

Forschungszentrum Karlsruhe
Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte
FZKA 6206

Finite-Elemente-Simulationen und Festigkeitsanalysen
von Wurzelverankerungen*

Gernot R. Bruder

Institut für Materialforschung

*Von der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH) genehmigte
Dissertation

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe
1998

Finite-Elemente-Simulationen und Festigkeitsanalysen von Wurzelverankerungen

Zusammenfassung

Die Mechanik beeinflusst sowohl Form und Größe von optimalen Wurzelverankerungen als auch die Eigenschaften des vom Baum verwendeten Baumaterials.

Für die Simulation von Wurzelverankerungen wurde das Wurzelsystem als natürlicher Faserverbund aus Holz und Erde betrachtet, dessen mechanische Eigenschaften sich mit den Anteilen der beiden Materialien verändern. Die Rechnungen wurden unter der Annahme des Baumes als Kette gleicher Glieder durchgeführt. Berechnungen für unterschiedliche Böden und Lastfälle stimmen dabei mit Ergebnissen einer Feldstudie an über 2000 vom Wind geworfenen Bäumen überein. Die allmähliche Änderung der Materialeigenschaften innerhalb des Wurzel-Erde-Verbundes erwies sich hinsichtlich des Materialaufwandes günstiger als eine Verankerung mit einer massiven, homogenen Wurzel. Durch Anwendung der Optimierungsprogramme CAO und SKO konnte nachgewiesen werden, daß die bei Wurzeln der Sumpfyzypresse häufig beobachtete Kniebildung im Gegensatz zu einer verbreiteten Annahme keine mechanischen Ursachen hat. Bei Voruntersuchungen mit dem Resistograph M300 wurde ein signifikanter Einfluß der Probendicke auf die gemessenen Bohrwiderstände festgestellt. Zur Bestimmung der lokalen Holzqualitäten entlang von horizontal verlaufenden Baumwurzeln wurde deshalb das Fractometer III eingesetzt. Festigkeitsmessungen ergaben, daß in der Regel die mechanische Qualität des Holzes mit zunehmendem Abstand vom Stamm abnimmt. Die Wurzeln sind in diesen Bereichen mehr an die Erfüllung ihrer biologischen Funktionen angepaßt.

Finite-Elements-Simulations and Strength Analysis of Root-Anchors

Summary

The shape and size of optimal root-anchors as well as the properties of the building material used by the tree are influenced by mechanical factors.

For the simulation of root-anchors the root system was regarded as a natural fiber composite consisting of wood and soil, for which the mechanical properties change according to the proportions of the two materials. The calculations were made on the supposition that every tree is a chain of equally strong members. Calculations for different soils and different load cases correspond with the results of a field study with over 2000 windthrown trees. Concerning the amount of material the gradual variation of the material properties within the root soil composite proved to be more profitable than a solid, homogenous root. By applying the optimization procedures CAO and SKO to roots of the bald cypress it could be proved, that unlike a common opinion there is no mechanical reason for the development of so-called „knees“. In preliminary investigations with the Resistograph M300 there was found a significant influence of the thickness of the specimens on the measured drilling resistance. Therefore the Fractometer III was used to determine the local wood qualities along horizontal roots. Strength measurements showed, that the mechanical wood quality normally decreases with increasing distance from the stem. In these areas the roots are more adapted to the accomplishment of their biological functions.

INHALT

1	EINLEITUNG	1
1.1	Einführung.....	1
1.2	Gliederung der Arbeit	3
2	GRUNDLAGEN.....	5
2.1	Bäume als biologische Kraftträger.....	5
2.1.1	Aufbau und Leben von Bäumen.....	5
2.1.2	Anatomie und Funktionen des Stammholzes.....	8
2.1.2.1	Aufbau des Nadelholzes.....	10
2.1.2.2	Aufbau des Laubholzes.....	12
2.1.3	Anatomie und Funktionen des Wurzelholzes.....	13
2.2	Grundzüge der Bodenmechanik.....	16
2.2.1	Allgemeines.....	16
2.2.2	Das Verhalten von Erdstoffen bei mechanischer Belastung.....	17
2.2.3	Grenzzustände.....	19
2.3	Wurzelverankerungen als natürlicher Faserverbundwerkstoff.....	25
2.4	Grundlagen der Bauteiloptimierung.....	26
2.4.1	Die Finite-Elemente-Methode (FEM).....	26
2.4.1.1	Allgemeines.....	26
2.4.1.2	Methodik und Rechnungsablauf der FEM.....	27
2.4.2	Die CAO-Methode.....	30
2.4.3	Die SKO-Methode.....	32
2.4.4	Die an bodenmechanische Probleme angepaßte SKO-Methode.....	33
3	COMPUTERSIMULATIONEN MIT HILFE DER FEM.....	35
3.1	Simulation mechanisch sinnvoller Wurzelverankerungen.....	35
3.1.1	Einführende Beispiele.....	37
3.1.2	Vergleich zwischen 2- und 3-dimensionalen Rechnungen.....	39
3.1.2.1	Die verwendeten FE-Modelle.....	41
3.1.2.2	Ergebnisse und Diskussion.....	41
3.1.3	SKO-Simulation des Windwurfs von Bäumen.....	49
3.1.3.1	Ergebnisse.....	50
3.1.3.2	Vergleich mit einer Feldstudie.....	58
3.1.3.3	Diskussion.....	59

3.2	Biomechanische Untersuchungen zur Kniebildung bei <i>Taxodium distichum</i>	62
3.2.1	Einführung.....	62
3.2.2	Simulationsrechnungen mit CAO und SKO.....	63
3.2.2.1	Spannungsverteilung in den Verzweigungen.....	65
3.2.2.2	Lastübertragung in die Erde.....	67
3.2.3	Einfluß der Knie auf die kritische Knicklast.....	69
3.2.4	Diskussion.....	70
4	UNTERSUCHUNGEN AN BAUMWURZELN.....	72
4.1	Ziel der Untersuchungen.....	72
4.2	Methoden und Geräte.....	72
4.2.1	Der Resistograph M300.....	72
4.2.1.1	Funktionsweise.....	72
4.2.1.2	Untersuchung des Bohrtrends unter Laborbedingungen.....	74
4.2.2	Das Fractometer III.....	83
4.3	Durchgeführte Messungen mit dem Fractometer III.....	85
4.3.1	Voruntersuchungen an freierodierten Pappelwurzeln.....	87
4.3.2	Festigkeitsverläufe entlang in der Erde gewachsener Wurzelstränge.....	89
4.3.3	Diskussion.....	96
5	AUSBLICK.....	98
6	ZUSAMMENFASSUNG.....	102
7	LITERATUR	105

1 Einleitung

1.1 Einführung

Die heutige Zeit ist in vielen Bereichen des Lebens dadurch gekennzeichnet, daß in immer kürzerer Zeit immer bessere Produkte entwickelt werden. Dabei steigen die Ansprüche an deren Belastbarkeit und Haltbarkeit. Aber auch der sparsame Umgang mit Rohstoffen ist heute ein wichtiger Aspekt: Ihre Erschließung und Gewinnung werden zunehmend schwieriger und belasten unsere Umwelt genauso wie ihr Verbrauch. Die Akkumulation der Umweltschäden droht die Lebensqualität zu mindern, die durch die Zivilisation mit all ihren technischen Errungenschaften gesteigert werden soll.

Im Maschinenbau resultiert diese Problematik in der Forderung nach *optimierten* Bauteilen. Es steht nicht mehr nur die Erfüllung einer Funktion im Vordergrund. Auch ökologische Gesichtspunkte bestimmen das Produktdesign. Als optimal können hier Strukturen betrachtet werden, welche nur aus tragenden Bereichen bestehen und somit kein überflüssiges Material enthalten. Auch die im zeitlichen Mittel homogene Verteilung der Belastungen innerhalb des Bauteils und die Vermeidung sogenannter Sollbruchstellen an seiner Oberfläche stellen notwendige Bedingungen für das Optimum dar. Bei neuen Konstruktionen wird daher versucht, durch möglichst sinnvollen Materialeinsatz der Optimallösung nahezukommen und Bauteile mit geringer Masse bei gleichzeitig hoher Belastbarkeit und Sicherheit zu entwerfen.

Das Streben nach Verbesserung ist jedoch nicht allein in der Technik zu finden. Es ist letztendlich ein Naturgesetz. Die klassische Chemie und Physik lehren uns, daß diejenigen Zustände am stabilsten und wahrscheinlichsten sind, die mit dem geringsten Energieaufwand erreicht werden können. Und seit EINSTEIN ist bekannt, daß Materie und Energie untrennbar miteinander verknüpft sind.

Schon in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts erkannte DARWIN, daß sich auch in der belebten Natur ein ständiger Wandel vollzieht. Zufällige Veränderungen im Erbmaterial der Organismen bilden die Basis für jede Weiterentwicklung. Bewirkt eine Mutation Vorteile für die Nachkommen eines Lebewesens, so erhöhen sich deren Chancen im Kampf ums Überleben, und sie pflanzen sich weiter fort. Verschlechterungen dagegen hemmen die Ausbreitung einer Art und können zu ihrem Aussterben führen. Man bezeichnet diese Art des Fortschritts als *Evolution*. Im Rahmen des ständigen Konkurrenzkampfes um Licht, Wasser und Nährstoffe haben sich dadurch diejenigen Lebensformen durchgesetzt, die mit dem geringsten Bedarf an Rohstoffen und Energie eine bestmögliche Anpassung an ihre Umwelt erzielen. Da sich die Umweltbedingungen ständig ändern, haben sich Mechanismen entwickelt, die es den Lebewesen ermöglichen, auf Veränderungen ihrer Umgebung zu reagieren und sich somit zu optimieren.

Während die Evolution nach dem Prinzip von „Trial and Error“ arbeitet und nicht zielgerichtet zu sein scheint, haben Forscher und Ingenieure in der Regel durchaus ein Ziel vor Augen. Es wird bewußt an der Entwicklung von Algorithmen mit Zielfunktionen gearbeitet, die bei vorgegebenen Randbedingungen eine Optimierung bezüglich verschiedener Parameter ermöglichen. Dennoch werden auch hier die gesuchten Lösungen oft nur durch Probieren gefunden. Da die Natur uns oft sehr eindrucksvoll demonstriert, wie gut ihre Konstruktionen sind – man denke nur an die Belastbarkeit der extrem leichten Knochen von Vögeln –, liegt der Gedanke nahe, von ihr zu lernen und von ihrem reichhaltigen Erfahrungsschatz zu profitieren. In manchen Fällen kann man dadurch fertige Detaillösungen erhalten. Es ist aber auch bemerkenswert, daß vielfach die von Ingenieuren unabhängig von natürlichen Vorbildern entwickelten Strukturen in der Natur wiederzufinden sind. Von praktischerem Nutzen für die Technik hat sich allerdings die Erforschung der *Mechanismen* erwiesen, mit denen sich Pflanzen und Tiere an äußere Lasten anpassen.

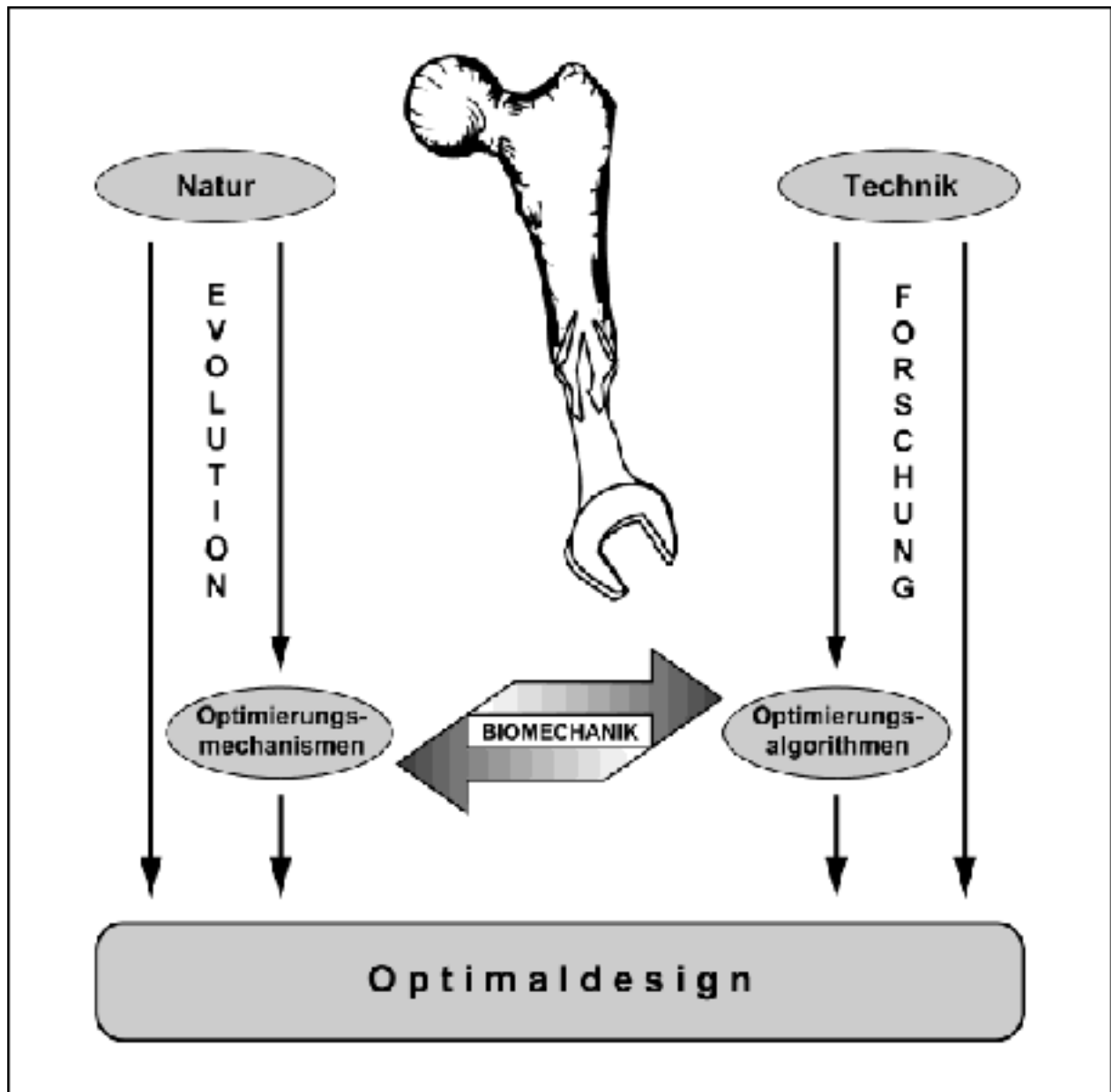


Abbildung 1-1: Vergleich von Natur und Technik.

Die *Biomechanik* (vgl. Abbildung 1-1) befaßt sich mit der Suche nach natürlichen Gestaltungsregeln und mit deren Umsetzung für technische Problemstellungen. Dies erfordert die genaue Untersuchung biologischer Kraftträger in Labor- und Feldstudien, da das Verständnis für ihren Aufbau und ihre Funktion die Grundvoraussetzungen für die Gewinnung neuer Erkenntnisse sind. Als grundlegendes Bauprinzip für mechanisch beanspruchte Strukturen konnte von MATTHECK [1] das *Axiom der konstanten Spannung* gefunden und in vielen Fällen nachgewiesen werden. Basierend auf der *Finite-Elemente-Methode* (FEM) wurden daraus Computerprogramme entwickelt, die es erlauben, technische Bauteile gemäß den Wachstumsregeln der Natur zu gestalten: Die SKO-Methode (*Soft Kill Option*) ist ein Programm zur kraftflußgesteuerten und damit gewichtsoptimierten Designfindung [2], CAO (*Computer Aided Optimization*) entfernt Spannungsüberhöhungen aufgrund von Kerben und ungünstig gestalteten Bauteiloberflächen [3, 4] und CAIO (*Computer Aided Internal Optimization*) optimiert die Faserläufe in Faserverbundwerkstoffen [5].

Neben der Bedeutung der entwickelten Methoden für industrielle Anwendungen ist es auch von Interesse, die Natur selbst zu simulieren und damit natürliches Wachstum vorherzusagen und zu bewerten. Die vorliegende Arbeit verwendet die Methoden SKO und CAO für Untersuchungen zum Kraftfluß in ausgewählten Bereichen spezieller Baumwurzeln. Weiterhin wird eine von TESCHNER [6] für bodenmechanische Probleme modifizierte Variante der SKO-Methode diskutiert und zur Simulation von mechanisch sinnvollen Wurzelverankerungen verwendet. Hierbei wird die Verteilung der Wurzelmasse als natürlicher „Faser“-Verbund aus Wurzeln und Erde betrachtet. In Feldversuchen werden verschiedene Holzfestigkeiten und deren Verläufe in Baumwurzeln bestimmt, um die Wirkungsweise dieser natürlichen Verankerungen hinsichtlich einer inneren Optimierung beurteilen zu können.

1.2 Gliederung der Arbeit

Im folgenden Kapitel 2 werden zunächst die Grundlagen für die biomechanischen Untersuchungen erklärt. Es werden biologische Grundlagen der Holz- und Wurzelanatomie beschrieben, die Grundzüge der Bodenmechanik und der natürliche Faserverbund aus Erde und Wurzeln. Weiterhin wird die Methode der finiten Elemente erklärt und darauf aufbauend die Programme CAO, SKO und die für bodenmechanische Problemstellungen angepasste SKO-Methode.

Die durchgeführten Untersuchungen gliedern sich in die beiden großen Bereiche *Computersimulationen mit Hilfe der FEM* und *Untersuchungen an Baumwurzeln*. Die Simulationsrechnungen in Kapitel 3 dienen der Ermittlung mechanisch sinnvoller Wurzelverankerungen und damit dem Verständnis für die Wirkungsweise natürlicher Bodenanker. Zuvor werden verschiedene Modelle und Randbedingungen erörtert. Weiterhin wird die Kniebildung bei Wurzeln der Sumpfpypresse (*Taxodium distichum*), eine anatomische Auffälligkeit, hinsichtlich einer möglichen mechanischen Bedeutung untersucht. Im vierten Kapitel werden die an unterschiedlichen Baumwurzeln durchgeführten Untersuchungen beschrieben, die bevorzugt in den Wurzelbereichen erfolgten, welche nach den Ergebnissen der Simulationsrechnungen für die Standsicherheit der Bäume besonders wichtig sind. Es werden die zur Verfügung stehenden Methoden und Geräte, das Fractometer III und der Resistograph M300, vorgestellt und diskutiert. Anschließend werden Festigkeitsverläufe in Baumwurzeln dargestellt.

Schließlich werden in Kapitel 5 (*Ausblick*) noch Ansätze zur weiteren Forschung vorgestellt, und zuletzt erfolgt eine *Zusammenfassung* aller Ergebnisse (Kapitel 6) mit Schlußfolgerungen bezüglich der Gültigkeit des Axioms der konstanten Spannung in den untersuchten Strukturen.

2 Grundlagen

2.1 Bäume als biologische Kraftträger

2.1.1 Aufbau und Leben von Bäumen

Während technische Entwicklung meist die Arbeit mit künstlichen Konstruktionen und Werkstoffen bedeutet, verlangt die Erforschung biologischer Kraftträger die Untersuchung von im Rahmen der Erfüllung von Lebensfunktionen entstandenen Strukturen oder von lebenden Objekten. Die komplexen Zusammenhänge, die hochentwickelte Lebensformen erst ermöglichen, erschweren es, bei Versuchen reproduzierbare Bedingungen für die Entstehung bestimmter Bauformen zu schaffen. Deshalb werden vorwiegend vergleichende Untersuchungen durchgeführt, die bestimmte Phänomene und Eigenschaften in Zusammenhang mit anatomischen Gegebenheiten und Auffälligkeiten bringen. Dabei sind vor allem Sonderformen sehr hilfreich.

Als Grundfunktionen des Lebens lassen sich nach TROLL [7] vier Eigenschaften definieren:

- Ernährung,
- Atmung,
- Erregbarkeit und
- Vermehrungsfähigkeit.

Unter *Ernährung* versteht man die Aufnahme von Baustoffen aus der Umwelt und ihre Überführung in Körpersubstanz. Dieser Vorgang wird auch als *Assimilation* bezeichnet und besteht bei Pflanzen während des Tages hauptsächlich im photosynthetischen Umbau des Kohlendioxyds, das sie aus der sie umgebenden Luft entnehmen. Unter *Atmung* versteht man im allgemeinen den Vorgang der Sauerstoffaufnahme aus der Atmosphäre und der Abgabe von Kohlendioxyd. Bei Pflanzen ist dieser Prozeß gewissermaßen die Umkehrung der Kohlendioxydassimilation und erfolgt in der Regel bei Nacht. Die *Erregbarkeit (Irritabilität)* bezeichnet die Fähigkeit der Lebewesen, Umweltreize wahrzunehmen und auf sie in bestimmter Weise zu reagieren. Die *Vermehrungsfähigkeit* schließlich ist gekennzeichnet durch die Reproduktion bestimmter Stoffe und deren spezifische Organisation [7].

Vor etwa 400-300 Millionen Jahren entwickelten sich die ersten Bäume. Dies waren Bärlappbäume und Schachtelhalme, die heute nur noch als krautige Formen existieren. Sie wurden bis zu 30 m hoch und erreichten Durchmesser von 5 m. Die Stämme dieser Urbäume bestanden zu 99% aus Rinde. Während sich diese ersten Bäume noch durch Sporen fortpflanzten, hatten die Bäume der nächsten Entwicklungsstufe (vor ca. 280 Millionen Jahren) bereits Samen, die allerdings noch nicht in Früchte eingehüllt waren. Die Samenanlagen waren frei und ungeschützt („nackt“), weshalb man sie Nacktsamer (*Gymnospermen*) nennt. Zu den Gymnospermen zählen heute vor allem die zapfentragenden Nadelbäume oder Koniferen. Vor 100-75 Millionen Jahren entwickelten sich dann die Vorfahren der heutigen Laubbäume. Sie schützten

bzw. „bedeckten“ ihre Samenanlagen durch ein Fruchtblatt und werden deshalb Bedecktsamer oder *Angiospermen* genannt [8].

Bäume bestehen aus drei vegetativen Organen: den Sproßachsen (Stamm und Äste), den Blättern und den Wurzeln. Im Gegensatz zu Tieren, spricht man bei Pflanzen von einer „offenen Form“ [8], d. h. sie wachsen während ihres gesamten Lebens und sind damit niemals ausgewachsen. Gesteuert wird das Wachstum eines Baumes durch Hormone (sogenannte Phytohormone, wie z. B. die Wachstumsstoffe oder *Auxine*). Ihre Ausschüttung erfolgt unter anderem als Reaktion auf Reize, wodurch der Baum in der Lage ist, „gezielt“ zu wachsen und sich seiner Umgebung anzupassen. Als wichtigste Wachstumsregulatoren treten auf [1]:

- Apicaldominanz,
- Geotropismus (negativ und positiv),
- Phototropismus und
- Hydrotropismus (bei Wurzeln).

Die *Apicaldominanz* bewirkt die Unterdrückung eines zu steilen Anstieges der Seitenäste zugunsten des Wipfeltriebes. Dadurch wird eine gegenseitige Behinderung der einzelnen Äste verhindert. Der *negative Geotropismus* bestimmt die vertikale Wachstumsrichtung der Bäume nach oben, also weg von der Erde, während der *positive Geotropismus* das Wurzelwachstum in die Erde hinein bewirkt. Die Ursache für dieses Verhalten wird häufig mit der Statolithentheorie [8] erklärt, nach welcher die Ausschüttung der Wachstumsstoffe – in diesem Fall Indolylessigsäure – von der Lage von Stärkekörnchen in Zellen der Wurzelspitzen und der oberen Teile der Sproßachsen gesteuert wird. Teile des Zellplasmas, die durch die Stärkekörner Druck erfahren, also unten sind, schütten auf der entsprechenden Seite verstärkt Wachstumshormone aus und bewirken damit einseitigen Längenzuwachs und eine Krümmung des Holzes. Durch unterschiedliche Konzentrationsoptima bei Wurzeln und Sproßachsen kann die gleiche Hormonausschüttung in einen Fall wachstumsfördernd und im anderen Fall -hemmend wirken und damit entgegengesetzte Wachstumsrichtungen hervorrufen. Neben dem negativen Geotropismus spielt bei Wurzeln als Wachstumsregulator auch der *Transversal-* oder *Plagiotropismus* eine Rolle. Er bewirkt bei Seitenwurzeln zweiter Ordnung horizontales, geotrop unempfindliches Wachstum, das außer einer zugseitigen Verankerung auch der Erschließung von oberflächennahen Nährsalzen und Wasser dient.

Unter *Phototropismus* versteht man das Wachstum zum Licht, wobei nur kurzwelliges, blaues und ultraviolettes Licht berücksichtigt wird. *Hydrotropismus* schließlich bezeichnet die Entwicklung der Wurzelmasse in Richtung der Zunahme der Bodenfeuchte.

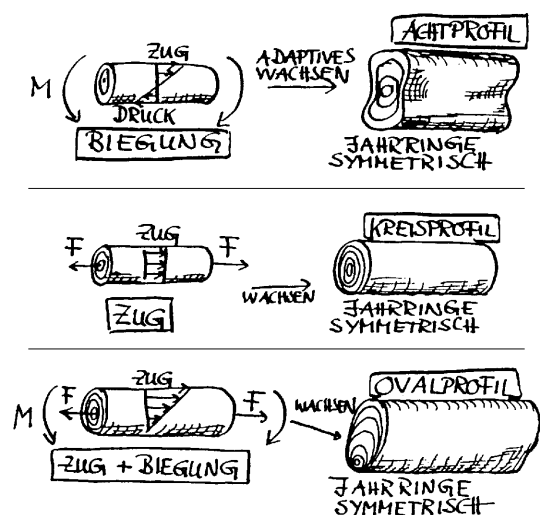


Abbildung 2-1: Jahresringverteilung in einem Wurzelquerschnitt aufgrund äußerer Belastungen und innerer Spannungen (Zeichnung: C. Mattheck).

Gesteuert durch den negativen Geotropismus und den Phototropismus wachsen Bäume sehr hoch. Damit waren sie im Wettstreit der Evolution, im Kampf um das lebensnotwendige Licht recht erfolgreich und haben sich eine ökologische Nische erschlossen. Ihre hohe, schlanke Gestalt setzt sie aber auch starken Belastungen vor allem durch Wind aus und macht sie dadurch empfindlich gegen Kerben und Spannungsüberhöhungen an ihrer Oberfläche. Als weitere Wachstumsregulatoren treten daher mechanische Reize auf [9]. Bäume reagieren auf mechanische Belastungen durch adaptives Wachstum. Im Gegensatz zu Knochen können sie nur Material anbauen, es aber nicht wieder aktiv entfernen. In den Bereichen eines Baumes, die z. B. durch Kontakt mit der Umgebung erhöhte Belastungen erfahren, werden durch verstärkte Zuwächse und damit Vergrößerung der Kontaktflächen die Spannungen reduziert. Wunden beginnen an den Stellen zu verheilen, an denen der Kraftfluß am stärksten gestört ist. Die Lastgeschichte des gesamten Baumes läßt sich an seinen Jahresringen ablesen [10]. Jede im zeitlichen Mittel größere Änderung der äußeren und inneren Lasten spiegelt sich in den lokalen Jahresringbreiten wider. Abbildung 2-1 zeigt ihrer Belastung entsprechend gewachsene typische Wurzelquerschnitte [11]. Die Bäume können jedoch noch mehr: Auch die innere Struktur des Holzes kann den bestehenden Lastverhältnissen angepaßt werden [12]. Von ALBRECHT [13] und ZIPSE [14] konnte nachgewiesen werden, daß die Holzfestigkeiten innerhalb eines Baumes derart verteilt sind, daß in besonders gefährdeten Bereichen die Werkstoffwiderstände gegen die versagensrelevanten Lasten ansteigen. Ein weiterer Mechanismus der inneren Optimierung besteht in der gezielten Erzeugung von Eigenspannungen, die den äußeren Lasten entgegenwirken (DIETRICH [15]).

Die genannten Anpassungsmöglichkeiten machen jeden Baum zum mechanisch optimierten Bauteil. Die am Blattwerk wie an einem Segel angreifenden Lasten werden über die Äste und

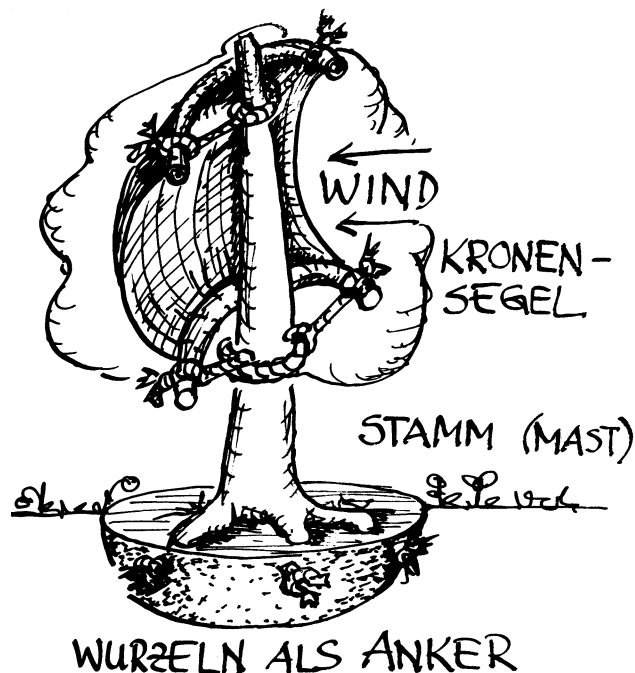


Abbildung 2-2: Der Baum als Kette gleicher Glieder. Die eingeleitete Windlast wird über den Stamm in den Wurzelballen und von da ins Erdreich übertragen (Zeichnung: C. Mattheck).

den Stamm in die Wurzeln und in den Boden geleitet [11] (vgl. Abbildung 2-2). Dabei sind die kraftübertragenden Strukturen so ausgelegt, daß sie wie eine Kette gleicher Glieder die bei normalen Belastungen auftretenden Spannungen dauerhaft ertragen.

So ausgestattet erreichen die heute lebenden Bäume Höhen von bis zu 130 Metern (Rieseneukalypten in Australien) und maximale Stammdurchmesser von 12 Metern (Zypressen). Als Höchstalter werden 6000 Jahre für die Hinoki-Scheinzypresse angegeben [16].

2.1.2 Anatomie und Funktionen des Stammholzes

Um die oben beschriebenen Lebensfunktionen erfüllen zu können, besitzt der Baum unterschiedliche Bauteile und Organe. Neben Blättern, Blüten und Samen spielt dabei das Holz eine (sogar im Wortsinne) tragende Rolle. Seine Aufgaben sind:

- Festigung,
- Wasser- und Nährsalztransport und
- Speicherung organischer Stoffe.

Der makroskopische Aufbau von Holz wird anhand eines Ausschnittes aus einem vierjährigen Kiefernstamm (Abbildung 2-3) kurz erläutert [8].

Von außen nach innen lassen sich verschiedene Schichten unterscheiden, die wiederum aus unterschiedlichen Zellen bestehen:

- die Borke (BO),
- der Bast (BA),
- das Kambium (KA),
- die Jahresringe aus Spätholz (SHO) und Frühholz (FHO) und
- das Mark (M).

Die *Borke* dient dem Schutz vor Verdunstung und Verwundung, der *Bast* ist für die Speicherung und den Ferntransport der Assimilate von oben nach unten zuständig. In radialer Richtung des *Holzes* (HO) verlaufen vom Mark weg die Mark- oder *Holzstrahlen* (HST), die auch im Bast als *Baststrahlen* (BST) zu finden sind. Die Holzstrahlen dienen der Nährstoffspeicherung und dem Transport in radialer Richtung. Sie stellen außerdem eine radiale Armierung des Holzes dar und erhöhen die radiale Biegefestigkeit [17, 18]. Sie können in ihrer Form und Größe vor allem innerhalb verschiedener Baumarten, aber auch in ein und demselben Holzkörper sehr variieren. Je nach Anzahl der nebeneinander liegenden Zellreihen spricht man von ein- und mehrreihigen Strahlen. Auch ihre Höhe kann beträchtliche Unterschiede aufweisen. Nadelhölzer haben nur einreihige Holzstrahlen [20].

Ein Jahresring besteht aus Zellen, die innerhalb der Vegetationsperiode eines Jahres von Mitte April bis Mitte September gebildet werden. Die in der Anfangszeit entstandenen Zellen (*Frühholz*) sind dabei dünnwandig und weitlumig, während die gegen Ende gebildeten Zellen (*Spätholz*) dickwandig und englumig sind. Die *Jahresringgrenze* (JG) verläuft zwischen dem Spätholz eines Jahresringes und dem Frühholz des darauffolgenden. In Abbildung 2-3 sind mit 1. bis 4. die vier Jahresringe entsprechend dem Alter des skizzierten Stammausschnittes gekennzeichnet. Die Breite der Jahresringe hängt von vielen Faktoren ab und kann zwischen Bruchteilen von Millimetern und einigen Zentimetern wechseln. Neben der bereits erwähnten

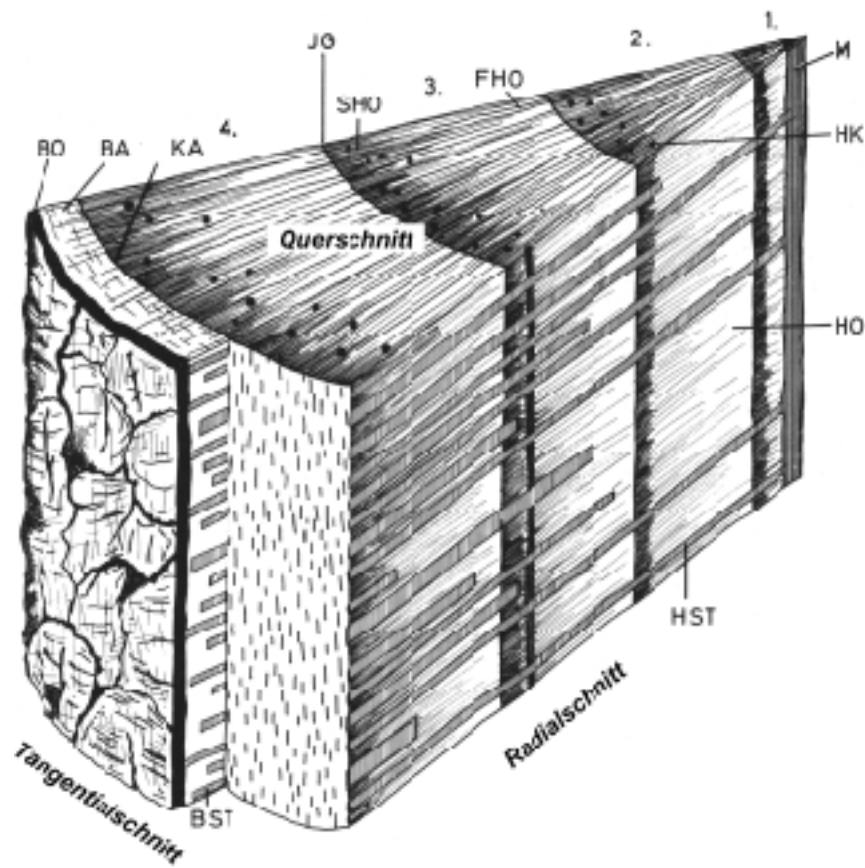


Abbildung 2-3: Ausschnitt aus einem Kiefernstamm [19].

lokalen, mechanisch stimulierten Verbreiterung der Jahresringe ist die mittlere Weite vor allem von der Länge der Vegetationsperiode, ihrer Temperatur und Feuchtigkeit, sowie von der Güte des Bodens und dem Lichtgenuß der Baumkrone abhängig [20].

Harzkanäle (HK) finden sich nur bei Nadelhölzern. Weiterhin wird bei Stammholz zwischen dem lebenden *Splint* und dem innen liegenden, toten, oft verfärbten *Kern* unterschieden. Das Kernholz dient nur noch der Festigung. Das *Mark* ist bei den meisten Hölzern nur etwa ein bis zwei Millimeter dick [20] und hat keine wichtige Funktion. Zur aktiven Krümmung von Stamm und Ästen gibt es außerdem *Reaktionsholz*, das sich in Zug- und Druckholz einteilen läßt. Zugholz tritt bei Angiospermen an der Stamm- oder Astoberseite auf und besteht aus sich verkürzenden Zellen, wohingegen Druckholz nur bei Gymnospermen vorkommt und durch Verlängerung seiner Zellen an den Unterseiten wirkt.

Während das axiale (primäre) Längenwachstum des Holzes die Entwicklungsrichtung und Orientierung des Baumes bestimmt, ist für die Stabilität und Festigung vor allem das radiale (sekundäre) Dickenwachstum verantwortlich. Dieses wird vom Kambium gesteuert. Das Kambium ist in seiner Funktion als Wachstumsschicht äußerst leistungsfähig. Es besteht aus in axialer Richtung langgestreckten Zellen, von denen jede nach innen die unterschiedlichsten Holzzellen (das *Xylem*) und nach außen Zellen des Bastes (das *Phloem*) bildet. Aber auch die Initialzellen der sekundären Holzstrahlen entstehen im Kambium durch ungleiches Abteilen neuer Zellstrukturen. Da bei den heute lebenden Bäumen der Zuwachs des Holzes am Stamm

normalerweise sehr viel mächtiger ist als der des Bastes, vergrößert sich mit dem Dickenwachstum auch der Umfang des Kambiums – es muß also tangential wachsen. Dies kann im einfachsten Fall durch radiale Längsteilung der Kambiumzellen erfolgen, geschieht bei unseren heimischen Bäumen jedoch meist durch Querteilung. Die dadurch neu entstandenen Zellen liegen übereinander, schieben sich aber durch einseitiges Wachstum ihrer Spitzen aneinander vorbei und bewirken damit neben einer Verzahnung die tangentiale Erweiterung.

Für die Erklärung des weiteren, mikroskopischen Aufbaus des Holzes ist es notwendig, zwischen Nadel- und Laubbäumen zu unterscheiden. Nadelbäume sind entwicklungsgeschichtlich gesehen älter und „primitiver“ als Laubbäume. Sie haben einen geringeren Wasserbedarf als Laubhölzer und, da sie im allgemeinen ihr Blattwerk im Winter nicht verlieren, auch einen gleichmäßigeren. Dies läßt einen regelmäßigeren Aufbau und die Verwendung von weniger spezialisierten Zellen zu.

2.1.2.1 Aufbau des Nadelholzes

Das Holz (Xylem) der Nadelbäume besteht hauptsächlich aus zwei Zelltypen, den *Tracheiden* und den *Parenchymzellen*, wobei die Tracheiden 90–94% des Nadelholzkörpers ausmachen. Abbildung 2-4 zeigt links einen Teil eines Querschnitts einer Schwarzkiefer und rechts den schematischen Aufbau des Nadelholzes, der nachfolgend beschrieben wird.

Tracheiden sind langgestreckte Zellen mit (z. T. spiralig) versteiften Wänden. Sie nehmen sowohl die Festigungs- als auch die Leitungsfunktion wahr und lassen sich in Frühholz-, Spätholz- und Holzstrahltracheiden unterteilen. Dabei sind die Frühholz- und Holzstrahltracheiden besonders an die Leitungsfunktion angepaßt. Sie sind dünnwandig und weitlumig und besitzen vor allem an ihren Stirnseiten viele, vorwiegend *behöfte Tüpfel*. *Hoftüpfel* kann man sich als Ventile vorstellen, die abhängig vom osmotischen Druck die Durchlässigkeit der Zellwände für Flüssigkeiten regulieren. Während *einfache Tüpfel* Kanäle durch die Zellwände sind, die in ihrer Mitte eine semipermeable Membran aus Mittellamelle und Primärwand (s. u.)

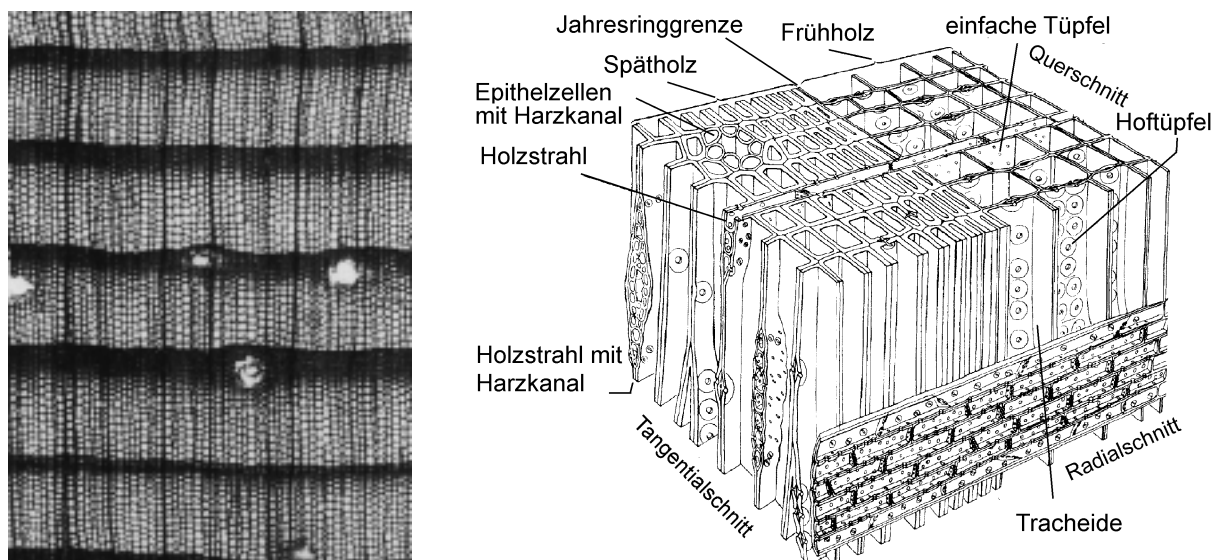


Abbildung 2-4: Ausschnitt eines Querschnitts einer Schwarzkiefer (links, [21]) und schematischer Aufbau von Nadelholz (rechts) nach [8, 22].

besitzen, weisen Hoftüpfel ein wasserundurchlässiges Scheibchen (Torus) in der Mitte der Membran auf, das die Pore verschließen kann. Bei der Verkernung der Nadelhölzer werden die Scheiben gegen die Tüpfelöffnungen gesaugt und dort durch Ausscheidungen wie Harz verklebt. Dadurch werden die Tracheiden verschlossen. Im Splintholz ermöglichen die Tüpfel die Wasser- und Nährsalzleitung in alle Richtungen. Treibende Kraft ist hierbei der Transpirationsstrom, den die Blätter durch Verdunstung hervorrufen. Er kann bei Nadelbäumen bis maximal 1,2–1,4 Meter pro Stunde betragen. Die Festigungsfunktion wird im Nadelholz vorwiegend von den Spätholztracheiden erfüllt. Dazu sind diese dickwandig und entsprechend englumig.

Die Entstehung der Tracheiden beginnt im Kambium durch Teilung einer Kambiumzelle. Dadurch ist zunächst nur das *Protoplasma* und eine äußere Zellwand, die *Mittellamelle* (ML) vorhanden. Diese besteht aus einer wasserhaltigen Matrix, in der strukturlos Hemizellulosen und Protopektine eingelagert sind. Der weitere Aufbau der Tracheidenwände erfolgt durch das Protoplasma. Es bildet zuerst die *Primärwand* (P) aus einer Matrix mit ca. 10% richtungslos verteilten Zellulose-Mikrofibrillen als Gerüstsubstanz. Anschließend wird die mächtige *Sekundärwand* aufgebaut. Sie besteht zu etwa 90% aus Zellulose und läßt sich wiederum in zwei bzw. drei Schichten unterteilen. Die *S1-Schicht* ist relativ dünn mit einer Neigung der parallelen Fibrillen zur Zellachse von 50° bis 70° . Die *S2-Schicht* ist wesentlich dicker und weist Fibrillenwinkel von 10° bis 30° auf [16]. Nach SELL und ZIMMERMANN [23] sind in dieser Schicht auch radiale Strukturen erkennbar (vgl. Abbildung 2-5). Die *S3-Schicht* ist ähnlich wie die S1-Schicht aufgebaut mit Fibrillenwinkeln von 60° bis 90° und wird oft als *Tertiärwand* bezeichnet. Sie bildet den Abschluß der Tracheidenwand nach innen, wenn nicht noch zusätzlich eine *Warzenschicht* (W) gebildet wird. Durch den hohen Zelluloseanteil und die schraubenförmige Anordnung der Fibrillen ist die Sekundärwand sehr zugelastisch. Die Einlagerung von Lignin (= Holzstoff) in die interfibrillären Räume dagegen macht sie sehr steif und druckfest. Bei Druckholztracheiden fehlt die S3-Schicht, und in der S2-Schicht ist deutlich mehr Lignin zu finden als in normalen Zellen [16].

Nach Fertigstellung der Tracheidenwände stirbt das Protoplasma im allgemeinen ab. Tracheiden sind bei Aufnahme ihrer Funktion also tote Zellen.

Die Speicherfunktion wird bei Nadelhölzern von *Parenchymzellen* wahrgenommen. Dies sind lebende Zellen, die sich bei den heimischen Nadelbäumen vorwiegend in den Holzstrahlen befinden. Sie sind ähnlich aufgebaut wie die Tracheiden. Bei heterogenen Holzstrahlen treten sowohl Parenchym- als auch an ihrer Ober- und Unterseite Tracheidenzellen auf.

Neben den Parenchymzellen gibt es noch parenchymatische Exkretzellen, die *Epithelzellen*. Sie leben ebenfalls und produzieren und speichern Harz. Durch die Auskleidung interzellularer Räume bilden sie Harzkanäle (bei der Weißtanne nur um Wunden). Das Harz dient dem Wundverschluß und wirkt gegen Insekten, Pilze und Bakterien.

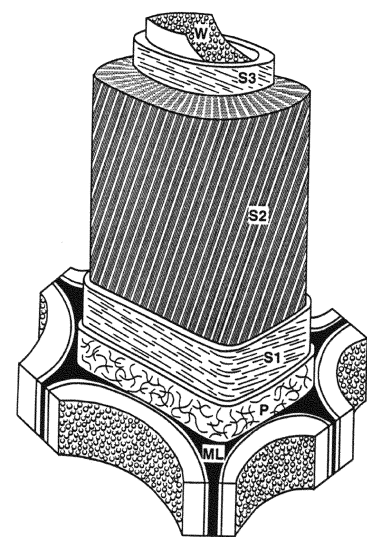


Abbildung 2-5: Zellmodell einer Tracheide nach [23].

2.1.2.2 Aufbau des Laubholzes

Laubbäume sind moderner als Nadelbäume. Für ihr Holz bedeutet das, daß die zu bewältigenden Aufgaben zur besseren Funktionsanpassung auf mehrere unterschiedliche Zellarten verteilt werden. Den augenfälligsten Unterschied zum Nadelholz stellen dabei die Gefäße oder *Tracheen* dar. Sie dienen der Wasserleitung und haben dementsprechend große Durchmesser und dünne Zellwände. Ihr Anteil am Holzvolumen beträgt zwischen 2% und 65%. Gefäßzellen sind nach oben und unten offen, d. h. entweder einfach, netz- oder leiterförmig durchbrochen. Die Länge der Gefäße kann so durchaus mehrere Meter oder sogar die Länge des gesamten Holzkörpers erreichen. Tüpfel finden sich nur an ihren Seitenwänden und ermöglichen auch bei den Laubbäumen die Wasserleitung in alle Richtungen. Wie die Tracheiden sind auch Tracheen während der Ausübung ihrer Wasserleitfunktion tot. Im Querschnitt erscheinen sie als Poren. Beträgt ihr Durchmesser mehr als 100 µm, so spricht man von makroporen Gefäßen, ist er kleiner, von mikroporen. Abhängig von der Anordnung der Gefäßzellen innerhalb eines Jahresringes lassen sich Laubbäume in *ringporige* (z. B. Eichen und Eschen) und *zerstreutporige* (z. B. Pappeln und Ahorn) Hölzer einteilen. Ringporig bedeutet, daß die Gefäße des Frühholzes makropor und die des Spätholzes mikropor sind und es einen deutlichen Sprung zwischen diesen beiden Bereichen gibt. Das Verhältnis ist meist größer als 10:1. Zerstreutporige Hölzer dagegen weisen entweder keine Unterschiede zwischen den Früh- und Spätholzgefäßen auf, oder es besteht ein allmählicher Übergang. Hier wird auch oft der Begriff halbringporig verwendet [16]. Abbildung 2-6 zeigt Querschnitte von zerstreutporigem (links) und ringporigem (rechts) Holz. Die Wasserleitung durch Gefäße erfolgt bei ringporigen Hölzern schneller als bei zerstreutporigen und erreicht eine Geschwindigkeit von bis zu 44 Metern pro Stunde [24].

In Abbildung 2-7 ist der schematische Aufbau der Laubhölzer zu sehen. Das Grundgewebe besteht aus meist toten *Holz-* oder *Libriformfasern* und dient der Festigung, bei lebenden Holzfasern auch der Speicherung. Die Wände der Holzfasern und auch der Gefäße sind aufgebaut wie die der Tracheiden, Holzfasern besitzen aber keine Wasserleitfunktion. Zugholzfasern

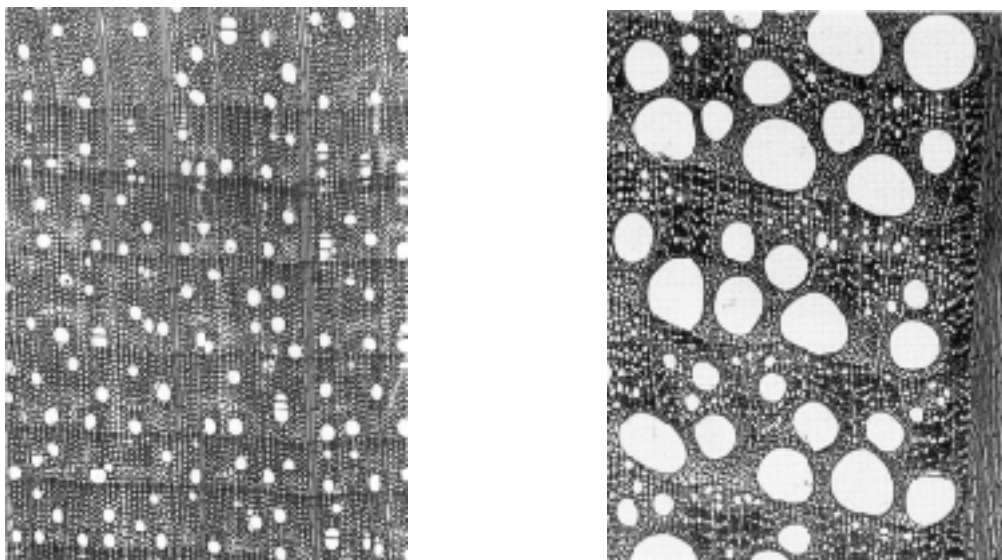


Abbildung 2-6: Ausschnitte von Querschnitten von Ahorn (links) und Eiche (rechts) [21].

weisen zusätzlich eine *gelatinöse Schicht* (G-Schicht) auf, die anstelle der S2- oder S3-Schicht oder erst danach gebildet wird [16]. Zwischen den Holzfasern finden sich auch *Fasertracheiden*, eine Mischform aus Holzfasern und Tracheiden, die auch das Grundgewebe bilden können. Bei manchen Angiospermen sind zusätzlich Tracheidenzellen vorhanden. In den Holzstrahlen und inmitten der Holzfasern sind Parenchymzellen zu finden. Sie dienen der Nährstoffspeicherung und bilden vor allem um makropore Gefäße *accessorische* Gewebe. Bei fehlender Transpiration, z. B. vor dem Laubaustrieb, können sie durch osmotische Vorgänge Überdruck in den Gefäßen erzeugen und dadurch aktiv eine Flüssigkeitsverschiebung nach oben bewirken. (Sogenannte *CASPARY-Bänder* in der Wurzel-Endodermis verhindern den Wasseraustritt an den Wurzeln und damit eine Flüssigkeitsverschiebung nach unten.) Im Kernholz bilden die Parenchymzellen vor allem bei ringporigen Bäumen oft Ausstülpungen durch die Tüpfel in die Gefäße (sogenannte *Thyllen*) und verschließen diese damit luftdicht.

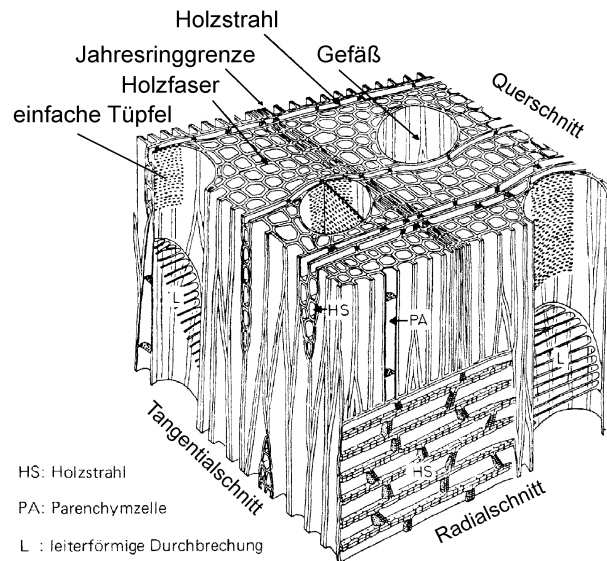


Abbildung 2-7: Schematischer Aufbau von Laubholz (nach [21]).

2.1.3 Anatomie und Funktionen des Wurzelholzes

Das Wurzelsystem hat drei Aufgaben zu erfüllen:

- Verankerung des Baumes im Boden,
- Aufnahme von Wasser und Nährsalzen und
- Speicherung organischer Reservestoffe.

Die horizontale Erstreckung des Wurzelwerkes eines Baumes ist im allgemeinen größer als die der Baumkrone. Seine Masse beträgt ein Drittel bis die Hälfte des gesamten Baumes [24].

Abhängig von der Verteilung der Starkwurzeln in der Erde lassen sich *Herzwurzeln*, *Pfahlwurzeln* und *Senker-* oder *Flachwurzeln* unterscheiden (vgl. Abbildung 2-8). Herzwurzeln (z. B. bei Lärche und Birke) haben keine führende, vertikale Hauptwurzel, dafür mehrere kräftige, schräg verlaufende Wurzeln. Das Pfahlwurzelsystem ist durch eine tief reichende Hauptwurzel (z. B. bei Eiche und Weißtanne) charakterisiert, und das Senkerwurzelsystem besteht aus flach verlaufenden Hauptseitenwurzeln mit mehr oder weniger senkrecht nach unten abgehenden *Senkern* (z. B. bei Fichten und Eschen). Pfahlwurzeln können bis zu 3 m, beim Jarrahbaum sogar 10 m tief in die Erde reichen [34]. Jeweils zwischen den Hauptwurzeln finden sich feine und feinste Wurzeln, die einen innigen Kontakt mit dem Boden gewährleisten. Unsere heimischen Baumarten haben in jungen Jahren ein Pfahlwurzelsystem, das sich erst mit zunehmendem Alter zu einer der typischen Formen weiterentwickelt. Die Wurzelform ist neben der genetisch vorbestimmten Ausprägung auch sehr von der Bodenbeschaffenheit und vom Grundwasserspiegel abhängig. Außerdem haben sich die Bäume auch bezüglich ihres Standorts

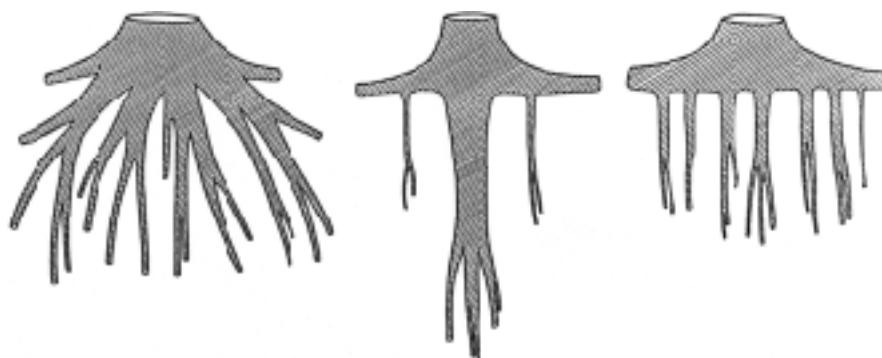


Abbildung 2-8: Die drei Grundtypen von Wurzelsystemen [25]: Herzwurzelssystem, Pfahlwurzelssystem, Senkerwurzelssystem (v. l.).

auf bestimmte Bodenarten mit einem zum Teil in engen Grenzen festgelegten Gehalt an Mineral-salzen, Wasser und Sauerstoff spezialisiert. So wachsen Pappeln und Weiden z. B. häufig auf tonigen Schwemmböden, die manchmal wochenlang überflutet sind, während Fichten sehr empfindlich gegen Sauerstoffmangel sind und daher trockene Böden bevorzugen.

Im primären Aufbau, also der Entstehung, ist das Wurzelholz vom Stammholz verschieden. Da für das Verständnis der mechanischen Wirkungsweise einer Wurzel auch ihr primärer Bau wichtig ist, wird dieser nachfolgend kurz erklärt.

In Abbildung 2-9 ist die Spitze einer jungen Wurzel zu sehen [26]. Im Bereich A findet das primäre Längenwachstum und damit das Fortschreiten der Wurzel im Erdreich statt. Der Abschnitt B dient der Wasser- und Nährsalzaufnahme. Ab dem Bereich C verholzt die Wurzel zunehmend, und es entstehen Seitenwurzeln, die sich wieder in die Abschnitte A, B und C gliedern lassen. Abbildung 2-10 zeigt im linken Bild den Bereich A im Radialschnitt, das rechte Bild ist ein Querschnitt des Abschnitts B. Die Pfeile stellen den Weg des aufgenommenen

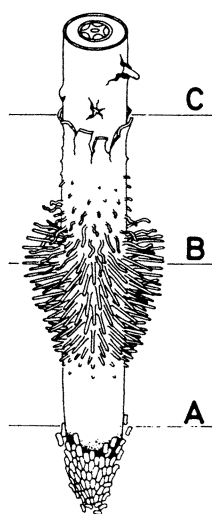


Abbildung 2-9: Die Spitze einer jungen Wurzel (nach [26]).

Wassers dar. Die Wurzelspitze (WSP) ist von einer Wurzelhaube, der *Kalyptra* (KL), umgeben, deren äußerste Zellschichten tot und verschleimt sind, wodurch ein gutes Vorankommen beim Wachstum durch das Erdreich ermöglicht wird. In ihr befinden sich auch die Stärkekörnchen (SK), die im Rahmen der Statolithentheorie bereits erklärt wurden. Gebildet werden die Zellen der Kalyptra vom Kalyp-trogen (KLG). Aus der äußeren, teilungsfähigen Schicht der embryonalen Wurzel, dem Dermatogen (D), entwickelt sich bald die Rhizoder-mis (RHD), die der Aufnahme von Wasser und Nährsalzen dient. Dazu ist eine möglichst große Oberfläche von Vorteil. Diese wird gebildet, indem sich ein Teil der dünnwandigen Rhizodermiszellen ausstülpt und 1 bis 10 mm lange *Wurzelhaare* formt (Bereich B). Die Wurzelhaare leben nur wenige Tage und sind deshalb nur im Bereich der ersten Millimeter oder Zentimeter einer Wurzel zu finden. Sie schmiegen sich eng an die Bodenteilchen an und saugen gegen die osmotische Wirkung der Erde das Wasser auf, das als verdünnte Salzlösung betrachtet werden kann. In den Hohlräumen zwischen den Bodenteilchen, den Kapillaren, befindet sich auch Sauerstoff,

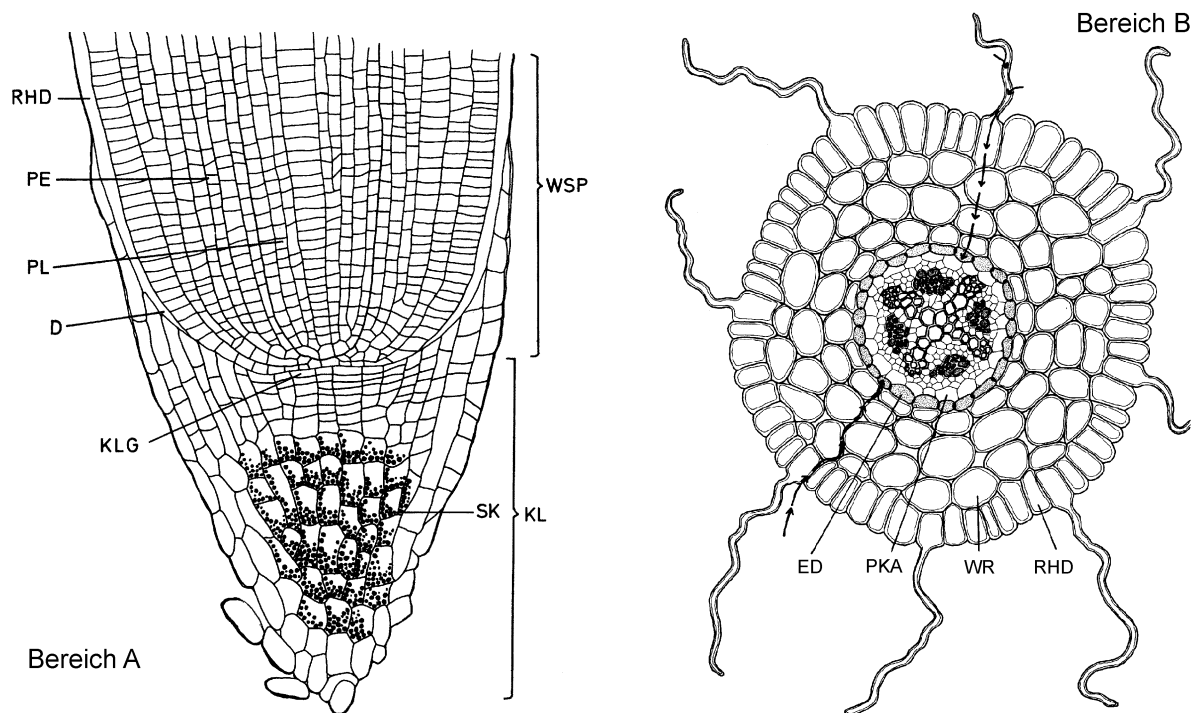


Abbildung 2-10: Spitze einer jungen Wurzel in (A) Radial- und (B) Querschnitt [8].

welchen die Wurzel zur Atmung benötigt. Während das Kapillarwasser leicht aufnehmbar ist, kann das Adsorptionswasser, das an den Erdpartikeln haftet, nur schwer oder bei Ton und Humus gar nicht genutzt werden (vgl. Abschnitt 2.2). Da die Böden in Europa eine Sogwirkung von 2 bis 5 bar haben, müssen die Saughaare der Wurzeln einen Unterdruck von über 5 bar aufbringen können [8]. Das Wasser wird entweder durch die Zellen der Rhizodermis, der Wurzelrinde (WR) und der Endodermis (ED) nach innen geleitet, oder es fließt innerhalb der Zellwände. In den Wänden der Endodermiszellen wirken die schon erwähnten CASPARY-Bänder. Sie stellen Barrieren dar, die den Wasserfluß in die Zellen zwingen und ihn dadurch kontrollierbar machen.

Die Wurzelrinde einschließlich der Endodermis als innerster Schicht entsteht aus dem Periblem (PE), der Zentralzylinder mit dem Leitbündel und dem Perikambium (PKA) entwickelt sich aus dem Plerom (PL). Der eigentliche Holzteil aus Parenchymzellen und Gruppen von Tracheen (nur bei Laubbäumen) und Tracheiden ist strahlenförmig angeordnet mit dazwischen liegendem Phloem. Vom Xylem aus wird das aufgenommene Wasser durch den Transpirationsstrom abtransportiert. Die strahlenförmige Bauweise des Xylems eignet sich gut für die Aufnahme von Zugkräften [26]. Im Rahmen des primären Wurzelwachstums muß die umgebende Erde verdrängt werden. Dies erfolgt durch Vergrößerung der Zellen in axialer und radialer Richtung und erst beim sekundären Dickenwachstum auch durch Zellbildung. Die osmotische Wirkung von Zuckermolekülen und anderen Substanzen in Verbindung mit den semipermeablen Zellwänden erzeugt einen Zellinnendruck (*Turgor*). Dieser liegt in freiliegenden Wurzelzellen bei etwa 0,5 MPa [27]. Indirekt wurden bei in ihrer Ausdehnung behinderten Wurzeln aber auch Werte bis 2,5 MPa und darüber gemessen [28]. Wird die Wurzelspitze in ihrem primären Längenwachstum behindert, so resultiert dies in verstärktem Dickenwachstum, das durch eine Keilwirkung wiederum die axiale Expansion erleichtert [29]. (Bei der Frage, ob mechanische Wider-

stände beim Wachstum zu einer Erhöhung des Zellinnendrucks führen und auf welche Weise dies geschehen kann, wird die Bildung des Gases Äthylen in der Wurzelspitze diskutiert [30].)

Nährsalze werden oft durch eine Symbiose mit Wurzelpilzen (Mykorrhiza) aufgeschlossen. Die Pilzhyphen ersetzen dabei die abgestorbenen Wurzelhaare. Es werden aber nur Nährsalze (Mineralien) und keine Energie freisetzenen Nährstoffe bereitgestellt. Bäume erhalten ihre Nahrung nicht aus dem Boden [34].

Seitenwurzeln und Senker entstehen aus dem Perikambium erst ab dem in Abbildung 2-9 skizzierten Bereich C. Für das sekundäre Dickenwachstum der Wurzeln muß ein Kambium gebildet werden. Dies entsteht zuerst sternförmig zwischen den Zellen des Xylems und des Phloems und wird dann ringförmig wie im Stamm. Der Anteil des Holzes am Gesamtvolumen nimmt dann zu, während der Anteil der Rinde zurückgeht und an Bedeutung verliert.

Der weitere, sekundäre Aufbau der Wurzeln ist prinzipiell gleich wie beim Stamm (vgl. Abbildung 2-3). Dennoch gibt es auch hier einige anatomische Unterschiede.

Wurzeln besitzen kein Mark, und die Jahresringe sind nur schwach bis gar nicht mehr erkennbar. Die Gefäße sind auch bei den Wurzeln ringporiger Laubhölzer gleichmäßig über die Jahresringe verteilt. Bei horizontalen Laubbaumwurzeln sind vor allem an feuchten Standorten die Gefäße und accessorischen Gewebe häufig stark entwickelt, und das Holz wirkt poröser als im Stamm. Manchmal treten die Gefäße aber auch zahlen- und flächenmäßig zurück [31]. Bei tief reichenden Wurzeln dagegen nimmt der Anteil an Holzfasern und Speicherparenchym zu. Auch die Faserlängen nehmen in den Wurzeln zu. Bei Laubbaumarten, die im Stamm einheitlich gebaute Holzstrahlen besitzen, werden die Holzstrahlhöhe, -breite und -fläche in der Wurzel größer. Sind im Stammholz dagegen unterschiedlich große Holzstrahlen zu finden, so können die großen Strahlen in der Wurzel kleiner werden oder breite Fusionsstrahlen sich zunehmend in Einzelstrahlen aufteilen [32].

Verkernung tritt in Wurzeln nur selten auf, und auch Reaktionsholz ist nicht häufig zu finden. Von den heimischen Angiospermen bilden hauptsächlich Robinien, Weiden und Ulmen auch in den Wurzeln Zugholz [33]. Seitenwurzeln entstehen *endogen*, also im Innern der Wurzel, im Gegensatz zu Ästen, die *exogen* (außen) gebildet werden. Die neuen Wurzeln müssen deshalb die Rinde durchbrechen [26]. Die weitere Entwicklung erfolgt aber analog zu den Ästen, weshalb die Anbindung von verholzten Wurzeln an größere Wurzeln der Anbindung von Ästen an den Stamm sehr ähnlich ist. An der Stammbasis befindet sich eine anatomische Übergangszone zwischen Wurzel- und Stammgeweben [34].

2.2 Grundzüge der Bodenmechanik

2.2.1 Allgemeines

Wurzeln durchdringen durch ihr Wachstum die sie umgebende Erde und bilden mit ihr einen engen Verbund. Sie verändern damit bereichsweise die Zusammensetzung des Bodens und beeinflussen auch sein Versagensverhalten, wie in Abschnitt 2.3 noch näher erläutert wird. Da sich das Material *Erde* in seinen mechanischen Eigenschaften von gängigen Konstruktionswerkstoffen unterscheidet, werden im folgenden die Grundzüge der Bodenmechanik vorgestellt.

Die Bezeichnungen *Boden* und *Erde* werden in der Bodenmechanik in verschiedenen Zusammenhängen verwendet: Sie können einerseits Materialien und andererseits Körper charakterisieren. Um Mißverständnisse auszuschließen wird das Material deshalb *Erdstoff* genannt, während man einen Körper als *Erdkörper* bezeichnet. Erdstoff ist porös und entsteht durch Verwitterung von Fels in kleine Stücke. Zwischen den *Bodenteilchen* befindet sich *Porenwasser* und *Porenluft*. Die Bodenteilchen werden hauptsächlich in Körner und winzige, mit dem optischen Mikroskop nicht mehr erkennbare Plättchen unterteilt. Ausschließlich aus Körnern bestehende Erdstoffe bezeichnet man als *körnig*, während *tonige* Erdstoffe außerdem Plättchen enthalten. Da es zwischen diesen beiden Zuständen einen kontinuierlichen Übergang gibt, werden Erdstoffe auch oft nach ihren Korngrößen bzw. deren Gewichtsanteilen am Gesamtgewicht des Bodens klassifiziert. Man verwendet dabei die Begriffe Ton, Schluff, Sand, Kies und Steine. Die mechanischen Eigenschaften eines Erdstoffes werden außerdem durch verschiedene organische Beimengungen, Mineralien und Reste von Kalkalgen bestimmt. Das Porenwasser haftet durch elektrostatische Kräfte (Adhäsion) an den Bodenteilchen, die entstehenden Kapillareffekte erzeugen einen Unterdruck. In Ton ist die Existenz von Kapillarwasser wegen der geringen Ausmaße der Bodenteilchen umstritten [35].

Unter der *Wichte* γ eines Erdstoffes versteht man die Gewichtskraft pro Volumeneinheit (in N/m^3 bzw. kN/m^3). Da körnige Erdstoffe immer einen gewissen Porenanteil aufweisen, bezeichnet man als Kornwichte γ_s das Gewicht der Körner bezogen auf ihr Volumen. Die Trockenwichte γ_d ist bei körnigen Erdstoffen das Gewicht ohne Porenwasser (also in trockenem Zustand) pro Gesamtvolumen und die Sättigungswichte γ_r ist bei Ton definiert als Gewichtskraft pro Volumeneinheit in gesättigtem Zustand. Tabelle 2-1 zeigt typische Werte für die Wichten unterschiedlicher Erdstoffe.

2.2.2 Das Verhalten von Erdstoffen bei mechanischer Belastung

Die Vorgänge bei mechanischer Belastung von Erdstoffen lassen sich nicht ohne weiteres mit den Werkzeugen der klassischen Elastizitäts- und Plastizitätstheorien beschreiben. Dies liegt

Erdstoffe	γ_s [kN/m^3]	γ_d [kN/m^3]	γ_r [kN/m^3]
Grobkies	26–27	16–19	x
Kiessand	26,5	16–20	x
Sand	26,5	15–17	x
Schluff	26–28	16–20	x
Ton, gesättigt, weichplastisch	27–28	x	15–17
Ton, steifplastisch	27–28	x	17–19
Ton, halbfest	27–28	x	19–21

Tabelle 2-1: Typische Werte von Kornwichten, Trockenwichten und Wichten bei Sättigung (nach [35]).

zum einen daran, daß das Verhalten von Erdstoffen von der Art und Größe ihrer Belastung abhängt und sich zum anderen unterschiedliche Erdstoffe z. T. erheblich voneinander unterscheiden. Während z. B. körnige Böden wie Kies oder trockener Sand keine Zugkräfte aufnehmen können, erlauben tonige Böden durchaus zügige Beanspruchung. Auch echte Elastizität gibt es bei Erdstoffen nicht, da sich bei mechanischer Belastung die *Porenzahl* e (das Verhältnis von Porenvolumen zu Kornvolumen) ändert und sich die Plättchen im sie umgebenden Porenwasser bleibend verschieben. Teile der Porenluft und des Porenwassers werden in weniger belastete Bereiche gedrängt. Deshalb spielt auch die Geschwindigkeit, mit der eine Last aufgebracht wird, eine Rolle.

Auf einen Erdkörper wirkende Kräfte verteilen sich zunächst auf dessen Korngerüst und das Porenwasser. Näherungsweise läßt sich die totale Spannung σ definieren als:

$$\sigma = \sigma' + u. \quad (2.1)$$

Hierin ist σ' die *wirksame Spannung* und u der *Porenwasserdruck*. Unter der wirksamen Spannung versteht man die auf die Bodenteilchen einwirkende Spannung, die für die Zusammendrückung und Scherung maßgeblich ist. Der Porenwasserdruck ist bei gleichmäßiger Erhöhung für die Verformung des Erdstoffes unbedeutend. Deshalb werden für bodenmechanische Berechnungen hauptsächlich wirksame Spannungen verwendet. Auf die Unterscheidung zwischen σ und σ' wird im folgenden verzichtet. Außerdem kann der Porenwasserdruck in vielen Fällen durch die leichte Verdrängbarkeit des Wassers in guter Näherung als null angenommen werden [35]. Es ist in der Bodenmechanik üblich, Druckspannungen als positive Werte anzugeben.

Neben den grundlegenden Problemen bei der Definition der Erdelastizität sind auch die Versuche zur Bestimmung von Elastizitätskenngrößen durch Störungen bei der Entnahme und beim Einbau des Bodens in die Meßapparatur sehr fehlerbehaftet. Es werden vorwiegend Kompressionsversuche mit Erstbelastungen durchgeführt (vgl. Abbildung 2-11). Dabei läßt sich der *Steifemodul* E_s analog dem Elastizitätsmodul bei einachsiger Belastung definieren als die Tangentenneigung der Verbindungskurve der einzelnen Meßpunkte:

$$E_s := \frac{d\sigma}{d\varepsilon}. \quad (2.2)$$

E_s steigt mit zunehmender Belastung an und ist nur abschnittsweise definiert. Erdstoffe werden durch Zusammendrückung und Verdichtung steifer. Auch ist nach der Entlastung die Erdsteife höher als vorher. Strenggenommen erfordert die Gültigkeit von E_s als Werkstoffkennwert stets die Angabe der Lastgeschichte und des herrschenden Spannungsniveaus. Da in dieser Arbeit die absolute Steifigkeit der Erde eine untergeordnete Rolle spielt und ihre Werte bei den Finite-Elemente-Rechnungen in einem festgelegten Rahmen variiert werden, welcher auch die Gültigkeit der bodenmechanischen Gesetze beeinflußt (s. Abschnitt 2.4.4), wird sie äquivalent dem E-

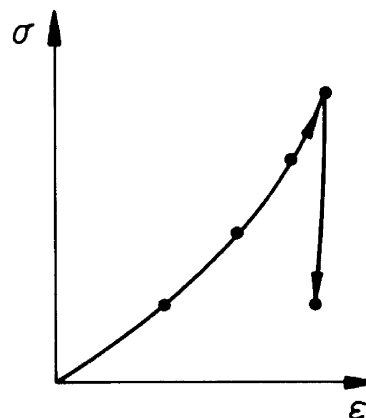


Abbildung 2-11: Typische Spannungs-Dehnungskurve eines Kompressionsversuchs (nach [35]).

Modul verwendet und als konstant angenommen (vgl. [6]). Zwischen dem Steifemodul bei einachsiger Verformung und dem Elastizitätsmodul der linearen Elastizitätstheorie (HOOKESches Gesetz) bei unbehinderter Seitendehnung besteht näherungsweise der Zusammenhang

$$E = \frac{1 - \nu - 2\nu^2}{1 - \nu} \cdot E_s, \quad (2.3)$$

wobei die Querkontraktionszahl ν Werte zwischen 0 und 0,5 annehmen kann [36]. Ausschlaggebend für das Berechnungsverfahren der in Abschnitt 3.1 verwendeten Methode ist nicht die anfängliche Bodensteifigkeit, sondern das Versagensverhalten der Erdstoffe, das hauptsächlich durch die lokalen Scherfestigkeiten bestimmt wird.

2.2.3 Grenzzustände

Die Grenzzustände von Erdstoffen werden durch kinematische und statische Bedingungen bestimmt. Dabei spielen Schubspannungen und durch sie verursachte Scherungen eine entscheidende Rolle. Im einfachsten Fall läßt sich eine Scherung gemäß Abbildung 2-12 beschreiben. Das als Parallelogramm dargestellte Bodenelement mit der Höhe d wird durch Wirkung der Schubspannung τ verzerrt und nimmt entweder wie in Fall a) das gleiche Volumen ein oder erfährt wie in Fall b) eine Volumenvergrößerung. Dabei ändert sich der Winkel γ zur Normalenrichtung, in der die Druckspannung σ wirkt. Bei Volumenzunahme tritt zusätzlich der Aufgleit- oder Dilatanzwinkel ν auf, mit

$$\nu = \arctan \left(\frac{-\Delta s}{\Delta d} \right). \quad (2.4)$$

Bei konstanter Normalspannung und konstanter Schergeschwindigkeit entwickelt sich in Scherversuchen die Schubspannung entlang der Scherstrecke s (bzw. Δs) gemäß den Diagrammen in Abbildung 2-12 unten. Bei einer bestimmten Kombination von Porenzahl und Druckspannung bleibt die Schubspannung bei Proben ohne Volumenzunahme nach Erreichen des Maximalwertes τ_f konstant. τ_f definiert sowohl bei Versuchen ohne (a) als auch mit Volumenvergrößerung (b) die Scherfestigkeit und kennzeichnet den Grenzzustand der Erdstoffe. τ_f wird als Restscherfestigkeit bezeichnet und ist durch die fortschreitende Auflockerung von Böden mit Volumenzunahme in der Regel geringer als τ_f . Trägt man die in Scherversuchen bei unterschiedlichen Drücken gewonnenen Scherfestigkeitswerte über den Normalspannungen auf, so liegen die Meßpunkte bei vielen Erdstoffen recht genau auf einer Geraden, für die sich folgende Gleichung angeben läßt [35]:

$$\tau_f = c + \sigma \tan \varphi. \quad (2.5)$$

Hierin bezeichnet c die *Kohäsion*, die definiert ist als die Scherfestigkeit bei fehlendem Normaldruck. Die Kohäsion entspricht damit der Haftung entlang der Scherflächen. Der Neigungswinkel φ der Geraden wird *Reibungswinkel* genannt und ist ein Maß für die beim Abgleiten zu überwindende Reibung zwischen den einzelnen Erdteilchen. Dieser Winkel φ , also die Abhängigkeit der Scherfestigkeit von den herrschenden Normalspannungen, stellt neben der nicht vorhandenen echten Elastizität den Hauptunterschied zwischen dem Verhalten von Erdstoffen und dem gängiger Konstruktionswerkstoffe dar, bei denen die Scherfestigkeit in der Regel unabhängig von den Normalspannungen ist. Zusammen werden φ und c (bzw. die *wirksamen* Werte φ' und c') als die *Scherparameter* eines Erdstoffes bezeichnet, die Geradenglei-

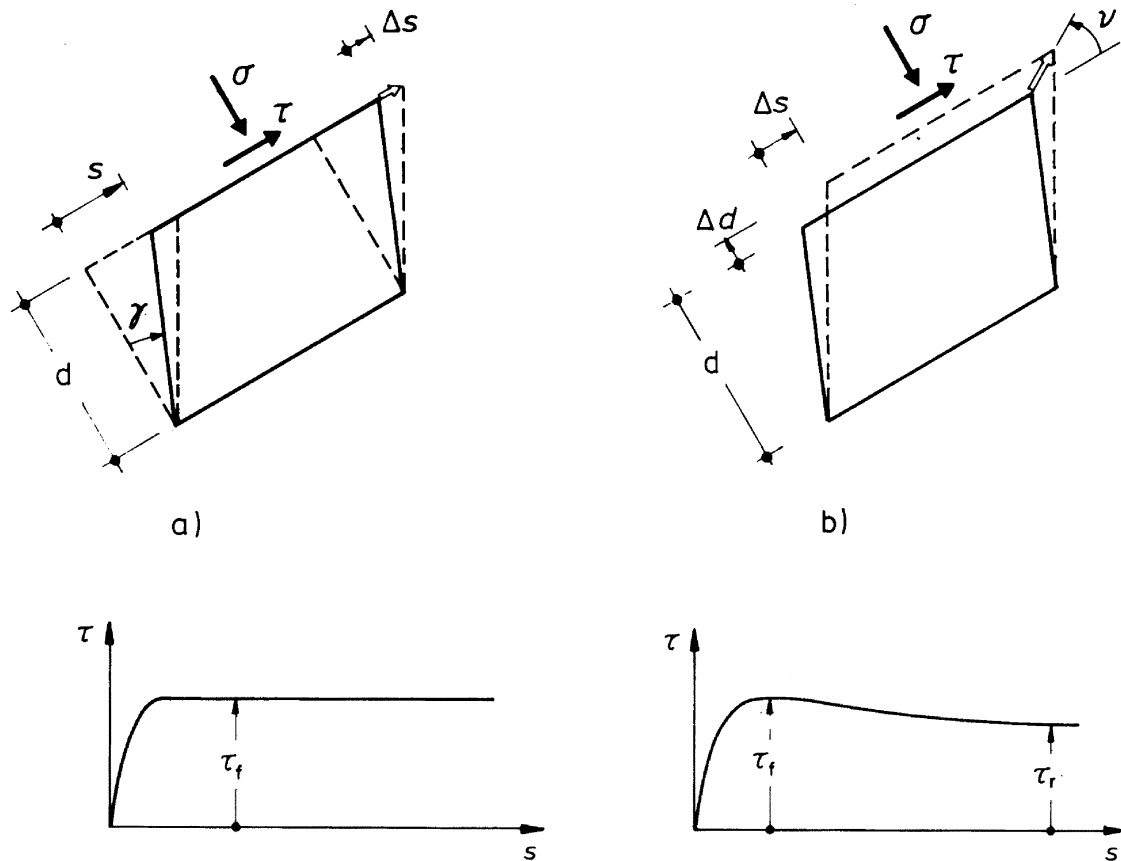


Abbildung 2-12: Einfache Scherung und Schubspannungsentwicklung eines Erdelements ohne (a) und mit (b) Volumenzunahme (nach [35]).

chung ist als COULOMB-Grenzbedingung bekannt. Sandige Böden haben hohe Reibwinkel bei niedrigen Kohäsionswerten, tonhaltige Böden dagegen besitzen kleine Reibwinkel und hohe Kohäsionswerte. Wird ein feinkörniger, gesättigter Tonboden belastet, so kann durch hohe Porenwasserüberdrücke kurzfristig die innere Reibung ganz verschwinden und ein Reibungswinkel von $\varphi = 0^\circ$ gemessen werden [38]. In Tabelle 2-2 sind typische Werte für die Scherparameter unterschiedlicher Böden zusammengestellt.

Bestimmt man statt der Schubfestigkeiten die in Kompressionsversuchen auftretenden Normal-

Bodenart	φ (bzw. φ') [°]	c (bzw. c') [MPa]
Kies, gleichkörnig	34–42	x
Kies-Sand-Feinkornmisch	28–35	0,005–0,015
Sand mit Feinkorn	25–32	0,007–0,025
Schluff, mittel- und ausgeprägt plastisch	25–33	0,007–0,020
Ton, geringplastisch	24–32	0,010–0,035
Ton, mittelpplastisch	20–30	0,015–0,045
Ton, ausgeprägt plastisch	17–27	0,020–0,060

Tabelle 2-2: Scherparameter für unterschiedliche Böden (nach [37]).

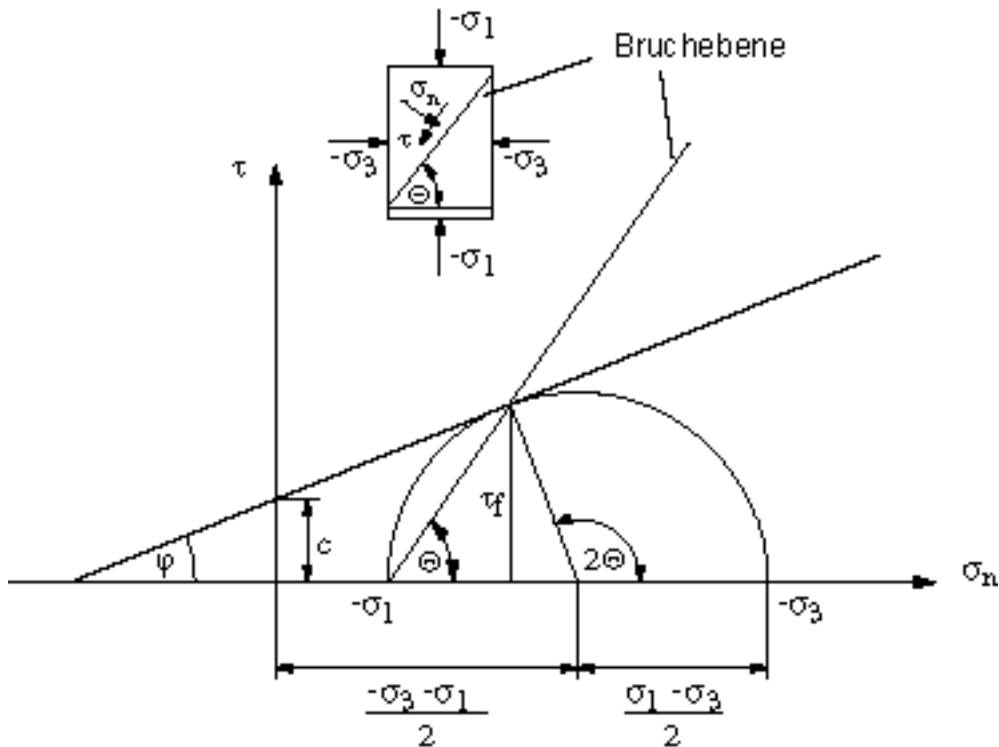


Abbildung 2-13: Mohrscher Spannungskreis für ein Erdelement im Grenzzustand nach dem Mohr-Coulombschen Gesetz mit den Hauptspannungen σ_1 und σ_3 .

bzw. Hauptspannungen und deren Differenzen nach MOHR [39], so erhält man mit der in der Mechanik üblichen Darstellung von Spannungszuständen anhand MOHRscher Spannungskreise für die Grenzzustände MOHRkreise, deren Umhüllende der Geraden der COULOMB-Grenzbedingung gleicht. Nimmt man an, daß die Scherfestigkeiten den Schubspannungswerten in den Berührungspunkten der Geraden mit den jeweiligen Spannungskreisen entsprechen, so läßt sich die mathematische Beschreibung der Grenzzustände erweitern.

Abbildung 2-13 zeigt den Spannungszustand eines Erdelements im so definierten Grenzzustand. Gemäß den Konventionen der Bodenmechanik stellt die positive Abszisse die Druckspannungen dar (σ_n = Normalspannungen). Da für die zu entwickelnden Formeln die Richtlinien der allgemeinen Technischen Mechanik gelten sollen, sind die Spannungswerte mit umgekehrtem Vorzeichen versehen und σ_1 ist die in Zugrichtung größte Spannung, während in der Bodenmechanik die größte Druckspannung mit σ_1 bezeichnet wird. Der Winkel φ ist stets positiv. Einfache geometrische Betrachtungen führen zur verallgemeinerten Form der MOHR-COULOMB-Grenzbedingung:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2c \cos \varphi - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi, \tag{2.6}$$

mit $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$.

Der Sinusterm hat hier aus den genannten Gründen im Gegensatz zu der oft in der Literatur verwendeten Form des MOHR-COULOMBSchen Gesetzes ein negatives Vorzeichen.

Betrachtet man zusätzlich zu den Spannungen auch die Dehnungen und die Verformungsgeschwindigkeiten, so kann diese Grenzbedingung auch als Fließkriterium interpretiert werden [40, 41].

Die MOHR-COULOMB-Grenzbedingung gilt unter der Annahme, daß die mittlere Hauptspannung σ_2 das Versagensverhalten nicht oder nur geringfügig beeinflusst. Die Grenzbedingung läßt sich jedoch auch auf den dreiachsigen Spannungsraum übertragen [6, 40]. Ausgehend von der Fließbedingung ideal plastischer Materialien muß im Grenzzustand eines Erdstoffes eine Invariante des Spannungstensors verschwinden [42]. Da rein hydrostatischer Druck keinen nennenswerten Einfluß auf die plastische Verformung eines Werkstoffes hat und bei Erdstoffen vielfach vom Porenwasser getragen wird, führt man zunächst den *Spannungsdeviator* s_{ij} ein, der durch Subtraktion des hydrostatischen Spannungsanteils vom Spannungstensor σ_{ij} entsteht. Die hydrostatische Spannung ist ein Kugeltensor, welcher der mittleren Normalspannung entspricht [42]. Sie ist definiert als ein Drittel der ersten Invarianten des Spannungstensors.

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} I_1 \delta_{ij} = \begin{bmatrix} s_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & s_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & s_z \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

$$\text{mit } I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$\text{und } \delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases}.$$

Die Fließbedingung muß nun das Verschwinden einer Invarianten des Spannungsdeviators erfüllen. Aus der Definition des Spannungsdeviators ergibt sich zwangsläufig, daß seine erste Invariante J_1 gleich null ist. Die anderen Invarianten J_2 und J_3 ergeben sich zu

$$J_2 = \frac{1}{2} (s_x^2 + s_y^2 + s_z^2) + \tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2 = \bar{\sigma}^2 \quad \text{und} \quad J_3 = \det S = \begin{vmatrix} s_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & s_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & s_z \end{vmatrix} \quad (2.8)$$

oder in der Darstellung als Hauptspannungen

$$J_2 = \frac{1}{2} (s_1^2 + s_2^2 + s_3^2) \quad \text{und} \quad J_3 = \frac{1}{3} (s_1^3 + s_2^3 + s_3^3). \quad (2.9)$$

Die Hauptwerte des Spannungsdeviators erhält man durch Lösung der reduzierten kubischen Gleichung [42]

$$s^3 - J_2 s - J_3 = 0, \quad (2.10)$$

die sich durch Einführung der Substitution

$$s = r \sin \Theta \quad (2.11)$$

schreiben läßt als

$$\sin^3 \Theta - \frac{J_2}{r^2} \sin \Theta - \frac{J_3}{r^3} = 0. \quad (2.12)$$

Ein Koeffizientenvergleich mit dem trigonometrischen Additionstheorem für das Dreifache des Argumentwertes der Sinusfunktion [43]

$$\sin^3 \Theta - \frac{3}{4} \sin \Theta + \frac{1}{4} \sin 3\Theta = 0 \quad (2.13)$$

liefert für die Elemente der Substitution

$$r = \frac{2J_2^{H2}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \bar{\sigma} \quad (2.14)$$

$$\text{und } \Theta = \frac{1}{3} \arcsin \left[-\frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{3/2}} \right], \quad (2.15)$$

$$\text{mit } -\frac{\pi}{6} \leq \Theta \leq \frac{\pi}{6}.$$

Für die Hauptspannungen des Spannungsdeviators erhält man bei negativer Diskriminante von (2.10) die drei reellen Werte

$$\left\{ \begin{matrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{matrix} \right\} = r \left\{ \begin{matrix} \sin \left(\Theta + \frac{2}{3} \pi \right) \\ \sin \Theta \\ \sin \left(\Theta + \frac{4}{3} \pi \right) \end{matrix} \right\}. \quad (2.16)$$

Abbildung 2-14 zeigt die allgemeine Darstellung dieser Lösung für beliebige $n \in Z_0$ und $\psi = -\frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{3/2}}$, normiert auf r .

Um nun diese aus der allgemeinen Plastizitätstheorie gewonnene Beschreibung des beginnenden Fließens in die MOHR-COULOMB-Grenzbedingung für Erdstoffe einsetzen zu können, müssen die Hauptspannungen des Spannungstensors durch die Hauptspannungen des Deviators bzw. dessen Invarianten ausgedrückt werden. Sie ergeben sich aus (2.7) und (2.16) zu

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{2\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} \sin \left(\Theta + \frac{2}{3} \pi \right) + \frac{1}{3} I_1 \\ &= \frac{2J_2^{H2}}{\sqrt{3}} \sin \left(\frac{1}{3} \arcsin \left[-\frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{3/2}} \right] + \frac{2}{3} \pi \right) + \frac{1}{3} I_1, \\ \sigma_2 &= \frac{2\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} \sin \Theta + \frac{1}{3} I_1 \\ &= \frac{2J_2^{H2}}{\sqrt{3}} \sin \left(\frac{1}{3} \arcsin \left[-\frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{3/2}} \right] \right) + \frac{1}{3} I_1, \\ \sigma_3 &= \frac{2\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} \sin \left(\Theta + \frac{4}{3} \pi \right) + \frac{1}{3} I_1 \\ &= \frac{2J_2^{H2}}{\sqrt{3}} \sin \left(\frac{1}{3} \arcsin \left[-\frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{3/2}} \right] + \frac{4}{3} \pi \right) + \frac{1}{3} I_1. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Die Invarianten lassen sich schreiben in der Form

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2] = \frac{1}{3} \sigma_{Mises}^2, \quad (2.18)$$

$$J_3 = \frac{1}{81} \left[(2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3)^3 + (2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3)^3 + (2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2)^3 \right]. \quad (2.19)$$

Durch Einsetzen in die MOHR-COULOMB-Grenzbedingung (2.6) kann nun folgendes verallgemeinerte Fließkriterium mit den Werkstoffkonstanten φ und c formuliert werden:

$$\boxed{\frac{1}{3} I_1 \sin \varphi + \bar{\sigma} \cos \Theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{\sigma} \sin \Theta \sin \varphi - c \cos \varphi = 0}. \quad (2.20)$$

Fließen (und damit Versagen) tritt bei Erdstoffen auf, wenn der durch diese Gleichung beschriebene Spannungszustand erreicht oder überschritten wird. Für $\varphi = 0^\circ$ entspricht die Grenzbedingung dem TRESKA-Kriterium, welches das Fließen eines ideal plastischen Werkstoffes beschreibt. Voraussetzung dabei ist, daß Fließen einsetzt, sobald die größte Hauptschubspannung den stets konstant bleibenden Wert der Scherfestigkeit erreicht, der der Fließspannung bei reinem Schub entspricht [42]. Diese Hauptschubspannung wird nur durch die größte Hauptnormalspannungsdifferenz des Spannungstensors oder -deviators festgelegt, wodurch die allgemeingültige TRESKA-Formel (mit allen Hauptnormalspannungsdifferenzen) im dreiachsigen Spannungsraum nicht an allen Punkten differenzierbar ist. Dem steht das VON MISES-Kriterium gegenüber, das den Beginn des Fließens nicht direkt durch die Hauptschubspannungen definiert, sondern aus der zweiten Invarianten des Spannungsdeviators, in die nach (2.18) alle Hauptspannungsdifferenzen des Spannungstensors bzw. alle Hauptspannungen des Spannungsdeviators gleichwertig eingehen. Dadurch lassen sich die Ableitungen im Hauptspannungsraum überall bestimmen.

Ausgehend vom VON MISES-Kriterium wurde von DRUCKER und PRAGER [44] ein *erweitertes von Mises-Kriterium* für bodenmechanische Probleme vorgeschlagen. Die Fließbedingung

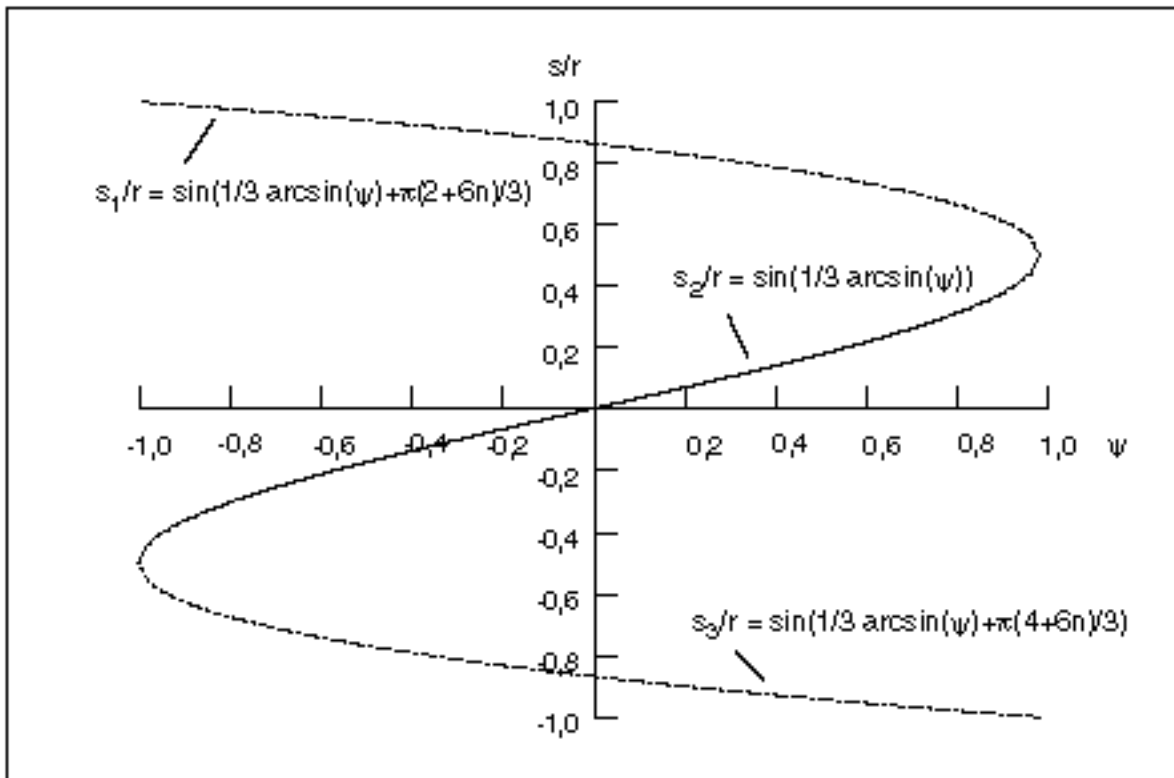


Abbildung 2-14: Die Hauptspannungen des Spannungsdeviators in normierter Darstellung.

ergibt sich dabei aus der Formel

$$\boxed{\alpha I_1 + \bar{\sigma} = k} \quad (2.21)$$

und läßt sich für den ebenen Dehnungszustand auf das MOHR-COULOMBSche Gesetz reduzieren gemäß

$$\boxed{\frac{3}{2}\alpha(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}\sqrt{1-3\alpha^2}(\sigma_1 - \sigma_3) - k = 0}, \quad (2.22)$$

$$\text{mit } \alpha = \frac{\sin\varphi}{\sqrt{9+3\sin^2\varphi}} \text{ und } k = c\sqrt{1-12\alpha^2} = c \cos\varphi\sqrt{1-3\alpha^2}.$$

Auf die Herleitung dieses Versagenskriteriums für Erdstoffe wird hier verzichtet (vgl. [6, 40]). Die Konstanten α und k lassen sich nur unter der Voraussetzung des ebenen Dehnungszustandes aus den Erdparametern bestimmen, weshalb diese Fließbedingung in der vorliegenden Arbeit nur eine untergeordnete Bedeutung besitzt.

2.3 Wurzelverankerungen als natürlicher Faserverbundwerkstoff

Die in der Natur vorkommenden Erdstoffe bilden den Lebensraum für unterschiedlichste Lebewesen. Vor allem die oberflächennahen Bodenschichten sind mehr oder weniger stark von Pflanzenwurzeln durchdrungen. In unmittelbarer Nähe von Bäumen verändert diese biologische Komponente, die hauptsächlich aus Fasern besteht (vgl. Abschnitt 2.1.2), merklich das Versagensverhalten der Erdstoffe. Das MOHR-COULOMBSche Gesetz und die in 2.2.3 beschriebenen Fließbedingungen verlieren dadurch abhängig vom Grad der Durchwurzelung immer mehr ihre Gültigkeit. Da die Wurzeln sich in alle Richtungen verzweigen und vor allem die Feinwurzeln ziemlich regellos im Erdreich verteilt sind, soll der entstehende Verbund aus biologischen Fasern und Erdstoff hier als quasiisotropes Material betrachtet werden.

Wie auch in technischen Faserverbundwerkstoffen ist der Faseranteil im Wurzel-Erde-Verbund vor allem zur Erhöhung der Zug- und der Scherfestigkeit von Bedeutung, während das Material der Matrix maßgeblich die Druckfestigkeit beeinflusst. Erdstoffe bilden in diesem Zusammenhang einen Matrixwerkstoff ganz besonderer Art: Ihr Versagensverhalten wird wie oben beschrieben vorwiegend durch ihre Schubfestigkeit bestimmt, die bei gleichmäßiger Druckbelastung zunimmt. Auch die Steifigkeit steigt mit zunehmendem Druck an. Dagegen werden Schubspannungen in Bereichen, in denen Zugspannungen überwiegen, in mit dem Ansteigen des Zuges geringer werdendem Maße ertragen. Durch das MOHR-COULOMBSche Gesetz hängen also die Festigkeiten nicht nur vom Vorzeichen der Belastungen ab, sondern auch von ihren Beträgen. Erdstoffe benötigen bei mechanischer Belastung dadurch Unterstützung im Zugbereich. Diese kann durch Wurzeln bereitgestellt werden. Wie in den Abschnitten 2.1.2 und 2.1.3 beschrieben wurde, ist der Aufbau des Holzes in Form von Fasern und deren aus Zellulosefibrillen bestehenden Zellwänden sehr gut zur Aufnahme von Zugkräften geeignet. (Die unterschiedliche Lignifizierung der Wandschichten gewährleistet außerdem auch die Steifigkeit und Festigkeit im Druckbereich.) Durch das sekundäre Dickenwachstum der Wurzeln erfolgt auch eine Kompression der sie umgebenden Erde, was wiederum positive Auswirkungen auf die Lastverteilung und Festigkeit im Erdstoff hat.

Untersuchungen zum Einfluß der Durchwurzelung auf das Tragverhalten von Erdstoffen wurden von WALDRON [45] durchgeführt. In Scherversuchen im Labor konnte gezeigt werden, daß sich die Schubfestigkeiten unterschiedlicher Böden mit zunehmendem Durchwurzelungsgrad deutlich erhöhen. Dabei wurde vielfach ein linearer Zusammenhang gefunden zwischen der Scherfestigkeitserhöhung bezüglich eines Referenzbodens ohne Wurzeln und dem Flächenanteil der Wurzelquerschnitte in der Scherebene, was auf Verriegelungseffekte deutet. Die gleichen Ergebnisse wurden auch in Feldversuchen gefunden [46]. Die COULOMB-Grenzbedingung (2.5) konnte bei mäßiger Durchwurzelung dadurch in der Form

$$\tau_f = c + \Delta s + \sigma \tan \varphi \quad (2.23)$$

ausgedrückt werden, worin Δs die Scherfestigkeitserhöhung bei einem bestimmten Durchwurzelungsgrad bedeutet. Während die Erhöhung der Haftung oder des Zusammenhaltes der Erdteilchen (ausgedrückt durch die Kohäsion c) durch die Armierung mit Wurzeln offensichtlich ist, wird ein Einfluß auf den Reibungswinkel nicht angenommen.

Wichtig für den Verbund aus Wurzeln und Erde ist also vor allem die Verbindung zwischen den beiden Materialien. Diese wird einerseits durch Reibung erzeugt, aber auch durch einen gewissen Formschluß, den die Wurzelspitzen mit den Wurzelhaaren bewirken. Auch der gewundene Verlauf der Feinwurzeln zwischen den Erdteilchen und die vielen Verzweigungen sorgen für eine gute Verbindung mit der Erde. Es läßt sich eine *kritische Durchwurzelungsdichte* definieren [47], ab der keine großen Relativbewegungen mehr zwischen Wurzeln und Erde stattfinden und die höhere Steifigkeit und Festigkeit des Holzes im Verbund wirksam wird.

Messungen der Erdbewegungen in unmittelbarer Umgebung von Bäumen, die horizontal bis zum Versagen belastet wurden [47], haben ergeben, daß die für die Verankerung wirksame Wurzelplatte eine gegenüber dem Boden erhöhte Steifigkeit besitzt. Durch die Verjüngung der Wurzeln zu ihrer Spitze hin und die durch fortschreitende Verzweigung kleiner werdenden Wurzelquerschnitte verringert sich der Wurzelanteil pro Erdvolumen exponentiell mit der Entfernung vom Stamm. Dies führt auch zu einer deutlichen Verringerung der Biegesteifigkeit aufgrund der reduzierten Widerstandsmomente.

Es kann davon ausgegangen werden, daß sich sowohl das Versagensverhalten und die Festigkeiten als auch die Steifigkeit der Wurzel-Erde-Verbindung entsprechend dem Anteil der beteiligten Materialien stetig ändern. Bei stärker werdender Durchwurzelung verhält sich der Verbund immer mehr wie das Holz.

2.4 Grundlagen der Bauteiloptimierung

2.4.1 Die Finite-Elemente-Methode (FEM)

2.4.1.1 Allgemeines

Die *Finite-Elemente-Methode* ist ein numerisches Verfahren zur Lösung von Feld- und Eigenwertproblemen und zur rechnerunterstützten Analyse des Beanspruchungszustandes von Bauteilen. Sie wurde etwa 1960 entwickelt und wird mittlerweile in den unterschiedlichsten Bereichen der Physik und der Ingenieurwissenschaften eingesetzt. Vor allem bei Randwertpro-

blemen, also der Lösung von Differentialgleichungen unter Beachtung vorgegebener Randbedingungen, hat sie sich als sehr brauchbares Werkzeug erwiesen [48].

Während bei eindimensionalen Problemen die zugehörigen Gleichungen meist analytisch exakt berechnet werden können, erfordern komplexe, mehrdimensionale Aufgaben den Einsatz von Näherungsverfahren. Dabei spielen vor allem das Differenzenverfahren, die Restgrößen- oder Residuenmethode (Verfahren von GALERKIN) und die Variationsmethode eine Rolle. Aber auch mit diesen Verfahren lassen sich komplizierte Strukturen und aufwendig gestaltete Bauteile nicht beliebig genau berechnen. Erst durch Aufteilung der Geometrien in einfache, *finite* (endliche) *Elemente* lassen sich Teilergebnisse gewinnen, mit denen durch anschließende Kopplung nahezu alle Randwertprobleme des Gesamtsystems gelöst werden können. Dabei werden für jedes Element einer Struktur zunächst Näherungsansätze für die gesuchten Größen abhängig von gewissen freien Parametern so gewählt, daß ein möglichst widerspruchsfreier Kontakt zu den Nachbarelementen besteht. Anschließend werden die Elemente wieder zum Gesamtsystem zusammengefügt und die freien Parameter berechnet [48].

2.4.1.2 Methodik und Rechnungsablauf der FEM

Bedingt durch die Entwicklung und den Ausbau der FEM von Mathematikern und Ingenieuren gibt es unterschiedliche Ansätze zur Lösung der gestellten Aufgaben. Allen gemeinsam ist die Darstellung der Gleichungen in Matrixform, da dies die Beziehungen übersichtlich gestaltet und damit eine Berechnung mittels Computern erst ermöglicht.

Im Bereich der Festkörpermechanik werden mit der FEM vielfach Verschiebungen und Spannungen in mechanisch belasteten Bauteilen auf Grundlage der Elastizitätstheorie bestimmt. Dies erfolgt häufig mit der Verschiebungs- oder Steifigkeitsmethode [49], kann aber auch durch die Kraftmethode oder in gemischter Form (Hybridmethode) geschehen. Es existiert in der Elastizitätstheorie kein allgemeingültiges Lösungsverfahren, weshalb vor allem für Spannungsprobleme bei allen genannten Methoden oft Näherungsverfahren zum Einsatz kommen.

Als erster Schritt erfolgt die *Vernetzung* oder *Diskretisierung*, also die Aufteilung der Struktur in *diskrete* Elemente, die über Knotenpunkte miteinander verknüpft sind. Das Elementenetz sollte in kritischen Bereichen mit großen Gradienten der gesuchten Größen aus relativ vielen, kleinen Elementen bestehen, um eine hohe lokale Auflösung und entsprechend genaue Ergebnisse zu erhalten. In unwichtigen Bauteilbereichen kann zur Reduktion der Rechenzeit ein grobes Elementenetz verwendet werden. Für die Elemente müssen bei statischen Rechnungen folgende physikalische Bedingungen gegeben sein:

- statische Verträglichkeit von Kräften und Spannungen (Gleichgewicht),
- kinematische Verträglichkeit von Verschiebungen und Verzerrungen (Kompatibilität) und
- ein Stoffgesetz mit den Spannungs-Dehnungsbeziehungen [50].

Gesucht sind in der Regel die Verschiebungen (oder auch deren Ableitungen) an den Knotenpunkten, die *Knotenvariablen*, die bezüglich der Nachbarelemente den Stetigkeitsbedingungen genügen müssen. Aus ihnen lassen sich die Verzerrungen und daraus die Spannungen berechnen. Bei Anwendung der Verschiebungsmethode wird versucht, durch geeignete lineare oder quadratische Ansätze für die Verschiebungen, die kinematische Verträglichkeit exakt zu

erfüllen. Danach werden meist durch Näherungsverfahren die nicht befriedigten Bedingungen annähernd erfüllt. (Bei Verwendung der Kraftmethode ist der Ablauf entsprechend umgekehrt.) Diese Vorgehensweise gestattet die Behandlung von sowohl statisch bestimmten als auch unbestimmten Problemen [50].

Die Ansatzfunktionen für die einzelnen Elemente werden so gewählt, daß sie bei Kenntnis der Knotenwerte Aussagen über die Werte im Elementinnern und zwischen den Knoten zulassen und damit ein Kontinuum gewährleisten. Sie sind deshalb Funktionen der Koordinatenmatrix mit Interpolationseigenschaft. Die Verschiebungsansätze werden für jeden Knoten definiert und müssen an den Knotenpunkten die entsprechende Knotenvariable als Ergebnis liefern. Für alle anderen Knoten muß sich der Wert null ergeben. Man führt deshalb für jeden Knoten eine sogenannte *Formfunktion* ein, die Werte von 0 bis 1 annimmt und deren Verlauf dem gewählten Verschiebungsansatz entspricht. Nach Multiplikation mit den Knotenvariablen werden die gestellten Forderungen erfüllt. Durch Addition der so formulierten Ansätze lassen sich nun die Verschiebungsfunktionen für ein ganzes Element (Index e) darstellen als Linearkombination von Formfunktionen mit den Knotenvariablen als Koeffizienten [51]:

$$\mathbf{u}^{(e)} = \sum_{k=1}^n \mathbf{N}_k^{(e)} \mathbf{a}_k^{(e)}, \quad (2.24)$$

$$\text{mit } \mathbf{N}_k(x_i, y_i, z_i) = \begin{cases} 1 & \text{für } i = k \\ 0 & \text{für } i \neq k \end{cases}.$$

Hierin ist n die Anzahl der Knoten, $\mathbf{u}^{(e)}$ der Verschiebungsvektor, $\mathbf{a}_k^{(e)}$ der Vektor der Knotenvariablen, und $\mathbf{N}_k^{(e)}$ bezeichnet die Matrix der Formfunktionen. Geometrische Randbedingungen lassen sich mit diesem Ansatz sehr einfach durch Vorgabe entsprechender Werte für die betreffenden Knotenvariablen berücksichtigen.

In Matrixform ergibt sich durch Superposition aller Elementbeziehungen aus (2.24) für die Gesamtstruktur

$$\mathbf{u} = \tilde{\mathbf{N}} \mathbf{a}, \quad (2.25)$$

worin jetzt \mathbf{u} der Vektor aller Elementverschiebungen ist, \mathbf{a} der Vektor sämtlicher Knotenpunktverschiebungen und $\tilde{\mathbf{N}}$ eine Matrix, die als Untermatrizen alle Formfunktionsmatrizen der einzelnen Elemente enthält. Damit sind die geometrischen Beziehungen in der Gesamtstruktur festgelegt, und die Verschiebungen sind Funktionen der Knotenvariablen.

Es gilt nun, die Werte der Knotenvariablen zu bestimmen, die von der Belastung und von den verwendeten Materialgesetzen abhängen. Zur Erfüllung der noch nicht befriedigten Stetigkeitsbedingungen müssen also Funktionen bzw. Differentialgleichungen für die Knotenvariablen gefunden und für die gegebenen Randbedingungen gelöst werden. In einfachen Fällen gibt es exakte analytische Lösungen, meistens wird aber mit Näherungsverfahren gerechnet. Hierbei gibt es wiederum analytische und numerische Methoden. Während die numerischen Näherungen nur direkte Näherungslösungen, also konkrete *Werte* für die Knotenvariablen liefern, bestehen die analytischen Näherungsverfahren in der Suche nach *Funktionen*, die sich den gesuchten, nicht löslichen Differentialgleichungen möglichst genau annähern und für die sich das Nullstellenproblem lösen läßt. Die Suche nach Näherungsfunktionen kann durch verschie-

dene Ansätze erfolgen (vgl. 2.4.1.1). Im folgenden wird beispielhaft die mathematisch fundierte Variationsmethode kurz erklärt.

Bei der Variationsrechnung werden skalare Größen, sogenannte *Funktionale* Π , in Form von Integralausdrücken gemäß

$$\Pi = \int_{\Omega} F \left(\mathbf{u}, \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x}, \dots \right) d\Omega - \int_{\Gamma} E \left(\mathbf{u}, \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x}, \dots \right) d\Gamma \quad (2.26)$$

dargestellt, mit den bekannten Operatoren F und E und unbekannt Funktionen \mathbf{u} [52]. Die Funktionale können damit als Funktionen unbekannter Funktionen verstanden werden. Die Lösung von Variationsproblemen besteht in der Bestimmung einer Funktion \mathbf{u} , die das Funktional in Bezug auf kleine Veränderungen $\delta \mathbf{u}$ stationär macht, d. h.

$$\delta \Pi = 0. \quad (2.27)$$

Es ist also eine Extremwertaufgabe bezüglich aller in \mathbf{u} enthaltenen Parameter abhängig vom Grad der geforderten Stetigkeit zu lösen. Durch Einsetzen von (2.24) in (2.26) erhält man bei einfacher Stetigkeit (C_0 -Stetigkeit) damit für die gesuchten Elementverschiebungen die Bedingung

$$\frac{\partial \Pi^{(e)}}{\partial \mathbf{a}^{(e)}} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \Pi^{(e)}}{\partial \mathbf{a}_1^{(e)}} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial \Pi^{(e)}}{\partial \mathbf{a}_n^{(e)}} \end{array} \right\} = 0. \quad (2.28)$$

In Fällen, in denen ein solches Extremalprinzip zur Verfügung steht, lassen sich stets Näherungslösungen finden. Diese Vorgehensweise beruht auf Verfahren von RAYLEIGH [53] und RITZ [54], die hier auf Teilbereiche angewendet werden. Für den Einsatz der Variationsmethode im Rahmen der FEM bedarf es nun geeigneter integraler Funktionen der Knotenvariablen. Diese lassen sich u. a. durch das *Prinzip der virtuellen Arbeit*, das *Prinzip des Minimums der gesamten potentiellen Energie* oder das *Minimalprinzip der komplementären Energie* formulieren. Die genannten Prinzipien sind äquivalent und beruhen nicht auf der Energieerhaltung. Sie gelten unabhängig vom Materialgesetz für kleine Verschiebungen und führen auf Gebiets- (Ω) und Randintegrale (Γ). Für die gesuchten Verschiebungsfunktionen erhält man damit bei Aufgaben der linear-elastischen Statik quadratische Funktionale, deren Ableitungen die lineare Form

$$\frac{\partial \Pi^{(e)}}{\partial \mathbf{a}^{(e)}} \equiv \mathbf{k}^{(e)} \mathbf{a}^{(e)} - \mathbf{f}^{(e)} = 0 \quad (2.29)$$

besitzen, oder formuliert für die Gesamtstruktur

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{a}} \equiv \mathbf{K} \mathbf{a} - \mathbf{F} = 0. \quad (2.30)$$

Es bedeuten: $\mathbf{k}^{(e)}$ = Elementsteifigkeitsmatrix, entsprechend \mathbf{K} = Gesamtsteifigkeitsmatrix und $\mathbf{f}^{(e)}$ = Elementbelastungsvektor bzw. \mathbf{F} = Lastvektor der Gesamtstruktur. In die Steifigkeits-

matrizen gehen die Formfunktionen und die Materialgesetze ein. Durch Auflösen nach \mathbf{a} können jetzt die Knotenvariablen bestimmt werden:

$$\mathbf{a} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F}. \quad (2.31)$$

Die Gleichgewichtsbedingungen sind dabei für die einzelnen Elemente und die Gesamtstruktur erfüllt, können an einzelnen Knoten aber durch die Verwendung von Näherungsprinzipien verletzt sein.

Bei allgemeineren Problemstellungen, für die sich keine quadratischen Funktionale finden lassen, sowie bei geometrischen, materiellen oder stofflichen Nichtlinearitäten entstehen nicht-lineare Gleichungssysteme, die iterativ gelöst werden müssen. Auch die Berücksichtigung großer Deformationen verlangt die Unterteilung der Rechnung in sogenannte *Inkrement*e, in denen lineare Beziehungen unterstellt werden. Ersetzt man die Steifigkeitsmatrix durch eine Tangentensteifigkeitsmatrix, so kann mit Hilfe eines erweiterten NEWTON-Verfahrens, der NEWTON-RAPHSON-Methode, das mehrdimensionale Nullstellenproblem gelöst werden [55].

In Fällen, in denen sich keine Extremalprinzipien formulieren lassen, wird häufig die *Methode der gewichteten Residuen* nach einem Verfahren von GALERKIN angewendet. Die Methode liefert Ergebnisse für einen weit größeren Problembereich als die Variationsmethode und wird deshalb oft alternativ zu ihr benutzt. Der Grundgedanke besteht darin, die gesuchte Funktion \mathbf{u} durch geeignet gewählte Funktionen so anzunähern, daß sie alle homogenen und inhomogenen Randbedingungen erfüllt. Nach Einsetzen von \mathbf{u} in die Differentialgleichung wird diese nur in den wenigsten Fällen erfüllt sein, und es ergibt sich ein sogenanntes *Residuum*. Verschwindet das mit gewissen Funktionen gewichtete Integral dieses Residuums im Grundgebiet, so sind die Stetigkeitsbedingungen analog zur Variationsmethode im Mittel erfüllt, und die Knotenvariablen lassen sich bestimmen [51].

2.4.2 Die CAO-Methode

Mit der beschriebenen Methode der finiten Elemente ist es möglich, bei Kenntnis der Belastung und der Randbedingungen für nahezu jedes Bauteil die Verteilung der Spannungen in seinem Innern und entlang seiner Oberflächen zu bestimmen. Dies hilft dem Konstrukteur, besonders beanspruchte Bereiche vor allem an der Bauteiloberfläche zu finden und diese Sollbruchstellen zu beseitigen. In der Regel geschieht dies durch eine stärkere Dimensionierung im Gebiet der kritischen Stellen oder speziell bei konstruktiven Kerben durch die Verwendung von größeren Radien. Diese Vorgehensweise führt häufig zu schweren, insgesamt überdimensionierten Bauteilen, und der Erfolg hängt stark von der Erfahrung des Anwenders ab. Die Kenntnis der genauen Verteilung der Belastungen in den untersuchten Strukturen geht dabei kaum in die Verbesserungen ein.

Die CAO-Methode (Computer Aided Optimization [1, 3, 4]) stellt diesbezüglich die konsequente Weiterführung der FEM dar. Sie verwendet die mittels einer FE-Analyse berechneten Spannungen dazu, gezielt die Kontur der Bauteiloberfläche entsprechend ihrem lokalen Belastungsgrad zu verbessern. Der Grundgedanke des Verfahrens entstand bei der Analyse biologischer Wachstumsprozesse (vgl. 2.1.1). So wie das außen liegende Kambium bei Bäumen in der Lage ist, die Belastungen an der Baumoberfläche wahrzunehmen und durch verstärktes Wachstum lokal die Oberfläche zu vergrößern, kann auch die Kombination aus FEM und CAO

die Bauteiloberfläche wachsen oder optional auch schrumpfen lassen. Dies verändert die Spannungsverteilung derart, daß sie homogener wird und Spannungsspitzen, die oft versagensauslösend sind, abgebaut werden. Realisiert wird dies durch Modellierung einer Art Kambium als Wachstumsschicht an der Oberfläche der zu optimierenden Struktur. Diese Schicht besteht aus „gewöhnlichen“ Elementen, die alle etwa die gleiche Größe besitzen sollten. Damit das Bauteil nun wachsen kann, müssen sich diese Elemente ausdehnen. Das kann erreicht werden, indem man die Fähigkeit der meisten FE-Programme nutzt, thermische Dehnungen zu berechnen. Es muß lediglich eine bestimmte, fiktive Temperaturverteilung vorgegeben werden, und das „technische Kambium“ kann seine Funktion erfüllen.

Bei einer CAO-Optimierung werden zunächst in einer Spannungsanalyse die auftretenden von MISES-Spannungen bestimmt und für die zu optimierenden Bereiche der Oberflächenschicht anschließend nach der Formel

$$T_{fiktiv} \equiv \sigma - \sigma_{ref} \quad (2.32)$$

in eine Temperaturverteilung umgesetzt. Als Referenzspannung σ_{ref} wählt man zweckmäßigerweise das Spannungsniveau, das nach der Optimierung nicht mehr überschritten werden soll. Oft wird auch die Spannung an einem bestimmten Knoten als Referenzwert verwendet. Bei einer zweiten FE-Analyse werden nun – ohne mechanische Lasten – nur die thermischen Dehnungen durch die aufgeprägte Temperaturverteilung berechnet und daraus die Knotenverschiebungen bestimmt. Der Anfangswert für die Temperaturen ist dabei null, wodurch die Elemente bei negativen Temperaturen schrumpfen, falls dies nicht bei der Berechnung der Temperaturen verhindert wird. Der thermische Ausdehnungskoeffizient hat keine Bedeutung und erhält deshalb den Wert eins. Der Elastizitätsmodul der Wachstumsschicht wird für die thermische Analyse auf einen sehr geringen Wert (etwa 1/400 des Wertes des umgebenden Materials) gesetzt, damit die Verformungen auf diese Schicht beschränkt bleiben und etwa senkrecht zu ihrer freien Oberfläche erfolgen. In einem letzten Schritt werden die neuen Knotenkoordinaten aus den Verschiebungen der Temperaturrechnung, die noch mit einem Skalierungsfaktor belegt werden können, berechnet. Um ein gleichmäßiges Netz beizubehalten, werden auch Knoten, die unter der Wachstumsschicht liegen, entsprechend nachgezogen. Nach einer erneuten Spannungsrechnung kann das Ergebnis beurteilt werden. Falls noch immer kritische Spannungsüberhöhungen auftreten, wiederholt man die oben beschriebene Vorgehensweise. In der Regel ist nach vier bis fünf Iterationsschritten ein homogener Spannungszustand erreicht.

Durch diese einfache Methode lassen sich fast beliebig komplexe 2- und 3-dimensionale Strukturen optimieren.

Für Fälle, in denen an der Bauteiloberfläche die Normalenrichtungen durch eine Schicht spezieller Balken- oder Schalenelemente bestimmbar sind, konnte CAO als *Normalenmethode* implementiert werden. Hierbei werden die in der jeweils ersten FE-Analyse ermittelten Spannungen skaliert und für eine zweite Analyse direkt als Verschiebungen der Oberflächenknoten in Normalenrichtung verwendet. Durch Einspannen aller Knoten, die ihre Position nicht verändern sollen, kann der E-Modul auch bei der jeweils zweiten FE-Rechnung in allen Bereichen gleich bleiben. Das Nachziehen des Netzes erfolgt zwangsläufig durch das Aufbringen der Verschiebungen. Die äußeren Lasten werden auch hier wieder nur im jeweils ersten Schritt aufgegeben.

2.4.3 Die SKO-Methode

Mit CAO ist es nun möglich, die Oberflächen von Maschinenbauteilen weitgehend von Kerben und Spannungsüberhöhungen zu befreien. Dazu sind meist nur leichte, oft bloß mit geschultem Auge erkennbare Veränderungen vonnöten. Die Anwendbarkeit der Methode setzt aber trivialerweise voraus, daß das Bauteil bereits als CAD- oder FE-Struktur existiert. Die eigentliche Konstruktion, also die Designfindung, bleibt dem Ingenieur überlassen. Mit Hilfe der SKO-Methode (Soft Kill Option [2]) kann die FEM auch dazu verwendet werden, neue gewichtsoptimierte Bauteile zu gestalten.

Für einen einfachen, sehr grob gewählten Designraum, der der maximalen Größe des späteren Teiles entspricht, können mit SKO bei gegebener Betriebsbelastung und vorgegebenen Randbedingungen die tragenden Bereiche gefunden werden. Dies erfolgt zunächst ähnlich wie bei der CAO-Methode durch Ermittlung der Spannungsverteilung in einer linear-elastischen FE-Analyse, wobei diesmal auch das Innere des Designraumes von Interesse ist. In der Regel sind in großen, gleichförmigen Geometrien an den Stellen, an denen die Lasten angreifen oder Zwangsbedingungen herrschen, die Bauteilbelastungen am größten und nehmen mit zunehmender Entfernung von der Lasteinleitung ab. Das bedeutet, diese Bereiche spielen auf jeden Fall eine tragende Rolle. Im Bauteilinneren läßt sich bei komplexer Belastung jedoch nicht mehr ohne weiteres entscheiden, wo Material erforderlich ist. Um nun den Verlauf des Kraftflusses durch das Bauteil hindurch gewissermaßen zu „verfolgen“ und ihn gleichzeitig auf die wirklich notwendigen Gebiete zu konzentrieren, bedient man sich eines Tricks: Man erhöht in Bereichen hoher Spannungswerte die Steifigkeit der Elemente und senkt sie an wenig belasteten Stellen. Der anfangs homogene Designraum wird damit in tragende und dadurch auch tragfähige und in nicht tragende, weiche Bereiche unterteilt. In einer folgenden FE-Analyse wird die Spannungsverteilung innerhalb der so modifizierten Struktur erneut ermittelt und wieder in Steifigkeiten umgesetzt, usw. Die Lastübertragung kann durch die steifen Elemente besser erfolgen als in weichen und wird durch diese Vorgehensweise stets in Richtung der größten Spannungen gelenkt. Wie bei CAO erfolgt die Optimierung iterativ, und man verwendet wieder fiktive Temperaturen. Diesmal nutzt man die Möglichkeit des FE-Programmes, den Elastizitätsmodul der Elemente in Abhängigkeit von Feldvariablen, im einfachsten Fall Temperaturen, zu definieren. Die Temperaturfelder werden nach der *Spannungsmethode*, der *lokalen Inkrementmethode* oder der *globalen Inkrementmethode* [1] wieder in Abhängigkeit von den von MISES-Spannungen bestimmt. Da die globale Spannungskrement- oder Referenzspannungsmethode die größte praktische Bedeutung besitzt, wird hier nur auf diese SKO-Variante eingegangen.

Die Temperaturen berechnen sich dabei nach

$$T_{neu} \equiv T_{alt} + A (\sigma - \sigma_{ref}). \quad (2.33)$$

A ist ein Gewichtungsfaktor, der den Temperaturgradienten beeinflusst, und σ ist die von MISES-Spannung. Die Wahl der Referenzspannung σ_{ref} bestimmt die Feinheit der Struktur und damit das Spannungsniveau im fertigen Bauteil. Bei niedrigen Referenzspannungen werden nur wenige Bereiche aus dem Designraum entfernt, bei hohen Referenzspannungen bleiben nur wenige erhalten. Der E-Modul ist in vorgegebenen Schranken proportional zur Elementtemperatur. Ab einer Temperatur von 100 K bekommt ein Element den maximalen E-Modul zugewiesen, bei Temperaturen unter 0 K den minimalen. Als höchsten E-Modul wählt man die

Materialsteifigkeit des Werkstoffes, aus dem das Bauteil gefertigt werden soll. Als untere Schranke hat sich $1/10000$ dieses Wertes als zweckmäßig erwiesen. Eine SKO-Optimierung beginnt mit einem konstanten, maximalen E-Modul im gesamten Designraum und einer Temperatur von 100 K. Die Praxis hat gezeigt, daß eine allmähliche Erhöhung der Referenzspannung und des Gewichtungsfaktors eine gute Konvergenz der Methode ergibt.

Als Ergebnis erhält man nach einer von der Problemgröße abhängigen Anzahl von Iterationsschritten eine sich nicht (oder kaum) mehr ändernde Temperaturverteilung im Designraum, die im Bereich zwischen 0 und 100 K als E-Modulverteilung interpretiert werden kann. In diesem Endzustand sind die E-Modul-Gradienten sowohl durch die aus der Elastizitätstheorie begründete Spannungskonzentration in steifen Bauteilbereichen als auch durch den im Laufe der Rechnung immer wieder erhöhten Gewichtungsfaktor sehr steil. Der interessierende Temperaturbereich wird zu einer relativ scharf begrenzten Linie, welche die künftige Bauteiloberfläche darstellt. Durch die Interpolationseigenschaft der Elemente entstehen auch in grob diskretisierten Bereichen des Designraumes weiche Formen, obwohl der Elastizitätsmodul eine im Element konstante Größe ist (vgl. Abschnitt 2.4.1.2).

Der SKO-Designvorschlag ist damit fertig. Seine Oberfläche ist aber diskretisierungsbedingt nicht frei von Spannungsüberhöhungen. Durch geeignete Programme kann die aus Temperaturisolinien bestehende Oberflächenkontur in Geometriedaten umgewandelt und anschließend mit CAO spannungsoptimiert werden.

Auch die SKO-Methode wurde von der Natur abgeschaut. Das Vorgehen entspricht weitgehend dem adaptiven Wachstum und der adaptiven Mineralisation von Knochen. Ihren Namen erhielt die Methode dadurch, daß Elemente, die sich im Laufe des Iterationsprozesses als zunehmend überflüssig erweisen, durch allmähliche („soft“) Reduktion ihrer Steifigkeit gewissermaßen aus dem Designraum entfernt („killed“) werden [1, 2], so wie dies im Knochen durch Freßzellen geschieht.

2.4.4 Die an bodenmechanische Probleme angepaßte SKO-Methode

Die SKO-Methode ist universell verwendbar und hat sich beim Einsatz im Maschinenbau sehr gut bewährt. Die Einsparung von Material ist aber auch auf anderen Gebieten von Interesse. Um das Verfahren zur Berechnung von Fundamenten und Bodenverankerungen einsetzen zu können, wurde es von TESCHNER [6] modifiziert.

Bei der an bodenmechanische Problemstellungen angepaßten SKO-Methode (*SKO-Erde*) gilt es nicht mehr, nicht tragende Teile des Designraumes zu entfernen, sondern versagende Bereiche durch stabile zu ersetzen. Man macht aus der relativ weichen Erde an den Stellen, an denen sie nach dem MOHR-COULOMBSchen Gesetz zu fließen beginnt, eine Verankerung aus wesentlich steiferem Material. Wie bei der konventionellen SKO-Methode bewirkt dies keinen Abbau der Spannungen, sondern die Konzentration des Kraftflusses auf die notwendigen Bereiche. Elemente, die auf diese Weise versteift wurden, werden zwar noch nach dem MOHR-COULOMBSchen Gesetz „bewertet“, um dadurch iterativ das Optimum zu finden, sie können aber entsprechend dem Grad der Versteifung zunehmend dem Ankerwerkstoff zugeordnet werden, für den das MOHR-COULOMBSche Gesetz keine Gültigkeit besitzt. So wird erreicht, daß die Struktur am Ende der Simulation aus nicht versagenden Erdbereichen und einer der gegebenen Belastung angepaßten Verankerung besteht, in die die Last eingeleitet wird. Die Vorgehens-

weise bei diesem Verfahren ist identisch mit der konventionellen SKO-Methode. Für die minimalen und maximalen Elastizitätsmoduli werden jetzt allerdings die Materialdaten der Erde und des Verankerungswerkstoffes verwendet. Außerdem sind aufgrund des speziellen Materialverhaltens von Erdstoffen (vgl. 2.2.2) die VON MISESSchen Vergleichsspannungen keine brauchbaren Größen für die versagensrelevanten Belastungen. Anstelle der VON MISESSpannungen wird deshalb das Fließkriterium gemäß Gleichung (2.20) verwendet bzw. unter Voraussetzung des ebenen Dehnungszustandes auch (2.21). Für Spannungszustände, in denen Versagen auftritt, die Fließgrenze also überschritten wird, ergeben die linksseitigen Terme Werte größer null. Für Werte kleiner null tritt kein Fließen auf. Damit liefern die genannten Fließbedingungen Formeln für die Differenzen zwischen den aktuellen Spannungen und der Versagensgrenze. Diese Versagensabstände lassen sich direkt in Gleichung (2.33) einsetzen. Die Berechnung der fiktiven Temperaturen erfolgt mit

$$\sigma = \frac{1}{3} I_1 \sin \varphi + \bar{\sigma} \cos \Theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{\sigma} \sin \Theta \sin \varphi \quad (2.34)$$

und $\sigma_{ref} = c \cos \varphi$

und bei Verwendung von (2.21)

$$\sigma = \alpha I_1 + \bar{\sigma} \quad (2.35)$$

und $\sigma_{ref} = k$.

Im Falle der in dieser Arbeit zu untersuchenden Wurzelverankerungen wird der homogene Designraum mit den Eigenschaften eines Erdstoffes beschrieben. Der Ankerwerkstoff erhält die Materialkennwerte von Holz (vgl. Abschnitt 2.3).

3 Computersimulationen mit Hilfe der FEM

3.1 Simulation mechanisch sinnvoller Wurzelverankerungen

Die folgenden Simulationsrechnungen wurden mit der in Abschnitt 2.4.4 beschriebenen Variante der SKO-Methode unter Verwendung von Gleichung (2.34) durchgeführt, bei Rechnungen auf Grundlage des ebenen Dehnungszustandes zusätzlich nach Gleichung (2.35). In einer Matrix aus einem Erdstoff mittlerer Güte wurden lastgerechte Verankerungen aus Holz bzw. einem Verbund aus Holz und Erde simuliert. Die Untersuchung sollte zeigen, ob und wie sich verschiedene Umgebungseinflüsse und unterschiedliche Lasten auf die berechneten Ankerformen auswirken. Weiterhin wurde untersucht, ob die Methode, deren mechanische Formulierung der adaptiven Mineralisation von Knochen nachempfunden wurde, in ihrer modifizierten Form auch das Wachstum von Wurzeln beschreiben kann. Dazu wurden, nach eingehender Erörterung der Einflüsse der Randbedingungen, Ergebnisse aus Simulationsrechnungen mit in einer Feldstudie gewonnenen Daten natürlich gewachsener Wurzelformen verglichen.

Die Steifigkeiten von Holz und Erde erhielten für alle Rechnungen Durchschnittswerte, da genaue Werte bei den vorliegenden Feldexperimenten nicht bestimmbar waren. Dies ermöglicht auch eine allgemeinere Deutung der Ergebnisse. Als E-Modul von Holz wurde 10 000 MPa verwendet [20, 56]. Die Steifigkeit der Erde wird durch ihre Belastungsgeschichte und die Art des Erdstoffes beeinflusst (vgl. Abschnitt 2.2.2) und erreicht bei mäßig belasteten Böden Werte von bis zu 200 MPa [57]. Durch die in natürlichen Waldböden stets vorhandene Grundmenge an Pflanzenwurzeln wird die Bodensteifigkeit in der Regel noch erhöht (vgl. Abschnitt 2.3). Für die Simulationsrechnungen wurde deshalb 200 MPa als Durchschnittswert angenommen und als Untergrenze für den E-Modul des Designraumes gewählt. Die Querkontraktionszahl ν erhielt für beide Materialien den Wert 0,3 (vgl. [6]). Für die Scherparameter der simulierten Böden wurden als Durchschnittswerte $\varphi = 30^\circ$ und $c = 0,02$ MPa verwendet, in Abschnitt 3.1.3 zusätzlich für Tonböden $\varphi = 20^\circ$ und $c = 0,05$ MPa und für Sandböden $\varphi = 35^\circ$ und $c = 0,005$ MPa (vgl. Tabelle 2-2 nach [37]).

Ergebnisse können bei den so durchgeführten SKO-Simulationen auf zwei Arten erhalten und interpretiert werden:

- Erhöht man den Gewichtungsfaktor wie bei der konventionellen SKO-Methode im Laufe der Rechnung immer wieder, so besitzt die Endstruktur eine scharfe Begrenzung, und der E-Modul nimmt im Designraum nur zwei Werte an, nämlich innerhalb des Ankers den Wert des Holzes und außerhalb den der Erde.
- Wird mit einem Gewichtungsfaktor gerechnet, dessen Wert sich aus einer vorgegebenen maximalen Temperaturerhöhung je Iterationsschritt ergibt, so erhält man als Ergebnis stets eine sich kaum mehr ändernde Temperatur- bzw. E-Modulverteilung, die als Grad der Durchwurzelung gedeutet werden kann.

Im ersten Fall wird damit die optimale Verteilung einer massiven Holzmasse in einer homogenen Erdmatrix simuliert. Im zweiten Fall können die Ergebnisse als natürlicher Faserverbund mit lokal unterschiedlichem Faseranteil verstanden werden, wie er in Abschnitt 2.3 erklärt wurde. Das Abbruchkriterium für die Rechnungen ist in beiden Fällen dadurch festgelegt, daß die maximale E-Modulerhöhung im gesamten Designraum in zehn aufeinanderfolgenden Zyklen kleiner als 5% ist. Bei der Verwendung flexibler Gewichtungsfaktoren erreicht auch der für jeden Iterationsschritt neu berechnete Faktor einen konstanten Wert. Die vorgegebenen maximalen Temperaturänderungen finden dann nur noch in Elementen statt, die bereits die maximale oder minimale Steifigkeit besitzen. Dadurch ändert sich der gesamte Spannungszustand in der Struktur nur noch unwesentlich. Es hat sich gezeigt, daß auch nach einem Vielfachen der so festgelegten Iterationen das SKO-Ergebnis sowohl in Form als auch in Größe nahezu unverändert bleibt. Es ändern sich lediglich die Steifegradienten innerhalb der SKO-Kontur, was für die Ergebnisauswertung keine Rolle spielt.

Da FE-Simulationen großer und komplexer Modelle sehr zeitaufwendig und rechenintensiv sind, ist es vor allem bei der schrittweisen Vorgehensweise einer SKO-Optimierung wichtig, ein geeignetes Modell zu wählen. Die Zeiten für die einzelnen Rechnungen wirken sich sehr auf die Effektivität der Methode aus. Es ist daher sinnvoll, möglichst wenige, einfache Elemente zu verwenden und die zu berechnenden Freiheitsgrade durch vereinfachende Annahmen zu minimieren. Aus diesem Grund wurden mit SKO-Erde bisher nur rotationssymmetrische Modelle [6, 58] und Strukturen mit Elementen des ebenen Dehnungszustandes simuliert [6], und der Einfluß der Schwerkraft wurde vernachlässigt. Die in Abschnitt 3.1.1 vorgestellten Simulationen zur qualitativen Auswirkung unterschiedlicher Randbedingungen auf das SKO-Ergebnis wurden ebenfalls unter Voraussetzung des ebenen Dehnungszustandes durchgeführt. In Abschnitt 3.1.2 werden zweidimensionale Simulationen mit Elementen des ebenen Dehnungszustandes und des ebenen Spannungszustandes mit dreidimensionalen Rechnungen verglichen, um ein brauchbares FE-Modell zur quantitativen Simulation natürlicher Wurzelverankerungen zu finden.

Ebener Dehnungszustand (EDZ)

Der ebene Dehnungs- oder Verzerrungszustand ist dadurch definiert, daß es zur Beschreibung eines Körpers ein System von rechtwinkligen Koordinaten gibt, in welchem die Verformungen von einer Koordinatenrichtung, üblicherweise der z -Koordinate, unabhängig sind und in ihrer Richtung verschwinden. Es treten also nur Verformungen in einer Ebene auf, und die Schubspannungskomponenten parallel und senkrecht zu dieser Ebene sind null. In der Mitte hinreichend (strenggenommen unendlich) dicker Bauteile kann aufgrund der Verformungsbehinderung durch das angrenzende Material die Gültigkeit des ebenen Dehnungszustandes in guter Näherung vorausgesetzt werden, sofern entlang der z -Koordinate keine Änderungen der Belastungen, Randbedingungen und Materialeigenschaften auftreten. Unter diesen Voraussetzungen erfüllen auch rotationssymmetrische Strukturen in der axial-radialen Ebene die Bedingungen des ebenen Dehnungszustandes [42].

Ebener Spannungszustand (ESZ)

Ein ebener Spannungszustand liegt dann vor, wenn ein rechtwinkliges Koordinatensystem so gewählt werden kann, daß im gesamten Körper eine Normalspannungskomponente identisch null ist. Diese Richtung wird üblicherweise als z -Koordinate festgelegt. Auch

Volumenkräfte in z -Richtung und die Schubspannungskomponenten parallel und senkrecht zur betrachteten Ebene sind im ebenen Spannungszustand null. Alle anderen Spannungskomponenten sind wie beim EDZ unabhängig von der z -Koordinate. Die Bedingungen des ebenen Spannungszustandes werden weitgehend von dünnen Platten erfüllt, die nur durch Lasten in ihrer Ebene beansprucht werden [42, 59].

Zur praktischen Durchführung der Simulationsrechnungen wurde das SKO-Verfahren an eine leistungsfähige Workstation (Modell IBM RS 6000) angepaßt und weitgehend automatisiert. Die optionale Erhöhung des Gewichtungsfaktors erfolgte durch eine Routine stets auf gleiche Weise bis zu einem vorgegebenen Maximalwert von $5 \cdot 10^4$. Die Jobsteuerung umfaßte auch Algorithmen zur Sicherung von Zwischenergebnissen und zur Fehlerkontrolle.

3.1.1 Einführende Beispiele

Die in Abbildung 3-1 zusammengefaßten SKO-Erde-Simulationen wurden mit Elementen des ebenen Dehnungszustandes durchgeführt. An ausgewählten Beispielen wird gezeigt, ob und wie sich unterschiedliche Last- und Randeinflüsse auf die SKO-Ergebnisse auswirken können. Die Belastungen wurden so skaliert, daß bezogen auf den modellierten Designraum die versagenden Erdbereiche und dadurch die Endkontur eine gut auswertbare Größe erreichten. Die Gewichtungsfaktoren wurden dabei im Laufe der einzelnen Rechnungen erhöht.

Die ersten Bilder zeigen, daß die Art der Belastung große Unterschiede bei den SKO-Ergebnissen bewirken kann. Bei reiner Biegung ergibt sich in einem homogenen Designraum eine druckseitig tiefe und zugseitig flache Struktur. Bei Querkraftbiegung mit einem kurzen Hebelarm sind die Bereiche der Verankerung auch druckseitig nah an der Oberfläche. Wird der Designraum auf der Druckseite durch eine starre, reibungsbehaftete Wand begrenzt, so hat dies bei der gegebenen Geometrie nur einen Einfluß auf die Simulationen mit Querkraftbiegung. Die Wand wird durch einen Druckstempel in die SKO-Kontur einbezogen und verändert damit die Optimalform. Die Querkraft wird teilweise in die starre Wand geleitet, wodurch die zugseitige Erstreckung der Verankerung kleiner wird. Dadurch kann das Biegemoment schlechter aufgenommen werden, und die Kontur wächst ähnlich in die Tiefe wie bei den Simulationen mit reiner Biegung. Durch den stumpfen Winkel zur Wand und deren Anbindung durch Reibung trägt die Wand wenig zur Aufnahme des Biegemoments bei.

Die unteren Bilder in Abbildung 3-1 zeigen SKO-Erde-Konturen mit einer lokalen Einspannung innerhalb des Designraumes und bei Vorgabe einer Vorzugsrichtung für das Wachstum. Die in der Kontur 1 dargestellte Struktur wurde durch ein der SKO-Prozedur ähnliches Vorgehen mit stationären Temperaturrechnungen ermittelt. Der modellierte Baumstumpf stellte eine Wärmesenke dar und das Rohr eine Wärmequelle mit konstanter Temperatur. In mehreren Rechenschritten wurde für diejenigen Elemente, in denen große Wärmeflüsse auftraten, die Leitfähigkeit erhöht, während sie in Bereichen mit geringen Wärmeflüssen gesenkt wurde. Elemente, die die maximale Leitfähigkeit erreichten, behielten diese. Eine aus der Temperaturverteilung im Designraum gewonnene Skalierungsfunktion verhinderte dabei die Zunahme der Leitfähigkeiten vom Rohr aus. Die Simulation sollte dazu dienen, hydrotropes Wurzelwachstum in Richtung großer Wasserdampfgradienten darzustellen, wie sie in der Umgebung von Wasserrohren vorkommen. Nach Umsetzung der erhöhten Leitfähigkeiten in Steifigkeitswerte wurde das Rohr fest eingespannt, und im gleichen Designraum wurden SKO-Simulationen durchgeführt. Ohne

Einflüsse unterschiedlicher Belastungen und Randbedingungen auf Simulationsrechnungen mit SKO-Erde

Rechnungen mit reiner Biegung und mit Querkraftbiegung

Homogener Designraum



Einseitig starr begrenzter Designraum



Rechnungen mit lokaler Einspannung und Vorgabe einer Vorzugsrichtung

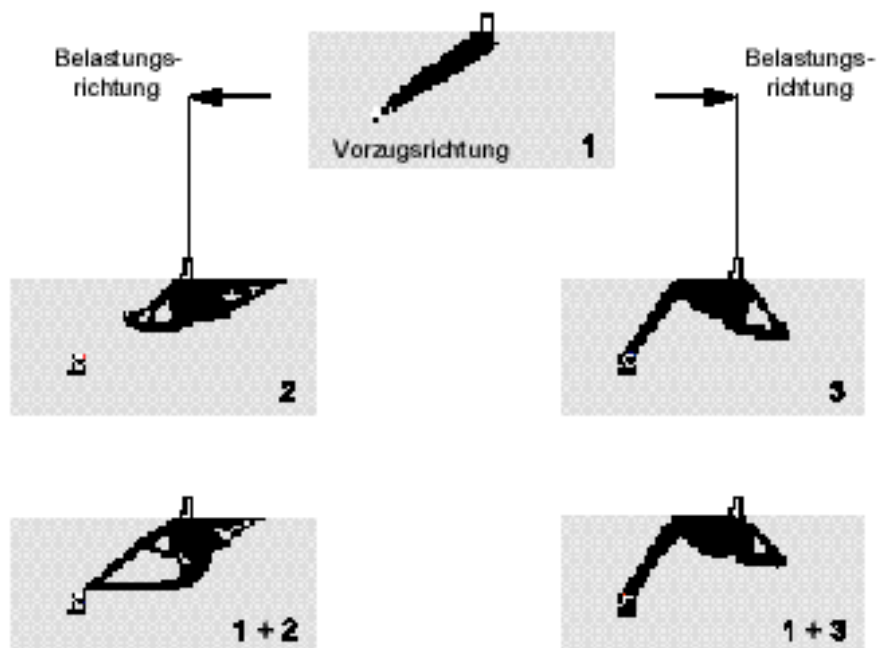


Abbildung 3-1: Ausgewählte SKO-Simulationen mit unterschiedlichen Randbedingungen.

Vorgabe des hydrotropen Anteils entsteht bei einer Lastrichtung zur lokalen Einspannung hin eine Struktur (2), die der oben beschriebenen Form bei Biegebelastung entspricht, an der Unterseite jedoch zum Rohr hin abgeflacht ist. (Der Hebelarm war länger als bei den oben beschriebenen Rechnungen.) Bei Vorgabe erhöhter Steifigkeitswerte durch den hydrotropen Bereich reicht die Verankerung bis zum Rohr (1+2), obwohl der vorgegebene Bereich teilweise wieder entfernt wird. Bei umgekehrter Lastrichtung wächst in beiden Fällen der zugseitige Bereich der Verankerung von der Oberfläche weg und direkt zum Rohr, um das eine Schlinge gebildet wird (3, 1+3). Die Vorgabe des hydrotropen Anteils hat hier keinen signifikanten Einfluß auf das Ergebnis und wird wieder vollständig entfernt.

Diese Beispiele zeigen, daß die Optimierung mit SKO-Erde auch gleichzeitig eine Spezialisierung ist. Die Simulationsergebnisse hängen zum Teil erheblich von den Randbedingungen und den Belastungen ab. Auch die Lastgeschichte kann einen Einfluß auf das Endergebnis haben.

3.1.2 Vergleich zwischen 2- und 3-dimensionalen Rechnungen

Im vorigen Abschnitt wurde an ebenen Modellen gezeigt, daß unterschiedliche Randbedingungen durchaus signifikante Auswirkungen auf die mit SKO-Erde berechnete Optimalgestalt von Bodenverankerungen haben. Die folgenden Untersuchungen sollten dazu dienen, ein für quantitativ auswertbare Simulationen des Windwurfs von Bäumen geeignetes Modell zu finden. Dazu wurden zweidimensionale Simulationen mit Elementen des ebenen Dehnungszustandes und des ebenen Spannungszustandes mit dreidimensionalen Rechnungen verglichen und die zugrunde liegenden Spannungen analysiert. Außerdem wurden für den ebenen Dehnungszustand Simulationen mit der Formel (2.34) und der Formel (2.35) einander gegenübergestellt.

Für die Simulation von Wurzelverankerungen mit ebenen Modellen wurde die jeweils geforderte Konstanz in z -Richtung vorausgesetzt. Es wurde die x - y -Ebene mit vorgegebener Elementdicke betrachtet, in der auch die Lasteinleitung und die Variation des E-Moduls erfolgte. Im Falle des ebenen Dehnungszustandes simulieren die Berechnungen damit einen sich in z -Richtung sehr weit erstreckenden, walzenförmigen Wurzelballen mit konstanter Last entlang seiner gesamten Ausdehnung. Im Gegensatz dazu ist der Designraum bei Elementen des ebenen Spannungszustandes bei gleicher Elementdicke wie im EDZ als dünne Scheibe zu interpretieren, die keine Verformungsbehinderung durch angrenzendes Material erfährt.

Es wurden Simulationen mit den drei Lastfällen

- reine Querkraft,
- Querkraftbiegung und
- reine Biegung

durchgeführt. Die Lasten waren jeweils bei allen Modellen identisch. Die reine Biegebelastung wurde so gewählt, daß sie etwa einem Viertel des Bruchmoments eines 40 cm dicken Baumstammes durchschnittlicher Holzqualität entsprach. Die Querkraftbiegung erfolgte durch eine horizontal angreifende Kraft, die durch ein 5 m langes Balkenelement in den Designraum eingeleitet wurde. Das Balkenelement war starr an Knoten eines Designraumbereichs mit stets etwa gleicher Fläche angebunden (vgl. Abbildung 3-2). Die Kraft war so groß, daß sie das gleiche Biegemoment wie im Fall der reinen Biegebelastung verursachte. Die selbe Kraft wurde auch

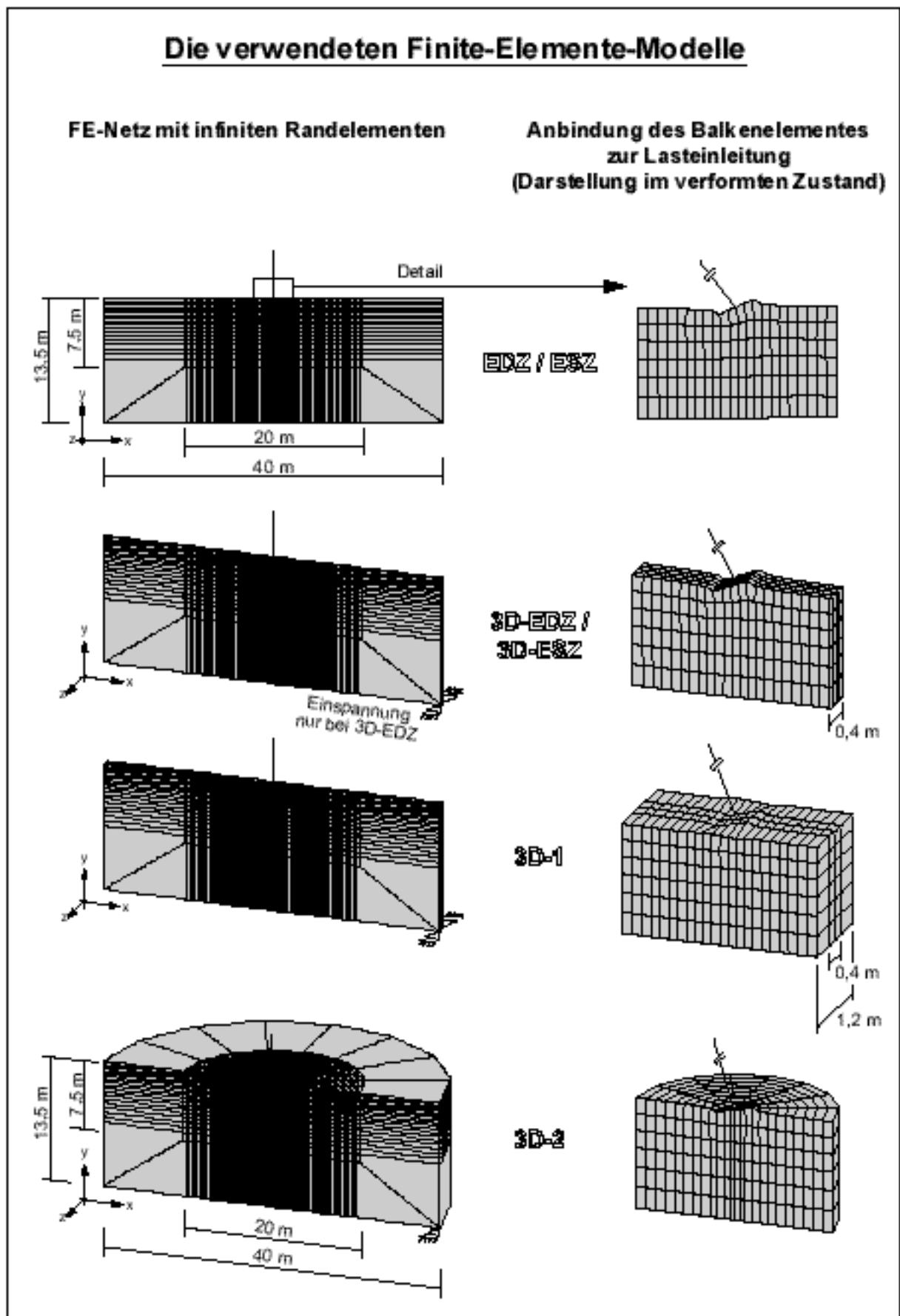


Abbildung 3-2: Die FE-Modelle für den Vergleich zwischen zwei- und dreidimensionalen SKO-Simulationen.

für die Simulationen mit reiner Querkraft verwendet.

Auch hier wurde der Gewichtungsfaktor im Laufe der Rechnungen mehrfach erhöht, da durch die schärferen Konturen die Ergebnisse besser verglichen werden konnten.

3.1.2.1 Die verwendeten FE-Modelle

In Abbildung 3-2 sind die verwendeten Finite-Elemente-Modelle dargestellt. Neben rein zweidimensionalen Modellen aus Elementen des EDZ und des ESZ mit einer Elementdicke von 0,4 m wurde auch ein dreidimensionales Kontrollmodell berechnet (3D-EDZ), das durch beidseitige, einwertige Lagerung in z -Richtung den ebenen Dehnungszustand mit räumlichen Kontinuums-elementen simulieren sollte. Ein entsprechendes Modell ohne Einspannung (3D-ESZ) stellte eine Erweiterung des ebenen Spannungszustandes dar, in dem nun innerhalb der Struktur durch unterschiedliche Querdehnung in z -Richtung auch Schub senkrecht und dadurch auch parallel zur betrachteten Mittelebene auftreten konnte. Aufbauend auf dem 3D-EDZ-Modell wurde ein weiteres dreidimensionales Modell mit der dreifachen Dicke dieser Struktur erstellt (3D-1), das wieder in z -Richtung eingespannt wurde. Die Lasteinleitung erfolgte im gleichen Bereich wie beim Ausgangsmodell und war dadurch nicht mehr konstant bezüglich der z -Koordinate. Somit waren in der Struktur alle Verformungs- und Spannungskomponenten möglich, im Gegensatz zum 3D-ESZ-Modell auch Schub in der zur Mittelebene parallelen xy -Ebene am Rand der starren Lasteinleitung ($z = \pm 0,2$ m). Schließlich wurde noch ein vollständig dreidimensionaler Designraum modelliert (3D-2). Aus Symmetriegründen wurde dazu ein Halbmodell verwendet, das einwertig in z -Richtung eingespannt war. Alle Modelle wurden entlang der Designraumgrenzen mit *infiniten* Elementen [60] versehen, um Einspannungseinflüsse weitgehend zu vermeiden.

3.1.2.2 Ergebnisse und Diskussion

Die Darstellung der SKO-Ergebnisse erfolgt jeweils nur für den Bereich des Designraumes ohne die *infiniten* Elemente. Die dunklen Stellen besitzen den maximalen E-Modul, die umgebenden hellen Bereiche haben die minimale Steifigkeit. Die Temperaturisolines fallen zwischen 0 und 100 K durch hohe Gradienten auf einer Linie zusammen und grenzen damit die Anker- bzw. Wurzelkontur scharf gegen die Erde ab. Beim 3D-ESZ-Modell ist keine Konstanz in z -Richtung gegeben, weshalb sich die Konturen innen (in der Mittelebene) und außen unterscheiden können. Sie werden deshalb getrennt dargestellt. Für das Modell 3D-1 ergab sich keine Konvergenz. Es ist nur für die anschließende Betrachtung der Spannungszustände vor der Optimierung von Bedeutung.

A Rechnungen mit reiner Querkraft

In Abbildung 3-3 sind die Ergebnisse der Simulationsrechnungen mit einer Querkraft, die am Fuß des Balkenelements angreift, dargestellt. In allen Fällen ist nur auf der Zugseite eine nennenswerte Ankerkontur erkennbar. Bei der vollständig dreidimensionalen Rechnung (3D-2) fällt die Verankerung in der betrachteten Ebene deutlich kleiner aus als bei den restlichen Simulationen. Alle anderen Modelle ergeben nahezu gleiche SKO-Konturen, die langgestreckt sind und oberflächennah etwa parallel zur Kraftrichtung verlaufen. Das Ergebnis des 3D-ESZ-Modells ist außen etwas kleiner, während es in der Mittelebene den anderen Formen gleicht. Die Konturen der EDZ-Modelle, die mit der Formel (2.35)

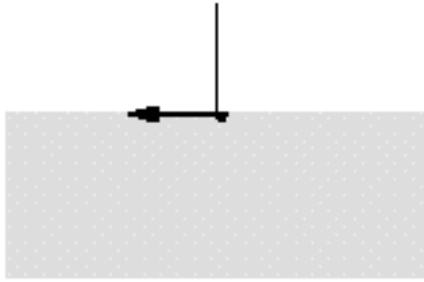





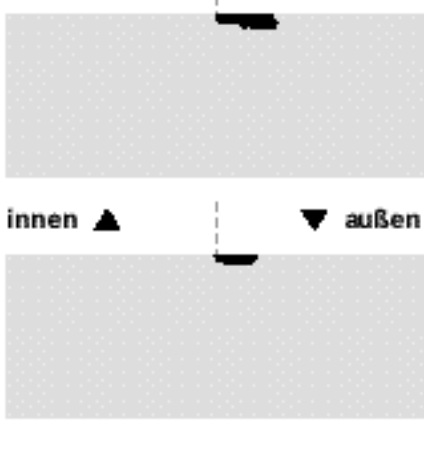

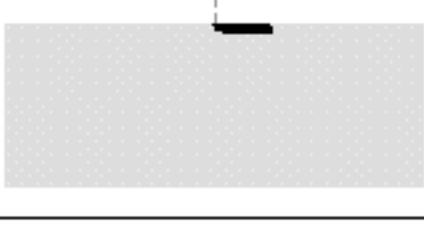

Simulationen mit reiner Querkraftbelastung		
Modell	Formel (2.34)	Formel (2.35)
3D-2		
3D-EDZ		
EDZ		
3D-ESZ		
ESZ		

Abbildung 3-3: Vergleich von 2- und 3-dimensionalen SKO-Simulationen bei reiner Querkraftbelastung.

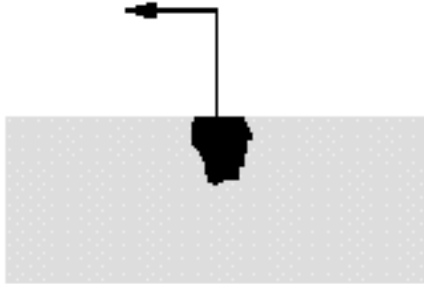





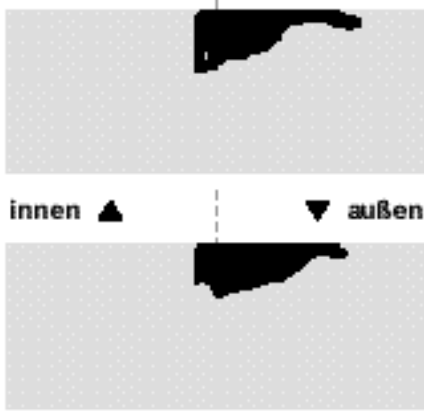



Simulationen mit Querkraftbiegebelastung		
Modell	Formel (2.34)	Formel (2.35)
3D-2		
3D-EDZ		
EDZ		
3D-ESZ		
ESZ		

Abbildung 3-4: Vergleich von 2- und 3-dimensionalen SKO-Simulationen bei Querkraftbiegebelastung.

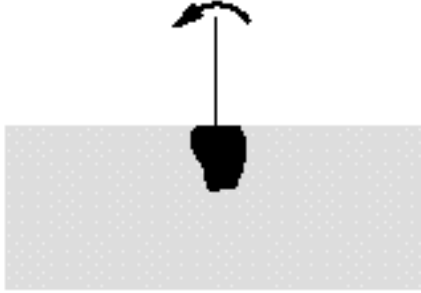





Simulationen mit reiner Biegebelastung		
Modell	Formel (2.34)	Formel (2.35)
3D-2		—
3D-EDZ		
EDZ		
3D-ESZ	nicht konvergent	—
ESZ		—

Abbildung 3-5: Vergleich von 2- und 3-dimensionalen SKO-Simulationen bei reiner Biegebelastung.

gerechnet wurden, sind identisch mit denen der SKO-Erde-Variante gemäß Gleichung (2.34).

B Rechnungen mit Querkraftbiegung

Abbildung 3-4 zeigt die Ergebnisse der Simulationen mit Querkraftbiegung. Bei allen Modellen wird zugseitig eine stärkere Verankerung berechnet als auf der Druckseite, und außer beim 3D-2-Modell erstrecken sich die Konturen auf der Zugseite vor allem oberflächennah sehr weit. Die horizontale Ausdehnung ist dabei stets größer als die Tiefenerstreckung. Das SKO-Ergebnis des EDZ-Modells stimmt bei Verwendung von Formel (2.34) genau mit der Form seines dreidimensionalen Äquivalentes überein, und auch die

mit unterschiedlichen Formeln durchgeführten Simulationen gleichen einander. Die Kontur im Innern des 3D-ESZ-Modells entspricht in seiner Form etwa dem Ergebnis des ESZ-Modells, während die Kontur am Rand eher den Ergebnissen der EDZ-Modelle ähnelt. Die vollständig dreidimensionale Rechnung zeigt eine deutlich kleinere Fläche, die sich horizontal und vertikal etwa gleich weit erstreckt.

C Rechnungen mit reiner Biegung

Die Ergebnisse der Simulationen bei reiner Biegung sind in Abbildung 3-5 zu sehen. Es ist wieder stets die zugseitige Verankerung ausgeprägter als die druckseitige. Die gesamte horizontale und vertikale Erstreckung ist etwa gleich, wobei der größere Flächenanteil in der Tiefe zu finden ist. Die Flächen der ebenen und quasi-ebenen Modelle sind einander ähnlich und größer als beim dreidimensionalen Modell. Die Ergebnisse von EDZ und 3D-EDZ sind bei Verwendung der Formel (2.34) identisch. Auch die Formel (2.35) liefert abgesehen von geringfügigen Abweichungen in beiden Fällen praktisch die gleichen Resultate. Die Kontur des ESZ-Modells ist der der EDZ-Modelle ähnlich, reicht jedoch zugseitig in die Tiefe. Das 3D-ESZ-Modell brachte keine brauchbaren Ergebnisse.

Die vergleichenden Simulationen zeigen, daß die ebenen und quasi-ebenen Modelle bei identischer Last und gleicher Lasteinleitungsfläche deutlich andere Ergebnisse liefern als das 3D-Modell. Die SKO-Konturen sind durchweg größer und besitzen in allen Fällen auf der Zugseite oberflächennahe Bereiche, die beim dreidimensionalen Modell fehlen. Es fällt auf, daß bei jedem Lastfall alle Formen außer der des 3D-Modells einander ähnlich sind. Die Ergebnisse von EDZ und 3D-EDZ sind bei Verwendung der Formel (2.34) erwartungsgemäß stets identisch, und die Unterschiede bei Verwendung der Formel (2.35) sind unbedeutend. Die SKO-Kontur des ESZ-Modells weicht bei Biege- und Querkraftbiegebelastung etwas von den Ergebnissen des ebenen Dehnungszustandes ab, die zugseitige, bei Querkraftbiegung auch die druckseitige, Wurzelfläche entwickelt sich mehr in die Tiefe. Beim 3D-ESZ-Modell ergaben sich in der

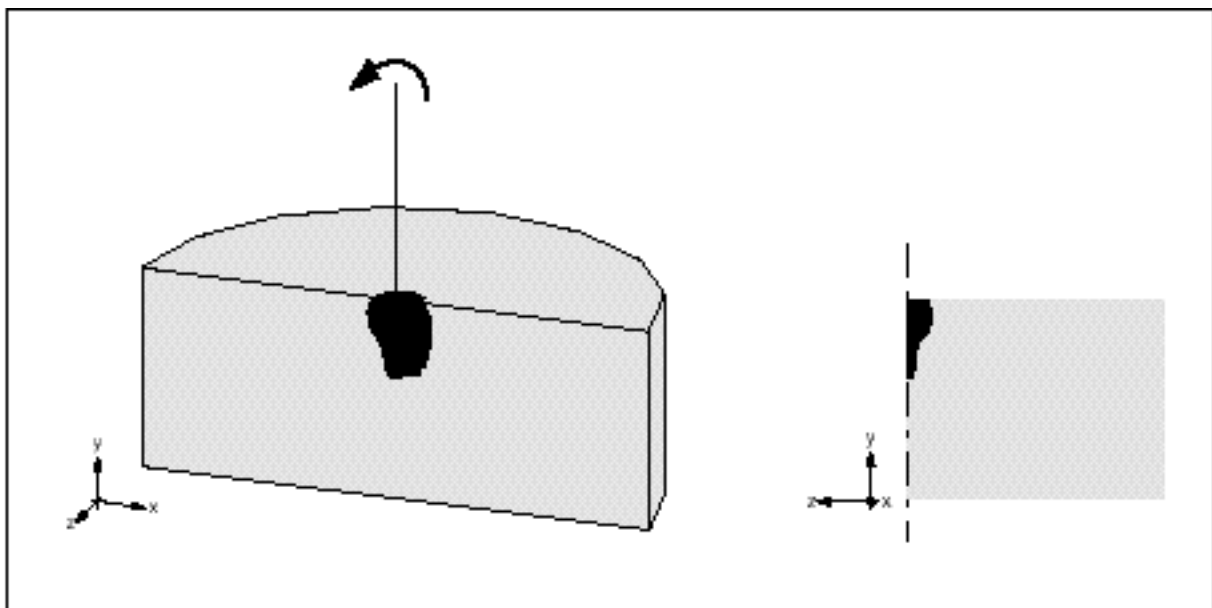


Abbildung 3-6: Perspektivische Darstellung des Ergebnisses der SKO-Simulation des 3D-Modells bei reiner Biegebelastung und Schnitt durch die yz -Ebene im Punkt der Lasteinleitung.

Mittelebene ($z = 0$) und am Rand ($z = \pm 0,2$ m) durch die möglichen Verschiebungen in z -Richtung etwas unterschiedliche Formen. Bei reiner Biegung ergab die Simulation wahrscheinlich durch die fehlende Einspannung in z -Richtung verbunden mit numerischen Ungenauigkeiten keine Konvergenz. Insgesamt zeichnet sich bei den ebenen und quasi-ebenen Modellen eine Entwicklung von flachen Systemen bei Querkraftbelastung hin zu vor allem druckseitig tiefer reichenden Verankerungen bei Biegung ab. Die Kontur des 3D-Modells ändert sich nur beim Übergang von reiner Querkraft zu Querkraftbiegung. Für reine Biegebelastung ist sie nahezu identisch mit dem Ergebnis der Rechnung mit Querkraftbiegung. Es überwiegt also bei dem für die meisten Baumarten relativ geringen Hebelarm von 5 m die Beanspruchung durch das eingeleitete Biegemoment. In Abbildung 3-6 ist das SKO-Ergebnis des dreidimensionalen Modells bei reiner Biegung nochmals perspektivisch und bezüglich der yz -Ebene dargestellt. Es wird deutlich, daß senkrecht zur Ebene der Lasteinleitung nur eine geringe Verankerung erforderlich ist.

Zur Bewertung der zugrunde liegenden Spannungszustände wurden in einem ausgewählten, bei jedem Modell identischen Bereich des Erdkörpers für jeden Lastfall die Spannungen vor der Optimierung analysiert. Die Untersuchung der bei den unterschiedlichen Modellen in der xy -Ebene ($z = 0$) auftretenden Normalspannungen σ_x und σ_y ergab für die ebenen und quasi-ebenen Modelle annähernd gleiche Werte. Diese lagen bei identischer Last und gleicher Lasteinleitungsfläche beim Vier- bis Fünffachen der Werte der vollständig dreidimensionalen Struktur. Die Spannungen beim 3D-1-Modell lagen um 40–80% höher als die des 3D-2-Modells. Die qualitativen Verläufe waren weitgehend gleich. Die Spannungen in z -Richtung, falls vorhanden, waren erwartungsgemäß gering. Durch die Symmetrie der Modelle und die noch homogene Steifigkeit waren alle Spannungen symmetrisch bezüglich des Zentrums der Lasteinleitung.

Da in die Vergleichsspannungen bzw. die Versagensabstände auf Grundlage des MOHR-COULOMBSchen Gesetzes die Kohäsion c als absolute Größe eingeht, wirken sich Unterschiede

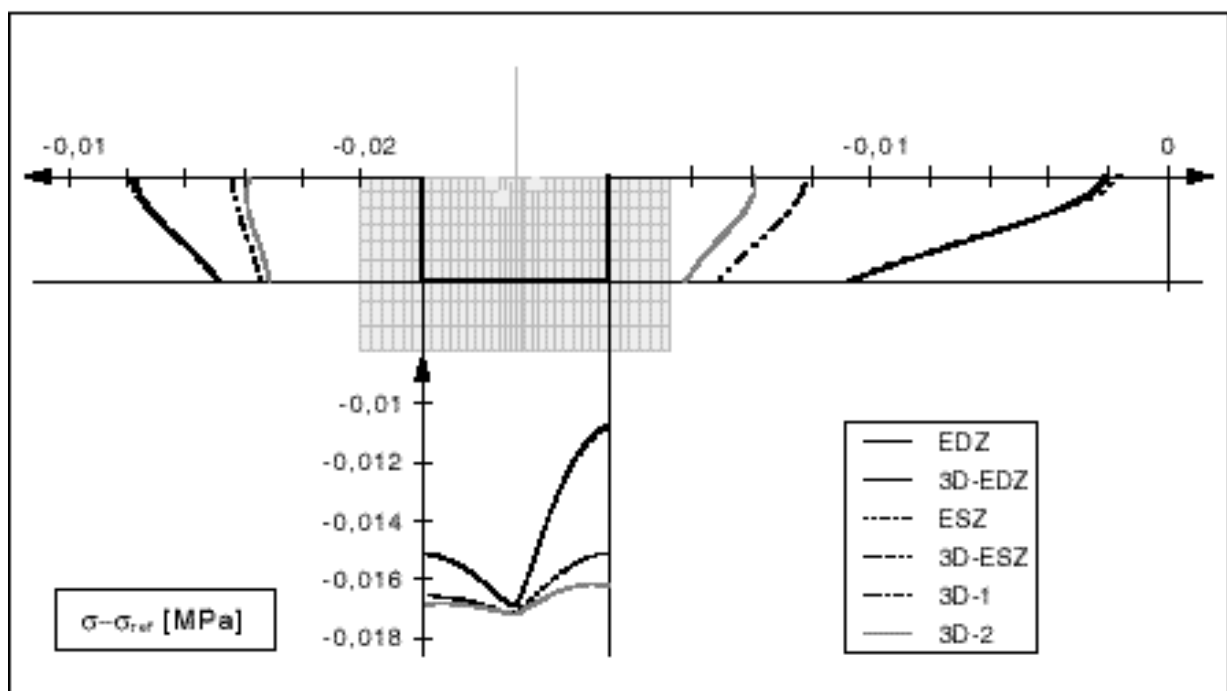


Abbildung 3-7: Fließabstände vor der SKO-Optimierung bei reiner Querkraftbelastung.

im Spannungsniveau nicht nur in Form einer Verzerrung der Spannungskurven aus, sondern auch in ihrer Verschiebung bezüglich des Grenzzustandes. Dies hat zwangsläufig bedeutenden Einfluß auf die Berechnung der Temperaturen und des E-Moduls im Rahmen der SKO-Optimierung. Abbildung 3-7 zeigt in einem ausgewählten Modellbereich die nach (2.34) berechneten Versagensabstände $\sigma - \sigma_{ref}$ bei reiner Querkraftbelastung. (Für die Modelle des ebenen Dehnungszustandes ergeben sich bei Verwendung von (2.35) identische Kurven.) Negative Werte bedeuten kein Erdversagen und damit keine Steifigkeitserhöhung. Wie für die Normalspannungen bereits beschrieben, haben die ebenen und quasi-ebenen Modelle auch hier nahezu die gleichen Werte, unabhängig davon, ob es sich um ESZ oder EDZ handelt. Die Werte unterscheiden sich aber stark von denen des 3D-2-Modells. Die Versagensabstände des 3D-1-Modells liegen wesentlich näher an der vollständig dreidimensionalen Struktur. Durch die Natur des MOHR-COULOMBSchen Gesetzes besteht keine Symmetrie mehr. In Abbildung 3-8 sind die Spannungen bei Querkraftbiegebelastung ausgewertet und in Abbildung 3-9 bei reiner Biegung. Die Auswirkungen der unterschiedlichen Spannungsniveaus lassen sich sehr deutlich erkennen. Während für die ebenen Modelle bei diesen beiden Lastfällen in weiten Bereichen der untersuchten Laufkoordinate (schwarze Linie) Erdversagen und dadurch eine E-Modulerhöhung berechnet wird, weist das 3D-1-Modell hier nur wenige und das 3D-2-Modell keine versagenden Bereiche auf. Durch den Vergleich von 3D-ESZ und 3D-EDZ mit 3D-1 läßt sich leicht erkennen, daß die beobachteten Unterschiede vorwiegend durch Schub am Rand der Lastein-

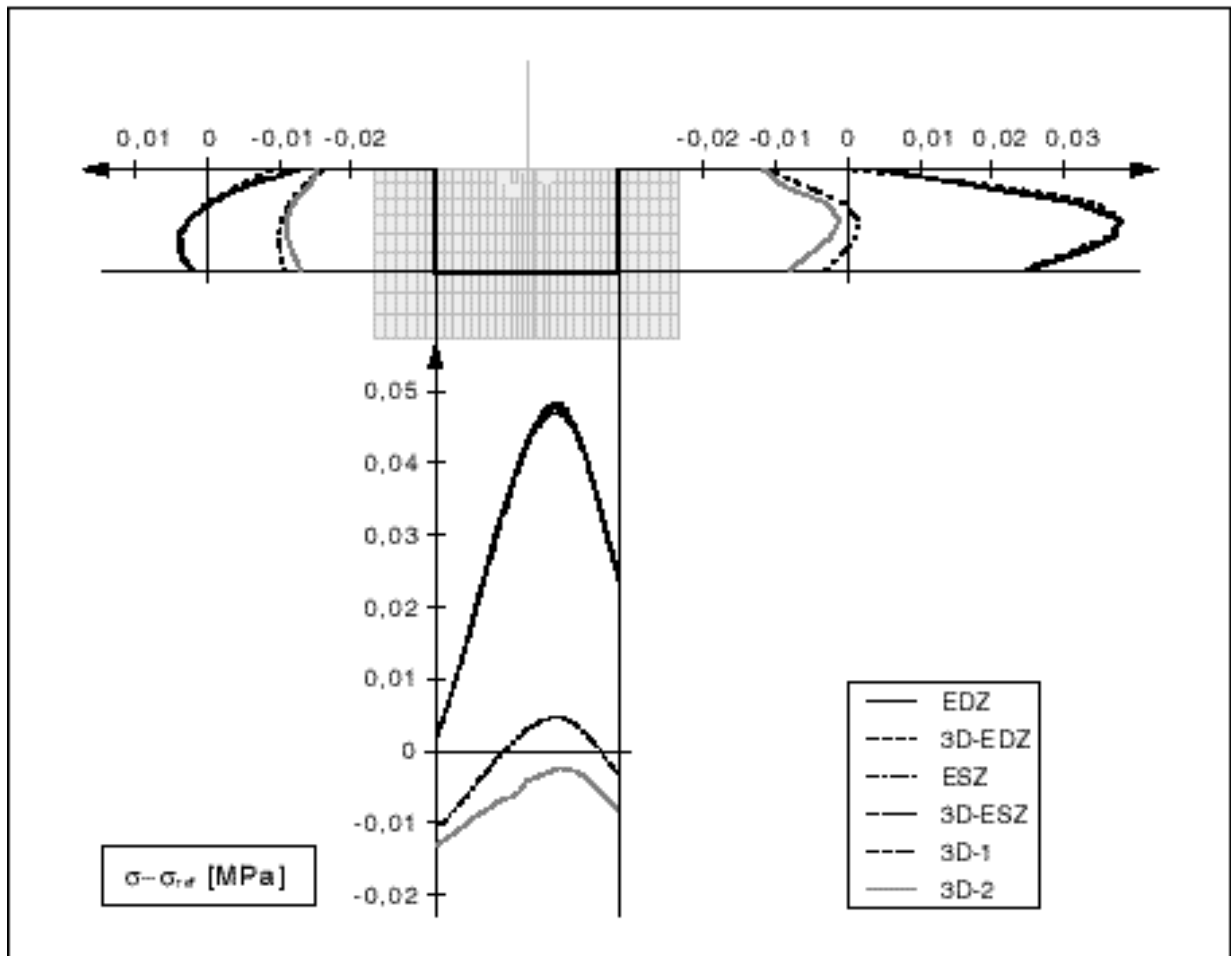


Abbildung 3-8: Fließabstände vor der SKO-Optimierung bei Querkraftbiegebelastung.

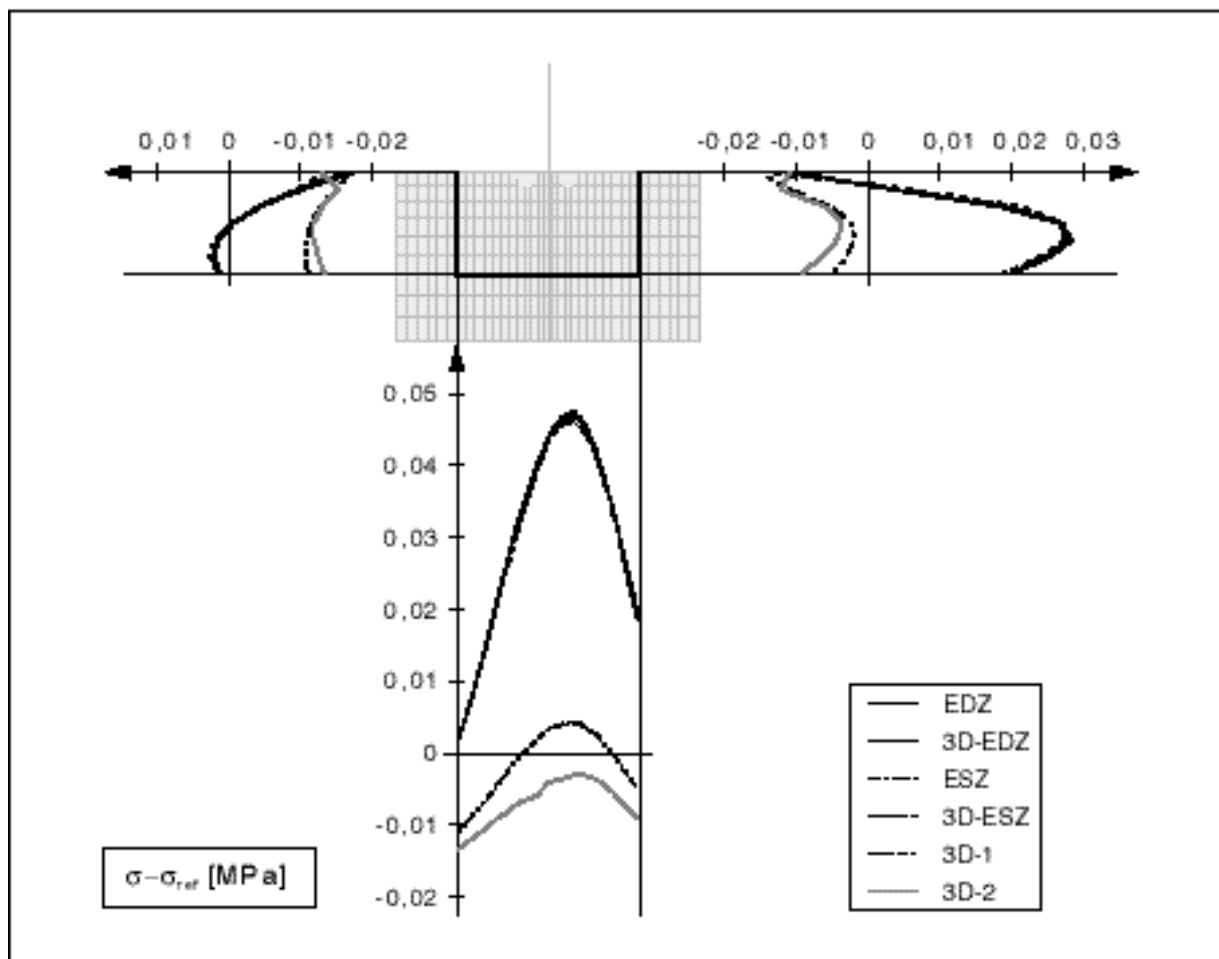


Abbildung 3-9: Fließabstände vor der SKO-Optimierung bei reiner Biegebelastung.

leitung parallel zur xy -Mittlebene verursacht werden. Die absoluten Werte der Schubspannungen in dieser Ebene sind relativ gering, wirken aber auf einer großen Fläche. Der Vergleich von 3D-1 mit dem vollständig dreidimensionalen Modell zeigt, daß ein Großteil der Last erwartungsgemäß in unmittelbarer Nähe der Lasteinleitung aufgenommen wird. Durch Verformungsbehinderung durch das angrenzende Material verteilt sich die Last beim 3D-2-Modell jedoch auf einen noch größeren Bereich, und es treten weitere Schubebenen auf. Die versagenden Designraumbereiche in der Mittlebene werden dadurch weiter reduziert. Eine maßgebliche Bedeutung der σ_z -Werte für die Berechnung der Fließabstände läßt sich ausschließen, da die Ergebnisse der Berechnungen zum ebenen Spannungszustand denen des ebenen Dehnungszustandes sehr ähnlich sind.

Der Vergleich der zwei- und dreidimensionalen Modelle hat damit gezeigt, daß die vereinfachende Annahme eines ebenen Dehnungs- oder Spannungszustandes zur quantitativen Simulation natürlicher Wurzelverankerungen mit SKO-Erde nicht geeignet ist. Die Ergebnisse unterscheiden sich aufgrund der Natur des MOHR-COULOMBSchen Gesetzes unter besonderer Berücksichtigung des absoluten Wertes der Kohäsion c signifikant von denen eines vollständig dreidimensionalen Modells ohne einschränkende Annahmen. Als Hauptursache dafür lassen sich höhere Spannungsniveaus bei den ebenen Modellen aufgrund der Vernachlässigung der Schubspannungen τ_{yz} und τ_{xz} finden. Weiterhin hat sich gezeigt, daß beim dreidimensionalen Modell die Ergebnisse bei Querkraftbiegebelastung mit einem Hebelarm von 5 m den Simulationen mit

reiner Biegebelastung gleichen, der Querkrafteinfluß bei Bäumen mit hinreichender Stammhöhe also vernachlässigt werden kann.

3.1.3 SKO-Simulation des Windwurfs von Bäumen

Für die Standsicherheit von gesunden Bäumen stellen Windlasten die größte Gefahr dar. Starke Stürme führen oft zu Stammbrüchen und zum Windwurf. Schon 1893 wurde von METZGER [61] erkannt, daß die Geometrie von Baumstämmen mit der durch Wind eingeleiteten Biegebelastung zusammenhängt und der Stammradius und damit das Widerstandsmoment an den Abstand vom effektiven Windangriffspunkt angepaßt ist. Für die Lasteinleitung in die Erde bedeutet das, daß maximal das Biegebruchmoment des Stammfußes übertragen werden kann.

Die folgenden Simulationsrechnungen wurden mit dem oben beschriebenen dreidimensionalen Modell (3D-2) durchgeführt. Sie dienen der Untersuchung der zur Wahrnehmung der Verankerungsfunktion von Bäumen notwendigen Bodendurchwurzelung. Dafür wurde angenommen, daß jeder Baum durch biomechanische Optimierung als Kette gleicher Glieder betrachtet werden kann, in der die Versagensgrenze in jedem Teilbereich zur gleichen Zeit erreicht wird. Gibt man als versagensauslösende Grenzlast das maximale Bruchmoment des Baumstammes vor, das gemäß Gleichung (3.1) durch die mittlere Druckfestigkeit des Holzes und den Stammradius über den Wurzelanläufen bestimmt wird, so sollte mit SKO-Erde für einen gegebenen Stamm eine im mechanischen Sinne optimale Wurzelform und -größe berechnet werden können.

$$M_B = \sigma_D W = \sigma_D \frac{\pi R^3}{4} \quad (3.1)$$

Hierin bedeuten: M_B = Bruchmoment, σ_D = Druckfestigkeit des Holzes, W = Widerstandsmoment und R = Stammradius. Im vorigen Abschnitt hat sich gezeigt, daß der Einfluß der Querkraft bei Windbelastung von Bäumen meist vernachlässigbar ist. Als Mittelwert für die Druckfestigkeit von Stammholz wurde zunächst 50 MPa [56] verwendet.

Es wurden Rechnungen mit den Bruchlasten für Stammradien von

- 10 cm,
- 20 cm,
- 30 cm,
- 40 cm und
- 60 cm

durchgeführt, jeweils mit und ohne Schwerkraft. Als Scherparameter der Erde wurden wieder Mittelwerte verwendet. Die Simulationen mit Schwerkraft erfolgten zusätzlich mit Werten für Sand- und für Tonböden. Für die durchschnittliche Dichte der Erde wurden $1,6 \text{ t/m}^3$ [35] gewählt. Zur Berücksichtigung der Gewichtskraft des Baumes wurde mit einem zylindrischen Balkenelement ein 15 m hoher Stamm modelliert, mit jeweils unterschiedlichem Durchmesser. Auf eine Verjüngung nach oben hin wurde bewußt verzichtet, um dadurch näherungsweise das Gewicht von Ästen und Blattwerk zu berücksichtigen. Da die Baumhöhe art- und standortabhängig ist und selten in direktem Zusammenhang mit dem maximalen Stammradius steht, wurde die Höhe nicht variiert. Die mittlere Dichte des Stammholzes betrug für die Rechnungen $0,8 \text{ t/m}^3$ [56]. Auf die Verwendung von infiniten Elementen an den Designraumgrenzen wurde

verzichtet, da sich diese für Analysen mit Schwerkraft nicht eignen. Stattdessen wurden normale Kontinuumsselemente gleicher Geometrie verwendet, die an der Außenseite des Modells zweiwertig in x - und z -Richtung gelagert waren und unten einwertig in y -Richtung. Durch die sehr weit vom eigentlichen Designraum entfernte Lagerung war kein Einfluß auf das SKO-Ergebnis feststellbar.

In ihrer mechanischen Funktion wirken Baumwurzeln im Verbund mit der sie umgebenden Erde (vgl. Abschnitte 2.3 und 3). Die Versteifung des Bodens durch die Durchwurzelung nimmt mit zunehmender Entfernung vom Stamm ab. Zur Simulation natürlich gewachsener Wurzelverankerungen ist es deshalb angemessen, mit niedrigen Gewichtungsfaktoren zu rechnen und damit E-Modulverteilungen zuzulassen. Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, die maximale Temperaturdifferenz pro Iterationsschritt auf 50 K festzulegen, was einer Änderung des E-Moduls um 4900 MPa entspricht. Eine Dichteänderung aufgrund der Durchwurzelung wurde nicht berücksichtigt, da das Wachstum der Wurzeln durch das Erdreich sowohl Verdrängungs- als auch Kompressionseffekte bewirkt. Bei den im folgenden dargestellten Ergebnissen besitzen jeweils die hellsten Bereiche die Steifigkeit des Erdstoffes, während dunklere Gebiete ihrem Sättigungsgrad entsprechend höhere Steifigkeiten aufweisen. Alle dunklen Bereiche würden als reiner Erdstoff ohne Wurzelverstärkung nach dem MOHR-COULOMBSchen Gesetz versagen.

3.1.3.1 Ergebnisse

In Abbildung 3-10 sind links für unterschiedliche Böden mit und ohne Berücksichtigung der Erdschwere die Bereiche umrandet, deren Spannungszustand bei der Bruchlast eines Stammes mit 30 cm Radius nach dem MOHR-COULOMBSchen Gesetz zum Versagen führt. Der Designraum besitzt dabei überall den konstanten E-Modul des Erdstoffes. Auf der rechten Seite sind die Strukturen nach der SKO-Optimierung zu sehen. Die Steifigkeit nimmt zur Lasteinleitung hin zu. Zum Vergleich sind gestrichelt die ursprünglichen Versagensbereiche eingezeichnet. Ohne Verstärkung des Bodens – also ohne Wurzel – wäre bei der gegebenen Belastung und Geometrie keine Verankerung möglich, da die Erde schon in unmittelbarer Umgebung des Stammes versagen würde. Die Armierung durch Wurzeln verhindert dieses Versagen durch die Erhöhung der Scherfestigkeit des Bodens. Gleichzeitig erhöht sich auch die Bodensteifigkeit, und die Last wird auf größere Designraumbereiche verteilt. Die *allmähliche* E-Modulabnahme vom Stammwert bis zum Wert der Erde bewirkt dabei, daß keine großen Spannungsgradienten auftreten. Die Last wird gleichmäßig im Designraum verteilt. Die äußerste, nur noch minimal verstärkte Ankerkontur erstreckt sich nur zugseitig nahe der Oberfläche und druckseitig in der Tiefe weiter als der durch das MOHR-COULOMBSche Gesetz festgelegte Versagensbereich reiner Erde. Eine massive, homogen steife Wurzel, wie sie mit hohen Gewichtungsfaktoren berechnet wird, muß dagegen in der Ebene der Lasteinleitung deutlich tiefer reichen (vgl. Abbildung 3-11, oben und unten), während bei dem dargestellten Lastfall nur direkt an der Oberfläche eine etwas geringere Ausdehnung ausreichend ist (Abbildung 3-11, Mitte).

Die nachfolgenden Ergebnisse zeigen den Einfluß des eingeleiteten Biegemoments auf die mit SKO ermittelten Wurzelformen und -größen in unterschiedlichen Böden. In Abbildung 3-12 sind die Ergebnisse der SKO-Simulationen für einen durchschnittlichen Boden ohne Berücksichtigung der Schwerkraft dargestellt. Mit zunehmendem Stammradius und dementsprechend

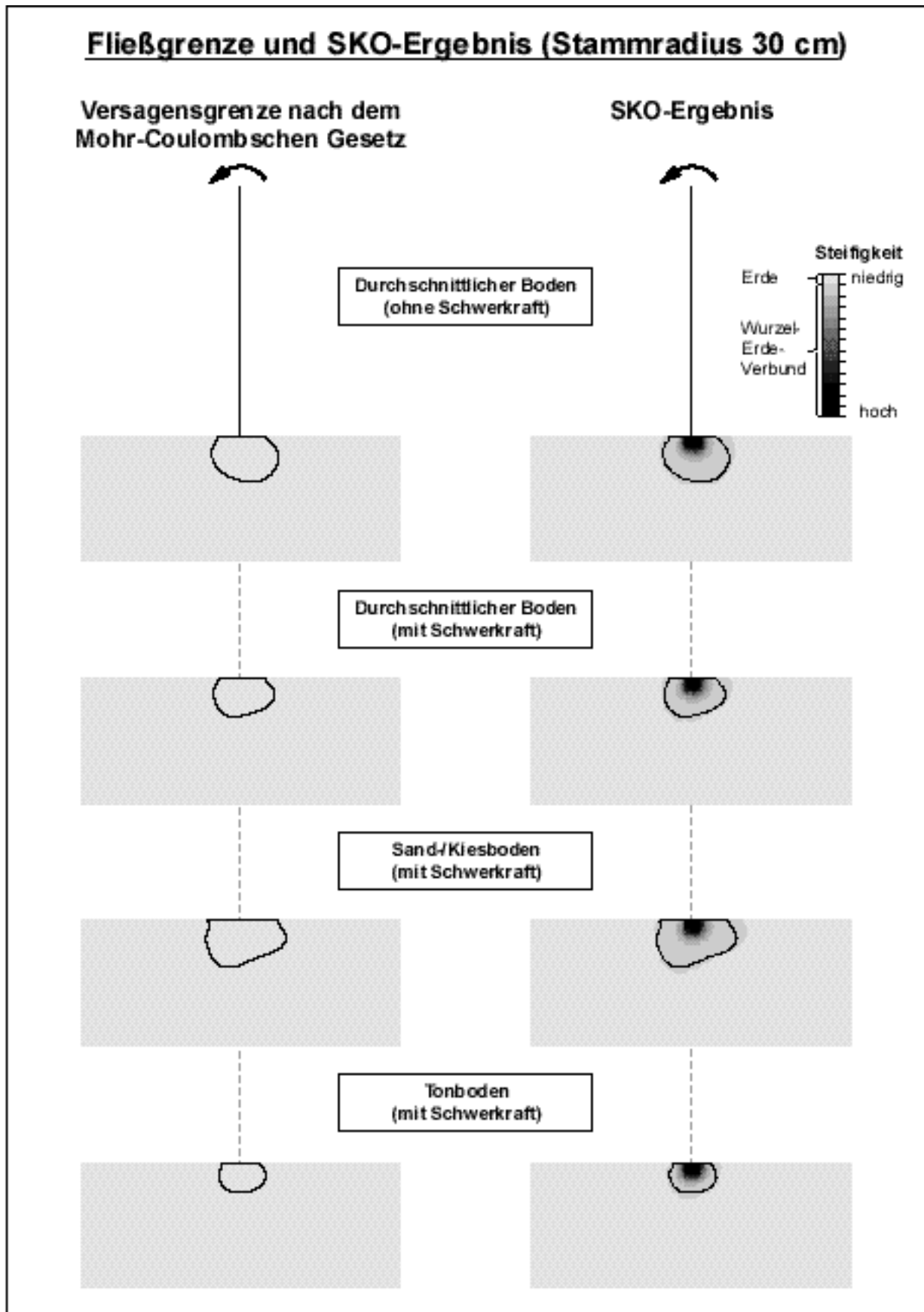


Abbildung 3-10: Die Versagensbereiche nach dem Mohr-Coulombschen Gesetz und die mit SKO berechneten Wurzelverteilungen in unterschiedlichen Böden.

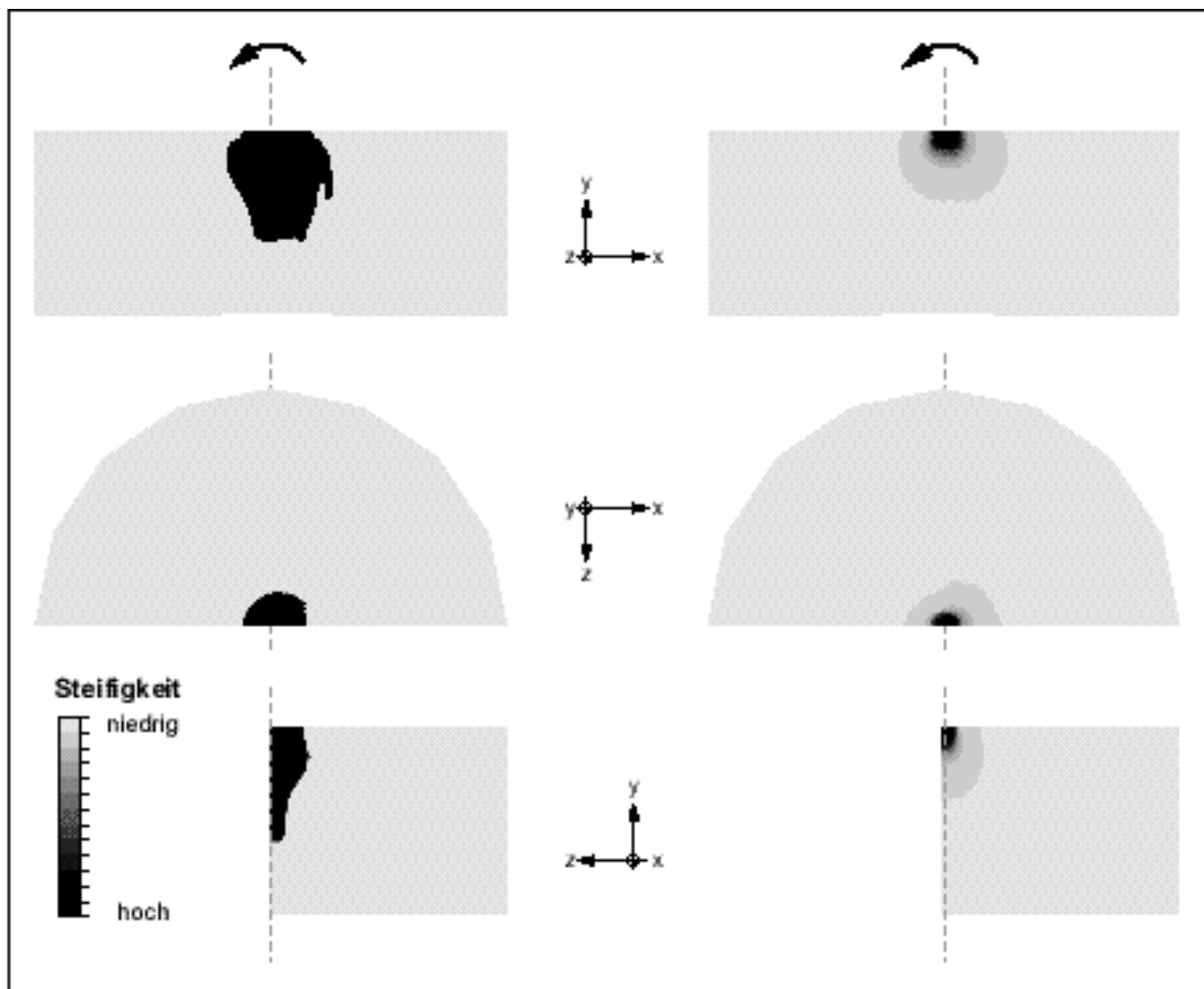


Abbildung 3-11: SKO-Ergebnis bei Verwendung hoher (links) und niedriger Gewichtungsfaktoren (rechts).

steigender Belastung wird die Wurzel größer. Die Wurzelmasse ist für alle Lastfälle leicht unsymmetrisch in der Erde verteilt. Es wird stets auf der Zugseite der Biegung eine stärkere und tiefer reichende Durchwurzelung berechnet als auf der Druckseite. Von der Lasteinleitung aus gemessen ist die vertikale Erstreckung jeweils etwas größer als die horizontale. Innerhalb der Wurzelkontur werden nur in unmittelbarer Stammnähe sehr hohe Steifigkeiten berechnet.

Zur Berücksichtigung des Einflusses der Schwerkraft des Stammes und des hydrostatischen Erddruckes wurden zunächst Simulationen mit reiner Schwerebelastung durchgeführt. Die Schwerkraft bewirkt einerseits durch die Masse des Stammes eine lokale Belastung des Designraumes, andererseits werden durch die Erdschwere nach dem MOHR-COULOMBSchen Gesetz auch die Scherfestigkeiten erhöht. In Abbildung 3-13 ist zu sehen, daß sich eine symmetrische und vorwiegend nach unten gerichtete Verteilung der Wurzelmasse ergibt. Diese ist deutlich kleiner als bei der Belastung durch Biegung und nimmt wieder mit dem Stammradius zu.

Abbildung 3-14 zeigt die Ergebnisse für die Belastung durch Biegung und Eigengewicht. Auf der Zugseite der Biegung ist die Wurzelkontur jeweils flacher und erstreckt sich weiter als auf der Druckseite. Die maximale Tiefe der Wurzel wird auf der Druckseite erreicht und entspricht etwa ihrer horizontalen Erstreckung auf der Zugseite. Insgesamt sind die Wurzelkonturen kleiner als bei den Simulationen ohne Berücksichtigung der Schwerkraft und vor allem

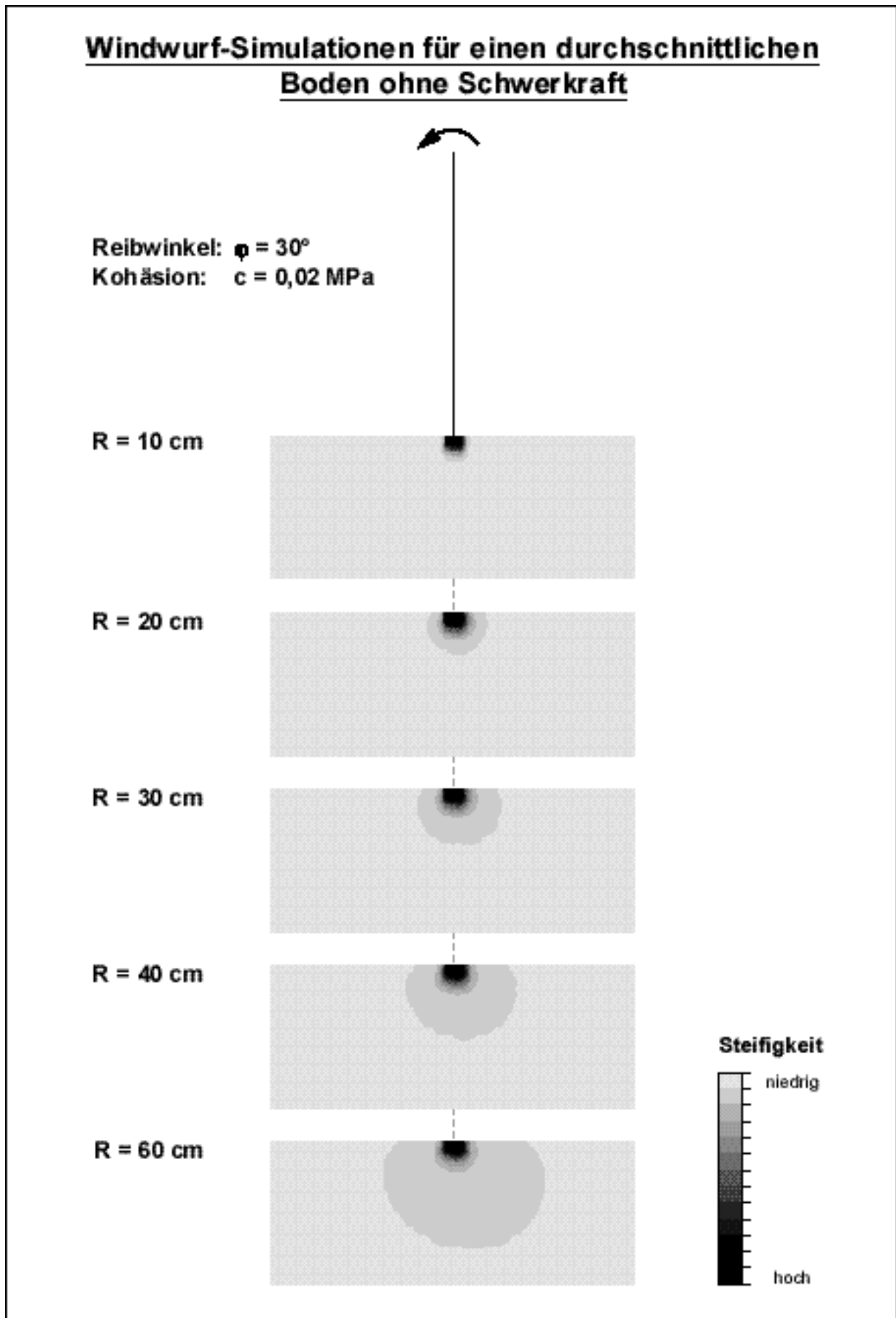


Abbildung 3-12: SKO-Ergebnisse für einen durchschnittlichen Boden ohne Berücksichtigung der Schwerkraft.

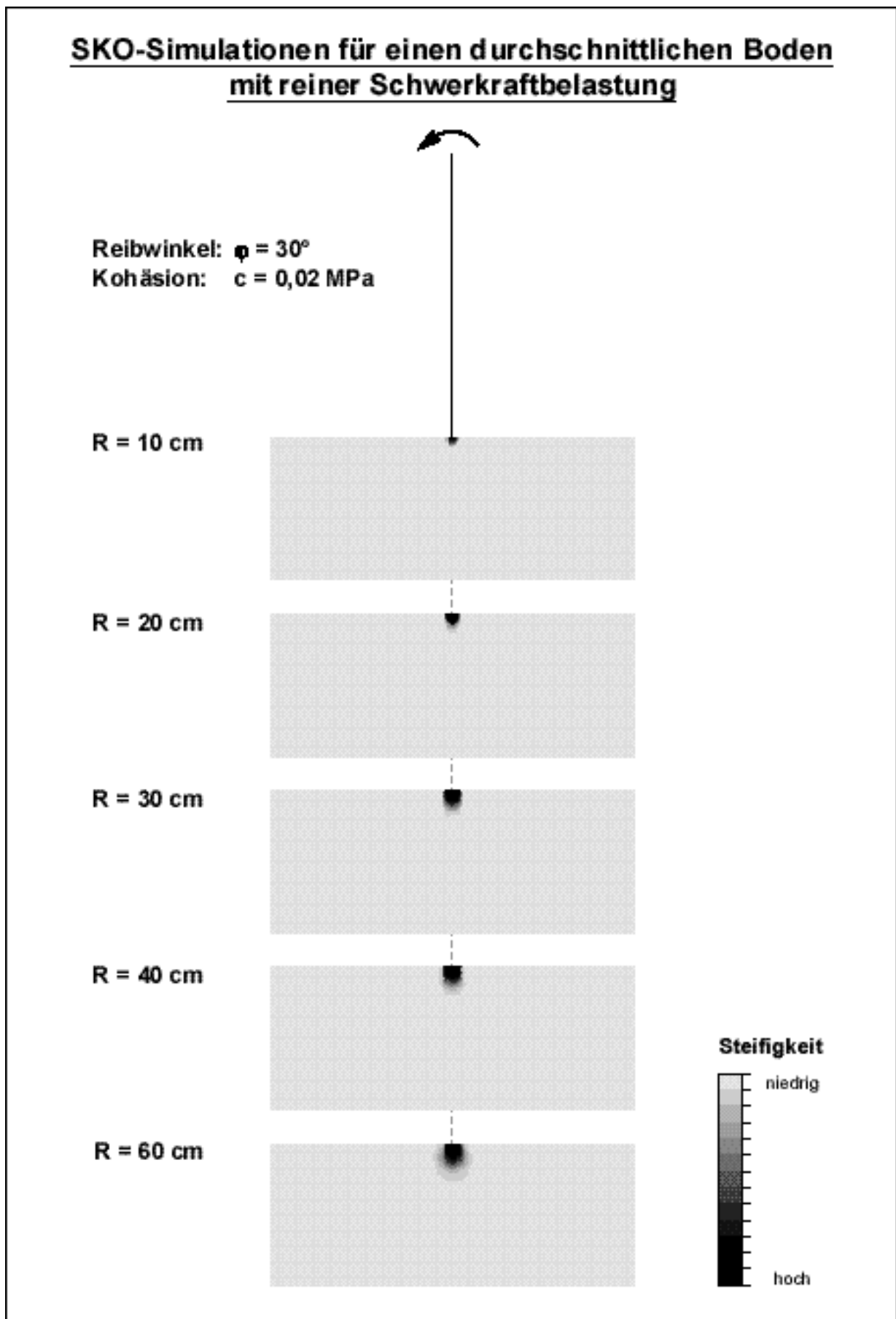


Abbildung 3-13: SKO-Erde-Simulationen für einen durchschnittlichen Boden mit reiner Schwerebelastung.

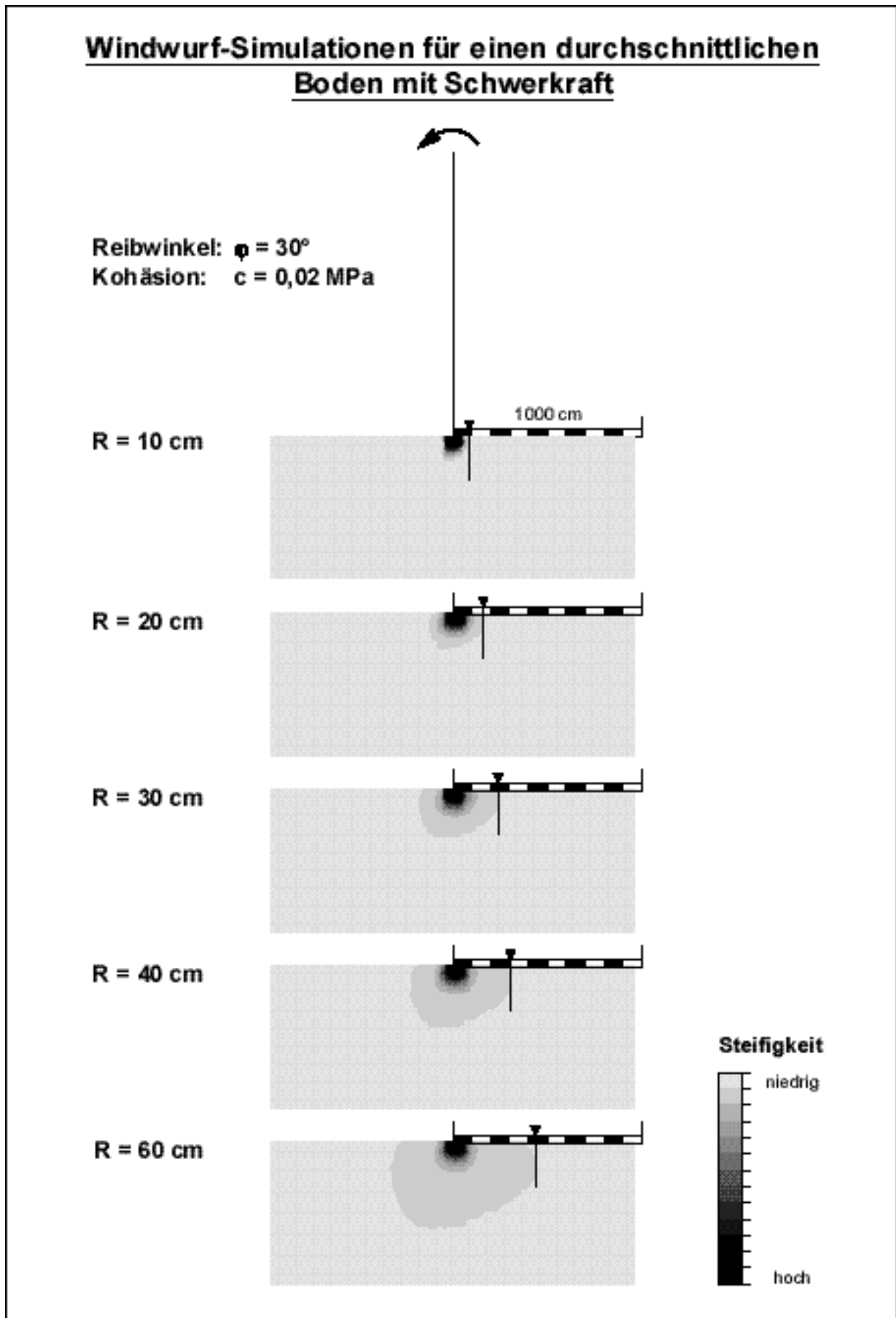


Abbildung 3-14: SKO-Ergebnisse für einen durchschnittlichen Boden mit Berücksichtigung der Schwerkraft.

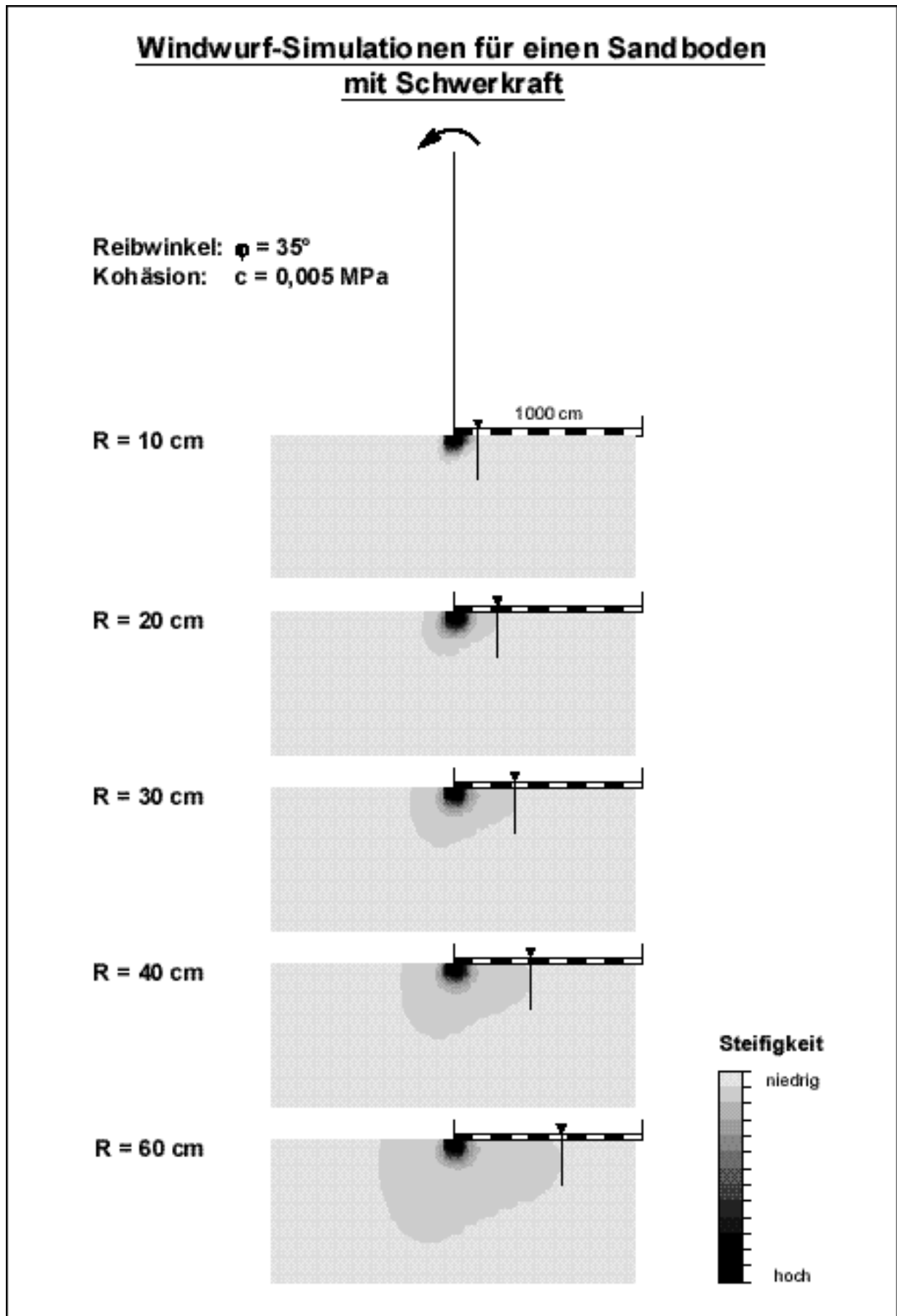


Abbildung 3-15: SKO-Ergebnisse für einen Sandboden mit Berücksichtigung der Schwerkraft.

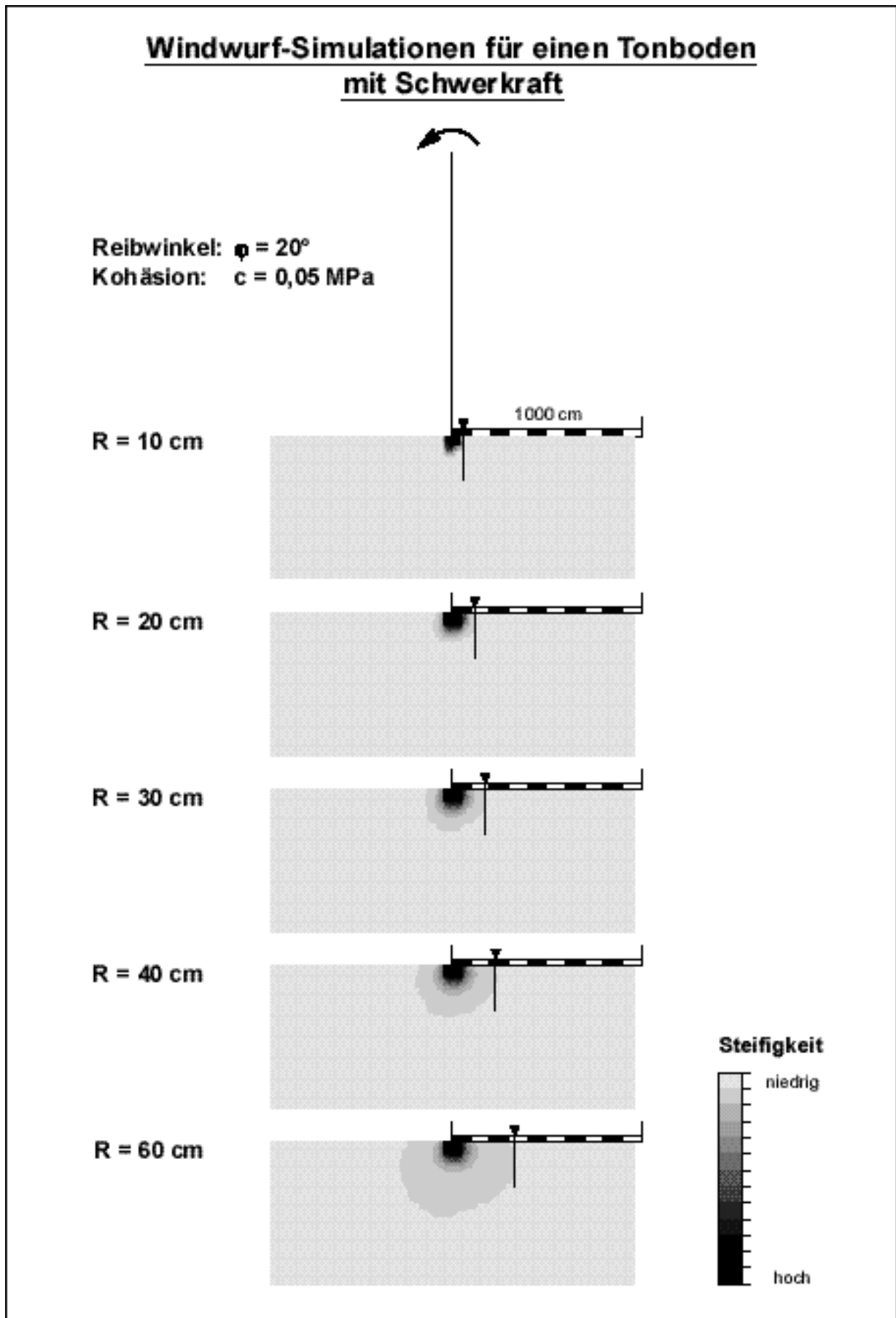


Abbildung 3-16: SKO-Ergebnisse für einen Tonboden mit Berücksichtigung der Schwerkraft.

zugseitig deutlich weniger tief. Für Sand- oder Kiesböden mit sehr geringer Kohäsion und großem Reibwinkel ergibt sich qualitativ das gleiche Ergebnis (vgl. Abbildung 3-15). Die berechneten SKO-Konturen sind jedoch merklich größer, und die Unterschiede zwischen Druck- und Zugseite sind ausgeprägter. Für Tonböden mit hoher Kohäsion und kleinem Reibwinkel (Abbildung 3-16) verhält es sich genau umgekehrt: Die berechneten Wurzelkonturen sind kleiner und symmetrischer als bei Böden mittlerer Güte.

3.1.3.2 Vergleich mit einer Feldstudie

In einer weltweiten Studie an über 2000 windgeworfenen Bäumen unterschiedlicher Arten und Standorte wurden von MATTHECK *et al.* [11, 62] die Radien von Wurzeltellern und Stämmen vermessen. Es wurde jeweils der maximale Abstand der aus der Erde gehobenen, windseitigen

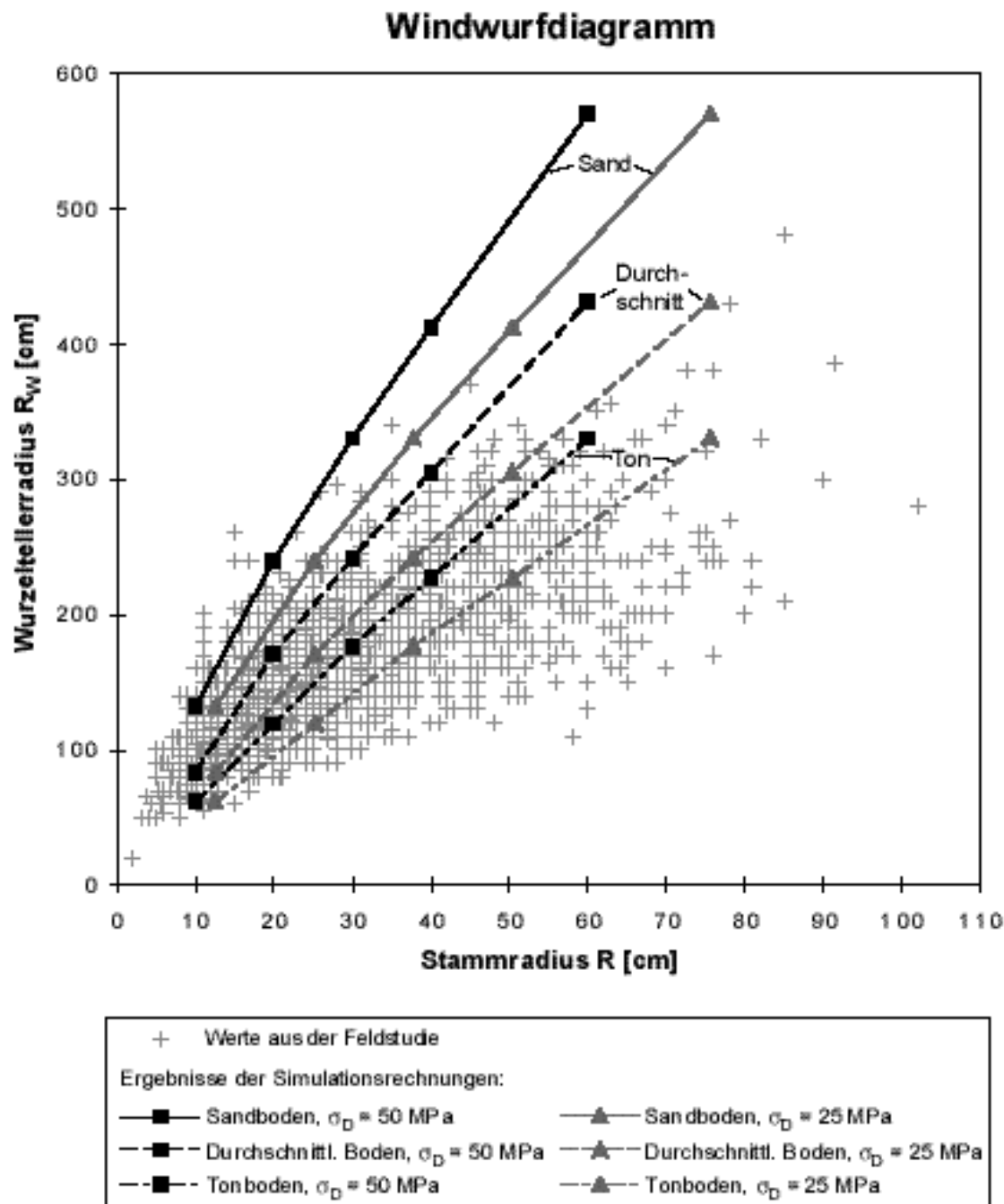


Abbildung 3-17: Windwurfdiagramm und SKO-Ergebnisse.

Wurzelplatte zur Stammitte (der Einfachheit halber im folgenden als Wurzeltellerradius R_w bezeichnet) und der Stammradius (R) direkt über den Wurzelanläufen bestimmt. Trägt man die ermittelten Wurzeltellerradien über den Stammradien auf, so erhält man das *Windwurfdiagramm*, in dem die obere Hüllkurve als Grenzlinie für die mechanisch wirksame Bodendurchwurzelung gedeutet werden kann. Windwurf wurde nur beobachtet, wenn der Radius eines Wurzeltellers unterhalb dieser gedachten Linie lag.

Die im vorigen Abschnitt mit SKO-Erde berechneten Wurzelformen stellen ebenfalls einen solchen Grenzzustand dar. Im Laufe der Iterationen haben sich die Steifigkeiten innerhalb der Erdmatrix jeweils so verteilt, daß die MOHR-COULOMBSche Grenzbedingung entlang der äußeren versteiften Wurzelkontur nirgends mehr überschritten wird, die Wurzelverankerung also bei der gegebenen Last gerade nicht mehr versagt. Durch Bestimmung der größten zugseitigen Erstreckung der SKO-Ergebnisse lassen sich diese ebenfalls in das Windwurfdiagramm eintragen.

Abbildung 3-17 zeigt dieses Diagramm aus Daten der Feldstudie und der SKO-Simulationen bei Berücksichtigung der Schwerkraft. In Ergänzung zu den aus den Simulationen gewonnenen Werten wurden die Kurven bei gegebenem Bruchmoment durch Umrechnung der Stammradien nach Gleichung (3.1) auch für eine mittlere Druckfestigkeit von 25 MPa nach [63] statt 50 MPa dargestellt. Dadurch ergibt sich eine Vergrößerung der Stammradien um 26%, und die Kurven werden etwas flacher. Die Änderung des Baumgewichtes wurde dabei vernachlässigt. Für Sand- oder Kiesböden liegen die berechneten Wurzeltellerradien gemäß Abschnitt 3.1.3.1 über denen eines durchschnittlichen Bodens, für Tonböden liegen sie darunter. Die Steigung der Kurven nimmt in allen Fällen mit größer werdendem Stammradius leicht ab. Es befriedigt, daß die durch die Simualtionsrechnungen erhaltenen Wurzeltellerradien gut mit den Werten der Feldstudie übereinstimmen. Die Kurven verlaufen etwas steiler als die in der Natur gefundenen Werte. Für Tonböden befinden sie sich vorwiegend in den unteren Bereichen der Wertemenge, für Sand- oder Kiesböden im Bereich der oberen Umhüllenden.

3.1.3.3 Diskussion

Die berechneten Optimalformen werden vorwiegend durch das MOHR-COULOMBSche Gesetz bestimmt. Durch die geringe (Scher-) Festigkeit der Erde bei positiven Normalspannungswerten sind die Versagensabstände auf der Zugseite der Biegung in weiten Bereichen positiv und führen zu einer zunehmenden Versteifung der Erdmatrix. Auch auf der Druckseite versagen durch die hohen angreifenden Momente große Bereiche des Designraumes. Da der hydrostatische Anteil der Druckspannungen jedoch gleichzeitig die Erdfestigkeit erhöht, fallen diese Bereiche kleiner aus als auf der Zugseite, wodurch die SKO-Kontur eine unsymmetrische Form erhält, die sich zugseitig weiter und stammnah auch etwas tiefer erstreckt als druckseitig. Aufgrund der Aussteifung reicht die Wurzelerstreckung stets druckseitig tiefer und zugseitig an der Oberfläche weiter als die Fließgrenze in nicht verstärkten Böden.

Die Rechnungen zur reinen Schwerebelastung durch das Eigengewicht des Erdstoffes und durch einen 15 m hohen, zylindrischen Baumstamm liefern symmetrische Strukturen, da die Lasten auch bezüglich der Vorzeichen symmetrisch sind. Die SKO-Konturen sind jedoch im Vergleich zu den Ergebnissen bei Biegebelastung sehr klein. In einer nicht dargestellten Untersuchung wurde der Einfluß der Gewichtskraft des Stammes auf die SKO-Ergebnisse bei zusätzlicher Biegebelastung überprüft, um die sehr einfachen Annahmen für die Normalkraft des

Baumes zu erörtern. Es zeigte sich, daß bei Variation der Gewichtskraft des Balkenelementes zwischen null und dem Vierfachen des verwendeten Wertes so gut wie keine Änderung der mit SKO berechneten Optimalform feststellbar ist. Der lokale Normaldruck des Stammes verteilt sich auf wenige Designraumbereiche und wird von den Belastungen der Biegung überlagert, die in diesen Bereichen ohnehin eine starke Erhöhung der Steifigkeiten bewirken. Mit zunehmendem Abstand von der Lasteinleitung werden die Belastungen durch den Stamm geringer. Der Schweredruck der Erde dagegen steigt in der Tiefe an, und die Scherfestigkeit wird größer. Dadurch sind die SKO-Ergebnisse der Rechnungen mit Schwerkraft kleiner als die der Simulationen ohne Schwerkraft. Direkt an der Oberfläche reichen die Konturen sowohl zug- als auch druckseitig gleich weit. Erst mit zunehmender Tiefe unterscheiden sich die Ergebnisse. Der hydrostatische Schweredruck vermindert zugseitig die auftretenden Spannungswerte und erhöht gleichzeitig die Erdfestigkeit. Dadurch versagen vor allem tiefer liegende Bereiche des Designraumes nicht mehr, und es entsteht eine relativ flache Wurzelform. Auch im Bereich der neutralen Faser der Biegung führt die Festigkeitserhöhung zur Reduktion der versagenden Bereiche. Auf der Druckseite sind die Auswirkungen gering, da die hydrostatischen Druckspannungen sowohl die Festigkeiten als auch die versagensrelevanten Spannungen erhöhen. Die Simulationen mit Schwerkraft ergeben somit in allen Lastfällen Strukturen, deren tiefster Punkt sich auf der Druckseite der Biegung etwa unter dem Stamm befindet, während die zugseitige Verankerung deutlich flacher erfolgt.

Für Böden mit kleinen Reibungswinkeln ist die Abhängigkeit der Bodenfestigkeit vom Spannungszustand gering, bei hohen Reibungswinkeln dagegen stark. Dies äußert sich auch in den SKO-Ergebnissen. Die beschriebene Asymmetrie ist bei Sand- und Kiesböden ($\varphi = 35^\circ$) stärker ausgeprägt als bei Erdstoffen mittlerer Güte ($\varphi = 30^\circ$), bei Tonböden ($\varphi = 20^\circ$) entsprechend weniger. Auch die Änderung der Kohäsionswerte hat einen Einfluß auf die Optimalform: Hohe Kohäsionswerte haben im gesamten Spannungsbereich höhere Bodenfestigkeiten zur Folge, während niedrige Werte die Festigkeiten reduzieren und damit das Erdversagen begünstigen. Die SKO-Konturen sind deshalb für Tonböden ($c = 0,05$ MPa) kleiner und für Sand- und Kiesböden ($c = 0,005$ MPa) größer als für durchschnittliche Erdstoffe ($c = 0,02$ MPa).

Die so berechneten Bodenverankerungen stimmen mit den Formen natürlich gewachsener Baumwurzeln überein. Vor allem bei windexponierten oder schiefen Bäumen sind zugseitig mehr oberflächennahe Wurzeln zu finden als druckseitig. Bereiche, in denen die Erde lokal versagt, bewirken große Belastungen der Wurzeln und vor allem ihrer Verzweigungen, welchen der Baum durch verstärktes Wachstum begegnet. In Experimenten, in denen junge Bäume in Windtunneln gepflanzt und regelmäßigen Windlasten ausgesetzt wurden [64], konnte in den oberen Bodenschichten eine signifikant stärkere und weiter reichende Durchwurzelung auf der Windseite nachgewiesen werden. Bei Ausreißversuchen und Feldstudien fand COUTTS [47] zug- bzw. windseitig eine mehr als doppelte Erstreckung der mechanisch wirksamen Wurzelplatten gegenüber der Druckseite. Vor allem sehr hohe Bäume, wie Sequoias und Eukalypten, die sehr großen Biegemomenten ausgesetzt sind, haben zudem oft tief reichende Pfahlwurzeln [34, 65]. Diese bewirken eine Versteifung der Erde unterhalb des Stammes, was etwa der Lage der berechneten tiefsten Wurzelbereiche entspricht.

Der quantitative Vergleich der mit SKO-Erde berechneten Wurzelverankerungen mit dem Windwurfdiagramm zeigt ebenfalls eine gute Übereinstimmung zwischen Natur und Rechnung.

Wegen der weltweiten Standortvielfalt in der vorliegenden Feldstudie ist davon auszugehen, daß sowohl Sand- und Kiesböden als auch Tonböden enthalten sind. Durch die spezifische „mechanische Qualität“ der kohäsionsarmen Sand- und Kiesböden erfordern diese zweifellos die größten Wurzelverankerungen, wie auch die Simulationsrechnungen gezeigt haben. Die Obergrenze für die Wurzeltellerradien versagender Wurzelverankerungen muß demnach durch Bäume auf schlechten Böden gekennzeichnet sein, während die Versagensgrenzen für Bäume auf durchschnittlichen Böden und auf Tonböden unter diesen Werten liegen müssen. (Eine Untergrenze für die Wurzeltellerradien windgeworfener Bäume gibt es aus mechanischer Sicht nicht, dennoch ist das Windwurfdiagramm nach unten begrenzt. Hier können eventuell biologische Faktoren eine Rolle spielen: Wenn die Wurzeln eines Baumes zu klein sind, um die biologischen Funktionen zu erfüllen, ist der Baum nicht lebensfähig und entwickelt eine zu kleine Krone, um großen Windlasten ausgesetzt zu sein. Dadurch ist er nicht windwurfgefährdet.) Die Ergebnisse der SKO-Simulationen entsprechen genau den beschriebenen Zusammenhängen, und die Kurven für Sand- und Kiesböden liegen für beide Literaturwerte der Holzfestigkeiten recht nah an den oberen Werten der Feldstudie. Dabei treten bei großen Stammradien größere Abweichungen (nach oben) auf als bei kleinen. Dies kann durch Wurzelbrüche und somit Verkleinerung der im Felde gemessenen Bodenplatten erklärt werden. Allerdings stehen hier auch deutlich weniger Daten zur Verfügung als bei dünnen Bäumen. Die oberen Meßwerte im Windwurfdiagramm sind nicht linear korreliert, sondern weisen eine mit zunehmendem Stammradius geringer werdende Steigung auf. Dies bedeutet, daß große Bäume bezogen auf ihren Stammradius kleinere Wurzellängen haben als kleine Bäume. Dieser Trend ist auch bei den Simulationen zu erkennen, jedoch vor allem bei den kleinen Stammradien und mit geringerer Ausprägung. Die Ursachen hierfür lassen sich durch die komplexen Zusammenhänge der zugrunde liegenden Gesetze nicht klären. Wie bereits oben erläutert wurde, hat die Normalkraft des Stammes bzw. des Baumes in den gegebenen Grenzen keinen merklichen Einfluß auf das SKO-Ergebnis. Weitere Rechnungen haben gezeigt, daß nur bei *extrem* großen bzw. schweren Bäumen (mit deutlich mehr als dem Vierfachen der für die Simulationen verwendeten Masse) eine Reduktion der zugseitigen Wurzellängen und eine Zunahme der druckseitigen und der tiefen Wurzeln zu erwarten ist.

Es fällt auf, daß auch die Größe der zur Dimensionierung der Belastung verwendeten Druckfestigkeiten von Holz nur einen im Vergleich zu den Bodenparametern geringen Einfluß auf die Lage der Grenzkurven hat. Die großen Unterschiede der Literaturwerte beruhen wohl auf verschiedenen Feuchtegraden der Holzproben, wobei grünes Holz stets geringere Werte aufweist als trockenes Holz. Festigkeiten, die mit dem Fractometer (vgl. Abschnitt 4.2.2) an lebenden Bäumen bestimmt wurden, liegen im Bereich des niedrigeren Wertes.

Windwurfsimulationen ohne Berücksichtigung der Schwerkraft mit hohen Gewichtungsfaktoren führten zu Formen, die denen des 3D-2-Modells in Abschnitt 3.1.2 bei reiner Biegebelastung entsprachen (vgl. Abbildung 3-5 und Abbildung 3-11). Bereits ab der Bruchlast eines Stammradius von 40 cm reichten die Strukturen aber so tief, daß die Designraumgrenzen erreicht wurden. Hohe Steifigkeitsgradienten in Form großer massiver Wurzelmassen innerhalb der Erde führen demnach zu ineffektiven Verankerungen, die deutlich mehr Biomasse erfordern als eine sich stetig ändernde Bodendurchwurzelung. Die mit geringen Gewichtungsfaktoren

berechneten Optimalformen weisen höchste Steifigkeitswerte nur in unmittelbarer Stammnähe auf. Dies entspricht den hohen Wurzelanteilen direkt am Stammfuß.

Insgesamt hat sich gezeigt, daß sich die mit SKO-Erde gewonnenen Ergebnisse gut zur Simulation natürlicher Wurzelverankerungen eignen. Sie deuten auf eine Verallgemeinerung des Axioms konstanter Spannung im gesamten Baum hin und bestätigen weitgehend die Annahme einer Kette gleicher Glieder, bestehend aus Krone, Stamm und Wurzelplatte. Es darf dabei aber nicht vergessen werden, daß die Arbeitshypothese des Programmes nur mechanische Gesichtspunkte berücksichtigt und davon ausgeht, daß das Wurzelwachstum vorwiegend durch mechanische Stimulation bestimmt wird. Biologische Faktoren, wie Nährstoff- oder Wasserangebot und genetische Veranlagung zur Bildung bestimmter Wurzelmorphologien, tragen sicher auch zur Ausbildung eines spezifischen Wurzelsystems bei. Weiterhin wurde bei der Auswertung der Ergebnisse nur die zugseitige horizontale Erstreckung der Baumwurzeln und der Simulationsergebnisse berücksichtigt. Inwieweit eine Übereinstimmung aller anderen Ausmaße gegeben ist, kann mit den vorliegenden Daten nicht beurteilt werden. Aufgrund der mangelnden Sauerstoffversorgung in der Erde ist anzunehmen, daß die untersuchten Baumwurzeln meist eine geringere Tiefe erreichten als die SKO-Ergebnisse. Dafür reichen horizontale Wurzeln meist weiter als bis zum wirksamen Wurzeltellerradius. Sie werden beim Windwurf gebrochen oder aus der Erde herausgezogen, was dem Abscheren weitere Widerstände entgegensetzt. Die qualitative und quantitative Übereinstimmung der Simulationen mit natürlich gewachsenen Wurzeln ist auch bei Berücksichtigung dieser Umstände sehr gut.

Da die Belastungen innerhalb des Wurzel-Erde-Verbundes vom Stamm weg abnehmen, ist es im Sinne einer biomechanischen Optimierung auch zweckmäßig, die Tragfähigkeit der einzelnen Wurzeln zu verändern. Neben der Abnahme der Wurzelquerschnitte könnte dies durch Änderung der Holzfestigkeiten in Form einer inneren Optimierung erfolgen. Inwieweit Wurzelverankerungen bezüglich der Festigkeitsverteilungen in den Wurzelsträngen an die eingeleiteten Lasten angepaßt sind, wird in Kapitel 4 untersucht. Im nun folgenden Abschnitt wird eine geometrische Sonderform horizontaler Baumwurzeln nach mechanischen Gesichtspunkten analysiert.

3.2 Biomechanische Untersuchungen zur Kniebildung bei *Taxodium distichum*

3.2.1 Einführung

Die Zypressenart *Taxodium distichum* (Sumpfyypresse) wächst in vielen Gebieten der amerikanischen Südstaaten. Wie kaum ein anderer Baum ist sie in der Lage, an unterschiedlichsten Standorten zu gedeihen. Sie ist sowohl in sehr feuchten Sümpfen als auch im trockenen Hochland zu finden, und damit ist sie etwa „doppelt“ so anpassungsfähig wie die meisten Waldbäume Nordamerikas [66]. Ein möglicher Grund dafür ist die Bildung höckerartiger Strukturen auf der Oberseite ihrer horizontal verlaufenden, oft freigespülten Wurzeln (vgl. Abbildung 3-18). Es fällt auf, daß die Form und vor allem die Höhe dieser „Knie“ mit dem jeweiligen Standort der Bäume zusammenhängen. So sind bei Bäumen, die an stets trockenen Standorten wachsen, die Knie gar nicht oder nur ansatzweise vorhanden, während mit dem Grad der Versumpfung des Bodens ihre Höhe zunimmt. Die maximale Höhe entspricht etwa dem jeweils



Abbildung 3-18: *Taxodium distichum* am Lake Monroe in Florida [67].

im Frühjahr auftretenden höchsten Wasserstand. Die Knie wachsen bis zum Erreichen dieser Höhe hauptsächlich nach oben und erst anschließend in größerem Maße in die Breite.

Obwohl ein Zusammenhang zwischen dem Phänomen der Kniebildung und der Erschließung der unterschiedlichen Standorte sehr naheliegend ist, konnte bisher die Funktion der Knie noch nicht schlüssig nachgewiesen werden, es wurden vielmehr zum Teil widersprüchliche Ergebnisse veröffentlicht. Neben der verbreiteten Annahme, die Knie dienten der Versorgung der überfluteten Wurzeln mit Sauerstoff, wurde auch die Theorie aufgestellt, daß sie gleich einem Rechen im Überflutungsfalle Biomaterial in Stammnähe sammelten und so indirekt der Nährstoffgewinnung dienten [67]. Aber auch mechanische Ursachen für die Kniebildung wurden vorgeschlagen [67, 68]. Durch die Knie, die sich oft über den Anbindungen von Senkerwurzeln befinden, sollen diese stabiler sein und dadurch eine bessere Verankerung im nachgiebigen Untergrund gewährleisten. Ausgehend von dieser Theorie wurden u. a. Berechnungen mit Hilfe der CAO- und der SKO-Methode durchgeführt, welche zur Bewertung des Phänomens aus biomechanischer Sicht beitragen sollen [69].

3.2.2 Simulationsrechnungen mit CAO und SKO

Im Sinne einer mechanischen Optimierung ist es einerseits denkbar, daß die Kniebildung an der Anbindung der Senkerwurzeln zu einer Reduktion der Belastungen in den Verzweigungen führt. Andererseits könnten die Knie aber auch eine aussteifende Funktion und damit Auswirkungen auf den Kraftfluß durch die Wurzelanbindung in den Boden haben. Zur Beurteilung dieser Möglichkeiten wurden einfache Finite-Elemente-Modelle erstellt und die Spannungsverteilung jeweils innerhalb einer Verzweigung untersucht. Weiterhin wurden die durch unter-

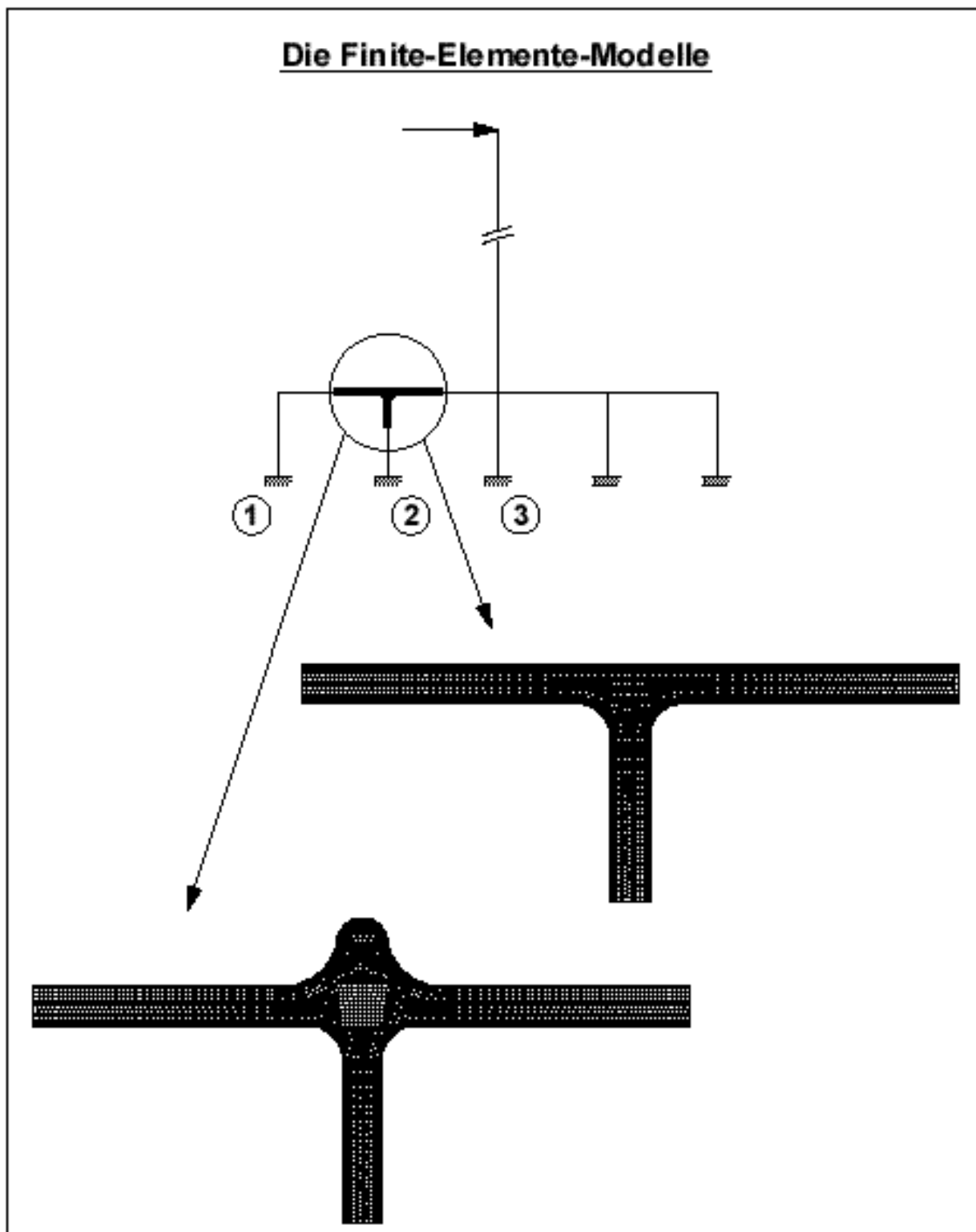


Abbildung 3-19: Die für die Spannungsanalyse und die CAO-Optimierung verwendeten FE-Modelle.

schiedliche Verzweigungsgeometrien in den Boden übertragenen Lasten ermittelt. Die Ergebnisse wurden mit Ergebnissen von Strukturen verglichen, die mit CAO optimiert bzw. mit SKO berechnet wurden.

Die Modelle (vgl. Abbildung 3-19 und Abbildung 3-21) wurden vereinfacht unter der Voraussetzung des ebenen Dehnungszustandes berechnet. Aus Symmetriegründen wurde nur eine

Baumseite untersucht. Die Bereiche, in denen die Spannungsverteilungen nicht ausgewertet werden sollten, wurden mit Balkenelementen modelliert. Die Balkenelemente der Senkerwurzeln waren unten fest eingespannt, und ihr Querschnitt betrug $1/10$ des zugrunde gelegten Stammquerschnittes. Als Last wurde eine horizontale Querkraft in großer Höhe verwendet. Die geometrischen Übergänge in den interessierenden Bereichen wurden mit Kreisradien modelliert. Alle mit diesen Modellen gewonnenen Resultate sind qualitativ zu bewerten, weil weder die genauen Lasten noch reale Geometrien vorgegeben waren.

3.2.2.1 Spannungsverteilung in den Verzweigungen

Abbildung 3-20 zeigt die Verteilung der VON MISES-Spannungen in den untersuchten Geometrien bei gleichen Lasten und Randbedingungen. Die oberen Modelle sind nicht optimiert und zeigen dadurch direkt den Einfluß eines Knies auf die lokalen Spannungen. In beiden Modellen treten die höchsten Spannungen am Auslauf der Radien der Senkeranbindung auf. Eine weitere Spannungsüberhöhung ist jeweils an der Oberseite auf der Seite der Lasteinleitung zu erkennen.

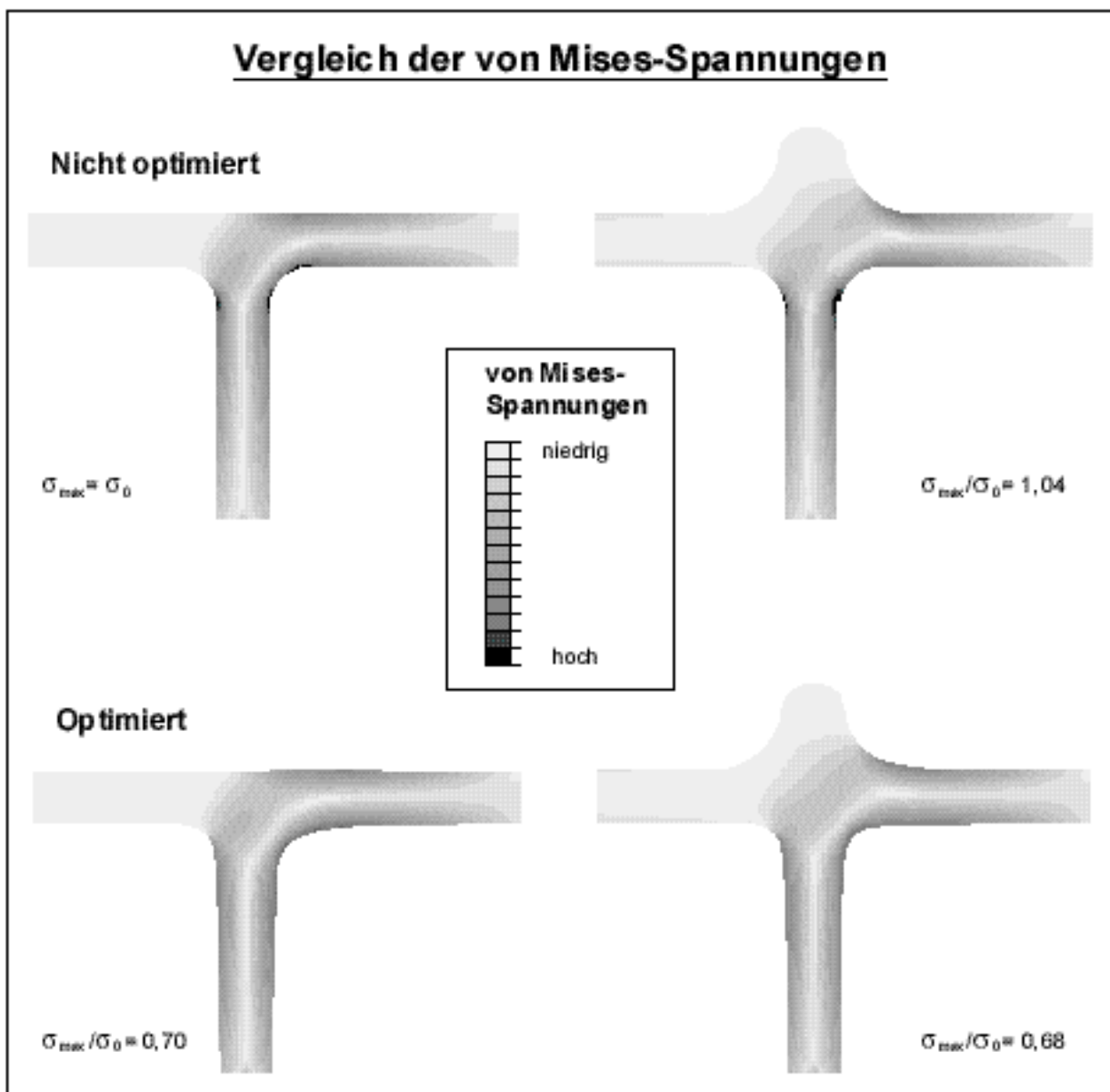


Abbildung 3-20: Von Mises-Spannungsverteilungen in den FE-Modellen.

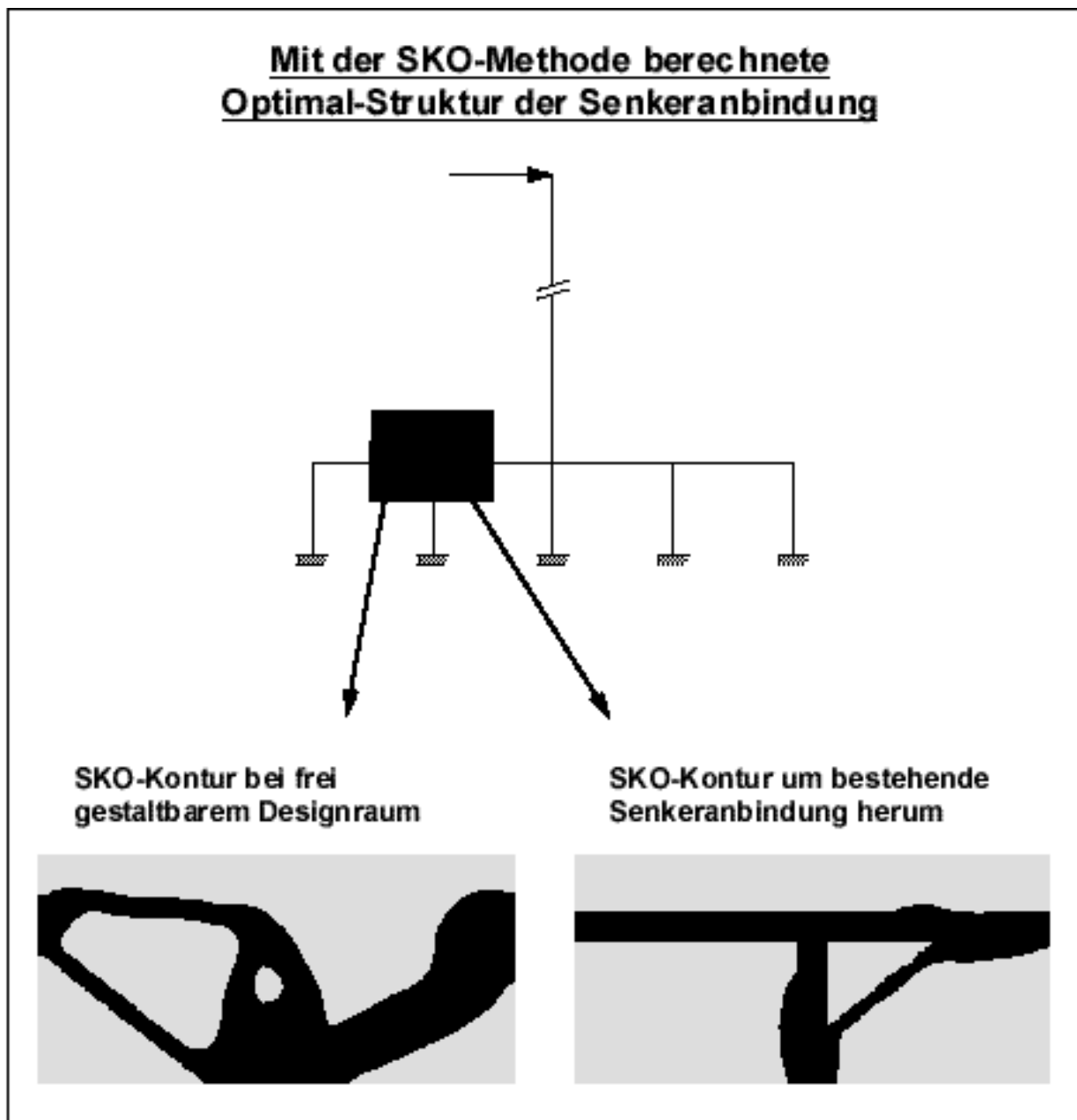


Abbildung 3-21: Modell und Ergebnis der SKO-Optimierung.

Diese Spannungsverhältnisse sind typisch für Geometrien mit Kreisradien.

Während durch das mit Kreisradien modellierte Knie die Spannungen auf der Unterseite der horizontalen Wurzel tatsächlich abnehmen, erhöhen sie sich im vertikalen Bereich (Senker) und an der Oberseite. Um die Kerbwirkungen durch die Radien zu minimieren und gleichzeitig eine Vorstellung von der Optimalform der Senkeranbindung zu erhalten, wurden die Geometrien mit CAO optimiert (Abbildung 3-20, unten) und daraufhin nochmals verglichen. Es ist zu erkennen, daß die optimierten Strukturen sich in ihrer Form von den nicht optimierten nur minimal unterscheiden, die Bildung eines Knies im Rahmen der CAO-Optimierung kann nicht beobachtet werden. In beiden Fällen weisen die Strukturen an den kritischen Stellen aber homogenere Spannungsverteilungen auf. Trotz gleicher Referenzspannung und Vorgehensweise bei der Optimierung sind die erhaltenen Strukturen jedoch nur bedingt vergleichbar, da jede Optimierung modellspezifisch ist. Es ist aber durchaus zu erkennen, daß sich die Spannungen in

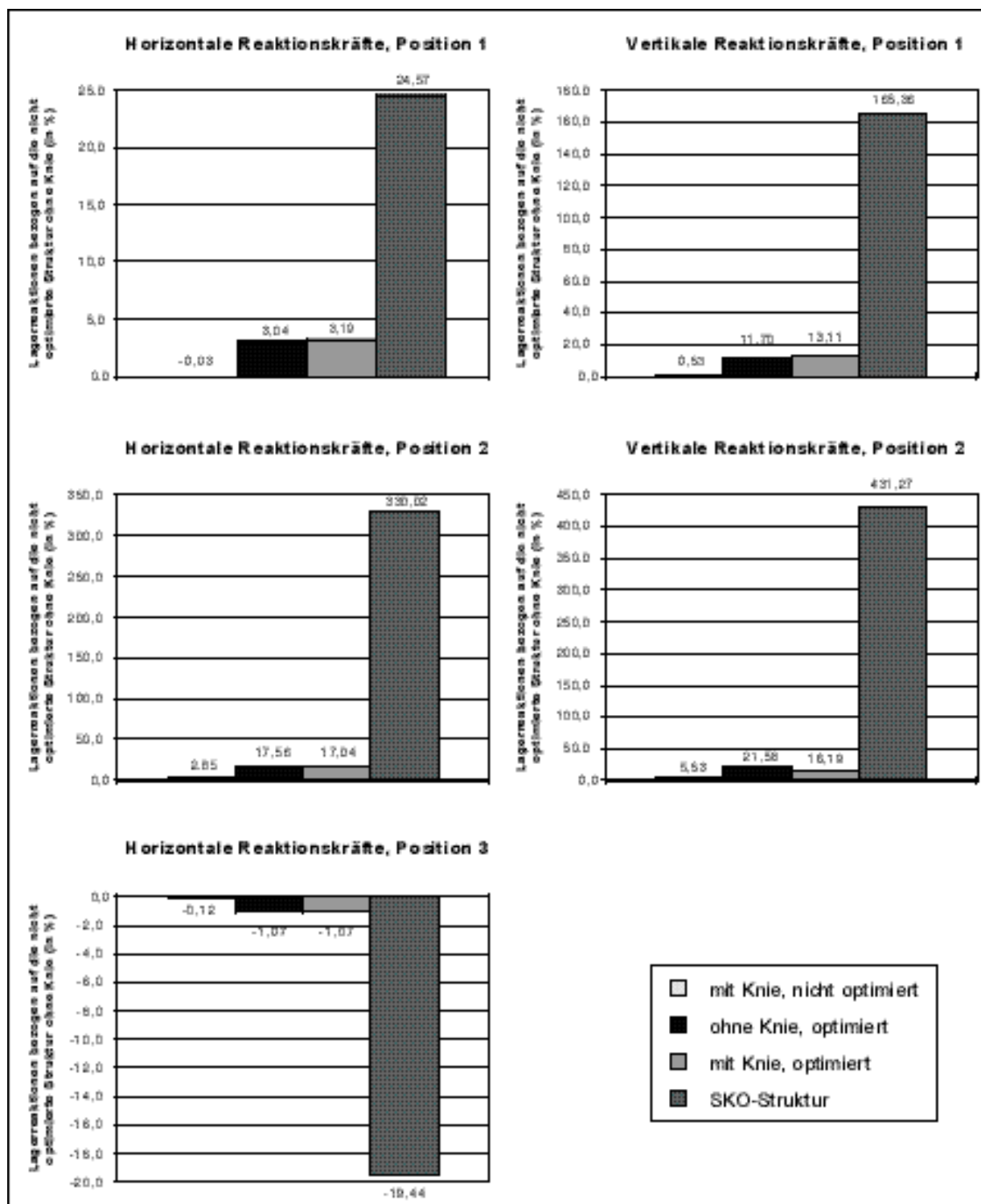


Abbildung 3-22: Die Reaktionskräfte an den unterschiedlichen Positionen.

allen kritischen Bereichen nur sehr wenig unterscheiden. Weiterhin zeigen die Simulationen, daß der Kraftfluß am Senker in die Erde geleitet wird und dadurch die Spannungen nach der Anbindung wesentlich geringere Werte aufweisen als davor.

3.2.2.2 Lastübertragung in die Erde

Die Kniebildung bei *Taxodium distichum* wird nur beobachtet, wenn die Bäume in sumpfigem Gelände wachsen. Dort wäre eine Krafteinleitung auf möglichst großer Fläche von Vorteil. Die

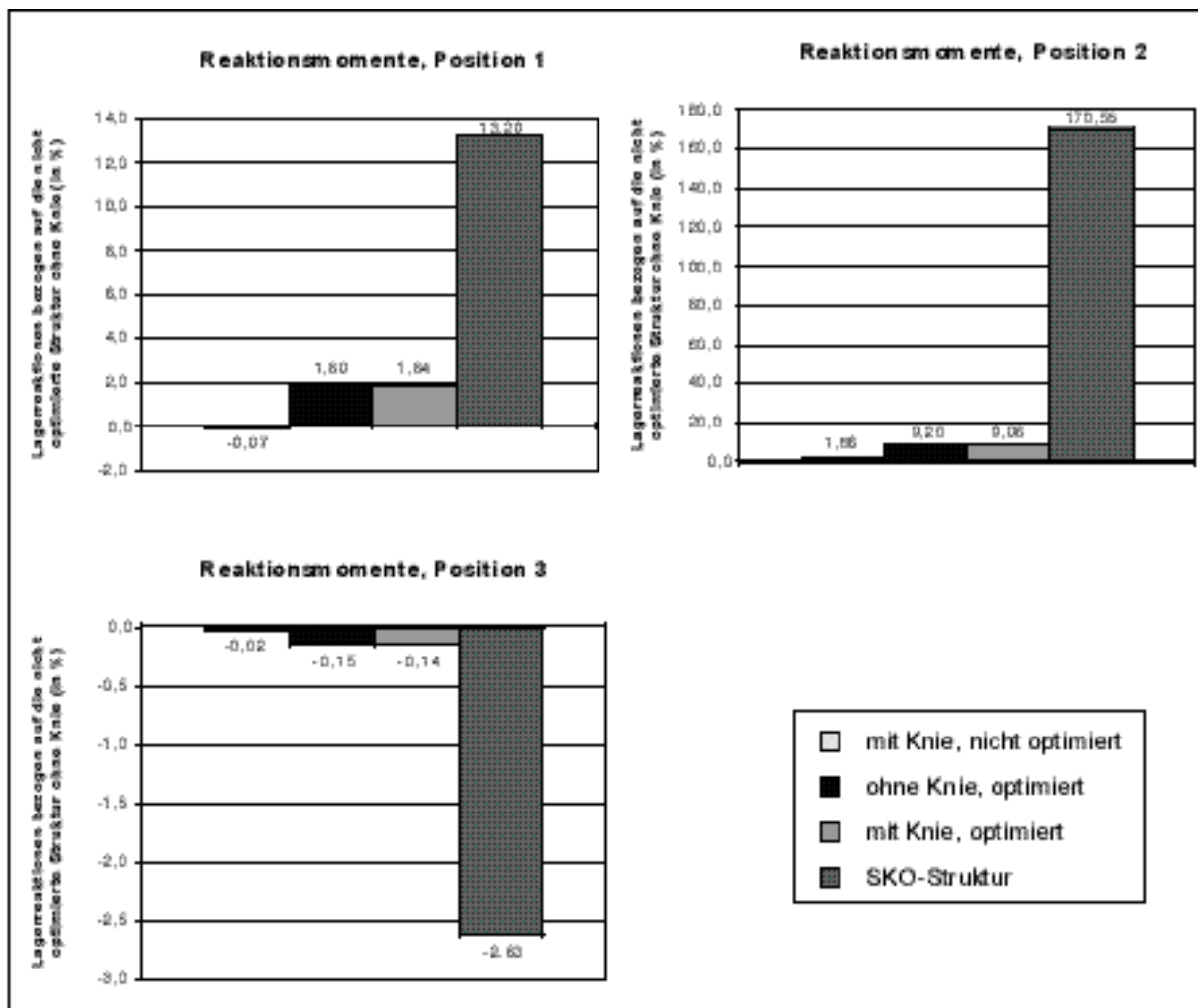


Abbildung 3-23: Die Reaktionsmomente an den unterschiedlichen Positionen.

am Baum angreifenden Lasten müssen vom Stamm weggeleitet und auf die einzelnen Senker verteilt werden. Es ist möglich, daß die Knie eine gewisse Aussteifung der Senkeranbindungen bewirken und damit den Kraftfluß in die Erde verändern. Deshalb wurden die Reaktionen an den Einspannungen untersucht (vgl. Abbildung 3-19, Positionen 1 bis 3). Die horizontalen Reaktionskräfte und die Reaktionsmomente sind in Position 1 deutlich geringer als in Position 2, am Stamm (Position 3) sind sie am größten. Vertikale Kräfte treten lediglich an den Senkern auf, ihre Werte unterscheiden sich nur geringfügig. In welchem Maße sich die Kniebildung auswirkt, kann Abbildung 3-22 und Abbildung 3-23 entnommen werden. In den Diagrammen sind jeweils die prozentualen Änderungen der Kräfte bzw. Momente (bezogen auf die nicht optimierte Struktur ohne Knie) dargestellt, die sich durch die Veränderung der Geometrie ergeben. Es wurden sowohl die beiden nicht optimierten Strukturen untersucht als auch die optimierten Varianten. Zusätzlich wurde mit der SKO-Methode eine optimal steife Geometrie (vgl. Abbildung 3-21, links) berechnet und ebenfalls mit den Modellen verglichen. Die Form der SKO-Struktur läßt jedoch keine Gemeinsamkeiten mit den untersuchten Knien erkennen. Sie besitzt links vom Senker eine an Biegung angepaßte Form und ist rechts für Zug optimiert. Bei diesem Modell sind auch die vertikalen Lagerreaktionen in Position 2 deutlich höher als in Position 1.

Mit SKO wurde auch eine Kontur berechnet, für die eine Senkeranbindung bereits fest vorgegeben war (Abbildung 3-21, rechts). Dabei entstand eine Verstrebung vom Senker zur Horizontalwurzel. Zusätzlich wurden die Stellen verdickt, an denen die Strebe angebunden wurde. Diese Struktur wurde nicht weiter ausgewertet. Den Diagrammen ist zu entnehmen, daß mit zunehmender Aussteifung der modellierten Anbindung die (Zug-) Kräfte an beiden Senkern sowohl in horizontaler (Abbildung 3-22, linke Diagramme) als auch in vertikaler Richtung (Abbildung 3-22, rechte Diagramme) ansteigen. Am Stamm nehmen die horizontalen Lasten ab. Vertikale Lasten treten bei der angenommenen Hauptbelastung durch Wind am Stamm nur in sehr geringem Maße auf und sind hier nicht dargestellt. In Abbildung 3-23 ist die Entwicklung der Reaktionsmomente zu sehen. Auch diese nehmen durch die Aussteifungen an den Senkern zu und am Stamm ab. Betrachtet man die genauen Werte der prozentualen Änderungen, so ist nur bei den vertikalen Kräften in Position 2 durch das modellierte Knie (ohne Optimierung) eine merkliche Erhöhung um ca. 5,5% bezüglich der Struktur ohne Knie zu erkennen. Bei den horizontalen Kräften sind es bei Position 2 nur 2,85%. An den anderen Positionen verändern sich die Werte durch die Kniebildung nicht in nennenswertem Umfang. Die mit CAO optimierten Strukturen zeigen deutlich höhere prozentuale Abweichungen vom Referenzmodell, sind aber nicht sehr verschieden. Nur bei den vertikalen Reaktionskräften in Position 2 hat das Modell mit Knie einen um 5,39% geringeren Wert als das Modell ohne Knie. Den weitaus größten Einfluß auf den Kraftfluß zeigt erwartungsgemäß die mit SKO berechnete Struktur.

3.2.3 Einfluß der Knie auf die kritische Knicklast

Außer an den Anbindungen von Senkerwurzeln wird die Kniebildung auch häufig an freien Bereichen horizontaler Wurzeln beobachtet. Mechanisch könnten die Verdickungen auch dort einen Sinn haben. Lange und schlanke Bauteile können unter Druckbelastung durch spontanes Ausknicken versagen. Die wirksame Knicklänge eines Stabes wird durch Bereiche mit größerem Querschnitt und damit erhöhtem Flächenträgheitsmoment reduziert, wodurch die kritische Knicklast erhöht wird. Deshalb wurde der Einfluß der Knie auf die Knicklast der horizontalen Wurzeln berechnet. Die Erhöhung der Knicklast ist am größten, wenn der „dickere“ Bereich in der Mitte des Stabes ist. Die Rechnungen wurden unter Annahme dieses Optimalfalles durchgeführt, so daß die Ergebnisse als die bei den gegebenen Randbedingungen maximal erreichbaren Verbesserungen interpretiert werden können. Die Enden des Wurzelstabes wurden gemäß EULER-Fall IV [70] als fest eingespannt bzw. in axialer Richtung verschiebbar betrachtet. Die Knicklasterhöhung κ durch ein mittiges Knie ergab sich aus der Formel

$$\kappa = \left(\frac{1}{\beta^2} - 1 \right) \cdot 100\%, \quad (3.2)$$

wobei β aus der dritten Wurzel des Verhältnisses des axialen Flächenträgheitsmoments des Bereichs ohne Knie zum Flächenträgheitsmoment des Bereichs mit Knie und aus dem Verhältnis der Länge des Kniebereichs zur gesamten Knicklänge anhand von Tabellen [70] ermittelt wurde. Die Flächenträgheitsmomente wurden jeweils bezüglich der Schwerpunktsachsen bestimmt.

Die freie Wurzellänge betrug für die Rechnungen 2 m mit einem kreisförmigen Querschnitt (Durchmesser 10 cm). In der Mitte der Struktur wurde über eine Strecke von 10 cm ein Knie mit elliptischem Querschnitt (Höhe 25 cm, Breite 10 cm) angenommen.

Es wurde sowohl seitliches Ausknicken als auch Ausknicken bezüglich der Hochachse berechnet. Die Knicklast bei vertikalem Ausknicken wird durch das oben beschriebene Knie um 10,8% erhöht, während bei horizontalem Ausknicken nur eine Verbesserung um 6,3% erreicht wird. Da das Knickverhalten eines geraden Stabes durch die kleinste kritische Knicklast bestimmt wird, ist nur diese relevant, falls nicht durch andere Faktoren eine Vorzugsrichtung gegeben ist. Durch die Stützwirkung des Erdbodens, der von den Seiten und von unten durchaus an die horizontal verlaufenden Wurzeln heranreichen kann, wäre es möglich, daß für den Baum nur das Ausknicken nach oben eine Gefahr darstellt. Da der Untergrund jedoch oft sehr nachgiebig ist oder die Wurzeln gänzlich freigespült sind, wäre eine rotationssymmetrische Form der Verdickungen günstiger.

3.2.4 Diskussion

Bei den mit sehr einfachen Modellen durchgeführten Untersuchungen lassen sich nur leichte Vorteile der Modelle mit Knien erkennen.

Die Verteilung und die Größe der VON MISES-Spannungen innerhalb der Anbindung des modellierten Senkers an die horizontale Wurzel werden durch ein einfaches Knie nur wenig beeinflußt. Sowohl bei den nicht optimierten Modellen als auch bei den optimierten sind die maximalen und damit versagensrelevanten Spannungswerte in beiden Strukturen nahezu gleich. Eine Verbesserung der Lastverhältnisse in den Verzweigungen wird durch die Kniebildung also nicht erreicht. Ein nicht dargestelltes Modell, bei dem nur an der Oberseite Zuwächse erlaubt waren, ergab ebenfalls keine signifikanten Vorteile.

Bei Betrachtung der Lagerreaktionen zeigt sich, daß jede Aussteifung in Form eines Materialzuwachses zu einer Erhöhung der Werte an den Senkern und zur Reduktion der (wesentlich höheren) Werte am Stammfuß führt. Dies betrifft auch Senker, die vom Stamm aus gesehen hinter der versteiften Anbindung liegen. Der Effekt ist umso ausgeprägter, je steifer die Anbindung ist, wie die mit SKO optimierte Form zeigt. Bei den nicht optimierten Modellen ist ein leichter Vorteil des Modells mit Knie zu erkennen, der jedoch wesentlich geringer ist als der Einfluß einer CAO-Optimierung. Bei den optimierten Strukturen zeigt das Modell mit Knie nur unwesentliche Verbesserungen gegenüber dem Modell ohne Knie. Die vertikalen Reaktionskräfte an Position 2 nehmen sogar weniger zu. Da die Optimierung wie schon erwähnt modellspezifisch ist, lassen sich diese Strukturen jedoch nur bedingt vergleichen. Insgesamt sind die beobachteten Tendenzen für den auf schlechtem Untergrund stehenden Baum durchaus von Vorteil. Die Belastung wird durch die Aussteifung der Senkeranbindungen besser auf das gesamte Wurzelwerk verteilt. Bei der in den Modellen verwendeten Geometrie des Knies können diese Ergebnisse den Aufwand für die Kniebildung aus mechanischer Sicht aber nicht rechtfertigen.

Die Kniebildung an horizontalen Wurzeln in Bereichen ohne Senker bewirkt im betrachteten Optimalfall eine leichte Erhöhung der kritischen Knicklast. Aufgrund des unsymmetrischen, stets vertikal nach oben gerichteten Wachstums der Knie ist es allerdings sehr unwahrscheinlich, daß diese Strukturen als Reaktion auf eine drohende Knickgefahr entstehen.

Trotz der Verwendung einfacher Modelle und der Betrachtung nur einer Kniegeometrie kann als Ergebnis der durchgeführten Untersuchungen davon ausgegangen werden, daß die Knie aus mechanischer Sicht keine Optimallösung darstellen. Bei dreidimensionaler Betrachtung mit

vielen Wurzeln könnten sich die beobachteten Auswirkungen zwar verstärken, es liegt aber die Vermutung nahe, daß der Baum noch auf andere Weise von einer solchen Kniebildung profitiert. Untersuchungen der Zellstrukturen in den Knien [71] haben jedoch keine Auffälligkeiten gezeigt, die auf die Funktion der Knie als Atmungsorgane schließen lassen. Die Knie können möglicherweise durch das Zusammenwirken vieler Faktoren entstehen und in ihrer Erscheinungsform mehrere Aufgaben erfüllen. Vielleicht stellen sie in dieser Hinsicht ein Optimum dar.

4 Untersuchungen an Baumwurzeln

4.1 Ziel der Untersuchungen

In Abschnitt 3.1.3 sind Ergebnisse von Simulationsrechnungen dargestellt, die zeigen, daß sich die Gestalt und die Größe natürlicher Wurzelverankerungen mit mechanischen Gesetzen erklären lassen. Der Grad der Bodendurchwurzelung ist sehr gut an die Wahrnehmung der Verankerungsfunktion angepaßt und nimmt kontinuierlich mit der Entfernung vom Stamm ab. Durch die Verjüngung der einzelnen Wurzelstränge zur Spitze hin verringert sich mit zunehmender Länge auch ihre Tragfähigkeit. Die nachfolgenden Untersuchungen sollen zeigen, ob sich außerdem die mechanischen Eigenschaften des Wurzelholzes innerhalb des Wurzel-Erde-Verbundes ändern. Die in Abschnitt 3.2 durchgeführten Spannungsberechnungen haben unter anderem gezeigt, daß sich der Kraftfluß in horizontal verlaufenden Wurzeln an den Senkeranbindungen merklich ändern kann. Deshalb sind vor allem Wurzelbereiche vor und nach einem Senker von großem Interesse. Aus diesem Grund wurden nach Auswahl und Überprüfung einer geeigneten Methode Messungen der lokalen Holzqualitäten an verschiedenen Horizontalwurzeln durchgeführt. Es standen dazu zwei Geräte zur Wahl: der Resistograph M300 und das Fractometer III.

4.2 Methoden und Geräte

4.2.1 Der Resistograph M300

4.2.1.1 Funktionsweise

Der Resistograph M300 (Abbildung 4-1) ist ein feldtaugliches Holzdiagnosegerät, das durch Messung des Bohrwiderstandes Aussagen über die lokale Holzqualität in Bäumen und Bauhölzern zuläßt. Bei Fäule z. B. sinkt der Bohrwiderstand ab, während qualitativ hochwertiges, dichtes Holz hohe Bohrwiderstände besitzt. Das Gerät wurde in Zusammenarbeit mit der Forschungszentrum Karlsruhe GmbH von der Firma IML Instrumenta Mechanik Labor GmbH (Wiesloch) entwickelt.

Zur Bohrwiderstandsmessung wird eine 300 mm lange und an ihrer Spitze 3 mm breite Bohrnadel mit konstanter Drehzahl und Vorschubgeschwindigkeit in das zu untersuchende Holz gebohrt. Über ein Planetengetriebe wird der Widerstand der Bohrnadel in die Auslenkung eines Schreibdorns senkrecht zur Vorschubrichtung umgesetzt und auf einen Wachspapierstreifen entlang des Bohrweges aufgezeichnet. Der Bohrkopf besitzt zwei Schneiden und eine Zentrier Spitze, die ein Abdriften der Nadel verhindern soll (vgl. Abbildung 4-2). Durch die verwendete Bohrergeometrie wird das zerspannte Holz nicht aus dem Bohrkanal befördert, sondern muß im Verlauf der Bohrung im Raum zwischen Nadelschaft und Bohrloch Platz finden. Dies erfordert eine Kompression des Bohrmehls. Der Bohrwiderstand setzt sich dadurch zusammen aus der Zerspanungsarbeit an der Nadelspitze, der Verdrängungs- und Kompressionsarbeit des Bohr-

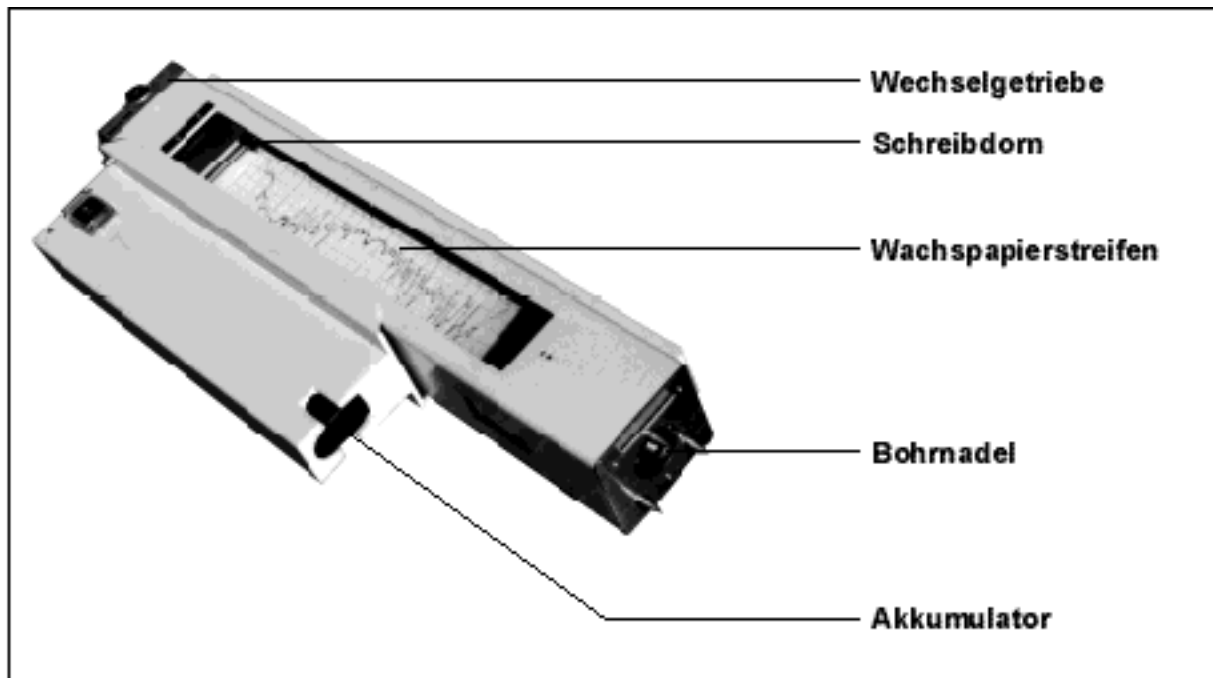


Abbildung 4-1: Der Resistograph M300.

mehls und der Reibung am Bohrnadelschaft [72]. Die Höhe des so gemessenen Gesamtbohrwiderstandes hängt nach RINN [72] von der Rohdichte des Holzes und von seiner Feuchte ab, wobei ein höherer Feuchtegehalt und eine höhere Rohdichte im allgemeinen einen größeren Bohrwiderstand bewirken [73]. Bei radialer Bohrung lassen sich Früh- und Spätholzbereiche der Jahresringe im Bohrschrieb erkennen, da das Spätholz in der Regel höhere Werte besitzt als das Frühholz. Dadurch wird vor allem bei Nadelhölzern ein gezackter Verlauf der Bohrwiderstandsprofile verursacht. Zur Anpassung an unterschiedliche Holzarten stehen verschiedene Getriebe zur Verfügung.

Resistographbohrungen bedeuten für den Baum eine minimale Schädigung, und es lassen sich durch die äußerst dünne Bohrnadel sehr kleine Holzbereiche untersuchen. Eine Korrelation zwischen einer Holzfestigkeit und dem Bohrwiderstand wurde bisher nicht nachgewiesen. Untersuchungen von GRÄSSLE [74] konnten keine Korrelation des Bohrwiderstandes mit der radialen Biegefestigkeit und der axialen Druckfestigkeit belegen. Es wurde aber eine Korrelation mit der radialen Biegebrucharbeit festgestellt. Weiterhin läßt sich ein allgemeiner Zusammenhang zwischen Holzdicke und Holzfestigkeit [20] angeben. Deshalb werden die Werte der Bohrwiderstände oft einfach als *Holzqualitäten* bezeichnet.

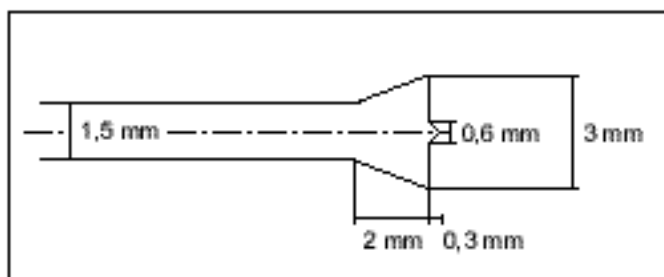


Abbildung 4-2: Der Kopf der Bohrnadel des Resistograph M300.

Für die Bohrwiderstandsmessung an Wurzeln, die unterschiedlich dick sind, war zu klären, inwiefern Bohrschriebe mit unterschiedlicher Bohrtiefe miteinander vergleichbar sind, da die mit der Tiefe zunehmende Reibung des Bohrnadelschaftes im Bohrkanal (*Bohrtrend*) den Gesamtbohrwiderstand beeinflusst. Im Rahmen einer

Studienarbeit [75] wurden deshalb unter Laborbedingungen umfangreiche Versuche zum Einfluß der Probendicke auf die Bohrwiderstände durchgeführt.

4.2.1.2 Untersuchung des Bohrtrends unter Laborbedingungen

Für die Untersuchung der Vergleichbarkeit von Bohrwiderstandsprofilen bei unterschiedlicher Bohrtiefe wäre als Probenmaterial ein künstliches, technisches Holz sehr nützlich, das definierte, wenig streuende Materialeigenschaften besitzt. Aufgrund des komplexen Aufbaus natürlichen Holzes mit wechselnden Früh- und Spätholzbereichen und einer bestimmten Feuchteverteilung in grünem Zustand lassen sich jedoch keine Ersatzstoffe finden. Die Untersuchungen wurden deshalb an frisch geschlagenen, geraden Baumstämmen sowie an Wurzeln von Pappeln durchgeführt [75]. Die Proben wurden aus eng begrenzten Bereichen entnommen, in denen keine Änderung der Holzqualität zu erwarten war. Es wurde darauf geachtet, daß keine Inhomogenitäten durch Astanbindungen, Wunden oder Fäulnis vorhanden waren.

Zur qualitativen und quantitativen Beurteilung des Holzes der unterschiedlichen Proben wurde für jeden Bohrschrieb ein *mittleres Bohrwiderstandsniveau* ermittelt. Dazu wurde jeweils mit einem Planimeter die Fläche unter der Bohrwiderstandskurve bestimmt und durch die Bohrstrecke dividiert. Der so erhaltene Zahlenwert entsprach der Höhe einer Rechteckkurve (Einheit: cm) und ermöglichte es, Kurven mit unterschiedlichen Längen und Verläufen miteinander zu vergleichen.

Um allgemeingültige Aussagen zu erhalten, wurden die Untersuchungen an Holz unterschiedlicher Baumarten durchgeführt. Dazu wurden Laub- und Nadelbäume verwendet. Da die mechanischen Eigenschaften von Laubbäumen unter anderem von der Gefäßanordnung und der Holzstrahlgröße abhängen, wurde das Laubholz nach den Gesichtspunkten Holzstrahlgröße und Porenanordnung ausgewählt. Für die Versuche wurden deshalb die folgenden Bäume verwendet:

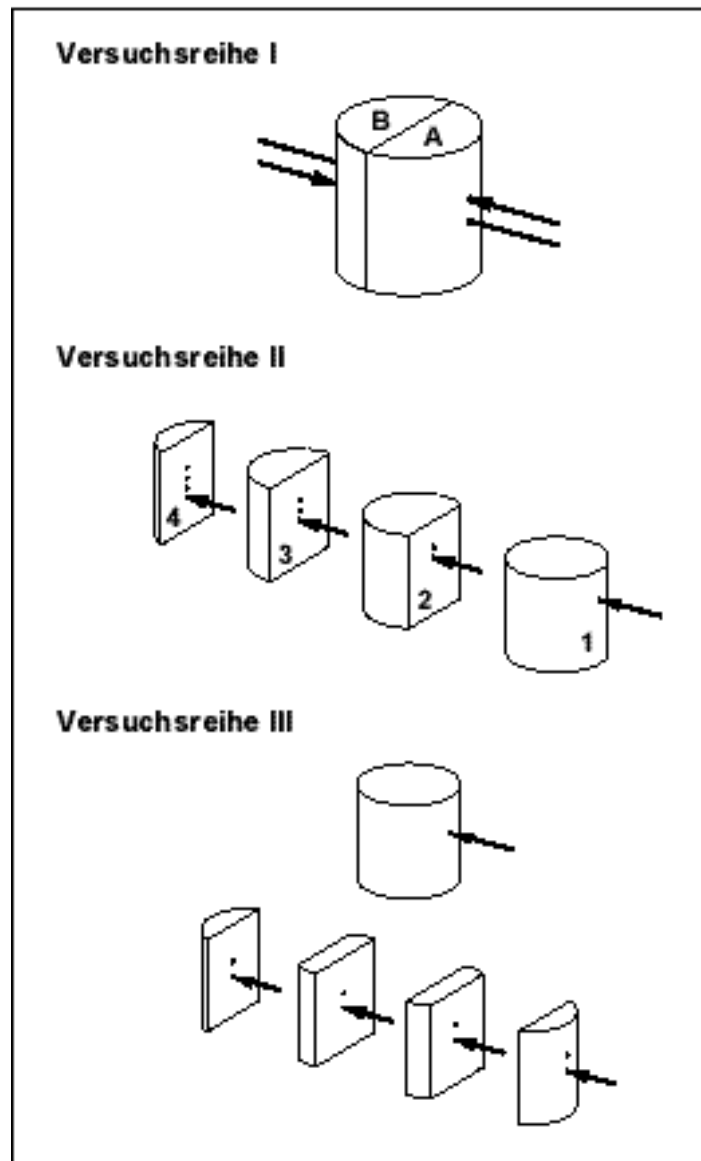


Abbildung 4-3: Die Versuchsreihen zur Untersuchung des Bohrtrends.

- Eichen (ringporig, große Holzstrahlen, Rohdichte in grünem Zustand: 900–1150 kg/m³),
- Buchen (zerstreutporig, große Holzstrahlen, Rohdichte in grünem Zustand: 820–1270 kg/m³),
- Edelkastanien (ringporig, kleine Holzstrahlen, Rohdichte in grünem Zustand: ca. 1060 kg/m³),
- Birken und Wurzeln von Pappeln (zerstreutporig, kleine Holzstrahlen, Rohdichte von Birken in grünem Zustand: 800–900 kg/m³),
- Kiefern (Rohdichte in grünem Zustand: 750–850 kg/m³) und
- Fichten (Rohdichte in grünem Zustand: 700–850 kg/m³).

Die Eichen- und Buchenproben wurden mit einer Vorschubgeschwindigkeit von 20 cm/min gebohrt, die der Edelkastanien mit 40 cm/min und die restlichen Proben mit 60 cm/min. Ein direkter Vergleich von mit unterschiedlichen Vorschubgetrieben gebohrten Proben ist nicht sinnvoll und war nicht beabsichtigt.

Die Holzproben bestanden aus ca. 30 cm hohen Stammabschnitten mit zwischen den Baumarten variierenden Durchmessern von 15 bis 25 cm. Zur Durchführung der Versuche wurden sie zusammen mit dem Resistographen in einer eigens dafür konstruierten Einspannvorrichtung [75] fixiert, um eine stets reproduzierbare, exakt radiale Ausrichtung des Bohrgeräts zu den Proben zu gewährleisten und eine Beeinflussung der Ergebnisse durch Relativbewegungen auszuschließen. Die Probeneinspannung war vertikal verschiebbar, wodurch Vergleichsbohrungen in der axial-radialen Ebene möglich waren. Der Bohrtrend sollte in drei Versuchsreihen (vgl. Abbildung 4-3) quantifiziert werden.

Versuchsreihe I

Die erste Versuchsreihe bestand darin, Resistographbohrungen von einander gegenüberliegenden Seiten der Proben durchzuführen. Die Bohrungen wurden nur wenige Zentimeter vertikal versetzt, so daß sie in fast identischen Holzbereichen erfolgten und vor allem ihre Ausrichtung bezüglich der Jahresringe nahezu gleich war. Die Auswertung erfolgte zum einen durch direkten, optischen Vergleich der Bohrprofile (ein Bohrschrieb wurde dazu jeweils gespiegelt) und zum anderen durch Bestimmung und Vergleich der mittleren Bohrwiderstände der jeweils einander entsprechenden Hälften A und B der Bohrprofile (Abbildung 4-3, oben).

In Abbildung 4-4 sind die Ergebnisse anhand eines für jede untersuchte Baumart typischen Beispiels dargestellt (verkleinert). Die schwarzen und grauen Pfeile zeigen jeweils die Bohrrichtung der entsprechenden Kurven an. Es ist deutlich zu erkennen, daß bei den Laubhölzern und in geringerem Maße auch bei den Kiefern die Bohrwiderstände mit zunehmender Bohrtiefe ansteigen. Dadurch besitzt stets die Kurve höhere Werte, bei der der betrachtete Bereich bezogen auf die Bohrstrecke weiter hinten liegt. Die meisten Kurven kreuzen sich dementsprechend etwa in der Mitte der Meßstrecke. Es fällt weiterhin auf, daß die Verläufe der beiden Kurven in manchen Bereichen unterschiedliche Tendenzen zeigen, die sich nicht immer durch eine kontinuierliche Verschiebung des Bohrwiderstandsniveaus erklären lassen. So ist z. B. bei der dargestellten Birke der starke Anstieg

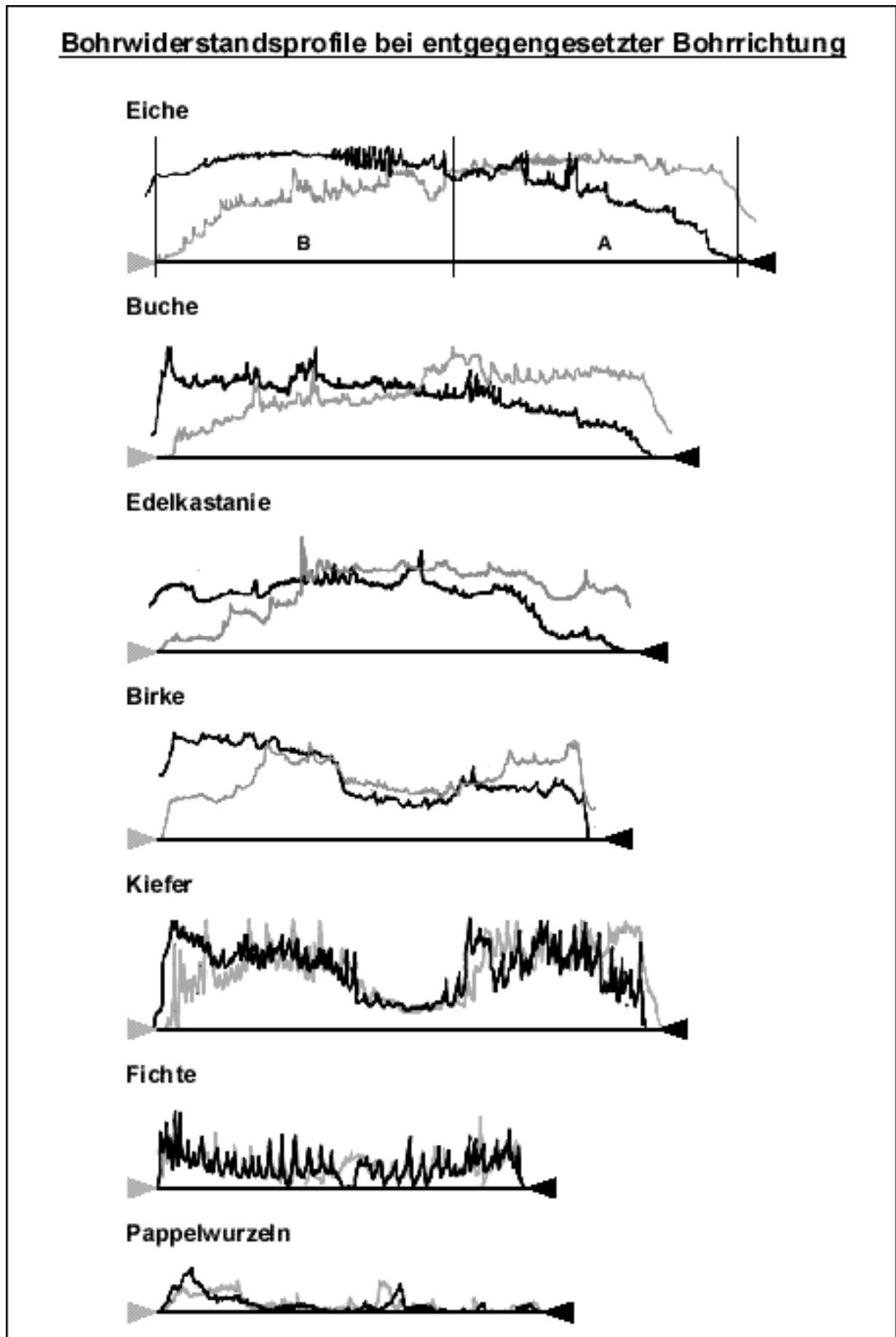


Abbildung 4-4: Bohrwiderstände bei entgegengesetzter Bohrrichtung.

im ersten Viertel der grauen Kurve bei der schwarzen Kurve nicht nachvollziehbar. Die beiden Bohrschriebe der Edelkastanie zeigen eine auffällige Erhöhung nach vorangegangener Abnahme des Bohrwiderstandes jeweils am Kurvenende. Während auf der rechten Seite die Verläufe beider Kurven ähnlich sind, kann links die Erhöhung des Bohrwiderstandes der schwarzen Kurve bei der grauen nicht gefunden werden. Die Kurven wirken dadurch seitenverkehrt.

Die Bohrwiderstandsprofile der Fichten und der Pappelwurzeln lassen keinen ausgeprägten Bohrtrend erkennen. Die Kurven liegen recht genau aufeinander.

Die quantitative Auswertung erfolgte nur für die Stammabschnitte, die Pappelwurzeln hatten zu geringe Bohrwiderstände, um brauchbare Mittelwerte zu erhalten. Die Ergebnisse aller untersuchten Bäume sind in Abbildung 4-5 dargestellt. Es wurden die Differenzen der mittleren Bohrwiderstände der Kurven einer Probenhälfte gebildet und durch den Wert derjenigen Kurve dividiert, deren Bohrung in der jeweils vorderen Probenhälfte lag. Die Werte weisen große Streuungen auf. Es ist jedoch deutlich zu erkennen, daß vor allem bei den Laubhölzern ein starker Bohrtrend besteht und die Mittelwerte über null liegen. Zur Prüfung der Signifikanz wurde ein einseitiger t-Test durchgeführt mit der Nullhypothese „Die prozentualen mittleren Bohrwiderstandsdifferenzen sind kleiner oder gleich null“. Auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 5\%$ konnte diese Hypothese bei allen Baumarten außer der Fichte abgelehnt werden. (Der eingeklammerte Wert bei den Fichten wurde dabei nicht berücksichtigt, da hier eine Fehlmessung vermutet wurde.)

Außer bei den Fichten werden also die Bohrwiderstände bei den in dieser Versuchsreihe verwendeten Proben in der zweiten Hälfte der Bohrstrecke signifikant größer. Ein direkter Vergleich zwischen den einzelnen Baumarten ist hier nicht zulässig, da z. T. unterschiedliche Vorschubgetriebe verwendet wurden und auch die Dicke der Ausgangsproben bei den einzelnen Baumarten variierte.

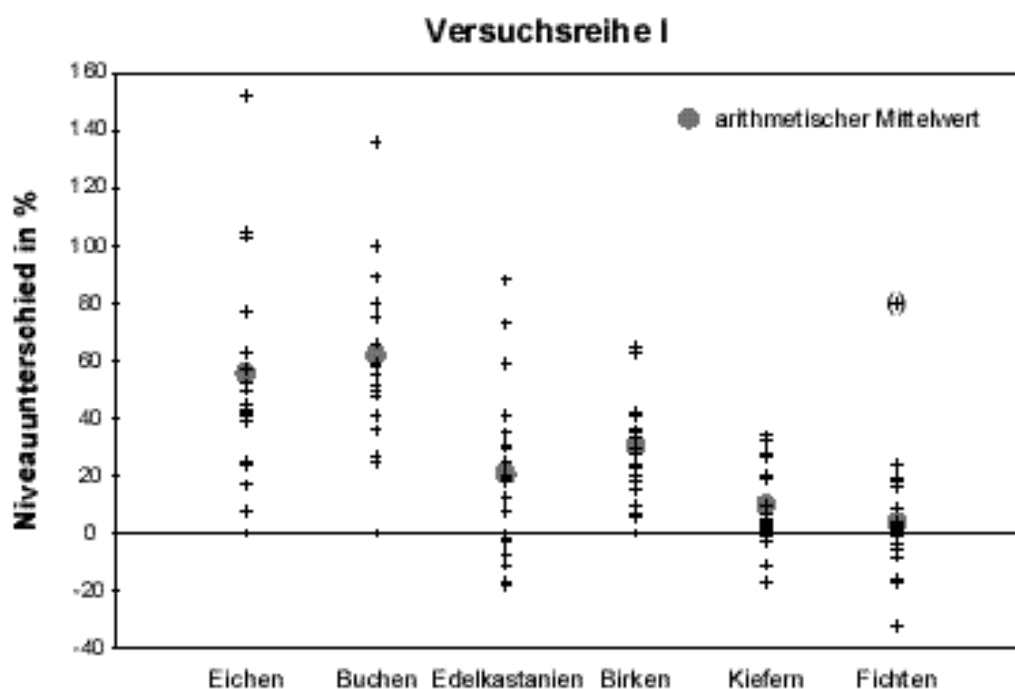


Abbildung 4-5: Die prozentualen Unterschiede im Bohrwiderstandsniveau in den Kurvenbereichen A und B.

Versuchsreihe II

In der zweiten Versuchsreihe wurden die Stammabschnitte zunächst ganz durchbohrt und anschließend im Durchmesser um etwa 4 cm gekürzt. Darauf erfolgte eine neue Bohrwiderstandsmessung direkt unter der ersten. Danach wurden weitere Stücke abgespalten und die jeweils verbleibende Probe gemessen, bis diese nur noch eine Reststärke von etwa 4 cm besaß (Abbildung 4-3, Mitte). Das Kürzen erfolgte durch *Spaltung* entlang des axialen Faserverlaufs, wodurch sich zwangsläufig eine gewisse Streuung in der Dicke der

Proben	Mittlere Bohrwiderstandsdifferenz [cm]			Bohrwiderstand der 1. Kurve [cm]
	(a) 1-2	(b) 2-3	(c) 3-4	
Eichen				
1	0,86	0,22	0,91	2,60
2	0,41	0,56	x	2,20
3	0,47	0,68	x	3,50
4	0,76	0,97	x	2,30
5	0,45	0,95	0,95	2,30
6	0,47	x	x	2,50
Mittelwerte	0,57	0,68	0,93	2,57
Buchen				
1	0,93	0,20	1,30	2,60
2	0,75	1,07	0,58	2,70
3	0,46	0,94	0,83	2,60
4	1,48	0,92	1,15	3,20
5	0,36	0,86	0,54	1,90
6	0,27	0,47	0,18	2,50
7	0,29	0,52	0,84	1,80
8	0,95	0,78	x	2,30
Mittelwerte	0,69	0,72	0,77	2,45
Edelkastanien				
1	0,10	0,05	0,48	1,30
2	0,45	0,48	0,85	1,70
3	-0,14	0,63	0,45	1,60
4	0,07	0,28	0,68	1,50
5	-0,22	0,49	0,83	2,00
6	0,22	0,60	1,00	2,20
7	0,32	0,43	0,62	1,70
8	0,35	0,63	0,10	1,20
9	-0,21	1,81	0,67	2,20
10	0,08	0,29	1,04	1,90
Mittelwerte	0,10	0,47	0,67	1,73
Birken				
1	0,62	0,20	x	2,30
2	0,42	0,25	x	1,60
3	0,55	0,34	0,59	2,00
4	0,67	0,29	1,66	2,90
5	1,04	-0,14	0,85	2,00
6	0,69	0,47	0,27	2,40
7	0,44	0,43	x	1,30
8	0,51	-0,17	x	1,40
Mittelwerte	0,62	0,21	0,84	1,99

Tabelle 4-1: Bohrwiderstandsdifferenzen der Versuchsreihe II.

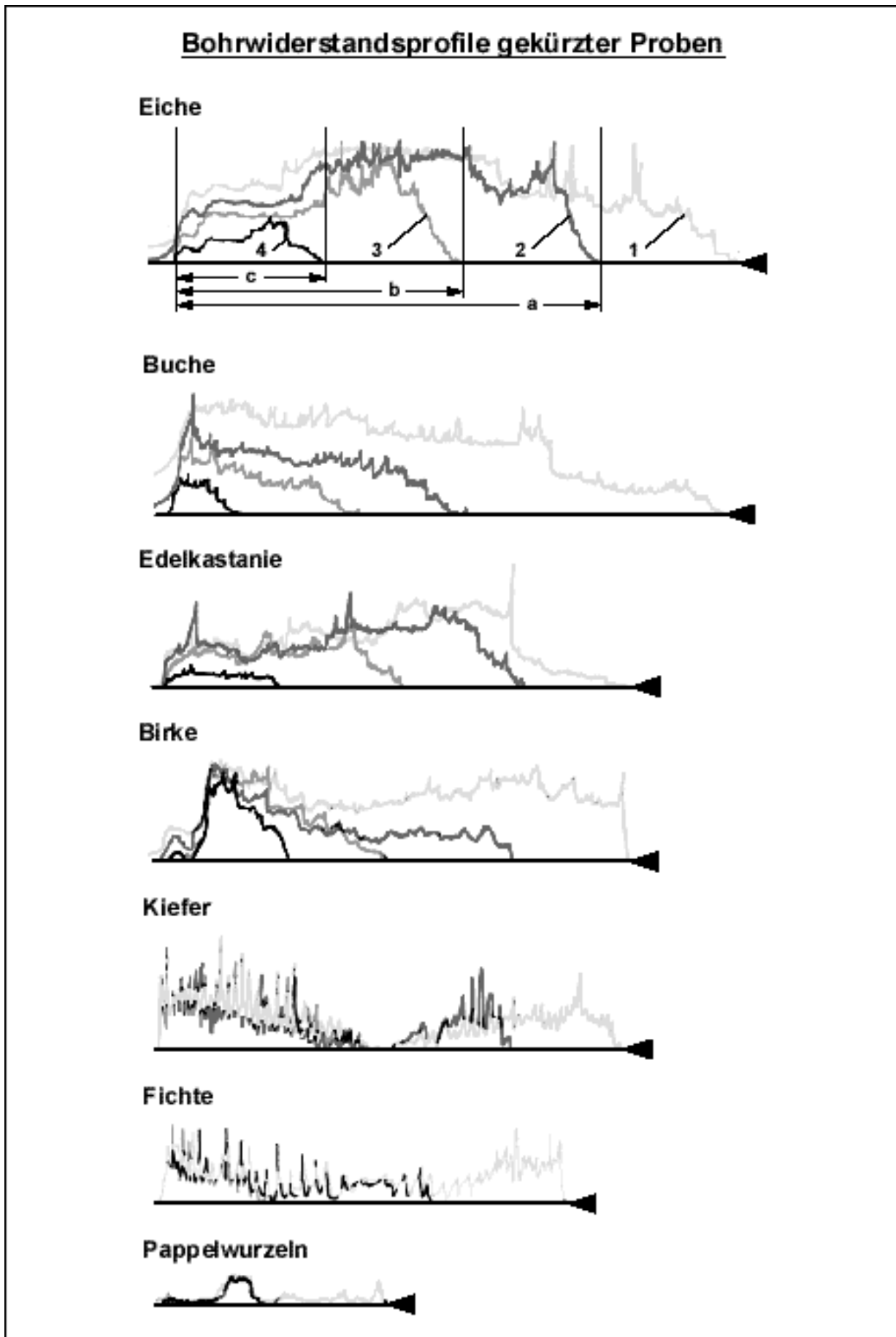


Abbildung 4-6: Bohrwiderstände gekürzter Proben.

Proben ergab. *Sägeschnitte* lassen sich zwar genauer durchführen, verursachen aber eine lokale Austrocknung durch die Zerspanung. Auch in dieser Versuchsreihe erfolgte die Auswertung sowohl durch visuellen Vergleich der einzelnen Bohrprofile in den einander entsprechenden Probenbereichen als auch durch die Ermittlung von mittleren Bohrwiderständen.

Abbildung 4-6 zeigt für jede Baumart die typischen Bohrwiderstandsprofile. Es wird deutlich, daß bei den Laubbäumen die Kurven der kürzeren Proben in den meisten Fällen unter denen der längeren liegen, vor allem im Anfangsbereich. Bei der dargestellten Buche ist dieser Effekt wie bei allen Buchen besonders ausgeprägt, die kürzeren Proben haben meist durchgehend niedrigere Bohrwiderstandswerte. Im Fall der dargestellten Birke dagegen liegt die dritte Kurve größtenteils über der zweiten. Bei den Nadelbäumen und den Pappelwurzeln ist kein Unterschied zwischen den einzelnen Kurven zu erkennen, ihre Bohrwiderstandsprofile sind meist nur schwer voneinander unterscheidbar.

Zur quantitativen Ergebnisauswertung der Stammabschnitte der Laubbäume wurde jeweils die mittlere Bohrwiderstandsdifferenz aus der Fläche zwischen zwei aufeinanderfolgenden Bohrprofilen im Bereich der gemeinsamen Bohrstrecke bestimmt (Kurven 1 und 2: Bereich *a*, Kurven 2 und 3: Bereich *b*, Kurven 3 und 4: Bereich *c*, nach Abbildung 4-6, oben). Waren die so ermittelten orientierten Bohrwiderstandsdifferenzen positiv, lag die längere Kurve im Mittel über der kürzeren, bei negativen Werten darunter.

In Tabelle 4-1 sind alle Differenzwerte zusammengefaßt, und als Referenzwert ist der mittlere Gesamtbohrwiderstand der jeweils ersten Kurve angegeben. Nur in drei Fällen bei den Edelkastanien und in zwei Fällen bei den Birken wurden negative Werte gemessen. Die Mittelwerte aller Eichen-, Buchen- und Kastanienproben eines Meßbereichs weisen auf eine Tendenz zu größeren Differenzen zwischen den kürzeren Proben hin, die sich aber in den Einzelversuchen nur bei den Kastanienproben wiederfinden läßt. Da außerdem die Dicke der jeweils abgespaltenen Stücke aus praktischen Gründen variierte, kann diesem Trend keine Bedeutung beigemessen werden. Die Ergebnisse zeigen aber, daß schon bei relativ dünnen Proben ein deutlicher Bohrtrend auftritt. Im Bereich *c* wurden bei allen Bäumen nur positive Bohrwiderstandsdifferenzen gemessen.

Auch diese Versuchsreihe weist damit auf eine merkliche Erhöhung der Bohrwiderstände von Laubholz mit zunehmender Bohrtiefe hin. Der Effekt kann mit den verwendeten Proben bei Nadelhölzern und den untersuchten Pappelwurzeln nicht nachgewiesen werden.

Versuchsreihe III

In einer dritten Versuchsreihe wurden die Proben zuerst ganz durchbohrt und daraufhin in 2 bis 4 cm starke Scheiben aufgespalten, für die einzeln die Bohrwiderstandsprofile aufgenommen wurden (Abbildung 4-3, unten). Aus den Bohrwiderstandskurven der Scheiben wurden die Gesamtfläche, die gesamte Bohrlänge und daraus der mittlere Bohrwiderstand bestimmt. Dieser wurde mit dem Mittelwert der Ausgangsprobe verglichen. Da eine eindeutige Zuordnung der Scheiben zum entsprechenden Meßbereich der gesamten Probe nicht möglich war, wird hier auf die Darstellung der Kurven verzichtet. Die Pappelwurzeln lieferten keine auswertbaren Ergebnisse.

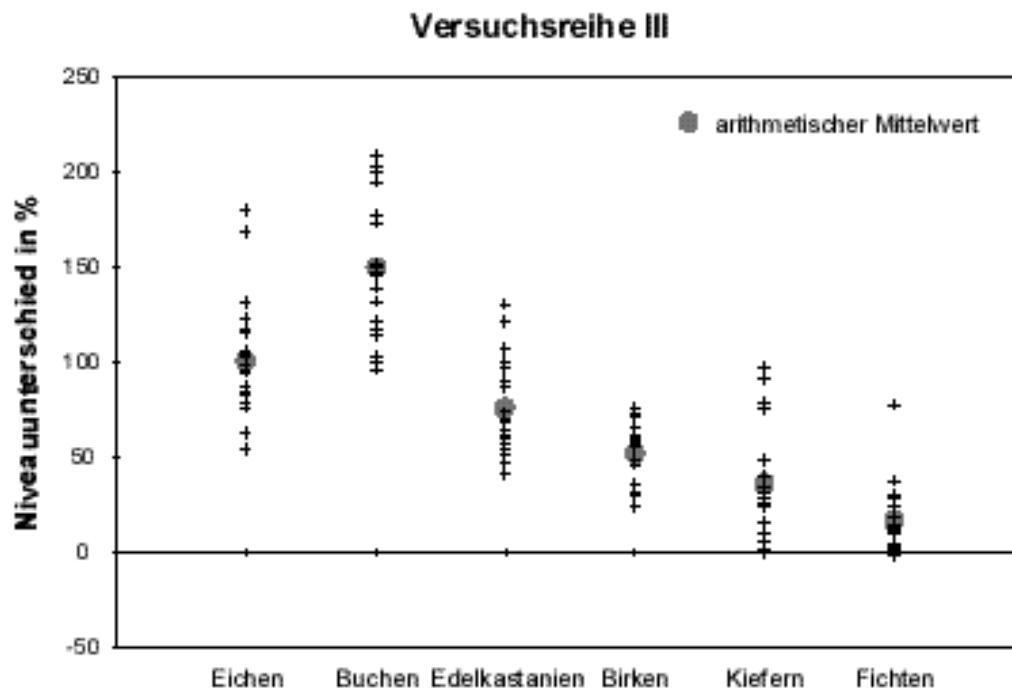


Abbildung 4-7: Prozentuale Bohrwiderstandsdifferenzen der Versuchsreihe III.

Die auf die mittleren Bohrwiderstände der Scheiben bezogenen Bohrwiderstandsdifferenzen aller Proben sind in Abbildung 4-7 zu sehen. Außer bei einer Fichtenprobe ist stets das Bohrwiderstandsniveau der am Stück durchbohrten Probe höher als der Mittelwert aus den Scheiben. Dies läßt sich auch mit einem einseitigen t-Test zum Effektivniveau $\alpha = 5\%$ in allen Fällen bestätigen. Die Nullhypothese „Die prozentualen Niveauunterschiede sind kleiner oder gleich null“ kann mit 95%iger Sicherheit abgelehnt werden. Die Unterschiede im Bohrwiderstandsniveau durch das Zerteilen der Proben sind also als signifikant zu bewerten.

Die drei Versuchsreihen haben gezeigt, daß es vor allem bei den untersuchten Laubhölzern, die höhere Dichten aufweisen als die Nadelhölzer, einen merklichen Bohrtrend gibt. Dieser läßt sich auch schon bei relativ dünnen Holzproben (ca. 6–10 cm Durchmesser) finden. Die Mittelwerte der Niveauunterschiede sind in Versuchsreihe I (entgegengesetzte Bohrrichtung) geringer als in Versuchsreihe III (in Scheiben zerteilte Proben), da sich die Bohrtiefen der jeweils miteinander verglichenen Proben weniger unterscheiden. Beim Vergleich der beiden mit dem 20er Getriebe gebohrten Laubhölzer mit großen Holzstrahlen zeigen die zerstreutporigen Buchen meist höhere Bohrwiderstandsunterschiede als die ringporigen Eichen. Die Hölzer mit kleinen Holzstrahlen (Edelkastanien und Birken) lassen sich aufgrund der Verwendung unterschiedlicher Getriebe nicht direkt vergleichen. Bei den Nadelhölzern zeigen die Kiefern einen stärkeren Bohrtrend als die Fichten. Für die untersuchten Pappelwurzeln ließen sich nur wenige Auswertungen durchführen, die aber durch die niedrigen Bohrwiderstände keine Abhängigkeit von der Bohrtiefe erkennen lassen. In Abbildung 4-8 sind alle Bohrwiderstände der Stammabschnitte der Versuchsreihen I und III über den Meßlängen aufgetragen. Es ergeben sich den Versuchen entsprechend drei Häufungspunkte der Abszissenwerte: 2–5 cm (Scheiben), 6–12 cm (Hälften) und 15–23 cm (ganze Proben). Auch hier zeigt sich vor allem bei den Laubhölzern die Zunahme

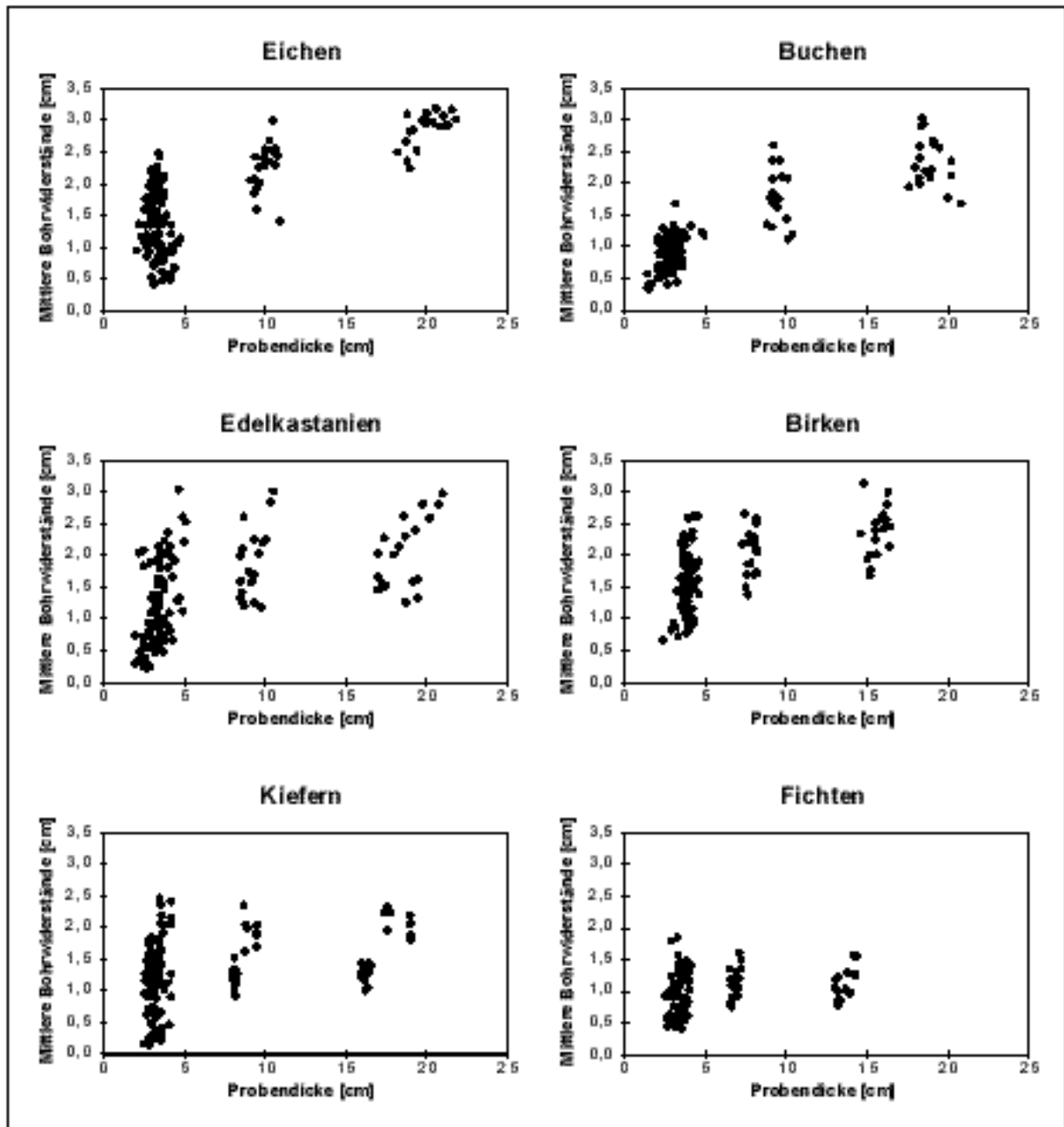


Abbildung 4-8: Gemittelte Bohrwiderstände aller Proben der Versuchsreihen I und III.

der Bohrwiderstandswerte mit der Probendicke. Es wird jedoch auch deutlich, daß die Messungen trotz sorgsam ausgewählter Ausgangsproben sehr große Streuungen aufweisen. Deshalb ist es nicht möglich, Korrekturfunktionen zu finden, die (eventuell baumartspezifisch) den Gesamtbohrwiderstand um den Schaftreibungswiderstand reduzieren.

Obwohl der Bohrtrend des Resistograph M300 bei den untersuchten Wurzeln nicht nachgewiesen werden konnte und Wurzelholz oft eine geringere Dichte besitzt als Stammholz, wurden aufgrund dieser Ergebnisse die Untersuchungen entlang von Horizontalwurzeln mit dem Fractometer III durchgeführt. Es läßt sich nicht ausschließen, daß bei Bohrwiderstandsmessungen eventuell beobachtete Änderungen in den Holzqualitäten mit den zwangsläufig unterschiedlichen Bohrtiefen zusammenhängen, zumal die erwartete Entwicklung in die gleiche Richtung zeigt wie der Bohrtrend.

4.2.2 Das Fractometer III

Das Fractometer III [76] ist ein feldtaugliches Gerät zur Bestimmung unterschiedlicher Festigkeitswerte von Holz in grünem Zustand. Es wurde von der Firma IML Instrumenta Mechanik Labor GmbH (Wiesloch) in Zusammenarbeit mit der Forschungszentrum Karlsruhe GmbH entwickelt.

Die Proben für die Festigkeitsbestimmung werden mit handelsüblichen *Zuwachsbohrern* an lebenden Bäumen entnommen und können sofort ausgewertet werden. Ein Zuwachsbohrer besteht aus einem Hohlenschaft mit einem mehrgängigen Gewinde und einer Schneide am Bohrerkopf. Das Gewinde besitzt eine große Steigung, wodurch der Bohrer einen großen Vorschub beim Eindrehen in das Holz erfährt und der *Bohrkern* sowohl aus dem Holz gestantzt als auch geschnitten wird. In der Regel werden die Bohrkern radial, also senkrecht zu den Holzlängsfasern und den Jahresringen, entnommen. Der Innendurchmesser des Bohrers weitet sich über die Bohrerlänge von 5 mm an der Spitze auf 6,3 mm auf, damit die Probe nicht durch Reibung an der Bohrerinnenwand beschädigt wird. Die Bohrkern haben so einen Durchmesser von nur 5 mm und werden je nach Art der zu bestimmenden Festigkeit auf eine Länge von ca. 2 mm bzw. 5 mm zugeschnitten oder bei etwa 15 mm gebrochen. Durch diese geringen Probenabmessungen bietet das Fractometer III die Möglichkeit, Festigkeitswerte in Bereichen eines Baumes zu bestimmen, in denen nur wenig Material zur Verfügung steht. Die hohe lokale Auflösung ermöglicht es, die Reaktionen des Baumes auf lokal unterschiedliche Belastungen zu messen. Die Bäume werden durch die Probenentnahme nur wenig geschädigt, sie müssen nicht gefällt werden. Im Gegensatz zu dieser einfachen Probenfertigung erfolgt die Festigkeitsbe-

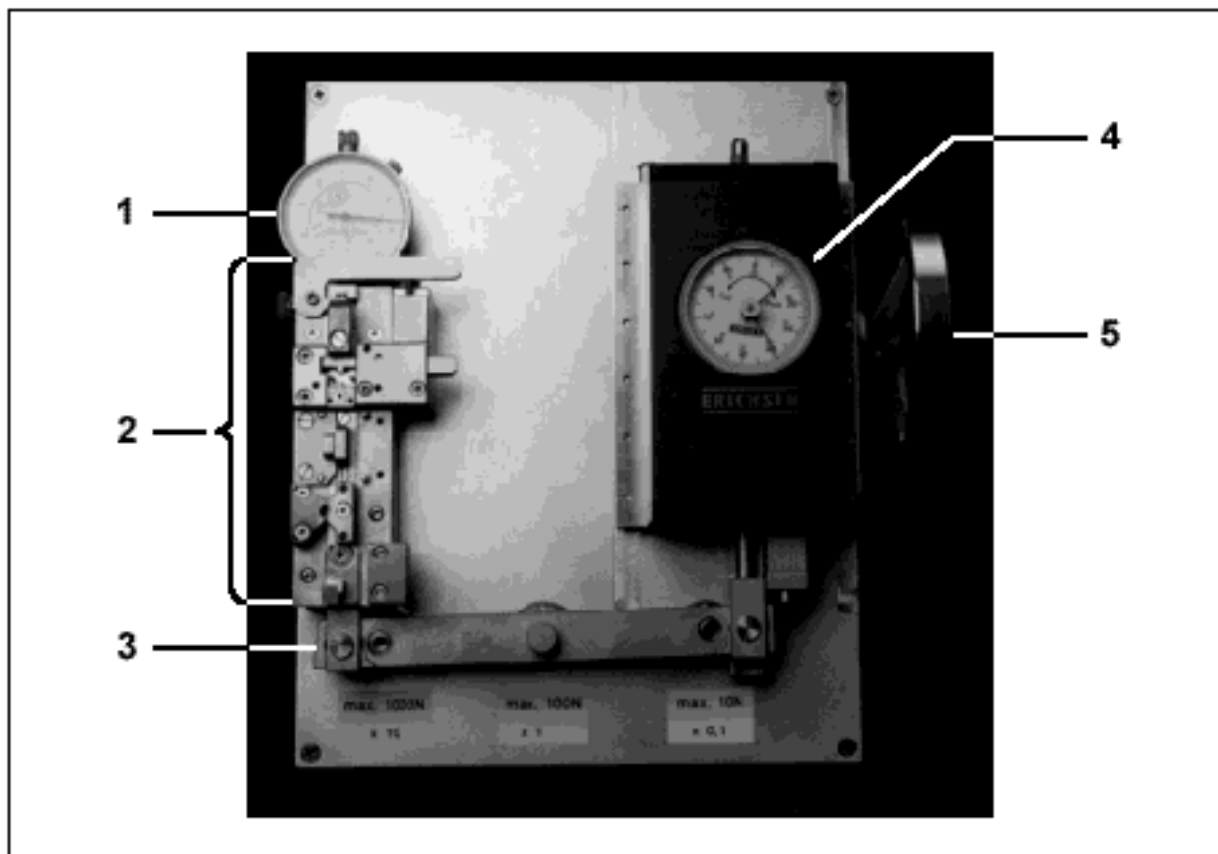


Abbildung 4-9: Das Fractometer III.

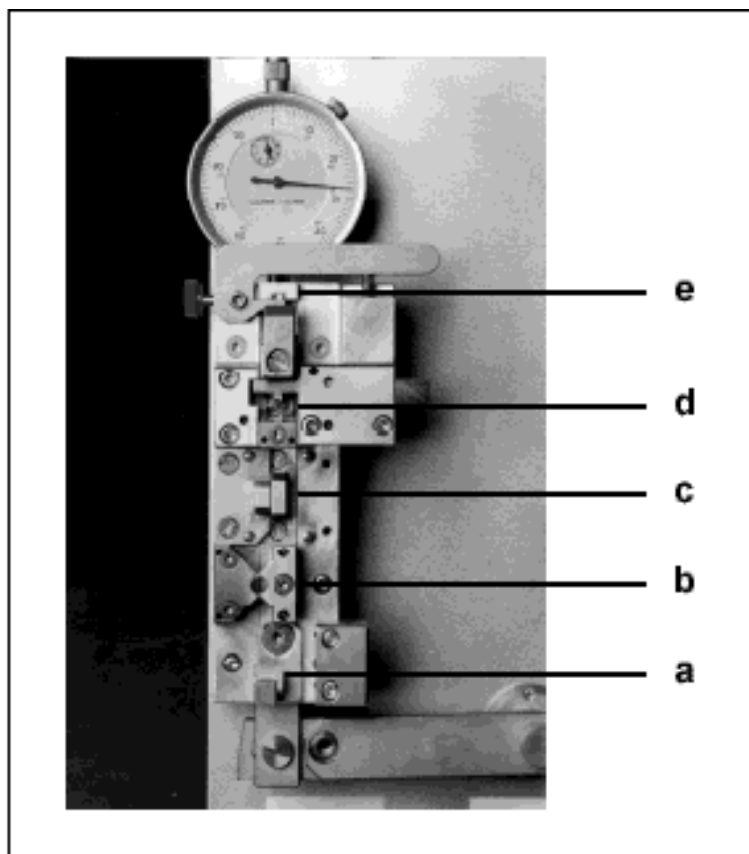


Abbildung 4-10: Der Meßblock des Fractometer III.

stimmung mit Normprüfverfahren (z. B. Bestimmung der Druckfestigkeit parallel zur Faserrichtung nach DIN 52185 oder Bestimmung der Schubfestigkeit in Faserrichtung nach DIN 52187) an Großprüfmaschinen und erfordert wesentlich größere, aufwendig (und damit teuer) gefertigte Proben. Dies bedingt die Baumfällung. Gegenüber dem Resistographen sind Untersuchungen mit dem Fractometer etwas aufwendiger und benötigen etwas mehr Material, sie liefern aber auch mehr Informationen. Das Gerät eignet sich damit gut für die Untersuchung der Festigkeitsentwicklung entlang von Wurzeln.

Die Hauptbestandteile des Fractometer III (vgl. Abbildung 4-9) sind

- (1) der Wegaufnehmer,
- (2) der linear verschiebbare Meßblock mit Probeneinspannung,
- (3) der Hebelmechanismus zur Anpassung des Meßbereichs,
- (4) die lineare Kraftmeßuhr mit Schleppzeiger und
- (5) das Handrad zur manuellen Lastaufbringung.

Die Bestimmung der einzelnen Festigkeiten erfolgt an den unterschiedlichen Stationen des Meßblocks. Durch Drehen am Handrad wird über den Hebelmechanismus die Probe bis zum Bruch belastet und die dabei maximal auftretende Kraft gemessen. Diese kann durch Kenntnis der Geometrie der Proben und der Einspannungen in eine entsprechende Festigkeit umgerechnet werden. Abbildung 4-10 zeigt den Meßblock mit den Stationen zur Messung

- (a) der radialen Biegefestigkeit (σ_B^r),
- (b) der radialen Schubfestigkeit in Faserrichtung ($\tau_S^{t,l}$),
- (c) der tangentialen Schubfestigkeit in Faserrichtung ($\tau_S^{r,l}$) und senkrecht zur Faserrichtung ($\tau_S^{r,t}$),
- (d) der Druckfestigkeit in Faserrichtung (σ_D^l) und
- (e) der tangentialen Biegefestigkeit (σ_B^t).

Die oberen Indizes bedeuten hier bezogen auf den Stamm: r = radial, t = tangential und l = longitudinal, wobei bei den Schubfestigkeiten der erste obere Index die Flächennormale zur

Schubebene bezeichnet und der zweite die Belastungsrichtung. Die unteren Indizes bezeichnen die Belastungsart: B = Biegung, S = Schub und D = Druck.

Die Messungen in Abschnitt 4.3 beschränkten sich auf die Bestimmung der Druck- und der radialen Schubfestigkeiten. In Abbildung 4-11 sind deshalb die Probeneinspannungen der Stationen (b) und (d) skizziert. Für die Umrechnung der an der Meßuhr angezeigten Kräfte in Spannungen bzw. Festigkeiten ergeben sich unter Berücksichtigung des eingestellten Hebelverhältnisses

$$\tau_s^{t,l} = \frac{F}{dh} = \frac{F}{24 \text{ mm}^2} \text{ und} \quad (4.1)$$

$$\sigma_D^l = \frac{F}{ah} = \frac{F}{15,6 \text{ mm}^2}. \quad (4.2)$$

Beim Druckversuch nimmt die Kraft nach Einsetzen des Versagens ab und nach großer Deformation durch zunehmende Kompression wieder zu. Die zur Bestimmung der Druck-

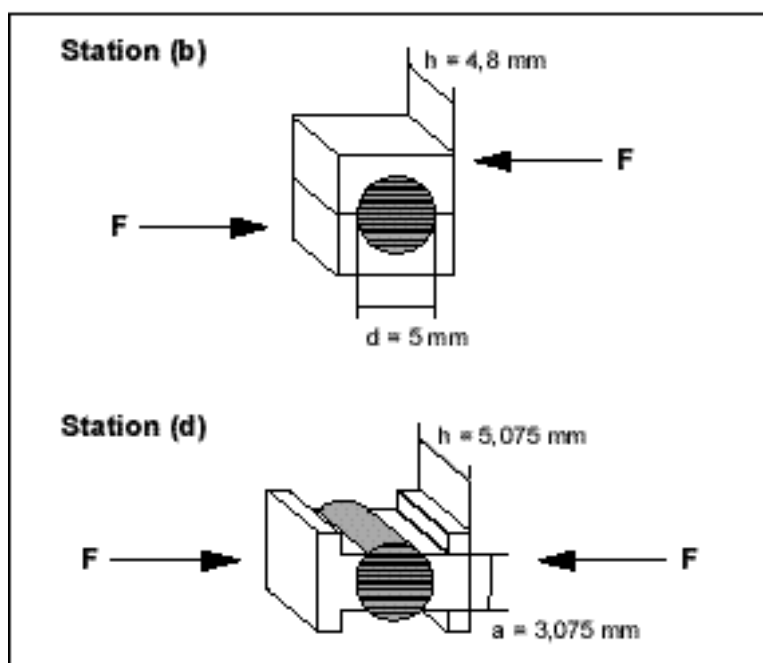


Abbildung 4-11: Die Einspannungen zur Bestimmung der radialen Schubfestigkeit (b) und der axialen Druckfestigkeit (d).

festigkeit maßgebliche Kraft ist durch das erste lokale Maximum der Kraft-Weg-Beziehung charakterisiert. Die Wegmessung ist bei den kleinen Proben für die Druck- und die radiale Schubfestigkeit praktisch nicht anwendbar, da nach dem Versagen eine weitere und vor allem schnellere Verschiebung des Meßblocks erfolgt und die Wegmeßuhr daher keinen Schleppzeiger besitzt. Nur bei großen Wegen bis zum Versagenspunkt (wie bei der Messung der radialen Biegefestigkeit) kann eine brauchbare Wegmessung durchgeführt werden.

4.3 Durchgeführte Messungen mit dem Fractometer III

Bei Messungen der axialen Druck- und der radialen Biegefestigkeiten mit dem Fractometer II, einem Vorgängermodell des Fractometer III, konnte von STOKES [77] an vertikal aus Wurzeln entnommenen Bohrkernen eine Abnahme der mittleren Festigkeiten zum Wurzelende hin festgestellt werden. Bei flachwurzelnden Bäumen wurde dabei ein sogenannter *Hinge*-Effekt beobachtet, der an der Stelle der maximalen Durchbiegung der seitlichen Wurzeln ein lokales Festigkeitsmaximum verursachte. Außerdem wurden bei Pappelwurzeln auf der Unterseite höhere Druckfestigkeiten gemessen als auf der Oberseite.

Da die Belastungen an unterschiedlichen Stellen einer verzweigten Wurzel sehr komplex und nicht immer nachvollziehbar sein können, wurden bei den im folgenden dargestellten Untersuchungen nur Wurzelbereiche einander gegenübergestellt, die auch in der *Art* ihrer Belastung vergleichbar waren [78]. In Feldversuchen wurden Messungen mit dem Fractometer III an horizontal verlaufenden, vorwiegend oberflächennahen Wurzeln durchgeführt. Durch Wahl der zu untersuchenden Wurzeln parallel zur Hauptwindrichtung konnte eine Torsionsbelastung weitgehend ausgeschlossen werden. Die Bohrkernentnahme erfolgte jeweils horizontal auf der Höhe der neutralen Faser der Biegung, wodurch ein Einfluß unterschiedlicher Biegespannungen vermieden werden sollte. Dabei wurde darauf geachtet, daß die Senker vorwiegend an der Unterseite der Wurzeln angebunden waren. Es wurden nur Bäume und Wurzeln ausgewählt, bei denen keine größeren Defekte erkennbar waren. Stellen, an denen Störungen des axialen Faserverlaufes durch Verzweigungen und verheilte Wunden erkennbar waren, wurden nicht berücksichtigt. Dementsprechend wurde auch auf Messungen direkt in den Wurzelverzweigungen verzichtet.

In Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus Abschnitt 3.1 waren die Wurzeln hauptsächlich auf der Windseite der Bäume zu finden. Als besonders geeignete Baumarten erwiesen sich die flachwurzelnden Eschen (ringporig), Pappeln (zerstreutporig) und Fichten. Der Einfluß der durch den Stamm eingeleiteten Belastungen auf die Festigkeiten entlang der horizontalen Wurzeln wurde anhand der axialen Druckfestigkeiten und der radialen Schubfestigkeiten untersucht. Ein felddaugliches Gerät zur Messung der Zugfestigkeit existiert nicht, deshalb wurden auch für die Wurzeln auf der Windseite die Druckfestigkeiten bestimmt. Es kann aber davon ausgegangen werden, daß ein Baum durch böige Windbelastung schwingt und die Wurzeln überall in der Ebene der Lasteinleitung sowohl auf Zug als auch auf Druck beansprucht werden. Da die Druckfestigkeit von Holz etwa halb so groß ist wie seine Zugfestigkeit, sollte der Baum bei einer inneren Optimierung auch windseitig auf die auftretenden, lokalen Druckbelastungen reagieren. Die Beanspruchung durch Axial- bzw. Radialschub ist bei Querkraftbiegung in der neutralen Faser der Biegung maximal. Die Messung der radialen Schubfestigkeiten in dieser Ebene sollte deshalb Auskunft über Reaktionen auf die zwischen den Senkern herrschenden Querkräfte geben.

Bei den Untersuchungen in Abschnitt 4.3.2 wurde an jeder Bohrstelle die Querschnittsfläche bestimmt, indem die Kontur mit einem Draht abgenommen, nachgezeichnet und anschließend mit einem Planimeter ausgemessen wurde. Die im Feld abgeschätzte Lage der neutralen Faser der Biegung wurde exemplarisch durch Bestimmung der Flächenschwerpunktskoordinaten mit einem Flächenberechnungsprogramm überprüft. Es zeigten sich nur geringe Unterschiede, die meist deutlich unter 10% des Abstandes der Bohrung von der Wurzeloberseite lagen [79].

Die Abstände zwischen den einzelnen Bohrungen variierten, da möglichst nach jeder Verzweigung mindestens eine Bohrung in einem ungestörten Faserbereich durchgeführt werden sollte. Die Messungen erfolgten meist in einem Bereich von etwa 0,5–1 m bis 2,5–3 m vom Stamm. Die Lage der Senkerwurzeln wurde für die Auswertung vermerkt.

Da viele Wurzeln in Stammnähe auf ihrer Oberseite stärkere Zuwächse aufwiesen als auf ihrer Unterseite, das Zentrum also nicht in der neutralen Faser der Biegung zu finden war, verliefen die Bohrungen oft nur in den äußeren Bereichen radial (vgl. Abbildung 2-1, unten). Zur Bestimmung der radialen Schubfestigkeiten konnten deshalb nur diese Bohrkernbereiche aus-

gewertet werden. Die Messung der Druckfestigkeiten beschränkte sich der besseren Vergleichbarkeit halber ebenfalls auf diese Bereiche. Diese Vorgehensweise hatte auch den Vorteil, daß die Festigkeiten entlang der Wurzeln an Holz etwa der gleichen Wachstumsperioden bestimmt wurden. Jeder Bohrkern wurde in etwa 5 mm lange Proben unterteilt, aus denen abwechselnd die Druck- und die Schubfestigkeit bestimmt wurde. Aus den jeweiligen Festigkeitswerten eines Bohrkerns wurde anschließend das arithmetische Mittel gebildet.

4.3.1 Voruntersuchungen an freierodierten Pappelwurzeln

Erste Untersuchungen wurden an drei teilweise freierodierten, zugseitigen Pappelwurzeln durchgeführt. In Abbildung 4-12 sind die Ergebnisse dargestellt. Die Bohrkernnummern sind so nummeriert, daß mit (1) immer die am weitesten vom Stamm entfernte Bohrstelle bezeichnet wird. Die höchste Nummer befindet sich in Stammnähe. Es ist deutlich zu erkennen, daß sowohl die axialen Druckfestigkeiten als auch die radialen Schubfestigkeiten zum Stamm hin zunehmen, wobei die Druckfestigkeiten wesentlich höhere Werte aufweisen als die Schubfestigkeiten. Außer bei den Druckfestigkeiten der Pappel 1 sind die Festigkeitsverläufe jedoch nicht monoton. Bei Pappel 1 ist zwischen Position 4 und 5 eine sprunghafte Erhöhung der Druckfestigkeit um etwa 50% zu beobachten, die mit dem Auftreten starker Senkerwurzeln zusammenfällt.

Anstelle der Querschnittsflächen wurden bei diesen Voruntersuchungen nur die horizontalen Wurzeldurchmesser in Form der Bohrkernlängen bestimmt. Abbildung 4-13 zeigt die Werte aller gemessenen Druck- und Schubfestigkeiten aufgetragen über den Bohrkernlängen. Für jede Wurzel wurde eine empirische Regressionsgerade eingezeichnet und deren Gleichung und das Bestimmtheitsmaß R^2 eingetragen. Es besteht mit Bestimmtheitsmaßen von 0,53 bis 0,99 eine recht gute Korrelation zwischen den beiden Merkmalen. Es fällt aber auch auf, daß sich die Lage der Festigkeitswerte der einzelnen Wurzeln bei vergleichbaren Durchmessern unterscheidet, und zwar gleichermaßen bei den Druckfestigkeiten wie bei den Schubfestigkeiten. Pappel 1 hat die geringsten Werte, Pappel 3 die höchsten. Bei den Druckfestigkeiten nehmen außerdem auch die Gradienten von Pappel 1 bis Pappel 3 zu.

Die beschriebenen Unterschiede zwischen den einzelnen Wurzeln können dadurch bedingt sein, daß die Belastungen in den untersuchten Wurzelbereichen verschieden sind und der Baum in jeweils unterschiedlichem Maße seine Festigkeiten anpaßt. Bei näherer Betrachtung der drei Wurzeln fällt auf, daß die Wurzel der Pappel 1 nur von einer Seite freigespült wurde, die der Pappel 2 gewissermaßen auf der Erde liegt und nur noch unten verankert ist und die Wurzel der Pappel 3 gänzlich freierodiert ist. Dementsprechend kann die Tragfähigkeit der Erde von Wurzel 1 noch gut und von Wurzel 3 nur noch durch die Senker genutzt werden. Es wurde schon mehrfach gezeigt, daß der Baum stets bemüht ist, durch adaptives Wachstum stark beanspruchte Holzbereiche zu entlasten (vgl. Abschnitt 2). Für den Fall, daß eine innere Optimierung der Holzzellen schneller erfolgen sollte als der Anbau von neuem Holz, ließen sich die Unterschiede zwischen den einzelnen Wurzeln erklären. Durch die relativ überraschende Freilegung der Wurzeln während einer Überflutung steigen ihre Belastungen, und der Baum reagiert darauf durch dem Grad der Erosion entsprechende Erhöhung der lokalen Festigkeiten. Auch ein Einfluß der Senker auf die Entwicklung der Festigkeitswerte ist hier feststellbar. Der beobachtete Sprung in den Druckfestigkeitswerten bei Pappel 1 ist mit einem großen Durchmesserprung verbunden und weist darauf hin, daß der Baum auf die hohen stammnahen

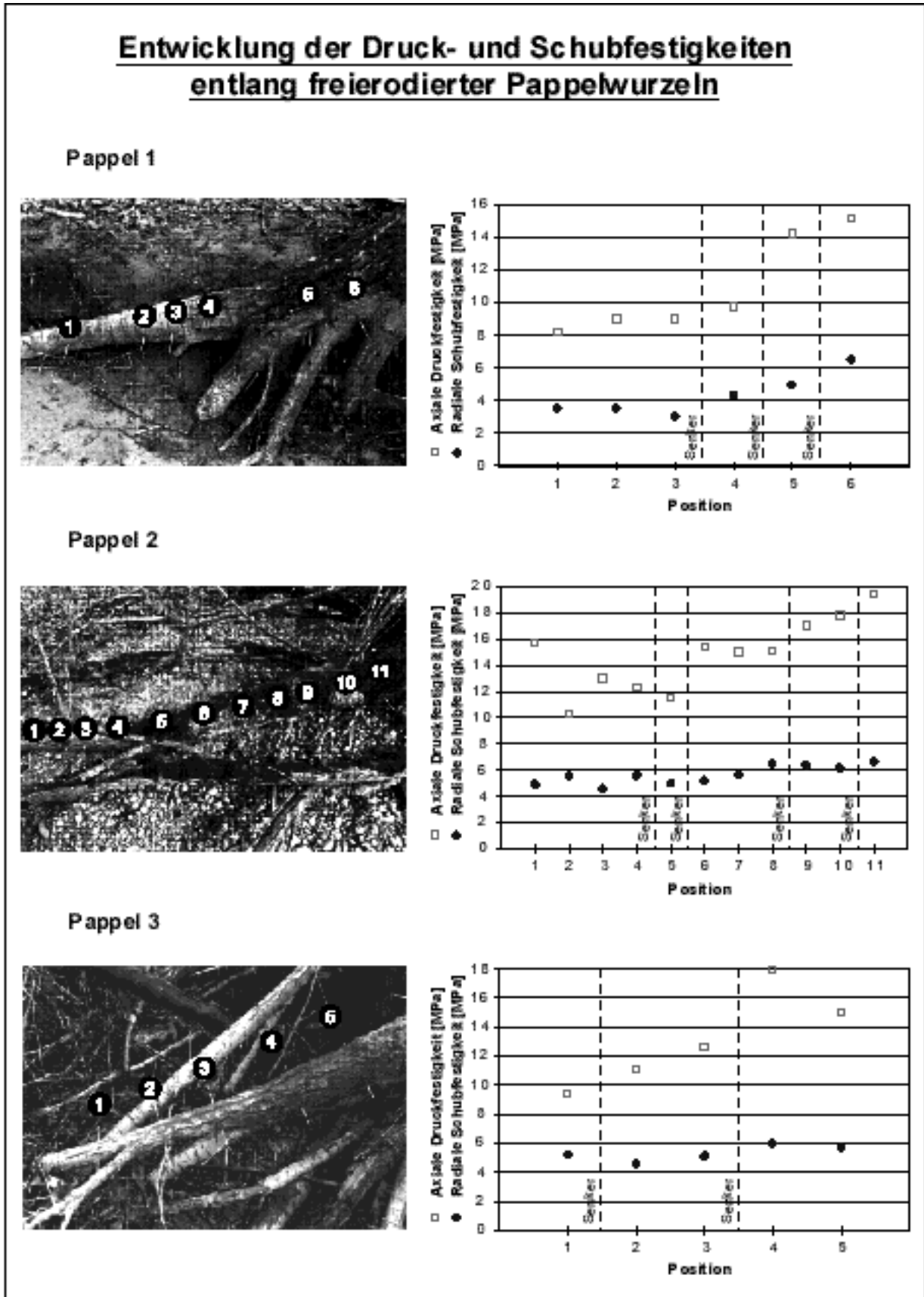


Abbildung 4-12: Festigkeiten der freierodierten Pappelwurzeln.

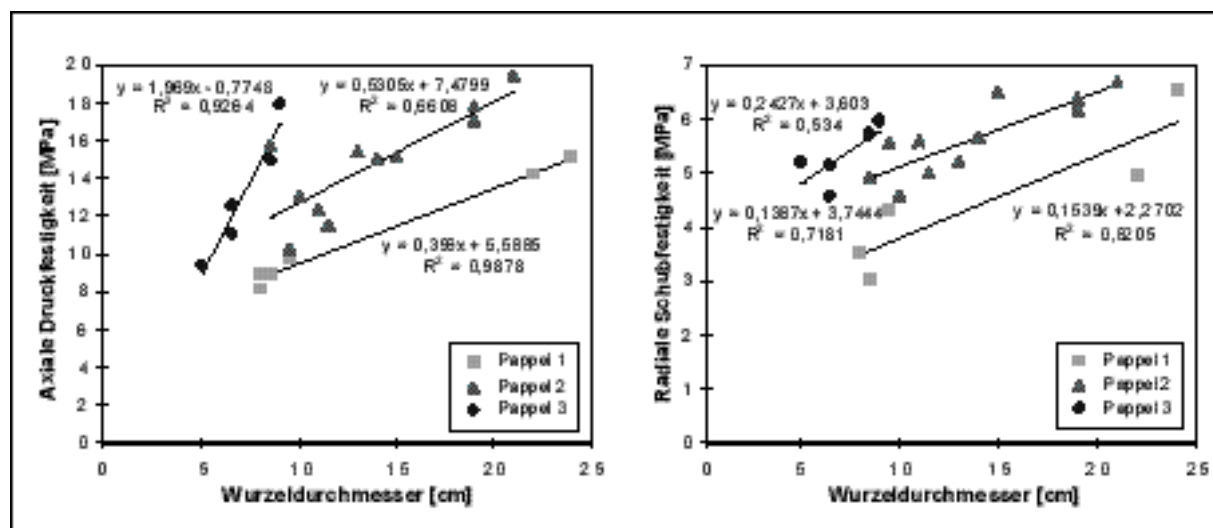


Abbildung 4-13: Die gemessenen Festigkeiten aufgetragen über dem horizontalen Wurzel Durchmesser.

Belastungen sowohl durch verstärktes Dickenwachstum als auch durch hohe Festigkeiten reagiert.

Um Aussagen über das Ausmaß der Festigkeitsänderungen von im Verbund mit der Erde gewachsenen Wurzeln machen zu können, wurden im Rahmen einer Diplomarbeit [79] zahlreiche Wurzeln freigelegt und vermessen.

4.3.2 Festigkeitsverläufe entlang in der Erde gewachsener Wurzelstränge

Im folgenden werden die Ergebnisse von Festigkeitsuntersuchungen an 10 Pappeln, 10 Eschen und 4 Fichten dargestellt [79]. Zwei Pappel- und vier Eschenwurzeln befanden sich auf der Leeseite der Bäume, alle anderen Wurzeln waren windseitig. Die Fichten standen an einem Hang, und drei der vier untersuchten Wurzeln waren hangaufwärts zu finden. Die ausgewählten Fichtenwurzeln befanden sich stets auf der dem durch Schiefstellung der Bäume verlagerten Schwerpunkt gegenüberliegenden Seite.

Abbildung 4-14 zeigt jeweils eine Pappelwurzel (zugseitig), eine Eschenwurzel (druckseitig) und eine Fichtenwurzel (hangseitig). An den dargestellten Festigkeiten sind die für alle untersuchten Wurzeln typischen Verläufe zu erkennen. Die Bohrstellen sind wieder so nummeriert, daß höhere Nummern eine geringere Entfernung vom Stamm bedeuten. Wie bei den freierodierten Wurzeln in Abschnitt 4.3.1 nehmen auch hier bei den Pappeln und Eschen sowohl die Werte der axialen Druckfestigkeit als auch der radialen Schubfestigkeit zum Stamm hin zu. Dabei gibt es keine signifikanten Unterschiede zwischen zug- und druckseitigen Wurzeln. Festigkeitsunterschiede treten nicht nur an den Senkeranbindungen auf (z. B. bei der dargestellten Pappel zwischen Position 2 und 3 oder 5 und 6 bzw. bei der Esche zwischen Position 3 und 4 oder 6 und 7), sondern auch häufig in Bereichen ohne Senker (z. B. bei der Druckfestigkeit der Pappel zwischen Position 1 und 2). Bereiche mit konstant bleibenden Festigkeitswerten zwischen zwei Senkern sind nur selten zu finden. Die untersuchten Wurzeln der Fichten lassen keine Gesetzmäßigkeiten erkennen. Ihre Festigkeiten schwanken entlang der gesamten freigelegten Länge. Auch hier unterscheiden sich die Bereiche mit Senkern nicht

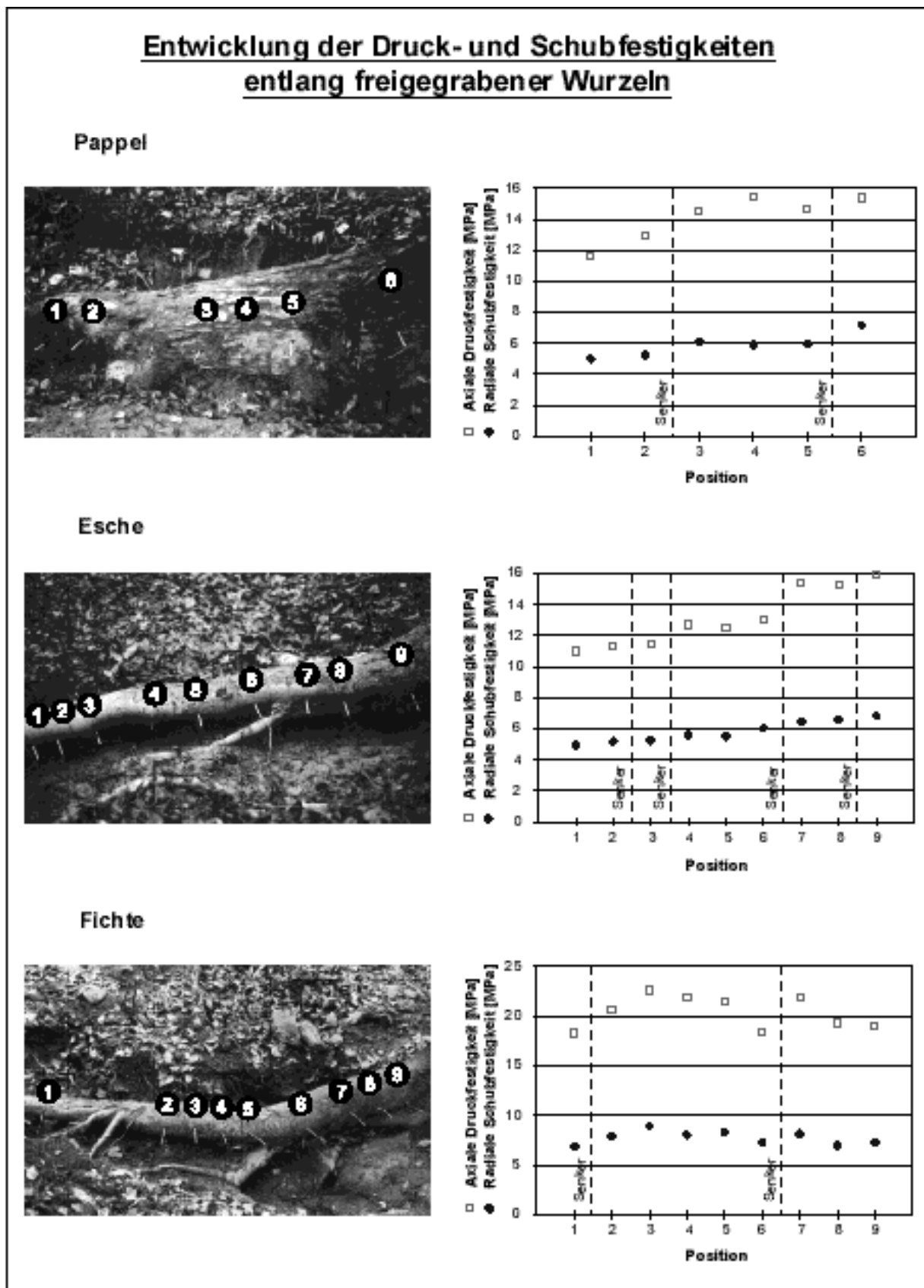


Abbildung 4-14: Typische Entwicklung der Festigkeitswerte der untersuchten Pappeln, Eschen und Fichten.

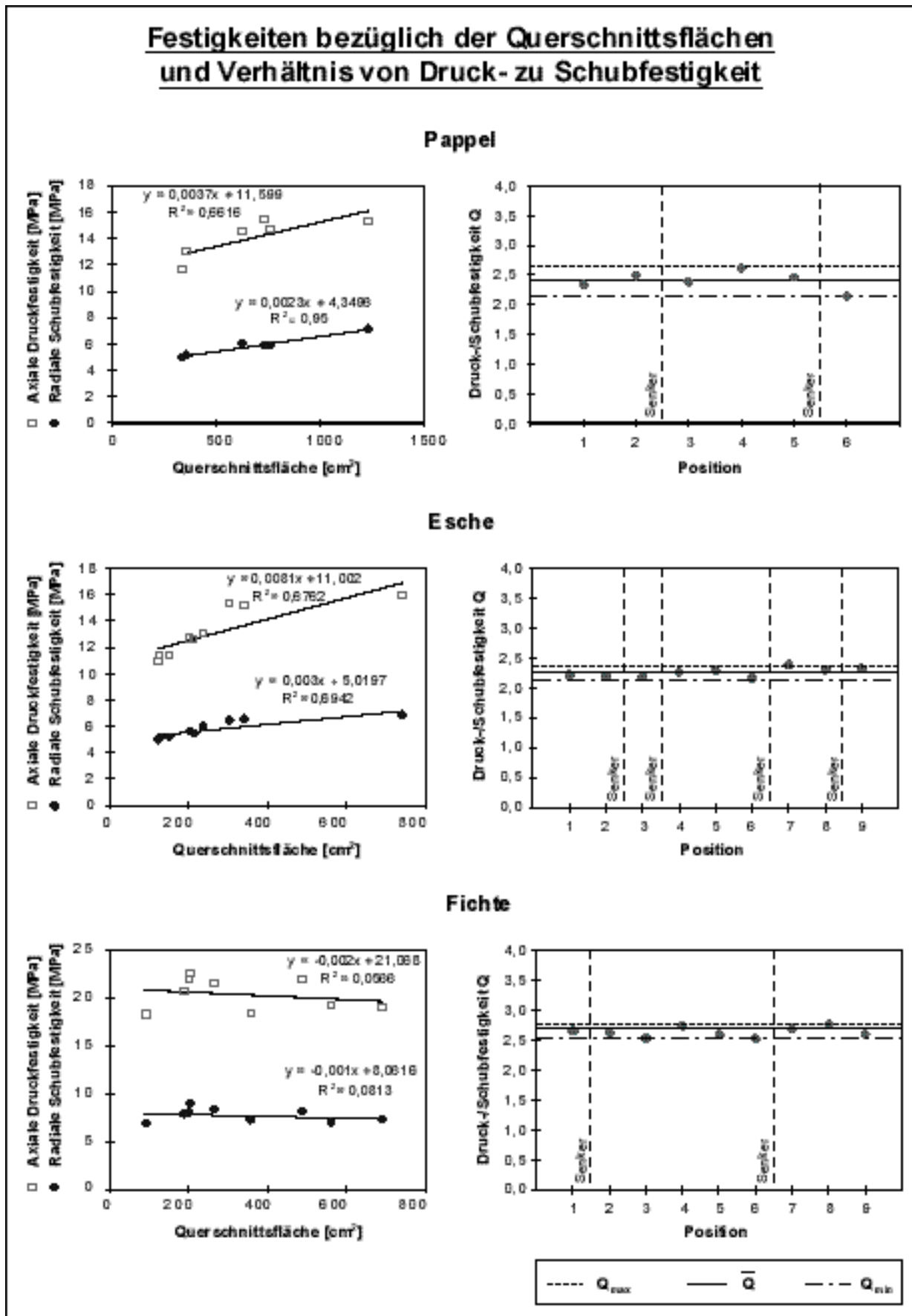


Abbildung 4-15: Die Druck- und Schubfestigkeiten bezogen auf die Querschnittsfläche und die Relation von Druck- zu Schubfestigkeit.

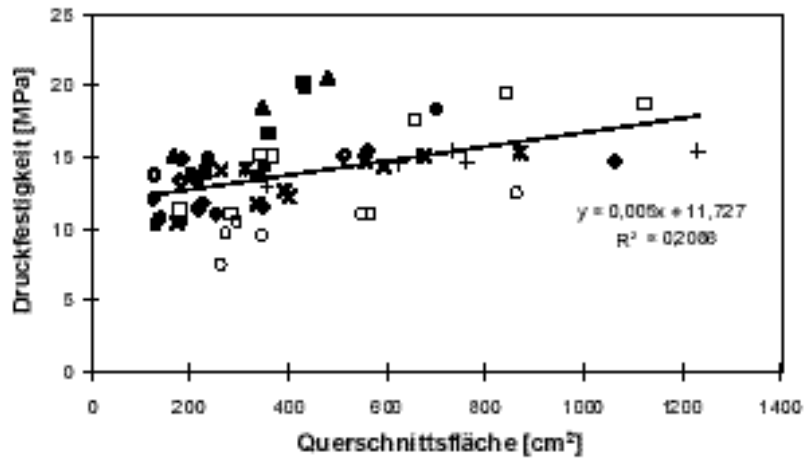
signifikant von den anderen Wurzelbereichen. Abbildung 4-15 zeigt links die Festigkeiten aufgetragen über den Wurzelquerschnitten und die zugehörigen Regressionsgeraden. Den Diagrammen von Esche und Pappel kann man entnehmen, daß die Zunahme der Festigkeiten zum Stamm hin auch mit einer Vergrößerung der Wurzelfläche verbunden ist. Bei den untersuchten Fichten nehmen zwar stets die Querschnittsflächen zu, die Festigkeiten zeigen jedoch keinen Anstieg. Um die Unterschiede zwischen den Verläufen der axialen Druckfestigkeiten und der radialen Schubfestigkeiten beurteilen zu können, wurde für jeden Bohrkern das Verhältnis von Druck- zu Schubfestigkeit gebildet und über seiner Position aufgetragen (Abbildung 4-15, rechts). Es lassen sich bei allen Wurzeln nur geringe Änderungen dieser Relation feststellen. Ein direkter Einfluß der Lage der Senkerwurzeln in Form eines Anstiegs oder Abfalls der Werte jeweils nach einem Senker ist nicht zu erkennen.

In Abbildung 4-16 sind die axialen Druckfestigkeiten aller untersuchten Wurzeln dargestellt, in Abbildung 4-17 die radialen Schubfestigkeiten. Die Ergebnisse der einzelnen Wurzelstränge sind mit unterschiedlichen Symbolen markiert. Die Regressionsgeraden der Pappeln und Eschen und ihre Bestimmtheitsmaße lassen nur eine sehr geringe Korrelation der Festigkeiten mit den Querschnittsflächen erkennen. Es fällt auf, daß die Korrelationen innerhalb der *einzelnen* Wurzeln deutlich größer sind (vgl. Abbildung 4-15). Bei den Fichten ist so gut wie keine Abhängigkeit erkennbar.

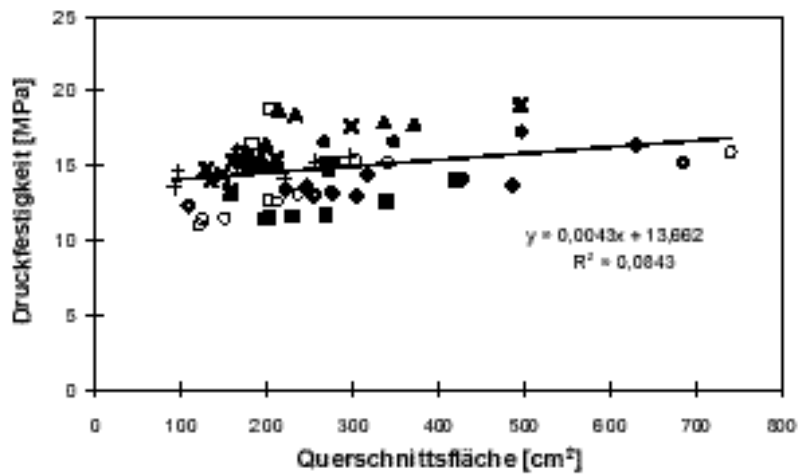
Um die Auswirkungen der Senker auf die Festigkeitsverläufe besser beurteilen zu können, wurde auch die Stärke der Senker berücksichtigt. An jeder Senkeranbindung wurde das Verhältnis aus Querschnittsfläche des Senkers und Fläche der nächsten stammnahen Bohrstelle bestimmt. In Abbildung 4-18 ist das Verhältnis der stammfernen Druck- und Schubfestigkeiten zu den stammnahen Festigkeiten über der so ermittelten relativen Senkerstärke aufgetragen. Vor allem bei kleinen Senkern zeigt sich in einigen Fällen eine Erhöhung der Festigkeiten zur Wurzelspitze hin (Festigkeitsverhältnisse größer eins). Außerdem sind einige der untersuchten Senker größer als die horizontal verlaufende Wurzel (relative Senkerfläche größer eins). Wenn man davon ausgeht, daß durch große Senker der Kraftfluß stärker nach unten ins Erdreich geleitet wird als durch kleine und daß der Baum auf geringer werdende Belastungen mit einer Verringerung seiner lokalen Festigkeiten reagiert, so müßten in den Diagrammen die Festigkeitsverhältnisse mit wachsender Senkerstärke geringer werden, die Wertepaare also negativ korreliert sein. Es wurde ein Test auf Grundlage der *Studentschen t-Verteilung* [43, 80] durchgeführt, in dem die Nullhypothese „Die beiden Merkmale sind positiv oder gar nicht korreliert“ auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 5\%$ ausgeschlossen werden sollte. Es ergab sich, daß diese Nullhypothese nur für das Druckfestigkeitsverhältnis der Pappeln verworfen werden kann, welches demnach mit hoher Wahrscheinlichkeit negativ mit der relativen Senkerfläche korreliert ist. Im Sinne des beschriebenen Kraftflusses sind allerdings nur Festigkeitsverhältnisse mit Werten kleiner oder gleich eins zur Bewertung des Einflusses der Senkerwurzeln geeignet. Führt man den Test nur für diese Wertepaare durch, so läßt sich selbst auf einem Signifikanzniveau von über 10% die Nullhypothese in keinem Fall ablehnen. Eine Auswertung der Festigkeitsverhältnisse bezüglich des Verhältnisses der Querschnittsflächen der horizontalen Wurzeln vor und nach einer Senkeranbindung zeigte ebenfalls keine Korrelation. Der Einfluß der Senker auf die Festigkeitsverläufe kann damit als nicht signifikant bewertet werden. Für die offensichtliche Zunahme der Festigkeiten der Pappeln und Eschen zum Stamm hin wurde kein

Druckfestigkeiten aller untersuchten Wurzeln

Pappeln



Eschen



Fichten

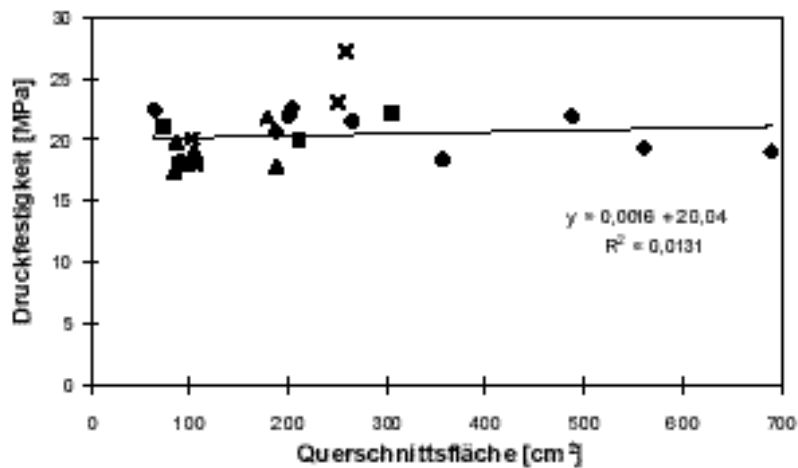


Abbildung 4-16: Die axialen Druckfestigkeiten aller Wurzeln.

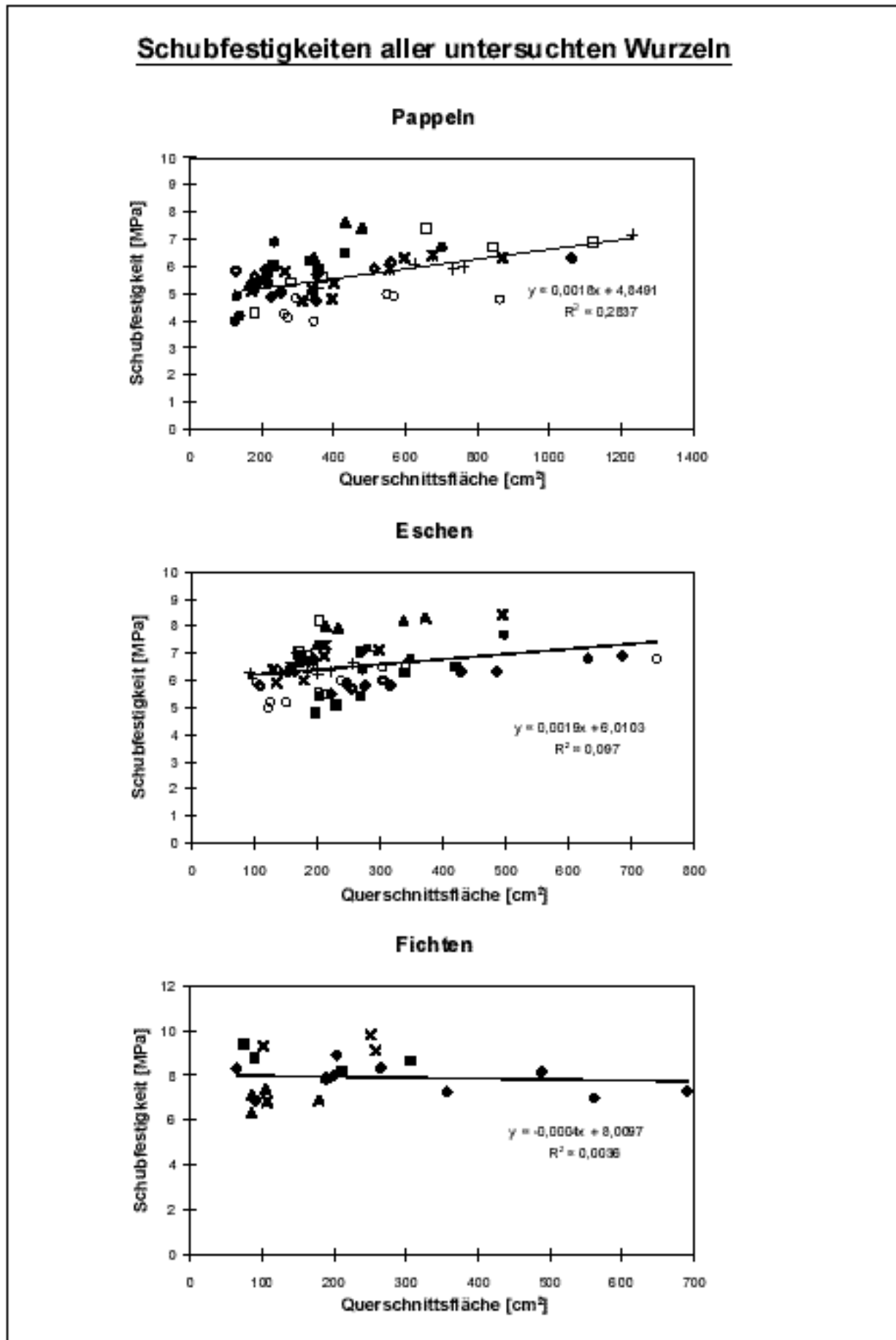


Abbildung 4-17: Die radialen Schubfestigkeiten aller Wurzeln.

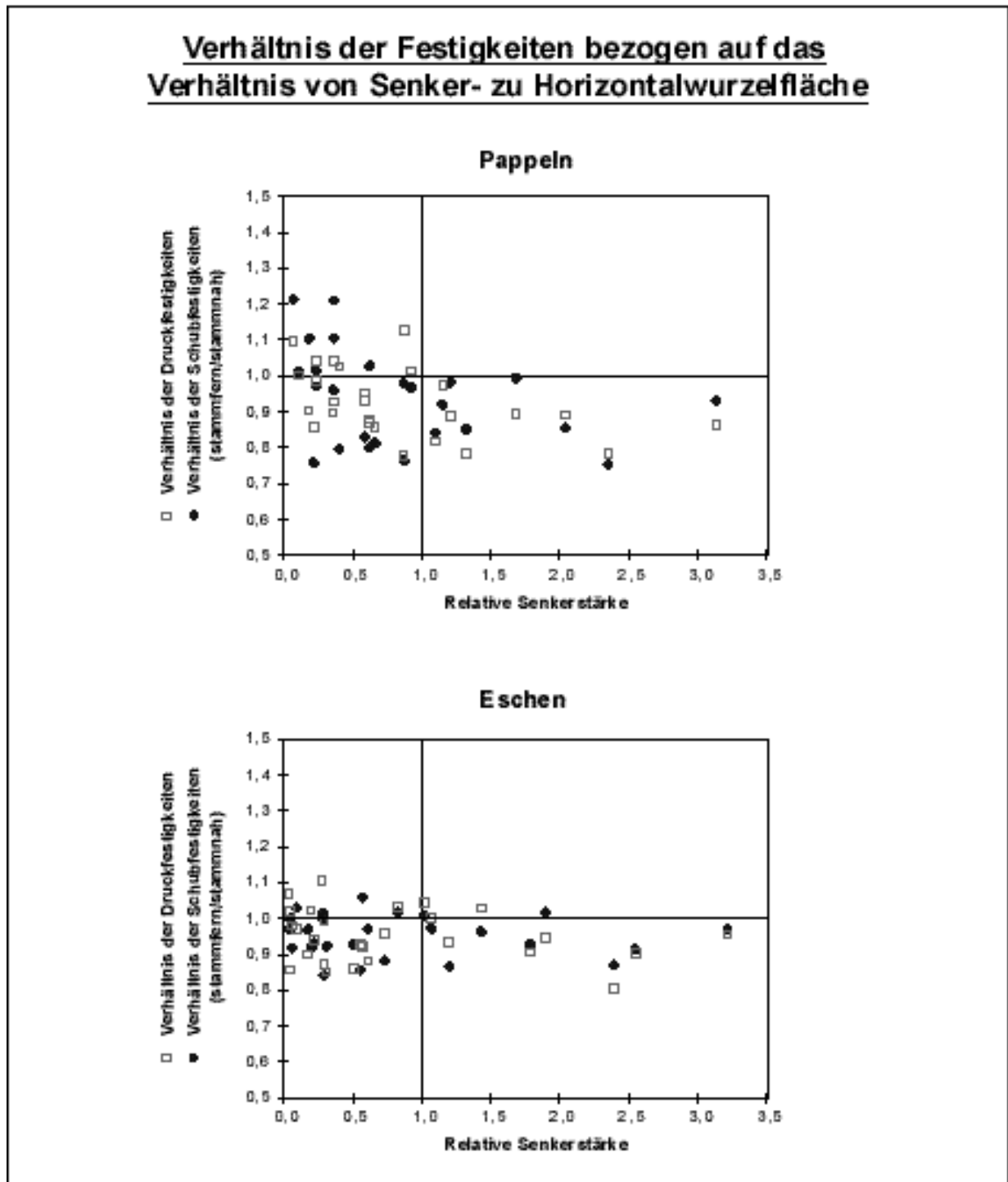


Abbildung 4-18: Verhältnis der Festigkeiten aufgetragen über dem Verhältnis der Senkerquerschnittsflächen zu den Flächen der angrenzenden Horizontalwurzeln.

Korrelationstest durchgeführt.

Die Werte der axialen Druckfestigkeit und der radialen Schubfestigkeit des Stammholzes in der Ebene der neutralen Faser der Biegung sind bei den untersuchten Eschen deutlich höher als im Wurzelholz. Bei den Pappeln und Fichten läßt sich keine bevorzugte Lage der Stammwerte erkennen.

4.3.3 Diskussion

Die Ergebnisse der Messungen an den ausgewählten Wurzeln von Eschen und Pappeln zeigen niedrigere Druck- und Schubfestigkeiten in großer Entfernung vom Stamm und höhere Werte in geringerem Abstand. Diese Entwicklung setzt sich aber nur bei den Eschen bis in den Stamm fort, die Pappeln haben nur zum Teil im Stammholz höhere Festigkeitswerte. Ein monotoner Verlauf der Festigkeiten ist selten zu finden, was bei der hohen Streuung des natürlichen Werkstoffes *Holz* nicht verwunderlich ist. Die Festigkeitsentwicklung geht meist einher mit der Änderung der Querschnittsflächen der Wurzeln, läßt sich aber nur innerhalb der einzelnen Wurzelstränge finden. Eine signifikante Korrelation der Werte unterschiedlicher Bäume und Wurzeln mit der Größe der Querschnittsflächen an den Meßstellen ist nicht gegeben. Die beobachteten Festigkeitsänderungen sind gleichermaßen bei den axialen Druckfestigkeiten wie bei den radialen Schubfestigkeiten festzustellen. Die Verhältnisse aus beiden Festigkeitswerten zeigen keinen Trend. Auch ein direkter Einfluß der Senker auf die Festigkeitsentwicklung innerhalb der Horizontalwurzeln ist nicht nachweisbar. Bei den untersuchten Fichten streuen die Festigkeitswerte ohne erkennbaren Trend.

Die Abnahme der Holzfestigkeiten in den Wurzeln der Eschen und Pappeln kann als zusätzliche, innere Anpassung des Holzes an die lokalen Belastungen gedeutet werden. Durch die Verteilung der vom Stamm in die Wurzeln geleiteten Lasten auf größere Bereiche des Wurzel-Erde-Verbundes nehmen die lokalen Belastungen innerhalb des mechanisch wirksamen Wurzeltellers mit zunehmender Entfernung vom Stamm ab. Gleichzeitig verringern sich die lokalen Querschnittsflächen der Wurzeln und ihr Anteil im Boden. Dies spart Material und gewährleistet eine sehr effektive Verankerung (vgl. Abschnitt 3.1). Durch Verringerung der Festigkeiten mit zunehmender Entfernung von der Lasteinleitung wird zusätzlich beim inneren Aufbau des Wurzelholzes gespart. Dies kann darin begründet sein, daß die Wurzeln aufgrund ihrer biologisch bedingten Aufgaben (Transport und Erschließung von Wasser und Nährsalzen, Speicherung) dicker sind, als es die Erfüllung der Verankerungsfunktion erfordern würde. Der fehlende Trend bei den Fichten kann mit ihrer Hanglage und der Schiefstellung der Bäume zusammenhängen. Durch die hohen statischen axialen Belastungen ist möglicherweise in den untersuchten Wurzelbereichen noch keine Verringerung der Festigkeiten möglich, und eine Anpassung erfolgt eventuell erst in größerer Entfernung vom Stamm.

Die Tatsache, daß der bei den Pappeln und Eschen beschriebene Trend bezüglich der Querschnittsflächen bei den *einzelnen* Wurzelsträngen wesentlich stärker auftritt als in der Menge *aller* Werte, bestätigt die Abhängigkeit von den lokalen Lasten. Unterschiedliche Bäume, Wurzeln und Wurzelformen weichen zwangsläufig in ihren individuellen Belastungen voneinander ab und lassen damit keine baumartspezifischen Festigkeitswerte erwarten.

Aus holzanatomischer Sicht kann die Anpassung der Festigkeiten durch Änderung der Anteile der Zellarten und des mechanisch wirksamen Gewebes in den Zellwänden erfolgen [81]. Bei flach verlaufenden Wurzeln von Laubbäumen überwiegt nach RIEDL und LIESE [82, 83] in Stammnähe das Festigungsgewebe in Form von Librifasern, während zur Wurzelspitze hin der Gefäßanteil zunimmt. Nadelbäume besitzen keine Gefäße und reagieren dementsprechend durch Bildung weiterer und längerer Tracheiden mit zahlreichen Tüpfeln. Dadurch wird das Wurzelholz in der Regel mit zunehmender Entfernung vom Stamm poröser, und seine Dichte verringert sich. (RIEDL spricht von einer „Verarmung“ an Baumaterial und schlägt als Ursache

auch die Abnahme der mechanischen Belastung vor. In Zugversuchen an 1 cm dicken Wurzelabschnitten und Ästen stellte er geringere Festigkeiten des Wurzelholzes fest, die er mit einer Lastaufnahme durch die Erde begründet.) In gleichem Maße wie die Dichteabnahme erfolgt eine deutliche Erhöhung der spezifischen Wasserleitfähigkeit. Die Summe der gesamten Leitflächen (= Wurzelquerschnitte) nimmt jedoch wurzelwärts stark ab, was sich auch direkt in einer Zunahme der lokalen Geschwindigkeiten des Transpirationsstromes äußert.

Hierin zeigt sich sehr deutlich der Übergang zwischen biologischer und mechanischer Funktion der Wurzeln. Die Aufnahme von Wasser und Nährsalzen erfolgt hauptsächlich an den Wurzelspitzen im Bereich der Wurzelhaare, also in größerer Entfernung vom Stamm. Von dort müssen diese Stoffe bis zu den Blättern transportiert werden, was bei vorgegebenem Volumenstrom und begrenzter Leitfähigkeit ein Minimum an Leitflächen erfordert. Diese bestehen sinnvollerweise hauptsächlich aus Gefäßen und weitulmigen Tracheiden. Mit zunehmender mechanischer Beanspruchung werden die Wurzelzellen stabiler gebaut und es wird vermehrt auch Festigungsgewebe gebildet.

In tief reichenden Wurzeln tritt das Festigungsgewebe häufig zugunsten der Parenchymzellen zurück, die vorwiegend der Speicherung von Stärke dienen. Dies läßt ebenfalls eine Festigkeitsabnahme erwarten, die hier nicht untersucht wurde.

5 Ausblick

Die in dieser Arbeit dargestellten Untersuchungen an natürlichen Bodenverankerungen haben gezeigt, wie Bäume den Bau ihres Wurzelsystems an die zu erfüllenden Aufgaben anpassen. Dabei spielen sowohl mechanische als auch biologische Faktoren eine Rolle. Das im folgenden geschilderte Problem hat seine Ursache im Zusammenspiel dieser beiden Faktoren.

Wasser- und vor allem Abwasserrohre werden häufig durch das Eindringen von Wurzeln an den Verbindungsstellen der einzelnen Rohrabschnitte verstopft und beschädigt. Ursache dafür ist das hydrotrope Wurzelwachstum in Richtung der Rohrleitungen, die durch Leckströme stets Wasserquellen darstellen. Die feinen Wurzelspitzen finden den Weg ins Leitungsinnere und bilden aufgrund der guten Versorgung im Rohr ein weitreichendes Geflecht aus Wurzelfasern. Das sekundäre Dickenwachstum bewirkt an der Stelle des Eindringens eine Aufweitung der Rohrleitung, die bis zum Bruch führen kann. Von der Swedish University of Agricultural Sciences wurden zur Vermeidung dieser Schädigungen sowohl bessere Abdichtungsmöglichkeiten der Rohrverbindungen untersucht als auch Wachstumsbarrieren für Wurzeln [84]. Letztere bestanden aus unterschiedlichen Textilien, die die Ausbreitung der Wurzeln verhindern sollten. In Versuchen an Pappeln zeigte sich, daß die Wurzeln vor allem durch relativ grobe Gewebe hindurchwuchsen, als sie noch klein waren und erst bei Erreichen einer hinreichenden Dicke am weiteren Dickenwachstum gehindert wurden. Dadurch kam es zu einer Strangulation, die bewirkte, daß die Wurzeln sich wegen der Belastungen im Kontaktbereich verdickten (vgl. Abbildung 5-1). Außerdem konnten oft Durchmessersprünge zwischen den stammnahen (innerhalb der Gewebebarriere) und stammfernen Wurzelbereichen (außerhalb der Gewebebarriere)

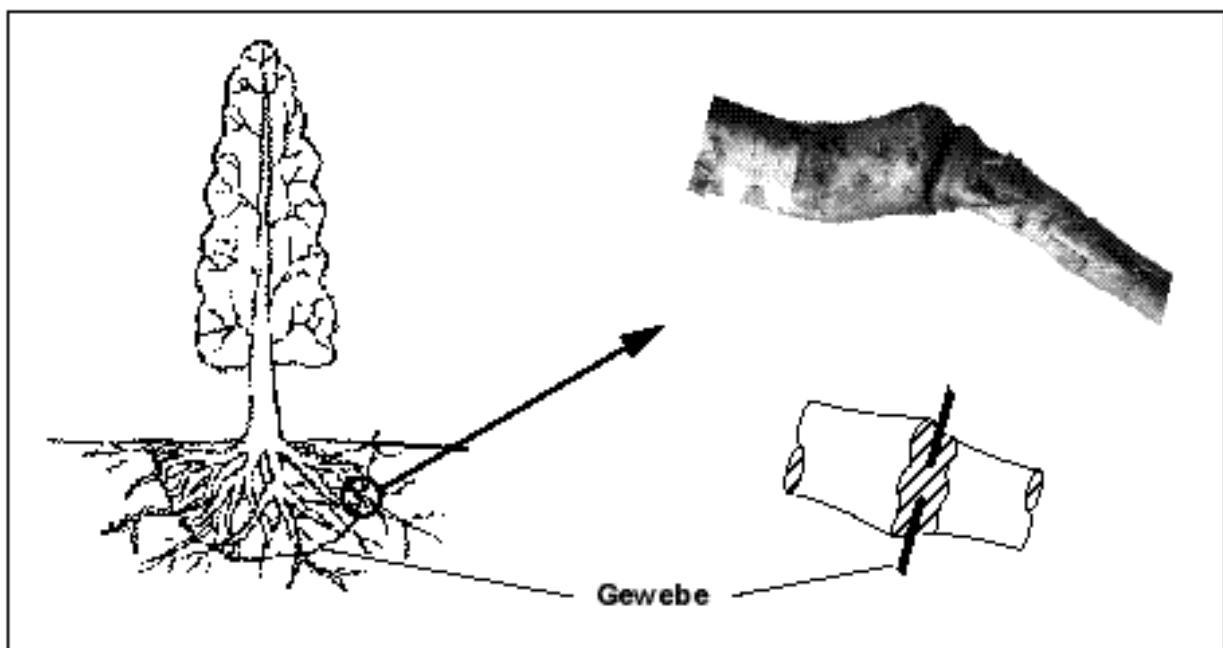


Abbildung 5-1: Wurzelstrangulation durch Wachstumsbarrieren.

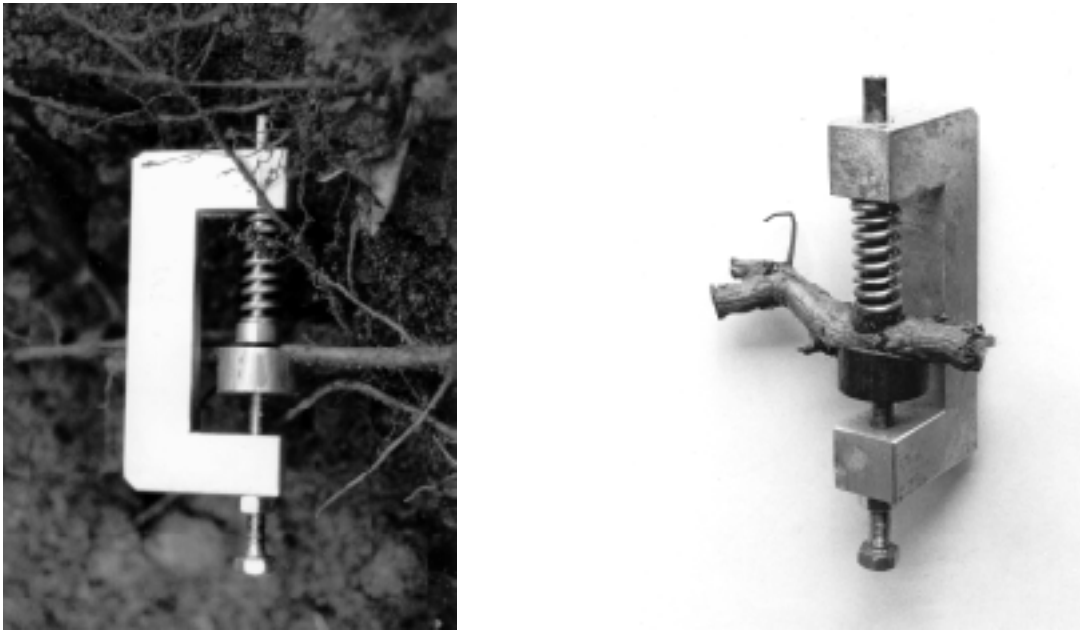


Abbildung 5-2: Klammern zur Messung von Radialkräften an Wurzeln zu Beginn und am Ende eines Feldexperiments.

beobachtet werden, die um so stärker ausgeprägt waren, je stärker das Gewebe in die Wurzeln eingewachsen war. Die stammnahen Wurzelseiten waren dabei in der Regel dicker als die stammfernen.

Hinsichtlich einer optimalen Materialausnutzung stellte sich die Frage, in welchem Maße die stammfernen Wurzelbereiche mechanisch sinnvoll waren, da durch die oft sehr dünne Strangulationsstelle außer durch den Kontaktdruck keine großen Kräfte übertragen werden konnten. Außerdem wurden durch die Verwachsung auch Kräfte in das Gewebe eingeleitet, das über Reibungseffekte großflächig mit dem Erdreich verbunden war. Mit dem Resistograph M300 wurden deshalb die Holzqualitäten auf beiden Seiten des Gewebes untersucht. Da die zur Verfügung stehenden Wurzeln nur Durchmesser von 10 bis 50 mm besaßen, waren Messungen mit dem Fractometer nicht möglich. Der in Abschnitt 4.2.1.2 beschriebene Bohrtrend konnte bei Pappelwurzeln zwar nicht nachgewiesen werden, seine möglichen Auswirkungen wurden aber bei der Interpretation der Ergebnisse berücksichtigt. Es ergaben sich insgesamt keine signifikanten Sprünge der mittleren Bohrwiderstände an den Strangulationsstellen. Die Bohrwiderstände waren zwar häufig stammwärts höher als wurzelwärts, es zeigte sich aber eine gewisse Abhängigkeit vom Wurzel Durchmesser, wodurch bei einigen Wurzeln, die stammfern dicker waren als stammnah, auch höhere Bohrwiderstände gemessen wurden. Es läßt sich nicht ausschließen, daß eine stammferne Verdickung der Wurzeln durch einen besonders hohen Kontaktdruck verursacht wurde und generell in dickeren Bereichen auch stabileres Holzgewebe verwendet wird. Zur Verifikation dieser Hypothese wären jedoch genauere Untersuchungen mit anderen Methoden und vor allem eine große Anzahl an Proben notwendig.

Das Problem des Eindringens von Wurzeln in Rohrleitungen und die Versuche, dies mit Wurzelbarrieren zu verhindern, warfen weiterhin die Frage auf, welche Größenordnung die von Wurzeln auf ihre Umgebung ausgeübten Kräfte bzw. Drücke annehmen können. Dabei sind sowohl Axialdrücke an den Wurzelspitzen als auch radial gerichtete Spannungen von Interesse.

Es ist naheliegend, daß der von Wurzeln auf ihre Umgebung ausgeübte Druck in der Größenordnung des Innendrucks der Wurzelzellen (*Turgor*) liegen muß, für den sich als typischer Wert 0,5 MPa angeben läßt [27]. Messungen der durch primäres Wachstum nahe der Wurzelspitze auftretenden Spannungen ergaben in axialer Richtung im Mittel 0,86 MPa (0,24–1,45 MPa) und in radialer Richtung durchschnittlich 0,69 MPa (0,51–0,90 MPa) [85]. Die Bodenfestigkeit, bei der kein Wurzelwachstum mehr stattfindet, wird mit 2,5 MPa angegeben [86] (vgl. Abschnitt 2.1.3).

Zur Ermittlung der durch sekundäres Dickenwachstum erzeugten radialen Spannungen wurden in einem ersten Feldversuch 15 speziell gefertigte Klammern mit Federn in den Stärken 5 N/mm, 10 N/mm und 20 N/mm an dünnen Pappelwurzeln (< 10 mm) angebracht. Nach etwa 2 Jahren konnten Spannungen von bis zu 0,72 MPa bei etwa 2 mm Dickenzuwachs gemessen werden (vgl. Abbildung 5-2). Dieser Wert liegt sehr nahe an den Literaturwerten des Turgors. Zur Überprüfung, ob bei weiterem Wachstum noch eine weitere Erhöhung der radialen Spannungen stattfindet, wurden in Zusammenarbeit mit der Swedish University of Agricultural Sciences die Klammern an Pappeln in einer Klimakammer installiert. Dadurch sollen in kurzer Zeit große Zuwächse und entsprechend aussagekräftige Ergebnisse erhalten werden. Weiterhin wurde eine Apparatur zur Messung der axialen Kräfte bzw. Drücke entwickelt, die ebenfalls in Klimakammerversuchen in Schweden erprobt wird.

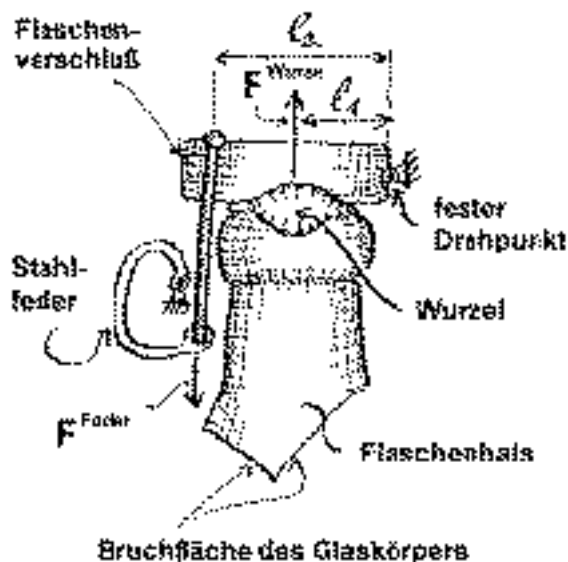


Abbildung 5-4: Schematische Skizze zur Ermittlung der auf die Wurzel wirkenden Querkraft nach [87] (Zeichnung: C. Mattheck).



Abbildung 5-3: Die Wurzel im Flaschenhals, die uns freundlich von Örjan Stål überlassen wurde.

In Abbildung 5-3 ist ein von der Natur selbst durchgeführtes Experiment zur Messung von Kräften an Wurzeln zu sehen. Die durch den Hals einer geschlossenen, zerbrochenen Bierflasche gewachsene Wurzel arbeitete sich beim primären Wachstum aufgrund der Gleitfähigkeit ihrer Schleimhaube durch die Gummidichtung des Verschlusses nach außen und ersetzte diese im Laufe der Zeit. Das sekundäre Dickenwachstum ermöglichte der Wurzel das weitere Öffnen des Deckels gegen die Kraft der Stahlfeder. Dieser Mechanismus ist der gleiche wie beim oben beschriebenen Rohrleitungsproblem. MATTHECK berechnete durch Messung

der Federkraft und der Hebelverhältnisse (Abbildung 5-4) eine auf die Wurzel wirkende Kraft von 114 N [87] und unter Berücksichtigung der Auflagefläche eine Spannung von 0,4–0,5 MPa.

6 Zusammenfassung

Die Untersuchung der Wirkungsweise natürlicher Bodenverankerungen durch Simulationsrechnungen mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode und durch Messungen an Baumwurzeln im Rahmen von Feldstudien lieferte Indizien für die Gültigkeit des Axioms konstanter Spannung in der Natur in seiner Erweiterung auf Schubspannungen.

Es konnte gezeigt werden, daß bei Wahl geeigneter Modelle mit der für bodenmechanische Probleme modifizierten SKO-Methode für gegebene Lastfälle mechanisch sinnvolle Verteilungen der Wurzelmasse in der Erde bestimmbar sind, die sowohl qualitativ als auch quantitativ mit natürlichen Wurzelmorphologien übereinstimmen.

Die SKO-Methode stammt aus dem Bereich der Bauteiloptimierung und dient der Designfindung durch spannungsabhängige Variation der Steifigkeiten innerhalb eines Designraumes mit vorgegebenen Lasten und Randbedingungen. Bei der Anwendung der Methode zur Simulation von Wurzelverankerungen nach dem MOHR-COULOMBSchen Gesetz der Bodenmechanik hat sich im Gegensatz zur bisher üblichen Vorgehensweise die Verwendung niedriger Gewichtungsfaktoren bewährt, wodurch keine scharf begrenzten, sondern gradierte Konturen der Ergebnisse entstehen. Diese können als Grad der Bodendurchwurzelung interpretiert werden. Die Ergebniskonturen besitzen in Stammnähe die relativ hohe Steifigkeit von Holz, die mit zunehmender Entfernung von der Lasteinleitung bis auf die geringe Steifigkeit der Erde abnimmt. Dies bewirkt eine gleichmäßigere Lastverteilung als bei massiven Bodenankern, wie sie bei Verwendung hoher Gewichtungsfaktoren berechnet werden. Die Strukturen sind dadurch entsprechend kleiner. Form und Größe der so erhaltenen SKO-Ergebnisse hängen in erster Linie von der Belastung ab. Als Lasten wurden für die Simulationsrechnungen die Bruchmomente von Baumstämmen unterschiedlicher Stärke verwendet, um die Theorie von natürlichen Kraftträgern als Kette gleicher Glieder zu überprüfen. Ein signifikanter Einfluß der Querkraft konnte bei großen Bäumen mit hohen Kraftangriffspunkten ausgeschlossen werden, deshalb wurde mit reiner Biegung gerechnet.

Wie bei in der Natur zu findenden Baumwurzeln weisen die berechneten Wurzelformen stets auf der Zugseite der Biegung mehr und längere Wurzeln auf, druckseitig dafür tiefere. Die Variation der Bodenqualität in Form der Scherparameter führte bei Sand- und Kiesböden mit großen Reibungswinkeln zu einer ausgeprägten Asymmetrie der Ergebnisse, was mit einer relativ starken Abhängigkeit der lokalen Festigkeiten vom Spannungsniveau zusammenhängt. Tonböden mit geringen Reibungswinkeln ergaben dagegen kohäsionsgesteuerte, eher symmetrische Wurzelballen. Die Höhe der Kohäsion spiegelte sich in der Größe der Wurzeln wider, so daß Tonböden (hohe Kohäsionswerte) kleinere Wurzeln erforderten als Sand- oder Kiesböden (niedrige Kohäsionswerte). Ein Einfluß des Stammgewichts auf die berechneten Optimalformen konnte in sinnvollen Grenzen nicht festgestellt werden.

Der Vergleich der maximalen horizontalen Erstreckung der berechneten Wurzeln auf der Zugseite mit Daten einer Feldstudie an über 2000 windgeworfenen Bäumen ergab eine gute Übereinstimmung. Das Windwurfdiagramm aus den zugseitigen Wurzeltellerradien der umgefallenen Bäume aufgetragen über den Stammradien, die über den Wurzelanläufen gemessen wurden, wird in guter Näherung nach oben durch die Werte aus den SKO-Simulationen begrenzt. Obwohl die Bodenparameter bei der Studie nicht bestimmt wurden, kann davon ausgegangen werden, daß die oberen Meßwerte bei Böden geringerer Qualität (Sand/Kies) erhalten wurden, während die Wurzeltellerradien von Bäumen auf „guten“ Böden in den unteren Bereichen des Schaubildes zu finden sind. Die Steigung der oberen Umhüllenden der Meßwerte wird mit zunehmendem Stammradius kleiner, was bedeutet, daß dünne Bäume relativ gesehen größere Wurzeln besitzen als dicke. Dieser Trend zeigt sich auch in den Ergebnissen der SKO-Simulationen, jedoch deutlich schwächer.

Insgesamt bestätigen die Simulationsrechnungen damit, daß das Wachstum von Baumwurzeln in großem Maße von mechanischen Gesetzen gesteuert wird.

Nach Untersuchung der gesamten Wurzelballen als Verbund aus Wurzeln und Erde wurden einzelne Wurzelstränge analysiert. Spannungsanalysen und Simulationsrechnungen mit CAO und SKO konnten zur Klärung des Phänomens der Kniebildung auf häufig freigespülten horizontalen Wurzeln der Sumpfzypresse beitragen, dem vielfach mechanische Ursachen zugesprochen werden. Es wurden nur leichte Vorteile eines FE-Modells mit Knie gegenüber einem Modell ohne Knie gefunden, die in einer etwas besseren Verteilung der am Stamm angreifenden Lasten auf die oft stelzenartigen Senkerwurzeln durch die Versteifung der Anbindungsstellen bestehen. Durch die Kniebildung in unverzweigten Wurzelbereichen wird die Gefahr des Knickens etwas verringert. Aus mechanischer Sicht stellen die Strukturen jedoch keine Optimallösung dar. Mit CAO und SKO optimierte Formen bewirken deutlich effektivere Verbesserungen bei weniger Materialaufwand.

Zur Beurteilung der Entwicklung der Holzqualität innerhalb des mechanisch wirksamen Wurzel-Erde-Verbundes wurden zunächst ebenfalls freierodierte Wurzeln verwendet. Anschließend wurden in der Erde gewachsene Wurzeln hinsichtlich einer möglichen inneren Optimierung untersucht. Als Meßgeräte standen der Resistograph M300 und das Fractometer III zur Verfügung. In einer Voruntersuchung erwies sich der Resistograph, ein ursprünglich für die Holzdiagnose entwickeltes Bohrwiderstandsmeßgerät, als nur bedingt für die Beurteilung des Wurzelholzes geeignet. Es besteht eine Abhängigkeit der Meßwerte von der Dicke der Proben, vor allem bei Laubhölzern hoher Dichte. Dadurch können die Messungen einen verfahrensbedingten Trend zeigen, der bei Wurzelproben mit zwangsläufig unterschiedlicher Dicke einer Änderung der lokalen Holzqualitäten als Reaktion des Holzes auf die Belastungssituation überlagert ist. Außerdem weisen die Meßwerte große Streuungen auf. Für die Untersuchungen an Baumwurzeln wurde deshalb das Fractometer III verwendet, ein Gerät zur Messung unterschiedlicher Festigkeiten grünen Holzes.

Es wurden die radialen Schub- und die axialen Druckfestigkeiten an freierodierten Pappelwurzeln und an Wurzeln von in der Erde gewachsenen Eschen, Pappeln und Fichten gemessen. Die Wurzeln befanden sich in Windrichtung auf der Zug- oder Druckseite der eingeleiteten Biegebelastung, und die Messungen erfolgten horizontal in der neutralen Faser der Biegung. Außer bei den Fichten ergab sich bei nahezu allen Wurzeln eine Abnahme beider Festigkeits-

werte mit zunehmendem Abstand vom Stamm. Nur bei den Eschen waren stets auch die Festigkeiten des Stammholzes höher als in den Wurzeln. Beide untersuchten Festigkeiten änderten sich in gleichem Maße, wodurch ein näherungsweise konstantes Verhältnis der Werte gefunden wurde. Bezogen auf die jeweilige Querschnittsfläche der Meßstellen wurden aufgrund des Einflusses der Wurzelgeometrie, der Höhe der tatsächlichen Belastung und der Entfernung von der Lasteinleitung große Streuungen der Festigkeitswerte festgestellt. Hinweise auf eine Auswirkung der Lage der Senkerwurzeln auf die Festigkeitsverläufe durch lokale Einleitung von Querkräften lassen sich nur an den freierodierten Pappelwurzeln finden. Je stärker die Wurzeln in die Erde eingebettet sind, desto weniger werden Festigkeitssprünge an den Senkeranbindungen beobachtet. Die Ergebnisse zeigen, daß neben der Verteilung der Ankerwurzeln in der Erde auch ihr Bau biomechanisch optimiert ist. Die mit der Entfernung von der Lasteinleitung abnehmenden Belastungen führen zu dünneren Wurzeln. Aufgrund biologischer Aufgaben müssen jedoch Mindestquerschnitte vorhanden sein, weshalb das Festigungsgewebe zugunsten von Zellen zurücktritt, die an die Speicher- und Leitungsfunktion angepaßt sind. Dies spart zusätzlich Material ein. Die Fichten befanden sich in Hanglage, weshalb es den Wurzeln durch die hangabwärts gerichtete Belastung in den untersuchten Bereichen wahrscheinlich noch nicht möglich war, zusätzlich zur Querschnittsverringerung auch den Anteil des Festigungsgewebes zu reduzieren.

Die vorgestellten Ergebnisse zeigen, daß die untersuchten Wurzelsysteme in ihrer Funktion als natürliche Bodenverankerungen und als Versorgungs- und Speicherorgane einen guten Kompromiß für die Bäume darstellen. Die Verteilung der Wurzelmasse in der Erde und die Entwicklung der Festigkeiten entlang der einzelnen Wurzelstränge sind sehr gut an die Wahrnehmung der Verankerungsfunktion angepaßt.

Durch die mechanische Stimulation des Wachstums und die enge Wechselwirkung mit ihrer Umgebung sind Baumwurzeln gerade im städtischen Bereich nicht unproblematisch. Sie sind in der Lage, Straßen sowie Wasser- und Gasleitungen zu zerstören. Deshalb wurde mit der Untersuchung der Drücke begonnen, die Wurzeln in axialer und radialer Richtung auf ihre Umgebung ausüben können. Diese Untersuchungen können als Ansatz für künftige Arbeiten dienen.

7 Literatur

- [1] C. MATTHECK (1997) *Design in der Natur – der Baum als Lehrmeister*. 3. Auflage, Rombach Verlag, Freiburg.
- [2] A. BAUMGARTNER, L. HARZHEIM, C. MATTHECK (1992) *SKO: Soft Kill Option – the biological way to find optimum structure topology*. Int. J. Fatigue, 14, S. 387–393.
- [3] C. MATTHECK (1990) *Engineering components grow like trees*. Materialwissenschaften und Werkstofftechnik, 21, S. 143–168.
- [4] C. MATTHECK, S. BURKHARDT (1990) *A New Method of Structural Shape Optimization based on Biological Growth*. Int. J. of Fatigue, 12, S. 185–190.
- [5] R. KRIECHBAUM (1994) *Ein Verfahren zur Optimierung der Faserverläufe in Verbundwerkstoffen durch Minimierung der Schubspannungen nach Vorbildern der Natur*. Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH).
- [6] M. TESCHNER (1995) *Einfluß der Bodenfestigkeit auf die biomechanische Optimalgestalt von Haltewurzeln bei Bäumen*. SVK-Verlag, Erndtebrück.
- [7] W. TROLL (1973) *Allgemeine Botanik*. 4. Auflage, Ferdinand Enke Verlag, Stuttgart.
- [8] H. J. BRAUN (1992) *Bau und Leben der Bäume*. 3. Auflage, Rombach Verlag, Freiburg.
- [9] C. MATTHECK (1991) *Trees – the mechanical design*. Springer Verlag, Berlin.
- [10] C. MATTHECK (1994) *Die Baumgestalt als Autobiographie – Einführung in die Mechanik der Bäume und ihre Körpersprache*. 2. Auflage, Thalacker Verlag, Braunschweig.
- [11] C. MATTHECK, H. BRELOER (1994) *Handbuch der Schadenskunde von Bäumen – der Baumbruch in Mechanik und Rechtsprechung*. 2. Auflage, Rombach Verlag, Freiburg.
- [12] C. MATTHECK, H. KUBLER (1995) *Wood – the internal optimization of trees*. Springer Verlag, Berlin.
- [13] W. ALBRECHT (1995) *Untersuchung der Spannungssteuerung radialer Festigkeitsverteilung in Bäumen*. Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH).
- [14] A. ZIPSE (1997) *Untersuchungen zur lastgesteuerten Festigkeitsverteilung in Bäumen*. Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH).
- [15] F. DIETRICH (1995) *Wie der grüne Baum tangential Zugspannungen bewältigt*. Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH).

- [16] R. WAGENFÜHR (1989) *Anatomie des Holzes – unter besonderer Berücksichtigung der Holztechnik*. 4. Auflage, VEB Fachbuchverlag, Leipzig.
- [17] C. MATTHECK, W. ALBRECHT, F. DIETRICH, R. KRIECHBAUM (1994) *Die Biomechanik der Holzstrahlen*. Allgem. Forst- und Jagdzeitung, 8, S. 143–147.
- [18] C. MATTHECK, F. W. M. R. SCHWARZE (1994) *Die Holzstrahlen als getarnte I-Balken in einem mechanischen Ersatzmodell für Holz*. Allgem. Forst- und Jagdzeitung, 10/11, S. 197–201.
- [19] E. STRASBURGER (1991) *Lehrbuch der Botanik für Hochschulen*. 33. Auflage, Gustav Fischer Verlag, Stuttgart.
- [20] F. KOLLMANN (1982) *Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe*. 1. Band, 2. Auflage, Springer Verlag, Berlin.
- [21] F. H. SCHWEINGRUBER (1990) *Anatomie europäischer Hölzer*. Eidgenössische Forschungsanstalt für Wald, Schnee und Landschaft, Birmensdorf.
- [22] K. MÄGDEFRAU (1968) *Paläobiologie der Pflanzen*. 4. Auflage, o. V., Jena.
- [23] J. SELL, T. ZIMMERMANN (1993) *Das Gefüge der Zellwandschicht S2 – Untersuchungen mit dem Feldemissions-Rasterelektronenmikroskop an Querbruchflächen von Fichten- und Tannenholz*. Eidgenössische Materialprüfungs- und Forschungsanstalt, Bericht 115/28, Zürich.
- [24] A. BERNATZKY (1994) *Baumchirurgie und Baumpflege*. 5. Auflage, Bernhard Thalaker Verlag, Braunschweig.
- [25] J. N. KÖSTLER, E. BRÜCKNER, H. BIBELRIETHER (1968) *Die Wurzeln der Waldbäume – Untersuchungen zur Morphologie der Waldbäume in Mitteleuropa*. Paul Parey Verlag, Hamburg.
- [26] U. LÜTTGE, M. KLUGE, G. BAUER (1994) *Botanik*. 2. Auflage, VCH, Weinheim.
- [27] J. PRITCHARD (1994) *The control of cell expansion in roots*. The New Phytologist, 127, London, S. 3–26.
- [28] M. C. DOBSON, A. J. MOFFAT (o. J.) *The Potential for Woodland Establishment on Landfill Sites*. HMSO, London, S. 15–28.
- [29] B. KLEPPER (1987) *Origin, Branching and Distribution of Root Systems*. In: P. J. Gregory et al. (Hrsg.), *Root Development and Function*. Cambridge University Press, New York, S. 103–124.
- [30] B. J. ATWELL (1992) *Response of Roots to Mechanical Impedance*. Environmental and Experimental Botany, 33, S. 27–40.
- [31] K. ESAU (1969) *Pflanzenanatomie*. Gustav Fischer Verlag, Stuttgart.
- [32] J. RUSCH (1973) *Vergleichende anatomische Untersuchungen des Holzes von Wurzel und Stamm bei verschiedenen Laubbaumarten*. Inaugural-Dissertation der Naturwissenschaftlich-mathematischen Fakultät der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg.

-
- [33] H.-R. HÖSTER, W. LIESE (1966) *Über das Vorkommen von Reaktionsholzgewebe in Wurzeln und Ästen der Dikotyledonen*. Holzforschung, 20, S. 80–90.
- [34] A. L. SHIGO (1990) *Die neue Baumbiologie*. Thalaker Verlag, Braunschweig.
- [35] G. GUDEHUS (1981) *Bodenmechanik*. Ferdinand Enke Verlag, Stuttgart.
- [36] E. SCHULTZE, H. MUHS (1967) *Bodenuntersuchungen für Ingenieurbauten*. Springer Verlag, Berlin.
- [37] P. VON SOOS (1990) *Eigenschaften von Boden und Fels; ihre Ermittlung im Labor*. In: U. Smolczyk (Hrsg.), Grundbau Taschenbuch. 4. Auflage, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften, Berlin, S. 105 - 174.
- [38] H.-J. LANG, J. HUDER, P. AMANN (1996) *Bodenmechanik und Grundbau*. 6. Auflage, Springer Verlag, Berlin.
- [39] O. MOHR (1914) *Abhandlungen aus dem Gebiete der technischen Mechanik*. Ernst & Sohn Verlag, Berlin.
- [40] C. S. DESAI, J. T. CHRISTIAN (1977) *Numerical Methods in Geotechnical Engineering*. MacGraw-Hill Book Company, New York.
- [41] G. GUDEHUS (1990) *Stoffgesetze*. In: U. Smolczyk (Hrsg.), Grundbau Taschenbuch. 4. Auflage, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften, Berlin, S. 175–203.
- [42] W. PRAGER, P. G. HODGE (1954) *Theorie ideal plastischer Körper*. Springer Verlag, Wien.
- [43] I. N. BRONSTEIN, K. A. SEMENDJAJEW (1983) *Taschenbuch der Mathematik*. Nachdruck der 20. Auflage, Verlag Harri Deutsch, Thun.
- [44] D. C. DRUCKER, W. PRAGER (1952) *Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design*. Quarterly of Applied Mathematics, 10, S. 157–165.
- [45] L. J. WALDRON (1977) *The Shear Resistance of Root-Permeated Homogeneous and Stratified Soil*. Soil Sci. Soc. Am. J., 41, S. 842–849.
- [46] T. ENDO, T. TSURUTA (1968) *Effect of Trees' Roots upon the Shearing Strength of Soils*. Ann. Rep. of the Hokkaido Branch Gov. Forest Exp. St. Tokyo 1968, S. 167–179.
- [47] M. P. COUTTS (1983) *Root Architecture and Tree Stability*. Plant and Soil, 71, S. 171–188.
- [48] G. KÄMMEL, H. FRANECK, H.-G. RECKE (1990) *Einführung in die Methode der finiten Elemente*. 2. Auflage, Carl Hanser Verlag, München.
- [49] J. ARGYRIS, H.-P. MLEJNEK (1986) *Die Methode der finiten Elemente – in der elementaren Strukturmechanik*. Band 1 (Verschiebungsmethode in der Statik), Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, Braunschweig.

- [50] H. G. HAHN (1975) *Methode der finiten Elemente in der Festigkeitslehre*. Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt (Main).
- [51] H. R. SCHWARZ (1991) *Methode der finiten Elemente – Eine Einführung unter besonderer Berücksichtigung der Rechenpraxis*. 3. Auflage, Teubner Verlag, Stuttgart.
- [52] O. C. ZIENKIEWICZ (1984) *Methode der finiten Elemente*. 2. Auflage, Carl Hanser Verlag, München.
- [53] J. W. STRUTT [LORD RAYLEIGH] (1870) *On the theory of resonance*. Trans. Roy. Soc., 161, London, S. 77–118.
- [54] W. RITZ (1909) *Über eine neue Methode zur Lösung gewisser Variationsprobleme der mathematischen Physik*. J. Reine Angew. Math., 135, S. 1–61.
- [55] P. GUSSMANN, H. SCHAD (1990) *Numerische Verfahren*. In: U. Smolczyk (Hrsg.), Grundbau Taschenbuch. 4. Auflage, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften, Berlin, S. 415–458.
- [56] R. WAGENFÜHR, C. SCHEIBER (1989) *Holzatlas*. 3. Auflage, VEB Fachbuchverlag, Leipzig.
- [57] W. STIEGLER (1979) *Baugrundlehre für Ingenieure*. 5. Auflage, Werner Verlag, Düsseldorf.
- [58] G. R. BRUDER (1994) *Untersuchungen zum Tragverhalten von Bodenankern*. Studienarbeit am Institut für Zuverlässigkeit und Schadenskunde im Maschinenbau, Universität Karlsruhe (TH).
- [59] W. BEITZ, K.-H. KÜTTNER (1986) *Dubbel – Taschenbuch für den Maschinenbau*. 15. Auflage, Springer Verlag, Berlin.
- [60] D. HIBBITT, B. KARLSSON, P. SORENSEN (1996) *ABAQUS/Standard – User's Manual, Versionen 5.6 u. 5.7*. HKS, Inc., Providence, USA.
- [61] K. METZGER (1893) *Der Wind als maßgebender Faktor für das Wachstum der Bäume*. Mündener Forstliche Hefte, 3. Heft, Julius Springer Verlag, Berlin.
- [62] C. MATTHECK, K. BETHGE, D. ERB (1993) *Versagenskriterien von Bäumen*. AFJZ, 164, S. 9–12.
- [63] G. M. LAVERS (1983) *The strength properties of timber*. 3. Auflage, Department of the Environment, London.
- [64] A. STOKES, A. H. FITTER, M. P. COUTTS (1995) *Responses of young trees to wind: effects on root growth*. In: M. P. Coutts et al. (Hrsg.), Wind and Trees. Cambridge University Press, S. 264–275.
- [65] P. SCHÜTT (1994) *Enzyklopädie der Holzgewächse: Handbuch und Atlas der Dendrologie*. Losebl.-Ausgabe – ecomed., Landsberg am Lech.
- [66] N. S. SHALER (1887) *Notes on the Taxodium Distichum or Bald Cypress*. Memoirs of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College, 16, Cambridge, Mass.

-
- [67] R. H. LAMBORN (1890) *The Knees of the Bald Cypress: A New Theory of Their Function*. Garden and Forest, 3, S. 21–22.
- [68] P. DEL TREDICI, Director of Living Collections, The Arnold Arboretum of Harvard University, Mass., Schreiben vom 27.02.1997.
- [69] G. R. BRUDER, C. MATTHECK (1998) *Biomechanische Untersuchungen zur Kniebildung bei Taxodium distichum*. Seminarunterlagen zum 4. VTA-Spezialseminar: Messen und Beurteilen am Baum, 24. - 25. März 1998, Karlsruhe.
- [70] C. PETERSEN (1982) *Statik und Stabilität der Baukonstruktionen*. 2. Auflage, Vieweg Verlag, Braunschweig.
- [71] K. WEBER (1998) Persönliche Mitteilung, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH.
- [72] F. RINN (1992) *Möglichkeiten und Grenzen in der Anwendung des neuentwickelten Bohrgerätes zur Holzdichtemessung*. Das Gartenamt, 2, S. 119–121.
- [73] D. ECKSTEIN, U. SASS (1994) *Bohrwiderstandsmessungen an Laubbäumen und ihre holzanatomische Interpretation*. Holz als Roh- und Werkstoff, 52, S. 279–286.
- [74] F. GRÄSSLE (1996) *Was mißt der Resistograph M300?* Studienarbeit am Institut für Zuverlässigkeit und Schadenskunde im Maschinenbau, Universität Karlsruhe (TH).
- [75] J. GÖBES (1997) *Vergleichende Bohrwiderstandsmessungen mit dem Resistographen M300*. Studienarbeit am Institut für Zuverlässigkeit und Schadenskunde im Maschinenbau, Universität Karlsruhe (TH).
- [76] W. ALBRECHT, C. MATTHECK (1997) *Bestimmung von Holzkennwerten mit dem Fractometer III*. Seminarunterlagen zum 3. VTA-Spezialseminar: Messen und Beurteilen am Baum, 23. - 24. April 1997, Karlsruhe.
- [77] A. STOKES (1995) *The Shape of Tree Root Systems Affects Root Wood Strength*. Wissenschaftliche Berichte FZKA 5518, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH.
- [78] G. R. BRUDER, C. MATTHECK (1997) *Untersuchungen über die Gestalt und die Festigkeitsentwicklung von verzweigten Wurzeln*. Seminarunterlagen zum 3. VTA-Spezialseminar: Messen und Beurteilen am Baum, 23. - 24. April 1997, Karlsruhe.
- [79] D. WERKER (1998) *Untersuchungen zur lastgesteuerten Festigkeitsverteilung in Baumwurzeln*. Diplomarbeit am Institut für Zuverlässigkeit und Schadenskunde im Maschinenbau, Universität Karlsruhe (TH).
- [80] K. HINDERER (1991) *Stochastik für Informatiker und Ingenieure*. Institut für Mathematische Stochastik, Universität Karlsruhe.
- [81] BÜSGEN-MÜNCH (1927) *Bau und Leben unserer Waldbäume*. 3. Auflage, Gustav Fischer Verlag, Jena.
- [82] H. RIEDL (1937) *Bau und Leistungen des Wurzelholzes*. Jahrbuch f. wiss. Botanik, 85, S. 1–75.

- [83] J. LIESE (1924) *Beiträge zur Anatomie und Physiologie des Wurzelholzes*. Berichte der Deutschen Botanischen Gesellschaft, 42, S. 91–107.
- [84] Ö. STÅL (1993) *Trädrotter och ledningarna anläggningstekniker och skyddsåtgärder - En arbetsbeskrivning*. Institutionen för lantbruksteknik, Sveriges landbruksuniversitet, Alnarp.
- [85] A. T. P. BENNIE (1996) *Growth and Mechanical Impedance*. In: Y. Waisel et al. (Hrsg.), *Plant Roots – The Hidden Half*. 2. Auflage, Marcel Dekker Verlag, New York, S. 453–470.
- [86] E. L. GREACEN, R. SANDS (1980) *Composition of forest soils - a review*. Australian Journal of Soil Research, 8, S. 163–189.
- [87] C. MATTHECK, K. BETHGE, Ö. STÅL (1996) *Die Querkraft einer Wurzel von Caragana Arborescens*. Baumzeitung, 1, S. 9.