

**Berechnung und Optimierung adiabater
Schrauben-Expansionsmaschinen als Grundlage
für den Kennfeldvergleich mit Turbinen
kleiner Wellenleistung**

von

Dipl.-Ing. Gert Hinsenkamp

Karlsruhe 1993

**Berechnung und Optimierung adiabater
Schrauben-Expansionsmaschinen als Grundlage
für den Kennfeldvergleich mit Turbinen
kleiner Wellenleistung**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Ingenieurwissenschaften

von der Fakultät für Maschinenbau der
Universität Karlsruhe

genehmigte

Dissertation

von

Dipl.-Ing. Gert Hinsenkamp
aus Pforzheim

Tag der mündlichen Prüfung:

10. Februar 1993

Hauptreferent:

o. Prof. Dr.-Ing. Sigmar Wittig

Korreferent:

o. Prof. Dipl.-Ing. Georg Jungbluth

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Institut für Thermische Strömungsmaschinen der Universität Karlsruhe. Dem Leiter des Institutes, Herrn Prof. Dr.-Ing. S. Wittig, danke ich für die Anregung und Förderung dieser Arbeit sowie für die Übernahme des Hauptreferates.

Ebenso gilt mein Dank Herrn Prof. Dipl.-Ing. G. Jungbluth für sein freundliches Interesse an dieser Dissertation und die Übernahme des Korreferates.

Den Kolleginnen und Kollegen am Institut danke ich für ihre konstruktiven Diskussionsbeiträge und die stets gewährte Hilfe. Besonders erwähnen möchte ich in diesem Zusammenhang Herrn Dr.-Ing. U. Schelling, der die anlagentechnischen Voraussetzungen zur Durchführung des experimentellen Teils meiner Arbeit schuf, sowie Herrn Dipl.-Ing. C. Gutmann, dessen Anteil an der Konzeption des numerischen Berechnungsverfahrens sehr zur Klärung der komplexen Zusammenhänge beigetragen hat.

Weiterhin gilt mein Dank den Herren G. Jettke, E. Link und E. Neuerer als Leiter der mechanischen und elektrischen Werkstätten sowie ihren Mitarbeitern, deren fachkundiges und tatkräftiges Engagement eine unverzichtbare Stütze darstellte. Besonderer Dank gebührt auch den Herren J. Becker, R. Gerber, W. Rabold und P. Sipula für die gute Zusammenarbeit und ihre Einsatzbereitschaft bei der Lösung versuchstechnischer Probleme. Frau V. Sauter danke ich für die gewohnt sorgfältige Anfertigung von Zeichnungen und Diagrammen, den Damen im Sekretariatsbereich für die stets freundliche Unterstützung.

Karlsruhe, im März 1993

Gert Hinsenkamp

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis	iii
1 Einleitung	1
2 Problemstellung und Lösungsweg	4
2.1 Vergleichskriterien für Kraftmaschinen	4
2.2 Stand der Forschung	6
2.3 Zielsetzung dieser Arbeit und Lösungsweg	16
3 Analyse und Berechnung adiabater Schrauben-Expansionsmaschinen	19
3.1 Aufbau und Arbeitsweise verlustfreier Schrauben-Expansionsmaschinen	19
3.2 Beschreibung des Berechnungsverfahrens	23
3.2.1 Voraussetzungen und Eingabegrößen	24
3.2.2 Erhaltungssätze des differentiellen Expansionsschrittes	28
3.2.3 Berechnung der Maschinengeometrie	30
3.2.4 Verlustmechanismen	36
3.2.5 Ablauf der Stufenberechnung	46
3.3 Diskussion berechneter Indikator diagramme	49
4 Kennzahlen und Kennfelder adiabater Schrauben-Expansionsmaschinen	52
4.1 Ableitung der Kennzahlbasis	52
4.2 Kenngrößen und Kennfelddarstellung	54
4.3 Leistungszahlen und Betriebsdiagramm	59
4.4 N_S, D_S – Teillastdiagramm	63
4.5 Variation des Arbeitsfluides	68
4.5.1 Einfluß der Fluidparameter	69
4.5.2 Umrechnung von Kennlinien	74
5 Experimentelle Überprüfung berechneter Gütegrade	81
5.1 Eingesetzte Versuchsanlage und Meßtechnik	81
5.2 Aufbau der untersuchten Schraubenmaschinen	85
5.3 Versuchsauswertung und Fehlereinflüsse	89
5.4 Vergleich berechneter und experimentell ermittelter Kennlinien	94

6	Optimierung adiabater Schrauben-Expansionsmaschinen	98
6.1	Beschreibung des Optimierungsalgorithmus	99
6.2	Auslegung optimierter Schrauben-Expansionsmaschinen	101
6.2.1	Analyse der Auslegungsdiagramme	102
6.2.2	Ablauf und Varianten optimierter Stufenauslegung	108
6.3	Cordier-Diagramme optimierter Schrauben-Expansionsmaschinen . . .	111
7	Kennfeldvergleich adiabater Turbinen und Schrauben-Expansionsmaschinen	116
7.1	Auswahl und Diskussion der Kennfeldparameter	116
7.1.1	Einschränkungen des Geltungsbereichs	118
7.1.2	Einfluß der Absolutgröße	121
7.2	Vergleich optimaler Betriebsbereiche	123
7.3	Gegenüberstellung des Durchflußverhaltens	125
8	Zusammenfassung und Ausblick	126
	Literatur	129
	Anhang	137
A	Formelherleitungen	137
A.1	Spaltfläche des Blaslochs ND (Läuferunterseite)	137
A.2	Zusammenhang zwischen der spezifischen Drehzahl N_S und der Kennzahlbasis	137
A.3	Wirkungsgradlinien η_{id} im N_S, D_S - Diagramm	138
A.4	Umfangs-Machzahl M_u für reale Gase	139
A.5	Druckverhältnis beim Wirkungsgradmaximum für $M_u = Const.$	140
B	Tabellen	141
C	Diagramme	141

Symbolverzeichnis

Dimensionsbehaftete Größen:

Formelzeichen	Einheit	Physikalische Größe
a	J/kg	spezifische Arbeit
A	J	Arbeit
c	m/s	Geschwindigkeit
c^*	m/s	Schallgeschwindigkeit
c_p	J/(kg · K)	spez. Wärmekapazität ($p = \text{Const.}$)
c_v	J/(kg · K)	spez. Wärmekapazität ($v = \text{Const.}$)
d	m	Achsabstand
D	m	Durchmesser
E	J	Energie
F	m ²	Fläche
l	m	Zahnhöhe, Schaufelhöhe
L	m	Läuferlänge, Sehnenlänge
h	J/kg	spezifische Enthalpie
H	J	Enthalpie
m	kg	Masse
\bar{m}, \tilde{m}	kg	Masse pro Kammer und Arbeitsspiel
\dot{m}	kg/s	Massenstrom
M	kg/kMol	Molmasse
M_d	Nm	Drehmoment
n	1/s	Drehzahl
p	N/m ²	Druck
\dot{P}	W	Leistung
Q	J	Wärmemenge
R	J/(kg · K)	spezielle Gaskonstante
s	m	Spalthöhe
t	s	Zeit
u	m/s	Umfangsgeschwindigkeit
U	J	innere Energie
v	m ³ /kg	spezifisches Volumen
V	m ³	Volumen
\dot{V}	m ³ /s	Volumenstrom
z	m	geodätische Höhe
Z	...	Matrix der Zustandsgrößen
α_1	°	LE-Austrittswinkel (Absolutsystem)

γ	°	HL-Drehwinkel
γ_i	°	HL-Expansions-Endwinkel
γ_k	°	HL-Kammerteilungswinkel
γ_s	°	HL-Schließwinkel
γ_u	°	HL-Umschlingungswinkel
ε	N/m ²	Konvergenzschranke (Kammerdruck)
μ	Ns/m ²	dynamische Viskosität
ρ	kg/m ³	Dichte
ω	1/s	Winkelgeschwindigkeit

Dimensionslose Größen und Kennzahlen:

Formelzeichen	Bildung	Bezeichnung
b, \tilde{b}		Polynomkoeffizienten
C		Achsenabschnitt (Leistungszahlgerade)
C_p	$\frac{4(F_{HL} + F_{NL})}{\pi D_{HL}^2}$	Profilkonstante
C_γ	$\frac{V_i}{L(F_{HL} + F_{NL})}$	Läuferkonstante
D_s	$D \frac{a_{is}^{1/4}}{\sqrt{V_a}}$	spezifischer Durchmesser
e	$\frac{\Delta \dot{m}}{\dot{m}}$	rel. Meßunsicherheit (VDI/VDE 2041)
j, k		Zählvariablen
k		Exponent der Zustandsänderung
M	$\frac{c}{c^*}$	Machzahl
N_s	$n \frac{\sqrt{V_a}}{a_{is}^{3/4}}$	spezifische Drehzahl
r	$-\frac{w_{00u}}{u}$	kinematischer Reaktionsgrad
Re	$\frac{\rho c D}{\mu}$	Reynoldszahl
Str	$\frac{\Delta t_{stationär}}{\Delta t_{instationär}}$	Strouhalzahl
z		Zähnezahl; Schaufelzahl
α	$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_{is}}$	Durchflußzahl

δ^*	$D_S \left(\frac{\pi^2}{8} \right)^{1/4}$	Durchmesserzahl
η		isentropen Wirkungsgrad
κ	$\frac{c_p}{c_v}$	Verhältnis der spez. Wärmen; Isentropenexponent (perf. Gas)
λ	$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_{ih}}$	Liefergrad
Λ	$\frac{a}{p_e v_e}$	Leistungszahl
ν	$\frac{u}{c_{is}}$	Laufzahl
ν_d	$\frac{d}{D_{HL}}$	bezogener Achsabstand
ν_D	$\frac{D_{NL}}{D_{HL}}$	Durchmesserverhältnis
ν_L	$\frac{L}{D_{HL}}$	Längenverhältnis
ν_{Sp}	$\frac{s}{D_{HL}}; \frac{s}{l}$	Spaltweitenverhältnis
Π	$\frac{p_e}{p_a}$	Druckverhältnis
σ	$\frac{z_{HL} V_i}{D_{HL}^3}$	spezifische Verdrängung
σ^*	$N_S (2\pi^2)^{1/4}$	Schnellaufzahl
Φ	$\frac{V_2}{V_1}; \frac{\dot{V}_a}{\dot{V}_e}$	Volumenverhältnis
φ	$\frac{c_{ax}}{u}$	Durchflußzahl
ψ	$\frac{a}{u^2/2}$	Druckzahl
ξ, ζ		Verlustbeiwerte

Konstanten:

Formelzeichen	Wert	Bezeichnung
K_{sch}	$1.495 \cdot 10^{-4}$	Druckverlustbeiwert nach Scheel [81]
π	3.1415...	Kreiszahl

Indizes und Abkürzungen:

∞	Umgebung; ungestörte Anströmung
a	außen; Austritt
ab	abströmend

<i>ax</i>	axial
<i>Bl</i>	Blasloch
<i>dia</i>	diagonal
<i>e</i>	Eintritt
<i>g</i>	Gehäuse
<i>ges</i>	gesamt
<i>HL</i>	Hauptläufer
<i>HD</i>	Hochdruckseite
<i>i</i>	innen; Expansionsende
<i>id</i>	ideal
<i>is</i>	isentrop
<i>j</i>	dissipativ
<i>k</i>	kammerbezogen
<i>K</i>	Kupplung
<i>kr</i>	gasdyn. kritischer Zustand
<i>LA, LE</i>	Lauf-, Leitrad
<i>min</i>	minimal
<i>max</i>	maximal
<i>ND</i>	Niederdruckseite
<i>NL</i>	Nebelläufer
<i>nSp</i>	nach Spalt
<i>opt</i>	optimal; optimiert
<i>p</i>	Profil
<i>rad</i>	radial
<i>rel</i>	Relativsystem
<i>s</i>	Kammerabschluß
<i>S</i>	spezifisch
<i>Sp</i>	Spalt
<i>St</i>	Stirnschnitt
<i>t</i>	total
<i>t – s</i>	total – statisch
<i>T</i>	technisch
<i>th</i>	theoretisch
<i>therm</i>	thermisch
<i>u</i>	Umfang
<i>v</i>	volumetrisch
<i>vSp</i>	vor Spalt
<i>W</i>	Wälzkreis
<i>zu</i>	zuströmend

1 Einleitung

Mechanisch arbeitende Kraftmaschinen zur technischen Umwandlung gebundener Energieformen in mechanische oder elektrische Nutzarbeit lassen sich nach dem Wirkprinzip des Energieaustausches zwischen Arbeitsfluid und bewegten Maschinenteilen in die Hauptgruppen Turbo- und Verdrängermaschinen unterteilen. Erstere stellen thermodynamisch offene Systeme dar, in denen durch Impulsänderung gerichtet strömender Fluidteilchen Umfangsarbeit an der Laufradbeschaufelung geleistet wird [4]. In Verdrängerkraftmaschinen hingegen erfolgt der Arbeitsumsatz periodisch instationär in Form von Druckänderungsarbeit aufgrund der herrschenden statischen Druckkräfte. Der Arbeitsraum durchläuft dabei alternierend geschlossene und – während der Ladungswechsel – einseitig offene Zustände.

Als Domäne der Turbomaschinen stellt sich der Bereich großer Wellenleistungen (großtechnische Energieerzeugung) und/oder hoher Leistungsdichte (z.B. Flugtriebwerke, Offshore- und Weltraumanwendungen) dar. Andererseits wird der Sektor Fahrzeugantriebe praktisch vollständig von Verdrängermotoren beherrscht. Neben diesen klar umrissenen Einsatzgebieten existieren insbesondere bei Wellenleistungen von ca. 10 bis 100 kW kaum feste Abgrenzungen bezüglich den Anwendungsbereichen beider Bauarten. Kraftmaschinen dieser Leistungsklasse sind Bestandteil der aktuellen Diskussion hinsichtlich der Nutzung regenerativer Energiequellen [92]. Von besonderem Interesse sind in diesem Zusammenhang technisch verfügbare, jedoch bislang wenig genutzte Exergiepotentiale, wie z.B.:

- Abwärme aus Industrieanlagen
- Drosselstellen in der Verfahrenstechnik
- Solare und geothermische Energie
- Entspannung von Pipelinegasen an Entnahmestellen
- CO₂-neutrale Primärenergieträger (“Biomasse”)

Ein Großteil der Ressourcen bezeichnet Wärmeströme von wenigen Kilowatt bis hin zu einigen Megawatt. Besonders bei Niedertemperaturanwendungen in diesem Leistungsbereich entscheidet infolge des ohnehin geringen Carnot-Wirkungsgrades die Effizienz des eingesetzten Energiewandlers über den Sinn der Wärmerückgewinnung. Die Ermittlung der am besten geeigneten Kraftmaschine für einen solchen Anwendungsfall beinhaltet sowohl die Auswahl der optimalen Bauart als auch deren fundierte Auslegung. Der Mangel an geeigneten Bewertungs- und Vergleichsgrundlagen führte bereits zu Beginn der achtziger Jahre am Institut für Thermische Strömungsmaschinen der Universität Karlsruhe zur Initiierung gezielter Forschungsaktivitäten, deren

erste Ergebnisse in einer Studie von Zahoransky et al. [98] veröffentlicht wurden. Unter Beschränkung auf die Nutzung von Wärme mit niedrigem Exergieinhalt werden hierin erstmals verschiedene Turbinenbauarten, Hubkolben-Dampfmotoren und Schrauben-Expansionsmaschinen (SEM) analysiert und gegenübergestellt. Wie aus der Vergleichsbetrachtung hervorgeht, bietet insbesondere der letztere Maschinentyp infolge seines schadraumfreien Betriebs ohne oszillierende Massenkräfte und wegen der hohen Teillast-Wirkungsgrade im unteren Leistungsbereich eine interessante Alternative zu Turbomaschinen. Seine Vielseitigkeit zeigt sich auch in der Option, unbekannte oder veränderliche Gaszusammensetzungen, Zweiphasensysteme sowie beschränkt partikelbeladene Fluidströme sicher und effizient zu verarbeiten. Wie die Langzeitstudien von Steidel et al. [87] und Myers et al. [69] anhand geothermischer SEM-Anwendungen belegen, bietet die Vielstofffähigkeit und Robustheit moderner Schrauben-Expansionsmaschinen Möglichkeiten zur Erschließung bislang ungenutzter Energieressourcen. Zu den potentiellen Anwendungsgebieten zählt u.a. die dezentrale Versorgung kleiner Verbrauchereinheiten mittels biomassebefuerter Wasserdampf-Kleinkraftanlagen. Die Einsatzfähigkeit der Schrauben-Expansionsmaschine in Niedertemperatur-Kraftwerksanlagen wurde bei Wellenleistungen bis zu 600 kW praktisch erprobt [16; 40].

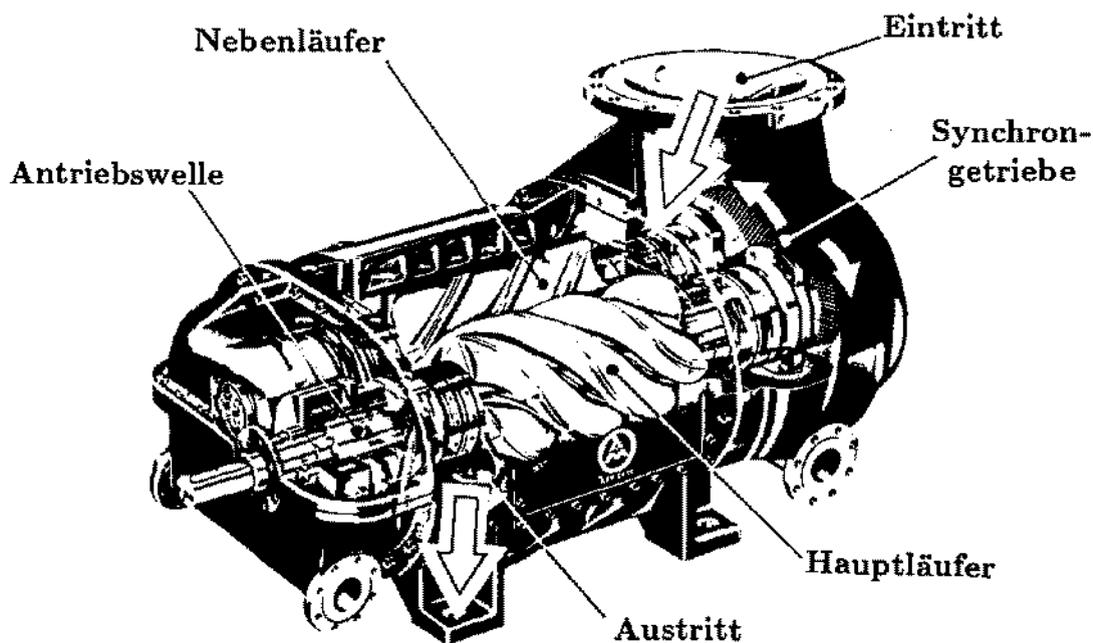


Bild 1.1: Trockenlaufende, einstufige SEM (Aerzener Maschinenfabrik)

Bislang stehen Schrauben-Expansionsmaschinen nicht in Form kommerziell entwickelter Baureihen zur Verfügung, sondern werden durch Umkehr der Dreh- und Durch-

flußrichtung aus seriengefertigten Schraubenverdichtern abgeleitet. Nach dem Prinzip der Kraftübertragung zwischen den beiden gegensinnig rotierenden Läufern unterscheidet man zwischen den direkt über die Läuferverzahnung gekoppelten ("ölgeffuteten") SEM sowie den hier ausschließlich betrachteten, durch Getriebe zwangssynchronisierten ("trockenlaufenden") SEM. Die perspektivische Darstellung einer solchen trockenlaufenden SEM in Bild 1.1 zeigt die räumliche Anordnung der Hauptkomponenten und die Durchströmungsrichtung.

Im Gegensatz zu den aus dem Turbomaschinenbau bekannten Korrelationen existieren zur Auslegung und Optimierung von Schrauben-Expansionsmaschinen bislang keine allgemeingültigen Verfahren. Aufgrund des Mangels an verlässlichen Betriebsdaten von Schrauben-Expansionsmaschinen konzentrieren sich quantitativ auswertbare Vergleichsaussagen auf konkret ausgeführte Maschinengeometrien und Einsatzfälle (vergl. [25; 94]). Am Institut für Thermische Strömungsmaschinen wurde daher zum Zweck der experimentellen Untersuchung kleiner Kraftmaschinen eine 500 kW_{therm} Labor-Kraftwerksanlage ausgelegt und aufgebaut, an der im Rahmen der vorliegenden Arbeit detaillierte SEM-Kennfeldmessungen durchgeführt wurden [43; 45]. Die erhaltenen Versuchsergebnisse bestätigten das erwartete Wirkungsgradpotential und gaben den Ausschlag für eine vertiefte Analyse der Arbeitsweise von Schrauben-Expansionsmaschinen mit dem Ziel des hier erstmals veröffentlichten Kennfeldvergleichs zu einstufigen Axial- und Radialturbinen. Aufgrund konstruktiver Restriktionen ist der Einsatz von Schrauben-Expansionsmaschinen und damit auch die Gültigkeit der abgeleiteten Vergleichsaussagen auf den Niedertemperaturbereich unterhalb ca. 300°C beschränkt.

2 Problemstellung und Lösungsweg

Einleitend wurde dargelegt, daß für die Nutzung von Niedertemperatur-Wärmeströmen im Bereich bis ca. 100 kW mechanischer Leistung als effiziente Energiewandler Turbinen axialer und radialer Bauart sowie Schrauben-Expansionsmaschinen zur Auswahl stehen. Hieraus ergibt sich die Notwendigkeit einer quantitativen Vergleichsgrundlage, anhand derer sich für einen konkreten Einsatzfall die am besten geeignete Kraftmaschine bestimmen und in ihren geometrischen Hauptabmessungen festlegen läßt. Ausgangspunkt der Gegenüberstellung ist die Diskussion allgemeiner Gesichtspunkte der Maschinenauswahl sowie die Einführung eines einheitlichen Vergleichskriteriums zur Bewertung von Kraftmaschinen unterschiedlicher Funktionsprinzipien.

2.1 Vergleichskriterien für Kraftmaschinen

Die Gegenüberstellung und Bewertung kleiner Kraftmaschinen stellt für einen vorgelegten Anwendungsfall ein mehrdimensionales, gekoppeltes Optimierungsproblem mit übergeordneten (äußeren) und maschinenspezifischen (inneren) Vergleichs- bzw. Auswahlkriterien dar. Zu den äußeren Randbedingungen zählen u.a.:

- das technische Umfeld:
 - Anforderungen an Sicherheit, Wirkungsgrad, Leistungsgewicht, etc.
 - Auslegungspunkt (Druck, Temperatur, Leistung) und Kennlinienverhalten
 - Potentielle Wechselwirkungen mit angrenzenden Anlagenkomponenten
 - Begrenzungen von Drehzahl, Schwingungen, Pulsationen, etc.
 - Infrastrukturelle Bedingungen am Einsatzort
- das wirtschaftliche Umfeld:
 - Amortisationszeit und Lebensdauer
 - A-,B-,E-,F-Kosten: Anschaffungs-, Betriebs-, Entwicklungs- und potentielle Folgekosten (z.B. Risikoabdeckung, Verschrottung, Sanierung)
 - Marktlage: Verfügbarkeit und Lieferzeit
- das politische / soziale / ökologische Umfeld:
 - Vereinbarkeit mit bestehenden Energiekonzepten
 - Akzeptanz bzw. Durchsetzbarkeit
 - Sozio-kulturelle Fragestellungen
 - Auswirkungen auf Ökosysteme

Zur Berücksichtigung der vielfältigen Verflechtungen zwischen den einzelnen Umfeldern und der z.T. widersprüchlichen Anforderungen muß bereits bei der Vorprojektierung durch Gewichtung der eingehenden Faktoren eine Anforderungsliste erstellt werden, anhand derer sich die prinzipiell einsetzbaren Bauarten von Kraftmaschinen eingrenzen lassen. So ist die in Kap. 1 für die vorliegende Arbeit vorgenommene Beschränkung der Vergleichsbetrachtung auf die Nutzung von Niedertemperaturwärme in trockenlaufenden Schrauben-Expansionsmaschinen (SEM), Axial- oder Radialturbinen bei Wellenleistungen von ca. 10 – 100 kW das Ergebnis der Analyse und Gewichtung äußerer Randbedingungen. Unter Beachtung dieser Voraussetzungen läßt sich die gezielte Auswahl bzw. Auslegung der optimal geeigneten Kraftmaschine für einen gegebenen Anwendungsfall anhand physikalisch-technischer Kriterien realisieren. Diese inneren Randbedingungen ergeben sich nach den Regeln der Technik aus dem jeweiligen Funktionsprinzip, den Bauteilfestigkeiten bzw. aus konstruktiven Erfordernissen. Aufgrund der real auftretenden vielfältigen Einsatzbedingungen ist die Bereitstellung eines verallgemeinerten Vergleichsansatzes erforderlich, der für die hier behandelten adiabaten Maschinentypen eine direkte Bewertung der erzielbaren Energiewandlungsgüte erlaubt. Als Maß hierfür wird der innere isentrope Wirkungsgrad $\eta_{i,t-s}$ eingeführt, dessen Formulierung für perfekte Gase lautet:

$$\eta_{i,t-s} = \frac{\Delta h_t}{\Delta h_{is,t-s}} = \frac{T_{te} - T_{ta}}{T_{te} - T_{a,is}} \quad (2.1)$$

Diese Kenngröße setzt das fluidseitig zwischen den Totalzuständen "te" am Maschineneintritt und "ta" am Maschinenaustritt umgesetzte Enthalpiegefälle Δh_t ins Verhältnis zu dem isentrop möglichen $\Delta h_{is,t-s}$. Dabei wird die kinetische Energie des Fluidstroms am Maschinenaustritt als Verlust betrachtet. Der isentrope Wirkungsgrad weist keine Abhängigkeit von der Bauart der betrachteten Kraftmaschine auf und wird daher in der vorliegenden Arbeit als Zielfunktion der optimierten Maschinenauswahl herangezogen.

Bei der angestrebten Gegenüberstellung erreichbarer Wirkungsgrade für unterschiedliche Bauarten und Funktionsprinzipien von Kraftmaschinen ist zu beachten, daß zwischen den verschiedenen Maschinentypen i.a. keine geometrische oder strömungsmechanische Ähnlichkeit vorliegt. Jede Bauart weist einen unterschiedlichen Satz charakteristischer Einflußgrößen auf und besitzt demnach eine maschinenspezifisch festgelegte Kennzahlbasis. Diese kennzeichnet die Maschinengeometrie, die Stoffeigenschaften des Arbeitsfluides und die thermodynamischen Randbedingungen des Betriebspunktes. Der in Gl. (2.1) eingeführte isentrope Wirkungsgrad stellt eine abgeleitete Kenngröße dar, deren Wert aus jedem theoretisch oder experimentell ermittelten vollständigen Satz von Kennzahlen bestimmt werden kann.

Zur Sicherstellung der Eindeutigkeit einer gemeinsamen Kennfelddarstellung der Wirkungsgrade unterschiedlicher Kraftmaschinen ist die Beschränkung auf optimale Betriebspunkte erforderlich, d.h. für jede konstruktiv sinnvolle Kombination geometrischer Kennzahlwerte eines Maschinentyps wird nur der Betriebspunkt beim maximal erreichbaren isentropen Wirkungsgrad berücksichtigt. Damit ergeben sich neben den Linien konstanten Wirkungsgrades die bauartspezifischen Charakteristiken der optimierten Geometrieparameter. Als Achsengrößen des Kennfeldes sind die für alle betrachteten Maschinentypen einheitlich definierten dimensionslosen thermodynamischen Randbedingungen einzusetzen. Können bei der Kennfeldermittlung aufgrund experimenteller oder rechentechnischer Einschränkungen nicht alle geometrischen Kenngrößen eines Maschinentyps variiert werden, so müssen die entsprechenden Kennzahlen unter Beschränkung der Allgemeinheit bei der Auftragung konstant gehalten werden. Ebenfalls als Konstanten treten die stoffspezifischen Kennzahlen wie z.B. der Isentropenexponent κ auf. Das erstellte Vergleichsdiagramm gilt daher lediglich für ein bestimmtes Arbeitsfluid – die Übertragbarkeit auf andere Fluide muß gesondert betrachtet werden.

2.2 Stand der Forschung

Im Rahmen der beschriebenen Voraussetzungen zur Erstellung eines gemeinsamen Wirkungsgradkennfeldes für optimierte Schrauben-Expansionsmaschinen, Axial- und Radialturbinen kommt der fundierten Auswahl geeigneter Achsen- und Parametergrößen besondere Bedeutung zu. Nachfolgend sind die wichtigsten Kennzahlmodelle, Berechnungs- und Auslegungsverfahren für diese Maschinentypen zusammengestellt. Die Bestandsaufnahme erfolgt getrennt nach schraubenmaschinen- und turbinenspezifischen Kennzahlmodellen sowie prinzipübergreifenden Vergleichsansätzen.

Kennzahlmodelle für Schraubenmaschinen

Das grundlegende Funktionsprinzip der Schraubenmaschinen geht auf den Schweden Lysholm zurück [57]. Nach Lösung einer Reihe von konstruktiven und fertigungstechnischen Problemen durch die Svenska Rotor Maskiner (SRM) fand dieser Maschinentyp als Verdichter weltweite Verbreitung. Aufgrund der bereits in Kap. 1 erwähnten, durch Drehrichtungsumkehr realisierbaren Konvertierung von Verdichter- zu Expanderbetrieb werden Unterschiede zwischen beiden Betriebsarten in der Literatur nur selten explizit behandelt. Erste Arbeiten von Fischer [24] und Wichert [95] stellten neben firmeninternen Unterlagen lange Zeit die einzigen quantitativen Berechnungsgrundlagen für Schraubenverdichter dar. Bei Wichert findet sich bereits ein Ansatz

zur dimensionslosen Beschreibung der Eintrittsbedingungen über die Bildung von Leistungszahlen.

Mit der Weiterentwicklung und Diversifizierung der eingesetzten Profilgeometrien und der zunehmenden Verbreitung von Schraubenverdichtern wuchs der Bedarf nach einer umfassenden Theorie. Schritte in diese Richtung wurden von Lysholm [58], Scheel [81] und Greve [37] unternommen. Insbesondere der letztgenannte Autor leistet mit seinem ähnlichkeitsmechanischen Ansatz einen wichtigen Beitrag zur verallgemeinernden Darstellung des Betriebsverhaltens von Schraubenverdichtern. Als zentrale Kennzahl identifiziert er die Größe $\frac{Dw}{\sqrt{RT}}$, mit deren Einführung geometrisch ähnliche Maschinen einer Baureihe bei Verwendung unterschiedlicher Fluide und Randbedingungen auf der Basis empirischer Konstanten stark vereinfacht beschrieben werden. Der analytische Ansatz von Margolis [62] stellt einen ersten Beitrag zur Aufklärung der komplexen Auswirkungen von Spaltleckagen auf das Betriebsverhalten symmetrisch verzahnter Schrauben-Expansionsmaschinen dar.

Fortschritte in der Fertigungstechnik ermöglichten die präzise und zugleich rationelle Herstellung neuer, optimierter Profilformen [64]. Eine detaillierte Darstellung des Wissensstandes wurde von Rinder [78] herausgegeben. Hierin sind vor allem Berechnungsansätze für Schraubenverdichter unter Berücksichtigung geometrischer und kinematischer Relationen zusammengestellt. Mit dem Problem der Beschreibung von Läufer- und Spaltgeometrien von Schraubenverdichtern unter mechanischer und thermischer Belastung realer Betriebszustände befassen sich die Arbeiten von Korte [54] und Buthmann [15]. Eine experimentelle Verifikation theoretischer Berechnungsergebnisse liefert Naujocks [70] durch Druckindizierung des rotierenden Schraubenverdichters. Diese Technik wird auch von Kaneko und Hirayama [49] zur quantitativen Verlustanalyse eines Schraubenexpanders eingesetzt. Zur gleichen Zeit wird von Fujiwara et al. [30; 31] ein halbempirisches Berechnungsmodell für ölgeflutete Schraubenverdichter mit asymmetrischen Läuferprofilen vorgestellt. Der Profilloptimierung unter Darstellung der einfließenden komplexen geometrischen Zusammenhänge ist die Arbeit von Schüler gewidmet [85].

Die zweidimensionale numerische Berechnung kompressibler Strömungen in den Läuferzahlrücken und Dichtspalten erfolgte durch Fister und Neumann [28; 71]. Als wesentliche Ergebnisse werden getrennt für Verdichter- und Expanderbetrieb die wichtigsten Abhängigkeiten von Durchflußbeiwerten und Dissipationsvorgängen in der Arbeitskammer präsentiert. Eine methodische Zusammenfassung neuerer Forschungsergebnisse auf dem Gebiet der Schraubenverdichter wurde unter Berücksichtigung rechnergestützter Optimierungsansätze (u.a. FEM-Analysetechniken) ebenfalls von Fister herausgegeben [25; 26]. Schließlich untersucht Peveling [75; 76] eine Auswahl ebener Modellspalt-Geometrien. Hieraus werden Durchflußbeiwerte real ausgeführter Schraubenverdichter in Abhängigkeit von Spaltgeometrie, -Reynoldszahl und -druckverhältnis

berechnet sowie ein Ansatz zur gleichzeitigen Optimierung von Hauptläufer-Umschlingungswinkel und Volumenverhältnis abgeleitet. Zu Beginn der achtziger Jahre war die Anwendung von Schrauben-Expansionsmaschinen Gegenstand zahlreicher experimenteller Untersuchungen. Als vielversprechender Bereich galt die direkte Entspannung gesättigter geothermaler Quellflüssigkeiten in Schraubenexpandern [63; 87]. Eine theoretische Abschätzung der zugehörigen Betriebscharakteristik unter Beachtung auftretender Zweiphasenphänomene wird von Taniguchi et al. gegeben [89]. Vorgeschlagen wurde auch der Einsatz in Dampfkreisläufen zur Niedertemperatur-Wärmenutzung [65; 40; 47; 45; 91] sowie die Hochtemperaturanwendung keramischer Rotoren [69].

Zur gleichen Zeit erfolgte die verstärkte Untersuchung übergeordneter Ähnlichkeitsgrößen zur Berechnung und Vorhersage des Betriebsverhaltens von Schraubenmaschinen bei Einsatz verschiedener Fluide und unter Variation der Randbedingungen. In diesem Zusammenhang wird durch Steidel [87] und Huppmann et al. [47] ohne nähere Begründung das N_S, D_S - Diagramm von Cordier und Baljé zur Beschreibung des Teillastverhaltens von Schraubenexpandern mit fester Geometrie herangezogen. Letztere Quelle stützt sich dabei auf eine Veröffentlichung von Baljé [5], in der allerdings nicht das Teillastverhalten von Schrauben-Expansionsmaschinen, sondern die Geometrieoptimierung von Roots-Expandern bei Betrieb im Auslegungspunkt analysiert wird.

Vor dem Hintergrund dieser wenig fundierten Ansätze beschreibt Gutmann [38] im Rahmen seiner durch die hier vorliegende Arbeit angeregten Diplomarbeit erstmals die vollständige und eindeutige Charakterisierung des Teillastverhaltens von adiabaten, trockenlaufenden Schrauben-Expansionsmaschinen im N_S, D_S - Diagramm. Neben der analytischen Herleitung der Cordier-Geraden idealer Vergleichsmaschinen (s. Bild 2.3) werden dabei sowohl Verlust- als auch Geometrieinflüsse diskutiert. Dem Mangel an physikalisch gesicherten Auslegungs- und Optimierungskriterien trägt das Modell von Persson [74] Rechnung. Unter Verallgemeinerung auf gängige Typen von Verdrängerverdichtern werden hierin die maßgeblichen Verlustmechanismen in dimensionsloser Form erfaßt. Aus den aufgestellten analytischen Zusammenhängen leitet Persson Optimierungsbedingungen ab, deren physikalischer Inhalt anhand der Kennfelddarstellung eines Schraubenverdichters verdeutlicht wird. Zur Schließung des Gleichungssystems sind nicht näher spezifizierte empirische Verlust- und Durchflußbeiwerte notwendig.

Ein vereinfachter Optimierungsansatz für trockenlaufende Schrauben-Expansionsmaschinen stammt von Wauters et al. [94]. Als Optimierungsvariablen treten lediglich die Hauptläufer-Umfangsgeschwindigkeit u_{HL} und das Hauptläufer-Längenverhältnis $\frac{L}{D_{HL}}$ auf. Unter Beachtung konstruktiver und fertigungsbedingter Schranken werden in dieser Quelle optimale Betriebsbereiche für den Einsatz verschiedener organischer Arbeitsfluide zur Niedertemperatur-Wärmenutzung angegeben. Die Autoren weisen explizit auf den Mangel an zuverlässigen und universell anwendbaren Verlustkorre-

lationen für Schraubenmaschinen hin. Auf ähnlichkeitsmechanischen Betrachtungen beruht der Ansatz von Kauder und Dreißig [50] zur Ermittlung bezogener optimaler Wirkungs- und Liefergrade trockenlaufender SEM. Die Ausführungen beschränken sich auf das bereits in den fünfziger Jahren weit verbreitete symmetrische Kreisbogenprofil mit 4 Haupt- und 6 Nebenläuferzähnen (SYM46-Profil). Variiert werden das Arbeitsfluid, die Hauptläufer-Drehzahl, die relative Spaltweite $\frac{s}{D_{HL}}$ und das theoretische innere Volumenverhältnis $\Phi_{i,th}$. Letztere Größe bezeichnet den Quotienten aus maximalem und minimalem Volumen des geschlossenen Arbeitsraums während des Expansionsvorgangs (siehe Kap. 3.1). Eine systematische Herleitung mit Nachweis der Eindeutigkeit und Vollständigkeit des Kennzahlensystems erfolgt allerdings nicht. Die Erweiterung dieses Ansatzes durch Dreißig und Kauder [22; 51] geschieht unter Vernachlässigung des Einflusses der Umfangsgeschwindigkeit u_{HL} auf das optimale innere Volumenverhältnis $\Phi_{i,th}$.

Ebenfalls auf rein ähnlichkeitsmechanischer Basis beruht das im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte Kennzahlmodell von Hinsenkamp et al. [43]. Es stellt eine Erweiterung der von Greve [37] für Schraubenverdichter hergeleiteten Zusammenhänge auf reale Schrauben-Expansionsmaschinen dar. Unter Berücksichtigung aller relevanten Einflußgrößen wird damit erstmals die Abbildung der dimensionslosen Leistungszahlen realer Schrauben-Expansionsmaschinen als Geraden bei konstanter Umfangs-Machzahl M_u ermöglicht. Diese wichtige Kenngröße wird als Quotient aus der Hauptläufer-Umfangsgeschwindigkeit u_{HL} und der lokalen Schallgeschwindigkeit c^* des Arbeitsfluides am Maschineneintritt berechnet: $M_u = \frac{u_{HL}}{c^*}$. Somit können Teillastkennfelder über Schargeraden konstanter Umfangs-Machzahl mit minimalem Aufwand bestimmt werden. Unter Berücksichtigung neuer Erkenntnisse und Berechnungsverfahren erfährt dieser Ansatz hinsichtlich der Kennfeldoptimierung beim Einsatz unterschiedlicher Arbeitsfluide durch Hinsenkamp [42] eine wesentliche Vertiefung.

Turbinenspezifische Kennzahlmodelle

Eine Übersicht gebräuchlicher Kennzahlen für Turbinenstufen kann z.B. Traupel [90] entnommen werden. Fister [25] liefert über eine Dimensionsanalyse die zugehörige Ableitung der Kenngrößen und verdeutlicht Zusammenhänge zu anderen gebräuchlichen Formulierungen. Mit den Systemgrenzen Leitradeintritt, Laufradaustritt und Wellenkupplung treten demnach unter Voraussetzung einer festgelegten Stufenkinematik, adiabater Zustandsänderung und perfekten Arbeitsgases als wichtigste unabhängige Einflußgrößen auf [25]:

- der Laufraddurchmesser D und die Winkelgeschwindigkeit ω ,
- die absoluten Ein- und Austrittsgeschwindigkeiten c_e und c_a ,

- der Eintrittszustand p_e , T_e sowie der Gegendruck p_a ,
- die spezielle Gaskonstante R , der Isentropenexponent κ und die dynamische Viskosität am Eintritt μ_e .

Unter den getroffenen Voraussetzungen resultieren für konstante Axialgeschwindigkeit ($c_e = c_u = c_{ax}$) nach Hinzunahme der abhängigen Größe T_a sechs problembeschreibende Kennzahlen, die in Tab. 2.1 zusammengefaßt sind.

Kennzahl	Bildung
Durchflußzahl	$\varphi = \frac{4 \dot{V}}{\pi D^2 u} \sim \frac{c_{ax}}{u}$
Druckzahl	$\Psi = \frac{2 \Delta h_t}{u^2}$
Innerer Wirkungsgrad	$\eta_{i,t-s} = \frac{\Delta h_t}{\Delta h_{i,t-s}}$
Umfangs-Machzahl	$M_u = \frac{u}{\sqrt{\kappa R T_e}}$
Umfangs-Reynoldszahl	$Re_u = \frac{\rho_e u D}{\mu_e}$
Isentropenexponent	κ

Tabelle 2.1: Kennzahlen der adiabaten Turbinenstufe (ohne Kinematik)

Hieraus ergeben sich zwei Ansätze zur Kennfelddarstellung optimierter Geometrien von Turbomaschinen bei Betrieb im Auslegungspunkt, die bereits Aufnahme in die Standardliteratur gefunden haben: das Smith-Diagramm [86] und das Cordier-Diagramm [17]. Beide sind in ihrer Aussage gleichwertig und austauschbar, lediglich Darstellung und Aufbau der Kennzahlen sind formal unterschiedlich. Smith trägt in seiner Arbeit [86] die Wirkungsgrade einer Vielzahl ausgeführter axialer Unterschall-Turbinenstufen bei Betrieb mit Luft ($\kappa = 1.4$) als Funktion von Druckzahl Ψ und Durchflußzahl φ in Form von Muschelkurven auf (Bild 2.1). Neben einer konstanten Axialgeschwindigkeit für Leit- und Laufrad wird auch ein ausreichend großer Reaktionsgrad r zur Vermeidung von Rückkompression an der Nabe angenommen. Betrachtet wird nur die Kinematik im Mittelschnitt bei Reynoldszahlen $Re > 10^5$ (bezogen auf die Gitterbreite) und beim Auslegungswert der Umfangs-Machzahl M_u . Für einen festen Reaktionsgrad (z.B. $r = 0.5$) lassen sich im Smith-Diagramm weiterhin der Umlenkwinkel im Laufrad sowie der Leitrad-Eintrittswinkel darstellen (vergl. Wittig [96]). Dieser empirische Ansatz wird analytisch unter Einbeziehung von Profil-, Stoß-, Sekundär-, Spalt- und Hinterkantenverlusten durch die Berechnungsverfahren von Craig und Cox [18] sowie von Kacker und Okapuu [48] untermauert.

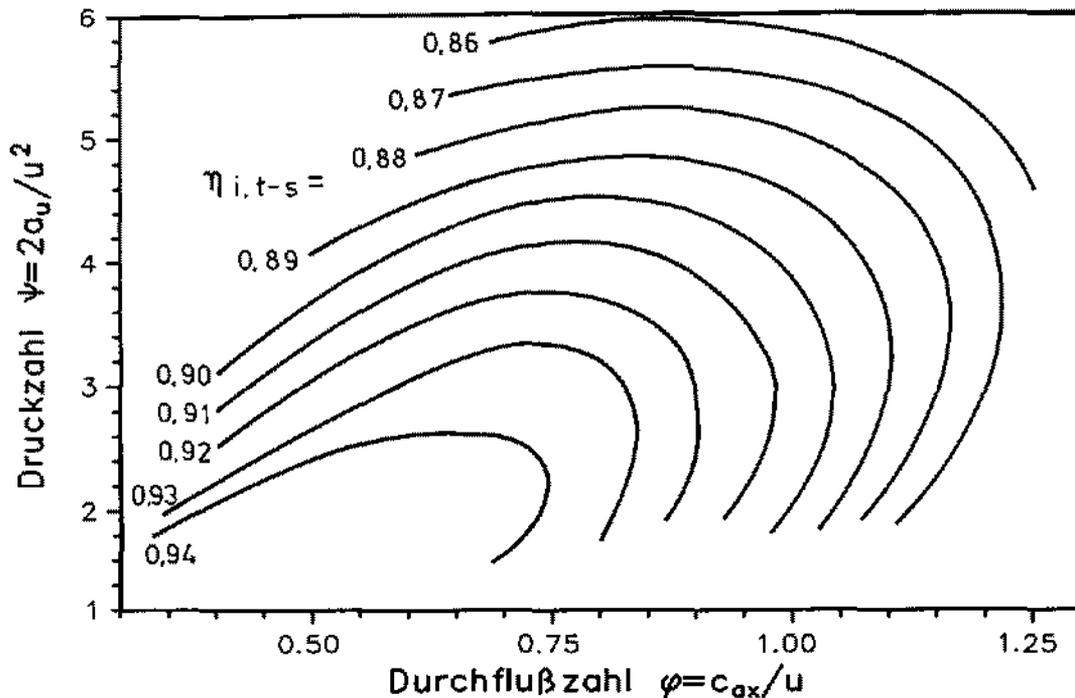


Bild 2.1: Smith-Diagramm für axiale Turbinenstufen [86]

Cordier wählt die Schnellläufigkeit σ^* und den spezifischen Durchmesser δ^* als Achsengrößen seines empirisch ermittelten Wirkungsgrad-Diagramms [17]. Diese Kennzahlen werden oft auch als "Schnellaufzahl" bzw. "Durchmesserzahl" bezeichnet und beinhalten nur Kombinationen der bereits in Tab. 2.1 eingeführten charakteristischen Größen:

$$\sigma^* = (2\pi^2)^{1/4} n \frac{\sqrt{\dot{V}}}{a_{i,s}^{3/4}} = \sqrt{\varphi \left(\frac{\eta_i}{\Psi}\right)^{3/2}}$$

$$\delta^* = \left(\frac{\pi^2}{8}\right)^{1/4} D \frac{a_{i,s}^{1/4}}{\sqrt{\dot{V}}} = \sqrt{\frac{1}{\varphi} \left(\frac{\Psi}{\eta_i}\right)^{1/2}}$$

Die Untersuchung einer Vielzahl von inkompressibel arbeitenden Strömungsmaschinen (Lüfter, Gebläse, Pumpen, Propeller) axialer und radialer Bauart ergab, daß deren optimale Betriebspunkte bei doppelt-logarithmischer Auftragung unabhängig vom Arbeitsfluid innerhalb eines schmalen Toleranzbandes auftreten (vergl. Bild 2.3). Dies ermöglicht unter Vorgabe anwendungsspezifischer Werte für \dot{V} und $a_{i,s}$ eine direkte Berechnung optimaler Durchmesser-Drehzahl-Kombinationen für Strömungsmaschinen. Die Anwendung auf Turbomaschinen bei Betrieb mit kompressiblen Fluiden und bei festen Nominalwerten von M_u und Re_u erfolgte durch Baljé [9] mit den Achsengrößen spezifische Drehzahl N_S und spezifischer Durchmesser D_S :

$$N_S = n \frac{\sqrt{\dot{V}}}{a_{i,s}^{3/4}} \sim \sigma^*$$

$$D_S = D \frac{a_{is}^{1/4}}{\sqrt{\dot{V}}} \sim \delta^*$$

Als wichtige Erweiterung sind dem N_S, D_S - Diagramm (Bild 2.2) die Kennlinien der wesentlichen Geometrieparameter optimal ausgelegter Turbinenstufen zu entnehmen. Die dargestellten Wirkungsgradoptima fallen in das von Cordier [17] angegebene Toleranzband optimal ausgelegter Turbomaschinen. Aufgrund der Proportionalität $\nu \sim N_S \cdot D_S$ korrespondiert das Wirkungsgradmaximum jedes Maschinentyps im N_S, D_S - Kennfeld mit einer eindeutig festgelegten, optimalen Laufzahl ν_{opt} . Berechnete Wirkungsgrad-Kennlinien über der Laufzahl ν wurden z.B. von Bridle und Boulter [14] für Zentripetalturbinen und von Verneau [93] für Überschall-Axialturbinen bei Betrieb mit organischen Fluiden im Leistungsbereich von 3 – 1300 kW angegeben. Zusammen mit Auslegungs- und Auswahlkriterien vermittelt Wood [97] einen Überblick optimaler N_S -Werte für verschiedene hydraulische und thermische Turbomaschinenstufen radialer Bauart.

Als klaren Mangel des N_S, D_S - Diagramms identifiziert Macchi [59], daß Abweichungen der in Tab. 2.1 aufgelisteten Kennzahlen κ und M_u von den festgelegten Nominalwerten bei kompressiblen Fluiden einen beachtlichen Einfluß auf den erreichbaren Wirkungsgrad ausüben. Gründe hierfür sind die Machzahl-Abhängigkeiten der eingehenden Verluste und die von κ abhängige lokale Dichteänderung des Fluides während der Expansion. Wie auch von Baljé [8] eingeräumt wird, ist daher dieses Kennfeld nur für kleine Stufendruckverhältnisse direkt auf andere Fluide übertragbar. Für den Spezialfall hochmolekularer Fluide führt Macchi [59] eine gleichzeitige Optimierung von 10 unabhängigen Variablen vollbeaufschlagter Axialturbinen durch. Deutlich wird, daß die erhaltenen Ergebnisse nur bei näherungsweise inkompressibler Zustandsänderung mit den Werten von Baljé übereinstimmen. Die von Baljé [5] vorgeschlagene nachträgliche Machzahlkorrektur der aus N_S, D_S - Diagrammen abgelesenen Wirkungsgrade kann die direkte Optimierung dieser Kenngröße nicht ersetzen, denn sie berücksichtigt nicht die von Macchi für große Stufengefälle nachgewiesene Verschiebung optimaler Betriebspunkte zu kleineren N_S . Der Forderung nach Berücksichtigung kompressibler Strömungsvorgänge wird von Macchi und Perdichizzi [60] durch Einführung des Volumenstromverhältnisses Φ sowie eines charakteristischen Durchmessers Rechnung getragen. Die Arbeit beinhaltet eine Geometrieoptimierung von Axialturbinen bei Betrieb mit nichtkonventionellen, hochmolekularen Arbeitsfluiden. Durch gezielte Wahl der Achsengrößen bleibt dabei der Einfluß des Isentropenexponenten κ vernachlässigbar gering. Unter Anwendung derselben Analysetechnik wird dieser Ansatz durch Perdichizzi und Lozza [73] auf Zentripetalturbinen mit unterschiedlichen Arbeitsfluiden ausgedehnt. Weitere Arbeiten zum Einfluß der Stoffeigenschaften auf Auslegung und Betrieb von Turbinenstufen basieren praktisch ausschließlich auf der Anwendung des N_S, D_S - Diagramms nach Baljé [12; 11; 80; 84; 61]. Daher sind die ge-

troffenen Aussagen auf kleine Stufendruckgefälle beschränkt. Wirkungsgradeinbußen durch kleine absolute Baugrößen ausgeführter Maschinen werden bei Graf [35], Macchi [60] und Schmidt [84] diskutiert.

Prinzipübergreifende Vergleichsansätze

Wie eingangs bereits festgestellt wurde, tritt bei prinzipübergreifenden Vergleichsbetrachtungen optimierter Kraftmaschinen keine geometrische oder strömungsmechanische Ähnlichkeit auf. Die nachfolgend zusammengestellten Ansätze erlauben daher unter Benutzung des in Gl. (2.1) eingeführten isentropen Wirkungsgrades $\eta_{i,t-s}$ lediglich eine Gegenüberstellung der Energiewandlungsgüte unterschiedlicher Maschinentypen bei Vorgabe vergleichbarer thermodynamischer Randbedingungen. Durch Beschränkung der Darstellung auf optimale Betriebspunkte prinzipiell sinnvoller Geometrien ist jeder Maschinentyp darüber hinaus in seinen wesentlichen Geometrieparametern bestimmt. In jedem Fall sind zur Maschinenauslegung neben den optimierten Ähnlichkeitsgrößen weitere, dimensionsbehaftete Grenzwerte zu berücksichtigen. Solche maschinenspezifischen Schranken resultieren z.B. aus den zu beachtenden festigkeits-, werkstoff- oder verlustbedingten Gegebenheiten.

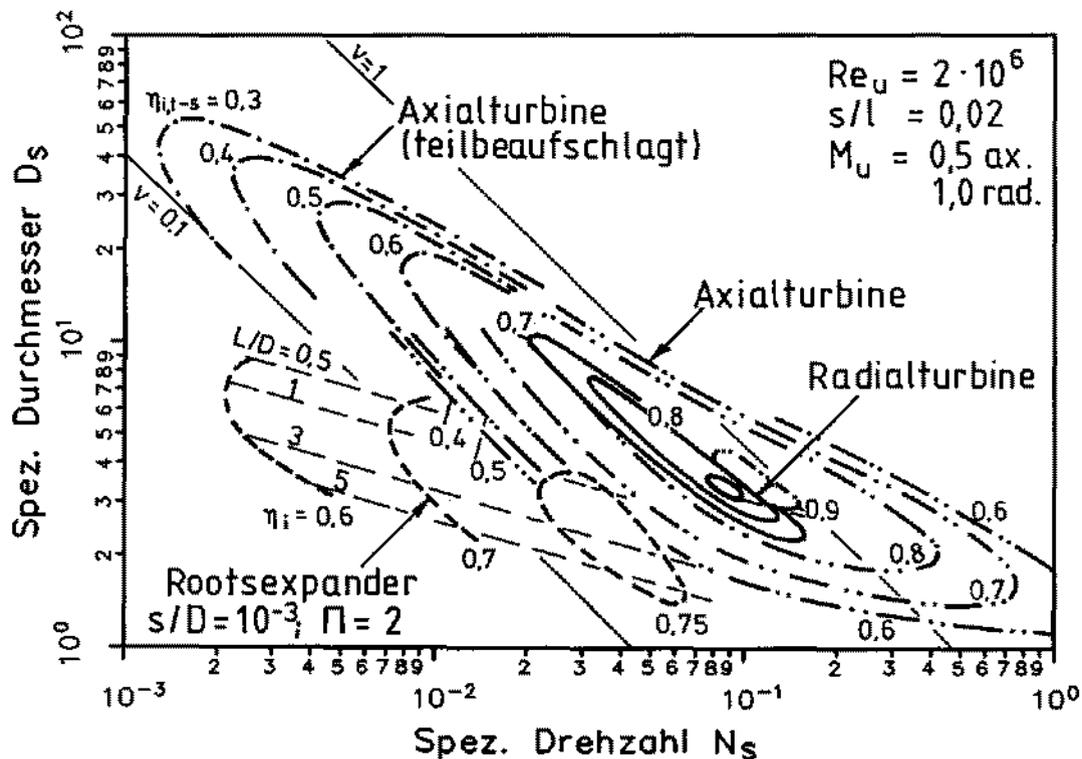


Bild 2.2: N_S, D_S - Diagramm nach Baljé [6]

Ohne nähere Ableitung der verwendeten Ähnlichkeitsgrößen wird das bereits im vorangehenden Abschnitt diskutierte N_S, D_S - Kennfeld für Turbomaschinen von Baljé auf

Verdrängerkraft- und -arbeitsmaschinen angewendet [5; 6]. Das resultierende, prinzipübergreifende Kennfeld (Bild 2.2) zeigt für ein perfektes Gas mit $\kappa = 1.4$ neben verschiedenen Typen von Turbinenstufen auch den Roots-Expander. Die Darstellung der letzteren Maschine ist auf einen Nominalwert des äußeren Druckverhältnisses Π beschränkt. Weiterhin muß beachtet werden, daß in die Achsengrößen des Diagramms neben den Randbedingungen des Betriebspunktes auch dimensionsbehaftete Größen wie Volumenstrom und Durchmesser eingehen. Deren Definition hat unmittelbaren Einfluß auf die Lage der Wirkungsgrad-Muschelkurven unterschiedlicher Maschinentypen zueinander.

Eine rein empirische Erweiterung des Cordier-Diagramms zu kleinen Schnellaufzahlen σ^* stammt von Fister [25] und Grabow [34]. Wie aus Bild 2.3 hervorgeht, fallen die optimalen Betriebspunkte verschiedener Bauarten von Verdrängermaschinen auf der sogenannten "Cordier-Gerade" zusammen. Die Auftragung, welche auch Schraubenverdichter mit einschließt, enthält allerdings keine Angaben zu den erreichbaren Wirkungsgraden oder zum Einfluß der Geometrie- und Fluidparameter. Ebenfalls bei Fister [25] findet sich eine grundlegende Analyse relevanter Ähnlichkeitsgrößen für Turbo- und Verdrängermaschinen. Gefolgert wird, daß zum Zweck der vergleichenden Darstellung von Wirkungsgraden im Cordier-Diagramm nicht die erforderliche, repräsentative Menge von Betriebsdaten ausgeführter Maschinen verfügbar ist.

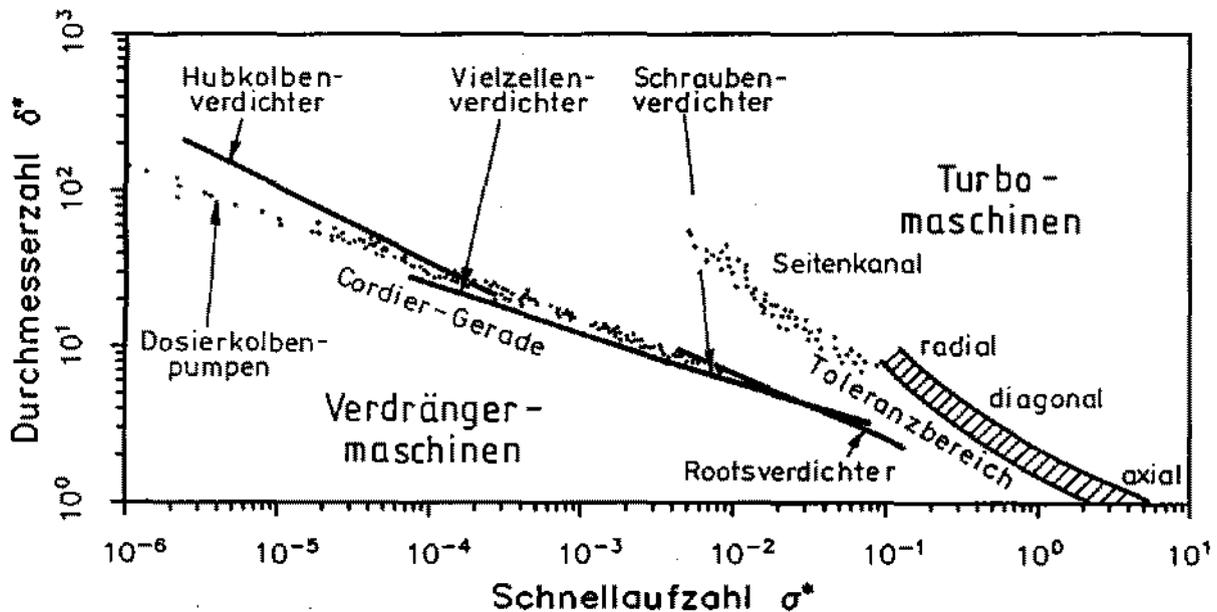


Bild 2.3: Erweitertes Cordier-Diagramm nach Fister [25] und Grabow [34]

Die bislang diskutierten prinzipübergreifenden Vergleichsansätze enthalten keine Angaben zur absoluten Baugröße der beschriebenen Kraftmaschinen. Als Arbeitsfluide werden sowohl Wasser als auch Luft eingesetzt. Nachfolgend genannte Quellen beschäftigen sich dagegen ausschließlich mit der Nutzung von Niedertemperaturwärme inner-

halb organischer Dampfkreisläufe (ORC – Organic Rankine Cycle). Zum Einsatz kommen dabei Turbinen, Schrauben-Expansionsmaschinen und Hubkolben-Dampfmotoren bis ca. 100 kW Wellenleistung. Die ORC-Technologie konnte infolge der Ozonschichtgefährdung durch die eingesetzten halogenierten Kohlenwasserstoffe (FCKW) sowie aufgrund der vergleichsweise hohen Investitionskosten [13] keinen Durchbruch erzielen. Vor dem Hintergrund der bei Hinsenkamp et al. [43] erläuterten besonderen Eignung organischer Fluide zur experimentellen Kennfeldermittlung kleiner Kraftmaschinen leistet die auf diese Thematik bezogene Literatur dennoch einen wichtigen Beitrag zum Verständnis des Fluideinflusses auf das Betriebsverhalten kleiner Kraftmaschinen.

Mit der optimierten Fluid- und Maschinenauswahl für ORC-Prozesse anhand des N_S, D_S – Diagramms befaßt sich der Bericht von Huppmann et al. [47]. Die von Baljé für den Roots-Expander angegebenen Wirkungsgradkurven werden ohne Gültigkeitsnachweis auf Schraubenmaschinen bei Betrieb mit verschiedenen Fluiden angewendet. Hinsichtlich der Auswahl geeigneter Kraftmaschinen werden relevante Vergleichskriterien angesprochen und in Form sinnvoller Maschine/Fluid-Kombinationen über der Kupplungsleistung aufgetragen. De Vlamincq [20] behandelt in seiner Arbeit den Einsatz effizienter Kleinkraftmaschinen in ORC-Anlagen. Er analysiert hierzu getrennt axiale und radiale Turbinenstufen sowie Schrauben-Expansionsmaschinen. Nach der Einführung und Berechnung bauartspezifischer Kennzahlen wird der Versuch einer Einordnung in das N_S, D_S – Diagramm unternommen, ohne allerdings konkrete Vergleichsaussagen zu machen. Zur Charakterisierung von SEM wird in dieser Quelle auf das fragwürdige N_S, D_S – Diagramm von Huppmann et al. [47] verwiesen.

Speziell mit der Frage des Fluideinflusses auf das Betriebsverhalten und die Auswahl kleiner Kraftmaschinen befaßt sich die Studie von Zahoransky et al. [98]. Vor dem Hintergrund der rationellen Nutzung von Niedertemperatur-Wärmeströmen wird zunächst eine Marktübersicht kleiner Turbinen, Dampfmotoren und Schraubenexpander im Leistungsbereich bis 100 kW gegeben. Auf der Basis optimaler Laufzahlen ν erfolgt im Anschluß eine vereinfachte Berechnung von Auslegungspunkten für verschiedene Turbinenbauarten bei Betrieb mit Wasserdampf und einem organischen Arbeitsfluid. Die Analyse erfordert eine Vorgabe von Eintrittstemperatur, Gegendruck, Drehzahl, Laufrad-Durchmesser und Düsenwirkungsgraden. Lediglich qualitativ beschrieben wird das Betriebsverhalten von Dampfmotor und Schraubenexpander sowie das Teillastverhalten der untersuchten Maschinentypen bei konstanter Drehzahl. Die Arbeit verdeutlicht den Mangel an gesicherten und belastbaren Vergleichsdaten für Schrauben-Expansionsmaschinen und dokumentiert damit die Notwendigkeit weiterer, vertiefter Untersuchungen auf diesem Gebiet.

2.3 Zielsetzung dieser Arbeit und Lösungsweg

Wie aus der Literaturübersicht hervorgeht, existieren für Axial- und Radialturbinen zahlreiche Verlustkorrelationen, Berechnungsverfahren und Kennfeldvarianten zur direkten Bestimmung optimaler Geometriegrößen am Auslegungspunkt. Dagegen ist ein geschlossener und universell anwendbarer Optimierungsansatz für SEM nicht bekannt. Die vergleichende Darstellung der mit adiabaten Turbinen und Schrauben-Expansionsmaschinen erreichbaren isentropen Wirkungsgrade erfolgte bisher ausschließlich anhand des N_S, D_S - Diagramms. Der Zusammenhang zwischen diesen beiden Kennzahlen, der Maschinengeometrie und dem in Gl. (2.1) als Optimierungs-Zielfunktion eingeführten isentropen Wirkungsgrad $\eta_{i,t-s}$ war lediglich für Turbomaschinen unterschiedlicher Bauart Gegenstand theoretischer Untersuchungen. Dagegen werden Schraubenexpander bislang über eine unzureichende, inkompressible Näherung als Rootsmaschinen behandelt. Weitere, meist empirische Ansätze für SEM unterscheiden bei der Bildung der Kennzahlen N_S, D_S nicht in der notwendigen Weise zwischen dem Betrieb im Auslegungspunkt (d.h. der Variation optimierter Geometrien) und dem Teillastbetrieb bei konstant vorgegebener Geometrie. Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß als Vorbedingung einer systematischen Gegenüberstellung optimierter Turbo- und Schrauben-Expansionsmaschinen zunächst die Einführung eines experimentell verifizierten, vollständigen und eindeutigen SEM-Auslegungsverfahrens erforderlich ist.

Zielsetzung

Aus der aufgezeigten Problemstellung und unter Beachtung der eingangs vereinbarten Beschränkung auf Niedertemperatur-Anwendungen kleiner Kraftmaschinen ergibt sich als Ziel der vorliegenden Arbeit die Entwicklung und Diskussion eines methodischen Ansatzes zum Kennfeldvergleich optimierter Turbinen und Schrauben-Expansionsmaschinen bei Betrieb im Auslegungspunkt. Als Grundlage hierzu ist zunächst die Neuentwicklung und eingehende experimentelle Überprüfung eines kennzahlorientierten Auslegungs- und Optimierungsverfahrens für adiabate, trockenlaufende SEM notwendig. Aufgrund des in der Literatur dokumentierten Mangels an experimentell ermittelten Betriebsdaten von Schraubenexpandern kann die zur Ableitung einer solchen Systematik unabdingbare Variation von Geometrie- und Stoffparametern mit vertretbarem Aufwand nur durch Anwendung eines numerischen Berechnungsverfahrens erfolgen. Dieses soll durch physikalisch sinnvolle Beschreibung der Energiewandlung einen Beitrag zur Erforschung von Mechanismen und Auswirkungen der eingehenden Verluste leisten und damit eine funktionale Abhängigkeit des isentropen Wirkungsgrades und anderer abgeleiteter Größen von Geometrie, Stoffwerten und Randbedingungen liefern. Zur Darstellung und experimentellen Verifikation der Be-

rechnungsergebnisse ist die Bildung dimensionsloser Kennzahlen für SEM sinnvoll, anhand derer optimale Betriebspunkte identifiziert und in Kennfeldern festgehalten werden sollen. Mit dem Ziel der Auftragung der ermittelten optimalen SEM-Geometrien im Cordier-Diagramm sind im nächsten Schritt die Kennzahlen N_S und D_S in das abgeleitete vollständige System von Ähnlichkeitsgrößen einzuführen. Damit sollen schließlich optimale SEM-Betriebsbereiche aufgezeigt und entsprechenden Turbinen-Kennfeldbereichen gegenübergestellt werden.

Lösungsweg

Ausgangspunkt der Betrachtungen ist die Bereitstellung der geometrischen und thermodynamischen Berechnungsgrundlagen adiabater, trockenlaufender Schrauben-Expansionsmaschinen. Im Hinblick auf die geforderte einheitliche Definition der Randbedingungen und des isentropen Wirkungsgrades $\eta_{i,t-s}$ wird dabei den dynamischen Energieanteilen des Arbeitsfluides an den Systemgrenzen besondere Aufmerksamkeit gewidmet. Zur Beschreibung des Expansionsvorgangs, der Ladungswechsel und der real auftretenden Verlustanteile dient ein neuentwickeltes iteratives Berechnungsverfahren, welches die Zerlegung des SEM-Arbeitsspiels in eine zeitliche Folge quasi-stationärer Zustandsänderungen beinhaltet ("mitbewegter Beobachter"). Ausgehend vom Zustandsverlauf in der ideal dichten, isentrop arbeitenden SEM wird der unter Berücksichtigung realer Verluste auftretende Druck- und Temperaturverlauf iterativ ermittelt und in Form von Indikatordiagrammen aufgetragen. Das aus der numerischen Berechnung erhaltene Ergebnis kennzeichnet einen einzigen SEM-Betriebspunkt für eine vorab festgelegte Geometrie. Durch Ableitung dimensionsloser Kennzahlen aus der vollständigen Liste relevanter Einflußgrößen lassen sich aus einer Vielzahl derartiger Datensätze Kennfelder des inneren und des volumetrischen Wirkungsgrades als Funktion der thermodynamischen Randbedingungen darstellen und diskutieren. Die gewählte Auftragungsweise mit der Umfangs-Machzahl M_u als Scharparameter ermöglicht eine gezielte Lokalisierung optimaler Wirkungsgrade und zugleich auch eine quantitative Erfassung des Einflusses der Fluidparameter auf das Betriebsverhalten.

Im Rahmen der weiteren Vorgehensweise wird der vorgestellte Berechnungsalgorithmus ohne jegliche Modifikation anhand der experimentell ermittelten Teillastkennfelder zweier trockenlaufender SEM verschiedener Hersteller eingehend überprüft. Die zu diesem Zweck eingesetzten Schrauben-Expansionsmaschinen mit Wellenleistungen von ca. 30 kW weisen neben Abweichungen in der konstruktiven Gestaltung des Ein- und Austrittsbereichs und des Ölsystems auch grundlegende Unterschiede in den geometriebeschreibenden Kennzahlen auf. Als Nachweis der einfachen Umrüstbarkeit von der Arbeits- zur Kraftmaschine wurde eine dieser Maschinen direkt aus der Schraubenverdichter-Serienfertigung ausgekoppelt und am Institut für Thermische

Strömungsmaschinen (ITS) durch Anpassung des Dichtungs- und Ölsystems unter Drehrichtungsumkehr zur Schrauben-Expansionsmaschine umgebaut. Zur Kennfeldermittlung wurden beide Maschinen mit einer rechnergestützten Meßwerterfassung versehen und in den $500 \text{ kW}_{\text{therm}}$ ORC-Kreislauf am ITS eingebaut. Die Verwendung des organischen Arbeitsfluides R11 (Trichlorfluormethan) in diesem geschlossenen Kreisprozeß ermöglichte die Einstellung einer großen Bandbreite von Umfangs-Machzahlen M_u ohne Überschreitung festigkeitsbedingter Grenzen von Läuferdrehzahl und -durchbiegung. Als weiterer Vorteil des eingesetzten Fluides ist die sehr geringe kinematische Viskosität zu nennen, welche zu hohen Umfangs-Reynoldszahlen Re_u führt und damit die Übertragbarkeit der Versuchsergebnisse innerhalb weiter Grenzen gewährleistet.

Aufbauend auf dem nunmehr verifizierten Zeitschrittverfahren und der abgeleiteten Kennzahlbasis erfolgt im nächsten Schritt die Entwicklung eines Auslegungs- bzw. Optimierungsansatzes für trockenlaufende SEM. Die hierzu verwendete zweidimensionale Optimierungsroutine liefert für jede sinnvolle Kombination von Geometrieparametern den durch Druckverhältnis Π und Umfangs-Machzahl M_u eindeutig bestimmten Betriebspunkt mit maximalem isentropen Wirkungsgrad. Infolge der Komplexität des erforderlichen Rechenprogramms erweist sich dessen Handhabung als schwerfällig und zeitaufwendig. Daher werden die erhaltenen Ergebnisse unter Variation des Arbeitsfluides und der geometrischen Hauptparameter in Auslegungsdiagrammen zusammengefaßt. Das Anwendungspotential dieser Kennfelder wird anhand zweier praxisrelevanter Beispiele verdeutlicht: der Ermittlung der optimalen SEM-Geometrie für einen gegebenen Einsatzfall sowie – umgekehrt – der Ermittlung des optimalen Betriebspunktes für eine vorgegebene SEM-Geometrie.

Mit Hilfe des vorgestellten kennzahlorientierten Optimierungsverfahrens kann schließlich das Cordier-Diagramm der adiabaten, trockenlaufenden Schrauben-Expansionsmaschine bei Betrieb im Auslegungspunkt (d.h. beim maximalen isentropen Wirkungsgrad) berechnet werden. Zum Zweck der Gegenüberstellung werden die entsprechenden Kennlinien axialer und radialer Turbinenstufen unter Kenntnis und Beachtung des eingeschränkten Geltungsbereichs aus den in Kap. 2.2 aufgezeigten Literaturstellen unverändert übernommen. Die Diskussion der resultierenden optimalen Betriebsbereiche und weiterer maschinenspezifischer Vergleichsaspekte faßt die relevanten Kriterien für die Bewertung und Auswahl kleiner Kraftmaschinen in übersichtlicher Form zusammen.

3 Analyse und Berechnung adiabater Schrauben-Expansionsmaschinen

Wie aus Kap. 2 hervorgeht, besteht eine wesentliche Voraussetzung zur Bewertung kleiner Kraftmaschinen in der Kenntnis des Zusammenhangs zwischen den relevanten Geometrie- und Stoffgrößen und dem erzielbaren isentropen Wirkungsgrad $\eta_{i,t-s}$ nach Gl. (2.1). Die Literaturübersicht in Kap. 2.2 verdeutlicht, daß für Schrauben-Expansionsmaschinen aufgrund der großen Zahl von Einflußgrößen eine geschlossene Theorie der Kennfeldermittlung bislang nicht existiert. Basierend auf einer thermodynamischen Systemanalyse von Aufbau, Arbeitsweise und Verlustmechanismen trockenlaufender SEM wird daher in den nachfolgenden Kapiteln ein numerisches Berechnungsverfahren vorgestellt. Es ermöglicht unter gezielter Vorgabe von Geometrie- und Stoffparametern die Ermittlung realer Betriebsgrößen wie Austrittstemperatur, Massenstrom und Leistung. Im ersten Schritt werden Aufbau und Arbeitsweise der verlustfreien Schrauben-Expansionsmaschine betrachtet. Die dabei abgeleiteten Beziehungen der idealen Vergleichsmaschine werden später zur Bildung von Kenngrößen der Energiewandlung in der realen SEM benötigt.

3.1 Aufbau und Arbeitsweise verlustfreier Schrauben-Expansionsmaschinen

Die Schrauben-Expansionsmaschine gehört zu den zweiwelligen Drehkolben-Verdrängermaschinen mit innerer Volumenänderung des Arbeitsraums. Bild 3.1 zeigt den prinzipiellen Aufbau einer solchen schadraumfreien Kraftmaschine, der zugehörige Schnitt A-A ist in Bild 3.2 wiedergegeben. Wie den Abbildungen zu entnehmen ist, bilden der konvexe Hauptläufer (HL) und der konkave Nebenläufer (NL) zusammen mit den umgebenden Gehäuseflächen den geschlossenen Arbeitsraum und damit das Analogon zu Kolben und Zylinder bei Hubkolbenmaschinen. Bei Schraubenmaschinen erfolgen die Ladungswechsel zwangsgesteuert ohne bewegliche Ventile. Dies führt gegenüber Hubkolbenmaschinen zu einer erheblichen Verminderung von Bauaufwand und Störanfälligkeit. Da außerdem keine oszillierenden Massenkräfte auftreten, können SEM bei vergleichsweise hohen Drehzahlen und Volumenströmen eingesetzt werden. Kleine Maschinen mit HL-Durchmessern von $D_{HL} \approx 0.1$ m erreichen HL-Drehzahlen bis $20\,000 \text{ min}^{-1}$, die größten Bauausführungen mit $D_{HL} \approx 0.8$ m weisen Austrittsvolumenströme bis zu $10 \text{ m}^3/\text{s}$ auf. Die periodisch instationäre Arbeitsweise kann durch Betrachtung der Zustände weit genug vor bzw. hinter der Maschine quasi-stationär angenähert werden. Wie aus der Kinematik schrägverzahnter Zahnräder bekannt, besitzen die helixförmig verwundenen Läufer über der gesamten axialen Pro-

flerstreckung dieselben Stirnschnittkonturen sowie eine konstante Flankensteigung. Zur Gewährleistung der Betriebssicherheit ist die Einhaltung eines Mindestspiels innerhalb des Läuferpaars und zum Gehäuse notwendig. Wie bereits in Kap. 1 erläutert, liegt bei der hier ausschließlich betrachteten trockenlaufenden SEM eine starre Kopplung der gegensinnig drehenden Rotoren über das in Bild 3.1 dargestellte externe Synchrongetriebe vor.

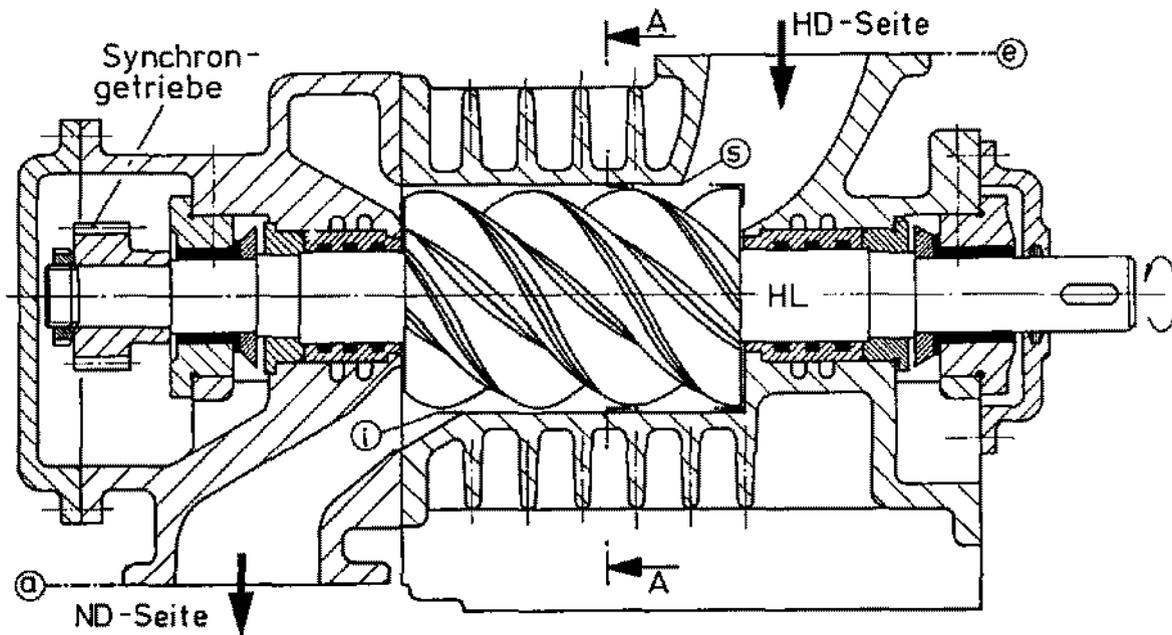


Bild 3.1: Aufbau einer trockenlaufenden Schrauben-Expansionsmaschine

Aus dem Verzahnungsgesetz der gleichförmig rotierenden Läufer folgt eine Beziehung zwischen Winkelgeschwindigkeiten ω , Zähnezahlen z , Wälzkreisdurchmessern D_W und Umschlingungswinkeln γ_u (HL – Hauptläufer, NL – Nebenläufer):

$$\frac{D_{W,HL}}{D_{W,NL}} = \frac{z_{HL}}{z_{NL}} = \frac{\omega_{NL}}{\omega_{HL}} = \frac{\gamma_{u,NL}}{\gamma_{u,HL}} \quad (3.1)$$

Dieses Verhältnis ist durch die Wahl der Zähnezahlpaarung $\frac{z_{HL}}{z_{NL}}$ festgelegt (z.B. 3/4, 3/5, 4/5, 4/6, 5/6, 5/7). Die Auslegung der Läuferlänge L , der Außendurchmesser D_{HL} , D_{NL} und des Achsabstandes d ist nicht an diese Vorschrift gekoppelt, sondern erfolgt innerhalb profilspezifischer Grenzen nach Festigkeits- und Durchsatzkriterien. Eine ausführliche Darstellung gebräuchlicher Profilformen kann der Fachliteratur entnommen werden [78; 26]. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich in Theorie und Experiment auf das aktuell am weitesten verbreitete SRM ASY46-Profil mit 4 Haupt- und 6 Nebenläuferzähnen (Bild 3.2). Alle Winkelangaben beziehen sich auf das HL-System, dessen Kopplung zum gegensinnig orientierten NL-System aus Gl. (3.1) hervorgeht.

Das auf ein HL-/NL-Zahnlückenpaar bezogene Arbeitsspiel der SEM beginnt mit

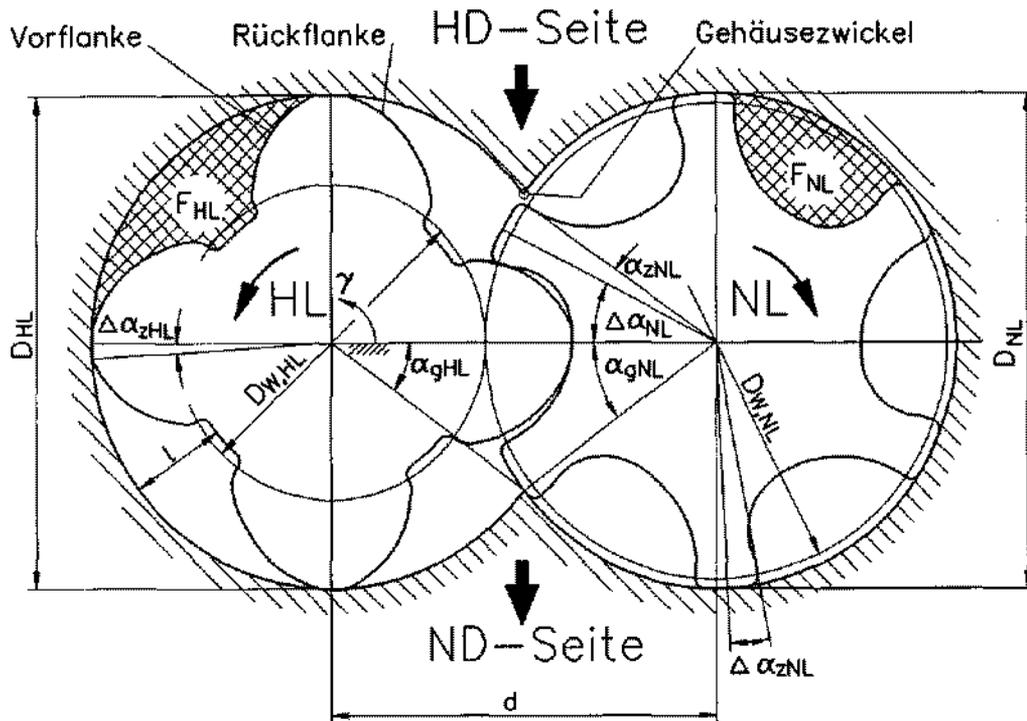


Bild 3.2: Stirnschnitt des SRM ASY46-Profiles ($\gamma = 0^\circ$)

der Entstehung der Expansionszelle an der HD-Läuferstirnseite und endet mit Abschluß des Ausschlebens an der ND-Stirnseite des Nebenäufers. Aus Bild 3.2 kann die Läufer-Winkellage im druckseitigen Stirnschnitt zu Beginn eines Arbeitsspiels entnommen werden. Der HL-Drehwinkel besitzt in dieser Stellung den Wert $\gamma = 0^\circ$ und wird positiv gezählt. Aufgrund der unterschiedlichen Winkelgeschwindigkeiten von Haupt- und Nebenäufer wird ein monoton wachsendes Volumen der Läuferlücken freigegeben: der Arbeitsraum entsteht. Sobald eine Verbindung zur Hochdruckseite (HD) existiert, beginnt der Einströmvorgang des Arbeitsfluides, der für die verlustfreie SEM isobar beim Eintrittsdruck p_e verläuft. Der Ladevorgang setzt sich unter gleichzeitiger Vergrößerung des Arbeitsraums bis zum Erreichen des theoretischen Eintrittsvolumens V_s fort. Am Punkt "s" (Bild 3.1) schließen die nacheilenden Läuferflanken des betrachteten Zahnflächenpaars durch Überfahren der druckseitigen Steuerkanten das Arbeitsvolumen vollständig ab. Der zugehörige HL-Drehwinkel $\gamma = \gamma_s$ erhält die Bezeichnung "Schließwinkel". In dieser Winkellage erfolgt die Bestimmung des zeitgemittelten Massenstroms \dot{m}_{th} der verlustfreien SEM über die Kammermasse \bar{m}_{th} :

$$\bar{m}_{th} = \frac{p_e V_s}{R T_e} \quad (3.2)$$

$$\dot{m}_{th} = \bar{m}_{th} \cdot z_{HL} \cdot n_{HL} \quad (3.3)$$

Im weiteren Verlauf des Arbeitsspiels erfolgt ein Anwachsen des abgeschlossenen Volumens bis zum konstruktiv festgelegten Maximalwert V_i , welches beim Expansions-

Endwinkel $\gamma = \gamma_i$ erreicht wird. Das eingeschlossene Fluid expandiert dabei isentrop bis auf den inneren Endzustand "i", wobei die Umfangskomponenten der auftretenden statischen Druckkräfte Volumenänderungsarbeit an den Läuferflanken verrichten. Anschließend erfolgt das Öffnen der Arbeitskammer zur Niederdruckseite (ND) mit Freigabe des Austrittsquerschnittes durch die voreilenden Läuferflanken sowie das vollständige und – im Idealfall – isobare Ausschleiben des Arbeitsgases beim Druck $p_i = p_a$. Der HL-Drehwinkelbereich eines vollständigen Arbeitsspiels lautet somit:

$$0^\circ \leq \gamma < \gamma_i + \gamma_u + \frac{360^\circ}{z_{NL} - z_{HL}} \quad (3.4)$$

Das volumetrische Expansionsverhältnis zwischen dem Kammerabschluß gegen die HD-Seite am Punkt "s" und dem Endpunkt "i" der Expansion des geschlossenen Arbeitsraums besitzt für die ideale SEM einen konstruktiv festgelegten Wert, der als theoretisches inneres Volumenverhältnis $\Phi_{i,th}$ bezeichnet wird:

$$\Phi_{i,th} = \frac{V_i}{V_s} \quad (3.5)$$

Als maschinenspezifische Kenngröße hat $\Phi_{i,th}$ wesentlichen Einfluß auf den Arbeitsumsatz von Schrauben-Expansionsmaschinen. Für die isentrope, leckagefreie Entspannung in der verlustfreien SEM läßt sich hieraus das theoretische innere Druckverhältnis $\Pi_{i,th}$ ableiten, welches zusätzlich vom Isentropenexponenten κ des eingesetzten Arbeitsfluides abhängt:

$$\Pi_{i,th} = \Phi_{i,th}^\kappa \quad (3.6)$$

Dieser Kennwert ist nur für den hier behandelten Idealfall ($p_i = p_a$) identisch mit dem äußeren Druckverhältnis Π , welches zu den anwendungs- bzw. anlagenspezifischen freien Variablen zählt:

$$\Pi = \frac{p_e}{p_a} \quad (3.7)$$

Es ist insbesondere unabhängig von Typ und Zustandsverlauf der eingesetzten Kraftmaschine und gehört daher zu den bereits in Kap. 2.1 erwähnten Kennzahlen zur Charakterisierung thermodynamischer Randbedingungen. Unter Benutzung der eingeführten charakteristischen Größen lassen sich die Arbeitsterme der verlustfreien SEM angeben. Bei den Ladungswechseln treten die isobaren Verschiebearbeiten A_{e-s} und A_{i-a} auf, die innere Expansion ist durch die isentrope Volumenänderungsarbeit A_{s-i} gekennzeichnet (vergl. Bild 3.9):

$$A_{i-a} + A_{e-s} = p_a V_i - p_e V_s = p_e V_s \left(\frac{\Phi_{i,th}}{\Pi} - 1 \right) \quad (3.8)$$

$$A_{s-i} = - \int_s^i p dV = \frac{p_s V_s}{\kappa - 1} \left(\Phi_{i,th}^{1-\kappa} - 1 \right) \quad (3.9)$$

Wie aus diesen beiden Gleichungen hervorgeht, erhalten gemäß der gewählten Vorzeichenkonvention Arbeitsanteile, die die Systemgrenze "Kupplung" von innen nach außen überschreiten, ein negatives Vorzeichen. Als Summe der Volumenänderungs- und Verschiebearbeiten erhält man die Arbeit A_{e-a} , die im verlustfreien Fall ($\Pi = \Pi_{i,th}$) der isentropen Druckänderungsarbeit A_{is} entspricht:

$$A_{is} = \int_c^a V dp = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_e V_s \left(\Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} - 1 \right) \quad (3.10)$$

Nach Division durch die theoretische Kammermasse \bar{m}_{th} aus Gl. (3.2) ergibt sich die spezifische isentrope Druckänderungsarbeit a_{is} , welche geometrie- und typunabhängig für alle verlustfreien Kraftmaschinen bei Betrieb mit perfektem Gas gültig ist:

$$a_{is} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} RT_e \left(\Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} - 1 \right) = c_p (T_{a,is} - T_e) \quad (3.11)$$

Da die mittlere Strömungsgeschwindigkeit am Eintritt idealer und realer Schrauben-Expansionsmaschinen vernachlässigbar gering ist, kann in Gl. (3.11) die statische Eintrittstemperatur T_e durch die Totaltemperatur T_{te} ersetzt werden. Damit entspricht $|a_{is}|$ der zur Bildung des isentropen Wirkungsgrades nach Gl. (2.1) benötigten Enthalpiedifferenz $\Delta h_{i,s,t-s}$.

Im Gegensatz zur verlustfreien Schrauben-Expansionsmaschine weist die reale SEM eine Reihe von Verlustmechanismen auf, deren Einflüsse auf das Betriebsverhalten und den Wirkungsgrad nicht in Form eines geschlossenen Gleichungssystems darstellbar sind. Zur Erfassung der real auftretenden Irreversibilitäten wird daher nachfolgend ein Berechnungsverfahren für adiabate, trockenlaufende Schrauben-Expansionsmaschinen vorgestellt. Es ermöglicht unter Vorgabe der Maschinengeometrie und der thermodynamischen Randbedingungen die Ermittlung des inneren Zustandsverlaufes und damit aller wichtigen Betriebskenngrößen.

3.2 Beschreibung des Berechnungsverfahrens

Infolge der periodisch instationären Arbeitsweise von Schraubenmaschinen muß zur Erfassung aller realen Zustandsänderungen und Stoffströme das gesamte Arbeitsspiel berücksichtigt werden. Unter Beschränkung auf gleichförmige Rotation des Läuferpaars ($\omega_{HL} = Const.$) geschieht dies im Rahmen eines Zeitschrittverfahrens durch Betrachtung kleiner Zeitschritte Δt bzw. HL-Drehwinkelschritte $\Delta\gamma$:

$$\Delta\gamma = \omega_{HL} \Delta t \quad (3.12)$$

Die Zustände bei jeder momentan festgehaltenen Läuferstellung im Bereich $0^\circ \leq \gamma \leq \gamma_i$ werden quasistationär unter Zugrundelegung der Bilanzgleichungen von Masse und

Energie berechnet. Hierzu benötigte Parameter wie Dissipationskoeffizienten, Druckverlust- oder Durchflußbeiwerte stammen aus detaillierten Messungen oder analytischen Betrachtungen und können der Fachliteratur (z.B. [26]) entnommen werden. Da die zur Verlustberechnung notwendigen Druck- und Temperaturverläufe während des Arbeitsspiels zunächst unbekannt sind, erfolgt die Berechnung ausgehend von der in Kap. 3.1 eingeführten isentropen, leckagefreien Maschine in mehreren aufeinanderfolgenden Iterationen. Zur Sicherstellung der Konsistenz erfolgt jede Näherung über den gesamten Drehwinkelbereich. Berechnungsalgorithmen mit dieser Grundstruktur wurden z.B. von Korte [54], Fujiwara et al. [31] und Dreißig [22] angewandt. Das hier vorgestellte Berechnungsverfahren weist gegenüber bekannten Methoden einige wesentliche Modifikationen und Verbesserungen auf:

- die Schrittweite im Eintrittsbereich $0^\circ \leq \gamma \leq \gamma_s$ wurde zur Sicherstellung schrittweisenunabhängiger Lösungen auf $\Delta\gamma = 0.01^\circ$ verringert
- in der Energiebilanz um das Arbeitsvolumen werden kinetische Anteile berücksichtigt, deren Einfluß auf den isentropen Wirkungsgrad bei Betrieb mit höheren Umfangs-Machzahlen nicht mehr vernachlässigt werden kann
- die Berechnung von Leckageströmen beinhaltet auch die niederdruckseitigen Spalte, da dort bei der SEM im Gegensatz zum Schraubenverdichter signifikante Leckagen auftreten können
- durch konsequente Ausnutzung der periodischen Arbeitsweise (z.B. Einführung drehwinkelabhängiger Spaltflächen) erfolgt die Berechnung eines Betriebspunktes anhand des Zustandsverlaufes innerhalb einer einzigen Arbeitskammer.

Ausgangspunkt der detaillierten Beschreibung des Berechnungsverfahrens ist die Klärung der einfließenden Voraussetzungen und die Darstellung eingehender Größen. Nach Einführung der winkeldiskretisierten, kammerbezogenen Erhaltungsgleichungen für Masse und Energie sowie der drehwinkelabhängigen Beschreibung des Kammervolumens und der Leckspaltgeometrien werden die real auftretenden Verlustmechanismen vertieft behandelt. Schließlich verdeutlicht eine Gesamtdarstellung des iterativen Berechnungsablaufes das Zusammenwirken der einzelnen Teilmodule.

3.2.1 Voraussetzungen und Eingabegrößen

Infolge der komplexen analytischen Zusammenhänge bei der Berechnung von Leistungs- und Durchflußkenngrößen realer Schrauben-Expansionsmaschinen waren bislang nur ausgewählte Teilbereiche, wie z.B. Strömungsformen in Zahnlücken und Dichtspalten, Gegenstand räumlich und zeitlich aufgelöster Berechnungsansätze [71; 27; 26]. Vor

dem Hintergrund des hier angestrebten, verallgemeinerten Kennfeldvergleichs erfordert die Berechnung derart komplexer physikalischer Vorgänge die Berücksichtigung einer Vielzahl von Einflußgrößen. Da diese nicht in übertragbarer Weise bei Vergleichsanalysen berücksichtigt werden können, ist ein Kompromiß zwischen Realitätsnähe und Modellbildungsaufwand einzugehen. Die Zulässigkeit der eingeführten Vereinfachungen und Voraussetzungen wird in Kap. 5 anhand der experimentell ermittelten Kennfelder zweier realer Schrauben-Expansionsmaschinen nachgeprüft. Für die numerische Berechnung realer SEM werden in dieser Arbeit folgende Voraussetzungen vereinbart:

- *adiabate Zustandsänderung:*
axiale und radiale Wärmeströme über die Systemgrenzen des Arbeitsvolumens werden ausgeschlossen. Diese Vernachlässigung ist für Niedertemperatur-Anwendungen einstufiger SEM innerhalb gewisser Grenzen gerechtfertigt [44] und stellt hinsichtlich des angestrebten Kennfeldvergleichs mit adiabaten, einstufigen Turbinen keine Einschränkung dar.
- *Vernachlässigung mechanischer Reibung:*
äußere Reibungsverluste durch Lagerung, Dichtungen, Getriebe und Hilfsantriebe werden nicht betrachtet.
- *quasistationäre Beschreibung des Zustandsverlaufes:*
das kontinuierliche Arbeitsspiel kann durch eine Zeitdiskretisierung in genügend kleine, jeweils stationär betrachtete Teilschritte zerlegt werden. Dabei erfolgt die Berechnung aller Ausgleichsvorgänge mit der Theorie stationärer Spaltströmung. Vergleichsuntersuchungen von Dreißig [22] und Krijger [56] belegen am Beispiel der kompressiblen zeitabhängigen Strömung durch ebene Spalte den geringen Einfluß instationärer Effekte auf den berechneten Spaltmassenstrom hochtourig laufender SEM.
- *Aufteilung differentieller Expansionsschritte in isentrope/dichte und isochore/leckbehaftete Zustandsänderungen:*
der polytrope Zustandsverlauf im Arbeitsraum realer SEM läßt sich für jeden Teilschritt über die Energiebilanz als zeitdiskrete Differentialgleichung von Kammerdruck oder -temperatur schreiben [26]. Nach dem Ansatz von Dreißig [22] kann die Polytrope bei genügend kleiner Schrittweite auch in eine isentrope, leakagefreie Expansion aufgrund der Volumenvergrößerung und einen nachfolgenden, leakagebehafteten Ausgleichsvorgang bei konstantem Kammervolumen zerlegt werden.
- *vereinfachte Berechnung des Austrittsbereichs:*
der mit Öffnen des Arbeitsraums zur Niederdruckseite (ND) beginnende Aus-

schiebevorgang wird wie bei der idealen Maschine durch eine isochore Druckanpassung bei konstantem Endvolumen V_i beschrieben. Damit endet die Berechnung eines Arbeitsspiels bereits beim Winkel $\gamma = \gamma_i$. Zusätzlich erfolgt die Berücksichtigung des dynamischen Austrittsverlustes sowie des Druckverlustes an den ND-seitigen Steuerkanten.

- *Vernachlässigung betriebsbedingter Verformungen:*
die Charakterisierung der Läufer- und Spaltgeometrien erfolgt ohne Berücksichtigung thermischer Ausdehnung, mechanischer und rotordynamischer Deformationen. Die auftretenden Spiele können wahlweise als spalt- und drehwinkel-spezifische Kaltspiele, als konstante Nominalwerte oder als baugrößenabhängige Funktionen vorgegeben werden.
- *konstante Durchflußbeiwerte α :*
die real auftretenden Abhängigkeiten der Spalt-Durchflußbeiwerte von Umfangs-Reynoldszahl Re_u , HL-Drehwinkel γ und der Spalthöhe s werden vernachlässigt. Ersatzweise kommen empirisch bestätigte, spaltspezifische Nominalwerte zum Einsatz, die zur Transparenz der Leckagestrombestimmung beitragen. Die Implementierung variabler α -Werte scheitert an der bislang nur für wenige Spezialfälle ausgearbeiteten Theorie der Durchflußbeiwerte bei bewegter Spaltberandung [27; 76].
- *Perfektes Gas mit vorgegebener Viskosität:*
das Arbeitsfluid wird als perfektes Gas mit bekannter dynamischer Viskosität betrachtet. Zur Verknüpfung der Zustandsgrößen wird die ideale Gasgleichung herangezogen. Die kalorischen Größen c_p und c_v treten als druck- und temperatur-unabhängige Konstanten auf, deren Quotient κ zugleich Isentropenexponent des perfekten Gases ist. Diese Vorgehensweise erhöht die Transparenz des verwendeten Gleichungssystems, vereinfacht die Diskussion der Übertragbarkeit erhaltener Ergebnisse auf andere Arbeitsfluide und bietet schließlich eine Vergleichsgrundlage zu ebenso berechneten Turbinenstufen. Weiterhin können durch explizite Vorgabe einer Viskositätsfunktion $\mu = \mu(p, T)$ dissipative Strömungsvorgänge im Arbeitsraum mit in die Energiebilanz einbezogen werden.

Nach Einführung der genannten Voraussetzungen verbleiben die in Bild 3.3 angegebenen unabhängigen Einflußgrößen und Merkmale. Mit Auswahl eines Arbeitsfluides liegt eine funktionale Abhängigkeit der dynamischen Viskosität $\mu(p, T)$ vor, sodaß lediglich die in Tab. 3.1 aufgeführten Eingabegrößen als Vorgabe zur Berechnung adiabater, trockenlaufender Schrauben-Expansionsmaschinen benötigt werden. Die detaillierte Ableitung des zugehörigen vollständigen und eindeutigen Kennzahlensystems erfolgt in Kap. 4.

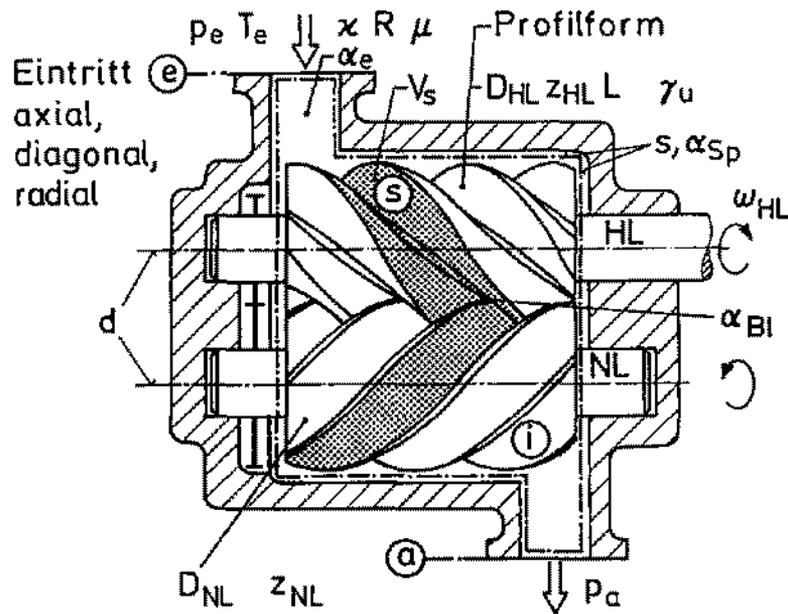


Bild 3.3: Merkmale und Einflußgrößen der trockenlaufenden SEM

Geometrie	
Profiltyp	Zahnform, z_{HL} , z_{NL}
Einströmung	axial, diagonal oder radial
HL-Durchmesser	D_{HL}
HL-Umschlingungswinkel	γ_u
Längenverhältnis	$\nu_L = \frac{L}{D_{HL}}$
Durchmesserverhältnis	$\nu_D = \frac{D_{NL}}{D_{HL}}$
Bezogener Achsabstand	$\nu_d = \frac{d}{D_{HL}}$
Theor. Volumenverhältnis	$\Phi_{i,th}$
Spaltweitenverhältnis	$\nu_{Sp} = \frac{s}{D_{HL}}$
Durchflußbeiwerte	$\alpha_e, \alpha_{Bl}, \alpha_{Sp}$
Betriebspunkt	
Eintrittstemperatur	T_e
Eintrittsdruck	p_e
Gegendruck	p_a
HL-Winkelgeschwindigkeit	ω_{HL}
Stoffwerte	
Isentropenexponent	κ
Spezielle Gaskonstante	R

Tabelle 3.1: Eingabegrößen zur Berechnung adiabater, trockenlaufender SEM

3.2.2 Erhaltungssätze des differentiellen Expansionssschrittes

Zur quasistationären Berechnung des Zustandsverlaufes innerhalb der betrachteten Expansionszelle während eines kleinen Zeitintervalls $\Delta t = t_2 - t_1$ werden die Bilanzgleichungen für Masse und Energie benötigt. Die Zellmassenbilanz verknüpft die im Arbeitsvolumen zum Zeitpunkt t_1 bzw. t_2 befindlichen Fluidmassen $m(t_1) = m_1$ und $m(t_2) = m_2$ durch vorzeichenrichtige Aufsummierung der zu- und abströmenden Stoffmassen. Für genügend kleine Δt gilt nach Linearisierung :

$$m_2 = m_1 + \left(\sum \dot{m}_{zu} - \sum \dot{m}_{ab} \right) \Delta t \quad (3.13)$$

Gemäß dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik ergibt sich die Veränderung der Fluidenergie innerhalb der Expansionszelle für einen kleinen Zeitschritt $\Delta t = t_2 - t_1$ durch Bilanzierung der über die Systemgrenzen ausgetauschten Arbeiten und Wärmen:

$$E_2 - E_1 = A_{1-2} + Q_{1-2} \quad (3.14)$$

Hierin bezeichnet E die Energie des in der Expansionszelle eingeschlossenen Fluides. Unter Vernachlässigung der potentiellen Energie und nach Einführung einer noch näher zu bestimmenden mittleren Kammer-Translationsgeschwindigkeit \bar{c} gilt:

$$E = U + m \frac{\bar{c}^2}{2} \quad (3.15)$$

Zur Bestimmung der in Gl. (3.14) auftretenden Arbeit A_{1-2} kann die reale Zustandsänderung für kleine Δt in guter Näherung in eine isentrope, leckagefreie Expansion und einen polytropen Ausgleichsvorgang bei konstantem Kammervolumen unterteilt werden (vergl. Dreißig [22]). Die Zulässigkeit dieser Vereinfachung wird durch Vergleich mit indizierten Druckmessungen an realen Schrauben-Expansionsmaschinen bestätigt [22; 49]. Damit läßt sich A_{1-2} in die folgenden Anteile aufspalten:

$$A_{1-2} = - \int_1^2 p dV + \sum \left(\int_1^2 \dot{m} c_p T_t dt \right)_{zu} - \sum \left(\int_1^2 \dot{m} c_p T_t dt \right)_{ab} + \int_1^2 \dot{P}_j dt \quad (3.16)$$

Der erste Term bezeichnet die isentrope Volumenänderungsarbeit. Die Summenterme berücksichtigen die konvektiv über die Systemgrenzen zu- bzw. abgeführten Totalenthalpieströme $\dot{H}_t = \dot{m} c_p T_t$. Schließlich beschreibt das Integral $\int \dot{P}_j dt$ die innerhalb des Arbeitsvolumens durch Wandreibung bedingte Dissipation [26]. Setzt man die Gln. (3.15) und (3.16) in Gl. (3.14) ein, so resultiert mit der inneren Energie $U = m c_v T$ und unter der Voraussetzung adiabater Zustandsänderung ($Q_{1-2} = 0$) die Energiegleichung des differentiellen Expansionssschrittes:

$$m_2 c_v T_2 - m_1 c_v T_1 + \frac{\bar{c}^2}{2} (m_2 - m_1) = m_1 c_v T_1 \left[\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} - 1 \right] + \sum \left(\int_1^2 \dot{H}_t dt \right)_{zu} - \sum \left(\int_1^2 \dot{H}_t dt \right)_{ab} + \int_1^2 \dot{P}_j dt \quad (3.17)$$

Führt man in diese Beziehung abkürzend die Bilanzsumme des Totalenthalpiestroms $\Delta \dot{H}_t = \sum \dot{H}_{t,zu} - \sum \dot{H}_{t,ab}$ ein, so ergibt sich die gesuchte Temperatur T_2 des Fluides in der Expansionszelle zum Zeitpunkt t_2 :

$$T_2 = \frac{m_1}{m_2} T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} - \frac{\bar{c}^2}{2c_v} \left(1 - \frac{m_1}{m_2} \right) + \frac{1}{m_2 c_v} \int_1^2 (\Delta \dot{H}_t + \dot{P}_j) dt \quad (3.18)$$

Nach Linearisierung für kleine Zeitintervalle Δt erhält man schließlich die zeitdiskretisierte Form der Kammer-Energiebilanz:

$$T_2 = \frac{m_1}{m_2} T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} - \frac{\bar{c}^2}{2c_v} \left(1 - \frac{m_1}{m_2} \right) + \frac{\Delta t}{m_2 c_v} (\Delta \dot{H}_t + \dot{P}_j) \quad (3.19)$$

Für m_2 nach Gl. (3.13) kann damit unter Anwendung der idealen Gasgleichung der Druck p_2 bestimmt werden:

$$p_2 = \frac{m_2 R T_2}{V_2} \quad (3.20)$$

Als Unbekannte in Gl. (3.19) tritt die Kammer-Translationsgeschwindigkeit \bar{c} auf. Zur Bestimmung dieses hier erstmals berücksichtigten dynamischen Anteils soll vereinfachend die Relativbewegung zwischen dem eingeschlossenen Fluid und den Zahnflanken von Haupt- und Nebenläufer vernachlässigt werden. Die Geschwindigkeiten \bar{c}_{HL} und \bar{c}_{NL} berechnen sich durch Einsetzen der HL- und NL-spezifischen Werte von D , γ_u und u :

$$\bar{c} = u \sqrt{1 + \left(\frac{L}{D} \right)^2 \left(\frac{360^\circ}{\gamma_u} \right)^2 \cdot \frac{1}{\pi^2}} \quad (3.21)$$

Diese Gleichung ergibt unterschiedliche Geschwindigkeiten für die in HL- und NL-Bereich der Expansionszelle befindlichen Massenanteile. In der Realität treten noch zusätzliche radiale und meridionale Komponenten auf, deren Beschreibung detailliertere Berechnungsverfahren erfordert [71]. Im Rahmen der hier durchgeführten Modellbildung soll als mittlere Kammergeschwindigkeit vereinfachend die HL-Umfangsgeschwindigkeit benutzt werden:

$$\bar{c} = u_{HL} \quad (3.22)$$

Damit sind alle Voraussetzungen zur Berechnung der Zustandsgrößen des differentiellen Expansionschrittes geschaffen. Durch Einführung der Gl. (3.12) in die zeitabhängigen Bilanzgleichungen (3.13) und (3.19) erhält man deren Drehwinkelabhängigkeit. Die nunmehr benötigten winkeldiskretisierten Berechnungsvorschriften der geometrie- und verlustbeschreibenden Größen sind Gegenstand der nachfolgenden Unterkapitel.

3.2.3 Berechnung der Maschinengeometrie

Die Beschreibung der konstruktiv festgelegten Läufer- und Spaltgeometrien von Schraubenmaschinen kann der Standardliteratur entnommen werden (z.B. [26; 78]). Aus diesem Grund beschränkt sich die nachfolgende Darstellung auf durchgeführte Neuentwicklungen und Vereinfachungen. Die in diesem Kapitel anhand des exemplarisch ausgewählten SRM ASY46-Profiles aufgezeigten Abhängigkeiten der Geometriegrößen werden als Voraussetzung für die spätere Analyse der Energiewandlung und der Verlustmechanismen benötigt.

Volumenkurve

Im ersten Schritt werden die Zusammenhänge zur Ermittlung des Kammervolumens $V(\gamma)$ und dessen Abhängigkeit von Profilform sowie HL-Umschlingungswinkel dargestellt. Hierzu muß zunächst das Maximalvolumen V_i berechnet werden, welches die Profilkonstante C_p und die Läuferkonstante C_γ beinhaltet [26]:

$$V_i = C_p C_\gamma \frac{\pi}{4} D_{HL}^2 L \quad (3.23)$$

$$C_p = C_{pHL} + \nu_D^2 C_{pNL} = \frac{4(F_{HL} + F_{NL})}{\pi D_{HL}^2}$$

$$C_\gamma = \frac{V_i}{L(F_{HL} + F_{NL})}$$

C_p ist abhängig von den Profilkonstanten C_{pHL} und C_{pNL} des Haupt- bzw. Nebensäufers, welche das für jedes konstruktiv ausgeführte Profil feste Verhältnis von Zahnflächenfläche zu aufgespannter Kreisfläche wiedergeben (vergl. Bild 3.2). Weiterhin nimmt C_p und damit auch das erreichbare maximale Arbeitsvolumen V_i der SEM mit wachsendem Durchmesser Verhältnis ν_D zu. Durch die Läuferkonstante C_γ wird bei der Bestimmung von V_i berücksichtigt, daß stark verwundene Läufergeometrien ihr potentiell Maximalvolumen nicht völlig erreichen. Die Begründung liegt in der Verkleinerung des Zellvolumens durch den Zahneingriff auf der Hochdruck-Stirnseite, solange am niederdruckseitigen Ende der Zahnfläche der Ausströmvorgang noch nicht begonnen hat. C_γ hängt vom Umschlingungswinkel γ_u , der Profilform und der Zahnzahlpaarung ab. Die funktionalen Abhängigkeiten für alle bisher ausgeführten Profilformen sind bei Fister dokumentiert [26]. Nach Vorgabe des HL-Durchmessers D_{HL} kann nunmehr das maximale Kammervolumen V_i bestimmt werden.

Der Verlauf des bezogenen Zellvolumens $\Phi^{-1} = V(\gamma)/V_i$ für das SRM ASY46-Profil und vier verschiedene Umschlingungswinkel γ_u ist in Bild 3.4 über dem HL-Drehwinkel γ aufgetragen. Zur Einbindung in das Zeitschrittverfahren werden die realen Kurven

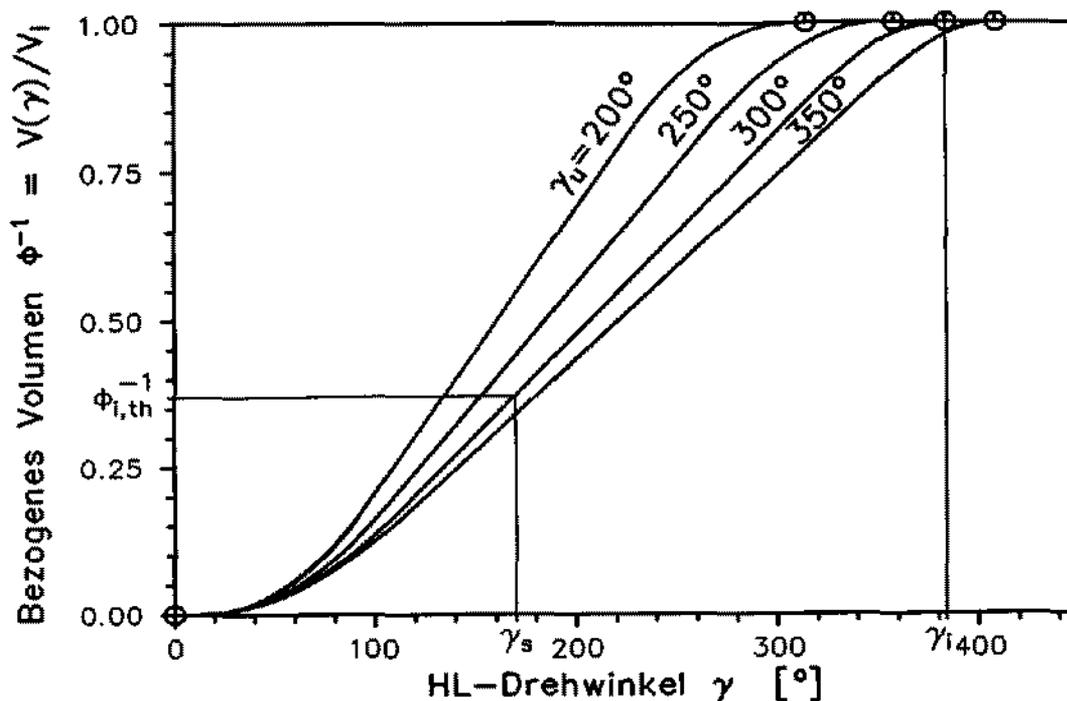


Bild 3.4: Volumenkurven des SRM ASY45/46-Profiles [26]

aus Gründen der Rechenzeitersparnis in dieser Arbeit durch stetig monotone kubische Splines bzw. im linearen Bereich durch Geraden ersetzt. Zwischenwerte von γ_u finden durch iterative, zweidimensionale Interpolation Berücksichtigung. Die Volumenkurve liefert neben dem HL-Drehwinkel γ_i bei maximalem Zellvolumen auch den Zusammenhang zwischen dem theoretischen inneren Volumenverhältnis $\Phi_{i,th}$ und dem Schließwinkel γ_s :

$$\gamma_s = \gamma(\Phi = \Phi_{i,th})$$

$$\gamma_i = \gamma(\Phi = 1)$$

Dabei wird vorausgesetzt, daß das Arbeitsvolumen bei γ_s vollständig schließt und gemäß der Voraussetzung einer vereinfachten Berechnung des Austrittsbereichs bei γ_i schlagartig öffnet.

Einströmquerschnitt

Zur Berechnung der drehwinkelabhängigen Eintrittsfläche $F_e(\gamma)$ werden üblicherweise die axialen und radialen Durchtrittsquerschnitte für Haupt- und Nebenläufer getrennt bestimmt und aufsummiert. Diese Arbeit geht von der Ermittlung eines effektiven Einströmquerschnittes aus, dessen Flächennormale mit der Einströmrichtung zusammenfällt. Daher erfolgt in Abhängigkeit von der konstruktiven Einlaßgestaltung eine differenzierte Berechnung der Eintrittsfläche:

$$\begin{aligned} \text{rein axialer Eintritt:} \quad F_e(\gamma) &= F_{ax} = F_{ax,HL} + F_{ax,NL} \\ \text{rein radialer Eintritt:} \quad F_e(\gamma) &= F_{rad} = F_{rad,HL} + F_{rad,NL} \\ \text{diagonaler Eintritt:} \quad F_e(\gamma) &= \sqrt{F_{ax}^2 + F_{rad}^2} \end{aligned}$$

Durch diese physikalisch begründete Vorgehensweise ergeben sich im Vergleich zu Literaturangaben kleinere Eintrittsflächen. Bild 3.5 verdeutlicht die Ermittlung von F_e durch geometrische Mittelung der axialen und radialen läuferspezifischen Einströmquerschnitte. In die modellgerecht vereinfachte Flächenberechnung gehen insbesondere der Schließwinkel γ_s , das Längenverhältnis ν_L und der Umschlingungswinkel γ_u ein [26; 67]. Berücksichtigt werden weiterhin die Versperrung durch Zahnbreite und Zahneingriff.

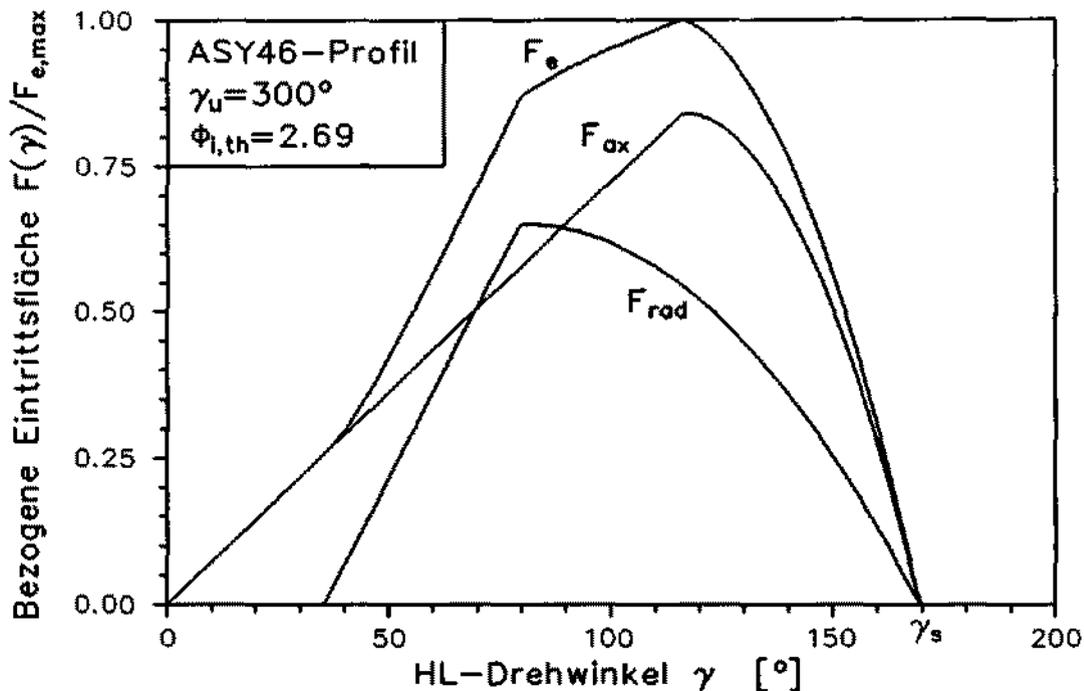


Bild 3.5: Vereinfachte Berechnung der Eintrittsfläche (Einströmung diagonal)

Wirksame Spaltflächen

Zur Bestimmung der Spaltmassen- und -enthalpieströme ist die Ermittlung der wirksamen Spaltflächen notwendig. Bild 3.6 zeigt beispielhaft am ASY46-Profil die Lage und Bezeichnung der auftretenden Dichtspaltflächen. Die nachfolgend erläuterte konsequent kammerbezogene Spaltzuordnung bildet eine wichtige Voraussetzung zur zeitdiskretisierten Erfassung des vollständigen Arbeitszyklus anhand lediglich einer Arbeitskammer. Mit Hilfe der in Bild 3.6 eingeführten Spaltnumerierung erfolgt die weitere Analyse drehwinkelabhängiger Spaltverläufe.

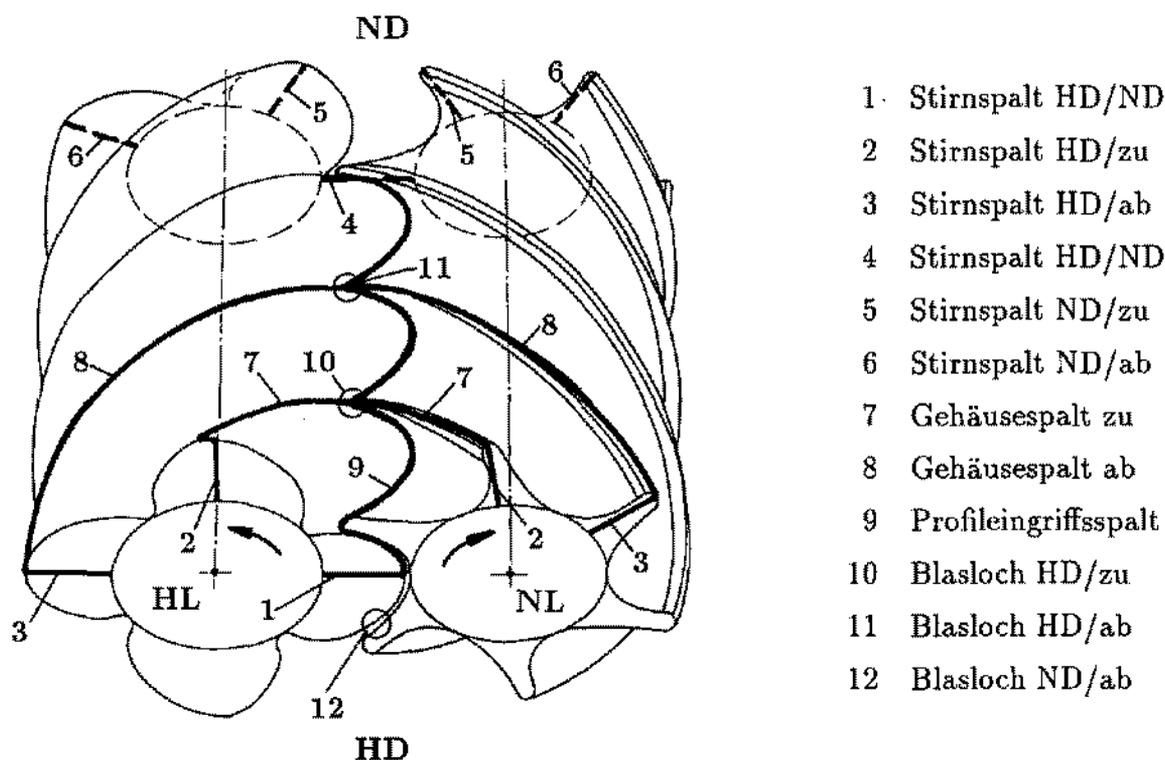


Bild 3.6: Lage der Dichtspalte einer Schrauben-Expansionsmaschine

Prinzipiell wird zwischen den Flächen von Stirrspalt F_{St} , Gehäusespalt F_g , Profileingriffsspalt F_p und Blasloch F_{Bl} unterschieden. Stirrspalte (Nr. 1–6) bestehen an den HD- und ND-seitigen Läuferstirnflächen. Sie verbinden über die Zahnquerschnitte hinweg sowohl aufeinanderfolgende Arbeitskammern, wie auch Läuferober- und Unterseite miteinander. Die Gehäusespalte (Nr. 7–8) sind durch das Spiel zwischen den Läufer-Kopfkreisen und den umgebenden zylindrischen Gehäusemantelflächen bestimmt. Als weitere Spaltart tritt der Profileingriffsspalt (Nr. 9) entlang der gesamten HL/NL-Eingriffslinie mit näherungsweise konstanter Spalthöhe auf. Schließlich führt die profilbedingte Unterbrechung der Dichtlinien zwischen Gehäusezwickel und Läuferverschneidungskanten zum Auftreten komplex geformter Blaslöcher (Nr. 10–12) auf den Läuferober- und Unterseiten. Einen Überblick der normierten Spaltverläufe als Funktion des HL-Drehwinkels γ vermittelt Bild 3.2.3. Die Abszisse deckt hierbei zur Veranschaulichung der geometrischen Zusammenhänge einen wesentlich größeren Bereich ab, als der zur SEM-Berechnung herangezogene. Somit enden die relevanten Spaltflächen in jedem Fall mit Öffnung der Expansionszelle zur ND-Seite beim HL-Drehwinkel γ_i . Die dargestellten Bereichsgrenzen und Winkelzusammenhänge der Spaltverläufe sind in Tab. B (Anhang B) zusammengestellt.

Wie aus Bild 3.2.3 hervorgeht, lassen sich die Flächen der zuströmenden, zur HD-Seite gerichteten Spalte (Nr. 2,5,7,10; gestrichelte Kurven) aus den abströmenden bzw. ND-seitigen Spalten (Nr. 3,6,8,11; durchgezogene Linien) durch Verschiebung um

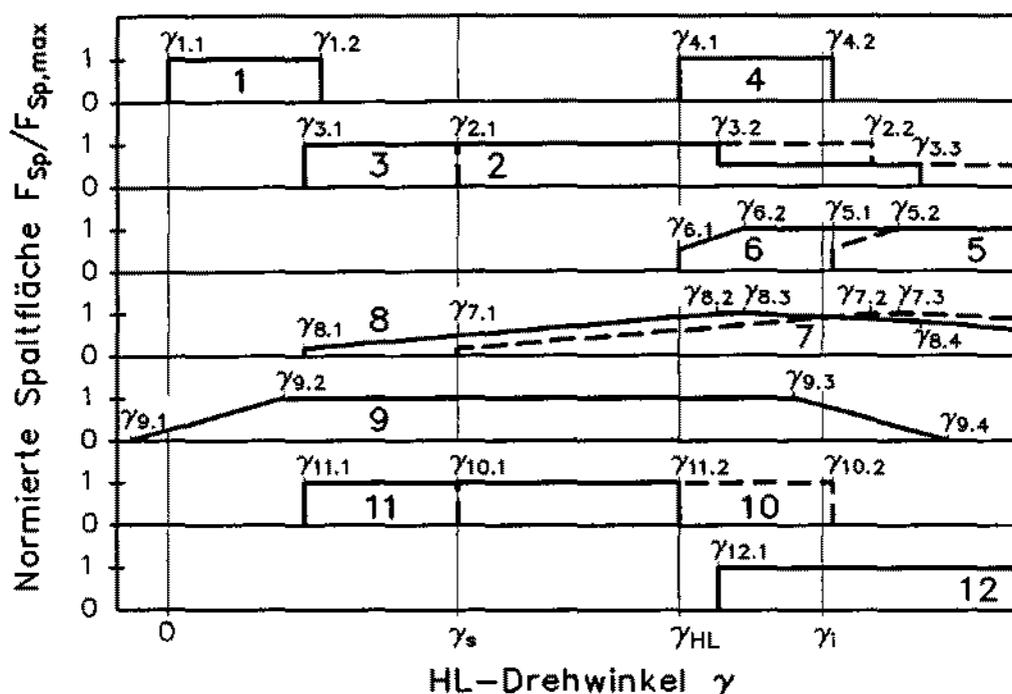


Bild 3.7: Normierte Spaltflächen (ASY46-Profil, $\Phi_{i,th} = 2.69$, $\gamma_u = 300^\circ$, Spaltnumerierung nach Bild 3.6)

eine Kammerbreite erhalten. Zur Charakterisierung der zugehörigen HL-Drehwinkel-differenz wird der Kammerteilungswinkel γ_k eingeführt, der jede volle HL-Drehung in z_{HL} kammerpezifische Intervalle teilt:

$$\gamma_k = \frac{360^\circ}{z_{HL}} \quad (3.24)$$

$$F_{Sp,vu}(\gamma) = F_{Sp,ab}(\gamma + \gamma_k) \quad (3.25)$$

Weiterhin lassen sich anhand von Bild 3.2.3 Spalte mit abschnittsweise konstanter Fläche bzw. linear veränderlichem Querschnitt unterscheiden. Prinzipiell erfolgt die Flächenberechnung aus dem Produkt (Spalllänge · Spalthöhe). Während die pro Expansionszelle wirksame Spalllänge z.B. nach Fister [26] als Funktion von γ zu bestimmen ist, geht gemäß den in Kapitel 3.2.1 getroffenen Voraussetzungen die konstante Spalthöhe s aus dem Spaltweitenverhältnis ν_{Sp} hervor. Dieser Quotient kann entweder als globale Konstante (z.B. $\nu_{Sp} = 10^{-3}$) oder in Abhängigkeit vom HL-Durchmesser vorgegeben werden. Bekannte Ansätze hierzu stammen von Greve [37] und Heinz [41]:

$$\nu_{Sp} = \frac{s}{D_{HL}} = \frac{10^{-3}}{\sqrt{10} D_{HL}} \quad (3.26)$$

$$\nu_{Sp} = \frac{s}{D_{HL}} = (1.3 - 1.48 D_{HL}) 10^{-3} \quad (3.27)$$

Im Gegensatz zur idealisierten Annahme einer konstanten mittleren Spaltweite s nimmt

diese Größe in realen Maschinen aus konstruktiven, fertigungstechnischen und betriebs-spezifischen Gründen sehr unterschiedliche Werte an. Als Beispiel sei die Berücksichtigung druckbedingter Verformungen (Läuferbiegung, Axialschub) genannt, welche unmittelbaren Einfluß auf die konstruktiv festgelegten Spiele hat [15; 54]. Legt man der Spaltflächenberechnung als verbesserte Näherung die konstruktiven Kaltspiele zugrunde, so erweisen sich die in Gl. (3.26) bzw. (3.27) eingeführten Zusammenhänge für ν_{Sp} als zu optimistisch.

Für die Berechnung von Schrauben-Expansionsmaschinen von besonderer Bedeutung ist das Blasloch ND/ab (Nr. 12), welches auf der Läuferunterseite ab dem Winkel $\gamma_{12.1}$ kurz vor Expansionsende mit konstanter Fläche auftritt. In der Literatur wurde bislang vernachlässigt, daß für den allgemeinen Betriebsfall mit $p_i \neq p_a$ bei der SEM im Gegensatz zum Schraubenverdichter durch diesen Spalt erhebliche Leckageströme auftreten. Die Durchflußrichtung hängt vom Spaltdruckverhältnis ab, welches im Fall innerer Überexpansion Werte < 1 , bei Unterexpansion dagegen Werte > 1 annimmt. Während für symmetrische Kreisbogenprofile die Blaslöcher auf den Läuferober- und -unterseiten gleich groß sind, weist bei allen asymmetrischen Profilverzahnungen das Blasloch ND eine erheblich größere Fläche auf. Der Grund hierfür liegt in der unterschiedlichen Form der Spaltgrenzflächen, namentlich dem flacheren Verlauf der HL-Rückflanke gegenüber der Vorflanke (vergl. Bild 3.2). Ein direktes analytisches Bildungsgesetz für die auftretende, räumlich verwundene Fläche $F_{Bl,ND}$ des Spalts 12 existiert bislang nicht und wird im Anhang A.1 als wesentliche Voraussetzung für die SEM-Berechnung neu entwickelt:

$$F_{Bl,ND} = F_{Bl,HD} \left(\frac{\Delta\gamma_{Bl,HD}}{\Delta\gamma_{Bl,ND}} \right)^2 \quad (3.28)$$

Vergleiche der vereinfachten Modellbildung zu aufwendigen numerischen Flächenberechnungen bestätigen die tendenziell richtige Wiedergabe der Spaltflächenverhältnisse am unteren Blasloch. Abschließend sollen die realen Spaltgrößenverhältnisse beispielhaft anhand der in Kapitel 5 näher beschriebenen Schraubenmaschine VM037D der *Aerzener Maschinenfabrik* dargestellt werden. In Bild 3.8 sind die bezogenen Spaltflächen über dem HL-Drehwinkel $0^\circ < \gamma \leq \gamma_i$ aufgetragen. Wie unter Beachtung der unterschiedlichen Ordinatenmaßstäbe deutlich wird, sind die Stirnspalte (Nr. 1-6) erheblich kleiner als die Gehäusespalte (Nr. 7,8) und das 10-fach verkleinert wiedergegebene Blasloch ND/ab (Nr. 12). Der Profileingriffsspalt (Nr. 9) und die HD-seitigen Blaslöcher (Nr. 10,11) weisen im Vergleich zu den Stirnspalten rund die doppelte Fläche auf. Eine Aussage über die Spaltpriorität, d.h. die Einordnung der Spalte nach der Größe der durchtretenden Leckageströme, ist anhand dieser Flächenverläufe noch nicht zu treffen. Hierzu ist die Berücksichtigung der anliegenden lokalen Spaltdruckverhältnisse erforderlich, deren Ermittlung im nachfolgenden Kapitel als Teil der detaillierten Analyse der Verlustmechanismen erläutert wird.

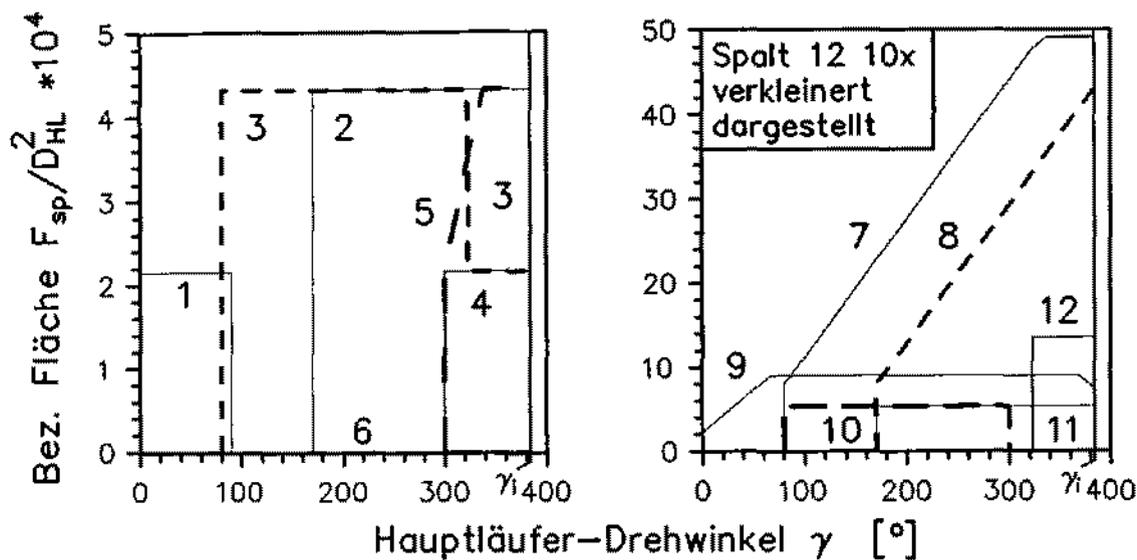


Bild 3.8: Bezogene Spaltflächen (ASY46-Profil, $\Phi_{i,th} = 2.69$, $\gamma_u = 300^\circ$, $\gamma_i = 384^\circ$, Spaltnumerierung nach Bild 3.6)

3.2.4 Verlustmechanismen

Ausgehend von Aufbau und Arbeitsweise verlustloser Schrauben-Expansionsmaschinen (Kap. 3.1) und der bereitgestellten Maschinengeometrie sollen im folgenden die real auftretenden Verlustmechanismen geklärt und erläutert werden. Von der Verlustbetrachtung ausgeschlossen bleiben voraussetzungsgemäß axiale und radiale Wärmeströme über Läufer und Gehäuse sowie die äußere mechanische Reibung. Die verbleibenden Wirkmechanismen lassen sich den Begriffen Expansions-, Leckage- und dynamische Verluste zuordnen. Während die Expansionsverluste im Rahmen der vereinfachten Berechnung des Ausschiebevorgangs durch einen zusätzlichen Arbeitsterm berücksichtigt werden, erfolgt die quantitative Erfassung der restlichen Verlustanteile zeit- bzw. winkeldiskretisiert über die Erhaltungsgleichungen (3.13) und (3.19). Die real stattfindende Interaktion aller dissipativen Vorgänge wird dabei durch zeitgleiche Erfassung aller Massenströme über die Kammerberandung sowie durch Bilanzierung der innerhalb eines kleinen Zeitintervalls Δt zugeführten, dissipierten und abgegebenen Energieanteile approximiert.

Expansionsverluste

Selbst die in Kap. 3.1 näher beschriebene, isentrope und leckagefreie SEM weist bei Abweichung des äußeren Gegendrucks p_a vom inneren Expansions-Enddruck p_i inhärente, drehzahlunabhängige Verluste auf: zu Beginn des Ausschiebevorgangs erfolgt ein im Idealfall verzögerungsfreier Ausgleich zwischen beiden Druckniveaus bei

konstantem Kammervolumen V_i (Bild 3.9, Zustandsänderungen $i-3$ bzw. $i-4$). Dabei bleibt im Falle der Unterexpansion ($p_a < p_i$) gegenüber der vollständigen Expansion verfügbares Enthalpiegefälle ungenutzt (Fläche $i-3-2-i$). Eine innere Überexpansion ($p_a > p_i$) bedingt dagegen die Aufwendung zusätzlicher Ausschiebearbeit (Fläche $i-4-1-i$). Der erstmals von Hinsenkamp et al. [44] vorgeschlagene Vergleich beider Flächen für eine konstante Abweichung des äußeren Druckverhältnisses Π vom theoretischen inneren Druckverhältnis $\Pi_{i,th}$ nach unten bzw. oben ($\Pi = \Pi_{i,th} \pm Const.$) macht unmittelbar deutlich, daß die Überexpansion gegenüber der Unterexpansion zu größeren Verlusten führt. Letztere mindern den Betrag der im p,V -Diagramm (Bild 3.9) waagrecht schraffierten isentropen Druckänderungsarbeit.

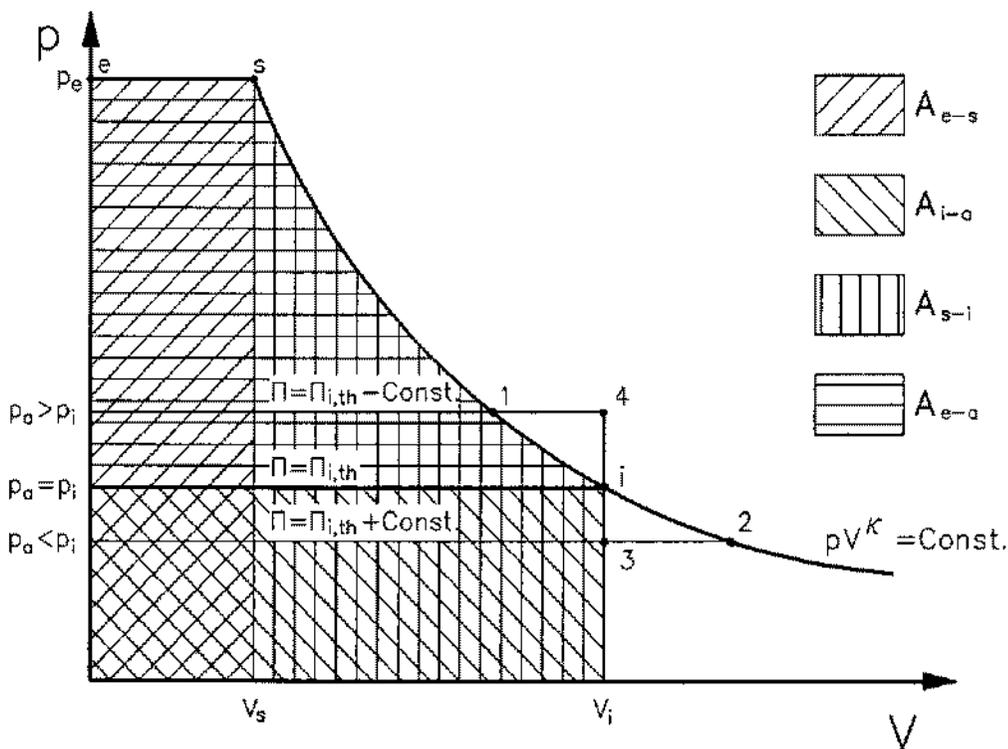


Bild 3.9: p,V -Diagramm der idealen Schrauben-Expansionsmaschine

Im Fall der idealen, leckagefreien SEM ist daher an der Kupplung lediglich die technische Arbeit A_T verfügbar, die sich als Summe der in Kap. 3.1 eingeführten Verschiebearbeiten A_{e-s} , A_{i-a} und der Volumenänderungsarbeit A_{s-i} berechnen läßt:

$$\begin{aligned}
 A_T &= \int_e^a V dp = A_{e-s} + A_{s-i} + A_{i-a} \\
 &= p_e V_s \left(\frac{\Phi_{i,th}^{1-\kappa} - 1}{\kappa - 1} + \frac{\Phi_{i,th}}{\Pi} - 1 \right) \quad (3.29)
 \end{aligned}$$

Bei der Berechnung realer SEM erfolgt die Berücksichtigung von Expansionsverlusten unter Beibehaltung der in Kap. 3.2.1 vereinbarten isochoren Druckanpassung beim

Öffnen des Kammervolumens zur ND-Seite durch einen Summenterm. Dieser wird zu der nach Kap. 3.2.5 numerisch bestimmten indizierten Arbeit der verlustbehafteten Zustandsänderung $e - i$ addiert (vergl. Dreißig [22]):

$$A_{e-a} = \int_e^i V dp + V_i \cdot (p_a - p_i) \quad (3.30)$$

Leckageverluste

Die in Schrauben-Expansionsmaschinen auftretenden Spaltleckagen üben einen wesentlichen Einfluß auf den Verlauf der inneren Zustandsänderung aus. Wie aus dem Turbomaschinenbau bekannt, ist gemäß den Kammer-Bilanzgleichungen (3.13) und (3.19) zwischen den Auswirkungen der eigentlichen Massenströme und der an die Masse gebundenen Enthalpieströme zu unterscheiden. Die auftretenden Leckagepfade lassen sich in vier Hauptgruppen einteilen:

- (1) Leckagen vom HD-Bereich in das geschlossene Arbeitsvolumen
- (2) Leckagen vom HD-Bereich zum ND-Bereich
- (3) Leckagen zwischen aufeinanderfolgenden Arbeitskammern
- (4) Leckagen vom geschlossenen Arbeitsvolumen zum ND-Bereich

Die zum ND-Bereich abfließenden Leckströme (2) und (4) stehen zur Energiewandlung nicht mehr zur Verfügung und entfallen daher aus der Kammerbilanz. Alle weiteren Leckagen bewirken einen Stoff- und Energietransport innerhalb der SEM. Sowohl Spaltmassen- wie auch -enthalpieströme führen dabei zu einer Temperatur- und Druckerhöhung in der nachfolgenden Kammer, was einem teilweisen Wärmerückgewinn entspricht. Gleichzeitig verschiebt sich das innere Druckverhältnis gegenüber der leckagefreien Maschine zu kleineren Werten $\Pi_i < \Pi_{i,th}$.

Zur Auswertung der Kammer-Bilanzgleichungen wird die allgemeine Theorie isentroper, kompressibler und stationärer Spaltströmung herangezogen. Wie aus Untersuchungen von Krijger und Dreißig [56; 22] hervorgeht, lassen sich die auftretenden instationären Effekte bei den vorliegenden hohen Taktfrequenzen Δt^{-1} durch stationär gemittelte Werte ersetzen. Unter dieser Voraussetzung gilt zur Berechnung der Leckmassenströme die isentrope Durchflußformel von de Saint Venant und Wantzell, Gl. (3.33). Auftretende Irreversibilitäten werden im Durchflußkoeffizienten α_{Sp} zusammengefaßt. Nach den Gesetzen der Gasdynamik ist zwischen unter- und überkritischen Werten des Spaltdruckverhältnisses Π_{Sp} im Vergleich zum kritischen Druckverhältnis

Π_{kr} zu unterscheiden:

$$\Pi_{Sp} = \frac{p_{Sp,zu}}{p_{Sp,ab}} \quad (3.31)$$

$$\Pi_{kr} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{1-\kappa}} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{Sp} < \Pi_{kr} : \quad \dot{m}_{Sp} &= \alpha_{Sp} F_{Sp} \Pi_{Sp}^{-\frac{1}{\kappa}} \frac{p_{Sp,zu}}{RT_{Sp,zu}} \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} RT_{Sp,zu} \left(1 - \Pi_{Sp}^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \right)} \\ \Pi_{Sp} \geq \Pi_{kr} : \quad \dot{m}_{Sp} &= \alpha_{Sp} F_{Sp} \Pi_{kr}^{-\frac{1}{\kappa}} \frac{p_{Sp,zu}}{RT_{Sp,zu}} \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1} RT_{Sp,zu}} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Die Definition der Druckverhältnisse $\Pi_{Sp} > 1$ folgt der bei Kraftmaschinen üblichen Konvention. Besonderer Aufmerksamkeit bedarf die im Fall der inneren Überexpansion ($p_a > p_i$) mögliche Umkehr der Durchströmungsrichtung an den ND-seitigen Spalten. Dieser bislang in der Literatur vernachlässigte, betriebsrelevante Effekt führt zu Spaltdruckverhältnissen $\Pi_{Sp} < 1$ und damit zum Versagen der Durchflußformel. Abhilfe schafft die hier vorgeschlagene Einführung vorzeichenbehafteter Leckmassen- und Enthalpieströme, deren Unterscheidung aus Tab. 3.2 hervorgeht:

Größe	$p_{vSp} > p_{nSp}$	$p_{vSp} < p_{nSp}$
$\Pi_{Sp} =$	$\frac{p_{vSp}}{p_{nSp}}$	$\frac{p_{nSp}}{p_{vSp}}$
$T_{Sp,zu} =$	T_{vSp}	T_{nSp}
$\dot{m}, \dot{H} =$	$ \dot{m} , \dot{H} $	$- \dot{m} , - \dot{H} $

Tabelle 3.2: Berücksichtigung vorzeichenbehafteter Spaltleckagen

Positiv gezählt wird demnach die Strömung in Richtung der äußeren Druckdifferenz $\Delta p_{ea} = p_e - p_a$. Die zugehörigen Spaltenhamalpieströme ergeben sich vorzeichenrichtig gemäß:

$$\dot{H}_{Sp} = \dot{m}_{Sp} c_p T_{Sp,zu} \quad (3.34)$$

Die Abhängigkeiten der benötigten Durchflußbeiwerte sind nur für wenige Spezialfälle aufgeklärt [27; 76]. Als hauptsächliche Einflußgrößen wurden identifiziert: die Spaltgeometrie und Spalthöhe s , die Spalt-Reynoldszahl Re_{Sp} , die Umfangs-Machzahl M_u sowie die Richtung des Spaltdruckgradienten relativ zur Bewegung der Spaltkontur [71]. Der letztgenannte Einflußfaktor kommt sowohl bei der betriebsbedingten Umkehr der Durchströmungsrichtung an den ND-seitigen Spalten wie auch bei einer Umkehr der Läufer-Drehrichtung (Schraubenverdichter/-expander) zum Tragen [27; 28]. Infolge der Komplexität der Zusammenhänge ist eine geschlossene Darstellung für variable Läufergeometrien bislang nicht bekannt. Daher wird in dieser Arbeit hinsichtlich der Durchflußbeiwerte lediglich zwischen Dichtspalten mit merklicher Drosselung

(Stirn-, Gehäuse- und Profileingriffspalte) sowie den Geometrien mit abgelöster bzw. eingeschnürter Strömung (Blasloch HD, ND) unterschieden. Um die durchgeführten Berechnungsschritte anschaulich zu halten, werden im folgenden die von Fister [26] vorgeschlagenen Näherungswerte für Dichtspalte ($\alpha_{Sp} = 0.66$) und Blasloch ($\alpha_{Bl} = 0.85$) eingesetzt. Diese Erfahrungswerte entstammen der Schraubenverdichter-Berechnung bei Betrieb mit Luft. Unter der Voraussetzung hoher Spalt-Reynoldszahlen ist eine Übertragung auf andere Fluide gerechtfertigt. Als weitere Größe in der Durchflußformel (3.33) tritt die drehwinkelabhängige Spaltfläche F_{Sp} auf, deren zyklische Bildungsvorschrift für alle real existierenden Spaltgeometrien bereits in Kap. 3.2.3 ausführlich dargestellt wurde.

Neben den beschriebenen Spaltflächen besitzen auch die in Gl. (3.33) eingehenden Druck- und Temperaturverläufe zeitliche und räumliche Gradienten. Der thermodynamische Zustandsverlauf während eines Arbeitsspiels wird durch zeit- bzw. winkeldiskretisierte Auswertung der Kammer-Bilanzgleichungen angenähert. Die für die Leckstromberechnung notwendigen Drücke und Temperaturen benachbarter Zellen erhält man unter Berücksichtigung der periodischen Abfolge der Arbeitsspiele. Sie entsprechen gerade den um den Kammerteilungswinkel γ_k versetzt berechneten Zustandswerten der vor- bzw. nachlaufenden Kammer [38]. Für die allgemeine Zustandsmatrix $Z(\gamma) = \{p(\gamma), T(\gamma), m(\gamma), H(\gamma), V(\gamma)\}$ gilt:

$$\text{vorlaufende Kammer:} \quad Z = Z(\gamma + \gamma_k) \quad (3.35)$$

$$\text{nachlaufende Kammer:} \quad Z = Z(\gamma - \gamma_k) \quad (3.36)$$

Für $\gamma + \gamma_k > \gamma_i$ ist die Kammer benachbart zum Austritt, dessen Zustandswerte an Stelle der vorlaufenden Kammer treten. Entsprechendes gilt bei $\gamma - \gamma_k \leq 0^\circ$ für den Eintrittsbereich. Als besonderer Vorteil dieser Betrachtungsweise genügt für jede Iteration die einmalige Berechnung der Zustandsmatrix Z . Dabei werden auch unstetige Übergänge der drehwinkelabhängigen Spaltflächen richtig beschrieben.

Dynamische Verluste

Unter dem Oberbegriff "dynamische Verluste" gehen drei Gruppen dissipativer Vorgänge in die Kammer-Bilanzgleichungen ein:

- Druckverluste bzw. Drosselung an den HD- und ND-seitigen Steuerkanten
- Dissipation dynamischer Energieanteile innerhalb der Expansionszelle
- Abgabe dynamischer Energieanteile über die Systemgrenzen

Zur Erfassung der Verluste an den HD-seitigen Steuerkanten ist die Berücksichtigung des Übergangs vom offenen System "Eintritt" in das bewegte, geschlossene System "Expansionszelle" erforderlich. Die Berechnung des einströmenden Massenstroms erfolgt rein formal über die Durchflußgleichung (3.33). Nach Fister [26] ist für das hier betrachtete ASY46-Profil ein Durchflußbeiwert $\alpha_e = 0.85$ sinnvoll. Infolge der scharfkantigen Spaltberandungen und der daraus resultierenden Strömungsablösung und Strahlkontraktion stellt die Annahme eines konstanten α_e eine zulässige Vereinfachung dar [75]. Der reale Zustandsverlauf $e - s$ im p, V -Diagramm (Bild 3.13) wird durch drei Wirkmechanismen bestimmt:

- (1) die mit der Eintrittsfläche veränderliche Beschleunigung bzw. Verzögerung des Fluidstroms zwischen Eintrittsflansch und Kammerbereich
- (2) den Druckverlust beim Umströmen der Steuerkanten
- (3) die Vorexpanansion des eingeströmten Fluides durch Volumenvergrößerung des Arbeitsraums bei HL-Drehwinkeln $\gamma < \gamma_s$

Als wesentlicher Gesichtspunkt zur Beurteilung des Beschleunigungs- bzw. Aufladungseffektes (1) muß berücksichtigt werden, daß im Gegensatz zur Darstellung in der einschlägigen Literatur die durchströmte Eintrittsfläche bei der Schrauben-Expansionsmaschine nicht auf Null zurückgeht. Wie Bild 3.10 verdeutlicht, hat immer mindestens eine Expansionszelle Kontakt zum Eintrittsbereich. Maßgeblich für den dort herrschenden Strömungszustand ist die Summe der periodisch wiederkehrenden freien Querschnittsflächen $F_e(\gamma)$, welche bezogen auf den Maximalwert $F_{e,max}$ einer Einzelfläche lediglich um ca. $\pm 20\%$ variiert. Diese hochfrequenten Fluktuationen werden, wie bei den instationären Einflüssen auf die Spaltleckagen begründet, durch stationäre Mittelwertbildung approximiert. Als Folge der Haftbedingung an den kammerbegrenzenden Läuferflanken wird das Fluid im Verlauf des Einströmvorgangs auf die mittlere Kammergeschwindigkeit \bar{v} beschleunigt. Die hierzu erforderliche Energie wird gemäß der Bilanzgleichung (3.19) dem Fluid entzogen.

Der Druckverlust beim Umströmen der Steuerkanten (2) wird durch den Durchflußbeiwert $\alpha_e < 1$ berücksichtigt. Hiermit resultiert aus der Durchflußgleichung (3.33) ein realer Eintrittsmassenstrom, dessen Wert stets kleiner ist als der verlustfrei mögliche. Im Umkehrschluß ist zur Realisierung eines bestimmten Massenstroms \dot{m}_e in Realität ein größeres Spaltdruckverhältnis erforderlich als im isentropen Idealfall. Prinzipiell führt der Druckverlust an den HD-seitigen Steuerkanten zu einer Verringerung der Kammer-Füllmasse und damit zu einer Abnahme des durchgesetzten Massenstroms.

Als weiterer Wirkmechanismus übt die Vorexpanansion (3) während des Einströmvorgangs einen wesentlichen Einfluß auf den Zustandsverlauf in der Expansionszelle aus.

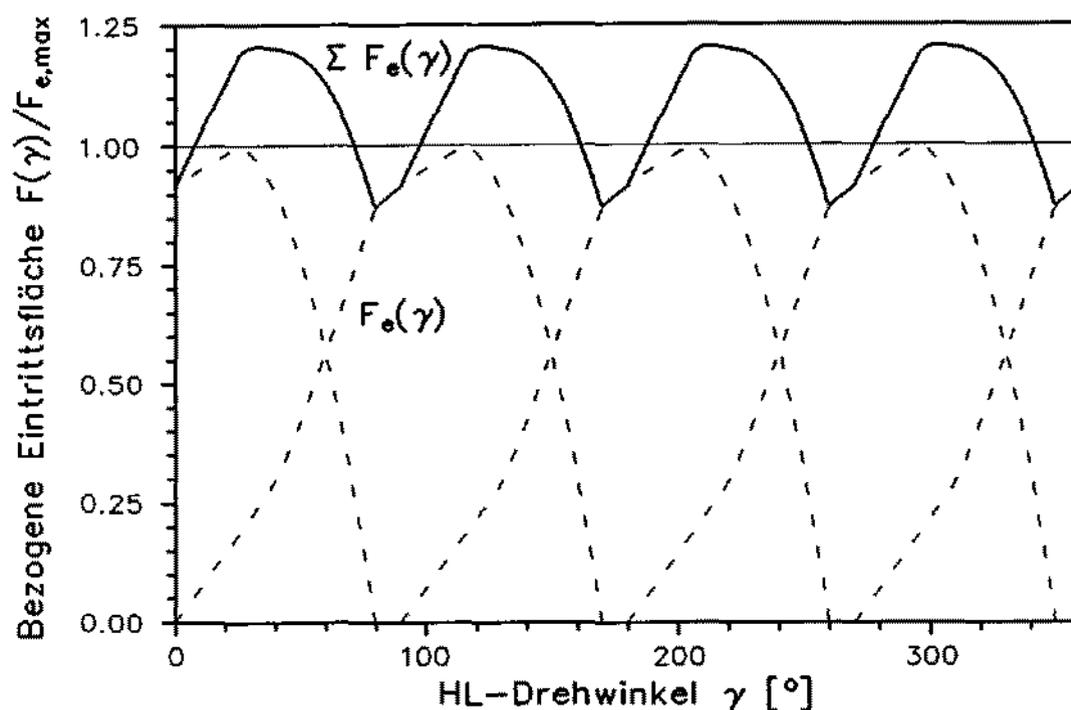
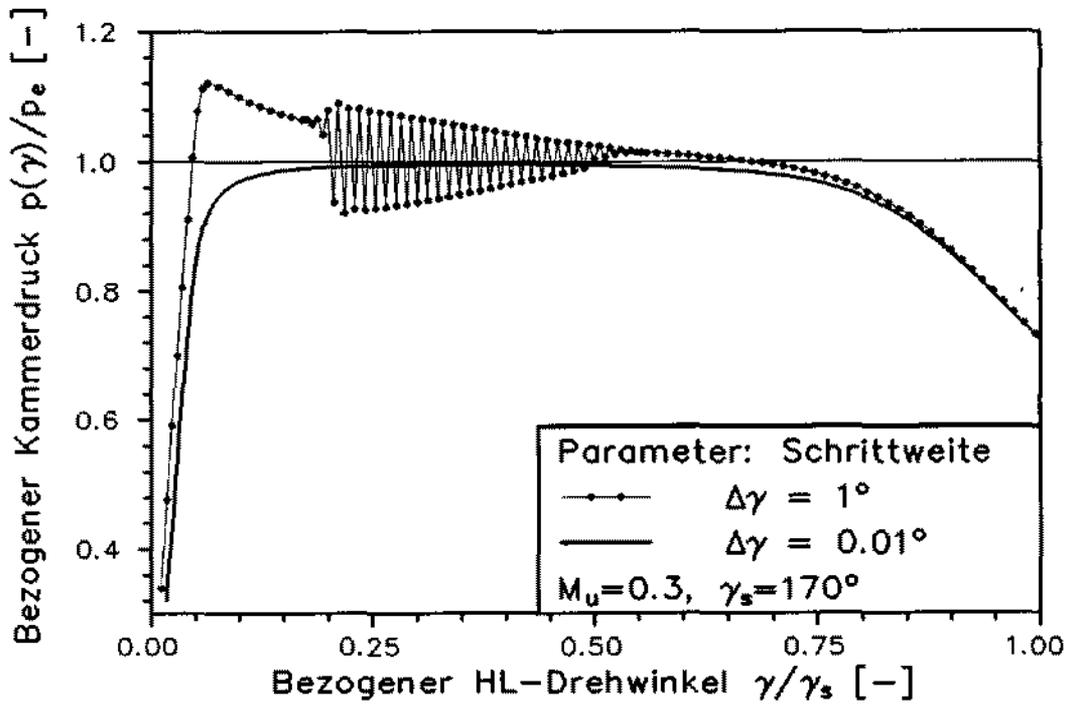


Bild 3.10: Bezogene Eintrittsflächen (ASY46-Profil, $\gamma_u = 300^\circ$, $\Phi_{i,th} = 2.69$)

Besonders im Winkelbereich kleiner Einlaßquerschnitte und für große Läuferdrehzahlen, d.h. kleine Zeitschritt-Intervalle Δt , verhindern die auftretenden Drosselvorgänge einen vollständigen Druckausgleich zwischen HD-Seite und Arbeitsraum. Da gleichzeitig bereits eine drehwinkelabhängige Vergrößerung der Expansionszelle und damit eine Expansion des eingeschlossenen Fluides unter Arbeitsabgabe stattfindet, ist das System weder eindeutig offen noch vollständig geschlossen. Die Beschreibung des realen Zustandsverlaufes erfordert die gleichzeitige Lösung der Massen- und Energiebilanz für einen Zeitschritt Δt unter Berücksichtigung der Momentanwerte von Eintrittsfläche $F_e(\gamma)$, Kammervolumen $V(\gamma)$, Eintritts- und Leckmassenstrom. Das resultierende gekoppelte Differentialgleichungssystem für Kammerdruck, -temperatur und -masse wurde in Kap. 3.2.2 sowie – in abgewandelter Form – bei Fister [26] ausführlich beschrieben.

Wie unsere Untersuchungen bestätigen, kann nach dem Ansatz von Dreißig [22] die simultane Lösung der Gleichungen für jeden Zeitschritt in eine isentrope, leckagefreie Expansion und einen anschließenden isochoren Ausgleichsvorgang unterteilt werden. Als Vorbedingung für die Linearisierung des Zustandsverlaufes muß eine genügend kleine Schrittweite $\Delta\gamma$ gewählt werden. Andernfalls weist die erhaltene Lösung Instabilitäten und zusätzlich eine Abhängigkeit von der Schrittweite auf. Dies gilt insbesondere für die instationär ablaufenden Ladungswechsel. Zur Charakterisierung der

Bild 3.11: Berechneter Kammerdruckverlauf für einen Einströmvorgang ($\kappa = 1.1$)

Zeitmaßstäbe wird die Strouhalzahl herangezogen:

$$Str = \frac{\Delta t_{stationär}}{\Delta t_{instationär}} = \frac{\frac{\Delta\gamma}{180^\circ} \cdot \frac{\pi}{\omega_{HL}}}{\frac{2\pi}{z_{HL}\omega_{HL}}} = \frac{\Delta\gamma}{360^\circ} z_{HL} \quad (3.37)$$

Eine quasistationäre Berechnung des Einströmvorgangs ist nur für $Str \ll 1$ zulässig. Bild 3.11 verdeutlicht den gravierenden Einfluß der Winkelschrittweite $\Delta\gamma$ auf den berechneten Druckverlauf im Eintrittsbereich. Bei Anwendung des von Dreißig [22] vorgeschlagenen Wertes $\Delta\gamma = 1^\circ$ (d.h. $Str = 10^{-2}$) tritt für kleine HL-Drehwinkel "numerisches Pumpen" auf, welches sich durch starkes Überschwingen der berechneten Druckwerte aufeinanderfolgender Winkelschritte äußert. Während des zu groß Zeitintervalls $\Delta t_{stationär}$ strömt eine entsprechend große Fluidmasse in die Kammer ein. Gemäß der Idealgasgleichung resultiert für ein festes $V(\gamma)$ und isenthalpe Strömung der Kammerdruck $p(\gamma)$. Für Werte $p(\gamma) > p_e$ kommt es zu einer Rückströmung aus der Expansionszelle in den Eintrittsraum. Aufgrund des großen $\Delta t_{stationär}$ führt dieser Ausgleichsvorgang seinerseits zu einer drastischen Verringerung der Kammermasse $m(\gamma)$ und damit des Kammerdrucks $p(\gamma)$. Das Spaltdruckverhältnis erhält einen Wert $\Pi_{Sp} > 1$, und der gesamte Vorgang beginnt von neuem. Abhilfe schafft die Reduzierung der Winkelschrittweite auf $\Delta\gamma = 0.01^\circ$ ($Str = 10^{-4}$), mit der alle Berechnungen in dieser Arbeit durchgeführt wurden.

Der Druckverlust an den ND-seitigen Steuerkanten bewirkt zu Beginn des Auschiebevorgangs eine Nachexpansion des Kammerinhaltes. Ähnlich wie bei der HD-seitigen Vorexpanion findet im Bereich kleiner Durchtrittsquerschnitte kein sofortiger Druckangleich zwischen Expansionszelle und Außenbereich statt. Die HD- und ND-Drosselvorgänge führen zu einer Vergrößerung des effektiven inneren Volumenverhältnisses Φ_i gegenüber dem konstruktiv eingebauten $\Phi_{i,th}$. Die Berechnung des Arbeitsspiels endet mit Erreichen des Expansions-Endwinkels γ_i , bei dem die mit Gl. (3.30) beschriebene Druckanpassung zwischen Arbeitsvolumen und Austrittsraum stattfindet. Zusätzlich erfolgt die Berücksichtigung des Druckverlustes bei Umströmung der ND-Steuerkanten nach der Beziehung von Scheel [81], die der bei Persson [74] abgeleiteten Machzahlabhängigkeit dynamischer Verluste Rechnung trägt:

$$\zeta_a = \frac{\Delta p}{p_a} = K_{Sch} \cdot \frac{\mathcal{M} u_{HL}^2}{T_a} \sim M_u^2 \quad (3.38)$$

Dieser Druckverlust erhöht den effektiven Gegendruck der Maschine. Aus der Berücksichtigung des Druckverlustkoeffizienten ζ_a ergibt sich daher eine Verringerung der Druckänderungsarbeit A_{e-a} und eine Anhebung der Austrittstemperatur T_a :

$$A_{e-a} = \int_e^i V dp + V_i \cdot [p_a (1 + \zeta_a) - p_i] \quad (3.39)$$

$$T_a = T_e + \frac{A_{e-a}}{\bar{m} c_p} \quad (3.40)$$

Hierin stellt \bar{m} die aus der Massenbilanz erhaltene, pro Expansionszelle und Arbeitspiel durchgesetzte Fluidmasse dar. Da die Austrittstemperatur T_a in Gl. (3.40) von A_{e-a} abhängt, ist die Berechnung des Austritts-Druckverlustes ausgehend von einem geeigneten Anfangswert für T_a iterativ durchzuführen.

Das in der Expansionszelle eingeschlossene Fluid unterliegt rotationsbedingten Massenkraften und Schubspannungen an den gehäuseseitigen Kammerberandungen. Daher kommt es zur Ausbildung einer Sekundärströmung in den Zahnücken von Haupt- und Nebenläufer, die erstmals von Fister und Neumann [27] für den zweidimensionalen Fall berechnet wurde. Die auftretenden viskosen Geschwindigkeitsgradienten führen zu einer **Dissipation innerhalb der Expansionszelle**, zu deren Beschreibung der von Neumann [71] eingeführte Verlustbeiwert ξ_j herangezogen wird:

$$\xi_j = \dot{P}_j \cdot \frac{D}{u^3 \rho(\gamma) V(\gamma)} \quad (3.41)$$

Diese Definition ist nach Einsetzen der Momentanwerte von Dichte ρ und Kammer-
volumen V getrennt auf Haupt- und Nebenläufer anzuwenden. Unter Benutzung der
bei Fister [26] angegebenen Funktionen $\xi_{jHL}(Re_u)$ und $\xi_{jNL}(Re_u)$ kann die in der
Energiebilanzgleichung (3.19) bislang noch unbekannte Dissipationsarbeit A_j in zeit-
diskretisierter Form ermittelt werden:

$$\begin{aligned} A_j &= \int_1^2 \dot{P}_j dt = \frac{u^3 \xi_j}{D} \int_1^2 m(\gamma(t)) dt \\ &= \frac{u_{HL}^3}{D_{HL}} \left(\xi_{jHL} + \left(\frac{z_{HL}}{z_{NL}} \right)^3 \nu_D^2 \xi_{jNL} \right) \frac{m_1 + m_2}{2} \Delta t \end{aligned} \quad (3.42)$$

Gemäß der Gl. (3.19) führt $A_j > 0$ zu einer Erhöhung der Kammertemperatur $T(\gamma)$
des betrachteten Winkelschrittes. Der Betrag der resultierenden Erwärmung steigt mit
wachsender Umfangs-Machzahl M_u , wachsender Kammermasse $m(\gamma)$ und sinkender
Umfangs-Reynoldszahl Re_u . Da die Erhöhung von $T(\gamma)$ über die Idealgasgleichung
ein Anwachsen des Kammerdrucks $p(\gamma)$ impliziert, ist ein Rückgewinn der dissipierten
Energie im nächsten Expansionsschritt möglich. Eine Auswirkung auf den inneren
Wirkungsgrad besteht daher nur beim letzten berechneten Winkelschritt $\gamma = \gamma_i$.

Besonderer Aufmerksamkeit bedarf schließlich die **Berücksichtigung dynamischer
Energieanteile an den Systemgrenzen**. Die Bilanzsumme dieser Terme geht bei
einstufigen Kraftmaschinen direkt in die Bildung des isentropen, total-statischen Wir-
kungsgrades $\eta_{i,t-s}$ nach Gl. (2.1) ein. Wie bereits in Kap 3.1 angemerkt, fallen für die
SEM infolge der vernachlässigbar kleinen Zuströmgeschwindigkeit $c_e \approx 0$ der statische
und der totale Eintrittszustand praktisch zusammen. Beim Übergang in das bewegte
Relativsystem der Expansionszelle wird das einströmende Fluid unter Absenkung der
statischen Enthalpie auf die mittlere Kammer-Translationsgeschwindigkeit \bar{c} beschleu-
nigt, Gl. (3.19). Die Energiewandlung innerhalb des geschlossenen Arbeitsraums
ist durch die statischen Druckkräfte auf die Läuferflanken gekennzeichnet. Während
des Ausschiebevorgangs geht in guter Näherung gerade derjenige dynamische Ener-
gieanteil $\frac{\bar{c}^2}{2}$ ungenutzt über den Austrittsquerschnitt "a" verloren, der beim Übertritt
in das Relativsystem bereits in der Energiebilanz berücksichtigt wurde. Daher ent-
spricht die aufgrund der statischen Zustände berechnete indizierte Arbeit gerade der
im Zähler des isentropen Wirkungsgrades $\eta_{i,t-s}$ auftretenden totalen Enthalpiediffe-
renz: $a_{e-a} = \Delta h_t$. Kinetische Terme von Spalthalpieströmen, die zum ND-Bereich
abfließen, werden in der Energiebilanz des differentiellen Expansionsschrittes durch
Bildung des Totalenthalpiestroms $\dot{H}_{t,ab}$ erfaßt (Kap. 3.2.2). Die über den Austritts-
querschnitt abströmenden dynamischen Energieanteile der Sekundärströmung in den
Läuferzahnlücken bleiben unberücksichtigt.

3.2.5 Ablauf der Stufenberechnung

Nach der Verlustbeschreibung und der Bereitstellung winkelabhängiger Geometriegrößen kann nunmehr der Algorithmus zur Berechnung einstufiger Schrauben-Expansionsmaschinen dargestellt werden. Einen Überblick des benutzten iterativen Zeitschrittverfahrens vermittelt das vereinfachte Flußdiagramm, Bild 3.12. Prinzipiell ermöglicht die implementierte Datenbasis die Berechnung aller gängigen Profilformen, Zähnezahlpaaungen und Läufergeometrien. Daher ist vorab eine genaue Spezifizierung der Sollgeometrie vorzunehmen. Weiterhin erforderlich sind die in Tab. 3.1 erfaßten thermodynamischen und mechanischen Größen zur Charakterisierung des Betriebspunktes und der Stoffeigenschaften.

Vor Beginn der Zeitschritt-Iteration wird die Schrittweite nach Gl. (3.12) getrennt für den Eintrittsbereich ($\Delta\gamma = 0.01^\circ$) und die Expansionsphase ($\Delta\gamma = 1^\circ$) festgelegt. Zur Bestimmung des drehwinkelunabhängigen Maximalvolumens V_i sowie der Winkel γ_s und γ_i wird auf Kap. 3.2.3 verwiesen. Damit sind bereits alle Voraussetzungen zur Initialisierung der Zustandsmatrix $Z(\gamma) = \{p(\gamma), T(\gamma), m(\gamma), H(\gamma), V(\gamma)\}$ innerhalb des Winkelbereichs $\gamma = 0^\circ - \gamma_i$ gegeben. Als Startwerte der Iteration werden dabei für jeden Winkelschritt die Zustandsgrößen der isentropen, leakagefreien SEM herangezogen. Ebenfalls mit Anfangswerten belegt werden der Iterationszähler k , der zur Konvergenzüberprüfung benötigte Expansions-Enddruck p_i sowie die Austrittstemperatur T_a .

Am Eingang der äußeren Iterationsschleife erfolgt die Rücksetzung des HL-Drehwinkels γ und der Kammermasse pro Arbeitsspiel \bar{m} sowie die Erhöhung des Iterationszählers k . Mit der Inkrementierung des HL-Drehwinkels γ um die Differenz $\Delta\gamma$ beginnt der für alle Winkelschritte gleiche Kernbereich des Zeitschrittverfahrens. Der polytrope Zustandsverlauf während eines Drehwinkelschrittes wird nach dem Ansatz von Dreißig [22] durch eine isentrope, leakagefreie Expansion und einen isochoren Ausgleichsvorgang unter Berücksichtigung der zu- und abfließenden Fluidströme angenähert. Die bestimmende Größe der isentropen Expansion ist der Momentanwert des Volumenverhältnisses $\Phi(\gamma)$:

$$\Phi(\gamma) = \frac{V(\gamma)}{V(\gamma - \Delta\gamma)} > 1$$

Zusammen mit Druck und Temperatur aus dem vorhergehenden Winkelschritt ergibt sich die differentielle isentrope Zustandsänderung ohne Leckageeinfluß:

$$p_{is}(\gamma) = p(\gamma - \Delta\gamma) \cdot \Phi^{-\kappa}(\gamma)$$

$$T_{is}(\gamma) = T(\gamma - \Delta\gamma) \frac{p_{is}}{p(\gamma - \Delta\gamma)} \cdot \Phi(\gamma)$$

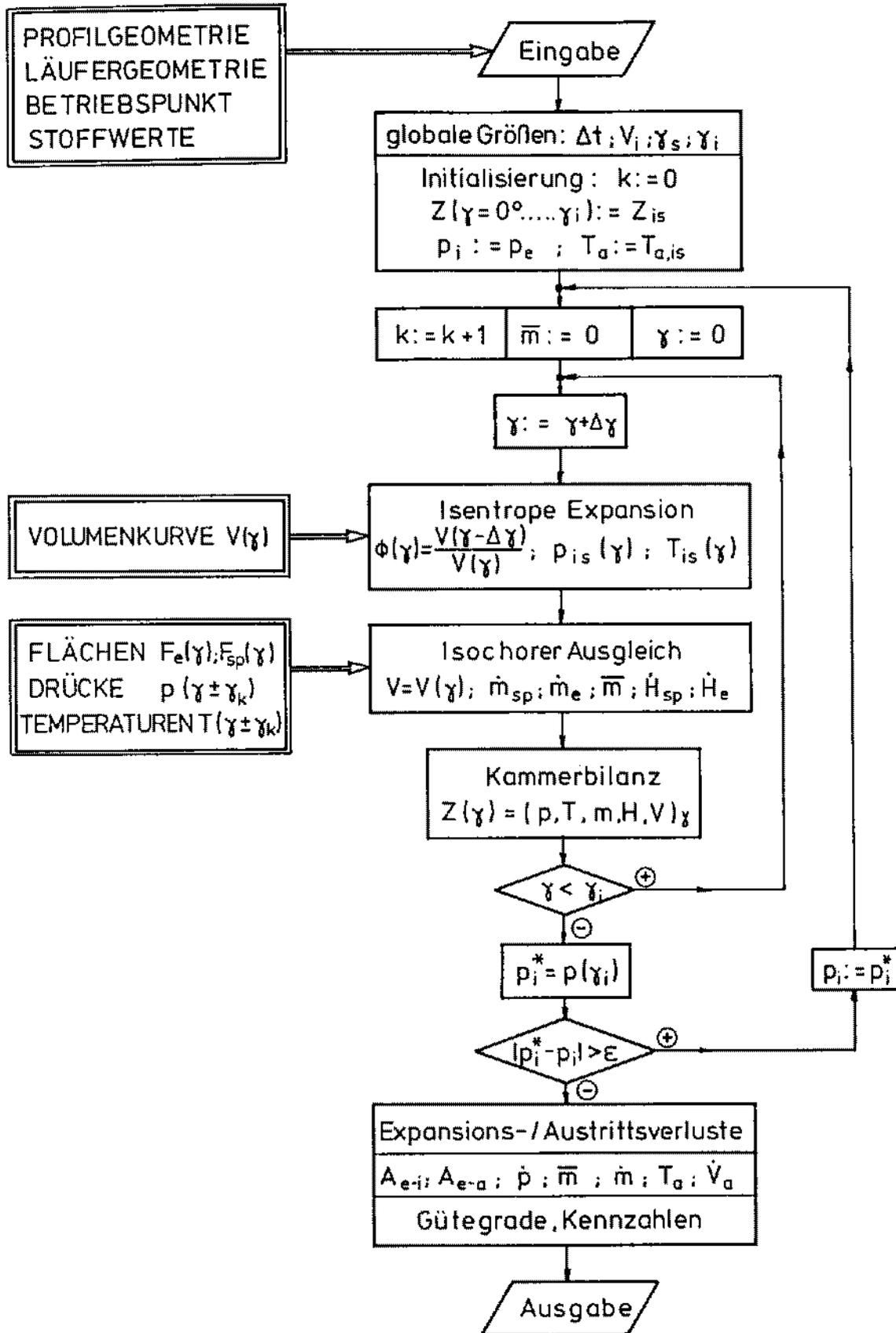


Bild 3.12: Vereinfachtes Flußdiagramm des Zeitschrittverfahrens

Für konstante Werte von Drehwinkel γ und Kammervolumen $V(\gamma)$ erfolgt nun unter Benutzung von Druck und Temperatur der vor- bzw. nachlaufenden Kammer die Bestimmung der Massen- und Enthalpieströme durch alle momentan existierenden Spaltöffnungen. Zur Ermittlung der pro Kammer und Arbeitsspiel durchgesetzten Fluidmasse \bar{m} wird für jeden Winkelschritt der Massenstrom im Kontrollquerschnitt "e" durch Aufsummation berücksichtigt:

$$\bar{m} := \bar{m} + \Delta t \sum \dot{m}_e$$

Als Resultat der Kammerbilanzen von Masse, Gl. (3.13), und Energie, Gl. (3.19), erhält man die verbesserten Näherungswerte der lokalen Kammermasse $m(\gamma)$, der Kammertemperatur $T(\gamma)$ und des Kammerdrucks $p(\gamma)$. Die Winkelschrittberechnung wird bis zum Erreichen des Expansions-Endwinkels γ_i wiederholt, der neue Wert des Expansions-Enddrucks vor Öffnen der Kammer erhält die Bezeichnung p_i^* . Damit ist der k . Iterationsdurchlauf beendet. Als Konvergenzprobe dient der Vergleich von p_i^* mit dem Wert p_i aus der $(k-1)$. Iteration. Für Betragsdifferenzen $|p_i^* - p_i| > \varepsilon$ ist nach Überschreiben des "alten" Enddrucks p_i ein weiterer Iterationsdurchlauf notwendig. Andernfalls können aus der nun vollständig belegten Zustandsmatrix Z alle weiteren Größen berechnet werden.

Die indizierte Arbeit A_{e-i} folgt durch numerische Integration der Kurve $p(V(\gamma))$ im Winkelbereich $0^\circ \leq \gamma < \gamma_i$. Nach Berücksichtigung der Expansions- und Austrittsverluste ergeben sich die innere Arbeit A_{e-a} aus Gl. (3.39) sowie die reale Austrittstemperatur T_a nach Gl. (3.40). Als Vergleichsarbeit im verlustfreien Idealfall resultiert die isentrope Druckänderungsarbeit $A_{i,s}$ nach Gl. (3.10). Im berechneten Betriebspunkt beträgt die innere Leistung der SEM gerade:

$$\dot{P}_i = A_{e-a} z_{HL} n_{HL} \quad (3.43)$$

Aus der pro Kammer und Arbeitsspiel durchgesetzten Masse \bar{m} erhält man den effektiven Gesamtmassenstrom durch die SEM als stationär gemittelten Wert über ein volles Arbeitsspiel:

$$\dot{m} = \bar{m} z_{HL} n_{HL} \quad (3.44)$$

Abschließend erfolgt die in Kap. 4 erläuterte Berechnung von Kenngrößen der Energiewandlung. Der CPU-Zeitbedarf für den beschriebenen Berechnungsablauf eines Betriebspunktes beträgt ca. 20 s auf einer *Sun Sparc Station II*. Das Konvergenzverhalten des Zeitschrittverfahrens kann als unproblematisch bezeichnet werden. Zur Erzielung eines innerhalb $\varepsilon = 1$ Pa reproduzierbaren Kammerdruckverlaufes werden lediglich $k=3-4$ Iterationen benötigt, da Zustandsgrößen aus der jeweils vorhergehenden Iteration nur in die Berechnung der abgehenden Spaltleckagen einfließen. Für starke Überexpansion ($p_i \ll p_a$) sind bei kleinen M_u u.U. mehr Durchläufe notwendig,

da die Rückströmung durch die ND-seitigen Spalte zu einer stromaufgerichteten Anhebung von Kammerdruck und -temperatur führt. Wie im nachfolgenden Kapitel für Schrauben-Expansionsmaschinen erstmals näher beschrieben wird, hat diese Rückwirkung einen starken Einfluß auf den Zustandsverlauf in der zum Austritt benachbarten Expansionszelle.

3.3 Diskussion berechneter Indikatordiagramme

Zur Verdeutlichung des Anwendungspotentials des beschriebenen Zeitschrittverfahrens wird hier am Beispiel der ursprünglich als Schraubenverdichter konzipierten SEM VM037D (*Aerzener Maschinenfabrik*) der berechnete indizierte Druckverlauf eines Teillastbetriebspunktes dargestellt und diskutiert.

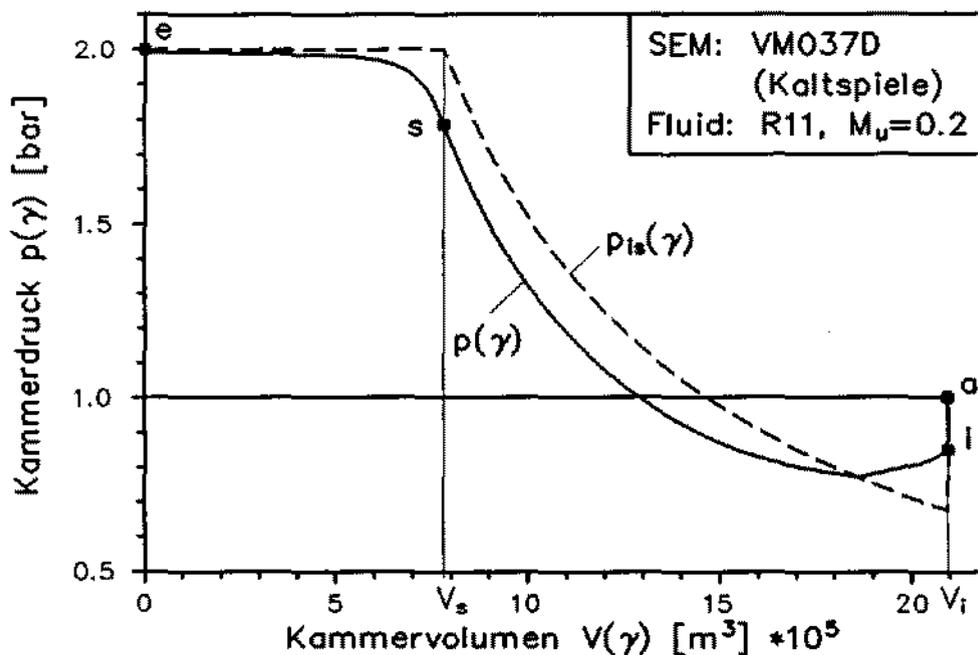


Bild 3.13: Berechnetes p, V -Diagramm der SEM VM037D ($\kappa = 1.1$)

Bild 3.13 zeigt ein mit Überexpansion berechnetes p, V -Diagramm der VM037D bei Betrieb mit dem Fluid R11 und einer Umfangs-Machzahl $M_u = 0.2$. Zugrundegelegt wurden die in Kap. 5.2 beschriebenen Geometrieparameter sowie zur Spaltberechnung die konstruktiv festgelegten Kaltspiele. Gegenüber dem gestrichelt eingezeichneten Druckverlauf der isentropen, leakagefreien SEM ergibt sich im Punkt "s" als Folge der realen Eintrittsverluste ein relativer Druckverlust von rund 12%. Der Temperaturverlauf im Arbeitsraum weist zu Beginn des Einströmvorgangs gegenüber T_e eine u.U. beträchtliche Überhöhung $\Delta T \sim \kappa$ auf. Dieser bereits von Margolis [62] beobachtete Effekt resultiert aus dem Übergang vom offenen in das geschlossene System.

Seine Auswirkung auf das Betriebsverhalten der SEM bleibt dennoch gering, da die einhergehende Bildung des Arbeitsvolumens einen entsprechend großen Aufwand an Volumenänderungsarbeit erfordert.

Ein Großteil der eigentlichen Expansion verläuft praktisch parallel zur Isentropen der idealen SEM, als Folge des Einstromvorgangs jedoch unterhalb. Diese Aussage wurde von Kanko et al. [49] durch Druckindizierung eines Schraubenexpanders bestätigt. Erst gegen Expansionsende ergibt sich als Folge der inneren Überexpansion eine Rückströmung durch die ND-seitigen Spalte und damit eine Anhebung von Kammerdruck und -temperatur. Leckagevorgänge innerhalb der SEM führen demnach zu einer Abnahme des inneren Druckverhältnisses Π_i und des effektiven inneren Volumenverhältnisses Φ_i . Wie durch experimentelle Ergebnisse von Hinsenkamp et al. [44] bestätigt wird, wirkt sich die Drosselung bei den Ladungswechseln dagegen umgekehrt aus. Die Eintritts-Drosselung bewirkt eine Expansion des eingeströmten Fluides bereits vor Erreichen des Schließwinkels am Punkt "s", was einem verkleinerten Wert von V_s entspricht. Ebenso verhindert die ND-seitige Drosselung den sofortigen Druckausgleich am Expansions-Endpunkt "i". Beide Drosselvorgänge vergrößern daher das effektive Volumenverhältnis Φ_i gegenüber dem konstruktiv festgelegten Wert $\Phi_{i,tA}$.

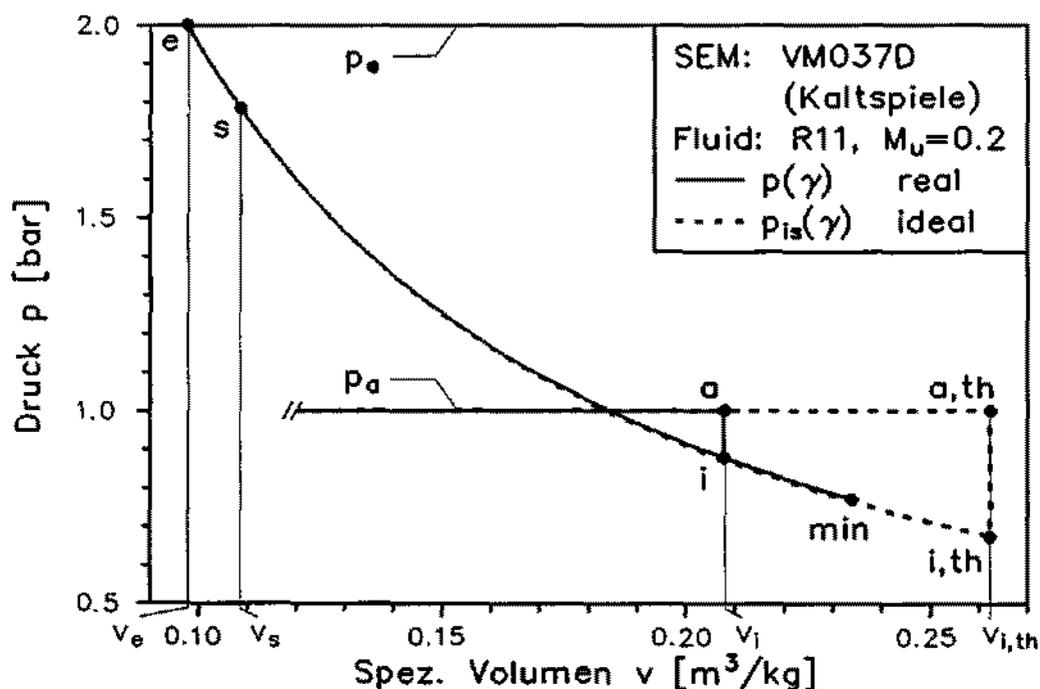


Bild 3.14: Berechnetes p,v -Diagramm der SEM VM037D ($\kappa = 1.1$)

Einen wesentlichen Beitrag zum Verständnis der Betriebsweise von Schrauben-Expansionsmaschinen liefert die Darstellung desselben Betriebspunktes im massenspezifischen p,v -Diagramm (Bild 3.14). Aufgrund der Charakteristik des geschlossenen Arbeitsvolumens und der isentrop ermittelten Spaltleckagen ergibt sich ein deckungsglei-

cher Verlauf der berechneten realen und der isentropen, leckagefreien Zustandsänderung innerhalb der Maschine. Wie aus Bild 3.14 hervorgeht, verläuft der reale Einströmvorgang $e - s$ ebenfalls isentrop unter Dichteabnahme. Die innere Expansion erreicht den Minimaldruck p_{min} unmittelbar vor Öffnen des Blaslochs ND. Als Folge der aus dem Austrittsbereich rückströmenden Masse tritt danach eine Rückverdichtung bis zum inneren Enddruck p_i auf. Zur Vereinfachung wurden die Druckanpassung $i - a$ sowie das isobare Ausschleiben unter Vernachlässigung des Austrittsdruckverlustes dargestellt.

Von besonderer Tragweite für die spätere Einführung, Auftragung und Interpretation betriebsbeschreibender Kennzahlen ist der nachfolgend dokumentierte Einfluß des realen Zustandsverlaufes in der SEM auf die massenspezifischen Arbeitsanteile. Aus dem p, v -Diagramm wird deutlich, daß der wesentliche Unterschied zwischen idealer und realer SEM bei konstantem Eintrittszustand "e" in einer Verschiebung der Expansions-Eckpunkte "s" und "i" gegenüber "s, th" = "e" und "i, th" besteht. Dies beeinflusst sowohl die Volumenänderungs- als auch die Verschiebearbeit. Zur Veranschaulichung der Auswirkungen wird der reale Zustandsverlauf $e - a$ durch den im p, v -Diagramm deckungsgleichen Verlauf einer idealen, leckagefreien Ersatzmaschine mit dem theoretischen inneren Volumenverhältnis $\tilde{\Phi}_{i, th}$ ersetzt:

$$\tilde{\Phi}_{i, th} = \frac{v_i}{v_{s, th}} = \frac{v_i}{v_e} \quad (3.45)$$

Unter Benutzung des isentropen Zustandsverlaufes kann nun die spezifische Druckänderungsarbeit a_{e-a} der realen SEM durch Integration erhalten werden:

$$a_{e-a} = \int_e^a v dp = p_e v_e \left(\frac{\tilde{\Phi}_{i, th}^{1-\kappa} - \kappa}{\kappa - 1} + \frac{\tilde{\Phi}_{i, th}}{\Pi} \right) \quad (3.46)$$

Diese im gesamten Betriebsbereich gültige Beziehung führt die Verlustdarstellung adiabater, trockenlaufender SEM im p, v -Diagramm auf die Größe $\tilde{\Phi}_{i, th}$ zurück. Wie bereits begründet, ergeben sich die Anfangs- und Endpunkte der Expansion aus den Randbedingungen unter Berücksichtigung der auftretenden Verluste. Mit zunehmenden Spaltleckagen nähert sich der Punkt "i" entlang der Linie $pv^\kappa = Const.$ immer mehr dem Eintrittszustand "e", dabei gleichen die auftretenden Leckagen die innere Expansion zunehmend aus, bis schließlich der Grenzfall des Roots-Expanders mit dem inneren Volumenverhältnis $\tilde{\Phi}_{i, th} = 1$ erreicht ist. Das p, v -Diagramm entartet dann zum Volldruckdiagramm, da die innere Volumenänderungsarbeit a_{vol} verschwindet. In diesem Fall entspricht der resultierende Arbeitsumsatz der Differenz der Verschiebearbeiten am Maschinenein- und -austritt.

4 Kennzahlen und Kennfelder adiabater Schrauben-Expansionsmaschinen

Das beschriebene Zeitschrittverfahren ermöglicht die Berechnung dimensionsbehafteter Betriebsgrößen von adiabaten, trockenlaufenden Schrauben-Expansionsmaschinen. Trotz vereinfachter Modellbildung sind zur Beschreibung eines Betriebspunktes zahlreiche Einflußgrößen zu berücksichtigen. Für den angestrebten Kennfeldvergleich mit Turbomaschinen wird daher im folgenden eine Reduktion der Anzahl problembeschreibender Größen angestrebt, die nach den Regeln der Ähnlichkeitsmechanik zur eindeutigen und vollständigen Kennzahlbasis der adiabaten SEM führt [99]. Diese in Kap. 4.1 abgeleitete Basis erlaubt unter Voraussetzung vollständiger oder zumindest angenäherter Ähnlichkeit die Übertragung berechneter Ergebnisse auf andere Absolutabmessungen, Randbedingungen und Fluide.

Mit der Einführung dimensionsloser Kennzahlen ist ein Informationsverlust verbunden, der für jeden konkreten Anwendungsfall die Hinzunahme dimensionsbehafteter Bestimmungsgrößen erfordert. Diese Größen dürfen jedoch nicht beliebige Werte annehmen: ihre Auswahl ist an die Einhaltung des bei der Kennzahlbildung eingeführten Gültigkeitsbereichs geknüpft. Beispielsweise muß für einen "frei" gewählten Betriebspunkt die anhand des Kennfeldes bestimmte Umfangsgeschwindigkeit unter Festigkeitsgesichtspunkten überprüft und ggf. durch eine modifizierte Auslegung (z.B. Verringerung des Läuferdurchmessers) auf einen realisierbaren Wert reduziert werden. Besondere Sorgfalt ist im häufig vorliegenden Fall angenäherter Ähnlichkeit notwendig, da diese einen weiteren Informationsverlust beinhaltet. Die ausgesonderten Kennzahlen mit untergeordnetem Einfluß müssen in jedem Einzelfall auf die Gültigkeit der dabei getroffenen Annahmen überprüft werden. Als Beispiel läßt sich die Umfangs-Reynoldszahl Re_u anführen, deren Einfluß auf das SEM-Betriebsverhalten innerhalb weiter Bereiche vernachlässigbar bleibt. Vorsicht ist allerdings bei kleinen Umfangsgeschwindigkeiten, Drücken und Läuferdurchmessern geboten, da hier der Reibungseinfluß stark anwächst.

4.1 Ableitung der Kennzahlbasis

Die zur Ableitung der Kennzahlbasis adiabater, trockenlaufender Schrauben-Expansionsmaschinen notwendige Dimensionsanalyse wurde z.B. bei Fister [25] und Dreißig [22] veröffentlicht. Nach dem II-Theorem von Buckingham reduziert sich dabei die Anzahl der Einflußgrößen um die Zahl der auftretenden Basiseinheiten. Gegenüber den genannten Quellen weist die nachfolgende Analyse an wesentlichen Stellen Änderungen und Klarstellungen auf. Sie wird daher in ihren Grundzügen dargestellt:

- Aufstellen einer vollständigen Liste von Einflußgrößen
- Aussondern abhängiger und konstanter Größen
- Durchführung der Dimensionsanalyse
- Umformung bzw. Substitution der erhaltenen Kennzahlen

Ausgangspunkt der Betrachtung ist die vollständige Liste von Einflußgrößen zur Beschreibung der in Kap. 3.2 eingeführten geometrischen und physikalischen Systemeigenschaften [44]. Das in Kap. 3 vorgestellte Berechnungsverfahren kann formal als Einflußgrößenfunktion der in Bild 3.3 dargestellten Parameter geschrieben werden:

$$f(D_{HL}, D_{NL}, d, L, s, V_s, \gamma_u, \alpha_e, \alpha_{Sp}, \alpha_{Bl}, T_e, p_e, p_a, \omega_{HL}, \kappa, R, \mu) = 0$$

In der Argumentenliste fehlen bereits die konstruktiv fest vorgegebenen Merkmale: Profilgeometrie, Zähnezahlen und Einströmbereich (axial, radial oder diagonal). Mit Auswahl der Maschinen- und Profilgeometrie, des Arbeitsfluides und des Betriebspunktes können die Durchflußbeiwerte α von Eintrittsöffnung und Spalten nicht mehr frei gewählt werden. Sie stellen abhängige Funktionen der aufgeführten Größen dar [71] und werden hier voraussetzungsgemäß konstant gehalten. Anstelle der lokalen dynamischen Viskosität $\mu(p, T)$ können in guter Näherung die Viskositäten μ_e und μ_a am Ein- und Austritt zur Charakterisierung von Reibungsvorgängen herangezogen werden. Durch Ersetzen der a priori unbekanntes Austrittstemperatur T_a läßt sich $\mu_a(p_a, \mu_e)$ als Funktion bekannter Größen darstellen. Daher bleibt lediglich $\mu_e(p_e, T_e)$ als Einflußgröße erhalten. Schließlich kann mittels der Gl. (3.23) für eine vorgegebene Profilform anstelle des HL-Umschlingungswinkels γ_u das Expansions-Endvolumen V_i in die Einflußgrößenfunktion eingeführt werden:

$$f(D_{HL}, D_{NL}, d, L, s, V_s, V_i, T_e, p_e, p_a, \omega_{HL}, \kappa, R, \mu_e) = 0 \quad (4.1)$$

Die verbleibende Argumentenliste weist 14 unabhängige Einflußgrößen mit 4 Basiseinheiten auf: m, kg, s, K. Unter Verwendung der Basis $\{D_{HL}, T_e, p_e, \omega_{HL}\}$ liefert eine Dimensionsanalyse folgende 10 Kennzahlen:

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{D_{NL}}{D_{HL}} & K_6 &= \frac{V_i}{D_{HL}^3} \\ K_2 &= \frac{d}{D_{HL}} & K_7 &= \frac{p_a}{p_e} \\ K_3 &= \frac{L}{D_{HL}} & K_8 &= \kappa \\ K_4 &= \frac{s}{D_{HL}} & K_9 &= \frac{R T_e}{(D_{HL} \omega_{HL})^2} \\ K_5 &= \frac{V_s}{D_{HL}^3} & K_{10} &= \frac{\mu_e \omega_{HL}}{p_e} \end{aligned}$$

Kennzahl		Bildung	
Durchmesser Verhältnis	$\nu_D =$	$\frac{D_{NL}}{D_{HL}}$	K_1
Bezogener Achsabstand	$\nu_d =$	$\frac{d}{D_{HL}}$	K_2
Längenverhältnis	$\nu_L =$	$\frac{L}{D_{HL}}$	K_3
Spaltweitenverhältnis	$\nu_{Sp} =$	$\frac{s}{D_{HL}}$	K_4
Theor. Volumenverhältnis	$\Phi_{i,th} =$	$\frac{V_i}{V_s}$	$K_6 K_5^{-1}$
Spezifische Verdrängung	$\sigma =$	$\frac{z_{HL} V_i}{D_{HL}^3}$	$z_{HL} K_6$
Äußeres Druckverhältnis	$\Pi =$	$\frac{p_e}{p_a}$	K_7^{-1}
Isentropenexponent	$\kappa =$		K_8
Umfangs-Machzahl	$M_u =$	$\frac{u_{HL}}{\sqrt{\kappa R T_e}}$	$(4 K_8 K_9)^{-0.5}$
Umfangs-Reynoldszahl	$Re_u =$	$\frac{\rho_e D_{HL} u_{HL}}{\mu_e}$	$(2 K_9 K_{10})^{-1}$

Tabelle 4.1: Kennzahlbasis der adiabten, trockenlaufenden SEM

Durch elementare Umformung und Kombination der ermittelten Kennzahlen resultiert die in Tab. 4.1 wiedergegebene, vollständige und eindeutige Kennzahlbasis der adiabten, trockenlaufenden SEM. Diese 10 Kenngrößen müssen zur Gewährleistung vollständiger Ähnlichkeit im Sinne der getroffenen Vereinfachungen konstant gehalten werden. Während die ersten sechs Kennzahlen in Tab. 4.1 die Geometrie der SEM festlegen, kennzeichnen die restlichen das Arbeitsfluid und den Betriebspunkt.

4.2 Kenngrößen und Kennfelddarstellung

Zur Beurteilung von Einfluß und Aufteilung der bei der Energiewandlung auftretenden Verluste des betrachteten realen Systems ist der Vergleich zur leakage- und verlustfreien Referenzmaschine nach Kap. 3.1 sinnvoll. Die hierzu notwendige Einführung von Kenngrößen der Energiewandlung und des Durchflußverhaltens erfordert lediglich die Vorgabe einer Kennzahlbasis nach Tab. 4.1 sowie der aus der Zeitschrittberechnung erhaltenen abhängigen Einflußgrößen Massenstrom \dot{m} und Austrittstemperatur T_a . Auftretende Expansionsverluste werden durch das Verhältnis der technischen- zur

isentropen Druckänderungsarbeit im Wirkungsgrad der idealen SEM η_{id} erfasst. Mit den Gln. (3.10) und (3.29) ergibt sich:

$$\eta_{id} = \frac{A_T}{A_{is}} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{\frac{\Phi_{i,th}}{\Pi} + \frac{\Phi_{i,th}^{1-\kappa} - \kappa}{\kappa - 1}}{\Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} - 1} \quad (4.2)$$

Wie aus dieser Beziehung hervorgeht, ist zur Beschreibung der Expansionsverluste lediglich die Teilmenge $\{\Phi_{i,th}, \Pi, \kappa\}$ der Kennzahlbasis notwendig. Nach Hinsenkamp et al. [44] gilt die nachfolgende Analyse der Kennlinien $\eta_{id}(\Pi)$ daher auch für andere isentrope, leakage- und schadraumfreie Verdrängerkraftmaschinen. Der Verlauf von η_{id} für verschiedene konstruktiv festgelegte Volumenverhältnisse $\Phi_{i,th}$ ist in Bild 4.1 über dem äußeren Druckverhältnis aufgetragen. In diesem drehzahlunabhängigen Schaubild teilt das Maximum $\eta_{id}(\Pi_{i,th})$ jede Kennlinie in Bereiche stark verlustbehafteter Überexpansion ($\Pi < \Pi_{i,th}$) und weniger ausgeprägter Unterexpansion ($\Pi > \Pi_{i,th}$). Durch Einsetzen der Bedingung $\eta_{id} = 0$ erhält man das minimale äußere Druckverhältnis Π_{min} , unterhalb dessen kein Betrieb als Kraftmaschine möglich ist:

$$\Pi_{min} = \frac{\kappa - 1}{\frac{\kappa}{\Phi_{i,th}} - \frac{1}{\Phi_{i,th}^\kappa}} \quad (4.3)$$

Mit ansteigendem theoretischen Volumenverhältnis verschiebt sich gemäß Gl. (3.6) das Wirkungsgradmaximum zu größeren Druckverhältnissen. Dadurch wächst auch der Wert von Π_{min} , was eine Einschränkung des möglichen Betriebsbereichs nach unten bedeutet. Schließlich erfährt der gesamte Kennlinienverlauf mit wachsendem $\Phi_{i,th}$ eine Streckung bezüglich der Achse $\Pi = \Pi_{i,th}$.

Eine weitergehende quantitative Verlustanalyse der realen adiabaten SEM kann durch den Vergleich real auftretender Massenströme \dot{m} und Austrittstemperaturen T_a mit den Werten der idealen, verlustfreien SEM erfolgen. Gemäß Gl. (3.3) hängt der theoretische Massenstrom \dot{m}_{th} von der Geometrie, der Drehzahl und dem Eintrittszustand ab, während der reale Wert \dot{m} zusätzlich durch Spaltleckagen und Eintritts-Drosselung beeinflusst wird. Die Austrittstemperatur $T_a > T_{a,is}$ der realen adiabaten SEM wächst mit dem Auftreten innerer Reibung sowie konvektiver Verluste in Form der Spalteinthalpieströme. Bezieht man diese Größen formal in die durchgeführte Dimensionsanalyse ein, so resultieren zwei zusätzliche abhängige Kennzahlen:

$$K_{11} = \frac{\dot{m} \omega_{HL}}{D_{HL} p_e} \quad K_{12} = \frac{T_a}{T_e}$$

Unter Benutzung der eingeführten unabhängigen Kennzahlen werden K_{11} und K_{12} in die Vergleichsgrößen Liefergrad λ und innerer isentroper Wirkungsgrad η_i umgeformt. Diese sind auf die verlust- und leakagefreie SEM bezogen und werden daher im folgenden auch als Gütegrade bezeichnet:

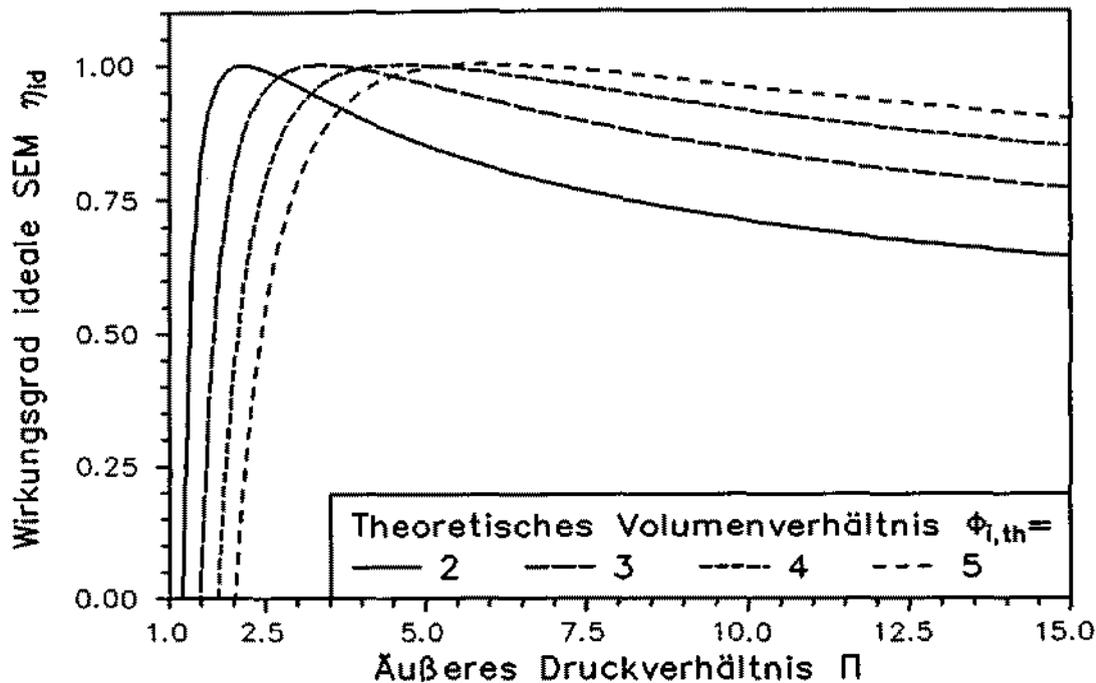


Bild 4.1: Berechnete Kennlinien des Wirkungsgrades der idealen SEM ($\kappa = 1.1$)

$$\lambda = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{th}} = \frac{\pi K_{11} \Phi_{i,th}}{2\kappa M_u^2 \sigma} \quad (4.4)$$

$$\eta_i = \frac{\dot{P}_i}{\dot{P}_{is}} = \frac{K_{12} - 1}{\Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} - 1} \quad (4.5)$$

Vor dem Hintergrund des angestrebten Kennfeldvergleichs mit Turbomaschinen ist zu beachten, daß zur Berechnung innerer Wirkungsgrade gemäß Gl. (2.1) die Totalzustände "te" und "ta" am Maschinenein- bzw. -austritt sowie der isentrope statische Austrittszustand "a, is" herangezogen werden. Unter Benutzung der in Kap. 3.1 und 3.2.5 abgeleiteten Beziehungen ergibt sich für die Schrauben-Expansionsmaschine eine der Gl. (2.1) entsprechende Definition:

$$\eta_i = \frac{n_{HL} z_{HL} A_{e-a}}{\dot{m} a_{is}} = \frac{A_{e-a}}{\bar{m} a_{is}} = \frac{c_p (T_a - T_e)}{a_{is}} \quad (4.6)$$

Das in dieser Beziehung auftretende Verhältnis massenspezifischer Arbeiten führt auf die Problemstellung der Massenmittelung. Da η_i unter Benutzung der globalen Energiebilanzen von realer und idealer SEM abgeleitet wird, kann der auftretende Quotient $\frac{A_{e-a}}{\bar{m}}$ nicht gleich der nach Gl. (3.46) bestimmten massenspezifischen Arbeit a_{e-a} sein. Hierzu wäre die Einführung einer integral gemittelten Masse \bar{m} pro Arbeitsspiel notwendig, die von \bar{m} verschieden ist:

$$\tilde{m} = \frac{A_{e-a}}{a_{e-a}} = \frac{\int_e^a V dp}{\int_e^a v dp} \neq \bar{m} \quad (4.7)$$

Die Größen A_{e-a} bzw. \tilde{m} können nicht in geschlossener Form berechnet werden, sind aber unter Anwendung des beschriebenen iterativen Zeitschrittverfahrens durch den jeweiligen Zustandsverlauf festgelegt. Für eine vorgegebene SEM-Geometrie kann damit die Kennfelddarstellung getrennt nach Massendurchfluß und Energieumsatz auf die Funktionale $\lambda, \eta_i = f(\Pi, \kappa, M_u, Re_u)$ zurückgeführt werden. Wird weiterhin ein bestimmtes Arbeitsfluid vorausgesetzt, so verbleiben für große Umfangs-Reynoldszahlen $Re_u > 10^7$ lediglich die Kennzahlen (Π, M_u) als freie Variablen. Berechnete Kennlinien beider Gütegrade sind in Bild 4.2 für die SEM VM037D der *Aerzener Maschinenfabrik* bei Betrieb mit dem Fluid R11 ($\kappa=1.1$, $\mathcal{M}=137.4$ kg/kMol) aufgetragen. Für dieses Diagramm mit insgesamt 90 Betriebspunkten beträgt der CPU-Zeitbedarf auf einer *Sun Sparc Station II* lediglich 30 Minuten, wogegen zur experimentellen Ermittlung der Kennlinienverläufe ein mehrmonatiger Versuchsaufwand notwendig wäre. Anhand eines Vergleichs mit den in Kap. 5.4 präsentierten experimentellen Ergebnissen geht hervor, daß der große Wertebereich der Umfangs-Machzahl $M_u=0.1-0.5$ für hochmolekulare Arbeitsfluide durchaus praxisrelevant ist. Eine experimentell bestätigte Besonderheit des neuentwickelten Kennzahlmodells ist die Unabhängigkeit der Liefergrad-Scharkurven $\lambda(M_u = Const.)$ vom äußeren Druckverhältnis Π . Diese Eigenschaft resultiert aus der gezielten Wahl der Umfangs-Machzahl M_u : sie wird auf den Eintritt bezogen und beinhaltet daher für variable Π die Änderung von Eintrittsdruck und -dichte. Wie aus der Definitionsgleichung von M_u nach Tab. 4.1 hervorgeht, kann für $M_u = Const.$ jede Änderung des Eintrittszustandes durch eine Angleichung der HL-Umfangsgeschwindigkeit u_{HL} kompensiert werden. Dies impliziert gemäß Gl. (3.12) zugleich eine Anpassung der pro differentiellen Winkelschritt $\Delta\gamma$ für Ausgleichsvorgänge verfügbaren Zeitspanne Δt und damit die direkte Beeinflussung des Massenstroms \dot{m} im Liefergrad λ :

$$M_u = \frac{D_{HL}}{2 \sqrt{\kappa R T_e}} \frac{\Delta\gamma}{\Delta t}$$

Dieser wichtige Mechanismus kommt bei der bislang für Schraubenverdichter üblichen Bildung von M_u mit dem konstanten Ansaugzustand nicht zum Tragen. Hier entspricht das Festhalten der von Π unabhängigen Umfangs-Machzahl einer konstanten Umfangsgeschwindigkeit u_{HL} : die Spaltmassenströme und der Liefergrad des Schraubenverdichters werden daher direkt von Π beeinflusst.

Für kleine Umfangs-Machzahlen M_u nimmt der Liefergrad infolge der großen Zeitspanne pro Arbeitsspiel und der einhergehenden hohen Leckverluste Werte $\lambda > 1$ an. Mit wachsender Umfangs-Machzahl resultiert eine Abnahme des Liefergrades als Folge des erhöhten theoretischen Massenstroms, der Verkürzung des Arbeitsspiels und der

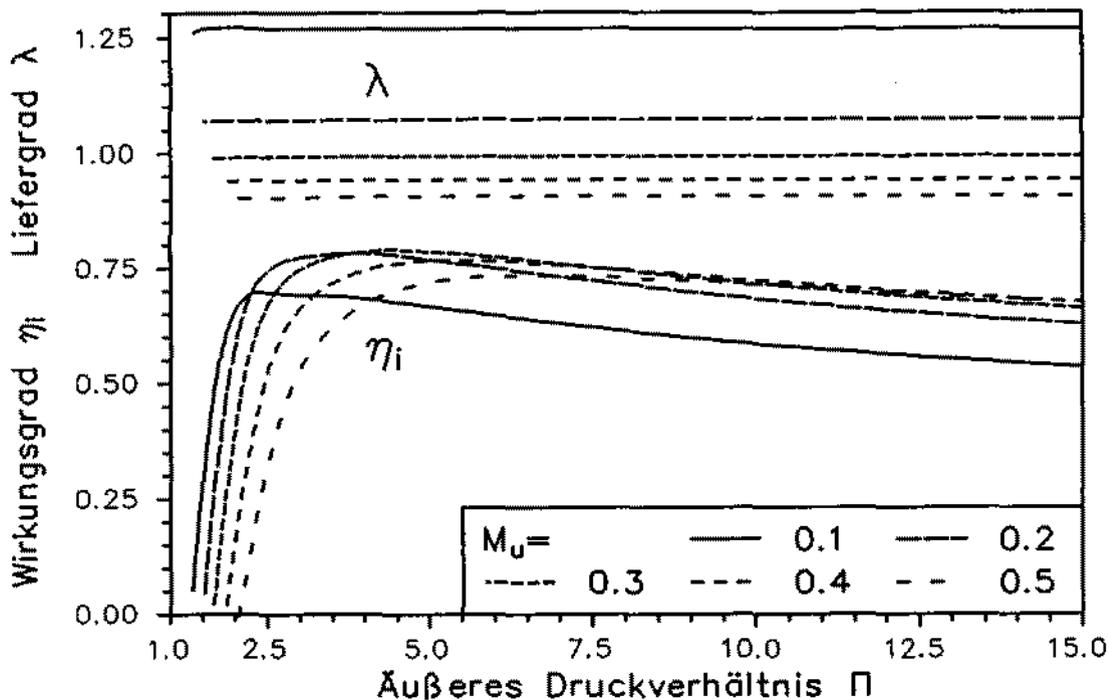


Bild 4.2: Berechnete Kennlinien der SEM VM037D ($\kappa = 1.1$)

quadratisch zunehmenden dynamischen Eintrittsverluste (Unterfüllung). Rein formal teilt also die Linie $\lambda = 1$ das Liefergrad-Kennfeld der SEM in Bereiche überwiegender Spaltleckagen ($\lambda > 1$) und vorherrschender dynamischer Verluste ($\lambda < 1$).

Wie bereits aus Bild 4.1 für den Wirkungsgrad η_{id} bekannt, weist auch der Verlauf des inneren isentropen Wirkungsgrades η_i in Bild 4.2 für konstante Umfangs-Machzahl bei Druckverhältnissen oberhalb des Maximums infolge der auftretenden Unterexpansion lediglich eine leichte Abnahme auf. Bei kleinen Π führt die Überexpansion als dominierender Verlustanteil der SEM zu einem steilen Abfall von η_i . Die Maxima der Scharkurven verlagern sich mit steigender Umfangs-Machzahl zu höheren Druckverhältnissen, was sich nach Kap. 3.3 auf das mit M_u anwachsende effektive innere Volumenverhältnis Φ_i zurückführen läßt. Somit ist jedem äußeren Druckverhältnis eine bestimmte optimale Umfangs-Machzahl zugeordnet. Zur Bestimmung des globalen Maximums der Wirkungsgrad-Einhüllenden wird auf Kap. 6 verwiesen.

Die offensichtliche Ähnlichkeit der Kennlinien von η_i und η_{id} beruht nach Kap. 3.3 auf dem deckungsgleichen Verlauf der Zustandsänderungen realer und idealer SEM im p, v -Diagramm. Der Einfluß realer Verluste kann daher durch Analyse einer idealen Ersatzmaschine mit gleichem Eintrittszustand und einem theoretischen Volumenverhältnis $\tilde{\Phi}_{i,th}$ nach Gl. (3.45) erfaßt werden. In Kap. 4.3 wird diese Aussage durch Einführung dimensionsloser Leistungszahlen nach Greve [37] und Hinsenkamp et al. [42; 44] auf beliebige Eintrittszustände erweitert.

Von großer praktischer Bedeutung ist die für perfekte Gase aufgezeigte Invarianz der Gütegrade λ , η_i gegenüber den dimensionsbehafteten Einflußgrößen \mathcal{M} , D_{HL} , T_e , p_e und p_a . Diese Aussage wurde hinsichtlich der Molmasse \mathcal{M} bereits von Fister [25] begründet. Innerhalb einer geometrisch ähnlichen Baureihe führt die durch den Hauptläufer-Durchmesser D_{HL} skalierte Absolutgröße der Maschine lediglich zu Unterschieden in den dimensionsbehafteten Betriebsdaten. Die Auswirkung veränderlicher Eintrittstemperaturen T_e auf die Scharcurven λ und η_i betrifft im wesentlichen die Viskosität μ_e . Im vorliegenden hochturbulenten Fall ($Re_u > 10^7$) ist unter Vernachlässigung der Re-Abhängigkeit der Durchflußbeiwerte α kein Temperatureinfluß auf die SEM-Kennlinien nachweisbar. Auch das absolute Druckniveau der Zustandsänderung in der SEM wirkt sich unter diesen Voraussetzungen nicht auf die Kennfelddarstellung aus.

4.3 Leistungszahlen und Betriebsdiagramm

Einen wesentlichen Beitrag zum Verständnis des Betriebsverhaltens von Schraubenmaschinen liefert die Einführung von Leistungszahlen Λ in die Kennzahlbasis nach Tab. 4.1. Der physikalische Hintergrund dieser von Wichert [95] vorgeschlagenen dimensionslosen Gruppen wird in der Arbeit von Greve [37] für Schraubenverdichter und bei Hinsenkamp et al. [44] für Schrauben-Expansionsmaschinen vertieft behandelt. Als wesentliche Neuerung gegenüber den Ausführungen von Greve wird im Rahmen des hier vorgestellten Kennzahlensystems die mit dem HD-seitigen Zustand "e" gebildete Umfangs-Machzahl als Scharparameter eingesetzt. Die Vorteile bezüglich der Liefergrad-Darstellung wurden bereits in Kap. 4.2 dargelegt. Weitere erstmals nachgewiesene Zusammenhänge für die Auftragung von Leistungszahlen Λ bei $M_u = Const.$ ergeben sich bei Variation des Arbeitsfluides (Kap. 4.5). Die allgemeine Definition von Leistungszahlen für Verdrängermaschinen wird im angelsächsischen Sprachraum oft als "Beale Number" bezeichnet [72]:

$$\Lambda = \frac{a}{p_e v_e} \quad (4.8)$$

Anschaulich gibt die Leistungszahl Λ den Wert der spezifischen Arbeit a beim "Einheits-Eintrittszustand" $p_e v_e = 1$ unabhängig von der Baugröße und den Absolutwerten der thermodynamischen Randbedingungen wieder. Sie erfüllt damit die in Kap. 3.3 diskutierten Voraussetzungen zur Beschreibung realer SEM über eine Analogie zur leakagefreien, isentropen Ersatzmaschine. Unter Benutzung der Gln. (3.10), (3.29) und (3.39) erfolgt die Definition der isentropen, technischen, volumetrischen und der inneren Leistungszahl für perfekte Gase nach Hinsenkamp et al. [44]:

$$\Lambda_{is} = \frac{a_{is}}{p_e v_e} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \left(\Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} - 1 \right) \quad (4.9)$$

$$\Lambda_T = \frac{a_T}{p_e v_e} = \frac{\Phi_{i,th}^{1-\kappa} - 1}{\kappa - 1} + \frac{\Phi_{i,th}}{\Pi} - 1 \quad (4.10)$$

$$\Lambda_v = \frac{\Lambda_T}{\lambda} \quad (4.11)$$

$$\Lambda_i = \frac{A_{e-a}}{\bar{m} p_e v_e} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \left(\frac{T_a}{T_e} - 1 \right) \quad (4.12)$$

Wie aus den Bestimmungsgleichungen hervorgeht, erfolgt die Bildung von Leistungszahlen ohne Einführung neuer Parameter durch die sinnvolle Kombination bekannter Kennzahlen und abhängiger Einflußgrößen. Jede Leistungszahl läßt sich somit einer bestimmten Systemeigenschaft zuordnen. Als geometrieunabhängige Vergleichsgröße ist die isentrope Leistungszahl Λ_{is} für alle Bauarten von Kraftmaschinen gültig. Die technische Leistungszahl Λ_T berücksichtigt durch Hinzunahme des theoretischen inneren Volumenverhältnisses $\Phi_{i,th}$ die Expansionsverluste der leckagefreien, isentropen SEM. Mit ihrer Bildung sind als idealisierte Annahmen verknüpft (s. Bild 3.14): die vollständige Füllung beim Eintrittszustand "e", der isochore Druckausgleich bei "i" sowie das isobare vollständige Ausschleiben zur ND-Seite. Beide Leistungszahlen sind im Gegensatz zur volumetrischen Leistungszahl Λ_v unabhängig von der Umfangs-Machzahl. Λ_v beschreibt über den eingehenden Liefergrad λ die Durchflußcharakteristik der leckbehafteten, isentropen SEM. Schließlich beinhaltet die innere Leistungszahl Λ_i die reale Austrittstemperatur T_a als Maß für die auftretenden dissipativen Vorgänge und den konvektiven Wärmetransport. Die Bezeichnungen "innere" Leistungszahl Λ_i und "innerer" Wirkungsgrad η_i entsprechen dem allgemein üblichen Sprachgebrauch und beziehen sich nicht auf den inneren Endzustand "i" der Expansion.

Als besonderer Vorteil der gewählten Vorgehensweise können alle verlustbeschreibenden Leistungszahlen bei konstanter Umfangs-Machzahl durch Geraden im Betriebsdiagramm der realen Maschine dargestellt werden, Bild 4.3. Diese Auftragung gilt nur für eine bestimmte Umfangs-Machzahl bei fester Geometrie und vorgegebenem Arbeitsfluid. Unter Beachtung der in Kap. 3.1 festgelegten Vorzeichenkonvention sind freiwerdende Leistungsanteile negativ und werden in Ordinatenrichtung daher nach unten aufgetragen. Infolge der Bildung der Leistungszahlen durch sukzessive Einführung verlustbeschreibender Größen lassen sich die Flächen zwischen den Kennlinien als dimensionslose Verluste interpretieren (vergl. [44]).

Der fluidabhängig erreichbare Maximalbetrag der Leistungszahl einer beliebigen Kraftmaschine ist durch die isentrope Leistungszahl Λ_{is} gegeben. Wie aus Bild 4.3 hervorgeht, strebt Λ_{is} für wachsende Druckverhältnisse Π gegen $-\infty$. Der Geradenverlauf der technischen Leistungszahl Λ_T mit der fluidunabhängigen Steigung $\Phi_{i,th}$ geht durch gezielte Wahl der Abszissenweite Π^{-1} unmittelbar aus der Definitionsgleichung (4.10) hervor. Der erste Summand dieser wichtigen Beziehung kennzeichnet

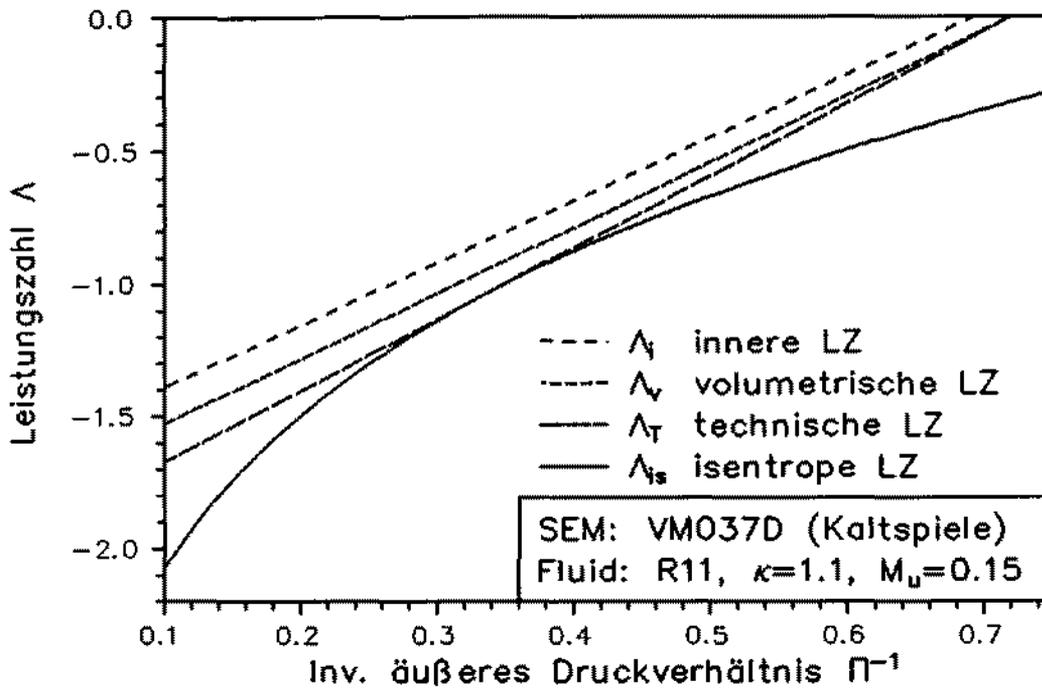


Bild 4.3: Berechnetes Kennfeld der Leistungszahlen ("Betriebsdiagramm")

die innere Volumenänderungsarbeit in Abhängigkeit von der Stoffgröße κ und dem konstruktiv festgelegten $\Phi_{i,th}$. Die beiden nachfolgenden Terme in Gl. (4.10) charakterisieren für den hier gegebenen normierten Eintrittszustand die Anteile der Austritts- bzw. Eintritts-Verschiebearbeiten. Der für den Expanderbetrieb der idealen SEM relevante Betriebsbereich ist durch die Bedingung $\Lambda_T < 0$ bzw. das zugehörige minimale Betriebsdruckverhältnis Π_{min} nach Gl. (4.3) beschränkt. Der optimale Betriebspunkt der idealen SEM tritt bei $\Lambda_T = \Lambda_{is}$ bzw. $\Pi = \Pi_{i,th}$ auf. Für die Expansion ins Vakuum ($\Pi \rightarrow \infty$) strebt Λ_T aufgrund der stark zunehmenden Unterexpansion gegen einen endlichen Grenzwert:

$$\lim_{\Pi \rightarrow \infty} \Lambda_T = \frac{\Phi_{i,th}^{1-\kappa} - \kappa}{\kappa - 1} \quad (4.13)$$

Da der Liefergrad λ bei $M_u = Const.$ nach Kap. 4.2 keine Abhängigkeit vom äußeren Druckverhältnis Π aufweist, erscheint auch $\Lambda_v(\Pi^{-1})$ als Gerade im Betriebsdiagramm. Im vorliegenden Fall dominieren als Folge der kleinen Umfangs-Machzahl $M_u = 0.15$ die Leckageverluste gegenüber den dynamischen Verlusten. Der resultierende Liefergrad $\lambda > 1$ führt im Vergleich zu Λ_T zu einer flacher und weiter oberhalb verlaufenden Leistungszahlgeraden Λ_v . Mit wachsendem Druckverhältnis steigt als Ausdruck zunehmender relativer Leckverluste der Abstand beider Kennlinien.

Der lineare Verlauf der inneren Leistungszahl Λ_i ist zunächst weniger einsichtig, wird aber durch Ansätze von Greve [37] und Hinsenkamp et al. [44] analytisch und experimentell bestätigt. Als Schlüssel zum Verständnis dient die in Kap. 3.3 aus dem

p,v-Diagramm abgeleitete Analogie der Zustandsverläufe realer und idealer Schrauben-Expansionsmaschinen. Dort wurde gezeigt, daß nach Gl. (3.46) die Auswirkung realer Verluste durch die spezifische innere Arbeit a_{e-a} einer leakagefreien, isentropen Ersatzmaschine mit dem theoretischen inneren Volumenverhältnis $\tilde{\Phi}_{i,th}$ beschrieben werden können. Unter Beachtung der durchgeführten Massenmittelung nach Gl. (4.7) läßt sich die innere Leistungszahl ausdrücken als:

$$\Lambda_i = \frac{\tilde{m}}{\bar{m}} \frac{a_{e-a}}{p_e v_e} = \frac{\tilde{m}}{\bar{m}} \left(\frac{\tilde{\Phi}_{i,th}^{1-\kappa} - \kappa}{\kappa - 1} + \frac{\tilde{\Phi}_{i,th}}{\Pi} \right) \quad (4.14)$$

Hierin besitzt das Massenverhältnis $\frac{\tilde{m}}{\bar{m}}$ ähnlich dem Liefergrad für jede Scharkurve $M_u = Const.$ einen unveränderlichen Wert. Zur Vereinfachung dieser Beziehung wird das effektive innere Volumenverhältnis Φ_i der realen SEM eingeführt:

$$\Phi_i = \frac{\tilde{m}}{\bar{m}} \tilde{\Phi}_{i,th} \quad (4.15)$$

Da Φ_i bei festgehaltener Umfangs-Machzahl ebenfalls eine Konstante darstellt, lautet die Gleichung der inneren Leistungszahlgeraden vereinfacht:

$$\Lambda_i = \frac{\Phi_i}{\Pi} + C \quad (4.16)$$

$$\text{mit} \quad \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial \Pi} \right)_{M_u} = 0, \quad \left(\frac{\partial C}{\partial \Pi} \right)_{M_u} = 0$$

Die Ermittlung der Größen Φ_i und C erfordert die numerische oder experimentelle Bestimmung zweier Betriebspunkte bei derselben Umfangs-Machzahl M_u . Beispielhaft ist im Betriebsdiagramm der SEM VM037D, Bild 4.3, die innere Leistungszahlgerade bei einer Umfangs-Machzahl $M_u = 0.15$ dargestellt. Infolge der vorherrschenden Leckageverluste ergibt sich ein gegenüber $\tilde{\Phi}_{i,th}$ verkleinertes inneres Volumenverhältnis Φ_i und damit eine flachere Gerade für Λ_i . Bei Variation der Umfangs-Machzahl ist nach Persson [74] von einer Änderung der Leckageverluste $\sim M_u^{-1}$ und der dynamischen Verluste $\sim M_u^2$ auszugehen. Dementsprechend wächst die Steigung Φ_i der inneren Leistungszahlgeraden mit der Umfangs-Machzahl an. Eine gesonderte Darstellung von Betriebsdiagrammen bei anderen Umfangs-Machzahlen ist dennoch nicht erforderlich, da sich die verlustbeschreibenden Leistungszahlen durch Bezug auf die Vergleichsgrößen der idealen SEM auf die in Kap. 4.2 eingeführten Gütegrade zurückführen lassen:

$$\eta_{id} = \frac{\Lambda_T}{\Lambda_{is}} \quad (4.17)$$

$$\lambda = \frac{\Lambda_T}{\Lambda_v} \quad (4.18)$$

$$\eta_i = \frac{\Lambda_i}{\Lambda_{is}} \quad (4.19)$$

Die Betriebsdiagramme $\Lambda(\Pi^{-1})$ weisen also genau denselben Informationsinhalt auf wie die in Kap. 4.2 vorgestellten Kennfelder. Trotz der prinzipiellen Austauschbarkeit beider Kennfeldvarianten ermöglichen die Betriebsdiagramme der Leistungszahlen im Gegensatz zu der gängigen Gütegraddarstellung die Ableitung weiterer wesentlicher Aussagen zum Betriebsverhalten adiabater SEM. Wie bei Hinsenkamp et al. [44] nachgewiesen wird, ist die Berechnung verlustbeschreibender Leistungszahlen auch bei Anwendung realer Gase in weiten Bereichen unabhängig von den Absolutwerten der Randbedingungen und Maschinenabmessungen. Bereits die Kenntnis zweier Betriebspunkte pro Umfangs-Machzahl genügt durch Anwendung linearer Interpolation bzw. Extrapolation zur eindeutigen Darstellung der Kennlinie. Auf einfache Weise läßt sich auch der Punkt optimalen Wirkungsgrades jeder Scharkurve $M_u = \text{Const.}$ in Form einer impliziten Gleichung angeben (vergl. Kap. 6.1). Unter Beibehaltung konstanter Umfangs-Machzahl erweist sich die Steigung der inneren Leistungszahlgerade außerdem als invariant gegenüber den Einflußgrößen des Arbeitsfluides. Die resultierende Umrechnungsvorschrift zur Übertragung von Kennlinien auf andere Fluide wird in Kap. 4.5.2 ausführlich diskutiert.

4.4 N_S, D_S – Teillastdiagramm

Zur Durchführung des Kennfeldvergleichs optimierter Kraftmaschinen in Kap. 7 ist die Einführung der Ähnlichkeitsgrößen spezifische Drehzahl N_S und spezifischer Durchmesser D_S für Schrauben-Expansionsmaschinen sinnvoll, da für diese Kennfeld-Achsengrößen bereits eine große Zahl experimentell und theoretisch ermittelter Wirkungsgrad-Kennlinien von Turbomaschinen unterschiedlicher Bauprinzipien vorliegt [9; 5; 7; 8; 6; 17; 34]. Weiterhin geht aus der Literaturübersicht in Kap. 2.2 die direkte Analogie zum Smith-Diagramm für Axialturbinen hervor, was die Möglichkeit der Darstellung von Scharkurven optimierter Geometrieparameter verdeutlicht [86].

Die Kennzahlen N_S, D_S bzw. lineare Vielfache davon wurden von Cordier [17] für Strömungsmaschinen vorgeschlagen und in dem nach ihm benannten empirischen Diagramm aufgetragen. Den analytischen Hintergrund für eine Vielzahl unterschiedlicher Bauformen von Turbo- und Verdrängermaschinen lieferte Baljé [5; 6]. Er erbringt allerdings keinen Nachweis der Vollständigkeit und Eindeutigkeit des verwendeten Kennzahlmodells, sodaß insbesondere bei der Anwendung auf Verdrängermaschinen zahlreiche Fragen offen bleiben. Diese grundlegende Problematik wird im folgenden durch Ableitung der Kenngrößen N_S und D_S aus der SEM-Kennzahlbasis (Tab. 4.1) gelöst. Ausgangspunkt sind die Kennzahl-Definitionen:

$$N_S = n \frac{\sqrt{\dot{V}_a}}{a_{1s}^{3/4}} \quad (4.20)$$

$$D_S = D \frac{a_{i_s}^{1/4}}{\sqrt{\dot{V}_a}} \quad (4.21)$$

Als charakteristische Bezugswerte der SEM dienen die HL-Drehzahl n_{HL} und der HL-Durchmesser D_{HL} . Anschaulich bezeichnen N_S und D_S die Drehzahl und den Durchmesser einer imaginären Vergleichsmaschine mit der isentropen Druckänderungsarbeit $a_{i_s} = 1$ und dem Austritts-Volumenstrom $\dot{V}_a = 1$. Es handelt sich hierbei nicht um neue Kennzahlen, sondern um eine Kombination bereits in der Kennzahlbasis enthaltener bzw. davon abhängiger Größen. Wie aus der Herleitung in Anhang A.2 hervorgeht, lautet der Zusammenhang für die spezifische Drehzahl einer realen SEM:

$$N_S = \left(\frac{M_u}{\pi}\right)^{3/2} \left(\frac{\sigma \lambda \Pi}{\Phi_{i,th}}\right)^{1/2} \left(\frac{\kappa - 1}{1 - \Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}}\right)^{3/4} \left[1 - \eta_i \left(1 - \Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}\right)\right]^{1/2} \quad (4.22)$$

Hieraus ergibt sich zusammen mit den Definitionsgleichungen (4.20) und (4.21) eine Beziehung für D_S :

$$\begin{aligned} D_S &= \frac{M_u}{\pi N_S} \sqrt{\frac{\kappa - 1}{1 - \Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}}} \\ &= \left(\frac{\pi}{M_u}\right)^{1/2} \left(\frac{\Phi_{i,th}}{\sigma \lambda \Pi}\right)^{1/2} \left(\frac{1 - \Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}}{\kappa - 1}\right)^{1/4} \left[1 - \eta_i \left(1 - \Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}\right)\right]^{-1/2} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Diese Beziehungen verdeutlichen, daß N_S und D_S ohne Informationsverlust gegen zwei der auftretenden Kenngrößen aus der Kennzahlbasis austauschbar sind. Im Vorgriff auf die in Kap. 6 präsentierten Auslegungsdiagramme optimierter SEM sollen auf diese Weise das äußere Druckverhältnis Π und die Umfangs-Machzahl M_u substituiert werden. Da für eine festgelegte SEM-Geometrie die Gütegrade λ und η_i nur abhängige Größen darstellen, ist der Nachweis der Vollständigkeit und Eindeutigkeit des modifizierten Kennzahlensystems erbracht.

Bei der Erstellung und Interpretation von N_S, D_S - Kennfeldern muß klar zwischen zwei Darstellungen unterschieden werden: dem hier behandelten Teillastdiagramm für konstante Geometrieparameter sowie dem in Kap. 6.3 vorgestellten, eigentlichen Cordier-Diagramm mit optimierten Betriebspunkten einer Vielzahl von ausgeführten SEM-Geometrien. Wie bei der Gütegrad-Beschreibung soll auch hier zur Veranschaulichung zunächst das N_S, D_S - Diagramm der idealen SEM beschrieben werden. In der gebräuchlichen doppelt-logarithmischen Auftragung erscheinen die Scharkurven konstanter spezifischer Verdrängung σ für die verlustfreie SEM als Geraden mit der Steigung $-1/3$:

$$\log D_S = -\frac{\log N_S}{3} - \frac{\log \sigma}{3} \quad (4.24)$$

Diese einfache Relation ergibt sich nach Eliminieren von a_{i3} in den Gln. (4.20) und (4.21) durch Einsetzen der für $\eta_{id} = 1$ gültigen Beziehung:

$$\dot{V}_a = n_{HL} z_{HL} V_i$$

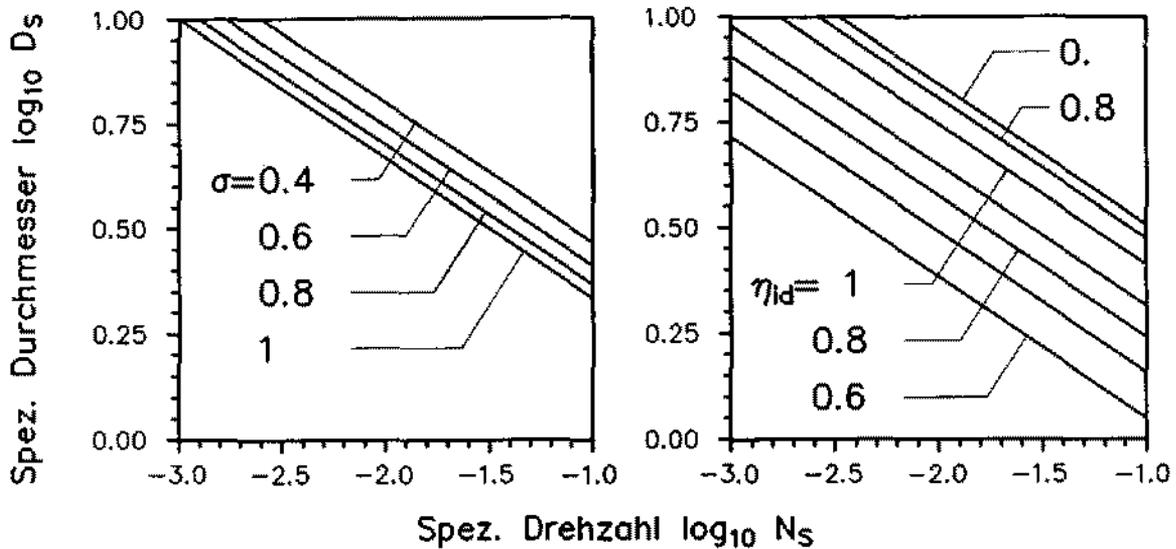


Bild 4.4: N_S, D_S - Diagramm der idealen SEM

a) $\eta_{id}=1$, fluidunabhängig

b) $\eta_{id} \leq 1$, $\sigma=0.59$, $\kappa=1.1$, $\Phi_{i,th}=2.69$

Bild 4.4a) zeigt das fluid- und drehzahlunabhängige N_S, D_S - Diagramm der verlustfreien SEM. Es beinhaltet den gesamten Bereich möglicher Geometrien $0.4 \leq \sigma \leq 1$, entsprechend Längenverhältnissen von $1 \leq \nu_L \leq 2$. Da große Werte von σ zu großen Austritts-Volumenströmen \dot{V}_a führen, liegen diese Kennlinien für konstantes N_S bei kleineren spezifischen Durchmessern D_S . Umgekehrt benötigen Maschinen mit großem σ zum Erreichen eines bestimmten spezifischen Durchmessers D_S vergleichsweise kleine N_S . Durch Hinzunahme der Expansionsverluste ergibt sich die Darstellung des idealen Wirkungsgrades η_{id} in Bild 4.4b), welches nur für feste σ , κ und $\Phi_{i,th}$ gültig ist. In beiden Teilbildern stimmen somit die verlustfreien Geraden $\sigma = 0.59$ bzw. $\eta_{id} = 1$ überein. In der Literatur ist diese Linie maximalen Wirkungsgrades unter der Bezeichnung "Cordier-Gerade" bekannt. Nach dem in Anhang A.3 begründeten Ansatz von Hinsenkamp und Gutmann [38] genügen die in Bild 4.4b) eingezeichneten Linien $\eta_{id} = Const.$ folgender Relation:

$$\begin{aligned} \log D_S &= -\frac{1}{3} \log N_S - \frac{1}{3} \log \left[\frac{\sigma \Pi}{\Phi_{i,th}} \left(1 - \eta_{id} \left(1 - \Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \right) \right) \right] \\ &= -\frac{1}{3} \log N_S - \frac{1}{3} \log \left[\sigma \left(\frac{\Pi}{\kappa \Phi_{i,th}^\kappa} + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.25)$$

Letztere Gleichungszeile verdeutlicht, daß aufgrund der Abhängigkeit $\eta_{id}(\Pi)$ nach Gl. (4.2) die Geraden $\eta_{id} = Const.$ in Bild 4.4b) gleichzeitig Linien $\Pi = Const.$ repräsen-

tieren. Die Scharkurven oberhalb $\eta_{id} = 1$ weisen infolge der stark verlustbehafteten inneren Überexpansion einen steilen Wirkungsgrad-Gradienten auf. Die Wirkungsgrad-Abnahme im Bereich größerer Druckverhältnisse (kleinerer D_S) ist auf die zunehmende Unterexpansion zurückzuführen und verläuft daher ziemlich flach. Der Informationsgehalt von Bild 4.4b) entspricht erwartungsgemäß der Auftragung des idealen Wirkungsgrades in Bild 4.1. Eine Analyse des Klammersausdrucks [...] in Gl. (4.25) macht deutlich, daß dieser durch die 4 unabhängigen Kennzahlen σ , $\Phi_{i,th}$, Π und κ bestimmt ist. Sie charakterisieren Geometrie, Betriebspunkt und Arbeitsfluid der idealen SEM. Jede Änderung dieser Kenngrößen bewirkt lediglich eine Parallelverschiebung der Geraden mit Steigung $-1/3$. Eine Verschiebung zu kleineren D_S resultiert nach Gl. (4.25) mit wachsenden σ , Π und fallenden Werten von $\Phi_{i,th}$ und κ .

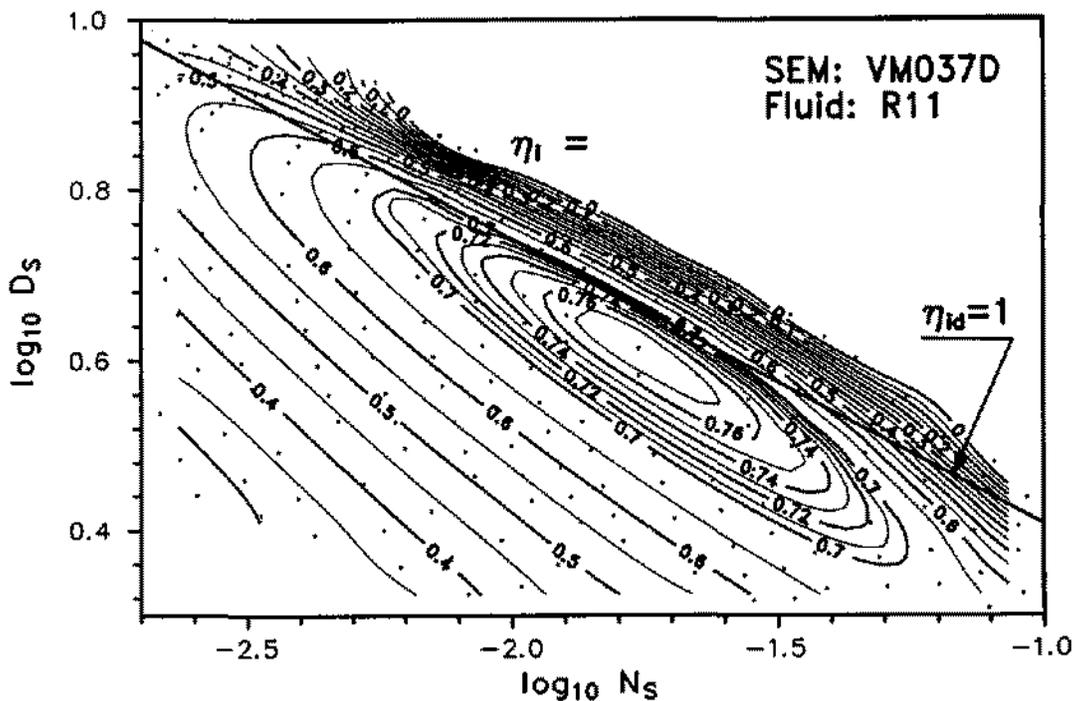


Bild 4.5: Berechnetes N_S, D_S - Teillastdiagramm der SEM VM037D ($\kappa = 1.1$)

Nach Diskussion der idealen Kennfeldgeraden wird nun das N_S, D_S - Teillastkennfeld der realen adiabaten SEM vorgestellt. Bild 4.5 zeigt beispielhaft ein solches Diagramm für die in Kap. 5.2 detailliert beschriebene SEM VM037D der *Aerzener Maschinenfabrik* bei Betrieb mit dem Fluid R11. Das hier erstmals präsentierte Schaubild wurde unter Berücksichtigung aller real auftretenden Verlustanteile mit Hilfe des in Kap. 3.2 vorgestellten Zeitschrittverfahrens berechnet. Es zeigt deutlich den konzentrischen Verlauf der Höhenlinien des inneren Wirkungsgrades η_i , die Stützpunkte des Rechengitters sowie die Gerade $\eta_{id} = 1$ der verlustfreien SEM bei $\sigma = 0.59$. Besonders auffällig ist die gegenüber Bild 4.4b) nahezu unveränderte Orientierung der nun geschlossenen Wirkungsgradlinien. In Bereichen kleiner spezifischer Drehzahlen

sind hierfür hauptsächlich die auftretenden Leckageverluste verantwortlich, bei großen N_S bewirken die dominierenden dynamischen Verluste denselben Effekt. Der steile Wirkungsgradabfall oberhalb der theoretischen Geraden $\eta_{id}=1$ infolge innerer Überexpansion trat bereits im idealen Kennfeld auf, ebenso die ausgedehnte Fläche hoher Wirkungsgrade bei kleinen N_S, D_S (Unterexpansion). Diagrammbereiche, welche qualitativ dem idealen Kennfeld sehr ähnlich sind, treten demnach in Gebieten überwiegender Expansionsverluste sowie beim Summenminimum der Verluste auf. Dieses liegt mit $\eta_i=0.781$ am Punkt $N_S=0.017$, $D_S=4.1$ unterhalb der idealen Geraden, da mit verlustbedingt steigenden Austrittstemperaturen $T_a > T_{a, is}$ auch der reale Austrittsvolumenstrom \dot{V}_a zunimmt und kleinere Werte D_S impliziert.

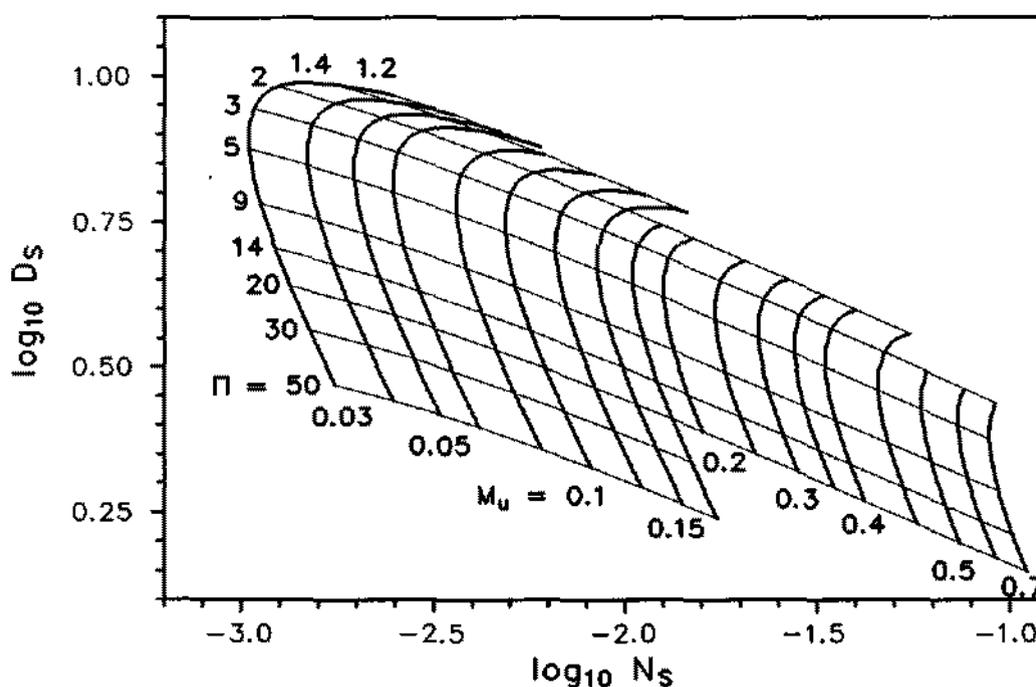


Bild 4.6: Berechnetes N_S, D_S - Diagramm mit den Scharkurven $M_u, \Pi = Const.$
(SEM: VM037D, $\kappa = 1.1$)

Zur Verdeutlichung der identischen Informationsinhalte des N_S, D_S - Diagramms (Bild 4.5) und des Kennfeldes der Gütegrade, Bild 4.2, können die Punkte (M_u, Π) des Rechengitters herangezogen werden. Bild 4.6 zeigt hierzu noch einmal dasselbe N_S, D_S - Teillastkennfeld, nun aber mit repräsentativen Kennlinien $M_u = Const.$ und $\Pi = Const.$ Wie bereits analytisch begründet wurde, entspricht jedem Punkt (N_S, D_S) des Kennfeldes ein eindeutig zugeordnetes Wertepaar (M_u, Π) . Große Werte von M_u korrespondieren dabei mit ebenfalls großen N_S , dagegen sind wachsende Druckverhältnisse Π in weiten Bereichen durch abfallende Werte von D_S gekennzeichnet. Die Scharkurven $\Pi = Const.$ sind auch im realen N_S, D_S - Diagramm in guter Näherung

Geraden, verlaufen aber flacher als bei der idealen SEM. Schließlich fallen die Kennlinien konstanten Liefergrades λ mit den Kurven $M_u = \text{Const.}$ zusammen. Große Liefergrade gehen demnach mit kleinen N_S einher.

Im Hinblick auf den Kennfeldvergleich optimierter Kraftmaschinen in Kap. 7 sollen hier abschließend die Auswirkungen veränderter Geometrieparameter auf das N_S, D_S - Diagramm diskutiert werden. Die Aussagen stützen sich auf eine Vielzahl berechneter SEM-Geometrien, die im Rahmen dieser Arbeit von Gutmann [38] und Muhlke [67] untersucht wurden. Eine detaillierte Analyse der verantwortlichen Wirkmechanismen erfolgt im Rahmen der SEM-Optimierung in Kap. 6.2.1. Den mit Abstand gravierendsten Effekt zeigt die Variation des Spaltweitenverhältnisses ν_{Sp} . Je kleiner dessen Wert, um so geringer fallen die Spaltverluste einer realen SEM aus. Daher steigt der erreichbare innere Wirkungsgrad, und der optimale Betriebspunkt verlagert sich entlang der Geraden $\sigma = \text{Const.}$ zu kleineren N_S bzw. M_u . Der Einfluß steigender spezifischer Verdrängung σ besteht wie bei der idealen SEM in einer Verschiebung des kompletten Kennfeldes in Ordinateurichtung zu kleineren D_S . Die Muschelkurven des inneren Wirkungsgrades werden dabei im Teillastbereich nur geringfügig deformiert. Ebenfalls großen Einfluß im N_S, D_S - Diagramm weist der HL-Umschlingungswinkel γ_u auf. Mit seinem Anwachsen wird das Kennfeld entlang der idealen Geraden $\sigma = \text{Const.}$ zu größeren spezifischen Drehzahlen verschoben. Eine Vergrößerung des theoretischen Volumenverhältnisses $\Phi_{i,th}$ bewirkt genau denselben Effekt sowie zusätzlich eine Wirkungsgradabsenkung im Bereich hoher spezifischer Drehzahlen.

4.5 Variation des Arbeitsfluides

Im Gegensatz zu Turbomaschinen, bei denen die fluidabhängige Stufenkinematik einen starken Einfluß auf den Betriebsbereich und die auftretenden Verluste hat, sind Verdrängermaschinen ohne besondere konstruktive Modifikationen vielstofffähig. Für Schrauben-Expansionsmaschinen resultiert eine Einschränkung hinsichtlich Arbeitsfluid und Betriebsbereich lediglich aus der Forderung nach Einhaltung funktionsrelevanter Festigkeits- und Werkstoffkriterien [29; 36]. Das in Kap. 4.1 abgeleitete vollständige Kennzahlensystem der adiabaten, trockenlaufenden SEM gilt für alle perfekten Gase mit bekannter Viskosität. Eine grafische Kennfeld-Darstellung (Bilder 4.2, 4.3, 4.5) setzt jedoch die Einschränkung auf ein bestimmtes Arbeitsfluid voraus. In der Praxis entsteht somit die Notwendigkeit, experimentell oder rechnerisch erstellte Kennfelder auf andere Fluide zu übertragen. Diese Aufgabe wird im folgenden nach einer qualitativen Analyse des Einflusses der Fluidparameter auf das Betriebsverhalten durch Ableitung geeigneter Umrechnungsvorschriften gelöst.

4.5.1 Einfluß der Fluidparameter

Die Auswirkungen der Stoffeigenschaften unterschiedlicher Arbeitsfluide auf das Betriebsverhalten adiabater, trockenlaufender SEM werden in der Kenngrößenfunktion, Gl. (4.1), durch den Isentropenexponenten κ , die spezielle Gaskonstante R und die dynamische Viskosität μ_e repräsentiert. Der Viskositätseinfluß wird durch die Umfangs-Reynoldszahl Re_u beschrieben. Nach einer Untersuchung von Davis [19] hinsichtlich zulässiger Abweichungen von Re_u bleibt unter Ausnutzung des in Bild 4.7 angegebenen Grenzbereichs z.B. für $Re_u = 10^7$ noch eine volle Dekade Spielraum nach unten bzw. oben. Ohne Änderung der Ähnlichkeitsaussage kann demnach bei konstanter Geometrie ein Kennfeld, welches für diese Reynoldszahl ermittelt wurde, auf Fluide mit 10-fach höherer oder geringerer kinematischer Viskosität übertragen werden.

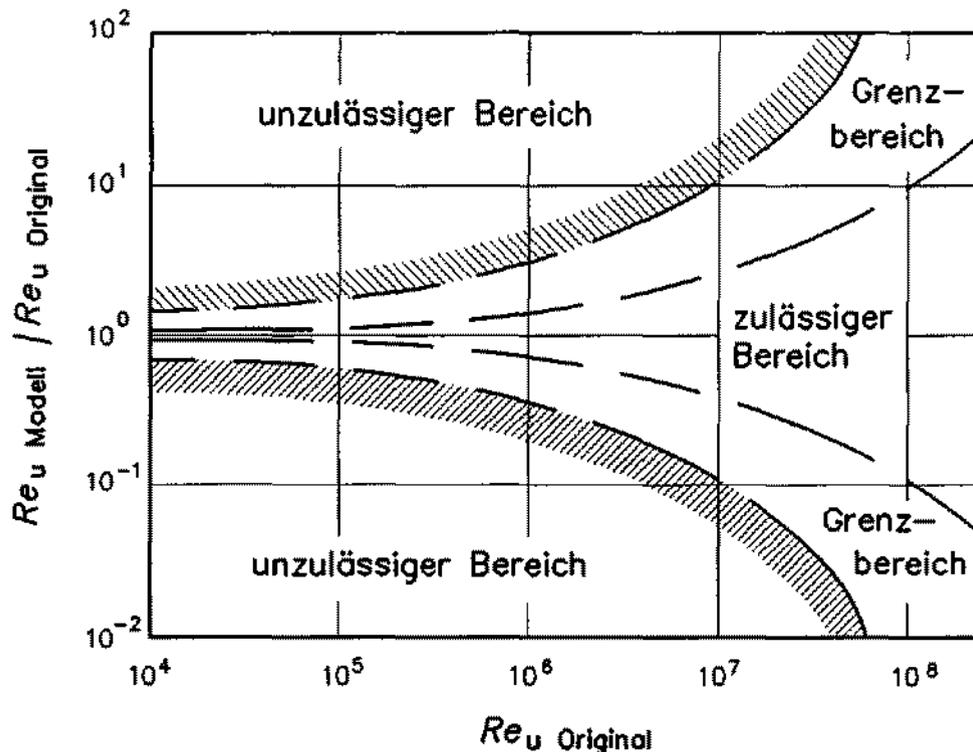


Bild 4.7: Zulässige Abweichungen von Re_u nach Davis [19]

Der kritischere Fall kleiner Zähigkeiten geht i.a. mit einer niedrigen Molmasse einher. Diese erfordert aber zur Erreichung optimaler Umfangs-Machzahlen M_u nach Kap. 6.2.1 eine Steigerung der HL-Umfangsgeschwindigkeit u_{HL} , was wiederum die Umfangs-Reynoldszahl erhöht. Daher kann festgehalten werden, daß der Einfluß der dynamischen Viskosität μ_e auf das Betriebsverhalten adiabater SEM innerhalb des relevanten Betriebsbereichs hoher Wirkungsgrade für alle bislang gängigen Fluide vernachlässigbar bleibt. Diese Aussage wird auch von Dreißig [22] bestätigt.

Die Veränderung der Molmasse \mathcal{M} bzw. der speziellen Gaskonstante R wirkt sich

auf die Schallgeschwindigkeit, die Zustandsgleichung des perfekten Gases und auf die spezifischen Wärmekapazitäten c_p , c_v aus. Durch Anwendung des eingeführten Kennzahlmodells wird eine differenzierte Untersuchung der Wirkzusammenhänge und ihrer Auswirkungen auf das Betriebsverhalten adiabater SEM ermöglicht. Eine Änderung der Molmasse \mathcal{M} des Arbeitsfluides geht ausschließlich über die Umfangs-Machzahl M_u in die Kennzahlbasis nach Tab. 4.1 ein. Wird M_u konstant gehalten, so besteht für perfekte Gase kein Einfluß der Molmasse \mathcal{M} auf die Gütegrade λ und η_i im Kennfeld der adiabaten SEM, Bild 4.2. Dieser hier erstmals aufgezeigte, fundamentale Sachverhalt folgt direkt aus der Vollständigkeit und Eindeutigkeit der Kennzahlbasis. Zur Veranschaulichung kann der innere Wirkungsgrad als Leistungszahlverhältnis nach Gl. (4.19) geschrieben werden:

$$\eta_i = \frac{\Lambda_i}{\Lambda_{is}} = \frac{\frac{T_a}{T_e} - 1}{\Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} - 1}$$

Die in dieser Gleichung auftretenden Druck- und Temperaturverhältnisse sind von \mathcal{M} unabhängig und durch das Kennzahlssystem erfaßt bzw. daraus ableitbar. Somit weist η_i trotz unterschiedlichen Absolutwerten der dimensionsbehafteten Betriebsgrößen \dot{m} , \dot{P}_i und u_{HL} für eine festgehaltene Kennzahlbasis keine Abhängigkeit von der Molmasse des Arbeitsfluides auf. Zur Begründung der Invarianz des Liefergrades λ gegenüber \mathcal{M} kann ein von Fister [25] publizierter Mechanismus angeführt werden. Demnach bedingt der Einsatz eines Gases mit kleinerer Molmasse (d.h. höherer Schallgeschwindigkeit) bei ansonsten gleichen SEM-Betriebsbedingungen eine lineare Zunahme der Spaltleckageströme. Durch eine proportional zur Schallgeschwindigkeit gesteigerte HL-Umfangsgeschwindigkeit nimmt der SEM-Gesamtmassenstrom bei gleichen Eintrittsbedingungen ebenfalls linear zu. Daher bleibt das Verhältnis von Leck- zu Gesamtmassenstrom im Vergleich zur ursprünglichen relativen Leckstrommenge konstant. Der Liefergrad ist somit für festgehaltene Umfangs-Machzahl M_u keine Funktion der Molmasse \mathcal{M} . Dieser Zusammenhang gilt nach unseren eingehenden Untersuchungen nicht für eine Änderung der Schallgeschwindigkeit über den Isentropenexponenten κ , da dieser nach Tab. 4.1 eine unabhängige Kennzahl darstellt.

Aus diesem Grund kann der Einfluß des Isentropenexponenten κ auf das Betriebsverhalten adiabater SEM nicht über die Kennzahlbasis eliminiert werden. Zur Berücksichtigung dieser Ähnlichkeitsgröße beim angestrebten Kennfeldvergleich zu Turbomaschinen ist daher die detaillierte Analyse der eingehenden Wirkmechanismen mit dem Ziel notwendig, Umrechnungsvorschriften abzuleiten bzw. Betriebsbereiche mit untergeordnetem Einfluß von κ festzulegen. Wie in den vorangehenden Abschnitten sollen zur Diskussion der Auswirkungen einer Änderung von κ die restlichen Kennzahlen konstant gehalten werden. Die Analyse erfolgt ausgehend vom Betriebsdiagramm der idealen SEM (Bild 4.8) durch sukzessive Einführung der relevanten Verlustanteile.

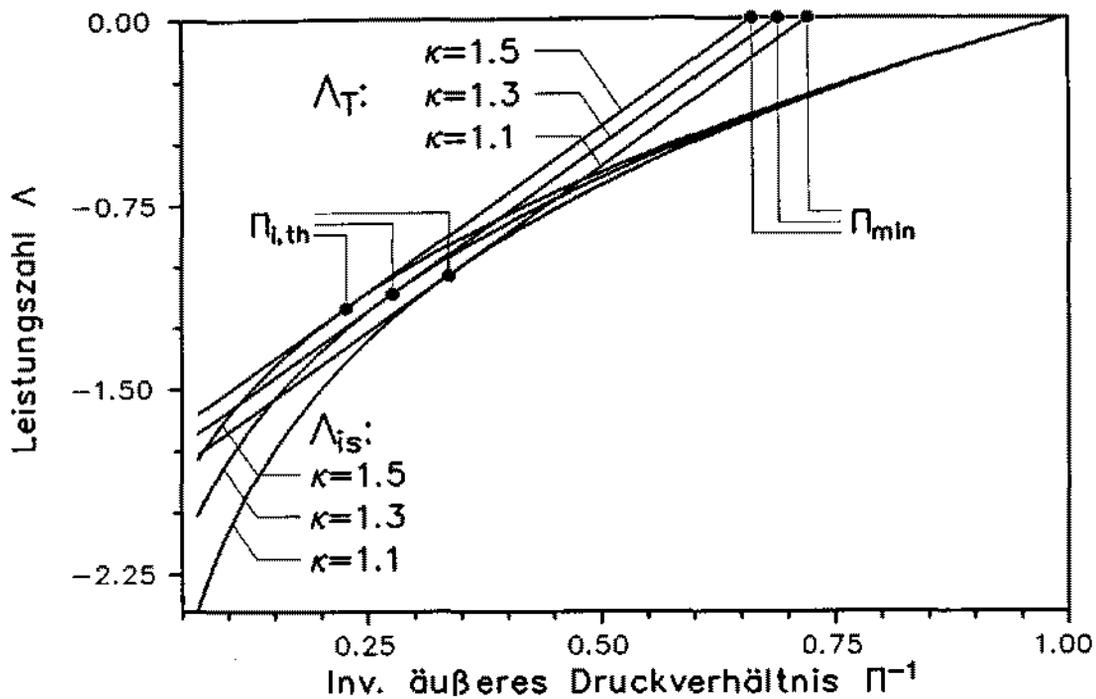


Bild 4.8: Betriebsdiagramm der idealen SEM bei Variation von κ ($\Phi_{i,th} = 2.69$)

Wie aus Bild 4.8 hervorgeht, ist die Abhängigkeit der isentropen Leistungsanzahl Λ_{is} vom Isentropenexponenten κ bei Druckverhältnissen $\Pi < 2$ vernachlässigbar, steigt darüber aber stark an. Für ein festes Druckverhältnis nehmen Λ_{is} -Kurven für kleine κ betragsmäßig größere Werte an. Dasselbe gilt für die technischen Leistungsanzahlgeraden $\Lambda_T(\Pi^{-1})$ nach Gl. (4.10). Besonders zu beachten ist die konstante, fluidunabhängige Steigung $\Phi_{i,th}$ der Geraden Λ_T . Nach Gl. (4.17) tritt der in Bild 4.8 markierte optimale Betriebspunkt der idealen SEM gerade am Berührungspunkt der Kennlinien Λ_{is} und Λ_T auf. Das Druckverhältnis besitzt an dieser Stelle den Wert

$$\Pi_{opt} = \Pi_{i,th} = \Phi_{i,th}^\kappa$$

Mit anwachsendem κ verlagert sich daher auch das Optimum des äußeren Druckverhältnisses zu größeren Werten. Die Verbindungslinie der Optimalpunkte der idealen SEM in Bild 4.8 stellt lediglich für $\Phi_{i,th} \rightarrow 1$ (Roots-Expander) eine Gerade dar. Der in Bild 4.9 wiedergegebene Verlauf weicht hiervon mit steigendem $\Phi_{i,th}$ immer weiter ab, bis schließlich bei Werten $\Phi_{i,th} > 4$ Kurven mit einem Betragsmaximum von Λ_T resultieren. Daraus kann eine prinzipielle Aussage zur optimierten Fluidauswahl bei konstruktiv festgelegter SEM-Geometrie abgeleitet werden.

Neben der Verschiebung optimaler Betriebspunkte geht nach Bild 4.8 mit der Variation des Isentropenexponenten κ auch eine Veränderung des Betriebsbereichs der idealen SEM einher. Für steigendes κ folgt nach Gl. (4.3) eine Anhebung des minimal erforderlichen Druckverhältnisses Π_{min} . Als Zielfunktion der Betriebsoptimierung kann

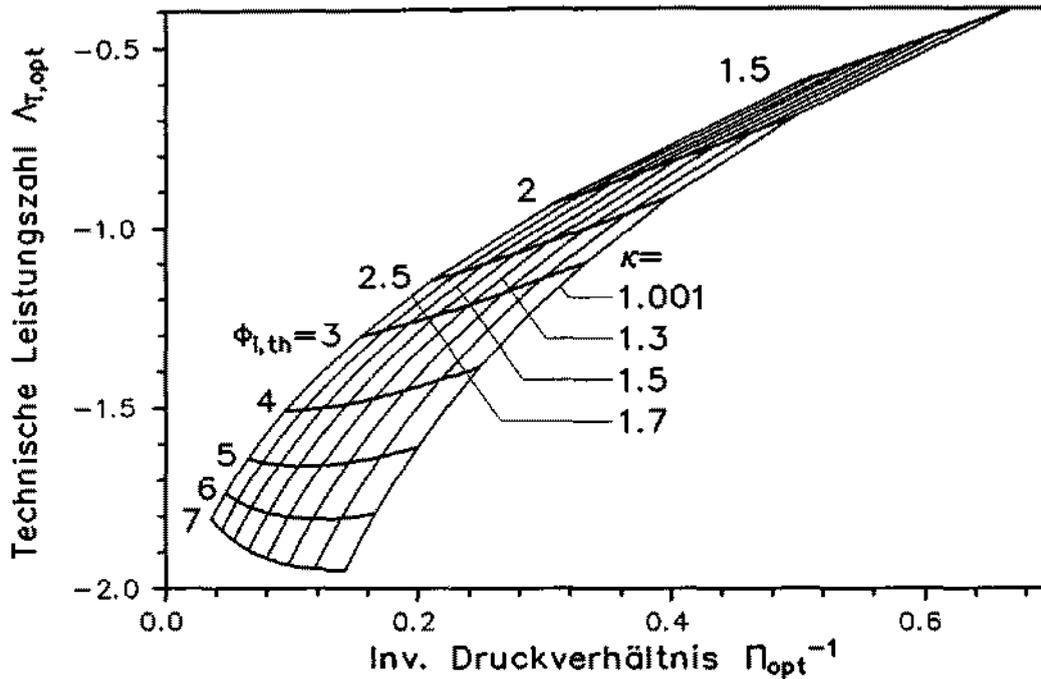


Bild 4.9: Optimale Betriebspunkte der idealen SEM

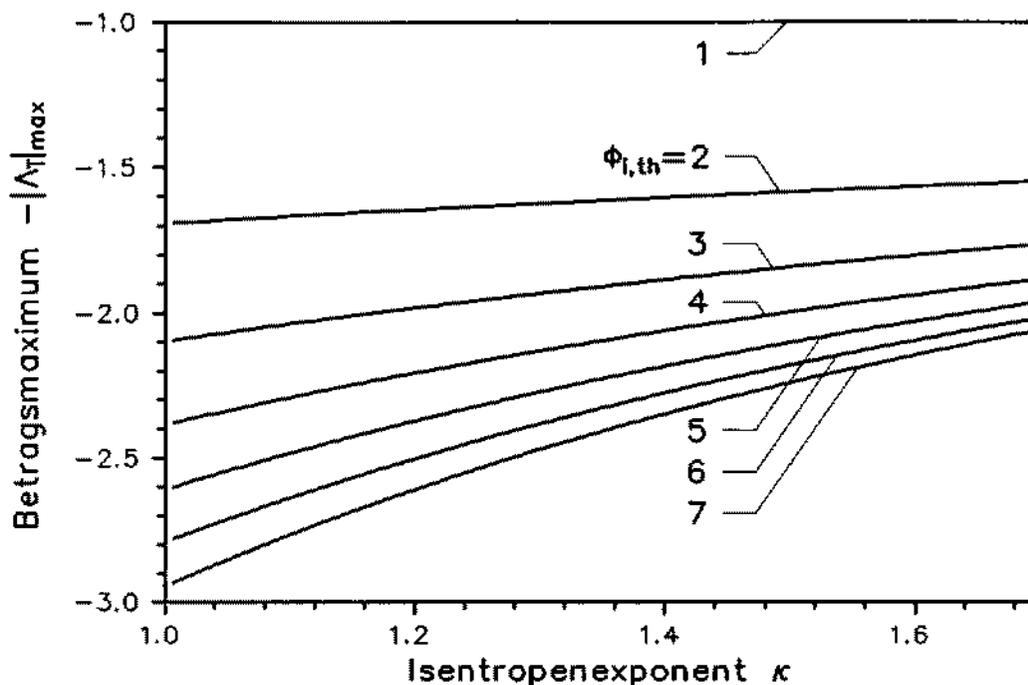
anstelle des Wirkungsgrades η_{id} auch der erreichbare Maximalbetrag der technischen Leistungszahl für $\Pi \rightarrow \infty$ nach Gl. (4.13) eingesetzt werden. Der Verlauf dieses Grenzwerts ist in Bild 4.10 mit $\Phi_{i,th}$ als Scharparameter wiedergegeben. Deutlich ist die ansteigende Tendenz des Betragmaximums von Λ_T für große $\Phi_{i,th}$ und kleine κ zu erkennen. Der für SEM mit großen eingebauten $\Phi_{i,th}$ ersichtliche starke Einfluß von κ veranschaulicht die Charakteristik des abgeschlossenen Arbeitsraums mit innerer Expansion.

Nach Analyse der idealen Schrauben-Expansionsmaschine soll im folgenden der Einfluß des Isentropenexponenten κ auf das Betriebsverhalten realer SEM untersucht werden. In der Kennzahlbasis (Tab. 4.1) tritt κ einerseits als eigenständiger Ähnlichkeitsparameter, andererseits über die Schallgeschwindigkeit c^* als Bestandteil der Umfangs-Machzahl M_u auf:

$$c^* = \sqrt{\kappa RT} \quad (4.26)$$

Da der Einfluß der Molmasse \mathcal{M} bereits getrennt abgehandelt wurde, soll ihr Wert hier trotz der Variation von κ unverändert bleiben. Dies kann durch eine Änderung der Atomanzahl pro Molekül des perfekten Arbeitsgases erreicht werden, z.B. durch Austausch von Stickstoff (N_2 , $\kappa = 1.4$) gegen Ethylen (C_2H_4 , $\kappa = 1.25$). Unter diesen Bedingungen erfordert das Konstanthalten von M_u eine Anpassung von u_{HL} bzw. T_e gemäß der Proportionalität:

$$\kappa \sim \frac{u_{HL}^2}{T_e}$$

Bild 4.10: Grenzwert der technischen Leistungszahl für $\Pi \rightarrow \infty$

Ähnliche Betriebspunkte setzen also mit Zunahme von κ eine reziproke Abnahme der Eintrittstemperatur T_e bzw. eine Steigerung der Umfangsgeschwindigkeit proportional $\sqrt{\kappa}$ voraus. Diese Aussage wird durch die von Konka [53] für einen kommerziellen Schraubenverdichter veröffentlichten Kennlinien optimaler HL-Umfangsgeschwindigkeiten bei Fluidvariation bekräftigt. Weiterhin führt bei konstanter Molmasse die Zunahme von κ zu einer Abnahme der spezifischen Wärmekapazitäten des perfekten Gases:

$$c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R \quad \text{und} \quad c_v = c_p - R$$

Die einhergehende Verringerung des spezifischen Arbeitsumsatzes für ein gegebenes Temperaturgefälle bleibt beim perfekten Gas ohne Auswirkung auf den Wirkungsgrad. Für eine konstruktiv vorgegebene Volumencharakteristik hängt der Kammerdruckverlauf über die Isentropenbeziehung sehr stark von κ ab. Daher werden über die mit κ ansteigenden Spaltdruckverhältnisse der realen SEM auch die Spaltleckagen maßgeblich beeinflusst. Im Bereich der niederdruckseitigen Spaltöffnungen kann dabei ohne weiteres eine Umkehrung der Durchströmungsrichtung auftreten. Weiterhin steigen mit wachsendem κ sowohl das kritische Spaltdruckverhältnis Π_{kr} nach Gl. (3.32) als auch der Spaltmassenstrom \dot{m}_{Sp} gemäß der Durchflußgleichung (3.33). Wie aus den bekannten Diagrammen der Durchflußfunktion für isentropes Ausströmen [25] hervorgeht, erreicht der letztere Effekt seine maximale Auswirkung bei $\Pi_{Sp} \geq \Pi_{kr}$ und bleibt für weit unterkritische Spaltdurchströmung vernachlässigbar. Die Auswirkungen der komplexen Zusammenhänge auf die Gütegrade und das Kennfeld realer

Schrauben-Expansionsmaschinen werden im folgenden Kapitel unter klar definierten Randbedingungen quantitativ beschrieben.

4.5.2 Umrechnung von Kennlinien

Aus der Vielzahl der aufgezeigten Wirkmechanismen wird deutlich, daß eine Umrechnung von Kennlinien auf andere Arbeitsfluide nur durch gezielte Anwendung des eingeführten Kennzahlmodells erfolgen kann. Die hier präsentierte Umrechnungsvorschrift war Gegenstand einer Veröffentlichung von Hinsenkamp [42]. Das kennzahlgestützte Verfahren ermöglicht sowohl die Übertragung von Liefergraden als auch von Wirkungsgraden bei konstanter Umfangs-Machzahl M_u . Bereits bei der Bildung von Gütegraden und Leistungszahlen wurde deutlich, daß generalisierte Aussagen zu Kennlinienverläufen nicht in geschlossener Form darstellbar sind. Eine vereinfachte, ähnlichkeitsmechanisch begründete Umrechnungsvorschrift kann daher trotz einer mittleren Genauigkeit im Prozentbereich den Einsatz aufwendiger numerischer Berechnungsverfahren nicht ersetzen. Der Zweck und Vorteil einer solchen Vorgehensweise liegt vielmehr in der übersichtlichen Ableitung von Aussagen prinzipieller Natur. Dem Anwender eröffnet sich somit die Möglichkeit, anhand eines bekannten Kennfeldes den Einfluß veränderter Fluidparameter auf das Durchflußverhalten und die Güte der Energiewandlung einer SEM mit ausreichender Genauigkeit vorherzusagen.

Aus Kap. 4.5.1 geht hervor, daß die Auswirkung unterschiedlicher Arbeitsfluide auf das SEM-Betriebsverhalten bei konstanter Umfangs-Machzahl M_u auf den Einfluß des Isentropenexponenten κ zurückgeführt werden kann. Betrachtet wird zunächst der Liefergrad λ als Kenngröße für die invariante Volumencharakteristik der SEM. Nach Greve [37] weist die Definitionsgleichung (4.4) des Liefergrades keine Fluidabhängigkeit auf. Persson [74] hingegen unterteilt λ in leakage- und drosselungsbedingte Terme, die u.a. auch durch κ beeinflusst werden:

$$\lambda = 1 + \frac{\sum \dot{m}_{sp}}{\dot{m}_{th}} - \frac{\Delta \dot{m}_e}{\dot{m}_{th}} \quad (4.27)$$

Diese Darstellung erscheint realistischer und erlaubt die nachfolgend durchgeführte Beurteilung der relevanten Abhängigkeiten. Im Verlauf der Analyse erfolgt die getrennte Bewertung der in Gl. (4.27) auftretenden Summanden sowie eine abschließende Verifikation der abgeleiteten Zusammenhänge anhand numerischer Berechnungsergebnisse.

Zur Bestimmung der Spaltmassenströme kommt die Durchflußgleichung (3.33) zur Anwendung. In Kap. 4.5.1 wurde gezeigt, daß κ in dieser Gleichung sowohl direkt auftritt als auch indirekt über das lokale Spaltdruckverhältnis eingeht. Ein besonders ausgeprägter Einfluß zeigt sich für überkritische Spaltdruckverhältnisse. Aus diesem Grund soll der Einfluß von κ auf die Durchflußgleichung anhand des "worst case"

$\Pi_{Sp} \geq \Pi_{kr}$ untersucht werden. Da die Kennlinie des Liefergrades bei $M_u = \text{Const.}$ keine Funktion von Π darstellt, ist das Betriebsdruckverhältnis ohne Beschränkung der Allgemeinheit frei wählbar. Faßt man gedanklich die real vorhandenen Spaltflächen zu einem zeitlich und räumlich gemittelten Spaltquerschnitt \bar{F}_{Sp} zusammen, der im ungünstigsten Fall mit dem Eintrittsdruck p_e beaufschlagt ist, so folgt aus der Durchflußgleichung:

$$\frac{\sum \dot{m}_{Sp}}{\dot{m}_{th}} = \frac{\bar{\alpha}_{Sp} \bar{F}_{Sp}}{D_{HL}^2} \frac{\pi \Phi_{i,th}}{\sigma} \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)}} M_u^{-1} \quad (4.28)$$

Hierin kann der Spaltflächenterm \bar{F}_{Sp} zur Verdeutlichung des Einflusses konstruktiver Größen in eine profilspezifische Fläche F_p (Blasloch, Profileingriffsspalt) sowie einen Anteil mit konstanter Spalthöhe aufgeteilt werden:

$$\frac{\bar{F}_{Sp}}{D_{HL}^2} = \frac{F_p}{D_{HL}^2} + \frac{L_{Sp}}{L} \nu_L \nu_{Sp}$$

Der Fluideinfluß wird durch Einsetzen des Isentropenexponenten $1 < \kappa < 1.66$ in den von κ abhängigen Term der Gl. (4.28) beschrieben. Die Auswertung ergibt für $M_u = \text{Const.}$ einen nahezu linearen Verlauf zwischen den folgenden Eckwerten:

$$0.61 \leq \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)}} \leq 0.56$$

Bezogen auf ein mittleres $\kappa = 1.3$ entspricht dies einer maximalen relativen Abweichung von $\pm 3\%$. Da die restlichen leakagebestimmenden Faktoren in Gl. (4.28) zusammengefaßt von der Größenordnung $0.01 \cdot M_u^{-1}$ sind, treten nennenswerte Auswirkungen auf den Liefergrad λ nur in Bereichen kleiner Umfangs-Machzahlen M_u auf.

Während die Spaltleckagen nach Gl. (4.27) den Liefergrad erhöhen, bewirken die dynamischen Eintrittsverluste besonders für große Werte von M_u eine Unterfüllung des Expansionsvolumens und somit eine Abnahme von λ (Bild 4.11). Gemäß Kap. 3.2.4 sind drei Verlustmechanismen zu unterscheiden. Die Beschleunigung des einströmenden Fluides auf die mittlere Geschwindigkeit u_{HL} bewirkt im offenen System eine Temperaturabsenkung:

$$\frac{\Delta T}{T_e} = \frac{u_{HL}^2}{2 c_p T_e} = \frac{\kappa - 1}{2} M_u^2 \quad (4.29)$$

Zur vereinfachten Beschreibung des Druckverlustes an den HD-seitigen Steuerkanten kann nach Persson [74] der Druckverlustbeiwert ζ_e herangezogen werden:

$$\frac{\Delta p_e}{p_e} = \zeta_e \frac{\rho_e}{p_e} \frac{u_{HL}^2}{2} = \zeta_e \frac{\kappa}{2} M_u^2 \quad (4.30)$$

Der Einfluß beider Wirkmechanismen auf den Liefergrad läßt sich durch Einsetzen der Gln. (4.29) und (4.30) in das Verhältnis der Unterfüllung $\Delta\dot{m}_e$ zum theoretischen Massenstrom \dot{m}_{th} abschätzen:

$$\frac{\Delta\dot{m}_e}{\dot{m}_{th}} = 1 - \frac{\rho_s}{\rho_e} = 1 - \frac{2 - \zeta_e \kappa M_u^2}{2 - (\kappa - 1) M_u^2} \quad (4.31)$$

Aus dieser Beziehung geht für konstante Umfangs-Machzahl M_u ein Anwachsen des Liefergrades λ mit steigendem Isentropenexponenten κ hervor. Als dritter Wirkmechanismus bewirkt die Vorexpanion des Arbeitsvolumens eine Absenkung von Kammerdruck- und -temperatur. Mit steigendem κ führt dies zu einer Verringerung der Fluid-dichte in der Kammer, zugleich aber auch zur Erhöhung des Eintritts-Druckverhältnisses $\Pi_e (\gamma < \gamma_s)$:

$$\Pi_e = \frac{p_e}{p(\gamma)}$$

Da im Eintrittsbereich überwiegend unterkritische Π_e vorliegen, liefert letzterer Vorgang einen Beitrag zur Steigerung des Massenstroms \dot{m}_e und verstärkt die Auswirkungen der anderen dynamischen Effekte auf den Liefergrad. Zur Veranschaulichung der komplexen Abhängigkeiten bei der Variation des Isentropenexponenten κ wurden in Bild 4.11 für die SEM VM037D berechnete Kennlinien $\lambda(\kappa)$ bei $M_u = \text{Const.}$ aufgetragen.

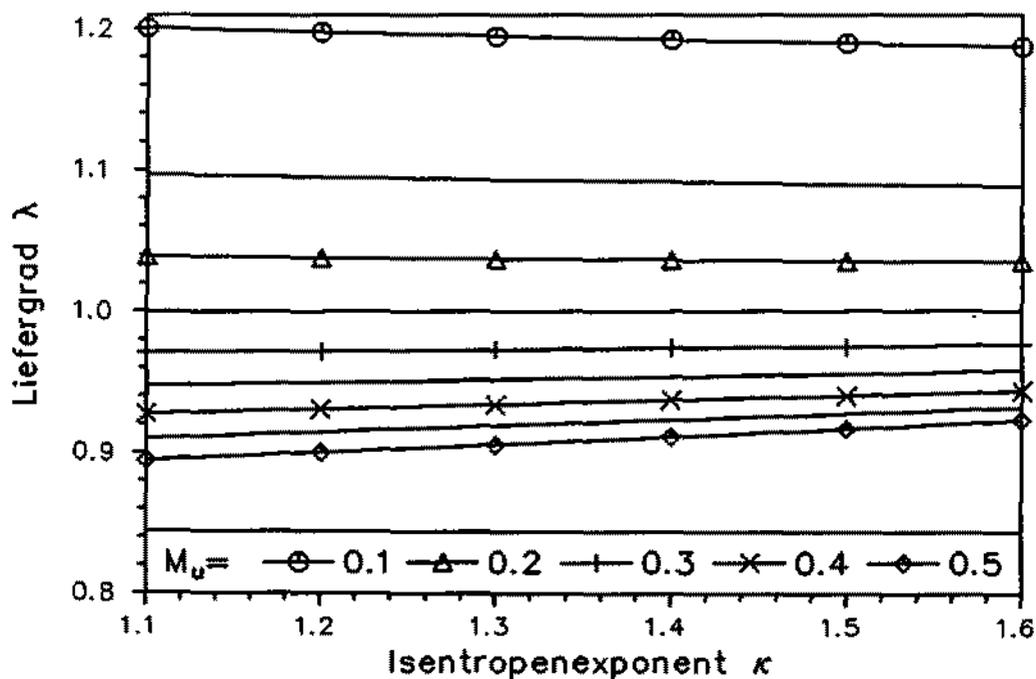


Bild 4.11: Liefergrade λ der SEM VM037D bei Fluidvariation

Da der Liefergrad bei konstanter Umfangs-Machzahl nach Kap. 4.2 nicht von Π abhängt, genügt hier die Auftragung über dem Isentropenexponenten mit M_u als

Scharparameter. Besonders auffällig ist der nahezu lineare Verlauf der Kennlinien, deren Steigung mit wachsendem M_u von negativen zu positiven Werten variiert. Dieses Merkmal konnte bei der Berechnung einer Vielzahl unterschiedlicher SEM-Geometrien verifiziert werden. Es existiert also eine geometriespezifische Umfangs-Machzahl \bar{M}_u , bei der der Liefergrad λ eine fluidunabhängige Konstante darstellt:

$$\left(\frac{\partial \lambda}{\partial \kappa}\right)_{\bar{M}_u} = 0$$

Diese Linie $\lambda = \text{Const.}$ unterteilt Bild 4.11 in Bereiche dominierenden Fluideinflusses auf die Spaltleckagen (negative Steigung) und Bereiche vorherrschenden Fluideinflusses auf die dynamischen Verluste (positive Steigung). Für den im Rahmen dieser Arbeit angestrebten Kennfeldvergleich optimierter Kraftmaschinen kann festgehalten werden, daß nahe dem Summenminimum aller Verluste der Liefergrad einer SEM mit ausreichender Genauigkeit unabhängig vom eingesetzten Arbeitsfluid ist. Aufgrund der stark vereinfachten Annahmen können die abgeleiteten Gleichungen (4.28) – (4.31) der Liefergradanteile nicht direkt zur Umrechnung von Kennlinien benutzt werden. Sie erlauben jedoch eine physikalisch anschauliche Interpretation der numerischen Ergebnisse.

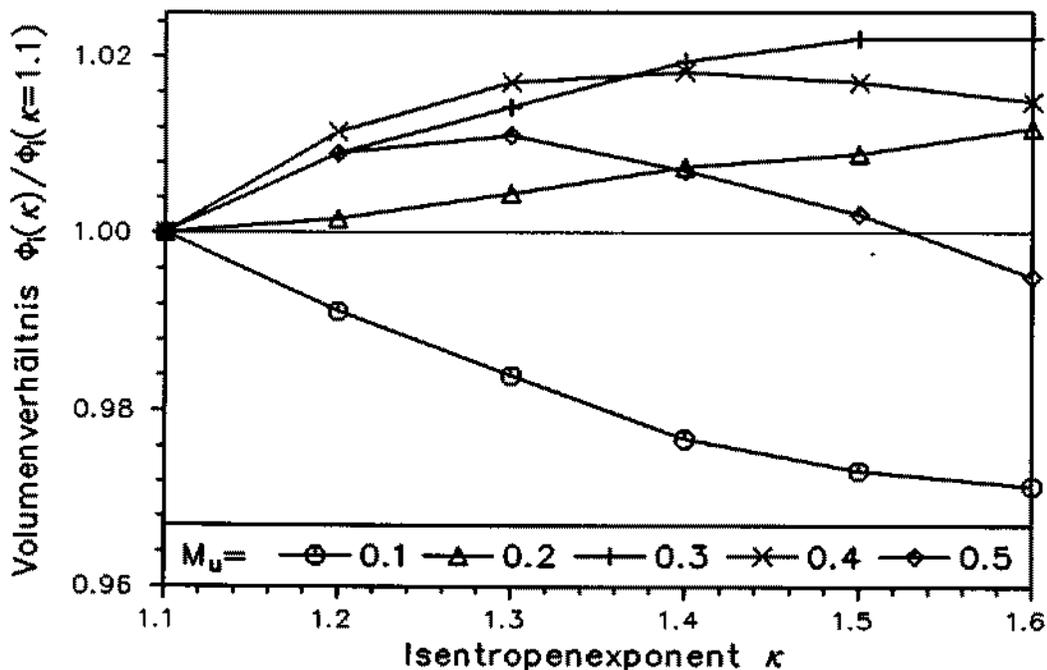


Bild 4.12: Volumenverhältnis Φ_i der SEM VM037D bei Fluidvariation

Als zweiter wesentlicher Schritt zur Übertragung verlustbeschreibender SEM-Kennfelder auf andere Arbeitsfluide wird ein Verfahren zur Umrechnung von Kenngrößen der

Energiewandlung vorgestellt. Einem Ansatz von Greve [37] zufolge bleibt für Schraubenverdichter die Steigung der inneren Leistungszahlgeraden Λ_i bei Einsatz unterschiedlicher Arbeitsfluide unverändert. Nach Ersetzen des Kennlinien-Scharparameters $\frac{Dw}{\sqrt{RT}}$ von Greve durch die Umfangs-Machzahl M_u gilt diese invariante Eigenschaft auch für Schrauben-Expansionsmaschinen. Aus Gl. (4.16) geht hervor, daß die Steigung der Leistungszahlgeraden dem inneren Volumenverhältnis Φ_i entspricht. Für die SEM VM037D sind in Bild 4.12 unter Zugrundelegung der Basisgröße Φ_i ($\kappa = 1.1$) bezogene Steigungswerte von Λ_i aufgetragen. Selbst bei Ausschöpfung des maximalen Wertebereichs von κ bleibt die typische relative Abweichung von Φ_i kleiner als $\pm 2.5\%$. Der auftretende Fehler liegt damit im Bereich des lokalen Fehlers bei der Bestimmung der mittleren Geradensteigung aus zahlreichen Einzelpunkten. Für große Werte von κ bzw. M_u ist zu beachten, daß die dargestellten Kurven einer Beschränkung durch die maximal zulässige HL-Umfangsgeschwindigkeit $u_{HL,max} \leq 120$ m/s unterliegen [53].

Die Umrechnung eines Betriebspunktes von dem Fluid "1" auf ein anderes Arbeitsfluid "2" ist damit auf eine Parallelverschiebung der Leistungszahlgeraden im Betriebsdiagramm bei konstanter Umfangs-Machzahl zurückgeführt. Unter Benutzung von Gl. (4.16) wird zunächst der praxisrelevante Fall mit konstantem äußeren Druckverhältnis $\Pi = \Pi_1 = \Pi_2$ betrachtet. Da für diese Bedingung auch der Term $\frac{\Phi_i}{\Pi}$ einen festen Wert besitzt, ergibt sich aus der Charakteristik des abgeschlossenen Arbeitsvolumens als einzige fluidabhängige Größe die bezogene Volumenänderungsarbeit. Die entsprechende Umrechnungsvorschrift für die Leistungszahlen $\Lambda_{i,1}$ und $\Lambda_{i,2}$ lautet:

$$\Lambda_{i,2} = \Lambda_{i,1} - \frac{\Phi_i^{1-\kappa_1} - 1}{\kappa_1 - 1} + \frac{\Phi_i^{1-\kappa_2} - 1}{\kappa_2 - 1} \quad (4.32)$$

Zusammen mit Gl. (4.19) kann anhand dieser Beziehung der zu erwartende innere Wirkungsgrad $\eta_{i,2}$ in Abhängigkeit von bekannten Größen ausgedrückt werden:

$$\eta_{i,2} = \eta_{i,1} \frac{\Lambda_{is,1}}{\Lambda_{is,2}} + \frac{1}{\Lambda_{is,2}} \left(\frac{\Phi_i^{1-\kappa_2} - 1}{\kappa_2 - 1} - \frac{\Phi_i^{1-\kappa_1} - 1}{\kappa_1 - 1} \right) \quad (4.33)$$

Auch für den Fall konstanter Leistungszahlen $\Lambda_i = \Lambda_{i,1} = \Lambda_{i,2}$ kann durch Anwendung von Gl. (4.16) eine Bestimmungsgleichung für die auftretenden Druckverhältnisse Π_1 und Π_2 abgeleitet werden:

$$\Pi_2 = \left\{ \frac{1}{\Pi_1} + \frac{1}{\Phi_i} \left(\frac{\Phi_i^{1-\kappa_1} - 1}{\kappa_1 - 1} - \frac{\Phi_i^{1-\kappa_2} - 1}{\kappa_2 - 1} \right) \right\}^{-1} \quad (4.34)$$

Durch Anwendung der Gl. (4.19) auf beide Fluide mit $\Lambda_i = Const.$ folgt eine einfache Relation für die inneren Wirkungsgrade $\eta_{i,1}$ und $\eta_{i,2}$:

$$\eta_{i,2} = \eta_{i,1} \frac{\Lambda_{i,2}}{\Lambda_{i,1}} = \eta_{i,1} \frac{\frac{\kappa_1}{\kappa_1 - 1} \left(\frac{\Pi_1^{\frac{1-\kappa_1}{\kappa_1}}}{\Pi_1^{\frac{1-\kappa_2}{\kappa_2}}} - 1 \right)}{\frac{\kappa_2}{\kappa_2 - 1} \left(\frac{\Pi_2^{\frac{1-\kappa_2}{\kappa_2}}}{\Pi_2^{\frac{1-\kappa_1}{\kappa_1}}} - 1 \right)} \quad (4.35)$$

Ausgehend von dem Fluid R11 ($\kappa_1 = 1.1$) wurde in Bild 4.13 unter Benutzung der Gl. (4.32) eine Variation des Isentropenexponenten κ_2 für verschiedene innere Volumenverhältnisse Φ_i dargestellt. Die Differenz der inneren Leistungszahlen $\Lambda_2 - \Lambda_1$ ist stets positiv, da die Betriebsgerade $\Lambda_2(\Pi^{-1})$ für $\kappa_2 > \kappa_1$ kleinere Betragswerte aufweist (vergl. Kap. 4.5.1). Die Auswirkung einer Änderung von κ_2 ist bei großen Werten von Φ_i besonders ausgeprägt. Für den Grenzfall der Rootsmaschine ($\Phi_i = 1$) entfällt der Fluideinfluß auf die innere Leistungszahl vollständig. Ein ähnliches Diagramm, das jedoch keine zusätzlichen Informationen enthält, läßt sich nach Gl. (4.34) auch für die Differenz der äußeren Druckverhältnisse $\Pi_2 - \Pi_1$ bei $\Lambda_i = \text{Const.}$ berechnen.

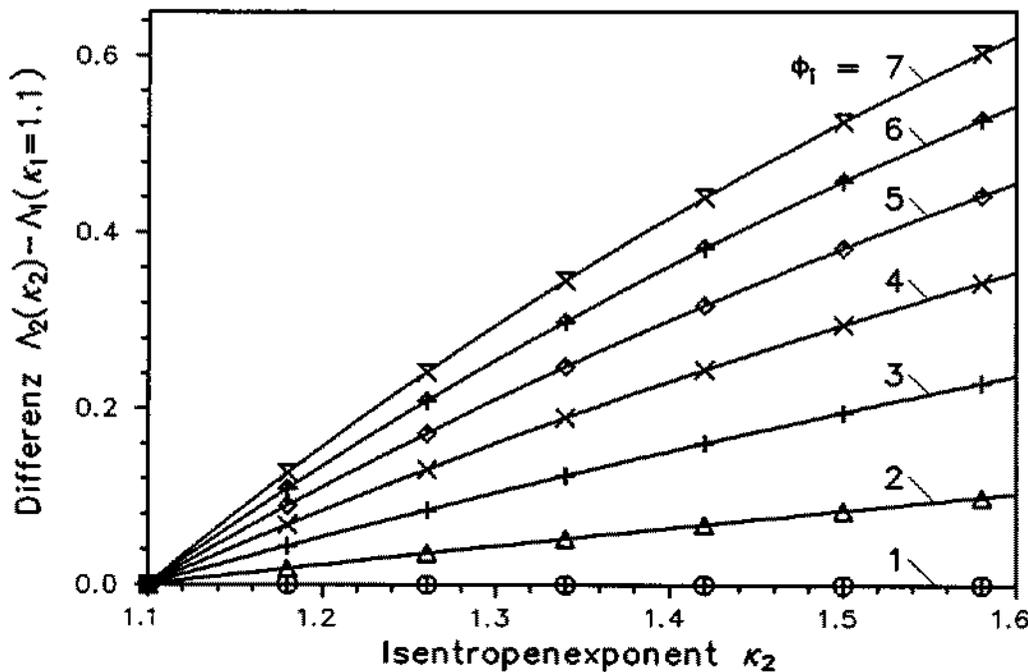


Bild 4.13: Differenz der inneren Leistungszahl Λ_i bei Fluidvariation

Anhand eines praxisrelevanten Berechnungsbeispiels für die SEM VM037D soll abschließend die Anwendung der abgeleiteten Umrechnungsvorschriften verdeutlicht werden. Vorgelegt sei das Problem, mit Hilfe des für R11 gültigen Kennfeldes, Bild 4.2, den inneren Wirkungsgrad $\eta_{i,2}(\Pi=7, M_u=0.2)$ und den Liefergrad λ_2 bei Betrieb mit vorgewärmter Druckluft zu bestimmen. Als Ausgangsbasis stehen bei $M_u = 0.2$ folgende Daten zur Verfügung: $\lambda_1=1.078$, $\eta_{i,1}(\Pi=2) = 0.589$, $\eta_{i,1}(\Pi=6) = 0.741$, $\kappa_1=1.1$ für R11 sowie $\kappa_2=1.4$ für Luft. Die zur Lösung erforderlichen Teilschritte und direkt numerisch berechnete Vergleichswerte sind in Tab. 4.2 zusammengefaßt. Besonders hervorzuhe-

ben ist die ausgezeichnete Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen des Ähnlichkeitsmechanischen Ansatzes und des numerischen Zeitschrittverfahrens. Der erheblich höhere Wirkungsgrad für Luft hat zwei Ursachen: zum einen liegt der Betriebspunkt bei Luft näher am Kennlinienmaximum, zum anderen weist das Kennlinienmaximum des inneren Wirkungsgrades für Luft bei $M_u=0.2$ einen höheren Wert auf. Nachzuweisen bleibt noch Einhaltung der aus Bild 4.7 ersichtlichen Toleranzbreite der Umfangs-Reynoldszahl unter Zugrundelegung typischer Eintrittsbedingungen ($p_e=7$ bar, $p_a=1$ bar, $T_{e,1}=373$ K, $T_{e,2}=523$ K). Mit den konstruktiven Daten aus Tab. 5.1 resultieren die innerhalb des zulässigen Grenzbereichs liegenden Werte $Re_{u,1}=7.9 \cdot 10^6$ und $Re_{u,2}=1.8 \cdot 10^6$.

Schritt	Grundlage	Kennzahlverfahren	Numerik
(1)	Bild 4.11	$\lambda_2 \approx \lambda_1 = 1.078$	1.074
(2)	Gl. (4.9)	$\Lambda_{is,1}(\Pi = 2) = -0.672$	-0.672
		$\Lambda_{is,1}(\Pi = 6) = -1.653$	-1.653
		$\Lambda_{is,1}(\Pi = 7) = -1.784$	-1.784
		$\Lambda_{is,2}(\Pi = 7) = -1.493$	-1.493
(3)	Gl. (4.19)	$\Lambda_{i,1}(\Pi = 2) = -0.396$	-0.396
		$\Lambda_{i,1}(\Pi = 6) = -1.225$	-1.226
(4)	Gl. (4.16)	$\Phi_i = 2.487$	
		$C_1 = -1.640$	
(5)	Gl. (4.16)	$\Lambda_{i,1}(\Pi = 7) = -1.284$	-1.288
(6)	Gl. (4.19)	$\eta_{i,1}(\Pi = 7) = 0.720$	0.722
(7)	Gl. (4.33)	$\eta_{i,2}(\Pi = 7) = 0.788$	0.783

Tabelle 4.2: Umrechnung eines Betriebspunktes von R11 auf Luft (SEM: VM037D)

5 Experimentelle Überprüfung berechneter Gütegrade

Vor Anwendung der in Kap. 3 und 4 beschriebenen Algorithmen und Ähnlichkeitsmechanischen Zusammenhänge zur Optimierung von SEM-Geometrien und dem anschließenden Kennfeldvergleich mit Turbomaschinen ist eine experimentelle Überprüfung des Berechnungsverfahrens erforderlich. Zu diesem Zweck wurde am Institut für Thermische Strömungsmaschinen (ITS) der Universität Karlsruhe bereits vor über einem Jahrzehnt der Bau eines geschlossenen Versuchskreislaufes für die experimentelle Untersuchung und Kennfeldermittlung kleiner Kraftmaschinen initiiert. Innerhalb dieser bei Hinsenkamp et al. [43] näher beschriebenen Teststrecke wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit die Kennfelder zweier Schrauben-Expansionsmaschinen aufgenommen. Als vorrangiges Ziel sollte dabei das in Kap. 3.2 vorgestellte Zeitschrittverfahren für unterschiedliche SEM-Geometrien innerhalb einer möglichst großen Bandbreite von Randbedingungen experimentell überprüft werden. Im folgenden wird eine Beschreibung des Versuchskreislaufes, der rechnergestützten Messwerterfassung und der eingesetzten Kraftmaschinen gegeben. Nach der schematischen Darstellung der Versuchsauswertung und einer Fehlerabschätzung nimmt schließlich der Vergleich von Rechnung und Experiment breiten Raum ein. Besonderes Gewicht erhält hierbei die vorteilhafte Kennlinien-Interpolation mittels realer Leistungszahlgeraden als Möglichkeit zur sinnvollen Darstellung von Gütegraden bei unterschiedlichen Umfangs-Machzahlen.

5.1 Eingesetzte Versuchsanlage und Meßtechnik

Die zur Kennfeldermittlung von Kraftmaschinen notwendige gezielte Einstellung stationärer Betriebspunkte macht den Einsatz eines geschlossenen Kreisprozesses als Versuchsstrecke wünschenswert. Schon zu Beginn der achtziger Jahre wurde daher am Institut für Thermische Strömungsmaschinen (ITS) mit dem Aufbau eines $500 \text{ kW}_{\text{therm}}$ – Dampfkreislaufes begonnen, dessen Konzeption auf Arbeiten von Hornung [46], Knöringer [52] und Schelling [82] zurückgeht. Nach Festlegung der Prozeßführung als einfacher Clausius-Rankine-Prozeß ohne Zwischenüberhitzung und Rekuperator erwies sich unter der Vielzahl potentiell möglicher Arbeitsfluide für die hier interessierende Fragestellung das organische Kältemittel Trichlorfluormethan (R11) als besonders geeignet. Kreisläufe mit organischen Fluiden wurden aus thermodynamischen Gründen unter der Bezeichnung "Organic Rankine Cycle" (ORC) für die Niedertemperatur-Wärmenutzung vorgeschlagen. Trotz vollständig geschlossener Systemgrenzen konnten sich ORC-Anlagen aufgrund der FCKW-Problematik nicht durchsetzen. Gegenwärtig

ist nicht abzusehen, ob sich dies mit der erwarteten Bereitstellung unchlorierter Ersatzstoffe verändern wird [66]. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgte der Einsatz von R11 in der TÜV-geprüften Laboranlage unter sorgfältiger Beachtung der Sicherheitsvorschriften und der aus der Kältetechnik vorhandenen Erfahrungen mit der Handhabung und Abdichtung organischer Fluide. Die spezielle Eignung organischer Arbeitsfluide zur Kennfeldermittlung kleiner Kraftmaschinen beruht auf einer Reihe ausgezeichneter Eigenschaften. Infolge der hohen Molmasse $M=137.4$ kg/kMol besitzt das eingesetzte R11 im Vergleich zu Luft oder Wasserdampf eine sehr niedrige Schallgeschwindigkeit. Hieraus resultiert gegenüber anderen Fluiden ein weit größerer Bereich realisierbarer Umfangs-Machzahlen. Ohne Überschreitung der maximal zulässigen Umfangsgeschwindigkeit von Lagern und Dichtungen konnten mit den in Kap. 5.2 vorgestellten Schrauben-Expansionsmaschinen Umfangs-Machzahlen von $0.05 < M_u < 0.4$ experimentell abgedeckt werden. Das in der Kennzahlbasis (Tab. 4.1) nicht berücksichtigte Auftreten von Zweiphasenströmung in der SEM kann für R11 bei näherungsweise adiabater Zustandsänderung infolge der im T,s -Diagramm vertikal verlaufenden Taulinie ausgeschlossen werden. Da jede reale Drosselung oder Expansion unter Entropiezuwachs abläuft, ist sie unmittelbar mit zunehmender Überhitzung verbunden. Somit genügt als vereinfachte Variante der Prozeßführung das Erreichen gesättigter Fluidzustände am Maschineneintritt.

Ein weiterer Vorteil des Fluides R11 liegt in seiner niedrigen kinematischen Viskosität, was für die untersuchten Schrauben-Expansionsmaschinen im gesamten Betriebsbereich hohe Umfangs-Reynoldszahlen $Re_u > 2 \cdot 10^6$ mit sich bringt. Damit ist die bei der Ableitung des Kennzahlmodells geforderte Unabhängigkeit des Betriebsverhaltens von Re_u sichergestellt. Bei der Ermittlung von SEM-Kennfeldern sind maschinenspezifische Beschränkungen hinsichtlich maximaler Temperaturen und Druckdifferenzen zu beachten, welche das Fluid R11 nahezu ideal erfüllt. So sind die Spaltquerschnitte kommerzieller Schraubenverdichter auf Maximaltemperaturen von ca. 250°C ausgelegt. Dieser Grenzwert liegt für R11 bereits im überkritischen Zustandsgebiet, zumal aufgrund der thermischen Zersetzung R11 nur unterhalb 130°C einsetzbar ist. Bei dieser Grenztemperatur ergibt sich ein Sättigungsdruck von 15 bar. Im Hinblick auf die Läuferdurchbiegung unter Betriebsdruck korrespondiert die hieraus resultierende maximale Druckdifferenz sehr gut mit der Grenze üblicher Auslegungen von SEM-Läufern bei mittleren Längenverhältnissen $\nu_L \approx 1.4$. Das von der Kühlwassertemperatur bestimmte untere Prozeßdruckniveau liegt mit 1 bar bei 23°C sehr nahe am Atmosphärenzustand, was die Abdichtung des Kreislaufes und der eingesetzten Kraftmaschinen wesentlich vereinfacht. Schließlich zeichnet sich der realisierte Satteldampfprozeß durch eine hohe volumenbezogene Expansionsarbeit aus, was zu kleinen Bauabmessungen von Rohrleitungen und Armaturen führt.

Wie bei Hinsenamp et al. [43] ausführlich diskutiert wird, erhebt das Konzept der

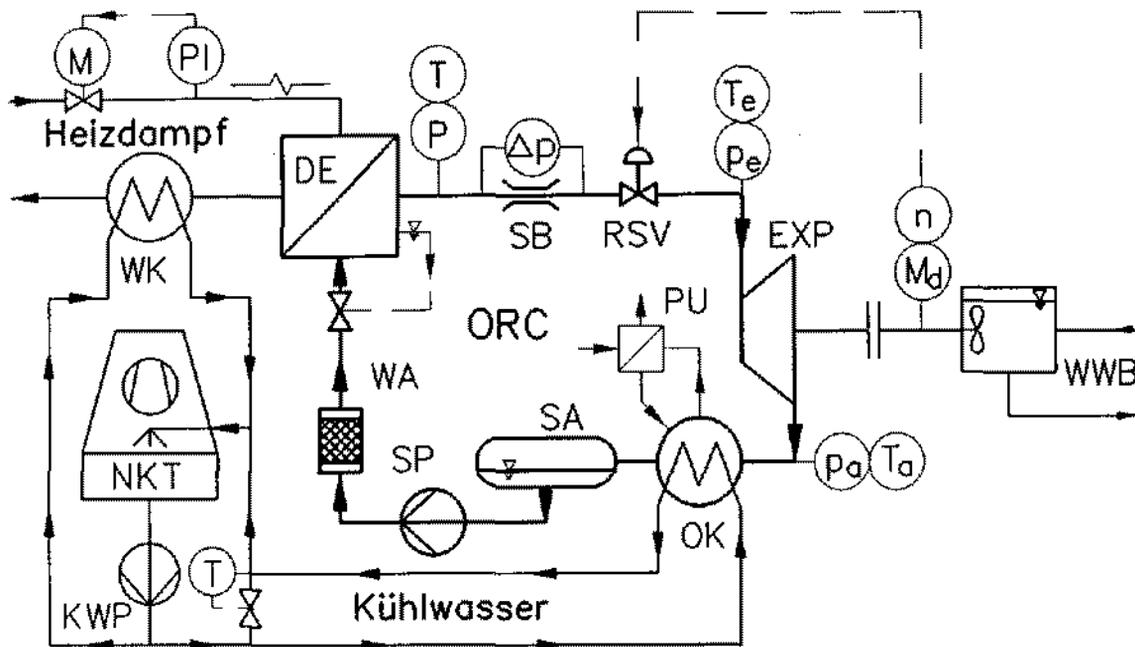


Bild 5.1: Prinzipschema der ORC-Laboranlage am ITS

ITS-Laboranlage keinen Anspruch auf Optimierung des Kreisprozeß-Wirkungsgrades. Aus Bild 5.1 geht der vergleichsweise einfach gehaltene Versuchsaufbau hervor. Zu unterscheiden sind drei getrennte Stoffkreisläufe: die aus dem lokalen Fernheiznetz gespeiste Heizdampfseite, der eigentliche ORC-Kreislauf sowie der Kühlwasserkreislauf als Wärmesenke. Alle nachfolgend beschriebenen Hauptkomponenten sind in dem Prinzipschema bezeichnet. Der Heizdampf wird nach Konditionierung (Drosselung, Überhitzung oder Einspritzkühlung) dem ORC-Dampferzeuger *DE* zugeleitet und nach Restwärmeabfuhr im Wasserdampfkondensator *WK* an die Kondensatschiene des Fernheiznetzes zurückgegeben. Der Vorteil dieser Wärmeeinkopplung liegt zum einen in der Nutzung bereits vorhandener Versorgungsstrukturen und zum anderen in der sicheren Vermeidung von "hot spots", die bei fossil befeuerten Dampferzeugern zu lokalen Übertemperaturen mit unerwünschten Zersetzungsreaktionen des organischen Arbeitsfluides führen können. Der ORC-Dampferzeuger *DE* ist als liegender Rohr-bündel-Wärmetauscher mit dem Kreisprozeßfluid im Mantelraum ausgeführt. Am Verdampferaustritt resultiert ein gesättigter Zustand des organischen Dampfes, welcher über ein kombiniertes Regel-/Schnellschlußventil *RSV* zur Expansionsmaschine *EXP* gelangt. Dort wird er unter Abgabe von Wellenleistung an die Wasserwirbelbremse *WWB* auf das Druckniveau des ORC-Kondensators *OK* entspannt. Letzterer entzieht dem organischen Dampf die stets vorhandene Restüberhitzung und verflüssigt ihn unter Wärmeabgabe an den Kühlkreislauf. Ein nachgeschalteter Sammelbehälter *SA* sowie die zweigehäusige, elfstufige Speisepumpe *SP* in hermetischer Bauweise schließen den ORC-Kreislauf. Weitere Komponenten im Kreisprozeß sind ein Wasser-

abscheider *WA* im Hochdruck-Flüssigteil und eine am ITS entwickelte hocheffiziente Absaugeinheit *PU* für nicht-kondensierbare Fremdgase mit kryogener Rückhaltung des Arbeitsfluides ("purge unit") [55]. Schließlich führt der über die Kühlwasserpumpe *KWP* zwangsumgewälzte Kühlkreislauf die bei niedriger Temperatur anfallende Abwärme mittels eines Naßkühlturms *NKT* an die Umgebung ab.

Zur gezielten Einstellung von Betriebspunkten der Expansionsmaschine stehen mehrere Stell- und Regelorgane zur Verfügung, deren Wirkzusammenhänge ebenfalls in Bild 5.1 eingezeichnet sind. Die Temperatur und der Wärmestrom des Heizdampfes werden durch eine zweistufige Kaskadenregelung mit PI-Charakteristik eingeregelt. Abwärmeseitig kann die Kühlwassertemperatur durch eine passive thermostatische Bypassregelung auf erhöhtem Niveau konstant gehalten werden. Damit besteht die Möglichkeit, den Gegendruck p_a an der Expansionsmaschine anzuheben. Leistung und Drehzahl der Maschine lassen sich durch Justieren des Drehmoments an der Wasserwirbelbremse und durch entsprechende Sollwertvorgabe am digitalen, frei konfigurierbaren PID-Drehzahlregler einregeln. Die freie Flüssigkeitsoberfläche im ORC-Dampferzeuger erfordert einen Zweipunkt-Hilfsregler zur Regelung der Füllstandshöhe bei veränderlichen Massenströmen.

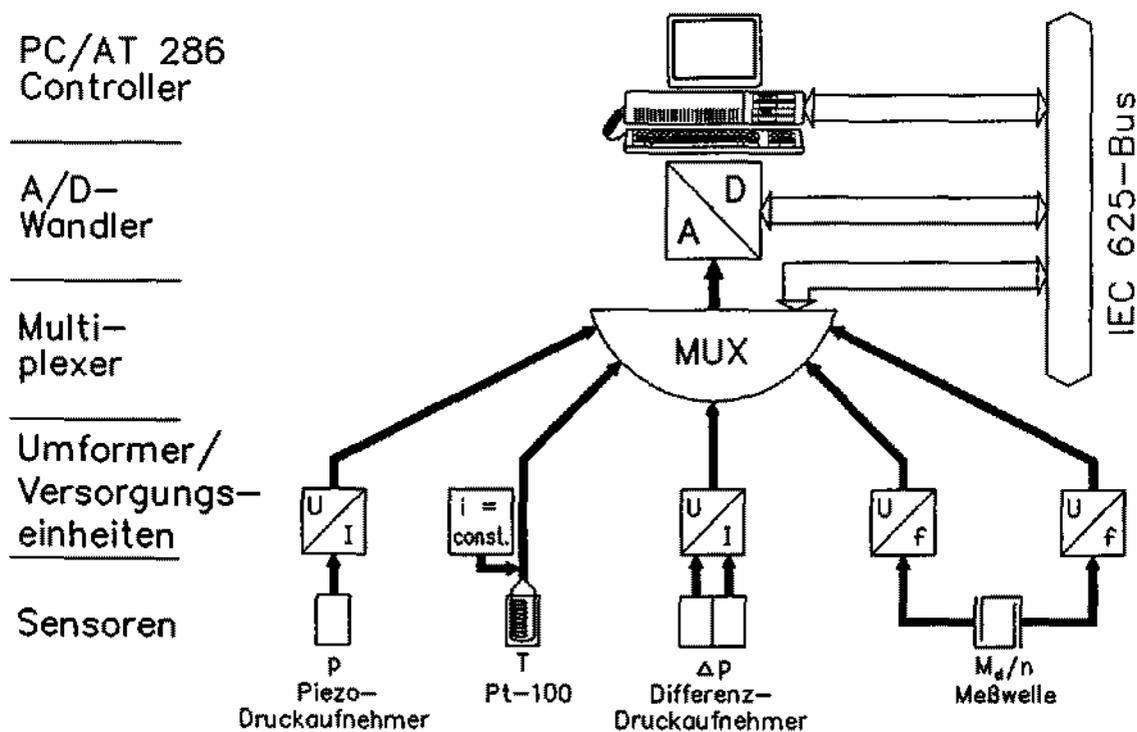


Bild 5.2: Rechnergestützte Meßwerterfassung an der ITS-Laboranlage

Die meßtechnische Ausstattung zur Kennfeldmessung kleiner Kraftmaschinen ist von der Wahl der Systemgrenzen abhängig. Im vorliegenden Fall integraler Bilanzierung fallen diese mit dem Maschinenein- bzw. -austritt und der Wellenkupplung zusam-

men. Die zu messenden physikalischen Größen gehen aus Bild 5.1 hervor, wobei das nicht in der Kennzahlbasis enthaltene Drehmoment M_d die zusätzlich auftretenden äußeren Reibungsverluste charakterisiert. Bei der Untersuchung von Verdrängerkraftmaschinen spielen die dynamischen Energieanteile am Ein- und Austritt nur eine untergeordnete Rolle. Daher genügt die Messung der statischen Drücke p_e , p_a über Wandanbohrungen und die Bestimmung von Recoverytemperaturen durch zentrisch angeordnete Temperatursensoren. Bei der Kennfeldmessung von Turbomaschinen müssen hingegen Totaldruck- und Totaltemperatursonden bzw. geeignete Beruhigungsbehälter zum Einsatz kommen. In Bild 5.2 ist die rechnergesteuerte Meßperipherie als Blockschaltbild wiedergegeben, welche zur Erfassung und Verarbeitung der aufgeführten stationären Größen dient. Die insgesamt fünf verschiedenen Meßketten werden von unabhängigen Umformer-/Versorgungseinheiten gespeist. Die normierten Meßsignale laufen an einem Multiplexer auf, dessen Kanalwahl über eine IEC625/IEEE488-Schnittstelle gesteuert wird. Beim Meßvorgang werden die relevanten Kanäle nacheinander zum Digitalmultimeter durchgeschaltet, welches ebenfalls am IEC-Bus angeschlossen ist. Dieses Gerät führt eine zeitlich-integrale Mittelwertbildung und die A/D-Wandlung des aktuellen Meßwertes durch. Der Datentransfer zum Versuchsstands-Rechner PC/AT 286 wird bitparallel nach dem genannten Industriestandard abgewickelt. Der Personal Computer fungiert dabei sowohl als IEC-Buscontroller wie auch als Auswerteeinheit zur Datentransformation und -reduktion.

Sämtliche Sensoren wurden über ausreichend genaue Prüfnormale im gesamten Meßbereich kalibriert. Die Koeffizienten der Ausgleichspolynome sowie ein optionaler Nullpunktgleich werden bei der Versuchsauswertung automatisch berücksichtigt. Zur Absolutdruckmessung dienen piezoresistive Sensoren mit einer kalibrierten Fehlertoleranz von 0.1% v.M. Der induktive Differenzdruckaufnehmer an der Durchflußblende ist bei einem relativen Fehler von 0.25% v.E. in bezug auf Meßspanne und Bereichsendwert frei einstellbar. Typische Temperaturfehler unter 0.01 K werden durch den Einsatz von Platin-Widerstandsthermometern Pt-100 in 4-Leiterschaltung erreicht. Die mechanischen Größen Drehzahl und Drehmoment schließlich werden über eine kommerzielle Meßwelle mit induktiver Telemetrie-Einheit auf $\pm 0.2\%$ genau erfaßt.

5.2 Aufbau der untersuchten Schraubenmaschinen

Für die experimentelle Kennfeldermittlung kamen zwei konstruktiv unterschiedliche Schraubenmaschinen der Hersteller *Aerzener Maschinenfabrik* und *Atlas Copco* zum Einsatz. Erstere Maschine vom Typ VM037D wurde direkt aus der Schraubenverdichter-Serienfertigung ausgekoppelt und am Institut für Thermische Strömungsmaschinen nach eigenen Entwürfen zur Schrauben-Expansionsmaschine umgebaut. Dank der ausgezeichneten Unterstützung seitens des Herstellers konnten die notwendigen

Typ		VM037D	AC ASSY
Hersteller		Aerzener Maschinenfabrik	Atlas Copco
Profiltyp		ASY46	ASY46
Zuströmung		diagonal von oben	axial von oben
Abströmung		axial nach oben	radial nach unten
HL-Durchmesser	D_{HL}	0.113 m	0.135 m
Durchmesser Verhältnis	ν_D	0.9415	0.8519
Bezogener Achsabstand	ν_d	0.7549	0.7111
Längenverhältnis	ν_L	1.2389	1.3407
Theor. Volumenverhältnis	$\Phi_{i,th}$	2.6918	4.7
Spezifische Verdrängung	σ	0.5891	0.5822
HL-Umschlingungswinkel	γ_u	300°	289°

Tabelle 5.1: Konstruktive Daten der untersuchten Schrauben-Expansionsmaschinen

Modifikationen an der Ölversorgung und dem Dichtungssystem problemlos bewältigt werden. Dagegen erfolgte die Anlieferung der zweiten Maschine vom Typ AC ASSY bereits im komplett betriebsfertigen Zustand. Die konstruktiven Auslegungsdaten dieser SEM konnten bislang trotz intensiver Bemühungen um Herstellerkontakte nur durch eigene Vermessung näherungsweise bestimmt werden. In Tabelle 5.1 sind die wichtigsten Konstruktionsgrößen beider Kraftmaschinen zusammengefaßt. Nicht enthalten sind Angaben zum mittleren Spaltweitenverhältnis ν_{sp} , da dieses infolge der betriebsbedingten Verformungen keine reine Konstruktionsgröße darstellt.

Die wesentlichen Unterschiede zwischen beiden SEM liegen im HL-Durchmesser, dem theoretischen Volumenverhältnis sowie in der Hauptströmungsrichtung bei den Ladungswechseln. Details zum konstruktiven Aufbau der wälzgelagerten Maschinen können den Querschnittszeichnungen C.1 und C.2 in Anhang C entnommen werden. Besonders auffällig ist der für Serienverdichter typische dreiwellige Aufbau der VM037D, welcher eine Abstufung der Kupplungs- zur HL-Drehzahl ermöglicht, den Lüfter des integrierten Ölkühlers trägt sowie eine mechanische Serienschaltung mehrerer Maschinen erlaubt. Als reiner Prototyp benötigt die AC ASSY einen externen Ölkühler, eine weitere Vereinfachung resultiert aus der starr mit dem Nebenläufer verbundenen Antriebswelle. Dies bringt den Vorteil einer Drehzahlreduktion gegenüber dem Hauptläufer, dabei muß das Synchronisationsgetriebe allerdings die zusätzliche Aufgabe der Drehmomentübertragung erfüllen. Beide Maschinen sind in Abhängigkeit vom Arbeitsfluid der Leistungsklasse 30-50 kW zuzuordnen, wobei die SEM VM037D mit ca. 6 kg/kW ein viermal höheres Leistungsgewicht aufweist als die AC ASSY.

Von Interesse für zukünftige Anwendungen sind die zum Umbau vom Verdichter zur Expansionsmaschine notwendigen Anpassungen. Der Einsatz als Kraftmaschine erfordert gegenüber dem Verdichterbetrieb eine Umkehr der Durchfluß- und Drehrichtung, hingegen bleibt die Richtung des Druckgradienten bzw. des Axialschubs unverändert erhalten. Für wälzgelagerte Schraubenmaschinen, wie die hier beschriebenen Bautypen, muß daher im Lagerbereich lediglich die Flußrichtung des Schmieröls überprüft werden. Auch eine modular aufgebaute Gleitlagerung bereitet wenig Probleme: oft können bei gleichen Durchmessern von HL- und NL-Lagersitzen einfach die kompletten Lagerbuchsen zwischen den Läufern ausgetauscht werden. Dasselbe gilt für Ölabdichtungen in Form von Rückfördergewinden. Eine wesentliche Modifikation im Bereich der Ölversorgung betrifft die Drehrichtungsumkehr der meist direkt angeflanschten Schmierölpumpe. Am häufigsten zum Einsatz kommen hier Innenzahnrumpfen, die als reine Verdrängermaschinen prinzipiell in beiden Rotationsrichtungen fördern. Die Umkehr der Durchflußrichtung kann entweder mittels eines Austausches der druck- und saugseitigen Verrohrung oder durch Verdrehen der internen Exzenterplatte um 180° bewerkstelligt werden. In jedem Fall muß sichergestellt sein, daß eventuell entstehende zusätzliche Druckverluste die Versorgung von Lagerung und Dichtung nicht gefährden. Da mit dem Umbau zur Expansionsmaschine oft gleichzeitig ein Wechsel des Arbeitsfluides einhergeht, ist bei der Maschinenauswahl bzw. -auslegung sicherzustellen, daß die im Betrieb maximal auftretende Druckbelastung der Läufer nicht unzulässig hohe Verformungen nach sich zieht. Die in diesem Zusammenhang relevanten konstruktiven Größen sind ν_L , ν_D und ν_d . Derselbe Gesichtspunkt gilt auch für das umgebende Fördergehäuse. Weiterhin ist bezüglich des Arbeitsfluides die Ableitung von eventuell anfallendem Kondensat sicherzustellen, das theoretische innere Volumenverhältnis $\Phi_{i,th}$ HD-seitig an den gewünschten Betriebspunkt anzupassen, die Frage der Werkstoffeignung fluidbenetzter Teile zu klären und schließlich das Dichtungskonzept zu überprüfen.

Der letztgenannte Punkt erfordert besondere Sorgfalt, da hiervon sowohl die Betriebssicherheit als auch der Wirkungsgrad der SEM abhängen. Im Fall der VM037D entstand die Aufgabe, mit minimalem Platzbedarf und Bauaufwand die vorhandene dreistufige, berührungsfreie Kohleringdichtung mittels einer leckagefreien Abdichtung gegen das Entweichen des organischen Arbeitsfluides R11 aus dem Kreisprozeß abzusichern. Die Maschine weist vier baugleiche Dichtungspartien auf, deren Druckbeaufschlagung an den HD-seitigen Läuferenden höher ausfällt. Erschwerend kommt hinzu, daß die ND-seitige Abdichtung in Abhängigkeit vom Betriebspunkt Druckgradienten wechselnden Vorzeichens verarbeiten muß. Bild 5.3 zeigt einen Schnitt durch den neu entwickelten Dichtungsaufbau, welcher durch die integrierte Druckölsperre bei Gleitgeschwindigkeiten bis 20 m/s alle real auftretenden Druckstufungen sicher beherrscht. Hierzu zählen am Läufer-Stirnsplatt (1) Absolutdrücke von 0.5 bis 12 bar,

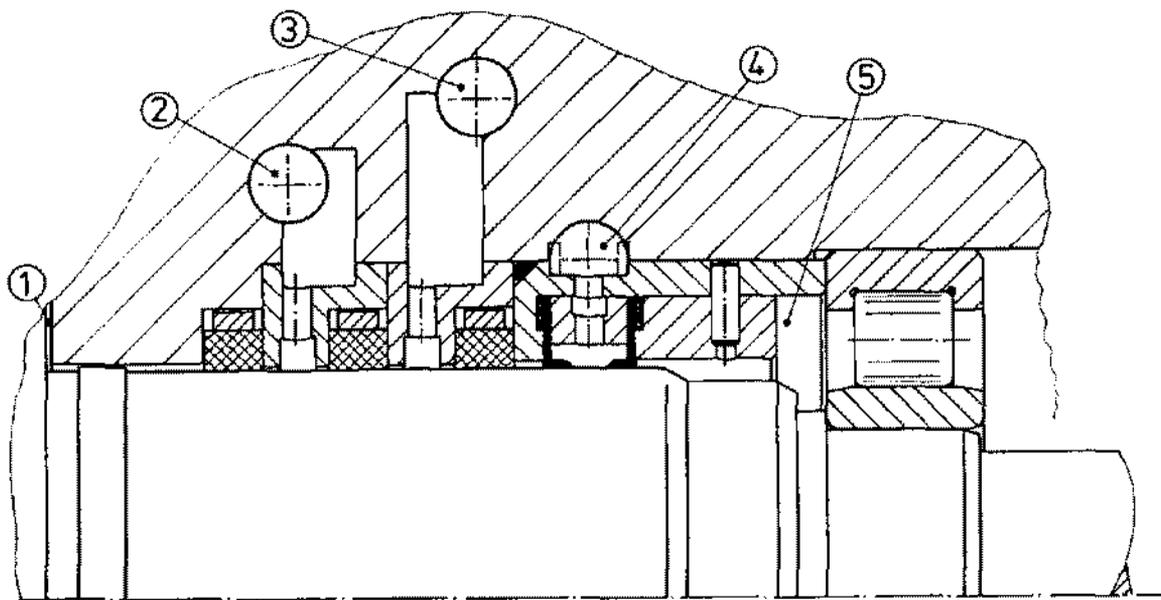


Bild 5.3: Neuentwickelte Dichtungspartie der SEM VM037D

in den gestuften Entlastungsräumen (2), (3) Druckwerte zwischen 5 und 0,5 bar, im Druckölraum (4) maximal 4 bar sowie im Bereich des atmosphärischen Ölrücklaufes (5) konstant 1 bar. Zum Einsatz kamen Viton-Lippendichtungen vom Typ Garlock PS-Lippe [32] in face-to-face Anordnung, deren Druck-Geschwindigkeitsprodukt von $p \cdot c \leq 45 \text{ bar} \cdot \text{m/s}$ ausreichende Sicherheit selbst bei Betriebsstörungen bietet. Aufgrund der hohen Anforderungen an die Härte und Oberflächengüte der Gegenauflfläche wurden die Wellensitze im Dichtungsbereich drallfrei geschliffen und mit einer ATC-Armoloy Cr-Beschichtung versehen. Der besondere Vorteil dieser Technologie besteht in der elektrochemischen, wärmefreien Aufbringung der lediglich $5 \mu\text{m}$ dicken Schicht, welche über einen weiten Temperaturbereich 72 HRC Härte sowie einen Mittenrauhwert von $R_a=0,25 \mu\text{m}$ erzielt [3]. Die Funktionsweise der Dichtungspartie beruht auf zwei wesentlichen Effekten: zum einen erfolgt über die drei berührungsfreien Kohle-Schwimmringe ein gestufter Druckabbau mit Entlastung zur ND-Seite. Somit wird die Lippendichtung nicht mit dem vollen Differenzdruck zwischen Arbeitsraum und Atmosphäre belastet, sondern lediglich mit der Differenz zwischen ND-seitigem Austritts- und Umgebungsdruck. Als zweites Wirkprinzip schafft hier die Druckölsperre zwischen den Lippendichtungen definierte Dichtungsverhältnisse. In Abhängigkeit vom Betriebspunkt werden Öldruck und -durchfluß im Bereich (4) durch ein Drossel- sowie ein Stromregelventil so eingeregelt, daß bei kleinstmöglichem Massenstrom stets ein geringer Überdruck zum Entlastungsraum (3) herrscht. Dabei wird eine Ölleckage von wenigen cm^3/h in den geschlossenen Kreislauf toleriert. Aus diesem Grund sollte für Langzeitbetrieb in der ND-Leitung nach der SEM ein zusätzlicher Ölabscheider vorgesehen werden.

5.3 Versuchsauswertung und Fehlereinflüsse

Zum Zweck der Verifikation berechneter Kennfelder werden experimentell ermittelte Werte der Einflußgrößenfunktion, Gl. (4.1), für die Bestimmung der eingeführten charakteristischen Kennzahlen und abhängigen Größen herangezogen. Sämtliche Geometrieparameter sowie die spezielle Gaskonstante des Arbeitsfluides bleiben dabei gegenüber der Zeitschrittrechnung unverändert erhalten. Unter Vorgabe der betrachteten Systemgrenzen nach Bild 3.3 stellt sich als Meßaufgabe für jeden stationären Betriebspunkt die Aufnahme der physikalischen Größen $\{p_e, T_e, p_a, T_a, n, \Delta p\}$. Die Messung des Differenzdrucks Δp dient der Durchflußbestimmung an der Segmentblende nach VDI/VDE 2041 in der HD-Dampfleitung vor der SEM (Bild 5.1, Bezeichnung *SB*). Zu beachten ist auch die korrekte Zuordnung der gemessenen Kupplungsdrehzahl n_K zur HL-Winkelgeschwindigkeit ω_{HL} . Das Realgasverhalten des Arbeitsfluides R11 erfordert ein entsprechend angepaßtes Auswerteverfahren zur Kennzahl-ermittlung sowie die Aufnahme des Realgasfaktors in die Kennzahlbasis. Da diese Kenngröße bei der aktuellen Version des Zeitschritt-Rechenprogramms noch nicht berücksichtigt wird, weichen die aus der Messung abgeleiteten dimensionsbehafteten Absolutwerte von Dichte, Massenstrom und Leistung von den berechneten Ergebnissen für das perfekte Gas ab. Um dennoch verwertbare Vergleichsdaten zu erhalten, muß die Abhängigkeit der dimensionslosen Kennzahlen κ , M_u , λ und η_i von den thermodynamischen Randbedingungen erfaßt werden. Das Verhältnis der spezifischen Wärmen $\kappa(p, T)$ kann beim realen Gas nicht mehr gleich dem Isentropenexponenten k_{is} sein. Unter Anwendung der Zustandsgleichung von Rombusch und Giesen [79] lassen sich κ und k_{is} wie folgt berechnen [21]:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_p - R} \quad (5.1)$$

$$k_{is} = - \frac{v}{p \left[\frac{T}{c_p} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T \right]} \quad (5.2)$$

Beim Einsatz realer Gase zur SEM-Kennlinienermittlung bleibt die Umfangs-Machzahl als Scharparameter erhalten. Ihr Betrag muß bei der Einstellung von Betriebspunkten on-line als Sollwert verfügbar sein. Gemäß der Herleitung im Anhang A.4 kann M_u für reales Gasverhalten durch folgende Gleichung berechnet werden:

$$M_u = \frac{\omega_{HL} D_{HL}}{2 \sqrt{\kappa \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{T_e}}} \quad (5.3)$$

Der entscheidende Schritt zur Kennfeldverifikation besteht in der Darstellung der Gütegrade λ und η_i durch Anwendung der in Kap. 4.3 vorgestellten Leistungszahlen Λ_v und Λ_i . Wie durch die experimentellen Ergebnisse bestätigt wird, ist deren

Auftragung in Form von Leistungszahlgeraden auch für reale Gase innerhalb weiter Betriebsbereiche unabhängig von den Absolutwerten der thermodynamischen Randbedingungen (s.a. Hinsenkamp et al. [44]). In Kap. 4.5.2 wurde gezeigt, daß λ ohnehin nur in sehr geringem Umfang vom Isentropenexponenten beeinflusst wird. Ebenso ist die Steigung der Leistungszahlgeraden keine Funktion des Isentropenexponenten. Ersetzt man gedanklich den lokalen Verlauf von $k_{is}(p, T)$ durch einen betriebspunktabhängigen integralen Mittelwert \bar{k}_{is} , so kann dieser als Isentropenexponent eines "perfekten Ersatzfluides" interpretiert werden. Damit ist die Problematik der Kennlinienabweichung zwischen perfektem und realem Gas auf die bereits in Kap. 4.5 behandelte Variation des Arbeitsfluides zurückgeführt.

Zur Berechnung der Leistungszahlen notwendig sind die aus der realen Zustandsgleichung [79] erhaltenen Dichten ρ_e, ρ_a und Enthalpien h_e, h_a von Ein- und Austrittszustand. Der tatsächliche Massenstrom \dot{m} errechnet sich nach VDI/VDE 2041 aus dem Druckabfall an der Segmentblende und der aus Druck und Temperatur vor der Blende ermittelten Dichte. Unter Verwendung des gemittelten Isentropenexponenten für R11 ($\bar{k}_{is} = 1.1$) lauten die zur Versuchsauswertung herangezogenen Bestimmungsgleichungen der volumetrischen und der inneren Leistungszahl:

$$\Lambda_v = \frac{1}{\lambda} \left[\frac{\Phi_{i,th}^{1-\bar{k}_{is}} - \bar{k}_{is}}{\bar{k}_{is} - 1} + \frac{\Phi_{i,th}}{\Pi} \right] \quad (5.4)$$

$$\Lambda_i = \frac{h_a - h_e}{p_e v_e} \quad (5.5)$$

Bei der Beurteilung maßgeblicher Meßunsicherheiten ist grundsätzlich zwischen systematischen (reproduzierbaren) und zufälligen (stochastischen) Fehlerquellen zu unterscheiden [33]. Erstere lassen sich z.B. durch geeignete Auswahl des Meßprinzips oder durch Kalibrierung der Sensoren minimieren. Ist dies nicht möglich, so kann meist eine Abschätzung der Fehlergrenzen für den ungünstigsten Fall angegeben werden. Zufällige Fehler führen innerhalb einer Meßreihe zu Streuungen, welche lediglich einer statistischen Beschreibung zugänglich sind.

Als wichtigste systematische Fehlereinflüsse treten beim gewählten Meßaufbau die nachfolgend zusammengestellten und erläuterten Mechanismen auf:

- Meßblende: Zweiphasenströmung, Ablagerungen, Höhendifferenz der Druckentnahmen, Geometriefehler
- Temperaturfeld am Maschinenaustritt
- Auftreten dynamischer Energieanteile
- umlaufende Fremdstoffe im Kreisprozeß

- Kondensation in der SEM durch Wärmeabfuhr
- Drift in Sensorkennlinien und Betriebspunkt

Besondere Sorgfalt erfordert die Bestimmung des Massenstroms des organischen Satt-dampfes über die Segmentblende. Trotz wärmeisolierter Leitungsführung und elektrischer Rohrbegleitheizung in der Blenden-Beruhigungsstrecke ist vor Meßbeginn eine ausreichende Warmlaufphase zur Vermeidung instationärer Wärmeleitvorgänge einzuhalten. Die Problematik unerkannter Ablagerungen im Totwassergebiet an der Blenden-Stirnseite konnte durch Einbau der unten offenen Segmentblende gelöst werden. Im Bereich kleiner Volumenströme macht sich eine Höhendifferenz der Druckentnahmebohrungen besonders stark bemerkbar, da die Meßleitungen zum Differenzdruckaufnehmer Kondensat enthalten. Als Abhilfe erfolgt zu Beginn jeder Messreihe ein Nullpunktabgleich des Sensors ohne Durchfluß. Nicht näher bestimmbare Fehlereinflüsse werden nach VDI/VDE 2041 in der Gesamtmeßunsicherheit e_{ges} des Massenstroms berücksichtigt:

$$e_{ges} = \frac{\Delta \dot{m}}{\dot{m}} = \sqrt{e_c^2 + e_\epsilon^2 + \frac{e_{\Delta p}^2}{4} + \frac{e_\rho^2}{4}} \quad (5.6)$$

$$\text{mit } e_c = 0.019, \quad e_\epsilon = 0.08 \frac{\Delta p}{p}, \quad e_{\Delta p} = \frac{22}{\Delta p}, \quad e_\rho = 0.0082$$

Hierin stellt e_c eine geometrieabhängige Konstante der eingesetzten Segmentblende dar. Die weiteren Unsicherheiten e_ϵ , $e_{\Delta p}$, e_ρ resultieren aus der Expansionszahl (VDI/VDE 2041), der Differenzdruckmessung (Sensorkennlinie, Höhendifferenz) sowie der Dichtebestimmung über die Zustandsgleichung [79]. Als dominierender Fehlereinfluß erweist sich bei geringen Massenströmen die Differenzdruckmessung. Im ungünstigsten Fall muß demnach über weite Betriebsbereiche mit einem typischen relativen Fehler von $e_{ges} \approx 5\%$ im Massenstrom gerechnet werden. Bei Differenzdrücken von weniger als 10% des Sensor-Bereichsendwertes ist der Meßaufbau unbrauchbar.

Ein weiterer, wenig bekannter Fehlereinfluß betrifft das vom Betriebspunkt abhängige, räumlich und zeitlich instationäre Temperaturfeld am Maschinenaustritt. Das hier vorliegende Strömungsbild ist voll dreidimensional, drallbehaftet und bei Betrieb mit Überexpansion zusätzlich durch Rückströmung vom Austritts- in den Kammerbereich geprägt. Zur korrekten Bestimmung der Austrittstemperatur T_a wäre eine massengewichtete integrale Mittelung der realen Temperaturverteilung notwendig. Üblicherweise kommen hierzu Totaldruck-/Totaltemperatursonden oder Beruhigungsbehälter zum Einsatz. Erstere scheiden aufgrund der möglichen Ölnebel- und Kondensatbefrachtung des ND-Dampfes aus, letztere erfordern große Querschnitte, die zur Vermeidung von Kondensation wiederum gut isoliert bzw. zusätzlich beheizt sein müssen. Vereinfachend wurden daher mehrere Platin-Widerstandsthermometer (Pt-100) mit

aktiven Sensorlängen von ca. 30% des Austrittsdurchmessers über dem Querschnitt verteilt angeordnet. An einem stationären Betriebspunkt der SEM VM037D ergaben sich mit dem Fluid R11 maximale Temperaturabweichungen von $\Delta T_a = \pm 3$ K. Die gravierenden Auswirkungen auf den inneren Wirkungsgrad lassen sich durch Anwendung des Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf die Gl. (4.19) nachweisen:

$$\frac{\Delta \eta_i}{\eta_i} = \frac{\Delta T_a}{T_e - T_a} \quad (5.7)$$

Für fluidtypische Temperaturdifferenzen $T_e - T_a = 60 - 20$ K ergeben sich demnach relative Fehler für η_i im Bereich $\pm(5-15)\%$. Derartige Abweichungen wurden bei der SEM AC ASSY infolge der wesentlich glatteren, radialen Abströmung nicht beobachtet.

Ein nennenswerter Einfluß dynamischer Druck- und Temperaturanteile besteht nur für Strömungs-Machzahlen $M_a > 0.2$, was bereits die Obergrenze der am Austrittsflansch real auftretenden Verhältnisse darstellt. Die mittlere Geschwindigkeit am Maschineneintritt bleibt vernachlässigbar gering, d.h. der statische- und der Totalzustand sind praktisch identisch. Da die Druckmessungen über Wandanbohrungen erfolgen, beinhaltet der experimentell ermittelte Austrittsdruck p_a nur den statischen Druckanteil. Die voll eingetauchten Temperatursensoren messen dagegen den Recoveryzustand, der bei Betrieb mit hohen Umfangs-Machzahlen um maximal 0.6 K über der statischen Austrittstemperatur T_a liegt. Bezogen auf den inneren Wirkungsgrad $\eta_{i,t-s}$ resultiert aus dem dynamischen Temperaturanteil im ungünstigsten Fall eine relative Wirkungsgradabweichung von 3%. In guter Näherung kann dagegen das gemessene äußere Druckverhältnis als "total - statisch" bezeichnet werden: $\Pi = \Pi_{t-s}$.

In der Praxis kaum quantitativ zu erfassen sind die Einflüsse umlaufender Fremdstoffe im Kreisprozeß. Neben den im kalten Anlagenbereich eindringenden, nichtkondensierbaren Fremdgasen (i.d.R. Luft) handelt es sich hierbei vorwiegend um eingetragene Feuchtigkeit, Schmieröl aus der SEM sowie um Korrosions- und Zersetzungsprodukte des Arbeitsfluides. Die Zustandseigenschaften der gasförmigen Fremdstoffe werden bei der Auswertung der Meßergebnisse nicht erfaßt. Darüber hinaus können bestimmte Stoffkollektive beträchtliche Veränderungen der Stoffeigenschaften des Arbeitsfluides bewirken. Die nicht-kondensierbaren Fremdgase werden im Kreislaufbetrieb über der Flüssigkeitsoberfläche des ORC-Kondensators akkumuliert und dort über die in Bild 5.1 dargestellte Absaugeinheit *PU* entfernt. Sie bleiben daher für die Ermittlung der SEM-Betriebsdaten ohne Einfluß. Das aus der SEM in den Kreislauf eingetragene Mineralöl ist in weiten Konzentrationsbereichen mit dem Arbeitsfluid mischbar und sammelt sich aufgrund seines geringen Dampfdrucks größtenteils im ORC-Verdampfer an. Die katalytische Wirkung von Öl bei der Zersetzung organischer Kältemittel ist in der Literatur unbestritten [83].

Trotz der praktisch isentrop verlaufenden Taulinie des Fluides R11 kann durch Wärmeabfuhr aus der SEM über Gehäuse und Ölkreislauf eine lokale Kondensation des Arbeitsfluides stattfinden. Die besonders in Bereichen hoher Dampfdichte anfallende Flüssigkeit kann im weiteren Expansionsverlauf als Folge der Druckabsenkung und der axialen Wärmeleitung über Gehäuse und Läufer wieder teilweise verdampfen. Nach Fister [26] wächst die hieraus resultierende Absenkung der Austrittstemperatur T_a mit der HL-Umfangsgeschwindigkeit u_{HL} an. Sie wird außerdem bei der SEM VM037D gegenüber der SEM AC ASSY aufgrund der größeren Gehäusefläche zwischen den Systemgrenzen "e" und "a" stärker ins Gewicht fallen. Die Abfuhr des anfallenden Kondensats muß bei der SEM VM037D über einen separaten Kondensatabscheider erfolgen, während die nach unten abströmende AC ASSY dieses zusammen mit der Hauptströmung ausschleibt. Das Auftreten von Kondensationserscheinungen vergrößert über die fallende Austrittstemperatur T_a den Betrag der inneren Leistungszahl Λ_i . Die mit der spezifischen Kupplungsarbeit gebildete Kupplungs-Leistungszahl Λ_K ändert sich dagegen genau umgekehrt:

$$\Lambda_K = \frac{M_d \omega_K}{\dot{m} p_e v_e} \quad (5.8)$$

Somit steht durch gleichzeitige Auftragung der inneren Leistungszahl Λ_i und der Kupplungs-Leistungszahl Λ_K im experimentell ermittelten Betriebsdiagramm eine Diagnosemöglichkeit für Kondensationsvorgänge zur Verfügung. Als letzter hier besprochener systematischer Fehler führt eine Drift von Sensor-Kennlinien und Betriebspunkt während der Messung zu einer Verfälschung der Ergebnisse. Beide Effekte werden softwaremäßig während der gesamten Messung kontrolliert und durch geeignete Gegenmaßnahmen ausgeschlossen (Offsetabgleich, ausregeln instationärer Einschwingvorgänge).

Neben den aufgeführten systematischen Fehlereinflüssen ist jede Messung mit einer stochastischen Unsicherheit infolge der inhärenten Ungenauigkeit der Meßaufnehmer und Meßprinzipien behaftet. Die Fehlerschranken der Sensoren nach der durchgeführten Kalibrierung wurden bereits in Kap. 5.1 angegeben. Unter Annahme einer Gauß'schen Normalverteilung der eingehenden zufälligen Fehler läßt sich über das allgemeine Fehlerfortpflanzungsgesetz für jeden Betriebspunkt der maximal mögliche Fehler einer abgeleiteten Größe bestimmen. Die resultierende Schwankungsbreite kann am Beispiel der Leistungszahlen dem experimentell ermittelten Betriebsdiagramm, Bild 5.4, entnommen werden. Bei der hier aufgetragenen kleinen Umfangs-Machzahl $M_u = 0.1$ dominieren erwartungsgemäß die Schwankungen in den massenstrombehafteten Größen Λ_v und Λ_K . Probleme bei der Temperaturmessung zeigen sich an der inneren Leistungszahl Λ_i ; nur bei sehr kleinen äußeren Druckverhältnissen.

5.4 Vergleich berechneter und experimentell ermittelter Kennlinien

Die Zulässigkeit und Grenzen der vereinfachten Modellbildung realer SEM im vorgestellten Zeitschrittverfahren wird im folgenden anhand experimentell ermittelter Betriebsdaten der in Kap. 5.2 beschriebenen Schrauben-Expansionsmaschinen VM037D und AC ASSY untersucht. Aufgrund anlagenseitiger Einschränkungen fällt die Bandbreite möglicher äußerer Druckverhältnisse bei $M_u = \text{Const.}$ z.T. sehr gering aus. Als besonders vorteilhaft erwies sich in diesem Zusammenhang die Anwendung des experimentell gestützten Leistungszahlmodells von Hinsenkamp et al. [44] zur Extrapolation der Scharkurven. Bild 5.4 verdeutlicht die Vorgehensweise anhand des Betriebsdiagramms der SEM VM037D für $M_u = 0.1$. Aufgetragen sind die experimentell ermittelten Werte der Kupplungsleistungszahl Λ_K , Gl. (5.8), der inneren Leistungszahl Λ_i , Gl. (5.5), der volumetrischen Leistungszahl Λ_v , Gl. (5.4) sowie die analytisch berechneten Kennlinien Λ_T und Λ_{is} der idealen SEM. Ebenfalls eingezeichnet wurden die Ausgleichsgeraden für die drei meßtechnisch bestimmten Größen.

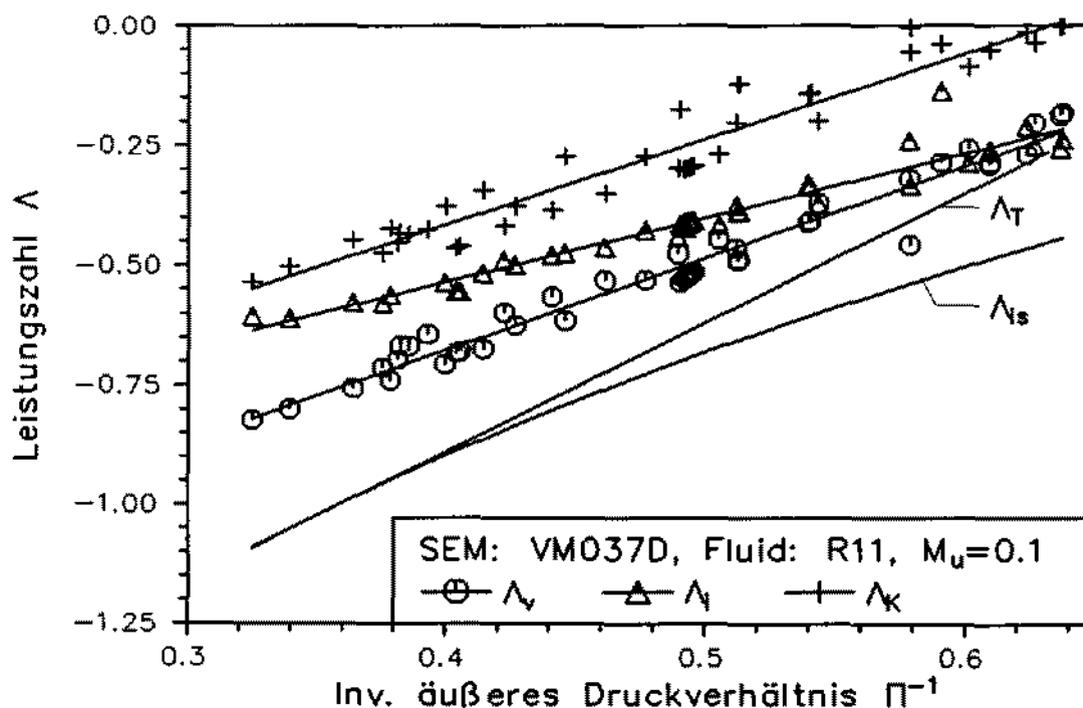


Bild 5.4: Experimentell ermitteltes Betriebsdiagramm der SEM VM037D

Diese Geraden lassen sich innerhalb sinnvoller Grenzen auf andere Druckverhältnisse Π extrapolieren und unter Benutzung der Gln. (4.18) und (4.19) in die Gütegrade λ und η_i umrechnen. Die mittels des Kennzahlmodells für alle experimentell abgedeckten Umfangs-Machzahlen extrapolierten Gütegradverläufe sind in den Bildern 5.5 und 5.6 als gestrichelte Linien eingezeichnet.

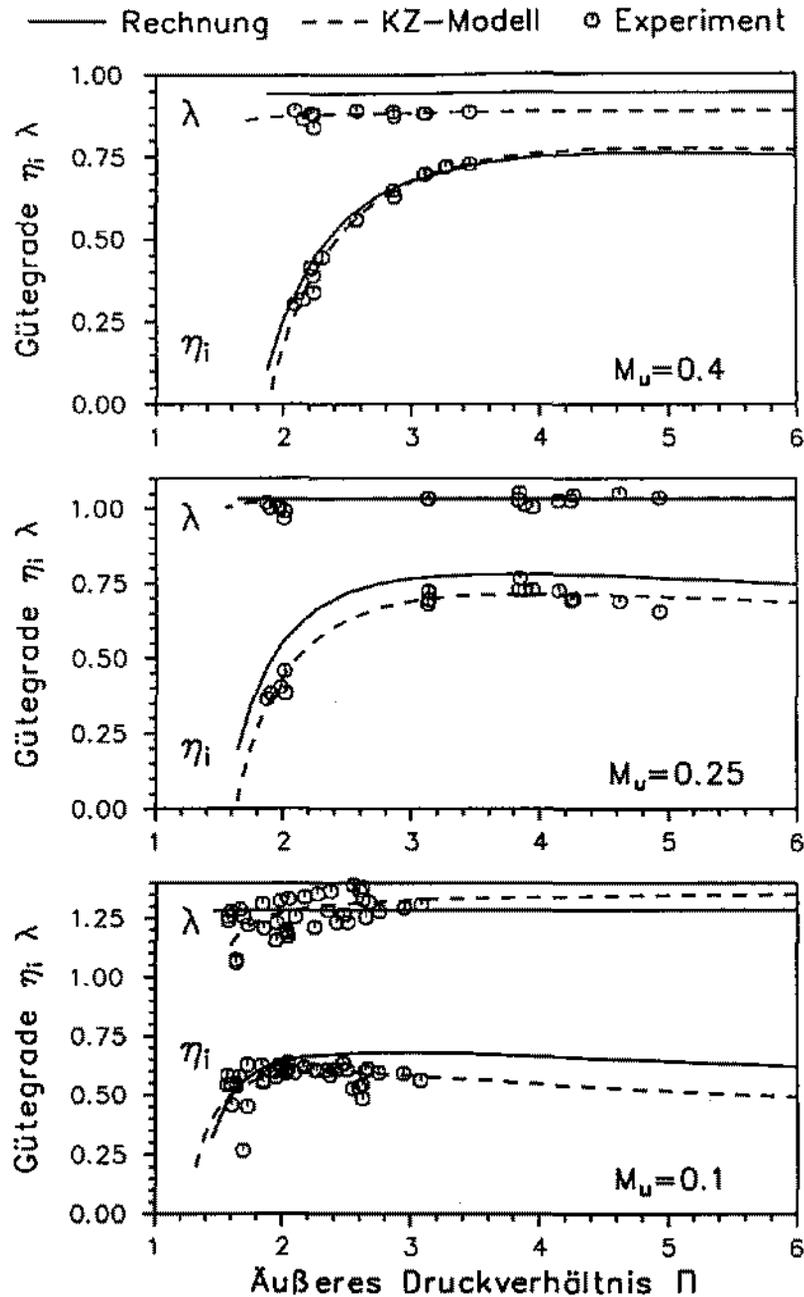


Bild 5.5: Berechnete und experimentell ermittelte Gütegrade der SEM VM037D

Somit kann die Plausibilität der Rechenergebnisse des Zeitschrittverfahrens über einen weiten Betriebsbereich überprüft werden. Bei der Kennfeldermittlung der SEM AC ASSY lag der Schwerpunkt auf der Verifikation des Kennzahlmodells. Daher liegen hier die Meßpunkte wesentlich dichter als bei der SEM VM037D, die dagegen über einen größeren Bereich von Umfangs-Machzahlen untersucht wurde. Die in Bild 5.5 bei $M_u = 0.1$ auftretenden starken Schwankungen des Liefergrades λ lassen sich durch eine Gegenüberstellung mit der volumetrischen Leistungszahlgeraden in Bild 5.4 ein-

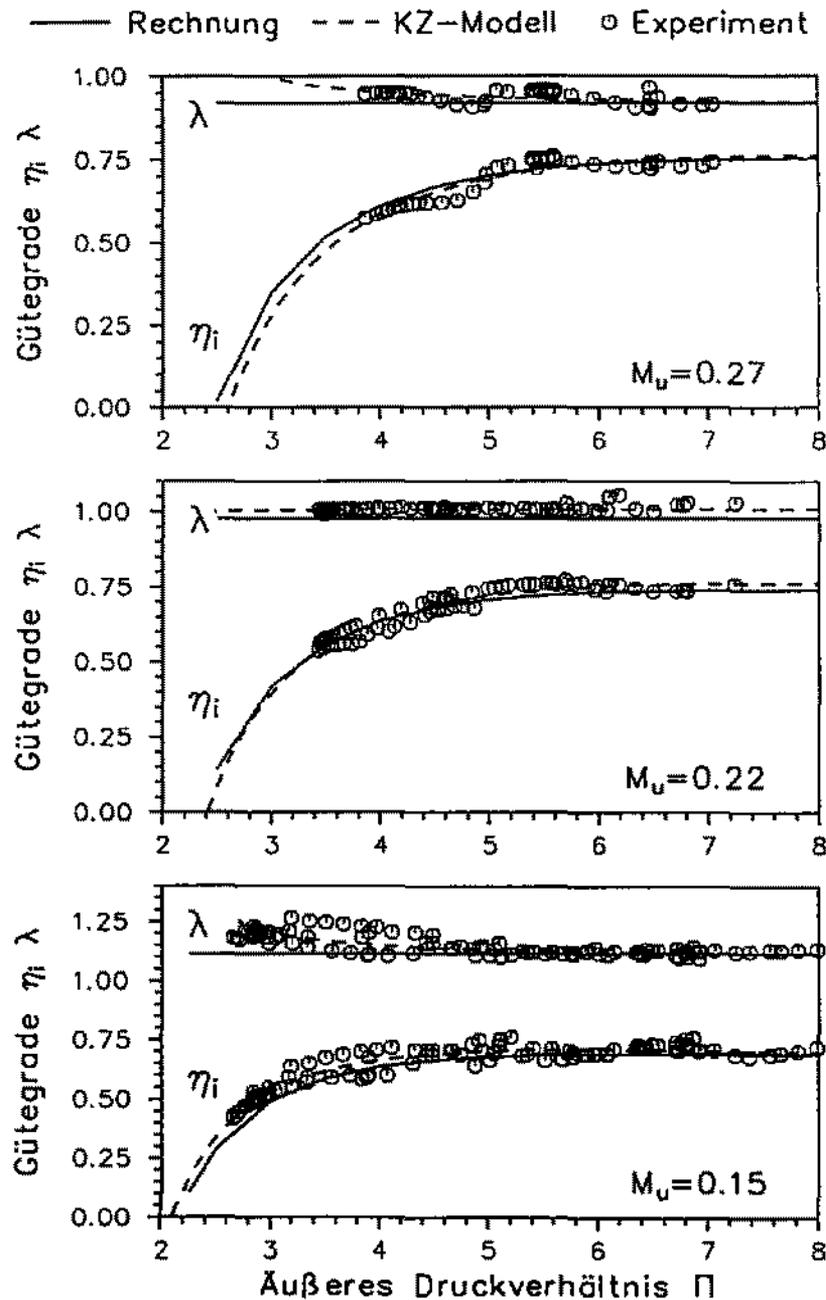


Bild 5.6: Berechnete und experimentell ermittelte Gütegrade der SEM AC ASSY

deutig auf Realgaseffekte infolge des stark variierenden Gegendrucks p_a zurückführen. An unterschiedlichen Versuchstagen traten SEM-Austrittsdrücke im Bereich $0.6 \text{ bar} < p_a < 2 \text{ bar}$ auf, die in den Gütegrad-Diagrammen bei gleichem Abszissenwert Π unterschiedliche Eintrittszustände p_e , T_e und daher entsprechend abweichende Realgasfaktoren implizieren. Ebenfalls aus Bild 5.5 geht für kleine Werte von Π und M_u eine relativ breite Streuung der experimentell bestimmten inneren Wirkungsgrade η_i sowie eine zu optimistische Vorhersage durch das Berechnungsprogramm hervor. Ein

Einfluß der Massenstrombestimmung auf η_i kann nach Gl. (2.1) ausgeschlossen werden. Beide Sachverhalte lassen sich vielmehr auf die mit den Randbedingungen stark variierenden axialen und radialen Wärmeströme (kleine M_u erlauben lange Zeitintervalle für Wärmeaustauschvorgänge) sowie auf die fehlerbehaftete experimentelle Bestimmung der Austrittstemperatur zurückführen. Diese Fehler wirken sich gemäß Gl. (5.7) bei kleinen Π und entsprechend kleinen $T_e - T_a$ besonders stark auf η_i aus. Hinzu kommt in diesem Betriebsbereich mit starker innerer Überexpansion der nicht näher bestimmte Effekt einer massiven Rückströmung des Arbeitsfluides vom Austrittsbereich in das zur ND-Seite öffnende Arbeitsvolumen. Der Geradenverlauf Λ_i im Betriebsdiagramm, Bild 5.4, zeigt dennoch eine gute Reproduzierbarkeit und bietet damit die Möglichkeit der Erkennung grob falscher Messwerte. Die real vorhandene Schwankungsbreite in den Werten Λ_K und Λ_v war bereits im vorangehenden Kapitel auf die stark fehlerbehaftete Massenstrombestimmung bei kleinen M_u zurückgeführt worden.

Beide Schrauben-Expansionsmaschinen zeigen in den Bildern 5.5 und 5.6 über einen weiten Betriebsbereich eine ausgesprochen gute Übereinstimmung von Rechnung und Experiment. Die maximale Gütegrad-Abweichung liegt bei ca. 6%, wobei im Mittel eine wesentlich bessere Annäherung gegeben ist. Insbesondere der ähnlichkeitsmechanisch aus den Meßwerten hergeleitete Kennlinienverlauf kann mit dem neuentwickelten Zeitschrittverfahren sowohl am Optimalpunkt wie auch bei Teillastbetrieb quantitativ richtig beschrieben werden. Die Berechnung der vor allem im theoretischen inneren Volumenverhältnis stark differierenden Maschinen erfolgte unter Beibehaltung der in Kap. 3.2.4 eingeführten konstanten Durchflußbeiwerte. Als weitere Berechnungskonstante tritt in den hier dargestellten Kennfeldern das Spaltweitenverhältnis $\nu_{sp} = 1.5 \cdot 10^{-3}$ auf. Dieser Mittelwert fällt höher aus, als die Korrelationen (3.26) und (3.27) vorhersagen. Der Vergleich mit den Kaltspielen der SEM VM037D bestätigt jedoch die bereits von Greve [37] getroffene Aussage, daß tatsächlich im Betrieb vorhandene Spalthöhen durch diese Beziehungen unterschätzt werden.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, daß die experimentell mit dem realen Fluid R11 ermittelten Kennfelder über einen weiten Betriebsbereich die Rechengenauigkeit des neuentwickelten Zeitschrittverfahrens für adiabate, trockenlaufende Schrauben-Expansionsmaschinen eindrucksvoll unter Beweis stellen. Damit sind die erforderlichen Voraussetzungen für den nachfolgenden Einsatz dieses Programmsystems zur Berechnung und Optimierung von SEM unterschiedlicher Geometrien bei Betrieb mit perfekten Arbeitsgasen geschaffen.

6 Optimierung adiabater Schrauben-Expansionsmaschinen

Nach Beschreibung und Verifikation des Zeitschritt-Berechnungsverfahrens für adiabate Schrauben-Expansionsmaschinen ist als Voraussetzung für den Kennfeldvergleich mit Turbomaschinen bei Betrieb im Auslegungspunkt noch die Bestimmung optimaler Betriebspunkte von SEM unter Vorgabe von Geometrie- und Fluidparametern erforderlich. Ein wesentliches Ziel dieses Kapitels ist daher die Einführung und Diskussion eines Verfahrens zur eindeutigen Bestimmung des Kennfeldmaximums des inneren, isentropen Wirkungsgrades $\eta_{i,opt}$ nach Gl. (2.1) für beliebige SEM-Geometrien und perfekte Arbeitsfluide. Wie bereits in Kap. 2.1 dargelegt wurde, enthält die Kenngröße η_i durch den Bezug auf die ideale (isentropen) Vergleichsmaschine keine Angaben zu Typ, Geometrie oder Baugröße. Sie stellt daher eine sinnvolle Vergleichsbasis zur Bewertung der Energiewandlungsgüte von Kraftmaschinen unterschiedlicher Bautypen und Wirkprinzipien dar. Anhand der vollständigen Kennzahlbasis der adiabaten, trockenlaufenden SEM in Tab. 4.1 kann die resultierende Optimierungsaufgabe genauer spezifiziert werden. Zu bestimmen sind für konstant gehaltene Geometrieparameter $\{\nu_d, \nu_d, \nu_L, \nu_{Sp}, \Phi_{i,th}, \sigma\}$ die Werte der stoff- und betriebsspezifischen Kennzahlen $\{\Pi, \kappa, M_u, Re_u\}_{opt}$ am Summenminimum aller real auftretenden Verluste, d.h. für

$$\eta_i \longrightarrow max.$$

Legt man der SEM-Optimierung und dem späteren verallgemeinerten Kennfeldvergleich ein festes Arbeitsfluid zugrunde, so entfällt der Isentropenexponent κ als freie Variable. Weiterhin kann nach Kap. 4.5.1 der Einfluß der Umfangs-Reynoldszahl Re_u auf das Betriebsverhalten adiabater SEM vernachlässigt werden. Damit reduziert sich die Optimierungsaufgabe auf die in Kap. 6.1 beschriebene Ermittlung des maximalen inneren Wirkungsgrades $\eta_{i,opt}(\Pi, M_u)$ für beliebige, aber feste SEM-Geometrien. Bild 6 verdeutlicht am Beispiel der SEM VM037D die Lage des gesuchten Kennfeldmaximums. In der Praxis ergibt sich häufig die umgekehrte Fragestellung, für konkret vorgegebene Randbedingungen aus der Vielzahl konstruktiv möglicher SEM-Geometrien die am besten geeignete auszuwählen. Diesem Ziel dienen die in Kap. 6.2 präsentierten Auslegungsdiagramme optimierter Schrauben-Expansionsmaschinen, in denen die wichtigsten typspezifischen Geometrie Kennzahlen als konstante Scharparameter auftreten.

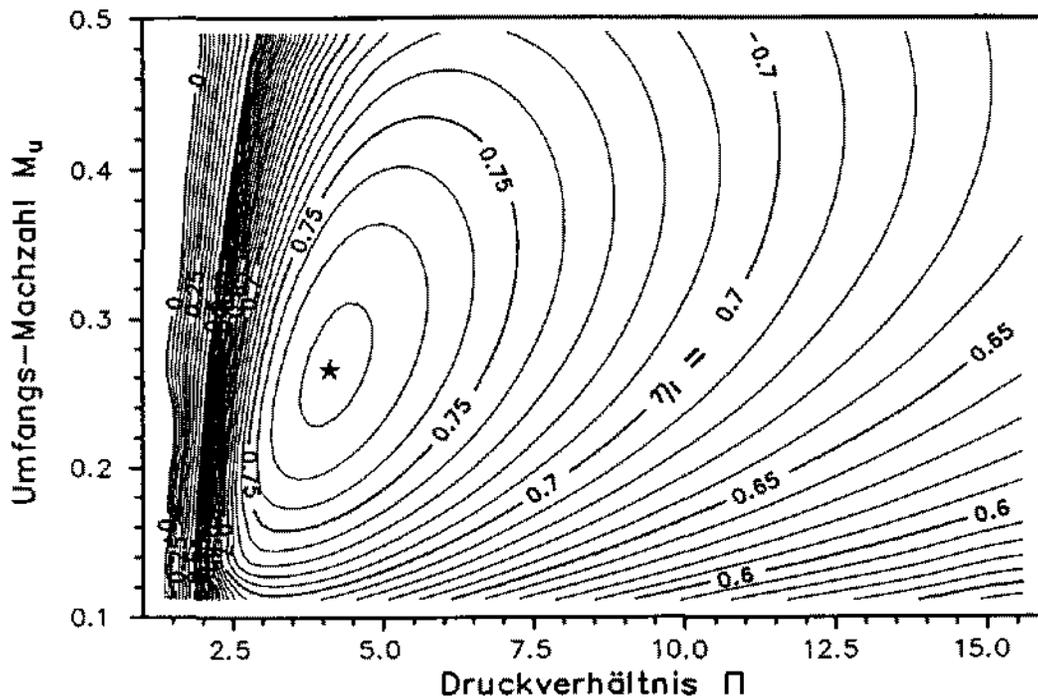


Bild 6.1: Berechnetes Kennfeld und Maximum des inneren Wirkungsgrades η_i , SEM: VM037D, Fluid: R11 ($\kappa=1.1$)

6.1 Beschreibung des Optimierungsalgorithmus

Das vorgelegte zweidimensionale Optimierungsproblem $\eta_{i,opt}(\Pi, M_u)$ besitzt für jede SEM-Geometrie eine eindeutige Lösung (Bild 6). Gegenüber der allgemeinen Theorie mehrdimensionaler Extremwertsuche (z.B. Press et al. [77]) läßt sich die vorliegende Aufgabe unter Anwendung der in Kap. 4.3 eingeführten Leistungszahlgeraden auf ein quasi-eindimensionales Problem reduzieren. Durch gezielte Ausnutzung ähnlichkeitsmechanischer Zusammenhänge ergibt sich mit der von Hinsenkamp [42] erstmals dokumentierten Vorgehensweise eine drastische Verringerung des notwendigen Rechenzeit- bzw. Versuchsaufwandes. Der Grundgedanke beruht auf einer Zweiteilung der Optimierung. Zunächst erfolgt die Bestimmung der lokalen Wirkungsgradmaxima $\eta_{i,max}$ für mindestens drei unterschiedliche Kennlinien $M_u = Const.$ unter Zuhilfenahme einer aus dem Ähnlichkeitsmodell erhaltenen impliziten Gleichung für das zugehörige äußere Druckverhältnis Π_{max} :

$$\Pi_{max} = \frac{\Phi_i \left(1 - \kappa \Pi_{max}^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right)}{C(\kappa - 1)} \quad (6.1)$$

Die Herleitung dieser Beziehung ist im Anhang A.5 ausführlich beschrieben. Als freie Variablen treten hierin lediglich die Steigung Φ_i und der konstante Achsenabschnitt

C der inneren Leistungszahlgeraden $\Lambda_i(\Pi^{-1})$ auf. Beide Größen werden durch die numerische oder experimentelle Ermittlung zweier Werte der inneren Leistungszahl Λ_i bei $M_u = \text{Const.}$ für unterschiedliche Druckverhältnisse Π festgelegt. Der gesuchte maximale Wirkungsgrad jeder Kennlinie resultiert aus Gl. (4.19):

$$\eta_{i,max} = \left(\frac{\Lambda_i}{\Lambda_{is}} \right)_{\Pi_{max}} \quad (6.2)$$

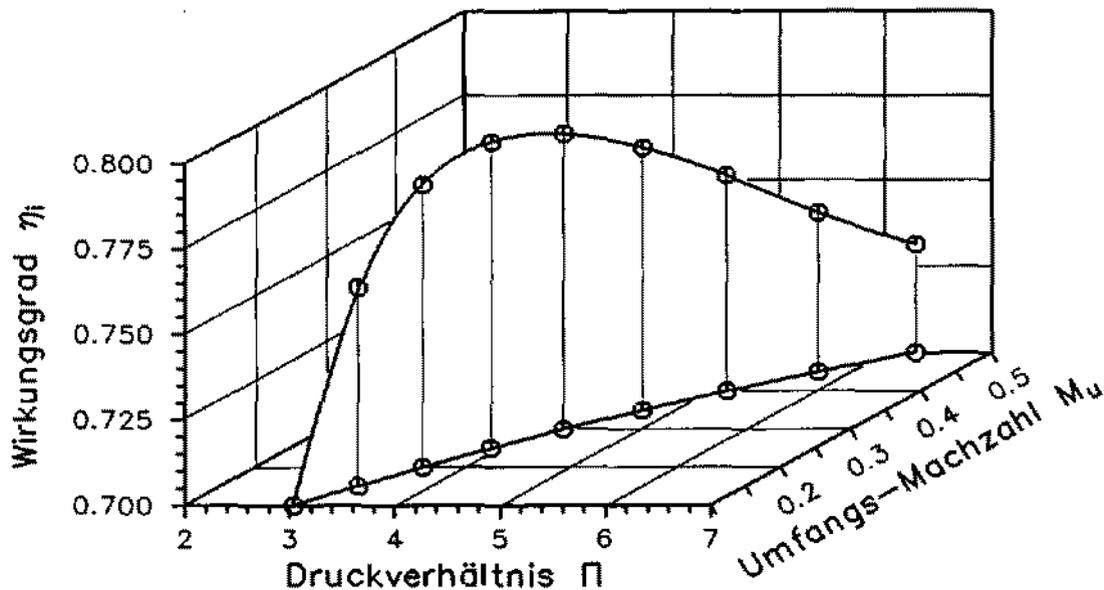


Bild 6.2: Bestimmung des optimalen inneren Wirkungsgrades $\eta_{i,opt}$,
SEM: VM037D, Fluid: R11 ($\kappa = 1.1$)

Die ermittelten Wirkungsgrad-Maximalwerte der SEM VM037D bei Betrieb mit dem Fluid R11 sind als Raumkurve in Bild 6.1 aufgetragen. Die Bestimmung des globalen Kennfeldmaximums $\eta_{i,opt}$ erfolgt in einem nächsten Schritt unter Benutzung der Extremalbedingung für diese Kurve:

$$\left(\frac{\partial \eta_{i,opt}}{\partial M_u} \right)_{\Pi=\Pi_{max}} = 0 \quad (6.3)$$

Zur Auswertung des Differentialen werden die bereits ermittelten lokalen Wirkungsgradmaxima $\eta_{i,max}$ bei mindestens 3 verschiedenen Werten von M_u über einen Polynomansatz verknüpft. Die partielle Ableitung gemäß Gl. (6.3) bei jeweils konstantem Π_{max} führt auf ein lineares Gleichungssystem:

$$\eta_{i,opt} = \sum_{j=0}^k b_j M_{u,j}^j \quad \Rightarrow \quad 0 = \sum_{j=1}^k j b_j M_{u,j}^{j-1} \quad (6.4)$$

Dessen Lösung liefert für $k = 2$ eine parabolische Näherung des globalen Wirkungsgradmaximums $\eta_{i,opt}$. Es hat sich gezeigt, daß bereits bei der minimal erforderlichen

Anzahl von 3 M_u -Werten, d.h. für lediglich 6 stationäre Betriebspunkte, eine ausgezeichnete Wiedergabe des Kennfeldmaximums gewährleistet ist. Als Bedingung hierfür sollten die ausgewählten Umfangs-Machzahlen den ermittelten Optimalwert $M_{u,opt}$ einschließen. Noch zu bestimmen ist der Wert des Druckverhältnisses Π_{opt} beim globalen Wirkungsgradmaximum. Hierzu wird die Kurve $\Pi_{max}(M_u)$ ebenfalls durch einen Polynomansatz der Ordnung k approximiert:

$$\Pi_{opt} = \sum_{j=0}^k \bar{b}_j M_{u,j}^j \quad (6.5)$$

Nach Bestimmung der Koeffizienten \bar{b}_j des linearen Gleichungssystems durch Einsetzen der lokalen Maxima Π_{max} erhält man hieraus für den bereits bekannten Wert der Umfangs-Machzahl $M_{u,opt}$ am globalen Wirkungsgradmaximum das zugehörige Π_{opt} .

Gegenüber der voll zweidimensionalen Optimierung führt die Extremwertsuche unter Einsatz der Leistungszahlgeraden zu einer drastischen Verringerung des Rechenzeit- bzw. Versuchsaufwandes um mehr als eine Größenordnung. Die getroffenen Aussagen lassen sich ohne Einschränkung auch auf die Gerade der Kupplungs-Leistungszahl Λ_K nach Gl. (5.8) übertragen. Benötigt werden lediglich integrale, meßtechnisch leicht zu bestimmende Größen an den Systemgrenzen der untersuchten SEM. Ein Nachteil der beschriebenen Methode besteht in ihrer Abhängigkeit von lokalen Betriebspunkt-Abweichungen gegenüber der mittleren Leistungszahlgeraden. Dieser Effekt ist für alle praxisrelevanten Optimierungsaufgaben bei genügend großer Abszissendifferenz $\Delta\Pi^{-1}$ der Stützstellen vernachlässigbar gering. Da die Kennlinien des inneren Wirkungsgrades im Bereich des Maximums einen flachen Verlauf aufweisen, beträgt der mittlere relative Fehler bei der Wiedergabe des Maximalwertes $\eta_{i,opt}$ durch das quasi-eindimensionale Optimierungsverfahren ca. $\pm 0.5\%$. Für höhere Genauigkeitsanforderungen, wie z.B. bei der Berechnung der Auslegungsdiagramme im nachfolgenden Kapitel, kommt im folgenden der 2-D Downhill-Simplex-Algorithmus *AMOEB*A aus der Programmbibliothek von Press et al. [77] zum Einsatz. Diese Routine umschließt ähnlich einer Amöbe den gesuchten Extremwert $\eta_{i,opt}$ durch gezielte Variation der freien Variablen Π und M_u . Dabei ist zur Bestimmung des optimalen Betriebspunktes einer SEM-Geometrie die numerische Berechnung von ca. 100 Funktionswerten $\eta_i(\Pi, M_u)$ mittels des vorgestellten Zeitschrittverfahrens notwendig.

6.2 Auslegung optimierter Schrauben-Expansionsmaschinen

Beide Varianten des vorgestellten, neuentwickelten Optimierungsverfahrens ermöglichen die detaillierte Vorhersage optimaler Betriebspunkte für eine große Bandbreite möglicher SEM-Geometrie- und -Profilvarianten. Im praktischen Einsatz ist zur Abklärung grundsätzlicher Auslegungsmerkmale die Kenntnis von Zusammenhängen zwi-

Größe	Bereichsgrenzen		
HL-Durchmesser	0.04 m	$\leq D_{HL} \leq$	0.8 m
HL-Drehzahl		$n_{HL} \leq$	20 000 /min
HL-Umfangsgeschwindigkeit	10 m/s	$\leq u_{HL} \leq$	120 m/s
HL-Umschlingungswinkel	200 °	$\leq \gamma_u \leq$	350 °
Differenzdruck		$p_e - p_a \leq$	25 bar
Temperatur HD-Seite		$T_{HD} \leq$	250 °C
Theor. Volumenverhältnis	2	$\leq \Phi_{i,th} \leq$	7
Längenverhältnis	1	$\leq \nu_L \leq$	2
Durchmesserverhältnis	0.8	$\leq \nu_D \leq$	1.2
Bezogener Achsabstand	$\frac{1}{2} \left(\frac{\nu_D}{3} + 1 \right)$	$\leq \nu_d \leq$	0.9

Tabelle 6.1: Auslegungs-Grenzwerte trockenlaufender Schraubenmaschinen

schen optimierten Geometrieparametern und Gütegraden notwendig. Aufgrund der Vielzahl von eingehenden Parametern erweist sich hierzu die numerische Extremwertbestimmung als zu schwerfällig. Daher wurde die Berechnung einer Vielzahl von Optimalpunkten praxisrelevanter SEM-Geometrien vorweggenommen und in Auslegungsdiagrammen zusammengestellt. Die Erstellung eines derartigen Diagramms erfordert ca. 16 h CPU-Zeit auf einer *Sun Sparc Station II*. Als wesentliche Voraussetzung für den Kennfeldvergleich mit Turbomaschinen vermittelt die gewählte Auftragsweise ein grundlegendes Verständnis der geometriebedingten Wirkzusammenhänge optimierter SEM-Betriebspunkte. Bei der Analyse und Anwendung der dimensionslosen Auslegungsdiagramme sind die bereits in Kap. 4 angesprochenen, konstruktiven und festigkeitsbedingten Grenzwerte der Maschinengröße und der relevanten Geometrie-kennzahlen zu beachten. In Tab. 6.1 sind hierzu die Randwerte bisheriger Maschinenauslegungen zusammengefaßt [25; 53; 74; 94].

6.2.1 Analyse der Auslegungsdiagramme

Die methodische Analyse der berechneten Auslegungsdiagramme für optimierte, trockenlaufende Schrauben-Expansionsmaschinen erfolgt in zwei Schritten. Zunächst werden anhand des in Bild 6.3 dargestellten Basisfalls der grundsätzliche Diagrammaufbau sowie die Kennlinienverläufe erörtert. In diesem Schaubild treten die Profilform, das Arbeitsfluid sowie die Geometriegrößen σ , ν_{Sp} , ν_D und ν_d als Konstanten auf. Sie alle besitzen im Gegensatz zu den Scharparametern γ_u und $\Phi_{i,th}$ einen monotonen Einfluß auf den erreichbaren isentropen Wirkungsgrad $\eta_{i,opt}$ und können daher vorab unter

Berücksichtigung konstruktiver Kriterien festgelegt werden. Unter Beschränkung auf das ASY46-Profil und eine diagonale Einströmcharakteristik nach Kap. 3.2.3 wird dann im zweiten Schritt durch eine Variation der konstanten Parameter deren Auswirkung auf das Betriebsverhalten am Optimalpunkt diskutiert.

Basisdiagramm

Als Achsengrößen in Bild 6.3 treten die optimierten Werte der freien Variablen M_u , Π sowie der abgeleiteten Größen η_i und λ auf. Die Wahl der Scharparameter fiel aus den genannten Gründen auf das theoretische Volumenverhältnis $\Phi_{i,th}$ und den HL-Umschlingungswinkel γ_u . Letzterer tritt zwar nicht explizit in der Kennzahlbasis (Tab. 4.1) auf, kann aber über Gl. (3.23) ohne Informationsverlust z.B. anstatt des Längenverhältnisses ν_L eingeführt werden. Jeder Schnittpunkt $(\Phi_{i,th}, \gamma_u)$ der Scharkurven repräsentiert den optimierten Betriebspunkt einer festen SEM-Geometrie bei Betrieb mit dem Fluid R11 ($\kappa = 1.1$). Die Unstetigkeit der Kurvenverläufe ist auf die beschränkte Anzahl der Stützpunkte sowie auf die geometriebedingten, sprunghaften Änderungen der Spaltverläufe zurückzuführen.

Die nachfolgend anhand von Bild 6.3 aufgezeigten wesentlichen Merkmale treffen für alle Auslegungsdiagramme zu. Aus dem Π , M_u -Teildiagramm geht hervor, daß sich mit steigendem $\Phi_{i,th}$ größere Optimalwerte für Π und M_u ergeben. Bei kleinen $\Phi_{i,th}$ weist der Umschlingungswinkel γ_u praktisch keinen Einfluß auf das Druckverhältnis am optimalen Betriebspunkt auf. Kleine Umschlingungswinkel γ_u führen besonders im Bereich großer theoretischer Volumenverhältnisse $\Phi_{i,th}$ zu großen optimalen Druckverhältnissen. Die Auftragung des optimalen Liefergrades zeigt erwartungsgemäß hohe Werte von λ_{opt} bei kleinen $M_{u,opt}$. Große λ_{opt} gehen einher mit kleinen $\Phi_{i,th}$ und großen Umschlingungswinkeln γ_u . Der Einfluß von γ_u auf den Liefergrad ist bei großen $\Phi_{i,th}$ bzw. $M_{u,opt}$ besonders ausgeprägt. Eine besonders hohe Informationsdichte an hier erstmals aufgezeigten Zusammenhängen weist das Teildiagramm des optimierten inneren Wirkungsgrades $\eta_{i,opt}$ auf. Im Basisdiagramm tritt das globale Maximum $\eta_{i,opt} = 0.789$ bei relativ kleinen $\Phi_{i,th} \approx 2$, moderatem Umschlingungswinkel $\gamma_u \approx 250^\circ$ und einer Umfangs-Machzahl von $M_{u,opt} = 0.226$ auf. SEM mit größeren theoretischen Volumenverhältnissen zeigen einen leichten Abfall in $\eta_{i,opt}$, wobei Maschinen mit kleinen γ_u deutlich schlechter abschneiden. Mit Kenntnis dieses Sachverhalts läßt sich die bei Wauters et al. [94] im Zusammenhang mit dem abgebauten Stufen-Enthalpiegefälle aufgeworfene Frage nach einem potentiellen Maximalwert von $\Phi_{i,th}$ beantworten: prinzipiell ist die Steigerung des theoretischen Volumenverhältnisses unter Wirkungsgradeinbuße solange möglich, wie die anwachsenden Druckdifferenzen sicher verarbeitet werden können.

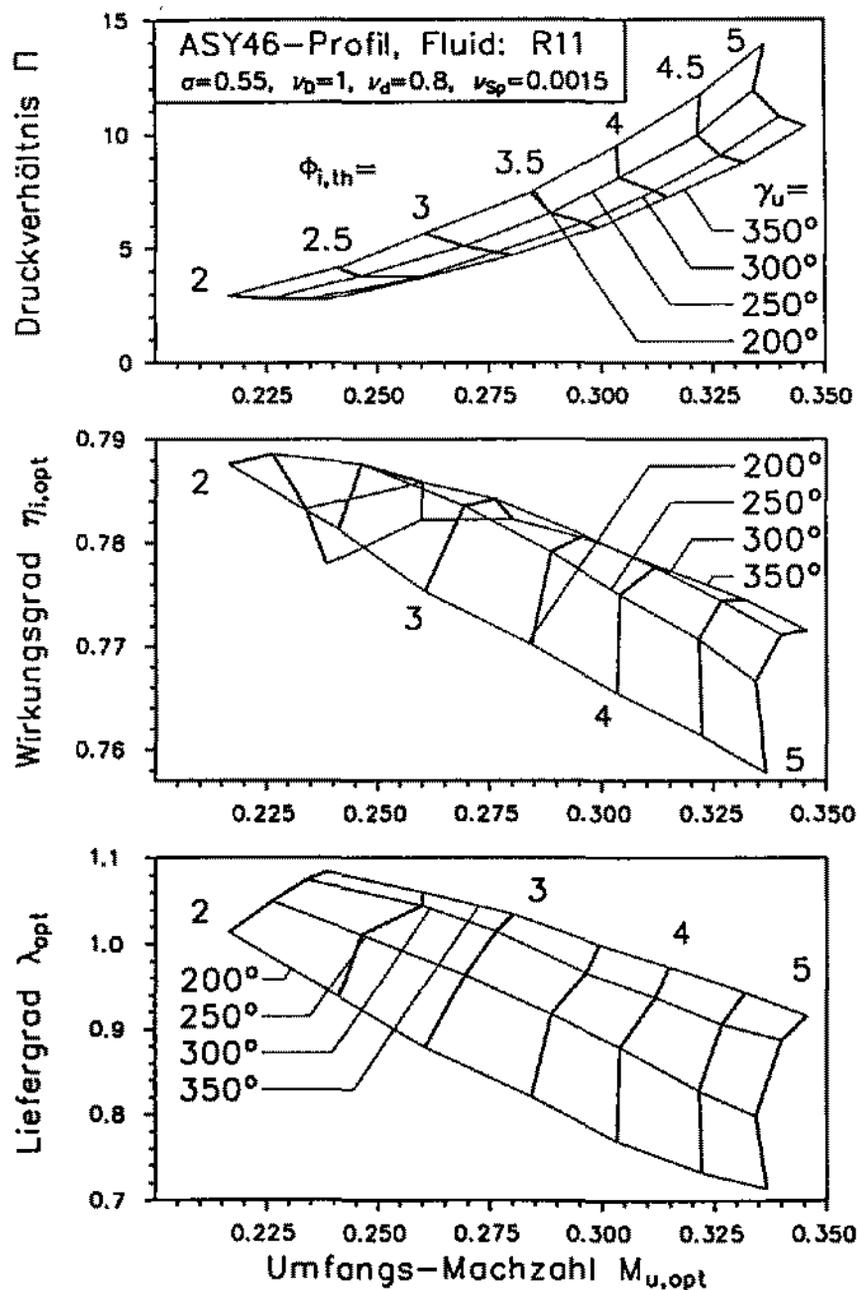


Bild 6.3: Auslegungsdiagramm der trockenlaufenden SEM (Basisfall)

Wesentliche Wirkprinzipien

Die beschriebenen Effekte lassen sich auf vier grundlegende Wirkzusammenhänge zurückführen, deren Verständnis zur optimierten Auslegung von Schrauben-Expansionsmaschinen unabdingbar ist:

- (1) Das Anwachsen des optimalen Druckverhältnisses Π_{opt} mit dem theoretischen Volumenverhältnis $\Phi_{i,th}$ folgt unter Beachtung der in Kap. 4.2 diskutierten Ähnlichkeit der Kurven η_i und η_{id} direkt aus Bild 4.1 der idealen SEM. Eine bei

kleinen Π_{opt} betriebene SEM mit kleinem $\Phi_{i,th}$ weist nur geringe Spaltdruckverhältnisse auf. Daher kann eine solche Maschine vorteilhaft im Bereich kleiner $M_{u,opt}$ laufen, wo die dynamischen Verluste gering bleiben. Umgekehrt führen große $\Phi_{i,th}$ besonders bei gleichfalls großen κ zu hohen Werten von Π_{opt} . Derartige Geometrien arbeiten aufgrund der erhöhten Leckageverluste nur bei angehobenen $M_{u,opt}$ optimal.

- (2) Als gegenläufiger Effekt führt bei konstanter spezifischer Verdrängung σ ein kleines $\Phi_{i,th}$ zu großen Werten im Kammer-Anfangsvolumen V_s beim Schließwinkel:

$$\sigma = \frac{z_{HL} V_s}{D_{HL}^3} \Phi_{i,th}$$

Gemäß der Volumenkurve (Bild 3.4) resultiert in diesem Fall bei festgelegter Profilform ein großer Schließwinkel γ_s . Damit ergibt sich eine große axiale Erstreckung des mit hohem Druck beaufschlagten Eintrittsbereichs und ein erhöhter Liefergrad. Umgekehrt gehen große theoretische Volumenverhältnisse mit kleinen Schließwinkeln einher. Die Druckabsenkung durch Expansion beginnt dann bereits weiter stromauf, beeinflusst aber infolge der hohen $M_{u,opt}$ den Liefergrad weit weniger als die dynamischen Verlustanteile.

- (3) Eine Verkleinerung des HL-Umschlingungswinkels γ_u führt nach Fister [26] bei ansonsten unveränderter Läufergeometrie zur Verkürzung der Profil- und Gehäusespalte sowie des Blaslochs: die SEM wird "dichter", der Liefergrad λ_{opt} und die Umfangs-Machzahl $M_{u,opt}$ nehmen ab.
- (4) Zugleich resultiert mit abnehmendem Umschlingungswinkel γ_u auch ein drastischer Rückgang der maximalen Eintrittsfläche. Wie durch eingehende Studien von Muhlke [67] belegt wird, gilt für die maximale Eintrittsfläche in erster Näherung: $F_{e,max} \sim \gamma_u$. Der verringerte Durchflußquerschnitt im Eintrittsbereich impliziert eine Zunahme der dynamischen Eintrittsverluste und folglich für große $M_{u,opt}$ niedrige Werte von $\eta_{i,opt}$ und λ_{opt} .

Die in den Auslegungsdiagrammen zusammengefaßten physikalischen Informationen können als Systemantwort der modellhaft erfaßten Schrauben-Expansionsmaschine verstanden werden. Demnach weisen Geometrien mit kleinen $M_{u,opt}$ überwiegend lecka-gebedingte Verluste auf. Umgekehrt gehen mit der Realisierung größerer Umfangs-Machzahlen $M_{u,opt}$ stark anwachsende dynamische Verlustanteile einher. Diese Schlußfolgerung deckt sich mit der Grundaussage von Persson [74].

Parametervariation

Von großer Bedeutung für die durchgeführte Variation der wichtigsten Diagrammparameter ist die in Kap. 4.2 bereits diskutierte Invarianz der Gütegrade η_i und λ

gegenüber den dimensionsbehafteten Einflußgrößen \mathcal{M} , D_{HL} , T_e , p_e und p_a . In der Praxis bringt dies den Vorteil, daß die im Anhang C zusammengestellten Diagramme innerhalb weiter Bereiche unabhängig von den Absolutwerten dieser Größen anwendbar sind. Die nachfolgend präsentierte Parametervariation wurde unter Beachtung der in Tab. 6.1 angegebenen Bereichsgrenzen erstellt.

In einem ersten Schritt erfolgt die **Variation des Arbeitsfluides** unter Zugrundelegung der Geometrie des Basisfalls von Bild 6.3. Zur Berechnung des Bildes C.3 in Anhang C wurde Wasserdampf ($\mathcal{M}=18 \text{ kg/kMol}$, $\kappa=1.3$) herangezogen. Obwohl eventuell eintretende Zweiphasenströmung in der SEM bei geeigneter Kondensatableitung keine Probleme bereitet, muß bei der Anwendung des H_2O -Auslegungsdiagramms das dem Rechenverfahren zugrundeliegende perfekte Gasverhalten beachtet werden. Der prinzipielle Kennlinienverlauf ändert sich gegenüber dem Fluid R11 nicht, erfährt aber eine Verschiebung zu kleineren Abszissenwerten $M_{u,opt}$. Die Kennlinien des inneren Wirkungsgrades und dessen globales Optimum weisen für Wasserdampf einen geringfügig höheren Wert auf als für R11. Gegenüber dem Basisdiagramm tritt dieser Punkt bei höherem theoretischen Volumenverhältnis ($\Phi_{i,th} \approx 2.5$), größerer Umfangs-Machzahl ($M_{u,opt} \approx 0.24$), aber demselben HL-Umschlingungswinkel auf. Die Abweichungen der Abszissenwerte sind in allen drei Teildiagrammen für große $\Phi_{i,th}$ besonders ausgeprägt. Als Bestätigung der Ausführungen von Kap. 4.5.2 bleibt der Wert des Liefergrades λ_{opt} gegenüber dem Basisfall nahezu unverändert erhalten (vergl. Bild 4.11). Dagegen erfordern optimale Betriebspunkte bei großen $\Phi_{i,th}$ für Wasserdampf wesentlich höhere Druckverhältnisse Π_{opt} als für R11.

Der **Variation des Spaltweitenverhältnisses** ν_{Sp} in Bild C.4 wurde ein für größere SEM zutreffender Wert $\nu_{Sp} = 0.001$ zugrundegelegt. Im Vergleich zum Basisdiagramm tritt durch die Verkleinerung der Profil-, Gehäuse- und Stirnspaltflächen eine beträchtliche Wirkungsgradverbesserung bei gleichzeitiger Absenkung der optimalen Umfangs-Machzahlen ein. Die Verkleinerung der Abszissenwerte ist vor allem für große $\Phi_{i,th}$ zu beobachten und führt dort auch zu einer Reduktion des optimalen Druckverhältnisses. Insgesamt bleiben die Scharkurven dem Basisdiagramm jedoch sehr ähnlich: das globale Wirkungsgradmaximum $\eta_{i,opt} = 0.828$ weist unveränderte Parameterwerte ($\Phi_{i,th}, \gamma_u$) auf. Auch der Liefergrad λ erweist sich im wesentlichen als invariant – er zeigt nur im Bereich kleiner ($\Phi_{i,th}, \gamma_u$) infolge der erläuterten Wirkprinzipien (3) und (4) eine geringe Abnahme.

Die **Variation der spezifischen Verdrängung** σ hat infolge des großen Wertebereichs einen sehr ausgeprägten Einfluß auf die Lage des optimalen SEM-Betriebspunktes (Bilder C.5 – C.7). Anschaulich führt die Anhebung von σ bei konstantem $\Phi_{i,th}$ und γ_u zu Läufern mit größeren Längenverhältnissen ν_L . Daraus resultiert eine Vergrößerung der Flankensteigung, die analog den oben diskutierten Wirkprinzipien (3) und (4) eine Spaltverkürzung sowie die Abnahme der Eintrittsfläche nach

sich zieht. Als Folge der erwähnten Einflüsse verlagert sich der Bereich optimierter Betriebspunkte mit wachsendem σ zu kleineren $M_{u,opt}$. Dabei nimmt der Wert von $\eta_{i,opt}$ besonders bei kleinen $\Phi_{i,th}$ stark zu. Bei großen σ verstärkt sich die Abhängigkeit des optimalen Wirkungsgrades von γ_u , da niedrige Werte dieses Winkels eine Überlagerung der diskutierten Effekte bewirken. Für SEM-Geometrien mit großem σ ist daher besondere Sorgfalt hinsichtlich der Wahl des HL-Umschlingungswinkels erforderlich. Die in diesem Bereich beobachtete Scharkurvenaufspreizung von $\eta_{i,opt}$ tritt beim Liefergrad λ_{opt} nicht auf. Sein Niveau fällt mit zunehmendem σ leicht ab. Das optimale Druckverhältnis Π_{opt} wird durch die Änderung der spezifischen Verdrängung nur unwesentlich beeinflusst.

Die Variation des Durchmesserhältnisses ν_D führt in den Auslegungsdiagrammen (Bilder C.8, C.9) nur zu relativ geringen Veränderungen. Als Folge der mit ν_D wachsenden Längen des Profileingriffs- und Gehäusespalts nimmt der Liefergrad λ_{opt} bei großen $\Phi_{i,th}$ leicht zu. In diesem Bereich verlagern sich die Kennlinien konstanter $\Phi_{i,th}$ daher zu größeren Umfangs-Machzahlen $M_{u,opt}$. Die Werte des optimalen Wirkungsgrades liegen bei angehobenen ν_D demzufolge etwas tiefer.

Die Variation des bezogenen Achsabstandes ν_d ist in den Bildern C.10 und C.11 dargestellt. Gegenüber dem Basisdiagramm ergibt sich mit steigendem ν_d eine geringfügige Verlängerung des Gehäusespalts sowie eine Bildung des Blaslochs HD bereits bei kleineren HL-Drehwinkeln γ . Die gleichzeitige Verkleinerung des Profileingriffsspalts, die Zunahme der axialen Erstreckung der HD-Eintrittsöffnung und das spätere Auftreten des Blaslochs ND kompensieren diese Effekte z.T. wieder. Insgesamt zeigen die Schaubilder im betrachteten Wertebereich von ν_d eine Zunahme des optimalen Wirkungsgrades $\eta_{i,opt}$ im Prozentbereich. Das globale Maximum von $\eta_{i,opt}$ tritt bei $\Phi_{i,th} \approx 2$ auf, wobei dieser Punkt mit steigendem ν_d durch kleiner werdende HL-Umschlingungswinkel gekennzeichnet ist. Infolge der insgesamt leicht abfallenden $M_{u,opt}$ verschiebt sich der optimale Liefergrad zu etwas höheren Werten. Besonders im Bereich großer $\Phi_{i,th}$ kann aufgrund des steigenden Einflusses der vergrößerten Eintrittsfläche ein Anwachsen des optimalen Druckverhältnisses Π_{opt} verzeichnet werden. Bei kleinen $\Phi_{i,th}$ und ν_d ist die Rückwirkung des HL-Umschlingungswinkels auf $M_{u,opt}$ besonders ausgeprägt.

Zusammenfassend lassen sich aus der durchgeführten Parametervariation einige Schlußfolgerungen ziehen, die als allgemeine Auslegungshinweise zur Geometrieoptimierung dienen können. Voraussetzung für die Gültigkeit der Aussagen ist, daß die adiabate Systembetrachtung in guter Näherung auf die wirkliche Zustandsänderung anwendbar ist und daß die in den Auslegungsdiagrammen wiedergegebenen optimierten Betriebspunkte unter Beachtung konstruktiver und festigkeitsbedingter Einschränkungen tatsächlich erreicht werden können. Der Nachweis hierfür muß für jeden Einzelfall erbracht werden (vergl. Fister [26]). Einen besonders großen Einfluß auf die Erzielung

maximaler innerer Wirkungsgrade für einen vorgelegten Anwendungsfall besitzt die Kenngröße ν_{Sp} , gefolgt von σ , $\Phi_{i,th}$ und γ_u . Anhand der Auslegungsdiagramme wird deutlich, daß die beiden Letzteren globale Optimalwerte aufweisen. Dagegen ist im Untersuchungsbereich von einem monotonen Einfluß der übrigen Parameter κ , ν_{Sp} , σ , ν_D , und ν_d auszugehen. Der erzielbare Wirkungsgrad $\eta_{i,opt}$ wächst mit steigenden Werten von κ , σ und ν_d sowie fallenden ν_{Sp} , ν_D . Als Beispiel für die in der Praxis entstehenden Schwierigkeiten läßt sich das bei einer Fluidvariation mit κ steigende optimale Druckverhältnis Π_{opt} anführen. Besonders für ein angehobenes Druckniveau resultiert hieraus die Notwendigkeit nach biegesteifen Läufergeometrien, d.h. kleinen σ und großen ν_D . Beide Tendenzen laufen jedoch der Wirkungsgradoptimierung entgegen. Auch die Forderung nach einem möglichst hohen bezogenen Achsabstand ν_d muß relativiert werden: bei Annäherung an den in Tab. 6.1 angegebenen oberen Grenzwert geht die Zahnflächenfläche des Nebenläufers gegen Null und die SEM verliert ihre Funktion.

6.2.2 Ablauf und Varianten optimierter Stufenauslegung

Unter Anwendung der präsentierten Auslegungsdiagramme lassen sich die beiden in der Praxis anfallenden Hauptaufgaben der optimierten Geometrieauswahl bzw. der Bestimmung des optimalen Betriebspunktes einer konstruktiv festgelegten SEM auf einfache Weise lösen. In beiden Fällen ermöglicht die dreigeteilte Auftragung über der optimalen Umfangs-Machzahl $M_{u,opt}$ eine überschaubare Darstellung des Berechnungsablaufes.

Optimierte SEM-Auslegung für gegebene Randbedingungen

Nach Durchführung einer Prozeßanalyse stehen dem Anlagenbauer zur Auswahl einer geeigneten Kraftmaschine Eckdaten wie Massenstrom \dot{m} , Ein- und Austrittsdrücke p_e , p_a sowie die Eintrittstemperatur T_e zur Verfügung. Weiterhin sind in den meisten Fällen die Fluidgrößen κ , R und $\mu(p, T)$ zumindest näherungsweise bekannt. Die Vorgehensweise bei der optimierten Auslegung einer Schrauben-Expansionsmaschine wird in Bild 6.4 anhand eines praxisrelevanten Beispiels aufgezeigt.

Vorgelegt sei die Aufgabe, als Ersatz für ein bislang eingesetztes Drosselventil 2 kg/s vorgewärmtes Erdgas H ($\mathcal{M}=16.8$ kg/kMol, $\kappa=1.3$) aus einer Versorgungsleitung von 12 bar, 80°C auf einen Verteilerdruck von 2.4 bar zu entspannen (vergl. Hagedorn [39]). Im Zuge der Vorauslegung wird anhand des Differenzdrucks von knapp 10 bar ein moderater Wert der spezifischen Verdrängung von $\sigma=0.55$ gewählt. Die Parameter $\nu_d=0.8$ und $\nu_D=1$ repräsentieren praxisrelevante Werte. Durch Einzeichnen der Gerade $\Pi=5$ in Bild 6.4 läßt sich aus deren Schnittpunkten mit den Kennlinien $\gamma_u = Const.$ bereits

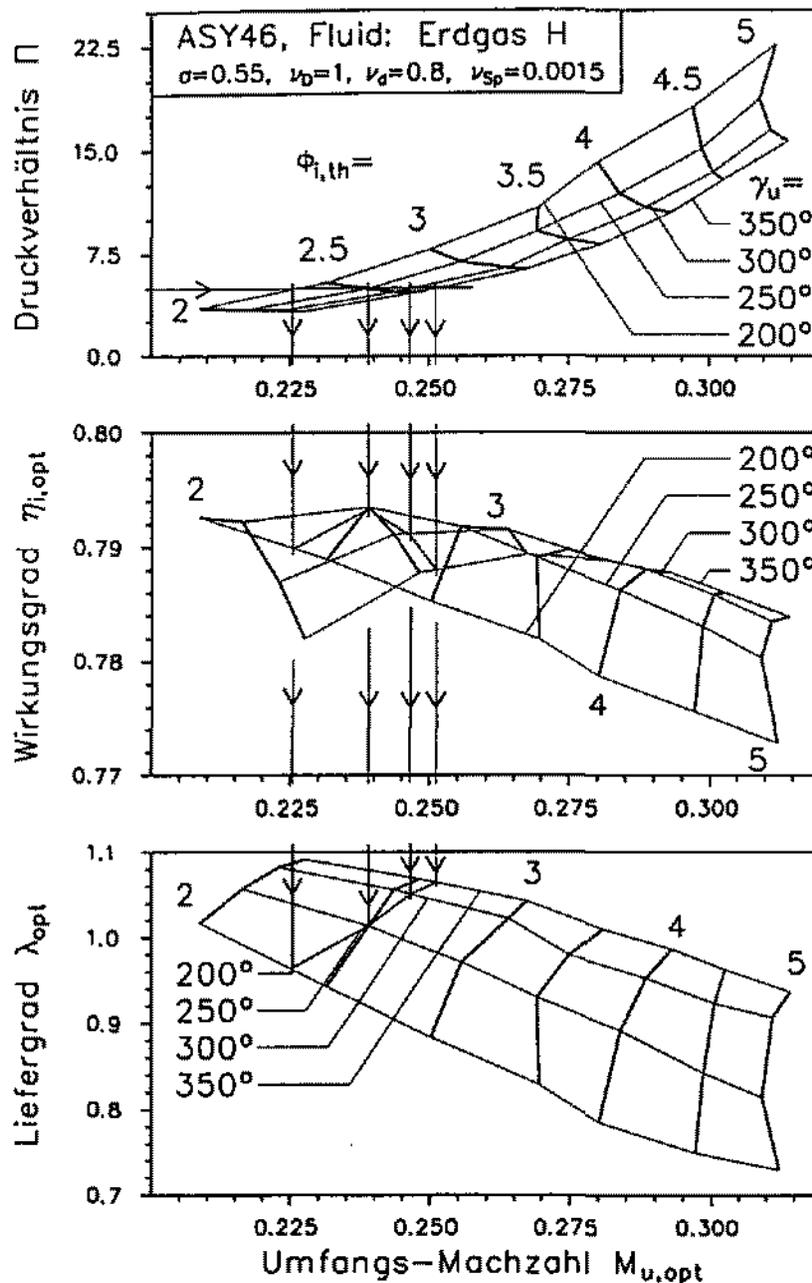


Bild 6.4: Auslegungsdiagramm der trockenlaufenden SEM, Fluid: Erdgas H

der sinnvolle Bereich theoretischer Volumenverhältnisse auf $2.4 \leq \Phi_{i,th} \leq 2.6$ festlegen. Die korrespondierenden Umfangs-Machzahlen betragen $0.225 \leq M_{u,opt} \leq 0.251$. Durch Projektion der Schnittpunkte (Π, γ_u) in das Wirkungsgrad-Diagramm erhält man die Spur der Ausgangsgeraden in der $\eta_{i,opt}, M_{u,opt}$ - Ebene. Hieraus kann der optimale Betriebspunkt $\eta_{i,opt}=0.793$, $M_u=0.238$ und die zugehörige Geometrie $\Phi_{i,th}=2.5$, $\gamma_u=250^\circ$ abgelesen werden. Als Liefergrad dieses Betriebspunktes wird aus dem unteren Teildialogramm der Wert $\lambda_{opt}=1.01$ bestimmt. Damit sind alle notwendigen Informationen zur optimierten SEM-Auslegung vorhanden, deren erster Schritt in der Ermittlung der optimalen HL-Umfangsgeschwindigkeit besteht:

$$u_{HL,opt} = M_{u,opt} \sqrt{\kappa R T_e} \quad (6.6)$$

Der resultierende Wert $u_{HL,opt} = 113.4$ m/s liegt an der Obergrenze bisheriger Auslegungen für trockenlaufende SEM. Durch Einführung der Kennzahlen σ , $\Phi_{i,th}$ und λ_{opt} in die Volumenhauptgleichung (3.23) wird hieraus der HL-Durchmesser berechnet:

$$D_{HL} = \sqrt{\frac{R T_e}{p_e} \frac{\pi \Phi_{i,th} \dot{m}}{\sigma \lambda_{opt} u_{HL,opt}}} \quad (6.7)$$

Diese allgemeingültige Beziehung zeigt sehr deutlich den Einfluß der Kennzahlen σ und $\Phi_{i,th}$ auf die Baugröße einer SEM. Infolge der hohen Umfangsgeschwindigkeit beträgt der für D_{HL} ermittelte Wert lediglich $D_{HL} = 0.191$ m, was einer HL-Drehzahl von 11340 min^{-1} entspricht. Ähnliche optimierte Auslegungswerte aus experimentellen Kennfeldmessungen wurden von Konka [53] für Schraubenverdichter veröffentlicht. Abschließend erfolgt die Berechnung der inneren Leistung \dot{P}_i mit der isentropen spezifischen Arbeit aus Gl. (3.11):

$$|\dot{P}_i| = \eta_{i,opt} \dot{m} c_p T_e (1 - \Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}) = 373 \text{ kW} \quad (6.8)$$

Aus dem Vergleich mit der isentropen Leistung $|\dot{P}_{is}| = 470$ kW der idealen Kraftmaschine wird deutlich, daß dieser recht hohe Betrag auf die großen Stoffwerte $c_p = 2.14$ kJ/(kg · K) und $\kappa = 1.3$ zurückzuführen ist. Für den Realfall muß unter Berücksichtigung des für Erdgas H in diesem Bereich negativen Joule-Thompson-Effektes die ND-Leitung nach der Expansionsmaschine ggf. nachbeheizt werden, um bei Austrittstemperaturen $T_a < 373.15$ K ein Ausfrieren der Umgebungs-Luftfeuchtigkeit zu vermeiden.

Optimaler Betriebspunkt bei gegebener SEM-Geometrie

Die umgekehrte Problematik einer vorgegebenen SEM-Geometrie und gesuchter optimaler Betriebsbedingungen tritt bei den üblichen Baukastensystemen seriengefertigter Schraubenmaschinen häufig auf. Beispielhaft sollen hier die optimalen Betriebsdaten der in Tab. 5.1 charakterisierten SEM VM037D der *Aerzener Maschinenfabrik* bei Einsatz von Erdgas H als Arbeitsfluid bestimmt werden. Aus dem näherungsweise gültigen Auslegungsdiagramm, Bild 6.4, können durch Einzeichnen des konstruktiv festgelegten Punktes ($\Phi_{i,th}$, γ_u) folgende optimale Kennzahlwerte abgelesen werden: $\Pi_{opt}=5.4$, $M_{u,opt}=0.252$, $\eta_{i,opt}=0.792$ und $\lambda_{opt}=1.05$. Legt man die Eintrittsbedingungen T_e und p_e aus dem vorangehenden Beispiel zugrunde, so resultiert nach Gl. (6.6) eine erforderliche HL-Umfangsgeschwindigkeit von 120 m/s. Für die HL-Drehzahl bedeutet dies einen Wert von $20\,280 \text{ min}^{-1}$, was die Überprüfung der eingesetzten Lager, Dichtungen und der Ölversorgung erfordert. Der durchgesetzte Massenstrom ist

durch die Verdrängercharakteristik bestimmt und kann nach Umstellen der Gl. (6.7) zu $\dot{m}=0.72$ kg/s berechnet werden. Somit ergibt sich gemäß Gl. (6.8) am optimalen Betriebspunkt eine innere Leistung von rund 140 kW.

6.3 Cordier-Diagramme optimierter Schrauben-Expansionsmaschinen

Die gezielte Auftragung optimierter SEM-Betriebspunkte scheiterte bislang nach übereinstimmenden Aussagen von Fister [25] und Wauters et al. [94] sowohl an der unzureichenden Menge verfügbarer Daten, wie auch am Fehlen einer geeigneten Systematik. Mit den in Kap. 6.2.1 vorgestellten Auslegungsdiagrammen wird ein entscheidender Beitrag zur Lösung der Problematik geleistet. Während sich diese Schaubilder besonders zur anwendungsbezogenen Darstellung optimierter SEM-Geometrien eignen, bildet das nachfolgend analysierte Cordier-Diagramm die Grundlage zum Kennfeldvergleich mit Turbomaschinen in Kap. 7. Es besitzt prinzipiell denselben Informationsinhalt wie die Auslegungsdiagramme bei gleichzeitig höherer Informationsdichte.

Der Zusammenhang zwischen den Achsengrößen N_S, D_S und den dimensionslosen Randwerten $\{\Pi, M_u\}$ geht aus den Gln. (4.22) und (4.23) hervor. Der Liefergrad λ ist implizit in den Achsengrößen enthalten. Bild 6.5 zeigt eine Auswahl berechneter optimaler Betriebspunkte für das ASY46-Profil und 3 unterschiedliche Arbeitsfluide im Cordier-Diagramm. Jedes eingezeichnete Symbol entspricht dem Punkt maximalen Wirkungsgrades eines N_S, D_S - Teillast-Kennfeldes (Bild 4.5) bei fest vorgegebener Geometrie und einem Spaltweitenverhältnis von $\nu_{Sp} = 1.5 \cdot 10^{-3}$.

Zur Berechnung von Bild 6.5 wurde der maximale Wertebereich der Geometrieparameter $\sigma, \Phi_{i,th}, \gamma_u, \nu_d$ und ν_D für $\kappa \in \{1.1, 1.3, 1.4\}$ ausgeschöpft, was einen CPU-Zeitbedarf von rund 500 h auf einer *Sun Sparc Station II* erforderte. Der hier aus Gründen der Praxisnähe verwendete HL-Umschlingungswinkel γ_u kann über die Volumenhauptgleichung (3.23) der SEM jederzeit in das Längenverhältnis ν_L umgerechnet werden. Die Gesamtmenge der Einzelpunkte kennzeichnet die maximale Erstreckung des optimalen Betriebsbereichs aller prinzipiell realisierbaren SEM-Geometrien. Besonders auffällig ist der dominierende Einfluß der spezifischen Verdrängung σ . Wie bei der in Kap 4.4 analysierten verlustfreien SEM, liegen auch die optimalen Betriebspunkte realer SEM auf charakteristischen Geraden $\sigma = Const$. Infolge der drehzahlsteifen Volumenstrom-Kennlinie $\dot{V}_a \sim n_{HL} D_{HL}^3$ bewirkt eine Variation der in Bild 6.5 angegebenen freien Variablen lediglich die kollineare Verschiebung der Optimalpunkte auf einer σ -Schargeraden. Eine Verschiebung in $+N_S$ -Richtung ergibt sich durch Anheben von $\kappa, \gamma_u, \Phi_{i,th}$ und ν_D sowie durch Reduktion von ν_d . Bild 6.5 läßt sich als Superposition sämtlicher Auslegungsdiagramme aus Kap. 6.2.1 interpretieren. Im Ge-

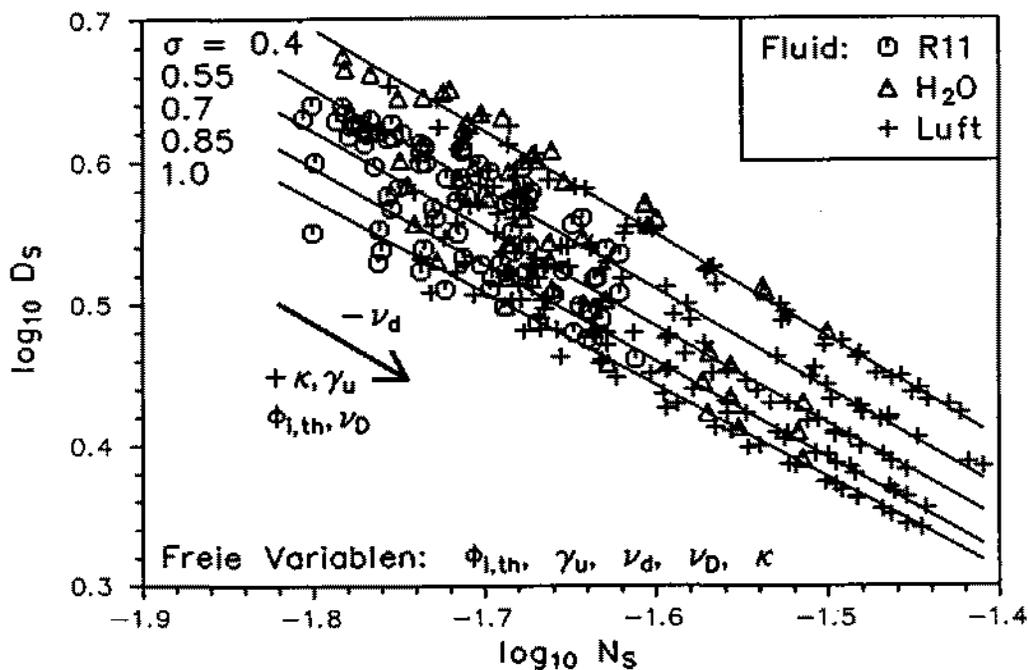


Bild 6.5: Optimaler Betriebsbereich des ASY46-Profiles ($\nu_{sp} = 1.5 \cdot 10^{-3}$)

gensatz zu dem in Kap. 4.4 erstellten N_S, D_S – Teillast-Diagramm ergibt sich daher kein homogenes Muscheldiagramm des inneren Wirkungsgrades. Um für jede SEM-Geometrie eine eindeutige Zuordnung zwischen N_S, D_S und der abhängigen Größe $\eta_{i,opt}$ zu erhalten, sind Angaben zum Wert der restlichen geometrie- und fluidbeschreibenden Kennzahlen notwendig. Baljé [6] vereinbart zu diesem Zweck ein konstantes äußeres Druckverhältnis, was nach Analyse der Auslegungsdiagramme weder sinnvoll noch in bezug auf eine eindeutige Kennfelddarstellung von $\eta_{i,opt}$ nutzbringend ist. Die nachfolgenden Cordier-Diagramme adiabater SEM wurden für den Isentropenexponenten $\kappa = 1.4$ und einem unter konstruktiv / fertigungstechnischen Gesichtspunkten gewählten Spaltweitenverhältnis $\nu_{sp} = 1.5 \cdot 10^{-3}$ berechnet. Mit Einführung dieser Einschränkungen kann prinzipiell ein eindeutiges Cordier-Diagramm erstellt werden. Hierzu sind zunächst die Wirkungsgradoptima für den gesamten Wertebereich der 5 freien Geometrieparameter $\{\sigma, \gamma_u, \nu_d, \nu_D, \Phi_{i,th}\}$ zu bestimmen. Zur Vermeidung von Mehrdeutigkeiten wird dann im zweiten Schritt anstatt einer Projektion der erhaltenen Punkte in die N_S, D_S – Ebene eine Draufsicht mit Isolinien $\eta_{i,opt} = Const.$ erzeugt. Stellt man sich die Gesamtheit der möglichen Punkte als 5-dimensionalen Raum vor, so entspricht diese Draufsicht der an jedem Punkt N_S, D_S eindeutig festgelegten, flächenhaften Wirkungsgrad-Einhüllenden. Die Werte der optimierten Geometrieparameter lassen sich ebenfalls als Höhenlinien auf dieser räumlich gekrümmten Fläche darstellen. Der bereits in Bild 6.5 abgesteckte Bereich optimaler SEM-Betriebspunkte ändert sich im Zuge einer solchen Globaloptimierung nur unwesentlich. Trotz des immensen Berechnungsaufwandes ist nur eine geringe Abweichung der Wirkungsgradlinien

zu erwarten. Diese Aussage wird durch einen Vergleich der Auslegungsdiagramme in Kap 6.2.1 gestützt, aus dem die gesamte Bandbreite der Werte von $\eta_{i,opt}$ mit $\pm 3\%$ hervorgeht. Das zur Optimierung eingesetzte Zeitschrittverfahren besitzt einen Toleranzbereich vergleichbarer Größe, wodurch bei mehrdimensionaler Extremwertsuche die Grenze der sinnvollen Auflösung von Punkten im Cordier-Diagramm erreicht ist. Aus diesem Grund stehen für den Kennfeldvergleich mit Turbinen die Lage und das Wirkungsgrad-Gesamtniveau optimierter SEM-Geometrien im Vordergrund. Wie schon bei den Auslegungsdiagrammen wird daher im folgenden jedes SEM-Kennfeld bei konstantem bezogenen Achsabstand ν_d und festem Durchmesser Verhältnis ν_D aufgetragen.

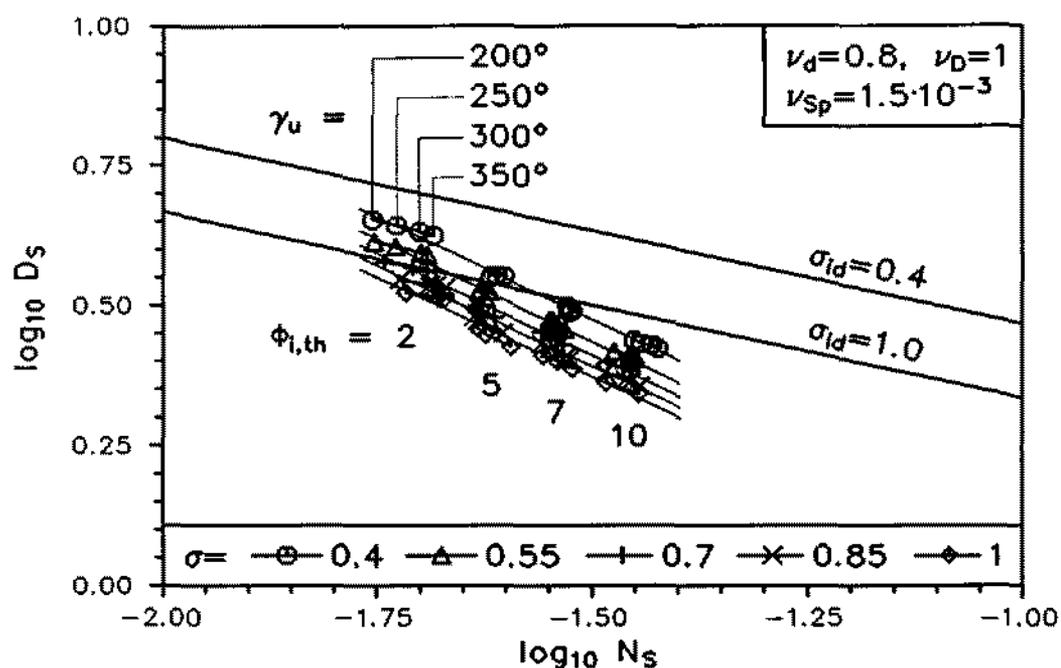


Bild 6.6: Optimaler SEM-Betriebsbereich im Cordier-Diagramm ($\kappa = 1.4$)

Das unter diesen Einschränkungen erstellte Bild 6.6 verdeutlicht den Einfluß von $\Phi_{i,th}$ und γ_u auf die Lage optimaler Betriebspunkte im Cordier-Diagramm. Mit eingezeichnet wurden die in Kap. 4.4 ermittelten Cordier-Geraden $\sigma_{id} = 0.4, 1.0$ der verlustfreien SEM. Im Bereich kleiner theoretischer Volumenverhältnisse $\Phi_{i,th}$ nähern sich die realen Scharkurven $\sigma = Const.$ von unten immer mehr diesen Idealkennlinien. Durch die gezielte Variation von σ und γ_u ergibt sich lokal bei festgehaltenem $\Phi_{i,th}$ ein nahezu paralleler Verlauf von idealen und realen Geraden. Auch die "globalen" Schargeraden aller Werte $\sigma = Const.$ sind zueinander parallel, weisen aber gegenüber den Ideallinien eine größere Steigung auf. Im Vergleich zu Baljés [6] Darstellung für den "multilobe expander" (Bild 2.2) zeigt der hier wiedergegebene, langgezogene Optimalwertebereich adiabater SEM eine erheblich geringere Ausdehnung mit nahezu identischer Lage des Maximums sowie als Ganzes eine größere Steigung. Eine recht gute Übereinstimmung

ergibt sich auch zu dem von Fister [25] empirisch ermittelten, erweiterten Cordier-Diagramm für Schraubenverdichter (Bild 2.3), wobei der dort wiedergegebene optimale Wirkungsgradbereich gegenüber der SEM erwartungsgemäß bei größeren D_S liegt.

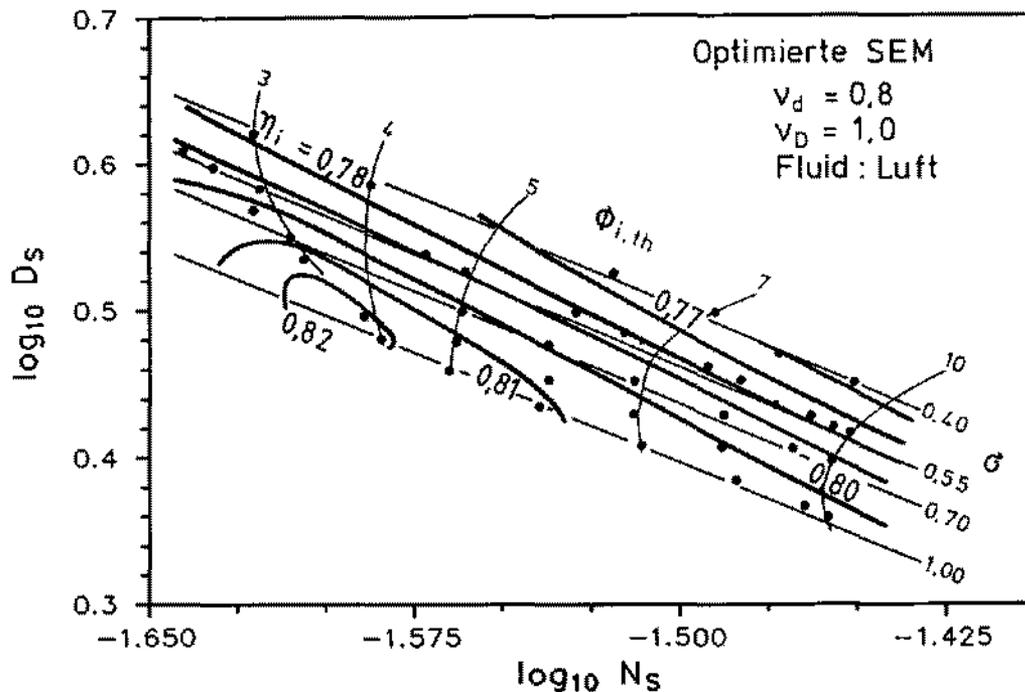


Bild 6.7: Cordier-Diagramm der optimierten SEM ($\kappa = 1.4$)

Zur Auftragung der erreichbaren optimalen inneren Wirkungsgrade ist eine Ausschnittsvergrößerung des möglichen Betriebsbereichs optimierter Schrauben-Expansionsmaschinen erforderlich. Weiterhin soll für jedes theoretische Volumenverhältnis $\Phi_{i,th}$ nur der Betriebspunkt beim optimalen HL-Umschlingungswinkel γ_u berücksichtigt werden. Bild 6.7 zeigt die so berechneten Isolinien von $\eta_{i,opt}$ und die Stützpunkte des Rechengitters. Die enthaltene Aussage entspricht damit für die festgelegten Konstanten ν_d , ν_D , ν_{Sp} und κ einer Zusammenfassung der Auslegungsdiagramme mit $\sigma = 0.4 - 1$. Wie bereits in Kap. 6.2.1 beschrieben wurde, tritt das globale Wirkungsgradmaximum bei kleinen $\Phi_{i,th}$, γ_u und großen σ auf, was besondere Sorgfalt bei der Auswahl von $\Phi_{i,th}$ verlangt. Bei der Wahl des Auslegungspunktes und der zugeordneten Optimalgeometrie müssen neben dem Absolutwert des Wirkungsgrades auch die Auswirkungen veränderlicher Betriebsbedingungen berücksichtigt werden. Durch eine Kombination der Aussagen von Voll- und Teillastdiagramm, Bilder 6.7 und 4.5, lassen sich hierzu einige wichtige Zusammenhänge ableiten. Gemäß Bild 4.5 ist bei Abweichung vom Nominalpunkt entlang der Schargeraden σ in beiden Richtungen von einem günstigen Teillastverhalten auszugehen. Dasselbe gilt für eine Steigerung des äußeren Druckverhältnisses Π , was eine Verlagerung des Betriebspunktes zu kleineren D_S impliziert (wachsende Unterexpansion). Dagegen führt ein Betrieb mit kleineren

Π (wachsende D_S) aufgrund der stark anwachsenden Überexpansion zu größeren Wirkungsgradeinbußen. Als Abhilfe kann der Auslegungspunkt einer projektierten SEM ggf. zu kleineren σ und/oder kleineren $\Phi_{i,th}$ verlagert werden.

Die Vorgehensweise bei der Auslegung optimierter Schrauben-Expansionsmaschinen unter Benutzung des Cordier-Diagramms entspricht prinzipiell den Ausführungen in Kap. 6.2.2. Einschränkend ist anzumerken, daß das Cordier-Diagramm zwar auf einfache Weise den optimalen Betriebspunkt einer SEM liefert, jedoch aufgrund der aus Bild 6.5 ersichtlichen Mehrdeutigkeiten beim Lokalisieren der zugeordneten Geometrieparameter eine Vielzahl einzelner Schaubilder erforderlich wäre. Daher soll hier anhand der in Bild 6.7 ausgewählten Werte $\nu_d=0.8$, $\nu_D=1$, $\nu_{Sp} = 1.5 \cdot 10^{-3}$ lediglich der prinzipielle Weg zur Ermittlung der wesentlichen dimensionsbehafteten Auslegungsgrößen behandelt werden. Als Vorgaben sind neben den bereits festgelegten Konstanten und dem Isentropenexponenten $\kappa = 1.4$ erforderlich:

- der Eintrittsdruck p_e und die Eintrittstemperatur T_e
- das äußere Druckverhältnis Π
- der Massenstrom \dot{m} oder die Leistung \dot{P}_i .

Mit Hilfe eines aus dem Cordier-Diagramm entnommenen optimalen Betriebspunktes $(N_S, D_S, \eta_i)_{opt}$ kann nach Gl. (4.23) die optimale Umfangs-Machzahl $M_{u,opt}$ sowie mit Gl. (6.6) die HL-Umfangsgeschwindigkeit u_{HL} berechnet werden. Aus dem vorgelegten Druckverhältnis Π und dem Eintrittszustand p_e , T_e folgen der Austrittsdruck p_a und die spezifische isentrope Druckänderungsarbeit $a_{i,s}$ gemäß Gl. (3.11). Unter Benutzung der Definitionsgleichung (4.6) des inneren Wirkungsgrades als Quotient der realen und isentropen spezifischen Arbeiten erhält man $\frac{A_{e-a}}{\dot{m}}$. Aus dieser Beziehung folgt für das gewählte Fluid auch die Austrittstemperatur T_a bzw. mit der Idealgasgleichung die Austrittsdichte ρ_a . Im Falle vorgegebener Leistung resultiert als erforderlicher Massenstrom das Verhältnis $\dot{P}_i; \frac{\dot{m}}{A_{e-a}}$. Umgekehrt ergibt sich die Leistung \dot{P}_i bei bekanntem Massenstrom aus dem Produkt $\dot{m} \frac{A_{e-a}}{\dot{m}}$. Schließlich läßt sich der notwendige HL-Durchmesser D_{HL} durch Einsetzen des Austritts-Volumenstroms $\dot{V}_a = \frac{\dot{m}}{\rho_a}$ in die Definition des spezifischen Durchmessers D_S , Gl. (4.21), berechnen.

Wie bereits bei der Einführung dimensionsloser Kennzahlen in Kap. 4 diskutiert, muß nach erfolgter Maschinenauslegung ein Funktionsnachweis der ermittelten Optimalgeometrie erbracht werden. Wichtige Kriterien hierzu sind die kinematische Funktionsfähigkeit der gewählten Läufergeometrie, das gesicherte Verarbeiten der auftretenden Differenzdrücke und thermischen Belastungen/Verformungen sowie die Einhaltung der in Tab. 6.1 zusammengestellten Grenzwerte ausgeführter Schrauben-Expansionsmaschinen.

7 Kennfeldvergleich adiabater Turbinen und Schrauben-Expansionsmaschinen

Als wesentliche Vorbedingung für einen systematischen Kennfeldvergleich mit Turbinen wurden in den vorausgehenden Kapiteln zahlreiche, bislang unveröffentlichte Zusammenhänge zur Berechnung, Ähnlichkeitsmechanik und Optimierung adiabater Schrauben-Expansionsmaschinen eingeführt. Wie aus Kap. 2.2 hervorgeht, existieren dagegen auf dem Turbomaschinensektor eine große Anzahl verlässlicher Vergleichsdaten und -modelle, deren Aussagen hier in unveränderter Form benutzt werden sollen. Ziele der Gegenüberstellung von Turbinen und Schrauben-Expansionsmaschinen sind die Abgrenzung optimaler Betriebsbereiche, die Festlegung quantitativer Auswahl- und Auslegungskriterien sowie das Aufzeigen der wichtigsten betriebsspezifischen Einschränkungen. Als Grundlage der Vergleichsbetrachtung werden zunächst die Parameter des Cordier-Diagramms sowie die Voraussetzungen und Einschränkungen ihrer Anwendung vertieft behandelt.

7.1 Auswahl und Diskussion der Kennfeldparameter

Bei der Gegenüberstellung kleiner Kraftmaschinen unterschiedlicher Wirkprinzipien verliert das klassische Konzept vollständiger oder angenäherter Ähnlichkeit seinen Sinn. Die geometrischen Abmessungen verschiedener Maschinentypen besitzen einen völlig anderen physikalischen Hintergrund und sind daher nicht über Ähnlichkeitsbetrachtungen vergleichbar. Aus diesem Grund sollen entsprechend den Ausführungen in Kap. 6 die maschinenspezifischen Geometrieparameter beim Maximalwert $\eta_{i,opt}$ des inneren Wirkungsgrades als Vergleichsbasis dienen. In diesem Zusammenhang wurde bereits gezeigt, daß zur Charakterisierung von Betriebspunkten adiabater SEM bei einem fest vorgegebenen Arbeitsfluid das äußere Druckverhältnis Π und die Umfangs-Machzahl M_u als Kennfeld-Achsengrößen ausreichen. Die Auswirkungen der Umfangs-Reynoldszahl Re_u und des Isentropenexponenten κ auf die Kennfelddarstellung sowie die daraus resultierenden Einschränkungen werden in Kap. 7.1.1 analysiert. Für Schrauben-Expansionsmaschinen wurde in Kap. 4.4 die Austauschbarkeit von Π , M_u gegen die von Baljé [5] zur Beschreibung von Turbomaschinen eingeführten Kennzahlen spezifische Drehzahl N_S und spezifischer Durchmesser D_S nachgewiesen. Diese charakteristischen Größen unterscheiden sich lediglich durch konstante Vorfaktoren von den bereits durch Cordier [17] eingeführten Kennzahlen. Im folgenden werden daher N_S , D_S – Kennfelder zur Darstellung und zum Vergleich optimaler Betriebspunkte verschiedener Bautypen von Kraftmaschinen als Cordier-Diagramme bezeichnet.

Die vorgenommene Kennzahlsubstitution $(\Pi, M_u) \rightarrow (N_S, D_S)$ bietet aus der Sicht

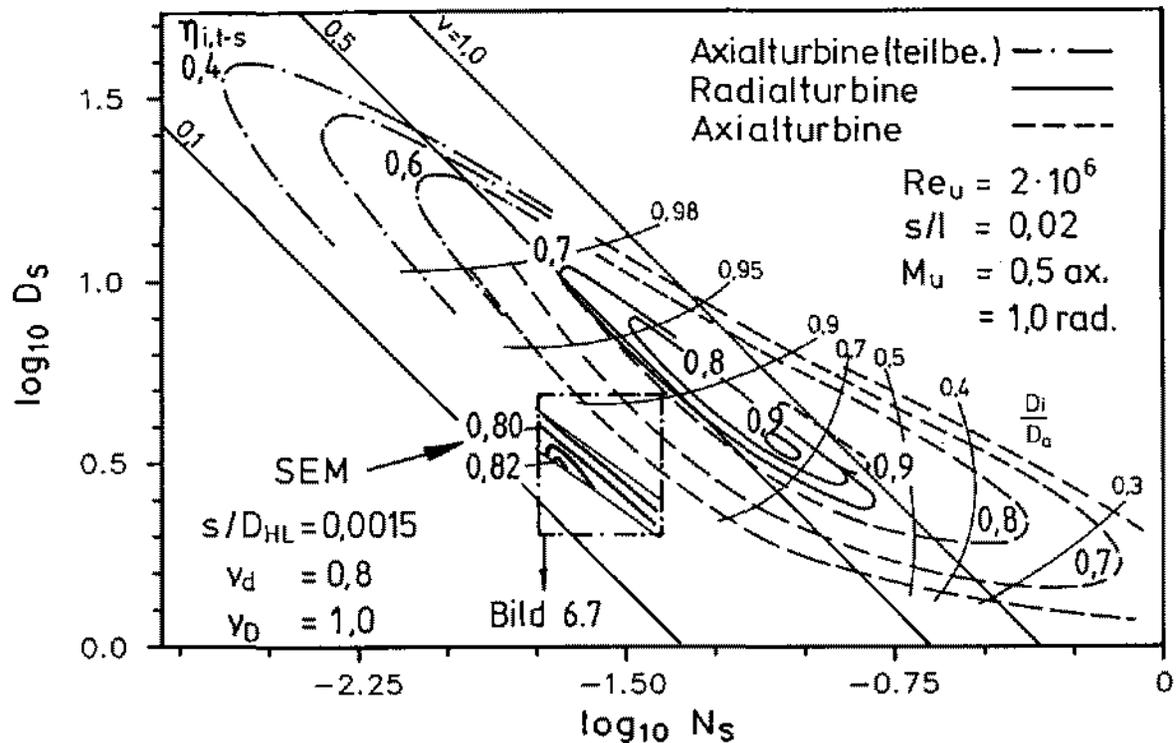


Bild 7.1: Cordier-Diagramm für Turbinen [6] und Schrauben-Expansionsmaschinen, Fluid: Luft ($\kappa=1.4$)

des Anwenders den Vorteil eines direkten Zugangs zu praxisrelevanten Auslegungsgrößen wie Drehzahl und Durchmesser des energieübertragenden Bauteils. Beim Kennfeldvergleich von optimierten Schrauben-Expansionsmaschinen und Turbinen kann infolge der unterschiedlichen Wirkprinzipien keine unmittelbare Übertragbarkeit der Achsengrößen N_S und D_S erwartet werden. Dennoch lassen sich anhand der gleichzeitigen Auftragung von Wirkungsgraden und Geometrieparametern optimal ausgelegter Kraftmaschinen Rückschlüsse auf geeignete Bauformen und deren Energiewandlungsgüte ziehen. Bild 7.1 zeigt hierzu die bei Baljé [6] entnommenen Kennlinien von Radial-, voll- und teilbeaufschlagten Axialturbinen sowie das Kennfeld für optimierte Schrauben-Expansionsmaschinen gemäß Bild 6.7. Die Auswertung von Baljés Veröffentlichungen [5; 6; 8] erfordert besondere Sorgfalt, da die Kennzahlen N_S und D_S dort nicht dimensionslos dargestellt sind. Zu den hier ausschließlich verwendeten, tatsächlich dimensionsfreien Werten von N_S und D_S gilt folgende Umrechnungsvorschrift:

$$N_S [-] = \frac{N_S \text{ nach [5]}}{810.55} = \frac{N_S \text{ nach [6]}}{2\pi}$$

$$D_S [-] = (D_S \text{ nach [5]}) \cdot 2.3816 = D_S \text{ nach [6]}$$

Da bei Turbomaschinen die kinetischen Energieanteile der Zu- und Abströmung berück-

sichtigt werden müssen, beziehen sich die in Bild 7.1 eingezeichneten Höhenlinien des inneren Wirkungsgrades auf die in Gl. (2.1) eingeführte Definition von $\eta_{i,t-s}$ als Verhältnis der realen Totalenthalpiedifferenz Δh_t zum isentrop möglichen Enthalpiegefälle $\Delta h_{i,s,t-s}$. Diese Definition lastet der Maschine die kinetische Energie des abströmenden Fluides als Verlust an, was bei einstufigen Kraftmaschinen ohne weitere Maßnahmen zum Druckrückgewinn (Austrittsdiffusor) in guter Näherung zutrifft. Die im Zähler von Gl. (2.1) auftretende Totalenthalpiedifferenz entspricht bei Schrauben-Expansionsmaschinen der spezifischen inneren Druckänderungsarbeit $\frac{A_{e-a}}{m}$.

Ein weiterer Vorzug der gewählten Auftragsweise liegt in der Option, die im Turbomaschinenbau üblichen Kennzahlen Laufzahl ν , Durchflußzahl φ und Druckziffer ψ durch elementare Umformung als Funktion von N_S , D_S und η_i auszudrücken und als Scharkurve im Cordier-Diagramm darzustellen:

$$\nu = \frac{u}{c_{is}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} N_S D_S \quad (7.1)$$

$$\varphi = \frac{c_{ax}}{u} \sim \frac{\dot{V}_a}{n D^3} = \frac{1}{N_S D_S^3} \quad (7.2)$$

$$\psi = \frac{2 a_i}{u^2} = \frac{2 \eta_i}{(\pi N_S D_S)^2} \quad (7.3)$$

Somit kann das experimentell verifizierte Smith- (φ, ψ) -Diagramm [86] ebenfalls zur Bestätigung der Aussagekraft des Cordier-Diagramms für Strömungsmaschinen bei Betrieb mit kompressiblen Fluiden herangezogen werden. Neuere Veröffentlichungen von Ben Khaled [10] und Grabow [34] verdeutlichen das Anwendungspotential des zugrundeliegenden Ähnlichkeitsmodells bei der Auslegung verschiedener Typen von Turbo- und Verdrängermaschinen. Aus diesen Arbeiten geht hervor, daß die Kenngrößen N_S und D_S zu einer konkreten und anschaulichen Aussage in Bezug auf die geometrischen Hauptabmessungen und die Betriebsdrehzahl führen.

7.1.1 Einschränkungen des Geltungsbereichs

Die vorgestellte Auftragung des maximal erreichbaren inneren Wirkungsgrades und der zugehörigen Scharkurven optimaler Werte der wichtigsten Geometrieparameter im Cordier-Diagramm kann aus Gründen der Eindeutigkeit und der grafischen Darstellung nicht alle problembeschreibenden Kennzahlen umfassen. Für nicht repräsentierte Größen muß daher getrennt für Turbinen und Schrauben-Expansionsmaschinen entweder ihr vernachlässigbarer Einfluß begründet oder aber ein fester Bezugswert angegeben werden.

Im Falle der **Umfangs-Reynoldszahl** Re_u wurde in Kap. 4.5.1 nachgewiesen, daß sie das Betriebsverhalten adiabater SEM nur unwesentlich beeinflusst. Für Turbomaschinen hingegen belegen Kennfeldmessungen an einer mehrstufigen Reaktionsturbine

durch Smith [86], daß der Reynoldszahl-Einfluß auf den isentropen Wirkungsgrad erst oberhalb eines Grenzwertes von $Re_u \approx 10^6$ vernachlässigbar bleibt. Die Verlustkorrelationen von Ainley und Mathieson [2], Dunham und Came [23] sowie Craig und Cox [18] bestätigen diese Aussage. Daher wird hier bezüglich der Darstellung von Turbomaschinen im Cordier-Diagramm der Bezugswert $Re_u = 2 \cdot 10^6$ vereinbart.

Der Einfluß des Isentropenexponenten κ wird für Turbinen und Schrauben-Expansionsmaschinen getrennt behandelt. Nach Untersuchungen von Ainley [1] und Macchi [59; 60] besteht für konventionell ausgelegte axiale Turbinenstufen mit niedrigen volumetrischen Expansionsverhältnissen $\Phi = \frac{V_a}{V_e}$ nur eine sehr geringe Abhängigkeit des optimalen Betriebspunktes von diesem Fluidparameter. Zur genaueren Überprüfung dieser Aussage zeigt Bild 7.2 die für reibungsfreie Strömung über den gesamten Wertebereich von κ berechneten Verläufe der Machzahl am Leitradaustritt (Relativsystem) von rein axialen Gleich- und Überdruck-Turbinenstufen. Der Rechnung liegen perfektes Gasverhalten, konstante Axialgeschwindigkeit an den Gitterein- und -austritten sowie drallfreie Abströmung zugrunde. Von den im Cordier-Diagramm darstellbaren subsonischen Turbinenstufen ($M_{1,rel} < 1$) weist demnach nur die Gleichdruckstufe annähernd fluidunabhängige Betriebseigenschaften auf. Für $r=0.5$ kann zwar prinzipiell ein größeres volumetrisches Expansionsverhältnis Φ erreicht werden, oberhalb $M_{1,rel}=0.5$ ist das resultierende Kennfeld jedoch in erheblichem Maße vom Isentropenexponenten κ abhängig.

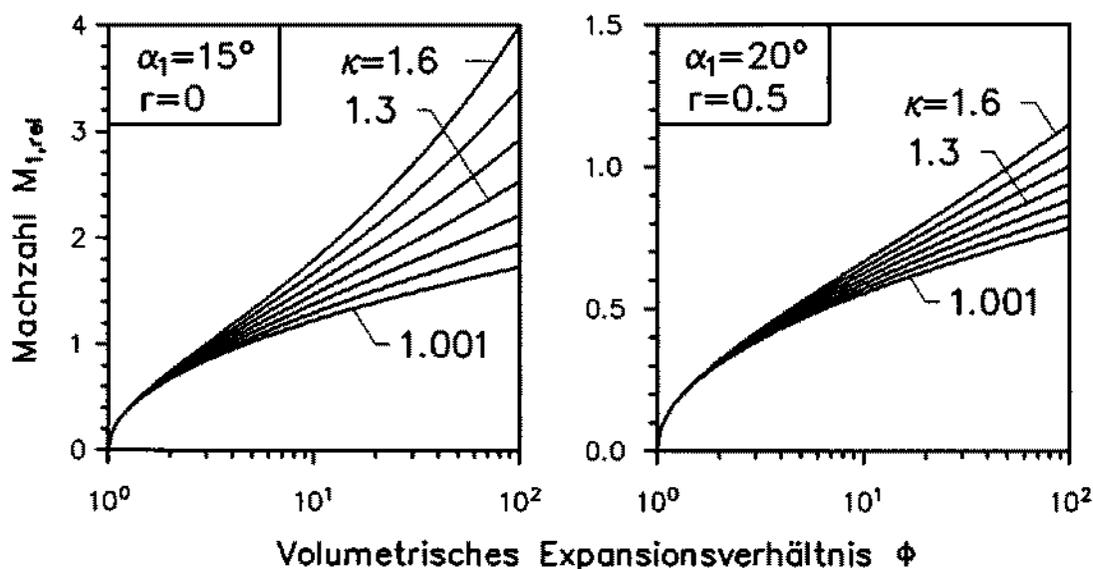


Bild 7.2: Fluidabhängigkeit von $M_{1,rel}$ nach Macchi [59] (Axialturbine)

In Kap. 6.2.1 wurde gezeigt, daß der maximal erreichbare innere Wirkungsgrad $\eta_{i,opt}$ adiabater Schrauben-Expansionsmaschinen mit κ leicht anwächst. Zugleich verschieben sich die Achsengrößen: Π_{opt} zu höheren, $M_{u,opt}$ zu niedrigeren Werten. Da die

globalen SEM-Kennfeldoptima stets bei kleinen theoretischen Volumenverhältnissen $\Phi_{i,th}$ auftreten, bleiben die Kennzahlabweichungen im Prozentbereich. Zusammenfassend kann festgehalten werden, daß der Fluideinfluß bei der Gegenüberstellung optimierter Kraftmaschinen nicht für alle Bautypen und Betriebsbereiche vernachlässigbar ist. Daher ist das Cordier-Diagramm, Bild 7.1, und die daraus abgeleiteten Aussagen zur Sicherstellung gültiger Vergleichsbedingungen auf das perfekte Gas Luft ($\kappa = 1.4$, $\mathcal{M} = 29$ kg/kMol) beschränkt.

Eine lediglich für Turbomaschinen zutreffende Einschränkung bezieht sich auf die Laufradeintritts-Machzahl: $M_{1,rel} < 1$. Baljé [6] berücksichtigt diese Bedingung in seinem Diagramm mit Hinweis auf den Zusammenhang zur Umfangs-Machzahl über die Festlegung $M_u = 0.5$ für Axialturbinen und $M_u = 1$ für Radialturbinen. Für transsonische Turbinenstufen sind die im Cordier-Diagramm wiedergegebenen kinematischen Zusammenhänge zur Beschreibung der auftretenden Verluste nicht mehr ausreichend, da nach Macchi [60] für große Stufen-Expansionsverhältnisse Φ der Kompressibilitätseinfluß sowie die Machzahlabhängigkeit der Verlustkoeffizienten zu Wirkungsgradeinbußen gegenüber den in Bild 7.1 angegebenen Werten führen. Bild 7.2 veranschaulicht hierzu für rein axiale Turbinenstufen den Zusammenhang zwischen der Machzahlgrenze $M_{1,rel} < 1$, dem Reaktionsgrad r , dem Isentropenexponenten κ des Arbeitsfluides sowie dem volumetrischen Expansionsverhältnis Φ .

Das Spaltweitenverhältnis ν_{Sp} realer Turbinen und Schrauben-Expansionsmaschinen stellt keine reine Konstruktionsgröße dar. Es ist zusätzlich abhängig von der absoluten Maschinengröße, den fertigungsbedingten Toleranzen, den auftretenden Unwuchten und Lagerspielen sowie von betriebsbedingten Verformungen und Ablagerungen. Mit dem Ziel einer einheitlichen Vergleichsbasis werden daher für das hier analysierte Cordier-Diagramm vereinfachend folgende Nominalwerte festgelegt:

$$\text{Turbinen: } \frac{s}{l} = 0.02 \qquad \text{SEM: } \frac{s}{D_{HL}} = 1.5 \cdot 10^{-3}$$

Aus diesen Konstanten ergibt sich eine Bedingung für den Mindestwert der Schaufelhöhe von Turbinen und den minimalen HL-Durchmesser von Schrauben-Expansionsmaschinen. Da das Minimalspiel an den Schaufelspitzen bzw. den Läuferzahnköpfen aufgrund der bereits genannten Einflüsse in der Praxis $s = 0.05$ mm nicht unterschreiten kann, resultieren folgende Mindestabmaße der im Cordier-Diagramm (Bild 7.1) dargestellten Kraftmaschinen:

$$\text{Turbinen: } l \geq 2.5\text{mm} \qquad \text{SEM: } D_{HL} \geq 33\text{mm}$$

Der Einfluß abnehmender Schaufelhöhe auf den Wirkungsgrad kleiner Turbomaschinen ist im Cordier-Diagramm enthalten. Er wird bei der Diskussion des Größeneinflusses in Kap. 7.1.2 vertieft behandelt.

Hinsichtlich des **Reaktionsgrades** r der im Cordier-Diagramm (Bild 7.1) dargestellten Bauarten einstufiger Turbomaschinen ist zu beachten, daß dessen Wert für Radialturbinen ($r = 0.5$) und teilbeaufschlagte Axialturbinen ($r \approx 0$) festgehalten wird. Dagegen wurde diese Kenngröße bei der vollbeaufschlagten Axialturbine in die Optimierung einbezogen [8].

Neben den genannten Einschränkungen bezüglich dimensionsloser Kennzahlen ist bei der kennfeldgestützten Auslegung einer konkreten Maschinengeometrie die Berücksichtigung festigkeits- und funktionsbedingter Auslegungsgrenzen der dimensionsbehafteten Einflußgrößen erforderlich. Für Schrauben-Expansionsmaschinen wurden die wesentlichen Grenzwerte bereits in Kap. 6.2.1 diskutiert und in Tab. 6.1 zusammengefaßt. Die genannten Anhaltswerte für trockenlaufende SEM weisen z.T. gegenseitige Abhängigkeiten auf und sind daher nicht gleichzeitig realisierbar. Persson [74] gibt hierzu in seinen dimensionsbehafteten Diagrammen brauchbare Hinweise in bezug auf konstruktiv mögliche Kombinationen von Drehzahl, Umfangsgeschwindigkeit und Austrittsvolumenstrom. Als wesentliche Auslegungsgrenze für Turbinen führt die Fliehkraftbeanspruchung der thermisch belasteten Rotoren zu einem maximal zulässigen Wert der Laufrad-Umfangsgeschwindigkeit von ca. $u \leq 450$ m/s [96].

7.1.2 Einfluß der Absolutgröße

Vor der detaillierten Behandlung maschinenspezifischer Auswahl- und Vergleichskriterien muß die Eignung des präsentierten Cordier-Diagramms zur Charakterisierung kleiner SEM und Turbinen überprüft werden. Da die Umfangs-Reynoldszahl trockenlaufender Schrauben-Expansionsmaschinen für die meisten praktischen Anwendungen ausreichend groß ist, liegt der hauptsächliche Größeneinfluß bei der erforderlichen Mindestspalthöhe s . Ihr Minimalwert wurde bereits im vorangehenden Abschnitt diskutiert. In realen SEM sind die lokal unterschiedlichen Spaltweiten in starkem Maß von der Größe und Richtung des maximalen Axialschubs sowie der Biegelinie von Haupt- und Nebenläufer abhängig. Besonders große Spiele treten demnach an den ND-Läuferstirnseiten sowie im gesamten Bereich der Läuferunterseiten (Gehäusespalte) auf. Die zur Berechnung von Bild 7.1 herangezogene mittlere relative Spaltweite $\nu_{Sp} = 1.5 \cdot 10^{-3}$ charakterisiert kleine Schraubenmaschinen mit HL-Durchmessern $D_{HL} \leq 0.2$ m. Mit steigendem D_{HL} verringert sich gemäß den Gln. (3.26) und (3.27) der Wert von ν_{Sp} , was nach der in Kap. 6.2.1 durchgeführten Parameterstudie zu einer Erhöhung der erzielbaren Wirkungsgrade und der Erniedrigung der optimalen Umfangs-Machzahl bzw. der spezifischen Drehzahl führt. Dabei verlagert sich der Optimalpunkt einer ansonsten unveränderten SEM im Cordier-Diagramm entlang der realen Schargerade $\sigma = Const.$ zu kleineren N_S .

Die im Cordier-Diagramm dargestellten Wirkungsgradlinien optimierter Turbinenstu-

fen wurden unter Benutzung einschlägiger Verlustkorrelationen für die Bezugswerte $Re_u = 2 \cdot 10^6$ und $\frac{s}{\tau} = 0.02$ berechnet. Wie die nachfolgende Argumentation belegt, ist daher der Einfluß kleiner Baugröße bzw. geringer Schaufelhöhe bereits berücksichtigt. Ausgangspunkt der Betrachtung ist das globale Kennfeldoptimum der vollbeaufschlagten Axialturbine im Cordier-Diagramm. Gemäß Bild 7.1 tritt dieser Punkt bei einer Laufzahl von $\nu = 0.78$ und einem Nabenverhältnis von $\frac{D_i}{D_a} = 0.7$ auf. Eine auslegungsbedingte Reduktion des Volumenstroms \dot{V}_a führt bei ähnlichen Geschwindigkeitsdreiecken zu einer Abnahme der Schaufelhöhe l und damit zu anwachsenden Sekundär- und Leckageverlusten. Abhilfe schafft die Verringerung des Rotordurchmessers D , was aber für konstantes Re_u zugleich eine Zunahme der Umfangsgeschwindigkeit erfordert. Neben der Einhaltung des Grenzwertes $u \leq 450$ m/s ist dabei zu beachten, daß zur Erzielung optimaler Laufzahlen eine Steigerung des isentropen Stufengefälles Δh_{is} notwendig wäre. Der Betrag dieser Größe ist jedoch durch die Bedingung $M_{1,rel} < 1$ nach oben begrenzt, sodaß sich die bestmögliche Stufenauslegung mit abnehmenden \dot{V}_a bzw. D zu kleineren Laufzahlen ν_{opt} , d.h. kleineren N_S und größeren D_S verschiebt. Die einhergehende Abnahme von η_i kann in Bild 7.1 bis zum Nabenverhältnis $\frac{D_i}{D_a} = 0.98$ verfolgt werden.

Eine Abschätzung des Reynoldszahl-Einflusses bei Variation der Baugröße stammt von Graf [35]. Unter Beschränkung auf Wandreibungs- bzw. Profilverluste geometrisch ähnlicher Turbinen leitet er aus der Blasius-Formel für turbulente Rohrströmung folgenden Zusammenhang zwischen Durchmesser- und Wirkungsgradverhältnis ab:

$$\frac{1 - \tilde{\eta}_i}{1 - \eta_i} = \left(\frac{D}{\tilde{D}}\right)^{1/4} = \left(\frac{Re}{\tilde{Re}}\right)^{1/4} \quad (7.4)$$

Aus dieser bereits von Ainley und Mathieson [2] in ähnlicher Weise aufgestellten Beziehung geht hervor, daß bei einer Halbierung des Rotordurchmessers D gegenüber dem Referenzwert \tilde{D} lediglich mit Wirkungsgradeinbußen im Prozentbereich zu rechnen ist.

Die Problematik kleiner Schaufelhöhen für Turbinen im unteren Leistungsbereich ergibt sich besonders bei der Verwendung hochmolekularer Arbeitsfluide als Folge der auftretenden hohen Dampfdichten. Für derartige Anwendungen ist die Wahl des optimalen Reaktionsgrades von besonderer Wichtigkeit. Nach Maizza [61] und Baljé [8] trägt zwar ein kleiner Reaktionsgrad zur Verringerung der Leckageverluste im Laufrad bei, andererseits sind die auftretenden großen Werte des volumetrischen Expansionsverhältnisses Φ nicht mit reinen Gleichdruckstufen zu verarbeiten (vergl. Bild 7.2). Mit kleinen Reaktionsgraden ist außerdem infolge der höheren Absolutgeschwindigkeiten mit einer Zunahme der Leitrad-Profilverluste zu rechnen. Diese Tendenz ist bei hochmolekularen Fluiden mit großen Expansionsverhältnissen Φ besonders ausgeprägt, da zur Vermeidung von Öffnungswinkeln $> 20^\circ$ im Leitrad sehr große Sehnenlängen erforderlich sind.

7.2 Vergleich optimaler Betriebsbereiche

Unter Beachtung der in Kap. 7.1.1 genannten Einschränkungen kann das Cordier-Diagramm zur Gegenüberstellung optimaler Betriebsbereiche von Kraftmaschinen unterschiedlicher Bauarten und Wirkprinzipien benutzt werden. Aus Bild 7.1 geht die im Vergleich zu Turbinen sehr geringe Erstreckung des Auslegungsbereichs optimaler SEM-Geometrien hervor. Seine Ausdehnung längs Scharkurven konstanter spezifischer Verdrängung σ verläuft praktisch parallel zum "Rückgrat" bzw. der Cordier-Gerade optimaler Turbinen-Wirkungsgrade. Als Folge des unterschiedlichen Wirkprinzips läuft die adiabate SEM gegenüber Radial- und Axialturbinen bei kleineren spezifischen Drehzahlen N_S und Laufzahlen ν , aber vergleichbaren spezifischen Durchmessern D_S . Aus dem Diagramm geht hervor, daß für ein festgehaltenes isentropes Gefälle Δh_{i_s} und festen Volumenstrom \dot{V}_a die HL-Drehzahl einer optimierten SEM im Vergleich zu vollbeaufschlagten Turbinenstufen um den Faktor 3 – 4 niedriger liegt. Die teilbeaufschlagte Axialturbine kann die zur Erzielung optimaler Laufzahlen $\nu \approx 0.5$ notwendige Umfangsgeschwindigkeit aufgrund ihres großen spezifischen Durchmessers bei noch kleineren Drehzahlen erreichen. Das Niveau der berechneten SEM-Wirkungsgrade $\eta_{i,opt}$ liegt über dem der teilbeaufschlagten Axialturbine, jedoch leicht unterhalb dem der vollbeaufschlagten Turbomaschinen, was das weitgehend unausgeschöpfte Potential der SEM-spezifischen Profilloptimierung verdeutlicht. In diesem Zusammenhang erscheint vor allem die gezielte Beeinflussung der ND-seitigen Spaltquerschnitte sowie die strömungstechnisch optimierte Gestaltung des Ein- und Austrittsbereichs vielversprechend.

Wie bereits in Kap. 6.3 erläutert wurde, ist neben der optimalen Auslegung einer SEM auch die Beachtung des Teillast-Kennfeldes erforderlich. Mit der Auswahl eines optimalen SEM-Betriebspunktes im Cordier-Diagramm liegt entsprechend dem N_S, D_S – Teillastdiagramm (Bild 4.5) auch die Gesamterstreckung des möglichen Betriebsbereiches fest. Demnach tritt entlang der realen Schargeraden $\sigma = Const.$ eine Zone hoher Wirkungsgrade auf, deren Ausdehnung im Cordier-Diagramm die Schrauben-Expansionsmaschine zwischen teil- und vollbeaufschlagte Turbinen einreicht. Dieser Bereich ist ohne besondere konstruktive Maßnahmen nutzbar, was der SEM besondere Flexibilität bei gleichzeitig einfachem Aufbau verleiht. Für ein gegebenes isentropes Gefälle kann nunmehr die Auswahl einer optimal geeigneten Kraftmaschine unter Berücksichtigung des Absolutwertes und der geforderten Schwankungsbreite des Austrittsvolumenstroms \dot{V}_a erfolgen. Im Bereich kleiner Volumenströme $0.02 < \dot{V}_a < 5 \text{ m}^3/\text{s}$ zeigt die SEM bessere Wirkungsgrade als teilbeaufschlagte Stufen axialer Gleichdruckturbinen. Im Volumenstrombereich $5 < \dot{V}_a < 10 \text{ m}^3/\text{s}$ weisen dagegen vollbeaufschlagte Axial- bzw. Radialturbinenstufen im Auslegungspunkt einen besseren Wirkungsgrad als die SEM auf. Dieser Vorteil muß ggf. gegen die gute Teillasttauglichkeit der Schrau-

ben-Expansionsmaschine abgewogen werden, welche gegenüber den Turbomaschinen auf konstruktiv aufwendige Maßnahmen wie Leitschaufelverstellung oder Gleichdruck-Regelstufen verzichten kann. Mit Überschreiten der Volumenstromgrenze von $10 \text{ m}^3/\text{s}$ verbleiben mangels ausgeführter Schraubenmaschinen derzeit lediglich Turbinen zur Auswahl.

Hält man bei der Gegenüberstellung von Turbo- und Schrauben-Expansionsmaschinen den Volumenstrom \dot{V}_a konstant, so lassen sich hinsichtlich des verarbeiteten isentropen Gefälles $\Delta h_{i,s}$ weitere Aussagen ableiten. Nach der für alle Typen von Kraftmaschinen gültigen Gl. (3.11) hängt $\Delta h_{i,s}$ für ein gegebenes Fluid und feste Eintrittstemperatur T_e nur vom äußeren Druckverhältnis Π ab. Für optimierte Schrauben-Expansionsmaschinen ist dieses Stufen-Druckverhältnis im wesentlichen durch die Wertebereiche von $\Phi_{i,th}$ und γ_u bzw. durch das minimal geforderte Wirkungsgradniveau beschränkt. Die SEM-Auslegungsdiagramme in Kap. 6.2.1 lassen sich aufgrund der beschränkten Gültigkeit der adiabaten Systembetrachtung nicht quantitativ zur Bestimmung maximaler Stufengefälle auswerten. Als gesichert kann jedoch gelten, daß unter geringer Wirkungsgradabnahme gegenüber dem globalen Optimum ein 2 – 3-faches des theoretischen inneren Druckverhältnisses $\Pi_{i,th}$, Gl. (3.6), verarbeitet werden kann. In optimierten, subsonischen Turbinenstufen stellt unter den gewählten Voraussetzungen das Stufendruckverhältnis eine Funktion der Bauart (radial/axial), des Reaktionsgrades und der Machzahlgrenze $M_{1,rel} < 1$ dar. Zu Vergleichszwecken können dem Cordier-Diagramm (Bild 7.1) die optimalen Laufzahlen für vollbeaufschlagte Turbinenstufen und Schrauben-Expansionsmaschinen entnommen werden:

$$\text{Turbinen (vollb.): } \nu_{opt} = \frac{u}{c_{i,s}} = 0.6 - 0.8 \qquad \text{SEM: } \nu_{opt} = 0.2$$

Infolge der größeren Umfangsgeschwindigkeiten sind Turbinen zur optimalen Verarbeitung höherer isentroper Enthalpiegefälle bei gleichzeitig günstigerem spezifischen Leistungsgewicht geeignet. Der geringere Materialaufwand bei Turbinen ermöglicht durch schnelleres Erreichen stationärer Betriebszustände und ein kleineres Trägheitsmoment die Aufprägung größerer zeitlicher Temperatur- und Lastgradienten.

Für große Enthalpiegefälle bleibt aus Gründen des Bauaufwandes praktisch nur die mehrstufige Axialturbine zur Auswahl. Lediglich für kleine Volumenströme bieten einstufige, im Bereich der Unterexpansion betriebene Schrauben-Expansionsmaschinen mit großen $\Phi_{i,th}$ noch eine sinnvolle Alternative. Dabei ist jedoch die Einhaltung der maximal zulässigen SEM-Eintrittstemperatur nach Tab. 6.1 sicherzustellen. Auch die Verarbeitung großer Druckdifferenzen, welche bei der SEM aufgrund der Läuferdurchbiegung Schwierigkeiten bereitet, ist für Turbomaschinen unproblematisch. Die Option, den gesamten Druckabbau bereits im Leitrad der ersten (Gleichdruck-) Stufe zu realisieren, ermöglicht geringe Gehäusewandstärken und einen besonders einfachen konstruktiven Aufbau.

7.3 Gegenüberstellung des Durchflußverhaltens

Als Bewertungsgrundlage für den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Vergleich kleiner Kraftmaschinen dient der unter festgelegten Betriebsrandbedingungen maximal erreichbare innere Wirkungsgrad $\eta_{i,opt}$. Aufgrund der fundamental unterschiedlichen Arbeitsweise von Strömungs- und Verdrängermaschinen kommt bei der praktischen Maschinenauswahl bzw. -auslegung dem Durchflußverhalten unter veränderten Betriebsbedingungen ebenfalls weitreichende Bedeutung zu. Eine quantitative Aussage hierzu ergibt sich durch Gegenüberstellung des Dampfkegelgesetzes von Stodola [88] für Turbinen und der in Kap. 3.2.5 abgeleiteten drehzahlsteifen Kennlinie für Schrauben-Expansionsmaschinen:

$$\text{Turbinen (Stodola):} \quad \dot{m} \sim \frac{p_e}{\sqrt{T_e}} \sqrt{1 - \left(\frac{p_a}{p_e}\right)^2} \quad (7.5)$$

$$\text{SEM (diese Arbeit):} \quad \dot{m} \sim \lambda n_{HL} D_{HL}^3 \frac{p_e}{R T_e} \frac{\sigma}{\Phi_{i,th}} \quad (7.6)$$

Die Durchflußfunktion für Turbinen nähert sich mit wachsendem Stufendruckverhältnis asymptotisch einer drehzahlunabhängigen Geraden:

$$\dot{m} \sim \frac{p_e}{\sqrt{T_e}}$$

Dagegen ist die Durchflußcharakteristik der Schrauben-Expansionsmaschine für konstante Umfangs-Machzahl M_u (d.h. konstanten Liefergrad λ) linear mit der HL-Drehzahl und dem Eintrittszustand gekoppelt:

$$\dot{m} \sim n_{HL} \frac{p_e}{T_e}$$

Weiterhin ist die Auswirkung des Gegendrucks p_a auf den Massenstrom \dot{m} von Turbinen bei Stufendruckverhältnissen $\Pi < 4$ nicht mehr vernachlässigbar (vergl. Müller [68]). Die Schrauben-Expansionsmaschine hingegen weist bei Betrieb mit $M_u = \text{Const.}$ keine derartige Abhängigkeit auf. Ihre drehzahlsteife Kennlinie ermöglicht ohne weitere konstruktive Maßnahmen die gezielte Anpassung von Massenstrom, Drehmoment und Leistung an die geforderte Kupplungsdrehzahl durch Einbau einer entsprechend abgestuften Getriebeübersetzung zwischen Antriebswelle und Hauptläufer. Gleichzeitig ergibt sich so eine einfache Zuordnung der gewünschten Kupplungsdrehzahl zu der in Kap. 6.2.1 als wesentliche Optimierungsgröße identifizierten Umfangs-Machzahl $M_{u,opt}$ bei Einsatz unterschiedlicher Arbeitsfluide. In unmittelbarem Zusammenhang mit der Verdrängercharakteristik steht auch die unter sicherheitstechnischen Aspekten relevante Absperr- und Trennfunktion sowie der problemlose Anlauf stillstehender oder intermittierend betriebener Schrauben-Expansionsmaschinen.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Der Einsatz kleiner Kraftmaschinen zur rationellen Nutzung von (Ab-) Wärmeströmen niedrigen Exergieinhalts wird im Rahmen aktueller Energiekonzepte als Beitrag zur CO_2 -neutralen Versorgung kleiner, dezentraler Verbrauchereinheiten diskutiert. Von besonderem Interesse ist dabei die anwendungsspezifische Auswahl des am besten geeigneten Energiewandlers. Der hierzu erforderliche Vergleich und die Bewertung von Kraftmaschinen unterschiedlicher Bauarten und Wirkprinzipien scheiterte bislang in Ermangelung einer physikalisch fundierten Systematik. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird daher auf der Basis eines erweiterten Cordier-Diagramms die in einer Vorstudie von Zahoransky et al. [98] besonders positiv eingestufte Schrauben-Expansionsmaschine (SEM) den bekannten Kennlinien verschiedener Turbinentypen gegenübergestellt. Als zweckmäßige geometrie- und bauartunabhängige Vergleichsgröße wird der innere isentrope Wirkungsgrad $\eta_{i,t-}$, bei Betrieb im Auslegungspunkt herangezogen. Für die untersuchten adiabaten, trockenlaufenden Schrauben-Expansionsmaschinen konnte gezeigt werden, daß der für das Arbeitsfluid Luft ermittelte Wert des erreichbaren inneren Wirkungsgrades im Vollast-Betriebspunkt, $\eta_{i,opt} = 0.82$, zwischen den Niveaus teil- und vollbeaufschlagter Turbinenstufen liegt, im Vergleich hierzu aber bei relativ geringen Laufzahlen $\nu_{opt} \approx 0.2$ auftritt. Als wesentliches Ergebnis der vorliegenden Arbeit ergeben sich daraus folgende verallgemeinerte Vergleichsaussagen:

- optimal ausgelegte, vollbeaufschlagte Axial- und Radialturbinen bei Betrieb im Auslegungspunkt bieten gegenüber Schrauben-Expansionsmaschinen auch bei kleinen Wellenleistungen einen leichten Wirkungsgradvorteil
- die Forderung nach einem effizienten Teillastbetrieb und der Verarbeitung wechselnder Gaszusammensetzungen kann durch die Schrauben-Expansionsmaschine besser erfüllt werden, als durch teilbeaufschlagte oder drosselgeregelte Turbinenstufen
- die optimale Verarbeitung eines gegebenen isentropen Enthalpiegefälles durch die Schrauben-Expansionsmaschine erfolgt bei ca. einem Drittel der notwendigen Umfangsgeschwindigkeit vollbeaufschlagter Turbinen. Die damit einhergehenden robusteren Laufeigenschaften der SEM müssen allerdings durch ein erheblich höheres spezifisches Leistungsgewicht erkauft werden.

Die zur Gegenüberstellung mit Schrauben-Expansionsmaschinen benötigten Wirkungsgradverläufe von Turbinen wurden nach eingehender Überprüfung und Klarstellung der inhärenten Beschränkungen unverändert der Literatur entnommen. Für trockenlaufende Schrauben-Expansionsmaschinen war hingegen zur Beschreibung der Abhängigkeit des inneren Wirkungsgrades von Geometrie-, Stoff- und Betriebsdaten im Voll-

und Teillastbetrieb zunächst die Entwicklung eines umfassenden numerischen Berechnungsverfahrens auf Zeitschrittbasis erforderlich. Ausgehend von der vollständigen Liste relevanter Einflußgrößen ermöglicht das neue Programmsystem die Berechnung des Zustandsverlaufes in beliebig dimensionierten SEM-Geometrien. Unter Beschränkung auf perfekte Arbeitsgase bietet es somit die Möglichkeit, abgeleitete Größen wie Austrittstemperatur T_a und Massenstrom \dot{m} zur Charakterisierung der Energiewandlung und des Durchflußverhaltens zu bestimmen.

Als wichtige Voraussetzung zur verallgemeinerten Darstellung und Auswertung der Berechnungsergebnisse wurde die vollständige und eindeutige Kennzahlbasis der adiabaten, trockenlaufenden Schrauben-Expansionsmaschine eingeführt. Sie umfaßt 6 geometrierelevante und 4 stoff-/betriebspezifische Kennzahlen (κ , Π , M_u , Re_u). Bezüglich der Umfangs-Reynoldszahl Re_u konnte gezeigt werden, daß ihre Werte bei Verwendung von Arbeitsfluiden wie Luft, Wasser- und Kältemitteldampf zur Niedertemperatur-Wärmenutzung selbst für kleine SEM sehr weit im turbulenten Bereich liegen. Die resultierenden typischen Toleranzbreiten von einer Größenordnung in beide Richtungen dokumentieren den vernachlässigbaren Einfluß dieser Kennzahl auf die Energiewandlung in Schrauben-Expansionsmaschinen unter den gewählten Voraussetzungen. Somit reduziert sich für eine fest vorgegebene Geometrie die Beschreibung eines Betriebspunktes auf die Abhängigkeit des Liefergrades λ und des isentropen Wirkungsgrades η_i von den verbleibenden Parametern: $\lambda, \eta_i = f(\kappa, \Pi, M_u)$. Dabei erweist sich der Liefergrad λ in der Umgebung des Kennfeldmaximums von η_i als alleinige Funktion der auf den SEM-Eintrittszustand bezogenen Umfangs-Machzahl M_u , was in dieser Arbeit anschaulich begründet wird. Zur vertieften Analyse des Wirkungsgradverlaufes dienen die aus den bereits eingeführten Kennzahlen gebildeten verlustbeschreibenden Leistungszahlen Λ . Ihr linearer Verlauf $\Lambda(\Pi^{-1})$ bei $M_u = \text{Const.}$ ermöglicht die gezielte Interpolation bzw. Extrapolation von Wirkungsgradlinien bei konstanter Umfangs-Machzahl auf andere Druckverhältnisse. Weiterhin erweist sich die Steigung der Leistungszahlgeraden als nahezu invariant gegenüber dem Isentropenexponenten κ , was die ausführlich dokumentierte Umrechnung von Betriebspunkten auf andere Arbeitsfluide gestattet.

Besondere Bedeutung kommt der experimentellen Überprüfung des neuentwickelten Zeitschritt-Berechnungsverfahrens zu, die unter Anwendung zweier unterschiedlicher Schrauben-Expansionsmaschinen am ORC-Versuchskraftwerk des Instituts für Thermische Strömungsmaschinen durchgeführt wurde. Hintergrund der Anwendung des organischen Arbeitsfluides R11 war dabei die Abdeckung eines weiten Betriebsbereichs von Druckverhältnissen $1.4 \leq \Pi \leq 10$ und Umfangs-Machzahlen $0.1 \leq M_u \leq 0.4$ sowie die sichere Vermeidung von Kondensationserscheinungen während der Expansion. Anhand von jeweils ca. 500 stationären Betriebspunkten wurden die Wirkungs- und Liefergradverläufe beider Schrauben-Expansionsmaschinen experimentell ermit-

telt und den numerisch berechneten Kennfeldern gegenübergestellt. Typische Abweichungen dieser Kenngrößen im Prozentbereich dokumentieren die für beide Maschinengeometrien erzielte ausgezeichnete Übereinstimmung zwischen numerischen und experimentellen Ergebnissen im gesamten Untersuchungsbereich.

Nach Bestätigung der physikalisch richtigen Beschreibung des Betriebsverhaltens fest vorgegebener SEM-Geometrien im Voll- und Teillastbereich wurde im nächsten Schritt durch Anwendung eines mehrdimensionalen Optimierungsalgorithmus die Ermittlung des globalen Kennfeldmaximums des inneren Wirkungsgrades realisiert. Zur Darstellung der numerisch ermittelten Zusammenhänge zwischen Geometrie-, Stoff- und Betriebsparametern optimierter Schrauben-Expansionsmaschinen dienen die hier erstmals präsentierte Auslegungsdiagramme. Durch Auftragung von $\{\Pi, \eta_i, \lambda\}_{opt}$ über der optimalen Umfangs-Machzahl $M_{u,opt}$ ermöglichen sie die einfache und sichere Ermittlung der am besten geeigneten SEM-Geometrie für einen gegebenen Anwendungsfall. Wie aus den Diagrammen hervorgeht, besitzen die Kenngrößen ν_{Sp} , σ , $\Phi_{i,th}$ und γ_u einen besonders großen Einfluß auf den inneren Wirkungsgrad $\eta_{i,opt}$ adiabater, trockenlaufender Schrauben-Expansionsmaschinen. Das für den Kennfeldvergleich mit Turbinen benutzte Cordier-Diagramm ergibt sich aus diesen Schaubildern durch einfache Umformung der Achsengrößen unter Benutzung weiterer, bereits in der Kennzahlbasis enthaltener Parameter.

Für die Praxis der Auslegung optimierter Schrauben-Expansionsmaschinen lassen sich anhand der in der vorliegenden Arbeit aufgezeigten Zusammenhänge einige Schlussfolgerungen ziehen, deren Umsetzung erst im Rahmen einer gezielten Entwicklung eigenständiger SEM-Baureihen möglich erscheint. Hierzu zählen die Bereitstellung von speziell auf den Expanderbetrieb abgestimmten Profil- und Läufergeometrien, die Minimierung der Gehäuseoberfläche und der ND-seitigen Spaltquerschnitte sowie die strömungstechnisch optimierte Gestaltung des Ein- und Austrittsbereichs. Als besonders aussichtsreich in bezug auf den thermischen Gesamtwirkungsgrad einer Kraftanlage wird die Entwicklung von Hochtemperatur-SEM angesehen, wie sie z.B. von Margolis [62] auf der Basis keramischer Komponenten oder Beschichtungen vorgeschlagen wurde.

Ansatzpunkte zur Weiterführung und Vertiefung des in dieser Arbeit erstellten Kennfeldvergleichs von Turbinen und Schrauben-Expansionsmaschinen ergeben sich im wesentlichen aus der Erweiterung des eingesetzten SEM-Berechnungsverfahrens auf diabate sowie öl- bzw. fluidgeflutete Schrauben-Expansionsmaschinen, über eine verbesserte Beschreibung instationärer Einflüsse bei den Ladungswechseln sowie durch Berücksichtigung realen Gasverhaltens. Diese anwendungsrelevanten Problembereiche wurden bislang nur in vereinfachter Form behandelt, beinhalten aber ein Potential zur weiteren Verbesserung der Zuverlässigkeit der abgeleiteten Vergleichsaussagen.

Literatur

- [1] Ainley, D.G.: Estimation of the Change in Performance Characteristics of a Turbine resulting from Changes in Gas Thermodynamic Properties. Aeronautical Research Council, Reports and Memoranda, Nr. 2973, London, 1951.
- [2] Ainley, D.G. und Mathieson, G.C.R.: A Method of Performance Estimation for Axial-Flow Turbines. Aeronautical Research Council, Reports and Memoranda, Nr. 2974, London, 1951.
- [3] ATC Armoloy Metalltechnologie GmbH & Co., Technologiepark Mosbach, D-6950 Mosbach / Neckar. Armoloy Technology Coating – die fortschrittliche Beschichtung hochbelasteter Metalle, 1988.
- [4] Baade, K.-H.: Zum Vorgang der Energieübertragung im Laufrad einer Strömungsmaschine. Forschung im Ingenieurwesen – Engineering Research, Bd. 56, Nr. 4, 1990.
- [5] Baljé, O.E.: A Study on Design Criteria and Matching of Turbomachines: Part A – Similarity Relations and Design Criteria of Turbines. ASME–Journal of Engineering for Power, Bd. 84, Nr. 1, 1962.
- [6] Baljé, O.E.: Turbomachines. John Wiley and Sons, New York, 1981.
- [7] Baljé, O.E. und Binsley, R.L.: Axial Turbine Performance Evaluation. Part A – Loss-Geometry Relationships. ASME–Journal of Engineering for Power, Bd. 90, Nr. 10, 1968.
- [8] Baljé, O.E. und Binsley, R.L.: Axial Turbine Performance Evaluation. Part B – Optimization With and Without Constraints. ASME–Journal of Engineering for Power, Bd. 90, Nr. 10, 1968.
- [9] Baljé, O.E. und Silvern, D.H.: A Study of High Energy Level, Low Power Output Turbines. Technischer Bericht Sundstrand Turbo Div., AMF/TD No. 1196, Contract No. NONR-2292(00), Task No. NR 094-343, Dpt. of the Navy, Office of Naval Research, 1958.
- [10] Ben Khaled, A.: Auslegung und Konstruktion einer einstufigen, axialen Gleichdruckturbine für hochmolekulare Arbeitsfluide. Diplomarbeit Nr. 390, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe, 1991.
- [11] Bjerklie, J.W.: Working Fluid as a Design Variable for a Family of Small Rankine Power Systems . ASME-Paper Nr. 67-GT-6, 1967.

- [12] Boretz, J.E.: Low Peak Temperatures and Hydrodynamic Bearings – Key to Long Life Organic Rankine Cycle Systems. In: Proceedings of the 7th IECEC, Nr. 729054, 1972.
- [13] Braun, D.: Erstellung eines parameterorientierten Rechenmodells zum Wirtschaftlichkeitsvergleich zwischen einem solar betriebenen organischen Dampfkreislauf (ORC) und einem Dieselaggregat. Studienarbeit Nr. 216, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe, 1990.
- [14] Bridle, E.A. und Boulter, R.A.: A Simple Theory for the Prediction of Losses in the Rotors of Inward Radial Flow Turbines. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Bd. 182, Pt. 3H, 1967-68.
- [15] Buthmann, P.: Rechnergestützte Schraubenverdichter-Profilentwicklung und -rotorauslegung unter Berücksichtigung der betriebsbedingten Verformungen. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1985.
- [16] Christensen, P.R. und Westermann, G.: Abwärmenutzung mit zwei 600 kW Schrauben-Expansionsmaschinen im ORC. In: VDI-Berichte, Nr. 377, 1980.
- [17] Cordier, O.: Ähnlichkeitsbedingungen für Strömungsmaschinen. Brennstoff-Wärme-Kraft, Bd. 5, Nr. 10, 1953.
- [18] Craig, H.R.M. und Cox, H.J.A.: Performance Estimation of Axial Flow Turbines. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Bd. 185 32/71, 1970-71.
- [19] Davis, H.: Equivalent Performance Parameters for Turboblowsers and Compressors. ASME-Paper Nr. 56-A-122, 1956.
- [20] de Vlaminck, M.: Modélisation Thermodynamique des Installations Motrices à Vapeur de Fluide Organique. Dissertation, Université Catholique, Louvain-la-Neuve, Belgien, 1987.
- [21] Doering, E. und Schedwill, H.: Grundlagen der Technischen Thermodynamik. B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1982.
- [22] Dreißig, B.: Ein Beitrag zur Auslegung von trockenlaufenden Schraubenmotoren. Dissertation, Universität Dortmund, 1990.
- [23] Dunham, J. und Came, P.M.: Improvements to the Ainley-Mathieson Method of Turbine Performance Prediction. ASME-Paper Nr. 70-GT-2, 1970.
- [24] Fischer, W.C.: Production Design of Modern, Axial Flow Positive Displacement Rotary Compressors. ASME-Paper Nr. 59-OGP-3, 1959.
- [25] Fister, W.: Fluidenergiemaschinen., Bd. 1. Springer-Verlag, Berlin, 1986.

- [26] Fister, W.: Fluidenergiemaschinen., Bd. 2. Springer-Verlag, Berlin, 1986.
- [27] Fister, W. und Neumann, G.: Berechnung der reibungsbehafteten Strömung in den Zahnücken und Dichtspalten von Schraubenmaschinen. In: VDI-Berichte, Nr. 521, 1984.
- [28] Fister, W. und Neumann, G.: Berechnung der reibungsbehafteten kompressiblen Strömung durch Spalte mit bewegten Wänden. In: VDI-Berichte, Nr. 542.1, 1985.
- [29] Fölting, G.: Berechnung des dynamischen Bauteilverhaltens von Schraubenverdichtern unter Betriebsbelastung. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1988.
- [30] Fujiwara, M., Kasuya, K., Matsunaga, T. und Watanabe, M.: Analysis of Screw Compressor Performance (1st Report – Calculation of Geometrical Characteristics). Transactions of the JSME, Bd. 50, Tokyo, 1984.
- [31] Fujiwara, M., Kasuya, K., Matsunaga, T. und Watanabe, M.: Analysis of Screw Compressor Performance (2nd Report – Simulation Program). Transactions of the JSME, Bd. 51, Tokyo, 1985.
- [32] Garlock GmbH, Scheffelstr. 73, D-4000 Düsseldorf 30. Thermoelastische Hochleistungs-dichtungen, 1990.
- [33] Germer, H. und Wefers, N.: Meßelektronik. Grundlagen, Maßverkörperungen, Sensoren, Analoge Signalverarbeitung, Bd. 1. Hüthig-Verlag, Heidelberg, 1985.
- [34] Grabow, G.: Das erweiterte "Cordier"-Diagramm für Strömungs- und Verdrängermaschinen. Brennstoff-Wärme-Kraft, Bd. 44, Nr. 6, 1992.
- [35] Graf, K.: Kleingasturbinen. In: Gasturbinen – Probleme und Anwendungen. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1967.
- [36] Grahl, K.G. und Fölting, G.: Ein Beitrag zur Berechnung des dynamischen Verhaltens von Schraubenrotoren unter Betriebsbelastung. In: VDI-Berichte, Nr. 640, 1987.
- [37] Greve, H.: Über die Arbeitsweise und Berechnung von SRM-Schraubenverdichtern. Dissertation, TU Hannover, 1971.
- [38] Gutmann, C.: Theoretische Beschreibung des Betriebsverhaltens von adiabaten, trockenlaufenden Schrauben-Expansionsmaschinen mit Hilfe des Kennzahlmodells von Cordier und Baljé. Diplomarbeit Nr. 398, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe, 1991.
- [39] Hagedorn, G.: Druckabsenkung in Rohrleitungssystemen. Brennstoff-Wärme-Kraft, Bd. 42, Nr. 12, 1990.

- [40] Hanselmann, G., Ahmadi, B. und Schurrer, J.: Entwicklung und Erprobung von schiebergesteuerten Schraubenmaschinen und des erforderlichen Maschinenkreislaufs als Grundlage für die Auslegung solarer Kleinkraftanlagen mit Leistungen von 50-500 kW. BMFT-FB-T 84-027, 1984.
- [41] Heinz, A.: Verdrängermaschinen I und II. Handbuch Energie, TÜV Rheinland. Technischer Verlag Resch, 1984.
- [42] Hinsenkamp, G.: Kennfeldoptimierung adiabater Schrauben-Expansionsmaschinen beim Einsatz unterschiedlicher Arbeitsfluide. Forschung im Ingenieurwesen – Engineering Research, Bd. 59, Nr. 1/2, 1993.
- [43] Hinsenkamp, G., Willibald, U. und Wittig, S.: Einsatz einer ORC – Versuchsanlage für die Bewertung kleiner Kraftmaschinen zur rationellen Energienutzung. Brennstoff-Wärme-Kraft, Bd. 44, Nr. 6, 1992.
- [44] Hinsenkamp, G., Willibald, U. und Wittig, S.: Experimentell gestütztes Kennzahlmodell zur Beschreibung des Betriebsverhaltens trockenlaufender Schrauben-Expansionsmaschinen in Kreisprozessen. Forschung im Ingenieurwesen – Engineering Research, Bd. 58, Nr. 4, 1992.
- [45] Hinsenkamp, G. und Wittig, S.: Betriebsverhalten und Kennfeldermittlung einer trockenlaufenden Schraubenexpansionsmaschine im organischen Dampfkreislauf (ORC). BMFT-Abschlußbericht FKz. 03-2871-3A, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe, 1989.
- [46] Hornung, V.: Planung der meß- und regeltechnischen Einrichtungen eines Dampfversuchskreislaufes. Diplomarbeit Nr. 178, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe, 1981.
- [47] Huppmann, G., Weichselgartner, J., Schmidt, G., Dure, G., Öchslein, W. und Raasch, E.: Nutzung industrieller Abwärme durch ORC-Systeme. Abschlußbericht EUR 9271 DE, KEG, 1984.
- [48] Kacker, S.C. und Okapuu, U.: A Mean Line Prediction Method for Axial Flow Turbine Efficiency. ASME-Journal of Engineering for Power, Bd. 104, Nr. 1, 1982.
- [49] Kaneko, T. und Hirayama, N.: Study on Fundamental Performance of Helical Screw Expander. Bulletin of the JSME, Bd. 28, Nr. 243, 1985.
- [50] Kauder, K. und Dreißig, B.: Auslegungskriterien für Schraubenmotoren. In: VDI-Berichte, Nr. 640, 1987.

- [51] Kauder, K. und Dreißig, B.: Optimierte Auslegung von trockenlaufenden Schraubenmotoren. In: VDI-Berichte, Nr. 859, 1990.
- [52] Knöringer, P.: Maschinenseitige Auslegung eines Frigidampfkreislaufes. Diplomarbeit Nr. 179, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe, 1981.
- [53] Konka, K.-H.: Schraubenkompressoren. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1988.
- [54] Korte, K.J.: Simulation der kinematischen und thermodynamischen Abläufe in der rotierenden Schraubenmaschine. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1980.
- [55] Kost, A.: Entwicklung eines Luftabscheiders für einen organischen Dampfkreislauf (ORC). Diplomarbeit Nr. 336, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe, 1988.
- [56] Krijger, J.K.B., Hillen, B. und Hoogstraten, H.W.: Pulsating entry-flow in a plane channel. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik, Bd. 42, Nr. 1, 1991.
- [57] Lysholm, A.: A New Rotary Compressor. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Bd. 150, 1943.
- [58] Lysholm, A.: The Fundamentals of a New Screw Engine. ASME-Paper Nr. 66-GT-67, 1966.
- [59] Macchi, E.: Closed-Cycle Gas Turbines. Von Karman Institute for Fluid Dynamics, Lecture Series 100, 1977.
- [60] Macchi, E. und Perdichizzi, A.: Efficiency Prediction for Axial-Flow Turbines Operating with Nonconventional Fluids. ASME-Journal of Engineering for Power, Bd. 103, Nr. 10, 1981.
- [61] Maizza, V.: The Use of Unconventional Fluids for Single Stage Supersonic Turbines of Low Power Output. In: Proceedings of the 11th IECEC, Nr. 769203, 1976.
- [62] Margolis, D.L.: Analytical Modeling of Helical Screw Turbines for Performance Prediction. ASME-Journal of Engineering for Power, Bd. 100, Nr. 7, 1978.
- [63] McKay, R.: Helical Screw Expander Evaluation Project. Technischer Bericht DOE-ET-283291 (DE82013337), NASA, Pasadena, 1982.
- [64] Mente, H.P.: Herstellung von Rotoren für Schraubenmaschinen. In: VDI-Berichte, Nr. 521, 1984.

- [65] Merigoux, J.M. und Pocard, P.: Solar Power Units with Screw Expanders. In: Proceedings of the International Symposium Workshop on Solar Energy, Bd. 3. Pergamon Press, New York, 1979.
- [66] MPS Staff Report: Engineers warm to cooler Power. Modern Power Systems (MPS), Bd. 11, Nr. 4, 1991.
- [67] Muhlke, R.: Theoretische Berechnung von Cordier-Diagrammen für adiabate, trockenlaufende Schrauben-Expansionsmaschinen unter Variation relevanter Auslegungsgrößen. Studienarbeit Nr. 254, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe, 1991.
- [68] Müller, K.J.: Thermische Strömungsmaschinen: Auslegung und Berechnung. Springer-Verlag, Wien, 1978.
- [69] Myers, B., Deis, G. und Shell, T.: Operating Efficiencies of a Lysholm Helical Expander for Brayton-Cycle Heat Engines. Technischer Bericht UCRL-94019 DE86 007178, Lawrence Livermore National Laboratory, 1986.
- [70] Naujocks, R.: Zustandsänderungen in trockenlaufenden Schraubenmaschinen – ein Vergleich von Rechnung und Experiment. Dissertation, Universität Dortmund, 1982.
- [71] Neumann, G.: Berechnete, prozeßbeeinflussende Strömungsvorgänge in Schraubenverdichtern. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1986.
- [72] Organ, A.J.: Thermodynamic Analysis of the Stirling Cycle Machine – a Review of the Literature. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Bd. 201, Nr. C6, 1987.
- [73] Perdichizzi, A. und Lozza, G.: Design Criteria and Efficiency Prediction for Radial Inflow Turbines. ASME-Paper Nr. 87-GT-231, 1987.
- [74] Persson, J.-G.: Performance Mapping vs' Design Parameters for Screw Compressors and other Displacement Compressor Types. In: VDI-Berichte, Nr. 859, 1990.
- [75] Peveling, F.-J.: Einfluß des Umschlingungswinkels auf das Betriebsverhalten von Schraubenmaschinen. In: VDI-Berichte, Nr. 640, 1987.
- [76] Peveling, F.-J.: Ein Beitrag zur Optimierung adiabater Schraubenmaschinen in Simulationsrechnungen. Dissertation, Universität Dortmund, 1988.
- [77] Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A. und Vetterling, W.T.: Numerical Recipes in Fortran. Cambridge University Press, 1988.

- [78] Rinder, L.: Schraubenverdichter. Springer-Verlag, Wien, New York, 1979.
- [79] Rombusch, U.K. und Giesen, H.: Neue Mollier-i, lg p-Diagramme für die Kältemittel R11, R12, R13 und R21. Kältetechnik – Klimatisierung, Bd. 18, Nr. 2, 1966.
- [80] Rosard, D.D.: Generalized Parameters for Selection of Turbines and Working Fluids for OTEC Power Systems. ASME–Journal of Engineering for Power, Bd. 102, Nr. 1, 1980.
- [81] Scheel, L.F.: A Technology for Rotary Compressors. ASME–Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Bd. 92, 1970.
- [82] Schelling, U.: Planung und Auslegung eines Dampfversuchskreislaufes. Diplomarbeit Nr. 177, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe, 1981.
- [83] Schmeer, D.: Beschreibung der Zersetzungs- und Korrosionsvorgänge beim Einsatz von Fluorchlorkohlenwasserstoffen in ORC-Anlagen. Studienarbeit Nr. 215, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe, 1989.
- [84] Schmidt, G.: Der Einfluß des Fluids auf die Turbine und den Anlagenwirkungsgrad von Rankine-Kreisläufen. Brennstoff–Wärme–Kraft, Bd. 33, Nr. 7/8, 1981.
- [85] Schüler, R.: Entwicklung von Schraubenmaschinen-Rotoren – Ein Beitrag zur Optimierung von Schraubenmaschinen. Dissertation, Universität Dortmund, 1984.
- [86] Smith, S.F.: A Simple Correlation of Turbine Efficiency. Journal of the Royal Aeronautical Society, Bd. 69, 1965.
- [87] Steidel, R.F., Weiss, H. und Flower, J.E.: Performance Characteristics of the Lysholm Engine as tested for Geothermal Power Applications in the Imperial Valley. ASME–Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Bd. 104, Nr. 1, 1982.
- [88] Stodola, A.: Dampf- und Gasturbinen. Springer-Verlag, Berlin, 6. Auflage, 1924.
- [89] Taniguchi, H., Kudo, K., Giedt, W.H., Park, I. und Kumazawa, S.: Analytical and Experimental Investigation of Two-Phase Flow Screw Expanders for Power Generation. ASME–Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Bd. 110, Nr. 10, 1988.
- [90] Traupel, W.: Thermische Turbomaschinen. Erster Band: Thermodynamisch-strömungstechnische Berechnung. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 3. Auflage, 1977.

- [91] VDI-Berichte Nr. 521: Schraubenmaschinen – Schraubenverdichter, Schraubentmotoren, 1984.
- [92] VDI-Berichte Nr. 851: Regenerative Energien. Betriebserfahrungen und Wirtschaftlichkeitsanalysen der Anlagen in Deutschland, 1991.
- [93] Verneau, A.: Small High Pressure Ratio Turbines. Von Karman Institute for Fluid Dynamics, Lecture Series 1987-07, 1987.
- [94] Wauters, P. und de Vlaminck, M.: Theoretical Analysis of Utilization of Helical Screw Expanders. In: VDI-Berichte, Nr. 640, 1987.
- [95] Wichert, K.E.: Characteristics of Helical, Rotary, Positive Displacement Compressors. ASME-Paper Nr. 61-HYD-18, 1961.
- [96] Wittig, S.: Dampf- und Gasturbinen II. Vorlesung an der Universität Karlsruhe, 1991.
- [97] Wood, H.J.: Current Technology of Radial-Inflow Turbines for Compressible Fluids. ASME-Journal of Engineering for Power, Bd. 85, Nr. 1, 1963.
- [98] Zahoransky, R., Knöringer, P., Schelling, U. und Wittig, S.: Anmerkungen zum Einsatz und Wirkungsgrad kleiner Kraftmaschinen — Turbinen, Dampfmotor und Schraubenexpander. Wärme, Bd. 91, Nr. 4, 1985.
- [99] Zierep, J.: Ähnlichkeitsgesetze und Modellregeln der Strömungslehre. G. Braun Verlag, Karlsruhe, 1972.

Anhang

A Formelherleitungen

A.1 Spaltfläche des Blaslochs ND (Läuferunterseite)

Das vorgestellte Bildungsgesetz für die räumlich und zeitlich instationäre Fläche des Blaslochs ND wurde zur Begrenzung des Berechnungsaufwandes bewußt einfach gehalten. Als Ansatzpunkt dient die Verknüpfung der HD- und ND-Blaslochflächen über charakteristische Längenmaße:

$$\frac{F_{Bl,HD}}{F_{Bl,ND}} = \left(\frac{L_{Bl,HD}}{L_{Bl,ND}} \right)^2 \quad (\text{A.1})$$

Zur Berechnung der jeweiligen charakteristischen Länge wird der axiale Abstand zwischen HL- und NL-Flanke im Bereich des Gehäusezwickels herangezogen. Unter Berücksichtigung der konstanten Steigung der Profilverzahnung läßt sich dieser Abstand in eine charakteristische HL-Drehwinkeldifferenz $\Delta\gamma_{Bl}$ umrechnen, deren Bestimmung anhand bekannter Winkelbeziehungen des Stirnschnittes möglich ist:

$$\frac{L_{Bl}}{L} = \frac{\Delta\gamma_{Bl}}{\gamma_u} \quad (\text{A.2})$$

$$\Delta\gamma_{Bl,HD} = (\alpha_{gHL} - \Delta\alpha_{zHL}) - \frac{z_{NL}}{z_{HL}} (\alpha_{gNL} - \Delta\alpha_{NL} + \Delta\alpha_{zNL}) \quad (\text{A.3})$$

$$\Delta\gamma_{Bl,ND} = (\alpha_{gHL} - \Delta\alpha_{zHL}) - \frac{z_{NL}}{z_{HL}} \left[\alpha_{gNL} - \left(\frac{360^\circ}{z_{NL}} - \Delta\alpha_{NL} \right) + \Delta\alpha_{zNL} \right] \quad (\text{A.4})$$

Die gesuchte Näherung für die Fläche des Blaslochs ND ergibt sich durch Einsetzen der Gln. (A.2) bis (A.4) in Gl. (A.1):

$$F_{Bl,ND} = F_{Bl,HD} \left(\frac{\Delta\gamma_{Bl,HD}}{\Delta\gamma_{Bl,ND}} \right)^2$$

A.2 Zusammenhang zwischen der spezifischen Drehzahl N_S und der Kennzahlbasis

Das Hauptproblem bei der Herleitung des Zusammenhangs zwischen der spezifischen Drehzahl N_S nach Gl. (4.20) und den Kenngrößen der Kennzahlbasis besteht in der Entwicklung eines geeigneten Ansatzes für den Austritts-Volumenstrom \dot{V}_a . Hierzu wird zunächst die Austrittstemperatur T_a mit Hilfe der Gl. (4.6) als Funktion von T_e , Π , κ und des inneren Wirkungsgrades η_i dargestellt:

$$T_a = T_e \left[1 - \eta_i \left(1 - \Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \right) \right]$$

Die Austrittsdichte ρ_a kann damit für die Volumenstromberechnung über die ideale Gasgleichung ersetzt werden. Zusammen mit der Definitionsgleichung (4.4) des Liefergrades ergibt sich:

$$\dot{V}_a = \frac{\dot{m}}{\rho_a} = \frac{\lambda \dot{m}_{th} \Pi RT_e}{p_e} \left[1 - \eta_i \left(1 - \Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \right) \right]$$

Nach Ersetzen von \dot{m}_{th} über Gl. (3.3) und Einführen der Kenngrößen σ , $\Phi_{i,th}$ verbleiben als dimensionsbehaftete Größen lediglich u_{HL} und D_{HL} :

$$\dot{V}_a = \frac{\sigma \lambda \Pi}{\pi \Phi_{i,th}} \left[1 - \eta_i \left(1 - \Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \right) \right] u_{HL} D_{HL}^2$$

Damit sind die Voraussetzungen zur Berechnung der spezifischen Drehzahl N_S gegeben. Zur Vereinfachung der Darstellung wird die Definitionsgleichung (4.20) in quadrierter Form verwendet. Durch Einsetzen des Volumenstroms \dot{V}_a sowie der isentropen Druckänderungsarbeit aus Gl. (3.11) resultiert nach kurzer Zwischenrechnung der gesuchte Zusammenhang:

$$\begin{aligned} N_S^2 &= n_{HL}^2 \frac{\dot{V}_a}{a_{i,s}^{3/2}} \\ &= \left(\frac{u_{HL}}{\pi D_{HL}} \right)^2 \frac{u_{HL} D_{HL}^2 \sigma \lambda \Pi}{\pi \Phi_{i,th}} \frac{1 - \eta_i \left(1 - \Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \right)}{\left[\frac{\kappa}{\kappa-1} RT_e \left(1 - \Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \right) \right]^{3/2}} \\ &= \left(\frac{M_u}{\pi} \right)^3 \frac{\sigma \lambda \Pi}{\Phi_{i,th}} \left(\frac{\kappa-1}{1 - \Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}} \right)^{3/2} \left[1 - \eta_i \left(1 - \Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \right) \right] \end{aligned}$$

A.3 Wirkungsgradlinien η_{id} im N_S, D_S - Diagramm

Gesucht ist die Darstellung der Linien konstanten Wirkungsgrades η_{id} der idealen, leckagefreien SEM im N_S, D_S - Diagramm für den allgemeinen Fall $p_i \neq p_a$. Diese Kenngröße beschreibt die drehzahlunabhängigen Expansionsverluste als Funktion von $\Phi_{i,th}$, κ und Π . Ihre Bestimmung in Abhängigkeit von N_S und D_S erfordert in Analogie zum vorangehenden Abschnitt die Ermittlung der Austrittstemperatur T_a und des Austritts-Volumenstroms \dot{V}_a :

$$\begin{aligned} T_a &= T_e \left[1 - \eta_{id} \left(1 - \Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \right) \right] \\ \dot{V}_a &= \frac{\sigma \Pi}{\pi \Phi_{i,th}} \left[1 - \eta_{id} \left(1 - \Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \right) \right] u_{HL} D_{HL}^2 \end{aligned}$$

Damit kann durch Eliminieren von $a_{i,s}$ aus den Definitionsgleichungen (4.20) und (4.21) für N_S und D_S die doppelt-logarithmische Darstellung der Geradengleichung von η_{id}

im N_S, D_S - Diagramm der idealen SEM abgeleitet werden:

$$\begin{aligned}\log D_S &= -\frac{1}{3} \log N_S - \frac{1}{3} \log \left(\frac{\pi \dot{V}_a}{u_{HL} D_{HL}^2} \right) \\ &= -\frac{1}{3} \log N_S - \frac{1}{3} \log \left[\frac{\sigma \Pi}{\Phi_{i,th}} \left(1 - \eta_{id} \left(1 - \Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \right) \right) \right]\end{aligned}$$

A.4 Umfangs-Machzahl M_u für reale Gase

Unter Benutzung allgemeiner thermo- und gasdynamischer Zusammenhänge wird nachfolgend die Berechnung der Umfangs-Machzahl M_u für SEM bei Betrieb mit realen Gasen abgeleitet. Ausgangspunkt ist die Definition:

$$M_u = \frac{u_{HL}}{\sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s}}$$

Die Ausbreitung kleiner Störungen im Medium soll isentrop erfolgen. Mit k_{is} als Isentropenexponent des Realgases folgt aus der Isentropenbeziehung $p\rho^{-k_{is}} = Const.$ durch logarithmieren und nachfolgende implizite Differentiation:

$$\begin{aligned}\frac{dp}{p} - k_{is} \frac{d\rho}{\rho} &= 0 \\ \text{und} \quad \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s &= \frac{p}{\rho} k_{is}\end{aligned}$$

Hierin noch unbekannt ist der Isentropenexponent k_{is} , der nach Doering [21] als Produkt aus Isothermenexponent k_T und dem Verhältnis der spez. Wärmekapazitäten κ definiert ist:

$$k_{is} = k_T \kappa = \frac{\rho}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T \kappa$$

Der Wert von κ geht als Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten aus der Zustandsgleichung des realen Gases hervor. Bezogen auf den Eintrittszustand "e" ergibt sich nach Aufspaltung der Umfangsgeschwindigkeit in Winkelgeschwindigkeit und Durchmesser schließlich als Bestimmungsgleichung für M_u :

$$M_u = \frac{\omega_{HL} D_{HL}}{2 \sqrt{\kappa \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{T_e}}}$$

A.5 Druckverhältnis beim Wirkungsgradmaximum für $M_u = Const.$

Der maximale Wirkungsgrad $\eta_{i,max}$ einer Kennlinie $M_u = Const.$ tritt bei einem eindeutig bestimmten äußeren Druckverhältnis Π_{max} auf. Beide Größen sind über folgende Extremalbedingung verknüpft:

$$\left(\frac{\partial \eta_{i,max}}{\partial \Pi_{max}} \right)_{M_u} = 0$$

Der allgemeine Zusammenhang zwischen Druckverhältnis und isentropem Wirkungsgrad ergibt sich durch Kombination der Gln. (4.9), (4.16) und (4.19):

$$\eta_i = \frac{\Lambda_i}{\Lambda_{is}} = \frac{\frac{\Phi_i}{\Pi} + C}{\frac{\kappa}{\kappa - 1} \left(\Pi^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} - 1 \right)}$$

Nach Einsetzen in die obige Extremalbeziehung resultiert eine Bestimmungsgleichung für das gesuchte äußere Druckverhältnis:

$$0 = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \left(1 - \Pi_{max}^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \right) \frac{\Phi_i}{\Pi_{max}^2} + \left(\frac{\Phi_i}{\Pi} + C \right) \Pi_{max}^{\frac{1-2\kappa}{\kappa}}$$

Diese Gleichung kann nicht nach Π_{max} aufgelöst werden. Durch elementare Umformung läßt sich aber eine implizite Formulierung angeben, die ausgehend von einem geeigneten Startwert $\Pi_{max} \geq 1$ nach wenigen Iterationen konvergiert:

$$\Pi_{max} = \frac{\Phi_i \left(1 - \kappa \Pi_{max}^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right)}{C (\kappa - 1)}$$

Damit liegt das Druckverhältnis Π_{max} bei $M_u = Const.$ fest und kann zur Berechnung des gesuchten inneren Wirkungsgrades $\eta_{i,max}$ in Gl. (4.19) eingesetzt werden.

B Tabellen

Spalt Nr.	Bereichsgrenzen HL-Drehwinkel	
1	$\gamma_{1.1} = 0^\circ$	$\gamma_{1.2} = \gamma_{1.1} + \gamma_k$
2	$\gamma_{2.x} = \gamma_{3.x} + \gamma_k$	
3	$\gamma_{3.1} = \gamma_s - \gamma_k$ $\gamma_{3.3} = (360^\circ - \alpha_{gNL} - \Delta\alpha_{NL}) \frac{z_{NL}}{z_{HL}}$	$\gamma_{3.2} = 360^\circ - \alpha_{gHL}$
4	$\gamma_{4.x} = \gamma_{1.x} + \gamma_u$	
5	$\gamma_{5.x} = \gamma_{6.x} + \gamma_k$	
6	$\gamma_{6.1} = \gamma_u$	$\gamma_{6.2} = \gamma_{6.1} + \alpha_{gHL}$
7	$\gamma_{7.x} = \gamma_{8.x} + \gamma_k$	
8	$\gamma_{8.1} = \gamma_s - \gamma_k = \gamma_{3.1}$ $\gamma_{8.3} = \gamma_u + \alpha_{gHL} = \gamma_{6.2}$	$\gamma_{8.2} = \gamma_u + (\alpha_{gNL} - \Delta\alpha_{NL}) \frac{z_{NL}}{z_{HL}}$ $\gamma_{8.4} = \gamma_{3.3}$
9	$\gamma_{9.1} = (\Delta\alpha_{NL} - \alpha_{gNL}) \frac{z_{NL}}{z_{HL}}$ $\gamma_{9.3} = \gamma_{9.2} + \gamma_u$	$\gamma_{9.2} = \gamma_{9.1} + \gamma_k$ $\gamma_{9.4} = \gamma_{9.3} + \gamma_k$
10	$\gamma_{10.x} = \gamma_{11.x} + \gamma_k$	
11	$\gamma_{11.1} = \gamma_s - \gamma_k = \gamma_{3.1}$	$\gamma_{11.2} = \gamma_u$
12	$\gamma_{12.1} = 360^\circ - \alpha_{gHL} = \gamma_{3.2}$	

Tabelle B.1: Winkelbereiche der SEM-Dichtspaltflächen,
Bezeichnungen siehe Bild 3.2

C Diagramme

Nomenklatur der Bilder C.1 und C.2:

- | | |
|--------------------|-------------------------|
| 1 Zylindergehäuse | 8 Radiallager |
| 2 Hauptläufer | 9 Axiallager |
| 3 Nebenläufer | 10 Ölpumpe |
| 4 ND-Gehäuse | 11 Antriebswelle |
| 5 Synchrongetriebe | 12 Übersetzungsgetriebe |
| 6 Wellenabdichtung | 13 Kühlgebläse |
| 7 Druckölsperre | 14 Ölkühler |

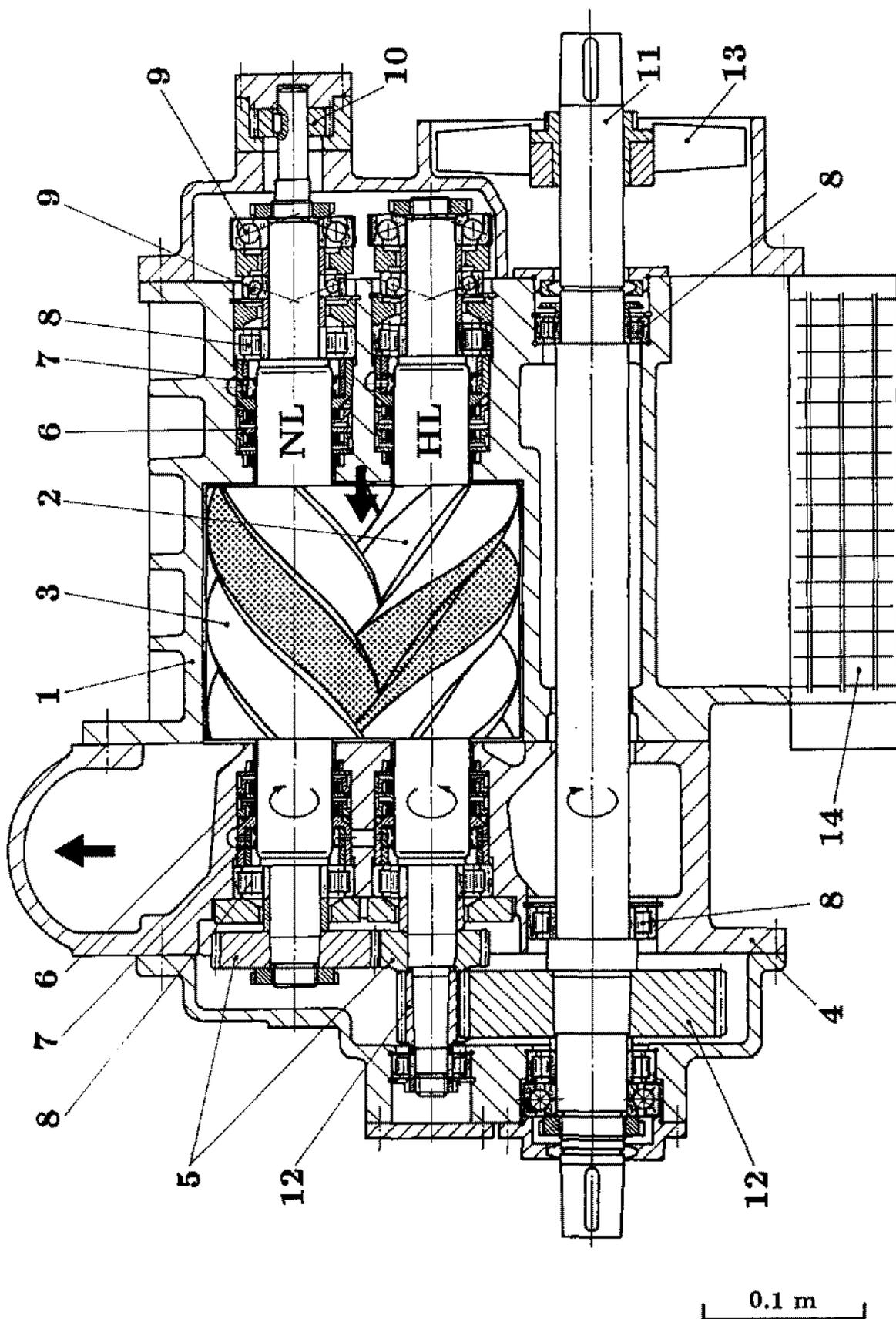


Bild C.1: Vereinfachter Schnitt der SEM VM037D (Aerzener Maschinenfabrik)

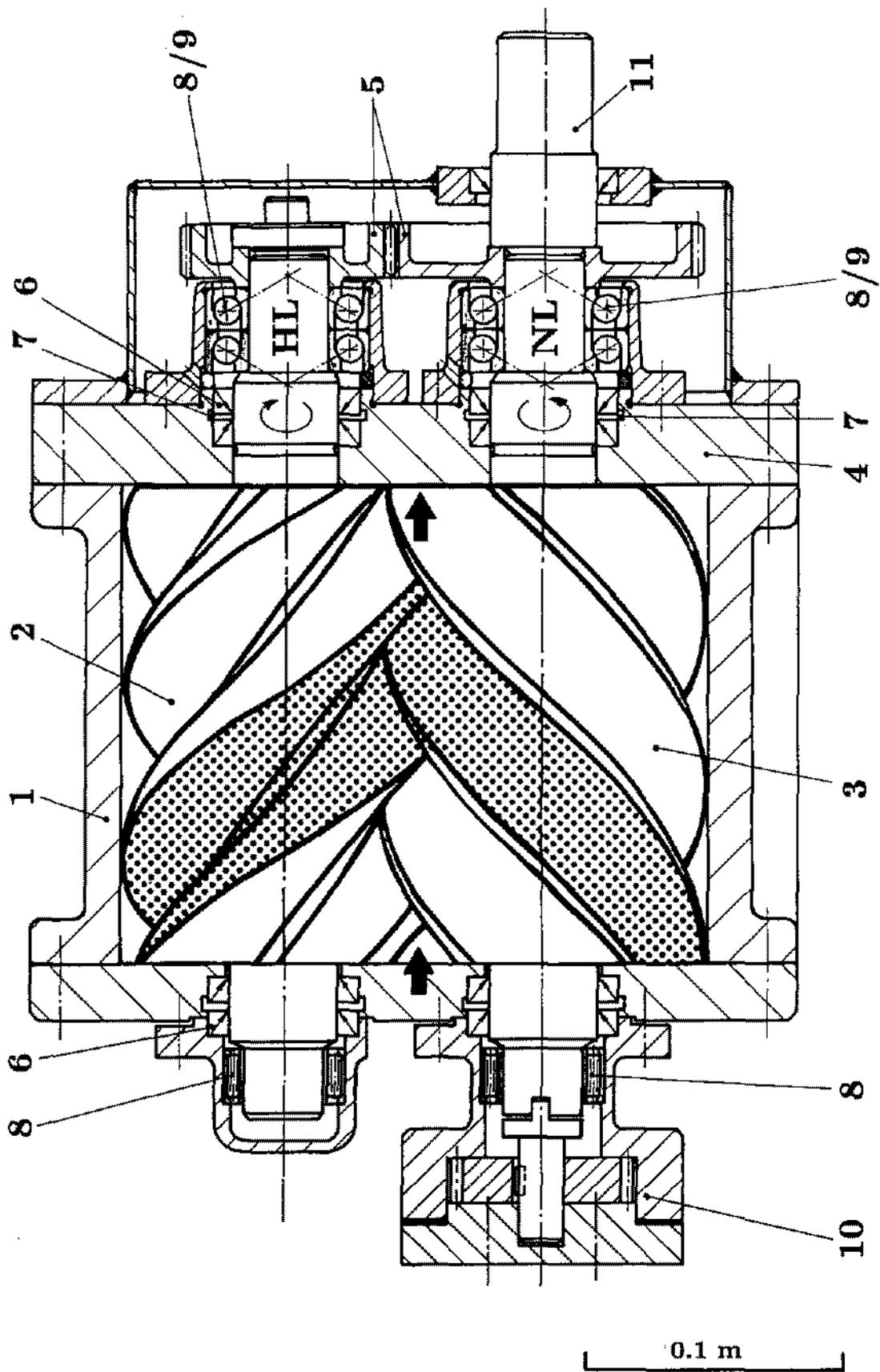


Bild C.2: Vereinfachter Schnitt der SEM ASSY (Atlas Copco)

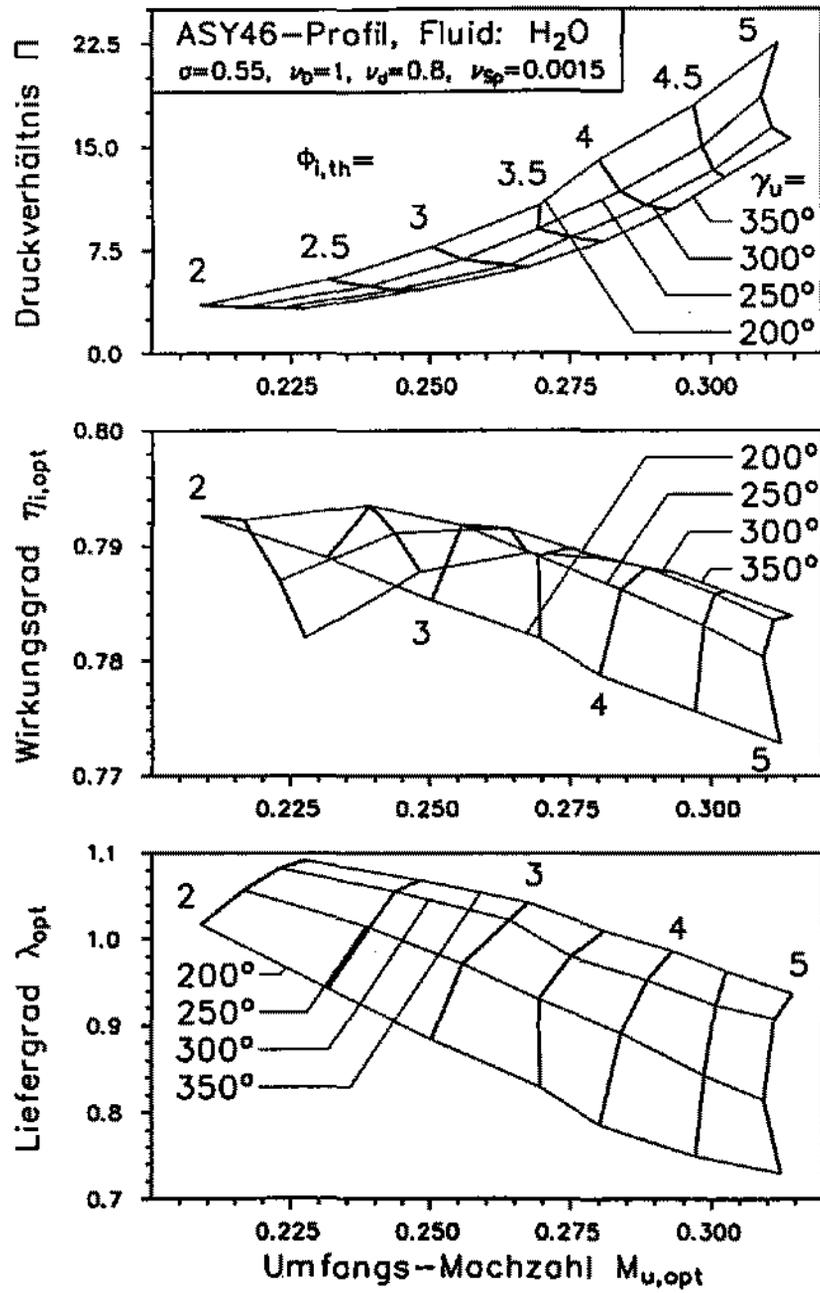


Bild C.3: Auslegungsdiagramm der trockenlaufenden SEM, Fluid: H₂O

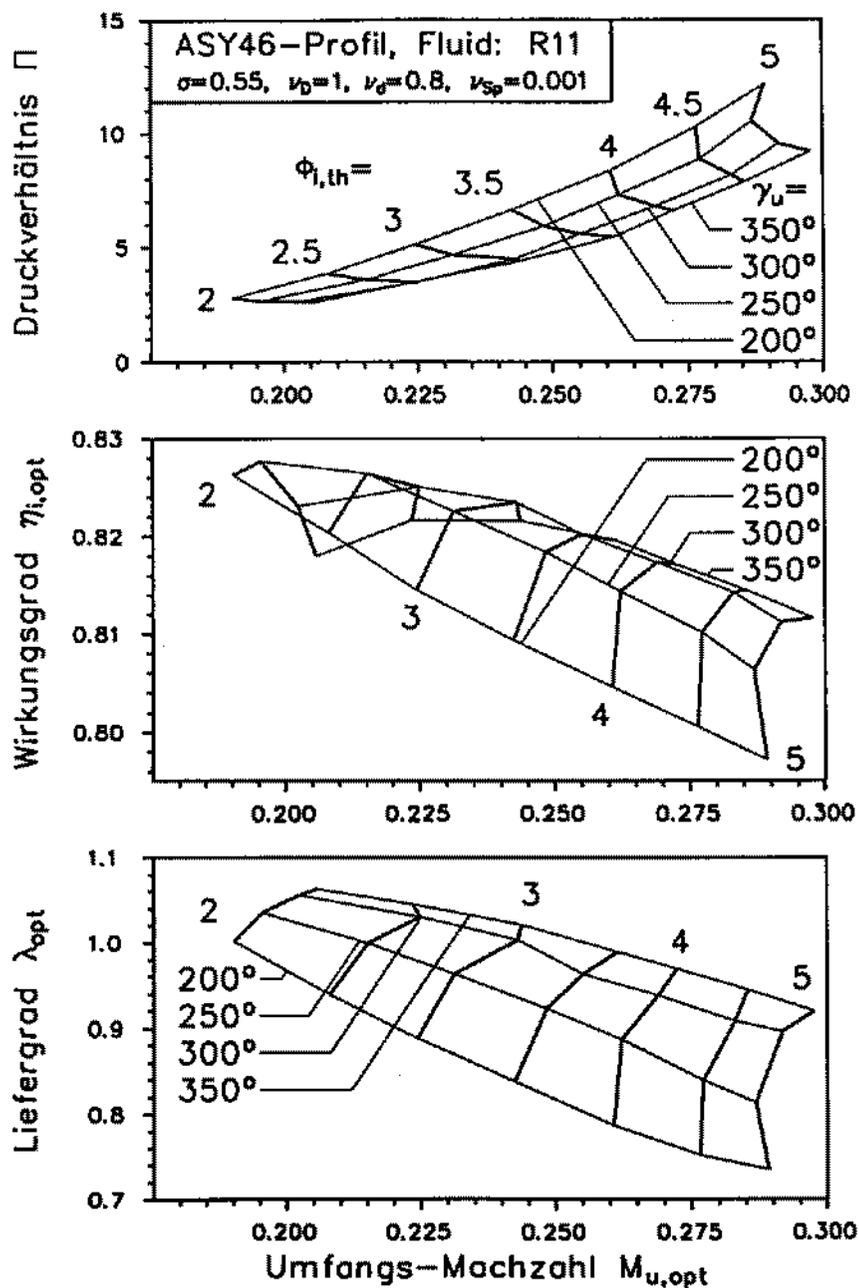
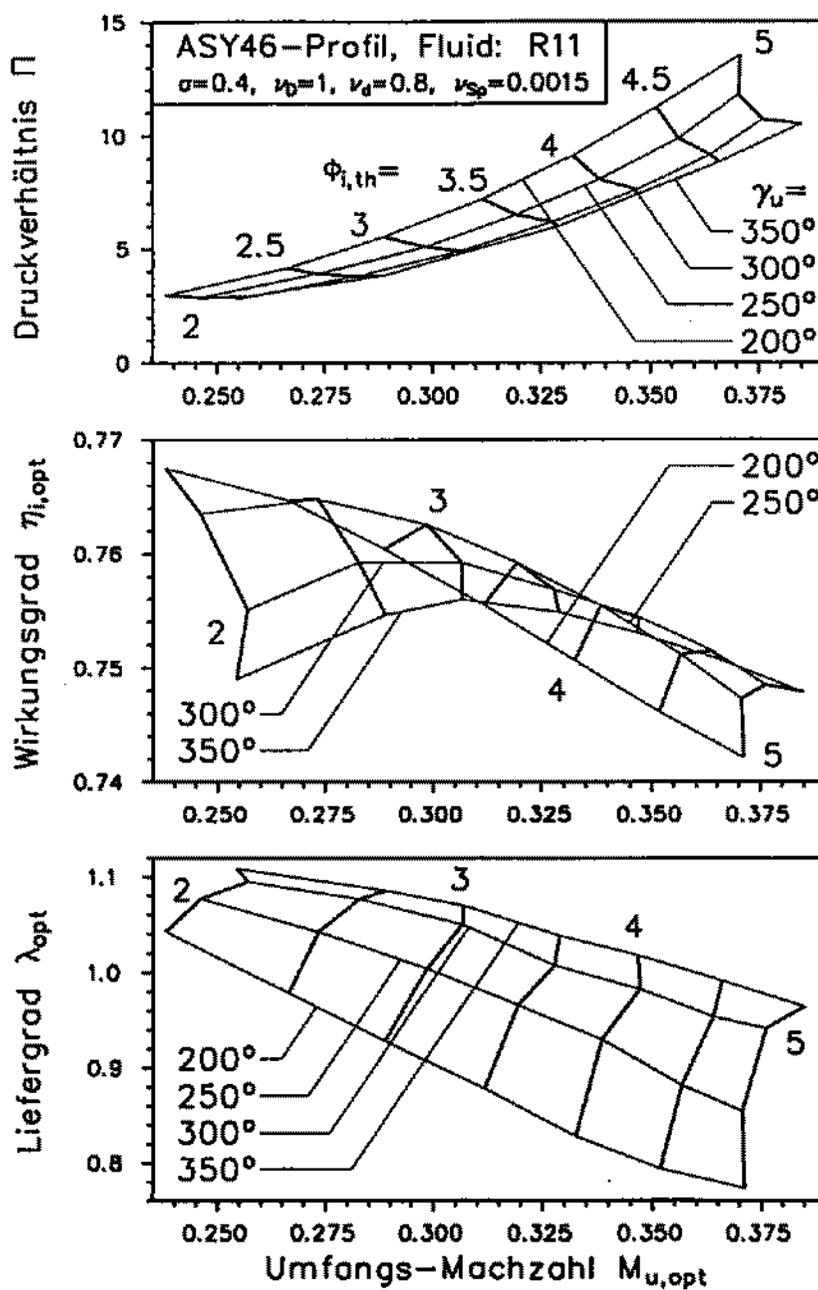


Bild C.4: Auslegungsdiagramm der trockenlaufenden SEM, $\nu_{Sp}=0.001$

Bild C.5: Auslegungsdiagramm der trockenlaufenden SEM, $\sigma=0.4$

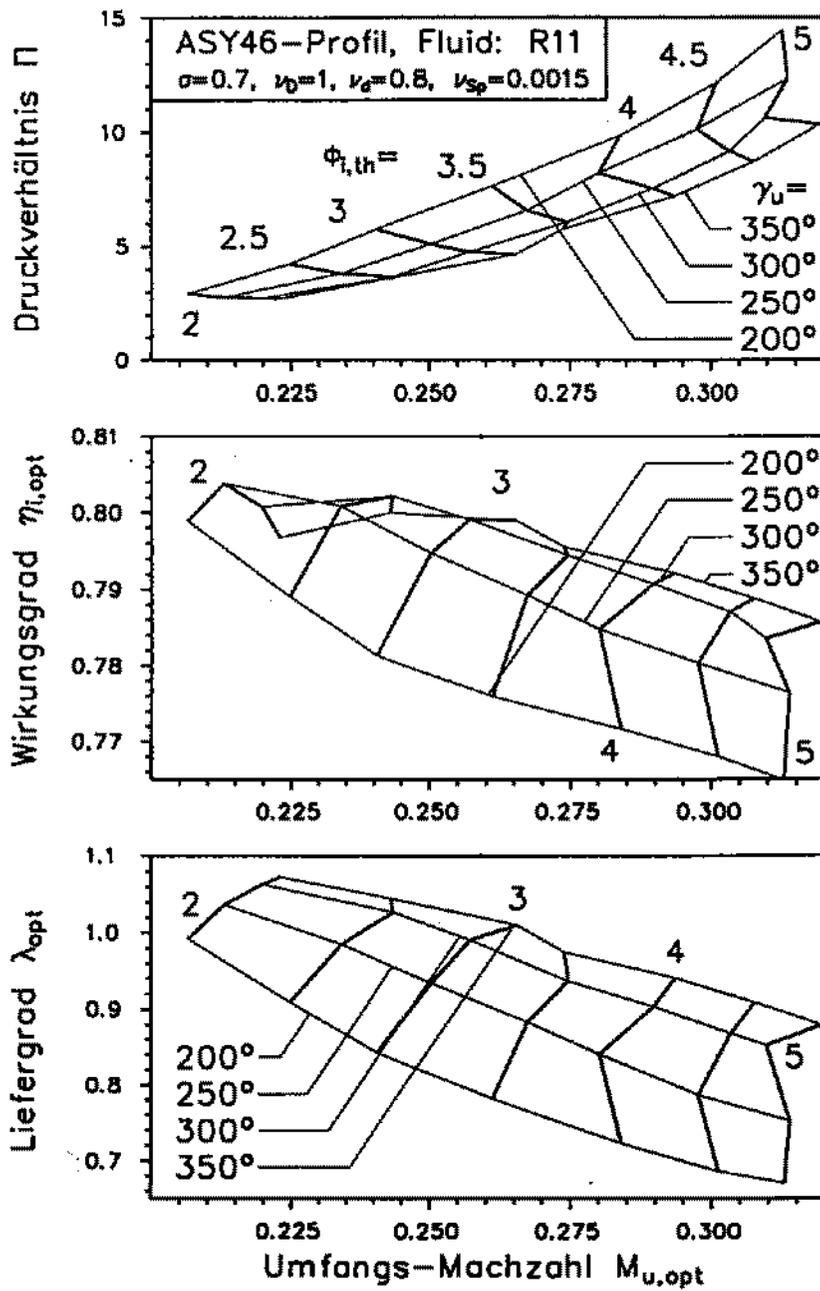


Bild C.6: Auslegungsdiagramm der trockenlaufenden SEM, $\sigma=0.7$

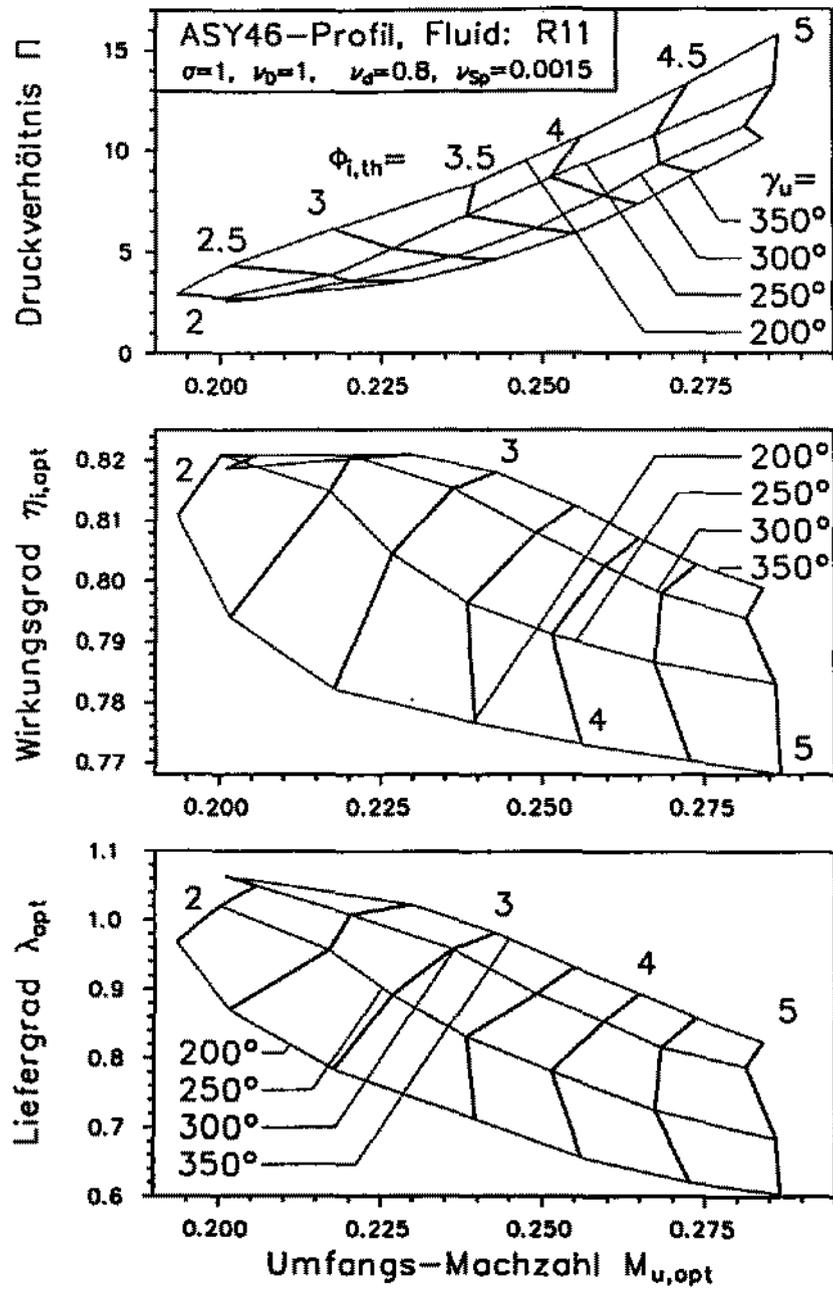


Bild C.7: Auslegungsdiagramm der trockenlaufenden SEM, $\sigma=1$

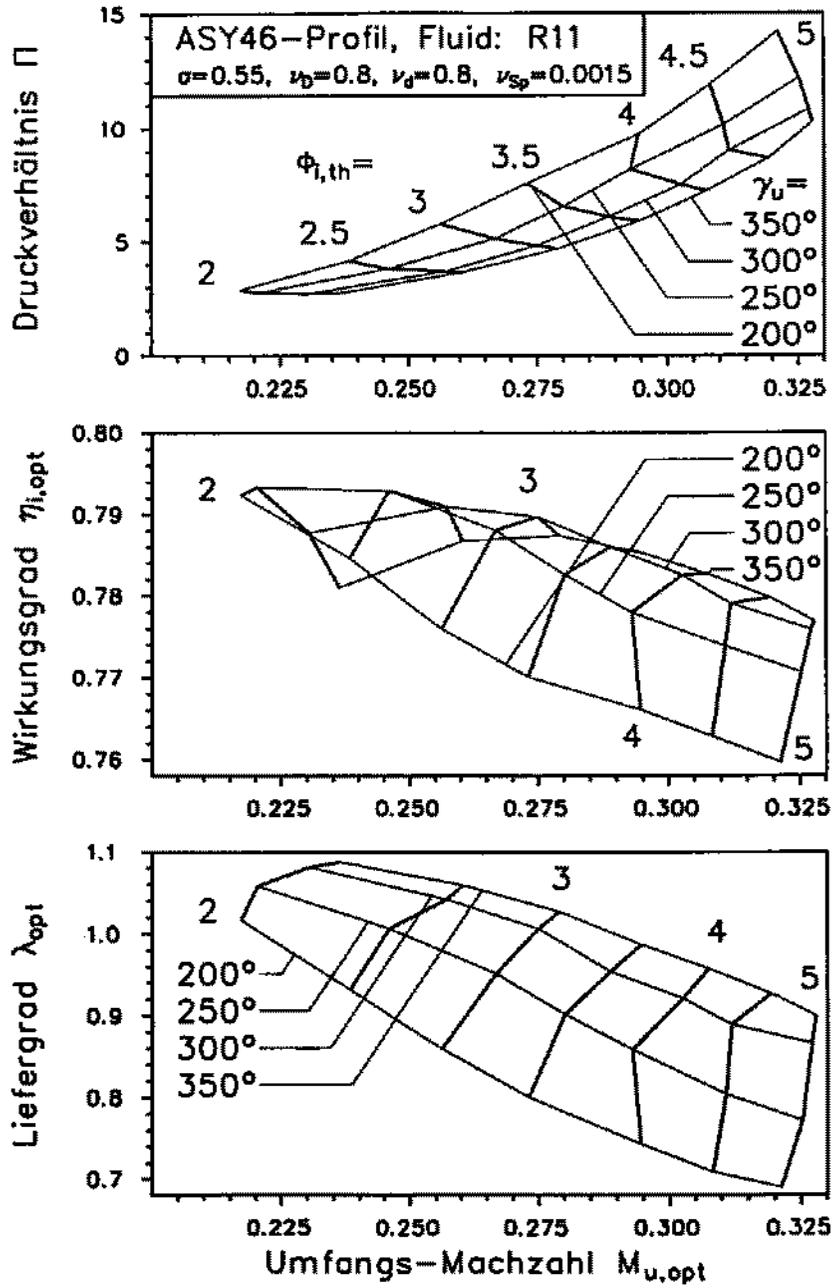


Bild C.8: Auslegungsdiagramm der trockenlaufenden SEM, $\nu_D=0.8$

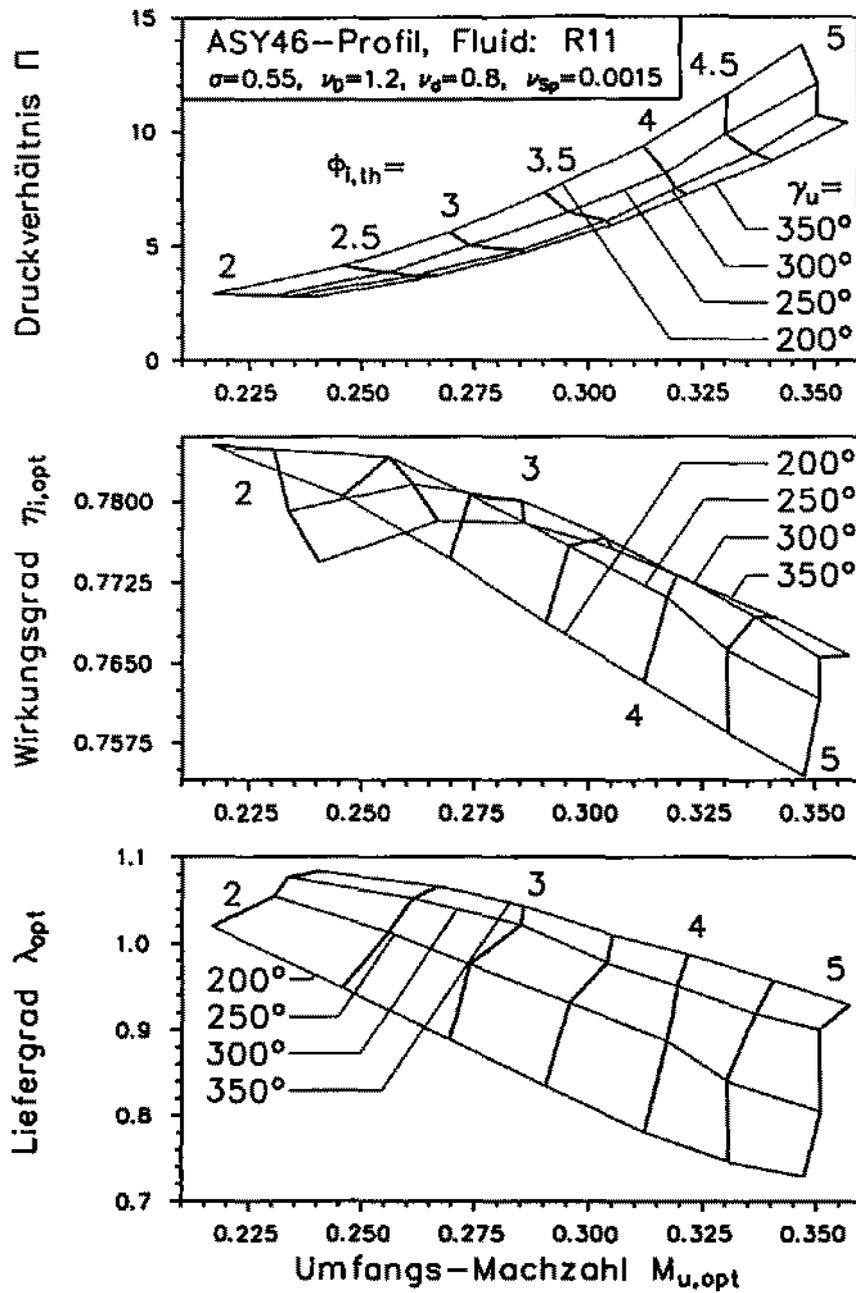


Bild C.9: Auslegungsdiagramm der trockenlaufenden SEM, $\nu_D=1.2$

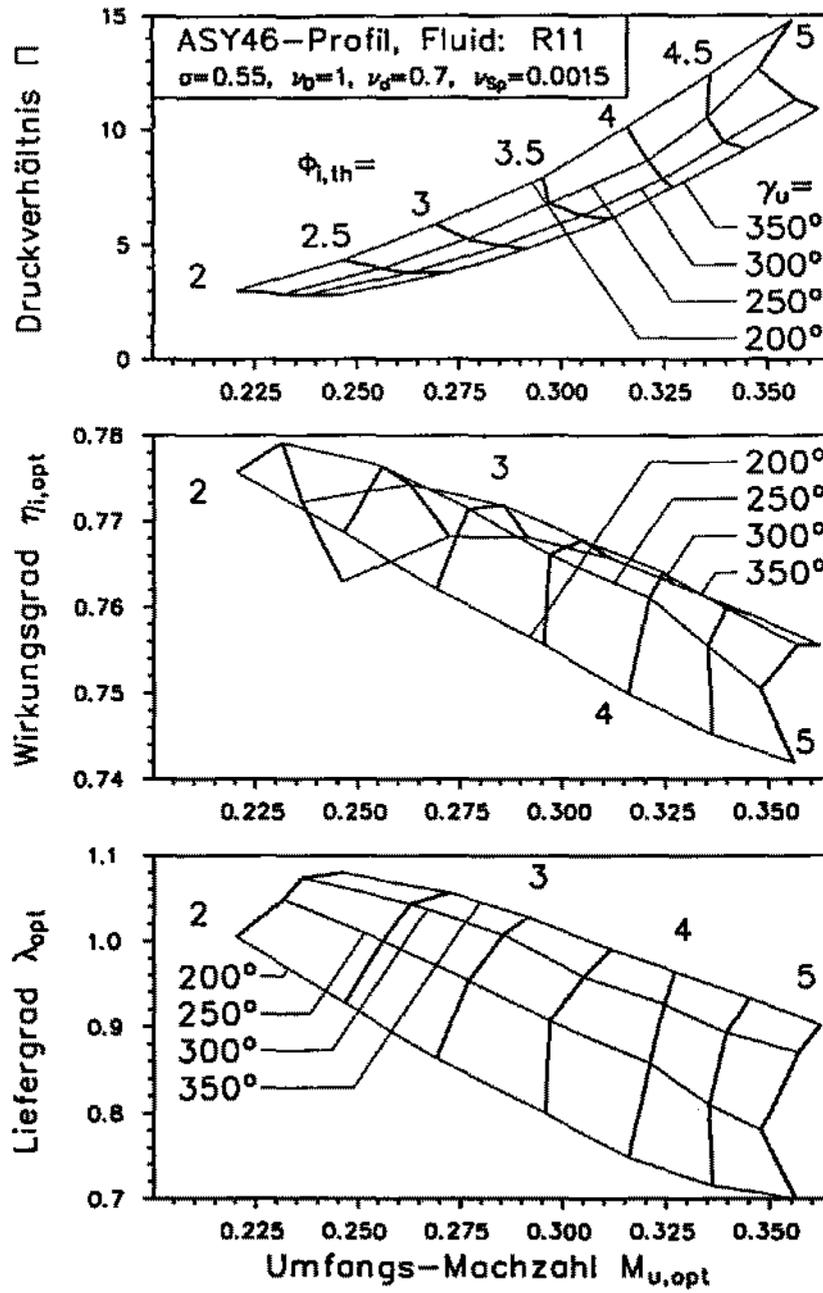


Bild C.10: Auslegungsdiagramm der trockenlaufenden SEM, $\nu_d=0.7$

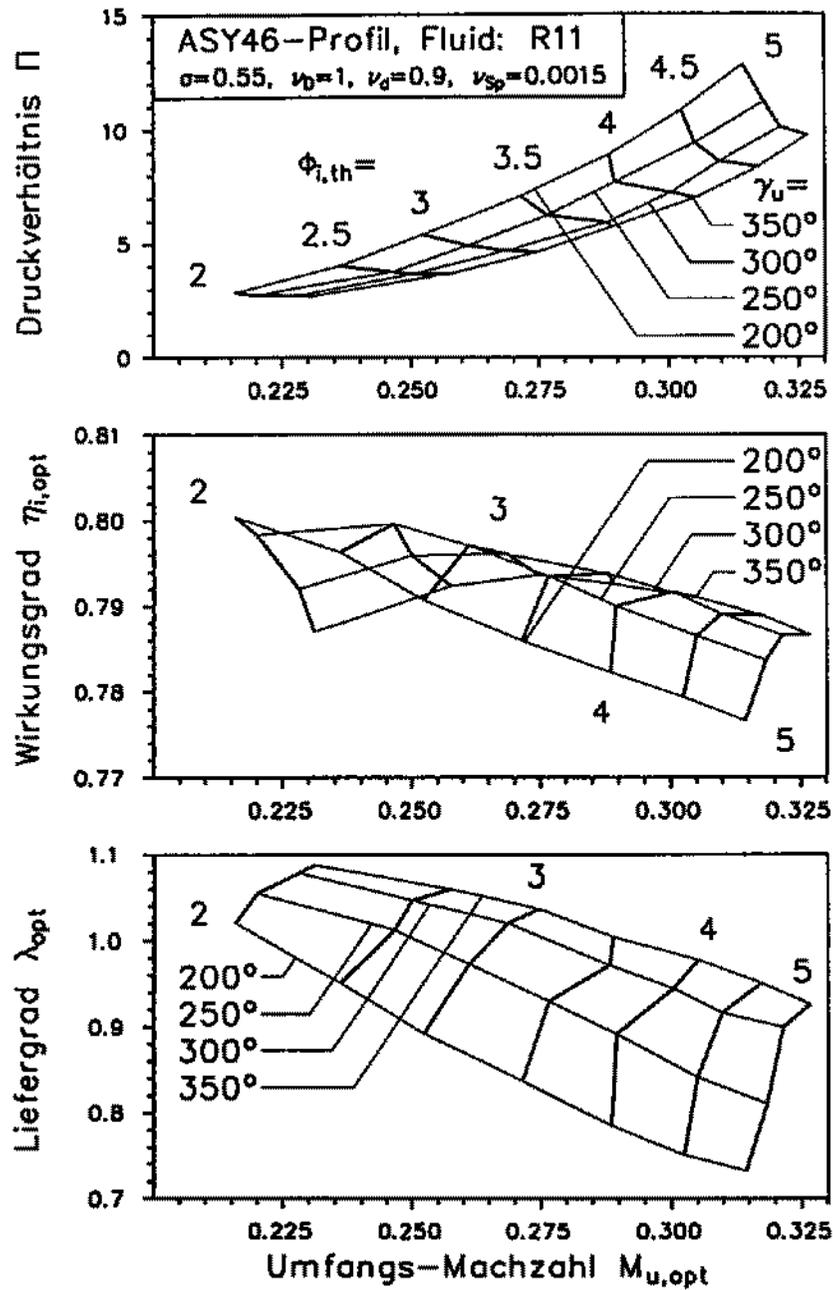


Bild C.11: Auslegungsdiagramm der trockenlaufenden SEM, $\nu_d=0.9$

LEBENS LAUF

Gert Ernst Hinsenkamp

12. Juni 1961

geboren in Pforzheim

Familienstand

verheiratet, 1 Kind

1967 – 1971

Besuch der Nordstadt-Grundschule in Pforzheim

1971 – 1980

Besuch des Kepler-Gymnasiums in Pforzheim

1977 – 1978

einjähriger USA-Aufenthalt als Austauschschüler in Langhorne/Pennsylvania; Besuch der High School und Erwerb des amerikanischen "Diploma"

seit 1978

Nebenberufliche Tätigkeit als freier Journalist bei verschiedenen Tageszeitungen und Magazinen

10. Juni 1980

Abitur (Schulpreis der Stadt Pforzheim 1979/80)

1980 – 1981

Grundwehrdienst als Fotograf/Stabsdienstsoldat bei der Luftwaffe

1981 – 1987

Studium des allgemeinen Maschinenbaus an der Universität Karlsruhe (TH)

13. Okt. 1987

Diplom-Hauptprüfung

seit Jan. 1988

Wissenschaftlicher Angestellter am Lehrstuhl und Institut für Thermische Strömungsmaschinen der Universität Karlsruhe (TH).