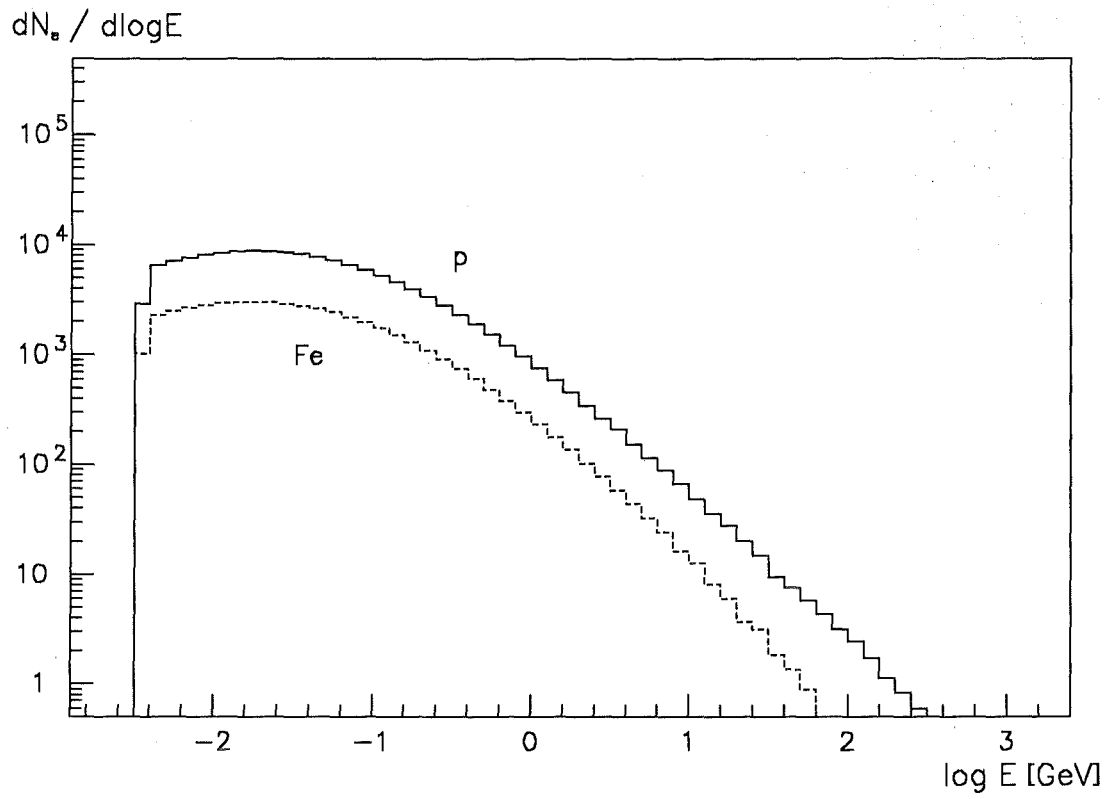


Abbildung 10. Energiespektrum der Elektronen bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$

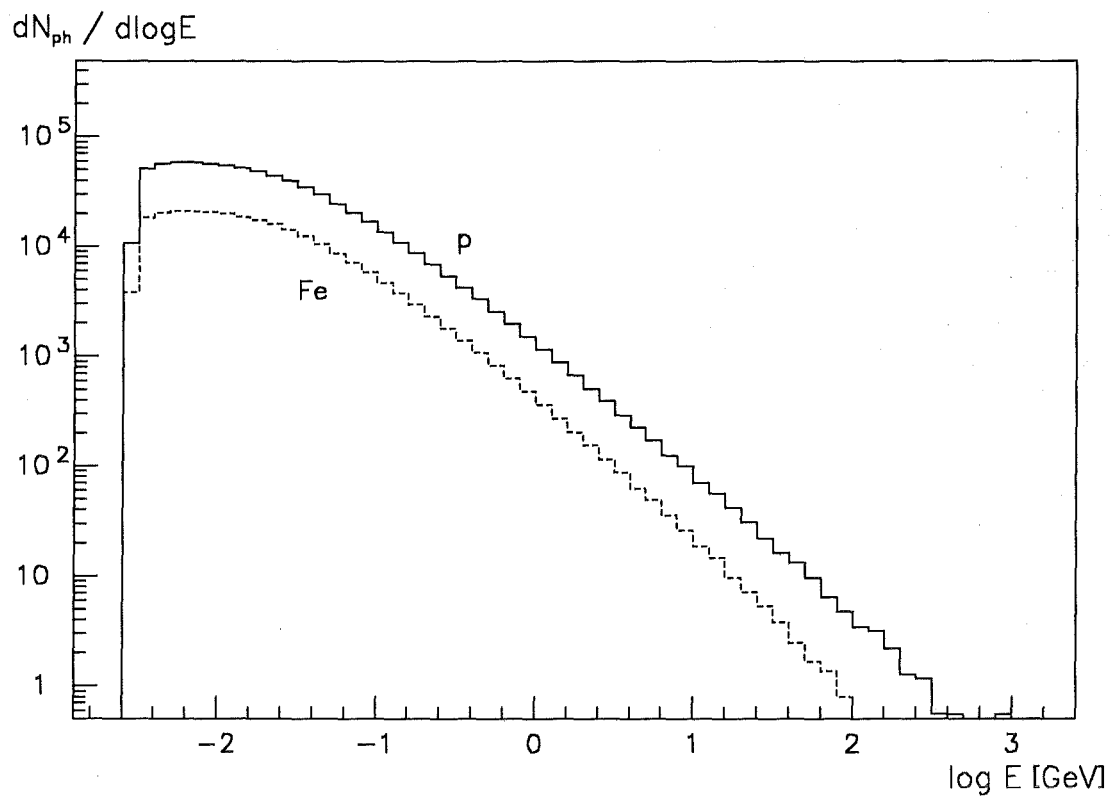


Abbildung 11. Energiespektrum der Photonen bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$

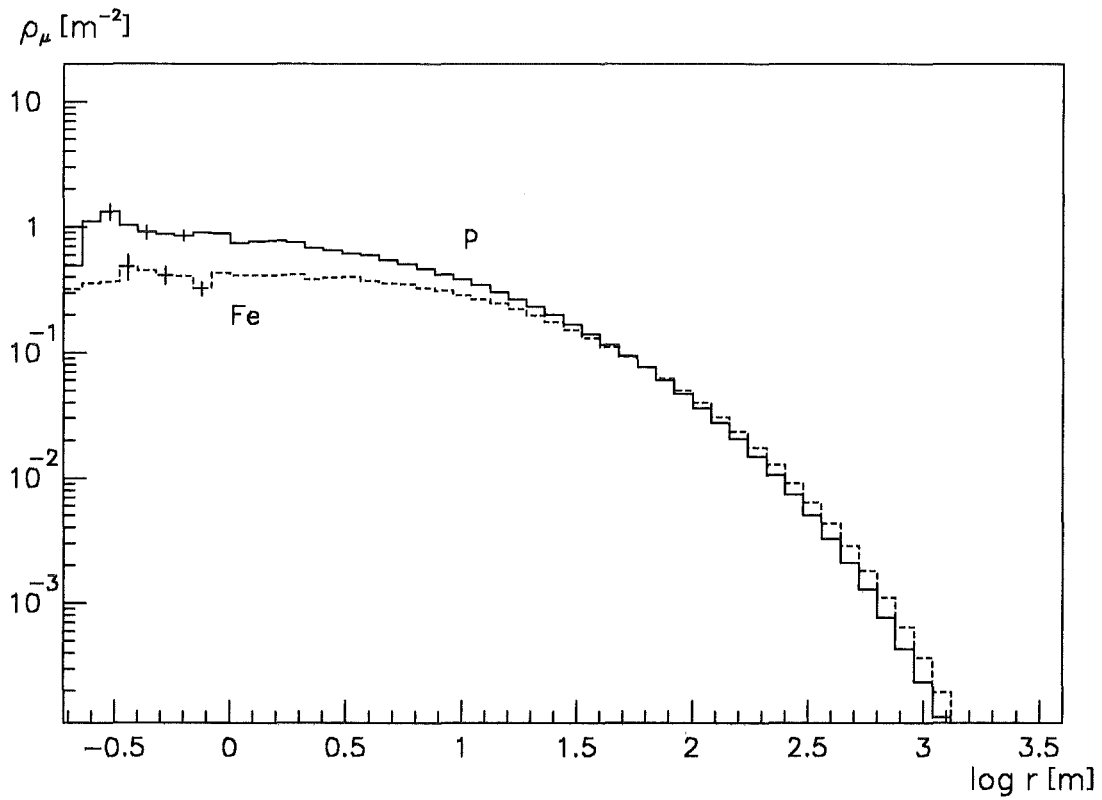


Abbildung 12. Lateralverteilung der Myonen bei $E_0 = 10^{15}$ eV

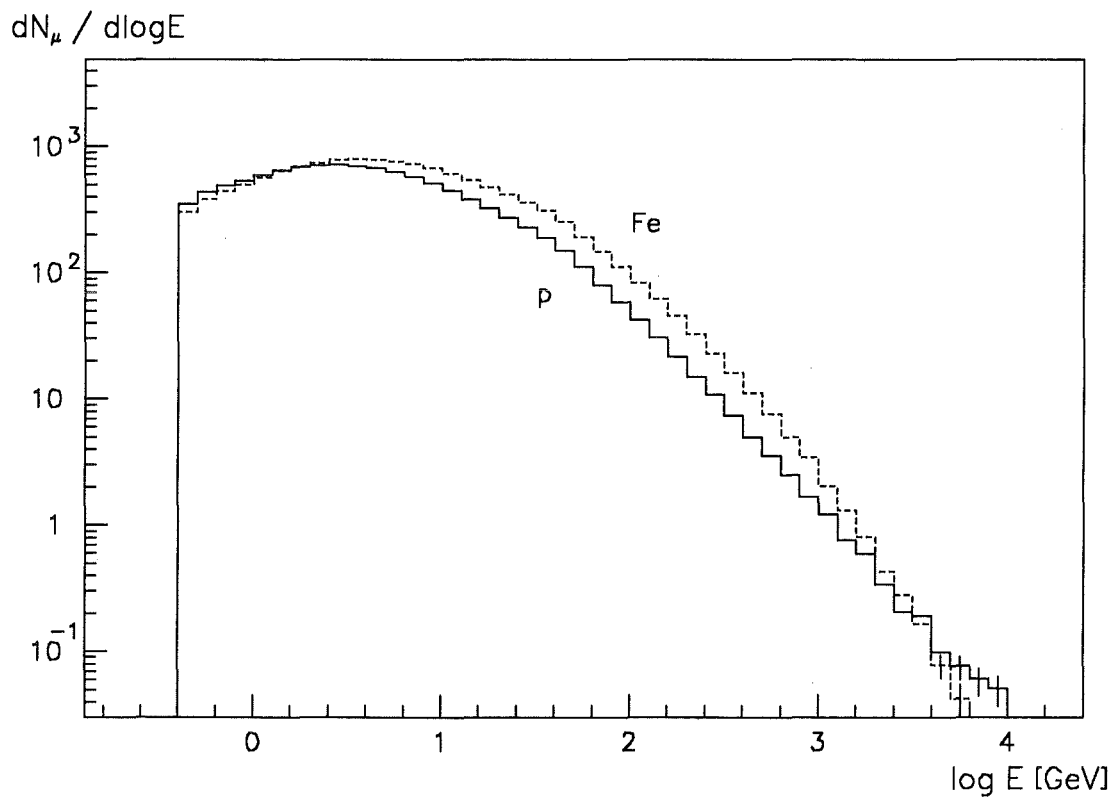


Abbildung 13. Energiespektrum der Myonen bei $E_0 = 10^{15}$ eV

Die entsprechenden Verteilungen für die myonische und hadronische Komponente (Abbildungen 12 - 15) wurden jeweils über ca. 300 senkrecht einfallende NKG-Schauer gemittelt. Die in den Lateralverteilungen für kleine Abstände ($r < 1 m$) und am oberen Ende der Energiespektren erkennbaren Schwankungen sind rein statistisch. Dies soll durch die Darstellung einzelner Fehlerbalken verdeutlicht werden.

Für die Myonen wurde als Energieschwelle mit $E_\mu > 300 MeV$ ebenfalls der Standardwert von CORSIKA verwendet. Abbildung 12 zeigt im Vergleich zu den Elektronen die deutlich breitere Lateralverteilung der Myonen. Die Unterschiede zwischen Fe und p sind hier relativ gering, wobei aber bei Eisen ein etwas flacherer Verlauf zu erkennen ist. Die Teilchendichten im Schauerkern ($r < 10 m$) sind mit ungefähr einem Myon pro m^2 um etwa 2 Größenordnungen kleiner als bei den Elektronen.

Abbildung 13 zeigt die Energiespektren der Myonen. Man erkennt hier, daß Fe-induzierte Schauer bis zu Energien von ungefähr $E_\mu \approx 3 TeV$ etwas mehr Myonen liefern als p-induzierte Schauer. Bei den höchsten auftretenden Energien $E_\mu \gtrsim 5 TeV$ deutet sich allerdings wiederum ein härteres Spektrum für p-induzierte Schauer an.

Die Lateralverteilungen und Energiespektren für Hadronen oberhalb der Nachweisgrenze des KASCADE Kalorimeters von $E_h = 10 GeV$ sind in den Abbildungen 14 und 15 dargestellt. Man erkennt eine starke Konzentration der Hadronen innerhalb von etwa 10 m um die Schauerachse. In diesem Bereich ergeben p-induzierte Schauer deutlich höhere Teilchendichten, die jedoch mit zunehmendem Abstand steil abfallen. Bei $r = 5 m$ beträgt dieser Abfall bereits eine Größenordnung, während bei den Fe-Schauern die Teilchendichte bis 5 m nahezu konstant bleibt. Außerdem liefern Protonschauer, wie erwartet, ein deutlich härteres Hadronenspektrum. Hierbei treten Energien von einigen Prozent der Primärenergie auf, das Spektrum der Eisenschauer bricht dagegen unterhalb von 1% der Primärenergie ab. Die Andeutung einer Struktur bei $E_h = 50 GeV$ bzw. $\log E_h [GeV] = 1.7$ resultiert aus der Schnittstelle zwischen den beiden in CORSIKA verwendeten Modellen zur Behandlung der starken Wechselwirkung. Für Nukleonen entspricht diese Energie gerade der maßgeblichen Schwerpunktsenergie von $E_{CM} = 10 GeV$.

Zieht man an dieser Stelle ein Fazit, so läßt sich feststellen, daß die aufgrund qualitativer Überlegungen erwarteten Unterschiede zwischen p- und Fe-induzierten Schauern der gleichen Primärenergie durch die CORSIKA Simulationen verifiziert werden konnten. Für die 3 Komponenten eines Luftschauers erhielt man bei Protonschauern steiler abfallende Lateralverteilungen und - insbesondere bei den Hadronen - härtere Energiespektren. Ebenso konnte bestätigt werden, daß p-induzierte Schauer im Mittel mehr Elektronen und Hadronen ($E_h \geq 10 GeV$), aber weniger Myonen enthalten.

Diese Unterschiede zwischen p und Fe bei gleicher Primärenergie lassen sich in erster Linie auf die verschiedenen Primärenergien pro Nukleon zurückführen. Da aber ein Eisenschauer in erster Näherung als Überlagerung von 56 Nukleonschauer aufgefaßt werden kann, sollten $1/56$ eines Eisenschauers und ein Protonschauer mit $E_p/56$ ähnliche Verteilungen liefern. Wie die Abbildungen 16 und 17 am Beispiel der Hadronen zeigen,

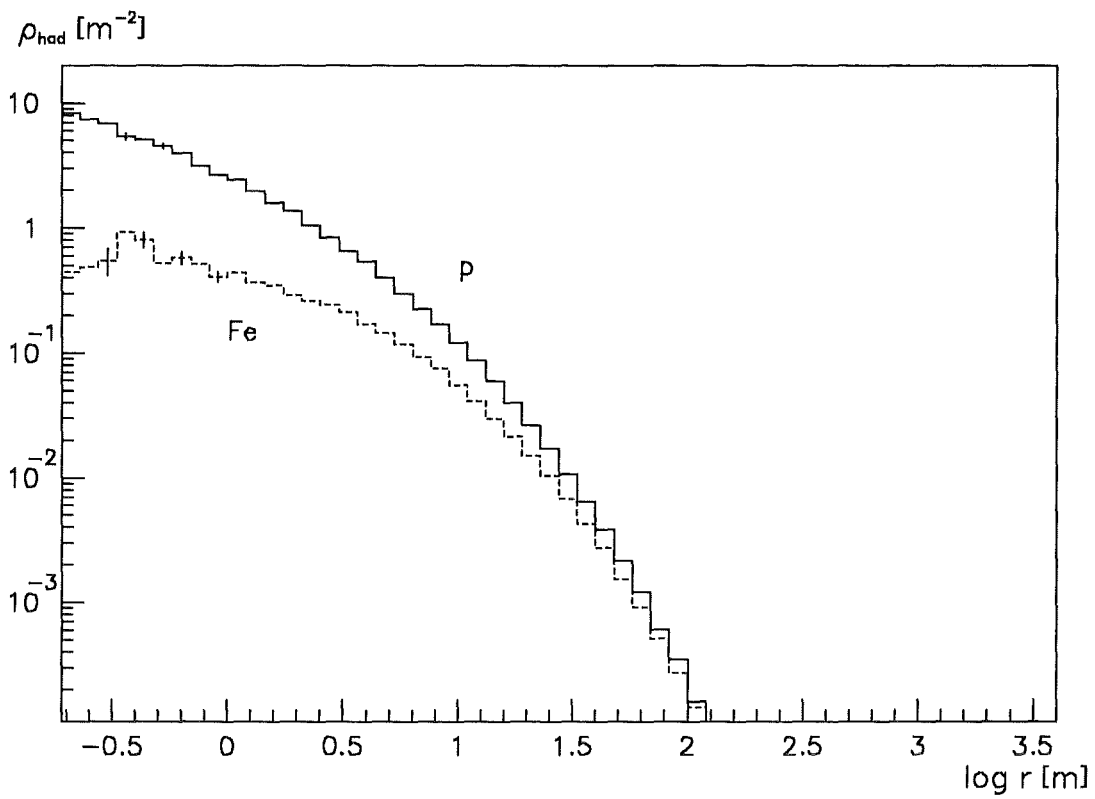


Abbildung 14. Lateralverteilung der Hadronen mit $E_h \geq 10 \text{ GeV}$ bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$

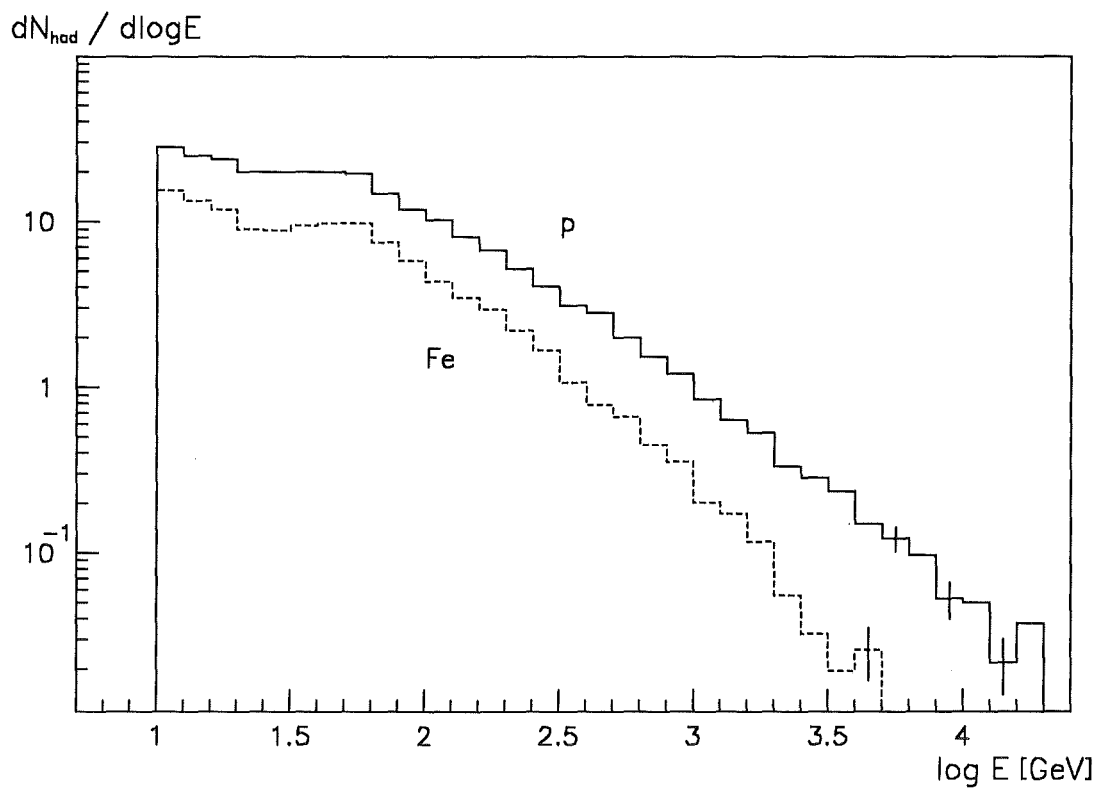


Abbildung 15. Energiespektrum der Hadronen mit $E_h \geq 10 \text{ GeV}$ bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$

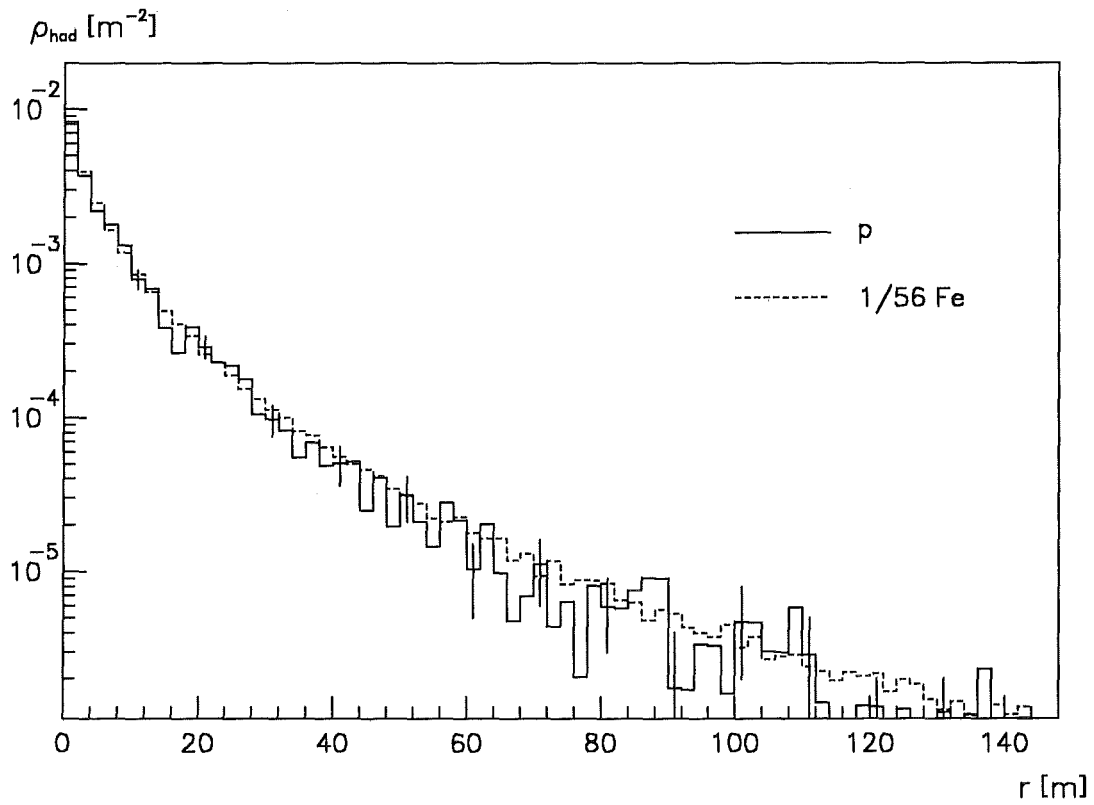


Abbildung 16. Lateralverteilung der Hadronen ($E_n \geq 10 \text{ GeV}$) bei $E_0/\text{Nukleon} = 1.78 \times 10^{13} \text{ eV}$

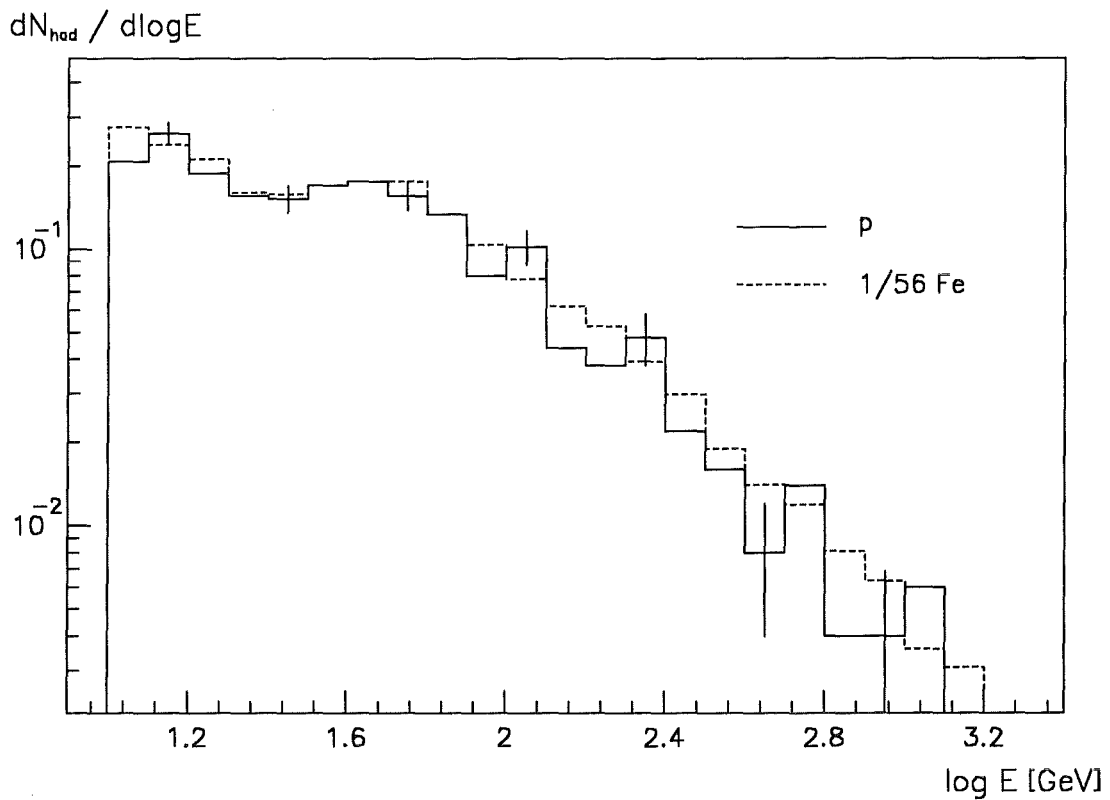


Abbildung 17. Energiespektrum der Hadronen ($E_n \geq 10 \text{ GeV}$) bei $E_0/\text{Nukleon} = 1.78 \times 10^{13} \text{ eV}$

ist dieses Superpositionsprinzip gut erfüllt. Hierzu wurden die Verteilungen der Fe-Schauer bei $E_0 = 10^{15}$ eV auf die Anzahl der Nukleonen normiert und mit den über 500 Schauer gemittelten Verteilungen von p-Schauern bei $E_0 = 1.78 \times 10^{13}$ eV verglichen. Bei den p-Schauern werden für einige Intervalle die statistischen Fehler angegeben, für die Fe-Schauer sind diese um einen Faktor 6 kleiner. Innerhalb dieser Fehler stimmen sowohl die Lateralverteilungen als auch die Energiespektren überein.

Eine weitere Meßgröße ist die Ankunftszeit der Sekundärteilchen bzw. ihre Zeitverzögerung Δt gegenüber der Schauerfront. Abbildung 18 zeigt die Δt -Verteilungen der Myonen wiederum für p- und Fe-Schauer bei $E_0 = 10^{15}$ eV. Die Schauerfront wurde dabei als Kugelwelle angenommen, die sich mit Lichtgeschwindigkeit um den Ort der 1. Wechselwirkung ausbreitet. Es ergeben sich nur relativ geringe Unterschiede zwischen p und Fe. Da zwischen der Zeitverzögerung und dem Abstand zur Schauerachse eine Korrelation besteht, treten bei Fe-induzierten Schauern aufgrund ihrer breiteren Lateralverteilung etwas größere Δt -Werte auf. Ein entsprechender Effekt läßt sich auch bei den Elektronen beobachten. Eine detaillierte Untersuchung hierzu wurde in [40] durchgeführt.

Eine weitere interessante Größe, die zwar nicht meßbar, aber zum Verständnis der Schauerentwicklung gut geeignet ist, ist die Generation der Teilchen, d.h. die Anzahl der vorangegangenen hadronischen Wechselwirkungen. Hadronisch ist hier im Sinne einer Beteiligung von Hadronen gemeint, so daß z.B. der Pionzerfall mitgezählt wird. Ab-

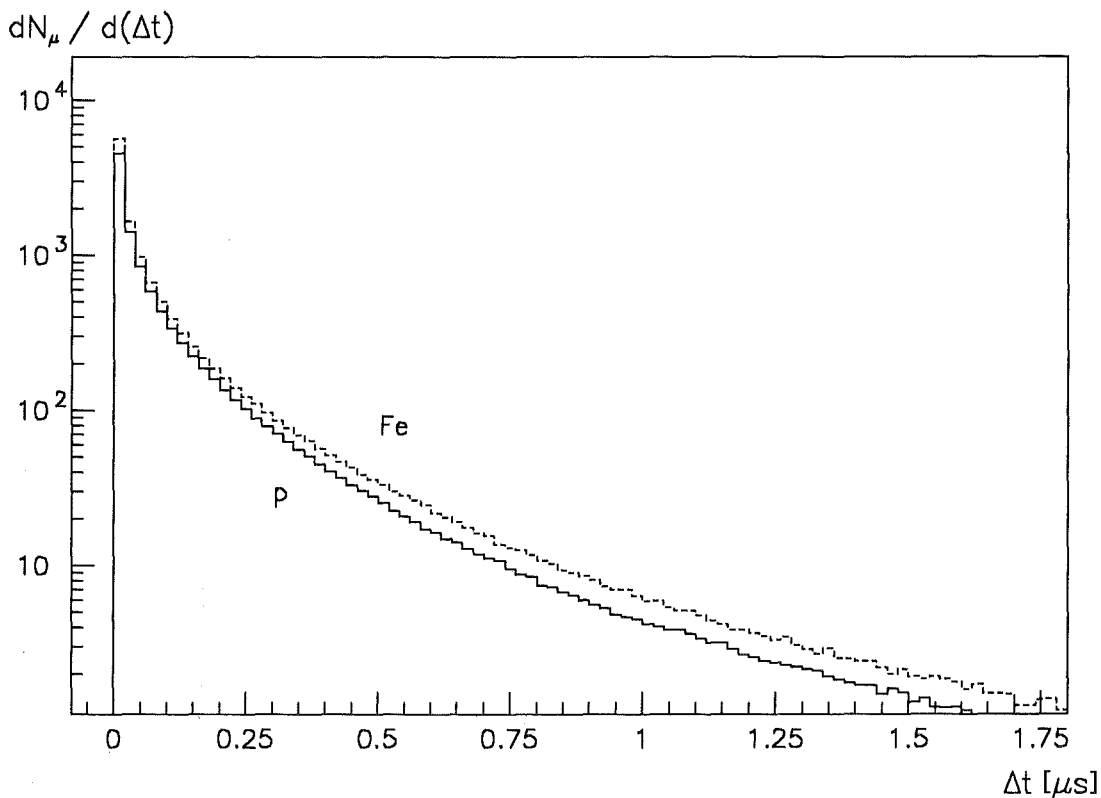


Abbildung 18. Zeitverzögerung gegenüber der Schauerfront für Myonen bei $E_0 = 10^{15}$ eV

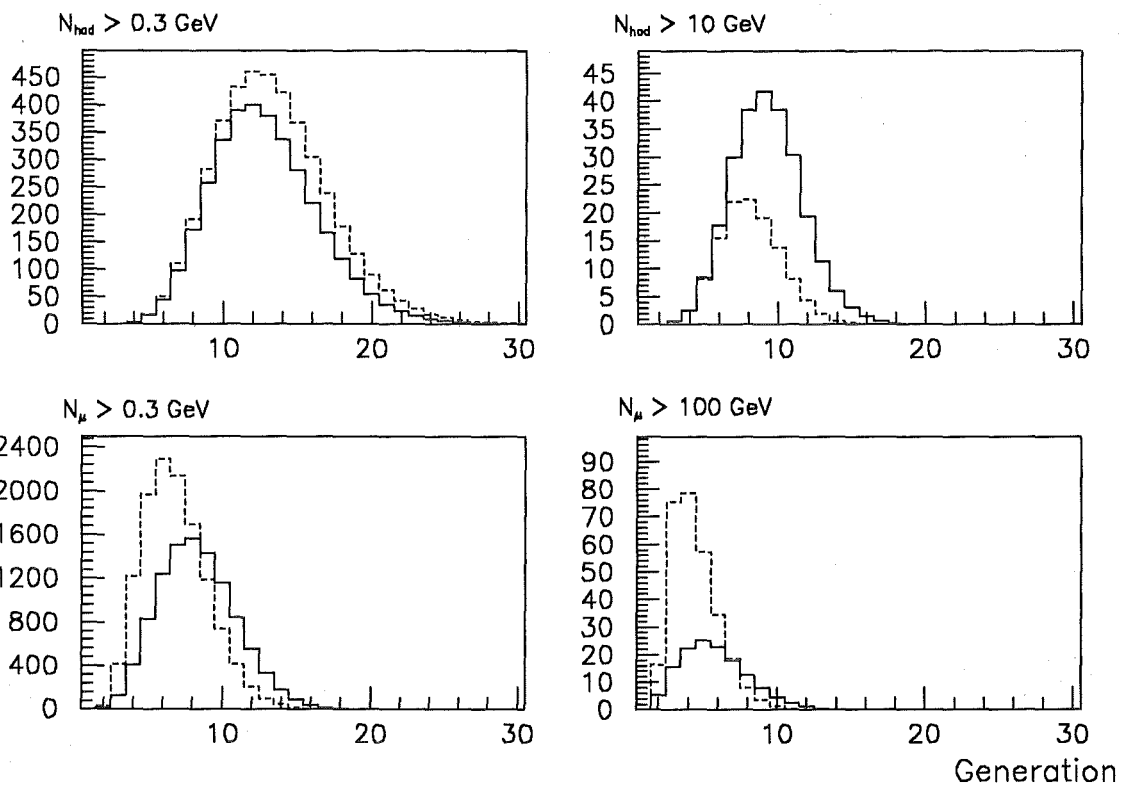


Abbildung 19. Generation der Hadronen und Myonen bei $E_0 = 10^{15}$ eV. Dargestellt sind die Verteilungen von p- (durchgezogene Kurven) bzw. Fe-induzierten Schauern (gestrichelte Kurven) für verschiedene Energieschwellen.

Abbildung 19 zeigt die mittlere Anzahl der Hadronen und Myonen als Funktion der Generation für verschiedene Energieschwellen. Die durchgezogenen Linien entsprechen dabei p-, die gestrichelten Linien Fe-induzierten vertikalen Schauern bei 10^{15} eV. Die auf Beobachtungsniveau ankommenden Hadronen ($E_h > 0.3$ GeV) stammen am häufigsten aus der 12. Generation. Dieser Wert entspricht etwa der Dicke der Erdatmosphäre in hadronischen Wechselwirkungslängen. Bei den Hadronen oberhalb der Nachweisschwelle ($E_h > 10$ GeV) ergibt sich für Protonenschauer ein Mittelwert von ungefähr 10, für Eisen-schauer von ungefähr 9. Dies zeigt einerseits, daß bei Hadronen, die mit höheren Energien das Beobachtungsniveau erreichen, durchschnittlich weniger Wechselwirkungen vorausgegangen sind, und andererseits, daß bei Fe-Schauern aufgrund der geringeren Primärenergie pro Nukleon die Hadronenergie nach durchschnittlich einer Wechselwirkung weniger unter die Schwellenenergie gesunken ist. Letzteres ist die Ursache dafür, daß in einem Fe-induzierten Schauer zwar insgesamt etwas mehr Hadronen erzeugt werden, aber nur wesentlich weniger Hadronen nachgewiesen werden können als in einem p-induzierten Schauer.

Bei den Myonen (> 0.3 GeV) ergibt sich ein Maximum bei der 8. (p-Schauer) bzw. 6. Generation (Fe-Schauer). Dies ist ein Hinweis darauf, daß die Pionen in großer Höhe eine höhere Zerfallswahrscheinlichkeit besitzen, da aufgrund der geringeren Dichte die Wahrscheinlichkeit für einen Stoß mit einem Sauerstoff- bzw. Stickstoffkern der Luft in-

nerhalb ihrer Lebensdauer kleiner ist. Zu berücksichtigen ist hier weiterhin, daß bei einer Primärenergie von 10^{15} eV das Schauermaximum nach ungefähr 6 Generationen erreicht wird, und somit in diesem Bereich wesentlich mehr Pionen auftreten als bei höheren Generationen. Da bei Eisenschauern dieses Maximum höher liegt, treten für die Myonen im Mittel kleinere Generationen als bei Protonenschauern auf. Bei den hochenergetischen Myonen (> 100 GeV) zeigt sich wie schon bei den Hadronen, daß Teilchen mit höherer Energie durchschnittlich kleinere Generationswerte besitzen.

Erwähnenswert erscheint hier, daß in einem Schauer durchschnittlich größenordnungsmäßig 10 Myonen mit der Generation 2 vorkommen. Dabei handelt es sich um Myonen aus dem Zerfall von Pionen, die bei der 1. Wechselwirkung erzeugt worden sind.

Interessant ist ebenfalls, daß in p-induzierten Schauern Myonen > 100 GeV mit Generationen bis zu 13 auftreten. Dies läßt sich mit einer relativ einfachen Annahme plausibel machen. Geht man von einer Inelastizität von 50% aus, so besitzt das Primärteilchen nach 13 Wechselwirkungen noch ungefähr 0.01% seiner Primärenergie, so daß bei $E_0 = 10^{15}$ eV in der 13. Generation Teilchenenergien bis 100 GeV möglich sind. Führt man diese Überlegungen weiter, so würde man für die Hadronen mit $E_h > 10$ GeV Generationen bis maximal 17 erwarten, in guter Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen.

Die bisher gezeigten Verteilungen beziehen sich jeweils auf vertikale Schauer. Zum Vergleich mit schräg einfallenden Schauern wurden p- und Fe-Schauer herangezogen, die mit der EGS-Option für einen Einfallswinkel von $\Theta_0 = 30^\circ$ generiert wurden. Die effektive Dicke der Atmosphäre erhöht sich dabei um 15% bzw. 1.8 Wechselwirkungslängen. Dies führt zu einer Verringerung der auf Beobachtungsniveau ankommenden Elektronen und Hadronen, während die Myonzahl kaum beeinflusst wird (vgl. Abschnitt 4.3). Die Form der bisherigen Verteilungen wird dadurch aber nur in geringem Maße verändert. Man beobachtet lediglich für alle Teilchensorten geringfügig breitere Lateralverteilungen sowie für die Elektronen und Hadronen etwas weichere Energiespektren.

Die Größen, die sich mit dem Einfallswinkel signifikant ändern, sind die Winkelverteilungen der ankommenden Teilchen. Die Abbildungen 20 und 21 zeigen am Beispiel der Elektronen die Verteilung des Polarwinkels ($\cos \theta$) und des Azimutwinkels ϕ von p-induzierten EGS-Schauern bei $E_0 = 10^{15}$ eV für verschiedene Einfallsrichtungen. Die Kurven wurden dabei jeweils auf die Anzahl der Teilchen normiert.

Bei der Verteilung der Polarwinkel (Abb. 20) liegt das Maximum jeweils beim Einfallswinkel des Primärteilchens von $\Theta_0 = 0^\circ$ bzw. $\Theta_0 = 30^\circ$. Die scheinbar breitere Verteilung für $\Theta_0 = 30^\circ$ ergibt sich aus der Auftragung über $\cos \theta$.

Für die senkrecht einfallenden Schauer erhält man für alle Azimutwinkel eine nahezu konstante Wahrscheinlichkeit (Abb. 21). Dennoch ist eine geringfügige, aber signifikante Ost-West-Asymmetrie um $\phi = 0^\circ$ von

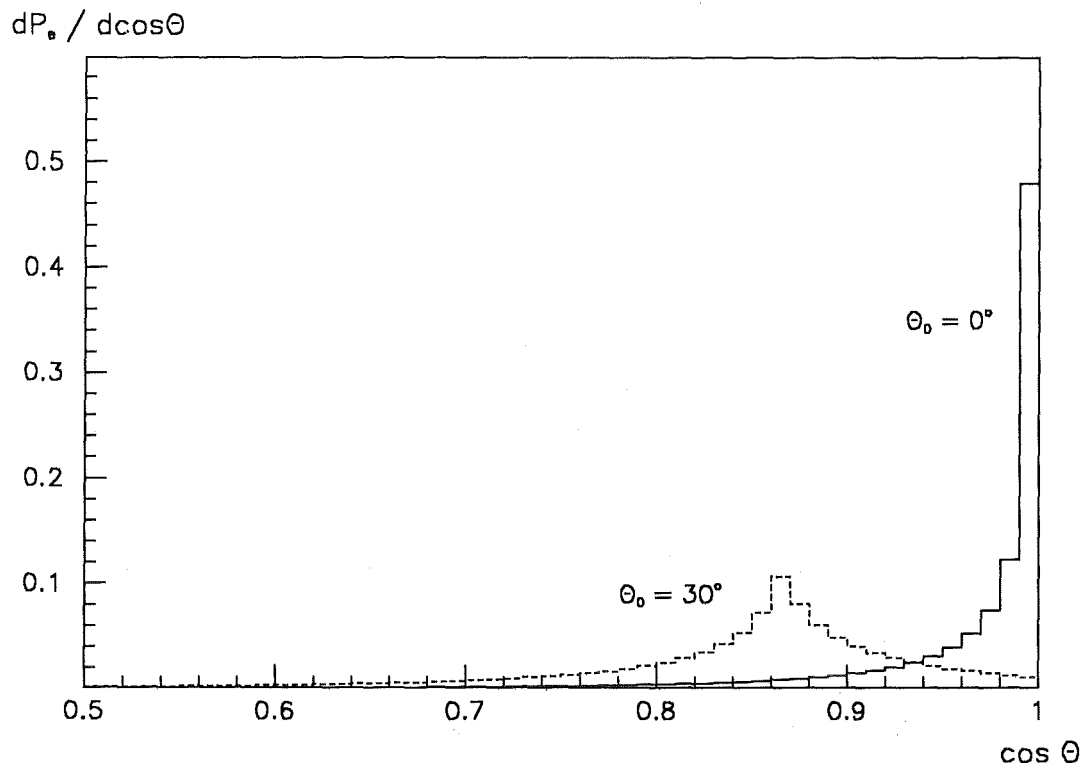


Abbildung 20. Polarwinkelverteilung der Elektronen für p-Schauer bei $E_0 = 10^{15}$ eV

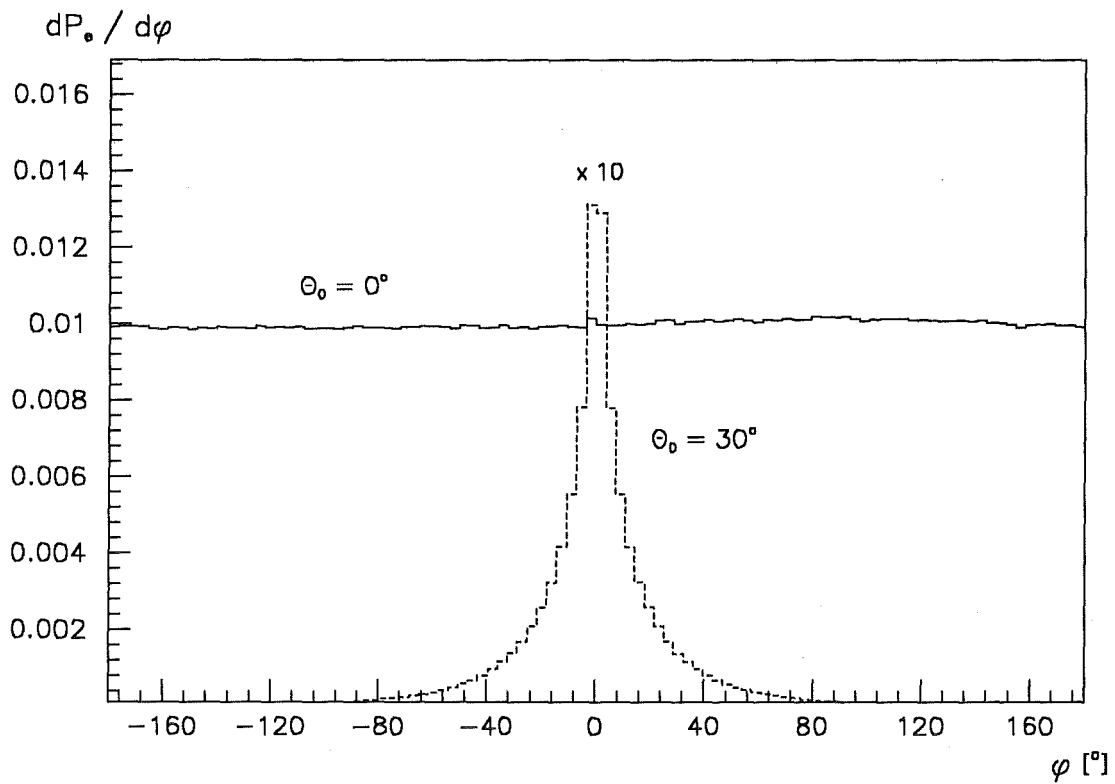


Abbildung 21. Azimutwinkelverteilung der Elektronen für p-Schauer bei $E_0 = 10^{15}$ eV. Die Verteilung für $\theta_0 = 30^\circ$ wurde um einen Faktor 10 unterdrückt.

$$A = \frac{N_e^+ - N_e^-}{N_e^+ + N_e^-} = (2.77 \pm 0.05) \%$$

zu erkennen. Dabei bedeuten

N_e^+ : $\phi > 0$ (Komponente in Richtung Westen)

N_e^- : $\phi < 0$ (Komponente in Richtung Osten)

Diese Asymmetrie resultiert aus der Ablenkung der negativ geladenen Elektronen durch das Magnetfeld der Erde nach Westen. Die Elektronenzahl N_e des Schauers bezieht sich zwar auf die Summe aus e^+ und e^- , allerdings tragen die Elektronen ca. 60% dazu bei, da die Positronen z.T. durch Annihilation vernichtet werden. Da der Annihilationsquerschnitt mit zunehmender Energie sehr schnell abnimmt, tritt dieser Überschuß an Elektronen hauptsächlich bei kleinen Energien auf, bei denen die Ablenkung im Magnetfeld am stärksten ist.

Bei schräg einfallenden Schauern ergibt sich erwartungsgemäß eine schmale Verteilung um den Azimutwinkel des Primärteilchens von $\Phi_0 = 0^\circ$. Zur besseren Darstellung wurde diese Kurve um einen Faktor 10 unterdrückt.

4.3 Teilchenzahlspektren

Die bisher gezeigten Verteilungen wurden jeweils über 50 bzw. 300 Schauer gemittelt. Für die Unterscheidung der verschiedenen Primärteilchen ist es allerdings notwendig, die Fluktuationen der einzelnen Meßgrößen zu untersuchen.

In Abbildung 22 sind die Elektronenzahlspektren für verschiedene Primärteilchen bei $E_0 = 10^{15}$ eV dargestellt. Neben p- und Fe-induzierten Schauern, ist hier auch die Verteilung von γ -induzierten Schauern gezeigt, wobei die Elektronenzahl N_e jeweils mit Hilfe der EGS-Option ermittelt wurde. Für p- und γ -Schauer ergeben sich hierbei ähnliche Verteilungen. Fe-Schauer liefern dagegen im Mittel um einen Faktor 2 geringere Elektronenzahlen (50 000 gegenüber 100 000); in der logarithmischen Darstellung entspricht dies einer Differenz von 0.3 in $\overline{\log N_e}$. Durch den Mittelungseffekt über 56 Nukleonen treten in Fe-Schauern wesentlich geringere Fluktuationen auf. Aufgrund der relativ großen Fluktuationen bei den p-Schauern kommt es zu einer Überlappung mit den Eisenschauern.

Die Myonzahlspektren für γ -, p- und Fe-induzierte vertikale Schauer bei $E_0 = 10^{15}$ eV sind in Abbildung 23 dargestellt. Für die hadronischen Schauer wurden diesmal Simulationen herangezogen, die nur mit der NKG-Option generiert wurden. Fe liefert dabei im Durchschnitt etwas höhere Myonzahlen als p und wiederum kleinere Fluktuationen. Die γ -Schauer enthalten im Vergleich dazu erwartungsgemäß deutlich weniger Myonen (Faktor 30), so daß eine Diskriminierung der γ 's aufgrund von Elektronen- und Myonzahl möglich ist.

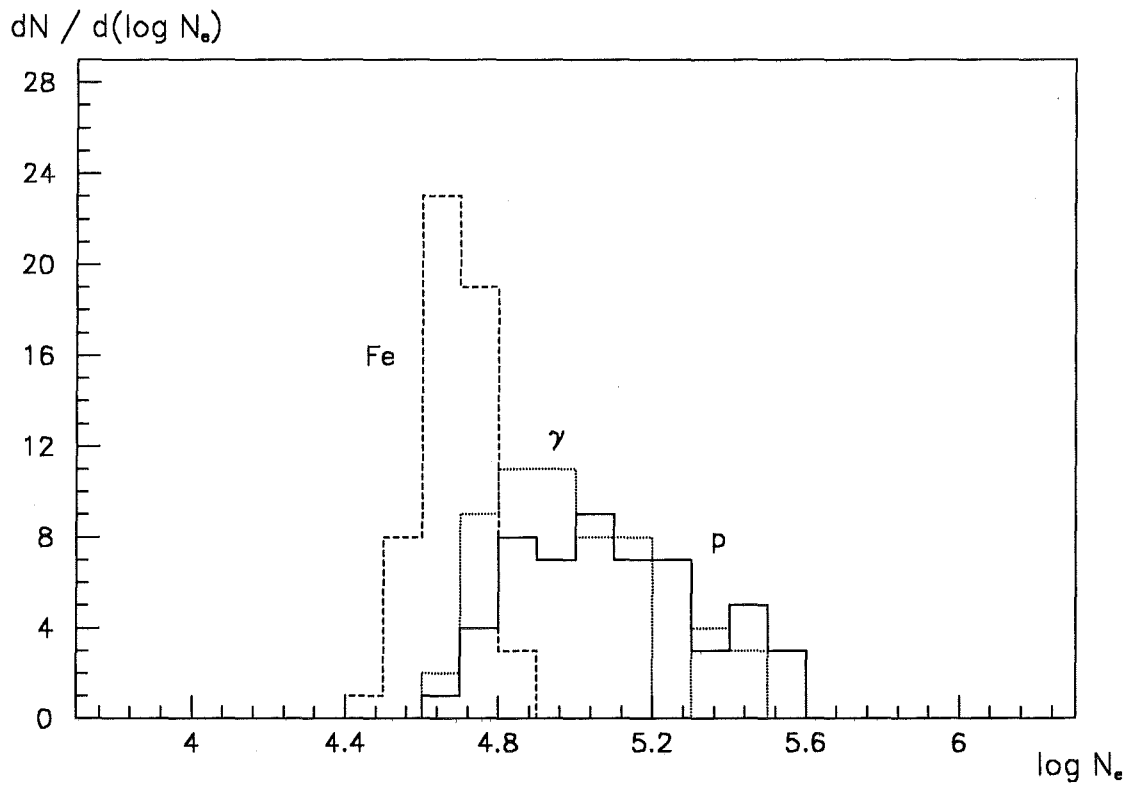


Abbildung 22. Elektronenzahlspektren für vertikale Schauer bei $E_0 = 10^{15}$ eV

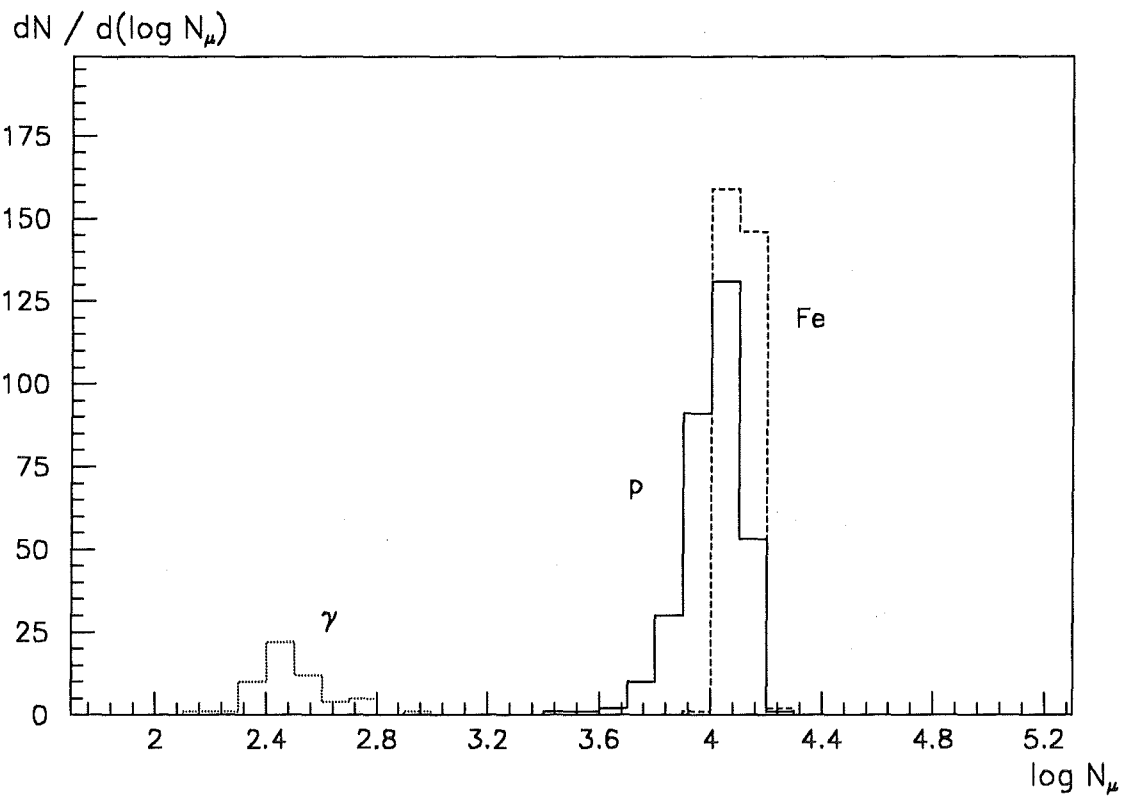


Abbildung 23. Myonzahlspektren für vertikale Schauer bei $E_0 = 10^{15}$ eV

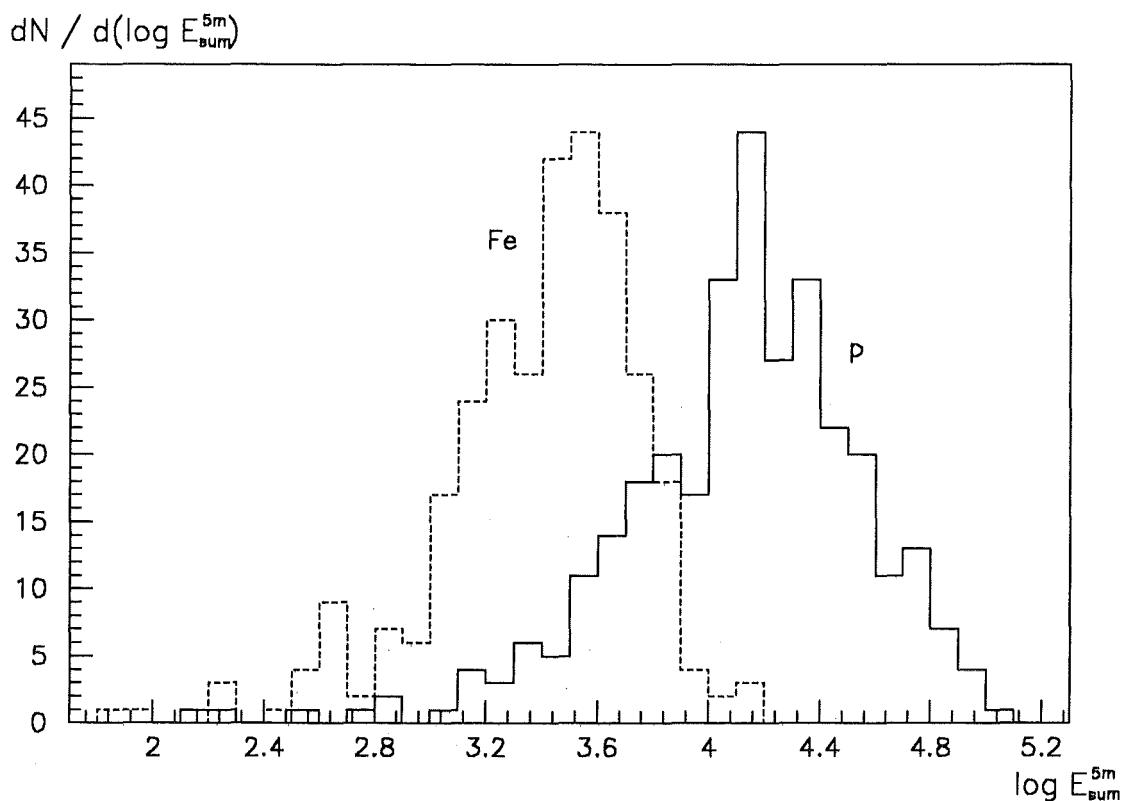


Abbildung 24. Energiesummenspektren der Hadronen für vertikale Schauer bei $E_0 = 10^{15}$ eV

Die weitaus stärksten Fluktuationen sind aufgrund ihrer relativ kleinen Anzahl bei den Hadronen oberhalb ihrer Nachweisschwelle von 10 GeV zu beobachten. Gemittelt über 300 Schauer liefern p-induzierte Schauer einerseits höhere Teilchendichten im Schauerkerne und andererseits höhere Hadronenergien als Fe-Schauer (s. Abschnitt 4.2). Faßt man diese beiden Informationen zusammen, so ergibt der gesamte Energiefluß der Hadronen ($E_h > 10 \text{ GeV}$) innerhalb eines bestimmten Radius eine weitere Meßgröße zur Unterscheidung von p und Fe. Die Position der Schauerachse läßt sich dabei unter Berücksichtigung des hadronischen Energieflusses im Mittel auf 25 cm genau festlegen. Diese Größe bietet weiterhin den Vorteil, daß bei hohen Teilchendichten die Hadronen nicht mehr einzeln aufgelöst werden müssen.

Abbildung 24 zeigt, daß obwohl sich die Mittelwerte von E_{sum}^{5m} (= Energiesumme der Hadronen mit $E_h > 10 \text{ GeV}$ innerhalb von 5 m um die Schauerachse) für p- und Fe-induzierte Schauer um mehr als einen Faktor 5 unterscheiden, die starken Fluktuationen dennoch zu einem deutlichen Überlapp führen. Neben der Trennung von p- und Fe-Schauern ist diese Größe auch sehr gut zur Diskriminierung von γ -induzierten Schauern geeignet, da in den insgesamt 50 analysierten γ -Schauern nur ein einziges Hadron mit $E_h > 10 \text{ GeV}$ aufgetreten ist.

Im Vergleich zu senkrechten Schauern ergibt sich bei schräg einfallenden Schauern mit einem Einfallswinkel von $\Theta_0 = 30^\circ$ für p- und Fe-induzierte Schauer im Mittel eine Verringerung in N_e auf weniger als die Hälfte. In der logarithmischen Darstellung erhält man

für p- und Fe-Schauer bei $\Theta_0 = 30^\circ$ dieselbe Differenz in $\overline{\log N_e}$ wie bei $\Theta_0 = 0^\circ$. Die Fluktuationen in $\log N_e$ werden dabei nicht verändert, so daß die Trennung von p- und Fe-Schauern praktisch nicht beeinflusst wird. Da sich die Elektronenzahl mit der Dicke der Luftschicht bei γ -Schauern aufgrund ihres höher liegenden Schauermaximums stärker ändert, sinkt bei ihnen die Elektronenzahl sogar im Mittel um einen Faktor 4.

Bei den Myonen ergeben sich bei schrägen Schauern nur relativ geringe Änderungen. Gegenüber vertikalen Schauern sinkt die mittlere Myonzahl für alle Primärteilchen um ungefähr 25%.

Am stärksten wirkt sich der Einfallswinkel bei den Hadronen aus. Man erhält unter $\Theta_0 = 30^\circ$ nur noch etwa 30% bzw. 20% des Energieflusses für p- bzw. Fe-induzierte Schauer. In der logarithmischen Darstellung wird dabei die Differenz der Mittelwerte zwischen p- und Fe-Schauern in demselben Maße größer wie die Fluktuationen zunehmen, so daß ebenso wie bei der Elektronenzahl die Trennung nicht wesentlich beeinflusst wird.

Die entsprechenden Ergebnisse für senkrechte und schräge Schauer sind für die 3 Schauerparameter N_e , N_μ und E_{sum}^{5m} in Tabelle 6 zusammengefaßt. Die Werte für $\Theta_0 = 30^\circ$ wurden dabei aus jeweils 50 EGS-Schauern ermittelt. Für $\Theta_0 = 0^\circ$ entsprechen die angegebenen Werte den Verteilungen aus den Abbildungen 22 - 24, d.h. die Angaben für Myonen und Hadronen beziehen sich bei p- und Fe-induzierten Schauern auf jeweils 300 NKG-Schauer, während die übrigen Werte aus je 50 EGS-Schauern ermittelt wurden.

		$\log N_e$	$\log N_\mu$	$\log E_{\text{sum}}^{5m}$
p	0°	5.10 ± 0.23	4.00 ± 0.12	4.09 ± 0.46
	30°	4.72 ± 0.24	3.92 ± 0.13	3.59 ± 0.44
Fe	0°	4.68 ± 0.08	4.10 ± 0.05	3.38 ± 0.36
	30°	4.31 ± 0.09	3.98 ± 0.06	2.67 ± 0.57
γ	0°	4.98 ± 0.20	2.49 ± 0.13	—
	30°	4.37 ± 0.28	2.42 ± 0.25	—

Tabelle 6. Schauerparameter bei $E_0 = 10^{15}$ eV für verschiedene Einfallswinkel. Angegeben sind für verschiedene Primärteilchen die Mittelwerte und Standardabweichungen aus 50 EGS-Schauern bzw. 300 NKG-Schauern ($\log N_\mu$, $\log E_{\text{sum}}^{5m}$ für p und Fe bei $\Theta_0 = 0^\circ$)

4.4 Abhängigkeit der Schauerparameter von der Primärenergie

In Tabelle 7 sind für die 3 Primärteilchen p, O und Fe die Mittelwerte und Standardabweichungen der Schauerparameter für verschiedene Primärenergien zusammengefaßt. Die elektromagnetische Komponente des Schauers wurde dabei unter Verwendung der NKG-Option berechnet. Die Werte für N_e liegen demnach ca. 25% über den entsprechenden EGS-Werten bei einer Abschneideenergie von 3 MeV (s. Abschnitt 3.4). Neben N_e , N_μ und E_{sum}^{5m} ist hier als weitere Größe das Schaueralter s aufgeführt, welches durch Anpassung der NKG-Formel mit $r_0 = 49 m$ an die Lateralverteilung der Elektronen bestimmt wurde.

Trägt man diese Schauerparameter gegen $\log E_0$ auf (Abbildungen 25 - 28, die O-Schauer wurden aus Gründen der Übersichtlichkeit weggelassen), so stellt man fest, daß N_e , N_μ und E_{sum}^{5m} als Funktion von E_0 im Bereich von $5 \times 10^{14} eV < E_0 < 4 \times 10^{16} eV$ (dies entspricht $5.7 < \log E_0 [GeV] < 6.6$) jeweils durch ein Potenzgesetz beschrieben werden können. Für die Elektronenzahl ergeben sich für die verschiedenen Primärteilchen folgende Parametrisierungen:

$$\begin{aligned} p : \quad \log N_e &= 1.26 \log E_0 - 2.40 \\ O : \quad \log N_e &= 1.30 \log E_0 - 2.85 \\ Fe : \quad \log N_e &= 1.33 \log E_0 - 3.22 \end{aligned}$$

wobei E_0 der Primärenergie in GeV entspricht.

Das bedeutet, daß die Elektronenzahl stärker als proportional mit der Primärenergie ($N_e \sim E_0^{1.3}$) zunimmt. Dies läßt sich dadurch erklären, daß auch für das Maximum hadronischer Schauer die Relation $N_e \sim E_0$ angenommen werden kann. Mit zunehmender Energie dringt der Schauer tiefer in die Atmosphäre ein, so daß dadurch relativ gesehen mehr Elektronen aus dem Schauermaximum das Beobachtungsniveau erreichen. Die Änderung der Elektronenzahl mit der Primärenergie ist aber umso stärker je weiter man vom Schauermaximum entfernt ist (s. Abschnitt 2.2.2), so daß sich aufgrund ihres höheren Schaueralters bei Fe-Schauern ein etwas größerer Exponent als bei p-Schauern ergibt. Extrapoliert man diese Parametrisierungen zu höheren Energien (gestrichelte Linien in Abb. 25 auf Seite 52), so tritt durch die Annäherung an das Schauermaximum die erwartete Abweichung der simulierten Werte nach unten ein.

E_0 [eV]	Prim.	$\log N_e$	$\log N_\mu$	$\log E_{\text{sum}}^{5m}$	s
5×10^{14}	p	4.79 ± 0.21	3.72 ± 0.11	3.64 ± 0.69	1.37 ± 0.08
	O	4.56 ± 0.13	3.79 ± 0.05	3.18 ± 0.59	1.49 ± 0.06
	Fe	4.38 ± 0.08	3.81 ± 0.04	2.60 ± 0.82	1.61 ± 0.06
10^{15}	p	5.16 ± 0.20	4.00 ± 0.11	4.09 ± 0.46	1.34 ± 0.06
	O	4.95 ± 0.13	4.08 ± 0.05	3.80 ± 0.35	1.45 ± 0.05
	Fe	4.77 ± 0.08	4.09 ± 0.04	3.38 ± 0.36	1.54 ± 0.05
2×10^{15}	p	5.56 ± 0.19	4.29 ± 0.10	4.58 ± 0.37	1.31 ± 0.06
	O	5.33 ± 0.11	4.37 ± 0.04	4.31 ± 0.27	1.40 ± 0.04
	Fe	5.17 ± 0.07	4.39 ± 0.04	3.99 ± 0.24	1.47 ± 0.03
4×10^{15}	p	5.92 ± 0.17	4.57 ± 0.11	5.00 ± 0.36	1.28 ± 0.06
	O	5.73 ± 0.11	4.66 ± 0.04	4.76 ± 0.21	1.36 ± 0.04
	Fe	5.57 ± 0.07	4.68 ± 0.03	4.48 ± 0.18	1.43 ± 0.03
10^{16}	p	6.38 ± 0.14	4.93 ± 0.12	5.46 ± 0.31	1.25 ± 0.05
	O	6.20 ± 0.10	5.04 ± 0.03	5.28 ± 0.17	1.33 ± 0.03
	Fe	6.08 ± 0.07	5.06 ± 0.03	5.10 ± 0.11	1.38 ± 0.02
2×10^{16}	p	6.72 ± 0.13	5.22 ± 0.08	5.86 ± 0.26	1.23 ± 0.05
	O	6.57 ± 0.08	5.32 ± 0.03	5.69 ± 0.14	1.30 ± 0.03
	Fe	6.44 ± 0.05	5.35 ± 0.02	5.52 ± 0.10	1.35 ± 0.02
5×10^{16}	p	7.18 ± 0.10	5.59 ± 0.08	6.32 ± 0.22	1.20 ± 0.04
	O	7.04 ± 0.07	5.69 ± 0.03	6.20 ± 0.12	1.26 ± 0.02
	Fe	6.93 ± 0.04	5.72 ± 0.02	6.05 ± 0.08	1.31 ± 0.01
10^{17}	p	7.54 ± 0.10	5.85 ± 0.09	6.69 ± 0.25	1.18 ± 0.04
	O	7.42 ± 0.07	5.98 ± 0.03	6.62 ± 0.11	1.23 ± 0.02
	Fe	7.29 ± 0.05	6.01 ± 0.02	6.43 ± 0.07	1.28 ± 0.01

Tabelle 7. Schauerparameter für verschiedene Primärenergien. Angegeben sind die Mittelwerte und Standardabweichungen aus jeweils 200 Schauern, die mit der NKG-Option generiert wurden.

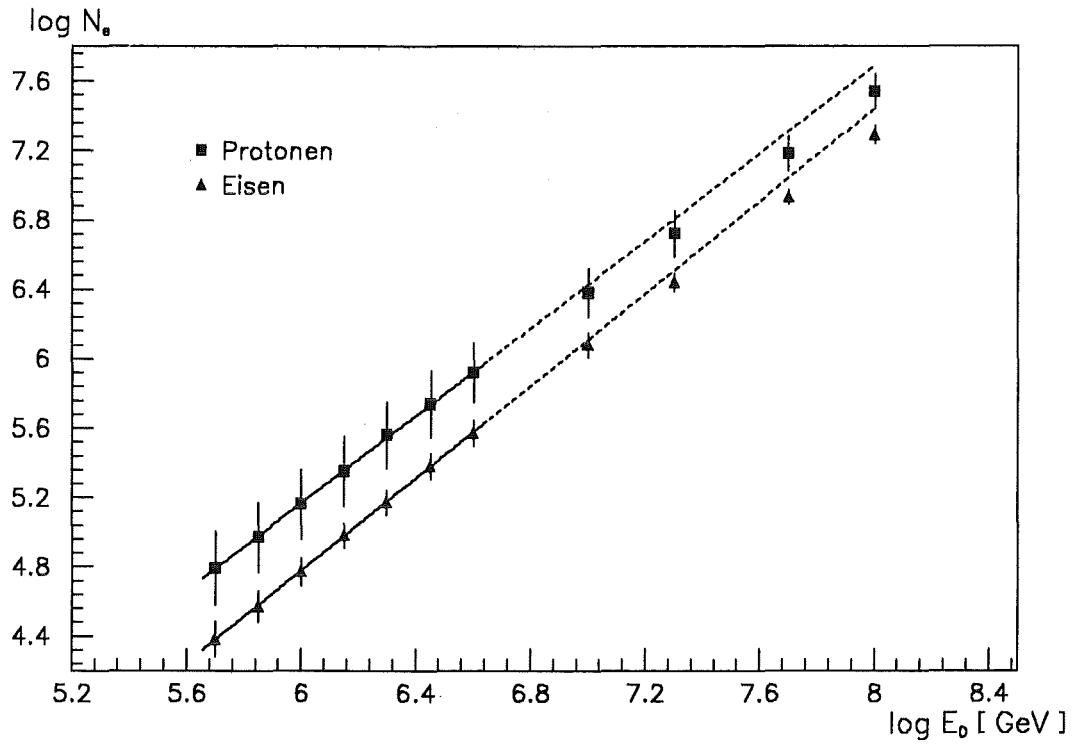


Abbildung 25. Elektronenzahl als Funktion der Primärenergie. Dargestellt sind die Mittelwerte und Standardabweichungen aus jeweils 200 NKG-Schauern. Die statistischen Fehler der Mittelwerte sind kleiner als die Symbole. Die Geraden entsprechen den im Text angegebenen Parametrisierungen.

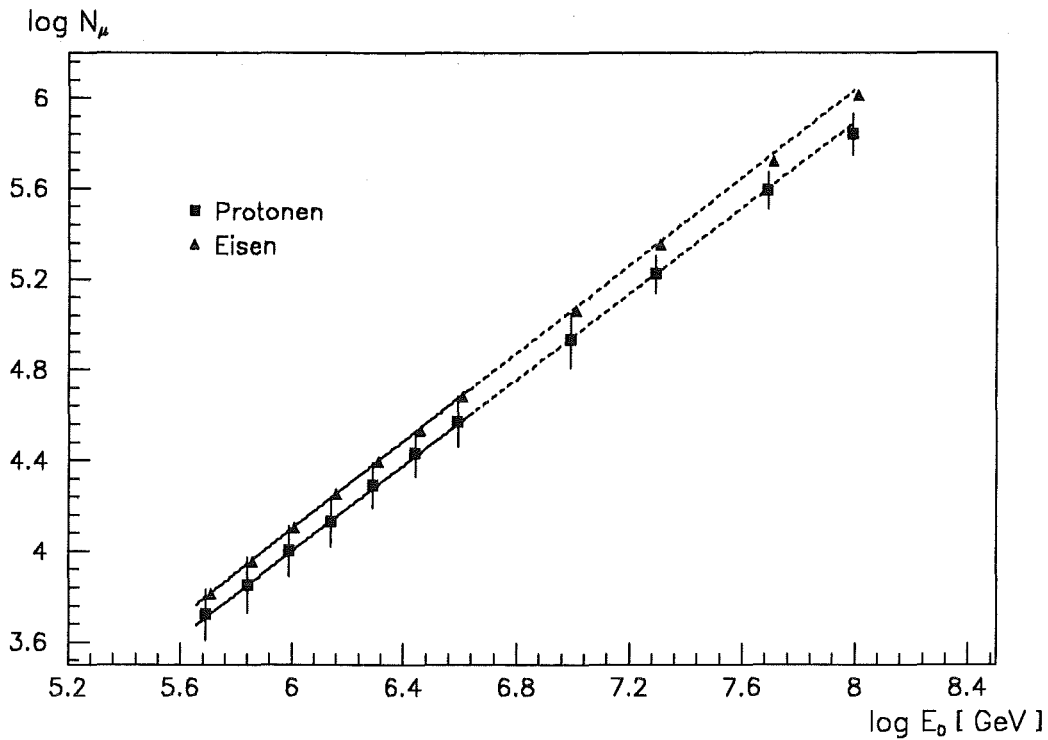


Abbildung 26. Myonzahl als Funktion der Primärenergie. (vgl. Abb. 25)

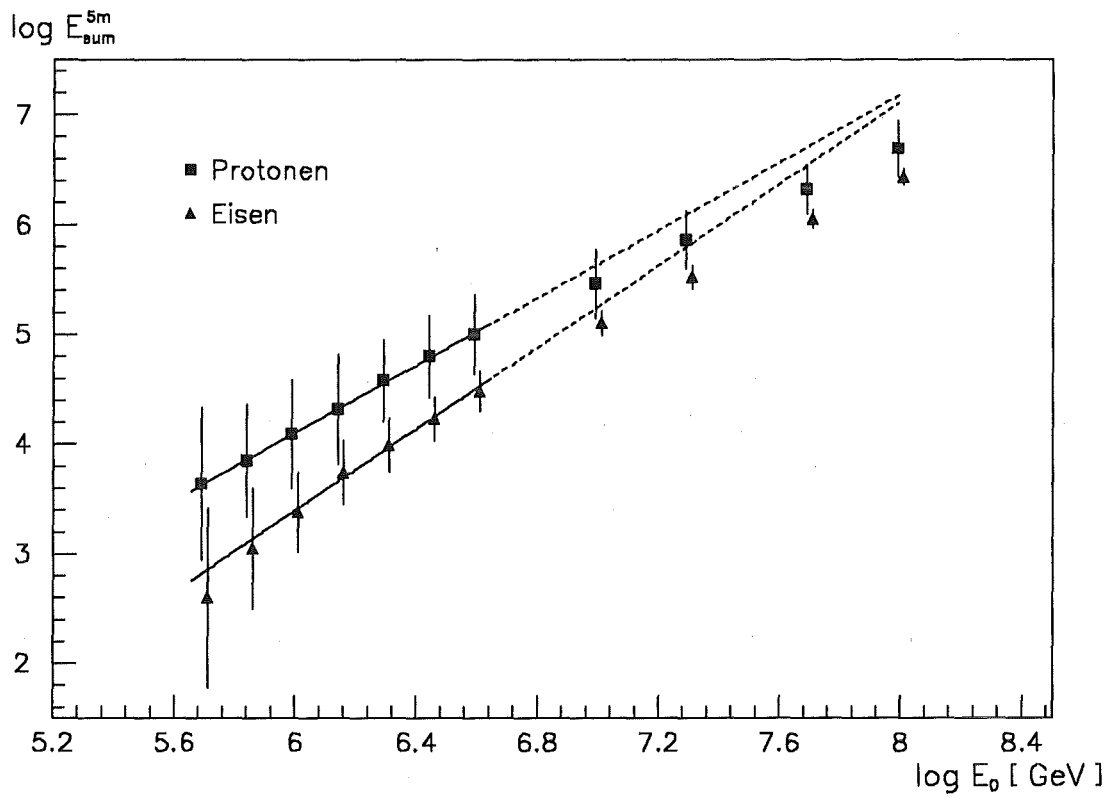


Abbildung 27. Energiesumme der Hadronen als Funktion der Primärenergie. (vgl. Abb. 25)

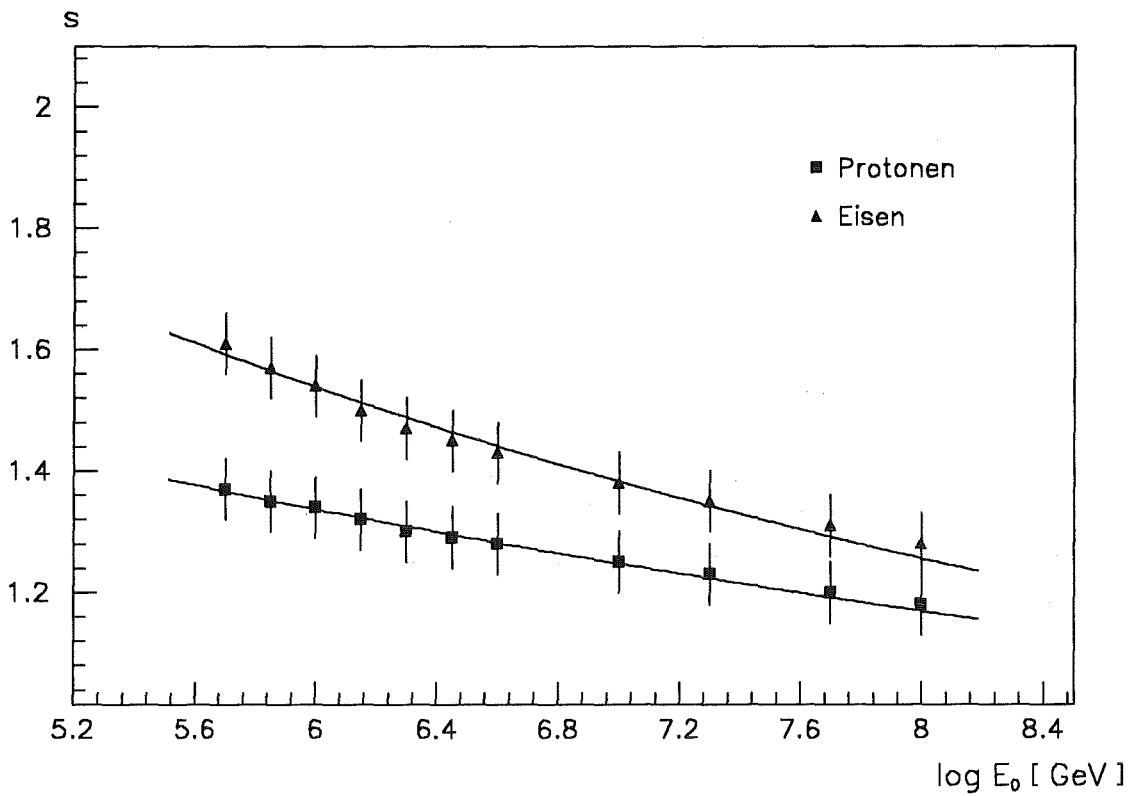


Abbildung 28. Parameter s als Funktion der Primärenergie. (vgl. Abb. 25)

Die Parametrisierung der Myonzahl (Abb. 26) ergab in dem betrachteten Energiebereich folgende Abhängigkeit von E_0 [GeV]:

$$\begin{aligned} p : \quad \log N_\mu &= 0.95 \log E_0 - 1.69 \\ O : \quad \log N_\mu &= 0.97 \log E_0 - 1.71 \\ Fe : \quad \log N_\mu &= 0.97 \log E_0 - 1.72 \end{aligned}$$

D.h., daß für alle 3 Primärteilchen N_μ nahezu proportional zur Primärenergie ist. Bei Extrapolation bis $E_0 = 10^{17}$ eV ($\log E_0$ [GeV] = 8) sind keine Abweichungen von der Proportionalität zu beobachten. Da außerdem die Unterschiede in der Myonzahl für verschiedene Primärteilchen relativ gering sind, ist die Myonzahl sehr gut für eine Klassifizierung der Schauer nach ihrer Energie geeignet.

Die Energiesumme der Hadronen (Abb. 27) läßt sich in folgender Weise parametrisieren (E_0 in GeV):

$$\begin{aligned} p : \quad \log E_{\text{sum}}^{5m} &= 1.54 \log E_0 - 5.14 \\ O : \quad \log E_{\text{sum}}^{5m} &= 1.70 \log E_0 - 6.42 \\ Fe : \quad \log E_{\text{sum}}^{5m} &= 1.86 \log E_0 - 7.76 \end{aligned}$$

In dem betrachteten Energiebereich ergibt sich somit bei den Hadronen die stärkste Änderung mit der Primärenergie. Gleichzeitig sind hier aber auch die Unterschiede im Exponenten zwischen den verschiedenen Primärteilchen am größten. Die geringer werdenden Unterschiede in der Energiesumme mit zunehmender Primärenergie werden dabei durch die deutlich kleiner werdenden Fluktuationen kompensiert. Die sich bei $\log E_0$ [GeV] = 5.7 für Fe-induzierte Schauer andeutende Abweichung von dem Potenzgesetz ist darauf zurückzuführen, daß in 10 von 200 Schauern kein Hadron oberhalb der Nachweisschwelle von 10 GeV zu finden ist. Wie schon bei den Elektronen ergeben sich bei der Extrapolation zu höheren Energien deutliche Abweichungen von der Parametrisierung. Dies kann mit denselben qualitativen Überlegungen plausibel gemacht werden.

Der Parameter s , der die longitudinale Entwicklung des Schauers beschreibt, wurde ursprünglich für rein elektromagnetische Schauer definiert (vgl. Abschnitt 2.2.2). Für ein festes Beobachtungsniveau ergab sich dabei folgender Zusammenhang mit der Primärenergie:

$$\frac{1}{s} \sim \log E_0$$

Verwendet man diesen Ansatz auch für hadronisch induzierte Schauer, so ergibt sich im Bereich 5×10^{14} eV $\leq E_0 \leq 10^{17}$ eV:

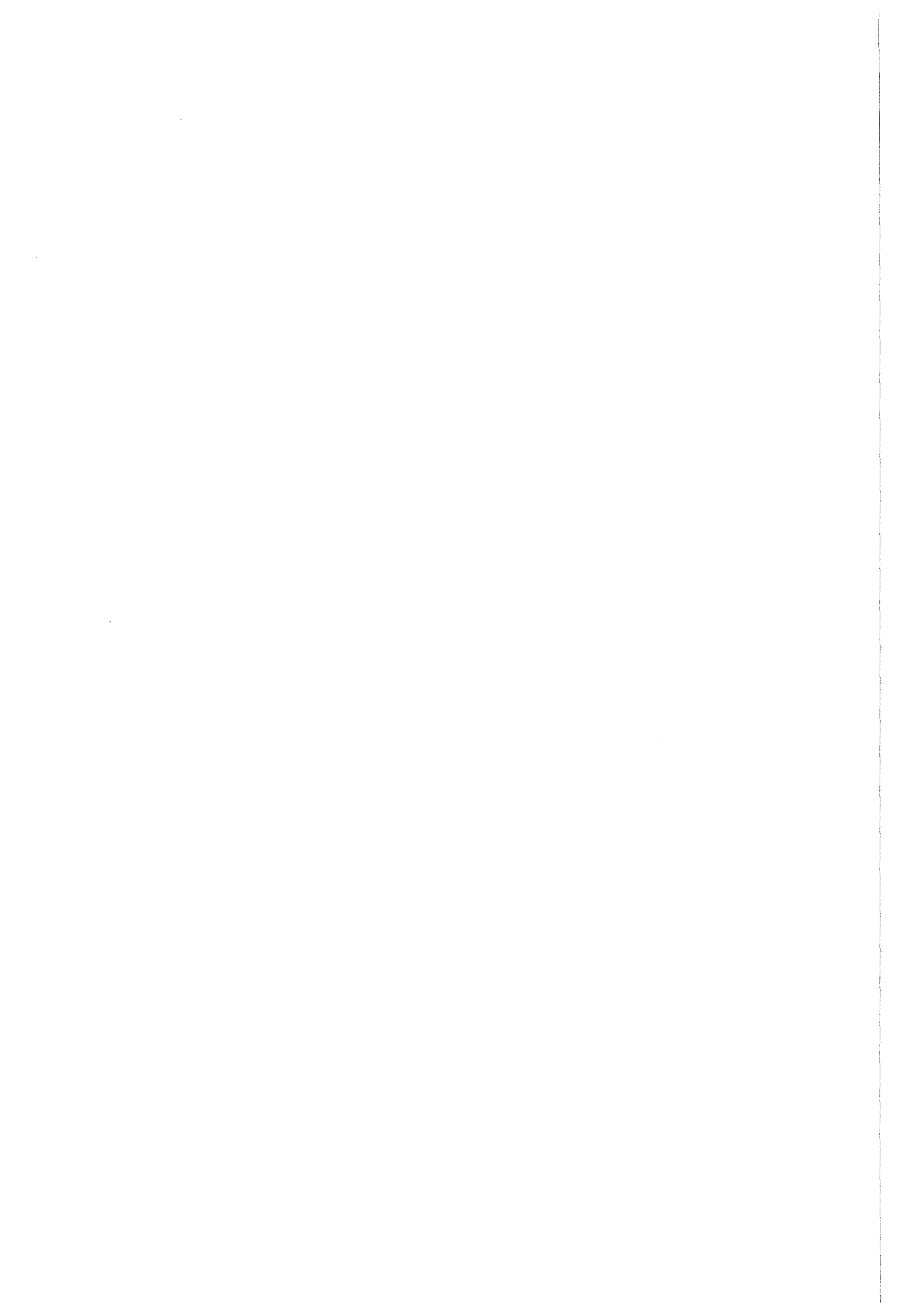
$$p : \quad \frac{1}{s} = 0.054 \log E_0 - 0.43$$

$$O : \quad \frac{1}{s} = 0.061 \log E_0 - 0.33$$

$$Fe : \quad \frac{1}{s} = 0.073 \log E_0 - 0.21$$

Wie in Abbildung 28 gezeigt wird, ist dieser Ansatz auch auf Hadronschauer durchaus anwendbar. Da hier keine Abweichung des funktionellen Zusammenhanges zwischen s und E_0 zu erwarten war, wurde der Fitbereich bis zu der höchsten simulierten Energie ausgedehnt.

Zur der Ermittlung der in diesem Abschnitt angegebenen Parametrisierungen wurden jeweils Anpassungen nach der Methode der kleinsten Quadrate durchgeführt. Die dabei erzielten χ^2 -Werte pro Freiheitsgrad variierten zwischen 1.00 und 1.03.



Wie in Kapitel 4 gezeigt wurde, stimmen die Ergebnisse von CORSIKA mit den qualitativen Erwartungen überein. Um eine quantitative Überprüfung der Simulationsergebnisse vornehmen zu können, ist ein Vergleich mit experimentellen Daten notwendig. Hierbei steht man allerdings vor dem Problem, daß es derzeit auf Meereshöhe kein Luftschauerexperiment gibt, in dem für individuelle Schauer neben der Elektronenzahl die Myon- oder die Hadronkomponente gemessen werden kann. Statt dessen findet man nur Ergebnisse, die über viele Schauer gemittelt wurden, wobei keine Unterscheidung der verschiedenen Primärteilchen vorgenommen werden konnte. Da außerdem meistens über verschiedene Einfallrichtungen gemittelt wird und die Schauer ausschließlich nach ihrer Elektronenzahl klassifiziert werden, mittelt man dadurch auch gleichzeitig über verschiedene Primärenergien. Schließlich sind die experimentellen Ergebnisse häufig mit nicht abschätzbaren systematischen Unsicherheiten behaftet.

5.1 Die Myonkomponente

Zum Vergleich der Myonkomponente in ausgedehnten Luftschauern wurden Ergebnisse des MSU (*Moscow State University*) Experimentes (192 m ü. NN) herangezogen [41]. In dieser Arbeit wurden für verschiedene Schauergrößen ($5 \times 10^4 < N_e < 3 \times 10^6$) die Lateralverteilungen der Myonen für verschiedene Energieschwellen angegeben. Die Elektronenzahl wurde dabei mit Hilfe eines Arrays aus Szintillationszählern von insgesamt 170 m^2 Detektorfläche ermittelt. Der Nachweis der Myonen erfolgte in einem unterirdischen Array von Gasentladungszählern (90 m^2). Die Abschirmung entspricht dabei einer Schwellenenergie von $E_\mu = 10 \text{ GeV}$. Desweiteren ist zur Bestimmung der Myonenergien im Bereich von $10 - 500 \text{ GeV}$ ein Magnetspektrometer mit einer Öffnung von $0.14 \text{ m}^2 \text{sr}$ installiert.

Für die Lateralverteilung der Myonen oberhalb der Schwellenenergie von 10 GeV wurde für $2 \text{ m} < r < 150 \text{ m}$ folgende Parametrisierung angegeben:

$$\rho_\mu = 5.8 \left(\frac{N_e}{10^6} \right)^{0.78 \pm 0.02} r^{-0.55} e^{-r/80} \text{ m}^{-2}$$

Abbildung 29 zeigt für p- und Fe-induzierte simulierte Schauer die mittleren Lateralverteilungen der Myonen mit $E_\mu > 10 \text{ GeV}$. Unter Berücksichtigung des primären Energiespektrums wurden dabei Schauer mit $5.2 < \log N_e < 5.5$ verwendet. Diese Auswahlbedingung erfüllten 548 p- bzw. 57 Fe-Schauer. Innerhalb dieses Intervalles erhält man eine mittlere Elektronenzahl von

$$\overline{N_e} = 2.2 \times 10^5$$

Für diesen Wert ergibt sich aus der oben angegebenen Parametrisierung die gepunktete Linie in Abbildung 29. Zwischen der Simulation von p-induzierten Schauern und den experimentellen Ergebnissen ergibt sich ein Unterschied von etwa einem Faktor 2. Die statistischen Fehler der Simulation liegen in der Größenordnung von 1-2% und können somit vernachlässigt werden. Zu berücksichtigen ist allerdings, daß die Simulation für senkrecht einfallende Primärteilchen erfolgte, während im Experiment über einen Winkelbereich von $0^\circ \leq \Theta_0 \leq 30^\circ$ gemittelt wurde. Da die Myondichte durch den Einfallswinkel nur gering beeinflusst wird, die Elektronenzahl sich in diesem Bereich aber um einen Faktor 2.5 ändert (vgl. Abschnitt 4.3), ergibt sich durch die Klassifizierung der Schauer nach der Elektronenzahl eine höhere mittlere Myondichte als bei senkrecht einfallenden Schauern. Eine Abschätzung dieses Effektes ergab allerdings als obere Grenze für diese systematische Verschiebung einen Wert von 25%, so daß sich dadurch die Verteilungen zwar annähern, die Diskrepanz aber nicht erklärt werden kann.

Durch eine Überlagerung von p- und Fe-induzierten Schauern könnte die Parametrisierung des MSU Experimentes reproduziert werden. Dies würde bei gleicher Primärener-

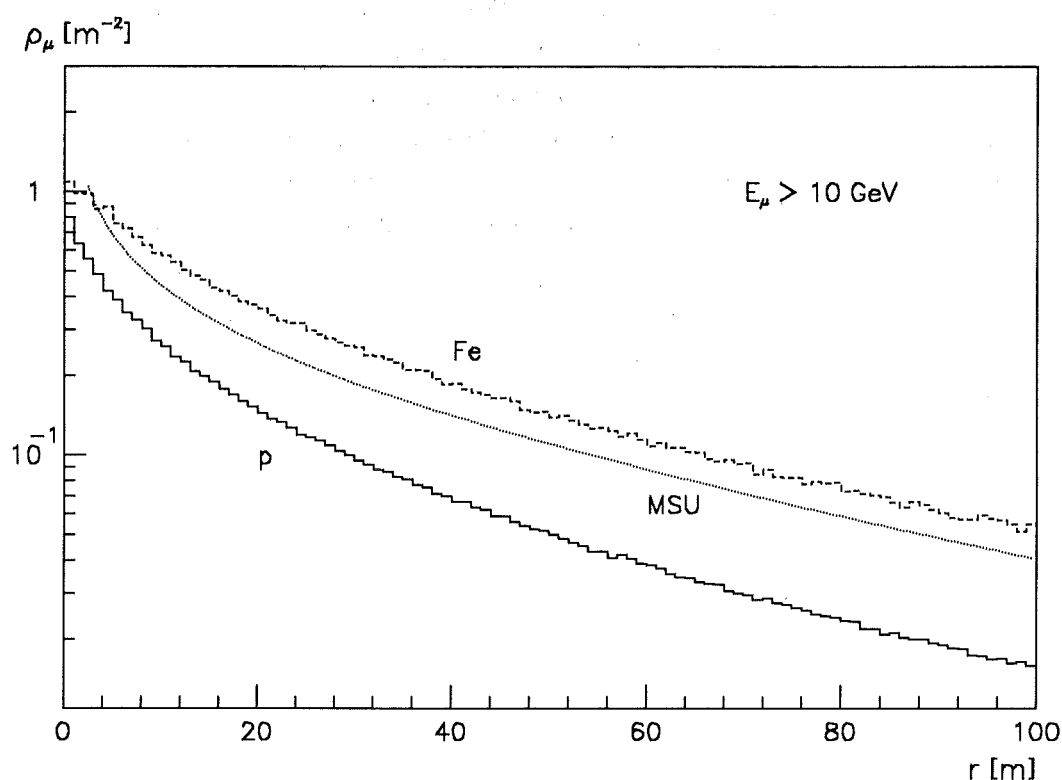


Abbildung 29. Lateralverteilung der Myonen ($E_\mu \geq 10 \text{ GeV}$) für Schauer mit $N_e = 2.2 \times 10^5$. Die gepunktete Linie entspricht einer Parametrisierung des MSU Experimentes. Die anderen beiden Kurven ergeben sich aus den CORSIKA Simulationen für p- bzw. Fe-induzierten Schauern. Die statistischen Fehler der Simulationen liegen in der Größenordnung von 1-2%.

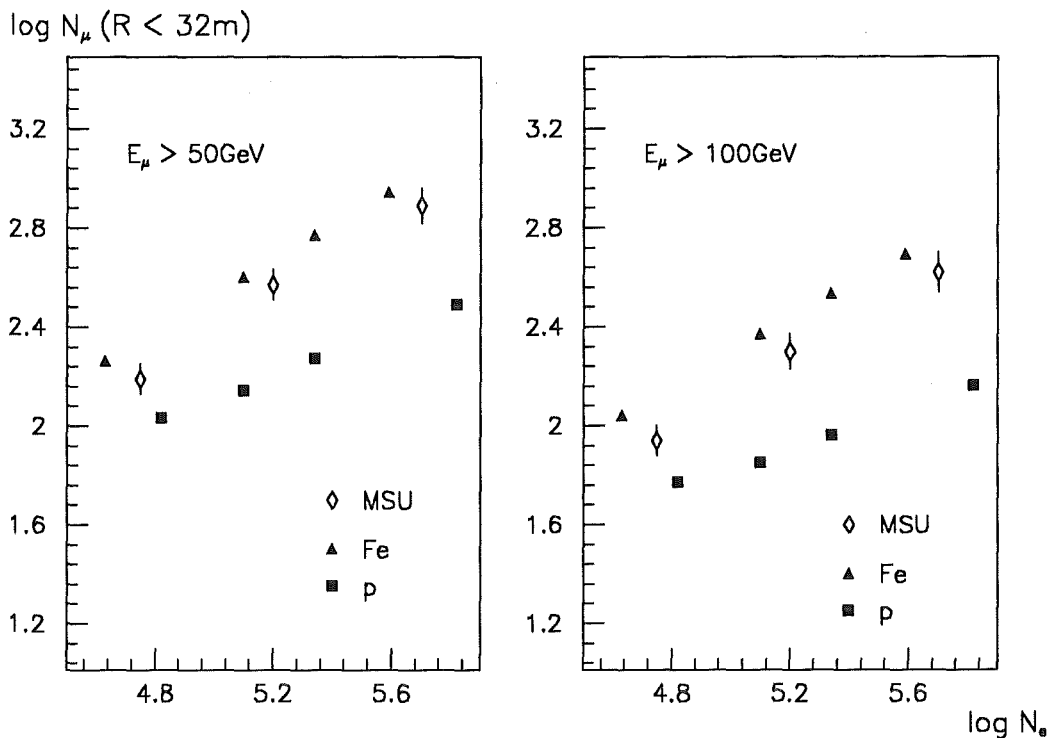


Abbildung 30. Myonzahlen innerhalb von $r = 32 m$ für verschiedene Schwellenenergien. Verglichen werden die Ergebnisse des MSU Experimentes mit CORSIKA Simulationen für p- und Fe-indizierte Schauer. Die statistischen Fehler der Simulationen sind kleiner als die Symbole.

gie allerdings einen Eisenanteil von 80-90% erfordern, da bei gleicher Elektronenzahl die Eisenschauer eine um einen Faktor 2 höhere Primärenergie besitzen (s. Tabelle 7 auf Seite 51) und somit aufgrund des primären Energiespektrums um einen Faktor 6 unterdrückt sind.

In Abbildung 30 sind für verschiedene Energieschwellen die mittleren Myonzahlen innerhalb eines Radius von $32 m$ um die Schauerachse als Funktion der Elektronenzahl angegeben. Die statistischen Fehler der CORSIKA Daten sind dabei kleiner als die Symbole. Für die MSU Ergebnisse wurden keine Angaben über systematische Unsicherheiten gemacht. Man erkennt auch hier, daß CORSIKA die experimentellen Daten nur unter der Annahme eines Fe-dominierten Spektrums reproduzieren kann. Zwischen den simulierten Protonschauern und den MSU Daten ergibt sich bei $N_e \approx 2 \times 10^5$ (d.h. $E_0 \approx 10^{15} eV$) wiederum eine Diskrepanz von einem Faktor 2, die mit zunehmender Elektronenzahl zunimmt.

5.2 Die Hadronkomponente

Messungen der Hadronkomponente in Luftschauern wurden von einer Gruppe in Leeds durchgeführt [42]. Die Schauer wurden dabei in einem Array von 7 Szintillatoren (je $\approx 1 m^2$) nachgewiesen, die Schauerachsen mit einem Array aus Gasentladungskammern

(35 m^2) festgelegt. Die Bestimmung der Hadrondichte erfolgte in einem Abstand von $5 - 20 \text{ m}$ von der Schauerachse mit Hilfe von 21 m^2 BF_3 -Proportionalzählern, die Neutronen aus Wechselwirkungen der Hadronen in Bleilagern nachweisen.

In Abbildung 31 werden für Schauer mit $N_e > 10^5$ die gemessenen mittleren Lateralverteilungen der Hadronen mit $E_h > 10 \text{ GeV}$ mit den entsprechenden Ergebnissen der CORSIKA Simulationen für p- und Fe-induzierten Schauern verglichen, wobei wiederum das primäre Energiespektrum berücksichtigt wurde. Die Bedingung $N_e > 10^5$ wurde von 1429 p- sowie 152 Fe-Schauern erfüllt. Man erkennt zunächst, daß sich bei gleicher Elektronenzahl die Hadronkomponenten von p- und Fe-Schauer nur unwesentlich unterscheiden. Zwischen den experimentellen Daten und den Simulationsergebnissen ergibt sich ein Faktor 4 Unterschied. Allerdings wurden in [42] weder die Genauigkeit, mit der die Schauergröße bestimmt werden kann, noch die Genauigkeit der Energiebestimmung der Hadronen angegeben. In beiden Fällen würden systematische Verschiebungen starke Auswirkungen auf die gemessenen Hadrondichten ergeben.

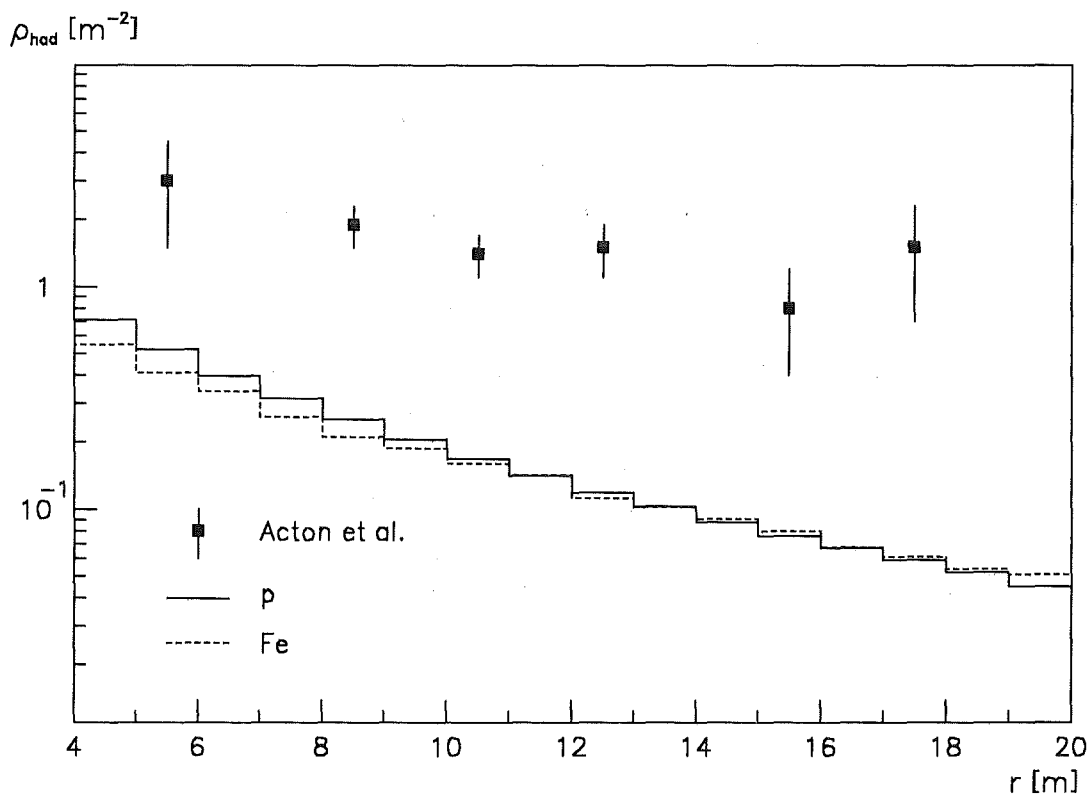


Abbildung 31. Lateralverteilung der Hadronen ($E_h \geq 10 \text{ GeV}$) für Schauer mit $N_e > 10^5$. Verglichen werden experimentelle Ergebnisse von Acton et al. [42] mit Ergebnissen der CORSIKA Simulationen für p- und Fe-induzierte Schauer. Die für die experimentellen Daten angegebenen Fehlerbalken entsprechen den statistischen Fehlern, bei den Simulationen liegen diese im Bereich von einigen Prozent.

5.3 Das sekundäre Hadronenspektrum

Eine weitere Möglichkeit, die Vorhersagen von CORSIKA zu testen, besteht in der Generation eines inklusiven sekundären Hadronenspektrums, d.h. man betrachtet die Hadronen unabhängig davon, woher sie stammen. Hierzu müssen für verschiedene Primärenergien die Hadronraten ermittelt und parametrisiert werden. Durch Faltung mit dem primären Energiespektrum erhält man dann ein sekundäres Energiespektrum der Hadronen.

Abbildung 32 zeigt für verschiedene Hadronenergien die mittlere Anzahl der Hadronen als Funktion der Primärenergie pro Nukleon. Aufgrund der Gültigkeit des Superpositionsprinzips (s. Abschnitt 4.2) wurden dabei sowohl Protonen (weiße Symbole) als auch primäre Kerne (schwarze Symbole für O und Fe) verwendet. Es zeigt sich, daß die Abhängigkeit der Hadronraten von der Primärenergie im wesentlichen jeweils durch ein Potenzgesetz

$$\bar{N}_h(> E_h) \sim E_0^m$$

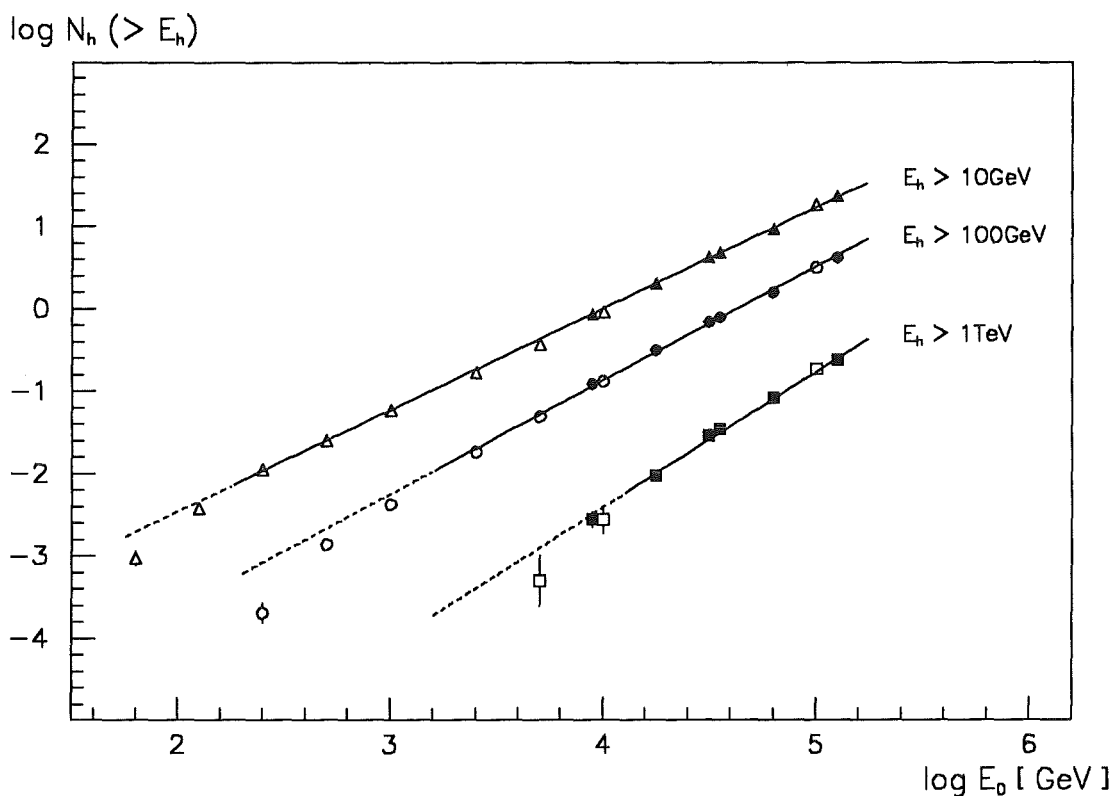


Abbildung 32. Mittlere Hadronraten als Funktion der Primärenergie pro Nukleon. Dargestellt sind für verschiedene Energieschwellen die Ergebnisse der CORSIKA Simulationen für p- (weiße Symbole) und O- bzw. Fe-induzierte Schauer (schwarze Symbole). Die statistischen Fehler sind dabei größtenteils kleiner als die Symbole. Die durchgezogenen Linien entsprechen den dazugehörigen Parametrisierungen.

beschrieben werden kann (durchgezogene Linien in Abbildung 32). Für den Exponenten m ergeben sich dabei für die verschiedenen Energieschwellen der Hadronen Werte im Bereich von $m = 1.2$ ($E_h > 10 \text{ GeV}$) bis $m = 1.5$ ($E_h > 1 \text{ TeV}$). Erst wenn die Hadronenergien oberhalb von etwa 10% der Primärenergie liegen, sind Abweichungen von den Potenzgesetzen zu beobachten (gestrichelte Bereiche in Abbildung 32). Zur Ermittlung der Hadronraten für $E_h > 0.1 E_0$ wurden zusätzlich Energiespektren in den Bereichen $2 \times 10^{10} \text{ eV} < E_0 < 10^{11} \text{ eV}$ sowie $10^{11} \text{ eV} < E_0 < 5 \times 10^{11} \text{ eV}$ simuliert. Dabei stellte sich heraus, daß es bei der Bestimmung der Rate für $E_h > 10 \text{ GeV}$ erforderlich ist, auch Primärenergien von 20 – 100 GeV einzubeziehen, da die Primärteilchen durchaus noch eine geringe Wahrscheinlichkeit besitzen, mit mehr als 10% ihrer Primärenergie Meereshöhe zu erreichen. Eine Abschätzung nach dem CKP-Modell [43], bei dem die Inelastizität der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung als zwischen 0 und 1 gleichverteilt angenommen wird, ergab hierfür in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen von CORSIKA einen Wert von 0.25% [44]. Aufgrund des steil abfallenden Energiespektrums ergibt sich daraus trotz dieser geringen Wahrscheinlichkeit dennoch ein Beitrag zu den sekundären Hadronen von ungefähr 25%. Für ein auf Meereshöhe beobachtetes Hadron läßt sich abschätzen, daß es am wahrscheinlichsten von einem Primärteilchen stammt, dessen Energie etwa das 10-fache der sekundären Hadronenergie beträgt.

Zur quantitativen Bestimmung des sekundären Energiespektrums der Hadronen ist die Kenntnis des primären Energiespektrums der kosmischen Strahlung notwendig. Wie die qualitativen Überlegungen gezeigt haben, stammen die sekundären Hadronen mit $10 \text{ GeV} \leq E_h \leq 1 \text{ TeV}$ hauptsächlich von Primärenergien im Bereich von $10^{11} \text{ eV} \leq E_0 \leq 10^{14} \text{ eV}$. In diesem Energiebereich wurden von der JACEE Kollaboration [7] für die Intensitäten der primären Protonen und α -Teilchen folgende Parametrisierungen angegeben:

$$\frac{dl_p}{dE_0} = (9.17 \pm 2.39) \times 10^{-2} E_0^{-2.76 \pm 0.09} \text{ m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ TeV}^{-1}$$

$$\frac{dl_\alpha}{dE_0} = (1.03 \pm 0.23) \times 10^{-2} E_0^{-2.87 \pm 0.13} \text{ m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ s}^{-1} (\text{TeV}/\text{amu})^{-1}$$

Bezogen auf dieselbe Primärenergie pro Nukleon tragen die Heliumkerne somit etwa 10% zum primären Fluß bei. Die Anteile der schweren Kerne (O, Fe) lassen sich dagegen bei derselben Energie pro Nukleon nach [6] bzw. [7] auf weniger als 1% des gesamten Flusses abschätzen und werden deshalb nicht weiter berücksichtigt.

Durch Faltung der für verschiedene Primärenergien ermittelten Hadronraten mit dem primären Energiespektrum erhält man die in Tabelle 8 angegebenen sekundären Hadronraten auf Meereshöhe für verschiedene Hadronenergien. Hierzu wurde das von JACEE gemessene Protonenspektrum verwendet und zusätzlich der Beitrag der Heliumkerne von 10% berücksichtigt. Von den beiden angegebenen Fehlern entspricht der erste Term dem statistischen Fehler der Simulation, der hauptsächlich im Bereich

($E_h > 0.1 E_0$) auftritt. Der zweite Term resultiert aus dem von der JACEE Kollaboration angegebenen Fehler von ca. 25% für das primäre Energiespektrum. Man erkennt, daß der Gesamtfehler hauptsächlich durch den zweiten Term bestimmt wird.

E_h	$I (> E_h) \quad [m^{-2}sr^{-1}s^{-1}]$
10 GeV	$(4.59 \pm 0.38 \pm 1.15) \times 10^{-2}$
32 GeV	$(1.48 \pm 0.13 \pm 0.37) \times 10^{-2}$
100 GeV	$(2.10 \pm 0.23 \pm 0.53) \times 10^{-3}$
320 GeV	$(2.19 \pm 0.24 \pm 0.55) \times 10^{-4}$
1 TeV	$(2.68 \pm 0.44 \pm 0.67) \times 10^{-5}$

Tabelle 8. Mit CORSIKA ermittelte sekundäre Hadronraten auf Meereshöhe. Die erste der beiden angegebenen Fehlern entspricht dem statistischen Fehler aus der Simulation, der zweite resultiert aus der Unsicherheit des primären Spektrums.

Für die Hadronraten oberhalb von einigen 100 GeV gibt es mehrere konsistente Messungen (s. [45]). Zum Vergleich mit den Ergebnissen von CORSIKA ist eine Arbeit von Ashton und Saleh [46] aus dem Jahre 1975 am besten geeignet. Der experimentelle Aufbau bestand dabei aus einer Lage Blei (15 cm), einer Lage Eisen (15 cm) sowie mehreren Lagen Plastiksintillatoren und Gasentladungsröhren (*neon flash tubes*). Dabei wurden Hadronen, die im Absorber anschauern, in den Gasentladungsröhren nachgewiesen. Auf diese Weise wurde ein differentielles Energiespektrum für vertikale Hadronen im Bereich von $10 \text{ GeV} < E_h < 10 \text{ TeV}$ ermittelt. Dieses ist nach ihren Angaben mit einem Spektrum der Form $E_h^{-2.7 \pm 0.1}$ konsistent. In [45] ist für dasselbe Spektrum für $E_h > 300 \text{ GeV}$ folgende Parametrisierung angegeben:

$$\frac{dI_h}{dE_h} = (1.0 \pm 0.15) \times 10^{-6} \left(\frac{E_h [\text{GeV}]}{300} \right)^{-2.6 \pm 0.3} [m^{-2}sr^{-1}s^{-1}\text{GeV}^{-1}]$$

wobei die Messungen für Hadronenergien im Bereich von 10 – 300 GeV keine signifikanten Abweichungen von der Parametrisierung ergaben.

In Abbildung 33 sind die mit CORSIKA ermittelten Werte aus Tabelle 8 dargestellt. Die Fehlerbalken entsprechen dabei der Summe der beiden angegebenen Fehler. Die durchgezogene Linie ergibt sich aus der oben angegebenen Parametrisierung, wenn man das differentielle Spektrum in das entsprechende integrale Spektrum umrechnet. Der gestrichelte Bereich entspricht der Extrapolation zu niedrigeren Hadronenergien. Es zeigt sich eine hervorragende Übereinstimmung der CORSIKA Werte mit den experimentellen Ergebnissen.

Das Spektrum von CORSIKA läßt sich oberhalb von $E_h = 30 \text{ GeV}$ mit einem konstanten Spektralindex beschreiben ($I_h (> E_h) \sim E_h^{-\Gamma}$), während es für geringere Hadronenergien

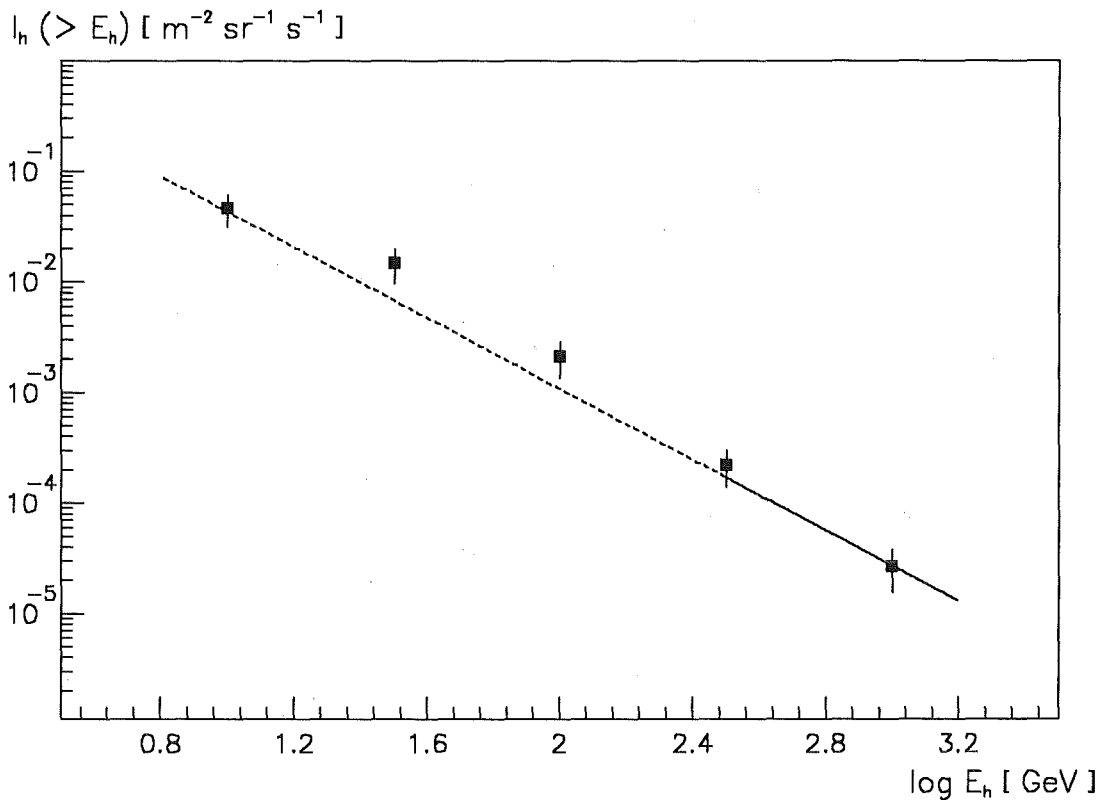


Abbildung 33. Sekundäres Energiespektrum der Hadronen auf Meereshöhe. Die Symbole entsprechen den mit CORSIKA ermittelten integralen Hadronraten, die Fehlerbalken der Summe der beiden in Tabelle 8 angegebenen Fehler. Die Gerade ergibt sich aus der Parametrisierung experimenteller Daten [45] (durchgezogener Bereich) und ihrer Extrapolation zu niedrigeren Hadronenergien (gestrichelter Bereich).

signifikant flacher verläuft. Bei einem Fit im oberen Energiebereich ergab sich ein integraler Spektralindex von

$$\Gamma = 1.84 \pm 0.12$$

Dies stimmt innerhalb der Fehler mit den Werten $\Gamma = 1.6 \pm 0.3$ (aus [45]) bzw. $\Gamma = 1.7 \pm 0.1$ (aus [46]) überein. Weiterhin ergibt sich eine Übereinstimmung des ermittelten Spektralindex des sekundären Hadronenspektrums mit dem integralen Spektralindex des für die Ermittlung der Hadronraten verwendeten primären Energiespektrums von $\Gamma = 1.76 \pm 0.09$.

Zum weiteren Vergleich der CORSIKA Ergebnisse mit experimentellen Daten wurde das Pion/Proton Verhältnis als Funktion der Hadronenergie ermittelt. Der Vorteil dieser Verhältnisbildung besteht darin, daß sich die systematischen Unsicherheiten, die aus dem primären Spektrum resultieren, weitgehend herauskürzen. Andererseits handelt man sich dafür aber große experimentelle Unsicherheiten ein.

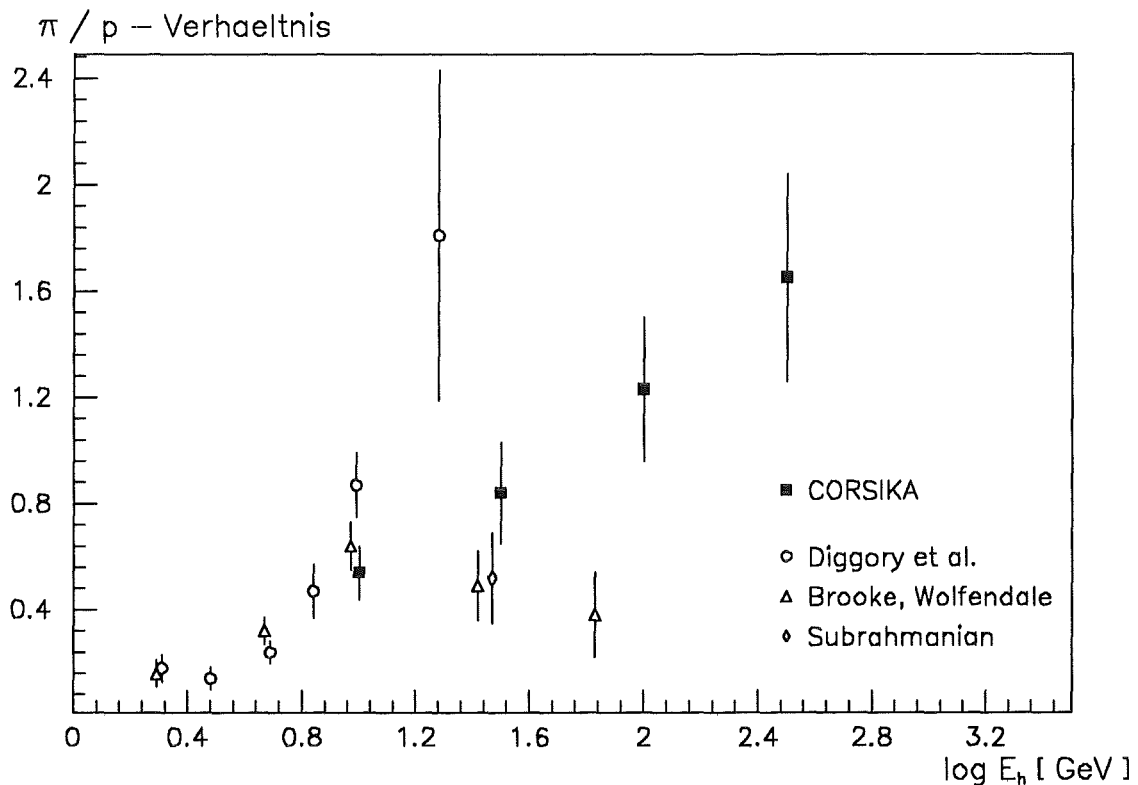


Abbildung 34. Pion/Proton Verhältnis als Funktion der Hadronenergie. Verglichen werden die Ergebnisse von CORSIKA mit experimentellen Daten [45].

In einem ersten Schritt wurde hierzu nach demselben Verfahren wie bei den Hadronen das sekundäre Energiespektrum der Pionen, genauer gesagt der Mesonen (d.h. Summe aus Pionen und Kaonen), bestimmt. Aus der Differenz zum gesamten Hadronenspektrum ergibt sich dann das Nucleonspektrum. Da für Neutronen und Protonen oberhalb von $E_h = 10 \text{ GeV}$ experimentell gleiche Häufigkeiten ermittelt wurden (s. z.B. [47]), konnte das Protonenspektrum durch Halbierung des Nucleonspektrums abgeschätzt werden.

Die daraus bestimmten π/p -Verhältnisse werden in Abbildung 34 mit experimentellen Ergebnissen verglichen. Die für CORSIKA angegebenen Fehler enthalten dabei nur die aus der Simulation resultierenden statistischen Fehler. Die Zusammenstellung der experimentellen Daten wurde aus [45] entnommen. Sie enthält im einzelnen Arbeiten von Subrahmanian [48], Brooke und Wolfendale [49] und Diggory et al. [50].

Die mit CORSIKA ermittelten Werte zeigen einen deutlichen Anstieg des π/p -Verhältnisses mit zunehmender Energie. Obwohl die verschiedenen Experimente z.T. deutlich unterschiedliche Ergebnisse liefern, deutet sich diese Zunahme auch in den experimentellen Daten an. Dieser Trend wird auch in der Arbeit von Ashton und Saleh [46] bestätigt. Aus der Differenz des gesamten Hadronenspektrums und des Nucleonspektrums schlossen sie auf einen zunehmenden Beitrag der Pionen zum gesamten Hadronfluß oberhalb von $E_h > 100 \text{ GeV}$.

5.4 Vergleich mit dem Simulationsprogramm SHOWERSIM

Neben dem Vergleich mit experimentellen Daten bietet es sich ebenfalls an, die Ergebnisse von CORSIKA mit denen anderer Simulationsprogramme zu vergleichen. Als Beispiel hierzu wurde eine Veröffentlichung herangezogen, in der die Simulation von γ - und p-induzierten vertikalen Schauern im Bereich von $10^{13} \text{ eV} \leq E_0 \leq 10^{16} \text{ eV}$ vorgestellt wurde [51]. Das hierbei verwendete Simulationsprogramm ist eine Kombination aus den Programmen SHOWERSIM [52] und dem in CORSIKA ebenfalls verwendeten EGS4. SHOWERSIM simuliert dabei die hadronische Komponente der Kaskade sowie den elektromagnetischen Teil bei hohen Energien. EGS4 wird nur für Elektronen mit $E_e < 10 \text{ GeV}$ angewendet. Hierzu werden zunächst für verschiedene Energien und verschiedene Höhen Subschauber berechnet und deren Ergebnisse für ein bestimmtes Beobachtungsniveau in einer Bibliothek abgespeichert. Tritt dann innerhalb der Simulation mit SHOWERSIM ein Elektron mit einer Energie von weniger als 10 GeV auf, so wird es durch denjenigen Subschauber ersetzt, der seiner Energie und Höhe am nächsten kommt.

Die Parametrisierung der Erdatmosphäre ist identisch mit der in CORSIKA verwendeten. Die angegebenen Ergebnisse beziehen sich auf ein Beobachtungsniveau von 1036 g/cm^2 und sind somit unmittelbar mit den CORSIKA Ergebnissen (1024 g/cm^2) vergleichbar.

Prim.	Programm	N_e	s	r_0
γ	CORSIKA	$(108 \pm 58) \times 10^3$	1.30	49 m
	SHOWERSIM	$(128 \pm 78) \times 10^3$	1.36	41 m
p	CORSIKA	$(149 \pm 79) \times 10^3$	1.28	49 m
	SHOWERSIM	$(114 \pm 78) \times 10^3$	1.33	43 m

Tabelle 9. Elektronenkomponente bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$ für verschiedene Simulationsprogramme. Angegeben sind die Mittelwerte und Standardabweichungen von N_e sowie ein mittleres s und sein dazugehöriges r_0 für je 50 (CORSIKA) bzw. je 200 (SHOWERSIM) γ - und p-induzierte Schauer.

In Tabelle 9 sind für eine Primärenergie von $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$ die Mittelwerte und Standardabweichungen der Elektronenzahl für eine Schwellenenergie von 3 MeV angegeben. Diese wurden bei SHOWERSIM auf einer Basis von jeweils 200 Schauern, bei CORSIKA aus 50 mit der EGS-Option generierten Schauern ermittelt. Es ergibt sich eine recht gute Übereinstimmung der Ergebnisse auf 20-30%, wobei die statistischen Fehler der Mittelwerte im Bereich von 5-8% liegen. Auffällig ist allerdings, daß SHOWERSIM bei gleicher Primärenergie für γ -Schauer etwas höhere Werte für $\overline{N_e}$ liefert, während in p-Schauern im Mittel 25% weniger Elektronen als in CORSIKA erzeugt werden. Die Differenzen bei den γ -induzierten Schauern resultieren aus der beschleunigten Behandlung des elektromagnetischen Teils bei hohen Energien innerhalb des Programms SHOWERSIM. Da es

sich bei CORSIKA um Schauer handelt, die nur unter Verwendung von EGS4 generiert wurden, sind die Ergebnisse für γ -Schauer als zuverlässiger anzusehen.

Der in Tabelle 9 ebenfalls angegebene Parameter s wurde in [51] durch Anpassung der NKG-Formel (s. Abschnitt 2.2.2) an die über 200 Schauer gemittelte Lateralverteilung der Elektronen im Bereich von 0 – 100 m ermittelt. Dabei wurde der Molière-Radius r_m durch einen freien Parameter r_0 ersetzt. Bei CORSIKA entspricht s dagegen dem Mittelwert aus den Fits für individuelle Schauer, wobei derselbe Fitbereich gewählt wurde, aber $r_0 = 49$ m gesetzt wurde. Berücksichtigt man die unterschiedlichen Werte für r_0 , so ergibt sich eine hervorragende Übereinstimmung in der Lateralverteilung der Elektronen.

Für die mit CORSIKA simulierten p-Schauer wurde die Lateralverteilung ebenfalls für festes $r_0 = 79$ m gefittet. Dabei ergab sich bei geringfügig schlechteren χ^2 -Werten gegenüber $r_0 = 49$ m für s ein Mittelwert von 1.06. Dies bedeutet, die Lateralverteilung der Elektronen läßt sich mit der NKG-Formel für verschiedene r_0 -Werte in etwa gleich gut beschreiben, indem der s -Parameter entsprechend angepaßt wird. Extrapoliert man demnach die CORSIKA Werte von s auf die r_0 -Werte von SHOWERSIM, so ergibt sich mit $s = 1.32$ für p- bzw. $s = 1.36$ für γ -Schauer eine nahezu perfekte Übereinstimmung.

Tabelle 10 zeigt für p-induzierte Schauer bei $E_0 = 10^{15}$ eV die mittlere Anzahl der Myonen und ihre Fluktuationen für verschiedene Myonenergien. Verglichen werden hierbei 200 Schauer von SHOWERSIM mit 320 Schauern von CORSIKA. Man erhält eine recht gute Übereinstimmung der beiden Programme, wobei sich bei CORSIKA ein etwas flacherer Verlauf des Energiespektrums ergibt. Bei $E_\mu > 300$ MeV liefert CORSIKA im Mittel ca. 15%, bei $E_\mu > 10$ GeV ungefähr 8% weniger Myonen. Die statistischen Fehler der Mittelwerte liegen dabei in der Größenordnung von 1%.

Die hierzu verwendete CORSIKA Version 3.02 enthält allerdings eine inzwischen korrigierte Unkorrektheit in der Behandlung der Zerfallslänge der Myonen. Neueste CORSIKA Simulationen ergeben auf Meereshöhe knapp 10% mehr Myonen [53], so daß sich dadurch eine noch bessere Übereinstimmung der beiden Simulationsprogramme ergibt.

E_μ	> 0.3 GeV	> 1 GeV	> 3 GeV	> 10 GeV
CORSIKA	10300 ± 2250	8600 ± 1800	5500 ± 1000	2300 ± 400
SHOWERSIM	12000 ± 2300	9600 ± 2100	6000 ± 1250	2500 ± 500

Tabelle 10. Myonzahlen für p-induzierte Schauer bei $E_0 = 10^{15}$ eV . Angegeben sind die Mittelwerte und Standardabweichungen für verschiedene Energieschwellen von 320 mit CORSIKA bzw. 200 mit SHOWERSIM generierten Schauern.

In Tabelle 11 sind für p-induzierte Schauer bei verschiedenen Primärenergien die Myonzahlen für eine Energieschwelle von $E_\mu = 300$ MeV angegeben. Die Angaben in Klammern entsprechen jeweils der Anzahl an simulierten Schauern. Bei $E_0 = 10^{14}$ eV er-

geben sich mit etwa 30% größere Unterschied in den Mittelwerten als bei $E_0 = 10^{15}$ eV (15%), diese liegen aber noch innerhalb der Fluktuationen. Bei $E_0 = 10^{16}$ eV erhält man dagegen statistisch gleiche Mittelwerte. CORSIKA liefert demnach einen stärkeren Anstieg der Myonzahl mit zunehmender Primärenergie als SHOWERSIM und außerdem eine stärkere Abnahme der Fluktuationen. Auch hier ist für die neueste CORSIKA Version eine weitere Annäherung der Ergebnisse zu erwarten.

E_0	10^{14} eV	10^{15} eV	10^{16} eV
CORSIKA	1150 ± 570 (3500)	10300 ± 2300 (320)	79800 ± 16600 (295)
SHOWERSIM	1600 ± 460 (400)	12000 ± 2800 (200)	77400 ± 22400 (50)

Tabelle 11. Myonzahlen für p-induzierte Schauer bei verschiedenen Primärenergien. Angegeben sind die Mittelwerte und Standardabweichungen für die in Klammern angegebene Anzahl an generierten Schauern.

5.5 Beurteilung der Vergleiche

Die Ergebnisse für die Myonkomponente des MSU Experimentes [41] stimmen unter der Annahme eines Fe-dominierten Spektrums mit den Simulationsergebnissen von CORSIKA überein. Für vertikale p-induzierte Schauer liefert CORSIKA dagegen nur etwa 50% der gemessenen Myonzahlen bei vorgegebener Elektronenzahl. Berücksichtigt man die Tatsache, daß bei den experimentellen Ergebnissen über verschiedene Einfallswinkel gemittelt wurde, und ferner, daß die neueste CORSIKA Version etwa 10% mehr Myonen liefert, erhält man eine Annäherung der CORSIKA Ergebnisse für p-induzierte Schauer auf 70% der gemessenen Myonzahlen. Somit ergibt sich auch für ein erwartetes p-dominiertes Spektrum eine akzeptable Übereinstimmung mit dem Experiment.

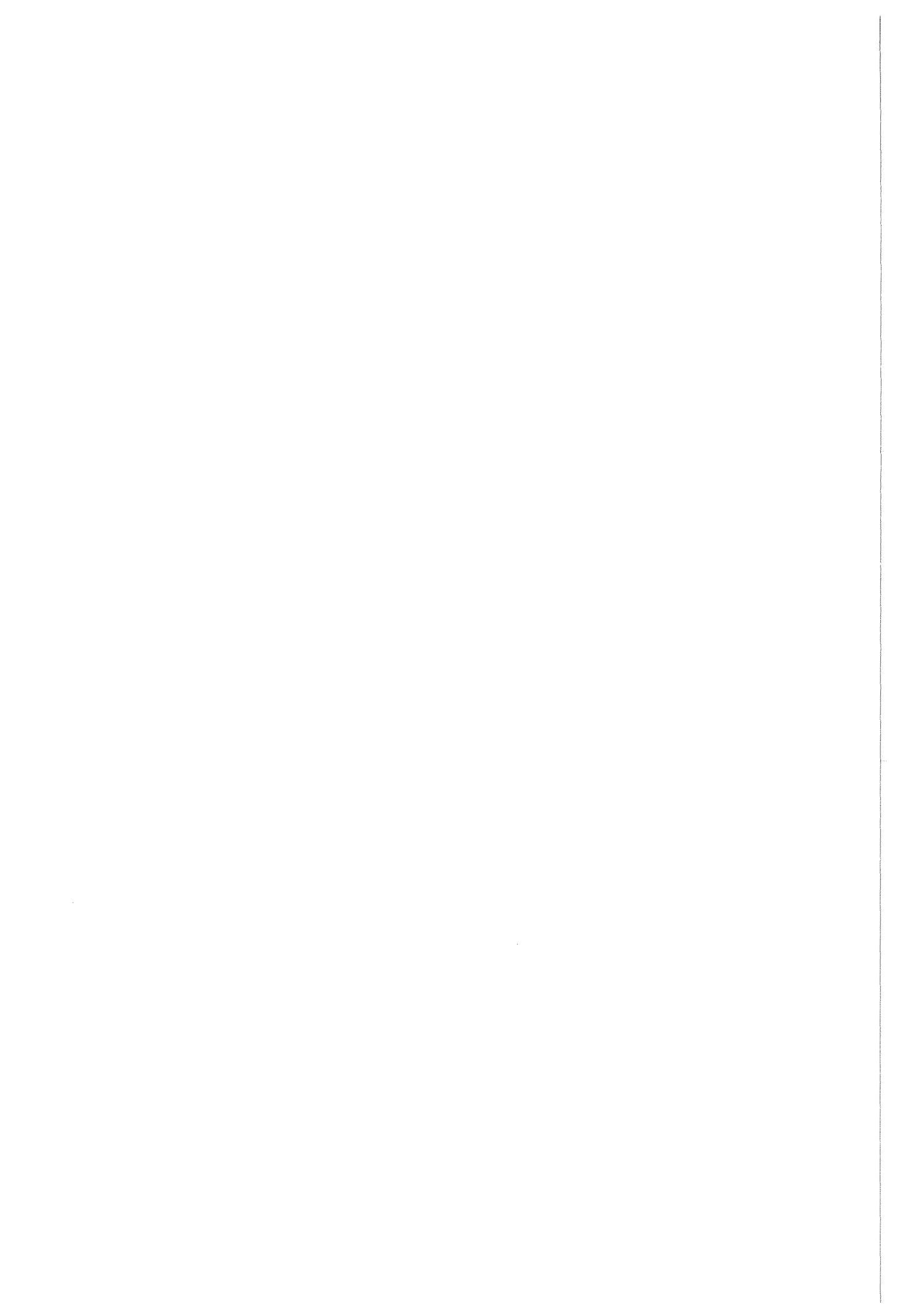
Ebenso stimmen die Simulationsergebnisse von CORSIKA und SHOWERSIM [52] sowohl für die Elektronen- als auch für die Myonkomponente mit einer Genauigkeit von $\leq 30\%$ überein.

Bei den Hadronen ergab sich einerseits im Vergleich zu Acton et al. [42] ein Unterschied von einem Faktor 4. Da aber in dieser Arbeit keinerlei Angaben über systematische Unsicherheiten gemacht wurden, diese sich aber sehr stark auf die gemessenen Hadronendichten auswirken könnten, sollte die aufgetretene Diskrepanz nicht überbewertet werden.

Andererseits kann mit Hilfe von CORSIKA ein inklusives sekundäres Hadronenspektrum auf Meereshöhe generiert werden, das innerhalb der Fehler mit den experimentell bestimmten Hadronenspektren [45] übereinstimmt.

Insgesamt kann die Übereinstimmung der Simulationsergebnisse mit den experimentellen Daten somit als gut bezeichnet werden. Für eine detailliertere Überprüfung von

CORSIKA sind genauere Messungen von ausgedehnten Luftschauern erforderlich. Insbesondere das KASCADE Experiment kann hierzu wichtige Beiträge liefern.



Kapitel 6. Methoden zur Identifikation des Primärteilchens

Um ein primäres kosmisches Teilchen vollständig identifizieren zu können, ist es notwendig, seine Energie, seine Masse sowie seine Einfallsrichtung zu bestimmen. In diesem Kapitel sollen nun Methoden vorgestellt werden, wie aus den gemessenen Schauerparametern die Energie und die Masse des Primärteilchens im Bereich des sogenannten "Knies" (d.h. $E_0 \approx 10^{15} \text{ eV}$) bestimmt werden können. Da sich die Einfallsrichtung in einem Luftschauerexperiment (z.B. KASCADE) recht genau rekonstruieren läßt, (vgl. Abschnitt 2.3), wird diese in den folgenden Untersuchungen als bekannt vorausgesetzt. Die Methoden zur Teilchenidentifikation werden anhand von vertikalen Luftschauern diskutiert, sie lassen sich jedoch ohne weiteres auf beliebige Einfallswinkel ($\Theta_0 \lesssim 30^\circ$) übertragen.

Die bei KASCADE nachgewiesenen Luftschauer lassen sich in zwei Klassen unterteilen:

- Der weitaus größte Teil der Schauer trifft KASCADE dezentral; als Schauerparameter lassen sich die Elektronen- und Myonzahl sowie der "age" - Parameter als Maß für die Lateralverteilung der Elektronen rekonstruieren.
- Bei 1% der Schauer trifft der Schauerkern das Zentralkalorimeter. In diesem Fall können die Anzahl der Myonen und der Energiefluß der Hadronen ($E_h \geq 10 \text{ GeV}$) innerhalb eines bestimmten Radius um die Schauerachse ($r \lesssim 10 \text{ m}$) sowie die im Schauer auftretende maximale Hadronenergie als zusätzliche Parameter bestimmt werden. Desweiteren wäre es eventuell sinnvoll, statt der Gesamtmyonzahl nur die Anzahl der Myonen, die das Array treffen (d.h. $r \lesssim 100 \text{ m}$), zu verwenden.

Für die einzelnen Schauerparameter werden folgende Abkürzungen eingeführt:

N_e	Gesamtelektronenzahl
s	"age" - Parameter
N_μ	Gesamtmyonzahl
$N_{\mu Z}$	Myonzahl innerhalb von 10 m um die Schauerachse
$N_{\mu A}$	Myonzahl innerhalb von 100 m um die Schauerachse
E_{sum}^{2m}	Energiesumme der Hadronen ($E_h \geq 10 \text{ GeV}$) innerhalb
E_{sum}^{5m}	von 2 m bzw. 5 m um die Schauerachse
E_h^{max}	maximale im Schauer auftretende Hadronenergie

Bei den im folgenden beschriebenen Analysemethoden hat es sich als günstig erwiesen, hauptsächlich logarithmische Größen ($\log N_e$, $\log N_\mu$ usw. - mit Ausnahme von s) zu verwenden, weil dadurch die Parameter in derselben Größenordnung liegen und desweiteren nahezu gaußförmige Verteilungen zeigen.

Als erstes wird eine konventionelle Trennung der verschiedenen Primärteilchen durch gerade Schnitte in der $\log N_e - \log N_\mu$ - Ebene untersucht. In den beiden darauffolgenden Abschnitten soll dann analysiert werden, inwieweit mit Hilfe von mathematischen Methoden die Trennung verbessert werden kann.

Eine einfache Methode hierfür ist die Kovarianzmethode. Dabei wird für jeden individuellen Schauer seine mittlere quadratische Abweichung von einem Durchschnittsschauer einer bestimmten Primärenergie und Masse berechnet. Hierzu können zwei und mehrere Schauerparameter verwendet werden.

Eine anspruchsvollere Methode für den Fall, daß mehrere Parameter gleichzeitig gemessen werden können, stellt die 'principal component analysis' dar. Hier versucht man die Anzahl der gemessenen Parameter auf eine möglichst geringe Anzahl von Hauptkomponenten zu reduzieren, in denen dennoch nahezu die gesamte Information des Systems, in diesem Fall des Schauers, enthalten ist.

6.1 Konventionelle Methode

Die übliche Methode zur Unterscheidung primärer Teilchen mit verschiedenen Massenzahlen A beruht auf dem Verhältnis von Myon- zu Elektronzahl N_μ / N_e . Hierbei werden die Schauer aber meistens nach ihrer Elektronenzahl N_e klassifiziert. Dies hat den entscheidenden Nachteil, daß man bei gleicher Elektronenzahl Protonenschauer mit Eisen-schauer der doppelten Energie vergleicht (s. Abschnitt 4.3). Dadurch wird es sehr schwierig, Aussagen über die relative Häufigkeit von schweren Kernen abzuleiten, da diese aufgrund des primären Energiespektrums ($dI \sim E_0^{-2.7} dE_0$) bei gleichem N_e um einen Faktor 6-7 unterdrückt sind. Zur Bestimmung der chemischen Zusammensetzung ist daher eine Klassifikation der Schauer nach ihrer Primärenergie besser geeignet.

6.1.1 Bestimmung der Primärenergie

J.N. Capdevielle schlug zur Abschätzung der Primärenergie die Beziehung

$$E_0 = N_e \cdot \left\{ a \ln \frac{N_\mu}{N_e} + b \right\}$$

vor, wobei a und b als freie Parameter aus einem Fit an 10 000 simulierte Schauer gewonnen wurden [54]. D.h. man geht hier von $E_0 \sim N_e$ aus und modifiziert dies durch das N_μ / N_e - Verhältnis, um E_0 unabhängig von der Massenzahl A bestimmen zu können.

Diese Formel wurde für ein Beobachtungsniveau von 700 g/cm^2 (d.h. $\approx 3000 \text{ m}$ ü. NN) verwendet, sie sollte aber auch auf Meereshöhe anwendbar sein [55]. Durch einen Fit an insgesamt 4200 mit CORSIKA generierte p-, O- und Fe-Schauer im Energiebereich von $5 \times 10^{14} \text{ eV} \leq E_0 \leq 4 \times 10^{15} \text{ eV}$ erhält man für die beiden Parameter:

$$a = 5.23 \quad , \quad b = 21.2$$

Die sich daraus ergebenden Energieauflösungen sind in Tabelle 12 zusammengefaßt. Angegeben sind dabei für jeweils 200 Schauer die Mittelwerte \bar{R} und die Standardabweichungen $\sigma(R)$ der Verteilungen von

$$R = \frac{E_{rek} - E_0}{E_0}$$

mit

E_{rek} *rekonstruierte Primärenergie*

E_0 *wahre Primärenergie*

E_0 [10^{15} eV]	Protonen	Sauerstoff	Eisen
0.50	0.02 ± 0.29	-0.12 ± 0.20	-0.31 ± 0.10
0.71	0.01 ± 0.29	-0.07 ± 0.19	-0.28 ± 0.11
1.00	0.03 ± 0.27	-0.03 ± 0.20	-0.23 ± 0.11
1.41	-0.01 ± 0.25	0.00 ± 0.18	-0.16 ± 0.10
2.00	0.00 ± 0.33	0.04 ± 0.17	-0.12 ± 0.11
2.83	-0.03 ± 0.30	0.08 ± 0.14	-0.07 ± 0.12
4.00	-0.01 ± 0.35	0.12 ± 0.15	-0.03 ± 0.11

Tabelle 12. Energiebestimmung nach Capdevielle. Angegeben sind die Mittelwerte und Standardabweichungen der Verteilungen von $R = (E_{rek} - E_0) / E_0$ für jeweils 200 Schauer.

Bei den Protonenschauern wird die Primärenergie bei einer Energieauflösung von ungefähr 30% im Mittel sehr gut rekonstruiert. Die statistischen Fehler der Mittelwerte betragen dabei jeweils etwa 2%. Bei den Eisenschauern erkennt man dagegen eine systematische Verschiebung zu kleineren Werten von E_{rek} . Dieser Effekt hängt zudem stark von der Energie ab, bei $E_0 = 5 \times 10^{14}$ eV beträgt er ca. 30%, bei $E_0 = 4 \times 10^{15}$ eV nur noch 3%. Bei den Sauerstoffschaubern ist ebenfalls eine energieabhängige systematische Verschiebung zwischen -12% bei $E_0 = 5 \times 10^{14}$ eV und $+12\%$ bei $E_0 = 4 \times 10^{15}$ eV zu beobachten. Die Verteilungen sind bei den schweren Kernen mit ca. 10% für Fe und 15 – 20% für O aufgrund ihrer geringeren intrinsischen Fluktuationen deutlich schmäler als bei Protonen.

Die Ursache für diese systematischen Verschiebungen bei der Rekonstruktion der Primärenergie läßt sich auf die Annahme $E_0 \sim N_e$ zurückführen. Wie in Abschnitt 4.3 gezeigt wurde, liefert CORSIKA stattdessen auf Meereshöhe für alle Teilchensorten einen Zusammenhang von ungefähr

$$N_e \sim E_0^{1.3}$$

Da sich für die Myonzahl ebenfalls ein Potenzgesetz

$$N_\mu \sim E_0^{0.95},$$

ergibt, bietet sich zur Bestimmung der Primärenergie folgender Ansatz an:

$$\log E_0 [\text{GeV}] = A \log N_\mu + B \log N_e + C$$

Ein Fit an 4200 Schauer liefert:

$$A = 0.85 \quad , \quad B = 0.15 \quad , \quad C = 1.83$$

Aufgrund des sich zufällig ergebenden Zusammenhangs von $A + B = 1$ kann $\log E_0$ geschrieben werden als:

$$\log E_0 [\text{GeV}] = \log N_\mu + B \log \left(\frac{N_e}{N_\mu} \right) + C$$

oder

$$E_0 \sim N_\mu \cdot \left(\frac{N_e}{N_\mu} \right)^B$$

Daraus ergibt sich, daß die Myonzahl der wichtigere Indikator für die Primärenergie ist. Die Modifikation durch das N_e / N_μ - Verhältnis ermöglicht eine von der Masse des Primärteilchen unabhängige Energiebestimmung.

Mit den ermittelten Werten für A, B und C ergeben sich bei der Energiebestimmung die in Tabelle 13 dargestellten Ergebnisse. Bei Protonenschauern erhält man für E_{rek} durchschnittlich um 6.5% zu kleine Werte, während die Energie von Sauerstoff- und Eisen-schauern im Mittel auf 1-2% genau rekonstruiert werden kann. Die statistischen Fehler der Mittelwerte liegen für p-Schauer bei etwa 1.5%, für Fe- und O-Schauer bei 1%. Somit deutet sich bei den p-Schauern eine Abhängigkeit von \bar{R} von der Primärenergie an. Die Energieauflösung beträgt bei Protonen ca. 20%, bei schweren Kernen ca. 10%. Der statistische Fehler von $\sigma(R)$ ist dabei kleiner als 1%, so daß eine signifikante Verbesserung der Energieauflösung mit zunehmender Energie erkennbar ist. Mit diesem Ansatz erhält man eine deutliche Verbesserung der Energiebestimmung gegenüber der Annahme $E_0 \sim N_e$.

$E_0 [10^{15} \text{ eV}]$	Protonen	Sauerstoff	Eisen
0.50	-0.03 ± 0.24	0.01 ± 0.15	-0.03 ± 0.10
0.71	-0.06 ± 0.24	0.02 ± 0.14	-0.04 ± 0.10
1.00	-0.05 ± 0.22	0.02 ± 0.15	-0.03 ± 0.10
1.41	-0.08 ± 0.21	0.00 ± 0.12	-0.01 ± 0.08
2.00	-0.06 ± 0.20	0.01 ± 0.12	-0.02 ± 0.09
2.83	-0.08 ± 0.20	0.01 ± 0.10	-0.01 ± 0.09
4.00	-0.09 ± 0.18	0.01 ± 0.11	-0.02 ± 0.08

Tabelle 13. Energiebestimmung durch $\log N_e$ und $\log N_\mu$. Angegeben sind die Mittelwerte und Standardabweichungen der Verteilungen von $R = (E_{rek} - E_0) / E_0$ für jeweils 200 Schauer.

Die bisherigen Aussagen gelten jeweils für Schauer mit fester Primärenergie. Um aber aus der rekonstruierten Energie E_{rek} auf E_0 schließen zu können, ist es unbedingt erforderlich, das primäre Energiespektrum der kosmischen Strahlung zu berücksichtigen. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein bestimmtes E_{rek} von der wahren Primärenergie E_0

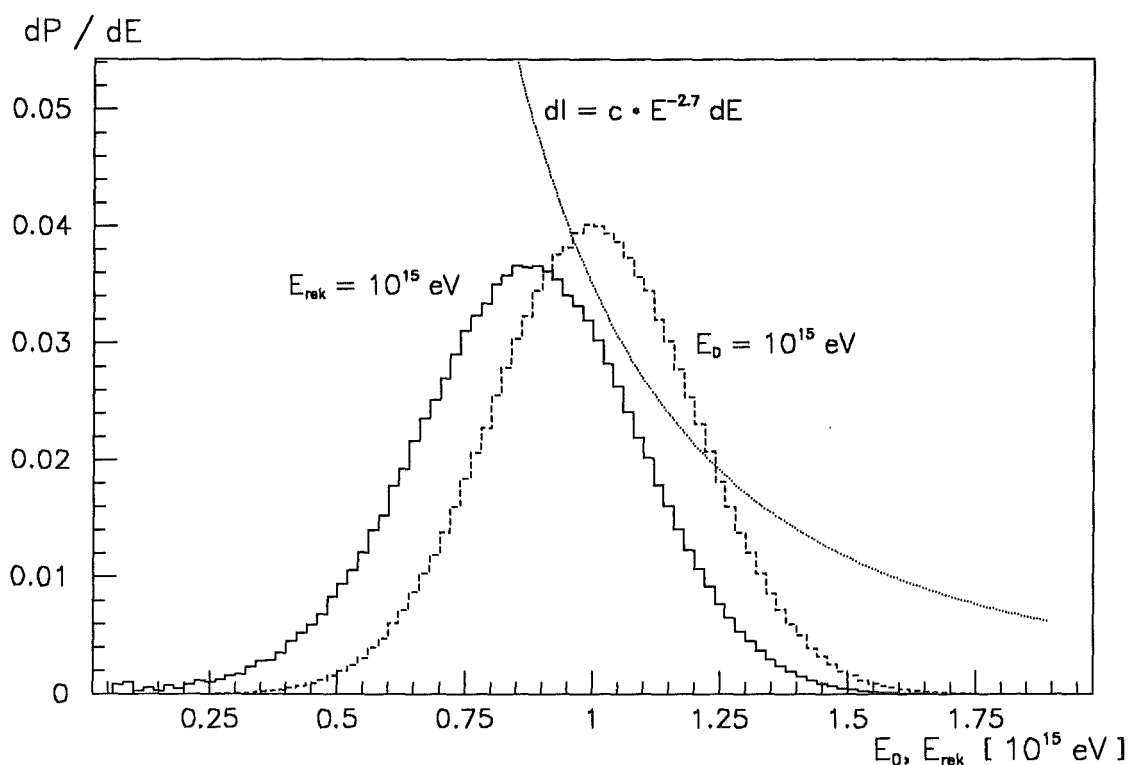


Abbildung 35. Einfluß des primären Spektrums auf die Energiebestimmung. Die gestrichelte Kurve zeigt die als gaußförmig angenommene Verteilung von E_{rek} für $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$. Durch Faltung aller E_{rek} - Verteilungen mit dem primären Energiespektrum (gepunktete Linie) erhält man für ein festes $E_{rek} = 10^{15} \text{ eV}$ die in der durchgezogenen Kurve dargestellte Verteilung von E_0 .

stammt, ergibt sich aus der Wahrscheinlichkeit, E_0 im primären Spektrum zu finden, und der Wahrscheinlichkeit, daß E_0 dieses E_{rek} liefert. Ein steil abfallendes Energiespektrum führt dabei aufgrund der endlichen Energieauflösung zu einer systematischen Verschiebung zu kleineren Werten von E_{rek} . Dieser Effekt läßt sich analytisch abschätzen und soll anhand von Abbildung 35 verdeutlicht werden. Geht man für jeweils konstantes E_0 von normierten gaußförmigen Verteilungen in E_{rek} bei einer Energieauflösung von 20% aus (gestrichelte Kurve für $E_0 = 10^{15}$ eV), so erhält man durch Faltung mit dem primären Energiespektrum (gepunktete Linie, $dI = c E^{-2.7} dE$, wobei c willkürlich gewählt wurde) die Verteilung der Primärenergien, die zu einem festen E_{rek} beitragen (durchgezogene Kurve für $E_{rek} = 10^{15}$ eV). Man erkennt, daß bei einer angenommenen Energieauflösung von 20% die rekonstruierte Energie E_{rek} am wahrscheinlichsten von einer um ca. 13% kleineren Primärenergie E_0 stammt. Bei gaußförmigen Verteilungen hängt dieser Effekt quadratisch von ihrer Breite ab, so daß man für eine Energieauflösung von 10% eine entsprechende Verschiebung um 3% erwartet.

Der Einfluß des primären Energiespektrums auf die Bestimmung von E_0 wird für simulierte Schauer in Tabelle 14 aufgezeigt. Hierzu werden zunächst noch einmal die Mittelwerte und Standardabweichungen von R für diskrete Primärenergien angegeben, wobei über die Werte aus Tabelle 13 gemittelt wurde. Verglichen werden diese mit den 4660 Schauern, deren Energien nach einem kontinuierlichen Spektrum im Bereich von 5×10^{14} eV $\leq E_0 \leq 5 \times 10^{16}$ eV mit einem differentiellen Spektralindex von $\gamma = -2.7$ gewürfelt wurden, wobei ein Schnitt auf die rekonstruierte Energie von $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV durchgeführt wurde. Dies führt zwar zu einer drastischen Reduzierung der insgesamt 4660 Schauer um mehr als 70% auf ca. 750 p- sowie jeweils ungefähr 300 O- und Fe-Schauer, dadurch kann aber sichergestellt werden, daß nur ein geringer Teil ($< 0.1\%$) der Schauer mit $E_0 < 5 \times 10^{14}$ eV den Schnitt überleben würden.

Man erkennt, daß das primäre Energiespektrum bei Protonenschauern wie erwartet zu einer systematischen Verschiebung von ca. 10% zu höheren Werten von E_{rek} führt, so daß nun die Energie der Protonen im Mittel als etwas zu groß bestimmt wird. Ein entsprechender Effekt tritt auch bei O- und Fe-Schauern auf, ist aber aufgrund der besseren Energieauflösung erwartungsgemäß deutlich kleiner. Die Breite der Verteilungen, d.h. die Energieauflösung wird dagegen durch das primäre Energiespektrum kaum beeinflusst.

Diese Ergebnisse gelten nur für den Fall, daß N_e und N_μ exakt bestimmt werden können. Berücksichtigt man, daß mit KASCADE die Elektronenzahl auf ungefähr 10% und die Myonzahl auf 20% genau bestimmt werden kann (vgl. Abschnitt 2.3), ergibt sich eine Verschlechterung der Energieauflösung um ca. 8%. Daraus resultiert eine Vergrößerung der systematischen Verschiebung um etwa 5%. Die entsprechenden Ergebnisse sind ebenfalls in Tabelle 14 angegeben und für p- und Fe-induzierte Schauer in Abbildung 36 graphisch dargestellt.

	Protonen	Sauerstoff	Eisen
diskrete Primärenergien	-0.07 ± 0.21	0.01 ± 0.13	-0.02 ± 0.09
kontinuierliches Energiespektrum	0.04 ± 0.22	0.04 ± 0.14	-0.01 ± 0.09
Energiespektrum und Detektor	0.09 ± 0.29	0.10 ± 0.25	0.04 ± 0.18

Tabelle 14. Einfluß des primären Spektrums auf die Energiebestimmung. Angegeben sind die Mittelwerte und Standardabweichungen der Verteilungen von $R = (E_{rek} - E_0) / E_0$ für Schauer mit diskreten Primärenergien sowie für Schauer eines kontinuierlichen Energiespektrums ($\gamma = -2.7$) unter der Bedingung $E_{rek} \geq 10^{16}$ eV. In der letzten Zeile wurde zusätzlich die endliche Auflösung des KASCADE Detektors berücksichtigt.

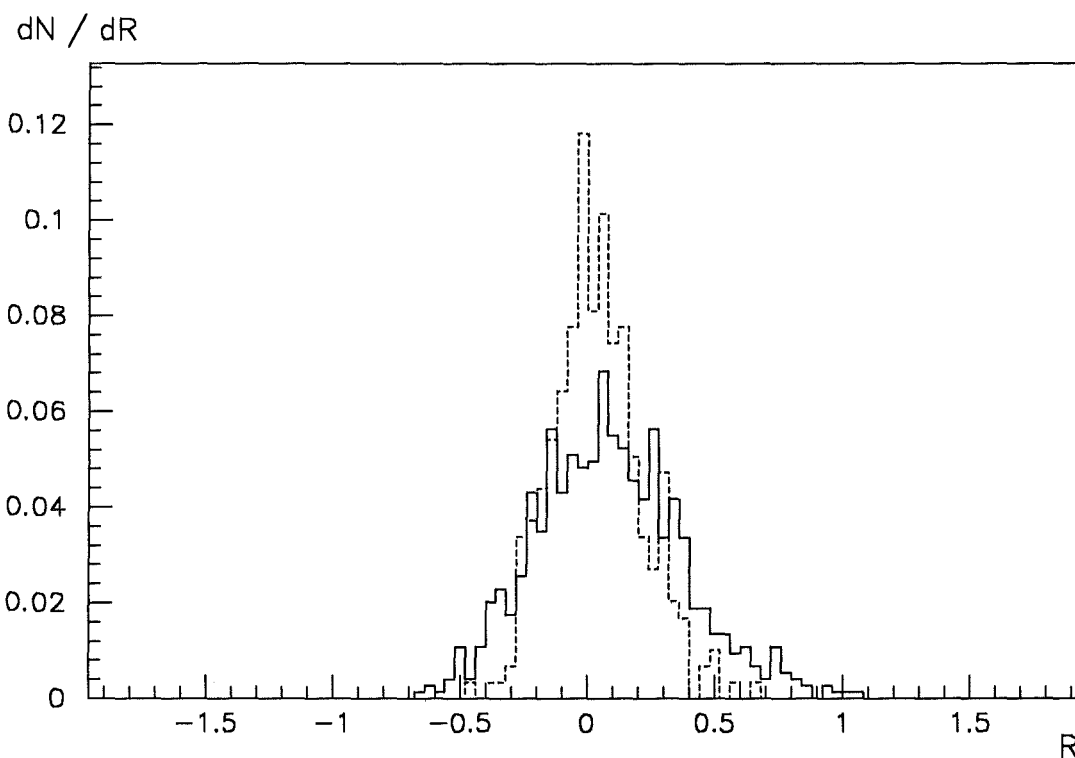


Abbildung 36. Energiebestimmung durch $\log N_\mu$ und $\log N_e$. Dargestellt sind die auf die Anzahl der Schauer normierten Verteilungen von $R = (E_{rek} - E_0) / E_0$ für 750 p-induzierte (durchgezogene Kurve) und 300 Fe-induzierte Schauer (gestrichelte Kurve) mit $E_{rek} \geq 10^{16}$ eV unter Berücksichtigung des primären Energiespektrums und der Auflösung des KASCADE Detektors.

6.1.2 Bestimmung der chemischen Zusammensetzung

Da sich sowohl die Elektronenzahl als auch die Myonzahl als Funktion der Primärenergie in folgender Weise

$$\log N_{e,\mu} = m \log E_0 + c$$

parametrisieren lassen, kann unter Eliminierung der Energie für die verschiedenen Primärteilchen $\log N_\mu$ als lineare Funktion von $\log N_e$ dargestellt werden. Unter Verwendung der in Abschnitt 4.4 angegebenen Parametrisierungen ergeben sich im Energiebereich von $5 \times 10^{14} \text{ eV} \leq E_0 \leq 4 \times 10^{15} \text{ eV}$ folgende Zusammenhänge:

$$p : \quad \log N_\mu = 0.75 \log N_e + 0.11$$

$$O : \quad \log N_\mu = 0.74 \log N_e + 0.41$$

$$Fe : \quad \log N_\mu = 0.73 \log N_e + 0.62$$

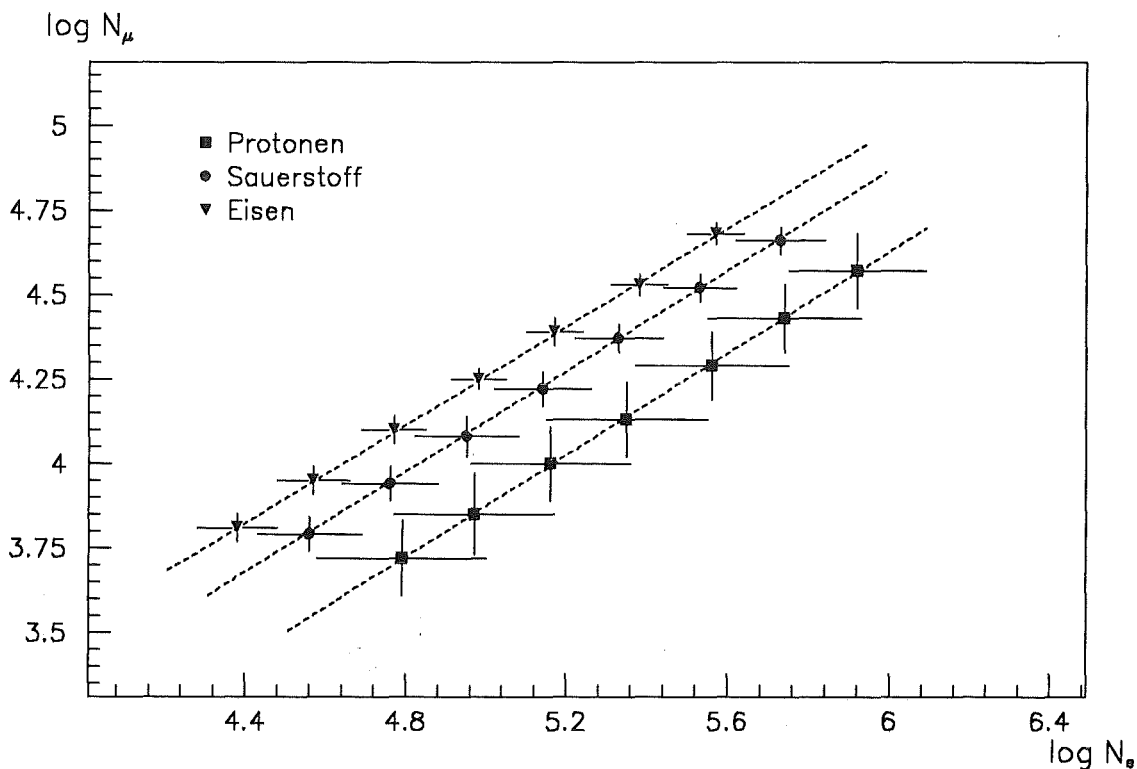


Abbildung 37. Myonzahl als Funktion der Elektronenzahl. Dargestellt sind die Mittelwerte und Standardabweichungen für jeweils 200 p-, O- und Fe-induzierte Schauer bei diskreten Primärenergien im Energiebereich von $5 \times 10^{14} \text{ eV} \leq E_0 \leq 4 \times 10^{15} \text{ eV}$. Die gestrichelten Linien verdeutlichen den linearen Zusammenhang zwischen $\log N_\mu$ und $\log N_e$.

Abbildung 37 zeigt für die verschiedenen Primärteilchen den linearen Zusammenhang zwischen $\log N_\mu$ und $\log N_e$. Dargestellt sind dabei die Mittelwerte und Standardabweichungen für jeweils 200 Schauer bei diskreten Primärenergien. Die gestrichelten Linien entsprechen den oben angegebenen Geradengleichungen.

Da diese nahezu parallel verlaufen, ergibt die Projektion entlang der Geraden eine von der Primärenergie unabhängige Massentrennung. Definiert man dementsprechend einen Parameter

$$\eta = \log N_\mu - 0.74 \log N_e ,$$

so kann dieser als Indikator für die Masse des Primärteilchens angesehen werden. Berücksichtigt man das primäre Energiespektrum und führt wiederum einen Schnitt auf die rekonstruierte Energie von $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV durch, ergeben sich für die verschiedenen Primärteilchen die in Tabelle 15 angegebenen Mittelwerte und Standardabweichungen des Parameters η .

	Protonen	Sauerstoff	Eisen
ohne Detektorauflösung	0.17 ± 0.12	0.41 ± 0.06	0.55 ± 0.03
mit Detektorauflösung	0.19 ± 0.15	0.43 ± 0.11	0.57 ± 0.09

Tabelle 15. Massentrennung unter Berücksichtigung des primären Energiespektrums. Angegeben sind für Schauer mit $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV die Mittelwerte und Standardabweichungen des Parameters $\eta = \log N_\mu - 0.74 \log N_e$.

Die begrenzte Auflösung des KASCADE Detektors führt bei den primären Kernen zu einer deutlichen Verbreiterung der Verteilungen. Dies läßt sich auf die relativ schlechte Genauigkeit von 20% bei der Bestimmung der Myonzahl zurückführen, die bei O- und Fe-Schauern deutlich höher liegt als die entsprechenden intrinsischen Fluktuationen von ca. 10%. Bei den Protonenschauern liegt die intrinsische Fluktuation von N_μ dagegen im Bereich von 25-30%, so daß hier die Auflösung des Detektors keine so große Rolle spielt.

Bei der Massentrennung sind die relativen Häufigkeiten der verschiedenen Primärteilchen zu berücksichtigen. Durch Extrapolation der gemessenen Häufigkeiten bei niedrigeren Energien (vgl. Abschnitt 2.1.2) erhält man bei $E_0 \approx 10^{15}$ eV für die drei Hauptgruppen, bzw. deren Repräsentanten p, O und Fe, ein Verhältnis von etwa:

$$p : O : Fe \approx 6 : 1 : 1.75$$

Skaliert man entsprechend die Sauerstoff- und Eisenschauer relativ zu den Protonenschauern, so erhält man die in den Abbildungen 38 und 39 dargestellten Verteilungen

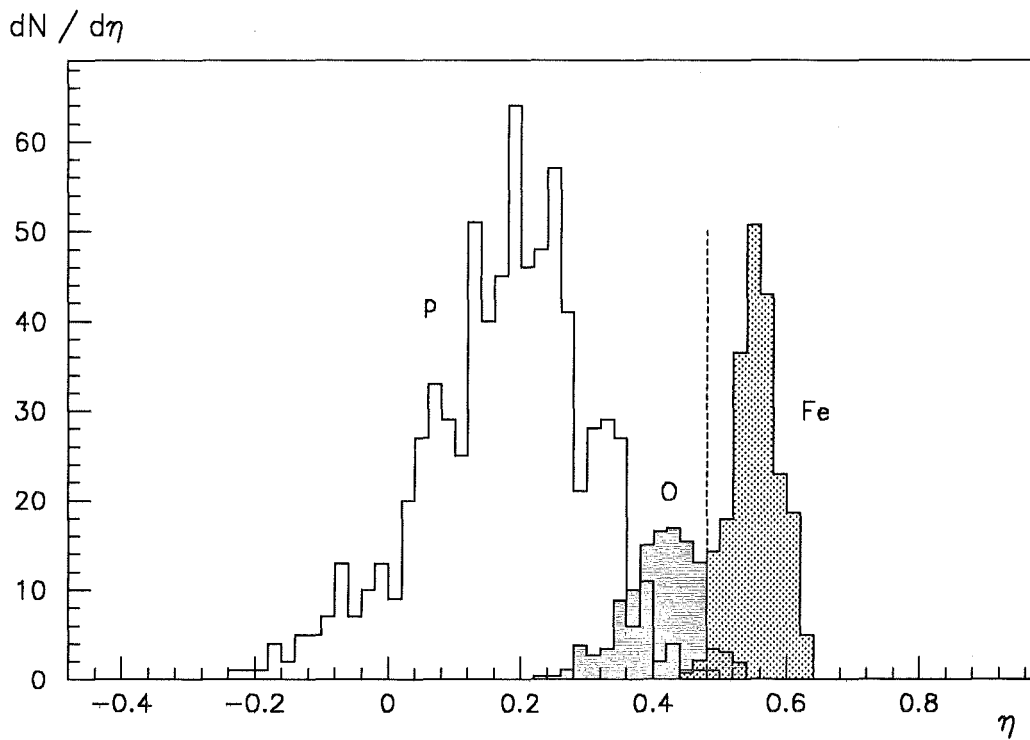


Abbildung 38. Massenbestimmung durch $\log N_\mu$ und $\log N_e$. Das primäre Energiespektrum und die relativen Häufigkeiten wurden berücksichtigt.

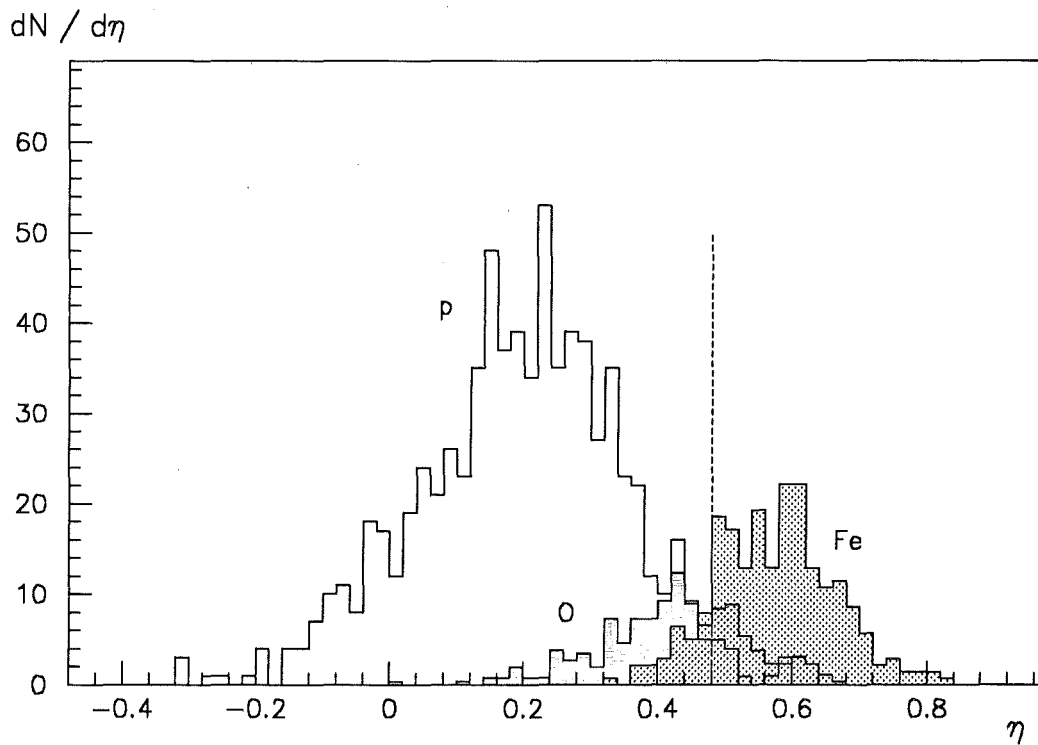


Abbildung 39. Massenbestimmung durch $\log N_\mu$ und $\log N_e$ (KASCADE). Das primäre Energiespektrum und die relativen Häufigkeiten wurden berücksichtigt.

von η . Durch einen Schnitt auf $\eta \geq 0.48$ können die Eisenschauer angereichert werden. Der Schnitt wurde dabei so gewählt, daß die Summe aus dem Untergrundsignal und dem verlorengegangenen Eisensignal minimal wird. Ohne den Detektor zu berücksichtigen, erhält man (Abb. 38):

$$\varepsilon_{Fe} = 99 \pm 1 \% \quad , \quad B = 4 \pm 1 \%$$

Unter Berücksichtigung der Detektorauflösung ergibt sich (Abb. 39):

$$\varepsilon_{Fe} = 87 \pm 2 \% \quad , \quad B = 22 \pm 2 \%$$

Dabei entspricht ε_{Fe} dem relativen Anteil der Eisenschauer, die den Schnitt überleben, und B dem Untergrund an Proton- und Sauerstoffschauern, bezogen auf alle oberhalb des Schnittes liegenden Schauer. Die angegebenen Fehler wurden unter Anwendung der Binomialstatistik ermittelt.

Aus der endlichen Auflösung von KASCADE resultiert zwar eine Beeinträchtigung der Massentrennung, der Eisenanteil der kosmischen Strahlung läßt sich aber dennoch bei einem Verhältnis von Signal zu Untergrund von

$$S/B = 3.5 \pm 0.4$$

sehr gut separieren.

Bei einem Eisenanteil am Gesamtspektrum von nur 10% erhöht sich bei gleichbleibender Effizienz von 87% der Untergrund auf $B = 36 \pm 4\%$. Daraus ergibt sich

$$S/B = 1.8 \pm 0.3$$

Eine Separation von Eisen wäre demnach auch bei einem geringeren Fe-Anteil als erwartet möglich.

Führt man entsprechende Untersuchungen bei einem Schnitt auf die rekonstruierte Energie von $E_{rek} \geq 2 \times 10^{15}$ eV durch, so deutet sich eine geringfügige Verbesserung der Energieauflösung an. Bei der Massentrennung erhält man allerdings sowohl mit als auch ohne Berücksichtigung des Detektors statistisch gleiche Ergebnisse wie für $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV.

6.2 Die Kovarianzmethode

6.2.1 Methode

Die Kovarianzmethode ist ein mehrdimensionaler Vergleich von Kandidatenschauern mit Mustern verschiedener Primärenergien und Massen. Hierzu werden zunächst für p-, O- und Fe-induzierte Schauer bei 7 diskreten Energien im Bereich von $5 \times 10^{14} \text{ eV} \leq E_0 \leq 4 \times 10^{15} \text{ eV}$ aus den simulierten Verteilungen der verschiedenen Schauerparameter die Kovarianzmatrizen \mathbf{C} berechnet. Die einzelnen Matrixelemente sind dabei definiert als:

$$c_{jk} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_{ij} - \bar{x}_j) (x_{ik} - \bar{x}_k)$$

$$j, k = 1, 2 \dots N_{SP}$$

mit

- N Anzahl der simulierten Musterschauer
- x_{ij} Schauerparameter j des i -ten Musterschauers
- \bar{x}_j Erwartungswert des Schauerparameters j
- N_{SP} Anzahl der verwendeten Schauerparameter

In der durchgeführten Analyse betrug die Anzahl der Musterschauer pro Matrix jeweils $N = 200$, die Anzahl der Schauerparameter wurde zwischen $N_{SP} = 2$ und $N_{SP} = 5$ variiert.

In den Hauptdiagonalen der Kovarianzmatrizen stehen somit die Varianzen der Schauerparameter bei der jeweiligen Energie und Masse des Primärteilchens, während die übrigen Matrixelemente Kovarianzen genannt werden und ein Maß für die Korrelationen zwischen den einzelnen Schauerparametern darstellen.

Um den Kandidatenschauern ein "kontinuierliches Spektrum" an Mustermatrizen anbieten zu können, wurden zwischen zwei Energiepunkten durch lineare Interpolation (d.h. logarithmisch in E_0) weitere Kovarianzmatrizen und Mittelwerte erzeugt, wobei die Differenz zwischen zwei benachbarten Matrizen kleiner als die zu erwartende Energieauflösung gewählt wurde.

Der Vergleich zwischen Kandidat und Muster erfolgt dann durch Berechnung der mittleren quadratischen Abweichung χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{j,k=1}^{N_{SP}} (x_{ij} - \bar{x}_j) c_{jk}^{-1} (x_{ik} - \bar{x}_k)$$

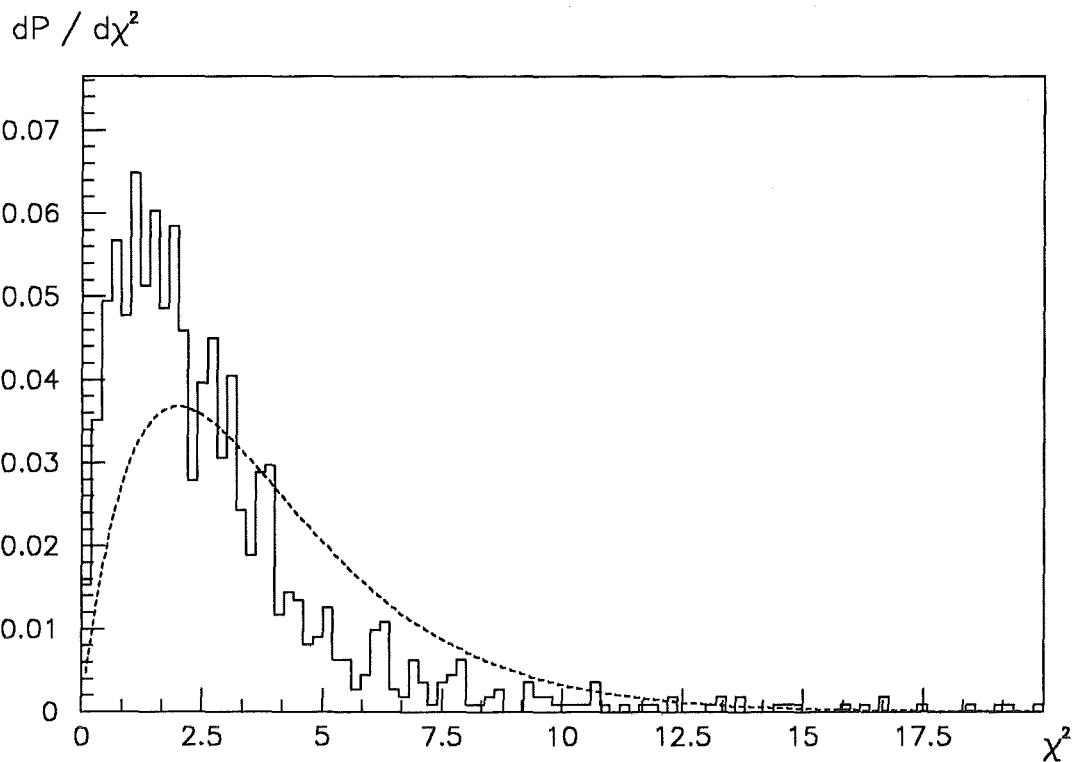


Abbildung 40. χ^2 -Verteilung: Kovarianzmethode mit 5 Parametern.

wobei c_{jk}^{-1} die Elemente der inversen Kovarianzmatrix \mathbf{C}^{-1} bedeuten.

Bei der Anwendung der Kovarianzmethode auf experimentelle Daten vergleicht man gemessene Kandidatenschauer mit aus der Simulation gewonnenen Mustermatrizen, wobei die zur χ^2 -Berechnung erforderlichen Mittelwerte ebenfalls aus der Simulation ermittelt werden müssen.

In der durchgeführten Analyse wurden dagegen die Kandidaten mit demselben Simulationsprogramm generiert wie die Mustermatrizen. Als Kandidatenschauer wurden dabei sowohl Schauer mit diskreten Primärenergien als auch Schauer, deren Energie nach einem kontinuierliches Energiespektrum mit Spektralindex $\gamma = -2.7$ gewürfelt wurde, verwendet.

Für diese Kandidaten wird nun Energie und Masse so gewählt, daß das zugehörige χ^2 minimal wird. Abbildung 40 zeigt am Beispiel einer Kovarianzmatrix mit 5 verwendeten Parametern ($\log N_e$, s , $\log N_\mu$, $\log E_{\text{sum}}^{2m}$, $\log E_{\text{sum}}^{5m}$) die normierte χ^2 -Verteilung (Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion) derjenigen Kandidatenschauer, deren Primärenergie zu $10^{15} \text{ eV} \leq E_{\text{rek}} \leq 2 \times 10^{15} \text{ eV}$ rekonstruiert wurde. Die gestrichelte Linie zeigt die theoretische χ^2 -Verteilung, die durch

$$f(\chi^2) = \frac{1}{2^{n/2} \Gamma(n/2)} \cdot \chi^{2 \cdot n/2 - 1} \cdot e^{-\chi^2/2}$$

gegeben ist, wobei n die Anzahl der Freiheitsgrade ($= N_{sp}$) angibt. Diese Verteilung würde man erhalten, wenn man die Kandidatenschauer nur mit der zu ihrer Energie und Masse gehörenden Kovarianzmatrix vergleichen würde. Man erkennt, daß die tatsächliche Verteilung deutlich schmäler und zu kleineren χ^2 - Werten verschoben ist. Dies bedeutet, daß es zu einem Kandidaten der Energie E_0 und der Masse A meistens eine Matrix mit E_0' bzw. A' gibt, die besser zu ihm paßt als die Matrix mit E_0 und A . In dieser Tatsache spiegelt sich die endliche Energie- und Massenauflösung wider.

6.2.2 Energieauflösung und Teilchenidentifikation

Abbildung 41 zeigt die Verteilungen der Größe $R = (E_{rek} - E_0)/E_0$ (vgl. Abschnitt 6.1), wobei E_{rek} jetzt mit Hilfe der Kovarianzmethode bestimmt wurde, für p-induzierte (linkes Bild) sowie Fe-induzierte Schauer (rechtes Bild) unter Verwendung der beiden Parameter $\log N_e$ und $\log N_\mu$. Verwendet wurden dabei jeweils 200 Kandidatenschauer mit fester Primärenergie von $E_0 = 10^{15}$ eV (durchgezogene Linien) bzw. $E_0 = 2 \times 10^{15}$ eV (gestrichelte Linien). Da die Mittelwerte der Verteilungen nicht signifikant von Null verschieden sind, erhält man keine Verzerrung in der rekonstruierten Energie durch die Tatsache, daß die dargestellten p- und Fe-Schauer teilweise fehlerrekonstruiert wurden. Die Energieauflösung beträgt bei Protonen ca. 25%, bei den Eisenkernen ergibt sich aufgrund ihrer wesentlich geringeren intrinsischen Fluktuationen erwartungsgemäß ein deutlich kleinerer Wert von ungefähr 10%.

In Tabelle 16 sind die entsprechenden Ergebnisse für p-, O- und Fe-Schauer unter Verwendung von verschiedenen Sätzen von Parametern zusammengestellt. Da sich die Energieauflösung in dem betrachteten Energiebereich praktisch nicht ändert, wurden jeweils 200 Schauer von $E_0 = 10^{15}$ eV, $E_0 = 1.41 \times 10^{15}$ eV und $E_0 = 2 \times 10^{15}$ eV zusammengefaßt. Man erkennt, daß sich durch die Hinzunahme weiterer Parameter die Energieauflösung bei den Protonen nur unwesentlich verbessern läßt, während sie bei Eisen- und Sauerstoffkernen gleich bleibt. Die statistischen Fehler der $\sigma(R)$ sind dabei kleiner als 0.01. Beachtenswert ist dagegen die sich kaum verschlechternde Energieauflösung, wenn man auf die Elektronen- oder auf die Myonkomponente des Schauers verzichtet.

Parameter	Protonen	Sauerstoff	Eisen
$N_e N_\mu$	0.03 ± 0.25	0.01 ± 0.14	0.02 ± 0.09
$N_e N_\mu s$	0.02 ± 0.23	0.00 ± 0.15	0.01 ± 0.09
$N_e N_\mu E_{sum}^{2m} E_{sum}^{5m}$	-0.01 ± 0.23	-0.01 ± 0.14	0.01 ± 0.09
$N_e N_\mu s E_{sum}^{2m} E_{sum}^{5m}$	0.01 ± 0.22	0.01 ± 0.14	0.01 ± 0.10
$N_\mu E_{sum}^{2m} E_{sum}^{5m}$	-0.05 ± 0.24	0.00 ± 0.18	0.03 ± 0.10
$N_e s E_{sum}^{2m} E_{sum}^{5m}$	0.00 ± 0.23	-0.04 ± 0.17	-0.01 ± 0.12

Tabelle 16. Energieauflösung unter Verwendung verschiedener Parameterkombinationen. Angegeben sind die Mittelwerte und Standardabweichungen der Verteilungen von $R = (E_{rek} - E_0) / E_0$ für jeweils 600 Schauer mit $E_0 = 10^{15} - 2 \times 10^{15}$ eV.

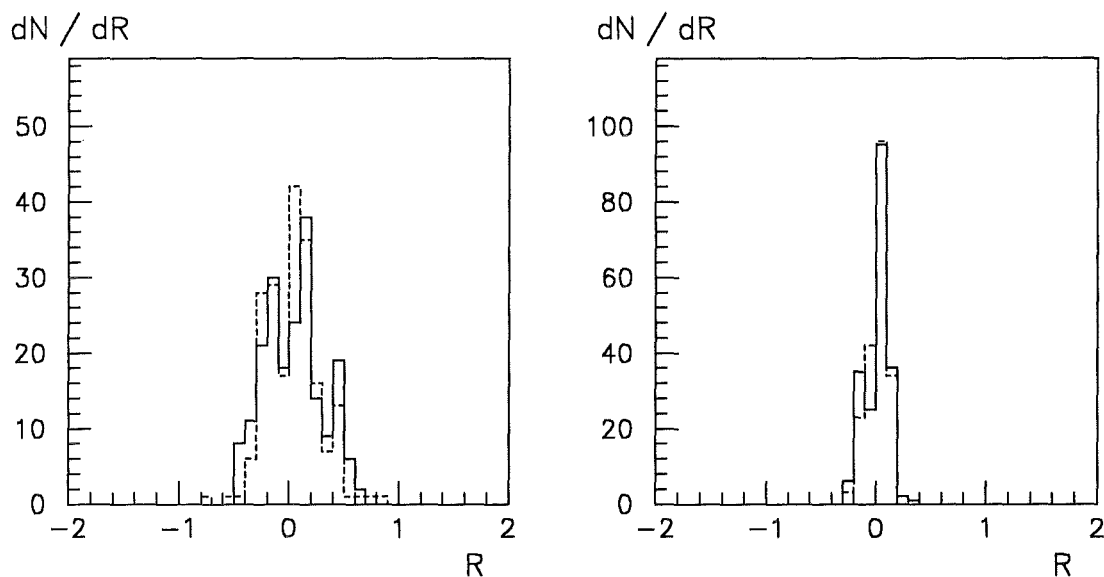


Abbildung 41. Energieauflösung bei fester Primärenergie. Dargestellt sind die Verteilungen von $R = (E_{rek} - E_0) / E_0$ für p-induzierte (linkes Bild) und Fe-induzierte Schauer (rechtes Bild) mit $E_0 = 10^{15}$ eV (durchgezogene Linien) bzw. $E_0 = 2 \times 10^{15}$ eV (gestrichelte Linien) unter Verwendung von $\log N_e$ und $\log N_\mu$ für jeweils 200 Schauer.

Wie in Abschnitt 6.1.1 verdeutlicht wurde, wird die Rekonstruktion der Primärenergie durch das steil abfallende Energiespektrum der kosmischen Strahlung beeinflusst. In Tabelle 17 sind für Kandidatenschauer mit gewürfelten Energiespektrum die Mittelwerte und Standardabweichungen von $R = (E_{rek} - E_0) / E_0$ zusammengestellt. Dabei wurde ein Schnitt auf die rekonstruierte Energie von $10^{15} \text{ eV} \leq E_{rek} \leq 2 \times 10^{15} \text{ eV}$ durchgeführt.

Parameter	Protonen	Sauerstoff	Eisen
$N_e N_\mu$	0.16 ± 0.26	0.08 ± 0.19	0.02 ± 0.10
$N_e N_\mu s E_{sum}^{2m} E_{sum}^{5m}$	0.10 ± 0.24	0.07 ± 0.21	0.00 ± 0.10
$N_\mu E_{sum}^{2m}, E_{sum}^{5m}$	0.07 ± 0.24	0.11 ± 0.21	0.02 ± 0.11
$N_e s E_{sum}^{2m} E_{sum}^{5m}$	0.11 ± 0.26	0.06 ± 0.20	-0.02 ± 0.13

Tabelle 17. Einfluß des Energiespektrums auf die Energiebestimmung. Angegeben sind die Mittelwerte und Standardabweichungen der Verteilungen von $R = (E_{rek} - E_0) / E_0$ für ca. 650 p-induzierte Schauer sowie jeweils ca. 250 O- und Fe-Schauer mit $10^{15} \text{ eV} \leq E_{rek} \leq 2 \times 10^{15} \text{ eV}$.

Auch unter Anwendung der Kovarianzmethode ergibt sich durch das primäre Energiespektrum die erwartete systematische Verschiebung der Mittelwerte zu höheren Werten von E_{rek} , während die Breite der Verteilungen kaum beeinflusst wird. Da dieser Effekt von der Energieauflösung abhängt, ergibt sich bei p-induzierten Schauern eine Verschiebung der Mittelwerte von durchschnittlich 12%, bei Sauerstoffschauern von 8% und bei

Eisenschauer von 1%. Die statistischen Fehler der Mittelwerte liegen dabei im Bereich von 0.01.

Bei der Teilchenidentifikation zeigt sich in dem betrachteten Energiebereich keine Abhängigkeit von der Primärenergie und somit auch kein Einfluß des Energiespektrums. In Tabelle 18 sind für dieselben Schauer wie in Tabelle 17 die Identifikationswahrscheinlichkeiten zusammengefaßt. Auch hier bringt die Verwendung von 5 Parametern keine Verbesserung gegenüber der Verwendung von 2 Parametern. Verzichtet man aber auf die Elektron- oder Myonkomponente des Schauer, so ergeben sich deutlich schlechtere Werte, insbesondere die Sauerstoffschauer werden nur noch ungefähr zur Hälfte richtig erkannt. Die sich aus der Binomialstatistik ergebenden Fehler für die Identifikationswahrscheinlichkeiten betragen bei den Protonen jeweils 1% und bei Sauerstoff und Eisen 2 – 3%.

Parameter	Protonen	Sauerstoff	Eisen
$N_e N_\mu$	96	80	88
$N_e N_\mu s E_{sum}^{2m} E_{sum}^{5m}$	96	72	93
$N_\mu E_{sum}^{2m} E_{sum}^{5m}$	80	47	79
$N_e s E_{sum}^{2m} E_{sum}^{5m}$	86	61	85

Tabelle 18. Identifikationswahrscheinlichkeiten. Die angegebenen Werte entsprechen den Wahrscheinlichkeiten (in %), mit denen die verschiedenen Primärteilchen unter Verwendung verschiedener Parametersätze richtig erkannt werden.

6.2.3 Einfluß der Auflösung des KASCADE Detektors

Um den Einfluß der endlichen Auflösung des KASCADE Experimentes auf die Ergebnisse zu untersuchen, wurde angenommen, daß sich die Anzahl der Myonen auf 20%, die der Elektronen auf 10%, der "age"- Parameter auf 5% und schließlich der Energiefluß der Hadronen ebenfalls auf 5% genau bestimmen läßt (s. Abschnitt 2.3). Die daraus resultierende Verschmierung der Schauerparameter wurde bei Kandidaten- und Musterschauern gleichermaßen berücksichtigt.

Tabelle 19 zeigt die Ergebnisse der Energierekonstruktion unter Berücksichtigung der Detektorauflösung. Man erkennt eine von der Anzahl der verwendeten Schauerparameter unabhängige Verschlechterung in der Energieauflösung gegenüber den Werten aus Tabelle 17 um ungefähr 10%, ohne Verwendung der Myonzahl als wichtigstem Energieindikator beträgt diese sogar 20%. Dementsprechend ergibt sich eine Erhöhung der systematischen Verschiebung in E_{rek} .

Die entsprechenden Ergebnisse zur Teilchenidentifikation sind in Tabelle 20 zusammengestellt. Bei den p- und Fe-induzierten Schauern führt die begrenzte Auflösung des Detektors zu einer signifikanten Verschlechterung der Identifikation um ungefähr 10%, bei

Sauerstoffschauern liegt dieser Effekt in der Größenordnung von 20%. Ohne Verwendung der Elektronen oder der Myonen erscheint eine Identifikation kaum noch möglich.

Parameter	Protonen	Sauerstoff	Eisen
$N_e N_\mu$	0.25 ± 0.36	0.16 ± 0.24	0.01 ± 0.17
$N_e N_\mu s E_{sum}^{2m} E_{sum}^{5m}$	0.19 ± 0.33	0.13 ± 0.28	0.00 ± 0.15
$N_\mu E_{sum}^{2m}, E_{sum}^{5m}$	0.18 ± 0.35	0.16 ± 0.29	0.04 ± 0.20
$N_e s E_{sum}^{2m} E_{sum}^{5m}$	0.33 ± 0.45	0.20 ± 0.41	-0.04 ± 0.22

Tabelle 19. Einfluß des Detektors auf die Energieauflösung. Angegeben sind die Mittelwerte und Standardabweichungen der Verteilungen von $R = (E_{rek} - E_0) / E_0$ für ca. 700 p-induzierte Schauer sowie jeweils ca. 250 O- und Fe-Schauer mit $10^{15} \text{ eV} \leq E_{rek} \leq 2 \times 10^{15} \text{ eV}$.

Parameter	Protonen	Sauerstoff	Eisen
$N_e N_\mu$	83	54	81
$N_e N_\mu s E_{sum}^{2m} E_{sum}^{5m}$	86	55	82
$N_\mu E_{sum}^{2m}, E_{sum}^{5m}$	78	40	76
$N_e s E_{sum}^{2m} E_{sum}^{5m}$	72	24	77

Tabelle 20. Identifikationswahrscheinlichkeiten unter Detektoreinfluß. Die angegebenen Werte entsprechen den Wahrscheinlichkeiten (in %), mit denen die verschiedenen Primärteilchen richtig erkannt werden.

6.2.4 Bestimmung der relativen Häufigkeiten

Geht man davon aus, daß das primäre kosmische Spektrum aus drei Elementgruppen besteht - als deren Repräsentanten Protonen, Sauerstoff- und Eisenkerne angesehen werden können -, so lassen sich ihre relativen Häufigkeiten angeben als:

$$\begin{array}{ll}
 r_1 & \text{für Protonen} \\
 r_2 & \text{für Sauerstoff} \\
 r_3 & \text{für Eisen}
 \end{array}
 \quad \text{mit} \quad \sum_{i=1}^3 r_i = 1$$

Die Wahrscheinlichkeiten für ein Teilchen i ($i=1,2,3$) als Proton, Sauerstoff oder Eisen identifiziert zu werden, sind dann gegeben durch:

$$\begin{array}{ll}
 w_{1i} & \text{als p identifiziert} \\
 w_{2i} & \text{als O identifiziert} \\
 w_{3i} & \text{als Fe identifiziert}
 \end{array}
 \quad \text{mit} \quad \sum_{k=1}^3 w_{ki} = 1$$

Die gemessene Häufigkeit für die Teilchensorte i ergibt sich somit als:

$$m_i = w_{i1} r_1 + w_{i2} r_2 + w_{i3} r_3$$

Führt man für die relative (wahre) bzw. für die gemessene Häufigkeit die Spaltenvektoren \vec{R} bzw. \vec{M} sowie die Wahrscheinlichkeitsmatrix \mathbf{W} ein, so läßt sich der geschilderte Sachverhalt in einer Gleichung zusammenfassen:

$$\vec{M} = \mathbf{W} \cdot \vec{R}$$

mit

$$\vec{M} = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix}, \quad \vec{R} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{W} = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{pmatrix}$$

Sind die Identifikationswahrscheinlichkeiten für die verschiedenen Teilchensorten bekannt, läßt sich aus der gemessenen Häufigkeitsverteilung mit Hilfe der inversen Matrix \mathbf{W}^{-1} die ursprüngliche relative Häufigkeit ermitteln:

$$\vec{R} = \mathbf{W}^{-1} \cdot \vec{M}$$

Zur Bestimmung der relativen Häufigkeiten von p, O und Fe wurden als Kandidaten wiederum diejenigen Schauer verwendet, die gemäß einem kontinuierlichen Energiespektrum ($\gamma = -2.7$, $5 \times 10^{14} \text{ eV} \leq E_0 \leq 5 \times 10^{15} \text{ eV}$) gewürfelt wurden. Aufgrund der endlichen Energieauflösung ist es dabei erforderlich, restriktive Schnitte auf die rekonstruierte Energie durchzuführen. Fordert man $10^{15} \text{ eV} \leq E_{rek} \leq 2 \times 10^{15} \text{ eV}$, kann es als sicher angesehen werden, daß keine Schauer von außerhalb des gewürfelten E_0 -Bereiches in den Bereich von E_{rek} hineinstreuen würden. Diese Einschränkung des Energiebereichs bietet zudem den Vorteil, daß die Teilchenidentifikationswahrscheinlichkeiten und die relativen Häufigkeiten als energieunabhängig betrachtet werden können.

Neben den Wahrscheinlichkeiten, mit denen primäre Teilchen richtig identifiziert werden, spielt es bei der Rekonstruktion der chemischen Zusammensetzung der kosmischen Strahlung nun auch eine entscheidende Rolle, ob z.B. ein fehlidentifiziertes Proton als Sauerstoff- oder als Eisenkern interpretiert wurde. In den Tabellen 21 und 22 sind die vollständigen Identifikationswahrscheinlichkeiten unter Verwendung von 2 bzw. 5 Parametern für jeweils 600 Schauer bei diskreten Primärenergien von $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$ bis $E_0 = 2 \times 10^{15} \text{ eV}$ angegeben. Die endliche Auflösung des KASCADE Detektors wurde dabei berücksichtigt. Die Binomialfehler der angegebenen Werte liegen in der Größenordnung von 1 – 2%.

Parameter: N_e N_μ	identifiziert (in %) als		
	p	O	Fe
p-ind. Schauer	80	19	1
O-ind. Schauer	16	58	26
Fe-ind. Schauer	1	25	74

Tabelle 21. Teilchenidentifikation mit 2 Parametern

Parameter: N_e s N_μ E_{sum}^{2m} E_{sum}^{5m}	identifiziert (in %) als		
	p	O	Fe
p-ind. Schauer	82	16	2
O-ind. Schauer	21	54	25
Fe-ind. Schauer	2	17	81

Tabelle 22. Teilchenidentifikation mit 5 Parametern. Der Einfluß der begrenzten Detektorauflösung wurde berücksichtigt. Die Binomialfehler der angegebenen Werte liegen in der Größenordnung von 1 – 2%.

Verwendet man diese Werte, die für diskrete Primärenergien ermittelt wurden, als **W**-Matrix zur Rekonstruktion der relativen Häufigkeiten für die Kandidaten mit kontinuierlichem Energiespektrum, so ergeben sich die in Tabelle 23 dargestellten Ergebnisse. Dabei wurde wiederum ein primäres Verhältnis von $p : O : Fe = 6 : 1 : 1.75$ angenommen. Nach dem Schnitt in E_{rek} ergibt sich durch den Einfluß des primären Energiespektrums für Protonschauer eine etwas größere relative Häufigkeit. Bei den für die rekonstruierten Häufigkeiten angegebenen Fehlern handelt es sich um die Fehler, die sich aus den statistischen Fehlern der "gemessenen" Häufigkeiten ergeben. Innerhalb dieser Fehler lassen sich die relativen Häufigkeiten für Protonen und Eisenkerne sehr gut reproduzieren, dagegen scheint die Bestimmung des Sauerstoffanteils äußerst problematisch zu sein. Aufgrund seiner geringen angenommenen Häufigkeit ergibt sich bei der Rekonstruktion des O-Anteils eine starke Sensitivität auf den Anteil der als Sauerstoffkerne fehlidentifizierten Protonen und Eisenkerne. Dabei zeigt sich, daß relativ kleine Fehler von ungefähr 2% in den entsprechenden Elementen der **W**-Matrix zu recht großen Fehlern von 5 – 10% in dem rekonstruierten Sauerstoffanteil führen können.

	p	O	Fe
angenommene rel. Häufigkeiten	0.69	0.11	0.20
rel. Häufigkeiten nach Schnitt in E_{rek}	0.73	0.10	0.17
rekonstruierte rel. Häufigkeiten mit: $N_e N_\mu$	0.77 ± 0.03	-0.01 ± 0.03	0.24 ± 0.02
rekonstruierte rel. Häufigkeiten mit: $N_e N_\mu s E_{sum}^{2m} E_{sum}^{5m}$	0.77 ± 0.04	0.05 ± 0.03	0.18 ± 0.02

Tabelle 23. Rekonstruktion der relativen Häufigkeiten

6.2.5 Systematische Unsicherheiten

Um die relativen Häufigkeiten zuverlässig ermitteln zu können, ist eine genaue Kenntnis der **W**-Matrix erforderlich. Diese muß aber auf jeden Fall aus der Simulation gewonnen werden. Während die statistischen Fehler der Matrixelemente im Prinzip beliebig klein gehalten werden können, spielen die aus dem verwendeten Modell resultierenden Fehler eine entscheidende Rolle. Zur Abschätzung dieser systematischen Fehler wurden Schauer herangezogen, die mit einer vorangegangenen Version von CORSIKA generiert wurden.

Dabei handelt es sich um die sogenannte Version "CTG58", von der erstmals Simulationsergebnisse auf der '21st International Cosmic Ray Conference, Adelaide, 1990' vorgestellt wurden. Neben zahlreichen mehr oder weniger bedeutungsvollen Änderungen unterscheidet sie sich von der aktuellen CORSIKA Version 3.02 in einigen wesentlichen Punkten:

- Mehrfachwechselwirkungen zwischen Projektil und Target waren nicht vorgesehen.
- Die Parametrisierungen einschließlich der Tevatron-Daten ($p\bar{p}$ bei $E_{cm} = 1.8 \text{ TeV}$) standen noch nicht zur Verfügung.
- Reaktionen mit Ladungsaustausch waren nicht erlaubt.
- Es erfolgte kein NKG-Aufruf für Elektronen; man erhielt keine Information über den "age"-Parameter s .

Tabelle 24 zeigt bei einer Primärenergie von $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$, daß die Unterschiede in den Schauerparametern zwischen diesen beiden Versionen in der Größenordnung der intrinsischen Fluktuationen liegen.

	Version	$\log N_e$	$\log N_\mu$	$\log E_{\text{sum}}^{5m}$
p	CTG58	5.21 ± 0.22	3.91 ± 0.13	4.49 ± 0.45
	CORSIKA 3.02	5.16 ± 0.20	4.00 ± 0.11	4.09 ± 0.46
O	CTG58	4.92 ± 0.11	4.01 ± 0.04	4.07 ± 0.28
	CORSIKA 3.02	4.95 ± 0.13	4.08 ± 0.05	3.80 ± 0.35
Fe	CTG58	4.70 ± 0.07	4.02 ± 0.03	3.66 ± 0.27
	CORSIKA 3.02	4.77 ± 0.08	4.09 ± 0.04	3.38 ± 0.36

Tabelle 24. Vergleich verschiedener Programmversionen. Angegeben sind die Mittelwerte und die intrinsischen Fluktuationen (Standardabweichungen) für jeweils 100 ("CTG58") bzw. 200 Schauer ("CORSIKA 3.02") mit $E_0 = 10^{15} \text{eV}$.

Verwendet man nun die "CTG58"-Schauer als Kandidaten und vergleicht sie mit den Mustern, die mit der aktuellen CORSIKA Version generiert wurden, so erhält man für 2 Parameter ($\log N_e$, $\log N_\mu$) bzw. 4 Parameter ($\log N_e$, $\log N_\mu$, $\log E_{\text{sum}}^{2m}$, $\log E_{\text{sum}}^{5m}$) die in den Tabellen 25 und 26 dargestellten Identifikationswahrscheinlichkeiten. Der Einfluß der Detektorauflösung wurde dabei berücksichtigt.

Parameter: N_e N_μ	identifiziert (in %) als		
	p	O	Fe
p-ind. Schauer	95	5	0
O-ind. Schauer	28	55	17
Fe-ind. Schauer	5	33	62

Tabelle 25. Teilchenidentifikation für "CTG58" - Kandidaten mit 2 Parametern

Parameter: N_e N_μ E_{sum}^{2m} E_{sum}^{5m}	identifiziert (in %) als		
	p	O	Fe
p-ind. Schauer	98	1	1
O-ind. Schauer	42	53	5
Fe-ind. Schauer	3	40	57

Tabelle 26. Teilchenidentifikation für "CTG58" - Kandidaten mit 4 Parametern. Verwendet wurden hierzu jeweils 300 p-, O- und Fe-Schauer mit diskreten Primärenergien im Bereich von $E_0 = 10^{15} \text{eV}$ bis $E_0 = 2 \times 10^{15} \text{eV}$. Die Binomialfehler der angegebenen Werte betragen hier 2 – 3%.

Da die Kandidatenschauer nun allgemein nicht mehr so gut zu den Mustermatrizen passen, werden die Kandidaten in Zweifelsfällen jetzt häufiger den Protonen zugeordnet, weil die Mustermatrizen von p-Schauern die größten Streuungen aufweisen und somit durchschnittlich kleinere χ^2 -Werte liefern. Für die einzelnen Teilchensorten bedeutet dies, daß deutlich mehr p-Schauer richtig identifiziert werden, dagegen nimmt die Anzahl bei den Fe-Schauer gleichermaßen ab. Bei den Sauerstoffschauern bleibt zwar der Anteil der richtig erkannten nahezu konstant, sie werden jetzt aber häufiger als Protonen und entsprechend weniger als Eisen fehlidentifiziert. Diese Effekte sind weitgehend unabhängig von der Anzahl der verwendeten Parameter.

Zur Abschätzung der aus der Unsicherheit des Modells resultierenden systematischen Fehler wird nun angenommen, daß für die "CTG58"-Kandidaten, wie bei experimentell gewonnenen Schauern, die Identifikationswahrscheinlichkeiten nicht bekannt sind. Dies bedeutet, daß zur Rekonstruktion der relativen Häufigkeiten von p-, O- und Fe-Schauern die aus der Simulation (CORSIKA 3.02) ermittelten Wahrscheinlichkeitsmatrizen herangezogen werden müssen.

Da für die Version "CTG58" kein kontinuierliches Energiespektrum generiert wurde, wurden hierzu Kandidaten mit diskreten Primärenergien verwendet, wobei kein Schnitt auf die rekonstruierte Energie durchgeführt wurde. Die Ergebnisse unter Verwendung von 2 bzw. 4 Parametern sind für jeweils 300 p-, O- und Fe-Kandidaten im Bereich von $10^{15} \text{ eV} \leq E_0 \leq 2 \times 10^{15} \text{ eV}$ in Tabelle 27 dargestellt.

	p	O	Fe
angenommene rel. Häufigkeiten	0.69	0.11	0.20
rekonstruierte rel. Häufigkeiten (2 Parameter)	0.87 ± 0.05	-0.09 ± 0.03	0.21 ± 0.02
rekonstruierte rel. Häufigkeiten (4 Parameter)	0.86 ± 0.05	-0.01 ± 0.03	0.15 ± 0.02

Tabelle 27. Systematische Unsicherheiten bei der Bestimmung der relativen Häufigkeiten. Die Rekonstruktion erfolgte für jeweils 300 "CTG58"-Kandidatenschauer mit diskreten Primärenergien ($10^{15} \text{ eV} \leq E_0 \leq 2 \times 10^{15} \text{ eV}$) unter Verwendung von W-Matrizen, die aus "CORSIKA 3.02"-Schauern ermittelt wurden.

Mit der angewandten Rekonstruktionsmethode ergeben sich für den Sauerstoffanteil physikalisch nicht sinnvolle negative Werte, die aber dennoch für die Abschätzung der systematischen Unsicherheiten von Bedeutung sind. Es zeigt sich, daß diese Unsicherheiten bei der Bestimmung der relativen Häufigkeiten von p- und O-Schauern im Bereich von 0.1 – 0.2 liegen. Die recht gute Übereinstimmung bei den Fe-Schauern ergibt sich rein zufällig, so daß auch für die Bestimmung des Eisenanteils eine Unsicherheit von 0.1 – 0.2 angenommen wird.

Bei einer Häufigkeitsverteilung von $p : O : Fe = 6 : 1 : 1.75$ bedeutet dies, daß die Unsicherheiten bei der Bestimmung von O- und Fe-induzierten Schauern in derselben Größenordnung liegen, wie ihr relativer Anteil am primären Spektrum. Untersuchungen für O- bzw. Fe-dominierte sowie für gleichverteilte Spektren ergaben ebenfalls für alle Primärteilchen systematische Unsicherheiten im Bereich von 0.1 – 0.2, so daß zumindest eine Abschätzung des Anteils von schweren Kernen als durchaus realistisch anzusehen ist.

6.3 Die 'Principal Component Analysis' - Methode (PCA)

Die 'Principal Component Analysis' (kurz: PCA) findet in vielen Bereichen, wie z.B. in der Geophysik, Psychologie oder Medizin, ihre Anwendung. Die Idee dieser Methode läßt sich folgendermaßen charakterisieren [57]:

Man hat eine größere Anzahl von korrelierten Meßgrößen und versucht diese durch eine geringere Anzahl von neuen Meßgrößen zu ersetzen, ohne dabei wesentliche Information zu verlieren. Bei diesen neuen Variablen - im folgenden PC's ('Principal Components') oder auch Hauptkomponenten genannt - handelt es sich um orthogonale Linearkombinationen der ursprünglichen Meßgrößen, die so konstruiert sind, daß sie untereinander unkorreliert sind. Falls eine solche Reduzierung auf wenige PC's möglich ist, lassen sich die Daten dadurch wesentlich einfacher analysieren und interpretieren.

Im Bereich der Physik wurde diese Methode z.B. zur Spurrekonstruktion erfolgreich angewandt [58]. In dem beschriebenen Experiment erfolgte der Teilchennachweis in einem Magnetfeld durch 10 parallele Detektoren, in denen jeweils die x- und die y-Koordinaten gemessen wurden. Auf diese Weise läßt sich jede Spur als ein Vektor in einem 20-dimensionalen Koordinatensystem darstellen. Da in diesem Fall aber andererseits jede Spur nur 5 Freiheitsgrade (3 Impulskomponenten sowie 2 Ortskoordinaten, z.B. im ersten Detektor) besitzt, kann nicht umgekehrt jeder 20-dimensionale Vektor eine Spur repräsentieren. Vielmehr müssen alle Vektoren, die durch eine physikalisch sinnvolle Spur definiert sind, in einem 5-dimensionalen Unterraum liegen, wobei dieser allerdings nicht notwendigerweise linear (d.h. "flach") sein muß. In dem genannten Beispiel konnte ein 7-dimensionaler linearer Unterraum ermittelt werden, in dem mit ausreichender Genauigkeit alle relevanten Spuren lagen, so daß die 20 Meßgrößen auf 7 Hauptkomponenten (PC's) reduziert werden konnten.

Bei der Anwendung der PCA auf die Bestimmung der primären kosmischen Strahlung aus möglichst vielen in einem Luftschauerexperiment gleichzeitig gemessenen Parametern ergibt sich eine vergleichbare Situation. Betrachtet man zunächst idealisierte Luftschauer - d.h. es sollen keinerlei Fluktuationen auftreten - so besitzen diese genau zwei Freiheitsgrade, die Masse und Energie des Primärteilchens. Dies bedeutet, daß bei N_{SP} gemessenen Parametern jeder Schauer einen Punkt in einem N_{SP} -dimensionalen Koordinatensystem definiert, wobei alle möglichen auftretenden Punkte in einem 2-dimen-

sionalen Unterraum, d.h. auf einer Fläche liegen. Bei dieser Fläche handelt es sich um eine Ebene, wenn die verwendeten Schauerparameter als lineare Funktionen von E_0 und A dargestellt werden können. Die Aufgabe der PCA ist es nun, als Linearkombination der Schauerparameter die beiden Koordinatenachsen zu liefern, die diese Ebene aufspannen. Durch die in realen Luftschauern auftretenden intrinsischen Fluktuationen kommt es allerdings zu einer Verschmierung der Punkte aus der Ebene heraus, so daß zur vollständigen Beschreibung der Luftschauer zumindest eine dritte Komponente (PC) notwendig ist.

6.3.1 Methode

Hat man n Messungen von jeweils p Variablen durchgeführt, so ist die sogenannte *erste* Hauptkomponente (PC 1) definiert als die Variable, die von allen möglichen Linearkombinationen der Meßgrößen die größte mittlere quadratische Streuung (Varianz) aufweist. Die PC 2 ist dann entsprechend diejenige Variable mit der größten Varianz aller Linearkombinationen, die zu PC 1 orthogonal sind usw..

Ausgangspunkt zur Bestimmung der Hauptkomponenten ist die Kovarianzmatrix \mathbf{C} (vgl. Abschnitt 6.2.1) mit den Elementen:

$$c_{jk} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j) (x_{ik} - \bar{x}_k)$$

$$j, k = 1, 2 \dots p$$

mit

- n Anzahl der Messungen
- x_{ij} Parameter j der i -ten Messung
- \bar{x}_j Erwartungswert des Parameters j
- p Anzahl der gemessenen Parameter

Führt man für \mathbf{C} eine Hauptachsentransformation durch

$$\mathbf{D} = \mathbf{A}^T \mathbf{C} \mathbf{A}$$

mit

- \mathbf{A}, \mathbf{A}^T Matrix der Eigenvektoren \vec{A}_k ($k = 1, 2 \dots p$) von \mathbf{C} und ihre Transponierte
- \mathbf{D} Diagonalmatrix der Eigenwerte d_k ($d_1 > d_2 \dots > d_p$) von \mathbf{C}

so definieren die Eigenvektoren \vec{A}_k ein neues Koordinatensystem, das durch Translation und Rotation aus dem ursprünglichen Koordinatensystem hervorgeht.

Die Matrix **D** stellt dabei die Kovarianzmatrix in den transformierten Koordinaten dar. Dies bedeutet, daß die neuen Variablen ξ_k unkorreliert sind und ihre mittleren quadratischen Streuungen den Eigenwerten d_k entsprechen:

$$\begin{aligned} \text{var}(\xi_k) &= d_k \\ \text{cov}(\xi_k, \xi_j) &= 0 \quad \text{für } k \neq j \end{aligned}$$

Da definitionsgemäß d_1 dem größten Eigenwert entspricht, besitzt ξ_1 die größte Varianz und kann somit als erste Hauptkomponente (PC 1) interpretiert werden, während ξ_2 PC 2 zugeordnet werden kann usw..

Die Spur der Matrix **D**

$$\text{tr}(\mathbf{D}) = \sum_{k=1}^p d_k$$

kann als die Gesamtstreuung des Systems aufgefaßt werden. Die einzelnen d_k 's sind somit ein Maß für den relativen Anteil der k-ten Komponente an der Gesamtstreuung. Für den hypothetischen Fall, daß alle Punkte in einer Ebene liegen, würde man nur zwei von Null verschiedene Eigenwerte d_1 und d_2 und somit zwei PC's erhalten. In der Regel sind jedoch alle Eigenwerte größer als Null. Wieviele 'principal components' letztendlich notwendig sind, um ein System zu beschreiben, hängt von der jeweiligen Fragestellung ab und richtet sich nach der Größe der Eigenwerte d_k .

6.3.2 Anwendung

Bei der Anwendung der PCA auf N Messungen von N_{SP} Schauerparametern, erwartet man als PC's diejenigen Größen, die sich am stärksten mit der Energie und der Masse des Primärteilchens verändern. Um dies zu gewährleisten, ist es sinnvoll, einen möglichst großen Energie- und Massenbereich abzudecken.

Zur Berechnung der Kovarianzmatrix wurden insgesamt 5500 p-, O- und Fe-induzierte Schauer im Energiebereich $5 \times 10^{14} \text{ eV} \leq E_0 \leq 10^{17} \text{ eV}$ verwendet, wobei im Gegensatz zur Kovarianzmethode (vgl. Abschnitt 6.2) aber nur eine Matrix über alle Energien und Massen gebildet wurde. Die deutlich größte Streuung wurde dabei durch die Primärenergie verursacht, so daß die PC 1 ein guter Indikator für die Energie des Primärteilchens sein sollte. Die Masse des Primärteilchens sollte sich dagegen in PC 2 und eventuell PC 3 manifestieren.

Ein weiterer wichtiger Punkt, der bei der Anwendung der PCA zu beachten ist, sind die in Luftschauern auftretenden Fluktuationen. Ob ein Schauerparameter zur Unterscheidung zweier Primärteilchen geeignet ist, hängt nämlich davon ab, wie stark sich dieser

im Verhältnis zu seiner intrinsischen Fluktuation ändert. Um dies zu berücksichtigen, wird bei der Berechnung der Kovarianzmatrix der Term

$$x_{ij} - \bar{x}_j \quad \text{durch} \quad \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{\sigma_{x_j}^{\text{int}}}$$

ersetzt, wobei $\sigma_{x_j}^{\text{int}}$ die intrinsische Fluktuation des Parameters x_j angibt. Da diese Größe jedoch sowohl von der Masse als auch von der Energie des Primärteilchens abhängt, muß sie über verschiedene E_0 's bzw. A 's gemittelt werden.

Ausgangspunkt zur Bestimmung der PC's ist somit eine modifizierte Kovarianzmatrix $\tilde{\mathbf{C}}$ mit Elementen:

$$\tilde{c}_{jk} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(x_{ij} - \bar{x}_j)}{\sigma_{x_j}^{\text{int}}} \frac{(x_{ik} - \bar{x}_k)}{\sigma_{x_k}^{\text{int}}}$$

$$j, k = 1, 2 \dots N_{SP}$$

Die Elemente der Hauptdiagonalen entsprechen demnach den Varianzen der Größen $\tilde{x}_j = x_j / \sigma_{x_j}^{\text{int}}$. Diese lassen sich schreiben als:

$$\text{var}(\tilde{x}_j) = \frac{\text{var}(x_j)}{(\sigma_{x_j}^{\text{int}})^2} = \left(\frac{\sigma_{x_j}^{\text{ext}}}{\sigma_{x_j}^{\text{int}}} \right)^2$$

Die mittleren quadratischen Streuungen der modifizierten Schauerparameter \tilde{x}_j ergeben sich also aus dem Verhältnis der "externen" Streuungen, die sich aus der Änderung der Parameter mit der Energie und der Masse des Primärteilchens ergeben, zu den intrinsischen Streuungen, die aus den Fluktuationen der Luftschauer bei gleichem E_0 und A resultieren. Dies bedeutet, daß Parameter mit relativ geringen Fluktuationen stärker zur gesamten Streuung und damit zu den PC's beitragen.

Als Eingangsparameter für die PCA wurden folgende 7 Schauerparameter gewählt, die unter der Voraussetzung, daß der Schauerkern das Zentralkalorimeter trifft, mit dem KASCADE Detektor gleichzeitig gemessen werden können:

$$\log N_e, \quad \frac{1}{s}, \quad \log N_{\mu Z}, \quad \log N_{\mu A}, \quad \log E_{\text{sum}}^{2m}, \quad \log E_{\text{sum}}^{5m}, \quad \log E_h^{\text{max}}$$

Durch die Verwendung von logarithmischen Parametern bzw. $1/s$ wird für alle Schauerparameter ein linearer Zusammenhang mit $\log E_0$ gewährleistet (s. Abschnitt 4.3), so daß PC 1 $\sim \log E_0$ erwartet werden kann.

Die intrinsischen Fluktuationen wurden im Energiebereich von $E_0 \approx 10^{15}$ eV über die 3 Primärteilchen p, O und Fe gemittelt, die entsprechenden Werte sind in Tabelle 28 auf Seite 97 zusammengestellt. In der durchgeführten Analyse wurden diese Werte systematisch variiert. Dabei zeigten sich keine signifikanten Auswirkungen auf die Energie- und Massenbestimmung bei Variation einzelner oder mehrerer Werte um 25-30%. Dagegen ergab sich ohne Berücksichtigung der intrinsischen Fluktuationen, daß unter Anwendung der PCA keine Trennung zwischen p- und Fe-induzierten Schauern möglich ist.

Parameter	$\log N_e$	$1/s$	$\log N_{\mu Z}$	$\log N_{\mu A}$	$\log E_{\text{sum}}^{2m}$	$\log E_{\text{sum}}^{5m}$	$\log E_h^{\text{max}}$
σ^{int}	0.14	0.07	0.12	0.09	0.60	0.40	0.30

Tabelle 28. Intrinsische Fluktuationen zur PCA

Mit den in Tabelle 28 angegebenen Werten ergeben sich bei der Hauptachsentransformation der Kovarianzmatrix $\tilde{\mathbf{C}}$ für die Eigenwerte d_k folgende prozentuale Anteile an der Spur der transformierten Matrix $\tilde{\mathbf{D}}$:

$$96.4 \quad , \quad 2.3 \quad , \quad 0.75 \quad , \quad 0.36 \quad , \quad 0.08 \quad , \quad 0.04 \quad , \quad 0.02$$

Dies bedeutet, 98.7% der gesamten Streuung liegen in einer Ebene, die durch PC 1 und PC 2 aufgespannt wird, bzw. 99.5% liegen in einem dreidimensionalen Raum (PC 1, PC 2, PC 3). Somit ist eine Reduzierung der 7 Schauerparameter auf 2 oder 3 Hauptkomponenten möglich. Zur Darstellung von PC 1 - 3 als Linearkombination der Schauerparameter wurden die in Tabelle 29 angegebenen Koeffizienten ermittelt. Der konstante Term resultiert dabei aus der Translation der Schauerparameter auf ihre Erwartungswerte.

	$\log N_e$	$1/s$	$\log N_{\mu Z}$	$\log N_{\mu A}$	$\log E_{\text{sum}}^{2m}$	$\log E_{\text{sum}}^{5m}$	$\log E_h^{\text{max}}$	const
PC 1	3.58	0.77	4.17	6.93	0.27	0.52	0.64	-67.11
PC 2	-1.73	-3.95	1.49	5.16	-0.59	-0.80	-2.08	2.27
PC 3	-4.94	-4.79	0.83	3.10	0.17	0.22	1.84	8.14

Tabelle 29. Linearkoeffizienten der PC's als Funktion der Schauerparameter

Die Korrelationen zwischen den PC's und den Schauerparametern sind in Tabelle 30 zusammengefaßt. Man erkennt sehr starke Korrelationen von PC 1 mit allen Schauerparametern, während PC 2 und PC 3 nur sehr schwache Korrelationen zeigen. Der Parameter $1/s$ weist dabei mit PC 1 die deutlich geringste und mit PC 2 bzw. PC 3 die deutlich stärkste Korrelation auf. Hierin spiegelt sich die Tatsache wider, daß sich der "age"-

Parameter mit der Masse des Primärteilchens in etwa genauso stark ändert wie mit der Primärenergie, während alle anderen Schauerparameter sich im betrachteten Energiebereich von $5 \times 10^{14} \text{ eV} \leq E_0 \leq 10^{17} \text{ eV}$ wesentlich stärker mit der Energie als mit der Masse des Primärteilchens ändern.

	$\log N_e$	$1 / s$	$\log N_{\mu Z}$	$\log N_{\mu A}$	$\log E_{\text{sum}}^{2m}$	$\log E_{\text{sum}}^{5m}$	$\log E_h^{\text{max}}$
PC 1	0.99	0.70	0.99	1.00	0.91	0.96	0.86
PC 2	-0.07	-0.56	0.11	0.06	-0.31	-0.23	-0.43
PC 3	-0.12	-0.38	0.04	0.02	0.05	0.04	0.22

Tabelle 30. Korrelationen zwischen PC's und Schauerparametern

Die Abhängigkeiten der Mittelwerte und Streuungen der einzelnen PC's von der Primärenergie sind für p- und Fe-induzierte Schauer in den Abbildungen 42 - 44 dargestellt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurden die Sauerstoffschauer weggelassen, die entsprechenden Werte hierfür liegen recht genau in der Mitte zwischen Protonen und Eisen. Abbildung 42 zeigt den erwarteten linearen Zusammenhang zwischen PC 1 und

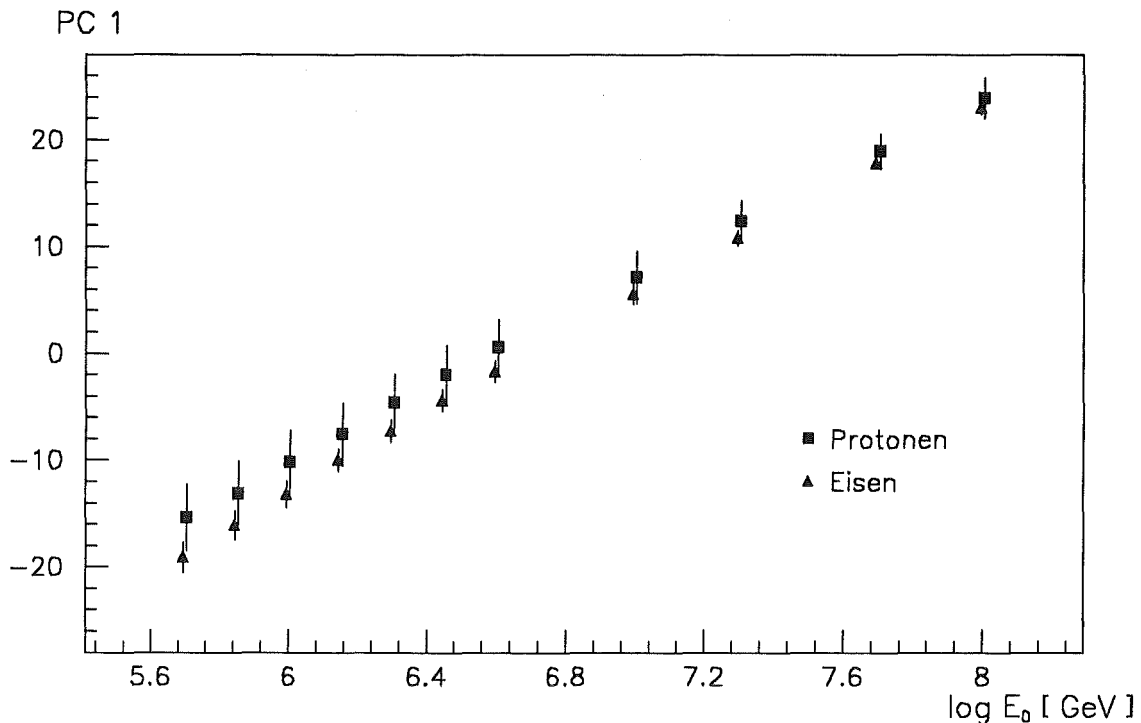


Abbildung 42. PC 1 als Funktion der Primärenergie für p- und Fe-Schauer. Dargestellt sind die Mittelwerte und Fluktuationen (Standardabweichungen) für jeweils ca. 200 Schauer.

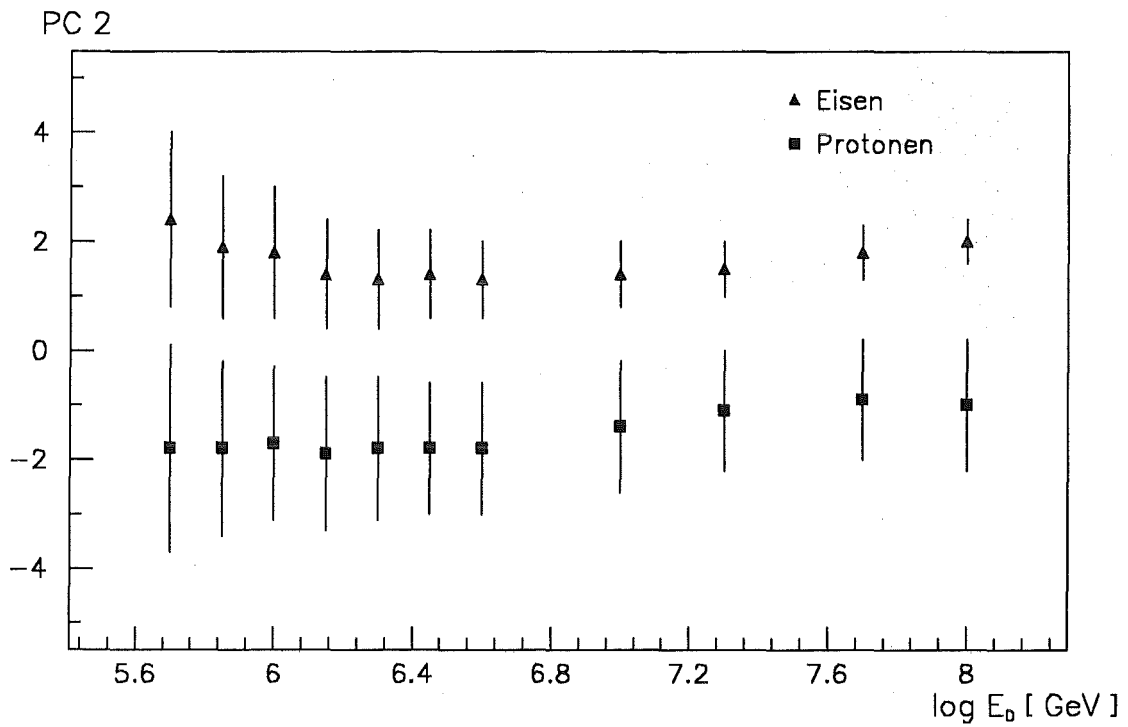


Abbildung 43. PC 2 als Funktion der Primärenergie für p- und Fe-Schauer. (vgl. Abb. 42)

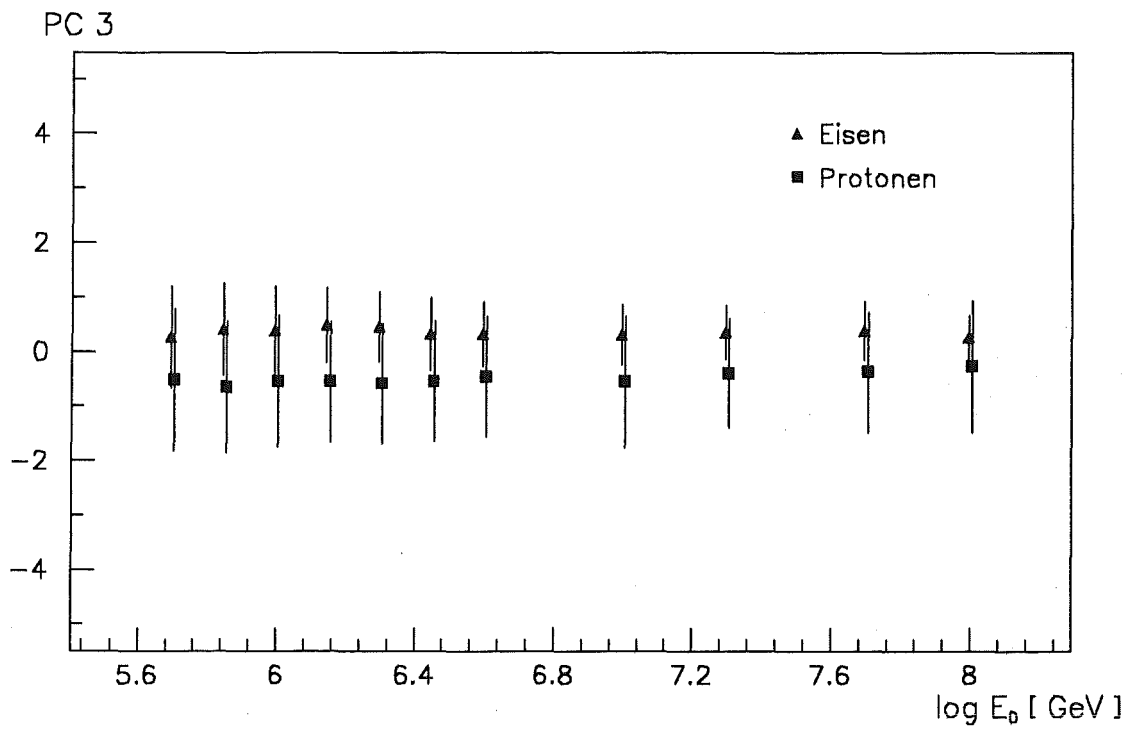


Abbildung 44. PC 3 als Funktion der Primärenergie für p- und Fe-Schauer. (vgl. Abb. 42)

$\log E_0$, so daß PC 1 ein Maß für die Primärenergie darstellt. Aus den Abbildungen 43 und 44 ist zu ersehen, daß die zweite und dritte Hauptkomponente nur sehr schwach von der Energie abhängen, dafür aber Unterschiede für die verschiedenen Massen der Primärteilchen zeigen. PC 2 ermöglicht dabei eine deutliche Unterscheidung zwischen Protonen und Eisen. Bei PC 3 sind die Unterschiede zwar kleiner als die Fluktuationen, dennoch sind sie bei der Identifikation des Primärteilchens von Bedeutung (s. Abschnitt 6.3.4).

Betrachtet man darüber hinaus auch die vierte Komponente, so läßt sich weder eine Abhängigkeit von der Energie noch von der Masse des Primärteilchens erkennen, so daß die Anzahl der PC's zur Beschreibung von Luftschauern auf 3 festgelegt werden kann.

6.3.3 Bestimmung der Primärenergie

Wie im vorangegangenen Abschnitt gezeigt werden konnte, ist die erste Hauptkomponente (PC 1) der wichtigste Indikator für die Primärenergie. Da es aber geringfügige Unterschiede in PC 1 zwischen p- und Fe-induzierten Schauern derselben Energie gibt, wurde für eine massenunabhängige Bestimmung der Primärenergie folgender Ansatz gewählt:

$$\log E_0 [\text{GeV}] = A \cdot \text{PC 1} + B \cdot \text{PC 2} + C$$

Um eine möglichst gute Energieauflösung im Bereich des "Knies" (d.h. $E_0 \approx 10^{15}$ eV) zu erhalten, wurde zur Bestimmung der Parameter A, B und C ein Fit an 4200 Schauer (p, Fe und O) im Energiebereich von $5 \times 10^{14} \text{ eV} \leq E_0 \leq 4 \times 10^{15} \text{ eV}$ vorgenommen. Man erhält:

$$A = 0.051, \quad B = 0.049, \quad C = 6.57$$

Damit ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen $\log E_0$ und den einzelnen Schauerparametern:

$$\begin{aligned} \log E_0 [\text{GeV}] = & 0.10 \log N_e - 0.16 \frac{1}{S} + 0.61 \log N_{\mu Z} + 0.29 \log N_{\mu A} \\ & - 0.02 \log E_{\text{sum}}^{2m} - 0.01 \log E_{\text{sum}}^{5m} - 0.07 \log E_h^{\text{max}} + 3.26 \end{aligned}$$

Verwendet man diese Relation zur Rekonstruktion der Primärenergie für individuelle Schauer bei diskreten Primärenergien, so erhält man daraus für die Größe $R = (E_{\text{rek}} - E_0) / E_0$ (vgl. Abschnitt 6.1) die in Tabelle 31 zusammengestellten Mittelwerte und Standardabweichungen. Es ergibt sich für alle 3 Teilchensorten eine systematische Abhängigkeit in \bar{R} von der Primärenergie. Weiterhin ist eine signifikante Verbesserung der Energieauflösung mit zunehmender Energie zu erkennen. Die statistischen Fehler von \bar{R} und $\sigma(R)$ sind dabei jeweils kleiner als 0.02.

E_0 [10^{15} eV]	Protonen	Sauerstoff	Eisen
0.50	0.04 ± 0.30	0.06 ± 0.19	0.03 ± 0.14
0.71	-0.01 ± 0.30	0.05 ± 0.16	-0.02 ± 0.12
1.00	-0.02 ± 0.28	0.01 ± 0.17	-0.03 ± 0.13
1.14	-0.07 ± 0.27	-0.03 ± 0.13	-0.04 ± 0.10
2.00	-0.06 ± 0.24	-0.05 ± 0.15	-0.08 ± 0.09
2.83	-0.10 ± 0.24	-0.07 ± 0.12	-0.09 ± 0.10
4.00	-0.14 ± 0.21	-0.07 ± 0.13	-0.11 ± 0.08

Tabelle 31. Energiebestimmung mit PCA für diskrete Primärenergien. Angegeben sind die Mittelwerte und Standardabweichungen der Verteilungen von $R = (E_{rek} - E_0) / E_0$ für jeweils 200 Schauer.

Um den Einfluß des primären Energiespektrums zu untersuchen, wurden wiederum die Schauer herangezogen, deren Energien nach einem kontinuierlichen Spektrum gewürfelt wurden. Mit einem Schnitt auf die rekonstruierte Energie von $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV erhält man die in Tabelle 32 angegebenen Ergebnisse für ca. 800 p- sowie jeweils ungefähr 300 O- und Fe-induzierte Schauer.

Bei der Berücksichtigung des KASCADE Detektors wurde angenommen, daß sich die Anzahl der Myonen im Array auf 13%, die im Zentraldetektor auf 5%, die Gesamtzahl der Elektronen auf 10%, der "age"- Parameter auf 5% und schließlich der Energiefluß der Hadronen ebenfalls auf 5% genau bestimmen läßt (vgl. Abschnitt 2.3). Dabei wurde berücksichtigt, daß die Anzahl der Myonen im Array genauer bestimmt werden kann als die Gesamtzahl der Myonen.

	Protonen	Sauerstoff	Eisen
ohne Detektorauflösung	0.13 ± 0.32	0.03 ± 0.19	-0.03 ± 0.12
mit Detektorauflösung	0.14 ± 0.33	0.04 ± 0.22	-0.02 ± 0.15

Tabelle 32. Einfluß des primären Energiespektrums auf die Bestimmung von E_0 . Angegeben sind die Mittelwerte und Standardabweichungen der Verteilungen von $R = (E_{rek} - E_0) / E_0$ für Schauer mit $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV. Den Schnitt auf die rekonstruierte Energie überlebten ungefähr 800 p-induzierte sowie jeweils ca. 300 O- und Fe-induzierte Schauer.

Es zeigt sich, daß bei Anwendung der PCA mit 7 Parametern der Detektor nur einen geringen Einfluß auf die Bestimmung der Primärenergie hat. Bei Protonschauern erhält man in der rekonstruierten Energie eine systematische Verschiebung zu höheren Werten um 14%, bei einer Energieauflösung von 33%. Die Energie von O- und Fe-Schauern kann dagegen im Mittel auf wenige Prozent genau rekonstruiert werden, die Energieauflösung beträgt dabei 22% bzw. 15%. Abbildung 45 zeigt für p- und Fe-induzierte Schau-

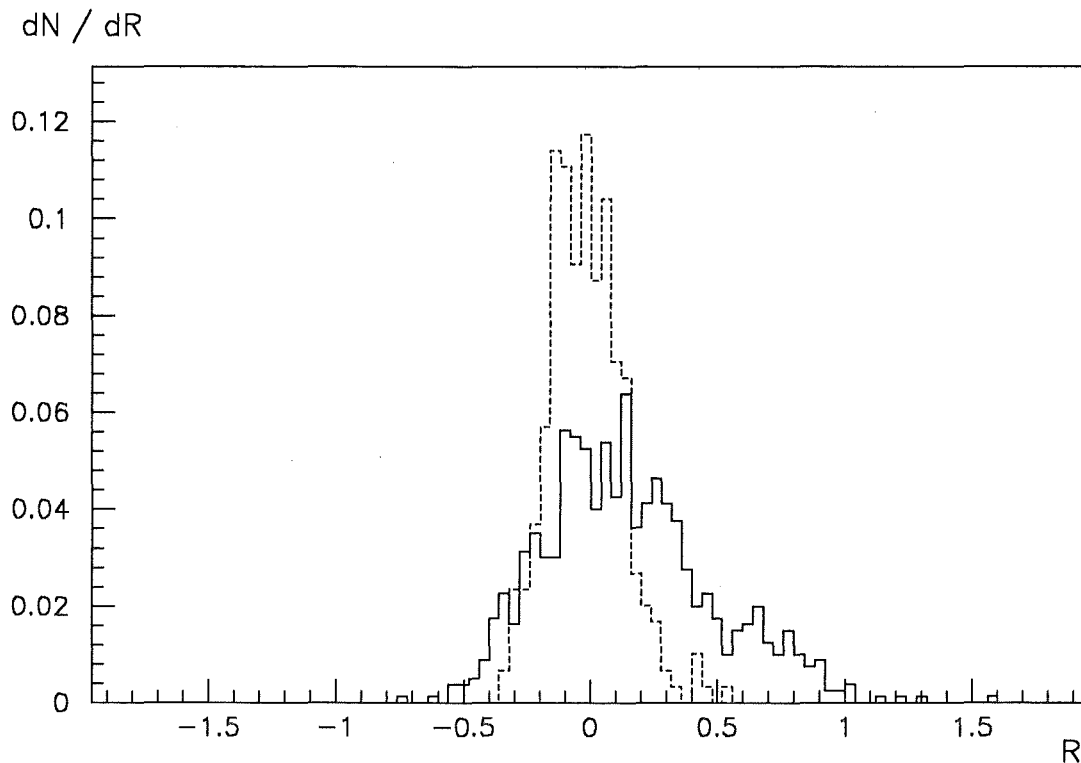


Abbildung 45. Energieauflösung nach der PCA-Methode. Dargestellt sind die auf die Anzahl der Schauer normierten Verteilungen von $R = (E_{rek} - E_0) / E_0$ für 800 p-induzierte (durchgezogene Kurve) sowie 300 Fe-induzierte Schauer (gestrichelte Kurve) mit $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV. Das primäre Energiespektrum und die Auflösung des KASCADE Detektors wurden berücksichtigt.

er die entsprechenden Verteilungen der Größe R unter Berücksichtigung der endlichen Auflösung von KASCADE.

6.3.4 Bestimmung der chemischen Zusammensetzung

Wie in Abschnitt 6.3.2 gezeigt wurde, sind PC 2 und PC 3 weitgehend unabhängig von der Energie und weisen Unterschiede für die verschiedenen Primärteilchen auf (Abb. 43 und Abb. 44). Betrachtet man die Korrelation zwischen diesen beiden PC's, so ist zwar summiert über alle Schauer $\rho(\text{PC 2}, \text{PC 3}) \equiv 0$, für die verschiedenen Primärteilchen getrennt betrachtet, ergeben sich jedoch, insbesondere für O- und Fe-Schauer, auffällig starke Korrelationen:

$$\begin{aligned} \rho_p(\text{PC 2}, \text{PC 3}) &= -0.45 \\ \rho_O(\text{PC 2}, \text{PC 3}) &= -0.73 \\ \rho_{Fe}(\text{PC 2}, \text{PC 3}) &= -0.78 \end{aligned}$$

PC 2 + PC 3

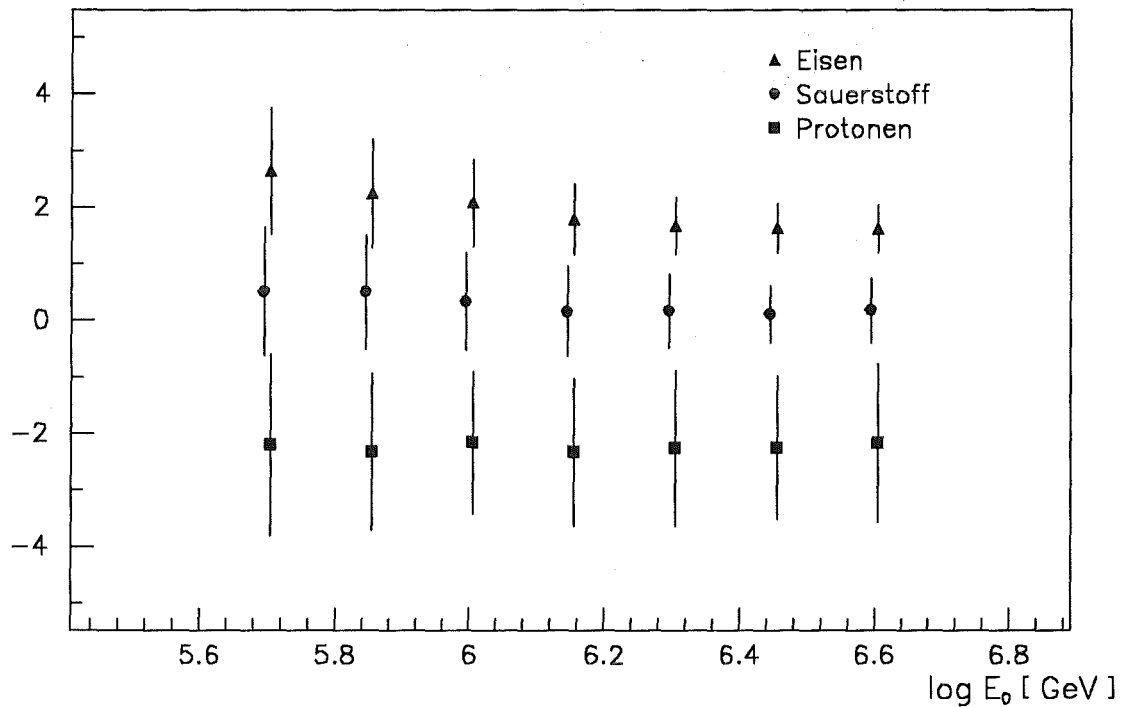


Abbildung 46. Summe aus PC 2 und PC 3 als Funktion der Primärenergie. Dargestellt sind die Mittelwerte und Fluktuationen (Standardabweichungen) für jeweils 200 p-, O- und Fe-Schauer.

Dies deutet daraufhin, daß eine Linearkombination der beiden PC's einen besseren Parameter zur Massentrennung darstellt als die einzelnen PC's. Dabei hat es sich als am günstigsten erwiesen, die Summe aus PC 2 und PC 3 zu verwenden.

Abbildung 46 zeigt die Abhängigkeit dieser Summe von der Primärenergie. Oberhalb von $E_0 = 10^{16}$ eV ergibt sich für die verschiedenen Primärteilchen jeweils ein konstanter Wert, so daß der Parameter

$$\lambda = \text{PC 2} + \text{PC 3}$$

als Indikator für die primäre Masse definiert werden kann. Der Zusammenhang zwischen λ und den verwendeten Schauerparametern ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} \lambda = & - 6.67 \log N_e - 8.74 \frac{1}{S} + 2.32 \log N_{\mu Z} + 8.27 \log N_{\mu A} \\ & - 0.43 \log E_{\text{sum}}^{2m} - 0.58 \log E_{\text{sum}}^{5m} - 0.24 \log E_h^{\text{max}} + 10.40 \end{aligned}$$

Im Vergleich zur Trennung nur durch PC 2 (vgl. 43) ergeben sich dabei deutlich größere Abstände zwischen p- und Fe-induzierten Schauern, während gleichzeitig die Fluktua-

tionen von λ signifikant kleiner sind. Desweiteren deutet sich eine Verbesserung der Massentrennung mit zunehmender Primärenergie an.

Unter Berücksichtigung des primären Energiespektrums erhält man für die 800 p- bzw. je 300 O- und Fe-Schauer mit $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV die in Tabelle 33 angegebenen Mittelwerte und Fluktuationen des Parameters λ .

	Protonen	Sauerstoff	Eisen
ohne Detektorauflösung	-2.27 ± 1.20	0.14 ± 0.61	1.80 ± 0.72
mit Detektorauflösung	-2.28 ± 1.32	0.24 ± 0.89	1.92 ± 0.86

Tabelle 33. Massentrennung unter Berücksichtigung des primären Energiespektrums. Angegeben sind die Mittelwerte und Standardabweichungen des Parameters λ für Schauer mit $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV. Den Schnitt auf die rekonstruierte Energie überlebten ungefähr 800 p-induzierte sowie jeweils ca. 300 O- und Fe-induzierte Schauer.

Die entsprechenden Verteilungen von λ sind in den Abbildungen 47 sowie 48 (ohne bzw. mit Berücksichtigung der Detektorauflösung) dargestellt. Die Kurven für O- und Fe-Schauer wurden entsprechend ihrer angenommenen relativen Häufigkeiten von

$$p : O : Fe = 6 : 1 : 1.75$$

in Relation zu den p-Schauern skaliert. Mit einem Schnitt auf $\lambda \geq 0.9$ erhält man ohne Berücksichtigung der Detektorauflösung (Abb. 47) eine Separation der Eisenschauer mit einer Effizienz und einem Untergrund von

$$\varepsilon_{Fe} = 95 \pm 1 \% \quad , \quad B = 7 \pm 1 \%$$

Berücksichtigt man den Einfluß der begrenzten Detektorauflösung (Abb. 48), ergibt sich:

$$\varepsilon_{Fe} = 89 \pm 2 \% \quad , \quad B = 14 \pm 2 \%$$

Der Schnitt in λ wurde wie in Abschnitt 6.1.2 so festgelegt, daß die Summe aus dem Untergrundsignal und dem verlorengegangenen Eisensignal minimal wird. Die angegebenen Fehler ergeben sich aus der Binomialstatistik.

Die Auflösung des Detektors führt nur zu einer relativ geringen Beeinflussung der Massentrennung. Für die Separation des Eisenanteils erhält man ein Verhältnis von Signal zu Untergrund von

$$S/B = 6.1 \pm 0.9$$

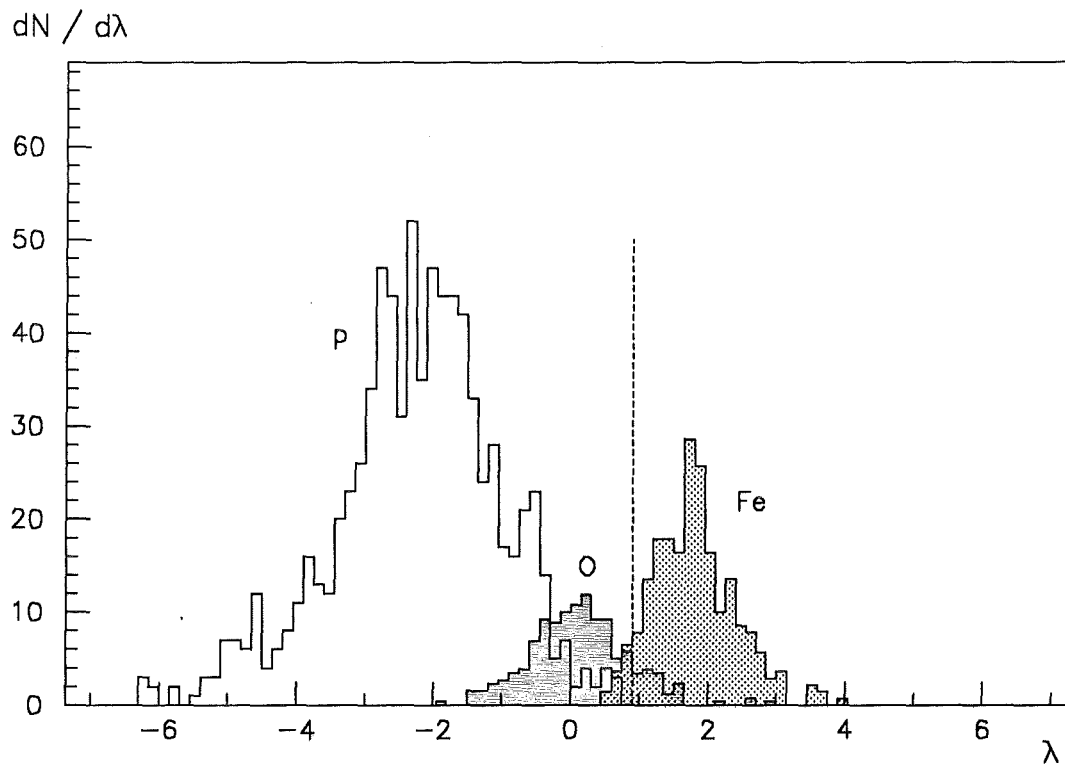


Abbildung 47. Massentrennung durch PCA für Schauer mit $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV. Das primäre Energiespektrum und die relativen Häufigkeiten wurden berücksichtigt.

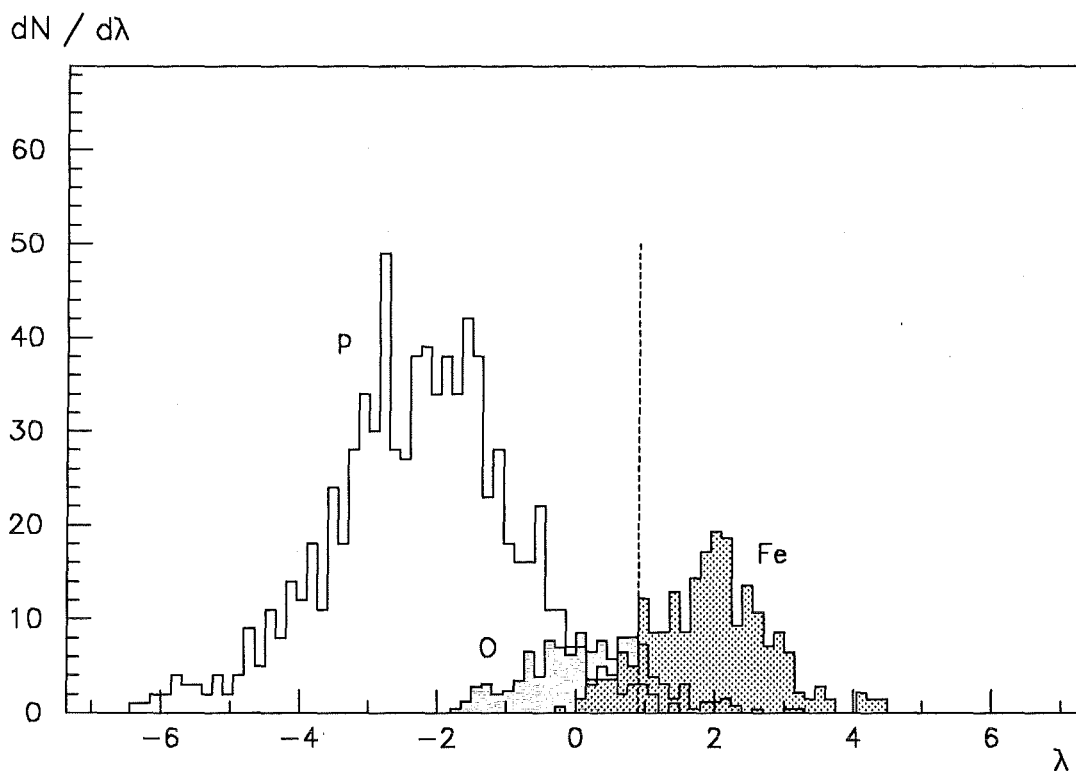


Abbildung 48. Massentrennung durch PCA für Schauer mit $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV (KASCADE)

Bei einer relativen Häufigkeit des Eisen von nur 10% erhöht sich der Untergrund von 14% auf 24%. Dies entspricht einer immer noch sehr guten Separation von Fe mit

$$S/B = 3.2 \pm 0.5$$

Neben der Trennung aufgrund von $\lambda = PC\ 2 + PC\ 3$ wurden desweiteren aus den Korrelationen von PC 2 und PC 3, für p-, O- und Fe-Schauer jeweils getrennt, die Lage der Ellipsen in der Ebene (PC 2, PC 3) ermittelt. Dabei ergaben sich näherungsweise parallel verlaufende Achsen, so daß eine Massentrennung durch Projektion entlang der großen Halbachsen möglich wäre. Der daraus resultierende Parameter

$$\lambda' = 0.7 \cdot PC\ 2 + PC\ 3$$

ergab allerdings keine Verbesserung in ε_{Fe} bzw. B . Die Ursache hierfür liegt darin, daß der Parameter λ' auf der Basis von diskreten Primärenergien ermittelt wurde, das primäre Energiespektrum die Lage der Ellipsen aber verzieht.

Eine systematische Variation des Vorfaktors von PC 2 im Bereich von 0.8 - 1.2 ergab keine signifikanten Auswirkungen auf die Separation des Eisenanteils.

6.3.5 Variation der Schauerparameter

Gegenüber der Massentrennung aufgrund von N_e und N_μ wurde bei der PCA zusätzlich die Information über den "age"-Parameter s sowie den Energiefluß der Hadronen verwendet. Um den Einfluß dieser beiden Informationen getrennt zu untersuchen, wurden Analysen durchgeführt, bei denen zum einen der Parameter s und zum anderen die Hadroninformation weggelassen wurden.

In beiden Fällen ergibt sich keine signifikante Änderung in der Energieauflösung. Die Abweichungen von den in Tabelle 32 für die Analyse mit 7 Parametern angegebenen Werte von R betragen jeweils weniger als 0.03.

Unter Berücksichtigung des primären Energiespektrums, der relativen Häufigkeiten sowie des Einflusses von KASCADE wurde eine Separation des Eisenanteiles für Schauer mit $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV durchgeführt. Ohne Verwendung des Parameters s erhält man durch Trennung aufgrund von PC 2 + PC 3:

$$\varepsilon_{Fe} = 89 \pm 2 \% \quad , \quad B = 19 \pm 2 \%$$

Ohne die Hadroninformation erfolgte die Massentrennung nur aufgrund von PC 2, da bei Verwendung von lediglich 4 Schauerparametern in der dritten Hauptkomponente keine Information mehr über das Primärteilchen zu erkennen ist. Man erhält:

$$\varepsilon_{Fe} = 92 \pm 2 \% \quad , \quad B = 20 \pm 2 \%$$

Im Vergleich zur Verwendung von 7 Parametern ergibt sich jeweils eine Erhöhung des Untergrundes um 5-6% bei einem Fehler des Untergrundes von 2% und nahezu gleichbleibender Effizienz ε_{Fe} der Eisenseparation. Dies kann als Hinweis darauf gedeutet werden, daß die PCA-Methode umso besser funktioniert, je mehr Parameter gemessen werden können. Dieser Trend wurde auch in Analysen bestätigt, bei denen nur einer der drei Hadronparameter weggelassen wurde.

Bei den bisherigen Untersuchungen ist man davon ausgegangen, daß sowohl die Elektronen- als auch die Myonzahl mit Hilfe eines Arrays gemessen werden können. Da die Bestimmung der Myonzahl aufgrund ihrer sehr breiten Lateralverteilung und auch aufgrund von sogenannten "punch-through" Effekten etwas problematisch ist, soll nun untersucht werden, inwieweit die Schauer ohne Information eines Myon-Arrays identifiziert werden können. Hierzu wurde eine PC-Analyse mit 6 Parametern durchgeführt, wobei gegenüber dem vorangegangenen Abschnitt der Parameter $\log N_{\mu A}$ weggelassen wurde.

Für die Primärenergie ($\log E_0$) und den Parameter κ als Indikator für die Masse des Primärteilchens wurden nach demselben Verfahren wie bei Verwendung von 7 Schauerparametern die in Tabelle 34 angegebenen Linearkoeffizienten ermittelt.

	$\log N_e$	$1/s$	$\log N_{\mu Z}$	$\log E_{sum}^{2m}$	$\log E_{sum}^{5m}$	$\log E_h^{max}$	const
$\log E_0$	0.33	-0.18	0.60	-0.02	-0.01	-0.13	3.78
κ	-3.71	-9.99	8.04	-0.55	-0.55	-1.31	16.95

Tabelle 34. Linearkoeffizienten von $\log E_0$ und κ als Funktion der Schauerparameter

Erwähnenswert erscheint hierbei, daß durch den Wegfall der Myonzahl als stärkstem Indikator für die Primärenergie der Beitrag der Elektronenzahl zu $\log E_0$ deutlich größer wird (0.33 statt 0.10 in Abschnitt 6.3.3). Dadurch bedingt wird im Vergleich zum Parameter λ (s. Abschnitt 6.3.4) der Einfluß der Elektronen auf die Masse des Primärteilchens entsprechend kleiner (3.71 gegenüber 6.67), während die Bedeutung des Parameters $\log N_{\mu Z}$ drastisch zunimmt (8.04 statt 2.32).

Berücksichtigt man das primäre Energiespektrum und führt wiederum einen Schnitt auf die rekonstruierte Energie von $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV durch, ergeben sich die in Tabelle 35 aufgeführten Ergebnisse für die Bestimmung der Primärenergie. Durch den Wegfall der Myonzahl ergibt sich bei p-induzierten Schauern eine Verschlechterung der Energieauflösung von etwa 30% auf 40%. Daraus resultiert eine Vergrößerung der systematischen Verschiebung in E_{rek} auf im Mittel 27%. Bei den primären Kernen ergibt sich dagegen nur eine geringfügige Veränderung gegenüber den mit 7 Parametern ermittelten Werten

(vgl. Tabelle 32). Die Berücksichtigung des KASCADE Detektors hat bei Verwendung dieser 6 Parameter keinerlei Auswirkung auf die Energiebestimmung.

	Protonen	Sauerstoff	Eisen
ohne Detektorauflösung	0.27 ± 0.42	0.02 ± 0.24	-0.12 ± 0.15
mit Detektorauflösung	0.27 ± 0.42	0.02 ± 0.25	-0.12 ± 0.15

Tabelle 35. Energiebestimmung durch PCA ohne Myon-Array. Angegeben sind die Mittelwerte und Standardabweichungen der Verteilungen von $R = (E_{rek} - E_0) / E_0$ für Schauer mit $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV unter Berücksichtigung des primären Energiespektrums.

Unter Berücksichtigung der Detektorauflösung sind die entsprechenden Verteilungen von $R = (E_{rek} - E_0) / E_0$ für p- und Fe-induzierte Schauer in Abbildung 49 dargestellt. Aufgrund der größeren systematischen Verschiebung in E_{rek} überleben nun deutlich mehr Protonenschauer (ca.1000) den Schnitt von $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV.

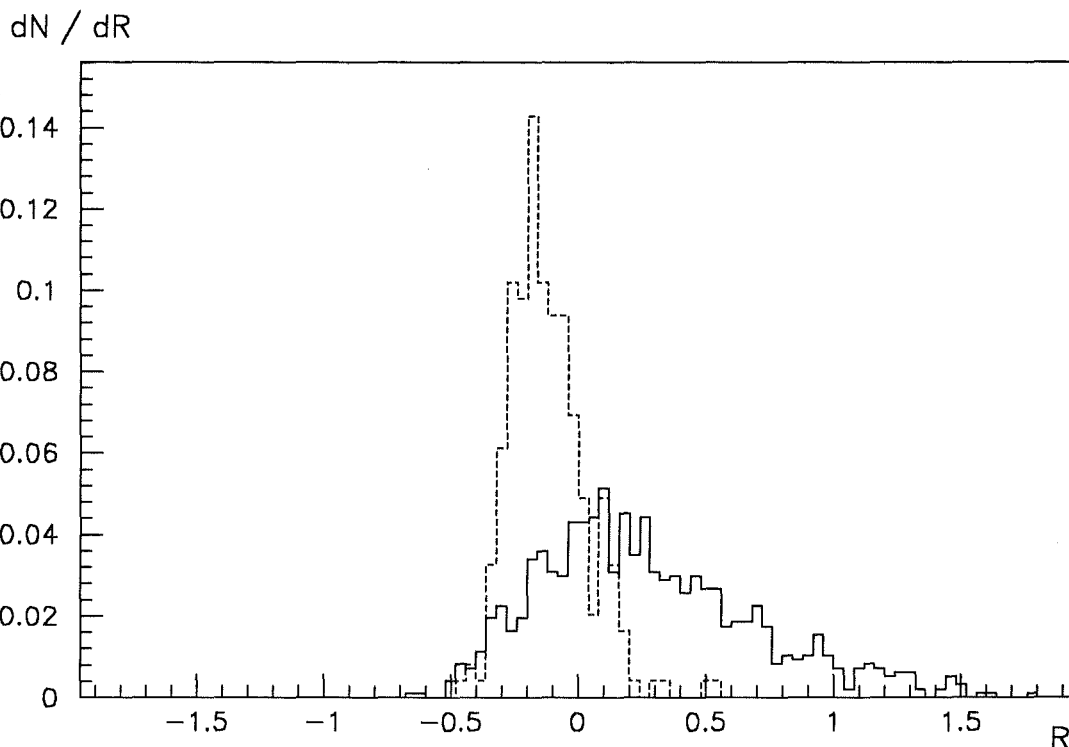


Abbildung 49. Energieauflösung nach der PCA-Methode ohne Myon-Array. Dargestellt sind die auf die Anzahl der Schauer normierten Verteilungen von $R = (E_{rek} - E_0) / E_0$ für ca. 1000 p-induzierte (durchgezogene Kurve) sowie 250 Fe-induzierte Schauer (gestrichelte Kurve) mit $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV. Das primäre Energiespektrum sowie die Auflösung des KASCADE Detektors wurden berücksichtigt.

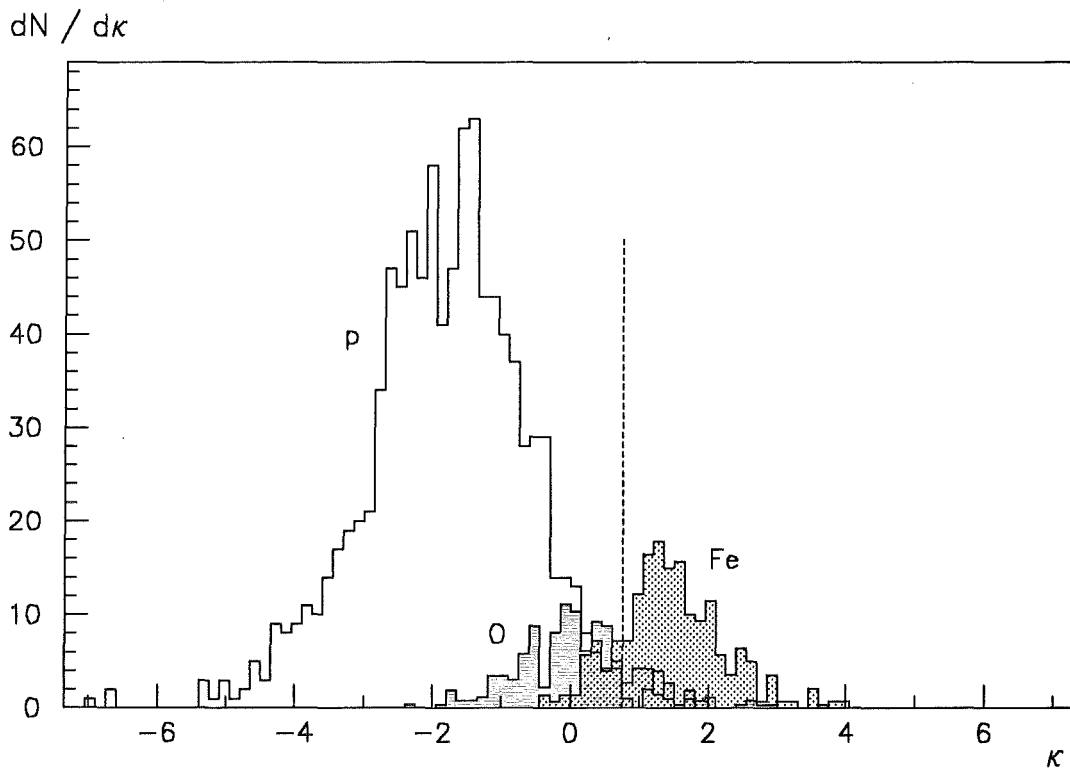


Abbildung 50. Massentrennung ohne Myon-Array für Schauer mit $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV. Das primäre Energiespektrum und die relativen Häufigkeiten wurden berücksichtigt

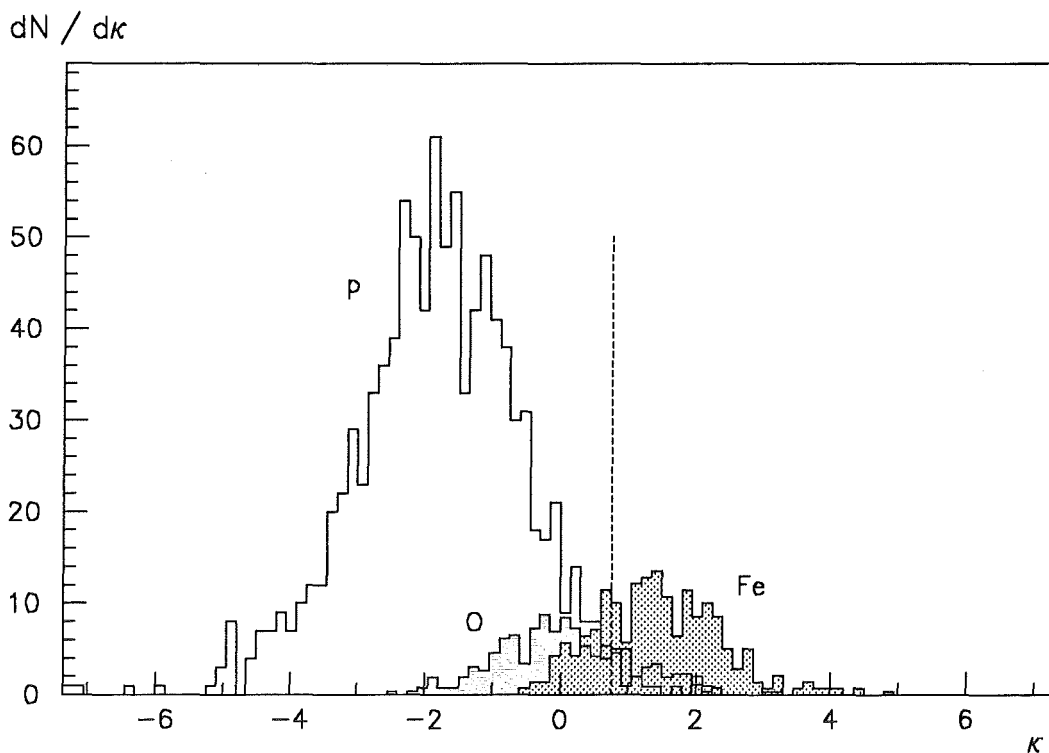


Abbildung 51. Massentrennung ohne Myon-Array für Schauer mit $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV (KASCADE)

Die Abbildungen 50 und 51 zeigen die Massentrennung aufgrund des Parameters κ für Schauer mit $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV, wobei die Verteilungen wiederum gemäß ihrer relativen Häufigkeiten gewichtet wurden. Der Eisenanteil läßt sich dabei durch einen Schnitt bei $\kappa = 0.75$ separieren. Ohne Detektoreinfluß (Abb. 50) ergibt sich:

$$\varepsilon_{Fe} = 83 \pm 2 \% \quad , \quad B = 18 \pm 2 \%$$

Unter Berücksichtigung der Auflösung von KASCADE (Abb. 51) erhält man:

$$\varepsilon_{Fe} = 76 \pm 3 \% \quad , \quad B = 24 \pm 3 \%$$

Dies entspricht einem Signal/Untergrund Verhältnis von

$$S / B = 3.2 \pm 0.5$$

Dies zeigt, daß sich ohne die Myoninformation des Arrays zwar eine schlechtere Massentrennung ergibt, eine Separation des Eisenanteils aber immer noch sehr gut möglich ist.

6.3.6 Abhängigkeit der Teilchenidentifikation von der Primärenergie

Um die Abhängigkeit der Energie- und Massenauflösung von der Primärenergie zu untersuchen, wurden die bisherigen Analysen ebenfalls für einen Schnitt in der rekonstruierten Energie von $E_{rek} \geq 2 \times 10^{15}$ eV durchgeführt. Von den insgesamt 4660 verwendeten Schauern überleben diesen Schnitt allerdings nur noch ca. 200 p- sowie jeweils 60-70 O- und Fe-induzierte Schauer. Für die untersuchten Fälle

7 Parameter : $\log N_e$, s , $\log N_{\mu Z}$, $\log N_{\mu A}$, $\log E_{sum}^{2m}$, $\log E_{sum}^{5m}$, $\log E_h^{max}$

6 Parameter : ohne Verwendung von $N_{\mu A}$

4 Parameter : ohne Verwendung von der Hadroninformation

sind in Tabelle 36 die Mittelwerte und Standardabweichungen von $R = (E_{rek} - E_0) / E_0$ unter Berücksichtigung der Detektorauflösung zusammengefaßt. Über die verschiedenen Primärteilchen wurde dabei gemäß ihren relativen Häufigkeiten gemittelt.

Mit zunehmender Energie deutet sich eine Verbesserung der Energieauflösung an. Weiterhin erkennt man eine geringfügige Änderung der Mittelwerte von R . Dies läßt sich auf die in Tabelle 31 auf Seite 101 aufgezeigte Abhängigkeit von \bar{R} von der Primärenergie zurückführen.

	$E_{rek} \geq 10^{15} \text{ eV}$	$E_{rek} \geq 2 \times 10^{15} \text{ eV}$
7 Parameter	0.10 ± 0.30	0.07 ± 0.26
6 Parameter (ohne $N_{\mu A}$)	0.19 ± 0.41	0.14 ± 0.37
4 Parameter (ohne Hadronen)	0.13 ± 0.32	0.10 ± 0.27

Tabelle 36. Energiebestimmung durch PCA für $E_{rek} \geq 2 \times 10^{15} \text{ eV}$. Angegeben sind die Mittelwerte und Standardabweichungen der Verteilungen von $R = (E_{rek} - E_0) / E_0$, wobei über die verschiedenen Primärteilchen gemäß ihren relativen Häufigkeiten gemittelt wurde. Das primäre Energiespektrum und die Auflösung des KASCADE Detektors wurden berücksichtigt.

In Tabelle 37 sind die Ergebnisse für die Separation von Fe zusammengefaßt. Bei Verwendung von 7 bzw. 6 Parametern ist für $E_{rek} \geq 2 \times 10^{15} \text{ eV}$ eine verbesserte Separation des Eisenanteils zu erkennen, während ohne Ausnutzung der Hadroninformation keine Veränderung eintritt. Dies deutet darauf hin, daß mit zunehmender Primärenergie die Hadronen an Bedeutung für die Massentrennung gewinnen.

	$E_{rek} \geq 10^{15} \text{ eV}$		$E_{rek} \geq 2 \times 10^{15} \text{ eV}$	
	ε_{Fe} [in %]	B [in %]	ε_{Fe} [in %]	B [in %]
7 Parameter	89 ± 2	14 ± 2	90 ± 4	4 ± 3
6 Parameter (ohne $N_{\mu A}$)	76 ± 3	24 ± 3	83 ± 6	13 ± 4
4 Parameter (ohne Hadronen)	92 ± 2	20 ± 2	91 ± 4	19 ± 4

Tabelle 37. Separation des Eisenanteils mit PCA für $E_{rek} \geq 10^{15} \text{ eV}$ und $E_{rek} \geq 2 \times 10^{15} \text{ eV}$. Angegeben sind die Effizienz der Eisenidentifizierung sowie der Untergrund an Proton- und Sauerstoffschauern mit ihren Binomialfehlern. Berücksichtigt wurden dabei das primäre Energiespektrum, die relativen Häufigkeiten sowie die Auflösung des KASCADE Detektors.

6.3.7 Systematische Unsicherheiten

Um die aus dem verwendeten Modell resultierenden systematischen Unsicherheiten abzuschätzen, wurden wie schon bei der Kovarianzmethode die Schauer herangezogen, die mit der Programmversion "CTG58" simuliert wurden (vgl. Abschnitt 6.2.5). Hierzu standen insgesamt 2100 Schauer bei diskreten Primärenergien im Bereich von $5 \times 10^{14} \text{ eV} \leq E_0 \leq 2.8 \times 10^{15} \text{ eV}$ zur Verfügung. Da in dieser Version keine Information über den Parameter s zur Verfügung stand, wurde eine PC-Analyse auf der Grundlage von 6 Parametern

$$\log N_e, \log N_{\mu Z}, \log N_{\mu A}, \log E_{\text{sum}}^{2m}, \log E_{\text{sum}}^{5m}, \log E_h^{\text{max}}$$

durchgeführt. Die Linearkoeffizienten für die einzelnen Schauerparameter zur Bestimmung von $\log E_0$ und des Massenindikators ι (s. Tabelle 38) wurden dabei anhand von Schauern ermittelt, die mit der aktuellen CORSIKA Version 3.02 generiert wurden. Diese wurden anschließend zur Energie- und Massenbestimmung für die "CTG58"-Kandidaten verwendet. Das primäre Energiespektrum wurde berücksichtigt, indem die verschiedenen diskreten Primärenergien der Kandidaten mit entsprechenden Gewichtungsfaktoren versehen wurden.

	$\log N_e$	$\log N_{\mu A}$	$\log N_{\mu Z}$	$\log E_{\text{sum}}^{2m}$	$\log E_{\text{sum}}^{5m}$	$\log E_h^{\text{max}}$	const
$\log E_0$	0.10	0.60	0.28	-0.02	-0.01	-0.08	3.18
ι	-7.24	8.95	2.57	-0.56	-0.73	-0.61	6.51

Tabelle 38. Linearkoeffizienten von $\log E_0$ und ι als Funktion der Schauerparameter

Die Mittelwerte und Standardabweichungen von $R = (E_{\text{rek}} - E_0) / E_0$ für Schauer mit $E_{\text{rek}} \geq 10^{15} \text{ eV}$ sind unter Berücksichtigung des KASCADE Detektors in Tabelle 39 mit den Ergebnissen für CORSIKA 3.02 Schauer verglichen. Man erkennt, daß die Breite der Verteilungen durch das Modell kaum beeinflusst wird. Es ergibt sich aber eine systematische Unsicherheit in den Mittelwerten von R in der Größenordnung von 10%.

	Protonen	Sauerstoff	Eisen
CTG58	0.30 ± 0.36	0.07 ± 0.17	0.02 ± 0.15
CORSIKA 3.02	0.16 ± 0.35	0.05 ± 0.21	-0.03 ± 0.14

Tabelle 39. Energiebestimmung durch PCA für "CTG58"-Schauer. Verglichen sind die Mittelwerte und Standardabweichungen der Verteilungen von $R = (E_{\text{rek}} - E_0) / E_0$ für Schauer mit $E_{\text{rek}} \geq 10^{15} \text{ eV}$ unter Berücksichtigung des primären Energiespektrums und der Auflösung des KASCADE Detektors.

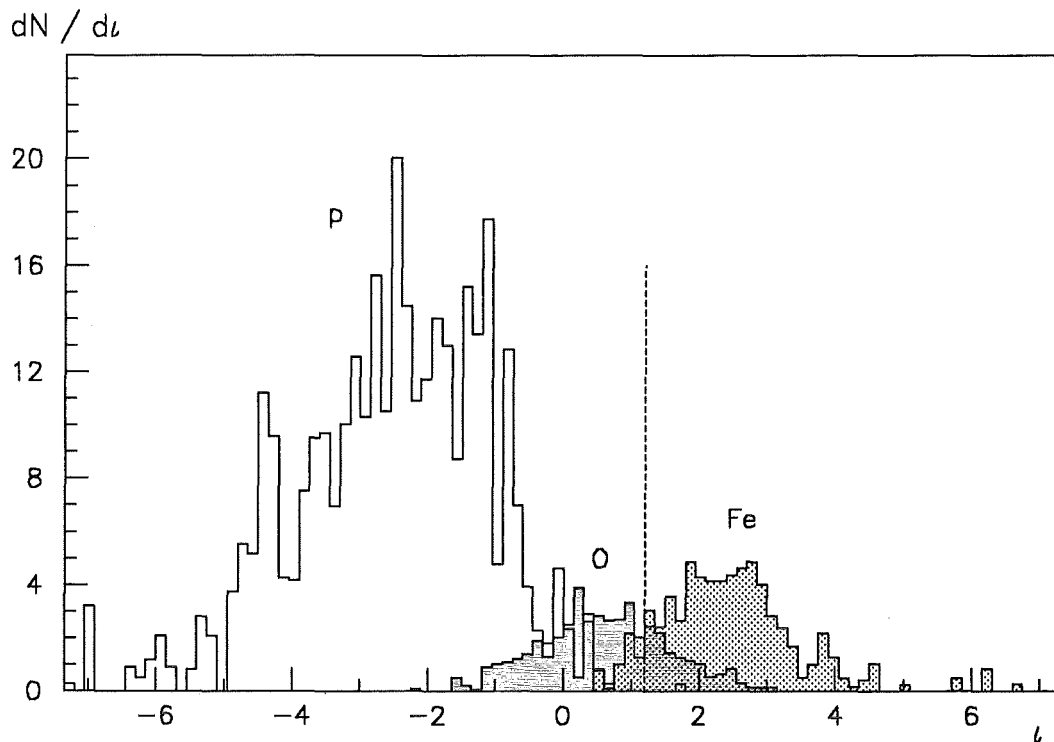


Abbildung 52. Massentrennung durch PCA für "CTG58"-Schauer mit $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV. Das primäre Energiespektrum, die relativen Häufigkeiten und die Auflösung des KASCADE Detektors wurden berücksichtigt

Bei der Massentrennung wurden zusätzlich die zu erwartenden relativen Häufigkeiten berücksichtigt. Abbildung 52 zeigt die Verteilung des Massenindikators ι . Ein Schnitt bei $\iota \geq 1.2$ ermöglicht eine Separation des Eisenanteils mit

$$\varepsilon_{Fe} = 87 \pm 2 \% \quad , \quad B = 15 \pm 3 \%$$

Vergleicht man dies mit den Werten $\varepsilon_{Fe} = 89 \pm 2 \%$ und $B = 19 \pm 2 \%$, die für die CORSIKA 3.02 Schauer auf der Basis derselben 6 Parameter ermittelt wurden (s. Abschnitt 6.3.5), so ist kein Einfluß auf die Massentrennung erkennbar. Hierbei wurde allerdings der Schnitt bei $\iota \geq 1.2$ durchgeführt. Wendet man diesen Schnitt auf die "CTG58"-Schauer an, so ergibt sich:

$$\varepsilon_{Fe} = 99 \pm 2 \% \quad , \quad B = 23 \pm 3 \%$$

Daraus läßt sich abschätzen, daß der Eisenanteil der kosmischen Strahlung mit einer systematischen Unsicherheit von etwa 10% bestimmt werden kann.

6.4 Vergleich der Methoden

Als wichtigster Parameter zur Bestimmung der Primärenergie hat sich die Myonzahl erwiesen. Bei Verwendung von 2 Schauerparametern (N_e und N_μ) ermöglicht die Modifikation durch das N_e / N_μ -Verhältnis eine von der Masse des Primärteilchens unabhängige Energiebestimmung. Hierbei erreicht man unter Berücksichtigung des KASCADE Detektors für Schauer oberhalb von 10^{15} eV eine Auflösung zwischen 20% (Fe-Schauer) und 30% (p-Schauer). Diese Werte lassen sich durch die Messung mehrerer Schauerparameter und die Anwendung der Kovarianz- oder PCA-Methode nicht weiter verbessern. Ohne Verwendung der Myonzahl läßt sich mit Hilfe dieser Methoden bei einer etwas schlechteren Energieauflösung (ca. 40% für p-Schauer) die Primärenergie immer noch sehr gut rekonstruieren.

Bei der Energiebestimmung aufgrund von N_e und N_μ sowie bei Anwendung der Kovarianzmethode könnte die Energieauflösung bei 100% Detektoreffizienz theoretisch um ca. 8% verbessert werden, während bei der PCA-Methode keine Verbesserung eintritt. Dies ist ein Hinweis darauf, daß die Energiebestimmung mit Hilfe von 2 PC's nicht optimal ist. Als weiterer Nachteil der PCA erweist sich die Tatsache, daß die Abweichung der rekonstruierten Energie von der wahren Energie eine Abhängigkeit von der Primärenergie zeigt.

Ein Punkt, der bei der Messung des Energiespektrums berücksichtigt werden muß, ist der Einfluß des steil abfallenden primären Spektrums. Hier konnte gezeigt werden, daß dieser Effekt nur von der Energieauflösung und nicht von der angewandten Methode abhängt. Bei 30% Auflösung erhält man eine systematische Verschiebung in der rekonstruierten Energie um 15-20% zu höheren Werten.

Bei der Massentrennung ergibt sich für ein angenommenes p-dominiertes Spektrum mit ca. 10% O- und 20% Fe-Anteil, daß der Eisenanteil sich sehr gut separieren läßt. Der Einfluß des KASCADE Detektors hat sich dabei als nicht allzu stark erwiesen. Aufgrund von 2 Parametern erreicht man dabei bei einer Energieschwelle von $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV eine Effizienz von nahezu 90% bei einem Untergrund von ungefähr 20%.

Unter Verwendung von 7 Parametern kann dieser Untergrund mit Hilfe der PCA-Methode bei gleicher Effizienz um etwa ein Drittel reduziert werden.

Die eigentliche Bedeutung der PCA liegt aber darin, daß unter der Voraussetzung, daß alle 3 Komponenten eines Luftschauers gemessen werden können, mit zunehmender Primärenergie eine signifikante Verbesserung der Massentrennung eintritt. Bei einer Energieschwelle von $E_{rek} \geq 2 \times 10^{15}$ eV und Verwendung von 7 Parametern erhält man nur 4% Untergrund, wobei wiederum 90% der Eisenschauer richtig erkannt werden.

Ein weiterer Vorteil der PCA-Methode liegt darin, daß die Bestimmung der PC's weitgehend modellunabhängig ist. Prinzipiell könnte diese Methode auch direkt auf experimentelle Daten angewendet werden.

Schauer, die mit einer älteren Version von CORSIKA generiert wurden, ergaben in den PC's, die aus Schauern der aktuellen Version bestimmt wurden, ebenfalls eine klare Signatur für die verschiedenen Primärteilchen, so daß bei der Separation des Eisenanteils systematische Effekte nur eine untergeordnete Rolle spielen.

Desweiteren konnte gezeigt werden, daß die PCA eine geeignete Methode zur Identifikation des Primärteilchen darstellt, falls z.B. die Myonkomponente im Array nicht gemessen werden kann. In diesem Fall wäre eine Separation des Eisenanteils immer noch sehr gut möglich, wobei auch hier die Separation mit zunehmender Primärenergie deutlich besser wird. Weitere Variationen der verwendeten Schauerparameter wiesen darauf hin, daß die PCA-Methode umso besser funktioniert, je mehr Parameter hineingesteckt werden.

Bei Anwendung der Kovarianzmethode zur Massentrennung hat sich herausgestellt, daß die Anzahl der verwendeten Schauerparameter nur einen geringen Einfluß besitzt. Proton- und Eisenschauer werden dabei unter Berücksichtigung des KASCADE Detektors mit einer Wahrscheinlichkeit von ungefähr 80%, Sauerstoffschauer mit etwas weniger als 60% identifiziert. Aus den Identifikationswahrscheinlichkeiten für die 3 verschiedenen Primärteilchen läßt sich zwar aus den gemessenen relativen Häufigkeiten die chemische Zusammensetzung ermitteln, dabei ist man aber relativ großen systematischen Unsicherheiten ausgesetzt. Diese liegen für alle Teilchensorten bei ungefähr 10% des Gesamtspektrums. Bei einem p-dominierten Spektrum bedeutet dies, daß die systematischen Fehler bei O- und Fe-induzierten Schauern in derselben Größenordnung liegen wie ihr relativer Anteil am chemischen Spektrum. Der Vorteil dieser Methode liegt darin, daß wenn die systematischen Unsicherheiten durch ein entsprechend gut getestetes Modell zur Luftschauerentwicklung klein gehalten werden können, auch eine Abschätzung des Anteils der C,N,O-Gruppe vorgenommen werden könnte, während dies bei der PCA-Methode äußerst problematisch erscheint.

Mit dem Programm CORSIKA simulierten wir p-, O- und Fe-induzierte Luftschauer mit Primärenergien vorwiegend im Bereich von $5 \times 10^{14} \text{ eV} < E_0 < 5 \times 10^{15} \text{ eV}$. Dabei ergaben sich für die verschiedenen Primärteilchen die zur Bestimmung der chemischen Zusammensetzung der kosmischen Strahlung erforderlichen Unterschiede in den Schauerparametern, wie sie aufgrund qualitativer Überlegungen erwartet wurden. Die für individuelle Schauer auftretenden intrinsischen Fluktuationen sind nicht so groß, daß diese Unterschiede verdeckt werden.

Beim Vergleich der Simulationsergebnisse von CORSIKA mit experimentellen Daten sowie mit Ergebnissen des Simulationsprogrammes SHOWERSIM ergab sich im wesentlichen eine gute Übereinstimmung mit einer Genauigkeit von etwa 30%.

Unter Berücksichtigung des steil abfallenden primären Energiespektrums und der begrenzten Auflösung des KASCADE Detektors ergaben die Analysen zur Identifikation des Primärteilchens für Schauer mit $E_0 \gtrsim 10^{15} \text{ eV}$ folgende Ergebnisse:

Die Primärenergie von p-induzierten Schauern kann mit einer Genauigkeit von

$$\frac{\sigma(E_0)}{E_0} \approx 0.30$$

bestimmt werden. Für O- und Fe-induzierte Schauer ergibt sich aufgrund ihrer geringeren intrinsischen Fluktuationen eine bessere Energieauflösung von

$$\frac{\sigma(E_0)}{E_0} \approx 0.20$$

Bei einer angenommenen Häufigkeitsverteilung von p : O : Fe = 6 : 1 : 1.75 kann der Eisenanteil der kosmischen Strahlung sehr gut separiert werden. Mit Hilfe von geraden Schnitten in der $\log N_e$ - $\log N_\mu$ - Ebene ergab sich bei einer Effizienz für Eisenschauer von $\epsilon_{Fe} = 87 \pm 2\%$ und einem Untergrund an p- und O-induzierten Schauern von $B = 22 \pm 2\%$ ein Verhältnis von Signal zu Untergrund von

$$S/B = 3.5 \pm 0.4$$

Unter Anwendung der 'principal component analysis' - Methode (PCA) mit 7 gleichzeitig gemessenen Schauerparametern kann dieses Verhältnis bei $\epsilon_{Fe} = 89 \pm 2\%$ und $B = 14 \pm 2\%$ auf

$$S / B = 6.1 \pm 0.9$$

verbessert werden. Mit zunehmender Primärenergie kann der Untergrund dabei signifikant reduziert werden.

Die PCA erwies sich als relativ unempfindlich auf die aus dem Modell resultierenden Unsicherheiten. Eine Abschätzung ergab, daß der systematische Fehler bei der Bestimmung des Eisenanteils ungefähr 10% beträgt.

Bei einem relativen Eisenanteil von 10% am Gesamtspektrum ist die Separation von Fe ebenfalls gut möglich. Durch Schnitte in der $\log N_e - \log N_\mu$ - Ebene ergibt sich $S / B = 1.8 \pm 0.3$, aus der PCA mit 7 Parametern erhält man $S / B = 3.2 \pm 0.5$.

Eine weitere Methode zur Bestimmung der chemischen Zusammensetzung der kosmischen Strahlung ist die Kovarianzmethode. Für eine "wahre" Häufigkeitsverteilung von $p : O : Fe = 0.73 : 0.10 : 0.17$ erhält man bei Verwendung von 5 Schauerparametern für die verschiedenen Primärteilchen die folgenden rekonstruierten relativen Häufigkeiten

p :	0.77 ± 0.03
O :	0.05 ± 0.03
Fe :	0.18 ± 0.02

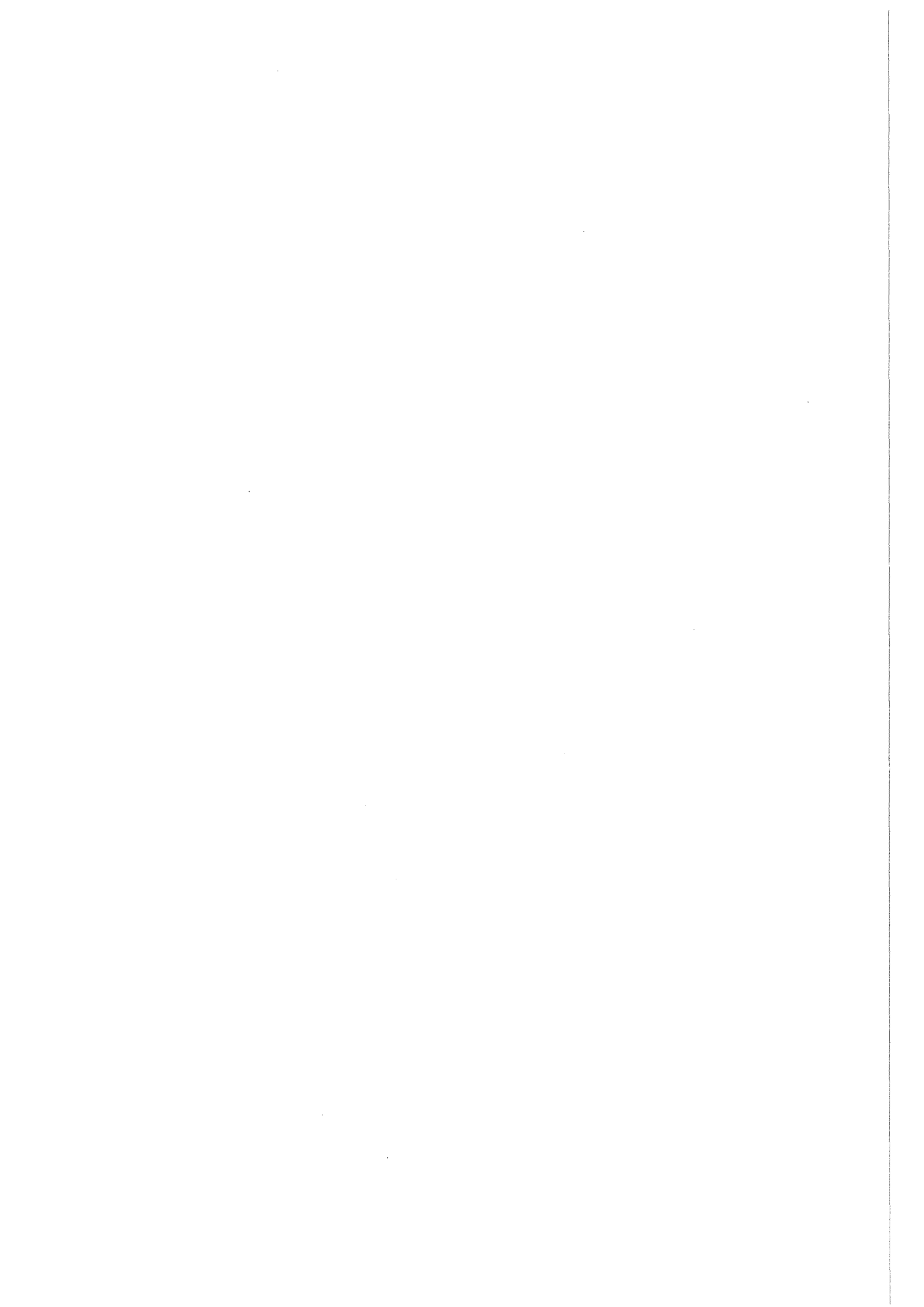
Bei dieser Methode ergab sich allerdings eine hohe Empfindlichkeit auf die Unsicherheiten des verwendeten Modells. Diese führten zu systematischen Fehlern, die bei Sauerstoff und Eisen in derselben Größenordnung lagen, wie ihr relativer Anteil am Spektrum.

Die durchgeführten Untersuchungen zeigten weiterhin, daß die Unsicherheiten bei der Identifikation des Primärteilchens in erster Linie aus den intrinsischen Fluktuationen in der Schauerentwicklung resultieren und weniger durch die begrenzte Auflösung des KASCADE Detektors verursacht werden.

1. Elementenhäufigkeiten der kosmischen Strahlung und des Sonnensystems . . .	5
2. Differentielles Energiespektrum der primären kosmischen Strahlung	6
3. Schematische Darstellung eines ausgedehnten Luftschauers	9
4. Longitudinale Entwicklung eines elektromagnetischen Schauers in Luft	11
5. Auslegung des KASCADE Experimentes	14
6. Querschnitt einer Array-Station von KASCADE	16
7. Seitenansicht des Zentraldetektors von KASCADE	18
8. Lateralverteilung der Elektronen bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$	36
9. Lateralverteilung der Photonen bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$	36
10. Energiespektrum der Elektronen bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$	37
11. Energiespektrum der Photonen bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$	37
12. Lateralverteilung der Myonen bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$	38
13. Energiespektrum der Myonen bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$	38
14. Lateralverteilung der Hadronen mit $E_h \geq 10 \text{ GeV}$ bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$	40
15. Energiespektrum der Hadronen mit $E_h \geq 10 \text{ GeV}$ bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$	40
16. Lateralverteilung der Hadronen ($E_h \geq 10 \text{ GeV}$) bei $E_0/\text{Nukleon} = 1.78 \times 10^{13} \text{ eV}$	41
17. Energiespektrum der Hadronen ($E_h \geq 10 \text{ GeV}$) bei $E_0/\text{Nukleon} = 1.78 \times 10^{13} \text{ eV}$	41
18. Zeitverzögerung gegenüber der Schauerfront für Myonen bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$. .	42
19. Generation der Hadronen und Myonen bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$	43
20. Polarwinkelverteilung der Elektronen für p-Schauer bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$	45
21. Azimutwinkelverteilung der Elektronen für p-Schauer bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$	45
22. Elektronenzahlspektren für vertikale Schauer bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$	47
23. Myonzahlspektren für vertikale Schauer bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$	47
24. Energiesummenspektren der Hadronen für vertikale Schauer bei $E_0 = 10^{15} \text{ eV}$	48
25. Elektronenzahl als Funktion der Primärenergie	52
26. Myonzahl als Funktion der Primärenergie	52
27. Energiesumme der Hadronen als Funktion der Primärenergie	53
28. Parameter s als Funktion der Primärenergie	53
29. Lateralverteilung der Myonen ($E_\mu \geq 10 \text{ GeV}$) für Schauer mit $N_e = 2.2 \times 10^5$. .	58
30. Myonzahlen innerhalb von $r = 32 \text{ m}$ für verschiedene Schwellenenergien . .	59
31. Lateralverteilung der Hadronen ($E_h \geq 10 \text{ GeV}$) für Schauer mit $N_e > 10^5$	60
32. Mittlere Hadronraten als Funktion der Primärenergie pro Nukleon	61
33. Sekundäres Energiespektrum der Hadronen auf Meereshöhe	64
34. Pion/Proton Verhältnis als Funktion der Hadronenergie	65
35. Einfluß des primären Spektrums auf die Energiebestimmung	75
36. Energiebestimmung durch $\log N_\mu$ und $\log N_e$	77
37. Myonzahl als Funktion der Elektronenzahl	78
38. Massenbestimmung durch $\log N_\mu$ und $\log N_e$	80
39. Massenbestimmung durch $\log N_\mu$ und $\log N_e$ (KASCADE)	80
40. χ^2 -Verteilung: Kovarianzmethode mit 5 Parametern	83
41. Energieauflösung bei fester Primärenergie	85

42.	PC 1 als Funktion der Primärenergie für p- und Fe-Schauer	98
43.	PC 2 als Funktion der Primärenergie für p- und Fe-Schauer	99
44.	PC 3 als Funktion der Primärenergie für p- und Fe-Schauer	99
45.	Energieauflösung nach der PCA-Methode	102
46.	Summe aus PC 2 und PC 3 als Funktion der Primärenergie	103
47.	Massentrennung durch PCA für Schauer mit $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV	105
48.	Massentrennung durch PCA für Schauer mit $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV (KASCADE)	105
49.	Energieauflösung nach der PCA-Methode ohne Myon-Array	108
50.	Massentrennung ohne Myon-Array für Schauer mit $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV	109
51.	Massentrennung ohne Myon-Array für Schauer mit $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV (KASCADE)	109
52.	Massentrennung durch PCA für "CTG58"-Schauer mit $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV	113

1.	Erwartete Ereignisraten bei KASCADE für verschiedene Primärenergien	18
2.	Parameter zur Beschreibung der Atmosphäre nach Linsley	20
3.	Vergleich von N_e und s für NKG- und EGS-Option	30
4.	Anzahl der simulierten senkrecht einfallenden NKG-Schauer	34
5.	Anzahl der p-induzierten NKG-Schauer bei niedrigeren Primärenergien	34
6.	Schauerparameter bei $E_0 = 10^{15}$ eV für verschiedene Einfallswinkel	49
7.	Schauerparameter für verschiedene Primärenergien	51
8.	Mit CORSIKA ermittelte sekundäre Hadronraten auf Meereshöhe	63
9.	Elektronenkomponente bei $E_0 = 10^{15}$ eV für verschiedene Simulationsprogramme	66
10.	Myonzahlen für p-induzierte Schauer bei $E_0 = 10^{15}$ eV	67
11.	Myonzahlen für p-induzierte Schauer bei verschiedenen Primärenergien	68
12.	Energiebestimmung nach Capdevielle	73
13.	Energiebestimmung durch $\log N_e$ und $\log N_\mu$	75
14.	Einfluß des primären Spektrums auf die Energiebestimmung	77
15.	Massentrennung unter Berücksichtigung des primären Energiespektrums	79
16.	Energieauflösung unter Verwendung verschiedener Parameterkombinationen	84
17.	Einfluß des Energiespektrums auf die Energiebestimmung	85
18.	Identifikationswahrscheinlichkeiten	86
19.	Einfluß des Detektors auf die Energieauflösung	87
20.	Identifikationswahrscheinlichkeiten unter Detektoreinfluß	87
21.	Teilchenidentifikation mit 2 Parametern	89
22.	Teilchenidentifikation mit 5 Parametern	89
23.	Rekonstruktion der relativen Häufigkeiten	90
24.	Vergleich verschiedener Programmversionen	91
25.	Teilchenidentifikation für "CTG58" - Kandidaten mit 2 Parametern	91
26.	Teilchenidentifikation für "CTG58" - Kandidaten mit 4 Parametern	91
27.	Systematische Unsicherheiten bei der Bestimmung der relativen Häufigkeiten	92
28.	Intrinsische Fluktuationen zur PCA	97
29.	Linearkoeffizienten der PC's als Funktion der Schauerparameter	97
30.	Korrelationen zwischen PC's und Schauerparametern	98
31.	Energiebestimmung mit PCA für diskrete Primärenergien	101
32.	Einfluß des primären Energiespektrums auf die Bestimmung von E_0	101
33.	Massentrennung unter Berücksichtigung des primären Energiespektrums	104
34.	Linearkoeffizienten von $\log E_0$ und κ als Funktion der Schauerparameter	107
35.	Energiebestimmung durch PCA ohne Myon-Array	108
36.	Energiebestimmung durch PCA für $E_{rek} \geq 2 \times 10^{15}$ eV	111
37.	Separation des Eisenanteils mit PCA für $E_{rek} \geq 10^{15}$ eV und $E_{rek} \geq 2 \times 10^{15}$ eV	111
38.	Linearkoeffizienten von $\log E_0$ und t als Funktion der Schauerparameter	112
39.	Energiebestimmung durch PCA für "CTG58"-Schauer	112



- [1] V.F. Hess, *Physikalische Zeitschrift* 13, 1084 (1912)
- [2] P. Sokolsky, *Introduction to Ultrahigh Energy Cosmic Ray Physics*, Addison-Wesley Publishing Company (1989)
- [3] M.S. Longair, *High Energy Astrophysics*, Cambridge University Press (1981)
- [4] T.H. Burnett et al., *Phys. Rev. Lett.* 51, 1010 (1988)
- [5] J.L'Heureux et al., *Nucl. Instr. & Meth.* A295, 246 (1990)
- [6] D. Müller et al., *Astroph. J.* 374, 356 (1991)
- [7] T.H. Burnett et al., *Astroph. J.* 349, L25 (1990)
- [8] P.O. Lagage, C.J. Cesarsky, *Astron. Astrophys.* 125, 249 (1983)
- [9] H.J. Völk, P.L. Biermann, *Astroph. J.* 333, L65 (1988)
- [10] M.Samorsky, W.Stamm, *Astroph. J.* 268, L17 (1983)
- [11] G.Cocconi, in *S. Flügge, Handbuch der Physik, Band XLVII/1*, Springer Verlag (1961)
- [12] K.Greisen, *Progr. Cosmic Ray Phys.* 3, 1 (1956)
- [13] K.Greisen, *Annual Rev. of Nucl. Sc.* 10, 63 (1960)
- [14] G. Schatz, *persönliche Mitteilung* (1991)
- [15] Ch. Geich-Gimbel, *Int. J. Mod. Phys. A4*, 1527 (1989)
- [16] P. Doll et al., *The Karlsruhe Cosmic Ray Project KASCADE, KfK Bericht 4686*, Kernforschungszentrum Karlsruhe (1990)
- [17] O.C. Allkhofer et al., *HEGRA Proposal: Das HEGRA-Projekt, eine Luftschauerapparatur zum Nachweis ultrahochenergetischer Punktquellen*
- [18] K.G. Gibbs et al., *Proc. 21st ICRC Adelaide, OG 10.3-8* (1990)
B.J. Newport et al., *Proc. 21st ICRC Adelaide, OG 10.3-9* (1990)
- [19] H.J. Mayer, *Nucl. Instr. & Meth.* A311, 327 (1992)
- [20] J. Engler et al., *Proc. 21st ICRC Adelaide, HE 7.3-2* (1990)
- [21] J.N. Capdevielle, *Proc. 5th ISVHECRI, Lodz*, 127 (1988)

- [22] P.K.F. Grieder, *Nuovo Cimento* 84A, 285 (1984)
- [23] A. Lagutin, V. Uchaikin, *Proc. 16th ICRC, Kyoto*, 7, 18 (1979)
- [24] W.R. Nelson et al., *The EGS4 Code System, Stanford Report SLAC-265* (1985)
- [25] J.N. Capdevielle et al., *KfK Bericht 4998* (in Vorbereitung)
- [26] A.M. Hillas, *persönliche Mitteilung* (1988)
- [27] N.A. McCubbin, *Nucl. Phys. A* 488, 585c (1988)
- [28] A. Liland, *Proc. 21st ICRC Adelaide, HE 3.1-35* (1990)
- [29] J.N. Capdevielle, *J. Phys. G: Nucl. Phys.* 15, 909 (1989)
- [30] A. Capella, J. Tran Thanh Vanh, *Phys. Lett.* 93B, 146 (1980)
- [31] A. Klar, J. Hüfner, *Phys. Rev. D* 31, 491 (1985)
- [32] R. Hagedorn, *Riv. Nuovo Cimento* 10, 1 (1983)
- [33] G. Schatz, *interner Bericht* (1989) (unveröffentlicht)
- [34] H. de Vries et al., *Atom. Data Nucl. Data Tables* 36, 495 (1987)
- [35] J. Hüfner et al., *Phys. Lett.* 166B, 31 (1986)
- [36] A.M. Hillas, *Proc. 17th ICRC Paris*, 6, 244 (1981)
- [37] T. Stanev, T.K. Gaisser, F. Halzen, *Phys. Rev. D* 32, 1244 (1985)
- [38] R.M. Sternheimer et al., *Phys. Rev. B* 26, 6067 (1982)
- [39] J. Spitzer, *persönliche Mitteilung an D. Heck* (1988)
- [40] G. Völker, *Dissertation Universität Karlsruhe* (1991)
- [41] V.V. Vashkevich et al., *Sov. J. Nucl. Phys.* 47, 672 (1988)
- [42] P.D. Acton et al., *Proc. 21st ICRC Adelaide, HE 3.7-12* (1990)
- [43] G. Cocconi, L.J. Koesters, D.H. Perkins, *UCRL-10022*, 167 (1961)
G. Cocconi, *Nucl. Phys. B* 28, 341 (1971)
- [44] G. Schatz, *interner Bericht* (1991) (unveröffentlicht)
- [45] O.C. Allkhofer, P.K.F. Grieder, *Physics Data 25-1 (Cosmic Rays on Earth)* (1984)
- [46] F. Ashton, A.J. Saleh, *Nature* 256, 387 (1975)

- [47] M. Nieminen et al., *J. Phys. G: Nucl. Phys.* 11, 421 (1985)
- [48] A. Subrahmanian, *Thesis University of Madras* (1962)
- [49] G. Brooke, A.W. Wolfendale, *Proc. Phys. Soc.* 83, 843 (1964)
- [50] I.S. Diggory et al., *J. Phys. A: Math. Nucl. and Gen. Phys.* 7, 741 (1974)
- [51] S. Mikocki et al., *J. Phys. G: Nucl. Phys.* 17, 1303 (1991)
- [52] A. Wrotniak, *Report No. 85-191*, University of Maryland (1985) (unveröffentlicht)
- [53] D. Heck, *persönliche Mitteilung* (1991)
- [54] J.N. Capdevielle et al., *Proc. 21st ICRC Adelaide, HE 3.1-18* (1990)
- [55] J.N. Capdevielle, *persönliche Mitteilung*
- [56] J.N. Capdevielle et al., *Proc. 21st ICRC Adelaide, HE 7.3-3* (1990)
- [57] P.M. Mather, *Computational Methods of Multivariate Analysis in Physical Geography*, John Wiley & Sons (1976)
- [58] H.Wind, *Formulae and Methods in Experimental Data Evaluation, Vol. 3*, European Physical Society, CERN (1983)