



Forschungsberichte  
aus  
dem Institut  
für Höchstfrequenztechnik  
und Elektronik  
der  
Universität Karlsruhe (TH)

Herausgeber:  
Prof. Dr.-Ing. W. Wiesbeck

Dietmar Löffler

**Breitbandige, zylinderkonforme  
Streifenleitungsantennen für  
den Einsatz in Kommunikation  
und Sensorik**

Band 29

Copyright: Institut für Höchstfrequenztechnik und Elektronik  
Universität Karlsruhe (TH)

alle Rechte vorbehalten

Druck: Druckerei Gunter Dünnbier, 02779 Großschönau,  
Tel. 035845-36757

ISSN: 0942-2935

## **Vorwort des Herausgebers**

Über nahezu 100 Jahre waren Antennen markante Gebilde, welche fast ausschließlich an physikalischen Gesetzen orientiert in Kommunikations- und Sensoreinrichtungen exponiert angebracht wurden. An der Tatsache, dass Antennen physikalischen Gesetzmäßigkeiten gehorchen, hat sich selbstverständlich nichts geändert, jedoch grundlegend die Vorstellung zur Integration von Antennen in die Systemkonstruktion. In sehr vielen Bereichen wird heute gefordert, dass Antennen nicht mehr als im wahrsten Sinne herausragende Gebilde sichtbar sind. Antennen haben sich konform zu integrieren und dennoch ihre Funktion beizubehalten, bzw. sogar zu erweitern. Forderungen dieser Art kommen z.B. aus der Satellitentechnik, aber auch aus der mobilen Kommunikation. Die Beweggründe sind äußerst unterschiedlich. In der mobilen Kommunikation lösen zu markant positionierte Antennen, sowohl an den mobilen Geräten, den Handys, als auch bei den Basisstationen häufig Ängste in der Bevölkerung aus. Durch konforme Integration werden Antennen weniger sichtbar und damit, nach außen, weniger bedrohlich. In der Satellitentechnik sind es mehr die Aspekte der mechanischen Integration in eine komplexe, häufig faltbare Struktur. Ein weiterer Einsatz für den Bereich konforme Antennen ergibt sich häufig aus der Forderung nach Abdeckung eines größeren Teils oder der gesamten Hemisphäre durch eine Antenne mit schwenkbarer Richtcharakteristik. Hier empfiehlt es sich, aus rein physikalischen Gesetzmäßigkeiten heraus, Zylinder bzw. sphärisch konforme Antennen zu verwenden.

Die vorliegende Arbeit von Herrn Dr. Löffler beschäftigt sich mit grundlegenden Betrachtungen zur zylinderkonformen Integration von Antennen für die Kommunikation und Sensorik. Es werden für diese Geometrie die Berechnungsgrundlagen hergeleitet und darauf aufbauend Werkzeuge zur Analyse und Synthese entwickelt. Damit gelingt es zum ersten Mal zylinderkonformen Antennen die bei einer Betrachtung der Geometrie vorstellbare Flexibilität und Leistungsfähigkeit durch gezieltes Design auch zu verleihen. Besonders bemerkenswert ist an dieser Arbeit, dass sie auf der einen Seite sowohl extreme theoretische Tiefe, als auch auf der anderen Seite praktische Anweisung „*how to do*“ beinhaltet. Für Wissenschaftler und Ingenieure wird sie dadurch zu einer spannenden Lektüre.

Ich wünsche der Arbeit eine erfolgreiche Verbreitung und den ihr zukommenden Einfluss in ihrem technisch-wissenschaftlichen Bereich.

Prof. Dr.-Ing. Werner Wiesbeck  
- Institutsleiter -

## **Forschungsberichte aus dem Institut für Höchstfrequenztechnik und Elektronik der Universität Karlsruhe (TH)**

---

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. Werner Wiesbeck

- Band 1 Daniel Kähny  
**Modellierung und meßtechnische Verifikation polarimetrischer, mono- und bistatischer Radarsignaturen und deren Klassifizierung**
- Band 2 Eberhardt Heidrich  
**Theoretische und experimentelle Charakterisierung der polarimetrischen Strahlungs- und Streueigenschaften von Antennen**
- Band 3 Thomas Kürner  
**Charakterisierung digitaler Funkssysteme mit einem breitbandigen Wellenausbreitungsmodell**
- Band 4 Jürgen Kehrbeck  
**Mikrowellen-Doppler-Sensor zur Geschwindigkeits- und Wegmessung - System-Modellierung und Verifikation**
- Band 5 Christian Bornkessel  
**Analyse und Optimierung der elektrodynamischen Eigenschaften von EMV-Absorberkammern durch numerische Feldberechnung**
- Band 6 Rainer Speck  
**Hochempfindliche Impedanzmessungen an Supraleiter / Festelektrolyt-Kontakten**
- Band 7 Edward Pillai  
**Derivation of Equivalent Circuits for Multilayer PCB and Chip Package Discontinuities Using Full Wave Models**
- Band 8 Dieter J. Cichon  
**Strahlenoptische Modellierung der Wellenausbreitung in urbanen Mikro- und Pikofunkzellen**
- Band 9 Gerd Gottwald  
**Numerische Analyse konformer Streifenleitungsantennen in mehrlagigen Zylindern mittels der Spektralbereichsmethode**
- Band 10 Norbert Geng  
**Modellierung der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in Funkssystemen durch Lösung der parabolischen Approximation der Helmholtz-Gleichung**

**Forschungsberichte aus dem  
Institut für Höchstfrequenztechnik und Elektronik  
der Universität Karlsruhe (TH)**

---

- Band 11 Torsten C. Becker  
**Verfahren und Kriterien zur Planung von Gleichwellennetzen für den Digitalen Hörrundfunk DAB (Digital Audio Broadcasting)**
- Band 12 Friedhelm Rostan  
**Dual polarisierte Microstrip-Patch-Arrays für zukünftige satellitengestützte SAR-Systeme**
- Band 13 Marcus Demmler  
**Vektorkorrigiertes Großsignal-Meßsystem zur nicht-linearen Charakterisierung von Mikrowellentransistoren**
- Band 14 Andreas Froese  
**Elektrochemisches Phasengrenzverhalten von Supraleitern**
- Band 15 Jürgen v. Hagen  
**Wide Band Electromagnetic Aperture Coupling to a Cavity: An Integral Representation Based Model**
- Band 16 Ralf Pötzschke  
**Nanostrukturierung von Festkörperflächen durch elektrochemische Metallphasenbildung**
- Band 17 Jean Parlebas  
**Numerische Berechnung mehrlagiger dualer planarer Antennen mit koplanarer Speisung**
- Band 18 Frank Demmerle  
**Bikonische Antenne mit mehrmodiger Anregung für den räumlichen Mehrfachzugriff (SDMA)**
- Band 19 Eckard Steiger  
**Modellierung der Ausbreitung in extrakorporalen Therapien eingesetzter Ultraschallimpulse hoher Intensität**
- Band 20 Frederik Küchen  
**Auf Wellenausbreitungsmodellen basierende Planung terrestrischer COFDM-Gleichwellennetze für den mobilen Empfang**
- Band 21 Klaus Schmitt  
**Dreidimensionale, interferometrische Radarverfahren im Nahbereich und ihre meßtechnische Verifikation**

**Forschungsberichte aus dem  
Institut für Höchstfrequenztechnik und Elektronik  
der Universität Karlsruhe (TH)**

---

- Band 22 Frederik Küchen, Torsten C. Becker, Werner Wiesbeck  
**Grundlagen und Anwendungen von Planungswerkzeugen für  
den digitalen terrestrischen Rundfunk**
- Band 23 Thomas Zwick  
**Die Modellierung von richtungsaufgelösten Mehrwegege-  
bäudefunkkanälen durch markierte Poisson-Prozesse**
- Band 24 Dirk Didascalou  
**Ray-Optical Wave Propagation Modelling in Arbitrarily  
Shaped Tunnels**
- Band 25 Hans Rudolf  
**Increase of Information by Polarimetric Radar Systems**
- Band 26 Martin Döttling  
**Strahlenoptisches Wellenausbreitungsmodell und System-  
studien für den Satellitenmobilfunk**
- Band 27 Jens Haala  
**Analyse von Mikrowellenheizprozessen mittels selbstkon-  
sistenter finiter Integrationsverfahren**
- Band 28 Eberhard Gschwendtner  
**Breitbandige Multifunktionsantennen für den konformen Ein-  
bau in Kraftfahrzeuge**
- Band 29 Dietmar Löffler  
**Breitbandige, zylinderkonforme Streifenleitungsantennen für  
den Einsatz in Kommunikation und Sensorik**

*Für Dorothee*



**Breitbandige, zylinderkonforme  
Streifenleitungsantennen für den Einsatz in  
Kommunikation und Sensorik**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

**DOKTOR-INGENIEURS**

von der Fakultät für  
Elektrotechnik und Informationstechnik  
der Universität Fridericiana Karlsruhe

genehmigte

**DISSERTATION**

von

**Dipl.-Ing. Dietmar Löffler**

aus Rottweil a. N.

Tag der mündlichen Prüfung

20. Februar 2001

Hauptreferent:

Prof. Dr.-Ing. Werner Wiesbeck

Korreferent:

Prof. Dr. rer. nat. Karl Reiß



## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Höchsthfrequenztechnik und Elektronik der Universität Friedericiana Karlsruhe. Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Werner Wiesbeck, dem Leiter des Instituts, für die wohlwollende Unterstützung dieser Arbeit sowie die Übernahme des Hauptreferats. Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr. rer. nat. Karl Reiß für die bereitwillige Übernahme des Korreferats.

Für die zahlreichen Anregungen und Diskussionen, sowie das sehr angenehme Arbeitsklima am Institut für Höchsthfrequenztechnik und Elektronik bedanke ich mich herzlich bei allen Kollegen. Besonderer Dank gilt Herrn Dr.-Ing. Jürgen von Hagen für die fachliche Unterstützung und die kritische Durchsicht des Manuskriptes. Herrn Dr.-Ing. Jens Haala danke ich für die vielen Anregungen, die diese Arbeit sicherlich "lesbarer" machen und nicht zuletzt gilt mein Dank Herrn Dipl.-Ing. Christian Fischer Herrn Dipl.-Ing. Eberhard Gschwendtner und Herrn Dipl.-Ing. Marwan Younis für die vielen anregenden Diskussionen, die zum Entstehen dieser Arbeit beigetragen haben.

Weiterhin gilt mein Dank auch den von mir betreuten Studienarbeitern und Diplomanden für die von ihnen geleistete Arbeit, welche mich entlastete und so das Entstehen dieser Arbeit förderte.

Schließlich geht mein herzlicher Dank an meine Frau Dorothee. Sie hat mich in vielfältiger Weise unterstützt und mir den nötigen Rückhalt gegeben, der entscheidend zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat.

Karlsruhe, im Februar 2001

Dietmar Löffler



# Inhaltsverzeichnis

	Verzeichnis verwendeter Abkürzungen und Symbole .....	iv
<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Konforme Antennen.....	1
1.2	Anwendungen für konforme Antennen in Kommunikation und Sensorik.....	5
1.3	Aufgabenstellung und Lösungsansatz.....	6
<b>2</b>	<b>Zylinderkonforme Streifenleitungsantennen</b>	<b>9</b>
2.1	Funktionsweise von Streifenleitungsantennen.....	9
2.2	Speisung zylinderkonformer Streifenleitungsantennen.....	11
2.3	Mechanischer Aufbau konformer Streifenleitungsantennen.....	15
2.4	Modellierung aperturgekoppelter Streifenleitungsantennen.....	21
<b>3</b>	<b>Greensche Funktionen für zylindrische, mehrfach geschichtete Medien</b>	<b>23</b>
3.1	Zylindergeometrie.....	23
3.2	Feldbeschreibung .....	25
3.2.1	Einführung von Vektorpotentialen .....	28
3.2.2	Darstellung im Spektralbereich .....	30
3.3	Feldberechnung im Spektralbereich .....	32
3.3.1	Die Transfer-Matrix-Methode (TMM) .....	33
3.3.2	Schicht-Transfer-Matrizen (STM).....	35
3.3.3	Trennschicht-Transfer-Matrizen (TTM).....	37
3.3.4	Trennschichten mit Quellen (Erregungsschichten).....	39
3.4	Greensche Funktionen im Spektralbereich.....	40
3.4.1	Bedeutung der Greenschen Funktionen.....	40
3.4.2	Berechnungsschema.....	44
3.5	Eigenschaften der Greenschen Funktionen im Spektralbereich.....	46
3.5.1	Symmetrie.....	47
3.5.2	Polstellen .....	48
3.5.3	Asymptoten für $k_z \rightarrow \infty$ und / oder $m \rightarrow \infty$ .....	53
3.5.4	Fernfeld (Asymptoten für $r \rightarrow \infty$ ).....	55
3.6	Die Greensche Funktion im Raumbereich.....	56

<b>4</b>	<b>Erweiterung auf axial abgeschlossene zylindrische Strukturen</b>	<b>59</b>
4.1	Resonatorstrukturen .....	59
4.1.1	Koaxialresonator .....	60
4.1.2	Hohlraumresonator .....	61
4.2	Einschränkungen für aperturgekoppelte Antennen .....	62
<b>5</b>	<b>Analyse aperturgekoppelter Streifenleitungsantennen mit der Integralgleichungsmethode</b>	<b>64</b>
5.1	Einführung äquivalenter Flächenstromdichten .....	65
5.1.1	Äquivalente Flächenstromdichten auf Leitern .....	65
5.1.2	Äquivalente Flächenstromdichten in Aperturen .....	67
5.2	Einführung von Reflexionsfaktoren .....	68
5.2.1	Schlitzdiskontinuität in einer Streifenleitung .....	69
5.2.2	Modellierung der Speiseleitung .....	75
5.2.3	Dual polarisiertes Antennenelement .....	76
5.3	Integralgleichungen für eine aperturgekoppelte Antenne .....	78
5.4	Anwendung der Momentenmethode .....	81
5.5	Auswahl der Strombasisfunktionen .....	83
5.5.1	Entwicklungsfunktionen für die Stromdichteverteilung .....	86
5.5.2	Ortsverschiebung der Basisfunktionen .....	87
5.6	Berechnung der Reaktionsmatrizen .....	88
5.6.1	Auswertung der Matrixelemente im Raumbereich .....	90
5.6.2	Auswertung der Matrixelemente im Spektralbereich .....	91
5.7	Auflösen der Matrixgleichungen .....	93
5.8	Bestimmung der Impedanz- und Streumatrix .....	94
5.9	Bestimmung der Abstrahlcharakteristik .....	97
<b>6</b>	<b>Grundlagen des Entwurfs konformer Antennen</b>	<b>99</b>
6.1	Gewinn einer beliebig geformten strahlenden Apertur .....	100
6.1.1	Materialabhängige Verluste .....	101
6.1.2	Anpassungsverluste .....	102
6.1.3	Polarisationsverluste .....	102
6.1.4	Flächenausnutzung .....	103
6.1.5	Schwenkverluste .....	105
6.2	Einfluss der Krümmung auf die wirksame Apertur .....	105
6.2.1	Auswirkungen auf Flächenausnutzung $\eta_{Ap}$ .....	105
6.2.2	Auswirkungen auf das Schwenkverhalten .....	108

---

6.3	Elementabstand für konforme Gruppenantennen .....	109
<b>7</b>	<b>Entwurf und Messung konformer Einzelemente</b>	<b>112</b>
7.1	Startwerte für den Entwurf von Einzelstrahlern .....	112
7.2	Das $z$ -polarisierte Einzelement .....	113
7.3	Das $\phi$ -polarisierte Einzelement .....	117
<b>8</b>	<b>Zylinderkonforme Gruppenantennen</b>	<b>121</b>
8.1	Aufbau und Besonderheiten der Gruppenantenne .....	121
8.2	Omnidirektionale Richtcharakteristik .....	123
8.3	Gerichtete Abstrahlung und Schwenken der Charakteristik .....	125
8.3.1	Verfahren zur Belegungssynthese konformer Antennen .....	125
8.3.2	Synthese durch Projektion .....	126
8.3.3	Synthese mit Hilfe der Methode des kleinsten Fehlerquadrates .....	128
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>134</b>
<b>10</b>	<b>Literatur</b>	<b>137</b>
	<b>Anhang</b>	<b>154</b>
A 1	Asymptoten der Greenschen Funktionen im Spektralbereich .....	154
A 2	Anwendung des Reziprozitätstheorems .....	157
A 2.1	Das $\phi$ -polarisierte Patch .....	157
A 2.2	Das $z$ -polarisierte Patch .....	167
A 3	Berechnung der Reaktionsintegrale im Spektralbereich .....	175
A 3.1	Symmetrie der Funktionen .....	176
A 3.2	Symmetrie der Matrixelemente .....	178
A 3.3	Anmerkungen zur Auswertung der Matrixelemente .....	180
A 3.4	Auftretende Summen und Integrale .....	181

## Verzeichnis verwendeter Abkürzungen und Symbole

In dieser Arbeit wird zwischen komplexen und reellen Größen durch einen Unterstrich bei komplexen Größen unterschieden. Für einige Größen werden zur Unterscheidung Indizes benutzt, allerdings wird auf eine vollständige Angabe aller sich hieraus ergebenden Möglichkeiten verzichtet.

### Naturkonstanten

$c_0$	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum: $2.997\,925 \cdot 10^8$ m/s
$Z_0$	Wellenwiderstand des Vakuums: $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$
$\epsilon_0$	Dielektrizitätskonstante des Vakuums: $8.854 \cdot 10^{-12}$ As/(Vm)
$\mu_0$	Permeabilitätskonstante des Vakuums: $4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/(Am)

### Akronyme und Abkürzungen

AR	Achsenverhältnis bei zirkularer Polarisierung (engl. Axial Ratio)
LHCP	Linkshändige zirkulare Polarisierung (engl. Left Hand Circular Polarization)
MoM	Momentenmethode (engl. Method of Moments)
PTFE	Polytetrafluorethylen (Trivialname: Teflon)
RHCP	Rechtshändige zirkulare Polarisierung (engl. Right Hand Circular Polarization)
SDMA	Space Division Multiple Access, auch Space-Coding

### Mathematische Symbole und Abkürzungen

$\tilde{a}$	Fouriertransformierte
$\hat{n}$	allgemeiner Einheitsvektor, hier speziell Normalenvektor
$\frac{\partial}{\partial x}$	Partielle Ableitung nach der angegebenen Variablen, hier $x$
$\vec{a}$	Tensor

$\vec{a}$	Vektor
$(\dots)^a$	Adjungierte eines Ausdrucks
$(R, \vartheta, \phi)$	Koordinaten im Kugelkoordinatensystem
$(r, \phi, z)$	Koordinaten im Zylinderkoordinatensystem
$(x, y, z)$	Koordinaten im kartesischen Koordinatensystem
Div	Differentialoperator der Sprungdivergenz
div	Differentialoperator der Divergenz
e	Eulersche Zahl: 2.718 ...
exp	Exponentialfunktion
$E\{z\}$	vollständig elliptisches Integral zweiter Art, [Abr70, Abr84]
$F\{a,b;c;z\}$	hypergeometrische Funktion, [Abr70, Abr84]
$\Gamma(z)$	Gammafunktion, [Abr70, Abr84]
grad	Differentialoperator des Gradienten
$I_m(z)$	modifizierte Besselfunktion 1. Art der Ordnung $m$ , [Abr70, Abr84]
$\text{Im}\{\dots\}$	Imaginärteil
j	imaginäre Einheit $\sqrt{-1}$
$J_m(z)$	Besselfunktion 1. Art der Ordnung $m$ , [Abr70, Abr84]
$K_m(z)$	modifizierte Besselfunktion 2. Art der Ordnung $m$ , [Abr70, Abr84]
$\pi$	Kreiszahl: 3,142 ...
$\text{Res}\{\dots\}$	Residuum
$\text{Re}\{\dots\}$	Realteil
Rot	Differentialoperator der Sprungrotation
rot	Differentialoperator der Rotation
$T_n$	Tschebyscheff-Polynome 1. Art der Ordnung $n$ , [Bro89, Abr70, Abr84]
$U_n$	Tschebyscheff-Polynome 2. Art der Ordnung $n$ , [Abr70, Abr84]
[A]	Matrix
$[\cdot]^*$	konjugiert komplexer Ausdruck
$[\cdot]^T$	Transponierte eines Ausdrucks
$\infty$	Unendlich
$\propto$	Proportionalität
$\nabla$	Nablaoperator

## Kleinbuchstaben

$a$	Belegungsfunktion von Antennen
$a_m(k_z)$	Koeffizient zur Berechnung der Hilfspotentiale
$a_v$	Anregungskoeffizient des Leitungstores $v$ , $[a_v] = \sqrt{W}$
$b$	Ausbreitungskonstante einer Welle auf einer Streifenleitung, $[b] = 1/m$
$b_m(k_z)$	Koeffizient zur Berechnung der Hilfspotentiale
$b_v$	auslaufende Welle am Leitungstor $v$ , $[b_v] = \sqrt{W}$
$c_m(k_z)$	Koeffizient zur Berechnung der Hilfspotentiale
$d$	Elementabstand in Gruppenantennen, $[d] = m$
$d_i$	Dicke der Substratschicht $i$ , $[d_i] = m$
$d_m(k_z)$	Koeffizient zur Berechnung der Hilfspotentiale
$\vec{e}_x, \vec{e}_y$	Einheitsvektoren, hier in x- bzw. y-Richtung
$e$	normierte transversale elektrische Feldstärke einer ebenen Welle, $[e] = V/m$
$err$	Fehlerfunktion
$f$	allgemeine Funktion
$f$	Frequenz, $[f] = Hz$
$f_c$	Cut-Off-Frequenz eines Hohlleiters, $[f_c] = Hz$
$h$	Höhe des Antennenzyllinders, $[h] = m$
$h$	normierte transversale magnetische Feldstärke einer ebenen Welle, $[h] = A/m$
$i$	Laufindex
$j$	Laufindex
$k$	Laufindex
$k$	Wellenzahl, Wellenzahlvektor, $[k] = 1/m$
$k_0$	Wellenzahl im Vakuum, $[k_0] = 1/m$
$k_z$	Wellenzahl, Wellenzahlvektor in z-Richtung, $[k_z] = 1/m$
$\ell$	Länge, $[\ell] = m$
$l$	Laufindex

---

$m$	Summationsindex bei Fouriertransformierten von periodischen Funktionen
$n$	Brechungsindex
$\hat{n}$	Normalenvektor
$p$	Laufindex
$q$	Laufindex
$\vec{r}$	allgemeiner Ortsvektor, unabhängig vom Koordinatensystem
$r$	Radius im zylindrischen Koordinatensystem, $[r] = \text{m}$
$r^I$	fester Radius, hier Außenradius der 1. Dielektrikumsschicht, $[r^I] = \text{m}$
$s$	Sockelhöhe bei Amplitudenbelegungen von Antennen
$t$	Zeit, $[t] = \text{s}$
$w$	Breite (Weite), $[w] = \text{m}$
$w$	Gewichtsfunktion
$x$	Koordinate in kartesischen Koordinaten, $[x] = \text{m}$
$y$	Koordinate in kartesischen Koordinaten, $[y] = \text{m}$
$z$	Höhe in kartesischen und zylindrischen Koordinaten, $[z] = \text{m}$

## Großbuchstaben

$A$	Fläche, $[A] = \text{m}^2$
$A$	magnetisches Vektorpotential, $[A] = \text{V s m}^{-1}$
$B$	magnetische Flussdichte (Induktion), $[B] = \text{V s m}^{-2}$
$C$	Koppelmatrix des Momentenmethode-Gleichungssystems
$C$	Richtcharakteristik
$D$	Durchmesser oder Ausdehnung, $[D] = \text{m}$
$D$	elektrische Verschiebungsdichte, $[D] = \text{A s m}^{-2}$
$D$	Richtfaktor (Directivity)
$D_i$	dielektrische Schicht (Lage) Nummer $i$
$E$	Elastizitätsmodul, $[E] = \text{N/m}^2$
$E$	elektrische Feldstärke, $[E] = \text{V/m}$
$F$	elektrisches Vektorpotential, $[F] = \text{A s m}^{-1}$

G	Gewinn
G	spezielle Greensche Funktion, Hochindex kennzeichnet Quelle und Senke
GF	allgemein Greensche Funktion
$H$	magnetische Feldstärke, $[H] = \text{A/m}$
I	Koeffizientenvektor der Moden auf dem Patchelement
$J$	elektrische Stromdichte, $[J] = \text{A/m}^2$
$J_F$	elektrische Flächenstromdichte, $[J_F] = \text{A/m}$
L	Längsmode
$M$	magnetische Stromdichte, $[M] = \text{V/m}^2$
$M_F$	magnetische Flächenstromdichte, $[M_F] = \text{V/m}$
$N$	Anzahl der dielektrischen Schichten der Antennenstruktur
$N$	Anzahl der Patchelemente der Antenne, auch mit Tiefindex
$N$	inverse Quellmatrix
$O$	Offset, $[O] = \text{m}$
$P$	Leistung, $[P] = \text{W}$
$Q$	Güte
$Q$	Quellmatrix
$Q$	Quermode
$R$	Radius in sphärischen Koordinaten, $[R] = \text{m}$
$S$	Schicht-Transfer-Matrix
$S$	Streumatrix
$S$	Strombasisfunktion
$S_{ik}$	Streuparameter
$T$	Koppelmatrix des Momentenmethode-Gleichungssystems
$T$	Transmissionsfaktor
$T$	Trennschicht-Transfer-Matrix
$U$	Umfang, $[U] = \text{m}$
$U_m$	mittlerer Umfang, $[U_m] = \text{m}$
$V$	Koeffizientenvektor der Moden im Koppelschlitz
$X$	Hilfspotential

$Y$	Admittanzmatrix des Momentenmethode-Gleichungssystems
$Y$	Hilfspotential
$Z$	Impedanzmatrix des Momentenmethode-Gleichungssystems
$Z_L$	Wellenwiderstand einer Leitung, $[Z_L] = \Omega$
$Z_S$	Schlitzimpedanz, $[Z_S] = \Omega$

## Griechische Buchstaben

$\alpha_m$	Koeffizient zur Berechnung der Hilfspotentiale
$\beta$	Ausbreitungskonstante einer Welle auf einer Streifenleitung, $[\beta] = 1/m$
$\beta_m$	Koeffizient zur Berechnung der Hilfspotentiale
$\delta$	Dirac Delta-Funktion
$\Delta f$	Bandbreite, $[\Delta f] = \text{Hz}$
$\Delta\phi$	Winkelinkrement, Abstand der Patchelemente beim zylindrischen Array, $[\Delta\phi] = \text{rad}$
$\delta_m$	Koeffizient zur Berechnung der Hilfspotentiale
$\Delta v$	Reaktion des anregenden tangentialen Modenfeldes in der Koppelapertur mit den zugehörigen Basisfunktionen
$\Delta z$	Streckeninkrement, Abstand der Patchelemente beim zylindrischen Array, $[\Delta z] = m$
$\epsilon$	Dielektrizitätskonstante, Permittivität: $\underline{\epsilon} = \epsilon_0 \underline{\epsilon}_r$
$\epsilon_r$	relative Dielektrizitätszahl, Permittivitätszahl
$\epsilon_r''$	Imaginärteil der relativen Dielektrizitätszahl $\epsilon_r = \epsilon_r' - j \epsilon_r''$
$\epsilon_r'$	Realteil der relativen Dielektrizitätszahl $\epsilon_r = \epsilon_r' - j \epsilon_r''$
$\phi$	Azimutwinkel im zylindrischen und sphärischen Koordinatensystem, $[\phi] = \text{rad}$
$\Gamma$	Reflexionsfaktor
$\gamma_m$	Koeffizient zur Berechnung der Hilfspotentiale
$\gamma_r$	radiale Ausbreitungskonstante, $[\gamma_r] = 1/m$
$\eta$	Wirkungsgrad
$\vartheta$	Elevationswinkel in sphärischen Koordinaten, $[\vartheta] = \text{rad}$
$\kappa$	elektrische Leitfähigkeit, $[\kappa] = \text{S/m}$

$\lambda$	Wellenlänge, $[\lambda] = \text{m}$
$\lambda_g$	Wellenlänge innerhalb einer Leiterstruktur (engl. guided wavelength), $[\lambda_g] = \text{m}$
$\mu$	Permeabilität: $\underline{\mu} = \mu_0 \mu_r$
$\mu_r''$	Imaginärteil der relative Permeabilitätszahl $\mu_r = \mu_r' - j \mu_r''$
$\mu_r$	relative Permeabilitätszahl
$\mu_r'$	Realteil der relative Permeabilitätszahl $\mu_r = \mu_r' - j \mu_r''$
$v$	Laufindex
$v_1, v_2$	allgemeine orthogonale Koordinaten
$\rho$	aus der radialen Ausbreitungskonstanten $\gamma_r$ abgeleitete, einheitenfreie Größe
$\rho$	Polarisationsrichtungsvektor
$\rho_e$	elektrische Raumladungsdichte, $[\rho_e] = \text{A s m}^{-3}$
$\rho_{Fe}$	elektrische Flächenladungsdichte, $[\rho_{Fe}] = \text{A s m}^{-2}$
$\rho_{Fm}$	magnetische Flächenladungsdichte, $[\rho_{Fm}] = \text{V s m}^{-2}$
$\rho_m$	magnetische Raumladungsdichte, $[\rho_m] = \text{V s m}^{-3}$
$\tau$	Zeit, $[\tau] = \text{s}$
$\Omega$	Raumwinkel, $[\Omega] = \text{sr}$
$\omega$	Kreisfrequenz (Winkelgeschwindigkeit) $\omega = 2 \pi f$
$\Psi$	allgemeines Potential

## Hochindizes

(e)	kennzeichnet eingeprägte Größe
(f)	kennzeichnet Formfunktion
A	kennzeichnet Asymptote
EJ	kennzeichnet Greensche Funktion, welche die elektrische Feldstärke E aus einer (als Quelle wirkenden) elektrischen Flächenstromdichte J beschreibt, $[G^{EJ}] = \text{V A}^{-1} \text{m}^{-2}$
EM	kennzeichnet Greensche Funktion, welche die elektrische Feldstärke E aus einer (als Quelle wirkenden) magnetischen Flächenstromdichte M beschreibt, $[G^{EM}] = \text{m}^{-2}$

HJ	kennzeichnet Greensche Funktion, welche die magnetische Feldstärke H aus einer (als Quelle wirkenden) elektrischen Flächenstromdichte J beschreibt, $[G^{HJ}] = \text{m}^{-2}$
HM	kennzeichnet Greensche Funktion, welche die magnetische Feldstärke H aus einer (als Quelle wirkenden) magnetischen Flächenstromdichte M beschreibt, $[G^{HM}] = \text{A V}^{-1} \text{m}^{-2}$
i i'	kennzeichnet bei Greenschen Funktionen Radius der Schicht der Senke i und Radius der Quellschicht i'
i	kennzeichnet Größen an Trennflächen (Außenradius der Schicht i)
inc	kennzeichnet normierte tangentielle magnetische Feldstärkekomponente
L	kennzeichnet Größen auf der Speiseleitung
n	kennzeichnet normierte Größe
P	kennzeichnet Größen auf dem Patchelement
S	kennzeichnet Größen im Koppelschlitz
T	kennzeichnet Tschebyscheff-förmige Basisfunktionen

## Tiefindizes

Ap	kennzeichnet Größen, die auf die (Antennen-) Apertur bezogen sind
$\epsilon, \mu$	kennzeichnet Materialparameter der Trennschicht-Transfer-Matrizen
Ele	kennzeichnet eine (Patch-) Element bezogene Größe
F	kennzeichnet flächenbezogene Größen
HPBW	Halbwertsbreite ( <i>engl. Half Power Beam Width</i> )
i	kennzeichnet Größen innerhalb der (Dielektrikums-) Schicht i
R, $\vartheta, \phi$	kennzeichnet Vektorkomponenten in sphärischen Koordinaten
r, $\phi, z$	kennzeichnet Vektorkomponenten in zylindrischen Koordinaten wie auch Komponenten der Greenschen Funktion
tan	kennzeichnet Tangentialkomponente eines Vektors
x, y, z	kennzeichnet Vektorkomponenten in kartesischen Koordinaten

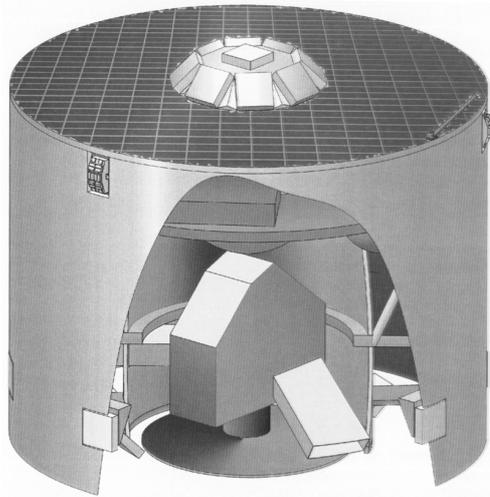


# 1 Einleitung

## 1.1 Konforme Antennen

Der Begriff *konform* stammt vom lateinischen *conformis* "gleichförmig, ähnlich" aus *con-* "mit, zusammen" und *forma* "Form, Gestalt" und bedeutet "übereinstimmend, gleichgesinnt" [Kna82, Geo76]. In der deutschen Sprache wird der Begriff vor allem in der übertragenen Bedeutung verwendet, während er im englischen Sprachraum auch anschaulich praktische Verwendung findet. So bedeutet *conform* laut [Kla79] "anpassen" bzw. "sich anpassen an", die Umschreibung im Standardwörterbuch der USA [Web96] lautet "to give the same shape, outline, or contour to". Es ist diese anschauliche Bedeutung des Wortes *konform*, die gemeint ist, wenn von *konformen Antennen* gesprochen wird. Gemeint sind immer Antennen, die sich der Form bzw. der Oberfläche des jeweiligen mechanischen Trägers anpassen.

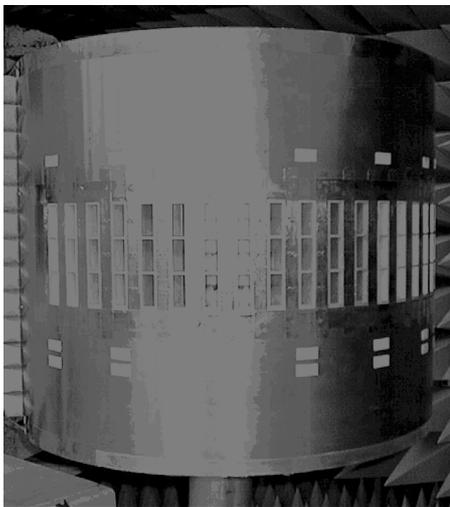
Eine nähere Betrachtung der Literatur über Antennen zeigt nun, dass diese mechanische Anpassung, in Abhängigkeit von der Oberflächenform, enger oder weiter ausgelegt werden kann. Die weiteste Auslegung ist zugleich die älteste und findet sich in [Fub55], der ersten Veröffentlichung zu Streifenleitungsantennen (siehe Kapitel 2). Es wird dort von einer direkt gespeisten Streifenleitungsantenne berichtet, die planar aufgebaut ist, und sich von ihren Materialeigenschaften her an die Oberfläche eines Trägers, die auch gekrümmt sein darf, anschmiegt. Diese *potentiell konformen* Antennen finden sich bis heute an vielen Stellen in der Literatur wieder [Jam81, Jam89, Wan96, Dur99, Mac00]. Diesen Antennen liegt die gleiche weitreichende Definition zu Grunde, dass eine Antenne, die sich aufgrund ihrer mechanischen Eigenschaften an planaren oder gekrümmten Oberflächen formschlüssig montieren lässt, eine konforme Antenne ist. Wird dieser Gedanke zu Ende gedacht, so ist jede planare Antenne mit endlicher Ausdehnung konform, was einer abgrenzenden Definition für konforme Antennen zuwiderläuft. Im Rahmen dieser Arbeit wird deshalb eine engere Definition verwendet, die nur Antennen berücksichtigt, die tatsächlich auf nicht planaren Oberflächen angebracht sind und dort arbeiten.



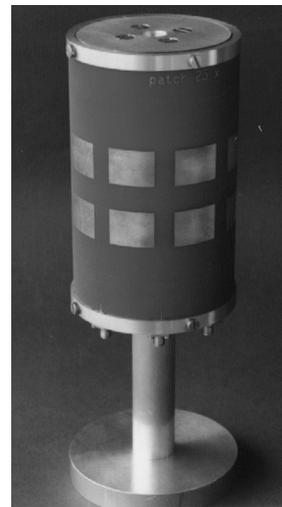
**Bild 1.1** Skizze des Forschungssatelliten DIVA, der eine konforme Antenne aus 26 über die Oberfläche verteilten, zirkular polarisierten lokal planaren Einzel-elementen trägt [Löf99/3]



**Bild 1.2** Ansicht einer konformen GNSS-2 Bodensegmentantenne, die aus 27 zirkular polarisierten, lokal planaren Einzel-elementen besteht [Löf99/5]



**Bild 1.3** Konforme Versuchsantenne, die aus 18x3 linear polarisierten Einzelstrahlern besteht [Jos99]



**Bild 1.4** Konforme HiperLAN-Antenne, die aus 8x2 linear polarisierten, zylinderkonformen Einzelelementen besteht [Löf99/1]

Diese engere Definition einer konformen Antenne beinhaltet zwei große Untergruppen: Die *lokal planaren konformen Antennen* und die *konformen Antennen auf gekrümmten Oberflächen* mit den Sonderfällen der zylindrischen und der sphärischen

Antennen. In den Bildern 1.1 bis 1.4 sind exemplarisch einige Vertreter dieser beiden Untergruppen dargestellt, die zeigen, wie viele verschiedene Formen, verschiedene verwendbare Strahlertypen, verschiedene Anwendungen und verschiedene Gründe es zum Aufbau einer konformen Antenne gibt.

Bild 1.1 zeigt die Skizze des geplanten deutschen Forschungssatelliten DIVA (Deutsches Interferometer für Vielkanalphotometrie und Astrometrie), der die Lage, die Größe und das Spektrum der Sterne vermessen soll. Seine Antenne muss einen Raumwinkelbereich von  $4\pi$  sr bedecken, so dass eine Datenübertragung zur Erde aus jeder Lage des Satelliten möglich ist. Die Antenne besteht aus lokal planaren Schlitzspiralen, welche in drei Gruppen am Satellit angeordnet sind [Löf97/1, Löf98/2, Löf99/3, Löf99/4]. Die obere Hemisphäre wird nahezu vollständig von den neun in der Mitte der Solarzellen in Form eines Kegels angeordneten Elementen bedeckt. Ein Gürtel aus acht Elementen, von denen zwei am rechten und linken Rand des Ausbruchs in Bild 1.1 zu sehen sind, deckt einen  $45^\circ$  breiten Streifen entlang des Äquators ab. Der Rest der unteren Hemisphäre wird durch geneigte Elemente an der Unterseite, angeordnet ähnlich denen an der Oberseite, jedoch unter Berücksichtigung der für den Thermalhaushalt des Satelliten notwendigen Kühlflächen, bedeckt.

Die Ansicht einer konformen Antenne für das mobile Bodensegment des zukünftigen, ersten kommerziell betriebenen Satellitennavigationssystems GNSS-2 (Global Navigation Satellite System) ist in Bild 1.2 dargestellt [Löf97/4, Gsc98/1, Gsc98/2, Löf99/5]. Dieses Ergebnis einer Studie zeigt die Möglichkeit mit Hilfe einer konformen Antenne einen Winkelbereich von  $360^\circ$  im Azimut und von  $100^\circ$  in der Elevation, die vom Zenit bis zu  $10^\circ$  unter den Horizont reichen, mit einem Gewinn von mindestens 10 dBi durch eine Antenne moderater Größe zu bedecken. Die abgebildete Antenne arbeitet bei 5 GHz und besitzt am Boden einen maximalen Durchmesser von 236 mm sowie eine Höhe von 108 mm, ohne die in Bild 1.2 sichtbare Halterung. Die Antenne besteht aus 27 einzeln ansteuerbaren Elementen, von denen 22 in zwei mit unterschiedlichem Winkel zur Horizontalen geneigten Ringen zu je 11 Elementen angeordnet sind. Die restlichen fünf Elemente finden sich kreuzförmig angeordnet auf dem horizontalen Dach der Anordnung.

Bild 1.3 zeigt eine konforme Versuchsantenne, die bei 5.7 GHz arbeitet und deren Form an die Vorderkante einer Flugzeugtragfläche erinnert [Per99, Jos99]. Sie besitzt an der Stelle ihrer stärksten Krümmung einen Radius von 230 mm. Die 54 Einzelelemente, die bei dieser Antenne offene Standard-Rechteckhohlleiter sind, wurden in drei Reihen zu je 18 Elementen angeordnet. Im Gegensatz zu den beiden bisher in

den Bildern 1.1 und 1.2 gezeigten Antennen, befinden sich die Strahlerelemente hier nicht auf lokal ebenen Plattformen, sondern sind direkt in die gekrümmte Oberfläche integriert.

Die zylinderkonforme Antenne in Bild 1.4 ist für den Einsatz in der drahtlosen Datenübertragung bei 5.2 GHz bestimmt. Sie besitzt einen Durchmesser von 90 mm und eine Höhe von 140 mm (ohne Fuß). Die entstehende Strahlerstruktur ist, wie bereits bei der Antenne in Bild 1.3, in die gekrümmte Oberfläche integriert, besitzt jedoch im Gegensatz zur dortigen Antenne einen relativ kleinen Krümmungsradius von  $0.8 \lambda_0$ . Als Strahler selbst werden aperturgekoppelte, linear polarisierte Streifenleitungsantennen verwendet, wobei die 16 Einzelemente zu acht  $1 \times 2$  Untergruppen kombiniert sind, deren Halbwertsbreite in Elevationsrichtung  $40^\circ$  beträgt. Die Möglichkeiten der Strahlformung im Azimut reichen von omnidirektionaler Charakteristik bis hin zu gebündelter Strahlung mit  $40^\circ$  Halbwertsbreite in jede beliebige azimutale Richtung und können durch elektronische Einstellung geeigneter Anregungskoeffizienten an den acht Eingängen der Untergruppen erfolgen (vgl. Kapitel 8).

Die vier, hier dargestellten Formen von konformen Antennen erheben keinen Anspruch auf Vollständigkeit, lassen jedoch die Vielfalt an möglichen Geometrien für Antennen erahnen. In der Literatur finden sich unter anderem Zylinder [Kiu96, Hol74, She74, Gre74, Mai99], Kugeln [Das91, Tam91, Rib97], Kegel [Des92, Bia96, Vou98, Gob74, Vil74], aber auch komplexere Formen wie Rotationsparaboloid und parabolische Zylinder [Ame98, Rib97]. Ebenso groß ist die Vielfalt an Strahlertypen für konforme Antennen. Sie reicht von flachen Streifenleitungsantennen [Won99], Spiralen [Nak99], Schlitzantennen [Pap92, Tam98] über Hornantennen und offenen Hohlleitern [Ste77, Bal74, Ger99], bis hin zu Vivaldi-Antennen [Guy99] mit Bautiefen von mehreren Wellenlängen.

Im Unterschied zur Vielfalt bei den Realisierungen gibt es für den Mehraufwand bei der Entwicklung und Fertigung einer konformen Antenne, im Vergleich zu planaren Antennen, zwei wesentliche Argumente:

- *Formschlüssigkeit* der Antenne ist der erste Grund. Die Forderung kann in der Praxis verschiedene Ursachen haben. So ist für Anwendungen in der Luftfahrt die aerodynamische Form der Außenhaut des Fluggerätes wichtig und dennoch müssen dort Antennen untergebracht werden. Bei Kraftfahrzeugen soll die Antenne erstens aus ästhetischen Gründen unsichtbar sein, zweitens ist eine nicht sichtbare Antenne vor Zerstörung durch Vandalismus geschützt. Die Forderung nach Formschlüssigkeit und damit Unsichtbarkeit kann aber auch nichttechnische Ur-

sachen wie z. B. den Denkmalschutz haben. Dies zeigt die Entwicklung speziell gestalteter Basisstationsantennen für den Mobilfunk der Firma KATHREIN [KAT97].

- Das Erzielen einer *speziellen Strahlungscharakteristik* ist der zweite Grund. Hier zeigen sich die Vorteile einer an das Problem angepassten Geometrie, wenn zum Beispiel ein azimuthaler Schwenkbereich von  $360^\circ$  für Basisstationen gefordert wird, oder wenn ein Schwenkbereich von  $360^\circ$  im Azimut verbunden mit einem Bereich vom Zenit bis zum Horizont in Elevation für mobile Satellitenterminals spezifiziert wird. Hier haben Zylinder- bzw. Kugelgeometrien natürliche Vorteile gegenüber planaren Antennen.

## 1.2 Anwendungen für konforme Antennen in Kommunikation und Sensorik

Die vier in den Bildern 1.1 bis 1.4 dargestellten Antennen zeigen jedoch nicht nur einen Teil der Vielfalt an geometrischen Formen und Strahlertypen, sie zeigen darüber hinaus auch einen - wenn auch nicht repräsentativen - Querschnitt durch die Anwendungen für konforme Antennen. Auf Kleinsatelliten können sie für Kommunikationsverbindungen mit besonderen Anforderungen an die Datenrate und den Bedeckungsbereich, wie es z. B. bei DIVA der Fall ist, genutzt werden, auf Erdbeobachtungssatelliten in niedrigen Umlaufbahnen dienen sie zur Formung spezieller Richtcharakteristiken [ESA98]. In weniger großen Höhen sind weitere Nutzer von konformen Antennen anzutreffen [Cip81, Gre97, Lee95, San78, Tho99, Sch99, Hol00]. Flugkörper und Flugzeuge besitzen eine Vielzahl an Kommunikations-, Navigations- und Radarantennen, ein Verkehrsflugzeug vom Typ McDonell Douglas MD-80 beispielsweise allein 20 Antennen für Navigationssysteme [Per96], die alle aus elektromagnetischen Gründen außen am Rumpf angebracht werden müssen. Die Oberflächenform an den jeweiligen Einbauorten kann jedoch nicht von der Antenne bestimmt werden, sondern wird durch die aerodynamischen Erfordernisse vorgegeben. Am Boden steigt die Zahl von Anwendungen konformer Antennen weiter an. Bei mobilen Bodenstationen moderner Satellitenkommunikations- und Satellitennavigationsdienste wie INMARSAT oder GNSS-2 herrscht ebenfalls Bedarf an konformen Antennen, wenn bei einem Bedeckungsbereich von mehr als einer Hemisphäre eine elektronisch nachführbare Antenne mit hohem Gewinn benötigt wird [Bem95, San94]. Weiterhin ist nicht nur bei Flugzeugen die Oberflächenform vorgegeben,

auch bei Kraftfahrzeugen ist dies in der Regel der Fall, wenn auch mehr aus Design-Gründen, denn aus aerodynamischen Überlegungen. Trotzdem sollen auch hier Antennen für Radarsysteme, wie intelligente Tempomaten ACC (Automatic Cruise Control), "pre-crash detection" für das Auslösen von Air-Bags bei Seitenaufprall, Fahrbahnranddetektion und Einparkhilfen, Antennen für Kommunikationssysteme, vom UKW-Radio über D-, E- und UMTS-Mobilfunknetz bis hin zu DAB und Satellitenfernsehen (ASTRA), sowie Navigationssysteme, wie GPS oder zukünftig GNSS-2, integriert werden [Aus93]. Nicht zuletzt die mobile Vernetzung hält Anwendungen für konforme Antennen bereit, sei es im Rahmen von Antennen für LAN oder für Mobilfunk.

### 1.3 Aufgabenstellung und Lösungsansatz

Aus diesen aktuellen und zukünftigen Anwendungen lassen sich einige generelle Schlüsse ziehen und Forderungen für den Aufbau konformer Antennen ableiten.

- Mit Ausnahme des Einsatzes am Kraftfahrzeug werden vor allem (elektronisch steuerbare) Gruppenantennen zum Einsatz kommen, um die Anforderungen an Flexibilität, Richtcharakteristik und Gewinn zu befriedigen. Da die Polarisation der verschiedenen Systeme höchst unterschiedlich ist, sie reicht von linearer Polarisation bei terrestrischen Kommunikationssystemen über zirkuläre Polarisation bei Satellitenverbindungen bis hin zu dualer Polarisation bei vielen Radarsystemen, müssen die Einzelelemente der Antennen in der Lage sein, *dual orthogonale Polarisation* abzustrahlen.
- Abgesehen von einigen (militärischen) Breitbandsystemen, lässt sich die *Bandbreite* der Systeme *im Bereich zwischen einigen Prozent und wenigen zehn Prozent* eingrenzen.
- Die meisten Systeme, abgesehen z. B. vom UKW-Radio, sind im *Frequenzbereich zwischen 1 GHz bis zu einigen 10 GHz* angesiedelt.
- Mit Ausnahme von wenigen Spezialfällen, wie z. B. Flugzeugnasen, sind die Integrationsorte der Antennen *einfach gekrümmte Flächen*.
- Für alle Entwicklungen, so auch hier für Systeme mit konformen Antennen, wird von den Herstellern die Forderung nach einer *kostengünstigen Fertigungsmöglichkeit* erhoben. Sie vervollständigt somit die obige Liste.

Im Hinblick auf diese Forderungen stellen Streifenleitungsantennen einen vielversprechenden Ansatz zum Aufbau konformer Antennen dar. Nicht nur, dass der fragliche Frequenzbereich wie maßgeschneidert für diese Art von Antennen passt, auch die notwendigen Bandbreiten sollten je nach Aufbau und Speisetechnik, von Streifenleitungsantennen mit vertretbarem Aufwand erreicht werden können. Weiterhin stellt das Erzeugen zweier orthogonaler Polarisationen für diese Klasse von Antennen zumindest im Planaren kein Problem dar. Die Trumppfarten dieser Antennen sind aber die geringen Herstellungskosten, die insbesondere bei großen Stückzahlen durch keine andere Technologie erreicht werden können.

Das Ziel dieser Arbeit ist es nun, die erfolgreichen Konzepte zum Aufbau planarer breitbandiger, dual polarisierter Streifenleitungsantennen, wie sie z. B. in [Ros96] beschrieben sind, auf konforme, speziell auf zylinderkonforme Geometrien zu übertragen. Da die Qualität von Streifenleitungsantennen, die sich einerseits in der Bandbreite und andererseits in den strahlungsseitigen Daten der Antenne widerspiegelt, wesentlich vom Aufbau und von der ausgewählten Speisetechnik bestimmt wird, kommt diesen beiden Punkten besondere Bedeutung zu. Die Zylindergeometrie ermöglicht es den Einfluss der Krümmung auf die einzelnen Parameter der Antenne im Detail zu studieren und stellt darüber hinaus eine für viele praktisch relevante Anwendungen geeignete Geometrie dar.

Die Umsetzung dieses Ziels erfordert, neben dem Entwurf einer geeigneten Aufbau-technik für die zylinderkonforme Antenne, die mathematische Modellierung der Struktur zur Analyse der Antennendaten. Aufgrund der Komplexität dieses Modells wird zusätzlich ein einfaches Entwurfsmodell zur Abschätzung der Abstrahlcharakteristik benötigt, da bei konformen Gruppenantennen, anders als im Planaren, das multiplikative Gesetz aus Gruppenfaktor und Elementfaktor so nicht anwendbar ist.

Die Arbeit folgt schrittweise der Lösung der gestellten Aufgabe und lässt sich in zwei große Teile gliedern. Im ersten Teil, den Kapiteln 2 bis 5, wird die Modellierung und der Aufbau der Antenne vorgestellt. Zunächst werden in Kapitel 2 die zylinderkonformen Streifenleitungsantennen eingeführt und die verschiedenen Speisetechniken verglichen. Hier wird bereits sichtbar, dass das Konzept der Aperturkopplung auch im Konformen wesentliche Vorteile gegenüber den anderen Speisearten besitzt. Als Grundlage für die Modellierung der Antenne mit der Integralgleichungsmethode werden danach im Kapitel 3 die dyadischen Greenschen Funktionen der aperturgekoppelten zylinderkonformen Antenne im Spektralbereich hergeleitet und in Kapitel 4 zur Analyse der Struktur verwendet. Im Kapitel 5 dieser Arbeit wird dann erst-

malig die Analyse einer konformen, dual polarisierten, aperturgekoppelten Streifenleitungsantenne mit der Integralgleichungsmethode durchgeführt. Hierzu wird, ebenfalls erstmalig in dieser Arbeit, die aus dem planaren bekannte Anwendung des Reziprozitätstheorems und die damit verbundene Einführung von Reflexionsfaktoren auf der Speiseleitung zur Vermeidung einer zeitintensiven Modellierung der Stromverteilung auf der Zuleitung, im Zylinderkonformen für beide Polarisierungen durchgeführt.

An diesen ersten, vorwiegend der theoretischen Analyse gewidmeten Teil, schließt sich der mehr der Praxis zugewandte, zweite Teil mit den Kapiteln 6 bis 8 an. Ziel ist es dort, neben der Verifikation der Theorie aus dem ersten Teil, einen Leitfaden zum Entwurf dieser Antennen vorzustellen und die letztendlich erreichte Leistungsfähigkeit zu präsentieren. Kapitel 6 startet deshalb mit einem neuartigen, allgemein gültigen Entwurfsmodell, das über die zylindrische Struktur hinaus auf nahezu beliebig geformte konforme Antennen anwendbar ist. Das sich anschließende Kapitel 7 nimmt die so gewonnenen Erkenntnisse auf und wendet sich speziell dem Aufbau der Einzelelemente zu. Hier werden, erstmalig in dieser Arbeit, messtechnische Ergebnisse für beide lineare Polarisierungen zylinderkonformer aperturgekoppelter Einzelelemente vorgestellt und analysiert. Kapitel 8 schließlich zeigt den Aufbau von Gruppenantennen, sowie die für die Anregung dieser Antennen wesentliche Synthese der Belegung. Neben verschiedenen Syntheseverfahren ist dort die erreichte Leistungsfähigkeit, wo immer möglich auch in messtechnischer Form, dokumentiert.

## 2 Zylinderkonforme Streifenleitungsantennen

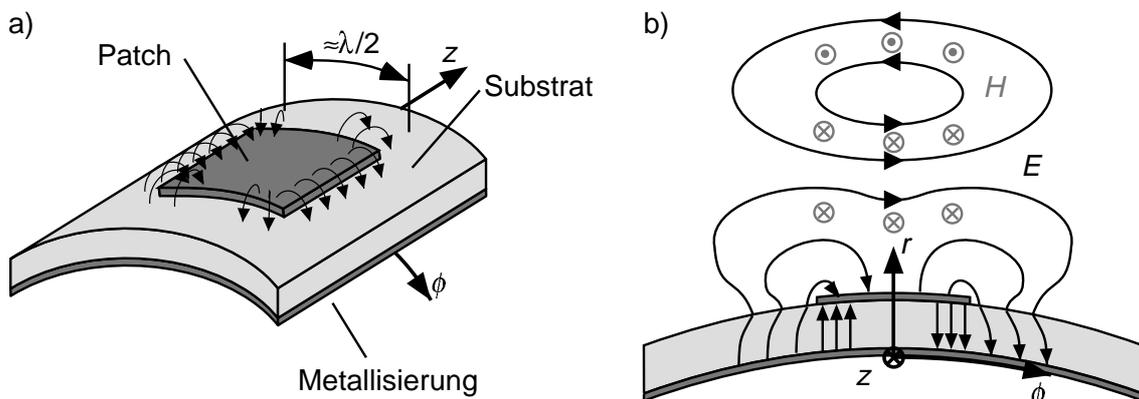
Streifenleitungsantennen besitzen gegenüber anderen Strahlertypen eine Reihe von Vorteilen hinsichtlich Platzbedarf, einfacher Herstellung und mechanischer Verformbarkeit, die sie für Anwendungen in konformen Antennen interessant machen. Darüber hinaus sollten sie jedoch eine große Bandbreite besitzen und zwei orthogonale Polarisierungen abstrahlen können. Um diesen Anforderungen gerecht zu werden, bedarf es einer sehr sorgfältigen Auswahl sowohl des Aufbaus der verwendeten Microstrip-Patch Elemente selbst, als auch der Technik, diese zu speisen.

Das vorliegende Kapitel geht nach einer kurzen Beschreibung der prinzipiellen Funktionsweise von Streifenleitungsantennen auf die vier am weitesten verbreiteten Möglichkeiten der Speisung solcher Elemente ein. Die strukturbedingten Vor- und Nachteile, die sich aufgrund des jeweils notwendigen mechanischen Aufbaus für die elektrischen Parameter Bandbreite und Polarisierung ergeben, werden diskutiert. Der Vergleich zeigt die Vorteile aperturgekoppelter Microstrip-Patch-Elemente auf der Basis niederpermittiver Schaum-Substratmaterialien. Weiterhin werden wesentliche Fragen des mechanischen Aufbaus zylinderkonformer aperturgekoppelter Antennen beleuchtet, da, anders als im planaren Fall, die zur elektrischen Funktion notwendigen Teile nach dem Ätzprozess zusätzlich mechanisch verformt werden müssen.

### 2.1 Funktionsweise von Streifenleitungsantennen

Streifenleitungsantennen bestehen im einfachsten Fall aus einer resonanten, z. B. rechteckförmigen Kupferfläche (*Patch*), die nach Bild 2.1 auf einem dielektrischen Substrat über einer leitenden Grundfläche aufgebracht ist. Für den Betrieb im Grundmode, der im Folgenden immer vorausgesetzt wird, beträgt die Abmessung des Patches in Resonanzrichtung (in Bild 2.1a die  $\phi$ -Richtung) ungefähr eine halbe Wellenlänge. Für nicht zu dicke Substratmaterialien besitzt die elektrische Feldstärke im Dielektrikum zwischen Patch und Massemetallisierung nur eine  $r$ -Komponente. An den Patchkanten kommt es zur Ausbildung von Streufeldern, die um so ausgeprägter sind, je dicker das verwendete Substratmaterial und je geringer seine Permittivität ist. Die Felder treten soweit aus dem Dielektrikum aus, dass sich ein Teil davon als Welle ab-

lösen kann. An den Längskanten löschen sich die vorhandenen Feldstärkeanteile gegenseitig aus, so dass es hier zu keiner Abstrahlung kommt, während sich an den gegenphasig erregten Querkanten des Patches die (in Bild 2.1b  $\phi$ - und  $r$ -gerichteten) elektrischen Feldstärkekomponenten konstruktiv überlagern. Ein einfaches Modell wie das Resonator-Modell [Heb93] beschreibt dieses Phänomen durch magnetische Quellen an genau diesen Kanten. Die Abstrahlung des im Grundmode betriebenen Patch-Elements erfolgt vorwiegend in radialer Richtung, wobei die abgestrahlte Welle parallel zur Längskante des Patches linear polarisiert ist.



**Bild 2.1** Prinzipieller Aufbau und Funktion einer Streifenleitungsantenne auf einer zylindrischen Oberfläche, a) in  $\phi$ -Richtung polarisiertes Microstrip-Patch-Element, b) radialer Schnitt mit Wellenablösung

Die Resonatortheorie liefert weiterhin einen einfachen Zusammenhang zwischen den Materialparametern und der Bandbreite. Die Felder werden umso mehr im Resonator festgehalten, je höher die Permittivität des Substratmaterials und je dünner dieses ist. Bei hochwertigen Substratmaterialien (geringe ohmsche und dielektrische Verluste) führt dies zur Speicherung erheblicher reaktiver Energie zwischen dem Patch und der Massemetallisierung, was eine hohe Resonatorgüte und damit eine geringe Bandbreite zur Folge hat. Deshalb sollte zur Erzielung eines guten Strahlungswirkungsgrades das verwendete Substratmaterial eine möglichst niedrige Permittivität sowie eine nicht zu geringe Substratdicke aufweisen, um die Ausbildung der für die Abstrahlung verantwortlichen Streufelder zu begünstigen. Mit zunehmender Substratdicke und abnehmender Dielektrizitätszahl nimmt gleichzeitig auch die Bandbreite der Antennenelemente zu. Dies liegt daran, dass durch die auftretenden "Abstrahlverluste" die Güte des Patch-Resonators sinkt, was sich in einem Anstieg der Bandbreite äußert. Weiterhin wird durch die Verwendung von Substratmaterialien mit niedriger Permittivität auch die Anregung und Ausbreitung von Oberflächenwellen, die den

Wirkungsgrad der Antenne zusätzlich herabsetzen, minimiert. Dadurch kann auch die Verkopplung im Array gering gehalten werden.

Neben rechteckförmigen Patches gibt es in der Literatur noch eine große Zahl weiterer möglicher Patch-Formen für spezielle Anwendungen, wie z. B. kreisförmige, elliptische, dreieckige, fünfeckige sowie ringförmige Patch-Elemente [Bal97, Bah80]. Die verschiedenen Patch-Formen unterscheiden sich dabei für eine Anregung im Grundmode nur sehr wenig hinsichtlich ihrer Richtcharakteristik. Unterschiede ergeben sich vor allem hinsichtlich der erzielbaren Bandbreite und des Kreuzpolarisationsniveaus sowie des notwendigen Platzbedarfs.

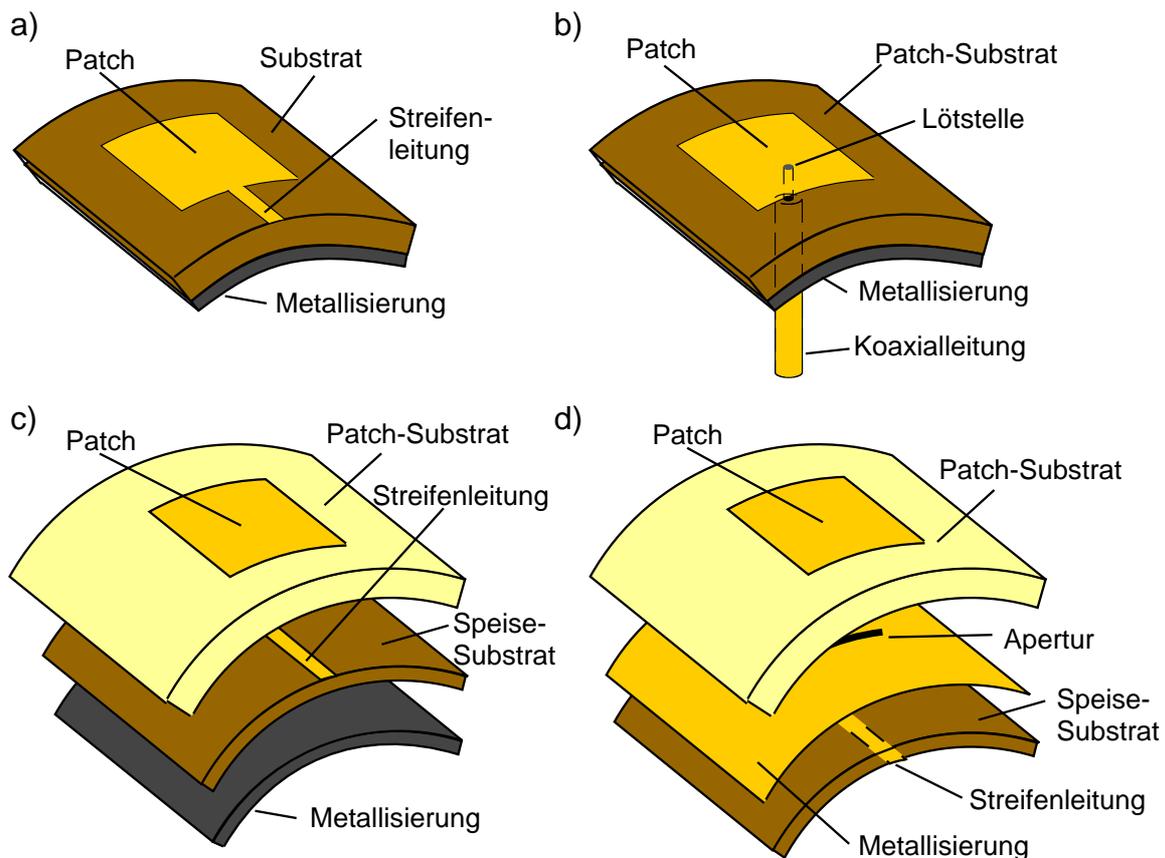
Die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen beschränken sich auf rechteckförmige bzw. quadratische Antennenelemente, deren Berandung parallel zu den Koordinatenachsen verläuft. Mit diesen lässt sich sehr einfach dual lineare Polarisation bei gleichzeitig guter Polarisationsentkopplung auf ein und demselben Patch-Element realisieren. Weiterhin sind diese rechteckförmigen Patch-Elemente einer mathematischen Beschreibung auf der Zylinderoberfläche einfacher zugänglich als die anderen zitierten Formen.

Dual lineare Polarisation lässt sich mit einem rechteckförmigen Patch-Element durch gleichzeitige Anregung des Grundmodes in zwei orthogonalen Richtungen erzielen. Im Planaren führt dies zu quadratischen Patch-Abmessungen, nicht so im Zylindrischen, da sich hier zusätzlich die unterschiedliche Krümmungen in  $\phi$ - und  $z$ -Richtung auswirkt. Nach dem Superpositionsprinzip überlagern sich die Felder beider angeregter Moden theoretisch ungestört. Für die Anregung der Grundmoden in zwei orthogonalen Richtungen bieten sich verschiedene Konzepte an, die im Folgenden diskutiert werden sollen.

## 2.2 Speisung zylinderkonformer Streifenleitungsantennen

Die einfachste Art der Anregung erfolgt mit Hilfe von Streifenleitungen, die sich wie in Bild 2.2a dargestellt, in derselben Substratebene wie das Patch-Element befinden. Bei dieser Art der Anregung kann die gesamte Antenne inklusive Speisetzwerk in einem einzigen Ätzprozess hergestellt werden, was sich sehr vorteilhaft auf die Herstellungskosten der Antenne auswirkt. Dem stehen jedoch gravierende Nachteile gegenüber, da das Speisetzwerk und die eigentlich strahlenden Elemente sehr unterschiedliche Anforderungen an das Substratmaterial stellen. Für die Erzielung einer

hohen Bandbreite sowie eines guten Strahlungswirkungsgrades ist, wie bereits diskutiert, ein relativ dickes Substratmaterial mit einer niedrigen Dielektrizitätszahl notwendig, während für eine geringe parasitäre Abstrahlung des Speisetzwerks eine hohe Permittivität sowie eine geringe Substratdicke gefordert werden. Da hier notwendigerweise immer Kompromisse eingegangen werden müssen, besitzen einlagige Microstrip-Patch-Antennen mit noch akzeptablen Strahlungseigenschaften immer nur eine geringe Bandbreite.



**Bild 2.2** Speisetechniken für (hier  $z$ -polarisierte) zylinderkonforme Streifenleitungsantennen: a) direkte Speisung (direkt feed), b) koaxiale Speisung (probe feed), c) Speisung durch elektromagnetische Kopplung (proximity coupling) d) Speisung durch Aperturkopplung (aperture coupling)

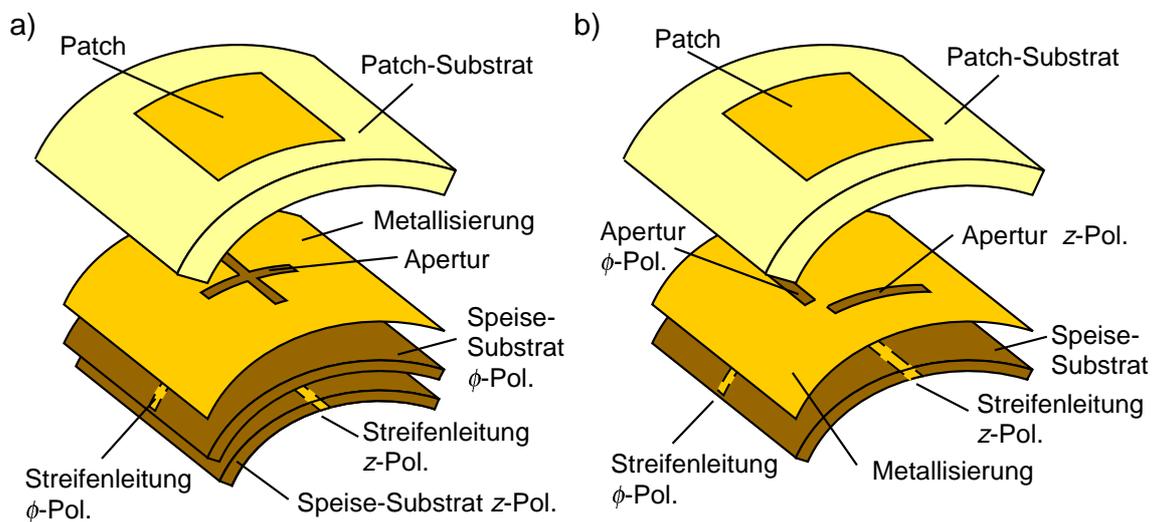
Abhilfe schafft die Verwendung von mehrlagigen Strukturen, bei denen Strahler und Speisetzwerk auf unterschiedlichen Substratebenen angeordnet sind. Die Substrate für Speisetzwerk (*Speise-Substrat*) und Patch-Elemente (*Patch-Substrat*) lassen sich dann völlig unabhängig voneinander optimal wählen. Durch den mehrlagigen Aufbau wird jedoch eine elektrische Verbindung zwischen Speisetzwerks- und Strahlerebene erforderlich. Eine direkte galvanische Verbindung zwischen der Speise-

leitung und der Streifenleitungsantenne ist hierfür die einfachste Lösung. Egal ob das Speisennetzwerk bei der Antennenrealisierung in Streifenleitungstechnologie oder in Koaxialtechnologie, wie in Bild 2.2b dargestellt, ausgeführt wird, das Strahlerelement muss dann mit dem senkrecht durch das Dielektrikum geführten Verbindungsdraht zwischen Streifenleitung und Patch oder dem Innenleiter eines Koaxialkabels verlötet werden, wobei die Eingangsimpedanz und damit die Anpassung von der Position des Speisepunktes auf dem Patch abhängt. Der Außenleiter des Kabels wird mit der rückseitigen Metallisierung der Antenne verbunden. Trotz des einfachen Aufbaus besitzt diese Struktur einige gravierende Nachteile. Die Löcher, die später zur Speisung benötigt werden, müssen ins Substrat gebohrt oder gestanzt werden, danach müssen die Durchkontaktierungen oder der Innenleiter eingesetzt und verlötet werden. Diese bereits für planare Antennen aufwendigen Arbeiten werden durch den gekrümmten Aufbau zusätzlich erschwert. Die so entstehenden hohen Produktionskosten widerstreben dem preisgünstigen Aufbau, die eingebrachten mechanischen Spannungen gefährden die Qualität.

Zur Speisung dieser Antennen ist es jedoch nicht unbedingt notwendig, dass sich Speiseleitung und Patch berühren, die Anregung kann auch durch überkoppelnde Felder (elektromagnetische Kopplung) erfolgen, wobei es zunächst egal ist, ob die Leitung und das Patch auf dem gleichen Substrat aufgebracht sind (*single layer substrate*) oder sich, wie hier in Bild 2.2c dargestellt, in verschiedenen Substratebenen befinden (*multi layer substrate*). In Analogie zu Streifenleitungsfiltern wird durch die Nähe (engl. *proximity*) von Resonator (Strahlerelement) und Streifenleitung eine Kopplung derselben erreicht. Diese Kopplung erfolgt durch die hohen elektrischen Feldstärken an den Kanten der Anordnung sowie durch das den Strom umgebende magnetische Feld. Zur Unterdrückung der Abstrahlung der Speiseleitung verwendet man am besten ein dünnes, hochpermittives Substrat, für das Patch dagegen ist ein dickes, niederpermittives Substrat die beste Wahl zur Steigerung der Abstrahlung. Die entstehende Anordnung ist zwar komplexer, jedoch entfallen die durchzuführenden mechanischen Arbeiten am Substrat und die Verlötung der Leiter. Die schichtenförmige Anordnung erlaubt innerhalb gewisser Grenzen die getrennte Optimierung von Patch und Speisennetzwerk, eine vollständige Trennung beider, wie sie auch zur Vereinfachung der Modellierung wünschenswert ist, bleibt jedoch unmöglich.

Die Anordnung in Bild 2.2d geht noch einen Schritt weiter. Sie trennt die Funktion des Strahlerelements durch Einführung einer Metallisierungsebene völlig von der Funktion der Speiseleitung. Die Verbindung wird mittels einer Apertur in der Massefläche hergestellt. Aufgrund der zylindrischen Anordnung ist die Zuleitung hier voll-

ständig abgeschirmt, was zur Unterdrückung jeglicher parasitärer Abstrahlung derselben führt. Die trennende Massefläche erlaubt jetzt eine wirklich unabhängige Wahl der Substratparameter und damit die Optimierung der Strahlungseigenschaften des Patches durch Wahl niederpermittiver Schäume mit großer Dicke zugleich mit der Wahrung guter Transmissionseigenschaften der Leitung durch dünne, hochpermittive Materialien. Die Apertur sorgt für die Kopplung zwischen beiden Bereichen. Ein weiterer Vorteil dieser Speisetechnik ist der zusätzlich vorhandene Freiheitsgrad der Aperturgröße. Durch geeignete Wahl der Schlitzabmessungen lässt sich die Kopplung zwischen Speisetzwerk und Patch und damit der Realteil der Antenneneingangsimpedanz sehr genau einstellen. Die Kompensation des Imaginärteils erfolgt durch Stichleitungen (siehe Abschnitt 5.2).



**Bild 2.3** Anordnung der Koppelschlitz bei der Anregung dualer linearer Polarisation mit Hilfe von Aperturkopplung, a) Kreuz-Schlitz-Speisung, b) Offset-Schlitz-Speisung

Zur Anregung beider linearer Polarisation auf einem Patch existieren die beiden Möglichkeiten der Kreuzschlitz-Speisung und der Offset-Schlitz-Speisung. Die in Bild 2.3a dargestellte Kreuzschlitzspeisung stellt die "einfache mechanische Superposition" zweier mit linearer Polarisation gespeister Elemente dar. Bei dieser Anordnung wirkt sich die hohe mechanische Symmetrie sehr vorteilhaft in der Richtcharakteristik aus. Soll die Kreuzschlitzspeisung jedoch in einer Gruppenantenne realisiert werden, so ist zur Realisierung einer kreuzungsfreien Leitungsführung das in Bild 2.3a dargestellte mehrlagige Speisetzwerk unausweichlich. Neben dem mechanischen Mehraufwand beim Bau einer zylinderkonformen Antenne mit dieser Speisung ist auch der doppelte Entwurfsaufwand zu berücksichtigen, da die beiden

Streifenleitungsnetzwerke, die zur Speisung der beiden unterschiedlichen Polarisierungen dienen, unterschiedliche Substratdicken vorfinden und demzufolge unterschiedlich ausgelegt werden müssen. Mechanisch einfacher und vom Entwurf unkomplizierter ist die Speisung mit Offset-Schlitz nach Bild 2.3b. Hier werden die beiden Koppelaperturen für die beiden orthogonalen Polarisierungen aus der Mitte der Anordnung heraus zum Rand hin verschoben, was eine räumliche Trennung der Speiseleitungen auf demselben Substrat erlaubt. Durch den Abstand der beiden Aperturen lässt sich eine Entkopplung in Verbindung mit einem einfachen Speisennetzwerk realisieren.

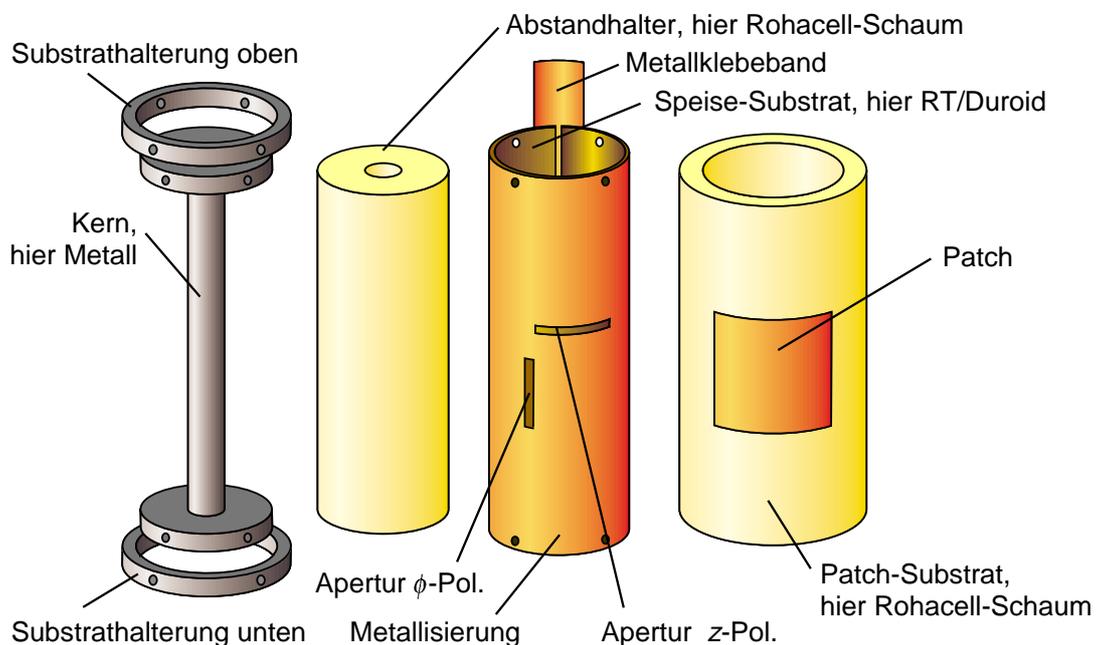
Im Vergleich aller Speisemöglichkeiten nach Bild 2.2 zeigt die aperturgekoppelte Antenne die besten elektrischen und mechanischen Eigenschaften. Für dual polarisierte Strahler eignet sich die Offset-Schlitz-Speisung am besten. Aus diesem Grund beschränkt sich die vorliegende Arbeit im Folgenden auf die Untersuchung dieser zylinderkonformen Streifenleitungsantennen.

## **2.3 Mechanischer Aufbau konformer Streifenleitungsantennen**

Der mechanische Aufbau zylinderkonformer aperturgekoppelter Streifenleitungsantennen ist erheblich schwieriger, als die für eine planare Antenne benötigte einfache Schichtung ebener Substratmaterialien zur letztendlich benötigten Schichtenfolge. Der erhöhte Schwierigkeitsgrad liegt genau darin, dass die meisten der verwendeten Materialien in planarer Form zu beziehen und zu verarbeiten sind, die konforme Antenne jedoch je nach Anwendungsfall unterschiedlich gekrümmte Substrate benötigt, die ihre Form mechanisch stabil halten. Erschwerend kommt hinzu, dass sich häufig die mechanischen Forderungen nach Formstabilität und Festigkeit, die am einfachsten mit metallischen Bauteilen erreicht werden, und die elektrischen Forderungen nach möglichst wenig störendem Metall in einer Streifenleitungsantenne diametral entgegenstehen. Die im Rahmen dieser Arbeit neu entwickelte Antennenkonstruktion soll im Folgenden kurz dargestellt werden, nicht zuletzt deshalb, weil sich aus dem mechanischen Aufbau einige Konsequenzen für die elektromagnetische Modellierung ergeben (vgl. Kapitel 4).

Die radiale Schichtenfolge der Anordnung ist im Wesentlichen durch die verwendete Speisetechnik diktiert. Wird, wie in den Bildern 2.2 und 2.3 kein Radom verwendet, so bildet das Patch-Substrat die äußerste Schicht des mehrlagigen Zylinders. Darunter folgt das Speise-Substrat, das auf der Außenseite die Metallisierung mit den Koppela-

perturen und auf der Innenseite das Speisetzwerk trägt. Nach innen muss eine weitere Schicht dielektrischen Materials folgen, um einen Kurzschluss der Streifenleitungen zu verhindern, weshalb diese Schicht im Folgenden mit *Abstandhalter* (engl. *Spacer*) bezeichnet wird. Diese drei Schichten sind für das Funktionieren der Antenne wesentlich; die weitere Schichtenfolge nach innen hin ist im Prinzip beliebig, der Einfachheit halber wird hier im Innern nur eine einzige vierte Schicht verwendet, die aus geometrischen Gründen *Kern* genannt wird. Diese vier Schichten sind in einer Art Explosionszeichnung in Bild 2.4 zu sehen. Bevor jedoch näher auf den Aufbau eingegangen wird, sollen noch einige Bemerkungen zur Herstellung der einzelnen Schichten und zu den verwendeten Materialien gemacht werden.



**Bild 2.4** Aufbau einer zylinderkonformen dual polarisierten aperturgekoppelten Streifenleitungsantenne, Explosionszeichnung der Komponenten

Der Kern muss aus mechanischen Gründen aus Metall oder festen Kunststoffen bestehen. Er kann innen hohl ausgeführt werden und z. B. Leitungen oder andere Bauteile aufnehmen. Im Interesse definierter elektrischer Verhältnisse ist dies jedoch nur für einen Metallkern, der dann auch als Reflektor wirkt, sinnvoll. Auf einer Drehbank ist die mechanische Herstellung dieses Bauteils - ganz im Gegensatz zum Abstandhalter - Routine.

Der Abstandhalter muss, um die Felder der Streifenleitung nicht zu stören, eine möglichst geringe Permittivität besitzen, die möglichst nah an der Permittivität von Luft  $\epsilon_r = 1$  ist. Prinzipiell sind zwar auch symmetrische Triplate-Strukturen denkbar, deren

schlechteres Impedanzverhalten (sehr niederohmige Eingangsimpedanz der Antenne) verhindert jedoch eine breitbandige Anpassung. Die radiale Ausdehnung des Abstandhalters wird durch die zwar schwache (-20 dB unterhalb der Energie der copolaren Feldstärke in Hauptstrahlrichtung der Antenne), aber dennoch vorhandene, rückwärtige Abstrahlung der nicht in Resonanz betriebenen Koppelapertur bestimmt. Die Stärke einer viertel Wellenlänge garantiert die phasenrichtige Addition dieser Leistung bei Verwendung eines Metallkerns als Reflektor. Da der Abstandhalter nur geringe mechanische Kräfte aufnehmen muss, haben sich spröde Schaummaterialien wie Rohacell HF51 sehr gut bewährt. Für Prototypen werden sie durch materialabtragende Verfahren hergestellt. Nachdem das Loch für den Kern gebohrt oder gefräst wurde, kann anschließend die äußere Form auf der Drehbank bearbeitet werden, wobei das Werkstück mit Hilfe eines Dorns im zentralen Loch aufgespannt wird. Bei größeren Stückzahlen kann der Abstandhalter direkt in einer Form aufgeschäumt werden.

Beim Speise-Substrat handelt es sich um ein gewöhnliches hochfrequenztaugliches dielektrisches Substratmaterial wie RT/Duroid. Auf der Innenseite trägt das Speise-Substrat die als Microstreifenleitungen ausgebildeten Speiseleitungen, auf der Außenseite wird die als Masse dienende Kupfermetallisierung nur an wenigen Stellen durch die Koppelaperturen unterbrochen. Die Dielektrizitätszahl dieses Substrates sollte sich im Bereich  $2 \leq \epsilon_{r2} \leq 3$  bewegen, um einerseits eine gute Führung der Welle auf der Streifenleitung zu gewährleisten, andererseits sollte sie aber auch den Feldern erlauben das Substrat zu verlassen und durch die Apertur auf das Patch zu koppeln. Alle diese Substrate werden als planare Platten unterschiedlicher Größe angeboten und verkauft. Auch die zur Herstellung der Leitungen und Aperturen notwendigen photochemischen Prozesse wie Belichten und Ätzen müssen mit ebenen Platten durchgeführt werden. Daraus ergibt sich zwangsläufig, dass die Formgebung für dieses Substrat erst nach Abschluss der Arbeiten erfolgen kann. In der Praxis hat sich hier als Seitenlänge des planaren Substrates in der späteren Umfangsrichtung ein nach (2.1) zu ermittelnder mittlerer Umfang bewährt. Der Radius  $r^1$  bezeichnet hierbei den Radius am Innenrand des Speise-Substrats, die Dicke  $d_2$  die Substratstärke (vgl. auch Abschnitt 3.1).

$$U_{m,2} = \pi (2 r^1 + d_2) \quad (2.1)$$

Das Biegen des Substrates kann auf verschiedene Weise erfolgen. Erfahrungen des Autors zeigen allerdings, dass die Parameter der Verfahren weniger kritisch sind, als sie in der Literatur beschrieben werden. Grundsätzlich eignen sich dünne Microglas-

faser-PTFE Verbundmaterialien wie RT/Duroid 5870 oder RT/Duroid 5880, sofern die Glasfasern nicht verwoben sind, und dünne Keramik-PTFE-Materialien wie RT/Duroid 6002, RT/Duroid 6006 oder RT/Duroid 6010 [Rog97]. Sind die Glasfaseranteile im Material verwoben, so halten sie der mechanischen Belastung beim Biegen nicht stand und brechen. Im Prinzip werden die geeigneten Substratmaterialien von verschiedenen Herstellern angeboten, in Veröffentlichungen [Tra80], [Jam89], [Heb93], [Ros94], [Tho97], [Rog97], [Löf97/3], [Löf99/6] wird jedoch nur von Aufbauten mit RT/Duroid 5870 und RT/Duroid 5880 der Firma Rogers Corp. berichtet. Grundsätzlich sind gemäß den Veröffentlichungen zwei unterschiedliche Verfahren zum Biegen bzw. Formen einlagiger Substrate möglich: Ein kontinuierlicher Prozess mit bewegten Rollen oder ein chargenartiger Prozess, bei dem das Substrat um eine Form gebogen wird [Rog97]. Für den kontinuierlichen Prozess gibt es zum einen die aus drei metallischen Rollen bestehende Anordnung, bei der das Material von zwei um 90 Grad versetzten Anpressrollen an eine zentrale formerzeugende Rolle gepresst wird, und zum anderen den aus zwei Rollen bestehenden Aufbau, bei der eine Gummirolle das Material gegen eine formgebende zentrale metallische Rolle presst. Bei beiden Techniken ist der bleibende Krümmungsradius des Materials in der Regel größer als der Radius der formgebenden Rolle. In der Literatur wird für diese Art der Verformung empfohlen, das Substratmaterial auf Temperaturen zwischen 130°C [Rog97] und 177°C [Tho97] aufzuheizen. Der chargenartige Prozess ist deutlich weniger aufwendig, aber auch hier gehen die Meinungen auseinander. Während [Heb93] das Material auf 260°C erhitzt bevor er es biegt, geht [Rog97] umgekehrt vor: Er biegt das Material um eine Form, die etwas kleiner als der gewünschte Durchmesser ist, und tempert dann das Material bei Temperaturen bis zu 302°C um die mechanischen Spannungen zu beseitigen. Vom Autor selbst wird der chargenartige Prozess verwendet, wobei das Material kalt gebogen und für Krümmungsradien größer als eine viertel Wellenlänge auf das ansonsten notwendige Tempern bei erhöhter Temperatur verzichtet wird. Für die Formstabilität sorgt die mechanische Halterung, die gleichzeitig die für den mehrlagigen aperturgekoppelten Aufbau notwendige exakte Positionierung gewährleistet. Außerdem wird die Halterung zur Fixierung des Steckers benötigt.

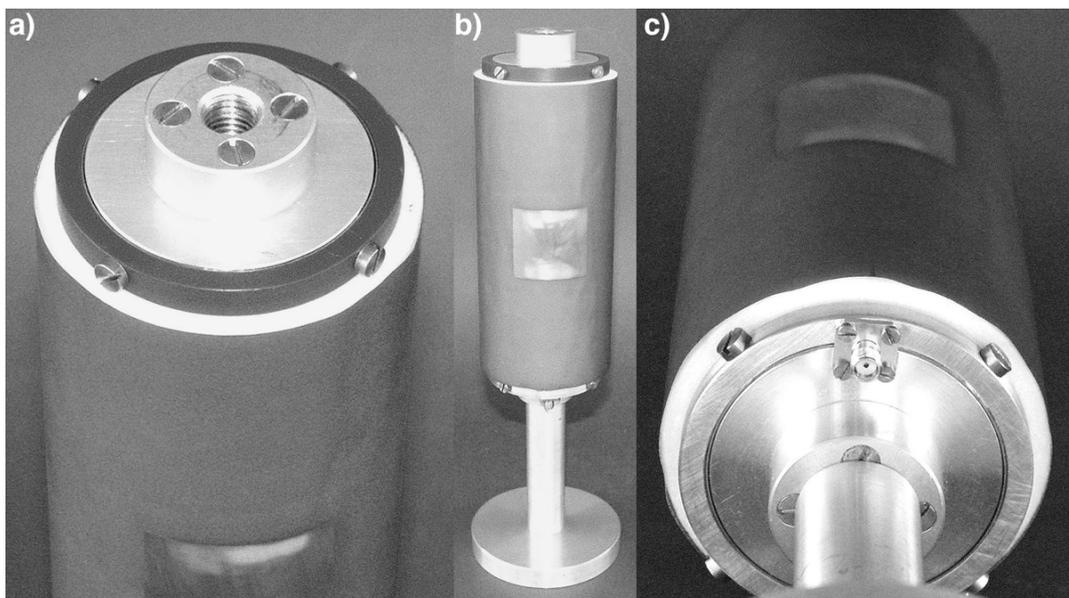
Der mechanisch kritische Punkt beim Biegen geätzter Microstreifenleitungs-Strukturen liegt nach [Tho97] darin, dass sich die Spannungen am schwächsten Punkt im Material konzentrieren, typischerweise also an den Kanten der metallischen Strukturen. Hier kann es zu ungleichmäßigen Krümmungen und sogar zu Brüchen und Rissen im Dielektrikum kommen. Dieses Phänomen ist jedoch für direkt gespeiste Antennen nach Bild 2.2a weitaus schwerwiegender als für aperturgekoppelte Strukturen nach Bild 2.2d oder Bild 2.3. Grund hierfür ist die Lage der in beiden Fällen nahezu

vollständig metallisierten Massefläche. Vergleicht man die Verformbarkeit der beteiligten Materialien anhand deren Elastizitätsmoduls  $E$ , so ist reines PTFE ( $E = 0.4 \text{ kN/mm}^2$ ) sehr leicht verformbar, glasfaserverstärkte Materialien ( $E = 10 \dots 45 \text{ kN/mm}^2$ ) schon etwa eine Größenordnung fester und Kupfer ( $E = 125 \text{ kN/mm}^2$ ) das am wenigsten verformbare Material dieser Reihe [Czi96]. Das bedeutet für das geätzte Substrat, dass die Massefläche weitgehend spannungsfrei ist, während sich die Spannungen im Substratmaterial konzentrieren, sich im direkt gespeisten Fall also Zugspannungen bilden, während beim aperturgekoppelten Aufbau Druckspannungen entstehen. Diese Druckspannungen sind aber weit weniger kritisch für mechanische Defekte als Zugspannungen. Da diese Speiseart weiterhin typischerweise ein sehr kleines Verhältnis von Fläche der Speiseleitungen zu Gesamtfläche besitzt (mit anderen Worten auf der Innenseite überwiegt die freigeätzte Substratfläche die verbliebene Kupferfläche deutlich), stellt sich hier eine sehr homogene und zugspannungsarme Krümmung des Substrates ein.

Die am weitesten außen liegende Schicht ist nach den Bildern 2.2d und 2.3 das Patch-Substrat. Hier ist, wie bereits oben ausführlich diskutiert, ein Schaumsubstrat die beste Lösung. Da das Beschichten von Schäumen mit Kupfer aber ein technologisch sehr aufwendiger Prozess ist [Aic95], kann diese Schicht im praktischen Aufbau nicht homogen gestaltet werden. Die Strahlerelemente werden daher aus einer mit  $35 \mu\text{m}$  Kupfer beschichteten  $75 \mu\text{m}$  starken Kapton-Folie (Polyimid Folie) geätzt, welche anschließend mit dem aus Rohacell HF51 hergestellten eigentlichen Patch-Substrat verklebt wird. Die Eindringtiefe des Klebstoffes in das Rohacell lässt sich bei dem anschließenden Diffusionsprozess nur schwer bestimmen, was die Verwendung der für die reinen Materialien (Kapton und Rohacell HF51) angegebenen Dielektrizitätszahlen unmöglich macht. In der Praxis hat sich die Annahme einer mittleren Dielektrizitätszahl der Gesamtanordnung aus Rohacell, Kaptonfolie und eindiffundiertem Kleber als die beste Lösung erwiesen. Die Kaptonfolie lässt sich planar vorbereiten, während das Rohacell Substrat, wie oben beschrieben, gedreht werden muss, wobei an das mechanische Können aufgrund des größeren Durchmessers und der kleineren Substratdicke hier höhere Anforderungen gestellt werden als beim Abstandhalter.

Der mechanische Zusammenbau ist in Bild 2.4 angedeutet. Nachdem der Abstandhalter über den Kern geschoben wurde, wird das Speise-Substrat am unteren und oberen Ende mit Hilfe eines übergeschobenen Metallrings fixiert. Ist die mechanische Festigkeit ausreichend, kann unter Umständen auf den Abstandhalter gänzlich verzichtet und das Volumen desselben luftgefüllt belassen werden. Über mehrere Schrauben, die

gleichzeitig der Befestigung des Metallrings dienen, wird eine elektrisch gute Masseverbindung zum Kern der Antenne erreicht. Anschließend wird mit Hilfe eines Metallklebebandes die umlaufende Masseverbindung geschlossen. Abschließend wird das Patch-Substrat, nachdem vorher die Kaptonfolie mit den Strahlerelementen aufgeklebt wurde, von oben über das Speise-Substrat geschoben, wobei Passmarken die radiale und der untere Anschlag die axiale Position markieren. Eine weitere Optimierung der radialen Position ist durch Messung der Eingangsanpassung (auch mehrerer über den Umfang verteilter Strahlerelemente) zu erreichen. Die Reibung des Patch-Substrates an dem unter Spannung stehenden Speise-Substrat ist ausreichend hoch, so dass die einmal festgelegte Position des Patch-Substrates auf Dauer erhalten bleibt. Bild 2.5 zeigt eine auf diese Weise für 2.45 GHz aufgebaute Antenne. Besonders gut ist in Bild 2.5a die obere und in Bild 2.5c die untere Befestigung des Streifenleitungs-substrates zu sehen.



**Bild 2.5** Aufbau einer Antenne mit Metallkern nach Bild 2.4 mit  $r^0 = 7.5$  mm,  $d_1 = 22.5$  mm (Rohacell),  $d_2 = 0.5$  mm (Duroid 5880),  $d_3 = 10$  mm (Rohacell) und einer Innenhöhe von  $h = 180$  mm a) Ansicht von oben b) Gesamtansicht c) Ansicht von unten

Für den Anschluss von Steckern an die Speiseleitungen hat sich in der Praxis die Verwendung gerader Koaxialstecker an der Unterseite der Antenne (vgl. Bild 2.5) am besten bewährt.

## 2.4 Modellierung aperturgekoppelter Streifenleitungsantennen

Für den Entwurf zylinderkonformer aperturgekoppelter Streifenleitungsantennen ist eine geeignete Modellierung unerlässlich. Neben der Untersuchung verschiedener Substratparameter müssen mit ihrer Hilfe die Abmessungen aller metallischen Strukturen in der Antenne bestimmt werden können. Zur Modellierung der vorliegenden Geometrie sind prinzipiell eine Vielzahl von Verfahren in der Lage, sie unterschieden sich jedoch im Aufwand und in der erzielbaren Genauigkeit. Die nachfolgend skizzierte Übersicht vertritt den Standpunkt eines Antennenentwicklers. Es existieren

- *Vollnumerische Verfahren*, wie die finiten Differenzen im Zeitbereich (FDTD), die finiten Differenzen im Frequenzbereich (FDFD) oder die finiten Elemente im Frequenzbereich (FEM), die eine einfache Modellierung auch komplexer Geometrien erlauben. Zur Erreichung hoher Genauigkeiten ist bei diesen Verfahren die feine Diskretisierung des Feldraums notwendig, was sich bei realistischen Antennengrößen im hohen Speicherplatzbedarf dieser Verfahren äußert. Die Approximation gekrümmter Oberflächen durch rechtwinklige Gitter mittels der *Staircase-Methode* bei den meisten konventionellen FDTD- und FDFD-Programmen führt zu immensen Speicheranforderungen, jedoch enden auch angepasste Verfahren wie die zylindrische FDFD nach [Gen91] oder die konforme FDTD [She99, Kan99, Byu99] schnell bei unrealistischen Speicheranforderungen. Grundsätzlich jedoch erscheint die FEM von diesen drei Verfahren als das am besten geeignete, da sich dabei das Gitter an konforme Geometrien anpassen lässt [Ozd97, And00].
- *Teilanalytische Verfahren* wie die Boundary-Element-Methode (BEM) oder die Kombination aus Greenschen Funktionen (GF) und Momentenmethode (MoM) nützen die Tatsache, dass sich Rechenzeit und Speicherplatz durch Einbringen von teilweise analytischen Lösungen reduzieren lässt. Von diesem Standpunkt aus betrachtet bleibt die BEM Modellierung von Antennen [Ber99, Her96/1] auf sehr allgemeine Geometrien beschränkt, während die Kombination aus GF und MoM eine problemspezifische Anpassung der analytischen Komponente von allgemein [Jak95] über eindimensional festgelegte Verfahren [Kil97, Soh87, Slä98] bis hin zu zweidimensional festgelegten Implementierungen [Ros96, Spl90] erlaubt. Die berechenbaren Problemgeometrien nehmen zwar von Festlegung zu Festlegung ab, der Speicherplatzbedarf und die Rechenzeit aber auch.

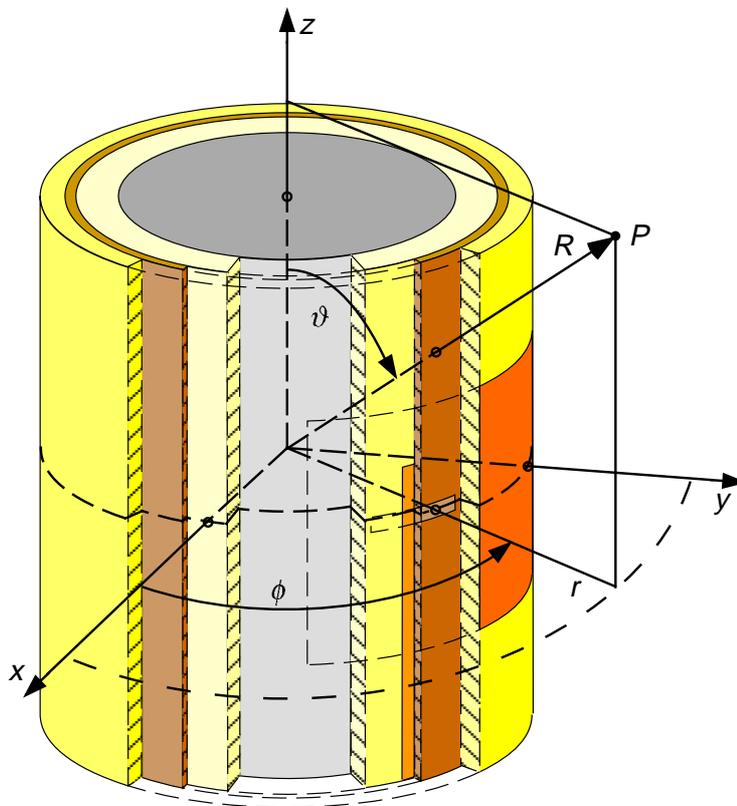
- *Näherungsverfahren* wie das Leitungsmodell oder das Resonator-Modell (Cavity-Modell) beruhen auf analytischen Formeln und stellen daher das effizienteste und schnellste Mittel zur Berechnung von Antennen dar. Neben der reduzierten Genauigkeit besitzen sie den Nachteil, dass sie auf einlagige Substrate beschränkt sind und demzufolge die Eingangsimpedanz einer aperturgekoppelten Speisung nicht modellieren können. Für einlagige Substrate auf Zylindern wurden mit dem Leitungsmodell [War97] und dem Cavity-Modell [Heb93] jedoch gute Ergebnisse erzielt.
- *Asymptotische Verfahren* (Strahlenoptik) werden bei Antennen in der Regel zur Berechnung der Verkopplung verschiedener Elemente auf metallischen Oberflächen angewendet [Jha95, Mun96, Per98, Pat81, Cha98/2, Sha74]. Lösungen für mehrlagige Dielektrika oder Eingangsimpedanzen sind dem Autor nicht bekannt.
- *Hybride Verfahren* wie die Kombination aus MoM, physikalischer Optik (PO) und verallgemeinerter Beugungstheorie (UTD) [Jak98] oder der Kombination aus FEM und dem "Boundary-Integral" [Ser98, Vol99, Kem99, Tro00] kombinieren in optimaler Weise die Vorteile der verschiedenen Methoden. Sie stellen jedoch bereits den zweiten Schritt dar, der nach erfolgreicher Modellierung des Einzelements mit all seinen Nahfeldeinflüssen gemacht werden kann. Für das Einzelement selbst gilt dann das jeweils oben zur Methode Erwähnte.

Für die im Rahmen dieser Arbeit notwendige Modellierung fällt die Wahl auf die Kombination aus Greenschen Funktionen und der Momentenmethode, da sie aus heutiger Sicht den besten Kompromiss bezüglich Genauigkeit, Rechenzeit und Speicherplatzbedarf bietet. Weiterhin erlauben die Greenschen Funktion den Einblick in grundsätzliche physikalische Zusammenhänge, die den Entwurf dieser Antennen beeinflussen [Fel99]. In dieser Arbeit wird zur Berechnung der Greenschen Funktionen ein axial unendlich ausgedehnter Zylinder angenommen. Die Herleitung dessen Greenscher Funktionen wird in Kapitel 3 beschrieben. Der wesentliche Einfluss der endlichen Ausdehnung tritt bei Geometrien nach Bild 2.5 in Form von Resonanzen im Innern der Struktur auf. Bei Kenntnis der axialen Länge sowie der Greenschen Funktionen aus Kapitel 3 lassen sich diese Resonanzen vorhersagen und beim Antennendesign berücksichtigen. Dies wird in Kapitel 4 dargestellt, bevor in Kapitel 5 der Einsatz der Momentenmethode zur exakten Berechnung der Stromverteilung in bzw. auf der Antenne vorgestellt wird.

### 3 Greensche Funktionen für zylindrische, mehrfach geschichtete Medien

#### 3.1 Zylindergeometrie

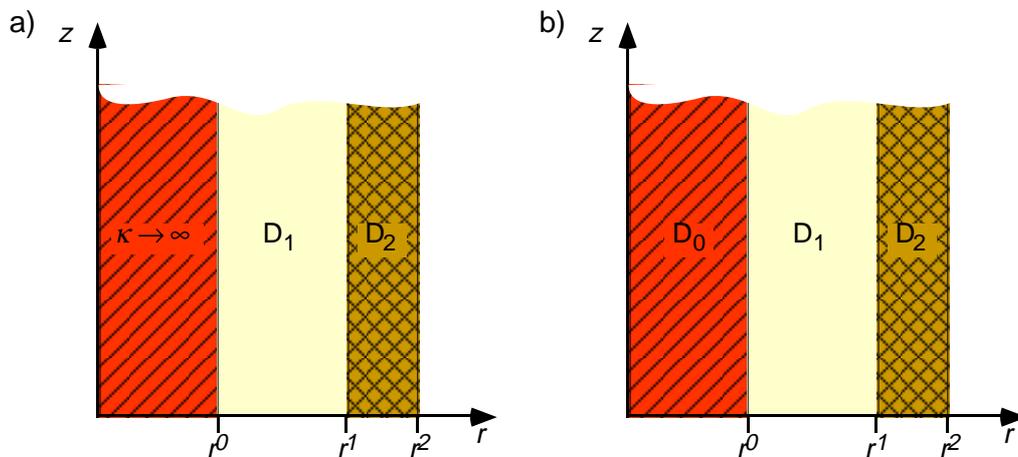
Den im Rahmen dieser Arbeit betrachteten zylinderkonformen Antennen liegt die in Bild 3.1 dargestellte Geometrie mit einem üblichen Zylinderkoordinatensystem  $(r, \phi, z)$  zu Grunde. Die in  $z$ -Richtung unendlich ausgedehnte Struktur besteht aus mindestens  $N = 4$  dielektrischen Lagen, die konzentrisch um einen Kern herum angeordnet sind, sowie den vier dazwischen liegenden metallischen Lagen. Zur eindeutigen Kennzeichnung der verschiedenen dielektrischen Schichten werden diese von innen nach außen durchnummeriert, wobei der Kern als Schicht 0 gezählt wird.



**Bild 3.1** Geometrie der Antenne (Zylinder) mit Zylinderkoordinatensystem  $(r, \phi, z)$  und Kugelkoordinatensystem  $(R, \vartheta, \phi)$

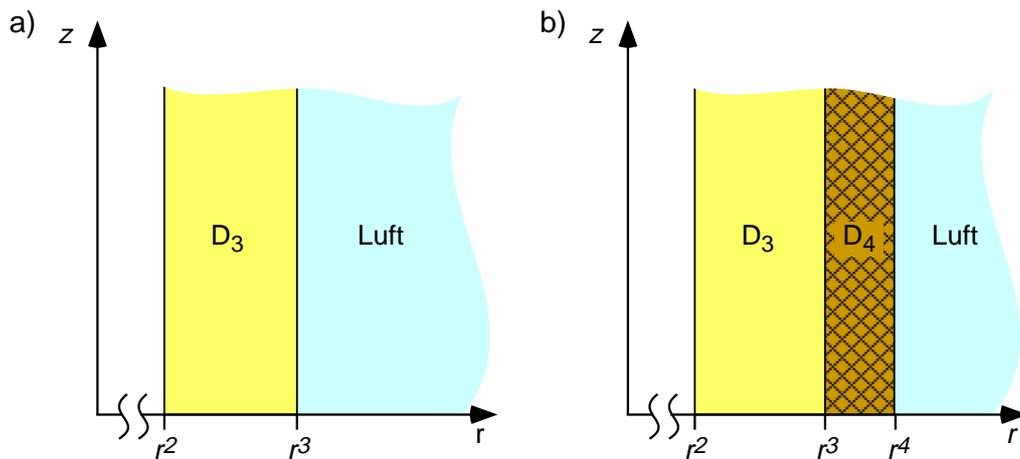
Die Außenradien der einzelnen Schichten  $D_i$ , die gleichzeitig die Trennflächen der Schichten darstellen, werden mit  $r^i$  bezeichnet, woraus sich für die Dicken der einzelnen Schichten  $d_i = r^i - r^{i-1}$  ergibt. Tiefindices kennzeichnen hier und im Folgenden Größen innerhalb der Schichten, während Hochindices Größen an den Trennflächen anzeigen. Das Material der einzelnen Schichten wird durch die im Allgemeinen komplexen Permeabilitäten  $\underline{\mu}_i = \underline{\mu}_{ri} \mu_0$  und Permittivitäten  $\underline{\epsilon}_i = \underline{\epsilon}_{ri} \epsilon_0$ , in die nach (3.7a) auch die Leitfähigkeit  $\kappa$  eingeht, beschrieben. Für alle in der vorliegenden Arbeit betrachteten Antennen ist aus konstruktiven Gründen  $r^0 > 0$ .

An der Trennschicht  $r^2$  befindet sich, wie in Bild 3.1 skizziert, eine Metallisierung, die als ideal leitende, unendlich dünne Schicht behandelt wird. Sie trennt die Antenne in zwei Bereiche, den *Innenraum* für den  $r < r^2$  gilt, und den *Außenraum*, für den  $r > r^2$  gilt. Beide Räume können unabhängig voneinander betrachtet werden, sofern die gegenseitige Beeinflussung der beiden Teile durch Einführung von magnetischen Flächenströmen in den Aperturen nach dem Äquivalenzprinzip modelliert wird (siehe Abschnitt 5.1). Damit zerfällt die Struktur in die zwei Teilbereiche, die in Form radialer Schnitte in Bild 3.2 und Bild 3.3 dargestellt sind.



**Bild 3.2** Geometrie des Innenraums a) metallischer Kern b) Kunststoffkern

Der Innenraum umfasst nach Bild 3.2 die drei Schichten  $D_0$  bis  $D_2$ . Der Kern nimmt hier eine Sonderstellung ein, da er nach Bild 3.2a aus Metall ( $\kappa \rightarrow \infty$ ) oder nach Bild 3.2b aus dielektrischem Material bestehen kann, und je nachdem der Feldraum die  $z$ -Achse ausschließt oder nicht. Der Außenraum besteht im einfachsten Fall einer Antenne ohne Radom aus einer einzigen, von Luft umschlossenen dielektrischen Schicht  $D_3$  nach Bild 3.3a. Zur Modellierung eines Radoms kann jedoch eine zusätzliche dielektrische Schicht  $D_4$  nach Bild 3.3b eingebracht werden.



**Bild 3.3** Geometrie des Außenraums a) ohne Radom (1 Dielektrikumsschicht) b) mit Radom (2 Dielektrikumsschichten)

Der feldtheoretische Formalismus zur Behandlung der beiden Räume ist weitgehend derselbe, sodass im Verlauf der weiteren Arbeit nur dort, wo sich Unterschiede zwischen den beiden Räumen ergeben, explizit auf diese eingegangen wird.

### 3.2 Feldbeschreibung

Ausgangspunkt aller Überlegungen zur Beschreibung elektrodynamischer Fragestellungen sind die Maxwell-Gleichungen [Max73] in ihrer symmetrischen Darstellung (3.1) [Har61]

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3.1a)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\vec{M} - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.1b)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho_e \quad (3.1c)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = \rho_m \quad (3.1d)$$

sowie die Gleichungen für lineare, kausale Materie in ihrer allgemeinsten Form (3.2) [Bal89].

$$\underline{\vec{D}}(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^t \underline{\vec{\epsilon}}(\vec{r}, t - \tau) \underline{\vec{E}}(\vec{r}, \tau) d\tau \quad (3.2a)$$

$$\underline{\vec{B}}(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^t \underline{\vec{\mu}}(\vec{r}, t - \tau) \underline{\vec{H}}(\vec{r}, \tau) d\tau \quad (3.2b)$$

$$\underline{\vec{J}}(\vec{r}, t) - \underline{\vec{J}}^{(e)}(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^t \underline{\vec{\kappa}}(\vec{r}, t - \tau) \underline{\vec{E}}(\vec{r}, \tau) d\tau \quad (3.2c)$$

Die vollständig symmetrische Schreibweise von (3.1) hat sich insbesondere zur Beschreibung von Streifenleitungsantennen mit Aperturen als sehr sinnvoll erwiesen, obwohl magnetische Ladungsdichten  $\rho_m$  und magnetische Quellstromdichten  $\vec{M}$  physikalisch nicht existierende Hilfsgrößen darstellen, weshalb für diese auch keine Materialgleichung oder Materialkonstante existiert. Mit der Beschränkung auf harmonische Zeitabhängigkeit  $\sim \exp(j\omega t)$  (Fouriertransformation vom Zeit- in den Frequenzbereich) ergibt sich die Form (3.3) mit jetzt komplexen Größen, die in dieser Arbeit durch einen Unterstrich gekennzeichnet werden.

$$\text{rot } \underline{\vec{H}} = \underline{\vec{J}} + j\omega \underline{\vec{D}} \quad (3.3a)$$

$$\text{rot } \underline{\vec{E}} = -\underline{\vec{M}} - j\omega \underline{\vec{B}} \quad (3.3b)$$

$$\text{div } \underline{\vec{D}} = \underline{\rho}_e \quad (3.3c)$$

$$\text{div } \underline{\vec{B}} = \underline{\rho}_m \quad (3.3d)$$

Die physikalisch messbaren reellen Feldamplituden im Zeitbereich sind durch Realteilbildung gemäß (3.4) aus diesen komplexen Größen zu erhalten.

$$\underline{\vec{E}}(\vec{r}, t) = \text{Re} \left\{ \underline{\vec{E}}(\vec{r}) e^{+j\omega t} \right\} \quad (3.4a)$$

$$\underline{\vec{H}}(\vec{r}, t) = \text{Re} \left\{ \underline{\vec{H}}(\vec{r}) e^{+j\omega t} \right\} \quad (3.4b)$$

Planare wie auch konforme Streifenleitungsantennen bestehen aus dielektrischen Materialien, die als linear und zeitinvariant betrachtet werden. Weiterhin können die Materialien innerhalb des schmalen Frequenzbereichs, in dem sie angewendet werden als homogen, isotrop und frequenzunabhängig angesehen werden. Damit vereinfachen sich die Materialgleichungen (3.2) zu den allgemein in der Antennentheorie verwendeten Formen (3.5) [Bal97, Lo93].

$$\underline{\vec{D}} = \underline{\epsilon} \underline{\vec{E}} \quad (3.5a)$$

$$\underline{\vec{B}} = \underline{\mu} \underline{\vec{H}} \quad (3.5b)$$

$$\underline{\vec{J}} = \underline{\kappa} \underline{\vec{E}} \quad (3.5c)$$

Das Verhalten der Felder an Schichtgrenzen wird durch die Rand- und Grenzbedingungen [Har61, Bal89] nach (3.6) beschrieben, wobei der Index F allgemein Größen auf Flächen kennzeichnet.

$$\text{Rot} \underline{\vec{E}} = -\hat{n}_{12} \times (\underline{\vec{E}}_2 - \underline{\vec{E}}_1) = \underline{\vec{M}}_F \quad (3.6a)$$

$$\text{Rot} \underline{\vec{H}} = \hat{n}_{12} \times (\underline{\vec{H}}_2 - \underline{\vec{H}}_1) = \underline{\vec{J}}_F \quad (3.6b)$$

$$\text{Div} \underline{\vec{D}} = \hat{n}_{12}^T \cdot (\underline{\vec{D}}_2 - \underline{\vec{D}}_1) = \underline{\rho}_{Fe} \quad (3.6c)$$

$$\text{Div} \underline{\vec{B}} = \hat{n}_{12}^T \cdot (\underline{\vec{B}}_2 - \underline{\vec{B}}_1) = \underline{\rho}_{Fm} \quad (3.6d)$$

Aus der gewählten Zeitabhängigkeit folgt für die komplexe Permittivität  $\underline{\epsilon}_r$  und die komplexe Permeabilität  $\underline{\mu}_r$  die Schreibweise nach (3.7). In (3.7a) wurden die Leitungsstromdichte ( $\kappa \neq 0$ ) und die Verschiebungsstromdichten ( $\epsilon_r' - j\epsilon_r''$ ) zusammengefasst und durch eine effektive relative Permittivität  $\underline{\epsilon}_r$  beschrieben. Diese Darstellung eröffnet neben der in Abschnitt 5.1 beschriebenen Oberflächenimpedanz eine weitere Möglichkeit zur Modellierung realen, verlustbehafteten Metalls ( $\kappa \neq \infty$ ) insbesondere in der Schicht  $D_0$ .

$$\underline{\epsilon}_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r'' - j \frac{\kappa}{\omega \epsilon_0} \quad (3.7a)$$

$$\underline{\mu}_r = \mu_r' - j\mu_r'' \quad (3.7b)$$

Die komplexe Ausbreitungskonstante  $\underline{k}_i$  innerhalb der einzelnen Schichten  $D_i$  ergibt sich im Frequenzbereich mit  $\omega = 2\pi f$  zu (3.8), wobei  $c_0$  die Lichtgeschwindigkeit und  $k_0$  die Wellenzahl im Vakuum ist.

$$\underline{k}_i = \omega \sqrt{\underline{\epsilon}_i \underline{\mu}_i} = \frac{\omega \sqrt{\underline{\epsilon}_{r,i} \underline{\mu}_{r,i}}}{c_0} = k_0 \sqrt{\underline{\epsilon}_{r,i} \underline{\mu}_{r,i}} \quad (3.8)$$

Durch eine weitere Rotationsbildung der Gleichungen (3.3a) und (3.3b) und der Annahme quellen- und raumladungsfreier Materie erhält man nach einigen Umrechnun-

gen und Einführung der Ausbreitungskonstante nach (3.8) die Wellengleichungen für die elektrische und die magnetische Feldstärke nach (3.9).

$$\nabla^2 \underline{\vec{E}} + \underline{k}^2 \underline{\vec{E}} = \vec{0} \quad (3.9a)$$

$$\nabla^2 \underline{\vec{H}} + \underline{k}^2 \underline{\vec{H}} = \vec{0} \quad (3.9b)$$

In Zylinderkoordinaten ergeben sich hieraus die drei gekoppelten Differentialgleichungen (3.10) für die Feldkomponenten  $\underline{E}_r$ ,  $\underline{E}_\phi$  und  $\underline{E}_z$ .

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \underline{E}_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \underline{E}_r}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \underline{E}_r}{\partial z^2} + \left( -\frac{\underline{E}_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \underline{E}_\phi}{\partial \phi} \right) = -\underline{k}^2 \underline{E}_r \quad (3.10a)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \underline{E}_\phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \underline{E}_\phi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \underline{E}_\phi}{\partial z^2} + \left( -\frac{\underline{E}_\phi}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \underline{E}_r}{\partial \phi} \right) = -\underline{k}^2 \underline{E}_\phi \quad (3.10b)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \underline{E}_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \underline{E}_z}{\partial z^2} = -\underline{k}^2 \underline{E}_z \quad (3.10c)$$

Prinzipiell ist es möglich, dieses Differentialgleichungssystem direkt zu lösen. Es ist jedoch vorteilhafter und deshalb üblich, zunächst Potentiale als Hilfsgrößen einzuführen, und dann aus diesen die eigentlichen Felder zu berechnen.

### 3.2.1 Einführung von Vektorpotentialen

Zur vollständigen Beschreibung der Felder werden zwei Potentiale benötigt, für die in dieser Arbeit das magnetische Vektorpotential  $\vec{\underline{A}}$  und das elektrische Vektorpotential  $\vec{\underline{F}}$  verwendet werden, die nach [Har61] über  $\vec{\underline{H}}/2 = \text{rot } \vec{\underline{A}}$  und  $\vec{\underline{E}}/2 = -\text{rot } \vec{\underline{F}}$  definiert sind<sup>1</sup>. Nach Anwendung der Lorentz-Eichung ergeben sich die Gleichungen (3.11) zur Berechnung der Felder aus den Potentialen.

$$\vec{\underline{E}} = -\text{rot } \vec{\underline{F}} + \frac{1}{j \omega \underline{\epsilon}} \text{rot rot } \vec{\underline{A}} \quad (3.11a)$$

$$\vec{\underline{H}} = \text{rot } \vec{\underline{A}} + \frac{1}{j \omega \underline{\mu}} \text{rot rot } \vec{\underline{F}} \quad (3.11b)$$

<sup>1</sup>Die beiden Hertzschen Vektorpotentiale  $\Pi_h$  und  $\Pi_e$  stellen ein anderes Paar dar [Sim93].

Die Felder in einem ursachenfreien, homogenen und isotropen Raumbereich lassen sich in TM- und TE-Wellen bezüglich einer festen Raumrichtung zerlegen [Har61]. In Zylinderkoordinaten wird hier üblicherweise die  $z$ -Richtung gewählt, woraus sich für die Vektorpotentiale die Vereinfachungen  $\vec{\underline{A}} = \underline{A}_z \vec{e}_z$  und  $\vec{\underline{F}} = \underline{F}_z \vec{e}_z$  ergeben [Bal89 Kap. 6.5]. Weiterhin hat es sich als sinnvoll erwiesen, für die Berechnung mehrlagiger Zylinder nicht direkt die Vektorpotentiale  $\vec{\underline{A}}$  und  $\vec{\underline{F}}$ , sondern die Hilfspotentiale  $\vec{\underline{X}}$  und  $\vec{\underline{Y}}$  zu verwenden, die nach (3.12) über die materialunabhängigen Konstanten  $k_0$  und den Freiraum-Wellenwiderstand  $Z_0$  mit den Vektorpotentialen verknüpft sind [Got95/1].

$$\vec{\underline{X}} = \underline{X} \vec{e}_z := \omega \mu_0 \underline{A}_z \vec{e}_z = k_0 Z_0 \underline{A}_z \vec{e}_z = k_0 Z_0 \vec{\underline{A}} \quad (3.12a)$$

$$\vec{\underline{Y}} = \underline{Y} \vec{e}_z := -j k_0 \underline{F}_z \vec{e}_z = -j k_0 \vec{\underline{F}} \quad (3.12b)$$

Der Vorteil liegt in der entstehenden symmetrischen Gleichungsform (3.13), die sich für die mit den Feldern verknüpften Größen  $j \vec{\underline{E}}$  und  $Z_0 \vec{\underline{H}}$  ergibt, welche zudem gleiche Einheiten besitzen.

$$j \vec{\underline{E}} = \frac{1}{k_0} \text{rot } \vec{\underline{Y}} + \frac{1}{k_0^2 \underline{\epsilon}_r} \text{rot rot } \vec{\underline{X}} \quad (3.13a)$$

$$Z_0 \vec{\underline{H}} = \frac{1}{k_0} \text{rot } \vec{\underline{X}} + \frac{1}{k_0^2 \underline{\mu}_r} \text{rot rot } \vec{\underline{Y}} \quad (3.13b)$$

Für die einzelnen Feldkomponenten der elektrischen Feldstärke erhält man (3.14), für die der magnetischen Feldstärke (3.15).

$$j \underline{E}_r = \frac{1}{k_0 r} \frac{\partial \underline{Y}}{\partial \phi} + \frac{1}{k_0^2 \underline{\epsilon}_r} \frac{\partial^2 \underline{X}}{\partial z \partial r} \quad (3.14a)$$

$$j \underline{E}_\phi = -\frac{1}{k_0} \frac{\partial \underline{Y}}{\partial r} + \frac{1}{k_0^2 r \underline{\epsilon}_r} \frac{\partial^2 \underline{X}}{\partial z \partial \phi} \quad (3.14b)$$

$$j \underline{E}_z = -\frac{1}{k_0^2 r \underline{\epsilon}_r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \underline{X}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \underline{X}}{\partial \phi^2} \right] \quad (3.14c)$$

$$Z_0 \underline{H}_r = \frac{1}{k_0 r} \frac{\partial \underline{X}}{\partial \phi} + \frac{1}{k_0^2 \underline{\mu}_r} \frac{\partial^2 \underline{Y}}{\partial z \partial r} \quad (3.15a)$$

$$Z_0 \underline{H}_\phi = -\frac{1}{k_0} \frac{\partial \underline{X}}{\partial r} + \frac{1}{k_0^2 r \underline{\mu}_r} \frac{\partial^2 \underline{Y}}{\partial z \partial \phi} \quad (3.15b)$$

$$Z_0 \underline{H}_z = -\frac{1}{k_0^2 r \underline{\mu}_r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \underline{Y}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \underline{Y}}{\partial \phi^2} \right] \quad (3.15c)$$

Zunächst scheint gegenüber (3.10) nichts gewonnen zu sein. Die Felder sind auf Potentiale zurückgeführt, jedoch sind jetzt die Potentiale zu bestimmen. Nun genügen die Potentiale  $\vec{A}$  und  $\vec{F}$  und mit (3.12) auch  $\vec{X}$  und  $\vec{Y}$  der vektoriellen Wellengleichung (Helmholtzgleichung) nach (3.9). Da die Potentiale jedoch nur eine  $z$ -Komponente besitzen, ist auch nur die skalare Wellengleichung nach (3.16) ( $z$ -Komponente der vektoriellen Wellengleichung) für die Potentiale  $\underline{\Psi}_z = \underline{X}_z$  und  $\underline{\Psi}_z = \underline{Y}_z$  zu lösen.

$$\nabla^2 \underline{\Psi} + \underline{k}^2 \underline{\Psi} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \underline{\Psi}_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \underline{\Psi}_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \underline{\Psi}_z}{\partial z^2} + \underline{k}^2 \underline{\Psi}_z = 0 \quad (3.16)$$

Diese Lösung kann einerseits durch einen Separationsansatz im Raumbereich erfolgen oder andererseits nach einer Fouriertransformation im Spektralbereich, wo gemäß den Rechenregeln der Integraltransformation die Integration und Differentiation in einfachere Multiplikationen und Divisionen übergehen. Dieser zur Berechnung Greenscher Funktionen in mehrlagigen dielektrischen Strukturen übliche Weg [Poz95, Her96/2, Ros96, Got95/1, Spl90, Bah80] wird auch in dieser Arbeit besprochen.

### 3.2.2 Darstellung im Spektralbereich

Zum Übergang vom Raumbereich in den Spektralbereich (Wellenzahlbereich) wird die zweidimensionale Fouriertransformation nach (3.17) verwendet, die einer Fouriertransformation in  $z$ -Richtung und einer Fourier-Reihenentwicklung in  $\phi$ -Richtung entspricht.

$$\tilde{f}_m(r, k_z) = \int_{\phi=-\pi}^{\pi} \int_{z=-\infty}^{\infty} f(r, \phi, z) e^{j(m\phi + k_z z)} dz d\phi \quad (3.17a)$$

$$f(r, \phi, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{k_z=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_m(r, k_z) e^{-j(m\phi + k_z z)} dk_z \quad (3.17b)$$

Da alle Größen in  $z$ -Richtung kontinuierliche, in  $\phi$ -Richtung jedoch periodische Funktionen sind, hängen die Größen im Wellenzahlbereich, die durch eine zusätzliche

Tilde gekennzeichnet sind, von der kontinuierlichen Variablen  $k_z$  und der diskreten Variablen  $m$  ab. Für die partiellen Ableitungen ergeben sich dann die Korrespondenzen nach (3.18).

$$\frac{\partial}{\partial r} \leftrightarrow \frac{\partial}{\partial r} \quad (3.18a)$$

$$\frac{\partial}{\partial \phi} \circ \bullet - j m \quad (3.18b)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \circ \bullet - j k_z \quad (3.18c)$$

Wendet man diese Korrespondenzen auf (3.16) an, so erhält man die Wellengleichung im Spektralbereich (3.19).

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \tilde{\Psi}_m(r, k_z)}{\partial r} \right) + \left[ (\underline{k}^2 - k_z^2) r^2 - m^2 \right] \tilde{\Psi}_m(r, k_z) = 0 \quad (3.19)$$

Für allgemein verlustbehaftete Dielektrika ist  $\underline{k}$  komplex (vgl. (3.8)). Durch Definition einer radialen Ausbreitungskonstante  $\underline{\gamma}_r$  sowie der daraus abgeleiteten Größe  $\underline{\rho}$  nach (3.20) erhält man aus (3.19) die modifizierte Besselsche Differentialgleichung (3.21)<sup>2</sup>,

$$\underline{\rho} = r \underline{\gamma}_r = r \sqrt{k_z^2 - \underline{k}^2} \quad (3.20)$$

$$\underline{\rho} \frac{\partial}{\partial \underline{\rho}} \left( \underline{\rho} \frac{\partial \tilde{\Psi}_m(r, k_z)}{\partial \underline{\rho}} \right) - [\underline{\rho}^2 + m^2] \tilde{\Psi}_m(r, k_z) = 0 \quad (3.21)$$

mit den modifizierten Besselfunktionen 1. Art  $\underline{I}_m(\underline{\rho})$  und 2. Art  $\underline{K}_m(\underline{\rho})$  als Bestandteile der Lösung  $\tilde{\Psi}$  nach (3.22).

$$\tilde{\Psi}_m(r, k_z) = \underline{A}_m(k_z) \underline{I}_m(\underline{\rho}) + \underline{B}_m(k_z) \underline{K}_m(\underline{\rho}) \quad (3.22)$$

Die Koeffizienten  $\underline{A}_m$  und  $\underline{B}_m$  sind aus den Randbedingungen in jeder Schicht zu bestimmen, womit die Lösung für die Potentiale bekannt ist.

<sup>2</sup>An dieser Stelle bestimmt die Wahl der Reihenfolge der Summanden unter der Wurzel in (3.20) die Form der entstehenden Differentialgleichung. Alternativ zur modifizierten Besselschen Differentialgleichung kann so auch die "normale" Besselsche Differentialgleichung erzeugt werden, die jedoch den gravierenden Nachteil besitzt, dass in den verallgemeinerten asymptotischen Entwicklungen ihrer Lösungen höhere Funktionen (Airy-Funktionen) vorkommen.

$$(\cdot)' = \frac{\partial(\cdot)}{\partial k_0 r} = \frac{\gamma_r}{k_0} \frac{\partial(\cdot)}{\partial \underline{\rho}} \quad (3.23)$$

Mit der Kurzschreibweise (3.23) für die Ableitungen ergibt sich im Spektralbereich aus (3.14) und (3.15) die Lösung für die Komponenten der elektrischen Feldstärke nach (3.24) sowie für die Komponenten der magnetischen Feldstärke nach (3.25).

$$j\tilde{E}_r = \frac{-jm}{k_0 r} \tilde{Y}'_m - \frac{jk_z}{k_0} \frac{\tilde{X}'_m}{\underline{\epsilon}_r} \quad (3.24a)$$

$$j\tilde{E}_\phi = -\tilde{Y}'_m - \frac{k_z m}{k_0^2 r} \frac{\tilde{X}_m}{\underline{\epsilon}_r} \quad (3.24b)$$

$$j\tilde{E}_z = -\left(\frac{\gamma_r}{k_0}\right)^2 \frac{\tilde{X}_m}{\underline{\epsilon}_r} \quad (3.24c)$$

$$Z_0 \tilde{H}_r = \frac{-jm}{k_0 r} \tilde{X}_m - \frac{jk_z}{k_0} \frac{\tilde{Y}'_m}{\underline{\mu}_r} \quad (3.25a)$$

$$Z_0 \tilde{H}_\phi = -\tilde{X}'_m - \frac{k_z m}{k_0^2 r} \frac{\tilde{Y}_m}{\underline{\mu}_r} \quad (3.25b)$$

$$Z_0 \tilde{H}_z = -\left(\frac{\gamma_r}{k_0}\right)^2 \frac{\tilde{Y}_m}{\underline{\mu}_r} \quad (3.25c)$$

Für die Berechnung der zylinderkonformen Antennen gilt es ein schnelles und effizientes Berechnungsverfahren für die Koeffizienten  $\underline{A}_m$  und  $\underline{B}_m$  aus (3.22) finden, das es zudem erlaubt, die asymptotischen Lösungen für große Werte der Spektralbereichsvariablen  $m$  und  $k_z$  zu finden.

### 3.3 Feldberechnung im Spektralbereich

Die Feldberechnung in mehrlagigen Zylindern kann auf unterschiedliche Art und Weise erfolgen [Fel73, Che96, Tam94, Pre99, Won99]. Der hier eingeschlagene Weg über die schichtweise Berechnung der Potentiale hat sich jedoch für die anschließende numerische Berechnung am stabilsten erwiesen [Got95/1]. Damit ergibt sich als ausführlichere Darstellung von (3.22) in jeder Dielektrikumsschicht die Beziehung

(3.26), die für alle Schichten zu lösen ist. Dies bedeutet, dass in jeder Schicht die zunächst vier unbekanntenen Koeffizienten  $\underline{a}_m$ ,  $\underline{b}_m$ ,  $\underline{c}_m$  und  $\underline{d}_m$  bestimmt werden müssen. Insgesamt sind in den  $N+2$  Schichten (inklusive Kern und Freiraum)  $4(N+2)$  Unbekannte zu ermitteln, welche wiederum selbst Funktionen von  $m$  und  $k_z$  sind.

$$\tilde{\underline{X}}_m(r, k_z) = \underline{a}_m(k_z) \underline{I}_m(\underline{\rho}) + \underline{b}_m(k_z) \underline{K}_m(\underline{\rho}) \quad (3.26a)$$

$$\tilde{\underline{Y}}_m(r, k_z) = \underline{c}_m(k_z) \underline{I}_m(\underline{\rho}) + \underline{d}_m(k_z) \underline{K}_m(\underline{\rho}) \quad (3.26b)$$

Zur Berechnung der Koeffizienten der einzelnen Schichten sind Randbedingungen an den Trennflächen nach (3.6) notwendig, welche den Bildern 3.2 und 3.3 entnommen werden. Nur an diesen Trennflächen sind Ursachen erlaubt, da die Schichten selbst keine Quellen enthalten dürfen. Dies stellt jedoch keine prinzipielle Einschränkung dar, denn zusätzliche Quellen wie etwa mehrlagige Strahleranordnungen (stacked patches), können durch Einführung einer zusätzlichen Trennschicht jederzeit modelliert werden.

### 3.3.1 Die Transfer-Matrix-Methode (TMM)

Die hier verwendete Potential-Transfer-Matrix-Methode berechnet die Anordnung Schicht für Schicht, wobei nicht die Koeffizienten  $\underline{a}_m$ ,  $\underline{b}_m$ ,  $\underline{c}_m$  und  $\underline{d}_m$  sondern die Potentiale  $\tilde{\underline{X}}$  und  $\tilde{\underline{Y}}$  selbst sowie deren Ableitungen nach (3.27) zur Beschreibung verwendet werden, da prinzipiell vier unabhängige Größen pro Schicht zur vollständigen Beschreibung notwendig sind.

$$\tilde{\underline{X}}'_m(r, k_z) = \underline{a}_m(k_z) \underline{I}'_m(\underline{\rho}) + \underline{b}_m(k_z) \underline{K}'_m(\underline{\rho}) \quad (3.27a)$$

$$\tilde{\underline{Y}}'_m(r, k_z) = \underline{c}_m(k_z) \underline{I}'_m(\underline{\rho}) + \underline{d}_m(k_z) \underline{K}'_m(\underline{\rho}) \quad (3.27b)$$

Die Transfer-Matrix-Methode nutzt das Superpositionsprinzip aus, d. h. Ursachen in unterschiedlichen Trennschichten werden getrennt berechnet und deren Beiträge anschließend zur Gesamtlösung superponiert. So lässt sich der Formalismus (siehe Abschnitt 3.4.2, Bild 3.4) zunächst auf eine quellenbehaftete Trennschicht, die Quellschicht  $r^{i'}$ , beschränken. Alle anderen Trennschichten sind dann ursachenfrei. Damit zerfällt jede Feldberechnung in den äußeren Teil  $r > r^{i'}$  und den inneren Teil  $r < r^{i'}$  (nicht zu verwechseln mit Innenraum und Außenraum nach Abschnitt 3.1), die zunächst getrennt behandelt werden können. Durch Anwendung der Randbedingungen an dem der Quellschicht gegenüberliegenden Ende des jeweiligen Teiles, also dem inneren Ende für den inneren Teil und dem äußeren Ende für den äußeren Teil,

lassen sich die vier Potentialgrößen  $\tilde{X}$ ,  $\tilde{Y}$ ,  $\tilde{X}'$  und  $\tilde{Y}'$  in allen Schichten des jeweiligen Teils in Abhängigkeit von nur zwei Parametern  $(\alpha_m, \beta_m)$  im Teil  $r < r^{i'}$  und  $(\gamma_m, \delta_m)$  im Teil  $r > r^{i'}$  darstellen. Die letztendliche Bestimmung dieser Parameter erfolgt an der Quellschicht  $r^{i'}$  durch Anwendung der Sprungrotationsbedingungen (3.6a) und (3.6b).

Zur Kennzeichnung der Ortskoordinate des Potentials werden die in Abschnitt 3.1 eingeführten Hochindices verwendet, die jedoch bei Trennschichten und Randbedingungen um (+) und (-) ergänzt werden müssen. So kennzeichnet  $r^{i+}$  den Ort  $r^i + \Delta$  ( $\Delta > 0$ ) mit  $\Delta \rightarrow 0$  und  $r^{i-}$  entsprechend den Ort  $r^i - \Delta$  ( $\Delta > 0$ ) mit  $\Delta \rightarrow 0$ . Bevor jedoch näher auf die Matrizen, die im Rahmen dieses Formalismus auftreten, eingegangen wird, sollen kurz die auftretenden Randbedingungen diskutiert werden.

Für einen metallischen Kern im Innenraum nach Bild 3.2a und für den Außenraum nach Bild 3.3 gilt am inneren Rand  $\vec{E}_{\text{tan}} \equiv \vec{0}$ , d. h.  $\underline{E}_\phi \equiv 0$  und  $\underline{E}_z \equiv 0$ , was mit (3.24b) und (3.24c) auf (3.28) für  $i = 0, 2$  führt.

$$\underline{\tilde{X}}_m^{i+} = 0 \qquad \underline{\tilde{Y}}_m^{i+} = 0 \qquad (3.28a,b)$$

$$\underline{\tilde{X}}_m^{i+} = \underline{\alpha}_m \qquad \underline{\tilde{Y}}_m^{i+} = \underline{\beta}_m \qquad (3.28c,d)$$

Entsprechend gilt für den äußeren Rand des Innenraums nach Bild 3.2 (3.29).

$$\underline{\tilde{X}}_m^{2-} = 0 \qquad \underline{\tilde{Y}}_m^{2-} = 0 \qquad (3.29a,b)$$

$$\underline{\tilde{X}}_m^{2-} = \underline{\gamma}_m \qquad \underline{\tilde{Y}}_m^{2-} = \underline{\delta}_m \qquad (3.29c,d)$$

Liegt gemäß Bild 3.2b kein metallischer Innenleiter vor, so müssen wegen  $\underline{K}_m(\underline{\rho}) \rightarrow \infty$  für  $\underline{\rho} \rightarrow 0$  die Koeffizienten  $\underline{b}_m$  und  $\underline{d}_m$  in (3.26) und (3.27) verschwinden, woraus sich (3.30) ergibt.

$$\underline{\tilde{X}}_m^{0-} = \underline{\alpha}_m \underline{I}_m(\underline{\rho}^{0-}) \qquad \underline{\tilde{X}}_m^{0-} = \underline{\alpha}_m \underline{I}'_m(\underline{\rho}^{0-}) \qquad (3.30a,b)$$

$$\underline{\tilde{Y}}_m^{0-} = \underline{\beta}_m \underline{I}_m(\underline{\rho}^{0-}) \qquad \underline{\tilde{Y}}_m^{0-} = \underline{\beta}_m \underline{I}'_m(\underline{\rho}^{0-}) \qquad (3.30c,d)$$

Ähnlich verhält es sich an der Grenze zum Freiraum im Außenraum nach Bild 3.3, wo wegen  $\underline{I}_m(\underline{\rho}) \rightarrow \infty$  für  $r \rightarrow \infty$  die Koeffizienten  $\underline{a}_m$  und  $\underline{c}_m$  in (3.26) und (3.27) verschwinden, woraus sich (3.31) mit  $i = 3$  für den Fall ohne Radom bzw. mit  $i = 4$  für den Fall mit Radom ergibt.

$$\underline{\tilde{X}}_m^{i+} = \underline{\gamma}_m \underline{K}_m (\underline{\rho}^{i+}) \quad \underline{\tilde{X}}_m^{\prime i+} = \underline{\gamma}_m \underline{K}'_m (\underline{\rho}^{i+}) \quad (3.31a,b)$$

$$\underline{\tilde{Y}}_m^{i+} = \underline{\delta}_m \underline{K}_m (\underline{\rho}^{i+}) \quad \underline{\tilde{Y}}_m^{\prime i+} = \underline{\delta}_m \underline{K}'_m (\underline{\rho}^{i+}) \quad (3.31c,d)$$

Im Rahmen des Berechnungsformalismus treten nun zwei Gruppen von Matrizen auf. Solche, die die Änderung der Potentialgrößen vom inneren Ende zum äußeren Ende einer homogenen Schicht endlicher Dicke beschreiben, die *Schicht-Transfer-Matrizen* (STM), und solche, die die Änderung der Potentialgrößen beim Übergang durch eine infinitesimal dünne Trennschicht beschreiben, den *Trennschicht-Transfer-Matrizen* (TTM). Letztere gliedern sich in zwei Untergruppen, je nachdem ob die Trennschicht ursachenfrei oder mit Quellen behaftet ist.

### 3.3.2 Schicht-Transfer-Matrizen (STM)

Die Schicht-Transfer-Matrizen dienen zur Transformation der Potentiale innerhalb der Schichten (vgl. Bild 3.4), sie stellen also den Zusammenhang zwischen den Potentialen am Ort  $r^{(i-1)+}$  und  $r^i$  innerhalb ein und derselben Dielektrikumsschicht her. Der Potentialvektor  $(\underline{\tilde{X}}_m, \underline{\tilde{X}}_m')$  am Ort  $r^{(i-1)+}$  lässt sich nach (3.26a) und (3.27a) gemäß (3.32) darstellen.

$$\begin{pmatrix} \underline{\tilde{X}}_m \\ \underline{\tilde{X}}_m' \end{pmatrix}^{(i-1)+} = \begin{bmatrix} \underline{I}_m & \underline{K}_m \\ \underline{I}'_m & \underline{K}'_m \end{bmatrix} \rho^{(i-1)+} \begin{pmatrix} \underline{a}_m \\ \underline{b}_m \end{pmatrix}_i \quad (3.32)$$

Durch Matrixinversion lassen sich hieraus  $\underline{a}_m$  und  $\underline{b}_m$  nach (3.33) bestimmen, woraus mit  $\det^{(i-1)+} = (-k_0 r^{i-1})^{-1}$  [Abr70] die Potentiale am Ort  $r^i$  zu (3.34) folgen.

$$\begin{pmatrix} \underline{a}_m \\ \underline{b}_m \end{pmatrix}_i = \frac{1}{\det^{(i-1)+}} \begin{bmatrix} \underline{K}'_m & -\underline{K}_m \\ -\underline{I}'_m & \underline{I}_m \end{bmatrix} \rho^{(i-1)+} \begin{pmatrix} \underline{\tilde{X}}_m \\ \underline{\tilde{X}}_m' \end{pmatrix}^{(i-1)+} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \underline{\tilde{X}}_m \\ \underline{\tilde{X}}_m' \end{pmatrix}^i &= \begin{bmatrix} \underline{I}_m & \underline{K}_m \\ \underline{I}'_m & \underline{K}'_m \end{bmatrix} \rho^i \begin{pmatrix} \underline{a}_m \\ \underline{b}_m \end{pmatrix}_i \\ &= \underbrace{-k_0 r^{i-1} \begin{bmatrix} \underline{I}_m & \underline{K}_m \\ \underline{I}'_m & \underline{K}'_m \end{bmatrix} \rho^i \begin{bmatrix} \underline{K}'_m & -\underline{K}_m \\ -\underline{I}'_m & \underline{I}_m \end{bmatrix} \rho^{(i-1)+}}_{:= [\underline{S}_i] = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix}} \begin{pmatrix} \underline{\tilde{X}}_m \\ \underline{\tilde{X}}_m' \end{pmatrix}^{(i-1)+} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Analog kann so, mit der in Gleichung (3.34) definierten Schicht-Transfer-Matrix  $[\underline{S}_i]$ , nach (3.35) der Potentialvektor  $(\tilde{\underline{Y}}_m, \tilde{\underline{Y}}'_m)$  vom Ort  $r^{(i-1)+}$  zum Ort  $r^i$  transformiert werden.

$$\begin{pmatrix} \tilde{\underline{Y}}_m \\ \tilde{\underline{Y}}'_m \end{pmatrix}^i = [\underline{S}_i] \begin{pmatrix} \tilde{\underline{Y}}_m \\ \tilde{\underline{Y}}'_m \end{pmatrix}^{(i-1)+} \quad (3.35)$$

Die Gleichungen (3.36a) bis (3.36d) zeigen die ausmultiplizierte Form der Elemente der Matrix  $[\underline{S}_i]$ . Aufgrund des asymptotischen Verhaltens von  $\underline{I}_m(\underline{\rho}) \propto \exp(\underline{\rho})$  und  $\underline{K}_m(\underline{\rho}) \propto \exp(-\underline{\rho})$  bzw. deren Ableitungen  $\underline{I}'_m(\underline{\rho}) \propto \exp(\underline{\rho})$  und  $\underline{K}'_m(\underline{\rho}) \propto \exp(-\underline{\rho})$  für große und kleine Werte von  $|\underline{\rho}|$  ergeben sich numerische Instabilitäten, falls beide Faktoren getrennt berechnet und anschließend multipliziert werden. Deutliche Erhöhung der numerischen Stabilität erhält man durch exponentielles Skalieren der Funktionen  $\underline{I}_m(\underline{\rho})$  und  $\underline{K}_m(\underline{\rho})$  bzw. deren Ableitungen mit anschließender getrennter Behandlung des Exponentialterms.

$$\underline{s}_{11} = -k_0 r^{i-1} \left( \underline{I}_m(\underline{\rho}^{i-}) \underline{K}'_m(\underline{\rho}^{(i-1)+}) - \underline{K}_m(\underline{\rho}^{i-}) \underline{I}'_m(\underline{\rho}^{(i-1)+}) \right) \quad (3.36a)$$

$$\underline{s}_{12} = -k_0 r^{i-1} \left( \underline{K}_m(\underline{\rho}^{i-}) \underline{I}_m(\underline{\rho}^{(i-1)+}) - \underline{I}_m(\underline{\rho}^{i-}) \underline{K}_m(\underline{\rho}^{(i-1)+}) \right) \quad (3.36b)$$

$$\underline{s}_{21} = -k_0 r^{i-1} \left( \underline{I}'_m(\underline{\rho}^{i-}) \underline{K}'_m(\underline{\rho}^{(i-1)+}) - \underline{K}'_m(\underline{\rho}^{i-}) \underline{I}'_m(\underline{\rho}^{(i-1)+}) \right) \quad (3.36c)$$

$$\underline{s}_{22} = -k_0 r^{i-1} \left( \underline{K}'_m(\underline{\rho}^{i-}) \underline{I}_m(\underline{\rho}^{(i-1)+}) - \underline{I}'_m(\underline{\rho}^{i-}) \underline{K}_m(\underline{\rho}^{(i-1)+}) \right) \quad (3.36d)$$

Im Laufe der Berechnungen wird häufig auch die inverse Schicht-Transfer-Matrix benötigt, die sich nach (3.37) für endliche Frequenzen immer finden lässt, deren numerische Berechnung jedoch ebenfalls mit den bereits besprochenen Problemen behaftet ist.

$$\det[\underline{S}_i] = \frac{-1}{k_0 r^i} \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} [\underline{S}_i]^{-1} &= -k_0 r^{i-1} \left\{ \begin{bmatrix} \underline{K}'_m & -\underline{K}_m \\ -\underline{I}'_m & \underline{I}_m \end{bmatrix}^{\rho^{(i-1)+}} \right\}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \underline{I}_m & \underline{K}_m \\ \underline{I}'_m & \underline{K}'_m \end{bmatrix}^{\rho^{i-}} \right\}^{-1} \\ &= -k_0 r^i \begin{bmatrix} \underline{I}_m & \underline{K}_m \\ \underline{I}'_m & \underline{K}'_m \end{bmatrix}^{\rho^{(i-1)+}} \begin{bmatrix} \underline{K}'_m & -\underline{K}_m \\ -\underline{I}'_m & \underline{I}_m \end{bmatrix}^{\rho^{i-}} \end{aligned} \quad (3.38)$$

So dient die Verfügbarkeit der analytischen Form der inversen Schicht-Transfer-Matrix nach (3.38), die sich mit  $([A][B])^{-1} = [B]^{-1} [A]^{-1}$  finden lässt, ebenfalls der Erhöhung der numerischen Stabilität der Berechnung.

Unter Beachtung der angesprochenen Regeln lassen sich so numerisch stabile 2x2-Matrizen zur Transformation der Potentiale innerhalb der Schichten berechnen. Zur Transformation über die Trennflächen hinweg werden die Trennschicht-Transfer-Matrizen benötigt.

### 3.3.3 Trennschicht-Transfer-Matrizen (TTM)

In diesem Abschnitt werden zunächst die ursachenfreien Trennschichten innerhalb der Anordnung betrachtet. An diesen Grenzschichten gilt nach (3.6a)  $\text{Rot } \vec{E} = \vec{0}$  was die Kontinuität des tangentialen elektrischen Feldes an diesen Grenzflächen zur Folge hat. Mit (3.24b) und (3.24c) lässt sich diese Kontinuität gemäß (3.39) darstellen.

$$-\begin{bmatrix} \frac{k_z m}{k_0^2 r^i \underline{\epsilon}_{r,i}} & 1 \\ \frac{\gamma_{r,i}^2}{k_0^2 \underline{\epsilon}_{r,i}} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{X}_m \\ \tilde{Y}'_m \end{pmatrix}^{i_-} = \begin{pmatrix} j \tilde{E}_{\phi,m} \\ j \tilde{E}_{z,m} \end{pmatrix}^i = -\begin{bmatrix} \frac{k_z m}{k_0^2 r^i \underline{\epsilon}_{r,i+1}} & 1 \\ \frac{\gamma_{r,i+1}^2}{k_0^2 \underline{\epsilon}_{r,i+1}} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{X}_m \\ \tilde{Y}'_m \end{pmatrix}^{i_+} \quad (3.39)$$

Hieraus folgt für die Potentiale  $\tilde{X}_m$  und  $\tilde{Y}'_m$  (3.40), was gleichzeitig die Definitionsgleichung für die TTM  $[T_\epsilon^i]$  darstellt.

$$\begin{pmatrix} \tilde{X}_m \\ \tilde{Y}'_m \end{pmatrix}^{i_+} = [T_\epsilon^i] \begin{pmatrix} \tilde{X}_m \\ \tilde{Y}'_m \end{pmatrix}^{i_-} = \begin{bmatrix} \frac{\underline{\epsilon}_{r,i+1} \left( \frac{\gamma_{r,i}}{\gamma_{r,i+1}} \right)^2}{\underline{\epsilon}_{r,i}} & 0 \\ \frac{k_z m}{k_0^2 r^i \underline{\epsilon}_{r,i}} \left( 1 - \left( \frac{\gamma_{r,i}}{\gamma_{r,i+1}} \right)^2 \right) & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{X}_m \\ \tilde{Y}'_m \end{pmatrix}^{i_-} \quad (3.40)$$

Aus (3.6b)  $\text{Rot } \vec{H} = \vec{0}$  folgt die Kontinuität des tangentialen magnetischen Feldes an diesen Grenzflächen, was sich mit (3.25b) und (3.25c) gemäß (3.41) darstellen lässt.

$$-\begin{bmatrix} \frac{k_z m}{k_0^2 r^i \underline{\mu}_{r,i}} & 1 \\ \frac{\gamma_{r,i}^2}{k_0^2 \underline{\mu}_{r,i}} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{Y}_m \\ \tilde{X}'_m \end{pmatrix}^{i_-} = \begin{pmatrix} Z_0 \tilde{H}_{\phi,m} \\ Z_0 \tilde{H}_{z,m} \end{pmatrix}^i = -\begin{bmatrix} \frac{k_z m}{k_0^2 r^i \underline{\mu}_{r,i+1}} & 1 \\ \frac{\gamma_{r,i+1}^2}{k_0^2 \underline{\mu}_{r,i+1}} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{Y}_m \\ \tilde{X}'_m \end{pmatrix}^{i_+} \quad (3.41)$$

Damit folgt für das zweite Potentialpaar  $\tilde{Y}_m$  und  $\tilde{X}'_m$  (3.42), was gleichzeitig die Definition für die TTM  $[T_\mu^i]$  ergibt.

$$\begin{pmatrix} \tilde{Y}_m \\ \tilde{X}'_m \end{pmatrix}^{i_+} = [T_\mu^i] \begin{pmatrix} \tilde{Y}_m \\ \tilde{X}'_m \end{pmatrix}^{i_-} = \begin{bmatrix} \frac{\underline{\mu}_{r,i+1}}{\underline{\mu}_{r,i}} \left( \frac{\underline{\gamma}_{r,i}}{\underline{\gamma}_{r,i+1}} \right)^2 & 0 \\ \frac{k_z m}{k_0^2 r^i \underline{\mu}_{r,i}} \left( 1 - \left( \frac{\underline{\gamma}_{r,i}}{\underline{\gamma}_{r,i+1}} \right)^2 \right) & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{Y}_m \\ \tilde{X}'_m \end{pmatrix}^{i_-} \quad (3.42)$$

Häufig wird auch von diesen Matrizen im Verlauf einer Berechnung die Inverse benötigt, was nach (3.43) und (3.44) bei  $\underline{\gamma}_{r,i+1} = 0$  aufgrund  $\underline{k}_z = \underline{k}_{i+1}$  für  $[T_\varepsilon^i]$  wie auch für  $[T_\mu^i]$  zu numerischen Problemen führt, die auch hier durch analytische Inversion vermieden werden können.

$$\det[T_\varepsilon^i] = \frac{\underline{\varepsilon}_{r,i+1}}{\underline{\varepsilon}_{r,i}} \left( \frac{\underline{\gamma}_{r,i}}{\underline{\gamma}_{r,i+1}} \right)^2 \quad (3.43)$$

$$\det[T_\mu^i] = \frac{\underline{\mu}_{r,i+1}}{\underline{\mu}_{r,i}} \left( \frac{\underline{\gamma}_{r,i}}{\underline{\gamma}_{r,i+1}} \right)^2 \quad (3.44)$$

So ergibt sich aus (3.45) die Darstellung von  $[T_\varepsilon^i]^{-1}$  und aus (3.46) die Form von  $[T_\mu^i]^{-1}$ . Beide Formen werden auch zur Extraktion der Asymptoten in Abschnitt 3.5.3 benötigt.

$$\begin{pmatrix} \tilde{X}_m \\ \tilde{Y}'_m \end{pmatrix}^{i_-} = [T_\varepsilon^i]^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{X}_m \\ \tilde{Y}'_m \end{pmatrix}^{i_+} = \begin{bmatrix} \frac{\underline{\varepsilon}_{r,i}}{\underline{\varepsilon}_{r,i+1}} \left( \frac{\underline{\gamma}_{r,i+1}}{\underline{\gamma}_{r,i}} \right)^2 & 0 \\ \frac{k_z m}{k_0^2 r^i \underline{\varepsilon}_{r,i+1}} \left( 1 - \left( \frac{\underline{\gamma}_{r,i+1}}{\underline{\gamma}_{r,i}} \right)^2 \right) & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{X}_m \\ \tilde{Y}'_m \end{pmatrix}^{i_+} \quad (3.45)$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{Y}_m \\ \tilde{X}'_m \end{pmatrix}^{i_-} = [T_\mu^i]^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{Y}_m \\ \tilde{X}'_m \end{pmatrix}^{i_+} = \begin{bmatrix} \frac{\underline{\mu}_{r,i}}{\underline{\mu}_{r,i+1}} \left( \frac{\underline{\gamma}_{r,i+1}}{\underline{\gamma}_{r,i}} \right)^2 & 0 \\ \frac{k_z m}{k_0^2 r^i \underline{\mu}_{r,i+1}} \left( 1 - \left( \frac{\underline{\gamma}_{r,i+1}}{\underline{\gamma}_{r,i}} \right)^2 \right) & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{Y}_m \\ \tilde{X}'_m \end{pmatrix}^{i_+} \quad (3.46)$$

So sind auch hier numerisch stabile Formen von 2x2-Matrizen für die Berechnung zu erhalten.

### 3.3.4 Trennschichten mit Quellen (Erregungsschichten)

Nachdem durch sukzessive Transformation der Potentiale, von beiden Enden des zu berechnenden Feldraums her, die Größen zu beiden Seiten der Erregungs-(trenn-)schicht  $r^i$  bekannt sind, gilt es nun an dieser Trennschicht, ebenfalls durch Anwendung der Sprungrotationsbedingungen nach (3.6a) und (3.6b), die unbekanntenen Koeffizienten  $\underline{\alpha}_m$ ,  $\underline{\beta}_m$ ,  $\underline{\gamma}_m$  und  $\underline{\delta}_m$  zu bestimmen. Die Besonderheit in dieser Trennschicht drückt sich mathematisch darin aus, dass die auf der rechten Seite von (3.6a) und (3.6b) stehenden Flächenströme in dieser Trennschicht im Allgemeinen nicht verschwinden. Für die vier tangentialen Feldkomponenten ergibt sich (3.47).

$$\underline{\tilde{E}}_\phi^{i-} - \underline{\tilde{E}}_\phi^{i+} = \underline{\tilde{M}}_{F,z}^i \quad (3.47a)$$

$$\underline{\tilde{E}}_z^{i-} - \underline{\tilde{E}}_z^{i+} = -\underline{\tilde{M}}_{F,\phi}^i \quad (3.47b)$$

$$\underline{\tilde{H}}_\phi^{i-} - \underline{\tilde{H}}_\phi^{i+} = -\underline{\tilde{J}}_{F,z}^i \quad (3.47c)$$

$$\underline{\tilde{H}}_z^{i-} - \underline{\tilde{H}}_z^{i+} = \underline{\tilde{J}}_{F,\phi}^i \quad (3.47d)$$

Alle vier Feldkomponenten des inneren Teils  $\underline{\tilde{E}}_\phi^{i-}$ ,  $\underline{\tilde{E}}_z^{i-}$ ,  $\underline{\tilde{H}}_\phi^{i-}$ , und  $\underline{\tilde{H}}_z^{i-}$ , die den linken Teil der linken Seite in (3.47) bilden und stellvertretend mit  $\underline{\tilde{\chi}}^{i-}$  bezeichnet werden, lassen sich nun als Summe zweier Anteile, die mit den Koeffizienten  $\underline{\alpha}_m$  und  $\underline{\beta}_m$  gewichtet sind, nach (3.48) darstellen. Dabei bezeichnet  $\underline{\tilde{\chi}}_\alpha^{i-}$  den Anteil, den man mit  $(\underline{\alpha}_m, \underline{\beta}_m) = (1, 0)$  erhält, und  $\underline{\tilde{\chi}}_\beta^{i-}$  den Anteil aus  $(\underline{\alpha}_m, \underline{\beta}_m) = (0, 1)$ .

$$\underline{\tilde{\chi}}^{i-} := \underline{\alpha}_m \underline{\tilde{\chi}}_\alpha^{i-} + \underline{\beta}_m \underline{\tilde{\chi}}_\beta^{i-} \quad (3.48)$$

Entsprechend erhält man für die vier Feldkomponenten des äußeren Teils  $\underline{\tilde{\chi}}^{i+}$  eine Darstellung nach (3.49), welche die Anteile  $\underline{\tilde{\chi}}_\gamma^{i+}$  aus  $(\underline{\gamma}_m, \underline{\delta}_m) = (1, 0)$  und  $\underline{\tilde{\chi}}_\delta^{i+}$  aus  $(\underline{\gamma}_m, \underline{\delta}_m) = (0, 1)$  enthält.

$$\underline{\tilde{\chi}}^{i+} := \underline{\gamma}_m \underline{\tilde{\chi}}_\gamma^{i+} + \underline{\delta}_m \underline{\tilde{\chi}}_\delta^{i+} \quad (3.49)$$

Damit lässt sich (3.47) in Matrixform nach (3.50) darstellen. Durch Inversion der so definierten *Quellmatrix*  $[Q^i]$  lassen sich die Koeffizienten  $\underline{\alpha}_m$ ,  $\underline{\beta}_m$ ,  $\underline{\gamma}_m$  und  $\underline{\delta}_m$  bestimmen, womit das Feld in allen Schichten bekannt ist.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{E}_{\phi,\alpha}^{i-} & \tilde{E}_{\phi,\beta}^{i-} & -\tilde{E}_{\phi,\gamma}^{i+} & -\tilde{E}_{\phi,\delta}^{i+} \\ \tilde{E}_{z,\alpha}^{i-} & \tilde{E}_{z,\beta}^{i-} & -\tilde{E}_{z,\gamma}^{i+} & -\tilde{E}_{z,\delta}^{i+} \\ \tilde{H}_{\phi,\alpha}^{i-} & \tilde{H}_{\phi,\beta}^{i-} & -\tilde{H}_{\phi,\gamma}^{i+} & -\tilde{H}_{\phi,\delta}^{i+} \\ \tilde{H}_{z,\alpha}^{i-} & \tilde{H}_{z,\beta}^{i-} & -\tilde{H}_{z,\gamma}^{i+} & -\tilde{H}_{z,\delta}^{i+} \end{bmatrix}}_{[\underline{Q}^i]} \begin{pmatrix} \underline{\alpha}_m \\ \underline{\beta}_m \\ \underline{\gamma}_m \\ \underline{\delta}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{M}_{F,z}^i \\ -\tilde{M}_{F,\phi}^i \\ -\tilde{J}_{F,z}^i \\ \tilde{J}_{F,\phi}^i \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

### 3.4 Greensche Funktionen im Spektralbereich

Im folgenden Abschnitt werden, basierend auf dem oben entwickelten Feldberechnungsformalismus, die Greenschen Funktionen für den mehrfach geschichteten Zylinder, wie sie zur Berechnung der Antenne benötigt werden, hergeleitet. Bevor jedoch genauer auf die Berechnung der einzelnen Funktionen eingegangen wird, sollen einige generelle Zusammenhänge dargelegt werden.

#### 3.4.1 Bedeutung der Greenschen Funktion

Mathematisch gesehen werden die Greenschen Funktionen verwendet, um die Lösung des Problems  $\underline{L} u(x) = g(x)$  für gegebene Randbedingungen zu bestimmen, wobei  $\underline{L}$  ein linearer Operator, zum Beispiel  $(\nabla^2 + \underline{k}^2)$  aus (3.9),  $u(x)$  eine unbekannte, zu bestimmende Funktion und  $g(x)$  eine gegebene Funktion, hier der Variablen  $x$ , ist. In der Literatur wird hierfür häufig auch die abstraktere, vom Koordinatensystem unabhängige Schreibweise  $\underline{L} |u\rangle = |g\rangle$  mit sog. *Ket-Vektoren* verwendet [Mor53, Gra94].

$$u(x) = \int_A \underline{G}(x, x_0) g(x_0) dx_0 \quad (3.51)$$

Zur Bestimmung von  $u(x)$  wird der allgemeine Lösungsansatz nach (3.51) verwendet, aus dem durch Einsetzen in das ursprüngliche Problem die Bestimmungsgleichung für die unbekannte, problemspezifische Funktion  $\underline{G}(x, x_0)$  folgt. Diese ist in (3.52) zusammen mit dem oben zitierten Beispiel für einen Operator  $\underline{L}$  dargestellt, wobei  $\delta(x, x_0)$  die Dirac Delta-Funktion ist. Die Greensche Funktion ist also die Lösung des Operatorproblems  $\underline{L} u(x) = g(x)$  für eine spezielle Funktion  $g(x)$ .

$$\underline{L} \underline{G}(x, x_0) = \nabla^2 \underline{G}(x, x_0) + \underline{k}^2 \underline{G}(x, x_0) = \delta(x, x_0) \quad (3.52)$$

Mathematisch kann die Greensche Funktion  $\underline{G}(x, x_0)$  als Umkehroperator zum Operator  $\underline{L}$  interpretiert werden oder, mit anderen Worten, als Lösung der inhomogenen, li-

nearen, partiellen Differentialgleichung mit einem Impuls als Störfunktion. Für jede andere Störfunktion  $g(x_0)$  kann die Lösung des ursprünglichen Problems  $u(x)$  nach (3.51) als gewichtete Superposition der verschiedenen Beiträge dargestellt werden. Physikalisch betrachtet stellt so die Lösung des Operatorproblems, also die Greensche Funktion, eine Gewichtsfunktion  $\underline{G}(x, x_0)$  dar, die beschreibt, wie stark sich die Ursache am Punkt  $x_0$  auf die Größe am Punkt  $x$  auswirkt, sofern die Wirkung am Punkt  $x$  als die Superposition aller Ursachen  $g(x_0)$  an den Punkten  $x_0$  interpretiert wird [Gra94]. Die Eigenschaft, dass die Greensche Funktion (wie auch die systemspezifische Differentialgleichung) die vollständige Beschreibung eines Systems enthält, aber darüber hinaus eine Form besitzt, die eine Vorhersage über die Antwort des Systems auf ein beliebiges Eingangssignal gestattet, wird in der linearen Systemtheorie ausgenutzt. Dort heißt die Greensche Funktion des Systems Impulsantwort. In der Feldtheorie beschreibt die Greensche Funktion den Zusammenhang zwischen der räumlichen Verteilung der elektrischen und magnetischen Feldstärke  $\vec{E}$  bzw.  $\vec{H}$  als gesuchte Größen  $u$  und den elektrischen und magnetischen Quellen  $\vec{J}$  bzw.  $\vec{M}$  als Anregungs- oder Störfunktionen  $g$ , wobei hier die Ortskoordinate der Wirkungen (Felder) mit  $\vec{r}$  und die der Quellen (Ströme/Stromdichten) mit  $\vec{r}'$  gekennzeichnet wird. Die Gleichungen (3.53a) bis (3.53d) stellen entsprechend die vier in der Feldtheorie grundsätzlich möglichen Kombinationen aus Ursache und Wirkung dar, wobei der Operator (\*) eine Faltung repräsentiert. Da die Greensche Funktion die Randbedingungen berücksichtigt, ist sie für jede der Kombinationen in (3.53) verschieden.

$$\vec{E}^i(\vec{r}) = [\underline{G}^{EJi'}(\vec{r}|\vec{r}')] * \vec{J}^i(\vec{r}') \quad (3.53a)$$

$$\vec{E}^i(\vec{r}) = [\underline{G}^{EMi'}(\vec{r}|\vec{r}')] * \vec{M}^i(\vec{r}') \quad (3.53b)$$

$$\vec{H}^i(\vec{r}) = [\underline{G}^{HJi'}(\vec{r}|\vec{r}')] * \vec{J}^i(\vec{r}') \quad (3.53c)$$

$$\vec{H}^i(\vec{r}) = [\underline{G}^{HMi'}(\vec{r}|\vec{r}')] * \vec{M}^i(\vec{r}') \quad (3.53d)$$

Die im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Felder und Quellen treten innerhalb eines Zylinderkoordinatensystems an diskreten Radien auf, sodass für die Ortsvektoren der Felder  $\vec{r} = (r^i, \phi, z)^T$  und für die Ortsvektoren der Quellen  $\vec{r}' = (r^i, \phi, z)^T$  gilt, was durch Hochindices an den Quellen, Senken und der Greenschen Funktion gekennzeichnet ist. Da weiterhin Felder und Ströme selbst Vektorgrößen sind, wird die Greensche Funktion zu einer Matrix und daher auch dyadische Greensche Funktion genannt. Beispielhaft stellt (3.54) die ausgeschriebene Form von (3.53a) dar, wobei

die einzelnen Matrixelemente der dyadischen Greenschen Funktion als skalare Greensche Funktionen bezeichnet werden.

$$\begin{pmatrix} \underline{E}_r^i(\vec{r}) \\ \underline{E}_\phi^i(\vec{r}) \\ \underline{E}_z^i(\vec{r}) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{G}_{rr}^{EJii'}(\vec{r}|\vec{r}') & \underline{G}_{r\phi}^{EJii'}(\vec{r}|\vec{r}') & \underline{G}_{rz}^{EJii'}(\vec{r}|\vec{r}') \\ \underline{G}_{\phi r}^{EJii'}(\vec{r}|\vec{r}') & \underline{G}_{\phi\phi}^{EJii'}(\vec{r}|\vec{r}') & \underline{G}_{\phi z}^{EJii'}(\vec{r}|\vec{r}') \\ \underline{G}_{zr}^{EJii'}(\vec{r}|\vec{r}') & \underline{G}_{z\phi}^{EJii'}(\vec{r}|\vec{r}') & \underline{G}_{zz}^{EJii'}(\vec{r}|\vec{r}') \end{bmatrix} * \begin{pmatrix} \underline{J}_r^i(\vec{r}') \\ \underline{J}_\phi^i(\vec{r}') \\ \underline{J}_z^i(\vec{r}') \end{pmatrix} \quad (3.54)$$

Jedes der 9 Matrixelemente in (3.54) stellt also ein Faltungsintegral zur Feldberechnung dar, von denen stellvertretend das Element (2,3)  $G_{\phi z}$  in (3.55) herausgegriffen ist.

$$\underline{E}_\phi^i(r^i, \phi, z) = \int_{z'=-\infty}^{\infty} \int_{\phi'=-\pi}^{\pi} \int_{r'=0}^{\infty} \underline{G}_{\phi z}^{EJii'}(r^i - r', \phi - \phi', z - z') \underline{J}_z^i(r', \phi', z') r' dr' d\phi' dz' \quad (3.55)$$

Zur Vereinfachung der Berechnung wird in der Feldtheorie wie auch in der Systemtheorie unter Verwendung der Regeln der Integraltransformation (hier Fouriertransformation) häufig der Übergang in den Bildbereich (Frequenzbereich und Wellenzahlbereich: Spektralbereich) vollzogen, da dort die Differentiationen und Integrationen im Urbildbereich (Zeitbereich und Ortsbereich) nach (3.51) und (3.52) in einfachere Multiplikationen und Divisionen überführt sind. Entsprechend stellt die Gleichung (3.56) die Bildbereichsform von (3.55) dar.

$$\tilde{\underline{E}}_{\phi,m}^i(r^i, k_z) = \tilde{\underline{G}}_{\phi z,m}^{EJii'}(r^i, r', k_z) \tilde{\underline{J}}_{z,m}^i(r', k_z) \quad (3.56)$$

Im Rahmen dieser Arbeit werden nur Oberflächenströme parallel zu den Trennschichten, also ohne Radialkomponente, betrachtet. Weiterhin reichen aufgrund der Raumladungsfreiheit die Tangentialkomponenten der Felder zur vollständigen Beschreibung aus. Unter diesen Voraussetzungen wird aus der dyadischen Greenschen Funktion (3.54) mit neun skalaren Funktionen im Spektralbereich (3.57) mit vier skalaren Funktionen. Zur Erhöhung der Übersichtlichkeit sind in (3.57) die radialen Abhängigkeiten nur noch durch die Hochindices  $i$  und  $i'$  gekennzeichnet.

$$\tilde{\underline{E}}_{t,m}^i(k_z) = \begin{pmatrix} \tilde{\underline{E}}_{\phi,m}^i(k_z) \\ \tilde{\underline{E}}_{z,m}^i(k_z) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\underline{G}}_{\phi\phi,m}^{EJii'}(k_z) & \tilde{\underline{G}}_{\phi z,m}^{EJii'}(k_z) \\ \tilde{\underline{G}}_{z\phi,m}^{EJii'}(k_z) & \tilde{\underline{G}}_{zz,m}^{EJii'}(k_z) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\underline{J}}_{\phi,m}^i(k_z) \\ \tilde{\underline{J}}_{z,m}^i(k_z) \end{pmatrix} \quad (3.57)$$

Neben der Frage, wie die Greensche Funktion selbst berechnet werden kann, auf die jedoch erst im nächsten Abschnitt eingegangen wird, ist noch die Transformation der Funktion aus dem Wellenzahlbereich in den Ortsbereich zu klären. Hierzu wird formal

(3.51) verwendet, indem eine Delta-Funktion die Quelle  $g$  ersetzt. Auf der rechten Seite verbleibt danach  $\underline{G}(x, x_0)$ .

Ein elektrischer Stromimpuls wird in Zylinderkoordinaten im Raumbereich durch (3.58) beschrieben [Mor53, Gra94], wobei die mit  $(\hat{\cdot})$  gekennzeichneten Größen einheitenbehaftete Einheitsvektoren in die jeweilige Raumrichtung darstellen.

$$\underline{\hat{J}}_F^i(\vec{r}) = \delta(\vec{r} - \vec{r}') \begin{pmatrix} \hat{J}_{F,\phi}^i \\ \hat{J}_{F,z}^i \end{pmatrix} = \frac{\delta(\phi - \phi') \delta(z - z')}{r^{i'}} \begin{pmatrix} \hat{J}_{F,\phi}^i \\ \hat{J}_{F,z}^i \end{pmatrix} \quad (3.58)$$

Durch Fouriertransformation nach (3.17a) erhält man aus (3.58) im Wellenzahlbereich die Darstellung (3.59).

$$\underline{\tilde{J}}_{F,m}^i(k_z) = \frac{e^{j(m\phi' + k_z z')}}{r^{i'}} \begin{pmatrix} \tilde{J}_{F,\phi,m}^i(k_z) \\ \tilde{J}_{F,z,m}^i(k_z) \end{pmatrix} \quad (3.59)$$

Entsprechend lässt sich die elektrische Feldstärke im Raumbereich (3.60) aus (3.57) durch inverse Fouriertransformation nach (3.17b) gewinnen.

$$\begin{aligned} \underline{\tilde{E}}_t^i(\phi, z) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{k_z=-\infty}^{\infty} \underline{\tilde{E}}_{t,m}^i(k_z) e^{-j(m\phi + k_z z)} dk_z \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{k_z=-\infty}^{\infty} [\underline{\tilde{G}}_m^{EJii'}(k_z)] \underline{\tilde{J}}_{F,m}^i(k_z) e^{-j(m\phi + k_z z)} dk_z \end{aligned} \quad (3.60)$$

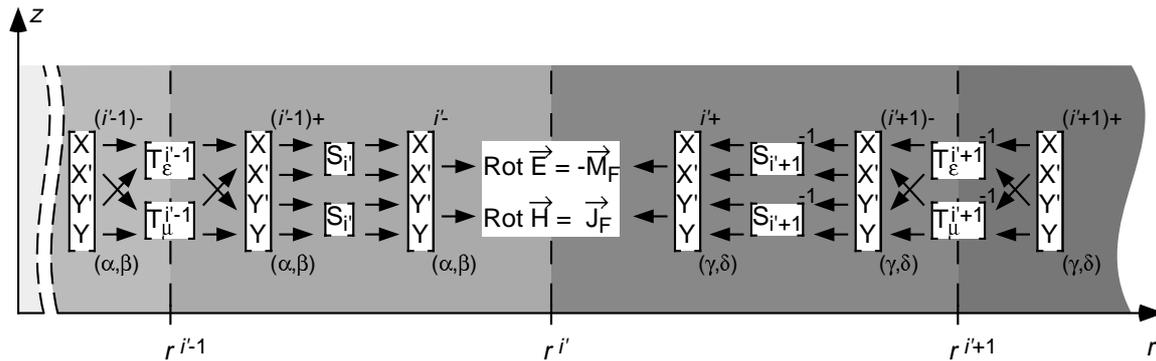
Durch Einsetzen von (3.59) in (3.60) erhält man die gewünschte Form, aus der sich formal die Vorschrift (3.61) zur Transformation der Greenschen Funktion aus dem Wellenzahlbereich in den Ortsbereich ergibt.

$$[\underline{G}^{EJii'}(\phi, z | \phi', z')] = \frac{1}{(2\pi)^2 r^{i'}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{k_z=-\infty}^{\infty} [\underline{\tilde{G}}_m^{EJii'}(k_z)] e^{-j(m[\phi - \phi'] + k_z[z - z'])} dk_z \quad (3.61)$$

Zur direkten Berechnung der Greenschen Funktion könnte nun (3.52) im Orts- oder Spektralbereich gelöst werden. Trotz der zunächst "einfachen" Form der Gleichung ist dieser Weg jedoch aufwendig und wird in der Regel vermieden [Fel73, Tai71, Gra94]. Auch in dieser Arbeit soll der übliche Weg der indirekten Berechnung beschritten werden.

### 3.4.2 Berechnungsschema

Unter indirektem Weg zur Berechnung der Greenschen Funktionen werden hier Methoden zusammengefasst, die durch vergleichsweise einfachere Verfahren, wie die Netzwerktheorie bei mehrlagigen planaren Substraten [Fel73, Tai71], eine Form nach (3.56) oder (3.57) erzeugen und anschließend durch Vergleich die Greensche Funktion extrahieren. Das hier verwendete Berechnungsschema besitzt einige Analogien zum Leitungsmodell bei planaren Streifenleitungsantennen [Ros96, Spl90], unterscheidet sich jedoch in zwei wesentlichen Punkten von diesem: Zum einen werden aus Gründen der numerischen Stabilität der Berechnung Potentiale verwendet, zum anderen ist aufgrund der kreuzweisen Verkopplung der Potentiale an den Grenzschichten eine Zerlegung in reine TE<sup>z</sup>- und reine TM<sup>z</sup>-Wellen, wie sie im Planaren vorgenommen wird, bei zylindrischen Anordnungen nicht möglich. Der Berechnungsablauf im Einzelnen ist in Bild 3.4 skizziert.



**Bild 3.4** Transformationsschema für die Hilfspotentiale X, X', Y und Y'

Durch Anwendung der Randbedingungen nach (3.28) bis (3.31) an den äußeren Grenzen des zu berechnenden Feldraums wird die Anzahl der Unbekannten auf die zwei Größen  $\underline{\alpha}_m$  und  $\underline{\beta}_m$  für den inneren "Halbraum"  $r < r^i$  sowie auf die zwei Größen  $\underline{\gamma}_m$  und  $\underline{\delta}_m$  für den äußeren "Halbraum"  $r > r^i$  reduziert, was in Bild 3.4 durch die Tiefindices an den Vektoren der Hilfspotentiale gekennzeichnet ist. Durch sukzessive Anwendung der Schicht- bzw. Trennschicht-Transfer-Matrizen nach Abschnitt 3.3.2 und Abschnitt 3.3.3 werden die Hilfspotentiale als Funktion dieser Unbekannten an die Erregungstrennschicht  $r^i$  transformiert. Dort ergibt sich das Gleichungssystem (3.50), das für die weitere Berechnung vorteilhaft nach (3.62) gruppiert wird.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \left[ \begin{array}{cc} \tilde{E}_{\alpha\beta}^{i-} & -\left[ \tilde{E}_{\gamma\delta}^{i+} \right] \\ \tilde{H}_{\alpha\beta}^{i-} & -\left[ \tilde{H}_{\gamma\delta}^{i+} \right] \end{array} \right]}_{[Q^i]} \begin{pmatrix} \underline{\alpha}_m \\ \underline{\beta}_m \\ \underline{\gamma}_m \\ \underline{\delta}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{M}_{F,z}^i \\ -\tilde{M}_{F,\phi}^i \\ -\tilde{J}_{F,z}^i \\ \tilde{J}_{F,\phi}^i \end{pmatrix} \quad (3.62)$$

Die auftretenden 2x2 Untermatrizen besitzen eine Form nach (3.63) mit  $F = E$  oder  $H$  und  $\xi \zeta = \alpha \beta$  oder  $\gamma \delta$ . Sie repräsentieren die Konfiguration  $\tilde{\chi}$  nach (3.48) oder (3.49) bzgl. einer Feldstärke und eines Halbraums.

$$\left[ \tilde{F}_{\xi\zeta}^{i\pm} \right] = \begin{bmatrix} \tilde{F}_{\phi,\xi}^{i\pm} & \tilde{F}_{\phi,\zeta}^{i\pm} \\ \tilde{F}_{z,\xi}^{i\pm} & \tilde{F}_{z,\zeta}^{i\pm} \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

Auch die Inverse der Quellmatrix  $[Q^i]^{-1}$ , die zur Bestimmung der Unbekannten  $\underline{\alpha}_m$ ,  $\underline{\beta}_m$ ,  $\underline{\gamma}_m$  und  $\underline{\delta}_m$  benötigt wird, lässt sich nach (3.64) in vier 2x2 Untermatrizen zerlegen, von denen jede den Zusammenhang zwischen einem Quelltyp (elektrisch oder magnetisch) und den beiden Koeffizienten  $\underline{\alpha}_m$ ,  $\underline{\beta}_m$  oder  $\underline{\gamma}_m$ ,  $\underline{\delta}_m$  eines Halbraumes beschreibt.

$$\begin{pmatrix} \underline{\alpha}_m \\ \underline{\beta}_m \\ \underline{\gamma}_m \\ \underline{\delta}_m \end{pmatrix} = [Q^i]^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{M}_{F,z}^i \\ -\tilde{M}_{F,\phi}^i \\ -\tilde{J}_{F,z}^i \\ \tilde{J}_{F,\phi}^i \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [N_{11}^i] & [N_{12}^i] \\ [N_{21}^i] & [N_{22}^i] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{M}_{F,z}^i \\ -\tilde{M}_{F,\phi}^i \\ -\tilde{J}_{F,z}^i \\ \tilde{J}_{F,\phi}^i \end{pmatrix} \quad (3.64)$$

Zur Berechnung der Greenschen Funktionen wird die Darstellung nach (3.62) bzw. (3.63) für beliebige Grenzsichten verallgemeinert d. h. auch an ursachenfreien Trennschichten ( $\tilde{M}_{F,\eta} \equiv \tilde{J}_{F,\eta} \equiv 0$  mit  $\eta = \phi$  oder  $z$ ) wird eine Felddarstellung nach (3.62) gewählt, jedoch sind dort nur die beiden für den jeweiligen Halbraum gültigen Parameter  $\underline{\alpha}_m$ ,  $\underline{\beta}_m$  oder  $\underline{\gamma}_m$ ,  $\underline{\delta}_m$  von Null verschieden.

Mit dieser Konvention lässt sich das elektrische Feld aufgrund einer elektrischen Quelle an Grenzsichten  $i \leq i'$  nach (3.65) darstellen,

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_{\phi}^i \\ \tilde{E}_z^i \end{pmatrix} = \left[ \tilde{E}_{\alpha\beta}^i \right] \begin{pmatrix} \underline{\alpha}_m \\ \underline{\beta}_m \end{pmatrix} = \left[ \tilde{E}_{\alpha\beta}^i \right] [N_{12}^i] \begin{pmatrix} -\tilde{J}_{F,z}^i \\ \tilde{J}_{F,\phi}^i \end{pmatrix} \quad (3.65)$$

woraus durch Vergleich mit (3.57) die Greensche Funktion (3.66) resultiert.

$$\begin{bmatrix} -\tilde{\underline{G}}_{\phi z}^{EJi'} & \tilde{\underline{G}}_{\phi\phi}^{EJi'} \\ -\tilde{\underline{G}}_{zz}^{EJi'} & \tilde{\underline{G}}_{z\phi}^{EJi'} \end{bmatrix} = \left[ \tilde{\underline{E}}_{\alpha\beta}^i \right] \left[ \underline{N}_{12}^{i'} \right] \quad (3.66)$$

Entsprechend ergibt sich für das magnetische Feld aufgrund einer magnetischen Quelle an einer Grenzschicht  $i \geq i'$  die Form (3.67),

$$\begin{pmatrix} \tilde{\underline{H}}_{\phi}^i \\ \tilde{\underline{H}}_z^i \end{pmatrix} = \left[ \tilde{\underline{H}}_{\gamma\delta}^i \right] \begin{pmatrix} \underline{\gamma}_m \\ \underline{\delta}_m \end{pmatrix} = \left[ \tilde{\underline{H}}_{\gamma\delta}^i \right] \left[ \underline{N}_{21}^{i'} \right] \begin{pmatrix} \tilde{\underline{M}}_{F,z}^{i'} \\ -\tilde{\underline{M}}_{F,\phi}^{i'} \end{pmatrix} \quad (3.67)$$

aus der sich die Darstellung der Greenschen Funktion nach (3.68) gewinnen lässt.

$$\begin{bmatrix} \tilde{\underline{G}}_{\phi z}^{HMi'} & -\tilde{\underline{G}}_{\phi\phi}^{HMi'} \\ \tilde{\underline{G}}_{zz}^{HMi'} & -\tilde{\underline{G}}_{z\phi}^{HMi'} \end{bmatrix} = \left[ \tilde{\underline{H}}_{\gamma\delta}^i \right] \left[ \underline{N}_{21}^{i'} \right] \quad (3.68)$$

Mit Hilfe dieses Verfahrens lassen sich nun Greensche Funktionen für beliebige Quell-Senken-Kombinationen innerhalb des mehrlagigen Zylinders berechnen, wobei sich das Verfahren selbst durch zwei Stärken auszeichnet: Zum einen erhält man aus *einer Berechnung* die *komplette Dyade*, zum anderen lassen sich nach Inversion der Quellmatrix (3.64) alle Kombinationen aus (3.53) bestimmen, sofern die Darstellung der gewünschten Feldkomponente am gewünschten Radius nach (3.63) während der Transformation zwischengespeichert wurde.

Für die Lösung des Antennenproblems werden bis zu 10 dyadische Greensche Funktionen bzw. 40 skalare Funktionen benötigt. Ihre Bestimmung ist deutlich aufwendiger als die ihrer planaren Verwandten, da weniger Symmetrien genutzt werden können und die Numerik instabiler ist. Die genaue Kenntnis ihrer Eigenschaften und deren vorteilhafte Ausnutzung ist daher besonders wichtig.

### 3.5 Eigenschaften der Greenschen Funktionen im Spektralbereich

Insbesondere im Hinblick auf die notwendige Integration der Greenschen Funktion im Spektralbereich, entweder direkt zur Berechnung der Raumbereichsdarstellung oder zusammen mit den Basis- und Testfunktionen als Teil der Momentenmethode, ist die Kenntnis der Eigenschaften derselben wichtig. Neben der Symmetrie sind die Pol-

stellen in der komplexen  $k_z$ -Ebene und die Asymptoten für verschiedene Fälle Gegenstand der folgenden Betrachtungen.

### 3.5.1 Symmetrie

Die physikalische Natur der dyadischen Greenschen Funktionen bedingt zwei Arten der Symmetrie, zum einen Symmetrieeigenschaften *zwischen* den zugehörigen skalaren Funktionen aufgrund der verwendeten Materialien, zum anderen Symmetrien bzgl. der Koordinatenrichtungen *innerhalb* einer skalaren Funktion. Zunächst gilt nach [Tai71, Mor53] in isotropen und damit reziproken Medien (3.69).

$$\left[ \underline{G}(\vec{r} | \vec{r}') \right] = \left[ \underline{G}(\vec{r}' | \vec{r}) \right]^T \quad (3.69)$$

Mit (3.69) ergibt sich aus (3.61) die Beziehung (3.70) zwischen den beiden Nebendiagonalelementen der dyadischen Greenschen Funktion, mit  $\xi$  oder  $\zeta = \phi$  bzw.  $z$ .

$$\frac{1}{r^i} \tilde{\underline{G}}_{\xi\xi,m}^{FQi'}(k_z) = \frac{1}{r^i} \tilde{\underline{G}}_{\zeta\xi,m}^{FQi'}(k_z) \quad (3.70)$$

Für die Symmetrieeigenschaften innerhalb der skalaren Funktionen ergeben sich weiterhin die in Tabelle 3.1 angegebenen Beziehungen, deren gute graphische Darstellung hier aus [Got95/1] übernommen wurde.

	Quelle $\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\underline{J}} \rightarrow \tilde{\underline{E}} \\ \tilde{\underline{M}} \rightarrow \tilde{\underline{H}} \end{array} \right\}$ Feldgröße	Quelle $\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\underline{J}} \rightarrow \tilde{\underline{H}} \\ \tilde{\underline{M}} \rightarrow \tilde{\underline{E}} \end{array} \right\}$ Feldgröße
$\tilde{\underline{G}}_{\phi\phi,m}(k_z), \tilde{\underline{G}}_{zz,m}(k_z)$	gerade	ungerade
$\tilde{\underline{G}}_{\phi z,m}(k_z), \tilde{\underline{G}}_{z\phi,m}(k_z)$	ungerade	gerade

**Tabelle 3.1** Symmetrieeigenschaften der skalaren Greenschen Funktionen im Spektralbereich bzgl.  $m$  und  $k_z$

Neben der Ableitung aus (3.69) lassen sich die Spektralbereichs-Beziehungen in Tabelle 3.1 auch durch Symmetrieüberlegungen bezüglich der Felder im Raumbereich unter Berücksichtigung der Eigenschaften der Fouriertransformation gewinnen.

### 3.5.2 Polstellen

Detailliertere Kenntnisse über die Polstellen der Greenschen Funktion, die sich durch das Verschwinden der Determinante der Quellmatrix  $[Q^i]$  nach (3.50) bzw. (3.62) äußern, sind aus zwei Gründen wichtig: Erstens liegt ein Teil dieser Pole für verlustlose Medien auf der reellen  $k_z$ -Achse, was bei der Integration nach (3.61) sowie (5.71) bis (5.76), analog zum planaren Fall, eine Deformation des Integrationsweges C (vgl. Bilder 3.5 und 3.6) an diesen Stellen erfordert. Zweitens kann, ausgehend von der Darstellung der Greenschen Funktion als Reihenentwicklung orthogonaler Basisfunktionen, die zu Erfüllung der Randbedingungen vorteilhafterweise Eigenfunktionen darstellen sollten [Bal89], gezeigt werden, dass durch die Kenntnis aller Pole und Verzweigungsschnitte die Greensche Funktion vollständig bestimmt ist [Gra94]. Die Information der Greenschen Funktion liegt also in den Polen und Verzweigungsschnitten, was bei Zuordnung von physikalischen Phänomenen zu bestimmten Polen oder Polgruppen, auch ein isoliertes Betrachten dieser Gruppen durch sog. asymptotische Techniken informativ werden lässt [Fel99].

Das Auffinden aller Pole einerseits sowie die Deformation des Integrationsweges C andererseits, erfordern eine analytische Fortsetzung der Greenschen Funktion in der komplexen  $k_z$ -Ebene, was für zylindrische Strukturen zwei Probleme mit sich bringt. Erstens ist die radiale Ausbreitungskonstante  $\underline{\gamma}_r$  nach (3.71), genauso wie die Ausbreitungskonstante  $\underline{\gamma}_0$  im planaren Fall [Ros96], eine zweiwertige Funktion von  $k_z$ , was die Berücksichtigung beider Werte  $\pm \underline{\gamma}_r$  bzw. nach (3.20)  $\pm \underline{\rho}$  in jeder Schicht notwendig macht.

$$\underline{\gamma}_r = \sqrt{\underline{k}_z^2 - \underline{k}^2} \quad (3.71)$$

Zweitens ist die modifizierte Besselfunktion  $\underline{K}_m(\underline{\rho})$  eine unendlich vieldeutige Funktion, die erst durch das Einfügen eines Verzweigungsschnittes eindeutig definiert wird [Abr70]. Dieser Verzweigungsschnitt wird für  $\arg(\underline{\rho}) = \arg(\underline{\gamma}_r) = -\pi/2$  festgelegt. Durch Wahl von  $\operatorname{Re}\left\{\sqrt{\underline{k}_z^2 - \underline{k}^2}\right\} \geq 0$  folgt  $-\underline{\gamma}_r = e^{j\pi} \sqrt{\underline{k}_z^2 - \underline{k}^2}$  und nach [Abr70] gelten für die analytische Fortsetzung der modifizierten Besselfunktionen (3.72) und (3.73).

$$\underline{I}_m(-\underline{\rho}) = (-1)^m \underline{I}_m(\underline{\rho}) \quad (3.72)$$

$$\underline{K}_m(-\underline{\rho}) = (-1)^m \underline{K}_m(\underline{\rho}) - j\pi \underline{I}_m(\underline{\rho}) \quad (3.73)$$

Bei der Berechnung der beiden Fälle  $\pm\rho$  in jeder Schicht kann so  $\underline{I}_m(-\rho)$  durch  $\underline{I}_m(\rho)$  und  $\underline{K}_m(-\rho)$  als Linearkombination von  $\underline{I}_m(\rho)$  und  $\underline{K}_m(\rho)$  dargestellt werden. Damit kann gezeigt werden [Got95/1], dass die Schicht-Transfer-Matrizen (Abschnitt 3.3.2) für alle Schichten  $D_n$  ( $n \leq N$ ) vom Vorzeichen unabhängig sind. Für den Freiraum  $D_{N+1}$  jedoch ändert sich die Greensche Funktion für  $-\rho$  durch den zusätzlichen Beitrag von  $\underline{I}_m(\rho)$  in  $\underline{K}_m(-\rho)$  nach (3.73). Folglich erhält man für jedes Vorzeichen von  $\chi_{r,N+1}$  je eine Riemannsche Fläche der  $k_z$ -Ebene, die in Anlehnung an die Literatur planarer Strukturen [Col91] *top*-Ebene für  $\text{Re} \{ \chi_{r,N+1} \} > 0$  bzw. *bottom*-Ebene für  $\text{Re} \{ \chi_{r,N+1} \} < 0$  genannt werden. Die beiden Flächen sind an den Verzweigungsschnitten, die hier durch  $\text{Re} \{ \chi_{r,N+1} \} = 0$  definiert seien, miteinander verbunden.

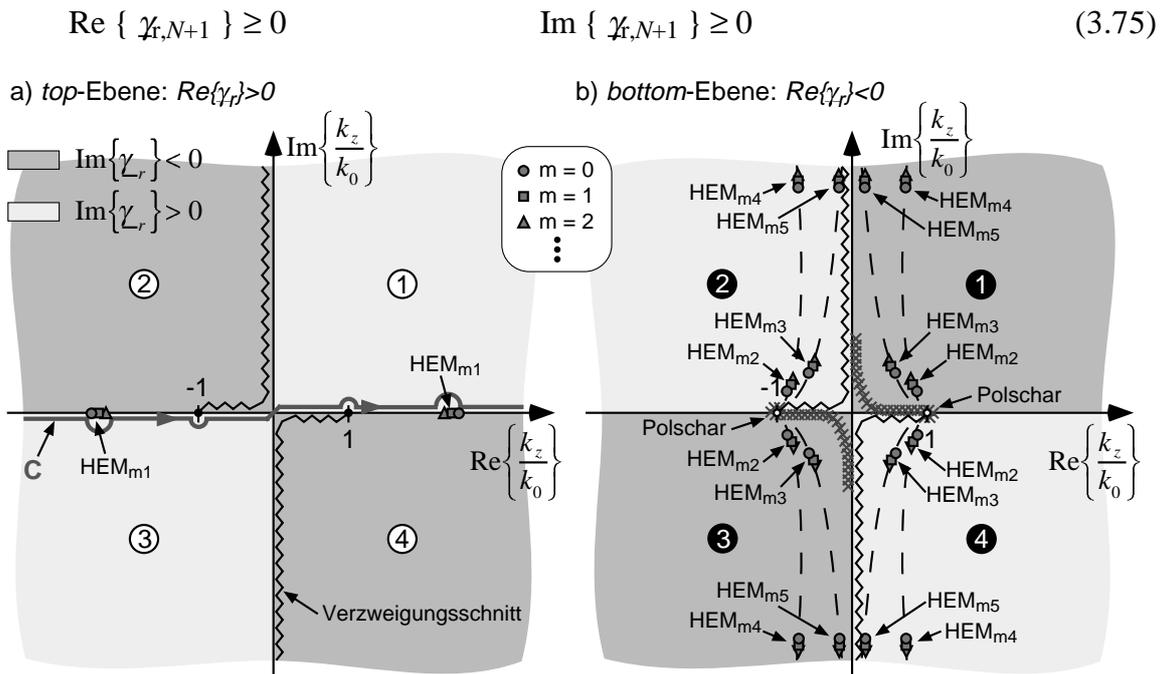
Aufgrund dieser verbleibenden Mehrdeutigkeit im Freiraum, der Teil des Außenraums nach Abschnitt 3.1 ist, wird die Betrachtung der Pole für Innen- und Außenraum im Folgenden getrennt durchgeführt.

#### Polstellen des Innenraums

Die komplexe  $k_z$ -Ebene des Innenraums, die in Bild 3.5 dargestellt ist, besitzt aufgrund der Vorzeichenunabhängigkeit von  $\chi_r$  in diesen Dielektrikaschichten keine Verzweigungsschnitte. Die Pole treten als isolierte Singularitäten im Bereich  $|\text{Re}\{k_z/k_0\}| \in \left[0, \max_n \sqrt{\epsilon_{r,n} \mu_{r,n}}\right]$  in den Quadranten ② und ④ auf. Ihre zum Ursprung punktsymmetrischen Positionen  $\pm k_{zp,mi}$  stellen die axialen Ausbreitungskonstanten der Wellen  $\sim \exp(\pm j k_{zp,mi} z)$  dar.

Das Verhalten der Polstellen als Funktion der Frequenz (gestrichelte Linie) ist in Bild 3.5a für verlustbehaftetes Material in einer Geometrie mit metallischem Kern (vgl. Bild 3.2a) und in Bild 3.5b für verlustfreies Material mit einem Kunststoffkern (vgl. Bild 3.2b) skizziert. Für eine Frequenz von 1.7 GHz wird die dargestellte Lage der Polstellen erreicht. Die Materialkonstanten der Schichten sind so gewählt, dass die Polstellen zur Kontrolle auch analytisch bestimmt werden können [Mar51, Dwi48]. Für steigende Frequenz wandern die Pole entlang der in Bild 3.5a skizzierten Hyperbelbahnen aus den Regionen der aperiodischen Dämpfung in Richtung betragsmäßig fallendem Imaginärteil. Während sich für stark verlustbehaftete Medien wie in Bild 3.5a die Bahn weit in den Quadranten ② und ④ befindet, nähern sie sich für sinkende Verluste immer mehr an die Achsen an, bis die Pole schließlich für verlustfreie Medien wie in Bild 3.5b auf den Achsen selbst zu liegen kommen. Die Bahn aus Bild 3.5a ist, einerseits zum Vergleich, andererseits aber auch zur Markierung des Endpunktes der Polwanderung in Bild 3.5b ebenfalls eingezeichnet. Während bei der koaxialen Geometrie nach Bild 3.5a dieser Endpunkt durch den Pol des frequenz-





**Bild 3.6** Lage und Bewegung der Polstellen der Greenschen Funktionen des Außenraums als Funktion wachsender Frequenz ( $k_0 r$ ) bei gegebener Struktur  $r^2 = 300\text{mm}$ ,  $d_3 = 35\text{mm}$  und  $\epsilon_{r,3} = 6$  mit a) top-Ebene und b) bottom-Ebene (Lage der dargestellten Pole für 2.7 GHz)

Weiterhin dürfen bei der Wahl des Integrationspfades die Verzweigungsschnitte nicht überschritten werden. Der in den Quadranten ① und ③ des Bildes 3.6 eingezeichnete Integrationspfad C erfüllt all diese Bedingungen und kann deshalb dort beliebig deformiert werden. Dies ist auch nötig, da sich für verlustfreie Materialien auf der reellen Achse der top-Ebene im Bereich  $|k_z/k_0| \in \left[1, \max_n \sqrt{\epsilon_{r,n} \mu_{r,n}}\right]$  die Pole der Freiraumwelle ( $k_z = \pm k_0$ ) sowie die Pole der Oberflächenwellen befinden, die für verlustbehaftete Medien in die Quadranten ② und ④ wandern. Diese Oberflächenwellen (*surface waves*) werden im Substrat geführt und leisten keinen Beitrag zur Abstrahlung. Die Positionen der Pole  $k_{zp,mi}$ , die sich mit steigender Frequenz bzw. steigendem Radius ( $k_0 r$ ) immer weiter vom Ursprung entfernen, sind die Ausbreitungskonstanten der Oberflächenwellen, die zugehörigen Residuen sind ein Maß für die von ihnen transportierten Leistungen, welche der Freiraumwelle verloren gehen und damit den Strahlungswirkungsgrad reduzieren. Im Gegensatz zum Planaren gibt es in zylindrischen Strukturen keine reinen TM<sup>z</sup>- oder TE<sup>z</sup>-Wellen, vielmehr treten einzelne, auch von der Ordnung  $m$  abhängige, Hybridmoden auf, die mit HEM <sub>$m$  $i$</sub>  (*hybrid electromagnetic mode*) bezeichnet werden [IRE53]. Jedoch lassen sich nach [Got95/1] die Polgruppen dieser Hybridmoden HEM <sub>$m$  $i$</sub>  aufgrund ihres Verhaltens für ungerade  $i$  ( $i = 1, 3, \dots$ ) den TM<sup>z</sup>- und für gerade  $i$  ( $i = 2, 4, \dots$ ) den TE<sup>z</sup>-Wellen zuordnen. Entspre-

chend ist der zum planaren  $TM_0$ -Mode analoge zylindrische  $HEM_{01}$ -Mode ebenfalls immer ausbreitungsfähig. Mit wachsender Frequenz bzw. steigendem Radius ( $k_0r$ ) existieren Moden für immer größere Werte von  $m$ , wobei sich innerhalb einer Polgruppe, wie in Bild 3.6a angedeutet, der Abstand der Pole zum Ursprung für steigende Ordnung  $m$  verringert. Die Substrate guter Antennen (Kapitel 7) werden so gewählt, dass die  $HEM_{m1}$ -Moden gerade den Verzweigungspunkt durchqueren, d. h. erst einige wenige  $HEM_{m1}$ -Moden als Oberflächenwellen existieren. In Bild 3.6 wird zur Verdeutlichung jedoch eine in diesem Sinne extreme Geometrie verwendet.

Wie in Bild 3.6b zu sehen existieren auch auf der *bottom*-Ebene ebenfalls Polgruppen, wo sie sog. Leckwellen repräsentieren. Sie erfüllen im unteren Blatt noch nicht die Abstrahlbedingung im Unendlichen, wandern aber mit wachsendem Produkt  $k_0r$  entlang den gestrichelten Linien immer näher an den Verzweigungspunkt, um schließlich, ab der Grenzfrequenz des entsprechenden Modes, durch den Verzweigungspunkt auf das obere Blatt zu wechseln, und dort als Pol einer ausbreitungsfähigen Oberflächenwelle entlang der reellen Achse vom Ursprung fort zu wandern. Aus diesem Grund wird auch im unteren Blatt die Bezeichnung der  $HEM_{mi}$ -Moden beibehalten, obwohl diese streng genommen dort nicht gültig ist. Wie in Bild 3.6b angedeutet, sind auch die Leckwellenpole entlang den gekennzeichneten Wanderungsrichtungen in der Reihenfolge ihrer Ordnung aufgereiht. Diese gestrichelten Linien sind selbst abhängig von  $k_0r$ , wenn das Produkt wächst, nähern sie sich der imaginären Achse, was jedoch aus Gründen der Übersichtlichkeit in Bild 3.6b weggelassen wurde. Neben den Polgruppen der  $HEM_{mi}$ -Moden sind in der *bottom*-Ebene von Bild 3.6b noch zwei Polscharen zu erkennen, welche unabhängig von den Materialien die *bottom*-Ebene nie verlassen und für hohe Frequenzen oder große Radien ( $k_0r$ ) in den Verzweigungsschnitten entarten. Die in Bild 3.6b auffällige Punktsymmetrie (zum Ursprung) aller Pole sowie die zusätzliche Achsensymmetrie der  $HEM_{mi}$ -Moden, ist auf die Verlustlosigkeit der verwendeten Medien zurückzuführen. Für verlustbehaftete Medien verschwindet die Achsensymmetrie, die Punktsymmetrie bleibt jedoch erhalten, wenn aufgrund dieser Verluste in den Quadranten ❶ und ❸ die Wanderungsrichtungen, und damit die Pole der  $HEM_{mi}$ -Moden selbst, näher an die imaginäre Achse heranrücken. Ihre physikalische Wirkung entfalten die Leckwellen im Fernfeld der Antenne, sobald sich ihre Pole der reellen Achse nähern und auf den Verzweigungspunkt, der gleichzeitig ja der Pol der Freiraumwelle ist, zusteuern. Dieser Effekt wird beispielsweise für planare Leckwellenantennen mit flachen Abstrahlwinkeln genutzt [Det00]. In [Zür95] findet sich darüber hinaus eine streng genommen zwar nur für planare Schichten gültige, jedoch sehr anschauliche strahlenoptische Erklärung dieses Phänomens.

### 3.5.3 Asymptoten für $k_z \rightarrow \infty$ und / oder $m \rightarrow \infty$

Sowohl bei der Bestimmung der Greenschen Funktion im Raumbereich nach (3.61) als auch bei der Anwendung der Momentenmethode in Kapitel 5 erstrecken sich die auftretenden Integrationen bis ins Unendliche, was numerisch nicht durchführbar ist. Aus diesem Grund ist es wesentlich, das asymptotische Verhalten der auftretenden Funktionen zu kennen. Durch Subtraktion dieser Asymptote vom Funktionswert kann die numerische Integration bei einer endlichen oberen Grenze abgebrochen werden (vgl. Abschnitt 3.6 und Anhang A3). Im Rahmen dieser Arbeit wird zur Extraktion der Asymptoten der Greenschen Funktionen ein neuer, in der Literatur unbekannter Weg beschritten, der auf der Tatsache beruht, dass die Grenzwertbildung eine lineare Operation ist, und folglich der Grenzwert von Summen und Produkten auch einzeln gebildet werden kann, sofern dieser Grenzwert existiert [Sch89]. Sind die asymptotischen Formen aller Matrizen aus Abschnitt 3.3 bekannt, so können die Asymptoten nach demselben Schema wie die Greenschen Funktionen selbst gebildet werden. Im Gegensatz zu [Got95/1], wo die beiden Koordinatenrichtungen getrennt voneinander untersucht werden, kommt hier eine kombinierte asymptotische Darstellung zum Zuge, die gleichzeitig für  $k_z \rightarrow \infty$  wie auch für  $m \rightarrow \infty$  Gültigkeit besitzt.

$$\lim_{k_z \rightarrow \infty} (\underline{\gamma}_r) = \lim_{k_z \rightarrow \infty} \left( \sqrt{k_z^2 - \underline{\varepsilon}_{r,n} \underline{\mu}_{r,n} k_0^2} \right) = |k_z| \quad (3.76)$$

$$[\underline{T}_\varepsilon^n]_{k_z \rightarrow \infty, m \rightarrow \infty} = \begin{bmatrix} \underline{\varepsilon}_{r,n+1} & 0 \\ \underline{\varepsilon}_{r,n} & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

$$[\underline{T}_\mu^n]_{k_z \rightarrow \infty, m \rightarrow \infty} = \begin{bmatrix} \underline{\mu}_{r,n+1} & 0 \\ \underline{\mu}_{r,n} & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

Für die Bestimmung der Asymptoten in dieser allgemeineren Form lassen sich zunächst unter Verwendung von (3.76) die Formen (3.77) und (3.78) für die Trennschicht-Transfer-Matrizen  $[\underline{T}_\varepsilon]$  und  $[\underline{T}_\mu]$  nach Abschnitt 3.3.3 bestimmen<sup>3</sup>.

Für die modifizierten Besselfunktionen in der Schicht-Transfer-Matrix werden die verallgemeinerten asymptotischen Entwicklungen für große Ordnungen verwendet [Abr70], wobei in (3.79) nach dem ersten Reihenglied abgebrochen wird.

<sup>3</sup> Die Grenzwertbildung ist für  $[\underline{T}_\mu]$  nicht direkt aus (3.42) möglich. Die hier verwendete Form ergibt sich aus der Kombination der Grenzwerte von festem  $m$  und  $k_z \rightarrow \infty$  mit  $|k_z| \rightarrow 0$  und  $m \rightarrow \infty$ .

$$\underline{I}_m(m\underline{\rho}) \propto \frac{1}{\sqrt{2\pi m}} \frac{e^{m\underline{\eta}}}{\sqrt[4]{1+\underline{\rho}^2}} \quad \underline{K}_m(m\underline{\rho}) \propto \sqrt{\frac{\pi}{2m}} \frac{e^{-m\underline{\eta}}}{\sqrt[4]{1+\underline{\rho}^2}} \quad (3.79)$$

$$\text{mit } \underline{\eta} = \sqrt{1+\underline{\rho}^2} + \ln \frac{\underline{\rho}}{1+\sqrt{1+\underline{\rho}^2}}$$

$$\lim_{\underline{\rho} \rightarrow +\infty} \{\underline{\eta}\} = |\underline{\rho}| \quad (3.80)$$

$$\underline{\nu} = m |\underline{\gamma}_r| (r^n - r^{n-1}) \quad (3.81)$$

Mit dem Grenzübergang für  $\underline{\eta}$  nach (3.80) und der Größe  $\underline{\nu}$  nach (3.81), lässt sich die asymptotische Form der Matrix  $[S_n]$  nach (3.82) darstellen.

$$[S_n]_{k_z \rightarrow \infty, m \rightarrow \infty} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{r^{n-1}}{r^n}} \cosh(\underline{\nu}) & \frac{k_0}{|m| |\underline{\gamma}_r|} \sqrt{\frac{r^{n-1}}{r^n}} \sinh(\underline{\nu}) \\ \frac{|\underline{\gamma}_r| |m|}{k_0} \sqrt{\frac{r^{n-1}}{r^n}} \sinh(\underline{\nu}) & \sqrt{\frac{r^{n-1}}{r^n}} \cosh(\underline{\nu}) \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

Neben den asymptotischen Formen der Matrizen  $[T_\varepsilon]$ ,  $[T_\mu]$  und  $[S_n]$  werden auch deren Inverse benötigt, wozu es prinzipiell zwei Möglichkeiten gibt: Zum einen können die asymptotischen Formen von  $[T_\varepsilon]$ ,  $[T_\mu]$  und  $[S_n]$  analytisch invertiert werden, zum anderen können aber auch die asymptotischen Formen durch Grenzwertbildung aus den Formen (3.45), (3.46) und (3.38) in den Abschnitten 3.3.4 und 3.3.3 gewonnen werden. Aufgrund der enthaltenen Grenzwertbildungen ist à priori nicht selbstverständlich, dass beide Wege zum selben Ziel führen, was jedoch für die Verwendbarkeit der so gefundenen Formen notwendig ist. Unter Berücksichtigung dieser Tatsache ergeben sich für die Inversen  $[T_\varepsilon]^{-1}$ ,  $[T_\mu]^{-1}$  und  $[S_n]^{-1}$  die Formen (3.83), (3.84) und (3.85).

$$[T_\varepsilon^n]_{k_z \rightarrow \infty, m \rightarrow \infty}^{-1} = \begin{bmatrix} \underline{\varepsilon}_{r,n} & 0 \\ \underline{\varepsilon}_{r,n+1} & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

$$[T_\mu^n]_{k_z \rightarrow \infty, m \rightarrow \infty}^{-1} = \begin{bmatrix} \underline{\mu}_{r,n} & 0 \\ \underline{\mu}_{r,n+1} & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.84)$$

$$[\underline{S}_n]_{k_z \rightarrow \infty, m \rightarrow \infty}^{-1} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{r^n}{r^{n-1}}} \cosh(\underline{\nu}) & -\frac{k_0}{|m| |\underline{\gamma}_r|} \sqrt{\frac{r^n}{r^{n-1}}} \sinh(\underline{\nu}) \\ -\frac{|\underline{\gamma}_r| |m|}{k_0} \sqrt{\frac{r^n}{r^{n-1}}} \sinh(\underline{\nu}) & \sqrt{\frac{r^n}{r^{n-1}}} \cosh(\underline{\nu}) \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

Bei Verwendung dieser allgemeinen asymptotischen Formen der Transfer-Matrizen lassen sich jetzt die zur zweidimensionalen Integration bzw. Summation benötigten Darstellungen der Asymptoten berechnen (siehe Anhang A1).

### 3.5.4 Fernfeld (Asymptoten für $r \rightarrow \infty$ )

Das Fernfeld der Antenne ist aus den elektrischen Feldkomponenten des Raumbereichs für große Abstände  $r \rightarrow \infty$  zu bestimmen. Die Berechnung startet jedoch zunächst im Spektralbereich, wo die elektrischen Feldkomponenten des Außenraums durch (3.24) beschrieben werden, wobei sich die Potentiale  $\tilde{\underline{X}}, \tilde{\underline{Y}}, \tilde{\underline{X}}'$  und  $\tilde{\underline{Y}}'$  nach (3.26) und (3.27) darstellen lassen. Für große Abstände  $r$  können die mod. Besselfunktionen in (3.26) und (3.27) durch ihre asymptotischen Formen [Abr70] ersetzt werden, wobei in (3.86) bis (3.89) zur Verdeutlichung die Abhängigkeiten für die Koeffizienten  $\underline{\gamma}_m$  und  $\underline{\delta}_m$  explizit eingetragen werden.

$$\tilde{\underline{X}}_m = \underline{\gamma}_m(k_z) \underline{K}_m(\underline{\rho}) \approx \underline{\gamma}_m(k_z) \sqrt{\frac{\pi}{2r \underline{\gamma}_r}} e^{-(r \underline{\gamma}_r)} \quad (3.86)$$

$$\tilde{\underline{X}}'_m = \underline{\gamma}_m(k_z) \underline{K}'_m(\underline{\rho}) \approx -\underline{\gamma}_m(k_z) \frac{\underline{\gamma}_r}{k_0} \sqrt{\frac{\pi}{2r \underline{\gamma}_r}} e^{-(r \underline{\gamma}_r)} \quad (3.87)$$

$$\tilde{\underline{Y}}_m = \underline{\delta}_m(k_z) \underline{K}_m(\underline{\rho}) \approx \underline{\delta}_m(k_z) \sqrt{\frac{\pi}{2r \underline{\gamma}_r}} e^{-(r \underline{\gamma}_r)} \quad (3.88)$$

$$\tilde{\underline{Y}}'_m = \underline{\delta}_m(k_z) \underline{K}'_m(\underline{\rho}) \approx -\underline{\delta}_m(k_z) \frac{\underline{\gamma}_r}{k_0} \sqrt{\frac{\pi}{2r \underline{\gamma}_r}} e^{-(r \underline{\gamma}_r)} \quad (3.89)$$

Die so gewonnene Spektralbereichsdarstellung der elektrischen Feldstärke im Außenraum wird nun mit Hilfe der inversen Fouriertransformation (3.17b) zurück in den Raumbereich transformiert. Für die Komponente  $\underline{E}_\phi(\phi, z)$  ist durch Einsetzen (3.90) zu erhalten.

$$\underline{E}_\phi(\phi, z) = \frac{-j}{(2\pi)^2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \underline{W}_m \quad (3.90)$$

$$\underline{W}_m = \int_{k_z=-\infty}^{\infty} \left( \frac{\underline{\gamma}_r}{k_0} \underline{\delta}_m(k_z) - \frac{k_z m}{k_0^2 r \underline{\epsilon}_r} \underline{\gamma}_m(k_z) \right) \frac{e^{-(r \underline{\gamma}_r)}}{\sqrt{r \underline{\gamma}_r}} e^{-j(m\phi + k_z z)} dk_z \quad (3.91)$$

Die Berechnung von (3.91) folgt der von [Har61], die auch in [Got95/1] verwendet wurde. Aufgrund des Vorfaktors können die  $\underline{\gamma}_m$ -Terme gegenüber den  $\underline{\delta}_m$ -Termen für  $r \rightarrow \infty$  vernachlässigt werden. Weiterhin muss für die Berechnung des Integrals nur der *sichtbare Bereich* [Kra88, Sko90]  $|k_z| < k_0$  berücksichtigt werden, da außerhalb dieses Bereichs  $\text{Re}\{\underline{\gamma}_r\} > 0$  ist, und der Integrand damit exponentiell abklingt, was zu einem verschwindenden Beitrag für das Integral führt. Mit Hilfe der Methode der stationären Phase [Har61, Bal97] lässt sich das verbliebene Integral nach einer Variablentransformation bestimmen.

$$\underline{E}_\phi(\vartheta, \phi) \approx \frac{e^{-jk_0 R}}{4\pi R} \sin(\vartheta) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \underline{\delta}_m(k_0 \cos(\vartheta)) e^{-jm\phi} \quad (3.92)$$

$$\underline{E}_\vartheta(\vartheta, \phi) \approx -j \frac{e^{-jk_0 R}}{4\pi R} \sin(\vartheta) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \underline{\gamma}_m(k_0 \cos(\vartheta)) e^{-jm\phi} \quad (3.93)$$

Man erhält (3.92) und (3.93), bei denen zusätzlich die für die Fernfelddarstellung übliche Transformation von Zylinderkoordinaten  $(r, \phi, z)$  auf Kugelkoordinaten  $(R, \vartheta, \phi)$  nach Bild 3.1 durchgeführt wurde.

Die Gleichungen (3.92) und (3.93) stellen damit Raumbereichsdarstellungen aller Greenschen Funktionen, die das Abstrahlverhalten einer beliebigen Quelle innerhalb der Antenne beschreiben, zur Verfügung. Die Eigenheiten jeder Quelle, elektrischer Strom auf dem Patch oder magnetischer Strom in den Aperturen, sowie die Auswirkungen ihrer Lage in den Schichten geht über die Koeffizienten  $\underline{\gamma}_m(k_0 \cos(\vartheta))$  und  $\underline{\delta}_m(k_0 \cos(\vartheta))$ , die mit Hilfe von (3.64) bestimmt werden, in diese Funktionen ein.

### 3.6 Die Greensche Funktion im Raumbereich

Die bisher in dieser Arbeit vorgestellten Berechnungen zur Greenschen Funktion wurden, mit Ausnahme des Fernfeldes im vorangegangenen Abschnitt, ausschließlich im Spektralbereich durchgeführt, die physikalische Feldwirkung jedoch findet im

Raumbereich statt. Es ist daher naheliegend, die bisher lediglich in Abschnitt 3.4 definierte Raumbereichsdarstellung etwas näher zu betrachten. Sie kann mit Hilfe der inversen Fouriertransformation nach (3.17b) aus der Spektralbereichsdarstellung gewonnen werden, was zur Umrechnungsform für die dyadische Greensche Funktion (3.61) zwischen Bild- und Urbildbereich führt. Für jede der skalaren Greenschen Funktionen ergibt sich hieraus Gleichung (3.94), mit einer Summation und einer Integration entlang des Weges C in Bild 3.5 bzw. Bild 3.6, die nicht direkt gelöst werden kann.

$$\underline{G}_{\zeta\nu}^{FQii'}(\phi, z | \phi', z') = \frac{1}{(2\pi)^2 r^i} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{k_z=-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{\zeta\nu, m}^{FQii'}(k_z) e^{-j(m[\phi-\phi'] + k_z[z-z'])} dk_z \quad (3.94)$$

Aus diesem Grund wird das Integral nach (3.95) in die drei Teile  $\underline{G}_{\zeta\nu}^{FQii',A}$ , das die asymptotischen Anteile enthält,  $\underline{G}_{\zeta\nu}^{FQii',P}$ , das die bei der Deformation des Integrationsweges C überschrittenen Pole mit Hilfe des Integralsatzes von Cauchy berücksichtigt, und  $\underline{G}_{\zeta\nu}^{FQii',R}$ , den verbleibenden Rest, zerlegt.

$$\underline{G}_{\zeta\nu}^{FQii'}(\phi, z | \phi', z') = \underline{G}_{\zeta\nu}^{FQii',R} + \underline{G}_{\zeta\nu}^{FQii',A} + \underline{G}_{\zeta\nu}^{FQii',P} \quad (3.95)$$

Der Integrand des Rests  $\tilde{G}_{\zeta\nu, m}^{FQii',R}$ , dem nach (3.96) die asymptotischen Anteile und die Polstellen fehlen, besitzt einen glatten, abklingenden Kurvenverlauf und lässt sich deshalb numerisch integrieren [Got95/1].

$$\tilde{G}_{\zeta\nu, m}^{FQii',R}(k_z) = \tilde{G}_{\zeta\nu, m}^{FQii'}(k_z) - \tilde{G}_{\zeta\nu, m}^{FQii',A}(k_z) - \tilde{G}_{\zeta\nu, m}^{FQii',P}(k_z) \quad (3.96)$$

Der hieraus folgende Beitrag zur Raumbereichsdarstellung der Greenschen Funktion ergibt sich aus (3.97). Die Summationsgrenze  $m_{\max}$  und die Integrationsgrenze  $k_{z, \max}$  werden in Anhang A3.3 diskutiert.

$$\underline{G}_{\zeta\nu}^{FQii',R}(\phi, z | \phi', z') = \frac{1}{(2\pi)^2 r^i} \sum_{m=-m_{\max}}^{m_{\max}} \int_{k_z=-k_{z, \max}}^{k_{z, \max}} \tilde{G}_{\zeta\nu, m}^{FQii',R}(k_z) e^{-j(m[\phi-\phi'] + k_z[z-z'])} dk_z \quad (3.97)$$

Die Anteile der überstrichenen Polstellen werden nach dem Residuensatz berücksichtigt und ergeben den nach (3.98) berechenbaren Anteil der Raumbereichsdarstellung.

$$\underline{G}_{\zeta\nu}^{FQii',P}(\phi, z | \phi', z') = \frac{j}{2\pi r^i} \sum_m \sum_i \text{Res} \left\{ \tilde{G}_{\zeta\nu, m}^{FQii'}(k_{zp, mi}) \right\} e^{-j(m[\phi-\phi'] + k_z[z-z'])} \quad (3.98)$$

Numerisch aufwendig ist die hier notwendige, vom Verlauf des Integrationspfades  $C$  abhängige, unter Umständen zweidimensionale Polsuche in der komplexen  $k_z$ -Ebene zur Bestimmung der Werte der Residuen nach (3.99).

$$\tilde{G}_{\zeta\nu,m}^{FQi',P}(k_z) = \frac{\text{Res}\left\{\tilde{G}_{\zeta\nu,m}^{FQi'}(k_{zp,mi})\right\}}{k_z - k_{zp,mi}} \quad (3.99)$$

Die Wahl des Integrationspfades wiederum wird bestimmt durch die Auswertung des letzten Anteils, der die Asymptoten enthält. Insbesondere wenn Quelle und Senke der Greenschen Funktion in derselben Trennschicht liegen ( $i = i'$ ), die Raumbereichsdarstellung also einen Pol besitzt, äußert sich dies in einer schlechten Konvergenz des in (3.100) dargestellten Anteils.

$$\underline{G}_{\zeta\nu}^{FQi',A}(\phi, z | \phi', z') = \frac{1}{(2\pi)^2 r^i} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{k_z=-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{\zeta\nu,m}^{FQi',A}(k_z) e^{-j(m[\phi-\phi'] + k_z[z-z'])} dk_z \quad (3.100)$$

Aus der Literatur [Mor53, Ito89, Spl90, Ros96, Got95/1] sind jedoch Berechnungsverfahren bekannt (Sattelpunktmethode), die auch in diesen Fällen eine Berechnung erlauben. Mit den so gewonnenen drei Teilergebnissen kann die Raumbereichsdarstellung der Greenschen Funktion bestimmt werden.

## 4 Erweiterung auf axial abgeschlossene zylindrische Strukturen

Für die in Kapitel 3 bestimmten Greenschen Funktionen des mehrlagigen Zylinders wurde angenommen, dass die Struktur senkrecht zum Schichtungsquerschnitt unendliche Ausdehnung besitzt. Für praktisch aufgebaute Antennen ist dies jedoch nicht wirklich realisierbar. Auf der anderen Seite ist eine exakte Bestimmung der Greenschen Funktionen des axial abgeschlossenen Zylinders nach Bild 2.4 für den allgemeinen Fall viel zu aufwendig, weil sich die hierfür notwendige Darstellung der Randbedingungen auf Flächen, die nicht mit Koordinatenflächen zusammenfallen, negativ auswirkt. Deshalb wird hier eine Erweiterung der in Kapitel 3 bestimmten Greenschen Funktionen auf axial abgeschlossene Geometrien, die physikalisch einen Resonator darstellen, vorgenommen.

### 4.1 Resonatorstrukturen

Die Lösung des in  $z$ -Richtung endlichen Problems muss in  $r$ - und  $\phi$ -Richtung die Randbedingungen der unendlich ausgedehnten Geometrie erfüllen. Der wesentliche Unterschied der axial abgeschlossenen Struktur liegt in den Resonanzen, welche durch die hier ideal angenommenen metallischen ( $\kappa \rightarrow \infty$ ) Randbedingungen  $\text{Rot}(\vec{E}) = \vec{0}$  nach (3.6a) in  $z$ -Richtung bei  $z = 0$  und  $z = h$  entstehen. Systemtheoretisch betrachtet bilden diese Resonanzstellen die Pole der Greenschen Funktion des Resonators. Die Kenntnis aller Pole würde also, da in diesem Fall keine Verzweigungsschnitte vorliegen, die vollständige Bestimmung dieser Funktion erlauben. Für die praktisch vorliegende Geometrie sind jedoch nur endlich viele, nämlich diejenigen Pole, welche sich in der Nähe der reellen Achse befinden, wichtig, da sie das Systemverhalten bestimmen. Zur Bestimmung dieser Pole wird nun, analog zur Bestimmung der Greenschen Funktionen in Kapitel 3, feldtheoretisch vorgegangen.

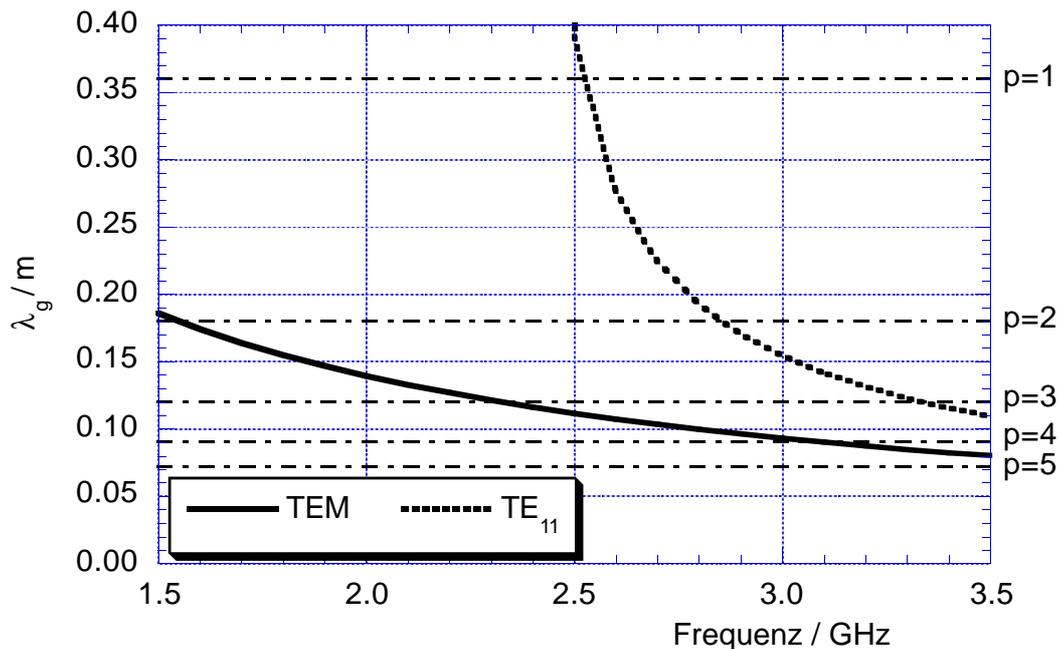
Mit Hilfe der Greenschen Funktionen aus Kapitel 3 lassen sich die Lösungen, nämlich die im Innenraum ausbreitungsfähigen Moden, mit Hilfe der Polsuche bestimmen und nach Abschnitt 3.5.2 durch ihre zugehörige frequenzabhängige Wellenzahl  $k_{zp,mi}$  charakterisieren. Für die ausbreitungsfähigen Moden kann hieraus die Wellenlänge in

$z$ -Richtung (guided wavelength)  $\lambda_g = \lambda_z = 2\pi / \text{Re}(k_{zp,mi})$  bestimmt werden. Ein Hinzufragen der Randbedingung in  $z$ -Richtung (verschwindendes tangenciales elektrisches Feld an den Enden), was der Ausführung eines Separationsansatzes gleichkommt, führt auf die Resonanzbedingung (4.1). Für den TEM-Mode und die TE-Moden umfasst  $p$  die natürlichen Zahlen ( $p = 1, 2, 3, \dots$ ), für die TM-Moden zusätzlich die Null ( $p = 0, 1, 2, \dots$ ).

$$h = p \frac{\lambda_g}{2} \quad (4.1)$$

Je nach Kernmaterial (Bild 3.2) ergeben sich zwei unterschiedliche Typen von Resonatoren im Innenraum der Antenne, der Koaxialresonator für einen metallischen Kern und der Hohlraumresonator für einen Kunststoffkern.

#### 4.1.1 Koaxialresonator



**Bild 4.1** Wellenlänge  $\lambda_g$  der ausbreitungsfähigen Moden im Innenraum der Antenne nach Bild 2.5 mit Metallkern,  $\epsilon_{r,1} = 1.15$  und  $\epsilon_{r,2} = 2.2$  als Funktion der Frequenz sowie die horizontal verlaufenden Resonanzbedingungen der Struktur ( $h = 180\text{mm}$ ) nach (4.1)

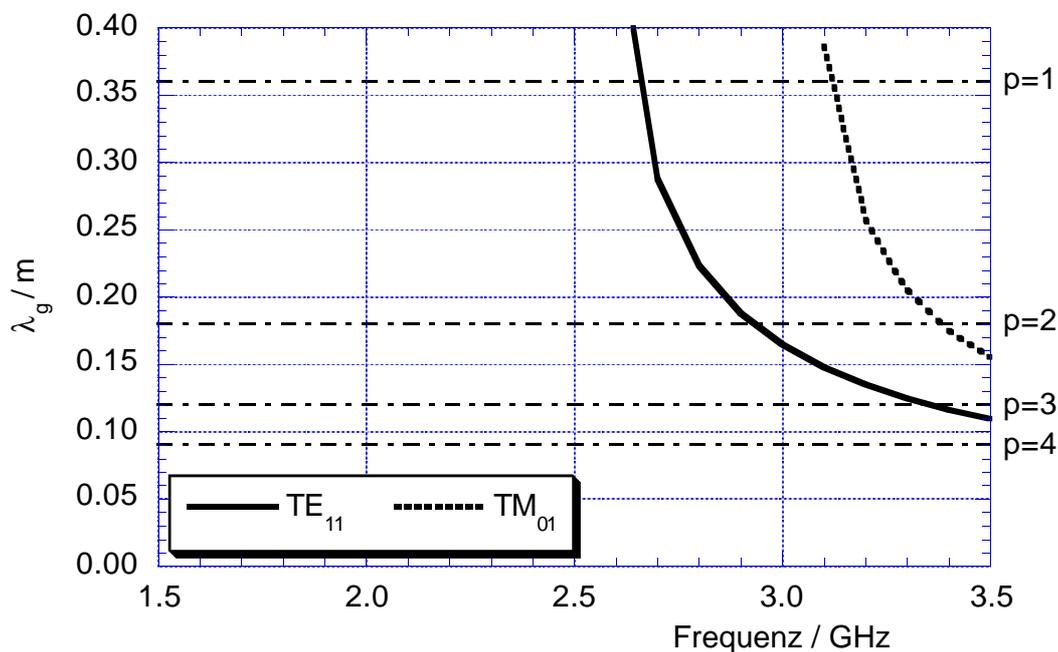
Das Bild 4.1 zeigt beispielhaft für einen Koaxialresonator die mit Hilfe der Polsuche bestimmten Wellenlängen  $\lambda_g$  der Moden als Funktion der Frequenz sowie zusätzlich die Resonanzbedingungen nach (4.1) durch horizontale Linien. Bei der Bestimmung

der Pole der ausbreitungsfähigen Moden  $k_{zp,mi}$  reicht hier eine schnelle, eindimensionale Polsuche entlang der reellen Achse aus, wenn von verlustfreien Materialien ausgegangen wird.

$$\lambda_{ge} = \frac{c_0}{n f \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (4.2)$$

Das Verhalten der Kurven lässt sich allgemein durch (4.2) beschreiben [Mar51, Bal89], was neben dem Ablesen der Resonanzfrequenzen aus dem Schaubild auch deren rechnerische Ermittlung nach Bestimmung der Parameter Brechungsindex  $n$  und Grenzfrequenz (Cut-Off-Frequenz)  $f_c$  erlaubt. Für die Antenne aus Bild 2.5 ergeben sich im dargestellten Frequenzbereich die in aufsteigender Reihenfolge angeordneten Resonanzfrequenzen 1.549 GHz (TEM<sub>002</sub>), 2.323 GHz (TEM<sub>003</sub>), 2.518 GHz (TE<sub>111</sub>), 2.853 GHz (TE<sub>112</sub>), 3.097 GHz (TEM<sub>004</sub>) und 3.336 GHz (TE<sub>113</sub>).

#### 4.1.2 Hohlraumresonator



**Bild 4.2** Wellenlänge  $\lambda_g$  der ausbreitungsfähigen Moden im Innenraum der Antenne nach Bild 2.5 mit Kunststoffkern  $\epsilon_{r,0} = 2.9$ ,  $\epsilon_{r,1} = 1.15$  und  $\epsilon_{r,2} = 2.2$  als Funktion der Frequenz sowie die horizontal verlaufenden Resonanzbedingungen der Struktur ( $h = 180\text{mm}$ ) nach (4.1)

Durch Austausch des Metallkerns nach Bild 3.2a gegen einen Kunststoffkern nach Bild 3.2b erhält man einen aus drei konzentrisch angeordneten Schichten bestehenden Hohlraumresonator als Innenraum der Antenne. Für diesen Fall sind in Bild 4.2 die Wellenlängen  $\lambda_g$  der Moden als Funktion der Frequenz dargestellt. Die Resonanzbedingungen nach (4.1) sind wie oben durch horizontale Linien gekennzeichnet.

Durch Ablesen oder Berechnen lassen sich hieraus die Resonanzfrequenzen 2.643 GHz ( $TE_{111}$ ), 2.928 GHz ( $TE_{112}$ ), 3.018 GHz ( $TM_{010}$ ), 3.112 GHz ( $TM_{011}$ ), 3.350 GHz ( $TE_{113}$ ) und 3.381 GHz ( $TM_{012}$ ) für diese Anordnung bestimmen. Festzuhalten ist die Tatsache, dass der Wechsel des Kernmaterials bei dieser Anordnung eine Verschiebung der tiefsten Resonanzfrequenz von 0.774 GHz ( $TEM_{001}$ ) bei der koaxialen Anordnung auf 2.643 GHz beim Kunststoffkern mit sich bringt und damit nach unten hin einen deutlich größeren resonanzfreien Frequenzbereich schafft.

## 4.2 Einschränkungen für aperturgekoppelte Antennen

Aus dem obigem Beispiel werden die Auswirkungen der Wahl des Kernmaterials sehr deutlich, womit sich die Frage stellt, ob es ein optimales Material gibt. Die Auswahl an Kernmaterialien ließe sich damit eingrenzen. Da auch die anderen Schichten des Innenraums nach den in Abschnitt 2.3 beschriebenen Aufbaustrategien gewissen Einschränkungen unterliegen, ergeben sich einige, für alle aperturgekoppelten zylinderkonformen Antennen gültige Regeln und Einschränkungen. Hierzu werden die Antennengeometrien in einem für Patch-Antennen üblichen Frequenzbereich von max.  $\pm 20\%$  um eine Mittenfrequenz herum [Tar93] betrachtet.

Zunächst gilt das Interesse den Innenräumen mit Metallkern, unabhängig von der Höhe der Antenne. Hier können die  $TEM_{00p}$ -Resonanzen in jedem Fall auftreten. Die  $TM_{mnp}$ -Resonanzen dagegen existieren nicht, da sie radial ( $d_1 + d_2$ ) mindestens eine halbe Wellenlänge benötigen, für die Dicke der ersten Schicht jedoch  $d_1 \approx \lambda/4$  und für die zweite Schicht  $d_2 \ll \lambda$  gilt. Aus demselben Grund existieren keine  $TE_{mnp}$ -Resonanzen mit  $n > 1$ . Im koaxialen Resonator der aperturgekoppelten Antennen können also nur  $TEM_{00p}$ - und  $TE_{m1p}$ -Resonanzen auftreten.

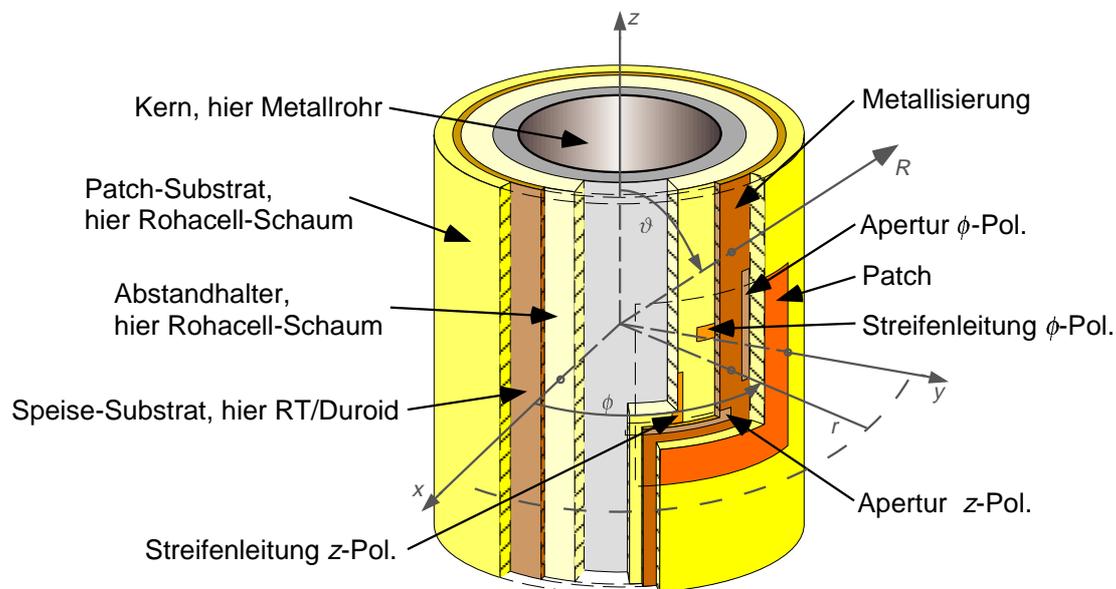
Wird der Metallkern durch einen Kunststoffkern ersetzt, hängt die Anzahl der ausbreitungsfähigen Moden stark vom Kernmaterial ab. Allgemein gilt, je größer dessen Dielektrizitätszahl, desto mehr Moden sind möglich. Hier gibt es also keine prinzipiel-

len Einschränkungen für  $TM_{mnp}$ -Resonanzen oder  $TE_{mnp}$ -Resonanzen, was in der Regel dazu führt, dass diese Art des Aufbaus mehr Resonanzstellen aufweist als die koaxiale Geometrie. Einzig und allein für kleine Antennen führt das Fehlen des TEM-Modes in dieser Geometrie zu einer unteren Grenzfrequenz, unterhalb derer keine Moden ausbreitungsfähig sind, was den positiven Effekt im Beispiel aus Abschnitt 4.1 ausmacht.

Das optimale Kernmaterial ist also Metall für Antennen mit Durchmessern größer als ungefähr dreiviertel Wellenlängen, darunter kann es, wie oben gezeigt, zur Vermeidung bestimmter Resonanzen interessant sein, den Kern, soweit dies die Mechanik zulässt, aus möglichst niederpermittivem Kunststoff zu fertigen. Für beide Typen bleibt die Antennenhöhe  $h$  in gewissen Grenzen als weiterer Parameter zur Vermeidung bzw. Verschiebung von Resonanzfrequenzen, die hier für einen unbelasteten Resonator modelliert sind. In der Praxis sind durch die Streifenleitungen und Aperturen der Antenne verschiedene, auch unterschiedlich belastende Anregungsmechanismen der Resonatormoden vorhanden, was zu unterschiedlich starker Ausprägung der Resonanzen sowie zu geringfügigen Verschiebungen der tatsächlichen Resonanzfrequenzen gegenüber dem Modell führen kann.

## 5 Analyse aperturgekoppelter Streifenleitungsantennen mit der Integralgleichungsmethode

Basierend auf den in Kapitel 3 bestimmten Greenschen Funktionen werden in diesem Kapitel die Integralgleichungen zur Berechnung der zylinderkonformen, dual polarisierten aperturgekoppelten Streifenleitungsantennen nach Bild 5.1 hergeleitet und ihre Lösung mit der Momentenmethode beschrieben. Zu Grunde gelegt wird auch hier das in Bild 3.1 dargestellte Koordinatensystem. Die  $\phi$ -Polarisation stellt damit die horizontale Polarisation, die  $z$ -Polarisation die vertikale Polarisation dar.



**Bild 5.1** Aufbau der dual polarisierten aperturgekoppelten Streifenleitungsantenne

Zunächst werden hierzu in Abschnitt 5.1 die unbekannt Ströme auf den Streifenleitungsstrukturen durch äquivalente elektrische Flächenströme modelliert, die unbekannt Felder in den Aperturen werden entsprechend durch äquivalente magnetische Flächenstromdichten ersetzt. Weiterhin werden in Abschnitt 5.2 Reflexionsfaktoren auf den Speiseleitungen eingeführt, da sie die Extraktion der leitungsseitigen Antennenparameter vereinfachen und beschleunigen, darüber hinaus auch die Berechnung einer weiteren Integralgleichung ersparen. Das Einsetzen der Feldbeschreibung mit den Quellen und Greenschen Funktionen in die durch die Antennengeome-

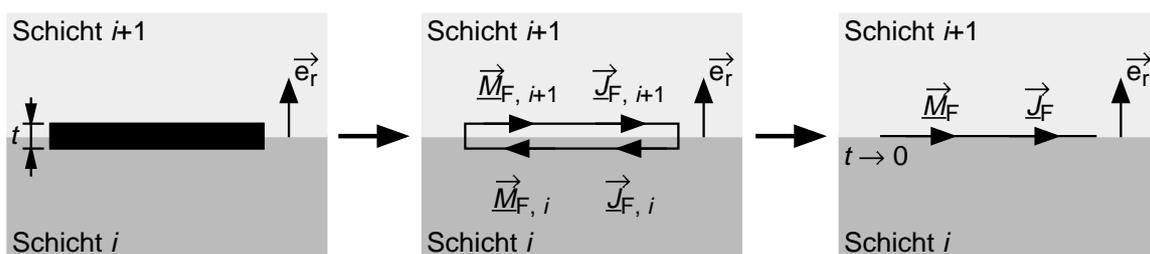
trie vorgegebenen Randbedingungen, führt in Abschnitt 5.3 auf das zur Bestimmung der unbekanntenen Antennenströme notwendige Integralgleichungssystem. Nachdem die unbekanntenen Ströme mit Hilfe geeigneter Basisfunktionen in Reihen entwickelt wurden (Abschnitte 5.4 und 5.5), können anschließend in den Abschnitten 5.6 und 5.7 die zu den einzelnen Basisfunktionen gehörenden Koeffizienten mit Hilfe der Momentenmethode bestimmt werden. Aus den so gefundenen Stromverteilungen lassen sich dann alle Größen an den beiden prinzipiellen Antennentoren, den leitungsseitigen Parametern der Impedanz- bzw. Streumatrix in Abschnitt 5.8 und den strahlungsseitigen Parametern Richtcharakteristik und Gewinn, die aus dem Fernfeld der Antenne nach Abschnitt 5.9 bestimmt werden können, berechnen.

## 5.1 Einführung äquivalenter Flächenstromdichten

Für die numerische Lösung des Antennenproblems ist es notwendig, Patch und Speiseleitung einerseits, sowie die Koppelapertur andererseits, durch äquivalente Flächenstromdichten zu ersetzen.

### 5.1.1 Äquivalente Flächenstromdichten auf Leitern

Nach dem Äquivalenzprinzip [Bal89] kann jeder abgeschlossene Raumbereich durch elektrische und magnetische Flächenströme  $\vec{J}_F$  und  $\vec{M}_F$  auf seiner Oberfläche ersetzt werden, sofern auf dieser Hüllfläche alle tangentialen elektrischen und magnetischen Felder bekannt sind.



**Bild 5.2** Äquivalente Flächenstromdichte auf dünnen Leitern zwischen der Schicht  $i$  und der Schicht  $i+1$

So kann ein endlich leitfähiger metallischer Leiter (z. B. ein Patch) nach Bild 5.2 durch eine äquivalente elektrische und magnetische Flächenstromdichte auf seiner Oberseite  $\vec{J}_{F,i+1}$  und  $\vec{M}_{F,i+1}$  sowie durch  $\vec{J}_{F,i}$  und  $\vec{M}_{F,i}$  auf seiner Unterseite ersetzt werden. Nach dem Loveschen Äquivalenzprinzip [Lov01] kann sodann der Leiter als

feldfrei angenommen werden, woraus aufgrund der Sprungrotationsbedingungen (3.6a) und (3.6b) auf der Oberseite (5.1) und auf der Unterseite (5.2) folgen, wobei  $\vec{E}_{\text{tan},i+1}$  und  $\vec{E}_{\text{tan},i}$  für die tangentialen elektrischen Feldstärken sowie  $\vec{H}_{\text{tan},i+1}$  und  $\vec{H}_{\text{tan},i}$  für die tangentialen magnetischen Feldstärken unmittelbar oberhalb bzw. unterhalb des Leiters stehen. Der Index  $i$  kennzeichnet also die der Schicht  $i$  zugewandte Seite der Metallisierung während der Index  $i+1$  die der Schicht  $i+1$  zugewandte Seite bezeichnet. Der Einheitsvektor  $\vec{e}_r$  steht nach Kapitel 3 normal auf den Grenzflächen der Schichten und damit auch normal auf den Grenzflächen der Metallisierung.

$$\vec{J}_{\text{F},i+1} = \vec{e}_r \times \vec{H}_{\text{tan},i+1} \quad \vec{M}_{\text{F},i+1} = \vec{E}_{\text{tan},i+1} \times \vec{e}_r \quad (5.1)$$

$$\vec{J}_{\text{F},i} = -\vec{e}_r \times \vec{H}_{\text{tan},i} \quad \vec{M}_{\text{F},i} = -\vec{E}_{\text{tan},i} \times \vec{e}_r \quad (5.2)$$

Elektrische Flächenströme verursachen demnach Sprünge des tangentialen magnetischen Feldes, während magnetische Flächenströme zu Sprüngen des tangentialen elektrischen Feldes führen.

Typische Metallisierungsdicken handelsüblicher Substratmaterialien liegen zwischen  $17 \mu\text{m}$  und  $35 \mu\text{m}$ . Innerhalb des Frequenzbereichs zwischen 1 GHz und einigen 10 GHz, kann die Metallisierungsschicht deshalb im Vergleich zur Wellenlänge als unendlich dünn angenommen werden ( $t \rightarrow 0$ ). Wird der Leiter durch eine unendlich dünne Schicht modelliert, so ergibt sich die resultierende äquivalente Flächenstromdichte nach (5.3) bzw. (5.4) aus der Summe beider Oberflächenstromdichten.

$$\vec{J}_{\text{F}} = \vec{J}_{\text{F},i} + \vec{J}_{\text{F},i+1} = \vec{e}_r \times (\vec{H}_{\text{tan},i+1} - \vec{H}_{\text{tan},i}) \quad (5.3)$$

$$\vec{M}_{\text{F}} = \vec{M}_{\text{F},i} + \vec{M}_{\text{F},i+1} = (\vec{E}_{\text{tan},i+1} - \vec{E}_{\text{tan},i}) \times \vec{e}_r \quad (5.4)$$

Aufgrund der insbesondere im oberen Frequenzbereich geringen Eindringtiefe in Metall ( $\delta = 0.7 \mu\text{m}$  für Kupfer bei 10 GHz) muss man jedoch davon ausgehen, dass die Oberflächenstromdichten auf der Ober- und Unterseite des Leiters unterschiedlich sind. Dies kann, unter der für alle Metallisierungen gültigen Annahme großer Leitfähigkeit  $\kappa$ , durch Einführung einer Oberflächenimpedanz  $\underline{Z}_{\text{Ob}}$  nach (5.5) berücksichtigt werden [Sen60]. Das Vorzeichen von (5.5) ist hierbei so zu wählen, dass sich eine Dämpfung des Feldes ergibt.

$$\underline{Z}_{\text{Ob}} = \pm \sqrt{\frac{j Z_0 k_0}{\kappa}} \quad (5.5)$$

In Form einer effektiven Leitfähigkeit  $\kappa_{\text{eff}}$  können weiterhin zusätzliche Verluste durch eine Oberflächenrauigkeit des Metalls auf der dem Substrat zugewandten Seite berücksichtigt werden. Die Oberflächenimpedanz verknüpft dann das tangential magnetische Feld mit dem tangentialen elektrischen Feld an der Leiterebene nach (5.6), wobei  $\hat{n}$  den normal auf der Hüllfläche stehenden, nach außen gerichteten Einheitsvektor darstellt.

$$\underline{\vec{E}}_{\text{tan}} = \underline{Z}_{\text{Ob}} \underline{\vec{J}}_F = \underline{Z}_{\text{Ob}} (\hat{n} \times \underline{\vec{H}}_{\text{tan}}) \quad (5.6)$$

Wird für die elektrische Flächenstromdichte  $\underline{\vec{J}}_F$  in (5.6) nun die Summe beider Komponenten nach (5.3) eingesetzt, so ergibt sich ein Sprung in der tangentialen Komponente des magnetischen Feldes, während die tangentialen Komponenten der elektrischen Feldstärke stetig ineinander übergehen, die magnetische Flächenstromdichte in diesem Fall also verschwindet:  $\underline{\vec{M}}_F = \vec{0}$ . Die absolute Größe dieser für endliche Leitfähigkeit nicht verschwindenden tangentialen elektrischen Feldkomponente ist für gut leitende Materialien jedoch sehr klein, weshalb sie gegenüber der normalen Komponente vernachlässigt werden kann. Diese, auch hier getroffene Annahme, verschwindender tangentialer elektrischer Feldstärke auf den Metallisierungen  $\underline{\vec{E}}_{\text{tan}} = \vec{0}$ , ist identisch mit der Annahme idealer Leitfähigkeit ( $\kappa \rightarrow \infty$ ) der Metallisierung [Ros96, Par98, Spl90, Got95/1].

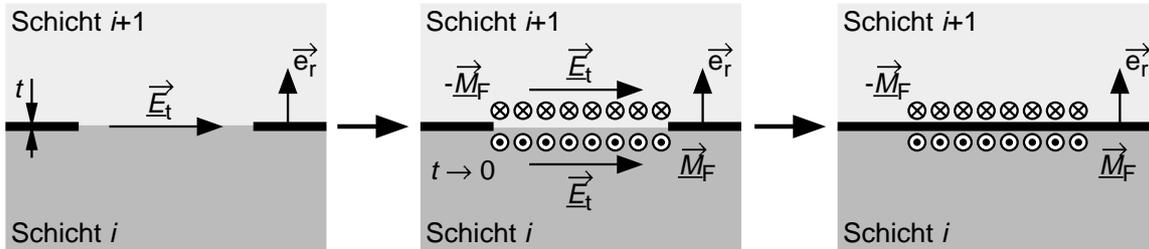
### 5.1.2 Äquivalente Flächenstromdichten in Aperturen

Analog zu den Metallisierungen wird auch der Feldraum der Aperturen in der Antenne nach dem Äquivalenzprinzip durch Oberflächenströme auf seiner Hüllfläche nach Bild 5.3 ersetzt. Zur Bestimmung dieser Oberflächenströme gelten (5.1) und (5.2) entsprechend. Weiterhin wird auch hier die Metallisierungsschicht als unendlich dünn angenommen ( $t \rightarrow 0$ ), was sich im Folgenden darin niederschlägt, dass die Formulierung *in den Aperturen* auch für die Flächenströme verwendet wird, die unmittelbar außerhalb der die Apertur ersetzenden Hüllfläche existieren. Im Gegensatz zu den Metallisierungen, bei denen mit (5.3) und (5.4) nur Aussagen über die Summen der Oberflächenströme zur Verfügung stehen, erlauben die physikalischen Gegebenheiten in den Aperturen jedoch eine exakte Bestimmung der einzelnen Summanden.

$$\underline{\vec{M}}_F = \underline{\vec{E}}_{\text{tan}} \times \underline{\vec{e}}_r \quad (5.7)$$

So lassen sich die magnetischen Flächenströme sowohl auf der Unter- wie auch auf der Oberseite nach (5.7) berechnen, da die tangentialen Komponenten des elektrischen Feldes in der realen Apertur stetig ineinander übergehen müssen. Weiterhin

folgt hieraus, dass beide magnetischen Flächenströme den gleichen Betrag, jedoch unterschiedliches Vorzeichen besitzen müssen, was in Bild 5.3 (Mitte) bereits eingezeichnet ist.



**Bild 5.3** Äquivalente Flächenstromdichte in Aperturen zwischen der Schicht  $i$  und der Schicht  $i+1$

Ebenfalls aus physikalischen Gründen, in der realen Struktur befinden sich keinerlei Quellen in den Aperturen, müssen die tangentialen Komponenten der magnetischen Feldstärken nach (5.8) stetig ineinander übergehen. Hieraus ergibt sich weiterhin, dass die elektrischen Flächenstromdichten oberhalb und unterhalb der Apertur verschwinden:  $\vec{J}_F = \vec{0}$ .

$$\vec{H}_{\text{tan},i+1} = \vec{H}_{\text{tan},i} \quad (5.8)$$

Der feldfreie Raum innerhalb der Hüllfläche wird, wie in Bild 5.3 (rechts) skizziert, mit Metall gefüllt, wodurch für die Modellierung eine durchgehende Metallisierung in der Aperturebene entsteht (vgl. Abschnitt 3.1).

## 5.2 Einführung von Reflexionsfaktoren

Die nun eingeführten elektrischen Flächenstromdichten ersetzen in der Modellierung die Patch-Elemente, während die magnetischen Flächenstromdichten die Aperturen ersetzen. Die Darstellung der Stromverteilungen erfolgt dann mit Hilfe von Reihenentwicklungen (siehe Abschnitt 5.5), wobei die Koeffizienten der einzelnen Basisfunktionen mit Hilfe der Momentenmethode bestimmt werden. Analog zu den Patch-Elementen kann dieses Verfahren auch auf den *Speiseleitungen* verwendet werden, wobei diese jedoch, um eine exakte Bestimmung der Eingangsimpedanz zu ermöglichen, räumlich sehr ausgedehnt modelliert und mit Hilfe vieler Basisfunktionen aufwendig diskretisiert sein müssen [Spl90]. Durch Einführung eines Reflexionsfaktors unter Anwendung des Reziprozitätstheorems [Har61, Bal89] lässt sich diese auf-

wendige Modellierung der örtlichen Stromverteilung auf den Speiseleitungen umgehen. Diese, im Planaren bereits erfolgreich praktizierte Methode [Poz86, Ros96], soll hier nun auf die zylinderkonforme Geometrie erweitert werden. Zunächst wird hierzu die einfache Schlitzdiskontinuität auf einer Streifenleitung betrachtet.

### 5.2.1 Schlitzdiskontinuität in einer Streifenleitung

Das Ziel dieser Betrachtungen ist es, die Feldstärken in der Apertur, die sich in der Massemetallisierung befindet, mit den Feldstärken der Welle auf der Streifenleitung zu verknüpfen, sodass sich ein Zusammenhang zwischen dem von der Schlitzdiskontinuität auf der Leitung verursachten Reflexionsfaktors  $\underline{\Gamma}$  bzw. dem Transmissionsfaktor  $\underline{T}$  und den Feldstärken in der Apertur ableiten lässt. Im Unterschied zum planaren Fall ist bei der zylindrischen Geometrie eine getrennte Betrachtung beider Leitungsführungen, aufgrund der unterschiedlichen geometrischen Gegebenheiten bei der  $\phi$ - und der  $z$ -gerichteten Streifenleitung, notwendig.

#### 5.2.1.1 $\phi$ -gerichtete Streifenleitung

Für die  $\phi$ -gerichtete Streifenleitung ist die Struktur nach Bild 5.4 gegeben. Eine in  $\pm\phi$ -Richtung unendlich ausgedehnte, jedoch nicht geschlossene Streifenleitung besitzt an der Stelle  $\phi = 0$  eine Diskontinuität in der Form eines sehr schmalen Schlitzes in der Massemetallisierung. Die Streifenleitung wird im Grundmode betrieben [Hof83], auf ihr breitet sich also ein Quasi-TEM-Mode aus, dessen transversale elektrische und magnetische Feldstärkekomponenten durch (5.9) gegeben sind.

$$\vec{e}(r, z) = \underline{e}_r(r, z)\vec{e}_r + \underline{e}_z(r, z)\vec{e}_z \quad (5.9a)$$

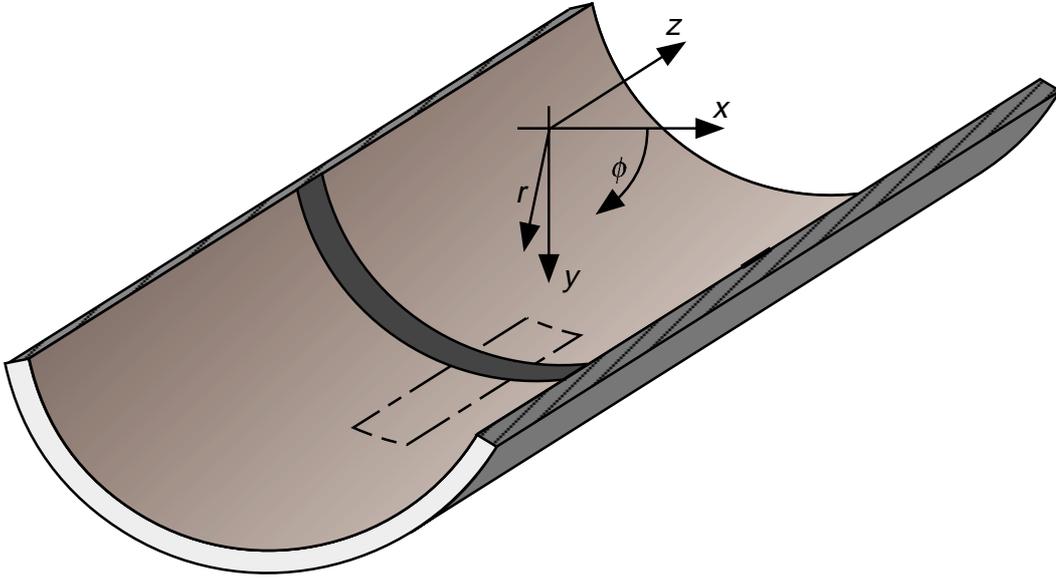
$$\vec{h}(r, z) = \underline{h}_r(r, z)\vec{e}_r + \underline{h}_z(r, z)\vec{e}_z \quad (5.9b)$$

$$\int_{r=0}^{\infty} \int_{z=-\infty}^{\infty} (\vec{e} \times \vec{h}) \vec{e}_\phi \, dr \, dz = 1 \quad (5.10)$$

Die Felder sind gemäß (5.10) normiert, was hier und im Folgenden durch Kleinbuchstaben gekennzeichnet ist. Diese Felder, der sich auf der Streifenleitung in  $\pm\phi$ -Richtung ausbreitenden Wellen, lassen sich dann nach (5.11) beschreiben, wobei der Hochindex die Ausbreitungsrichtung kennzeichnet und  $b$  die Ausbreitungskonstante des Quasi-TEM-Modes auf der Streifenleitung darstellt.

$$\vec{E}^\pm = \vec{e}(r, z) e^{\mp j b \phi} \quad (5.11a)$$

$$\vec{H}^{\pm} = \pm \vec{h}(r, z) e^{\mp j b \phi} \quad (5.11b)$$



**Bild 5.4** Schlitzdiskontinuität in der Massemetallisierung einer unendlich ausgedehnten, jedoch nicht geschlossenen  $\phi$ -gerichteten Streifenleitung

Der Schlitz, der sich im Koordinatenursprung bei  $\phi = 0$  befindet, stellt eine Diskontinuität für die sich auf der Streifenleitung ausbreitende Welle dar, an der diese teilweise reflektiert wird. Durch Einführung eines Reflexionsfaktors  $\underline{\Gamma}$  und eines Transmissionsfaktors  $\underline{T}$  lässt sich das resultierende Gesamtfeld auf der Leitung, für eine aus Richtung  $\phi < 0$  einlaufende Welle, nach (5.12) darstellen.

$$\vec{E} = \begin{cases} \vec{E}^+ + \underline{\Gamma} \vec{E}^- & \text{für } \phi < 0 \\ \underline{T} \vec{E}^+ & \text{für } \phi \geq 0 \end{cases} \quad (5.12a)$$

$$\vec{H} = \begin{cases} \vec{H}^+ + \underline{\Gamma} \vec{H}^- & \text{für } \phi < 0 \\ \underline{T} \vec{H}^+ & \text{für } \phi \geq 0 \end{cases} \quad (5.12b)$$

Das Reziprozitätstheorem wird nun zunächst auf die Gesamtfelder  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$  sowie auf die Felder  $\vec{E}^+$  und  $\vec{H}^+$  der sich in  $+\phi$ -Richtung ausbreitenden Teilwelle nach (5.13) angewandt, anschließend werden gemäß (5.14) die Gesamtfelder und die Felder  $\vec{E}^-$  und  $\vec{H}^-$  der sich in  $-\phi$ -Richtung ausbreitenden Teilwelle verknüpft.

$$\iint_A (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A} = \iint_A (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A} \quad (5.13)$$

$$\oiint_A (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A} = \oiint_A (\vec{E}^- \times \vec{H}) d\vec{A} \quad (5.14)$$

$A$  stellt in (5.13) und (5.14) die geschlossene Hüllfläche eines Raumbereichs auf der Aussenseite der Metallisierung dar, der das Gebiet der Schlitzapertur mit einbezieht. Aus den im Anhang A2.1 durchgeführten Berechnungen ergeben sich hieraus der linke Teil von (5.15) und (5.16) für den vom Schlitz in der Massemetallisierung auf der Leitung verursachten Reflexionsfaktor  $\underline{\Gamma}$  und Transmissionsfaktor  $\underline{T}$ . Mit der magnetischen Stromdichte an der Innenseite nach (5.7) und dem im Vergleich zur Substratwellenlänge schmalen Schlitz, der in guter Näherung die Bedingung  $e^{-jb\phi} \approx 1$  erfüllt, erhält man dann den Reflexionsfaktor in der Darstellung (5.15) rechts, mit der zunächst noch unbekanntem, auf die Amplitude der Anregung der Streifenleitung normierten, magnetischen Stromdichteverteilung  $\underline{M}_{F,z}^n$  in der Schlitzapertur  $A^S$ .

$$\underline{\Gamma} = \frac{1}{2} \iint_{A^S} \underline{e}_\phi^S \underline{h}_z e^{-jb\phi} dA^S \approx \frac{1}{2} \iint_{A^S} \underline{M}_{F,z}^n(\phi, z) \underline{h}_z(r=r^2, z) dA^S \quad (5.15)$$

$$\underline{T} = 1 - \underline{\Gamma} \quad (5.16)$$

Das vom Strom auf der Streifenleitung am Ort der Schlitzapertur erzeugte, normierte, tangentiale, magnetische Feld  $\underline{h}_z^{\text{inc}}$  kann nach (5.12b) und (5.16) durch den Reflexionsfaktor  $\underline{\Gamma}$  und die  $z$ -Komponente des normierten transversalen Modenfeldes  $\underline{h}_z$  nach (5.17) beschrieben werden.

$$\underline{h}_z^{\text{inc}} = \underline{T} \underline{h}_z(r=r^2, z) = (1 - \underline{\Gamma}) \underline{h}_z(r=r^2, z) \quad (5.17)$$

Durch Einsetzen von (5.15) in (5.17) ergibt sich hieraus die Darstellung (5.18) für das normierte, tangentiale, magnetische Feld  $\underline{h}_z^{\text{inc}}$  der Streifenleitung am Ort der Schlitzapertur, sofern die normierte, magnetische Feldstärkekomponente  $\underline{h}_z$  des Streifenleitungsmoden am Ort der Schlitzapertur ( $r=r^2$ ) bekannt ist. Diese lässt sich jedoch mit Hilfe der Normierungskonstanten und der in Kapitel 3 eingeführten Green'schen Funktionen gewinnen.

$$\underline{h}_z^{\text{inc}}(\underline{M}_{F,z}^n) = \left( 1 - \frac{1}{2} \iint_{A^S} \underline{M}_{F,z}^n(\phi, z) \underline{h}_z(r=r^2, z) dA^S \right) \underline{h}_z(r=r^2, z) \quad (5.18)$$

Die *Normierungskonstante* lässt sich aus der Betrachtung der auf der Leitung transportierten Leistung gewinnen. Hierzu werden die Feldstärken auf der Streifenleitung, die aufgrund des angenommenen Quasi-TEM-Modes rein reell sind, in Übereinstim-

mung mit (5.10) normiert, und anschließend die auf der unendlich langen Leitung mit einem Gesamtstrom von  $I = 1$  A transportierte Leistung aus dem Pointingvektor nach (5.19) berechnet.

$$P = \int_{r=0}^{\infty} \int_{z=-\infty}^{\infty} \left( \vec{E} \times \vec{H}^* \right) \cdot \vec{e}_\phi \, dr \, dz = Z_L I^2 = Z_L \quad (5.19)$$

$$\underline{h}_z = \frac{H_z}{\sqrt{Z_L}} \quad (5.20)$$

Damit ergibt sich die Normierungskonstante zu  $\sqrt{Z_L}$ , und das normierte Feld  $\underline{h}_z$  kann aus dem magnetischen Feld  $\underline{H}_z$  nach (5.20) berechnet werden.

$$\begin{aligned} \underline{h}_z(r=r^2, z) &= \frac{1}{\sqrt{Z_L}} \int_{z'=-\infty}^{\infty} \int_{\phi'=-\pi}^{\pi} \underline{G}_{z\phi}^{\text{HJ21}}([\phi=0] - \phi', z - z') \underline{J}_{\text{F},\phi}^{(\text{f})}(z') e^{-jb\phi'} r^1 d\phi' dz' \\ &= \frac{1}{2\pi r^1 \sqrt{Z_L}} \int_{k_z=-\infty}^{\infty} \tilde{\underline{G}}_{z\phi, m=b}^{\text{HJ21}}(\underline{k}_z) \tilde{\underline{J}}_{\text{F},\phi}^{(\text{f})}(\underline{k}_z) e^{-jk_z z} d\underline{k}_z \end{aligned} \quad (5.21)$$

Die *magnetische Feldstärkekomponente*  $\underline{H}_z$  wiederum lässt sich mit Hilfe der Green'schen Funktion im Ortsbereich, in der Darstellung nach (3.55), und der Stromverteilung auf der Streifenleitung, die aufgrund des Quasi-TEM-Modes aus einer Formfunktion in Querrichtung  $\underline{J}_{\text{F},\phi}^{(\text{f})}(z')$  und der exponentiellen Abhängigkeit  $e^{-jb\phi'}$  in Ausbreitungsrichtung zusammengesetzt ist, gewinnen. Damit erhält man die Darstellung (5.21) im Orts- bzw. Spektralbereich für die normierte magnetische Feldstärkekomponente  $\underline{h}_z$  des Streifenleitungsmoden am Ort der Schlitzapertur ( $\phi = 0$ ).

### 5.2.1.2 $z$ -gerichtete Streifenleitung

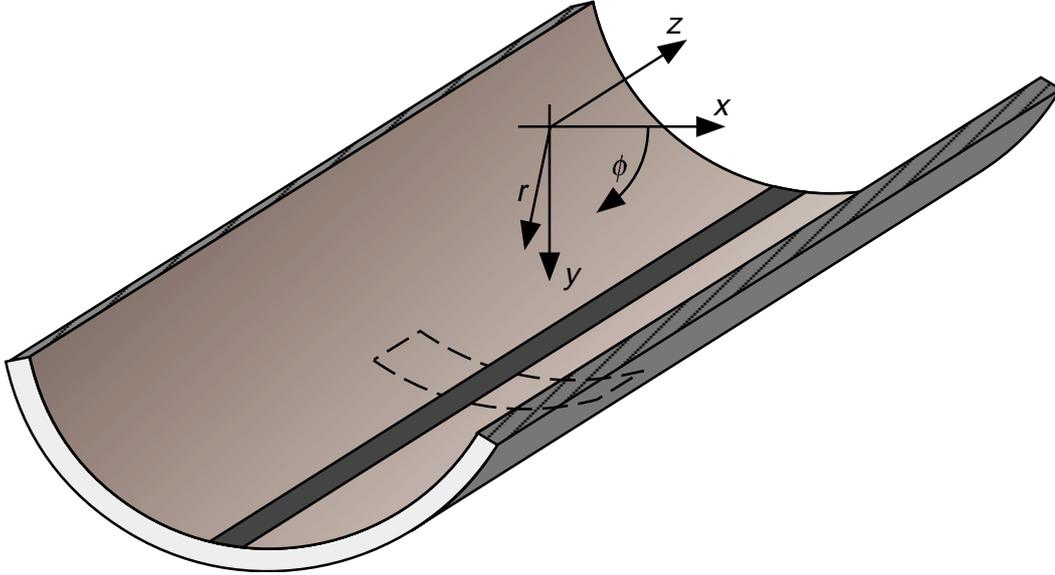
Für die  $z$ -gerichtete Streifenleitung ist die Struktur nach Bild 5.5 gegeben. Eine in  $\pm z$ -Richtung unendlich ausgedehnte Streifenleitung besitzt an der Stelle  $z = 0$  eine Diskontinuität in der Form eines sehr schmalen Schlitzes in der Massemetallisierung. Auch hier wird die Streifenleitung im Grundmode betrieben, sodass die transversalen elektrischen und magnetischen Feldstärkekomponenten des Quasi-TEM-Modes durch (5.22) gegeben sind.

$$\vec{e}(r, \phi) = \underline{e}_r(r, \phi) \vec{e}_r + \underline{e}_\phi(r, \phi) \vec{e}_\phi \quad (5.22a)$$

$$\vec{h}(r, z) = \underline{h}_r(r, \phi) \vec{e}_r + \underline{h}_\phi(r, \phi) \vec{e}_\phi \quad (5.22b)$$

$$\int_{r=0}^{\infty} \int_{\phi=-\pi}^{\pi} (\vec{e} \times \vec{h}) \vec{e}_z \, dr \, d\phi = 1 \quad (5.23)$$

Die Felder seien in diesem Fall nach (5.23) normiert.



**Bild 5.5** Schlitzdiskontinuität in der Massemetallisierung einer unendlich ausgedehnten, z-gerichteten Streifenleitung

Die Felder der sich auf der Leitung in  $\pm z$ -Richtung ausbreitenden Wellen ergeben sich dann zu (5.24), wobei  $\beta$  die Ausbreitungskonstante des Quasi-TEM-Modes auf der Streifenleitung darstellt.

$$\vec{E}^{\pm} = \vec{e}(r, \phi) e^{\mp j \beta z} \quad (5.24a)$$

$$\vec{H}^{\pm} = \pm \vec{h}(r, \phi) e^{\mp j \beta z} \quad (5.24b)$$

Der Schlitz, der sich im Koordinatenursprung bei  $z = 0$  befindet, stellt auch hier eine Diskontinuität und damit eine Reflexionsstelle für die sich auf der Leitung ausbreitende Welle dar. Mit Hilfe des Reflexionsfaktors  $\underline{\Gamma}$  und des Transmissionsfaktors  $\underline{T}$  lässt sich das resultierende Gesamtfeld auf der Leitung, für eine aus Richtung  $z < 0$  einlaufende Welle, nach (5.25) darstellen.

$$\vec{E} = \begin{cases} \vec{E}^+ + \underline{\Gamma} \vec{E}^- & \text{für } z < 0 \\ \underline{T} \vec{E}^+ & \text{für } z \geq 0 \end{cases} \quad (5.25a)$$

$$\vec{H} = \begin{cases} \vec{H}^+ + \underline{\Gamma} \vec{H}^- & \text{für } z < 0 \\ \underline{T} \vec{H}^+ & \text{für } z \geq 0 \end{cases} \quad (5.25b)$$

Das Reziprozitätstheorem wird auch hier zunächst auf die Gesamtfelder  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$  sowie auf die Felder  $\vec{E}^+$  und  $\vec{H}^+$  der sich in  $+z$ -Richtung ausbreitenden Teilwelle nach (5.13) angewandt, anschließend werden gemäß (5.14) die Gesamtfelder und die Felder  $\vec{E}^-$  und  $\vec{H}^-$  der sich in  $-z$ -Richtung ausbreitenden Teilwelle verknüpft. Aus den im Anhang A2.2 durchgeführten Berechnungen ergibt sich hieraus der linke Teil von (5.26) für den vom Schlitz in der Massemetallisierung auf der Leitung verursachten Reflexionsfaktor  $\underline{\Gamma}$  sowie erneut die Bestätigung  $\underline{T} = 1 - \underline{\Gamma}$ . Wie bereits bei der  $\phi$ -gerichteten Leitung kann aufgrund des im Vergleich zur Substratwellenlänge schmalen Schlitzes  $e^{-j\beta z} \approx 1$  gesetzt werden und man erhält mit der magnetischen Stromdichte an der Innenseite nach (5.7) den rechten Teil von (5.26) mit der normierten magnetischen Stromdichteverteilung  $\underline{M}_{F,\phi}^n$  in der Schlitzapertur  $A^S$ .

$$\underline{\Gamma} = -\frac{1}{2} \iint_{A^S} \underline{e}_z^S \underline{h}_\phi e^{-j\beta z} dA^S \approx \frac{1}{2} \iint_{A^S} \underline{M}_{F,\phi}^n(\phi, z) \underline{h}_\phi(r=r^2, \phi) dA^S \quad (5.26)$$

Das vom Strom auf der Streifenleitung am Ort der Schlitzapertur erzeugte, normierte, tangential, magnetische Feld  $\underline{h}_\phi^{\text{inc}}$  kann nach (5.25b) durch den Reflexionsfaktor  $\underline{\Gamma}$  und die  $\phi$ -Komponente des normierten, transversalen Modenfeldes  $\underline{h}_\phi$  nach (5.27) beschrieben werden.

$$\underline{h}_\phi^{\text{inc}} = \underline{T} \underline{h}_\phi(r=r^2, \phi) = (1 - \underline{\Gamma}) \underline{h}_\phi(r=r^2, \phi) \quad (5.27)$$

Durch Einsetzen von (5.26) in (5.27) ergibt sich hieraus (5.28), die für die weiteren Berechnungen benötigte Darstellung.

$$\underline{h}_\phi^{\text{inc}}(\underline{M}_{F,\phi}^n) = \left( 1 - \frac{1}{2} \iint_{A^S} \underline{M}_{F,\phi}^n(\phi, z) \underline{h}_\phi(r=r^2, \phi) dA^S \right) \underline{h}_\phi(r=r^2, \phi) \quad (5.28)$$

Die normierte magnetische Feldstärkekomponente  $\underline{h}_\phi$  des Streifenleitungsmoden am Ort der Schlitzapertur ( $r=r^2$ ) berechnet sich hier nach (5.30), nachdem zuvor die Normierungskonstante, analog zur Betrachtung für die  $\phi$ -gerichtete Leitung, mit Hilfe von (5.29) ebenfalls zu  $\sqrt{Z_L}$  bestimmt wurde.

$$P = \int_{r=0}^{\infty} \int_{\phi=-\pi}^{\pi} \left( \vec{E} \times \vec{H}^* \right) \vec{e}_z r dr d\phi = Z_L I^2 = Z_L \quad (5.29)$$

$$\begin{aligned}
\underline{h}_\phi(r=r^2, \phi) &= \frac{1}{\sqrt{Z_L}} \int_{z'=-\infty}^{\infty} \int_{\phi'=-\pi}^{\pi} \underline{G}_{\phi z}^{\text{HJ21}}(\phi-\phi', [z=0]-z') \underline{J}_{F,z}^{(f)}(\phi') e^{-j\beta z'} r^1 d\phi' dz' \\
&= \frac{1}{2\pi r^1 \sqrt{Z_L}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{\underline{G}}_{\phi z, m}^{\text{HJ21}}(\underline{k}_z = \beta) \tilde{\underline{J}}_{F,z, m}^{(f)} e^{-jm\phi}
\end{aligned} \tag{5.30}$$

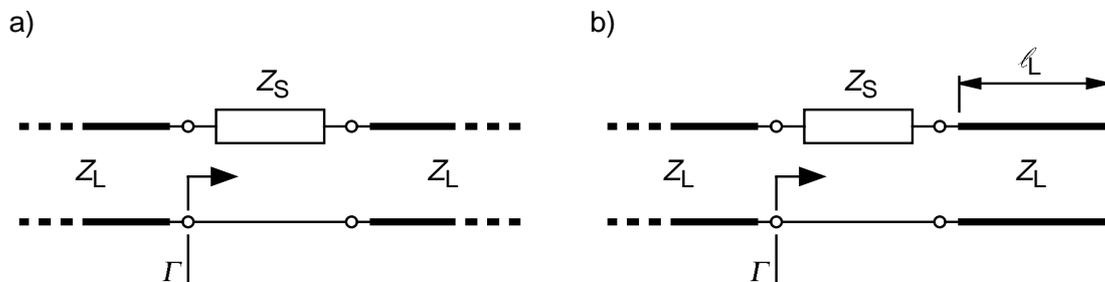
Aufgrund des Quasi-TEM-Modes auf der Streifenleitung ist auch in (5.30) die Stromverteilung aus einer Formfunktion in Querrichtung  $\underline{J}_{F,z}^{(f)}(\phi')$  und der exponentiellen Abhängigkeit  $e^{-j\beta z'}$  in Ausbreitungsrichtung zusammengesetzt.

### 5.2.2 Modellierung der Speiseleitung

Das normierte, tangential magnetische Feld  $\underline{h}_z^{\text{inc}}$  bzw.  $\underline{h}_\phi^{\text{inc}}$  der Streifenleitung am Ort der Schlitzapertur lässt sich nach (5.18) bzw. (5.28) allein als Funktion der sich als Reaktion einstellenden normierten magnetischen Flächenstromverteilung  $\underline{M}_{F,z}^n$  bzw.  $\underline{M}_{F,\phi}^n$  im Schlitz sowie des bekannten tangentialen Modenfeldes  $\underline{h}_z$  bzw.  $\underline{h}_\phi$  der Leitung beschreiben. Eine aufwendige Modellierung der Stromverteilung auf der Speiseleitung zur Berechnung der Eingangsimpedanz kann somit entfallen, stattdessen lässt sie sich direkt aus dem Reflexionsfaktor nach (5.15) bzw. (5.26) bestimmen.

$$\underline{Z}_S = \underline{Z}_L \frac{2\underline{\Gamma}}{1-\underline{\Gamma}} \tag{5.31}$$

Das äquivalente Ersatzschaltbild der Streifenleitungsanordnungen nach Bild 5.4 und Bild 5.5 ist in Bild 5.6a dargestellt, da sich die Schlitzdiskontinuität, wie jede andere Unstetigkeitsstelle in einer Leitung, nach [Mic81] als einfache Serienimpedanz  $\underline{Z}_S$  in der Leitung modellieren lässt. Der Reflexionsfaktor  $\underline{\Gamma}$  in Bild 5.6a ergibt sich aus der mit der Serienschaltung aus  $\underline{Z}_L$  und  $\underline{Z}_S$  abgeschlossenen Leitung (in Bild 5.6a links), welche den Wellenwiderstand  $\underline{Z}_L$  besitzt. Durch Auflösen nach  $\underline{Z}_S$  erhält man (5.31) als Eingangsimpedanz der aperturgekoppelten Streifenleitungsantenne.

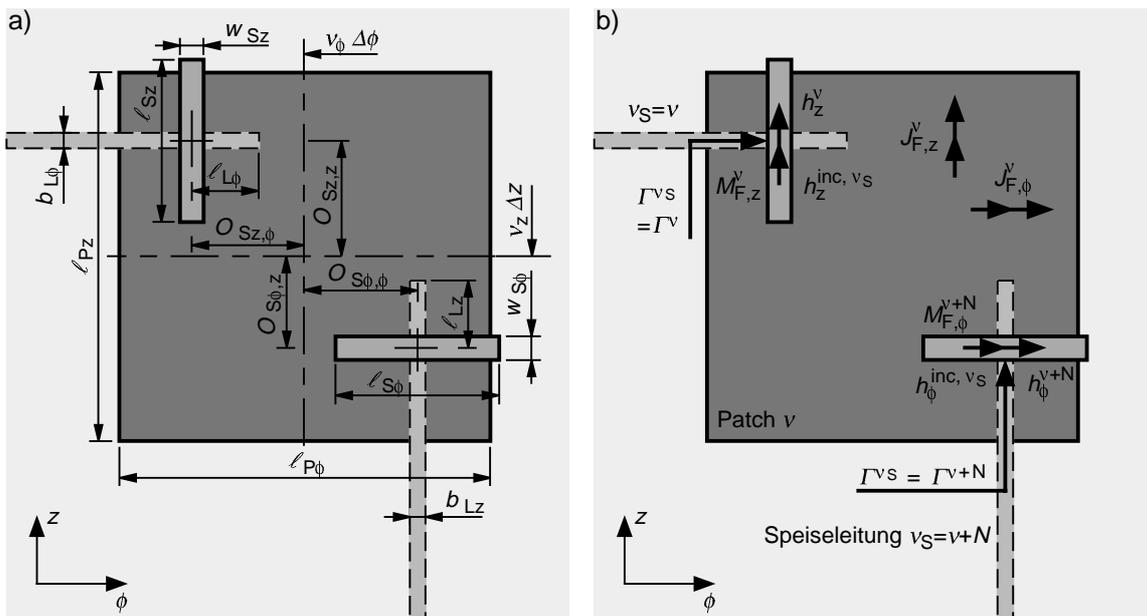


**Bild 5.6** Äquivalente Ersatzschaltbilder für a) einen Schlitz in der Massemetallisierung einer unendlich ausgedehnten Streifenleitung und b) einen Schlitz in der Massemetallisierung einer Streifenleitung mit einer Stichelung (*Stub*) der Länge  $l_L$

Dieses Ersatzschaltbild erlaubt zudem die einfache Einbeziehung der für die Kompensation von Blindanteilen der Eingangsimpedanzen verwendeten Stichleitungen, sog. *Stubs*. Die Stichleitungen der Länge  $\ell_L$  mit dem Wellenwiderstand  $Z_L$  können, wie in Bild 5.6b dargestellt, durch eine einfache Leitung der Länge  $\ell_L$  modelliert werden.

### 5.2.3 Dual polarisiertes Antennenelement

Nachdem im bisherigen Verlauf von Abschnitt 5.2 ausführlich die Modellierung der Speiseleitung dargestellt wurde, soll die Betrachtung nun auf das gesamte, dual polarisierte Antennenelement mit zwei zueinander orthogonalen Koppelschlitten erweitert werden. Betrachtet werde das  $v$ -te Element in einem aus  $N$  dual polarisierten Antennenelementen bestehenden, in der Abwicklung auf einem regelmäßig rechteckigen Gitter mit den Abständen  $\Delta\phi$  und  $\Delta z$  angeordneten Array nach Bild 5.7. Während in Bild 5.7a das zu Grunde gelegte Koordinatensystem und alle verwendeten geometrischen Größen dargestellt sind, zeigt Bild 5.7b die für die Herleitung der Integralgleichungen verwendeten Bezeichnungen der Flächenstromdichten und Feldstärken.



**Bild 5.7** Dual polarisiertes  $v$ -tes Antennenelement in einer aus  $N$  Elementen bestehenden Gruppe a) geometrische Abmessungen b) angesetzte Feldgrößen

Die beiden orthogonalen Koppelschlitze zur Anregung vertikaler und horizontaler Polarisation werden von zwei zueinander orthogonalen Streifenleitungen gespeist, denen die Nummern  $v_S = v$  (vertikaler Schlitz  $\hat{=}$  horizontaler Polarisation) sowie  $v_S = v+N$  (horizontaler Schlitz  $\hat{=}$  vertikaler Polarisation) zugeordnet sind. Das von

den beiden Speiseleitungen an den Orten der Koppelschlitz ( $r = r^2$ ) jeweils erzeugte normierte tangentielle Magnetfeld besitzt für den vertikalen Schlitz nur eine  $z$ -Komponente, die im Folgenden analog zu Abschnitt 5.2.1.1  $\underline{h}_z^v$  bezeichnet wird. Da die Koppelschlitz sehr schmal im Vergleich zur Substratwellenlänge sind, wird im vertikalen Schlitz auch nur eine  $z$ -Komponente der magnetischen Flächenstromdichte  $\underline{M}_{F,z}^v$  angesetzt. Analog ergibt sich mit den Bezeichnungen aus Abschnitt 5.2.1.2 für den horizontalen Schlitz das tangentielle Magnetfeld  $\underline{h}_\phi^{v+N}$  und die magnetische Flächenstromdichte  $\underline{M}_{F,\phi}^{v+N}$ . Auf der Patchfläche wird eine elektrische Flächenstromdichte mit der  $\phi$ -Komponente  $\underline{J}_{F,\phi}^v$  und der  $z$ -Komponente  $\underline{J}_{F,z}^v$  angenommen.

$$\underline{\Gamma}^{v_S} = \underline{\Gamma}^v(\underline{M}_{F,z}^{n,v}) = \frac{1}{2} \iint_{A^{S,v}} \underline{M}_{F,z}^{n,v}(\phi, z) \underline{h}_z^v(r = r^2, z) dA^{S,v} \quad (5.32)$$

$$\underline{\Gamma}^{v_S} = \underline{\Gamma}^{v+N}(\underline{M}_{F,\phi}^{n,v+N}) = \frac{1}{2} \iint_{A^{S,v+N}} \underline{M}_{F,\phi}^{n,v+N}(\phi, z) \underline{h}_\phi^{v+N}(r = r^2, \phi) dA^{S,v+N} \quad (5.33)$$

Die Reflexionsfaktoren auf den Speiseleitungen am Ort der Koppelaperturen berechnen sich nach (5.15) für die Speiseleitungen mit den fortlaufenden Nummern  $v_S = 1, \dots, N$  (horizontale Polarisation,  $v_S = v$ ) zu (5.32) sowie für die Speiseleitungen mit den fortlaufenden Nummern  $v_S = N+1, \dots, 2N$  (vertikale Polarisation,  $v_S = v+N$ ) nach (5.26) zu (5.33). Dabei bezeichnet  $\underline{M}_{F,z}^{n,v}$  die auf die Amplitude  $\underline{a}_{v_S} = \underline{a}_v$  der Anregung der Speiseleitung  $v$  normierte Flächenstromdichte  $\underline{M}_{F,z}^v$  im vertikalen Koppelschlitz, und  $\underline{M}_{F,\phi}^{n,v+N}$  die auf die Amplitude  $\underline{a}_{v_S} = \underline{a}_{v+N}$  der Anregung der Speiseleitung  $v+N$  normierte Flächenstromdichte  $\underline{M}_{F,\phi}^{v+N}$  im horizontalen Koppelschlitz.

$$\begin{aligned} \underline{h}_z^{\text{inc}, v_S} &= \underline{h}_z^{\text{inc}, v}(\underline{M}_{F,z}^{n,v}) = (1 - \underline{\Gamma}^v) \underline{h}_z^v(r = r^2, z) \\ &= \left( 1 - \frac{1}{2} \iint_{A^{S,v}} \underline{M}_{F,z}^{n,v}(\phi, z) \underline{h}_z^v(r = r^2, z) dA^{S,v} \right) \underline{h}_z^v(r = r^2, z) \end{aligned} \quad (5.34)$$

$$\begin{aligned} \underline{h}_\phi^{\text{inc}, v_S} &= \underline{h}_\phi^{\text{inc}, v+N}(\underline{M}_{F,\phi}^{n,v+N}) = (1 - \underline{\Gamma}^{v+N}) \underline{h}_\phi^{v+N}(r = r^2, \phi) \\ &= \left( 1 - \frac{1}{2} \iint_{A^{S,v+N}} \underline{M}_{F,\phi}^{n,v+N}(\phi, z) \underline{h}_\phi^{v+N}(r = r^2, \phi) dA^{S,v+N} \right) \underline{h}_\phi^{v+N}(r = r^2, \phi) \end{aligned} \quad (5.35)$$

Nach Abschnitt 5.2.1 lassen sich mit Hilfe der Reflexionsfaktoren die von den Streifenleitungsströmen am Ort der Koppelaperturen erzeugten normierten tangentialen magnetischen Feldstärken bestimmen. Für die von den Speiseleitungen  $v_S = 1, \dots, N$  (horizontale Polarisation) gespeisten Koppelschlitz existiert nur eine magnetische

Feldstärkekomponente in  $z$ -Richtung. Mit (5.18) und  $\nu_S = \nu$  ergibt sich hieraus (5.34). Entsprechend existiert bei den von den Speiseleitungen  $\nu_S = N+1, \dots, 2N$  angeregten Koppelschlitzten (vertikale Polarisation) nur eine magnetische Feldstärke in  $\phi$ -Richtung, die sich mit  $\nu_S = \nu+N$  und (5.28) zu (5.35) ergibt.

### 5.3 Integralgleichungen für eine aperturgekoppelte Antenne

Zur Berechnung der Antennendaten ist es nun erforderlich, die im vorangegangenen Abschnitt eingeführten unbekanntes Flächenstromdichten  $\underline{J}_{F,\phi}^{\nu}$  und  $\underline{J}_{F,z}^{\nu}$  sowie  $\underline{M}_{F,\phi}^{\nu+N}$  und  $\underline{M}_{F,z}^{\nu}$  zu bestimmen. Hierzu wird, durch Ansetzen der durch die Antennengeometrie vorgegebenen Randbedingungen auf den  $N$  Patches und in den  $2N$  Schlitzten, ein Integralgleichungssystem aufgebaut. Die darin auftretenden Flächenstromdichten auf den einzelnen Patch-Elementen  $\vec{J}_F^{\nu}$  und in den einzelnen Schlitzten  $\vec{M}_F^{\nu}$  werden nach (5.36) und (5.37) zusammengefasst.

$$\vec{J}_F = \sum_{\nu=1}^N \vec{J}_F^{\nu} = \sum_{\nu=1}^N \begin{pmatrix} \underline{J}_{F,\phi}^{\nu} \\ \underline{J}_{F,z}^{\nu} \end{pmatrix} \quad (5.36)$$

$$\vec{M}_F = \sum_{\nu=1}^{2N} \vec{M}_F^{\nu} = \sum_{\nu=1}^{2N} \begin{pmatrix} \underline{M}_{F,\phi}^{\nu} \\ \underline{M}_{F,z}^{\nu} \end{pmatrix} \rightarrow \vec{M}_F = \sum_{\nu=1}^N \vec{M}_F^{\nu} = \sum_{\nu=1}^N \begin{pmatrix} \underline{M}_{F,\phi}^{\nu} \\ \underline{M}_{F,z}^{\nu} \end{pmatrix} \quad (5.37)$$

Der Vektor  $\vec{J}_F$  repräsentiert damit die gesamte Verteilung der elektrischen Flächenstromdichte auf den Patch-Elementen der Gruppenantenne, während  $\vec{M}_F$  die gesamte Verteilung der magnetischen Flächenstromdichte in den Schlitzten des Arrays darstellt. Hierbei wird in (5.37) von der Tatsache Gebrauch gemacht, dass die grundsätzlich zweidimensional vektoriell anzusetzende magnetische Flächenstromverteilung in Aperturen ((5.37) links) aufgrund des schmalen Schlitzes (vgl. Abschnitt 5.2) hier nur eine Vektorkomponente besitzt. Dadurch lassen sich die beiden magnetischen Flächenstromverteilungen der zwei Schlitzte pro Patch in einem Vektor zusammenfassen ((5.37) rechts), was die Zahl der unbekanntes magnetischen Flächenstromdichten halbiert und auf insgesamt  $4N$  unbekanntes Flächenstromdichten im Array führt.

Zunächst wird die Randbedingung in den Aperturen ausgewertet, welche nach (5.8) besagt, dass dort die tangentialen Komponenten der magnetischen Feldstärken ober- und unterhalb der Koppelschlitzte stetig ineinander übergehen müssen. Mit der Schreibweise nach (5.36) bzw. (5.37) wird dies durch die Darstellung (5.38) ausgedrückt.

$$\vec{H}^{o,M}(-\vec{M}_F) + \vec{H}^{o,J}(\vec{J}_F) = \underline{a}_{v_S} \cdot \vec{h}^{\text{inc},v_S} + \vec{H}^{u,M}(\vec{M}_F) \quad (5.38)$$

für alle Aperturflächen

Hier bezeichnet  $\vec{H}^o$  die tangentielle magnetische Feldstärkekomponente oberhalb der Metallisierungsebene, während  $\vec{H}^u$  für die tangentielle magnetische Feldstärkekomponente unterhalb der Metallisierungsebene steht. Die zusätzlichen Hochindices bezeichnen analog zur Nomenklatur bei den Greenschen Funktionen in Kapitel 3 die Quellen der jeweiligen Feldstärkekomponenten. Die entgegengesetzte Orientierung der magnetischen Flächenstromdichten oberhalb und unterhalb der Schlitze nach Abschnitt 5.1.2 wird durch das Vorzeichen von  $\vec{M}_F$  berücksichtigt. Neben den von  $\vec{J}_F$  auf den Patches und  $\vec{M}_F$  in den Schlitzen verursachten magnetischen Feldstärkekomponenten sind beim Ansetzen der Randbedingung in (5.38) die von den Strömen auf den Speiseleitungen verursachten normierten magnetischen Feldstärkekomponenten  $\underline{h}_\phi^{\text{inc},v_S}$  und  $\underline{h}_z^{\text{inc},v_S}$ , gewichtet mit der entsprechenden Anregung  $\underline{a}_{v_S}$  der Speiseleitung, einzubringen. Der Vektor  $\vec{h}^{\text{inc},v_S}$  in (5.38) setzt sich folglich aus den normierten tangentialen magnetischen Feldstärken (5.34) und (5.35) der  $2N$  Speiseleitungen nach (5.39) zusammen.

$$\vec{h}^{\text{inc},v_S} = \begin{cases} \underline{h}_\phi^{\text{inc},v_S} \vec{e} & \text{für } v_S = N+1, \dots, 2N \\ \underline{h}_z^{\text{inc},v_S} \vec{e}_z & \text{für } v_S = 1, \dots, N \end{cases} \quad (5.39)$$

Nach (3.53) lassen sich die Felder in (5.38) durch Faltung der dyadischen Greenschen Funktion mit den Vektoren der jeweiligen Flächenstromdichten darstellen. Mit diesen Greenschen Funktionen ergibt sich so aus (5.38) die Darstellung der Integralgleichung (5.40).

$$\begin{aligned} & - \iint_{A^S} [\underline{G}^{\text{HM}22o}(\phi - \phi^S, z - z^S)] \vec{M}_F(\phi^S, z^S) r^2 d\phi^S dz^S \\ & + \iint_{A^P} [\underline{G}^{\text{HJ}23}(\phi - \phi^P, z - z^P)] \vec{J}_F(\phi^P, z^P) r^3 d\phi^P dz^P \\ & = \underline{a}_{v_S} \cdot \vec{h}^{\text{inc},v_S} + \iint_{A^S} [\underline{G}^{\text{HM}22u}(\phi - \phi^S, z - z^S)] \vec{M}_F(\phi^S, z^S) r^2 d\phi^S dz^S \end{aligned} \quad (5.40)$$

für alle Aperturflächen

Die Integrationen sind nach Abschnitt 3.4 über die jeweiligen Quellgebiete Schlitzfläche  $A^S$  für die magnetischen Flächenstromdichten und Patch-Flächen  $A^P$  für die elektrischen Flächenstromdichten zu führen. Um eben diese notwendigen Integrationen

zu minimieren, werden die beiden dyadischen Greenschen Funktionen  $[\underline{G}^{\text{HM}22\text{o}}]$  und  $[\underline{G}^{\text{HM}22\text{u}}]$  zu einer einzigen Funktion  $[\underline{G}^{\text{HM}22}]$  nach (5.41) zusammengefasst.

$$[\underline{G}^{\text{HM}22}] = [\underline{G}^{\text{HM}22\text{o}}] + [\underline{G}^{\text{HM}22\text{u}}] \quad (5.41)$$

Damit vereinfacht sich (5.40) zu (5.42) mit nunmehr zwei statt den ursprünglichen drei Faltungintegralen.

$$\begin{aligned} & - \iint_{A^S} [\underline{G}^{\text{HM}22}(\phi - \phi^S, z - z^S)] \underline{\vec{M}}_F(\phi^S, z^S) r^2 d\phi^S dz^S \\ & + \iint_{A^P} [\underline{G}^{\text{HJ}23}(\phi - \phi^P, z - z^P)] \underline{\vec{J}}_F(\phi^P, z^P) r^3 d\phi^P dz^P = \underline{a}_{v_s} \cdot \underline{\vec{h}}^{\text{inc}, v_s} \end{aligned} \quad (5.42)$$

*für alle Aperturflächen*

Neben der ersten Randbedingung, der Stetigkeitsbedingung für die tangentialen magnetischen Feldstärkekomponenten in den Koppelschlitz, wird zum Aufbau des Integralgleichungssystems die zweite Randbedingung verwendet, dass alle tangentialen elektrischen Feldstärkekomponenten auf den nach Abschnitt 5.1.1 als ideal leitend angenommenen Patch-Oberflächen verschwinden müssen. Mit der bereits oben verwendeten Nomenklatur ist dies in (5.43) dargestellt.

$$\underline{\vec{E}}^J(\underline{\vec{J}}_F) + \underline{\vec{E}}^M(-\underline{\vec{M}}_F) = \vec{0} \quad (5.43)$$

*für alle Patch-Oberflächen*

Mit den dyadischen Greenschen Funktionen aus Abschnitt 3.4 erhält man dann aus (5.43) die zweite Integralgleichung (5.44).

$$\begin{aligned} & \iint_{A^P} [\underline{G}^{\text{EJ}33}(\phi - \phi^P, z - z^P)] \underline{\vec{J}}_F(\phi^P, z^P) r^3 d\phi^P dz^P \\ & - \iint_{A^S} [\underline{G}^{\text{EM}32}(\phi - \phi^S, z - z^S)] \underline{\vec{M}}_F(\phi^S, z^S) r^2 d\phi^S dz^S = \vec{0} \end{aligned} \quad (5.44)$$

*für alle Patch-Oberflächen*

Die beiden gekoppelten Integralgleichungen (5.42) und (5.44) stellen damit die eindeutigen Bestimmungsgleichungen für die gesuchten elektrischen und magnetischen Flächenstromdichten  $\underline{\vec{J}}_F$  und  $\underline{\vec{M}}_F$  und nach (5.36) und (5.37) folglich auch für die in Bild 5.7b dargestellten Komponenten  $\underline{\vec{J}}_F^v$  und  $\underline{\vec{M}}_F^v$  der einzelnen Elemente dar.

## 5.4 Anwendung der Momentenmethode

Als Lösungsverfahren für das Integralgleichungssystem wird in dieser Arbeit die Momentenmethode [Har67, Har68] verwendet [Cha98/1, Löf98/3]. Es handelt sich um ein in der Antennenberechnung sehr häufig eingesetztes Verfahren, weil es, da die Quellen und nicht der Feldraum diskretisiert werden, bei geringem Aufwand eine gute Modellierung der prinzipiell ins Unendliche strahlenden Antenne ermöglicht. Auf eine eingehende Darstellung der Methode im Allgemeinen soll hier zugunsten der aktuellen Anwendung verzichtet werden, stattdessen wird auf die zitierte Literatur verwiesen.

Die Diskretisierung der Quellen erfolgt durch Entwicklung der unbekanntenen Flächenstromdichten in eine endliche Anzahl von linear unabhängigen Entwicklungs- oder Basisfunktionen  $\vec{J}_{F,i}(\phi, z)$  für die elektrische Flächenstromdichte nach (5.45) und  $\vec{M}_{F,k}(\phi, z)$  für die magnetische Flächenstromdichte nach (5.46), wobei zur Vereinfachung der Darstellung zunächst davon ausgegangen wird, dass die Anzahl der angesetzten Moden in  $\phi$ - und  $z$ -Richtung gleich groß ist (vgl. Abschnitt 5.6).

$$\vec{J}_F = \sum_{i=1}^{N_i} \vec{I}_i \vec{J}_{F,i}(\phi, z) = \sum_{i=1}^{N_i} \begin{pmatrix} \underline{I}_{i,\phi} \\ \underline{I}_{i,z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{J}_{F,i,\phi}(\phi, z) \\ \underline{J}_{F,i,z}(\phi, z) \end{pmatrix} \quad (5.45)$$

$$\vec{M}_F = \sum_{k=1}^{N_k} \vec{V}_k \vec{M}_{F,k}(\phi, z) = \sum_{k=1}^{N_k} \begin{pmatrix} \underline{V}_{k,\phi} \\ \underline{V}_{k,z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{M}_{F,k,\phi}(\phi, z) \\ \underline{M}_{F,k,z}(\phi, z) \end{pmatrix} \quad (5.46)$$

Dadurch verschiebt sich das Problem von der Bestimmung kontinuierlicher Funktionen auf die Bestimmung ihrer Entwicklungskoeffizienten. Durch Einsetzen von (5.45) bzw. (5.46) in (5.42) und (5.44) erhält man (5.47) und (5.48).

$$\begin{aligned} & - \sum_{k=1}^{N_k} \vec{V}_k \iint_{A_k^S} [\underline{G}^{\text{HM}22}(\phi - \phi_k^S, z - z_k^S)] \vec{M}_{F,k}(\phi_k^S, z_k^S) r^2 d\phi_k^S dz_k^S \\ & + \sum_{i=1}^{N_i} \vec{I}_i \iint_{A_i^P} [\underline{G}^{\text{HJ}23}(\phi - \phi_i^P, z - z_i^P)] \vec{J}_{F,i}(\phi_i^P, z_i^P) r^3 d\phi_i^P dz_i^P \\ & = \vec{a}_{v_S} \cdot \vec{h}^{\text{inc}, v_S} = \vec{a}_{v_S} (1 - \underline{\Gamma}^{v_S}) \vec{h}^{\text{L}, v_S} \end{aligned} \quad (5.47)$$

für alle Aperturflächen

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^{N_i} \bar{I}_i \iint_{A_i^P} [\underline{G}^{\text{EJ33}}(\phi - \phi_i^P, z - z_i^P)] \bar{J}_{F,i}(\phi_i^P, z_i^P) r^3 d\phi_i^P dz_i^P \\
& - \sum_{k=1}^{N_k} \bar{V}_k \iint_{A_k^S} [\underline{G}^{\text{EM32}}(\phi - \phi_k^S, z - z_k^S)] \bar{M}_{F,k}(\phi_k^S, z_k^S) r^2 d\phi_k^S dz_k^S = \vec{0}
\end{aligned} \tag{5.48}$$

für alle Patch-Oberflächen

Diese Gleichungen approximieren das kontinuierliche Problem, wobei die Genauigkeit durch die Anzahl der angesetzten Entwicklungskoeffizienten  $N_u = 2 N_i + 2 N_k$  in Zusammenhang mit den verwendeten Basisfunktionen bestimmt werden kann.

Zur Bestimmung der Entwicklungskoeffizienten wird nun bei der Momentenmethode für jede Gleichung die Reaktion mit einer sog. Test- oder Gewichtsfunktion gebildet. Mathematisch entspricht die Reaktionsbildung der Faltung mit der Testfunktion, wobei diese Faltung aufgrund der Linearität für jeden Summanden der Gleichung einzeln erfolgt. Je nach verwendeter Testfunktion werden nun verschiedene Verfahren unterschieden. Die einfachste Testfunktion ist die Dirac-Delta-Funktion, die physikalisch einem Ortsimpuls entspricht. Ihr Vorteil liegt in der sehr einfachen Auswertung des Faltungsintegrals, ihr Nachteil ist jedoch darin begründet, dass die Gleichungen nur an genau diesen Orts- oder Testpunkten der Dirac-Impulse erfüllt werden. Das als *Point-Matching-Verfahren* bekannte Vorgehen erlaubt keine Aussage über den unter Umständen sehr großen Fehler zwischen diesen Testpunkten. Aus diesem Grund wird hier dem *Galerkin-Verfahren* der Vorzug gegeben, bei dem die Testfunktionen mit den Entwicklungsfunktionen identisch sind und auch so benannt sind. Die Gleichungen werden hier nicht an einem speziellen Ort erfüllt, stattdessen wird der Fehler insgesamt minimiert. Die entstehenden Lösungsmatrizen sind symmetrisch und gut konditioniert, was sich sehr vorteilhaft im Hinblick auf Speicherplatz, Rechenzeit und Genauigkeit des numerischen Verfahrens auswirkt.

$$\begin{aligned}
& - \sum_{k=1}^{N_k} \bar{V}_k \iint_{A_k^S} \iint_{A_k^S} \bar{M}_{F,k'}^a(\phi_{k'}^S, z_{k'}^S) [\underline{G}^{\text{HM22}}(\phi_{k'}^S - \phi_k^S, z_{k'}^S - z_k^S)] \bar{M}_{F,k}(\phi_k^S, z_k^S) dA_k^S dA_k^S \\
& + \sum_{i=1}^{N_i} \bar{I}_i \iint_{A_k^S} \iint_{A_i^P} \bar{M}_{F,k'}^a(\phi_{k'}^S, z_{k'}^S) [\underline{G}^{\text{HJ23}}(\phi_{k'}^S - \phi_i^P, z_{k'}^S - z_i^P)] \bar{J}_{F,i}(\phi_i^P, z_i^P) dA_i^P dA_k^S \tag{5.49} \\
& = \bar{a}_{v_s} \iint_{A_k^S} \bar{M}_{F,k'}^a(\phi_{k'}^S, z_{k'}^S) \bar{h}^{\text{inc}, v_s} dA_k^S = \bar{a}_{v_s} (1 - \Gamma^{v_s}) \iint_{A_k^S} \bar{M}_{F,k'}^a(\phi_{k'}^S, z_{k'}^S) \bar{h}^{\text{L}, v_s} dA_k^S
\end{aligned}$$

mit  $k' = 1, \dots, N_k$ , für alle Aperturflächen

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^{N_i} \vec{I}_i \iint_{A_i^P} \iint_{A_i^P} \vec{J}_{F,i}^a(\phi_i^P, z_i^P) [\underline{G}^{\text{EJ33}}(\phi_i^P - \phi_i^P, z_i^P - z_i^P)] \vec{J}_{F,i}(\phi_i^P, z_i^P) dA_i^P dA_i^P \\
& - \sum_{k=1}^{N_k} \vec{V}_k \iint_{A_i^P} \iint_{A_k^S} \vec{J}_{F,i}^a(\phi_i^P, z_i^P) [\underline{G}^{\text{EM32}}(\phi_i^P - \phi_k^S, z_i^P - z_k^S)] \vec{M}_{F,k}(\phi_k^S, z_k^S) dA_k^S dA_i^P \quad (5.50) \\
& = \vec{0}
\end{aligned}$$

mit  $i' = 1, \dots, N_i$ , für alle Patch-Oberflächen

Zur Anwendung des Galerkin-Verfahrens wird nun Gleichung (5.47) nacheinander mit den Testfunktionen  $\vec{M}_{F,k'}^a$  ( $k' = 1, \dots, N_k$ ) gewichtet und integriert, was zum Gleichungssystem (5.49) führt. In gleicher Weise wird (5.48) nacheinander mit den Testfunktionen  $\vec{J}_{F,i'}^a$  ( $i' = 1, \dots, N_i$ ) gefaltet, was Gleichungssystem (5.50) ergibt. Der Hochindex  $(\cdot)^a$  kennzeichnet hierbei die adjungierte Funktion.

Die Gleichungen (5.49) und (5.50) bilden damit zusammen ein lineares Gleichungssystem zur Bestimmung der unbekanntenen Stromentwicklungskoeffizienten  $\vec{V}_k$  und  $\vec{I}_i$ . Die einzelnen Faltungsintegrale über die Basis- und Testfunktionen, die auch *Reaktionsintegrale* genannt werden, bilden die Matrixkoeffizienten der Gleichungssysteme. Der Anregungsterm des Gleichungssystems ergibt sich aus der Gewichtung der anregenden Feldstärke  $\vec{h}^{\text{inc},v_s}$  mit der Testfunktion  $\vec{M}_{F,k'}^a$ . Dieser Ausdruck ist nur dann ungleich null, wenn das anregende Feld  $\vec{h}^{\text{inc},v_s}$  sowie die Testfunktion  $\vec{M}_{F,k'}^a$  dieselbe Fläche bedecken (vgl. Abschnitt 5.6). Da jeder Matrixkoeffizient der hergeleiteten Gleichungssysteme einer Vierfachintegration im Raumbereich bzw. einer uneigentlichen Integration und einer unendlichen Summation im Spektralbereich entspricht (vgl. Abschnitt 5.6), kommt der Wahl der Basisfunktionen eine entscheidende Bedeutung zu. Sie soll im folgenden Abschnitt diskutiert werden.

## 5.5 Auswahl der Strombasisfunktionen

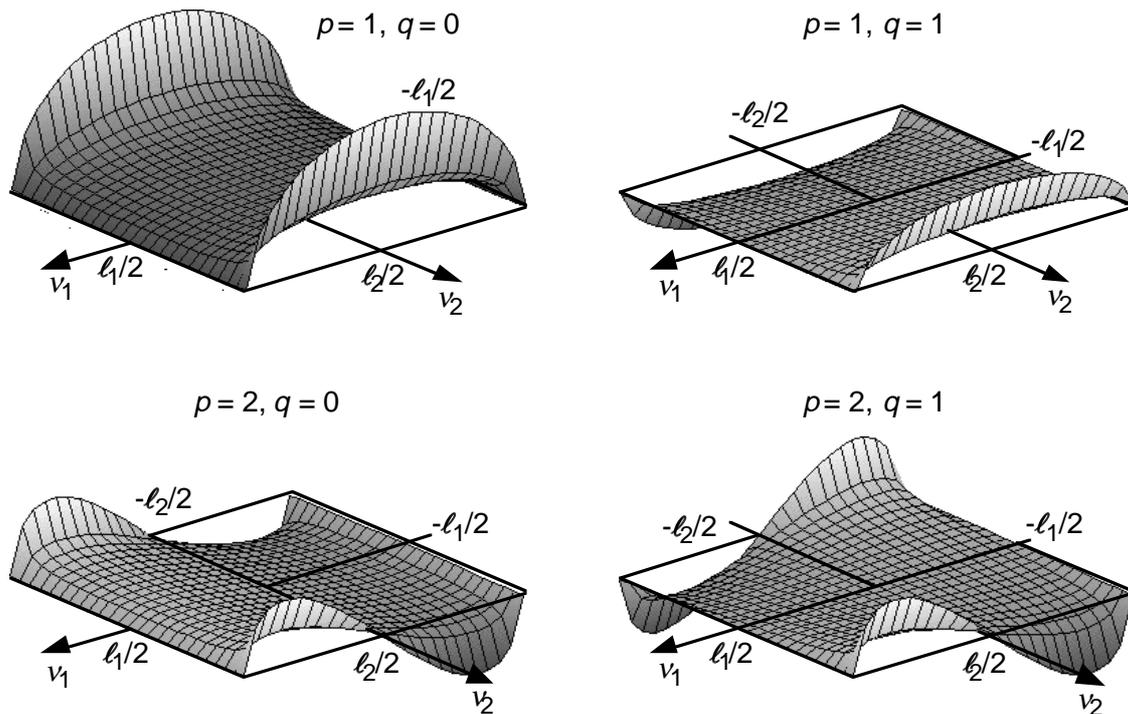
Für die effiziente Berechnung auch großer Antennengruppen mit vertretbarem Aufwand hinsichtlich Rechenzeit und Speicherplatz ist es wichtig, die Basisfunktionen so zu wählen, dass die auftretenden Flächenströme mit einer *minimalen Anzahl von Basisfunktionen* möglichst gut angenähert werden. Diese Überlegung führt auf sog. Ganzbereichsfunktionen (*engl. entire [domain] basis functions*), die sich, wie ihr Name bereits andeutet, über die gesamte zu modellierende Fläche (Patch oder Schlitz) ausdehnen. Die Approximation der exakten Stromverteilung geschieht durch Überla-

gerung des Grundmodes mit höheren Moden auf derselben Grundfläche, weshalb hier die Basisfunktionen für eine gegen unendlich strebende Zahl von Funktionen ein vollständiges System bilden müssen. Ein weiterer Vorteil der Ganzbereichsfunktionen gegenüber den zur Alternative stehenden Teilbereichsfunktionen (*engl. subdomain basis functions*) ist die nicht notwendige Diskretisierung, und damit insbesondere der Wegfall des hohen Aufwandes im Rechnerprogramm zur Verwaltung von unter Umständen sehr vielen Zellen. Dieser Vorteil der Ganzbereichsfunktionen wird jedoch um den Preis einer fehlenden oder nur sehr geringen Flexibilität hinsichtlich der Form der zu modellierenden Elemente erkauft. Während komplexe Patch- oder Schlitzformen durch den Einsatz vieler Teilbereichsfunktionen nachgebildet werden können, muss bei Ganzbereichsfunktionen eine Übereinstimmung zwischen Quellgebiet und Basisfunktion bestehen. Der resultierende Unterschied in der Anzahl der Unbekannten, der für Teilbereichsfunktionen im Bereich 50 bis 100 pro quadratischem Patch und für Ganzbereichsfunktionen unter 5 pro Patch liegt, schlägt sich selbstverständlich im Computerprogramm nieder. Bei Teilbereichsfunktionen wird die meiste Rechenzeit des Programms für das Lösen der entstehenden, sehr großen Matrizen verwendet, während die Berechnung der Reaktionsintegrale, also das Füllen der Matrix, aufgrund der sehr einfachen Form der Teilbereichsfunktionen sehr schnell abläuft. Für Ganzbereichsfunktionen gilt das Gegenteil, hier ist die Berechnung der Reaktionsintegrale der Rechenzeit intensivere Teil.

Weitere Anforderungen, die für alle Typen von Basisfunktionen gelten, sind die zweifache Differenzierbarkeit, um den Maxwell-Gleichungen (3.1) bzw. der Wellengleichung (3.9) zu genügen (bzw. die Stetigkeit als Minimalanforderung für Teilbereichsfunktionen), sowie die Existenz einer analytischen Fouriertransformierten, falls eine Auswertung im Spektralbereich durchgeführt werden soll. Weiterhin sollten die Basisfunktionen physikalisch sinnvoll und mathematisch möglichst einfach realisierbar sein. Nicht zuletzt ist auch eine gute Konvergenz der Reaktionsintegrale anzustreben.

Da die Ganzbereichsfunktionen für die rechteckigen Quellgebiete möglichst viel physikalisches Vorwissen enthalten sollen, und eine sinusförmige Stromverteilung in Resonanzrichtung zu erwarten ist, stellen die sinusförmigen Moden eine Gruppe von möglichen Basisfunktionen für das vorliegende Problem dar. Für dünne Leiter existiert jedoch zusätzlich eine Stromüberhöhung an den Längskanten, der sog. *Kanteneffekt*, welcher bei Verwendung von Tschebyscheff-Basisfunktionen besser mit einbezogen werden kann, da sich deren Fouriertransformierten mit den Asymptoten der Greenschen Funktionen analytisch einfacher integrieren lassen.

In dieser Arbeit werden Ganzbereichsfunktionen mit Tschebyscheff-Basisfunktionen, welche den Kanteneffekt enthalten, verwendet. Aufgrund der unterschiedlichen Darstellung der Funktionen hinsichtlich der beiden Koordinatenrichtungen  $\phi$  und  $z$  werden die Moden zunächst in allgemeiner Form mit den Koordinatenrichtungen  $v_1$  und  $v_2$  vorgestellt.



**Bild 5.8** Ortsbereichsdarstellung von Tschebyscheff-Basisfunktionen (Moden)

Die Basisfunktionen für die rechteckförmigen Quellgebiete setzen sich aus einer Längskomponente (Längsmode)  $L_p^T$  und einer Querkomponente (Quermode)  $Q_q^T$  zusammen. Der Hochindex  $(\cdot)^T$  weist auf die Tschebyscheff-Polynome hin, während die Indices  $p$  und  $q$  die Form der Funktionen bestimmen. Für ein Quellgebiet mit der Länge  $l_1$  in Resonanzrichtung und  $l_2$  in der hierzu orthogonalen Richtung (Querrichtung), dessen Mitte sich im Koordinatenursprung befindet, stellen sich diese Moden nach (5.51) mit  $p = 1, 2, 3, \dots$  und (5.52) mit  $q = 0, 1, 2, \dots$  dar. Die Funktion  $T_n$  repräsentiert hierbei die Tschebyscheff-Polynome erster Art, die Funktion  $U_n$  die Tschebyscheff-Polynome zweiter Art [Abr70]. Beide Polynome besitzen einen Korrekturfaktor, sodass sie die Kantenbedingung bereits à priori erfüllen. Die Form dieser Basisfunktionen im Ortsbereich ist für die vier  $(p,q)$ -Kombinationen  $(1,0)$ ,  $(1,1)$ ,  $(2,0)$  und  $(2,1)$  in Bild 5.8 dargestellt. Deutlich ist die Stromüberhöhung an der Längskante sichtbar.

$$L_p^T(v_1, \ell_1) = \begin{cases} \frac{2}{\pi \ell_1} U_{p-1}\left(\frac{2v_1}{\ell_1}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{2v_1}{\ell_1}\right)^2} & \text{für } |v_1| \leq \frac{\ell_1}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.51)$$

$$Q_q^T(v_2, \ell_2) = \begin{cases} \frac{2}{\pi \ell_2} T_q\left(\frac{2v_2}{\ell_2}\right) / \sqrt{1 - \left(\frac{2v_2}{\ell_2}\right)^2} & \text{für } |v_2| \leq \frac{\ell_2}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.52)$$

Die Fouriertransformierten für diese Basisfunktionen berechnen sich zu (5.53) für (5.51) und (5.54) für (5.52), wobei  $J$  die Besselfunktion 1. Art repräsentiert [Abr70].

$$\underline{\tilde{L}}_p^T(k_1, \ell_1) = j^{p-1} p \frac{J_p(k_1 \ell_1 / 2)}{k_1 \ell_1 / 2} \quad (5.53)$$

$$\underline{\tilde{Q}}_q^T(k_2, \ell_2) = j^q J_q(k_2 \ell_2 / 2) \quad (5.54)$$

Für orthogonale Koordinatenrichtungen berechnen sich die Strombasisfunktionen  $S_{F,(p,q),v_1}^T$  dann nach (5.55) aus dem Produkt der Längs- und Querkomponenten, wobei der Index  $v_1$  die Richtung des Längsmodes kennzeichnet.

$$\begin{aligned} S_{F,(p,q),v_1}^T(v_1, v_2, \ell_1, \ell_2) &= L_p^T(v_1, \ell_1) \cdot Q_q^T(v_2, \ell_2) \\ &\quad \circ \\ \underline{\tilde{S}}_{F,(p,q),v_1}^T(k_1, k_2, \ell_1, \ell_2) &= \underline{\tilde{L}}_p^T(k_1, \ell_1) \cdot \underline{\tilde{Q}}_q^T(k_2, \ell_2) \end{aligned} \quad (5.55)$$

Durch Einsetzen der polarisationsabhängigen Zylinderkoordinatenrichtungen für  $v_1$  und  $v_2$  erhält man die Darstellungen für die einzelnen Quellgebiete.

### 5.5.1 Entwicklungsfunktionen für die Stromdichteverteilung

Die vektorielle elektrische Flächenstromdichte  $\vec{J}_{F,i}^v(\phi, z)$  auf dem  $v$ -ten Patch der Gruppenantenne kann durch (5.56) im Ortsbereich und (5.57) im Spektralbereich beschrieben werden, wobei für die Implementierung eine eindeutige Zuordnung zwischen Modenindex  $i$  und den möglichen Kombinationen von  $p$  und  $q$  durch eine Tabelle festzulegen ist. Zu beachten ist jedoch, dass im Spektralbereich die absolute Länge in  $\phi$ -Richtung  $\ell_\phi$  durch den Winkel  $\ell_\phi / r^3$  substituiert werden muss.

Die Darstellung der magnetischen Flächenstromdichte erfolgt analog, beachtenswert ist dort, dass die beiden Komponenten der magnetischen Flächenstromdichte

$\underline{M}_{F,k}^v(\phi, z)$  gemäß der bei (5.37) getroffenen Vereinbarung zu zwei unterschiedlichen Aperturen gehören.

$$\underline{\tilde{J}}_{F,i}^v(\phi, z) = \begin{pmatrix} \underline{S}_{F,(p,q),\phi}^T(\phi, z, \ell_\phi, \ell_z) \\ \underline{S}_{F,(p,q),z}^T(\phi, z, \ell_\phi, \ell_z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{L}_p^T\left(\phi, \frac{\ell_{P\phi}}{r^3}\right) \cdot \underline{Q}_q^T(z, \ell_{Pz}) \\ \underline{L}_p^T(z, \ell_{Pz}) \cdot \underline{Q}_q^T\left(\phi, \frac{\ell_{P\phi}}{r^3}\right) \end{pmatrix} \quad (5.56)$$

$$\underline{\tilde{J}}_{F,i}^v(m, k_z) = \begin{pmatrix} \underline{\tilde{S}}_{F,(p,q),\phi}^T(m, k_z, \ell_\phi, \ell_z) \\ \underline{\tilde{S}}_{F,(p,q),z}^T(m, k_z, \ell_\phi, \ell_z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{\tilde{L}}_p^T\left(m, \frac{\ell_{P\phi}}{r^3}\right) \cdot \underline{\tilde{Q}}_q^T(k_z, \ell_{Pz}) \\ \underline{\tilde{L}}_p^T(k_z, \ell_{Pz}) \cdot \underline{\tilde{Q}}_q^T\left(m, \frac{\ell_{P\phi}}{r^3}\right) \end{pmatrix} \quad (5.57)$$

Aufgrund der Einführung des Reflexionsfaktors  $\underline{\Gamma}$  am Ort der Koppelaperturen in Abschnitt 5.2 erübrigt sich die Modellierung der exakten Verteilung der elektrischen Flächenstromdichte auf der Speiseleitung durch Basisfunktionen. Zur Bestimmung des normierten transversalen Modenfeldes nach (5.21) und (5.30) muss jedoch die Verteilung des Längsstromes entlang der Streifenleitungsbreite  $b_L$  (vgl. Bild 5.7a) bekannt sein.

$$\underline{J}_{F,\phi}^{(f)}(z) = \underline{Q}_q^T(z, b_{L\phi}) \quad \circ \text{---} \bullet \quad \underline{\tilde{J}}_{F,\phi}^{(f)}(k_z) = \underline{\tilde{Q}}_q^T(k_z, b_{L\phi}) \quad (5.58)$$

$$\underline{J}_{F,z}^{(f)}(\phi) = \underline{Q}_q^T\left(\phi, \frac{b_{Lz}}{r^1}\right) \quad \circ \text{---} \bullet \quad \underline{\tilde{J}}_{F,z,m}^{(f)} = \underline{\tilde{Q}}_{q,m}^T\left(\frac{b_{Lz}}{r^1}\right) \quad (5.59)$$

Diese elektrische Flächenstromverteilung in Querrichtung der Streifenleitung wird mit dem eindimensionalen Formfaktor  $\underline{J}_F^{(f)}$  durch (5.58) für eine  $\phi$ -gerichtete Streifenleitung und durch (5.59) für eine  $z$ -gerichtete Streifenleitung beschrieben. Für eine im Grundmode betriebene Streifenleitung [Hof83] reicht hier die Berücksichtigung des ersten Modes der Querkomponente aus.

### 5.5.2 Ortsverschiebung der Basisfunktionen

Beim Ansatz der Basisfunktionen für eine Array-Berechnung muss die jeweilige Ortsverschiebung der Patch-Elemente gegenüber dem Koordinatenursprung berücksichtigt werden. Diese Ortsverschiebung  $(\phi^{v,P}, z^{v,P})$  des  $v$ -ten Patches gegenüber dem Koordinatenursprung wird für die zugehörige Basisfunktion  $\underline{\tilde{J}}_{F,i}^v$  entsprechend den Regeln der Fouriertransformation nach (5.60) berücksichtigt.

$$\begin{aligned}
\bar{\underline{J}}_{F,i}^v(\phi - \phi^{v,P}, z - z^{v,P}) &= \bar{\underline{J}}_{F,i}^v(\phi - v_\phi \Delta\phi/r^3, z - v_z \Delta z) \\
&\quad \downarrow \\
\tilde{\underline{J}}_{F,i}^v(m, k_z) e^{j(m\phi^{v,P} + k_z z^{v,P})} &= \tilde{\underline{J}}_{F,i}^v(m, k_z) e^{j(mv_\phi \Delta\phi/r^3 + k_z v_z \Delta z)}
\end{aligned} \tag{5.60}$$

Gemäß der bei Bild 5.7a getroffenen Annahme eines in der Abwicklung regelmäßig rechteckigen Gitters mit den Abständen  $\Delta\phi$  und  $\Delta z$  kann diese Ortsverschiebung auch aus den Laufindices der Patch-Elemente in den beiden Richtungen  $v_\phi = 1 \dots N_\phi$  bzw.  $v_z = 1 \dots N_z$  und eben diesen Elementabständen zu  $\phi^{v,P} = v_\phi \Delta\phi$  bzw.  $z^{v,P} = v_z \Delta z$  bestimmt werden.

Die Ortsverschiebung der Flächenstromdichten in den Aperturen erfolgt entsprechend, wobei sich dort die Ortsverschiebung des  $\phi$ -gerichteten Koppelschlitzes von der Ortsverschiebung des  $z$ -gerichteten Koppelschlitzes unterscheidet, was durch den vektoriellen Charakter der Ortsverschiebung ( $\vec{\phi}^{v,S}, \vec{z}^{v,S}$ ) beschrieben wird. Aufgrund des eindimensionalen Charakters der Stromdichtefunktion auf der Speiseleitung muss dort nur eine Koordinatenrichtung berücksichtigt werden..

## 5.6 Berechnung der Reaktionsmatrizen

Mit den in Abschnitt 5.5 hergeleiteten Basisfunktionen lassen sich nun die Matrixkoeffizienten des linearen Gleichungssystems (5.49) und (5.50) explizit berechnen. In Erweiterung der in (5.45) und (5.46) eingeführten Darstellung der Reihenentwicklung der unbekanntenen Flächenstromdichten, die gleich viele Entwicklungsfunktionen  $N_i$  auf den Patches bzw.  $N_k$  in den Schlitzen für jede Polarisation vorsieht, werden jetzt auch unterschiedliche Modenanzahlen je Polarisation zugelassen. Bei der elektrischen Flächenstromdichte auf den Patch-Elementen wird deshalb im weiteren - nach (5.61) links - zwischen der Anzahl der  $\phi$ -gerichteten Basisfunktionen pro Patch  $N_{J,\phi}$  und der Anzahl der  $z$ -gerichteten Basisfunktionen pro Patch  $N_{J,z}$  unterschieden.

$$\bar{\underline{J}}_F = \sum_{v=1}^N \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{N_{J,\phi}} \underline{I}_{i,\phi}^v \underline{J}_{F,i,\phi}^v(\phi, z) \\ \sum_{j=1}^{N_{J,z}} \underline{I}_{j,z}^v \underline{J}_{F,j,z}^v(\phi, z) \end{pmatrix} \quad \bar{\underline{M}}_F = \sum_{v=1}^N \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{N_{M,\phi}} \underline{V}_{k,\phi}^v \underline{M}_{F,k,\phi}^v(\phi, z) \\ \sum_{l=1}^{N_{M,z}} \underline{V}_{l,z}^v \underline{M}_{F,l,z}^v(\phi, z) \end{pmatrix} \tag{5.61}$$

Entsprechend werden nach (5.61) rechts die Anzahlen der  $\phi$ - und  $z$ -gerichteten Basisfunktionen je Schlitz mit  $N_{M,\phi}$  bzw.  $N_{M,z}$  bezeichnet. Diese Anzahl der angesetzten

Moden pro Koppelschlitz wird im Folgenden zu  $k' = k = l' = l = l$  angenommen, womit sich wegen  $(\underline{M}_{F,1,\xi}(\phi,z)) = (\underline{M}_{F,1,\xi}(\phi,z))^a$ , mit  $\xi = \phi$  oder  $z$ , in den Anteilen des Gleichungssystems, die sich aus (5.34) und (5.35) ergeben, erhebliche Vereinfachungen durchführen lassen. Nach Einführung der Variablen  $\underline{\Delta v}_z$  und  $\underline{\Delta v}_\phi$ , die die Reaktion des anregenden tangentialen Modenfeldes in der Koppelapertur mit den zugehörigen Basisfunktionen beschreiben (vgl. (5.68)), ergibt sich mit  $\underline{a}_{v_s} \Gamma^{v_s} = \underline{\Delta v}/2$  sowie  $2 N_i = N (N_{J,\phi} + N_{J,z})$  und  $2 N_k = N (N_{M,\phi} + N_{M,z})$  aus (5.49) und (5.50) die Struktur der Matrixgleichungen zu (5.62) und (5.63) mit insgesamt  $N_u = 2 N_i + 2 N_k$  Zeilen.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \underline{Y}_{k'k}^{\phi\phi} & \underline{Y}_{k'l}^{\phi z} \\ \underline{Y}_{l'k}^{z\phi} & \underline{Y}_{l'l}^{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\vec{V}}_{k,\phi} \\ \underline{\vec{V}}_{l,z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{C}_{k'i}^{\phi\phi} & \underline{C}_{k'j}^{\phi z} \\ \underline{C}_{l'i}^{z\phi} & \underline{C}_{l'j}^{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\vec{I}}_{i,\phi} \\ \underline{\vec{I}}_{j,z} \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} \underline{\Delta v}_\phi \cdot \underline{\vec{a}}_{v_{s,z}} \\ \underline{\Delta v}_z \cdot \underline{\vec{a}}_{v_{s,\phi}} \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \underline{\Delta v}_\phi^2 \cdot [E] & [0] \\ [0] & \underline{\Delta v}_z^2 \cdot [E] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\vec{V}}_{k,\phi} \\ \underline{\vec{V}}_{l,z} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.62)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{i'i}^{\phi\phi} & \underline{Z}_{i'j}^{\phi z} \\ \underline{Z}_{j'i}^{z\phi} & \underline{Z}_{j'j}^{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\vec{I}}_{i,\phi} \\ \underline{\vec{I}}_{j,z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{T}_{i'k}^{\phi\phi} & \underline{T}_{i'l}^{\phi z} \\ \underline{T}_{j'k}^{z\phi} & \underline{T}_{j'l}^{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\vec{V}}_{k,\phi} \\ \underline{\vec{V}}_{l,z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\vec{0}} \\ \underline{\vec{0}} \end{bmatrix} \quad (5.63)$$

Die Entwicklungskoeffizienten der Basisfunktionen  $\underline{I}_{i,\phi}^v$ ,  $\underline{I}_{j,z}^v$ ,  $\underline{V}_{k,\phi}^v$  und  $\underline{V}_{l,z}^v$  werden sowohl in (5.62) als auch in (5.63) zu Vektoren zusammengefasst, wie auch auf der rechten Seite von (5.62) die Zusammenfassung der Amplituden der Anregungen der einzelnen  $\phi$ -gerichteten Speiseleitungen  $\underline{a}_{v_s}$  (mit  $v_s = 1, \dots, N$ ) zum Vektor  $\underline{\vec{a}}_{v_{s,\phi}}$  und der  $z$ -gerichteten Speiseleitungen  $\underline{a}_{v_s}$  (mit  $v_s = N+1, \dots, 2 N$ ) zum Vektor  $\underline{\vec{a}}_{v_{s,z}}$  erfolgt. Die nachfolgende Hypermatrix in (5.62) besteht aus zwei mal  $N_k = N$  Zeilen, wobei  $[E]$  die Einheitsmatrix der Ordnung  $N \times N$  und  $[0]$  die Nullmatrix derselben Ordnung bezeichnet.

Die auftretenden Matrizen  $[Z]$ ,  $[Y]$ ,  $[C]$  und  $[T]$  bestehen jeweils aus vier Untermatrizen, deren Elemente die  $\phi$ - $\phi$ ,  $\phi$ - $z$ ,  $z$ - $\phi$  sowie die  $z$ - $z$ -Reaktionen der Basisfunktionen untereinander darstellen. Aufgrund des verwendeten Galerkin-Verfahrens sind die Matrizen  $[Z]$  und  $[Y]$ , die die Reaktion der Patch-Moden untereinander bzw. die Reaktion der Schlitzmoden untereinander beschreiben, symmetrisch. Weiterhin gilt, dass ebenfalls aufgrund des verwendeten Galerkin-Verfahrens die Matrizen  $[C]$  und  $[T]$  jeweils die Transponierte der anderen Matrix darstellen, sofern die Symmetrieeigenschaften der Greenschen Funktionen nach (3.70) berücksichtigt werden (siehe Anhang A3.2).

Neben diesen, sich unabhängig von der Antennenstruktur einstellenden Symmetrien, treten abhängig von der Wahl der Anordnung der Elemente im Array weitere identische Matrixelemente auf. Grund hierfür ist die Tatsache, dass die Reaktion zwischen zwei Basisfunktionen nicht von deren absoluter Position, sondern nur von deren gegenseitigem Abstand abhängt, sofern die Ausrichtung der Basisfunktionen und die Geometrie der Anordnung, und damit die Greenschen Funktionen, unverändert bleiben. Insbesondere bei der angenommenen Anordnung der Antennenelemente auf einer regelmäßigen Gitterstruktur mit konstanten Abständen  $\Delta\phi$  und  $\Delta z$  treten eine Reihe identischer Matrixelemente auf. Durch entsprechende Vorverarbeitung lässt sich dadurch die Zeit zur Aufstellung der Reaktionsmatrix deutlich reduzieren.

### 5.6.1 Auswertung der Matrixelemente im Raumbereich

Die auftretenden Matrixelemente der Reaktionsmatrizen nach (5.62) und (5.63) berechnen sich im Raumbereich durch eine Vierfachintegration über die endlichen Flächen von Basis- und Testfunktion  $A^P$  und  $A^S$  mit den skalaren Greenschen Funktionen  $\underline{G}^{FQii'}$  mit  $F = E, H, Q = J, M, i = 2, 3$  und  $i' = 2, 3$  nach (5.64) bis (5.67).

$$\underline{Z}_{ij}^{\xi\xi} = \iint_{A_i^P} \iint_{A_j^P} \underline{J}_{F,i,\xi}^a(\phi_i^P, z_i^P) \underline{G}_{\xi\xi}^{\text{EJ33}}(\phi_i^P - \phi_j^P, z_i^P - z_j^P) \underline{J}_{F,j,\xi}(\phi_j^P, z_j^P) dA_j^P dA_i^P \quad (5.64)$$

$$\underline{Y}_{kl}^{\xi\xi} = - \iint_{A_k^S} \iint_{A_l^S} \underline{M}_{F,k,\xi}^a(\phi_k^S, z_k^S) \underline{G}_{\xi\xi}^{\text{HM22}}(\phi_k^S - \phi_l^S, z_k^S - z_l^S) \underline{M}_{F,l,\xi}(\phi_l^S, z_l^S) dA_l^S dA_k^S \quad (5.65)$$

$$\underline{C}_{ki}^{\xi\xi} = \iint_{A_k^S} \iint_{A_i^P} \underline{M}_{F,k,\xi}^a(\phi_k^S, z_k^S) \underline{G}_{\xi\xi}^{\text{HJ23}}(\phi_k^S - \phi_i^P, z_k^S - z_i^P) \underline{J}_{F,i,\xi}(\phi_i^P, z_i^P) dA_i^P dA_k^S \quad (5.66)$$

$$\underline{T}_{ik}^{\xi\xi} = - \iint_{A_i^P} \iint_{A_k^S} \underline{J}_{F,i,\xi}^a(\phi_i^P, z_i^P) \underline{G}_{\xi\xi}^{\text{EM32}}(\phi_i^P - \phi_k^S, z_i^P - z_k^S) \underline{M}_{F,k,\xi}(\phi_k^S, z_k^S) dA_k^S dA_i^P \quad (5.67)$$

Die vergleichsweise einfache Form des Anregungsterms in (5.62), der im Wesentlichen aus den beiden Variablen  $\underline{\Delta v}_z$  und  $\underline{\Delta v}_\phi$  besteht, beruht auf zwei Punkten. Erstens ist das Integral über die Testfunktion und die normierte magnetische Feldstärkekomponente  $\underline{h}_\xi$  nach (5.68) identisch mit dem Integral über die Entwicklungsfunktion und dieselbe Feldstärkekomponente  $\underline{h}_\xi$  und wird kurz mit  $\underline{\Delta v}_\xi$  bezeichnet. Zweitens hat dieses Integral  $\underline{\Delta v}_\xi$  für alle  $\phi$ - bzw.  $z$ -gerichteten Koppelaperturen denselben Wert, da sich die in den einzelnen  $\phi$ - bzw.  $z$ -gerichteten Koppelaperturen angesetzten Moden und auch die zugehörigen tangentialen Modenfelder durch einfache Koordinatentransformationen ineinander überführen lassen. Gleichung (5.68) muss deshalb

je Polarisationsrichtung nur einmal für einen sich im Koordinatenursprung befindlichen Koppelschlitz berechnet werden.

$$\underline{\Delta v}_\xi = \iint_{A_i^S} \underline{M}_{F,i,\xi}^a(\phi^S, z^S) \underline{h}_\xi(\xi) dA^S = \iint_{A_i^S} \underline{M}_{F,i,\xi}(\phi^S, z^S) \underline{h}_\xi(\xi) dA^S \quad (5.68)$$

Die Berechnung der Matrixkoeffizienten im Raumbereich durch (5.64) bis (5.67) ist dann vorteilhaft, wenn Basis- und Testfunktion durch einen lateralen Abstand von der Größenordnung einer halben Freiraumwellenlänge oder darüber voneinander getrennt sind [Spl90]. Liegen Basis- und Testfunktionen dagegen sehr nahe beieinander, z. B. auf ein und demselben Antennenelement, ist eine numerisch effiziente Auswertung der Reaktionsintegrale im Raumbereich aufgrund der auftretenden Singularitäten nur dann möglich, wenn sich die Reaktionsintegrale im Raumbereich in analytisch lösbare Teile zerlegen lassen [Par98]. Ist dies wie im vorliegenden Fall aufgrund der Darstellung der Greenschen Funktionen nicht möglich, so ist es zweckmäßiger, eine Berechnung der Reaktionsintegrale im Spektralbereich durchzuführen.

### 5.6.2 Auswertung der Matrixelemente im Spektralbereich

Am Beispiel des Matrixkoeffizienten  $\underline{Z}_{ij}^{\xi\xi}$  soll die Gleichung zur Berechnung durch eine Spektralbereichsintegration eingeführt werden. Die Herleitung für die anderen Matrixkoeffizienten erfolgt analog.

$$\underline{Z}_{ij}^{\xi\xi} = \iint_{A_i^P} \iint_{A_j^P} \underline{J}_{F,i,\xi}^a(\phi_i^P, z_i^P) \frac{1}{(2\pi)^2 r^3} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{k_z=-\infty}^{\infty} \tilde{\underline{G}}_{\xi\xi,m}^{\text{EJ33}}(k_z) e^{-j(m(\phi_i^P - \phi_j^P) + k_z(z_i^P - z_j^P))} dk_z \cdot \underline{J}_{F,j,\xi}(\phi_j^P, z_j^P) dA_j^P dA_i^P \quad (5.69)$$

Ausgangspunkt ist (5.64), in der die Raumbereichsdarstellung der Greenschen Funktion  $\underline{G}_{\xi\xi}^{\text{EJ33}}$  nach (3.61) durch ihre Fouriertransformierte  $\tilde{\underline{G}}_{\xi\xi}^{\text{EJ33}}$  ersetzt wird, was auf (5.69) führt.

$$\underline{Z}_{ij}^{\xi\xi} = \frac{1}{(2\pi)^2 r^3} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{k_z=-\infty}^{\infty} \iint_{A_i^P} \underline{J}_{F,i,\xi}^a(\phi_i^P, z_i^P) e^{-j(m\phi_i^P + k_z z_i^P)} dA_i^P \cdot \tilde{\underline{G}}_{\xi\xi,m}^{\text{EJ33}}(k_z) \cdot \iint_{A_j^P} \underline{J}_{F,j,\xi}(\phi_j^P, z_j^P) e^{j(m\phi_j^P + k_z z_j^P)} dA_j^P dk_z \quad (5.70)$$

Nach [Cus75] kann eine Vertauschung der Integrations- bzw. Summationsreihenfolge in (5.69) vorgenommen werden, so dass sich die Form (5.70) ergibt, welche die Dar-

stellung der Fouriertransformierten der Basisfunktionen  $\tilde{\underline{J}}_{F,j,\zeta}$  und Testfunktion  $\tilde{\underline{J}}_{F,i,\xi}^a$  nach (3.17a) enthält. Damit ergibt sich die Bestimmungsgleichung des Matrixkoeffizienten  $\underline{Z}_{ij}^{\xi\zeta}$  in Spektralbereich zu (5.71), was eine uneigentliche Integration sowie eine unendliche Summation im Spektralbereich darstellt.

$$\underline{Z}_{ij}^{\xi\zeta} = \frac{1}{(2\pi)^2 r^3} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{k_z=-\infty}^{\infty} \tilde{\underline{J}}_{F,i,\xi,m}^a(k_z) \cdot \tilde{\underline{G}}_{\xi\zeta,m}^{\text{EJ33}}(k_z) \cdot \tilde{\underline{J}}_{F,j,\zeta,m}(k_z) dk_z \quad (5.71)$$

Analog hierzu berechnen sich die weiteren Matrixkoeffizienten im Spektralbereich gemäß (5.72) bis (5.74).

$$\underline{Y}_{kl}^{\xi\zeta} = -\frac{1}{(2\pi)^2 r^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{k_z=-\infty}^{\infty} \tilde{\underline{M}}_{F,k,\xi,m}^a(k_z) \cdot \tilde{\underline{G}}_{\xi\zeta,m}^{\text{HM22}}(k_z) \cdot \tilde{\underline{M}}_{F,l,\zeta,m}(k_z) dk_z \quad (5.72)$$

$$\underline{C}_{ki}^{\xi\zeta} = \frac{1}{(2\pi)^2 r^3} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{k_z=-\infty}^{\infty} \tilde{\underline{M}}_{F,k,\xi,m}^a(k_z) \cdot \tilde{\underline{G}}_{\xi\zeta,m}^{\text{HJ23}}(k_z) \cdot \tilde{\underline{J}}_{F,i,\zeta,m}(k_z) dk_z \quad (5.73)$$

$$\underline{T}_{ik}^{\xi\zeta} = -\frac{1}{(2\pi)^2 r^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{k_z=-\infty}^{\infty} \tilde{\underline{J}}_{F,i,\xi,m}^a(k_z) \cdot \tilde{\underline{G}}_{\xi\zeta,m}^{\text{EM32}}(k_z) \cdot \tilde{\underline{M}}_{F,k,\zeta,m}(k_z) dk_z \quad (5.74)$$

Die Berechnung von  $\underline{\Delta v}_\phi$ , erfolgt basierend auf den Gleichungen (5.30) und (5.68), während für  $\underline{\Delta v}_z$  (5.21) und (5.68) herangezogen werden. Unter Ausnutzung der Symmetrien der Greenschen Funktion nach Abschnitt 3.5.1 und der Entwicklungsfunktionen nach Abschnitt 5.5 erhält man (5.75) bzw. (5.76) für die entsprechenden Spektralbereichsdarstellungen, in denen das Modenfeld  $\underline{h}_\xi$  jeweils durch die Greensche Funktion und die Formfunktion der Stromdichteverteilung auf der Streifenleitung ersetzt wurde.

$$\underline{\Delta v}_z = \frac{1}{\pi r^1 \sqrt{Z_L}} \int_{k_z=0}^{\infty} \tilde{\underline{M}}_{F,1,z,m=b}^a(k_z) \cdot \tilde{\underline{G}}_{z\phi,m=b}^{\text{HJ21}}(k_z) \cdot \tilde{\underline{J}}_{F,\phi}^{(f)}(k_z) dk_z \quad (5.75)$$

$$\underline{\Delta v}_\phi = \frac{1}{\pi r^1 \sqrt{Z_L}} \sum_{m=0}^{\infty} \tilde{\underline{M}}_{F,1,\phi,m}^a(k_z = \beta) \cdot \tilde{\underline{G}}_{\phi z,m}^{\text{HJ21}}(k_z = \beta) \cdot \tilde{\underline{J}}_{F,z,m}^{(f)} \quad (5.76)$$

Das Spektrum der angesetzten Basisfunktionen sorgt für ein Abklingen des Integranden bzw. der Summanden mit steigendem  $k_z$  bzw.  $m$ , sodass es ausreichen würde, die uneigentliche Integration bzw. unendliche Summation bis zu einem Wert  $k_{z,max}$  bzw.  $m_{max}$  durchzuführen und oberhalb dieser Grenze abzubrechen. Im planaren Fall wer-

den hier Werte von  $180 \dots 250 k_0$  angegeben [Ros96], für die jedoch im vorliegenden Fall die numerische Berechnung der Greenschen Funktionen nach Kapitel 3 nicht mehr stabil wäre. Aus diesem Grund wird zur Berechnung der Reaktionsmatrizen wie auch zur Berechnung von  $\underline{\Delta v}_\xi$  eine Konvergenzbeschleunigung durch Subtraktion und gesonderte Betrachtung der asymptotischen Greenschen Funktion nach Abschnitt 3.5.3 verwendet. Die Ergebnisse dieser Betrachtungen sind im Anhang A3 zusammengefasst.

## 5.7 Auflösen der Matrixgleichungen

Durch Vereinfachen der Schreibweise der Matrizen  $[Z]$ ,  $[Y]$ ,  $[C]$  sowie  $[T]$  erhält man aus den Matrixgleichungen (5.62) und (5.63) die Darstellungen (5.77) und (5.78).  $\vec{V}$  repräsentiert den Vektor der Entwicklungskoeffizienten der magnetischen Flächenstromdichten in den Koppelaperturen während  $\vec{I}$  den Vektor der Entwicklungskoeffizienten der elektrischen Flächenstromdichten auf den Patches darstellt.

$$\left( [Y] + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \underline{\Delta v}_\phi^2 \cdot [E] & [0] \\ [0] & \underline{\Delta v}_z^2 \cdot [E] \end{bmatrix} \right) \cdot \vec{V} + [C] \cdot \vec{I} = \begin{bmatrix} \underline{\Delta v}_\phi \cdot \vec{a}_{v_s, z} \\ \underline{\Delta v}_z \cdot \vec{a}_{v_s, \phi} \end{bmatrix} \quad (5.77)$$

$$[Z] \cdot \vec{I} + [T] \cdot \vec{V} = \vec{0} \quad (5.78)$$

Auflösen von (5.78) nach  $\vec{I}$  ergibt (5.80) woraus nach Einsetzen in (5.77) die Beziehung (5.79) folgt.

$$\vec{V} = \left\{ \left( [Y] + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \underline{\Delta v}_\phi^2 \cdot [E] & [0] \\ [0] & \underline{\Delta v}_z^2 \cdot [E] \end{bmatrix} \right) - [C][Z]^{-1}[T] \right\}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\Delta v}_\phi \cdot \vec{a}_{v_s, z} \\ \underline{\Delta v}_z \cdot \vec{a}_{v_s, \phi} \end{bmatrix} \quad (5.79)$$

$$\vec{I} = -[Z]^{-1}[T] \cdot \vec{V} \quad (5.80)$$

Damit können die Entwicklungskoeffizienten der resultierenden elektrischen und magnetischen Flächenstromdichten des aus  $N$  Elementen bestehenden dual polarisierten Arrays bei gegebenem Anregungsvektor  $[\vec{a}_{v_s, z}, \vec{a}_{v_s, \phi}]^T$  berechnet werden.

Die elektrischen und magnetischen Flächenstromdichten auf den Patches bzw. in den Schlitzen des zylinderkonformen Arrays sind somit vollständig bestimmt. Sie lassen sich nun für jede gewünschte Anregung durch Vorgabe des Vektors  $[\vec{a}_{v_s, z}, \vec{a}_{v_s, \phi}]^T$

ermitteln. Für die Reflexionsfaktoren in den Schlitzen  $v_S$  bzw. auf den Speiseleitungen ergibt sich aus (5.32) und (5.33) die Darstellung (5.81) mit  $v = 1, \dots, N$ .

$$\underline{\Gamma}^{v_S} = \begin{cases} \frac{1}{2} \iint_{A_v^S} \underline{M}_{F,z}^{n,v} \underline{h}_z^v(z) dA_v^S \\ \quad = \frac{1}{2 \underline{a}_{v_S}} \sum_{l=1}^{N_{M,z}=1} \underline{V}_{l,z}^{v_S} \iint_{A_v^S} \underline{M}_{F,l,z}^v \underline{h}_z^v(z) dA_v^S & \text{für } v_S = v \\ \frac{1}{2} \iint_{A_v^S} \underline{M}_{F,\phi}^{n,v} \underline{h}_\phi^v(\phi) dA_v^S \\ \quad = \frac{1}{2 \underline{a}_{v_S}} \sum_{k=1}^{N_{M,\phi}=1} \underline{V}_{k,\phi}^{v_S} \iint_{A_v^S} \underline{M}_{F,k,\phi}^v \underline{h}_\phi^v(\phi) dA_v^S & \text{für } v_S = v + N \end{cases} \quad (5.81)$$

$$\underline{\Gamma}^{v_S} = \frac{1}{2 \underline{a}_{v_S}} \underline{V}_1^{v_S} \underline{\Delta v} \quad \text{für } v_S = 1, \dots, 2N \quad (5.82)$$

Die Schreibweise für die beiden Fälle der  $\phi$ - und der  $z$ -Polarisation lässt sich nach (5.82) zur Bestimmungsgleichung für den *aktiven* Reflexionsfaktor  $\underline{\Gamma}^{v_S}$  bei Anregung des gesamten Arrays mit dem Vektor  $[\underline{\vec{a}}_{v_S,z}, \underline{\vec{a}}_{v_S,\phi}]^T$  zusammenfassen.

## 5.8 Bestimmung der Impedanz- und Streumatrix

Für die Bestimmung der Impedanz- bzw. Streumatrix der aus  $N$  Elementen bestehenden zylinderkonformen, dual polarisierten Gruppenantenne wird sie netzwerkseitig nach Bild 5.9 als äquivalentes  $2N$ -Tor betrachtet [Pan92].

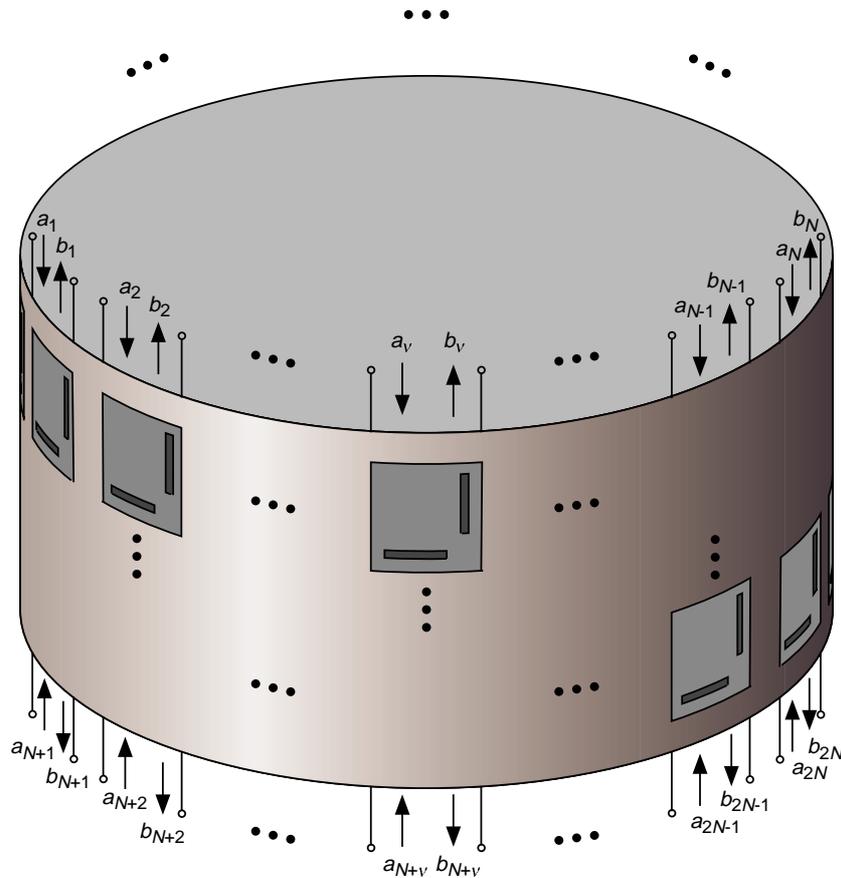
$$\underline{\vec{b}} = [\underline{S}^\infty] \cdot \underline{\vec{a}} \quad (5.83)$$

Die Verkopplung auf den Speiseleitungen wird hierbei vernachlässigt, d. h. es wird zunächst davon ausgegangen, dass sich die Felder auf den Speiseleitungen gegenseitig nicht beeinflussen. Die Einbeziehung dieser Kopplung erfolgt später im Rahmen der Synthese des Speisetzwerks (vgl. Kapitel 8). Alle anderen Verkopplungen, wie z. B. die der Schlitze untereinander, sind jedoch enthalten. So lässt sich dann das  $2N$ -Tor durch die allgemeine Darstellung (5.83) beschreiben [Mic81].

Die Vektoren  $\underline{\vec{a}}$  und  $\underline{\vec{b}}$  stellen definitionsgemäß einlaufende und auslaufende Leistungswellen dar. Mit der Streumatrix  $[\underline{S}^\infty]$  wird nach Bild 5.6a zunächst noch der Fall

einer hinter dem Koppelschlitz unendlich lange ausgedehnten Speiseleitung betrachtet. Die Stubs werden später berücksichtigt.

$$\bar{\underline{a}}_1 = \underline{a}_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \quad \bar{\underline{a}}_2 = \underline{a}_0 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \quad \bar{\underline{a}}_{2N} = \underline{a}_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ -1 \end{pmatrix} \quad (5.84)$$



**Bild 5.9** Betrachtung der aus  $N$  dual polarisierten Elementen bestehenden Gruppe als äquivalentes  $2N$ -Tor

Für die Bestimmung dieser Streumatrix  $[\underline{S}^\infty]$  wird das  $2N$ -Tor nacheinander mit  $2N$  linear unabhängigen Vektoren  $\bar{\underline{a}}_i$  angeregt, für die (5.84) eine mögliche Auswahl darstellt [Ros96]. Die komplexen Amplituden  $\underline{b}_i^{v_s}$  der reflektierten Leistungswelle am Tor  $v_s$  bei Anregung mit dem  $i$ -ten Anregungsvektor berechnen sich nach (5.85) mit  $v_s = 1, \dots, 2N$  und  $i = 1, \dots, 2N$ , wobei  $\underline{\Gamma}^{v_s}$  nach (5.79) mit den Entwicklungskoeffizien-

ten der magnetischen Flächenstromdichte aus (5.82) für jeden Anregungsvektor  $\vec{a}$  zu berechnen ist.

$$\vec{b}_i^{Vs} = \underline{\Gamma}_i^{Vs} \cdot \vec{a}_i^{Vs} \quad (5.85)$$

Die  $2N$  Vektoren der aus den  $2N$  Anregungskombinationen (5.84) resultierenden reflektierten Leistungswellen werden sodann gemäß (5.86) dargestellt.

$$\vec{b}_1 = \underline{a}_0 \begin{pmatrix} \underline{\Gamma}_1^1 \\ \underline{\Gamma}_1^2 \\ \underline{\Gamma}_1^3 \\ \vdots \\ \underline{\Gamma}_1^{2N} \end{pmatrix} \quad \vec{b}_2 = \underline{a}_0 \begin{pmatrix} \underline{\Gamma}_2^1 \\ -\underline{\Gamma}_2^2 \\ \underline{\Gamma}_2^3 \\ \vdots \\ \underline{\Gamma}_2^{2N} \end{pmatrix} \quad \vec{b}_{2N} = \underline{a}_0 \begin{pmatrix} \underline{\Gamma}_{2N}^1 \\ \underline{\Gamma}_{2N}^2 \\ \underline{\Gamma}_{2N}^3 \\ \vdots \\ -\underline{\Gamma}_{2N}^{2N} \end{pmatrix} \quad (5.86)$$

Da die jeweiligen Kombinationen aus den anregenden und den reflektierten Leistungswellen auch (5.83) genügen müssen, lassen sich durch Einsetzen von (5.86) und (5.84) in (5.83) insgesamt  $2N$  lineare Gleichungssysteme für die Bestimmung der Streumatrix  $[\underline{S}^\infty]$  generieren. Durch Zusammenfassen der anregenden und reflektierten Leistungswellen zu Matrizen der Größe  $2N \times 2N$  gemäß (5.88) können diese Systeme zur Matrixgleichung (5.87) vereinfacht werden.

$$[\underline{b}] = [\underline{S}^\infty] \cdot [\underline{a}] \quad (5.87)$$

$$[\underline{b}] = [\vec{b}_1, \vec{b}_2, \dots, \vec{b}_{2N}]_{2N \times 2N} \quad [\underline{a}] = [\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_{2N}]_{2N \times 2N} \quad (5.88)$$

Durch Auflösen von (5.87) wiederum erhält man daraus die gesuchte Streumatrix  $[\underline{S}^\infty]$  nach (5.89), welche sich gemäß den Polarisationsrichtungen der von den anregenden Speiseleitungen verursachten und von der Antenne abgestrahlten elektromagnetischen Wellen in vier Untermatrizen  $[\underline{S}_{\xi\zeta}^\infty]$  der Ordnung  $N \times N$  mit  $\xi = \phi$  oder  $z$  und  $\zeta = \phi$  oder  $z$  zerlegen lässt. Die so bestimmte Streumatrix  $[\underline{S}^\infty]$  enthält alle Verkopplungen, bis auf die bereits erwähnten Verkopplungen im Speisennetzwerk.

$$[\underline{S}^\infty] = \begin{bmatrix} [\underline{S}_{\phi\phi}^\infty] & [\underline{S}_{\phi z}^\infty] \\ [\underline{S}_{z\phi}^\infty] & [\underline{S}_{zz}^\infty] \end{bmatrix} = [\underline{b}] \cdot [\underline{a}]^{-1} \quad (5.89)$$

Die Berechnung der Impedanzmatrix  $[\underline{Z}^\infty]$  der aus  $N$  dual polarisierten Elementen bestehenden zylinderkonformen Gruppenantenne erfolgt hieraus für jede Untermatrix  $[\underline{Z}_{\xi\zeta}^\infty]$  getrennt gemäß (5.90), da die Speiseleitungen der beiden Polarisierungen prinzipiell verschiedene Wellenwiderstände  $\underline{Z}_{L,\xi}$  besitzen können.

$$[\underline{Z}_{\xi\xi}^{\infty}] = \sqrt{\underline{Z}_{L,\xi} \underline{Z}_{L,\zeta}} \cdot ([E] + [\underline{S}_{\xi\xi}^{\infty}]) \cdot ([E] - [\underline{S}_{\xi\xi}^{\infty}])^{-1} \quad (5.90)$$

$$[\underline{Z}_{\xi\xi}^{\text{imp}}] = [\underline{Z}_{\xi\xi}^{\infty}] - (Z_{L,\xi} + j Z_{L,\xi} \cot(\beta \ell_L)) \cdot [E] \quad (5.91)$$

Für die Berücksichtigung des Stubs der Länge  $\ell_L$ , die zur Kompensation des Blindanteils der Antenneneingangsimpedanz dienen, müssen die Diagonalelemente der Impedanzmatrix  $[\underline{Z}^{\infty}]$ , welche aus der Modellierung mit unendlich lang angenommenen Leitungen resultiert, nach (5.91) korrigiert werden, wobei  $[E]$  hier wie auch in (5.90) die Einheitsmatrix der Ordnung  $N \times N$  darstellt.

$$[\underline{S}_{\xi\xi}] = \left( [\underline{Z}_{\xi\xi}^{\text{imp}}] - \sqrt{\underline{Z}_{L,\xi} \underline{Z}_{L,\zeta}} \cdot [E] \right) \cdot \left( [\underline{Z}_{\xi\xi}^{\text{imp}}] + \sqrt{\underline{Z}_{L,\xi} \underline{Z}_{L,\zeta}} \cdot [E] \right)^{-1} \quad (5.92)$$

Mit der aus (5.91) resultierenden Impedanzmatrix  $[\underline{Z}^{\text{imp}}]$  kann die Streumatrix  $[\underline{S}]$  der zylinderkonformen, dual polarisierten Streifenleitungsantenne nach (5.92) wieder Untermatrix für Untermatrix berechnet werden.

## 5.9 Bestimmung der Abstrahlcharakteristik

Antennen stellen im Allgemeinen bidirektionale Übergänge zwischen leitungsgebundenen elektromagnetischen Wellen und solchen im Freiraum dar. Deshalb ist neben den leitungsseitigen Größen, die durch die Streumatrix beschrieben werden, die polarimetrische Abstrahlcharakteristik die zweite wichtige Beschreibungsgröße für die Antenne. Als Ergebnis des Integralgleichungsverfahrens sind aus (5.80) die elektrischen Flächenstromdichten  $\vec{J}_F$  auf den Patches sowie aus (5.79) die magnetischen Flächenstromdichten  $\vec{M}_F$  in den Koppelaperturen bekannt, sodass mit Hilfe der Greenschen Funktionen daraus das Fernfeld bestimmt werden kann.

$$\begin{aligned} \underline{E}_{\phi}(R, \vartheta, \phi) &= \sum_{v=1}^N \underline{E}_{\phi}^v(R, \vartheta, \phi) \\ &= \frac{e^{-jk_0 R}}{4\pi R} \sin(\vartheta) \sum_{v=1}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( \underline{\delta}_m^{v,P}(k_0 \cos(\vartheta)) + \underline{\delta}_m^{v,S}(k_0 \cos(\vartheta)) \right) e^{-jm\phi} \end{aligned} \quad (5.93)$$

$$\begin{aligned} \underline{E}_{\vartheta}(R, \vartheta, \phi) &= \sum_{v=1}^N \underline{E}_{\vartheta}^v(R, \vartheta, \phi) \\ &= -j \frac{e^{-jk_0 R}}{4\pi R} \sin(\vartheta) \sum_{v=1}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( \underline{\gamma}_m^{v,P}(k_0 \cos(\vartheta)) + \underline{\gamma}_m^{v,S}(k_0 \cos(\vartheta)) \right) e^{-jm\phi} \end{aligned} \quad (5.94)$$

Die Fernfelder der einzelnen Antennenelemente, die selbst aus den Fernfeldern des Patch und der Schlitze jedes Elements zusammengesetzt sind, superponieren sich linear, sodass sich die beiden resultierenden elektrischen Feldstärkekomponenten  $\underline{E}_\phi$  und  $\underline{E}_\vartheta$  des Arrays aus (3.92) und (3.93) zu (5.93) und (5.94) ergeben. Die Funktionen  $\underline{\delta}^{v,P}$  und  $\underline{\gamma}^{v,P}$  bezeichnen hierbei die mit  $k_z = k_0 \cos(\vartheta)$  aus (5.95) und (5.96) zu berechnenden Terme, die sich nach (3.64) aus der Gewichtung der Quellenverteilung im Wellenzahlbereich mit der aus der Berechnung der Greenschen Funktionen stammenden Matrix  $[\underline{N}^i] = [\underline{Q}^i]^{-1}$ , die deshalb im Folgenden vereinfachend ebenfalls als Greensche Funktion bezeichnet wird, ergibt. Da diese Matrix  $[\underline{N}^i]$  alle Geometrieinformationen der Antenne incl. der Lage von Quelle und Senke enthält, werden zur Berechnung des Fernfeldes der beiden in Bild 3.3 dargestellten Anordnungen mit und ohne Radom vier verschiedene Greensche Funktionen benötigt. Für die Geometrie ohne Radom nach Bild 3.3a werden  $\underline{G}^{EJ33}$  für das Fernfeld der Patche und  $\underline{G}^{EM32o}$  für das Fernfeld der Schlitze benötigt. Analog sind für die Anordnung mit Radom nach Bild 3.3b die Greenschen Funktionen  $\underline{G}^{EJ43}$  und  $\underline{G}^{EM42o}$  notwendig.

$$\begin{pmatrix} \underline{\gamma}_m^{v,P}(k_z) \\ \underline{\delta}_m^{v,P}(k_z) \end{pmatrix} = [\underline{N}_{22}^3] \cdot \begin{pmatrix} -\underline{\tilde{J}}_{F,z}^3 \\ \underline{\tilde{J}}_{F,\phi}^3 \end{pmatrix} = [\underline{N}_{22}^3] \cdot \begin{pmatrix} -\sum_{j=1}^{N_{J,z}} \underline{I}_{j,z}^v \underline{\tilde{J}}_{F,j,z,m}^v(k_z) \\ \sum_{i=1}^{N_{I,\phi}} \underline{I}_{i,\phi}^v \underline{\tilde{J}}_{F,i,\phi,m}^v(k_z) \end{pmatrix} \quad (5.95)$$

$$\begin{pmatrix} \underline{\gamma}_m^{v,S}(k_z) \\ \underline{\delta}_m^{v,S}(k_z) \end{pmatrix} = [\underline{N}_{21}^2] \cdot \begin{pmatrix} \underline{\tilde{M}}_{F,z}^2 \\ -\underline{\tilde{M}}_{F,\phi}^2 \end{pmatrix} = [\underline{N}_{21}^2] \cdot \begin{pmatrix} \sum_{l=1}^{N_{M,z}} \underline{V}_{l,z}^v \underline{\tilde{M}}_{F,l,z,m}^v(k_z) \\ -\sum_{k=1}^{N_{M,\phi}} \underline{V}_{k,\phi}^v \underline{\tilde{M}}_{F,k,\phi,m}^v(k_z) \end{pmatrix} \quad (5.96)$$

Mit dem in diesem Kapitel beschriebenen Verfahren lassen sich damit dual polarisierte, aperturgekoppelte zylinderkonforme Streifenleitungsantennen hinsichtlich ihres Impedanz- und Abstrahlverhaltens vollständig berechnen. Nachdem das folgende Kapitel 6 zunächst einige Grundzüge des Entwurfs konformer Antennen dargestellt, wird das hier beschriebene Verfahren in den darauffolgenden Kapiteln 7 und 8 für das Design von Einzelelementen und Gruppenantennen verwendet.

## 6 Grundlagen des Entwurfs konformer Antennen

Während in den vorangegangenen Kapiteln eine Methode beschrieben wurde, die ausgehend vom genauen Aufbau der Schichten und von den exakten Abmessungen der Streifenleitungsstruktur nach Bild 5.7a die Daten der Antenne wie Eingangsimpedanz und Richtcharakteristik berechnet, wird in der Praxis in der Regel der umgekehrte Weg verlangt. Ausgehend von Spezifikationen müssen sowohl eine taugliche Struktur, die Schichtenfolge und Streifenleitungs-Layout umfasst als auch geeignete Anregungskoeffizienten der einzelnen Strahler in der Gruppenantenne gefunden werden. Da exakte Analyseverfahren aufgrund ihrer Komplexität, der meist als Ungleichungen abgefassten Spezifikationen (z. B. Anpassung besser als ..., Gewinn größer als ...) und der nicht vorhandenen Eindeutigkeit der Lösung (falls Beschränkungen für Parameter existieren, ist oft nicht einmal klar, ob überhaupt eine Lösung existiert) nicht umkehrbar sind, ist der Entwurf einer konformen Antenne ein iterativer Prozess. Ausgehend von Startwerten wird durch Analyse, Auswertung der Ergebnisse und Korrektur der Daten *eine* geeignete Struktur synthetisiert, welche die gegebenen Spezifikationen erfüllt. Dabei spielen sowohl die Startwerte als auch die Strategie bei der Veränderung der Parameter eine entscheidende Rolle. Aus diesem Grund wird in diesem und in den folgenden beiden Kapiteln anhand von Beispielen wie auch grundsätzlicher Überlegungen der Entwurf zylinderkonformer aperturgekoppelter Streifenleitungsantennen beschrieben.

Anders als bei planaren Antennen, bei denen unter Vernachlässigung der Verkopplung zunächst ein relativ unabhängiger Entwurf von Einzelelement und Gruppengeometrie vorgenommen werden kann [Han97, Joh93], sind bei den zylinderkonformen Antennen Elementfaktor und Gruppenfaktor nicht voneinander zu trennen [Han82, Got95/1] und beide Größen außerdem von der Krümmung der Apertur abhängig (vgl. Kapitel 3). Aus diesem Grund muss zunächst eine allgemein gültige, eben nicht vom Einzelelement oder der genauen Anordnung der Gruppe abhängige Beschreibung gefunden werden, die es erlaubt, Größe und Form der Antenne aus den Spezifikationen zu bestimmen, um anschließend, bei nun bekanntem Zylinderradius, mit dem Entwurf der Einzelelemente und schließlich dem Design der Gruppe fortfahren zu können. Für diesen Zweck wird auf die globalste Beschreibung einer Antenne durch ihre geometrische Fläche und einer allgemeinen Einbeziehung des Richtdia-

gramms sowie der Verlustmechanismen in Form von Wirkungsgraden zurückgegriffen.

## 6.1 Gewinn einer beliebig geformten strahlenden Apertur

Die räumliche Leistungsverteilung jeder strahlenden Apertur kann mit Hilfe des Betrages der komplexen Richtcharakteristik  $\underline{C}_{Co,X}(\vartheta, \phi)$  nach (6.1) beschrieben werden. Sie stellt eine auf das Strahlungsmaximum bezogene Angabe der Strahlungsleistung der gewünschten Polarisationsanteile (*Co-Polarisation*) sowie der unerwünschten Polarisationsanteile (*X-Polarisation*) in eine bestimmte Richtung  $(\vartheta, \phi)$  dar, wobei in der Antennenmesstechnik, wie im rechten Teil von (6.1) dargestellt, davon ausgegangen wird, dass das Strahlungsmaximum allein durch die gewünschte Polarisation getragen wird. Der Wert dieses als Richtfaktor  $D$  (engl. *directivity*) bezeichneten Strahlungsmaximums selbst wird durch Integration über die Richtcharakteristik gewonnen und nach (6.2) auf den Wert eines physikalisch nicht realisierbaren, isotropen Kugelstrahlers bezogen [Stu98, Sti84].

$$\underline{C}_{Co,X}(\vartheta, \phi) = \frac{\underline{E}_{Co,X}(R, \vartheta, \phi)}{\left| \underline{E}(R, \vartheta, \phi) \right|_{\max}} \Bigg|_{\substack{R=\text{const.} \\ \text{Fernfeld}}} \approx \frac{\underline{E}_{Co,X}(R, \vartheta, \phi)}{\left| \underline{E}_{Co}(R, \vartheta, \phi) \right|_{\max}} \Bigg|_{\substack{R=\text{const.} \\ \text{Fernfeld}}} \quad (6.1)$$

$$D = 4\pi \left( \oint\limits_{4\pi} |\underline{C}(\vartheta, \phi)|^2 dA \right)^{-1} \quad (6.2)$$

In Anlehnung an [Zin95, Lo93] kann der Richtfaktor auch nach (6.3) aus der geometrischen Fläche der Antenne  $A_{\text{geom}}$ , einem frequenzabhängigen Umrechnungsfaktor und der von der Antennenbelegung abhängigen Flächenausnutzung  $\eta_{\text{Ap}}$  berechnet werden.<sup>1</sup> Da nach (6.3) der Richtfaktor mit wachsender, in Hauptstrahlrichtung projizierter geometrischer Antennenfläche ansteigt, tritt bei Antennen mit schwenkbarer

<sup>1</sup>Üblicherweise wird die Flächenausnutzung als Quotient aus Antennenwirkfläche und geometrischer Fläche durch  $\eta_{\text{Ap}} = A_w / A_{\text{geom}}$  definiert [Zin95, Lo93]. Da die Wirkfläche jedoch über  $G = (4\pi / \lambda^2) A_w$  mit dem Gewinn verknüpft ist, enthält bei dieser Definition die Flächenausnutzung  $\eta_{\text{Ap}}$  alle Verlustmechanismen, also auch diejenigen, die nicht auf eine von der konstanten Aperturbelegung abweichende Belegung zurückzuführen sind. Dies steht in krassem Gegensatz zu den in derselben Literatur abgedruckten Werten für die Flächenausnutzung, welche immer für ansonsten verlustlose Antennen angegeben werden. Um die vorhandenen Tabellen nutzen zu können, weiterhin aber auch andere Verlustmechanismen exakt zu erfassen, wird in dieser Arbeit die etwas abweichende Definition (6.3) verwendet.

Charakteristik die maximale Richtwirkung bei maximaler projizierter Fläche auf. Dieser Wert wird durch den Index 0 gekennzeichnet.

$$D_0 = \left( \frac{4\pi}{\lambda^2} \right) \eta_{\text{Ap}} A_{\text{geom, max}} \quad (6.3)$$

Der Gewinn  $G$  berechnet sich sodann aus dem Richtfaktor nach (6.4), unter Berücksichtigung der weiteren in der Antenne auftretenden Verluste. Hierzu gehören ohmsche und dielektrische Verluste in den verwendeten Materialien der Antenne, welche durch  $\eta_{\text{cd}}$  erfasst sind, Verluste durch Fehlanpassung am Leitungstor der Antenne, beschrieben durch den Reflexionsfaktor  $\Gamma$  sowie Verluste durch Fehlanpassung der Polarisation der abgestrahlten elektromagnetischen Welle (Anteil der nicht gewünschten Polarisation in der Welle), die in  $\eta_{\text{Pol}}$  zusammengefasst sind.

$$G_0 = \eta_{\text{Pol}} (1 - |\Gamma|^2) \eta_{\text{cd}} D_0 \quad (6.4)$$

Für die Systemplanung, insbesondere für die Berechnung von Leistungsbilanzen (*link budgets*), ist dieser Antennengewinn eine der entscheidenden Größen. Für planare Antennen mit elektronisch schwenkbarer Hauptstrahlrichtung ( $\vartheta_0, \phi_0$ ) nimmt dieser Gewinn mit zunehmendem Winkelabstand von der Aperturnormalen (*broadside*), aufgrund der abnehmenden in Hauptstrahlrichtung projizierten Fläche ab. Diese Gewinnabnahme aufgrund des Schwenkens der Hauptstrahlrichtung (*scannen*) wird hier nach (6.5) durch den Wirkungsgrad  $\eta_{\text{Scan}}$  berücksichtigt.

$$G(\vartheta_0, \phi_0) = G_0 \eta_{\text{Scan}}(\vartheta_0, \phi_0) \quad (6.5)$$

Bevor näher auf die Einbeziehung der gekrümmten Apertur in diese Darstellung des Gewinns eingegangen wird, sollen die enthaltenen fünf Wirkungsgrade  $\eta_{\text{cd}}$ ,  $(1 - |\Gamma|^2)$ ,  $\eta_{\text{Pol}}$ ,  $\eta_{\text{Ap}}$  und  $\eta_{\text{Scan}}$ , insbesondere zum Zwecke des anschließenden Vergleichs mit den Auswirkungen der Krümmung, im Hinblick auf die von ihnen verursachte quantitative Gewinnreduktion untersucht werden.

### 6.1.1 Materialabhängige Verluste

Die beiden im Wirkungsgrad  $\eta_{\text{cd}}$  erfassten materialabhängigen Verluste sind auf ohmsche und dielektrische Verluste in den Streifenleitungen und den verwendeten Substratmaterialien zurückzuführen. Die Aufteilung der Verluste auf die beiden Mechanismen ist im Wesentlichen durch die Dicke der Substrate  $D_2$  und  $D_3$  nach Bild 3.2 bzw. Bild 3.3 beeinflussbar. Bei einem guten Entwurf für eine aperturgekoppelte Streifenleitungsantenne mit Schaumsubstraten halten sich die beiden Verlustmecha-

nismen in etwa die Waage und führen zu einem Wirkungsgrad für das Strahlerelement von ca. 95% [Ros96]. Als Strahlerelement wird hierbei das Patch nach Bild 5.7 mit einer sehr kurzen Zuleitung in Streifenleitungstechnik verstanden. Das Verteilnetzwerk, das mehrere Strahlerelemente verbindet, kann, muss aber nicht, in Streifenleitungstechnik ausgeführt sein. Je nach Perspektive der Betrachtung können diese Netzwerkverluste der Antenne zugeschlagen, was den Wirkungsgrad  $\eta_{cd}$  natürlich vermindert, oder getrennt betrachtet werden. Mit  $G_{cd} = 10 \log_{10}(\eta_{cd})$  kann aus dem Wirkungsgrad die resultierende Gewinnreduktion (negativer Gewinn) in dB berechnet werden. Für einen Wirkungsgrad von 95% beträgt diese Reduktion beispielsweise -0.2 dB, für  $\eta_{cd} = 90\%$  beträgt sie -0.5 dB.

### 6.1.2 Anpassungsverluste

Eine weitere Ursache für Gewinnreduktion ist die leitungsseitige Fehlanpassung der Antenne [Mic81, Bal97]. Dieser Effekt ist bereits anschaulich recht klar, da Leistung, die überhaupt nicht in die Antenne gelangt, auch nicht abgestrahlt werden kann. Der Grund für diese Fehlanpassung ist in der Abweichung der Eingangsimpedanz der Antenne vom gewünschten Wert zu suchen und somit Teil der Entwurfsaufgabe. Für eine Anpassung von -20 dB beträgt der Gewinnverlust 0.04 dB und liegt damit weit unter der Messgenauigkeit für Gewinnmessungen [Stu96]. Bei der für schmalbandige Streifenleitungsantennen gewöhnlich spezifizierten Anpassung von -14 dB beträgt der Gewinnverlust 0.18 dB, und ist damit gerade messbar, für die häufig breitbandig spezifizierte Anpassung von -10 dB schließlich beträgt die Reduktion dann -0.46 dB.

### 6.1.3 Polarisationsverluste

Das elektromagnetische Feld, das von einer Antenne abgestrahlt wird, besitzt die gewünschte Polarisation nur in endlicher Reinheit. Da Antennen reziprok sind, kann sie folglich im Empfangsfall auch nur einen Teil der Leistung einer polarisationsrein eintreffenden Welle aufnehmen. Diese Tatsache wird durch die Polarisationsanpassung nach (6.6) beschrieben [Bal97], wobei  $\vec{\rho}_W$  den Polarisationsrichtungsvektor der eintreffenden ebenen Welle, welche sich im Folgenden entlang der positiven  $z$ -Achse eines kartesischen Koordinatensystems ausbreitet, und  $\vec{\rho}_A$  den Polarisationsrichtungsvektor der Antenne im selben Koordinatensystem darstellt.

$$\eta_{\text{Pol}} = \left| \vec{\rho}_W \vec{\rho}_A^* \right|^2 \quad (6.6)$$

Für eine rechtshändig zirkular polarisierte Antenne endlicher Polarisationsreinheit mit einem Achsenverhältnis  $AR$  berechnet sich diese Polarisationsfehlanspassung beispielsweise zu (6.7).

$$\eta_{\text{Pol}} = \left| \left( \frac{\vec{e}_x - j\vec{e}_y}{\sqrt{2}} \right) \left( \frac{AR \vec{e}_x - j\vec{e}_y}{\sqrt{AR^2 + 1}} \right)^* \right|^2 = \frac{(AR+1)}{\sqrt{2(AR^2 + 1)}} \quad (6.7)$$

Die entstehende Gewinnreduktion in dB, die auch hier mit  $G_{\text{Pol}} = 10 \log_{10}(\eta_{\text{Pol}})$  berechnet werden kann, beträgt für ein Achsenverhältnis  $AR \rightarrow \infty$ , d. h. die Antenne ist linear polarisiert, wie erwartet 3 dB. Interessanter ist jedoch das Ergebnis im Bereich kleiner Achsenverhältnisse. So beträgt für ein Achsenverhältnis von 3 dB die Gewinnreduktion -0.12 dB, während für ein  $AR$  von 6 dB der Verlust -0.45 dB beträgt.

#### 6.1.4 Flächenausnutzung

Der maximale Richtfaktor und damit auch der maximale Gewinn wird für eine Antenne mit konstanter Belegung erreicht, bei der  $\eta_{\text{Ap}} = 1$  ist. Für alle anderen Belegungen ist  $\eta_{\text{Ap}} < 1$ , so zum Beispiel wenn durch Absenken der Belegung am Rand der Apertur die Nebenkeulen der Charakteristik reduziert werden, oder wenn durch Synthese einer speziellen Belegung eine ganz bestimmte Form der Charakteristik erreicht wird [Ma74, Mai94]. Für eine lineare, eindimensionale Apertur in  $x$ -Richtung mit der Belegungsfunktion  $\underline{J}(x)$  und der Ausdehnung  $D_{\text{Ap}}$  berechnet sich die Flächenausnutzung nach [Lo93] aus (6.8).

$$\eta_{\text{Ap},x} = \frac{1}{D_{\text{Ap}}} \frac{\left| \int_{D_{\text{Ap}}} \underline{J}(x) dx \right|^2}{\int_{D_{\text{Ap}}} |\underline{J}(x)|^2 dx} \quad (6.8)$$

$$\eta_{\text{Ap},x} = \frac{\left[ s + \frac{2}{\pi}(1-s) \right]^2}{\frac{3}{2}s^2 + \frac{1}{2} - s + \frac{4s}{\pi}(1-s)} \quad (6.9)$$

Für eine Belegung, die sich aus einem konstanten Anteil der Amplitude  $s$  und einer cosinus-förmigen Belegung zusammensetzt, erhält man so aus (6.8) die Flächenausnutzung (6.9) in Abhängigkeit von der "Sockelhöhe"  $s$  (vgl. Bild 6.1) [Lo93]. In Ta-

belle 6.1 sind für einige wichtige, sich hieraus ergebende Verteilungen die Werte der Flächenausnutzung sowie die Gewinnreduktion aufgelistet.

Obwohl die als Wirkungsgrad dargestellte Flächenausnutzung ebenfalls den Gewinn der Antenne reduziert, unterscheidet sie sich doch von den in den Abschnitten 6.1.1 bis 6.1.3 beschriebenen Wirkungsgraden  $\eta_{cd}$ ,  $(1-|I|^2)$  und  $\eta_{pol}$  in einem wesentlichen Punkt. Der von der Flächenausnutzung beschriebene Leistungsverlust ist weder durch konstruktive Maßnahmen noch durch eine andere Materialauswahl zu beeinflussen. Er stellt also keinen Schmutzeffekt dar, der im Rahmen des Entwurfs zu verhindern wäre, sondern ist durch das Fourierpaar der Richtcharakteristik und der Aperturbelegung fest vorgegeben. Dieser Zusammenhang zwischen der Flächenausnutzung und der Richtcharakteristik wird für die in Tabelle 6.1 dargestellten Belegungen deutlich, wo sich die Halbwertsbreite von  $50.5^\circ \lambda_0 / D_{Ap}$  für die konstante Belegung auf  $68.5^\circ \lambda_0 / D_{Ap}$  für die cosinus-förmige Belegung aufweitet.

Belegung	Flächen-aus-nutzung	Gewinnreduktion	Halbwertsbreite
konstant, $s = 1$	1	0 dB	$50.5^\circ \lambda_0 / D_{Ap}$
cos-Funktion mit $s = -10$ dB	0.93	0.32 dB	$59.0^\circ \lambda_0 / D_{Ap}$
cos-Funktion mit $s = -20$ dB	0.86	0.66 dB	$64.4^\circ \lambda_0 / D_{Ap}$
cos-Funktion, $s = 0$	0.81	0.92 dB	$68.5^\circ \lambda_0 / D_{Ap}$

**Tabelle 6.1** Eindimensionale Flächenausnutzung  $\eta_{Ap}$ , Gewinnreduktion und Halbwertsbreite der Cosinus-Belegung mit einem konstanten Anteil nach [Sko90, Lo93] (vgl. auch Bild 6.1)

Für eine zweidimensional ausgedehnte, planare Antenne erhält man die resultierende Flächenausnutzung  $\eta_{Ap}$  aus der linearen Superposition der beiden orthogonalen Richtungen. Die sich damit aus der Flächenausnutzung ergebende Gewinnreduktion beträgt beispielsweise für eine Apertur, die in einer Richtung konstant und in der hierzu orthogonalen Richtung cosinus-förmig belegt ist (Hornantenne oder planares Patch im Grundmode), 81%. Daraus ergibt sich eine Reduktion des Gewinns von -0.92 dB. Dies entspricht einer Anpassung  $S_{11} = -7.2$  dB oder einem Achsenverhältnis von 9.3 dB. Damit ist die Flächenausnutzung nicht nur für eine unvermeidbare

Gewinnreduktion verantwortlich, der Betrag dieser Reduktion kann häufig auch den Einfluss der anderen Faktoren übertreffen. Restriktionen im Richtdiagramm, insbesondere in den Nebenzipfeln, wirken sich daher vergleichsweise stärker auf die Antennengröße aus, als ungünstiges Material oder eine ungenügende Anpassung.

### 6.1.5 Schwenkverluste

Die Schwenkverluste einer elektronisch steuerbaren Antenne ergeben sich aus der Änderung der in Hauptstrahlrichtung projizierten geometrischen Fläche der Antenne als Funktion des Schwenkwinkels. Nach Festlegung der Antennenform sind sie also ebenfalls unvermeidlich und aus den reinen Geometrie Größen zu berechnen. So folgt die Gewinnreduktion einer linearen Apertur beim Schwenken der Hauptstrahlrichtung um  $\vartheta_0$  zur Aperturnormalen der Funktion  $\cos(\vartheta_0)$  [Han97]. Wie bereits bei der Flächenausnutzung ist auch hier eine Aufweitung der Hauptkeule mit der Gewinnreduktion gekoppelt, für die lineare Apertur lässt sich diese Aufweitung sogar näherungsweise aus dem Kehrwert des Gewinnverlustes  $1/\cos(\vartheta_0)$  bestimmen [Rud86].

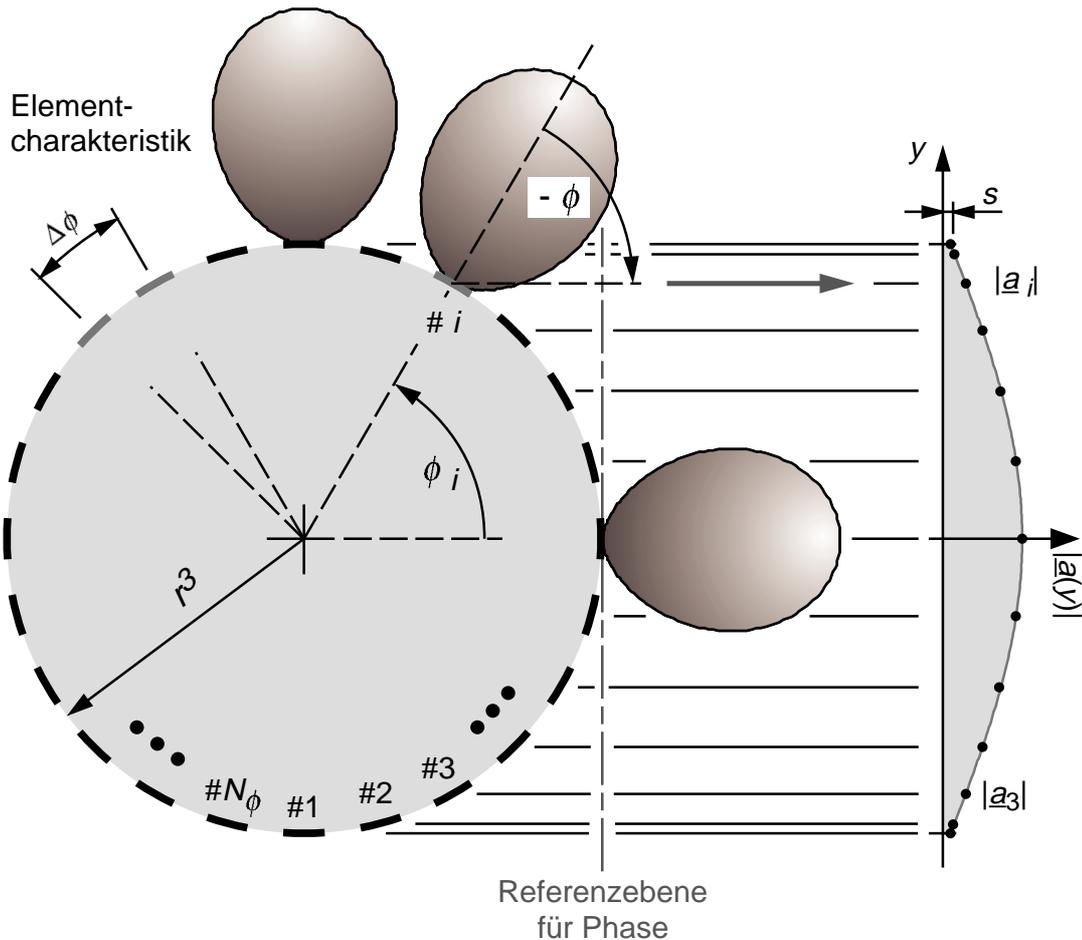
## 6.2 Einfluss der Krümmung auf die wirksame Apertur

Wie beeinflusst nun die Krümmung die wirksame Apertur bzw. hier ganz speziell die fünf diskutierten Wirkungsgrade und damit den Gewinn der Antenne? Zunächst stellen die drei Wirkungsgrade  $\eta_{cd}$ ,  $(1-|\Gamma|^2)$  und  $\eta_{pol}$  im Wesentlichen vom Entwurf und Aufbau abhängige Schmutzeffekte dar, welche im Planaren wie im Konformen durch ein gutes Design und eine gezielte Materialauswahl minimiert werden können. Dennoch ist festzuhalten, dass für konforme Streifenleitungsantennen der Wirkungsgrad  $\eta_{cd}$  immer besser ist, als der vergleichbarer planarer Anordnungen, da in zylindrischen Geometrien weniger Energie in Form von Oberflächenwellen verloren geht [Got95/2]. Für den Vergleich der beiden verbleibenden Wirkungsgrade Flächenausnutzung und Schwenkverluste ist eine eingehendere Betrachtung notwendig, die in den folgenden beiden Abschnitten vorgenommen wird.

### 6.2.1 Auswirkungen auf Flächenausnutzung $\eta_{Ap}$

Der Einfluss der Krümmung auf die Flächenausnutzung lässt sich am anschaulichsten in Anlehnung an die Projektionssynthese (vgl. Abschnitt 8.3.2) [Mai94] durch die Betrachtung der abgestrahlten Leistung jedes einzelnen Elements einer Gruppenantenne nach Bild 6.1 darstellen. Im Querschnitt ist auf der linken Seite von Bild 6.1 ein

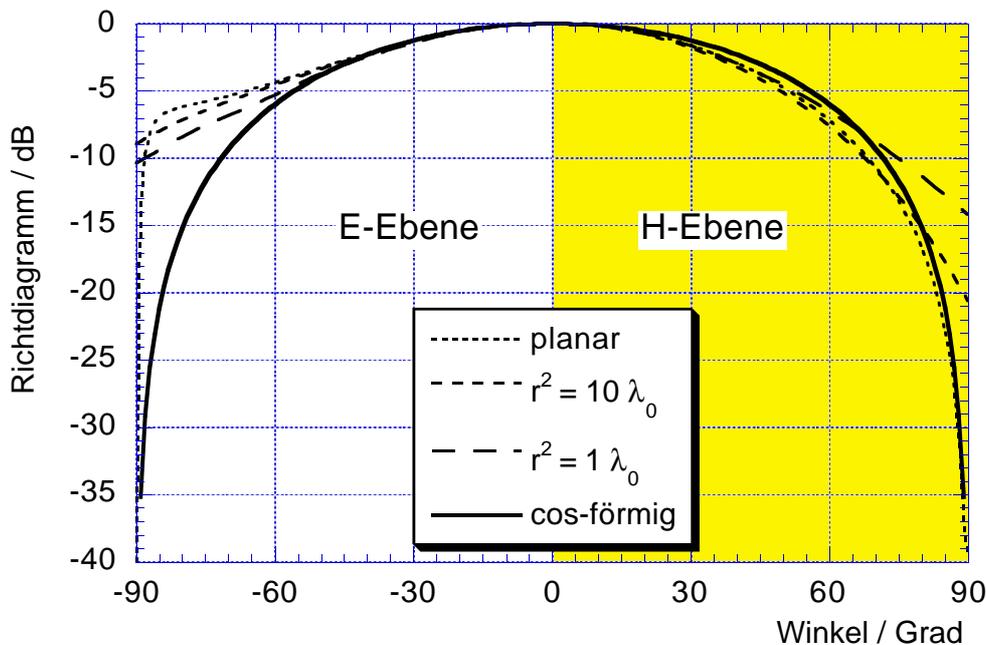
zylindrisches Array mit  $N_\phi$  identischen Einzelementen, deren Winkelabstand  $\Delta\phi$  beträgt, dargestellt. Sie werden alle mit derselben Amplitude  $a_0$  gespeist, so dass auch die in die Hauptstrahlrichtung jedes Elements  $i \cdot \Delta\phi$  ( $i = 0, \dots, N-1$ ) abgestrahlte Leistung identisch ist. Zusätzlich ist in Bild 6.1 die Richtcharakteristik  $C$  einiger Elemente skizziert. Das Quadrat dieser Charakteristik ist ein Maß für die Leistung, die in eine bestimmte Winkelrichtung abgestrahlt wird.



**Bild 6.1** Einfluss der Elementcharakteristik auf die im Fernfeld wahrgenommene Amplitudenbelegung der gesamten Antenne

Auf der rechten Seite von Bild 6.1 ist das von einem Betrachter im Fernfeld wahrgenommene äquivalente planare Array skizziert. Die Bestimmung der Flächenausnutzung  $\eta_{Ap}$  erfolgt nun über die Belegung, die sich für diesen Betrachter im Fernfeld auf dem äquivalenten planaren Array ergibt. Mathematisch lässt sich diese Fragestellung durch Einsetzen des Betrachtungswinkels in den Richtcharakteristiken der Einzelemente (Dirac-Delta-Funktion) und anschließende Fouriertransformation der Summe über alle Einzelemente lösen. Anschaulich geschieht dies auf der rechten

Seite von Bild 6.1, wo die von einem Betrachter wahrgenommene Belegung  $\underline{a}(y)$  skizziert ist. Die maximal abgestrahlte Leistung  $\propto (a_0)^2$  wird in der Mitte des betrachteten Raumbereichs erreicht, während die Leistung zum Rand hin nach Maßgabe der Einzelementcharakteristik abnimmt.



**Bild 6.2** Vergleich der Charakteristiken dreier unterschiedlich gekrümmter Einzelemente mit  $d_3 = \lambda_0/6$ ,  $\varepsilon_{r,3} = 2.2$  mit der cos-förmigen Näherung für  $\phi$ -gerichtete (E-Ebene) und  $z$ -gerichtete Polarisation (H-Ebene)

Wird statt des Arrays mit seinen räumlichen Abtastwerten der Belegung eine allgemeinere, räumlich kontinuierlich verteilte Belegung vorausgesetzt, so ergibt sich aus dieser Überlegung die in (6.10) dargestellte Belegungsfunktion, welche der Betrachter wahrnimmt.

$$\underline{a}(y) = \underline{a}(r^3 \sin \phi) = a_0 \underline{C}(-\phi) \quad (6.10)$$

Bei Kenntnis der exakten Einzelementcharakteristik kann aus (6.10) die genaue Belegungsfunktion und mit Hilfe von (6.8) auch die Flächenausnutzung berechnet werden. Leider ist jedoch die exakte Richtcharakteristik des Einzelements, wie in Bild 6.2 an einem Beispiel dargestellt, sowohl vom Radius als auch von der Polarisation abhängig, und gerade der Radius soll unter anderem durch die in diesem Kapitel 6 beschriebenen Methoden bestimmt werden. Vergleicht man deshalb den Verlauf einer durch die Cosinus-Funktion beschriebenen Charakteristik mit den anderen in

Bild 6.2 dargestellten, so fällt auf, dass diese Funktion die H-Ebene eines planaren Patches über alle Winkel sehr gut annähert, für andere Polarisierungen oder Krümmungen diese zumindest bis zu einem Winkel von  $\pm 50^\circ$  mit einem Fehler kleiner 1 dB approximiert. Für ein erstes, abschätzendes Design ist es deshalb zweckmäßig, die Charakteristik des Einzelelements durch eben diese Cosinus-Funktion anzunähern, was je nach genutztem Winkelbereich des Zylinders zu einer cosinus-förmigen Belegung mit einem Sockel  $s$  führt, deren Flächenausnutzung  $\eta_{Ap}$  aus Tabelle 6.1 abgelesen bzw. aus (6.9) berechnet werden kann.

Die Krümmung verringert also die Flächenausnutzung bis auf Werte von 81%, was dazu führt, dass so lange keine Anforderungen an die Richtcharakteristik bzw. das Nebenzipfelniveau gestellt werden, für ansonsten vergleichbare Antennen (Anpassung, Wirkungsgrad  $\eta_{cd}$  und Polarisationsverluste) gleicher Größe (Höhe und Breite bzw. Durchmesser) der Gewinn einer konformen Antenne um ca. 1 dB hinter dem einer planaren Antenne zurückbleibt und in Folge dessen auch die Halbwertsbreite der konformen Antenne größer ist.

Um bei ansonsten gleichen Antennen denselben Gewinn zu erreichen müsste die konforme Antenne um 24% größer als die planare Antenne sein. Dies scheint auf den ersten Blick eine für konforme Antennen nahezu vernichtende Feststellung. Sie gilt jedoch nur für den in der Praxis selten anzutreffenden Fall, dass eben keine Anforderungen an die Charakteristik formuliert sind. Sobald hier Restriktionen bezüglich der Nebenzipfel auftreten, und die Flächenausnutzung der planaren Antenne abnimmt, verbessert sich das Verhältnis zugunsten der konformen Antenne. Hier ist jedoch auf der Seite der konformen Antenne zu berücksichtigen, dass sich die obigen Betrachtungen auf eine Winkelrichtung beschränkten, die Nebenzipfelforderungen jedoch in allen Richtungen zu erfüllen sind. Hieraus können weitere, die Flächenausnutzung der konformen Antenne minimierende, Anforderungen an die Belegung erwachsen.

### 6.2.2 Auswirkungen auf das Schwenkverhalten

Der wesentliche Vorteil einer zylinderkonformen Antenne liegt in der Unabhängigkeit der projizierten geometrischen Fläche vom azimutalen Schwenkwinkel des Arrays. Damit beträgt der als Wirkungsgrad formulierte Schwenkverlust im Azimut für zylinderkonforme Antennen  $\eta_{Scan} = 1$ , unabhängig vom Schwenkwinkel. Unter Berücksichtigung eines Aperturwirkungsgrades von 81% für die zylinderkonforme Antenne folgt mit Abschnitt 6.1.5 hieraus, dass ohne weitere Anforderungen an die Charakteristik zur Erreichung desselben Gewinns, bei ansonsten vergleichbaren Antennen, ab einem Schwenkwinkel von  $\phi_0 = 36^\circ$  die konforme Antennen kleiner ausfällt als die

notwendige planare Antenne. Dieser Grenzwinkel verringert sich noch, falls zusätzliche Nebenzipfelforderungen den Aperturwirkungsgrad der planaren Antenne reduzieren.

### 6.3 Elementabstand für konforme Gruppenantennen

Aus den bisher gemachten Überlegungen lässt sich die Größe, insbesondere der Radius der zylinderkonformen Antenne aus den gegebenen Spezifikationen für Charakteristik und Gewinn bestimmen. Für Gruppenantennen ist neben diesen Abmessungen der Gesamtantenne besonders der Abstand der Einzelelemente essenziell. Hierzu ist die axiale und die radiale Richtung zu unterscheiden.

$$\frac{d}{\lambda_0} = \frac{\Delta z}{\lambda_0} \leq \frac{1}{1 + \sin|\vartheta_{\max}|} \quad (6.11)$$

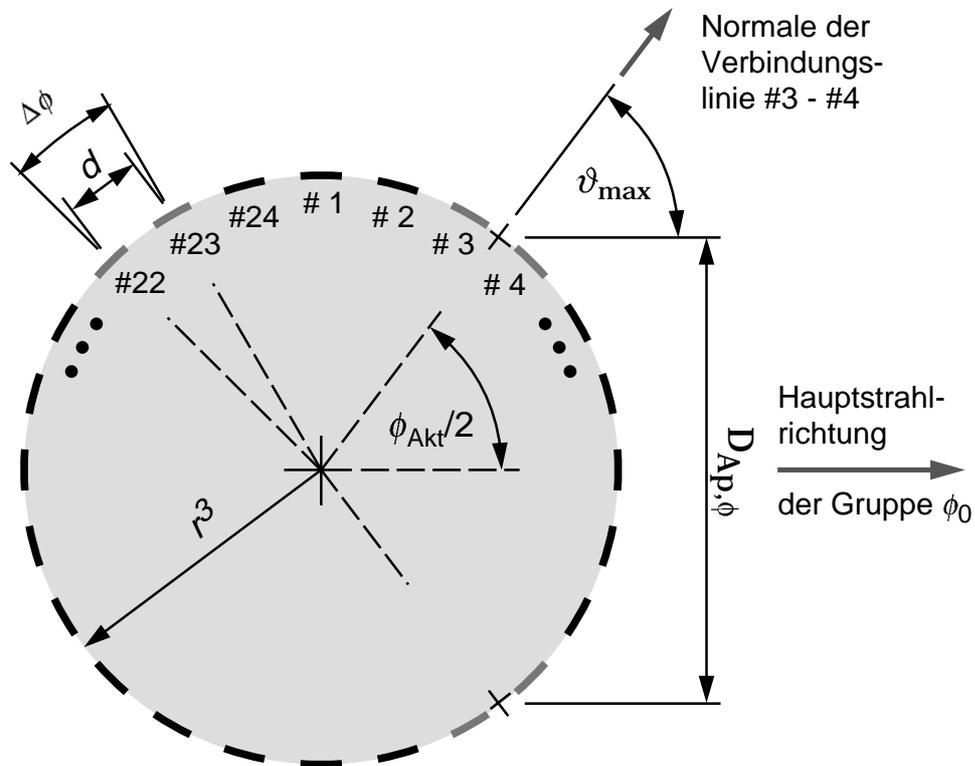
In axialer Richtung lässt sich das Schwenkverhalten durch ein lineares Array beschreiben, dessen maximaler, zur Flächennormale hin gemessener Schwenkwinkel  $\vartheta_{\max}$  mit dem Elementabstand  $d = \Delta z$  nach (6.11) verknüpft ist [Sko90]. Ein Abstand zwischen den Elementen, der die Ungleichung (6.11) verletzt, führt zum Entstehen zusätzlicher Hauptkeulen, sog. *grating lobes*. Da zur Herabsetzung der Verkopplung zwischen den Einzelelementen ein möglichst großer Elementabstand angestrebt wird, dessen obere Grenze jedoch durch (6.11) gegeben ist, liegt der Elementabstand in der Praxis in etwa bei dem aus (6.11) berechneten Wert.

Es wäre schön, eine ähnliche Formel für den Elementabstand entlang der Krümmung zu besitzen, um auch hier den maximalen Elementabstand festzulegen. Genau dieses soll deshalb das Ergebnis der folgenden drei Überlegungsschritte sein, für die das in Bild 6.3 dargestellte Array Anwendung findet.

$$d = 2r^3 \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \approx r^3 \Delta\phi \quad (6.12)$$

Zunächst wird ein aus zwei Elementen bestehendes Array, in Bild 6.3 die Elemente Nummer 22 und 23, betrachtet. Der entlang der Normalen zur Verbindungslinie der Mittelpunkte von Element 22 und 23 projizierte Abstand  $d$  lässt sich nach (6.12) aus der Geometrie bestimmen, wobei sich die Form für große Arrays mit kleinen Winkeln  $\Delta\phi$  weiter vereinfachen lässt. Für diese kleinen Winkelabstände  $\Delta\phi$  lässt sich weiterhin die Änderung der Einzelelementcharakteristik, welche durch die Drehung des

Elemente um den Winkel  $\Delta\phi$  entsteht, vernachlässigen, so dass ein planares, aus zwei Elementen mit dem Abstand  $d$  bestehendes Array vorliegt, auf das (6.11) angewendet werden kann.



**Bild 6.3** Geometrie eines Arrays mit  $N_\phi = 24$  Elementen

Im zweiten Schritt wird das gesamte Array betrachtet, und zwar alle diejenigen Elemente, die wesentlich zur Gesamtstrahlung und damit zum Gewinn in eine bestimmte Raumrichtung  $\phi_0$  beitragen. Da nicht alle Elemente direkt in diese Hauptstrahlrichtung  $\phi_0$  ausgerichtet sind bzw. signifikant Leistung in diese Richtung aussenden, wird ein sog. aktiver Winkelbereich  $\phi_{\text{Akt}}$  definiert, der den Gewinn im Wesentlichen trägt. Die Projektion dieses aktiven Bereichs entlang der Hauptstrahlrichtung der Gruppe ergibt die in Bild 6.3 rechts dargestellte Breite der aktiven Apertur in  $\phi$ -Richtung  $D_{\text{Ap},\phi}$  nach (6.13).

$$D_{\text{Ap},\phi} = 2r^3 \sin\left(\frac{\phi_{\text{Akt}}}{2}\right) \quad (6.13)$$

Zusammen mit der Höhe  $h$  des aktiven Bereichs entlang der  $z$ -Achse des Zylinders kann damit die projizierte geometrische Fläche der aktiven Elemente nach (6.14) bestimmt werden.

$$A_{\text{geom}} = h D_{\text{Ap},\phi} = h 2 r^3 \sin\left(\frac{\phi_{\text{Akt}}}{2}\right) \quad (6.14)$$

Im dritten Schritt werden nun die ersten Beiden zur Bestimmung des aktiven Winkelbereichs kombiniert. Für je zwei benachbarte Elemente, innerhalb dieses aktiven Bereichs, muss unter Berücksichtigung der Neigung zur Hauptstrahlrichtung die Bedingung (6.11) mit dem aus (6.12) zu berechnenden Abstand  $d$  erfüllt sein. Die Grenze wird am Rande des aktiven Winkelbereichs, in Bild 6.3 zwischen den Elementen Nummer 3 und 4 sowie Nummer 10 und 11, erreicht, wo das Gleichheitszeichen in (6.11) zutrifft. Damit sind  $\vartheta_{\text{max}}$  und  $\phi_{\text{Akt}}/2$  identisch, sodass durch Einsetzen von (6.11) mit (6.12) in (6.14) die geometrische Fläche in Abhängigkeit vom Elementabstand mit (6.15) berechnet werden kann. Wird der aktive Bereich oder der Elementabstand größer gewählt, so verursachen die Randlelemente des aktiven Bereichs grating lobes.

$$A_{\text{geom}} = h 2 r^3 \left( \frac{1}{\frac{d}{\lambda_0}} - 1 \right) \approx h 2 r^3 \left( \frac{1}{\frac{r^3 \Delta \phi}{\lambda_0}} - 1 \right) \quad (6.15)$$

Mit (6.15) steht nun ein direkter Zusammenhang zwischen dem radialen Elementabstand  $\Delta\phi$ , dem Zylinderradius  $r^3$  und der geometrischen Fläche  $A_{\text{geom}}$  und letztlich über (6.3) und (6.4) auch dem Gewinn zur Verfügung. Damit kann nun aus dem spezifizierten Gewinn, den Anforderungen an die azimutale Richtcharakteristik sowie den weiteren Verlusten der Antenne nach Abschnitt 6.2.1 ein Zylinderradius  $r^3$  abgeschätzt und hieraus der Elementabstand  $\Delta\phi$  bestimmt werden.

## 7 Entwurf und Messung konformer Einzelemente

Der zweite Schritt beim Entwurf einer zylinderkonformen Antenne, nachdem mit Hilfe der Gleichungen aus Kapitel 6 der minimale Radius der Strahlerelemente  $r^3$ , die minimale Antennenhöhe  $h$  sowie die Elementabstände bestimmt wurden, ist der Entwurf der Einzelstrahler. Hiermit verbunden ist die Festlegung der Materialien der Schichtenfolge und des Kerns sowie deren radiale Abmessungen nach Bild 3.2 und Bild 3.3. Weiterhin sind hierbei die Abmessungen der Patches, der Schlitze und der Leitung nach Bild 5.7a zu ermitteln. Den Ausgangspunkt für diesen Entwurf bildet die Bandbreite der Anpassung, wobei der Entwurf selbst ein iterativer Prozess ist, der unter Nutzung des in den Kapiteln 3 bis 5 beschriebenen Verfahrens die Leistungsfähigkeit einer Anordnung ermittelt und diese so lange verbessert, bis die gewünschten Daten erreicht werden. Wie bei jedem iterativen Prozess spielen hier, insbesondere in Anbetracht der Vielzahl der Parameter, die Startwerte eine wesentliche Rolle, weshalb ihnen ein eigenes Unterkapitel gewidmet ist.

### 7.1 Startwerte für den Entwurf von Einzelstrahlern

Für die Bestimmung der Startwerte ist eine einfache, durch eine analytische Formel darstellbare Beschreibung der Abhängigkeit zwischen den elektrischen Parametern und den geometrischen Größen der Antenne notwendig. Ein wichtiger Repräsentant dieser analytischen Form ist das (Hohlleiter-) Resonatormodell, dessen Darstellung (7.1) der Literatur [Heb93] entnommen wurde. Beim Entwurf der Streifenleitungsantenne ist für die  $\phi$ -Polarisation  $p = 1$  und  $q = 0$  zu setzen bzw. für die  $z$ -Polarisation  $p = 0$  und  $q = 1$ . Weiterhin sind die Effektivwerte der Permeabilität  $\mu_{r,\text{eff}}$ , der Permittivität  $\epsilon_{r,\text{eff}}$  und die der Längen in  $\phi$ -Richtung  $r^2 \phi_{P\phi,\text{eff}}$  sowie in  $z$ -Richtung  $\ell_{Pz,\text{eff}}$ , die der Tatsache Rechnung tragen, dass die geometrischen und elektrischen Abmessungen der Metallisierung nicht identisch sind, einzusetzen.

$$f_{pq} = \frac{c_0}{2\sqrt{\epsilon_{r,\text{eff}} \mu_{r,\text{eff}}}} \sqrt{\left(\frac{p}{r^2 \phi_{P\phi,\text{eff}}}\right)^2 + \left(\frac{q}{\ell_{Pz,\text{eff}}}\right)^2} \quad (7.1)$$

Eine Weiterentwicklung des Resonatormodells nach [Car79, Heb93] erlaubt zusätzlich die Berechnung der Resonatorgüte  $Q_{\text{ges}}$  und mit (7.2) daraus die Bandbreite  $\Delta f$  der Antenne, bei der durch den Reflexionsfaktor  $\Gamma$  spezifizierten Anpassung [Bah80]. Hiermit lassen sich günstige Startwerte für das Substratmaterial von  $D_3$  und dessen Dicke  $d_3$  finden.

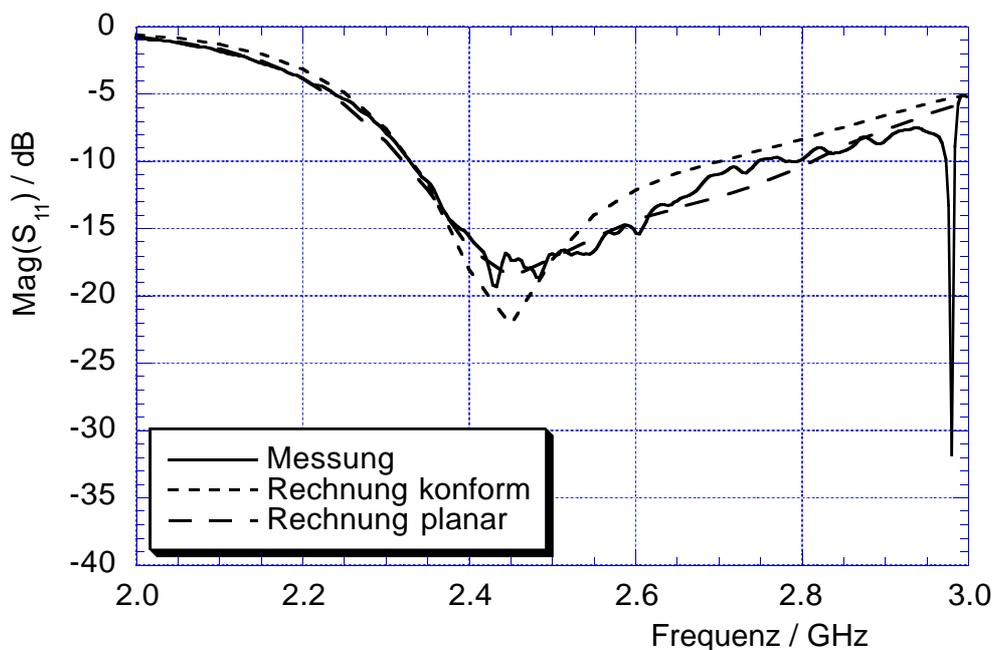
$$\Delta f = \frac{2|\Gamma|}{Q_{\text{ges}}\sqrt{1-|\Gamma|^2}} \quad (7.2)$$

Alle anderen Startwerte sind weniger kritisch und können auf Erfahrungswerten oder groben Abschätzungen beruhen. So lassen sich die Schlitzdimensionen zunächst aus dem Planaren übernehmen [Ros96], die Auswahl des Substrates  $D_2$  erfolgt nach normalen Kriterien für Streifenleitungssubstrate, genauso wie auch die Bestimmung der Breite der Speiseleitung selbst [Hof83]. Das Material für das Substrat  $D_1$  sollte möglichst niedrige Permittivität besitzen. Sofern es die mechanische Konstruktion zulässt (vgl. Kapitel 2), ist Luft am besten geeignet. Die Dicke  $d_1$  sollte ungefähr eine viertel Wellenlänge der Mittenfrequenz der Antenne aufweisen. Für die Auswahl des Kerns gelten die in Abschnitt 4.2 aufgestellten Regeln.

## 7.2 Das $z$ -polarisierte Einzelement

Anhand eines Einzelements erfolgt hier eine Analyse und Bewertung der Ergebnisse eines abgeschlossenen Entwurfs. Dabei wird insbesondere auf die speziellen Eigenschaften der  $z$ -Polarisation sowie auf die Unterschiede zum Planaren eingegangen. Das Element arbeitet im 2.45 GHz ISM-Band ( $\lambda_0 = 122.36$  mm), soll jedoch eine über das ISM-Band hinausgehende -14 dB Bandbreite von mindestens 8% aufweisen. Der mechanische Umfang der Antenne wird zu  $2\lambda_0$  gewählt, was zur Ausbildung von Resonanzen nach Kapitel 4 führt und für ein kommerziell verwertbares Design unbedingt vermieden werden muss, hier jedoch erwünscht ist um die daraus entstehenden Auswirkungen aufzuzeigen. Daraus ergibt sich der Aufbau der Schichten nach Bild 2.5 mit einem Metallkern ( $r^0 = 7.5$  mm), einem Schaumsubstrat  $D_1$  ( $d_1 = 22.5$  mm), einem Teflonsubstrat  $D_2$  ( $d_2 = 0.508$  mm) und einem weiteren Schaumsubstrat  $D_3$  ( $d_3 = 10$  mm). Das endgültige Design besitzt Patchabmessungen von  $\ell_{P\phi} = 40.6$  mm und  $\ell_{Pz} = 40.6$  mm (vgl. Bild 5.7). Der in  $\phi$ -Richtung ausgedehnte Schlitz, welcher sich unter der Mitte des Patchelements befindet, besitzt eine Länge von  $\ell_{S\phi} = 28.4$  mm bei einer Breite von  $w_{S\phi} = 2$  mm, wobei der Stub, der auf  $Z_L = 50 \Omega$  dimensionierten Speiseleitung, eine Länge von  $\ell_{Lz} = 6.5$  mm besitzt.

Bild 7.1 zeigt die gemessene wie auch die berechneten Anpassungen dieses Elements, woraus sich eine gemessene -14 dB Bandbreite von 250 MHz (2.37 GHz bis 2.62 GHz) ablesen lässt, was, bezogen auf die gewünschte Mittenfrequenz von 2.45 GHz, eine relativen Bandbreite von 10.2% ergibt.



**Bild 7.1** Gemessene und berechnete Anpassung eines  $z$ -polarisierten Einzelements sowie zum Vergleich die berechnete Anpassung eines planaren Patches mit identischen Abmessungen

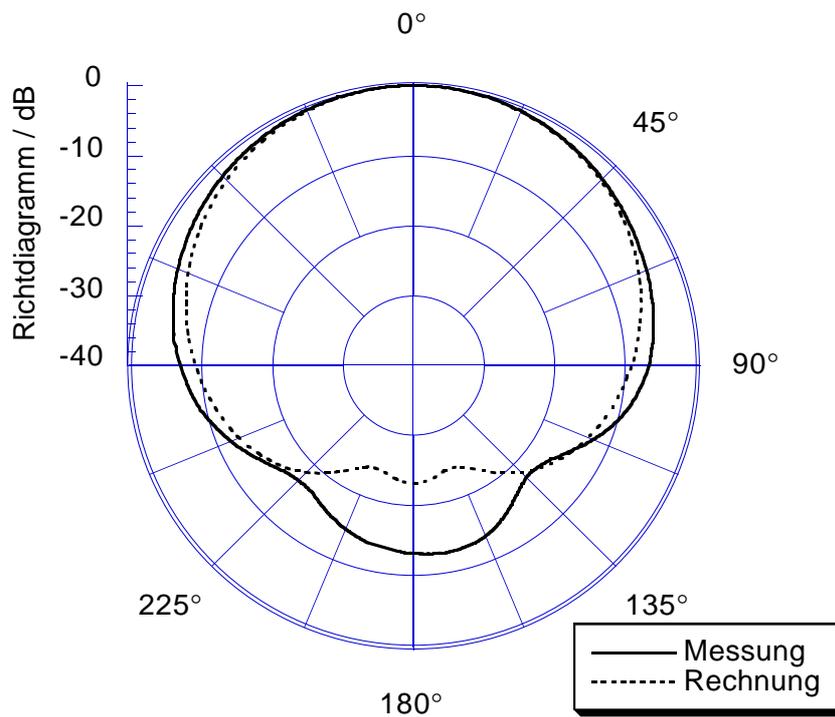
Bei der Berechnung der Eingangsimpedanz dieses Elements zeigt sich, dass das Verfahren nach Kapitel 5 ab Durchmessern von  $k_0 r = 3.5 \dots 4$  Schwächen zeigt. Die nur schwach abklingenden Greenschen Funktionen der  $[Z]$ - und  $[Y]$ -Matrizen (vgl. Asymptoten in Anhang A1) erfordern eine numerische Integration der Reaktionsintegrale bis  $k_z = 35 k_0$  und darüber hinaus, wobei diese Integration bis zu Ordnungen von mindestens  $m = 35$  durchzuführen ist. Für diese Werte wird jedoch auch die ansonsten sehr stabile Berechnung der Greenschen Funktionen in den Schicht-Transfer-Matrizen (vgl. Abschnitt 3.3.2) numerisch instabil, da dort Operationen auf sehr große Zahlen auftreten. Dies läßt eine durchgehende Berechnung des Frequenzbereichs mit Hilfe der Momentenmethode ungünstig erscheinen. Die Bestimmung der Eingangsimpedanz in Bild 7.1 erfolgt deshalb mit Daten aus dem stabilen Bereich (bis 2.3 GHz) und anschließender Extrapolation der nur schwach frequenzabhängigen

Momentenmethode-Matrizen in den darüber liegenden Frequenzbereich [Rao99, Vir99, New88].

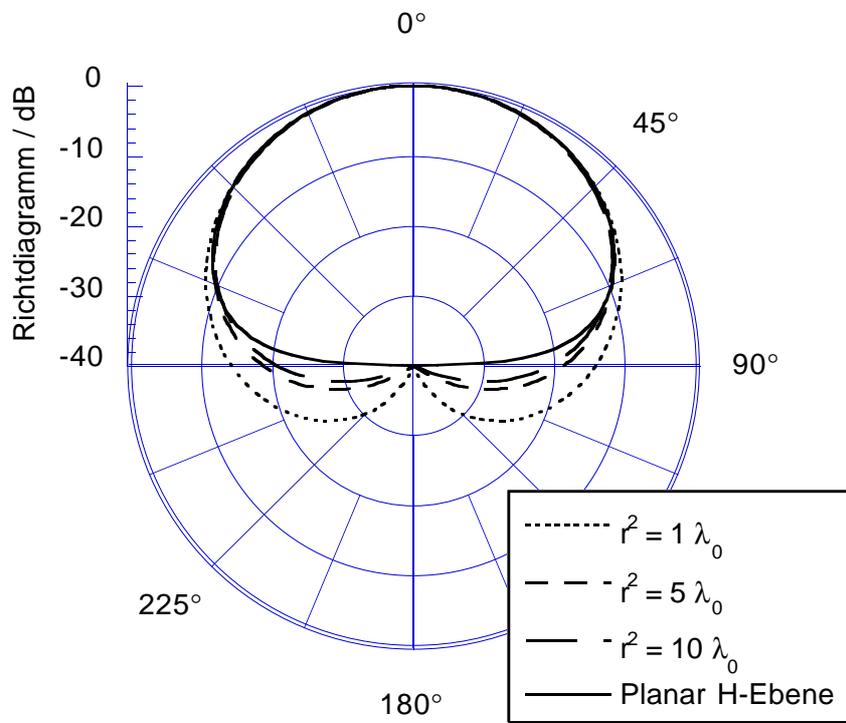
Aufgrund der Greenschen Funktionen für den in  $z$ -Richtung unendlich ausgedehnten Zylinder, die zur Berechnung der Eingangsimpedanz verwendet werden, wird die gemessene Resonanz bei 2.98 GHz nicht direkt modelliert. Sie kann jedoch mit Hilfe der in Kapitel 4 beschriebenen Erweiterung als die, durch die Ankopplung leicht frequenzverschobene,  $TEM_{004}$ -Resonanz identifiziert und vorhergesagt werden.

Da die Patchresonanz hier entlang der planaren Richtung des Zylinders auftritt, zeigt auch die mit dem Programm ENSEMBLE der Firma Ansoft durchgeführte Berechnung der Eingangsimpedanz für ein planares Element mit identischen Abmessungen eine sehr gute Übereinstimmung mit der Messung. Für die Eingangsimpedanz, die im Wesentlichen durch die Nahfelder bestimmt wird, kann deshalb der Entwurf mit der numerisch günstigeren planaren Rechnung erfolgen.

Im Unterschied zur Eingangsimpedanz der  $z$ -Polarisation, bei der die Krümmung damit quasi keinen Einfluss zeigt, ist das Fernfeld dieser Polarisation von der Krümmung abhängig. Bild 7.2 zeigt für die Frequenz von 2.5 GHz einen Vergleich zwischen gemessenem und berechnetem Richtdiagramm in der Horizontalebene ( $\vartheta = 90^\circ$ ). Die Berechnung des Fernfeldes ist dabei numerisch sehr viel stabiler als die Berechnung der Eingangsimpedanz, da hier die Greensche Funktion nur im Bereich  $-k_0 \leq k_z \leq k_0$  ausgewertet werden muss, was auch für Ordnungen von  $m = 50$  und mehr noch stabil möglich ist. Die Übereinstimmung von Messung und Rechnung ist im Bereich  $\phi = \pm 90^\circ$  gut, während sich im rückwärtigen Bereich das Fehlen des Metallklebebandes nach Bild 2.4 bemerkbar macht. Der verbliebene schmale Spalt in der Massemetallisierung wirkt als Schlitzstrahler mit einem sehr breiten Diagramm, das sich dem eigentlichen Patchdiagramm überlagert und zu Abweichungen von bis zu 10 dB in Richtung  $\phi = 180^\circ$  führt. Die Rechnung zeigt jedoch, dass für diese Antennen auch bei völlig geschlossener Metallisierung eine starke Abstrahlung im Bereich  $|\phi| > 90^\circ$  existiert, die mit wachsendem Durchmesser abnimmt. Um dies zu verdeutlichen zeigt Bild 7.3 das Richtdiagramm eines  $z$ -polarisierten Elements in der Horizontalebene für die vier verschiedenen Radien  $r^2 = 1 \lambda_0$ ,  $r^2 = 5 \lambda_0$ ,  $r^2 = 10 \lambda_0$  und  $r^2 \rightarrow \infty$  (planar). Die Berechnungen wurden bei 10 GHz mit einem Substrat  $D_3$  der Höhe  $d_3 = 5$  mm und einer Permittivität von  $\epsilon_r = 2.2$ , die zur Verstärkung des Effekts gewählt wurde, durchgeführt.



**Bild 7.2** Gemessene und berechnete Richtcharakteristik eines  $z$ -polarisierten Einzelements in der horizontalen Schnittebene ( $\phi$ -Richtung,  $H$ -Ebene) mit  $r^2 = 0.25 \lambda_0$



**Bild 7.3** Berechneter Vergleich der Richtcharakteristiken von  $z$ -polarisierten Einzelementen auf Zylindern unterschiedlicher Radien ( $H$ -Ebene)

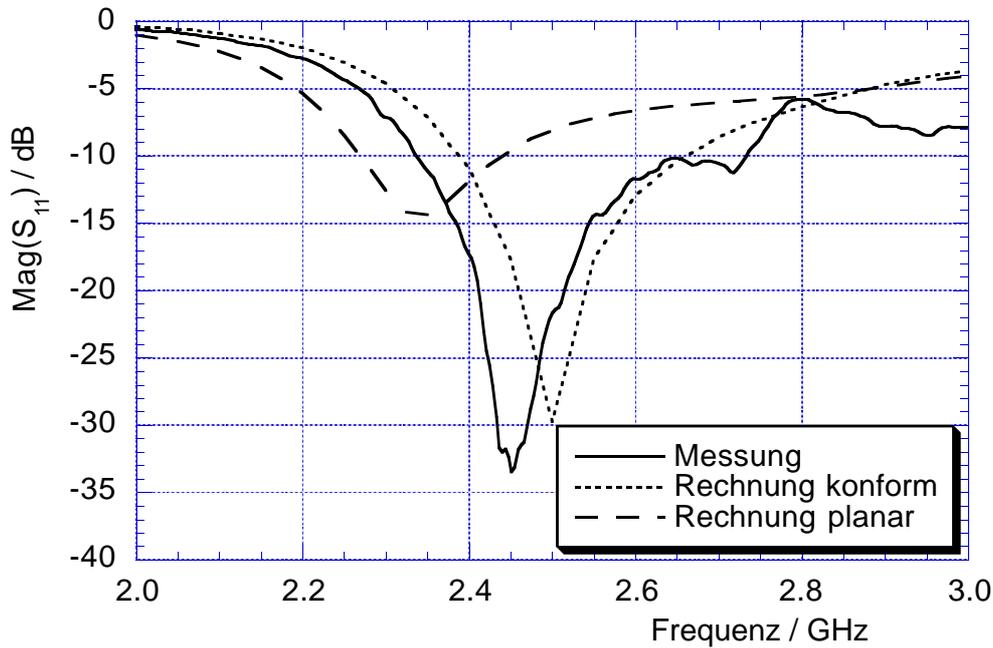
Deutlich ist hier die mit abnehmender Krümmung ebenfalls abnehmende Abstrahlung in den rückwärtigen Bereich  $|\phi| > 90^\circ$  zu erkennen, welche zwar erst für den Grenzfall der planaren Antenne völlig verschwindet, jedoch bereits bei  $r^2 = 10 \lambda_0$  Werte von -20 dB unterschreitet. Grund für diese Rückstrahlung ist die im Substrat  $D_3$  geführte Energie der Oberflächen- und Leckwellen, die entlang des Umfangs abstrahlt.

### 7.3 Das $\phi$ -polarisierte Einzelement

Auch für das  $\phi$ -polarisierte Einzelement findet die Analyse und die Bewertung der Ergebnisse anhand eines abgeschlossenen Entwurfs statt. Zu Vergleichszwecken wird derselbe Schichtenaufbau und dieselbe Spezifikation wie im vorigen Beispiel verwendet. Das endgültige Design des  $\phi$ -polarisierten Elements besitzt Patchabmessungen von  $\ell_{p\phi} = 43.2$  mm und  $\ell_{pz} = 40.6$  mm (vgl. Bild 5.7). Der Schlitz befindet sich unter der Mitte des Patchelements und besitzt eine Länge von  $\ell_{sz} = 29.4$  mm sowie eine Breite von  $w_{sz} = 2$  mm, während der Stub der  $50 \Omega$ -Speiseleitung  $\ell_{L\phi} = 6$  mm über die Schlitzmitte hinausragt. Die gemessene Anpassung dieses Elements, welche zusammen mit den rechnerisch bestimmten Anpassungen in Bild 7.4 dargestellt ist, weist eine gemessene -14 dB Bandbreite von 200 MHz auf (2.37 GHz bis 2.57 GHz), was, bezogen auf die gewünschte Mittenfrequenz von 2.45 GHz, einer relativen Bandbreite von 8.2% entspricht.

Der in  $\phi$ -Richtung schmale Schlitz dieser Polarisation erfordert insbesondere für die Berechnung der Reaktionsintegrale der  $[Y]$ -Matrix eine Berücksichtigung sehr hoher Ordnungen, was die numerische Berechnung der Eingangsimpedanz gegenüber der  $z$ -Polarisation zusätzlich erschwert und die Frequenzgrenze ( $k_0$ ) für die stabile Berechnung weiter nach unten verschiebt (ca. 2.1 GHz). Die deshalb bereits bei der  $z$ -Polarisation erfolgreich angewendete Extrapolation der Momentenmethode-Matrizen ist zwar noch möglich, zeigt aber etwas größere Abweichungen als bei der  $z$ -Polarisation. Die Abweichung zwischen Messung und Berechnung der Mittenfrequenz des Elements beträgt 2%.

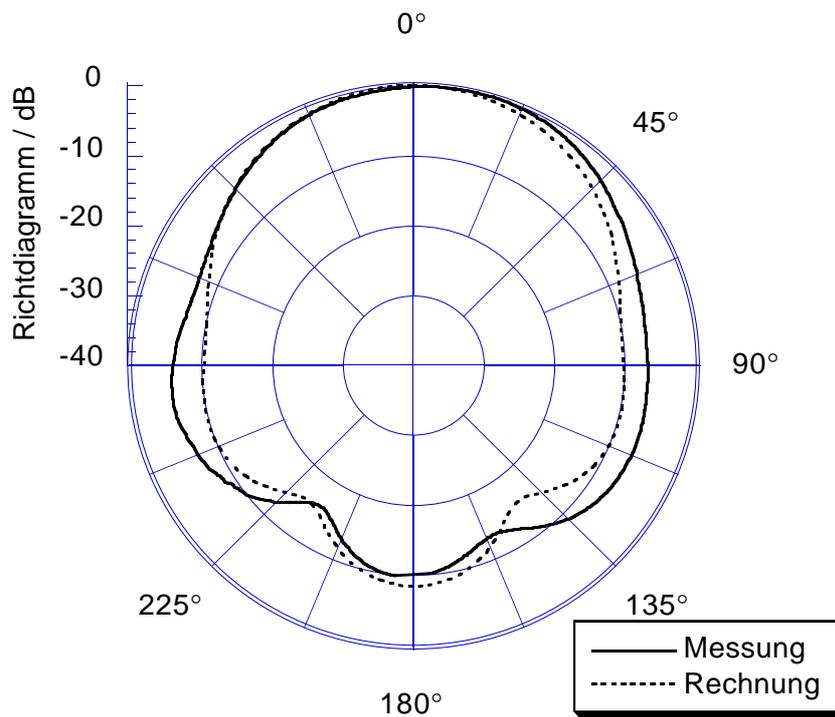
Im Gegensatz zur  $z$ -Polarisation prägen sich die nach Abschnitt 4.1.1 erwarteten Resonanzen hier schwächer aus. Lediglich der Einfluss der  $TE_{112}$  Resonanz bei 2.8 GHz ist zu erkennen, was vor allem auf die schwache Ankopplung des als Resonator wirkenden Innenraumes durch Schlitz und Leitung zurückzuführen ist.



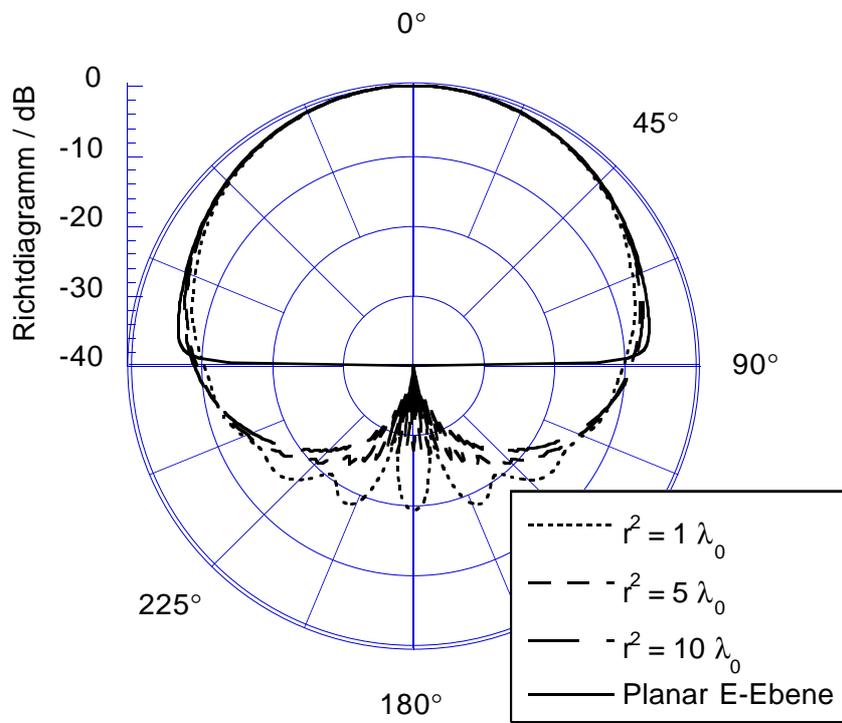
**Bild 7.4** Gemessene und berechnete Anpassung eines  $\phi$ -polarisierten Einzelements sowie zum Vergleich die berechnete Anpassung eines planaren Patches mit identischen Abmessungen

Die auch hier zusätzlich eingezeichnete, berechnete Anpassung eines planaren Elements mit identischen Abmessungen zeigt den Einfluss der Krümmung: Die Resonanzfrequenz der planaren Antenne liegt tiefer als die der konformen Antenne. Anschaulich lässt sich dies dadurch erklären, dass die wirksame Länge des mit niederpermittivem Schaummaterial gefüllten Resonators eine Projektion der tatsächlichen Länge  $\ell_{P\phi}$  ist, wodurch, bei gleichen physikalischen Abmessungen des Patchelements, das konforme Element durch die Projektion verkürzt erscheint, was die höhere Resonanzfrequenz bedingt. Diese Änderung der wirksamen Länge des Resonators hängt primär von der Krümmung und der Stärke sowie der Permittivität des Substrates  $D_3$  ab.

Das gemessene wie auch das berechnete Richtdiagramm dieses Elements in der Horizontalebene ( $\vartheta = 90^\circ$ ) sind in Bild 7.5 für eine Frequenz von 2.5 GHz dargestellt. Die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung ist gut, obwohl auch hier der Einfluss des fehlenden Metallklebebandes nach Bild 2.4 zu Abweichungen von bis zu 4.5 dB bei  $\phi = 130^\circ$  und  $\phi = 260^\circ$  führt. Zusätzlich besitzt das gemessene Diagramm eine Unsymmetrie, die vermutlich auf eine nicht ideale Halterung während der Messung zurückzuführen ist.



**Bild 7.5** Gemessene und berechnete Richtcharakteristik eines  $\phi$ -polarisierten Einzelements in der horizontalen Schnittebene ( $\phi$ -Richtung,  $E$ -Ebene) mit  $r^2 = 0.25 \lambda_0$



**Bild 7.6** Berechneter Vergleich der Richtcharakteristiken von  $\phi$ -polarisierten Einzelementen auf Zylindern unterschiedlicher Radien ( $E$ -Ebene)

Aufgrund seines vergleichsweise kleinen Radius (große Krümmung) von  $r^2 = 0.25 \lambda_0$  und der  $\phi$ -gerichteten Polarisation ( $E$ -Ebene) strahlt das Element weit in den rückwärtigen Raumbereich  $|\phi| > 90^\circ$ , es übertrifft hier die Abstrahlung des  $z$ -polarisierten Elements erheblich (z. B. um 15 dB bei  $\phi = 180^\circ$ ). Noch deutlicher wird dieser Effekt, wenn der Radius über größere Bereiche variiert wird. Für dieselbe Konfiguration und dieselben vier verschiedenen Radien, wie in Bild 7.3 für das  $z$ -polarisierte Element, sind in Bild 7.6 die Richtdiagramme  $\phi$ -polarisierter Elemente in der Horizontalebene ( $\vartheta = 90^\circ$ ) dargestellt.

Deutlich ist auch hier die mit abnehmender Krümmung ebenfalls abnehmende Abstrahlung in den rückwärtigen Bereich zu erkennen, welche erst für den Grenzfall der planaren Antenne völlig verschwindet. Diese Abstrahlung ist für alle Radien bei der  $\phi$ -Polarisation stärker als bei der  $z$ -Polarisation. Der Grund für diese Rückstrahlung ist, wie bereits von [Got95/1] festgestellt, im unvermeidlichen, in der  $E$ -Ebene liegenden, immer ausbreitungsfähigen Grundmode der Oberflächenwelle zu suchen (vgl. Abschnitt 3.5.2), der Energie entlang des Umfangs in den rückwärtigen Bereich transportiert. Anschaulich verlängert sich dieser Transportweg mit zunehmendem Radius, was die Radiusabhängigkeit begründet.

## 8 Zylinderkonforme Gruppenantennen

Für Gruppenantennen besteht der letzte Schritt aus der Synthese einer geeigneten Anregung und dem Entwurf des zugehörigen Speisernetzwerks. Wie die Erfahrung des Verfassers zeigt, kann das Netzwerk auch im Konformen mit Hilfe von Software-Werkzeugen wie *MDS* (*Microvave Design System* der Firma Hewlett Packard) oder *ADS* (*Advanced Design System*, ebenfalls Hewlett Packard) entworfen werden. Für die Synthese der entweder fest im Netzwerk einzustellenden oder aber über die äußeren Tore beeinflussbaren Anregung ist jedoch die zylinderkonforme Geometrie unbedingt zu berücksichtigen.

### 8.1 Aufbau und Besonderheiten der Gruppenantenne

Zunächst stellt die Gruppenantenne die Kombination der in Kapitel 6 ermittelten Geometrie der Gesamtantenne und dem Aufbau des Einzelements aus Kapitel 7 dar, sodass im Prinzip alle Parameter festgelegt sind. Gegenüber dem Einzelement kommt jedoch die Verkopplung der einzelnen, zur Gruppe zusammengeführten Elemente hinzu, sodass unter Umständen geringfügige Modifikationen an den geometrischen Abmessung der Elemente (nach Bild 5.7a) notwendig werden, um die durch die Verkopplung verursachten Veränderungen zu kompensieren.

Die Verkopplung in aperturgekoppelten, zylinderkonformen Antennen ist erheblich komplexer als diejenige in vergleichbaren planaren Antennen, weshalb zur Unterscheidung neben der Polarisationssebene, in der die Verkopplung stattfindet (*E*- oder *H*-Ebene), auch die Angabe der Krümmungsrichtung bzw. der Koordinatenebene ( $\phi$ - oder *z*-Ebene) notwendig ist. Folglich sind bei zylinderkonformen Antennen vier Kopplungen zu unterscheiden: Die *E*-Ebene in  $\phi$ -Richtung, die *E*-Ebene in *z*-Richtung, die *H*-Ebene in  $\phi$ -Richtung und die *H*-Ebene in *z*-Richtung. Wie bei vergleichbaren planaren Antennen sind auch im Konformen die Parameter der Schichtenfolge, unter anderem aufgrund der Oberflächenwellen, und der Elementabstand wesentliche, die Kopplung beeinflussende Größen. Daneben ist jedoch auch die Lage der Koppelaperturen in Bezug auf den gesamten Zylinder von Bedeutung, da sie wesentlich die Ankopplung der Antenne an die insbesondere in axial abgeschlossenen Geometrien

auftretenden Resonanzen bestimmt. Aufgrund der Vielzahl an Parametern wird hier auf eine vergleichende Darstellung von Einzelfällen verzichtet, stattdessen wird einer Zusammenfassung der für den Entwurf von Antennen wichtigeren Ergebnisse von messtechnisch verifizierten Untersuchungen [Löf99/1, Her99, Löf00/1, Löf00/2] der Vorzug gegeben.

Generell ist bei zylinderkonformen Streifenleitungsantennen, genauso wie bei planaren Streifenleitungsantennen [Bah80, Spl90, Ros96], die Verkopplung in der  $E$ -Ebene stärker als die einer vergleichbaren Anordnung in der  $H$ -Ebene. Beim weiteren Vergleich der  $E$ -Ebenen untereinander zeigt die in axialer Richtung verlaufende  $E$ -Ebene ein mit der planaren  $E$ -Ebene identisches Verhalten, während innerhalb der  $\phi$ -gerichtet verlaufenden  $E$ -Ebene eine deutlich stärkere Kopplung zu beobachten ist. Anschaulich ist dies dadurch zu erklären, dass die Energie, welche in den zunächst nur in der  $E$ -Ebene ausbreitungsfähigen Oberflächenwellen transportiert wird, für kleine Radien nicht wie bei der planaren  $z$ -Richtung im Unendlichen verschwindet. Diese Eigenschaft der Oberflächenwellen begründet auch den Unterschied der beiden  $H$ -Ebenen, wo die der  $\phi$ -Polarisation zugeordnete, axial ausgerichtete  $H$ -Ebene eine deutlich stärkere Kopplung zeigt als die der  $z$ -Polarisation zugeordnete  $\phi$ -gerichtete  $H$ -Ebene. Im Vergleich zum Planaren zeigt die  $H$ -Ebene der  $\phi$ -Polarisation eine stärkere Kopplung während die  $z$ -Polarisation schwächer koppelt. Für größer werdende Radien nähert sich das Verhalten der Antenne mehr und mehr dem einer planaren Anordnung an.

Neben der Kopplung durch Oberflächenwellen in der  $E$ - bzw.  $H$ -Ebene existiert bei axial abgeschlossenen Antennen die Kopplung durch Resonanzen. Ihre Lage ist vor allem durch die Geometrie und die verwendeten Materialien des Innenraums nach Bild 3.2 bestimmt, wobei die Ankopplung zu kleineren Verschiebungen der Resonanzfrequenz führen kann. Diese Ankopplung ist im Wesentlichen durch die Wechselwirkung des Magnetfelds des resonanten Modes mit dem magnetischen Feld, das durch die Koppelaperturen verursacht wird, festgelegt. Diese Ankopplung entscheidet auch darüber, ob sich die Wirkung der Kopplung als Serienresonanz mit einer starken Verkopplungswirkung zwischen den Elementen oder als Parallelresonanz mit nahezu verschwindender Verkopplung beschreiben lässt. Eine Änderung der absoluten axialen Lage der Antenne auf dem Zylinder (unter Umständen unsymmetrischer Abstand zwischen Patch-Elementen und Zylinderenden) kann hier zur Minimierung der Anregung von Resonanzen verwendet werden.

## 8.2 Omnidirektionale Richtcharakteristik

Die aus Symmetriegründen am nächsten liegende Richtcharakteristik für eine zylinderkonforme Antenne ist die omnidirektionale Richtcharakteristik in der Horizontalebene ( $\vartheta = 90^\circ$ ), unter der hier eine vom azimutalen Winkel  $\phi$  unabhängige, nicht verschwindende Strahlungsleistung in dieser Ebene verstanden wird. Hierbei treten, bedingt durch konstruktive bzw. destruktive Interferenz der Anteile der einzelnen Elemente, in der Regel periodisch über den Winkel  $\phi$  verteilte, Minima und Maxima in der Charakteristik auf, wobei die Differenz zwischen Minimum und Maximum als *Ripple* bezeichnet wird. Bei einfacher Aneinanderreihung von  $N_\phi$  Elementen mit dem Abstand  $\Delta_\phi = 2\pi/N_\phi$  auf dem Umfang einer zylinderkonformen Antenne treten teilweise erhebliche, mehrere 10 dB erreichende Ripple auf [Ros94, Got95/1, Löf98/4], woraus sich zwei Fragen ergeben: Welche Anregungen sind prinzipiell zum Erreichen dieser omnidirektionalen Richtcharakteristik möglich? Gibt es weitere, über die bereits in Kapitel 6 diskutierten Einschränkungen hinausgehende Regeln für den Elementabstand  $\Delta_\phi$ , die zum Erreichen der omnidirektionalen Richtcharakteristik eingehalten werden müssen?

Das Fernfeld der zylinderkonformen Antenne kann mit (5.93) und (5.94) exakt berechnet werden. Aufgrund der Komplexität der Lösung eignet sich diese Form jedoch nur schlecht, um Antworten auf die beiden Fragen zu geben. Deshalb werden im Folgenden einige Vereinfachungen vorgenommen um prinzipielle Überlegungen und Abschätzungen durchzuführen. Diese Überlegungen beschränken sich auf die Horizontalebene ( $\vartheta = 90^\circ$ ) eines aus  $N_\phi$  Elementen, deren Position  $\phi_i = i \cdot 2\pi/N_\phi$  mit ( $i = 0, 1, \dots, N_\phi-1$ ) über den Umfang gleichverteilt ist, bestehenden zylindrischen Arrays. Zusätzlich wird die Kopplung zwischen den einzelnen Elementen vernachlässigt und die Charakteristik des Einzelements  $\underline{C}_{\text{Ele}}$  zu (8.1) vereinfacht.

$$\underline{C}_{\text{Ele}}(\phi) = \begin{cases} 1 & -\frac{\phi_{\text{HPBW}}}{2} \leq \phi \leq \frac{\phi_{\text{HPBW}}}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (8.1)$$

Damit lässt sich der, streng genommen nur für zirkular, im luftgefüllten Raum angeordnete Punktquellen verfügbare Arrayfaktor nach (8.2) [Ma74, Bal97] auch hier verwenden, sofern die Summation auf  $N = \phi_{\text{HPBW}}/(2\pi) \cdot N_\phi$  beschränkt wird.

$$\underline{C}_{\text{ges, A}}(\vec{a}, \phi) = \sum_{i=0}^N \underline{a}_i e^{j k_0 r^3 \cos(\phi - i \Delta\phi)} \quad (8.2)$$

Sowohl die Charakteristik als auch die Anregung lassen sich nun aufgrund der  $2\pi$ -Periodizität in Fourierreihen entwickeln, was hier im Falle der Anregung für Amplitude und Phase getrennt erfolgt, da die Amplitude neben der Anforderung an die Richtcharakteristik auch der Anforderung nach möglichst großer Effizienz (vgl. Abschnitt 6.1.4) genügen muss. Aus dieser Nebenbedingung folgt in Kombination mit der Symmetrie, eine konstante, winkelunabhängige Amplitudenbelegung, was auch mit der in der Literatur üblichen Praxis übereinstimmt [Ma74, Han97, Mai94]. Die Phasenvariation der Anregungskoeffizienten wird als *Anregungssequenz* bezeichnet [Abe98], wobei sich die Ordnung der Sequenz aus der Anzahl der  $2\pi$ -Variationen über dem Umfang ergibt. Die Reihenentwicklung der gewünschten Charakteristik  $\underline{C}_{\text{ges, d}}$  erfolgt mit Hilfe der *Phasenmoden*. Hierbei liefert ein Phasenmode einen Charakteristikanteil mit linearer Phase und konstantem Betrag über dem Winkel  $\phi$ , die Ordnung des Modes ergibt sich aus der Anzahl der Perioden der Phase über dem Winkelbereich von  $2\pi$ . Für kleine Kreisanordnungen kann die Anregungssequenz direkt als Approximation der Phasenmoden betrachtet werden, während für größere Radien die beiden Reihenentwicklungen differieren [Abe98]. Dieses Verfahren zeigt weiterhin, dass jede Nullstelle des Diagramms einen Phasensprung besitzt, die Anzahl der Nullstellen also direkt mit den Phasenmoden verknüpft ist. Da die hier gewünschte omnidirektionale Richtcharakteristik einen möglichst kleinen Ripple aufweisen soll, folglich auf gar keinen Fall eine Nullstelle besitzen darf, muss die Charakteristik im Wesentlichen aus dem Phasenmode nullter Ordnung bestehen, also die Anregung eine homogene Phasenbelegung besitzen.

$$\begin{aligned} \underline{C}_{\text{ges, A}}(\phi) &= \frac{2}{N_\phi} \sum_{i=1}^{\frac{N_\phi}{4}} \left[ e^{j k_0 r^3 \cos\left(\phi + (2i-1) \frac{\Delta\phi}{2}\right)} + e^{j k_0 r^3 \cos\left(\phi - (2i-1) \frac{\Delta\phi}{2}\right)} \right] \\ &= \frac{2}{N_\phi} \sum_{i=1}^{\frac{N_\phi}{4}} \cos\left(k_0 r^3 \sin(\phi) \sin\left((2i-1) \frac{\Delta\phi}{2}\right)\right) e^{j k_0 r^3 \cos(\phi) \cos\left((2i-1) \frac{\Delta\phi}{2}\right)} \end{aligned} \quad (8.3)$$

Mit dieser Anregung des Arrays kann der Arrayfaktor nach (8.2) als Funktion von  $\phi$  mit den Parametern Radius  $r^3$  und Anzahl der Elemente  $N$  bzw. dem Elementabstand  $\Delta\phi$  aufgefasst werden. Der Ripple ist dann die Amplitudenvariation dieser Funktion im Bereich  $\phi = 0 \dots 2\pi$  in Abhängigkeit von diesen Parametern. Zur Abschätzung sind weitere Vereinfachungen notwendig. Mit der Einschränkung  $\phi_{\text{HPBW}} = \pi$ , der An-

nahme symmetrisch zu  $\phi = 0^\circ$  bei  $\pm i \cdot \Delta_\phi / 2$  angeordneter Elemente sowie einer durch vier teilbaren Elementanzahl und einer Indexverschiebung erhält man die Form (8.3). Leider lässt sich auch hieraus keine einfache Dimensionierungsregel extrahieren, jedoch wird im Argument der Cosinusfunktion der Amplitude ein Trend erkennbar. Durch Minimierung des Elementabstandes  $\Delta_\phi$  kann dieses Argument verringert werden, was in der Folge zu einer Minimierung der Amplitudenschwankung führt. Simulationen mit den exakten Formeln (5.93) und (5.94) sowie praktische Aufbauten bestätigen dies [Löf98/4]. In der Praxis hat sich als Grenze, unterhalb derer der Ripple kontinuierlich abnimmt,  $\Delta_\phi \cdot r^3 < 0.7 \lambda_0$  bewährt.

### 8.3 Gerichtete Abstrahlung und Schwenken der Charakteristik

Die zweite mögliche Form des Diagramms ist die gerichtete Abstrahlung in eine bestimmte Raumrichtung  $(\vartheta_0, \phi_0)$ . Insbesondere das anschließende elektronische Schwenken dieses gerichteten Diagramms über einen großen Winkelbereich ist die große Domäne konformer Antennen. Nach einer Übersicht der häufigsten, zur Richtcharakteristiksintese konformer Antennen verwendeten Verfahren, folgt die detailliertere Beschreibung zweier ausgewählter Verfahren, der Projektionssintese und der Sintese mit Hilfe des kleinsten Fehlerquadrates. Die hier vorgestellten Algorithmen beschränken sich auf die Horizontalebene ( $\vartheta = 90^\circ$ ) eines zylindrischen Arrays mit  $N_\phi$  auf dem Umfang bei  $\phi_i = i \cdot 2\pi / N_\phi$  ( $i = 0, 1, \dots, N_\phi - 1$ ) gleichverteilten Elementen.

#### 8.3.1 Verfahren zur Belegungssintese konformer Antennen

Die regelmäßig zur Diagrammsintese bei konformen Antennen eingesetzten Verfahren [Mai94, Guy99, Han97] lassen sich in drei große Gruppen, mit einer unterschiedlichen Anzahl von Einzelverfahren, einteilen.

Die erste Gruppe umfasst analytische Sintesealgorithmen für konforme Geometrien wie Zylinder oder Kugel [Ma74, Sch98, Kno99]. Für die Anwendung dieser analytischen Verfahren ist eine Trennung von Element- und Gruppenfaktor notwendig, sodass sich hiermit nur im Vakuum befindliche, idealisierte Punktstrahler oder Stabstrahler in der orthogonal zur Stabachse liegenden Ebene berechnen lassen. Sie werden daher in Rahmen dieser Arbeit nicht weiter betrachtet.

Die zweite Gruppe basiert auf der Projektion der Belegung eines planaren Arrays, mit im Allgemeinen nicht konstantem Elementabstand, auf die gekrümmte Oberfläche ei-

nes prinzipiell beliebig geformten konformen Arrays [Mai94]. Hierdurch wird die Vielzahl von Algorithmen, die zur Synthese der Belegung planarer Antennen entwickelt wurde [Bal97, Han97], auch für konforme Geometrien nutzbar.

Die dritte Gruppe schließlich umfasst die Vielzahl an Optimierungsmethoden, die selbstverständlich auch zur Diagrammsynthese verwendet werden können [Guy99]. Bekannte Verfahren sind hier die iterative oder analytische Minimierung des Fehlerquadrates (LMS) [Got96, Löf97/3, Löf98/1, Zhe97], Verfahren aus der Theorie adaptiver Arrays z. B. unter Verwendung der Kovarianz-Matrix [Duf89], sukzessive Projektion [Pou86], genetische Algorithmen [Yeo99, Chu99] oder Simulated Annealing [Are97, Fer99]. Die Liste ist sicherlich nicht vollständig, jedoch ist den Verfahren gemein, dass sie eine Fehlerfunktion aufstellen und diese dann minimieren. In Abhängigkeit von der Rechenzeit, die der Benutzer zu investieren bereit ist, können hier auch komplexere und damit genauere Antennenmodelle mit gerichtet abstrahlenden Einzelementen, zum Teil unter Berücksichtigung der Verkopplung, verwendet werden.

### 8.3.2 Synthese durch Projektion

Die Projektionssynthese ist ein sehr einfaches Verfahren, das am besten für im Verhältnis zur Wellenlänge große Arrays geeignet ist. Das in [Mai94] beschriebene Verfahren wird hier auf gerichtet abstrahlende Einzelemente mit beliebig komplexer Richtcharakteristik erweitert. Es ist prinzipiell für beliebig konvex oder konkav geformte Oberflächen anwendbar und schlägt die Brücke zur Vielfalt der analytischen Syntheseverfahren, die für planare Antennen existieren. Der Algorithmus wird hier für eine zylinderkonforme Gruppe nach Bild 6.1 vorgestellt.

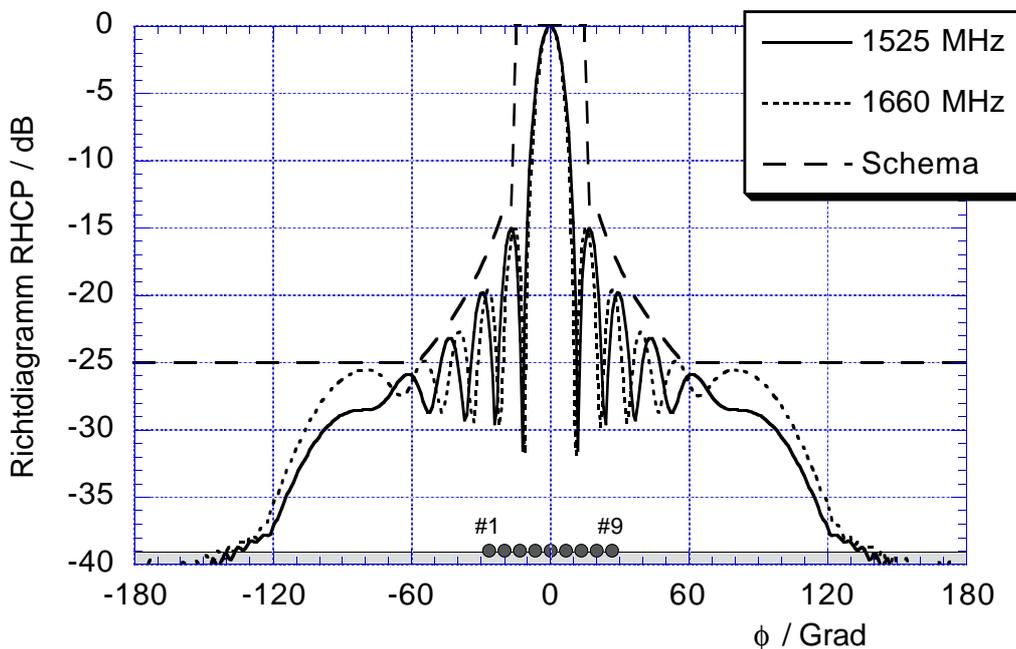
$$\underline{a}(y_i) = \underline{a}(r^3 \sin \phi_i) = \underline{a}_i \underline{C}_{\text{Ele}}(-\phi_i) e^{-jk_0 r^3 (1 - \cos \phi_i)} \quad (8.4)$$

Auf der linken Seite von Bild 6.1 ist die Gruppe mit den angedeuteten Diagrammen der Einzelemente  $\underline{C}_{\text{Ele}}(\phi)$  zu sehen, während auf der rechten Seite die gewünschte Belegung  $\underline{a}(y)$  skizziert ist. Die Referenzebene für die Phase der Gruppe wird, wie eingezeichnet, o. B. d. A. durch denjenigen Punkt der Antenne gelegt, der sich aus dem Schnittpunkt der gewünschten Hauptstrahlrichtung mit dem Radius  $r^3$  ergibt. Die Phasenreferenz (Phasenzentrum) für jedes der beteiligten Einzelemente wird zunächst im geometrischen Zentrum jedes Elements, also bei  $(r^3, \phi_i)$ , angenommen. Die Anregung des  $i$ -ten Elements  $\underline{a}_i$  ergibt sich aus der Forderung nach Gleichheit zwischen der komplexen Amplitude der planaren Belegung  $\underline{a}(y_i)$  an der projizierten Elementposition  $y_i$  (Pfeil) und der mit einem die Krümmung ausgleichenden Phasenterm

gewichteten Anregung  $\underline{a}_i$  nach (8.4). Ferner ist in (8.4) der winkelabhängige Einfluss der komplexen Einzelementcharakteristik berücksichtigt. Durch Auflösen von (8.4) nach der gesuchten Anregung  $\underline{a}_i$  erhält man (8.5), das sich weiter vereinfachen lässt, da eine feste, für alle Elemente identische Phasenverschiebung weggelassen werden kann.

$$\underline{a}_i = \frac{\underline{a}(y_i)}{\underline{C}_{\text{Ele}}(-\phi_i)} e^{jk_0 r^3 (1-\cos\phi_i)} \rightarrow \underline{a}_i = \frac{\underline{a}(y_i)}{\underline{C}_{\text{Ele}}(-\phi_i)} e^{-jk_0 r^3 \cos\phi_i} \quad (8.5)$$

Die in (8.5) beschriebene Synthese erlaubt es, den Einfluss des Einzelements sowohl durch gemessene wie auch durch berechnete Richtcharakteristiken zu berücksichtigen. Da in der Praxis zur Einbeziehung der Verkopplung in der Regel das ins Array eingebettete Einzelement vermessen wird (*embedded element pattern*), findet man das Phasenzentrum hier, genauso wie bei den mit Hilfe von (5.93) und (5.94) berechneten Charakteristiken, im geometrischen Zentrum der Gruppe, also bei  $r = 0$ . Berücksichtigt man diese Lage des Phasenzentrums, so erhält man jedoch nach Vereinfachung dasselbe Ergebnis (8.5) für die gesuchte Anregung der Elemente.



**Bild 8.1** Berechnetes Richtdiagramm eines zylinderkonformen Arrays mit  $r^3 = 1000$  mm und einer durch Projektionssynthese gewonnenen Belegung. Zusätzlich sind die Positionen der aktiven Elemente eingezeichnet

Das exakt berechnete Richtdiagramm einer durch Projektionssynthese gewonnenen Belegung ist in Bild 8.1 zu sehen. Es unterstreicht die hohe numerische Stabilität des Berechnungsverfahrens nach (5.93) und (5.94), für das hier bei  $k_0 r = 33.4$  Ordnungen bis  $m_{\max} = 60$  berücksichtigt werden. Das verwendete zylinderkonforme Array besitzt 432 Elemente, die in  $N_\phi = 54$  Spalten im Abstand von  $\Delta_\phi = 6.7^\circ$  zu je  $N_z = 8$  Elementen mit einem Abstand von  $\Delta_z = 153.5$  mm auf einem Zylinder mit  $r^0 = 935.7$  mm,  $d_1 = 45.0$  mm,  $\varepsilon_{r,1} = 1.25$ ,  $d_2 = 1.6$  mm,  $\varepsilon_{r,2} = 3.20$ ,  $d_3 = 17.7$  mm und  $\varepsilon_{r,3} = 1.25$  angeordnet sind. Zur Generierung des in Bild 8.1 dargestellten Diagramms werden lediglich 9 der 54 Spalten genutzt, was sich aus der grating-lobe-Bedingung (6.13) und dem radialen Abstand  $\Delta_\phi$  der Elemente ergibt. Um die im Toleranzschema geforderten Grenzniveaus für die Nebenzipfel einzuhalten wird hier eine cosinusförmige Belegung mit einem Sockel  $s = 0.7$  (-3.1 dB) verwendet. Zur Vereinfachung wurde bei der Projektionssynthese mit einem cosinusförmigen Elementdiagramm gerechnet, was jedoch, wie Bild 8.1 eindrucksvoll zeigt, keine negativen Auswirkungen auf die Belegung hat und damit die Robustheit dieser Methode unterstreicht.

### 8.3.3 Synthese mit Hilfe der Methode des kleinsten Fehlerquadrates

Die Synthese mit Hilfe des kleinsten Fehlerquadrates erlaubt die insbesondere für kleine Antennen wichtige Einbeziehung der Elemente auf der der Hauptstrahlrichtung abgewandten Antennenseite. Der besondere Vorteil des hier dargestellten Algorithmus [Löf98/1, Löf97/2] ist seine analytische Lösbarkeit, was zeitraubende Iterationsschleifen vermeidet. Zunächst wird nach (8.6) die von den Anregungskoeffizienten  $\underline{a}_i$  abhängige Abweichung  $\text{err}(\vec{\underline{a}})$  zwischen der tatsächlichen Gruppencharakteristik  $\underline{C}_{\text{ges},A}$  und der gewünschten Gruppencharakteristik  $\underline{C}_{\text{ges},d}$  ermittelt und minimiert. Sind bestimmte Winkelbereiche wichtiger als andere, so kann dies mit Hilfe der Gewichtsfunktion  $w(\phi)$  berücksichtigt werden.

$$\text{err}(\vec{\underline{a}}) = \int_{\phi=-\pi}^{\pi} |\underline{C}_{\text{ges},A}(\vec{\underline{a}}, \phi) - \underline{C}_{\text{ges},d}(\phi)|^2 w(\phi) d\phi \rightarrow \text{Minimum} \quad (8.6)$$

Nach Vorgabe des gewünschten Diagramms sowie der Gewichtsfunktion könnte die Gruppencharakteristik  $\underline{C}_{\text{ges},A}$  mit Hilfe von (5.93) und (5.94) berechnet werden. Zur Minimierung der Fehlerfunktion (Zielfunktion)  $\text{err}(\vec{\underline{a}})$  im  $2N_\phi$ -dimensionalen Raum muss aber für jeden veränderten Anregungsvektor  $\vec{\underline{a}}$  diese Berechnung der Gruppencharakteristik  $\underline{C}_{\text{ges},A}$  wiederholt werden. Dies ist, je nach Arraygröße und verwendeter Änderungsstrategie für die Koeffizienten (Konvergenzgeschwindigkeit) sehr re-

chenintensiv, und dauert damit in der Regel zu lange. Abhilfe schafft hier die Verwendung eines die Verkopplung beinhaltenden *embedded element Patterns*  $\underline{C}_0(\phi)$  mit Hauptstrahlrichtung  $\phi_0 = 0^\circ$ . Die Charakteristik jedes Elements kann dann durch einfache Winkelverschiebung nach (8.7), die Charakteristik des gesamten Arrays durch Summation nach (8.8) dargestellt werden.

$$\underline{C}_i = \underline{C}_0(\phi - \phi_i) \quad (8.7)$$

$$\underline{C}_{\text{ges, A}}(\vec{a}, \phi) = \sum_{i=0}^{N_\phi-1} a_i \underline{C}_i(\phi) = \sum_{i=0}^{N_\phi-1} a_i \underline{C}_0(\phi - \phi_i) \quad (8.8)$$

Durch Einsetzen von (8.8) in (8.6) erhält man so die Form (8.9) der zu minimierenden Fehlerfunktion  $\text{err}(\vec{a})$ , die zur analytischen Suche des Minimums bzgl.  $\vec{a}$  abgeleitet wird.

$$\text{err}(\vec{a}) = \int_{\phi=-\pi}^{\pi} \left| \sum_{i=0}^{N_\phi-1} a_i \underline{C}_0(\phi - \phi_i) - \underline{C}_{\text{ges, d}}(\phi) \right|^2 w(\phi) d\phi \rightarrow \text{Minimum} \quad (8.9)$$

Durch Auflösen des Betragsquadrates nach  $\underline{x} \cdot \underline{x}^* = |\underline{x}|^2$ , Vertauschen von Differentiation und Integration sowie den Rechenregeln für Funktionen mehrerer Veränderlicher erhält man als Ergebnis (8.10).

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{err}(\vec{a})}{\partial a_k} = 2 \operatorname{Re} \left\{ \int_{\phi=-\pi}^{\pi} \left[ \left( \sum_{k=0}^{N_\phi-1} \underline{C}_0(\phi - \phi_k) \right) \left( \sum_{i=0}^{N_\phi-1} a_i \underline{C}_0(\phi - \phi_i) \right)^* \dots \right. \right. \\ \left. \left. \dots - \left( \sum_{k=0}^{N_\phi-1} \underline{C}_0(\phi - \phi_k) \right) \left( \underline{C}_{\text{ges, d}}(\phi) \right)^* \right] w(\phi) d\phi \right\} \end{aligned} \quad (8.10)$$

Aus der Forderung an einen stationären Punkt lässt sich so eine Forderung für den Realteil aus (8.10) ableiten. Da für den Imaginärteil keine Forderung existiert, ist er zunächst beliebig. Die hier getroffene Wahl eines zusätzlich verschwindenden Imaginärteils führt auf die Matrixgleichung (8.11).

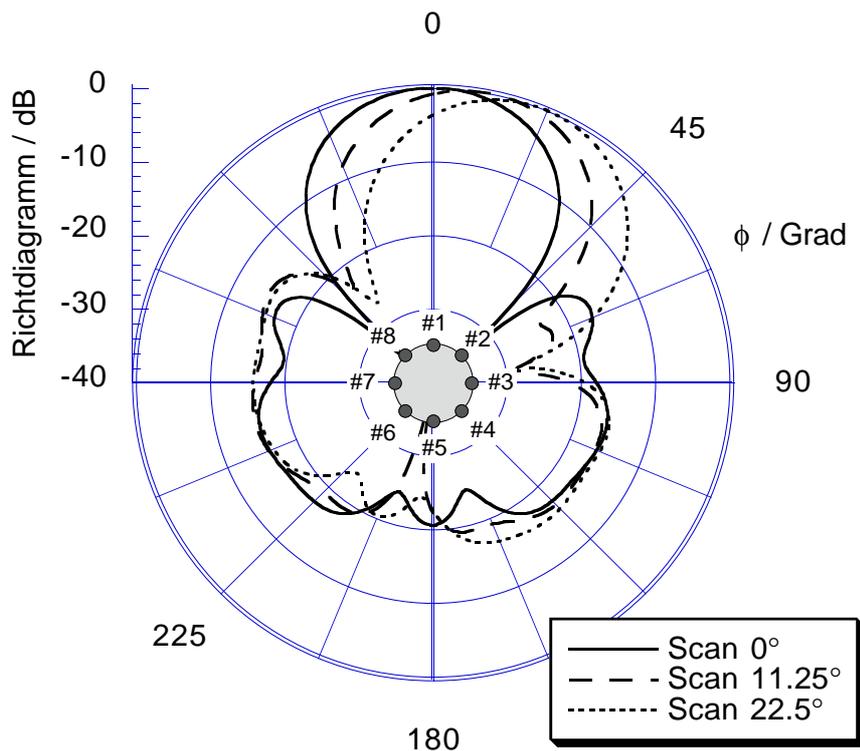
$$[\underline{A}] \vec{a} = \vec{b} \quad (8.11)$$

Die Komponenten der Matrix  $[\underline{A}]$  lassen sich nach (8.12), genauso wie die Komponenten des Vektors  $\vec{b}$  nach (8.13), sowohl im Orts- wie auch im Spektralbereich berechnen.

$$\underline{A}_{ki} = \int_{\phi} \underbrace{\underline{C}_k^*(\phi) \underline{C}_i(\phi)}_{=: \underline{S}_{ki}^*(\phi)} \underline{w}(\phi) d\phi = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{S}_{ki,m}^* \tilde{w}_m \quad (8.12)$$

$$\underline{b}_k = \int_{\phi} \underline{C}_k^*(\phi) \underbrace{\underline{C}_{\text{ges,d}}(\phi) \underline{w}(\phi)}_{=: \underline{T}(\phi)} d\phi = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{C}_{k,m}^* \tilde{T}_m = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{C}_{0,m}^* \tilde{T}_m e^{jm\phi_k} \quad (8.13)$$

Nachdem die Einzelementcharakteristik ermittelt wurde, lassen sich damit die Anregungskoeffizienten  $\underline{a}_i$  durch einfache Inversion einer  $N_{\phi} \times N_{\phi}$ -Matrix bestimmen. Die Inversion muss zudem nur einmal durchgeführt werden, wenn bei der Berechnung mehrerer Richtcharakteristiken eine konstante Gewichtsfunktion  $w(\phi)$  verwendet wird. Für zylinderkonforme Patchantennen, deren Einzelementcharakteristik nach Bild 6.2 große Ähnlichkeit mit einer Cosinusfunktion aufweist, gestaltet sich die Berechnung von (8.12) und (8.13) besonders effizient im Spektralbereich, da dort die Summe nur über wenige Komponenten zu führen ist.



**Bild 8.2** Bei Mittenfrequenz berechnete Richtdiagramme der Antenne nach Bild 1.4 mit den angegebenen Schwenk- (Scan-) Winkeln bei acht aktiven Elementen

Zur Demonstration der Leistungsfähigkeit dieses Syntheseverfahrens wurden für die in Bild 1.4 dargestellte, vertikal polarisierte Antenne Anregungen für verschiedene

Schwenkwinkel und unterschiedliche Anzahlen von aktiven Elementen bestimmt [Löf99/2, Löf98/4]. Das Array besteht aus 16 Elementen, die in  $N_\phi = 8$  Spalten im Abstand von  $\Delta_\phi = 45^\circ$  zu je  $N_z = 2$  Elementen mit einem Abstand von  $\Delta_z = 34.59$  mm ( $0.6 \lambda_0$  bei 5.2 GHz) auf einem Zylinder mit  $r^0 = 26.0$  mm,  $d_1 = 14.5$  mm,  $\epsilon_{r,1} = 1.25$ ,  $d_2 = 0.5$  mm,  $\epsilon_{r,2} = 2.20$ ,  $d_3 = 4.0$  mm und  $\epsilon_{r,3} = 1.25$  angeordnet sind.

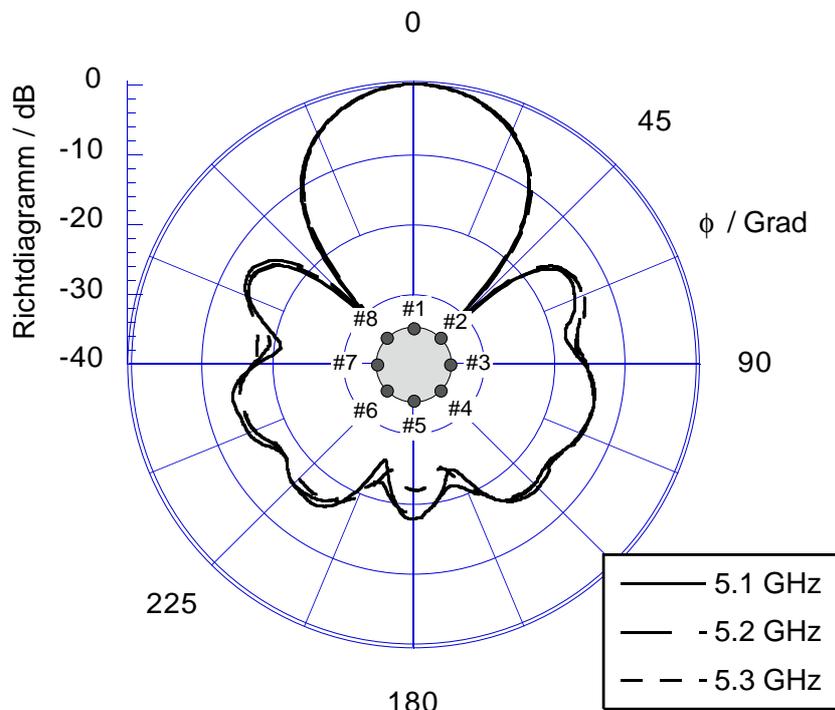


**Bild 8.3** Aufbau zur Messung der Richtcharakteristiken des Phased-Arrays nach Bild 1.4, zu erkennen ist ein 8-kanaliges Netzwerk mit mechanischen Phasenschiebern und jeweils darüber montierten einstellbaren Dämpfungsgliedern

Gezeigt wird hier der Fall mit acht aktiven Elementen und den Schwenkwinkeln  $0^\circ$ ,  $11.25^\circ$  und  $22.5^\circ$ , da sie die drei möglichen Lagen der Hauptstrahlrichtung in Bezug auf die Elementanordnung repräsentieren. Die Hauptstrahlrichtung von  $0^\circ$  liegt genau vor einem Patchelement, während sie für  $22.5^\circ$  genau zwischen zwei Elementen zu liegen kommt. Den dritten Fall, der unsymmetrisch zur Strahlverteilung liegenden Hauptstrahlrichtung, berücksichtigt  $11.25^\circ$ . Aus Symmetriegründen lässt sich jede beliebige Hauptstrahlrichtung auf eine Richtung innerhalb des Sektors zwischen  $0^\circ$  und  $22.5^\circ$  abbilden, sodass mit der Auswahl dieser Richtungen alle Fälle abgedeckt sind. Das gewünschte Diagramm wird durch eine Rechteckfunktion dargestellt, deren Wert nur in dem um die gewünschte Hauptstrahlrichtung zentrierten Fenster von Null verschieden ist. Die Breite des Fensters repräsentiert die gewünschte -6B-Breite des Diagramms, da aufgrund des verwendeten LMS-Algorithmus die synthetisierte Charakteristik das Fenster ungefähr an diesen Punkten schneidet. Als Gewichtsfunktion findet eine einfache Rechteckfunktion Verwendung, der Gewichtungsfaktor im Bereich der

Hauptstrahlrichtung liegt bei 1, während das Gewicht im restlichen Winkelbereich 10 beträgt. Bild 8.2 zeigt die berechneten Richtcharakteristiken für die drei Schwenkwinkel. Der Gewinn beträgt winkelunabhängig 13.4 dBi. Eine Reduktion der Anzahl der aktiven Elemente wirkt sich vor allem auf den Gewinn und das Niveau der Nebenzipfel aus. Die Form der Hauptkeule wird davon nur sehr wenig berührt.

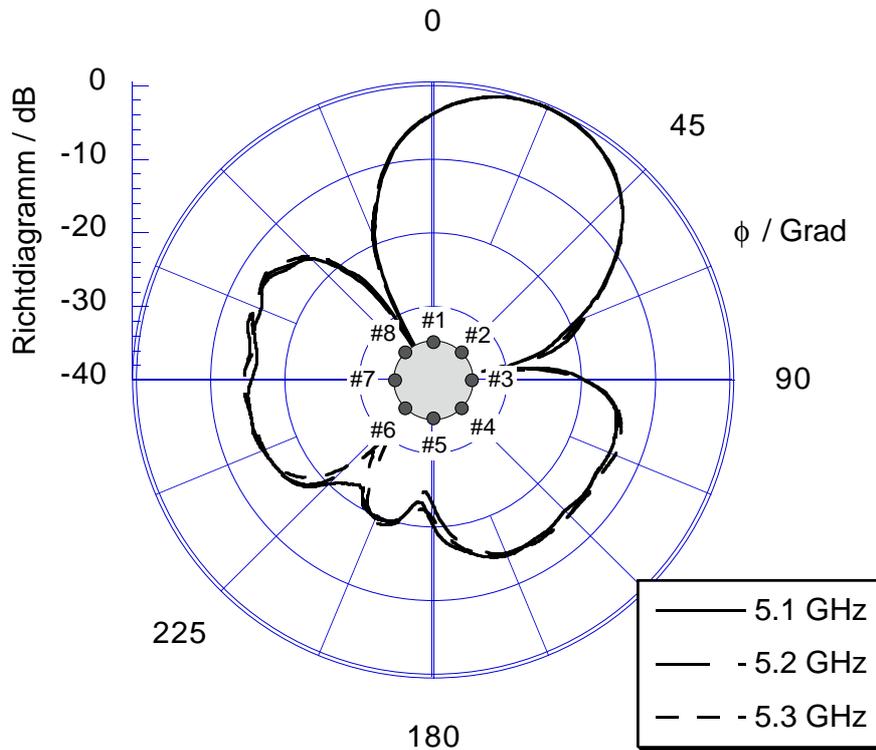
Die Messungen des Richtdiagramms wurden mit Hilfe eines aus mechanisch einstellbaren Phasenschiebern sowie mechanisch einstellbaren Dämpfungsgliedern bestehenden Netzwerks, das in Bild 8.3 in einer Halterung unterhalb der Antenne zu erkennen ist, durchgeführt. Die für die zwei Hauptstrahlrichtungen  $0^\circ$  und  $22.5^\circ$  innerhalb der Bandbreite der Antenne von 5.1 GHz bis 5.3 GHz in der Horizontalebene vermessenen Charakteristiken sind in den Bildern 8.4 und 8.5 dargestellt.



**Bild 8.4** Gemessene Richtdiagramme (Co-Polarisation an Bandgrenzen und Mittenfrequenz) der Antenne nach Bild 8.3 für einen Scan-Winkel von  $0.0^\circ$  und acht aktiven Elementen, die Kreuzpolarisation ist kleiner -29 dB

Zunächst ist, aufgrund der vergleichsweise geringen Bandbreite von 3.8%, in beiden Bildern nur eine geringe Variation der Charakteristik mit der Frequenz sowie eine sehr gute Übereinstimmung mit der bei Mittenfrequenz durchgeführten Simulation aus Bild 8.2 erkennbar. Für die Scan-Richtung von  $0^\circ$  lässt sich aus Bild 8.4 weiterhin ein Nebenzipfelniveau von unter -13 dB ablesen, die Kreuzpolarisation liegt unterhalb

-29 dB. Die Halbwertsbreite verringert sich von  $39^\circ$  bei 5.1 GHz auf  $38^\circ$  bei 5.3 GHz, was für ein angenommenes SDMA-System mit acht räumlich fest ausgerichteten Beams zu einem Gewinnverlust am Übergabepunkt von maximal 4.4 dB führen würde.



**Bild 8.5** Gemessene Richtdiagramme (Co-Polarisation an Bandgrenzen und Mittenfrequenz) der Antenne nach Bild 8.3 für einen Scan-Winkel von  $22.5^\circ$  bei acht aktiven Elementen, die Kreuzpolarisation ist kleiner -27 dB

Für dasselbe System, mit acht räumlich fest ausgerichteten Beams, führt die Wahl der Mittelposition von  $22.5^\circ$  Scan-Richtung zu kaum nennenswerten Unterschieden. Der maximale Gewinnverlust am Übergabepunkt würde hier 4.2 dB betragen, während sich die Halbwertsbreite von  $40^\circ$  bei 5.1 GHz auf  $39^\circ$  bei 5.3 GHz verringert. Die Kreuzpolarisation erreicht Werte besser -27 dB, während das Nebenzipfelniveau -13.3 dB beträgt.

## 9 Zusammenfassung

In unserer modernen Gesellschaft, die soeben die Schwelle zum 3. Jahrtausend überschreitet, wird Information immer wichtiger, sie wird inzwischen sogar als ein weiteres Grundbedürfnis des Menschen anerkannt. Gleichzeitig werden die Mitglieder dieser Gesellschaft immer mobiler, sodass riesige Datenmengen drahtlos übertragen werden müssen. Die Leistungsfähigkeit dieser Übertragungssysteme wird wesentlich durch die Antennen bestimmt, welche die Schnittstelle zwischen leitungsgebundener Elektronik im Gerät und der außerhalb liegenden Umwelt bilden. Diese Vermittlerrolle erzwingt einen an der Oberfläche des Produktes liegenden Einbauort der Antenne, was bei Verwendung klassischer Antennen unter anderem zu Problemen hinsichtlich der ansprechenden Gestaltung der Produkte führt.

Konforme Antennen stellen hier, wie auch bei der Lösung primär technisch motivierter Probleme - der Integration von Antennen für Sensorsysteme oder der Bereitstellung komplexer Bedeckungsbereiche für intelligente Antennen - *die* zukunftsweisende Lösung dar. Durch die Möglichkeit ihrer formschlüssigen Montage in problemspezifisch geformten Geometrien sind sie in der Lage, sowohl technische wie auch ästhetische Probleme in einzigartiger Weise zu lösen. Aus den vielen möglichen Strahlertypen, mit ihren unzähligen Möglichkeiten diese zu speisen, ragen die aperturgekoppelten Streifenleitungsantennen heraus, da sie aufgrund ihrer geringen Herstellungskosten allen anderen Typen weit überlegen sind und gleichzeitig sehr gute Ergebnisse hinsichtlich Bandbreite, Richtcharakteristik und Wirkungsgrad liefern.

Diese Dissertation stellt einen wesentlichen Beitrag zur Entwicklung dieser konformen Streifenleitungsantennen dar, da sie erstmalig eine umfassende Darstellung mittels Aperturkopplung gespeister zylinderkonformer Streifenleitungsantennen gibt. Die vorliegende Arbeit besitzt demnach zwei Schwerpunkte:

- die feldtheoretische Modellierung zur Analyse der Antenne sowie
- den praktischen Entwurf, die Belegungssynthese und den Aufbau der Antenne

Die feldtheoretische Beschreibung der Antennenstruktur basiert auf den Greenschen Funktionen mehrfach geschichteter Zylinder, die hier speziell für Bedürfnisse aperturgekoppelter Streifenleitungsantennen zugeschnitten werden. Zur Extraktion der

Asymptoten dieser Funktionen wird hier erstmalig ein neuartiges Verfahren eingesetzt, das eine schnelle und effiziente Berechnung der Asymptoten auch komplexer Strukturen ermöglicht. Da die Greenschen Funktionen die Struktur vollständig beschreiben, lassen sich aus ihnen die in Kapitel 4 erstmalig und umfassend dargelegten wichtigen, strukturbedingten Richtlinien zum Entwurf und der Materialauswahl ableiten.

Weiterhin bilden diese Funktionen einen zentralen Baustein im Integralgleichungssystem für die Stromverteilung, das in Kapitel 5 hergeleitet und dort auch mit Hilfe der Momentenmethode gelöst wird. Aus der so gewonnenen Stromverteilung lassen sich alle weiteren Antennengrößen ermitteln. Zur Berechnung der Eingangsimpedanz wird hier die aus der Modellierung planarer Antennen bekannte Anwendung des Reziprozitätstheorems erstmalig in das Zylinderkonforme übertragen. Das damit geschaffene neuartige Analysewerkzeug ermöglicht erstmalig die exakte Berechnung dieser Antennen. Eine messtechnische Verifikation dieses Modells ist für Einzelelemente beider Polarisierungen wie auch für eine phasengesteuerte Gruppenantenne in dieser Arbeit enthalten und zeigt die hochwertigen Lösungen des Werkzeugs.

Da der Entwurf einer Antenne in der Praxis von gegebenen Spezifikationen ausgeht, aus der Analyseaufgabe also eine Synthesaufgabe wird, sind Regeln zum Entwurf (*design-guidelines*) konformer Antennen für die Anwendung unerlässlich. Diese Arbeit enthält deshalb erstmalig umfassende und einzigartige Regeln, wie der Entwurfsingenieur aus gegebenen Anforderungen an Gewinn, Richtcharakteristik und Schwenkverhalten die Größe und insbesondere den Elementabstand einer konformen phasengesteuerten Gruppenantenne ermitteln kann. Zusätzlich können aus diesen Regeln Bedingungen extrahiert werden, die erstmalig Aussagen darüber erlauben, ob für einen gegebenen Anwendungsfall eine planare oder eine konforme Antenne besser geeignet ist.

Neben der Größe der Antenne und dem geometrischen / mechanischen Aufbau wird die Richtcharakteristik einer phasengesteuerten Gruppenantenne vom Abstand und den Anregungen der Einzelelemente bestimmt. Bei zylinderkonformen Antennen sind dann in der azimutalen Schnittebene rundstrahlende oder gerichtet abstrahlende Charakteristiken möglich. Beide Fälle werden in dieser Arbeit untersucht. So werden hier erstmalig Entwurfsregeln abgeleitet, die aus der Frage nach den Ursachen für Amplitudenvariationen in einer gewünschten omnidirektionalen Richtcharakteristik entstehen. Für die Belegungssynthese bei gerichteter Abstrahlung wird ein neuartiges Syntheseverfahren beschrieben und messtechnisch verifiziert. Der vom azimutalen

Schwenkwinkel unabhängige Gewinn zeigt hierbei die den planaren Antennen überlegene Leistungsfähigkeit einer zylinderkonformen phasengesteuerten Gruppenantenne.

Nicht zuletzt enthält diese Arbeit eine umfassende Darstellung des mechanischen Aufbaus, der Bearbeitung der Substratmaterialien und der Lösungen für Probleme, die im Rahmen der Herstellung einer zylinderkonformen Antenne auftreten und für wirtschaftliche Realisierungen gelöst werden müssen. Die vorliegende Arbeit zeigt deutlich Wege auf, wie die o. g. Probleme schon früh vor dem Aufbau erster Prototypen vermieden werden.

Mit den in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnissen ist es jetzt erstmalig möglich, aperurgekoppelte und damit breitbandige, zylinderkonforme Streifenleitungsantennen für Anwendungen in der Kommunikation und Sensorik zu entwerfen und zu analysieren.

## 10 Literatur

- [Abe98] J. Abele, "An investigation into design techniques for an omnidirectional pattern with a single steerable null, using circular arrays", *Diplomarbeit am Institut für Höchsthfrequenztechnik und Elektronik der Universität Karlsruhe in Kooperation mit der University of Pretoria, Südafrika*, 1998
- [Abr70] M. Abramowitz, I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications, New York, 1970
- [Abr84] M. Abramowitz, I. A. Stegun, *Pocketbook of Mathematical Functions*, Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt/M, 1984
- [Aic95] U. Aicher, Dornier Satellitensysteme, Friedrichshafen, Persönliche Mitteilungen
- [Ame98] G. Amendola, "Analysis of the Elliptic-Cylindrical-Rectangular Patch Antenna," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium AP-S*, Atlanta, Georgia, USA, June 21-26, 1998, pp. 1586-1589
- [And00] L. S. Andersen, Y. E. Erdemil, J. L. Volakis, "Finite printed Antenna Array Modeling using an Adaptive Multi-Resolution Approach," *Proc. 16th Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics - ACES'00*, Monterey, CA, USA, March 20-25, 2000, pp. 734-741
- [Are97] F. Ares, S.R. Rengarajan, J. A. Ferreira, A. Trastoy, "Synthesis of Antenna Patterns of Circular Arc Arrays," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium AP-S*, Montréal, Quebec, Canada, July 13-18, 1997, pp. 2248-2251
- [Aus93] B.A. Austin, R.K. Najm, "Conformal on-glass Vehicle Antennas at VHF," *Eighth International Conference on Antennas and Propagation ICAP'93*, Edinburgh, UK, March 30 - April 2, 1993, pp. 900-903
- [Bah80] I. J. Bahl, B. Bhartia, *Microstrip Antennas*, Artech House, Boston, 1980
- [Bal74] Q. Balzano, "Analysis of Periodic Arrays of Waveguide Apertures on Conducting Cylinders Covered by a Dielectric," *Special Issue on*

- Conformal Antennas, IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-22, no. 1, January 1974, pp. 25-34
- [Bal89] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, John Wiley & Sons, New York, Chichester, 1989
- [Bal97] C. A. Balanis, *Antenna Theory*, John Wiley & Sons, New York, Chichester, 1997
- [Bem95] D. J. Bem, P. Kabacik, "Microstrip Phased Array for Mobile Satellite Terminals," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium AP-S*, Newport Beach, CA, USA, June 18-23, 1995, pp. 1446-1449
- [Ber99] T. Bertuch, "Use of the Boundary Element Method for the Modelling of Arbitrarily Shaped Surfaces in Conformal Antenna Design," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium AP-S*, Orlando, FL, USA, July 11-16, 1999, pp. 2192-2195
- [Bia96] M. E. Bialkowski, S. T. Jellett, R. S. Varnes, "Electronically Steered Antenna System for the Australian Mobilesat," *IEEE Proceedings on Microwaves, Antennas and Propagation*, vol. 143, no. 4, August 1996, pp. 347-352
- [Bro89] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt/M, 1989
- [Bry92] J. A. Brytschkow, O. J. Maritschew, A. P. Prudnikow, *Tabellen unbestimmter Integrale*, Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt/M, 1992
- [Byu99] J. Byun, B. Lee, F. J. Harackiewicz, "FDTD Analysis of Mutual Coupling Between Microstrip Patch Antennas on Curved Surfaces," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium AP-S*, Orlando, FL, USA, July 11-16, 1999, pp. 886-889
- [Car79] K. R. Carver, "Practical Analytical Techniques for Microstrip Antennas," *Proceedings Workshop on Printed Circuit Antennas*, New Mexico State University, 1979, pp. 7.1-7.20
- [Cha98/1] G.-A. Chakam, "Entwicklung eines Berechnungsverfahrens zur Analyse zylinderkonformer Antennen für mobile Kommunikationssysteme", *Diplomarbeit am Institut für Höchstfrequenztechnik und Elektronik der Universität Karlsruhe*, 1998

- [Cha98/2] D. Chatterjee, R. G. Plumb, G. Prescott, "Creeping Wave Considerations in Cylindrical Microstrip Patch Arrays," *USNC/URSI Radio Science Meeting*, Atlanta, Georgia, USA, June 21-26, 1998, p. 12
- [Che96] J.-S. Chen, K.-L. Wong, "Theory and Experiment of Slot-Coupled Cylindrical Rectangular and Circular Microstrip Antennas," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium AP-S*, Baltimore, MD, USA, July 21-26, 1996, pp. 688-691
- [Chu99] Y. C. Chung, R. L. Haupt, "Adaptive Nulling with Spherical Arrays Using a Genetic Algorithm," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium AP-S*, Orlando, FL, USA, July 11-16, 1999, pp. 2000-2003
- [Cip81] F. W. Cipolla, "A 7.5-GHz Microstrip Phased Array for Aircraft-to-Satellite Communication," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-29, no. 1, January 1981, pp. 166-171
- [Col91] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, IEEE Press, New York, 1991
- [Cus75] J. T. Cushing, *Applied Analytical Mathematics for Physical Scientists*, John Wiley & Sons, New York, 1975
- [Czi96] H. Czichos, *Hütte Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften*, 30. Auflage, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 1996
- [Das91] A. Das, S. K. Das, M. S. Narasimhan, "Radiation Characteristics of Wraparound Microstrip Antenna on Spherical Body," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-39, no. 7, July 1991, pp. 1031-1034
- [Des92] J. R. Descardecı, A. J. Giarola, "Microstrip Antenna on a Conical Surface," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-40, no. 4, April 1992, pp. 460-463
- [Det00] J. Detlefsen, C. Stagl, "Modellierung der Speisung schräg abstrahlender, planarer Leckwellenantennen", *ITG-Diskussionssitzung Antennen für mobile Systeme 2000*, Starnberg, Germany, Oktober 12-13, 2000, pp. 89-92
- [Duf89] E. C. Dufort, "Pattern Synthesis Based on Adaptive Array Theory," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-37, no. 8, August 1989, pp. 1011-1018

- [Dur99] T. E. Durham, B. A. Karr, G. K. Gothard, C. G. Christodoulou, "Analysis and Design of Cavity-Backed Log Periodic Array Antenna," *USNC/URSI Radio Science Meeting*, Orlando, FL, USA, July 11-16, 1999, p. 344
- [Dwi48] H. B. Dwight, "Tables of Roots for Natural Frequencies in Coaxial Cavities," *Journal of Mathematics and Physics*, vol. 27, no. 1, 1948, pp. 84-89
- [ESA98] G. Caille, E. Vourch, M. J. Martin, J. R. Mosig, A. M. Polegre, "Conformal Array Antenna for Observation Platforms in Low Earth Orbit," *ESA - Preparing for the FUTURE*, vol. 8, no. 2, June 1998, pp. 14-15
- [Fel73] L. B. Felsen, N. Marcuvitz, *Radiation and Scattering of Waves*, Prentice Hall, New Jersey, 1973
- [Fel99] L. B. Felsen, "Parameterizing Complexity: Phase Space Dynamics," *Proc. ICEAA 99 - International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications*, Turino, Italy, September 13-17, 1999, pp. 333-340
- [Fer99] J. A. Ferreira, F. Ares, "Radiation Pattern Synthesis for Conformal Antenna Arrays," *1st European Workshop on Conformal Antennas*, Karlsruhe, Germany, October 29, 1999, pp. 88-91
- [Fub55] E. Fubini, J. McDonough, R. Malech, "Stripline Radiators," *IRE convention record*, 1955, pp. 51-55
- [Gen91] N. Geng, "Methode zur Berechnung dielektrischer Resonatoren in Mikrostreifenleitungsumgebung", *Diplomarbeit am Institut für Höchsthfrequenztechnik und Elektronik der Universität Karlsruhe*, 1991
- [Geo76] K. E. Georges, *Ausführliches Lateinisch-Deutsch Handwörterbuch*, Hahnsche Buchhandlung, Hannover, 1976
- [Ger99] G. Gerini, M. Guglielmi, T. Rozzi, L. Zapelli, "Efficient Full-Wave Analysis of Waveguide Arrays on Cylindrical Surfaces," *29th European Microwave Conference EuMC'98*, Munich, Germany, October 5-7, 1999, pp. 167-170
- [Gob74] J. F. Gobert, R. F. H. Yang, "A Theory of Antenna Array Conformal to Surfaces of Revolution," *Special Issue on Conformal Antennas, IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-22, no. 1, January 1974, pp. 87-91
- [Got95/1] G. Gottwald, "Numerische Analyse konformer Streifenleitungsantennen in mehrlagigen Zylindern mittels der Spektralbereichsmethode",

- Forschungsbericht aus dem Institut für Höchstfrequenztechnik und Elektronik der Universität Karlsruhe*, Band 9, (Dissertation), June 6, 1995
- [Got95/2] G. Gottwald, W. Wiesbeck, "Radiation Efficiency of Conformal Microstrip Antennas on Cylindrical Surfaces", *Proc. IEEE International Antennas and Propagation Symposium AP-S'95*, Newport Beach, California, USA, June 18-23, 1995, pp. 1780-1783
- [Got96] G. Gottwald, F. Rostan, W. Wiesbeck, "Fast SDMA Algorithm for Cylindrical Patch Antenna Arrays," *Proc. 26th European Microwave Conference EuMC'96*, Prague Czech Republic, September 9-12, 1996, pp. 607-609
- [Gra81] I. S. Gradshteyn, I. W. Ryzhik, *Summen-, Produkt- und Integraltafeln (Dt.-Engl.)*, Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt/M, 1981
- [Gra94] G. Grau, *Greensche Funktionen und Eigenfunktionen*, Skriptum zur Vorlesung an der Universität Karlsruhe, 1994
- [Gre74] W. S. Gregorwich, "An Electronically Despined Array Flush-Mounted on a Cylindrical Spacecraft," *Special Issue on Conformal Antennas, IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-22, no. 1, Jan. 1974, pp. 71-74
- [Gre97] W. Gregorwich, "Conformal Airborne Arrays," *IEEE Aerospace Conference*, Snowmass at Aspen, CO, USA, February 1-8, 1997, pp. 463-470
- [Gsc98/1] E. Gschwendtner, D. Löffler, W. Wiesbeck, "Konforme, halbkugelförmige Array-Antenne für mobile Nutzer zukünftiger dienstintegrierter Satellitensysteme", *ITG-Fachtagung Antennen*, München, Germany, April 21-24, 1998, pp. 117-122
- [Gsc98/2] E. Gschwendtner, D. Löffler, W. Wiesbeck, "Conformal Microstrip Antenna Array with hemispherical Coverage for mobile Users of future Satellite Systems," *EuMC'98 - 28th European Microwave Conference*, Amsterdam, Netherlands, October 6-8, 1998, vol. 1, pp. 535-539
- [Guy99] R. F. E. Guy, R. A. Lewis, P. J. Tittensor, "Conformal Phased Arrays," *1st European Workshop on Conformal Antennas*, Karlsruhe, Germany, October 29, 1999, pp. 4-7

- [Han82] R. C. Hansen, *Conformal Antenna Array, Design Handbook*, US Navy report, unclassified and unlimited, no. AD-A110091, January 1982, available through: NTIS (National Technical Information Service), 5285 Port Royal Road, Springfield, VA 22161, USA, Fax: +1 703 605 6900, Tel: +1 703 605 6000 or +1 800 553 NTIS, WWW: <http://www.ntis.gov>
- [Han97] R. C. Hansen, *Phased Array Antennas*, John Wiley & Sons, New York, Chichester, 1997
- [Har61] R. F. Harrington, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*, McGraw-Hill, New-York, Toronto, London, 1961
- [Har67] R. F. Harrington, "Matrix Method for Field Problems," *Proceedings IEEE*, vol. 55, no. 2, pp. 136-149, February 1967
- [Har68] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, Macmillan Publishing Company, New-York, 1968
- [Heb93] D. Heberling, *Konforme Microstrip Antennen*, Dissertation, RWTH Aachen, Shaker-Verlag, Aachen, 1993
- [Her96/1] A. Herschlein, G. Gottwald, W. Wiesbeck, "Die Boundary Element Methode zur Analyse konformer Streifenleitungsantennen", *ITG-Diskussionssitzung Antennen für mobile Systeme*, Starnberg, Germany, April 18-19, 1996, pp. 137-140
- [Her96/2] N. Herscovici, *CAD of Aperture-Fed Microstrip Transmission Lines and Antennas*, Artech House, Boston, London, 1996
- [Her99] E. Hermsdorff, "Theoretische und experimentelle Untersuchung der Verkopplung in zylinderkonformen Streifenleitungsantennen", *Diplomarbeit am Institut für Höchstfrequenztechnik und Elektronik der Universität Karlsruhe*, 1999
- [Hof83] R. K. Hoffmann, "Integrierte Mikrowellenschaltungen," Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 1983
- [Hol74] A. E. Holley, E. C. du Fort, R. A. Dell-Imagine, "An Electronically Scanned Beacon Antenna," *Special Issue on Conformal Antennas, IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-22, no. 1, January 1974, pp. 3-12
- [Hol00] T. R. Holzheimer, "A Conformal, Flexible, Multifunction Communications Antenna," *Proc. 16th Annual Review of Progress in Applied*

- Computational Electromagnetics - ACES'00*, Monterey, CA, USA, March 20-25, 2000, pp. 726-733
- [IRE53] "IRE Standards on Antennas and Waveguides: Definitions and Terms," *Proceedings IRE*, vol. 41, December, 1953, pp. 1721-1728
- [Ito89] T. Itoh (Ed.), *Numerical Techniques for Microwave and Millimeter-Wave passive Structures*, John Wiley & Sons, New York, Chichester, 1989
- [Jak95] U. Jakobus, *Erweiterte Momentenmethode zur Behandlung kompliziert aufgebauter und elektrisch großer elektromagnetischer Streuprobleme*, Dissertation, Universität Stuttgart, Fortschrittberichte, Reihe 21, Nr. 171, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1995
- [Jak98] U. Jakobus, F. M. Landstorfer, "Hybride Kopplung von MoM, PO und UTD zur Analyse hochfrequenter Abstrahlprobleme," *ITG-Fachtagung Antennen*, München, Germany, April 21-24, 1998, pp. 219-224
- [Jam81] J. R. James, P. S. Hall, C. Wood, *Microstrip Antenna - Theory and Design*, IEE Electromagnetic Waves Series 12, Peter Peregrinus, London, 1981
- [Jam89] J. R. James, P. S. Hall (eds.), *Handbook of Microstrip Antennas*, IEE Electromagnetic Waves Series 28, Peter Peregrinus, London, 1989
- [Jha95] R. M. Jha, W. Wiesbeck, "The Geodesic Constant Method: A novel Approach to analytical Surface-Ray Tracing on convex conducting Bodies," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-37, no. 2, April 1995, pp. 28-38
- [Joh93] R. C. Johnson (ed.), *Antenna Engineering Handbook*, 3rd edition, McGraw-Hill, New-York, St. Louis, 1993
- [Jos99] L. Josefsson, P. Persson, "Impedance and Radiation Characteristics of a Conformal Waveguide Antenna," *1st European Workshop on Conformal Antennas*, Karlsruhe, Germany, October 29, 1999, pp. 50-54
- [Kan99] N. V. Kantartzis, J. S. Juntunen, T. D. Tsiboukis, "An Enhanced Higher-Order FDTD Technique for the Construction of Efficient Reflectionless PMLs in 3-D Generalized Curvilinear Coordinate Systems," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium AP-S*, Orlando, FL, USA, July 11-16, 1999, pp. 1894-1897

- [KAT97] *Mobilfunk-Antennensysteme*, Präsentation und Referenzen der KATHREIN-Werke, Rosenheim, 1997
- [Kem99] L. C. Kempel, "Advances in Modeling Conformal Antennas on Cylinders," *USNC/URSI Radio Science Meeting*, Orlando, FL, USA, July 11-16, 1999, p. 343
- [Kil97] P.-S. Kildal, Z. Sipus, M. Johansson, "Analysis of Antennas on Curved Multilayer Structures by Using the G1DMULT Routine," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium AP-S*, Montréal, Canada, July 13-18, 1997, pp. 1492-1495
- [Kiu96] E. Kiuchi, I. Ueda, "Tactical Cylindrical Active Phased Array Radar," *1996 IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology*, Boston, MA, October 15-18, 1996, pp. 222-225
- [Kla79] E. Klatt, D. Roy, Langenscheidts Taschenwörterbuch der Englischen und Deutschen Sprache, Langenscheidt, Berlin, Wien, Zürich, 1979
- [Kna82] *Knaurs Etymologisches Lexikon*, Droemer Knaur Verlag, München, 1982
- [Kno99] P. Knott, C. v. Winterfeld, "A Polarimetric Antenna Model for Small Conformal Arrays Including Mutual Coupling Effects," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium AP-S*, Orlando, FL, USA, July 11-16, 1999, pp. 2314-2317
- [Kra88] J. D. Kraus, *Antennas*, 2nd edition, McGraw-Hill, New-York, St. Louis, 1988
- [Lee95] J. J. Lee, R. Y. Loo, S. Livingston, V. I. Jones, J. B. Lewis, Y. Huan-Wun, G. L. Tangonan, M. Wechsberg, "Photonic wideband Array Antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-43, no. 9, September 1995, pp. 966-982
- [Lo93] Y. T. Lo, S. W. Lee, *Antenna Handbook (Volume I - Volume IV)*, Chapman & Hall, New York, London, Weinheim, 1993
- [Löf97/1] D. Löffler, F. Rostan, W. Wiesbeck, "Konforme Antennenkonzepte für den Interferometriesatelliten DIVA," *DARA-ISWG-Workshop über Technologieprojekte zur Unterstützung von Weltraum-Interferometrie-Missionen*, Heidelberg, Germany, April 15-16, 1997, pp. 101-106
- [Löf97/2] D. Löffler, G. Gottwald, W. Wiesbeck, "Schneller SDMA-Algorithmus zur Richtdiagrammsynthese zylindrischer phasengesteuerter Arrays," *MIOP*

- 97 - *Microwave and Optonics*, Sindelfingen, Germany, April 22-24, 1997, pp. 226-230
- [Löf97/3] D. Löffler, F. Rostan, W. Wiesbeck, "Conformal Microstrip Patch Array for SDMA Applications," *AP-S 97 - IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, Montréal, Canada, July 13-18, 1997, pp. 1533-1536
- [Löf97/4] D. Löffler, F. Rostan, J. Xia, W. Wiesbeck, "Semi-Spherical Array for Satellite-Communication Systems using High Gain Microstrip Patch Elements," *Proc. ICEAA 97 - International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications*, Turino, Italy, September 15-18, 1997, pp. 429-432
- [Löf98/1] D. Löffler, F. Rostan, G. Gottwald, W. Wiesbeck, "Design and Measured Performance of Cylindrical Microstrip Patch Antenna Arrays for SDMA-Applications," *Frequenz*, vol. 52, no. 3-4, March/April, 1998, pp. 66-70
- [Löf98/2] D. Löffler, W. Wiesbeck, A. Wiesler, U. Bastian, S. Röser, H. Mandel, W. Seifert, S. Wagner, "High Data Rate Link from DIVA Using a Conformal Antenna," *Annual Scientific Meeting of the Astronomische Gesellschaft*, Heidelberg, Germany, September 14-19, 1998, p. 154
- [Löf98/3] D. Löffler, G. Chakam, W. Wiesbeck, "Analysis of Conformal Aperture Coupled Microstrip Patch Elements on Cylindrical Surfaces," *EuMC'98 - 28th European Microwave Conference*, Amsterdam, Netherlands, October 6-8, 1998, published in *Proc. 29th European Microwave Conference*, Munich, October 5-7, 1999, pp. 394-397
- [Löf98/4] D. Löffler, "Conformal Antenna Array on a Cylindrical Surface," *Final Study Report for ERICSSON*, Göteborg, Sweden, November 1998
- [Löf99/1] D. Löffler, W. Wiesbeck, "Conformal Aperture Coupled Microstrip Patch Antennas on Cylindrical Surfaces for Radar and SDMA Applications," *ACES'99 - 15th Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics*, Monterey, CA, USA, March 15-20, 1999, pp. 484-489
- [Löf99/2] D. Löffler, W. Wiesbeck, B. Johannisson, "Conformal Aperture Coupled Microstrip Phased Array on a Cylindrical Surface," *AP-S 99 - IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, Orlando, FL, USA, July 11-16, 1999, pp. 882-885

- [Löf99/3] D. Löffler, E. Gschwendtner, W. Wiesbeck, "Modelling of a Conformal High Gain Satellite Antenna with Full Spherical Coverage," *USNC/URSI Radio Science Meeting*, Orlando, FL, USA, July 11-16, 1999, p. 349
- [Löf99/4] D. Löffler, E. Gschwendtner, W. Wiesbeck, "Conformal High Gain Spacecraft Antenna with Full Spherical Coverage," *Proc. ICEAA 99 - International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications*, Turino, Italy, September 13-17, 1999, pp. 421-424
- [Löf99/5] D. Löffler, E. Gschwendtner, W. Wiesbeck, "Design and Measurement of Conformal Antennas on Cylindrical and Spherical Geometries," *AFRICON'99 - 5th IEEE Africon Conference*, Cape Town, South Africa, September 28 - October 1, 1999, pp. 1005-1010
- [Löf99/6] D. Löffler, W. Wiesbeck, "A Comparison of Measured Performance Data for Different Conformal Antenna Geometries," *1st European Workshop on Conformal Antennas*, Karlsruhe, Germany, October 29, 1999, pp. 42-45
- [Löf00/1] D. Löffler, J. von Hagen, W. Wiesbeck, "Coupling Phenomena in Horizontal and Vertical Polarized Aperture Coupled Patch Antennas on Cylindrical Surfaces," *ACES 2000 - 16th Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics*, Monterey, CA, USA, March 20-25, 2000, pp. 758-764
- [Löf00/2] D. Löffler, W. Wiesbeck, "Dual Polarized Elements and Mutual Coupling in Conformal Arrays on Cylindrical Surfaces," *AP2000 - Millenium Conference on Antennas and Propagation*, Davos, Switzerland, April 9-14, 2000, Abstracts Proceedings p. 296, paper no. 0322 on CD
- [Lov01] A. E. H. Love, "The Integration of the Equations of Propagation of Electric Waves," *Phil. Trans. Royal Society London, Series A*, vol. 197, 1901, pp. 1-45
- [Ma74] M. T. Ma, *Theory and Application of Antenna Arrays*, John Wiley & Sons, New York, London, 1974
- [Mac00] C. Macon, L. Kempel, K. Trott, S. Schneider, "Curvature Effects on a Conformal Log-Periodic Antenna," *Proc. 16th Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics - ACES'00*, Monterey, CA, USA, March 20-25, 2000, pp. 772-778

- [Mai94] R. J. Mailloux, *Phased Array Antenna Handbook*, Artech House, Boston, London, 1994
- [Mai99] P. M. Maier, U. Jakobus, F. M. Landstorfer, "Wrap-around Patch Antenna Array for Use with Cylindrical Surfaces," *1st European Workshop on Conformal Antennas*, Karlsruhe, Germany, October 29, 1999, pp. 40-41
- [Mar51] N. Marcuvitz (ed.), *Waveguide Handbook*, McGraw-Hill, New-York, Toronto, 1951
- [Max73] J. C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, 2 Vols., Oxford, 1873
- [Mic81] H.-J. Michel, *Zweitor-Analyse mit Leistungswellen*, B.G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1981
- [Mor53] P. A. Morse, H. Feshbach, *Methods of Theoretical Physics, Part I & II*, McGraw-Hill, New-York, St. Louis, 1953
- [Mun96] P. Munk, P. H. Pathak, "A UTD Analysis of the Radiation and mutual Coupling associated with Antennas on a smooth perfectly conducting arbitrary convex Surface with a uniform Material Coating," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium AP-S*, Baltimore, MD, USA, July 21-26, 1996, pp. 696-699
- [Nak99] K. Nakayama, T. Kawano, H. Nakano, "A Conformal Spiral Array Antenna Radiating on Omnidirectional Circularly-Polarized Wave," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium AP-S*, Orlando, FL, USA, July 11-16, 1999, pp. 894-897
- [New88] E. H. Newman, "Generation of wide-band Data from the Method of Moments by Interpolating the Impedance Matrix," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-36, no. 12, December 1988, pp. 1820-1824
- [Obe57] F. Oberhettinger, *Tabellen zur Fourier Transformation*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 1957
- [Ozd97] T. Ozdemir, J.L. Volakis, "Finite Element Analysis of doubly curved Conformal Antennas with Material Overlays," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium AP-S*, Montréal, Quebec, Canada, July 13-18, 1997, pp. 134-137
- [Pan92] S.-G. Pan, I. Wolff, "Computation of Mutual Coupling Between Slot-Coupled Microstrip Patches in a Finite Array," *IEEE Transactions on*

- Antennas and Propagation*, vol. AP-40, no. 9, September 1992, pp. 1047-1053
- [Pap92] S. Papatheodorou, J. R. Mautz, R. F. Harrington, "The Aperture Admittance of a Circumferential Slot in a Circular Waveguide," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-40, no. 2, February 1992, pp. 240-244
- [Par98] J. Parlebas, "Numerische Berechnung mehrlagiger dualer planarer Antennen mit koplanarer Speisung", *Forschungsbericht aus dem Institut für Höchstfrequenztechnik und Elektronik der Universität Karlsruhe*, Band 17, (Dissertation), February 10, 1998
- [Pat81] P. H. Pathak, N. Wang, "Ray Analysis of Mutual Coupling Between Antennas on a Convex Surface," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-29, no. 6, November 1981, pp. 911-922
- [Per96] T. S. Perry, L. Geppert, "Do portable Electronics endanger Flight", *IEEE Spectrum*, pp. 26-33, Sep. 1996
- [Per98] P. Persson, L. Josefsson, "Mutual Coupling Effects in Conformal Arrays," *Proc. EMB'98*, Linköping, Sweden, November, 1998, pp. 124-131
- [Per99] P. Persson, L. Josefsson, "Calculating the Mutual Coupling Between Apertures on Convex Cylinders Using a Hybrid UTD-MoM Method," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium AP-S*, Orlando, FL, USA, July 11-16, 1999, pp. 890-893
- [Pou86] G. T. Poulton, "Antenna Power Pattern Synthesis using Method of Successive Projection," *Electronic Letters*, vol. 22, no. 29, September 1986, pp. 1042-1043
- [Poz86] D. M. Pozar, "A Reciprocity Method of Analysis for Printed Slot and Slot-Coupled Microstrip Antennas", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 34, no. 12, December 1986, pp. 1439-1446
- [Poz95] D. M. Pozar, D. H. Schaubert, *Microstrip Antennas*, IEEE Press, Piscataway NY, 1995
- [Pre92] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, *Numerical Recipes in Fortran 77 2nd Ed.*, Cambridge University Press, Cambridge, 1992

- [Pre99] R. Pregla, "Efficient Modelling of Conformal Antennas," *1st European Workshop on Conformal Antennas*, Karlsruhe, Germany, October 29, 1999, pp. 36-39
- [Rao99] M. M. Rao, T. K. Sarkar, R. S. Adve, T. Anjali, J. F. Callejón, "Extrapolation of Electromagnetic Responses from Conducting Objects in Time and Frequency Domains," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-47, no. 10, October 1999, pp. 1964-1973
- [Rib97] J. M. Ribero, P. Pirinoli, J. P. Damiano, "Development of an Efficient Tool for the Analysis and Synthesis of a Spherical-Circular Microstrip Antenna," *Proc. ICEAA 97 - International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications*, Turino, Italy, September 15-18, 1997, pp. 297-300
- [Rog97] Rogers Corporation Fabrication Information, *Bending Etched Antenna Boards*, Rogers Corporation, Chandler, AZ 85226-3415, USA, 1997 (via <http://www.rogers-corp.com/mwu/litintbl.htm>)
- [Ros94] F. Rostan, G. Gottwald, W. Wiesbeck, "Design and Performance of Conformal Microstrip Patch Arrays on cylindrical Surfaces", *Proc. of the 24th European Microwave Conference EuMC '94*, Cannes, France, September 5-8, 1994, pp. 1756-1761
- [Ros96] F. Rostan, "Dual polarisierte Microstrip-Patch-Arrays für zukünftige satelliten-gestützte SAR-Systeme," *Forschungsbericht aus dem Institut für Höchstfrequenztechnik und Elektronik der Universität Karlsruhe*, Band 12, (Dissertation), June 25, 1996
- [Rud86] A. W. Rudge, K. Milne, A. D. Olver, P. Knight, *The Handbook of Antenna Design*, 2nd ed., IEE Electromagnetic Waves Series 15 & 16, Peter Peregrinus, London, 1986
- [San78] G. G. Sanford, "Conformal Microstrip Phased Array for Aircraft Tests with ATS-6," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-26, no. 5, September 1978, pp. 642-646
- [San94] S. Sanzgiri, W. Pottenger, D. Bostrom, D. Denniston, "Active Subarray Module Development for Ka Band Satellite Communication Systems," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium AP-S*, Seattle, WA, USA, June 20-24, 1994, pp. 860 - 863

- [Sch89] M. Schneider, *Scriptum zur Vorlesung Höhere Mathematik* an der Universität Karlsruhe, 1989
- [Sch98] O. Schmid, "Polarimetrische Diagrammsynthese für große konforme Gruppen," *ITG-Fachtagung Antennen*, München, Germany, April 21-24, 1998, pp. 105-110
- [Sch99] S. W. Schneider, J. A. Tenbarger, J. Tuss, "Conformal Loadbearing Antenna Structures," *USNC/URSI Radio Science Meeting*, Orlando, FL, USA, July 11-16, 1999, p. 342
- [Sen60] T. B. A. Senior, "Impedance Boundary Conditions for imperfectly conducting Surfaces," *Appl. Sci. Res., Section B*, vol. 8, 1960, pp. 418-436
- [Ser98] K. Sertel, J. L. Volakis, "FMM Solutions of Finite Element - Boundary Integral Implementations for Antenna Modelling Involving Curved Geometries," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium AP-S*, Atlanta, Georgia, USA, June 21-26, 1998, pp. 232-235
- [Sha74] J. Shapira, L. B. Felsen, A. Hessel, "Ray Analysis of Conformal Antenna Arrays," *Special Issue on Conformal Antennas, IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-22, no. 1, January 1974, pp. 49-63
- [She74] L. N. Shestag, "A Cylindrical Array for the TACAN System," *Special Issue on Conformal Antennas, IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-22, no. 1, January 1974, pp. 17-25
- [She99] G. Shen, Y. Chen, R. Mittra, "A Compact and Efficient Non-Uniform FDTD Maxwell Solver for the Analysis of MMICs, Scattering and Antenna Problems in Cylindrical Coordinates," *USNC/URSI Radio Science Meeting*, Orlando, FL, USA, July 11-16, 1999, p. 8
- [Sim93] K. Simonyi, *Theoretische Elektrotechnik*, 10. Auflage, Barth Verlagsgesellschaft, Leipzig, Berlin, Heidelberg, 1993
- [Sko90] M. I. Skolnik (ed.), *Radar Handbook*, 2nd edition, McGraw-Hill, New-York, St. Louis, 1990
- [Slä98] P. Slättman, *Analysis of Dipole and Patch Antennas in Cylindrical Structures*, Dissertation, Chalmers University of Technology, Göteborg, 1998
- [Soh87] E. V. Sohtell, *Microwave Antennas on Cylindrical Structures*, Dissertation, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 1987

- [Spl90] G. Splitt, *Effiziente Rechenverfahren zur Analyse von komplexen Einzel- und Gruppenantennen in Streifenleitungstechnik*, Dissertation, Deutsche Forschungsanstalt für Luft- und Raumfahrt e. V. (DLR), Oberpfaffenhofen, Köln, 1990
- [Ste77] H. Steyskal, "Analysis of Circular Waveguide Arrays on Cylinders," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-25, no. 5, September 1977, pp. 610-616
- [Sti84] E. Stirner, *Antennen* (3 Bände), Hüthig Verlag, Heidelberg, 1984
- [Stu96] C. F. Stubenrauch, A. C. Newell, A. G. Repjar, K. MacReynolds, D. T. Tamura, F. Holm Larsen, J. Lemanczyk, R. Behe, G. Portier, J. C. Zehren, H. Hollmann, J. D. Hunter, D. G. Gentle, P. M. de Vreede, "International Intercomparison of Horn Gain at X-Band, ", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, no. 10, October 1996, pp. 1367-1374
- [Stu98] W. L. Stutzman, G. A. Thiele, *Antenna Theory and Design*, 2nd edition, John Wiley & Sons, New York, Chichester, 1998
- [Tai71] C.-T. Tai, *Dyadic Green's Functions in Electromagnetic Theory*, Intext Educational Publishers, London, 1971
- [Tam91] W.-Y. Tam, K.-M. Luk, "Resonance in Spherical-Circular Microstrip Structures," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-39, no. 4, April 1991, pp. 700-704
- [Tam94] W. Y. Tam, A. K. Y. Lai, K. M. Luk, "Full Wave Analysis of aperture-coupled cylindrical rectangular Microstrip Antenna," *Electronic Letters*, vol. 30, no. 18, September, 1994, pp. 1461-1462
- [Tam98] W. Y. Tam, "Microstripline-Fed Cylindrical Slot Antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-46, no. 10, October 1998, pp. 1587-1589
- [Tar93] S. D. Targonski, D. M. Pozar, "Design of Wideband Circularly Polarized Aperture-Coupled Microstrip Antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-41, no. 2, February 1993, pp. 214-220
- [Tho97] W. Thomas, R. C. Hall, D. I. Wu, "Effects of Curvature on the fabrication of wraparound Antennas," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium AP-S*, Montréal, Quebec, Canada, July 13-18, 1997, pp. 1512-1515

- [Tho99] G. T. Thompson, J. K. Tillery, J. J. H. Wang, "Low-Cost Semi-Cylindrical Airborne Phased Array for Radar Applications using Circular-Polarization for Rain-Clutter Suppression," *USNC/URSI Radio Science Meeting*, Orlando, FL, USA, July 11-16, 1999, p. 196
- [Tra80] G. R. Traut, "Clad Laminates of PTFE Composites for Microwave Antennas," *Microwave Journal*, vol. 23, no. 11, November 1980, pp. 47-51
- [Tro00] K. D. Trott, R. D. Guidry, L. C. Kempel, "Modelling and Analysis of Wideband Conformal Antennas," *Proc. 16th Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics - ACES'00*, Monterey, CA, USA, March 20-25, 2000, pp. 765-771
- [Vil74] A. T. Villeneuve, M. C. Behnke, W. H. Kummer, "Wide-Angle Scanning of Linear Arrays Located on Cones," *Special Issue on Conformal Antennas, IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-22, no. 1, January 1974, pp. 97-103
- [Vir99] K. L. Virga, Y. Rahmat-Samii, "Efficient Wide-Band Evaluation of Mobile Communications Antennas Using [Z] or [Y] Matrix Interpolation with the Method of Moments," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-47, no. 1, January 1999, pp. 65-76
- [Vol99] J. L. Volakis, L. S. Andersen, T. F. Eibert, K. Sertel, Z. Li, "Fast Hybrid Finite Element Methods and their Applications for Conformal Antennas," *Proc. 15th Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics - ACES'99*, Monterey, CA, USA, March 15-20, 1999, pp. 250-256
- [Vou98] E. Vourch, G. Caille, M. J. Martin, J. R. Mosig, A. Martin, P. O. Iversen, "Conformal Array Antenna for LEO Observation Platforms," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium AP-S*, Atlanta, Georgia, USA, June 21-26, 1998, pp. 20-23
- [Wan96] J. J. H. Wang, J. K. Tillery, G. T. Thompson, K. E. Bohannon, R. M. Najafabadi, M. A. Acree, "A Multioctave-Band Photonicly-Controlled, Low-Profile structurally Embedded Phased Array with integrated frequency-independent Phase-Shifter," *1996 IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology*, Boston, MA, Oct. 15-18, 1996, pp. 68-73

- [War97] C. Warns, W. Menzel, "Omnidirectional Microstrip Patch Antenna for ISM Applications," *Microwave and Optronics MIOP '97*, Sindelfingen, Germany, April 22-24, 1997, pp. 222-225
- [Web96] *Merriam-Webster's Collegiate Dictionary*, Merriam-Webster, Springfield, Mass, USA, 1996
- [Won99] I. Wong, *Design of Nonplanar Microstrip Antennas and Transmission Lines*, John Wiley & Sons, New York, Chichester, 1999
- [Yeo99] B.-K. Yeo, Y. Lu, "Mutual Coupling Compensation for Circular Arrays using a Genetic Algorithm," *Proc. 15th Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics - ACES'99*, Monterey, CA, USA, March 15-20, 1999, pp. 365-370
- [Zhe97] J. Zheng, "Pattern Synthesis of Cylindrical Phased Array by Using the Method of Weighted Least Squares," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium AP-S*, Montréal, Quebeck, Canada, July 13-18, 1997, pp. 2244-2247
- [Zin95] O. Zinke, H. Brunswig, *Hochfrequenztechnik (2 Bände); Band 1: Hochfrequenzfilter, Leitungen, Antennen; Band 2: Elektronik und Signalverarbeitung*, 5. Aufl., Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New-York, 1993
- [Zür95] J.-F. Zürcher, F. E. Gardiol, *Broadband Patch Antennas*, Artech House, Boston, London, 1995

## Anhang

### A 1 Asymptoten der Greenschen Funktionen im Spektralbereich

Mit Hilfe der in Abschnitt 3.5.3 angegebenen Darstellungen der Trennschicht-Transfer-Matrizen, Schicht-Transfer-Matrizen sowie deren Inversen, lassen sich die in Tabelle A1.1 dargestellten Asymptoten der Greenschen Funktion für  $k_z \rightarrow \infty$  und / oder  $m \rightarrow \infty$  bestimmen.

Funktion	Asymptote für $k_z \rightarrow \infty$ und / oder $m \rightarrow \infty$	Bemerkung
$\underline{G}_{\text{HJ21}\phi\phi,\text{A}}$	$\sqrt{\frac{r^1}{r^2}} \frac{m \left( \frac{r^2}{r^1} \underline{\varepsilon}_{r,2} (\underline{\mu}_{r,1} + \underline{\mu}_{r,2}) - \underline{\mu}_{r,1} (\underline{\varepsilon}_{r,1} + \underline{\varepsilon}_{r,2}) \right)}{r^2 k_z \cosh(m k_z (r^2 - r^1)) (\underline{\varepsilon}_{r,1} + \underline{\varepsilon}_{r,2}) (\underline{\mu}_{r,1} + \underline{\mu}_{r,2})}$	(1)
$\underline{G}_{\text{HJ21}\phi z,\text{A}}$	$\sqrt{\frac{r^1}{r^2}} \frac{\underline{\varepsilon}_{r,2}}{\cosh(m k_z (r^2 - r^1)) (\underline{\varepsilon}_{r,1} + \underline{\varepsilon}_{r,2})}$	(1)
$\underline{G}_{\text{HJ21}z\phi,\text{A}}$	$\sqrt{\frac{r^1}{r^2}} \frac{-\underline{\mu}_{r,1}}{\cosh(m k_z (r^2 - r^1)) (\underline{\mu}_{r,1} + \underline{\mu}_{r,2})}$	(1)
$\underline{G}_{\text{HJ21}zz,\text{A}}$	0	(1)
$\underline{G}_{\text{HM22}\phi\phi,\text{A}}$	$\left( \frac{1}{\underline{\mu}_{r,2}} + \frac{1}{\underline{\mu}_{r,3}} - (r^2)^2 k_0^2 [\underline{\varepsilon}_{r,2} + \underline{\varepsilon}_{r,3}] \right) \frac{j m }{ k_z  k_0 (r^2)^2 Z_0}$	(1), (2)
$\underline{G}_{\text{HM22}\phi z,\text{A}}$	$\left( \frac{1}{\underline{\mu}_{r,2}} + \frac{1}{\underline{\mu}_{r,3}} \right) \frac{j}{k_0 r^2 Z_0} \text{sign}(m) \text{sign}(k_z)$	(1), (2)

$\underline{G}^{HM22z\phi,A}$	$\left(\frac{1}{\underline{\mu}_{r,2}} + \frac{1}{\underline{\mu}_{r,3}}\right) \frac{j}{k_0 r^2 Z_0} \text{sign}(m) \text{sign}(k_z)$	(1), (2)
$\underline{G}^{HM22zz,A}$	$\left(\frac{1}{\underline{\mu}_{r,2}} + \frac{1}{\underline{\mu}_{r,3}}\right) \frac{j  k_z }{ m  k_0 Z_0}$	(1), (2)
$\underline{G}^{EM32\phi\phi,A}$	$\frac{\sqrt{r^2} m \left( \underline{\varepsilon}_{r,3} (\underline{\mu}_{r,3} + \underline{\mu}_{r,4}) - \frac{r^3}{r^2} \underline{\mu}_{r,4} (\underline{\varepsilon}_{r,3} + \underline{\varepsilon}_{r,4}) \right)}{\sqrt{r^3} r^3 k_z \cosh(m k_z (r^3 - r^2)) (\underline{\varepsilon}_{r,3} + \underline{\varepsilon}_{r,4}) (\underline{\mu}_{r,3} + \underline{\mu}_{r,4})}$	(3)
$\underline{G}^{EM32\phi z,A}$	$\sqrt{\frac{r^2}{r^3}} \frac{-\underline{\mu}_{r,4}}{\cosh(m k_z (r^3 - r^2)) (\underline{\mu}_{r,3} + \underline{\mu}_{r,4})}$	(3)
$\underline{G}^{EM32z\phi,A}$	$\sqrt{\frac{r^2}{r^3}} \frac{\underline{\varepsilon}_{r,3}}{\cosh(m k_z (r^3 - r^2)) (\underline{\varepsilon}_{r,3} + \underline{\varepsilon}_{r,4})}$	(3)
$\underline{G}^{EM32zz,A}$	0	(3)
$\underline{G}^{HJ23\phi\phi,A}$	$\frac{\sqrt{r^3} m \left( \underline{\mu}_{r,4} (\underline{\varepsilon}_{r,3} + \underline{\varepsilon}_{r,4}) - \frac{r^2}{r^3} \underline{\varepsilon}_{r,3} (\underline{\mu}_{r,3} + \underline{\mu}_{r,4}) \right)}{\sqrt{r^2} r^2 k_z \cosh(m k_z (r^3 - r^2)) (\underline{\varepsilon}_{r,3} + \underline{\varepsilon}_{r,4}) (\underline{\mu}_{r,3} + \underline{\mu}_{r,4})}$	(3)
$\underline{G}^{HJ23\phi z,A}$	$\sqrt{\frac{r^3}{r^2}} \frac{-\underline{\varepsilon}_{r,3}}{\cosh(m k_z (r^3 - r^2)) (\underline{\varepsilon}_{r,3} + \underline{\varepsilon}_{r,4})}$	(3)
$\underline{G}^{HJ23z\phi,A}$	$\sqrt{\frac{r^3}{r^2}} \frac{\underline{\mu}_{r,4}}{\cosh(m k_z (r^3 - r^2)) (\underline{\mu}_{r,3} + \underline{\mu}_{r,4})}$	(3)
$\underline{G}^{HJ23zz,A}$	0	(3)
$\underline{G}^{EJ33\phi\phi,A}$	$\frac{j Z_0  m  \left( \underline{\mu}_{r,3} + \underline{\mu}_{r,4} - k_0^2 (r^3)^2 \underline{\mu}_{r,3} \underline{\mu}_{r,4} (\underline{\varepsilon}_{r,3} + \underline{\varepsilon}_{r,4}) \right)}{ k_z  k_0 (r^3)^2 (\underline{\varepsilon}_{r,3} + \underline{\varepsilon}_{r,4}) (\underline{\mu}_{r,3} + \underline{\mu}_{r,4})}$	(3)

$\underline{G}^{\text{EJ33}\phi z, A}$	$\frac{j Z_0}{k_0 r^3 (\underline{\epsilon}_{r,3} + \underline{\epsilon}_{r,4})} \text{sign}(m) \text{sign}(k_z)$	(3)
$\underline{G}^{\text{EJ33}z\phi, A}$	$\frac{j Z_0}{k_0 r^3 (\underline{\epsilon}_{r,3} + \underline{\epsilon}_{r,4})} \text{sign}(m) \text{sign}(k_z)$	(3)
$\underline{G}^{\text{EJ33}zz, A}$	$\frac{j Z_0  k_z }{k_0  m  (\underline{\epsilon}_{r,3} + \underline{\epsilon}_{r,4})}$	(3)

**Tabelle A1.1** Asymptoten der Greenschen Funktionen für  $k_z \rightarrow \infty$  und / oder  $m \rightarrow \infty$ ,  
Bemerkungen: (1) unabhängig von den Randbedingungen bei  $r^0$ , (2) unabhängig von den Randbedingungen bei  $r^3$ , (3) für den Fall ohne Radom sind die Parameter der Schicht  $i = 4$  ( $\epsilon_{r,4}$ ,  $\mu_{r,4}$ ) durch die Freiraumparameter ( $\epsilon_{r,a}$ ,  $\mu_{r,a}$ ) zu ersetzen

Wo immer möglich wurden die Fälle metallischer und dielektrischer Kern sowie mit oder ohne Radom zusammengefasst. Für die Extraktion der asymptotischen Darstellung hat sich das Anwenden der Identität  $\tanh(z) = \sinh(z)/\cosh(z)$  als sehr gewinnbringend erwiesen.

## A 2 Anwendung des Reziprozitätstheorems

Anders als im planaren Fall, bei dem diese Herleitung unabhängig von der Polarisation erfolgen kann [Poz86, Ros96], muss für die zylinderkonforme Antenne jede der beiden Polarisation getrennt betrachtet werden, da insbesondere die Integrationsgebiete geometrieabhängig und damit polarisationsabhängig sind.

### A 2.1 Das $\phi$ -polarisierte Patch

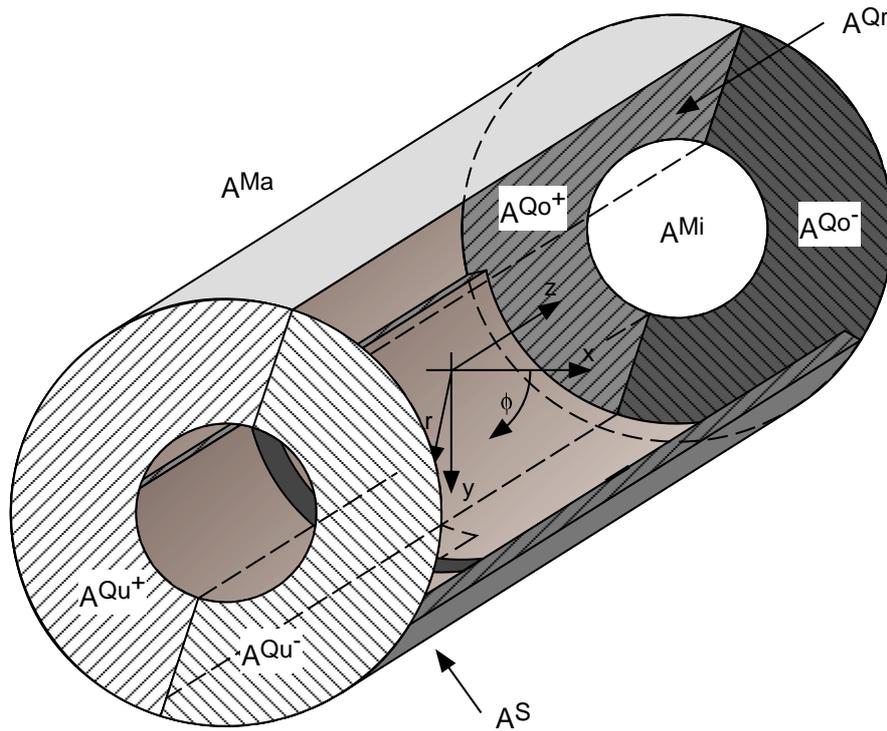
Zunächst wird das  $\phi$ -polarisierte Patch betrachtet, bei dem nach Bild A2.1 der Schlitz in  $z$ -Richtung und die Speiseleitung in  $\phi$ -Richtung verläuft. Es wird im Folgenden davon ausgegangen, dass die Streifenleitung in ihrem Grundmode betrieben wird, die sich auf der Streifenleitung ausbreitende Welle demnach Quasi-TEM-Charakter hat und nur Feldstärkekomponenten nach (5.9) besitzt [Hof83]. Die in  $+\phi$ -Richtung laufende Welle mit den Feldstärken  $\vec{E}^+$  und  $\vec{H}^+$  und die in  $-\phi$ -Richtung laufende Welle mit den Feldstärken  $\vec{E}^-$  und  $\vec{H}^-$  werden dann, nach Normierung mit (5.10), durch (5.11) beschrieben. Aufgrund der, durch den hier als infinitesimal schmal angenommenen Schlitz bei  $\phi = 0$  hervorgerufenen und als Reflektionsstelle mit dem Reflexionsfaktor  $\Gamma$  modellierbaren, Leitungsdiskontinuität, ergibt sich auf der Leitung eine resultierende Feldverteilung nach (5.12).

$$\vec{e}^S = \underline{e}_r^S \vec{e}_r + \underline{e}_\phi^S \vec{e}_\phi + \underline{e}_z^S \vec{e}_z \quad (\text{A2.1a})$$

$$\vec{h}^S = \underline{h}_r^S \vec{e}_r + \underbrace{\underline{h}_\phi^S \vec{e}_\phi}_0 + \underline{h}_z^S \vec{e}_z \quad (\text{A2.1b})$$

Das Feld im Schlitz kann durch (A2.1) beschrieben werden, wobei, aufgrund der kleinen Ausdehnung des Schlitzes in  $\phi$ -Richtung in Analogie zur Modellierung von Schlitzstrahlern in Hohlleitern nach [Poz86], die  $\phi$ -Komponente des magnetischen Feldes im Schlitz in (A2.1b) zu null gesetzt wird.

Für die Anwendung des Reziprozitätstheorems wird eine geschlossene Hüllfläche um den Zylinderbereich benötigt, die sowohl den Koppelschlitz als auch die Streifenleitung mit einschließt. Wie in Bild A2.1 skizziert, besteht diese geschlossene Hüllfläche aus insgesamt acht Teilflächen:



**Bild A2.1** Anwendung des Reziprozitätstheorems auf eine Schlitzdiskontinuität in der Massemetallisierung einer unendlich ausgedehnten, jedoch nicht geschlossenen  $\phi$ -gerichteten Streifenleitung, Integration über eine geschlossene Hüllfläche

- der äußeren Mantelfläche des Zylinders  $A^{Ma}$ , incl. der Fläche des Schlitzes  $A^S$ , bei  $r = r^2$  und  $\phi^{\text{Start}} \leq \phi \leq \phi^{\text{Stop}}$  wobei in Bild A2.1  $\phi^{\text{Start}} = -\pi$  und  $\phi^{\text{Stop}} = \pi$  gewählt wurde.
- der inneren Mantelfläche des Zylinders  $A^{Mi}$ , mit  $r^{Mi} > 0$  und  $\phi^{\text{Start}} \leq \phi \leq \phi^{\text{Stop}}$ .
- der oberen Deckelfläche des Zylinders im Leitungsbereich vor dem Schlitz  $A^{Qo^-}$ , mit  $r^{Mi} \leq r \leq r^2$  und  $\phi^{\text{Start}} \leq \phi \leq 0$ .
- der oberen Deckelfläche des Zylinders im Leitungsbereich nach dem Schlitz  $A^{Qo^+}$ , mit  $r^{Mi} \leq r \leq r^2$  und  $0 < \phi \leq \phi^{\text{Stop}}$ .
- der unteren Bodenfläche des Zylinders im Leitungsbereich vor dem Schlitz  $A^{Qu^-}$ , mit  $r^{Mi} \leq r \leq r^2$  und  $\phi^{\text{Start}} \leq \phi \leq 0$ .
- der unteren Bodenfläche des Zylinders im Leitungsbereich nach dem Schlitz  $A^{Qu^+}$ , mit  $r^{Mi} \leq r \leq r^2$  und  $0 < \phi \leq \phi^{\text{Stop}}$ .
- der Startfläche  $A^{Qr^-}$ , mit  $r^{Mi} \leq r \leq r^2$  und  $\phi = \phi^{\text{Start}}$ .
- der Endfläche  $A^{Qr^+}$ , mit  $r^{Mi} \leq r \leq r^2$  und  $\phi = \phi^{\text{Stop}}$ .

Das Reziprozitätstheorem wird nun zunächst auf das Gesamtfeld und die in positive  $\phi$ -Richtung laufende Teilwelle, in einem zweiten Schritt auf das Gesamtfeld und die in negative  $\phi$ -Richtung laufende Teilwelle angewendet.

### A 2.1.1 Anwendung des Reziprozitätstheorems auf $\vec{E}$ und $\vec{H}$ sowie $\vec{E}^+$ und $\vec{H}^+$

Das Reziprozitätstheorem [Bal89, Har61] nach (A2.2) wird zuerst auf die Gesamtfelder  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$  sowie auf die sich in  $+\phi$ -Richtung ausbreitende Teilwelle mit den Teilfeldern  $\vec{E}^+$  und  $\vec{H}^+$  nach (5.11) und (5.12) angewendet, wobei  $A$  die geschlossene Hüllfläche eines Raumbereichs darstellt, der das Gebiet des Koppelschlitzes mit einbezieht.

$$\oiint_A (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A} = \oiint_A (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A} \quad (\text{A2.2})$$

Die Integration über die geschlossene Hüllfläche erstreckt sich jeweils über die oben beschriebenen acht Teilflächen  $A^{Ma}$ ,  $A^{Mi}$ ,  $A^{Qu^-}$ ,  $A^{Qu^+}$ ,  $A^{Qo^-}$ ,  $A^{Qo^+}$ ,  $A^{Qr^-}$  und  $A^{Qr^+}$ , die in Bild A2.1 eingezeichnet sind.

#### Auswertung des linken Teils von (A2.2)

Für die linke Seite von (A2.2) ergibt sich damit die Darstellung nach (A2.3), deren Summanden nun einzeln betrachtet werden.

$$\begin{aligned} \oiint_A (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A} &= \iint_{A^{Ma}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Ma} + \iint_{A^{Mi}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Mi} + \iint_{A^{Qo^-}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Qo^-} \\ &+ \iint_{A^{Qo^+}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Qo^+} + \iint_{A^{Qu^-}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Qu^-} + \iint_{A^{Qu^+}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Qu^+} \quad (\text{A2.3}) \\ &+ \iint_{A^{Qr^-}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Qr^-} + \iint_{A^{Qr^+}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Qr^+} \end{aligned}$$

Da bei der Integration über die Metallisierungsfläche mit der Koppelapertur  $A^{Ma}$  nur im Bereich der Koppelapertur  $A^S$  eine von null verschiedene elektrische Feldstärke existiert, ergibt sich für den ersten Summanden in (A2.3) nur der Beitrag des Schlitzes nach (A2.4). Hierbei sind  $\underline{e}_z$  und  $\underline{e}_r$  jeweils die Summen aller  $z$ - bzw.  $r$ -gerichteter elektrischer Felder im Schlitz (angesetzte Felder der Leitung nach (5.9) und des Schlitzes nach (A2.1a)), während  $\underline{e}_\phi$  nur aus dem für den Schlitz nach (A2.1a) angesetzten Feld besteht. Das magnetische Feld der sich in  $+\phi$ -Richtung ausbreitenden Teilwelle  $\vec{H}^+$  besitzt gemäß (5.9b) keine  $\underline{h}_\phi$ -Anteile.

$$\begin{aligned}
\iint_{A^{Ma}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Ma} &= \iint_{A^S} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^S = \iint_{A^S} \begin{pmatrix} \underline{e}_\phi^S \underline{h}_z \\ \underline{e}_z \underline{h}_r - \underline{e}_r \underline{h}_z \\ -\underline{e}_\phi^S \underline{h}_r \end{pmatrix} e^{-jb\phi} \vec{e}_r dA^S \\
&= \iint_{A^S} \underline{e}_\phi^S \underline{h}_z e^{-jb\phi} dA^S
\end{aligned} \tag{A2.4}$$

Der Beitrag des zweiten Summanden in (A2.3) der inneren Mantelfläche  $A^{Mi}$  verschwindet gemäß (A2.5), da für  $r \rightarrow 0$  die Integrationsfläche des endlichen Integranden verschwindet.

$$\iint_{A^{Mi}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Mi} = 0 \tag{A2.5}$$

Auch die Beiträge der oberen Deckelfläche  $A^{Qo}$  nach (A2.6) und (A2.7) sowie der unteren Bodenfläche  $A^{Qu}$  nach (A2.8) und (A2.9) ergeben keinen Anteil zu (A2.3).

$$\begin{aligned}
\iint_{A^{Qo^-}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Qo^-} &= \iint_{A^{Qo^-}} (\vec{e} (e^{-jb\phi} + \underline{\Gamma} e^{+jb\phi}) \times \vec{h} e^{-jb\phi}) \vec{e}_z dA^{Qo^-} \\
&= \iint_{A^{Qo^-}} \left( (e^{-jb\phi} + \underline{\Gamma} e^{+jb\phi}) e^{-jb\phi} \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{e}_z \underline{h}_r - \underline{e}_r \underline{h}_z \\ 0 \end{pmatrix} \right) \vec{e}_z dA^{Qo^-} = 0
\end{aligned} \tag{A2.6}$$

$$\iint_{A^{Qo^+}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Qo^+} = \iint_{A^{Qo^+}} (\vec{e} \underline{T} e^{-jb\phi} \times \vec{h} e^{-jb\phi}) \vec{e}_z dA^{Qo^+} = 0 \tag{A2.7}$$

$$\iint_{A^{Qu^-}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Qu^-} = \iint_{A^{Qu^-}} (\vec{e} (e^{-jb\phi} + \underline{\Gamma} e^{+jb\phi}) \times \vec{h} e^{-jb\phi}) (-\vec{e}_z) dA^{Qu^-} = 0 \tag{A2.8}$$

$$\iint_{A^{Qu^+}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Qu^+} = \iint_{A^{Qu^+}} (\vec{e} \underline{T} e^{-jb\phi} \times \vec{h} e^{-jb\phi}) (-\vec{e}_z) dA^{Qu^+} = 0 \tag{A2.9}$$

Die Startfläche  $A^{Qr}$  hingegen liefert den nicht verschwindenden Anteil (A2.10), wobei von der Normierung (5.10) Gebrauch gemacht wurde.

$$\begin{aligned}
\iint_{A^{Qr^-}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Qr^-} &= \iint_{A^{Qr^-}} (\vec{e} (e^{-jb\phi} + \underline{\Gamma} e^{+jb\phi}) \times \vec{h} e^{-jb\phi}) (-\vec{e}_\phi) dA^{Qr^-} \\
&= -(e^{-j2b\phi} + \underline{\Gamma})
\end{aligned} \tag{A2.10}$$

Ebenso liefert auch die Endfläche  $A^{Qr^+}$  einen Anteil (A2.11), bei dessen Berechnung ebenfalls von der Normierung (5.10) Gebrauch gemacht wurde.

$$\iint_{A^{Qr^+}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Qr^+} = \iint_{A^{Qr^+}} (\vec{e}_\phi \underline{T} e^{-jb\phi} \times \vec{h} e^{-jb\phi}) \vec{e}_\phi dA^{Qr^+} = \underline{T} e^{-j2b\phi} \quad (\text{A2.11})$$

Damit erhält man als Zwischenergebnis (A2.12) für die Summe (A2.3) bzw. die linke Seite von (A2.2).

$$\oint\oint_A (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A} = \iint_{A^S} \underline{e}_\phi \underline{h}_z e^{-jb\phi} dA^S + \underline{T} e^{-j2b\phi} - (e^{-j2b\phi} + \underline{\Gamma}) \quad (\text{A2.12})$$

### Auswertung des rechten Teils von (A2.2)

Auch die Summanden der rechten Seite von (A2.2) nach (A2.13) müssen einzeln betrachtet und ausgewertet werden.

$$\begin{aligned} \oint\oint_A (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A} &= \iint_{A^{Ma}} (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A}^{Ma} + \iint_{A^{Mi}} (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A}^{Mi} + \iint_{A^{Qo^-}} (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A}^{Qo^-} \\ &+ \iint_{A^{Qo^+}} (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A}^{Qo^+} + \iint_{A^{Qu^-}} (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A}^{Qu^-} + \iint_{A^{Qu^+}} (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A}^{Qu^+} \\ &+ \iint_{A^{Qr^-}} (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A}^{Qr^-} + \iint_{A^{Qr^+}} (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A}^{Qr^+} \end{aligned} \quad (\text{A2.13})$$

Auch hier existiert bei der Integration über die Metallierungsfläche mit der Koppelapertur  $A^{Ma}$  nur im Bereich der Koppelapertur  $A^S$  eine von null verschiedene elektrische Feldstärke, woraus sich für den ersten Summanden in (A2.13) der Beitrag des Schlitzes zu (A2.14) berechnet. Hier sind  $\underline{h}_z$  und  $\underline{h}_r$  jeweils die Summen aller  $z$ - bzw.  $r$ -gerichteter magnetischer Felder im Schlitz (angesetzte Felder der Leitung nach (5.9) und des Schlitzes nach (A2.1b)), während  $\underline{h}_\phi$  weder für den Schlitz nach (A2.1b) noch für die Leitung (5.9b) existiert. Das elektrische Feld der sich in  $+\phi$ -Richtung ausbreitenden Teilwelle  $\vec{E}^+$  besitzt gemäß (5.9a) keine  $\underline{e}_\phi$ -Anteile.

$$\iint_{A^{Ma}} (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A}^{Ma} = \iint_{A^S} (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A}^S = \iint_{A^S} \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{e}_z \underline{h}_r - \underline{e}_r \underline{h}_z \\ 0 \end{pmatrix} e^{-jb\phi} \vec{e}_r dA^S = 0 \quad (\text{A2.14})$$

Ebenso wie oben verschwindet auch hier der Beitrag des Integrals über der inneren Mantelfläche  $A^{Mi}$ , dem zweiten Summanden in (A2.13), gemäß (A2.15), da für  $r \rightarrow 0$  die Integrationsfläche des endlichen Integranden verschwindet.

$$\iint_{A^{Mi}} \left( \vec{E}^+ \times \vec{H} \right) d\vec{A}^{Mi} = 0 \quad (\text{A2.15})$$

Die Beiträge der oberen Deckelfläche  $A^{Qo}$  nach (A2.16) und (A2.17) sowie der unteren Bodenfläche  $A^{Qu}$  nach (A2.18) und (A2.19) ergeben ebenfalls keinen Anteil zu (A2.13).

$$\begin{aligned} \iint_{A^{Qo^-}} \left( \vec{E}^+ \times \vec{H} \right) d\vec{A}^{Qo^-} &= \iint_{A^{Qo^-}} \left( \vec{e} e^{-jb\phi} \times \vec{h} \left( e^{-jb\phi} - \underline{\Gamma} e^{+jb\phi} \right) \right) \vec{e}_z dA^{Qo^-} \\ &= \iint_{A^{Qo^-}} \left( e^{-j2b\phi} - \underline{\Gamma} \right) \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{e}_z \underline{h}_r - \underline{e}_r \underline{h}_z \\ 0 \end{pmatrix} \vec{e}_z dA^{Qo^-} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A2.16})$$

$$\iint_{A^{Qo^+}} \left( \vec{E}^+ \times \vec{H} \right) d\vec{A}^{Qo^+} = \iint_{A^{Qo^+}} \left( \vec{e} e^{-jb\phi} \times \underline{T} \vec{h} e^{-jb\phi} \right) \vec{e}_z dA^{Qo^+} = 0 \quad (\text{A2.17})$$

$$\iint_{A^{Qu^-}} \left( \vec{E}^+ \times \vec{H} \right) d\vec{A}^{Qu^-} = \iint_{A^{Qu^-}} \left( \vec{e} e^{-jb\phi} \times \vec{h} \left( e^{-jb\phi} - \underline{\Gamma} e^{+jb\phi} \right) \right) (-\vec{e}_z) dA^{Qu^-} = 0 \quad (\text{A2.18})$$

$$\iint_{A^{Qu^+}} \left( \vec{E}^+ \times \vec{H} \right) d\vec{A}^{Qu^+} = \iint_{A^{Qu^+}} \left( \vec{e} e^{-jb\phi} \times \underline{T} \vec{h} e^{-jb\phi} \right) (-\vec{e}_z) dA^{Qu^+} = 0 \quad (\text{A2.19})$$

Die Startfläche  $A^{Qr^-}$  liefert auch hier einen nicht verschwindenden Anteil (A2.20), wobei von der Normierung (5.10) Gebrauch gemacht wurde.

$$\begin{aligned} \iint_{A^{Qr^-}} \left( \vec{E}^+ \times \vec{H} \right) d\vec{A}^{Qr^-} &= \iint_{A^{Qr^-}} \left( \vec{e} e^{-jb\phi} \times \vec{h} \left( e^{-jb\phi} - \underline{\Gamma} e^{+jb\phi} \right) \right) (-\vec{e}_\phi) dA^{Qr^-} \\ &= -(e^{-j2b\phi} - \underline{\Gamma}) \end{aligned} \quad (\text{A2.20})$$

Ebenso liefert die Endfläche  $A^{Qr^+}$  einen Anteil (A2.21), bei dessen Berechnung ebenfalls von der Normierung (5.10) Gebrauch gemacht wurde.

$$\iint_{A^{Qr^+}} \left( \vec{E}^+ \times \vec{H} \right) d\vec{A}^{Qr^+} = \iint_{A^{Qr^+}} \left( \vec{e} e^{-jb\phi} \times \underline{T} \vec{h} e^{-jb\phi} \right) \vec{e}_\phi dA^{Qr^+} = \underline{T} e^{-j2b\phi} \quad (\text{A2.21})$$

Damit erhält man als weiteres Zwischenergebnis (A2.22) für die Summe (A2.13) bzw. die rechte Seite von (A2.2).

$$\oint\oint_A \left( \vec{E}^+ \times \vec{H} \right) d\vec{A} = \underline{T} e^{-j2b\phi} - e^{-j2b\phi} + \underline{\Gamma} \quad (\text{A2.22})$$

$$\underline{\Gamma} = \frac{1}{2} \iint_{A^S} \underline{e}_\phi^S \underline{h}_z e^{-jb\phi} dA^S \quad (\text{A2.23})$$

Durch Einsetzen von (A2.12) und (A2.22) in (A2.2) erhält man (A2.23) als Ergebnis der Anwendung des Reziprozitätstheorems auf  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$  sowie  $\vec{E}^+$  und  $\vec{H}^+$ .

### A 2.1.2 Anwendung des Reziprozitätstheorems auf $\vec{E}$ und $\vec{H}$ sowie $\vec{E}^-$ und $\vec{H}^-$

In einem weiteren Schritt wird das Reziprozitätstheorem auf die Gesamtfelder  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$  sowie auf die sich in  $-\phi$ -Richtung ausbreitende Teilwelle mit den Teilfeldern  $\vec{E}^-$  und  $\vec{H}^-$  nach (5.11) und (5.12) angewendet, wobei  $A$  wieder die geschlossenen Hüllfläche eines Raumbereichs darstellt, der das Gebiet des Koppelschlitzes mit einbezieht.

$$\oint\oint_A \left( \vec{E} \times \vec{H}^- \right) d\vec{A} = \oint\oint_A \left( \vec{E}^- \times \vec{H} \right) d\vec{A} \quad (\text{A2.24})$$

Auch hier erstreckt sich die Integration über die acht Teilflächen  $A^{Ma}$ ,  $A^{Mi}$ ,  $A^{Qu^-}$ ,  $A^{Qu^+}$ ,  $A^{Qo^-}$ ,  $A^{Qo^+}$ ,  $A^{Qr^-}$  und  $A^{Qr^+}$  aus Bild A2.1.

#### Auswertung des linken Teils von (A2.24)

Für die linke Seite von (A2.24) ergibt sich damit die Darstellung nach (A2.25), deren Summanden nun einzeln betrachtet werden.

$$\begin{aligned} \oint\oint_A \left( \vec{E} \times \vec{H}^- \right) d\vec{A} &= \iint_{A^{Ma}} \left( \vec{E} \times \vec{H}^- \right) d\vec{A}^{Ma} + \iint_{A^{Mi}} \left( \vec{E} \times \vec{H}^- \right) d\vec{A}^{Mi} + \iint_{A^{Qo^-}} \left( \vec{E} \times \vec{H}^- \right) d\vec{A}^{Qo^-} \\ &+ \iint_{A^{Qo^+}} \left( \vec{E} \times \vec{H}^- \right) d\vec{A}^{Qo^+} + \iint_{A^{Qu^-}} \left( \vec{E} \times \vec{H}^- \right) d\vec{A}^{Qu^-} + \iint_{A^{Qu^+}} \left( \vec{E} \times \vec{H}^- \right) d\vec{A}^{Qu^+} \quad (\text{A2.25}) \\ &+ \iint_{A^{Qr^-}} \left( \vec{E} \times \vec{H}^- \right) d\vec{A}^{Qr^-} + \iint_{A^{Qr^+}} \left( \vec{E} \times \vec{H}^- \right) d\vec{A}^{Qr^+} \end{aligned}$$

Da bei der Integration über die Metallisierungsfläche mit der Koppelapertur  $A^{Ma}$  nur im Bereich der Koppelapertur  $A^S$  eine von null verschiedene elektrische Feldstärke existiert, ergibt sich für den ersten Summanden in (A2.25) nur der Beitrag des Schlitzes nach (A2.26). Hierbei sind  $\underline{e}_z$  und  $\underline{e}_r$  jeweils die Summen aller  $z$ - bzw.  $r$ -gerichteter

elektrischer Felder im Schlitz (angesetzte Felder der Leitung nach (5.9) und des Schlitzes nach (A2.1a)), während  $\underline{e}_\phi$  nur aus dem für den Schlitz nach (A2.1a) angesetzten Feld besteht. Das magnetische Feld der sich in  $-\phi$ -Richtung ausbreitenden Teilwelle  $\vec{H}$  besitzt gemäß (5.9b) keine  $\underline{h}_\phi$ -Anteile.

$$\begin{aligned} \iint_{A^{Ma}} (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A}^{Ma} &= \iint_{A^S} (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A}^S = \iint_{A^S} \begin{pmatrix} -\underline{e}_\phi^S \underline{h}_z \\ -\underline{e}_z \underline{h}_r + \underline{e}_r \underline{h}_z \\ \underline{e}_\phi^S \underline{h}_r \end{pmatrix} e^{+jb\phi} \underline{e}_r dA^S \\ &= -\iint_{A^S} \underline{e}_\phi^S \underline{h}_z e^{+jb\phi} dA^S \end{aligned} \quad (\text{A2.26})$$

Der Beitrag des zweiten Summanden in (A2.25) der inneren Mantelfläche  $A^{Mi}$  verschwindet gemäß (A2.27), da für  $r \rightarrow 0$  die Integrationsfläche des endlichen Integranden verschwindet.

$$\iint_{A^{Mi}} (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A}^{Mi} = 0 \quad (\text{A2.27})$$

Auch die Beiträge der oberen Deckelfläche  $A^{Qo}$  nach (A2.28) und (A2.29) sowie der unteren Bodenfläche  $A^{Qu}$  nach (A2.29) und (A2.30) ergeben keinen Anteil zu (A2.25).

$$\begin{aligned} \iint_{A^{Qo^-}} (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A}^{Qo^-} &= \iint_{A^{Qo^-}} (\underline{\vec{e}} (e^{-jb\phi} + \Gamma e^{+jb\phi}) \times (-\underline{\vec{h}}) e^{+jb\phi}) \underline{e}_z dA^{Qo^-} \\ &= -\iint_{A^{Qo^-}} \left( (1 + \Gamma e^{+j2b\phi}) \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{e}_z \underline{h}_r - \underline{e}_r \underline{h}_z \\ 0 \end{pmatrix} \right) \underline{e}_z dA^{Qo^-} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A2.28})$$

$$\iint_{A^{Qo^+}} (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A}^{Qo^+} = \iint_{A^{Qo^+}} (\underline{\vec{e}} \underline{T} e^{-jb\phi} \times (-\underline{\vec{h}}) e^{+jb\phi}) \underline{e}_z dA^{Qo^+} = 0 \quad (\text{A2.29})$$

$$\iint_{A^{Qu^-}} (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A}^{Qu^-} = \iint_{A^{Qu^-}} (\underline{\vec{e}} (e^{-jb\phi} + \Gamma e^{+jb\phi}) \times (-\underline{\vec{h}}) e^{+jb\phi}) (-\underline{e}_z) dA^{Qu^-} = 0 \quad (\text{A2.30})$$

$$\iint_{A^{Qu^+}} (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A}^{Qu^+} = \iint_{A^{Qu^+}} (\underline{\vec{e}} \underline{T} e^{-jb\phi} \times (-\underline{\vec{h}}) e^{+jb\phi}) (-\underline{e}_z) dA^{Qu^+} = 0 \quad (\text{A2.31})$$

Die Startfläche  $A^{Qr}$  hingegen liefert den nicht verschwindenden Anteil (A2.32), wobei von der Normierung (5.10) Gebrauch gemacht wurde.

$$\begin{aligned} \iint_{A^{Qr^-}} \left( \vec{E}^- \times \vec{H}^- \right) d\vec{A}^{Qr^-} &= \iint_{A^{Qr^-}} \left( \underline{\vec{e}} \left( e^{-jb\phi} + \underline{\Gamma} e^{+jb\phi} \right) \times \left( -\underline{\vec{h}} \right) e^{+jb\phi} \right) \left( -\underline{\vec{e}}_\phi \right) dA^{Qr^-} \\ &= 1 + \underline{\Gamma} e^{+j2b\phi} \end{aligned} \quad (\text{A2.32})$$

Ebenso liefert auch die Endfläche  $A^{Qr^+}$  einen Anteil (A2.33), bei dessen Berechnung ebenfalls von der Normierung (5.10) Gebrauch gemacht wurde.

$$\iint_{A^{Qr^+}} \left( \vec{E}^- \times \vec{H}^- \right) d\vec{A}^{Qr^+} = \iint_{A^{Qr^+}} \left( \underline{\vec{e}} \underline{T} e^{-jb\phi} \times \left( -\underline{\vec{h}} \right) e^{+jb\phi} \right) \underline{\vec{e}}_\phi dA^{Qr^+} = -\underline{T} \quad (\text{A2.33})$$

Damit erhält man als Zwischenergebnis (A2.34) für die Summe (A2.25) bzw. die linke Seite von (A2.24).

$$\oint\oint_A \left( \vec{E}^- \times \vec{H}^- \right) d\vec{A} = 1 + \underline{\Gamma} e^{+j2b\phi} - \underline{T} - \iint_{A^S} \underline{\vec{e}}_\phi \underline{h}_z e^{+jb\phi} dA^S \quad (\text{A2.34})$$

#### Auswertung des rechten Teils von (A2.24)

Auch die Summanden der rechten Seite von (A2.24) nach (A2.35) müssen einzeln betrachtet und ausgewertet werden.

$$\begin{aligned} \oint\oint_A \left( \vec{E}^- \times \vec{H}^- \right) d\vec{A} &= \iint_{A^{Ma}} \left( \vec{E}^- \times \vec{H}^- \right) d\vec{A}^{Ma} + \iint_{A^{Mi}} \left( \vec{E}^- \times \vec{H}^- \right) d\vec{A}^{Mi} + \iint_{A^{Qo^-}} \left( \vec{E}^- \times \vec{H}^- \right) d\vec{A}^{Qo^-} \\ &+ \iint_{A^{Qo^+}} \left( \vec{E}^- \times \vec{H}^- \right) d\vec{A}^{Qo^+} + \iint_{A^{Qr^-}} \left( \vec{E}^- \times \vec{H}^- \right) d\vec{A}^{Qr^-} + \iint_{A^{Qr^+}} \left( \vec{E}^- \times \vec{H}^- \right) d\vec{A}^{Qr^+} \quad (\text{A2.35}) \\ &+ \iint_{A^{Qr^-}} \left( \vec{E}^- \times \vec{H}^- \right) d\vec{A}^{Qr^-} + \iint_{A^{Qr^+}} \left( \vec{E}^- \times \vec{H}^- \right) d\vec{A}^{Qr^+} \end{aligned}$$

Auch hier existiert bei der Integration über die Metallisierungsfläche mit der Koppelapertur  $A^{Ma}$  nur im Bereich der Koppelapertur  $A^S$  eine von null verschiedene elektrische Feldstärke, woraus sich für den ersten Summanden in (A2.35) der Beitrag des Schlitzes zu (A2.36) berechnet. Hier sind  $\underline{h}_z$  und  $\underline{h}_r$  jeweils die Summen aller  $z$ - bzw.  $r$ -gerichteter magnetischer Felder im Schlitz (angesetzte Felder der Leitung nach (5.9) und des Schlitzes nach (A2.1b)), während  $\underline{h}_\phi$  weder für den Schlitz nach (A2.1b) noch für die Leitung (5.9b) existiert. Das elektrische Feld der sich in  $-\phi$ -Richtung ausbreitenden Teilwelle  $\vec{E}^-$  besitzt gemäß (5.9a) keine  $\underline{e}_\phi$ -Anteile.

$$\iint_{A^{Ma}} (\underline{\vec{E}}^- \times \underline{\vec{H}}) d\bar{A}^{Ma} = \iint_{A^S} (\underline{\vec{E}}^- \times \underline{\vec{H}}) d\bar{A}^S = \iint_{A^S} \begin{pmatrix} 0 \\ e_z h_r - e_r h_z \\ 0 \end{pmatrix} e^{+jb\phi} \vec{e}_r dA^S = 0 \quad (\text{A2.36})$$

Ebenso wie oben verschwindet auch hier der Beitrag des Integrals über der inneren Mantelfläche  $A^{Mi}$ , dem zweiten Summanden in (A2.35), gemäß (A2.37), da für  $r \rightarrow 0$  die Integrationsfläche des endlichen Integranden verschwindet.

$$\iint_{A^{Mi}} (\underline{\vec{E}}^- \times \underline{\vec{H}}) d\bar{A}^{Mi} = 0 \quad (\text{A2.37})$$

Die Beiträge der oberen Deckelfläche  $A^{Qo}$  nach (A2.38) und (A2.39) sowie der unteren Bodenfläche  $A^{Qu}$  nach (A2.40) und (A2.41) ergeben ebenfalls keinen Anteil zu (A2.35).

$$\begin{aligned} \iint_{A^{Qo^-}} (\underline{\vec{E}}^- \times \underline{\vec{H}}) d\bar{A}^{Qo^-} &= \iint_{A^{Qo^-}} (\vec{e} e^{+jb\phi} \times \vec{h} (e^{-jb\phi} - \underline{\Gamma} e^{+jb\phi})) \vec{e}_z dA^{Qo^-} \\ &= \iint_{A^{Qo^-}} \left( (1 - \underline{\Gamma} e^{+j2b\phi}) \begin{pmatrix} 0 \\ e_z h_r - e_r h_z \\ 0 \end{pmatrix} \right) \vec{e}_z dA^{Qo^-} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A2.38})$$

$$\iint_{A^{Qo^+}} (\underline{\vec{E}}^- \times \underline{\vec{H}}) d\bar{A}^{Qo^+} = \iint_{A^{Qo^+}} (\vec{e} e^{+jb\phi} \times \underline{T} \vec{h} e^{-jb\phi}) \vec{e}_z dA^{Qo^+} = 0 \quad (\text{A2.39})$$

$$\iint_{A^{Qu^-}} (\underline{\vec{E}}^- \times \underline{\vec{H}}) d\bar{A}^{Qu^-} = \iint_{A^{Qu^-}} (\vec{e} e^{+jb\phi} \times \vec{h} (e^{-jb\phi} - \underline{\Gamma} e^{+jb\phi})) (-\vec{e}_z) dA^{Qu^-} = 0 \quad (\text{A2.40})$$

$$\iint_{A^{Qu^+}} (\underline{\vec{E}}^- \times \underline{\vec{H}}) d\bar{A}^{Qu^+} = \iint_{A^{Qu^+}} (\vec{e} e^{+jb\phi} \times \underline{T} \vec{h} e^{-jb\phi}) (-\vec{e}_z) dA^{Qu^+} = 0 \quad (\text{A2.41})$$

Die Startfläche  $A^{Qr^-}$  liefert auch hier einen nicht verschwindenden Anteil (A2.42), wobei von der Normierung (5.10) Gebrauch gemacht wurde.

$$\begin{aligned} \iint_{A^{Qr^-}} (\underline{\vec{E}}^- \times \underline{\vec{H}}) d\bar{A}^{Qr^-} &= \iint_{A^{Qr^-}} (\vec{e} e^{+jb\phi} \times \vec{h} (e^{-jb\phi} - \underline{\Gamma} e^{+jb\phi})) (-\vec{e}_\phi) dA^{Qr^-} \\ &= \underline{\Gamma} e^{+j2b\phi} - 1 \end{aligned} \quad (\text{A2.42})$$

Ebenso liefert die Endfläche  $A^{Qr^+}$  einen Anteil (A2.43), bei dessen Berechnung ebenfalls von der Normierung (5.10) Gebrauch gemacht wurde.

$$\iint_{A^{Qr^+}} (\vec{E}^- \times \vec{H}) d\vec{A}^{Qr^+} = \iint_{A^{Qr^+}} (\vec{e} e^{+jb\phi} \times \underline{T} \vec{h} e^{-jb\phi}) \vec{e}_\phi dA^{Qr^+} = \underline{T} \quad (\text{A2.43})$$

Damit erhält man als weiteres Zwischenergebnis (A2.44) für die Summe (A2.35) bzw. die rechte Seite von (A2.24).

$$\oiint_A (\vec{E}^- \times \vec{H}) d\vec{A} = \underline{\Gamma} e^{+j2b\phi} - 1 + \underline{T} \quad (\text{A2.44})$$

$$\underline{T} = 1 - \frac{1}{2} \iint_{A^S} \underline{e}_\phi^S \underline{h}_z e^{+jb\phi} dA^S \quad (\text{A2.45})$$

Durch Einsetzen von (A2.34) und (A2.44) in (A2.24) erhält man (A2.45) als Ergebnis der Anwendung des Reziprozitätstheorems auf  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$  sowie  $\vec{E}^-$  und  $\vec{H}^-$ .

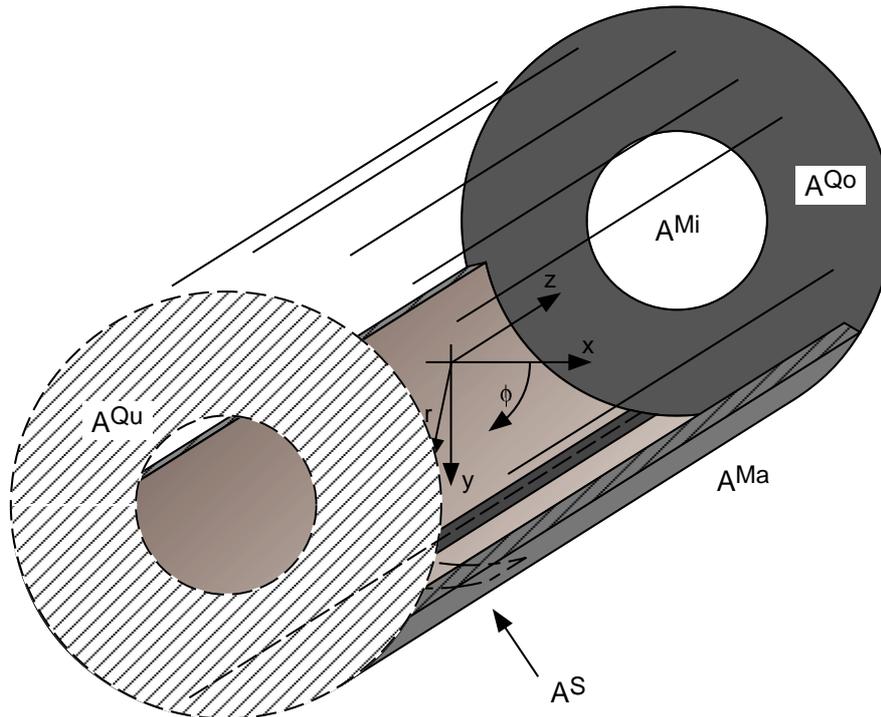
## A 2.2 Das z-polarisierte Patch

Aufgrund des unterschiedlichen Verlaufs der Streifenleitung und des Schlitzes in Bezug auf die Krümmung ist eine gesonderte Betrachtung der zweiten Polarisation erforderlich. Deshalb wird in diesem zweiten Teil das z-polarisierte Patch betrachtet, bei dem nach Bild A2.2 der Schlitz in  $\phi$ -Richtung und die Speiseleitung in z-Richtung verläuft. Es wird im Folgenden davon ausgegangen, dass sich auch auf dieser Streifenleitung eine Quasi-TEM-Welle mit Feldstärkekomponenten nach (5.22) ausbreitet. Die in +z-Richtung laufende Welle mit den Feldstärken  $\vec{E}^+$  und  $\vec{H}^+$  und die in -z-Richtung laufende Welle mit den Feldstärken  $\vec{E}^-$  und  $\vec{H}^-$  werden dann, nach Normierung mit (5.23), durch (5.24) beschrieben. Aufgrund der, durch den hier als infinitesimal schmal angenommenen Schlitz bei  $z = 0$  hervorgerufenen und als Reflektionsstelle mit dem Reflexionsfaktor  $\underline{\Gamma}$  modellierbaren Leitungsdiskontinuität, ergibt sich auf der Leitung eine resultierende Feldverteilung nach (5.25).

$$\vec{e}^S = \underline{e}_r^S \vec{e}_r + \underline{e}_\phi^S \vec{e}_\phi + \underline{e}_z^S \vec{e}_z \quad (\text{A2.46a})$$

$$\vec{h}^S = \underline{h}_r^S \vec{e}_r + \underline{h}_\phi^S \vec{e}_\phi + \underbrace{\underline{h}_z^S \vec{e}_z}_0 \quad (\text{A2.46b})$$

Das Feld im Schlitz kann durch (A2.46) beschrieben werden, wobei auch hier, aufgrund der kleinen Ausdehnung des Schlitzes in z-Richtung, eine Komponente des magnetischen Feldes im Schlitz in (A2.46b) zu null gesetzt wird.



**Bild A2.2** Anwendung des Reziprozitätstheorems auf eine Schlitzdiskontinuität in der Massemetallisierung einer unendlich ausgedehnten,  $z$ -gerichteten Streifenleitung, Integration über eine geschlossene Hüllfläche

Für die Anwendung des Reziprozitätstheorems wird hier ebenfalls eine geschlossene Hüllfläche um den Zylinderbereich benötigt, die sowohl den Koppelschlitz als auch die Streifenleitung mit einschließt. Wie in Bild A2.2 skizziert, besteht diese geschlossene Hüllfläche nun jedoch nur noch aus vier Teilflächen:

- der äußeren Mantelfläche des Zylinders  $A^{Ma}$ , incl. der Fläche des Schlitzes  $A^S$ , bei  $r = r^2$ ,
- der inneren Mantelfläche des Zylinders  $A^{Mi}$ , mit  $r^{Mi} > 0$ ,
- der oberen Deckelfläche des Zylinders im Leitungsbereich vor dem Schlitz  $A^{Qo}$ , mit  $r^{Mi} \leq r \leq r^2$  und  $z > 0$ ,
- der unteren Bodenfläche des Zylinders im Leitungsbereich vor dem Schlitz  $A^{Qu}$ , mit  $r^{Mi} \leq r \leq r^2$  und  $z < 0$ .

Das Reziprozitätstheorem wird nun analog zum  $\phi$ -polarisierten Patch zunächst auf das Gesamtfeld und die in positive  $z$ -Richtung laufende Teilwelle, in einem zweiten Schritt dann auf das Gesamtfeld und die in negative  $z$ -Richtung laufende Teilwelle angewendet.

### A 2.2.1 Anwendung des Reziprozitätstheorems auf $\vec{E}$ und $\vec{H}$ sowie $\vec{E}^+$ und $\vec{H}^+$

Das Reziprozitätstheorem wird nach (A2.47) zuerst auf die Gesamtfelder  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$  sowie auf die sich in  $+z$ -Richtung ausbreitende Teilwelle mit den Teilfeldern  $\vec{E}^+$  und  $\vec{H}^+$  nach (5.24) und (5.25) angewendet, wobei  $A$  die geschlossene Hüllfläche eines Raumbereichs darstellt, der das Gebiet des Koppelschlitzes mit einbezieht.

$$\oiint_A (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A} = \oiint_A (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A} \quad (\text{A2.47})$$

Die Integration über die geschlossene Hüllfläche erstreckt sich über die vier Teilflächen  $A^{Ma}$ ,  $A^{Mi}$ ,  $A^{Qu}$  und  $A^{Qo}$ , die in Bild A2.2 eingezeichnet sind.

#### Auswertung des linken Teils von (A2.47)

Für die linke Seite von (A2.47) ergibt sich damit die Darstellung nach (A2.48), deren Summanden nun einzeln betrachtet werden.

$$\begin{aligned} \oiint_A (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A} &= \iint_{A^{Ma}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Ma} + \iint_{A^{Mi}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Mi} \\ &\quad + \iint_{A^{Qo}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Qo} + \iint_{A^{Qu}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Qu} \end{aligned} \quad (\text{A2.48})$$

Da bei der Integration über die Metallisierungsfläche mit der Koppelapertur  $A^{Ma}$  nur im Bereich der Koppelapertur  $A^S$  eine von null verschiedene elektrische Feldstärke existiert, ergibt sich für den ersten Summanden in (A2.48) nur der Beitrag des Schlitzes nach (A2.49). Hierbei sind  $\underline{e}_r$  und  $\underline{e}_\phi$  jeweils die Summen aller  $r$ - bzw.  $\phi$ -gerichteter elektrischer Felder im Schlitz (angesetzte Felder der Leitung nach (5.22) und des Schlitzes nach (A2.46a)), während  $\underline{e}_z$  nur aus dem für den Schlitz nach (A2.46a) angesetzten Feld besteht. Das magnetische Feld der sich in  $+z$ -Richtung ausbreitenden Teilwelle  $\vec{H}^+$  besitzt gemäß (5.22b) keine  $\underline{h}_z$ -Anteile.

$$\begin{aligned} \iint_{A^{Ma}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Ma} &= \iint_{A^S} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^S = \iint_{A^S} \begin{pmatrix} -\underline{e}_z^S \underline{h}_\phi \\ \underline{e}_z^S \underline{h}_r \\ \underline{e}_r \underline{h}_\phi - \underline{e}_\phi \underline{h}_r \end{pmatrix} e^{-j\beta z} \underline{e}_r dA^S \\ &= -\iint_{A^S} \underline{e}_z^S \underline{h}_\phi e^{-j\beta z} dA^S \end{aligned} \quad (\text{A2.49})$$

Der Beitrag des zweiten Summanden in (A2.48) der inneren Mantelfläche  $A^{Mi}$  verschwindet gemäß (A2.50), da für  $r \rightarrow 0$  die Integrationsfläche des endlichen Integranden verschwindet.

$$\iint_{A^{Mi}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Mi} = 0 \quad (\text{A2.50})$$

Die obere Deckelfläche des Zylinders  $A^{Qo}$  liefert den Anteil (A2.51), wobei von der Normierung (5.23) Gebrauch gemacht wurde.

$$\iint_{A^{Qo}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Qo} = \iint_{A^{Qo}} (\vec{e}_z \underline{T} e^{-j\beta z} \times \vec{h} e^{-j\beta z}) \vec{e}_z dA^{Qo} = \underline{T} e^{-j2\beta z} \quad (\text{A2.51})$$

Ebenso liefert auch die untere Bodenfläche des Zylinders  $A^{Qu}$  einen Anteil (A2.52), bei dessen Berechnung ebenfalls von der Normierung (5.23) Gebrauch gemacht wurde.

$$\iint_{A^{Qu}} (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A}^{Qu} = \iint_{A^{Qu}} (\vec{e}_z (e^{-j\beta z} + \underline{\Gamma} e^{+j\beta z}) \times \vec{h} e^{-j\beta z}) (-\vec{e}_z) dA^{Qu} = -e^{-j2\beta z} - \underline{\Gamma} \quad (\text{A2.52})$$

Damit erhält man als Zwischenergebnis (A2.53) für die Summe (A2.48) bzw. die linke Seite von (A2.47).

$$\oint\oint_A (\vec{E} \times \vec{H}^+) d\vec{A} = \underline{T} e^{-j2\beta z} - e^{-j2\beta z} - \underline{\Gamma} - \iint_{A^S} \underline{e}_z^S \underline{h}_\phi e^{-j\beta z} dA^S \quad (\text{A2.53})$$

#### Auswertung des rechten Teils von (A2.47)

Auch die Summanden der rechten Seite von (A2.47) nach (A2.54) müssen einzeln betrachtet und ausgewertet werden.

$$\begin{aligned} \oint\oint_A (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A} &= \iint_{A^{Ma}} (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A}^{Ma} + \iint_{A^{Mi}} (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A}^{Mi} \\ &\quad + \iint_{A^{Qo}} (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A}^{Qo} + \iint_{A^{Qu}} (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A}^{Qu} \end{aligned} \quad (\text{A2.54})$$

Auch hier existiert bei der Integration über die Metallisierungsfläche mit der Koppelapertur  $A^{Ma}$  nur im Bereich der Koppelapertur  $A^S$  eine von null verschiedene elektrische Feldstärke, woraus sich für den ersten Summanden in (A2.54) der Beitrag des Schlitzes zu (A2.55) berechnet. Hier sind  $\underline{h}_r$  und  $\underline{h}_\phi$  jeweils die Summen aller  $r$ - bzw.  $\phi$ -gerichteter magnetischer Felder im Schlitz (angesetzte Felder der Leitung nach

(5.22) und des Schlitzes nach (A2.46b)), während  $\underline{h}_z$  weder für den Schlitz nach (A2.46b) noch für die Leitung (5.22b) existiert. Das elektrische Feld der sich in  $+z$ -Richtung ausbreitenden Teilwelle  $\vec{E}^+$  besitzt gemäß (5.22a) keine  $\underline{e}_z$ -Anteile.

$$\iint_{A^{Ma}} (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A}^{Ma} = \iint_{A^S} (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A}^S = \iint_{A^S} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \underline{e}_r \underline{h}_\phi - \underline{e}_\phi \underline{h}_r \end{pmatrix} e^{-j\beta z} \vec{e}_r dA^S = 0 \quad (\text{A2.55})$$

Der Beitrag des zweiten Summanden in (A2.54) der inneren Mantelfläche  $A^{Mi}$  verschwindet gemäß (A2.56), da für  $r \rightarrow 0$  die Integrationsfläche des endlichen Integranden verschwindet.

$$\iint_{A^{Mi}} (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A}^{Mi} = 0 \quad (\text{A2.56})$$

Die obere Deckelfläche des Zylinders  $A^{Qo}$  liefert den Anteil (A2.57), wobei von der Normierung (5.23) Gebrauch gemacht wurde.

$$\iint_{A^{Qo}} (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A}^{Qo} = \iint_{A^{Qo}} (\vec{e} e^{-j\beta z} \times \vec{h} \underline{T} e^{-j\beta z}) \vec{e}_z dA^{Qo} = \underline{T} e^{-j2\beta z} \quad (\text{A2.57})$$

Ebenso liefert auch die untere Bodenfläche des Zylinders  $A^{Qu}$  einen Anteil (A2.58), bei dessen Berechnung ebenfalls von der Normierung (5.23) Gebrauch gemacht wurde.

$$\iint_{A^{Qu}} (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A}^{Qu} = \iint_{A^{Qu}} (\vec{e} e^{-j\beta z} \times \vec{h} (e^{-j\beta z} - \underline{\Gamma} e^{+j\beta z})) (-\vec{e}_z) dA^{Qu} = \underline{\Gamma} - e^{-j2\beta z} \quad (\text{A2.58})$$

Damit erhält man als weiteres Zwischenergebnis (A2.59) für die Summe (A2.54) bzw. die rechte Seite von (A2.47).

$$\oint\oint_A (\vec{E}^+ \times \vec{H}) d\vec{A} = \underline{T} e^{-j2\beta z} + \underline{\Gamma} - e^{-j2\beta z} \quad (\text{A2.59})$$

$$\underline{\Gamma} = -\frac{1}{2} \iint_{A^S} \underline{e}_z^S \underline{h}_\phi e^{-j\beta z} dA^S \quad (\text{A2.60})$$

Durch Einsetzen von (A2.53) und (A2.59) in (A2.47) erhält man (A2.60) als Ergebnis der Anwendung des Reziprozitätstheorems auf  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$  sowie  $\vec{E}^+$  und  $\vec{H}^+$ .

### A 2.2.2 Anwendung des Reziprozitätstheorems auf $\vec{E}$ und $\vec{H}$ sowie $\vec{E}^-$ und $\vec{H}^-$

In einem weiteren Schritt wird das Reziprozitätstheorem auf die Gesamtfelder  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$  sowie auf die sich in  $-z$ -Richtung ausbreitende Teilwelle mit den Teilfeldern  $\vec{E}^-$  und  $\vec{H}^-$  nach (5.24) und (5.25) angewendet, wobei  $A$  wieder die geschlossene Hüllfläche eines Raumbereichs darstellt, der das Gebiet des Koppelschlitzes mit einbezieht.

$$\oiint_A (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A} = \oiint_A (\vec{E}^- \times \vec{H}) d\vec{A} \quad (\text{A2.61})$$

Auch hier erstreckt sich die Integration über die vier Teilflächen  $A^{Ma}$ ,  $A^{Mi}$ ,  $A^{Qu}$  und  $A^{Qo}$  aus Bild A2.2.

#### Auswertung des linken Teils von (A2.61)

Für die linke Seite von (A2.61) ergibt sich damit die Darstellung nach (A2.62), deren Summanden nun einzeln betrachtet werden.

$$\begin{aligned} \oiint_A (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A} &= \iint_{A^{Ma}} (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A}^{Ma} + \iint_{A^{Mi}} (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A}^{Mi} \\ &\quad + \iint_{A^{Qo}} (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A}^{Qo} + \iint_{A^{Qu}} (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A}^{Qu} \end{aligned} \quad (\text{A2.62})$$

Da bei der Integration über die Metallisierungsfläche mit der Koppelapertur  $A^{Ma}$  nur im Bereich der Koppelapertur  $A^S$  eine von null verschiedene elektrische Feldstärke existiert, ergibt sich für den ersten Summanden in (A2.62) nur der Beitrag des Schlitzes nach (A2.63). Hierbei sind  $\underline{e}_r$  und  $\underline{e}_\phi$  jeweils die Summen aller  $r$ - bzw.  $\phi$ -gerichteter elektrischer Felder im Schlitz (angesetzte Felder der Leitung nach (5.22) und des Schlitzes nach (A2.46a)), während  $\underline{e}_z$  nur aus dem für den Schlitz nach (A2.46a) angesetzten Feld besteht. Das magnetische Feld der sich in  $-z$ -Richtung ausbreitenden Teilwelle  $\vec{H}^-$  besitzt gemäß (5.22b) keine  $\underline{h}_z$ -Anteile.

$$\begin{aligned} \iint_{A^{Ma}} (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A}^{Ma} &= \iint_{A^S} (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A}^S = \iint_{A^S} \begin{pmatrix} \underline{e}_z^S \underline{h}_\phi \\ -\underline{e}_z^S \underline{h}_r \\ \underline{e}_\phi \underline{h}_r - \underline{e}_r \underline{h}_\phi \end{pmatrix} e^{+j\beta z} \bar{e}_r dA^S \\ &= \iint_{A^S} \underline{e}_z^S \underline{h}_\phi e^{+j\beta z} dA^S \end{aligned} \quad (\text{A2.63})$$

Der Beitrag des zweiten Summanden in (A2.62) der inneren Mantelfläche  $A^{Mi}$  verschwindet gemäß (A2.64), da für  $r \rightarrow 0$  die Integrationsfläche des endlichen Integranden verschwindet.

$$\iint_{A^{Mi}} (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A}^{Mi} = 0 \quad (\text{A2.64})$$

Die obere Deckelfläche des Zylinders  $A^{Qo}$  liefert den Anteil (A2.65), wobei von der Normierung (5.23) Gebrauch gemacht wurde.

$$\iint_{A^{Qo}} (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A}^{Qo} = \iint_{A^{Qo}} (\vec{e} \underline{T} e^{-j\beta z} \times (-\vec{h}) e^{+j\beta z}) \vec{e}_z dA^{Qo} = -\underline{T} \quad (\text{A2.65})$$

Ebenso liefert auch die untere Bodenfläche des Zylinders  $A^{Qu}$  einen Anteil (A2.66), bei dessen Berechnung ebenfalls von der Normierung (5.23) Gebrauch gemacht wurde.

$$\iint_{A^{Qu}} (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A}^{Qu} = \iint_{A^{Qu}} (\vec{e} (e^{-j\beta z} + \underline{\Gamma} e^{+j\beta z}) \times (-\vec{h}) e^{+j\beta z}) (-\vec{e}_z) dA^{Qu} = 1 + \underline{\Gamma} e^{+j2\beta z} \quad (\text{A2.66})$$

Damit erhält man als Zwischenergebnis (A2.67) für die Summe (A2.62) bzw. die linke Seite von (A2.61).

$$\oint\oint_A (\vec{E} \times \vec{H}^-) d\vec{A} = 1 + \underline{\Gamma} e^{+j2\beta z} - \underline{T} + \iint_{A^S} \vec{e}_z \underline{h}_\phi e^{+j\beta z} dA^S \quad (\text{A2.67})$$

#### Auswertung des rechten Teils von (A2.61)

Auch die Summanden der rechten Seite von (A2.61) nach (A2.68) müssen einzeln betrachtet und ausgewertet werden.

$$\begin{aligned} \oint\oint_A (\vec{E}^- \times \vec{H}) d\vec{A} &= \iint_{A^{Ma}} (\vec{E}^- \times \vec{H}) d\vec{A}^{Ma} + \iint_{A^{Mi}} (\vec{E}^- \times \vec{H}) d\vec{A}^{Mi} \\ &\quad + \iint_{A^{Qo}} (\vec{E}^- \times \vec{H}) d\vec{A}^{Qo} + \iint_{A^{Qu}} (\vec{E}^- \times \vec{H}) d\vec{A}^{Qu} \end{aligned} \quad (\text{A2.68})$$

Auch hier existiert bei der Integration über die Metallisierungsfläche mit der Koppelapertur  $A^{Ma}$  nur im Bereich der Koppelapertur  $A^S$  eine von null verschiedene elektrische Feldstärke, woraus sich für den ersten Summanden in (A2.68) der Beitrag des Schlitzes zu (A2.69) berechnet. Hier sind  $\underline{h}_r$  und  $\underline{h}_\phi$  jeweils die Summen aller  $r$ - bzw.  $\phi$ -gerichteter magnetischer Felder im Schlitz (angesetzte Felder der Leitung nach

(5.22) und des Schlitzes nach (A2.46b)), während  $\underline{h}_z$  weder für den Schlitz nach (A2.46b) noch für die Leitung (5.22b) existiert. Das elektrische Feld der sich in  $-z$ -Richtung ausbreitenden Teilwelle  $\vec{E}^-$  besitzt gemäß (5.22a) keine  $\underline{e}_z$ -Anteile.

$$\iint_{A^{Ma}} (\vec{E}^- \times \vec{H}) d\vec{A}^{Ma} = \iint_{A^S} (\vec{E}^- \times \vec{H}) d\vec{A}^S = \iint_{A^S} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \underline{e}_r \underline{h}_\phi - \underline{e}_\phi \underline{h}_r \end{pmatrix} e^{+j\beta z} \underline{e}_r dA^S = 0 \quad (\text{A2.69})$$

Der Beitrag des zweiten Summanden in (A2.68) der inneren Mantelfläche  $A^{Mi}$  verschwindet gemäß (A2.70), da für  $r \rightarrow 0$  die Integrationsfläche des endlichen Integranden verschwindet.

$$\iint_{A^{Mi}} (\vec{E}^- \times \vec{H}) d\vec{A}^{Mi} = 0 \quad (\text{A2.70})$$

Die obere Deckelfläche des Zylinders  $A^{Qo}$  liefert den Anteil (A2.71), wobei von der Normierung (5.23) Gebrauch gemacht wurde.

$$\iint_{A^{Qo}} (\vec{E}^- \times \vec{H}) d\vec{A}^{Qo} = \iint_{A^{Qo}} (\underline{\vec{e}} e^{+j\beta z} \times \underline{T} \underline{\vec{h}} e^{-j\beta z}) \underline{e}_z dA^{Qo} = \underline{T} \quad (\text{A2.71})$$

Ebenso liefert auch die untere Bodenfläche des Zylinders  $A^{Qu}$  einen Anteil (A2.72), bei dessen Berechnung ebenfalls von der Normierung (5.23) Gebrauch gemacht wurde.

$$\iint_{A^{Qu}} (\vec{E}^- \times \vec{H}) d\vec{A}^{Qu} = \iint_{A^{Qu}} (\underline{\vec{e}} e^{+j\beta z} \times \underline{\vec{h}} (e^{-j\beta z} - \underline{\Gamma} e^{+j\beta z})) (-\underline{e}_z) dA^{Qu} = \underline{\Gamma} e^{+j2\beta z} - 1 \quad (\text{A2.72})$$

Damit erhält man als weiteres Zwischenergebnis (A2.73) für die Summe (A2.68) bzw. die rechte Seite von (A2.61).

$$\oint\oint_A (\vec{E}^- \times \vec{H}) d\vec{A} = \underline{T} + \underline{\Gamma} e^{+j2\beta z} - 1 \quad (\text{A2.73})$$

$$\underline{T} = 1 + \frac{1}{2} \iint_{A^S} \underline{e}_z^S \underline{h}_\phi e^{+j\beta z} dA^S \quad (\text{A2.74})$$

Durch Einsetzen von (A2.67) und (A2.73) in (A2.61) erhält man (A2.74) als Ergebnis der Anwendung des Reziprozitätstheorems auf  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$  sowie  $\vec{E}^+$  und  $\vec{H}^+$ .

### A 3 Berechnung der Reaktionsintegrale im Spektralbereich

Da die Greensche Funktion im Spektralbereich keine geschlossene Darstellung besitzt, können die nach Abschnitt 5.6.2 auftretenden Reaktionsintegrale nicht vollständig analytisch gelöst werden. Genausowenig kommt aber eine vollständig numerische Lösung in Frage, da sich die Integrations- bzw. Summationsbereiche numerisch nicht bis ins Unendliche ausdehnen lassen. Deshalb muss zur Berechnung dieser Integrale bzw. Summen eine gemischt numerisch-analytische Methode verwendet werden, die das zu berechnende Reaktionsintegral  $\underline{R}$  nach (A3.1) in zwei Teile  $T1$  und  $T2$  zerlegt. Durch Subtraktion der Asymptote der Greenschen Funktion im Integranden von  $T1$ , wird der Zuwachs zum Integral- bzw. Summenwert für wachsendes  $k_z$  bzw. wachsendes  $m$  immer geringer, sodass diese Integration bei  $k_z = k_{z,\max}$  bzw. die Summation bei  $m = m_{\max}$  abgebrochen werden kann. Das so entstehende endliche Integral bzw. die endliche Summe ist numerisch lösbar. Der verbleibende Rest, nämlich das Integral bzw. Summe über die Asymptote der Greenschen Funktion  $T2$ , muss analytisch ausgewertet werden.

$$\begin{aligned}
 \underline{R} &= \underline{c} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{k_z=-\infty}^{\infty} \tilde{T}_{\{\bar{p},\bar{q},\bar{v}\},\xi,m}^a(k_z) \cdot \tilde{G}_{\xi\xi,m}^{FQii'}(k_z) \cdot \tilde{B}_{\{p,q,v\},\zeta,m}(k_z) dk_z \\
 &= \underline{c} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{k_z=-\infty}^{\infty} \tilde{T}_{\{\bar{p},\bar{q}\},\xi,m}^a(k_z) \cdot \tilde{G}_{\xi\xi,m}^{FQii'}(k_z) \cdot \tilde{B}_{\{p,q\},\zeta,m}(k_z) e^{j(m\delta_\phi+k_z\delta_z)} dk_z \\
 &= \underline{c} \cdot \left\{ \underbrace{\sum_{m=-m_{\max}}^{m_{\max}} \int_{k_z=-k_{z,\max}}^{k_{z,\max}} \tilde{T}_{\{\bar{p},\bar{q}\},\xi}^a \cdot \left( \tilde{G}_{\xi\xi}^{FQii'} - \tilde{G}_{\xi\xi}^{FQii',A} \right) \cdot \tilde{B}_{\{p,q\},\zeta} e^{j(m\delta_\phi+k_z\delta_z)} dk_z}_{T1} \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{k_z=-\infty}^{\infty} \tilde{T}_{\{\bar{p},\bar{q}\},\xi}^a \cdot \tilde{G}_{\xi\xi}^{FQii',A} \cdot \tilde{B}_{\{p,q\},\zeta} e^{j(m\delta_\phi+k_z\delta_z)} dk_z \right\} \quad (A3.1) \\
 &\quad \underbrace{\hspace{15em}}_{T2}
 \end{aligned}$$

Zunächst führen jedoch einige generelle Überlegungen zur Symmetrie der Funktionen in den Integranden der Reaktionsintegrale zur Unterscheidung zweier genereller Fälle und den damit verbundenen weitergehenden Vereinfachungen. Die Auswirkungen hiervon auf jeden der Matrixtypen  $[\underline{Z}]$ ,  $[\underline{Y}]$ ,  $[\underline{C}]$ ,  $[\underline{T}]$  sowie  $\underline{\Delta v}$  werden getrennt

betrachtet. Anschließend folgt, nach einigen generellen Anmerkungen zur Auswertung der Matrixelemente, eine Übersicht bekannter analytischer Lösungen von auftretenden Integraltypen und Summen.

### A 3.1 Symmetrie der Funktionen

Sowohl die Greenschen Funktionen im Spektralbereich nach Kapitel 3 als auch die Fouriertransformierten der Strombasisfunktionen nach Abschnitt 5.5 sind symmetrisch zum Ursprung, d.h. entweder gerade oder ungerade Funktionen. Damit lassen sich auch bei den Integranden, die sich aus den Produkten dieser Funktionen zusammensetzen, diese Symmetrien wiederfinden, was eine Vereinfachung ermöglicht. Ist der Integrand eine ungerade Funktion, dann verschwindet das Integral und muss folglich auch nicht berechnet werden, ist der Integrand jedoch eine gerade Funktion, dann lässt sich sowohl der Integrations- wie auch der Summationsbereich halbieren.

Matrix	Funktionen	Symmetrie bzgl. $k_z$ und $m$	Funktionswerte der Asymptote
[Z]	$\tilde{G}_{\phi\phi,m}^{\text{EJ33}}(k_z), \tilde{G}_{zz,m}^{\text{EJ33}}(k_z)$	gerade	imaginär
	$\tilde{G}_{\phi z,m}^{\text{EJ33}}(k_z), \tilde{G}_{z\phi,m}^{\text{EJ33}}(k_z)$	ungerade	imaginär
[Y]	$\tilde{G}_{\phi\phi,m}^{\text{HM22}}(k_z), \tilde{G}_{zz,m}^{\text{HM22}}(k_z)$	gerade	imaginär
	$\tilde{G}_{\phi z,m}^{\text{HM22}}(k_z), \tilde{G}_{z\phi,m}^{\text{HM22}}(k_z)$	ungerade	imaginär
[C]	$\tilde{G}_{\phi\phi,m}^{\text{HJ23}}(k_z), \tilde{G}_{zz,m}^{\text{HJ23}}(k_z)$	ungerade	reell
	$\tilde{G}_{\phi z,m}^{\text{HJ23}}(k_z), \tilde{G}_{z\phi,m}^{\text{HJ23}}(k_z)$	gerade	reell
[T]	$\tilde{G}_{\phi\phi,m}^{\text{EM32}}(k_z), \tilde{G}_{zz,m}^{\text{EM32}}(k_z)$	ungerade	reell
	$\tilde{G}_{\phi z,m}^{\text{EM32}}(k_z), \tilde{G}_{z\phi,m}^{\text{EM32}}(k_z)$	gerade	reell
$\Delta v_\xi$	$\tilde{G}_{z\phi,m}^{\text{HJ21}}(k_z), \tilde{G}_{\phi z,m}^{\text{HJ21}}(k_z)$	gerade	reell

**Tabelle A3.1** Symmetrien der Greenschen Funktionen

In Tabelle A3.1 sind für alle auftretenden Reaktionsmatrizen, getrennt nach den erhaltenen Greenschen Funktionen, die Symmetrien bzgl.  $k_z$  und  $m$  sowie, speziell für die nach Anhang A1 extrahierten Asymptoten, die Art der Funktionswerte, aufgelistet. Diese beiden Angaben sind für die Strombasisfunktionen in Tabelle A3.2 zusammengefasst.

Funktion	Index	Symmetrie bzgl. $k_z$ und $m$	Funktionswerte
$\tilde{\underline{L}}_p^S(k_1, \ell_1)$	$p$ gerade	ungerade	imaginär
	$p$ ungerade	gerade	reell
$\tilde{\underline{Q}}_q^S(k_2, \ell_2)$	$q$ gerade (incl. 0)	gerade	reell
	$q$ ungerade	ungerade	imaginär
$\tilde{\underline{L}}_p^T(k_1, \ell_1)$	$p$ gerade	ungerade	imaginär
	$p$ ungerade	gerade	reell
$\tilde{\underline{Q}}_q^T(k_2, \ell_2)$	$q$ gerade (incl. 0)	gerade	reell
	$q$ ungerade	ungerade	imaginär

**Tabelle A3.2** Symmetrien der Strombasisfunktionen

Beim Auftreten von Verschiebungstermen, die sich als zusätzliche Faktoren im Wellenzahlbereich bemerkbar machen, lassen sich sowohl bei der Implementierung der numerischen Integration wie auch bei der Durchführung der analytischen Integration zwei Strategien unterscheiden. Zum einen kann mit komplexen Integralen gerechnet werden, zum anderen kann der Verschiebungsterm aber auch nach Euler gemäß (A3.2) zerlegt werden.

$$\begin{aligned}
 e^{j(m \delta_\phi + k_z \delta_z)} &= \cos(m \delta_\phi) \cos(k_z \delta_z) - \sin(m \delta_\phi) \sin(k_z \delta_z) \dots \\
 &\dots + j \sin(m \delta_\phi) \cos(k_z \delta_z) + j \cos(m \delta_\phi) \sin(k_z \delta_z)
 \end{aligned}
 \tag{A3.2}$$

Der Vorteil der komplexen Behandlung besteht in ihrer Übersichtlichkeit, die jedoch mit erhöhtem Aufwand erkaufte wird, während der Vorteil der Zerlegung in einfache-

ren, reellwertigen Funktionen, von denen jedoch, je nach Reaktionsintegral und geometrischer Konstellation, bis zu 16 Stück auftreten, liegt. Generell, d. h. in allen Matrizen, treten diese Verschiebungsterme bei der Berechnung von Gruppenantennen auf. Darüber hinaus sind sie jedoch bei der Y-Matrix im Rahmen der Berechnung dual polarisierter Antennen und bei der C- bzw. T-Matrix im Falle der Verwendung von Offset-Schlitzern wiederzufinden.

### A 3.2 Symmetrie der Matrixelemente

Die Betrachtung der Symmetrie der Matrixelemente hat zunächst das Ziel, die auftretenden Elemente in zwei Gruppen einzuteilen. Die erste Gruppe umfasst die Reaktionsintegrale, die einen in  $k_z$  oder  $m$  oder in beiden Variablen ungeraden Integranden besitzen. Die Auswertung dieser Elemente erfolgt zunächst in (einer) der ungeraden Koordinatenrichtung(en). Ist dies die  $k_z$ -Richtung, so enthält unabhängig von der Symmetrie in  $m$  jeder Summand den Faktor Null und verschwindet damit identisch, ist es die  $m$ -Richtung, so wird der Integrand, unabhängig von der Symmetrie in  $k_z$ -Richtung, mit Null multipliziert und verschwindet ebenfalls. Damit verschwinden alle Matrixelemente, die dieser ersten Gruppe angehören. Nachdem alle Integranden eine Symmetrie zum Ursprung besitzen, verbleiben für die zweite Gruppe nur noch die sowohl in  $k_z$  wie auch in  $m$  geraden Integranden, bei denen sowohl der Summations- als auch der Integrationsbereich nach (A3.3) halbiert werden kann, was zur Vereinfachung der numerischen wie auch analytischen Auswertung beiträgt.

$$\begin{aligned} \underline{R} &= c \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{k_z=-\infty}^{\infty} \tilde{T}_{\{\bar{p}, \bar{q}, \bar{v}\}, \xi, m}^a(k_z) \cdot \tilde{G}_{\xi \xi, m}^{FQi'}(k_z) \cdot \tilde{B}_{\{p, q, v\}, \zeta, m}(k_z) dk_z \\ &= 4c \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \int_{k_z=0}^{\infty} \tilde{T}_{\{\bar{p}, \bar{q}, \bar{v}\}, \xi, m}^a(k_z) \cdot \tilde{G}_{\xi \xi, m}^{FQi'}(k_z) \cdot \tilde{B}_{\{p, q, v\}, \zeta, m}(k_z) dk_z \end{aligned} \quad (\text{A3.3})$$

Wird nach Abschnitt A3.1 zur Berechnung der Reaktionsintegrale eine Zerlegung in reellwertige Teilintegrale vorgenommen, so sind die nach (A3.2) zerlegten Verschiebungsterme, die ebenfalls Symmetrien zum Ursprung aufweisen, in diese Überlegungen zur Vereinfachung mit einzubeziehen.

Das zweite Ziel im Rahmen der Ausnutzung der Symmetrie der Matrixelemente ist das Vermeiden von Mehrfachberechnungen bei Elementen gleichen Werts. Ausgangspunkt der Überlegungen ist die Reziprozität nach (3.70) [Fel73, Mor53, Tai71]. Für die einzelnen Matrizen ergeben sich hieraus Symmetrien, die zur Berechnung ausgenutzt werden können.

### A 3.2.1 Die Impedanzmatrix [Z]

Für die Impedanzmatrix ergibt sich aus (3.70) mit  $i = i'$  die Beziehung (A3.4).

$$\underline{\tilde{G}}_{\phi z, m}^{\text{EJ33}}(k_z) = \underline{\tilde{G}}_{z \phi, m}^{\text{EJ33}}(k_z) \quad (\text{A3.4})$$

Durch Einsetzen von (A3.4) in die Reaktionsintegrale erhält man die matrixinterne Symmetrie (A3.5), bei der sich aufgrund der Vertauschung von adjungierter Testfunktion und nicht adjungierter Basisfunktion ein indexabhängiger Vorfaktor ergibt.

$$\underline{Z}_{ji}^{z\phi} = \underline{Z}_{\{p, q, \bar{p}, \bar{q}\}}^{z\phi} = \frac{(-1)^{p-1+q}}{(-1)^{\bar{p}-1+\bar{q}}} \underline{Z}_{\{\bar{p}, \bar{q}, p, q\}}^{\phi z} = \frac{(-1)^{p-1+q}}{(-1)^{\bar{p}-1+\bar{q}}} \underline{Z}_{ij}^{\phi z} \quad (\text{A3.5})$$

Damit müssen für die Z-Matrix einer dual polarisierten Anordnung nur die drei Untermatrizen  $[\underline{Z}^{\phi\phi}]$ ,  $[\underline{Z}^{zz}]$  und  $[\underline{Z}^{\phi z}]$  berechnet werden. Die Untermatrix  $[\underline{Z}^{z\phi}]$  kann nach (A3.5) aus  $[\underline{Z}^{\phi z}]$  bestimmt werden.

### A 3.2.2 Die Admittanzmatrix [Y]

Für die Admittanzmatrix ergibt sich aus (3.70) mit  $i = i'$  die Beziehung (A3.6).

$$\underline{\tilde{G}}_{\phi z, m}^{\text{HM22}}(k_z) = \underline{\tilde{G}}_{z \phi, m}^{\text{HM22}}(k_z) \quad (\text{A3.6})$$

Für den in dieser Arbeit verwendeten Fall nur einer Basisfunktion im Schlitz gelten (A3.7) und (A3.8).

$$\underline{\tilde{M}}_{\text{F}, 1, \phi, m}(k_z) = \underline{\tilde{M}}_{\text{F}, 1, \phi, m}^a(k_z) \quad (\text{A3.7})$$

$$\underline{\tilde{M}}_{\text{F}, 1, z, m}(k_z) = \underline{\tilde{M}}_{\text{F}, 1, z, m}^a(k_z) \quad (\text{A3.8})$$

Durch Einsetzen von (A3.6), (A3.7) und (A3.8) in die Reaktionsintegrale erhält man die matrixinterne Symmetrie (A3.9). Die Beziehung (A3.9) lässt sich aber auch als Sonderfall mit  $\bar{p} = p = 1$  und  $\bar{q} = q = 0$  aus einem analog zu (A3.5) für die Y-Matrix zu bestimmenden allgemeinen Ansatz ableiten.

$$\underline{Y}_{11}^{\phi z} = \underline{Y}_{11}^{z\phi} \quad (\text{A3.9})$$

Damit müssen für die Y-Matrix einer dual polarisierten Anordnung nur die drei Untermatrizen  $[\underline{Y}^{\phi\phi}]$ ,  $[\underline{Y}^{zz}]$  und  $[\underline{Y}^{\phi z}]$  berechnet werden. Die Untermatrix  $[\underline{Y}^{z\phi}]$  kann nach (A3.9) aus  $[\underline{Y}^{\phi z}]$  bestimmt werden.

### A 3.2.3 Die Koppelmatrizen [C] und [T]

Für die Koppelmatrix [C] ergibt sich aus der Reziprozität (3.70) die Beziehung (A3.10), welche die Berechnung der Greenschen Funktion bei Vertauschen von Quelle und Senke beschreibt.

$$\underline{\tilde{G}}_{\xi\xi,m}^{\text{HJ23}}(k_z) = \frac{r^3}{r^2} \underline{\tilde{G}}_{\xi\xi,m}^{\text{HJ32}}(k_z) \quad (\text{A3.10})$$

Aufgrund der Dualität [Bal89, Har61] gilt (A3.11) für die beiden Greenschen Funktionen [ $\underline{G}^{\text{EM32}}$ ] und [ $\underline{G}^{\text{HJ32}}$ ], was durch die Einheit beider Funktionen ( $\text{m}^{-2}$ ) bestätigt wird. Damit lässt sich durch Kombination von (A3.10) und (A3.11) eine einfache Berechnungsmethode für [ $\underline{G}^{\text{EM32}}$ ] bei bekannter Funktion [ $\underline{G}^{\text{HJ23}}$ ] angeben.

$$-\underline{\tilde{G}}_{\xi\xi,m}^{\text{EM32}}(k_z) = \underline{\tilde{G}}_{\xi\xi,m}^{\text{HJ32}}(k_z) \quad (\text{A3.11})$$

Mit Hilfe dieser Berechnungsmethode ergibt sich die matrixübergreifende Symmetrie (A3.12) zwischen der T-Matrix und der C-Matrix. Am Anfang von (A3.12) gesellt sich zum Minuszeichen aus (A3.11) auch noch das Minuszeichen aus der Integralgleichung, welches nicht direkt auf die Symmetrie zurückzuführen ist, sodass sich hier ein Pluszeichen einstellt. Eine matrixinterne Symmetrie existiert im Gegensatz zum planaren Fall weder für die C- noch für die T-Matrix, da jeweils Größen auf gekrümmten Flächen und Größen auf planaren Flächen kombiniert werden.

$$\underline{T}_{ik}^{\xi\xi} = \underline{T}_{\{p,q,\bar{p},\bar{q}\}}^{\xi\xi} = \frac{(-1)^{p-1+q}}{(-1)^{\bar{p}-1+\bar{q}}} \frac{r^3}{r^2} \underline{C}_{\{\bar{p},\bar{q},p,q\}}^{\xi\xi} = \frac{(-1)^{p-1+q}}{(-1)^{\bar{p}-1+\bar{q}}} \frac{r^3}{r^2} \underline{C}_{ki}^{\xi\xi} \quad (\text{A3.12})$$

Im hier vorliegenden speziellen Fall mit nur einem Mode im Schlitz lässt sich (A3.12) weiter vereinfachen, sodass sich (A3.13) ergibt.

$$\underline{T}_{ik}^{\xi\xi} = \underline{T}_{\{p,q,\bar{p},\bar{q}\}}^{\xi\xi} = (-1)^{p-1+q} \frac{r^3}{r^2} \underline{C}_{\{\bar{p},\bar{q},p,q\}}^{\xi\xi} = (-1)^{p-1+q} \frac{r^3}{r^2} \underline{C}_{ki}^{\xi\xi} \quad (\text{A3.13})$$

Für eine dual polarisierte Anordnung muss damit zwar die komplette C-Matrix mit allen vier Untermatrizen berechnet werden, die Berechnung der T-Matrix lässt sich jedoch vermeiden und durch das gewichtete Kopieren nach (A3.13) ersetzen.

### A 3.3 Anmerkungen zur Auswertung der Matrixelemente

Die Auswertung der Reaktionsintegrale zur Berechnung der Matrixelemente erfolgt nach (A3.1) unter Nutzung der Symmetrie nach (A3.3) mit Hilfe von numerischen In-

tegrationsroutinen [Pre92, www.netlib.org]. Die Obergrenze des Bereichs der numerischen Integration kann von  $k_z = 300 \dots 500 k_0$ , wie er ohne Asymptoten-Extraktion notwendig ist, kann auf Werte von  $k_z = 20 \dots 100 k_0$  reduziert werden, die Summation kann von  $m = 300 \dots 400$  auf  $m = 40 \dots 60$  begrenzt werden.

Bei der Berechnung des asymptotischen Anteils der Reaktionsintegrale kommt dem Autor hier zusätzlich die vergleichsweise einfache Form der Asymptoten der Z- und Y-Matrizen nach Tabelle A1.1 zugute, die eine Separation der Asymptote nach  $G_m(k_z) = G_m \cdot G(k_z)$  erlaubt, womit der Wert des asymptotischen Anteils als Produkt aus dem Wert der Summe und dem Wert des Integrals berechnet werden kann (Ausklammern des Integrals aus den Summanden der Summe).

### A 3.4 Auftretende Summen und Integrale

Die in (A3.1) auftretenden Integrale und Summen über den asymptotischen Anteil des Reaktionsintegrals müssen analytisch gelöst werden, mit Ausnahme der Anteile in der C- und T-Matrix sowie in  $\Delta v$ . Dort sorgt die im Nenner der Asymptote vorhandene Cosinushyperbolicus-Funktion auch für die Konvergenz einer numerischen Auswertung. Im Folgenden sind die Lösungen für einige auftretende Integral- bzw. Summentypen zusammengestellt, zu deren Berechnung [Abr70, Abr84, Bro89, Bry92, Gra81, Mor53, Obe57] herangezogen wurden.

#### A 3.4.1 Integrale

Im Rahmen der Berechnung der Z- und Y-Matrix treten Integrale vom Typ (A3.14) auf, wobei hier zunächst der Fall ohne Verschiebungsterm, also  $v_z - \bar{v}_z = 0$  betrachtet wird. Ist dann genau eine der beiden Besselfunktionen 1. Art ungerade,  $\bar{q} - q$  also eine ungerade Zahl, so besitzt der Integrand eine ungerade Symmetrie und das Integral verschwindet.

$$\int_{t=0}^{\infty} \frac{J_{\bar{q}}(t) J_q(t)}{t} e^{j t 2 \Delta z / \ell_{p_z} (v_z - \bar{v}_z)} dt \quad (\text{A3.14})$$

Für gerade Differenzen  $\bar{q} - q$ , aber  $(\bar{q}, q) \neq (0, 0)$ , lässt sich nach 11.4.6 in [Abr70] der Wert des Integrals zu (A3.15) ermitteln.

$$\int_{t=0}^{\infty} \frac{J_{\bar{q}}(t) J_q(t)}{t} dt = \begin{cases} \frac{1}{2q} & \bar{q} = q \\ 0 & \bar{q} \neq q \end{cases} \quad (\text{A3.15})$$

Für  $\bar{q} = q = 0$  ist das Integral (A3.14) divergent, weshalb der Integrand nach [Got95/1] durch  $|t|J_0^2(t)/(t^2 + a^2)$  ersetzt wird, der für  $t \rightarrow \infty$  dasselbe asymptotische Verhalten zeigt. Dabei ist  $a^2$  eine beliebig wählbare, positive Konstante. Der Wert des Integrals berechnet sich dann zu  $I_0(a) K_0(a)$  [Got95/1].

$\bar{q}$	$q$	$\Delta := \frac{\Delta z}{\ell_{Pz}} \leq 1$	$\Delta := \frac{\Delta z}{\ell_{Pz}} > 1$
0	1	$\frac{1}{2}\Delta \left( 2 -  \Delta  F \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 2; \Delta^2 \right\} \right)$	$\Delta \left( 1 - \frac{2}{\pi} E \left\{ \frac{1}{\Delta} \right\} \right)$
0	2	$\frac{ \Delta }{2} \left[ 2F \left\{ -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1; \Delta^2 \right\} - 4 \Delta  + \Delta^2 F \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 2; \Delta^2 \right\} \right]$	$2\Delta^2 \left( 1 - F \left\{ -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1; \frac{1}{\Delta^2} \right\} \right) + \frac{1}{2} F \left\{ -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1; \frac{1}{\Delta^2} \right\}$
1	1	$\frac{1}{2} - \frac{2 \Delta }{\pi} E \{ \Delta \}$	$\frac{1}{2} \left( 1 - F \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 2; \frac{1}{\Delta^2} \right\} \right)$
1	2	$\frac{\Delta}{16} \left[ 16 - 24 \Delta  F \left\{ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 2; \Delta^2 \right\} +  \Delta ^3 F \left\{ \frac{1}{2}, \frac{3}{2}; 3; \Delta^2 \right\} \right]$	$\frac{1}{8\Delta} \left[ 8\Delta^2 \left( 1 - F \left\{ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 2; \frac{1}{\Delta^2} \right\} \right) + F \left\{ \frac{1}{2}, \frac{3}{2}; 3; \frac{1}{\Delta^2} \right\} \right]$
2	2	$\frac{1}{4} \left[ 1 - 4 \Delta  F \left\{ -\frac{3}{2}, \frac{1}{2}; 1; \Delta^2 \right\} + 4 \Delta ^3 F \left\{ -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}; 2; \Delta^2 \right\} \right]$	$\frac{1}{48\Delta^2} \left[ 12\Delta^2 \left( 1 - F \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 3; \frac{1}{\Delta^2} \right\} \right) + F \left\{ \frac{3}{2}, \frac{3}{2}; 4; \frac{1}{\Delta^2} \right\} \right]$

**Tabelle A3.3** Lösungen des Integrals (A3.14) für die Z-Matrix und nicht verschwindendem Verschiebungsterm [Gra81, Got95/1]

$$\frac{e^{-|2a\Delta z/\ell_{Pz}|}}{|a|} + \frac{2}{\pi} \left[ \left( 1 - \frac{\Delta z}{\ell_{Pz}} \right) K_0 \left( 2 \left| a \left( 1 - \frac{\Delta z}{\ell_{Pz}} \right) \right| \right) + \left( 1 + \frac{\Delta z}{\ell_{Pz}} \right) K_0 \left( 2 \left| a \left( 1 + \frac{\Delta z}{\ell_{Pz}} \right) \right| \right) \right] \quad (\text{A3.16})$$

Für  $v_z - \bar{v}_z \neq 0$  können die Lösungen von (A3.14) [Gra81, Got95/1] entnommen werden. Sie sind, der Vollständigkeit halber, in Tabelle A3.3 für den Fall  $(\bar{q}, q) \neq (0, 0)$  wiedergegeben, der Fall  $\bar{q} = q = 0$  findet sich in (A3.16). Die in Tabelle A3.3 auftre-

tende Funktion  $E\{x\}$  bezeichnet das vollständig elliptische Integral zweiter Art und  $F\{a,b;c;x\}$  die hypergeometrische Funktion [Abr70].

$$\int_{t=0}^{\infty} \frac{J_{\bar{q}}(at)J_q(bt)}{t} e^{t(c+jd)} dt \tag{A3.17}$$

Im Rahmen der Berechnung von  $\Delta v_{\phi}$  treten weiterhin Integrale vom Typ (A3.17) auf, für die gewährleistet ist, dass  $\text{Re}\{\bar{q} + q\} > 0$  und  $\text{Re}\{c + jd \pm ja \pm jb\} > 0$  ist. Damit lässt sich, nach 6.626.1 in [Gra81], der Wert des Integrals zu (A3.17) ermitteln. Die Funktion  $F\{a,b;c;x\}$  bezeichnet auch hier die hypergeometrische Funktion [Abr70], wobei die Zuordnung von  $a$  und  $b$  so zu wählen ist, dass die Konvergenzforderung der Hypergeometrischen Funktion  $|b^2/a^2| < 1$  erfüllt wird.

$$\begin{aligned} & \frac{a^{\bar{q}}b^q}{q!} (2c + jd)^{-(\bar{q}+q)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\bar{q} + q + 2m - 1)!}{m!(\bar{q} + m)!} \dots \\ & \dots \cdot F\left[-m, -\bar{q} - m; q + 1; \frac{b^2}{a^2}\right] \left(-\frac{a^2}{4(c + jd)^2}\right)^m \end{aligned} \tag{A3.17}$$

Numerisch ist in vielen Fällen die direkte Auswertung von (A3.17) mit Hilfe einer Gauss-Laguerre Integrationsroutine einfacher, da der aus Fakultäten bestehende Vorfaktor der Hypergeometrischen Funktion in (A3.17) bei der Summation Schwierigkeiten bereitet.

### A 3.4.2 Summen

Im Rahmen der Berechnung der Z- und Y-Matrix treten zusätzlich Summen vom Typ (A3.18) auf.

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{J_{\bar{p}}(am)J_p(bm)}{m} e^{jm\Delta\phi/r^3(v_{\phi}-\bar{v}_{\phi})} \tag{A3.18}$$

$$\int_{\phi=-\pi}^{\pi} f_1(\phi)f_2^*(\phi)d\phi = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_{1,m}\tilde{f}_{2,m}^* \tag{A3.19}$$

Diese Summen werden mit Hilfe des Parsevalschen Theorems der Fouriertransformation nach (A3.19) in das endliche Integral (A3.20) mit (A3.21) überführt, wobei der Verschiebungsterm den Tschebyscheff-Polynomen 2. Art  $U_n(x)$  zugeschlagen wurde. Die Funktion  $T_n(x)$  bezeichnet die Tschebyscheff-Polynome 1. Art.

$$c \int_{\phi=-\pi}^{\pi} T_{\bar{p}}\left(\frac{\phi}{a}\right) U_{p-1}\left(\frac{\phi + \frac{\Delta\phi}{r^3}(v_\phi - \bar{v}_\phi)}{b}\right) \sqrt{\frac{1 - \left[\left(\phi + \frac{\Delta\phi}{r^3}(v_\phi - \bar{v}_\phi)\right)/b\right]^2}{1 - \left(\frac{\phi}{a}\right)^2}} d\phi \quad (\text{A3.20})$$

$$\text{für } \left|\frac{\phi}{a}\right| \leq 1 \text{ und } \left|\frac{\phi + \frac{\Delta\phi}{r^3}(v_\phi - \bar{v}_\phi)}{b}\right| \leq 1$$

$$c = \frac{(-1)^{1-p} (j)^{1-(p+\bar{p})}}{a p \pi} \quad (\text{A3.21})$$

Mit Hilfe von 22.5.10 aus [Abr70] und der Definition der Tschebyscheff-Polynome 1. Art kann daraus eine numerisch auswertbare Form gewonnen werden. Weiterhin tritt im Rahmen der Berechnung von  $\underline{\Delta v}_z$  die Summe (A3.22) auf.

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{J_0(am) J_1(bm)}{m \cosh(cm)} \quad (\text{A3.22})$$

Auch sie kann mit Hilfe des Parsevalschen Theorems, unter Nutzung des Fourierpaares (A3.23), welches mit Hilfe von 6.611.1 in [Gra81] berechnet wurde, in ein endliches Integral überführt werden. Das Ergebnis dieser Transformation ist (A3.24), wobei  $U_0(x) = 1$  ist.

$$\frac{2}{\pi} \frac{1}{\operatorname{Re}\left\{\sqrt{(c+jx)^2 + a^2}\right\}} \quad \circ \bullet \quad \frac{J_0(ak)}{\cosh(ck)} \quad (\text{A3.23})$$

$$\frac{2}{\pi} \int_{\phi=-b}^b \sqrt{\frac{1 - (\phi/b)^2}{(c+j\phi)^2 + a^2}} U_0\left(\frac{\phi}{b}\right) d\phi \quad (\text{A3.24})$$

Auch der Wert von (A3.24) muss numerisch bestimmt werden.

### A 3.4.3 Gemischte Summen und Integrale

Neben den Fällen reiner Integrale nach A 3.4.1 und reiner Summen nach A3.4.2 treten bei Berechnung der C- und T-Matrix gemischte Fälle nach (A3.25) auf. Dort lässt sich die funktionale Abhängigkeit der Asymptote nicht nach  $G_m(k_z) = G_m \cdot G(k_z)$  separieren. Man kann also wählen, ob man zuerst summiert oder zuerst integriert.

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{J_r(dm) J_s(em)}{m} e^{jm\Delta_m} \int_{t=0}^{\infty} \frac{J_q(at) J_p(bt)}{t \cosh(cmt)} e^{jt\Delta_t} dt \quad (\text{A3.25})$$

Hier wird zunächst integriert, wobei wie bereits bei (A3.14) der Fall  $(q, p) = (0, 0)$  getrennt behandelt werden muss. Für  $(q, p) \neq (0, 0)$  kann die Cosinushyperbolicus-Funktion durch eine Exponentialfunktion angenähert werden, wobei  $\text{Re}\{q + p\} > 0$  und  $\text{Re}\{(mc) + j\Delta_t \pm ja \pm jb\} \geq 0$  ist. Damit ergibt sich, nach 6.626.1 in [Gra81], der Wert des Integrals analog (A3.17) zu (A3.26). Wie nach (A3.17) angemerkt, kann es jedoch auch hier im Einzelfall günstiger sein, das Integral für jede Ordnung  $m$  numerisch auszuwerten.

$$\frac{a^q b^p}{p!} (2[cm - j\Delta_t])^{-(q+p)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(q + p + 2n - 1)!}{n!(q + n)!} \dots \dots \dots F \left\{ -n, -(q + n); (p + 1); \frac{b^2}{a^2} \right\} \left( -\frac{a^2}{4(cm - j\Delta_t)^2} \right)^n \quad (\text{A3.26})$$

Im Fall  $(q, p) = (0, 0)$ , der nur für einen nicht verschwindenden Verschiebungsterm einen nicht verschwindenden Integralwert liefern sollte, ist das Integral aufgrund einer Polstelle bei  $t = 0$  divergent. Die Asymptote der Greenschen Funktion für  $t \rightarrow \infty$  wird jedoch durch die Exponentialfunktion bestimmt, weshalb hier die Asymptote  $1/(x \cosh(x))$  durch  $1/\cosh(x)$  ersetzt wird. Mit der Näherung der Hyperbolicusfunktion durch die entsprechende Exponentialfunktion ergibt sich daraus das analytisch lösbare Integral (A3.27).

$$\int_{t=0}^{\infty} J_0(at) J_0(bt) e^{-t(cm - j\Delta_t)} dt \quad (\text{A3.27})$$

Mit Hilfe von 6.612.3 in [Gra81] erhält man als Lösung von (A3.27) die Form (A3.28), welche die Gammafunktion  $\Gamma$  und die hypergeometrische Funktion  $F$  enthält.

$$\frac{1}{\pi} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{(cm - j\Delta_t)^2 + a^2 + b^2}} F \left\{ \frac{3}{4}, \frac{1}{4}; 1; \left( \frac{2ab}{(cm - j\Delta_t)^2 + a^2 + b^2} \right)^2 \right\} \quad (\text{A3.28})$$

Die Auswertung der Summe über  $m$  in (A3.25) muss numerisch erfolgen.

Eine umgekehrte Auswertung von (A3.25), also zunächst die Summe und dann das Integral anzugehen, scheitert an der analytischen Lösbarkeit des aus der Summe entstehenden endlichen Integrals.

## Lebenslauf

### Persönliche Daten:

Name: Dietmar Löffler  
Geburtsdatum: 17. Mai 1967  
Geburtsort: Rottweil am Neckar, Baden-Württemberg  
Familienstand: verheiratet

### Schulbildung:

1973 - 1977 Grundschule Eichendorff-Schule, Rottweil  
1977 - 1986 Leibniz Gymnasium, Rottweil

### Wehrdienst:

1986 - 1988 Zeitsoldat für 2 Jahre beim Flugabwehrregiment 10 in Sigmaringen, Baden-Württemberg

### Studium und Berufsweg:

1989 - 1995 Studium der Elektrotechnik an der Universität Karlsruhe, Vertiefungsrichtung "Hochfrequenztechnik"  
31. Mai 1995 Diplom Elektrotechnik an der Universität Karlsruhe  
1995 - heute Wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Höchstfrequenztechnik und Elektronik der Universität Karlsruhe  
Mitarbeit in Forschung und Lehre  
Arbeitsgebiete: Numerische Feldtheorie, Wellenausbreitung, Streifenleitungsschaltungen, planare und konforme Antennen, Systemtheorie