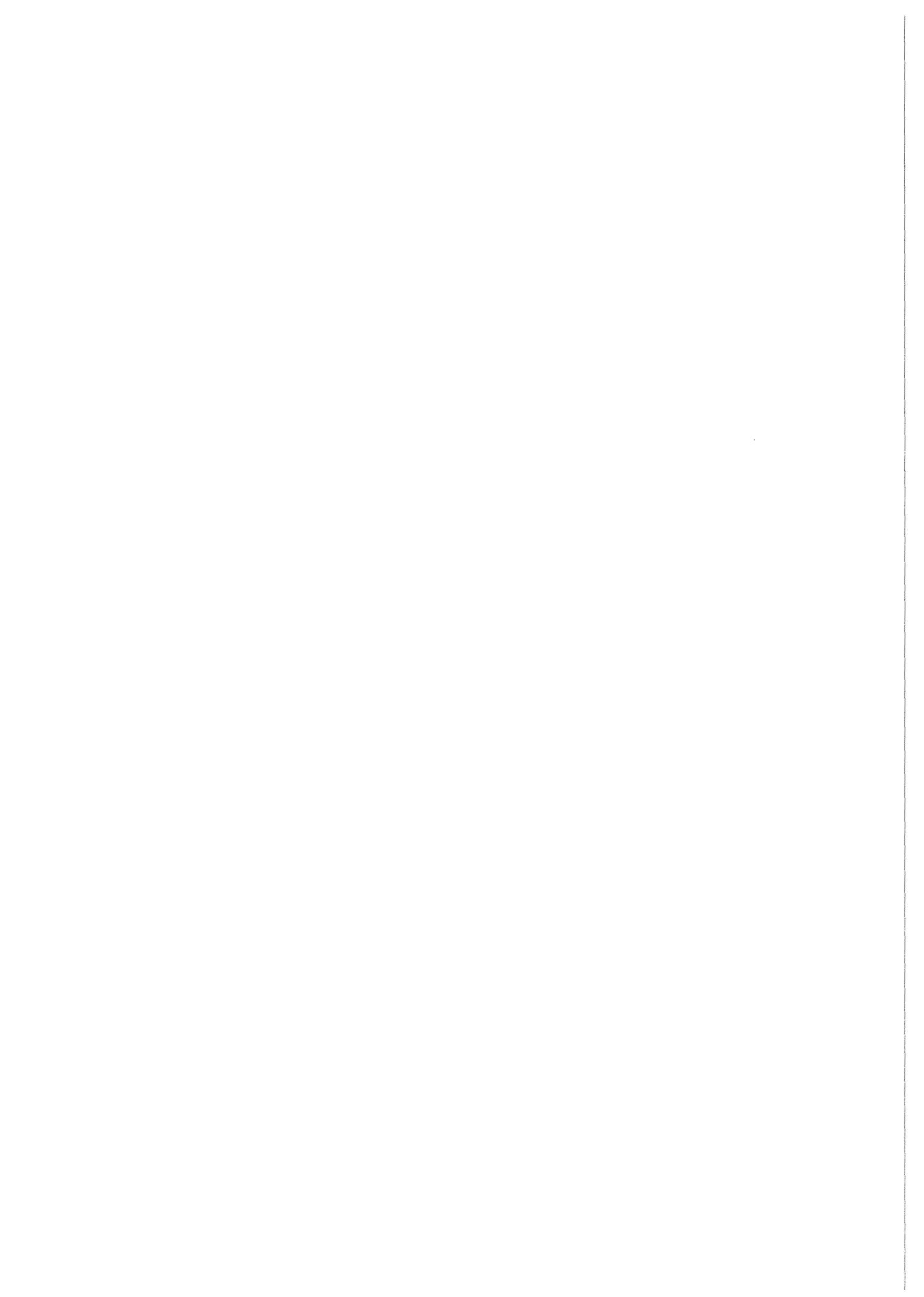


KfK 4603
Dezember 1989

Zur Modenrangigkeit von Hochleistungs gyrotrons mit rotationssymmetrischen Arbeitsmoden

B. Jödicke
Institut für Technische Physik
Projekt Kernfusion

Kernforschungszentrum Karlsruhe



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Institut für Technische Physik

Projekt Kernfusion

KfK 4603

**Zur Modenrangigkeit von Hochleistungsgyrotrons
mit rotationssymmetrischen Arbeitsmoden***

B. Jödicke

*Von der Fakultät für Elektrotechnik der Universität Karlsruhe genehmigte
Dissertation

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 7500 Karlsruhe 1

ISSN 0303-4003

On the mode-competition of high power gyrotrons operating in rotationally symmetric modes

Abstract

The gyrotron has proven to be a powerful source in the millimeter-waves region. However fusion application calls for more power per tube. Therefore highly overmoded resonators are required, with a very dense mode spectrum, which leads to mode-competition.

In this work the influence of external parameters - such as the electron beam, magnetic field and load - on mode competition has been investigated theoretically and experimentally. It could be shown, that even in a dense mode spectrum single-mode operation of a gyrotron is possible. Due to the optimized startup conditions high-power single-mode oscillation could be achieved in the KfK 150 GHz gyrotron experiment.

In the appendices a self-consistent multi-mode theory is developed and the problems in numerically solving the differential equations of the gyrotron are investigated.

Zur Modenrangigkeit von Hochleistungsgyrotrons mit rotationssymmetrischen Arbeitsmethoden

Zusammenfassung

Das Gyrotron ist eine leistungsfähige Quelle für Millimeterwellen, wobei allerdings für Fusionsanwendungen mehr Leistung pro Röhre benötigt wird, als zur Zeit verfügbar ist. Zu diesem Zweck sollen überdimensionierte Resonatoren mit einem dichten Modenspektrum eingesetzt werden, wodurch die Modenrangigkeit zum Problem wird.

In dieser Arbeit wird der Einfluß von externen Parametern - wie Elektronenstrahl, Magnetfeld und Mikrowellenlast - auf die Modenrangigkeit, sowohl theoretisch als auch experimentell untersucht. Es konnte gezeigt werden, daß selbst in einem dichten Spektrum ein reinmodiger Betrieb möglich ist. Durch optimierte Anfahrbedingungen wurden im KfK - Gyrotron - Experiment reinmodige Schwingungen mit hoher Leistung bei 150 GHz erzeugt.

In Anhang A wird eine selbstkonsistente Mehrmodentheorie entwickelt. In Anhang B werden Probleme untersucht, die beim numerischen Lösen der Gyrotron - Differentialgleichungen auftreten.

Inhaltsverzeichnis

Verwendete Symbole	1
1. Einleitung	3
2. Anregbare Moden im Gyrotron	11
2.1 Frequenzspektrum des Gyrotrons.....	11
2.1.1 Wellengleichung für zylindersymmetrische Probleme... 11	
2.1.2 Rundhohlleiter	13
2.1.3 Hohlraumresonator.....	14
2.1.4 Offener Gyrotronresonator	16
2.1.5 Gestufter Resonator.....	19
2.1.6 Fenster Reflexionen	20
2.1.7 Wandverluste	21
2.1.8 Thermische Frequenzverstimmung.....	22
2.2 Auswahl des optimalen Schwingungsmodes.....	26
2.2.1 Dynamische Modenselektion.....	26
2.2.2 Konstruktive Maßnahmen.....	28
3. Theorie	31
3.1 Prinzip des Gyrotrons	31
3.2 Mehrmodige adiabatische Näherung	36
3.3 Selbstkonsistente Mehrmodengleichung.....	49
3.4 Anwendung der Theorie	50
3.4.1 Eigenfunktionen des Resonators	51
3.4.2 Startströme.....	51
3.4.3 Oszillationsgebiete	52
3.4.4 Stabilität.....	53
3.4.5 Dynamik des Zweimodensystems.....	56
3.4.6 Einfluß der Pulsform auf die Modenrangigkeit.....	59
3.5 TE ₀₆ -Resonator	62
3.6 Gestufter Resonator	64
3.7 Einfluß eines Magnetfeldgradienten.....	68
3.8 Harmonische Modenrangigkeit.....	70
3.9 Fenstereinfluß auf die Modenrangigkeit.....	71
4. Experimentieraufbau	73
4.1 Gyrotron-Komponenten	73
4.1.1 Elektronenkanone	73

4.1.2	Kompressionszone	75
4.1.3	Resonator	75
4.1.4	nichtlinearer Taper	76
4.1.5	Kollektor	76
4.1.6	Mikrowellenfenster	77
4.1.7	Magnetfeld.....	78
4.1.8	Hochspannungsversorgung.....	78
4.2	Diagnostik.....	80
4.2.1	Leistung.....	80
4.2.2	Frequenzmeßsystem	81
4.2.3	Modengehalt.....	87
5.	Experimentelle Ergebnisse.....	89
5.1	Der 19 mm-Resonator	89
5.1.1	Geometrie	89
5.1.2	Theoretisch erreichbare Ausgangsleistung	90
5.1.3	Axiale Moden	91
5.1.4	Stabilität	94
5.1.5	Experimentelle Leistungskurve	96
5.1.6	Bestimmung des axialen Index.....	98
5.1.7	Fenstermoden	103
5.1.8	Thermische Effekte.....	104
5.1.9	Zusammenfassung 19 mm-Resonator.....	105
5.2	Der 10 mm-Resonator	107
5.2.1	Geometrie	107
5.2.2	Theoretische Vorhersagen.....	108
5.2.3	Experimentelle Modenkarte.....	109
5.2.4	Einfluß des Fensters	111
5.2.5	Wegabhängige Oszillationsgebiete.....	112
5.2.6	Zusammenfassung 10 mm-Resonator.....	115
6.	Zusammenfassung und Ausblick	117
Anhang A.....		120
Stabilitätsuntersuchung.....		120
Anhang B.....		125
Selbstkonsistente Mehrmodengleichung.....		125
Literatur		129

Verwendete Symbole

B	: Magnetfeld
\vec{B}	: Vektor des magnetischen Feldes
B_{z0}	: statisches Magnetfeld
c	: Vakuumlichtgeschwindigkeit
c	: spez. Wärmekapazität
C_{mn}	: Normierungskonstante (Gl. 3.21)
e	: Elementarladung des Elektrons
\vec{E}	: Vektor des elektrischen Feldes
E_t	: transversale elektrisches Feld
$f(z)$: Feldprofil des Resonatormodes
I	: Strahlstrom
I_{s2}	: Startstrom eines Störmodes
I_s	: Startstrom
J	: Stromdichte
J_m	: Besselfunktion der Ordnung m
J'_m	: Ableitung von J_m
k_{mn}	: transversale Wellenzahl eines TE_{mn} -Modes
k_r	: Wellenzahl senkrecht zur Ausbreitungsrichtung
k_z	: Wellenzahl in Ausbreitungsrichtung
L	: Länge des Resonators
m	: azimuthaler Index
m_e	: Ruhemasse des Elektrons
n	: radialer Index
\vec{n}	: Normalenvektor
p	: axialer Index
$p\Omega$: Verlustleistungsdichte
P	: komplexer transversaler Impuls
P	: Leistung des Gyrotrons
Q	: Güte des Resonators
r	: Ortsvariable (Zylinderkoordinaten)
r_c	: Zyklotronradius
R	: Radius des Resonators
R_0	: Radius des Führungszentrums

s	: Gyrotronharmonische Zahl
t	: Zeit
\vec{u}	: Impuls eines Elektrons
u_t	: transversaler Impuls
u_z	: longitudinaler Impuls
U	: Beschleunigungsspannung
U_{mod}	: Modulationsspannung
v_t	: transversale Geschwindigkeitskomponente
v_z	: longitudinale Geschwindigkeitskomponente
x_{mn}	: Nullstelle von $J_m(x)$
x'_{mn}	: Nullstelle von $J'_m(x)$
z	: Ortsvariable (Zylinderkoordinaten)
α	: Geschwindigkeitsverhältnis
α	: Längenausdehnungskoeffizient
γ	: relativistischer Faktor
γ_0	: relativistischer Faktor beim Eintritt in den Resonator
δ	: Eindringtiefe
∂	: Differential Operator
Δ	: Laplace Operator
η	: Gesamtwirkungsgrad
η_e	: Wirkungsgrad eines Elektrons
Λ	: langsam veränderliche Phase
μ_0	: Permeabilität des Vakuums
ϕ_0	: Anfangsphase eines Elektrons (Winkelkoordinate)
Ψ_{mnp}	: Phase eines TE_{mnp} -Modes
σ	: elektrische Leitfähigkeit
τ	: Zeitintervall
ω	: Kreisfrequenz des Hochfrequenz Feldes
ω_0	: nichtrelativistische Zyklotronfrequenz
ω_a	: Mittelungsfrequenz
ω_c	: Zyklotronfrequenz
ω_{c0}	: Zyklotronfrequenz beim Eintritt in den Resonator
ω_{grenz}	: Grenzfrequenz eines Hohlleiters
ω_{mnp}	: Eigenfrequenz eines TE_{mnp} -Modes
$\langle \rangle$: Mittelung über ...

1. Einleitung

Der Kernfusion werden große Chancen eingeräumt, einen wichtigen Beitrag für die Energieversorgung der Zukunft zu leisten. Dabei hat die "Magnetfusion", bei der das Reaktionsplasma in starken Magnetfeldern eingeschlossen ist, gute Aussichten für eine Realisierung im technischen Maßstab. Ein wichtiger Vorteil des Fusionsreaktors ist seine inhärente Sicherheit. Im Gegensatz zu Spaltreaktoren hört der Fusionsvorgang beim Ausfall von Sicherheitssystemen und der externen Leistungsversorgung sofort auf. Ein Unfall mit Schmelzen des Reaktorkerns ist nicht möglich. Allerdings müssen bis zum Bau von Fusionsreaktoren noch viele wissenschaftliche und technische Probleme gelöst werden. Immerhin sind aber gegenwärtig schon große Experimente in Betrieb, die den Übergang von physikalischer Forschung zu technischer Entwicklung einleiten.

Eine wichtige Frage ist die nach der Plasmaheiztechnik. Für eine hohe Fusionsausbeute müssen genügend viele Kerne, die verschmelzen sollen, nahe genug zusammenkommen. Die zwei wichtigsten Parameter sind deshalb die Teilchendichte und die Plasmatemperatur (Plasmaenergie). Um die Plasmatemperatur möglichst hoch zu treiben, sind daher Heizsysteme gefragt, die genug Energie im Plasma deponieren können.

Eine Methode, ein Plasma zu heizen, ist die Elektronen-Zyklotron-Resonanz-Heizung (electron cyclotron resonance heating, ECRH), bei der Mikrowellen mit der Rotationsfrequenz der Elektronen im Magnetfeld in das Plasma eingestrahlt werden. Sie hat den Vorteil, daß die Energie sehr gut und in einem kleinen Volumen absorbiert wird. Sie ist daher hervorragend geeignet, den Fusionsprozeß zu starten. Allerdings stehen zur Zeit noch keine ausreichend leistungsstarken Mikrowellengeneratoren zur Verfügung.

Das Prinzip der ECRH besteht darin, den Elektronen des Plasmas Energie in einer Form anzubieten, die sie besonders gut absorbieren können. Durch Stöße wird diese Energie teilweise an die Kerne abgegeben, dadurch die Kerntemperatur erhöht und der Fusionsprozeß gestartet.

Die Frequenz der eingestrahlten Mikrowellen muß mit der Zyklotronfrequenz ω_c der Elektronen im Magnetfeld B übereinstimmen.

$$\omega_c = \frac{e B}{m_e \gamma} \quad 1.1$$

$$\gamma = 1 + \frac{E_{\text{kin}}}{m_e c^2} \quad 1.2$$

Dabei ist e die elektrische Ladung und m_e die Ruhemasse des Elektrons. In der Plasmakammer von aktuellen und fortschrittlichen Plasmaexperimenten herrschen Magnetfelder zwischen 2,5 T und 5 T /Engelmann, et. al., 1988; Verhoeven, 1988/. Dies erfordert Frequenzen für die ECRH von 70 GHz bis 140 GHz. Falls noch bessere Magnetsysteme zur Anwendung kommen, werden noch höhere Frequenzen benötigt. Außerdem ist der Leistungsbedarf sehr hoch. Zum Starten des Fusionsvorganges sind Leistungen von über 10 MW nötig. Die Zeit, während der die Leistung zur Verfügung stehen muß, hängt von der Einschlußzeit des Plasmas im Reaktor ab, jedoch sind Pulslängen von mindestens 100 ms erwünscht.

Bei diesen Parametern versagen herkömmliche Hochfrequenzerzeugungssysteme. Der Hauptgrund dafür sind die bei diesen Frequenzen kleinen geometrischen Abmessungen und die daraus resultierenden großen Leistungsdichten. Bild 1.1 zeigt die erreichbaren Leistungen als Funktion der Frequenz für unterschiedliche Erzeugungsmechanismen /aus Gilmour, 1986/.

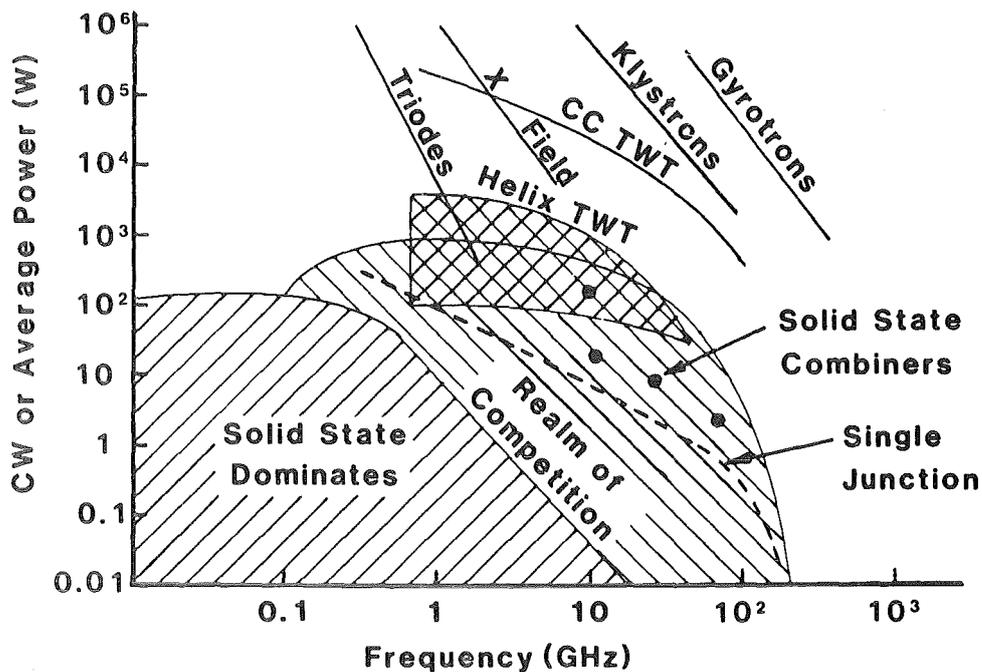


Abb. 1.1 Leistungsvermögen verschiedener Hochfrequenzoszillatoren

Das System, das den Leistungsbedarf in dem für die ECRH benötigten Frequenzbereich möglicherweise decken kann, ist das Gyrotron. Ein anderer Oszillator, der viel Leistung im Millimeterwellen-Bereich erzeugen kann ist der Free Electron Laser (FEL). FEL haben allerdings den Nachteil, daß die hohen Leistungen bisher nur bei sehr kurzen Pulsen (im ns-Bereich) erreicht wurden. Der dabei gemessene Wirkungsgrad, das heißt das Verhältnis von nutzbarer Hochfrequenzleistung zur ursprünglichen Leistung der Elektronen, ist gering.

Bei Gyrotrons konnte in den letzten Jahren nachgewiesen werden, daß zum einen MW-Leistungen bei kurzen Pulsen /Kreischer, Temkin, 1987/ und zum anderen auch ein Dauerstrichbetrieb mit Leistungen von ca. 200 kW bei Frequenzen um 100 GHz möglich sind /Felch, et. al., 1986; Garin, et.al., 1987/. Daß auch große Wirkungsgrade erzielt werden können, zeigt ein 8 GHz-Gyrotron /Mathews, et. al., 1987/. Aus diesen

Gründen scheint das Gyrotron am besten geeignet, die Forderungen der ECRH zu erfüllen.

Das Gyrotron ist eine Elektronenröhre, bei der ein Elektronenstrahl und ein Hochfrequenzfeld in einem Hohlraumresonator wechselwirken, das heißt Energie austauschen. Die von der Kathode kommenden Elektronen folgen, bedingt durch ein starkes außenliegendes Magnetfeld, einer spiralförmigen Bahn durch den Resonator (Abb.1.2). Die Rotationsfrequenz ist die Zyklotronfrequenz ω_c . Sie regen daher Eigenschwingungen des Resonators an, deren Eigenfrequenzen in der Nähe von ω_c liegen. Das Prinzip des Gyrotrons, bei dem die relativistische Massenänderung der Elektronen zu einer Phasenfokusierung und anschließend zur Verstärkung führt, ist in Kapitel 3 genauer beschrieben. Nach der Wechselwirkung im Resonator geben die Elektronen ihre restliche Energie an die Berandung der Röhre ab, und die Mikrowellen können durch ein Vakuumfenster ausgekoppelt werden.

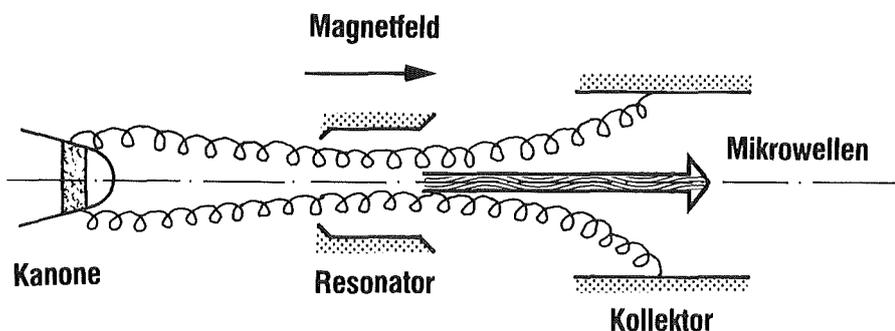


Abb. 1.2 Schematische Darstellung eines Gyrotrons

Die Eigenschwingungen des Resonators heißen **Eigenmoden**. Sie unterscheiden sich in ihrer Feldkonfiguration und sind durch ihre Eigenfrequenz charakterisiert.

Durch die Resonanz der Eigenschwingung kommt es im Resonator zu einer Feldüberhöhung. Dies führt zu erhöhten Wandverlusten. Da nicht

beliebig viel Verlustleistung abgeführt werden kann, bleibt die maximal erreichbare Dauerstrichleistung begrenzt. Bei der fundamentalen TE_{011} -Schwingung, einer Frequenz von 150 GHz und einer Kühlleistungsdichte von 2 kW/cm^2 , können maximal 25 kW extrahiert werden. Auf dem Weg zu Megawattgyrotrons muß daher entweder die Kühlleistung erhöht, oder die Verlustleistung reduziert werden. Ansätze zur Erhöhung der Kühlleistung sind vorhanden /Boyd, 1988/, doch sollte dies in einem anderen Rahmen behandelt werden. Die Hochfrequenzverluste können durch Materialien mit großer Leitfähigkeit verringert werden. Allerdings sind Supraleiter wegen des starken Magnetfelds ungeeignet /Gilchrist, Moncean, 1970/. Deshalb wird in Gyrotron Kupfer als Resonatormaterial verwendet.

Ein weiterer noch gangbarer Weg zur Erhöhung der maximalen Dauerstrichleistung ist die Vergrößerung des Resonatorradius, das heißt die Wahl eines anderen Eigenmodes. Eine zusätzliche Verringerung der Wandverluste kann durch die Erhöhung des axialen Index der Schwingung erreicht werden. Dabei treten dann mehr als ein Feldmaximum in Längsrichtung auf.

Durch Vergrößerung des Resonatorradius wird die Anzahl der schwingungsfähigen Moden erhöht, das heißt, der Frequenzabstand von einem gewünschten Arbeitsmode zu Störmoden wird kleiner. Mehrere Moden können durch den Elektronenstrahl angeregt werden. Die Frage ist, wie kann ein Hochleistungsgyrotron betrieben werden, bei dem sehr viele Störmoden vorhanden sind. Was sind hierbei die besten Arbeitsmoden. Besonders attraktive Arbeitsmoden sind die rotationssymmetrischen TE_{0n} -Moden ($n=1, 2, \dots$), da ihre Energie mit einem Wirkungsgrad von ca. 95% in das Plasma gebracht werden kann /Kumric 1986/. Bei anderen Moden wurde bislang nur ein Übertragungswirkungsgrad von 80% erreicht.

Allerdings liegen im Parameterbereich der optimalen Leistung von rotationssymmetrischen Moden besonders viele Störmoden. Daher ist es wichtig zu erforschen, ob Gyrotrons mit rotationssymmetrischen Arbeitsmoden überhaupt große Leistungen von über 200 kW liefern können. Dazu muß zunächst theoretisch überprüft werden, ob und wie der gewünschte Arbeitsmode bevorzugt angeregt werden kann. Diese Untersuchung wird **Modenrangigkeitsanalyse** (mode-competition) genannt. Vergleiche mit Experimenten sollen dann die Wege zu einem Hochleistungsgyrotron ($P > 1$ MW) mit einem rotationssymmetrischen Arbeitsmode aufzeigen.

Das Problem der Modenrangigkeit wurde schon früh bei der Entwicklung von Hochleistungsgyrotrons in der Sowjetunion erkannt. Eine gute Beschreibung der allgemeinen Mehrmodentheorie ist bei Nusinovich zu finden /Moiseev, Nusinovich, 1974; Nusinovich, 1981/. Dieses Modell behandelt die Modenrangigkeit mit wenigen allgemeinen Variablen, was für einen groben Überblick von großem Nutzen sein kann. Jedoch müssen für Spezialfälle immer neue Variablen hinzugenommen werden /Dumbrajs, et. al., 1988/, so daß bei anwenderorientierten Optimierungsproblemen dieses allgemeine Modell Nachteile hat. In den USA wurde ausgehend von der sowjetischen Theorie an einigen Gyrotrons die Modenrangigkeit experimentell beobachtet /Kreischer, 1984/. Eine systematische Untersuchung und ein Vergleich zwischen Experiment und Theorie ist bisher jedoch nicht in der Literatur zu finden. Außerdem wurden Experimente mit Gyrotrons mit rotationssymmetrischen Moden nicht weiterverfolgt. In jüngster Zeit wurde das Problem in Europa aufgegriffen, blieb bisher jedoch auf theoretische Arbeiten beschränkt /Zhu, Döring, 1986; Borie, Jödicke, 1987; Dumbrajs, Jödicke, 1987/.

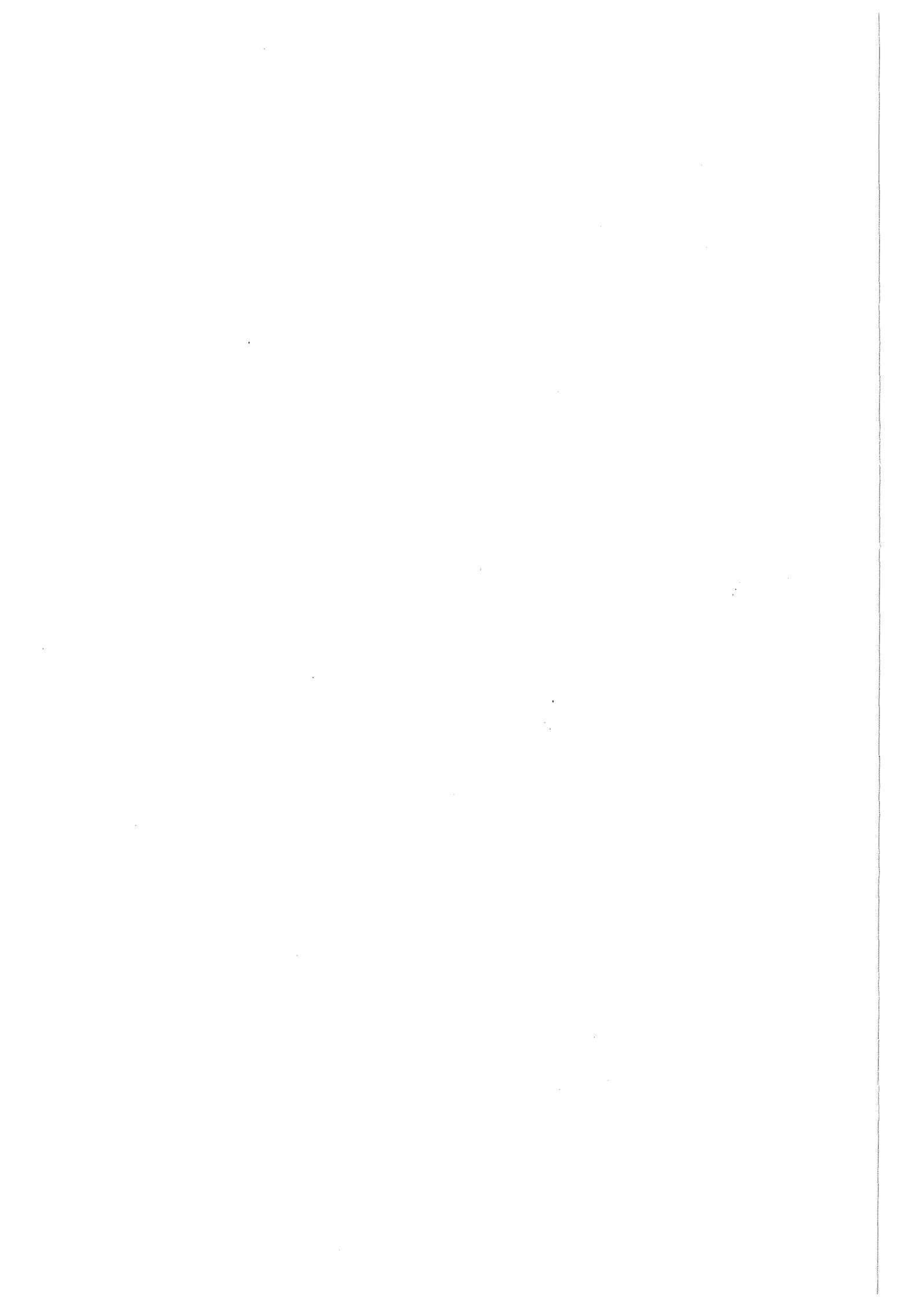
In der vorliegenden Arbeit wird theoretisch und experimentell die Modenrangigkeit von Gyrotrons mit rotationssymmetrischen Arbeitsmoden untersucht. Dazu wird zunächst eine Theorie entwickelt, deren nume-

rische Behandlung besonders für anwenderbezogene Probleme vorteilhaft ist. Außerdem ermöglicht das Programm die Studie dynamischer Vorgänge, wie das Anschwingen des Gyrotrons und das Erreichen stationärer Schwingungen. Ein weiterer Vorteil ist die numerische Stabilität verglichen mit anderen Programmen.

Die Anwendung der Theorie auf mögliche Gyrotronresonatoren zeigt, daß rotationssymmetrische Moden wie der TE_{03} und der TE_{06} mit großen Leistungen schwingen können, obwohl viele Störmoden vorhanden sind. Die Untersuchung leicht konischer Resonatoren weist auf die Möglichkeit hin, das Gyrotron mit einem erhöhten axialen Index schwingen zu lassen und so die Wandverluste zu reduzieren. Mit dem Computerprogramm kann ebenfalls nachgewiesen werden, daß gestufte Resonatoren weniger empfindlich auf Störmoden reagieren.

Die Studie der Anschwingvorgänge zeigt, daß die Ausgangsleistung von der Vorgeschichte im Parameterraum abhängig ist. Ausgehend von dieser Untersuchung wird eine optimale Anfahrprozedur vorgeschlagen.

Im experimentellen Teil konnte zum ersten Mal gezeigt werden, daß Moden mit höherem axialen Index tatsächlich mit großen Leistungen schwingen können. Außerdem konnte durch die Wahl des Anschwingvorganges der Parameterbereich, in dem der Arbeitsmode schwingt, so vergrößert werden, daß die Ausgangsleistung erhöht wurde, wie von der Theorie vorhergesagt. Die maximal erreichte Leistung lag bei 200 kW bei einer Pulszeit von 0,5 ms. Der gewählte Arbeitsmode war die TE_{031} -Schwingung.



2. Anregbare Moden im Gyrotron

Um die Rangigkeit der Moden im Gyrotron untersuchen zu können, muß zuerst bekannt sein, welche Moden schwingen können. Daher wird in diesem Kapitel das Modenspektrum eines Gyrotrons erläutert.

2.1 Frequenzspektrum des Gyrotrons

Das moden- und frequenzbestimmende Bauteil des Gyrotrons ist der Resonator. Jedem Eigenmode des Resonators ist eine charakteristische Eigenfrequenz zugeordnet. Daher enthält das Frequenzspektrum des Gyrotrons die gesamte Information über das Modenspektrum im Resonator. Aus diesem Grund soll im ersten Teil dieses Kapitels das Frequenzspektrum eines Gyrotronresonators erläutert werden, bevor in Kapitel 3 der wechselseitige Einfluß der Moden aufeinander behandelt wird.

Zunächst wird das einfache Modell des zylindrischen Hohlraumresonators betrachtet, anschließend das realistischere Modell des offenen Gyrotronresonators. Es zeigt sich, daß im Gyrotronresonator unendlich viele Moden schwingen können. Wie der Elektronenstrahl die Anzahl der Schwingungsmoden begrenzt, wird im zweiten Teil dieses Kapitels beschrieben.

2.1.1 Wellengleichung für zylindersymmetrische Probleme

Eine allgemeine Herleitung der Feldgleichungen in Hohlleitern ist ausführlich in vielen Lehrbüchern zu finden /z.B. Jackson, 1981/. Daher wird hier nur kurz auf für das Gyrotron relevante Gleichungen eingegangen. Im KfK-Gyrotron ist der Resonator, wie in den meisten Gyrotrons, ein Hohlzylinder. Daher ist es sinnvoll die Wellengleichung für das elektrische und magnetische Feld

$$\left[\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] h = 0 \quad 2.1$$

in Zylinderkoordinaten zu schreiben

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] h = 0 \quad 2.2$$

Mit dem Separationsansatz:

$$h(r, \phi, z, t) = R(r) \Phi(\phi) f(z) T(t) \quad 2.3$$

folgt

$$\frac{1}{R} \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{rR} \frac{\partial R}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} + \frac{1}{f} \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2 T} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = 0 \quad 2.4$$

Mit den Setzungen

$$\frac{1}{c^2 T} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = \omega^2 \quad 2.5.1$$

$$\frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} = -m^2 \quad 2.5.2$$

$$\frac{1}{f} \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = -k_z^2 \quad 2.5.3$$

und

$$k_r^2 = \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 \right) \quad 2.6$$

sowie

$$x = k_r r \quad 2.7$$

wird aus Gleichung 2.2 die Besselsche Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 R}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial R}{\partial x} - \left(1 - \frac{m^2}{x^2}\right) R = 0 \quad 2.8$$

Die Lösungen der Gleichung 2.5.4 sind die Besselfunktionen $J_m(x)$.

2.1.2 Rundhohlleiter

Der Rundhohlleiter ist ein zylinderförmiges Rohr mit elektrisch leitenden Metallwänden. Zur Berechnung der Transporteigenschaften für elektromagnetische Wellen kann in erster Näherung angenommen werden, daß die Oberfläche ideal leitend ist.

Die ideal leitende Oberfläche fordert, daß auf der Oberfläche

$$\vec{n} \times \vec{E} = 0 \quad \text{und} \quad \vec{n} \cdot \vec{B} = 0 \quad 2.9$$

wobei n die Flächennormale ist. Auf der zylindrischen Oberfläche folgt daher für die Felder:

$$E_z = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad 2.10$$

Diese Randbedingungen führen zu zwei Kategorien von Lösungen:

1. Den Transversal Magnetischen Moden (TM- oder E-Moden)

$$B_z = 0 \text{ überall}$$

$$E_z = 0 \text{ auf der Oberfläche}$$

2. Den Transversal Elektrischen Moden (TE- oder H-Moden)

$E_z = 0$ überall

$\partial B / \partial z = 0$ auf der Oberfläche.

Für die TM-Wellen bedeutet das, daß die Besselfunktion auf der Oberfläche eine Nullstelle hat ($J_m(x) = 0$) während für TE-Moden die Ableitung der Besselfunktion eine Nullstelle hat ($J'_m(x) = 0$). Da Besselfunktionen unendlich viele Nullstellen haben, wird zur Charakterisierung des Modes noch angegeben, um die wievielte Nullstelle es sich handelt. Für den TM_{mn} -Mode bedeutet das $J_m(x_{mn}) = 0$ und für den TE_{mn} -Mode ist $J'_m(x'_{mn}) = 0$. Daraus folgt sofort, daß ein Mode nicht mehr im Hohlleiter ausbreitungsfähig ist, wenn:

$$\omega < \omega_{\text{grenz}} = \frac{c}{R} x_{mn} \equiv c k_{mn}, \quad 2.11$$

da in diesem Fall die Wellenzahl in Längsrichtung eine rein imaginäre Zahl ist. Das Feld klingt daher exponentiell ab. Die niedrigste Frequenz bei der ein Mode noch im Hohlleiter existieren kann heißt Grenzfrequenz ω_{grenz} .

2.1.3 Hohlraumresonator

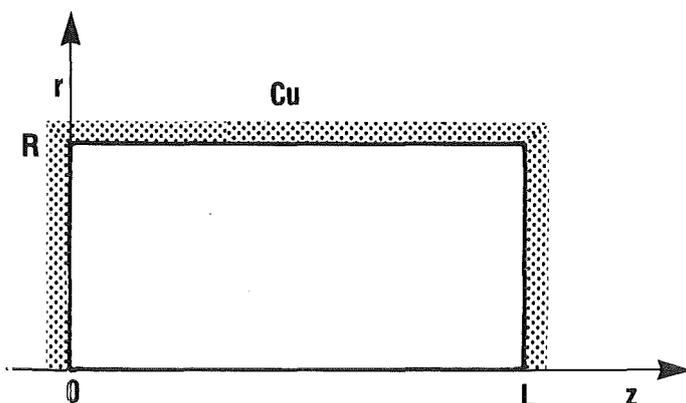


Abb. 2.1 Hohlraumresonator

Der zylindrische Hohlraumresonator (Abb. 2.1) habe eine ideal leitende Wand beim Radius R und ist mit zwei ideal leitenden Deckeln bei $z = 0$ und $z = L$ verschlossen.

Durch die Deckel an den Resonatorenden wird noch eine weitere Randbedingung eingeführt. Sie führt zu den Eigenschwingungen des Resonators. Die ersten zwei Indizes m und n bezeichnen den Schwingungstyp, während der dritte Index p die Anzahl der Feldmaxima in Resonatorlängsrichtung numeriert. Die Eigenfrequenzen sind gegeben durch:

$$\omega_{mnp} = \frac{c}{R} \sqrt{x_{mn}^2 + \frac{R^2}{L^2} p^2 \pi^2} \quad 2.12$$

Da im allgemeinen ein Resonator mehrere Freiraumwellenlängen λ lang ist ($L > \lambda$), liegt die Resonanzfrequenz eines TE_{mn1} -Modes normalerweise nahe bei der Grenzfrequenz. Das Frequenzspektrum des zylindrischen Hohlraumresonators ist durch Gleichung 2.12 vollständig beschrieben. Im Hinblick auf das Gyrotron ist es jedoch sinnvoll, Besselmoden von axialen Moden zu unterscheiden.

Besselmoden werden die Schwingungsformen genannt die durch die Art der Besselfunktion beschrieben werden. Die frequenzbestimmende Zahl ist hierbei x_{mn} bzw. x'_{mn} . Der Parameter m wird auch azimuthaler Index genannt, weil er die Anzahl der Feldmaxima auf einem Halbkreis mit $r = \text{const}$ angibt. Der radiale Index n zählt die Feldmaxima auf einer Gerade mit $\phi = \text{const}$. Abb. 2.2 zeigt das daraus resultierende Frequenzspektrum für einen Radius von 3,24 mm. Dabei ist nach TE- und TM-Moden unterschieden. Man erkennt, daß mit zunehmender Besselwurzel x'_{mn} die Moden immer dichter liegen.

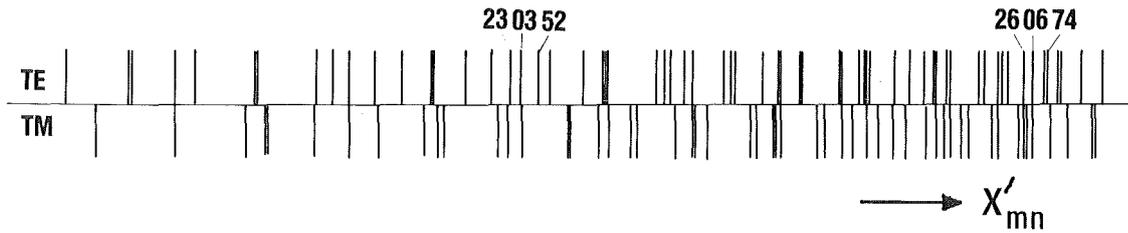


Abb. 2.2 Besselmodenspektrum

Axiale Moden teilen die Besselmoden in weitere Untergruppen. Dabei wird das Modenspektrum noch dichter als in Abb. 2.2 angedeutet. Der axiale Index numeriert die Anzahl der Feldmaxima in z-Richtung.

Diese Unterscheidung ist sinnvoll, da für die Ausbreitung in Wellenleitern nur die Besselmoden von Bedeutung sind.

2.1.4 Offener Gyrotronresonator

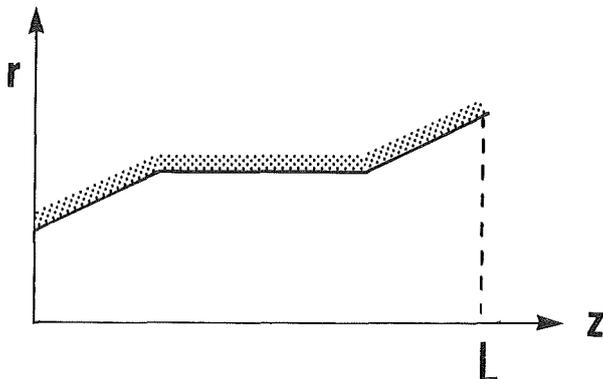


Abb. 2.3 Gyrotronresonator

In einem realen Gyrotronresonator (Abb. 2.3) ist ein Abstrahlen der Energie erwünscht. Deshalb ist das rechte Resonatorende für die Mikrowellen offen. An diesem Ende kann die erzeugte Mikrowellenstrahlung ausgekoppelt und dem Verbraucher zugeführt werden. Durch die linke Öffnung können zwar die Elektronen in den Resonator gelangen, für die Mikrowellen ist dieser Teil jedoch unterhalb der Grenzfrequenz. Das Feld klingt

dort exponentiell ab. Der Knick im Resonatorquerschnitt auf der rechten Seite schafft ebenfalls eine Reflektionsstelle. Die zwei Reflektionsstellen an beiden Enden des Resonators führen, wie im Fall des Hohlraumresonators, zu Eigenfrequenzen, wobei die Eigenfunktionen wiederum in Bessel- und axiale Moden getrennt werden können.

Im Gyrotron sollen Stehwellen vermieden werden. Der Reflexionsfaktor R muß am Ende des Resonators bei $z = L$ verschwinden. Am Ausgang des Resonators ist das Feld eine laufende Welle. Am Eingang steigt es exponentiell an. Dort ist k_z eine rein imaginäre Größe. Die Gleichung für die Eigenfunktion in Längsrichtung des Resonators, sowie für die Eigenfrequenzen (Gl. 2.5.3) muß daher unter folgender Randbedingung gelöst werden:

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} + k_z^2 \right) f = 0 \quad 2.5.3$$

$$\left. \frac{df}{dz} \right|_{z=0} = + i k_z z \quad 2.13.1$$

$$\left. \frac{df}{dz} \right|_{z=L} = - i k_z z \quad 2.13.2$$

Im Gyrotronresonator ist der Radius nicht konstant. Daher sind die Besselfunktionen streng genommen keine Eigenfunktionen des Systems. Konische Wellenleiter verkoppeln Besselmoden untereinander. Es kann jedoch gezeigt werden, daß bei kleinen Winkeln $\theta < 3^\circ$ die Gleichung 2.5.3 mit einer ortsabhängigen Wellenzahl k_z das Feldprofil im Resonator sehr gut beschreibt /Borie, Dumbrajs, 1986/. Aufgrund des Energieverlustes besitzt die Eigenfrequenz einen Imaginärteil:

$$\omega = \omega_{mnp} + i \frac{\omega_{mnp}}{2Q} \quad 2.14$$

Die Güte Q ist ein Maß für die Leistungsabgabe des Resonators. Die Lösung der Gleichung 2.5.3 mit den Randbedingungen 2.13 ist nur auf numerischem Wege zu erhalten. Dieses Gleichungssystem ist unter dem Namen Vlasov-Näherung in der Literatur zu finden /Vlasov et.al., 1969/. Die Eigenfunktionen für TE- und TM-Moden haben dann folgende Form:

TE-Moden:

$$\begin{aligned}
 H_z &= H_{z0} J_m(k_{mn}r) \cos m\theta e^{i(\omega t - k_z z)} \\
 H_r &= i \frac{k_z}{k_{mn}} H_{z0} J'_m(k_{mn}r) \cos m\theta e^{i(\omega t - k_z z)} \\
 H_\theta &= -i \frac{m k_z}{k_{mn}r} H_{z0} J_m(k_{mn}r) \sin m\theta e^{i(\omega t - k_z z)} \\
 E_z &= 0 \\
 E_r &= -\frac{\omega\mu}{k_z} H_\theta \\
 E_\theta &= \frac{\omega\mu}{k_z} H_r
 \end{aligned}
 \tag{2.15.1}$$

TM-Moden:

$$\begin{aligned}
 E_z &= E_{z0} J_m(k_{mn}r) \cos m\theta e^{i(\omega t - k_z z)} \\
 E_r &= i \frac{k_z}{k_{mn}} E_{z0} J'_m(k_{mn}r) \cos m\theta e^{i(\omega t - k_z z)} \\
 E_\theta &= -i \frac{m k_z}{k_{mn}r} E_{z0} J_m(k_{mn}r) \sin m\theta e^{i(\omega t - k_z z)} \\
 H_z &= 0 \\
 H_r &= \frac{\omega\mu}{k_z} E_\theta \\
 H_\theta &= -\frac{\omega\mu}{k_z} E_r
 \end{aligned}
 \tag{2.15.2}$$

Dabei ist J_m eine Besselfunktion der ersten Art und J'_m deren Ableitung. x'_{mn} ist die n -te Nullstelle von J'_m ist. Die transversale Wellenzahl k_{mn} ist definiert durch

$$k_{mn} = \frac{x'_{mn}}{R} \quad 2.16$$

wobei R der Resonatorradius ist. ω ist die Eigenfrequenz des TE_{mnp} -Modes.

2.1.5 Gestufter Resonator

Im gestuften Resonator (Abb. 2.4) muß ebenfalls die Gleichung 2.5.3 mit den dazugehörigen Randbedingungen gelöst werden. Allerdings kann das Feld nicht mehr durch einen Besselmode allein beschrieben werden. An der Sprungstelle wird nämlich gefordert, daß das Feld links der Stufe mit dem Feld rechts der Stufe übereinstimmt.

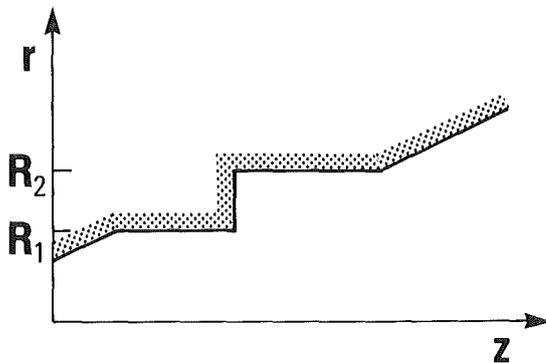


Abb. 2.4 Gestufter Resonator

Dies erschwert die Suche nach Eigenfunktionen und Eigenfrequenzen des Resonators /Pavel'ev, et. al., 1987/. Eine sehr wirkungsvolle Methode zu deren Berechnung wurde von O. Dumbrajs und E. Borie /Dumbrajs, Borie 1988/ entwickelt. Diese Methode wurde benutzt, um die zur Berechnung

des Wirkungsgrades nötigen Parameter zu gewinnen. Ein wichtiges Ergebnis der Berechnung war, daß gestufte Resonatoren in einem sehr kleinen Toleranzbereich gefertigt werden müssen (Borfe, et. al., 1988). Abweichung von 0,1% vom Sollwert der Radien führen zu einer Entkopplung der beiden Resonatoren und dadurch zum Verlust des Vorteils gestufter Resonatoren.

2.1.6 Fenster Reflexionen

Besonders drastisch zeigt sich die Auswirkung einer fehlangepaßten Last in Gyrotrons, weil, bedingt durch die Konstruktion, eine Last erst weit entfernt vom Resonator verwendet werden kann. Fehlanpassungen wirken auf den Resonator zurück und können zu unkontrollierbaren Sprüngen der Oszillatorfrequenz führen. Dieser sogenannte long-line Effekt kann bei allen Arten von Mikrowellengeneratoren beobachtet werden. /z.B. Frieser 1965/.

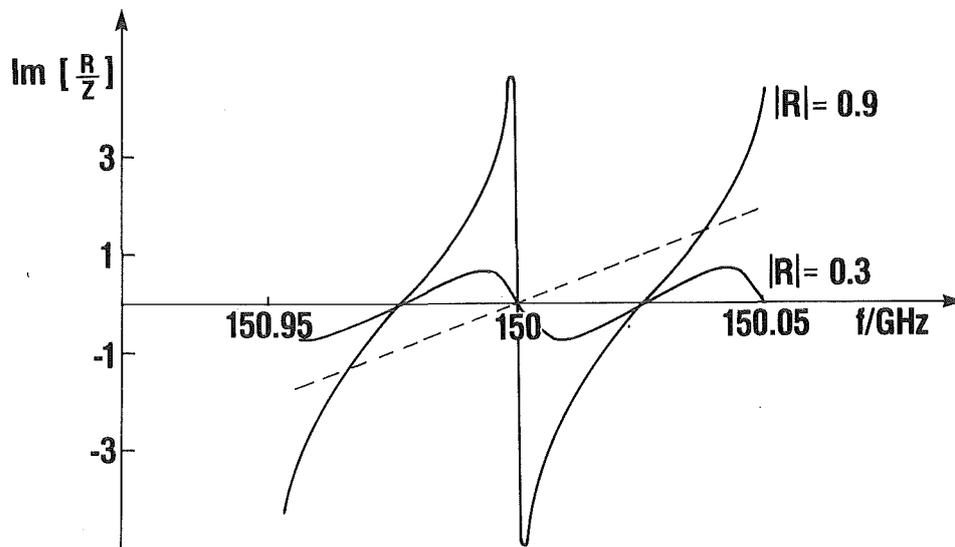


Abb. 2.5 Long-Line Effekt

Ein Gyrotronfenster besteht im allgemeinen aus zwei Keramik-scheiben. Dieser Aufbau führt zu einem Bandpaßverhalten dieses Bauteils (Abb. 4.4).

Das bedeutet es gibt Frequenzen und damit Moden, bei denen das Fenster stark reflektiert.

Abb. 2.5 zeigt den Imaginärteil des Widerstandes R des Fensters transformiert an den Ort des Resonators als Funktion der Gyrotronfrequenz. Scharparameter ist der Betrag des Reflexionsfaktors R des Fensters. Es wurde angenommen, daß sich das Fenster in 3 m Abstand vom Resonator befindet. Die gestrichelte Gerade ist die angenommene Arbeitsgerade des Gyrotrons.

An den Schnittpunkten von Gerade und Kurven ist die Summe der Blindleitwerte gleich null. Dort kann das Gyrotron schwingen. Für $R < 0,3$ ist nur eine Oszillationsfrequenz möglich. Mit wachsender Fehlanpassung erhöht sich jedoch die Anzahl der möglichen Schwingungszustände. Das heißt aber, daß die Frequenz ohne besonderen Anlaß springen kann. Das Gyrotron arbeitet instabil. Die Frequenzdifferenz dieser Schwingungen beträgt ca. 50 MHz. Durch Fenstermoden wird also das mögliche Frequenzspektrum des Gyrotrons noch dichter.

2.1.7 Wandverluste

Die tangentialen magnetischen Feldstärken auf der Wand des metallischen Hohlleiters verschwinden nicht. Daher werden Oberflächenströme induziert. Diese Ströme verursachen wegen der endlichen Leitfähigkeit der Metalle Verluste. Die Verluste werden bei der Berechnung nachträglich berücksichtigt, nachdem die Eigenfunktionen für den verlustfreien Fall bestimmt wurden. Der Einfluß auf Eigenfrequenz und Güte von offenen Gyrotronresonatoren ist gering und kann daher vernachlässigt werden.

Die von einer Flächeneinheit dA absorbierte Verlustleistung dP_V ist im zeitlichen Mittel gegeben durch /Jackson, 1981/:

$$\frac{dP_V}{dA} \equiv p_\Omega = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \vec{n} \cdot (\vec{E} \times \vec{H}^*) \right\} \quad 2.17$$

dabei sind E und H die Feldstärken des Hochfrequenzfeldes und n der Einheitsnormalenvektor zur Oberfläche. Für einen Gyrotronresonator ergibt sich daraus nach längerer Rechnung /Wenzelburger, 1986/:

$$\frac{dP_V}{dA} \approx \frac{\delta}{4\pi\mu_0\omega} \frac{1}{(x_{mn}^2 - m^2)} \left\{ k_{mn}^4 - \frac{m^2}{R^2} \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_{mn}^2 \right) \right\} |f|^2 \quad 2.18$$

Die Eindringtiefe δ ist gegeben durch

$$\delta \approx \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \omega \sigma}} \quad 2.19$$

mit μ_0 der Permeabilität und σ der elektrischen Leitfähigkeit des Metalls. Bei der Berechnung der Eigenfunktionen eines Resonators, läßt sich daher sofort die Wandverlustleistung bestimmen. Dies ist wichtig, um vorhersagen zu können, ob solch ein Resonator bei hoher mittlerer Leistung eingesetzt werden kann.

2.1.8 Thermische Frequenzverstimmung

Die unvermeidbaren Wandverluste führen zu einer Erwärmung des Resonators. Dadurch dehnt sich der Resonator aus, der Radius und die Länge vergrößern sich, und die Frequenz sinkt.

Um die Größe der Frequenzverstimmung abschätzen zu können, wird hier ein einfaches Modell angenommen. Die Krümmung der Resonatorwand wird vernachlässigt. In der y-z-Ebene ist bei $x = 0$ ein Übergang von Vakuum in ein Metall. In der ganzen Ebene werde Leistung mit einer Dichte von p_Ω dem unendlich dicken Metallstück zugeführt (Abb. 2.6)

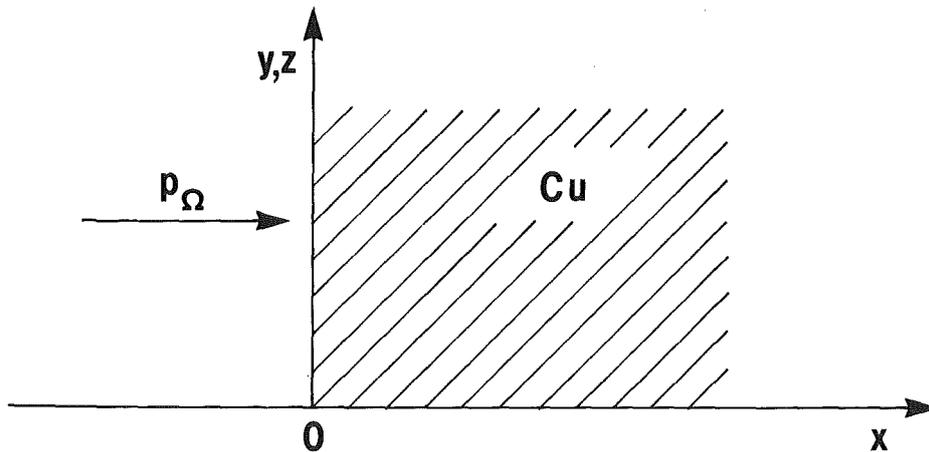


Abb. 2.6 Thermisches Modell

Die beschreibende Differentialgleichung ist die eindimensionale Wärmetransportgleichung

$$\frac{dT}{dt} = a \frac{d^2T}{dx^2} \quad 2.20$$

mit $a = \lambda/c\rho$, λ : Wärmeleitfähigkeit, c : spezifische Wärmekapazität und ρ : spezifische Dichte. Die in der Zeit τ zugeführte Energie muß sich im Kupfer befinden.

$$\int_0^\tau p_\Omega z y dt = c \rho \int_0^\infty \int_0^z \int_0^y T dy dz dx \quad 2.21$$

Da alles von z und y unabhängig ist, folgt daraus:

$$\int_0^\tau p_\Omega dt = c \rho \int_0^\infty T dx \quad 2.22$$

Wird die Wärmetransportgleichung (2.20) über x integriert, so erhält man:

$$\frac{d}{dt} \int_0^{\infty} T \, dx = a \left(\left. \frac{dT}{dx} \right|_{\infty} - \left. \frac{dT}{dx} \right|_0 \right) \quad 2.23$$

Der Temperaturgradient verschwindet im unendlichen. Wird Gleichung 2.22 in 2.23 eingesetzt, so ist:

$$P_{\Omega} = - \lambda \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} \quad 2.24$$

das heißt, der Gradient an der Oberfläche wird nur von der Wärmeleitfähigkeit und der Leistungsdichte bestimmt. Dies erlaubt eine einfache Abschätzung der Temperaturerhöhung.

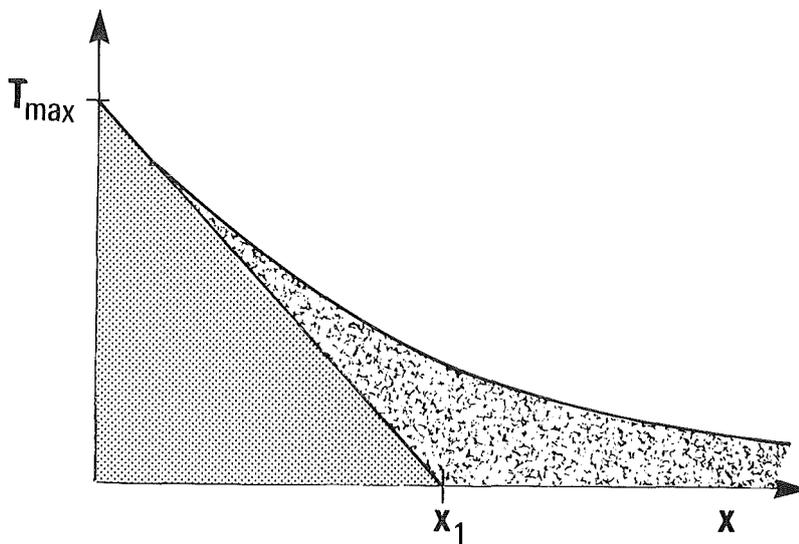


Abb. 2.7 Temperaturprofil

Abb. 2.7 zeigt ein realistisches Temperaturprofil als Funktion des Orts (Kurve) und die lineare Näherung (Gerade). Wird angenommen, daß die Energie in dem dunklen Bereich steckt, so wird die Temperaturerhöhung T_{\max} etwas überschätzt. Das Dreieck ist gegeben durch

$$T(x,t) = T_{\max}(t) - \frac{P_{\Omega}}{\lambda} x \quad 2.25$$

Daraus folgt, daß die Temperaturerhöhung folgendermaßen abgeschätzt werden kann

$$\frac{1}{c\rho} \int_0^{\tau} p_{\Omega} dt = \frac{1}{c\rho} p_{\Omega} \tau = \int_0^{\infty} T dx > \int_0^{x_{\max}} T(x,t) dx = \frac{\lambda T_{\max}^2}{2 p_{\Omega}} \quad 2.26$$

Und damit

$$T_{\max} < p_{\Omega} \sqrt{\frac{2\tau}{c\lambda\rho}} \quad 2.27$$

Über die Radiusvergrößerung führt dies zur Frequenzverstimmung Δf bei bekannten Temperatureausdehnungskoeffizient α : (vgl. Gl. 2.12)

$$\frac{\Delta f}{f} \approx -\alpha T_{\max} \quad 2.28$$

Als Beispiel sei ein Resonator mit einer Verlustleistungsdichte von $6,5 \text{ kW/cm}^2$ angegeben. Bei und einer Pulszeit von 100 ms würde die Frequenzdrift 2,0 GHz betragen. Schon aus diesem Grund muß die Verlustdichte reduziert werden.

2.2 Auswahl des optimalen Schwingungsmodes.

Durch geeignete Wahl der Elektronenstrahlparameter ist es möglich, die Moden so anzuregen, daß neben dem gewünschten Arbeitsmode nur wenige der unendlich vielen Moden des Resonators schwingen können. Die Modenauswahl kann durch geeignete konstruktive Maßnahmen unterstützt werden. Im folgenden werden verschiedene Auswahlmechanismen beschrieben.

2.2.1 Dynamische Modenselektion

Wie bereits erwähnt, arbeiten die Gyrotronresonatoren nahe bei der Grenzfrequenz und damit bei kleinem k_z . Dadurch ist aber das elektrische Feld der TM-Moden klein (vgl. Gl. 2.15.2). Sie können daher nicht mit den Elektronen wechselwirken. Das elektrische Feld der TE-Wellen dagegen ist in der Nähe der Grenzfrequenz überhöht. Sie tauschen daher besonders gut Energie mit den Elektronen aus. Im Gyrotronresonator können daher vorrangig **TE-Moden** angeregt werden /vgl. Abubakirov, 1983/.

Im Resonator rotieren die Elektronen, bedingt durch das externe Magnetfeld, mit der Zyklotronfrequenz ω_c . Die Elektronen können daher den Resonator nur zu Schwingungen anregen, deren Frequenzen ein ganzes Vielfaches dieser Zyklotronfrequenz sind. Die ganze Zahl n wird **Gyrotronharmonische** genannt.

$$\omega_{\text{HF}} \approx n \omega_c \quad 2.29$$

Sei τ die Durchlaufzeit der Elektronen durch den Resonator, so ist das Anregungsband der Elektronen gegeben durch:

$$n \omega_c - \frac{\pi}{\tau} < \omega_{\text{HF}} < n \omega_c + \frac{\pi}{\tau} \quad 2.30$$

Die **radiale Lage** des Elektronenstrahls beeinflußt ebenfalls das erzeugte Modenspektrum im Gyrotron. /Nusinovich, 1985/ Die Moden bei denen die Feldstärke am Ort der Elektronen am größten ist, werden am besten angeregt. Da die Feldstärke sowohl vom Mode als auch vom Radius abhängt, kann durch geeignete Wahl des Radius des Elektronenhohlstrahls der Arbeitsmode bevorzugt werden. Der Parameter der die Stärke der Wechselwirkung zwischen Mode und Strahl beschreibt heißt Ankoppelstärke (Gl. 3.30).

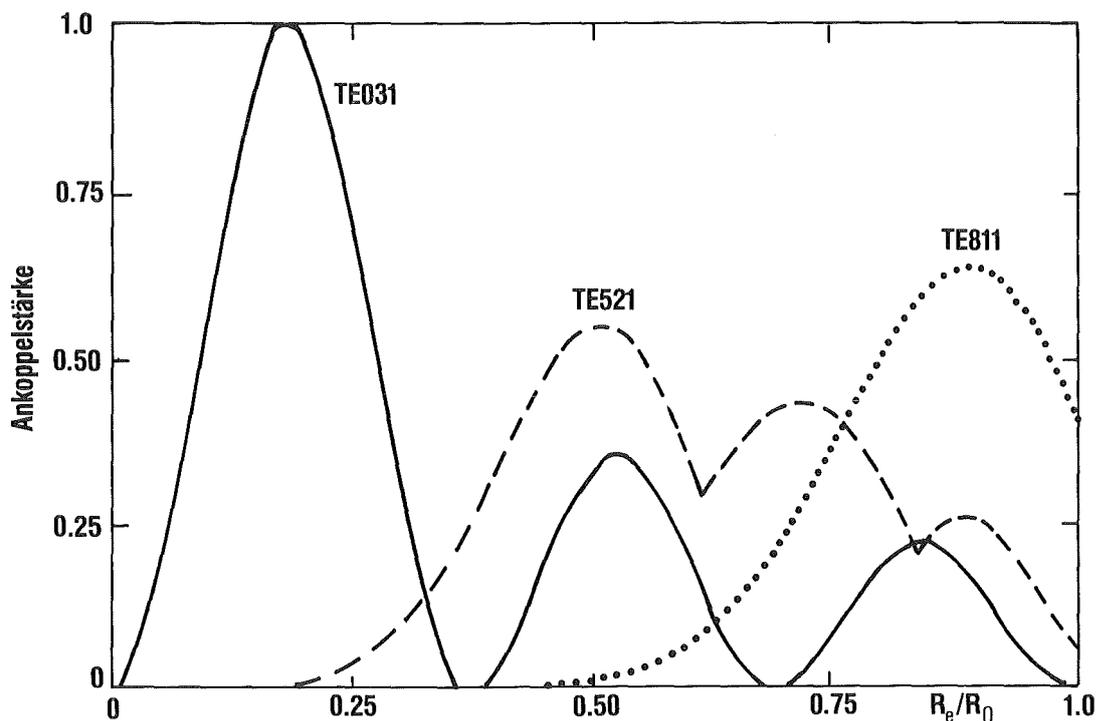


Abb. 2.8 Ankoppelstärke von Moden.

Abb. 2.8 zeigt die Ankoppelstärke des Modes an den Elektronenstrahl für die benachbarten Moden TE₀₃, TE₅₂ und TE₈₁. Es ist offensichtlich, daß, wenn sich der Elektronenstrahl nahe der Wand befindet, nur der TE₈₁-Mode erzeugt wird. Bei bei einer Strahllage etwa in der Mitte des Resonators können sowohl der TE₅₂-Mode als auch der TE₀₃-Mode angeregt werden.

Bei der Berechnung von Ausgangsleistung und Frequenz genügt es meist, stationäre Zustände zu betrachten. Es ist aber wichtig, wie dieses Gleichgewicht erreicht wurde. Über den **Anschwingvorgang** kann auch das Modenspektrum des Gyrotrons gesteuert werden. Dieser Punkt wird später noch näher erläutert.

Die erwähnten Maßnahmen führen zu einer starken Reduktion der möglichen Schwingungsmoden. Trotzdem bleiben in überdimensionierten Resonatoren neben dem gewünschten Arbeitsmode noch sehr viele konkurrierende Moden übrig.

2.2.2 Konstruktive Maßnahmen

Neben der oben genannten Wahl der optimalen Elektronenstrahlparameter, kann ein weiteres Ausdünnen des Modenspektrums durch konstruktive Maßnahmen erreicht werden. Dabei werden Veränderungen an der einfachen Hohlzylinderform vorgenommen, mit dem Ziel, die Güte der Störmoden herabzusetzen. Im optimalen Fall würde der Arbeitsmode als einziger dann eine nennenswerte Feldstärke am Ort der Elektronen besitzen. Nur er könnte mit dem Strahl wechselwirken.

Der **radiale Index** kann durch einen *koaxialen inneren Zylinder* im Resonators (Abb. 2.9a) beeinflußt werden /Vlasov et. al., 1976/. Wird der innere Zylinder zum Ausgang zu kleiner, so wird die Güte von Moden mit großem radialen Index kleiner. Sie können schlechter angeregt werden. Das umgekehrte wird mit größer werdenden Zylindern erreicht. Auf diese Weise können Störmoden mit einem anderen radialen Index als der Arbeitsmode unterdrückt werden. Bei koaxialen Resonatoren kann jedoch der innere Zylinder nur schlecht gekühlt werden, was diese Resonatoren unbrauchbar für den Bau von Hochleistungsgyrotrons erscheinen läßt. Daher wird hier auf diese Art der Modenauswahl verzichtet.

Um den **azimuthalen Index** zu wählen, muß die Zylindersymmetrie des Resonators zerstört werden. Dies geschieht am einfachsten durch Längsschlitz im Resonator (Abb. 2.9b) /Antakov et.al., 1975; Luchinin, Nusi-novich, 1975/. Die Form erinnert dann an einen *Magnetronresonator*. Da jedoch im KfK vor allen Dingen rotationssymmetrische Moden studiert werden sollen, hat auch diese Maßnahme bei der hier besprochenen Aufgabenstellung keine Vorteile.

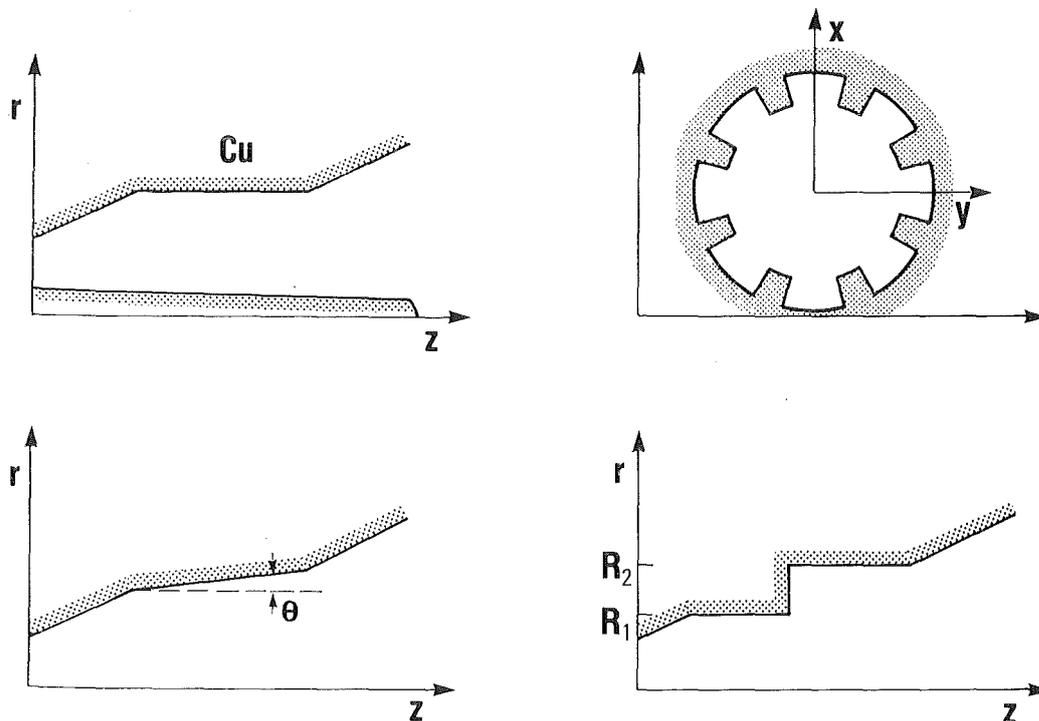


Abb. 2.9 a-d komplexe Resonatoren

Mit sogenannten *konischen Resonatoren* (Abb.2.9c) kann der **axiale Index** der Schwingung beeinflusst werden. Wird der Resonator zum Ausgang hin weiter, so liegt bei kleinem axialen Index ein Teil des Resonators unterhalb der Grenzfrequenz. Die Güte wird reduziert. Bei größeren Indizes steht die gesamte Resonatorlänge zur Verfügung und die Güte nähert sich der der Grundschwingung.

Eine weitere Möglichkeit der Modenauswahl bieten *gestufte Kavitäten* (Abb. 2.9d) /Pavel'ev, Tsirring, 1979/. Es handelt sich dabei um zwei Resonatoren die über eine Radiussprung aneinander gekoppelt sind. Dabei werden die Radien so gewählt, daß der Mode im ersten Resonator genau in Resonanz mit dem Mode im zweiten Resonator ist. Der azimuthale Index bleibt erhalten, nur der radiale ändert sich. Es entsteht ein TE_{ma} / TE_{mb} Hybridmode. Andere Modenkombinationen sind nicht in Resonanz. Das heißt, daß nur im Hybridmode gleichzeitig in beiden Resonatoren ein elektrisches Feld auftritt. Daher ist die Wechselwirkung der Elektronen mit diesem Mode optimal.

Trotz optimaler Strahlparameter und geeigneter konstruktiver Maßnahmen können in Hochleistungsresonatoren mehrere Moden durch den Elektronenstrahl angeregt werden. Ziel der Mehrmodentheorie ist es zu klären, welcher Mode tatsächlich schwingen wird.

3. Theorie

In diesem Kapitel wird die Modenrangigkeit theoretisch untersucht. Zunächst wird das Prinzip des Gyrotrons erklärt. Danach wird ausgehend von der Einmodentheorie von /Fliflet et. al. 1982/ eine Mehrmodentheorie aufgezeigt. Im zweiten Teil werden mit Hilfe dieser Theorie Untersuchungen zur Dynamik der Modenrangigkeit durchgeführt.

3.1 Prinzip des Gyrotrons

In diesem Abschnitt wird grob der Mechanismus erläutert der dazu führt, daß ein Gyrotron Mikrowellen abgibt. Dabei wird auf geometrische Eigenschaften des Gyrotrons eingegangen.

Das Gyrotron ist eine Elektronenröhre, bei der ein Elektronenstrahl und ein Hochfrequenzfeld in einem Hohlraumresonator wechselwirken, das heißt Energie austauschen. Die von der Kathode kommenden Elektronen treten mit einer Geschwindigkeitskomponente senkrecht (transversal) v_t und einer parallel v_z zur z -Achse in den Resonator ein. Ein starkes Führungsmagnetfeld bewirkt eine spiralförmige Rotation der Elektronen im Resonator mit der Zyklotronfrequenz ω_c . Der Radius der Rotationsbewegung, der Zyklotronradius r_c :

$$r_c = \frac{v_t}{\omega_c} \quad 3.1$$

ist bedingt durch das starke Magnetfeld viel kleiner als der Resonatorradius und sogar kleiner als die Dicke des Elektronenhohlstrahls. Daher besteht der Hohlstrahl aus vielen kleinen Teilstrahlen (Abb. 3.1a)

Am leichtesten verständlich wird das Verstärkungsprinzip im Gyrotron, wenn man zunächst nur die transversale Bewegung eines solchen Teilstrahls im transversalen elektrischen Feld \vec{E}_t betrachtet. Ein Elektron des Teilstrahls vollführt eine Kreisbewegung um das Führungszentrum bei dem Radius R_0 mit dem Zyklotronradius r_c und der Kreisfrequenz ω_c . Die longitudinale Bewegung führt nur zu einem Transport der Elektronen durch den Resonator, das heißt zu einer endlichen Verweildauer in der Wechselwirkungszone.

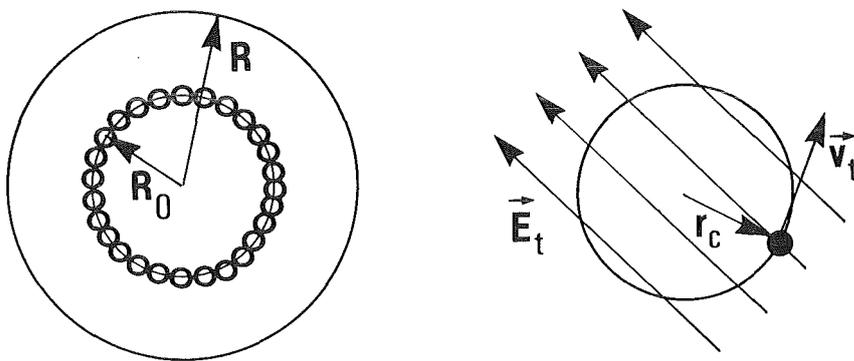


Abb. 3.1 a Elektronenstrahl im Resonator; b Elektronenteilstrahl

Abbildung 3.1b zeigt den ringförmigen Elektronenteilstrahl im Resonator. Da der Zyklotronradius r_c klein ist, verglichen mit dem Resonatorradius, kann in guter Näherung das Feld über den Elektronenring als räumlich konstant betrachtet werden.

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_t(R_0) \cos \omega t \quad 3.2$$

Zu einem Energieaustausch ΔW zwischen Elektron und Feld kann nur die zum elektrischen Feld parallele Komponente des Geschwindigkeitsvektors beitragen.

$$\frac{dW}{dt} = \vec{v} \cdot \vec{E} = \vec{v}_t \cdot \vec{E}_t \quad 3.3$$

Die parallele Geschwindigkeitskomponente lautet

$$\begin{aligned}\vec{v}_t &= |v_t| \cos \phi \\ &= |v_t| \cos (\omega_c t + \phi_0)\end{aligned}\quad 3.4$$

Dabei ist die Ortskoordinate des Elektrons festgelegt durch die Radien R_0 und r_c und eine Winkelkoordinate ϕ , wobei ϕ_0 der Winkel der Elektronen beim Eintritt in den Resonator ist. Einsetzen in Gleichung 3.3 und Umformen der trigonometrischen Funktion ergibt

$$\frac{dW}{dt} = \frac{1}{2} |v_t| |E_t| \{ \cos (\omega_c t + \phi_0 - \omega t) + \cos (\omega_c t + \phi_0 + \omega t) \} \quad 3.5$$

Nur der langsam veränderliche Anteil in dem $\omega_c \approx \omega$ trägt zur Wechselwirkung bei. An dieser Stelle ist es sinnvoll, sich in das Koordinatensystem der Elektronen zu setzen. Es rotiert mit der Kreisfrequenz ω_{c0} , der Zyklotronfrequenz am Eingang des Resonators um den Punkt R_0 . Der Winkel in diesem Koordinatensystem lautet:

$$\phi_{c0} = \omega_{c0} t \quad 3.6$$

Da ω_c zeitabhängig ist, ändert sich die Winkelkoordinate eines Elektrons in diesen Koordinaten:

$$\phi_{el} = (\omega_c - \omega_{c0}) t + \phi_0 \quad 3.7$$

Der Energieaustausch ist proportional zur Phase des elektrischen Feldes

$$\frac{dW}{dt} = \frac{1}{2} |v_t| |E_t| \cos \{ (\omega - \omega_{c0}) t - \phi_{el} \} \quad 3.8$$

Beim Eintritt in den Resonator ($t = 0, z = 0$) seien die Elektronen gleichverteilt. Dies ist in Abb. 3.2a durch die gleichen Abstände aller Punkte voneinander auf der Phasenachse dargestellt. Die Punkte stehen stellver-

treten für einige Elektronen. Wäre kein Hochfrequenzfeld vorhanden, so würde kein Energieaustausch stattfinden. Die Kreisfrequenz der Elektronen würde nicht verändert und daher würde sich die Lage der Elektronen in diesem Bezugssystem nicht ändern. Die eingezeichneten Elektronen blieben auf ihren Plätzen.

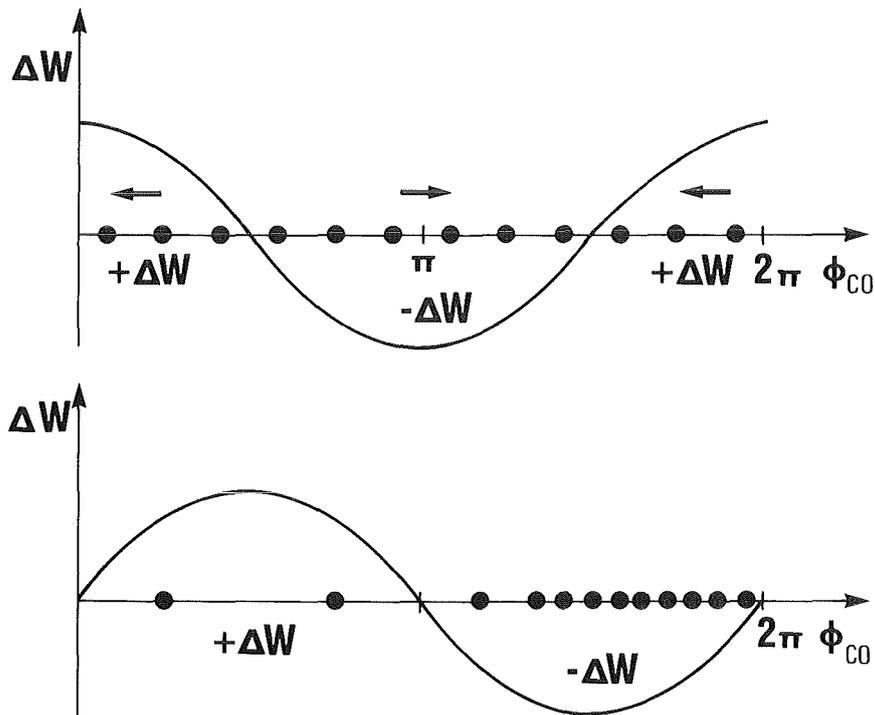


Abb. 3.2 Phasenanhäufung im Gyrotron

Im Gyrotron ist jedoch ein Hochfrequenzfeld vorhanden. Nach Gleichung 3.8 ist der Energiegewinn der Elektronen dW proportional zum Kosinus der Phase des Hochfrequenzfeldes, wie in Abb. 3.2a dargestellt. Einige Elektronen gewinnen, andere verlieren Energie. Insgesamt erfolgt über alle Winkel gemittelt kein Nettoenergieaustausch, da wegen der Gleichverteilung der Elektronen genausoviel Energie abgegeben wie aufgenommen wird. Aufgrund der relativistischen Massenänderung (Gl. 1.2) rotieren jedoch die höherenergetischen Elektronen langsamer als die

niederenergetischen. Es erfolgt eine Geschwindigkeitsmodulation. In Abb. 3.2a bewegen sich die Elektronen, die Energie abgegeben haben, nach rechts, die anderen nach links.

Dies führt beim weiteren Durchtreten durch den Resonator zu einer Dichtemodulation. Am Ende des Resonators ($t=\tau$, $z=L$) kommt es zu einer Phasenanhäufung der Elektronen (electron bunching). In Abb. 3.2b ist die Energieabgabe der Elektronen an das Feld dargestellt für den Fall, daß das Hochfrequenzfeld etwas schneller rotiert als die Elektronen. Auf diese Weise wird erreicht, daß der Bereich der Energieabgabe an das Feld mit dem Bereich der großen Elektronendichte zusammenfällt. So kann eine Nettoenergieabgabe und damit eine Verstärkung des Hochfrequenzfeldes erfolgen. An diesem Punkt muß die Wechselwirkungszone zu Ende sein, da sonst möglicherweise die Elektronen wieder Energie vom Feld aufnehmen.

Aus dieser kurzen Beschreibung des Gyrotronmechanismus werden zwei wichtige Punkte deutlich. Zum Ersten kann nur die transversale Geschwindigkeitskomponente der Elektronen wechselwirken. Das bedeutet, daß nur die Energie dieser Komponente in Mikrowellen umgewandelt werden kann. Das Verhältnis der transversalen zur longitudinalen Geschwindigkeit $\alpha = v_t/v_l$ ist jedoch aus strahltechnischen Gründen begrenzt. Der maximal erreichbare Wirkungsgrad, das heißt das Verhältnis von ausgekoppelter Mikrowellenleistung zur ursprünglichen Elektronenstrahlleistung, ist begrenzt:

$$\eta_{\max} \approx \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + 1} \quad 3.9$$

Zum Zweiten wird deutlich, daß die Frequenz der Mikrowellen etwas größer sein muß, als die Zyklotronfrequenz ω_c damit Verstärkung erzielt werden kann.

3.2 Mehrmodige adiabatische Näherung

Die folgende Herleitung der Bewegungsgleichung von Elektronen im Gyrotronresonator verwendet im Prinzip die gleichen Transformationen wie die vorangegangene Erklärung der Wirkungsweise des Gyrotrons. Jedoch wird der Einfluß von Moden und Strahlparametern quantitativ berücksichtigt. Es sei angenommen, daß die Elektronen im Resonator mit einem TE-Mode nahe der Zyklotronfrequenz wechselwirken. Das statische Magnetfeld zeige in z-Richtung. Der Ursprung des Hochfrequenzfeldes ist zunächst uninteressant, nur die Bewegung der Elektronen in dieser Umgebung ist gefragt. Daraus läßt sich die Energieabgabe der Elektronen an das Feld berechnen und damit der Wirkungsgrad η bestimmen. Mit Hilfe der Leistungsbilanzgleichung

$$P_{\text{HF}} = \eta U I \quad 3.10$$

erhält man den benötigten Strahlstrom I .

Gesucht ist die Lösung der Lorentzgleichung

$$\frac{d}{dt} (\gamma \vec{v}) + \frac{e}{m_e} (\vec{v} \times \vec{B}_{z0}) = - \frac{e}{m_e} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \equiv \vec{a} \quad 3.11$$

wobei \vec{v} der Geschwindigkeitsvektor der Elektronen, \vec{B}_{z0} das statische Magnetfeld und \vec{E} und \vec{B} das elektrische bzw. magnetische Hochfrequenzfeld am Ort der Elektronen bezeichnen. Hilfreich ist die Einführung der Impulsgröße \vec{u}

$$\vec{u} = \gamma \vec{v} \quad 3.12$$

Wird Gleichung 3.11 in kartesischen Koordinaten geschrieben, so erhält man folgendes Gleichungssystem: (B bezeichnet die z-Komponente des statisch anliegenden Magnetfeldes \vec{B}_{z0} .)

$$\dot{u}_x + \frac{eB}{m_e \gamma} u_y = a_x \quad 3.13.1$$

$$\dot{u}_y - \frac{eB}{m_e \gamma} u_x = a_y \quad 3.13.2$$

$$\dot{u}_z = a_z \quad 3.13.3$$

An dieser Stelle ist es sinnvoll, einige Kreisfrequenzen zu definieren.

$$\omega_c = \frac{eB}{m_e \gamma} \quad 3.14$$

ist die Zyklotronfrequenz der Elektronen, wobei

$$\omega_{c0} = \omega_c \Big|_{z=0} \quad 3.15$$

die Zyklotronfrequenz am Eingang des Resonators bezeichnet. Ohne Hochfrequenzfeld ($\vec{a}=0$) würden die Elektronen immer mit ω_{c0} rotieren.

Die nichtrelativistische Kreisfrequenz ω_0

$$\omega_0 = \frac{eB}{m_e} \quad 3.16$$

ist unabhängig von der Energie der Elektronen. Die Verwendung des transversalen Impulses u_t bewirkt, daß die Bewegung nullter Ordnung, das heißt ohne Einfluß des Hochfrequenzfeldes, schon richtig beschrieben wird.

$$i u_t = (u_x + i u_y) e^{-i(\omega_{c0}\tau + \phi)} \quad 3.17$$

Damit erhält man:

$$\dot{u}_t = -a_x \cos(\omega_{c0}\tau + \phi) + a_y \sin(\omega_{c0}\tau + \phi) \quad 3.18.1$$

$$\dot{\mathbf{u}}_t \left(\phi + \omega_{c0} \tau - \frac{\omega_0}{\gamma} \right) = -a_x \cos(\omega_{c0} \tau + \phi) - a_y \sin(\omega_{c0} \tau + \phi) \quad 3.18.2$$

$$\dot{u}_z = a_z \quad 3.18.3$$

Das Problem besteht jetzt darin, die Beschleunigung der Elektronen durch das Hochfrequenzfeld zu bestimmen. Da die Resonanzfrequenzen der Resonatormoden nahe der Grenzfrequenzen der Wellenleitermoden sind, ist das Hochfrequenzmagnetfeld klein und kann vernachlässigt werden. Die Beschleunigung erfolgt nur durch das elektrische Feld der TE-Moden. Da TE-Moden keine elektrische Komponente in z-Richtung besitzen, bleibt der longitudinale Elektronenimpuls unverändert.

$$\dot{u}_z = 0 \quad 3.19$$

Das transversale elektrische Feld E_t eines TE_{mnp} -Moden (2.15.1) kann in folgender Form geschrieben werden:

$$E_{t_{mnp}} = \mathbf{Re} \left\{ C_{mn} \left[k_{mn} J'_{mn}(k_{mn}r) \hat{\theta} \pm \frac{im}{r} J_m(k_{mn}r) \hat{r} \right] f_{mnp}(z) e^{i(\omega_{mnp}t + m\theta)} \right\} \quad 3.20$$

Dabei ist J_m eine Besselfunktion der ersten Art und J'_m deren Ableitung. Die unterschiedlichen Vorzeichen beschreiben eine rechts- bzw. links-rotierende Welle. Die Normierungskonstante lautet:

$$C_{mn} = \frac{1}{\sqrt{[\pi (x'_{mn})^2 - m^2] J_m(x'_{mn})}} \quad 3.21$$

wobei x'_{mn} die n-te Nullstelle von J'_m ist. Die transversale Wellenzahl k_{mn} ist definiert durch

$$k_{mn} = \frac{x'_{mn}}{R} \quad 2.16$$

wobei R der Resonatorradius ist. ω_{mnp} ist die Eigenfrequenz des TE_{mnp} -Modes und

$$f_{mnp}(z) = |f_{mnp}(z)| e^{-i \Psi_{mnp}(z)} \quad 3.22$$

sein komplexes Feldprofil. Das Feldprofil und die Eigenfrequenz eines Modes wird bei vorgegebener Resonatorgeometrie numerisch aus der Vlasov-Gleichung 2.5.3 mit den Randbedingungen 2.13.1 und 2.13.2 gewonnen.

Bis hierher ist diese Herleitung identisch mit der Einmodennäherung von Fliflet et.al. Der folgende Schritt ist neu und führt zur Mehrmodenanalyse. Bei der Mehrmodenbehandlung besteht das elektrische Feld im Resonator nicht nur aus einem Mode, sondern kann die Überlagerung mehrerer Eigenmoden sein.

$$\vec{E}_t = \sum_{mnp} \vec{E}_{t,mnp} \quad 3.23$$

Diese Summation erfolgt über alle TE_{mnp} -Moden, die durch den Elektronenstrahl angeregt werden können. Die Kräfte die durch das Hochfrequenzfeld ausgeübt werden lauten:

$$a_x = -\frac{e}{m_e} (E_r \cos \theta - E_\theta \sin \theta) \quad 3.24.1$$

$$a_y = -\frac{e}{m_e} (E_\theta \cos \theta + E_r \sin \theta) \quad 3.24.2$$

Diese Gleichungen lassen sich unter Verwendung der TE-Feldgleichung (Gl. 3.23) in die Bewegungsgleichungen einsetzen. Für eine linksrotierende Welle folgt aus Gleichung 3.18.1:

$$\dot{u}_t = -\frac{e}{2m_e} \sum_{mnp} k_{mn} C_{mn} f_{mnp} e^{i \omega_{mnp} t}$$

$$\left[J_{m-1}(k_{mn}r) e^{-i(m-1)\theta} e^{i(\omega_{c0}\tau + \phi)} - J_{m+1}(k_{mn}r) e^{-i(m+1)\theta} e^{i(\omega_{c0}\tau + \phi)} \right]$$
3.25

Mit Hilfe des Graf'schen Theorems /Abramovitz, 1964/ für Besselfunktionen läßt sich das Feld am Ort des Elektrons r als Funktion des sich wenig ändernden Führungszentrum R_0 der Elektronen und des Zyklotronradius r_c darstellen. Dies hat den Vorteil, daß man sich in das natürliche Bezugssystem eines Elektronenteilstrahls setzt. Dadurch wird die beschreibende Differentialgleichung vereinfacht. Die zur Benutzung des Graf'schen Theorems benötigten Parameter sind in Abb. 3.3 dargestellt.

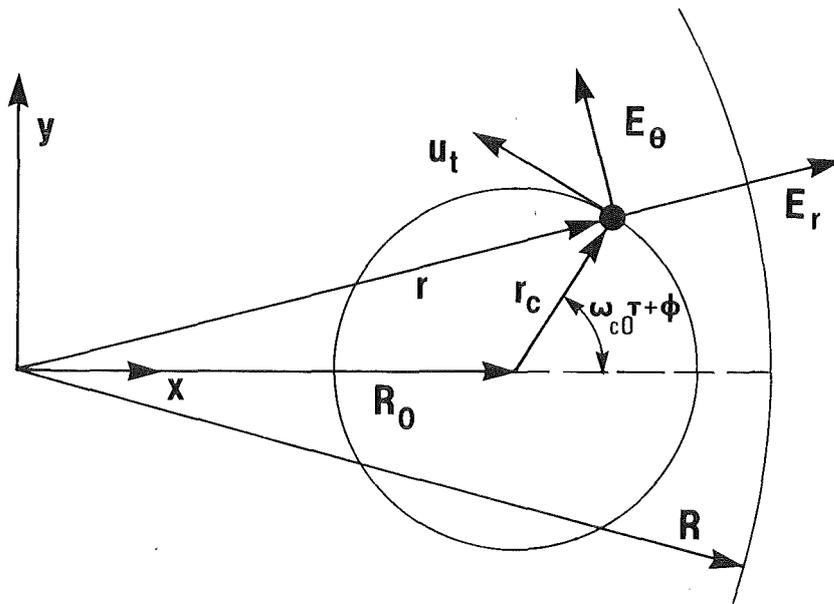


Abb. 3.3 Geometrie eines Elektronenteilstrahls.

Dabei wurde angenommen, daß sich das Führungszentrum R_0 nicht ändert. In der Einmodennäherung konnte gezeigt werden, daß die Näherung gut ist /Borie, Dumbrajs 1985/. Sie wird deshalb auch für die Mehrmodentheorie übernommen. Für Gleichung 3.25 ergibt sich:

$$\begin{aligned}
\dot{u}_t = & -\frac{e}{2m_e} \sum_{mnp} k_{mn} C_{mn} |f_{mnp}| \\
& \sum_{q=-\infty}^{\infty} (-1)^q \left\{ -J_{q+m-1}(k_{mn}R_0) J_q(k_{mn}r_c) \right. \\
& \cos \left[\omega_{mnp}t + (q-1)(\omega_{c0}\tau + \phi) - \psi_{mnp} \right] \\
& \quad \left. + J_{q+m+1}(k_{mn}R_0) J_q(k_{mn}r_c) \right. \\
& \cos \left[\omega_{mnp}t + (q+1)(\omega_{c0}\tau + \phi) - \psi_{mnp} \right]
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Dasselbe kann auch für Gleichung 3.18.2 durchgeführt werden. Bei der Anwendung des Graf'schen Theorems muß eine Summation über alle Gyrotronharmonischen q durchgeführt werden. Da jedoch die Elektronen Energie an einen TE_{mnp} -Mode nur bei einer Harmonischen abgeben können

$$s_{mn} \omega_c \approx \omega_{mnp} \tag{3.27}$$

genügt, es den Fall $-q \pm 1 = s_{mn} > 0$ zu betrachten. Es ist sinnvoll anzunehmen, daß die harmonische Zahl s_{mn} nicht von dem axialen Index p abhängt. Von der Summe in Gleichung 3.26 bleiben nur zwei Terme übrig. Die anderen tragen nicht zur Wechselwirkung bei.

$$\begin{aligned}
\dot{u}_t = & -\frac{e}{2m_e} \sum_{mnp} k_{mn} C_{mn} J_{m-s_{mn}}(k_{mn}R_0) \\
& [J_{s_{mn}-1}(k_{mn}r_c) - J_{s_{mn}+1}(k_{mn}r_c)]
\end{aligned} \tag{3.28.1}$$

$$|f_{mnp}| \cos \left\{ (\omega_{mnp} - s_{mn}\omega_{c0})\tau + \omega_{mnp}t_0 - \psi_{mnp} - s_{mn}\phi \right\}$$

$$\begin{aligned}
\left(\dot{\phi} + \omega_{c0} - \frac{\omega_0}{\gamma} \right) u_t = & \\
-\frac{e}{2m_e} \sum_{mnp} k_{mn} C_{mn} J_{m-s_{mn}}(k_{mn}R_0) [J_{s_{mn}-1}(k_{mn}r_c) + J_{s_{mn}+1}(k_{mn}r_c)] & \\
|f_{mnp}| \sin \left\{ (\omega_{mnp} - s_{mn}\omega_{c0})\tau + \omega_{mnp}t_0 - \psi_{mnp} - s_{mn}\phi \right\} &
\end{aligned} \tag{3.28.2}$$

Die Schritte ab Gl. 3.25 können äquivalent für eine rechtsrotierende Welle durchgeführt werden. Als Konsequenz muß der Term J_{m-s} durch $-1^s J_{m+s}$ ersetzt werden. Es ist daher sinnvoll einen Koppelparameter zu definieren.

$$G_{mn} = \frac{J_{m-s_{mn}}(k_{mn}R_0) \text{ linksrotierende Welle}}{-1^s J_{m+s_{mn}}(k_{mn}R_0) \text{ rechtsrotierende Welle}} \quad 3.29$$

In Gl. 3.28 wird ebenfalls deutlich, daß der Radius des Elektronenhohlstrahls nur über die sogenannte Ankoppelstärke K eingeht.

$$K = k_{mn} C_{mn} G_{mn}(k_{mn}R_0) \quad 3.30$$

Durch das Einführen einer langsam veränderlichen Phase Λ , kann das ganze System als Funktion von langsam Veränderlichen geschrieben werden. Das entspricht der Transformation auf ein Bezugssystem, das sich mit der Kreisfrequenz der Elektronen am Eingang des Resonators um das Führungszentrum R_0 bewegt. Dadurch wird eine numerische Behandlung möglich.

$$\Lambda = (\omega_a - \omega_{c0})\tau + \omega_a t_0 - \phi \quad 3.31$$

Die Mittelungsfrequenz ω_a ist beliebig wählbar. Damit Λ langsam variiert, sollte sie jedoch nahe bei ω_{c0} liegen. Dies unterscheidet sich von Fliflet et. al., die an dieser Stelle $\omega_a = \omega_{mnp}$ vorschreiben. Dadurch ist die langsam veränderliche Phase modenabhängig. Eine Mehrmodenbehandlung wird unmöglich. Bei /Nusinovich 1985/ wurde ebenfalls eine beliebige Mittelungsfrequenz definiert. Das Gleichungssystem lautet dann:

$$\begin{aligned} \dot{u}_t &= -\frac{e}{2 m_e} \sum_{mnp} k_{mn} C_{mn} G_{mn} \\ & [J_{s_{mn}-1}(k_{mn} r_c) - J_{s_{mn}+1}(k_{mn} r_c)] \\ & |f_{mnp}| \cos \{ (\omega_{mnp} - s_{mn} \omega_a) t + s_{mn} \Lambda - \psi_{mnp} \} \end{aligned} \quad 3.32.1$$

$$\begin{aligned} \dot{\Lambda} &= +\frac{e}{2 m_e u_t} \sum_{mnp} k_{mn} C_{mn} G_{mn} \\ & [J_{s_{mn}-1}(k_{mn} r_c) + J_{s_{mn}+1}(k_{mn} r_c)] \\ & |f_{mnp}| \sin \{ (\omega_{mnp} - s_{mn} \omega_a) t + s_{mn} \Lambda - \psi_{mnp} \} \\ & + \omega_a - \frac{\omega_0}{\gamma} \end{aligned} \quad 3.32.2$$

Unter Berücksichtigung, daß

$$k_{mn} r_c = \frac{k_{mn} u_t}{\omega_0} < s_{mn} \frac{v_t}{c} \quad 3.33$$

für schwach relativistische Elektronenstrahlen und kleine harmonische Anregung ein kleiner Wert ist, kann die Besselfunktion der Ordnung $s-1$ durch den führenden Term der Entwicklung nach kleinen Argumenten ersetzt werden /Abramowitz, 1964/.

$$J_n(x) \approx \frac{1}{n!} \left(\frac{x}{2} \right)^n \quad 3.34$$

Die Besselfunktion der Ordnung $s+1$ kann vernachlässigt werden. Durch die Substitution

$$dt = \frac{\gamma}{\gamma_0} \frac{1}{v_{z0}} dz \quad 3.35$$

erhält man dann eine ortsabhängige Differentialgleichung.

$$\frac{du_t}{dz} = -\frac{\gamma}{u_{z0}} \frac{e}{m_e} \sum_{mnp} k_{mn} C_{mn} G_{mn} \frac{1}{2^{s_{mn}} (s_{mn}-1)!} \left(\frac{k_{mn} u_t}{\omega_0} \right)^{s_{mn}-1} |f_{mnp}| \cos\{(\omega_{mnp} - s_{mn}\omega_a)t + s_{mn}\Lambda - \psi_{mnp}\} \quad 3.36.1$$

$$\frac{d\Lambda}{dz} = \frac{\gamma}{u_{z0} u_t} \frac{e}{m_e} \sum_{mnp} k_{mn} C_{mn} G_{mn} \frac{1}{2^{s_{mn}} (s_{mn}-1)!} \left(\frac{k_{mn} u_t}{\omega_0} \right)^{s_{mn}-1} |f_{mnp}| \sin\{(\omega_{mnp} - s_{mn}\omega_a)t + s_{mn}\Lambda - \psi_{mnp}\} + \frac{\gamma}{u_{z0}} \left(\omega_a - \frac{\omega_0}{\gamma} \right) \quad 3.36.2$$

Die Einführung des komplexen transversalen Impulses P

$$P = u_t e^{-i\Lambda} \quad 3.37$$

ergibt folgende kompakte Schreibweise:

$$\frac{dP}{dz} + i \frac{P}{u_{z0}} (\gamma \omega_a - \omega_0) = \frac{\gamma}{u_{z0}} \frac{e}{2m_e} \sum_{mnp} k_{mn} C_{mn} G_{mn} \frac{1}{(s_{mn}-1)!} \left(\frac{k_{mn}}{2\omega_0} \right)^{s_{mn}-1} (P^{s_{mn}-1})^* f_{mnp} e^{i(\omega_{mnp} - s_{mn}\omega_a)t} \quad 3.38$$

Diese Gleichung beschreibt die Bewegung eines Elektrons im Hochfrequenzfeld eines Gyrotrons. Gesucht ist deren Lösung bei vorgegebenen Moden (ω_{mnp}, f_{mnp}) und Eingangsimpulsen (u_{t0}, u_{z0}) . Es muß auch ein Magnetfeld vorgegeben werden, das sich im Bereich des Resonators leicht ändern darf.

Es kann gezeigt werden, daß durch weitere Näherungen und die Annahme eines idealen Verlaufs von Parametern wie Magnetfeld usw., diese Gleichungssystem in das von Nusinovich /Nusinovich 1985/ übergeführt werden kann /Borie, Jödicke, 1986/. Bei der Untersuchung zweier Moden existieren dann nur 4 freie Parameter. Bei jeder Abweichung des tatsächlichen Verlaufs eines physikalischen Wertes von dem idealen muß eine neue Variable hinzugenommen werden /Dumbrajs, et. al., 1988/, so daß bei anwenderbezogenen Problemen die direkte Lösung der Gleichung 3.38 vorteilhaft sein kann.

Gesamtwirkungsgrad

Gleichung 3.38 beschreibt die Bewegung eines einzelnen Elektrons im Hochfrequenzfeld eines Resonators. Der Austausch von Energie mit dem Feld führt zu einer Änderung des transversalen Impulses P und damit des relativistischen Faktors γ .

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{PP^*}{c^2} + \frac{u_z^2}{c^2}} \quad 3.39$$

Der Wirkungsgrad η_e eines Elektrons ist das Verhältnis von abgegebener Energie zur kinetischen Energie der Elektronen beim Eintritt in den Resonator

$$\eta_e = \frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0 - 1} \quad 3.40$$

Partieller Wirkungsgrad

Bei der Mehrmodenanalyse muß jedoch bekannt sein, welchen Anteil der Energie der einzelne Mode erhält. Diesen Wert erhält man, wenn man die Energiebilanzgleichung verwendet.

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{e}{m_e c^2} \vec{E} \cdot \vec{v} \quad 3.41$$

Da das Feld die Summe mehrerer TE-Felder ist, kann die Änderung des gesamten γ als Summe von Teiländerungen aufgefaßt werden, wobei γ_{mnp} die Energieänderung des Elektrons durch den TE_{mnp} -Mode beschreibt.

$$\frac{d\gamma_{mnp}}{dt} = \frac{e}{m_e c^2} \frac{1}{\gamma} \vec{E}_{mnp} \cdot \vec{u}_t \quad 3.42$$

Bei der numerischen Lösung der Gleichung 3.38 kann diese Gleichung leicht aufintegriert und der partielle Wirkungsgrad daraus berechnet werden.

$$\eta_{mnp} = \frac{\gamma - \gamma_{mnp}}{\gamma - 1} \quad 3.43$$

Mittelung

Mit den oben beschriebenen Methoden läßt sich der partielle Wirkungsgrad eines Elektrons η_e im Feld mehrerer Moden berechnen. Allerdings hängt dieser Wirkungsgrad noch ab von der Eingangsphase des Elektrons. In Abb. 3.4 ist der Wirkungsgrad für einen Mode in Abhängigkeit von der Anfangsphase ϕ_0 für einen hohen Gesamtwirkungsgrad beispielhaft dargestellt. Man erkennt, daß die meisten Elektronen Energie abgeben, einige wenige jedoch beschleunigt werden.

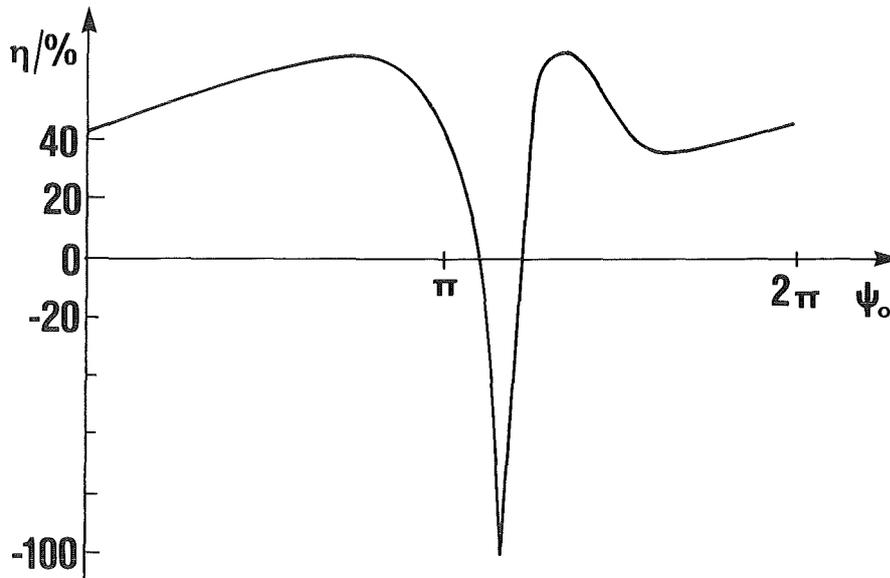


Abb. 3.4 Phasenabhängigkeit des Wirkungsgrades

Da am Anfang des Resonators keine Phase bevorzugt ist, erhält man den Wirkungsgrad aus der Mittelung (angedeutet durch die dreieckige Klammer) über die Anfangsphase ϕ_0 .

$$\eta = \langle \eta_e \rangle_{\phi_0} \quad 3.44$$

Besteht das Feld aus mehreren Eigenmoden, so ist der Wirkungsgrad noch abhängig von der relativen Phaselage der Moden zueinander. Da wiederum kein Zeitpunkt bevorzugt ist, muß noch über die Schwebungsphase gemittelt werden

$$\eta = \langle \langle \eta_e \rangle_{\phi_0} \rangle_{\phi_{\text{Schwebung}}} \quad 3.45$$

An diesem Punkt ist es wichtig, einige Zeitabschätzungen vorzunehmen. Damit die Mittelung physikalisch sinnvolle Ergebnisse liefert, muß gewährleistet sein, daß die Elektronen einen ganzen Schwebungszyklus spüren.

Die Laufzeit der Elektronen im KfK-Resonator beträgt ca. 0,24 ns. Die Zeit der Schwebungsperiode zweier Moden mit der Frequenzdifferenz von 3 GHz beträgt 0,33 ns. Aus diesem Grund allein ist es nicht gerechtfertigt, einfach über die Schwebungsphase zu mitteln.

Im Resonator ist Energie gespeichert. Die Zeit, die benötigt wird, um den Resonator mit Energie zu füllen, ist durch die Güte Q bestimmt

$$\tau \approx \frac{I_s}{I - I_s} \frac{Q}{\omega} \ln \frac{P}{P_r} \quad 3.46$$

Für typische Parameter bei Mehrmodenuntersuchungen für den Startstrom $I_s > I/2$, einer Frequenz von 150 GHz und einem Abstand P/P_r von mindestens 30dB, beträgt die Reaktionszeit des Resonators ca. 7 ns. Dies bedeutet, daß der Resonator träge reagiert auf Änderungen, die durch die Schwebung bedingt sind. Die Feldstärken im Resonator ändern sich nur wenig während eines Schwebungszykluses. Daher ist die Mittelung unter den oben genannten Randbedingungen erlaubt.

3.3 Selbstkonsistente Mehrmodengleichung

Bislang wurde die Frage nach dem Ursprung des Feldes zurückgestellt. Jedoch müssen, um ein Hochfrequenzfeld aufbauen zu können, Quellen vorhanden sein. Die Quellen des Feldes sind natürlich die sich in diesem Feld bewegenden Elektronen. Die selbstkonsistente Theorie beschreibt deshalb die Rückwirkung der Elektronen auf die Eigenfunktionen des Resonators. Die Wellengleichung (Gl. 2.1) benötigt deshalb einen Stromterm.

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} \quad 3.47$$

Zur Berechnung der Eigenfunktionen der kalten Kavität wurde in Kapitel 2 der Stromterm zu null gesetzt. Diese Näherung genügt, um die wichtigsten Prozesse der Modenrangigkeit beschreiben zu können. Nur feinere Effekte, wie die Frequenzverstimmung durch den Strahl, sind hiermit nicht erklärbar /Kreischer et. al., 1984; Borie 1986; Jones, Lindsay, 1986/. Deshalb wird zur Untersuchung der Modenstabilität die Näherung des kalten Resonators benutzt.

Aus Gründen der Vollständigkeit wird jedoch in Anhang B die vollständige selbstkonsistente Theorie hergeleitet. Dies war bisher nicht in der Literatur zu finden.

3.4 Anwendung der Theorie

Ausgehend von der aufgezeichneten Theorie wurde ein Computerprogramm entwickelt, mit dem man die Rangigkeit zweier Gyrotronmoden untersuchen kann. Es berechnet bei vorgegebenen Ausgangsleistungen P_{mnp} (und damit Feldstärken), Eigenmoden und Eigenfrequenzen eines Resonators den partiellen Modenwirkungsgrad η_{mnp} . Unter der Annahme, daß es sich um einen Gleichgewichtspunkt handelt, kann der benötigte Strom berechnet werden:

$$I = \frac{P_{mnp}}{\eta_{mnp} U} \quad 3.48$$

Dabei ist η_{mnp} eine Funktion der Leistung beider Moden. Das heißt zum Beispiel ein schwingender TE_{031} -Mode beeinflusst über den Strahl die Oszillationen eines TE_{231} -Modes und umgekehrt.

Eine genauere Beschreibung des Programms ist in Anhang A gegeben. Dabei wird es mit anderen Programmen verglichen und auch auf numerische Probleme hingewiesen.

Vorgehensweise bei der Rangigkeitsuntersuchung

Das beschriebene Computerprogramm kann den Wirkungsgrad für zwei Moden in Abhängigkeit von der Modenleistungen berechnen. Da jedoch die vollständige nichtlineare Wirkungsgradberechnung für zwei Moden sehr viel Rechenzeit benötigt, geht man sinnvollerweise bei der Untersuchung der Modenrangigkeit folgendermaßen vor:

Zuerst werden die Eigenfunktionen und Eigenfrequenzen der Moden im Resonator gesucht. Anschließend werden in Einmodenrechnung die Startströme berechnet und die Oszillationsgebiete bestimmt. Danach wird in einer vereinfachten Zweimodenrechnung geprüft, ob die Oszillations-

gebiete stabil gegen Störungen anderer Moden sind und erst zum Schluß wird die Anwendung der vollen nichtlinearen Theorie zur Lösung der Dynamik des Systems benötigt.

Den Beispielen liegt die Geometrie eines 19 mm langen leicht konischen TE₀₃-150 GHz Resonators zugrunde, der am KfK experimentell untersucht wurde.

3.4.1 Eigenfunktionen des Resonators

Bevor die Wechselwirkungsrechnung zwischen Elektronenstrahl und Hochfrequenzfeld durchgeführt werden kann, müssen zunächst die Eigenfrequenzen und Eigenfunktionen der Moden bekannt sein. Dazu ist die Vlasov-Gleichung (2.5.3) für eine vorgegebene Resonatorgeometrie zu lösen. Man erhält das komplexe Feldprofil $f_{mnp}(z)$ und die Eigenfrequenz ω_{mnp} der Moden. Diese Funktionen und Parameter sind notwendig, um die Wechselwirkungsgleichung (3.38) lösen zu können.

3.4.2 Startströme

Da das Gyrotron ein Oszillator ist, muß untersucht werden, unter welchen Bedingungen es anschwingt. Bei sonst festen Parametern ist ein Mindeststrom nötig, um die Schwingung aus dem Rauschen heraus ($P \rightarrow 0$) anzufachen. Dieser Strom wird Startstrom I_s genannt. Er ist abhängig von Parametern wie Magnetfeld, Beschleunigungsspannung und den Schwingungsmoden. Der Einfluß von Störmoden muß nicht berücksichtigt werden ($P_2=0$)

$$I_s = \lim_{P_1 \rightarrow 0} \frac{P_1}{U \eta_1(P_1, 0)} \quad 3.49$$

Wegen der Abwesenheit des zweiten Modes muß bei der Berechnung der Startströme nicht über eine Schwebungsphase gemittelt werden. Der

Grenzübergang $P_1 \rightarrow 0$ kann auch analytisch durchgeführt werden. Dies wird lineare Gyrotrontheorie genannt. Man erhält dann einen einfachen Zusammenhang zwischen Strahl- und Modenparametern und dem Startstrom.

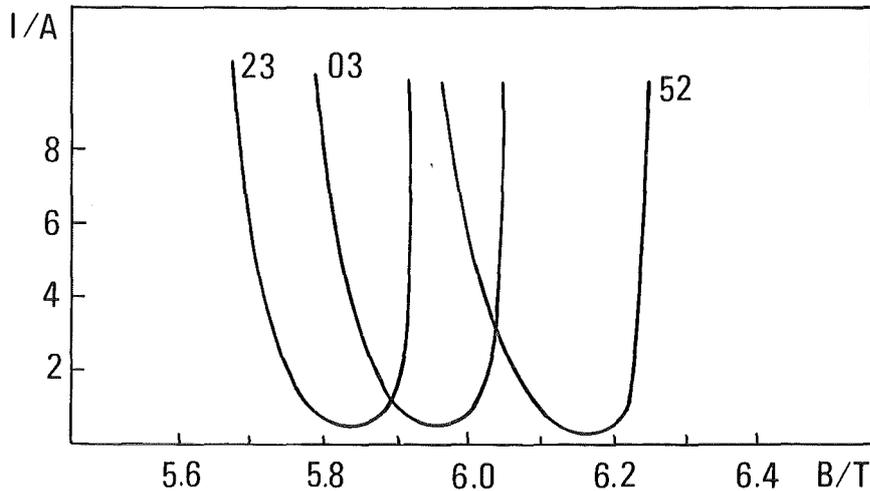


Abb. 3.5 Startstromkurven

Abb. 3.5 zeigt die Startströme als Funktion des Magnetfeldes für verschiedene Moden bei einer Beschleunigungsspannung von $U = 70$ kV. Man erkennt Gebiete in denen zwei Moden anschwingen können.

3.4.3 Oszillationsgebiete

Das Gyrotron kann in einem größeren Bereich als dem der Startströme schwingen. Dazu muß die nichtlineare Einmodenrechnung verwendet werden.

$$I = \frac{P_1}{U \eta_1(P_1, 0)} \quad 3.50$$

Abb. 3.6 zeigt den Gleichgewichtsstrom I bei $U = 70$ kV, $B = 5.86$ T, $\alpha = 1.5$ für den TE_{031} -Mode.

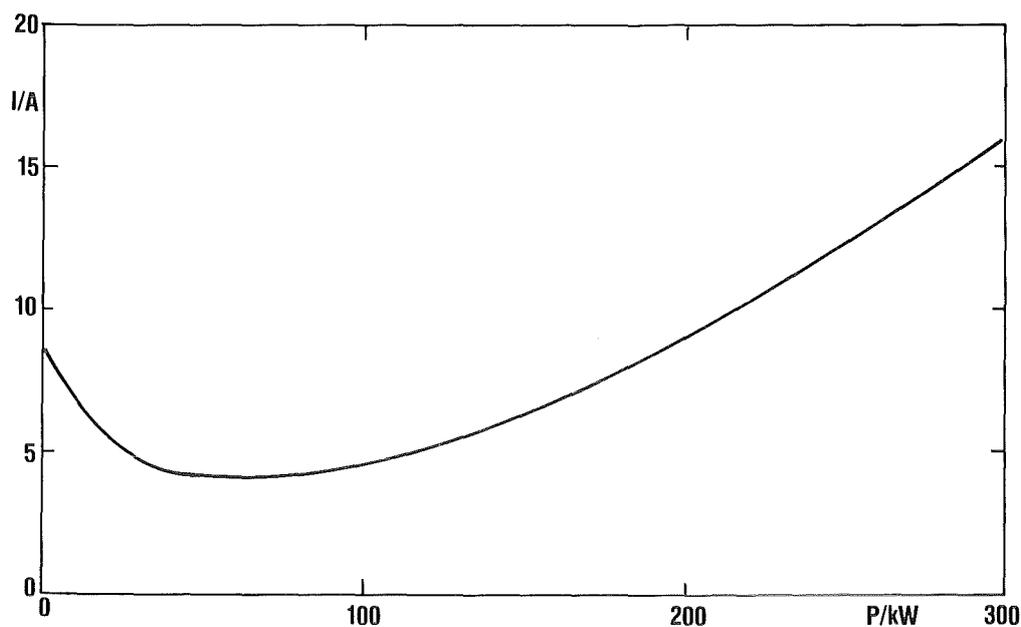


Abb. 3.6 Gleichgewichtsstrom

Man sieht, daß der Startstrom nicht der niedrigste Strom ist, bei dem das Gyrotron Mikrowellen abgibt. Das Oszillationsgebiet ist der Parameterbereich, in dem das Gyrotron schwingen kann. Er ist immer größer als der durch die Startströme beschriebene Bereich. Der Teil der nicht von den Startstromrechnungen erfaßt wird, heißt *Zone der starken Anregung* (zone of hard excitation).

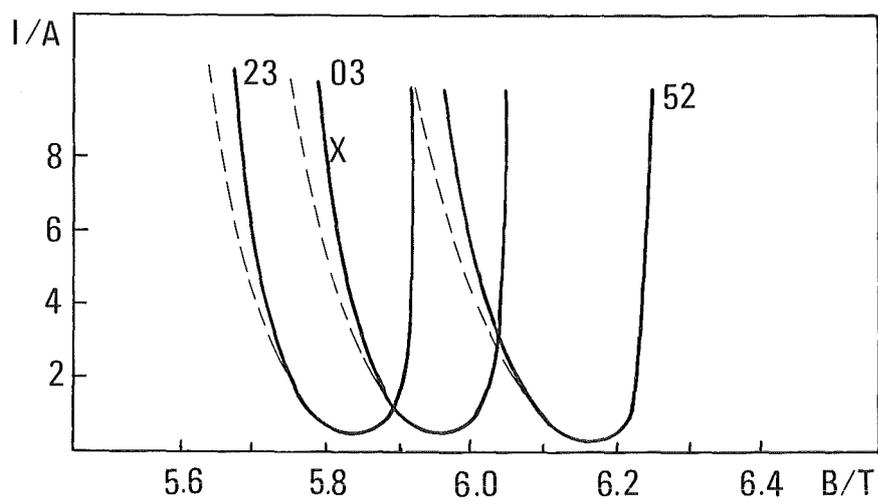


Abb. 3.7 Oszillationsgebiet

Abbildung 3.7 zeigt die Oszillationsgebiete bei gleichen Parametern wie Abb. 3.5. Der Überlapp der Mehrmodengebiete ist noch größer. Der Bereich des optimalen Wirkungsgrades des TE_{031} -Modes ist mit einem Kreuz gekennzeichnet. Bei fast allen Resonatoren liegt der maximale Wirkungsgrad in der Zone der starken Anregung.

3.4.4 Stabilität

Als nächstes wird das Gebiet untersucht, in dem zwei Moden schwingen können. Dabei stellt sich zuerst die Frage, ob ein Mode 1, der im Gleichgewicht schwingt, gegen eine Störung durch einen zweiten Mode stabil ist. Dazu ist der Startstrom des zweiten Modes I_{s2} in Gegenwart des ersten Modes zu berechnen.

$$I_{s2} = \lim_{P_2 \rightarrow 0} \frac{P_2}{U \eta_2(P_1, P_2)} \quad 3.51$$

Ist I_{s2} größer als der Strahlstrom I ,

$$I = \frac{P_1}{U \eta_1(P_1, 0)} \quad 3.50$$

so schwingt der erste Mode stabil

Die Berechnung von I_{s2} ist mit der Mehrmodentheorie möglich. In Anhang A ist aufgezeigt, wie die numerische Bestimmung von I_{s2} in dieser Arbeit erfolgte. Ein Vergleich mit einer linearisierten Methode ist ebenfalls dort gegeben.

Abb. 3.8 zeigt den Startstrom I_{s2} des TE_{231} -Modes, wenn der TE_{031} -Mode im Gleichgewicht schwingt. Auf der x-Achse ist der Strahlstrom I aufgetragen.

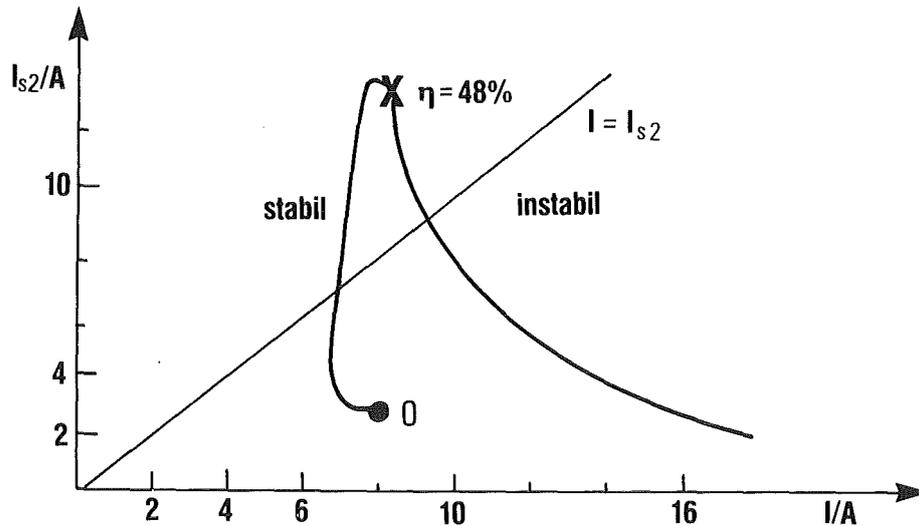


Abb. 3.8 Stabilitätsbetrachtung

Punkt 0 ist der Grenzwert für $P_1 \rightarrow 0$, d.h. der Startstrom sowohl des TE_{031} -Modes (x-Achse) als auch des TE_{231} -Modes (y-Achse). Er ist der Startpunkt der Kurve. Mit zunehmender Kurvenlänge wird die Leistung des ersten Modes P_1 immer größer.

Die Gerade $I = I_{s2}$ trennt den Bereich in dem der TE_{031} -Mode stabil ist vom instabilen Bereich. Bei maximalem Wirkungsgrad, gekennzeichnet durch ein Kreuz, ist der TE_{031} -Mode stabil. Trägt man die Schnittpunkte $I = I_{s2}$ als Funktion des Magnetfeldes B auf, so erhält man Abb. 3.9.

Im gestrichelten Gebiet ist der TE_{031} -Mode stabil. Um zu bestimmen was in den anderen Bereichen geschieht, muß die Dynamik des Zweimodensystems betrachtet werden.

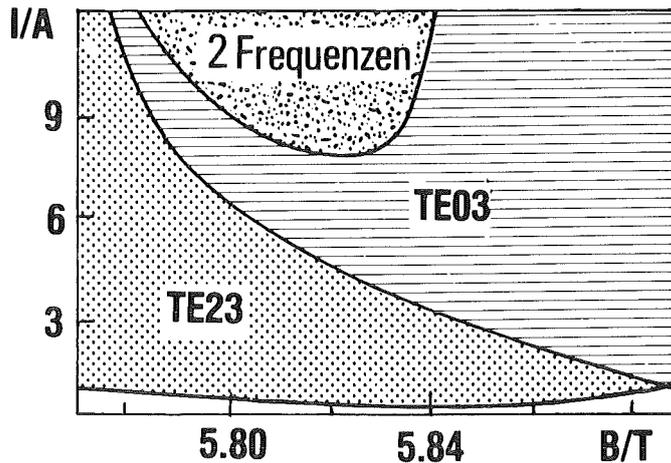


Abb. 3.9 Stabilitätsbereich

3.4.5 Dynamik des Zweimodensystems

Kann der zweite Mode anschwingen, so muß die ganze nichtlineare Zweimodentheorie zur Berechnung der stabilen Lösung benutzt werden. Gesucht ist das Gleichgewicht

$$I = \frac{P_1}{U \eta_1(P_1, P_2)} = \frac{P_2}{U \eta_2(P_1, P_2)} \quad 3.52$$

Die Dynamik und das Zeitverhalten der Moden ist durch die Leistungsbilanzgleichung gegeben. Sie beinhaltet die Tatsache, daß die Änderung der gespeicherten Energie des Resonatormodes bestimmt ist durch die Differenz zwischen der von den Elektronen abgegebenen Leistung ηUI und der abgestrahlten Leistung P .

$$\frac{Q_i}{\omega_i} \frac{dP_i}{dt} = \eta_i(P_1, P_2) U I - P_i \quad 3.53$$

Dabei sind die Güte Q_i und die Frequenz ω_i die Werte der kalten Kavität und daher zeitunabhängig. Da sich Strahlstrom I und Spannung U typi-

scherweise im Millisekundenbereich ändern, kann ihre Zeitabhängigkeit zunächst ebenfalls vernachlässigt werden. Der Einfluß dieser Größen wird in Abschnitt 3.4.6 diskutiert. Die einzigen zeitabhängigen Größen bleiben die Leistungen P_i und P_j .

Da sich aufgrund der endlichen Güte des Resonators das Feld während eines Durchlaufs eines Elektrons nur wenig ändert, können P_i und P_j während dieser Zeit als konstant angesehen werden. Dies ermöglicht die Berechnung von η_i . Dabei werden die zwei Leistungen P_1 und P_2 vorgegeben und deren zeitliche Entwicklung nach Gleichung 3.53 berechnet.

Mit diesen Hilfsmitteln ist es möglich, die verschiedenen Gebiete von Abb. 3.9 zu untersuchen.

3.4.5.1 Modenunterdrückung

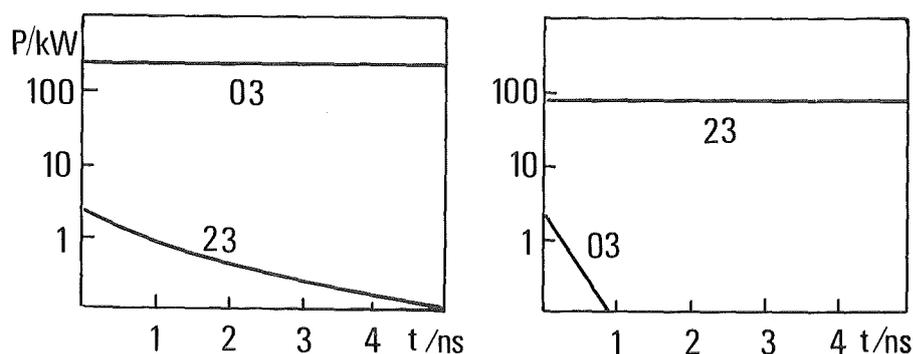


Abb. 3.10 Modenunterdrückung

Wie bereits erwähnt, ist in dem gestrichelten Bereich von Abb. 3.9 der TE_{031} -Mode stabil. Seine Existenz unterdrückt die Oszillation des TE_{231} -Modes. In Abb. 3.10 ist die Dynamik dieses Vorganges dargestellt. Selbst eine starke Störung durch den TE_{231} -Mode in der Größenordnung von 1% führt zu einer reinen TE_{031} -Oszillation. Wird jedoch der TE_{231} -Mode als Hauptmode betrachtet, der zuerst da war, so klingt der TE_{031} -Mode exponentiell ab. Bei diesen Parametern schwingt daher derjenige Mode, der zuerst angeregt wurde.

3.4.5.2 Oszillationsabbruch

Im Bereich kleiner Ströme (Abb. 3.9) führt eine kleine Störung durch den TE₂₃₁- Mode zu einem Abbruch der TE₀₃₁- Schwingung. Der TE₀₃₁- Mode ist nicht stabil. Dieses Verhalten ist beispielhaft dargestellt bei $I = 3 \text{ A}$ und $B = 5.8 \text{ T}$ (Abb.3.11).

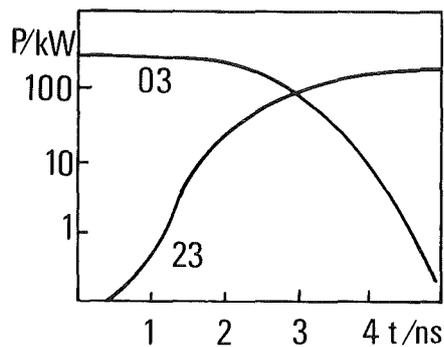


Abb. 3.11 Oszillationsabbruch

3.4.5.3 Mehrmodiges Schwingen

Im Bereich großer Ströme genügt die Amplitude des TE₀₃₁- Modes nicht mehr, die TE₂₃₁- Schwingung zu unterdrücken.

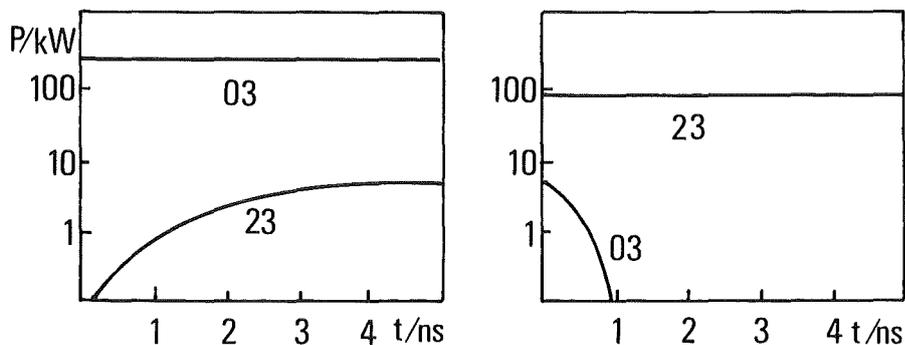


Abb. 3.12 Mehrmodiges Schwingen.

Der Startstrom des Störmodes ist kleiner als der Strahlstrom und der Störmode wird angeregt. In diesem Bereich tritt dann mehrmodiges Schwingen auf (multimoding). War jedoch der TE₂₃₁-Mode zuerst angeregt, so wird der TE₀₃₁-Mode weiterhin unterdrückt.

3.4.6 Einfluß der Pulsform auf die Modenrangigkeit

Wie aus den vorangegangenen Seiten deutlich wurde, ist zumeist der Mode stabil, der zuerst angeregt wurde. Dies kann als eine Art Hysterese angesehen werden. Es ist daher wichtig, auf welche Art der Betriebspunkt erreicht wurde. Dieses Anschwingverhalten wird im folgenden untersucht.

Wird das Gyrotron stationär betrieben, so kann man während der Inbetriebnahme des Gyrotrons das Magnetfeld und den Strahlstrom so ändern, daß man immer im stabilen Bereich des Arbeitsmodes bleibt. Im Pulsbetrieb ist dies nicht möglich. Das Anschwingen kann nur über den zeitlichen Verlauf der angelegten Spannungen beeinflusst werden.

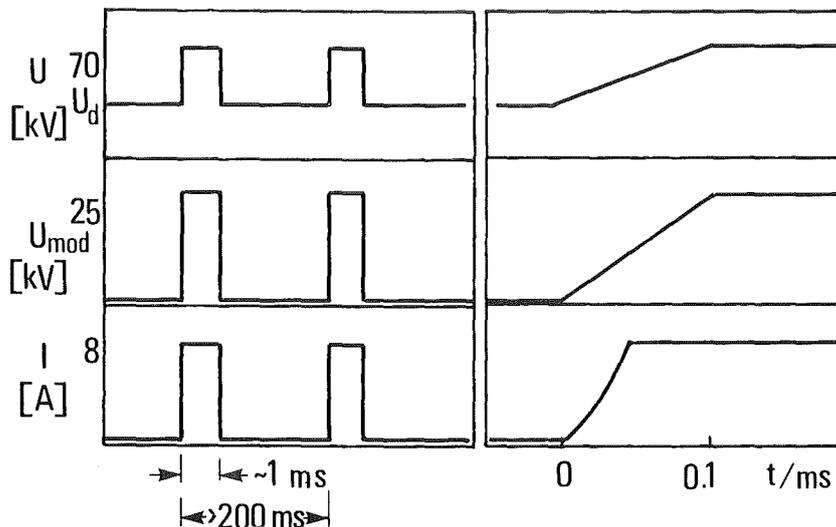


Abb. 3.13 Pulsmuster

Im Testbetrieb am KfK sind die Gyrotronpulse ca. 1 ms lang mit einer Wiederholrate von 5 Hz (Abb. 3.13a). Das Hochregeln der Hochspannung auf die gewünschten Werte dauert ca 0,1 ms (Abb. 3.13b). Der Zusammenhang zwischen Strom und Modulationsspannung ist für $U_{mod} < 10$ kV durch $I \sim U^{2/3}$ gegeben. Bei $U_{mod} = 10$ kV wird der Sollstrom erreicht.

Die Regelzeit von ca 0,1 ms ist sehr lang verglichen mit den gyrotron-internen Zeiten. So dauert z.B die Reaktion des Resonators auf eine stu-

fenförmige Anregung ca. 4 ns (Abb. 3.11). Aus diesem Grund durchläuft das Gyrotron, das so eingeschaltet wird, eine Serie von Gleichgewichtszuständen. Das Anschwingen ist durch die oben beschriebene Theorie vorhersagbar.

Es werden drei unterschiedliche Spannungsverläufe miteinander verglichen. Sie unterscheiden sich in der Sockelspannung ΔU , die immer zwischen Kathode und Anode anliegt.

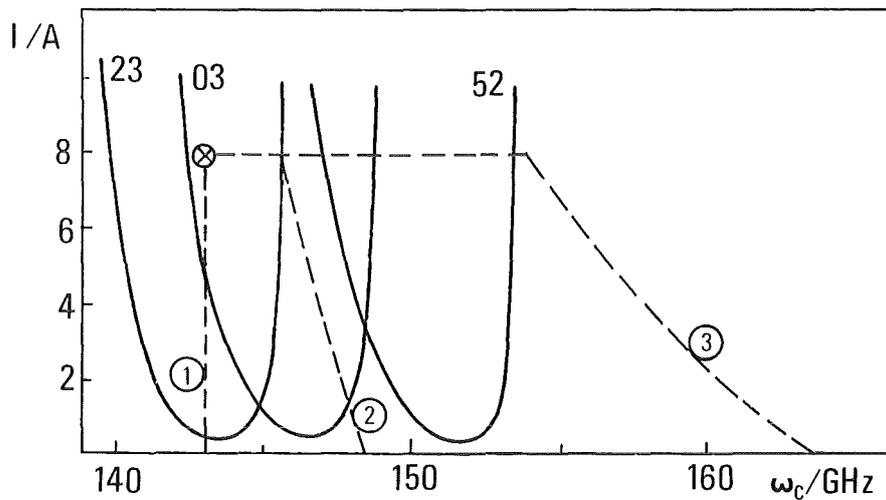


Abb. 3.14 Anfahrwege des Gyrotrons

Um den Einfluß der Spannungen auf das Gyrotron deutlich zu machen sei erwähnt, daß die Startströme in erster Näherung eine Funktion der Differenz zwischen Hochfrequenz ω und der Elektronenzyklotronfrequenz ω_c sind. Bei fester Hochfrequenz, kann daher das Startstromdiagramm als Funktion von ω_c dargestellt werden. Für die folgenden Erläuterung werden sonstige Abhängigkeiten der Startstromkurven von U_{mod} und U vernachlässigt. Da die Beschleunigungsspannung die Zyklotronfrequenz ω_c beeinflußt, kann die Zeitabhängigkeit $U(t)$ und $I(t)$ in die Startstromkurven eingezeichnet werden (Abb.3.14).

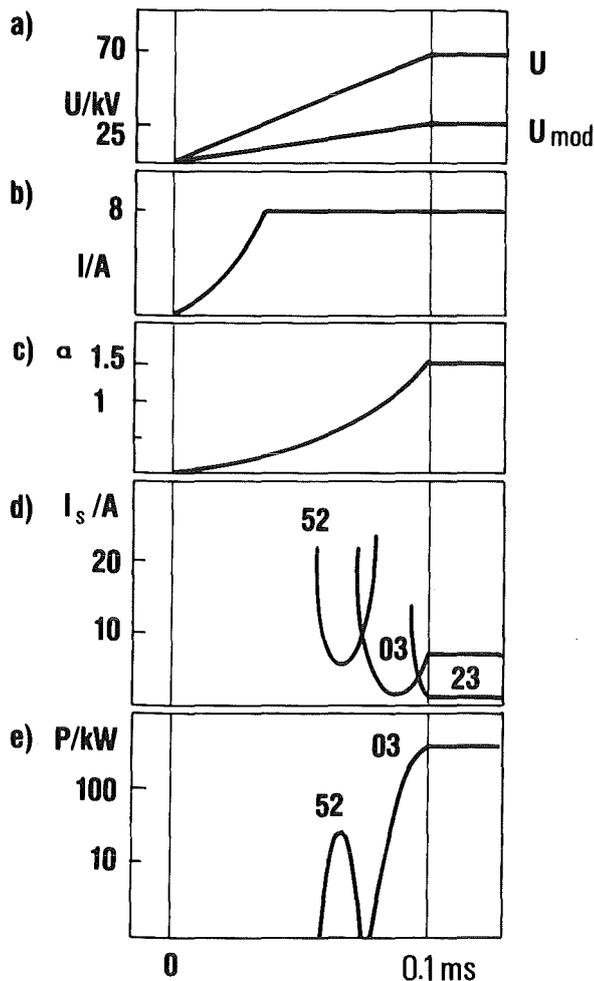
- Kurve 1 beschreibt das Anschwingen, wenn nur die Modulationsspannung gepulst ist. Die Beschleunigungsspannung und damit die kinetische Energie eines Elektron ist zeitunabhängig. Auf diesem Weg wird der TE_{231} -Mode zuerst angeregt. Er bleibt auf Grund der Mehrmodenbetrachtung stabil und der TE_{031} -Mode kann nicht schwingen.

- Kurve 2 zeigt das Verhalten des Gyrotrons, wenn eine Sockelspannung von 50 kV anliegt. Während des Einschaltens ändert sich die kinetische Energie eines Elektrons von 50 keV auf 70 keV und damit entsprechend auch ω_c . Der TE_{031} -Mode schwingt zuerst an und bleibt stabil.

- Kurve 3 ist der Weg, wenn U und U_{mod} über einen Ohmschen Teiler gekoppelt sind. Es liegt keine Sockelspannung an. Zunächst wird der TE_{521} -Mode anschwingen. Bei weiterem Erhöhen der Spannung reißt die TE_{521} -Schwingung ab und der TE_{031} -Mode oszilliert. Auf diese Weise kann der Bereich des großen Wirkungsgrades des TE_{031} -Modes ebenfalls erreicht werden. Bei einem eventuell dichteren Modenspektrum könnte dies jedoch auf diesem Weg unmöglich werden.

Bei einer genaueren Untersuchung des Anschwingvorgangs muß noch die zeitliche Änderung des Geschwindigkeitsverhältnisses α berücksichtigt werden /Kreischer, 1981/. Als Beispiel für einen Anschwingvorgang wurde die Dynamik des Gyrotrons auf dem Weg 3 berechnet. Das Magnetfeld ist 5.81 T und der Strahlstrom beträgt $I = 8$ A.

Abb. 3.15 zeigt von oben nach unten: die Spannungen U und U_{mod} , den Strahlstrom I , das Geschwindigkeitverhältnis α , die Startströme der Moden und die Leistung in jedem Mode.



Der TE₅₂₁-Mode oszilliert zuerst, bricht aber kurz danach ab. Für den Rest des Pulses liefert der TE₀₃₁-Mode eine relativ große Leistung. Obwohl der Startstrom des TE₂₃₁-Modes kleiner ist als der Strahlstrom kann er nicht anschwingen. Der TE₀₃₁-Mode unterdrückt ihn.

Bis zu diesem Punkt konnten die theoretischen Vorhersagen experimentell nachgeprüft werden. Die Ergebnisse sind in Kapitel 5 beschrieben. Die folgenden theoretischen Vorhersagen beziehen sich auf Resonatoren und Parameter, die bisher noch nicht im Experiment untersucht wurden.

Abb. 3.15 Zeitauflösung eines Gyrotronpulses

3.5 TE₀₆-Resonator

Diese Untersuchungen zeigen, daß es theoretisch möglich ist, ein TE₀₃-Gyrotron mit großer Leistung zu betreiben. Allerdings ist die Verlustleistung zu hoch, so daß sie nicht vollständig weggekühlt werden kann. Um daher Leistungen von ca. 200 kW im Dauerstrichbetrieb erreichen zu können, muß der Resonatorradius vergrößert werden. Als Arbeitsmode bietet sich die TE₀₆-Schwingung an.

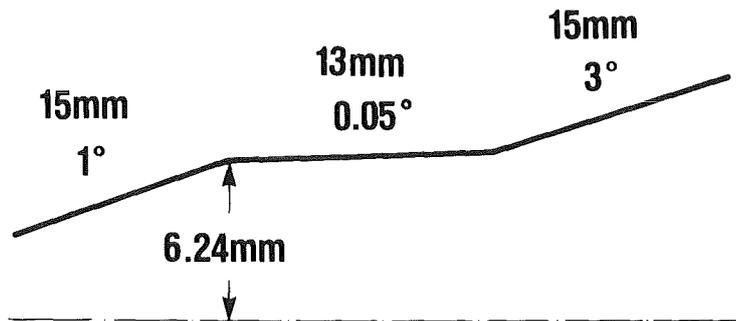


Abb. 3.16 TE₀₆-Resonator Geometrie

Abb. 3.16 zeigt das Resonatorprofil für ein TE₀₆-Gyrotron, das bei einem Strom von $I = 8\text{A}$ einen theoretischen Wirkungsgrad von 46% aufweist. Der 1°-Eingangstaper und der 3°-Ausgangstaper sind jeweils 15 mm lang. Das leicht konische Mittelstück hat eine Länge von 13 mm und einen Radius von 6,24 mm am Eingang. Die Wandverlustdichte beträgt maximal $2,0\text{ kW/cm}^2$ bei einer Ausgangsleistung von 200 kW.

Im Bereich des TE₀₆-Modes ist jedoch das Modenspektrum noch dichter als beim TE₀₃-Mode (Abb. 2.2). Es ist daher zu befürchten, daß der Arbeitsbereich des TE₀₆-Modes durch Störmoden soweit eingeschränkt ist, daß das Gyrotron nur sehr wenig Leistung liefert.

Stabilitätsberechnungen weisen jedoch darauf hin, daß durch geeignetes Anfahren ein TE₀₆-Gyrotron mit reinem Mode und gutem Wirkungsgrad betrieben werden kann. Abb. 3.17 zeigt, daß der stabile Bereich des TE₀₆-Modes genau mit dem Oszillationsbereich übereinstimmt. Experimente an diesem Resonator konnten bislang noch nicht durchgeführt werden.

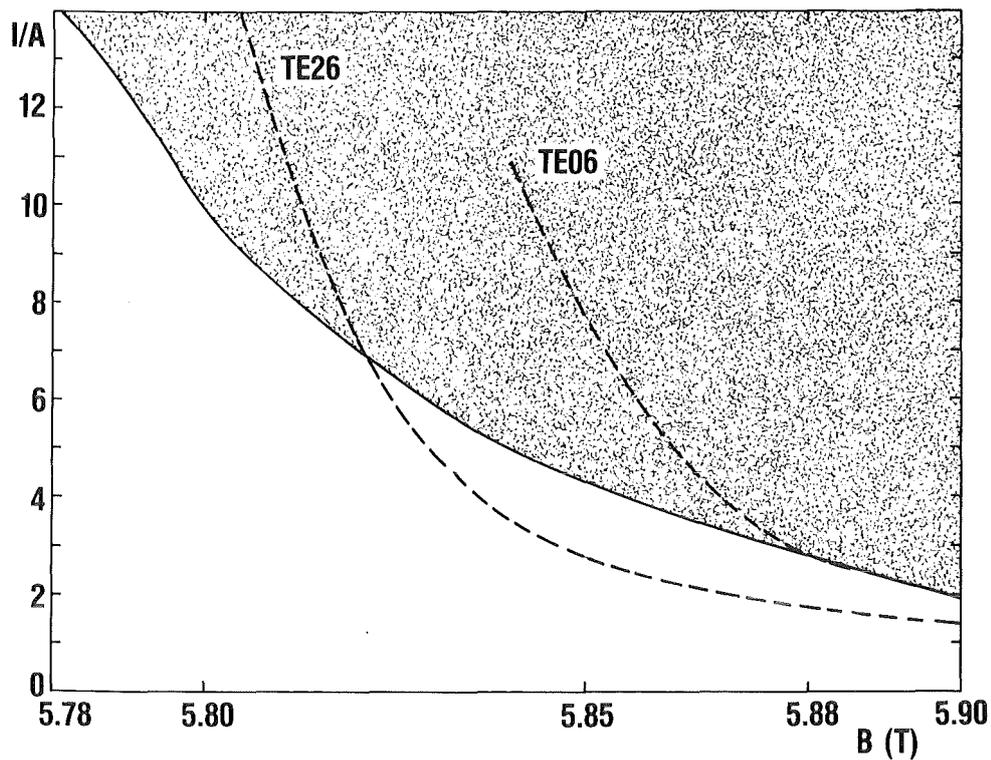


Abb. 3.17 stabiler Bereich des TE_{06} -Resonators

3.6 Gestufter Resonator

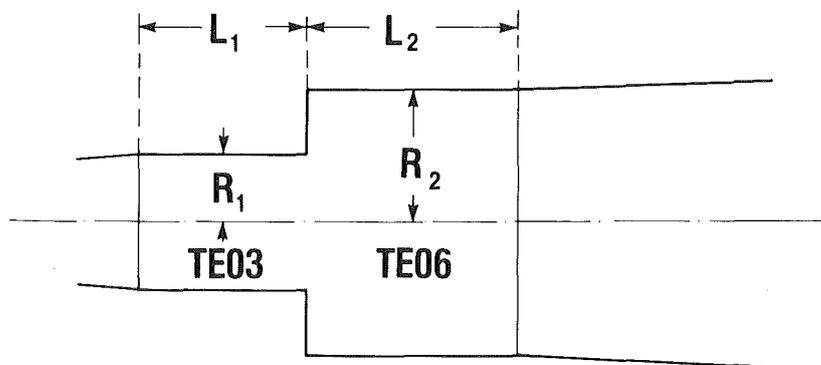


Abb. 3.18 Gestufter Resonator

In Kapitel 2 wurde der gestufte Resonator (Abb. 3.18) als eine mögliche konstruktive Maßnahme erwähnt, das Modenspektrum auszudünnen und damit den stabilen Arbeitsbereich eines gewünschten Modes zu vergrößern. Tatsächlich wird zunächst jedoch das Frequenzspektrum noch dichter. Das Gyrotron besitzt nicht nur einen Resonator, sondern zwei

gekoppelte. Die Wirkungsweise des gestuften Resonators beruht darauf, daß nur für den Arbeitsmode beide Resonatoren eine Feldüberhöhung zeigen und damit zur Wechselwirkung beitragen. Für parasitäre Moden kann der Strahl nur in einem Teilresonator Energie mit dem Feld austauschen. Aus diesem Grund sollte der Arbeitsmode leichter anzuregen sein.

Resonator	L ₁	L ₂	R ₁	R ₂	Q	p _Ω
	mm	mm	mm	mm		kW/cm ²
A	8	8	3.249	6.272	224	0.52
B	8	10	3.251	6.266	420	0.89
C	8	16	3.251	6.254	1138	2.37

Tab. 3.1 gestufte Resonatoren

Diese Plausibilitätserklärung soll in der folgenden Untersuchung untermauert werden. Die Stabilitätsbetrachtung von gestuften Resonatoren wurde zum ersten Mal von Dumbrajs und Jödicke durchgeführt /Dumbrajs, Jödicke 1987/. Es wurden drei verschiedene Geometrien untersucht. Sie unterscheiden sich in der Länge des Resonators mit dem grossen Durchmesser (Tab. 3.1). Die externen Parameter entsprechen denen des KfK-Experiments: U=70 kV, $\alpha=1,5$, der Strahlradius beträgt 1,73 mm.

In Abb. 3.19 a-c sind die Ergebnisse für die drei Resonatoren dargestellt. Die durchgezogenen Linien sind die Startstromkurven der Moden. Das gestrichelte Gebiet ist der Bereich in dem der Arbeitsmode stabil schwingt.

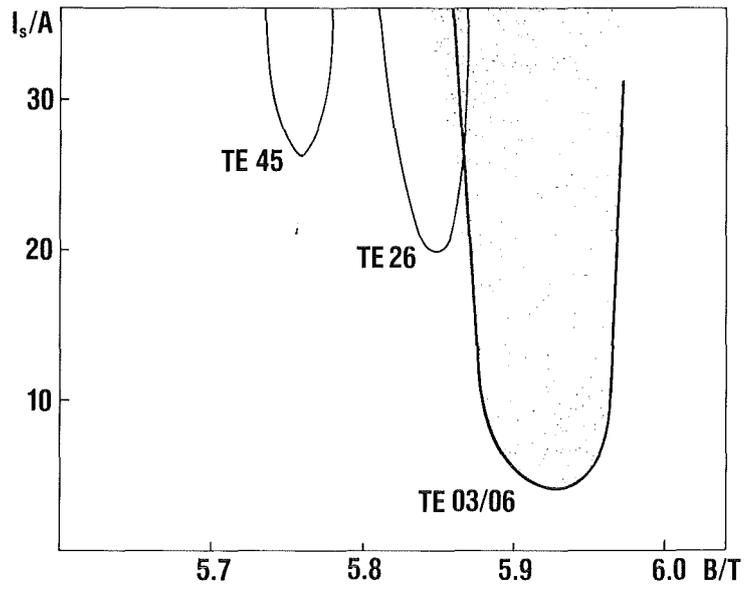


Abb. 3.19 a Startströme und stabiler Bereich des Resonators A

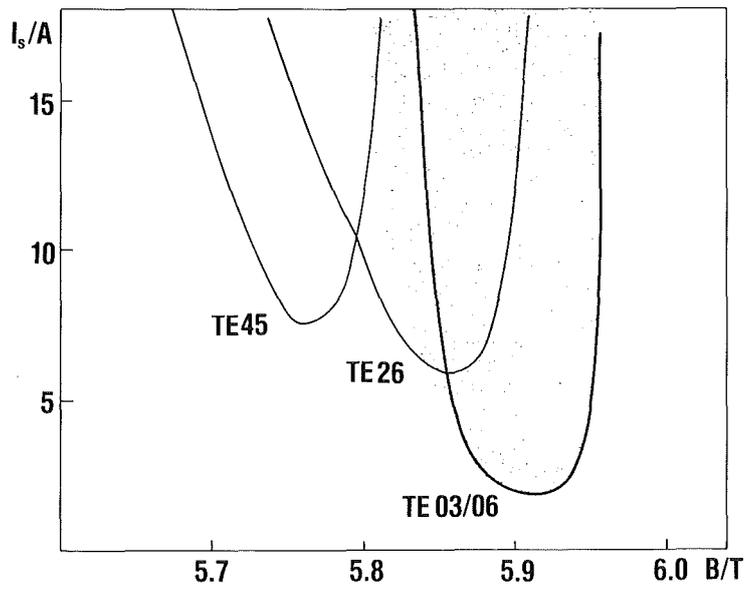


Abb. 3.19 b Startströme und stabiler Bereich des Resonators B

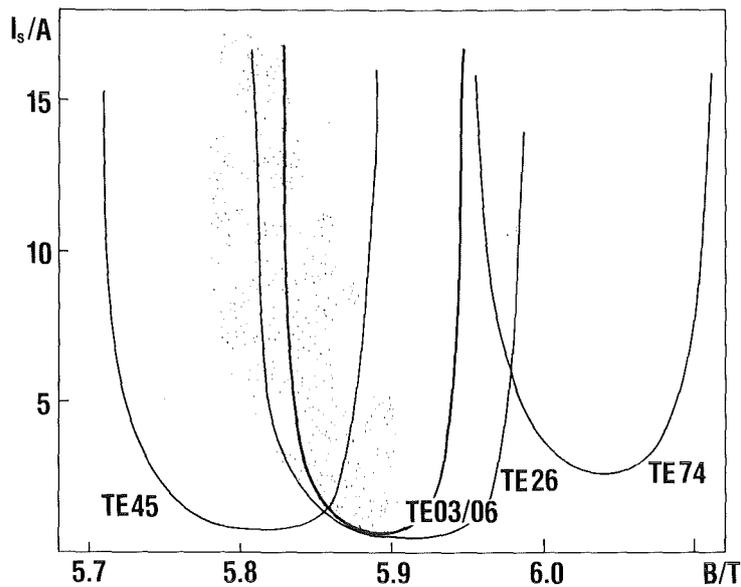


Abb. 3.19 c Startströme und stabiler Bereich des Resonators C

In dem Resonator A ist der TE_{06} -Mode immer stabil. Die Startströme der parasitären Moden sind sehr hoch. Allerdings beträgt der maximal erreichbare Wirkungsgrad bei moderaten Strömen ($I < 20$ A) nur 30%. Der maximale Wirkungsgrad im Resonator B beträgt 46% bei $I = 13$ A. Der Arbeitsmode ist ebenfalls in einem großen Bereich stabil. Der Resonator C weist instabile Gebiete auf. Für diesen Resonator ist sogar der Startstrom der Störmoden ungefähr gleich dem Startstrom des Arbeitsmodes. Dieser gestufte Resonator hat daher keinen Vorteil gegenüber einem einfachen.

Daraus kann man schließen, daß für kurze zweite Resonatoren der Vorteil der Modenauswahl durch die dynamischen Effekte noch verstärkt wird. Von den drei Resonatoren ist der Fall B der beste. Er zeigt stabiles Oszillationsverhalten bei gleichzeitig großem Wirkungsgrad.

3.7 Einfluß eines Magnetfeldgradienten

In einigen Arbeiten wurde vorgeschlagen, durch eine Änderung der Magnetfeldstärke über den Resonator eine Erhöhung des Wirkungsgrades zu erreichen /Chu, et. al., 1980/. Wird das Magnetfeld in Richtung der Elektronenbewegung stärker, so spricht man von einem positiven Gradienten. Mit Hilfe der nichtlinearen Einmodentheorie kann gezeigt werden, daß im allgemeinen die höchsten Wirkungsgrade bei positiven Gradienten liegen /Borie et. al. 1986/. Typischerweise ändert sich das Magnetfeld in diesen Fällen über den Resonator um 5%.

Zur Untersuchung der Stabilität muß jedoch die Zweimodentheorie benutzt werden. Abb. 3.20 a-c zeigt die Stabilität des TE_{031} -Modus gegen den Störmode TE_{231} für drei verschiedene Gradienten. Der Rechnung liegt der leicht konische 19 mm Resonator zugrunde, das Geschwindigkeitsverhältnis $\alpha=1.5$.

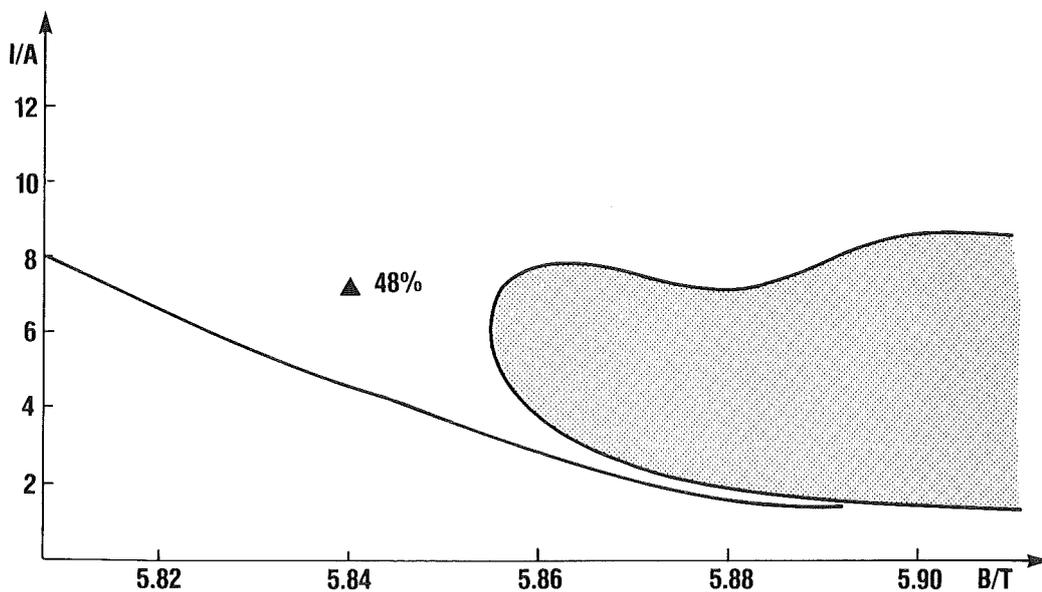


Abb. 3.20a stabiler Bereich für $\Delta B/B = 5\%$

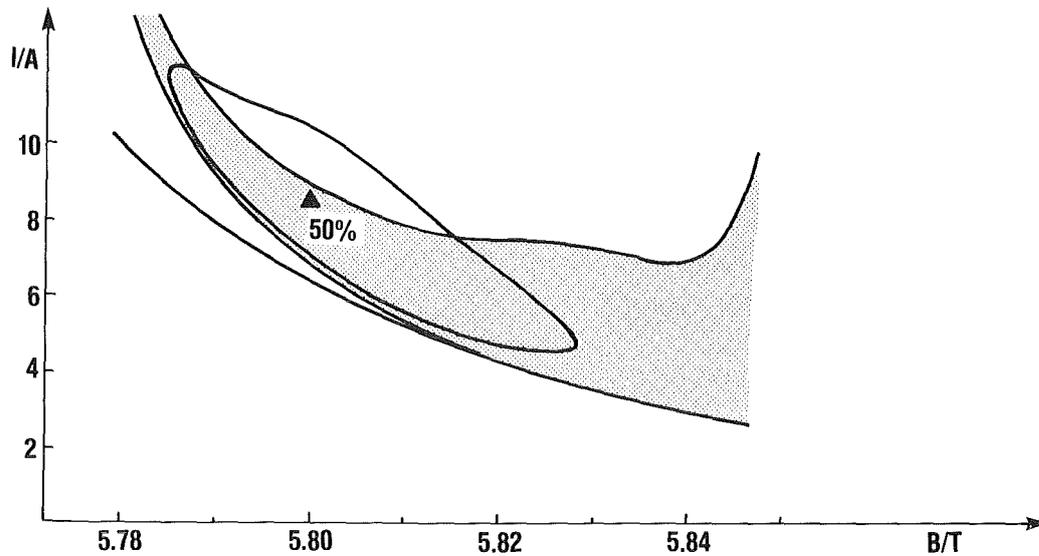


Abb. 3.20b stabiler Bereich für $\Delta B/B = 0\%$

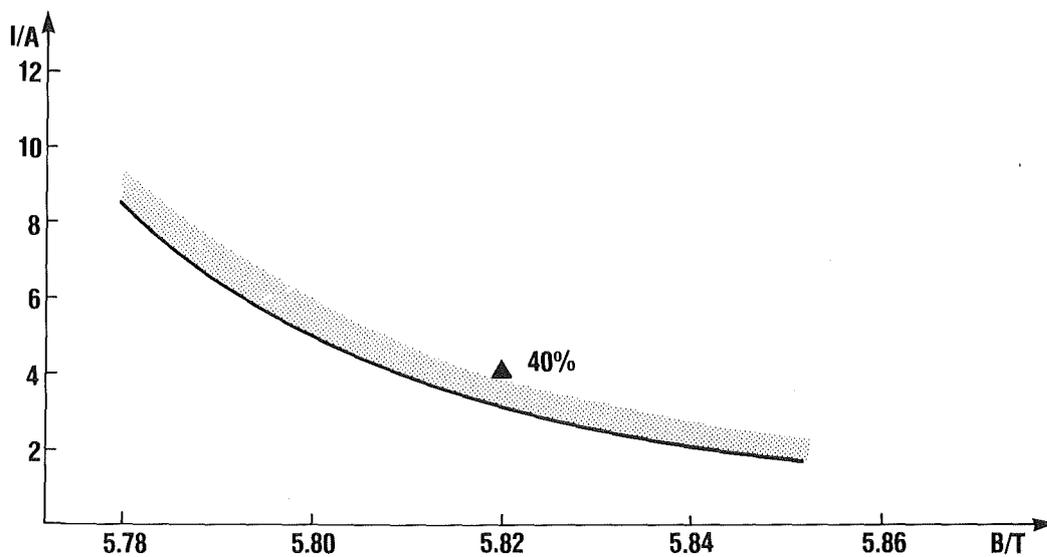


Abb. 3.20c stabiler Bereich für $\Delta B/B = -5\%$

Bei einem positiven Gradienten von $\Delta B/B=5\%$ werden tatsächlich Wirkungsgrade um 50% vorhergesagt. Allerdings ist in diesem Bereich die Schwingung nicht stabil. Ohne Gradient können theoretisch die Punkte mit großem Wirkungsgrad erreicht werden. Jedoch ist auf ein optimiertes

Einschwingen des Gyrotrons und eine gute Stabilität der externen Parameter zu achten. Für negative Magnetfeldgradienten sind zwar die Wirkungsgrade geringer, doch ist das gesamte Schwingungsgebiet stabil.

In solchen Fällen kann es daher von Vorteil sein, auf den guten Wirkungsgrad zu verzichten und den stabilen Betrieb des Gyrotrons vorzuziehen. Auf jeden Fall ist der Einfluß des Magnetfeldgradienten bei Gyrotrons nicht zu vernachlässigen und ein wichtiger Optimierungsparameter.

3.8 Harmonische Modenrangigkeit

Bislang wurde die Rangigkeitsuntersuchung nur mit Moden durchgeführt, die durch die erste harmonische der Zyklotronfrequenz angeregt wurden. Wie jedoch in Kapitel 2 gezeigt, besteht auch die Möglichkeit mit Oberwellen der Zyklotronbewegung andere Moden anzuregen.

$$\omega \approx n \omega_c \tag{3.54}$$

Es stellt sich daher die Frage, ob der TE_{031} -Mode bei ca. 150 GHz ($n=1$) z.B. durch den TE_{13-2} -Mode bei ca. 300 GHz ($n=2$) gestört wird.

Bei Gyrotrons, die auf fundamentale Emission optimiert wurden, wie dem hier besprochenen KfK-Gyrotron, spielen harmonische Anregungen keine große Rolle /Danly, et. al., 1985; Dumbrajs, Wenzelburger, 1988/. Falls jedoch Gyrotrons speziell für harmonischen Betrieb ausgelegt werden sollen, können mit den hier verwendeten Programmen Aussagen über die Stabilität gegen fundamentale Schwingungen gemacht werden.

Sehr interessant ist dabei die Möglichkeit, über einen Magnetfeldgradienten die Oszillationsbereiche der harmonischen Schwingung aus dem Schwingbereich der fundamentalen zu schieben, und dadurch eine Anregung erst möglich zu machen.

3.9 Fenstereinfluß auf die Modenrangigkeit

Bedingt durch das Bandpaßverhalten des Mikrowellenfensters, ist es nicht möglich, Reflexionen für alle Moden zu verhindern. Üblicherweise wird der gewünschte Arbeitsmode optimal angepaßt. Für den Störmode ist dann im Allgemeinen ein von Null verschiedener Reflexionsfaktor vorhanden. In der Arbeit von /Hayashi et. al., 1987/ wird der Einfluß des Fensters auf die Modenrangigkeit allein als Einfluß des Reflexionsfaktors auf die Güte beschrieben.

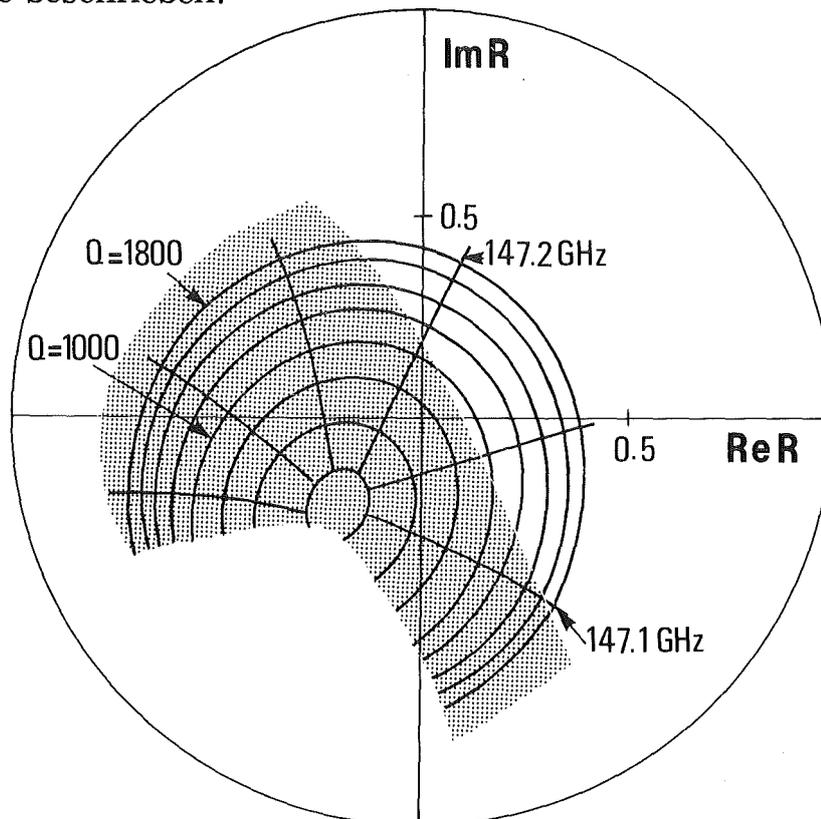


Abb. 3.21 Einfluß des Reflexionsfaktors des Störmodes TE_{231}

In Abb. 3.21 ist der stabile Bereich des TE_{031} -Modes (schattiert) in der Reflexionsfaktorebene des TE_{231} -Störmodes beispielhaft dargestellt für $I = 8,2 \text{ A}$, $B = 5,9 \text{ T}$, $\alpha = 1,5$ und $U = 85 \text{ kV}$.

Die Ellipsen sind Kurven konstanter Güte, die Geraden Kurven konstanter Frequenz des TE_{231} -Modes. Man erkennt, daß der stabile Bereich des

Hauptmodes (schattiert) nicht mit der Güte des Störmodes korreliert ist. Auch ist der Betrag des Reflexionsfaktors $|R|$ nicht maßgebend für die Stabilität. Daher besteht die Möglichkeit, bei fest gewähltem Scheibenabstand (bestimmt durch $R=0$) und damit festem $|R|$ des Störmodes, über eine Änderung der Reflexionsphase, den stabilen Bereich des Hauptmodes zu vergrößern.

4. Experimentieraufbau

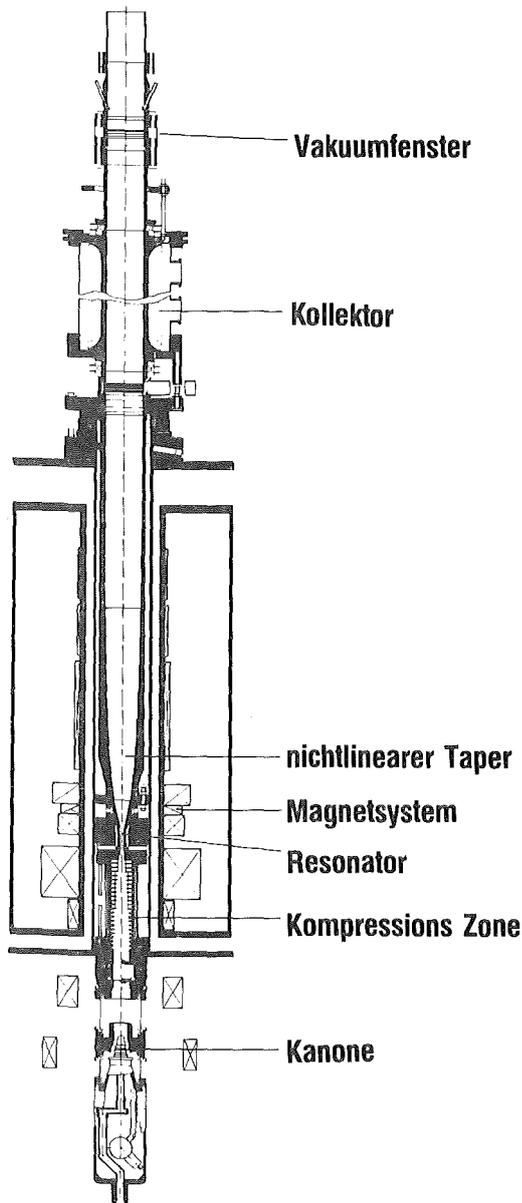


Abb. 4.1 KfK-Gyrotron

Es entsteht ein ringförmiger Elektronenhohlstrahl. Durch die zweite sogenannte Modulationsanode, kann das elektrische Feld am Ort des Emitters verändert werden. Im Ruhezustand liegt eine Sperrspannung von 2 kV zwischen Kathode und Modulationsanode. Es kann kein Strom fließen. Im Betrieb ist diese Spannung zwischen -10 und -25 kV. Durch die Änderung des Feldes am Emitter wird auch der Anteil der transversalen

In diesem Kapitel wird zunächst der Aufbau des KfK-Gyrotrons beschrieben, danach die bei den Experimenten benutzten Diagnosegeräte erklärt.

4.1 Gyrotron-Komponenten

Beim KfK-Gyrotron handelt es sich um eine Mikrowellenröhre für 200 kW Leistung bei einer Frequenz von 150 GHz (Abb.4.1). Im folgenden werden die Komponenten im Detail beschrieben.

4.1.1 Die Elektronenkanone erzeugt den Elektronenstrahl. Sie besitzt einen ringförmigen Emitter, der im Betrieb auf einem Potential von ca -70 kV gegenüber der Anode ist. Dadurch werden die Elektronen vom Emitter zum Resonator hin beschleunigt.

Geschwindigkeit der Elektronen gesteuert. Auf diese Weise besteht die Möglichkeit, die Amplitude des Gyrotronpulses zu modulieren.

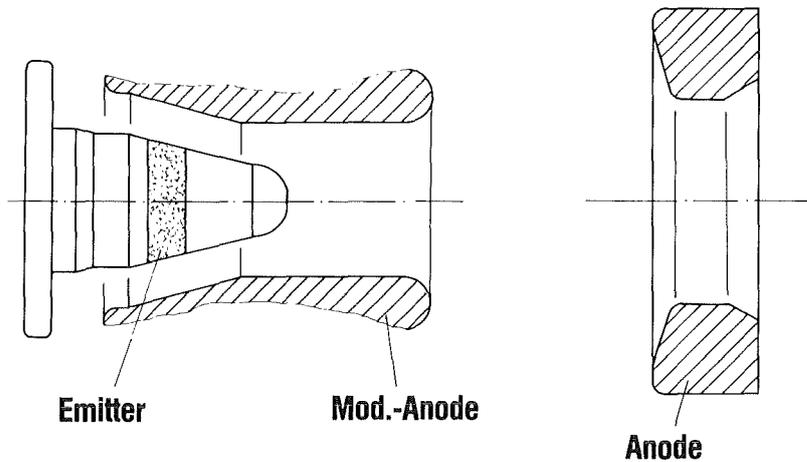


Abb. 4.2 Elektronenkanone

Die Elektronen werden durch ein Magnetfeld geführt, das am Emitter sehr schwach (0,2 T) und im Resonator sehr stark (6 T) ist. Dies führt zu folgenden erwünschten Effekten:

- Der Durchmesser des Elektronenrings im Resonator schrumpft auf

$$r_{\text{res}} = r_{\text{emitter}} \sqrt{\frac{B_{\text{emitter}}}{B_{\text{res}}}} \quad 4.1$$

Dadurch können im Resonator wesentlich größere Stromdichten erreicht werden als mit den besten bekannten Emittlern.

- Durch die Invarianz der adiabatischen Konstanten

$$\frac{v_t^2}{B} = \text{const} \quad 4.2$$

wird während der Kompression longitudinale Geschwindigkeit in transversale umgewandelt. Dies ist insofern von Bedeutung, da nur die trans-

versale Energie in Mikrowellen gewandelt werden kann. Wird das Magnetfeld zu groß, besitzt das Elektron keine longitudinale Geschwindigkeitskomponente mehr. Es hält an, läuft anschließend zurück, trifft auf die Kanone und beschädigt möglicherweise den Emitter. Daher muß die Kompression so gewählt werden, daß gerade keine Elektronen zurückgespiegelt werden.

Die KfK-Kanone erzeugt einen nichtlaminaren Strom, d.h. es gibt Punkte, an denen die Elektronen sehr nahe zusammenkommen und sich Raumladungseffekte nachteilig bemerkbar machen können. Der Vorteil ist jedoch die niedrige Stromdichte der emittierenden Fläche der Kathode. Die Kanone ist optimiert für einen Strahlstrom von 8 A bei einem Geschwindigkeitsverhältnis $\alpha = 1,5$ und einem Magnetfeld im Resonator von 5,8 T. Der Strahlradius im Resonator ist 1,73 mm, damit die Elektronen optimal mit dem TE_{03} -Mode wechselwirken können. Die bei realen Kanonen unvermeidliche Geschwindigkeitsstreuung ist bei diesen Parametern am geringsten ($\Delta v/v \approx 3\%$). Für andere Parameter wird dieser Wert bis zu 10% groß. Die Geschwindigkeitsstreuung begrenzt das erreichbare α . Bei großen Streuungen werden schon bei relativ kleinen mittleren α -Werten einige Elektronen zurückgespiegelt.

4.1.2 Im Anschluß an die Kanone folgt die **Kompressionszone**. In ihr finden die oben beschriebenen Prozesse statt, wie die Umwandlung von longitudinaler in transversale Geschwindigkeit und die Verringerung des Ringradius. Sie besteht aus Scheiben von Berilliumoxid, das Mikrowellen stark dämpft. So soll erreicht werden, daß zum einen während der Kompression Resonanzen im Bereich zwischen Kanone und Resonator unterdrückt werden, und zum anderen keine Mikrowellen-Leckstrahlung aus dem Resonator die Kanone trifft und sie beschädigt.

4.1.3 Im **Resonator** wird ein Teil der kinetischen Energie der Elektronen in Mikrowellenenergie umgewandelt. Das KfK-Gyrotron besitzt einen

zylindrischen offenen Hohlraumresonator. Die gewünschte Frequenz ist 140-150 GHz und die erwartete Leistung 200 kW. Durch die unvermeidlichen Hochfrequenzverluste wird die Innenoberfläche des Resonators geheizt. Diese Energie muß abgeführt werden, weshalb an der Außenseite Rippen für die Wasserkühlung eingefräst sind (Abb. 4.3). Die numerische Optimierung der Resonatorinnenkontur /Borie, et. al. 1986; Borie, et. al., 1988/ führte zu den später beschriebenen Geometrien.

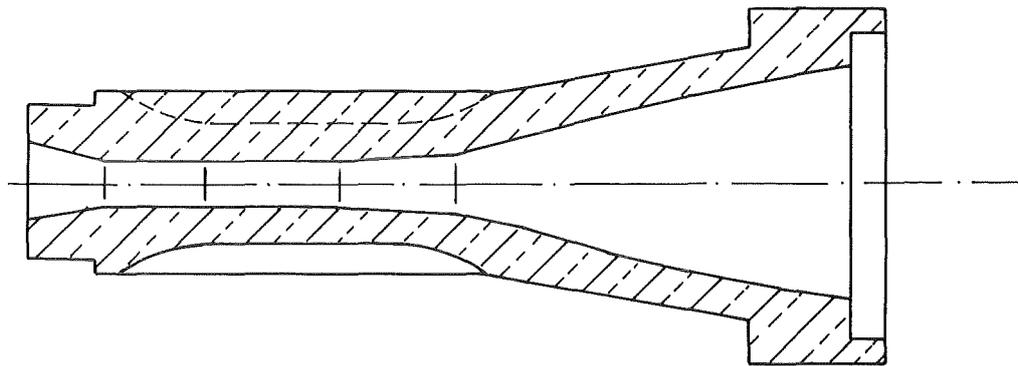


Abb. 4.3 Resonator

Im Werkstück ist anschließend an den Resonator ein Teil des nichtlinearen Tapers angebracht. Dies ist nötig, um die für die Kühlung nötige Baulänge zu erhalten.

4.1.4 Der nichtlineare Taper führt den vom Resonator kommenden reinen Hochfrequenz-Mode in den gleichen reinen Mode bei größerem 70 mm Durchmesser über. Die Baulänge ist dabei möglichst kurz. Die Modenreinheit des KfK-Tapers beträgt 99,6% bei 150 GHz für den TE_{03} -Mode. Der größere Durchmesser ist nötig, um das Mikrowellenfenster thermisch weniger zu belasten, und um die Wandverluste in der anschließenden Hochfrequenzübertragungsstrecke zu verringern.

4.1.5 Nach dem Durchtritt durch den Resonator werden die Elektronen vom Magnetfeld so geführt, daß sie auf den **Kollektor** treffen. Dort geben sie ihre restliche Energie in Form von Wärme und Röntgenstrahlen ab.

Deshalb kann der Kollektor durch Wasser gekühlt werden. Zur Abschirmung der Röntgenstrahlen ist der Kollektor von einem Bleimantel umhüllt. Zwischen Taper und Kollektor befindet sich eine dünne elektrische Isolation. Sie ermöglicht es, den Kollektorstrom zu messen, damit die Elektronenstrahlleistung zu bestimmen und bei bekannter Hochfrequenzleistung den Wirkungsgrad zu errechnen.

4.1.6 Das Mikrowellenfenster hat die Aufgabe, das Ultrahochvakuum des Gyrotrons von dem atmosphärischen Druck auf der Diagnostikseite zu trennen. Es besteht aus Aluminiumoxid, das relativ geringe Hochfrequenzverluste bei 150 GHz hat. Dennoch sind die Verluste so groß, daß bei langen Pulsen das Fenster gekühlt werden muß. Das KfK-Gyrotron-Fenster besitzt deshalb zwei Scheiben, zwischen denen ein geeignetes Kühlmittel fließen kann /Stickel 1988/. Die Zweiseibenanordnung und die große dielektrische Konstante von Aluminiumoxid führen zu einem Bandpaßverhalten dieses Bauteiles (Abb. 4.4).

Um den Stehwellenanteil im Gyrotron so gering wie möglich halten zu können, ist der Abstand der Scheiben veränderbar. Auf diese Weise kann das Fenster so optimiert werden, daß der Arbeitsmode nicht reflektiert wird. Die benachbarten Störmoden haben jedoch trotzdem einen von null verschiedenen Reflexionsfaktor. Dies muß in Kauf genommen werden, um den Stehwellenanteil im Arbeitsmode und damit die Blindleistung so gering wie möglich zu halten.

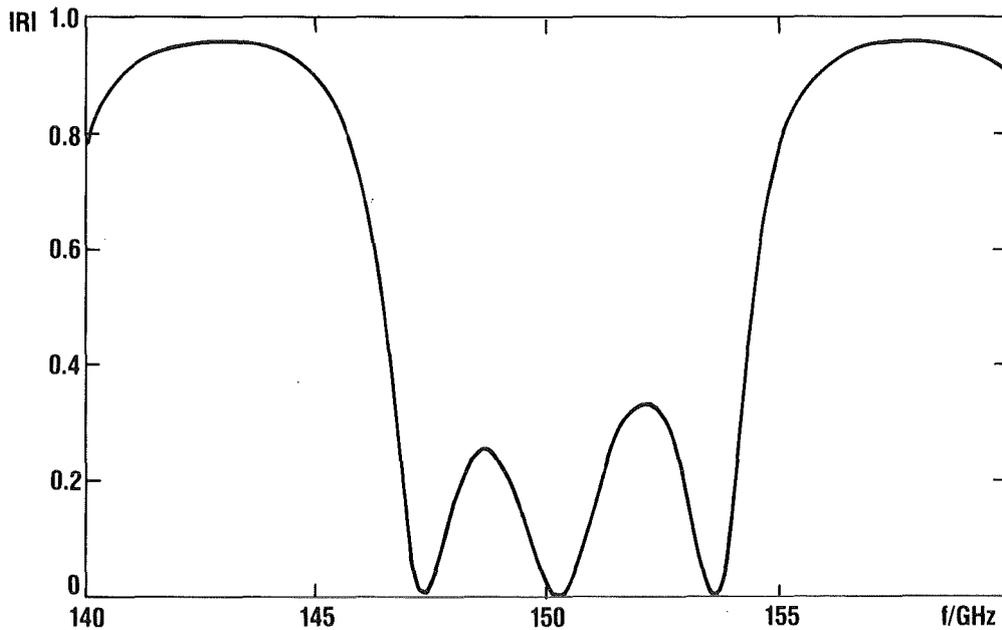


Abb. 4.4 Reflexionskurve des Fensters

4.1.7 Das Magnetfeld wird von supraleitenden Magneten im Bereich des Resonators und des Kollektors und von normalleitenden Spulen im Bereich der Kanone erzeugt. Das maximal erreichbare Feld im Resonator beträgt 6 T. Zur Zeit der hier beschriebenen Experimente konnten keine großen Variationen am Magnetfeld vorgenommen werden. Der Betrieb war so kritisch, daß bei kleinen Veränderungen des Magnetstromes einige Spulen normalleitend wurden und Helium abdampfte (Quench). Insbesondere konnten keine Magnetfeldgradienten im Bereich des Resonators realisiert werden.

4.1.8 Die Hochspannungsversorgung besteht im wesentlichen aus drei Komponenten (Abb. 4.5). Ein 100 kV, 0,5 A Netzgerät stellt die Energie mit einer mittleren Leistung von 50 kW zur Verfügung. Da höhere Leistungen erwünscht sind, muß mit kleinen Pulszeiten gearbeitet werden. Als Energiepuffer ist eine Kondensatorbank mit einer Kapazität von 10 μF nachgeschaltet.

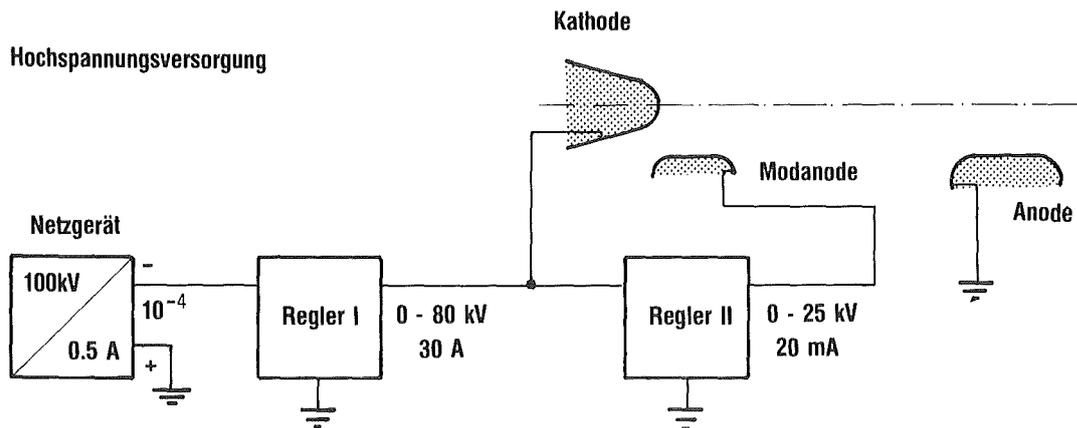


Abb. 4.5 Hochspannungs-Versorgung

Regler I erzeugt die Beschleunigungsspannung zwischen Kathode und Anode von 0 - 80 kV. Da zwischen Kathode und Anode der Elektronenstrom fließt, ist dieser Regler für Stromstärken bis zu 30 A ausgelegt.

Regler II bestimmt die zwischen Kathode und Modulationsanode liegende sogenannte Modulationsspannung. Mit ihr kann der Elektronenstrom eingeschaltet werden und das Geschwindigkeitsverhältnis α eingestellt werden. Da zur Modulationsanode kein Strom fließen soll, braucht dieser Regler nicht für große Leistungen ausgelegt sein.

Regler I und II können unabhängig voneinander angesteuert werden und zwar sowohl im Spannungswert als auch im Zeitpunkt des Anschaltens. Dies ist eine wichtige Voraussetzung, um das Anschwingen des Gyrotrons untersuchen zu können.

4.2 Diagnostik

Oberhalb des Mikrowellenfensters befinden sich zur Zeit am KfK-Gyrotron nur Diagnosegeräte. Zur Untersuchung der Röhreneigenschaften sind Antworten auf die Frage nach der Leistung, der Frequenz und der Modenzusammensetzung des Signals erwünscht.

4.2.1 Die Leistung wird durch ein kleinvolumiges Oktanolkalorimeter gemessen (Abb. 4.6), das von H. Stickel entworfen wurde /Stickel 1988/. Das Prinzip besteht darin, daß die Mikrowellen ihre Energie an das Oktanol abgeben und es erwärmen.

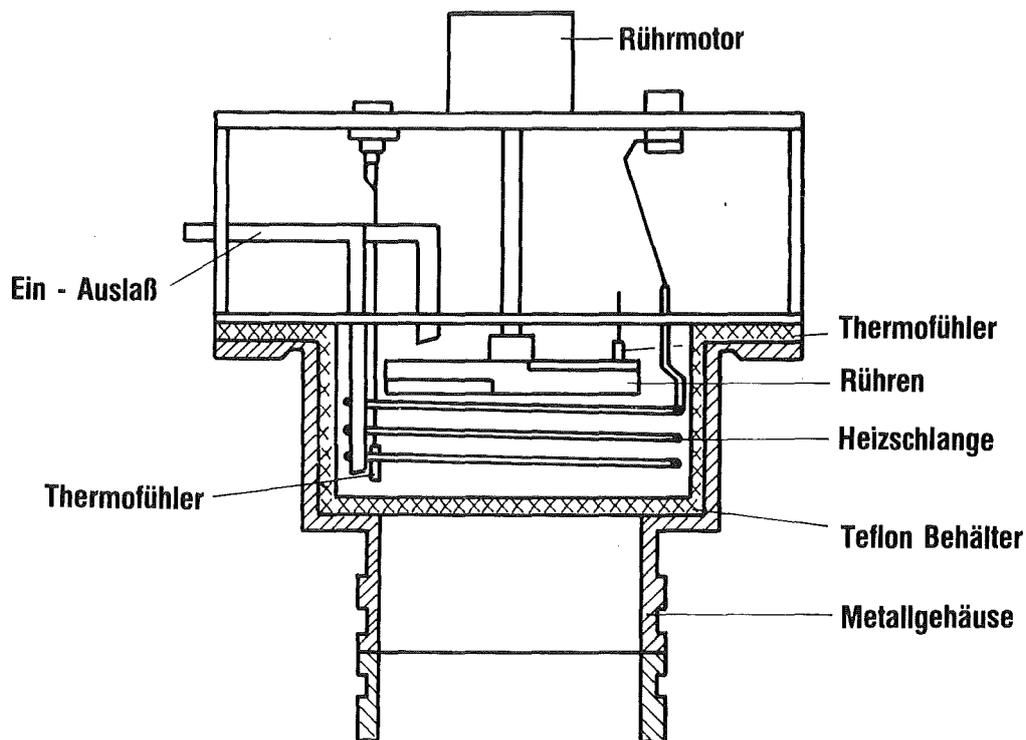


Abb. 4.6 Kalorimeter

Bei bekannter Pulsdauer ist die Temperaturerhöhung im Oktanol ein Maß für die Mikrowellenleistung. Bei 150 GHz hat Oktanol eine Absorptions-

koeffizienten von 13 db/cm, sodaß die absorbierende Schichtdicke groß genug ist, um ein lokales Sieden zu verhindern. Das Gefäß aus Teflon mit einem ϵ_r von ca 2,3 und das ϵ_r von Oktanol von ca. 2,1 führen zusammen mit der glatten Oberfläche des Gefäßes zu einer fast moden- und frequenzunabhängigen Verhalten des Kalorimeters. Die maximal gemessene Reflexion ist kleiner als 10%.

Das kleine Volumen von nur 0,3 l führt zu schnellen Reaktionszeiten und daher relativ großer Empfindlichkeit. Der durch Computerauswertung erreichbare Meßbereich beträgt 5 W - 300 W mittlere Leistung mit einem Fehler von 5% bzw. 5 W. Bei dem im Experiment üblichen Tastverhältnis von 1:1000 können Leistungen von 5 kW bis 300 kW gemessen werden. Die Meßzeit beträgt typischerweise eine Minute. Eine Fehlerquelle besteht in der Bestimmung der Pulsdauer. Als Pulsdauer wird die Zeit zwischen dem Erreichen des halben Diodensignals bei Einschalten und beim Abklingen definiert.

4.2.2 Das Frequenzmeßsystem ist das wichtigste Hilfsmittel zur Untersuchung der Modenrangigkeit. Wie aus der Betrachtung in Kapitel 2 klar wird, unterscheiden sich die im Resonator erzeugten Eigenmoden immer durch ihre Eigenfrequenzen. Kennt man daher das Frequenzspektrum eines Gyrotronpulses, so ist auch das Eigenmodenspektrum bekannt.

Da wegen der Pulszeit von ca. 1 ms keine kommerziellen Spektrumanalysatoren eingesetzt werden können, wurde am KfK ein Frequenzmeßsystem aufgebaut /Hochschild, et. al., 1987/.

4.2.2.1 Lochkoppler

Über einen rechteckigen Einstich kann Hochfrequenz aus dem zylindrischen Hohlleiter ausgekoppelt werden. Der Koppelfaktor ist kleiner als -60dB, sodaß das Feld im Hohlleiter nicht gestört wird. Das ausgekoppel-

te Signal enthält allerdings nur Frequenzinformation. Die Information über die Leistung eines Modes geht verloren wegen möglicherweise vorhandener Stehwellenanteile.

4.2.2.2 Reflektometer

Aus einer in Längsrichtung eingebohrten Lochreihe im Zylinderhohlleiter wird eine Welle unter dem Winkel θ

$$\cos \theta = k_z/k \quad 4.3$$

abgestrahlt. Dabei ist k_z die longitudinale Wellenzahl im Hohlleiter und k die Freiraumwellenzahl. Die Amplitude des Signals ist proportional zur Amplitude der Welle im Hohlleiter. Der Koppelfaktor ist modenabhängig und kann aus einer Eichmessung gewonnen werden. Es besteht daher die Möglichkeit, eine solche Lochreihe zu verwenden, um den Modengehalt einer Welle bei einer festen Frequenz zu bestimmen. Dazu wird bei verschiedenen Winkeln θ die Amplitude des ankommenden Signals gemessen. Da daraus Rückschlüsse auf die Wellenzahl k_z im Hohlleiter möglich sind, heißt dieses Diagnosegerät k-Spektrometer /Kasperek, Müller, 1988/.

Bei einer TE_{03} -Schwingung bei 150 GHz beträgt der Abstrahlwinkel für einen Rohrdurchmesser von 70 mm nur $\theta \approx 5^\circ$. Wegen des großen Durchmessers liegen die Abstrahlwinkel der Moden sehr dicht, und daher kann ein solches Spektrometer nicht verwendet werden, um die Wellenzahlvektoren zu trennen.

Stellt man jedoch eine Antenne unter dem Winkel von $\theta \approx 5^\circ$ auf beiden Seiten, so kann die Amplitude des Modes, der im Resonator entstanden ist, sowohl in Vorwärtsrichtung als auch der reflektierte Anteil gemessen werden. Dies ist deshalb möglich, weil alle im Resonator erzeugten Moden sich zwar in der Frequenz unterscheiden, trotzdem aber die

gleiche Wellenzahl k_z im Wellenleiter haben.

Das Signal ist proportional zur Leistung. Da dieses Spektrometer vor allem dazu verwendet wird um bei starken Reflexionen (Überschläge in der Leitung, Sieden der Last) das Gyrotron abschalten zu können, wird es Reflektometer genannt /Kitlinski, et. al., 1986/.

4.2.2.3 150 GHz Dioden

Halbleiter-Dioden werden verwendet, um schnell erkennen zu können, ob vom Gyrotron Mikrowellen erzeugt werden. Mit ihnen wird auch die Pulsdauer bestimmt. Sie setzen die Schwingungen im 150 GHz-Bereich in Gleichspannungen um. Die Dioden werden entweder direkt auf dem Lochkoppler plaziert oder unter dem Emissionswinkel von ca. 5° am Reflektometer positioniert.

4.2.2.4 Harmonischer Empfänger

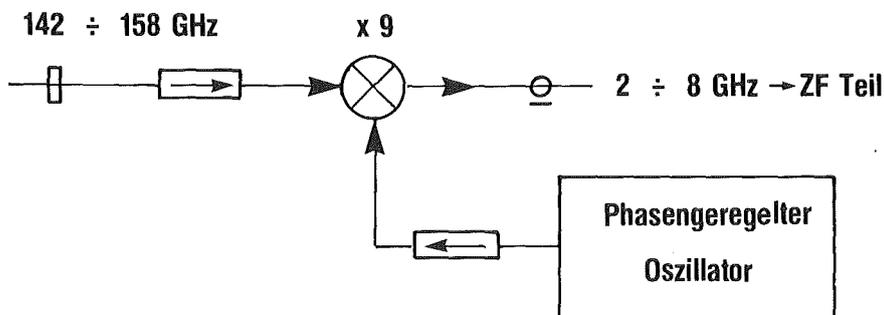


Abb. 4.7 Harmonischer Empfänger

Um die Frequenz messen zu können, ist es vorteilhaft, sie in einen leichter zugänglichen Frequenzbereich umzusetzen. In einem am KfK gebauten Empfänger (Abb. 4.7) wird die Hochfrequenz in einem harmonischen Mischer /Schmidt, Menzel, 1987/ mit der neunten Oberwelle aus einem als Lokaloszillator (LO) eingesetzten Synthesizer Frequenzge-

nerator gemischt. Die verwertbare Zwischenfrequenz (ZF) liegt zwischen 1 GHz und 4 GHz.

Es handelt sich um einen Empfänger mit einem kleinen Arbeitsfrequenzbereich. Mit diesem System ist es oft sehr schwer herauszufinden, mit welcher Oberwelle tatsächlich gemischt wurde. Neben der gewünschten Linie und der unvermeidbaren Spiegelfrequenz erscheinen noch weitere als Resultat der Mischung mit anderen Oberwellen. Eine zusätzliche Erschwernis kommt durch das mögliche gleichzeitige Auftreten von 2 Gyrotronfrequenzen. Im Mischer entsteht dann direkt die Frequenzdifferenz. Diese fällt im KfK-Gyrotron zufälligerweise in den schmalen Arbeitsbereich des harmonischen Empfängers. Sie ist daran zu erkennen, daß sie nicht von der LO-Frequenz abhängig ist. Sie erschwert jedoch die weitere Verarbeitung des ZF-Signals. Als Vorteil sei erwähnt, daß der Empfänger über die LO-Frequenz abstimmbare ist. Daneben ist die Frequenzstabilität dieses Empfängers bedingt durch den Einsatz eines Synthesizers als LO-Quelle sehr hoch.

4.2.2.5 Breitbandiger Empfänger

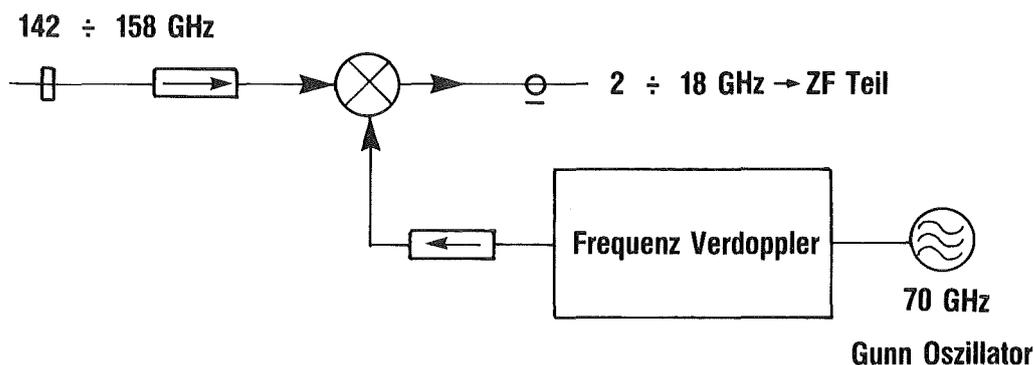


Abb. 4.8 Breitbandiger Empfänger

Das breitbandige Empfangssystem verwendet eine LO-Frequenz von

140 GHz. Diese wird von einem 70 GHz GUNN-Oszillator mit anschließendem Frequenzverdoppler erzeugt (Abb. 4.8). In einem balancierten Mischer wird das Hochfrequenzsignal des Gyrotrons umgesetzt. Die Zwischenfrequenz liegt zwischen 2 GHz und 18 GHz.

Dieser Empfänger hat allerdings den Nachteil, daß die LO-Frequenz nicht verändert werden kann. Außerdem ist der Gunn-Oszillator nicht stabilisiert. Ein großer Vorteil dieses Systems ist, daß neben dem erwünschten Signal und der Spiegelfrequenz keine weiteren Linien zu erwarten sind. Direkte Gyrotronmischprodukte fallen in den unteren Bereich des ZF-Bandes, während die Mischprodukte mit der LO-Frequenz oberhalb von 6 GHz liegen. Die Interpretation einer Messung ist gegenüber dem harmonischen Empfänger wesentlich leichter.

Beide Empfänger werden, wie die Dioden entweder am Lochkoppler oder unter 5°-Winkel am Reflektometer betrieben. Das ZF-Signal wird danach noch weiter aufbereitet.

4.2.2.5 Filterbank

Hinter dem breitbandigen Empfangssystem kann das Signal durch eine Filterbank weiter aufbereitet werden. In einem Frequenzbereich von 2-18 GHz stehen 8 Kanäle mit jeweils einer Bandbreite von 2 GHz zur Verfügung. Jedem Kanal ist eine Detektordiode nachgeschaltet, die die Amplitude des Signals in diesem Kanal in Gleichspannung wandelt. Auf 4 Zweikanal Oszilloskopen kann das Signal für jeden Gyrotronpuls untersucht werden.

Dieses System erlaubt einen schnellen Überblick über das Frequenzspektrum. Da nach längerem Experimentierbetrieb die Eigenfrequenzen genau bekannt sind, und die Frequenzen der Besselmoden bei TE₀₃-Resonatoren weiter als 3 GHz auseinander liegen, kann aus dem Kanal, in dem ein Signal erscheint, auf die richtige Frequenz geschlossen werden.

4.2.2.6 YIG-Filter

Nach der Grobselektion besteht die Möglichkeit die Frequenz durch abstimmbare YIG-Filter genauer zu messen. Dazu wird vor der Filterbank ein Teil des Signals über einen Richtkoppler abgezweigt. Diese kann auf zwei verschiedene YIG-Filter gegeben werden.

Das erste ist ein breitbandiges (500 MHz) Filter, dessen Mittenfrequenz von 2-18 GHz eingestellt werden kann. Es dient vor allem dazu, die Moden zu finden. Wird ein bestimmter Arbeitsmode gewünscht, so stellt man das YIG-Filter auf die zum Mode gehörenden Mittenfrequenz. Auf diese Weise kann man immer sicher gehen, daß bei Parameteroptimierung der gewünschte Mode schwingt.

Das schmalbandige (30 MHz) Filter, das ebenfalls von 2-18 GHz abgestimmt werden kann, wird hauptsächlich dazu verwendet, die Frequenz einer Linie genau zu bestimmen. Es muß eingesetzt werden, wenn Lastreflexionen erwartet werden, die ja Frequenzsprünge von ca. 50 MHz hervorrufen. Auch bei der Untersuchung von thermischen Effekten wird dieses Filter verwendet.

4.2.2.7 Frequenzdiskriminator

Der Frequenzdiskriminator besteht aus zwei Filtern. Einem Bandfilter von 2-3 GHz und einem von 3-4 GHz. Er wird hinter dem abstimmbaren harmonischen Empfänger verwendet. Zur Frequenzmessung wird die LO-Frequenz solange verändert, bis in einem Kanal des Diskriminators ein Signal erscheint. Durch Feinabstimmung des lokalen Oszillators gelingt es sehr schnell, das Signal in beiden Kanälen mit gleicher Amplitude zu sehen. Aus der LO-Frequenz und der Überlappfrequenz der beiden Filter von 3 GHz, läßt sich die Hochfrequenz des Gyrotrons bestimmen. Die Genauigkeit ist durch die Flankensteilheit der Filter gegeben und beträgt ca. 50 MHz. Dieses System ist beim Auftreten von direkten Gyrotron-

mischprodukten nicht mehr einsetzbar.

4.2.3 Die Kenntnis des **Modengehalts** bei einer Frequenz ist vor allem dann wichtig, wenn der Verdacht besteht, daß die im Resonator erzeugten Moden durch Fehler im Wellenleiter gewandelt wurden. Die schnellste Methode der Modenbestimmung besteht darin, wärmeempfindliches Papier in den Hohlleiter zu bringen.

Die Mikrowelle verliert Energie im Papier und zwar proportional zum Quadrat der lokalen Feldstärke. Dies führt zu einer Erwärmung des Papiers mit anschließender Schwärzung. Bei optimaler Belichtungszeit ist auf dem Papier ein Muster zu erkennen, das Hinweise über den Modengehalt des Gyrotrons gibt /Jödicke et. al., 1987/. Diese Methode ist vor allem in der Anfangsphase der Untersuchung eines Resonators wichtig, um die Zugehörigkeit einer bestimmten Frequenz zu einem Eigenmode zu bestätigen.

5. Experimentelle Ergebnisse

Basierend auf den theoretischen Grundüberlegungen wurde an zwei unterschiedlichen Resonatoren Experimente durchgeführt. Die experimentellen Ergebnisse werden daher getrennt für die beiden Resonatoren aufgezeigt und mit den theoretischen Vorhersagen verglichen.

5.1 Der 19 mm-Resonator

5.1.1 Geometrie

Abb.5.1 zeigt die geometrischen Abmessungen des im folgenden **19 mm-Resonator** genannten Kavität. Es handelt sich hierbei um einen sogenannten konischen Resonator, da das Mittelstück nicht mehr zylindrisch ausgebildet ist. Der Eingangskonus hat eine Länge von 10 mm und einen Winkel von 1° . Dadurch wird erreicht, daß der resonante Mode im Eingangsbereich unterhalb der Grenzfrequenz ist und sich daher nicht ausbreiten kann. Es können auch keine Mikrowellen zur Kanone und sie möglicherweise zerstören.

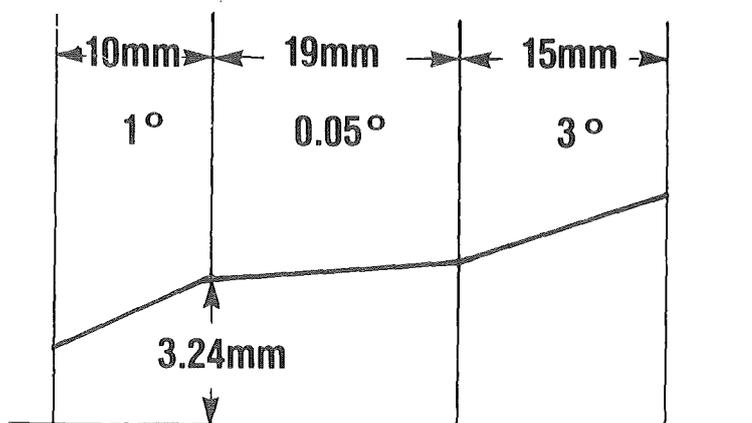


Abb. 5.1 19 mm Resonator Geometrie

Das 19 mm lange Mittelstück ist mit einem Winkel von $0,05^\circ$ schwach konisch. Ziel dieses Winkel ist vor allem hohe Wirkungsgrade des Gyrotrons in einem großen Parameterbereich zu erzielen /Borie, et. al. 1986/.

Der Ausgangskonus hat eine Länge von 15 mm und einen Winkel von 3° . Durch den Knick am Ende des Mittelstücks wird ein Teil der Mikrowellen reflektiert und es entsteht eine Resonanz. Dies führt zu der für die Wechselwirkung nötigen Feldüberhöhung. Der Radius des Resonators beträgt 3,24 mm.

Mode	Frequenz GHz	Güte	P_Ω kW/cm ²
TE ₀₃₁	149.56	1017	6.54
TE ₂₃₁	146.56	999	6.69
TE ₅₂₁	154.64	1038	8.62
TE ₀₃₂	150.05	634	3.44
TE ₂₃₂	147.06	613	3.52
TE ₅₂₂	155.13	666	4.53

Tabelle 5.1 Daten des 19 mm Resonators

Tabelle. 5.1 zeigt die Resonanzen des 19 mm Resonators die durch den Elektronenstrahl im Bereich von 150 GHz angeregt werden können. Der gewünschte Arbeitsmode ist die TE₀₃₁-Schwingung. Es muß verhindert werden, daß andere Moden gleichzeitig mit dem TE₀₃₁-Mode schwingen oder ihn gar ganz unterdrücken.

5.1.2 Theoretisch erreichbare Ausgangsleistung

Der 19 mm Resonator ist für einen Strahlstrom von 8 A optimiert. Für die optimalen Parameter wird im TE₀₃₁-Mode ein Wirkungsgrad von 50% errechnet. Daraus resultiert eine Ausgangsleistung von fast 300 kW. Allerdings sind auch in den Nachbarmoden TE₂₃₁ und TE₅₂₁ große Ausgangsleistungen zu erwarten. Abb. 5.2 stellt die erwartete Ausgangsleistung als Funktion des Magnetfeldes für drei verschiedene Strahlströme dar.

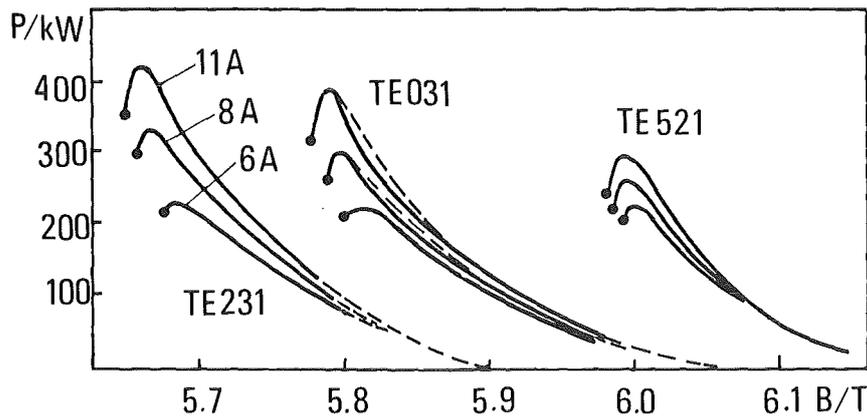


Abb. 5.2 Theoretische Leistungskurven

Die Kurven zeigen, daß zwar die anderen Moden große Leistungen bringen, der TE_{031} -Mode aber ebenfalls stabil mit großer Leistung schwingen sollte.

5.1.3 Axiale Moden

Bei diesem Resonator überrascht zunächst die relativ große Güte der Moden mit höherem axialen Index (Tab. 5.1). Bei gleicher Länge ist bei zylindrischen Resonatoren nur ein Viertel der Güte des Grundmodes zu erwarten. Die leicht konische Ausführung führt jedoch dazu, daß der linke Teil dieses Mittelstücks für die axiale Grundschwingung unterhalb der Grenzfrequenz liegt. Die effektive Wechselwirkungslänge ist daher kürzer als die geometrische Länge des Mittelstücks. Die Frequenz der höheren axialen Moden liegt höher und daher steht für die Schwingung der gesamte Resonatorraum zur Verfügung. In Abb. 5.3 ist dies daran zu erkennen, daß das Feldprofil mit zwei Maxima breiter ist als das des axialen Grundmodes.

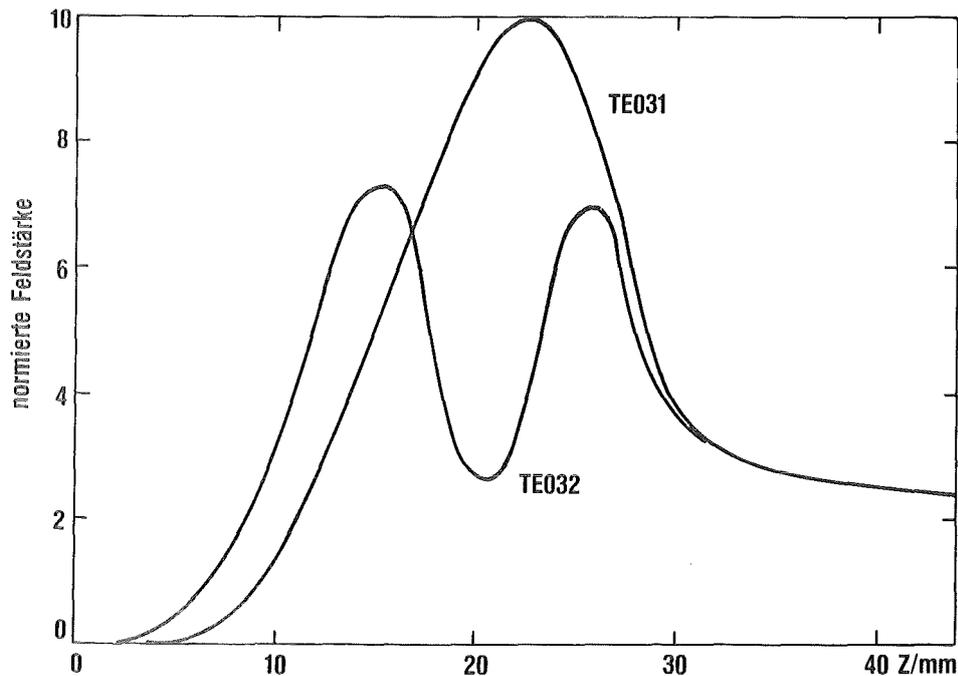


Abb. 5.3 Feldprofil der Moden TE_{031} und TE_{032}

Diese Tatsache hat eine sehr interessante Anwendung. Durch Verwendung von Schwingungen mit höher axialem Index können die Wandverluste und vor allem die Spitzenwandbelastung reduziert werden /Dammertz, Möbius, 1986/. Dies ist auch in Tabelle 5.2 zu erkennen. Daher wäre es wünschenswert, Gyrotrons bei hohem axialen Index zu betreiben.

Ein Problem besteht jedoch darin, diesen Mode anzuregen /Möbius 1986/, da bei zylindrischen Resonatoren die Güte der höheraxialen Schwingungen sehr klein und daher die Startströme sehr hoch sind. Konische Resonatoren bieten die Möglichkeit, zum einen durch die vergrößerte Güte und zum zweiten durch verlängerte effektive Wechselwirkungsstrecke, Moden mit höherem axialen Index anzuregen.

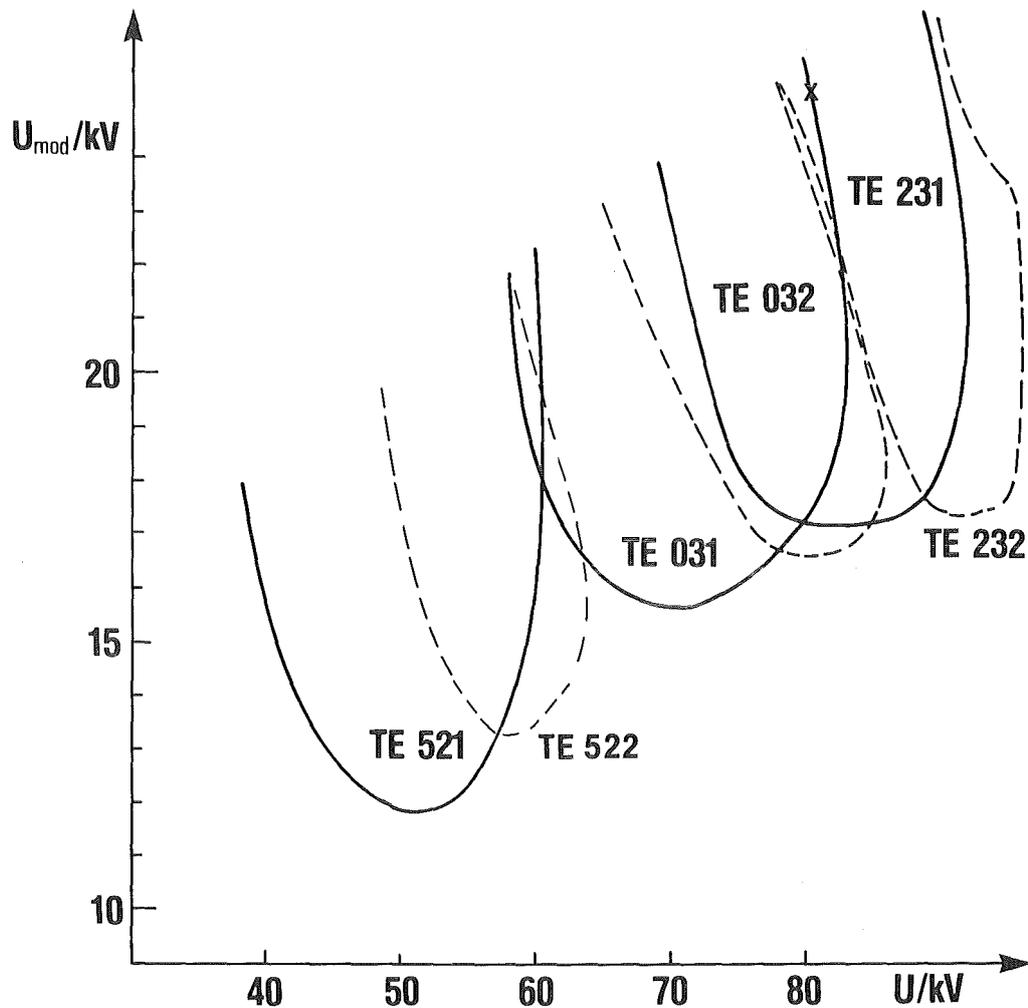


Abb. 5.4 Oszillationsgebiete

Dies ist deutlich in der Darstellung der Oszillationsgebiete (Abb. 5.4) zu erkennen. Die Punkte mit dem optimalen Wirkungsgrad für die Moden TE_{031} und TE_{032} liegen bei ungefähr den gleichen Parametern und sind mit einem Kreuz gekennzeichnet. An diesen Punkten können mehrere Moden schwingen, sodaß eine Modenrangigkeitsuntersuchung durchgeführt werden muß. Es gibt Bereiche in denen sowohl der TE_{031} -Mode als auch der TE_{032} -Mode eine Grenze zum nichtschwingenden Zustand besitzt. Falls ein Anschwingweg gewählt wird, der über diese Grenze führt, würde dieser Mode zuerst angeregt und bliebe bis zum Punkt des optimalen Wirkungsgrades hin stabil (siehe Kapitel 3).

5.1.4 Stabilität

Die Stabilität der eingeschwingenen Moden gegen Störmoden wurde numerisch untersucht. Das Ergebnis ist für ein Magnetfeld von $B = 5.9 \text{ T}$ und Strömen von $I = 2 \text{ A}$ (Abb. 5.5) und $I = 8 \text{ A}$ (Abb. 5.6) dargestellt.

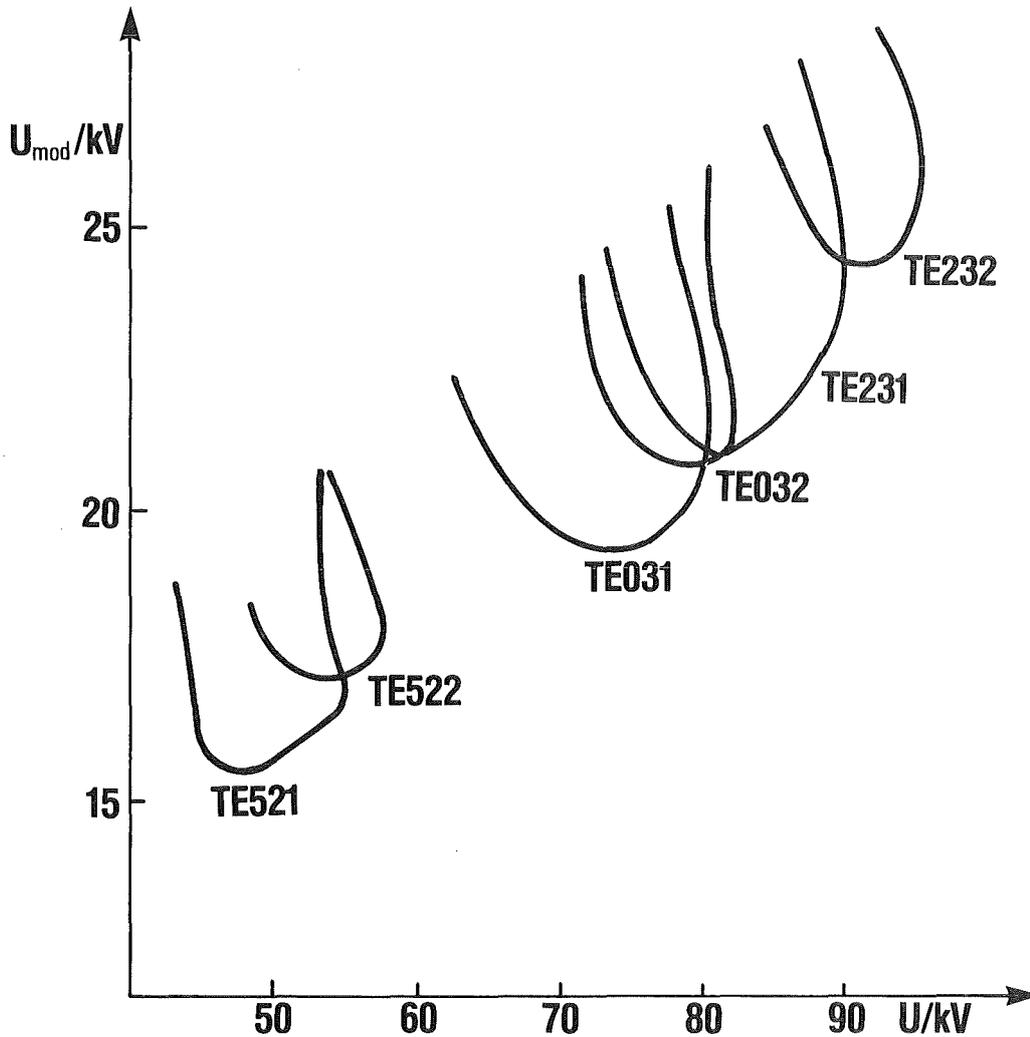


Abb. 5.5 Stabilität der Moden bei $I = 2 \text{ A}$

Die 6 Bereiche bezeichnen die stabilen Gebiete der 3 Besselmoden TE_{52} , TE_{03} sowie TE_{23} bei jeweils zwei axialen Indizes. Bei großen Beschleunigungsspannungen U und kleinen Modulationsspannungen U_{mod} ist das Geschwindigkeitsverhältnis α sehr klein, sodaß das Gyrotron nicht

schwingen kann. Bei kleinen Strömen kann der TE032-Mode nie zuerst angeregt werden. Seine Frequenz sollte daher nicht vorkommen.

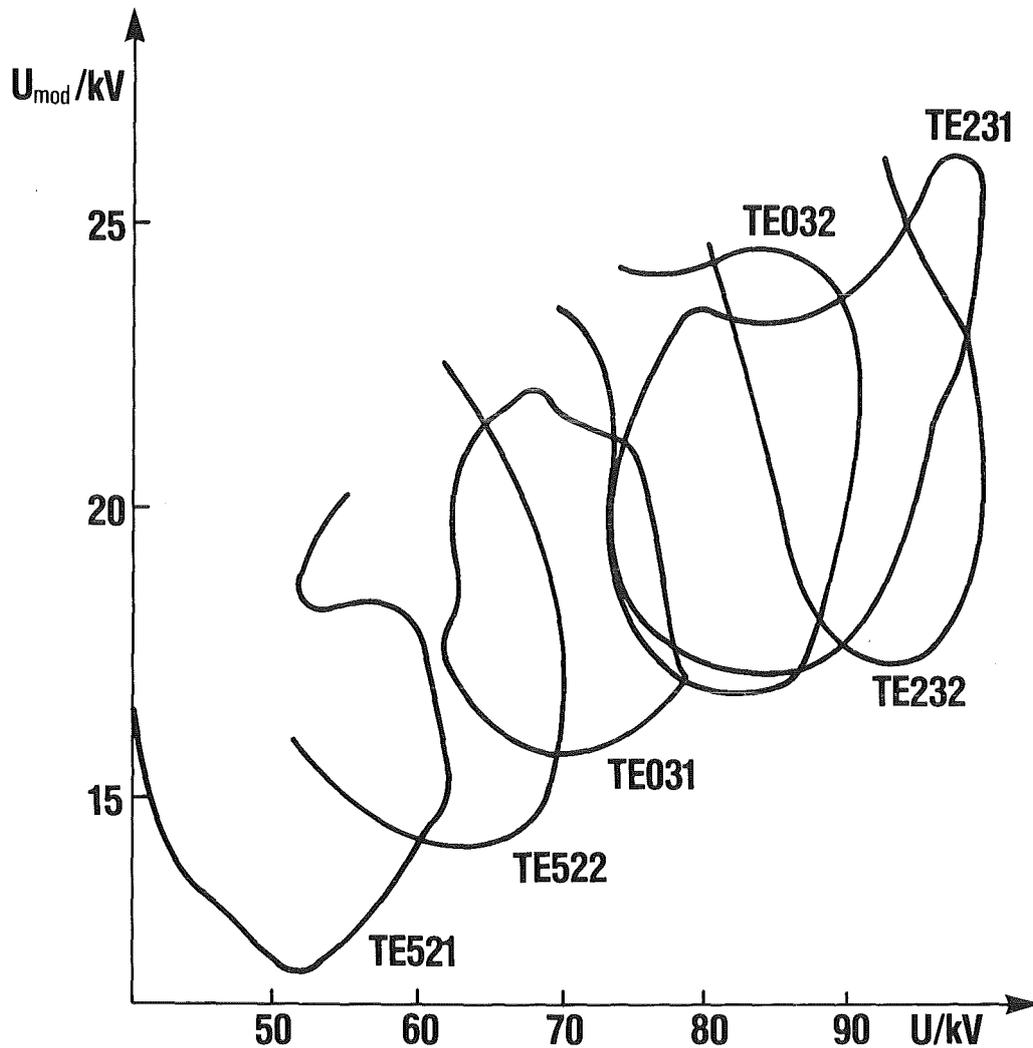


Abb. 5.6 Stabilität der Moden bei $I=8 \text{ A}$

Bei großen α -Werten (kleines U , großes U_{mod}) und großem Strom, ist der Mode in den meisten Fällen nicht mehr stabil. Zumeist tritt eine zweite Frequenz auf, allerdings mit wesentlich kleinerer Leistung. Bei noch größeren Modulationsspannungen werden Elektronen reflektiert.

Für einen Strom von 8 A existiert allerdings für den TE₀₃₂-Mode eine Grenze zum nichtschwingenden Zustand. Falls der Anfahrweg über diese

Grenze führt, sollte das Gyrotron im TE_{032} -Mode hohe Leistung erzeugen können.

5.1.5 Experimentelle Leistungskurve

Eines der ersten Experimente, die üblicherweise an einem neuen Gyrotron durchgeführt werden, ist die Bestimmung der Leistung als Funktion des Magnetfeldes bei sonst konstanten Parametern. Gleichzeitig wird noch die Frequenz der Schwingung gemessen. Auf diese Weise erhält man einen groben Überblick über die zu erwartenden Leistungen und das Frequenzspektrum des Gyrotrons.

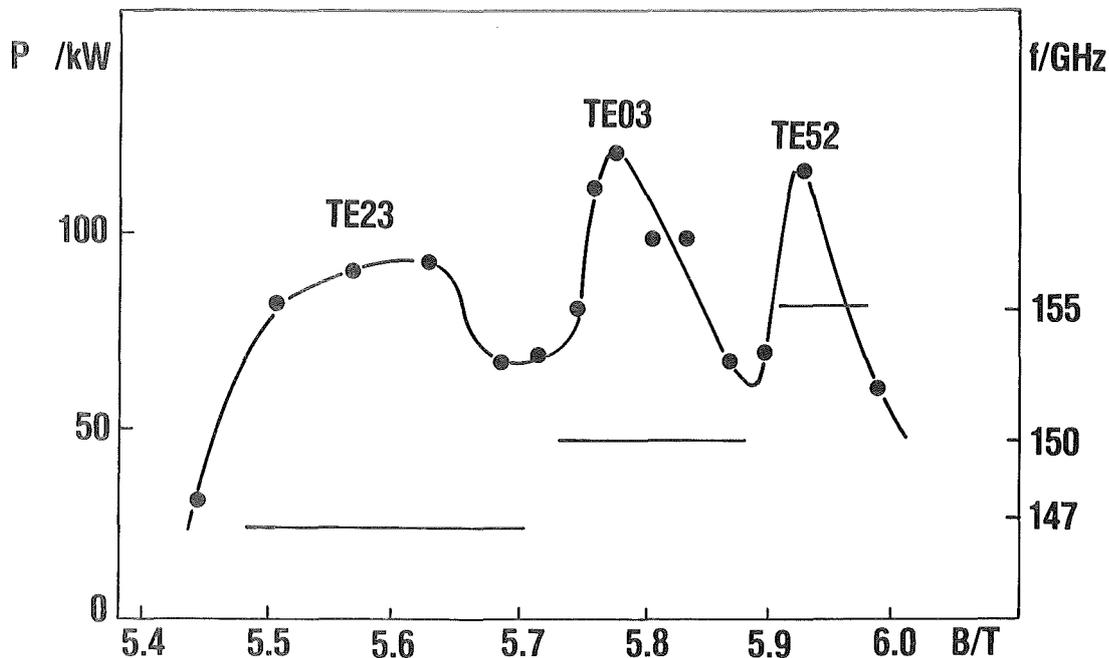


Abb. 5.7 Experimentelle Leistungskurve

Bei einer Beschleunigungsspannung von 70 kV, einer Modulationsspannung von ca. 21 kV und einem Strom von 8 A sind 3 Maxima in der Leistung zu erkennen (Abb.5.7). Die Frequenzen liegen bei 146,5, 149,5 und 154,4 GHz, was mit den theoretischen Vorhersagen für die Moden TE_{031} , TE_{231} und TE_{521} übereinstimmt. Daß es sich tatsächlich um diese Besselmoden handelt wurde durch Thermobilder (Abb. 5.8) nach-

gewiesen. Die Abweichung von der erwarteten Schwärzungskurven rühren von kleine Anteilen (<3%) von Fremdmoden her /Jödicke, et. al., 1987/. Der axiale Index kann jedoch auf diese Weise nicht bestimmt werden.

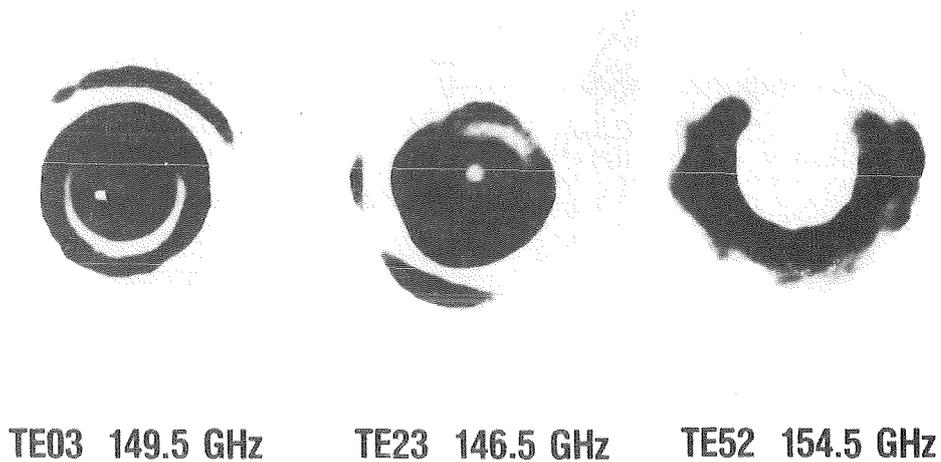


Abb. 5.8 Thermopapiermuster verschiedener Moden

In Abb. 5.9 sind Linien konstanten Wirkungsgrads als Funktion des Magnetfeldes und der Modulationsspannung für $U = 70 \text{ kV}$ und $I = 8 \text{ A}$ zu sehen. Im gestrichelten Bereich liegt der gemessene Wirkungsgrad zwischen 10% und 15%, im gepunkteten zwischen 15% und 20%. Bei kleinen Magnetfeldstärken und großen Modulationsspannungen werden Elektronen teilweise reflektiert. Ein stabiler Betrieb ist nicht möglich.

Auch hier sind die drei erwarteten Moden klar zu unterscheiden. Allerdings kann erneut keine Aussage über den axialen Index gemacht werden. Außerdem erstaunt der niedrige erreichte Wirkungsgrad von ca. 20% verglichen mit dem theoretischen von 50%.

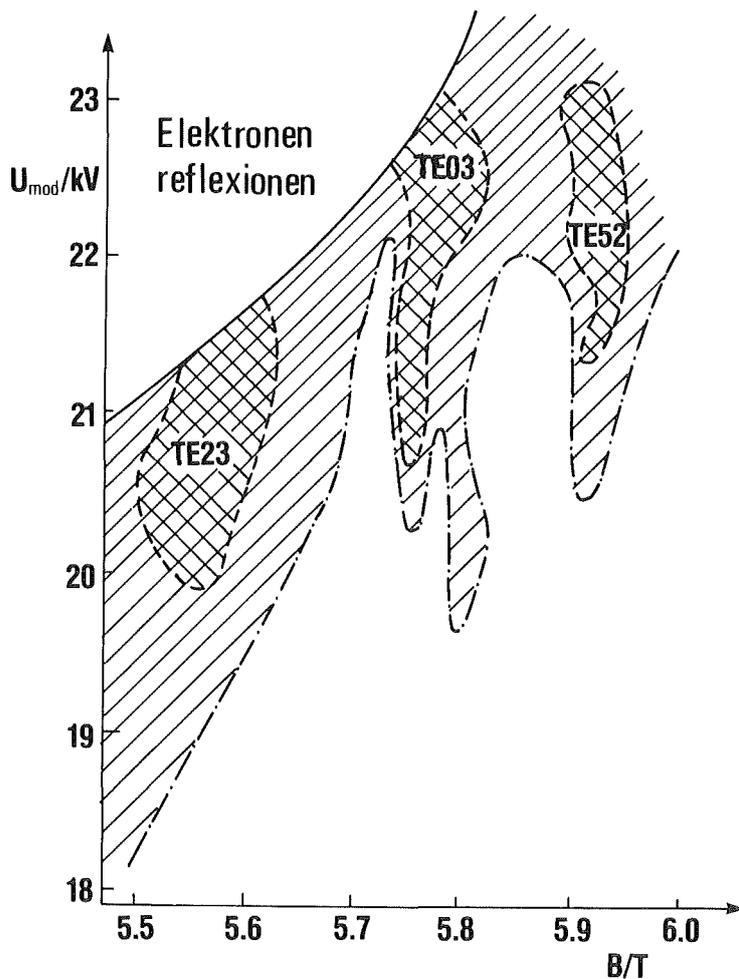


Abb. 5.9 Wirkungsgradkarte

5.1.6 Bestimmung des axialen Index

Um die bisher gefundenen Frequenzen einem axialen Index zuordnen zu können, müssen die Frequenzen der anderen axialen Indizes gefunden werden. Aus dem Spektrum aller gemessener Frequenzen kann dann leicht auf das Modenspektrum geschlossen werden.

Als sehr wirkungsvoll für diese Fragestellung erwies sich ein Experiment, in dem Strom und Magnetfeld konstant gehalten wurden. Die Beschleunigungsspannung U und die Modulationsspannung U_{mod} wurden variiert. Bei den jeweiligen Parametern wurde die Frequenz mit dem harmoni-

schen Empfangssystem und dem Frequenzdiskriminator gemessen. Die Messung bei höheren Werten der Modulationsspannung war mit diesem System zeitaufwendig, wegen des Auftretens einer zweiten Frequenz im Gyrotron mit kleiner Amplitude. Diese zweite Gyrotronfrequenz erzeugte zusammen mit der Hauptfrequenz eine Linie im ZF-Bereich, sodaß eine schnelle Messung mit dem Frequenzdiskriminator teilweise nicht möglich war. Da die Kenntnis der Frequenzen bei kleinen Modulationsspannungen ausreichend für eine Erklärung des Frequenzspektrums ist, wurde auf die Messung bei großen Spannungswerten verzichtet.

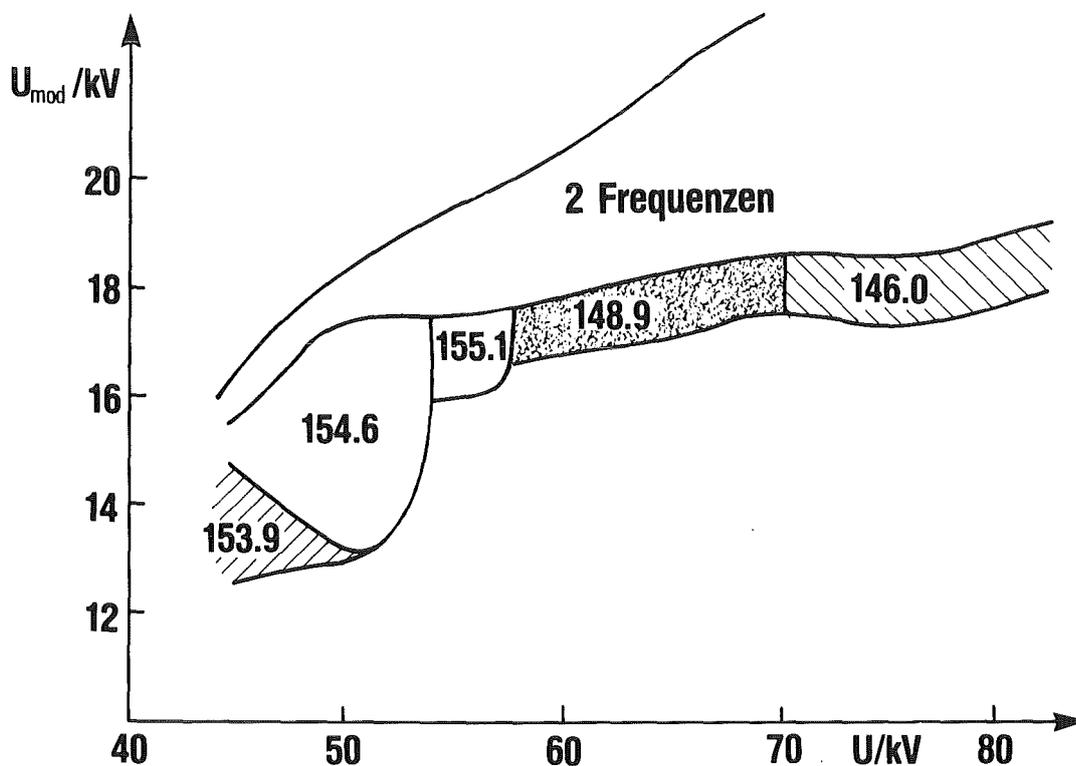


Abb. 5.10 Modenkarte bei $I = 0,8 \text{ A}$

Auf der experimentellen Modenkarte für kleinen Strom von $0,8 \text{ A}$ (Abb. 5.10) ist zu erkennen, daß bei großen Modulationsspannungen U_{mod} kein stabiler Betrieb möglich ist. Es werden Elektronen reflektiert, da bei ihnen das Geschwindigkeitsverhältnis α zu groß wird. Bei kleinen U_{mod} können die Moden nicht anschwingen.

In dem untersuchten Parameterbereich schwingt das Gyrotron auf fünf verschiedenen Frequenzen. Dabei entsprechen die Frequenzunterschiede der gestrichelten Bereiche genau den theoretischen Werten aus Tabelle 5.1 für die axialen Grundschwingungen. Die Differenz zwischen der theoretischen und der experimentellen Frequenz von 500 MHz ist durch einen fertigungstechnischen Fehler von 10 μm im Radius des Resonators zu erklären. Aus dieser Betrachtung ergibt sich folgende Tabelle 5.2 der korrigierten Frequenzen. In Abb. 5.10 ist daher der TE₅₂₂- und sogar der TE₅₂₃-Mode zu sehen. Die Leistungen sind allerdings, bedingt durch den kleinen Strom, gering. Der TE₀₃₂-Mode kann, wie vorhergesagt (vgl. Abb. 5.5), nicht schwingen.

Mode	Frequenz GHz	gesehen bei 0,8 A
TE ₀₃₁	148.9	x
TE ₂₃₁	145.9	x
TE ₅₂₁	154.0	x
TE ₀₃₂	149.5	
TE ₂₃₂	146.5	
TE ₅₂₂	154.5	x
TE ₅₂₃	155.1	x

Tabelle 5.2 Korrigierte Frequenzen

Wird der Strom auf 8 A erhöht, so vergrößern sich die Oszillationsgebiete (Abb. 5.11). Aufgrund der höheren Strahlleistung kann das Gyrotron schon bei kleineren α -Werten anschwingen. Die Röhre erzeugt Mikrowellen bei kleineren Werten von U_{mod} . Die obere Grenze verschiebt sich jedoch nicht, da das Einsetzen der Reflexionen allein von α abhängt und damit fest an die Modulationsspannung gekoppelt ist.

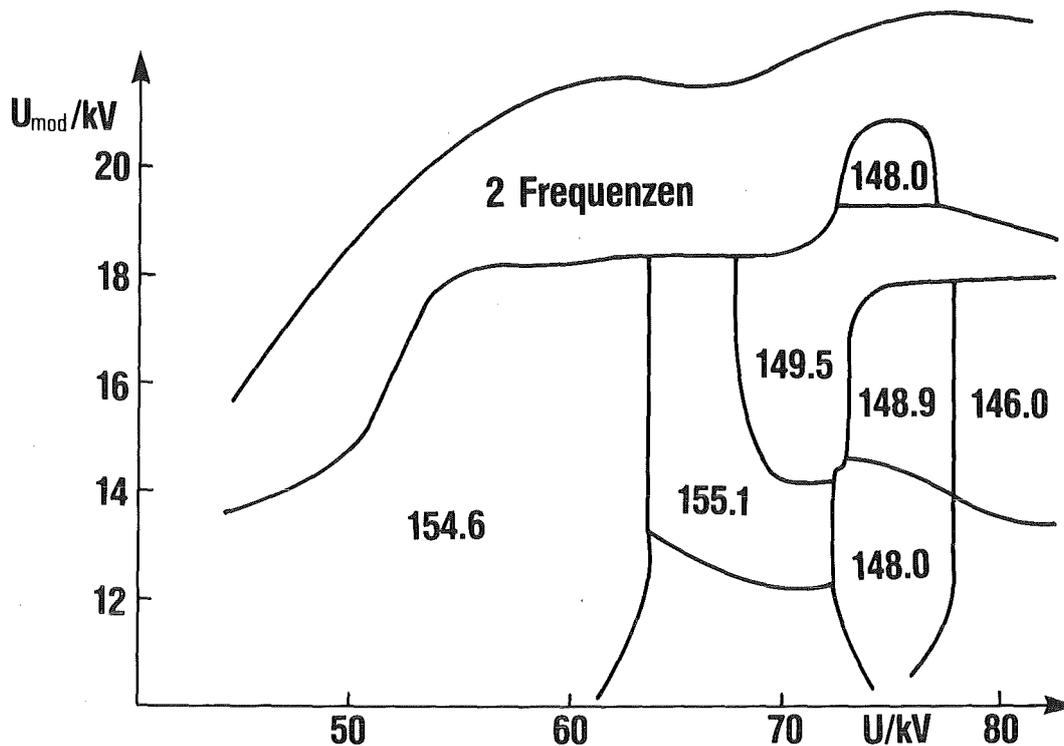


Abb. 5.11 Modenkarte bei $I = 8 \text{ A}$

Erneut sind die TE_{031} - und TE_{231} -Schwingung zu sehen. Allerdings ist der TE_{521} -Mode durch den TE_{522} -Mode ganz unterdrückt. Dieser nimmt einen großen Teil des Oszillationsgebietes ein. Besonders erwähnenswert ist das Erscheinen der Frequenz von 149.5 GHz. Dies entspricht genau der Frequenz des TE_{032} -Modes (Tab. 5.2).

Wie Abb. 5.12 zeigt, wurde bei dieser Frequenz eine Mikrowellenleistung von 140 kW erreicht. Hier wurde die gemessene Ausgangsleistung als Funktion der Modulationsspannung aufgetragen. Es wird deutlich, daß bei kleinen Modulationsspannungen, wie erwartet, nur wenig Mikrowellenleistung erzeugt wird. Die maximale Leistung von 140 kW wird bei einer Spannung von 23 kV erzielt. Dies entspricht einem Geschwindigkeitsverhältnis von $\alpha \approx 1.0$.

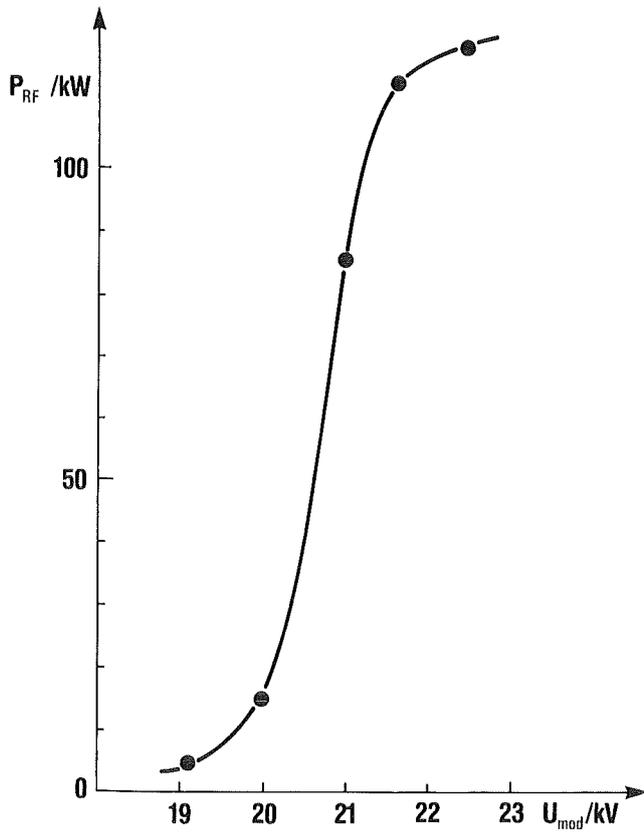


Abb. 5.12 Leistung des TE_{032} -Modes

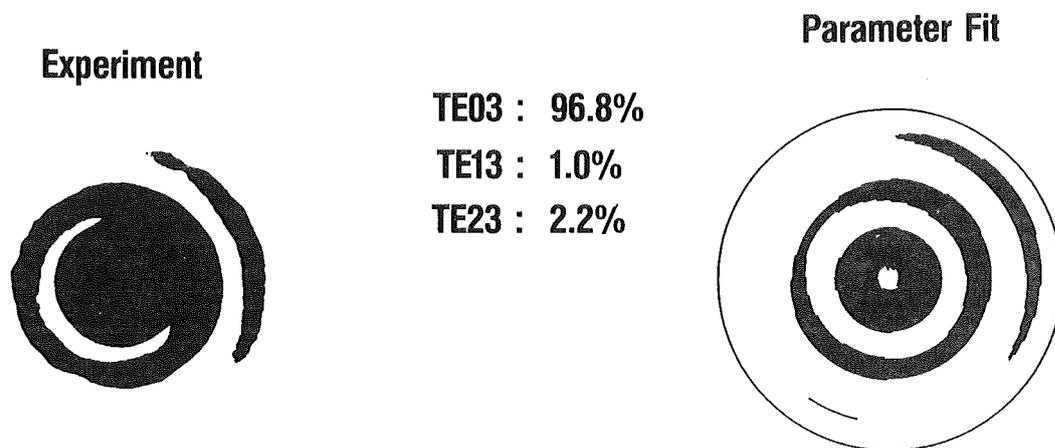


Abb. 5.13 Vergleich Thermopapier

Daß es sich hierbei tatsächlich um eine TE_{03} -Schwingung handelt konnte mit Thermopapier nachgewiesen werden.

Abb. 5.13a zeigt das experimentelle Schwärzungsmuster des Modes mit der Frequenz 149.5 GHz. Eine numerische Simulation (Abb. 5.13b) bestätigt, daß ca 97% der Leistung im TE_{03} -Mode stecken /Jödicke, et. al., 1987/. Die Fremdmoden wurden durch Knicke in der Übertragungsstrecke erzeugt.

5.1.7 Fenstermoden

Der große Schwingbereich des TE_{522} -Modes kann so verstanden werden, daß das Fenster bei dieser Frequenz teilweise reflektiert. Dadurch wird die effektive Güte des Resonators erhöht und das Gyrotron schwingt in einem größeren Parameterbereich. Durch die Reflexion am Fenster ist jedoch zu erwarten, daß der in Kapitel 2 beschriebene long-line-Effekt auftritt.

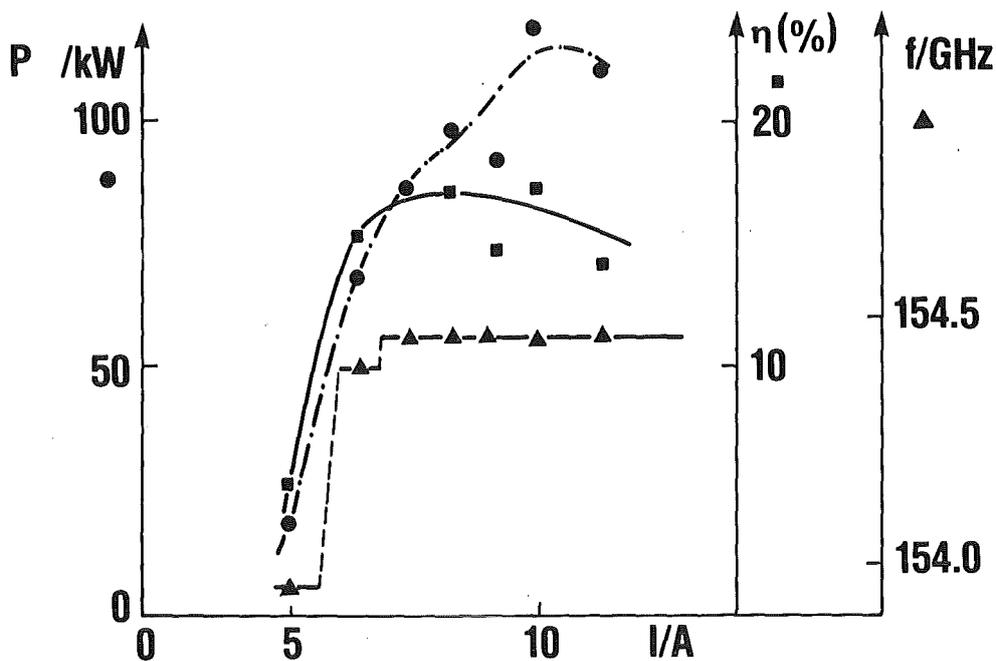


Abb. 5.14 Leistung, Frequenz und Wirkungsgrad des TE_{52} -Modes

Abb. 5.14 zeigt Leistung und Frequenz als Funktion des Elektronenstromes. Zunächst arbeitet das Gyrotron im TE_{521} -Mode bei 153,9 GHz

und springt dann auf 154,40 GHz und zum Schluß auf 154,45 GHz. Die zwei zuletzt genannten Frequenzen gehören zu unterschiedlichen Fenstermoden der TE_{522} -Schwingung. Die Differenz von 50 MHz ist durch die Baulänge des Gyrotrons von 3 m zu erklären. Beim TE_{032} -Mode wurden ebenfalls unterschiedliche Fenstermoden beobachtet, obwohl das Fenster für 150 GHz und den TE_{03} -Mode ausgelegt war und daher wenig reflektieren sollte .

5.1.8 Thermische Effekte

Bei längerem Pulsbetrieb erwärmt sich der Resonator, bedingt durch die Wandverluste. Dies führt zu einer Resonatorvergrößerung und daher zu einer Frequenzerniedrigung. Ein interessantes Ergebnis zeigt die Messung der Frequenz als Funktion der Zeit (Abb. 5.15). Der oszillierende Mode war der TE_{032} .

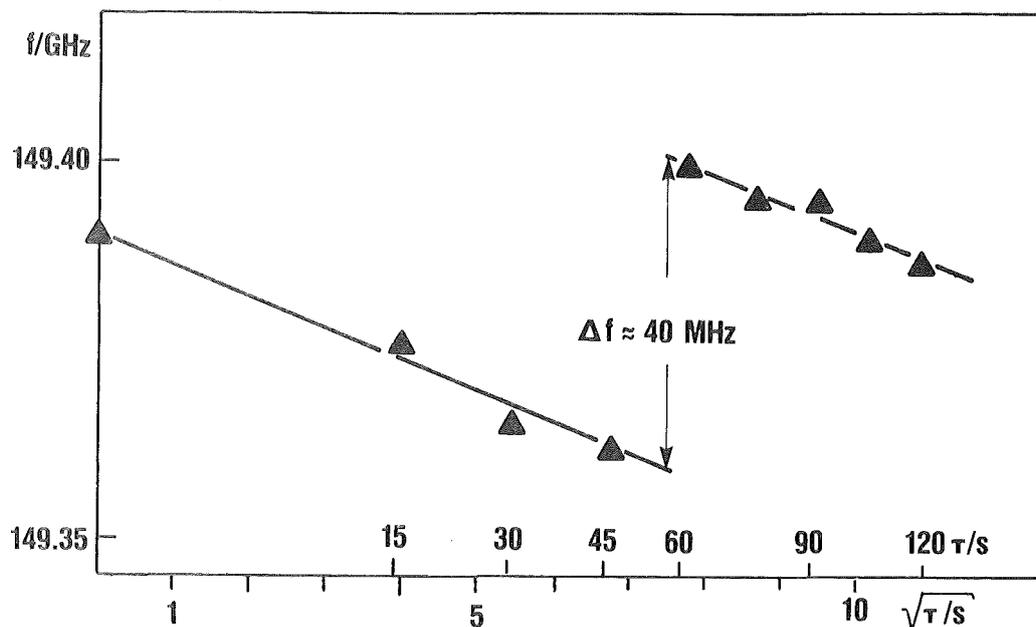


Abb. 5.15 Temperatureffekt

Zunächst sinkt die Frequenz wie erwartet. Nach ca. einer Minute Pulszeit springt das Gyrotron jedoch in einen anderen Fenstermode mit einer Differenzfrequenz von ca. 40 MHz. Danach fällt die Frequenz weiter ab.

Länger als zwei Minuten konnte die Messung nicht durchgeführt werden, da in diesem Zeitraum sich das Vakuum soweit verschlechterte, daß ein Betrieb des Gyrotrons über diesen Zeitpunkt hinaus unmöglich wurde.

Die gemessene Ausgangsleistung war ca. 100 kW, das Tastverhältnis 1/1000. Die Verlustleistungsdichte p_{Ω} dieses Resonators beträgt dann ca. 1,8 W/cm² (Tabelle 5.1). Die Abschätzung der Frequenzverschiebung aus Kapitel 1 ergibt für diese Parameter:

$$\Delta f \approx - 1,8 \text{ MHz } (\tau/\text{s})^{1/2} \quad 5.1$$

Dabei bezeichnet τ die Betriebszeit des Gyrotrons. Der experimentelle Wert wird aus der Steigung der Kurve 5.15 gewonnen. Er beträgt:

$$\Delta f \approx - 3,9 \text{ MHz } (\tau/\text{s})^{1/2} \quad 5.2$$

und liegt um etwa Faktor 2 über dem theoretischen. Dies wird üblicherweise durch nicht optimale Leitfähigkeit des Kupfers erklärt. Außerdem ist die Abschätzung sehr grob. Trotzdem kann davon ausgegangen werden, daß sie die richtige Größenordnung der Frequenzverstimmung liefert. Für einen 200 kW, 100 ms Puls ergäbe sich daraus eine Frequenzverstimmung dieses Resonators von ca. 1 GHz.

5.1.9 Zusammenfassung 19 mm-Resonator

Mit dem 19 mm-Resonator konnte experimentell nachgewiesen werden, daß Moden mit höherem axialen Index große Leistungen liefern können. Außerdem konnten die theoretischen Vorhersagen über Frequenzspektrum und Oszillationsgebiete des Gyrotrons bestätigt werden. Daß allerdings der theoretische Wirkungsgrad von fast 50% nicht erreicht werden konnte, hat hauptsächlich zwei Ursachen.

1. Die Strahlqualität der Kanone war schlechter als erwartet /Piosczyk, Dammertz, 1987/. Es konnte maximal ein Geschwindigkeitsverhältnis von $\alpha=1,0$ erreicht werden.

2. Der hohe Wirkungsgrad war für den TE_{031} -Mode berechnet. Bei den optimalen Parametern erlischt jedoch diese Schwingung zugunsten des TE_{032} -Modes. Im TE_{032} -Mode kann jedoch auch theoretisch bei $I = 10 \text{ A}$ und $\alpha = 1,0$ maximal eine Leistung von 170 kW erwartet werden.

Zur Zeit der Resonatorwahl konnte noch keine Mehrmodenbehandlung durchgeführt werden. Die Resultate an diesem Resonator zeigen jedoch, daß in Zukunft Wirkungsgradberechnungen und Rangigkeitsstudien parallel durchgeführt werden müssen.

5.2 Der 10 mm-Resonator

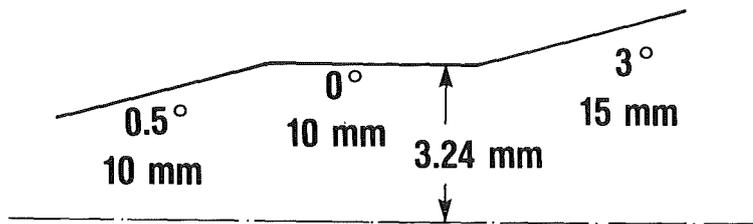


Abb. 5.16 Geometrie des 10 mm Resonators

5.2.1 Geometrie

Der in Abb. 5.16 dargestellt sogenannte 10 mm-Resonator besitzt ein zylindrisches Mittelstück. Dadurch wird erreicht, daß im Vergleich zum 19 mm-Resonator Moden mit höherem axialen Index schwerer anzuregen sind. Der 10 mm lange $0,5^\circ$ Eingangskonus und der 15 mm lange 3° Ausgangskonus erzeugen, wie beim 19 mm-Resonator beschrieben, die Reflexionsstellen. Der Radius des Mittelstücks beträgt 3,24 mm.

Mode	Frequenz GHz	Güte	P_Ω kW/cm ²
TE ₀₃₁	150.15	962	7.74
TE ₂₃₁	147.15	922	7.73
TE ₅₂₁	155.25	1021	10.53
TE ₀₃₂	151.08	283	1.61

Tabelle 5.3 Daten des 10 mm Resonators

Die Eigenfrequenzen und Güten der interessierenden Moden sind in Tab. 5.3 zusammengefaßt. Es wird deutlich, daß die Moden mit höherem axialen Index eine etwa 4-fach kleinere Güte haben als die Grundmoden.

5.2.2 Theoretische Vorhersagen

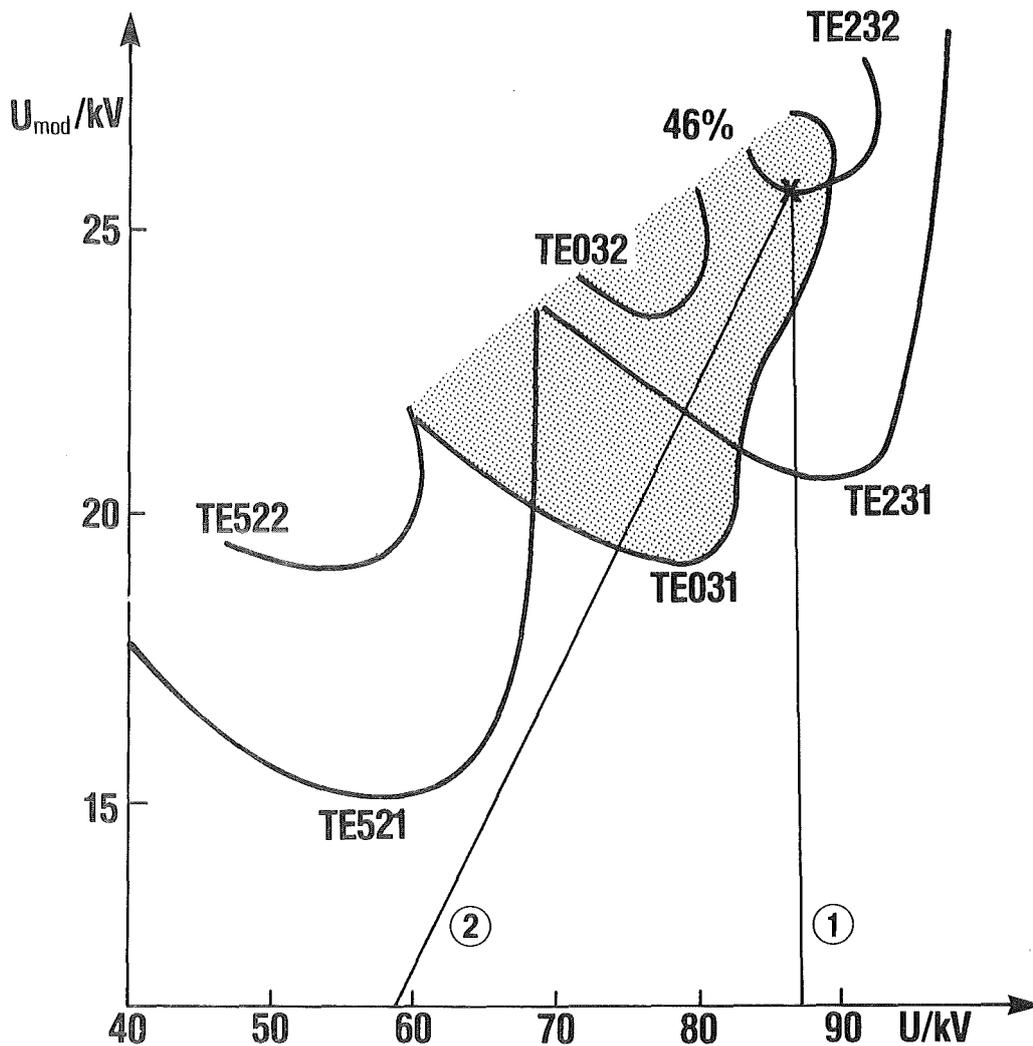


Abb. 5.17 Theoretische Oszillationsgebiete

Die theoretische Oszillationskarte (Abb. 5.17) zeigt, wie erwartet, daß die Moden mit höherem axialen Index nicht mehr zuerst angeregt werden können. Sie liegen vollständig innerhalb der Schwingbereiche der Grundmoden. Die Rangigkeitsuntersuchung kann daher auf die axialen Grundmoden als Oszillationsmoden beschränkt werden.

Im schattierten Bereich ist der TE_{031} -Mode stabil gegen Störungen durch andere Moden. Der optimale Wirkungsgrad des TE_{031} -Modes wird an dem Punkt erzielt, der durch ein Kreuz gekennzeichnet ist. Beim Ein-

schwingen ist daher zu erwarten, daß die maximal erreichbare Leistung auf dem Weg 2 größer sein wird als auf dem Weg 1.

Die erreichbaren Wirkungsgrade liegen bei optimierten Strahl- und Magnetparametern bei ca. 50%. Abb. 5.18 zeigt theoretisch erreichbare Leistung und Wirkungsgrad als Funktion des Stromes. Das Magnetfeld beträgt 5,78 T, das Geschwindigkeitsverhältnis $a = 1,5$. Der maximale Wirkungsgrad wird bei 8 A erreicht. Bei optimaler Anfahrprozedur sollten rein theoretisch mit diesem Resonator Pulsleistungen bis zu 400 kW möglich sein.

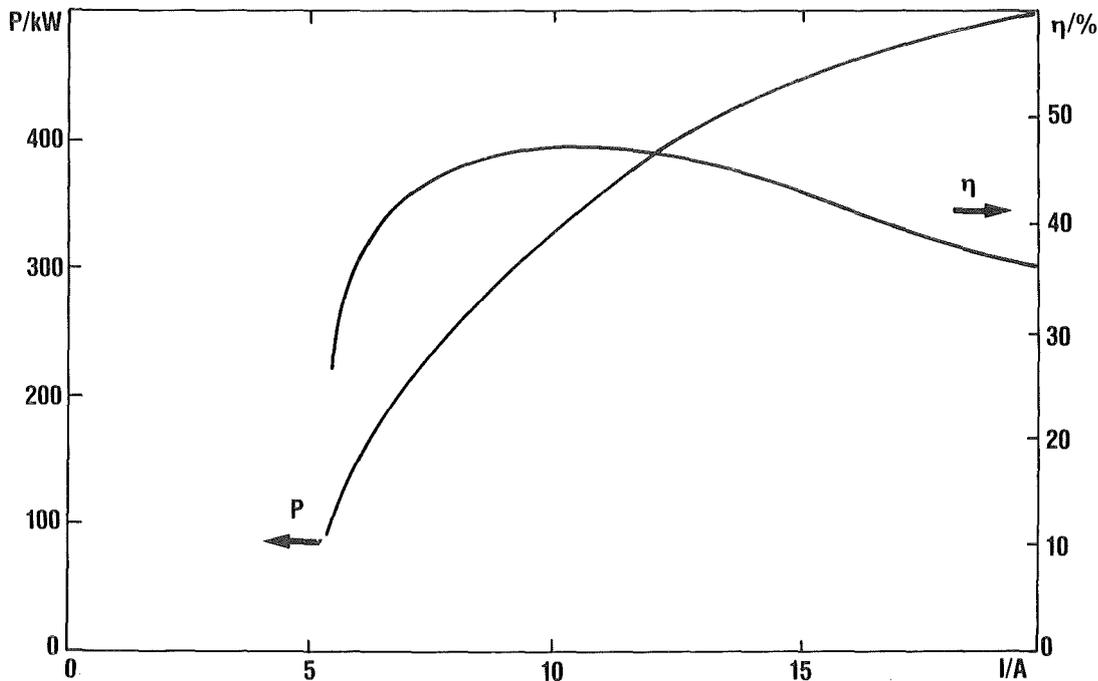


Abb. 5.18 Theoretische Leistungs- und Wirkungsgradkurve

5.2.3 Experimentelle Modenkarte

Zum Nachweis der Moden des Resonators wurde wie im Fall des 19 mm-Resonators das Modenspektrum als Funktion der Modulations- und der Beschleunigungsspannung untersucht (Abb. 5.19). Bei diesem Experiment stand das breitbandige Empfangssystem zur Verfügung, sodaß selbst beim

Auftreten einer zweiten Frequenz mit kleiner Amplitude die Frequenz des Hauptmodes gemessen werden konnte. Das Magnetfeld war dabei 5,8 T bei einem Strom von 8 A.

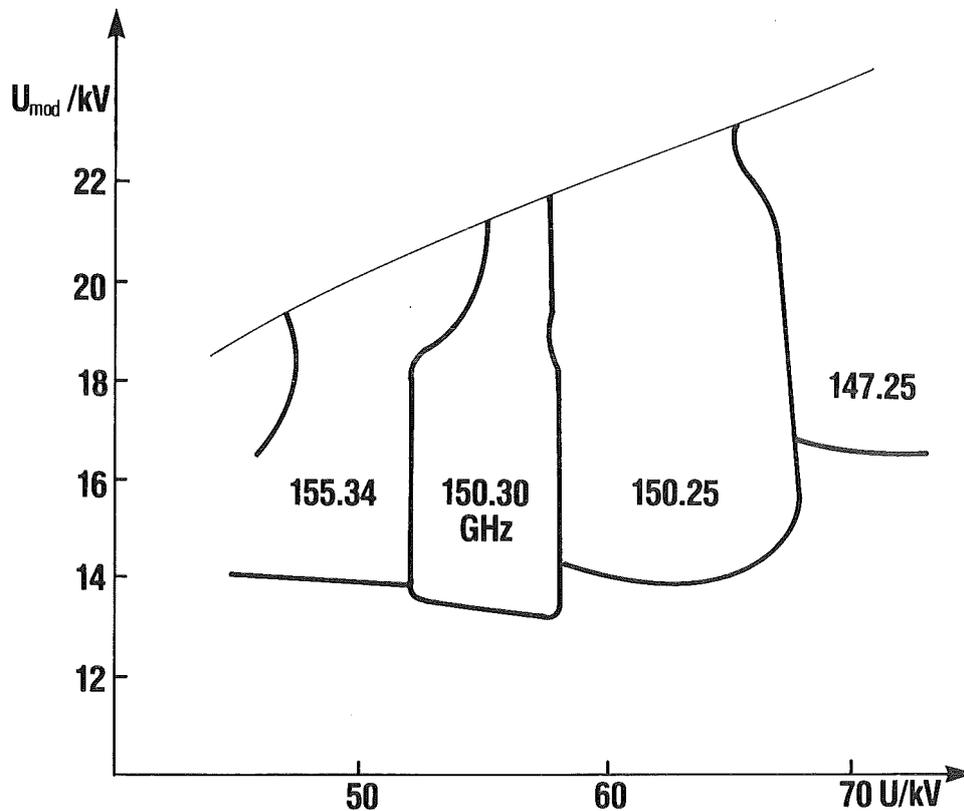


Abb. 5.19 Experimentelle Modenkarte

Man erkennt vier Schwingungsgebiete, wobei sich die Frequenzen der beiden mittleren Moden nur um 50 MHz unterscheiden. Es handelt sich daher um den Fenstereinfluß bei sonst gleichem Schwingungsmode. Durch Vergleich mit dem theoretischen Vorhersagen können die Frequenzen eindeutig den jeweiligen Besselmoden zugeordnet werden (Tab. 5.4).

Mode	Frequenz GHz
TE ₀₃₁	150,3
TE ₂₃₁	147,2
TE ₅₂₁	155,3

Tabelle 5.4 Experimentelle Frequenzen und Moden

5.2.4 Einfluß des Fensters

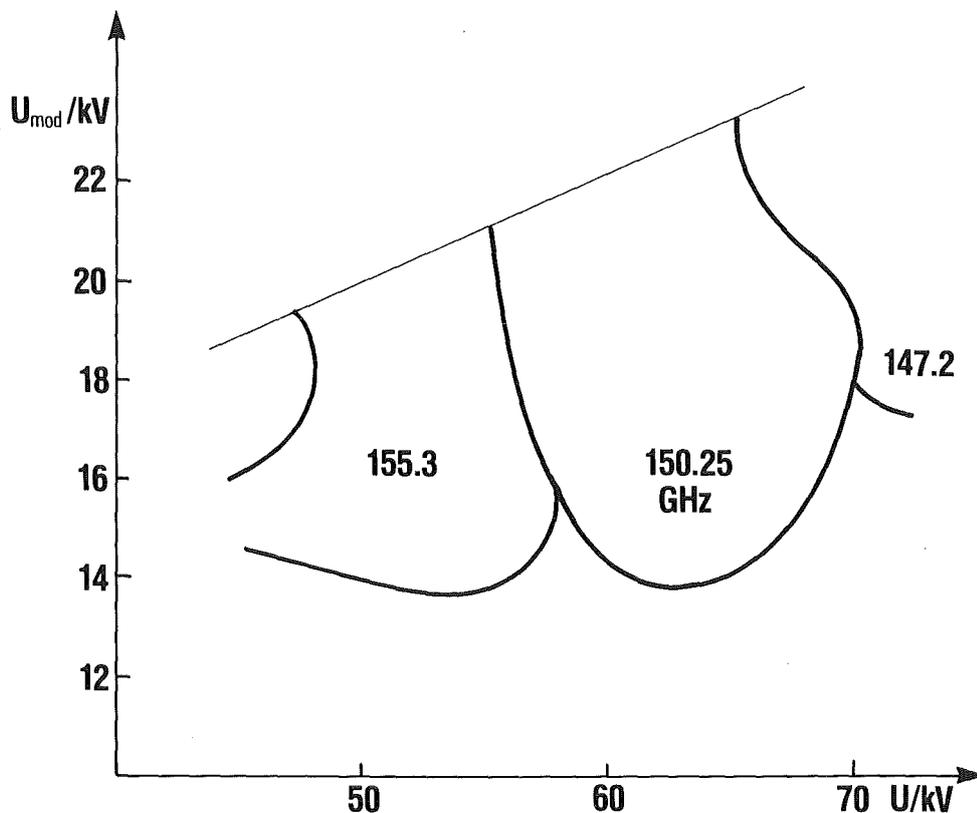


Abb. 5.20 Fenstereinfluß auf Modenkarte

Da das Vakuumfenster zwei Scheiben besitzt, kann der Reflexionskoeffizient durch Veränderung des Scheibenabstands beeinflusst werden. Ziel einer Optimierung des Scheibenabstands muß es sein den Arbeitsmode so wenig wie möglich zu reflektieren. In Abb. 5.19 waren Fenster-

reflexionen im TE_{031} -Mode zu sehen. Der Scheibenabstand betrug 9,9 mm. Daher muß der Abstand solange verändert werden, bis die 50 MHz-Sprünge im TE_{031} -Mode verschwinden.

Beim Fensterabstand von 10,0 mm (Abb.5.20) verschwindet die Frequenz von 150,30 GHz. Der TE_{031} -Mode ist dann besser angepaßt. Allerdings wird der Schwingbereich des TE_{521} -Modes durch Fensterreflexionen vergrößert. Dies hat jedoch keinen Einfluß auf die erreichbaren Leistungen im TE_{031} -Mode, da die optimalen Betriebspunkte bei großen Spannungen liegen. Für alle weiteren Experimente wurde mit dem optimalen Fensterabstand von 10,0 mm gearbeitet.

5.2.5 Wegabhängige Oszillationsgebiete

Da von der Theorie vorhergesagt wurde, daß die Leistung im TE_{031} -Mode vom Anfahrscenario abhängig sei, wurden im Experiment die zwei unterschiedlichen Wege aus Kapitel 3 (Abb. 3.14) untersucht. Diese entsprechen ebenfalls den Wegen 1 und 2 von Abb. 5.17.

Weg 1 wurde im Experiment dadurch realisiert, daß die Beschleunigungsspannung zwischen Kathode und Anode anlag, bevor die Modulationsspannung und damit der Strom eingeschaltet wurde (Abb. 5.21a). So besitzen die Elektronen gleich beim Einschalten eine Energie von ca. 70 keV. Beginnt das Hochregeln der Modulationsspannung schon auf der Flanke der Beschleunigungsspannung (Abb. 5.21b), so wird das Gyrotron auf Weg 2 angefahren. Dies entspricht dann dem in Kapitel 3 beschriebenen Anfahren mit einer Sockelspannung von ca. 50 kV. Auf diesem Weg werden höhere Ausgangsleistungen vorhergesagt.

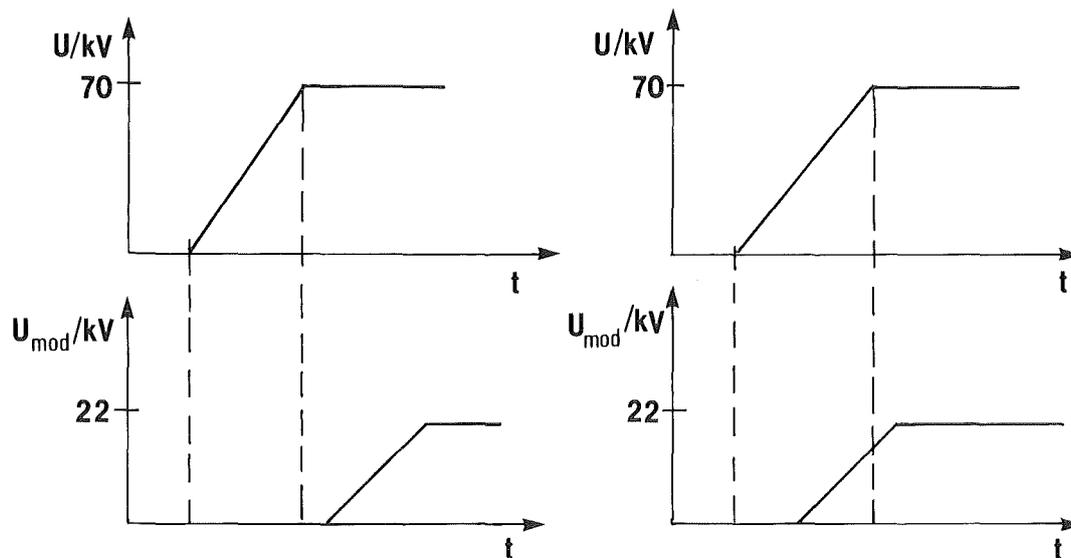


Abb. 5.21 Spannungsverläufe beim Anfahren

Bei einem Strahlstrom von 8 A wurde für beide Wege untersucht in welchem Bereich der TE_{031} -Mode schwingt. Für den Weg 1 ist das Oszillationsgebiet durch scharfe Ränder bei $U = 50$ kV und $U = 70$ kV begrenzt (Abb. 5.22a). Dies ist die Folge des Anfahrens, bei dem $U = \text{const}$ gilt. Bei $U < 50$ kV und $U > 70$ kV schwingt zuerst ein anderer Mode an und bleibt später stabil.

In dem zu Weg 2 gehörenden Oszillationsbereich ist bei größeren Spannungen eine Ausstülpung zu erkennen (Abb. 5.22b). Laut Theorie ist in diesem zusätzlichen Schwingungsgebiet ein größerer Wirkungsgrad und damit eine erhöhte Ausgangsleistung zu erwarten.

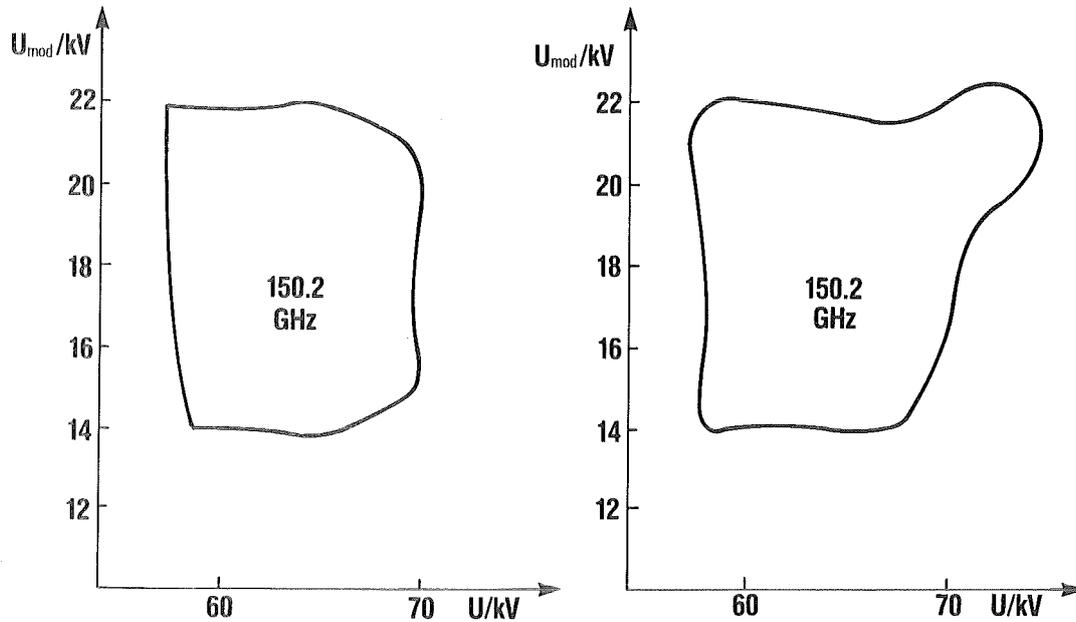


Abb. 5.22 Wegabhängige Oszillationsgebiete a) $\gamma = \text{const}$, b) $\gamma \neq \text{const}$

Der Vergleich der beiden Wege in Bezug auf die Leistung zeigt, daß auf Weg 2 tatsächlich eine wesentlich höhere Ausgangsleistung erzielt werden kann (Abb. 5.23). Die Magnetfeldstärke betrug 5.8 T. Die Spannungen U und U_{mod} wurden jeweils optimiert. Die Betriebspunkte des Hochleistungsastes lagen alle in Ausstülpungen des Oszillationsgebietes, wie sie in Abb. 5.22b zu sehen ist. Ein Vergrößern der Verzögerungszeit zwischen Anschalten der Beschleunigungsspannung und Modulationsspannung, das heißt die Wahl eines theoretisch ungünstigeren Anfahrweges, führte in diesen Betriebspunkten tatsächlich zu einer anderen Schwingungsform und damit verbunden zu einer viel niedrigeren Ausgangsleistung.

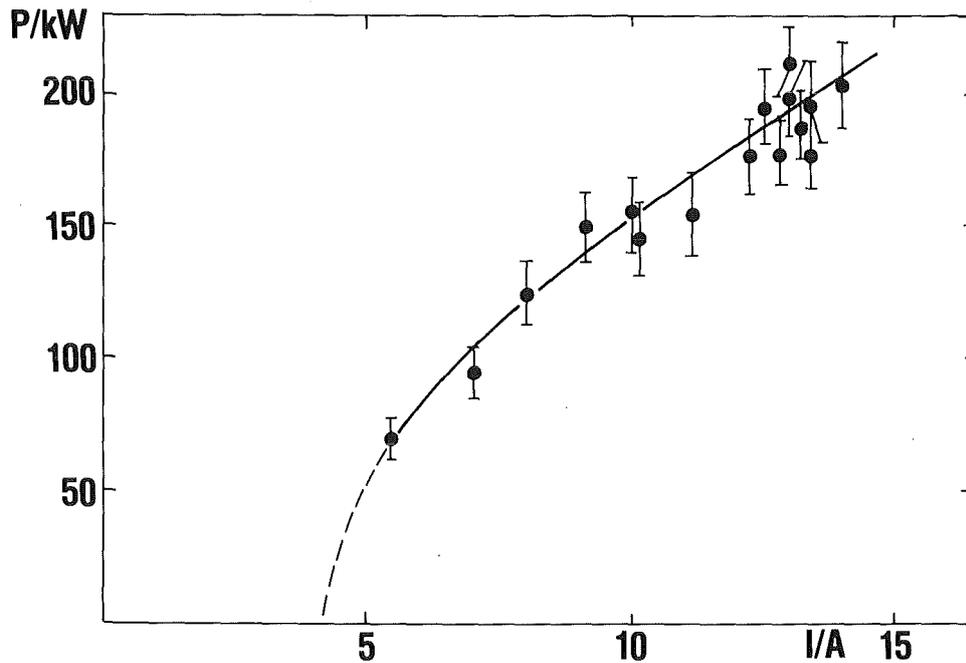
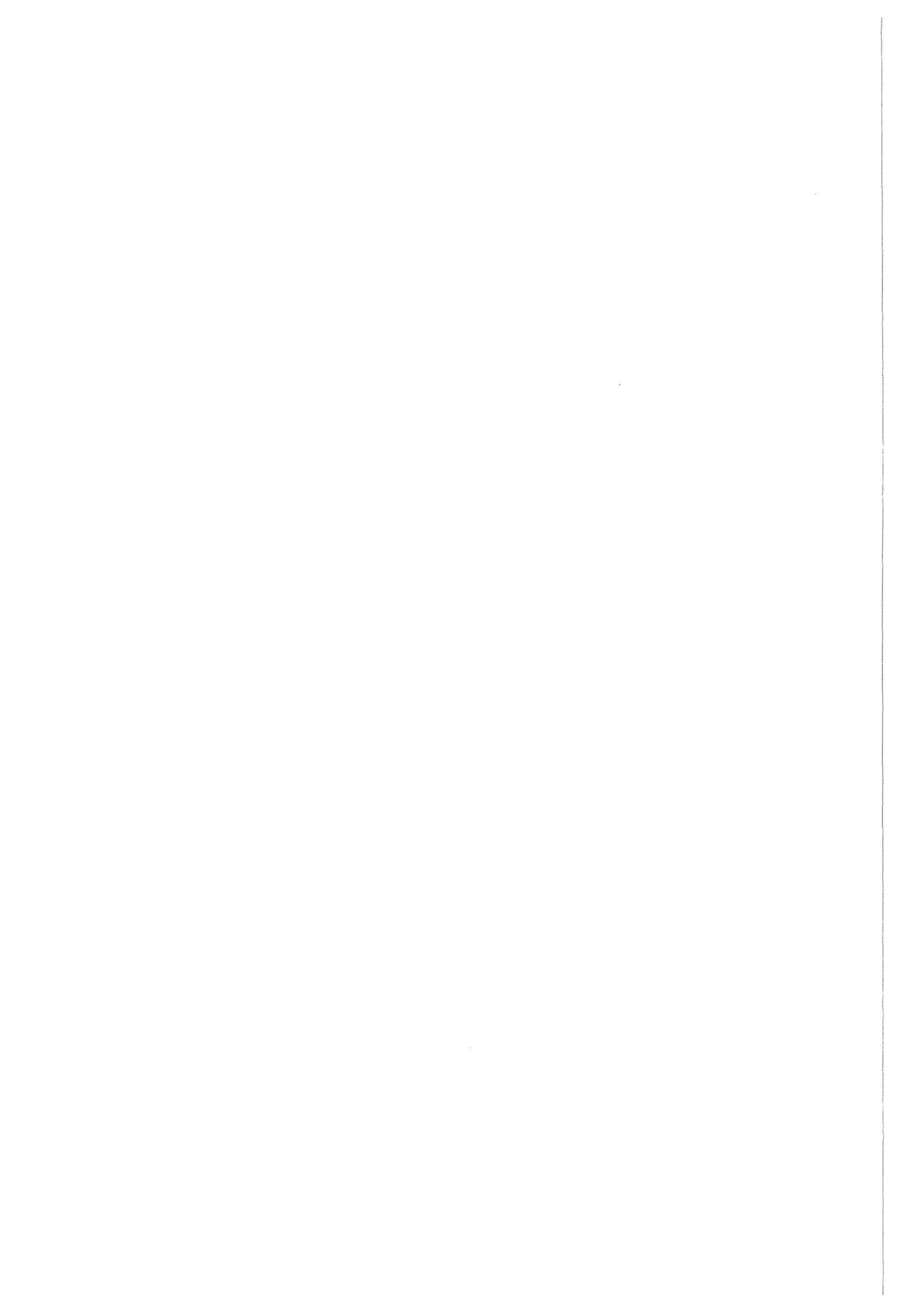


Abb. 5.23 Leistung des TE_{031} -Modes bei optimalem Anfahren

5.2.6 Zusammenfassung 10 mm-Resonator

Mit diesem Resonator konnten zum ersten Mal 200 kW Ausgangsleistung bei einer 150 GHz Röhre erreicht werden. Dabei war es wichtig, das von der Theorie vorgeschlagene Anfahrscenario zu beachten. Damit wurde zudem experimentell nachgewiesen, daß ein Gyrotron das theoretisch vorhergesagte Hysterese Verhalten zeigt. Es ist daher zu erwarten, daß selbst noch stärker überdimensionierte Resonatoren, bei denen noch mehr Störmoden vorhanden sind, bei optimaler Anfahrprozedur hohe Leistungen erzeugen können.

Allerdings wurde nur ein Wirkungsgrad von etwa 20% erreicht. Dies ist vor allem auf das kleine erreichbare Geschwindigkeitsverhältnis α von nur 1,0 zurückzuführen.



6. Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde untersucht, ob Hochleistungsgyrotrons in rotationssymmetrischen Arbeitsmoden mit hohem Wirkungsgrad Mikrowellen erzeugen können. Besonders wichtig war dabei die Frage, wie Störmoden unterdrückt werden können. Die theoretische Modenrangigkeitsanalyse zeigte, daß sowohl TE_{03} -Gyrotrons als auch TE_{06} -Gyrotrons große Leistungen liefern können. Allerdings muß das Gyrotron richtig eingeschaltet werden, das heißt der Betriebspunkt muß optimal angefahren werden. Bei gestuften TE_{03}/TE_{06} -Resonatoren ist die Anfahrprozedur nicht so wichtig, jedoch sind die mechanischen Toleranzen gering.

Im Experiment konnte gezeigt werden, daß der TE_{03} -Mode bei 150 GHz tatsächlich Leistungen bis zu 200 kW liefern kann. Hierbei war, wie vorausgesagt, der Anschwingvorgang von großer Bedeutung. Außerdem wurde bei einer TE_{032} -Schwingung eine Ausgangsleistung von 140 kW gemessen. Schwingungen mit größerem axialen Index haben geringere Wandverluste, weshalb dieser Mode für höhere Dauerstrichleistungen geeignet ist. In einigen Betriebspunkten traten zwei Frequenzen auf. Die Klärung der Frage, wieviel Leistung der Störmode besitzt, bleibt offen. In diese Richtung müssen noch Untersuchungen durchgeführt werden. In der nächsten Zeit stehen Experimente mit einem TE_{06} -Resonator an. Basierend auf den theoretischen Berechnungen und den hier beschriebenen experimentellen Ergebnissen an TE_{03} -Resonatoren, kann man erwarten, daß bei optimaler Anfahrprozedur, große Leistungen erreicht werden. Im Prinzip könnte mit ihm eine Dauerstrichleistung von 400 kW erzielt werden.

Längerfristiges Ziel ist der Bau eines 140 GHz Gyrotrons mit einer Dauerstrichleistung von mindestens 1 MW. Die Untersuchungen am TE_{06} -

Resonator müssen zeigen, ob rotationssymmetrische Moden in diesem Leistungsbereich überhaupt eingesetzt werden können. Alternative Möglichkeiten sind die sogenannten **Flüstergalerie-Moden** (TE_{1m} , bzw. TE_{2m} , $m > 15$), bei denen das anregbare Modenspektrum nicht so dicht ist oder ein **Quasioptisches Gyrotron** mit zwei Hohlspiegeln als Resonator. Flüstergalerie-Moden Gyrotrons erreichen zur Zeit die höchsten Leistungen /Kreischer 1987/, haben allerdings den Nachteil, daß der Elektronenstrahl relativ nahe an der Wand sitzt. Außerdem ist der Wandlungsgrad in eine Welle, die dem Reaktionsplasma zugeführt werden kann, gering. Quasioptische Gyrotrons konnten bislang keine hohen Leistungen erreichen. An allen drei Möglichkeiten wird derzeit weiter gearbeitet.

Für Gyrotrons mit Hohlraumresonatoren wird sich voraussichtlich eine Kombination der rotationssymmetrischen Moden und den Flüstergalerie-Moden als beste Lösung herausstellen (TE_{mn} -Moden, $m > 10$, $n > 5$). Für die Optimierung solcher **Volumen-Mode Gyrotrons** können die Ergebnisse dieser Arbeit teilweise übernommen werden, weil die Rangigkeitsanalyse identisch durchzuführen ist. Die theoretischen Untersuchungen können mit den hier vorgestellten Modellen vorgenommen werden. Zur Zeit hat die Theorie jedenfalls einen Vorsprung vor den Experimenten. Dieser konnte mit dieser Arbeit zum Teil aufgeholt werden. Wichtig und eine Voraussetzung für den Bau von Megawatt Gyrotrons wird daher sein, daß möglichst bald experimentelle Daten von Gyrotrons mit stark überdimensionierten Resonatoren (z.B. TE_{06} -Mode) vorliegen.

Neben der Plasmaheiztechnik eröffnen sich andere Einsatzgebiete für Gyrotrons. So ist zum Beispiel daran gedacht, Gyrotrons mit einer Frequenz von mehreren GHz in modernen Sinteröfen für fortschrittliche Keramiken einzusetzen. Auch wird überlegt, ob Gyrotrons als Radarsender für bodengestützte Klimauntersuchungen geeignet sind. Kompakte Li-

nearbeschleuniger sollen durch Gyrotrons mit Hochfrequenzleistung versorgt werden.

Jeder einzelne Aspekt benötigt eine ganz spezielle Optimierung des Gyrotrons, insbesondere des Resonators. Da Gyrotrons vermutlich nie in in großen Stückzahlen gebaut werden, sind flexible Berechnungsmethoden (wie das hier benutzte Programmpaket) Voraussetzung für eine effiziente Auslegung. Experimentelle Erfahrungen, die auf dem Gebiet der Plasmaheizsysteme gemacht werden, sind sicher auch beim Bau von Röhren für andere Einsatzzwecke hilfreich.

Das Gyrotron ist eine Elektronenröhre, die sich durch guten Wirkungsgrad und großen Leistungen bei hohen Frequenzen auszeichnet. Es ist zu erwarten, daß ihr Anteil bei der Erzeugung von Mikrowellen in den nächsten Jahren zunimmt. Voraussetzung dafür ist, daß Forschungs- und Entwicklungsarbeiten weiterhin mit großer Priorität betrieben werden.

Anhang A

Stabilitätsuntersuchung

Für die Untersuchung, ob ein Mode gegen die Störung eines zweiten stabil ist, genügt es, den Startstrom von Mode 2 in Gegenwart von Mode 1 zu berechnen. Dieser Startstrom I_{s2} ist definiert durch den Grenzübergang zu kleinen Leistungen in Mode 2, bei Vorhandensein der Leistung im ersten.

$$I_{s2} = \lim_{P_2 \rightarrow 0} \frac{P_2}{U \eta_2(P_1, P_2)} \quad \text{A.1}$$

Der Grenzübergang kann analytisch durchgeführt werden /Dumbrajs, et. al., 1988; Borie, Jödicke, 1988/. Man spricht von der linearisierten Zwei-Moden-Näherung. Sie hat den Vorteil, daß die Mittelung über die Schwingungsphase wegfällt. Dadurch wird die Rechenzeit verkürzt. I_{s2} ist nicht mehr abhängig von der Leistung im Störmode, wohl aber von P_1 .

$$I_{s2} = f(P_1) \quad \text{A.2}$$

Die nichtlinearen Effekte des Hauptmodes müssen weiterhin numerisch berechnet werden, was zu numerischen Fehlern führen kann. Abb. A.1 zeigt einen typischen Verlauf des Wirkungsgrades η gegen die Leistung P . Die Einbrüche in der Kurve sind numerischen Ursprungs und lassen sich wie folgt erklären.

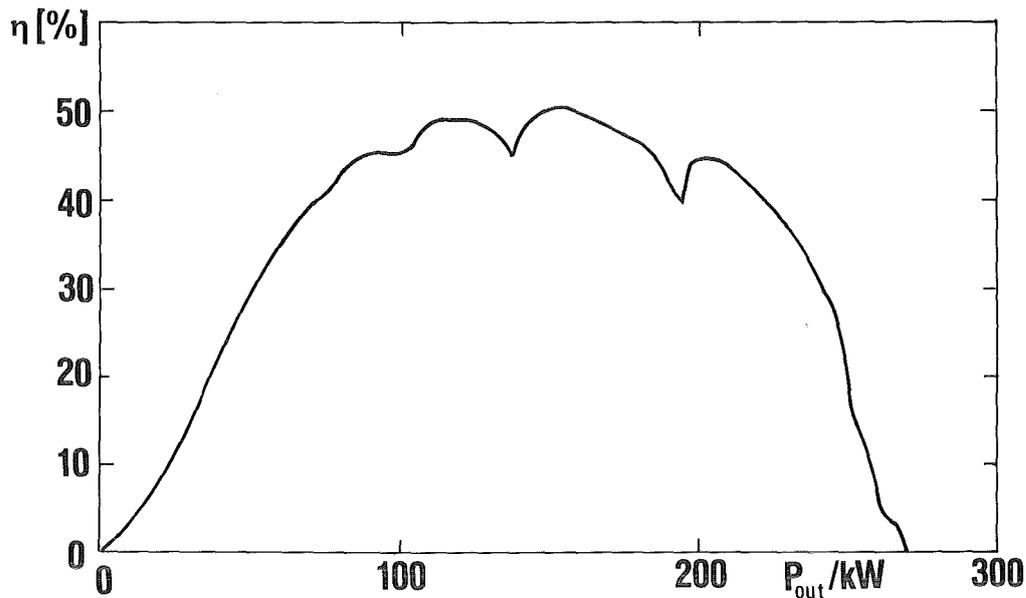


Abb. A.1 theoretische Wirkungsgradkurve

Betrachtet man den Wirkungsgrad als Funktion der Anfangsphase bei großen Gesamtwirkungsgraden, so wird deutlich (Abb. A.2), daß die meisten Elektronen viel Energie abgegeben. Einige wenige dagegen werden beschleunigt. Die Spitze mit den großen negativen Wirkungsgraden ist sehr schmal und tief. Die Phase bei der die Spitze auftritt ist von der Leistung P abhängig.

Bedingt durch die endliche Anzahl der Stützpunkte bei der Phasenmittelung wird der Bereich mit großen negativen Wirkungsgraden meist nicht erfaßt. Bei einigen Leistungen trägt jedoch die Spitze überproportional zum Wirkungsgrad bei. Dadurch entstehen die Einbrüche in der $\eta(P)$ Kurve.

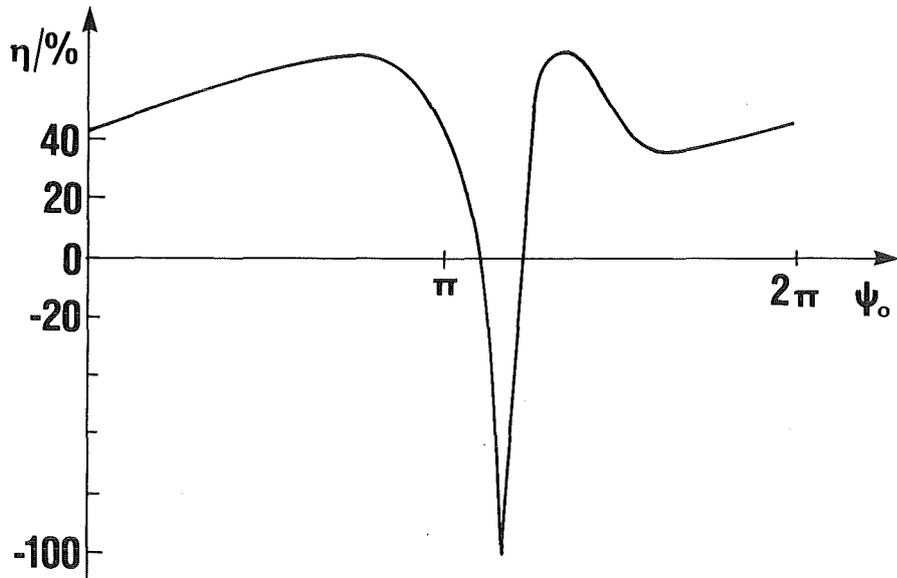


Abb. A.2 Phasenabhängigkeit des Wirkungsgrads

In der linearisierten Version ist der Einfluß dieser numerischen Effekte oft größer als die Änderung durch die Anwesenheit des zweiten Modes.

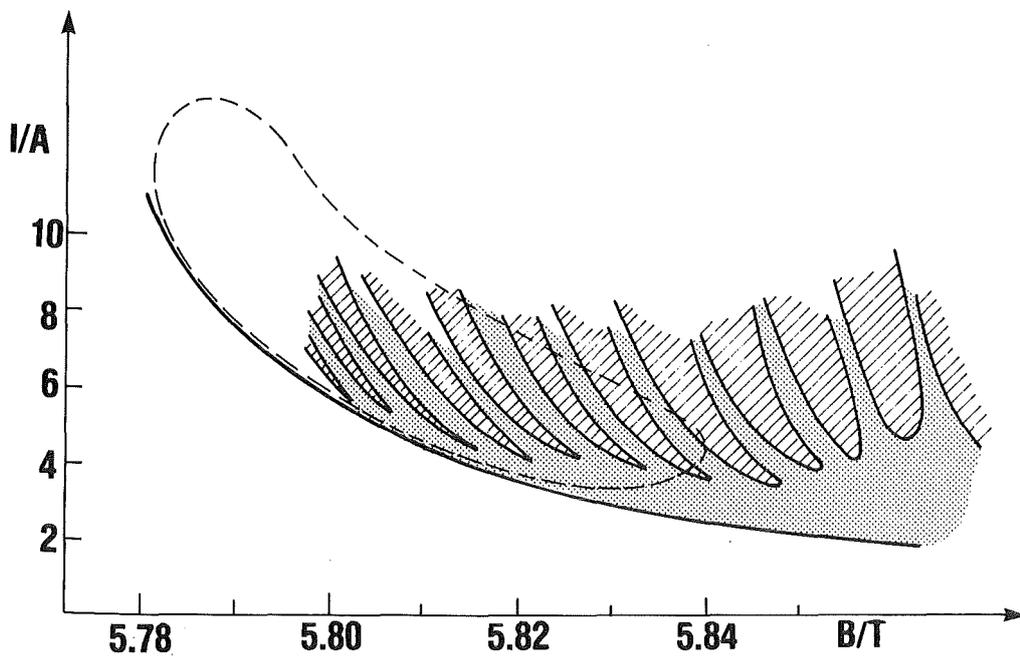


Abb. A.3 Stabilitätsbereich linearisiert

So kommt es, daß bei der Berechnung des stabilen Bereichs des Hauptmodes Instabilitäten genau in den Einbrüchen der $\eta(P)$ Kurve vorhergesagt werden. Trägt man den Stabilitätsbereich als Funktion von Magnetfeld und Strom auf, so ist eine kammartige Struktur zu erkennen (Abb. A.3), die jedoch aus o. a. Gründen unphysikalisch ist.

Daher muß der Grenzübergang $P_2 \rightarrow 0$ ebenfalls numerisch durchgeführt werden. Abb. A.4 zeigt den Strom I_2

$$I_2 = \frac{P_2}{U \eta_2(P_1, P_2)} \quad \text{A.3}$$

für eine feste Leistung im Hauptmode ($P_1 = 300 \text{ kW}$) als Funktion von P_2 .

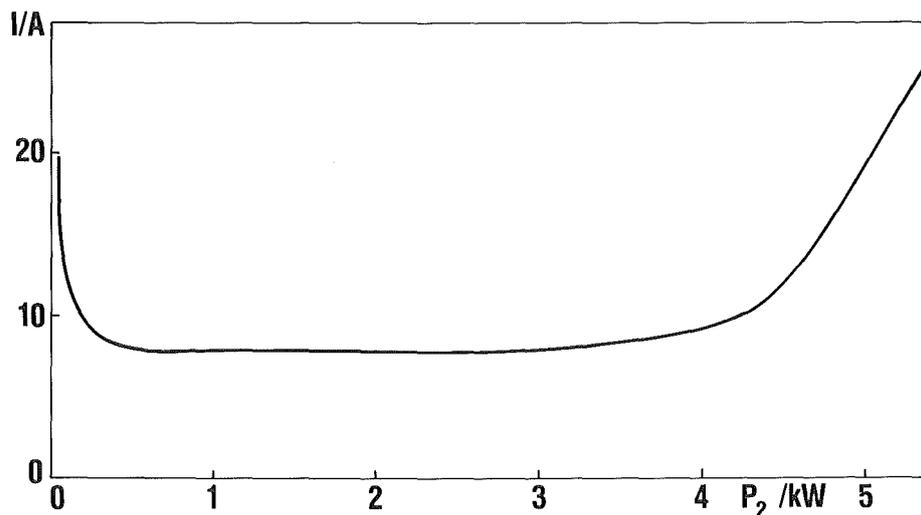


Abb. A.4 Startstrombestimmung

Für große Leistungen des zweiten Modes ($P_2 > 10 \text{ kW}$) führen nichtlineare Effekte zu einem Abknicken der Kurve. Bei kleinen Leistungen ($P_2 < 0,5 \text{ kW}$) wird das Auftreten von numerischen Effekten sichtbar. Dies ist identisch mit den numerischen Problemen die bei der linearisierten Theorie auftreten. Nur im Bereich zwischen 0,5 und 2 kW ist der Strom unabhängig von P_2 . Dieser tatsächlich lineare Teil der Stromkurve würde

sich bis zu $P_2=0$ fortsetzen, falls keine numerischen Schwankungen aufgetreten wären. Er entspricht daher dem Wert für den Startstrom I_{S2} .

Mit diese Kenntnis wurde das Stabilitätsgebiet des TE_{031} -Modes nochmals berechnet. Als Leistung des Störmodes wurde $P_2 = 1$ kW angenommen, da in diesem Bereich der Strom des zweiten Modes unabhängig von seiner Leistung ist. Das Ergebnis zeigt ein zusammenhängendes Gebiet (Abb. A.5)

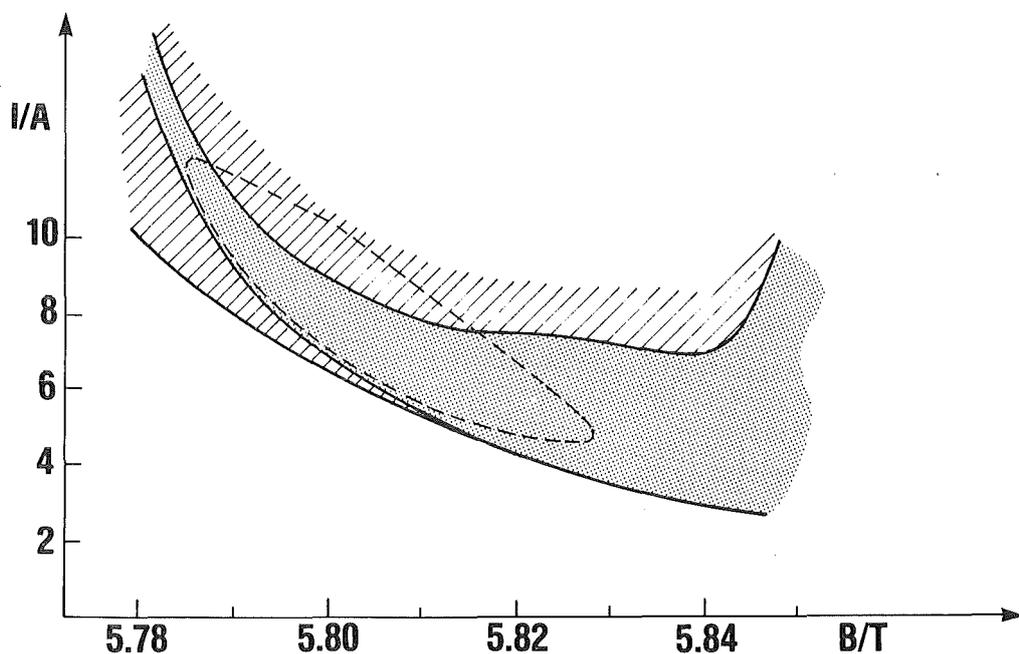


Abb. A.5 Stabilitätsgebiet nichtlinear

Es zeigt sich auch, daß dieses Gebiet, im Gegensatz zum linearisierten Ergebnis, unabhängig von der Anzahl der numerischen Stützstellen ist. Nicht in allen Fällen zeigt die linearisierte Rechnung die hier gezeigte Struktur. Bei einfacheren Gebieten braucht daher die volle nichtlineare Theorie nicht angewendet werden. Jedoch muß immer, wenn Zweifel an dem Ergebnis aufkommen, das aufwendige Programm zur Überprüfung eingesetzt werden.

Anhang B

Selbstkonsistente Mehrmodengleichung

In Kapitel 3 wurde die Frage nach dem Ursprung des Feldes zurückgestellt. Die selbstkonsistente Theorie, die hier entwickelt wird, beschreibt deshalb die Rückwirkung der Elektronen auf die Eigenfunktionen des Resonators. Die Wellengleichung (Gl. 2.1) benötigt einen Stromterm.

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} \quad 3.47$$

Zur Berechnung der Eigenfunktionen der kalten Kavität wurde in Kapitel 2 der Stromterm zu null gesetzt. Diese Näherung genügt, um die wichtigsten Prozesse der Modenrangigkeit beschreiben zu können. Nur feinere Effekte, wie die Frequenzverstimmung durch den Strahl, sind hiermit nicht erklärbar /Kreischer et. al., 1984; Borie 1986/. Deshalb wird zur Untersuchung der Modenstabilität die Näherung des kalten Resonators benutzt.

Aus Gründen der Vollständigkeit wird jedoch kurz die vollständige selbstkonsistente Theorie hergeleitet. Dies war bisher nicht in der Literatur zu finden.

Das Hochfrequenzfeld in Gl. 3.47 sei wieder die Überlagerung mehrerer TE_{mnp} -Felder. Unter der Annahme eines idealen Hohlstrahls mit einem festen Führungszentrum R_0 , ist die Stromdichte gegeben durch

$$\vec{J} = \frac{1}{2\pi R_0} \sum_l \vec{q}_l \vec{v}_l \delta(r_1 - R_0 - r_c e^{i(\omega_{c0} \tau_1 + \phi_1 - \phi_{0l})}) \quad B.1$$

Dabei ist q_l die Ladung des l -ten Elektrons, v_l seine Geschwindigkeit, ϕ_l seine momentane Phase und ϕ_{0l} seine Anfangsphase. Unter der Verwendung von Gl. 3.15 folgt aus Gl. 3.47:

$$\sum_{mnp} \left(\frac{d^2}{dz^2} + \frac{\omega_{mnp}^2}{c^2} - k_{mnp}^2(z) \right) f_{mnp} \vec{e}_{mn} e^{i\omega_{mnp}t} \quad \text{B.2}$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi R_0} \frac{\partial}{\partial t} \sum_l q_l \vec{v}_l \delta(r_l - R_0 + r_c) e^{i(\omega_{c0}\tau_l + \phi_l - \phi_{0l})}$$

Multipliziert man mit e_{rq}^* und integriert über die Fläche $z = \text{const}$, erhält man

$$\sum_p \left(\frac{d^2}{dz^2} + \frac{\omega_{mnp}^2}{c^2} - k_{mnp}^2(z) \right) f_{mnp} e^{i\omega_{mnp}t} \quad \text{B.3}$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi R_0} \frac{\partial}{\partial t} \int \sum_l q_l \delta(r_l - R_0 + r_c) e^{i(\omega_{c0}\tau_l + \phi_l - \phi_{0l})} \vec{v}_l \cdot \vec{e}_{mp}^* dA$$

Dabei wurde ausgenutzt, daß bei der Integration über die Fläche des Hohlleiters alle e_{mn} orthonormal sind. Es ist zu bemerken, daß die Summation über den axialen Index nicht wegfällt. Das Skalarprodukt aus Geschwindigkeit und elektrischem Feld am Ort des Elektrons läßt sich in den Variablen der adiabatischen Näherung schreiben:

$$\frac{1}{2\pi R_0} \int \delta(r - R_0 - r_c) e^{i(\omega_{c0}\tau + \phi - \phi_0)} \vec{v}_l \cdot \vec{e}_{mn}^* dA \quad \text{B.4}$$

$$= C_{mn} k_{mn} J_{m\pm 1}(k_{mn}r) e^{i(1\pm m)\theta} |v_t| e^{i(\omega_{c0}\tau + \phi)}$$

Wiederum führt die Verwendung des Graf'schen Theorems auf eine Summation über alle Harmonischen. Da erneut nur eine Harmonische zur Anregung beiträgt, erhält man für die rechte Seite von Gleichung B.3:

$$= -Z_0 I_0 C_{mn} k_{mn} \frac{G_{mn}}{(s_{mn}-1)! 2^{(s_{mn}-1)}}$$

B.5

$$\sum_1 \frac{1}{u_z} \left(\frac{i s_{mn} \omega_a}{c} P_1 + \frac{1}{c} \frac{\partial P_1}{\partial t} \right) \left(\frac{k_{mn} P_1}{\omega_0} \right)^{s_{mn}-1} e^{i(s_{mn} \omega_a t)}$$

Dabei ist P der komplexe transversale Impuls eines Elektrons. Seine Zeit- und Ortsabhängigkeit im Resonator ist gegeben durch Gl. 3.38. Wird diese in Gl. B.5 eingesetzt erhält man:

$$\sum_p \left(\frac{d^2}{dz^2} + \frac{\omega_{mn}^2}{c^2} - k_{mnp}^2(z) \right) f_{mnp} e^{i\omega_{mnp} t}$$

$$= Z_0 I_0 C_{mn} k_{mn} \frac{G_{mn}}{(s_{mn}-1)!} < \left\{ iP \left[(s_{mn}-1) \frac{\omega_a}{c} + \frac{\omega_0}{c\gamma} \right] + \right.$$

$$\left. \sum_{mnp} \frac{e}{2m_e} k_{mn} C_{mn} G_{mn} \frac{1}{(s_{mn}-1)!} \left(\frac{k_{mn} P^*}{2\omega_0} \right)^{s_{mn}-1} f_{mnp} \right\}$$

B.6

$$\left(\frac{k_{mn} P}{2\omega_0} \right)^{s_{mn}-1} \frac{e^{i s_{mn} \omega_a t}}{u_t} > \phi_0$$

Bei der Untersuchung unterschiedlicher Besselmoden muß keine Summation über den axialen Index p durchgeführt werden. Man möchte aber auch eine einzige Gleichung für den Fall, wenn axiale Modenrangigkeit untersucht werden soll. Der Weg zu dieser Gleichung ist, ein festes p vorzugeben und über die Schwebungsphase zu mitteln. Auf diese Weise bleibt auf der linken Seite nur ein Term übrig. Es ergibt sich:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{d^2}{dz^2} + \frac{\omega_{mn}^2}{c^2} - k_{mnp}^2(z) \right) f_{mnp} \\
& = Z_0 I_0 C_{mn} k_{mn} \frac{G_{mn}}{(s_{mn}-1)!} \\
& \ll \left\{ iP \left[(s_{mn}-1) \frac{\omega_a}{c} - \frac{\omega_0}{c\gamma} \right] + \right. \\
& \left. \sum_{mnp} \frac{e}{2m_e} k_{mn} C_{mn} \frac{G_{mn}}{(s_{mn}-1)!} f_{mnp} \left(\frac{k_{mn} P^*}{2\omega_0} \right)^{s_{mn}-1} \right\} \quad \text{B.7} \\
& \left(\frac{k_{mn} P}{2\omega_0} \right)^{s_{mn}-1} >_{\phi_0} \frac{e^{i(s_{mn}\omega_a - \omega_{mnp}) t}}{u_z} >_{\psi_0}
\end{aligned}$$

Diese Gleichung muß gleichzeitig mit Gleichung 3.38 unter den Randbedingungen 2.13 gelöst werden. Dies ist numerisch sehr aufwendig. Es wurde bislang noch keine stabile Lösung dieses Problems gefunden. Allerdings kann die Untersuchung der Modenrangigkeit auch mit der oben vorgestellten kalten Näherungen durchgeführt werden.

Literaturverzeichnis

- Abramowitz, M.; Stegun, I.
Handbook of Mathematical Functions, National Bureau of Standards,
1964, 363
- Abubakhirov, E. B.
Excitation of magnetic modes and mode selection in relativistic
cyclotron resonance masers
Radiophysics and Quant. El., 26, 1983, no. 4, 379-383
- Antakov, I. I.; et. al.
Elektronnaya Tekhnika, Ser. 1, Elektronika SVCh, 1975, no. 8, 20
- Borie, E.; Dumbrajs, O.
Interner Bericht des KfK 1985
- Borie, E.
Self-consistent code for a 150 - GHz gyrotron
Int. J. Infrared and MM Waves, 7, 1986, no. 4, 1863-1879
- Borie, E.; Dumbrajs, O.
Calculation of eigenmodes of tapered gyrotron resonators
Int. J. Electronics, 60, 1986, no. 2, 143
- Borie, E.; Jödicke, B., Dumbrajs, O.
Parameter studies for a 150 - GHz gyrotron operating in the
TE031- mode
Int. J. Electronics, 61, 1986, no. 6, 735
- Borie, E.; Jödicke, B.
Interner Bericht des KfK 1986
- Borie, E.; Jödicke, B.
Startup and mode competition in a 150 - GHz gyrotron
Int. J. Infrared and MM Waves, 8, 1987, no. 3, 207-226
- Borie, E.; Jödicke, B.; Wenzelburger, H.; Dumbrajs, O.
Resonator design studies for a 150 - GHz gyrotron at KfK
Int. J. Electronics, 64, 1988, no. 1, 107-126

- Borie, E.; Jödicke, B.
Comments on linear theory of the gyrotron,
IEEE Trans. Plasma Science, 16, 1988, no. 2, 116-121
- Boyd, R. D.
Subcooled water flow boiling experiments under uniform high heat
flux conditions
Fusion Technology, 13, 1988, 131-142
- Chu, K. R.; et.al.
Methods of Efficiency Enhancement and Scaling for Gyrotron Oscillator
IEEE Trans. Microwave Theory Techniques, MTT-28, 1980, no. 4
- Dammertz, G.; Möbius, A.
Interner Bericht des KfK 1986
- Danly, B. G.; Mulligan, W. J.; Temkin, R. J.; Sollner, T. C. L. G.
High-power second harmonic emission and frequency locking in a
28 - GHz gyrotron,
Appl. Phys. Lett. 46 ,1985, no 8, 728
- Dumbrajs, O.; Jödicke, B.
Mode competition in a complex cavity for gyrotrons
12th Int. Conf. Infrared and Millimeter Waves, Orlando, Conf. Digest,
1987, 198-199
- Dumbrajs, O.; Borie, E.
A complex cavity with mode conversion
Int. J. Electronics, 65, 1988, no. 3, 285-295
- Dumbrajs, O.; Nusinovich, G. S.; Pavelyev, A. B.
Mode competition in a gyrotron with tapered external magnetic field
Int. J. Electronics, 64, 1988, no. 1, 137-146
- Dumbrajs, O.; Wenzelburger, H.
Possible operation of the KfK gyrotron at harmonics
Int. J. Infrared and MM Waves, in press 1988
- Engelmann, F.; Moons, F.; Wegrove, J. G.
Potential use of gyrotrons in NET
Int. J. Electronics, 64, 1988, no. 1, 147-154

- Felch, K.; Bier, R.; Craig, L.; Huey, H.; Ives, L.; Jory, H.; Lopez, N.; Spang, S.
 CW-operation of a 140 - GHz gyrotron
 Int. J. Electronics, 61, 1986, no. 6, 701-714
- Fliflet, A. W.; Read, M. E.; Chu, K. R.; Seeley, R.
 A selfconsistent field theory for gyrotron oscillators
 Int. J. Electronics, 53, 1982, no. 6, 505-521
- Frieser, A.
 Mikrowellenmeßtechnik, Akademie Verlag, Berlin, 1965
- Garn, P.; Jedar, E.; Jendrzyczak, G.; Mourier, G.; Payen, F.; Teyssier, L.
 Symmetric and non-symmetric modes in a 200 kW, 100 - GHz gyrotron,
 12th Int. Conf. Infrared and Millimeter Waves, Orlando, Conf. Digest, 1987, 194-195
- Gilchrist, J. le; Moncean, P.
 J. Phys C, 3, 1970, 1399
- Gilmour, A. S., jr.
 Microwave Tubes,
 Dedham, MA, Artech House, 1986, 2
- Halbritter, J.; Hochschild, G.; Jödicke, B.
 Realistic prospects for superconducting gyrotron resonators
 13th Int. Conf. Infrared and Millimeter Waves, Hawaii, Conf. Digest, in press, 1988
- Hayashi, K.; Komuro, M.; Itoh, Y.; Sugawara, T.
 Analysis of mode competition including mismatch effect of window
 12th Int. Conf. Infrared and Millimeter Waves, Orlando, Conf. Digest, 1987, 155
- Hochschild, G.; Kitlinski, M.; Wiesbeck, W.
 Mode-frequency analyzer for high power gyrotrons in the 2-mm wave range
 17th European Microwave Conf., 1987, Roma, Italy

- Jackson, J. D. 1981
Klassische Elektrodynamik
de Gruyter Verlag, Berlin 1981
- Jödicke, B.; Möbius, A.; Stickel, H.
Interner Bericht des KfK 1987
- Jones, R. M.; Lindsay, P. A.
Measurement of frequency shift in a gyrotron oscillator
Int. J. Electronics, 61, 1986, no. 6, 937-951
- Kasperek, W.; Müller, G. A.
The wavenumber spectrometer- an alternative to the directional
coupler for multimode analysis in oversized waveguides
Int. J. Electronics, 64, 1988, no. 1,
- Kitlinski, M.; Hochschild, G.; Wiesbeck, W.
Reflection monitor for an oversized circular waveguide
16th European Microwave Conf., Dublin, 1986, 859-863
- Kreischer, K. E.
High frequency gyrotrons and their application to tokamak plasma
heating
MIT-report, PFC/RR-81-1, 1981
- Kreischer, K. E.; Temkin, R. J.
Mode excitation in a gyrotron operating at the fundamental,
Int. J. Infrared and MM Waves, 2, 1981, no. 2, 175-196
- Kreischer, K. E.; Temkin, R. J.; Fetterman, H. R.; Mulligan, W. J.
Multimode oscillation and mode competition in high frequency
gyrotrons,
IEEE Trans. Microwave Theory Techniques, MTT-32, 1984, no. 5,
481-490
- Kreischer, K. E.; Danly, B. G.; Woskoboinikov, P.; Mulligan, W. J.;
Temkin, R. J. Frequency pulling and bandwidth measurements of a
140 GHz pulsed gyrotron
Int. J. Electronics, 57, 1984, 851-862

Kreischer, K. E.; Temkin, R.J.

Single-Mode Operation of a High-Power, Step-Tunable Gyrotron
Phys. Rev. Lett., 59, 1987, no. 5, 547-550

Kumric, H.; Thumm, M.; Wilhelm, R.

Optimization of mode convertors for generating the fundamental
TE₀₁-mode from TE₀₆ Gyrotron output at 140 - GHz

4th KfK Gyrotron Development Workshop, Dec. 1986, 3-4

Luchinin, A. G.; Nusinovich, G. S.

Elektronnaya Tekhnika, Ser.1, 1975 Elektronika SVCh, N11, 26

Mathews, H. G.; Agosti, G.; Holm, K.; Kuse, D.

12th Int. Conf. Infrared and Millimeter Waves, Orlando, Conf. Digest,
1987, 383-384

Möbius, A.

Interner Bericht des KfK 1986

Moiseev, M. A.; Nusinovich, G. S.

Concerning the theory of multimode oscillation in a gyromonotron
Radiophys. and Quantum Electronics, 17, 1974, 1305

Nusinovich, G. S.

Mode interaction in gyrotrons

Int. J. Electronics, 51, 1981, 457

Nusinovich, G. S.

Mode interaction in gyrotrons

KfK 4111, 1985

Nusinovich, G. S.

Linear theory of a gyrotron with weakly tapered external magnetic fields

Int. J. Electronics, 64, 1988, no. 1, 127-136

Pavel'ev, V. G.; Tsimring, Sh. E.

Inventors Certificate no. 661664, Byull.I zobret, 17, 1979, 240

Pavel'ev, V. G.; Tsimring, Sh. E.; Zapevalov, V. E.

Coupled cavities with mode conversion in gyrotrons

Int. J. Electronics, 63, 1987, no. 3, 379-391

- Pioszcyk, B.; Dammertz, G.
Interner Bericht des KfK 1987
- Schmitt, L. P.; Menzel, W.
Planar Integrated Harmonic Mixers for use up to 150 GHz
MIOP'87, Wiesbaden, Conference Proceedings, 1987 4A-4
- Stickel, H.,
Design of a low average power calorimeter for millimetre wave
gyrotrons Int. J. Electronics, 64, 1988, no. 1, 63-76
- Stickel, H.
Elektrische und mechanische Auslegung von vakuumdichten Hohl-
leiterfenstern für Hochleistungsgyrotrons im Millimeterwellenbereich
KfK-Bericht, in Vorbereitung 1988
- Verhoeven, A. G. A.
A proposal for ECRH on JET
Int. J. Electronics, 64, 1988 no. 1, 155-165
- Vlasov, S. N.; Zhislin, G. M.; Orlova, I. I.; Petelin, M. I.; Rogaeheva, G. G.
Irregular waveguides as open resonators
Rad. Phys. Quant. Electron, 12, 1969, 972-978
- Vlasov, S. N.; Zagryaskaya, L. N.; Orlova, I. M. 1976,
Radiotekhnika i Elektronika, 21, 1976, 7
- Wenzelburger, H.; Borie, E.
Interner Bericht des KfK 1986
- Zhu, Min; Döring, H.
Mode competition of the gyrotron under high efficiency operating
conditions
Int. J. Infrared and MM Waves, 7, 1986, no. 4, 653