

Modellexperimente zu Aufschmelzvorgängen infolge innerer Wärmequellen

Zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Ingenieurwissenschaften

an der Fakultät für Maschinenbau der
Universität Karlsruhe

genehmigte
Dissertation

von

Diplom-Ingenieur Lothar Heller

aus

Sulingen

Tag der mündlichen Prüfung 04.06.2002

Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. P. Ehrhard
1. Korreferent: Prof. Dr.-Ing. H. Oertel
2. Korreferent: Prof. Dr.-Ing. J. Koster

Modellexperimente zu Aufschmelzvorgängen infolge innerer Wärmequellen

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschreibt Experimente, in welchen Gallium ($Pr = 0.02$) in Folge innerer Wärmequellen aufgeschmolzen wird. Die Experimente sind zweidimensionaler Natur und werden an einem Galliumhalbzylinder, der axial mit Gleichstrom ohmsch beheizt wird, durchgeführt. Die Halbzylinderoberfläche wird mit Hilfe einer Sprühwasserkühlung näherungsweise auf konstanter Temperatur gehalten, die Bodenplatte ist adiabat. Durch Variation der Stromstärke und der Sprühwassertemperatur werden zum einen die dimensionslose Schmelztemperatur Θ_m , welche die Größe der flüssigen Kavität bestimmt, und zum anderen die *Rayleigh-Zahl* Ra , welche die Intensität der einsetzenden Konvektion charakterisiert, variiert. Die dimensionslosen Parameter Θ_m und Ra sind im Bereich $0.09 \leq \Theta_m \leq 0.23$ und $0.84 \leq Ra \leq 261.4$ variiert.

Die Experimente werden nach Einschalten der inneren Beheizung transient bis zum Erreichen eines stationären Gleichgewichtszustands durchgeführt. Transient wird das Temperaturfeld mit Hilfe von Thermoelementen und die Höhe der flüssigen Kavität in der Mitte mit Hilfe der Ultraschallmesstechnik erfasst. Das Krustenprofil im stationären Zustand wird nach Ablassen des flüssigen Galliums mit Hilfe der Triangulation vermessen.

Die durchgeführten Experimente dienen der Verifikation des Codes *COSMO2000*, welcher ebene, transiente Aufschmelzprozesse berechnen kann. Die Experimente werden mit den entsprechenden Simulationen verglichen.

Model experiments of melting processes by internal heating

Abstract

The following presentation describes experiments in which Gallium ($Pr = 0.02$) melts due to internal heating. The experiments are of two-dimensional nature and are carried out on a Gallium-semicylinder, which is heated ohmic axial with direct current. The semicylinder surface is held approximately at constant temperature by spray water cooling. The bottom of the semicylinder is adiabatic. The non-dimensional melting temperature Θ_m , which determines the size of the liquid cavity, and the *Rayleigh*-number Ra , which characterizes the intensity of the starting convection, can be changed by variation of the amperage and the temperature of the spray water cooling. The non-dimensional parameters Θ_m and Ra are varied in the range of $0.09 \leq \Theta_m \leq 0.23$ and $0.84 \leq Ra \leq 261.4$.

The experiments are commenced after turning on the internal heating. They are stopped, when steady state is reached. Transient information of temperature in the measurement layer is measured by thermocouples. The height of the liquid cavity in the middle of the Gallium-semicylinder is measured by an ultrasonic pulse-echo instrument. The steady state profile of the crust is measured by triangulation after draining the liquid Gallium.

The completed experiments verify the numerical code *COSMO2000*, which can calculate plane (2D), transient melting problems. The experiments are compared with equivalent numerical simulations.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Institut für Kern- und Energietechnik (IKET) am Forschungszentrum Karlsruhe.

An dieser Stelle möchte ich besonders Herrn Prof. Dr.-Ing. P. Ehrhard für die Übernahme des Hauptreferats sowie die vorbildliche Betreuung danken.

Ebenfalls möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Oertel vom Institut für Strömungslehre der Universität Karlsruhe und Herrn Prof. Dr.-Ing. J. Koster vom Department of Aerospace Engineering Science an der University of Colorado in Boulder, USA für die freundliche Übernahme des Korreferats sowie ihrem Interesse an dieser Arbeit bedanken.

Weiterhin danke ich allen Kollegen des IKET für die sehr gute Zusammenarbeit, insbesondere bedanke ich mich bei den Mitarbeitern der mechanischen Werkstatt, der Elektrotechnik sowie allen Technikern, ohne die eine derartige experimentelle Arbeit nicht möglich gewesen wäre.

Schließlich möchte ich mich noch bei meinen Eltern und bei Uta bedanken, die durch ihre Unterstützung und Geduld diesen Lebensweg möglich machten.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Zielsetzung	1
1.3	Literaturübersicht	2
1.3.1	Literatur zu Aufschmelzvorgängen mit Zwei-Phasen-Gebiet . .	3
1.3.2	Literatur zu Aufschmelzvorgängen an diskreten Phasengrenzen unter Konvektionseinfluss	3
2	Theoretische Überlegungen	5
2.1	Parameteranalyse	5
2.2	Phasenwechselprobleme	8
2.3	Numerik	12
2.3.1	<i>COSMO</i> 2000	12
2.3.1.1	Physikalisches Basismodell	12
2.3.1.2	Voraussetzungen, Vereinfachungen	13
2.3.1.3	Phasenübergänge	14
3	Experimenteller Aufbau	15
3.1	Konzeption	15
3.2	Versuchsaufbau	16
3.2.1	Auffangwanne und Gestell	16
3.2.2	Elektroden	20
3.2.3	Ausgleichsbehälter	20
3.2.4	Sprühkühlung	21
3.2.5	Innere Wärmequelle	22
3.2.6	Gießvorgang	22
3.2.7	Messverfahren	25
3.3	Stoffdaten für Gallium	25
4	Messtechnik	31
4.1	Ultraschallmessung	31
4.1.1	Grundlagen	31
4.1.2	Messaufbau	34
4.2	Temperaturmessung	38
4.3	Triangulation	41
4.4	Strommessung/Spannungsmessung	42

5	Ergebnisse	44
5.1	Qualifizierung der Testanlage	44
5.1.1	Wärmeleitversuche	44
5.1.2	Vergleich der verschiedenen Messverfahren	46
5.2	Systematische Versuche	49
5.2.1	Versuchsmatrix	49
5.2.2	Versuch mit $T_\infty = 29^\circ C$, $I = 5000 A$	51
5.2.3	Versuch mit $T_\infty = 28^\circ C$, $I = 5000 A$	53
5.2.4	Versuch mit $T_\infty = 29^\circ C$, $I = 4000 A$	56
5.2.5	Stationäre Ergebnisse	59
6	Vergleich der Experimente mit Numerik	62
6.1	Voraussetzungen der Rechnung	62
6.2	Vergleich des transienten Aufschmelzprozesses	64
6.3	Vergleich der stationären Ergebnisse	64
7	Zusammenfassung und Diskussion	71
	Literatur	74

Abbildungsverzeichnis

1	<i>Core-Catcher</i> -Konzept des Europäischen Druckwasserreaktors (EPR) mit möglichen Stellen von erstarrter Kernschuttanhäufung.	2
2	Problemskizze zur Abschätzung des Parametereinflusses.	5
3	Abkühlkurve: a) ohne Unterkühlung b) mit Unterkühlung.	10
4	Schematische Darstellung unterschiedlicher Formen der Phasengrenze a) eben, b) spaltenförmig, c) dendritisch, d) amorph (.	11
5	Erstarrungsvorgänge von Reinstoffen: a) Gerichtete Erstarrung, b) Erstarrung in unterkühlten Schmelzen.	11
6	Physikalisches Modell.	13
7	Schematische Darstellung von Phasenübergängen bei makroskopischer Betrachtung: a) diskreter Phasenübergang, b) kontinuierlicher Phasenübergang.	14
8	Schematischer Aufbau des Experiments.	15
9	Fließbild der Versuchsanlage.	17
10	Prinzipieller Aufbau der Anlage.	18
11	Vergleich der Temperaturverläufe am Boden des Halbzylinders in der Messebene für verschiedene Halbzylinderlängen. $I = 5kA$, $T_\infty = 20^\circ C$ a) $T_s = 22^\circ C$ b) $T_s = 23^\circ C$	19
12	Anordnung der Sprühlanzen für a) Halbzylinder, b) Elektroden.	21
13	Elektrische Schaltung zur Einstellung der Wärmequellstärke im Experiment.	22
14	Problemskizze zum Fortschritt der Erstarrungsfront.	23
15	Vergleich der Wandtemperatur $T_W(t)$ für konstante Geschwindigkeit der Erstarrungsfront bei quasistationärer (durchgezogen) und instationärer (gepunktet) Betrachtung. Verwendete Stoffdaten siehe Tabelle 2.	26
16	Schematischer Aufbau zur experimentellen Bestimmung der Dichte von Gallium.	28
17	Vergleich der experimentell bestimmten Dichte von Wasser (Quadrate) mit der Korrelation (3.13) nach	29
18	Vergleich der experimentell bestimmten Dichte von Gallium (Quadrate) mit Werten nach	29
19	Wärmeausdehnungskoeffizient $\beta(T)$ experimentell ermittelt (Quadrate) und Korrelation (Linie) gemäß Tabelle 2 für Gallium.	30
20	Senkrechter Einfall einer Schallwelle auf eine ebene Grenzfläche.	32
21	Schematische Darstellung der Streuung durch Reflexion an Korngrenzen.	33
22	Prinzipskizze zur Werkstoffprüfung mit dem Puls-Echo-Verfahren.	34

23	Schwingungsform und Frequenzspektrum für einen $2MHz$ -Prüfkopf (<i>Krautkrämer</i> Typ: <i>K2G</i>).	35
24	Echosignale aus dem Galliumhalbzylinder bei a) $T = 20^{\circ}C$, b) $T = 25^{\circ}C$, c) $T = 29^{\circ}C$	37
25	Ultraschalldarstellung der Phasengrenze.	39
26	Schematischer Messaufbau der Temperaturmessung mit Thermoelementen.	39
27	Position der Thermoelemente im Galliumhalbzylinder (Anordnung 1).	40
28	Position der Thermoelemente im Galliumhalbzylinder (Anordnung 2).	40
29	Prinzipieller Aufbau der Triangulation zur Abtastung der Kruste.	41
30	Beispiel eines abgetasteten Krustenprofils.	42
31	Vergleich der Temperaturverteilung bei reiner Wärmeleitung zwischen Rechnung und Experiment bei Stromstärken von a) $I = 4000kA$, b) $I = 5000kA$	45
32	Zeitlicher Verlauf der Temperaturen im Galliumhalbzylinder.	47
33	Höhe der flüssigen Kavität h_m als Funktion der Zeit, gemessen mit der Ultraschalltechnik.	48
34	Krustenprofil des stationären Zustands, abgetastet durch Triangulation.	49
35	Zeitlicher Verlauf der Temperaturen im Halbzylinder für $T_{\infty} = 29^{\circ}C$, $I = 5000A$	51
36	Höhe der flüssigen Kavität h_m als Funktion der Zeit für $T_{\infty} = 29^{\circ}C$, $I = 5000A$	52
37	Krustenprofile für den stationären Zustand.	53
38	Zeitlicher Verlauf der Temperaturen im Halbzylinder für $T_{\infty} = 28^{\circ}C$, $I = 5000A$	54
39	Höhe der flüssigen Kavität h_m als Funktion der Zeit für $T_{\infty} = 28^{\circ}C$, $I = 5000A$	55
40	Krustenprofile für den stationären Zustand.	55
41	Zeitlicher Verlauf der Temperaturen im Halbzylinder für $T_{\infty} = 29^{\circ}C$, $I = 4000A$	57
42	Höhe der flüssigen Kavität h_m als Funktion der Zeit für $T_{\infty} = 29^{\circ}C$, $I = 4000A$	58
43	Krustenprofile für den stationären Zustand.	58
44	Testmatrix mit stationären Krustenprofile.	59
45	Problemskizze für das Aufschmelzen mit interner Beheizung.	63
46	Vergleich der Temperaturprofile zwischen Experiment (Quadrate) und <i>COSMO2000</i> (Linie) zu verschiedenen Zeiten auf der Vertikalen ($\varphi = 90^{\circ}C$). a) $t = 0.05 h$, b) $t = 3.5 h$, c) $t = 6.5 h$	65
47	Höhe der flüssigen Kavität h_m als Funktion der Zeit.	66

48	Vergleich der stationären Phasengrenze zwischen Experiment und Rechnung a) $I = 5000A$, $T_\infty = 29^\circ C$, b) $I = 5000A$, $T_\infty = 28^\circ C$ und c) $I = 4000A$, $T_\infty = 29^\circ C$	67
49	Stationäres berechnetes Stromfeld für a) $I = 5000A$, $T_\infty = 29^\circ C$, b) $I = 5000A$, $T_\infty = 28^\circ C$ und c) $I = 4000A$, $T_\infty = 29^\circ C$	68
50	Ra in Abhängigkeit der dimensionslosen Schmelztemperatur Θ_m . . .	69

Verzeichnis häufig verwendeter Formelzeichen

lateinische Buchstaben:

a	Position der Phasengrenze,
A	Schwingungsamplitude,
A	Fläche,
C	Konstante,
C	Kapazität (Kapitel 4.1),
c	Schallgeschwindigkeit,
c_p	spezifische Wärme,
D	Durchlässigkeitsfaktor,
F_l	Flüssigkeitsanteil,
f_l	lokaler Flüssigkeitsanteil,
g	Erdbeschleunigung,
h	Halbzylinderradius,
I	elektrischer Strom,
I	Schallintensität (Kapitel 4.1),
l	Länge,
L	Latentwärme,
N	Anzahl,
Nu	<i>Nusselt-Zahl</i> ,
p	Schalldruck,
P	Druckamplitude,
Pr	<i>Prandtl-Zahl</i> ,
r, φ	zylindrische Koordinaten,
R, φ	dimensionslose zylindrische Koordinaten,
R	Reflektionsfaktor,
Ra	<i>Rayleigh-Zahl</i> ,
s	Phasengrenze,
S	innere Wärmequellstärke,
t	Zeit,
T	Temperatur,
T	Schwingungsdauer (Kapitel 4.1),
ΔT	Temperaturdifferenz,
U	Spannung,
u, v	Strömungsgeschwindigkeiten,
V	Volumen,
\dot{V}	Volumenstrom,
x, y, z	kartesische Koordinaten,
Z	Schallimpedanz,

griechische Buchstaben:

α	Wärmeübergangskoeffizient,
α	Schwächungskoeffizient (Kapitel 4.1),
β	Wärmeausdehnungskoeffizient,
Δ	Laplace-Operator,
Γ	Kapillarkoeffizient,
Γ	Rand (Kapitel 2.3.1),
κ	Temperaturleitfähigkeit,
κ	mittlere Krümmung (Kapitel 2.2),
λ	Wärmeleitfähigkeit,
μ	dynamische Viskosität,
ν	kinematische Viskosität,
Ω	Gesamtvolumen,
ω	Kreisfrequenz,
Θ	dimensionslose Temperatur,
ρ	Dichte,
ρ_e	spezifisch elektrischer Widerstand,
τ	thermische Diffusionszeit,

tief- und hochgestellte Zeichen:

\circ_{bl}	Halbzylinder,
\circ_d	durchlassend,
\circ_e	einfallend,
\circ_{el}	Elektrode,
\circ_f	lokal,
\circ_i	Zähler,
\circ_j	Zähler,
\circ_l	flüssig,
\circ_{le}	Stromleiste,
\circ_m	Schmelz,
\circ_{max}	maximal,
\circ_r	reflektiert,
$\circ_{r,\varphi}$	Ableitung nach Zylinderkoordinaten,
$\circ_{R,\varphi}$	Ableitung nach dimensionslosen Zylinderkoordinaten,
\circ_s	Stirnseite,
\circ_s	fest,
\circ_{St}	Strom,
\circ_W	Wand,
\circ_{WL}	Wärmeleitung,
\circ_0	Bezugsgröße,
$\circ_{0,1,2,\dots}$	Indexzahl,

\circ_{∞}	Umgebung,
\circ^{α}	Aggregatzustand,
\circ^s	fest,
\circ^l	flüssig,
\circ^m	mushy,
$\hat{\circ}$	(maximale) Amplitude,
$\dot{\circ}$	Ableitung nach Zeit,

1 Einleitung

1.1 Motivation

Aufschmelzprobleme mit inneren Wärmequellen sind im Gegensatz zu gerichteten Erstarrungs- bzw. Aufschmelzproblemen in der Literatur nur spärlich untersucht. Von großem Interesse erscheint die Untersuchung dieser Problematik für die nukleare Sicherheitsforschung. Bei der Entwicklung fortschrittlicher Reaktoren wie dem Europäischen Druckwasserreaktor (EPR) liegt ein Schwerpunkt des Sicherheitskonzepts in der Beherrschung eines schweren Kernschmelzeunfalls. Mit Hilfe des *Core-Catcher*-Konzepts muss sichergestellt werden, dass bei diesem schwerwiegenden Störfall das gesamte radioaktive Inventar innerhalb des Containments verbleibt, um die Auswirkungen auf die Bevölkerung und Umwelt gering zu halten. In Abbildung 1 ist dieses Konzept skizziert. Nach einem Durchschmelzen des Reaktordruckbehälters (RDB) sammelt sich die Schmelze zunächst unterhalb des Behälters in einer Auffangwanne. Durch die Nachzerfallswärme wird die Temperatur der Schmelze erhöht und die Erosion des Betontores schreitet voran. Nach Versagen des Tores strömt die Kernschmelze in den Ausbreitungsraum. Über eine schiefe Ebene breitet sie sich über die gesamte Fläche aus und wird so in eine gut kühlbare Konfiguration überführt, wenn die Schichthöhe möglichst gleichmäßig ist und unterhalb etwa 30 cm bleibt. Danach wird der Ausbreitungsraum mit Wasser geflutet, um zum einen die Schmelze zu erstarren und zum anderen eine langfristige Kühlung zu gewährleisten. Eine kritische Situation kann entstehen, wenn die Schmelze vor oder während der Ausbreitung erstarrt. Dies kann durch Wärmeverluste der Schmelze bei zu großer spezifischer Oberfläche entstehen, wenn etwa durch eine zu kleine Öffnung des erodierten Tores nur ein kleiner Schmelzestrom austritt (siehe Stelle A in Abbildung 1). Die Schmelze kann auch in horizontalen Bereichen (Stelle B) vorzeitig zum Stillstand kommen und zu einer schlecht kühlbaren Konfiguration erstarren, wenn bei niedrigem Schmelzestrom die Ausbreitung zu kleineren Strömungsgeschwindigkeiten führt. Erstarrete Kernschmelze in dicken Schichten kann im Zusammenspiel mit der Nachzerfallswärme zu einem flüssigen Kern führen, der abhängig von den Randbedingungen weiter aufschmelzen kann und sich gegebenenfalls nach unten verlagert, wo eine Erosion der Bodenplatte auftritt. Die Verlagerung des flüssigen Kerns nach oben führt hingegen zum Aufbrechen der festen Kruste. Die Vorhersage solcher Aufschmelzprozesse ist demnach wichtig bei der Bewertung der Sicherheitsrisiken.

1.2 Zielsetzung

Wintruff (2000) zeigt mit dem Rechencode *COSMO2000* auf unstrukturierten bewegten Dreiecksgittern ein Verfahren auf, welches es erlaubt transiente Aufschmelz- und Erstarrungsprozesse räumlich (2D) und zeitlich aufgelöst zu berechnen. In seiner Arbeit stellt er Simulationen zu unterschiedlichen, zweidimensionalen Phasenwechselproblemen von einkomponentigen Schmelzen vor. Die in Kapitel 1.1 vorgestellte

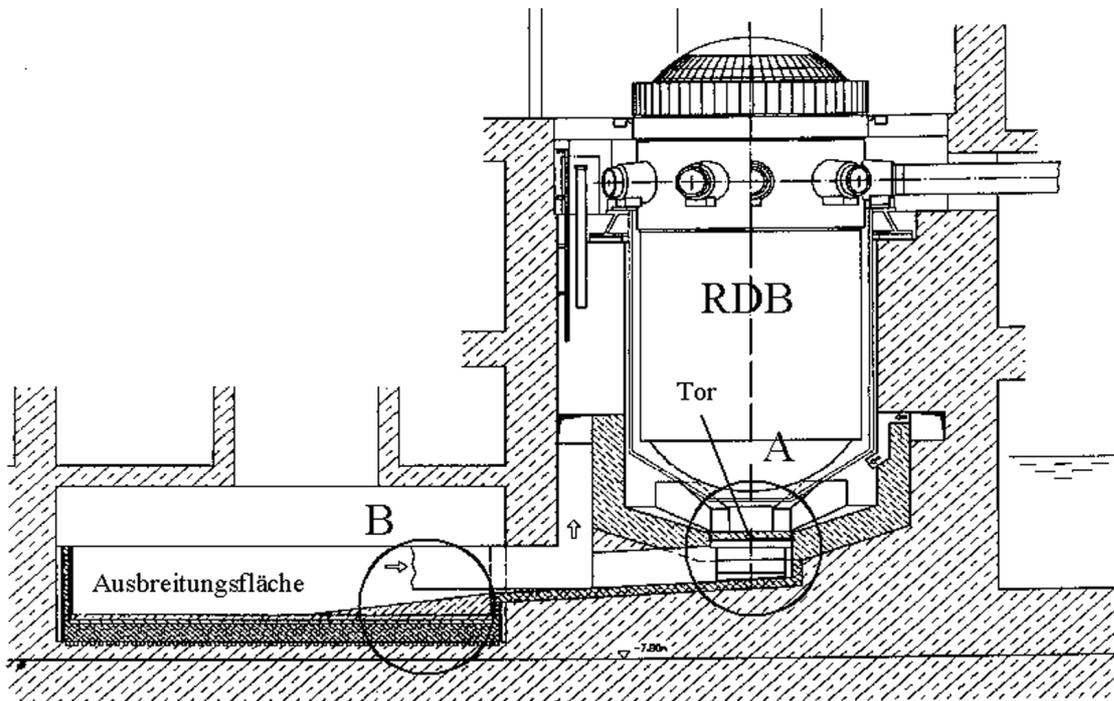


Abbildung 1: *Core-Catcher*-Konzept des Europäischen Druckwasserreaktors (EPR) mit möglichen Stellen von erstarrter Kernschuttanhäufung.

Problematik aus der nuklearen Sicherheitsforschung wird in der Arbeit von Wintruff (2000) durch Aufschmelzprozesse von Flüssigmetallen unter dem Einfluss innerer Wärmequellen tangiert. Er verwendet in seinen vorgestellten Simulationen eine Halbzylindergeometrie, die auch für den experimentellen Aufbau einfach zu realisieren ist. Es werden Vorhersagen über das zeitliche und räumliche Verhalten der Phasengrenze sowie zum Wärmetransport für Stoffe mit kleinen *Prandtl*-Zahlen getroffen.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es experimentelle Daten zum Temperaturfeld und zur Position der fest/flüssig Grenzfläche für eine metallische Schmelze bei innerer Beheizung zu liefern. Die Experimente sind hierbei möglichst eben (2D) zu führen, um eine Vergleichbarkeit mit den Simulationen durch *COSMO2000* zu ermöglichen. Dabei sollen zum einen Randbedingungen und zum anderen die Wärmequellstärke variiert werden. Die experimentellen Daten werden mit der numerischen Simulation des Rechencodes *COSMO2000* verglichen, um so den Rechencode im betrachteten Parameterbereich zu verifizieren.

1.3 Literaturübersicht

Im vorliegenden Experiment wird das zeitliche und räumliche Verhalten der Phasengrenze infolge innerer Wärmequellen untersucht. Das Experiment lässt sich in zwei zeitlich aufeinanderfolgende Probleme aufteilen. Zu Beginn des Experimentes bildet

sich aufgrund der inneren Wärmequellen ein ausgeprägtes Phasenwechselgebiet (Zwei-Phasen-Gebiet) aus (vgl. Kapitel 2.2), in dem flüssige und feste Materie koexistieren. Nachdem im Phasenwechselgebiet kein Feststoff mehr vorhanden ist, findet Aufschmelzen nur noch an der diskreten Phasengrenze unter Konvektionseinfluss statt. Im Folgenden wird eine kurze Übersicht der vorhandenen Literatur zu den jeweiligen Einzelproblemen gegeben. Wir beschränken uns dabei auf die Literatur, die reine Stoffe behandelt.

1.3.1 Literatur zu Aufschmelzvorgängen mit Zwei-Phasen-Gebiet

In der Meteorologie wird das interne Aufschmelzen von reinen Stoffen untersucht. Dorsey (1968) beschreibt die Ausbildung kleiner flüssiger Wassereinschlüsse in einem, den Sonnenstrahlen ausgesetzten Eisblock. Die Sonnenstrahlung wird im optisch halbttransparenten Eisblock in Wärme umgewandelt und fungiert so als innere Wärmequelle. Eine mathematische Formulierung zum Aufschmelzen durch innere Wärmequellen, die durch äußere Wärmeeinstrahlung erzeugt werden, wird bei Chan, Cho und Kocamustafaogullari (1983) vorgestellt. Ihr Modell erweitert das klassische Modell, in dem nur flüssige und feste Gebiete vorkommen, um ein Zwei-Phasen-Gebiet. Chen, Ishii und Grolmes (1976) und Chan und Hsu (1987) stellen analytische Modelle zu Aufschmelzvorgängen mit inhomogenen inneren Wärmequellen vor. In ihren Arbeiten berücksichtigen sie auch ein ausgedehntes Zwei-Phasen-Gebiet während des Aufschmelzvorgangs.

1.3.2 Literatur zu Aufschmelzvorgängen an diskreten Phasengrenzen unter Konvektionseinfluss

Aufschmelzvorgänge an diskreten Phasengrenzen unter Konvektionseinfluss finden in der Literatur nur wenig Beachtung. Hame und Müller (1980) untersuchen in ihrer Arbeit den Einsatz der Konvektion in horizontalen Schichten unter Berücksichtigung innerer Wärmequellen und zusätzlichen Erstarrens und Aufschmelzens an den Grenzflächen. Sie zeigen, dass der Einsatz der Konvektion im wesentlichen durch die innere Wärmequellen und die Temperaturdifferenz zwischen äußerer Wand und Schmelztemperatur bestimmt ist.

Weitere Literatur beschäftigt sich mit Naturkonvektion mit inneren Wärmequellen unter verschiedenen Randbedingungen. Aufschmelz- und Erstarrungsprozesse an den Grenzflächen werden dabei nicht berücksichtigt. Einen umfassenden Überblick zu dieser Problematik bis zum Jahr 1985 findet sich bei Kulacki und Richards (1985). Da das hier vorgestellte Experiment eine geschlossene flüssige Kavität aufweist, wollen wir die Übersicht auf endlich ausgedehnte Kavitäten beschränken. Emara und Kulacki (1980) untersuchen die Konvektion in einer rechteckigen ebenen Kavität für *Prandtl*-Zahlen von $0.05 < Pr < 20$ unter dem Einfluss innerer Wärmequellen. Die Seiten und der Boden der Kavität sind adiabat während die Oberseite auf konstanter Temperatur gehalten wird. Die Konvektion wird von zwei gegenläufigen Rollzellen dominiert. Die *Prandtl*-Zahl und die Temperatur am oberen Rand beeinflussen das

Strömungs- und Temperaturfeld nur wenig. Acharya und Goldstein (1985) führen Experimente in einer schief gestellten Kavität mit Wasser bei Winkeln von $\varphi = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ durch. Die Ränder der Kavität werden auf konstanter Temperatur gehalten. Die innere Wärmequelle wird durch eine Ohmsche Heizung realisiert und variiert. Die Experimente werden von May (1991) nachgerechnet. Beide finden für alle Winkel der Schiefstellung zwei gegenläufige Rollzellen. Das heiße Fluid im Inneren steigt nach oben, teilt sich am oberen Rand und sinkt entlang der kalten Seitenwände nach unten. Die Wärmeübertragung an den oberen Rändern der Kavität ist besser als im unteren Bereich. Experiment und Rechnung zeigen bezüglich des Temperaturfelds und der Wärmeübertragung gute Übereinstimmung.

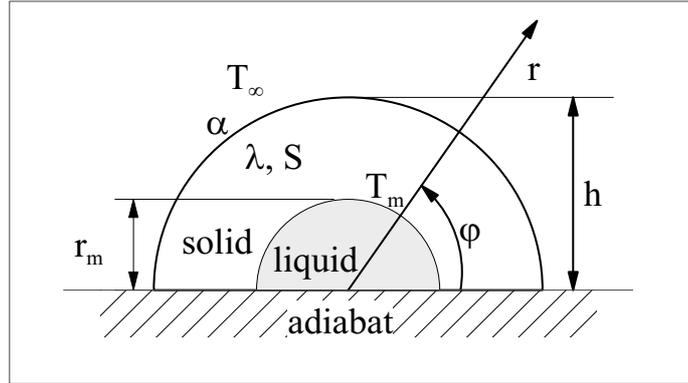


Abbildung 2: Problemskizze zur Abschätzung des Parametereinflusses.

2 Theoretische Überlegungen

2.1 Parameteranalyse

Um den Einfluss der Parameter abzuschätzen, wird das Problem aus der Zielsetzung zunächst vereinfacht. In Abbildung 2 ist das Problem skizziert. Betrachtet wird ein Halbzylinder mit stationärem Temperaturfeld. Der Boden ist adiabatisch und die Umgebungstemperatur beträgt T_∞ . An der Oberfläche des Halbzylinders erfolgt Wärmeübertragung an die Umgebung bei konstantem Wärmeübergangskoeffizienten α . Die Wärmeleitfähigkeit λ sowie die volumenspezifische innere Wärmequellenstärke S sind homogen, d.h. temperatur- und phasenunabhängig. Bei der Betrachtung soll nur Wärmeleitung berücksichtigt werden, d.h. auch in der flüssigen Phase ist die Geschwindigkeit $u, v = 0$. Das Problem ist rotationssymmetrisch.

Allgemein lautet die stationäre Wärmetransportgleichung in Zylinderkoordinaten

$$\rho_0 c_p (u T_r + \frac{v}{r} T_\varphi) = \lambda \Delta T + S \quad , \quad (2.1)$$

wobei der Laplace-Operator Δ in Zylinderkoordinaten gemäß

$$\Delta = (\partial_{rr} + \frac{1}{r} \partial_r + \frac{1}{r^2} \partial_{\varphi\varphi}) \quad (2.2)$$

auszuführen ist. Wir notieren zur vereinfachten Darstellung partielle Ableitungen nach r und φ als Indices. Aufgrund der Symmetrie entfallen Änderungen in φ -Richtung. Die Wärmetransportgleichung vereinfacht sich durch die getroffenen Voraussetzungen zu

$$0 = \lambda (T_{rr} + \frac{1}{r} T_r) + S \quad . \quad (2.3)$$

Die Randbedingungen sind

$$r = 0 : \quad T_r = 0 \quad , \quad (2.4)$$

$$r = h : \quad T_r = -\frac{\alpha h}{\lambda}(T - T_\infty) \quad . \quad (2.5)$$

Zunächst soll der Fall betrachtet werden, bei dem keine flüssige Phase vorhanden ist ($T_{max} < T_m$). Um die einzelnen Terme beurteilen zu können, wird eine dimensionslose Darstellung eingeführt. Die Temperatur T wird mit einer zunächst unbekanntem Temperaturdifferenz ΔT und die Koordinate r mit dem Radius h des Halbzylinders skaliert. Daraus ergeben sich die Normierungsansätze

$$\Theta = \frac{(T - T_\infty)}{\Delta T} \quad , \quad R = \frac{r}{h} \quad . \quad (2.6)$$

Nach Einbringen der Skalierung (2.6) in die vereinfachte Wärmetransportgleichung (2.3) erhalten wir

$$0 = \Theta_{RR} + \frac{1}{R}\Theta_R + \frac{h^2 S}{\lambda \Delta T} \quad . \quad (2.7)$$

Da in der dimensionslosen Form alle Terme von der Größenordnung ~ 1 sein sollen, bietet sich für die Temperaturdifferenz ΔT die Wahl

$$\Delta T = \frac{h^2 S}{\lambda} \quad (2.8)$$

an. Dadurch erhalten wir die dimensionslose Wärmetransportgleichung

$$0 = \Theta_{RR} + \frac{1}{R}\Theta_R + 1 \quad . \quad (2.9)$$

mit den Randbedingungen

$$R = 0 : \quad \Theta_R = 0 \quad , \quad (2.10)$$

$$R = 1 : \quad \Theta_R = -Nu \Theta \quad . \quad (2.11)$$

Die dimensionslose *Nusselt-Zahl* Nu ist gemäß

$$Nu = \frac{\alpha h}{\lambda} \quad (2.12)$$

definiert. Sie beschreibt dimensionslos den Wärmeübergang an der Oberfläche des Halbzylinders.

Zur Bestimmung der *Nusselt-Zahl* wird der Wärmeübergangskoeffizient α für einen quer angeströmten Zylinder nach VDI-Wärmeatlas (1997) herangezogen. Die dimensionsbehafteten Größen sind an die Auslegung des Experiments angelehnt und in

Tabelle 1: Geometrie und Stoffwerte

Dimension des Halbzylinders	Wert
Radius h	0.075 m
mittlere Anströmgeschwindigkeit u	0.24 m/s
Stoffwerte für Wasser bei $T = 20^\circ\text{C}$	
Wärmeleitfähigkeit λ	0.5996 W/mK
spezifische Wärmekapazität c_p	4182 J/kgK
kinematische Viskosität ν	$1.0044 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

Tabelle 1 aufgelistet. Hieraus erhält man eine *Nusselt-Zahl* gemäß Gleichung (2.12) von

$$Nu = \frac{\alpha h}{\lambda} = 190 \gg 1 \quad . \quad (2.13)$$

Im Grenzfall $Nu \rightarrow \infty$ folgt aus der Randbedingung (2.11)

$$R = 1 : \Theta \rightarrow 0 \quad . \quad (2.14)$$

Damit kann für große Nu die Randbedingung 3. Art gemäß (2.11) durch die isotherme Randbedingung (1. Art) gemäß

$$R = 1 : \Theta \simeq 0 \quad (2.15)$$

angenähert werden. Für den Fall reiner Wärmeleitung ohne Ausbildung einer flüssigen Phase ist das dimensionslose Problem somit von keiner Kennzahl abhängig. Für das Temperaturfeld kann die Lösung

$$\Theta = \frac{1}{4}(1 - R^2) \quad . \quad (2.16)$$

angegeben werden. Die Lösung folgt der Differentialgleichung (2.9) und erfüllt die Randbedingungen (2.10) und (2.15).

Bei der Erweiterung des Problems auf Temperaturen $T_{max} > T_m$ gilt mit den oben genannten Annahmen weiterhin Gleichung (2.9), sowohl im festen wie im flüssigen Bereich. Da sich jetzt ein flüssiger Bereich ausbildet, können mit Hilfe der Höhe der Kavität r_m und der Schmelztemperatur T_m weitere dimensionslose Kennzahlen gebildet werden. Wir erhalten aus T_m die dimensionslose Schmelztemperatur Θ_m gemäß

$$\Theta_m = (T_m - T_\infty) \frac{\lambda}{h^2 S} \quad . \quad (2.17)$$

Die *Rayleigh-Zahl* Ra im flüssigen Bereich kann gemäß

$$Ra = \frac{\beta g}{\nu \kappa} [\Theta(0) - \Theta_m] r_m^3 \frac{h^2 S}{\lambda} \quad (2.18)$$

angegeben werden. Darin sind der Wärmeausdehnungskoeffizient β , die kinematische Viskosität ν , die Temperaturleitfähigkeit κ und die Erdbeschleunigung g enthalten. Die *Rayleigh-Zahl* charakterisiert die Intensität der zu erwartenden Konvektion im flüssigen Bereich, angenähert aus dem Zustand bei reiner Wärmeleitung. Sie hängt von der Höhe r_m des flüssigen Bereichs ab. Die dimensionslose Höhe des flüssigen Bereichs R_m ist nach Gleichung (2.16) ausschließlich gemäß

$$R_m = \sqrt{1 - 4\Theta_m} \quad (2.19)$$

von der dimensionslosen Schmelztemperatur Θ_m bestimmt. Θ_m charakterisiert somit den Radius der aufgeschmolzenen Zone. Eine einsetzende Konvektion verändert die Rotationssymmetrie des Temperaturfeldes und der flüssig/fest Phasengrenze. Solche Effekte sind durch die hier aufgeführten Überlegungen nicht berücksichtigt. Die Abschätzung auf Basis der Wärmeleitung liefert trotzdem erste Erkenntnisse für die erwarteten Abhängigkeiten. Die *Rayleigh-Zahl* wird bei Verwendung des Temperaturfeldes (2.16) und des Radius R_m der aufgeschmolzenen Zone (2.19) zu

$$Ra = \frac{\beta g h^5 S}{4\nu \kappa \lambda} \{1 - 4\Theta_m\}^{5/2} \quad (2.20)$$

Aus den obigen Überlegungen können wir unmittelbar auf die Auswirkungen der einstellbaren Versuchsparameter schließen. Wegen Gleichung (2.16) und (2.19) wird die Größe der erschmolzenen Zone durch die Quotienten $(T_m - T_\infty)/S$ bestimmt. Im Experiment sind die Oberflächentemperatur T_∞ und die Wärmequellstärke S einstellbar. Beide Größen erlauben somit eine Veränderung der Größe der erschmolzenen Zone. Gleichzeitig ist es aber auch möglich durch geeignete Veränderung beider Parameter T_∞ und S die Größe der erschmolzenen Zone (bzw. Θ_m) konstant zu halten. Die *Rayleigh-Zahl* und damit die Intensität der zu erwartenden Konvektion kann dann entsprechend Gleichung (2.20) bei konstant gehaltenem Θ_m separat über S verändert werden.

2.2 Phasenwechselprobleme

Der Phasenwechsel fest/flüssig ist ein komplexer Prozess, der mit verschiedenen Mechanismen des Wärme- und Stofftransports verbunden ist. Hier soll ein grober Überblick über die verschiedenen Phänomene beim Erstarren reiner Stoffe gegeben werden. Eine umfassende Beschreibung der Mechanismen findet sich bei Kurz und Fisher (1986) oder bei Alexiades und Solomon (1993).

- Wärmetransport

Ein wichtiger Mechanismus beim Phasenwechsel ist die Wärmeab- bzw. die Wärmezufuhr. Man unterscheidet dabei drei Arten - Diffusion, Konvektion und Strahlung. Bei reiner Wärmeleitung wird die Energie ohne Strömung transportiert. Dem konvektiven Wärmetransport kommt eine besondere Rolle zu. Eine Konvektionsströmung in geschlossenen Kavitäten wird durch Auftriebskräfte angetrieben, die bei reinen Stoffen durch die temperaturabhängige Dichte hervorgerufen werden. Dadurch kann unter gewissen Voraussetzungen ein Vielfaches des diffusiven Wärmestroms transportiert werden. Wärmestrahlung ist eine weitere Möglichkeit der Wärmeübertragung. Sie spielt bei niedrigen Temperaturen, wie in dieser Arbeit, eine untergeordnete Rolle.

- Latentwärme

Um einen Stoff von einer Phase in eine andere zu überführen, wird Energie, die sogenannte Latentwärme, freigesetzt oder verbraucht. Bei der Überführung eines Stoffes aus dem festen Aggregatzustand in den flüssigen, müssen zunächst die starken Kohäsionskräfte der benachbarten Atome überwunden werden. Im festen Zustand ist es den einzelnen Atomen wegen den hohen Wechselwirkungsenergien nur möglich um ihre Gleichgewichtslage zu schwingen. Im flüssigen Zustand besitzen die Atome eine höhere thermische Anregung. Dies ermöglicht ihnen einen größeren Freiheitsgrad. Um die Atome auf dieses Energieniveau zu bringen, muss dem Stoff Schmelzwärme zugeführt werden. Durch Abführen der gleichen Wärmemenge werden die Atome vom energiereichen flüssigen Zustand in den energieärmeren und strukturierten festen Zustand überführt. Die dabei freigesetzte Energie heißt Erstarrungswärme. Wird einem reinen Stoff bei konstantem Druck Wärme zugeführt, so bleibt während des Phasenübergangs seine Temperatur so lange konstant auf der Schmelztemperatur T_m , bis der gesamte Stoff in die neue Phase überführt ist (vgl. Abbildung 3).

- Unterkühlungs- und Überhitzungseffekte

Die meisten Stoffe haben im festen Zustand eine geordnete kristalline Struktur. Um den Stoff von der flüssigen, ungeordneten Phase in die feste Phase zu überführen, müssen die Atome entsprechend angeordnet werden. Dies kann dazu führen, dass während dieser Zeit die Temperatur unter die Schmelztemperatur T_m sinkt, ohne dass der Stoff kristallisiert. Bei Erreichen einer bestimmten Temperatur $T < T_m$ wird die unterkühlte Flüssigkeit instabil und Kristallisation setzt ein. Wenn ausreichend Kristallisationswärme bei der Erstarrung freigesetzt wird, steigt die Temperatur wieder auf die Schmelztemperatur T_m , wie Abbildung 3b zeigt. Unterkühlung tritt besonders stark bei homogener Keimbildung auf. Durch Verunreinigungen oder Keimbildner sowie an Behälterwänden tritt heterogene Keimbildung auf. Dort wird die Aktivierungsenergie gesenkt und somit der Grad der Unterkühlung reduziert.

Das Phänomen der Überhitzung eines Feststoffes beim Erschmelzen ist selten

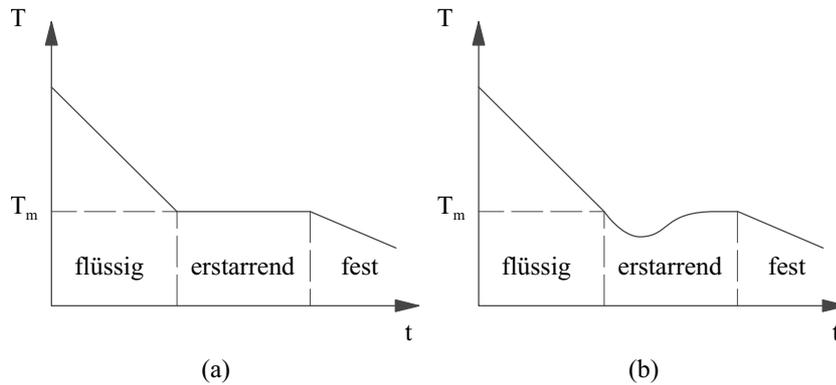


Abbildung 3: Abkühlkurve: a) ohne Unterkühlung b) mit Unterkühlung.

zu beobachten, da der Wechsel vom geordneten zum ungeordneten Zustand in der Regel leichter auftritt.

- Krümmungseffekte

Beim Erstarrungsprozess spielt die Morphologie der Phasengrenze eine wichtige Rolle. Bei gekrümmten Grenzflächen weicht die lokale Erstarrungstemperatur T_f aufgrund der dort wirksamen Kapillareffekte von der Gleichgewichtserstarrungstemperatur T_m ab. T_f ist durch die Gibbs-Thompson-Beziehung

$$T_f = T_m(1 + \Gamma\kappa) \quad , \quad (2.21)$$

gegeben. Γ beschreibt den Kapillarkoeffizient und κ die mittlere Krümmung der Grenzfläche gemäß

$$\kappa = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \quad . \quad (2.22)$$

- Phasengrenze

Die Phasengrenze beschreibt im allgemeinen den Übergangsbereich zwischen festem und flüssigen Material. Die Dicke der Phasengrenze kann dabei von einigen Angström bis hin zu einigen Zentimetern variieren. Dies ist von unterschiedlichen Faktoren, wie z.B. dem Material, der Grenzflächenspannung, die Art der Wärmeab- und -zufuhr abhängig. Ist das Phasenwechselgebiet vernachlässigbar dick, liegt makroskopisch eine scharfe Trennlinie zwischen fest und flüssig vor. Die Phasengrenze ist morphologisch stabil und zumindest lokal betrachtet eben (siehe Abbildung 4a). In anderen Fällen, wie z.B. bei unterkühlten Flüssigkeiten, kann sich ein ausgeprägtes Phasenwechselgebiet ausbilden (Abbildung 4b-d).

Die morphologische Stabilität der Phasengrenze bei reinen Stoffen hängt von der Art des Erstarrungsvorganges ab. Bei gerichteter Erstarrung ist der Temperaturgradient stets positiv in Richtung der flüssigen Phase (siehe Abbildung

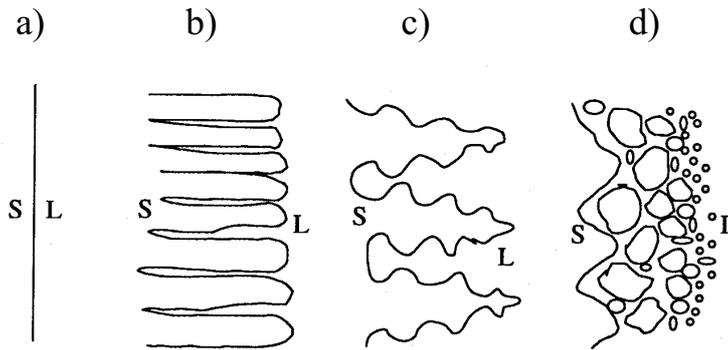


Abbildung 4: Schematische Darstellung unterschiedlicher Formen der Phasengrenze a) eben, b) spaltenförmig, c) dendritisch, d) amorph (Alexiades und Solomon (1993)).

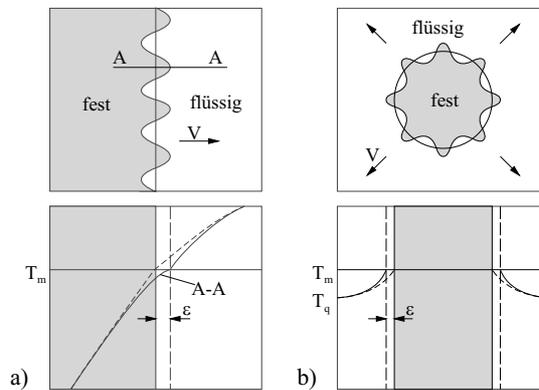


Abbildung 5: Erstarrungsvorgänge von Reinstoffen: a) Gerichtete Erstarrung, b) Erstarrung in unterkühlten Schmelzen.

5a). Wir stören eine anfangs ebenen Schmelzfront durch die Auslenkung der Phasengrenze leicht. An der Spitze der Störung wird dadurch der Temperaturgradient im Flüssigen steiler, im Festen flacher (vgl. Schnitt A-A in Abbildung 5a). Da der Wärmestrom proportional zum Temperaturgradienten ist, wird an der Spitze mehr Wärme zugeführt als abgeführt. Dies führt zum Abschmelzen der Spitze, d.h. die Phasengrenze wird stabilisiert.

Bei unterkühlten Schmelzen kann dagegen unter bestimmten Voraussetzungen die Phasengrenze instabil werden. Der stabilisierende Effekt der Grenzflächeneffekte (Gibbs-Thompson-Effekt) konkurriert mit dem destabilisierenden Effekt der Unterkühlung. Eine qualitative Darstellung zeigt Abbildung 5b. In diesem Fall ist der Feststoff der wärmste Ort in der Schmelze. Eine Auslenkung der Phasengrenze führt zum Ansteigen des Temperaturgradienten. Damit wird gleichzeitig auch die Wärmeabfuhr aus dem Feststoff vergrößert. Durch die strömungsbe-

dingte Erhöhung der Krümmung wirkt die lokal geänderte Schmelztemperatur stabilisierend auf die Phasengrenze. Kann dieser Effekt den destabilisierenden Effekt der unterkühlten Schmelze nicht kompensieren, wird die Störung anwachsen und die Phasengrenze wird instabil.

- Diskontinuität der Stoffwerte

Beim Übergang von einer Phase in die andere treten bei den meisten Stoffen abrupte Änderungen der thermophysikalischen Stoffgrößen auf. Sie sind vom jeweiligen betrachteten Stoff abhängig. Markant ist bei Phasenwechselprozessen häufig der Dichtesprung. Die meisten Stoffe haben im festen Zustand eine höhere Dichte als im flüssigen Zustand. So kommt es beim Schmelzvorgang zu einer Volumenausdehnung, bzw. beim Erstarrungsvorgang zu einer Volumenschrumpfung. Die Volumendifferenz ist bei der Auslegung eines Aufschmelzexperimentes zu berücksichtigen.

2.3 Numerik

Wie in Kapitel 1.2 aufgeführt, soll mit den experimentellen Daten der Rechencode *COSMO2000* für Aufschmelzvorgänge mit inneren Wärmequellen verifiziert werden. Die Wärmeleitrechnungen zur Auslegung der Geometrie des Experimentes sowie Rechnungen zur Verifizierung gemessener Temperaturfelder bei reiner Wärmeleitung sind darüberhinaus mit dem kommerziellen Code *FIDAP* durchgeführt worden. *FIDAP* ist ein kommerzielles Finite Element Programm, welches die Untersuchung eines breiten Spektrums von Problemen der Thermo- und Fluidodynamik erlaubt. Für eine vollständige Beschreibung des Codes sei auf die Handbücher (vgl. Fluid Dynamics International (1998)) verwiesen.

Im Folgenden wird der Rechencode *COSMO2000* näher beschrieben.

2.3.1 *COSMO2000*

COSMO2000 ist ein 2D Rechencode. Er basiert auf dem numerischen Konzept einer kontrollvolumenbasierten Finite-Element-Methode (CV-FEM) und ist während einer transienten Simulation in der Lage, das Rechengitter an veränderte geometrische und/oder physikalische Randbedingungen anzupassen. Eine ausführliche Dokumentation findet sich bei Wintruff (2000). Im Folgenden wird ein kurzer Überblick über die physikalischen und numerischen Modelle gegeben, auf denen der Rechencode basiert.

2.3.1.1 Physikalisches Basismodell Betrachtet wird ein geometrisch willkürlich geformtes, zweidimensionales Volumen Ω (siehe Abbildung 6). Das Gesamtvolumen Ω des Rechenraums setzt sich aus insgesamt N Phasen Ω_i^α zusammen. Der obere Index α gibt Aufschluss über den Aggregatzustand der Phase, wobei α die Werte s (solid), l (liquid) und m (mushy) annehmen kann. Die einzelne Phase Ω_i^α ist durch ein zusammenhängendes Gebiet definiert, das sich in Zusammensetzung und/oder

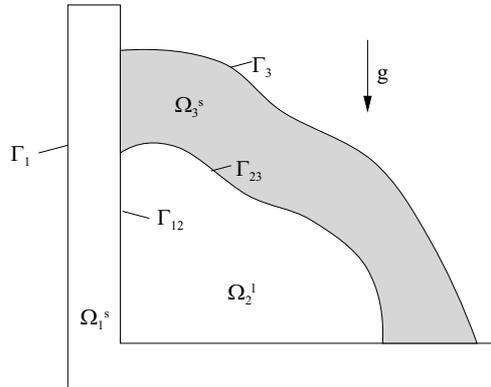


Abbildung 6: Physikalisches Modell.

Aggregatzustand von seiner Umgebung unterscheidet und von einer geschlossenen Oberfläche umgeben ist. Zu jeder Zeit gilt der Zusammenhang

$$\Omega = \sum_{i=1}^N \Omega_i^\alpha(t) \quad . \quad (2.23)$$

Die die einzelnen Phasen umschließenden Oberflächen lassen sich in innere und äußere Ränder unterteilen. Innere Ränder $\Gamma_{i,j}$ sind Oberflächensegmente, die zwischen zwei Phasen liegen. Die beiden Indizes i und j bestimmen die angrenzenden Phasen. Innere Ränder können freie Ränder sein, sofern die Geometrie des Randsegmentes zeitlich veränderbar ist. Äußere Ränder Γ_i sind Bestandteil der Systemgrenze und *per definitionem* zeitlich invariant. Sie sind einer einzelnen Phase zugehörig und grenzen das Rechengebiet nach außen hin ab.

2.3.1.2 Voraussetzungen, Vereinfachungen Dem numerischen Code liegen die integralen Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie zugrunde. Basierend auf den im physikalischen und mathematischen Ansatz enthaltenen Annahmen ergeben sich Beschränkungen des Gültigkeitsbereichs. Nachfolgend sind die Kriterien aufgelistet, die bei einer Problemstellung erfüllt sein müssen.

- Flüssige Phase
 - Newtonsche Fluide,
 - Gültigkeit der Boussinesq-Approximation,
 - Inkompressibilität,
 - laminare Strömung,
 - Homogenität und Isotropie;

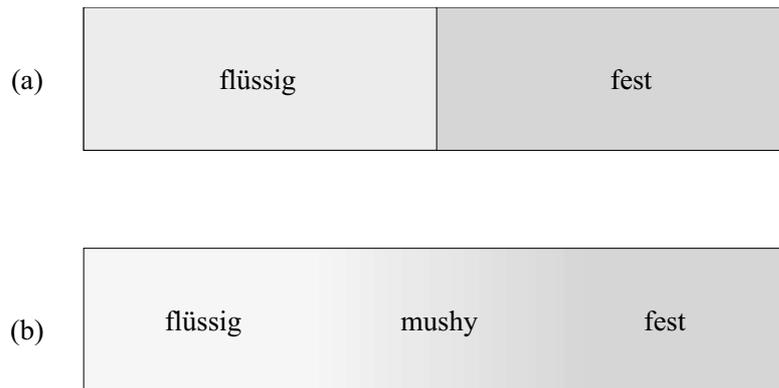


Abbildung 7: Schematische Darstellung von Phasenübergängen bei makroskopischer Betrachtung: a) diskreter Phasenübergang, b) kontinuierlicher Phasenübergang.

- Feste Phase
 - Energietransport ausschließlich durch Fouriersche Wärmeleitung,
 - kein Massetransport,
 - Wirkung mechanischer Kräfte vernachlässigbar,
 - Homogenität und Isotropie;
- Phasenwechsel fest-flüssig
 - Kapillaritätseffekte (Gibbs-Thompson-Effekt) vernachlässigbar,
 - Annahme thermodynamischen Gleichgewichts,
 - Stetige Dichte beim Phasenübergang.

2.3.1.3 Phasenübergänge In Kapitel 2.2 sind verschiedene Arten des Phasenwechsels mit unterschiedlichen Längenskalen vorgestellt. In *COSMO2000* beschränken wir uns auf die makroskopische Modellierung dieser Phänomene. Bei diskreten Phasenwechselmodellen können keine morphologische Instabilitäten der Phasengrenze entstehen. Es gibt keine Gebiete, an denen zwei Phasen koexistieren (siehe Abbildung 7a). Der Phasenübergang von fest nach flüssig findet ausschließlich an der makroskopisch ebenen Phasengrenze statt. Die Tiefenausdehnung normal zur Phasengrenze ist vernachlässigbar.

Morphologisch instabile Phasengrenzen sind mikroskopisch betrachtet auch diskrete Phasenübergänge. Bei makroskopischer Betrachtung findet in einem räumlich ausgedehnten Gebiet ein kontinuierlicher Übergang aller physikalischen Größen von den Werten im festen Zustand zu den Werten im flüssigen Zustand statt. Dieses Bereich wird *mushy*-Gebiet genannt (siehe Abbildung 7b). In *COSMO2000* wird für diese Probleme ein Enthalpie-Modell verwendet, das auf dem Enthalpie-Porositätsmodell von Brent, Voller und Reid (1988) basiert.

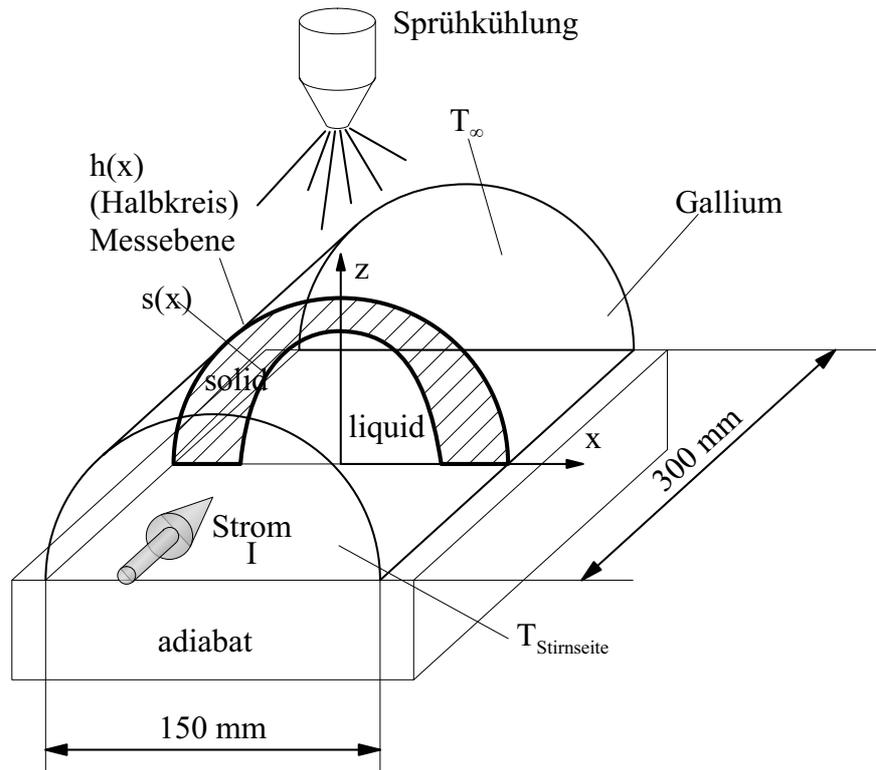


Abbildung 8: Schematischer Aufbau des Experiments.

3 Experimenteller Aufbau

3.1 Konzeption

Ziel dieser Arbeit ist die Durchführung von Aufschmelzversuchen mit inneren Wärmequellen und die Messung des Temperaturfelds und der Krustendicke bei Variation der Randbedingungen und der inneren Wärmequellenstärke. In Abbildung 8 ist das hierfür entwickelte Modellexperiment dargestellt. Die gewonnenen Daten sollen den Simulationsergebnissen, die mit dem Rechencode *COSMO2000* (siehe Kapitel 2.3.1) ermittelt werden, gegenübergestellt werden, um so den Rechencode zu verifizieren.

Wie in der Abbildung 8 dargestellt, wird für die Aufschmelzversuche ein Halbzylinder aus Gallium verwendet. Mit einer Wassersprühkühlung wird die Oberfläche des Halbzylinders auf einer vorgegebenen Temperatur T_∞ gehalten. Der Halbzylinder sitzt auf einer dicken Polyethylen-Platte, welche als adiabat angesehen werden kann. Die Messebene befindet sich im Mittelschnitt des Halbzylinders. Die Länge des Halbzylinders ist so gewählt, dass in der Messebene die Störeinflüsse von den Stirnseiten minimiert sind. Die Temperaturen der Stirnseiten werden mit einer unabhängigen Wassersprühkühlung kontrolliert. Zur Realisierung der inneren Wärmequellen wird Gleichstrom durch den Halbzylinder geführt, so dass eine ohmsche Beheizung des Galliums auftritt.

3.2 Versuchsaufbau

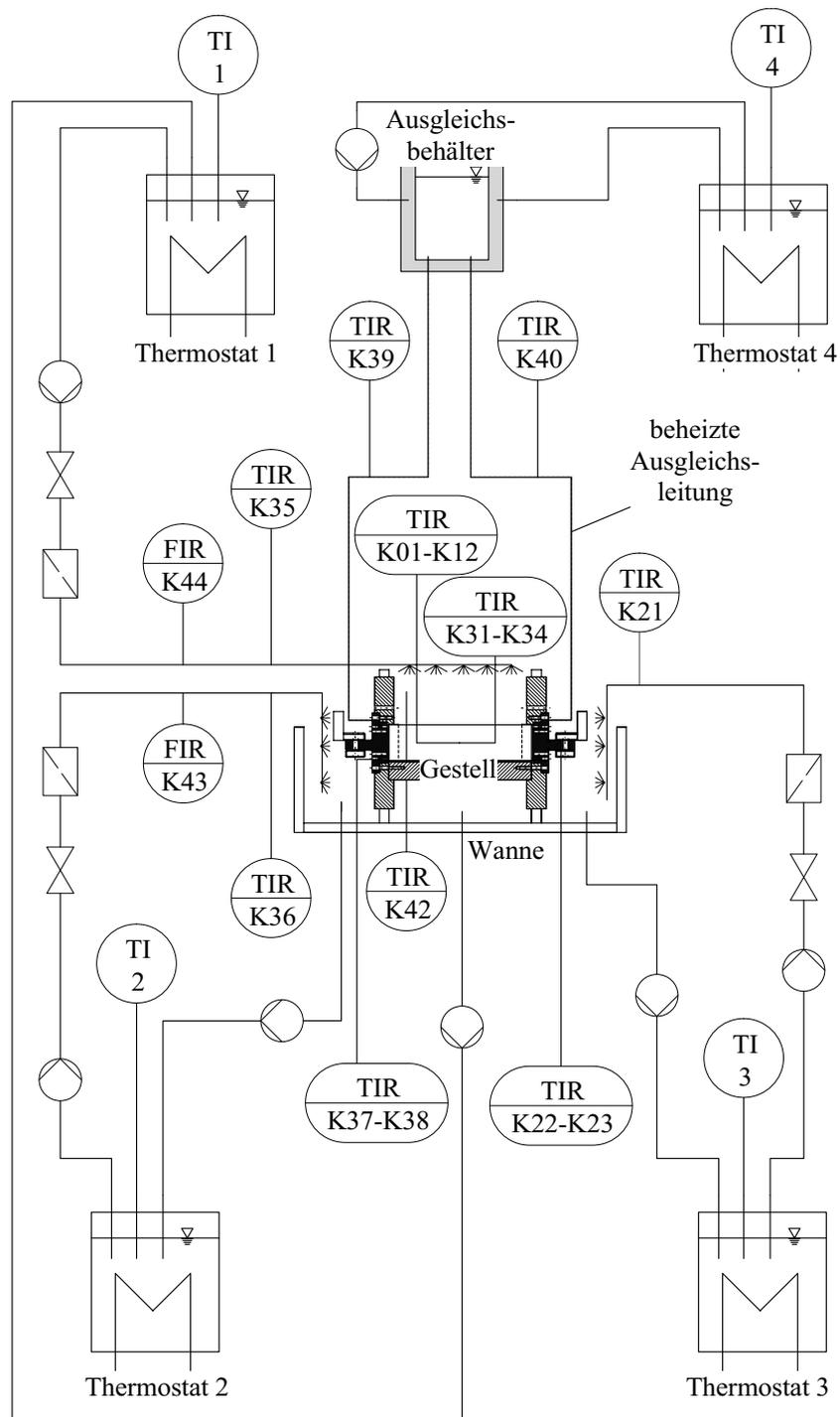
Abbildung 9 zeigt ein Fließbild der Versuchsanordnung. Sie besteht aus dem Gestell, das den Galliumblock aufnimmt, der Auffangwanne, dem Ausgleichsbehälter, dem Transformator sowie den Einzelkomponenten für die Temperierung des Wassers. Im Folgenden werden die einzelnen Komponenten näher erklärt.

3.2.1 Auffangwanne und Gestell

Der Aufbau des Gestells und der Auffangwanne ist in Abbildung 10 dargestellt. Das Gestell besteht aus den beiden PVC-Seitenplatten (2) die über eine 40 mm dicke PE-Platte (1) verbunden sind. Die Stoßkanten sind mit Silikon abgedichtet, damit während des Aufschmelzvorgangs das flüssige Gallium nicht auslaufen kann. Die Seitenplatten dienen zum einen der Fixierung des Blocks gegen Verrutschen, zum anderen zur Befestigung der Elektroden (3) und der Gussform (6). Der Gießvorgang wird in Kapitel 3.2.6 näher beschrieben. Am Übergang zwischen Halbzylinder und Seitenplatten sind halbkreisförmige Wärmeleitbleche aus Kupfer (8) von 1 mm Dicke angebracht. Sie gehen nah an die Elektroden heran, berühren sie aber nicht, um Fehlströme über die Bleche zu verhindern. Die Kupferbleche ragen 10 mm über die Seitenplatten hinaus und werden gut mit Wasser besprüht. Aufgrund der guten Wärmeleitung von Kupfer wird so ein Aufschmelzen des Galliums unmittelbar an den Elektroden vermieden. Ein Aufschmelzen in diesem Bereich ist durch die Wärmefreisetzung bei der Einkoppelung des Stroms an den Elektroden möglich und muss zur Fortführung eines Experiments unbedingt vermieden werden. Beide Seitenplatten werden durch vier Zugstangen (9) parallel gehalten.

Die Länge des Halbzylinders ist so gewählt, dass in der Messebene in guter Näherung zweidimensionale Bedingungen herrschen. Dazu sind Wärmeleitrechnungen mit dem kommerziellen Rechencode *FIDAP* durchgeführt worden. Der Boden ist in allen Rechnungen adiabat. Für die halbkreisförmige Oberfläche wird eine Randbedingung 3. Art gemäß Gleichung (2.5) verwendet. Wie in Abschnitt 2.1 gezeigt, lässt sich nach VDI-Wärmeatlas (1997) und den Stoffwerten aus Tabelle 1 der Wärmeübergangskoeffizient α zu $\alpha = 1518 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ bestimmen. Daraus kann die *Nusselt*-Zahl gemäß Gleichung (2.12) zu $Nu = 190$ bestimmt werden. Alle verwendeten Stoffdaten sind für die Rechnung als konstant angenommen, vgl. Tabelle 1 und 2. Die Temperatur an den Stirnseiten ist konstant. Die Wärmequellstärke in den Wärmeleitrechnungen entspricht einer Stromstärke von $I = 5000 \text{ A}$. In Abbildung 11 sind die dreidimensionalen Rechenergebnisse für unterschiedliche Halbzylinderlängen $l = 20, 25, 30 \text{ cm}$ mit einer ebenen (2D) Rechnung verglichen. Alle Wärmeleitrechnungen sind stationär durchgeführt.

Die Umgebungstemperatur beträgt in allen Fällen $T_\infty = 20^\circ \text{C}$. In Abbildung 11a ist die Seitentemperatur der Mittelwert der minimalen und maximalen Temperatur der zweidimensionalen Rechnung und beträgt $T_S = 22^\circ \text{C}$. Der Einfluss von T_S ist nicht sehr groß. Bei einer Zylinderlänge von $l = 20 \text{ cm}$ ist die maximale Temperatur nur um $\Delta T = 0.07 \text{ K}$ gegenüber der maximalen Temperatur der 2D-Rechnung erhöht.



- | | | | |
|---|--------|------|--|
|  | Pumpe | TI | - Anzeige und Messung der Temperatur |
|  | Ventil | TIR | - Anzeige, Messung und Aufzeichnung der Temperatur |
|  | Filter | FIR | - Anzeige, Messung und Aufzeichnung des Volumestroms |
| | | K... | - Messkanalnummer |

Abbildung 9: Fließbild der Versuchsanlage.

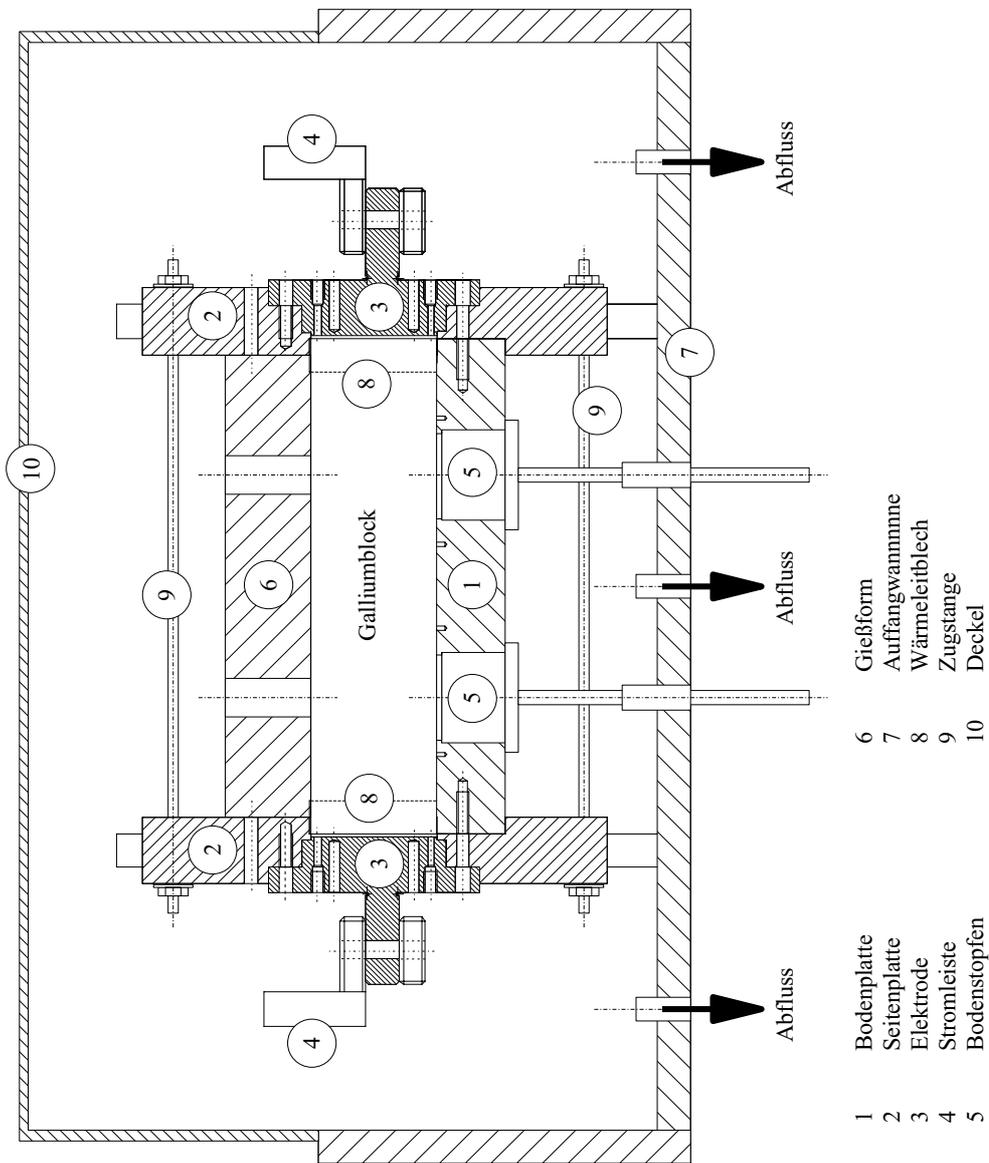


Abbildung 10: Prinzipieller Aufbau der Anlage.

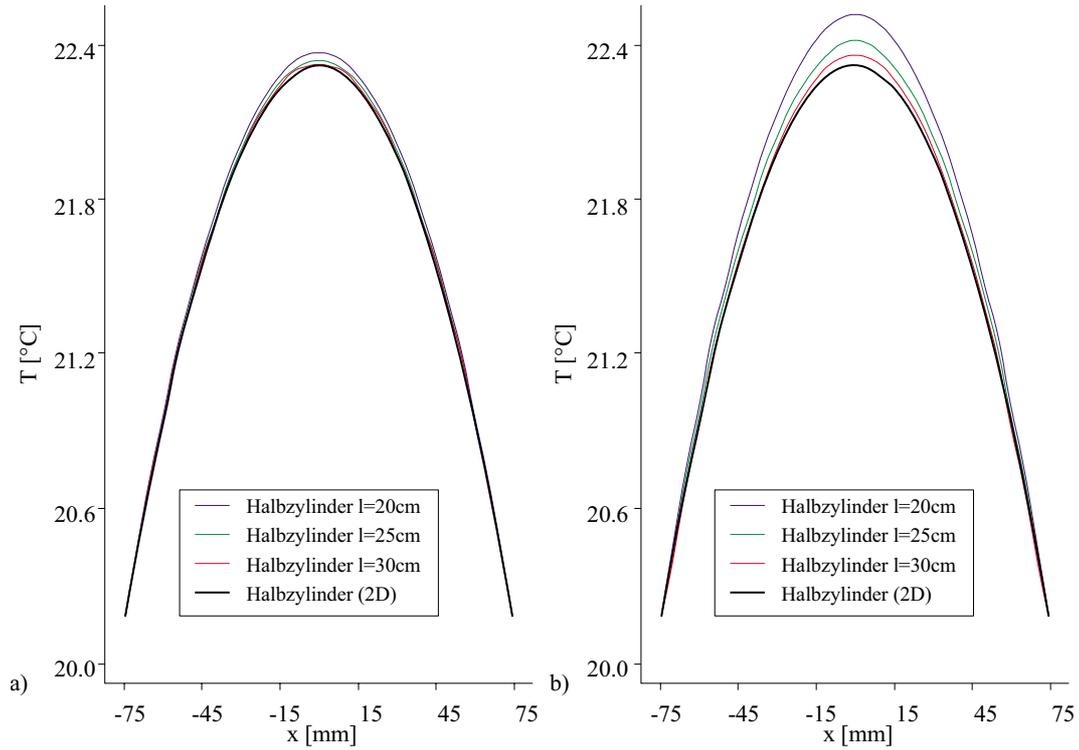


Abbildung 11: Vergleich der Temperaturverläufe am Boden des Halbzylinders in der Messebene für verschiedene Halbzylinderlängen. $I = 5\text{ kA}$, $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ a) $T_S = 22^\circ\text{C}$ b) $T_S = 23^\circ\text{C}$.

Der Einfluss von T_S wird durch Verlängerung des Halbzylinders auf $l = 30\text{ cm}$ mit $\Delta T = 0.01\text{ K}$ noch geringer.

Abbildung 11b zeigt den Temperaturverlauf bei einer Seitentemperatur von $T_S = 23^\circ\text{C}$, was der maximalen Temperatur aus der zweidimensionalen Rechnung entspricht. Während der Experimente soll die Seitentemperatur zur Verbesserung des elektrischen Kontakts zwischen Gallium und Elektroden nur knapp über der Schmelztemperatur aber unter der maximal erreichbaren Temperatur liegen, so dass diese Rechnungen den konservativen Fall darstellen. Bei einer Zylinderlänge von $l = 20\text{ cm}$ erhöht sich die maximale Temperatur um $\Delta T = 0.2\text{ K}$ gegenüber der 2D-Rechnung. Mit Verlängerung des Halbzylinders nimmt der Einfluss der Seitentemperatur stetig ab. Bei einer Länge von $l = 30\text{ cm}$ beträgt der Temperaturunterschied zur ebenen Rechnung maximal $\Delta T = 0.05\text{ K}$.

Bei Einstellung der Seitentemperaturen auf die mittlere erwartete Temperatur ist demnach der Fehler in der Messebene bei allen Halbzylinderlängen sehr gering. Weiterhin wird der Fehler durch die Wahl eines Halbzylinders mit $l = 30\text{ cm}$ gering gehalten. Unter Fehler wird hier die Abweichung zwischen dem 3D-Temperaturfeld und dem 2D-Temperaturfeld in der Messebene verstanden.

Für die Versuche ist der Abstand zwischen den Elektroden zu $l = 30\text{ cm}$ gewählt. In

der Bodenplatte sind zwei Löcher mit einem Durchmesser von 51 mm für Bodenstopfen (5) vorgesehen. Ihr Mittelpunkt befindet sich 65 mm beidseitig der Messebene in der Mitte der Bodenplatte. Dadurch wird die Messtechnik nicht behindert. Die Stopfen sind mit O-Ringen gedichtet und schließen oben mit der Bodenplatte ab, um während der Aufschmelzversuche die Strömung nicht zu stören. Die Stopfen werden am Ende eines Versuches, in der Regel bei stationären Verhältnissen, mit Hilfe von eingeschraubten Gewindestangen aus der Platte gezogen, um die Schmelze innerhalb von $t = 2\text{ s}$ abzulassen. Somit wird die Form der verbleibenden Kruste nur minimal beeinflusst. Die Gewindestangen sind durch den Boden der Auffangwanne geführt, um von Außen die Stopfen schnell und gleichzeitig ziehen zu können.

Während des Versuches kann die Kruste gerade in der Nähe der Bodenplatte sehr dünn werden. Dort besteht die Gefahr, dass flüssiges Gallium über die Bodenfläche ungewollt ausläuft. Aus diesem Grund sind in die Bodenplatte eine 2 mm herausragende Dichtlippe über die Länge des Halbzylinders eingegossen.

In der Auffangwanne (7) ist das Gestell fixiert. Dort sammelt sich das Wasser, welches zur Temperierung des Blocks und der Seitenteile benötigt wird und wird von dort in die Thermostate zurückgepumpt. Die Wanne ist in drei separate Abschnitte unterteilt, damit das Wasser dem jeweiligen Kreislauf erhalten bleibt. Um zu verhindern, dass bei einem Auslaufen bzw. Durchschmelzen des Halbzylinders flüssiges Gallium in die Wasserkreisläufe gelangt, sind die Abflusstutzen 25 mm überstehend angebracht (vgl. Abbildung 9). Ein Deckel aus Plexiglas (10) schirmt das Sprühwasser und die Umgebungstemperatur ab und erlaubt den Halbzylinder während des Versuches zu beobachten.

3.2.2 Elektroden

Um den Strom durch den Halbzylinder führen zu können, sind Kupferelektroden an beiden Seiten befestigt. Durch den geringen elektrischen Widerstand von Kupfer heizen sich die Elektroden durch den Stromfluss nur wenig auf. Durch die gute Wärmeleitfähigkeit des Kupfers kann die Seitentemperatur durch eine einfache Sprühwassertemperierung auf dem gewünschten Wert gehalten werden. Zur Kontrolle der Temperatur im Übergangsbereich der Kupferelektroden zum Gallium sind jeweils zwei Bohrungen zur Aufnahme von Thermoelementen (TIRK22/23, TIRK37/38, vgl. Abbildung 9) vorgesehen. Sie reichen bis dicht an die Grenzfläche. Während des Gießvorgangs wird weiterhin über die Elektroden die Wärme abgeführt. Beim Erstarren von Gallium tritt ein Dichtesprung auf (siehe Kapitel 3.3). Um die Volumenänderung ausgleichen zu können, sind Bohrungen in den Elektroden vorgesehen, die über beheizte Schläuche mit einem Ausgleichsbehälter verbunden sind.

3.2.3 Ausgleichsbehälter

Während der Aufschmelzversuche und Gießvorgänge treten Phasenwechsel im Gallium auf. Die dadurch bedingte Volumenänderung wird über den Ausgleichsbehälter

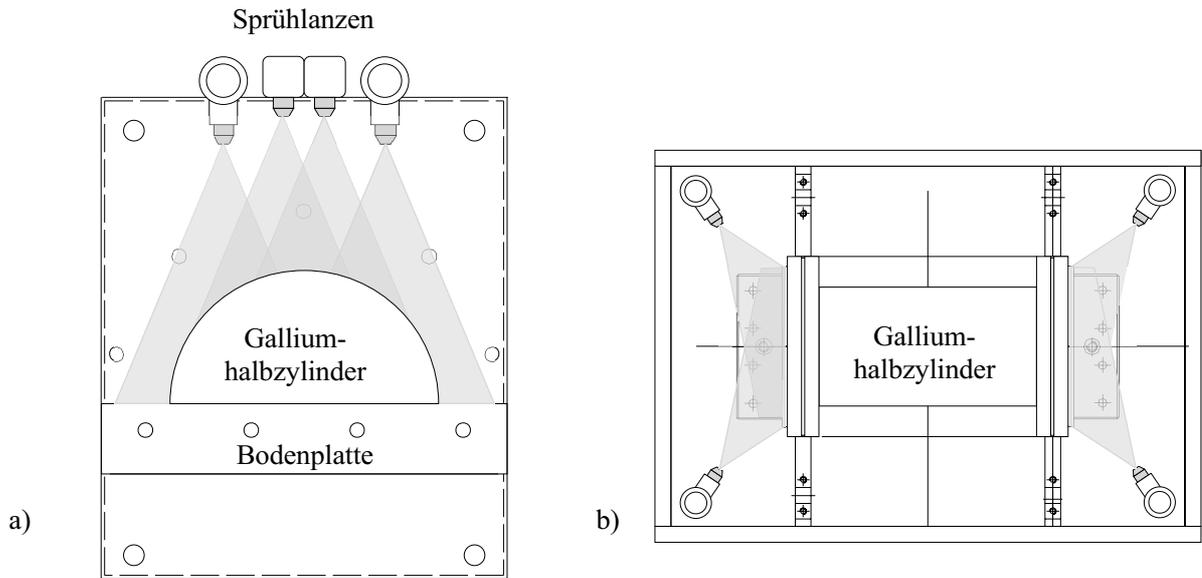


Abbildung 12: Anordnung der Sprühlanzen für a) Halbzyylinder, b) Elektroden.

kompensiert. Er besteht aus einem Kupferbehälter, der mit Gallium gefüllt ist. Der Behälter wird von einem PVC-Behälter umschlossen. Der Zwischenraum ist mit Wasser durchströmt, so dass die Temperatur im Ausgleichsbehälter kontrolliert werden kann. Am Boden des Kupferbehälters befinden sich die Abgänge für die Verbindungsschläuche zu den Elektroden. In den Plastikschräuchen verläuft ein Heizdraht, um dort eine Temperatur oberhalb der Erstarrungstemperatur sicher zu stellen. Die Temperatur in den Plastikschräuchen wird über zwei Thermoelemente (TIRK39/40, vgl. Abbildung 9) nahe der Elektroden gemessen, um den Einfluss der beheizten Ausgleichsleitungen auf den Galliumhalbzyylinder zu verringern. Dies ist besonders während des Aufschmelzvorgangs zu berücksichtigen, da in diesem Fall Gallium in den Block nachgespeist werden muss.

3.2.4 Sprühkühlung

Zur Temperierung der Oberfläche des Halbzyinders werden vier Lanzen mit insgesamt 22 Düsen der Firma *Lechler* verwendet. Die Düsen haben einen 45° - Sprühkegel und sprühen senkrecht nach unten, wie in Abbildung 12a dargestellt. Das Fließbild für die Sprühkühlung ist in Abbildung 9 dargestellt. Das Wasser wird aus dem Thermostat 1 der Firma *Haake* (Typ: *T, N2*) mit einer Pumpe der Firma *Grundfoss* gepumpt. Über einen Filter werden Schmutzpartikel herausgefiltert, damit sich die Düsen nicht zusetzen. Die Durchflussmenge wird über ein Kugelventil reguliert und mit Hilfe eines induktiven Durchflussmessers (FIRK43) der Firma *Altometer* (Typ: *SC80 AS*) kontrolliert. Danach wird das Wasser symmetrisch auf die vier Sprühlanzen verteilt. Der

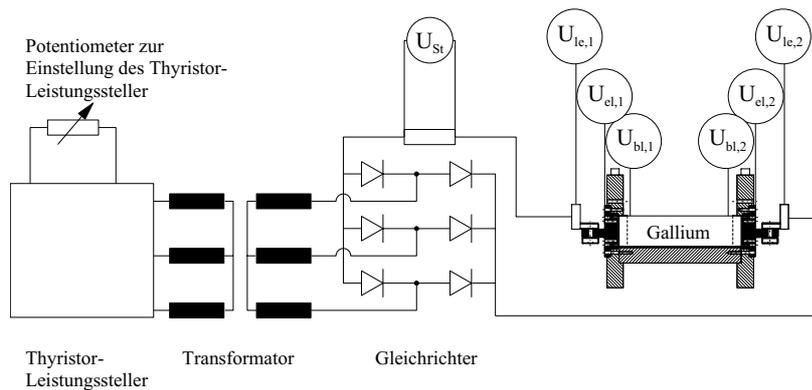


Abbildung 13: Elektrische Schaltung zur Einstellung der Wärmequellestärke im Experiment.

Gesamtvolumenstrom beträgt während der Versuche 17 l/min . Vor Eintritt des Wassers in die Sprühdüse wird die Temperatur mit Hilfe des Thermoelementes TIRK35 gemessen. Für die Seitensprühkühlung werden jeweils sechs Sprühdüsen gleichen Typs verwendet. Das Wasser wird gemäß Abbildung 9 aus den Thermostaten 2 und 3 der Firma *Haake* (Typ: *R, N2*) über je einen Filter gepumpt. Auch hier wird mit einer induktiven Durchflussmessung FIRK43 der Firma *Altometer* (Typ: *SC80 AS*) der Volumenstrom kontrolliert. Das Wasser wird symmetrisch auf zwei Sprühdüsen mit je drei Sprühdüsen verteilt und die Wassertemperatur kann mit dem Thermoelement TIRK21 bzw. TIRK36 kurz vor der Sprühdüse gemessen werden. Der Volumenstrom beträgt während der Versuche für jede Seite 6 l/min . Das Wasser aller Sprühkreisläufe sammelt sich in den verschiedenen Bereichen der Auffangwanne und wird dann über Pumpen in den jeweiligen Thermostaten zurückgeführt.

3.2.5 Innere Wärmequelle

Zur Simulation der inneren Wärmequelle wird Gleichstrom verwendet. Dieser wird von einem Dreiphasen-Trenntransformator (Typ: 48 kVA Dy5) der Firma *Schenk* zur Verfügung gestellt. Der Trafo wandelt $3 \times 400 \text{ V}$ primärseitig in $3,5 \text{ V}/10 \text{ kA}$ sekundärseitig um. Der Strom wird über eine Sechspulsbrücke in *B6*-Schaltung mit sechs Dioden (*EUPEC D5807N02T*) gleichgerichtet. Die Schaltung gewährleistet einen Gleichstrom mit einer geringen Restwelligkeit. Für die Einstellung der Ausgangsspannung wird primärseitig ein Thyristor-Leistungssteller (Typ: *Thyro - M* Typ *M3* der Firma *AEГ*) verwendet. Die elektrische Schaltung ist in Abbildung 13 dargestellt. Angesteuert wird der Leistungssteller von einem Potentiometer.

3.2.6 Gießvorgang

Der Galliumhalbzylinder wird direkt auf dem Gestell gegossen. Dazu wird die Gußform (6) (siehe Abbildung 10) mit den Seitenplatten verschraubt und mit der Boden-

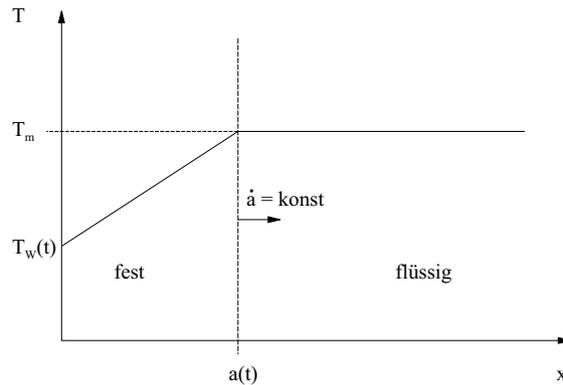


Abbildung 14: Problemskizze zum Fortschritt der Erstarrungsfront.

platte verspannt. Vor dem Einbau der Gußform wird an allen Anpressflächen zur Abdichtung ein Teflonband aufgeklebt. Der Ausgleichsbehälter, die Verbindungsleitungen und die beiden Elektroden werden, wie das einzufüllende Gallium, auf $T = 35^\circ\text{C}$ temperiert. Dadurch wird einer vorzeitigen Erstarrung des Galliums vorgebeugt. Das Gallium wird dann über den Ausgleichsbehälter in die Form gefüllt. So wird sichergestellt, dass die Ausgleichsleitungen vollständig mit Gallium gefüllt sind. In der Gußform sind an der höchsten Stelle zwei Bohrungen, beidseitig 85 mm von der Messenebene, angebracht. Durch diese Bohrungen werden die Thermoelemente zur Messung des Temperaturfeldes herausgeführt. Zum Ende des Einfüllvorganges befindet sich der Galliumspiegel innerhalb der beiden Bohrungen, so dass die gesamte Form mit Gallium aufgefüllt ist und keine Luftblasen in der Gießform verbleiben. Die Elektroden werden vor dem Gießvorgang mit flüssigem Gallium eingerieben, damit die Elektroden nach dem Einfüllen des Galliums vollständig benetzt sind und so der Übergangswiderstand minimal ist.

Nach dem Einfüllvorgang werden die Temperaturen der Elektroden auf $T = 30^\circ\text{C}$ abgesenkt und gewartet, bis das gesamte Gallium auf der gleichen Temperatur ist. Danach wird mit dem Absenken der Temperatur einer Elektrode begonnen. Die andere Elektrode bleibt auf der Temperatur von 30°C , um das überschüssige Gallium flüssig in den Ausgleichsbehälter abführen zu können. Um über den gesamten Galliumhalbzylinder festes Gallium mit homogenen Eigenschaften zu erhalten, muss die Erstarrungsfront während des gesamten Erstarrungsvorganges mit möglichst konstanter Geschwindigkeit fortschreiten. Vorversuche haben gezeigt, dass eine sprunghafte Absenkung einer Elektrodentemperatur mit dem dazugehörigen sich exponentiell verlangsamenden Fortschritt der Erstarrungsfront zu starken Änderungen der elektrischen Leitfähigkeit des Galliums führen.

Zunächst wollen wir die Temperaturabsenkung der Elektrode durch eine einfache quasistationäre Überlegung abschätzen. Das Problem ist in Abbildung 14 skizziert. Ein eindimensionaler Halbraum $x \geq 0$ ist mit einem flüssigen Medium gefüllt. Zum Zeitpunkt $t \leq 0$ befindet sich die flüssige Phase auf Schmelztemperatur $T = T_m$. Für

$t > 0$ wird die Wandtemperatur $T_W(t)$ bei $x = 0$ kontinuierlich abgesenkt, so dass sich von dort ausgehend eine feste Phase ausbildet. Die Geschwindigkeit der Phasengrenze \dot{a} soll konstant sein. Wir haben dann für die Erstarrungsfront das Zeitgesetz

$$a(t) = \dot{a}t \quad . \quad (3.1)$$

Die stationäre Wärmetransportgleichung in der festen Phase ist nun

$$T_{xx} = 0 \quad , \quad (3.2)$$

und wir erhalten durch Integration

$$T_x = C_1 \quad , \quad (3.3)$$

$$T = C_1x + C_2 \quad . \quad (3.4)$$

Wir haben weiterhin die Randbedingungen

$$x = 0 : \quad T = T_W(t) \quad , \quad (3.5)$$

$$x = a : \quad \lambda T_x(a) = L\rho\dot{a} \quad . \quad (3.6)$$

Die Auswertung dieser Randbedingungen liefert

$$T(x) = \frac{L\rho}{\lambda}\dot{a}x + T_W(t) \quad (3.7)$$

für den linearen Temperaturverlauf in der festen Phase. Durch die Wahl

$$T_W(t) = T_m - \frac{L\rho}{\lambda}\dot{a}^2t \quad . \quad (3.8)$$

können wir zusätzlich die Randbedingung

$$x = a : \quad T = T_m \quad (3.9)$$

erfüllen und haben wegen $\dot{a} = \textit{konstant}$ die gewünschte konstante Geschwindigkeit der Erstarrungsfront.

Eine genauere instationäre Betrachtung geht von der Wärmetransportgleichung

$$\rho c_p T_t = \lambda T_{xx} \quad (3.10)$$

aus. Zusammen mit den Randbedingungen (3.5), (3.6) und (3.9), sowie mit der Anfangsbedingung

$$t = 0 : T = T_m \quad (3.11)$$

finden wir bei Carslaw und Jaeger (1959) für die zeitabhängige Wandtemperatur

$$T_W(t) = T_m - \frac{L}{c_p} (\exp[\frac{\rho c_p \dot{a}^2}{\lambda} t] - 1) \quad (3.12)$$

In Abbildung 15 sind die Zeitfunktionen $T_W(t)$ nach den Gleichungen (3.8) und (3.12) bei einer Erstarrungsgeschwindigkeit von $\dot{a} = 1.04 \cdot 10^{-5} m/s$ und $\dot{a} = 5.208 \cdot 10^{-6} m/s$ und berechnet mit den Stoffdaten von Gallium miteinander verglichen. Die Geschwindigkeiten der Erstarrungsfront führen zu einer Erstarrungszeit des Galliumhalbzylinders von $t = 8h$ bzw. $t = 16h$. Es zeigt sich, dass für beide Erstarrungsgeschwindigkeiten beide Kurven sehr ähnlich verlaufen. Die hohe Erstarrungsgeschwindigkeit kann im Experiment nur schwer realisiert werden, weil die verwendeten Wasserkreisläufe keine Temperaturen $T_W < 0^\circ C$ zulassen. Für die niedrige Erstarrungsgeschwindigkeit betragen die Temperaturen nach 16 Stunden $T_W(16h) = 7.71^\circ C$ bzw. $T_W(16h) = 6.53^\circ C$, d.h. die Kurven liegen nur $1.18^\circ C$ auseinander. Es ist gemäß der quasistationären Näherung (3.8) abzusenken. Solche linearen Veränderungen der Temperatur sind problemlos mit der Programmierereinheit von *Haake* (Typ: *PG-40*) realisierbar. Somit ist sichergestellt, dass die Erstarrungsfront näherungsweise mit konstanter Geschwindigkeit durch den Halbzylinder läuft. Nach Erreichen der Endtemperatur von $T_W(16h) = 7.71^\circ C$ wird die Temperatur der anderen Elektrode auf $T = 15^\circ C$ abgesenkt, um sicher zu stellen, dass der gesamte Halbzylinder erstarrt ist.

3.2.7 Messverfahren

Die systematischen Versuche dauern 11 Stunden je Versuch. Die Temperaturmessungen werden zunächst ohne Ablassen der flüssigen Phase durchgeführt. Bei diesen Versuchen werden auch Daten mit der Ultraschallmesstechnik gewonnen.

Bei Versuchen mit Ablassen des Galliums ist zur Kontrolle nur ein Thermoelement am Boden nahe der Messebene platziert. Nach Erreichen des stationären Zustands werden die Bodenstopfen gemäß Kapitel 3.2.1 aus der Bodenplatte gezogen, der Trafo ausgeschaltet und die Oberfläche heruntergekühlt. Die ausgebaute Galliumkruste wird im Bereich der Messebene mit der Triangulation vermessen.

3.3 Stoffdaten für Gallium

Für alle Versuche wird das Reinmetall Gallium verwendet. Bei Lyon (1952) sind die chemischen Eigenschaften zusammengefasst. Gallium oxidiert nur oberflächlich bei sehr hohen Temperaturen unter Sauerstoffatmosphäre und wird von Wasser nicht angegriffen. Im flüssigen Zustand greift es aggressiv andere Metalle an. Dies ist besonders bei höheren Temperaturen zu beobachten. Kupfer und Platin werden jedoch

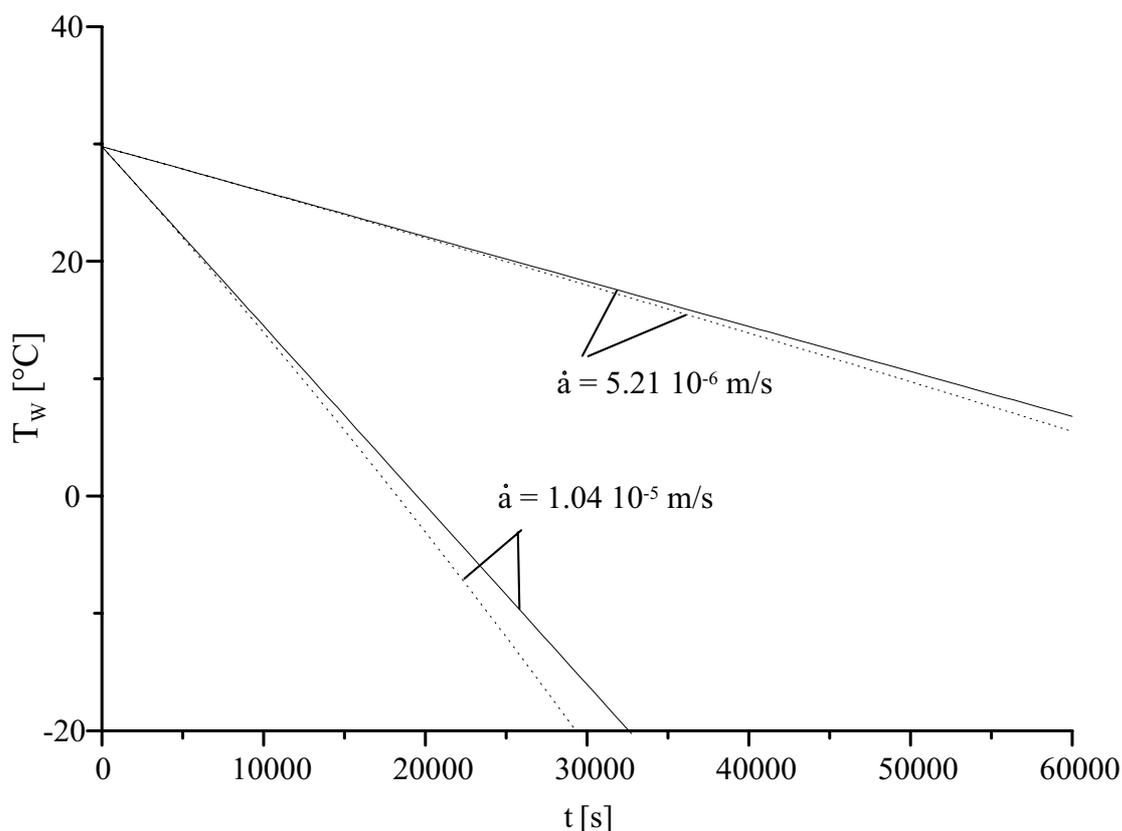


Abbildung 15: Vergleich der Wandtemperatur $T_w(t)$ für konstante Geschwindigkeit der Erstarrungsfront bei quasistationärer (durchgezogen) und instationärer (gepunktet) Betrachtung. Verwendete Stoffdaten siehe Tabelle 2.

bei Temperaturen unter 100°C nicht von Gallium angegriffen. Toxikologisch sind keine besonderen Vorsichtsmaßnahmen zu treffen. Aufgrund dieser Eigenschaften bietet sich das Metall für die Experimente an.

Obwohl Gallium besonders in der Elektroindustrie zur Herstellung von Halbleitermaterialien wie z.B. Galliumarsenid benötigt wird, sind die in der Literatur verfügbaren Stoffdaten teilweise unvollständig, widersprüchlich und ungenau. Eine umfassende Sammlung von Stoffdaten findet sich bei Meyer (1955), die aber auf recht alten Daten basiert. Nicht so umfassend, aber unter Einbeziehung neuerer Quellen, wird Gallium in Cubberly (1979) beschrieben. Gallium erstarrt in der Regel als Einzelkristall. Das so erstarrte Kristall zeigt starke Anisotropie, wie Powell (1951) für den elektrischen Widerstand, für den thermischen Ausdehnungskoeffizienten und für die thermische Wärmeleitfähigkeit zeigt. Im Erstarrungsprozess wird deshalb $0.1\text{Mass} - \% \text{TiB}_2$ -Pulver als Keimbildner dem flüssigen Gallium zugegeben, um viele kleine ungeordnete Kristalle zu bilden. So sind die polykristallinen Stoffeigenschaften von Gallium für unsere Versuche relevant. In Tabelle 2 sind diese Stoffdaten aufgelistet.

Für die temperaturabhängige Dichte von flüssigem Gallium in der Nähe der Erstar-

Tabelle 2: Stoffdaten für polykristallines Gallium

Eigenschaft	Wert
<i>Prandtl</i> -Zahl Pr	0.02
Schmelztemperatur T_m	$29.78^\circ C$
Dichte ρ	siehe Abbildung 18
Ausdehnungskoeffizient $\beta(T)$	$\beta(T) = -8.94 \cdot 10^{-6} \exp [-(T - 29.75)/0.08994]$ $+2.48 \cdot 10^{-8}T - 7.58 \cdot 10^{-7}$ siehe Abbildung 19
Schmelzwärme L	80.16 kJ/kg
kinem. Viskosität ν	$2.97 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$
therm. Diffusion κ	$1.38 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

Eigenschaft	Temperaturbereich	Phase	Wert
spezifische Wärmekapazität c_p	$0 \dots 24^\circ C$	fest	372.3 J/kgK
	$12.5 \dots 200^\circ C$	flüssig	379.6 J/kgK
Wärmeleitfähigkeit λ	$29.78^\circ C$	fest	33.49 W/mK
	$30.0^\circ C$	flüssig	37.68 W/mK
spezifischer elektrischer Widerstand ρ_e	$20.0^\circ C$	fest	$150.5 \text{ n}\Omega \text{ m}$
	$20.0^\circ C$ (Eigenmessung)	fest	$148.5 \text{ n}\Omega \text{ m}$
	$20.0^\circ C$	flüssig	$256.1 \text{ n}\Omega \text{ m}$
	$40.0^\circ C$	flüssig	$260.0 \text{ n}\Omega \text{ m}$
Schallgeschwindigkeit c	$20.0^\circ C$ (Eigenmessung)	fest	4061 m/s
	$30.0^\circ C$ (Eigenmessung)	flüssig	2814 m/s

rungstemperatur sind in der Literatur nur wenige Datenpunkte vorhanden. In einem speziellen Experiment sind deshalb die fehlenden Stoffdaten ermittelt worden. Abbildung 16 zeigt den Aufbau des Dichtemessversuches. Das Gallium wird vor dem Versuch für 8 Stunden auf eine Temperatur von $T = 50^\circ C$ gehalten und kontinuierlich gerührt, um gelöste Gase auszutreiben. Der gesamte Versuchsstand und das Gallium werden dann auf die Schmelztemperatur von Gallium von $T_m = 29.78^\circ C$ temperiert. Das Gallium wird in den *Erlenmeyer*-Kolben eingefüllt. Das Gefäß wird mit einem Stopfen verschlossen, der oben den Durchtritt eines Glaskapillarrohrs zulässt. Durch die Form des Stopfens kann sich keine Luft zwischen Gallium und Stopfen ansammeln. Der Durchmesser des Kapillarrohrs beträgt $d = 2 \text{ mm}$. Das Glasrohr kann im Stopfen verschoben werden, um den Galliumstand in der Kapillare anzupassen. Danach wird es mit Kleber fixiert. Über einen Maßstab wird die Höhe des Galliumspiegels bei unterschiedlichen Temperaturen abgelesen. Der Meniskus im Röhrchen ist bei allen Galliumständen ähnlich, so dass bei gleicher Ablesung kein zusätzlicher Fehler zu erwarten ist. Zur Einstellung verschiedener Temperaturen befindet sich das Gefäß in einem Wasserbad. Dieses Wasserbad wird über einen Thermostatkreislauf auf konstanter Temperatur gehalten. Die Temperatur wird mit einem *PT-100*-

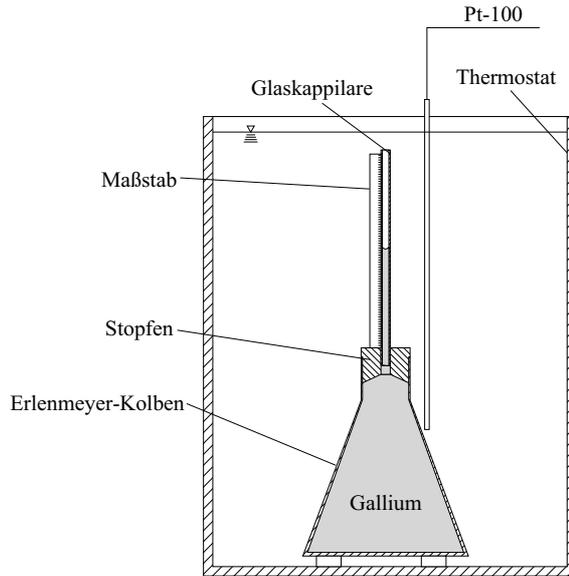


Abbildung 16: Schematischer Aufbau zur experimentellen Bestimmung der Dichte von Gallium.

Widerstandsthermometer gemessen und zusätzlich über einen Schreiber dargestellt. Nach Veränderung der Temperatur des Wasserbads wird die Versuchsanordnung für 8 Stunden auf gleicher Temperatur gehalten, bevor der Galliumstand am Maßstab abgelesen wird. Bei T_m und bei 35°C ist die Dichte von flüssigem Gallium aus Cubberly (1979) und Filyand und Semenova (1968) bekannt (vgl. rote Dreiecke in Abbildung 18). Über das Gewicht des eingefüllten Galliums und die bekannten Dichten bei diesen Referenztemperaturen kann das Referenzvolumen des Galliums bestimmt werden. Über den Maßstab kann nun die Volumenänderung bestimmt werden. So kann schließlich die Dichteänderung relativ zur Referenzdichte ermittelt werden.

Die Temperaturabhängigkeit des Volumens des Gefäßes durch Ausdehnung des Glases wird naturgemäß ebenfalls eine Veränderung des Galliumspiegels im Kapillarrohr bedingen und so einen gewissen Fehler überlagern. Zur Bestimmung der Größe dieses Fehlers sind gleichartige Messungen zur Dichte von Wasser in der Apparatur durchgeführt worden. Für Wasser stehen in der Literatur umfangreiche und hochgenaue Daten zur Dichte zur Verfügung. In Abbildung 17 sind die unkorrigierten Messwerte mit Daten nach Koster (1980) gemäß

$$\rho_W(T) = 1002.7547 \exp(-2.2436 \cdot 10^{-4}T) \quad (3.13)$$

verglichen. Die Werte stimmen sehr gut überein, die Abweichungen zwischen unseren Messwerten und der Korrelation nach Koster (1980) ist weniger als $\pm 0.002\%$. Es erscheint deshalb nicht notwendig bei der Auswertung der Galliumdaten eine entsprechende Korrektur dieses Effekts vorzunehmen.

Die ermittelten Werte für die Dichte von Gallium nahe der Erstarrungstemperatur sind in Abbildung 18 dargestellt. Im Gegensatz zu den meisten Stoffen wird bei Gal-

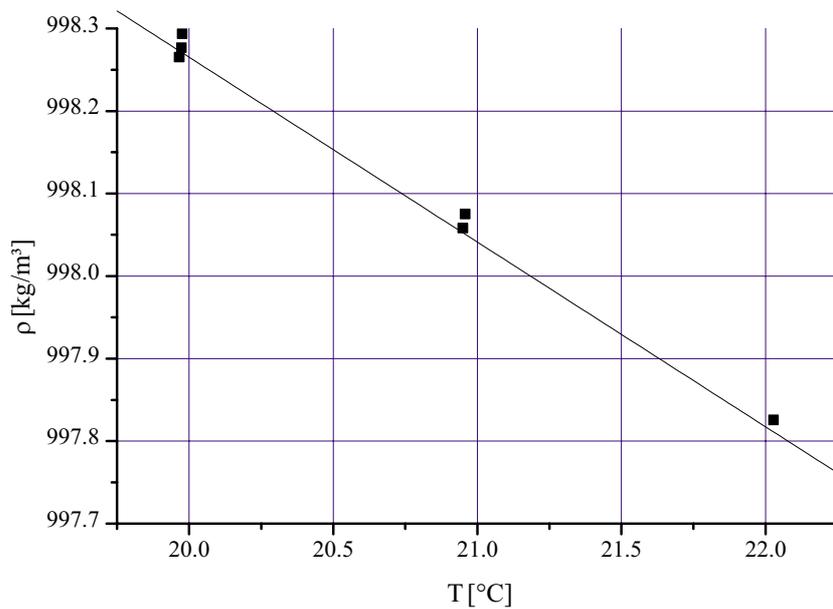


Abbildung 17: Vergleich der experimentell bestimmten Dichte von Wasser (Quadrate) mit der Korrelation (3.13) nach Koster (1980) (durchgezogene Linie).

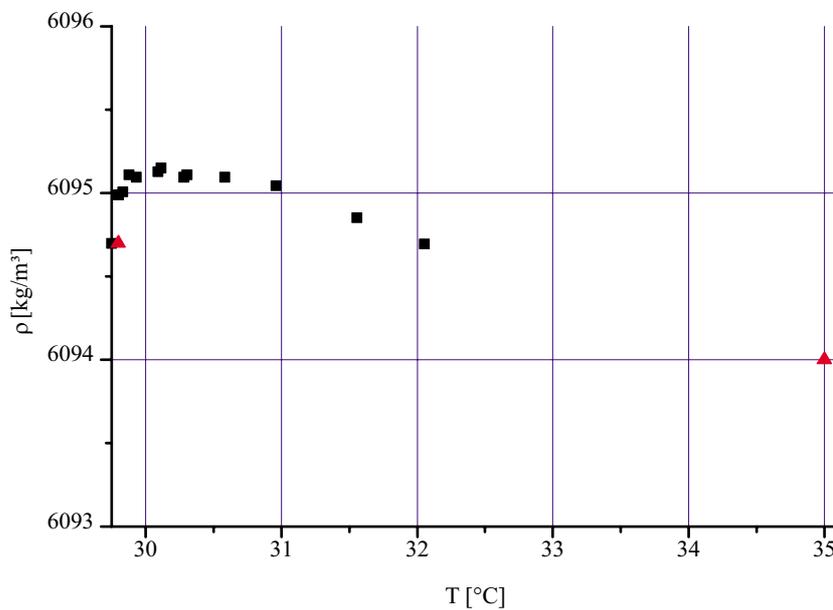


Abbildung 18: Vergleich der experimentell bestimmten Dichte von Gallium (Quadrate) mit Werten nach Cubberly (1979) (Dreiecke).

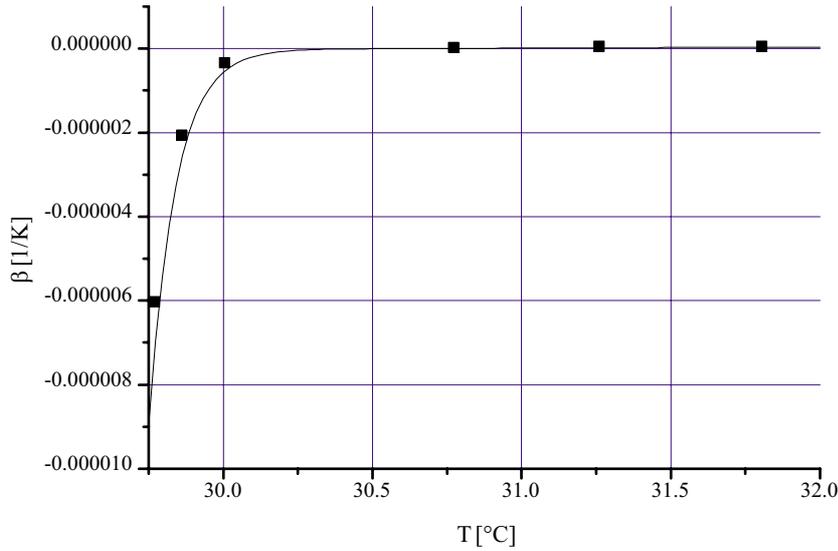


Abbildung 19: Wärmeausdehnungskoeffizient $\beta(T)$ experimentell ermittelt (Quadrate) und Korrelation (Linie) gemäß Tabelle 2 für Gallium.

lium die Dichte beim Übergang von der flüssigen in die feste Phase kleiner. Dieser Effekt ist auch beim fest/flüssig Phasenwechsel von Wasser zu beobachten. Der Dichtesprung beträgt bei Gallium 3%. Diese Anomalie deutet sich bereits in der flüssigen Phase nahe der Schmelztemperatur an. Wie Abbildung 18 zeigt, erreicht die Dichte von Gallium bei $T = 31.1^\circ\text{C}$ den maximalen Wert $\rho = 6095.2 \text{ kg/m}^3$ und sinkt zum Erstarrungspunkt hin ab. Bei Cubberly (1979) findet sich für flüssiges, unterkühltes Gallium bei $T = 24.7^\circ\text{C}$ eine Dichte von $\rho = 6069 \text{ kg/m}^3$. Dieser Wert bestätigt die abfallende Dichte mit fallender Temperatur über den in Abbildung 18 gezeigten Temperaturbereich hinaus. Unsere Daten sind ausgehend von der Referenzdichte bei $T_m = 29.78^\circ\text{C}$ ausgewertet. Die in der Literatur gegebene Dichte bei 35°C ist jedoch auch konsistent mit unseren Messwerten im Temperaturbereich $29.78^\circ\text{C} \leq T \leq 32^\circ\text{C}$. Aus der temperaturabhängigen Dichte kann problemlos der Ausdehnungskoeffizient $\beta(T)$ bestimmt werden. Das Ergebnis im Bereich $29.78^\circ\text{C} \leq T \leq 32^\circ\text{C}$ ist in Abbildung 19 dargestellt. Insbesondere im Bereich $29.78^\circ\text{C} \leq T \leq 30.25^\circ\text{C}$ sind stark negative β auffällig, welche für die Richtung eventueller Auftriebseffekte im Aufschmelzexperiment relevant sind. Aus den Datenpunkten in Abbildung 19 kann die Korrelation für $\beta(T)$ gemäß Tabelle 2 im betrachteten Temperaturbereich mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate abgeleitet werden. Diese Korrelation ist in Abbildung 19 durchgezogen eingetragen.

4 Messtechnik

Zur Bestimmung des Temperaturfeldes und der Position der Phasengrenze während des Aufschmelzvorgangs werden ein Ultraschallgerät und Thermolemente verwendet. Nachdem sich ein stationärer Zustand eingestellt hat, wird das flüssige Gallium über Öffnungen in der Bodenplatte abgelassen. Danach wird die Kontur der Phasengrenze mit Hilfe der Triangulation in der Messebene abgetastet. Die verwendeten Messtechniken werden im folgenden näher beschrieben.

4.1 Ultraschallmessung

4.1.1 Grundlagen

Der Ultraschall ist ein Teilgebiet der Akustik. Die Ultraschalltechnik wird heute in der Industrie hauptsächlich zur zerstörungsfreien Prüfung von Materialien verwendet. Eine ausführliche Beschreibung der Ultraschallmesstechnik sowie ihrer Einsatzmöglichkeiten geben Krautkrämer und Krautkrämer (1986), Deutsch (1997) oder Bergmann (1954). Die grundlegenden Gleichungen und das Messprinzip werden im folgenden für ebene Wellen erläutert.

Ultraschallwellen sind mechanische Wellen. Sie breiten sich von einer Schallquelle ausgehend in einem Medium in Form von Druckschwankungen aus. So erhalten wir für den Schalldruck p in Abhängigkeit der Zeit t bei eindimensionaler Ausbreitung in x

$$p(x, t) = A\rho c\omega \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad , \quad (4.1)$$

mit der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi/T$, der Schwingungsdauer T , der Schwingungsamplitude A , der Zeit t und der Wellenlänge λ . Die Größe

$$P = A\rho c\omega \quad , \quad (4.2)$$

stellt demnach die Druckamplitude dar. Darin enthalten ist die spezifische Schallimpedanz Z (auch Schallwiderstand genannt) gemäß

$$Z = \rho c = \frac{\hat{p}}{\hat{v}} \quad . \quad (4.3)$$

Diese Größe hat eine Analogie zum spezifischen elektrischen Widerstand. Die Verknüpfung von Stromfluss und Spannung über den spezifischen elektrischen Widerstand geschieht auf die gleiche Art wie die Verknüpfung von maximaler Schallschnelle \hat{v} und maximalem Schalldruck \hat{p} über die Schallimpedanz. Z ist für die Schallausbreitung in einem Medium eine wichtige Materialkenngröße. Die Schallintensität I spielt für die Ultraschallmesstechnik eine untergeordnete Rolle. Sie wird, analog zum elektrischen Strom, aus dem Schalldruck und der Impedanz zu

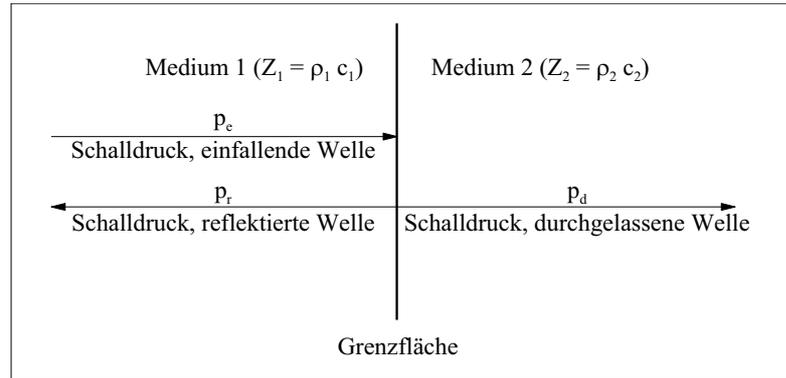


Abbildung 20: Senkrechter Einfall einer Schallwelle auf eine ebene Grenzfläche.

$$I = \frac{P^2}{2Z} \quad (4.4)$$

berechnet. Die Schallintensität kann als akustische Energie aufgefasst werden, die durch eine Fläche pro Zeit hindurchtritt.

Betrachten wir eine ebene Welle, die auf eine ebene, glatte Grenzfläche zweier Medien unterschiedlicher Schallimpedanzen trifft, so wird ein Teil reflektiert, während der restliche Teil in das zweite Medium eintritt. In Abbildung 20 ist dieses Problem und die zugehörigen Größen dargestellt.

Der einfallende Schalldruck p_e teilt sich in den reflektierten Schalldruck $p_r = R p_e$ und den durchgelassenen Schalldruck $p_d = D p_e$. R und D sind der Reflexions- bzw. Durchlässigkeitsfaktor für den Schalldruck. Es gelten die Zusammenhänge

$$p_e + p_r = p_d \quad (4.5)$$

und

$$1 + R = D \quad (4.6)$$

Entscheidend für die Faktoren R und D sind die Impedanzen Z_1 und Z_2 der beiden Medien. Zur Berechnung von R und D ergibt sich

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (4.7)$$

$$D = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1} \quad (4.8)$$

Wie Gleichung (4.7) zeigt, tritt nahezu vollständige Reflexion auf, wenn $Z_2 \ll Z_1$ oder $Z_2 \gg Z_1$ ist. Dies ist beispielsweise bei der Kombination Stahl/Luft der Fall. Negative R signalisieren im übrigen eine Phasenumkehr an der Grenzfläche.

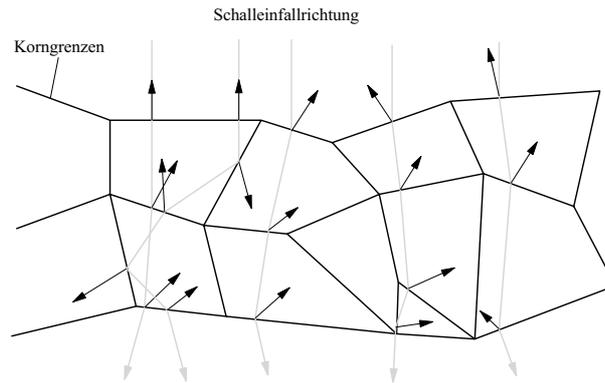


Abbildung 21: Schematische Darstellung der Streuung durch Reflexion an Korngrenzen.

Schallwellen erfahren auch in homogenen Übertragungsmedien mit zunehmender Wegstrecke eine Schwächung ihrer Intensität. Neben der Divergenz des Schallfeldes wird der Schall auch durch werkstoffabhängige Eigenschaften geschwächt. Man unterscheidet dabei zwei Werkstoffeigenschaften: die Absorption (Umwandlung in Wärme) und die Streuung (z.B. an Korngrenzen in Metallen). Anschaulich stellt man sich die Schwächung durch Absorption als eine Dämpfung der elastischen Schwingung der kleinsten Teilbereiche eines Mediums vor. Die Absorption nimmt in der Regel proportional mit der Frequenz der Schwingung zu.

Die Schallschwächung durch Streuung ist in Abbildung 21 veranschaulicht. An jeder Korngrenze ändert sich die Schallimpedanz Z etwas, da sich dort die Dichte und die Schallgeschwindigkeit ein wenig ändern können (vgl. Gleichung (4.3)). Ein Teil der Welle wird deshalb nach dem Brechungsgesetz durchgelassen, ein anderer Teil reflektiert. Die Inhomogenitäten entstehen bei mehrkomponentigen Medien durch unterschiedliche Struktur, Zusammensetzung und Ausrichtung der Kristallite. Aber auch bei einkomponentigen Medien, die nur eine einzige Art von Kristallen besitzen, kann das Medium inhomogen für die Ultraschallwelle sein. Die Ausrichtung der Kristalle bedingt ein anisotropes Verhalten bezüglich ihrer elastischen Eigenschaften, so dass an den Kristallgrenzen ebenfalls Impedanzunterschiede auftreten. Der Schalldruck nimmt infolge der Schwächung exponentiell mit dem Schwächungskoeffizienten α entlang der Strecke x gemäß

$$p(x) = p_0 e^{-\alpha x} \quad (4.9)$$

ab, wobei p_0 den anfänglichen Schalldruck bezeichnet.

Beide Verluste beschränken den Einsatz der Ultraschalltechnik. Der Schallschwächung durch Absorption kann man mit höherer Sendeleistung entgegenwirken. Bei der Streuung an Korngrenzen wird nicht nur der Schall geschwächt, sondern es treten auch durch vielfache Reflexionen zusätzliche Echos auf, die das eigentliche Echo überlagern. Da mit Steigerung der eingeschallten Intensität auch die Intensität der unerwünschten

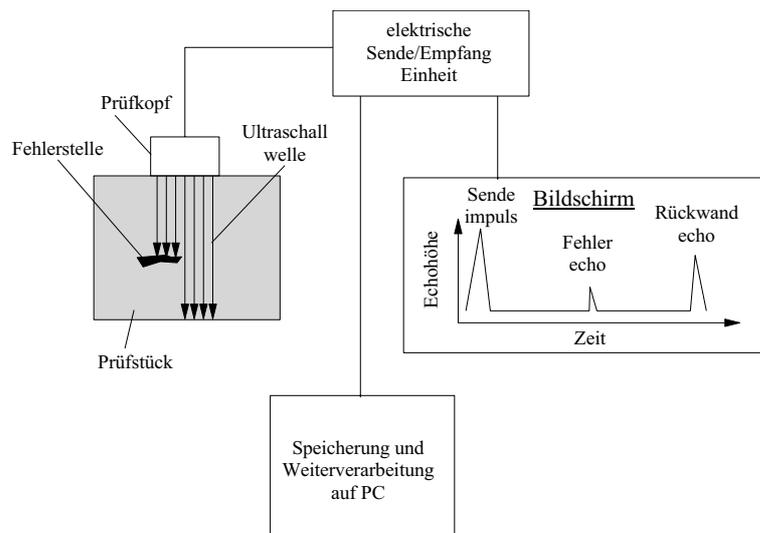


Abbildung 22: Prinzipskizze zur Werkstoffprüfung mit dem Puls-Echo-Verfahren.

Reflexionen zunimmt, kann man zur Verbesserung der Echoqualität nur zu tieferen Frequenzen übergehen.

4.1.2 Messaufbau

Zur Bestimmung der Position der Phasengrenze wird die Ultraschalltechnik verwendet. Es wird ein konventionelles Ultraschallgerät der Firma *Krautkrämer* (Typ: *USD 15S*) im Puls-Echo-Verfahren benutzt. Abbildung 22 zeigt den prinzipiellen Aufbau. Der Prüfkopf ist ein piezoelektrischer Wandler, der durch eine elektrische Entladung angeregt, ein Ultraschallwelle im Frequenzbereich zwischen $1 - 10 \text{ MHz}$ aussendet. Abbildung 23 zeigt eine typische Schwingungsform und das zugehörige Frequenzspektrum.

An Stellen mit Impedanzunterschieden wird ein Teil der Schallwelle reflektiert und vom Prüfkopf, der gleichzeitig als Empfänger fungiert, aufgenommen. Über die Auswerteeinheit wird das Echosignal über der Zeit dargestellt. Über die Schallgeschwindigkeit kann dann aus der Laufzeit der reflektierten Schallwelle die Position der betreffenden Stelle ermittelt werden. Bei der Analyse kann das breitbandige Signal oder auch nur eine bestimmte Frequenzen verwendet werden. Je nach Anwendung können so trotz schwieriger Bedingungen noch Fehlerstellen aufgespürt werden.

Die flüssig/fest Phasengrenze kann aufgrund der Impedanzunterschiede zwischen flüssiger und fester Phase mit diesem Verfahren erfasst werden. Der Effekt ist in Abschnitt 4.1.1 genauer beschrieben. Für Gallium erhalten wir nach Gleichung (4.3) mit den entsprechenden Stoffwerten aus Tabelle 2 in der flüssigen Phase eine Impedanz von $Z_l = 17151330 \text{ kg/m}^3\text{s}$ und in der festen Phase $Z_s = 23976144 \text{ kg/m}^3\text{s}$. Daraus ergeben sich für den Reflexions- und Durchlasskoeffizienten aus den Gleichungen (4.7) und (4.8)

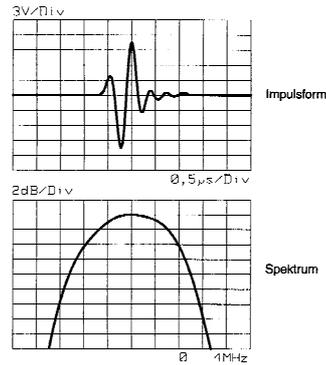


Abbildung 23: Schwingungsform und Frequenzspektrum für einen 2MHz -Prüfkopf (*Krautkrämer* Typ: *K2G*).

$$R = \frac{Z_s - Z_l}{Z_s + Z_l} = 0.166 \quad (4.10)$$

$$D = \frac{2Z_s}{Z_l + Z_l} = 1.166 \quad (4.11)$$

beim Übergang von der flüssigen in die feste Phase.

Um die Position der Grenzfläche zu ermitteln, muss die Schallgeschwindigkeit c der durchlaufenen Medien bekannt sein. Aus dem Echosignal kann lediglich der Zeitunterschied zwischen einzelnen reflektierten Signalen bestimmt werden. Aus der Zeitinformation und der entsprechenden Schallgeschwindigkeit ist die Position der Phasengrenze dann berechenbar.

Die genaue Bestimmung der Position der Phasengrenze setzt eine genaue Zeitmessung, gleichbleibende Schallgeschwindigkeit im durchlaufenen Medium und die genaue Kenntnis der Schallgeschwindigkeit voraus. Das Ultraschallmessgerät hat bei den für die Versuche eingestellten Parametern eine zeitliche Auflösung von $0.2 \mu\text{s}$. Die Schallgeschwindigkeit in festem und flüssigen Gallium wird an einer 100 mm langen, zylindrischen Probe aus Gallium bestimmt. Der Prüfkopf ist an einer Grundseite des Zylinders befestigt, die Rückseite grenzt an eine Luftschicht. Zur Bestimmung der Temperaturabhängigkeit wird die Schallgeschwindigkeit im relevanten Temperaturbereich von $28 \leq T \leq 32^\circ\text{C}$ bestimmt. Zur Minimierung des Fehlers wird die Zeitdifferenz zwischen dem ersten und dritten Echosignal der Rückwand bestimmt. Die Schallgeschwindigkeit ändert sich jeweils im festen und flüssigen Gallium für den untersuchten Temperaturbereich nicht. Der absolute Fehler der Position der Phasengrenze kann mit $\pm 1 \text{ mm}$ abgeschätzt werden. Für den relativen Fehler, gebildet mit $h = 75 \text{ mm}$, erhält man $\pm 1.3\%$.

Bei Parker und Manning (1986) und Schiffmann und Andrews (1994) werden Arbeiten zur Bestimmung der Position und Geschwindigkeit der Phasengrenze mit Hilfe

der Ultraschall-Messtechnik während einer gerichteten Erstarrung von Metallen vorgestellt. In beiden Fällen geht es um Erstarrungsprobleme aus dem Bereich der Kristallzucht von Metallen und Halbleitern. Dort wird darauf hingewiesen, dass aufgrund von Inhomogenitäten in der festen Phase die Phasengrenze nur schwer detektiert werden kann, wenn von der festen Seite eingekoppelt wird. Bei Inhomogenitäten, die im Vergleich zur Wellenlänge des Ultraschalls groß sind, kann die Position der Phasengrenze teilweise nicht ermittelt werden.

Auch bei unseren Gallium-Experimenten treten Schwierigkeiten bei Einkopplung aus der festen Phase auf. Abbildung 24 zeigt das Echosignal aus dem Galliumhalbzylinder bei Temperaturen von $T = 20, 25$ und $29^\circ C$ und unterschiedlicher Einkopplung. Das Gallium ist vor jeder Aufnahme eine Stunde auf der entsprechenden Temperatur temperiert. Für alle Versuche wird der $2MHz$ -Schallkopf (Typ: $K2G$) der Firma *Krautkrämer* verwendet, da mit ihm die deutlichsten Echosignale im Grenzbereich erhalten werden. Die Schwingungsform und das Frequenzspektrum sind in Abbildung 23 dargestellt. Ausgewertet wird nur die $2MHz$ -Frequenz, bei breitbandiger Auswertung sind die Signale im allgemeinen schwächer. Der Prüfkopf wird mit der maximal möglichen Intensität, bei einer Kapazität von $C = 2000pF$ des Ladekondensators, angeregt. Zur Einkopplung wird 80%-iges Glycerin zwischen Prüfkopf und Medium verwendet. Bei der Signaldarstellung ist in allen Fällen ein Verstärkungsfaktor von $70dB$ am Gerät eingestellt. Nur bei Einkopplung von unten und einer Temperatur von $T = 29^\circ C$ ist die Verstärkung $80dB$.

Bei Positionierung des Prüfkopfes direkt oben auf dem Gallium durchläuft die Schallwelle zunächst das feste Gallium. An der Grenzfläche zur Bodenplatte wird ein Teil reflektiert, der vom Prüfkopf empfangen und als Echo $BP1$ am Oszilloskop sichtbar wird. Die durchgelassene Schallwelle wird an der unteren Seite der Bodenplatte reflektiert und wieder vom Prüfkopf als Echo $RW1$ empfangen. Durch weitere Reflexionen und Durchlässe entstehen weitere Signale wie das Echo $BP2$, die auf dem Oszilloskop sichtbar sind. Für die weitere Auswertung sind sie nicht von Interesse. Sie geben lediglich Aufschluss über die innere Dämpfung des jeweiligen Mediums und somit über die Grenzen der Messtechnik.

Bei $T = 20^\circ C$ ist das Echo $BP1$ an der Grenzfläche zwischen Gallium und Bodenplatte sehr gut sichtbar. Das Echo $RW1$ von der Grenzfläche Bodenplatte/Luft ist dagegen schon sehr stark gedämpft. Dies liegt zum einen am hohen Impedanzunterschied von Gallium und Polyethylen (PE) und zum anderen an der starken Dämpfung von PE. Das Echo $BP2$ ist hingegen noch gut zu erkennen. Bei Erhöhung der Temperatur auf $25^\circ C$ werden alle Echos $BP1$, $BP2$ und $RW1$ der Grenzflächen schwächer. Die Streuung im Gallium hat zugenommen, was am höheren Rauschen zwischen den Hauptechos zu erkennen ist. Bei $T = 29^\circ C$ hat das Rauschen so stark zugenommen, dass das Echo $BP1$ nur noch sehr schwach zu erkennen ist. Die anderen Echos werden vom Rauschen überdeckt.

Bei Einkopplung der Ultraschallwelle von der Unterseite der Bodenplatte durchläuft der Schall zunächst die Bodenplatte. An der Grenzfläche Bodenplatte/Gallium wird ein Teil reflektiert und vom Prüfkopf als Echo $BP1$ empfangen. Der durchlaufende

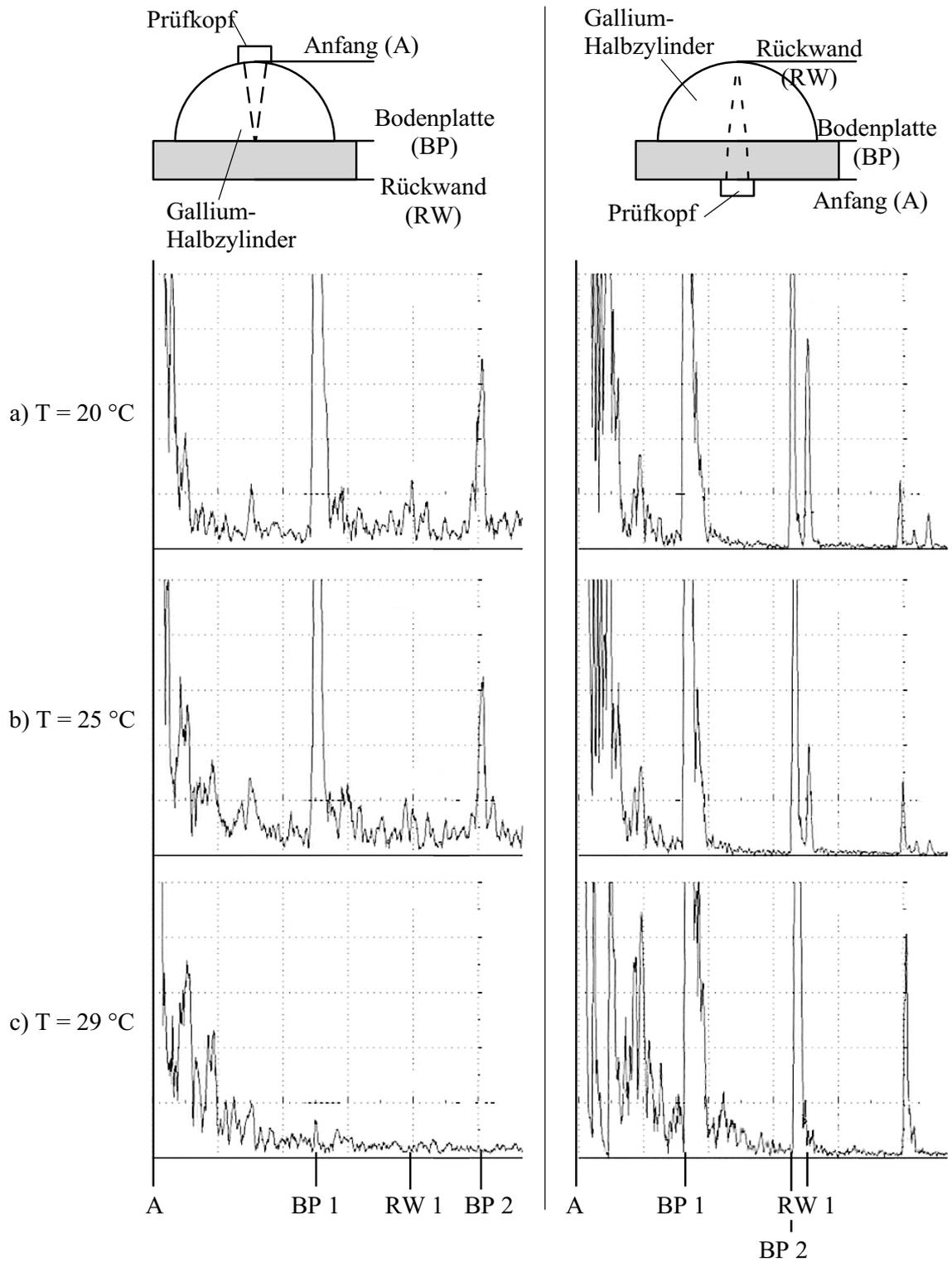


Abbildung 24: Echosignale aus dem Galliumhalbzylinder bei a) $T = 20^{\circ}\text{C}$, b) $T = 25^{\circ}\text{C}$, c) $T = 29^{\circ}\text{C}$.

Schall wird an der Grenzfläche Gallium/Luft nahezu vollständig reflektiert und ist als Echo *RW1* auf dem Oszilloskop dargestellt. Die weiteren Echos *BP2*, *BP3*, *RW2*, *RW3* entstehen, wie bei der Einkopplung von oben, durch Reflexionen und Durchlässe an den verschiedenen Grenzflächen. Aufgrund der Zeitunterschiede lassen sie sich eindeutig den entsprechenden Grenzflächen zuordnen.

Bei $T = 20^{\circ}\text{C}$ sind Echos *BP1*, *RW1* von den Grenzflächen gut zu sehen. Bei Erhöhung der Temperatur auf 25°C ändern sich die Echos *BP1* und *BP2* der Bodenplatte in der Höhe kaum. Alle Echos von der Rückwand hingegen *RW1*, *RW2*, *RW3* sind schwächer geworden. Dies hängt damit zusammen, dass der Schall durch das Gallium gelaufen ist und dort aufgrund der Temperaturerhöhung eine größere Streuung aufgetreten ist. Bei $T = 29^{\circ}\text{C}$ ist das Rückwandecho *RW1* nur noch mit Erhöhung der Verstärkung sichtbar zu machen, die Echos *RW2* und *RW3* sind vom Rauschen überlagert. Die Echos von der Bodenplatten *BP1* und *BP2* bleiben auch bei $T = 29^{\circ}\text{C}$ gut sichtbar.

Die Untersuchung der Signalqualität bei unterschiedlichen Temperaturen zeigt, dass die Streuung im festen Gallium bei Erhöhung der Temperatur bis nahe an die Schmelztemperatur kontinuierlich zunimmt. Dieser Effekt wird so stark, dass der Halbzylinder nicht über die gesamte Höhe durchschallt werden kann.

Während der Aufschmelzversuche mit inneren Wärmequellen befindet sich der ganze Galliumhalbzylinder nahe der Schmelztemperatur. Der Halbzylinder schmilzt von der Bodenplatte her auf. Aufgrund der starken Streuung in der festen Phase des Galliums erscheint die Messung der Position der fest/flüssig Phasengrenze bei Einkopplung von oben über das feste Gallium nicht möglich. Bei Positionierung des Prüfkopfes unter der Bodenplatte durchläuft der Schall im Halbzylinder zunächst die flüssige Phase. Dort tritt kaum Schwächung der Schallwelle durch Streuung auf und die Position der fest/flüssig Phasengrenze kann durch das Echo detektiert werden. Da nur Schall, der etwa senkrecht reflektiert wird, auf den Prüfkopf trifft, ist die Detektion der Position der fest/flüssig Grenzfläche nur für etwa horizontale Grenzflächen möglich. An stärker geneigten Grenzflächenbereichen kommt die reflektierte Schallwelle nicht zum Prüfkopf zurück. Somit ist der Einsatz der Messtechnik im vorliegenden Experiment auf den Mittenbereich der erschmolzenen Kavität beschränkt.

Abbildung 25 zeigt ein typisches Echosignal in Anwesenheit einer flüssigen Kavität bei Einkopplung des Ultraschalls von unten. Zwischen dem Bodenplattenecho *BP1* und dem Rückwandecho *RW1* ist das Echo der flüssig/fest Phasengrenze gut zu erkennen.

4.2 Temperaturmessung

Zur Bestimmung des Temperaturfelds im Galliumhalbzylinder sind isolierte Thermoelemente vom Typ K (Ni-CrNi) mit einem Durchmesser von 0.5 mm an der Spitze eingesetzt. In Abbildung 26 ist die elektrische Verschaltung einer Messstelle skizziert. Die Thermoelemente sind in Differenz zu gleichartigen Thermoelementen verschaltet, welche sich in einem Eispunkt-Thermostat der Firma *MGB Seissen* (Typ: 7100) befinden. Die Differenz beider Thermospannungen wird über einen Verstärker der

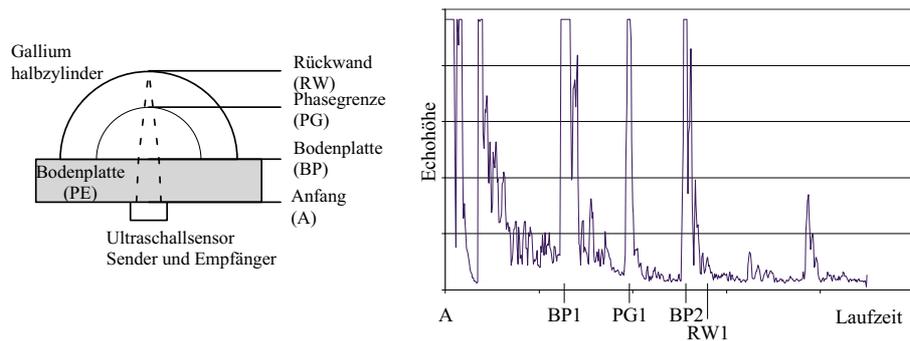


Abbildung 25: Ultraschalldarstellung der Phasengrenze.

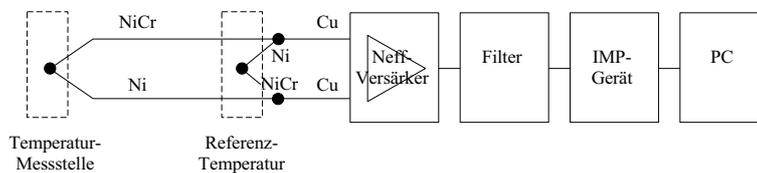


Abbildung 26: Schematischer Messaufbau der Temperaturmessung mit Thermoelementen.

Firma *Neff* (Typ: 124A) um den Faktor 1000 verstärkt, von einem Auswertegerät *IMP* (Isolated Measurement Pods) der Firma *Schlumberger* (Typ: 3595A) digitalisiert und an den Messrechner weitergeleitet. Die Referenztemperatur des Eispunktes wird zusätzlich über ein $Pt-100$ Widerstandsthermometer der Firma *Systemtechnik* (Typ *S1224*) kontrolliert und auf dem Messrechner gespeichert. Die so erfasste Referenztemperatur wird bei der Berechnung der gemessenen Temperaturen berücksichtigt. Über eine Iteration zusammen mit einem Polynom 8. Ordnung nach Bentley (1998) wird aus dem Spannungswert eine Temperatur berechnet. Zur Messung der Sprühwassertemperatur und zur Eichung der Thermoelemente wird ebenfalls ein $Pt-100$ Widerstandsthermometer verwendet. Alle anderen Temperaturmessungen in den Kreisläufen, Ausgleichleitungen und Elektroden werden mit Thermoelementen vom Typ *K* bei einem Drahtdurchmesser von 1 mm vorgenommen. Als Vergleichsstelle für diese Thermoelemente dient der interne Thermistor des *IMP*-Gerätes.

Zur Ermittlung des Temperaturfeldes werden während der Experimente zwei verschiedene Anordnungen der Thermoelemente angewandt. Anordnung 1 ist in Abbildung 27 gezeigt. Hierbei sind die Thermoelemente in der Mittelebene auf einer vertikalen im Abstand $r = 15, 65, 75\text{ mm}$ vom Mittelpunkt des Halbzylinders positioniert. Weiterhin befinden sich zwei Thermoelemente zur Überprüfung der Symmetrie unter $\varphi = \pm 45^\circ$ bei $r = 55\text{ mm}$. Anordnung 2 ist in Abbildung 28 gegeben. Um die Ultraschallmessung nicht zu stören, sind die Thermoelemente in zwei Ebenen symmetrisch um die Mittelebene (Versatz $\pm 1\text{ cm}$) angeordnet. In der Temperaturmessebene E1 sind fünf Thermoelemente auf einer Linie im Abstand $r = 0, 18, 36, 54, 75\text{ mm}$

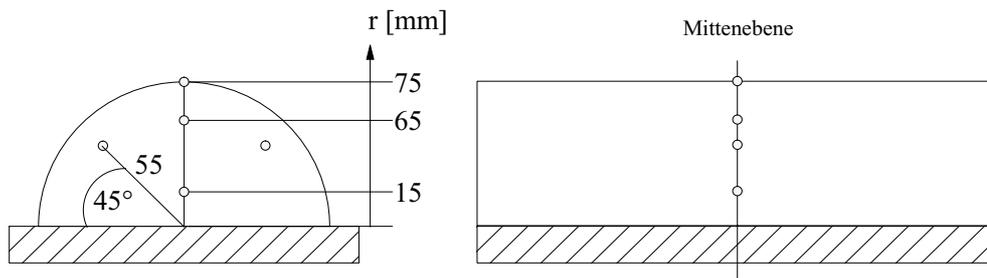


Abbildung 27: Position der Thermoelemente im Galliumhalbzylinder (Anordnung 1).

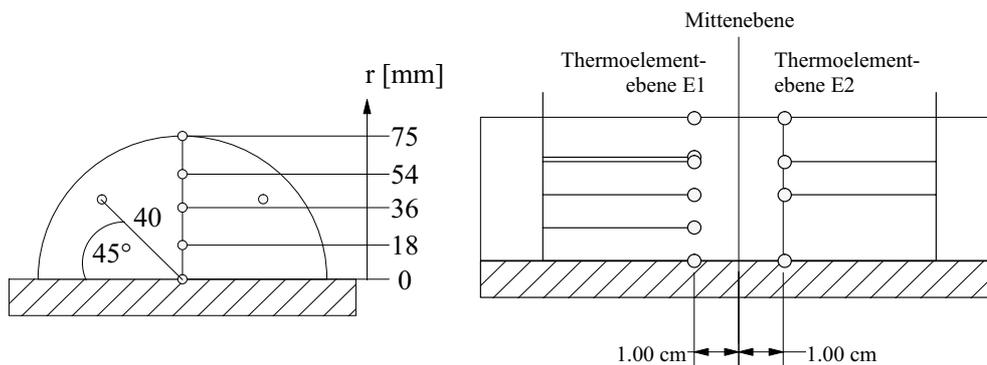


Abbildung 28: Position der Thermoelemente im Galliumhalbzylinder (Anordnung 2).

vom Mittelpunkt des Halbzylinders angebracht. Zusätzlich sind zwei Thermoelemente unter $\pm 45^\circ$ bei $r = 40$ mm installiert, um die Temperatursymmetrie im Gallium zu kontrollieren. In der Temperaturmessebene E2 sind die Thermoelemente bei $r = 18, 54$ mm weggelassen. Die Thermoelemente sind axial von den Ebenen weggeführt und im Abstand von 85 mm durch die Öffnungen der Gießform radial aus dem Halbzylinder herausgeführt (vgl. Abbildung 10). So werden Messfehler durch Wärmeleitung längs der Thermoelemente minimiert. Die Thermoelemente an der Oberfläche des Halbzylinders werden nach Abnehmen der Gießform eingeschmolzen.

Zur genauen Bestimmung des Temperaturfeldes muss zum einen die Position der Thermoelemente und zum anderen die gemessene Temperatur möglichst genau sein. Die Thermoelemente in Anordnung 1 werden nach dem Guss des Galliumhalbzylinders über eine Bohrung in der Mittenebene platziert. Die Bohrung wird nach Positionierung der Thermoelemente wieder mit Gallium aufgefüllt. Durch dieses Verfahren wird der Fehler in alle drei Raumrichtungen kleiner als ± 2 mm ($\pm 2,6\%$ bezogen auf die Höhe h des Galliumhalbzylinders) abgeschätzt. Die Thermoelemente in Anordnung 2 werden vor dem Guss des Galliumhalbzylinders positioniert. Dadurch ist der Fehler in alle Raumrichtungen kleiner als ± 1 mm bzw. $\pm 1,3\%$. Die Temperaturen bei Verwendung des internen Thermistors des IMP-Gerätes als Referenztemperatur weisen nach Angaben des Herstellers einen Fehler von $\pm 0,2$ K auf. Der relative Fehler

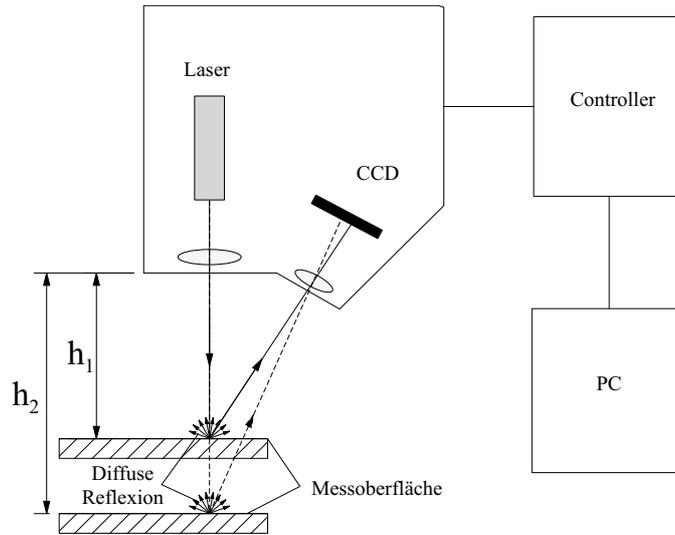


Abbildung 29: Prinzipieller Aufbau der Triangulation zur Abtastung der Kruste.

wird auf die höchste, während der Versuchsreihen typischen Temperaturdifferenz von $\Delta T = 2.2^\circ C$ bezogen. Dadurch beträgt der relative Fehler $\pm 9\%$. Für Temperaturen, die in Differenz zur externen Referenztemperatur gemessen werden, halbiert sich der Messfehler auf $\pm 0.1 K$ bzw. $\pm 4.5\%$.

4.3 Triangulation

Nach dem Aufschmelzversuch wird nach Erreichen eines stationären Zustands das flüssige Gallium abgelassen. Die verbleibende feste äußere Kruste wird ausgebaut und mit Hilfe eines Triangulationmessgeräts der Firma *micro-epsilon* (Typ: *optoNCDT* 2000 – 100) im Bereich der Messebene abgetastet. Das Prinzip dieser Messung ist in Abbildung 29 dargestellt. Die Triangulation ist ein berührungsloses Messprinzip von Abständen. Auf das Messobjekt wird ein Laserpunkt projiziert. Dieser wird von der Oberfläche diffus reflektiert und über ein Objektiv auf einer CCD-Zeile abgebildet. Bei Veränderung des Abstands h verändert sich die Position der Abbildung auf der CCD-Zeile. Aus der Position der Abbildung auf der CCD-Zeile kann mit Hilfe der optischen Gegebenheiten der Abstand des Messobjekts berechnet werden. Zur Vermessung des Krustenprofils wird der Halbzylinder umgedreht und unter dem Messkopf mit konstanter Geschwindigkeit hindurchbewegt. Die Bewegung erfolgt hochgenau mit Hilfe eines Lineartisches mit Schrittmotor. Die in zeitlicher Folge aufgenommenen Messwerte für den Abstand können damit eindeutig einer Position zugeordnet werden. Abbildung 30 zeigt ein abgetastetes Krustenprofil. Zur Verdeutlichung ist auch die Oberfläche des Halbzylinders dargestellt. An den Seiten ist das Profil der Kruste mit der Triangulation nicht messbar, wenn Hinterschnitte vorliegen (vgl. gestrichelten Teil des Profils). Dies ist die Folge des verwendeten vertikalen Strahleinfalls bei der Triangulation, welche optisch nicht zugängliche Bereiche nicht erreicht.

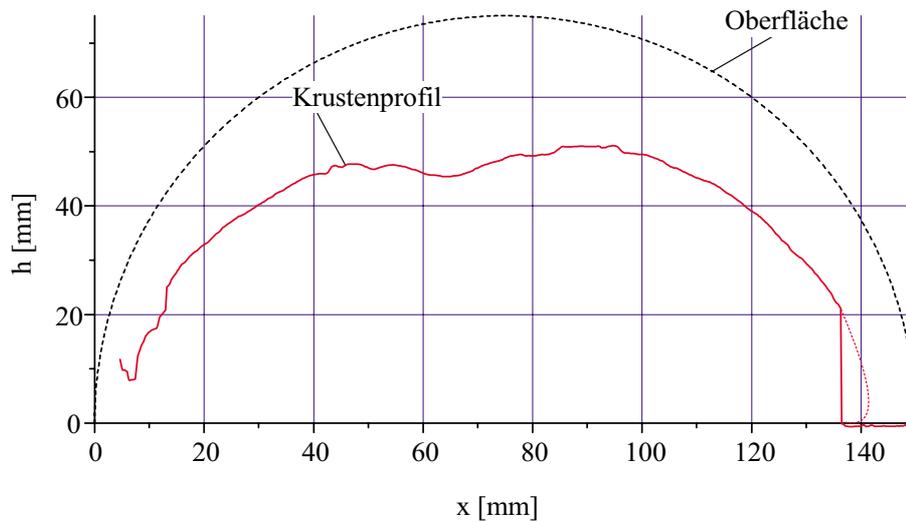


Abbildung 30: Beispiel eines abgetasteten Krustenprofils.

Optimale Messergebnisse der Triangulation setzen ein senkrechtcs Auftreffen des Laserstrahls auf die Messobjektobersfläche voraus. Für schräge Flächen, wie sie bei der Abtastung des Krustenprofils auftreten, gibt der Hersteller einen maximalen Fehler von $\pm 0.5\%$ bezogen auf den Messabstand von 100 mm an. Das entspricht einem absoluten Fehler von $\pm 0.5\text{ mm}$.

4.4 Strommessung/ Spannungsmessung

Zur Simulation der inneren Wärmequelle wird Gleichstrom verwendet. Die Versuche sind stromgeregelt. Zur Überwachung des Experimentes, besonders im Bereich der Übergänge Elektrode/Gallium, wird an verschiedenen Stellen das elektrische Potential gemessen. Die Werte werden über das *IMP*-Gerät digitalisiert und im Messcomputer gespeichert. Abbildung 13 zeigt die verschiedenen Messpunkte.

Die Potentialdifferenzen zwischen den Messpunkten $U_{el,1}-U_{bl,1}$ bzw. $U_{el,2}-U_{bl,2}$ (vgl. Abbildung 13) geben Aufschluss über den Übergangswiderstand zwischen dem Galliumhalbzylinder und den Elektroden. Die theoretische Potentialdifferenz lässt sich aus dem elektrischen Widerstand der jeweiligen Materialien zwischen den zwei Messpunkten und dem angelegten Strom I berechnen. Die Differenz aus gemessener und berechneter Potentialdifferenz entsteht durch den Übergangswiderstand zwischen der Elektrode und dem Galliumhalbzylinder. Bei schlechtem Kontakt wird der Übergangswiderstand und damit die Wärmefreisetzung an der Übergangsstelle groß. Dies kann zu einem Durchschmelzen des Halbzylinders in der Nähe der Elektroden führen. Zur Bestimmung der Stromstärke I wird die Potentialdifferenz U_{St} an einem bekannten Präzisionswiderstand gemessen (vgl. Abbildung 13).

Die gemessenen Potentialdifferenzen weisen einen absoluten Fehler von $\pm 100\ \mu V$. Der relative Fehler, bezogen auf den maximalen Messbereich des *IMP*-Geräts von

200 mV, ist $\pm 0.05\%$. Der relative Fehler des Präzisionswiderstandes beträgt $\pm 2\%$. Durch den zusätzlichen relativen Fehler der Spannungsmessung vergrößert sich der relative Fehler der Strommessung zu $\pm 2\%$. Bei der maximalen Stromstärke von $I = 5000A$ beträgt der absolute Fehler somit $\pm 103A$.

5 Ergebnisse

5.1 Qualifizierung der Testanlage

Die Versuchsanlage ist so konzipiert, dass Aufschmelzvorgänge durch innere Wärmequellen untersucht werden können. Die Messtechnik umfasst Temperaturmessungen, Ultraschallmesstechnik und Triangulation. Zunächst wird die Qualität der Temperaturmessung durch einen Vergleich des gemessenen Temperaturfeldes mit Wärmeleitrechnungen für vollständig festes Gallium bewertet. Danach werden die beiden Messverfahren zur Messung der Position der Phasengrenze auf Konsistenz geprüft und den Messungen des Temperaturfeldes gegenübergestellt.

5.1.1 Wärmeleitversuche

Die Messungen des Temperaturfeldes geschehen mit den Anordnungen 1 und 2 der Thermoelemente, wie sie in Abschnitt 4.2 beschrieben sind. In allen Versuchen wird die Oberfläche auf $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ gehalten und die Temperatur der stirnseitigen Elektroden beträgt $T_S = 21^\circ\text{C}$. Die Versuche sind stromgeregelt, wobei die Stromstärke im Bereich $4000\text{A} < I < 5000\text{A}$ in 1000A -Schritten variiert wird. Nach Einschalten der inneren Wärmequelle wird dem System zwei Stunden Zeit gegeben, um den stationären Zustand einzustellen. Dies ist ein vielfaches der thermischen Diffusionszeit im Halbzylinder. Die thermische Diffusionszeit τ kann aus dem Radius r und der Temperaturleitfähigkeit κ gemäß

$$\tau = \frac{r^2}{\kappa} = 369\text{s} \quad (5.1)$$

angegeben werden. Nach dieser Zeit von 2 Stunden werden die Temperaturen an den Thermoelementen erfasst und mit den Rechnungen verglichen.

Zur Berechnung des stationären Temperaturfeldes wird der Rechencode *FIDAP* verwendet. Es werden zweidimensionale Rechnungen in der Mittenebene durchgeführt. Der Boden wird hierbei adiabat behandelt, auf der halbkreisförmigen Oberfläche gilt eine Randbedingung 3. Art. Wie in den Experimenten ist die Sprühwassertemperatur $T_\infty = 20^\circ\text{C}$. Die Wärmequellstärke errechnet sich aus dem elektrischen Widerstand des Galliumhalbzylinders R , dem Volumen V des Halbzylinders und der jeweiligen Stromstärke I gemäß

$$S = \frac{R I^2}{V} \quad (5.2)$$

In Abbildung 31 sind die gemessenen Temperaturfelder der Anordnungen 1 und 2 (vgl. Abbildung 27 und 28) für die verschiedenen Stromstärken mit den entsprechenden Rechnungen verglichen.

Wie aus Abbildung 31a abzuleiten, stimmen die Temperaturen der beiden Temperaturmessebenen E1 und E2 aus Anordnung 2 gut überein. Die Unterschiede liegen

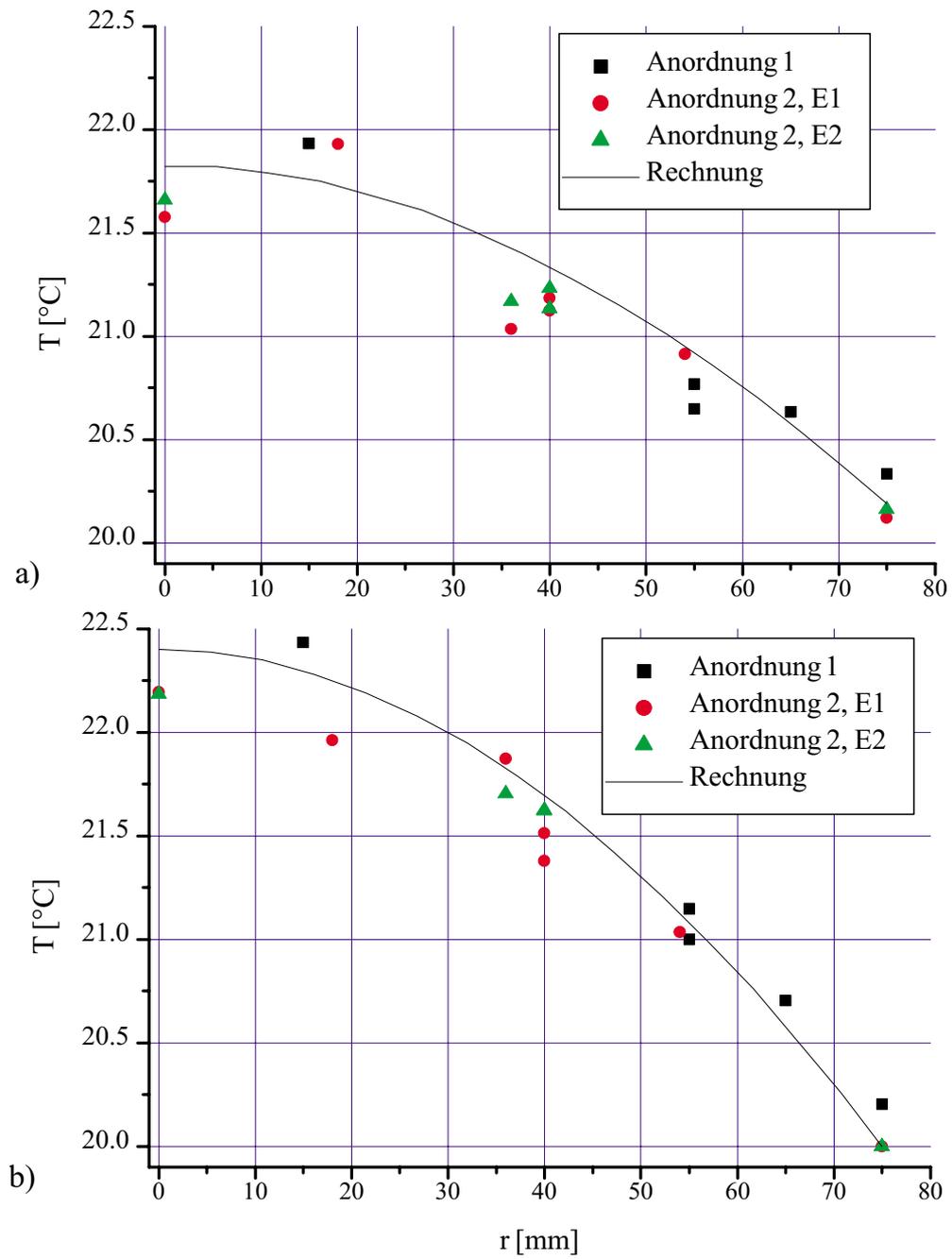


Abbildung 31: Vergleich der Temperaturverteilung bei reiner Wärmeleitung zwischen Rechnung und Experiment bei Stromstärken von a) $I = 4000 \text{ kA}$, b) $I = 5000 \text{ kA}$.

innerhalb des Messfehlers von $\pm 0.1 K$. Die Temperaturwerte der um $\pm 45^\circ$ versetzten Thermoelemente bei $r = 40 \text{ mm}$ weichen nur wenig voneinander ab, was auf eine rotationssymmetrische Temperaturverteilung im Galliumhalbzylinder hinweist. Die Werte aus den beiden Temperaturmessebenen der Anordnung 2 und der Rechnung stimmen befriedigend überein. Die Werte aus Anordnung 1 weisen eine etwas schlechtere Übereinstimmung zur Rechnung auf, liegen aber noch innerhalb der Fehlertoleranz, da diese Messungen mit dem internen Thermistor des *IMP*-Gerätes als Referenztemperatur durchgeführt wurden und deshalb einen Fehler von $\pm 0.2 K$ aufweisen.

Abbildung 31b zeigt für Anordnung 2 in beiden Ebenen E1 und E2 wiederum gute Übereinstimmung mit der Rechnung. Auch die Werte aus Anordnung 1 liegen innerhalb des Messfehlers.

Der Vergleich Experiment und Rechnung zeigt, dass der Fehler in allen drei Messebenen vertretbar bleibt und die Sprühkühlung im Zusammenspiel mit der Ohmschen Beheizung ein annähernd rotationssymmetrisches Temperaturprofil im Galliumhalbzylinder erzeugt.

5.1.2 Vergleich der verschiedenen Messverfahren

Die verschiedenen Messverfahren zur Erfassung der Position der fest/flüssig Phasengrenze werden hinsichtlich Konsistenz miteinander verglichen. Dazu wird ein Versuch ausgewählt, bei dem (a) eine vollständige Messung des Temperaturfeldes, (b) zeitabhängige Ultraschallmessungen in der Mitte des Halbzyinders und (c) ein mittels Triangulation abgetastetes Krustenprofil vorliegen. Die Sprühwassertemperatur dieses Versuches ist $T_\infty = 29^\circ C$, die Stromstärke ist $I = 5000 A$. Bei diesen Parametern schmilzt ein großer Bereich des Halbzyinders auf und erlaubt so einen einfachen Vergleich der Messdaten.

In Abbildung 32 ist der zeitliche Verlauf der gemessenen Temperaturen an den Positionen $r = 0, 18, 40, 54, 75 \text{ mm}$ aufgetragen. Die Messwerte aus den beiden Thermoelementebenen sind gemittelt. Zur Bestimmung des Aufschmelzzeitpunktes ist die Schmelztemperatur als horizontale Linie im Schaubild eingezeichnet. Zunächst ist der Halbzyylinder überall auf der Anfangstemperatur $T = 29^\circ C$. Nach 30 Minuten wird der Strom und damit die innere Beheizung eingeschaltet. Die Temperaturen im Inneren des Halbzyinders steigen an. Die Temperaturen bei $r = 0, 18$ und 40 mm erreichen die Schmelztemperatur nach 30-60 Minuten, wo sie zunächst verharren. Das Verharren bei der Schmelztemperatur T_m ist dadurch zu erklären, dass Gallium in die flüssige Phase umgewandelt werden muss. Während dieses Vorgangs wird die intern zugeführte Wärme als Latentwärme zum Aufschmelzen benötigt und die Temperatur stagniert.

Nach 1.5 Stunden steigt die Temperatur bei $r = 0 \text{ mm}$ über die Schmelztemperatur T_m an, weil dort offensichtlich ein Bereich mit flüssiger Phase ausgebildet ist. Ähnliches geschieht nach 2.25 Stunden bei $r = 18 \text{ mm}$ und nach 2.5 Stunden bei $r = 40 \text{ mm}$. Der flüssige Bereich ist nun über $r = 40 \text{ mm}$ hinaus angewachsen. Die

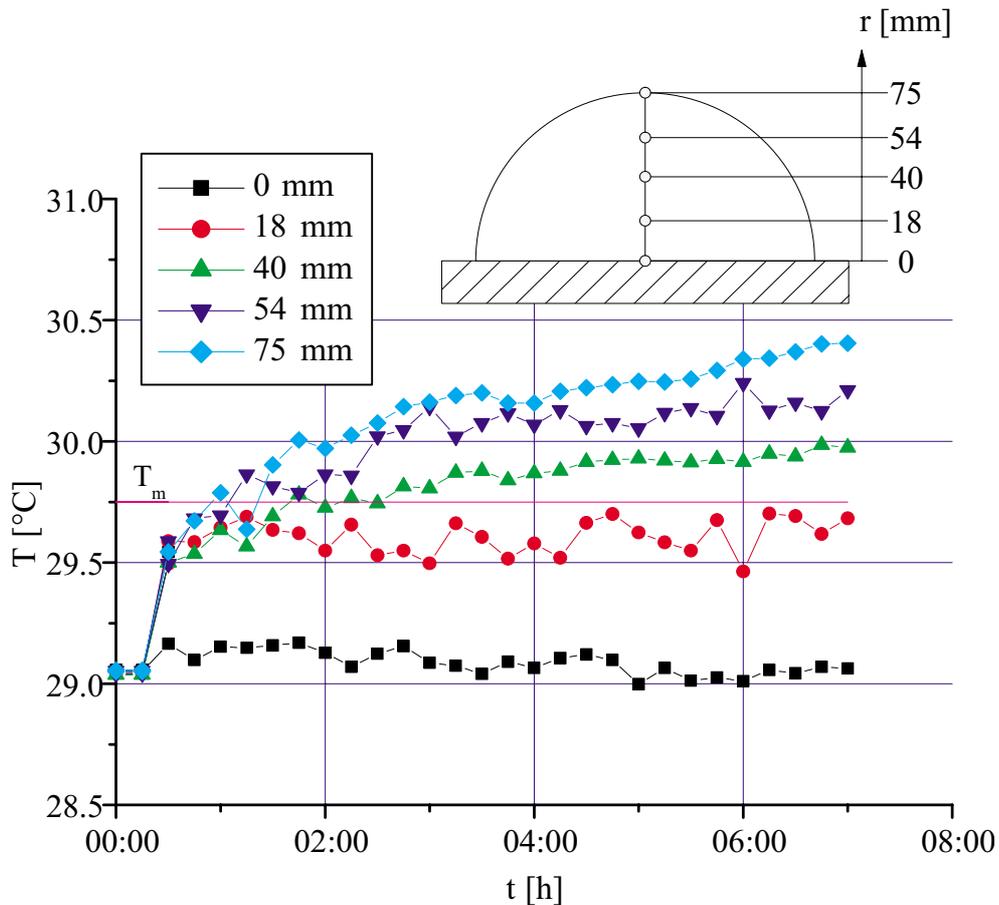


Abbildung 32: Zeitlicher Verlauf der Temperaturen im Galliumhalbzylinder.

Zeit t , die zur Ausbildung eines flüssigen Bereichs notwendig ist, lässt sich abschätzen. Unterstellen wir, dass die gesamte zugeführte Wärme zum Aufschmelzen eines Halbzylinders im Inneren verwandt wird, so erhalten wir, unabhängig vom Radius der erschmolzenen Zone, die Abschätzung

$$t = \frac{L \rho}{S} \quad , \quad (5.3)$$

für die notwendige Zeit. Hierin ist L die Latentwärme, ρ die Dichte für festes Gallium und S die innere Wärmequellstärke nach Gleichung (5.2) für festes Gallium. Für die eingestellte Stromstärke $I = 5000A$ und den Stoffwerten gemäß Tabelle 2 wird $t \simeq 2.7h$. Dies ist konsistent mit den beobachteten Zeiten im Experiment.

Im flüssigen Bereich steigt die Temperatur weiter, weil die im Inneren erzeugte Wärme nun zur Erwärmung zur Verfügung steht. Die Erwärmung führt schließlich in ein stationäres Gleichgewicht, in dem die im Inneren erzeugte Wärme über die Zylinderoberfläche abgeführt wird. An der Bodenplatte wird die maximale Temperatur gemessen,

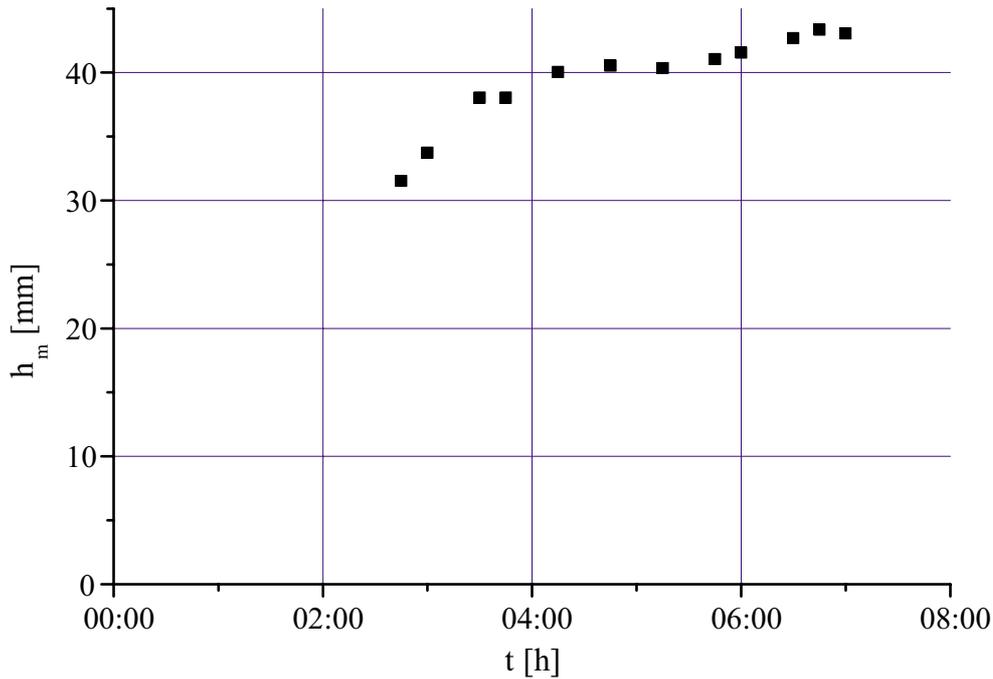


Abbildung 33: Höhe der flüssigen Kavität h_m als Funktion der Zeit, gemessen mit der Ultraschalltechnik.

die Temperatur bei $r = 54 \text{ mm}$ bleibt stets unterhalb der Schmelztemperatur T_m . Aufgrund dieser Messungen können wir folgern, dass im stationären Zustand die Phasengrenze zwischen den beiden Thermoelementen bei $r = 40 \text{ mm}$ und 54 mm liegt. In Abbildung 33 ist passend zum Temperaturverlauf in Abbildung 32 die Position der Phasengrenze, ermittelt mit Hilfe der Ultraschallmesstechnik, über der Versuchszeit aufgetragen. Der Ultraschallkopf ist mittig unter der Bodenplatte angebracht, so dass wir die Höhe der flüssigen Kavität in der Mitte h_m erhalten. Zum Zeitpunkt $t = 3.5 \text{ h}$ erhalten wir erstmals ein Echo der flüssig/fest Phasengrenze, welches eine Höhe der Kavität von $h_m = 30 \text{ mm}$ signalisiert. Im weiteren Verlauf wächst die Höhe der flüssigen Kavität kontinuierlich an, bis bei $t = 6.5 \text{ h}$ offensichtlich ein stationärer Zustand mit $h_m \simeq 43 \text{ mm}$ erreicht ist.

Die Messungen zur Höhe der Kavität $h_m(t)$ sind in etwa konsistent mit den Temperaturmessungen. Aus den Temperaturmessungen kann für den stationären Fall ($t \rightarrow 7 \text{ h}$) $40 < h_m < 54 \text{ mm}$ abgeleitet werden. Auch das Anwachsen der Höhe der Kavität passt in guter Näherung zum Temperaturfeld, welches in Abbildung 32 diskutiert ist. Zuletzt wird die durch Ultraschallmesstechnik ermittelte Höhe der flüssigen Kavität h_m mit der durch Triangulation vermessenen Kruste verglichen. Abbildung 34 zeigt das Profil der Kruste nach Ablassen des flüssigen Galliums. Im Messbereich des Prüfkopfes, in der Mitte der Kavität, hat sich offenbar durch die Strömung im flüssigen Gallium eine Nase ausgebildet, so dass die Kavität nicht rotationssymmetrisch ist. Das ausgewertete Ultraschallecho stammt höchstwahrscheinlich von dieser Nase

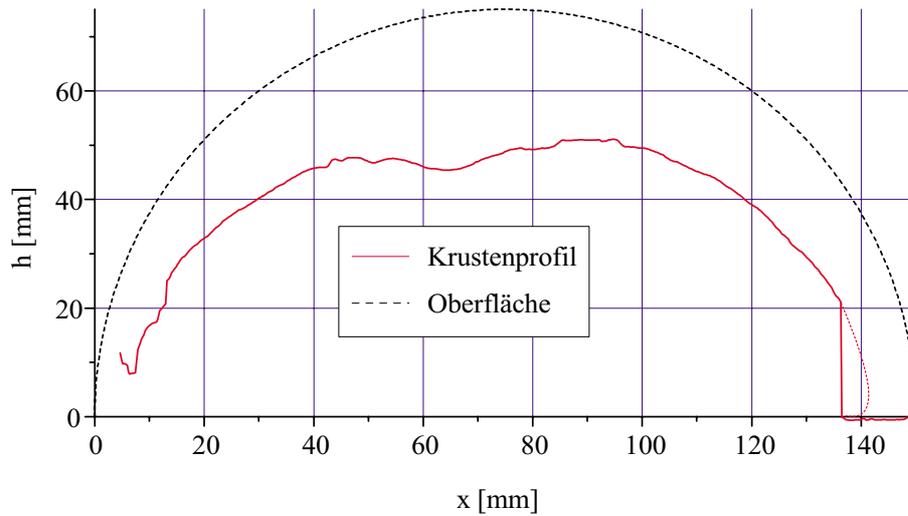


Abbildung 34: Krustenprofil des stationären Zustands, abgetastet durch Triangulation.

und stimmt gut mit der wahren Position der Phasengrenze bei $h_m = 45 \text{ mm}$ überein. Es kann also festgestellt werden, dass alle drei Messverfahren im Rahmen der Messgenauigkeit konsistente Ergebnisse bezüglich der fest/flüssig Phasengrenze liefern.

5.2 Systematische Versuche

Es werden stromgeregelter Experimente bei Stromstärken im Bereich $4000 \leq I \leq 5000 \text{ A}$ durchgeführt. Bei vorgegebener Sprühwassertemperatur T_∞ wird das Aufschmelzverhalten des Galliumhalbzylinders im Bereich $28^\circ\text{C} < T < 29^\circ\text{C}$ betrachtet. Zunächst werden bei allen Versuchen die Elektroden für 15 Minuten über der Schmelztemperatur gehalten, um einen guten Kontakt zwischen Gallium und Kupfer zu gewährleisten. Danach wird der gesamte Halbzyylinder auf die für den Versuch angestrebte Sprühwassertemperatur T_∞ gebracht. Danach wird der Trafo zugeschaltet und damit die innere Freisetzung von Wärme begonnen. Zur Messung wird der Strom jeweils für 10 Sekunden ausgeschaltet, um elektrische Störeinflüsse bei der Temperaturmessung und bei der Ultraschallmessung zu vermeiden.

Zunächst wird das durchgeführte Messprogramm erläutert. Im Anschluss wird der Einfluss der Sprühwassertemperatur und die Stromstärke auf das zeitliche Aufschmelzverhalten und die Ausbildung der Kavität diskutiert.

5.2.1 Versuchsmatrix

In Tabelle 3 ist das Messprogramm zur Untersuchung von Aufschmelzprozessen von Gallium mit inneren Wärmequellen tabellarisch zusammengefasst. Die Tabelle enthält als primäre im Versuch einstellbare Parameter die Stromstärken I und die Sprühwassertemperatur. Wie in Kapitel 2.1 gezeigt, können zwei dimensionslose Parameter auf

Tabelle 3: Durchgeführte Aufschmelzexperimente mit Parameter und dimensionslosen Kennzahlen auf Basis der Wärmeleitlösung

$T_{WL}(0) - T_{\infty} [^{\circ}\text{C}]$	1.36	2.12
$T_{\infty} [^{\circ}\text{C}]$		
29.0 $^{\circ}\text{C}$	$\Theta_m = 0.14$ $Ra = 66.55$	$\Theta_m = 0.09$ $Ra = 261.4$
28.5 $^{\circ}\text{C}$	$\Theta_m = 0.23$ $Ra = 0.84$	$\Theta_m = 0.15$ $Ra = 83.82$
28.0 $^{\circ}\text{C}$	$T_{\max} < T_m$	$\Theta_m = 0.21$ $Ra = 9.81$
$I [\text{A}]$	4000	5000

Basis einer Wärmeleitbetrachtung abgeleitet werden, welche die Größe der erschmolzenen Kavität (Θ_m) und die Intensität der freien Konvektion in einer flüssigen Kavität (Ra) charakterisieren. Diese dimensionslosen Parameter nach Gleichungen (2.17, 2.20) sind in Tabelle 3 gleichfalls für die einzelnen Versuche gelistet. Die Wärmequellstärke S berechnet sich hierbei aus der Stromstärke I , der Querschnittsfläche A und aus dem spezifischen elektrischen Widerstand $\rho_{e,s}$ gemäß

$$S = \rho_{e,s} \frac{I^2}{A^2} \quad . \quad (5.4)$$

Weitergehend kann auf Basis der Wärmeleitbetrachtung die maximale Temperaturdifferenz im Innern des Halbzylinders angegeben werden. Es ist

$$T_{WL}(r = 0) - T_{\infty} = \frac{h^2 S}{4\lambda} \quad . \quad (5.5)$$

Diese Zahlenwerte sind gleichfalls in Tabelle 3 angegeben. Nach Gleichung (2.19) kann in Abhängigkeit von der dimensionslosen Schmelztemperatur Θ_m die dimensionslose Höhe des flüssigen Bereichs R_m ermittelt werden. Die dimensionsbehaftete Höhe des flüssigen Bereichs berechnet sich gemäß Gleichung (2.6) zu

$$r_m = R_m h \quad . \quad (5.6)$$

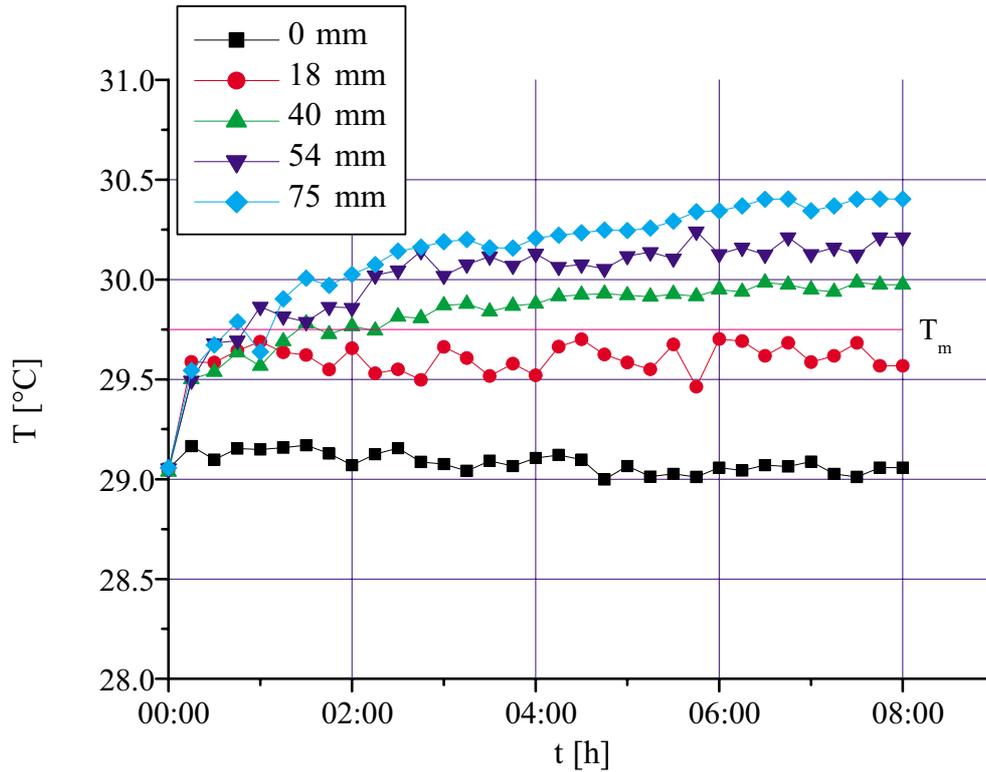


Abbildung 35: Zeitlicher Verlauf der Temperaturen im Halbzylinder für $T_\infty = 29^\circ\text{C}$, $I = 5000\text{A}$.

Aus Tabelle 3 erkennen wir, dass bei konstanter Stromstärke I mit Erhöhung der Sprühwassertemperatur T_∞ die Höhe des aufgeschmolzenen Bereichs $r_m \propto \sqrt{1 - 4\Theta_m}$ und die Intensität der Konvektion ($\propto Ra$) zunimmt. Bei konstant gehaltener Sprühwassertemperatur T_∞ ist mit zunehmender Stromstärke I das gleiche Verhalten zu beobachten.

Im folgenden werden die Versuche mit den Parametern a) $T_\infty = 29^\circ\text{C}$, $I = 5000\text{A}$, b) $T_\infty = 28^\circ\text{C}$, $I = 5000\text{A}$ und c) $T_\infty = 29^\circ\text{C}$, $I = 4000\text{A}$ (grau markiert in Tabelle 3) näher vorgestellt und miteinander verglichen. Anschließend werden alle Versuche der Testmatrix bezüglich der stationären Krustenprofile miteinander verglichen.

5.2.2 Versuch mit $T_\infty = 29^\circ\text{C}$, $I = 5000\text{A}$

In Abbildung 35 ist der Verlauf der Temperaturen bei $r = 0, 18, 40, 54$ und 75 mm über die Zeit aufgetragen. Die zeitliche Darstellung beschränkt sich auf 8 Stunden, da im weiteren Verlauf des Experiments keine Veränderung der Temperaturen festzustellen ist.

Zunächst befindet sich der gesamte Halbzylinder auf der Temperatur $T = 29^\circ\text{C}$. Nach Einschalten der inneren Wärmequelle steigen alle Temperaturen im Inneren an und die Temperaturen bei $r = 0, 18$ und 40 mm verharren für einige Zeit auf der

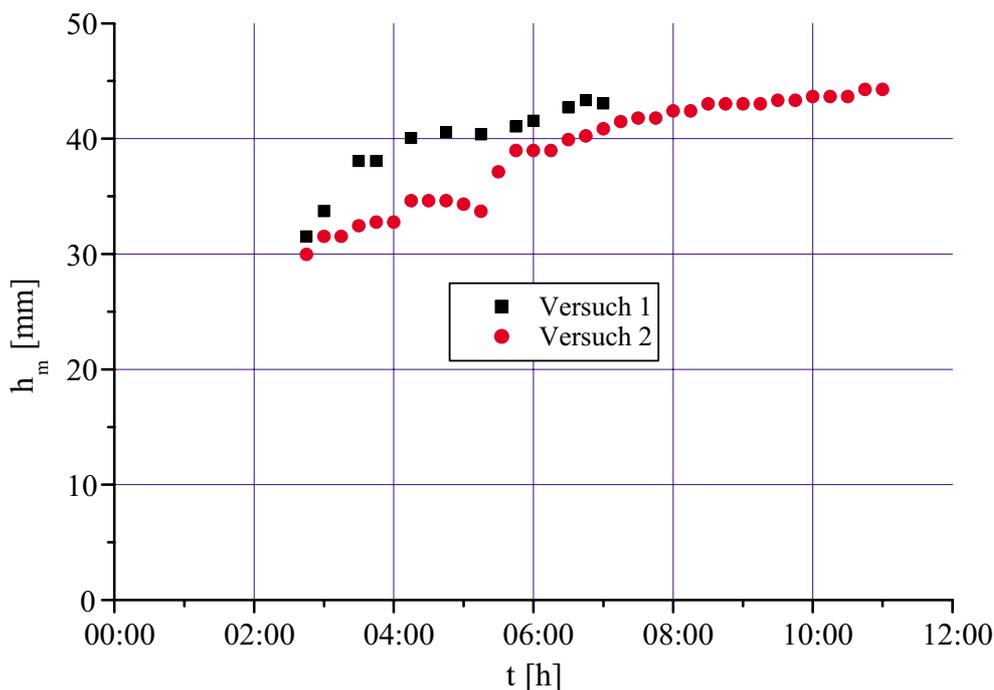


Abbildung 36: Höhe der flüssigen Kavität h_m als Funktion der Zeit für $T_\infty = 29^\circ C$, $I = 5000 A$.

Schmelztemperatur. Bei $t = 1.5 h$ steigt die Temperatur bei $r = 0 mm$ über T_m . Dies ist die Phase, in welcher die zugeführte Wärme im Inneren zum Aufschmelzen (Latentwärme) verbraucht wird, bei $t = 2.25 h$ überschreitet die Temperatur bei $r = 18 mm$ und bei $t = 2.5 h$ die Temperatur bei $r = 40 mm$ die Schmelztemperatur T_m . Dies signalisiert den Fortschritt des erschmolzenen Bereichs über die Position des jeweiligen Thermoelements. Für die Stromstärke I kann nach Näherung (5.3) der Zeitpunkt t des Beginns der Ausbildung der flüssigen Kavität zu $t = 2.7h$ bestimmt werden. Dies ist in guter Übereinstimmung zum Experiment.

Die Höhe der erschmolzenen Kavität h_m aus der Ultraschallmessung ist in Abbildung 36 aufgetragen. Zum Zeitpunkt $t = 2.5 h$ entsteht offensichtlich erstmals eine zusammenhängende flüssige Phase, die mit der Ultraschallmesstechnik detektiert werden kann. Dies zeigen übereinstimmend die Messungen aus beiden Experimenten. Durch die Ausbildung der flüssigen Kavität kann sich dort eine konvektive Strömung einstellen. Da in den Experimenten keine Strömungsgeschwindigkeiten gemessen werden, lassen sich über die Art und Stärke der Konvektionsströmung nur bedingte Aussagen machen. Das weitere Aufschmelzen führt schließlich auf eine Höhe von $h_m \simeq 43 mm$ der flüssigen Kavität im stationären Zustand ($t \rightarrow \infty$).

In Abbildung 37 sind die Krustenprofile für den stationären Zustand aus beiden Versuchen aufgetragen. In beiden Versuchen beträgt die maximale Breite der flüssigen Kavität etwa $130 mm$, die Formen sind leicht unterschiedlich. Versuch 1 zeigt in der Mitte eine kleine Nase, die auf zwei leicht unsymmetrische Konvektionsrollen mit ei-

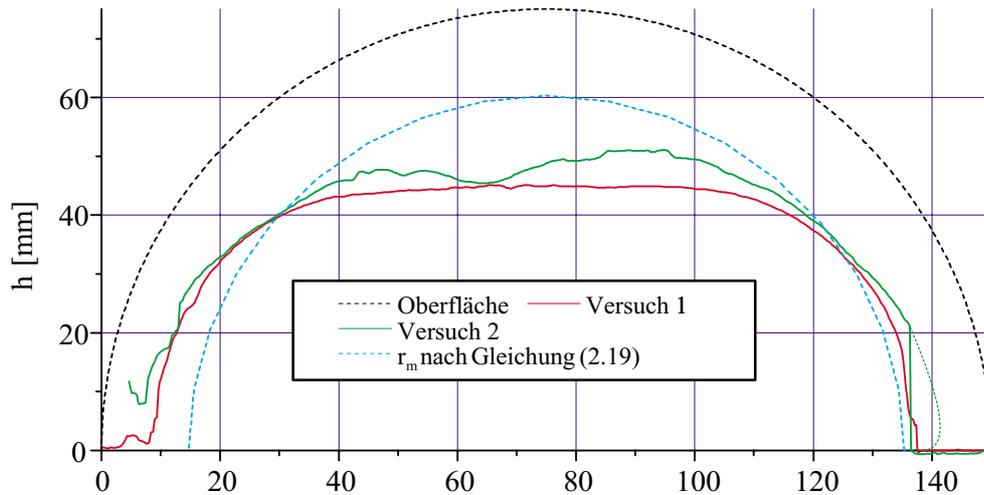


Abbildung 37: Krustenprofile für den stationären Zustand.

nem Abströmgebiet in der Mitte hindeutet. Das Profil aus Versuch 2 ist hingegen im Mittenbereich flach. Die aus dem Profil des Versuchs 1 abgeleitete Strömungsrichtung im flüssigen Gallium ist konsistent mit den Informationen zur temperaturabhängigen Dichte des Fluids. Nahe der Erstarrungstemperatur hat Gallium die kleinste Dichte, wärmeres Gallium wird also aufgrund seiner hohen Dichte absinken. Im Zentrum des Halbzylinders erwarten wir die höchste Temperatur, so dass in diesem Bereich eine Abtriebsströmung auftreten wird.

Nach Gleichung (5.6) lässt sich der Aufschmelzradius r_m auf Basis der Wärmeleitbetrachtung mit den Werten aus Tabelle 3 zu $r_m = 60 \text{ mm}$ bestimmen. Der Aufschmelzradius r_m ist in Abbildung 37 aufgetragen. Wir erkennen, dass die Wärmeleitbetrachtung eine höhere flüssige Kavität erwarten lässt, als die Experimente zeigen. Die Breite der Kavität ist in der Wärmeleitbetrachtung kleiner als im Experiment. Aufgrund der abgeleiteten Strömungsform in den Experimenten lässt sich diese Diskrepanz erklären. Durch das Abströmgebiet in der Mitte wird die Höhe der flüssigen Kavität gestaucht, während die Breite gestreckt wird. Dieses Experiment weist die höchste *Rayleigh*-Zahl von $Ra = 261.4$ (aus Wärmeleitabschätzung) auf. Somit ist eine recht intensive Konvektionsströmung in der flüssigen Kavität zu unterstellen.

5.2.3 Versuch mit $T_\infty = 28^\circ\text{C}$, $I = 5000\text{A}$

Als nächstes wird der Einfluss der Oberflächentemperatur auf das Aufschmelzverhalten untersucht. Dazu ist in den Abbildungen 39 und 38 das transiente Temperatur- bzw. Phasengrenzverlauf und in Abbildung 40 die Kruste für einen Versuch mit einer Oberflächentemperatur von 28°C und einer Stromstärke von 5000A dargestellt.

Aus dem Vergleich des Experiments unter Abschnitt 5.2.2 und diesem Experiment kann der Einfluss der Sprühwassertemperatur herausgearbeitet werden. Die Versuchsparameter unterscheiden sich bei gleicher Stromstärke I , gerade in der Temperatur

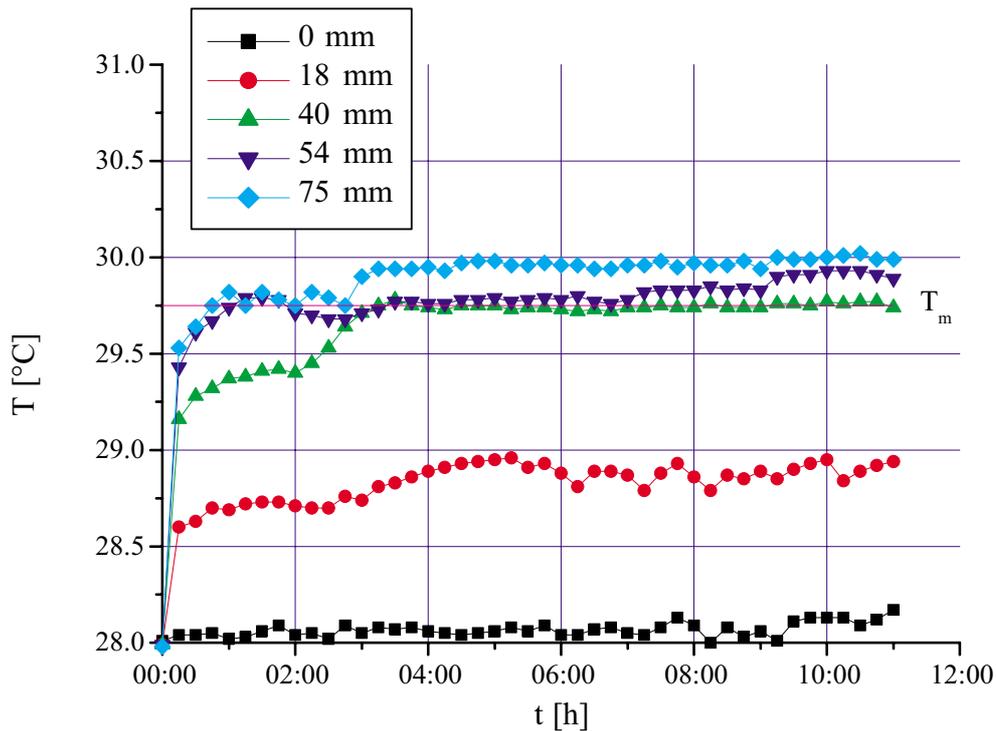


Abbildung 38: Zeitlicher Verlauf der Temperaturen im Halbzylinder für $T_\infty = 28^\circ\text{C}$, $I = 5000\text{A}$.

des Sprühwassers T_∞ . Das nun betrachtete Experiment hat $T_\infty = 28^\circ\text{C}$, während das Experiment unter Abschnitt 5.2.2 mit einer höheren Sprühwassertemperatur von $T_\infty = 29^\circ\text{C}$ durchgeführt ist. Wir erwarten durch die Absenkung der Sprühwassertemperatur natürlich eine größere Abfuhr von Wärme über die Zylinderoberfläche, was in der Folge eine kleinere flüssige Kavität entstehen lässt. In den Abbildungen 38 und 39 sind die transienten Temperaturverläufe und die transiente Höhe der flüssigen Kavität h_m aufgetragen. In Abbildung 40 ist das Krustenprofil für den stationären Zustand gezeigt.

In Abbildung 38 erkennen wir, dass nach Einschalten der inneren Wärmequelle alle Temperaturen im Inneren des Halbzylinders ansteigen, bevor die Temperaturen bei $r = 0, 18\text{ mm}$ auf die Schmelztemperatur T_m verharren. Die Temperatur bei $r = 40\text{ mm}$ erreicht die Schmelztemperatur nach etwa drei Stunden. Das Ansteigen der Temperaturen bei $r = 0, 18\text{ mm}$ über die Schmelztemperatur nach etwa 3 bzw. 7 Stunden signalisiert das vollständige Aufschmelzen dieses Bereichs. Der im Versuch ermittelte Zeitpunkt des Beginns der Ausbildung der flüssigen Kavität stimmt mit dem durch die Näherung (5.3) bestimmten Zeitpunkt $t = 2.7\text{ h}$ gut überein.

Die Beobachtungen aus Abbildung 38 sind konsistent mit den Messungen der Höhe der erschmolzenen Kavität h_m in Abbildung 39. Der erste Messwert nach etwa drei Stunden zeigt $h_m \simeq 12\text{ mm}$, wobei h_m bis zum stationären Zustand auf $h_m \simeq 18\text{ mm}$ zunimmt. Die Messwerte von h_m weisen leider stärkere Streuung auf. Diese Streuung

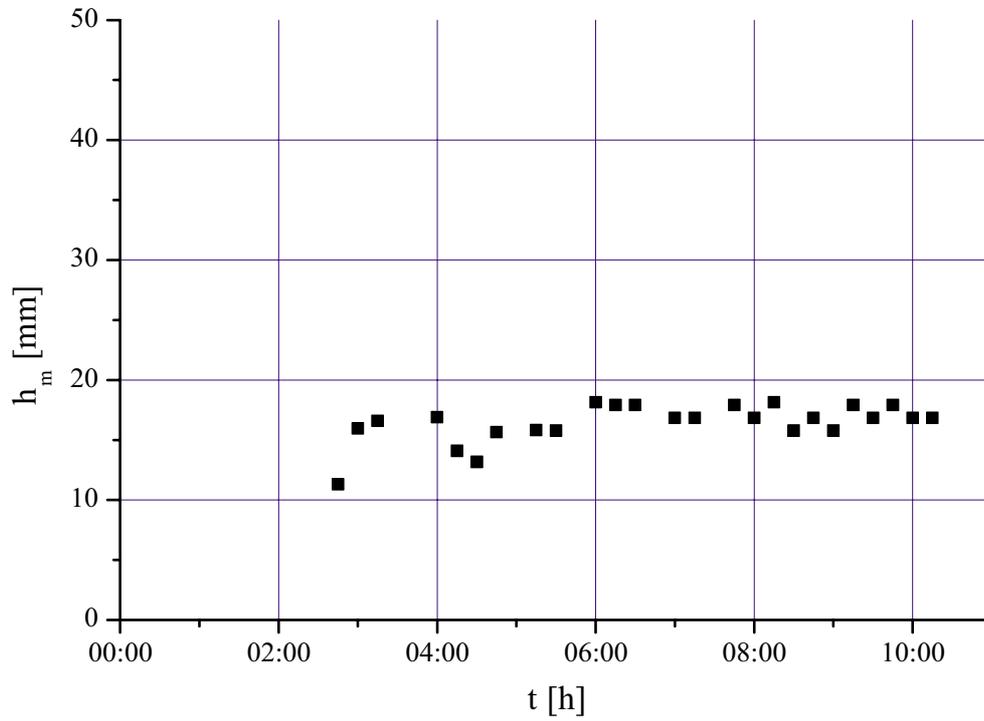


Abbildung 39: Höhe der flüssigen Kavität h_m als Funktion der Zeit für $T_\infty = 28^\circ C$, $I = 5000 A$.

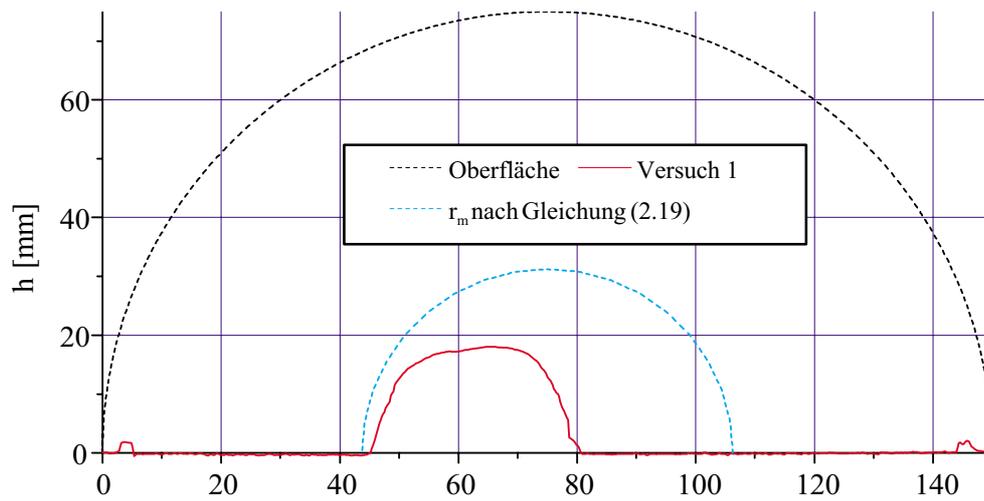


Abbildung 40: Krustenprofile für den stationären Zustand.

können wir im folgenden auf Basis der Krustenprofile erklären.

In Abbildung 40 ist das Krustenprofil des stationären Zustands aufgetragen. Die Höhe der stationären Kavität stimmt mit $h_m \simeq 18 \text{ mm}$ recht gut mit unseren Ultraschallmessungen in Abbildung 39 überein. Die Kavität ist allerdings nicht symmetrisch zur Mittelachse, sondern um etwa 13 mm verschoben. Dies kann nur auf eine leichte Unsymmetrie der Sprühkühlung zurückzuführen sein. Die Unsymmetrie der Kavität in Abbildung 40 erklärt auch die große Streuung in den Ultraschallmessungen. Da der Prüfkopf nicht in der Mitte der Kavität sitzt, können aufgrund seiner Größe sowohl Echos von den Seiten der Kavität, als auch Echos vom Scheitel der Kavität auftreten. Die entsprechende Unterscheidung der Echos wird dann schwierig. Eindeutige Aussagen zur Art der Strömung im erschmolzenen Bereich können aus dem Krustenprofil nicht abgeleitet werden.

Im Vergleich zum Experiment mit einer Sprühwassertemperatur von $T_\infty = 29^\circ\text{C}$ ist die aufgeschmolzene Kavität offensichtlich deutlich kleiner. Diesen Einfluss von T_∞ haben wir bereits in der Parameteranalyse in Abschnitt 2.1 diskutiert.

In Abbildung 40 ist der Aufschmelzradius r_m , berechnet nach Gleichung (5.6), mit $r_m = 31 \text{ mm}$ aufgetragen. Wir erkennen, dass der Aufschmelzradius r_m eine deutlich größere flüssige Kavität erwarten lässt, als in den Experimenten beobachtet. Dies hängt mit einer deutlich kleineren Wärmequellstärke S_l innerhalb der flüssigen Kavität im Experiment zusammen. Die Wärmequellstärken im flüssigen und festen Bereich S_l , S_s können bei Annahme parallel geschalteter Widerstände gemäß Gleichungen (6.1, 6.2) berechnet werden. Da die Wärmeleitbetrachtung idealisierend von festem Gallium ausgeht, ist dort eine höhere Wärmequelle S_s unterstellt und die Diskrepanz kann nicht überraschen. Die Intensität der Konvektion (vgl. $Ra \simeq 9.81$ aus Wärmeleitbetrachtung) kann hingegen nur schwach sein, so dass Verformungen der Kavität aufgrund der Konvektion eher schwach ausgeprägt sind.

5.2.4 Versuch mit $T_\infty = 29^\circ\text{C}$, $I = 4000\text{A}$

In den Abbildungen 41-43 sind die Ergebnisse des Experiments mit einer Sprühwassertemperatur von $T_\infty = 29^\circ\text{C}$ und einer Stromstärke von $I = 4000\text{A}$ dargestellt. Aus dem Vergleich dieses Experiments mit dem Experiment in Abschnitt 5.2.2 kann der Einfluss der Wärmequellstärke ($\propto I$) herausgearbeitet werden. Beide Experimente haben eine gleiche Sprühwassertemperatur $T_\infty = 29^\circ\text{C}$ und unterscheiden sich lediglich bezüglich des Stroms I . Wir können durch die Absenkung des Stroms auf $I = 4000\text{A}$ erwarten, dass weniger Wärme im Inneren freigesetzt wird und deshalb eine kleinere erschmolzene Zone auftritt.

Nach Zuschalten der inneren Beheizung steigen die Temperaturen bei $r = 0, 18$ und 40 mm auf Schmelztemperatur T_m , wo sie zunächst verharren (vgl. Abbildung 41). Zum Zeitpunkt $t = 2.5 \text{ h}$ steigen die Temperaturen bei $r = 0, 18 \text{ mm}$ zeitgleich über T_m , was die Ausbildung einer zusammenhängenden flüssigen Zone signalisiert. Die Temperatur bei $r = 40 \text{ mm}$ verbleibt im gesamten Zeitraum etwa auf Schmelztemperatur. Dies deutet darauf hin, dass an dieser Stelle noch kein vollständig aufgeschmolzenes Gallium vorliegt. Durch die Stromstärke $I = 4000\text{A}$ wird der Zeitpunkt

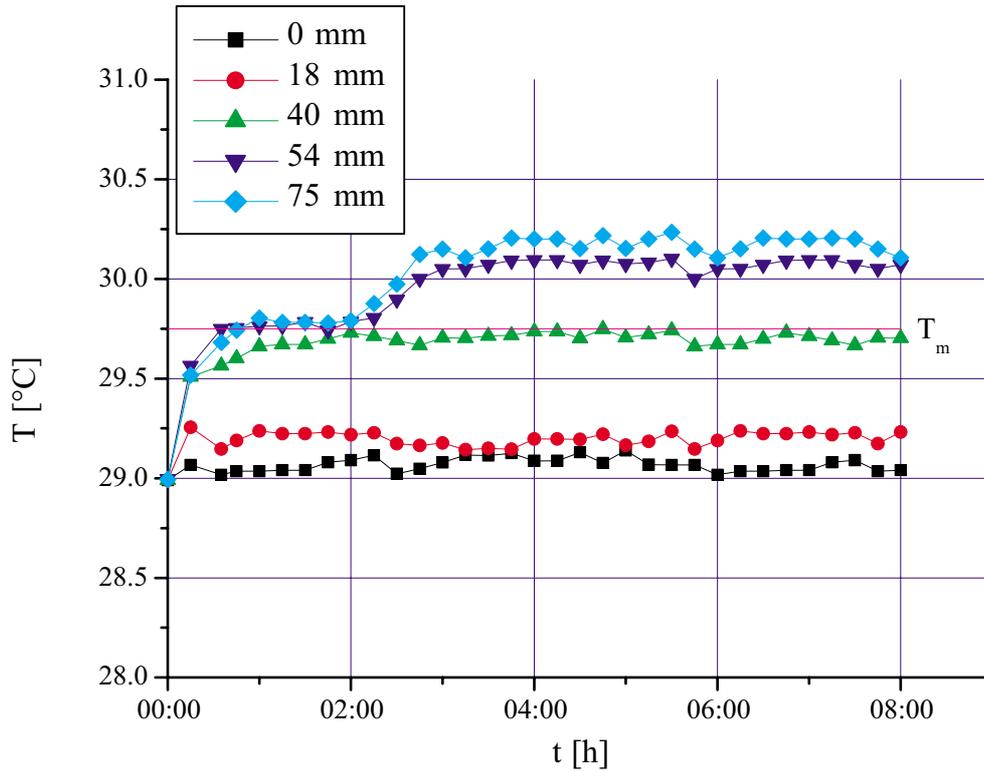


Abbildung 41: Zeitlicher Verlauf der Temperaturen im Halbzylinder für $T_\infty = 29^\circ\text{C}$, $I = 4000\text{A}$.

des Beginns der Ausbildung der flüssigen Kavität mit Hilfe der Näherung (5.3) zu $t = 3.5 h$ bestimmt.

Die Ultraschallmessung (vgl. Abbildung 42) zeigt übereinstimmend einen Anstieg der mittleren Höhe der flüssigen Kavität h_m von $h_m \simeq 23 \text{ mm}$ auf $h_m \simeq 40\text{-}44 \text{ mm}$ im stationären Zustand. Das Krustenprofil in Abbildung 43 schließlich liefert eine stationäre Höhe der flüssigen Kavität von $h_m \simeq 35\text{-}40 \text{ mm}$, abhängig davon, wo genau gemessen wird. Auch hier deutet der ausgeprägte Doppelbogen mit einer Nase in der Mitte auf zwei Konvektionsrollen mit Abströmung in der Mitte hin. Auch das Krustenprofil in Abbildung 43 weist eine gewisse Unsymmetrie auf, welche etwa durch eine leicht unsymmetrische Sprühkühlung entstanden sein kann.

In Abbildung 43 ist der Aufschmelzradius r_m aus der Wärmeleitbetrachtung nach Gleichung (5.6) mit $r_m = 50 \text{ mm}$ eingetragen. Die experimentell beobachtete flüssige Kavität zeigt eine kleinere Höhe und etwa identische Breite im Vergleich zur Wärmeleitbetrachtung. Wie in Abschnitt 5.2.3 gezeigt, kann die Diskrepanz zum einen von der Strömungsform und zum anderen von der unterschiedlichen Verteilung der Wärmequellstärken im Versuch herrühren.

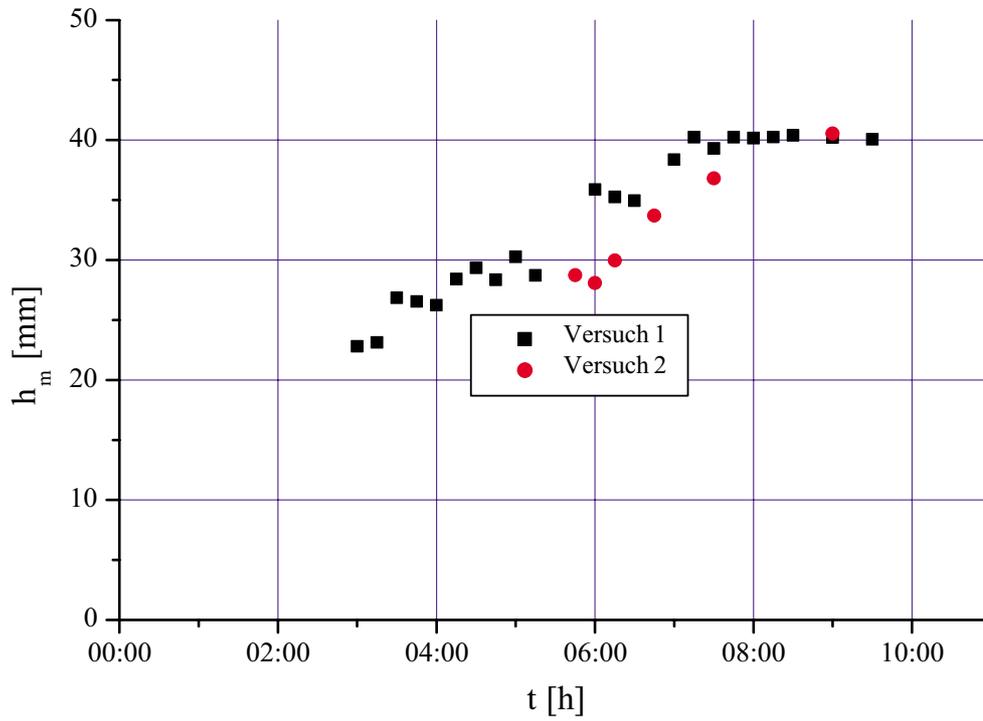


Abbildung 42: Höhe der flüssigen Kavität h_m als Funktion der Zeit für $T_\infty = 29^\circ C$, $I = 4000 A$.

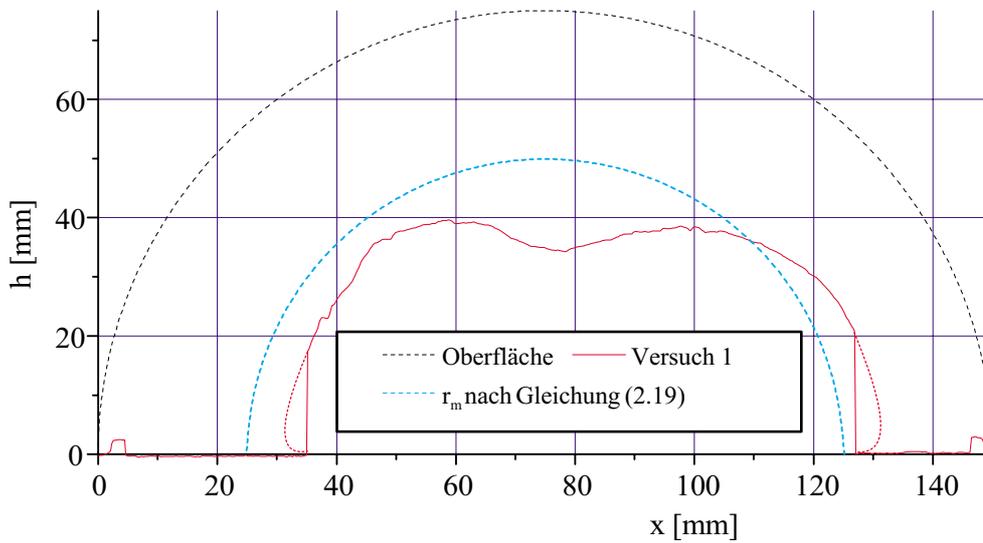


Abbildung 43: Krustenprofile für den stationären Zustand.

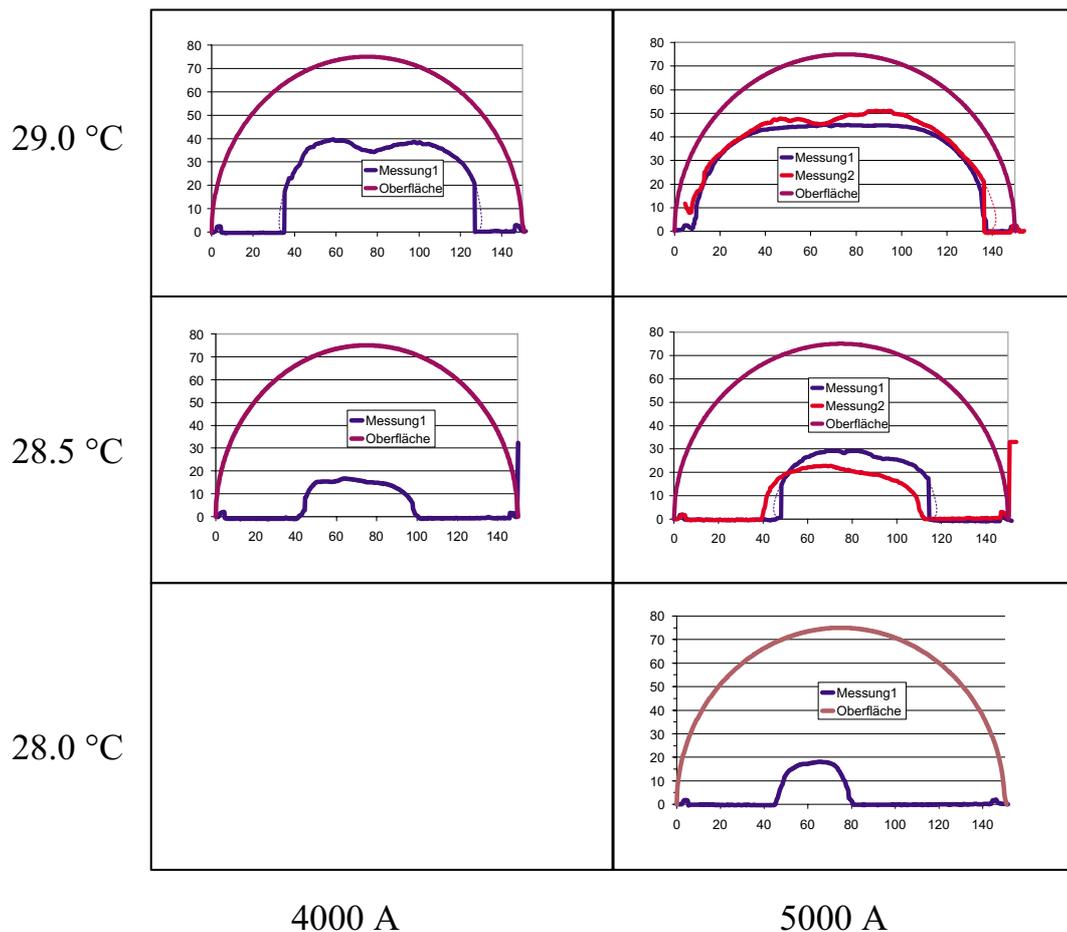


Abbildung 44: Testmatrix mit stationären Krustenprofilen.

5.2.5 Stationäre Ergebnisse

In Abbildung 44 sind die stationären Krustenprofile aller Versuche entsprechend der Testmatrix aus Tabelle 3 zusammengefasst. Die radiale Unsymmetrie, die sich bei den einzelnen Profilen zeigt, wird am Ende dieses Kapitels näher betrachtet.

Bei zwei Abbildungen sind jeweils zwei Profile eingetragen, welche von zwei Versuchen herrühren. Die Abweichungen sind vertretbar und zeigen, dass die Experimente gut reproduzierbar sind.

Bei Erhöhung der Sprühwassertemperatur (und konstanter Stromstärke) wächst, wie erwartet, die aufgeschmolzene Kavität an. Dies ist bei den Stromstärken $I = 5000A$ und $4000A$ konsistent zu beobachten. Bei Erhöhung der Stromstärke (und konstanter Sprühwassertemperatur) wird die aufgeschmolzene Kavität ebenfalls größer. Dies ist wiederum konsistent bei den Sprühwassertemperaturen $T_{\infty} = 28.5^{\circ}C$ und $29.0^{\circ}C$ zu sehen.

Tabelle 4: Aus Abbildung 44 ermittelter Aufschmelzradius und nach Gleichung (5.8) berechnete Temperaturdifferenz

T_{∞} [°C]		
29.0°C	$r_{m,l} = 45$ mm $r_{m,r} = 52$ mm $\Delta T = 0.16$ K	$r_{m,l} = 64$ mm $r_{m,r} = 62$ mm $\Delta T = 0.09$ K
28.5°C	$r_{m,l} = 32$ mm $r_{m,r} = 25$ mm $\Delta T = 0.10$ K	$r_{m,l} = 35$ mm $r_{m,r} = 40$ mm $\Delta T = 0.14$ K
28.0°C		$r_{m,l} = 30$ mm $r_{m,r} = 6$ mm $\Delta T = 0.30$ K
I [A]	4000	5000

Um die nicht perfekte Sprühkühlung und ihren Einfluss auf das Krustenprofil bewerten zu können, soll zunächst die Differenz der Kühltemperatur ΔT_{∞} zwischen der linken und rechten unteren Seite des Halbzylinders mit Hilfe der Wärmeleitrechnung aus Kapitel 2.1 abgeschätzt werden. Nach Einsetzen der Normierungsansätze (2.17) und (2.19) in Gleichung (5.6) erhalten wir für den aufgeschmolzenen Bereich

$$r_m = h \sqrt{1 - 4(T_m - T_{\infty}) \frac{\lambda}{h^2 S}} \quad . \quad (5.7)$$

Die Kühltemperatur T_{∞} in Abhängigkeit des aufgeschmolzenen Bereichs r_m ergibt sich durch Umstellung der Gleichung (5.7). Die Differenz der Kühltemperatur ΔT_{∞} zwischen der linken und rechten unteren Seite berechnet sich somit zu

$$\Delta T_{\infty} = T_{\infty}(r_{m,l}) - T_{\infty}(r_{m,r}) = \frac{S}{4\lambda} (r_{m,l}^2 - r_{m,r}^2) \quad . \quad (5.8)$$

Beispielhaft wird am Versuch mit den Parametern $I = 5000$ A und $T_{\infty} = 28.0^{\circ}C$, der die stärkste Unsymmetrie der Kruste aufweist, der Kühltemperaturunterschied zwischen der linken und rechten Seite diskutiert. Aus Abbildung 44 werden die beiden Aufschmelzradien mit $r_{m,r} = 6$ mm und $r_{m,l} = 30$ mm bestimmt. Eingesetzt in Gleichung (5.8) erhalten wir $\Delta T_{\infty} = 0.3$ K. Die aus Abbildung 44 ermittelten Aufschmelzradien und die daraus berechneten Temperaturunterschiede der Wasserkühlung sind in Tabelle 4 für alle Fälle zusammengestellt.

Da der Volumestrom der Sprühkühlung so ausgelegt ist, dass sich das Kühlwasser bei maximaler Stromstärke entlang des Zylinders um maximal 0.2 K erwärmt, müsste im

vorgestellten Fall der Volumenstrom dramatisch zwischen der linken und rechten Seite des Halbzylinders differieren. Nach dem Augenschein ist der Volumenstrom hingegen auf beiden Seiten des Halbzylinders etwa gleich. So scheidet ein unsymmetrischer Volumenstrom als Ursache für das unsymmetrische Aufschmelzen aus. Andere Ursachen für die Unsymmetrie sind in einer nicht gleichmäßige Einkoppelung des elektrischen Stroms sowie in anisotropen Stoffeigenschaften von festem Gallium, die besonders bei dicken Krusten einen großen Einfluss auf die Wärmeleitung in der festen Phase hat, zu suchen.

6 Vergleich der Experimente mit Numerik

6.1 Voraussetzungen der Rechnung

Ziel der Versuche ist es, wie in Kapitel 1.2 näher erläutert, den Rechencode *COSMO* 2000 für Aufschmelzvorgänge mit inneren Wärmequellen zu verifizieren. Dazu müssen die Simulationen bezüglich Geometrie, Stoffwerten und Randbedingungen die durchgeführten Experimente möglichst genau wiedergeben. Durch unterschiedliche spezifische elektrische Widerstände im festen und flüssigen Gallium ergeben sich lokale Wärmequellstärken in beiden Phasen. Die beiden Phasen können als zwei parallel angeordnete Widerstände aufgefasst werden. Bei vorgegebener Gesamtstromstärke I_{ges} berechnet sich die Wärmequellstärke in den beiden Phasen gemäß Wintruff (2000) zu

$$S_s = \frac{I_{ges}^2 \rho_{e,l}^2 \rho_{e,s}}{\Omega_{ges} (1 - F_l)^2 (\rho_{e,l} + \frac{F_l \rho_{e,s}}{1 - F_l})^2} \quad , \quad (6.1)$$

$$S_l = \frac{I_{ges}^2 \rho_{e,l} \rho_{e,s}^2}{\Omega_{ges} F_l^2 (\rho_{e,s} + \frac{(1 - F_l) \rho_{e,l}}{F_l})^2} \quad . \quad (6.2)$$

In den Gleichungen (6.1, 6.2) ist F_l der integrale Flüssigkeitsanteil, Ω_{ges} das Gesamtvolumen und $\rho_{e,l}$ und $\rho_{e,s}$ sind die spezifischen elektrischen Widerstände in den beiden Phasen.

In Abbildung 45 sind die Geometrie und die Randbedingungen skizziert. Der Boden des Halbzylinders ist adiabat. Die Temperatur auf der Zylinderoberfläche wird derart vorgegeben, dass ausgehend von der Temperatur am Scheitel T_h ein linearer Anstieg um $0.2^\circ C$ beidseitig längs des Bogens zur Bodenplatte erfolgt. Dadurch wird die reale Sprühkühlung abgebildet, durch welche sich das Wasser längs der Zylinderwand erwärmt. Die Aufheizspanne von $0.2^\circ C$ ist so gewählt, dass die zugeführte innere Wärme gerade durch das Sprühwasser abtransportiert wird. Die Phasengrenze flüssig/fest befindet sich auf der Schmelztemperatur T_m . Auf allen Grenzen des flüssigen Gebiets wird die Haftbedingung gestellt.

Die in der Rechnung verwendeten Stoff- und Geometriedaten sind in Tabelle 5 aufgelistet. Die Werte werden bis auf den spezifisch elektrischen Widerstand temperatur- und phasenunabhängig vorgegeben, da die Stoffdaten im untersuchten Temperaturbereich keine starke Abweichung aufzeigen (siehe Tabelle 2). Für den Wärmeausdehnungskoeffizient β wird ein gemittelter Wert aus dem untersuchten Temperaturbereich verwendet, da *COSMO*2000 nur einen konstanten Wärmeausdehnungskoeffizient berücksichtigt. Im numerischen Verfahren werden die Wärmequellstärken S_l , S_s in beiden Phasen auf Basis des integralen Flüssigkeitsanteils F_l des letzten Zeitschritts berechnet. Zu Beginn der Rechnung befinden sich die beiden Phasen auf der mittleren Randtemperatur $T = T_h + 0.1^\circ C$.

Während des transienten Verlaufs der Rechnung passt sich das Phasenmodell in *COSMO*2000 entsprechend der jeweiligen physikalischen Gegebenheiten an. Anfangs

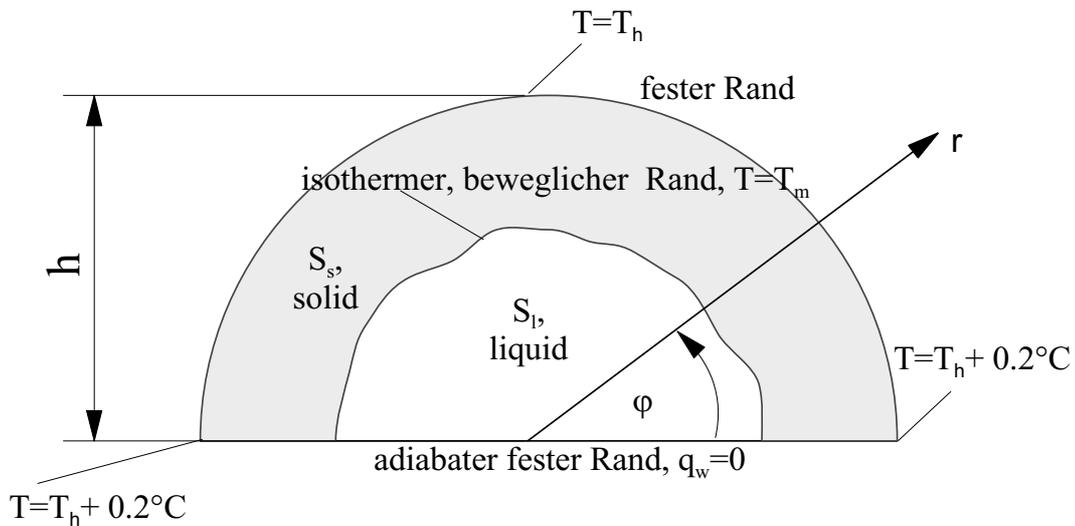


Abbildung 45: Problemskizze für das Aufschmelzen mit interner Beheizung.

Tabelle 5: Aufschmelzvorgänge mit inneren Wärmequellen: Geometrie, Stoffwerte

Größe	Wert
Höhe h	0.075 m
Dichte ρ	6.095 kg/m^3
dynamische Viskosität μ	$1.81 \cdot 10^{-3} \text{ kg/ms}$
Wärmeleitfähigkeit λ_l, λ_s	37.7 W/mK
spez. Wärmekapazität c_p	379.6 J/kgK
Wärmeausdehnungskoeffizient β	$-3.6 \cdot 10^{-7} \text{ 1/K}$
Erdbeschleunigung g	9.81 m/s^2
Spez. elektr. Widerstand $\rho_{e,s}$	$150 \text{ n}\Omega \text{ m}$
Spez. elektr. Widerstand $\rho_{e,l}$	$260 \text{ n}\Omega \text{ m}$

kommt das implementierte einphasige Enthalpiemodell bei festem Gitter zum Einsatz. Nach der Phase der transienten Wärmeleitung schließt sich der kontinuierliche Aufschmelzprozess an. Dort wird automatisch das mehrphasige Enthalpiemodell auf bewegtem Gitter verwendet. Die Phasengrenze zwischen festem und *mushy*-Gebiet ist dabei durch einen lokalen Flüssigkeitsanteil $f_l = 0$ und die Schmelzisotherme $T = T_m$ festgelegt. Das Rechengitter wird sukzessive entsprechend der festgelegten Gitterverteilungsfunktion angepasst (vgl. Wintruff (2000)). Nachdem sich im Kern nur noch flüssiges Gallium befindet ($f_l = 1$), geht die Rechnung auf das diskrete Phasenmodell über. Hierzu wird das Bewegte-Gitter-Verfahren mit expliziter Anwendung der Stefan-Bedingung verwendet. In den flüssigen Bereichen kann nun, bei entsprechendem Antrieb, Konvektion auftreten.

6.2 Vergleich des transienten Aufschmelzprozesses

Zur Verifikation der Rechnung werden der Temperaturprofile und die Höhe h_m der erschmolzenen Kavität zu verschiedenen Zeitpunkten für ein ausgewähltes Experiment verglichen. Die mittlere Sprühwassertemperatur beträgt $T_\infty = 29^\circ C$ bei einer Stromstärke von $I = 5000 A$. Die entsprechenden Vergleiche sind in Abbildung 46 und 47 dargestellt.

Wie aus Abbildung 46a abzuleiten, befindet sich der Halbzylinder zur Zeit $t = 0.05 h$ sowohl im Experiment als auch bei der Rechnung in der Aufschmelzphase. Die Temperatur im Kernbereich stagniert bei $T_m = 29.75^\circ C$, weil die intern erzeugte Wärme als Latentwärme benötigt wird. Im äußeren Bereich wird die Wärme durch Wärmeleitung an das Sprühwasser transportiert. Während des gesamten Aufschmelzprozesses bleibt das Temperaturprofil in dieser Form erhalten. Die Werte aus Experiment und Rechnung stimmen im Rahmen der Messgenauigkeit gut überein.

Zur Zeit $t = 3.5 h$ hat sich offensichtlich eine ausgedehnte flüssige Phase in beiden Fällen ausgebildet. Dies wird anhand von Abbildung 46b deutlich, wo im Mittenbereich die Temperaturen aus Rechnung und Experiment über der Schmelztemperatur T_m liegen. Die Ultraschallmessungen zeigen eine Höhe der flüssigen Kavität von $h_m \simeq 32 mm$, die Rechnung zeigt $h_m \simeq 42 mm$ (vgl. Abbildung 47). Dies signalisiert eine gewisse Diskrepanz zwischen Experiment und Rechnung.

Im weiteren Verlauf erhöht sich im Mittenbereich die Temperatur und die flüssige Kavität wächst an (vgl. Abbildung 46c). Bei $t = 6.5 h$ ist die Höhe der Kavität h_m in der Rechnung bereits auf $\simeq 58 mm$ angewachsen, während im Experiment die Höhe bei $h_m = 40 mm$ liegt. Der weitere Verlauf ändert wenig am Temperaturprofil in Experiment und Rechnung, so dass die Höhe der flüssigen Kavität im stationären Endzustand bei $h_m \simeq 59 mm$ (*COSMO2000*) und $h_m \simeq 45 mm$ (Experiment) zum liegen kommt.

Wir können also feststellen, dass die transienten Temperaturfelder aus Rechnung und Experiment in befriedigender Übereinstimmung sind, während die Aussagen zur Höhe der flüssigen Kavität sowohl in der transienten Aufheizung als auch im stationären Zustand deutliche Diskrepanzen aufweisen. Die Rechnung mit *COSMO2000* liefern zu jedem Zeitpunkt flüssige Kavitäten, welche 20-30% höher sind als in den entsprechenden Experimenten. Ein Vergleich der stationären Form der flüssigen Kavitäten aus Experiment und Rechnung wird diesen Aspekt näher beleuchten.

6.3 Vergleich der stationären Ergebnisse

Nach Erreichen des stationären Zustands wird im Experiment der flüssige Anteil über zwei Stopfen in der Bodenplatte abgelassen und die verbleibende feste Kruste bei ausgeschaltetem Strom abgekühlt. So können die Krustenprofile aus dem Experiment mit den entsprechenden Aussagen der Rechnung verglichen werden. In Abbildung sind die Profile der stationären Phasengrenze aus Experiment und Rechnung für drei typische Parametersätze verglichen.

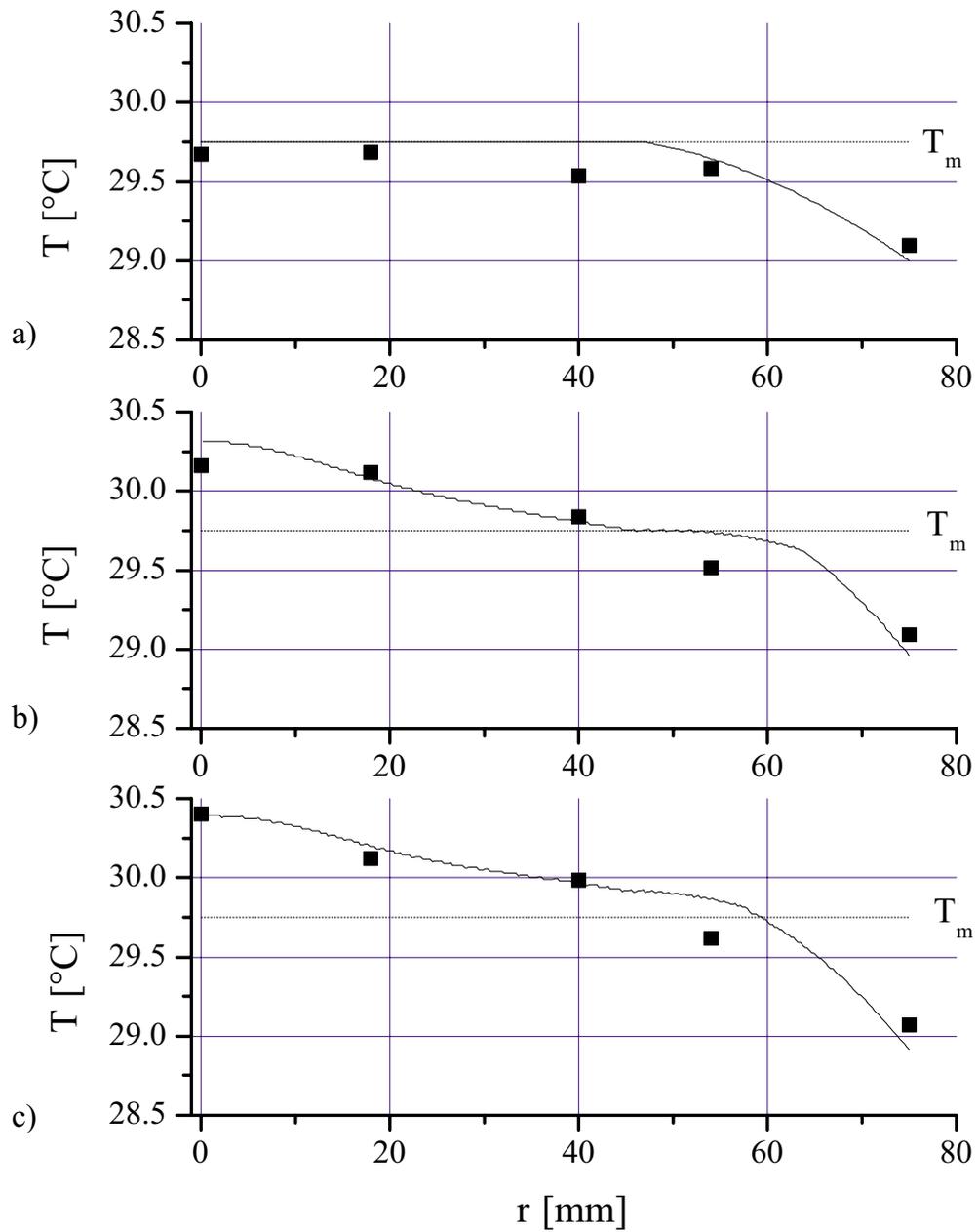


Abbildung 46: Vergleich der Temperaturprofile zwischen Experiment (Quadrate) und *COSMO2000* (Linie) zu verschiedenen Zeiten auf der Vertikalen ($\varphi = 90^\circ C$). a) $t = 0.05$ h, b) $t = 3.5$ h, c) $t = 6.5$ h.

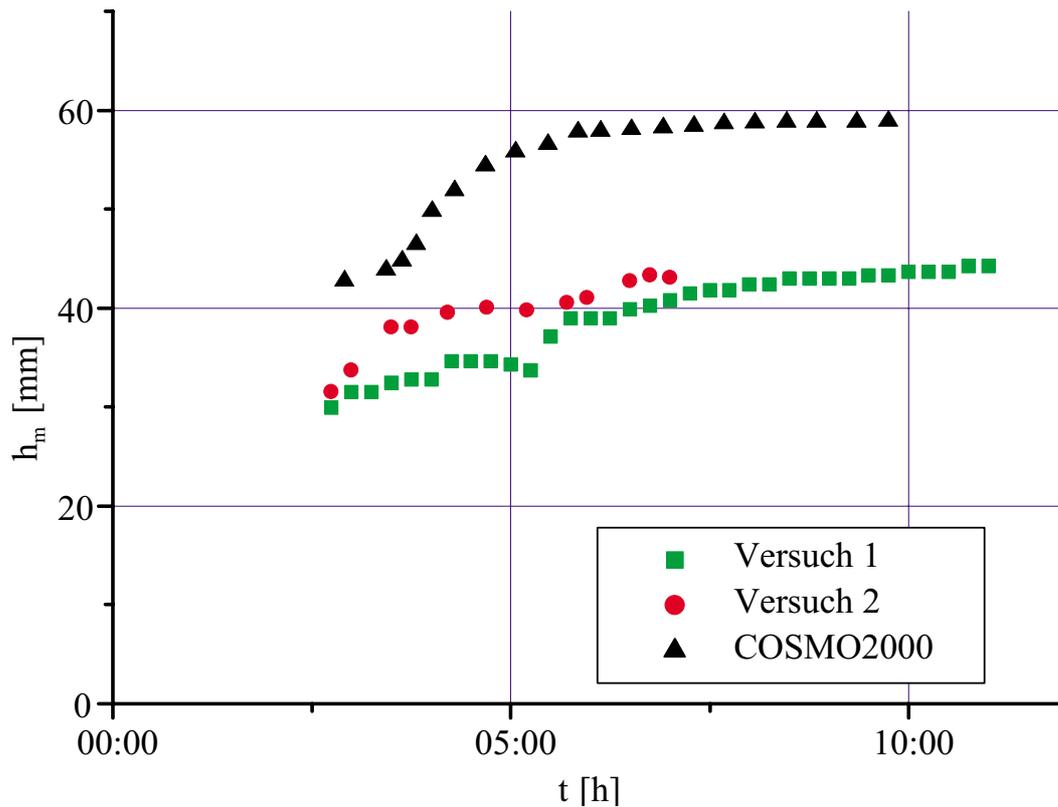


Abbildung 47: Höhe der flüssigen Kavität h_m als Funktion der Zeit.

Für $T_\infty = 29^\circ\text{C}$ und $I = 5000\text{A}$ (vgl. Abbildung 48) erhalten wir die größte flüssige Kavität. Die horizontale Ausdehnung wird von den Rechnungen recht gut wiedergegeben, während die Höhe der Kavität in den Rechnungen deutlich größer ist als in beiden Experimenten. Die Rechnungen zeigen in der flüssigen Kavität zwei gegenläufige Konvektionsrollen (vgl. Abbildung 49), welche in der Mitte der Kavität ein Abströmgebiet haben. Die Richtung der Naturkonvektion resultiert aus dem negativen Vorzeichen des Volumenausdehnungskoeffizienten von Gallium in diesem Temperaturbereich. Obwohl keine Erfassung der Strömung im Experiment möglich ist, signalisiert zumindest das Krustenprofil aus Messung 1 durch eine Nase in der Mitte der Kavität, dass die Strömung im Experiment gleichfalls ein Abströmgebiet hat. Sowohl in der Rechnung als auch in Messung 2 ist diese Nase nicht erkennbar. Gleichwohl macht ein Vergleich der abgetasteten Krustenprofile (Messung 1, Messung 2) deutlich, dass eine befriedigende Reproduzierbarkeit der Experimente gegeben ist. Ohne jeden Zweifel ist aber die Abweichung der Rechnung von beiden Experimenten systematischer Natur und kann nicht durch die Streuung der Experimente erklärt werden. Zusätzlich ist in Abbildung 48 der Aufschmelzradius r_m aus der Wärmeleitbetrachtung gemäß Gleichung (5.6) mit $r_m = 60\text{ mm}$ eingetragen.

Bei Reduzierung der Sprühwassertemperatur auf $T_\infty = 28^\circ\text{C}$ bei gleichbleibendem

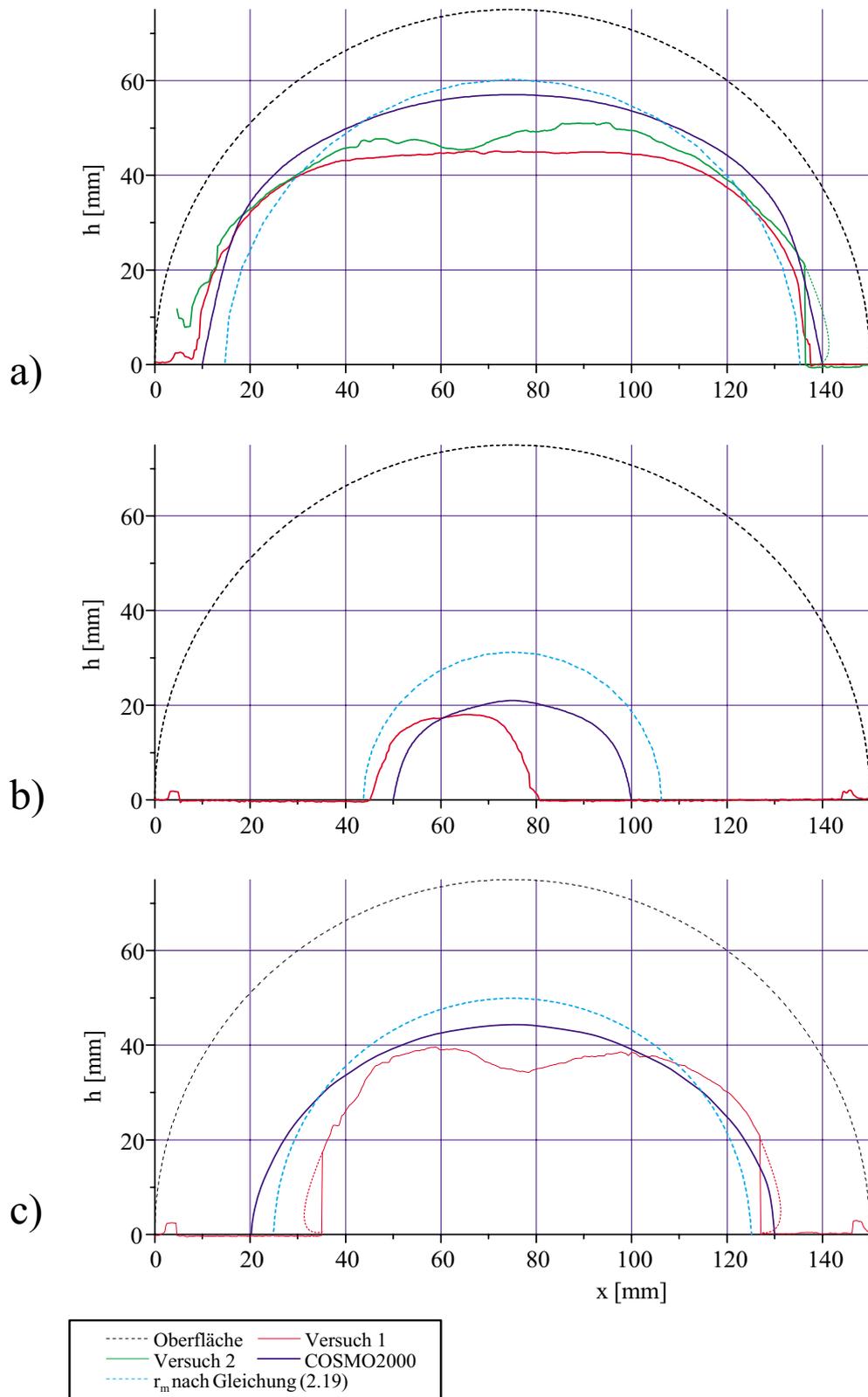


Abbildung 48: Vergleich der stationären Phasengrenze zwischen Experiment und Rechnung a) $I = 5000A, T_{\infty} = 29^{\circ}C$, b) $I = 5000A, T_{\infty} = 28^{\circ}C$ und c) $I = 4000A, T_{\infty} = 29^{\circ}C$.

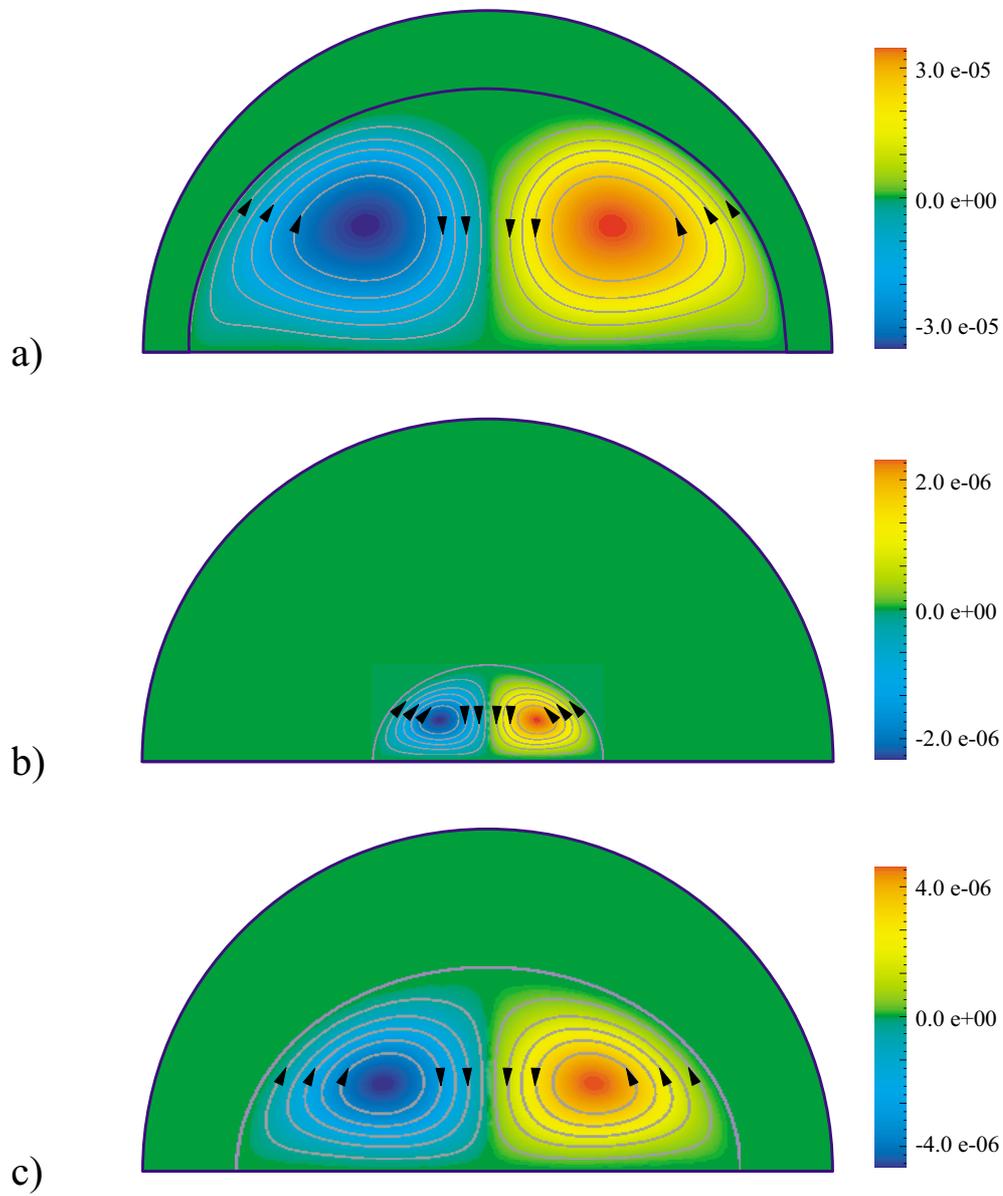


Abbildung 49: Stationäres berechnetes Stromfeld für a) $I = 5000A$, $T_{\infty} = 29^{\circ}C$, b) $I = 5000A$, $T_{\infty} = 28^{\circ}C$ und c) $I = 4000A$, $T_{\infty} = 29^{\circ}C$.

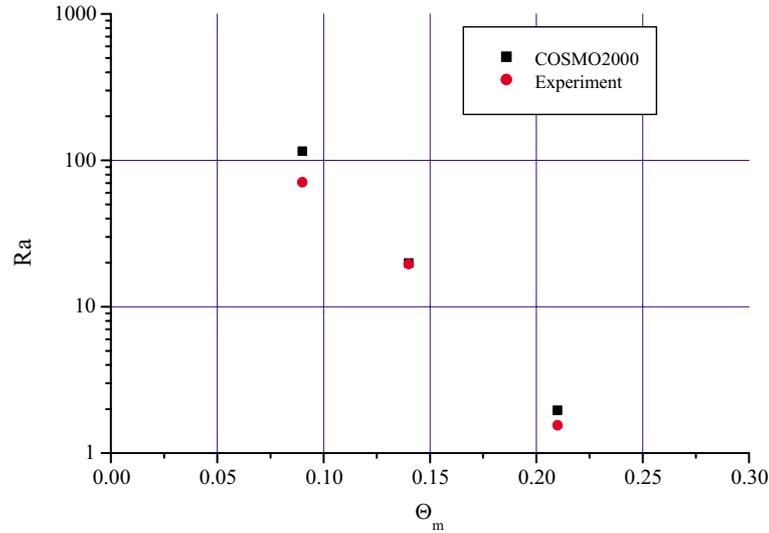


Abbildung 50: Ra in Abhängigkeit der dimensionslosen Schmelztemperatur Θ_m .

$I = 5000A$ bildet sich ein deutlich kleinerer flüssiger Bereich aus. Dies zeigt sowohl das Experiment als auch die Rechnung. In diesem Fall ist die Höhe der Kavität mit $h_m \simeq 20 \text{ mm}$ in der Rechnung und im Experiment in guter Übereinstimmung. Zudem zeigt das Experiment eine deutliche Unsymmetrie der Kavität gegenüber dem (symmetrischen) Ergebnis der Rechnung. Mögliche Ursachen für das unsymmetrische Temperaturfeld im Experiment sind in Kapitel 5.2.5 näher erläutert. Nach der Wärmeleitbetrachtung erhalten wir nach Gleichung (5.6) einen Aufschmelzradius von $r_m = 31 \text{ mm}$.

Ausgehend von Abbildung 48a führt eine Reduktion der Stromstärke auf $I = 4000A$ bei gleichbleibender $T_\infty = 29^\circ C$ ebenfalls zu einer kleineren flüssigen Kavität. Die Höhe der flüssigen Kavität beträgt in der Rechnung $h_m \simeq 45 \text{ mm}$, im Experiment $h_m \simeq 40 \text{ mm}$. Somit passen sowohl die Höhe, als auch die Breite der erschmolzenen Kavität aus Rechnung und Experiment recht gut zusammen. Die im Experiment auftretende Nase im Mittenbereich der flüssigen Kavität weist wiederum auf zwei Konvektionsrollen mit mittiger Abwärtsströmung hin. Wenngleich dieses Stromfeld auch in der Rechnung auftritt (vgl. Abbildung 49) ist die Nase der Phasengrenze in der Rechnung nicht ausgebildet. Der Aufschmelzradius aus der Wärmeleitbetrachtung berechnet sich zu $r_m = 50 \text{ mm}$.

In Kapitel 2.1 sind die dimensionslosen Kennzahlen Θ_m und Ra eingeführt. Durch die dimensionslose Schmelztemperatur Θ_m wird nach Gleichung (2.17), bestimmt durch die vorgegebenen Parameter T_∞ und S , die Größe der erschmolzenen Kavität charakterisiert. Die *Rayleigh-Zahl* Ra charakterisiert die Intensität der Konvektion in der aufgeschmolzenen Kavität. Abbildung 50 zeigt Ra als Funktion von Θ_m . Aus unserer Abschätzung auf Basis reiner Wärmeleitung folgt mit Gleichung (2.20) $Ra_{WL} \propto (1 - 4\Theta_m)^{5/2}$. Wir erkennen mit wachsendem Θ_m abfallende Ra , was auf

verschwindende Auftriebseffekte in kleinen flüssigen Kavitäten hindeutet. Die dimensionslose Kennzahlen können nun mit den aktuellen Werten für T_∞ , S und h_m aus numerischer Rechnung und Experiment gebildet werden. Diese Daten sind in Abbildung 50 als Symbole eingetragen. Wir sehen, dass die Ergebnisse der Rechnung gut mit den Experimenten übereinstimmen. Für die *Rayleigh-Zahl* finden wir in Anlehnung an die obige Abschätzung aus Experiment und Numerik die Abhängigkeit $Ra \propto (1 - 4\Theta_m)^{2.8}$.

7 Zusammenfassung und Diskussion

Wir stellen einen Satz von Experimenten vor, in welchen Gallium in Folge innerer Wärmequellen aufgeschmolzen wird. Die Experimente sind im wesentlichen zweidimensionaler (ebener) Natur, indem ein Galliumhalbzylinder axial mit Gleichstrom ohmsch beheizt wird, die Bodenplatte ist adiabat, die Halbzylinderoberfläche wird mit Hilfe einer Sprühkühlung auf näherungsweise konstanter Temperatur gehalten. Durch Variation der Parameter Stromstärke und Sprühwassertemperatur im Experiment gelingt es die dimensionslosen Parameter Θ_m und Ra im Bereich $0.09 \leq \Theta_m \leq 0.23$ und $0.84 \leq Ra \leq 261.4$ zu verändern. Θ_m bezeichnet dabei die dimensionslose Schmelztemperatur, welche im wesentlichen die Größe der erschmolzenen flüssigen Kavität bestimmt. Ra bezeichnet die *Rayleigh*-Zahl, welche die Intensität der im flüssigen Bereich auftretenden Konvektionsströmung charakterisiert. Die Experimente werden nach Einschalten der inneren Beheizung transient bis zu einem stationären Gleichgewichtszustand durchgeführt. Das verwendete Versuchsmedium Gallium weist (flüssig) eine *Prandtl*-Zahl von $Pr = 0.02$ auf und besitzt im auftretenden Temperaturbereich (in unmittelbarer Nähe der Erstarrungstemperatur) eine Dichteanomalie, so dass im flüssigen Gallium ein negativer Wärmeausdehnungskoeffizient vorliegt. In den Experimenten wird mit Hilfe von Thermoelementen das Temperaturfeld transient gemessen, die Höhe der flüssigen Kavität in der Mitte mit Hilfe eines Ultraschallmessgeräts transient erfasst und das Krustenprofil im stationären Zustand nach Ablassen des flüssigen Galliums mit Hilfe der Triangulation vermessen.

Wir finden in allen Fällen nach Einschalten der inneren Beheizung ein transientes Aufschmelzen im Inneren des Galliumhalbzylinders, welches sich nach einigen Stunden in einen stationären Zustand entwickelt. Während der Transienten wird zunächst die innere Wärme zum Aufschmelzen verbraucht, bevor die flüssige Kavität sich kontinuierlich vergrößert. Der stationäre Zustand weist dann eine flüssige Kavität mit offensichtlich stationärer Grenze zur festen Kruste und stationärer Konvektionsströmung auf. Dies kann aus dem zeitlichen Verhalten des Temperaturfeldes und der Ultraschallmessungen geschlossen werden. Aus der Form des Krustenprofils kann in einigen Fällen indirekt auf zwei gegenläufige Konvektionsrollen mit Abströmung in der Mitte geschlossen werden. Präzisere Informationen zum Strömungsfeld sind leider im Experiment nicht verfügbar. Wir finden, dass die Größe der (stationären) flüssigen Kavität zunächst von Θ_m bestimmt wird: große Kavitäten treten für kleine Θ_m auf. Diese Abhängigkeit wird konsistent bei Variation der Sprühwassertemperatur T_∞ und der Stromstärke I beobachtet. Die Konvektion, charakterisiert durch Ra , hat in allen Fällen die Tendenz die Höhe der Kavität zu reduzieren und ihre Breite zu vergrößern. Dies hängt mit der Richtung der Konvektionsrollen (mittig abwärts) zusammen, wobei die Stärke dieses Effekts durch die *Rayleigh*-Zahl beeinflusst wird.

Die durchgeführten Experimente dienen der Verifikation des Codes *COSMO2000* mit dem ebene Aufschmelzprozesse berechnet werden können. Die Charakterisierung der physikalischen und numerischen Modelle findet sich bei Wintruff (2000). Ein Vergleich der transienten Höhe der Kavität aus Numerik und Experiment offenbart eine um den

Faktor 2.2 höhere Geschwindigkeit der Schmelzfront in der Numerik. Dies führt in der Folge deutlich schneller zum stationären Zustand bei der numerischen Simulation. Hier liegt eine deutliche Diskrepanz bezüglich der transienten Zeitkonstanten in Experiment und Numerik vor. Der Vergleich des stationären Zustandes fällt deutlich positiver aus. Qualitativ ist (zumindest in einigen Experimenten) die Übereinstimmung bezüglich des Strömungsfeldes in Experiment und Numerik offensichtlich, indem auch die Numerik in allen Fällen zwei Konvektionsrollen mit mittig abwärtsgerichteter Strömung zeigt. Die Breite der flüssigen Kavität wird von der Numerik leicht überschätzt, indem sie im Mittel 15% größer berechnet wird. Ähnliches gilt für die Höhe der Kavität, welche von der numerischen Simulation im Mittel um 20% größer erhalten wird. Generell erscheint das Krustenprofil in den numerischen Simulationen glatter als in den Experimenten beobachtet. So kommt es beispielsweise in den experimentellen Krustenprofilen zur Abbildung der doppelten Konvektionsrolle in das Krustenprofil mit entsprechenden Ausbuchtungen. Diese Details werden von der Numerik nicht aufgelöst. Die Abhängigkeit der *Rayleigh*-Zahl von der dimensionslosen Schmelztemperatur kann aus einer Wärmeleitabschätzung gemäß $Ra \propto (1 - 4\Theta_m)^{2.5}$ angegeben werden. In Anwesenheit von Konvektion in der flüssigen Kavität finden wir übereinstimmend aus Experiment und Numerik $Ra \propto (1 - 4\Theta_m)^{2.8}$. Die Konsistenz dieser Abhängigkeit in Numerik und Experiment stimmt zuversichtlich, dass die Auftriebseffekte in *COSMO2000* (zumindest integral) angemessen wiedergegeben werden.

Um die Diskrepanzen zwischen den experimentellen Beobachtungen und Simulationen mit *COSMO2000* bewerten zu können, bietet sich an, die Voraussetzungen und Vereinfachungen in *COSMO2000* einer kritischen Betrachtung zu unterziehen. Die Boussinesq-Approximation unterstellt (neben konstanten sonstigen Stoffeigenschaften) einen konstanten Ausdehnungskoeffizienten im betrachteten Temperaturbereich. Gerade die Anomalie von flüssigen Gallium unmittelbar oberhalb der Schmelztemperatur stellt eine erhebliche Abweichung hiervon dar: wir finden bei Schmelztemperatur $\beta(29.75^\circ C) \simeq -8.5 \cdot 10^{-6}$ und bei leicht höherer Temperatur $\beta(30^\circ C) \simeq -0.5 \cdot 10^{-6}$. Dies hat in der Realität (Experiment) die Folge, dass große Auftriebskräfte unmittelbar an der flüssig/fest Grenzfläche auftreten. In der Simulation hingegen führt die Verwendung eines gemittelten Ausdehnungskoeffizienten zur Verschmierung der Auftriebseffekte über ein räumlich größeres Gebiet. Eine unterschiedliche Konvektionsströmung in Experiment und Simulation hat dann eine unterschiedliche Form und Größe der flüssigen Kavität zur Folge. Die Annahmen in *COSMO2000* bezüglich Inkompressibilität, Homogenität und Isotropie des flüssigen Galliums erscheinen nicht kritisch. Ähnliches gilt für die Annahme einer laminaren Strömung in Anbetracht von *Rayleigh*-Zahlen $Ra \leq 261.4$. Unklar bleibt, inwiefern das flüssige Gallium in unmittelbarer Nähe der Schmelztemperatur als Newtonsches Fluid behandelt werden kann. Das Fehlen näherer Informationen hierzu zwingt uns jedoch eine solche Behandlung (in erster Näherung) vorzunehmen. Sämtliche Annahmen in *COSMO2000* bezüglich des festen Galliums erscheinen in guter Näherung gerechtfertigt. In *COSMO2000* wird beim Phasenwechsel fest/flüssig der Kapillaritätseffekt (Gibbs-Thompson-Effekt) vernachlässigt, sowie thermodynamisches Gleichge-

wicht angenommen. Beim Aufschmelzen einer konvexen Kavität, wie im vorliegenden Experiment, führt der Kapillaritätseffekt zu einem Anstieg der Schmelztemperatur. Dies ist besonders ausgeprägt zu Beginn der Transienten, wenn kleine flüssige Kavitäten und damit große mittlere Krümmungen vorliegen. Die Erhöhung der Schmelztemperatur an der gekrümmten fest/flüssig Grenzfläche führt naturgemäß in der Realität zu einem langsameren Fortschritt der Schmelzfront. Hier liegt möglicherweise eine Ursache für die Diskrepanzen zwischen Experiment und den Simulationen mit *COSMO2000* in der (frühen) transienten Aufschmelzphase. Eine Abschätzung dieser Effekte ist prinzipiell bei Kenntnis des Kapillarkoeffizienten von Gallium möglich. Diese Information ist trotz ausgiebiger Recherche in der Literatur nicht zugänglich.

Literatur

- Acharya, S. und Goldstein, R. J.: 1985, Natural convection in an externally heated vertical or inclined square box containing internal energy sources, *J. Heat Transfer* **107**, 855–866.
- Alexiades, V. und Solomon, A. D.: 1993, *Mathematical modelling of melting and freezing processes*, Hemisphere Publishing Corporation, Washington.
- Bentley, R. E. (ed.): 1998, *Handbook of temperature measurement Vol. 3: Theory and practice of thermoelectric thermometry*, Springer-Verlag, Singapore.
- Bergmann, L.: 1954, *Der Ultraschall und seine Anwendung in Wissenschaft und Technik*, S. Hirzel Verlag, Stuttgart.
- Brent, A. D., Voller, V. R. und Reid, K.: 1988, Enthalpie-porosity technique for modelling convection-diffusion phase change: Application to the melting of a pure metal, *Numer. Heat Transfer* **13**, 297–318.
- Carslaw, H. S. und Jaeger, J. C.: 1959, *Conductions of Heat in solids*, Oxford University Press, Oxford.
- Chan, S. H., Cho, D. H. und Kocamustafaogullari, G.: 1983, Melting and solidification with internal radiative transfer - a generalized phase change model, *Int. J. Heat Mass Trans.* **26**(4), 621–633.
- Chan, S. H. und Hsu, K. Y.: 1987, Generalized phase change model for melting and solidification with internal heat generation, *J. Thermophysics* **1**(2), 171–174.
- Chen, W. L., Ishii, M. und Grolmes, M. A.: 1976, Simple heat conduction model with phase change for reactor fuel pin, *Nucl. Sc. Eng.* **60**, 452–460.
- Cubberly, W. H. (ed.): 1979, *Metals handbook Volume 2: Properties and Selection: Nonferrous Alloys and Pure Metals*, American Society for Metals, Ohio.
- Deutsch, V.: 1997, *Ultraschallprüfung: Grundlagen und industrielle Anwendungen*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- Dorsey, N. E.: 1968, *Properties of ordinary water substance*, Hafner, New York.
- Emara, A. A. und Kulacki, F.-A.: 1980, A numerical investigation of thermal convection in a heat-generation fluid layer, *J. Heat Transfer* **102**, 531–537.
- Filyand, M. A. und Semenova, E. I.: 1968, *Handbook of the rare elements: trace elements and light elements*, Boston Technical Publishers, Inc., Cambridge, Massachusetts.
- Fluid Dynamics International: 1998, *FIDAP 8: fluid dynamics analysis package*.

- Hame, W. und Müller, U.: 1980, Freie Konvektion in Schmelzen mit inneren Wärmequellen und verfestigten Rändern, *acta mechanica* **35**, 83–107.
- Koster, J. N.: 1980, *Freie Konvektion in vertikalen Spalten*, Kernforschungszentrum Karlsruhe. KfK 3066.
- Krautkrämer, J. und Krautkrämer, H.: 1986, *Werkstoffprüfung mit Ultraschall*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg.
- Kulacki, F. A. und Richards, D. E.: 1985, Natural convection: Fundamentals and applications, in S. Kakac, W. Aung und R. Viskanta (eds.), *Natural convection in plane layers and cavities with volumetric energy sources*, Springer-Verlag.
- Kurz, W. und Fisher, D. J.: 1986, *Fundamentals of solidification*, Trans Tech Publications, Switzerland, Germany, UK, USA.
- Lyon, R. N. (ed.): 1952, *Liquid-metals handbook*, second edn, Navexos P-733, Michigan.
- May, H. O.: 1991, A numerical study on natural convection in an inclined square enclosure containing internal heat sources, *Int. J. Heat Mass Transfer* **34**(4), 919–928.
- Meyer, R. J. (ed.): 1955, *Gmelins Handbuch der anorganischen Chemie: Gallium*, Verlag Chemie, Weinheim.
- Parker, R. L. und Manning, J. R.: 1986, Application of pulse-echo ultrasonics to locate the solid/liquid interface during solidification and melting, *Journal of Crystal Growth* **79**, 341–353.
- Powell, R. W.: 1951, *The electrical resistivity of Gallium and some other anisotropic properties of this metal*, Royal Society of London, London.
- Schiffmann, R. A. und Andrews, J. B. (eds.): 1994, *Ultrasonic detection of the solid-liquid interface in high temperature solidification experiments*, The Minerals, Metals & Materials Society.
- VDI-Wärmeatlas: 1997, *VDI-Wärmeatlas*, 8 edn, Springer-Verlag.
- Wintruff, I.: 2000, *Ein adaptives Bewegte-Gitter-Verfahren zur Berechnung von Aufschmelz- und Erstarrungsvorgängen*, Forschungszentrum Karlsruhe. FZKA 6449.

