

Z.K. Wö ✓
Sei ✓



KfK 5175
März 1993

Experimentelle Untersuchungen in Turbulenten Auftriebsstrahlen in Natrium

J. U. Knebel
Institut für Angewandte Thermo- und Fluidodynamik

Kernforschungszentrum Karlsruhe

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE
Institut für Angewandte Thermo- und Fluiddynamik

KfK 5175

**EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN
IN TURBULENTEN AUFTRIEBSSTRAHLEN IN NATRIUM**

Joachim U. Knebel

Von der Fakultät für Maschinenbau der
Universität Karlsruhe genehmigte Dissertation

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 7500 Karlsruhe 1

ISSN 0303-4003

Kurzfassung

In der Natrium-Teststrecke TEFLU werden achsensymmetrische, turbulente Auftriebsstrahlen untersucht. Der Charakter des Strahls wird in Abhängigkeit von der densimetrischen Froude-Zahl in drei Bereiche unterteilt: Den reinen Impulsstrahl, den Strahl im Übergangsbereich und den reinen Auftriebsstrahl.

Mit einer temperaturkompensierten Miniatur-Permanentmagnet-Potentialsonde werden zeitgleich die mittlere Geschwindigkeit, die mittlere Temperatur und die Temperaturschwankungsintensität für Abstände zwischen 3 und 40 Düsendurchmesser vom Düsenaustritt ausgemessen. Die Funktionsweise der Miniatur-Permanentmagnet-Potentialsonde bezüglich der Geschwindigkeitsmessung bei einem überlagerten Temperaturprofil wird ausführlich beschrieben.

Für die drei Bereiche werden die Abklinggesetze der gemessenen Strömungsgrößen entlang der Kanalachse zusammen mit den radialen Profilen angegeben und diskutiert. Aus den radialen Profilen der mittleren Strömungsgrößen werden der axiale Verlauf der Halbwertsradien und der axiale Verlauf des Impulsflusses, des Auftriebsflusses und des Volumenflusses berechnet.

Weiter wird an verschiedenen radialen Meßpositionen der zeitliche Verlauf der Temperaturschwankungen aufgezeichnet und nach Kennwerten der statistischen Signalanalyse wie Minimalwert, Maximalwert, Schiefe, Flachheit und Kennfunktionen wie Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, Autoleistungsdichtespektrum und Autokorrelationsfunktion ausgewertet.

Die Meßergebnisse für die achsensymmetrischen, turbulenten Auftriebsstrahlen in Natrium werden mit Meßergebnissen der Literatur und Fluide mit molekularen Prandtl-Zahlen größer oder gleich 0.7 verglichen. Die grundlegenden Unterschiede zwischen den experimentellen Ergebnissen in Wasser und Natrium werden aufgezeigt und in Form von Aussagen zur Übertragbarkeit von thermo- und fluiddynamischen Austauschvorgängen von Wasser auf Natrium formuliert.

Experimental Investigations in Turbulent Buoyant Jets of Sodium

Abstract

Axisymmetric, turbulent buoyant jets are investigated in the sodium test section TEFLU. The character of the flow is divided into three regimes depending on the densimetric Froude number: the pure jet, the buoyant jet in the transition regime and the pure plume.

By means of a temperature compensated Miniature Permanentmagnet Flowmeter Probe the mean velocity, mean temperature and intensity of temperature fluctuations are measured simultaneously at axial distances between 3 and 40 initial jet diameters from the orifice. The functional principle of the Miniature Permanentmagnet Flowmeter Probe which allows velocity measurements to be made in the presence of a temperature gradient is described in detail.

For all three regimes both the decay laws of the quantities measured along the axis of the containment pipe and the radial profiles are indicated and discussed. With the help of the radial profiles of the mean quantities the axial development of the half-width radii and the axial development of the momentum, buoyancy and volume fluxes are calculated.

In addition, the time history of the temperature fluctuations is recorded at several radial positions. The data are analysed according to characteristic values of statistical signal analysis such as minimum value, maximum value, skewness, flatness and according to characteristic functions such as probability density function, autopower spectrum density and autocorrelation function.

The experimental results for the axisymmetric, turbulent buoyant jets of sodium are compared with experimental results from the literature and with fluids of molecular Prandtl numbers greater than or equal to 0.7. The basic differences between the experimental results obtained for water and for sodium are outlined. Statements are formulated which allow thermo- and fluiddynamic diffusion processes to be transferred from water to sodium.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Kurzfassung	III
Abstract	IV
Verzeichnis der Symbole	VII
1. Einleitung	1
1.1 Motivation und Zielsetzung	1
1.2 Literaturübersicht	4
2. Grundgleichungen für turbulente Auftriebsströmungen	9
2.1 Reynoldssche Gleichungen und exakte Transportgleichungen für die Turbulenzgrößen	9
2.2 Turbulenzmodellierung im Standard k - ε -Turbulenzmodell für Auftriebsströmungen	13
2.3 k - ε - T'^2 -Turbulenzmodell und algebraisches Spannungs-/Flußmodell für Auftriebsströmungen	17
2.4 Zusammenfassung	20
3. Natrium-Teststrecke TEFLU	22
4. Temperaturkompensierte Miniatur-Permanentmagnet-Potentialsonde	25
4.1 Aufbau und Funktionsweise	25
4.2 Signalverarbeitung	28
4.3 Verhalten der MPP-Sonde	31
4.3.1 Spannungen zur Bestimmung der Geschwindigkeit und der Temperatur	31
4.3.2 Kalibrierungs- und Eichmessung	33
4.3.3 Geschwindigkeitsmessung bei überlagertem Temperaturgradienten	36
4.4 Statistische Signalanalyse	39
4.5 Zusammenfassung	44
5. Experimente	45
5.1 Kenngrößen, Ähnlichkeits- und Maßstabsgesetze	45
5.2 Meßprogramm	50

5.3 Meßergebnisse für die zeitlich gemittelten Strömungsgrößen	52
5.3.1 Meßergebnisse für den Impulsstrahl	52
5.3.2 Meßfehler und Reproduzierbarkeit	60
5.3.3 Meßergebnisse für den allgemeinen Auftriebsstahl	62
5.4 Meßergebnisse für die Temperaturschwankungen	75
5.5 Zusammenfassung der Meßergebnisse	95
5.6 Modellierung der Strömung und Übertragbarkeit Wasser/Natrium	98
6. Schlußbetrachtung	103
7. Literaturverzeichnis	105
A. Anhang	115
A.1 Daten des Wärmeübergangsprüfstands WÜP	115
A.2 Meßergebnisse einer Kalibrierungs- und einer Eichmessung	116
A.2.1 Kalibrierungsmessung	116
A.2.2 Eichmessung	124
A.3 Poisson-Gleichung für das Potential Φ	127
A.4 Fehlerrechnung	128
A.5 Stoffdaten für Wasser und Natrium und Seebeckkoeffizienten	131

Verzeichnis der Symbole

Lateinisches Alphabet:

A_T, A_u	/1/	Abklingkonstanten in den Gln.(5.12) und (5.11)
B	/T/	Magnetfeld
B	$/m^4/s^3/$	Auftriebsfluß
B_T, B_u, B'_u	/1/	Abklingkonstanten in den Gln.(5.14), (5.13), (5.24)
C_μ	/1/	dimensionsloser Faktor in Gl.(2.12)
C'_s	/1/	empirische Konstanten im k - ε -Turbulenzmodell
c_p	$/J/kg/K/$	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
d	/m/	Düsendurchmesser
D	/m/	Kanaldurchmesser
D	/V/	Offsetwert
E	$/V/m/$	elektrisches Feld
E	/V/	induzierte, geschwindigkeitsproportionale Spannung
ES	$/Vs/m/$	Empfindlichkeit der MPP-Sonde
f	$/1/s/$	Frequenz
f_0	$/1/s/$	Eckfrequenz
F	/1/	Flachheit
Fr	/1/	densimetrische Froude-Zahl
g	$/m/s^2/$	Erdbeschleunigung
G	$/m^2/s^3/$	Auftriebsproduktion/-vernichtung von k
G_{ij}	$/m^2/s^3/$	Auftriebsproduktion/-vernichtung von $\overline{u'_i u'_j}$
G_{iT}	$/mK/s^2/$	Auftriebsproduktion/-vernichtung von $\overline{u'_i T'}$
Gr	/1/	Grashof-Zahl
j	$/A/m^2/$	Stromdichte
k	/1/	k -Wert der MPP-Sonde; Laufindex
k	$/m^2/s^2/$	kinetische Energie der Turbulenz
K_u, K_T	/1/	empirische Konstanten in den Gln.(5.9) und (5.10)
L	/m/	charakteristisches Längenmaß der Turbulenz in Gl.(2.12)
L_T	/m/	integrales Längenmaß der Temperaturschwankungen
M	$/m^4/s^2/$	Impulsfluß
n	/1/	Laufindex
n_d	/1/	Anzahl der Datenblöcke
N	/1/	Anzahl der Signalwerte pro Datenblock
N_{ges}	/1/	Gesamtzahl der Signalwerte
p	$/1/K/$	normierte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

p	$/N/m^2/$	Druck
P	$/m^2/s^3/$	Produktion von k durch mittlere Geschwindigkeitsgradienten
P_{ij}	$/m^2/s^3/$	Produktion von $\overline{u'_i u'_j}$ durch Reynolds-Spannungen
P_{iT}	$/mK/s^2/$	Produktion von $\overline{u'_i T'}$ durch mittlere Geschwindigkeitsgradienten
P_T	$/K^2/s/$	Produktion von Temperaturschwankungen durch mittlere Temperaturgradienten
Pr	$/1/$	molekulare Prandtl-Zahl
$(q_i)_{turb}$	$/W/m^2/$	Reynoldssche Wärmeströme
r	$/1/$	Laufindex
r	$/m/$	Abstand zur Rohrachse
$r_{0.5}$	$/m/$	Halbwertsradius
Re	$/1/$	Reynolds-Zahl
R_f	$/1/$	Fluß-Richardson-Zahl
S	$/1/$	Ausbreitungsparameter; Schiefe
S	$/V/K/$	Seebeckkoeffizient
S_{TT}	$/1/$	normiertes Autoleistungsdichtespektrum
t	$/s/$	Zeit
t_M	$/s/$	Meßzeit
T	$/K/$	Temperatur
T^*	$/1/$	allgemeiner Maßstab für die Temperatur
T_d	$/s/$	Länge der Datenblöcke
u, v, w	$/m/s/$	Geschwindigkeitskomponenten in Zylinderkoordinaten
u_i, u_j, u_k	$/m/s/$	Geschwindigkeitskomponenten in kartesischen Koordinaten
u^*	$/1/$	allgemeiner Maßstab für die Geschwindigkeit
U	$/V/$	Potentialdifferenz; Spannung
V	$/m^3/s/$	Volumenfluß
x	$/m/$	Abstand zwischen axialer Meßposition und Düsenaustritt (Oberkante Düsenblock)
x_0	$/m/$	Abstand zwischen virtuellem Ursprung und Düsenaustritt (Oberkante Düsenblock)
x, r, φ	$/m/$	Zylinderkoordinaten
x^*	$/1/$	allgemeiner Maßstab für die Lauflänge
x_i, x_j, x_k	$/m/$	kartesische Koordinaten
X^n	var.	Moment n-ter Ordnung
y	var.	Meßergebnis

Griechisches Alphabet:

α	/1/	α -Wert der MPP-Sonde
α	/1/K/	Volumenexpansionskoeffizient
Γ	/m ² /s/	molekulare Diffusivität
Γ_t	/m ² /s/	Wirbeldiffusivität
Δy^*	var.	statistische Fehlergrenze
δ_{ij}	/1/	Kronecker-Symbol $\delta_{ij} = 1$ für $i = j$ $\delta_{ij} = 0$ für $i \neq j$
ε	/m ² /s ³ /	Dissipationsrate der kinetischen Energie der Turbulenz
ε_T	/K ² /s/	Dissipationsrate der turbulenten Temperaturenergie
η	/1/	geometrische Variable als $r/r_{0.5}$
λ	/W/m/K/	molekulare Wärmeleitfähigkeit
λ	/1/	Quotient der Ausbreitungsparameter S_T/S_u
λ_t	/W/m/K/	turbulente Konduktivität
μ	/kg/m/s/	dynamische Viskosität
μ	/Vs/A/m/	magnetische Permeabilität
ν	/m ² /s/	kinematische Viskosität
ν_t	/m ² /s/	Wirbelviskosität
ρ	/kg/m ³ /	Dichte
σ	/A/V/m/	spezifische elektrische Leitfähigkeit
σ_k	/1/	Prandtl-Zahl für k
σ_t	/1/	turbulente Prandtl-Zahl
σ_ε	/1/	Prandtl-Zahl für ε
τ	/s/	Zeitverschiebung
τ_0	/s/	Zeitkonstante
$(\tau_{ij})_{\text{turb}}$	/N/m ² /	Reynolds-Spannungen
ϕ	var.	abhängige Strömungsgröße
Φ	/V/	elektrisches Potential
Φ_{TT}	/1/	normierte Autokorrelationsfunktion

Indizes:

a	Wert in der Anströmung
A	Alumel
AC	Wert für die Thermoelementpaarung Alumel/Chromel
AS	Wert für die Thermoelementpaarung Alumel/Stahl
C	Chromel
CL	Kanalachse (Center-Line)

<i>N</i>	Natrium
<i>KAL</i>	Wert aus einer Kalibrierungsmessung
<i>S</i>	Edelstahl
<i>sch</i>	scheinbar
<i>T</i>	auf die mittlere Temperatur bezogen
<i>u</i>	auf die mittlere Geschwindigkeit bezogen
<i>V</i>	Wert an der Vergleichsstelle
<i>W</i>	Wert an der Wand
<i>0</i>	Wert am Düsenaustritt
1, 2, 3, 4, 5	Sondenmeßpunkte
21	Wert in der unteren Sondenmeßebene
43	Wert in der oberen Sondenmeßebene

Sonstige Zeichen:

—	zeitliche Mittelung
,	Kennzeichnung der Schwankungsgrößen von Geschwindigkeit, Temperatur und Druck
ACF	Autocorrelation Function
MAX	Maximalwert
MIN	Minimalwert
PDF	Probability Density Function
PSD	Power Spectrum Density
RMS	Root Mean Square

1. Einleitung

1.1 Motivation und Zielsetzung

Flüssigmetalle werden aufgrund ihrer hohen molekularen Wärmeleitfähigkeit und ihres hohen Siedepunktes in industriellen Anlagen, bei denen Prozesse bei hohen Temperaturen und hoher Wärmeleistungsdichte ablaufen, als Wärmeträger eingesetzt, so in Solarkraftanlagen, die nach dem Turmkonzept arbeiten, Schnellen Brutreaktoren und Fusionsreaktoren. Als Flüssigmetall wird vielfach Natrium verwendet.

Im Rahmen des Forschungs- und Entwicklungsprogramms zur sicheren Nachwärmeabfuhr durch Naturkonvektion für den Europäischen Natriumgekühlten Schnellen Brutreaktor (European Fast Reactor, EFR) werden unterschiedliche Modellexperimente durchgeführt und numerische Simulationsmethoden entwickelt.

Das Programm, das im folgenden kurz zusammengefaßt wird, ist von Hoffmann et al. (1991) ausführlich beschrieben.

Die Modellexperimente befassen sich sowohl mit den unterschiedlichen Kühlungsmechanismen und thermohydraulischen Phänomenen im Primärkreislauf und im Tauchkühlersystem (Direct Reactor Cooling system, DRC) des EFR als auch mit grundlegenden Untersuchungen in auftriebsbehafteten Strömungen. Dazu kommen Experimente im Natriumgekühlten Brutreaktor selbst.

Die Modellexperimente zur Reaktorkühlung werden in vereinfachten, zweidimensionalen und komplexen, dreidimensionalen Modellgeometrien durchgeführt, die unterschiedliche Maßstäbe zum wirklichen Brutreaktor haben und die Wirklichkeit mit größer werdendem Maßstab immer genauer nachbilden.

Hoffmann und Weinberg (1992) stellen die wesentlichen Modellexperimente AQUARIUS (2D-Geometrie im Maßstab 1:20), RAMONA (3D-Geometrie im Maßstab 1:20) und NEPTUN (3D-Geometrie im Maßstab 1:5) vor, die am Kernforschungszentrum Karlsruhe durchgeführt werden. Als Modellfluid wird Wasser verwendet. Die Übertragung der in AQUARIUS, RAMONA und NEPTUN gewonnenen Ergebnisse auf die wirkliche Geometrie des Brutreaktors wird nach Weinberg et al. (1986) über Maßstabsgesetze vollzogen, die auf einer Übertragbarkeit der Reynolds-Zahl basieren.

Mit Hilfe der grundlegenden, experimentellen Untersuchungen, die mit dem Modellfluid Wasser und mit Natrium durchgeführt werden, werden für einfache

Strömungsgeometrien die Geschwindigkeits- und Temperaturfelder in einer turbulenten Mischkonvektionsströmung ausgemessen. Die Mischkonvektion ist eine Überlagerung aus den beiden Grenzfällen reine Zwangskonvektion und reine Naturkonvektion.

Eine Mischkonvektionsströmung stellt sich zum Beispiel nach dem Abschalten eines Schnellen Natriumgekühlten Brutreaktors oberhalb des Reaktorkerns ein, wenn die im Reaktorkern freiwerdende Nachwärme über den Betrieb von Zwischenwärmetauschern sicher an weitere betriebliche Nachwärmeabfuhrsysteme abgegeben wird. Der Grenzfall einer reinen Naturkonvektionsströmung ist zum Beispiel erfüllt, wenn aufgrund eines Ausfalls der elektrischen Leistungsversorgung des Brutreaktors die Nachwärmeabfuhr alleine über das Tauchkühlersystem an Luftkühler abgeführt werden muß. Die beiden Systeme zur Nachwärmeabfuhr sind zusammen mit dem EFR schematisch in Abb.(1-1) dargestellt.

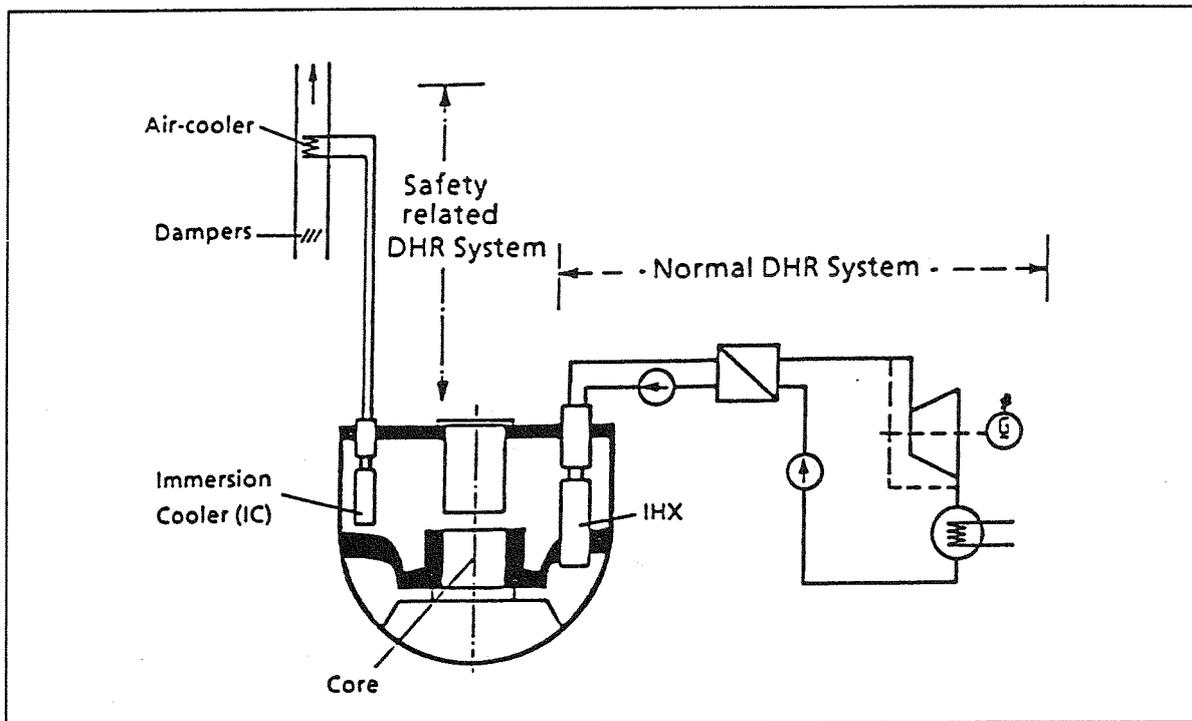


Abb.(1-1) Schematische Darstellung der Systeme zur Nachwärmeabfuhr des EFR nach Hoffmann et al. (1991).

Die grundlegenden, experimentellen Untersuchungen haben das Ziel, Gesetzmäßigkeiten zur Übertragbarkeit von thermo- und fluiddynamischen Austauschvorgängen von Wasser auf Natrium zu finden.

Flüssiges Natrium besitzt ähnliche dynamische Eigenschaften wie Wasser, zeichnet sich aber durch eine um drei Größenordnungen kleinere molekulare

Prandtl-Zahl aus. Von besonderem Interesse ist daher der Einfluß der hohen molekularen Wärmeleitfähigkeit auf die Mechanismen des Wärmetransports und die damit verbundene Kopplung zwischen dem Geschwindigkeitsfeld und dem Temperaturfeld.

Das Ziel der gesamten, experimentellen Untersuchungen des Forschungs- und Entwicklungsprogramms ist es, mit Hilfe der Meßergebnisse der Modelleexperimente die in verschiedenen Rechenprogrammen verwendeten physikalischen Modelle wie zum Beispiel das k - ϵ -Turbulenzmodell zu validieren. Die Rechenprogramme dienen dann wie von Weinberg et al. (1990) beschrieben dazu, die Geschwindigkeits- und Temperaturverteilung im Reaktortank, in den einzelnen Komponenten und im gesamten Tauchkühlersystem des EFR vorherzusagen.

Das Ziel der hier vorliegenden Arbeit ist es, ein grundlegendes Natrium-Experiment durchzuführen, in welchem Mischkonvektionsströmungen eingestellt werden können, die einen weiten Bereich zwischen Zwangskonvektion und Naturkonvektion abdecken. Das Natrium-Experiment soll eine klare, physikalische Beurteilung der Mischkonvektionsströmung im Vergleich zu geometrisch ähnlichen Wasser-Experimenten ermöglichen.

Als Strömungskonfiguration wird ein allgemeiner, achsensymmetrischer, turbulenter Auftriebsstrahl in einer Rohrströmung mit vergleichsweise geringer Geschwindigkeit gewählt.

Durch Änderung der Übergeschwindigkeit und der Übertemperatur des Strahls gegenüber der Rohrströmung lassen sich unterschiedliche Impulsflüsse und Auftriebsflüsse am Düsenaustritt einstellen. Der Charakter des Strahls kann in experimentellen Grenzen frei definiert werden.

Die experimentell gewonnenen Ergebnisse des Geschwindigkeits- und Temperaturfeldes für die unterschiedlichen Mischkonvektionsströmungen werden miteinander verglichen. Ein besonderer Schwerpunkt wird auf die Beschreibung der sich ändernden Transportmechanismen von Impuls und Wärme und den sich ebenfalls ändernden Charakter der Strömung gelegt.

Die Messungen in Natrium werden mit Messungen in Wasser verglichen, um eine Aussage über die Übertragbarkeit von Wasser auf Natrium zu treffen.

Das Natrium-Experiment stellt eine Datenbasis dar, anhand welcher Rechenprogramme (Domanus et al. (1985a,b)) und die in ihnen verwendeten physikalischen Modelle wie das k - ϵ -Turbulenzmodell auf ihre Leistungsfähigkeit und ihre Gültigkeit für eine auftriebsbehaftete Flüssigmetallströmung untersucht werden können.

1.2 Literaturübersicht

Allgemeine Auftriebsstrahlen sind seit etwa 50 Jahren für Fluide mit molekularen Prandtl-Zahlen größer oder gleich 0.7 ausgiebig untersucht.

Die ersten umfangreichen Messungen in Luft stammen von Corrsin (1943) und Corrsin und Uberoi (1949), die in einem horizontalen, schwach beheizten, turbulenten Impulsstrahl beziehungsweise in einem vertikalen, turbulenten Freistrah mit unterschiedlichen Temperaturüberhöhungen am Strahlaustritt das mittlere Geschwindigkeitsfeld, axiale und radiale Geschwindigkeitschwankungen und deren Korrelation und das mittlere Temperaturfeld bis zu einem Abstand von 40 beziehungsweise 28 Düsendurchmessern bestimmen.

Das heutige Interesse der Untersuchungen liegt hauptsächlich darin, die Mechanismen der Ausbreitung von Schadstoffen in der Atmosphäre und den Ozeanen zu verstehen und somit vorhersagen zu können. Durch eine intelligente Gestaltung der Emissionsanlagen können dann die Auswirkungen von Schadstoffen, deren Abgabe in die Umwelt nicht vermieden werden kann, so gering wie möglich gehalten werden.

Eine Analyse des Differentialgleichungssystems, das zur Beschreibung von vertikalen, turbulenten Auftriebsstrahlen notwendig ist, ist für gewöhnlich sehr kompliziert.

Einen Lösungsansatz stellt die Differentialmethode dar, die zur Beschreibung der turbulenten Flüsse von Impuls und Wärme Turbulenzmodelle einführt. Das Differentialgleichungssystem wird dann wie zum Beispiel von Hossain (1980) und Hossain und Rodi (1982) dargestellt numerisch gelöst.

Eine Alternative bietet die Integralmethode. Auf der Grundlage einer Ähnlichkeitsbetrachtung, die eine Selbsterhaltung der Struktur der Strömung mit der Lauflänge und somit empirische Profilformen voraussetzt, kann das Differentialgleichungssystem vereinfacht werden. Mit Hilfe weiterer Annahmen wie zum Beispiel der Grenzschichtapproximation und Aussagen über das in den Strahl eingemischte Fluid lassen sich Lösungen für die mittleren Strömungsgrößen angeben.

Diese Vorgehensweise ist ausführlich in Schlichting (1968), Tennekes und Lumley (1973), Hinze (1975) und Gebhart et al. (1988) beschrieben.

Eine umfassende Übersicht experimenteller Untersuchungen von vertikalen, turbulenten Auftriebsstrahlen geben Chen und Rodi (1975, 1980). Sie beur-

teilen die wichtigsten Experimente zu achsensymmetrischen und ebenen Strahlen, die den gesamten Bereich von großen Froude-Zahlen für Impulsstrahlen und kleinen Froude-Zahlen für Auftriebsstrahlen abdecken.

Es werden die folgenden Größen ausgewertet: das Abklingverhalten entlang der Kanalachse, die radialen Profile und die Ausbreitungsrate von mittlerer Geschwindigkeit, Temperatur oder Konzentration sowie die Turbulenzgrößen Geschwindigkeits- und Temperaturschwankungen, Reynoldsspannungen und Reynoldssche Wärmeströme.

In Anlehnung an Überlegungen von Ricou und Spalding (1961), deren Freistrahlexperimente die Bestimmung des Volumen- und Impulsflusses und die Änderung dieser Größen mit der Lauflänge zum Ziel haben, teilen Chen und Rodi (1980) den allgemeinen Auftriebsstrahl mit Hilfe von allgemeinen Maßstabsgesetzen in drei Bereiche ein.

Dies sind zum einen die beiden asymptotischen Grenzfälle des reinen Impulsstrahls und des reinen Auftriebsstrahls, für die über eine Dimensionsanalyse Ähnlichkeitsgesetze für das Abklingverhalten der mittleren Geschwindigkeit und der mittleren Temperatur angegeben werden. Zum anderen ist dies ein Übergangsbereich, der kein Ähnlichkeitsverhalten zeigt und mit empirischen Ansätzen beschrieben wird. Die Ähnlichkeitsgesetze und die darin enthaltenen Konstanten werden anhand der zuverlässigsten Meßdaten validiert.

Die wichtigsten der von Chen und Rodi (1980) berücksichtigten Arbeiten, die in Luft oder Wasser durchgeführt sind, sind im folgenden aufgelistet. Da sich die vorliegende Arbeit mit achsensymmetrischen Strahlen beschäftigt, wird lediglich auf solche eingegangen.

Impulsstrahl: Corrsin (1943), Corrsin und Uberoi (1949), Forstall (1955), Abraham (1960), Becker (1967), Wagnanski und Fiedler (1969), Rodi (1975).

Auftriebsstrahl: Rouse (1952), Abraham (1960), Hayashi und Ito (1974), Pryputniewicz und Bowley (1975), George et al. (1976) und Nakagome und Hirata (1977).

Ogino et al. (1980, 1981, 1983) untersuchen ausführlich das Abklingen der mittleren Geschwindigkeit und Temperatur auf der Achse eines allgemeinen Auftriebsstrahls in Wasser, der alle drei von Chen und Rodi (1980) definierten Bereiche abdeckt und die Konstanten der Abklinggesetze bestätigt.

List (1982a,b) stellt in zwei Übersichtsartikeln fest, daß der experimentellen Bestimmung des Impulsflusses und des Auftriebsflusses mehr Bedeutung zugemessen werden muß. Aus diesen beiden integralen Größen kann nach

Fischer et al. (1979) ein Kontrollparameter bestimmt werden, der festlegt, ob der Strahl für einen vorgegebenen Abstand vom Düsenaustritt den Charakter eines Impulsstrahls oder den eines Auftriebsstrahls hat.

Darauf aufbauende, umfangreiche Messungen in Wasser werden von Papanicolaou und List (1987, 1988) durchgeführt. Auftriebseffekte werden bei der ersten Arbeit durch eine Temperaturdifferenz, bei der zweiten Arbeit durch eine Konzentrationsdifferenz des Strahls gegenüber der Umgebung erreicht.

Papanicolaou und List (1987) untersuchen das Abklingen der mittleren Temperatur auf der Kanalachse, das radiale Ausbreitungsverhalten und die Turbulenzstruktur der Temperaturschwankungen für Freistrahlen im Übergangsbereich und für reine Auftriebsstrahlen. Die Messungen bestätigen die bekannten asymptotischen Abklinggesetze der mittleren Temperatur und der Temperaturschwankungen. Darüberhinaus werden die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und Momente höherer Ordnung wie Schiefe und Flachheit über den gesamten Querschnitt des Freistrahls angegeben, die eine klare Unterscheidung zwischen Freistrahlen mit und ohne Auftrieb gestatten. Eine noch deutlichere Unterscheidung wird über das Autoleistungsdichtespektrum der Temperaturschwankungen getroffen.

Papanicolaou und List (1988) untersuchen für einen weiten Bereich von Froude-Zahlen die Ausbreitung des mittleren Geschwindigkeits- und Konzentrationsfeldes zusammen mit dem Feld der Schwankungsgrößen und den daraus ableitbaren statistischen Kenngrößen. Zusätzlich zu der Arbeit von 1987 werden aus den gemessenen radialen Profilen Volumen-, Impuls- und Auftriebsflüsse berechnet. Es werden die radialen Profile der verschiedenen Schwankungskorrelationen angegeben.

Das Autoleistungsdichtespektrum der Schwankungen eines Skalars wie der Temperatur oder der Konzentration wird von Batchelor (1958) und Batchelor et al. (1958) theoretisch behandelt, wobei die Effekte der Konvektion mit dem Trägerfluid und die molekulare Diffusion des Skalars selbst betrachtet werden. In Abhängigkeit von der molekularen Prandtl-Zahl und der Wellenzahl werden unterschiedliche Bereiche mit dem ihnen charakteristischen Abfall des Spektrums definiert. Somit wird ein Verständnis der von Papanicolaou und List (1987, 1988) gemessenen Spektren möglich.

~~Experimentelle Untersuchungen in Natrium erfordern selbst bei einfachster Geometrie eine aufwendige Versuchstechnik und werden durch die stark exotherme Reaktion von Natrium mit Luft und Wasser erschwert.~~

Das Ausmessen von Temperaturfeldern ist mit der herkömmlichen Thermo-elemententechnik möglich. Fuchs (1972) gibt unter dem Gesichtspunkt von Wärmeübergangsbeziehungen und Bestimmungsgleichungen für die Wirbeldiffusivität einen umfangreichen Überblick über bisherige und eigene Messungen in flüssigen Metallen.

Bunsch (1976) führt Temperaturmessungen in einer von außen beheizten Natrium-Rohrströmung mit dem Ziel durch, verschiedene statistische Kennfunktionen für die Temperaturschwankungen zu ermitteln. Die von Batchelor et al. (1958) für Fluide mit sehr großer molekularer Wärmeleitfähigkeit theoretisch ermittelte Unterteilung des Autoleistungsdichtespektrums der Schwankungen eines Skalars in unterschiedliche Bereiche mit charakteristischen Abklinggesetzen wird experimentell bestätigt.

Sheriff und O'Kane (1981) messen in einem stark erhitzten Natrium-Freistrahl in einer Kanalströmung das mittlere Temperaturfeld und geben Werte für die Wirbeldiffusivität an.

Die Messung von Geschwindigkeiten in flüssigen Metallen ist mit herkömmlichen Meßmethoden wie Pitot-Rohr oder Hitzdrahtanemometrie und optischen Verfahren wie Laser-Doppler-Anemometrie nicht möglich. Flüssige Metalle sind elektrisch leitend und undurchsichtig. Zudem stellen flüssige Metalle, wenn man die Betriebsbedingungen in einem Schnellen Natriumgekühlten Brutreaktor voraussetzt, mit hohen Temperaturen und starker radioaktiver Strahlung erhöhte Ansprüche an die Meßtechnik. Eine Meßsonde muß klein sein und eine einfache, zuverlässige Signalanalyse bei einer hohen Empfindlichkeit und einer großen Langzeitstabilität ermöglichen.

Aus diesen Gründen werden in flüssigen Metallen Sonden eingesetzt, die nach dem Prinzip der Laufzeitmessung, das in Arbeiten von Reimche et al. (1985) und Horanyi und Krebs (1986) vorgestellt wird, und dem Prinzip des Faradayschen Induktionsgesetzes, das von Müller und Thun (1977), Ricou und Vives (1982), von Weissenfluh (1985), Shercliff (1987) und Walton (1991) vorgestellt wird, arbeiten.

Miniatur-Permanentmagnet-Potentialsonden, die nach dem Faradayschen Induktionsgesetz arbeiten, werden von Horanyi und Krebs (1988) und von Bremhorst und Krebs (1989, 1992) in der Natrium-Teststrecke TEFLU am Kernforschungszentrum Karlsruhe erfolgreich zur Messung von mittleren Geschwindigkeiten zwischen 0.1 m/s und 1.3 m/s mit einem schwachen, überlagerten Temperaturgradienten eingesetzt. Die relative statistische Fehlergrenze der mittleren Geschwindigkeit erreicht für kleine Geschwindigkeiten jedoch 30 %.

Messungen von Axcell (1990) mit einer Miniatur-Permanentmagnet-Potentialsonde in der Natrium-Teststrecke TEFLU führen zu einer Verringerung der relativen statistischen Fehlergrenze für kleine mittlere Geschwindigkeiten. Für kleine Strömungsgeschwindigkeiten zeigen sich jedoch Nichtlinearitäten zwischen dem Sondensignal und der Geschwindigkeit. Mögliche Ursachen werden diskutiert und bei der Konzeption einer neuen Potentialsonde, die in der vorliegenden Arbeit eingesetzt wird, berücksichtigt.

Erste Untersuchungen zur Übertragbarkeit von Wasser auf Natrium werden von Krebs und Bremhorst (1983) für einen Temperaturfreistrahler in geometrisch identischen Wasser- und Natrium-Teststrecken durchgeführt.

Suckow (1993) untersucht den turbulenten Nachlauf einer Punktwärmequelle für Mischkonvektion und Wasser als Fluid. Ein geometrisch identisches Experiment mit Natrium als Fluid befindet sich am Kernforschungszentrum Karlsruhe im Aufbau.

2. Grundgleichungen für turbulente Auftriebsströmungen

Turbulente Auftriebsströmungen gehorchen den physikalischen Grundgesetzen der Erhaltung von Masse, Impuls und Energie und lassen sich mit Hilfe der zeitabhängigen Kontinuitätsgleichung, der Impulsbilanzgleichung und der Energiebilanzgleichung komplett beschreiben. Dieses Gleichungssystem ist geschlossen.

Eine wichtige Eigenschaft turbulenter Strömungen ist die Dissipation. Durch viskose Kräfte wird kinetische Energie der Turbulenzbewegung in innere Energie des Fluids überführt. Da die Größe der dissipativen Elemente sehr klein ist und eine numerische Behandlung des exakten Gleichungssystems nur sehr schwer möglich ist, werden zur Berechnung von turbulenten Strömungen die zeitlich gemittelten Gleichungen verwendet. Für den Ingenieur, der oft an zeitgemittelten Größen interessiert ist, ist dieses Vorgehen der statistischen Betrachtungsweise einer Strömung gerechtfertigt.

Infolge der turbulenten Schwankungsbewegung treten in den zeitlich gemittelten Gleichungen Korrelationen zwischen den Geschwindigkeits- und den Temperaturschwankungen auf, so daß ein nicht geschlossenes Gleichungssystem vorliegt. Zur Schließung wird ein Turbulenzmodell aufgestellt, in das empirische Informationen eingehen.

In den folgenden Abschnitten werden in einem ersten Schritt die zur Beschreibung turbulenter Auftriebsströmungen notwendigen Gleichungen hergeleitet. In einem zweiten Schritt werden das Standard k - ϵ -Turbulenzmodell für allgemeine Auftriebsströmungen und als Erweiterung das k - ϵ - T'^2 -Turbulenzmodell in Kombination mit einem algebraischen Spannungs-/Flußmodell für den Spezialfall vertikaler, auftriebsbehafteter Scherschichtströmungen angegeben. Für die ausführliche Herleitung der Transportgleichungen und für die notwendigen Modellannahmen wird auf die angegebene Literatur verwiesen.

Im Rahmen dieser Arbeit werden inkompressible Einkomponentenfluide betrachtet. Innere Wärmequellen in der Energiebilanzgleichung werden vernachlässigt. Die betrachteten Strömungen werden als stationär angenommen.

2.1 Reynoldssche Gleichungen und exakte Transportgleichungen für die Turbulenzgrößen

Turbulente Strömungen werden als Überlagerung einer regulären Hauptströmung und einer ungeordneten Schwankungsbewegung betrachtet. Der Augenblickswert

$\phi(x_i, t)$ einer abhängigen Strömungsgröße, der eine Funktion des Ortes und der Zeit ist, wird nach O. Reynolds in einen ortsabhängigen zeitlichen Mittelwert $\bar{\phi}(x_i)$ und einen orts- und zeitabhängigen Schwankungswert $\phi'(x_i, t)$ aufgespalten. Die Einführung dieser Aufspaltung in die Kontinuitätsgleichung, die Impulsbilanzgleichung und die Energiebilanzgleichung und die anschließende zeitliche Mittelung führt zu den Reynoldsschen Gleichungen (2.1) bis (2.3), die in Tensornotation angegeben sind. Es gilt die Einsteinsche Summationskonvention.

Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 . \quad (2.1)$$

Impulsbilanzgleichung:

$$\bar{u}_j \cdot \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \cdot \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{u'_i u'_j} \right) - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + g_i . \quad (2.2)$$

Konvektion molek. turb. Druck- Auftrieb
Impulstransport gradient

Energiebilanzgleichung:

$$\bar{u}_i \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu}{Pr} \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} - \overline{u'_i T'} \right) . \quad (2.3)$$

Konvektion molek. turb.
Wärmetransport

Darin sind u_i die Komponenten der Geschwindigkeit, T die Temperatur, p der Druck, ρ die Dichte und g_i die Komponenten der Erdbeschleunigung.

Die molekulare Prandtl-Zahl Pr in der Energiebilanzgleichung stellt das Verhältnis der molekularen Transportkoeffizienten von Impuls und Wärme dar. Die molekulare Prandtl-Zahl ist eine reine Stoffgröße.

$$Pr = \frac{\nu}{\Gamma} . \quad (2.4)$$

Durch die zeitliche Mittelung der zeitabhängigen Bilanzgleichungen für Impuls und Wärme ergeben sich unbekannte Korrelationen der turbulenten Schwankungsgrößen, die den makroskopischen turbulenten Austausch beschreiben. Sie sind das zeitliche Mittel des Produktes aus der Schwankung der transportierten Strömungsgröße und der für den Transport verantwortlichen Schwankungsgeschwindigkeit.

In der Impulsbilanzgleichung ergibt sich mit

$$(\tau_{ij})_{\text{turb}} = -\rho \cdot \overline{u'_i u'_j} \quad (2.5)$$

ein Term, der den Impulstransport durch die turbulente Schwankungsbewegung darstellt. Da sich die Korrelationen $-\rho \cdot \overline{u'_i u'_j}$ zwischen den verschiedenen Schwankungsgeschwindigkeiten wie Spannungen auf das Fluid auswirken, werden sie turbulente oder Reynolds-Spannungen genannt.

Entsprechend stellt in der Energiebilanzgleichung der Term

$$(q_i)_{\text{turb}} = -\rho \cdot c_p \cdot \overline{u'_i T'} \quad (2.6)$$

ein Maß für den Wärmetransport durch die turbulente Schwankungsbewegung dar. Die Korrelationen $-\rho \cdot c_p \cdot \overline{u'_i T'}$ werden als turbulente oder Reynoldssche Wärmeströme bezeichnet. Darin ist c_p die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck.

Wegen der zusätzlich erzeugten unbekanntenen Korrelationen $-\rho \cdot \overline{u'_i u'_j}$ und $-\rho \cdot c_p \cdot \overline{u'_i T'}$ ist das System der Reynoldsschen Gleichungen (2.1) bis (2.3) nicht mehr geschlossen.

Zur Schließung des Systems, das heißt zur Verbindung des zeitlich gemittelten Temperatur- und Geschwindigkeitsfeldes mit den turbulenten Schwankungsgrößen, wird eine exakte Transportgleichung für die Reynolds-Spannungen $-\rho \cdot \overline{u'_i u'_j}$ eingeführt. Eine ausführliche Herleitung geben Hinze (1975), Jischa (1982) und Bradshaw und Cebeci (1981).

$$\begin{aligned} \overline{u}_k \cdot \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} &= - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j u'_k}}{\partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{p'}{\rho} \cdot \left(\delta_{jk} \cdot u'_i + \delta_{ik} \cdot u'_j \right) \right) + \nu \cdot \frac{\partial^2 \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k^2} - \dots \\ &\text{konvektiver} \qquad \qquad \text{turbulenter} \qquad \qquad \qquad \text{molekularer} \\ &\text{Transport} \qquad \qquad \qquad \text{diffusiver Transport} \\ &\dots - \left(\overline{u'_i u'_k} \cdot \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \cdot \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_k} \right) - \alpha \cdot \left(g_i \cdot \overline{u'_j T'} + g_j \cdot \overline{u'_i T'} \right) - \dots \\ &\qquad \qquad \qquad \text{Spannungsproduktion} \qquad \qquad \text{Auftriebsproduktion} \\ &\dots - 2 \cdot \nu \cdot \left(\frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \overline{u'_j}}{\partial x_k} \right) + \frac{p'}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u'_j}}{\partial x_i} \right) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Dissipation pressure strain

Die einzelnen Glieder lassen sich besser verstehen, wenn man die Summe der drei Normalspannungen zur kinetischen Energie der Turbulenz k zusammenfaßt.

$$k = 0.5 \cdot \left(\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2} \right) . \quad (2.8)$$

Die exakte Transportgleichung für die kinetische Energie der Turbulenz k ergibt sich zu

$$\begin{aligned} \overline{u_j} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} = & - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{u_j' \left(\frac{u_1' u_1'}{2} + \frac{p'}{\rho} \right)} \right) + \nu \cdot \frac{\partial^2 k}{\partial x_j^2} - \overline{u_1' u_j'} \cdot \frac{\partial \overline{u_1}}{\partial x_j} - \\ & - \alpha \cdot g_1 \cdot \overline{u_1' T'} - \nu \cdot \frac{\partial u_1'}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial u_1'}{\partial x_j} . \end{aligned} \quad (2.9)$$

konvektiver Transport *turbulenter diffusiver Transport* *molekularer Transport* *Spannungsproduktion P*
Auftriebsproduktion/ -vernichtung G *Dissipation ε*

Das Auftriebsglied $G = -\alpha \cdot g_1 \cdot \overline{u_1' T'}$ beschreibt den Austausch zwischen der kinetischen Energie der Turbulenz k und der potentiellen Energie des Systems, was eine zusätzliche Produktion oder Vernichtung von Turbulenz verursacht. Darin ist α der Volumenexpansionskoeffizient.

Weiter wird für die in Gl. (2.9) auftretende Dissipation ε eine exakte Transportgleichung eingeführt. Die genaue Herleitung ist in Harlow und Nakayama (1968) gegeben. Die Dissipation beschreibt die Überführung von kinetischer Energie der Turbulenzbewegung in innere Energie des Fluids durch viskose Kräfte. Das Dissipationsglied stellt immer eine Energiesenke dar.

Die exakte Transportgleichung kann nur hergeleitet werden, wenn die Struktur der dissipativen Elemente lokal isotrop ist. Durch turbulentes Wirbel-fadenstrecken wird die Energie der großen Wirbelfäden an immer kleinere Elemente übertragen. Diesen Vorgang nennt man Energiekaskade. Mit zunehmender Zahl der Kaskadenstufen erfolgt eine immer gleichmäßigere Streckung der Wirbel in alle drei Raumrichtungen, so daß die kleinen Elemente keine bevorzugte Richtung mehr aufweisen. Man bezeichnet diesen Zustand als lokale Isotropie.

Die exakte Transportgleichung für die Dissipationsrate ε der kinetischen Energie der Turbulenz k schreibt sich als

$$\begin{aligned}
\bar{u}_j \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = & - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{v \cdot u'_j \cdot \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)^2} + 2 \cdot \overline{v \cdot \left(\frac{\partial p'}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right)} \right) - 2 \cdot \overline{v \cdot \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}} - \\
& \text{konvektiver turbulenter diffusiver Transport} \qquad \qquad \qquad \text{Produktion durch Wirbelfadenstrecken} \\
& - 2 \cdot \overline{v^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_k} \right)^2} - 2 \cdot \overline{v \cdot \left(u'_j \cdot \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_k \partial x_j} + \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right)} . \\
& \text{viskose Vernichtung} \qquad \qquad \qquad \text{Produktion durch die Hauptströmung} \qquad (2.10)
\end{aligned}$$

Bei der Herleitung der exakten Transportgleichungen für k und ε werden unbekannte Korrelationen höherer Ordnung erzeugt, so daß das Schließungsproblem auf diesem Weg nicht gelöst werden kann.

2.2 Turbulenzmodellierung im Standard k - ε -Turbulenzmodell für Auftriebsströmungen

Das Gleichungssystem, bestehend aus Kontinuitätsgleichung, Impulsbilanzgleichung und Energiebilanzgleichung sowie den exakten Transportgleichungen für k und ε , kann nur mit Hilfe von Modellannahmen für die unbekanntenen Korrelationen und durch zusätzliche empirische Informationen geschlossen werden. In dieser Arbeit werden nur Korrelationen bis zweiter Ordnung berücksichtigt.

Das Standard k - ε -Turbulenzmodell verwendet zur Modellierung der Reynolds-Spannungen $-\rho \cdot \overline{u'_i u'_j}$ und der Reynoldsschen Wärmeströme $-\rho \cdot c_p \cdot \overline{u'_i T'}$ das Prinzip der Wirbelviskosität und der Wirbeldiffusivität.

In Anlehnung an den Newtonschen Ansatz zur Berechnung des molekularen Spannungstensors und unter Anwendung des Austauschansatzes von Boussinesq werden die Reynolds-Spannungen modelliert als

$$-\rho \cdot \overline{u'_i u'_j} = \rho \cdot \left(\nu_t \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \cdot \delta_{ij} \cdot k \right) . \qquad (2.11)$$

Darin ist δ_{ij} das Kronecker-Delta.

Die neu eingeführte Wirbelviskosität ν_t kann nach Kolmogorov (1942) oder Prandtl (1945) und Harlow und Nakayama (1967) modelliert werden als

$$\nu_t = C_\mu^* \cdot k^{1/2} \cdot L = C_\mu \cdot \frac{k^2}{\varepsilon} . \qquad (2.12)$$

Darin sind C_μ^* und C_μ dimensionslose Faktoren. L ist ein charakteristisches Längenmaß der Turbulenz.

Die Wirbelviskosität ist keine Stoffgröße sondern hängt von der Turbulenzstruktur ab.

Analog werden die Reynoldsschen Wärmeströme in Anlehnung an den Fourier-schen Ansatz zur Berechnung der molekularen Wärmeleitung modelliert als

$$-\rho \cdot c_p \cdot \overline{u_i' T'} = \lambda_t \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \quad (2.13)$$

Die turbulente Konduktivität λ_t wird mit den Stoffwerten zur Wirbeldiffusivität Γ_t mit

$$\Gamma_t = \frac{\lambda_t}{\rho \cdot c_p} \quad (2.14)$$

zusammengefaßt. Sie ist wie die Wirbelviskosität keine Stoffgröße.

Der Quotient aus Wirbelviskosität und Wirbeldiffusivität wird analog zur molekularen Prandtl-Zahl als turbulente Prandtl-Zahl σ_t bezeichnet und beschreibt das Verhältnis der turbulenten Transportkoeffizienten von Impuls und Wärme.

$$\sigma_t = \frac{\nu_t}{\Gamma_t} \quad (2.15)$$

Die in den exakten Transportgleichungen für k und ε vorkommenden unbekanntenen Korrelationen werden durch Modellannahmen in Ausdrücke umgewandelt, die nur \bar{u}_i , \bar{T} , k und ε als abhängige Strömungsgrößen aufweisen. Für die Modellierung sind stark vereinfachende Annahmen notwendig, die jedoch durch den Erfolg des Standard k - ε -Turbulenzmodells gerechtfertigt werden.

Für große turbulente Reynolds-Zahlen darf der Transport von k durch molekulare Diffusion gegenüber den übrigen Gliedern vernachlässigt werden. Zur Beschreibung der turbulenten Diffusionsterme in den Transportgleichungen für k und ε wird die Modellannahme getroffen, daß die Diffusionsflüsse den Gradienten folgen. Als Proportionalitätskonstanten werden eine Art Prandtl-Zahl für k und ε , σ_k und σ_ε , eingeführt, die analog zur turbulenten Prandtl-Zahl gebildet sind.

$$-\overline{u_j' \left(\frac{u_i' u_i'}{2} + \frac{p'}{\rho} \right)} = \frac{\nu_t}{\sigma_k} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad \text{und} \quad (2.16)$$

$$- \left(\overline{\nu \cdot u'_j \cdot \left(\frac{\partial u'_1}{\partial x_j} \right)^2} + 2 \cdot \overline{\frac{\nu}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial p'}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right)} \right) = \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \quad (2.17)$$

Das Spannungsproduktionsglied P in der Transportgleichung für k wird mit Hilfe der Modellannahme für die Reynoldsspannungen in Gl.(2.11) über die Wirbelviskosität ausgedrückt.

$$P = - \overline{u'_i u'_j} \cdot \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_j} = \nu_t \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_1} \right) \cdot \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_j} \quad (2.18)$$

Entsprechend wird das Auftriebsproduktionsglied G über die Wirbeldiffusivität nach Gl.(2.13) modelliert.

$$G = - \alpha \cdot g_1 \cdot \overline{u'_1 T'} = \alpha \cdot g_1 \cdot \Gamma_t \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_1} \quad (2.19)$$

In der Transportgleichung für ε wird die Produktion von ε durch die Hauptströmung gegenüber den anderen Gliedern vernachlässigt. Die Produktion von ε durch Wirbelfadenstrecken und viskose Vernichtung werden zusammen unter Einführung dreier Modellkonstanten $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$ und $C_{\varepsilon 3}$ modelliert.

$$-2 \cdot \nu \cdot \frac{\partial u'_1}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial u'_1}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} - 2 \cdot \nu^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 u'_1}{\partial x_j \partial x_k} \right)^2 = \frac{\varepsilon}{k} \left(C_{1\varepsilon} \cdot (P+G) \cdot \left(1 + C_{3\varepsilon} \cdot R_f \right) - C_{2\varepsilon} \cdot \varepsilon \right) \quad (2.20)$$

Um eine Unterscheidung zwischen horizontalen und vertikalen Auftriebsströmungen vornehmen zu können, wird eine Fluß-Richardson-Zahl

$$R_f = - \frac{1}{2} \cdot \frac{G(\nu')}{P + G} \quad (2.21)$$

eingeführt, die als das Verhältnis der Auftriebsproduktion durch die Querschwankungen zur Gesamtproduktion definiert ist. Sie ist für vertikale Scherschichten gleich Null, da die Querschwankungen senkrecht zum Schwerevektor liegen.

Eine ausführliche Darstellung der Modellannahmen in den Transportgleichungen für k und ε geben Tennekes und Lumley (1972), Rodi (1971), und Lumley und Khajeh-Nouri (1974).

Die Kontinuitätsgleichung, die Impulsbilanzgleichung und die Energiebilanzgleichung stellen zusammen mit den Gleichungen des Turbulenzmodells ein geschlossenes, nichtlineares, partielles und gekoppeltes Differentialgleichungssystem für allgemeine Auftriebsströmungen dar. Es ist in Tabelle (2-1) angeschrieben.

Gleichung	Größe	Konvektion	Diffusion	Quellen/Senken
Impuls	\bar{u}_i	$\bar{u}_j \cdot \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} =$	$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \cdot \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{u'_i u'_j} \right)$	$-\frac{1}{\rho_a} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{(\rho(T) - \rho_a)}{\rho_a} \cdot g_i$
Energie	$c_p \cdot \bar{T}$	$\bar{u}_i \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} =$	$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\nu \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} - \overline{u'_i T'} \right)$	
kin. Energie der Turbulenz	k	$\bar{u}_j \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} =$	$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu_t \frac{\partial k}{\partial x_j} - \overline{u'_j k} \right)$	$+ P + G - \epsilon$
Dissipationsrate	ϵ	$\bar{u}_j \cdot \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} =$	$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu_t \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} - \overline{u'_j \epsilon} \right)$	$+\frac{\epsilon}{k} \cdot \left(C_{1\epsilon} \cdot (P+G) \cdot \left(1 + C_{3\epsilon} \cdot R_f \right) - C_{2\epsilon} \cdot \epsilon \right)$
Kontinuitätsgleichung		$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0$		Fluss-Richardson-Zahl $R_f = \frac{1}{2} \frac{G(v')}{P + G}$
Produktion von k durch die Hauptströmung P		$P = -\overline{u'_i u'_j} \cdot \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = \nu_t \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \cdot \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$		Turb. Prandtl-Zahl $\sigma_t = \frac{\nu_t}{\Gamma_t}$
Auftriebsproduktion von k G		$G = -\alpha \cdot g_i \cdot \overline{u'_i T'} = \alpha \cdot g_i \cdot \Gamma_t \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i}$		Prandtl-Zahl für k $\sigma_k = \frac{\nu_t}{\Gamma_k}$
Wirbelviskosität ν_t		$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$		Prandtl-Zahl für ϵ $\sigma_\epsilon = \frac{\nu_t}{\Gamma_\epsilon}$

Tabelle (2-1) Vollständiges, allgemeines Gleichungssystem mit Standard k - ϵ -Turbulenzmodell für allgemeine Auftriebsströmungen.

Für die neu eingeführten sieben Modellkonstanten geben Launder und Spalding (1974) für Fluide mit $Pr \geq 0.3$ den in Tabelle (2-2) angegebenen Standardsatz an.

C_μ	$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	$C_{3\varepsilon}$	σ_ε	σ_k	σ_t
0.09	1.44	1.92	0.80	1.3	1.0	0.9

Tabelle (2-2) Standardsatz der im k - ε -Turbulenzmodell auftretenden Modellkonstanten nach Launder und Spalding (1974).

2.3 k - ε - T'^2 -Turbulenzmodell und algebraisches Spannungs-/Flußmodell für Auftriebsströmungen

Das Standard k - ε -Turbulenzmodell für Auftriebsströmungen setzt nach Gl. (2.12) die Wirbelviskosität ν_t über die Modellkonstante C_μ zu den beiden Turbulenzgrößen k und ε in Beziehung. Weiter wird die Wirbeldiffusivität nach Gl. (2.15) über die turbulente Prandtl-Zahl σ_t , die ebenfalls als empirische Konstante angesetzt wird, direkt an die Wirbelviskosität gekoppelt. Entsprechendes wird durch einen Gradientenansatz in den Diffusionstermen der Transportgleichungen für k und ε angenommen.

Nach Hossain (1980) simuliert dieses Modell den Auftriebseinfluß für vertikale Auftriebsströmungen und Fluide mit $Pr \geq 0.3$ recht gut.

Verbesserte Ergebnisse lassen sich jedoch erreichen, wenn sowohl die Modellkonstanten C_μ und σ_t als auch die Diffusionskonstanten in den Transportgleichungen für k und ε durch Ausdrücke ersetzt werden, die Funktionen des Auftriebseinflusses sind. Dies läßt sich durch die Einführung von vereinfachten algebraischen Beziehungen für die Korrelationen $\overline{u'_i u'_j}$ und $\overline{u'_i T'}$ erreichen, die zusätzlich zu den Transportgleichungen gelöst werden.

Nach Hossain (1980) können die folgenden Approximationen verwendet werden.

$$\overline{u'_i u'_j} = k \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \delta_{ij} + \frac{(1-C_2) \cdot \left(\frac{P_{1j}}{\varepsilon} - \frac{2}{3} \cdot \delta_{1j} \cdot \frac{P}{\varepsilon} \right) + (1-C_3) \cdot \left(\frac{G_{1j}}{\varepsilon} - \frac{2}{3} \cdot \delta_{1j} \cdot \frac{G}{\varepsilon} \right)}{C_1 + \frac{P+G}{\varepsilon} - 1} \right). \quad (2.22)$$

$$\overline{u'_i T'} = \frac{\frac{k}{\varepsilon} \cdot \left(\overline{u'_i u'_i} \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} + (1-C_{2T}) \cdot P_{1T} + (1-C_{3T}) \cdot G_{1T} \right)}{C_{1T} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{P+G}{\varepsilon} - 1 \right)}. \quad (2.23)$$

In den algebraischen Beziehungen kommen außer den Hauptströmungsgrößen \overline{u}_1

und \bar{T} nur die Turbulenzgrößen k und ε und über den Term G_{1T} , der die Produktion/Vernichtung von $\overline{u'_1 T'}$ durch Auftriebseffekte beschreibt, die Temperaturschwankungskorrelation $\overline{T'^2}$ vor.

Für die Temperaturschwankungskorrelation kann entweder eine algebraische Gleichung der Form

$$\overline{T'^2} = - C'_T \frac{k}{\varepsilon} \cdot \overline{u'_1 T'} \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_1} \quad (2.24)$$

oder eine modellierte Transportgleichung, die der Transportgleichung für die kinetische Energie der Turbulenz k entspricht, gelöst werden.

$$\overline{u'_1} \cdot \frac{\partial \overline{T'^2}}{\partial x_1} = - \frac{\partial}{\partial x_1} \left(C_{TT} \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial \overline{T'^2}}{\partial x_1} \right) - 2 \cdot \overline{u'_1 T'} \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_1} - \frac{2}{C'_T} \frac{\varepsilon}{k} \overline{T'^2} \quad (2.25)$$

<i>konvektiver Transport</i>	<i>diffusiver Transport</i>	<i>Produktion P_T</i>	<i>Dissipation ε_T</i>
----------------------------------	---------------------------------	--	---

Die Diffusionsglieder in den Transportgleichungen für k und ε werden jetzt mit einem Diffusionsmodell nach Daly und Harlow (1970) über die Modellkonstanten C_s und C_ε , den Quotienten k/ε und die Reynoldsschen Schubspannungen modelliert.

$$- \overline{\left(u'_j \cdot \left(\frac{u'_1 u'_1}{2} + \frac{p'}{\rho} \right) \right)} = C_s \frac{k}{\varepsilon} \cdot \overline{u'_1 u'_j} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad \text{und} \quad (2.26)$$

$$- \overline{\left(v \cdot u'_j \cdot \left(\frac{\partial u'_1}{\partial x_j} \right)^2 + 2 \cdot \frac{v}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial p'}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right) \right)} = C_\varepsilon \frac{k}{\varepsilon} \cdot \overline{u'_j u'_k} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \quad (2.27)$$

Für den Spezialfall einer vertikalen Scherschichtströmung, den der hier behandelte achsensymmetrische, vertikale, turbulente Auftriebsstrahl darstellt, läßt sich jetzt mit den Reynoldsschen Gleichungen, dem k - ε - $\overline{T'^2}$ -Turbulenzmodell und den algebraischen Gleichungen für die Korrelationen $\overline{u'_1 u'_j}$, $\overline{u'_1 T'}$ und $\overline{T'^2}$ ein geschlossenes Gleichungssystem anschreiben. Unter der Annahme, daß der konvektive und diffusive Transport von $\overline{u'_1 u'_j}$ und $\overline{u'_1 T'}$ in erster Näherung oft ganz vernachlässigt werden kann, schreiben sich die Modellgleichungen in Zylinderkoordinaten wie in Tabelle (2-3) angegeben. Zusätzlich wird angenommen, daß die Strömung Grenzschichtcharakter besitzt. Das heißt, daß die Gradienten der Strömungsgrößen in radialer Richtung wesentlich größer sind als die Gradienten in axialer Richtung. Der Druck wird als vom Radius unabhängig betrachtet. Die empfohlenen Werte der Modellkonstanten sind in Hossain (1980) ausführlich diskutiert.

Gleichung	Größe	Konvektion	Diffusion	Quellen/Senken
Impuls	\bar{u}	$\bar{u} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} =$	$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \bar{v} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} - r \cdot \bar{u}' \cdot \bar{v}' \right)$	$-\frac{1}{\rho_a} \cdot \frac{d\bar{p}}{dx} - \frac{\rho(T)}{\rho_a} - \rho_a \cdot g$
Energie	$c_p \cdot \bar{T}$	$\bar{u} \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v} \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} =$	$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\nu}{Pr} \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} - r \cdot \bar{v}' \cdot \bar{T}' \right)$	
kin. Energie der Turbulenz	k	$\bar{u} \cdot \frac{\partial k}{\partial x} + \bar{v} \cdot \frac{\partial k}{\partial r} =$	$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot C_s \cdot \frac{k^2}{\epsilon} \cdot \frac{\nu'^2}{k} \cdot \frac{\partial k}{\partial r} \right)$	$-\bar{u}' \cdot \bar{v}' \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} - \alpha \cdot g \cdot \bar{u}' \cdot \bar{T}' - \epsilon$
Dissipation	ϵ	$\bar{u} \cdot \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + \bar{v} \cdot \frac{\partial \epsilon}{\partial r} =$	$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot C_\epsilon \cdot \frac{k^2}{\epsilon} \cdot \frac{\nu'^2}{k} \cdot \frac{\partial \epsilon}{\partial r} \right)$	$+\frac{\epsilon}{k} \cdot \left(C_{1\epsilon} \cdot (P+G) \cdot \left(1+C_{3\epsilon} \cdot R_f \right) - C_{2\epsilon} \cdot \epsilon \right)$
Temperatur-schwankung	$\overline{T'^2}$	$\bar{u} \cdot \frac{\partial \overline{T'^2}}{\partial x} + \bar{v} \cdot \frac{\partial \overline{T'^2}}{\partial r} =$	$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot C_{T\epsilon} \cdot \frac{k^2}{\epsilon} \cdot \frac{\partial \overline{T'^2}}{\partial r} \right)$	$-2 \cdot \bar{v}' \cdot \bar{T}' \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} - \frac{2}{C_T} \cdot \frac{\epsilon}{k} \cdot \overline{T'^2}$
Kontinuitätsgleichung				
		$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \bar{v}) = 0$		
	$-\bar{u}' \cdot \bar{v}'$	$-\bar{u}' \cdot \bar{v}' = \nu_t \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial r}$ mit $\nu_t = \omega_v \cdot \frac{\nu'^2}{k} \cdot \frac{k^2}{\epsilon}$, $\omega_v = \frac{1-C_2}{C_1} \cdot \left(1-C_3 \cdot \frac{1}{C_1} \cdot \frac{k}{\epsilon} \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} \right)$		
	$\frac{\nu'^2}{k}$	$\frac{\nu'^2}{k} = \frac{2}{3} \cdot \left(1 - \frac{1-C_2}{C_1} \right) = \text{konstant}$		
Algebraische Gleichungen				
	$-\bar{v}' \cdot \bar{T}'$	$-\bar{v}' \cdot \bar{T}' = \frac{\nu_t}{\sigma_t} \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial r}$ mit $\sigma_t = \omega_v \cdot C_{1T}$		
	$-\bar{u}' \cdot \bar{T}'$	$-\bar{u}' \cdot \bar{T}' = \frac{1}{C_{1T}} \cdot \frac{k}{\epsilon} \cdot \left(\bar{u}' \cdot \bar{v}' \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} + (1-C_{2T}) \cdot \bar{v}' \cdot \bar{T}' \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} - (1-C_{3T}) \cdot \alpha \cdot g \cdot \bar{T}'^2 \right)$		

Tabelle (2-3) Vollständiges Gleichungssystem für vertikale Scherschichtströmungen mit $k-\epsilon-T'^2$ -Turbulenzmodell und algebraischem Spannungs-/Flußmodell nach Hossain (1980).

2.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wird das Standard k - ϵ -Turbulenzmodell für Auftriebsströmungen hergeleitet, welches die Reynolds-Spannungen und die Reynoldsschen Wärmeströme über das Prinzip der Wirbelviskosität und Wirbeldiffusivität berechnet. Die turbulente Diffusion von Wärme wird über die Modellkonstante der turbulenten Prandtl-Zahl σ_t an die turbulente Diffusion von Impuls gekoppelt. In den Transportgleichungen für k und ϵ werden die Diffusionsterme nach dem Gradientenmodell mit den Diffusionskonstanten ν_t/σ_k und ν_t/σ_ϵ modelliert. In den Quell- und Senkentermen wird eine allgemeine Auftriebserweiterung eingeführt.

Um den Einfluß des Auftriebs besser beschreiben zu können, wird das k - ϵ - T'^2 -Turbulenzmodell mit algebraischem Spannungs-/Flußmodell eingeführt. Dieses Modell löst algebraische Gleichungen für die Reynolds-Spannungen und die Reynoldsschen Wärmeströme. Die algebraischen Gleichungen können, anders als beim Standard k - ϵ -Turbulenzmodell, als Wirbelviskositäts- und Wirbeldiffusivitätsbeziehungen mit vom Auftriebseinfluß abhängigen Größen C_μ und σ_t verstanden werden. Die Diffusivitäten von k und ϵ werden jetzt nicht über die Wirbelviskosität und somit der Schubspannung gebildet sondern nach Tabelle (2-3) allgemein mit dem Term $C_k(C_\epsilon) \cdot \overline{v'^2}/k \cdot k^2/\epsilon$ modelliert. Der Auftriebseinfluß wird über die Querkomponente der Schwankungsgeschwindigkeit berücksichtigt, was eine physikalischere Beschreibung der radialen Diffusion von k und ϵ ist.

Die Verwendung eines algebraischen Spannungs-/Flußmodells ermöglicht eine gute Bestimmung der turbulenten Impuls- und Wärmeflüsse. Zusammen mit der Lösung einer Transportgleichung für T'^2 ist somit eine genauere Bestimmung der kinetischen Energie der Turbulenz k möglich.

Die Einführung einer Transportgleichung für T'^2 ist für eine Validierung mit Hilfe der im Rahmen dieser Arbeit experimentell ermittelten Werte von T'^2 von besonderer Bedeutung.

Die Kopplung der einzelnen Korrelationen ist in Abb.(2-1) gegeben. Dabei wird zwischen einer Kopplung durch Wechselwirkung in Geschwindigkeits- und Temperaturgradienten (\longrightarrow) und einer Kopplung über Auftriebskräfte ($- - \rightarrow$) unterschieden.

Wie aus Tabelle (2-3) ersichtlich, sind die Korrelationen $\overline{u'v'}$ und $\overline{v'T'}$ über den auftriebsabhängigen Ausdruck für die Wirbelviskosität von der

Normalspannungskorrelation $\overline{v'^2}$ abhängig. Die Korrelation $\overline{v'T'}$ nimmt über die Geschwindigkeitsgradienten der Hauptströmung auf die Produktion von $\overline{u'T'}$ und über die Temperaturgradienten der Hauptströmung auf die Produktion von $\overline{T'^2}$ Einfluß. Die Produktion von k wird durch die Korrelation $\overline{u'v'}$ über die mittleren Geschwindigkeitsgradienten und durch die Korrelation $\overline{u'T'}$ über Auftriebskräfte beeinflusst. Die Korrelation $\overline{u'v'}$ wiederum wird über Auftriebskräfte von $\overline{v'T'}$ und die Korrelation $\overline{u'T'}$ über Auftriebskräfte von $\overline{T'^2}$ beeinflusst.

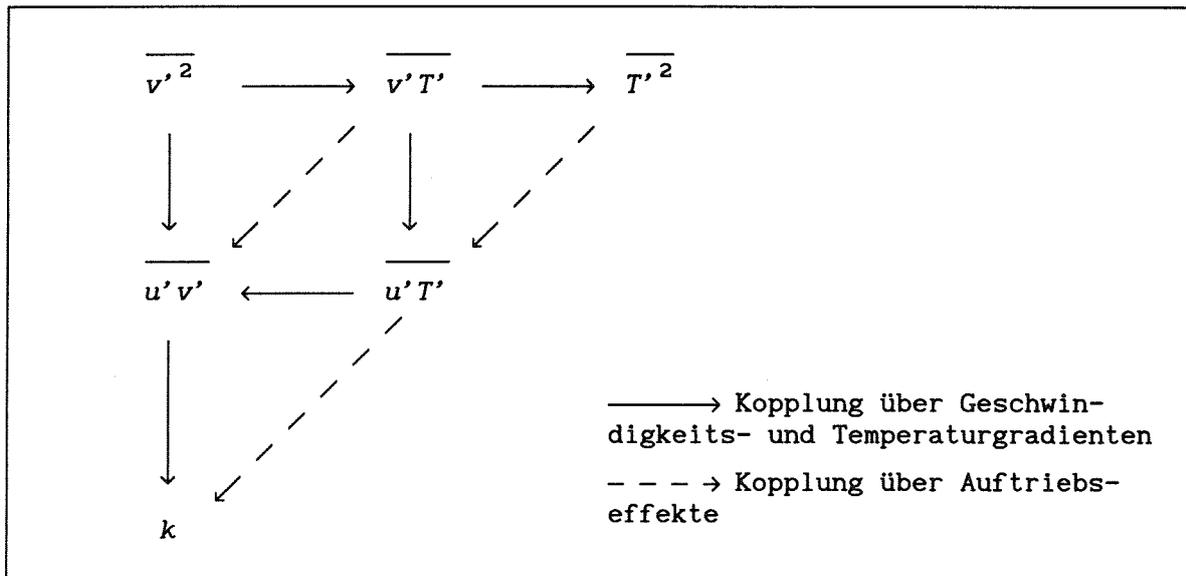


Abb. (2-1) Kopplung der Korrelationen $\overline{u'_i T'_j}$, $\overline{u'_i u'_j}$, $\overline{T'^2}$ und der kinetischen Energie der Turbulenz k nach Hossain (1980).

3. Natrium-Teststrecke TEFLU

Die Natrium-Teststrecke TEFLU (Temperatur Fluktuationen) ist in den Wärmeübergangsprüfstand WÜP integriert, der in Abb.(3-1) schematisch dargestellt ist.

Der Wärmeübergangsprüfstand besteht aus einem geschlossenen Natrium-Kreislauf, an den parallel einzelne Teststrecken angeschlossen werden können. Das Natrium wird von einer im Durchsatz kontinuierlich regelbaren elektromagnetischen Pumpe P umgewälzt. Der Volumenstrom wird mit einem induktiven Durchflußmeßgerät $F1$ erfaßt. Ein Natrium/Luft-Wärmetauscher WT stellt eine Energiesenke im Kreislauf dar. Ein im Bypaß betriebener Hilfskreislauf ermöglicht die Reinigung des Natriums in einer Kaltfalle KF . Sämtliche freie Oberflächen sind mit Argon beaufschlagt. Um Lufteinbrüche zu vermeiden, wird der Kreislauf bei leichtem Überdruck betrieben. Die Rohrleitungen werden mit elektrischen Begleitheizungen auf einer konstanten Betriebstemperatur gehalten. Die genauen Daten der einzelnen Komponenten sind im Anhang A.1 gegeben.

Der prinzipielle Aufbau der Natrium-Teststrecke TEFLU ist in Abb.(3-2) dargestellt. Die Natrium-Teststrecke TEFLU besteht aus einem vertikal angeordneten Kanal mit einem Innendurchmesser von $D = 110 \text{ mm}$ und einem in diesem Kanal axial verstellbaren Düsenblock.

Das Natrium durchströmt die Teststrecke von unten nach oben. Der Düsenblock enthält 158 Bohrungen mit einem Durchmesser von $d = 7.2 \text{ mm}$. Die Bohrungen liegen auf den Eckpunkten gleichseitiger Dreiecke und haben einen Lochmittenabstand von 8.2 mm . Der Düsenblock hat eine Länge von 120 mm .

In der Anströmung sind zwei mal zwei Lochbleche angebracht, die nach Mersmann (1962) und nach British Standard Institution (1981) so ausgelegt sind, daß ihr Druckabfall ein kolbenförmiges Geschwindigkeitsprofil erzeugt.

Durch die zentrale Bohrung kann der Anströmung mit der mittleren Geschwindigkeit \bar{u}_a und der mittleren Temperatur \bar{T}_a ein allgemeiner Auftriebsstrahl aufgeprägt werden. Die mittlere Geschwindigkeit \bar{u}_0 und die mittlere Temperatur \bar{T}_0 des Strahls am Austritt aus dem Düsenblock können unabhängig von der Anströmung eingestellt werden. In Abb.(3-3) ist eine schematische Darstellung der untersuchten Strömung zusammen mit den wichtigsten Bezeichnungen und dem verwendeten Koordinatensystem gegeben. Die Radien, für welche die mittlere Geschwindigkeitsüberhöhung $\bar{u}_{CL} - \bar{u}_a$ auf der Kanalachse und die mittlere Temperaturüberhöhung $\bar{T}_{CL} - \bar{T}_a$ auf der Kanalachse auf die halben

Werte abgefallen sind, werden als Halbwertsradius der Geschwindigkeit $r_{0.5u}$ und Halbwertsradius der Temperatur $r_{0.5T}$ bezeichnet. Der virtuelle Ursprung des Strahls ist x_0 .

Der Volumenstrom durch die zentrale Bohrung wird mit einem induktiven Durchflußmeßgerät F2 erfaßt.

Das Rohr, durch welches das Natrium der zentralen Bohrung zugeführt wird, ist als doppelwandiges Rohr mit evakuiertem Zwischenraum ausgeführt, um Wärmeverluste so klein wie möglich zu halten und eine isotherme Anströmung zu gewährleisten.

Zur Messung des Geschwindigkeits- und Temperaturfeldes können Meßsonden in zwei Meßebenen eingebaut werden. Der axiale Abstand der beiden Meßebenen voneinander beträgt 500 mm . Ein Verfahren der Meßsonde über den Kanalquerschnitt in einem Bereich von $-50 \text{ mm} \leq r \leq +50 \text{ mm}$ um die Kanalachse wird durch eine automatische Verstelleinrichtung ermöglicht. Mit Hilfe der axialen Verstelleinrichtung des Düsenblocks können die Abstände x zwischen der unteren oder oberen Meßebeine und dem Düsenblock im Bereich von maximal $1.4 \leq x/d \leq 140$ variiert werden. Der Abstand x vom Düsenblock wird mit dem Durchmesser d der Düsenblockbohrungen normiert.

Die Teststrecke hat eine Gesamtlänge von 2146 mm .

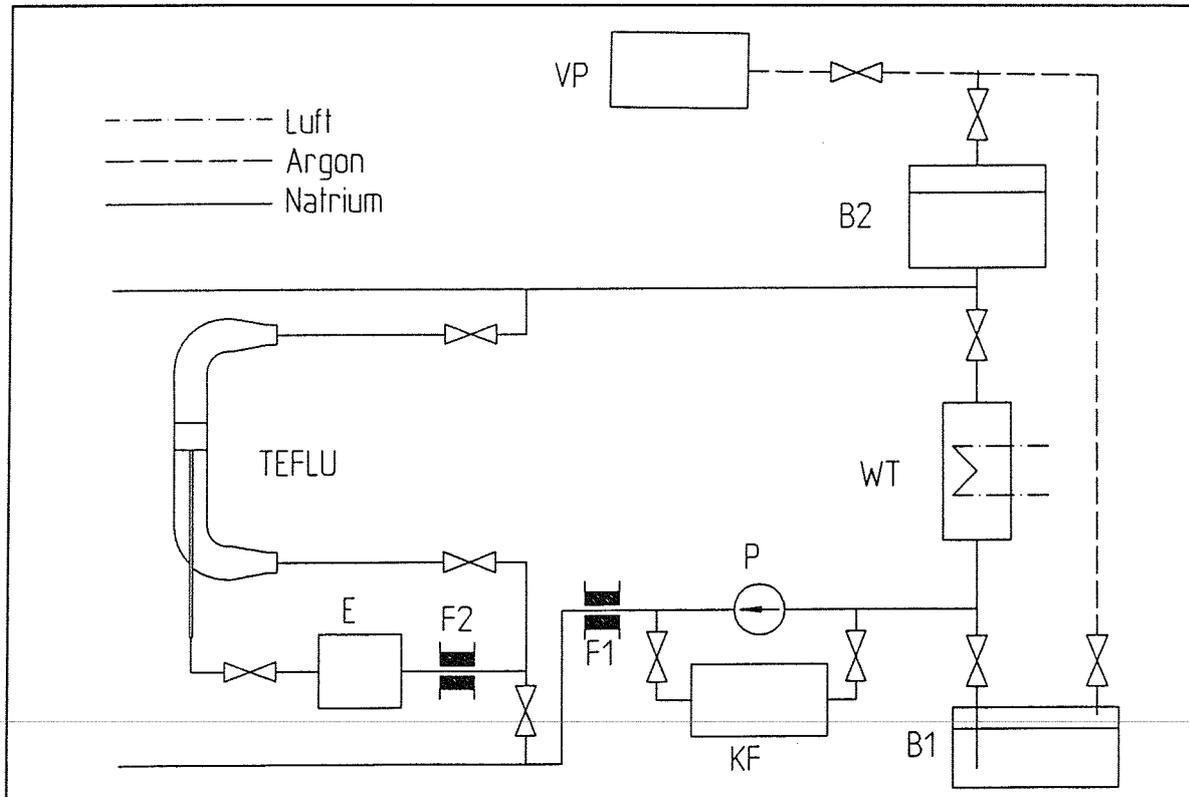


Abb. (3-1) Kreislaufschemata des Wärmeübergangsprüfstands WÜP.

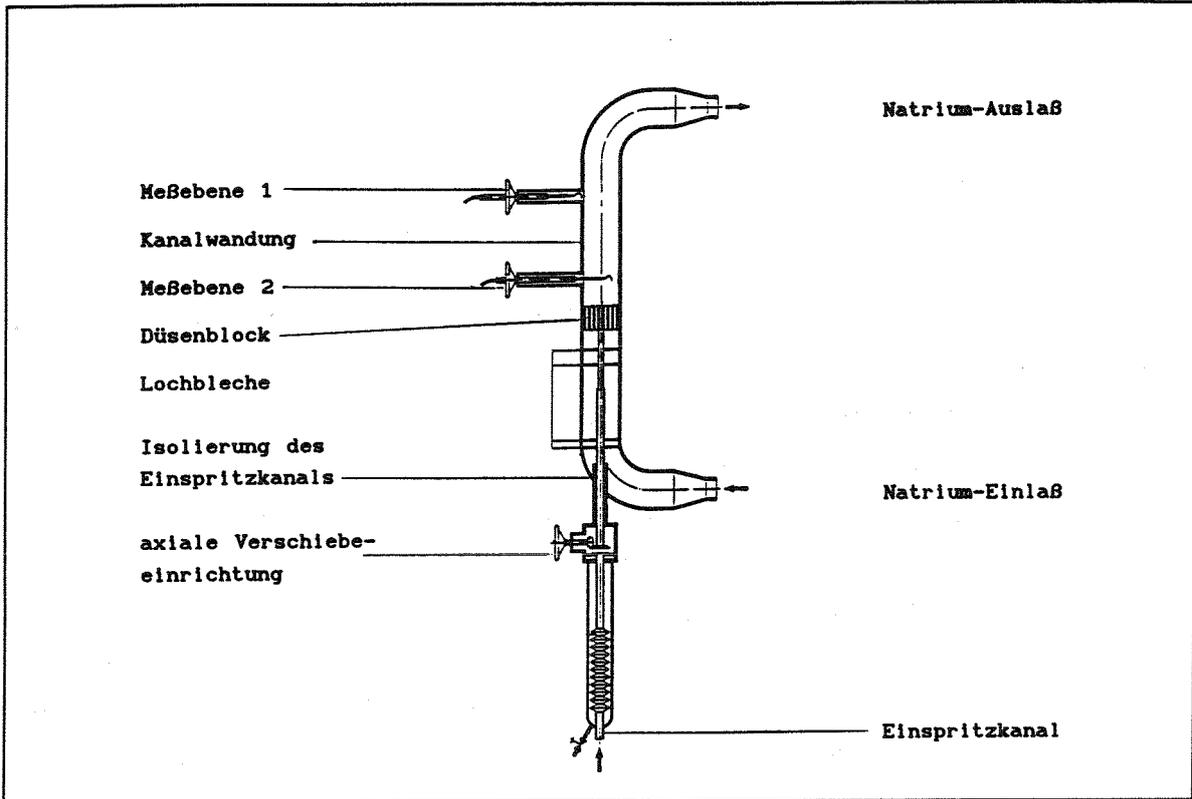


Abb. (3-2) Natrium-Teststrecke TEFLU (Temperatur Fluktuationen).

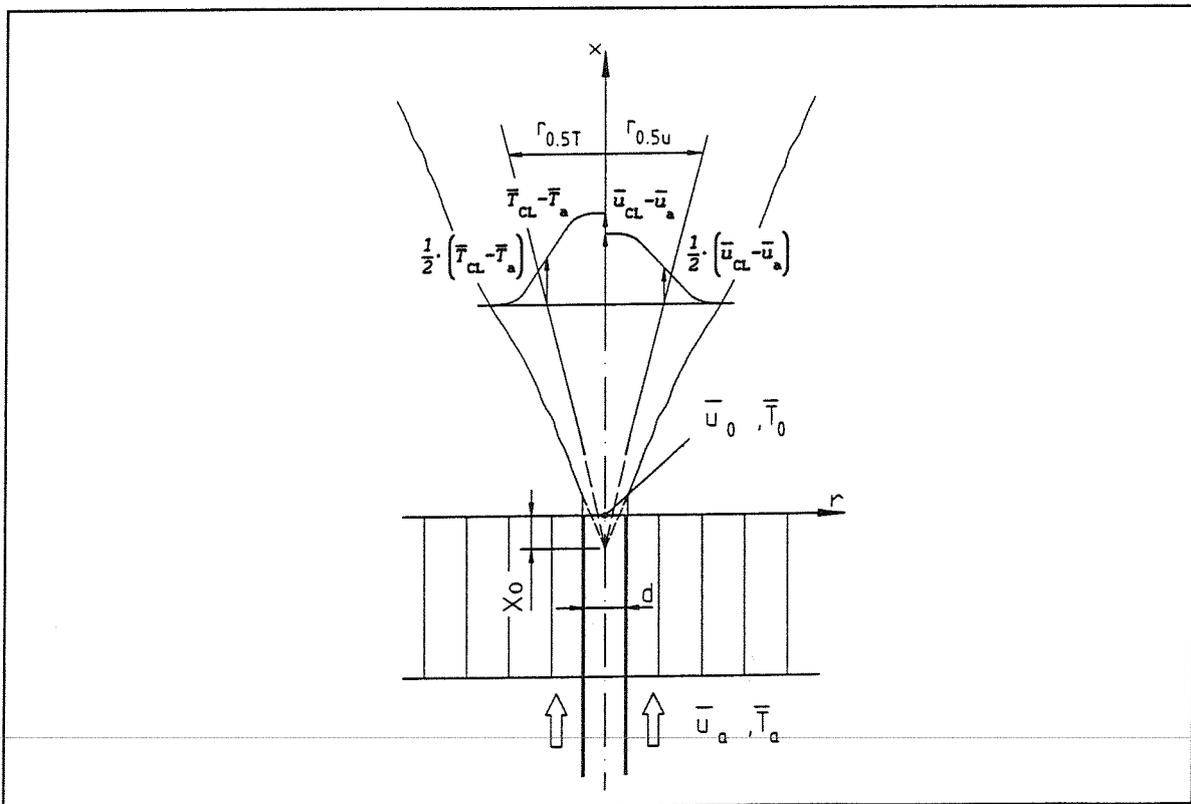


Abb. (3-3) Schematische Darstellung der Strömung.

4. Temperaturkompensierte Miniatur-Permanentmagnet-Potentialsonde

4.1 Aufbau und Funktionsweise

Die Meßsonde, mit der das Geschwindigkeits- und Temperaturfeld des allgemeinen Auftriebsstrahls ausgemessen wird, ist eine temperaturkompensierte Miniatur-Permanentmagnet-Potentialsonde, die im folgenden als MPP-Sonde bezeichnet wird.

Die Funktionsweise der MPP-Sonde beruht auf zwei physikalischen Grundprinzipien: der thermoelektrischen Potentialdifferenz, auch Seebeck-Potential genannt, und dem Faradayschen Induktionsgesetz.

Thermoelektrische Potentialdifferenz

Besitzt ein elektrischer Leiter an seinen Enden unterschiedliche Temperaturen T_1 und T_2 , so wird zwischen diesen Enden eine thermoelektrische Potentialdifferenz Φ_{21} induziert.

$$\Phi_{21} = \int_{T_2}^{T_1} S(T) \cdot dT . \quad (4.1)$$

Darin ist $S(T)$ der Seebeckkoeffizient, der vom Material des verwendeten elektrischen Leiters und von der Temperatur abhängt.

Besitzt der elektrische Leiter im betrachteten Temperaturintervall einen konstanten Seebeckkoeffizienten S , so ergibt sich die thermoelektrische Potentialdifferenz zwischen den Punkten 1 und 2 zu

$$\Delta\Phi_{21} = - S \cdot (T_2 - T_1) = - S \cdot \Delta T_{21} . \quad (4.2)$$

Faradaysches Induktionsgesetz

Bewegt man einen elektrischen Leiter in einem magnetischen Feld \vec{B} , so wird in ihm eine elektromotorische Kraft \vec{E} induziert, die sowohl senkrecht zur Bewegungsrichtung als auch senkrecht zum Magnetfeld gerichtet ist. Durch die elektromotorische Kraft erfolgt eine Ladungstrennung. Das dabei erzeugte elektrische Feld \vec{E} ist proportional zum magnetischen Feld \vec{B} und zur Bewegungsgeschwindigkeit \vec{u} des elektrischen Leiters.

$$\vec{E} \propto \vec{u} \times \vec{B} . \quad (4.3)$$

Die Konstruktion der MPP-Sonde basiert auf den beiden erläuterten Grundprinzipien und stellt eine Weiterentwicklung der von Horanyi und Krebs (1988) vorgestellten MPP-Sonde dar. Den prinzipiellen Aufbau zeigt Abb. (4-1).

In einem Edelstahlröhrchen sind in zwei übereinanderliegenden Sondenmeßebenen jeweils zwei Thermoelemente angeordnet. Der Abstand der beiden Sondenmeßebenen voneinander beträgt 3 mm. Zwischen den Thermoelementen der unteren Sondenmeßebene ist ein scheibenförmiger *AlNiCo 450* Permanentmagnet mit diagonaler Magnetisierungsrichtung eingebaut. Der Permanentmagnet zeichnet sich durch ein Magnetfeld aus, das über einen langen Zeitraum konstant ist. Die Thermoelemente der unteren Sondenmeßebene sind so angeordnet, daß ihre Verbindungslinie senkrecht zu den Magnetfeldlinien des Permanentmagneten steht. Die Thermoelemente der oberen Sondenmeßebene sind genau stromab zu denen der unteren Sondenmeßebene angeordnet. Die Meßspitzen der Thermoelemente werden im folgenden als Sondenmeßpunkte 1, 2, 3 und 4 bezeichnet. Der Außendurchmesser der MPP-Sonde beträgt 2.5 mm.

Das Natrium, das als elektrischer Leiter wirkt, strömt mit der mittleren Geschwindigkeit \vec{u} an dem Permanentmagneten mit der magnetischen Feldstärke \vec{B} vorbei, wodurch zwischen den Sondenmeßpunkten 1 und 2 ein elektrisches Feld und somit eine Potentialdifferenz induziert wird.

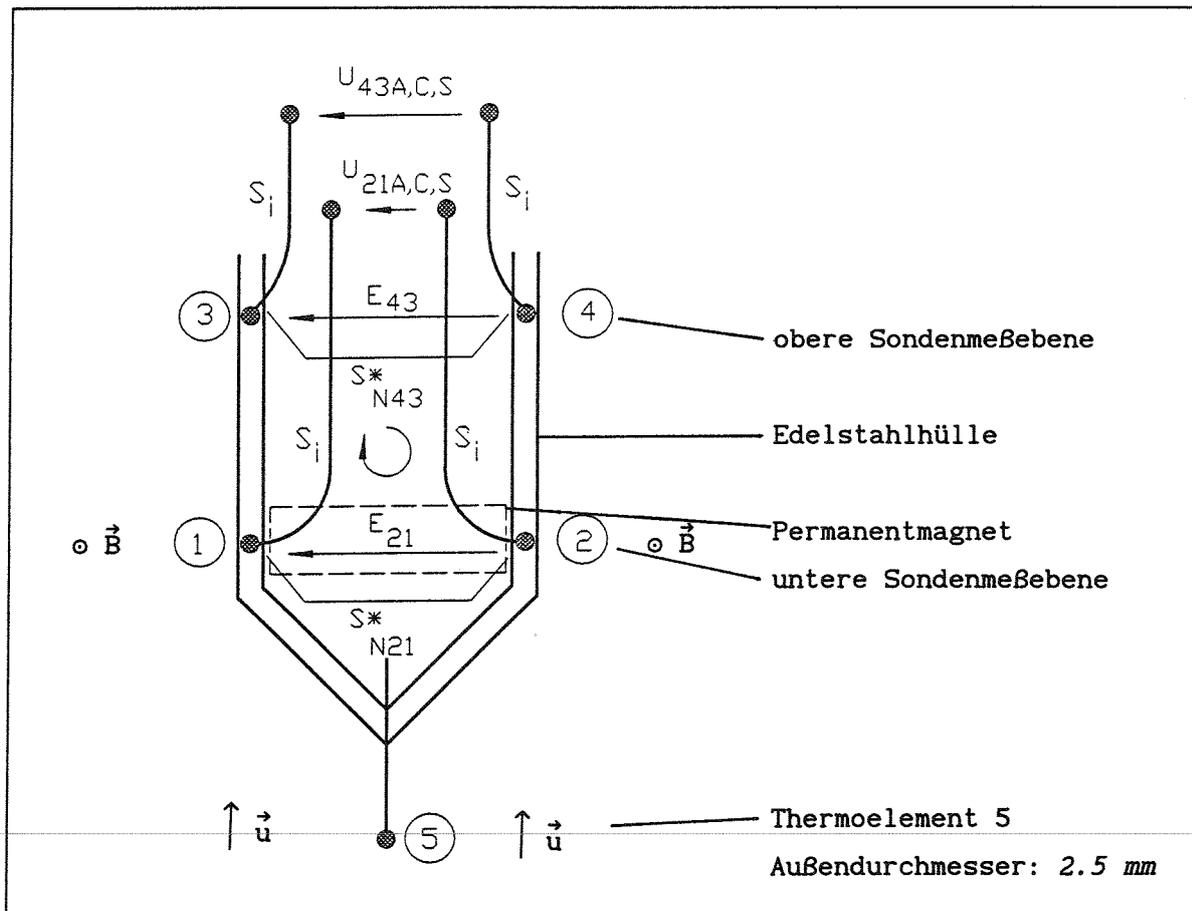


Abb.(4-1) Prinzipieller Aufbau der Miniatur-Permanentmagnet-Potentialsonde.

Setzt man eine isotherme Strömung voraus, so schreibt sich das Ohmsche Gesetz zu

$$\frac{j}{\sigma} = \vec{E} + \vec{u} \times \vec{B} = -\nabla\Phi + \vec{u} \times \vec{B} . \quad (4.4)$$

Darin sind j die Stromdichte und σ die spezifische elektrische Leitfähigkeit.

Das induzierte elektrische Feld \vec{E} läßt sich als Gradient des induzierten elektrischen Potentials Φ schreiben. Da die beiden Sondenmeßpunkte 2 und 1 über die Edelhüllhülle der MPP-Sonde und das Natrium elektrisch leitend miteinander verbunden sind, fließt ein Strom. Die zwischen den Sondenmeßpunkten 2 und 1 abgreifbare Spannung ist für eine isotherme Strömung wie im Anhang A.3 dargestellt direkt proportional zur mittleren Geschwindigkeit \vec{u} des Natriums.

Das induzierte elektrische Potential in Gl.(4.4) wird durch folgende physikalischen Effekte beeinflusst:

- induziertes magnetisches Feld,
- Grenzschicht an der Sondenoberfläche,
- thermomagnetisches Potential (Nernst-Ettinghausen Effekt),
- thermoelektrisches Potential aufgrund eines Temperaturgradienten über die MPP-Sonde (Seebeck-Potential).

Eine Vernachlässigung der ersten drei Effekte ist aufgrund ihrer geringen Größe nach von Weissenfluh (1984) gerechtfertigt. Der Einfluß des thermoelektrischen Potentials muß berücksichtigt werden.

Zur Messung der Temperatur und zur Kompensation des thermoelektrischen Potentials werden Drei-Leiter-Thermoelemente mit auf 0.25 mm Durchmesser verjüngter Meßspitze verwendet. Jedes Thermoelement besitzt drei Adern: Alumel (Ni-Legierung), Chromel (NiCr-Legierung) und Edelstahl (1.4550). Die Meßstelle ist als TM-Meßstelle ausgeführt, das heißt, die Adern sind an der Spitze mit dem Mantel des Thermoelements verschweißt. Die Thermoelemente sind durch Bohrungen in der Edelhüllhülle der MPP-Sonde hindurchgesteckt und mit der Oberfläche verschweißt, um ein möglichst ungedämpftes und verzögerungsfreies Meßsignal zu gewährleisten.

An der Spitze der MPP-Sonde ist ein zusätzliches Thermoelement 5 angebracht, das 5 mm in das Natrium hineinreicht. Es dient zur Messung der mittleren Temperatur und der Temperaturschwankungen. Der Abstand zwischen der unteren Sondenmeßebeine und der Spitze des Thermoelements 5 beträgt $1 \cdot x/d$.

Nach Fenton (1969 und 1971) und Kollie et al. (1975) kann der Seebeckkoeffizient der Chromelader eines Thermoelements im Unterschied zu dem Seebeckkoeffizient einer Alumelader oder einer Stahlader aufgrund von lokalen Inhomogenitäten größere Abweichungen aufweisen.

Aus diesem Grund kommen bei der für diese Arbeit verwendeten MPP-Sonde Drei-Leiter-Thermoelemente zum Einsatz, um alternativ die Chromelader oder die Stahlader benutzen zu können.

4.2 Signalverarbeitung

Bei der Signalverarbeitung wird grundsätzlich zwischen der Erfassung der zeitlich gemittelten Potentialdifferenzen der MPP-Sonde zur Berechnung der Geschwindigkeit \bar{u} und der Temperatur \bar{T} , der Erfassung der Temperaturschwankungssignale $T'(t)$ und der Erfassung der zeitlich gemittelten Kreislaufdaten unterschieden.

Alle Meßgrößen und ihre Weiterverarbeitung sind in Abb.(4-2) schematisch dargestellt.

Die Mittelwerte der zwischen den Thermoelementadern gleichen Materials anliegenden Potentialdifferenzen U_{21A} , U_{21C} , U_{21S} in der unteren Sondenmeßebene 21 und der Potentialdifferenzen U_{43A} , U_{43C} , U_{43S} in der oberen Sondenmeßebene 43 werden mit Digitalmultimetern DMM5001 der Firma Prema Präzisionselektronik und Meßanlagen GmbH erfaßt. Diese Potentialdifferenzen werden im folgenden als Spannungen bezeichnet.

Parallel dazu werden ebenfalls mit Digitalmultimetern DMM5001 die mittleren Thermospannungen aufgenommen, die zwischen den Alumel- und Chromeladern der an den Sondenmeßpunkten 1, 2, 3, 4 und 5 angebrachten Thermoelementen anliegen.

Zusätzlich wird mit einem Effektivvoltmeter der Firma TSI Incorporated und dem Thermoelement 5 die Temperaturschwankungsintensität (RMS-Wert) aufgenommen und über ein Digitalmultimeter DMM5001 ausgelesen.

Die maximale Auflösung der Digitalmultimeter beträgt für die Gleichspannungsmessung $0.1 \mu V$.

Die analog/digital gewandelten Meßwerte der Digitalmultimeter werden über IEEE-Schnittstellen an einen Personal Computer übergeben.

Die Temperaturschwankungssignale T'_5 von Thermoelement 5 werden in einer

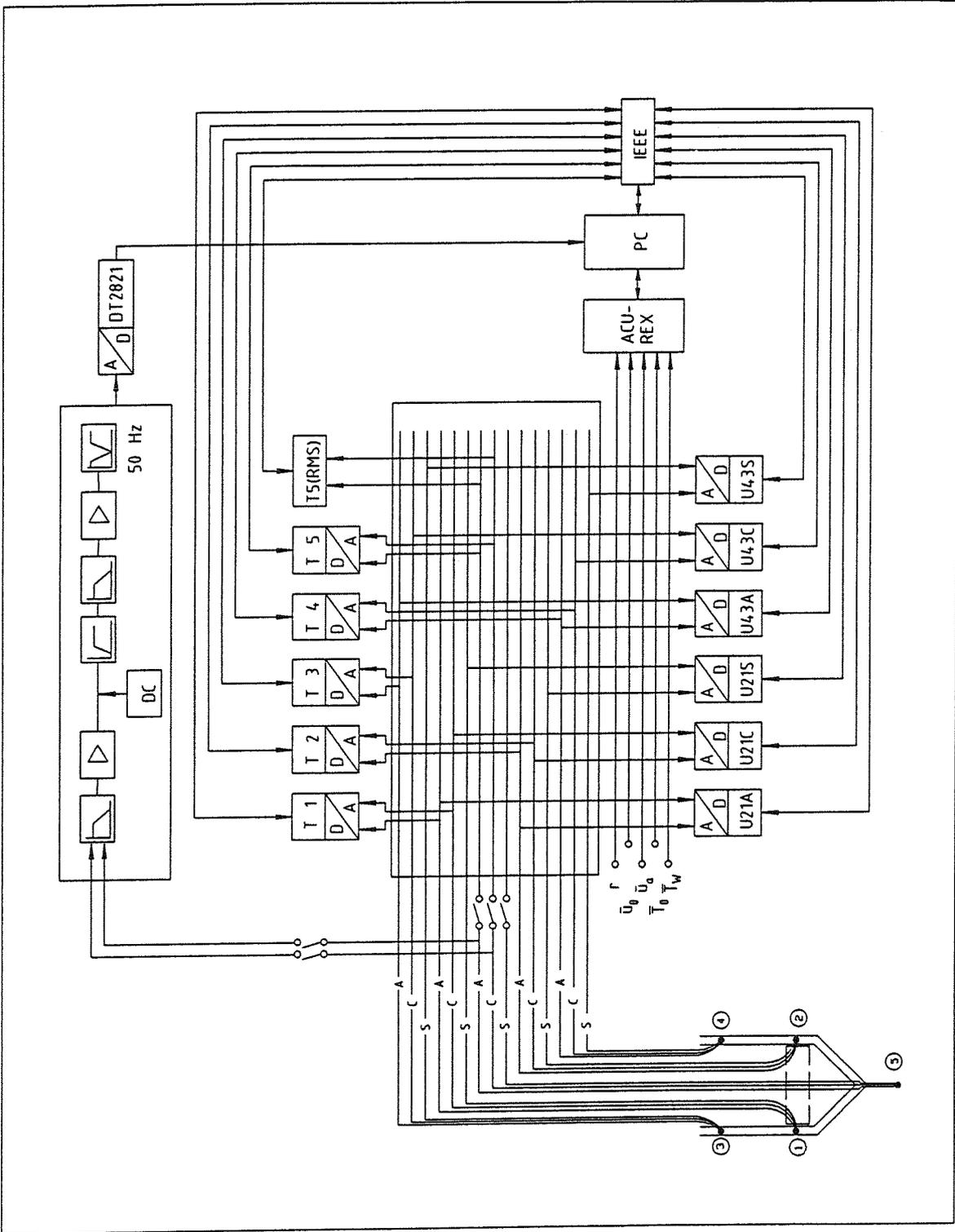


Abb. (4-2) Signalverarbeitung an der Natrium-Teststrecke TEFLU.

getrennten Messung über eine dynamische Meßkette aufgezeichnet. Das Thermoelement 5 ist während dieser Messung nicht mit dem Digitalmultimeter für die Gleichspannungsmessung verbunden. Die dynamische Meßkette besteht aus einem ersten Tiefpaß, einem Vorverstärker, einem Hochpaß der Grenzfrequenz 1 Hz oder 0.1 Hz, einem zweiten Tiefpaß, einem Endverstärker und einer 50 Hz-Bandsperre. Nach dem Vorverstärker wird das Temperaturschwankungssignal um den Gleichspannungsanteil erniedrigt. Die Verstärker lassen die Einstellung unterschiedlicher Verstärkungsfaktoren zu. Ebenso können für die Tiefpässe unterschiedliche Grenzfrequenzen eingestellt werden. Die verstärkten und gefilterten Temperaturschwankungssignale werden mit einer Analog/Digital-Wandler-Karte DT2821 der Firma Data Translation GmbH in den Personal Computer eingelesen.

Parallel zu den Daten der MPP-Sonde werden die Kreislaufdaten

- radiale Position der MPP-Sonde r ,
- mittlere Geschwindigkeit der Anströmung \bar{u}_a ,
- mittlere Geschwindigkeit des Freistrahls am Düsenaustritt \bar{u}_0 ,
- mittlere Temperatur des Freistrahls am Düsenaustritt \bar{T}_0 und
- mittlere Wandtemperatur der Teststrecke \bar{T}_w

mit einem Datenlogger Autodata Ten/10 der Firma ACUREX Autodata aufgenommen und über eine serielle Schnittstelle RS232 an den Personal Computer übergeben. Die maximale Auflösung beträgt $\pm 10 \mu V$.

4.3 Verhalten der MPP-Sonde

In diesem Kapitel werden die Bestimmungsgleichungen für die Spannungen und Temperaturen hergeleitet, mit Hilfe derer nach einer Kalibrierungsmessung und einer Eichmessung die Geschwindigkeit auf zwei verschiedene Arten berechnet werden kann.

4.3.1 Spannungen zur Bestimmung der Geschwindigkeit und der Temperatur

Zwischen den Thermoelementadern gleichen Materials der Thermoelemente 2 und 1 der unteren Sondenmeßebene und den Thermoelementadern gleichen Materials der Thermoelemente 4 und 3 der oberen Sondenmeßebene lassen sich insgesamt sechs Spannungen abgreifen.

Um die Spannungen durch Gleichungen beschreiben zu können, müssen die folgenden Voraussetzungen erfüllt sein.

■ Die Seebeckkoeffizienten S_A , S_C und S_S der Thermoelementadern Alumel, Chromel und Stahl werden als konstant über die gesamte Länge der Thermoelemente angenommen und nach Powell (1974) als Funktion der Temperatur angesetzt.

■ Die Edelmühlhülle der MPP-Sonde und das die MPP-Sonde umgebende Natrium sind elektrische Leiter. In der unteren Sondenmeßebene stellt der Permanentmagnet im Vergleich zur oberen Sondenmeßebene einen zusätzlichen elektrischen Leiter dar, sofern zwischen Permanentmagnet und Edelmühlhülle eine elektrisch leitende Verbindung vorhanden ist. Liegt ein Temperaturgradient über die MPP-Sonde vor, so werden zwischen den Thermoelementen der oberen und den Thermoelementen der unteren Sondenmeßebene thermoelektrische Potentialdifferenzen induziert.

Durch Einführung eines Seebeckkoeffizienten S_{N21}^* für die untere und eines Seebeckkoeffizienten S_{N43}^* für die obere Sondenmeßebene, die unterschiedliche Werte besitzen können, können die Potentialdifferenzen $\Delta\Phi_{21}$ und $\Delta\Phi_{43}$ zwischen den Sondenmeßpunkten 21 und 43 mit Gl.(4.2) berechnet werden.

$$\Delta\Phi_{21} = - S_{N21}^* \cdot (T_2 - T_1) , \quad (4.5)$$

$$\Delta\Phi_{43} = - S_{N43}^* \cdot (T_4 - T_3) . \quad (4.6)$$

Die Seebeckkoeffizienten S_{N21}^* und S_{N43}^* sind temperaturabhängig und zeigen zudem eine Abhängigkeit von der Geometrie der MPP-Sonde.

■ Aufgrund des geringen Abstandes der beiden Sondenmeßebeben zueinander

beeinflusst das Magnetfeld des Permanentmagneten die Sondensignale beider Sondenmeßebenen. Die geschwindigkeitsproportionale Spannung der oberen Sondenmeßebene ist infolge der abgeschwächten Wirkung des Magnetfeldes kleiner als die der unteren Sondenmeßebene.

Die Spannungen zwischen den Thermoelementadern gleichen Materials lassen sich jetzt nach der Kirchhoffschen Regel mit den Gln. (4.2), (4.5) und (4.6) nach Abb. (4-1) für die beiden Sondenmeßebenen wie folgt angeben.

Untere Sondenmeßebene:

$$U_{21A} = (S_A - S_{N21}^*) \cdot \Delta T_{21} + E_{21} , \quad (4.7)$$

$$U_{21C} = (S_C - S_{N21}^*) \cdot \Delta T_{21} + E_{21} , \quad (4.8)$$

$$U_{21S} = (S_S - S_{N21}^*) \cdot \Delta T_{21} + E_{21} . \quad (4.9)$$

Obere Sondenmeßebene:

$$U_{43A} = (S_A - S_{N43}^*) \cdot \Delta T_{43} + E_{43} , \quad (4.10)$$

$$U_{43C} = (S_C - S_{N43}^*) \cdot \Delta T_{43} + E_{43} , \quad (4.11)$$

$$U_{43S} = (S_S - S_{N43}^*) \cdot \Delta T_{43} + E_{43} . \quad (4.12)$$

E_{21} und E_{43} sind die der Geschwindigkeit des Natriums proportionalen Spannungen. Der Index 21 bezieht sich auf die untere Sondenmeßebene 21, der Index 43 auf die obere Sondenmeßebene 43.

Die Temperaturen T_j an den Thermoelementmeßspitzen $j = 1, 2, 3, 4$ und 5 werden über die Thermospannungen zwischen den Alumel- und Chromeladern der jeweiligen Thermoelemente unter Verwendung von Gl. (4.2) berechnet.

$$T_j = \frac{U_j}{S_C - S_A} + T_v . \quad (4.13)$$

Darin sind U_j die gemessenen Thermospannungen und T_v die konstante Temperatur der Vergleichsstelle, bei der die Thermospannungen gemessen werden. Die Seebeckkoeffizienten für Alumel, Chromel und Stahl sind in Abhängigkeit von der Temperatur aus Powell (1974) entnommen.

4.3.2 Kalibrierungs- und Eichmessung

Kalibrierungsmessung:

Ausgangspunkt einer jeden Messung ist eine Kalibrierungsmessung. Sie dient der Ermittlung des Proportionalitätsfaktors zwischen der gemessenen Spannung und der Geschwindigkeit des Natriums.

Setzt man in den Gln.(4.7) bis (4.12) sämtliche Temperaturen gleich einer Kalibrierungstemperatur T_{cal} , so werden die Temperaturdifferenzen ΔT_{21} und ΔT_{43} zu Null und die gemessenen sechs Spannungen sind der Geschwindigkeit des Natriums direkt proportional.

Zur Messung der geschwindigkeitsproportionalen Spannungen dürfen sowohl das Temperatur- als auch das Geschwindigkeitsfeld keine radialen Gradienten im Bereich der MPP-Sonde aufweisen. Sind diese Voraussetzungen erfüllt, so ergeben sich durch schrittweises Erhöhen des Volumenstroms durch die Teststrecke und gleichzeitiges Messen der induzierten Spannungen die in Abb.(4-3) dargestellten idealen, linearen Verläufe.

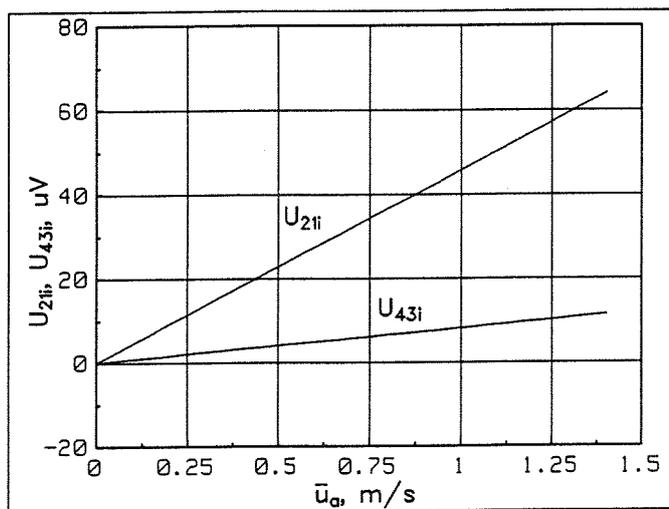


Abb.(4-3) Verlauf der induzierten Spannungen bei einer idealen Kalibrierungsmessung.

Der Volumenstrom selbst wird mit einem induktiven Durchflußmesser bestimmt. Da die in der oberen Sondenmeßebene induzierte Spannung E_{43} im Vergleich zu der in der unteren Sondenmeßebene induzierten Spannung E_{21} kleinere Werte aufweist, ergeben sich zwei Ursprungsgeraden mit unterschiedlichen Steigungen. Die Steigungen der Geraden werden im folgenden als Empfindlichkeiten ES_{21} und ES_{43} der Sondenmeßebenen bezeichnet. Die Empfindlichkeiten haben die Dimension $\mu V/(m/s)$.

Aus Abb.(4-3) ergeben sich für die induzierten Spannungen folgende zwei Gleichungen:

$$E_{21} = ES_{21} \cdot \bar{u}_{Na} , \quad (4.14)$$

$$E_{43} = ES_{43} \cdot \bar{u}_{Na} . \quad (4.15)$$

Hierin ist \bar{u}_{Na} die gesuchte mittlere Geschwindigkeit des Natriums.

Eichmessung:

Eine Eichmessung dient der einmaligen Bestimmung der Seebeckkoeffizienten S_{N21}^* und S_{N43}^* und der K -Werte K_{AC} und K_{AS} der MPP-Sonde. Die Bedeutung der K -Werte für die Geschwindigkeitsmessung wird in Kapitel 4.3.3 erläutert.

Die Eichmessung wird in einem Geschwindigkeitsfeld definierter Größe und ohne radiale Gradienten, dem ein Temperaturfeld mit großen radialen Gradienten überlagert ist, durchgeführt. Bei der Eichmessung wird die MPP-Sonde wie im Anhang A.2 beschrieben schrittweise über den Kanalquerschnitt verfahren.

Bestimmung der S_N^* -Werte

Durch Addition der Gln.(4.7), (4.8) und (4.7), (4.9) erhält man nach geeigneter Umformung der Zwischenergebnisse zwei Gleichungen für den Seebeckkoeffizienten S_{N21}^* der unteren Sondenmeßebene.

$$S_{N21}^* = - \frac{U_{21A} + U_{21C} - 2 \cdot E_{21}}{2 \cdot (T_2 - T_1)} + \frac{S_A + S_C}{2} , \quad (4.16)$$

$$S_{N21}^* = - \frac{U_{21A} + U_{21S} - 2 \cdot E_{21}}{2 \cdot (T_2 - T_1)} + \frac{S_A + S_S}{2} . \quad (4.17)$$

Eine analoge Rechnung mit den Gln.(4.10), (4.11) und (4.10), (4.12) führt zu zwei Gleichungen für den Seebeckkoeffizienten S_{N43}^* der oberen Sondenmeßebene.

$$S_{N43}^* = - \frac{U_{43A} + U_{43C} - 2 \cdot E_{43}}{2 \cdot (T_4 - T_3)} + \frac{S_A + S_C}{2} , \quad (4.18)$$

$$S_{N43}^* = - \frac{U_{43A} + U_{43S} - 2 \cdot E_{43}}{2 \cdot (T_4 - T_3)} + \frac{S_A + S_S}{2} . \quad (4.19)$$

Die Gln.(4.16) bis (4.19) zeigen, daß die Seebeckkoeffizienten für die jeweilige Sondenmeßebene auf zwei Arten, das heißt unter Verwendung der

Thermoelementpaarung Alumel/Chromel oder der Thermoelementpaarung Alumel/Stahl, bestimmt werden können.

Aufgrund der für die Eichmessung bekannten und über den Kanalquerschnitt konstanten Strömungsgeschwindigkeit können mit Hilfe einer Kalibrierungsmessung und den Gln.(4.14) und (4.15) die für die Bestimmung der S_N^* -Werte benötigten geschwindigkeitsproportionalen Spannungen E_{21} und E_{43} bestimmt werden.

Die Spannungen U_{21A} bis U_{43S} sind Meßgrößen. Die Temperaturen T_1 bis T_4 werden aus den gemessenen Thermospannungen nach Gl.(4.13) berechnet.

Ist der Temperaturgradient über die Sonde klein, das heißt die Temperaturdifferenzen ΔT_{21} und ΔT_{43} annähernd Null, ergeben die Gleichungen für S_N^* unbestimmte Ausdrücke. Die ersten Summanden der rechten Seite gehen in Ausdrücke der Form " $\frac{0}{0}$ " über. Aus diesem Grund werden nur Meßpunkte mit Temperaturdifferenzen größer als 1.5 K für die Berechnung herangezogen.

Bestimmung der K-Werte

Mit den Gln.(4.7) und (4.8) für die untere Sondenmeßebene und die Thermoelementpaarung Alumel/Chromel erhält man durch Eliminierung der Temperaturdifferenz ΔT_{21}

$$\frac{U_{21A} - E_{21}}{S_A - S_{N21}^*} = \frac{U_{21C} - E_{21}}{S_C - S_{N21}^*} . \quad (4.20)$$

Durch Zusammenfassen der Seebeckkoeffizienten läßt sich ein K-Wert K_{AC} definieren.

$$K_{AC} = \frac{S_A - S_{N21}^*}{S_C - S_{N21}^*} = \frac{U_{21A} - E_{21}}{U_{21C} - E_{21}} . \quad (4.21)$$

Eine analoge Rechnung mit den Gln.(4.7) und (4.9) ergibt für die untere Sondenmeßebene und die Thermoelementpaarung Alumel/Stahl einen K-Wert K_{AS} .

$$K_{AS} = \frac{S_A - S_{N21}^*}{S_S - S_{N21}^*} = \frac{U_{21A} - E_{21}}{U_{21S} - E_{21}} . \quad (4.22)$$

Die Gln.(4.21) und (4.22) zeigen, daß die K-Werte K_{AC} und K_{AS} eine Temperatur- und eine Sondenabhängigkeit besitzen.

Die Temperaturabhängigkeit ist durch die temperaturabhängigen Seebeckkoeffizienten S_A , S_C , S_S und S_{N21}^* gegeben. Die Sondenabhängigkeit wird ausschließlich durch den S_{N21}^* -Wert bewirkt, der von der Bauweise der MPP-Sonde abhängt.

4.3.3 Geschwindigkeitsmessung bei überlagertem Temperaturgradienten

Die Geschwindigkeit des Natriums kann nur berechnet werden, wenn die induzierte, geschwindigkeitsproportionale Spannung E_{21} bekannt ist. Liegt ein Temperaturgradient über die MPP-Sonde vor, so wird zusätzlich zur geschwindigkeitsproportionalen Spannung zwischen den Sondenmeßpunkten 2 und 1 eine thermoelektrische Potentialdifferenz induziert.

Im folgenden werden zwei Methoden vorgestellt, die durch Kompensation des Temperatureinflusses eine Bestimmung der geschwindigkeitsproportionalen Spannung E_{21} bei vorhandenem Temperaturgradienten über die MPP-Sonde ermöglichen: die K-Methode und die α -Methode.

Bestimmung der Geschwindigkeit nach der K-Methode:

Löst man den rechten Teil von Gl.(4.21) nach der geschwindigkeitsproportionalen Spannung der unteren Sondenmeßebene E_{21} auf, so ist diese für die Thermoelementpaarung Alumel/Chromel bei Kenntnis des K-Wertes K_{AC} und der gemessenen Spannungen U_{21A} und U_{21C} berechenbar nach

$$E_{21} = \frac{U_{21A} - K_{AC} \cdot U_{21C}}{1 - K_{AC}} . \quad (4.23)$$

Eine analoge Umformung der Gl.(4.22) für die Thermoelementpaarung Alumel/Stahl ergibt

$$E_{21} = \frac{U_{21A} - K_{AS} \cdot U_{21S}}{1 - K_{AS}} . \quad (4.24)$$

Aus der geschwindigkeitsproportionalen Spannung E_{21} kann mit Gl.(4.14) die mittlere Geschwindigkeit des Natriums berechnet werden.

Wie die Gln.(4.23) und (4.24) zeigen, kann die Spannung E_{21} bei der K-Methode mit der Thermoelementpaarung Alumel/Chromel oder mit der Thermoelementpaarung Alumel/Stahl bestimmt werden.

Die K-Werte K_{AC} und K_{AS} werden in einem Bereich des Kanals bestimmt, in dem der Wandeinfluß keine Rolle spielt. Die K-Methode ist zur Berechnung der Geschwindigkeit des Natriums in Wandnähe nicht anwendbar, da durch die Kanalwand der Verlauf der magnetischen Feldlinien und damit die geschwindigkeitsproportionale Spannung beeinflußt werden.

Bestimmung der Geschwindigkeit nach der α -Methode:

Ausgangspunkt für die α -Methode sind die Gln.(4.7) bis (4.12) für die sechs gemessenen Spannungen U_{21A} bis U_{43S} .

Durch Einführung eines α -Wertes mit

$$E_{43} = \alpha \cdot E_{21} , \quad (4.25)$$

der das Verhältnis der geschwindigkeitsproportionalen Spannungen von unterer zu oberer Sondenmeßebene darstellt und somit den abgeschwächten Einfluß des Permanentmagneten auf die obere Sondenmeßebene angibt, lassen sich die Gln.(4.10) bis (4.12) der oberen Sondenmeßebene umformen zu

$$U_{43A} = (S_A - S_{N43}^*) \cdot \Delta T_{43} + \alpha \cdot E_{21} , \quad (4.26)$$

$$U_{43C} = (S_C - S_{N43}^*) \cdot \Delta T_{43} + \alpha \cdot E_{21} , \quad (4.27)$$

$$U_{43S} = (S_S - S_{N43}^*) \cdot \Delta T_{43} + \alpha \cdot E_{21} . \quad (4.28)$$

Der α -Wert ist eine sondenabhängige Größe.

Damit der α -Wert den Einfluß des Permanentmagneten auf die obere Sondenmeßebene korrekt wiedergibt, muß die mittlere Geschwindigkeit an der unteren und der oberen Sondenmeßebene gleich sein. Dies ist aufgrund des geringen Abstands der beiden Sondenmeßebenen voneinander gut erfüllt.

Die Bestimmung des α -Wertes erfolgt mit Hilfe einer Kalibrierungsmessung, wie sie in Kapitel 4.3.2 beschrieben ist. Unter Berücksichtigung der Gln.(4.14) und (4.15) kann der α -Wert auch als Quotient der Empfindlichkeiten der beiden Sondenmeßebenen geschrieben werden.

$$\alpha = \frac{ES_{43}}{ES_{21}} . \quad (4.29)$$

Unter der Voraussetzung, daß die Seebeckkoeffizienten S_{N21}^* und S_{N43}^* der unteren und oberen Sondenmeßebene gleich sind

$$S_{N21}^* \stackrel{!}{=} S_{N43}^* \stackrel{!}{=} S_N^* , \quad (4.30)$$

folgt durch Eliminierung des Faktors $(S_A - S_N^*)$ in den Gln.(4.7) und (4.26) für die Spannung U_{21A}

$$U_{21A} = (U_{43A} - \alpha \cdot E_{21}) \cdot \frac{\Delta T_{21}}{\Delta T_{43}} + E_{21} . \quad (4.31)$$

Wird der Faktor $(S_C - S_N^*)$ in den Gln.(4.8) und (4.27) eliminiert, so ergibt sich für die Spannung U_{21C}

$$U_{21C} = (U_{43C} - \alpha \cdot E_{21}) \cdot \frac{\Delta T_{21}}{\Delta T_{43}} + E_{21} \quad (4.32)$$

Ein Gleichsetzen der Terme $\Delta T_{21}/\Delta T_{43}$ in den Gln.(4.31) und (4.32) ergibt nach algebraischer Umformung die geschwindigkeitsproportionale Spannung E_{21} zu

$$E_{21} = \frac{U_{43A} \cdot U_{21C} - U_{21A} \cdot U_{43C}}{U_{43A} - U_{43C} + \alpha \cdot (U_{21C} - U_{21A})} \quad (4.33)$$

E_{21} ist ausschließlich von den vier gemessenen Spannungen U_{21A} , U_{21C} , U_{43A} und U_{43C} und dem mit einer Kalibrierungsmessung bestimmten α -Wert abhängig. Eine analoge Rechnung mit den Gln.(4.9) und (4.28) ergibt für die Spannung U_{21S}

$$U_{21S} = (U_{43S} - \alpha \cdot E_{21}) \cdot \frac{\Delta T_{21}}{\Delta T_{43}} + E_{21} \quad (4.34)$$

Durch Eliminierung des Terms $\Delta T_{21}/\Delta T_{43}$ in den Gln.(4.31) und (4.34) erhält man die der Geschwindigkeit des Natriums proportionale Spannung E_{21} zu

$$E_{21} = \frac{U_{43A} \cdot U_{21S} - U_{21A} \cdot U_{43S}}{U_{43A} - U_{43S} + \alpha \cdot (U_{21S} - U_{21A})} \quad (4.35)$$

E_{21} ist ausschließlich von den gemessenen Spannungen U_{21A} , U_{21S} , U_{43A} und U_{43S} und dem α -Wert abhängig.

Ist die geschwindigkeitsproportionale Spannung bekannt, so kann mit Gl.(4.14) die mittlere Geschwindigkeit des Natriums berechnet werden.

Weichen die Seebeckkoeffizienten S_{N21}^* und S_{N43}^* der unteren und oberen Sondenmeßebene stark voneinander ab, so ist eine Anwendung der α -Methode zur Berechnung der Spannung E_{21} nicht möglich.

Die α -Methode versagt in Bereichen mit kleinen Temperaturgradienten über die Sonde, da die Gln.(4.33) und (4.35) bei vernachlässigbaren Temperaturdifferenzen ΔT_{21} und ΔT_{43} in unbestimmte Ausdrücke der Form " $\frac{0}{0}$ " übergehen. Die α -Methode verliert in Wandnähe ihre Gültigkeit, da die Kanalwand die Stärke des magnetischen Feldes und somit die geschwindigkeitsproportionalen Spannungen beeinflusst.

Die Bestimmung der Spannung E_{21} nach der K-Methode und nach der α -Methode ist jeweils auf zwei gleichberechtigte Arten möglich: Zum einen über die Thermoelementpaarung Alumel/Chromel und zum anderen über die Thermoelement-

paarung Alumel/Stahl.

Wie im Anhang A.2 am Beispiel einer Eichmessung beschrieben, ist die α -Methode für die verwendete MPP-Sonde K15 nicht anwendbar, da die Seebeckkoeffizienten der unteren und der oberen Sondenmeßebene S_{N21}^* und S_{N43}^* stark voneinander abweichen. Die notwendige Gleichheitsbedingung für die Seebeckkoeffizienten nach Gl.(4.30) ist verletzt.

Unter Verwendung der K -Methode erhält man mit der verwendeten MPP-Sonde K15 für beide Thermoelementpaarungen und die untere Sondenmeßebene identische Ergebnisse.

Aus diesem Grund wird im folgenden nur die mit der K -Methode und der Thermoelementpaarung Alumel/Chromel in der unteren Sondenmeßebene bestimmte Geschwindigkeit angegeben.

Die Berechnung der Geschwindigkeit des Natriums mit der in der oberen Sondenmeßebene induzierten, geschwindigkeitsproportionalen Spannung E_{43} ist mit der K -Methode und der α -Methode generell möglich. Aufgrund der geringen Empfindlichkeit ES_{43} und der geringen Auflösung der Spannung E_{43} der oberen Sondenmeßebene ist dieses Vorgehen nicht sinnvoll und wird nicht weiter verfolgt.

4.4 Statistische Signalanalyse

Charakteristisch für turbulente Strömungen sind die regellosen Schwankungen der physikalischen Größen, deren zeitlicher Verlauf aus einem bekannten Verlauf nicht vorhersagbar ist. Es besteht jedoch die Möglichkeit, stochastische Signale mit Hilfe von Kenngrößen und Kennfunktionen der statistischen Signalanalyse zu beschreiben. Im folgenden sind die wichtigsten Kenngrößen am Beispiel des Temperatursignals nach Bendat und Piersol (1986) angegeben.

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF):

Unter Verwendung der Wahrscheinlichkeit P , daß das Temperatursignal $T(t)$ in einem Betrachtungsintervall $(T, T+\Delta T)$ liegt, läßt sich nach formaler Division durch die Klassenbreite ΔT und einem anschließenden Grenzübergang $\Delta T \rightarrow 0$ die mit der Gesamtzahl N_{ges} der Signalwerte normierte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p(T)$ (PDF = Probability Density Function) angeben als

$$p(T) = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{P(T \leq T(t) \leq T + \Delta T)}{\Delta T \cdot N_{\text{ges}}} \quad (4.36)$$

Zeitliche Mittelwerte (Momente):

Aus der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion lassen sich sogenannte Momente ableiten, die durch das Integral

$$E\{X^n(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} X^n \cdot p(T) dt \quad (4.37)$$

gebildet werden. Die aus der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion abgeleiteten Momente sind identisch dem Zeitmittelwert, so daß gilt:

$$E\{X^n(t)\} = \lim_{t_M \rightarrow \infty} \frac{1}{t_M} \cdot \int_0^{t_M} X^n(t) dt \equiv \overline{X^n(t)} \quad (4.38)$$

Darin ist t_M die Meßzeit.

Von besonderer Bedeutung sind die Zeitmittelwerte für $n = 1$ bis 4, die für das Temperatursignal $T(x, t) = \bar{T}(x) + T'(t)$ angegeben werden. In diesem Sinne werden die folgenden für die Signalbewertung nützlichen Größen definiert:

Mittlere Temperatur ($n = 1$):

$$\bar{T} = \lim_{t_M \rightarrow \infty} \frac{1}{t_M} \cdot \int_0^{t_M} T(t) dt \quad (4.39)$$

Temperaturschwankungsintensität ($n = 2$):

$$\left(\overline{T'^2}\right)^{1/2} = \left(\lim_{t_M \rightarrow \infty} \frac{1}{t_M} \cdot \int_0^{t_M} (T(t) - \bar{T})^2 dt\right)^{1/2} \quad (4.40)$$

Die Temperaturschwankungsintensität stellt die Wurzel aus dem Mittelwert des quadratischen, mittelwertfreien Signals dar. In der Elektrotechnik wird der so gebildete Meßwert auch Effektivwert oder RMS-Wert (RMS = Root Mean Square) genannt.

Schiefe ($n = 3$):

$$S = \frac{\overline{T'^3(t)}}{\left(\overline{T'^2}\right)^{3/2}} = \frac{1}{\left(\overline{T'^2}\right)^{3/2}} \cdot \lim_{t_M \rightarrow \infty} \frac{1}{t_M} \cdot \int_0^{t_M} (T(t) - \bar{T})^3 dt \quad (4.41)$$

Die Schiefe S gibt nach Betrag und Richtung an, wie schief eine PDF im Vergleich zur Gaußschen Verteilung ist, für welche $S = 0$ gilt. Ist S kleiner als Null, so ist die PDF linksschief, andernfalls rechtsschief.

Flachheit ($n = 4$):

$$F = \frac{\overline{T'^4(t)}}{\left(\overline{T'^2}\right)^2} = \frac{1}{\left(\overline{T'^2}\right)^2} \cdot \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \cdot \int_0^M (T(t) - \bar{T})^4 dt . \quad (4.42)$$

Die Flachheit gibt an, ob das Maximum der PDF größer oder kleiner als das einer Gaußschen Verteilung ist, für welche $F = 3$ ist. Ist F größer als drei, so ist die PDF größer, andernfalls kleiner als die Gaußsche Verteilung.

Die Gaußsche Verteilung kann mit der mittleren Temperatur und der Temperaturschwankungsintensität berechnet werden zu

$$p(T) = \frac{1}{\left(2 \cdot \pi \cdot \overline{T'^2}\right)^{1/2}} \cdot \text{EXP} \left[- \frac{(T(t) - \bar{T})^2}{\overline{T'^2}} \right] . \quad (4.43)$$

Normiertes Autoleistungsdichtespektrum (PSD):

Anstelle der Darstellung im Zeitbereich wird oft die spektrale Darstellung im Frequenzbereich bevorzugt.

Zur Berechnung des normierten Autoleistungsdichtespektrums $S_{TT}(f_k)$ (PSD = Power Spectrum Density) sind die im folgenden angegebenen Rechenschritte erforderlich:

- Unterteilung des Zeitsignals $T(x, t)$, das aus N_{ges} Signalwerten besteht, in n_d mittelwertfreie Datenblöcke $T_i(t)$ der Länge T_d mit jeweils N Signalwerten $T_{in}(t)$. Es gilt $n = 0, 1, \dots, N - 1$ und $i = 1, 2, \dots, n_d$.
- Berechnung der Fourier-Transformierten $X_i(f_k)$ mit

$$X_i(f_k) = \Delta t \cdot \sum_{n=0}^{N-1} T_{in} \cdot \exp \left(\frac{-j2\pi kn}{N} \right) \quad (4.44)$$

eines jeden Datenblocks $T_i(t)$ für die Frequenzen f_k mit

$$f_k = \frac{k}{T_d} = \frac{k}{N \cdot \Delta t} \quad \text{mit } k = 0, 1, \dots, N - 1 . \quad (4.45)$$

- Um das Problem des Leistungsverlustes ("side-lobe leakage") durch Diskontinuitäten am Anfang und am Ende eines jeden Datenblocks zu verringern, werden die Signalwerte $T_{in}(t)$ mit einer Fensterfunktion multipliziert. Es wird das Cosinus-Quadrat Fenster oder Hanning Fenster verwendet. Damit schreibt sich Gl.(4.44) zu

$$X_1(f_k) = \Delta t \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^{1/2} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} T_{in} \cdot \left(1 - \cos^2\left(\frac{\pi \cdot n}{N}\right)\right) \cdot \exp\left(\frac{-j2\pi kn}{N}\right) . \quad (4.46)$$

■ Berechnung des mit dem Quadrat der Temperaturschwankungsintensität normierten Autoleistungsdichtespektrums $S_{TT}(f_k)$ mit

$$S_{TT}(f_k) = \frac{1}{T'^2} \cdot \frac{2}{n_d \cdot N \cdot \Delta t} \cdot \sum_{i=1}^{n_d} |X_1(f_k)|^2 \quad \text{mit } k = 0, 1, \dots, N/2 . \quad (4.47)$$

Die Auflösung Δf des PSD im Frequenzbereich beträgt

$$\Delta f = \frac{1}{T_d} = \frac{1}{N \cdot \Delta t} . \quad (4.48)$$

Der statistische Fehler des PSD berechnet sich aus der Anzahl der Datenblöcke zu $1/(n_d)^{1/2}$.

Das Quadrat der Temperaturschwankungsintensität kann durch Integration des nicht normierten PSD nach Batchelor (1958) berechnet werden.

$$\overline{T'^2} = \int_0^{\infty} S_{TT}(f) df . \quad (4.49)$$

Normierte Autokorrelationsfunktion (ACF):

Zur Berechnung der normierten Autokorrelationsfunktion $\Phi_{TT}(\tau)$ (ACF = Autocorrelation Function) sind die im folgenden angegebenen Rechenschritte durchzuführen:

- Unterteilung des Zeitsignals $T(x, t)$ in n_d mittelwertfreie Datenblöcke $T_1(t)$ analog zur Berechnung des PSD.
- Anhängen von N Nullen an jeden Datenblock.
- Berechnung der Fourier-Transformierten $X_1(f_k)$ eines jeden Datenblocks nach Gl. (4.44), wobei N durch $2 \cdot N$ zu ersetzen ist.
- Berechnung des zweiseitigen Autoleistungsdichtespektrums $S'_{TT}(f_k)$ nach

$$S'_{TT}(f_k) = \frac{1}{n_d \cdot N \cdot \Delta t} \cdot \sum_{i=1}^{n_d} |X_1(f_k)|^2 \quad \text{mit } k = 0, 1, \dots, 2 \cdot N - 1 . \quad (4.50)$$

- Berechnung der inversen Fourier-Transformierten $\phi'_{TT}(r \cdot \Delta t)$ von $S'_{TT}(f_k)$ mit

$$\phi'_{TT}(r \cdot \Delta t) = \frac{1}{2 \cdot N} \cdot \sum_{k=0}^{2 \cdot N - 1} S'_{TT}(f_k) \cdot \exp\left(j \cdot \frac{2\pi kn}{2N}\right) \quad (4.51)$$

für $r = 0, 1, \dots, 2 \cdot N - 1$.

- Löschen der zweiten Hälfte der Werte von $\phi'_{TT}(r \cdot \Delta t)$, um Werte für $r = 0, 1, \dots, N - 1$ zu erhalten.

■ Multiplikation von $\phi'_{TT}(r \cdot \Delta t)$ mit einer Formfunktion $N/(N-r)$ und Division durch das Quadrat der Temperaturschwankungsintensität, um die normierte Autokorrelationsfunktion $\phi_{TT}(r \cdot \Delta t)$ zu erhalten.

$$\phi_{TT}(r \cdot \Delta t) = \frac{1}{T'^2} \cdot \frac{N}{N-r} \cdot \phi'_{TT}(r \cdot \Delta t) \quad \text{mit } r = 1, 2, \dots, N-1. \quad (4.52)$$

Das Produkt $r \cdot \Delta t$ wird als Zeitverschiebung τ bezeichnet.

Die normierte Autokorrelationsfunktion kann auch direkt aus dem Zeitsignal berechnet werden mit

$$\phi_{TT}(\tau) = \frac{1}{T'^2} \cdot \frac{1}{t_M} \cdot \int_0^t T(t) \cdot T(t+\tau) dt. \quad (4.53)$$

Das Quadrat der Temperaturschwankungsintensität entspricht dem Wert der Autokorrelationsfunktion für eine Zeitverschiebung von $\tau = 0$.

$$\overline{T'^2} = \phi_{TT}(\tau = 0). \quad (4.54)$$

Die normierte Autokorrelationsfunktion besitzt den selben Informationsgehalt wie das normierte Autoleistungsdichtespektrum.

Integrales Längenmaß L_T :

Das Integrale Längenmaß L_T ist ein Maß für die größte Entfernung zwischen zwei in der Hauptströmungsrichtung x hintereinander liegender Punkte, an denen in den Temperatursignalen gemeinsame Signalanteile vorhanden sind. Es gilt

$$L_T = \int_0^{\infty} \phi_{TT}(x) dx \quad (4.55)$$

mit $\phi_{TT}(x)$ als der räumlichen ACF.

Für den Fall eines homogenen Geschwindigkeitsfeldes mit konstanter mittlerer Geschwindigkeit \bar{u} in Hauptströmungsrichtung besagt die Hypothese von Taylor (1938), daß die turbulenten Fluidballen im Bereich hoher Wellenzahlen mit der mittleren Geschwindigkeit \bar{u} transportiert werden. Es gilt

$$\frac{\partial}{\partial t} = -\bar{u} \cdot \frac{\partial}{\partial x}. \quad (4.56)$$

Somit kann die räumliche ACF durch die zeitliche ACF aus Gl. (4.52) ersetzt werden.

$$L_T = \bar{u} \cdot \int_0^{\infty} \phi_{TT}(\tau) d\tau. \quad (4.57)$$

Wird jetzt die zeitliche ACF nach Hinze (1975) durch eine Exponentialfunktion mit einer Zeitkonstanten τ_0 approximiert nach

$$\phi_{TT}(\tau) = \exp(-\tau/\tau_0) , \quad (4.58)$$

so schreibt sich Gl.(4.57) für die Integrale Turbulenzlänge L_T zu

$$L_T = \bar{u} \cdot \tau_0 . \quad (4.59)$$

Die Zeitkonstante τ_0 steht mit der Eckfrequenz f_0 in folgendem Zusammenhang.

$$\tau_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_0} . \quad (4.60)$$

4.5 Zusammenfassung

In der Natrium-Teststrecke TEFLU werden mit einer temperaturkompensierten MPP-Sonde zeitgleich die mittlere Geschwindigkeit und die mittlere Temperatur zusammen mit der Temperaturschwankungsintensität hinter dem Düsenblock ausgemessen.

Die mittlere Geschwindigkeit wird aus den gemessenen Spannungen mit der K-Methode und der α -Methode berechnet. Für diese Berechnungsmethoden sind zwei Voraussetzungen notwendig: Es müssen mit einer Eichmessung der K-Wert und der S_N^* -Wert der MPP-Sonde bestimmt werden. Es müssen mit einer Kalibrierungsmessung die Empfindlichkeit der MPP-Sonde und die Offset-Werte der gemessenen Spannungen, auf die im Anhang A.2 näher eingegangen wird, bestimmt werden.

Die Gleichungen zur Berechnung der mittleren Geschwindigkeit und der dazu notwendigen Größen Empfindlichkeit, K-Wert und S_N^* -Wert der MPP-Sonde werden hergeleitet und diskutiert.

In einer getrennten Messung wird der zeitliche Verlauf der Temperaturschwankungen aufgezeichnet. Die Temperaturschwankungen werden nach verschiedenen Kennwerten der statistischen Signalanalyse wie Minimalwert, Maximalwert, Schiefe, Flachheit und Kennfunktionen wie Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, Autoleistungsdichtespektrum und Autokorrelationsfunktion ausgewertet, deren Definitionen angegeben und erläutert sind.

5. Experimente

5.1 Kenngrößen, Ähnlichkeits- und Maßstabsgesetze

Kenngrößen:

Ein allgemeiner, vertikaler Auftriebsstrahl ("forced plume") in eine Grundströmung besitzt sowohl einen Anfangsimpuls als auch einen Dichteunterschied gegenüber der Umgebung. Die beiden Grenzfälle bilden der reine Impulsstrahl ("pure jet") und der reine Auftriebsstrahl ("pure plume").

Der reine Impulsstrahl hat die gleiche Dichte wie die Umgebung, so daß keine Auftriebskräfte existieren. Die dominierenden Kräfte sind Trägheitskräfte und Reibungskräfte, deren Verhältnis am Düsenaustritt durch die Reynolds-Zahl Re_0 definiert ist.

$$Re_0 = \frac{\bar{u}_0 \cdot d}{\nu} . \quad (5.1)$$

Darin sind \bar{u}_0 die mittlere Geschwindigkeit des Strahls am Düsenaustritt und d der Düsendurchmesser.

Der reine Auftriebsstrahl besitzt keinen Anfangsimpuls und kann am Düsenaustritt über das Verhältnis von Auftriebskräften zu Reibungskräften mit der Grashof-Zahl Gr_0 beschrieben werden.

$$Gr_0 = \frac{g \cdot (\rho_a - \rho_0) \cdot d^3}{\rho_0 \cdot \nu^2} . \quad (5.2)$$

Allgemeine Auftriebsstrahlen, die für praktische Anwendungen von Bedeutung sind, zeichnen sich durch hohe Reynolds-Zahlen und hohe Grashof-Zahlen aus, so daß Zähigkeitskräfte unwichtig werden. Die Strömung ist somit unabhängig von diesen beiden Kennzahlen. Sie geben nur eine Aussage darüber, ob die Strömung laminaren oder turbulenten Charakter besitzt.

Die für die Strömung entscheidenden Trägheits- und Auftriebskräfte werden durch die beiden Parameter Impulsfluß M und Auftriebsfluß B beschrieben.

$$M = 2 \cdot \pi \cdot \int_0^{\infty} (\bar{u}^2 - \bar{u}_a^2) \cdot r \, dr . \quad (5.3)$$

$$B = 2 \cdot \pi \cdot g \cdot \int_0^{\infty} (\rho_a - \rho(\bar{T})) / \rho(\bar{T}) \cdot \bar{u} \cdot r \, dr . \quad (5.4)$$

Darin sind \bar{u}_a die mittlere Geschwindigkeit der Anströmung und ρ_a die Dichte der Anströmung, r ist der Radius wie in Abb. (3-3) definiert. Der Impulsfluß ist relativ zum Impulsfluß der Anströmung angegeben.

Für allgemeine Auftriebsstrahlen nimmt der Impulsfluß mit der Lauflänge zu. Der Auftriebsfluß hat unabhängig von der Lauflänge den Anfangswert B_0 . Die für allgemeine Auftriebsstrahlen charakteristische Kennzahl ist die densimetrische Froude-Zahl Fr , die das Verhältnis von Trägheitskräften zu Auftriebskräften darstellt. Für die Strömung am Düsenaustritt gilt:

$$Fr_0 = \frac{M_0 \cdot \bar{u}_0}{B_0 \cdot d} = \frac{(\bar{u}_0^2 - \bar{u}_a^2) \cdot \rho_0}{g \cdot (\rho_a - \rho_0) \cdot d} \quad (5.5)$$

Die densimetrische Froude-Zahl hat für reine Impulsstrahlen den Wert Unendlich und für reine Auftriebsstrahlen den Wert Null. Sie kann auch als das Verhältnis aus dem Quadrat der Reynolds-Zahl und der Grashof-Zahl dargestellt werden.

Ähnlichkeits- und Maßstabsgesetze:

Die Reynoldsschen Gleichungen (2.1) bis (2.3), mit welchen turbulente Auftriebsstrahlen beschrieben werden, erlauben es nicht, allgemeine, geschlossene Lösungen für die abhängigen Strömungsgrößen anzugeben. Geschlossene Lösungen mit begrenzter Gültigkeit sind nur dann möglich, wenn zusätzliche Vereinfachungen und Annahmen getroffen werden.

Eine übliche Annahme ist, daß die Struktur der mittleren Strömungsgrößen und deren Schwankungsbewegung mit der Lauflänge ähnlich oder selbsterhaltend bleibt. Diese Vorgehensweise und die daraus ableitbaren Lösungen werden zum Beispiel ausführlich von Hinze (1975) und Gebhart et al. (1988) beschrieben.

Im folgenden Abschnitt werden die Begriffe Ähnlichkeit und Selbsterhaltung in Anlehnung an Überlegungen von Stewart und Townsend (1951) definiert. Darauf aufbauend werden im Rahmen einer Ähnlichkeitsbetrachtung nach Chen und Rodi (1980) die für den allgemeinen Auftriebsstrahl geltenden Ähnlichkeitsgesetze hergeleitet und diskutiert.

Vollständige Ähnlichkeit ("complete similarity") zwischen zwei Strömungen mit geometrisch ähnlichen Begrenzungen ist dann gegeben, wenn mit Hilfe von nur eines Geschwindigkeitsmaßstabes, eines Temperaturmaßstabes und eines Längenmaßstabes die radialen Verteilungen der zeitlich gemittelten Strömungsgrößen und die radialen Verteilungen der Schwankungsgrößen für alle Lauflängen als dimensionslose Funktionen von nur einer geometrischen Variablen ausgedrückt werden können.

Diese dimensionslosen Funktionen sind dann für alle Strömungen mit geometrisch ähnlichen Begrenzungen gleich.

Im Unterschied dazu spricht man von unvollständiger Ähnlichkeit ("incomplete similarity"), wenn mehrere Geschwindigkeits-, Temperatur- oder Längenmaßstäbe notwendig sind, um zum Beispiel die mittleren Strömungsgrößen und die Schwankungsgrößen zu beschreiben.

Selbsterhaltung ("self-preservation") ist dann gegeben, wenn in einer Strömung die Struktur der zeitlich gemittelten Strömungsgrößen und die Struktur der Schwankungsgrößen senkrecht zur Hauptströmungsrichtung für alle Lauflängen vollständig oder unvollständig ähnlich bleibt.

Nach Chen und Rodi (1980) haben reine Impulsstrahlen und reine Auftriebsstrahlen eine Tendenz zum Ähnlichkeitsverhalten. Um dies zu zeigen, führen sie charakteristische Maßstäbe für die Geschwindigkeit, die Temperatur und die Länge ein. Dies sind die Übergeschwindigkeit auf der Strahlachse $\bar{u}_{CL} - \bar{u}_a$, die Übertemperatur auf der Strahlachse $\bar{T}_{CL} - \bar{T}_a$ und eine charakteristische Breite des Strahls wie der Halbwertsradius $r_{0.5}$.

Mit diesen Maßstäben können im Sinne einer Ähnlichkeitsanalyse, die eine Selbsterhaltung der radialen Profile mit die Lauflänge fordert, folgende Beziehungen für die mittlere Geschwindigkeit und die mittlere Temperatur in Abhängigkeit von einer geometrischen Variablen η angegeben werden.

$$\bar{u} - \bar{u}_a = (\bar{u}_{CL} - \bar{u}_a) \cdot f(\eta) . \quad (5.6)$$

$$\bar{T} - \bar{T}_a = (\bar{T}_{CL} - \bar{T}_a) \cdot g(\eta) . \quad (5.7)$$

$$\eta = r/r_{0.5} . \quad (5.8)$$

Die Arbeit von Chen und Rodi (1980) bezieht sich auf eine ruhende Umgebung, so daß im Rahmen der vorliegenden Arbeit die Geschwindigkeit, entsprechend der Temperatur, um den Wert der Anströmung verringert wird.

Die experimentell ermittelten radialen Profile der mittleren Geschwindigkeit und der mittleren Temperatur und somit die dimensionslosen Funktionen $f(\eta)$ und $g(\eta)$ werden durch Glockenkurven nach Gauß angenähert, so daß sich die Gln.(5.6) bis (5.8) schreiben als

$$\frac{\bar{u} - \bar{u}_a}{\bar{u}_{CL} - \bar{u}_a} = \exp(-K_u \cdot \eta^2) , \quad (5.9)$$

$$\frac{\bar{T} - \bar{T}_a}{\bar{T}_{CL} - \bar{T}_a} = \exp(-K_T \cdot \eta^2) . \quad (5.10)$$

K_u und K_T sind empirische Konstanten, die aus der Messung bestimmt werden.

Chen und Rodi (1980) führen jetzt die Ähnlichkeitsbeziehungen der Gln. (5.6) bis (5.8) zusammen mit entsprechenden Beziehungen für die Reynoldsspannungen und die Reynoldsschen Wärmeströme in die Reynoldsschen Gleichungen (2.1) bis (2.3) ein. Die einzelnen Glieder werden nach ihrer Abhängigkeit von der geometrische Variable η und der Lauflänge x sortiert. Ähnlichkeit liegt nur dann vor, wenn alle Terme die gleiche Änderung mit x zeigen, das heißt nur noch eine Funktion der geometrischen Variablen η sind. Alle Terme mit x können konstant gesetzt werden.

Aus diesen Bedingungen leiten Chen und Rodi (1980) die Abklinggesetze für die mittlere Geschwindigkeit und die mittlere Temperatur entlang der Kanalachse für den reinen Impulsstrahl und den reinen Auftriebsstrahl ab.

Für den reinen Impulsstrahl gilt:

$$\frac{\bar{u}_{CL} - \bar{u}_a}{\bar{u}_0 - \bar{u}_a} = A_u \cdot \left(\frac{x}{d} - \frac{x_{01}}{d} \right)^{-1}, \quad (5.11)$$

$$\frac{\bar{T}_{CL} - \bar{T}_a}{\bar{T}_0 - \bar{T}_a} = A_T \cdot \left(\frac{x}{d} - \frac{x_{03}}{d} \right)^{-1}. \quad (5.12)$$

Für den reinen Auftriebsstrahl gilt:

$$\frac{\bar{u}_{CL} - \bar{u}_a}{\bar{u}_0 - \bar{u}_a} = B_u \cdot Fr_0^{-1/3} \cdot \left(\frac{x}{d} - \frac{x_{01}}{d} \right)^{-1/3}, \quad (5.13)$$

$$\frac{\bar{T}_{CL} - \bar{T}_a}{\bar{T}_0 - \bar{T}_a} = B_T \cdot Fr_0^{1/3} \cdot \left(\frac{x}{d} - \frac{x_{03}}{d} \right)^{-5/3}. \quad (5.14)$$

Die Größen A_u , A_T , B_u und B_T sind Abklingkonstanten. Die Größen x_{01}/d und x_{03}/d beschreiben den Abstand zwischen der Oberkante des Düsenblocks und dem virtuellen Ursprung für die mittlere Geschwindigkeit und die mittlere Temperatur.

Um die Ergebnisse unterschiedlicher Experimente für beliebige vertikale Auftriebsstrahlen miteinander vergleichen zu können, geben Chen und Rodi (1980) als Ergebnis einer Dimensionsanalyse allgemeine Maßstäbe für die Lauflänge x^* , die mittlere Geschwindigkeit \bar{u}^* und die mittlere Temperatur \bar{T}^* an.

$$x^* = \left(\frac{x}{d} - \frac{x_0}{d} \right) \cdot Fr_0^{-1/2} \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho_a} \right)^{-1/4} \cdot \left(\frac{\pi}{4} \right)^{-1/4} \quad (5.15)$$

$$\bar{u}^* = \frac{\bar{u}_{CL} - \bar{u}_a}{\bar{u}_0 - \bar{u}_a} \cdot Fr_0^{1/2} \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho_a} \right)^{-1/4} \cdot \left(\frac{\pi}{4} \right)^{-1/4} \quad (5.16)$$

$$\bar{T}^* = \frac{\bar{T}_{CL} - \bar{T}_a}{\bar{T}_0 - \bar{T}_a} \cdot Fr_0^{1/2} \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho_a} \right)^{3/4} \cdot \left(\frac{\pi}{4} \right)^{-1/4} \quad (5.17)$$

Setzt man jetzt die allgemeinen Maßstäbe nach den Gln.(5.15) bis (5.17) in die Abklinggesetze nach den Gln.(5.11) bis (5.14) ein, so erhält man die folgenden Zusammenhänge

für den reinen Impulsstrahl:

$$\bar{u}^* = A_u \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho_a} \right)^{-1/2} \cdot x^{*-1}, \quad (5.18)$$

$$\bar{T}^* = A_T \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho_a} \right)^{1/2} \cdot x^{*-1}, \quad (5.19)$$

und für den reinen Auftriebsstrahl:

$$\bar{u}^* = B_u \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho_a} \right)^{-1/3} \cdot x^{*-1/3}, \quad (5.20)$$

$$\bar{T}^* = B_T \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho_a} \right)^{1/3} \cdot x^{*-5/3}. \quad (5.21)$$

In den Gln.(5.18) bis (5.21) ist keine Boussinesq-Approximation getroffen, die den Einfluß von Dichteänderungen in den Trägheitstermen vernachlässigt.

5.2 Meßprogramm

In der Natrium-Teststrecke TEFLU werden mit der MPP-Sonde K15 die in den Tabellen (5-1) bis (5-3) angegebenen drei Messungen durchgeführt. Darin bezeichnen \bar{u}_a und \bar{T}_a die mittlere Geschwindigkeit und die mittlere Temperatur der Anströmung, \bar{u}_0 und \bar{T}_0 die mittlere Geschwindigkeit und die mittlere Temperatur des Freistrahls am Düsenaustritt. Die mit der mittleren Geschwindigkeit der Anströmung \bar{u}_a und dem Kanaldurchmesser D gebildete Reynolds-Zahl wird mit Re_a bezeichnet. Die densimetrische Froudezahl des Freistrahls am Düsenaustritt wird mit Fr_0 bezeichnet. Der Abstand x der unteren Sondenmeßebene vom Düsenblock wird mit dem Durchmesser d der Düsenblockbohrungen dimensionslos gemacht.

Für jeden Abstand x/d vom Düsenblock wird mit der MPP-Sonde in einem Radiusbereich von $-35 \text{ mm} \leq r \leq +35 \text{ mm}$ um die Kanalachse alle 1 mm (Messung C1 alle 2 mm) ein Meßpunkt angefahren. An jedem Meßpunkt werden mit einer Integrationszeit von 30 s die mittlere Geschwindigkeit, die mittlere Temperatur und die Temperaturschwankungsintensität gemessen. Zusätzlich wird an acht ausgewählten radialen Meßpositionen das Zeitsignal der Temperaturschwankungen mit einer Abtastrate von 208.9 Hz oder 298.1 Hz über einen Zeitraum von etwa 6.5 min oder 4.6 min aufgenommen. Das entspricht jeweils 20 Datenblöcken mit 4096 Meßwerten oder 81920 Meßwerten insgesamt. Die Messung der mittleren Temperatur erfolgt mit dem Thermoelement 5, das nach Abb.(4-1) genau $1 \cdot x/d$ stromauf der unteren Sondenmeßebene, in welcher die mittlere Geschwindigkeit gemessen wird, angeordnet ist. Der Abstand vom Düsenblock unterscheidet sich für die Meßwerte der mittleren Temperatur und der mittleren Geschwindigkeit somit um $1 \cdot x/d$.

Die Messung C in Tabelle (5-1) wird zum einen als reiner Impulsstrahl (Messung C1) mit $\bar{T}_0 - \bar{T}_a \cong 0 \text{ K}$ und zum anderen als Impulsstrahl (Messung C2), dem ein Temperaturprofil mit $\bar{T}_0 - \bar{T}_a = 30 \text{ K}$ überlagert ist, durchgeführt. Wie im nächsten Kapitel gezeigt wird, kann die Temperatur als passiver Skalar betrachtet werden, so daß Auftriebskräfte ohne Bedeutung sind. Die Messung C dient zur Überprüfung der Meßeinrichtung und zur Abschätzung des relativen Fehlers bei der Geschwindigkeits- und der Temperaturmessung.

Mit den Messungen F und H in den Tabellen (5-2) und (5-3) werden zwei allgemeine Auftriebsstrahlen untersucht, die den Bereich von einem schwachen zu einem starken Auftriebsstrahl abdecken.

<u>Messung C1: reiner Impulsstrahl</u>								
$Re_a = 1.4 \cdot 10^4$ $\bar{u}_a = 0.05 \text{ m/s}$ $\bar{T}_a = 300 \text{ }^\circ\text{C}$ $Fr_0 = 8123$ $\bar{u}_0 = 0.53 \text{ m/s}$ $\bar{T}_0 = 301.8 \text{ }^\circ\text{C}$								
x/d	3	4	6	8	12	20	30	
Datensatz	C035	C036	C037	C038	C039	C040	C041	
<u>Messung C2: Impulsstrahl</u>								
$Re_a = 1.4 \cdot 10^4$ $\bar{u}_a = 0.05 \text{ m/s}$ $\bar{T}_a = 300 \text{ }^\circ\text{C}$ $Fr_0 = 521$ $\bar{u}_0 = 0.55 \text{ m/s}$ $\bar{T}_0 = 330 \text{ }^\circ\text{C}$								
x/d	3	4	6	8	10	12	15	20
Datensatz	C029	C028	C027	C026	C017	C018	C019	C020
x/d	25	30	35	40				
Datensatz	C021	C022	C023	C030				

Tabelle (5-1) Messungen C1 und C2.

<u>Messung F: schwacher Auftriebsstrahl</u>								
$Re_a = 2.8 \cdot 10^4$ $\bar{u}_a = 0.10 \text{ m/s}$ $\bar{T}_a = 300 \text{ }^\circ\text{C}$ $Fr_0 = 365$ $\bar{u}_0 = 0.43 \text{ m/s}$ $\bar{T}_0 = 325 \text{ }^\circ\text{C}$								
x/d	3	4	6	8	12	20	30	40
Datensatz	F002	F003	F004	F005	F006	F007	F008	F009

Tabelle (5-2) Messung F.

<u>Messung H: starker Auftriebsstrahl</u>								
$Re_a = 2.8 \cdot 10^4$ $\bar{u}_a = 0.10 \text{ m/s}$ $\bar{T}_a = 300 \text{ }^\circ\text{C}$ $Fr_0 = 43.1$ $\bar{u}_0 = 0.27 \text{ m/s}$ $\bar{T}_0 = 375 \text{ }^\circ\text{C}$								
x/d	3	4	6	8	12	20	30	40
Datensatz	H002	H003	H004	H005	H006	H007	H008	H009

Tabelle (5-3) Messung H.

5.3 Meßergebnisse für die zeitlich gemittelten Strömungsgrößen

5.3.1 Meßergebnisse für den Impulsstrahl

In diesem Kapitel werden die Meßergebnisse für die Messungen C1 und C2 dargestellt, die das Ausbreitungsverhalten eines vertikalen, achsensymmetrischen, turbulenten Impulsstrahls beschreiben.

Die Messung C1 ist ein reiner Impulsstrahl, die Messung C2 ein Impulsstrahl mit einer anfänglichen Temperaturdifferenz gegenüber der Anströmung. Die Temperatur wirkt als passiver Skalar. Auftriebskräfte sind ohne Bedeutung. Die Meßergebnisse werden mit der Literatur verglichen, um zum einen die verwendete Meßeinrichtung zu überprüfen und zum anderen die Meßgenauigkeit der Geschwindigkeitsmessung mit einer MPP-Sonde zu bestimmen.

Die mittlere Geschwindigkeit des Strahls am Düsenaustritt $\bar{u}_0 - \bar{u}_a$ bezogen auf die mittlere Geschwindigkeit auf der Kanalachse $\bar{u}_{CL} - \bar{u}_a$ ist über dem Abstand x/d vom Düsenblock in Abb.(5-1) aufgetragen. Die Geschwindigkeit ist immer relativ zur Geschwindigkeit der Anströmung angegeben.

Die mittlere Geschwindigkeit auf der Kanalachse läßt sich für die Messungen C1 und C2 und Abstände von $x/d \geq 8$ durch einen Potenzansatz nach Gl.(5.11) mit $A_u = 6.08$ und $x_{01}/d = -2.84$ annähern.

Die Meßwerte nehmen linear mit dem Abstand zu, was bedeutet, daß die mittlere Geschwindigkeit proportional zu $(x/d)^{-1}$ abnimmt.

Die Meßwerte für $x/d < 8$ werden zur Bestimmung der Näherungsfunktion nicht verwendet, da in diesem Bereich die Strahlen hinter den einzelnen Bohrungen des Düsenblocks nicht vollständig abgebaut sind. Die durch den Düsenrand gebildeten turbulenten Scherschichten haben sich noch nicht bis auf die Strahlachse ausgebreitet. Die Form des Strahls ist in diesem Formierungsbereich von der Geometrie der Düse abhängig.

Die Näherungsfunktion für die mittlere Geschwindigkeit in Abb.(5-1) wird wie alle in den folgenden Abbildungen angegebenen Näherungsfunktionen nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate bestimmt.

In Abb.(5-1) ist zusätzlich der doppelte Halbwertsradius der mittleren Geschwindigkeit $2 \cdot r_{0.5u}$ bezogen auf den Düsendurchmesser d eingetragen. Die Meßwerte jenseits des Formierungsbereichs lassen sich für die Messungen C1 und C2 durch einen linearen Ansatz der Form

$$\frac{2 \cdot r_{0.5u}}{d} = 2 \cdot S_u \cdot \left(\frac{x}{d} - \frac{x_{02}}{d} \right) \quad (5.22)$$

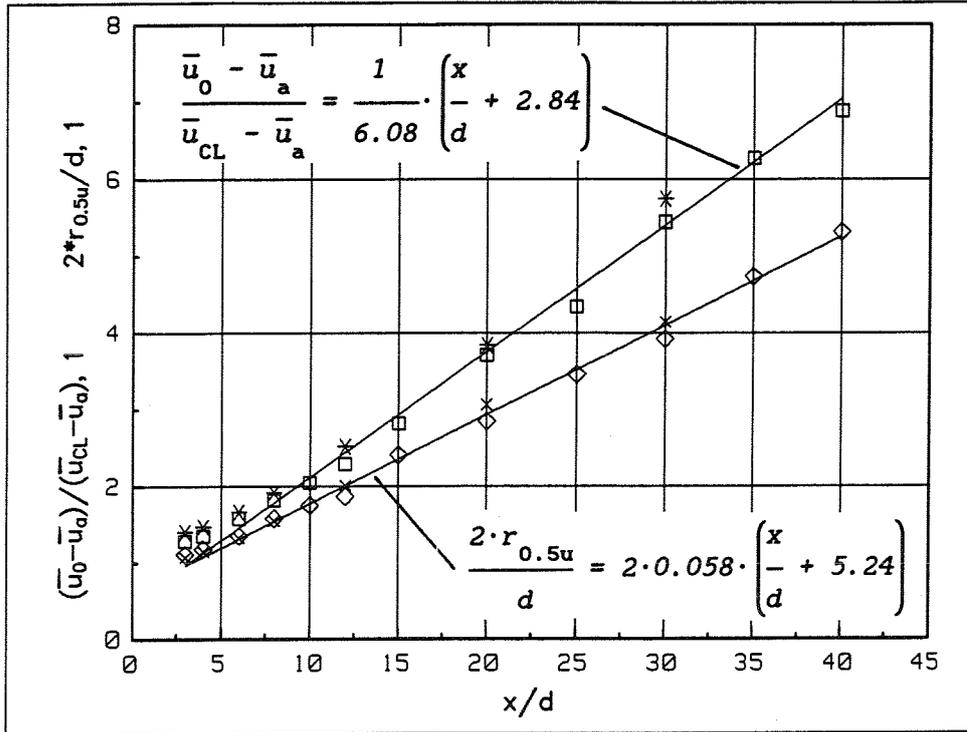


Abb.(5-1) Dimensionslose mittlere Geschwindigkeit auf der Kanalachse (* Messung C1, \diamond Messung) und dimensionsloser Halbwertsradius (x Messung C1, \diamond Messung C2) über x/d .

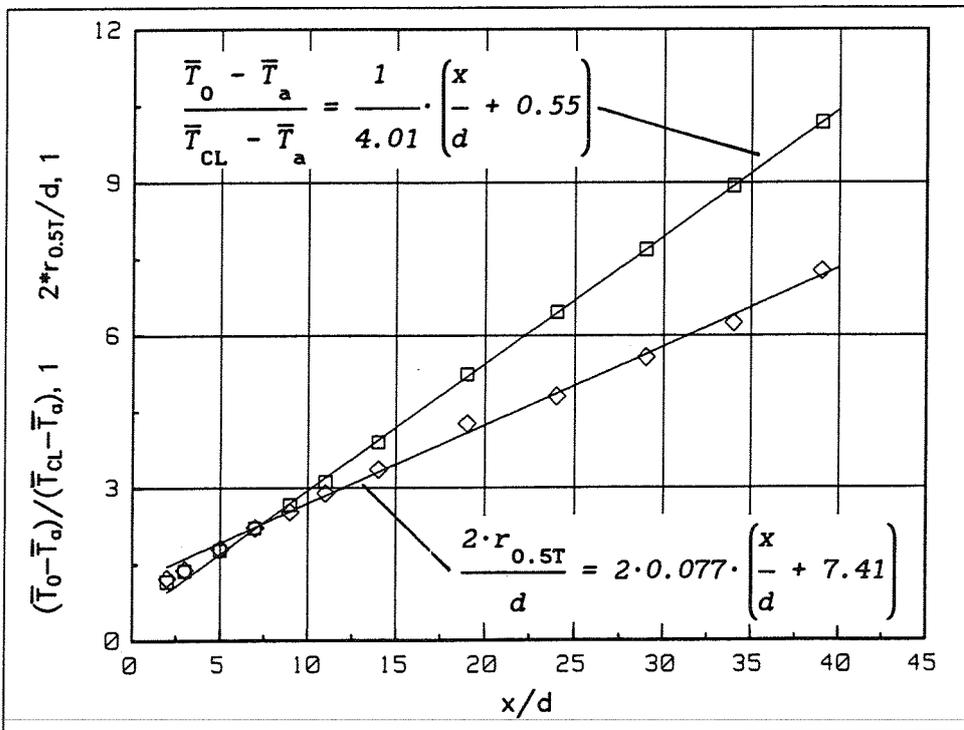


Abb.(5-2) Dimensionslose mittlere Temperatur auf der Kanalachse (\square) und dimensionsloser Halbwertsradius (\diamond) über x/d . Messung C2.

mit dem Ausbreitungsparameter $S_u = 0.058$ und dem virtuellen Ursprung $x_{02}/d = - 5.24$ beschreiben. Der Strahl breitet sich linear aus.

Analog zur Geschwindigkeit ist in Abb.(5-2) für die Messung C2 die mittlere Temperatur des Strahls am Düsenaustritt $\bar{T}_0 - \bar{T}_a$ bezogen auf die mittlere Temperatur auf der Kanalachse $\bar{T}_{CL} - \bar{T}_a$ über dem Abstand x/d vom Düsenblock aufgetragen. Die Temperatur ist immer relativ zur Temperatur der Anströmung angegeben.

Die mittlere Temperatur auf der Kanalachse läßt sich durch einen Potenzansatz nach Gl.(5.12) mit $A_T = 4.01$ und $x_{03}/d = - 0.55$ beschreiben. Die Meßwerte nehmen für $x/d \geq 5$ linear mit dem Abstand zu, was bedeutet, daß die mittlere Temperatur proportional zu $(x/d)^{-1}$ abnimmt.

Für Abstände $x/d \geq 29$ hat sich das Temperaturprofil über den untersuchten Radiusbereich von $- 35 \text{ mm} \leq r \leq + 35 \text{ mm}$ hinaus in radialer Richtung ausgebreitet, so daß die mittlere Temperatur der Anströmung \bar{T}_a aus dem gemessenen radialen Profil für große Abstände von der Kanalachse nicht mehr korrekt bestimmt werden kann. Der Halbwertsradius ist aus dem gemessenen radialen Profil nicht ablesbar.

Aus diesem Grund wird der Potenzansatz durch die Meßwerte von $5 \leq x/d \leq 24$ zu größeren Abständen extrapoliert, um so die normierte, mittlere Temperatur auf der Kanalachse $(\bar{T}_0 - \bar{T}_a)/(\bar{T}_{CL} - \bar{T}_a)$ für $x/d = 29, 34$ und 39 zu bestimmen. Über die gemessene mittlere Temperatur auf der Kanalachse \bar{T}_{CL} und die mittlere Temperatur des Strahls am Düsenaustritt \bar{T}_0 kann die mittlere Temperatur der Anströmung \bar{T}_a nachträglich bestimmt werden.

In Abb.(5-2) ist zusätzlich der doppelte Halbwertsradius der mittleren Temperatur $2 \cdot r_{0.5T}$ bezogen auf den Düsendurchmesser d eingetragen. Die Meßwerte für $x/d \geq 5$ lassen sich durch einen Potenzansatz der Form

$$\frac{2 \cdot r_{0.5T}}{d} = 2 \cdot S_T \cdot \left(\frac{x}{d} - \frac{x_{04}}{d} \right) \quad (5.23)$$

mit dem Ausbreitungsparameter $S_T = 0.077$ und dem virtuellen Ursprung $x_{04}/d = - 7.41$ beschreiben.

Der Quotient aus den Ausbreitungsparametern für die mittlere Temperatur und die mittlere Geschwindigkeit $\lambda = S_T/S_u$ beträgt 1.33 . Das bedeutet, daß sich das Temperaturprofil deutlich schneller in radialer Richtung ausbreitet als das Geschwindigkeitsprofil.

In Abb.(5-3) sind für die Messungen C1 (oben) und C2 (unten) und acht Abstände x/d vom Düsenblock die mittlere Geschwindigkeit $\bar{u} - \bar{u}_a$ bezogen auf die mittlere Geschwindigkeit auf der Kanalachse $\bar{u}_{CL} - \bar{u}_a$ über dem Radius $r/r_{0.5u}$ aufgetragen. Abb.(5-4) zeigt eine entsprechende Auftragung für die mittlere Temperatur der Messung C2 über dem Radius $r/r_{0.5T}$.

Bei der Messung C1 ist nur alle 2 mm ein Meßpunkt aufgenommen.

Um die angegebenen Profile zu erhalten, werden die Geschwindigkeit und die Temperatur mit dem entsprechenden Wert auf der Kanalachse dimensionslos gemacht. Zusätzlich werden für die Geschwindigkeit und die Temperatur unterschiedliche geometrische Variablen η eingeführt. Das heißt, der Radius wird mit dem Halbwertsradius der entsprechenden mittleren Größe dimensionslos gemacht.

Die radialen Profile der mittleren Geschwindigkeit und der mittleren Temperatur fallen für alle Abstände x/d identisch übereinander und können sehr gut durch Glockenkurven nach Gauß gemäß den Gln.(5.9) und (5.10) beschrieben werden, die als durchgezogene Linien eingetragen sind. Die Konstanten K_u und K_T betragen beide $\ln(2)$. Für die Halbwertsradien werden die in den Abb.(5-1) und (5-2) angegebenen Werte verwendet.

Die Meßwerte der mittleren Temperatur liegen im Unterschied zu den Meßwerten der mittleren Geschwindigkeit für Radien bis etwa $r/r_{0.5T} = \pm 1.3$ leicht unterhalb der Glockenkurve nach Gauß, um dann für größere Radien leicht darüber zu liegen. Dieses Verhalten läßt sich mit der niedrigen molekularen Prandtl-Zahl von Natrium erklären, die für die Temperatur aufgrund der hohen molekularen Wärmeleitfähigkeit ein breiteres Profil erwarten läßt.

Für die Abstände $x/d = 19, 29$ und 39 zeigt die Anströmung in der rechten Kanalhälfte eine leicht niedrigere Temperatur als in der linken Kanalhälfte. Das führt dazu, daß das in vertikaler Richtung stark verzerrte Profil für $r/r_{0.5T} > + 1.0$ unterhalb der Glockenkurve nach Gauß verläuft.

Die Meßwerte sind spiegelsymmetrisch zur Kanalachse, so daß der Strahl als rotationssymmetrisch angesehen werden darf. Das ist eine Bedingung, die zur Berechnung der später diskutierten Flüsse erfüllt sein muß.

Die scheinbare Streuung der Geschwindigkeitsmeßwerte für $r/r_{0.5u} > \pm 2.0$ ist mit den durch den Düsenblock erzeugten Strahlen zu begründen, die in einem anfänglichen Formierungsbereich abgebaut werden. Die mittlere Geschwindigkeit in der rechten Kanalhälfte liegt bei geringfügig höheren Werten als die mittlere Geschwindigkeit in der linken Kanalhälfte. Dieser

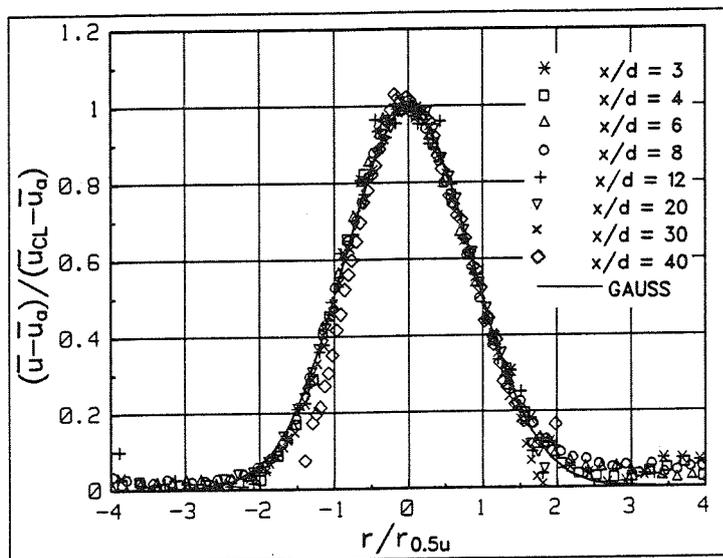
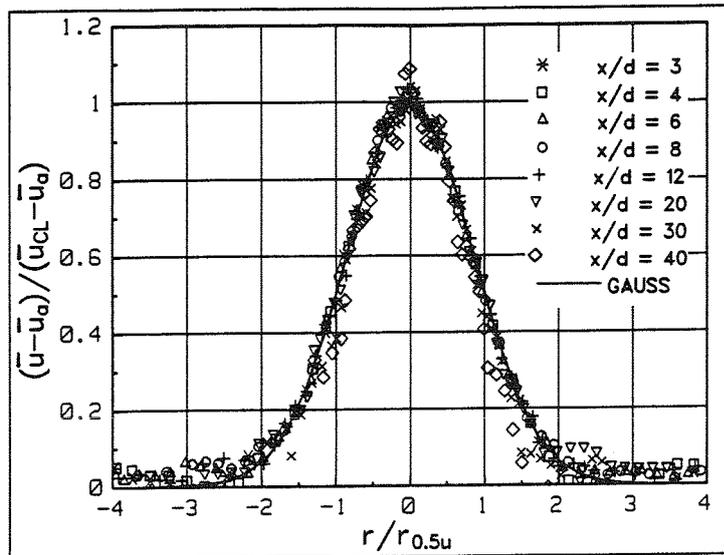


Abb. (5-3) Dimensionslose radiale Profile der mittleren Geschwindigkeit.
 — Gl. (5.9) mit $K_u = \ln(2)$. Oben Messung C1, unten Messung C2.

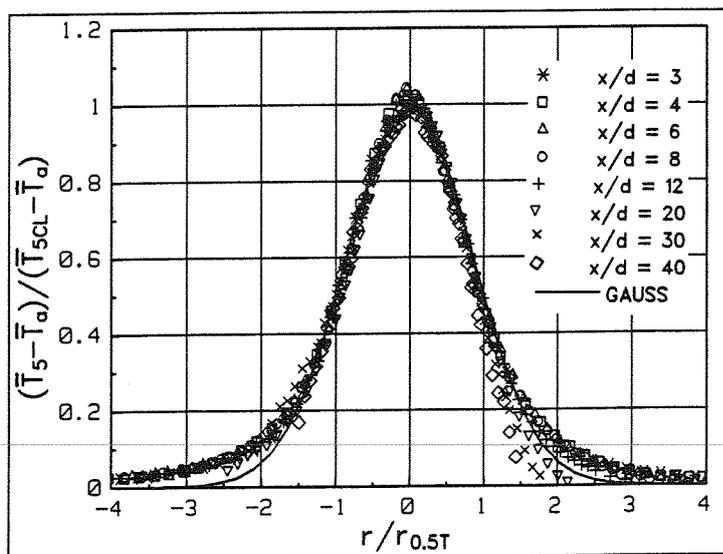


Abb. (5-4) Dimensionslose radiale Profile der mittleren Temperatur.
 — Gl. (5.10) mit $K_T = \ln(2)$. Messung C2.

Unterschied ist auf die Offsetwerte der gemessenen Spannungen zurückzuführen, deren Bestimmung im Anhang A.2 ausführlich besprochen wird.

Die radialen Profile zeigen, daß die MPP-Sonde, die einen Außendurchmesser von 2.5 mm hat, eine exakte Vermessung des gesamten Geschwindigkeitsfeldes erlaubt. Die relativen Geschwindigkeitsänderungen von einem Meßpunkt zum anderen werden für alle Abstände x/d wiedergegeben. Eine nachhaltige Störung der Strömung durch die Verdrängungswirkung der MPP-Sonde kann nicht beobachtet werden.

Die Glockenkurven nach Gauß sind die Grundlage für die Berechnung der Halbwertsradien der mittleren Geschwindigkeit und der mittleren Temperatur und der im folgenden zu besprechenden Impuls-, Auftriebs- und Volumenflüsse. Der Auftriebsfluß wird mittels der in der unteren Sondenmeßebeine am Sondenmeßpunkt 2 gemessenen mittleren Temperatur \bar{T}_2 bestimmt, die ebenfalls durch eine Glockenkurve nach Gauß beschrieben werden kann. Die Meßwerte sind hier nicht angegeben, da sie keine neue Information beinhalten.

Der Impulsfluß M/M_0 , der Auftriebsfluß B/B_0 und der Volumenfluß V/V_0 sind in Abb.(5-5) über dem Abstand x/d vom Düsenblock aufgetragen. Die drei integralen Größen sind auf den jeweiligen Wert am Düsenaustritt bezogen.

Für einen reinen Impulsstrahl in eine ruhende Umgebung ohne Druckgradient ist der Impulsfluß nach Ricou und Spalding (1961) unabhängig von der Lauflänge und gleich dem Impulsfluß M_0 am Düsenaustritt. Tritt ein Impulsstrahl in eine Anströmung der mittleren Geschwindigkeit \bar{u}_a aus, so nimmt der Impulsfluß nach Taylor (1958) und Fischer et al. (1979) mit der Lauflänge leicht zu. Der Impuls, der aufgrund der Anströmung durch Konvektion in den Strahl eingetragen wird, ist positiv.

Demgegenüber stehen theoretische Überlegungen von Schneider (1985), der für einen Impulsstrahl in eine ruhende Umgebung, die durch Wände begrenzt wird, einen abnehmenden Impulsfluß fordert. Als Begründung wird eine durch den Strahl induzierte Rückströmung der Umgebung angegeben.

Kotsovinos und Angelidis (1991) fassen die oben angegebenen Aussagen zusammen. Sie finden durch theoretische Überlegungen, daß ganz allgemein der Impulsfluß eines Strahls in ruhende Umgebung sowohl abnehmen, konstant bleiben oder zunehmen kann. Die dafür entscheidende Größe ist der Winkel, unter welchem die in der anfänglich ruhenden Umgebung induzierte Strömung oder eine Anströmung allgemein in den Strahl eintritt.

Für den hier untersuchten Impulsstrahl in eine schwache Anströmung, welche eine Rückströmung verhindert, bedeutet das, daß der Impulsfluß leicht zunehmen muß.

Der Impulsfluß nimmt für die Messungen C1 und C2 leicht mit dem Abstand vom Düsenblock zu, da der Strahl in eine Anströmung austritt, deren mittlere Geschwindigkeit 10 % der mittleren Geschwindigkeit am Düsenaustritt beträgt. Die in Abb.(5-5) eingetragene Regressionsgerade durch die Meßwerte hat eine Steigung von 0.0027. Da sich der axiale Verlauf des Impulsflusses der Messung C2 nicht von dem des Impulsflusses der Messung C1 unterscheidet, darf die Temperatur bei der Messung C2 als passiver Skalar betrachtet werden. Eine meßbare Zunahme des Impulsflusses durch Auftriebseffekte wird nicht beobachtet.

Der für die Messung C2 berechnete Auftriebsfluß ist im Rahmen der Meßgenauigkeit konstant.

Der Volumenfluß nimmt für beide Messungen durch die Einmischung von Fluid der Anströmung ("entrainment") und die damit verbundene radiale Ausbreitung

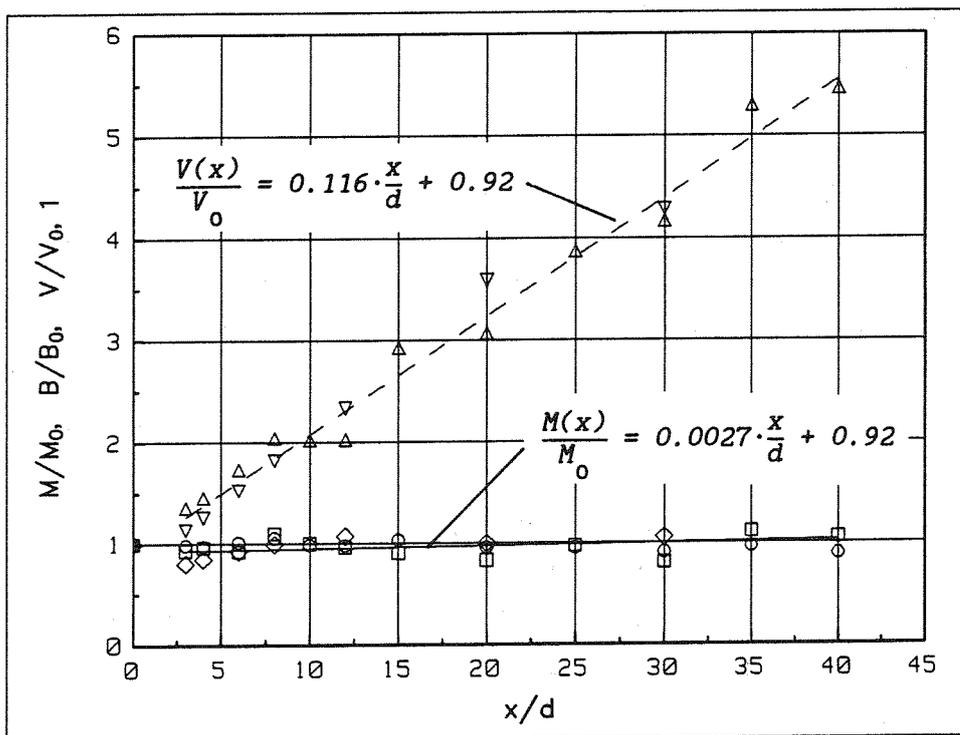


Abb. (5-5) Dimensionsloser Impulsfluß M/M_0 (\diamond , \square , — Regressionsgerade) Auftriebsfluß B/B_0 (\circ) und Volumenfluß V/V_0 (∇ , Δ , - - - Regressionsgerade) über x/d .

Die ersten Symbole beziehen sich auf die Messung C1, die zweiten Symbole auf die Messung C2.

des Strahls linear mit dem Abstand x/d zu. Die Zuwachsrate beträgt 0.116. Die in Abb.(5-5) eingetragenen Regressionsgeraden werden nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate bestimmt.

Als wesentliche Ergebnisse des Kapitels 5.3.1 sind festzuhalten:

□ Die Messung C1 stellt einen reinen Impulsstrahl und die Messung C2 einen Impulsstrahl, dem ein Temperaturprofil als passiver Skalar überlagert ist, dar.

□ Sowohl die mittlere Geschwindigkeit als auch die mittlere Temperatur entlang der Kanalachse fallen proportional zu $(x/d)^{-1}$ ab. Die Meßwerte der mittleren Geschwindigkeit fallen für beide Messungen nach einem anfänglichen Formierungsbereich zusammen.

□ Der für die Abklingkonstante A_u der mittleren Geschwindigkeit ermittelte Wert von 6.08 ist in guter Übereinstimmung mit dem von Chen und Rodi (1980) angegebenen Wert von 6.2, der ein Mittelwert früherer, in der Literaturübersicht angegebener Messungen ist. Ogino et al. (1980) geben einen Wert von 5.8 und Papanicolaou und List (1988) einen Wert von 6.71 an. Diese Messungen sind in Luft und Wasser durchgeführt.

Das Abklingverhalten eines Impulsstrahls in Natrium kann mit dem selben Ähnlichkeitsgesetz nach Gl.(5.11) beschrieben werden, das für Fluide mit molekularen Prandtl-Zahlen größer oder gleich 0.7 bekannt ist.

□ Die Abklingkonstante A_T für die mittlere Temperatur liegt mit 4.01 deutlich niedriger als der von Chen und Rodi (1980) angegebene Wert von 5.0. Ogino et al. (1980) geben einen Wert von 4.8, Papanicolaou und List (1987 und 1988) geben Werte von 5.37 und 5.65 an.

Bei Natrium führt die molekulare Diffusion von Wärme aufgrund der höheren molekularen Wärmeleitfähigkeit von Natrium gegenüber Luft und Wasser zu einer sehr viel schnelleren radialen Abführung der Wärme und damit zu einer schnelleren Abnahme der Temperatur auf der Kanalachse. Dies rechtfertigt eine kleinere Abklingkonstante von $A_T = 4.01$ für Natrium.

□ Die radialen Profile der mittleren Geschwindigkeit und der mittleren Temperatur zeigen eine geringe Streuung und besitzen eine gute Symmetrie bezüglich der Kanalachse. Sie können für alle ausgemessenen Lauflängen sehr gut durch Glockenkurven nach Gauß beschrieben werden. Die Struktur der Strömung ändert sich bezüglich der mittleren Strömungsgrößen nicht. Die mittleren Strömungsgrößen sind selbsterhaltend.

5.3.2 Meßfehler und Reproduzierbarkeit

Die experimentell ermittelten axialen und radialen Profile der mittleren Geschwindigkeit und der mittleren Temperatur sind für den Impulsstrahl bis auf Unterschiede, die aufgrund der niedrigen molekularen Prandtl-Zahl von Natrium zu erwarten sind, in guter Übereinstimmung mit Untersuchungen in Luft und Wasser. Ein Vergleich mit eigenen vorangegangenen Messungen in der Natrium-Teststrecke TEFLU bestätigt sowohl die Reproduzierbarkeit der Anfangs- und Randbedingungen des Impulsstrahls als auch die Reproduzierbarkeit der Geschwindigkeits- und Temperaturmessungen selbst.

Bremhorst und Krebs (1989, 1992) untersuchen in der Natrium-Teststrecke TEFLU zwei Impulsstrahlen mit mittleren Übergeschwindigkeiten der Strahlen am Düsenaustritt von $\bar{u}_0 - \bar{u}_a = 0.8 \text{ m/s}$ und 1.3 m/s bei einer mittleren Übertemperatur der Strahlen am Düsenaustritt von $\bar{T}_0 - \bar{T}_a = 30 \text{ K}$. Diese Messungen zeigen für Lauflängen von $x/d \geq 20$ mittlere Geschwindigkeitsmeßwerte, die um bis zu 35 % unter den in dieser Arbeit ermittelten Meßwerten liegen. Der Grund ist in der mit etwa $30 \mu\text{V}/(\text{m/s})$ deutlich niedrigeren Empfindlichkeit der verwendeten MPP-Sonde zu suchen. Die geringen Übergeschwindigkeiten der Impulsstrahlen gegenüber der Anströmung können nicht ausreichend aufgelöst werden. Die in dieser Arbeit verwendete MPP-Sonde hat, wie im Anhang A.2.1 dargestellt, eine Empfindlichkeit von etwa $47 \mu\text{V}/(\text{m/s})$.

Die mittlere Übergeschwindigkeit des Strahls am Düsenaustritt $\bar{u}_0 - \bar{u}_a$ schwankt während der Messung eines radialen Profils um $\pm 1 \%$, die mittlere Übertemperatur des Strahls am Düsenaustritt $\bar{T}_0 - \bar{T}_a$ um $\pm 0.43 \%$. Die Wandtemperatur \bar{T}_w bleibt auf $\pm 0.3 \%$ stabil. Somit ist eine hohe Konstanz der Anfangs- und Randbedingungen gewährleistet.

Die relative statistische Fehlergrenze der Geschwindigkeitsmessung ergibt sich nach einer im Anhang A.4 angegebenen Fehlerabschätzung zu $\pm 6.8 \%$. Für die Temperaturmessung folgt über die Auflösung der Digitalmultimeter von $\pm 0.1 \mu\text{V}$ eine Genauigkeit von $\pm 2.5 \text{ mK}$. Dies läßt auf eine ausreichende Auflösung der MPP-Sonde für Geschwindigkeiten bis zu 0.05 m/s bei einem überlagerten Temperaturgradienten schließen.

Die relativen statistischen Fehlergrenzen des Impulsflusses, des Auftriebsflusses und des Volumenflusses betragen $\pm 10.8 \%$, $\pm 8.46 \%$ und $\pm 6.8 \%$. Die Genauigkeit der Dichte, die Golden und Tokar (1967) entnommen ist, wird mit $\pm 0.38 \%$ angesetzt.

Der Düsenblock kann auf $\pm 0.036 \cdot x/d$ genau eingestellt werden. Die Genauigkeit der radialen Positionierung der MPP-Meßsonde beträgt $\pm 0.05 \text{ mm}$.

Die mit dem Impulsstrahl der Messung C gefundenen, reproduzierbaren Ergebnisse erlauben den Schluß, daß der experimentelle Aufbau, die verwendete MPP-Sonde K15 und die Meßtechnik ausreichend genaue Ergebnisse liefern und für die Untersuchung der im folgenden diskutierten allgemeinen Auftriebsstrahlen der Messungen F und H eingesetzt werden können.

Die Messungen für den allgemeinen Auftriebsstrahl werden mit einer gegenüber den Messungen C1 und C2 erhöhten mittleren Geschwindigkeit der Anströmung von $\bar{u}_a = 0.1 \text{ m/s}$ durchgeführt. Der Grund liegt darin, daß eine Aufheizung des Strahls von 75 K bei den für den starken Auftriebsstrahl der Messung H erforderlichen geringen Strömungsgeschwindigkeiten am Düsenaustritt mit der Teststrecke nicht möglich ist. Die Wärmeverluste des im Einspritzkanal strömenden Natriums an das Natrium der Anströmung sind zu groß. Die Geschwindigkeit des Strahls kann bei der hohen Aufheizspanne und dem gleichzeitig niedrigen Volumenstrom im Einspritzkanal in den geforderten Grenzen nicht konstant gehalten werden.

5.3.3 Meßergebnisse für den allgemeinen Auftriebsstrahl

Allgemein gilt für vertikale Auftriebsstrahlen mit endlichem Anfangsimpuls, daß sich der Strahl für kleine Lauflängen wie ein Impulsstrahl verhält, um im Fernfeld den Charakter eines reinen Auftriebsstrahls anzunehmen. Dies gilt auch für Strahlen mit großen densimetrischen Froude-Zahlen am Strahlaustritt. Zwischen dem Nichtauftriebsbereich, der charakteristisch für reine Impulsstrahlen ist, und dem Auftriebsbereich, der charakteristisch für reine Auftriebsstrahlen ist, liegt somit ein Übergangsbereich, in dem sich der Charakter des Strahls ändert. Der Einfluß von Trägheitskräften wird zu Gunsten von Auftriebskräften geringer. Der Übergangsbereich zeigt im Unterschied zu den beiden Grenzbereichen kein Ähnlichkeitsverhalten.

Im folgenden werden der Impulsfluß, der Auftriebsfluß und der Volumenfluß der drei Messungen miteinander verglichen, um den sich ändernden Charakter des Strahls in Abhängigkeit von der Froude-Zahl darzustellen.

Für die Messungen F und H beträgt die densimetrische Froude-Zahl am Düsenaustritt $Fr_0 = 365$ und 43.1 und liegt somit deutlich unter den Werten von $Fr_0 = 8123$ und 521 für die Messungen C1 und C2. Dies läßt einen merklichen Einfluß des Auftriebs auf den Impulsfluß und den Volumenfluß bei der Messung F und einen überwiegenden Einfluß bei der Messung H erwarten. Die davon betroffene mittlere Geschwindigkeit wird im Anschluß daran diskutiert.

In Abb.(5-6) sind für alle drei Messungen der Impulsfluß M/M_0 , der Auftriebsfluß B/B_0 und der Volumenfluß V/V_0 , die auf die jeweiligen Werte am Düsenaustritt bezogen sind, über dem Abstand x/d vom Düsenblock aufgetragen.

Während für der Messung C der Impulsfluß über alle Abstände vom Düsenblock in etwa konstant bleibt, bleibt der Impulsfluß für die Messung F bis zu einem Abstand von $x/d = 12$ nahezu konstant, um dann mit $M/M_0 \propto 0.073 \cdot x/d$ linear anzusteigen. Für die Messung H wächst der Impulsfluß für alle untersuchten Abstände x/d linear mit $0.115 \cdot x/d$ an. Der Impulsfluß der Messung H liegt deutlich über den Werten der beiden anderen Messungen.

Das selbe Verhalten zeigt der Volumenfluß. Für die Messung C nimmt der Volumenfluß mit einer Zuwachsrate von 0.116 über alle x/d zu. Im Unterschied dazu ändert sich für die Messung F die Zuwachsrate ab $x/d = 12$ von 0.089 auf 0.182 und liegt damit über dem Wert für die Messung C. Die Messung H zeigt mit einer Zuwachsrate von 0.203 die stärkste Zunahme.

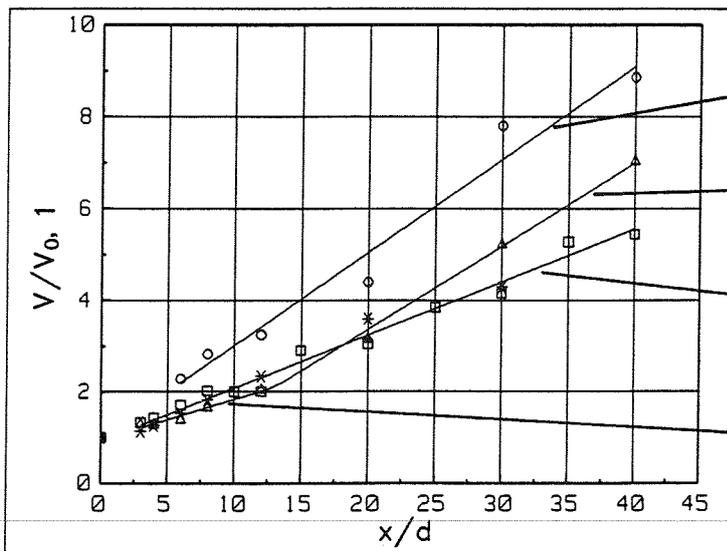
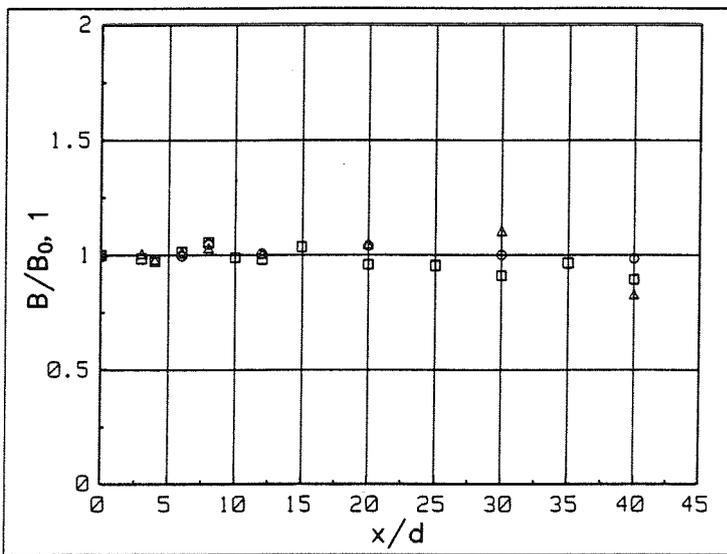
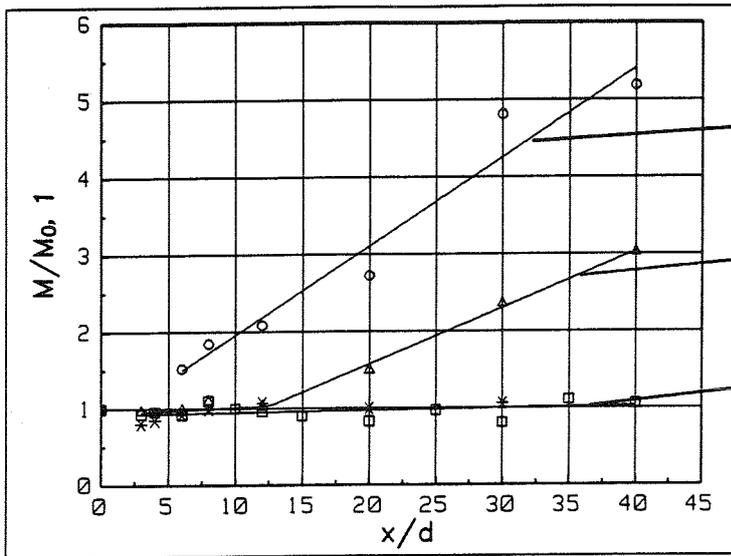


Abb.(5-6) Dimensionsloser Impulsfluß M/M_0 , Auftriebsfluß B/B_0 und Volumenfluß V/V_0 über x/d .

* Messung C1, □ Messung C2, Δ Messung F, o Messung H.

Für die Messung F ist aus dem Verlauf des Impulsflusses und des Volumenflusses zu erwarten, daß der Charakter des Freistrahls von einem anfänglich von Impulskräften dominierten Strahl ab etwa $x/d > 12$ in einen Strahl übergeht, bei dem Auftriebskräfte immer mehr an Bedeutung gewinnen. Die Messung H wird für alle untersuchten Abstände von Auftriebskräften dominiert.

Um dies zu verdeutlichen, ist in Abb.(5-7) für die Messungen C1, C2, F und H die mittlere Geschwindigkeit auf der Kanalachse $\bar{u}_{CL} - \bar{u}_a$ bezogen auf die mittlere Geschwindigkeit des Strahls am Düsenaustritt $\bar{u}_0 - \bar{u}_a$ über dem Abstand x/d vom Düsenblock aufgetragen.

Für die Messungen C1 und C2 ergibt sich nach Kapitel 5.2.1 ein Abklingverhalten, das proportional zu $(x/d)^{-1}$ ist.

Die mittlere Geschwindigkeit der Messung F auf der Kanalachse zeigt ein Abklingverhalten, das proportional zu $(x/d)^{-2/3}$ ist. Es kann mit einem empirischen Potenzansatz nach Chen und Rodi (1980), der für den Übergangsbereich zwischen einem reinem Impulsstrahl und einem reinem Auftriebsstrahl gilt, sehr gut beschrieben werden.

$$\frac{\bar{u}_{CL} - \bar{u}_a}{\bar{u}_0 - \bar{u}_a} = B'_u \cdot Fr_0^{-1/6} \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho_a}\right)^{5/12} \cdot \left(\frac{x}{d} - \frac{x_{01}}{d}\right)^{-2/3} \quad (5.24)$$

Die Abklingkonstante B'_u ergibt sich zu 6.62 und der virtuelle Ursprung zu $x_{01}/d = -3.17$. Chen und Rodi (1980) geben für die Abklingkonstante einen Wert von 7.68 an. Ogino et al. (1980) finden 5.8.

Die mittlere Geschwindigkeit der Messung H auf der Kanalachse läßt sich durch einen Potenzansatz nach Gl.(5.13) beschreiben und zeigt ein Abklingverhalten, das proportional zu $(x/d)^{-1/3}$ ist. Der virtuelle Ursprung liegt bei $x_{01}/d = -5.61$. Die Abklingkonstante B_u beträgt 4.32, Chen und Rodi (1980) geben einen Wert von 3.5, Ogino et al. (1980) einen Wert von 3.4 an.

Nach einem Formierungsbereich, der bei etwa $x/d = 8$ abgeschlossen ist, fallen die Meßwerte und die entsprechenden Näherungsfunktionen sehr gut zusammen. Ein Vergleich der drei Messungen zeigt, daß mit abnehmender densimetrischer Froude-Zahl Fr_0 am Strahlaustritt die mittlere Geschwindigkeit auf der Kanalachse länger erhalten bleibt. Dies ist mit der Kopplung von Impuls und Energie über den Auftriebsterm in der Impulsbilanzgleichung zu begründen. Bei den Messungen F und H wird in starkem Maße potentielle Energie, die in Form von Dichteunterschieden im Strahl gespeichert ist, in

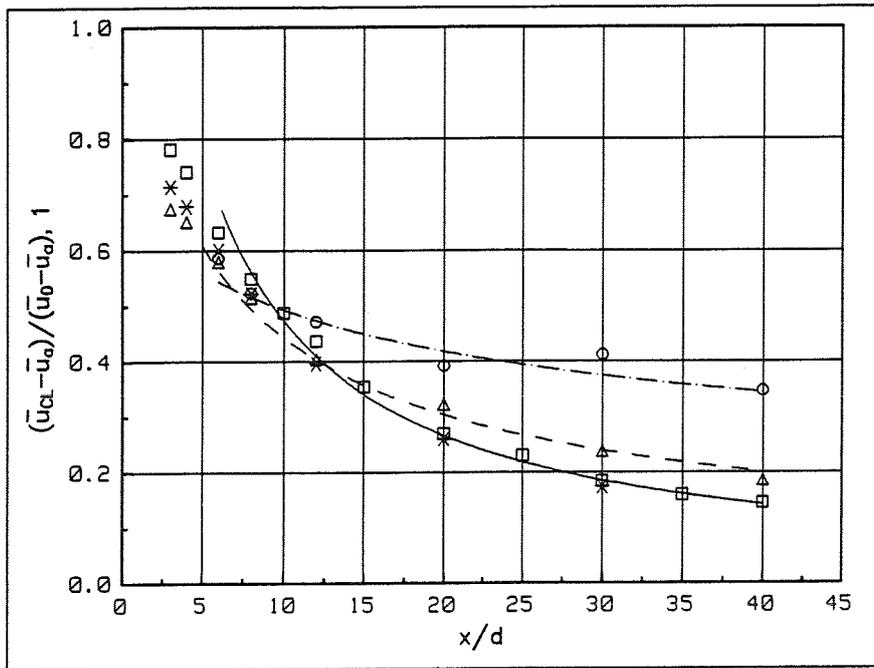


Abb.(5-7) Dimensionslose mittlere Geschwindigkeit auf der Kanalachse über x/d . * Messung C1, □ Messung C2, — Gl.(5.11) mit $A_u = 6.08$; Δ Messung F, - - - Gl.(5.24) mit $B'_u = 6.62$; o Messung H, - · - · - Gl.(5.13) mit $B_u = 4.32$.

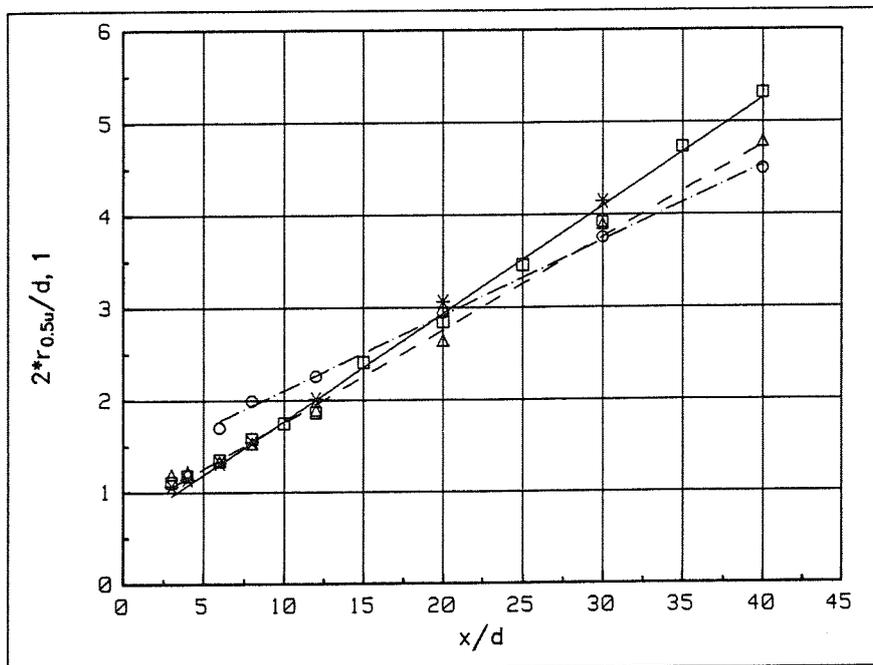


Abb.(5-8) Dimensionsloser Halbwertsradius der mittleren Geschwindigkeit über x/d . * Messung C1, □ Messung C2, — Gl.(5.22) mit $S_u = 0.058$; Δ Messung F, - - - Gl.(5.22) mit $S_u = 0.048$; o Messung H, - · - · - Gl.(5.22) mit $S_u = 0.041$.

Impuls umgewandelt. Das führt zu einer Anhebung der Geschwindigkeit in dem von Auftriebskräften erfaßten Bereich.

In Abb.(5-8) ist für die Messungen F und H der doppelte Halbwertsradius der mittleren Geschwindigkeit $2 \cdot r_{0.5u}$ bezogen auf den Düsendurchmesser d über dem Abstand x/d vom Düsenblock aufgetragen. Zum Vergleich sind die Meßwerte für die Messungen C1 und C2 eingetragen. Der Strahl zeigt für alle Messungen ein lineares Ausbreitungsverhalten.

Ein Potenzansatz nach Gl.(5.22) ergibt für Messung F einen Ausbreitungsparameter von $S_u = 0.048$ und einen virtuellen Urprung von $x_{02}/d = -7.87$, für die Messung H einen Ausbreitungsparameter von $S_u = 0.041$ und einen virtuellen Urprung von $x_{02}/d = -15.9$. Der Ausbreitungsparameter für die Messungen C1 und C2 beträgt nach Kapitel 5.3.1 $S_u = 0.058$.

Das bedeutet, daß sich in Natrium das Profil der mittleren Geschwindigkeit in einem Impulsstrahl stärker ausbreitet als in einem Auftriebsstrahl. Die starke Geschwindigkeitserhöhung im Bereich hoher Temperaturen durch Auftriebseffekte führt zu einem erhöhten axialen Impulstransport, der den Auftriebsstrahl zusammenhält und die radiale Ausbreitung verringert.

Messungen in Luft und Wasser zeigen keinen eindeutigen Trend. Papanicolaou und List (1987 und 1988) bestätigen die Messungen in Natrium, Chen und Rodi (1980) beobachten ein umgekehrtes Verhalten.

Mit Hilfe der allgemeinen Maßstäbe x^* nach Gl.(5.15) als Abszisse und \bar{u}^* nach Gl.(5.16) als Ordinate sind in Abb.(5-9) die mittleren Geschwindigkeiten aller Messungen zusammen mit den sie beschreibenden Potenzgesetzen aufgetragen. Verfolgt man die Meßwerte der Messung C1 für den reinen Impulsstrahl (*), an welche sich die Meßwerte der Messung C2 für den Impulsstrahl (□) geradlinig anschließen, so finden sie für $x^* > 0.8$ ihre Fortsetzung in den mit $-2/3$ abfallenden Meßwerten der Messung F (Δ), an die wiederum die Meßwerte der Messung H für den starken Auftriebsstrahl (o) anschließen.

Die ersten Meßpunkte der Messungen C1 und C2 und der Messung F weichen von den Verläufen der Potenzgesetze ab, da sie im Formierungsbereich der Strömung liegen.

Bestimmt man die Schnittpunkte des Potenzgesetzes der Messung F mit den Potenzgesetzen der Messung C und der Messung H, so ergeben sich für x^* Werte von 0.8 und 4.0. In Analogie zu den Überlegungen von Ricou und Spalding (1961) kann für etwa $0.8 \leq x^* \leq 4.0$ ein Übergangsbereich definiert

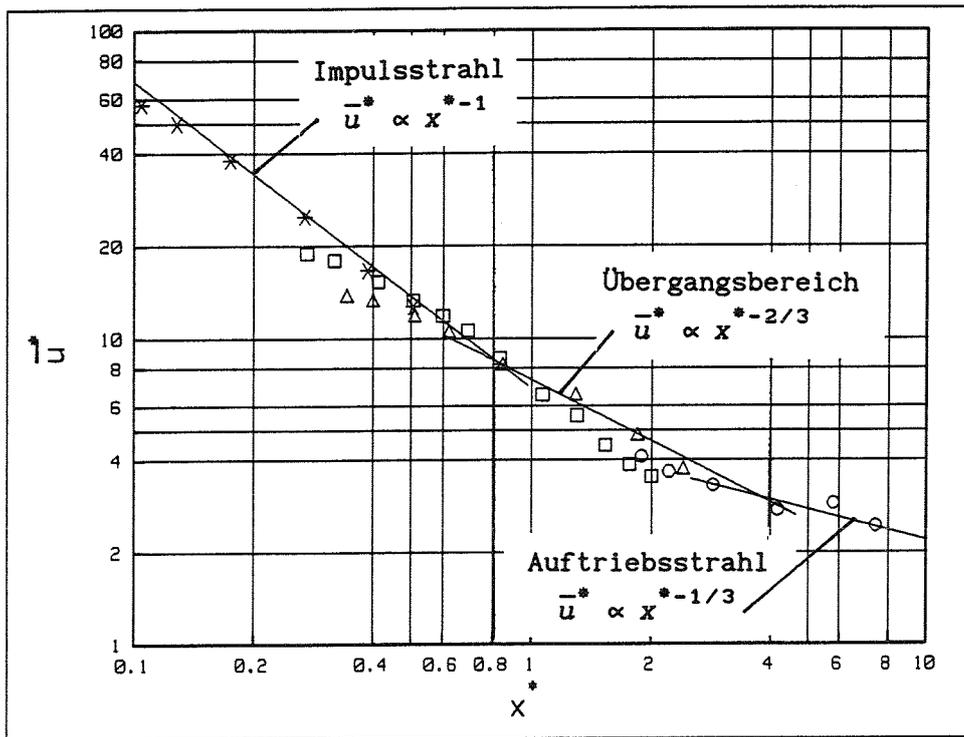


Abb.(5-9) Dimensionslose mittlere Geschwindigkeit \bar{u}^* für allgemeine, achsensymmetrische, turbulente Auftriebsstrahlen über x^* .

* Messung C1, \square Messung C2, Δ Messung F, o Messung H.

werden, in welchem sich der reine Impulsstrahl, für den nach Gl.(5.18) $\bar{u}^* \propto x^{*-1}$ gilt, zu einem reinen Auftriebsstrahl, für den nach Gl.(5.20) $\bar{u}^* \propto x^{*-1/3}$ gilt, umbildet. Die von Chen und Rodi (1980) angegebenen Grenzen des Übergangsbereiches von $0.5 \leq x^* \leq 5.0$ schließen den aus den Messungen in Natrium gefundenen Bereich ein. Ogino et al. (1980) finden einen Übergangsbereich für $1.0 \leq x^* \leq 5.0$. Die Geschwindigkeitsmeßwerte von Panchapakesan und Lumley (1993), die einen Freistrahler in Helium im Übergangsbereich untersuchen, liegen innerhalb von $0.69 \leq x^* \leq 1.66$ und schließen an die erwarteten Abklinggesetze der beiden Grenzbereiche an. Ricou und Spalding (1961) beschreiben erstmals die Unterteilung des allgemeinen Maßstabs x^* in drei Bereiche.

Mit Abb.(5-9) ist eine klare Einteilung des allgemeinen Auftriebsstrahls in drei Bereiche möglich, die dem sich ändernden Charakter des Strahls Rechnung tragen. Der für Werte $x^* \leq 0.8$ von Trägheitskräften bestimmte Strahl wird mit zunehmendem x^* immer stärker von Auftriebskräften dominiert, die für Werte $x^* \geq 4.0$ maßgeblich für die Strömung sind. Entsprechend ändert sich das asymptotische Abklingverhalten der mittleren Geschwindigkeit.

Analog zur Geschwindigkeit ist in Abb.(5-10) für die Messungen C2, F und H die mittlere Temperatur auf der Kanalachse $\bar{T}_{CL} - \bar{T}_a$ bezogen auf die mittlere Temperatur des Strahls am Düsenaustritt $\bar{T}_0 - \bar{T}_a$ aufgetragen.

Für die Messungen F und H kann die mittlere Temperatur auf der Kanalachse wie schon für die Messung C2 mit einem Potenzansatz nach Gl.(5.12) als proportional zu $(x/d)^{-1}$ angenähert werden. Es wird kein Unterschied zwischen dem generellen Abklingverhalten eines Impulsstrahls und eines Auftriebsstrahls beobachtet.

Die Abklingkonstanten nehmen Werte von $A_T = 4.01$ für die Messung C2, $A_T = 3.3$ für die Messung F und $A_T = 1.95$ für die Messung H an. Die Temperatur auf der Strahlachse nimmt umso schneller ab, je kleiner die densimetrische Froude-Zahl Fr_0 ist.

Dies ist damit zu begründen, daß mit abnehmender densimetrischer Froude-Zahl die absolute Strömungsgeschwindigkeit des Natriums in Kanallängsrichtung und damit der axiale, konvektive Wärmetransport abnimmt. Die Verweildauer eines Volumenelements in einem festen x/d -Abschnitt wird länger. Somit wird bei der Messung H in einem festen x/d -Abschnitt mehr Wärme durch molekulare Wärmeleitung in radialer Richtung abtransportiert als bei den Messungen C2 und F.

Für einen Abstand von $x/d = 39$ vom Düsenblock hat sich das Temperaturprofil über den untersuchten Radiusbereich hinaus in radialer Richtung ausgebreitet, so daß die mittlere Temperatur der Anströmung nach dem in Kapitel 5.3.1 für die Messung C2 beschriebenen Verfahren bestimmt wird.

Für Natrium ist die molekulare Wärmeleitung der Prozeß, der maßgeblich für die Ausbreitung der Temperatur verantwortlich ist. Der Einfluß der turbulenten Wärmeströme auf die mittlere Temperatur ist wie in Kapitel 5.4 erläutert wird von untergeordneter Bedeutung.

Im Unterschied dazu zeigen Fluide wie Luft und Wasser für den Auftriebsstrahl ein Abklingen der mittleren Temperatur auf der Kanalachse proportional zu $(x/d)^{-5/3}$. Das kann mit Hilfe der turbulenten Wärmeströme erklärt werden, die mit abnehmender densimetrischer Froude-Zahl Fr_0 , das heißt mit zunehmendem Einfluß von Auftriebskräften, immer mehr an Bedeutung gewinnen. Für Luft und Wasser kann der Prozeß der molekularen Wärmeleitung im Vergleich zu den turbulenten Wärmeströmen vernachlässigt werden. Dieser Sachverhalt wird bei der Diskussion der Temperaturschwankungen in Kapitel 5.4 näher erläutert.

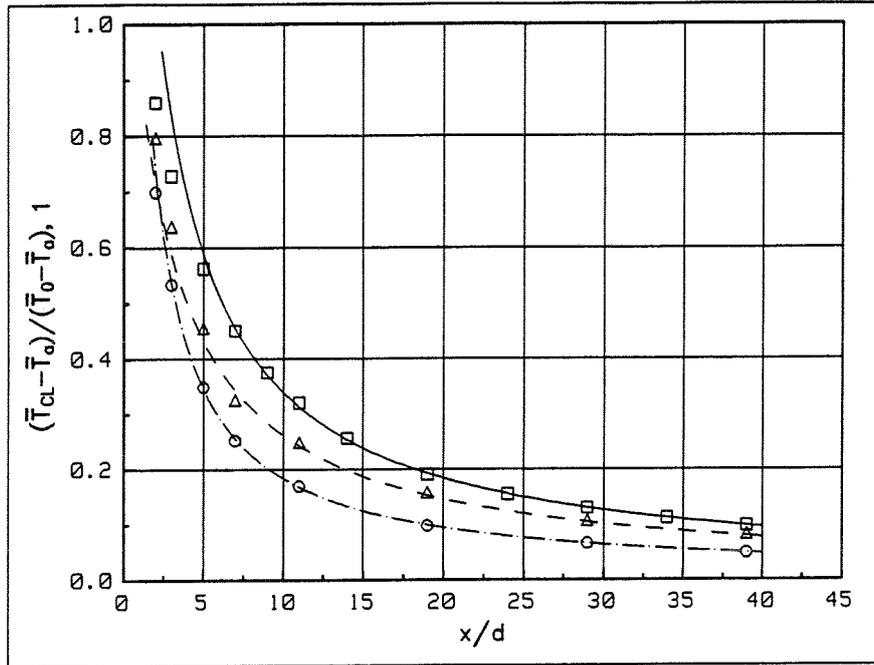


Abb. (5-10) Dimensionslose mittlere Temperatur auf der Kanalachse über x/d .
 □ Messung C2, — Gl. (5.12) mit $A_T = 4.01$; Δ Messung F,
 - - - Gl. (5.12) mit $A_T = 3.3$; o Messung H, - · - · - Gl. (5.12) mit
 $A_T = 1.95$.

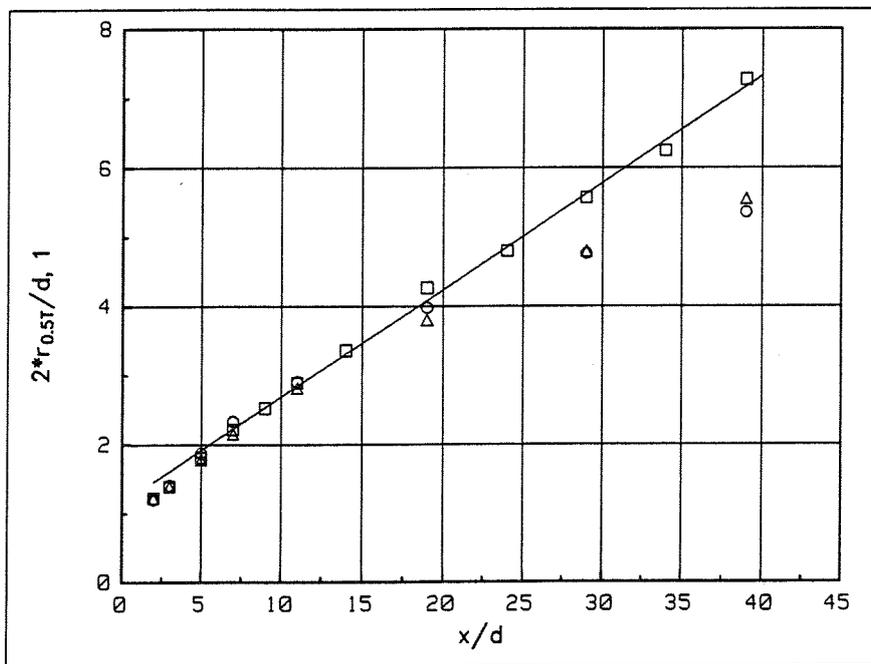


Abb. (5-11) Dimensionsloser Halbwertsradius der mittleren Temperatur über
 x/d . □ Messung C2, — Gl. (5.23) mit $S_T = 0.077$; Δ Messung F;
 o Messung H.

In Abb.(5-11) ist für die Messungen F und H der doppelte Halbwertsradius der mittleren Temperatur $2 \cdot r_{0.5T}$ bezogen auf den Düsendurchmesser d über dem Abstand x/d vom Düsenblock aufgetragen. Zum Vergleich sind die Meßwerte für die Messung C2 eingetragen.

Der Strahl zeigt für alle drei Messungen bis $x/d = 11$ ein nahezu gleiches Ausbreitungsverhalten. Für größere Abstände vom Düsenblock nimmt der Halbwertsradius der mittleren Temperatur für die Messungen F und H, bei denen Auftriebskräfte einen merklichen beziehungsweise einen überwiegenden Einfluß auf die Strömung haben, schwächer zu als für den Impulsstrahl der Messung C2. Der durch Auftriebseffekte erhöhte Impulsfluß in axialer Richtung und der damit verbundene erhöhte axiale, konvektive Transport von Wärme führt zu einer geringeren Ausbreitung des Temperaturprofils in radialer Richtung.

Dies wird von Chen und Rodi (1980) und Papanicolaou und List (1988) für Messungen in Luft und Wasser bestätigt.

Die Abb.(5-12) und (5-14) zeigen für die Messungen F und H für alle ausgemessenen Abstände x/d vom Düsenblock die mittlere Geschwindigkeit $\bar{u} - \bar{u}_a$ bezogen auf die mittlere Geschwindigkeit auf der Kanalachse $\bar{u}_{CL} - \bar{u}_a$ über dem Radius $r/r_{0.5u}$. Die Abb.(5-13) und (5-15) zeigen eine entsprechende Auftragung für die mittlere Temperatur über dem Radius $r/r_{0.5T}$.

Die radialen Profile der mittleren Geschwindigkeit fallen für beide Messungen und alle Abstände x/d gut in einer Kurve zusammen. Die Meßwerte können durch eine Glockenkurve nach Gauß, wie sie in Gl.(5.9) angegeben ist, beschrieben werden. Sie ist mit dem Parameter $K_u = \ln(2)$ als durchgezogene Linie eingetragen.

Die Streuung für die Messung H und $-1.5 \leq r/r_{0.5u} \leq +1.5$ wird damit begründet, daß die Temperaturkompensation bei der Berechnung der Geschwindigkeit aufgrund der vorliegenden großen Temperaturdifferenzen über die MPP-Sonde nicht vollständig erfolgt. Die thermoelektrische Potentialdifferenz $(S_{A/C} - S_{N21}^*) \cdot \Delta T_{21}$ über die MPP-Sonde nach den Gln.(4.7) und (4.8), die zum Beispiel für einen Abstand von $x/d = 6$ und einen Radius von $r/r_{0.5u} = 0.3$ für die Spannung U_{21A} etwa $-27.6 \mu V$ und für die Spannung U_{21C} etwa $233 \mu V$ beträgt, überwiegt bei weitem den geschwindigkeitsproportionalen Anteil E_{21} von $-8.76 \mu V$ und $-8.6 \mu V$ für die Spannungen U_{21A} und U_{21C} .

Die Streuung für größere Werte von $r/r_{0.5u}$ ist zum einen mit den durch den Düsenblock erzeugten Strahlen zu begründen, die erst abgebaut werden müs-

sen. Zum anderen nimmt die mittlere Übergeschwindigkeit auf der Kanalachse für größere Abstände vom Düsenblock relativ kleine Werte an, die durch die Normierung auf Eins stark in vertikaler Richtung gestreckt werden. Für zum Beispiel Messung H und einen Abstand von $x/d = 20$ beträgt die mittlere Geschwindigkeitsüberhöhung auf der Kanalachse 0.172 m/s . Das entspricht einer induzierten geschwindigkeitsproportionalen Spannungen von etwa $8.18 \mu\text{V}$ auf der Kanalachse und von etwa $4.48 \mu\text{V}$ in der Anströmung. Mit einer Meßgenauigkeit der mittleren Spannungen von $\pm 0.8 \mu\text{V}$, was 20% der Spannungsdifferenz zwischen Kanalachse und Anströmung ausmacht, ist die Streuung in den Abb. (5-12) und (5-14) erklärbar.

Die radialen Profile der mittleren Temperatur können für beide Messungen sehr gut durch eine Glockenkurve nach Gauß, wie sie in Gl. (5.10) angegeben ist, mit dem Parameter $K_T = \ln(2)$ beschrieben werden.

Die radialen Verteilungen der mittleren Geschwindigkeit und der mittleren Temperatur sind für beide Messungen symmetrisch zur Kanalachse.

Als wesentliche Ergebnisse des Kapitels 5.3.3 sind festzuhalten:

□ Die Messung F mit einer densimetrischen Froude-Zahl am Strahlaustritt von $Fr_0 = 365$ stellt einen allgemeinen Auftriebsstrahl im Übergangsbereich, die Messung H mit $Fr_0 = 43.1$ einen starken Auftriebsstrahl dar.

□ Die mittlere Geschwindigkeit entlang der Kanalachse fällt für den allgemeinen Auftriebsstrahl im Übergangsbereich proportional zu $(x/d)^{-2/3}$, für den starken Auftriebsstrahl proportional zu $(x/d)^{-1/3}$ ab.

Das Abklingverhalten eines allgemeinen Auftriebsstrahls im Übergangsbereich kann mit dem empirischen Gesetz nach Gl. (5.24) beschrieben werden. Das Abklingverhalten eines starken Auftriebsstrahls kann mit dem Ähnlichkeitsgesetz nach Gl. (5.13) beschrieben werden. Diese Gesetze entsprechen den für Fluide mit molekularen Prandtl-Zahlen größer oder gleich 0.7 bekannten Gesetzen. Für beide Messungen breitet sich die Geschwindigkeit linear mit dem Abstand vom Düsenblock aus. Das ist in Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen für Fluide mit molekularen Prandtl-Zahlen größer oder gleich 0.7 .

Das schwächere Abklingen der mittleren Geschwindigkeit mit abnehmender Froude-Zahl Fr_0 verdeutlicht den zunehmenden Einfluß von Auftriebskräften. Potentielle Energie, die in Form von Dichteunterschieden im Strahl gespeichert ist, wird zunehmend in Impuls und somit in Geschwindigkeit umgewandelt.

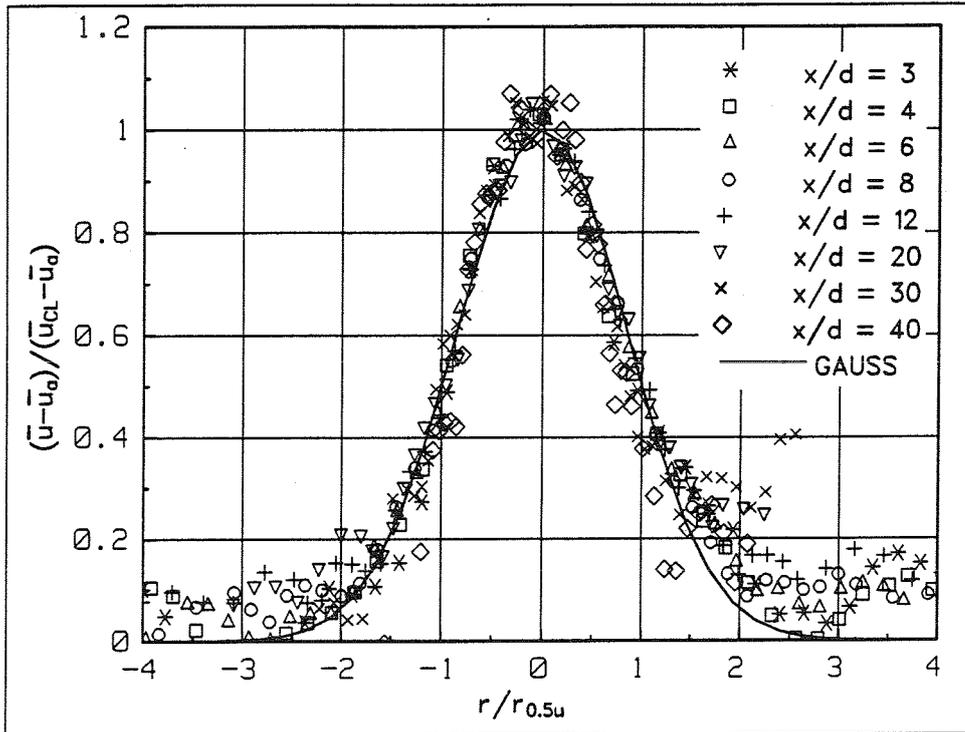


Abb. (5-12) Dimensionslose radiale Verteilung der mittleren Geschwindigkeit.
Messung F. — Gl. (5.9) mit $K_u = \ln(2)$.

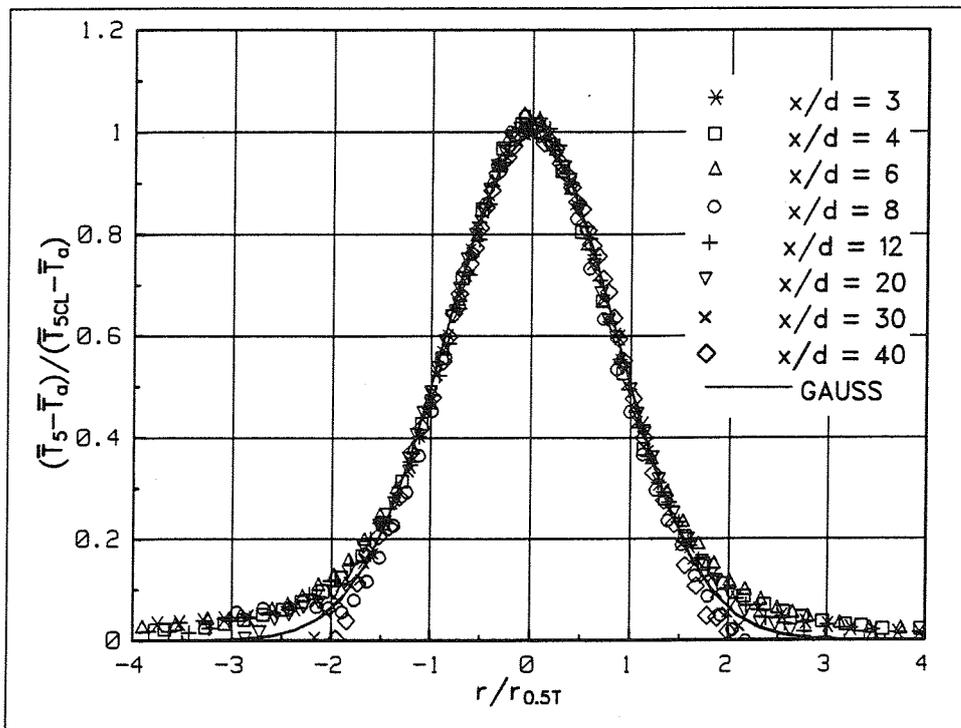


Abb. (5-13) Dimensionslose radiale Verteilung der mittleren Temperatur.
Messung F. — Gl. (5.10) mit $K_T = \ln(2)$.

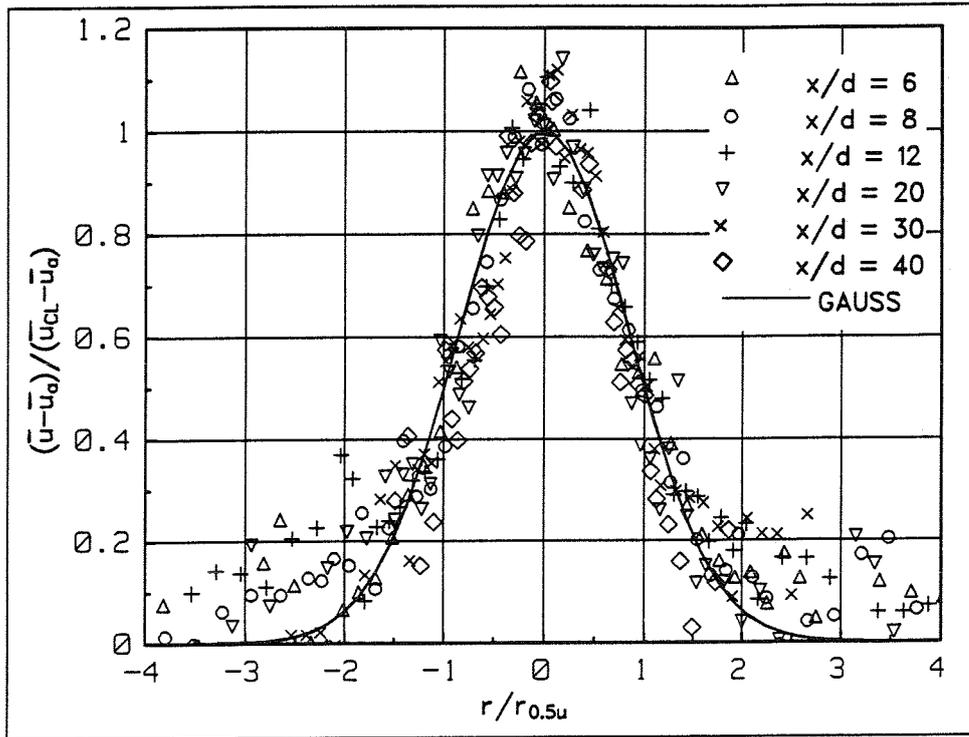


Abb. (5-14) Dimensionslose radiale Verteilung der mittleren Geschwindigkeit.
 Messung H. — Gl. (5.9) mit $K_u = \ln(2)$.

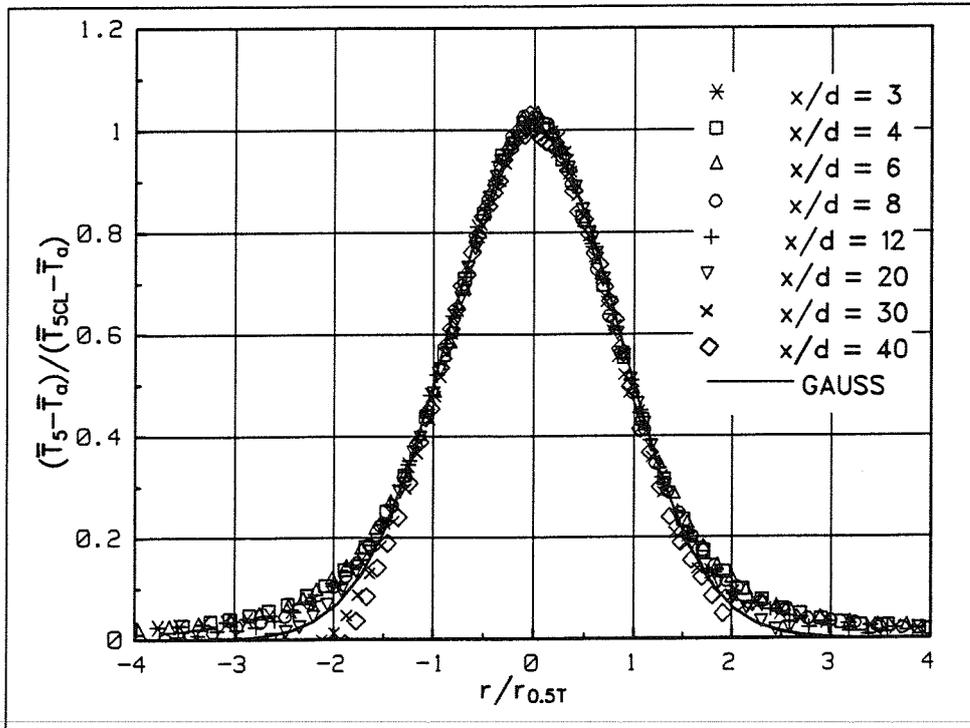


Abb. (5-15) Dimensionslose radiale Verteilung der mittleren Temperatur.
 Messung H. — Gl. (5.10) mit $K_T = \ln(2)$.

□ Die mittlere Temperatur entlang der Kanalachse klingt im Unterschied zu Fluiden mit molekularen Prandtl-Zahlen größer oder gleich 0.7 unabhängig von der Froude-Zahl proportional zu $(x/d)^{-1}$ ab. Das Abklingen erfolgt umso steiler, je niedriger die Froude-Zahl am Düsenaustritt ist.

Die Temperatur zeigt für den allgemeinen Auftriebsstrahl im Übergangsbereich und den starken Auftriebsstrahl kein lineares Ausbreitungsverhalten. Der Halbwertsradius der Temperatur liegt für $x/d > 19$ bei deutlich kleineren Werten als für den Impulsstrahl.

□ Die radialen Profile der mittleren Geschwindigkeit und der mittleren Temperatur können für alle ausgemessenen Lauflängen durch Glockenkurven nach Gauß beschrieben werden. Die Struktur der Strömung ändert sich bezüglich der mittleren Strömungsgrößen nicht. Die mittleren Strömungsgrößen sind selbsterhaltend.

□ Die Messungen in Natrium unterscheiden sich von Messungen in Fluiden mit molekularen Prandtl-Zahlen größer oder gleich 0.7 hauptsächlich dadurch, daß für den starken Auftriebsstrahl ein Abklingen der mittleren Temperatur auf der Kanalachse proportional zu $(x/d)^{-1}$ und nicht proportional zu $(x/d)^{-5/3}$ beobachtet wird.

In Natrium wird das Temperaturfeld durch molekulare Wärmeleitung dominiert.

5.4 Meßergebnisse für die Temperaturschwankungen

Um das in Tabelle (2-3) dargestellte Spannungs-/Flußmodell mit den modellierten Reynolds-Spannungen $-\rho \cdot \overline{u'_i u'_j}$ und den Reynoldsschen Wärmeströmen $-\rho \cdot c_p \cdot \overline{u'_i T'}$ verifizieren zu können, wäre es wünschenswert, diese Größen zu messen. Das ist in flüssigen Metallen schwer und mit der hier verwendeten MPP-Sonde nicht möglich. In Tabelle (2-3) wird für das Quadrat der Temperaturschwankungen T'^2 , die mit der MPP-Sonde gut gemessen werden können, eine eigene Transportgleichung gelöst. Um eine breite Datenbasis für die Verifizierung dieser Transportgleichung zur Verfügung zu stellen, werden die Temperaturschwankungen im folgenden ausführlich analysiert.

Das Feld der Temperaturschwankungen wird auf zwei Arten ausgemessen. Zum einen wird parallel zu den Messungen der mittleren Geschwindigkeit und der mittleren Temperatur mit einem integrierenden RMS-Voltmeter an jedem Meßpunkt die Temperaturschwankungsintensität bestimmt. Zum anderen wird in einer getrennten Messung an acht ausgewählten Radien und mit der in Kapitel 4.2 erläuterten dynamischen Meßkette das zeitliche Verhalten der Temperaturschwankungen zu diskreten, äquidistanten Zeitpunkten aufgezeichnet. Aus diesen Daten werden statistische Kennwerte wie Minimalwert, Maximalwert, Temperaturschwankungsintensität, Schiefe und Flachheit und statistische Kennfunktionen wie Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, Autoleistungsdichtespektrum und Autokorrelationsfunktion berechnet. Die Berechnungsvorschriften sind in Kapitel 4.4 angegeben.

Aus Symmetriegründen ist es ausreichend, lediglich die Ergebnisse der linken Kanalhälfte für die drei Messungen darzustellen und miteinander zu vergleichen.

Die Temperaturschwankungsintensität $(\overline{T'^2})^{1/2}$ auf der Kanalachse bezogen auf die mittlere Temperatur des Strahls am Düsenaustritt $\bar{T}_0 - \bar{T}_a$ ist über dem Abstand x/d vom Düsenblock in Abb. (5-16) aufgetragen. Die Temperaturschwankungsintensität ist hier und im folgenden analog zur mittleren Temperatur relativ zur Temperaturschwankungsintensität der Anströmung angegeben. Die Temperaturschwankungsintensität der Anströmung wird in einer isothermen Strömung als über den Querschnitt gemittelter Wert bestimmt. Er beträgt 0.026 K.

Die Temperaturschwankungsintensität nimmt für alle drei Messungen im Formierungsbereich des Strahls auf 1.3 % bis 1.7 % der mittleren Temperatur

des Strahls am Düsenaustritt zu, um dann mit zunehmendem Abstand stark abzufallen. Die Werte liegen für einen Abstand von $x/d = 40$ deutlich unter 0.5 % der mittleren Temperatur des Strahls am Düsenaustritt. In absoluten Größen entspricht das maximalen Temperaturschwankungsintensitäten von 0.5 K für die Messungen C2 und F und 1 K für die Messung H, die für alle Messungen auf Werte unter 0.2 K für $x/d = 40$ abnehmen.

Das Abklingverhalten der Temperaturschwankungsintensität ist für Abstände von $x/d \geq 11$ für die Messung C2 und von $x/d \geq 5$ für die Messungen F und H proportional zu $(x/d)^{-1.1}$, $(x/d)^{-1.2}$ und $(x/d)^{-1.6}$. Die mittlere Temperatur nimmt nach Abb.(5-10) immer proportional zu $(x/d)^{-1}$ und somit langsamer als die Schwankungsbewegung ab. Aufgrund dieses unterschiedlichen Abklingverhaltens geht das Verhältnis aus Temperaturschwankungsintensität und mittlerer Temperatur für Abstände von $x/d \leq 40$ keinem asymptotischen Grenzwert entgegen.

Für Fluide mit molekularen Prandtl-Zahlen größer oder gleich 0.7 nimmt nach List (1982a) das Verhältnis aus Temperaturschwankungsintensität $(T'{}^2)^{1/2}$ und mittlerer Temperatur auf der Kanalachse $\bar{T}_{CL} - \bar{T}_a$ erst ab etwa $x/d = 40$ einen konstanten Wert an.

Chen und Rodi (1980) geben für den Impulsstrahl einen Wert zwischen 0.21 und 0.26 und für den Auftriebsstrahl einen Wert von 0.39 an. Papanicolaou und List (1987 und 1988) messen 0.15 bis 0.22 für einen Impulsstrahl und 0.4 für einen Auftriebsstrahl und sind in guter Übereinstimmung mit Grandmaison et al. (1977), Birch et al. (1978), Chevray und Tutu (1978) und Antonia et al. (1975) für einen Impulsstrahl und Nakagome und Hirata (1977) und Kotsovinos (1985) für einen Auftriebsstrahl.

Für alle hier durchgeführten Messungen werden in einem Abstand von $x/d = 39$ Werte unter 0.04 ermittelt.

Die Temperaturschwankungen in Natrium zeigen somit unabhängig von der Froude-Zahl Fr_0 eine sehr starke Dämpfung. Sie liegen deutlich unter den Werten, die in Fluiden mit molekularen Prandtl-Zahlen größer oder gleich 0.7 beobachtet werden.

In Abb.(5-17) ist der doppelte Halbwertsradius der Temperaturschwankungsintensität $2 \cdot r_{0.5RMS}$ bezogen auf den Düsendurchmesser d eingetragen. Der Halbwertsradius ist als der Radius definiert, an dem das Maximum der Temperaturschwankungsintensität auf den halben Wert abgefallen ist.

Für die Messung C2 zeigt die Temperaturschwankungsintensität für Abstände

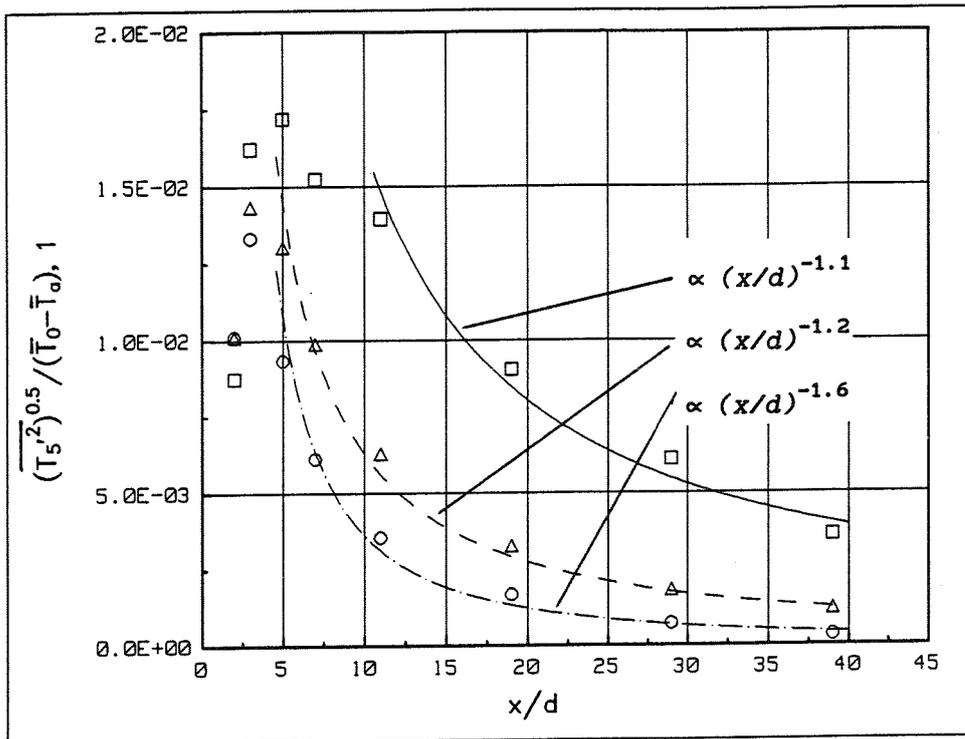


Abb. (5-16) Dimensionslose Temperaturschwankungsintensität auf der Kanalachse über x/d . \square Messung C2, Δ Messung F, \circ Messung H.

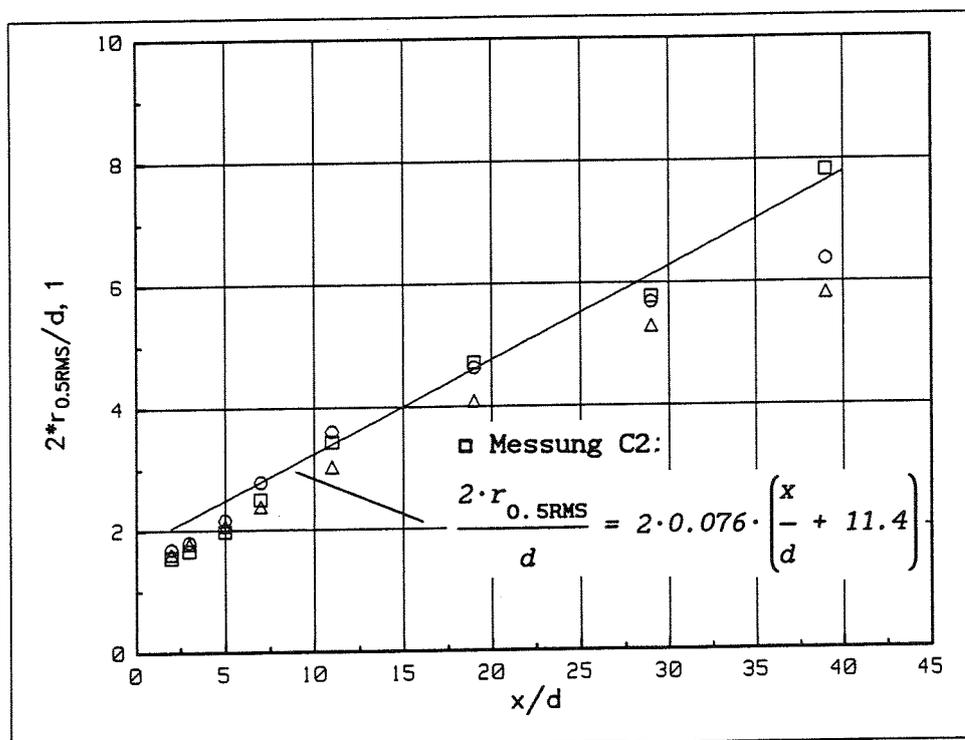


Abb. (5-17) Dimensionsloser Halbwertsradius der Temperaturschwankungsintensität über x/d . \square Messung C2, Δ Messung F, \circ Messung H.

von $x/d \geq 11$ ein lineares Ausbreitungsverhalten. Der Ausbreitungsparameter S_{RMS} , der analog zum Ausbreitungsparameter der mittleren Temperatur definiert ist, hat einen Wert von 0.076.

Die Halbwertsradius und somit die radiale Ausbreitung der Temperaturschwankungsintensität der Messungen F und H zeigen ein ähnliches Verhalten wie die mittlere Temperatur in Abb.(5-11). Für größere Abstände vom Düsenblock, bei denen Auftriebskräfte einen merklichen (Messung F) beziehungsweise einen überwiegenden (Messung H) Einfluß auf die Strömung haben, nimmt der Halbwertsradius schwächer zu als für den Impulsstrahl der Messung C2.

Das bedeutet, daß sich in Natrium die Schwankungsgröße und die mittlere Größe der Temperatur nach den selben Transportmechanismen ausbreiten. Da die beiden Skalare in dem selben Geschwindigkeitsfeld transportiert werden, ist diese Beobachtung naheliegend.

Krebs (1979) bestätigt diesen Sachverhalt für Messungen in Wasser.

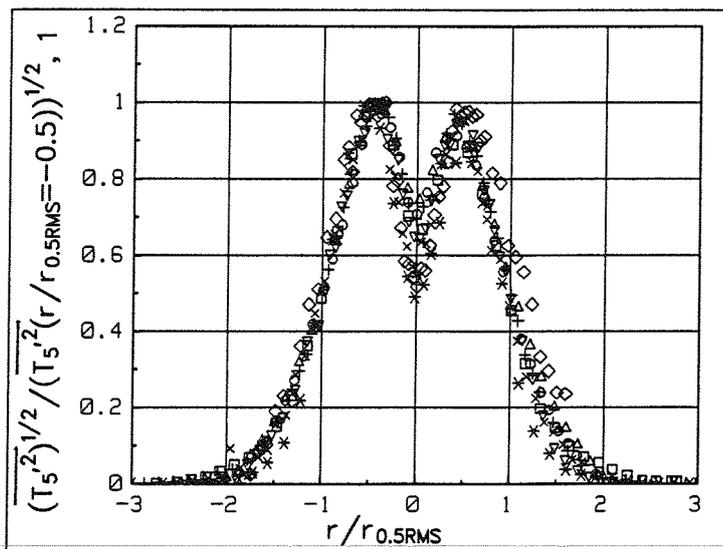
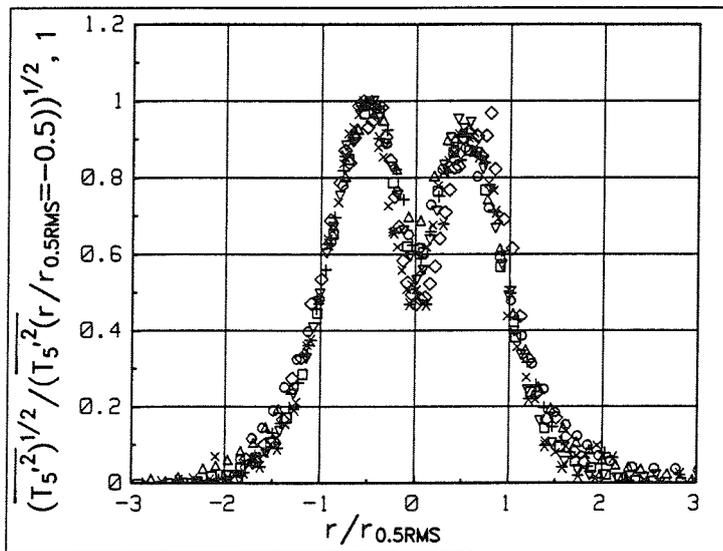
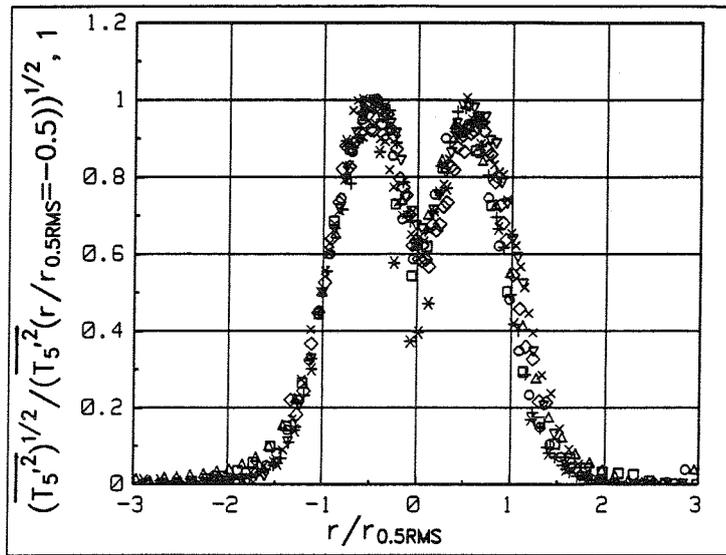
In Abb.(5-18) ist für alle drei Messungen und acht Abstände x/d vom Düsenblock die Temperaturschwankungsintensität $(T'^2)^{1/2}$ bezogen auf die maximale Temperaturschwankungsintensität über dem Radius $r/r_{0.5\text{RMS}}$ aufgetragen. Es werden die in Abb.(5-17) dargestellten Halbwertsradien verwendet.

Die radialen Profile der Temperaturschwankungsintensität fallen für jede Messung sehr gut in einer Kurve zusammen. Für die Skalierung werden ausschließlich Größen verwendet, die von der Temperaturschwankungsbewegung selbst abgeleitet sind. Die Schwankungsbewegung ist selbsterhaltend.

Die radialen Verteilungen zeigen für alle drei Messungen ein achsensymmetrisches Profil mit einem relativen Minimum auf der Kanalachse und je einem Maximum bei $r/r_{0.5\text{RMS}} = \pm 0.5$ rechts und links der Kanalachse. Das Maximum rechts von der Kanalachse nimmt einen um etwa 10 % kleineren Wert an als das Maximum auf der linken Seite.

Der minimale Wert auf der Kanalachse ist bei allen Messungen im Mittel um etwa 40 % geringer als der maximale Wert.

Die Verteilung der Temperaturschwankungsintensität zeigt an den Stellen ein Maximum, an denen der radiale Gradient der mittleren Temperatur ein Maximum hat. Dies wird in Anlehnung an Beobachtungen von George et al. (1977) anhand des Produktionsterms $P_T = -\overline{u'T'} \cdot \partial\bar{T}/\partial x - \overline{v'T'} \cdot \partial\bar{T}/\partial r$ in der Transportgleichung für die Temperaturschwankungsintensität Gl.(2.25) deutlich. Für die hier untersuchte Strömung überwiegt für alle Messungen der zweite Term, da der Gradient der mittleren Temperatur in radialer Richtung immer sehr



- * x/d = 3
- x/d = 4
- △ x/d = 6
- x/d = 8
- + x/d = 12
- ▽ x/d = 20
- × x/d = 30
- ◇ x/d = 40

Abb.(5-18) Dimensionslose radiale Profile der Temperaturschwankungsintensität. Oben Messung C2 , Mitte Messung F, unten Messung H.

viel größer ist als in axialer Richtung. Eine Dominanz des ersten Terms, der für vertikale Auftriebsströmungen und abnehmende densimetrische Froude-Zahlen Fr_0 eine Anhebung der Temperaturschwankungsintensität auf der Kanalachse bewirkt, wird nicht beobachtet.

Ein Grund dafür ist, daß sich in Natrium das Abklinggesetz nach Gl.(5.12) für die mittlere Temperatur entlang der Kanalachse bis auf die Abklingkonstante A_T zwischen dem Impulsstrahl der Messung C2 und dem Auftriebsstrahl der Messung H nicht ändert. Die mittlere Temperatur fällt immer proportional zu $(x/d)^{-1}$ ab. Der axiale Temperaturgradient $\partial\bar{T}/\partial x$ zeigt in Natrium keinen deutlichen Unterschied zwischen einem Impulsstrahl und einem Auftriebsstrahl.

Der Austausch von Wärme zwischen der Hauptströmung und der turbulenten Schwankungsbewegung aufgrund einer Wechselwirkung zwischen dem axialen Reynoldsschen Wärmestrom $-\rho \cdot c_p \cdot \overline{u'T'}$ und dem mittleren, axialen Temperaturgradienten $\partial\bar{T}/\partial x$ ist somit für eine vertikale Auftriebsströmung in Natrium von untergeordneter Bedeutung.

Im Unterschied dazu klingt für Fluide mit molekularen Prandtl-Zahlen größer oder gleich 0.7 die mittlere Temperatur für Auftriebsstrahlen nach Gl.(5.14) proportional zu $(x/d)^{-5/3}$ ab.

Zudem finden Papanicolaou und List (1988) in Übereinstimmung mit den anderen oben genannten experimentellen Arbeiten, daß für Fluide mit molekularen Prandtl-Zahlen größer oder gleich 0.7 das radiale Profil des axialen Reynoldsschen Wärmestroms dem der Temperaturschwankungsintensität ähnelt. Das heißt, daß sich das für einen Impulsstrahl beobachtete Profil mit den zwei Maxima rechts und links der Kanalachse für einen Auftriebsstrahl um die Kanalachse deutlich anhebt.

Der maximale axiale Reynoldssche Wärmestrom nimmt für einen Auftriebsstrahl einen 2.5fach größeren Wert an als für einen Impulsstrahl.

Als wesentliche Ergebnisse sind festzuhalten:

In Natrium gilt unabhängig von der Froude-Zahl Fr_0 , daß

- die Temperaturschwankungsintensität immer das selbe radiale Profil zeigt,
- die Temperaturschwankungen sehr stark gedämpft sind.
- Die ersten beiden Beobachtungen lassen den Schluß zu, daß bei dem Produktionsterms $P_T = -\overline{u'T'} \cdot \partial\bar{T}/\partial x - \overline{v'T'} \cdot \partial\bar{T}/\partial r$ in der Transportgleichung für die Temperaturschwankungsintensität Gl.(2.25) für alle Messungen der zweite Term dominiert.

Die bis jetzt diskutierten Meßwerte der Temperaturschwankungsintensität sind mit dem integrierenden RMS-Voltmeter aufgenommen. Die aus dem diskreten Zeitsignal nach Gl. (4.40) berechneten Temperaturschwankungsintensitäten weichen um maximal $\pm 3\%$ von den Werten des RMS-Voltmeters ab. Dies läßt auf eine Gleichwertigkeit der beiden Meßtechniken schließen.

Im folgenden werden die aus dem diskreten Zeitsignal bestimmten statistischen Kenngrößen und Kennfunktionen diskutiert.

Typische, mittelwertfreie Zeitsignale der Temperaturschwankungen $T(x,t) - \bar{T}(x)$ sind für alle acht radialen Meßpositionen beispielhaft für die Messung C2 und einen Abstand von $x/d = 8$ vom Düsenblock in Abb. (5-19) aufgezeichnet. Es sind 3 Sekunden einer jeden Zeitserie dargestellt.

Die Temperaturschwankungen der Anströmung für $r/r_{0.5RMS} = -2.67$ sind Null. Nähert man sich der Kanalachse, so beobachtet man für die Meßposition $r/r_{0.5RMS} = \pm 1.0$, die einen Bereich mit einer geringen mittleren Temperaturüberhöhung und somit einen Bereich kalten Fluids darstellt, eine deutliche Zunahme der Temperaturschwankungen. Es wird vornehmlich ein Transport von heißen Temperaturballen aus dem Strahlinneren nach außen beobachtet. Es überwiegen deutliche, positive Amplituden.

Für $r/r_{0.5RMS} = \pm 0.5$, was dem Maximum der Verteilung der Temperaturschwankungsintensität entspricht, werden die größten Amplitudenwerte in positiver und negativer Richtung beobachtet. Im folgenden wird diese Meßposition abkürzend mit Maximum der Verteilung bezeichnet. Der Wechsel zwischen kalten und heißen Temperaturballen erfolgt sehr schnell und mit steilen Gradienten. An den Meßpositionen $r/r_{0.5RMS} = \pm 0.22$ und 0 , die im Zentrum des allgemeinen Auftriebsstrahls liegen, zeigt sich eine Abnahme der positiven Amplituden. Die Häufigkeit von negativen Amplituden, die eingemischten kalten Temperaturballen aus der Anströmung entsprechen, nimmt ab.

In Abb. (5-20) sind die maximal und die minimal auftretenden Temperaturwerte $T_{MAX}(t) - \bar{T}_a$ und $T_{MIN}(t) - \bar{T}_a$ bezogen auf die mittlere Temperatur auf der Kanalachse $\bar{T}_{CL} - \bar{T}_a$ über dem Abstand x/d vom Düsenblock aufgetragen. Die Werte im linken Diagramm gelten für das Maximum der Verteilung bei $r/r_{0.5RMS} = -0.5$, die Werte im rechten Diagramm gelten für die Kanalachse mit $r/r_{0.5RMS} = 0$.

Nach dem Formierungsbereich nehmen die maximalen und die minimalen Temperaturen für alle drei Messungen einen in etwa konstanten Wert an. Die maxima-

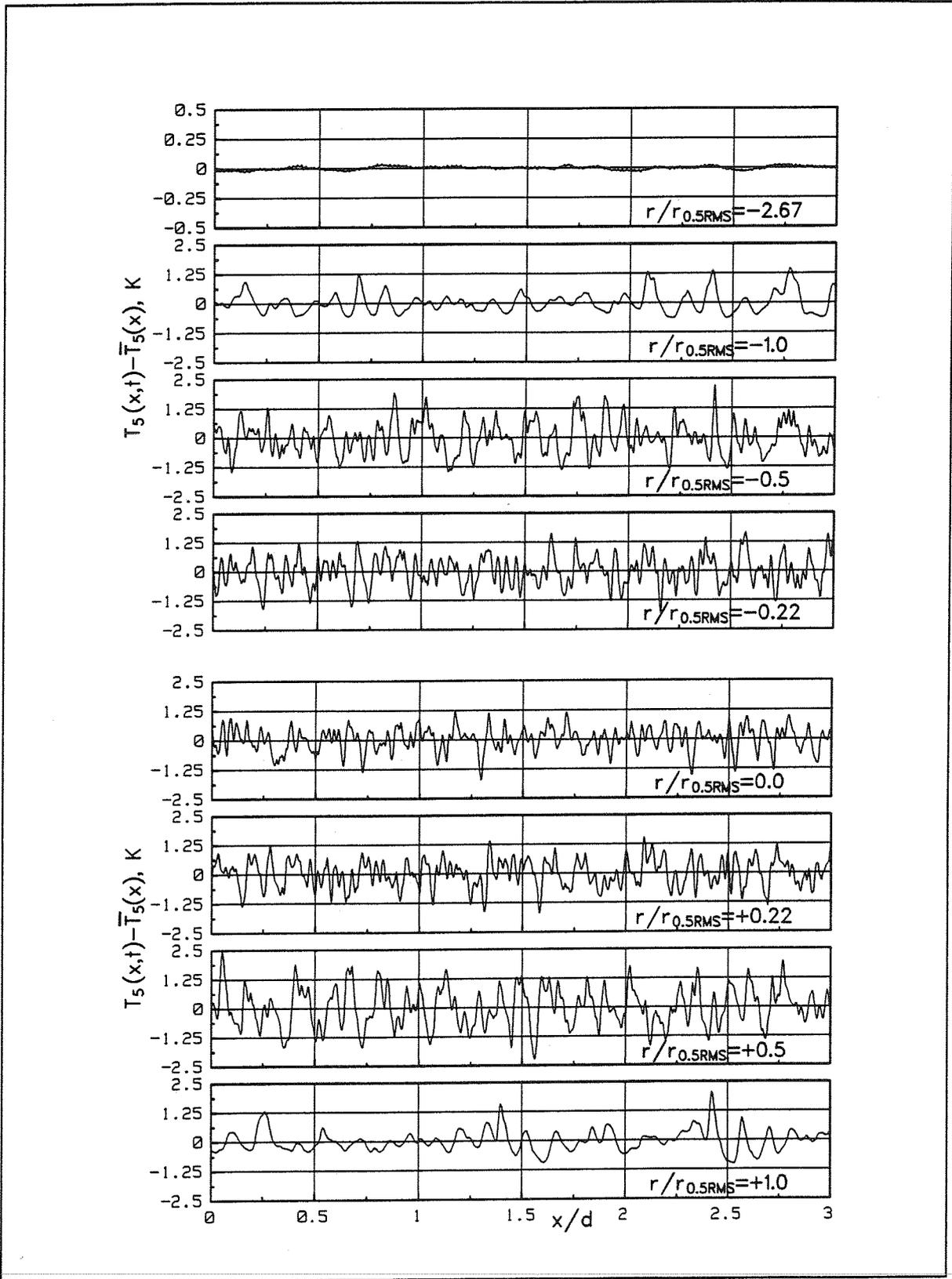


Abb. (5-19) Typischer Zeitverlauf der Temperaturschwankungen der Messung C2 für $x/d = 8$ und 8 radiale Meßpositionen.

len Temperaturen auf der Kanalachse liegen zwischen 20 % (Messung C2) und 8 % (Messung H) über der mittleren Temperatur auf der Kanalachse, die minimalen Temperaturen zwischen 20 % (Messung C2) und 10 % (Messung H) darunter.

Im Maximum der Verteilung liegen die maximalen Temperaturen zwischen 15 % über (Messung C2) und 8 % unter (Messung H) der mittleren Temperatur auf der Kanalachse. Die minimalen Werte im Maximum der Verteilung sind um etwa 20 % niedriger als die minimalen Werte auf der Kanalachse. Das entspricht gerade der radialen Abnahme der mittleren Temperatur.

Die Extremwerte der Temperaturschwankungen aller drei Messungen beschränken sich auf einen engen Bereich. Einzelne Temperaturspitzen, die deutlich oberhalb oder unterhalb der mittleren Temperatur liegen, werden nicht beobachtet. Die Temperaturschwankungen werden aufgrund der guten molekularen Wärmeleitfähigkeit von Natrium stark gedämpft.

Die minimalen Temperaturen auf der Kanalachse sind nicht weit von der mittleren Temperatur entfernt. Das heißt, daß während des Einmischvorgangs ein sehr schneller Temperatursausgleich zwischen den kalten Temperaturballen aus der Anströmung und dem heißen Strahl stattfindet. Dieser Ausgleich ist für den Auftriebsstrahl der Messung H am effektivsten.

Die maximalen Temperaturen werden auf der Kanalachse gemessen, da dort die mittlere Temperatur am größten ist.

Die Differenz zwischen minimaler und maximaler Temperatur nimmt mit abneh-

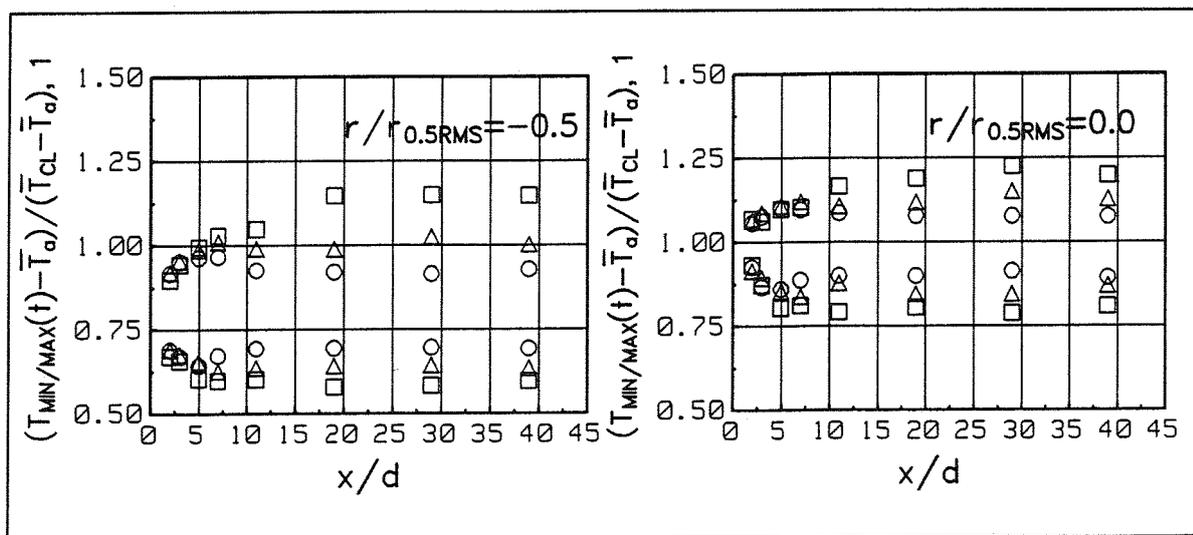


Abb. (5-20) Dimensionslose maximale und minimale Temperaturen für die Meßpositionen $r/r_{0.5RMS} = -0.5$ (links) und $r/r_{0.5RMS} = 0$ (rechts) über x/d . \square Messung C2, Δ Messung F, \circ Messung H.

mender densimetrischer Froude-Zahl ab. Das ist in Übereinstimmung mit der in Abb.(5-16) dargestellten Dämpfung der Temperaturschwankungen, die mit abnehmender densimetrischer Froude-Zahl zunimmt.

Die von Papanicolaou und List (1987) in Wasser gemessenen maximalen und minimalen Temperaturen auf der Kanalachse liegen für den Impulsstrahl um 50 % über und um 45 % unter der mittleren Temperatur. Für den Auftriebsstrahl liegen die maximalen Temperaturen um 150 % über der mittleren Temperatur. Die minimalen Temperaturen sind überall Null.

Die niedrigen minimalen Temperaturen in Wasser zeigen deutlich, daß aus der Anströmung eingemischte kalte Temperaturballen bis auf die Kanalachse gelangen, ohne daß sie nennenswert durch das Fluid des Strahls erwärmt werden. Die maximalen Temperaturen liegen deutlich über den in Natrium gemessenen Werten. In Wasser ist die Differenz zwischen den Extremwerten für den Auftriebsstrahl deutlich größer als für den Impulsstrahl.

Diese Beobachtungen machen deutlich, daß in Natrium die hohe molekulare Wärmeleitung sowohl einen schnellen Temperatursausgleich der eingemischten Temperaturballen als auch einen schnellen Abbau der Temperatur im Inneren des Strahls bewirkt. In Natrium überwiegt die molekulare Wärmeleitung den konvektiven Wärmetransport.

Um die Verteilung der Temperaturschwankungen zu verdeutlichen, ist in den Abb.(5-21) und (5-22) für die Messungen C2, F und H die normierte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF) zusammen mit einem 3 Sekunden langen Abschnitt des dazugehörigen Zeitsignals $T(t) - \bar{T}$ für die drei stellvertretend ausgewählten Abstände $x/d = 8, 20$ und 40 vom Düsenblock aufgetragen. Der Maßstab der Ordinate der Zeitsignale nimmt für die drei Abstände unterschiedliche Werte an, um die Kurvenverläufe besser darstellen zu können.

In Abb.(5-21) sind die PDF und die Zeitsignale für $r/r_{0.5RMS} = -0.5$, in Abb.(5-22) für $r/r_{0.5RMS} = 0$ dargestellt.

Die PDF ist vom mittelwertfreien Temperatursignal berechnet. Die Klassenbreite ist auf 0.08 K, die Anzahl der Klassen auf 100 festgelegt.

Die PDF zeigen für alle drei Messungen und beide Meßpositionen deutlich, daß die bei $x/d = 8$ vorhandene breite Streuung der Temperaturschwankungen durch Dämpfungseffekte stark abnimmt, was bei $x/d = 40$ eine schlanke Funktion mit einer Häufung kleiner Temperaturschwankungen um den Mittelwert bedeutet. Analog zu den Temperaturschwankungsintensitäten in Abb.(5-16), die für die Messung H am steilsten abklingen, baut sich die PDF der Messung

H am deutlichsten von einer niedrigen, breiten zu einer hohen, schlanken Funktion um.

Der Unterschied zwischen den PDF bei $r/r_{0.5RMS} = -0.5$ und $r/r_{0.5RMS} = 0$ ist, daß die Funktionen auf der Kanalachse höher und schlanker sind. Dies ist in Übereinstimmung mit den Temperaturschwankungsintensitäten, die auf der Kanalachse niedrigere Werte annehmen und auf einen kleineren Amplitudenbereich beschränkt sind.

Die in den Abb.(5-21) und (5-22) links dargestellten Zeitsignale der Temperaturschwankungen bestätigen die Beobachtungen.

Die Messungen von Papanicolaou und List (1987) in Wasser führen zu den selben qualitativen Ergebnissen.

Die PDF zeigen keine starken Abweichungen von einer Gaußschen Verteilung nach Gl.(4.43). Um dies zu bestätigen, sind in Abb.(5-23) für alle drei Messungen die Schiefe S und die Flachheit F über dem Abstand x/d vom Düsenblock eingetragen. Die Werte in den linken Diagrammen gelten für das Maximum der Verteilung, die Werte in den rechten Diagrammen für die Kanalachse. Für eine Gaußsche Verteilung beträgt die Schiefe $S = 0$ und die Flachheit $F = 3$.

Die Schiefe und die Flachheit weichen für beide Meßpositionen außerhalb des Formierungsbereichs nur wenig von denen einer Gaußschen Verteilung ab. Die einzige Ausnahme bildet die Schiefe am Maximum der Verteilung, die eine Tendenz zu positiven Werten hat. Der Grund dafür sind einzelne, heiße Temperaturballen, deren Einfluß auf die Schiefe nicht von kalten Temperaturballen kompensiert wird.

Dieses Verhalten wird durch eine Betrachtung der maximal und der minimal auftretenden Temperaturwerte deutlich.

Im Maximum des radialen Profils der Temperaturschwankungsintensität liegt die mittlere Temperatur um etwa 20 % unter der mittleren Temperatur auf der Kanalachse. Das bedeutet für den Fall verschwindender Temperaturschwankungen einen Wert von 0.8 in Abb.(5-20) links. Die bezüglich dieses lokalen Wertes deutlich höheren maximalen Temperaturen im Vergleich zu den minimalen Temperaturen belegen die positive Schiefe für $r/r_{0.5RMS} = -0.5$.

Die negativen Werte der Schiefe auf der Kanalachse für kleine Abstände x/d vom Düsenblock sind mit kalten Temperaturballen zu erklären, die aufgrund der starken Verwirbelung in den Scherschichten der Freistrahls bis auf die Kanalachse getragen werden. Die negativen Werte der Schiefe korrespondieren

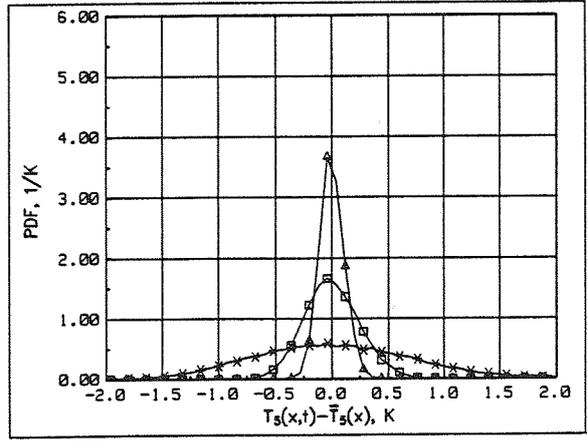
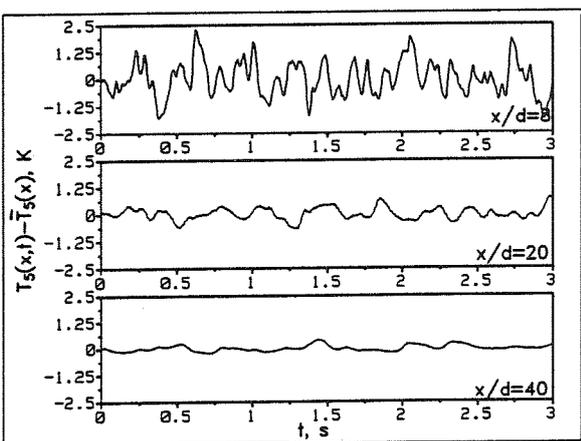
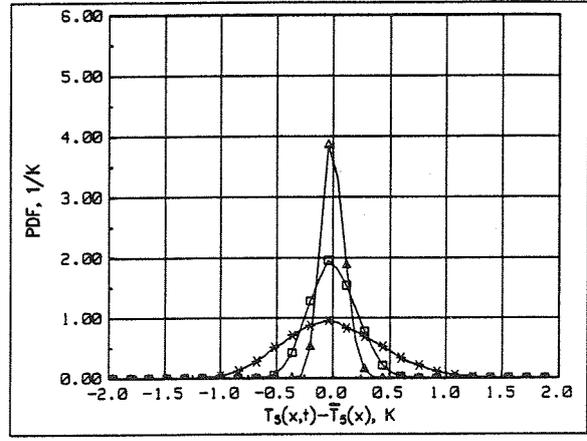
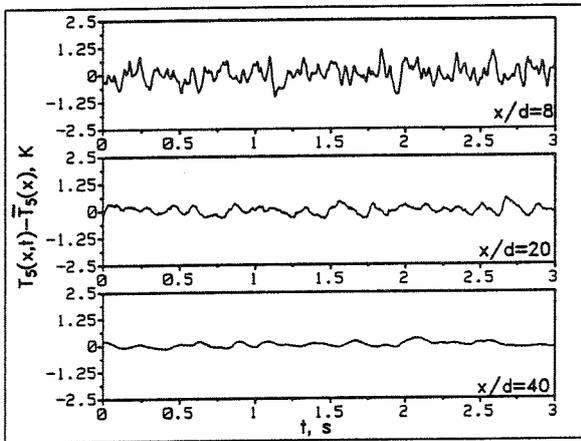
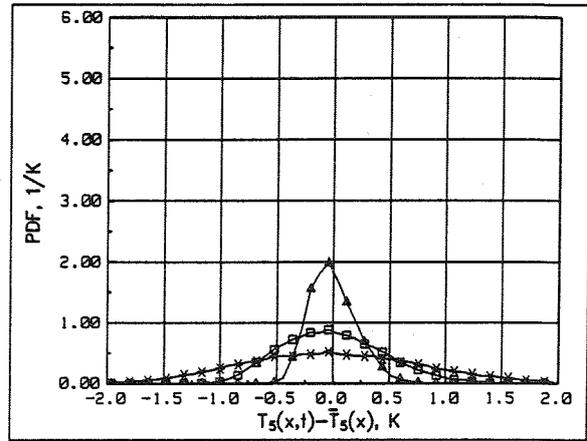
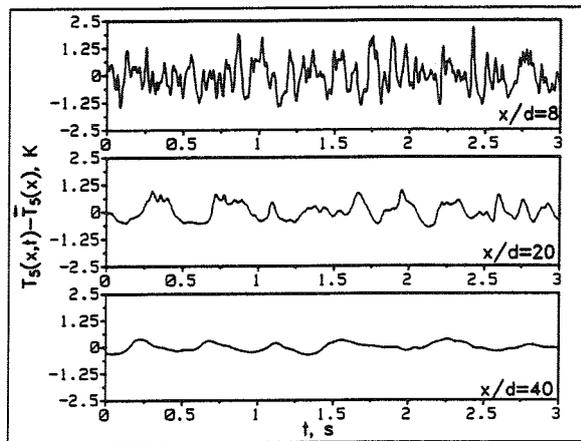


Abb. (5-21) Normierte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion PDF für die Meßposition $r/r_{0.5RMS} = -0.5$ und $x/d = 8$ (*), 20 (□) und 40 (Δ) (rech.) mit Zeitsignal der Temperaturschwankungen $T(t) - \bar{T}$ (links).
Oben Messung C2, Mitte Messung F, unten Messung H.

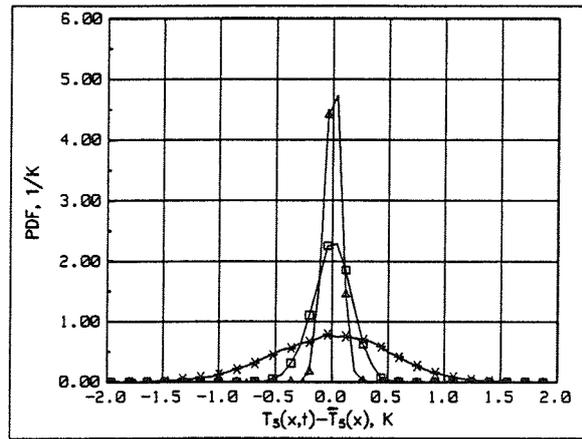
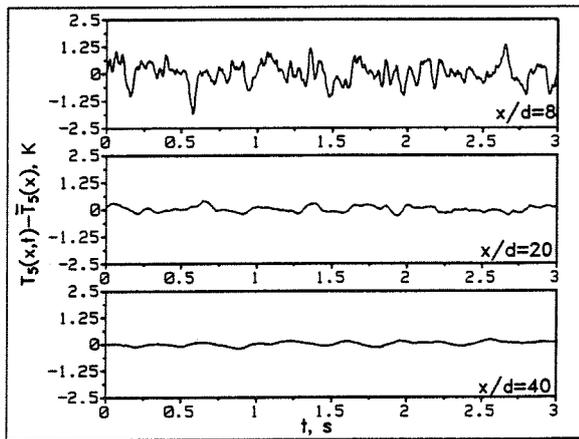
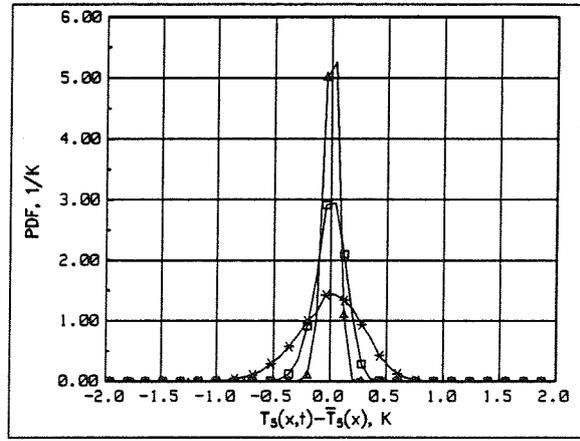
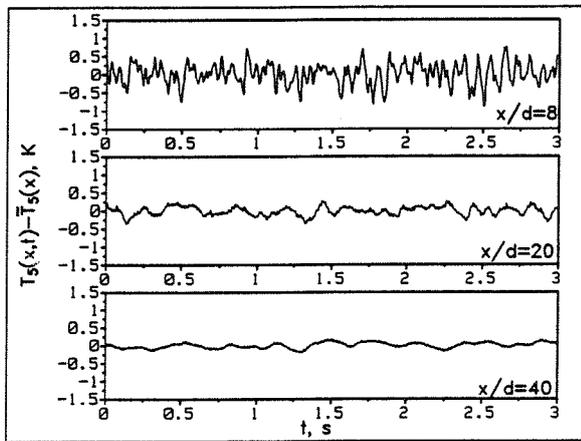
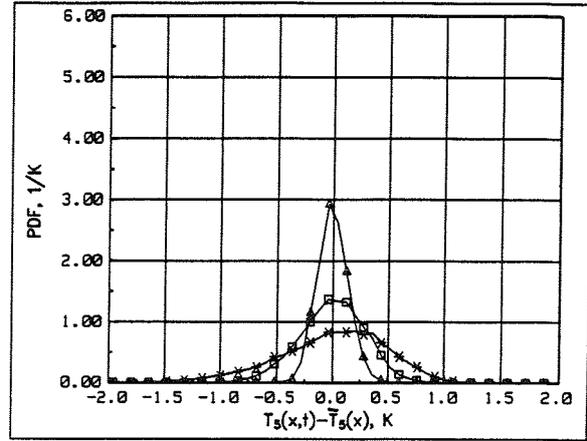
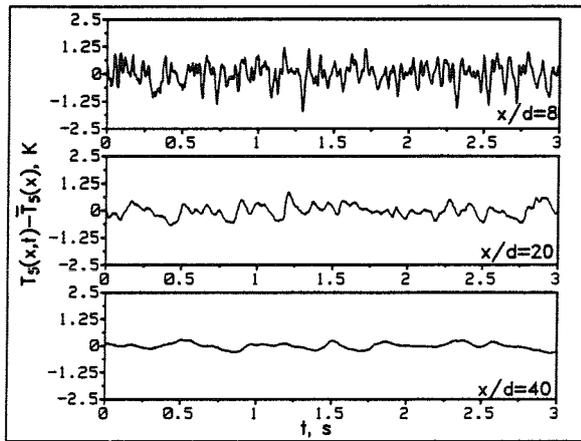


Abb.(5-22) Normierte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion PDF für die Messposition $r/r_{0.5RMS} = 0$ und $x/d = 8$ (*), 20 (□) und 40 (Δ) (rechts) mit Zeitsignal der Temperaturschwankungen $T(t) - \bar{T}$ (links).
Oben Messung C2, Mitte Messung F, unten Messung H.

mit den positiven Werten der Flachheit, die nur durch einzelne, extreme Temperaturwerte erzeugt werden können. Mit zunehmendem Abstand vom Düsenblock geht die Schiefe auf der Kanalachse für alle drei Messungen gegen Null, da die radiale Erstreckung des Freistrahls zunimmt und Temperaturgradienten zwischen den eingemischten kalten Temperaturballen und dem heißen Freistrahls ausgeglichen werden.

Die Schiefe und die Flachheit der Messung C2 liegt für kleine Abstände x/d vom Düsenblock im Vergleich zu den Messungen F und H bei betragsmäßig deutlich höheren Werten, da die starke Geschwindigkeitsüberhöhung des Freistrahls gegenüber der Anströmung bei der Messung C2 zu einer wesentlich stärkeren Verwirbelung der Strömung und somit zu einem stärkeren Queraustausch führt als bei den Messungen F und H. Ein Vergleich der Zeitsignale der Temperaturschwankungen in den Abb.(5-21) und (5-22) für $x/d = 8$ zeigt, daß bei der Messung C2 ein deutlich ausgeprägter Wechsel zwischen heißen und kalten Temperaturballen vorliegt als bei den Messungen F und H.

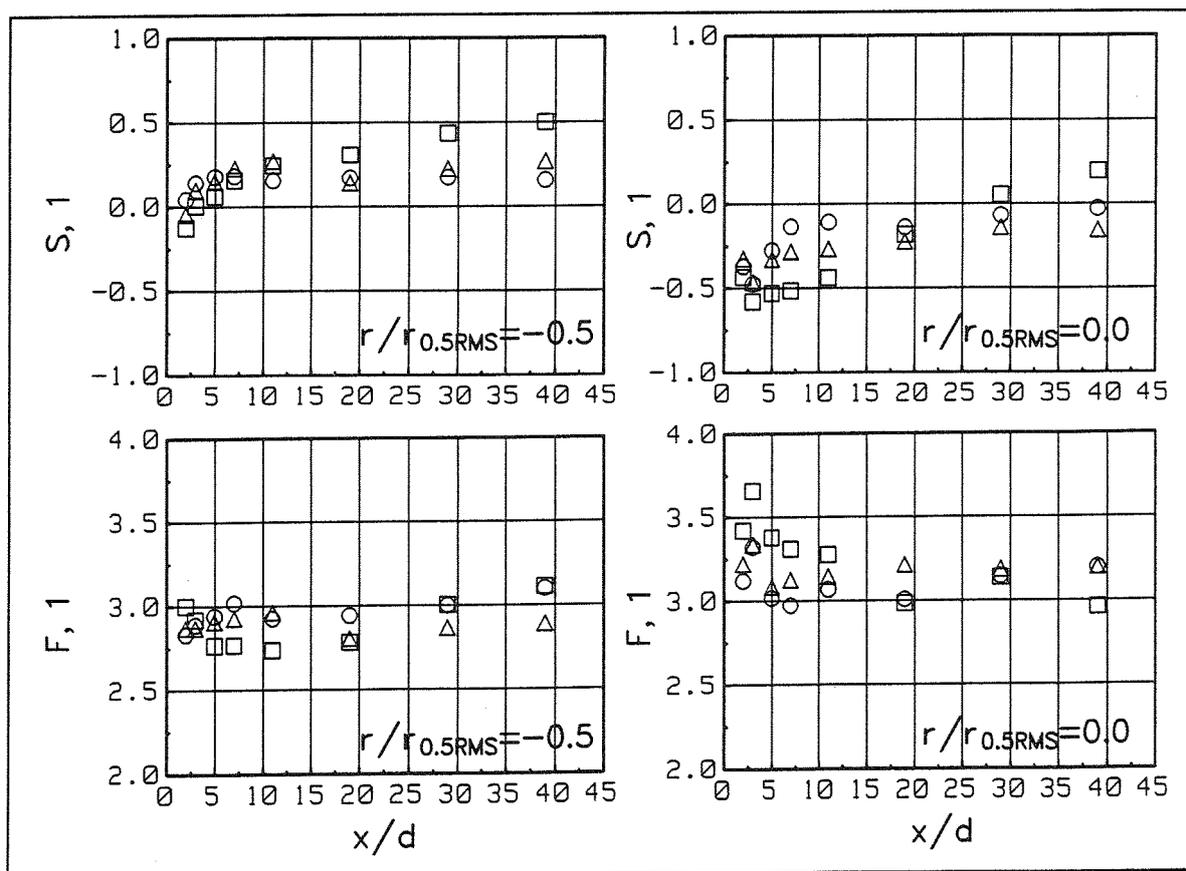


Abb. (5-23) Schiefe S und Flachheit F für die Meßpositionen $r/r_{0.5RMS} = -0.5$ (links) und $r/r_{0.5RMS} = 0$ (rechts) über x/d .
 \square Messung C2, Δ Messung F, \circ Messung H.

Eine weitere Betrachtungsweise des Zeitsignals der Temperaturschwankungen bietet das normierte Autoleistungsdichtespektrum (PSD), das die Leistungsverteilung über der Frequenz darstellt.

Die Berechnungsvorschrift nach Bendat und Piersol (1986) ist in Kapitel 4.4 angegeben und erfolgt im wesentlichen durch eine Schnelle-Fourier-Transformation (FFT) aller Signalwerte, die in 20 Datenblöcke mit jeweils 4096 Werten unterteilt werden.

In Abb.(5-24) ist das PSD für die Messung C in einem Abstand $x/d = 3$ vom Düsenblock und bei $r/r_{0.5RMS} = -0.5$ dargestellt. An dieser Position werden aufgrund der steilsten Temperaturgradienten in der Strömung die Temperaturballen mit den höchsten energietragenden Frequenzen beobachtet. Das PSD zeigt eine konstante normierte Leistungsdichte von 0.02 bis zu einer Eckfrequenz von etwa $f_0 = 40$ Hz, um dann für höhere Frequenzen sehr steil abzufallen. Die konstante normierte Leistungsdichte bis 40 Hz läßt den Schluß zu, daß das Thermoelement Frequenzen bis zu 40 Hz trägheitsfrei aufnehmen kann.

Der deutliche Abfall für Frequenzen kleiner als 1 Hz ist auf einen Hochpaß der Grenzfrequenz 1 Hz zurückzuführen. Für die Messungen F und H wird ein Hochpaß mit der Grenzfrequenz 0.1 Hz verwendet.

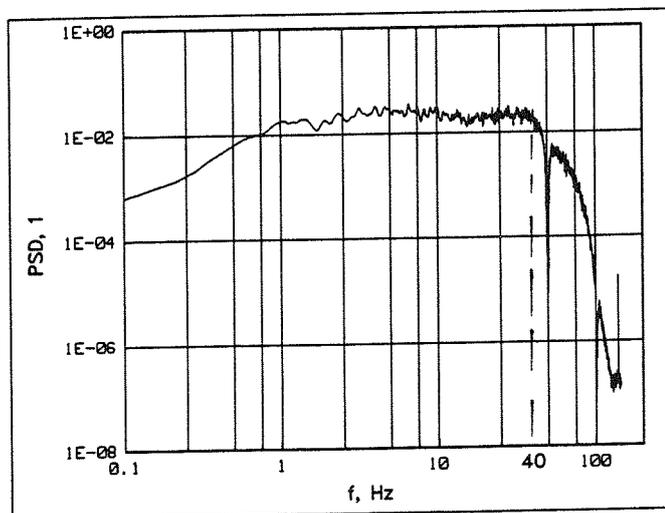


Abb.(5-24) Normiertes Autoleistungsdichtespektrum PSD der Messung C2 für die Meßposition $r/r_{0.5RMS} = -0.5$ und einen Abstand von $x/d = 3$.

Für die Messungen C2, F und H ist in Abb.(5-25) das PSD für die Meßpositionen $r/r_{0.5RMS} = -0.5$ (links) und $r/r_{0.5RMS} = 0$ (rechts) für die drei Abstände $x/d = 8, 20$ und 40 vom Düsenblock eingetragen.

Die PSD zeigen für alle drei Messungen, daß die höchsten energietragenden Frequenzen, bis zu denen die PSD einen nahezu konstanten Wert haben, mit zunehmendem Abstand x/d abnehmen. Entsprechend nimmt die Eckfrequenz f_0 ebenfalls ab. Für Frequenzen oberhalb der Grenzfrequenz zeigen die PSD einen schmalen Konvektions-Bereich ("convective subrange"), in dem die Temperaturballen räumlich gestreckt werden. Das PSD fällt mit $-5/3$ ab. Der Konvektions-Bereich wird umso ausgeprägter, je weiter die Eckfrequenz absinkt und je mehr sich das PSD dem Gleichgewichtszustand annähert. Nach dem Konvektions-Bereich fällt das PSD mit $-17/3$ ab. Der sehr steile Abfall von $-17/3$ läßt sich damit begründen, daß aufgrund der sehr kleinen molekularen Prandtl-Zahl von Natrium die Temperaturschwankungen hauptsächlich durch molekulare Wärmeleitung gedämpft werden. Dieser Bereich wird entsprechend Wärmeleitungs-Bereich ("conduction subrange") genannt. Der Übergang vom Konvektions-Bereich zum Wärmeleitungs-Bereich ist sehr scharf. Die die beiden Bereiche trennende Frequenz wird Wärmeleitungs-Cut-Off-Frequenz genannt.

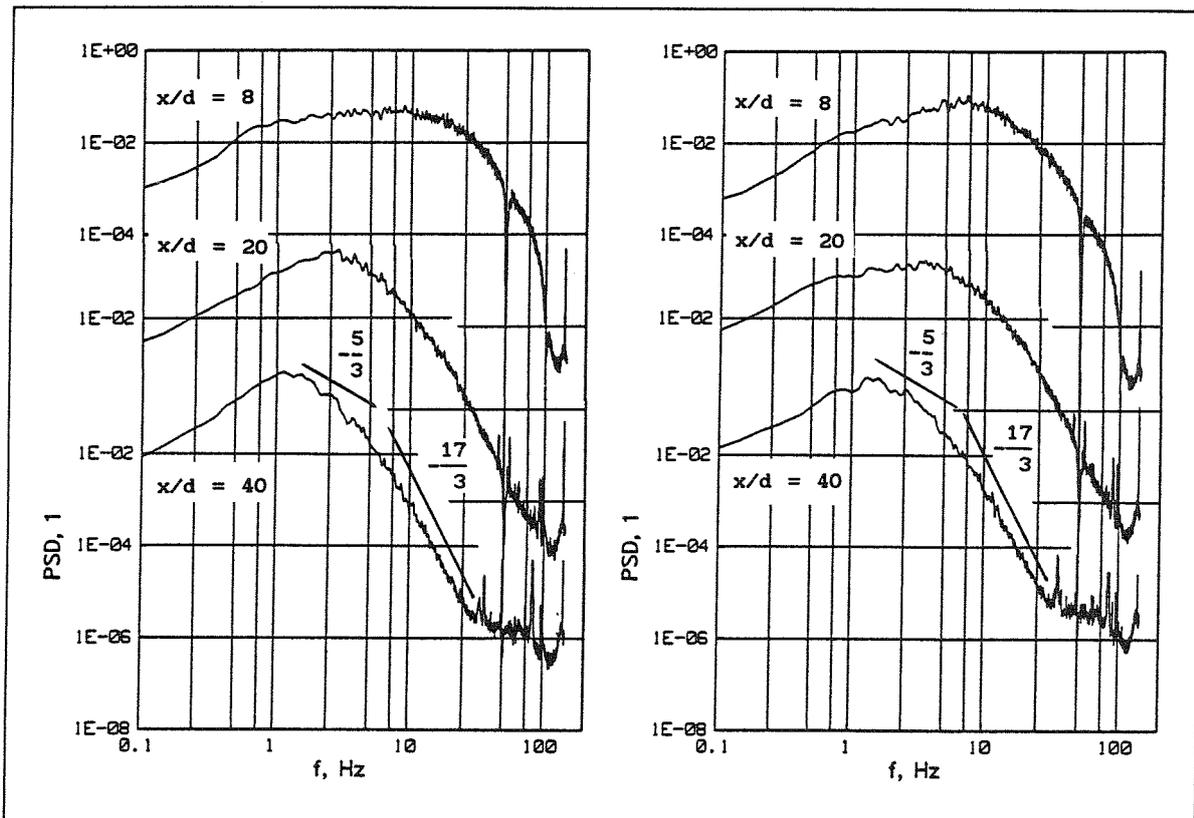


Abb. (5-25) Normiertes Autoleistungsdichtespektrum PSD für die Meßpositionen $r/r_{0.5RMS} = -0.5$ (links) und $r/r_{0.5RMS} = 0$ (rechts) und $x/d = 8, 20$ und 40 . Messung C2. (Fortsetzung)

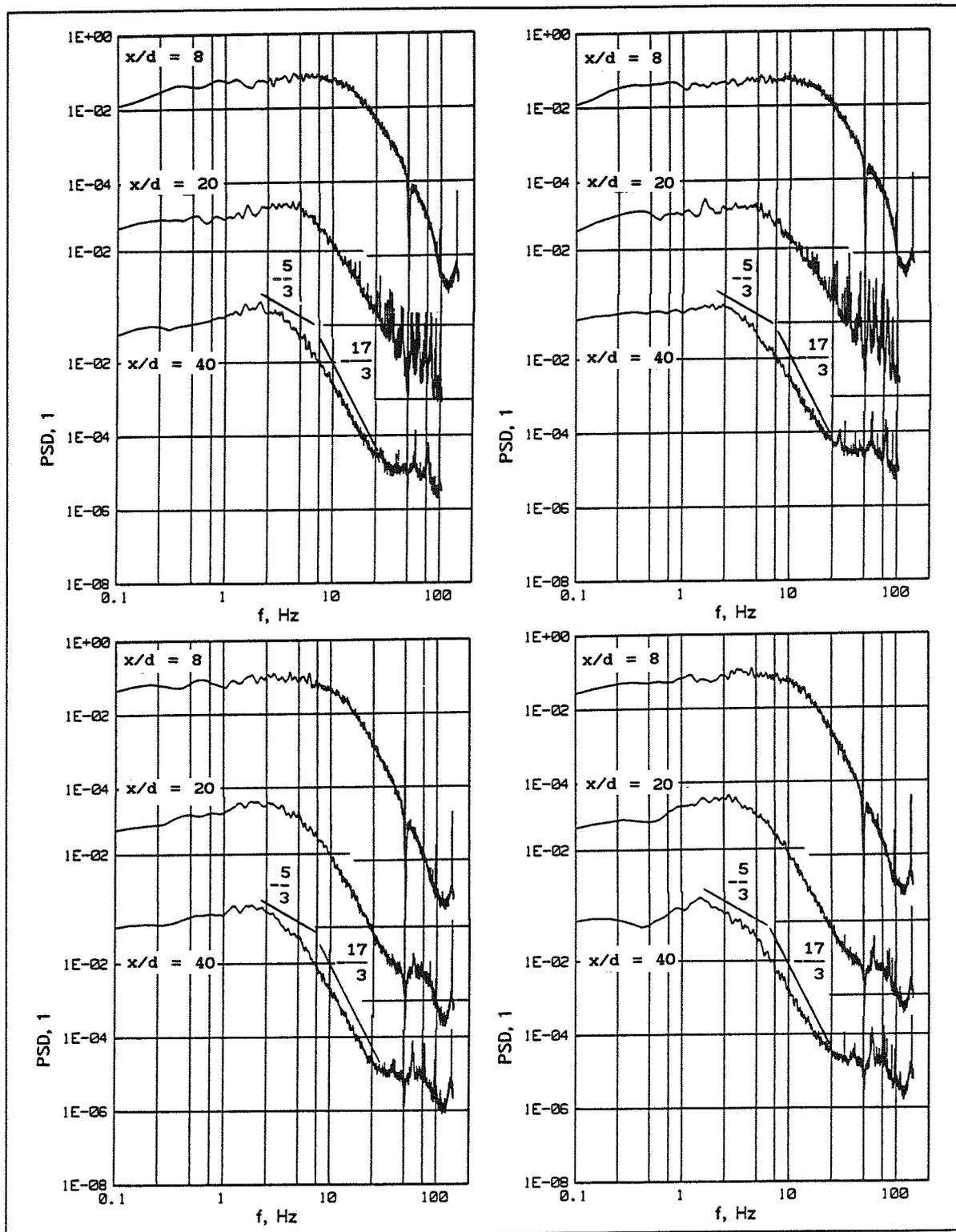


Abb. (5-25) Normiertes Autoleistungsdichtespektrum PSD für die Meßpositionen $r/r_{0.5RMS} = -0.5$ (links) und $r/r_{0.5RMS} = 0$ (rechts) und $x/d = 8, 20$ und 40 .

Oben Messung F, unten Messung H.

Turbulenzlänge L_T . Diese Länge ist ein Maß für die größte Entfernung zwischen zwei in Hauptströmungsrichtung hintereinander liegender Punkte, an denen in den Temperatursignalen gemeinsame Signalanteile vorhanden sind. Die integrale Turbulenzlänge ergibt sich nach Gl.(4.59) als Produkt aus der lokalen, mittleren Transportgeschwindigkeit \bar{u} und der Zeitkonstanten τ_0 . Sie ist für die Messungen C2, F und H in Abb.(5-27) über dem Abstand x/d vom Düsenblock eingetragen.

Die integrale Turbulenzlänge L_T nimmt für alle drei Messungen und für beide Meßpositionen mit zunehmendem Abstand x/d vom Düsenblock zu. Das kann folgendermaßen erklärt werden: Die starke Verwirbelung direkt hinter dem Düsenaustritt hat zur Folge, daß Temperaturballen nach kurzen Strecken von benachbarten Temperaturballen durchdrungen werden. Es finden starke Vermischungsprozesse statt, die nur die Bildung kleiner, räumlicher Strukturen mit dem selben Charakter des Temperaturfeldes erlauben. Dieser Vorgang ist am Maximalwert der Verteilung ausgeprägter als auf der Kanalachse, so daß die integrale Turbulenzlänge auf der Kanalachse die größeren Werte annimmt. Mit zunehmendem Abstand x/d nimmt die gegenseitige Beeinflussung und Durchdringung der Temperaturballen ab. Es entstehen immer größere Strukturen, die den selben Charakter besitzen.

Die integrale Turbulenzlänge nimmt mit abnehmender densimetrischer Froude-Zahl zu, was den Schluß zuläßt, daß Auftriebsstrahlen größere kohärente Strukturen aufweisen als Impulsstrahlen.

Dies wird von Papanicolaou und List (1987) für Messungen in Wasser bestätigt. Becker et al. (1967), Shaughnessy und Morton (1977) und Birch et al. (1978) finden für Konzentrationsmessungen in Impulsstrahlen und Luft und Methan integrale Turbulenzlängen, die für Abstände $x/d > 19$ über den hier berechneten Werten liegen. Der Grund liegt darin, daß die molekulare Diffusivität für Wärme in Natrium größer ist als die entsprechenden Diffusivitäten der Vergleichsmessungen.

In Natrium sind somit nur vergleichsweise kleinere kohärente Strukturen möglich.

5.5 Zusammenfassung der Meßergebnisse

Das Abklingverhalten von allgemeinen, achsensymmetrischen, turbulenten Auftriebsstrahlen in Natrium kann in Abhängigkeit von der densimetrischen Froude-Zahl Fr_0 am Düsenaustritt in drei Bereiche unterteilt werden.

Für große densimetrische Froude-Zahlen, wie sie für die Messung C1 mit $Fr_0 = 8123$ und die Messung C2 mit $Fr_0 = 521$ gegeben sind, verhält sich der Strahl wie ein Impulsstrahl. Für kleine densimetrische Froude-Zahlen, wie sie für die Messung H mit $Fr_0 = 43.1$ gegeben ist, verhält sich der Strahl wie ein Auftriebsstrahl. Der Impulsstrahl und der Auftriebsstrahl zeigen ein asymptotisches Verhalten.

Im Übergangsbereich von einem Impulsstrahl zu einem Auftriebsstrahl, wie es für die Messung F mit $Fr_0 = 365$ der Fall ist, wird das Abklingverhalten durch empirische Potenzansätze beschrieben.

Die drei Bereiche und damit der Charakter des allgemeinen Auftriebsstrahls lassen sich mit Hilfe des allgemeinen Maßstabes x^* nach Gl.(5.15) festlegen.

Für den Impulsstrahl (Messungen C1 und C2) gilt: $0 \leq x^* \leq 0.8$.

$$\frac{\bar{u}_{CL} - \bar{u}_a}{\bar{u}_0 - \bar{u}_a} = 6.08 \cdot \left(\frac{x}{d} + 2.84 \right)^{-1} \quad (5.25)$$

$$\frac{\bar{T}_{CL} - \bar{T}_a}{\bar{T}_0 - \bar{T}_a} = 4.01 \cdot \left(\frac{x}{d} + 0.55 \right)^{-1} \quad (5.26)$$

Für den Übergangsbereich (Messung F) gilt: $0.8 \leq x^* \leq 5.0$.

$$\frac{\bar{u}_{CL} - \bar{u}_a}{\bar{u}_0 - \bar{u}_a} = 6.62 \cdot Fr_0^{-1/6} \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho_a} \right)^{5/12} \cdot \left(\frac{x}{d} + 3.17 \right)^{-2/3} \quad (5.27)$$

$$\frac{\bar{T}_{CL} - \bar{T}_a}{\bar{T}_0 - \bar{T}_a} = 3.3 \cdot \left(\frac{x}{d} + 2.62 \right)^{-1} \quad (5.28)$$

Für den Auftriebsstrahl (Messung H) gilt: $5.0 \leq x^* \leq \infty$.

$$\frac{\bar{u}_{CL} - \bar{u}_a}{\bar{u}_0 - \bar{u}_a} = 4.32 \cdot Fr_0^{-1/3} \cdot \left(\frac{x}{d} + 5.61 \right)^{-1/3} \quad (5.29)$$

$$\frac{\bar{T}_{CL} - \bar{T}_a}{\bar{T}_0 - \bar{T}_a} = 1.95 \cdot \left(\frac{x}{d} + 0.645 \right)^{-1} \quad (5.30)$$

Die für die mittlere Geschwindigkeit und Natrium gefundenen Potenzgesetze sind für alle drei Bereiche sowohl in der Abklingkonstanten als auch in der x/d -Abhängigkeit in Übereinstimmung mit den Gesetzen, die für Fluide mit molekularen Prandtl-Zahlen größer oder gleich 0.7 bekannt sind. Die Ähnlichkeitsgesetze für den Impulsstrahl und für den Auftriebsstrahl werden bestätigt.

Der Halbwertsradius der mittleren Geschwindigkeit nimmt für alle drei Bereiche linear mit dem Abstand vom Düsenblock zu. Der Strahl wird mit zunehmendem Auftriebseinfluß schlanker.

Im Unterschied dazu zeigt die mittlere Temperatur auf der Kanalachse immer ein Abklingverhalten proportional zu $(x/d)^{-1}$. Die Abklingkonstante wird umso kleiner, je kleiner die densimetrische Froude-Zahl wird. Das Feld der mittleren Temperatur wird durch molekulare Wärmeleitung dominiert. Der Halbwertsradius der mittleren Temperatur nimmt für den Impulsstrahl linear mit dem Abstand vom Düsenblock zu. Für den Strahl im Übergangsbereich und den Auftriebsstrahl ergeben sich kleinere Halbwertsradien.

Die dimensionslosen, radialen Profile der mittleren Geschwindigkeit und der mittleren Temperatur können für alle drei Bereiche mit einer Glockenkurve nach Gauß angenähert werden. Die Profile aller Abstände x/d einer jeden Messung fallen übereinander. Die mittleren Strömungsgrößen sind selbsterhaltend.

Der Impulsfluß ist für den Impulsstrahl nahezu konstant. Für den Auftriebsstrahl ergibt sich eine deutliche lineare Zunahme. Der Strahl im Übergangsbereich zeigt bis zu einem Abstand von $x/d = 12$ einen nahezu konstanten Impulsfluß wie der Impulsstrahl. Für größere Abstände nimmt der Impulsfluß, wie es auch für den Auftriebsstrahl beobachtet wird, linear zu. Der zunehmende Einfluß von Auftriebskräften auf den Impulsfluß mit abnehmender densimetrischer Froude-Zahl Fr_0 ist deutlich zu erkennen.

Der Auftriebsfluß ist für alle Abstände und alle drei Bereiche konstant.

Die Temperaturschwankungsintensität fällt für den Impulsstrahl, den Strahl im Übergangsbereich und den Auftriebsstrahl proportional zu $(x/d)^{-1.1}$, $(x/d)^{-1.2}$ und $(x/d)^{-1.6}$ und damit schneller als die mittlere Temperatur ab.

Die Halbwertsradien von Temperaturschwankungsintensität und mittlerer Temperatur zeigen das selbe Verhalten.

Die dimensionslosen, radialen Profile der Temperaturschwankungsintensität fallen für alle Abstände x/d einer jeden Messung übereinander. Sie zeigen unabhängig von der densimetrischen Froude-Zahl ein lokales Minimum auf der Kanalachse und zwei Maximalwerte rechts und links davon. Die Temperaturschwankungsintensität ist selbsterhaltend. Ein Anstieg im Bereich der Kanalachse aufgrund einer verstärkten Produktion von Temperaturschwankungen für den Auftriebsstrahl wird nicht beobachtet. Das ist in Übereinstimmung mit dem Abklingverhalten der mittleren Temperatur auf der Kanalachse, die für alle drei Bereiche immer proportional zu $(x/d)^{-1}$ abnimmt.

Die Temperaturschwankungen sind für alle drei Bereiche sehr stark gedämpft. Die maximal beobachteten Temperaturschwankungsintensitäten betragen 1.5 % von der mittleren Temperaturüberhöhung am Düsenaustritt. Die maximal und minimal beobachteten Temperaturspitzen liegen maximal 20 % über oder unter der mittleren Temperatur auf der Kanalachse. Die starke Dämpfung der Schwankungsbewegung und das Fehlen von lokalen, sehr steilen Temperaturgradienten in der Strömung führt ab einem Abstand von etwa $x/d = 19$ zu einer Gaußschen Verteilung der Temperaturschwankungen.

Am deutlichsten ist der Einfluß der niedrigen molekularen Prandtl-Zahl von Natrium am Autoleistungsdichtespektrum zu erkennen. Es zeigt einen nur schwach ausgeprägten Konvektions-Bereich mit einem Abfall von $-5/3$, an den sich ein ausgeprägter Wärmeleitungs-Bereich mit einem Abfall von $-17/3$ anschließt. Das bedeutet, daß aufgrund der hohen, molekularen Wärmeleitfähigkeit von Natrium die Temperaturschwankungen sehr effektiv vernichtet werden. Konvektive Transportmechanismen sind von untergeordneter Bedeutung. Damit lassen sich auch die geringen, maximalen Temperaturschwankungsintensitäten erklären.

In Natrium dominiert die molekulare Diffusion deutlich gegenüber dem konvektiven Transport der Temperaturschwankungen.

Die Beobachtungen für Natrium stehen in deutlichem Gegensatz zu den für Wasser bekannten experimentellen Ergebnissen.

Dieser Aspekt wird im nächsten Kapitel im Rahmen von Aussagen zur Übertragbarkeit von thermo- und fluiddynamischen Austauschvorgängen von Wasser auf Natrium diskutiert.

5.6 Modellierung der Strömung und Übertragbarkeit Wasser/Natrium

Das vorliegende Natrium-Experiment stellt eine breite Datenbasis bezüglich der Strömungsgrößen mittlere Geschwindigkeit, mittlere Temperatur und Temperaturschwankungen dar. Anhand dieser Datenbasis können Rechenprogramme und die in ihnen verwendeten physikalischen Modelle wie das k - ϵ -Turbulenzmodell auf ihre Leistungsfähigkeit und ihre Gültigkeit für eine auftriebsbehaftete Flüssigmetallströmung untersucht werden.

Die Reynolds-Spannungen $-\rho \cdot \overline{u'_i u'_j}$ und die Reynoldsschen Wärmeströme $-\rho \cdot c_p \cdot \overline{u'_i T'}$ können für flüssige Metalle nur schwer und mit der hier verwendeten MPP-Sonde nicht gemessen werden. Der Grund liegt darin, daß die Schwankungsgeschwindigkeiten aufgrund der geringen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten sehr kleine Werte annehmen, die von der MPP-Sonde nicht mehr ausreichend genau aufgelöst werden können.

Erste experimentelle Untersuchungen zur Übertragbarkeit von thermo- und fluiddynamischen Austauschvorgängen von Wasser auf Natrium werden von Krebs und Bremhorst (1983) durchgeführt.

Sie untersuchen in der Natrium-Teststrecke TEFLU und in einer geometrisch identischen Wasser-Teststrecke einen Temperaturfreistrahler ohne Geschwindigkeitsüberhöhung gegenüber der Anströmung. Die mit der mittleren Geschwindigkeit der Anströmung und dem Kanaldurchmesser gebildete Reynolds-Zahl hat Werte von $Re_a = 1.54 \cdot 10^5$ und $Re_a = 3.08 \cdot 10^5$. Die Strömung ist voll turbulent. Die Temperatur wirkt als passiver Skalar.

Für das Wasser-Experiment zeigen das Abklingverhalten sowohl der mittleren Temperatur als auch der Temperaturschwankungen auf der Kanalachse keine Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl Re_a . Für das Natrium-Experiment fallen die mittlere Temperatur und die Temperaturschwankungen auf der Kanalachse deutlich schneller ab als für das Wasser-Experiment. Zudem zeigt das Abklingverhalten für beide Größen eine Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl Re_a . Der Grund ist die hohe molekulare Wärmeleitfähigkeit von Natrium. Mit abnehmender Reynolds-Zahl und somit abnehmender Strömungsgeschwindigkeit ergeben sich für einzelne Volumenelemente längere Verweilzeiten in gleichen Lauflängenabschnitten. Diese längeren Verweilzeiten bedeuten eine stärkere radiale Ableitung der Wärme.

Diese Beobachtung ist analog zu den in Kapitel 5.3.3 und Abb. (5-10) diskutierten Überlegungen bezüglich der Abklingkonstanten A_T .

Die Temperaturschwankungen nehmen in Natrium deutlich schneller ab als in Wasser. Für einen Abstand von $x/d = 40$ liegt die Temperaturschwankungsintensität, die mit dem Maximalwert am Düsenaustritt normiert ist, für Wasser und beide Reynolds-Zahlen bei 0.6. Für Natrium werden Werte von 0.25 und 0.125 für $Re_a = 3.08 \cdot 10^5$ und $Re_a = 1.54 \cdot 10^5$ ermittelt.

Das Autoleistungsdichtespektrum zeigt den für Flüssigmetalle charakteristischen Wärmeleitungs-Bereich mit einem Abfall von $-17/3$. Dies erklärt die starke Dämpfung der Temperaturschwankungen selbst bei hohen Reynolds-Zahlen.

Die von Krebs und Bremhorst (1983) durchgeführten Messungen zeigen wie erwartet, daß in Natrium der molekulare Diffusionsterm relativ zum turbulenten Diffusionsterm nicht vernachlässigt werden darf. In Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl werden aufgrund der molekularen Wärmeleitung unterschiedliche Abklingverhalten beobachtet.

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen von allgemeinen, achsensymmetrischen, turbulenten Auftriebsstrahlen in Natrium lassen im Vergleich mit entsprechenden Messungen in Wasser folgende Beobachtungen und daraus ableitbare Schlußfolgerungen für die Übertragbarkeit Wasser/Natrium zu:

□ Das Abklingverhalten der mittleren Geschwindigkeit auf der Kanalachse kann für die Fluide Wasser und Natrium und den Bereich der untersuchten densimetrischen Froude-Zahlen zwischen 8123 für den reinen Impulsstrahl und 43.1 für den starken Auftriebsstrahl durch die selben Abklinggesetze beschrieben werden. Die für Natrium gefundenen Abklingkonstanten sind in guter Übereinstimmung mit den für Wasser gefundenen Werten.

Das läßt darauf schließen, daß die Dynamik eines allgemeinen, achsensymmetrischen, turbulenten Auftriebsstrahls in Wasser und in Natrium mit den selben Gesetzmäßigkeiten beschrieben werden kann.

□ Das Abklingverhalten der mittleren Temperatur auf der Kanalachse wird in Natrium maßgeblich durch den Prozeß der molekularen Wärmeleitung bestimmt. Das bedeutet, daß für Natrium die mittlere Temperatur auf der Kanalachse deutlich schneller abnimmt als für Wasser. Die stark unterschiedlichen molekularen Prandtl-Zahlen von Natrium mit $Pr = 0.0059$ bei einer Temperatur von $300 \text{ }^\circ\text{C}$ und Wasser mit $Pr = 6.13$ bei einer Temperatur von $25 \text{ }^\circ\text{C}$ verdeutlichen das.

□ Die Temperaturschwankungsintensität ist in Natrium unabhängig von der

densimetrischen Froude-Zahl extrem gedämpft. Für Lauflängen größer als $x/d = 39$ liegt das Verhältnis aus Temperaturschwankungsintensität und mittlerer Temperatur auf der Kanalachse unter 4 %.

Im Unterschied dazu werden in Wasser für den Impulsstrahl Werte von etwa 20 % und für den Auftriebsstrahl von etwa 40 % gemessen. Die Schwankungsbewegung der Temperatur bleibt somit in Wasser deutlich länger erhalten als in Natrium.

Zudem wird in Wasser eine Umstrukturierung des radialen Profils der Temperaturschwankungsintensität beim Übergang von einem Impulsstrahl zu einem Auftriebsstrahl beobachtet, was zu einer deutlichen Zunahme der Temperaturschwankungsintensität im Bereich der Kanalachse führt. Diese Umstrukturierung ist zum einen auf eine deutliche Zunahme der axialen Reynoldsschen Wärmeströme zurückzuführen, die für den Auftriebsstrahl einen um den Faktor 2.5 größeren Wert aufweisen als für den Impulsstrahl. Zum anderen zeigt der Auftriebsstrahl einen stärkeren axialen Gradienten für die mittlere Temperatur als der Impulsstrahl.

Diese Beobachtungen lassen darauf schließen, daß für Natrium und den hier untersuchten Bereich von Froude-Zahlen der Anteil der Reynoldsschen Wärmeströme am diffusiven Wärmetransport gegenüber dem Anteil durch molekulare Wärmeleitung vernachlässigt werden kann.

□ Eine Untersuchung der Temperaturschwankungen im spektralen Bereich mit Hilfe des Autoleistungsdichtespektrums zeigt für Natrium unabhängig von der Froude-Zahl einen schmalen Konvektions-Bereich, an den ein ausgeprägter Wärmeleitungs-Bereich anschließt. In diesem Wärmeleitungs-Bereich fällt das Autoleistungsdichtespektrum proportional zu $f^{-17/3}$ ab. Die Temperaturschwankungen werden extrem gedämpft.

Im Unterschied dazu wird in Wasser für den Wärmeleitungs-Bereich mit einer Proportionalität zu f^{-3} ein deutlich geringerer Abfall beobachtet. Das ist in Übereinstimmung mit den Temperaturschwankungsintensitäten, die in Wasser bei deutlich höheren Werten liegen als in Natrium.

Für die Modellierung eines allgemeinen, achsensymmetrischen, turbulenten Auftriebsstrahls in Natrium können anhand der Meßergebnisse folgende Aussagen, die im einzelnen durch Simulationsrechnungen erhärtet werden müssen, getroffen werden:

□ Mit dem Standard k - ϵ -Turbulenzmodell nach Tabelle (2-1) werden die Reynolds-Spannungen $-\rho \cdot \overline{u'_i u'_j}$ nach Gl. (2.11) über die Wirbelviskosität ν_t und

die Reynoldsschen Wärmeströme $-\rho \cdot c_p \cdot \overline{u'_i T'}$ nach Gl.(2.13) über die Wirbel-diffusivität Γ_t modelliert. Mit Hilfe der Modellkonstanten der turbulenten Prandtl-Zahl σ_t werden die beiden turbulenten Transportkoeffizienten von Impuls und Wärme nach Gl.(2.15) in ein konstantes Verhältnis zueinander gesetzt. Das bedeutet, daß die turbulente Diffusion von Wärme über die Modellkonstante der turbulenten Prandtl-Zahl starr an die turbulente Diffusion von Impuls gekoppelt ist.

Anhand der für allgemeine Auftriebsstrahlen in Natrium gefundenen Meßergebnisse ist diese einfache Modellierung der Korrelationen $\overline{u'_i u'_j}$ und $\overline{u'_i T'}$ zusammen mit einer konstanten turbulenten Prandtl-Zahl σ_t nicht ausreichend und kann zu falschen Ergebnissen führen.

Diese Aussage wird von Bremhorst und Krebs (1992) für Impulsstrahlen bestätigt. Sie finden, daß die turbulente Prandtl-Zahl in Natrium für kleine Strömungsgeschwindigkeiten eine Abhängigkeit von der Geschwindigkeit selbst zeigt. Die turbulente Prandtl-Zahl steigt mit abnehmender Geschwindigkeit auf Werte größer als 0.7 an.

Die Geschwindigkeitsabhängigkeit der turbulenten Prandtl-Zahl wird mit dem ausgeprägten Wärmeleitungs-Bereich des Autoleistungsdichtespektrums der Temperaturschwankungen begründet. Für den Wärmeleitungs-Bereich existiert trotz eines stark turbulenten Geschwindigkeitsfeldes und trotz vorhandener Gradienten der mittleren Temperatur keine nennenswerte turbulente Diffusion von Wärme. Der Wärmeaustausch wird von molekularer Wärmeleitung dominiert. Die Einführung einer konstanten turbulenten Prandtl-Zahl für Fluide mit sehr kleinen molekularen Prandtl-Zahlen widerspricht somit der Physik.

□ Eine genauere Beschreibung von allgemeinen Auftriebsstrahlen läßt sich unter Verwendung des in Tabelle (2-3) angegebenen k - ϵ - T'^2 -Turbulenzmodells in Kombination mit einem algebraischen Spannungs-/Flußmodell erreichen. In diesem Modell werden die Korrelationen $\overline{u'_i u'_j}$ und $\overline{u'_i T'}$ durch algebraische Gleichungen beschrieben. Die turbulente Prandtl-Zahl kann als vom Auftriebseinfluß abhängige Größe verstanden werden.

Die in diesem Modell auftretenden Modellkonstanten, die für Fluide mit molekularen Prandtl-Zahlen größer oder gleich 0.3 gut validiert sind, müssen gegebenenfalls für Natrium modifiziert werden.

□ Die sehr geringen Werte für die Temperaturschwankungsintensität in Natrium lassen nach Abb.(2-1) auf eine schwache Kopplung zwischen T'^2 und $\overline{u'_i T'}$ und somit auf eine schwache Auftriebsproduktion von kinetischer Energie der Turbulenz k durch die Korrelation $\overline{u'_i T'}$ schließen. Die zur

Modellierung insbesondere der Transportgleichung für $\overline{T'^2}$ eingeführten Modellkonstanten lassen eine Modifikation für Natrium erwarten.

Die Aussagen zur Modellierung eines allgemeinen Auftriebsstrahls in Natrium werden aus einer Interpretation der Meßergebnisse abgeleitet. Ein endgültiger Nachweis dieser Aussagen kann nur durch Simulationsrechnungen erfolgen. Für diese Simulationsrechnungen steht eine breite Datenbasis zur Verfügung.

6. Schlußbetrachtung

In der Natrium-Teststrecke TEFLU werden mit einer temperaturkompensierten Miniatur-Permanentmagnet-Potentialsonde (MPP-Sonde) zeitgleich die mittlere Geschwindigkeit, die mittlere Temperatur und die Temperaturschwankungsintensität in allgemeinen, achsensymmetrischen, turbulenten Auftriebsstrahlen erfolgreich untersucht.

Das Prinzip der MPP-Sonde beruht auf dem Faradayschen Induktionsgesetz. Mit dieser MPP-Sonde ist es erstmals möglich, in Flüssigmetallen mittlere Geschwindigkeiten größer als 0.05 m/s mit einer relativen statistischen Fehlergrenze von $\pm 6.8 \%$ zu messen. Die Beeinflussung der Sondersignale durch Temperaturgradienten, die über die MPP-Sonde vorliegen, kann durch eine Eichmessung eliminiert werden.

Die MPP-Sonde hat trotz eines Außendurchmessers von nur 2.5 mm eine sehr hohe Empfindlichkeit von etwa $47 \mu\text{V}/(\text{m/s})$.

Der Einsatzbereich der MPP-Sonde wird erfolgreich auf Strömungen mit großen Temperaturgradienten und niedrigen Absolutgeschwindigkeiten unter gleichzeitiger Erhöhung der relativen Meßgenauigkeit entscheidend erweitert.

Das Ausbreitungsverhalten von allgemeinen, achsensymmetrischen, turbulenten Auftriebsstrahlen ist für Fluide mit molekularen Prandtl-Zahlen größer oder gleich 0.7 ausgiebig untersucht und bekannt. Die vorliegenden experimentellen Ergebnisse erweitern diese Untersuchungen erstmals auf Flüssigmetalle, das heißt auf Fluide mit sehr kleinen molekularen Prandtl-Zahlen.

Die experimentellen Ergebnisse gestatten es, für einen weiten Bereich von densimetrischen Froude-Zahlen Abklinggesetze für die mittlere Geschwindigkeit und die mittlere Temperatur entlang der Kanalachse und die radialen Profile dieser Strömungsgrößen zu definieren. Die Abklinggesetze für die mittlere Geschwindigkeit bestätigen die für den Impulsstrahl und den Auftriebsstrahl bekannten Ähnlichkeitsgesetze. Die densimetrischen Froude-Zahlen am Strahlaustritt reichen von 8123 für eine reine Zwangsströmung bis zu 43.1 für eine starke Auftriebsströmung.

Die Untersuchungen dieser Arbeit sind von besonderem Interesse, da sie erstmals durch einen direkten Vergleich mit geometrisch ähnlichen Experimenten in Wasser den Einfluß der molekularen Prandtl-Zahl auf eine Auftriebsströmung erlauben. Wasser wird als Modellfluid für das in Schnellen Brutreaktoren als Kühlmittel verwendete Natrium eingesetzt. Unterschiede in

den thermo- und fluiddynamischen Austauschvorgängen zwischen Wasser und Natrium können somit direkt angegeben werden.

Der maßgebliche Unterschied zwischen Wasser und Natrium zeigt sich in der um zwei Zehnerpotenzen größeren molekularen Wärmeleitfähigkeit von Natrium gegenüber Wasser. Sowohl das Feld der mittleren Temperatur als auch das Feld der Temperaturschwankungen werden maßgeblich durch den Prozeß der molekularen Diffusion von Wärme bestimmt. Die Temperaturschwankungen sind in der gesamten Strömung so stark gedämpft, daß der Einfluß der Reynoldsschen Wärmeströme auf die Strömung ohne Bedeutung ist.

Für die Modellierung von turbulenten Auftriebsströmungen in Flüssigmetallen mit Hilfe von physikalischen Modellen wie zum Beispiel dem k - ϵ -Turbulenzmodell lassen diese experimentellen Beobachtungen darauf schließen, daß die für Wasser validierten Modellgleichungen und Modellkonstanten nicht geschlossen auf Natrium übertragen werden können.

Ein nächster, auf dieser experimentellen Arbeit aufbauender Schritt ist die Simulation der untersuchten allgemeinen, achsensymmetrischen, turbulenten Auftriebsstrahlen mit den Rechenprogrammen, die im Rahmen des Forschungs- und Entwicklungsprogramms zum Europäischen Natriumgekühlten Schnellen Brutreaktor EFR eingesetzt werden.

Die noch offenen Fragen zur Modellierung von auftriebsbehafteten Flüssigmetallströmungen können somit teilweise beantwortet werden.

7. Literaturverzeichnis

Abraham G., (1960)

Jet Diffusion in a Liquid of Greater Density, J. Hydr. Div. ASCE HY6, 1-13.

Antonia R.A., Prabhu A., Stephenson S.E., (1975)

Conditionally Sampled Measurements in a Heated Turbulent Jet, J. Fluid Mech. 72, 455-480.

Axcell B.P., (1990)

Non-Linearity and Thermo-Electric Effects in a Miniature Permanent Magnet Flow Meter, Department of Engineering Rept. No. BPA1-1/VT, University of Manchester, Manchester UK.

Axcell B.P., Walton A., (1991)

Thermo-Electric Effects in Miniature Permanent Magnet Probes Used for Velocity Measurement in Flowing Sodium, Paper presented at the Special Session: 2nd World Conference on Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics, Dubrovnik, Yugoslavia.

Batchelor G.K., (1958)

Small-Scale Variation of Convected Quantities Like Temperature in Turbulent Fluid, Part 1. General Discussion and the Case of Small Conductivity, J. Fluid Mech. 5, 113-133.

Batchelor G.K., Howells I.D., Townsend A.A., (1958)

Small-Scale Variation of Convected Quantities Like Temperature in Turbulent Fluid, Part 2. The Case of Large Conductivity, J. Fluid Mech. 5, 134-139.

Becker H.A., Hottel H.C., Williams G.C., (1967)

The Nozzle-Fluid Concentration Field of the Round Turbulent Free Jet, J. Fluid Mech. 30, 285-303.

Bendat J.S., Piersol A.G., (1986)

Random Data - Analysis and Measurement Procedures, 2nd Ed., Wiley-Interscience, USA.

Birch A.D., Brown D.R., Dodson M.G., Thomas J.R., (1978)

The Turbulent Concentration Field of a Methane Jet, J. Fluid Mech. 88, 431-449.

Bradschaw P., Cebeci T., (1981)

Engineering Calculation Methods for Turbulent Flow, Academic Press.

Bremhorst K., Krebs, L., (1989)

Turbulent Prandtl Number in Liquid Sodium from Measurements of Mean Velocity and Temperature in a Heated Jet, 4th Int. Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal-Hydraulics, 764-768, Karlsruhe.

Bremhorst K., Krebs, L., (1992)

Experimentally Determined Turbulent Prandtl Numbers in Liquid Sodium at Low Reynolds Numbers, Int. J. Heat Mass Transfer 35, 351-359.

British Standard Institution, (1981)

BS 1042 Section 1.1.

Bunschi H., (1976)

Turbulente Temperaturschwankungen in flüssigem Natrium, Dissertation 5890, Eidgenössische Technische Hochschule, Zürich, Schweiz.

Chen C.J., Rodi W., (1975)

A Review of Experimental Data of Vertical Turbulent Buoyant Jets, Rept. SFB 80/T/69, Universität Karlsruhe.

Chen C.J., Rodi W., (1980)

Turbulent Buoyant Jets - A Review of Experimental Data, HMT Vol.4, Pergamon Press.

Chevray R., Tutu N.K., (1978)

Intermittency and Preferential Transport of Heat in a Round Jet, J. Fluid Mech. 88, 133-160.

Corrsin S., (1943)

Investigation of Flow in an Axially Symmetric Heated Jet of Air, NACA Wartime Report W-94.

Corrsin S., Uberoi M.S., (1949)

Further Experiments on the Flow and Heat Transfer in a Heated Turbulent Air Jet, NACA TN 1865.

Corrsin S., (1951)

On the Spectrum of Isotropic Temperature Fluctuations in an Isotropic Turbulence, J. Appl. Phys. 22, 469.

Daly B.J., Harlow F.H., (1970)

Transport Equations in Turbulence, Physics of Fluids 13, 11, 2634-2649.

Domanus H.M., Sha W.T., Schmitt R.C., Shah V.L., Chen F., Miao C., (1985a)
COMMIX-1B: A Three-Dimensional Transient Single-Phase Computer Program for Thermal Hydraulic Analysis of Single and Multicomponent Systems, Vol. I: Equations and Numerics, NUREG/CR-4348 Vol.I, ANL-85-42.

Domanus H.M., Sha W.T., Schmitt R.C., Shah V.L., Chen F., Miao C., (1985b)
COMMIX-1B: A Three-Dimensional Transient Single-Phase Computer Program for Thermal Hydraulic Analysis of Single and Multicomponent Systems, Vol. II: User's Manual, NUREG/CR-4348 Vol.II, ANL-85-42.

Fenton A.W., (1969)

Errors in Thermoelectric Thermometers, Proc. of the Institution of Electrical Engineers, Vol. 116 No. 7, 1277-1285.

Fenton A.W., (1971)

The Travelling Gradient Approach to Thermocouple Research, 5th Symp. on Temperature, 1973-1990, Washington USA.

Fischer H.B., List E.J., Koh R.C.Y., Imberger J., Brooks N.H., (1979)

Mixing in Inlands and Coastal Waters, Academic Press.

Forstall W., Gaylord E.W., (1955)

Momentum and Mass Transfer in a Submerged Water Jet, ASME E.: J. Appl. Mech. 22, 161-164.

Fuchs H., (1972)

Wärmeübergang an strömendes Natrium, Dissertation 5110, Eidgenössische Technische Hochschule, Zürich, Schweiz.

Gebhart B., Jaluria Y., Mahajan R.L., Sammakia B., (1988)

Buoyancy-Induced Flows and Transport: Reference Edition, Springer-Verlag.

George W.K., Alpert R.L., Tamanini F., (1976)

Turbulence Measurements in an Axisymmetric Plume, Factory Mutual Research Rept. No. 22359-2.

Golden G.H., Tokar J.V., (1967)

Thermophysical Properties of Sodium, ANL-Rep. 7223, Argonne IL USA.

Grandmaison E.W., Rathgeber D.E., Becker H.A., (1977)

Some Characteristics of Concentration Fluctuations in Free Turbulent Jets, In Preprints, Symp. on Turbulent Shear Flows, Penn. State Univ., 15.21-29.

Hall C.A., Porsching T.A., Dougall R.S., (1980)

EPRI-Rept. NP-1416.

Harlow F., Nakayama P.I., (1967)

Turbulence Transport Equations, *Physics of Fluids* 10, 2323-2332.

Harlow F., Nakayama P.I., (1968)

Transport of Turbulence Energy Decay Rate, Los Alamos Scientific Laboratory, Univ. of California, Rept. LA-3854, UC-34, Physics, TID-4500.

Hayashi T., Ito M., (1974)

Initial Dilution of Effluent Discharging Into Stagnant Sea Water, Int. Sym. Disch., Sewage from Sea Outfalls, 26.1-6, London UK.

Hinze J.O., (1975)

Turbulence, 2nd Ed., McGraw Hill Book Company.

Hoffmann H., Sardain P., Webster R., (1991)

The European R+D-Program on Natural Convection Decay Heat Removal for the EFR, Int. Conf. on Fast Reactors and Related Fuel Cycles, Vol.2, 13.5.1-9, Kyoto, Japan.

Hoffmann H., Weinberg D., Webster R., (1991)

Investigation on Natural Convection Decay Heat Removal for the EFR-Status of the Program, IAEA-Spec. Meeting IGWFR/85, 83-89, Mito, Japan.

Hoffmann H., Weinberg D., (1992)

Investigations on Natural Convection Decay Heat Removal for the EFR Using Various Model Geometries, Int. Conf. on Design and Safety of Advanced Nuclear Power Plants, Vol.3, 26.2.1-7, Tokyo, Japan.

Horanyi, S, Krebs, L., (1986)

Experimental Investigations of Temperature Fluctuations in Subchannels of Sodium Cooled 4 Rod Bundle TEGENA, ASME Winter Annual Meeting Anaheim, In: Pressure and Temperature Measurements, HTD-Vol.58, 35-44.

Horanyi, S, Krebs, L., (1988)

Temperature Compensated Miniature Permanent Magnet Flowmeter For Liquid Metal, First World Conf. on Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics, 279-285, Dubrovnik, Yugoslavia.

Hossain, M.S., (1980)

Mathematische Modellierung von turbulenten Auftriebsströmungen, Dissertation, Institut für Hydromechanik, Universität Karlsruhe.

Hossain, M.S., Rodi W., (1982)

A Turbulence Model for Buoyant Flows and Its Application to Vertical Buoyant Jets, in HMT Vol. 6, ed. W. Rodi, Pergamon Press.

Jischa M., (1982)

Konvektiver Impuls-, Wärme- und Stoffaustausch, Vieweg, Braunschweig Wiesbaden BR Deutschland.

Kollie T.G., Horton J.L., Carr K.R., Herskovitz M.B., Mossman C.A., (1975)

Temperature Measurement Errors With Type K (Chromel vs Alumel) Thermocouples Due To Short-Ranged Ordering in Chromel, Rev. Sci. Instrum., Vol. 46 No. 11., 1447-1461.

Kolmogorov A.N., (1942)

Equation of Turbulent Motion of an Incompressible Turbulent Fluid, Jzw. Akad. Nauk. SSR, Seria Tizicheska VI., No. 1-2, 56-58; Engl. Übersetzung: Imperial College, Mechanical Engineering Department Rept. ON/6 (1968).

Kotsovinos N.E., (1985)

Temperature Measurements in a Turbulent Round Plume, Int. J. Heat Mass Transfer 28, 771-777.

Kotsovinos N.E., Angelidis P.B., (1991)

The Momentum Flux in Submerged Jets, J. Fluid Mech. 229, 453-470.

Krebs L., (1979)

Ausbreitung von Temperaturstörungen in begrenzter Strömung hinter einem Düsenblock, Dissertation KfK 2846, Kernforschungszentrum Karlsruhe.

Krebs L., Bremhorst K., (1983)

Verification of the Extended Gradient Diffusion Model by Measurements of the Mean and Fluctuating Temperature Fields in Sodium Flow Downstream of a Multi-Bore Jet Block, 4th Symposium on Turbulent Shear Flows 17.1-5, Karlsruhe, BR Deutschland.

Launder B.E., Spalding D.B., (1974)

The Numerical Computation of Turbulent Flows, Comput. Meth. in Applied Mech. and Eng., Vol. 3, 269-289.

List E.J., (1982a)

Turbulent Jets and Plumes, Ann. Rev. Fluid Mech. 14, 189-212.

List E.J., (1982b)

Mechanics of Turbulent Buoyant Jets and Plumes, In Turbulent Buoyant Jets and Plumes, 1-68, ed. W. Rodi, Pergamon Press.

Lumley J.L., Khajeh-Nouri, B., (1974)

Computational Modeling of Turbulent Transport, In Turbulent Diffusion in Environmental Pollution, ed. F.N. Frenkiel and R.E. Munn, Academic Press.

Mersmann A., (1962)

Druckverlust und Schaumhöhen von gasdurchströmten Flüssigkeitsschichten auf Siebböden, VDI-Forschungsheft 491, VDI Verlag, Düsseldorf BR Deutschland.

Mizushima T., Ogino F., Veda H., Komori S., (1979)

Application of Laser-Doppler Velocimetry for Turbulence Measurement in Non-Isothermal Flow, Proc. R. Soc. London A366, 63-79.

Müller St., Thun G., (1977)

Permanentmagnetische Durchflußmesser-Sonde für flüssige Metalle, KfK 2479, Kernforschungszentrum Karlsruhe.

Nakagome H., Hirata M., (1977)

The Structure of Turbulent Diffusion in an Axi-Symmetrical Thermal Plume, Proceeding of 1976 ICHMT Seminar on Turbulent Buoyant Convection, 361-372, Hemisphere Publishing Corporation.

Obukhoff A.M., (1949)

Izv. Akad. Nauk, SSSR, Geogr. i Geofiz. 13, 58.

Ogino F., Takeuchi H., Kudo I., Mizushima T., (1980)

Heated Jet Discharged Vertically into Ambient of Uniform and Linear Temperature Profile, Int. J. Heat Mass Transfer 23, 1581-1588.

Ogino F., Takeuchi H., Ohki M., Mizushima T., (1981)

Turbulence Measurements in an Axisymmetric Buoyant Jet, Proc. 3rd Symp. on Turbulent Shear Flows, Vol.9, 25-30, Davis CA USA.

Ogino F., Takeuchi H., Wada H., Mizushima T., (1983)

Buoyancy Effects on Turbulence in Axisymmetric Turbulent Buoyant Jets, Proc. IUTAM Symp. on Turbulent and Chaotic Phenomena in Fluids, 495-500, Kyoto Japan.

Panchapakesan N.R., Lumley J.L., (1993)

Turbulence Measurements in Axisymmetric Jets of Air and Helium. Part 2. Helium Jet. J. Fluid Mech. 246, 225-247.

Papanicolaou P.N., List E.J., (1987)

Statistical and Spectral Properties of Tracer Concentration in Round Buoyant Jets, *Int. J. Heat Mass Transfer* 30, 2059-2071.

Papanicolaou P.N., List E.J., (1988)

Investigations of Round Vertical Turbulent Buoyant Jets, *J. Fluid Mech.* 195, 341-391.

Powell R.L., Hall W.J., Hyink C.H., Sparks L.L., Burns G.W., Scroger M.G., Plumb H.H., (1974)

Thermocouple Reference Tables, based IPTS-68, U.S. Department of Commerce.

Prandtl L., (1945)

Über ein neues Formelsystem für die ausgebildete Turbulenz, *Nachr. Akad. Wiss., Math.-phys. Kl., Göttingen.*

Pryputniewicz R.J., Bowley W.W., (1975)

An Experimental Study of Vertical Buoyant Jets Discharging Into Water of Finite Depth, *ASME, Journal of Heat Transfer*, 274-281.

Ramaprian B.R., Chandrasekhara M.S., (1983)

Study of Vertical Plane Turbulent Jets and Plumes, *IIHR Rept. No. 257, Iowa Institute of Hydraulic Research.*

Reimche W., Stegemann D., Montes M., (1985)

Velocity Profile and Flow Measurements in Liquid Sodium by Signal Correlation Flowmeters, *Progress in Nuclear Energy* 15, 727-734.

Ricou F.P., Spalding D.B., (1961)

Measurements of Entrainment by Axisymmetrical Turbulent Jets, *J. Fluid Mech.* 11, 21-32.

Ricou, R., Vives C., (1982)

Local Velocity and Mass Transfer Measurement in Molten Metals Using an Incorporated Magnet Probe, *Int. J. Heat Mass Transfer* 25, 1579-1588.

Rodi, W., (1971)

On the Equation Governing the Rate of Turbulent Energy Dissipation, *Imperial College, Mechanical Engineering Department Rept. TM/TN/A/14.*

Rodi, W., (1975)

A Review of Experimental Data of Free Turbulent Boundary Layers, In *Studies in Convection, Theory, Measurements and Applications*, ed. B.E. Launder, Academic Press, London UK.

- Rouse H., Yih C.S., Humphreys H.W., (1952)*
Gravitational Convection from a Boundary Source, *Tellus* 4, 201-220.
- Schlichting H., (1968)*
Boundary Layer Theory, 6th ed., McGraw-Hill, New York.
- Schneider W., (1985)*
Decay of Momentum in Submerged Jets, *J. Fluid Mech.* 154, 91-110.
- Shaughnessy E.J., Morton J.B., (1977)*
Laser Light-Scattering Measurements of Particle Concentration in a Turbulent Jet, *J. Fluid Mech.* 80, 129-148.
- Shercliff J. A., (1987)*
The Theory of Electromagnetic Flow Measurement, Cambridge University Press, Cambridge UK.
- Sheriff N., O'Kane D.T., (1981)*
Sodium Eddy Diffusivity of Heat Measurements in a Circular Duct, *Int. J. Heat Mass Transfer* 24, 205-211.
- Stewart R.W., Townsend A.A., (1951)*
Similarity and Self-Preservation in Isotropic Turbulence, *Phil. Trans. Roy. Soc. London* A243, 359-386.
- Suckow D., (1993)*
Experimentelle Untersuchung turbulenter Mischkonvektion im Nachlauf einer beheizten Kugel, Dissertation KfK 5174, Kernforschungszentrum Karlsruhe.
- Taylor G.I., (1938)*
The Spectrum of Turbulence, *Proc. Roy. Soc.* A164, 476-490.
- Taylor G.I., (1958)*
Flow Induced by Jets, *J. Aero. Sci* 25, 464-465.
- Tennekes H, Lumley J.L, (1972)*
A First Course in Turbulence, The MIT Press.
- VDE/VDI-Richtlinie 2620/1, (1973)*
Fortpflanzung von Fehlergrenzen bei Messungen, Grundlagen.
- Walton A., (1991)*
Mixed Convection Heat Transfer to Sodium in a Vertical Pipe, Ph.D.-Thesis, University of Manchester, Manchester UK.

Weinberg D., Hoffmann H., Hain H., Hofmann F., Düweke M., (1986)

Experimental and Theoretical Program to Study the Natural Convection Decay Heat Removal System of the SNR-2, Conf. on the Science and Technology of Fast Reactor Safety, Vol.1, 289-294, Guernsey UK.

Weinberg D., Suckow D., Müller U., Hoffmann H., (1990)

The Transferability to Reactor Conditions of Thermohydraulics Model Investigations of Decay Heat Removal, ANS Int. Fast Reactor Safety Meeting, Vol.2, 341-350, Snowbird UT USA.

Weissenfluh von, T., (1984)

Turbulenter Wärmetransport in flüssigem Natrium, Dissertation 7464, Eidgenössische Technische Hochschule, Zürich, Schweiz.

Weissenfluh von, T., (1985)

Probes for Local Velocity and Temperature Measurements in Liquid Metal Flow, Int. J. Heat Mass Transfer 28, 1563-1574.

Wyganski I., Fiedler H., (1969)

Some Measurements in the Self-Preserving Jet, J. Fluid. Mech. 38, 577-612.

A. Anhang

A.1 Daten des Wärmeübergangsprüfstands WÜP

Die wesentlichen Komponenten des in Abb.(3-1) schematisch dargestellten Wärmeübergangsprüfstands sind:

- die elektromagnetische Pumpe *P* mit einer maximalen Fördermenge von $60 \text{ m}^3/\text{h}$ bei einer Förderhöhe von 44 m ,
- der Erhitzer *E* mit einer Leistung von 120 kW ,
- die induktiven Durchflußmeßgeräte *F1* und *F2*,
- der Natrium-Vorratsbehälter *B1* mit einem Inhalt von 2 m^3 ,
- der Ausdehnungsbehälter *B2* zur Kompensation der temperaturbedingten Volumenänderung des Natriums und zur Gewährleistung einer gasfreien Natriumströmung im gesamten Kreislaufsystem,
- der im Bypass betriebene Hilfskreislauf zur Natriumreinigung (die Temperatur des Natriums in der Kaltfalle *KF* beträgt $120 \text{ }^\circ\text{C}$ bei einem maximalen Bypass-Volumenstrom von $2.5 \text{ m}^3/\text{h}$),
- der Natrium/Luft-Wärmetauscher *WT* mit einer maximalen Kühlleistung von 325 kW bei einer Eintrittstemperatur des Natriums von $320 \text{ }^\circ\text{C}$,
- ein Begleitheizungssystem, um den gesamten Kreislauf aufzuheizen und auf einer konstanten Temperatur zu halten,
- das Inertgassystem, das mit Argon arbeitet,
- die Vakuumpumpe *VP*, mit welcher der Natrium-Kreislauf evakuiert werden kann.

A.2 Meßergebnisse einer Kalibrierungsmessung und einer Eichmessung

A.2.1 Kalibrierungsmessung

Eine ideale Kalibrierungsmessung der MPP-Sonde, deren prinzipieller Aufbau in Abb.(4-1) dargestellt ist, wird in einer isothermen Strömung durchgeführt. Dadurch werden thermoelektrische Potentialdifferenzen zwischen den Thermoelementadern gleichen Materials der Thermoelemente 1 und 2 der unteren und der Thermoelemente 3 und 4 der oberen Sondenmeßebeine vermieden, solange die Seebeckkoeffizienten gleicher Adern nicht voneinander abweichen. Da jede Thermoelementader einen individuellen Seebeckkoeffizienten besitzt, wird der geschwindigkeitsproportionalen Spannung trotz isothermer Strömung eine resultierende thermoelektrische Spannung überlagert. Somit ergeben sich für eine Kalibrierungsmessung bei isothermer Strömung die gemessenen Spannungen aus der Summe der geschwindigkeitsproportionalen Spannung E_{21} oder E_{43} und den resultierenden, thermoelektrischen Spannungen D_{211} oder D_{431} . Der Index i steht für das Material der Thermoelementadern Alumel (A), Chromel (C) und Edelstahl (S).

$$U_{211} = D_{211} + E_{21} , \quad (\text{A.1})$$

$$U_{431} = D_{431} + E_{43} . \quad (\text{A.2})$$

Die resultierenden, thermoelektrischen Spannungen D_{211} oder D_{431} werden im folgenden als Offsetwerte bezeichnet. Die Offsetwerte sind von der Kalibrierungstemperatur abhängig. Schließt man Werkstoffalterung der Adern aus, so sind die Offsetwerte bei konstanter Kalibrierungstemperatur konstant. Subtrahiert man in den Gln.(A.1) und (A.2) die jeweiligen Offsetwerte von den gemessenen Spannungen, so erhält man die geschwindigkeitsproportionalen Spannungen E_{21} und E_{43} . Die Subtraktion der Offsetwerte von den gemessenen Spannungen wird als Offsetkorrektur bezeichnet.

Die für die Kalibrierungsmessung erforderliche isotherme Strömung läßt sich über einen langen Zeitraum hinweg nicht exakt realisieren. Bei kleinen Strömungsgeschwindigkeiten treten Temperaturschwankungen im Natrium-Kreislauf auf, die zu momentanen Temperaturgradienten über die MPP-Sonde führen. Die Größenordnung der dabei maximal auftretenden Temperaturgradienten beträgt $0.5 \text{ K}/2.5 \text{ mm}$. Die gemessenen Spannungen zeigen für die Meßpunkte, an denen ein Temperaturgradient über die MPP-Sonde vorliegt, eine Abweichung vom linearen Verlauf, der in Abb.(4-3) dargestellt ist.

Für die gemessenen Spannungen U_{211} und U_{431} gelten nach Abb.(4-1) die folgenden Beziehungen.

$$U_{211} = D_{211} + (S_1 - S_{N21}^*) \cdot \Delta T_{21} + E_{21} \quad , \quad (\text{A.3})$$

$$U_{431} = D_{431} + (S_1 - S_{N43}^*) \cdot \Delta T_{43} + E_{43} \quad . \quad (\text{A.4})$$

Darin sind ΔT_{21} und ΔT_{43} die Temperaturdifferenzen über die MPP-Sonde mit

$$\Delta T_{21} = (T_2 - T_1) - \Delta T_{21\text{sch}} \quad , \quad (\text{A.5})$$

$$\Delta T_{43} = (T_4 - T_3) - \Delta T_{43\text{sch}} \quad . \quad (\text{A.6})$$

Die Temperaturen T_1 werden mit Gl.(4.13) aus den gemessenen thermoelektrischen Potentialdifferenzen berechnet. Betrachtet man eine isotherme Strömung, so ergibt sich eine Abweichung zwischen berechneter und tatsächlicher Temperatur, da die in Gl.(4.13) verwendeten Seebeckkoeffizienten aus der Literatur nicht mit den tatsächlichen Seebeckkoeffizienten der Thermo-elementadern übereinstimmen. Es ergeben sich scheinbare Temperaturdifferenzen $\Delta T_{21\text{sch}}$ und $\Delta T_{43\text{sch}}$, die zusätzlich berücksichtigt werden müssen.

Werden in den Gln.(A.3) und (A.4) von den gemessenen Spannungen die Terme $(S_1 - S_{N21}^*) \cdot \Delta T_{21}$ und $(S_1 - S_{N43}^*) \cdot \Delta T_{43}$ subtrahiert, erhält man die in den Gln.(A.1) und (A.2) angegebenen Ausdrücke. Dies wird als Temperaturkorrektur bezeichnet.

Aus den temperaturkorrigierten Spannungen können die Offsetwerte und die Empfindlichkeiten der oberen und unteren Sondenmeßebene der MPP-Sonde bestimmt werden.

Subtrahiert man von den gemessenen Spannungen die jeweiligen Offsetwerte, so erhält man die in den Gln.(4.7) bis (4.12) angegebenen Spannungen.

Eine Kalibrierungsmessung wird in einem dimensionslosen Abstand vom Düsenblock von $x/d = 20$ durchgeführt. In diesem Abstand liegt ein Geschwindigkeitsprofil vor, das außer in Wandnähe keine radialen Gradienten zeigt.

Um den Aufwand einer Kalibrierung gering zu halten, werden zwei Messungen an den zur Kanalachse symmetrischen Positionen von $r = -25 \text{ mm}$ und $r = +25 \text{ mm}$ durchgeführt. An diesen Positionen ist die MPP-Sonde sowohl von der Kanalachse als auch von der Kanalwand weit genug entfernt. Eine Störung der isotachen Strömung aufgrund der Grenzschicht an der Kanalwand oder durch unterschiedliche Geschwindigkeiten von Freistrahls- und Anströmung ist bei diesen radialen Positionen zu vernachlässigen. Jede Kalibrierungsmessung wird zweimal durchgeführt. Die Geschwindigkeit der Anströmung \bar{u}_a wird ausgehend von einem unteren Wert von 0.05 m/s in Schritten von 0.05 m/s auf 1.5 m/s erhöht. Die mit dem Kanaldurchmesser und der Geschwindigkeit der Anströmung gebildete Reynolds-Zahl Re_a nimmt damit Werte von $1.4 \cdot 10^4 \leq Re_a \leq 4.3 \cdot 10^5$ an. Die Temperatur der Anströmung liegt bei $300 \text{ }^\circ\text{C}$.

Stellvertretend für alle Kalibrierungsmessungen werden hier die Messungen A018 bei $r = - 25 \text{ mm}$ und A021 bei $r = + 25 \text{ mm}$ besprochen. Sie sind in den Abb. (A-1) und (A-2) dargestellt.

In den Abb. (A-1a) und (A-2a) sind die Temperaturdifferenzen $\Delta\bar{T}_{21}$ und $\Delta\bar{T}_{43}$ über der mittleren Geschwindigkeit der Anströmung \bar{u}_a aufgetragen. Für kleine Geschwindigkeiten ergibt sich eine maximale Temperaturdifferenz von $+ 0.05 \text{ K}$ bei $r = - 25 \text{ mm}$ und $- 0.1 \text{ K}$ bei $r = + 25 \text{ mm}$. Die verwendeten Werte für die scheinbaren Temperaturdifferenzen betragen $\Delta\bar{T}_{21\text{sch}} = - 0.32 \text{ K}$ und $\Delta\bar{T}_{43\text{sch}} = - 0.055 \text{ K}$.

In den Abb. (A-1b) und (A-2b) sind die gemessenen Spannungen über der mittleren Geschwindigkeit der Anströmung \bar{u}_a aufgetragen. Es zeigt sich eine deutliche Abweichung der gemessenen Spannungen vom linearen Verlauf, sobald ein Temperaturgradient über die MPP-Sonde vorliegt. Aufgrund der großen Temperaturempfindlichkeit von Chromel gegenüber Alumel oder Stahl ist die Abweichung bei den zwischen den Chromeladern gemessenen Spannungen am größten.

In den Abb. (A-1c) und (A-2c) sind die temperaturkorrigierten (TK) Spannungen dargestellt. Es wird deutlich, daß der Einfluß des Temperaturgradienten durch die Temperaturkorrektur gut beseitigt werden kann. Die temperaturkorrigierten Meßwerte werden durch eine Regressionsgerade sehr gut beschrieben.

Die Abb. (A-1d) und (A-2d) zeigen den Verlauf der temperatur- (TK) und offsetkorrigierten (OK) Spannungen. Die Regressionsgeraden treffen für die Geschwindigkeit Null alle im Ursprung zusammen. Die Steigungen der Regressionsgeraden für die drei Thermoelementadern unterscheiden sich nicht voneinander.

Die Notwendigkeit einer Temperaturkorrektur der gemessenen Spannungen wird von Axcell (1991) gefordert und anhand von Testmessungen in der Natrium-Teststrecke TEFLU dargestellt.

Um den Einfluß der beiden Thermoelementpaarungen Alumel/Chromel und Alumel/Stahl auf die Geschwindigkeitsmessung zu ermitteln, werden sowohl die Steigungen der Alumel- und Chromel-Regressionsgeraden als auch die Steigungen der Alumel- und Stahl-Regressionsgeraden für die jeweilige Sondenmeßebene gemittelt. Man erhält somit in Abhängigkeit von der Sondenmeßebene und der Paarung der Adern vier Empfindlichkeiten ES .

Diese Empfindlichkeiten sind in den Gln. (4.14) und (4.15) einzusetzen.

Wird die Regressionsgerade durch die nicht temperaturkorrigierten Meßwerte

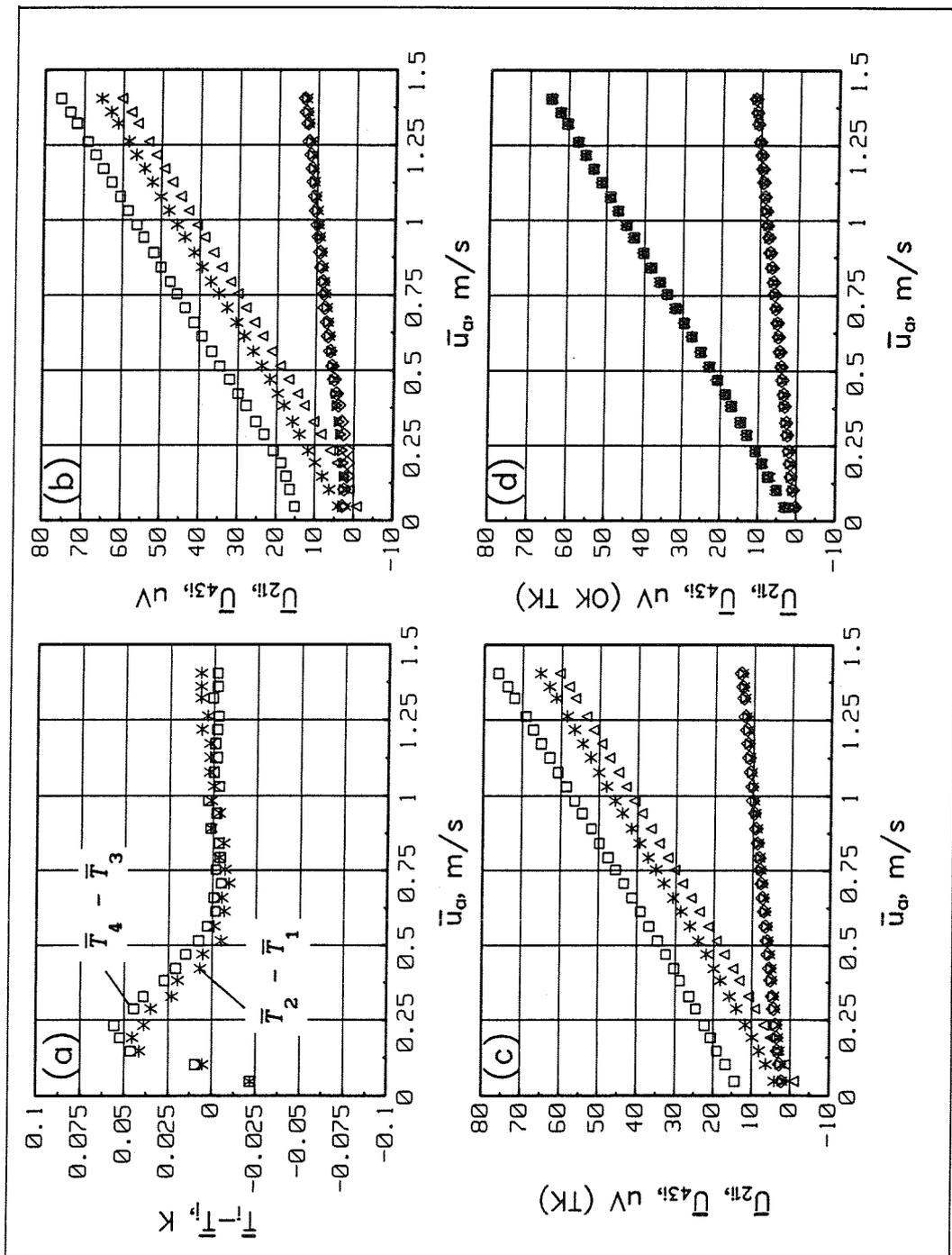


Abb. (A-1) Kalibrierungsmessung A018 bei $r = -25$ mm.

TK = temperaturkorrigierte Spannungen, OK = offsetkorrigierte Spannungen, $* U_{21A}$, $\square U_{21C}$, ΔU_{21S} , $\times U_{43A}$, $\diamond U_{43C}$, ∇U_{43S} .

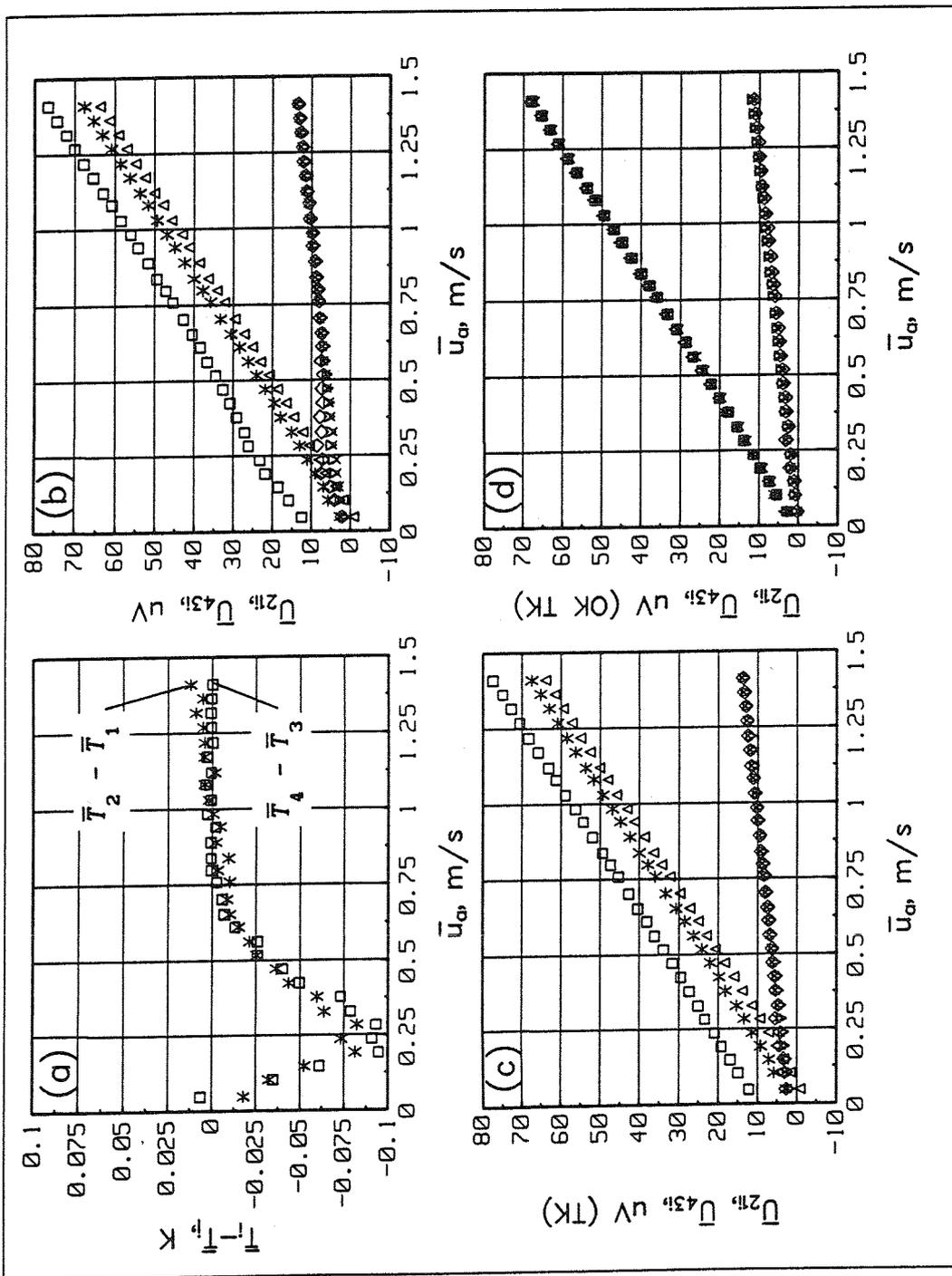


Abb. (A-2) Kalibrierungsmessung A021 bei $r = + 25 \text{ mm}$.

TK = temperaturkorrigierte Spannungen, OK = offsetkorrigierte Spannungen, * U_{21A} , \square U_{21C} , Δ U_{21S} , \times U_{43A} , \diamond U_{43C} , ∇ U_{43S} .

gelegt, so ergeben sich falsche Empfindlichkeiten und Offsetwerte.

In den Tabellen (A-1) und (A-2) sind beispielhaft die Empfindlichkeiten und die Offsetwerte der Kalibrierungsmessungen A018 ($r = - 25 \text{ mm}$) und A021 ($r = + 25 \text{ mm}$) für den nicht temperaturkorrigierten und den temperaturkorrigierten Fall dargestellt.

Empfindlichkeit	nicht temperaturkorrigiert		temperaturkorrigiert	
	$r = - 25 \text{ mm}$	$r = + 25 \text{ mm}$	$r = - 25 \text{ mm}$	$r = + 25 \text{ mm}$
$ES_{21A}, \frac{\mu V}{m/s}$	45.529	48.183	45.572	47.961
$ES_{21C}, \frac{\mu V}{m/s}$	45.971	45.837	45.551	48.005
$ES_{21S}, \frac{\mu V}{m/s}$	45.591	47.413	45.427	48.264
$ES_{43A}, \frac{\mu V}{m/s}$	8.000	8.650	8.132	8.305
$ES_{43C}, \frac{\mu V}{m/s}$	8.985	6.013	8.157	8.108
$ES_{43S}, \frac{\mu V}{m/s}$	8.292	7.684	8.005	8.434

Tabelle (A-1) Empfindlichkeiten der Kalibrierungsmessungen A018 und A021 für den nicht temperaturkorrigierten und den temperaturkorrigierten Fall.

Offset	nicht temperaturkorrigiert		temperaturkorrigiert	
	$r = - 25 \text{ mm}$	$r = + 25 \text{ mm}$	$r = - 25 \text{ mm}$	$r = + 25 \text{ mm}$
$D_{21A}, \mu V$	1.089	-0.355	1.030	-0.146
$D_{21C}, \mu V$	11.110	11.513	11.692	9.469
$D_{21S}, \mu V$	-4.461	-3.687	-4.232	-4.489
$D_{43A}, \mu V$	1.505	1.880	1.365	2.228
$D_{43C}, \mu V$	1.101	4.472	1.952	2.356
$D_{43S}, \mu V$	1.400	2.165	1.705	1.407

Tabelle(A-2) Offsetwerte der Kalibrierungsmessungen A018 und A021 für den nicht temperaturkorrigierten und den temperaturkorrigierten Fall.

Die temperaturkorrigierten Empfindlichkeiten der drei Adern besitzen für beide SondenmeBebenen jeweils identische Werte. Die Empfindlichkeiten für $r = - 25 \text{ mm}$ und $r = + 25 \text{ mm}$ unterscheiden sich voneinander. Ebenso ändern

sich die Offsetwerte D_{21A} bis D_{43S} über den Kanalquerschnitt. Dieser Sachverhalt läßt sich mit lokalen chemischen Verunreinigungen und Inhomogenitäten in den Thermoelementadern erklären, die zu lokal unterschiedlichen Seebeckkoeffizienten führen. In Abhängigkeit des Temperaturgradienten, der über den Bereich mit den Inhomogenitäten anliegt, wird eine zusätzliche thermoelektrische Spannung induziert. Ist ein großer Temperaturgradient vorhanden, wie zum Beispiel zwischen dem Natrium mit $300\text{ }^{\circ}\text{C}$ und der Umgebung mit $25\text{ }^{\circ}\text{C}$, so ist der Einfluß auf die gemessenen Spannungen groß. Die Auswirkung lokaler Inhomogenitäten auf den lokalen Seebeckkoeffizient einer Ader wird von Fenton (1969, 1971) und Kollie et al. (1975) untersucht und bestätigt.

Um einen einfachen Zusammenhang zwischen den Offsetwerten und dem Radius zu ermitteln, wird für eine isotache und isotherme Strömung mit Messung A020 ein komplettes, radiales Profil ausgemessen. Für Messung A020 gilt: $\bar{u}_0 = \bar{u}_a = 0.05\text{ m/s}$ und $\bar{T}_0 = \bar{T}_a = 300\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Die gemessenen Spannungen aus Messung A020 werden zum einen mit den mittleren Offsetwerten aus den zwei Kalibrierungsmessungen bei $r = -25\text{ mm}$ und zum anderen mit den mittleren Offsetwerten aus den zwei Kalibrierungsmessungen bei $r = +25\text{ mm}$ korrigiert.

In Abb.(A-3a) ist die nach der K-Methode und der Thermoelementpaarung Alumel/Chromel bestimmte Geschwindigkeit (*) dargestellt, für deren Berechnung die mittleren Offsetwerte bei $r = -25\text{ mm}$ als konstant über den gesamten Kanalquerschnitt angenommen werden. Die Geschwindigkeit ist mit der Geschwindigkeit der Anströmung \bar{u}_a normiert. Das Geschwindigkeitsprofil fällt mit größer werdendem Radius linear ab.

Dieses Verhalten ist in Abb.(A-3b) bei den Spannungen U_{21A} und U_{21C} ebenfalls zu erkennen.

Eine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen der berechneten Geschwindigkeit und der eingestellten Geschwindigkeit \bar{u}_a wird für die Radien erreicht, für die die verwendeten Offsetwerte gleich den tatsächlichen Offsetwerten sind.

In Abb.(A-3a) ist zusätzlich die normierte Geschwindigkeit (□) dargestellt, für deren Berechnung die mittleren Offsetwerte bei $r = +25\text{ mm}$ als konstant über den gesamten Kanalquerschnitt angenommen werden. Es ergibt sich nur für die Radien eine befriedigende Übereinstimmung zwischen der berechneten Geschwindigkeit und der eingestellten Geschwindigkeit \bar{u}_a , an denen die verwendeten Offsetwerte gleich den tatsächlichen Offsetwerten sind. Mit kleiner werdendem Radius nimmt die Geschwindigkeit linear zu.

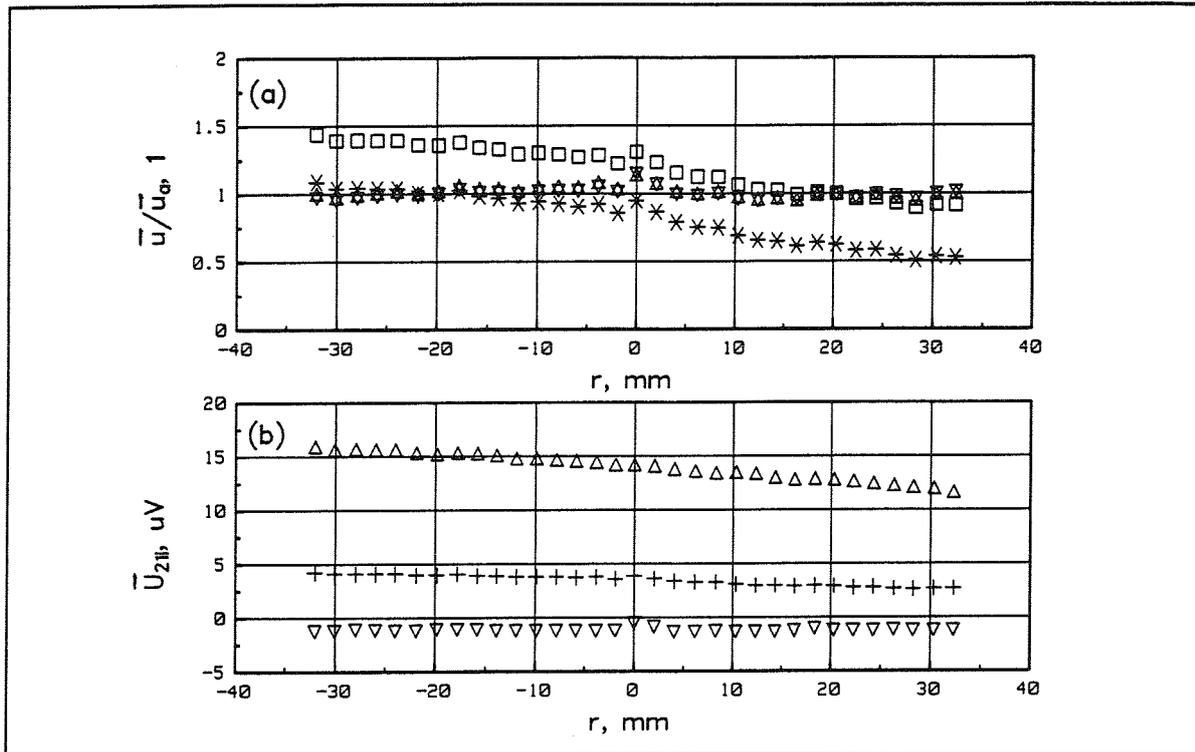


Abb.(A-3) Gemessene Spannungen und normierte Geschwindigkeit der Messung A020 mit $\bar{u}_0 = \bar{u}_a = 0.05 \text{ m/s}$ und $\bar{T}_0 = \bar{T}_a = 300 \text{ }^\circ\text{C}$.
 + U_{21A} , ΔU_{21C} , ∇U_{21S} , * \bar{u}/\bar{u}_a (Paarung AC, Offsetwerte von $r = -25 \text{ mm}$), $\square \bar{u}/\bar{u}_a$ (Paarung AC, Offsetwerte von $r = +25 \text{ mm}$), $\Delta \bar{u}/\bar{u}_a$ (Paarung AC, lineare Offsetwerte), $\nabla \bar{u}/\bar{u}_a$ (Paarung AS, lineare Offsetwerte).

Wird jetzt eine lineare Abhängigkeit zwischen den Offsetwerten und dem Radius angenommen, so zeigt die normierte Geschwindigkeit, die nach der K-Methode und der Thermoelementpaarung Alumel/Chromel (Gl.(4.23)) berechnet ist, den mit dem Symbol Δ gekennzeichneten Verlauf. Unter Verwendung der Thermoelementpaarung Alumel/Stahl und Gl.(4.24) ergibt sich der mit dem Symbol ∇ gekennzeichnete Verlauf.

Die berechnete Geschwindigkeit zeigt für beide Thermoelementpaarungen über den gesamten Kanalquerschnitt einen konstanten Wert, was die angenetzte lineare Beziehung zwischen Offsetwerten und Radius als richtig ausweist. Die Geschwindigkeit kann mit beiden Thermoelementpaarungen gleichberechtigt berechnet werden.

Die eingestellt Strömung wird von der Messung richtig wiedergegeben.

Die von Axcell (1991) mit einer MPP-Sonde in der Natrium-Teststrecke TEFLU beobachteten starken Nichtlinearitäten der gemessenen Kalibrierungsspannungen für kleine Geschwindigkeiten der Anströmung und die Schiefe der

gemessenen Geschwindigkeitsprofile über den Kanalquerschnitt werden hier nicht beobachtet. Die von Axcell (1991) verwendete MPP-Sonde hat einen Außendurchmesser von 2.5 mm und ist mit Zwei-Leiter-Thermoelementen der Paarung Alumel/Chromel ausgestattet. Die Verbesserung der Messungen wird auf eine sorgsame Auswahl des Thermoelementmaterials und eine verbesserte Fertigung der für diese Arbeit eingesetzten MPP-Sonde K15 zurückgeführt.

Meßvorschrift für die Kalibrierungsmessung:

Die Kalibrierungsmessungen werden in einem dimensionslosen Abstand von $x/d = 20$ vom Düsenblock und bei Radien von $r = - 25 \text{ mm}$ und $r = + 25 \text{ mm}$ durchgeführt. An diesen Punkten kann eine isotherme und isotache Strömung vorausgesetzt werden. An jeden Radius werden zwei Kalibrierungsmessungen durchgeführt.

Die Offsetwerte und die mittleren Empfindlichkeiten für die Thermoelementpaarung Alumel/Chromel und die Thermoelementpaarung Alumel/Stahl werden für die beiden Kalibrierungsmessungen bei $r = - 25 \text{ mm}$ und $r = + 25 \text{ mm}$ jeweils gemittelt. Weiter werden die mittleren Empfindlichkeiten aus den Kalibrierungsmessungen bei $r = - 25 \text{ mm}$ und $r = + 25 \text{ mm}$ gemittelt.

Für die Offsetwerte wird ein linearer Zusammenhang zwischen den Werten bei $r = - 25 \text{ mm}$ und $r = + 25 \text{ mm}$ angenommen und für jeden Radius ein neuer Offsetwert bestimmt. Die Offsetkorrektur der gemessenen Spannungen ist mit diesen Werten durchzuführen.

Die Kalibrierungsmessungen sind in Abständen von einer Woche zu wiederholen.

A.2.2 Eichmessung

Eine Eichmessung dient der einmaligen Bestimmung der Seebeckkoeffizienten S_{N21}^* und S_{N43}^* und der K -Werte K_{AC} und K_{AS} . Sie wird in einem Geschwindigkeitsfeld definierter Größe und ohne radiale Gradienten, dem ein Temperaturfeld mit großen radialen Gradienten überlagert ist, durchgeführt. Die Eichmessung D025 für die eingesetzte MPP-Sonde K15 wird bei einer Geschwindigkeit der Anströmung von $\bar{u}_a = 0.98 \text{ m/s}$, was einer mit dem Kanaldurchmesser gebildeten Reynolds-Zahl von $Re_a = 2.8 \cdot 10^5$ entspricht, durchgeführt. Die Temperatur der Anströmung liegt bei $300 \text{ }^\circ\text{C}$, die Temperaturstörung des Freistrahls am Düsenaustritt beträgt $332 \text{ }^\circ\text{C}$. Die MPP-Sonde wird in einem dimensionslosen Abstand vom Düsenblock von $x/d = 20$ in einem Bereich von $- 25 \text{ mm} \leq r \leq + 25 \text{ mm}$ mit einer Schrittweite von 1 mm verfahren.

In Abb. (A-4a) ist für die Eichmessung D025 der Temperaturgradient über die MPP-Sonde über dem Radius aufgetragen. Die Ableitung wird von den durch eine Glockenkurve nach Gauß angenäherten Meßwerten bestimmt.

Die Abb. (A-4b) zeigt die offsetkorrigierten Spannungen über dem Radius. Die Spannungen verlaufen in etwa punktsymmetrisch zur Kanalachse und weisen folgende charakteristischen Merkmale auf:

□ In den Randbereichen für $r \leq -20 \text{ mm}$ und $r \geq +20 \text{ mm}$, in denen kein Temperaturgradient über die MPP-Sonde vorliegt, sind die gemessenen Spannungen proportional zur Geschwindigkeit des Natriums. Aufgrund der isotachen Strömung, ergeben sich konstante Verläufe.

□ Im Bereich des Temperaturfreistrahls ist deutlich die dem Temperaturgradienten proportionale thermoelektrische Spannung zu erkennen. Der "sinusförmige" Verlauf des Temperaturgradienten bewirkt einen "sinusförmigen" Verlauf der Spannungen.

□ Die zwischen den Alumeladern gemessenen Spannungen weisen im Vergleich zu den zwischen den Chromel- und Stahladern gemessenen Spannungen einen Verlauf mit umgekehrtem Vorzeichen auf, da Alumel einen negativen und Chromel und Stahl einen positiven Seebeckkoeffizienten besitzen.

□ Die abgeschwächte Wirkung des Magnetfeldes auf die obere Sondenmeßebene ist deutlich zu erkennen. Die Spannungen U_{43A} , U_{43C} und U_{43S} haben aufgrund der kleineren geschwindigkeitsproportionalen Spannung kleinere Werte als die Spannungen U_{21A} , U_{21C} und U_{21S} .

□ Sowohl die Spannungen der unteren als auch die Spannungen der oberen Sondenmeßebene liegen in den Bereichen ohne radialen Temperaturgradienten wie erwartet auf jeweils dem selben Niveau.

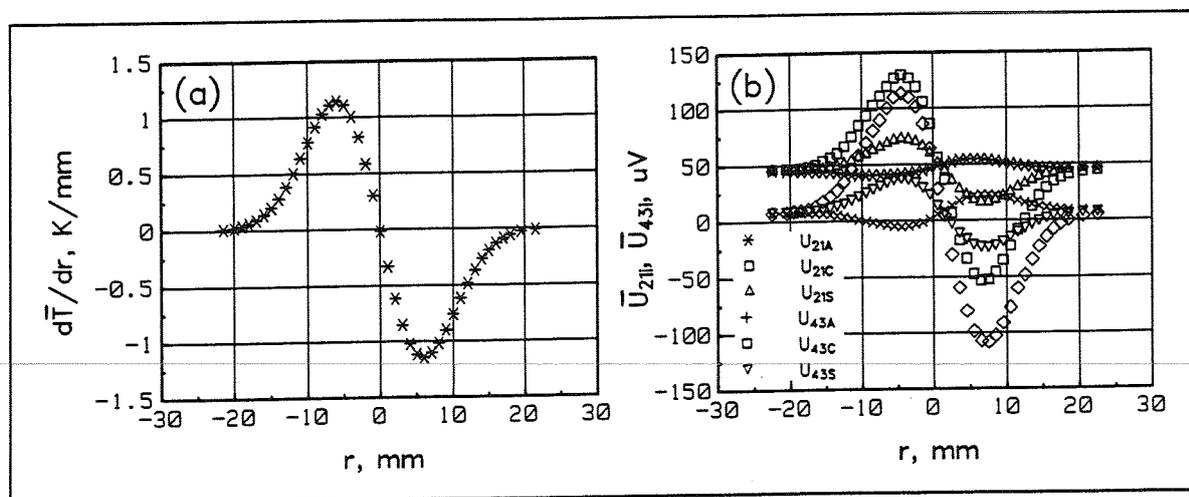


Abb. (A-4) Eichmessung D025 zur Bestimmung der K - und S_N^* -Werte.

Bestimmung der K-Werte

Der K-Wert für die untere Sondenmeßebene und die Thermoelementpaarung Alumel/Chromel berechnet sich nach Gl.(4.21) zu $K_{21AC} = - 0.0693$. Für die obere Sondenmeßebene und die Thermoelementpaarung Alumel/Stahl ergibt sich nach Gl.(4.22) ein Wert von $K_{21AS} = - 0.2325$. Es werden nur diejenigen Meßpunkte verwendet, bei denen die Temperaturdifferenzen $\Delta\bar{T}_{21}$ und $\Delta\bar{T}_{43}$ betragsmäßig größer als 1.5 K sind. Die Werte, die sich für die unterschiedlichen Radien ergeben, werden gemittelt.

Für die untere Sondenmeßebene ergeben sich die K-Werte zu $K_{43AC} = - 0.1294$ und $K_{43AS} = - 0.4687$.

Bestimmung der S_N^* -Werte

Zur Bestimmung der S_N^* -Werte nach den Gln.(4.16) bis (4.19) werden analog zur Bestimmung der K-Werte nur diejenigen Meßpunkte verwendet, bei denen die Temperaturdifferenzen $\Delta\bar{T}_{21}$ und $\Delta\bar{T}_{43}$ betragsmäßig größer als 1.5 K sind. Die Werte, die sich für die unterschiedlichen Radien und die Thermoelementpaarungen Alumel/Chromel und Alumel/Stahl ergeben, werden gemittelt.

Damit ergeben sich die Seebeckkoeffizienten für die untere und die obere Sondenmeßebene zu $S_{N21}^* = - 3.5059 \mu V/K$ und $S_{N43}^* = - 1.4892 \mu V/K$.

Die S_N^* -Werte für die untere und die obere Sondenmeßebene weichen stark voneinander ab. Ein Grund dafür ist der Permanentmagnet, der in der unteren Sondenmeßebene eine zusätzliche materielle Verbindung zwischen den Thermoelementspitzen darstellt. Eine Berechnung der Geschwindigkeit nach der α -Methode ist somit nicht möglich, da die Gleichheitsbedingung der Seebeckkoeffizienten nicht erfüllt ist.

$$S_{N21}^* \stackrel{!}{=} S_{N43}^* \stackrel{!}{=} S_N^* \quad (A.7)$$

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der S_N^* -Werte ist über die Gln.(4.19) und (4.21) mit den zuvor berechneten K-Werten gegeben. Durch Umformung erhält man:

$$S_{N21AC}^* = \frac{K_{AC} \cdot S_C - S_A}{K_{AC} - 1}, \quad (A.8)$$

$$S_{N21AS}^* = \frac{K_{AS} \cdot S_S - S_A}{K_{AS} - 1}. \quad (A.9)$$

Der Seebeckkoeffizient ergibt sich damit für die untere Sondenmeßebene zu $S_{N21}^* = - 4.262 \mu V/K$, für die obere Sondenmeßebene zu $S_{N43}^* = - 2.007 \mu V/K$. Diese Werte bestätigen die zuvor ermittelten.

A.3 Poisson-Gleichung für das Potential Φ

Das Ohmsche Gesetz nach Gl. (4.4)

$$\frac{j}{\sigma} = \vec{E} + \vec{u} \times \vec{B} = -\nabla\Phi + \vec{u} \times \vec{B} . \quad (\text{A.10})$$

kann durch Anwendung der Divergenz ($\nabla \cdot$) zu der Poisson-Gleichung für das elektrische Potential Φ

$$\nabla^2\Phi = \nabla \cdot (\vec{u} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot \nabla \times \vec{u} - \vec{u} \cdot \nabla \times \vec{B} \quad (\text{A.11})$$

umgeformt werden. Die sich aus Gl. (A.10) ergebende Divergenz der Stromdichte ($\nabla \cdot j$) wird mit dem Ampèreschen Gesetz

$$\nabla \times B = \mu \cdot j \quad \xrightarrow{\nabla \cdot} \quad \nabla \cdot (\nabla \times B) = 0 = \nabla \cdot (\mu \cdot j) \quad (\text{A.12})$$

zu Null erkannt. μ ist die magnetische Permeabilität.

Da die Geschwindigkeit \vec{u} des Natriums nur eine zeitlich und räumlich konstante Komponente in Kanallängsrichtung hat, ist der Term $\vec{B} \cdot \nabla \times \vec{u}$ in Gl. (A.11) gleich Null.

Unter der Bedingung einer zeitlich und räumlich konstanten Geschwindigkeit \vec{u} des Betrags $|u|$ kann Gl. (A.11) jetzt geschrieben werden als

$$\nabla^2 \left(\frac{\Phi}{|u|} \right) = - \vec{e}_x \cdot \nabla \times \vec{B} . \quad (\text{A.13})$$

Gleichung (A.13) zeigt, daß das elektrische Potential direkt proportional zur Geschwindigkeit des Natriums ist.

Die zwischen den Sondenmeßpunkten 2 und 1 abgreifbare Spannung setzt sich aus dem induzierten elektrischen Potential Φ und der Spannung j/σ zusammen. Die Spannung j/σ entsteht, da die Sondenmeßpunkte 2 und 1 über das Natrium elektrisch leitend miteinander verbunden sind. Bei konstanter spezifischer elektrischer Leitfähigkeit σ des Natriums ist der Strom proportional zum induzierten elektrischen Potential Φ und somit ebenfalls zur Geschwindigkeit des Natriums.

Zusammen mit Gl. (A.13) bedeutet das, daß die zwischen den Sondenmeßpunkten 2 und 1 abgreifbare Spannung proportional zur Geschwindigkeit des Natriums ist.

A.4 Fehlerrechnung

Das Ziel einer jeden Messung ist es, den wahren Wert einer Meßgröße zu ermitteln. Da jeder Meßwert und damit jedes daraus folgende Meßergebnis sowohl durch die Unvollkommenheit der Meßgeräte, der Meßeinrichtungen und des Meßverfahrens selbst als auch durch Umwelteinflüsse beeinflusst wird, muß zur Abschätzung der Meßabweichung eine Fehlerrechnung durchgeführt werden.

Die Meßabweichung des gemessenen Wertes vom tatsächlichen Wert läßt sich in eine zufällige und eine systematische Abweichung aufteilen.

Unter den zufälligen Abweichungen faßt man die nicht beherrschbaren und nicht einseitig gerichteten Einflüsse während mehrerer Messungen am selben Meßobjekt auf. Sie führen zu einer Streuung der Meßwerte um den Mittelwert der Meßreihe. Unter einer systematischen Abweichung versteht man die während einer Messung auftretende konstante Abweichung. Die systematische Abweichung kann durch Kalibrierung der Komponenten der Meßkette minimiert werden.

Ein Meßergebnis y kann aus mehreren, voneinander unabhängigen Meßgrößen x_1, x_2, \dots, x_n gebildet werden, die folgenden funktionalen Zusammenhang besitzen.

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) . \quad (\text{A.14})$$

Um die statistischen Fehlergrenzen Δy^* des Meßergebnisses y abschätzen zu können, wird die Funktion y in eine Taylorreihe entwickelt, wobei die Glieder höherer Ordnung vernachlässigt werden. Die statistischen Fehlergrenzen Δy^* ergeben sich nach der VDE/VDI-Richtlinie 2620 (1973) zu

$$\Delta y^* = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1^*\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2^*\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_n} \cdot \Delta x_n^*\right)^2} . \quad (\text{A.15})$$

Darin sind Δx_i^* die größten Fehlergrenzen der Meßgrößen x_i .

Durch Division der statistischen Ergebnisfehlergrenzen Δy^* mit dem Meßergebnis y erhält man die relativen statistischen Fehlergrenzen $\Delta y^*/y$.

Für die mittlere Geschwindigkeit, die unter Verwendung der K-Methode und Gl.(4.14) berechnet wird, ergibt sich die relative statistische Fehlergrenze zu

$$\frac{\Delta \bar{u}_{Na}^*}{\bar{u}_{Na}} = \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta E_{21}}{E_{21}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta ES_{21}}{ES_{21}}\right)^2} \quad (A.16)$$

Die Gleichungen werden hier für die Thermoelementpaarung Alumel/Chromel angegeben. Entsprechendes gilt für die Thermoelementpaarung Alumel/Stahl. Die relative statistische Fehlergrenze der geschwindigkeitsproportionalen Spannung E_{21} nach Gl. (4.23) ergibt sich zu

$$\frac{\Delta E_{21}^*}{E_{21}} = \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta U_{21A}}{U_{21A} - K_{AC} \cdot U_{21C}}\right)^2 + \left(\frac{K_{AC} \cdot \Delta U_{21A}}{U_{21A} - K_{AC} \cdot U_{21C}}\right)^2 + \frac{\left((U_{21A} - U_{21C}) \cdot \Delta K_{AC}\right)^2}{\left((U_{21A} - K_{AC} \cdot U_{21C}) \cdot (1 - K_{AC})\right)^2}} \quad (A.17)$$

Die statistischen Fehlergrenze des K -Wertes K_{AC} folgt mit Gl. (4.21) zu

$$\Delta K_{AC}^* = \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta U_{21A}}{U_{21C} - E_{21,KAL}}\right)^2 + \left(\frac{K_{AC} \cdot \Delta U_{21C}}{U_{21C} - E_{21,KAL}}\right)^2 + \frac{\left((U_{21A} - U_{21C}) \cdot \Delta E_{21,KAL}\right)^2}{(U_{21C} - E_{21,KAL})^4}} \quad (A.18)$$

Die zur Berechnung des K -Wertes notwendige geschwindigkeitsproportionale Spannung $E_{21,KAL}$, die einer Kalibrierungsmessung entnommen wird, besitzt folgende statistische Fehlergrenze.

$$\Delta E_{21,KAL}^* = \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4} \cdot V\right)^2 \cdot 2 \cdot \left(\Delta ES_{21A}^2 + \Delta ES_{21C}^2\right) + \left(\frac{1}{2} \cdot (ES_{21A} + ES_{21C}) \cdot \Delta V\right)^2} \quad (A.19)$$

Darin sind V der während der K -Messung eingestellte Volumenfluß durch die Teststrecke und ES_{21A} und ES_{21C} die Empfindlichkeiten der Alumeladern und der Chromeladern aus einer Kalibrierungsmessung.

Für die in Gl. (A.16) auftretende mittlere Empfindlichkeit ES_{21} der unteren Sondenmeßebene kann folgende statistische Fehlergrenze angegeben werden.

$$\Delta ES_{21}^* = \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot 2 \cdot \left(\Delta ES_{21A}^2 + \Delta ES_{21C}^2\right)} \quad (A.20)$$

Die Fehlergrenzen für die Empfindlichkeit der Thermoelementadern der unteren Sondenmeßebene werden mit $\Delta ES_{21A} = \pm 0.758 \mu V/(m/s)$,

$\Delta ES_{21c} = \pm 0.675 \mu V/(m/s)$ und $\Delta ES_{21s} = \pm 0.542 \mu V/(m/s)$ angesetzt. Für die gemessenen Spannungen gilt eine Fehlergrenze von $\Delta U_{21} = \pm 0.8 \mu V$, für den Volumenstrom durch die Teststrecke $\Delta V = \pm 1 \cdot 10^{-4} m^3/s$.

Die jetzt aus den Gln.(A.17) bis (A.20) berechenbaren relativen statistischen Fehlergrenzen sind für beide Thermoelementpaarungen in Tabelle (A-3) eingetragen.

Die relativen statistischen Fehlergrenzen der Geschwindigkeit ergeben sich damit nach Gl.(A.16) für die Paarung Alumel/Chromel zu $\pm 6.79 \%$ und für die Paarung Alumel/Stahl zu $\pm 6.22 \%$. Zwischen den beiden Paarungen ist kein nennenswerter Unterschied in der Meßgenauigkeit festzustellen.

Größe	Alumel/Chromel	Alumel/Stahl
$\frac{\Delta E_{21, KAL}^*}{E_{21, KAL}}$	$\pm 1.26 \%$	$\pm 1.21 \%$
$\frac{\Delta K^*}{K}$	$\pm 17.7 \%$	$\pm 23.2 \%$
$\frac{\Delta E_{21}^*}{E_{21}}$	$\pm 6.67 \%$	$\pm 6.19 \%$
$\frac{\Delta ES_{21}^*}{ES_{21}}$	$\pm 0.675 \%$	$\pm 0.625 \%$
$\frac{\Delta \bar{u}_{Na}^*}{\bar{u}_{Na}}$	$\pm 6.79 \%$	$\pm 6.22 \%$

Tabelle (A-3) Relative statistische Fehlergrenzen.

A.5 Stoffdaten für Wasser und Natrium und Seebeckkoeffizienten

In Tabelle (A-4) ist eine Übersicht über die Stoffdaten von Wasser aus Hall et al. (1980) bei einer Temperatur von $T = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$ und von flüssigem Natrium aus Golden und Tokar (1967) bei einer Temperatur von $T = 300\text{ }^{\circ}\text{C}$ gegeben. Zusätzlich sind die Seebeckkoeffizienten von Natrium, Alumel, Chromel und Edelstahl (1.4550) aufgeführt.

physikalische Größe	Einheit	Wasser $T = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$	Natrium $T = 300\text{ }^{\circ}\text{C}$
Dichte ρ	kg/m^3	997.048	879.981
dynamische Viskosität μ	$\text{Pa}\cdot\text{s}\cdot 10^{-6}$	890.8	344.6
kinematische Viskosität ν	$\text{m}^2/\text{s}\cdot 10^{-6}$	0.8904	0.3916
spez. Wärmekapazität c_p	$\text{kJ}/\text{kg}/\text{K}$	4.1796	1.30449
molek. Wärmeleitfähigkeit λ	$\text{W}/\text{m}/\text{K}$	0.609	76.58
molek. Diffusivität Γ	$\text{m}^2/\text{s}\cdot 10^{-6}$	0.146	66.712
Volumenexpansionskoeffizient α	$1/\text{K}\cdot 10^{-4}$	2.569	2.69
molek. Prandtl-Zahl Pr	1	6.13	0.00587
Seebeckkoeffizient Natrium S_{Na}	$\mu\text{V}/\text{K}$	-11.2	-11.2
Seebeckkoeffizient Alumel S_{A}	$\mu\text{V}/\text{K}$	-7.334	-7.334
Seebeckkoeffizient Chromel S_{C}	$\mu\text{V}/\text{K}$	34.13	34.13
Seebeckkoeffizient Stahl S_{S}	$\mu\text{V}/\text{K}$	11.69	11.69

Tabelle (A-4) Stoffdaten von Wasser und Natrium und Seebeckkoeffizienten.

