



Forschungszentrum Karlsruhe

Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte

FZKA 5799

Experimentelle Untersuchung des turbulenten Wärme- und Impulstransports in einem beheizten Stabbündel

T. Krauss

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik

November 1996

Forschungszentrum Karlsruhe

Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte

FZKA 5799

**Experimentelle Untersuchung des
turbulenten Wärme- und Impulstransports
in einem beheizten Stabbündel**

Thorsten Krauss

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik

Von der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH) genehmigte

Dissertation

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

1996

**Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor**

**Forschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe**

ISSN 0947-8620

**Experimentelle Untersuchung des
turbulenten Wärme- und Impulstransports
in einem beheizten Stabbündel**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Ingenieurwissenschaften
von der Fakultät für Maschinenbau
der Universität Karlsruhe (TH)

genehmigte
Dissertation

von

Dipl.-Ing. Thorsten Krauss
aus Mudau (Neckar-Odenwald-Kreis)

Tag der mündlichen Prüfung: 25. Oktober 1996
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. K. Rehme
Korreferent: Prof. Dr. Dr. h.c. D. G. Cacuci

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions and activities. It emphasizes the need for transparency and accountability in financial reporting.

2. The second part of the document outlines the various methods and techniques used to collect and analyze data. It includes a detailed description of the experimental procedures and the tools used for data collection.

3. The third part of the document presents the results of the study. It includes a series of tables and graphs that illustrate the findings of the research. The data shows a clear trend in the relationship between the variables being studied.

4. The fourth part of the document discusses the implications of the findings. It highlights the potential applications of the research in various fields and the need for further investigation in this area.

5. The fifth part of the document concludes the study. It summarizes the key findings and provides a final statement on the overall significance of the research. The authors express their gratitude to the funding agencies and the participants who made the study possible.

6. The sixth part of the document includes a list of references and a bibliography. It provides a comprehensive list of the sources used in the study, including books, articles, and online resources.

7. The seventh part of the document contains a list of appendices. These appendices provide additional information and data that are not included in the main text of the document.

8. The eighth part of the document includes a list of figures and tables. These figures and tables are used to present the results of the study in a clear and concise manner.

9. The ninth part of the document contains a list of footnotes and endnotes. These footnotes and endnotes provide additional information and references that are not included in the main text of the document.

10. The tenth part of the document includes a list of acknowledgments. The authors express their appreciation to the individuals and organizations that provided support and assistance during the course of the study.

11. The eleventh part of the document contains a list of contact information for the authors. This information is provided for those who wish to contact the authors for further information or to request a copy of the document.

12. The twelfth part of the document includes a list of keywords and a list of subject headings. These keywords and subject headings are used to describe the content of the document and to facilitate its search and retrieval.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik des Forschungszentrums Karlsruhe, vormals Kernforschungszentrum Karlsruhe.

Herrn Professor Dr.-Ing. Dr. h.c. G. Keßler danke ich für die Möglichkeit, diese Arbeit an seinem Institut anzufertigen.

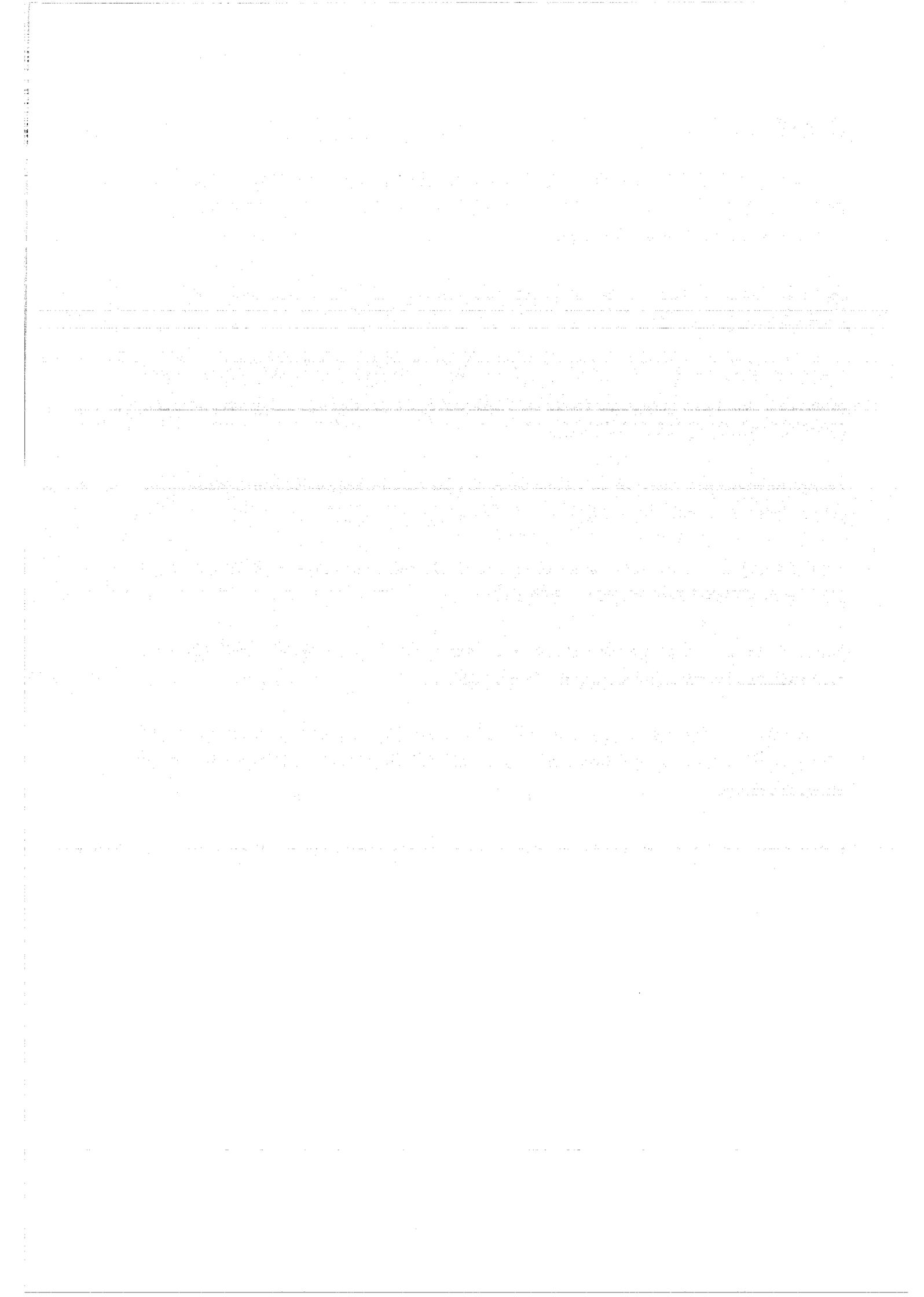
Herrn Professor Dr.-Ing. K. Rehme danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit. Seine zahlreichen Ideen und Vorschläge waren eine wertvolle Hilfe für mich und haben zum Gelingen dieser Arbeit in hohem Maße beigetragen.

Herrn Professor Dr. Dr. h.c. D. G. Cacuci danke ich für die Übernahme des Korreferats, sowie für sein Interesse an meiner Arbeit.

Herrn Dr.-Ing. L. Meyer danke ich für die Betreuung der Arbeit und für die Einführung in das für mich neue Gebiet der Strömungsmesstechnik.

Herrn E. Mensinger danke ich für die Anfertigung der Hitzdraht-Sonden und für seine Unterstützung bei der Durchführung der Messungen.

Ferner sage ich Dank allen Kolleginnen und Kollegen der Abteilung und des Instituts, speziell Herrn Dr. W. Väth für seine wertvollen Hinweise und Empfehlungen bei der Interpretation der Energiespektren.



Kurzfassung

Die Auslegung längs angeströmter Stabbündel kann durch numerische Simulation der Strömung erheblich gegenüber den heute üblichen Methoden verbessert werden. Zur Entwicklung neuer Turbulenzmodelle und zur Verifizierung bereits bestehender Rechenprogramme werden empirische Informationen benötigt, die den turbulenten Wärme- und Impulstransport in diesen Geometrien beschreiben.

Während für den turbulenten Impulsaustausch in Stabbündeln zahlreiche Meßwerte vorliegen, gibt es nur wenige Ergebnisse über den turbulenten Austausch von Wärme. Die fehlenden Informationen wurden im Rahmen dieser Arbeit an einem beheizten 37-Stabbündel gewonnen.

Die Differentialgleichungen zur Beschreibung der thermo- und fluiddynamischen Eigenschaften der Strömung werden dargestellt. Die auf empirischem Wege zu bestimmenden Größen leiten sich daraus unmittelbar ab.

Mit Hilfe der Hitzdraht-Meßtechnik werden die Momentanwerte aller Komponenten des Geschwindigkeitsvektors und der Temperatur bestimmt. Alle aus diesen Momentanwerten berechneten Turbulenzgrößen werden für Zentral- und Wandkanäle bei zwei Stab- und Wandabstandsverhältnissen dargestellt. Die Unterschiede zwischen den Strömungsformen bei Variation der Gitterweite werden aufgezeigt und mit den Ergebnissen im Kreisrohr verglichen.

Zur Charakterisierung der großskaligen Strömungs- und Temperaturpulsationen zwischen den Unterkanälen dienen umfangreiche Frequenzanalysen. Diese Analysen belegen eindeutig die Existenz einer energetischen kohärenten Struktur. Zeitgleiche spektrale Messungen mit Hilfe von zwei Hitzdraht-Sonden zeigen eine sehr große Ähnlichkeit der Wirbelbewegung in verschiedenen Unterkanälen des Bündels.

Experimental investigation of turbulent transport of momentum and energy in a heated rod bundle

Abstract

The design of rod bundles is substantially improved by numerical simulation of the axial flow. The development of advanced turbulence models and the verification of existing computer codes need empirical information on turbulent transport properties of momentum and energy.

A large number of experiments has been performed in various rod bundle geometries with isothermal flow. In contrast to this, the turbulent transport of energy has rarely been investigated in the past. The aim of the present work is to determine the turbulent properties of heated flow through a 37-rod bundle with triangular array.

The fundamental differential equations describing turbulent flows are presented. The quantities to be determined experimentally are derived.

All components of the instantaneous velocity and temperature are measured by hot wire anemometry. The computed turbulent quantities are presented for central and wall subchannels with two different pitch-to-diameter and wall-to-diameter ratios. It is shown that with decreasing gap width there is a significant deviation of the turbulence field from pipe flow.

Detailed frequency analyses are performed for further characterisation of the large scale flow and temperature pulsations. These observations confirm the existence of an energetic coherent structure between adjacent subchannels. Spectral measurements with two hot wire probes imply a distinct similarity of motion of vortices in different subchannels of the bundle.

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur	III
1 Einleitung	1
1.1 Problemstellung	1
1.2 Literaturübersicht	3
1.3 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit	7
2 Theoretische Grundlagen	9
2.1 Einführung	9
2.2 Grundgleichungen	10
2.3 Transportgleichungen	11
2.4 Experimentell zu bestimmende Größen	14
3 Experimenteller Aufbau	15
3.1 Versuchsanlage	15
3.2 Instrumentierung	18
3.2.1 Wandschubspannung und Wandtemperatur	18
3.2.2 Zeitliche Mittelwerte von Geschwindigkeit und Temperatur	19
3.2.3 Momentanwerte von Geschwindigkeit und Temperatur	20
3.2.3.1 Grundlagen der Hitzdraht-Anemometrie	20
3.2.3.2 CCA- und CTA-Verfahren	21
3.2.3.3 Auswahl und Kalibrierung der Hitzdrahtsonde	23
3.2.4 Versuchsdurchführung und Auswertung	24
4 Die Hauptströmung	28
4.1 Wandschubspannung	28
4.2 Wandtemperatur	32
4.3 Geschwindigkeitsverteilung	34
4.4 Temperaturverteilung	35
5 Die Turbulenzstruktur	48
5.1 Vergleich isotherme und beheizte Strömungen	48
5.2 Turbulenzintensitäten und kinetische Energie der Turbulenz	50
5.2.1 Axiale Turbulenzintensität	50
5.2.2 Radiale Turbulenzintensität	51

5.2.3	Azimutale Turbulenzintensität	52
5.2.4	Kinetische Energie der Turbulenz	53
5.2.5	Intensität der turbulenten Temperaturschwankungen	54
5.3	Turbulente Schubspannungen und Wärmeströme	72
5.3.1	Radiale turbulente Schubspannung	72
5.3.2	Azimutale turbulente Schubspannung	74
5.3.3	Transversale turbulente Schubspannung	75
5.3.4	Axialer turbulenter Wärmestrom	77
5.3.5	Radialer turbulenter Wärmestrom	79
5.3.6	Azimutaler turbulenter Wärmestrom	81
5.4	Turbulente Austauschgrößen für Impuls und Wärme	99
5.4.1	Untersuchungen an einfachen Geometrien	100
5.4.2	Untersuchungen in Stabbündeln	101
5.4.3	Ergebnisse der Untersuchungen im 37-Stabbündel	102
5.4.3.1	Radiale turbulente Austauschgrößen	102
5.4.3.2	Azimutale turbulente Austauschgrößen	104
5.5	Tripelprodukte	115
6	Frequenzanalyse	123
6.1	Theoretische Grundlagen	123
6.2	Untersuchungen an unterschiedlichen Geometrien	125
6.3	Ergebnisse der Untersuchungen im 37-Stabbündel	127
6.3.1	Allgemeine Betrachtungen	128
6.3.2	Beziehung zwischen dem turbulenten Wärme- und Impulsaustausch	128
6.3.3	Spektren an verschiedenen Positionen innerhalb eines Unterkanals	129
6.3.4	Abhängigkeit der Frequenz der Pulsationen von der Reynoldszahl	130
6.3.5	Abhängigkeit der Frequenz der Pulsationen von der Geometrie	131
6.3.6	Messungen mit zwei x-Sonden	131
7	Zusammenfassung	147
8	Literaturverzeichnis	152
A	Abbildung des 37-Stabbündels	162
B	Experimentelle Unsicherheiten	163
C	Verfahren von Cutler/Bradshaw	166

Nomenklatur

Lateinische Buchstaben

a	Temperaturleitfähigkeit [m^2s^{-1}]
A_2	Geometrieparameter der turbulenten Strömung [-]
A_τ	turbulente Austauschgröße für den Impuls [$\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$]
c_p	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck [$\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$]
d	Durchmesser [m]
D	Stabdurchmesser [m]
D_h	hydraulischer Durchmesser [m]
E	Spannung [V]
f	Frequenz [s^{-1}]
G^*	Geometrieparameter der turbulenten Strömung [-]
k	Wellenzahl [m^{-1}]
k	Turbulenzenergie [J]
k^+	dimensionslose Turbulenzenergie [-]
Nu	Nusselt-Zahl [-]
p	Druckschwankung [Nm^{-2}]
P	Stababstand [m]
Pr	molekulare Prandtl-Zahl [-]
Pr_{tur}	turbulente Prandtl-Zahl [-]
$Pr_{\text{tur},r}$	radiale turbulente Prandtl-Zahl [-]
q_k	Gesamtwärmestrom [Wm^{-2}]
q_{mol}	molekulare Wärmeleitung [Wm^{-2}]
q_w	Wandwärmestrom [Wm^{-2}]
r	radiale Koordinate [m]
R	Radius [m]
$R_{uu}(\tau)$	Funktion des Autokorrelationskoeffizienten von u [-]
$R_{ww}(\tau)$	Funktion des Autokorrelationskoeffizienten von w [-]
$R_{uw}(\tau)$	Funktion des Kreuzkorrelationskoeffizienten von u und w [-]
$R_{uu}'(\tau)$	Autokorrelationsfunktion von u [m^2s^{-2}]
$R_{ww}'(\tau)$	Autokorrelationsfunktion von w [m^2s^{-2}]
$R_{uw}'(\tau)$	Kreuzkorrelationsfunktion von u und w [m^2s^{-2}]
Re	Reynolds-Zahl [-]
S	Spaltbreite [m]
Str_s	Strouhal-Zahl der Pulsationen im Spalt [-]
t	Zeit [s]
t_b	Beobachtungszeit [s]
T	Momentanwert der Temperatur [K]
T^+	dimensionslose Temperatur [-]
T_{ein}	Eintrittstemperatur [K]

T_w	Wandtemperatur [K]
$T_{w,m}$	mittlere Wandtemperatur [K]
T_τ	Wandwärmestromtemperatur [K]
u	Schwankungsgeschwindigkeit in axiale Richtung [ms^{-1}]
u^+	dimensionslose Geschwindigkeit [-]
u_τ	Wandschubspannungsgeschwindigkeit [ms^{-1}]
U	Momentanwert der axialen Geschwindigkeit [ms^{-1}]
U_c	Transportgeschwindigkeit der Wirbel [ms^{-1}]
U_{ref}	Referenzgeschwindigkeit [ms^{-1}]
U_s	mittlere Geschwindigkeit im Spalt [ms^{-1}]
$\tilde{U}(f)$	Fouriertransformierte der axialen Geschwindigkeitskomponente [-]
$\tilde{W}(f)$	Fouriertransformierte der azimuthalen Geschwindigkeitskomponente [-]
$\tilde{W}(f)^*$	komplex Konjugierte zu $\tilde{W}(f)$ [-]
v	Schwankungsgeschwindigkeit in radiale Richtung [ms^{-1}]
V	Momentanwert der radialen Geschwindigkeit [ms^{-1}]
w	Schwankungsgeschwindigkeit in azimuthale Richtung [ms^{-1}]
W	Wandabstand [m]
x	axiale Koordinate [m]
y	wandsenkrechte Koordinate [m]
\hat{y}	wandsenkrechter Abstand zwischen Wand und Mittellinie [m]
\hat{y}_{max}	maximaler Wandabstand [m]
y^+	dimensionsloser Wandabstand [-]
z	wandparallele Koordinate [m]

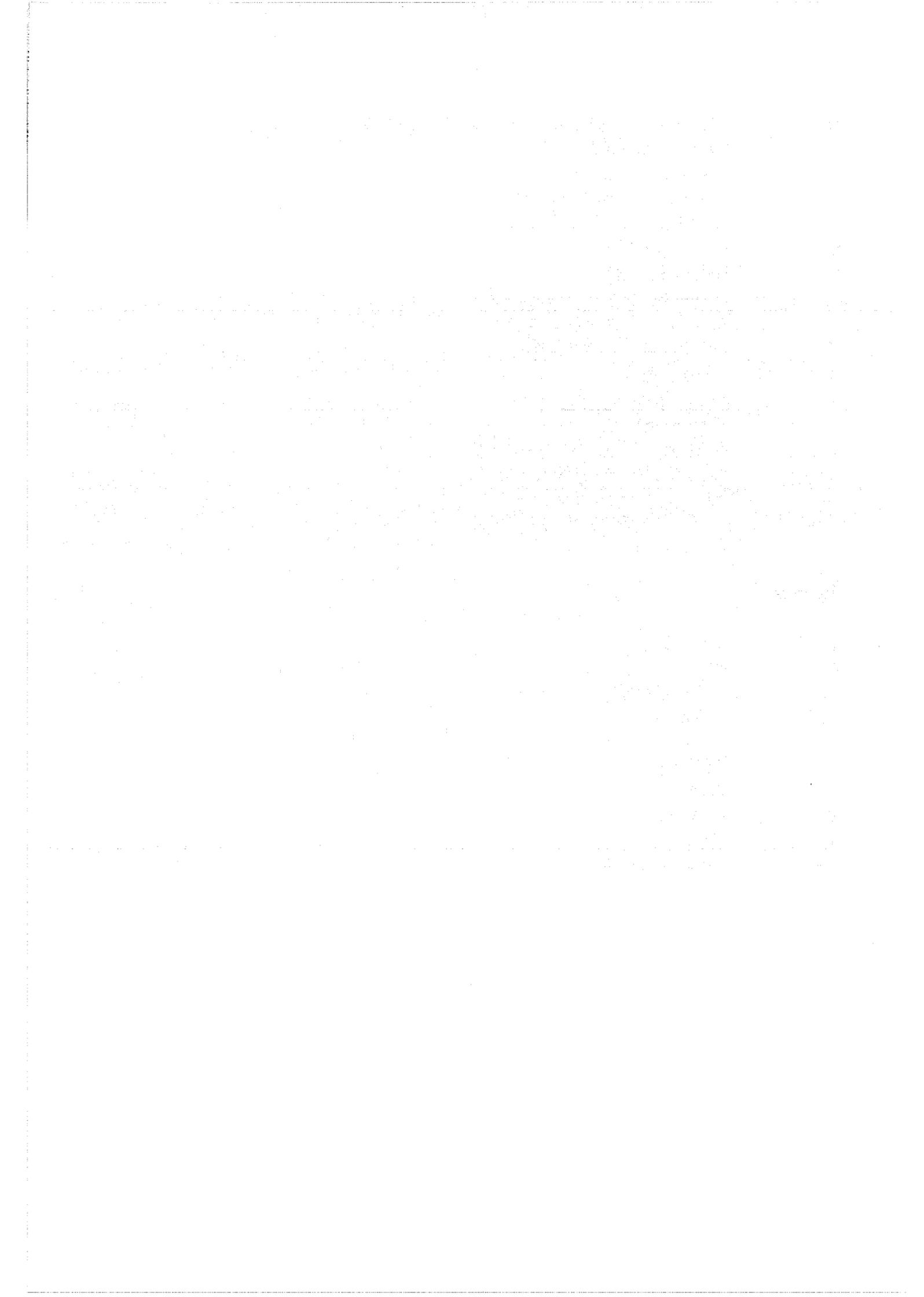
Griechische Buchstaben

α	Wärmeübergangskoeffizient [$\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$]
$\gamma_{uw}(f)$	Kohärenzfunktion von u und w [-]
δ_{ij}	Kronecker-Symbol (=1 für $i=j$, =0 für $i \neq j$) [-]
ε	Dissipationsrate von k [m^2s^{-3}]
ε_q	Wirbelleitfähigkeit [m^2s^{-1}]
ε_τ	Wirbelviskosität [m^2s^{-1}]
$\varepsilon_{q,a}^+$	dimensionslose azimuthale Wirbelleitfähigkeit [-]
$\varepsilon_{q,r}^+$	dimensionslose radiale Wirbelleitfähigkeit [-]
$\varepsilon_{\tau,a}^+$	dimensionslose azimuthale Wirbelviskosität [-]
$\varepsilon_{\tau,r}^+$	dimensionslose radiale Wirbelviskosität [-]
$\phi_{uw}(f)$	Phasenverschiebung zwischen u und w [°]
$\Phi_u(f)$	autospektrale Leistungsdichte der Geschwindigkeitskomponente u [ms^{-1}]
$\Phi_w(f)$	autospektrale Leistungsdichte der Geschwindigkeitskomponente w [ms^{-1}]
$\Phi_\theta(f)$	autospektrale Leistungsdichte der Temperaturschwankung θ [K^2s]
$\Phi_{uw}(f)$	kreuzspektrale Leistungsdichte von u und w [ms^{-1}]
$\Phi_{u\theta}(f)$	kreuzspektrale Leistungsdichte von u und θ [Km]

$\Phi_{w\theta}(f)$	kreuzspektrale Leistungsdichte von w und θ [Km]
φ	azimutale Koordinate [°]
κ	Kármánsche Konstante [-]
Γ	molekulare Diffusivität [m^2s^{-1}]
λ_h	Wärmeleitfähigkeit [$\text{WK}^{-1}\text{m}^{-1}$]
λ_f	Reibungsbeiwert [-]
λ	Wellenlänge [m]
μ	dynamische Viskosität [$\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$]
ν	kinematische Viskosität [m^2s^{-1}]
θ	Temperaturschwankung [K]
ρ	Dichte [kgm^{-3}]
τ	Zeitverschiebung [s]
$\underline{\tau}$	Schubspannung [Nm^{-2}]
τ_{mol}	molekulare Schubspannung [Nm^{-2}]
τ_{tur}	turbulente Schubspannung [Nm^{-2}]
τ_w	Wandschubspannung [Nm^{-2}]
$\tau_{w,m}$	mittlere Wandschubspannung [Nm^{-2}]

Indizes

a	azimutal
b	bulk
m	örtlich gemittelt
mol	molekular
r	radial
ref	Referenz
s	Spalt
tur	turbulent
w	Wand
—	zeitlich gemittelt



1 Einleitung

1.1 Problemstellung

Turbulenz ist ein physikalisches Phänomen, das bei den meisten in Natur und Technik vorkommenden Strömungsvorgängen eine dominierende Rolle spielt. Turbulente Austauschvorgänge sind in der Natur beispielsweise für die Entstehung von Wetter und Klima, für Strömungen in den Ozeanen und die Ausbreitung von Schadstoffen in der Atmosphäre verantwortlich. Bei der Entwicklung von Flugzeugen und Schiffen, der Konstruktion von Pumpen und Turbinen, und auf vielen anderen Gebieten der Technik sind turbulente Wechselwirkungsprozesse von elementarer Bedeutung.

In der Energietechnik sind turbulente Strömungsvorgänge z.B. bei der Entwicklung nuklearer Reaktoren von Interesse. Die Brennelemente im Kern solcher Reaktoren sind aus Stabbündeln aufgebaut. In den Räumen zwischen den Stäben fließt ein Kühlmittel, das die in den Stäben entstehende Wärme bei in der Regel turbulenter Strömung abführt. Aufgrund der Geometrie der Strömungsquerschnitte ist die Temperaturverteilung in Umfangsrichtung eines Stabes nicht konstant. Im realen Betriebszustand eines Reaktors treten zusätzliche Temperaturunterschiede zwischen den Unterkanälen infolge geometrischer Unregelmäßigkeiten, (z.B. Stabdurchbiegung) und des in axialer und radialer Richtung nicht konstanten Leistungsprofils auf. Diese Temperaturunterschiede werden durch Austauschprozesse zwischen benachbarten Unterkanälen teilweise wieder ausgeglichen. Partiiell auftretende Temperaturmaxima dürfen unter keinen Betriebsbedingungen die Schmelztemperatur des Hüllwerkstoffes erreichen, da dies die unmittelbare Zerstörung des betreffenden Brennstabes zur Folge hätte. Die Kenntnis der exakten Temperaturverteilung im Reaktorkern ist somit aus sicherheitstechnischen Gründen von primärem Interesse. Die Auslegung längsangeströmter Stabbündel kann durch numerische Simulation des turbulenten Wärme- und Impulstransportes erheblich gegenüber den heute üblichen Methoden verbessert werden, wobei neben den sicherheitstechnischen Aspekten vor allem auch wirtschaftliche Gesichtspunkte eine Rolle spielen.

Eine direkte numerische Simulation der Strömung durch Berechnung der exakten, zeitabhängigen Navier-Stokes-Gleichungen wird durch den dissipativen Charakter der Turbulenz erschwert. Zunächst großskalige Wirbelstrukturen werden durch die Hauptströmung, begren-

zende Wände und andere Wirbel beeinflusst. Sie zerfallen in immer kleinere Wirbel, bis in den kleinsten Wirbeln die kinetische Energie der turbulenten Bewegung durch molekulare Wechselwirkungen in innere Energie des Fluids überführt wird. Die Längen- und Zeitskalen der energietragenden, großskaligen Bewegungen und der dissipativen Elemente unterscheiden sich um mehrere Größenordnungen. Zur Auflösung der kleinsten Strukturen erfordert die direkte numerische Simulation eine sehr feine Diskretisierung, wodurch bei größeren Reynolds-Zahlen die Leistungsfähigkeit heutiger Rechenanlagen bei weitem überschritten wird.

Zur mathematischen Beschreibung turbulenter Strömungen wird deshalb nach einem Vorschlag von Reynolds eine statistische Betrachtungsweise eingeführt. Eine zeitliche Mittelung der Bilanzgleichungen für die Momentanwerte führt zu den sogenannten Reynoldsschen Gleichungen. Das somit entstehende Gleichungssystem ist jedoch nicht geschlossen, da durch zeitliche Mittelung der nichtlinearen konvektiven Terme der Navier-Stokes-Gleichungen unbekannte Korrelationen der Fluktuationsgrößen entstehen. Das „Turbulenzproblem“ besteht darin, diese unbekanntenen Korrelationen durch geeignete Turbulenzmodelle mit dem zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfeld zu verknüpfen.

Die zur Berechnung der Temperatur- und Geschwindigkeitsverteilung in Stabbündeln verwendeten Methoden lassen sich im wesentlichen in zwei Kategorien einteilen, die Unterkanalanalyse und die detaillierte Analyse. Bei dem am häufigsten verwendeten Verfahren der Unterkanalanalyse wird der Strömungsquerschnitt in einzelne parallele Strömungszonen aufgeteilt. Innerhalb dieser Unterkanäle werden die Geschwindigkeits- und Temperaturverteilungen gemittelt. Die Wechselwirkungen zwischen den Unterkanälen werden mit Hilfe von Mischungskoeffizienten berücksichtigt. Bei der detaillierten Analyse werden die dreidimensionalen Geschwindigkeits- und Temperaturfelder berechnet. Zur Beschreibung der turbulenten Austauschprozesse dienen Turbulenzmodelle, wie z.B. das Wirbelviskositäts-Konzept.

Zur Entwicklung derartiger Modelle und zur Verifizierung bereits bestehender Rechenprogramme werden empirische Informationen benötigt, die die thermo- und fluiddynamischen Eigenschaften der Strömung beschreiben. Die Übertragung der Kenntnisse über die Strömung in einfachen Geometrien, wie z.B. in Kreisrohren oder durch parallele Platten auf Stabbündel ist hierbei nicht ausreichend, da zwischen beiden Strömungsformen grundlegende Unterschiede bestehen. Die Turbulenzintensitäten sind in Stabbündel-Geometrien stark anisotrop und wesentlich höher als in Kreisrohren. Die Übertragbarkeit von Daten ist umso weniger gewährleistet, je enger das Gitter, d.h. je kleiner das Stababstandsverhältnis ist. Aus diesem Grund

sind in den letzten Jahren zahlreiche Untersuchungen in Stabbündeln bei isothermer Strömung durchgeführt worden (Rehme (1987a)). Meyer (1991) führte Messungen der turbulenten Geschwindigkeits- und Temperaturschwankungen in einem Zentralkanal eines 37-Stabbündels durch. Ergebnisse über den turbulenten Wärmetransport in Wandkanälen von Stabbündeln, sowie des zu erwartenden stark anisotropen Wärme- und Impulstransports speziell in engen Bündel-Geometrien bei beheizter Strömung liegen bislang nicht vor. Diese sollen im Rahmen dieser Arbeit an dem von Meyer untersuchten 37-Stabbündel gewonnen werden.

1.2 Literaturübersicht

Anhand einer kurzen Literaturübersicht soll die Entwicklung der Kenntnisse über die turbulente Strömung in Stabbündeln und der heutige Stand des Wissens dargestellt werden. Die Geometrie eines Stabbündels wird durch das sogenannte Stab- bzw. Wandabstandsverhältnis festgelegt, wie in Abbildung 1.1 dargestellt ist.

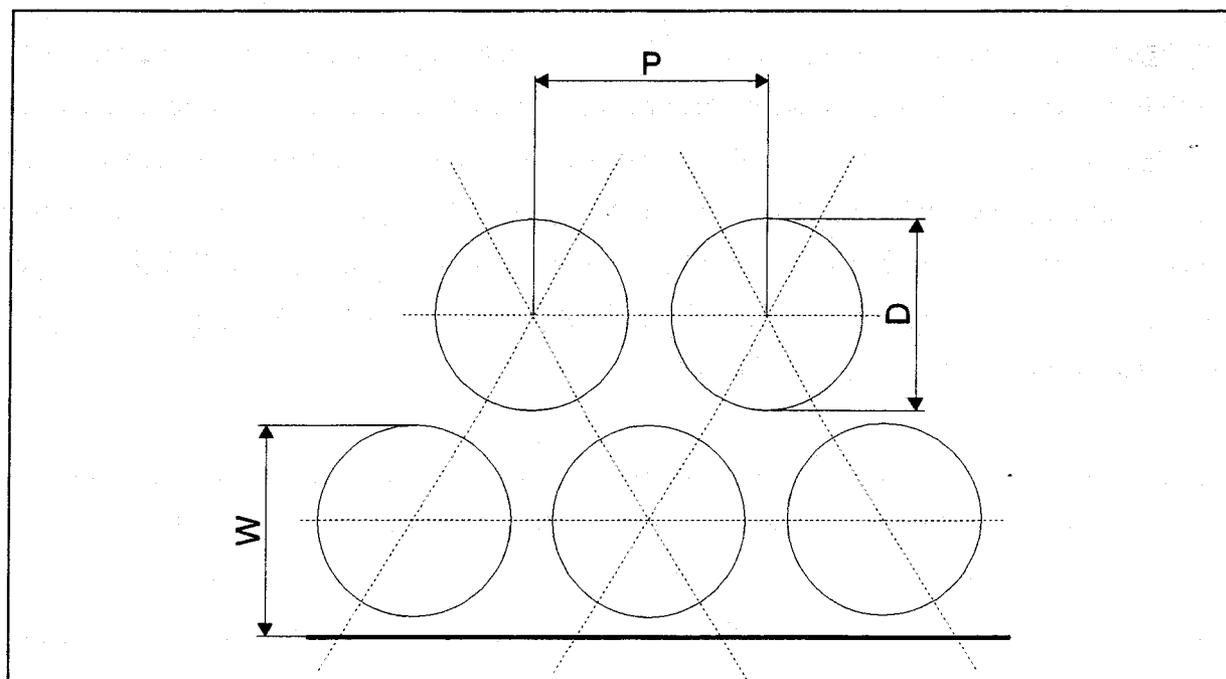


Abbildung 1.1: Zur Definition des Stababstandsverhältnisses P/D und Wandabstandsverhältnisses W/D .

Basierend auf den Untersuchungen von Rowe und Angle (1967), Rapier (1967) und von Rogers und Tarasuk (1968) stellten Rogers und Todreas bereits im Jahre 1968 die Unabhängigkeit der Mischungsrate zwischen benachbarten Unterkanälen vom Verhältnis der Spaltbreite zum Stabdurchmesser fest. Skinner (1969) führte diese Entdeckung auf Effekte von Sekundärströmungen zurück. Die ersten Anzeichen einer großskaligen Bewegung in den Spalten benachbarter Unterkanäle entdeckten van der Ros und Bogaardt (1970) durch Sichtbarmachung der Strömung („the visible waves are very regular in amplitude and frequency in the gap“). Hofmann entdeckte bereits 1964 ähnliche Strukturen in einem 7-Stabbündel, seine bemerkenswerten Ergebnisse wurden jedoch nie veröffentlicht.

Rowe et al. veröffentlichte 1972 seine LDA-Messungen in einem Stabbündel quadratischer Anordnung mit $P/D=1,25$ und $P/D=1,125$ und Wasser als Strömungsmedium. Autokorrelationsfunktionen der axialen Schwankungsgeschwindigkeit zeigen bei engeren Stababstandsverhältnissen eindeutig die Existenz einer großskaligen, periodischen Bewegung in den Spalten benachbarter Unterkanäle. Rowe führte die hohe Mischungsrate zwischen den Unterkanälen auf diese Pulsationsströmungen zurück.

Ebenfalls im Jahre 1973 führte Trupp Hitzdraht-Messungen von Geschwindigkeits- und Turbulenzverteilungen in Stabbündeln hexagonaler Anordnung und Stababstandsverhältnissen von $P/D=1,2$, $1,35$ und $1,5$ mit Luft als Strömungsmedium durch. Seine Ergebnisse zeigen, daß die Verteilung der Turbulenzintensitäten ähnlich wie in Kreisrohren ist, jedoch bei etwas niedrigeren Werten. Im Spalt zwischen den Stäben und in der Mitte des Unterkanals gemessene Leistungsdichtespektren der axialen Komponente der Schwankungsgeschwindigkeit zeigen ähnliche Spektren wie in Kreisrohren.

Hooper untersuchte 1980 zwei Stabbündel quadratischer Anordnung mit Stababstandsverhältnissen von $P/D=1,194$ und $P/D=1,107$. Die von ihm ermittelten Reynoldsschen Schubspannungen unterscheiden sich deutlich von den in Kreisrohren gemessenen Werten. Die Abweichung zu den Werten im Kreisrohr erhöht sich mit abnehmendem Stababstand, ist also eine Funktion des Stababstandsverhältnisses. Hohe Werte der turbulenten Schubspannung in azimuthaler Richtung im Spalt führte Hooper auf den großen Impulsaustausch zwischen den Unterkanälen zurück, dessen Intensität bei kleinerem Stababstandsverhältnis zunahm.

Die von Rowe beobachteten makroskopischen Strömungspulsationen wurden 1983/84 von Hooper und Rehme durch Hitzdrahtmessungen in einem 4-Stabbündel bestätigt. Hooper und

Rehme fanden in den Leistungsdichtespektren der axialen und azimutalen Schwankungsgeschwindigkeit in der Nähe des engsten Spaltes einen „Peak“ bei einer bestimmten Frequenz, die linear von der Reynoldszahl abhängt. Die Ergebnisse zeigen, daß zwischen den Spalten benachbarter Unterkanäle eine energetische, quasi-periodische Strömungspulsation existiert, die für die unerwartet hohe Intensität des Mischungsprozesses verantwortlich ist. Die hohen turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten in azimutaler Richtung im Spalt sind nach Hooper und Rehme nicht auf Sekundärströmungseffekte der zweiten Art zurückzuführen, die durch Gradienten der Reynoldsschen Schubspannungen hervorgerufen werden.

Neelen analysierte 1987 eine Vielzahl experimenteller Daten über Geschwindigkeits- und Turbulenzverteilungen in Stabbündeln und kam zu der Erkenntnis, daß Sekundärströmungen in Stabbündeln sehr klein und somit vernachlässigbar sind. Im Einvernehmen mit Monir (1987) fand Neelen, daß die Modellierung von Sekundärströmungen die Übereinstimmung der Wand-schubspannungs- und Geschwindigkeitsverteilung von Experiment und Rechnung nicht verbessert, falls wandparallele Wirbelviskositäten in die Berechnung mit einbezogen werden. Dies bestätigte die Arbeiten von Seale (1979), Bartzis und Todreas (1979) und Rehme (1977). All diese Untersuchungen führen zu dem Ergebnis, daß Sekundärströmungen in Stabbündeln sehr klein sind und nicht wesentlich zum Mischungsprozeß zwischen benachbarten Unterkanälen beitragen. Durch Sekundärströmungen hervorgerufene Wirbelbewegungen bleiben innerhalb der Elementarzellen von Unterkanälen und können deshalb nicht die Ursache für die hohen Mischungsraten bei kleinen Spaltbreiten sein, wie in der Vergangenheit angenommen wurde.

In den Veröffentlichungen von 1987 und 1989 faßt Rehme die am Kernforschungszentrum Karlsruhe seit 1977 durchgeführten systematischen Messungen der Reynoldsschen Schubspannungen in Stabbündel-Geometrien zusammen. Diese experimentellen Untersuchungen in Wandkanälen von Stabbündeln zeigen, daß die höchsten axialen Turbulenzintensitäten auf der Linie maximalen Wandabstandes in einigem Abstand vom engsten Spalt auftreten und höher sind als die höchsten in unmittelbarer Wandnähe auftretenden Werte. Diese hohen axialen Turbulenzintensitäten können deshalb nicht durch Wandturbulenz entstanden und durch Sekundärströmungen transportiert worden sein. Die Turbulenzintensitäten parallel zur Wand sind direkt im Spalt auf der Linie größten Wandabstandes maximal und steigen mit abnehmender Spaltbreite systematisch an. Die Wirbelviskositäten senkrecht zur Wand sind nahezu unabhängig von der Spaltbreite und stimmen in der Nähe der Wände mit den von Reichardt gemessenen Werten in kreisförmigen Rohren gut überein. Die wandparallelen Wirbelviskositäten und damit auch die Anisotropie als Verhältnis der wandparallelen und wandsenkrechten

Größen steigen mit abnehmender Spaltbreite stark an. Aus diesem Grund können auf isotropen Wirbelviskositäten aufbauende Modelle zur Berechnung der turbulenten Strömung in Stabbündeln zwangsläufig nicht zu Resultaten führen, die näherungsweise mit experimentellen Ergebnissen übereinstimmen.

Durch systematische Hitzdraht-Messungen in dem bereits von Hooper und Rehme untersuchten 4-Stabbündel konnte Möller (1991) eine Beziehung zwischen der Spaltbreite und der mit der Frequenz der Pulsationen, dem Stabdurchmesser und der Wandschubspannungsgeschwindigkeit gebildeten Strouhal-Zahl herleiten. Möller fand, daß die Frequenz der Strömungspulsationen mit abnehmender Spaltbreite ansteigt. Er führt die Strömungspulsationen zwischen den Unterkanälen auf den Gradienten der zeitlich gemittelten axialen Geschwindigkeit im Spalt zurück. Die Pulsation ist also eine Erscheinung, die aus der Scherung entsteht, ähnlich wie bei der Strömung an einer Wand. Aufgrund der besonderen Geometrie von Stabbündeln führt dies zu einem quasi-periodischen Verhalten, wodurch sowohl der Impulsaustausch als auch der gute Wärmeübergang im Spalt zwischen benachbarten Unterkanälen erklärt werden kann.

Da Informationen über den turbulenten Wärmeaustausch in Stabbündeln zu diesem Zeitpunkt nicht vorlagen, wurde am Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik des Forschungszentrums Technik und Umwelt Karlsruhe seit 1986 ein beheizbares 37-Stabbündel entwickelt. Meyer untersuchte 1991 die Turbulenzstruktur in einem Zentralkanal dieses Bündels bei $P/D=1,12$ bei unbeheizter und beheizter Strömung. Zur Messung der turbulenten Temperaturschwankungen benutzte er einen Hitzdraht mit einem Durchmesser von $2\mu\text{m}$ bzw. $1\mu\text{m}$ (Meyer (1994)). Meyer und Rehme (1992) führten Messungen des turbulenten Impulsaustausches in einem Wandkanal des Bündels bei $W/D=1,06$ in isothermer Strömung durch. Alle Untersuchungen zeigten sehr hohe Intensitäten der turbulenten Geschwindigkeits- und Temperaturpulsationen in den Spalten zwischen den Stäben und zwischen Stab- und Kanalwand.

Biemüller (1995) bestätigte das Auftreten von Pulsationen in rechteckigen Kanälen, die durch einen Spalt miteinander verbunden sind, mit Hilfe der „large-eddy“ Simulation. Die größten auftretenden Wirbelstrukturen sind hierbei sehr viel größer als einzelne Maschen des zur Diskretisierung verwendeten Rechengitters. Großskalige Bewegungen können somit nicht auf empirischem Wege durch Feinstrukturmodelle in die Berechnung eingegangen sein, sondern sind unter den gegebenen Randbedingungen eine direkte Konsequenz aus den Navier-Stokes-Gleichungen. Abbildung 1.2 gibt einen kurzen Überblick über die wichtigsten in der

Vergangenheit untersuchten Geometrien, die jeweils zugeordneten Geometrieparameter und die eingesetzten Meßverfahren (HW = Hitzdraht-Anemometrie, LDA = Laser-Doppler-Anemometrie).

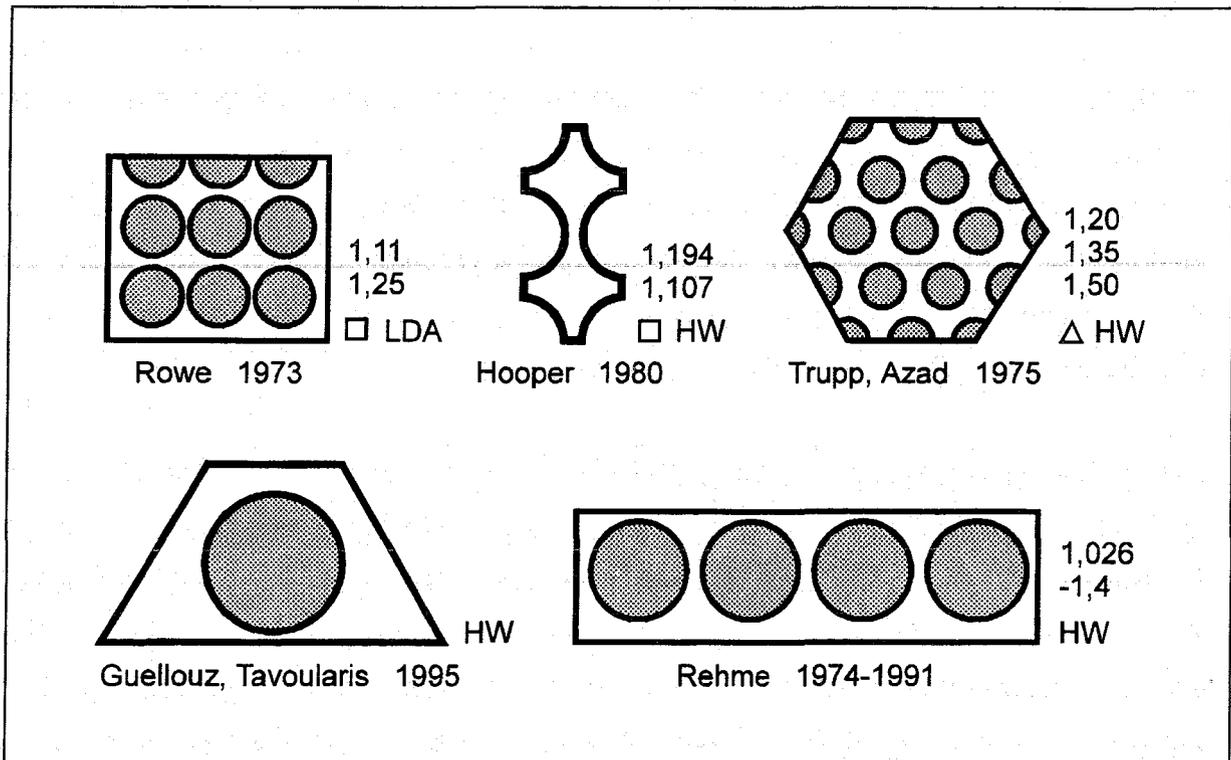


Abbildung 1.2: Kleine Zusammenstellung bislang untersuchter Geometrien.

1.3 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit

Zur Untersuchung der turbulenten Wärme- und Impulsaustauschvorgänge wurde am Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik des Forschungszentrums Technik und Umwelt Karlsruhe die HERA-Anlage (HERA = „Heated Rod Bundle Assembly“) entwickelt, ein längs-angeströmtes Stabbündel aus 37 Stäben in hexagonaler Anordnung. Strömungsmedium ist Luft bei Umgebungsdruck und -temperatur am Eintritt. Der Versuchsstand kann sowohl bei isothermer als auch bei beheizter Strömung betrieben werden.

Mit Hilfe der von Meyer (1990) entwickelten on-line Hitzdraht-Meßtechnik sollen an der HERA-Anlage empirische Informationen über den turbulenten Wärme- und Impulstransport in Wand- und Zentralkanälen bei isothermer und beheizter Strömung gewonnen werden. Zur

Untersuchung des Einflusses des Stab- bzw. Wandabstandsverhältnisses auf die Turbulenzgrößen sind jeweils Messungen bei Stababstandsverhältnissen von $P/D=1,12$ und $1,06$ und Wandabstandsverhältnissen von $W/D=1,06$ und $1,03$ durchzuführen.

Ziel der Arbeit ist die experimentelle Ermittlung von Wandschubspannungen und Wandtemperaturen, der zeitlich gemittelten Geschwindigkeits- und Temperaturfelder, sowie aller Komponenten des Reynoldsschen Spannungstensors und der turbulenten Wärmeströme an den zu untersuchenden Konfigurationen. Die Transportgleichungen zur Beschreibung turbulenter Austauschvorgänge enthalten bisher nicht berücksichtigte höhere Korrelationen der Schwankungsgrößen von Geschwindigkeit und Temperatur, die ebenfalls bestimmt werden sollen. Zur Charakterisierung der großskaligen Strömungs- und Temperaturpulsationen dienen Frequenzanalysen an ausgewählten Punkten der Unterkanäle.

Der Aufbau der Arbeit zeigt eine Untergliederung in fünf Schwerpunkte. In Kapitel 2 werden zunächst die theoretischen Grundlagen turbulenter Strömungen beschrieben. Aus den Gleichungen des Hauptströmungsfeldes und den Transportgleichungen für die turbulenten Korrelationen lassen sich die experimentell zu ermittelnden Größen ableiten. Kapitel 3 widmet sich dem experimentellen Aufbau und den verwendeten Meßverfahren. Die Grundlagen der Hitzdraht-Anemometrie und deren Besonderheiten bei Messungen in turbulenten Geschwindigkeits- und Temperaturfeldern sind im Hinblick auf eine Analyse der Meßunsicherheiten zur Bewertung der Ergebnisse von besonderem Interesse.

Die Darstellung der Meßergebnisse erfolgt in den Kapiteln 4 und 5. In Kapitel 4 werden zunächst die zeitlich gemittelten Größen des Hauptströmungsfeldes beschrieben und mit früheren isothermen Messungen von Meyer und Rehme (1992) in einem 4-Stabbündel verglichen. Zur möglichst vollständigen Charakterisierung der Strömungs- und Temperaturfelder werden in Kapitel 5 alle wesentlichen Turbulenzgrößen dargestellt, sowie der Einfluß des Stababstandsverhältnisses auf diese Größen aufgezeigt. Frequenzspektren und Korrelationsfunktionen veranschaulichen in Kapitel 6 die großskaligen Geschwindigkeits- und Temperaturpulsationen zwischen benachbarten Unterkanälen. Abschließend werden in Kapitel 7 alle wesentlichen Ergebnisse der Arbeit zusammengefaßt.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Einführung

Hinze (1959) definiert Turbulenz als unregelmäßige Bewegung eines Fluids, dessen unterschiedliche Zustandsgrößen komplexe Variationen nach Ort und Zeit zeigen. Turbulente Strömungen sind stets instationär, dreidimensional, wirbelbehaftet und rein stochastisch. Ein anschauliches Bild vom Ablauf der turbulenten Strömungsbewegung liefert die Vorstellung der Turbulenz als eine Überlagerung von Wirbeln unterschiedlicher Größe und Frequenz. Es findet hierbei ein ständiger Energietransfer von den großen Wirbeln, die der mittleren Hauptströmung ständig Energie entziehen, auf immer kleinere Wirbel statt, bis deren Energie durch turbulente Dissipation in innere Energie der Fluids überführt ist. Die Produktion von Turbulenzenergie ist also im niederfrequenten Bereich, die Produktion von innerer Energie im hochfrequenten Bereich konzentriert, in dem molekulare Effekte dominieren.

Zur mathematischen Beschreibung turbulenter Strömungen wird deshalb üblicherweise eine statistische Betrachtungsweise eingeführt. Nach einem Vorschlag von O. Reynolds wird der Momentanwert einer turbulenten Variablen in einen zeitlichen Mittelwert und einen Schwankungswert zerlegt, entsprechend

$$U(x, y, z, t) = \overline{U(x, y, z)} + u(x, y, z, t). \quad (2.1)$$

Dabei ist der zeitliche Mittelwert definiert durch

$$\overline{U(x, y, z)} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} U(x, y, z, t) dt. \quad (2.2)$$

Die Mittelwertbildung ist über ein so großes Zeitintervall Δt zu erstrecken, daß die Mittelwerte von der Zeit unabhängig sind. Eine für den Ablauf der turbulenten Bewegung wichtige Tatsache ist nun die, daß die Schwankungsbewegung u, v, w den Ablauf der mittleren Bewegung so beeinflußt, als ob für diese die Zähigkeit scheinbar erhöht ist. Diese erhöhte scheinbare Zähigkeit der mittleren Bewegung steht im Mittelpunkt aller theoretischen Betrachtungen über turbulente Strömungen.

2.2 Grundgleichungen

Die Basis zur Beschreibung turbulenter Austauschvorgänge stellen die Bilanzgleichungen der Kontinuumstheorie dar. Aufgrund der Aufgabenstellung werden die folgenden Betrachtungen ausschließlich für inkompressible Einkomponentenfluide und im Mittel stationäre Strömungen unter Vernachlässigung von Auftriebskräften angestellt.

Durch Einführen des Reynoldsschen Ansatzes in die Bilanzgleichungen für die Momentanwerte und zeitliche Mittelung (siehe z.B. Schlichting (1982)) erhält man die Bilanzgleichungen für die zeitlichen Mittelwerte, die als Reynoldssche Gleichungen bezeichnet werden. Die Kontinuitätsgleichung lautet somit in Tensornotation

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0, \quad \text{d.h.} \quad \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{W}}{\partial z} = 0. \quad (2.3)$$

Sie gilt in gleicher Weise für die Momentanwerte wie für die zeitlichen Mittelwerte. Dies ist grundsätzlich anders bei der Navier-Stokesschen Gleichung, da hier aufgrund der nichtlinearen konvektiven Terme turbulente Zusatzglieder zu erwarten sind. Die Impulsbilanzgleichung für die zeitlichen Mittelwerte lautet

$$\bar{\rho} U_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \rho \overline{u_i u_j} \right), \quad (2.4)$$

die Energiebilanzgleichung

$$\bar{\rho} c_p \bar{U}_i \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho c_p \frac{\nu}{\text{Pr}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} - \rho c_p \overline{u_i \theta} \right). \quad (2.5)$$

Hierin ist Pr die molekulare Prandtl-Zahl. Sie beschreibt das Verhältnis der molekularen Transportkoeffizienten von Impuls und Wärme und nimmt für zweiatomige Gase ungefähr den Wert 0,71 an (Welty, Wicks, Wilson (1969)).

Die Gleichungen (2.3) bis (2.5) und die Zustandsgleichung $\rho = \rho(T)$ für inkompressible Fluide stellen kein geschlossenes System dar. Durch den Mittelungsprozeß der nichtlinearen konvektiven Glieder in den Bilanzgleichungen für die Momentanwerte treten unbekannte Korrelationen zwischen den Schwankungsgrößen auf. Die Zusatzglieder der Impulsbilanzgleichung $-\rho \overline{u_i u_j}$ können als Komponenten eines Spannungstensors aufgefaßt werden, den man als Reynoldsschen Spannungstensor bezeichnet. Es ist wichtig zu vermerken, daß die zusätzlichen Reynoldsschen Spannungen nur in bezug auf die zeitlich gemittelte Bewegung registriert werden, die Bewegungsgleichung für die Momentanwerte enthält selbstverständlich keinen turbulenten Zusatzterm. Die Korrelationen $-\rho c_p \overline{u_i \theta}$ beschreiben den Wärmetransport durch die Schwankungsbewegung und werden als turbulente Wärmeströme bezeichnet.

Zur Schließung des Gleichungssystems müssen für die turbulenten Zusatzterme Bestimmungsgleichungen angegeben werden, mit deren Hilfe man den unbekanntem Reynoldsschen Spannungstensor und die unbekanntem turbulenten Wärmeströme auf bekannte Größen zurückführt. Derartige Schließungsannahmen, die man auch als Turbulenzmodelle (Rodi (1984)) bezeichnet, sind bislang nur auf der Basis halbempirischer Ansätze möglich. Wie jede andere transportable Größe müssen auch die turbulenten Zusatzgrößen Bilanzgleichungen genügen. Derartige Bilanzgleichungen, die Transportgleichungen genannt werden, bilden die Grundlage für neuere Schließungsannahmen.

2.3 Transportgleichungen

Ausgangspunkt für Schließungsannahmen auf der Basis der Transportgleichungen sind die Arbeiten von Kolmogorov und Prandtl. Die Arbeit von Prandtl (1961), der die Transportgleichung für die Turbulenzenergie k modellierte, bildet die Basis sämtlicher moderner Schließungsansätze.

Grundlage für die Herleitung der Transportgleichungen ist die Navier-Stokessche Gleichung für die Momentanwerte. Eine ausführliche Herleitung der Gleichungen ist in Hinze (1959), Jischa (1982), Bradshaw und Cebeci (1981) und Rodi (1972) gegeben. Beispielhaft seien an dieser Stelle die Transportgleichungen für den Reynoldsschen Spannungstensor, die Reynoldsschen Wärmeströme und die Intensität der turbulenten Temperaturschwankungen angegeben.

Es gilt hierbei die Einsteinsche Summationskonvention, bei wiederholtem Auftreten eines Indizes in einem Term ist deshalb die Summe über alle drei Raumrichtungen zu bilden.

Die exakte Transportgleichung für den Reynoldsschen Tensor der turbulenten Spannungen lautet:

$$\underbrace{\overline{U}_k \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k}}_{\text{K}} = - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{u_i u_j u_k} + \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j) - \nu \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_k} \right)}_{\text{DF}} \quad (2.6)$$

$$- \underbrace{\left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_k} \right)}_{\text{P}} - \underbrace{2\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right)}_{\text{DS}} + \underbrace{\frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)}_{\text{DSK}}$$

Die Transportgleichung für den Vektor der Reynoldsschen turbulenten Wärmeströme ergibt sich zu:

$$\underbrace{\overline{U}_k \frac{\partial \overline{u_i \theta}}{\partial x_k}}_{\text{K}} = - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{u_i u_k \theta} + \frac{1}{\rho} \delta_{ik} p \theta - \Gamma u_i \frac{\partial \theta}{\partial x_k} - \nu \theta \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)}_{\text{DF}} \quad (2.7)$$

$$- \underbrace{\left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_k} + \overline{u_k \theta} \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_k} \right)}_{\text{P}} - \underbrace{(\nu + \Gamma) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \right)}_{\text{DS}} + \underbrace{\frac{1}{\rho} p \frac{\partial \theta}{\partial x_i}}_{\text{DSK}}$$

Die Transportdifferentialgleichung für die Intensität der turbulenten Temperaturschwankungen lautet:

$$\underbrace{\overline{U}_k \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x_k}}_{\text{K}} = - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{u_k \theta^2} - \Gamma \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x_k} \right)}_{\text{DF}} - \underbrace{2 \overline{u_k \theta} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_k}}_{\text{P}} - \underbrace{2 \Gamma \left(\frac{\partial \theta}{\partial x_k} \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \right)}_{\text{DS}} \quad (2.8)$$

In diesen Transportgleichungen können die einzelnen Terme folgendermaßen gedeutet werden, vgl. z.B. Hinze (1959), Rotta (1972) oder Townsend (1976):

K = Konvektive Änderung

P = Produktion, gebildet als Produkt aus dem Reynoldsschen Spannungstensor bzw. Wärmestrom und dem Gradienten einer zeitlich gemittelten Größe

DS = Dissipation

DSK = Druck-Scher-Korrelation

DF = Diffusion; Terme, die die kinematische Viskosität ν bzw. die molekulare Diffusivität Γ enthalten, beschreiben die Diffusion infolge viskoser Kräfte, alle anderen Terme stellen die Diffusion aufgrund der Turbulenz dar

Der Produktionsterm spielt hierbei eine entscheidende Rolle, da er für die Erzeugung der Turbulenz verantwortlich ist. Nur in Strömungen mit Gradienten der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit, also in Scherströmungen kann demnach die Turbulenz aufrecht erhalten werden. Die dafür erforderliche Energie wird der Hauptströmung entzogen.

Analog zu den beschriebenen Transportgleichungen lassen sich für alle transportablen Größen entsprechende Gleichungen formulieren. So ist z.B. die Transportgleichung für die Turbulenzenergie k zusammen mit der Transportgleichung für die Dissipation ε die Grundlage für das k - ε Turbulenzmodell. Das Schließungsproblem läßt sich auf diesem Weg jedoch nicht lösen, da durch die Diffusionsterme der Transportgleichungen neue Korrelationen dritter Ordnung eingeführt werden. Für jede dieser Korrelationen ließe sich zwar wieder eine Transportgleichung herleiten, dies würde aber Korrelationen vierter Ordnung zur Folge haben. Es existieren also immer mehr Unbekannte als Gleichungen zur Verfügung stehen. Der einzig mögliche Weg führt über halbempirische Schließungsannahmen. Schließungsannahmen in den Transportgleichungen sind zwar aufwendig, man verspricht sich von diesen Methoden höherer Ordnung jedoch bessere Ergebnisse als von Methoden erster Ordnung (z.B. Prandtscher Mischungswegansatz), die direkt in den Reynoldsschen Gleichungen vorgenommen werden können (Rieke (1981)).

2.4 Experimentell zu bestimmende Größen

Die Analyse der Gleichungen des Hauptströmungsfeldes und der Transportdifferentialgleichungen zeigt, welche Größen den Wärme- und Impulsaustausch im Strömungsfeld charakterisieren und somit experimentell bestimmt werden sollten.

Die in den Gleichungen auftretenden Größen, deren experimentelle Bestimmung nach heutigem Stand der Technik mit ausreichender Genauigkeit möglich ist, lassen sich in drei Gruppen unterteilen:

- a) Größen des Hauptströmungsfeldes: Mittlere Geschwindigkeit \bar{U} und mittlere Temperatur \bar{T} der Strömung, Wandschubspannung τ_w und Wandtemperatur T_w .
- b) Turbulenzintensitäten $\sqrt{\overline{u^2}}$, $\sqrt{\overline{v^2}}$, $\sqrt{\overline{w^2}}$, $\sqrt{\overline{\theta^2}}$, kinetische Energie $k = \frac{1}{2}(\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2})$, turbulente Schubspannungen \overline{uv} , \overline{uw} , \overline{vw} sowie turbulente Wärmeströme $\overline{u\theta}$, $\overline{v\theta}$, und $\overline{w\theta}$.
- c) Tripelkorrelationen: Der Diffusionsterm in der Transportgleichung für den Reynoldsschen Spannungstensor (Suckow (1993)) enthält Korrelationen der Schwankungsgeschwindigkeiten $\overline{u^3}$, $\overline{v^3}$, $\overline{w^3}$, $\overline{uv^2}$, $\overline{uw^2}$, $\overline{vw^2}$, $\overline{u^2v}$, $\overline{u^2w}$, $\overline{v^2w}$, \overline{uvw} . Analog dazu kommen in der Transportgleichung für $u_i\theta$ Korrelationen der Schwankungsgeschwindigkeiten und Temperaturfluktuationen vor. Im einzelnen sind dies $\overline{u^2\theta}$, $\overline{v^2\theta}$, $\overline{w^2\theta}$, $\overline{uv\theta}$, $\overline{uw\theta}$ und $\overline{vw\theta}$. Die Transportgleichung für θ^2 enthält die Korrelationen $\overline{u\theta^2}$, $\overline{v\theta^2}$ und $\overline{w\theta^2}$.

Die Messung von Druckfluktuationen und deren Korrelationen ist bis heute nicht mit ausreichender Genauigkeit möglich. In den Dissipationstermen der Transportgleichungen auftretende Produkte von Gradienten der Schwankungsgrößen können prinzipiell durch Messung bestimmt werden (Tsinober et al. (1990)). Das begrenzte räumliche Auflösungsvermögen der verwendeten Vieldraht-Sonden mit neun oder mehr Drähten läßt jedoch eine Anwendung der Methode auf enge Stabbündel-Geometrien nicht sinnvoll erscheinen.

3 Experimenteller Aufbau

Zur experimentellen Bestimmung der in Kapitel 2.4 beschriebenen Größen steht am Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik des Forschungszentrums Karlsruhe ein beheizbares 37-Stabbündel zur Verfügung. Kapitel 3 beschreibt diesen Versuchsaufbau, die zur Messung von Mittelwerten und Schwankungswerten der turbulenten Temperatur- und Geschwindigkeitsfelder eingesetzte Meßtechnik sowie zu erwartende experimentelle Unsicherheiten.

3.1 Versuchsanlage

Die in Abbildung 3.1 dargestellte HERA-Anlage ist ein längsangeströmtes beheizbares Bündel hexagonaler Anordnung mit Luft als Strömungsmedium. Die Luft wird mit Hilfe eines Radialgebläses aus dem Freien angesaugt und passiert vor Eintritt in den Kanal einen Filter, der Fremdpartikel, die größer als $1\ \mu\text{m}$ sind, zurückhält.

Die Stäbe des Bündels bestehen aus glasfaserverstärktem Epoxid und sind mit einer $50\ \mu\text{m}$ dicken Metallfolie beschichtet, die durch Widerstandsheizung Temperaturen von maximal 110°C erreicht. Die geringe Dickentoleranz der Folie ermöglicht eine gleichmäßige Leistungsverteilung. Infolge geringer Foliendicke ist die Wärmeleitung innerhalb der Metallfolie sehr klein. Der Wärmestrom in Umfangsrichtung beträgt maximal nur etwa $0,08\%$ des Wärmestroms in radialer Richtung. Temperaturgradienten entlang des Stabumfanges werden somit nicht durch Wärmeleitungseffekte eliminiert.

Da Zentralkanäle untersucht werden sollen, die keinem oder nur minimalem Wandeinfluß unterliegen, darf es keine radialen Temperaturgradienten im Zentralkanal infolge des Einflusses der unbeheizten Wand geben. Als Kompromiß zwischen der Forderung geringer Temperaturgradienten im Zentralkanal und einem vertretbaren Aufwand wurde die Teststrecke mit 37 Stäben bestückt (Meyer (1986)).

Zur Messung der turbulenten Geschwindigkeits- und Temperaturfluktuationen wurde die Hitzdraht-Meßtechnik ausgewählt (siehe Kapitel 3.2). Um eine gute räumliche Auflösung der Turbulenzfelder in den Unterkanälen zu erhalten, sollten die Kanalabmessungen groß gegenüber den Abmessungen der Hitzdraht-Sonde sein. Bei einem Stabdurchmesser von $140\ \text{mm}$

und einem minimalen Stababstandsverhältnis von $P/D=1,06$ ergibt sich ein Stababstand von 8 mm. Die Durchmesser moderner Hitzdraht-Sonden liegen in einem Bereich kleiner als 1 mm. Da die Messungen in voll ausgebildeter turbulenter Strömung erfolgen sollen, muß die Länge des Kanals groß gegenüber seinem hydraulischen Durchmesser sein. Bei einer Gesamtlänge des Kanals von 11,50 m und einer beheizten Länge von 6,90 m ergibt sich bei einem maximalen Stababstandsverhältnis von $P/D=1,12$ ein hydraulischer Durchmesser des Zentralkanals von 53,6 mm und ein Verhältnis der beheizten Länge zu hydraulischem Durchmesser von 129. Durch entsprechende Gestaltung des Kanaleinlaufes entspricht die radiale Massenstromverteilung im Einlauf bereits in etwa der Verteilung in eingelaufenem Zustand. Aus Platzgründen befindet sich die Teststrecke in horizontaler Lage. Es ist deshalb von besonderer Wichtigkeit, den Einfluß der Naturkonvektion gering zu halten. Petukhov et al. (1982) geben als Grenze für einen Anteil der Naturkonvektion von 1% am gesamten Wärmefluß die Beziehung

$$\text{GrNu} = 3 \times 10^{-0,5} \text{Re}^{2,6} (\text{Re}^{0,125} + 2,4 (\text{Pr}^{2/3} - 1)) \quad (3.1)$$

an. Der Betriebsbereich des Versuchsstandes lag bei allen Versuchsbedingungen wesentlich unterhalb dieser Kurve, so daß der Einfluß der Naturkonvektion auf den Wärmefluß deutlich unter 1% liegen sollte.

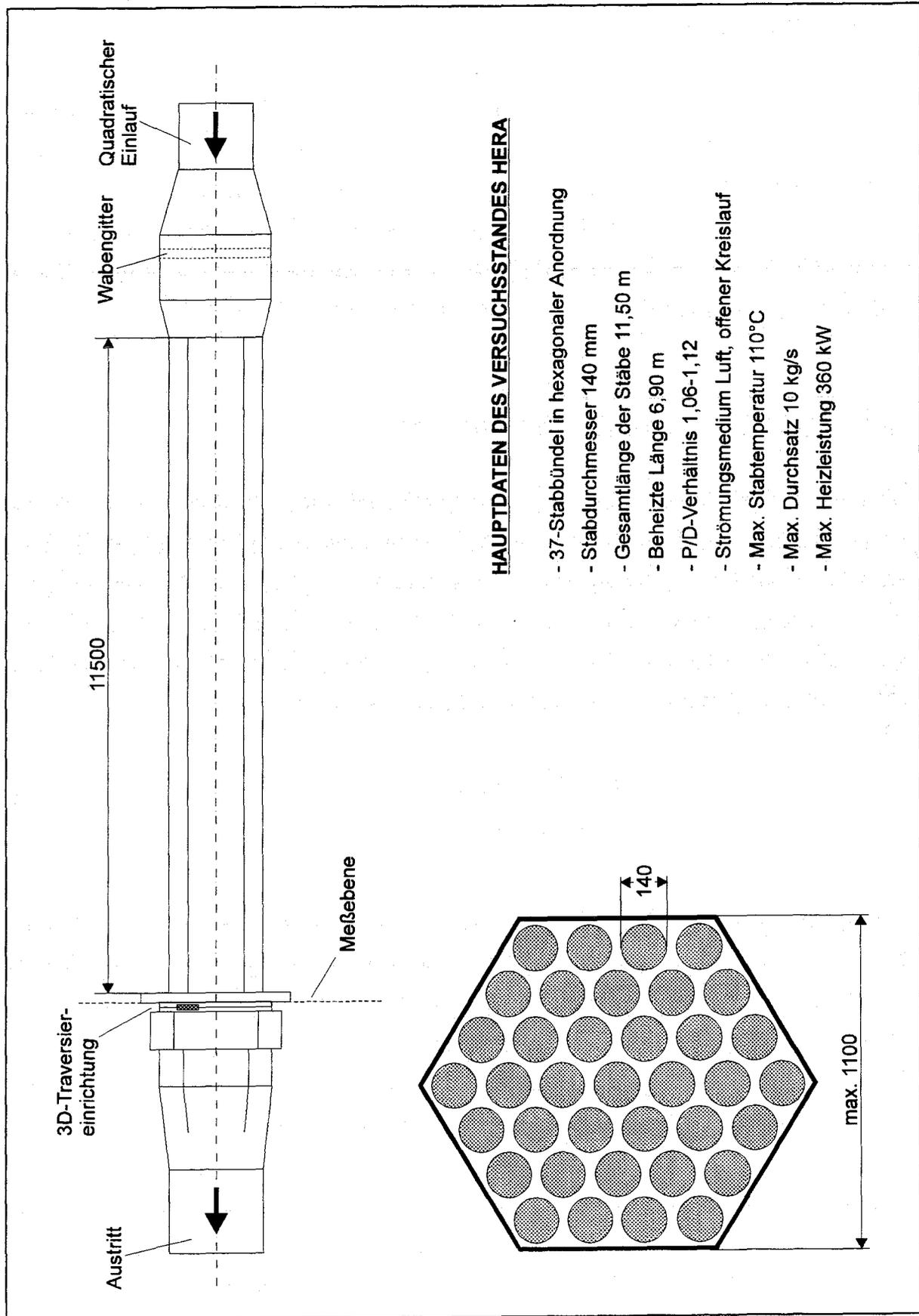


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus.

3.2 Instrumentierung

Zur experimentellen Bestimmung der in Kapitel 2.4 genannten Größen werden unterschiedliche Meßverfahren eingesetzt, die in den folgenden Abschnitten ausführlich dargestellt sind. Eine Übersicht von Meßprinzipien, die auf dem Gebiet der Fluidodynamik häufig eingesetzt werden, gibt Bradshaw (1970). Die Positionierung der Meßsonden in drei Achsen erfolgt durch eine Traversiereinrichtung, die am Kanalaustritt fest mit dem Traggestell des Kanals verbunden ist. Alle Messungen werden vollautomatisch vom Rechner gesteuert durchgeführt.

3.2.1 Wandschubspannung und Wandtemperatur

Die örtliche Wandschubspannung in einer beliebigen wandnahen Grenzschicht kann man nach einem Vorschlag von Preston (1954) mit Hilfe der Staudruckanzeige eines an der Wand anliegenden Pitot-Rohres, des sogenannten Preston-Rohres, ermitteln. Prestons Methode basiert auf der Annahme eines Wandgesetzes $u^+ = f(y^+)$, das für alle turbulenten Grenzschichten universellen Charakter hat. Daraus wird eine Beziehung zwischen einem dimensionslosen Druck und einer dimensionslosen Wandschubspannung abgeleitet

$$\left(\frac{\Delta p d^2}{4\rho v^2} \right) = F \left(\frac{\tau_w d^2}{4\rho v^2} \right) \quad (3.2)$$

und der funktionale Zusammenhang durch Eichung ermittelt (Patel (1965), Eifler (1970)). Bei Benutzung eines Preston-Rohres in Scherströmungen tritt infolge des Geschwindigkeitsgradienten ein Fehler auf, der dadurch berücksichtigt werden kann, daß man den Ort der Messung nicht der geometrischen Mitte des Rohres, sondern einem zur höheren Geschwindigkeit hin verschobenen Zentrum zuordnet. Nach MacMillan (1957) beträgt diese Verschiebung unabhängig von der Größe des Geschwindigkeitsgradienten 15% des Sondendurchmessers.

In beheizten Strömungen stellt sich die Frage, an welcher Stelle die Temperatur der Strömung zu bestimmen ist, die in die Berechnung der Wandschubspannung eingeht. Infolge des großen Temperaturgradienten an der beheizten Wand ist die ermittelte Temperatur stark vom Abstand des Thermoelements von der Wand abhängig, was sich in der Berechnung der Wandschubspannung niederschlägt. Als sinnvollste Lösung erscheint eine Anordnung, bei der ein Preston-Rohr mit einem Durchmesser von 0,6 mm mit aufgeklebtem NiCrNi-Thermoelement

(\varnothing 0,25 mm) in der Weise an die Rohr- bzw. Kanalwand angelegt wird, daß die beiden Längsachsen dieser Sonden jeweils den gleichen Wandabstand haben. Aufgrund des integrierenden Charakters von Preston-Rohr und Thermoelement wird somit einem über den Rohrquerschnitt gemittelten dynamischen Druck die entsprechende, über den Querschnitt des Thermoelements gemittelte Temperatur zugeordnet. Die Zustandsgrößen der Luft werden also bei einer Temperatur berechnet, die in etwa einer über den Querschnitt des Preston-Rohres gemittelten Temperatur entspricht. Ein geringer Versatz von Preston-Rohr und Thermoelement in Umfangsrichtung der Stäbe ist von untergeordneter Bedeutung, da der Temperaturgradient in dieser Richtung wesentlich kleiner ist als in radialer Richtung.

Wandtemperaturen werden berührungslos mit Hilfe eines Infrarot-Pyrometers (Heimann KT 4) gemessen, das im Bereich zwischen 0°C und 100°C arbeitet und bei einer Entfernung von 1 m einen Meßfleck von 5 mm Durchmesser erzeugt. Bei engen Gittern ist die Verwendung eines Pyrometers nicht sinnvoll, da bei extrem kleinen Winkeln zwischen der optischen Achse des Pyrometer-Objektivs und der beheizten Folie keine verlässlichen Messungen mehr möglich sind. Zur Messung von Wandtemperaturen bei kleinem Stababstandsverhältnis wurden deshalb Bohrungen in der Rohrwand vorgesehen, durch die Thermoelemente vom Rohrrinneren aus bis in die Nähe der beheizten Folie gebracht werden können.

3.2.2 Zeitliche Mittelwerte von Geschwindigkeit und Temperatur

Die Verteilung der mittleren Strömungsgeschwindigkeit in den Unterkanälen wird mittels einer Pitot-Sonde bestimmt, deren Achse in Hauptströmungsrichtung liegt. Die lokale Strömungsgeschwindigkeit errechnet sich nach Bildung der Differenz zwischen Staudruck und statischem Druck aus der Bernoulli-Gleichung. Die Pitotrohre werden aus Injektionsnadeln von 0,6 mm Außendurchmesser hergestellt. Sie werden sehr sorgfältig bearbeitet, damit die Anströmfläche genau senkrecht zur Achse liegt und keine Grate vorhanden sind.

Die Messung der zeitlich gemittelten Temperaturfelder erfolgt durch NiCrNi-Thermoelemente des Durchmessers 0,25 mm, die an den Pitotrohren befestigt sind. Diese konstruktive Maßnahme verkürzt den Aufwand der Messung, da eine gleichzeitige Erfassung von Geschwindigkeit und Temperatur der Hauptströmung möglich ist. Die axiale Orientierung des Thermoelements wirkt sich günstig auf die Genauigkeit der Temperaturmessung aus, da stets ein längerer Abschnitt des Thermoelements entlang einer Isothermen verläuft.

3.2.3 Momentanwerte von Geschwindigkeit und Temperatur

Die gleichzeitige Erfassung von Geschwindigkeits- und Temperaturschwankungen im Bereich von 1 Hz bis in den kHz-Bereich erfordert eine hohe zeitliche Auflösung des verwendeten Meßverfahrens. Diese Anforderung erfüllen im wesentlichen zwei Meßprinzipien, die Laser Doppler Anemometrie (LDA) und die Hitzdraht-Anemometrie (Klein (1993)).

Bei der Geschwindigkeitsmessung mit dem LDA-Verfahren wird die Doppler-Verschiebung eines von einem bewegten Teilchen reflektierten Laserstrahls gegenüber der Frequenz des ungestörten Strahls bestimmt (Smol'yakow und Tkachenko (1983)). Diese Frequenzverschiebung ist eine lineare Funktion der Geschwindigkeit des Teilchens. Da LDA ein optisches Verfahren ist, sind Störungen der Strömung ausgeschlossen. Das LDA muß nicht kalibriert werden und mißt nur Geschwindigkeitskomponenten in einer Richtung. Im Gegensatz zur Hitzdraht-Anemometrie sind die Ergebnisse von LDA-Messungen unabhängig von der Temperatur des Strömungsmediums. Dies ist bei Geschwindigkeitsmessungen von Vorteil, schließt aber die Verwendung dieses Verfahrens zur gleichzeitigen Bestimmung von Geschwindigkeits- und Temperaturschwankungen aus. Ein weiterer Nachteil ist die Tatsache, daß LDA-Verfahren das Vorhandensein von Partikeln im strömenden Fluid verlangen und die Messung der Geschwindigkeitskomponenten in allen drei Raumrichtungen transparente Kanalwände erfordert. Beides wäre im Falle der HERA-Anlage nur sehr schwer zu verwirklichen gewesen.

Zur Messung der Geschwindigkeitsschwankungen wurde deshalb die Hitzdraht-Anemometrie (CTA-Verfahren - „constant temperature anemometry“ - wie in Kapitel 3.2.3.2 erläutert) ausgewählt. Die Messung von Temperaturfluktuationen erfolgt nach dem „constant current“ Verfahren (CCA).

3.2.3.1 Grundlagen der Hitzdraht-Anemometrie

Die Hitzdraht-Anemometrie beruht auf der physikalischen Gesetzmäßigkeit, daß der elektrische Widerstand eines Drahtes eine Funktion von dessen Temperatur ist. Die Temperatur eines stromdurchflossenen Drahtes, der sich in einer Strömung befindet, ist vom konvektiven Wärmeübergang zwischen Draht und Fluid abhängig. Dieser wiederum ist eine Funktion der Zustandsgrößen des Fluids, wie z.B. Dichte, Viskosität oder Wärmeleitfähigkeit und der Strömungsparameter, von denen die wichtigsten die Geschwindigkeit und die Temperatur der

Strömung sind. In inkompressiblen Strömungen und bei Vernachlässigung von Auftriebs- und Strahlungseffekten läßt sich der Wärmeübergang durch die dimensionslosen Parameter Nusselt-, Reynolds- und Prandtl-Zahl in der einfachen Form

$$\text{Nu} = F(\text{Re}, \text{Pr}); \quad \text{mit } \text{Re} = \frac{\overline{U}d}{\nu}, \quad \text{Nu} = \frac{\alpha d}{\lambda_h} \quad \text{und} \quad \text{Pr} = \frac{c_p \mu}{\lambda_h} \quad (3.3)$$

beschreiben. Für den funktionalen Zusammenhang zwischen den dimensionslosen Größen Nu, Re und Pr werden von unterschiedlichen Verfassern Beziehungen angegeben, von denen die wohl bekannteste das von King (1914) hergeleitete Gesetz

$$\text{Nu} = A + B\text{Re}^{1/2} \quad (3.4)$$

ist. Dieses Gesetz wird für praktische Zwecke in der Regel umgeschrieben in eine Beziehung zwischen der Anemometerausgangsspannung E_0 und der Strömungsgeschwindigkeit U .

$$\overline{E}^2 = A + B\overline{U}^n \quad (3.5)$$

Die Konstanten A und B bestimmt man für unterschiedliche Fluide durch Kalibrierung, indem \overline{E} bei verschiedenen Geschwindigkeiten \overline{U} gemessen wird. Perry und Morrison (1973) und Elsner und Gundlach (1973) zeigten, daß der Exponent in Gleichung (3.3) abhängig vom gewählten Geschwindigkeitsbereich zwischen 0,45 und 0,5 variiert. Einen guten Einstieg in die Methode der Hitzdraht-Anemometrie geben Perry (1982), Lomas (1986) und Bruun (1995).

3.2.3.2 CCA- und CTA-Verfahren

Bei der Temperaturmessung nach dem CCA-Verfahren wird die Stromstärke so niedrig gewählt, daß der Drahtwiderstand bestimmt werden kann, ohne den Draht merklich aufzuheizen. Die Temperatur des Drahtes folgt der der Strömung unabhängig von der Strömungsgeschwindigkeit. Infolge der thermischen Trägheit des Drahtes benötigt der Draht eine endliche Zeit, bis er die Temperatur der Strömung erreicht. Um die Zeitkonstante bei dem CCA-Hitzdraht möglichst klein zu halten, muß der Draht sehr dünn sein (Meyer (1990)). Bei Strömungsgeschwindigkeiten von ca. 20 m/s sind Drahtdurchmesser von 1 µm ausreichend für

Frequenzen bis zu etwa 1 kHz. Drähte dieses Durchmessers sind extrem schwierig handhabbar und von nur kurzer Lebensdauer. Drähte größeren Durchmessers führen allerdings zu einer Abschwächung der Amplitude und einer Phasenverschiebung bei höheren Frequenzen, was vor allem bei der Berechnung von Korrelationen zu Fehlern führt. Alle Messungen von Temperaturschwankungen wurden deshalb mit Drähten vom Durchmesser 1 μm durchgeführt. Das Frequenzverhalten von CCA-Systemen ist etwas genauer in Anhang B beschrieben.

Bei der Geschwindigkeitsmessung nach dem CTA-Verfahren wird der Hitzdraht auf einer konstanten Temperatur gehalten. In Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit ändert sich der Wärmeübergang vom Draht an das umgebende Fluid. Die daraus resultierende momentane Temperatur- bzw. Widerstandsänderung wird durch eine Wheatstone-Brücke als Spannungsänderung registriert. Ein dieser Spannungsänderung umgekehrt proportionaler Strom wird durch Gegenkopplung dem Draht zugeführt, wodurch er wiederum seine Ausgangstemperatur erreicht. Die zur Regelung eingesetzten modernen Operationsverstärker erlauben extrem schnelle Antwortzeiten und halten den Hitzdraht somit auf konstanter Temperatur. Das CTA-Verfahren zeigt ein im Vergleich zur Konstantstrom-Methode wesentlich besseres Frequenzverhalten, da infolge der schnellen Temperaturregelung nur sehr kleine Abweichungen von der Solltemperatur auftreten und Verzögerungseffekte durch die thermische Trägheit des Drahtes somit extrem klein sind. Abhängig von der Strömungsgeschwindigkeit sind mit CTA-Systemen Messungen bei Frequenzen bis zu 100 kHz möglich, die weit oberhalb der interessierenden Frequenzen turbulenter Strömungen liegen.

In der Literatur sind zahlreiche CT-Schaltungen beschrieben, z.B. von Freymuth (1967), Wyngaard und Lumley (1967) und Miller et al. (1987). Das im Rahmen dieser Arbeit verwendete Anemometer ist ein kommerziell erhältliches Gerät der israelischen Firma AA-Lab Systems Ltd., dessen Einsteck-Module wahlweise im CCA- oder CTA-Modus zu betreiben sind. Die Ausgangsspannungen dieser Anemometer-Module werden von einer Analog/Digital-Wandlerkarte mit einer Genauigkeit von 16 bit digitalisiert und in einem PC verarbeitet. Zur zeitsimultanen Wandlung der Momentanwerte von Geschwindigkeit und Temperatur besitzen alle Kanäle der ADC-Karte „sample and hold“-Eingangsstufen.

3.2.3.3 Auswahl und Kalibrierung der Hitzdrahtsonde

Die Bestimmung der Geschwindigkeitsschwankungen erfolgt mit Hilfe der in Abbildung 3.2 (a) dargestellten x-Draht-Sonde, die im CTA-Modus betrieben wird. Die beiden schrägen Drähte aus platinierter Wolframdraht haben einen Durchmesser von $2,5 \mu\text{m}$, eine Länge von $1,1 \text{ mm}$, einen seitlichen Abstand von $0,35 \text{ mm}$ und stehen im Winkel von ca. $\pm 45^\circ$ zur Hauptströmungsrichtung. Zur Messung von Temperaturfluktuationen besitzt die X-Drahtsonde einen zusätzlichen Platin-Draht mit einem Durchmesser von $1 \mu\text{m}$ und einer Länge von $0,8 \text{ mm}$, der im CCA-Modus betrieben wird und senkrecht zur x-Drahtebene, etwa $0,1 \text{ mm}$ stromaufwärts der x-Draht-Spitzen angeordnet ist. Insgesamt ergibt sich ein Meßvolumen von ca. 1 mm^2 . In starken Temperaturgradienten liefert diese Bauart im Vergleich zu einer Anordnung des Temperaturdrahtes parallel zur x-Drahtebene die besseren Ergebnisse.

Zur Bestimmung aller Komponenten des Tensors der Reynoldsschen Schubspannungen und der 10 Tripelprodukte wird die x-Sonde an jeder Meßposition in 4 Winkelstellungen (0° , 45° , 90° und 135°) um ihre Achse gedreht, wie von Cutler und Bradshaw 1991 vorgeschlagen wurde (siehe Anhang C). Die Winkelstellungen 180° , 225° , 270° und 315° dienen zur Berechnung von Mittelwerten der Turbulenzgrößen zwischen jeweils gegenüberliegenden Winkelstellungen, wodurch mögliche Fehler in den Schwankungsgrößen senkrecht zur Hauptströmung verringert werden.

Die Kalibrierung der x-Sonde erfolgt mit Hilfe der sogenannten „Look up Table“-Methode, die von Lueptow et al. (1988) erstmals in dieser Form in der Literatur beschrieben wurde. Die Berechnung des Meßwertes verläuft hierbei über die Indexbestimmung einer Matrix, deren Inhalt zuvor durch Messung der Anemometerausgangsspannungen bei Variation von Strömungsgeschwindigkeit und Winkelstellung der Sonde bestimmt wurde. Meyer (1990) erweiterte dieses Verfahren, um Messungen in nicht isothermen Strömungen durchführen zu können. Zur Kompensation der Temperaturabhängigkeit des Hitzdrahtes wird der Inhalt der Eichmatrix auf eine Bezugstemperatur transformiert. Die Methode benötigt keinerlei Annahmen über den Wärmeübergang am Hitzdraht, noch muß der Winkel der einzelnen Hitzdrähte zur Sondenachse bekannt sein. Die Berechnung des Meßwertes ist schneller als mit irgend einer anderen Methode, was die besondere Eignung für die digitale on-line Auswertung unterstreicht.

Zur direkten Bestimmung der Korrelationen zwischen radialen und azimutalen Schwankungskomponenten wird zusätzlich eine 4-Draht-Sonde verwendet, die aus zwei senkrecht zuein-

ander angeordneten x-Drahtebenen besteht. Alle vier Drähte aus platinierterm Wolframdraht haben einen Durchmesser von $2,5 \mu\text{m}$, eine Länge von $1,1 \text{ mm}$, einen seitlichen Abstand von $0,23 \text{ mm}$ und stehen im Winkel von ca. $\pm 45^\circ$ zur Hauptströmungsrichtung. Die Kalibrierung der 4-Draht-Sonde erfolgt analog zu dem bereits beschriebenen Verfahren. Jede x-Drahtebene wird bei der Kalibrierung als eigenständige Sonde betrachtet, d.h. für jede Ebene wird eine separate Eichmatrix erstellt. Alle verwendeten Sonden wurden im übrigen am Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik hergestellt.

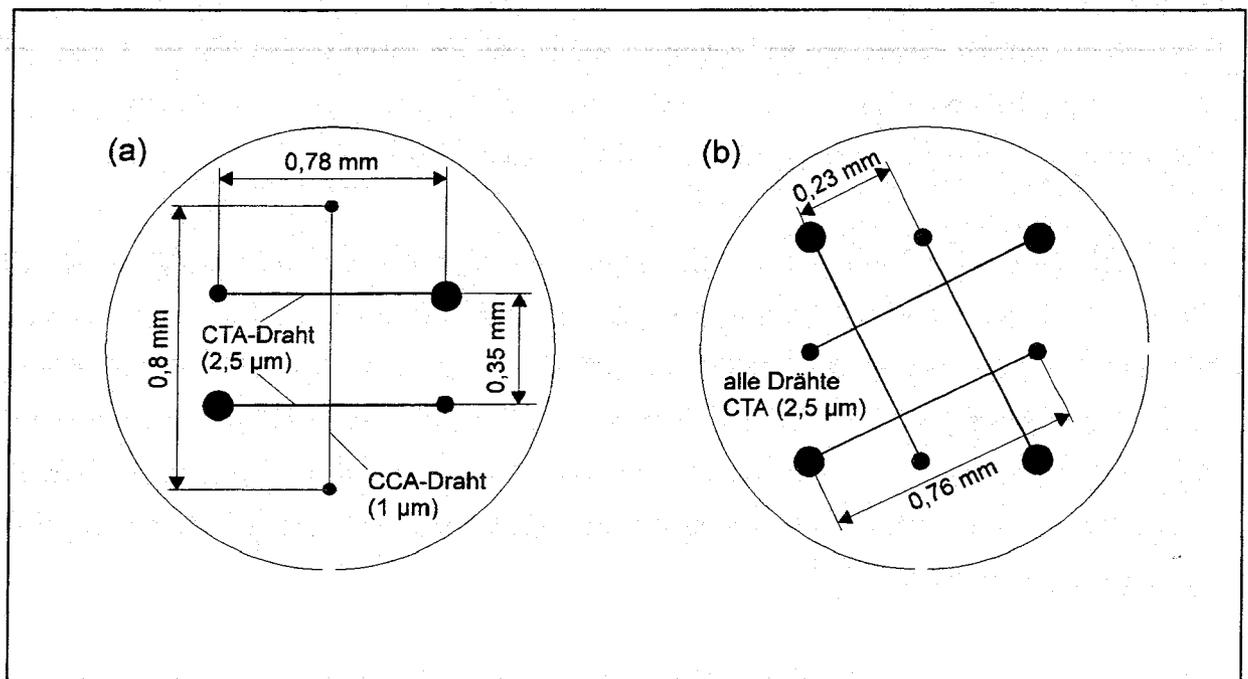


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung der x-Sonde mit zusätzlichem Temperaturdraht (a) und der 4-Draht-Sonde (b) (kleiner Punkt = lange Spitze).

3.2.4 Versuchsdurchführung und Auswertung

Untersucht werden sollen je ein Zentral- und ein Wandkanal des Bündels, sowohl isotherm als auch beheizt, bei je zwei Stab- bzw. Wandabstandsverhältnissen. Insgesamt sind also 8 Meßreihen vorgesehen (Tabelle 3-1), wobei die Messung des Zentralkanals isotherm und beheizt bei $P/D=1,12$ und des Wandkanals isotherm bei $W/D=1,06$ bereits von Meyer (1991, 1992 und 1994) durchgeführt wurde.

Die Positionierung der Sonden, die Regelung von Durchsatz und Heizleistung, sowie die Erfassung aller wichtigen Systemgrößen erfolgt vollautomatisch durch einen 486-PC. Wie bereits in Kapitel 3.2.3.3 erläutert, werden an jeder Position 8 Winkelstellungen gemessen. Die Meßzeit je Winkelstellung beträgt 14 s. Es hat sich gezeigt, daß eine Erhöhung der Meßzeit keinen wesentlichen Einfluß auf die Varianz der Ergebnisse hat. Die vom AN 1003-Anemometer gelieferten Analogsignale werden von einer DT2829 Analog-Digital-Wandlernkarte mit einer Auflösung von 16 bit digitalisiert. Die Abtastrate beträgt 7 kHz, was bei der genannten Mittelungszeit ca. 96000 Werten je Kanal entspricht. Die Berechnung aller Korrelationen dauert etwa 20 s je Winkelstellung, wodurch sich eine Gesamtmeßzeit von ca. 4,5 min pro Meßpunkt ergibt. Zur Vermeidung von Aliasing-Effekten werden die Analogsignale bei der Messung von Leistungsdichtespektren und Korrelationsfunktionen durch einen Tiefpaß mit einer Eckfrequenz von 380 Hz geführt. Eine ausreichende Auflösung der Spektren bei tiefen Frequenzen erreicht man durch eine niedrige Sampling-Frequenz von 1 kHz.

Abbildung 3.3 zeigt die Meßpositionen in je einem Segment des Zentral- und Wandkanals. Der Zentralkanal wird in zylindrischen Koordinaten ausgemessen. Die einzelnen Meßpunkte liegen auf 13 jeweils zur Stabwand senkrechten Traversen, die im Winkel von $2,5^\circ$ zueinander angeordnet sind. In radialer Richtung liegen die Meßpunkte auf Linien gleichen Wandabstandes, wobei die wandnächste Position 1,5 mm von der Stabwand entfernt ist. Der radiale Abstand zwischen den Meßpunkten wird mit steigendem Wandabstand größer. Der Wandkanal wird in zwei Bereiche unterteilt. Der dem Stab benachbarte Bereich wird in zylindrischen Koordinaten ausgemessen, der Bereich in der Nähe der Kanalwand in kartesischen Koordinaten. Die Positionen der jeweils wandfernsten Punkte fallen aufeinander. An diesen Punkten wird die Messung einmal bezogen auf die Kanalwand und einmal bezogen auf die Stabwand durchgeführt, der Übergang zwischen den zur jeweiligen Wand senkrechten Traversen ist also nicht stetig. Die x-Drahtsonde wird bei Messungen entlang gekrümmten Wänden kontinuierlich gedreht, so daß die positive r-Achse immer in Richtung der Wand orientiert ist. Die spätere Präsentation der Ergebnisse als Höhenliniendarstellung erfolgt in einem raumfesten kartesischen bzw. zylindrischen Koordinatensystem, wie in Abbildung 3.3 dargestellt ist.

Art des UK P/D; W/D	isotherm				beheizt			
	Zent.	Zent.	Wand.	Wand.	Zent.	Zent.	Wand.	Wand.
	1,12	1,06	1,06	1,03	1,12	1,06	1,06	1,03
Meßpunkte	147	119	636	538	147	119	636	538
U_{ref} [m/s]	25,0	25,0	25,0	25,0	25,0	25,0	25,0	25,0
U_b [m/s]	20,70	20,96	20,52	24,81	20,57	20,63	20,17	24,20
T_b [°C]	27,0	8,7	7,5	8,7	39,7	47,0	29,1	29,5
D_h [mm]	53,6	33,5	48,8	35,0	53,6	33,5	48,8	35,0
Re_b [-]	69883	49420	70075	61117	64590	38754	60722	52562
q_w [kW/m ²]	-	-	-	-	1,39	0,98	1,39	0,98

Tabelle 3-1: Wichtigste Parameter der Strömung bei den einzelnen Meßreihen.

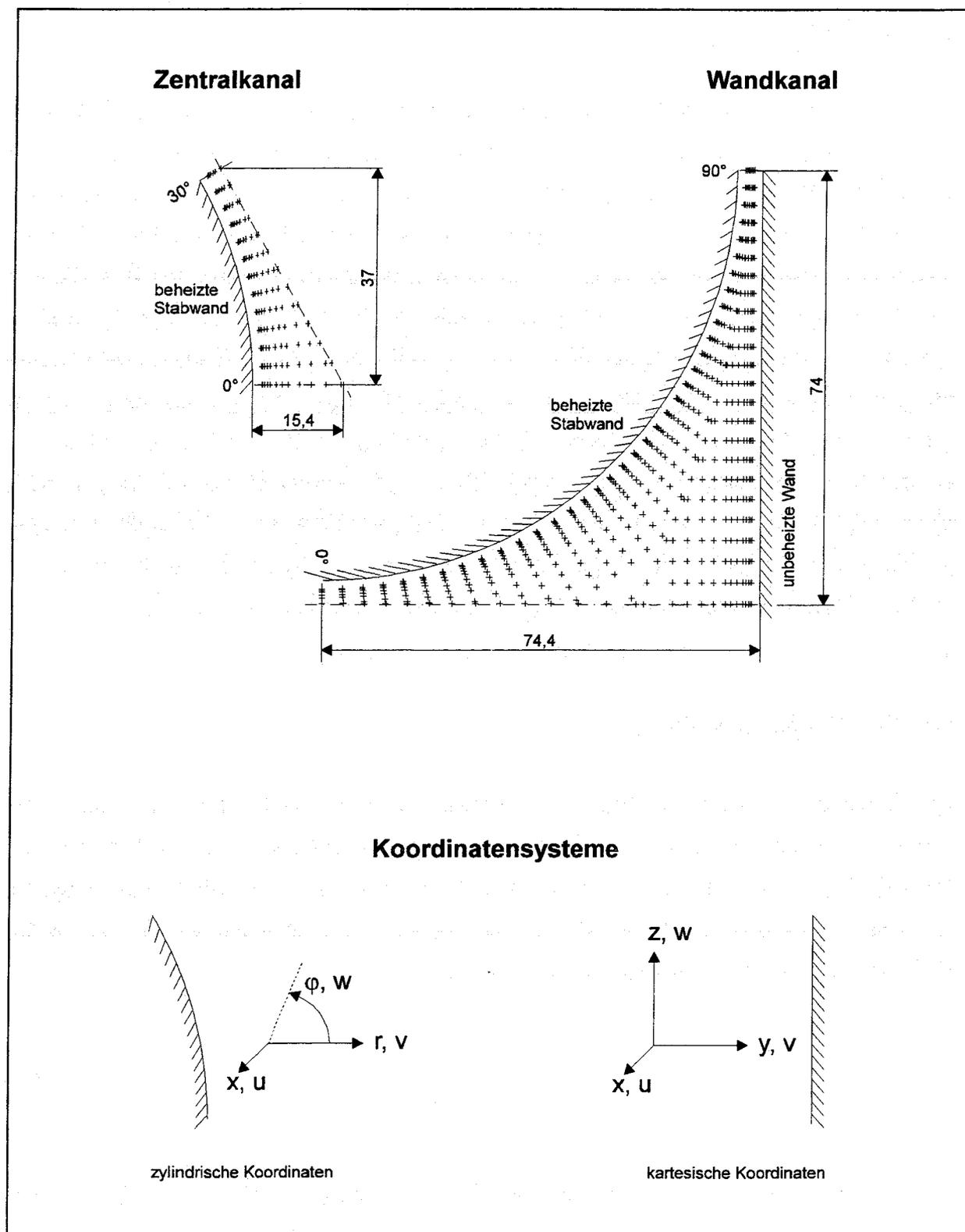


Abbildung 3.3: Meßpositionen in Zentral- und Wandkanal (dargestellt für $P/D=1,06$ bzw. $W/D=1,03$), sowie verwendete Koordinatensysteme.

4 Die Hauptströmung

Der Begriff Hauptströmung charakterisiert die zeitlich invarianten Größen des quasistationären Strömungsfeldes. Im wesentlichen sind dies Wandschubspannung und Wandtemperatur sowie die zeitlichen Mittelwerte von Geschwindigkeit und Temperatur des Strömungsmediums. Diese Größen werden in den folgenden Kapiteln für Zentral- und Wandkanäle des 37-Stabbündels beschrieben. Aufgrund der Symmetrie der Strömung innerhalb des untersuchten Zentralkanals bzw. Wandkanals sind die Verteilungen der Größen in den einzelnen Unterkanalsegmenten (1 Segment = 1/6 des Zentralkanals oder 1/2 des Wandkanals) nahezu identisch (siehe Krauss und Meyer (1996)). Aus Platzgründen werden beispielhaft einige Meßergebnisse für jeweils ein Segment eines Unterkanals bei beheizter Strömung diskutiert. Die Ergebnisse der isothermen Messungen unterscheiden sich nur unwesentlich von den Resultaten der beheizten Experimente, weshalb auf deren Beschreibung an dieser Stelle verzichtet wird. Weiterführende Darstellungen der an der HERA-Anlage gewonnenen Ergebnisse finden sich in Meyer (1991), Meyer und Rehme (1992), Krauss und Meyer (1995) und Krauss und Meyer (1996).

4.1 Wandschubspannung

Die Wandschubspannung resultiert aus zwischenmolekularen Wechselwirkungen der in unmittelbarer Wandnähe befindlichen Fluidelemente und den das Strömungsfeld begrenzenden Wänden. Mit Annäherung an eine feste Wand gehen die Geschwindigkeitsschwankungen der turbulenten Strömung und damit auch die Reynoldssche Schubspannung gegen Null, so daß sich im Grenzfall $y \rightarrow 0$ die Wandschubspannung zu

$$\tau_w = \lim_{y \rightarrow 0} \mu \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \quad (4.1)$$

ergibt. Durch Mittelung der lokalen Wandschubspannungen entlang den die jeweilige Geometrie begrenzenden Wänden ergibt sich eine mittlere Wandschubspannung $\tau_{w,m}$, aus der sich der Reibungsbeiwert λ_f berechnen läßt entsprechend

$$\lambda_f = \frac{8\tau_{w,m}}{\rho U_b^2} \quad (4.2)$$

Abbildung 4.1 zeigt die Verteilung der Wandschubspannung in einem Zentralkanal des 37-Stabbündels bei einem Stababstandverhältnis von $P/D=1,12$. Die lokalen Wandschubspannungen sind jeweils auf die mittlere Wandschubspannung $\tau_{w,m}$ bezogen. Direkt im Spalt zwischen den Stäben ($\varphi=30^\circ$) hat die Verteilung der Wandschubspannung erwartungsgemäß ein Minimum. Mit zunehmendem Kanalquerschnitt (Bewegung in $-\varphi$ -Richtung) steigt die Wandschubspannung an. Das Maximum von τ_w wird jedoch nicht an der Stelle des größten Querschnitts erreicht, sondern bei $\varphi \approx 2,5^\circ$. Dies wurde in der Vergangenheit bereits durch Experimente anderer Autoren, wie z.B. von Carajilescow und Todreas (1976), Trupp und Azad (1975), oder Hejna und Mantlik (1988) festgestellt. Experimente von Fakory und Todreas (1979), Hooper und Rehme (1984a) und Seale (1982) zeigten dagegen ein Maximum der Wandschubspannung an der Stelle maximalen Kanalquerschnitts. Dies war Anlaß zu einigen Kontroversen, da einerseits das Auftreten von Sekundärströmungen und andererseits die Anisotropie der Wirbelviskosität als verantwortlich für diesen Effekt angesehen wurde. Bartzis und Todreas (1979) zeigten anhand ihrer Analyse, daß die Anisotropie der Wirbelviskosität im Vergleich zu Sekundärströmungseffekten von größerer Bedeutung ist. Trupp und Aly (1979) stellten fest, daß beide Effekte unabhängig voneinander eine große Rolle spielen. Die Antwort auf die Frage nach der Ursache für die in einigen Geometrien gemessenen ungewöhnlichen Wandschubspannungsverteilungen bleibt zunächst offen. Möglicherweise können zukünftig verbesserte numerische Verfahren zur Simulation der turbulenten Strömung in Stabbündeln entscheidende Impulse zur Lösung dieses Problems liefern.

Abbildung 4.2 zeigt den Verlauf der Wandschubspannung in einem Zentralkanal des 37-Stabbündels bei einem kleineren Stababstandverhältnis von $P/D=1,06$. Im Gegensatz zu der Verteilung bei dem Stababstandsverhältnis von $P/D=1,12$ (gestrichelte Kurve) liegt das Maximum der Wandschubspannung bei engerem Gitter an der Stelle des größten Kanalquerschnitts bei $\varphi=0^\circ$. Dies führt zu der Vermutung, daß das Auftreten des oben beschriebenen Effektes eine Funktion des Stababstandsverhältnisses sein muß. Bei kleinerem Stababstandverhältnis ist die Variation der Wandschubspannung entlang des Stabumfangs stärker ausgeprägt, was 1983 bereits von Hooper und Rehme festgestellt wurde.

In Abbildung 4.3 ist der Verlauf der Wandschubspannung entlang von Stab- und Kanalwand in einem Wandkanal des 37-Stabbündels bei einem Stababstandsverhältnis von $P/D=1,12$ und einem Wandabstandsverhältnis von $W/D=1,06$ dargestellt. Als Vergleichsbasis ist in der Abbildung die Wandschubspannungsverteilung in einem 4-Stabbündel mit gleichem P/D - bzw. W/D -Verhältnis eingetragen, das 1992 von Meyer und Rehme untersucht wurde. Minimale

Werte der Wandschubspannung werden im engen Spalt zwischen Stab- und Kanalwand erreicht. An der Stelle des größten Kanalquerschnitts weisen die Verteilungen der Wandschubspannung entlang von Stab- und Kanalwand jeweils maximale Werte auf. Im Spalt zwischen den Stäben ist τ_w etwas größer als im Spalt zwischen Stab- und Kanalwand, da der Stabspalt im Vergleich zum Wandspalt die doppelte Breite hat. Die Wandschubspannungsverteilung in dem 4-Stabbündel zeigt gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen des 37-Stabbündels, was die Ähnlichkeit der Strömung in Wandkanälen von 4-Stabbündeln und 37-Stabbündeln unterstreicht.

Die Wandschubspannung im 37-Stabbündel (Abbildung 4.4) zeigt bei dem engeren Gitter mit $P/D=1,06$ und $W/D=1,03$ einen ähnlichen Verlauf wie bei größerem Stababstand. Wie bereits im Zentralkanal ist auch im Wandkanal die Variation der Wandschubspannung entlang des Stabumfangs und entlang der Kanalwand bei engerem Gitter etwas stärker ausgeprägt. Zum Vergleich sind in der Abbildung die Ergebnisse von Rehme (1982) in einem 4-Stabbündel mit $P/D=1,07$ und $W/D=1,026$ dargestellt. Aufgrund des größeren Stab- und kleineren Wandabstandsverhältnisses ist die Variation der Wandschubspannung im 4-Stabbündel etwas größer als im 37-Stabbündel.

Die anhand von Gleichung (4.2) berechneten Reibungsbeiwerte λ_f finden sich in Tabelle 4-1. Als Vergleichsbasis sind in der Tabelle außerdem die aus dem Druckverlustgesetz von Maubach (1970)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_f}} = 2,035 \log \operatorname{Re} \sqrt{\lambda_f} - 0,989 \quad (4.3)$$

für das Kreisrohr ermittelten Reibungsbeiwerte $\lambda_{f,\text{Maubach}}$ eingetragen. Rehme (1973) schlägt die Berechnung der Reibungsbeiwerte $\lambda_{f,\text{Rehme}}$ für turbulente Strömung durch Stabbündel aus der Beziehung

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda_f}} = A_2 \left[2,5 \ln \operatorname{Re} \sqrt{\frac{\lambda_f}{8}} + 5,5 \right] - G^* \quad (4.4)$$

vor. Die beiden Geometrieparameter A_2 und G^* der turbulenten Strömung ermittelt Rehme mit Hilfe des Geometrieparameters $\lambda_f \operatorname{Re}$ der Laminarströmung. Die nach der Laminarmethode von

Rehme berechneten Reibungsbeiwerte $\lambda_{f,Rehme}$ sind zusammen mit den jeweiligen Geometrieparametern der turbulenten Strömung ebenfalls in Tabelle 4-1 zu finden. Die Reibungsbeiwerte λ_f zeigen bei allen Stab- bzw. Wandabstandsverhältnissen eine gute Übereinstimmung mit den aus der Beziehung von Rehme erhaltenen Ergebnissen. Die maximalen Abweichungen

$$\delta \lambda_{f,Rehme} = \frac{\lambda_f - \lambda_{f,Rehme}}{\lambda_{f,Rehme}} \quad (4.5)$$

liegen im Bereich -4,9% bis +5,9% und bestätigen damit die theoretische Methode von Rehme für Zentral- und Wandkanäle. Für alle Stab- bzw. Wandabstandsverhältnisse zwischen 1,06 und 1,12 zeigen die Reibungsbeiwerte λ_f ebenfalls eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus der Beziehung von Maubach. Im Wandkanal des Stabbündels ergeben sich sowohl bei unbeheizter, als auch bei beheizter Strömung im Vergleich zu den Ergebnissen im Kreisrohr um ca. 17% kleinere Reibungsbeiwerte λ_f . Dies ist auf hohe Werte des Verhältnisses aus benetztem Umfang und Strömungsquerschnitt in Stabbündeln bei kleinen Stab- bzw. Wandabstandsverhältnissen zurückzuführen. Mit den Resultaten der theoretischen Methode von Rehme stimmen die Reibungsbeiwerte λ_f auch bei $W/D=1,03$ sehr gut überein. Die maximalen Abweichungen $\delta\lambda_{f,Rehme}$ betragen nur etwa 1,8% bzw. 1,2%.

Art des UK <i>P/D; W/D</i>	isotherm				beheizt			
	Zent. 1,12	Zent. 1,06	Wand. 1,06	Wand. 1,03	Zent. 1,12	Zent. 1,06	Wand. 1,06	Wand. 1,03
Re_b [-]	69883	49420	70075	61117	64590	38754	60722	52562
$\tau_{w,m}$ [N/m ²]	1,2403	1,4525	1,2808	1,5960	1,1536	1,3100	1,1623	1,4493
U_b [m/s]	20,70	20,96	20,52	24,81	20,57	20,63	20,17	24,20
λ_f [-]	0,0199	0,0214	0,0196	0,0167	0,0195	0,0226	0,0198	0,0172
$\lambda_{f,Maubach}$ [-]	0,0197	0,0212	0,0196	0,0202	0,0200	0,0225	0,0203	0,0209
A_2 [-]	1	1	1,027	1,088	1	1	1,027	1,088
G^* [-]	5,977	5,711	5,635	5,461	5,977	5,711	5,635	5,461
$\lambda_{f,Rehme}$ [-]	0,0201	0,0213	0,0185	0,0164	0,0205	0,0225	0,0190	0,0170
$\delta\lambda_{f,Maubach}$ [%]	+1,0	+1,0	±0,0	-17,3	-2,5	+0,5	-2,5	-17,7
$\delta\lambda_{f,Rehme}$ [%]	-1,0	+0,5	+5,9	+1,8	-4,9	+0,5	+4,2	+1,2

Tabelle 4-1: Aus den Meßwerten berechnete Reibungsbeiwerte im Vergleich zu den Reibungsbeiwerten nach Maubach (1970) und Rehme (1973).

Mit Hilfe der Wandschubspannung und der Dichte des Strömungsmediums läßt sich eine Größe definieren, die die Einheit einer Geschwindigkeit besitzt und für die nachfolgenden Kapitel von besonderer Bedeutung sein wird. Sie ist definiert als

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (4.6)$$

und wird als Schubspannungsgeschwindigkeit bezeichnet. Sie ist von derselben Größenordnung wie die Reynoldssche Schubspannung und wird daher in der Turbulenzforschung als geeignete Größe zur Normierung von Turbulenzgrößen verwendet.

4.2 Wandtemperatur

Die Darstellung der Verteilung der Wandtemperatur entlang des Rohrumfanges erfolgt in dimensionsloser Form. Die Differenz aus der lokalen Wandtemperatur T_w und der Temperatur am Eintritt des Kanals T_{Ein} wird hierzu auf die Größe $T_{\tau,m}$ bezogen, welche sich aus dem Verhältnis des Wandwärmestromes q_w , der Wandschubspannungsgeschwindigkeit u_τ , sowie den Stoffgrößen ρ und c_p ergibt. Die Größe T_τ hat die Dimension einer Temperatur und wird deshalb in der englischsprachigen Literatur in Analogie zur 'friction velocity' bzw. Wandschubspannungsgeschwindigkeit u_τ (4.6) als 'friction temperature' bezeichnet. Sie ist definiert als

$$T_\tau = \frac{q_w}{\rho c_p u_\tau} \quad (4.7)$$

In der deutschsprachigen Literatur gibt es kein Äquivalent zu dem Begriff 'Wandschubspannungsgeschwindigkeit'. Es sei deshalb erlaubt, für T_τ an dieser Stelle die Bezeichnung 'Wandwärmestromtemperatur' einzuführen. Die mittlere Wandwärmestromtemperatur $T_{\tau,m}$ erhält man durch Integration der lokalen Verteilung $T_\tau(\varphi)$ über dem benetzten Umfang des betreffenden Unterkanals.

Die Verteilung der dimensionslosen Wandtemperatur $(T_w - T_{\text{Ein}})/T_{\tau,m}$ entlang des Stabumfanges ist für den Zentralkanal des 37-Stabbündels mit einem Stababstandsverhältnis von $P/D=1,12$ in Abbildung 4.5 dargestellt. Das absolute Minimum der Verteilung findet sich an der Stelle des

größten Unterkanalquerschnitts ($\varphi=0^\circ$). Aufgrund der großen Wandschubspannung bzw. des großen radialen Gradienten der mittleren Geschwindigkeit ergibt sich an dieser Stelle ein sehr hoher Wärmeübergang und eine entsprechend niedrige Wandtemperatur. Die Wandtemperaturverteilung verläuft im Bereich von $\varphi=0^\circ$ bis etwa $\varphi=10^\circ$ sehr flach und steigt zwischen $\varphi=12,5^\circ$ und $\varphi=22,5^\circ$ stark an. Maximale Werte von $(T_w - T_{\text{Ein}})/T_{\tau,m}$ werden direkt im Spalt zwischen den Stäben ($\varphi=30^\circ$) erreicht, wo die Wandschubspannung ein Minimum zeigt. Die Variation der dimensionslosen Wandtemperatur entlang der beheizten Berandung des Unterkanalsegments beträgt ca. 2,6.

Abbildung 4.6 zeigt die Verteilung der dimensionslosen Wandtemperatur im Zentralkanal bei dem kleineren Stababstandsverhältnis von $P/D=1,06$. In Analogie zur Verteilung der Wandschubspannung ist die Variation der Wandtemperatur entlang des Stabumfangs (etwa 3) bei kleinerem Stababstandsverhältnis etwas stärker ausgeprägt. Im Bereich des größten Unterkanalquerschnitts ist die Verteilung von $(T_w - T_{\text{Ein}})/T_{\tau,m}$ bei kleinerem P/D -Verhältnis weniger flach als bei größerem Stababstandsverhältnis. Maximale Werte der dimensionslosen Wandtemperatur ergeben sich wiederum im Bereich des Spaltes zwischen den Stäben.

Die Abbildungen 4.7 und 4.8 zeigen die Verteilung der dimensionslosen Wandtemperatur im Wandkanal des Bündels an der beheizten Stabwand bei zwei Stab- bzw. Wandabstandsverhältnissen. Die Differenz aus der lokalen Wandtemperatur und der Eintrittstemperatur ist dabei auf den Mittelwert der Wandwärmestromtemperatur an der beheizten Stabwand bezogen. An der unbeheizten Kanalwand ist die Definition einer Wandwärmestromtemperatur aufgrund der fehlenden Beheizung nicht sinnvoll. Im Gegensatz zu den Ergebnissen im Zentralkanal variiert die dimensionslose Wandtemperatur entlang des beheizten Stabes im Wandkanal bei beiden Geometrien wesentlich stärker, was auf die Asymmetrie des Temperaturfeldes in Wandkanälen zurückzuführen ist. Maximale Werte $(T_w - T_{\text{Ein}})/T_{\tau,m}$ treten direkt im Spalt zwischen den beheizten Stäben auf. Mit zunehmender Entfernung von diesem Bereich fällt die dimensionslose Wandtemperatur stark ab, um an der Stelle des maximalen Unterkanalquerschnitts ein absolutes Minimum zu erreichen. In Richtung des Wandspaltes steigt $(T_w - T_{\text{Ein}})/T_{\tau,m}$ leicht an und erreicht direkt im Spalt ein relatives Maximum. Wie auch in Zentralkanälen ist aufgrund der Analogie zwischen Wärme- und Impulstransport die Variation der dimensionslosen Wandtemperatur entlang des Stabumfangs im engeren Gitter etwas stärker ausgeprägt. Bei $W/D=1,06$ ergibt sich eine Variation der dimensionslosen Wandtemperatur von 7,1 gegenüber von 8,1 bei kleinerem Wandabstandsverhältnis.

4.3 Geschwindigkeitsverteilung

Bereits 1932 leitete Prandtl ein universelles Geschwindigkeitsverteilungsgesetz für Strömungen her, die durch feste Wände begrenzt werden. Dieses logarithmische Wandgesetz lautet in dimensionsloser Form

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C \quad \text{mit } u^+ = \frac{\bar{U}}{u_\tau} \quad \text{und } y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu}. \quad (4.8)$$

Die Größe u_τ bezeichnet die an jeder Position entlang des Stabumfangs aus Gleichung (4.6) berechnete lokale Wandschubspannungsgeschwindigkeit. Das logarithmische Wandgesetz ist für den vollturbulenten Bereich einer Strömung gültig, für den Bereich also, in dem die molekulare Schubspannung vernachlässigbar klein gegenüber der Schubspannung infolge der Turbulenzbewegung ist ($y^+ > 30$). Die Konstanten des logarithmischen Wandgesetzes wurden zunächst für die Rohrströmung zu $\kappa \approx 0,4$ und $C \approx 5,5$ ermittelt. Später wurde das Wandgesetz in nahezu allen Strömungen entlang fester Wände experimentell bestätigt.

Abbildung 4.9 (a) zeigt ein im 37-Stabbündel bei beheizter Strömung gemessenes Geschwindigkeitsprofil in dimensionsloser Darstellung für einen Zentralkanal mit $P/D=1,12$. Zum Vergleich ist das Wandgesetz von Nikuradse (1932) für Kreisrohre

$$u^+ = 2,5 \ln y^+ + 5,5 \quad (4.9)$$

als durchgezogene Linie in die Abbildung eingetragen. Das gemessene dimensionslose Geschwindigkeitsprofil zeigt mit guter Näherung die Steigung des Wandgesetzes nach Nikuradse, wobei die Werte etwas tiefer liegen. Eine Konstante von 4,5 anstelle der 5,5 des Wandgesetzes für Kreisrohre repräsentiert den gemessenen Verlauf besser (gestrichelte Linie in der Abbildung). Die Abbildungen 4.9 (b) und (c) zeigen die im Zentralkanal (beheizt, $P/D=1,12$) gemessene Geschwindigkeitsverteilung in Hauptströmungsrichtung jeweils bezogen auf die über den Unterkanalquerschnitt integrierte mittlere Geschwindigkeit U_b . In Abbildung (b) ist die Verteilung der Geschwindigkeit als xy-Diagramm und zur Veranschaulichung in Abbildung (c) als Höhenliniendarstellung gegeben.

Die Abbildungen 4.10 bis 4.12 zeigen jeweils die dimensionslosen Geschwindigkeitsprofile $u^+ = f(y^+)$ für den Zentralkanal bei $P/D=1,06$, sowie für die Wandkanäle mit $W/D=1,06$; $P/D=1,12$ und $W/D=1,03$; $P/D=1,06$. Die Steigung aller Geschwindigkeitsprofile folgt mit guter Näherung der Steigung des Wandgesetzes nach Nikuradse. Die Konstante des Wandgesetzes zeigt hierbei eine Streuung zwischen $C = 4,5$ und $C = 5,5$.

4.4 Temperaturverteilung

In Anlehnung an das logarithmische Wandgesetz nach Prandtl kann mit Hilfe der Dimensionsanalyse (Zierep (1991)) für den vollturbulenten Bereich eine logarithmische Verteilung der zeitlich gemittelten Temperatur hergeleitet werden (Bradshaw (1971)). Mit der Einführung von T^+ als dimensionsloser Temperatur und y^+ als dimensionslosem Wandabstand ergibt sich ein universelles logarithmisches Temperaturprofil der Form

$$T^+ = A \ln y^+ + B \quad \text{mit } T^+ = \frac{T_w - \bar{T}}{T_{\tau,m}} \quad \text{und } y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} \quad (4.10)$$

Die dimensionslose Temperatur T^+ wird mittels der entlang des Stabumfanges integrierten Wandwärmestromtemperatur $T_{\tau,m}$ gebildet. Die gemittelte Wandwärmestromtemperatur führt im Gegensatz zu der Verwendung lokaler Größen zu besseren Ergebnissen, wie nachfolgend noch erläutert werden wird.

Abbildung 4.13 zeigt die Verteilung der zeitlich gemittelten Temperatur in dimensionsloser Darstellung für den Zentralkanal des Bündels mit einem Stababstandsverhältnis von $P/D=1,12$. Aus Gründen der Übersicht sind die Profile um jeweils 1 K gegeneinander verschoben. Wie bereits erwähnt, wird die dimensionslose Temperatur mit der lokalen Wandtemperatur T_w und der mittleren Wandwärmestromtemperatur $T_{\tau,m}$ gebildet, da die Temperaturprofile an unterschiedlichen azimuthalen Positionen bei der Verwendung der lokalen Größe T_τ eine etwas größere Streuung ergeben. Zum Vergleich ist ein universelles logarithmisches Temperaturprofil mit den Konstanten $A = 2,5$ und $B = 5,5$ des logarithmischen Wandgesetzes der Geschwindigkeitsverteilung nach Nikuradse als durchgezogene Linie $T^+ = 2,5 \ln y^+ + 5,5$ in die Abbildung eingetragen. Die dimensionslosen Temperaturprofile zeigen an allen azimuthalen Positionen eine im Vergleich zu dem logarithmischen Wandgesetz etwas größere Steigung. Es ergibt sich im Mittel ein logarithmisches Gesetz der Temperaturverteilung der Form $T^+ = 2,8 \ln y^+ + 3,5$, wobei im Bereich des größten Unterkanalquerschnitts die Tendenz zu minimal höherer Steigung

und im Bereich des Spaltes zwischen den Stäben zu niedrigerer Steigung des dimensionslosen Profils besteht. Meyer ermittelte 1994 in diesem Zentralkanal des 37-Stabbündels die Konstante der logarithmischen Temperaturverteilung zu $B=1,0$. Meyer bestimmte die lokalen Wandtemperaturen mit Hilfe eines Pyrometers. Die Eichung des Pyrometers erfolgte mittels eines Thermoelementes, das durch eine axiale Bohrung in der Rohrwand in die Nähe der beheizten Folie gebracht wurde. Neuere Untersuchungen ergaben, daß dieses Thermoelement eine etwa 4 K zu niedrige Wandtemperatur anzeigte, d.h. die von Meyer gemessenen Temperaturprofile lagen ca. 4 K zu tief. Dies trifft in gleicher Weise auf die von Krauss und Meyer (1995) gemessenen Temperaturprofile in einem Wandkanal des Bündels zu.

Bei kleinerem Stababstandsverhältnis $P/D=1,06$ des Zentralkanals (Abbildung 4.14) ist die Tendenz zu unterschiedlichen Steigungen der dimensionslosen Temperaturprofile an verschiedenen azimuthalen Positionen etwas stärker ausgeprägt als bei größerem Stababstandsverhältnis. Es ergeben sich dimensionslose Temperaturprofile zwischen $T^+ = 3,19 \ln y^+ + 2,34$ im Bereich des größten Unterkanalquerschnittes und $T^+ = 3,01 \ln y^+ + 3,33$ direkt im Spalt zwischen den Stäben.

In den Wandkanälen des Bündels, die einerseits durch eine beheizte Stabwand und andererseits durch eine unbeheizte Kanalwand begrenzt werden, besteht eine starke Asymmetrie des Temperaturfeldes. Infolge der unterschiedlichen Randbedingungen an Stab- und Kanalwand kann in Wandkanälen eine an allen azimuthalen Positionen identische Verteilung der dimensionslosen mittleren Temperatur nicht erwartet werden. Dies bestätigt die Abbildung 4.15, welche die dimensionslosen Temperaturprofile für den Wandkanal des 37-Stabbündels bei $W/D=1,06$ und $P/D=1,12$ zeigt. Im Bereich des Spaltes zwischen den Stäben ergibt sich ein logarithmisches Temperaturprofil der Form $T^+ = 2,07 \ln y^+ + 4,29$. Mit Annäherung an den engen Spalt zwischen Stab- und Kanalwand ergibt sich eine kontinuierliche Zunahme der Steigung des dimensionslosen Profils, verbunden mit einer Abnahme der Konstanten. Direkt im Wandspalt nimmt das logarithmische Temperaturprofil die Form $T^+ = 3,96 \ln y^+ - 4,21$ an.

In Abbildung 4.16 sind die dimensionslosen logarithmischen Temperaturprofile für den Wandkanal mit $W/D=1,03$ und $P/D=1,06$ dargestellt. Abermals zeigt sich die Tendenz zu größerer Steigung der logarithmischen Profile im Spalt zwischen beheizter Stabwand und unbeheizter Kanalwand und kleinerer Steigung im Bereich des Spaltes zwischen den beheizten Stäben. Das logarithmische Profil der dimensionslosen Temperatur ergibt sich direkt im Spalt zwischen den Stäben zu $T^+ = 1,79 \ln y^+ + 11,18$ und im Wandspalt zu $T^+ = 4,22 \ln y^+ + 4,45$.

Die Definitionsgleichung der dimensionslosen Temperatur (4.10) weist auf die Ursache für die zunehmende Steigung der dimensionslosen Temperaturprofile mit Annäherung an den Wand-

spalt hin. Infolge der unmittelbaren Nähe der unbeheizten Wand wird sich im Wandspalt ein größerer negativer radialer Temperaturgradient $\partial T / \partial y$ als im Spalt zwischen den beheizten Stäben ausbilden. Dies hat entsprechend Gleichung (4.10) einen größeren positiven Gradienten $\partial T^+ / \partial y^+$ zur Folge, d.h. die Steigung des dimensionslosen Temperaturprofils nimmt im Spalt zwischen beheizter Stabwand und unbeheizter Kanalwand größere Werte als im Spalt zwischen den beheizten Stäben an.

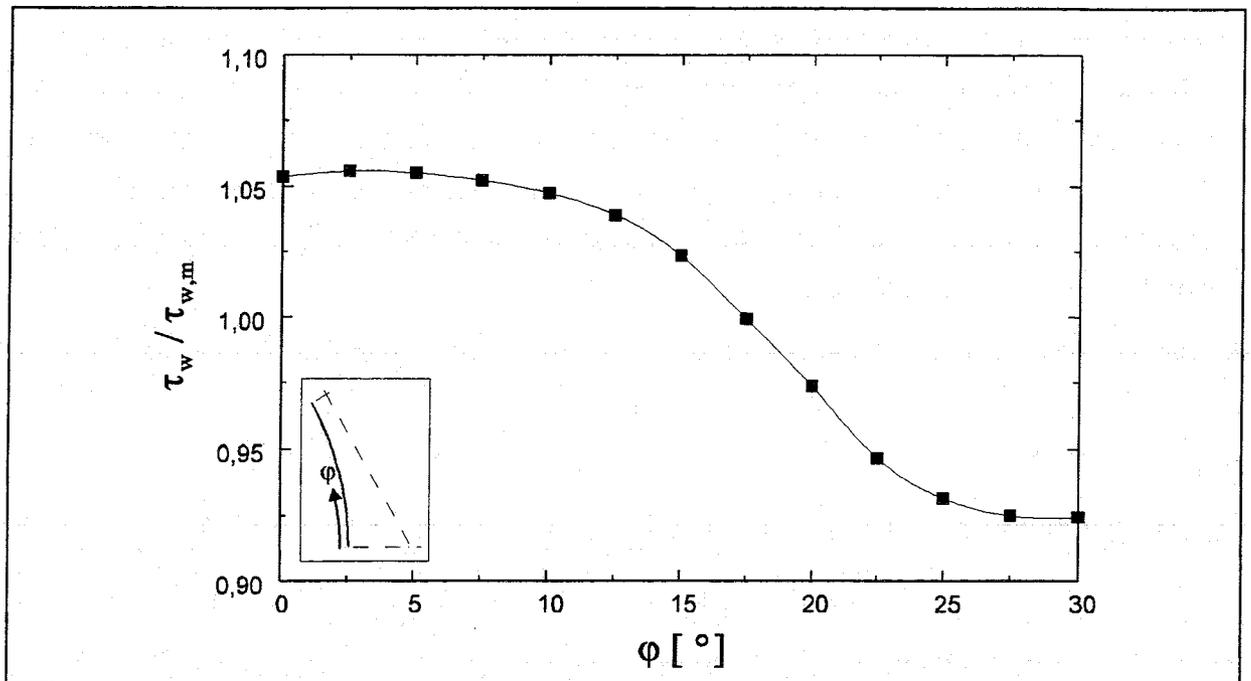


Abbildung 4.1: Wandschubspannungsverteilung im Zentralkanal des 37-Stabbündels mit $P/D=1,12$ ($\tau_{w,m}=1,15 \text{ N/m}^2$).

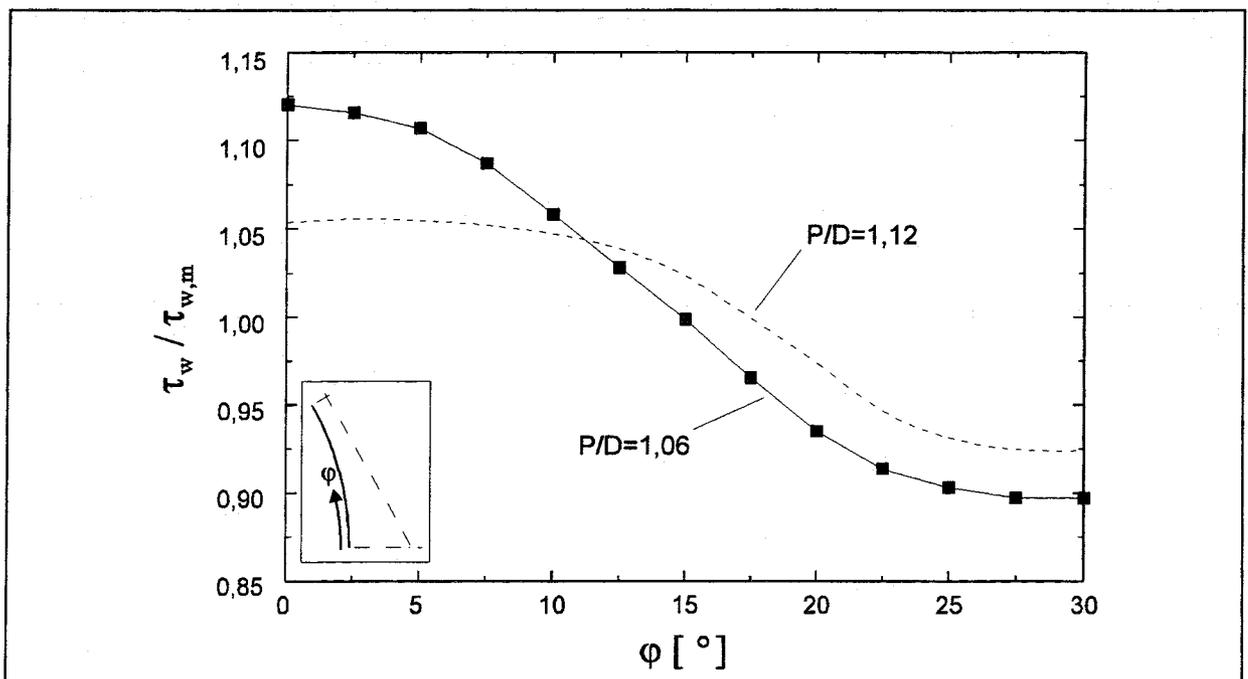


Abbildung 4.2: Wandschubspannungsverteilung im Zentralkanal des 37-Stabbündels mit $P/D=1,06$ ($\tau_{w,m}=1,30 \text{ N/m}^2$) im Vergleich zu $P/D=1,12$ (gestrichelt).

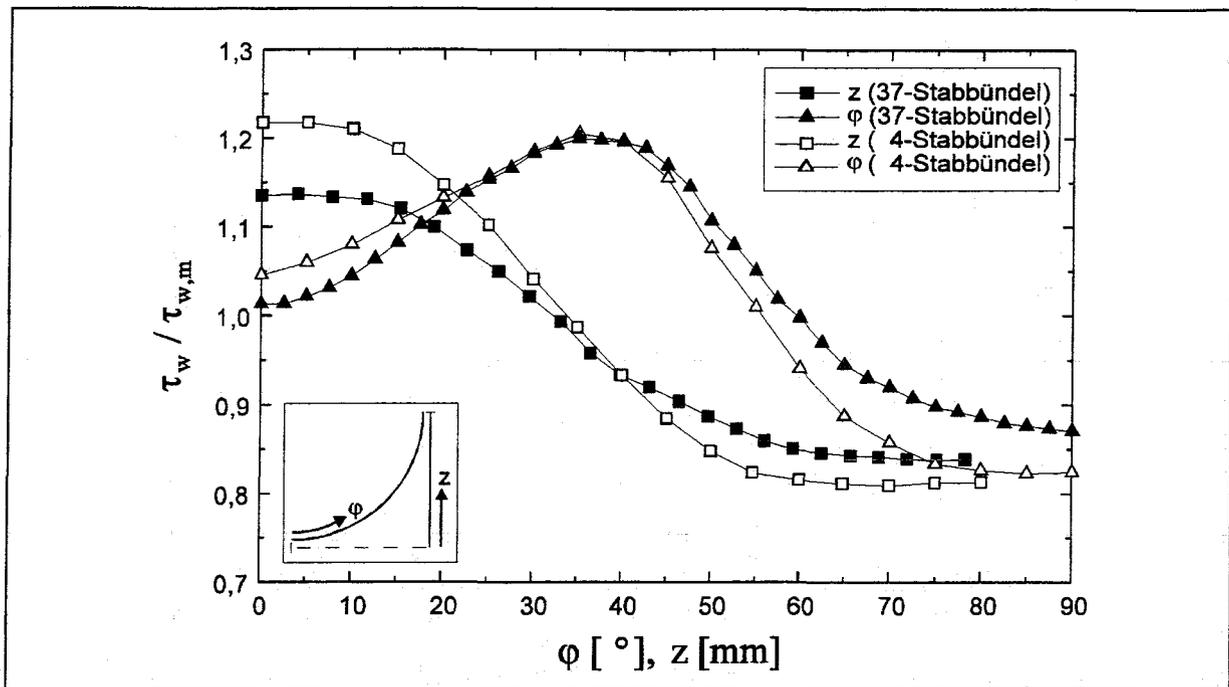


Abbildung 4.3: Wandschubspannungsverteilung im Wandkanal des 37-Stabbündels mit $P/D=1,12$; $W/D=1,06$ ($\tau_{w,m}=1,16 \text{ N/m}^2$) im Vergleich zu den Ergebnissen von Meyer und Rehme (1992) in einem 4-Stabbündel ($P/D=1,12$; $W/D=1,06$).

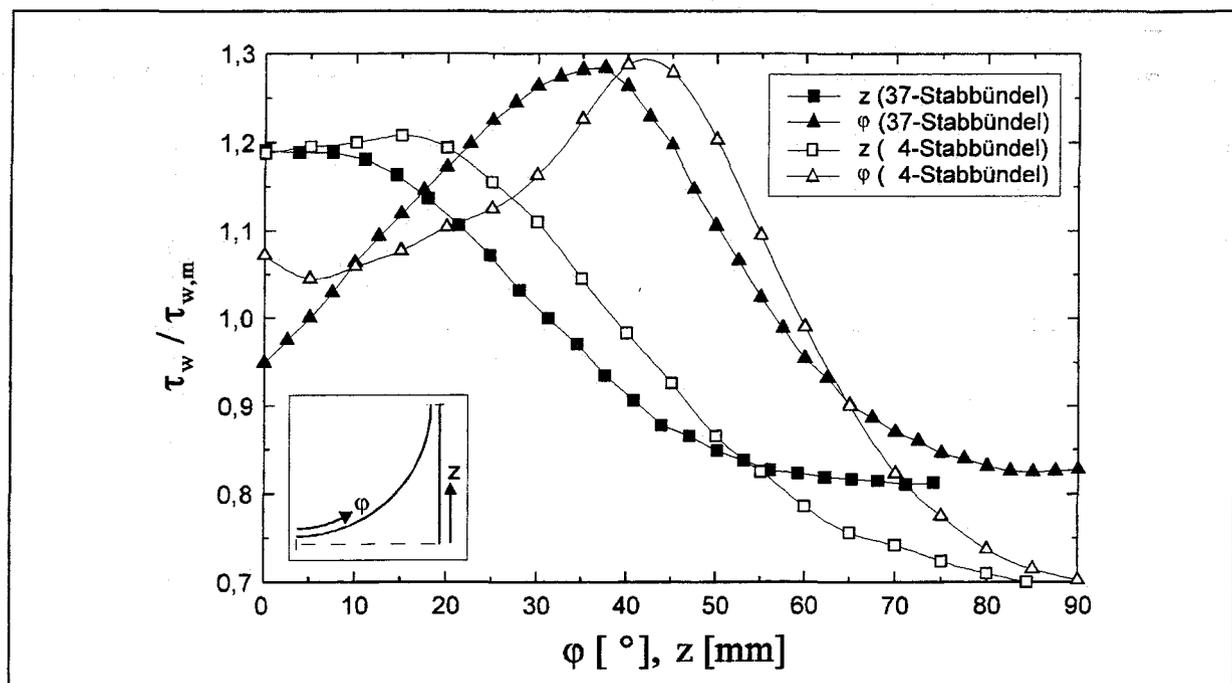


Abbildung 4.4: Wandschubspannungsverteilung im Wandkanal des 37-Stabbündels mit $P/D=1,06$; $W/D=1,03$ ($\tau_{w,m}=1,45 \text{ N/m}^2$) im Vergleich zu den Ergebnissen von Rehme (1982) in einem 4-Stabbündel mit $P/D=1,07$ und $W/D=1,026$.

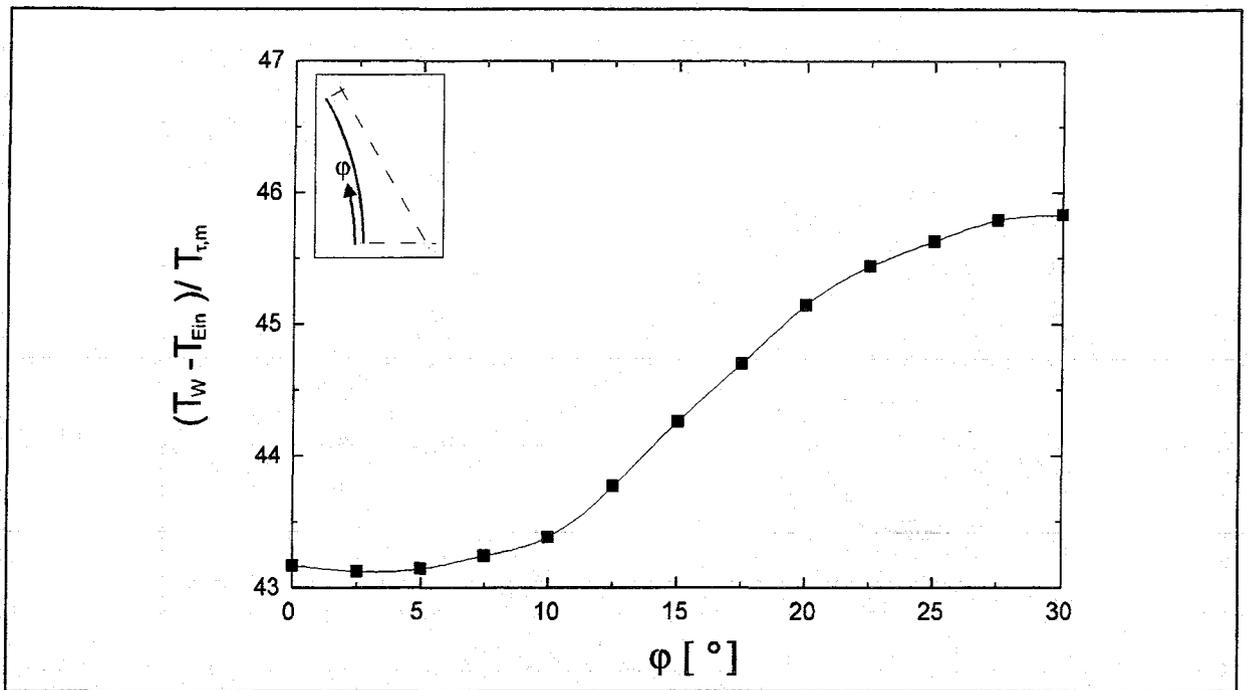


Abbildung 4.5: Verteilung der dimensionslosen Wandtemperatur im Zentralkanal des 37-Stabbüdels mit $P/D=1,12$ ($T_{Ein}=12,3$ °C, $T_{\tau,m}=1,164$ K).

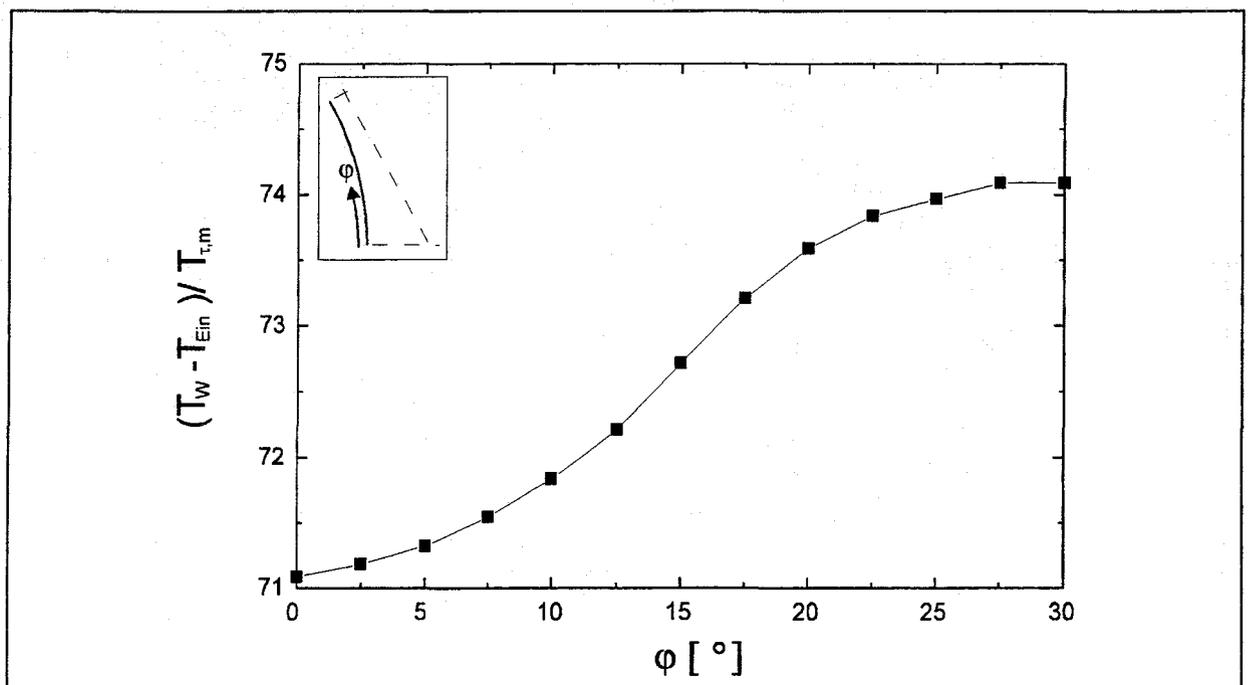


Abbildung 4.6: Verteilung der dimensionslosen Wandtemperatur im Zentralkanal des 37-Stabbüdels mit $P/D=1,06$ ($T_{Ein}=5,8$ °C, $T_{\tau,m}=0,799$ K).

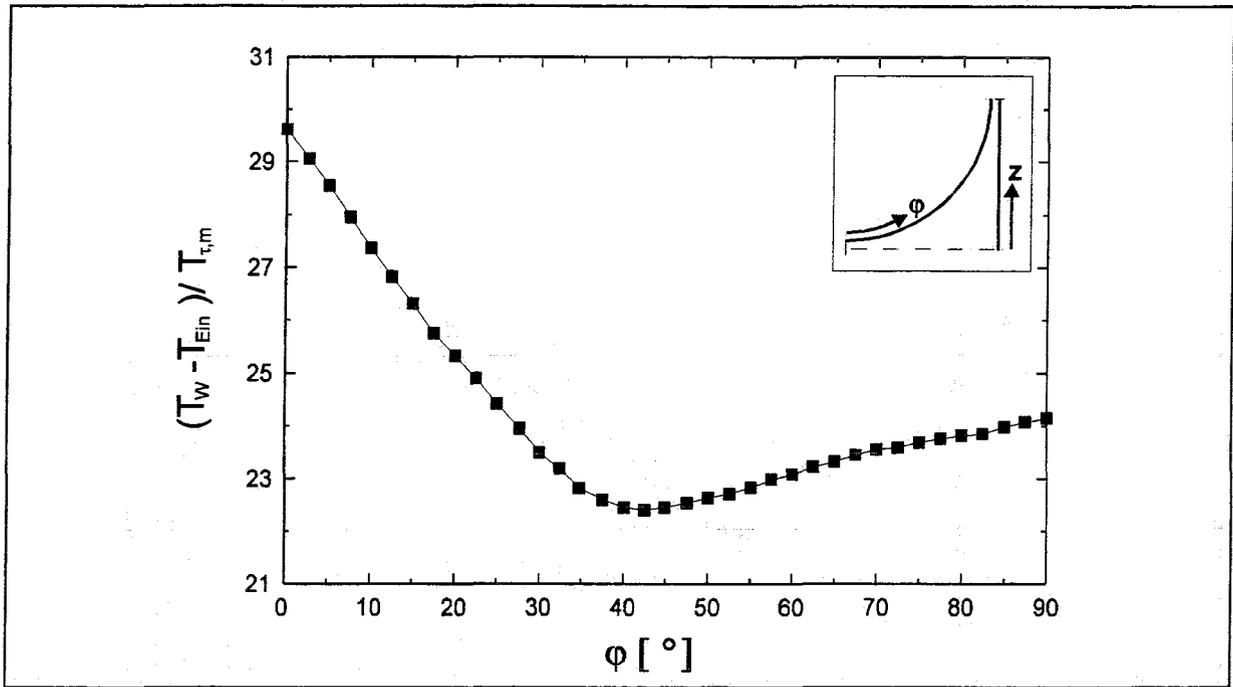


Abbildung 4.7: Verteilung der dimensionslosen Wandtemperatur im Wandkanal des 37-Stabbüdels mit $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$ ($T_{Ein}=20,2$ °C, $T_{\tau,m}=1,167$ K).

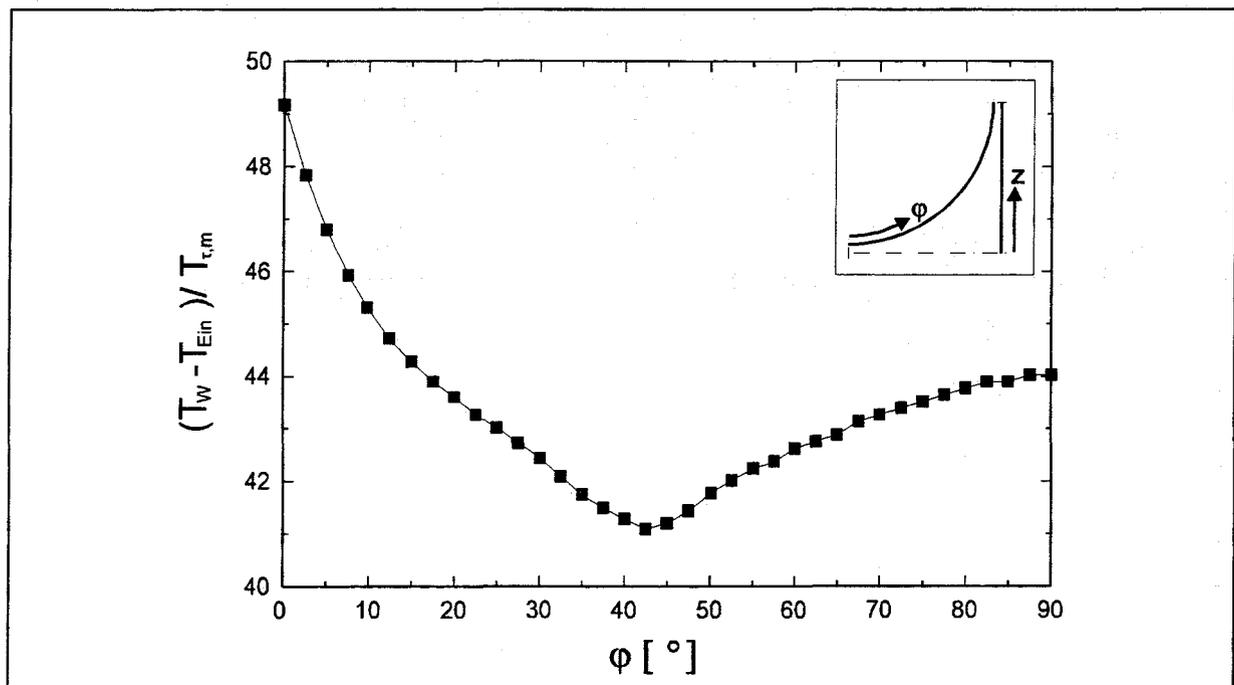


Abbildung 4.8: Verteilung der dimensionslosen Wandtemperatur im Wandkanal des 37-Stabbüdels mit $P/D=1,06$ und $W/D=1,03$ ($T_{Ein}=5,8$ °C, $T_{\tau,m}=0,787$ K).

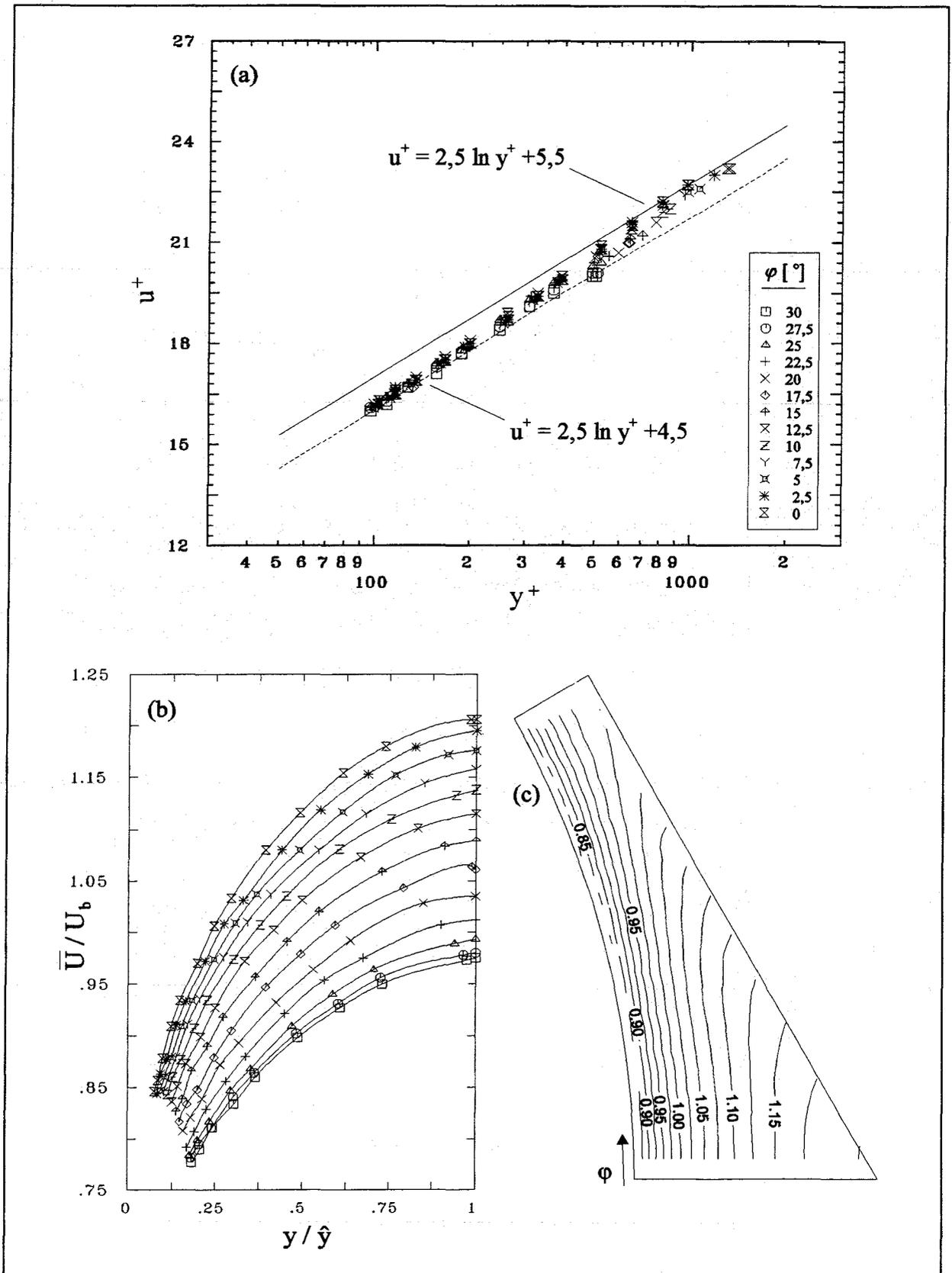


Abbildung 4.9: Mittlere Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung in dimensionsloser Darstellung (a), als xy-Darstellung (b) und als Höhenliniendarstellung (c) im Zentralkanal beheizt, $P/D=1,12$ ($U_b=20,57$ m/s).

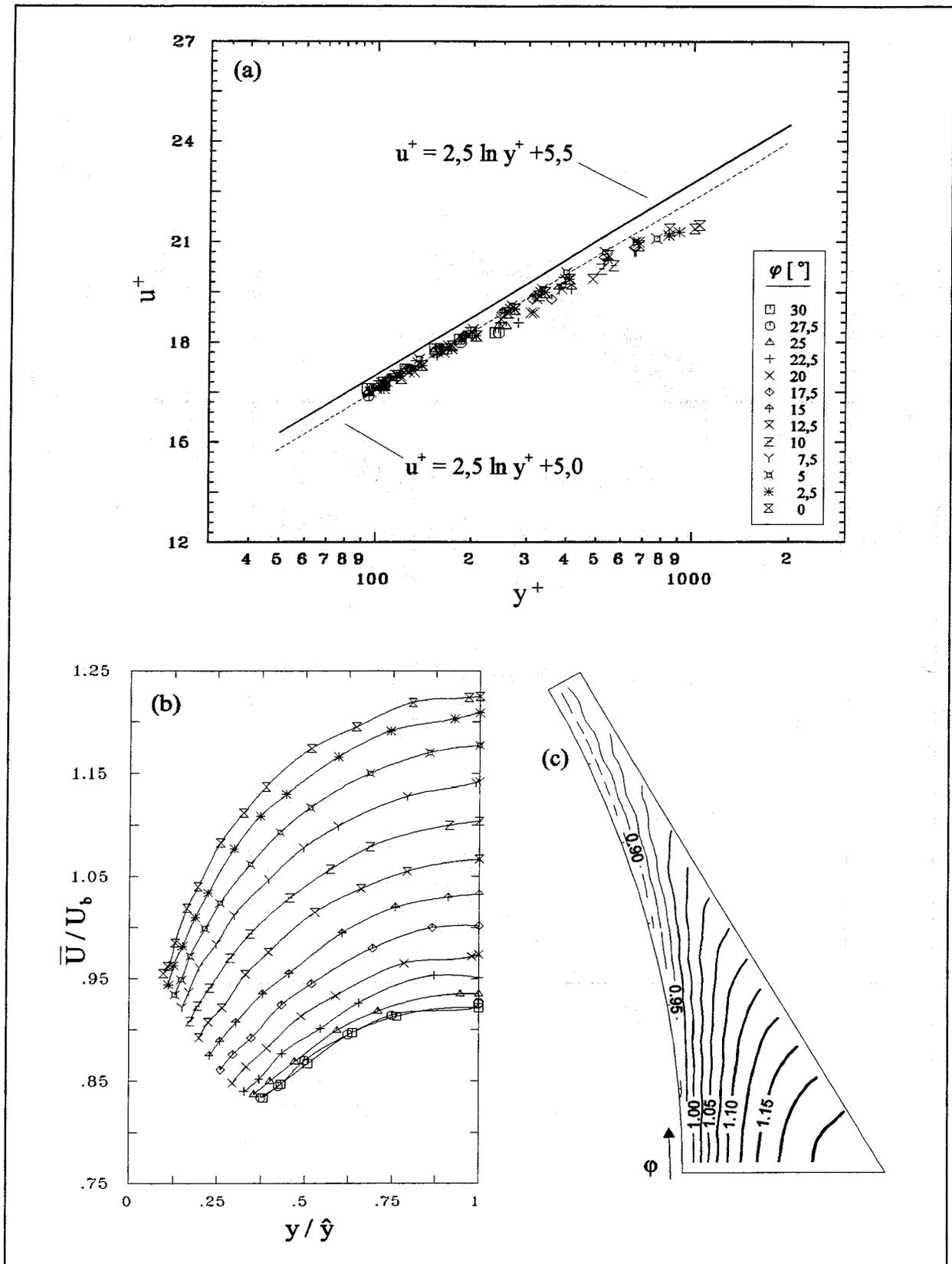


Abbildung 4.10: Mittlere Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung in dimensionsloser Darstellung (a), als xy-Darstellung (b) und als Höhenliniendarstellung (c) im Zentralkanal beheizt, $P/D=1,06$ ($U_b=20,63$ m/s).

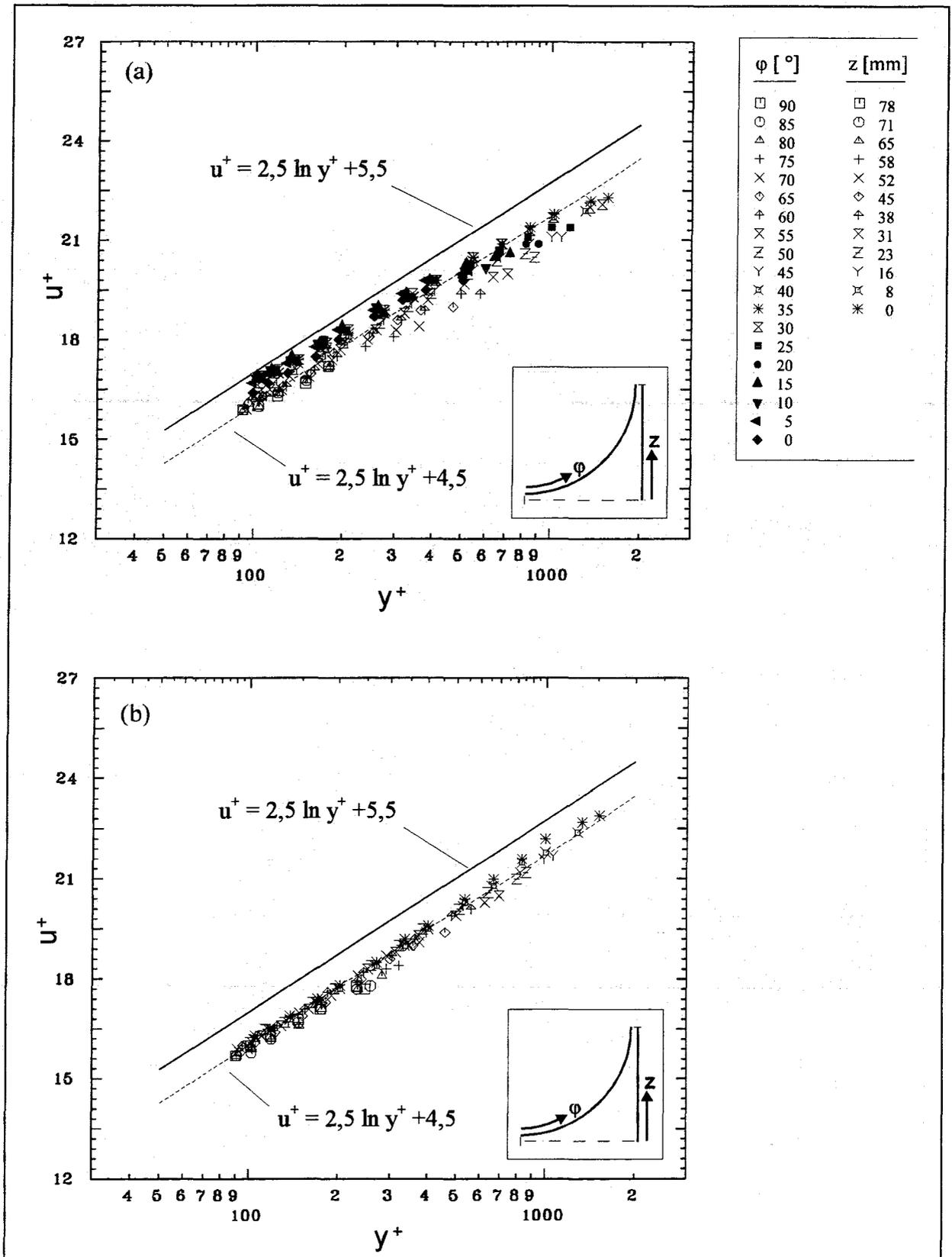


Abbildung 4.11: Mittlere Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung in dimensionsloser Darstellung in Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b) des Wandkanals beheizt, $W/D=1,06$; $P/D=1,12$ ($U_b=20,17$ m/s).

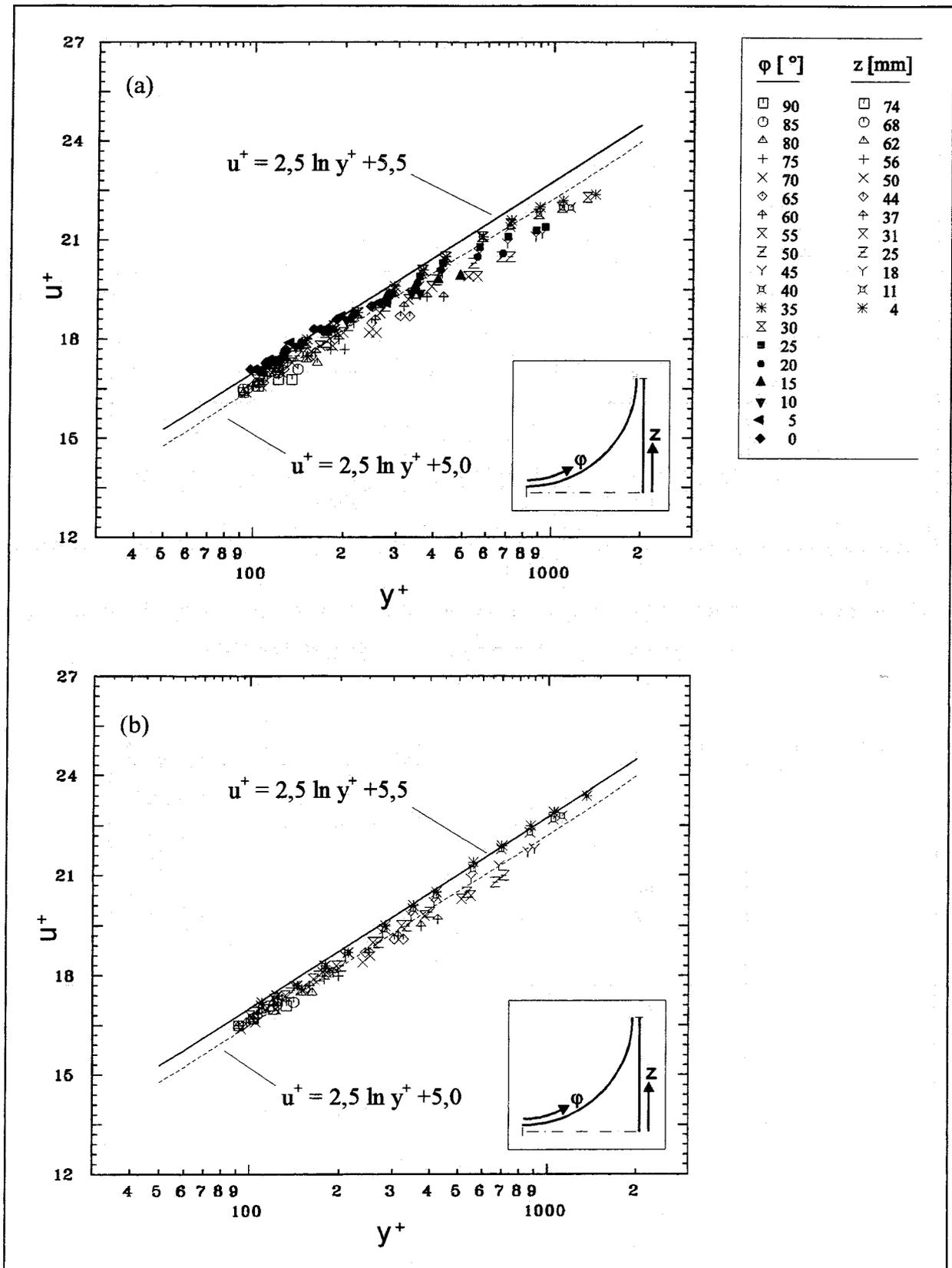


Abbildung 4.12: Mittlere Geschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung in dimensionsloser Darstellung in Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b) des Wandkanals beheizt, $W/D=1,03$; $P/D=1,06$ ($U_b=24,20$ m/s).

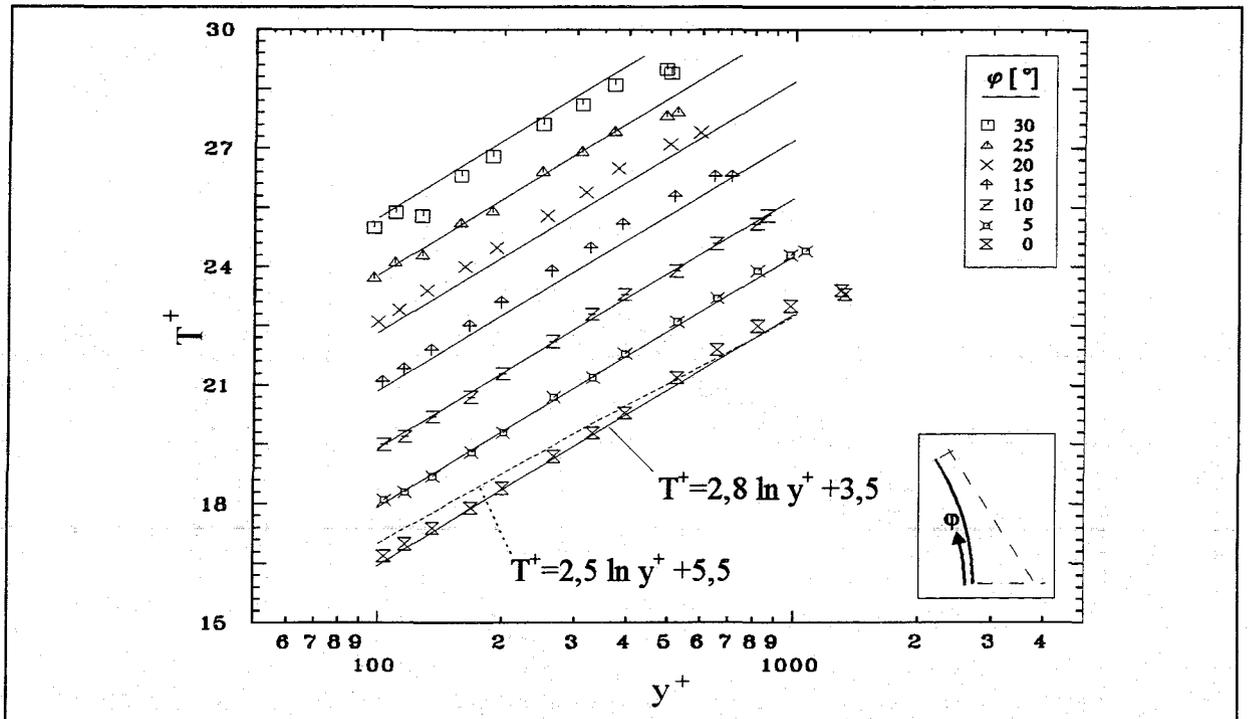


Abbildung 4.13: Mittlere Temperatur in dimensionsloser Darstellung im Zentralkanal beheizt, $P/D=1,12$ (Kurven um jeweils 1,5 K nach oben versetzt).

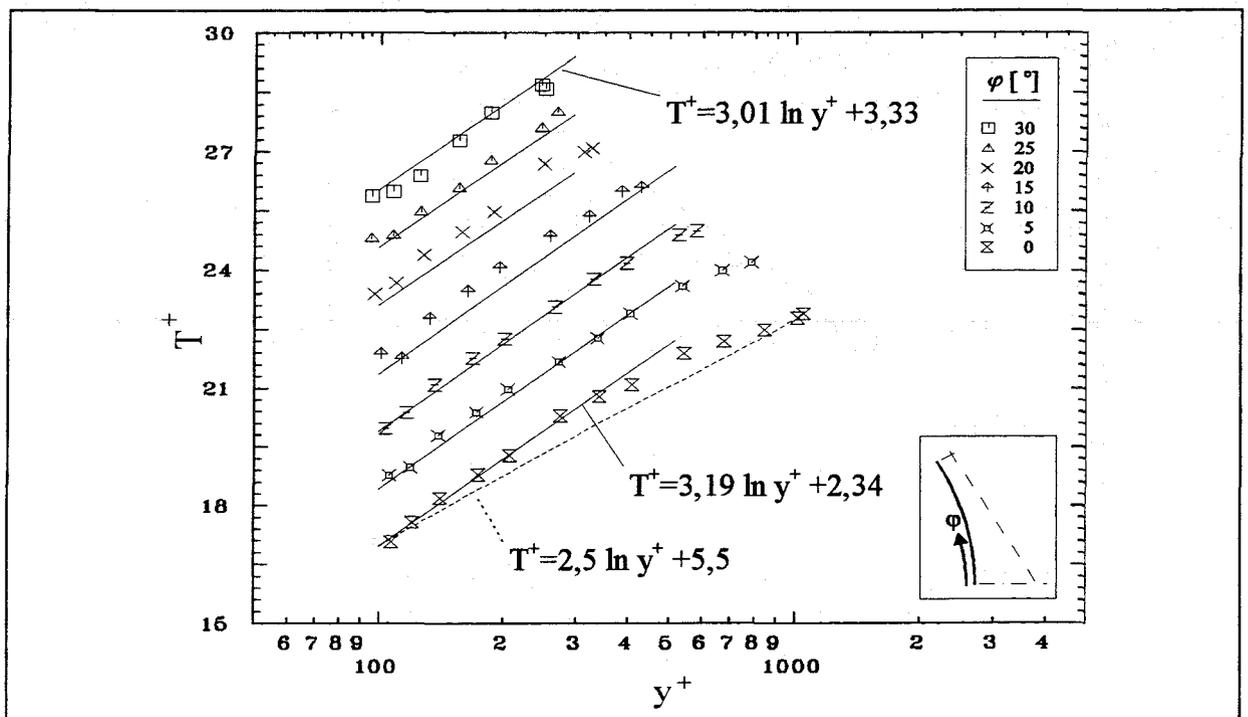


Abbildung 4.14: Mittlere Temperatur in dimensionsloser Darstellung im Zentralkanal beheizt, $P/D=1,06$ (Kurven um jeweils 1,5 K nach oben versetzt).

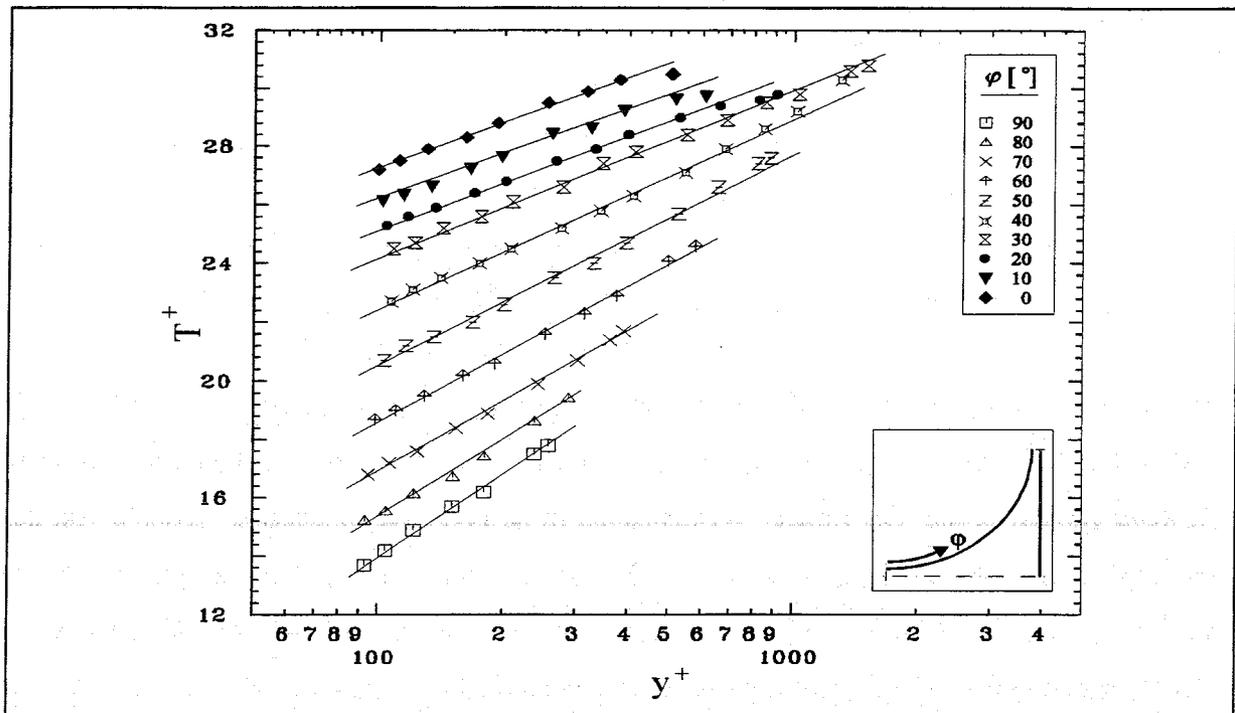


Abbildung 4.15: Mittlere Temperatur in dimensionsloser Darstellung im Wandkanal beheizt, $P/D=1,12$; $W/D=1,06$ (Kurven um jeweils 1,5 K nach oben versetzt).

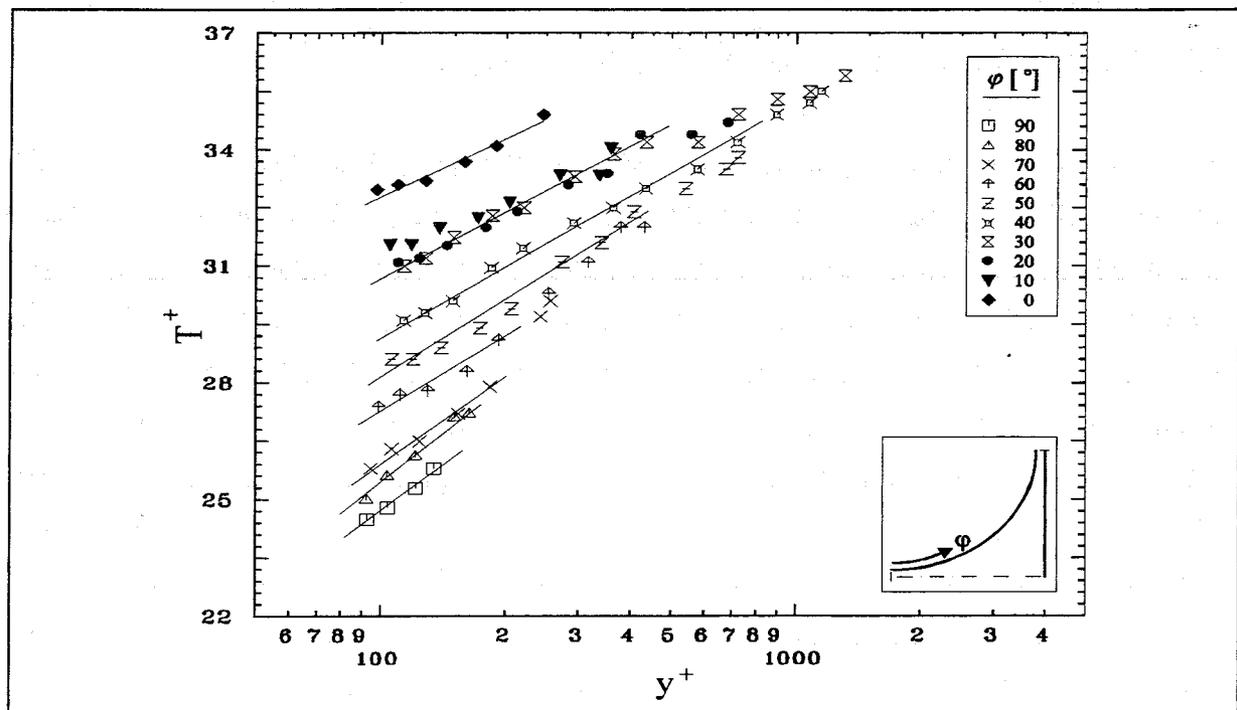


Abbildung 4.16: Mittlere Temperatur in dimensionsloser Darstellung im Wandkanal beheizt, $P/D=1,06$; $W/D=1,03$ (Kurven um jeweils 1,5 K nach oben versetzt).

5 Die Turbulenzstruktur

Nachfolgend werden Größen beschrieben, die die turbulenten Wärme- und Impulstransportvorgänge in der Versuchsanordnung charakterisieren. Im wesentlichen sind dies die RMS-Werte der turbulenten Geschwindigkeits- und Temperaturschwankungen, die turbulenten Impuls- und Wärmeflüsse, sowie die in den Transportgleichungen enthaltenen Tripelkorrelationen.

Alle Turbulenzgrößen werden als xy-Darstellung und als Höhenliniendarstellung abgebildet. Die xy-Darstellungen zeigen die gemessenen Turbulenzdaten aufgetragen über dem relativen Abstand von der Wand. Der relative Wandabstand ist definiert als senkrechter Abstand von der Meßposition zur Wand bezogen auf den größten senkrechten Abstand von der Wand, d.h. bis zu der Symmetrielinie. Die Turbulenzgrößen sind mit den aus den Wandschubspannungen berechneten lokalen Wandschubspannungsgeschwindigkeiten $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$ bzw. den Wandwärmestromtemperaturen $T_\tau = q_w / \rho c_p u_\tau$ (siehe Abschnitte 4.1 und 4.2) dimensionslos gemacht. In den Höhenliniendarstellungen sind die Turbulenzintensitäten auf den Mittelwert der Wandschubspannung $u_{\tau,m}$ bzw. der Wandwärmestromtemperatur $T_{\tau,m}$ in den jeweiligen Unterkämen bezogen.

5.1 Vergleich isotherme und beheizte Strömungen

Dieser Abschnitt behandelt zunächst die Frage, inwieweit eine Beheizung der Stabwände des Bündels Einfluß auf das turbulente Strömungsfeld nimmt. Im Gegensatz zum turbulenten Impulsaustausch ist der turbulente Energieaustausch (wie auch der turbulente Stoffaustausch) ein passiver Transportprozeß. Passive Transportprozesse können die Bewegung eines Fluids nicht direkt beeinflussen. Man spricht auch von einer Entkopplung von Strömungs- und Temperaturfeld, da die Bilanzgleichung für den Impulstransport (und die Kontinuitätsgleichung) unabhängig von der Wärmebilanzgleichung betrachtet werden kann. Eine Beeinflussung des Strömungsfeldes ist im Falle des turbulenten Wärmeaustausches jedoch indirekt durch veränderliche Stoffwerte möglich. Umgekehrt läßt sich die Bilanzgleichung für den Wärmetransport nicht unabhängig von der Impulsbilanzgleichung lösen, da das Strömungsfeld für den konvektiven Transport von innerer Energie verantwortlich ist und somit das Temperaturfeld in entscheidender Weise beeinflusst.

Durch zeitliche Mittelung der Navier-Stokes-Gleichungen und Einführung des Reynoldsschen Ansatzes erhält man eine Impulsbilanzgleichung für die zeitlichen Mittelwerte, wie in Kapitel 2.2 beschrieben. Diese lautet in Tensornotation

$$\overline{\rho U_j} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} - \overline{\rho u_i u_j} \right).$$

In dieser Gleichung sind lediglich die dynamische Viskosität μ und die Dichte ρ Funktionen der Temperatur. In der HERA-Anlage treten bei beheizter Strömung nur relativ moderate Änderungen der Fluidtemperatur auf, die infolgedessen nur geringfügige Variationen der dynamischen Viskosität und der Dichte zur Folge haben. Darüberhinaus ist der molekulare Anteil in der Impulsbilanzgleichung bei zunehmendem Wandabstand aufgrund des abnehmenden Geschwindigkeitsgradienten gegenüber dem turbulenten Anteil zu vernachlässigen. Dies hat zur Folge, daß im vollturbulenten Bereich der Strömung lediglich die Dichte einen Einfluß auf die Impulsbilanzgleichung hat. Die maximalen Temperaturgradienten in der Strömung treten in radialer Richtung in unmittelbarer Nähe der beheizten Stabwände auf und liegen deutlich unter ca. 4 K/mm. Innerhalb dieses Temperaturbereiches betragen die Dichteänderungen nur etwa 1 %. Aufgrund dieser kleinen Dichtegradienten sollte bei Beheizung der Stabwände kein nennenswerter Einfluß des Temperaturfeldes auf das Strömungsfeld vorhanden sein.

Dieser zunächst rein qualitative Befund kann bei allen durchgeführten Versuchsreihen durch Vergleich der bei isothermer und beheizter Strömung bei jeweils gleichem Stababstandsverhältnis erhaltenen Ergebnisse bestätigt werden. Abbildung 5.1 zeigt stellvertretend für alle durchgeführten Messungen die RMS-Werte der Geschwindigkeitsschwankungen in wandparalleler Richtung, die nachfolgend auch als azimutale Turbulenzintensitäten bezeichnet werden. Dargestellt sind die azimutalen Turbulenzintensitäten in einem Zentralkanal des 37-Stabbündels bei isothermer Strömung (a) und (b) und bei beheizter Strömung (c) und (d) bei gleichem Stababstandsverhältnis von $P/D=1,06$. Beide Verteilungen zeigen dieselbe Struktur und unterscheiden sich in der absoluten Höhe der Werte nur geringfügig. Die Unterschiede zwischen den beiden Verteilungen liegen innerhalb des aus der Fehleranalyse resultierenden Toleranzbereiches. Dies bestätigt die anhand der Impulsbilanzgleichung aufgestellte These eines zu vernachlässigenden Einflusses des Temperaturfeldes auf das Strömungsfeld.

Da die vorangehend beschriebenen Ähnlichkeiten zwischen den Turbulenzfeldern isothermer und beheizter Strömungen durch das 37-Stabbündel alle durchgeführten Messungen betreffen,

soll nachfolgend auf eine Darstellung der Ergebnisse der isothermen Versuchsreihen verzichtet werden. Die folgenden Abschnitte beschreiben also ausschließlich Messungen in beheizter Strömung in Zentralkanälen bei den beiden Stababstandsverhältnissen $P/D=1,12$ und $P/D=1,06$ und in Wandkanälen bei $P/D=1,12$ ($W/D=1,06$) und bei $P/D=1,06$ ($W/D=1,03$).

5.2 Turbulenzintensitäten und kinetische Energie der Turbulenz

5.2.1 Axiale Turbulenzintensität

Abbildung 5.2 zeigt die Verteilung der Turbulenzintensität in axialer Richtung in einem Zentralkanal mit einem Stababstandsverhältnis von $P/D=1,12$ (a) und (b) und im Vergleich dazu bei $P/D=1,06$ (c) und (d). Bei einem Stababstandsverhältnis von $P/D=1,12$ entspricht die Verteilung der axialen Turbulenzintensität an der Stelle maximalen Unterkanalquerschnitts ($\varphi=0^\circ$) den von Laufer (1954) in einem Kreisrohr gemessenen Werten. Vom minimalen Wert 0,8 steigen die Werte auf der Symmetrielinie in positiver Richtung der Winkelkoordinate leicht an und erreichen ein relatives Maximum von 1,05 bei etwa $17,5^\circ$. In der Nähe des Spaltes zwischen den Stäben nähern sich die Intensitäten wieder dem Kreisrohrniveau von etwa 0,8. Das absolute Maximum von 1,95 wird bei kleinstem Wandabstand an der Stelle größten Unterkanalquerschnitts erreicht.

Bei kleinerem Stababstandsverhältnis von $P/D=1,06$ ist die Variation der axialen Turbulenzintensität entlang des Stabumfangs wesentlich stärker ausgeprägt als bei $P/D=1,12$. Auf der Symmetrielinie wird wiederum bei etwa $17,5^\circ$ ein im Vergleich zu $P/D=1,12$ erheblich höheres relatives Maximum von 1,8 erreicht. Das absolute Maximum von ca. 2,0 an der Wand liegt gleichermaßen bei der Winkelkoordinate $\varphi=17,5^\circ$.

Die in Zentralkanälen zu erkennenden Tendenzen treffen in noch extremerer Weise auch auf Wandkanäle von Stabbündeln zu. Abbildung 5.3 und Abbildung 5.4 zeigen jeweils die axialen Turbulenzintensitäten in einem Wandkanal bei den Stab- bzw. Wandabstandsverhältnissen $P/D=1,12$ ($W/D=1,06$) und $P/D=1,06$ ($W/D=1,03$). In den Höhenliniendarstellungen (c) ist bei beiden Geometrien ein deutliches absolutes Maximum bei $\varphi=60^\circ$ zu erkennen. Dieses Maximum liegt bei $P/D=1,12$ ($W/D=1,06$) bei etwa 2,5 und in dem engeren Gitter bei 3,25,

was bereits in Zentralkanälen tendenziell zu erkennen war. Bei größerem Wandabstand sind die Intensitäten zwischen 45° und 90° über den gesamten Querschnitt des Unterkanals nahezu konstant, während sie in dem engeren Gitter zwischen 45° und 65° an der Stelle maximalen Wandabstandes sogar größer sind, als in der Nähe der Wand. Ein relatives Maximum ist bei $P/D=1,12$ bei $\varphi=15^\circ$ zu erkennen, bei kleinerem Stababstand von $P/D=1,06$ liegt dieses bei etwa 10° . Das absolute Minimum von 1,1 befindet sich in beiden Geometrien bei etwa 35° . Die Variation der axialen Turbulenzintensität in Richtung der Winkelkoordinaten ist, wie auch im Zentralkanal bei kleinerem Wandabstandsverhältnis, wesentlich stärker ausgeprägt.

Die im Wandkanal des 37-Stabbündels erhaltenen Ergebnisse bestätigen die Untersuchungen von Rehme (1982 und 1984), der systematische Experimente an einem asymmetrischen 4-Stabbündel durchführte und in ähnlicher Geometrie ($P/D=1,148$, $W/D=1,074$ und $P/D=1,07$, $W/D=1,026$) identische Tendenzen fand. Die ungewöhnlich hohen axialen Turbulenzintensitäten auf der Linie maximalen Wandabstandes in einiger Entfernung von den Spalten zwischen den Stäben bzw. zwischen Stab- und Kanalwand legen einen Entstehungsmechanismus nahe, der sich von der Turbulenzproduktion infolge Scherung an einer Wand unterscheidet. Hooper und Rehme (1984 a) zeigten, daß großskalige Strömungspulsationen durch die engen Spalte zu einem starken Impulsaustausch zwischen benachbarten Unterkanälen führen und die Ursache für die ungewöhnliche Verteilung der Turbulenzintensitäten sind.

5.2.2 Radiale Turbulenzintensität

Die Verteilung der Turbulenzintensitäten senkrecht zur Wand (Abbildung 5.5) im Zentralkanal bei $P/D=1,12$ und $P/D=1,06$ entspricht im wesentlichen den Ergebnissen im Kreisrohr, wobei die Werte im Zentralkanal etwas niedriger liegen (Werte von 0,6 bis 1,0 gegenüber 0,7 bis 1,1 im Kreisrohr). Die radialen Intensitäten sind in der Nähe der Wand maximal und fallen mit zunehmendem Wandabstand ab. Bei kleinerem Stababstandsverhältnis ist der Abfall der Werte im Winkelbereich zwischen 0° und 15° weniger ausgeprägt als im übrigen Gebiet.

Im Wandkanal (Abbildung 5.6 und Abbildung 5.7) sind die radialen Turbulenzintensitäten in der Nähe von Stab- und Kanalwand etwas niedriger als im Zentralkanal. Eine Ähnlichkeit mit den Ergebnissen im Kreisrohr ist nur in unmittelbarer Nähe der Spalte gegeben. Im Winkelbereich zwischen 20° und 60° sind die Intensitäten über den Querschnitt des Wandkanals nahezu konstant bzw. steigen bei kleinerem Stab- und Wandabstandsverhältnis bei zu-

nehmendem Wandabstand an. Dies ist auf die Wahl der Koordinaten zurückzuführen. Mit steigendem Wandabstand und zunehmender Annäherung an die Traverse maximalen Unterkanalquerschnitts weicht die radiale Koordinate immer stärker von den Orthogonalen zur Geschwindigkeitsverteilung ab. Es wird somit ein immer größerer Anteil der azimuthalen Komponente mitgemessen und als radiale Komponente interpretiert. Dies macht sich vor allem in Gebieten hoher azimuthaler Turbulenzintensität bei gleichzeitig großer Abweichung der Koordinatenrichtung bemerkbar, also im Bereich zwischen 20° und 60° . Im Bereich der engsten Querschnitte ist dieser Effekt am ehesten zu vernachlässigen, was in den Abbildungen deutlich zu erkennen ist.

5.2.3 Azimutale Turbulenzintensität

Die Turbulenzintensität parallel zur Wand zeigt im Zentralkanal bei $P/D=1,12$ eine ähnliche Verteilung wie im Kreisrohr, bei etwas niedrigeren Werten (Abbildung 5.8 (a) und (b)). Maximale Werte von 1,25 werden in unmittelbarer Wandnähe erreicht. Mit wachsendem Wandabstand erfolgt ein stetiger Abfall der Intensitäten auf Werte um 0,6 bis 0,75. Die Variation der Werte in Richtung der Winkelkoordinate ist sehr gering. Die Abbildungen (c) und (d) zeigen die azimutale Turbulenzintensität im Zentralkanal bei kleinerem Stababstandsverhältnis von $P/D=1,06$. Im Bereich des maximalen Unterkanalquerschnitts weisen die Verteilungen bei beiden Stababstandsverhältnissen eine sehr große Ähnlichkeit auf. Bei Annäherung an den Spalt zwischen den Stäben steigen die Intensitäten bei kleinerem Stababstandsverhältnis stark an, was bei $P/D=1,12$ nicht zu beobachten ist. Direkt im Spalt sind die azimuthalen Turbulenzintensitäten über den gesamten Spaltquerschnitt nahezu konstant und sie erreichen mit Werten um 1,35 die Größenordnung der axialen Turbulenzintensitäten. Diese hohen Intensitäten parallel zur Wand sind ein weiteres Indiz für den starken Impulstransport zwischen benachbarten Unterkanälen infolge der großskaligen Strömungspulsationen.

Im Wandkanal zeigen die azimuthalen Turbulenzintensitäten bei beiden Stab- bzw. Wandabstandsverhältnissen (Abbildung 5.9 und Abbildung 5.10) im Bereich des maximalen Unterkanalquerschnitts eine ähnliche Verteilung wie im Kreisrohr. Wie auch im Zentralkanal bei kleinerem P/D -Verhältnis steigen die Intensitäten im Wandkanal bei Annäherung an den Spalt zwischen Stab- und Kanalwand bei beiden Wandabstandsverhältnissen stark an. Direkt im Wandspalt werden bei $W/D=1,06$ konstante Werte um 1,85 erreicht, die in der Größen-

ordnung der axialen Turbulenzintensitäten in diesem Gebiet liegen. Bei kleinerem Wandabstandsverhältnis von $W/D=1,03$ liegen die azimuthalen Intensitäten im Wandspalt mit Werten um 3,0 etwa 50% höher als die axialen Intensitäten. Auch im Spalt zwischen den Stäben sind die azimuthalen Turbulenzintensitäten nahezu konstant über dem Spaltquerschnitt. Allerdings werden dort aufgrund der im Vergleich zum Wandspalt doppelten Breite des Stabspaltes Werte erreicht, die nur ca. 50% der Höhe der im Wandspalt gemessenen Intensitäten erreichen. Ursache der beschriebenen Erscheinungen sind abermals die bereits erwähnten Pulsationen zwischen den Stäben bzw. zwischen Stabwand und Kanalwand. Im übrigen zeigen die Verteilungen der azimuthalen Turbulenzintensitäten beider Stab- bzw. Wandabstandsverhältnisse eine sehr gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Rehme in einem asymmetrischen 4-Stabbündel ähnlicher Geometrie ($P/D=1,148$, $W/D=1,074$ und $P/D=1,07$, $W/D=1,026$), was die Vergleichbarkeit von Strömungen in Wandkanälen von 4-Stabbündeln und 37-Stabbündeln unterstreicht.

5.2.4 Kinetische Energie der Turbulenz

Aus den gemessenen Turbulenzintensitäten in den drei Koordinatenrichtungen berechnet sich die relative kinetische Energie der Turbulenz zu

$$k^+ = \frac{1}{2}(\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2})/u_\tau^2. \quad (5.1)$$

Abbildung 5.11 zeigt die relative kinetische Energie der Turbulenz im Zentralkanal bei zwei Stababstandsverhältnissen. Bei dem Stababstandsverhältnis von $P/D=1,12$ stimmt die Verteilung der Turbulenzenergie sehr gut mit den numerischen Untersuchungen von Rieke (1981) im Kreisrohr überein, der als Ausgangspunkt seiner Berechnungen die von Prandtl modellierte Transportgleichung für die kinetische Energie der Turbulenz benutzt. Da die axiale Turbulenzintensität im gesamten Zentralkanal den größten Beitrag zur Turbulenzenergie liefert, besitzen die entsprechenden Verteilungen bei beiden Stababstandsverhältnissen eine große Ähnlichkeit. Dies trifft, außer im Einflußbereich der Spalte, auch für den Wandkanal zu (Abbildung 5.12 und Abbildung 5.13). Die große Ähnlichkeit der Verteilungen der Turbulenzenergie und der axialen Turbulenzintensitäten wird vor allem in den jeweiligen Höhenliniendarstellungen deutlich, die absolute Maxima der kinetischen Energie an Stellen maximaler axialer Intensitäten erkennen lassen. Bei beiden Stab- bzw. Wandabstandsverhältnissen besitzt die Verteilung der

Turbulenzenergie im Bereich des maximalen Querschnittes des Wandkanals sehr große Ähnlichkeit mit den numerischen Berechnungen von Rieke im Kreisrohr.

5.2.5 Intensität der turbulenten Temperaturschwankungen

In den Abbildungen 5.14 (a) und (b) sind die Intensitäten der turbulenten Temperaturschwankungen im Zentralkanal bei einem Stababstandsverhältnis von $P/D=1,12$ dargestellt. Im Bereich der maximalen Ausdehnung des Unterkanals zeigt die Verteilung eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Hishida und Nagano (1979), die Untersuchungen in einem beheizten Kreisrohr durchgeführt haben. Im Rest des Unterkanals sind die Verteilungen entlang der Traversen flacher als im Kreisrohr, wobei die höchsten Werte bei etwa $17,5^\circ$ und die niedrigsten im Spalt zwischen den Stäben auftreten. Die Höhenliniendarstellungen der Temperaturschwankungen (b) und der axialen Turbulenzintensitäten zeigen eine auffallende Ähnlichkeit, was bereits von Hishida und Nagano im Kreisrohr beobachtet wurde. Das relative Maximum der Intensität der Temperaturschwankungen (etwa 1,1), wie auch der axialen Turbulenzintensität liegt bei $\varphi=17,5^\circ$ auf der Linie des größten Wandabstandes und ist auf denselben Entstehungsmechanismus zurückzuführen. Bei kleinerem Stababstandsverhältnis $P/D=1,06$ (Abbildungen 5.14 (c) und (d)) sind die Temperaturschwankungen in Analogie zu den axialen Turbulenzintensitäten zu höheren Werten von maximal 1,85 verschoben. Die Verteilung der Werte ist bei allen Traversen über dem gesamten Unterkanalquerschnitt nahezu konstant und zeigt ein Maximum an der Stelle maximaler axialer Intensität auf der Linie des größten Wandabstandes. Die Konstanz der Temperaturschwankungen bei kleinem Stababstandsverhältnis ist auf die mit abnehmender relativer Spaltbreite stark zunehmende Intensität der großskaligen Strömungspulsationen zurückzuführen. Dies führt zu hohen azimuthalen Turbulenzintensitäten und demzufolge zu einem gesteigerten Austausch von Impuls und Wärme durch den Spalt. Hohe Turbulenzintensitäten sind also nicht auf den unmittelbaren Einflußbereich der Berandung beschränkt, wie beispielsweise im Kreisrohr. Dies führt im gesamten Unterkanal aufgrund der Analogie zwischen dem turbulenten Austausch von Impuls und Wärme nicht nur zu hohen Geschwindigkeitsschwankungen, sondern auch zu hohen Schwankungen der Temperatur als transportierter Größe.

Im Wandkanal erreicht die Intensität der Temperaturschwankungen aufgrund der asymmetrischen Temperaturverteilung (einseitige Beheizung) und der daraus resultierenden größeren Gradienten der zeitlich gemittelten Temperatur wesentlich höhere Werte als im

Zentralkanal. Maximale Werte um 2,4 bei größerem Wandabstandsverhältnis (Abbildung 5.15) und 4,5 bei engerem Gitter (Abbildung 5.16) treten in der Nähe des Spaltes zwischen den Stäben bei Winkelkoordinaten von 5° bis 10° auf. In diesem Bereich ist sowohl der Gradient der zeitlich gemittelten Temperatur parallel zur Wand, als auch die azimutale Turbulenzintensität sehr groß, was zu einem intensiven Austausch von Fluidelementen stark unterschiedlicher Temperatur d.h. zu ausgeprägten Temperaturschwankungen führt. Bei größerem Wandabstandsverhältnis sind die Temperaturschwankungen über dem Querschnitt des Unterkanales nahezu konstant, bei kleinerem W/D -Verhältnis steigen die Intensitäten in der Nähe des Stabspaltes bei zunehmendem Abstand von der Wand sogar an. Kleinere Temperaturschwankungen, die etwa die Größenordnung der Werte in Zentralkanälen erreichen, treten erwartungsgemäß in der Nähe der unbeheizten Kanalwand auf. Dort ist auch die Variation der Werte entlang der Kanalwand sehr klein. Minimale Werte existieren auch direkt im Spalt zwischen Stabwand und Kanalwand, wo der Gradient der zeitlich gemittelten Temperatur verschwindet. In der Nähe der beheizten Stabwand treten in Umfangsrichtung große Änderungen der Temperaturschwankungen auf, die sich bei dem engen Gitter um den Faktor 3,2 ändern. Lokale Maxima der Intensitäten sind in der Nähe der beheizten Wand bei $\varphi=60^\circ$ vorhanden, was auf den großen Impulstransport in axialer Richtung bei dieser Winkelkoordinate zurückzuführen ist.

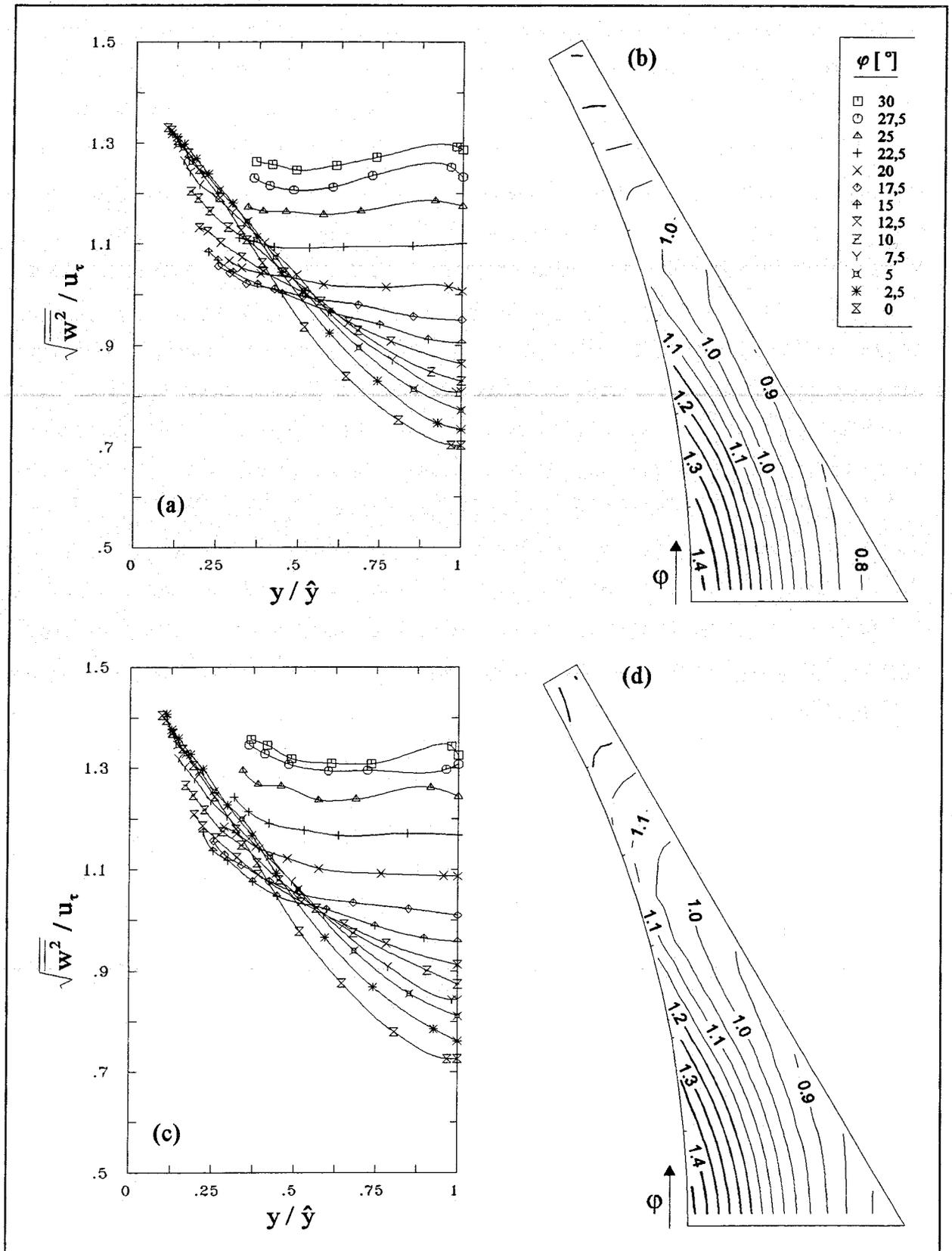


Abbildung 5.1: Azimutale Turbulenzintensität im Zentralkanal bei $P/D=1,06$ in isothermer Strömung als xy-Darstellung (a) und Isoliniendarstellung (b), sowie in beheizter Strömung als xy-Darstellung (c) und Isoliniendarstellung (d).

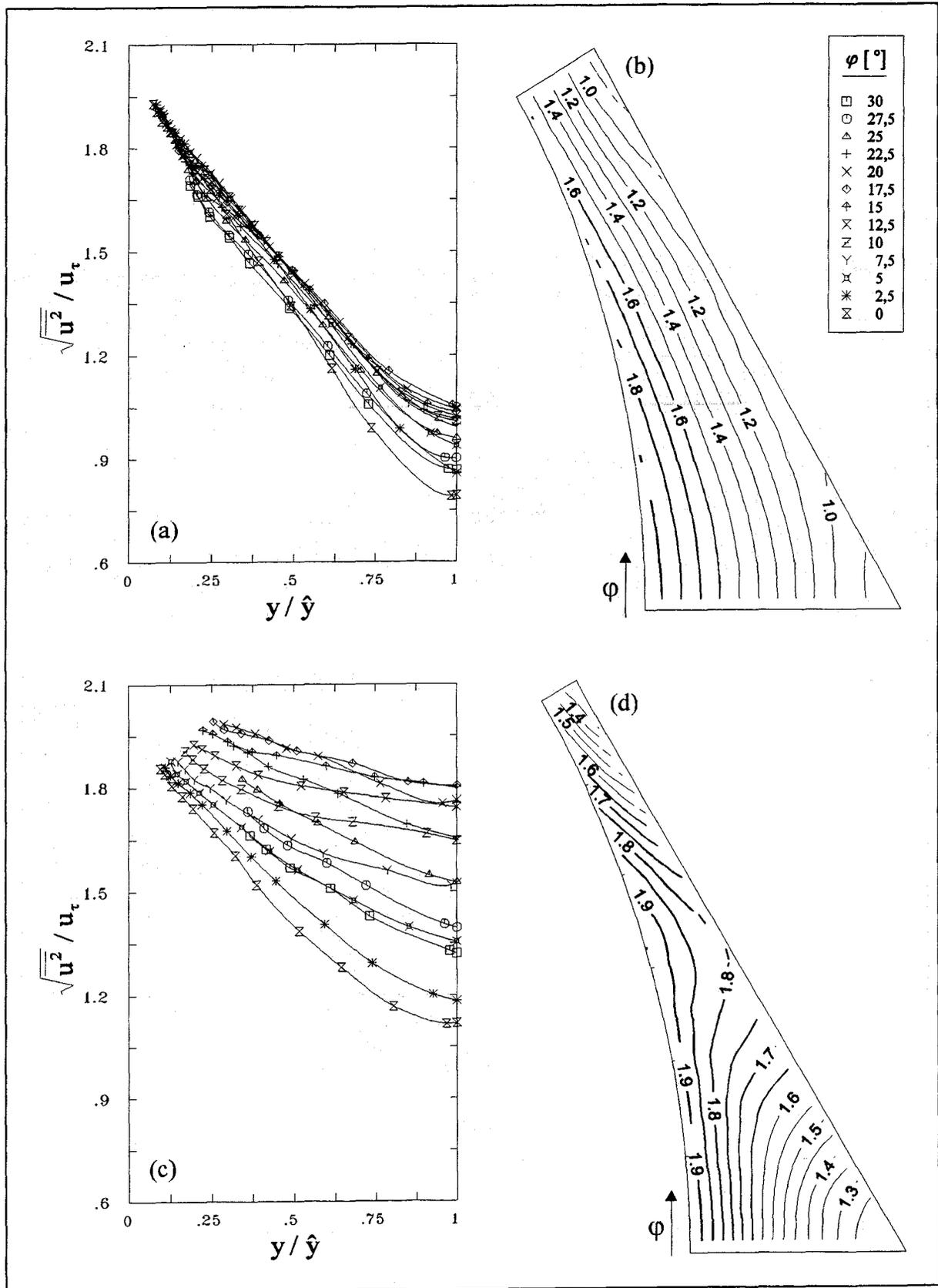


Abbildung 5.2 Axiale Turbulenzintensität im Zentralkanal bei $P/D=1,12$ als xy -Darstellung (a) und Isoliniendarstellung (b), sowie bei $P/D=1,06$ als xy -Darstellung (c) und Isoliniendarstellung (d).

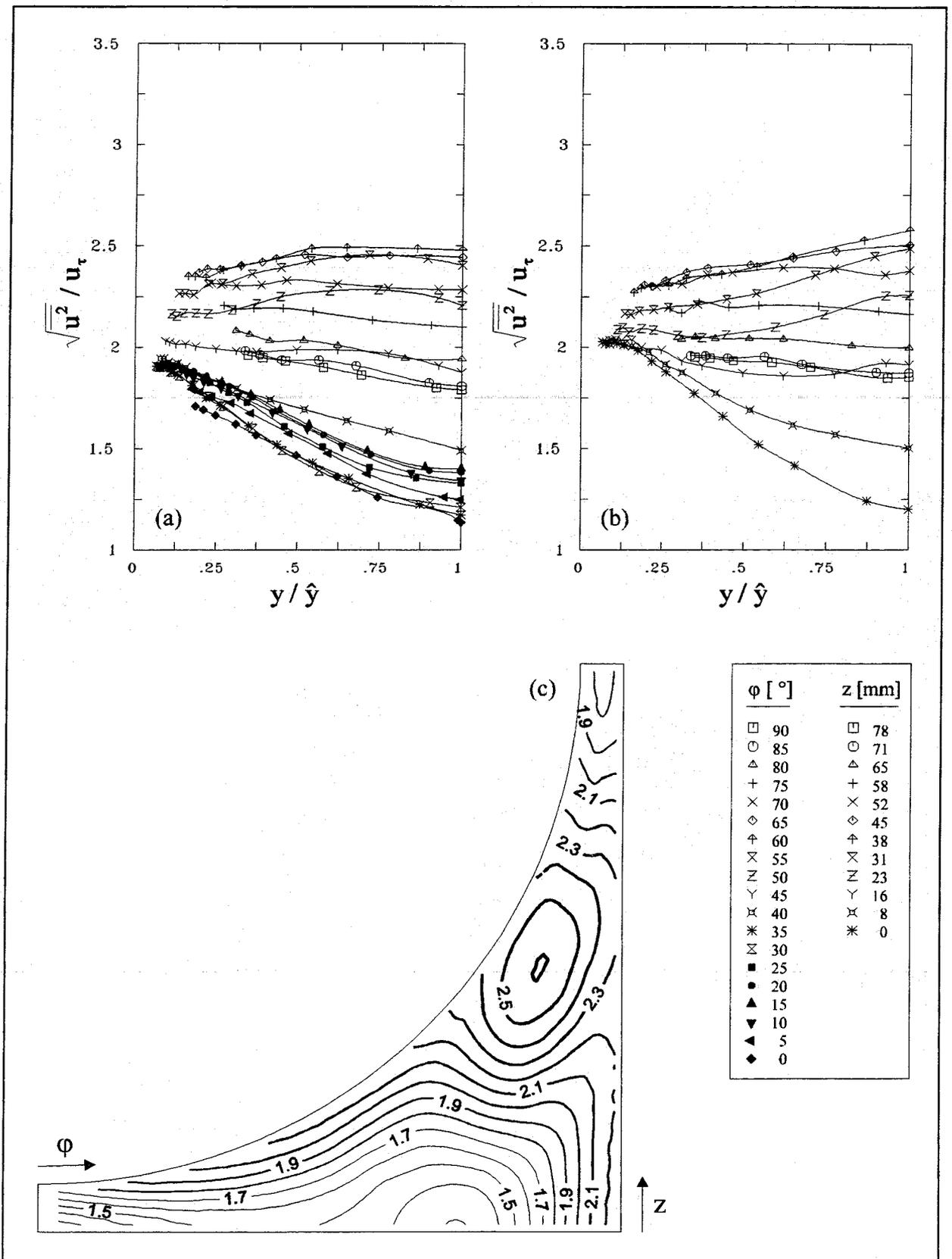


Abbildung 5.3: Axiale Turbulenzintensität im Wandkanal bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$ als xy-Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isoliniendarstellung (c).

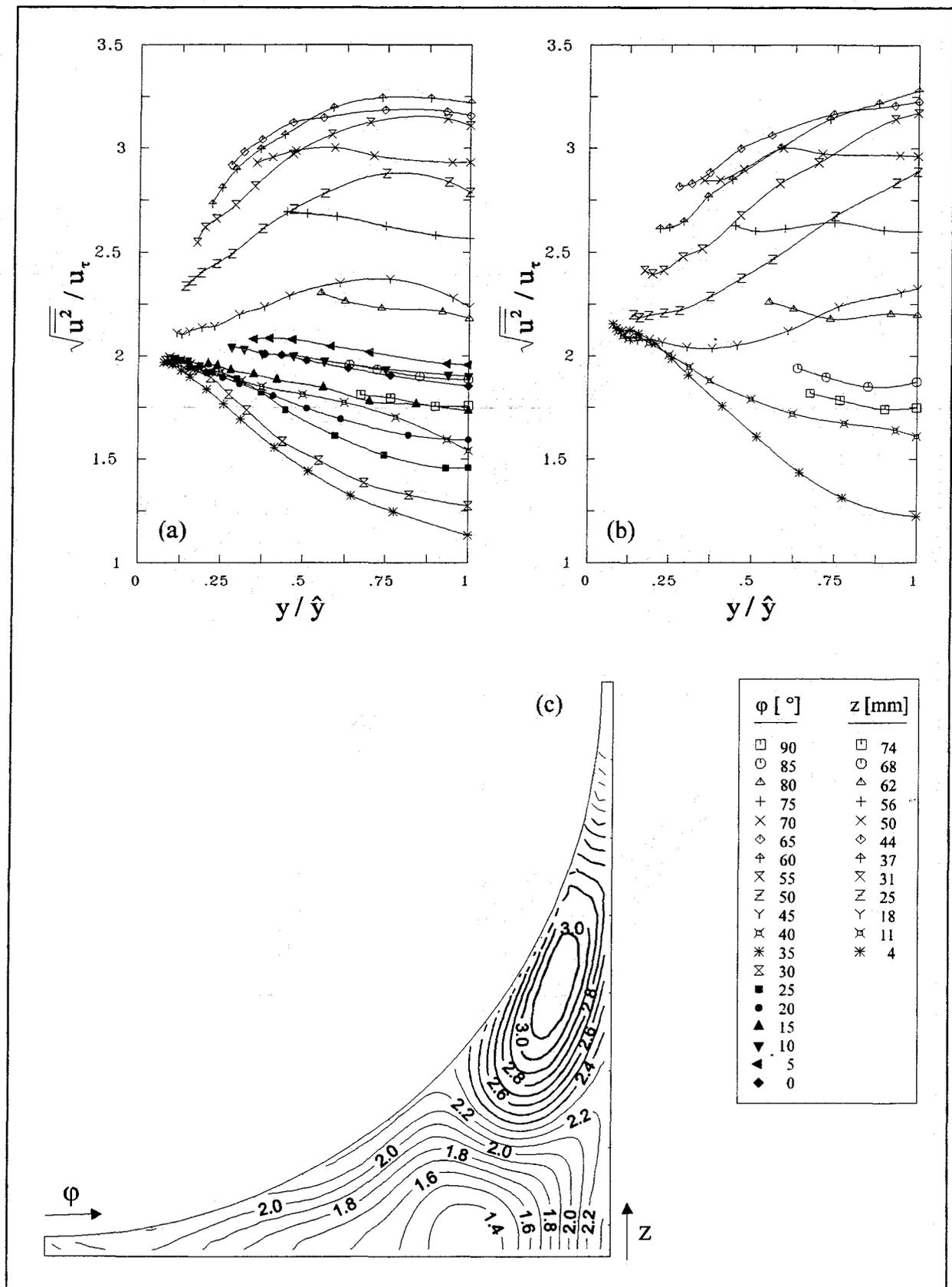


Abbildung 5.4: Axiale Turbulenzintensität im Wandkanal bei $P/D=1,06$ und $W/D=1,03$ als xy-Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isoliniendarstellung (c).

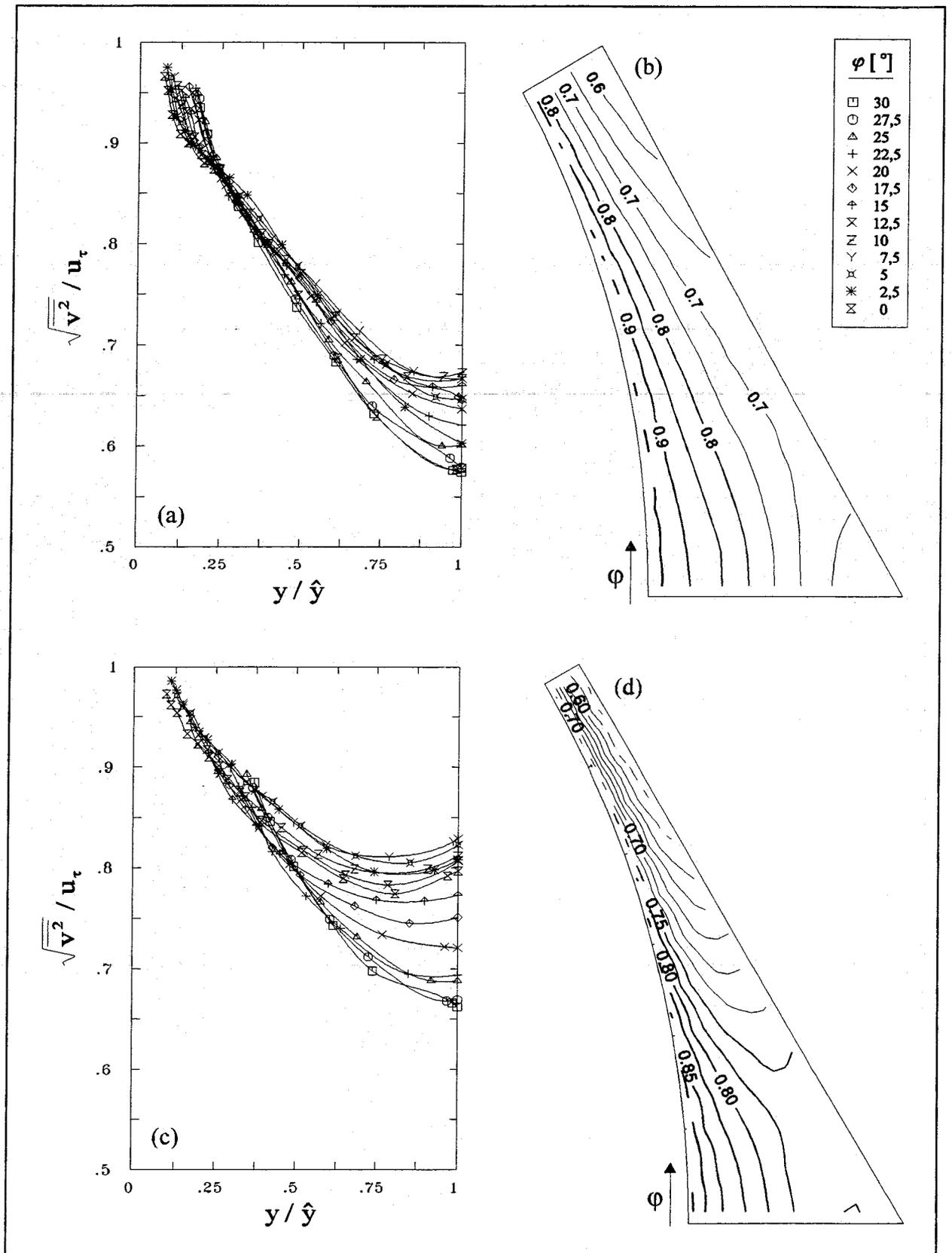


Abbildung 5.5 Turbulenzintensität in wandnormaler Richtung im Zentralkanal bei $P/D=1,12$ als xy-Darstellung (a) und Isoliniendarstellung (b), sowie bei $P/D=1,06$ als xy-Darstellung (c) und Isoliniendarstellung (d).

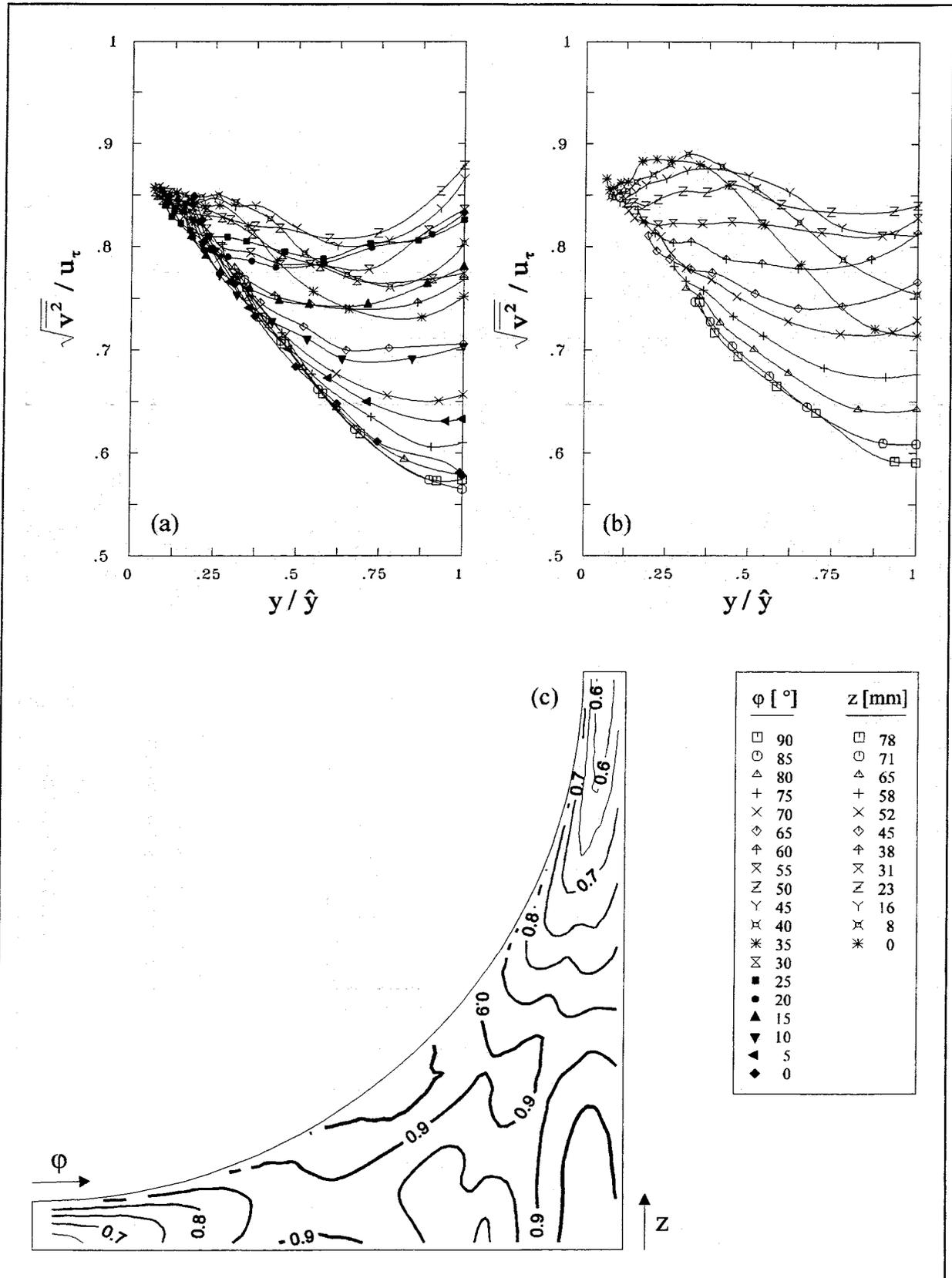


Abbildung 5.6: Turbulenzintensität in wandnormaler Richtung im Wandkanal bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$ als xy -Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isoliniendarstellung (c).

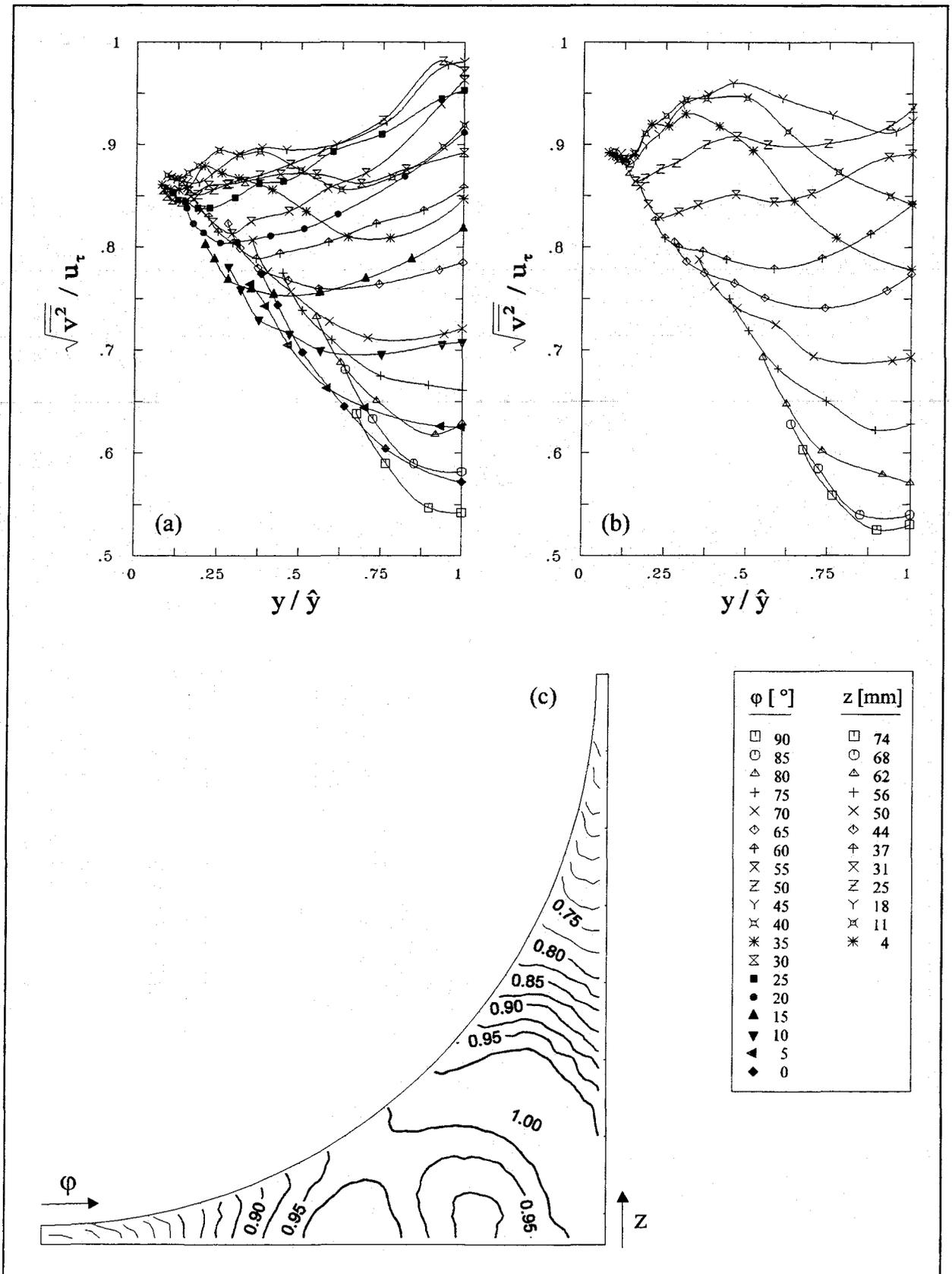


Abbildung 5.7: Turbulenzintensität in wandnormaler Richtung im Wandkanal bei $P/D=1,06$ und $W/D=1,03$ als xy -Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isoliniendarstellung (c).

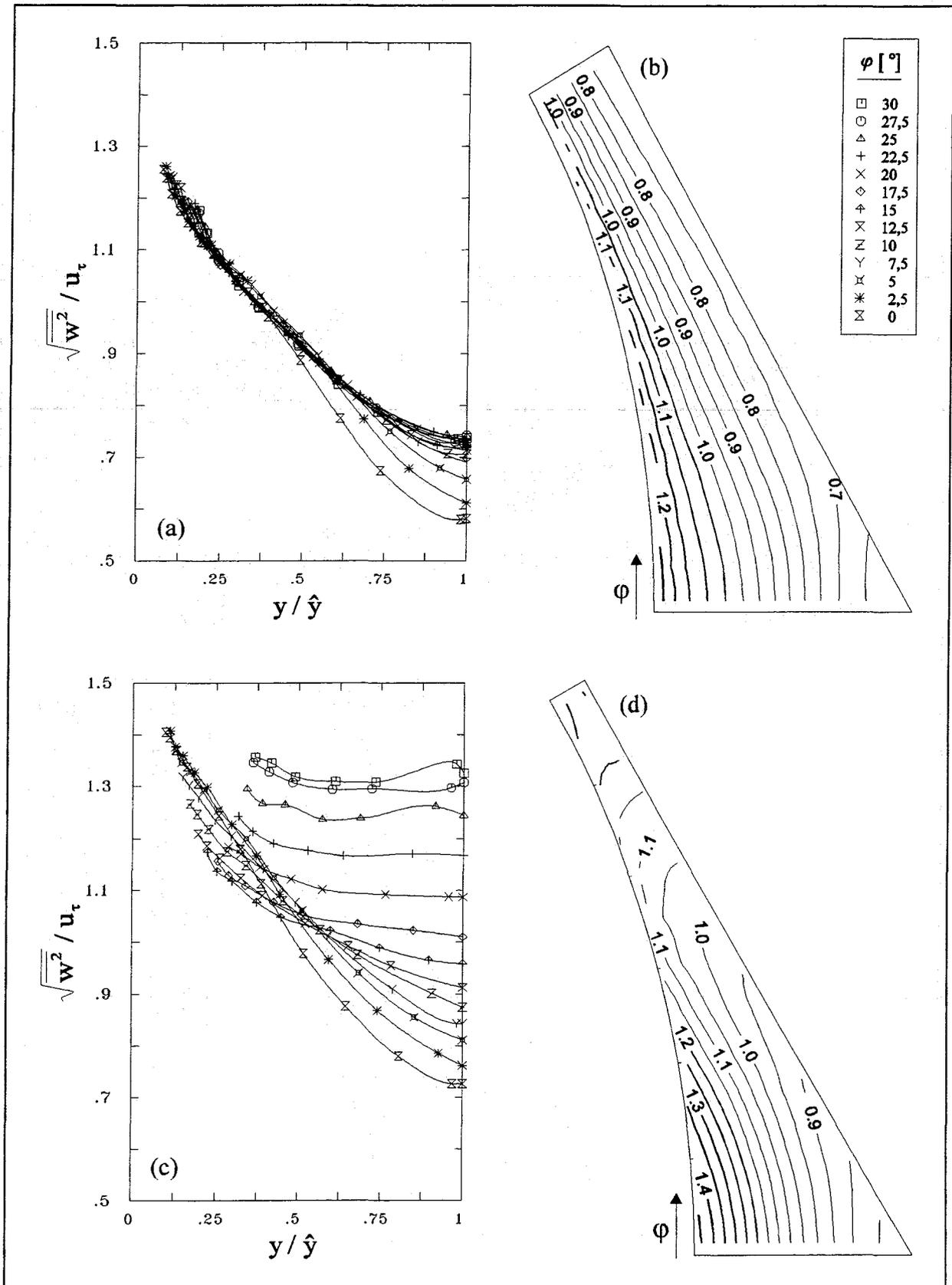


Abbildung 5.8 Turbulenzintensität in wandparalleler Richtung im Zentralkanal bei $P/D=1,12$ als xy -Darstellung (a) und Isoliniendarstellung (b), sowie bei $P/D=1,06$ als xy -Darstellung (c) und Isoliniendarstellung (d).

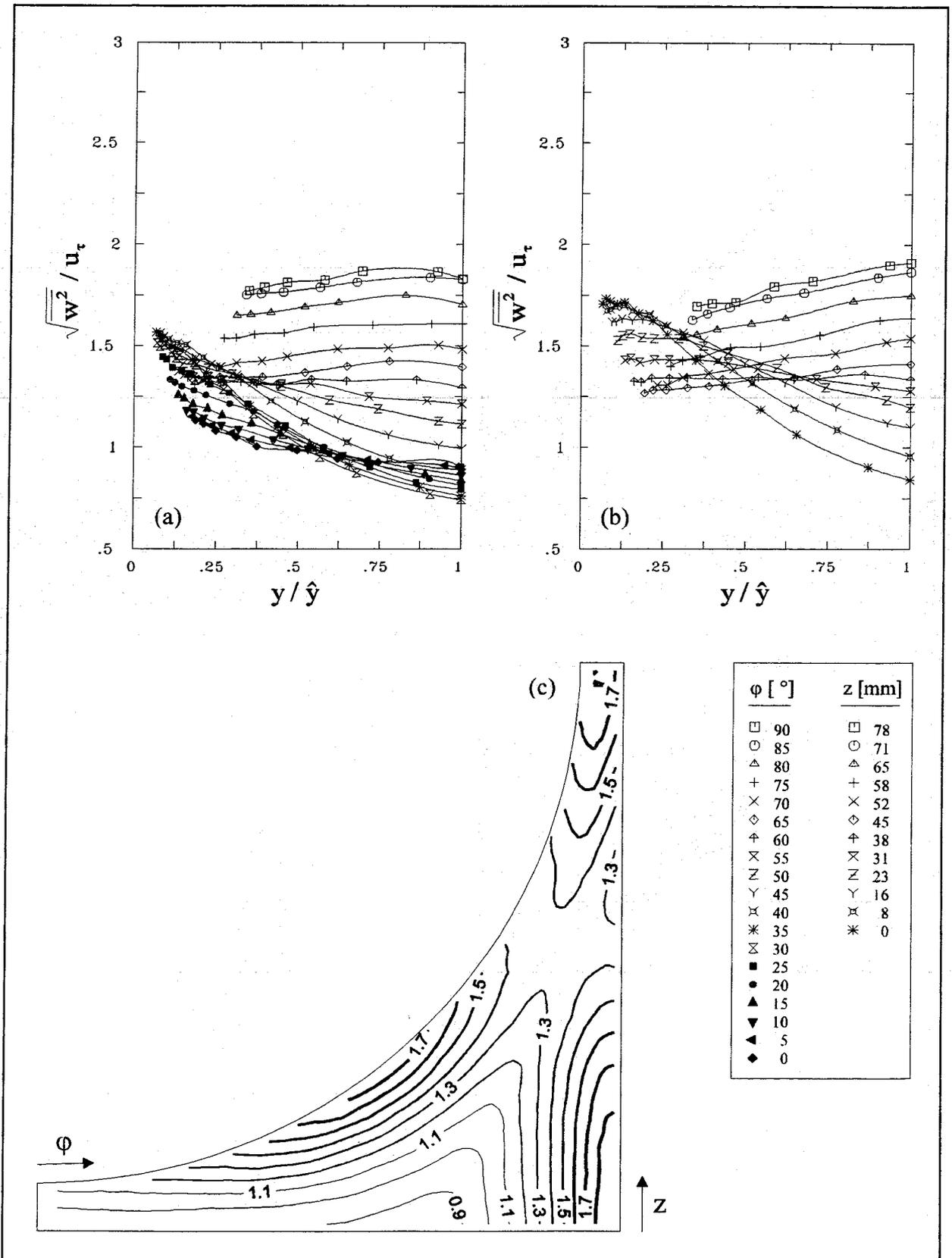


Abbildung 5.9: Turbulenzintensität in wandparalleler Richtung im Wandkanal bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$ als xy -Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isoliniendarstellung (c).

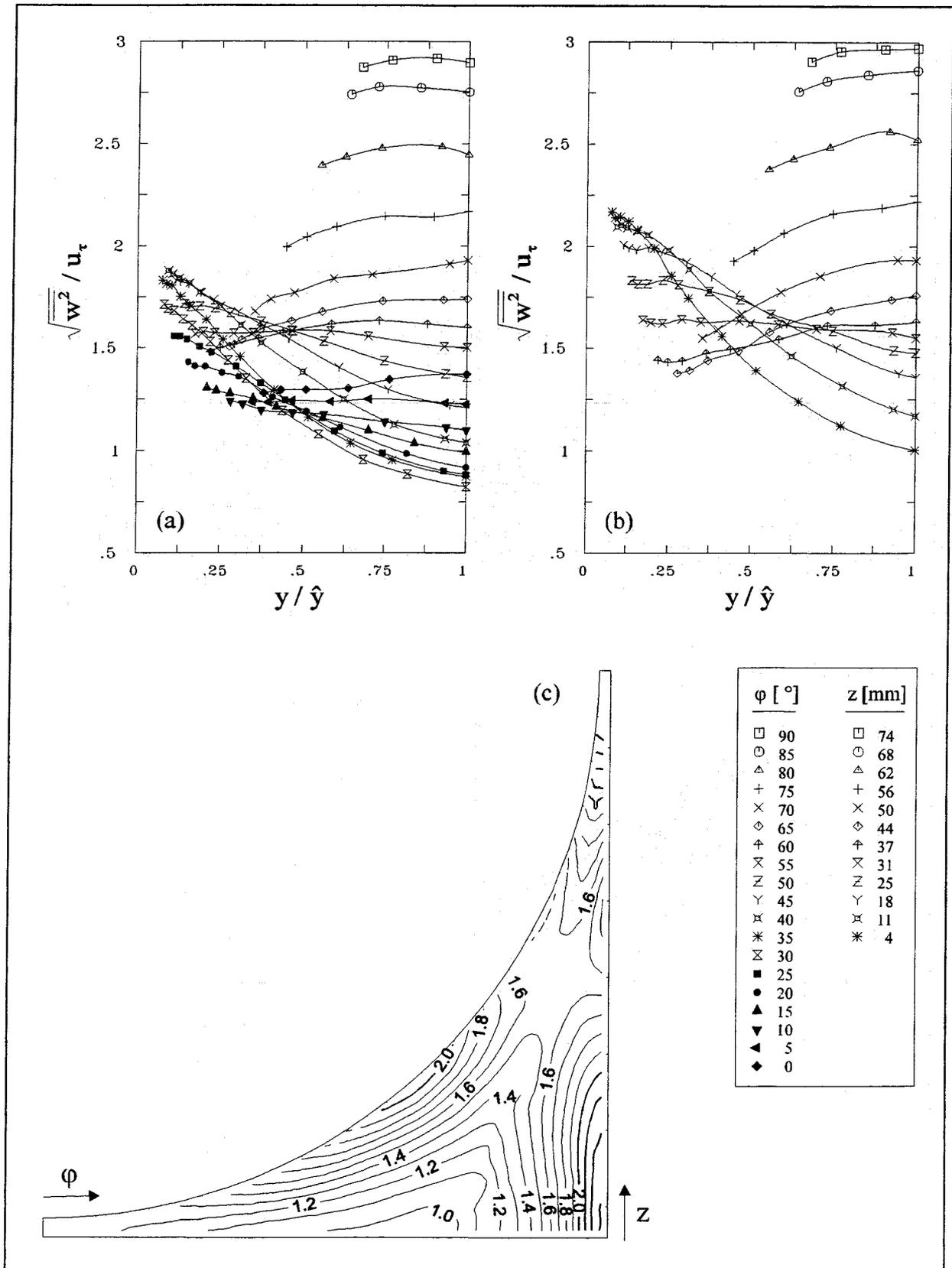


Abbildung 5.10: Turbulenzintensität in wandparalleler Richtung im Wandkanal bei $P/D=1,06$ und $W/D=1,03$ als xy -Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isoliniendarstellung (c).

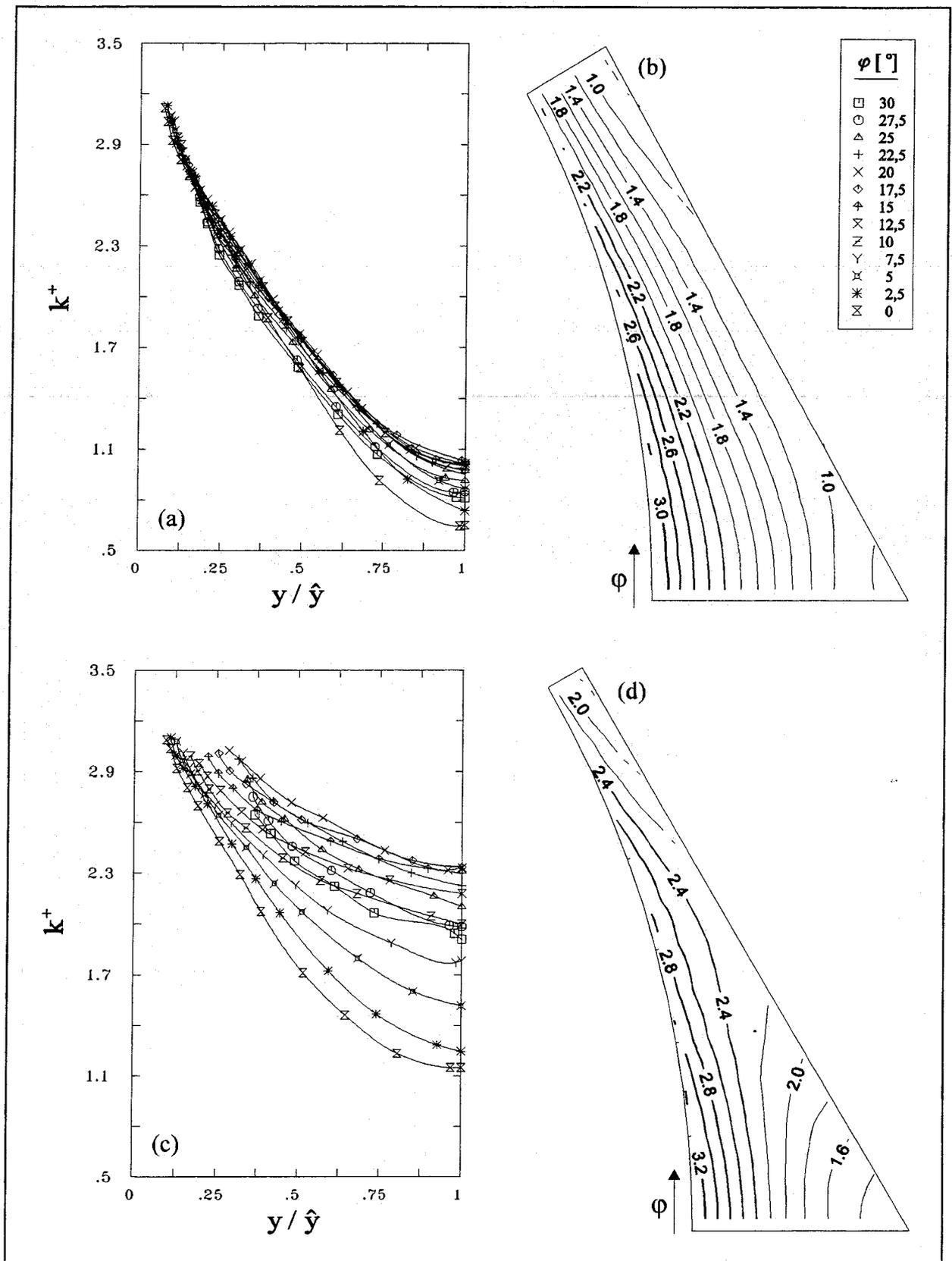


Abbildung 5.11 Kinetische Energie der Turbulenz im Zentralkanal bei $P/D=1,12$ als xy -Darstellung (a) und Isoliniendarstellung (b), sowie bei $P/D=1,06$ als xy -Darstellung (c) und Isoliniendarstellung (d).

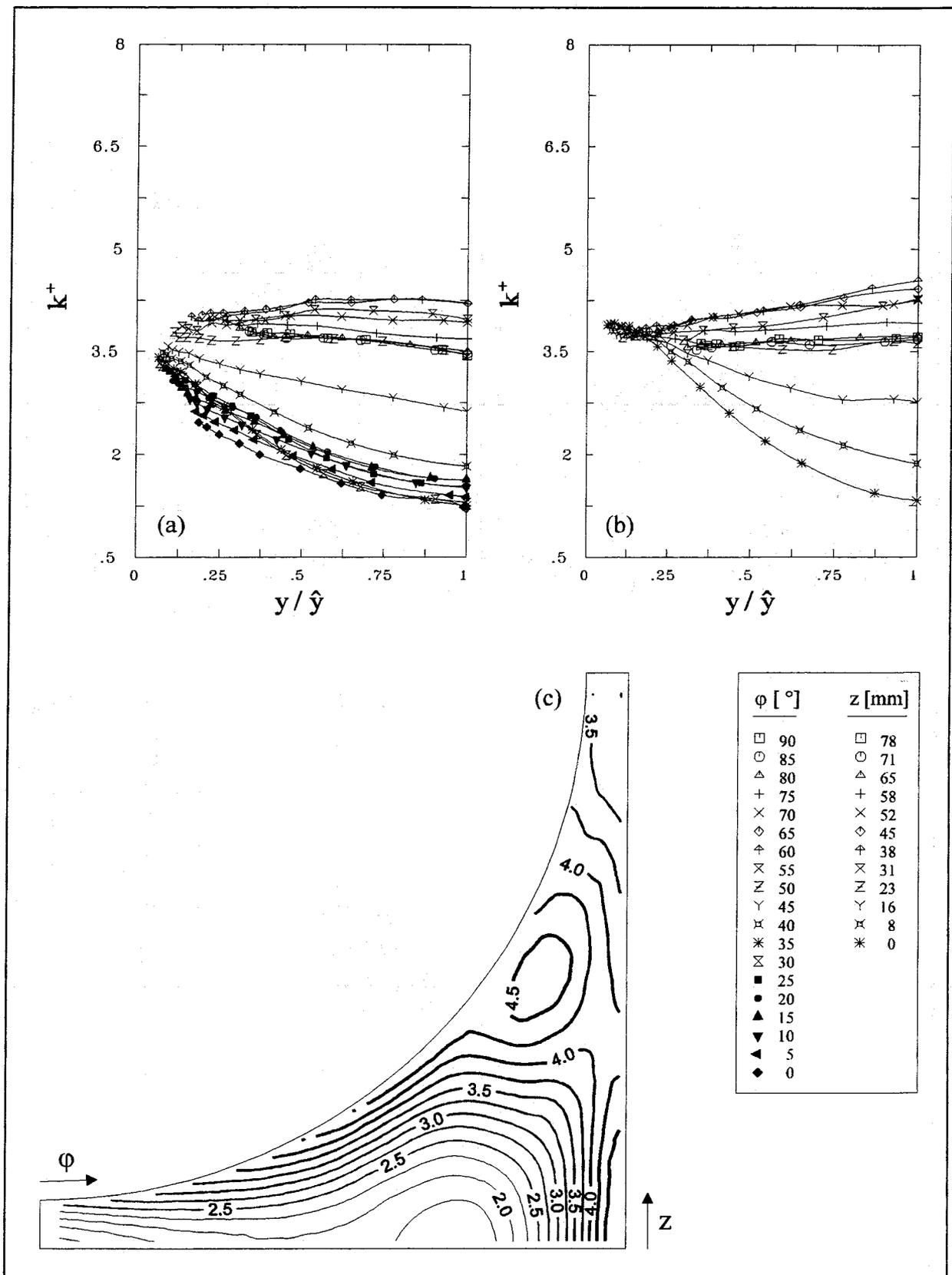


Abbildung 5.12: Kinetische Energie der Turbulenz im Wandkanal bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$ als xy -Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isoliniendarstellung (c).

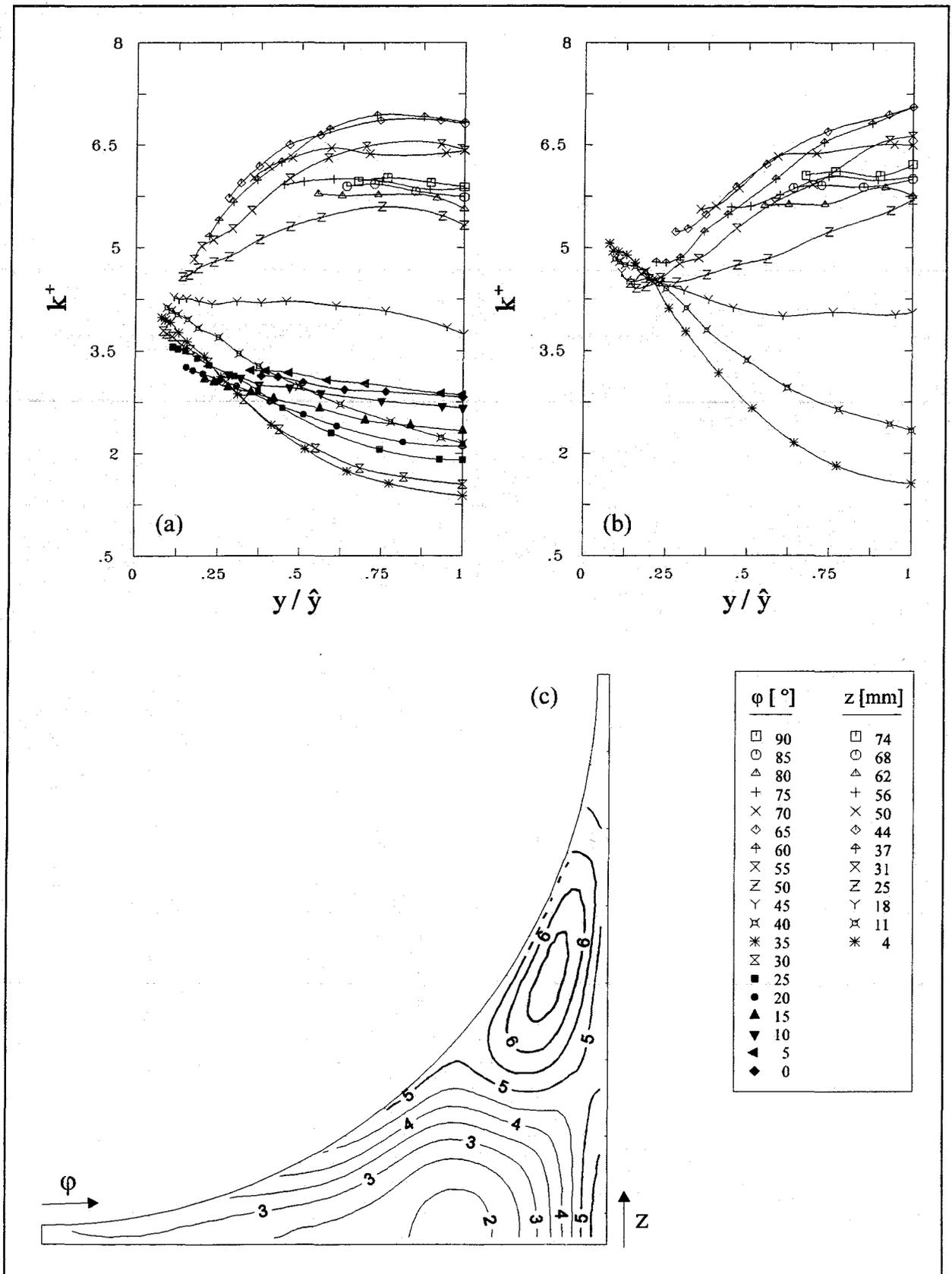


Abbildung 5.13: Kinetische Energie der Turbulenz im Wandkanal bei $P/D=1,06$ und $W/D=1,03$ als xy-Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isoliniendarstellung (c).

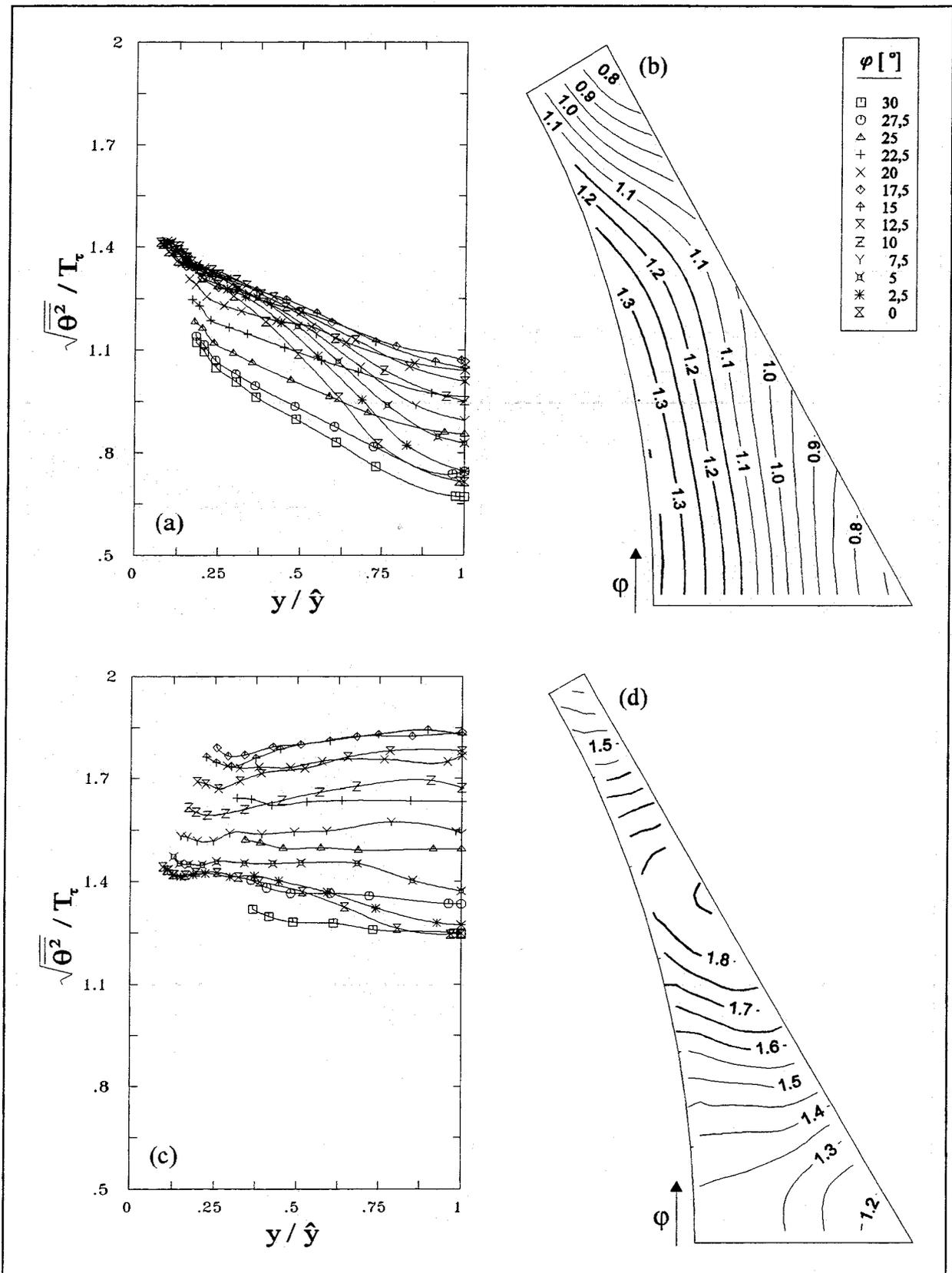


Abbildung 5.14 Intensität der turbulenten Temperaturfluktuationen im Zentralkanal bei $P/D=1,12$ als xy -Darstellung (a) und Isolinien-darstellung (b), sowie bei $P/D=1,06$ als xy -Darstellung (c) und Isolinien-darstellung (d).

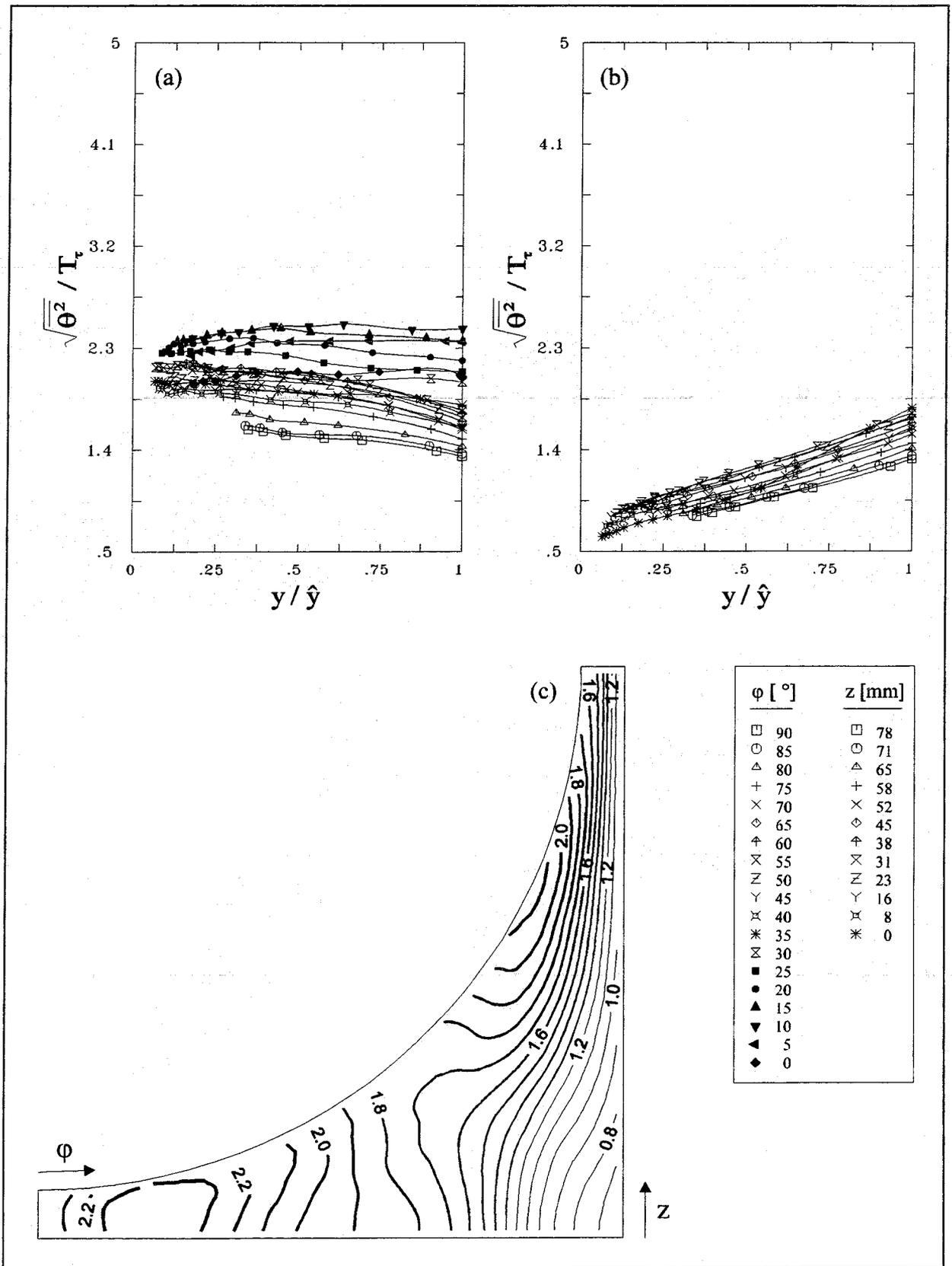


Abbildung 5.15: Intensität der turbulenten Temperaturfluktuationen im Wandkanal bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$ als xy-Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isolinien-darstellung (c).

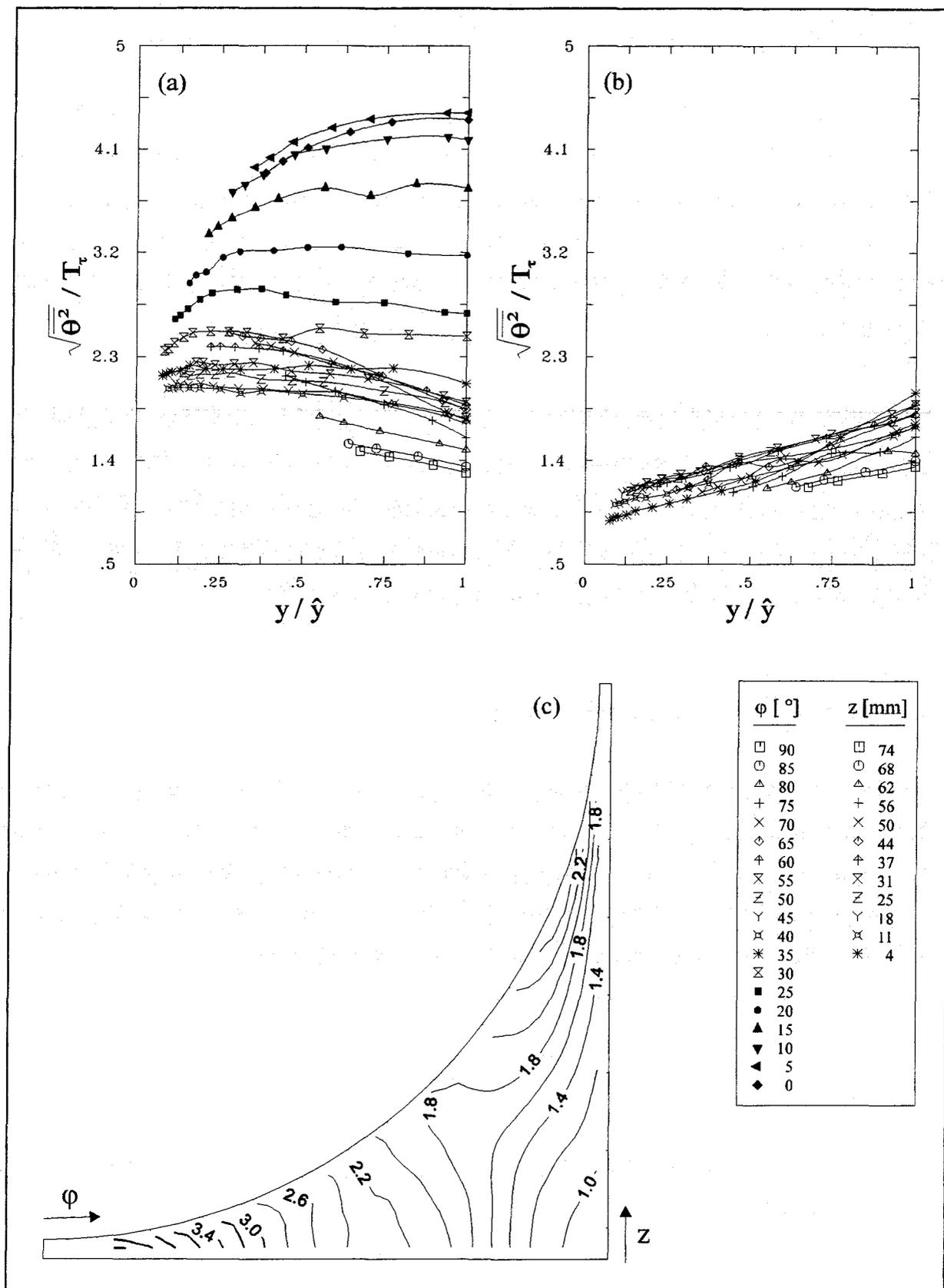


Abbildung 5.16: Intensität der turbulenten Temperaturfluktuationen im Wandkanal bei $P/D=1,06$ und $W/D=1,03$ als xy-Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isoliniendarstellung (c).

5.3 Turbulente Schubspannungen und Wärmeströme

In der zeitlich gemittelten Impulsbilanzgleichung (2.4) treten infolge der Nichtlinearität der konvektiven Terme turbulente Zusatzglieder $-\rho \overline{u_i u_j}$ auf, die sich als Komponenten eines Tensors der turbulenten Spannungen interpretieren lassen. Die Elemente der Hauptdiagonalen ($i=j$) stellen turbulente Normalspannungen dar und wurden bereits in Abschnitt 5.2 diskutiert. Die nachfolgend beschriebenen Elemente $i \neq j$ lassen sich als turbulente Tangential- bzw. Schubspannungen deuten.

In Analogie zur Impulsbilanzgleichung treten auch in der zeitlich gemittelten Energiebilanzgleichung (2.5) turbulente Zusatzterme $-\rho c_p \overline{u_i \theta}$ auf, die Produkte aus der Schwankung der transportierten Eigenschaft und der Schwankungsgeschwindigkeit darstellen. Der Reynoldssche Wärmestrom ist im Gegensatz zum Reynoldsschen Spannungstensor ein Vektor, da die Energie eine skalare Größe im Vergleich zum vektoriellen Impuls ist.

5.3.1 Radiale turbulente Schubspannung

An dieser Stelle sollen zunächst einige Überlegungen zur Verteilung der Schubspannung in Kreisrohren angestellt werden. Die Schubspannungsverteilung ist im Kreisrohr bei turbulenter Strömung ebenso eine lineare Funktion der radialen Koordinate wie im laminaren Fall, da die zugrundeliegenden Kräftegleichungen formal identisch sind. Die Integration des Kräftegleichgewichtes liefert in Analogie zum laminaren Fall (siehe Jischa (1982))

$$\underline{\tau}(r) = \tau_w \frac{r}{R}. \quad (5.2)$$

Im turbulenten Fall ist mit der Schubspannung $\underline{\tau}$ allerdings die Summe aus molekularem und turbulentem Anteil

$$\underline{\tau}(r) = \mu \frac{d\overline{U}}{dr} - \rho \overline{u v} \quad (5.3)$$

gemeint. Durch Einsetzen von Gleichung (5.3) in Gleichung (5.2) erhält man unter Vernachlässigung des molekularen Anteils in Gleichung (5.3) und mit Gleichung (4.4) eine lineare Abhängigkeit der dimensionslosen radialen Schubspannung vom relativen Wandabstand entsprechend der Gleichung

$$-\frac{\overline{u v}}{u_r^2} = \frac{r}{R} \quad (5.4)$$

Die durch diese Gleichung beschriebene Kurve ist als gestrichelte Linie in Abbildung 5.17 eingetragen, zusammen mit den dimensionslosen radialen Schubspannungsverteilungen im Zentralkanal für die zwei Stababstandsverhältnisse. Bei dem P/D -Verhältnis von 1,12 stimmt die radiale Schubspannungsverteilung im Stabbündel sehr gut mit der theoretisch ermittelten Kurve für das Kreisrohr überein. Die Verteilung zeigt, daß, abgesehen von der unmittelbaren Wandnähe, die gesamte radiale Schubspannung auf den turbulenten Anteil $-\rho u v$ zurückzuführen ist. Bei kleinerem Stababstandsverhältnis liegen die Meßwerte in der Nähe der Wand etwas niedriger als die theoretischen Kreisrohrwerte. An der Linie maximalen Wandabstandes gehen die Meßwerte im Winkelbereich zwischen 5° und 20° nicht gegen Null, wie aus Symmetriegründen zu erwarten wäre. Dies liegt an der Wahl der Koordinatenrichtung, wie bereits in Abschnitt 5.2.2 diskutiert. In Bereichen, in denen die radialen Koordinaten merklich von Orthogonalen zur Geschwindigkeitsverteilung abweichen, wird mit wachsendem Wandabstand ein zunehmender Anteil der azimuthalen turbulenten Schubspannung mitgemessen und als radiale turbulente Schubspannung interpretiert. Im Bereich des engsten Querschnitts ist dieser Effekt am ehesten zu vernachlässigen, da dort nur sehr kleine Abweichungen der radialen Koordinaten von den Orthogonalen zur Geschwindigkeitsverteilung auftreten. Vernachlässigbar ist der Effekt auch im Bereich der Traverse entlang des größten Unterkanalquerschnitts, in dem aus Symmetriegründen die azimuthale turbulente Schubspannung gegen Null geht.

Zur Untersuchung des Einflusses der azimuthalen turbulenten Schubspannung auf die Komponente $-\rho u v$ wurde die x-Sonde im Zentralkanal ($P/D=1,06$) an den Winkelpositionen 10° , 15° und 20° , sowie im Wandkanal ($W/D=1,03$; $P/D=1,06$) an den Traversen 50° , 60° und 70° , auf der Linie der Maximalgeschwindigkeit exakt senkrecht zu der Symmetrielinie ausgerichtet. Es ergaben sich Werte der radialen turbulenten Schubspannung, die im Bereich zwischen $-0,03$

und $-0,005$ lagen, d.h. die turbulente Schubspannung senkrecht zur Wand geht an der Symmetrielinie gegen den Wert Null.

5.3.2 Azimutale turbulente Schubspannung

Abbildung 5.18 zeigt die Verteilung der turbulenten Schubspannung parallel zur Wand im Zentralkanal des Bündels bei $P/D=1,12$ (a) und (b) und bei $P/D=1,06$ (c) und (d). Im Bereich des maximalen Kanalquerschnitts und direkt im Spalt zwischen den Stäben hat die azimutale turbulente Schubspannung bei beiden Stababstandsverhältnissen aus Symmetriegründen den Wert Null. In diesen Bereichen geht auch der Gradient der zeitlich gemittelten axialen Geschwindigkeit in Umfangsrichtung gegen Null. Maximale Werte der Schubspannung werden jeweils auf der Linie des größten Wandabstandes bei der Winkelkoordinate $\varphi=20^\circ$ erreicht, was besonders aus den Isoliniendarstellungen deutlich wird. An exakt dieser Position hat auch die axiale Turbulenzintensität ein absolutes Maximum, was auf die bereits in Abschnitt 5.2.1 erwähnten Strömungspulsationen zurückzuführen ist. Bei größerem Stababstand werden maximale Werte der azimutalen turbulenten Schubspannung von etwa $0,29$ erreicht. Bei kleinerem Stababstandsverhältnis von $P/D=1,06$ ist die Variation der Werte in azimutaler Richtung wesentlich stärker ausgeprägt. Das Maximum der Schubspannung von $1,20$ ist im Vergleich zu den Ergebnissen bei größerem Stababstand um den Faktor 4 höher.

Abbildung 5.19 und Abbildung 5.20 zeigen die wandparallele turbulente Schubspannung für einen Wandkanal des Bündels. Aus beiden Abbildungen wird deutlich, daß an Symmetrielinien ($\varphi=90^\circ$) und bei $\varphi=25^\circ$ bis 30° die azimutale Schubspannung erwartungsgemäß Null wird. An diesen Stellen geht auch der Gradient der zeitlich gemittelten axialen Geschwindigkeit parallel zur Wand gegen Null. Maximale Werte der Schubspannung werden in Bereichen maximaler axialer Turbulenzintensität erreicht (auf der Linie der Maximalgeschwindigkeit bei Winkelkoordinaten von 65° bis 75° bzw. $z=45$ bis 60mm). Bei einem Wandabstandsverhältnis von $W/D=1,06$ ($P/D=1,12$) liegen die Maxima der azimutalen Schubspannung bei etwa $2,2$. Es ergeben sich somit im Wandkanal mit $W/D=1,06$ ($P/D=1,12$) höhere Werte der wandparallelen turbulenten Schubspannung als im vergleichbaren Zentralkanal mit $P/D=1,06$. Der Spalt zwischen Stab- und Kanalwand im Wandkanal mit $W/D=1,06$ hat dieselbe Breite wie der Spalt zwischen den Stäben im Zentralkanal mit $P/D=1,06$. Mit zunehmender Entfernung von diesem Spalt findet im Zentralkanal jedoch eine schnellere Zunahme des Unterkanalquerschnitts statt. Meyer und Rehme untersuchten 1995 die Turbulenzstruktur in einer Geometrie, die aus einem

Hauptkanal mit einem Schlitz in einer der Wände bestand. Sie stellten eine Zunahme der Intensität der großskaligen Pulsationen in Geometrien mit größerer relativer Spalttiefe fest. Die höhere Intensität der Turbulenz in Wandkanälen gegenüber vergleichbaren Zentralkanälen dürfte auf denselben Mechanismus zurückzuführen sein.

Bei dem in Abbildung 5.20 dargestellten engeren Gitter ($W/D=1,03$ bzw. $P/D=1,06$) treten Werte der azimuthalen turbulenten Schubspannung von 4,1 auf, d.h. die um den Faktor 4,1 höher sind als die entsprechenden lokalen Wandschubspannungen. Diese hohen azimuthalen turbulenten Schubspannungen deuten wiederum auf eine ausgeprägte energetische Struktur im Zentrum des Spaltes zwischen Stabwand und Kanalwand hin, die in etwas abgeschwächter Form auch im breiteren Spalt zwischen den Stäben vorhanden ist.

5.3.3 Transversale turbulente Schubspannung

Die Komponente $-\rho \overline{vw}$ des Reynoldsschen Spannungstensors wurde in der Vergangenheit sehr selten untersucht, was vor allem auf experimentelle Schwierigkeiten zurückzuführen ist. Die Bestimmung der transversalen turbulenten Schubspannung mittels einer x-Draht-Sonde oder einer schrägen 1-Draht-Sonde, die an jeder Meßposition in mehrere Winkelstellungen um ihre Rotationsachse gedreht wird, ist prinzipiell möglich (siehe Anhang C). Da die transversale Schubspannung in diesen Fällen aber aus der Differenz zweier bzw. mehrerer etwa gleich großer Signale berechnet wird, ist der zu erwartende Fehler sehr groß. Geringere Unsicherheiten verspricht die Verwendung einer 4-Draht-Sonde, die eine direkte Messung der transversalen Komponente gestattet, wie bereits in Abschnitt 3.2.3.3 beschrieben wurde.

Hooper (1980) bestimmte alle Komponenten des Reynoldsschen Spannungstensors in einem Bündel aus 6 Stäben in quadratischer Anordnung mit Hilfe einer x-Draht-Sonde, die in 6 Winkelpositionen um ihre Rotationsachse gedreht wurde. Bei einem Stababstandsverhältnis von $P/D=1,194$ konnte Hooper in der Nähe des Spaltes zwischen den Stäben Werte der transversalen Schubspannung messen, die in der Nähe von Null lagen. Bei kleinerem P/D -Verhältnis von 1,107 konnte Hooper von Null verschiedene Werte $-\rho \overline{vw}$ finden. Die maximalen Werte der transversalen Schubspannung wurden im Bereich hoher azimuthaler turbulenter Schubspannung erreicht. Hooper gibt eine Unsicherheit in der Bestimmung der transversalen Komponente von 100% an. Rehme (1984 a) bestimmte die transversale turbulente Schubspannung in einem asymmetrischen 4-Stabbündel ($P/D=1,148$ und $W/D=1,074$) mittels eines um 45° zur

Hauptströmungsrichtung geneigten schrägen Hitzdrahtes, der in 5 Winkelstellungen um die Sondenachse gedreht wurde (Rehme (1984 b)). Auch er stellte fest, daß die transversale Komponente im Vergleich zu den radialen und axialen Schubspannungen insgesamt gesehen sehr klein ist und die Meßwerte starken Streuungen unterliegen. In Übereinstimmung mit Hooper fand Rehme tendenziell hohe Werte der transversalen Schubspannung in Gebieten hoher azimuthaler Schubspannung. Im Bereich des größten Unterkanalquerschnitts lagen die von Rehme gemessenen Werte in der Nähe von Null.

Die von Hooper und Rehme gefundenen Tendenzen zeigen sich auch in Zentral- und Wandkanälen des 37-Stabbündels. Abbildung 5.21 zeigt die transversale turbulente Schubspannung im Zentralkanal des Bündels bei zwei Stababstandsverhältnissen. Im engeren Gitter wurden zum Vergleich Messungen mit der 4-Draht-Sonde durchgeführt, die ebenfalls dargestellt sind. Bei $P/D=1,12$ in Bild (a) und (b) erreicht die transversale Komponente in der Nähe der Wand Werte um 0,1. Mit zunehmendem Wandabstand wird $-\rho v w$ kleiner und erreicht im Bereich des größten Kanalquerschnitts den Wert Null, was bereits von Rehme festgestellt wurde. Bei kleinerem Stababstandsverhältnis (c) werden in Wandnähe etwas höhere Werte um 0,12 erreicht. Im Bereich maximalen Unterkanalquerschnitts geht die transversale Schubspannung wieder gegen den Wert Null. In Analogie zu den Ergebnissen von Hooper und Rehme wird die transversale Komponente an der Linie maximalen Wandabstandes im Bereich hoher azimuthaler Schubspannung nicht Null. Dies ist auf den Einfluß der azimuthalen Komponente zurückzuführen, wie im folgenden Absatz beschrieben wird. Die mit der 4-Draht-Sonde gemessene Verteilung (d) zeigt große Ähnlichkeit mit den Ergebnissen der x-Draht-Sonde und unterstreicht deren Eignung zur Bestimmung aller Komponenten des Reynoldsschen Spannungstensors.

Im Wandkanal treten bei beiden Wandabstandsverhältnissen transversale Schubspannungen auf (Abbildungen 5.22 und 5.23), die von ähnlicher Größenordnung sind, wie die von Hooper und Rehme gemessenen Werte. Auch im Wandkanal besteht im Bereich des größten Unterkanalquerschnitts die Tendenz zu einem Verschwinden der transversalen Komponente. Im Bereich hoher azimuthaler Schubspannungen werden maximale Werte von $-\rho v w$ erreicht, die bei größerem Wandabstandsverhältnis bei etwa 0,3 und bei $W/D=1,03$ bei ca. 0,6 liegen. Dies ist auf den Einfluß der azimuthalen Schubspannung auf die Sonde in diesem Bereich zurückzuführen, ähnlich dem in Abschnitt 5.3.1 beschriebenen Effekt. In Bereichen, in denen die wandsenkrechten Koordinaten von Orthogonalen zur Geschwindigkeitsverteilung abweichen, wird mit wachsendem Wandabstand ein zunehmender Anteil der azimuthalen Komponente mitgemessen und als transversale turbulente Schubspannung interpretiert. Zur Untersuchung des Einflusses

der azimuthalen turbulenten Schubspannung auf die transversale Komponente des Reynolds-schen Tensors der turbulenten Schubspannungen wurde die x-Sonde im Zentralkanal an den Winkelpositionen 10° , 15° und 20° , sowie im Wandkanal an den Traversen 50° , 60° und 70° , auf der Linie der Maximalgeschwindigkeit exakt senkrecht zu der Symmetrielinie ausgerichtet. Auch für die transversale turbulente Schubspannung ergaben sich in Zentral- und Wandkanal Werte in der Nähe der Null. Wie bereits die radiale turbulente Schubspannung verschwindet folglich die Größe $-\rho \overline{v w}$ ebenfalls an der Symmetrielinie.

Die Ergebnisse der 4-Draht-Sonde in den Abbildungen 5.23 (c) und (d) zeigen eine ähnliche Verteilung wie die der x-Sonde, wobei eine geringfügige Verschiebung der 4-Draht-Ergebnisse um einen konstanten negativen Wert zu beobachten ist.

5.3.4 Axialer turbulenter Wärmestrom

Die Korrelation der Schwankungsgeschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung und der Temperaturschwankung $u \theta$ wird durch das Produkt aus der Wandschubspannungsgeschwindigkeit u_τ und der Wandwärmestromtemperatur T_τ dimensionslos gemacht. Das Einsetzen der Bestimmungsgleichungen für u_τ und T_τ in diese dimensionslose Korrelation führt zu

$$\frac{\overline{u \theta}}{u_\tau T_\tau} = \frac{\rho c_p \overline{u \theta}}{q_w} \quad (5.5)$$

Die dimensionslose Korrelation der Schwankungsgeschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung und der Temperaturschwankung drückt also das Verhältnis aus der in axialer Richtung infolge der makroskopischen Turbulenzbewegung transportierten Wärme und dem Wandwärmestrom q_w aus.

Hishida und Nagano (1979) bestimmten den relativen axialen Wärmestrom in einem beheizten Rohr mit Hilfe der Hitzdrahtmeßtechnik. Zur Messung der Temperaturschwankungen benutzten sie einen CCA-Draht mit einem Durchmesser von $5 \mu\text{m}$. Eine Dämpfung des Temperatursignals infolge der thermischen Trägheit des Drahtes wurde mittels eines analogen Kompensationskreises vermindert. Eine effektive Kompensation setzt allerdings immer die genaue Kenntnis der Zeitkonstante des Temperaturdrahtes voraus, die in aller Regel eine Funktion der

Strömungsgeschwindigkeit und Strömungstemperatur ist. Hishida und Nagano fanden Werte $-u \theta / u_\tau T_\tau$ von 1,7 bei einem dimensionslosen Wandabstand von $y^+=100$. Mit zunehmendem Abstand von der beheizten Wand nahm der axiale Wärmestrom kontinuierlich ab, um in Rohrmitte den Wert 0,27 zu erreichen.

Im Zentralkanal des 37-Stabbündels zeigt der axiale Wärmestrom bei größerem Stababstandsverhältnis eine ähnliche Verteilung wie im Kreisrohr (Abbildung 5.24 (a) und (b)). Besonders auf der Traverse bei maximalem Unterkanalquerschnitt stimmen die Werte sehr gut mit den Ergebnissen von Hishida und Nagano überein, wobei in der Nähe der beheizten Wand im Vergleich zum Kreisrohr etwas höhere Werte $-u \theta / u_\tau T_\tau$ von 2,1 erreicht werden. Mit den Ergebnissen von Meyer (1994) im 37-Stabbündel stimmen die Meßwerte ausgezeichnet überein. Meyer verwendete zur Messung der Temperaturschwankungen ebenfalls einen Draht mit einem Durchmesser von $1\mu\text{m}$. Bei kleinerem Stababstandsverhältnis von $P/D=1,06$ zeigt sich nur im Bereich des größten Kanalquerschnitts ($\varphi=0^\circ$) und im Spalt zwischen den Stäben bei $\varphi=30^\circ$ eine Abnahme des axialen turbulenten Wärmestroms mit zunehmendem Wandabstand. Im restlichen Unterkanal sind die Werte über dem gesamten Querschnitt nahezu konstant, wobei das Maximum von ca. 3,0 bei $\varphi=17,5^\circ$ auftritt, also im Bereich größter axialer Turbulenzintensität. Bei $P/D=1,12$ zeigt sich das relative Maximum an dieser Stelle weniger deutlich, was auf eine geringere Variation der Werte in Umfangsrichtung zurückzuführen ist.

Im Wandkanal nimmt der turbulente axiale Wärmestrom bei $W/D=1,06$ ($P/D=1,12$) mit zunehmendem Wandabstand kontinuierlich ab, wie in Abbildung 5.25 zu erkennen ist. Im Bereich des maximalen Unterkanalquerschnitts liegen die Werte in der Größenordnung der Ergebnisse im Kreisrohr. Das absolute Maximum von etwa 3,7 tritt in unmittelbarer Wandnähe zwischen 60° und 65° auf. In der Nähe der beheizten Wand zeigt sich außerdem ein relatives Maximum von 2,9 im Winkelbereich zwischen 10° und 15° . Diese Extrema treten bei Winkelkoordinaten auf, an denen maximale Werte der axialen Turbulenzintensität existieren. Im Gegensatz zur Verteilung der axialen Turbulenzintensität befinden sich die Extrema jedoch nicht auf der Linie der größten mittleren Geschwindigkeit, sondern in der Nähe der beheizten Stabwand. Die Ursache dafür sind sehr große Werte der axialen Turbulenzintensität bei gleichzeitig sehr großen Gradienten der mittleren Temperatur in diesem Bereich. Auf der Linie der Maximalgeschwindigkeit ist die axiale Turbulenzintensität zwar noch etwas höher, der Temperaturgradient aber sehr viel kleiner, was zu einer Verschiebung der Maxima des axialen Wärmestroms in die Nähe der beheizten Wand führt. Mit zunehmender Annäherung an die unbeheizte Kanalwand sinkt

die axiale Turbulenzintensität kontinuierlich und geht in unmittelbarer Nähe der kalten Wand infolge des verschwindenden Temperaturgradienten gegen den Wert Null.

Die Höhenliniendarstellung in Abbildung 5.26 (c) zeigt für das Wandabstandsverhältnis von $W/D=1,03$ eine ähnliche Verteilung wie im weiteren Gitter, allerdings bei höheren absoluten Werten $-u \theta / u_\tau T_\tau$. Extreme Werte des axialen turbulenten Wärmestromes von nahezu 7,0 treten im Bereich des Spaltes zwischen den beheizten Stäben auf der Linie der Maximalgeschwindigkeit auf. Die Variation der Meßwerte in Umfangsrichtung ist bei kleinerem Wandabstand stärker ausgeprägt, die Änderung in radialer Richtung von der beheizten Stabwand bis zur Linie der Maximalgeschwindigkeit dagegen geringer.

5.3.5 Radialer turbulenter Wärmestrom

Der Gesamtwärmestrom in radialer Richtung besteht in Analogie zu der turbulenten radialen Schubspannung (5.3) aus einem molekularen und einem turbulenten Anteil

$$q_k = -\lambda_h \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} + \rho c_p \bar{v} \theta, \quad (5.6)$$

wobei der turbulente Anteil mit Ausnahme der unmittelbaren Wandnähe sehr viel größer als der molekulare Anteil ist. Dies gilt streng genommen nur für Fluide mit Prandtl-Zahlen in der Nähe von eins, also z.B. für Gase und Wasser. In flüssigen Metallen kann der molekulare Anteil in (5.6) aufgrund der sehr guten Wärmeleitfähigkeit ($Pr \ll 1$) auch im vollturbulenten Bereich noch große Werte annehmen.

Abbildung 5.27 zeigt den dimensionslosen turbulenten Anteil des Wärmestromes in radialer Richtung $v \theta / u_\tau T_\tau$ im Zentralkanal bei Stababstandsverhältnissen von $P/D=1,12$ und $P/D=1,06$. Bei beiden P/D -Verhältnissen wird das Maximum von 0,5 bzw. 0,4 im Bereich des größten Unterkanalquerschnitts bei einem relativen Wandabstand von 0,25 erreicht. Hishida et al. (1986) fanden maximale Werte um 1,0 in einem beheizten Kreisrohr. Rieke (1981) bestimmte den Wärmeübergang in turbulenter Rohrströmung mit Hilfe von Transportgleichungen und fand eine Übereinstimmung zwischen den Verteilungen der radialen turbulenten Schubspannung und dem radialen turbulenten Wärmestrom. Diese Ähnlichkeit der Verteilungen von

$-u v/u_r^2$ und $v \theta/u_r T_r$ läßt sich für $P/D=1,12$ in der Höhenliniendarstellung (b) ebenfalls feststellen, allerdings bei vergleichsweise niedrigeren Werten des radialen Wärmestromes. Der turbulente Wärmeaustausch in radialer Richtung tritt offensichtlich bei abnehmendem Stababstandsverhältnis gegenüber dem radialen turbulenten Austausch von Impuls zunehmend in den Hintergrund (siehe auch Abschnitt 5.4). Es liegt die Vermutung nahe, daß sich der mit abnehmendem relativen Stababstand stark ansteigende turbulente Austausch von Wärme und Impuls in azimuthaler Richtung dämpfend auf den Wärmeaustausch senkrecht zur Wand auswirkt. Auf der Linie der Maximalgeschwindigkeit in Abbildung 5.27 ist der radiale turbulente Wärmestrom bei $\varphi=0^\circ$ und $\varphi=30^\circ$ gleich Null. Für den übrigen Bereich des Unterkanals trifft dies nicht zu, insbesondere nicht bei kleinerem Stababstand, was eine Folge der Wahl des Koordinatensystems ist, das an der Linie maximalen Wandabstandes eine Unstetigkeitsstelle aufweist.

Im Wandkanal erreicht der turbulente Wärmestrom in wandsenkrechter Richtung in der Nähe der beheizten Wand bei beiden W/D -Verhältnissen die im Zentralkanal gemessenen Werte (Abbildung 5.28 und Abbildung 5.29). Maximale Werte $v \theta/u_r T_r$ von 0,65 (bzw. 0,85 bei $W/D=1,03$) treten bei $\varphi=55^\circ$ im Bereich zwischen der beheizten Stabwand und der Linie der Maximalgeschwindigkeit auf. Die Unstetigkeit der Verteilung auf der Linie der Maximalgeschwindigkeit ist wie auch im Zentralkanal auf die Wahl der Koordinaten zurückzuführen. Mit Annäherung an die unbeheizte Kanalwand streben die Verteilungen des radialen turbulenten Wärmestromes dem Wert Null zu. Die Variation der Meßwerte in azimuthaler Richtung ist bei kleinerem Wandabstandsverhältnis stärker ausgeprägt, was vor allem im Bereich der Linie der Maximalgeschwindigkeit deutlich wird.

Bei zur Symmetrielinie senkrechter Ausrichtung der x-Sonde mit Temperaturdraht geht im Zentralkanal der radiale turbulente Wärmestrom auf der Linie der Maximalgeschwindigkeit gegen den Wert Null, wie an den Winkelpositionen 10° , 15° und 20° überprüft wurde. Bei zur Wand senkrechter Ausrichtung der Sonde dürfte der azimuthale turbulente Wärmestrom also einen ähnlichen Einfluß auf den radialen Wärmestrom haben, wie die azimuthale turbulente Schubspannung auf den Meßwert der radialen turbulenten Schubspannung (siehe auch 5.3.1). Im Wandkanal wird der radiale turbulente Wärmestrom an der Linie der Maximalgeschwindigkeit nicht Null, wie durch Messungen an den Winkelpositionen 50° , 60° und 70° bei zur Linie der Maximalgeschwindigkeit senkrechter Ausrichtung der Sonde überprüft wurde. Aufgrund der Asymmetrie des Temperaturfeldes im Wandkanal ist an dieser Linie ein Gradient der

zeitlich gemittelten Temperatur vorhanden, folglich existiert dort ein radialer Transport von Wärme aufgrund der Turbulenzbewegung senkrecht zur Wand.

5.3.6 Azimutaler turbulenter Wärmestrom

Die Verteilung des turbulenten Wärmestromes parallel zur Wand zeigt im Zentralkanal (Abbildung 5.30) bei beiden Stababstandsverhältnissen sehr große Ähnlichkeit mit der Verteilung der azimutalen turbulenten Schubspannung. Auf den Traversen $\varphi=0^\circ$ und $\varphi=30^\circ$ geht $-w \theta / u_r T_r$ gegen Null, da in diesem Bereich der Gradient der zeitlich gemittelten Temperatur aufgrund der Symmetrie des Temperaturfeldes benachbarter Unterkanalsegmente verschwindet. Maximale Werte von $-w \theta / u_r T_r$ werden im Bereich höchster azimutaler Schubspannung bei $\varphi=17,5^\circ$ auf der Linie des größten Wandabstandes erreicht. Dieses absolute Maximum liegt bei größerem Stababstand bei Werten um 0,33. Im engeren Gitter ($P/D=1,06$) werden wesentlich höhere Werte von 1,20 erreicht, was auf den starken Impulsaustausch in diesem Bereich zurückzuführen ist. Die Variation der Meßwerte in Richtung des Stabumfanges ist bei kleinerem Stababstand erwartungsgemäß wesentlich stärker ausgeprägt.

Die Ähnlichkeit der Verteilungen von azimutaler turbulenter Schubspannung und azimutalem turbulentem Wärmestrom ist auch im Wandkanal bei beiden Wandabstandsverhältnissen festzustellen (Abbildung 5.31 und Abbildung 5.32). Werte in der Nähe von Null werden direkt im engen Spalt zwischen Stab- und Kanalwand sowie in der Nähe des größten Unterkanalquerschnitts erreicht. In diesen Bereichen geht auch der azimutale Gradient der zeitlich gemittelten Temperatur infolge der Symmetrie des Temperaturfeldes gegen den Wert Null. Ein relatives Maximum von $-w \theta / u_r T_r$ tritt im Bereich höchster azimutaler Schubspannung auf, etwa bei $\varphi=60^\circ$ bis 70° . Der turbulente Wärmestrom parallel zur Wand erreicht dort bei $W/D=1,06$ Werte um 1,2, die in der Größenordnung der Maxima im Zentralkanal mit $P/D=1,06$ liegen. Bei kleinerem Wandabstandsverhältnis weist die Verteilung des azimutalen turbulenten Wärmestroms bei der Winkelkoordinate $\varphi=65^\circ$ wesentlich höhere Werte von etwa 1,8 auf. Die höchsten negativen Werte von $-w \theta / u_r T_r$ existieren in der Nähe des Spaltes zwischen den beheizten Stäben bei $\varphi=5^\circ$. Durch die Nähe der unbeheizten Wand bildet sich ein Temperaturgefälle zwischen dem Wandkanal und dem benachbarten Zentralkanal aus, was zu großen azimutalen Temperaturgradienten im Bereich des Spaltes zwischen den beheizten Stäben führt.

Im Zusammenwirken mit den in diesem Gebiet vorkommenden hohen azimuthalen Turbulenzintensitäten führt dies zu einem starken Queraustausch von Fluidelementen unterschiedlicher Temperatur und damit zu hohen turbulenten Wärmeströmen durch den Spalt. Werte $\overline{-w \theta / u_\tau T_\tau}$ von -1,3 werden bei größerem Wand- bzw. Stababstand erreicht. Im engeren Gitter treten wesentlich stärkere negative azimuthale Wärmeströme mit Werten um -3,6 auf. Auch die Variation der Meßwerte parallel zur Wand ist bei kleinerem Wandabstandsverhältnis erwartungsgemäß stärker ausgeprägt.

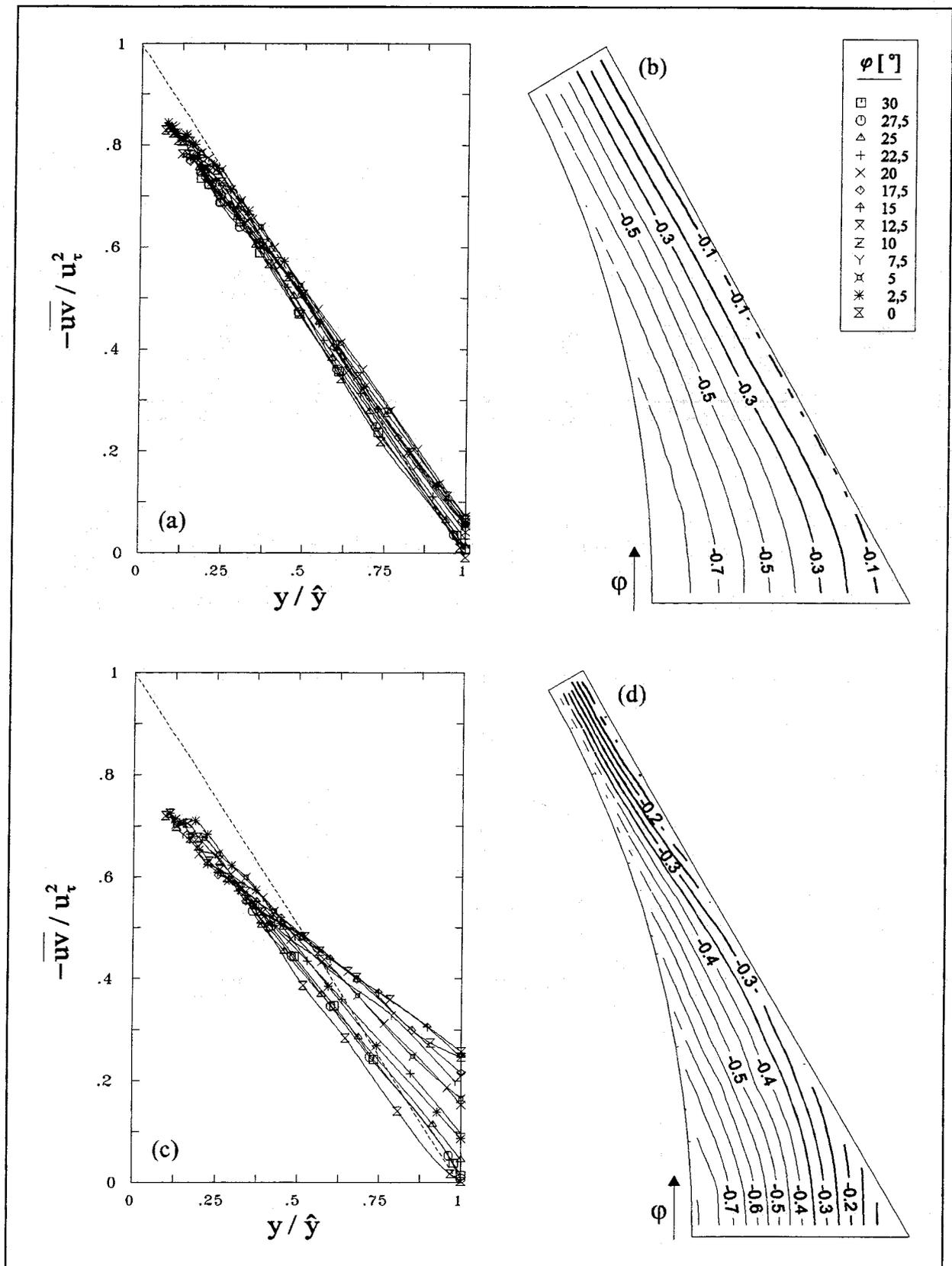


Abbildung 5.17: Radiale turbulente Schubspannung im Zentralkanal bei $P/D=1,12$ als xy-Darstellung (a) und Isoliniendarstellung (b), sowie bei $P/D=1,06$ als xy-Darstellung (c) und Isoliniendarstellung (d).

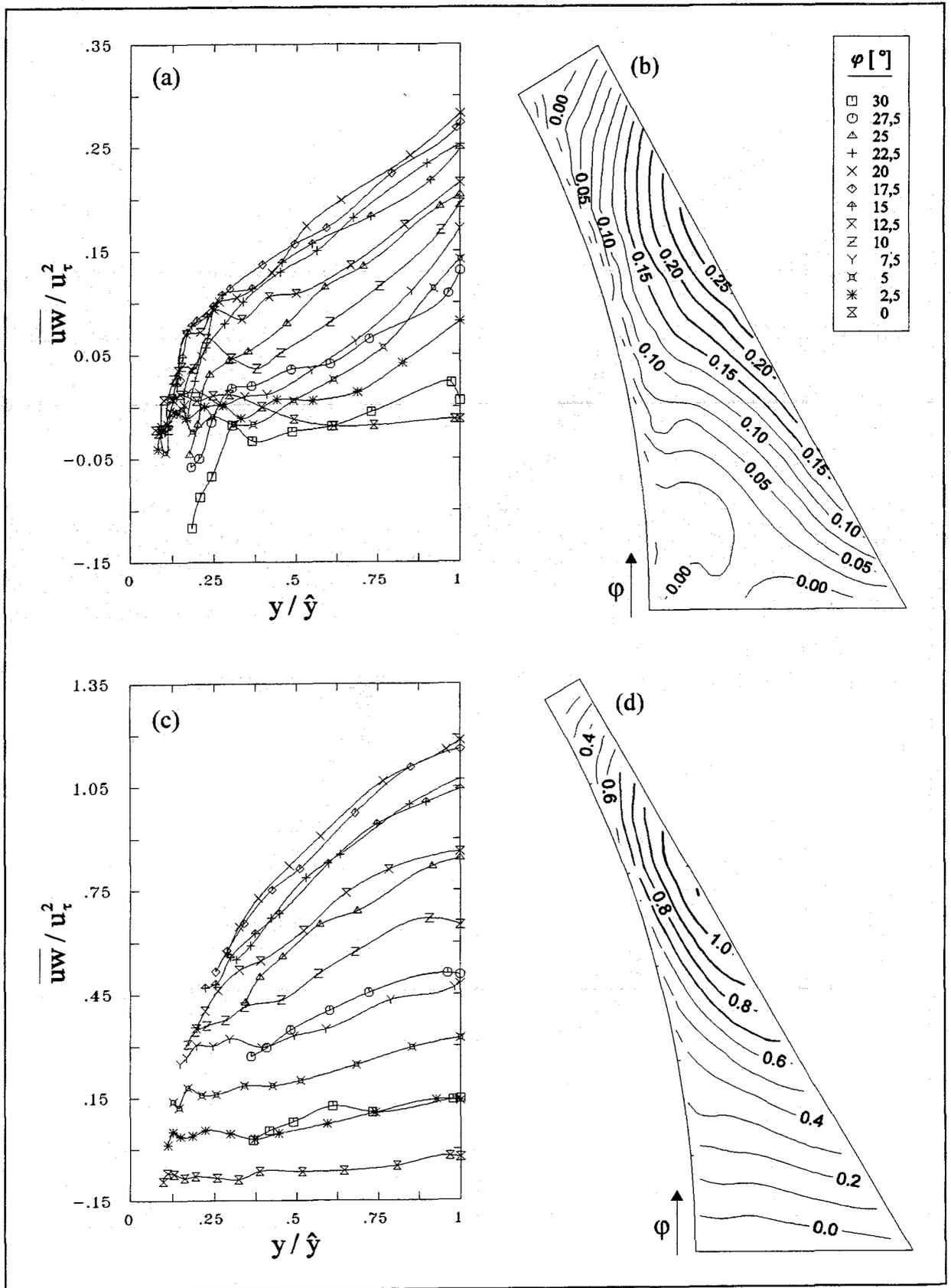


Abbildung 5.18: Azimutale turbulente Schubspannung im Zentralkanal bei $P/D=1,12$ als xy -Darstellung (a) und Isoliniendarstellung (b), sowie bei $P/D=1,06$ als xy -Darstellung (c) und Isoliniendarstellung (d).

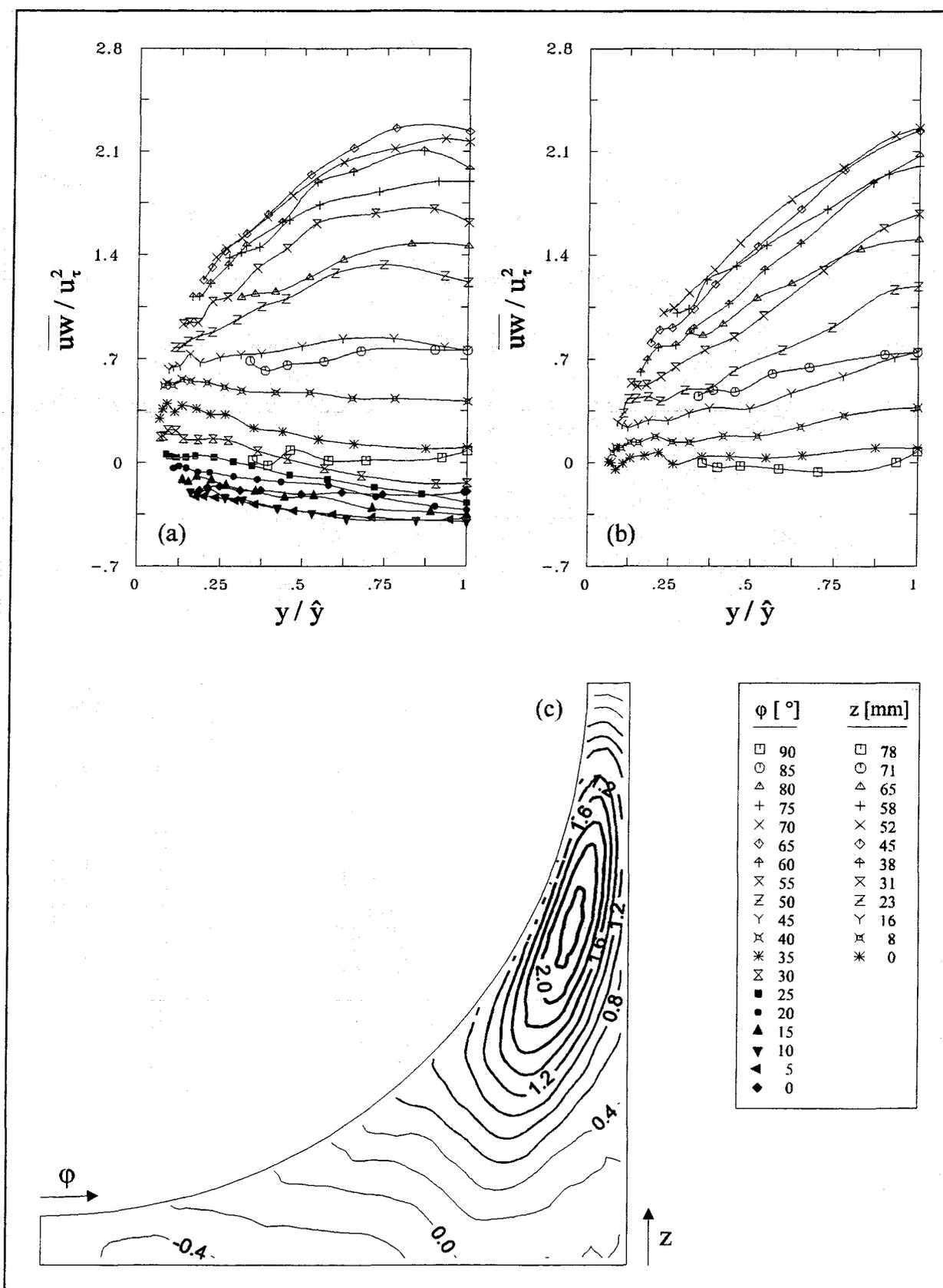


Abbildung 5.19: Azimutale turbulente Schubspannung im Wandkanal bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$ als xy -Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isolinien-darstellung (c).

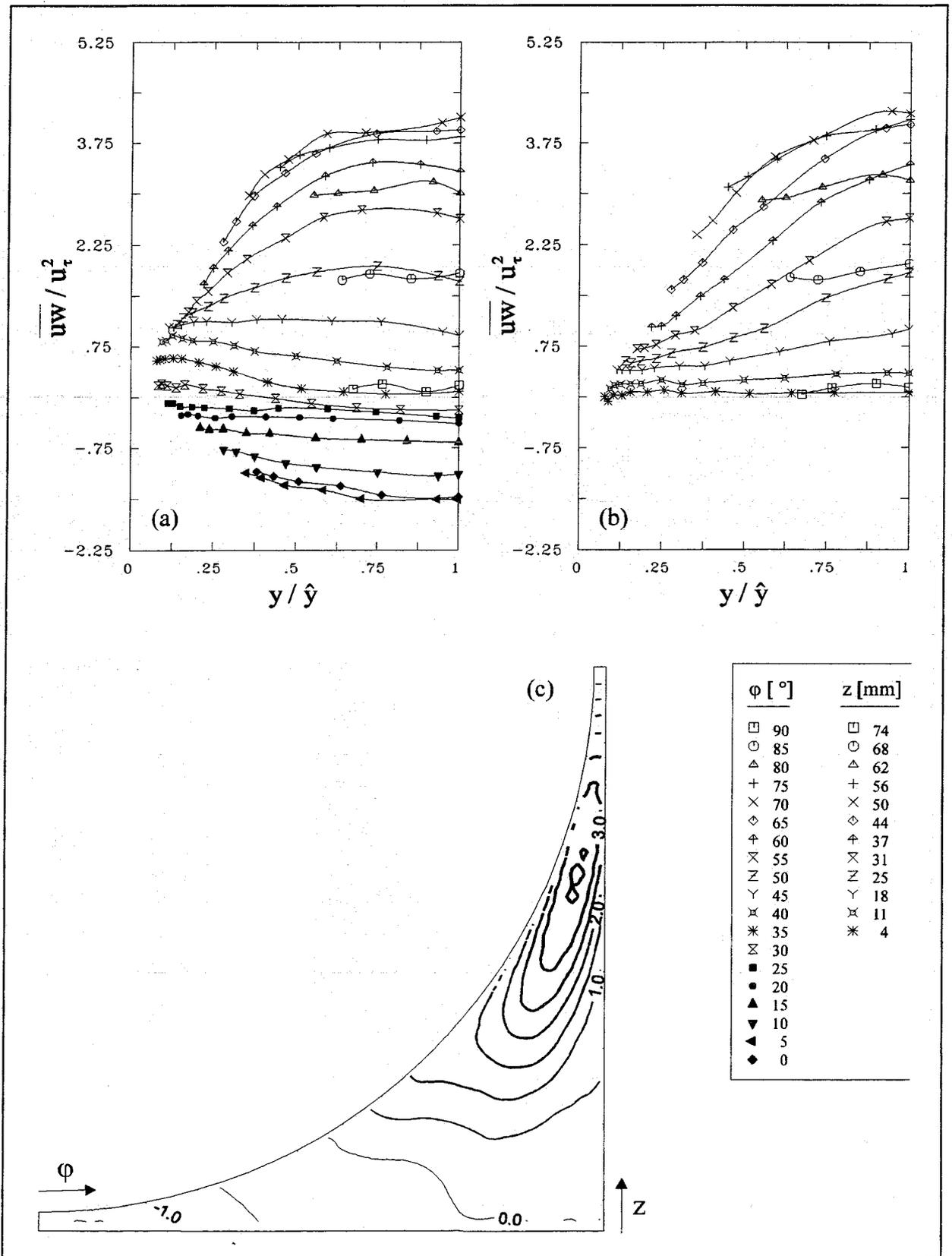


Abbildung 5.20: Azimutale turbulente Schubspannung im Wandkanal bei $P/D=1,06$ und $W/D=1,03$ als xy -Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isolinien-darstellung (c).

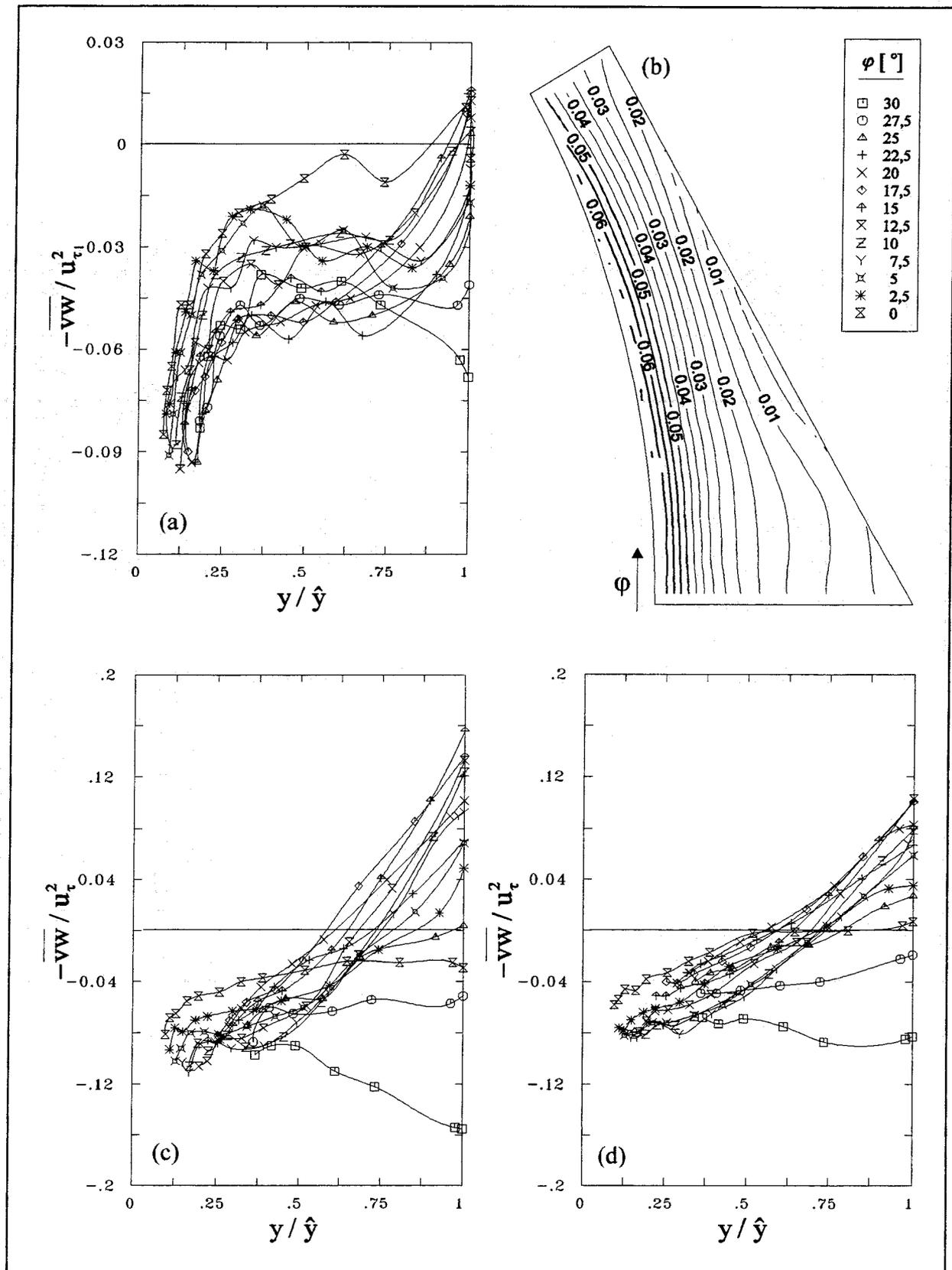


Abbildung 5.21: Transversale turbulente Schubspannung im Zentralkanal bei $P/D=1,12$ als xy -Darstellung (a) und Isolinien-darstellung (b), sowie bei $P/D=1,06$ gemessen mit x -Draht-Sonde (c) und 4-Draht-Sonde (d).

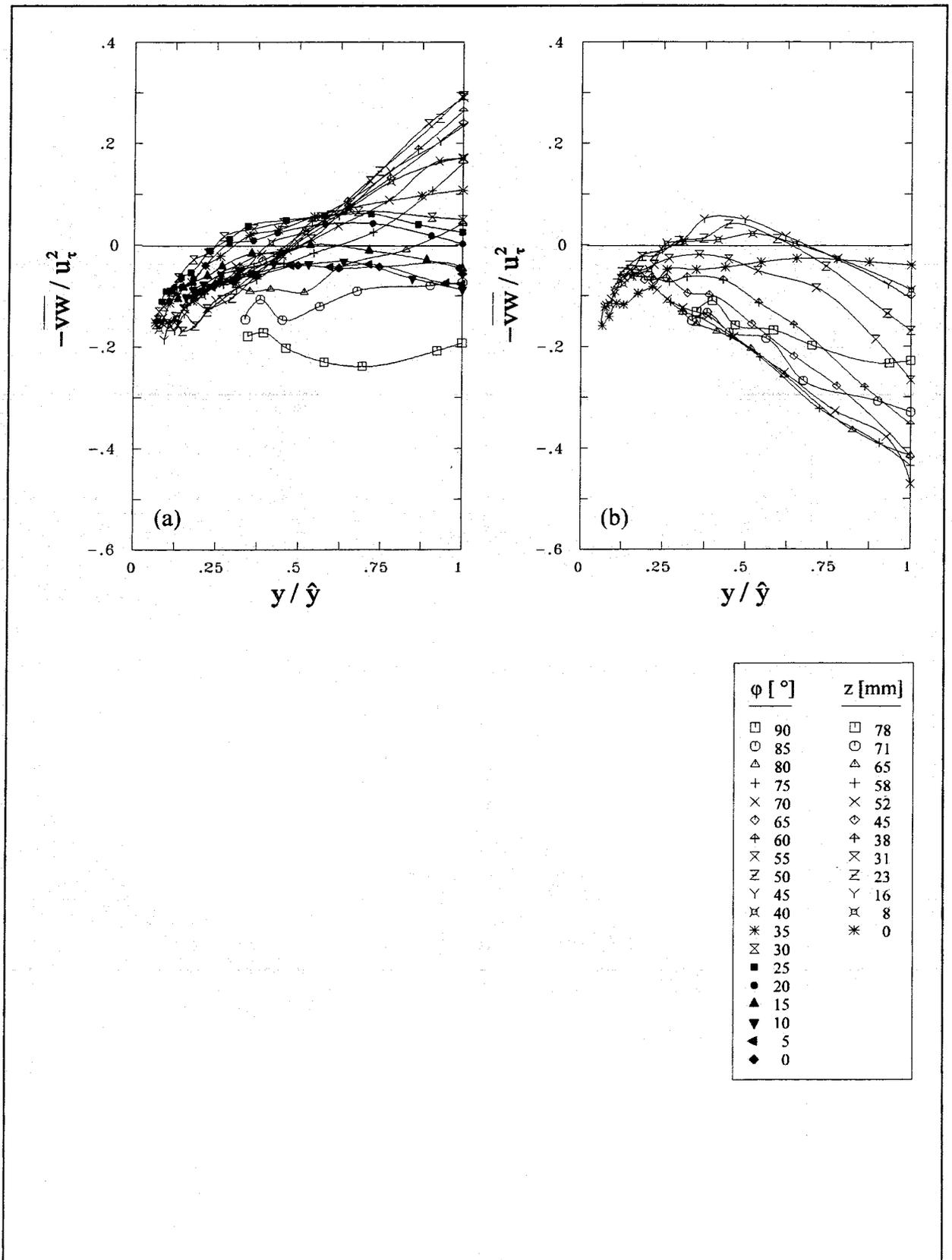


Abbildung 5.22: Transversale turbulente Schubspannung im Wandkanal bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$ als xy-Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b).

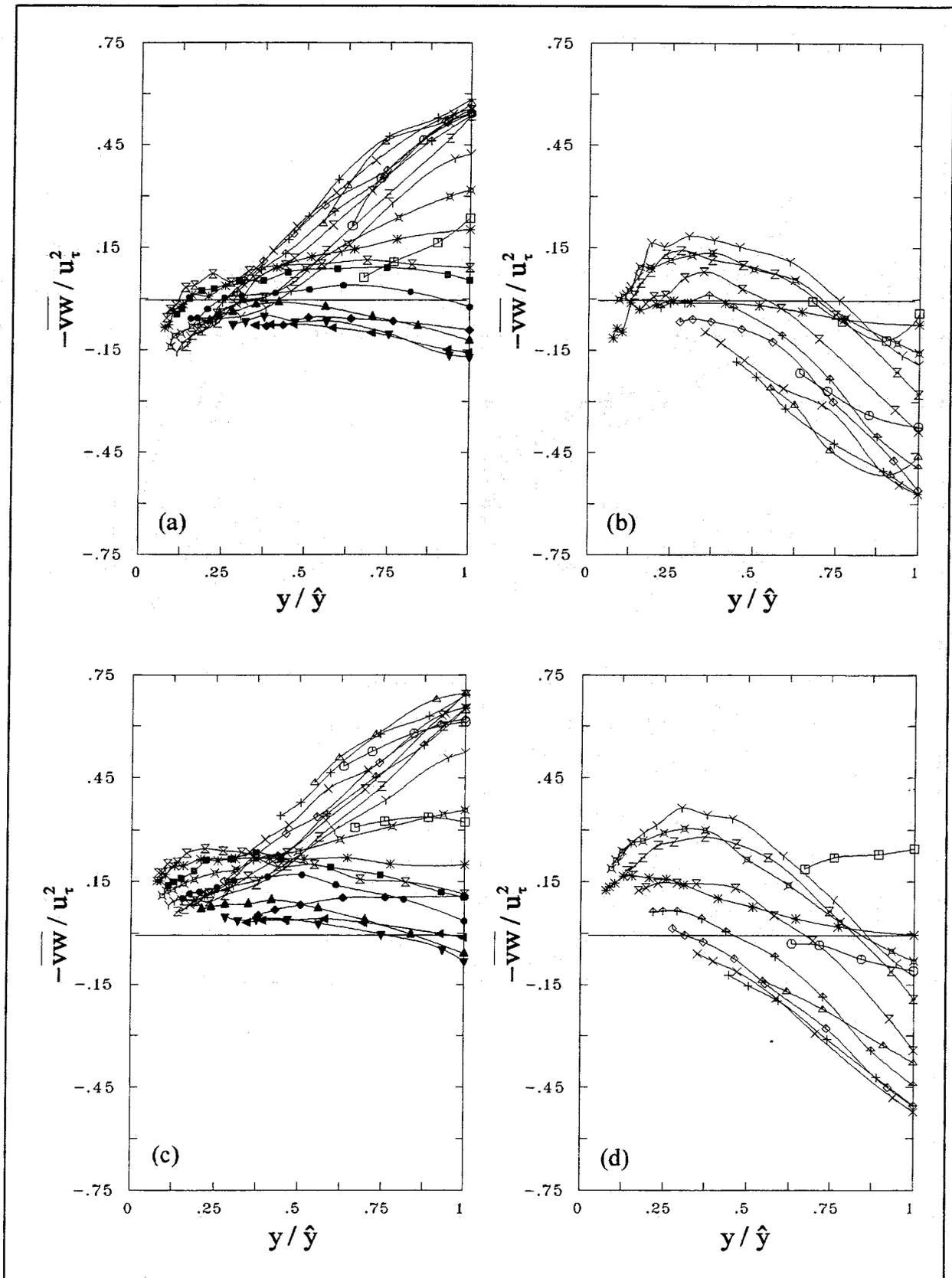


Abbildung 5.23: Transversale turbulente Schubspannung im Wandkanal bei $P/D=1,06$ und $W/D=1,03$ gemessen mit x-Draht-Sonde im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie mit 4-Draht-Sonde (c) und (d).

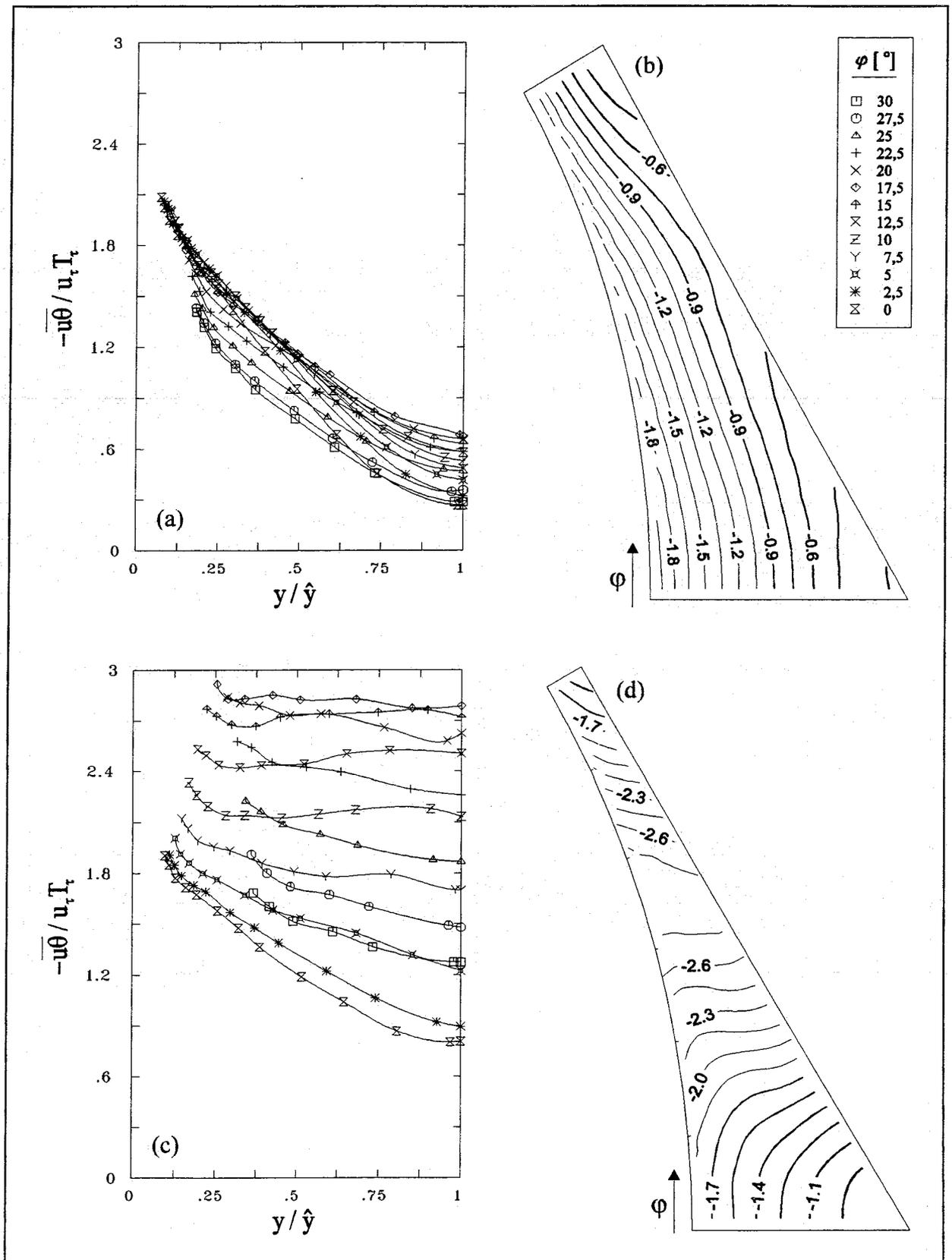


Abbildung 5.24: Axialer turbulenter Wärmestrom im Zentralkanal bei $P/D=1,12$ als xy-Darstellung (a) und Isoliniendarstellung (b), sowie bei $P/D=1,06$ als xy-Darstellung (c) und Isoliniendarstellung (d).

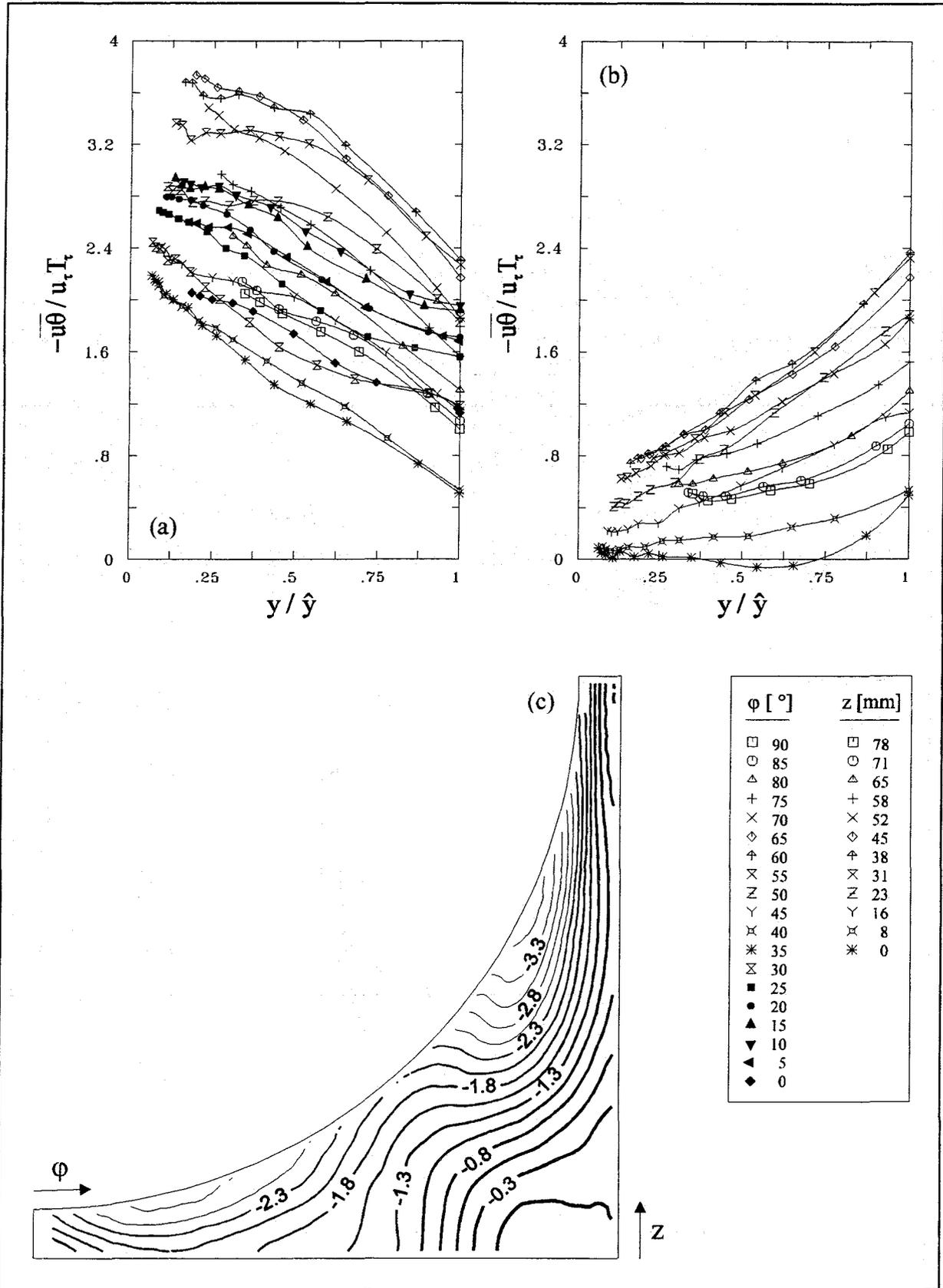


Abbildung 5.25: Axialer turbulenter Wärmestrom im Wandkanal bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$ als xy-Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isoliniendarstellung (c).

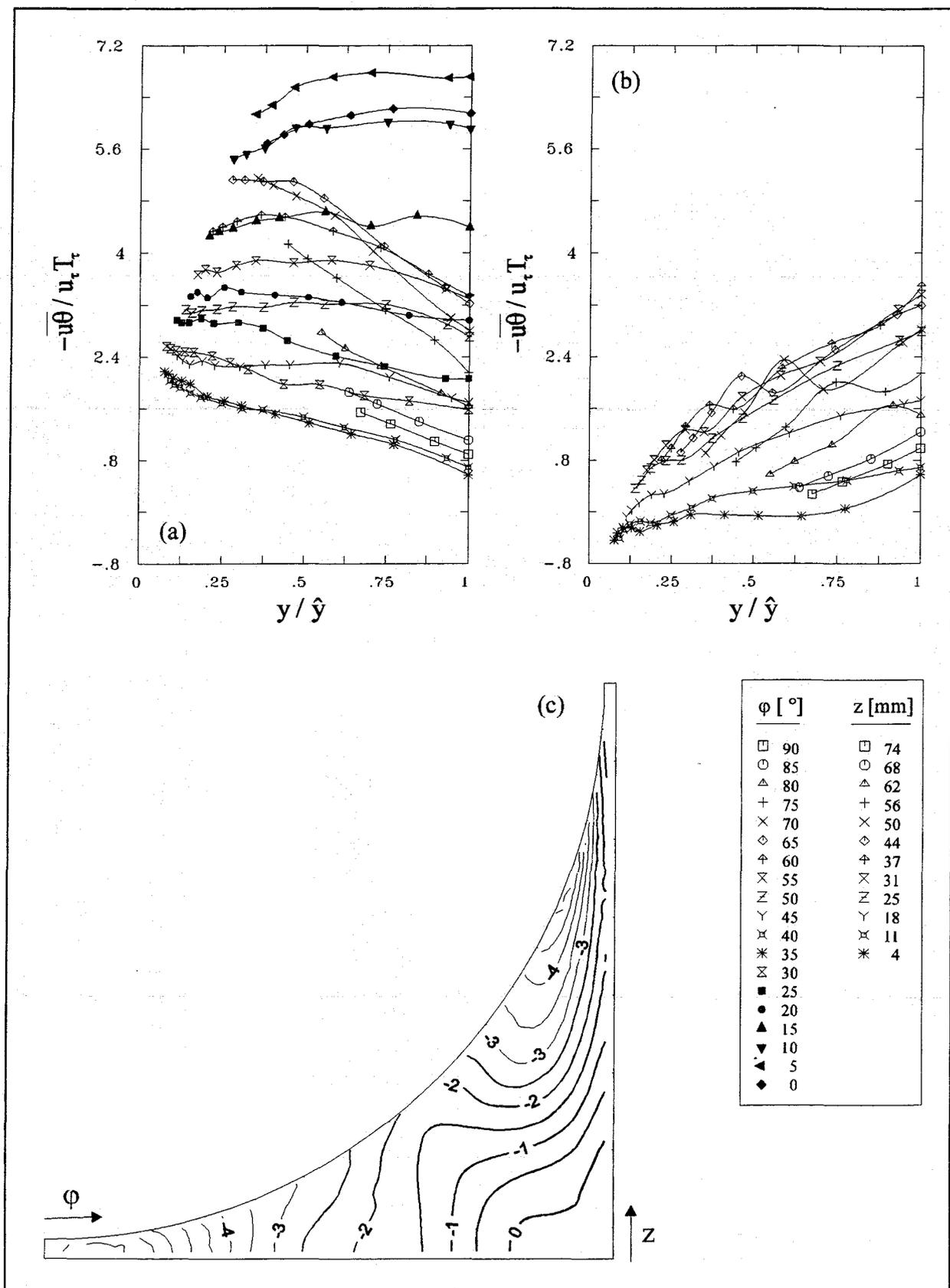


Abbildung 5.26: Axialer turbulenter Wärmestrom im Wandkanal bei $P/D=1,06$ und $W/D=1,03$ als xy -Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isoliniendarstellung (c).

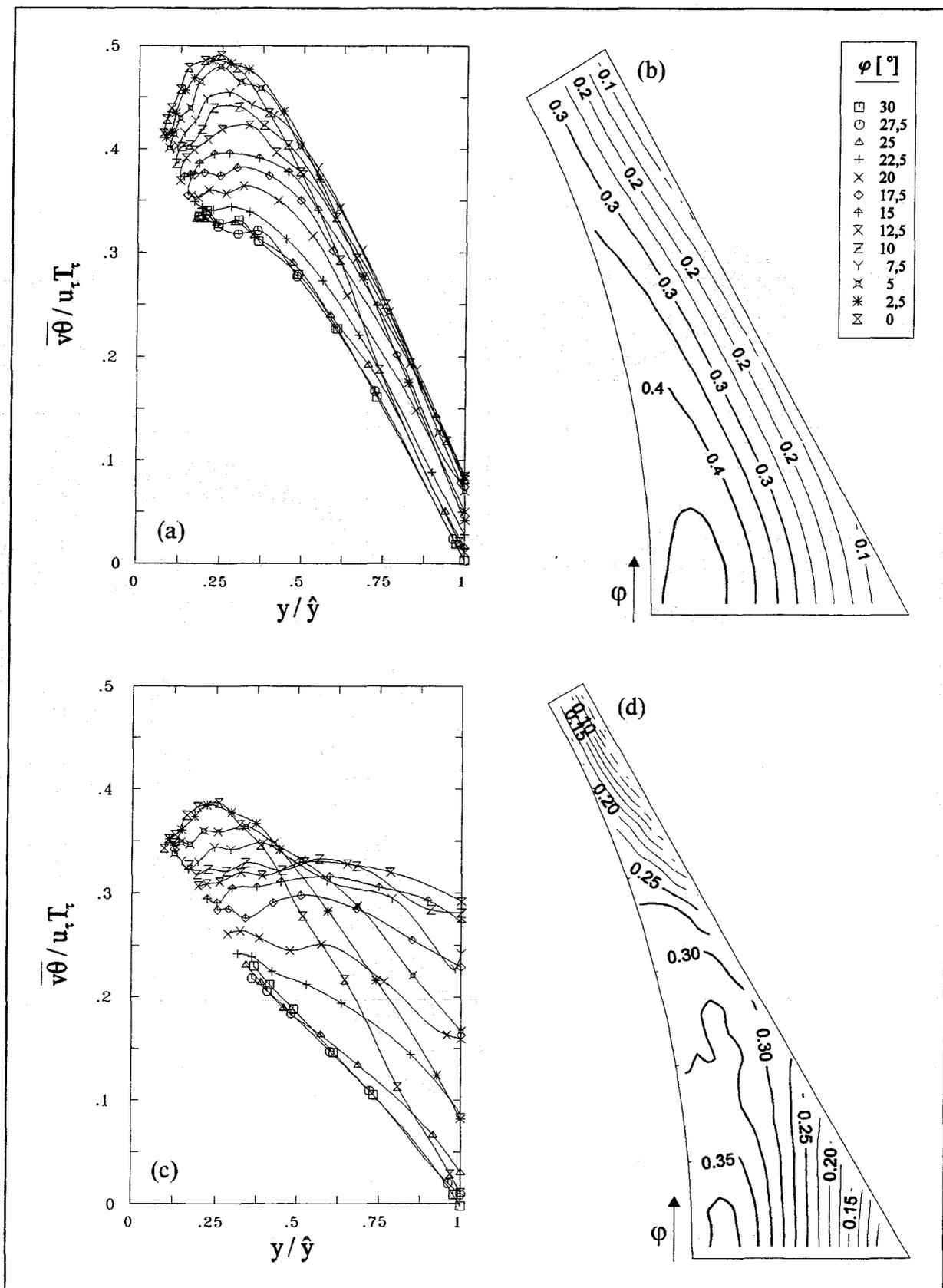


Abbildung 5.27: Radialer turbulenter Wärmestrom im Zentralkanal bei $P/D=1,12$ als xy-Darstellung (a) und Isoliniendarstellung (b), sowie bei $P/D=1,06$ als xy-Darstellung (c) und Isoliniendarstellung (d).

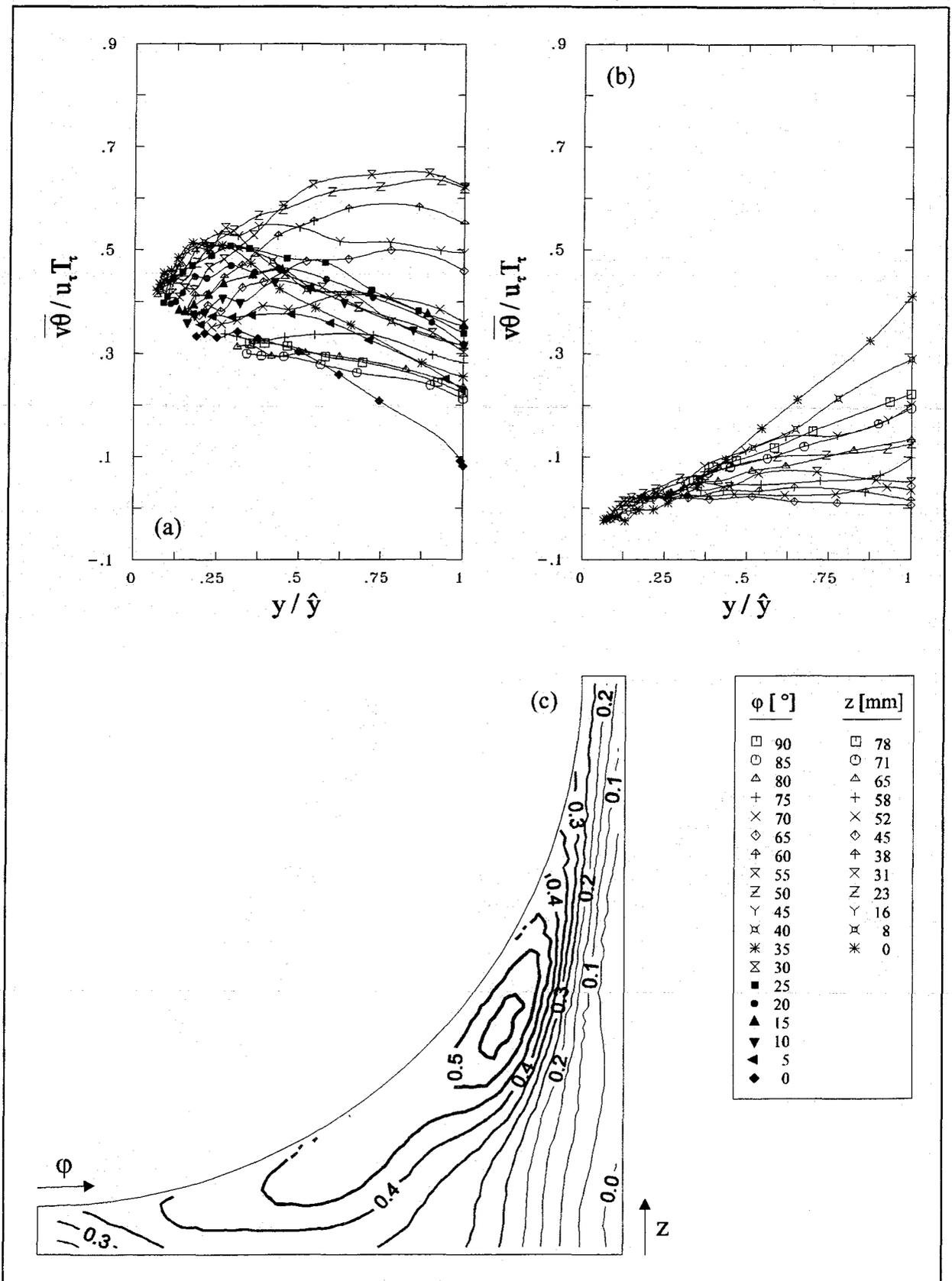


Abbildung 5.28: Radialer turbulenter Wärmestrom im Wandkanal bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$ als xy-Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isoliniendarstellung (c).

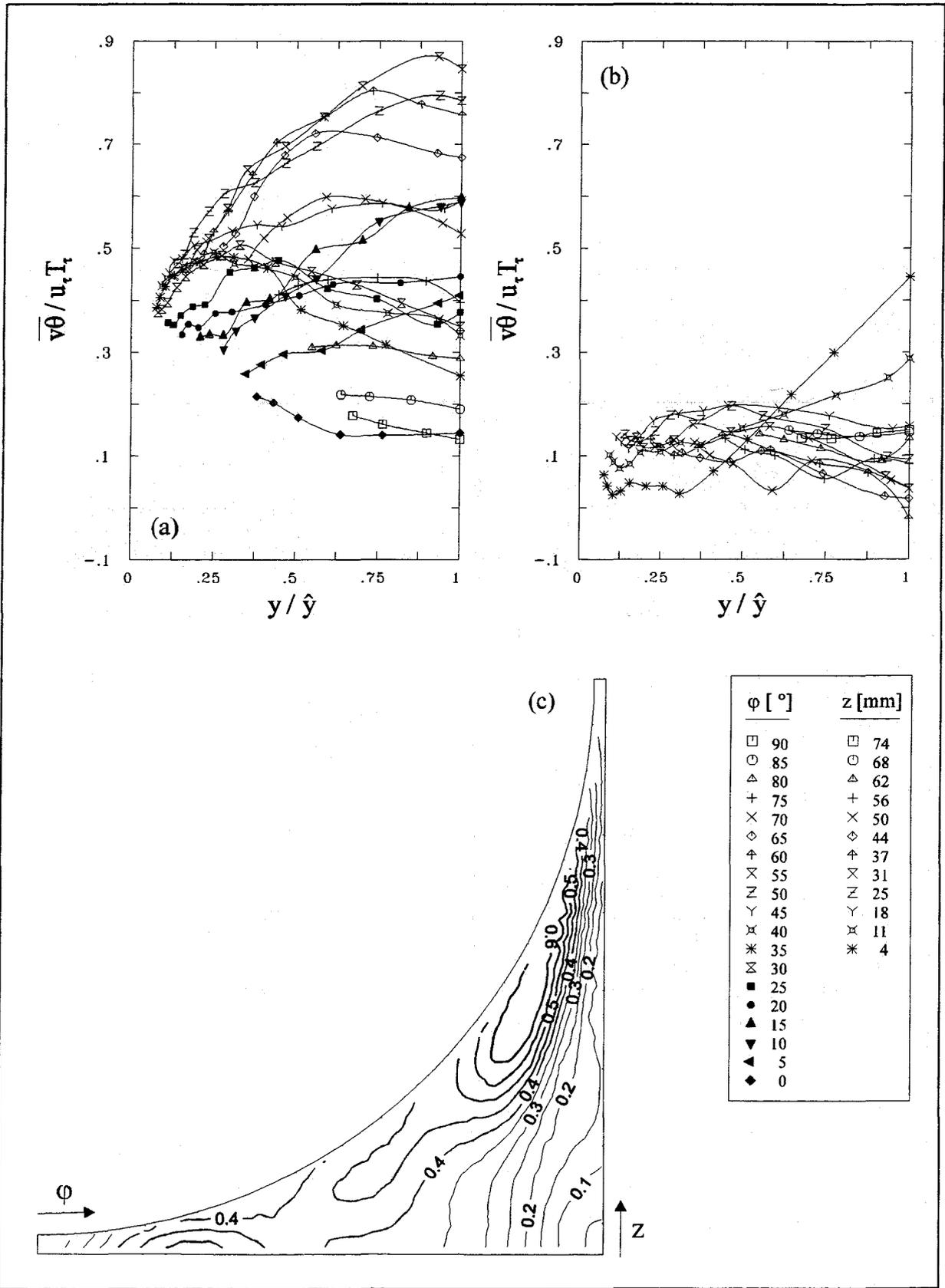


Abbildung 5.29: Radialer turbulenter Wärmestrom im Wandkanal bei $P/D=1,06$ und $W/D=1,03$ als xy -Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isoliniendarstellung (c).

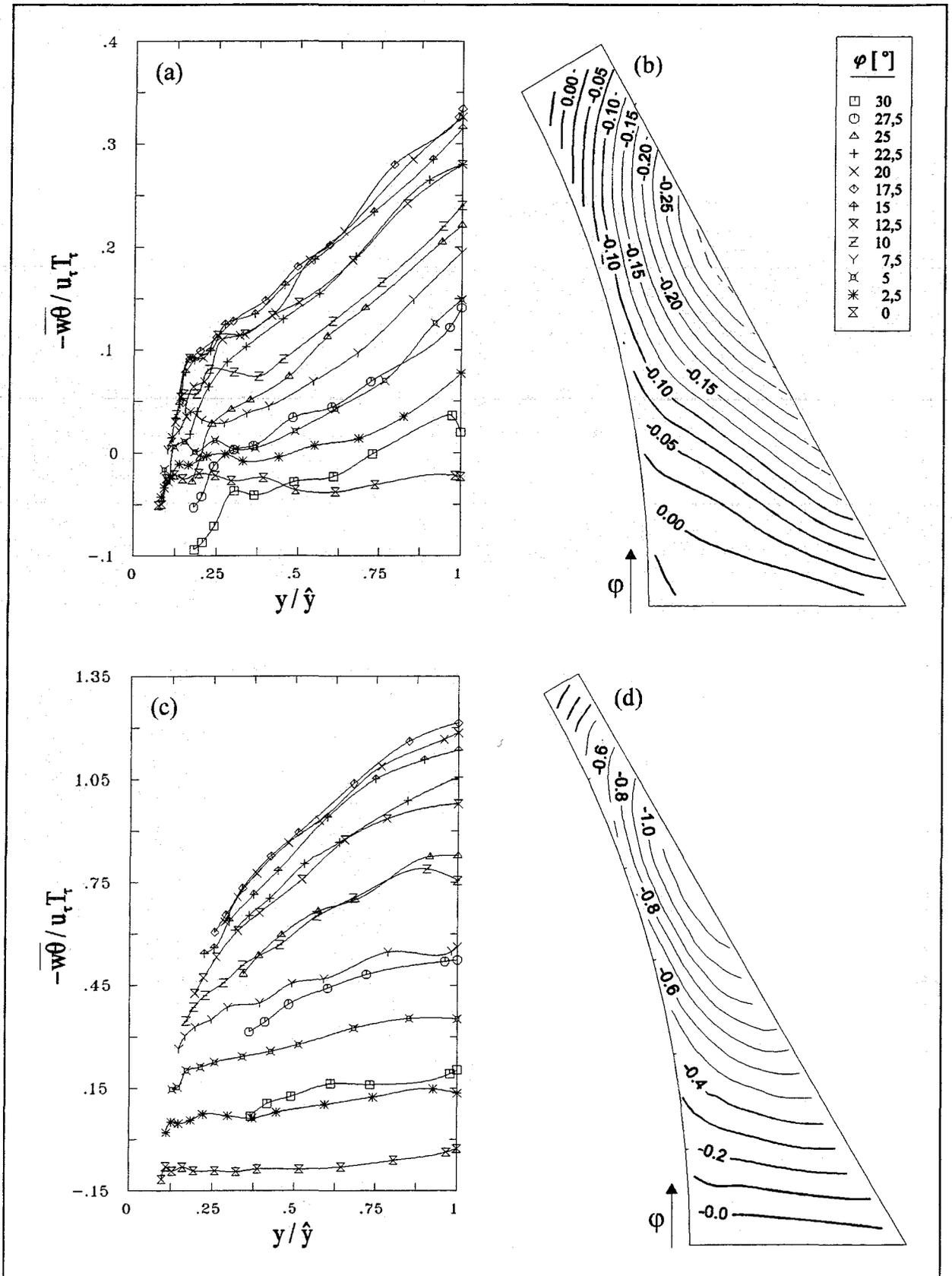


Abbildung 5.30: Azimutaler turbulenter Wärmestrom im Zentralkanal bei $P/D=1,12$ als xy -Darstellung (a) und Isoliniendarstellung (b), sowie bei $P/D=1,06$ als xy -Darstellung (c) und Isoliniendarstellung (d).

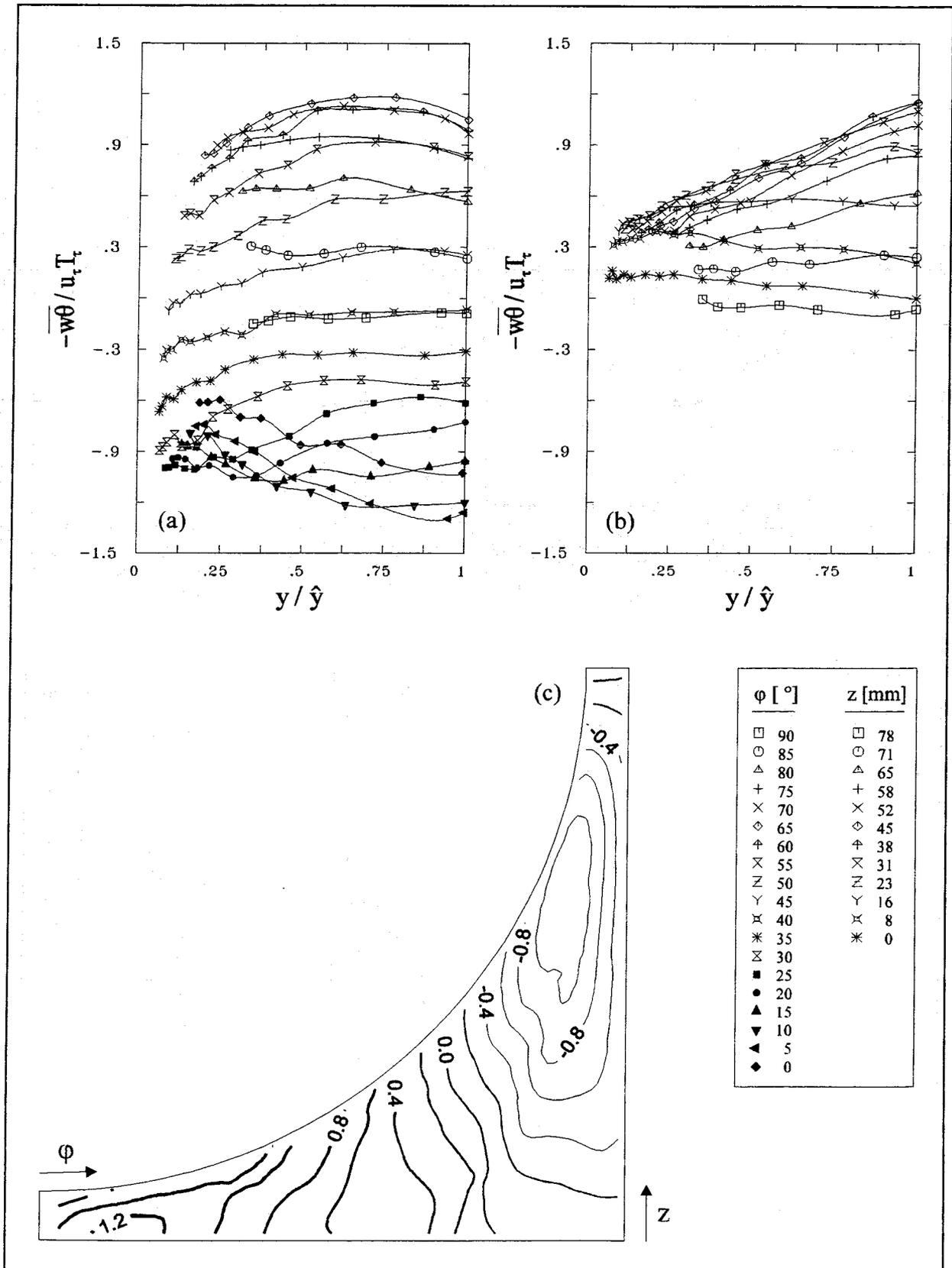


Abbildung 5.31: Azimutaler turbulenter Wärmestrom im Wandkanal bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$ als xy -Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isoliniendarstellung (c).

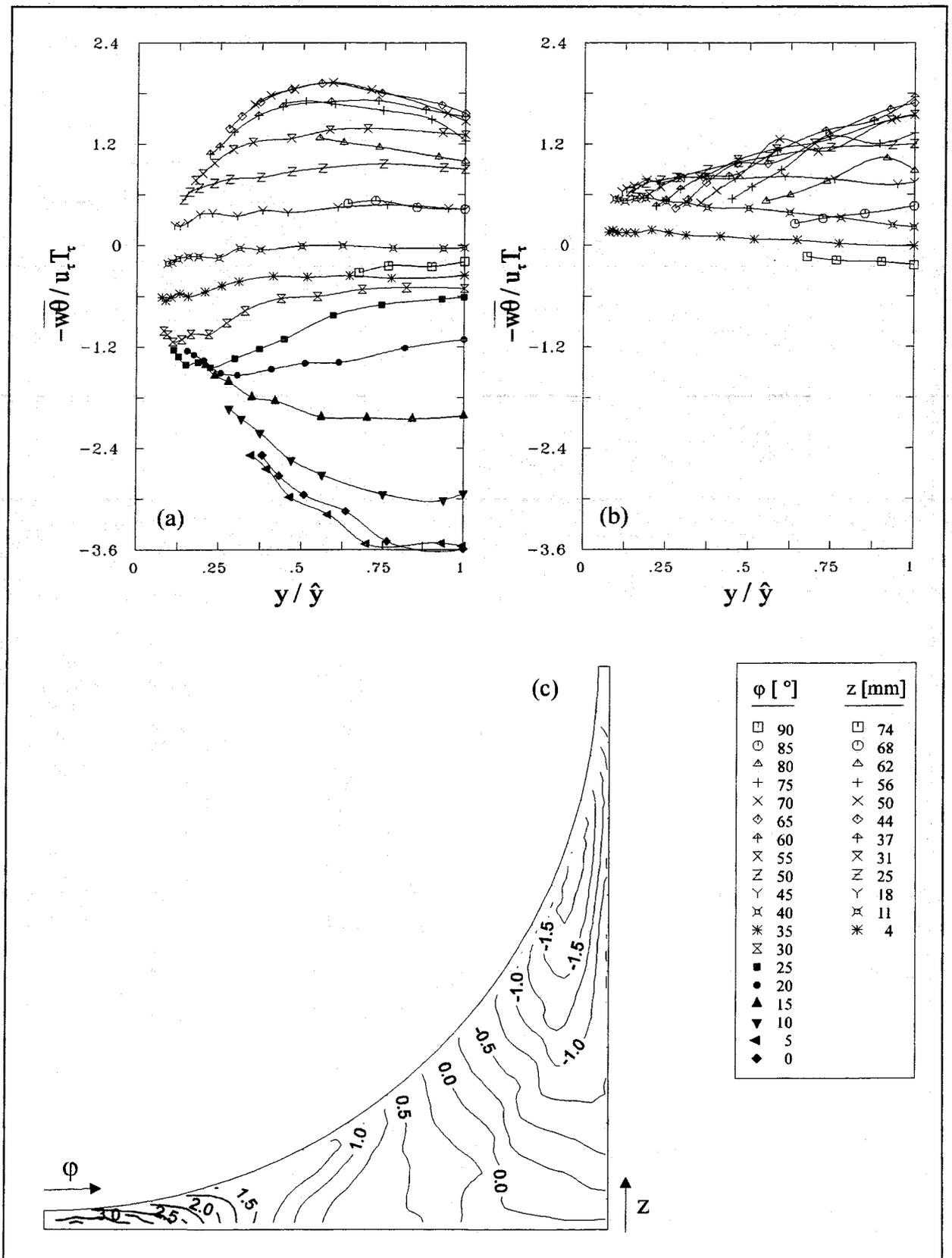


Abbildung 5.32: Azimutaler turbulenter Wärmestrom im Wandkanal bei $P/D=1,06$ und $W/D=1,03$ als xy -Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isoliniendarstellung (c).

5.4 Turbulente Austauschgrößen für Impuls und Wärme

Zur Integration der zeitlich gemittelten Energie- und Impulsbilanzgleichung (2.4) und (2.5) sind zusätzliche empirische Informationen ('Schließungsannahmen') notwendig. Im Mittelpunkt der Berechnungsverfahren stehen Ansätze, welche die in den Bilanzgleichungen vorkommenden Reynoldsschen Spannungen und Wärmeströme auf zeitliche Mittelwerte der Geschwindigkeits- und Temperaturfelder zurückführen. Bereits 1877 gab Boussinesq einen solchen empirischen Ansatz für die Impulsübertragung an. In Analogie zu dem (molekularen) Newtonschen Schubspannungsansatz $\tau_{\text{mol}} = \mu \partial u / \partial y$ führt er die turbulente Schubspannung τ_{tur} auf den Gradienten des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfeldes zurück. Er führt dazu eine Austauschgröße A_τ für den Impuls ein durch

$$\tau_{\text{tur}} = -\overline{\rho uv} = A_\tau \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} = \rho \varepsilon_\tau \frac{\partial \overline{U}}{\partial y}. \quad (5.7)$$

Die Größe $\varepsilon_\tau = A_\tau / \rho$ in (5.7) wird als Wirbelviskosität bezeichnet, da sie rein formal der kinematischen Viskosität $\nu = \mu / \rho$ in laminaren Strömungen entspricht. Im Gegensatz zur molekularen Viskosität μ ist die turbulente Austauschgröße A_τ kein Stoffwert, sondern eine Funktion des Strömungsfeldes.

Entsprechend dem Vorschlag von Boussinesq für den turbulenten Impulsaustausch kann man in Anlehnung an das Fouriersche Gesetz der Wärmeleitung $q_{\text{mol}} = -\lambda_t \partial T / \partial y$ eine Austauschgröße ε_q für den turbulenten Wärmeaustausch definieren, die auch als Wirbelleitfähigkeit bezeichnet wird

$$q_{\text{tur}} = \overline{\rho c_p v \theta} = -\rho c_p \varepsilon_q \frac{\partial \overline{T}}{\partial y}. \quad (5.8)$$

Es ist nun naheliegend, in Anlehnung an die molekulare Prandtl-Zahl $\text{Pr} = \nu / a$, die das Verhältnis von Impulsdiffusion zu Wärmetransport in einem Fluid beschreibt, eine turbulente Prandtl-Zahl Pr_{tur} einzuführen. Sie beschreibt das Verhältnis aus turbulentem Impulsaustausch und turbulentem Wärmeaustausch

$$\text{Pr}_{\text{tur}} = \frac{\varepsilon_\tau}{\varepsilon_q} = \frac{\overline{uv} \partial \overline{T} / \partial y}{\overline{v\theta} \partial \overline{U} / \partial y}. \quad (5.9)$$

Die turbulente Prandtl-Zahl ist im Gegensatz zu der molekularen Prandtl-Zahl keine Kennzahl im Sinne der Dimensionsanalyse. Sie stellt lediglich ein dimensionsloses Verhältnis turbulenter Austauschgrößen dar und wird eingeführt in der Hoffnung, den turbulenten Wärmeaustausch auf den turbulenten Austausch von Impuls zurückführen zu können. Als Grund hierzu ist anzuführen, daß die experimentelle Untersuchung des turbulenten Impulstransportes heute schon wesentlich weiter fortgeschritten ist, als die der turbulenten Wärmeübertragung, für die nur sehr wenige Informationen vorliegen.

5.4.1 Untersuchungen an einfachen Geometrien

An dieser Stelle sollen zunächst einige Hinweise auf experimentelle Untersuchungen der Größen Wirbelviskosität, Wirbelleitfähigkeit und der turbulenten Prandtl-Zahl in der Vergangenheit gegeben werden. Vor allem bei der Bestimmung der turbulenten Prandtl-Zahl stößt man auf sehr große experimentelle Schwierigkeiten. Die größte Fehlerquelle stellt dabei die Berechnung der Temperatur- und Geschwindigkeitsgradienten aus den gemessenen Temperatur- und Geschwindigkeitsverteilungen dar. Die Schwierigkeiten auf experimenteller Seite sind offensichtlich so groß, daß keine befriedigende Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen verschiedener Untersuchungen erreicht werden kann (Eckert und Drake (1972)).

Reichardt untersuchte 1951 die turbulente Geschwindigkeitsverteilung in glatten Leitungen und gibt eine Beziehung zwischen der turbulenten Austauschgröße für den Impuls A_τ und der dynamischen Viskosität μ , bezogen auf den dimensionslosen Wandabstand y^+ an:

$$\frac{A_\tau}{\mu y^+} = \frac{\kappa}{3} \left[0,5 + (1 - y/\bar{y})^2 \right] \left[1 - (1 - y/\bar{y})^2 \right]. \quad (5.10)$$

Die aus der Mischungswegtheorie bekannte Kármánsche Konstante κ in Gleichung (5.10) hat den Wert 0,4.

Sleicher veröffentlichte 1958 die Ergebnisse seiner Untersuchungen in turbulenter Rohrströmung. Da Sleicher das Geschwindigkeitsprofil nur mit relativ geringer Genauigkeit gemessen hat, verwendet er für die Wirbelviskositätsverteilung eine Gleichung, die die Messungen von Laufer (1954) wiedergibt. Sleicher stellt in Wandnähe einen Wert von

ungefähr 0,68 fest, der zur Rohrmitte hin auf 0,75 bei $Re=14500$ und auf 0,88 bei $Re=80300$ ansteigt. Der Wert an der Wand ändert sich nur wenig mit der Reynolds-Zahl.

Gowen und Smith (1967/1968) führten Messungen in Luft, Wasser und Äthylenglykol in hydraulisch glatten und rauhen Rohren durch. Die Autoren berechneten die turbulente Prandtl-Zahl aus universellen Geschwindigkeits- und Temperaturverteilungen. Für das Strömungsmedium Luft fanden Gowen und Smith in glatten Rohren Werte um 0,8 in Rohrmitte, bei leicht ansteigender Tendenz zur Rohrwand hin.

Hishida, Nagano und Tagawa bestimmten 1986 turbulente Prandtl-Zahlen im Kreisrohr durch direkte Messung der Korrelationen und zeitlich gemittelten Geschwindigkeits- und Temperaturfelder. Die Autoren haben seit Ende der siebziger Jahre nahezu alle Aspekte turbulenter Rohrströmung untersucht. Für die Rohrmitte geben Hishida et al. einen Wert knapp unterhalb von 0,9 an, der bis zu einem dimensionslosen Wandabstand von $y^+ = 40$ in etwa konstant ist und zur Rohrwand hin auf ungefähr 2,0 ansteigt.

Bäumer analysiert in seiner Arbeit von 1991 bis dahin vorliegende empirische Erkenntnisse über den turbulenten Austausch von Impuls und Wärme in Kreisrohren und vergleicht diese mit Ergebnissen aus der Turbulenzsimulation. Er kommt zu dem Schluß, daß der derzeitige Kenntnisstand, vor allem hinsichtlich des turbulenten Wärmeaustausches, als unzureichend angesehen werden muß.

5.4.2 Untersuchungen in Stabbündeln

Für Stabbündel liegen nur sehr wenige experimentelle Untersuchungen über turbulente Austauschgrößen vor. Die einzigen verfügbaren Daten über Wirbelviskositäten in diesen Geometrien stammen von Rehme (1986 und 1987b), Wu und Rehme (1990), Tahir und Rogers (1986), sowie Hejna und Mantlik (1988). Aus diesen Untersuchungen geht eindeutig hervor, daß in Stabbündeln eine starke Anisotropie der Wirbelviskosität vorliegt, d.h. die parallel zur Wand gemessene Wirbelviskosität unterscheidet sich stark von der radialen Wirbelviskosität. Azimutale Wirbelviskositäten steigen mit abnehmender relativer Spaltbreite stark an, während radiale Wirbelviskositäten sich nahezu unabhängig vom Stab- bzw. Wandabstandsverhältnis zeigen und in der Nähe der Wand mit den Ergebnissen von Reichardt im Kreisrohr übereinstimmen.

Informationen über Wirbelleitfähigkeiten und turbulente Prandtl-Zahlen liegen nur von Meyer (1991) und Krauss und Meyer (1995) vor, die Untersuchungen an dem in Kapitel 3 beschriebenen 37-Stabbündel bei einem festen Stababstandsverhältnis durchführten. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen werden, zusammen mit den Untersuchungen an einem kleineren Stababstandsverhältnis, nachfolgend beschrieben.

5.4.3 Ergebnisse der Untersuchungen im 37-Stabbündel

5.4.3.1 Radiale turbulente Austauschgrößen

Die Wirbelviskosität senkrecht zur Wand ergibt sich aus Gleichung (5.7) in dimensionsloser Form zu

$$\varepsilon_{\tau,r}^+ = \frac{\overline{-uv}}{\frac{\partial U}{\partial r} \hat{y} u_\tau}, \quad (5.11)$$

d.h. die Wirbelviskosität wird mit der Wandschubspannungsgeschwindigkeit u_τ an der betrachteten Umfangsposition und dem senkrechten Abstand zwischen der Wand und dem Ort der Maximalgeschwindigkeit \hat{y} normiert. Entsprechend läßt sich aus Gleichung (5.8) eine dimensionslose Wirbelleitfähigkeit in wandnormaler Richtung ableiten:

$$\varepsilon_{q,r}^+ = \frac{\overline{-v\theta}}{\frac{\partial T}{\partial r} \hat{y} u_\tau}. \quad (5.12)$$

Abbildung 5.33 zeigt die ermittelten turbulenten Austauschgrößen für einen Zentralkanal des 37-Stabbündels mit einem Stababstandsverhältnis von $P/D=1,12$. Zum Vergleich wurde in Bild (a) der Verlauf der Wirbelviskosität im Kreisrohr nach Reichardt (5.10) ebenfalls eingetragen. In Wandnähe stimmen die ermittelten radialen Wirbelviskositäten sehr gut mit den Kreisrohrwerten überein. Im wandfernen Bereich sind die Werte $\varepsilon_{\tau,r}^+$ dagegen durchweg höher als beim Kreisrohr. Dies ist einerseits auf sehr kleine Gradienten der zeitlich gemittelten Geschwindig-

keit und somit eine stärkere Streuung der berechneten radialen Ableitungen in diesem Bereich zurückzuführen. Andererseits erhöhen die aufgrund der gewählten Koordinatenrichtung relativ zu hoch gemessenen radialen Schubspannungen die berechnete Wirbelviskosität.

Abbildung 5.33 (b) zeigt die berechneten radialen Wirbelleitfähigkeiten im Zentralkanal. Die zusätzlich eingetragene Kurve nach Reichardt repräsentiert die Wirbelleitfähigkeit im Kreisrohr unter der Annahme $Pr_{tur} = 1$. Die radialen Wirbelleitfähigkeiten sind im gesamten Zentralkanal kleiner als die radialen Wirbelviskositäten, was sich vor allem in der Nähe der Wand zeigt. Dies führt zu hohen radialen turbulenten Prandtl-Zahlen (c) von 2,0 bis 2,2 in der Nähe der Wand. Die maximalen Werte von $Pr_{tur}=2,2$ treten in der Nähe des Spaltes zwischen den Stäben auf. Mit zunehmendem Wandabstand werden die radialen turbulenten Prandtl-Zahlen kleiner und nähern sich in der Mitte des Unterkanals dem Wert 1,0. Die ungewöhnlich hohen Werte der turbulenten Prandtl-Zahl in Wandnähe sind weniger auf unterschiedliche radiale Gradienten der zeitlich gemittelten Geschwindigkeits- bzw. Temperaturfelder zurückzuführen (vgl. Kapitel 4), als auf im Verhältnis zu den radialen turbulenten Schubspannungen kleinere Werte der radialen turbulenten Wärmeströme (vgl. Abbildung 5.17 und Abbildung 5.27). Die ermittelten turbulenten Austauschgrößen für Impuls und Wärme stimmen sehr gut mit den Ergebnissen von Meyer überein, der 1994 Messungen in einem Zentralkanal des 37-Stabbündels durchführte.

In Abbildung 5.34 sind die turbulenten Austauschgrößen für den Zentralkanal bei kleinerem Stababstandsverhältnis dargestellt. Die radiale Wirbelviskosität (a) zeigt in der Nähe der Wand wiederum sehr gute Übereinstimmung mit der Kurve von Reichardt für das Kreisrohr. Mit zunehmendem Abstand von der Wand tendieren die radialen Wirbelviskositäten im Zentralkanal zu höheren Werten als im Kreisrohr bzw. als bei größerem Stababstandsverhältnis.

Die radialen Wirbelleitfähigkeiten (Abbildung 5.34 (b)) sind im Bereich des maximalen Unterkanalquerschnitts ($\varphi=0^\circ$) vergleichbar mit den Ergebnissen bei größerem Stababstandsverhältnis. Mit zunehmender Annäherung an den Spalt zwischen den Stäben nehmen die Wirbelleitfähigkeiten kleinere Werte an als bei $P/D=1,12$. Dies hat sehr hohe radiale turbulente Prandtl-Zahlen im Spaltbereich zur Folge. Die höchsten Werte von $Pr_{tur,r}=3,7$ werden direkt im Spalt zwischen den Stäben erreicht. Dort nimmt die turbulente Prandtl-Zahl mit zunehmendem Wandabstand nicht ab, sondern bleibt über dem gesamten Spaltquerschnitt nahezu konstant. In der Nähe des größten Unterkanalquerschnitts ist die Verteilung der turbulenten Prandtl-Zahl in etwa mit den Ergebnissen bei größerem Stababstandsverhältnis vergleichbar. Die bei kleinerem Stababstandsverhältnis gemessenen höheren radialen turbulenten Prandtl-Zahlen sind einerseits

auf den bei $P/D=1,06$ kleineren radialen turbulenten Wärmestrom zurückzuführen, wie bereits in Abschnitt 5.3.5 beschrieben und andererseits auf den bei kleinerem Stababstandsverhältnis gemessenen höheren Gradienten der zeitlich gemittelten Temperatur, was in Abschnitt 4.4 dokumentiert ist.

Die für den Zentralkanal beschriebenen Verteilungen der radialen turbulenten Austauschgrößen sind insbesondere in der Nähe der Wand auch im Wandkanal des Bündels wiederzufinden, wie aus Abbildung 5.35 und Abbildung 5.36 ersichtlich ist. In der Nähe der unbeheizten Kanalwand ist die radiale Wirbelleitfähigkeit bzw. die radiale turbulente Prandtl-Zahl nicht definiert, da dort der radiale Gradient der zeitlich gemittelten Temperatur gegen den Wert Null geht. Diese Größen sind im Wandkanal deshalb nur jeweils für den Stabunterkanal, d.h. für den Bereich zwischen beheizter Stabwand und Symmetrielinie dargestellt.

5.4.3.2 Azimutale turbulente Austauschgrößen

Die Wirbelviskosität parallel zur Wand ergibt sich analog zu Gleichung (5.11) in dimensionsloser Form zu

$$\varepsilon_{r,a}^+ = \frac{\overline{-uw}}{\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \varphi} \hat{y}_{\max} u_{\tau,m}}, \quad (5.13)$$

d.h. sie wird auf den Mittelwert der Schubspannungsgeschwindigkeit im jeweiligen Unterkanal und den maximalen senkrechten Abstand zwischen der Wand und der Linie der Maximalgeschwindigkeit bei $\varphi=0^\circ$ bezogen. In gleicher Weise wird eine azimutale Wirbelleitfähigkeit definiert mit

$$\varepsilon_{q,a}^+ = \frac{\overline{-w\theta}}{\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} \hat{y}_{\max} u_{\tau,m}}. \quad (5.14)$$

Abbildung 5.37 zeigt die azimutalen turbulenten Austauschgrößen im Zentralkanal für zwei Stababstandsverhältnisse. Wie bereits in früheren Untersuchungen festgestellt, unterscheiden

sich die Wirbelviskositäten parallel zur Wand grundsätzlich von denen senkrecht zur Wand. Die azimuthalen Wirbelviskositäten sind größer als diejenigen senkrecht zur Wand und stark abhängig von der Winkelkoordinate. Dies wird besonders deutlich bei kleinerem Stababstandsverhältnis (c). In der Nähe des Spaltes zwischen den Stäben werden mit $\varepsilon_{\tau,a}^+ \approx 3,0$ im Vergleich zu $P/D=1,12$ (a) um den Faktor 10 höhere Werte der azimuthalen Wirbelviskosität erreicht. Ähnliche Effekte spiegeln sich auch in den Verteilungen der azimuthalen Wirbelleitfähigkeiten wider (Bilder (b) und (d)). Wie bereits bei den radialen Austauschgrößen diskutiert liegen die Wirbelleitfähigkeiten parallel zur Wand im ganzen Unterkanal bei etwas tieferen Werten als die azimuthalen Wirbelviskositäten. In Analogie zu den Wirbelviskositäten steigen bei kleinerem Stababstandsverhältnis auch die Wirbelleitfähigkeiten um einen Faktor von ungefähr 10 an. Bei $\varphi=0^\circ$ und direkt im Spalt bei $\varphi=30^\circ$ sind die azimuthalen turbulenten Austauschgrößen nicht definiert, da dort der Gradient der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit bzw. Temperatur aus Symmetriegründen verschwindet.

Die Verteilung der azimuthalen Wirbelviskosität im Wandkanal ist für zwei Stab- bzw. Wandabstandsverhältnisse in Abbildung 5.38 dargestellt. Wie im Zentralkanal sind die Wirbelleitfähigkeiten parallel zur Wand sehr stark von der azimuthalen Koordinate abhängig. Ein relatives Maximum von $\varepsilon_{\tau,a}^+ \approx 1,5$ tritt in der Nähe des Spaltes zwischen den Stäben auf. Bewegt man sich in positiver φ -Richtung entlang des Stabumfangs (a), so fallen die azimuthalen Wirbelviskositäten zunächst von diesem relativen Maximum auf Werte um 0,1 (bei $\varphi=20^\circ$) ab, die in der Größenordnung der Wirbelviskosität im Kreisrohr liegen. Zwischen 25° und 35° ist die Wirbelviskosität parallel zur Wand aufgrund des in diesem Bereich verschwindenden Gradienten der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit nicht definiert. Mit zunehmender azimuthaler Koordinate steigen die Wirbelviskositäten parallel zur Wand stark an, um das absolute Maximum mit Werten zwischen 10 und 20 in der Nähe des engen Spaltes zwischen Stab- und Kanalwand zu erreichen. Entsprechend ergibt sich für den Strömungsbereich in der Nähe der Kanalwand (b) ein stetiger Anstieg von $\varepsilon_{\tau,a}^+ \approx 0,2$ bei $z=0$ auf $\varepsilon_{\tau,a}^+ \approx 20$ in der Nähe des engsten Querschnitts.

Die zuvor beschriebenen Tendenzen sind im Wandkanal auch bei kleinerem Stab- bzw. Wandabstandsverhältnis in Abbildung 5.38 (c) und (d) zu erkennen. Allerdings ist in diesem Fall die Variation der Werte in Umfangsrichtung wesentlich stärker ausgeprägt als im weiteren Gitter. Maximale Werte von ca. 50-70 treten in der Nähe des engsten Spaltes auf. Auch das relative Maximum in der Nähe des Spaltes zwischen den Stäben liegt bei höheren Werten $\varepsilon_{\tau,a}^+ \approx 3,0$.

Werte in der Größenordnung der Wirbelviskosität im Kreisrohr ergeben sich wiederum in der Nähe des maximalen Unterkanalquerschnitts.

Die azimuthalen Wirbelviskositäten im Wandkanal des 37-Stabbündels stimmen bei beiden Stab- bzw. Wandabstandsverhältnissen sehr gut mit den Ergebnissen von Rehme in einem 4-Stab- bündel ähnlicher Geometrie ($P/D=1,148$, $W/D=1,074$ und $P/D=1,07$, $W/D=1,026$) überein.

Abbildung 5.39 zeigt die Verteilung der Wirbelleitfähigkeit in wandparalleler Richtung im Wandkanal bei beiden Stab- bzw. Wandabstandsverhältnissen. Generell läßt sich feststellen, daß die azimuthalen Wirbelleitfähigkeiten bei beiden Gitterweiten im Strömungsbereich nahe der Stabwand von derselben Größenordnung sind wie die azimuthalen Wirbelviskositäten. In der Nähe der unbeheizten Kanalwand sind die Wirbelleitfähigkeiten parallel zur Wand wesentlich kleiner als in der Nähe der beheizten Stabwand, da dort die Korrelation $-w\theta$ gegen Null geht. Im Strömungsbereich nahe der beheizten Stabwand (a) treten die maximalen Wirbelleitfähigkeiten $\varepsilon_{q,a}^+ \approx 20$ bei $\approx 65^\circ$ bis 70° auf der Linie der Maximalgeschwindigkeit, also im Bereich sehr großer Werte $-w\theta$ auf. Im Bereich des größten Unterkanalquerschnitts ($\varphi=35^\circ$) existieren minimale Werte der azimuthalen Wirbelleitfähigkeit $\varepsilon_{q,a}^+ \approx 0,1$, die in der Größenordnung der Wirbelleitfähigkeit im Kreisrohr liegen. Ein relatives Maximum $\varepsilon_{q,a}^+ \approx 0,7$ befindet sich in der Nähe des Spaltes zwischen den Stäben. Bei kleinerem Stab- bzw. Wandabstandsverhältnis (c) treten in Analogie zu den Wirbelviskositäten höhere Werte der azimuthalen Wirbelleitfähigkeit auf. Im Bereich zwischen 65° und 85° werden maximale Werte $\varepsilon_{q,a}^+ \approx 40$ erreicht. Wie im weiteren Gitter liegen in der Nähe des größten Unterkanalquerschnitts die Wirbelleitfähigkeiten parallel zur Wand in der Größenordnung der Werte im Kreisrohr. Im Spalt zwischen den Stäben existieren im Vergleich zum weiteren Gitter um den Faktor 4 höhere Werte $\varepsilon_{q,a}^+ = 3,0$.

Im Vergleich zu den radialen Gradienten der zeitlich gemittelten Geschwindigkeits- und Temperaturfelder sind die Gradienten parallel zur Wand sehr klein, was zu starken Streuungen der azimuthalen Wirbelviskositäten und Wirbelleitfähigkeiten und ganz besonders der azimuthalen turbulenten Prandtl-Zahl als Verhältnis dieser Austauschgrößen führt. Aufgrund der Unsicherheiten bei der Berechnung der azimuthalen turbulenten Prandtl-Zahl soll auf eine detaillierte Beschreibung der Ergebnisse an dieser Stelle verzichtet werden. Es sei jedoch der Hinweis erlaubt, daß in allen untersuchten Geometrien des 37-Stabbündels eine Häufung der azimuthalen turbulenten Prandtl-Zahl im Wertebereich zwischen 0,8 und 2,0 zu beobachten ist.

Das Ansteigen der azimuthalen turbulenten Austauschgrößen mit abnehmendem Stab- bzw. Wandabstandsverhältnis bei gleichzeitiger Konstanz der radialen Austauschgrößen führt zu einem sehr starken Anstieg der Anisotropie als Verhältnis der jeweiligen turbulenten Austauschgrößen in wandsenkrechter und radialer Richtung. Im Zentralkanal treten bei $P/D=1,12$ maximale Werte der Anisotropie von ca. 2 auf, während bei kleinerem Stababstandsverhältnis von $P/D=1,06$ bereits maximale Werte um 30 existieren. Im Wandkanal finden sich bei $W/D=1,06$ maximale Werte der Anisotropie von etwa 100, die bei $W/D=1,03$ auf ungefähr 600 ansteigen. Im Gegensatz dazu sind im Bereich der größten Unterkanalquerschnitte von Zentral- und Wandkanal die azimuthalen und radialen Austauschgrößen von gleicher Größenordnung wie im Kreisrohr.

Abschließend sei an dieser Stelle noch eine Bemerkung zu der Anwendbarkeit des Konzeptes der Wirbelviskositäten bzw. der Wirbelleitfähigkeiten von Boussinesq speziell in Stabbündeln erlaubt. Diese Ansätze versuchen den turbulenten Austausch von Impuls und Wärme auf Gradienten der zeitlich gemittelten Temperatur- und Geschwindigkeitsfelder zurückzuführen, in Analogie zu den Ansätzen von Newton und Fourier für molekulare Austauschprozesse. In Stabbündeln ist der mit abnehmendem Stababstandsverhältnis stark gesteigerte azimuthale turbulente Austausch von Impuls und Wärme aber gerade nicht eine Funktion der Gradienten der zeitlich gemittelten Felder von Temperatur und Geschwindigkeit. Sie sind eine Folge der großskaligen Strömungs- und Temperaturpulsationen in den Spalten zwischen den Stäben und zwischen Stab- und Kanalwand. Diese kohärenten Strukturen beeinflussen turbulente Austauschprozesse in ganz entscheidender Weise. Somit läßt das Konzept des Austauschansatzes bei der numerischen Berechnung turbulenter Strömungen durch Stabbündel nur dann sinnvolle Ergebnisse erwarten, wenn es durch eine entsprechende empirische Basis abgesichert ist. Dies ist für das Problem des turbulenten Impulsaustausches viel eher gerechtfertigt als für den turbulenten Austausch von Wärme. Von universellem Charakter können auf dem Austauschkonzept beruhende Schließungsannahmen keinesfalls sein, da sie die Wirkung, d.h. die gesteigerte Mischung in engen Geometrien nicht auf die richtige Ursache zurückführen.

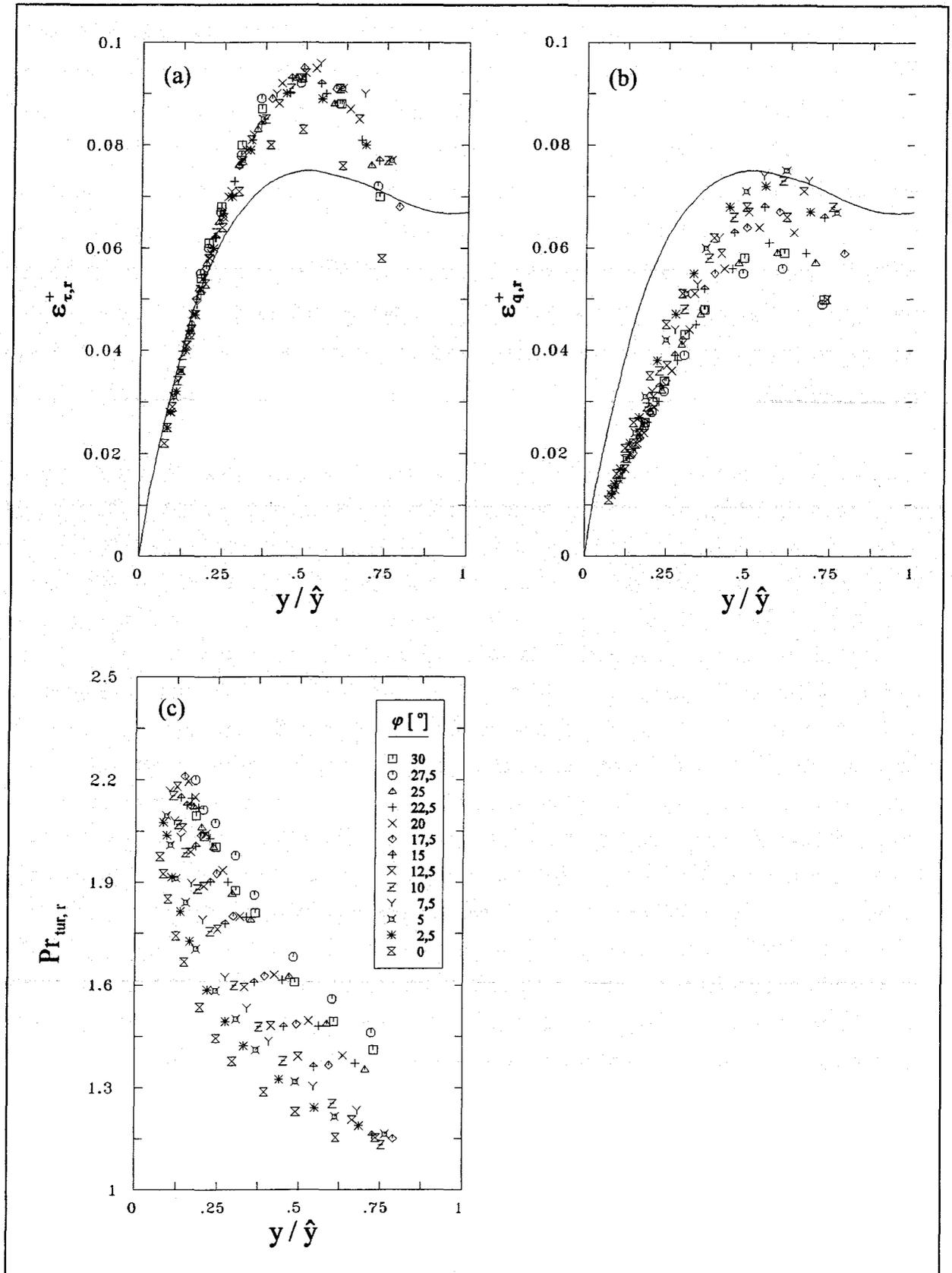


Abbildung 5.33: Radiale Wirbelviskosität (a), radiale Wirbelleitfähigkeit (b) und radiale turbulente Prandtl-Zahl (c) im Zentralkanal bei $P/D=1,12$.

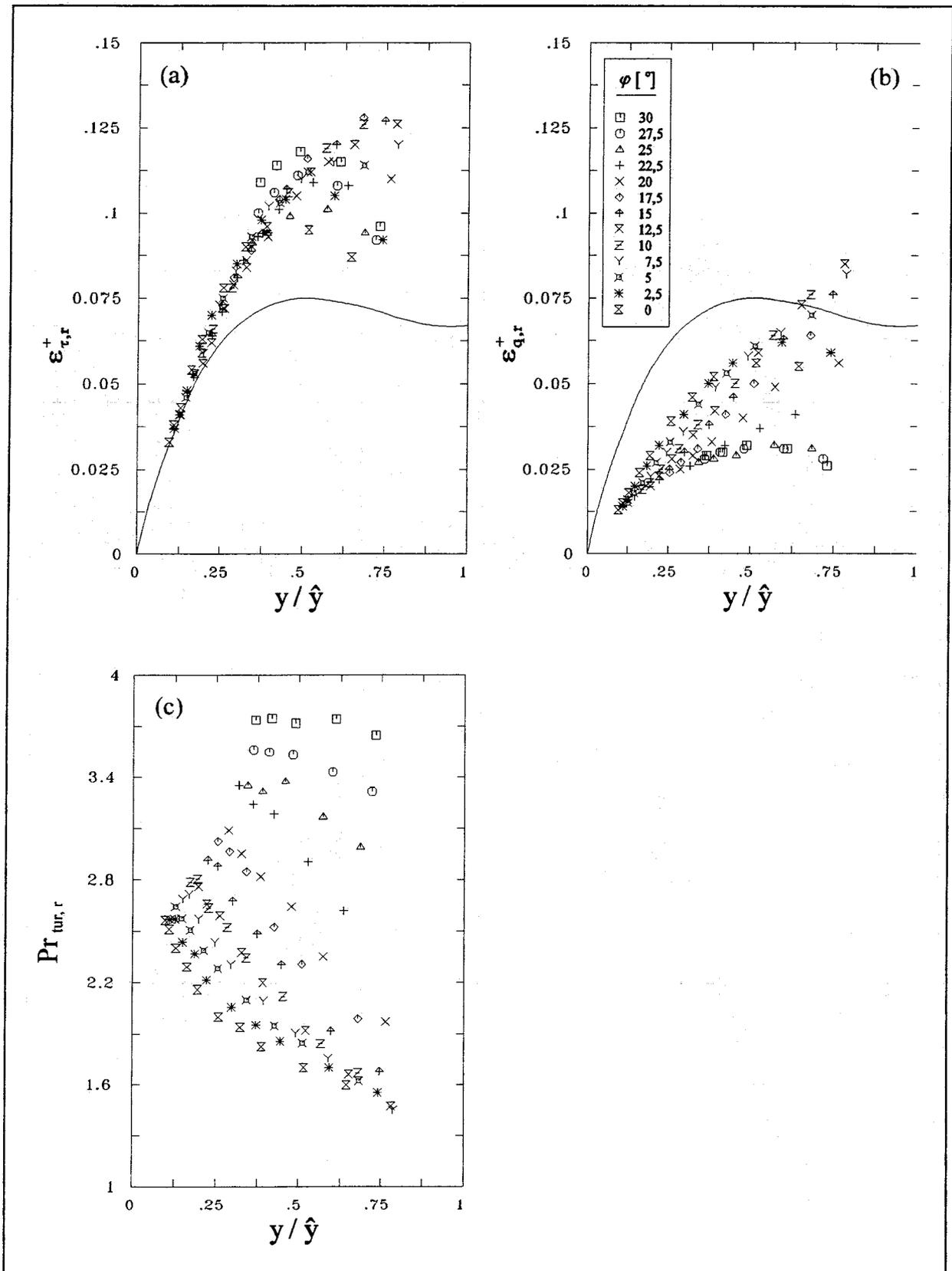


Abbildung 5.34: Radiale Wirbelviskosität (a), radiale Wirbelleitfähigkeit (b) und radiale turbulente Prandtl-Zahl (c) im Zentralkanal bei $P/D=1,06$.

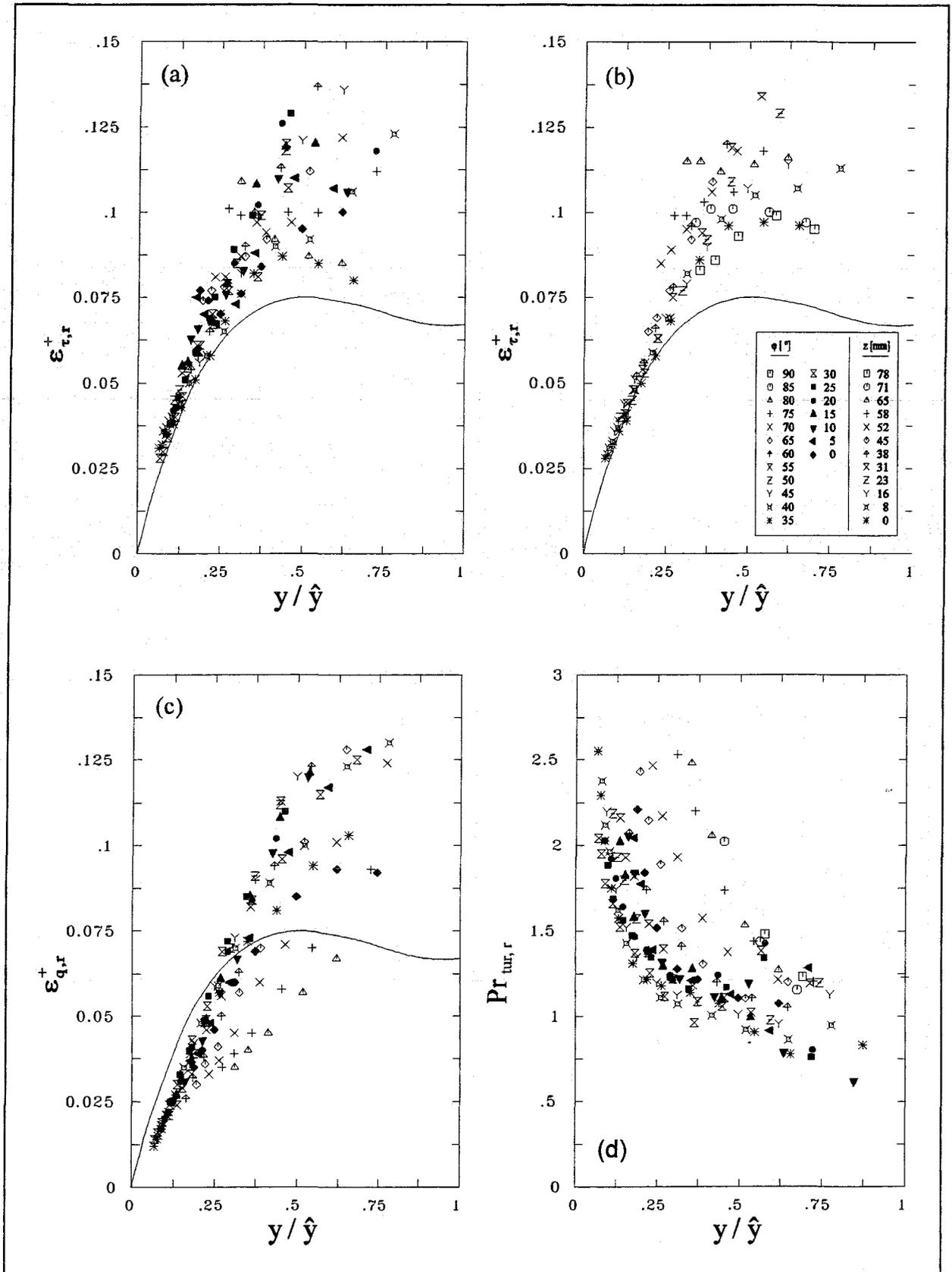


Abbildung 5.35: Radiale Wirbelviskosität im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie radiale Wirbelleitfähigkeit (c) und radiale turbulente Prandtl-Zahl (d) im Wandkanal bei $W/D=1,06$ und $P/D=1,12$.

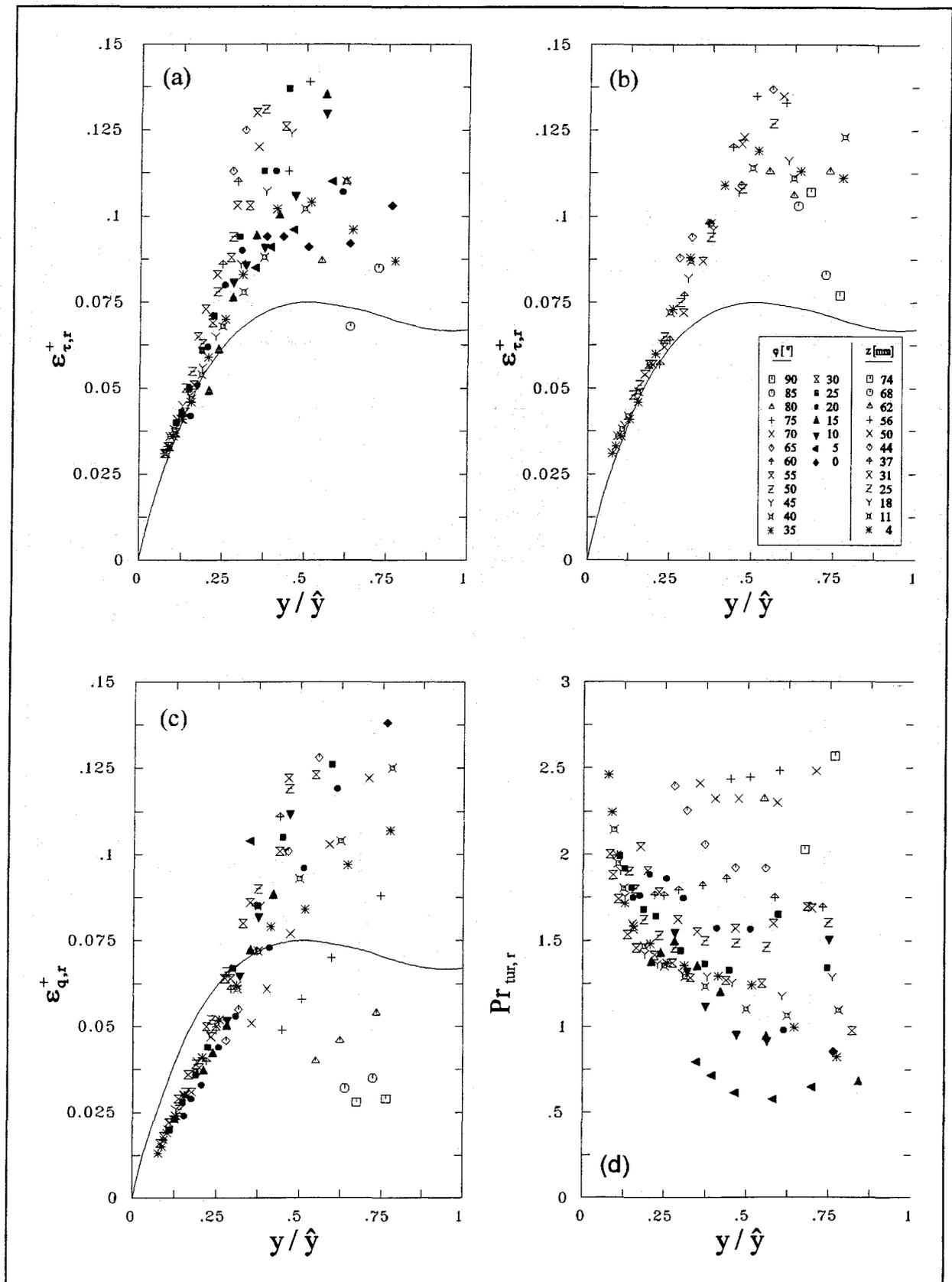


Abbildung 5.36: Radiale Wirbelviskosität im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie radiale Wirbelleitfähigkeit (c) und radiale turbulente Prandtl-Zahl (d) im Wandkanal bei $W/D=1,03$ und $P/D=1,06$.

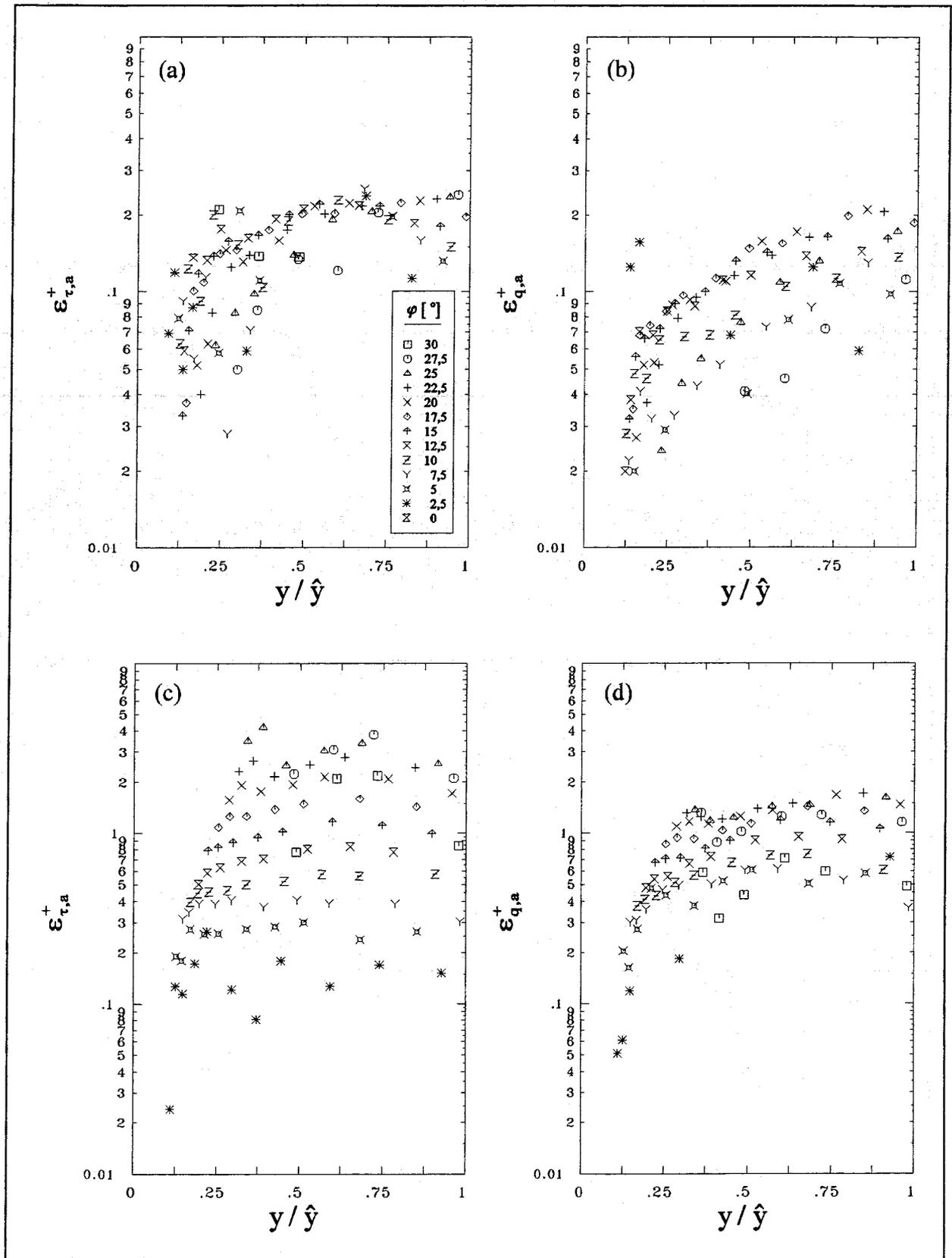


Abbildung 5.37: Azimutale Wirbelviskosität (a) und Wirbelleitfähigkeit (b) im Zentralkanal bei $P/D=1,12$, sowie azimutale Wirbelviskosität (c) und Wirbelleitfähigkeit (d) bei $P/D=1,06$.

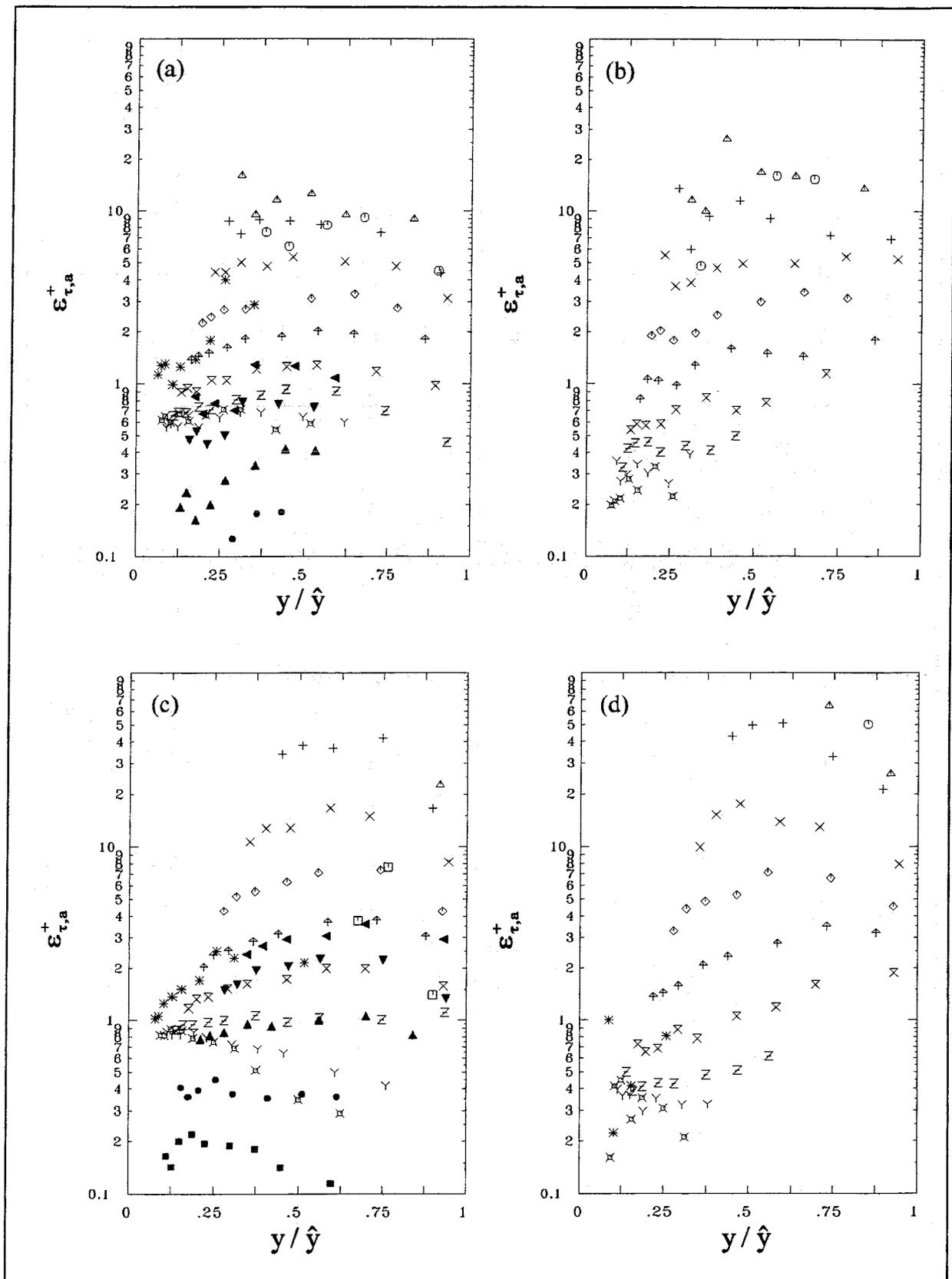


Abbildung 5.38: Azimutale Wirbelviskosität im Wandkanal bei $W/D=1,06$ ($P/D=1,12$) im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie bei $W/D=1,03$ ($P/D=1,06$) im Stabunterkanal (c) und Wandunterkanal (d).

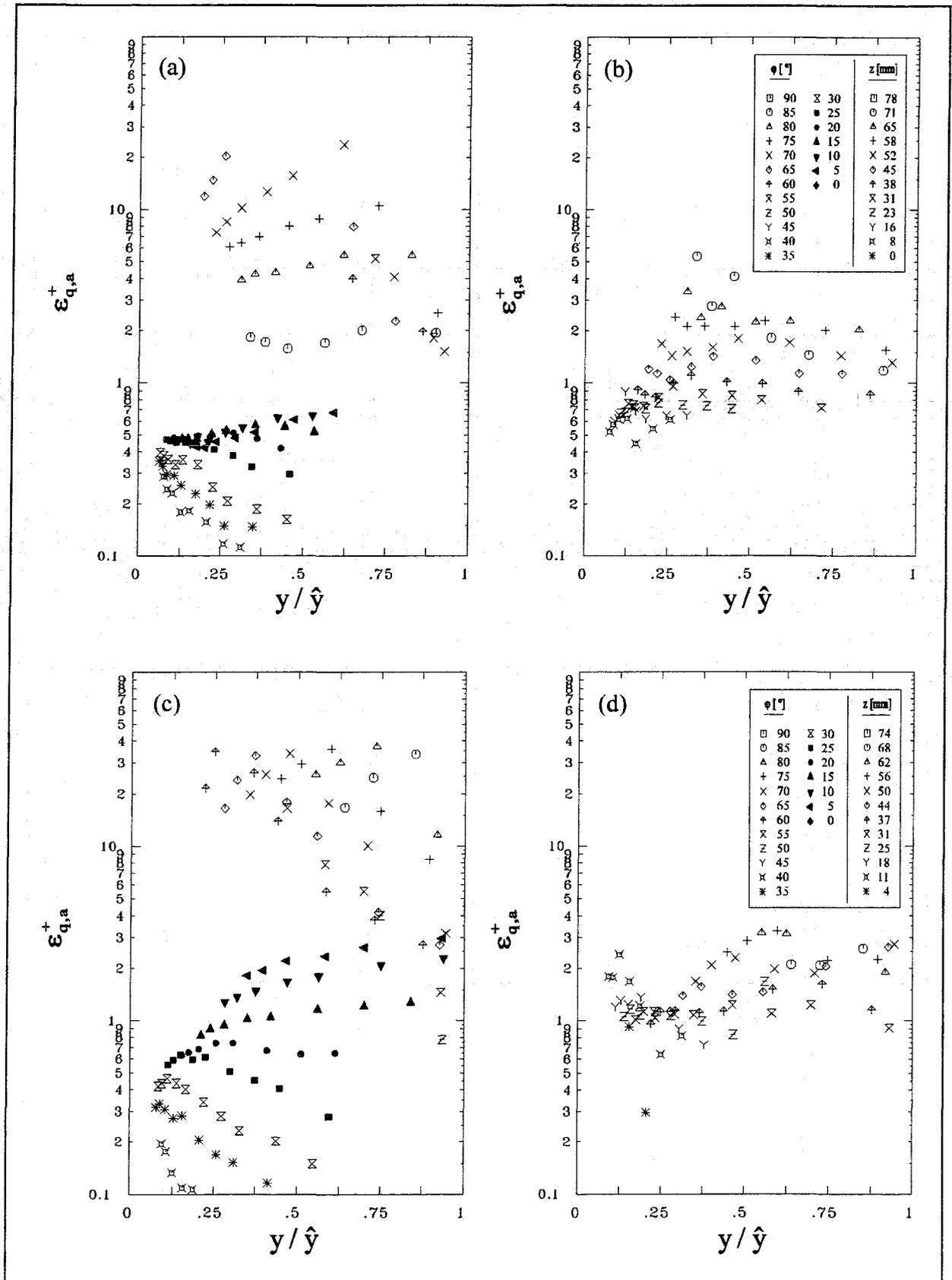


Abbildung 5.39: Azimutale Wirbelleitfähigkeit im Wandkanal bei $W/D=1,06$ ($P/D=1,12$) im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie bei $W/D=1,03$ ($P/D=1,06$) im Stabunterkanal (c) und Wandunterkanal (d).

5.5 Tripelprodukte

Im Rahmen dieser Arbeit wurden alle zehn Dreifach-Korrelationen $\overline{u_i u_j u_k}$ der Geschwindigkeitsschwankungen bestimmt, die im Diffusionsterm der Transportgleichung für den Reynoldsschen Spannungstensor $u_i u_j$ vorkommen. Tripelkorrelationen zwischen Geschwindigkeits- und Temperaturschwankungen $\overline{u_i u_k \theta}$ treten im Diffusionsterm der Transportgleichung für den Reynoldsschen Wärmestrom $u_i \theta$, Tripelkorrelationen der Form $\overline{u_k \theta^2}$ im Diffusionsterm der Transportgleichung für die Temperaturschwankung θ^2 auf. Alle Dreifach-Korrelationen zwischen Geschwindigkeits- und Temperaturschwankungen waren sehr klein und zeigten starke statistische Schwankungen, so daß eine Darstellung der Werte nicht sinnvoll erscheint. Nachfolgend werden exemplarisch einige Ergebnisse zu Tripelkorrelationen zwischen Geschwindigkeitsschwankungen beschrieben. Eine vollständige Darstellung aller gemessenen Werte $\overline{u_i u_j u_k}$ ist in Krauss und Meyer (1996) gegeben.

Abbildung 5.40 zeigt die Verteilung der Tripelkorrelation $\overline{uw^2}/u_\tau^3$ im Zentralkanal des Bündels bei zwei Stababstandsverhältnissen. Maximale Werte $\overline{uw^2}/u_\tau^3=0,2$ werden bei größerem Stababstandsverhältnis $P/D=1,12$ in Wandnähe bei $\varphi=0^\circ$ erreicht. Mit zunehmendem Abstand von der Wand nehmen die Werte auf der Traverse $\varphi=0^\circ$ ab und erreichen bei $y/\hat{y} \approx 0,5$ den Wert $-0,2$. Zur Linie der Maximalgeschwindigkeit hin steigt die Tripelkorrelation leicht an auf Werte um $-0,1$. Die Variation der Meßwerte in azimuthaler Richtung ist in Wandnähe am stärksten ausgeprägt. Bei kleinerem Stababstandsverhältnis $P/D=1,06$ stimmt die Verteilung der Werte auf der Traverse $\varphi=0^\circ$ sehr gut mit den Ergebnissen bei größerem Stababstandsverhältnis überein. In der näheren Umgebung des Spaltes zwischen den Stäben steigen die Werte $\overline{uw^2}/u_\tau^3$ sehr stark an, um direkt im Spalt auf der Linie der Maximalgeschwindigkeit das absolute Maximum von ca. $0,6$ zu erreichen.

In Abbildung 5.41 ist die Verteilung von $\overline{uw^2}/u_\tau^3$ im Wandkanal des Bündels bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$ dargestellt. In der Höhenliniendarstellung (c) ist deutlich das Minimum von $-1,6$ im Bereich maximaler azimuthaler turbulenter Schubspannung bei $\varphi=60^\circ$ zu erkennen. Die Variation der Meßwerte in wandparalleler Richtung ist im Wandkanal noch stärker ausgeprägt als im Zentralkanal bei $P/D=1,06$. Bei kleinerem Stab- bzw. Wandabstandsverhältnis von $P/D=1,06$ und $W/D=1,03$ (Abbildung 5.42) treten wesentlich höhere Werte der Tripelkorrelation $\overline{uw^2}/u_\tau^3$ auf. Minimale Werte von etwa $-4,0$ werden wiederum im Bereich maximaler

azimutaler Schubspannung erreicht. Im Vergleich zu den Ergebnissen im weiteren Gitter ist in Abbildung 5.42 die Variation der Meßwerte auf der Linie der Maximalgeschwindigkeit in azimutaler Richtung wesentlich größer.

Die Verteilungen der Dreifach-Korrelation $\overline{-u^2 w / u_\tau^3}$ im Wandkanal des Bündels lassen bei $W/D=1,06$ und $P/D=1,12$ (Abbildung 5.43) und $W/D=1,03$ und $P/D=1,06$ (Abbildung 5.44) eine entfernte Ähnlichkeit mit den Verteilungen der azimutalen turbulenten Schubspannung erkennen. Maximale Werte $\overline{-u^2 w / u_\tau^3}$ treten jeweils im Bereich maximaler azimutaler Schubspannung auf. Bei kleinerem Wandabstandsverhältnis liegen diese absoluten Maxima mit $\overline{-u^2 w / u_\tau^3}=5,2$ wesentlich höher als bei größerem W/D -Verhältnis ($\overline{-u^2 w / u_\tau^3}=3,2$). Erwartungsgemäß ist auch die Variation der Meßwerte in azimutaler Richtung vor allem im Bereich der Linie der Maximalgeschwindigkeit bei kleinerem Wandabstandsverhältnis stärker ausgeprägt.

Wie bereits bei der Darstellung der transversalen turbulenten Schubspannung \overline{vw} erläutert, können die Dreifach-Korrelationen $\overline{v^2 w}$, $\overline{vw^2}$ und \overline{uvw} mit einer x-Draht-Sonde nicht direkt bestimmt werden. Da diese Größen somit aus der Differenz mehrerer Signale berechnet werden müssen, ist die zu erwartende Meßunsicherheit sehr groß. Zur Überprüfung der Genauigkeit der Messungen mit der x-Sonde wurden die Dreifach-Korrelationen $\overline{v^2 w}$, $\overline{vw^2}$ und \overline{uvw} auch mit Hilfe einer 4-Draht-Sonde direkt ermittelt. Abbildung 5.45 zeigt beispielhaft die mit x-Sonde (a) und 4-Draht-Sonde (b) gemessenen Verteilungen der Tripelkorrelation \overline{uvw} . Bei der Beurteilung der erhaltenen Verteilungen sollte beachtet werden, daß die Werte \overline{uvw} (wie auch $\overline{v^2 w}$ und $\overline{vw^2}$) im gesamten Zentralkanal extrem klein sind. Die Übereinstimmung der Ergebnisse von x-Sonde und 4-Draht-Sonde ist angesichts dessen als sehr gut zu bezeichnen, was die Genauigkeit der Messungen mit der x-Draht-Sonde unterstreicht.

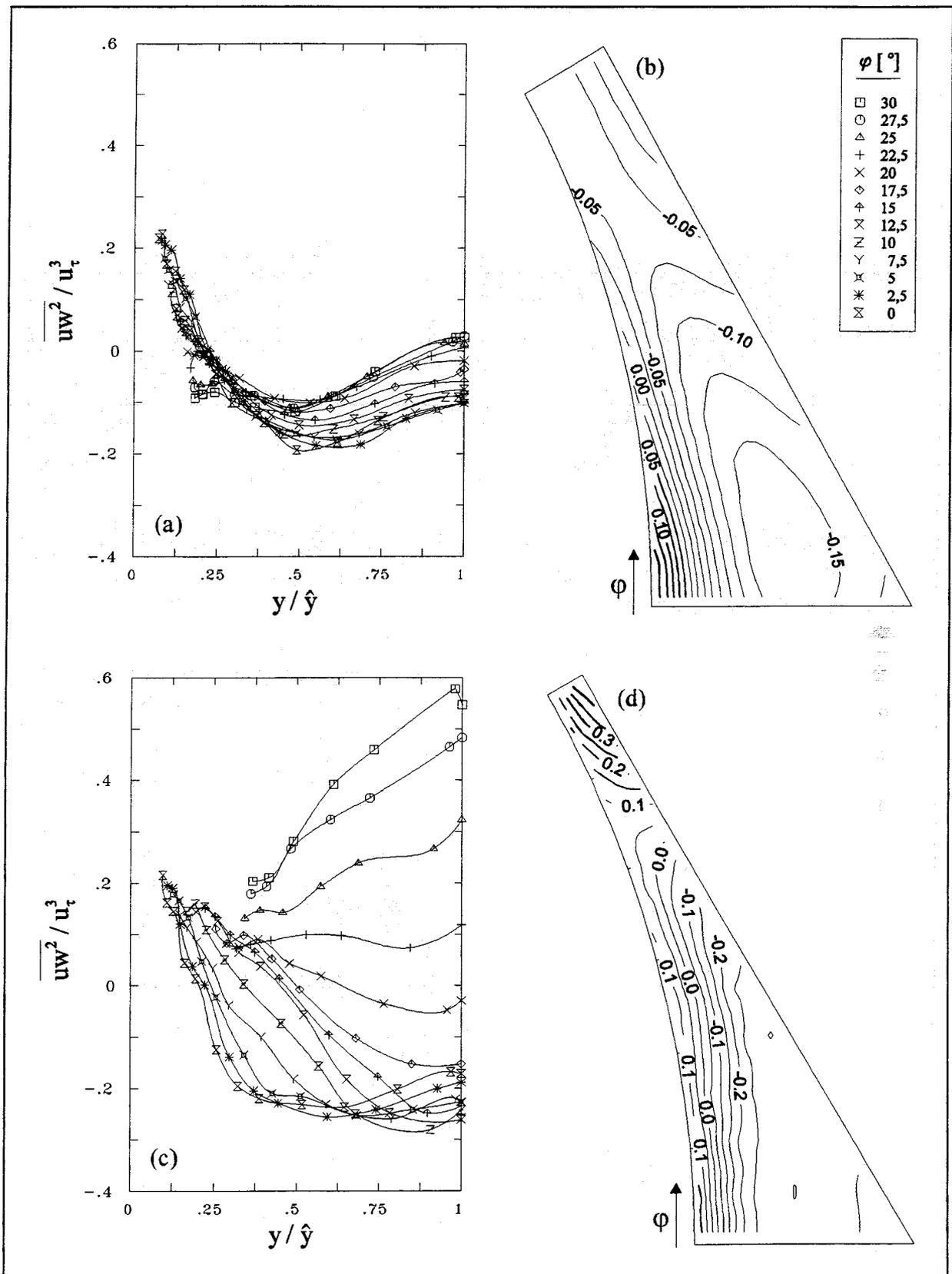


Abbildung 5.40: Tripelkorrelation $\overline{uw^2}/u_t^3$ im Zentralkanal bei $P/D=1,12$ als xy-Darstellung (a) und Isoliniendarstellung (b), sowie bei $P/D=1,06$ als xy-Darstellung (c) und Isoliniendarstellung (d).

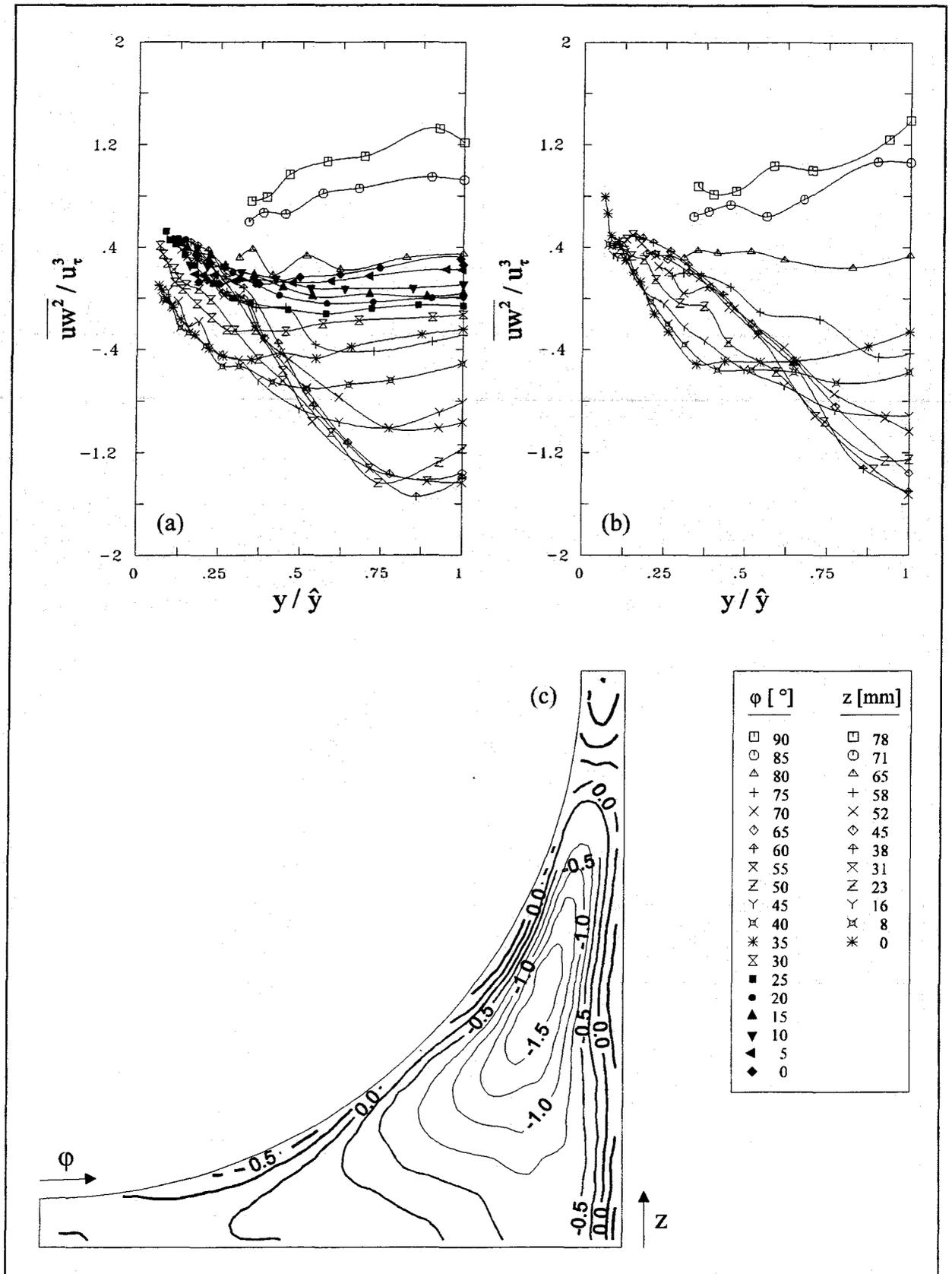


Abbildung 5.41: Tripelkorrelation $\overline{uw^2}/u_t^3$ im Wandkanal bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$ als xy-Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isoliniendarstellung (c).

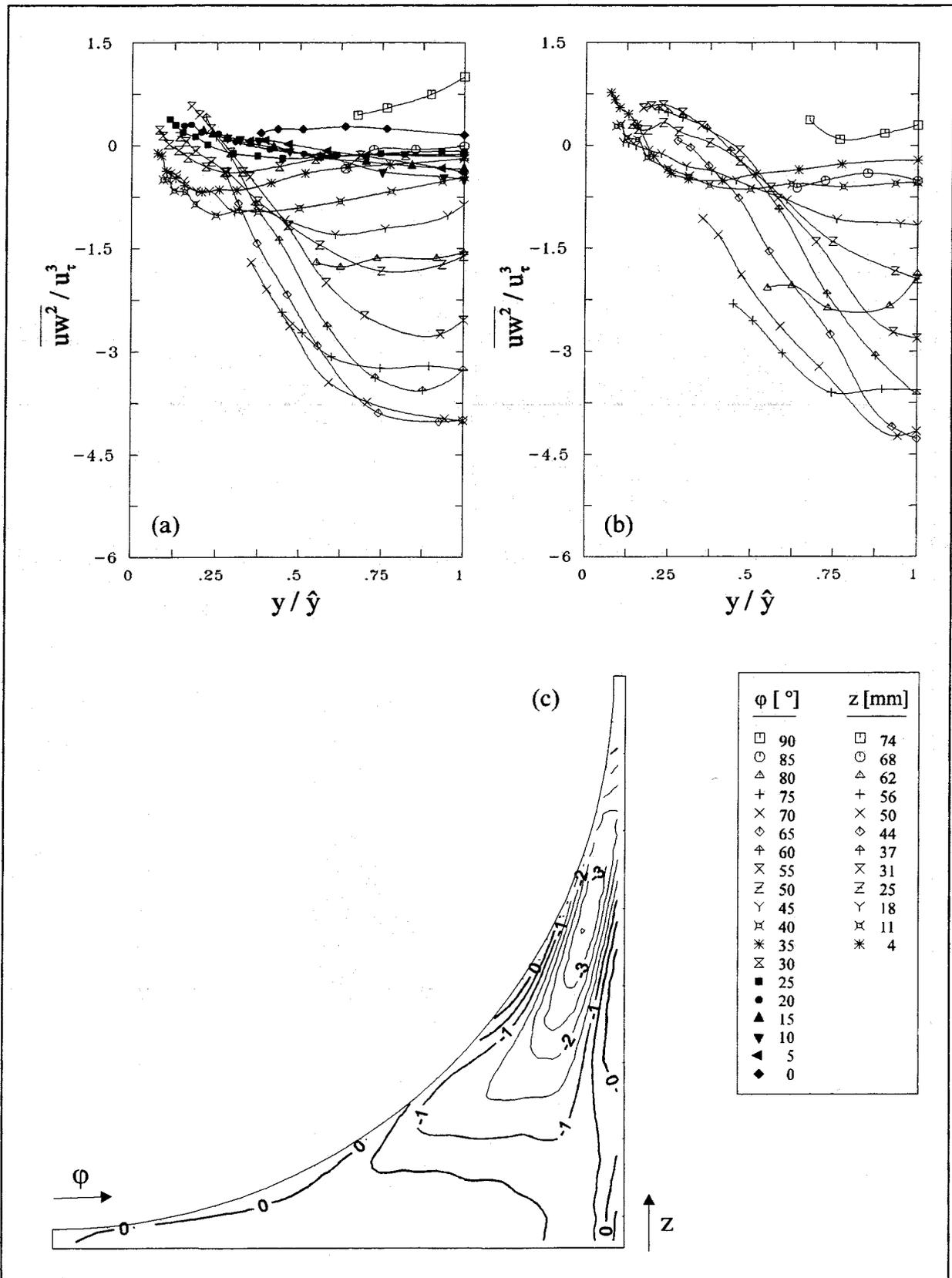


Abbildung 5.42: Tripelkorrelation $\overline{uw^2}/u_t^3$ im Wandkanal bei $P/D=1,06$ und $W/D=1,03$ als xy-Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isoliniendarstellung (c).

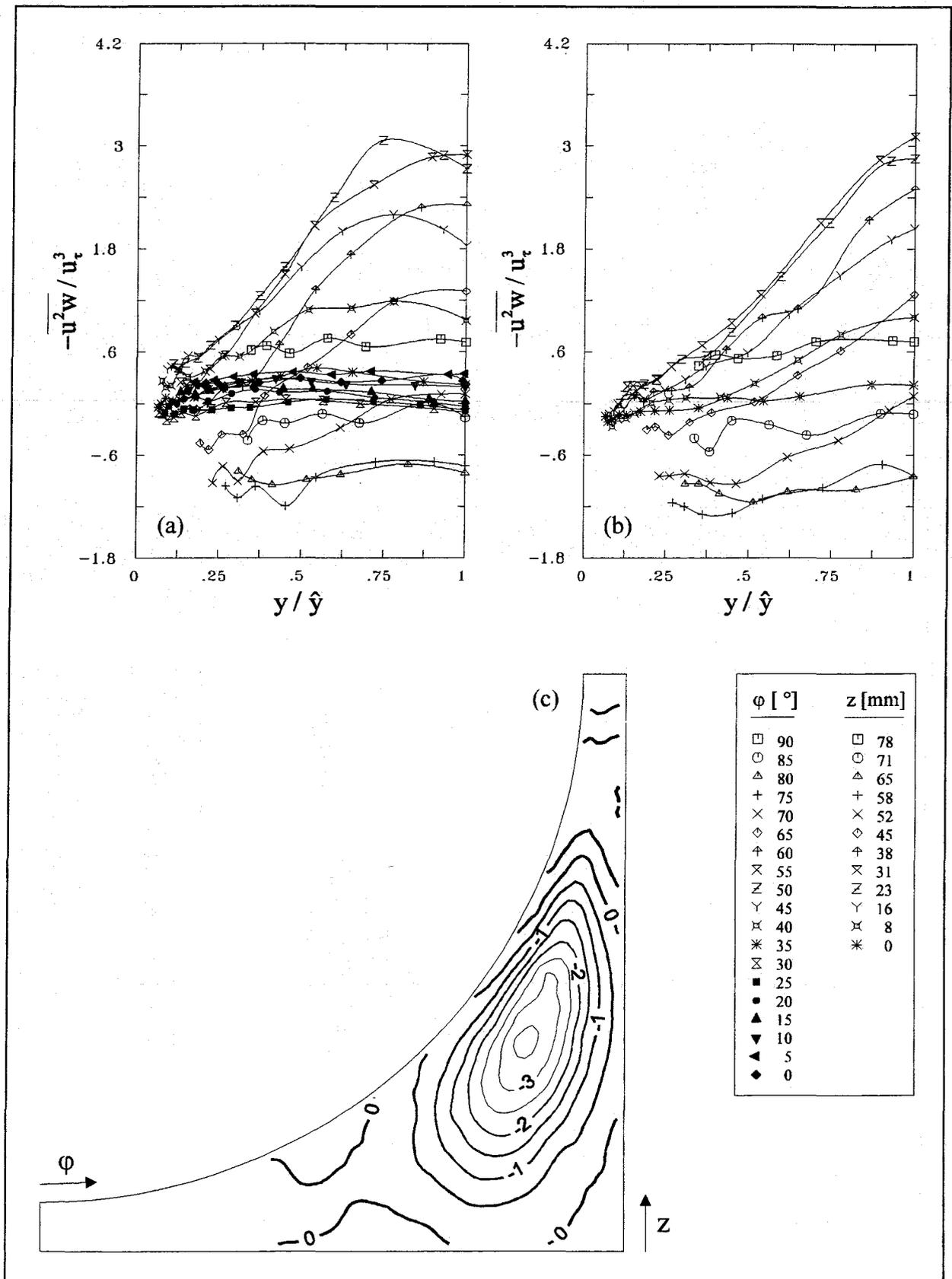


Abbildung 5.43: Tripelkorrelation $\overline{-u^2w}/u_t^3$ im Wandkanal bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$ als xy-Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isoliniendarstellung (c).

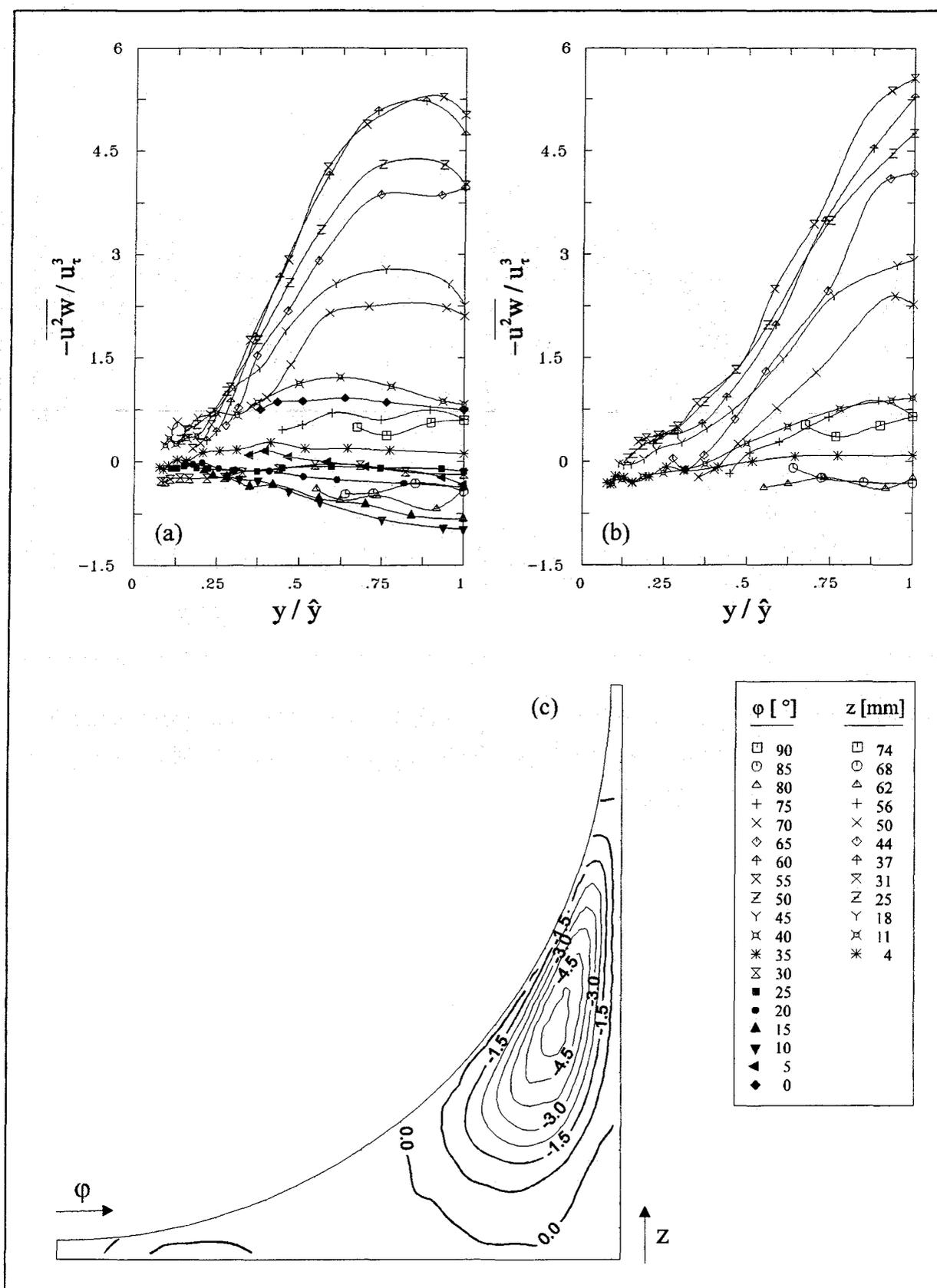


Abbildung 5.44: Tripelkorrelation $\overline{u^2w}/u_t^3$ im Wandkanal bei $P/D=1,06$ und $W/D=1,03$ als xy-Darstellung im Stabunterkanal (a) und Wandunterkanal (b), sowie als Isoliniendarstellung (c).

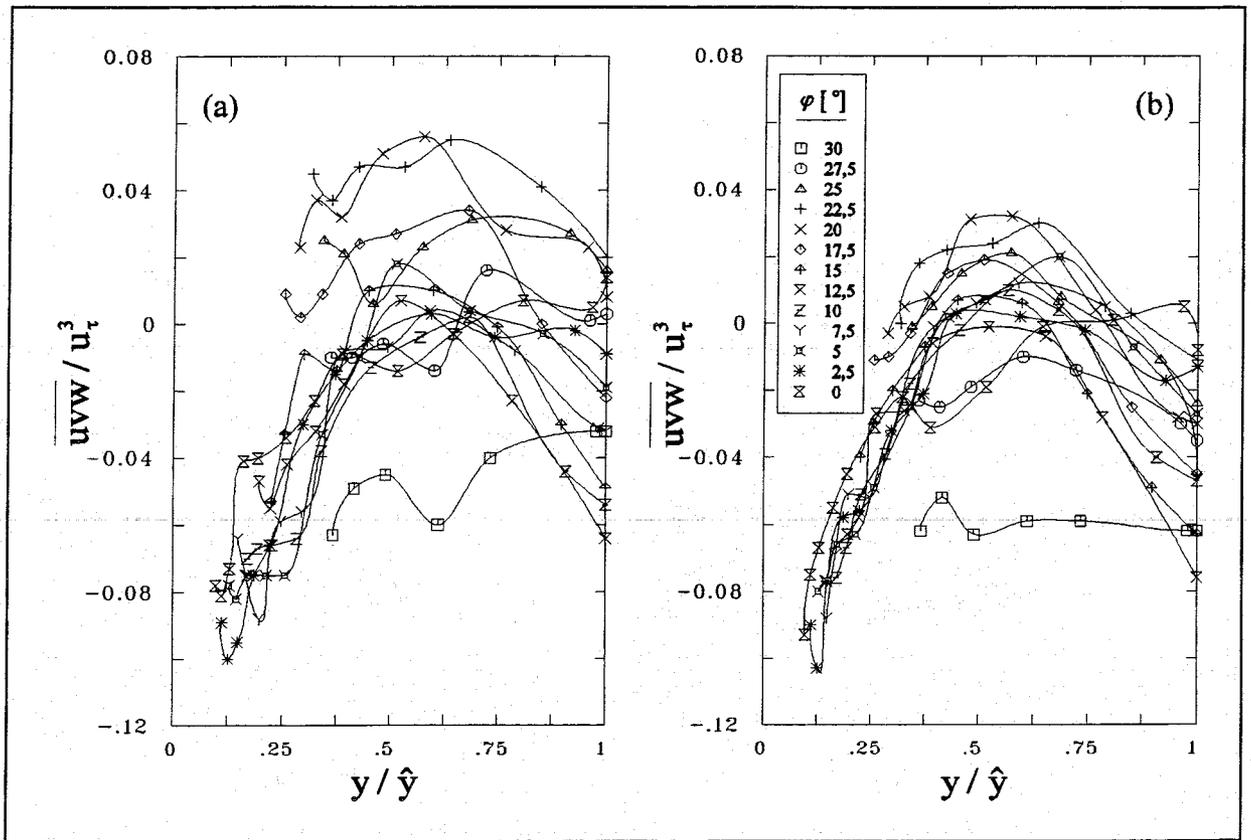


Abbildung 5.45: Tripelkorrelation \overline{uvw}/u_t^3 im Zentralkanal bei $P/D=1,06$ gemessen mit der x-Draht-Sonde in beheizter Strömung (a) und 4-Draht-Sonde in isothermer Strömung (b).

6 Frequenzanalyse

In Kapitel 5 wurden Kenngrößen der turbulenten Strömungsbewegung beschrieben, die auf wahrscheinlichkeitstheoretischen Überlegungen basieren. Diese statistische Betrachtungsweise erlaubt Aussagen über einen Prozeß, die nicht nur zeitlich, sondern auch über alle Frequenzen gemittelt sind. Eine mehr physikalische Betrachtungsweise erlaubt Aussagen über die Verteilung des Energieinhalts eines Prozesses über die in ihm enthaltenen Frequenzen. In diesem Kapitel werden zunächst alle Größen zur spektralen Beschreibung der Turbulenz eingeführt und anschließend die wesentlichen Ergebnisse zur Frequenzanalyse im Stabündel dargestellt.

6.1 Theoretische Grundlagen

Zur Zerlegung eines Signals in sein Frequenzspektrum bedient man sich der Fourier-Transformation. Die Fourier-Transformation approximiert eine gegebene Zeitfunktion durch eine Summe trigonometrischer Funktionen bestimmter Amplitude und Phase. Sie überführt damit die gegebene Funktion vom Zeitbereich in den Frequenzbereich. Seien $u(t)$ und $w(t)$ Zeitreihen der Geschwindigkeitskomponenten in axiale bzw. azimutale Richtung, so bezeichnet man die komplexen Integrale

$$\tilde{U}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (6.1)$$

und

$$\tilde{W}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} w(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (6.2)$$

als Fouriertransformierte der Geschwindigkeitskomponenten (Giloj (1967)). Aus den jeweiligen Fouriertransformierten erhält man die autospektrale Leistungsdichte $\Phi_u(f)$ der axialen Geschwindigkeitskomponente

$$\Phi_u(f) = 2 \lim_{t_b \rightarrow \infty} \frac{1}{t_b} |\tilde{U}(f)|^2, \quad (6.3)$$

sowie die kreuzspektrale Leistungsdichte $\Phi_{uw}(f)$ der axialen und azimutalen Geschwindigkeitskomponenten

$$\Phi_{uw}(f) = 2 \lim_{t_b \rightarrow \infty} \frac{1}{t_b} \left(\tilde{U}(f) \tilde{W}^*(f) \right). \quad (6.4)$$

Die Größe $\tilde{W}^*(f)$ bezeichnet hier die komplex Konjugierte zu $\tilde{W}(f)$. Die kreuzspektrale Leistungsdichte ist im Gegensatz zur autospektralen Leistungsdichte eine komplexe Größe; im folgenden wird deren Betrag als kreuzspektrale Leistungsdichte bezeichnet und ebenfalls das Symbol $\Phi_{uw}(f)$ verwendet. Aus der kreuzspektralen Leistungsdichte läßt sich nach Bendat und Piersol (1986) eine weitere wichtige Größe, die Kohärenzfunktion $\gamma_{uw}^2(f)$ ableiten. Sie ist definiert als

$$\gamma_{uw}^2(f) = \frac{|\Phi_{uw}(f)|^2}{\Phi_u(f) \Phi_w(f)}. \quad (6.5)$$

Die Kohärenzfunktion bezieht den Betrag der kreuzspektralen Leistungsdichte auf die jeweiligen autospektralen Leistungsdichten zweier Signale und kann Werte zwischen Null und Eins annehmen. Im Gegensatz zur dimensionsbehafteten kreuzspektralen Leistungsdichte erlaubt die dimensionslose Kohärenzfunktion einen objektiven Vergleich des Verwandtschaftsgrades unterschiedlicher Prozesse. Im allgemeinen wird die positive Quadratwurzel der Kohärenzfunktion verwendet und ebenfalls als Kohärenzfunktion $\gamma_{uw}(f)$ bezeichnet.

Aus den auto- und kreuzspektralen Leistungsdichten lassen sich mit Hilfe der Beziehung von Wiener-Khintchine auf sehr elegante Weise die Auto- bzw. Kreuzkorrelationsfunktionen der betrachteten Zeitfunktionen berechnen. Eine inverse Fourier-Transformation überführt hierbei die spektralen Leistungsdichten in die entsprechenden Korrelationsfunktionen.

$$R'_{uu}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_u(f) e^{(j2\pi f\tau)} df$$

$$R'_{ww}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_w(f) e^{(j2\pi f\tau)} df \quad (6.6)$$

$$R'_{uw}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{uw}(f) e^{(j2\pi f\tau)} df$$

Die Berechnung der Korrelationsfunktionen anhand der Beziehung von Wiener-Khintchine ist gegenüber einer Berechnung im Zeitbereich wesentlich effektiver, da zur Transformation sehr schnelle Fast-Fourier Algorithmen benutzt werden können. Wie aus der rechten Seite der Gleichung (6.6) unschwer zu erkennen ist, geben die Korrelationsfunktionen zu jeder Zeitverschiebung τ die über das gesamte Frequenzspektrum gemittelte Energie eines stochastischen Prozesses wieder. Die Korrelationsfunktionen bei der Zeitverschiebung $\tau=0$ beinhalten dabei den gesamten Energiegehalt eines Prozesses, da in diesem Fall der Imaginärteil in (6.6) gleich Null und der Realteil gleich Eins wird. Somit berechnet sich z.B. die Autokorrelationsfunktion der axialen Komponente bei der Zeitverschiebung $\tau=0$ zu

$$R'_{uu}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_u(f) df. \quad (6.7)$$

Normiert man die Autokorrelationsfunktion $R'_{uu}(\tau)$ mit ihrem Wert für die Zeitverschiebung $\tau=0$, so erhält man die Funktion des Autokorrelationskoeffizienten

$$R_{uu}(\tau) = \frac{R'_{uu}(\tau)}{R'_{uu}(0)}. \quad (6.8)$$

Analog wird die Funktion des Kreuzkorrelationskoeffizienten definiert mit

$$R_{uw}(\tau) = \frac{R'_{uw}(\tau)}{\sqrt{R'_{uu}(0) R'_{ww}(0)}}. \quad (6.9)$$

Die Funktionen des Auto- und Kreuzkorrelationskoeffizienten werden im folgenden als Auto- bzw. Kreuzkorrelationsfunktionen bezeichnet. Sie können Werte im Bereich von -1 bis 1 annehmen.

6.2 Untersuchungen an unterschiedlichen Geometrien

Messungen des eindimensionalen Energiespektrums der axialen Schwankungsgeschwindigkeit in turbulenten Scherströmungen wurden von Klebanoff und Diehl (1951), Laufer (1954) und Craya und Milliat (1955) durchgeführt. Alle Untersuchungen zeigten den in Abbildung 6.1 dargestellten typischen Verlauf. Bei niedrigen Frequenzen erkennt man zunächst einen Bereich, in dem die Energie der Turbulenz durch die Hauptströmung erzeugt wird. Die in diesem Pro-

duktionsbereich vorherrschenden großen Wirbelstrukturen werden durch die Erzeugungsbedingungen festgelegt und sind aufgrund ihrer Trägheit von der Viskosität unabhängig. Tchen stellte 1953 fest, daß bei Vorhandensein eines großen Geschwindigkeitsgradienten das Spektrum beim Übergang zum nächsten Bereich umgekehrt proportional zur Wellenzahl $\underline{k} = 2\pi/\lambda$, also auch umgekehrt proportional zur Frequenz f ist. An diesen Übergangsbereich schließt sich der sogenannte universelle Gleichgewichtsbereich an, der unabhängig von den Bedingungen bei der Erzeugung der Turbulenz ist. Der universelle Gleichgewichtsbereich enthält den Trägheitsunterbereich nach Kolmogoroff, proportional zu $f^{-5/3}$, und den Unterbereich der zähen Dissipation, der proportional zu f^{-7} ist. Der Trägheitsunterbereich ist durch „lokale Isotropie“ gekennzeichnet. Die in den genannten Bereichen festgestellten Proportionalitäten gelten infolge $\underline{k} \sim f$ selbstverständlich sowohl im Frequenz-, als auch im Wellenzahlspektrum.

Rowe untersuchte 1973 die Strömung durch ein Stabbündel quadratischer Anordnung. Er fand eine ausgeprägte Periodizität der Autokorrelationsfunktion der axialen Schwankungsgeschwindigkeit und prognostizierte, daß Strömungspulsationen für die mit abnehmender Spaltbreite ansteigenden Turbulenzintensitäten verantwortlich seien. Hooper und Rehme (1984) fanden periodische Strukturen in den Spalten zwischen den Stäben und zwischen Stab- und Kanalwand eines 4-Stabbündels. Sie stellten eine Proportionalität zwischen der Frequenz der Pulsationen und der Reynoldszahl fest. Systematische Untersuchungen an diesem 4-Stabbündel führten Möller (1991) zu einer Beziehung zwischen der Spaltbreite S und der mit der Frequenz der Pulsationen f , dem Stabdurchmesser D und der über den Spaltquerschnitt gemittelten Geschwindigkeit $U_{s,m}$ gebildeten Strouhalzahl

$$\text{Str}_s^{-1} = 19,5 S / D + 0,57. \quad (6.10)$$

Diese Strouhalzahl $\text{Str}_s = fD/U_{s,m}$ ist nach Möller also ausschließlich eine Funktion der Geometrie. Mit abnehmender Spaltbreite steigt die Frequenz der Pulsationen an. Bei gegebener Geometrie ist die Frequenz der Pulsationen eine lineare Funktion der Reynoldszahl. In den letzten Jahren wurden periodische Strukturen in einer Vielzahl anderer Geometrien entdeckt. Meyer und Rehme (1992) fanden sie in dem im Rahmen dieser Arbeit untersuchten 37-Stabbündel. Wu und Trupp (1993) und Guellouz und Tavoularis (1995) fanden periodische Strömungspulsationen in einer Anordnung, die aus einem von 4 Wänden umgebenen Stab bestand, bis zu relativ großen Wandabstandsverhältnissen von $W/D=1,35$.

Zur Bestimmung der für die Entstehung der Pulsationen erforderlichen geometrischen Randbedingungen untersuchten Meyer und Rehme 1994 die Strömung in rechteckigen Kanälen, die

durch einen Spalt miteinander verbunden sind. Großskalige Bewegungen treten demnach in allen Geometrien auf, in denen die Spalttiefe größer als die doppelte Spaltbreite ist. Anhand von umfangreichen Frequenz- und Korrelationsanalysen leiten Meyer und Rehme ein Modell für die großskalige Bewegung in engen Spalten her, das in Abbildung 6.2 dargestellt ist. Sie schlagen als Strömungsmodell ein Wirbelpaar vor, dessen einzelne Wirbel gegensinnig drehen und durch die höheren Geschwindigkeiten außerhalb des Spaltes angetrieben werden. Sie bewegen sich mit der mittleren Geschwindigkeit \overline{U}_c längs des Spaltes, wobei die Wirbelzentren beiderseits der Mittellinie, aber noch innerhalb des Spaltes liegen. Der mittlere Abstand der Zentren in axialer Richtung entspricht $\lambda/2 = \overline{U}_c / 2f$ und ist für eine gegebene Geometrie konstant. Wie bereits in Abschnitt 1.2 erwähnt, bestätigte Biemüller 1995 das Auftreten großskaliger Pulsationen in einer ähnlichen Geometrie mit Hilfe der „large eddy“-Simulation. Von Meyer und Rehme wurden 1995 Visualisierungen der Strömungsbewegung in einer Geometrie durchgeführt, die aus einem Hauptkanal mit einem Schlitz in einer der Wände besteht. Abbildung 6.3 läßt Wirbel erkennen, die in axialer Richtung durch den Spalt „rollen“. Aufgrund der Asymmetrie des Kanals können allerdings keine symmetrischen Wirbelpaare auftreten, wie dies z.B. in Stabbündeln der Fall ist. Die im dunkleren Teil des Bildes zu sehenden ellipsenförmigen Wirbel rollen auf dem Spaltboden ab und ragen teilweise bis in den Hauptkanal, während sie von der Hauptströmung angetrieben werden. Der Begriff „rollen“ ist zur Veranschaulichung der Wirbelbewegung recht hilfreich, soll aber keinesfalls eine geometrisch unveränderliche Struktur der Wirbel implizieren.

Die neuesten Veröffentlichungen über Untersuchungen zu diesem Themengebiet stammen von Krauss und Meyer (1995). Sie fanden erstmals großskalige Temperaturpulsationen zwischen den Stäben und zwischen Stab- und Kanalwand in einem Wandkanal des 37-Stabbündels bei beheizter Strömung. Die Korrelationsfunktionen der Geschwindigkeits- und Temperaturschwankungen zeigten an allen betrachteten Positionen identische Periodenlängen bzw. Frequenzen.

6.3 Ergebnisse der Untersuchungen im 37-Stabbündel

Nachfolgend werden alle wesentlichen Ergebnisse zur Frequenzanalyse im 37-Stabbündel bei beheizter Strömung dargestellt. Im Gegensatz zu vorhergehenden Kapiteln wird hier nicht eine möglichst vollständige Darstellung aller Ergebnisse, als vielmehr die anschauliche Schilderung grundlegender Mechanismen angestrebt.

6.3.1 Allgemeine Betrachtungen

In Abbildung 6.4 ist der typische Verlauf eines im 37-Stabbüdel gemessenen Energiespektrums in doppeltlogarithmischem Maßstab dargestellt. Es handelt sich um die autospektrale Leistungsdichte Φ_u der Geschwindigkeitsschwankung in Hauptströmungsrichtung, gemessen an der Position maximaler axialer Turbulenzintensität im Wandkanal bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$ in beheizter Strömung. Die autospektrale Leistungsdichte zeigt ein ausgeprägtes Maximum im Frequenzband zwischen 50 Hz und 60 Hz, was auf die Existenz einer niederfrequenten periodischen Struktur in der Umgebung des Spaltes hindeutet. Im Frequenzbereich zwischen 200 Hz und 380 Hz zeigt der Verlauf von Φ_u die bereits von Tchen (1953) für den Übergangsbereich festgestellte Proportionalität zu f^{-1} . Ab einer Grenzfrequenz von etwa 380 Hz wurde das Signal der axialen Komponente zur Vermeidung von Aliasing-Effekten durch einen Tiefpaß gefiltert.

6.3.2 Beziehung zwischen dem turbulentem Wärme- und Impulsaustausch

Die Periodizität der Strömungsbewegung in Spaltnähe läßt sich eindeutig anhand des in Abbildung 6.5 dargestellten Ausschnitts von Zeitreihen der axialen und azimuthalen Geschwindigkeitskomponenten, sowie der Temperaturschwankung erkennen. Die Messung erfolgte wiederum an der Position maximaler axialer Turbulenzintensität im Wandkanal bei $P/D=1,06$ und $W/D=1,03$. Die drei Signale wurden zeitgleich gemessen und mittels einer 'running average'-Methode approximiert um hochfrequente Signalanteile etwas zu unterdrücken und somit die Periodizität der niederfrequenten Anteile deutlicher werden zu lassen. Alle Zeitreihen zeigen eine stark ausgeprägte Periodizität, wobei die Frequenz dieser Periode bei etwa 65 Hz liegt. Die Signale der axialen und azimuthalen Geschwindigkeitskomponenten zeigen eine Phasenverschiebung um 180° , positive axiale Schwankungen sind also immer mit negativen azimuthalen Fluktuationen korreliert und umgekehrt. Für die azimuthale turbulente Schubspannung $u'w'$ ergibt sich somit im Sondenkoordinatensystem ein negativer Wert, bzw. bei raumfestem Koordinatensystem ein positives Ergebnis (vgl. Abbildung 5.20). Die Zeitreihen der azimuthalen Geschwindigkeitskomponente und der Temperaturschwankung befinden sich in Phase. Dies ist unmittelbar einzusehen. Eine positive azimuthale Geschwindigkeitskomponente deutet beispielsweise auf momentane Strömungen aus dem Bereich des Wandspaltes hin. Da in diesem Bereich im Vergleich zur Meßposition höhere Fluidtemperaturen herrschen, führt dies zu einer momentanen Temperaturerhöhung an der Position der Meßsonde. Umgekehrt ist eine negative azimuthale Geschwindigkeitskomponente gleichbedeutend mit einer momentanen Strömung aus der Richtung des Unterkanalzentrums, d.h. kälteren Bereichen. In diesem Fall registriert die Sonde eine negative Temperaturschwankung. Positive azimuthale Geschwindigkeitsschwankun-

gen sind folglich mit positiven Temperaturschwankungen korreliert und umgekehrt, d.h. die entsprechenden Signale sind phasengleich. Für den azimuthalen turbulenten Wärmestrom $w\theta$ ergibt sich somit im Sondenkoordinatensystem ein positiver Wert, bzw. bei raumfestem Koordinatensystem ein negatives Ergebnis (vgl. Abbildung 5.32).

Abbildung 6.6 zeigt die Zeitreihen der Komponenten u , w und θ an der Position maximalen azimuthalen turbulenten Wärmestromes. Im Gegensatz zu Abbildung 6.5 sind an dieser Position die Signale der axialen und azimuthalen Geschwindigkeitskomponente in Phase, während die Zeitreihen der azimuthalen Komponente und der Temperaturschwankung eine Phasenverschiebung von 180° aufweisen. Momentane Strömungen in positiver azimuthaler Richtung (d.h. aus dem kälteren Bereich des Unterkanalzentrums) führen zu negativen Temperaturschwankungen. Umgekehrt sind momentane Strömungen in negativer azimuthaler Richtung (aus dem wärmeren Bereich des Spaltes zwischen den Stäben) mit positiven Temperaturfluktuationen verbunden.

In Abbildung 6.7 sind Zeitreihen der Schwankungsgrößen im Bereich des Unterkanalzentrums dargestellt. Eine Verwandtschaft der einzelnen Signale läßt sich an dieser Position nicht mehr erkennen. Für die Korrelationen zwischen diesen Größen, d.h. für die azimuthale turbulente Schubspannung uw und den azimuthalen turbulenten Wärmestrom $w\theta$ wird man folglich Werte im Bereich der Null erwarten, was die entsprechenden Isoliniendarstellungen belegen (vgl. Abbildungen 5.20 und 5.32).

Aus Zeitreihen der Schwankungskomponenten lassen sich durch Fourier-Transformation auto-spektrale Leistungsdichten berechnen, die für den Wandkanal mit $W/D=1,06$ und $P/D=1,12$ in Abbildung 6.8 dargestellt sind. Die Spektren der Geschwindigkeitsschwankungen und der Temperaturschwankungen zeigen ein Maximum im Frequenzbereich zwischen 50 Hz und 60 Hz. Die kreuzspektralen Leistungsdichten der azimuthalen Reynoldsschen Schubspannung Φ_{uw} , sowie der axialen und azimuthalen turbulenten Wärmeströme $\Phi_{u\theta}$ und $\Phi_{w\theta}$ in Abbildung 6.9 zeigen ebenfalls Maxima in diesem Frequenzband. Dies unterstreicht die Kopplung zwischen dem turbulenten Transport von Impuls und Wärme.

6.3.3 Spektren an verschiedenen Positionen innerhalb eines Unterkanals

Zur weiterführenden Beschreibung der Vorgänge in den engen Spalten des Bündels werden im folgenden ausschließlich die Leistungsdichtespektren der azimuthalen Geschwindigkeitskomponente betrachtet, da diese die am deutlichsten sichtbaren Maxima aufweisen und alle wesentlichen Informationen liefern.

Abbildung 6.10 zeigt autospektrale Leistungsdichten der azimuthalen Komponente Φ_w an fünf Positionen im Zentralkanal bei einem Stababstandsverhältnis von $P/D=1,06$. An allen Positionen innerhalb des Zentralkanals zeigen die Spektren charakteristische Maxima im Frequenzband zwischen 80 Hz und 100 Hz. In der Mitte des Unterkanals (Position 1) weist das Spektrum Φ_w das niedrigste Maximum auf. Mit Annäherung an den Spalt zwischen den Stäben (Positionen 2 bis 4) weisen die Leistungsdichtespektren immer deutlichere Spitzen auf. Direkt im Spalt zwischen den Stäben, an der Position maximaler azimuthaler Turbulenzintensität, zeigt Φ_w das höchste Maximum aller Verteilungen.

Mit Hilfe von Autokorrelationsfunktionen lassen sich in einem ansonsten stochastischen Prozeß periodische Anteile identifizieren. Die Autokorrelationsfunktionen der azimuthalen Schwankungskomponente R_{ww} (Abbildung 6.11) belegen die Existenz großskaliger Pulsationen, die sich innerhalb des gesamten Zentralkanals auswirken. Alle Korrelationsfunktionen oszillieren mit identischer Periodendauer von 11 ms. Dieser Periodendauer entspricht eine Frequenz von etwa 91 Hz, die innerhalb des Frequenzbandes liegt, in dem die autospektralen Leistungsdichten Φ_w (Abbildung 6.10) maximale Werte aufweisen. Die Wirbelbewegungen in den Spalten des Bündels lassen zwar periodische Strukturen erkennen, sie haben jedoch keinen ideal periodischen Charakter. Wie die Leistungsdichtespektren erkennen lassen, konzentriert sich ihr Energiebestand nicht auf eine einzelne Frequenz, sondern verteilt sich innerhalb des durch die Reynoldszahl festgelegten Frequenzbandes auf (unendlich) viele Frequenzen. Als Konsequenz daraus ergibt sich für die Autokorrelationsfunktionen zwar weiterhin Periodizität, ihre Amplituden jedoch sind im Gegensatz zu ideal periodischem Verhalten nicht konstant, sondern streben gegen Null. Es sei bereits an dieser Stelle darauf hingewiesen, daß in asymmetrischen Wandkanälen ($P/D \neq W/D$) aufgrund der unterschiedlichen Spaltbreiten zwei dominante Frequenzen existieren, was in Abschnitt 6.3.5 eingehend beschrieben wird.

6.3.4 Abhängigkeit der Frequenz der Pulsationen von der Reynoldszahl

Wie bereits in Abschnitt 6.2 erwähnt, fand Möller (1989) eine Beziehung (Gl. 6.10) zwischen der Spaltbreite S und der mit der Frequenz der Pulsationen f , dem Stabdurchmesser D und der über den Spaltquerschnitt integrierten mittleren Geschwindigkeit $\overline{U}_{s,m}$ gebildeten Strouhalzahl $\text{Str}_s = fD/\overline{U}_{s,m}$. Bei gegebener Geometrie ist die Frequenz der Pulsationen also eine lineare Funktion der mittleren Geschwindigkeit im Spalt $\overline{U}_{s,m}$ bzw. der Reynolds-Zahl. In Abbildung 6.12 ist die autospektrale Leistungsdichte der azimuthalen Schwankungskomponente Φ_w bei 4 verschiedenen mittleren Geschwindigkeiten im Spalt \overline{U}_s dargestellt. Mit steigender Geschwindigkeit im Spalt liegen die Maxima der Spektren bei höheren Frequenzen f und höheren Werten Φ_w . Bei allen 4 Geschwindigkeiten ergeben sich Strouhalzahlen $\text{Str}_s=0,93 \pm 1\%$

($\text{Str}_s^{-1} = 1,07 \pm 1\%$), d.h. eine lineare Abhängigkeit der Frequenz der Pulsationen von der Reynoldszahl. Diese lineare Relation zeigen auch deutlich die Autokorrelationsfunktionen der azimuthalen Schwankungskomponente für die 4 betrachteten Fälle in Abbildung 6.13. Nimmt man als Transportgeschwindigkeit der Wirbel die über den Spaltquerschnitt gemittelte Geschwindigkeit $\overline{U}_{s,m}$ an, so ergibt sich für alle 4 Beispiele die konstante Wellenlänge der Pulsationen von $\lambda = 150$ mm, d.h. die Größe der Wirbel, die die Pulsation bewirken, ist ausschließlich von der Geometrie des Bündels abhängig.

6.3.5 Abhängigkeit der Frequenz der Pulsationen von der Geometrie

Zur Untersuchung des Einflusses der Spaltbreite auf die Frequenz der Pulsationen wurden bei zwei Stab- bzw. Wandabstandsverhältnissen jeweils direkt in Stab- und Wandspalt des Wandkanals autospektrale Leistungsdichten der azimuthalen Geschwindigkeitsschwankung gemessen. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in Abbildung 6.14 dargestellt. Es wurde bereits in Abschnitt 6.3.3 darauf hingewiesen, daß aufgrund der unterschiedlichen Breite von Stab- und Wandspalt in einem asymmetrischen Wandkanal zwei dominierende Frequenzen auftreten. Die Maxima der autospektralen Leistungsdichten Φ_w in Abbildung 6.14 liegen deshalb für Stab- und Wandspalt einer Geometrie ($P/D = 1,12$ und $W/D = 1,06$ bzw. $P/D = 1,06$ und $W/D = 1,03$) jeweils bei unterschiedlichen Frequenzen. Interessant ist die Tatsache, daß mit abnehmender Spaltbreite höhere Maxima der Φ_w auftreten und die Spitzen der Verteilungen steilere Flanken aufweisen, d.h. die Pulsationen auf einen schmalbandigeren Frequenzbereich konzentriert sind.

Mit Hilfe der aus den Leistungsdichtespektren erhaltenen Frequenzen, bei denen Maxima der jeweiligen Verteilungen vorliegen, wurden in der bereits beschriebenen Art und Weise Strouhalzahlen berechnet. Die Kehrwerte dieser Strouhalzahlen sind zusammen mit der aus Experimenten ermittelten Beziehung nach Möller (1991) in Abbildung 6.15 eingetragen. Die im 37-Stabbündel erhaltenen Kehrwerte der Strouhalzahlen liegen innerhalb des von Möller angegebenen Bereiches $\text{Str}_s^{-1} \pm 10\%$, dargestellt durch die obere und untere Linie in der Abbildung, was die Ähnlichkeit der Strömung durch Wandkanäle des 4-Stabbündels und des 37-Stabbündels belegt.

6.3.6 Messungen mit zwei x-Sonden

Zur Charakterisierung des Verwandtschaftsgrades der Pulsationen an unterschiedlichen Positionen in den Unterkanälen wurden gleichzeitige spektrale Messungen mit Hilfe von zwei x-Sonden durchgeführt. Hierzu wurde eine Sonde an einer festgelegten Position fixiert und mit

der anderen Sonde ausgewählte Punkte angefahren. Aus den Geschwindigkeitssignalen in axialer bzw. azimuthaler Richtung beider Sonden kann die Kohärenzfunktion und die Phasenlage der Signale zueinander ermittelt werden. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in den folgenden Abbildungen dargestellt.

Abbildung 6.16 zeigt Kohärenzfunktionen und Phasen innerhalb eines Spaltes im Zentralkanal, jeweils links (Punkt 1) und rechts (feste Sonde) der Symmetrielinie an identischen axialen Positionen gemessen. Sowohl die Kohärenzfunktion der axialen (a), als auch der azimuthalen Komponente (c) liegen im Frequenzbereich zwischen 50 Hz und 70 Hz in der Nähe des Maximalwertes 1,0, die zugrundeliegenden Geschwindigkeitssignale zeigen also einen sehr hohen Verwandtschaftsgrad. Die Phasenverschiebung der beiden axialen Signale (b) beträgt innerhalb dieses Frequenzbandes ca. π , die der azimuthalen Signale (d) hat etwa den Wert Null. Führt man sich noch einmal das Modell für die Wirbelbewegung in engen Spalten (Abbildung 6.2) vor Augen, sind diese Resultate auf einfache Weise zu erklären. Aufgrund der Umfangsgeschwindigkeit der großen Wirbel werden die Sonden links und rechts der Symmetrielinie zum gleichen Zeitpunkt jeweils unterschiedliche Vorzeichen, aber gleiche Beträge der axialen, sowie gleiche Vorzeichen und Beträge der azimuthalen Schwankung feststellen. Als Konsequenz ergibt sich innerhalb des Frequenzbandes der großskaligen Pulsationen für die azimuthalen Signale keine Phasenverschiebung und für die axialen Signale eine Phasenverschiebung um π .

In Abbildung 6.17 sind Kohärenzfunktion und Phase in zwei benachbarten Spalten jeweils rechts der Symmetrielinie dargestellt. Die Kohärenzfunktionen der axialen (a) und der azimuthalen Komponente (c) zeigen maximale Werte um 0,55. Die entsprechenden Phasenverschiebungen ϕ_{u0u2} (b) und ϕ_{w0w2} (d) liegen bei Werten um Null. Übertragen auf die Modellvorstellung der Strömung in den Spalten kann man diese Ergebnisse folgendermaßen deuten: zwei Wirbel, die sich innerhalb der zwei Spalte in axialer Richtung bewegen, passieren zur gleichen Zeit die Meßebene und haben dieselbe Drehrichtung. Da in der Realität jedoch Abweichungen von dieser Idealisierung auftreten (z.B. in Form und Größe der Wirbel) und somit nicht zu jedem Zeitpunkt eine Gleichphasigkeit der Signale zu erwarten ist, führt dies zu einer Absenkung der Kohärenzfunktionen.

Abbildung 6.18 zeigt die Ergebnisse der Untersuchungen zwischen Punkt 3 und der Position der festen Sonde im Zentralkanal. Die Maxima der Kohärenzfunktionen γ_{u0u3} (a) und γ_{w0w3} (c) liegen bei ähnlichen Werten wie in Punkt 2 des Zentralkanals. Die beiden axialen Geschwindigkeitssignale weisen eine Phasenverschiebung (b) nahe Null auf. Die azimuthalen Signale zeigen im Gegensatz zu Position 2 eine Phasenverschiebung von $0,88\pi$. Bei der Messung zeigte die positive w -Richtung des Sondenkoordinatensystems der festen Sonde in Richtung des Spaltes, während die positive w -Richtung der Sonde an Position 3 in Richtung der Unterkanalmitte zeigte. Die beiden azimuthalen Signale weisen also bereits aufgrund der Orientierung der Sonden eine Phasenverschiebung von π auf. Kompensiert man ϕ_{w0w3} um diesen Wert, so ergibt sich

für die azimuthalen Signale eine kleine Phasenverschiebung von $-0,12\pi$. Es ergibt sich somit für den untersuchten Zentralkanal des Bündels folgendes Ergebnis, das in Abbildung 6.19 zusammengefaßt ist: In allen drei Spalten des Zentralkanals passieren Wirbel, die sich in axialer Richtung bewegen, in Phase, d.h. annähernd zeitgleich und mit identischer Drehrichtung die Meßebe. Da die Kohärenzfunktionen Werte um 0,5 aufweisen, gilt dies zwar bei integraler Betrachtung über die Meßzeit, nicht aber zu jedem beliebigen Zeitpunkt. Es ist deshalb möglich, daß zu einem Zeitpunkt die Wirbelbewegung in zwei Spalten synchron abläuft, während im dritten Spalt keine Ähnlichkeit mit dieser Bewegung mehr besteht.

Kohärenzfunktionen und Phasenlagen der axialen und azimuthalen Geschwindigkeitssignale wurden auch an 6 Positionen in Umfangsrichtung des zentralen Rohres bestimmt, was in Abbildung 6.20 zusammengefaßt ist. Die Meßpunkte 1 und 2 sind identisch mit den bereits in der vorhergehenden Abbildung beschriebenen Positionen. Allgemein läßt sich mit zunehmendem Abstand der beiden Meßpositionen ein Abfall der Maxima der Kohärenzfunktionen beider Geschwindigkeitskomponenten von 0,96 bei Punkt 1 auf Werte um 0,31 bei Punkt 4 erkennen. Mit zunehmendem Abstand der untersuchten Spalte besteht folglich eine geringere Ähnlichkeit der Wirbelbewegung. Die Phasenverschiebungen zwischen den axialen Geschwindigkeitssignalen liegen an Position 1 bei $0,9\pi$ und an allen anderen Positionen näherungsweise bei Null. Die azimuthalen Phasenverschiebungen ϕ_{w0wi} befinden sich ausnahmslos in der Nähe des Wertes Null. Infolgedessen sind im Mittel die großskaligen Pulsationen in allen sechs Spalten entlang des zentralen Rohres in Phase, nicht jedoch zu jedem beliebigen Zeitpunkt.

Ähnliche Untersuchungen wurden auch an 4 Positionen in Umfangsrichtung eines Rohres nahe der Kanalwand durchgeführt (Abbildung 6.21). Die Maxima der Kohärenzfunktionen lagen hier allgemein etwas niedriger als an vergleichbaren Positionen entlang des zentralen Rohres. Dies dürfte auf die unterschiedlichen Frequenzen der großskaligen Wirbelbewegung in Stab- und Wandspalt zurückzuführen sein, die einen störenden Einfluß auf die Kohärenz der Pulsationen ausüben. Trotzdem treten auch in den Spalten entlang des Rohres nahe der Kanalwand nur relativ kleine Phasenverschiebungen zwischen den Geschwindigkeitssignalen auf.

Abbildung 6.22 zeigt letztendlich Kohärenzfunktionen und Phasenverschiebungen an 2 Punkten in den engen Spalten zwischen Stab und Kanalwand des Wandkanals. Hier treten mit Werten um 0,97 an Punkt 1 und 0,88 an Position 2 sehr hohe Maxima der Kohärenzfunktionen auf. Die Geschwindigkeitssignale beider Komponenten sind in den zwei benachbarten Wandspalten in Phase. Aufgrund der kleineren Spaltbreite des Wandspaltes konzentriert sich die großskalige Pulsation auf einen engeren Frequenzbereich (siehe Abschnitt 6.3.5), was sich allem Anschein nach stabilisierend auf die Kohärenz der Wirbelbewegung auswirkt.

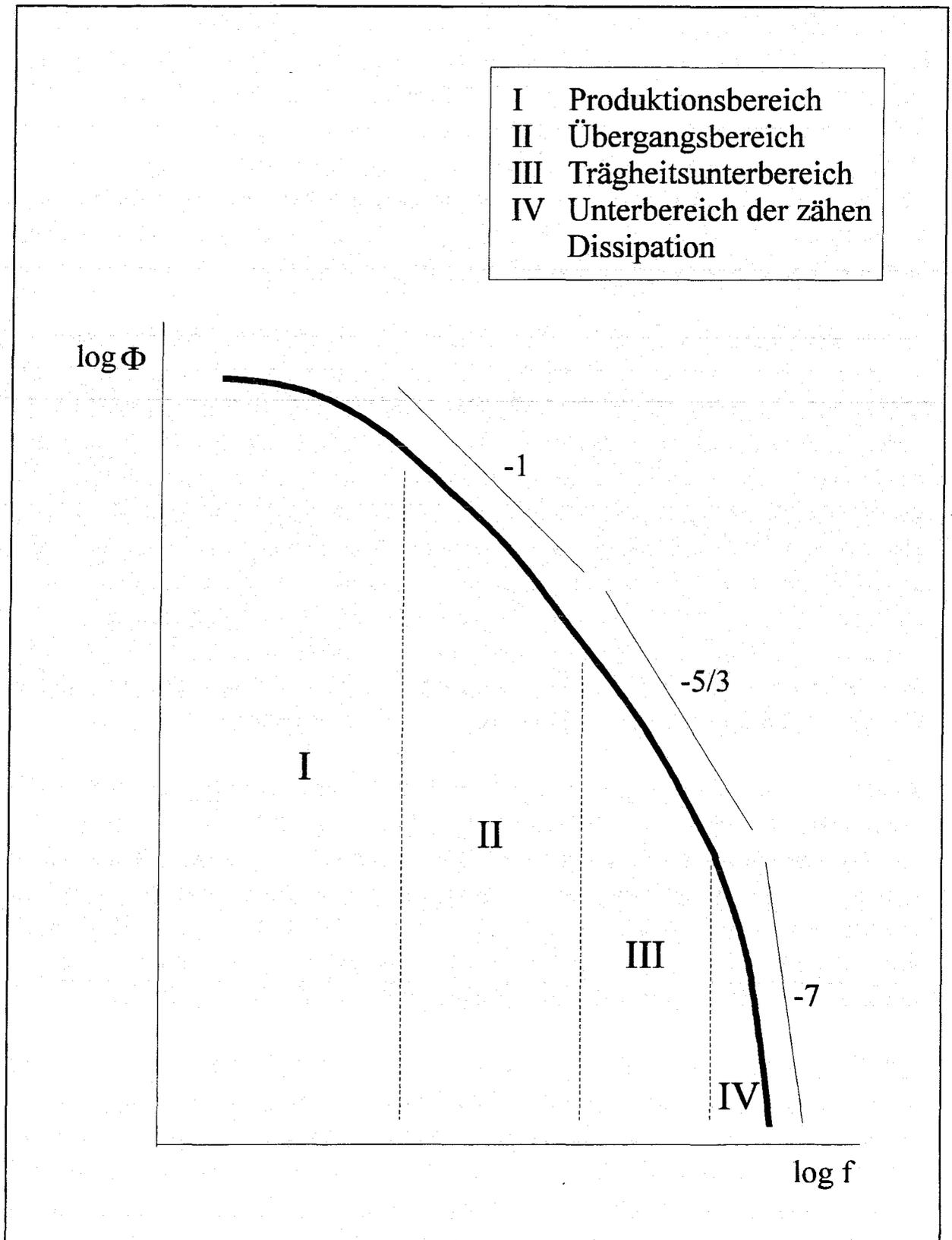


Abbildung 6.1: Schematische Darstellung eines Turbulenzspektrums bei nicht isotroper Turbulenz.

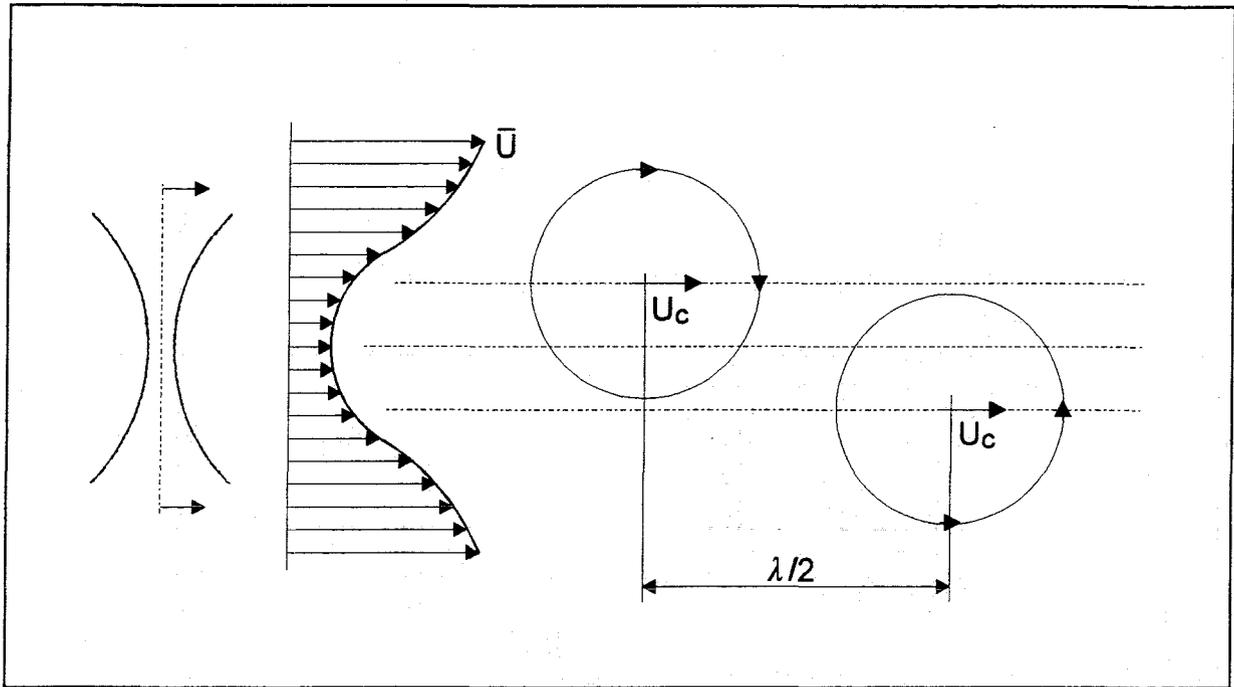


Abbildung 6.2: Schematische Darstellung der großen Wirbel im Spalt zwischen den Stäben. Links: Aufsicht. Mitte: Verteilung der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit. Rechts: Schema der Wirbelbewegung (U_c = Transportgeschwindigkeit der Wirbel).

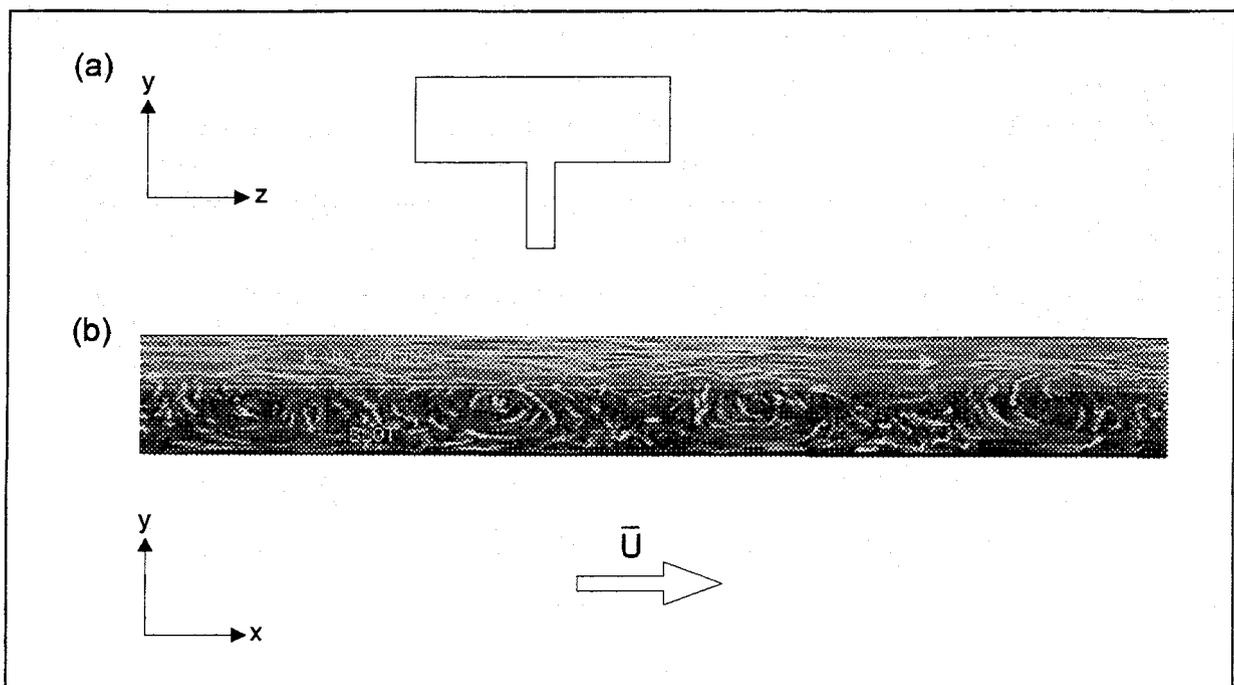


Abbildung 6.3: Visualisierung der Wirbelstruktur in einer Spaltströmung, (a) Querschnitt der Kanalgeometrie, (b) Einzelbild einer Videoaufnahme, entnommen aus Meyer und Rehme (1995).

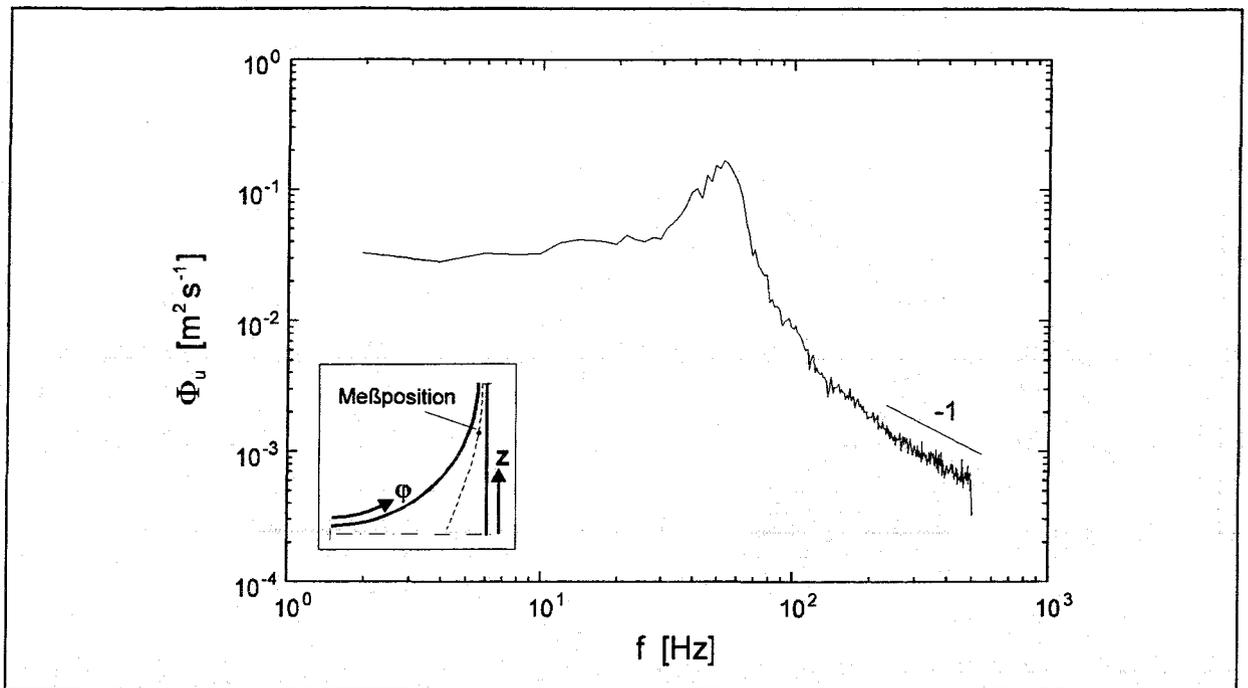


Abbildung 6.4: Autospektrale Leistungsdichte der axialen Schwankungskomponente an der Position maximaler axialer Turbulenzintensität im Wandkanal bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$.

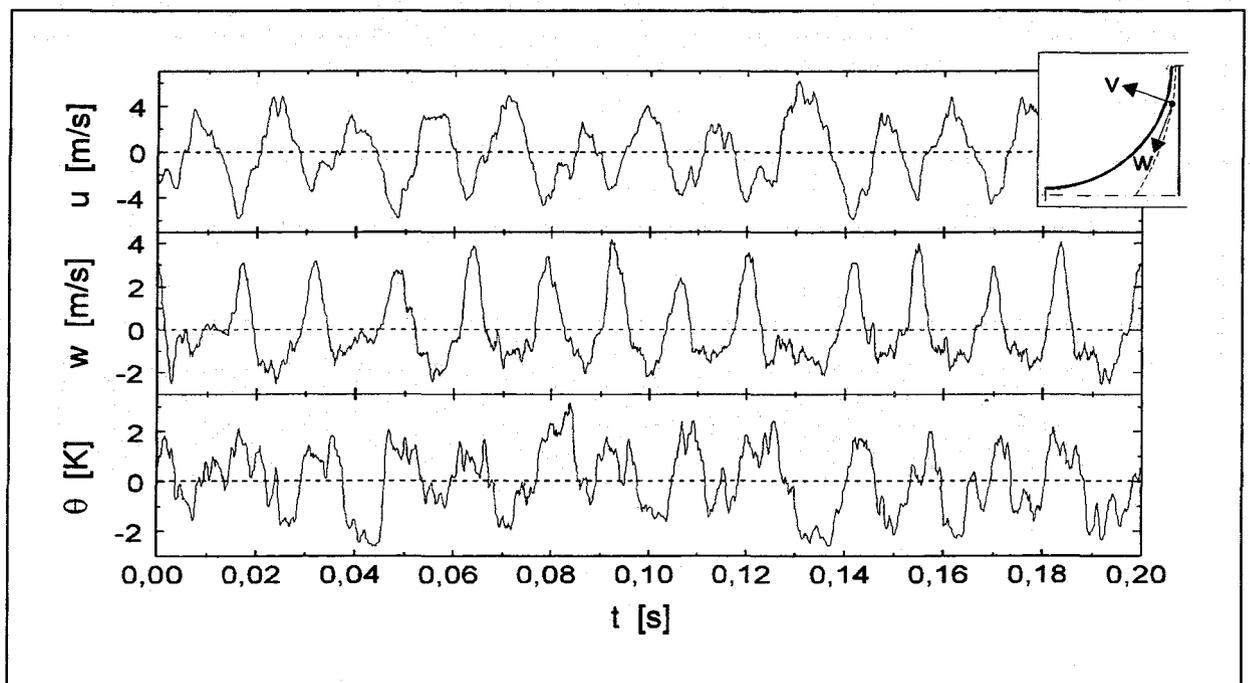


Abbildung 6.5: Zeitreihen der axialen (u) und azimuthalen Schwankungskomponente (w), sowie der Temperaturschwankung (θ) im Wandkanal bei $P/D=1,06$ und $W/D=1,03$ (zeitgleiche Messung).

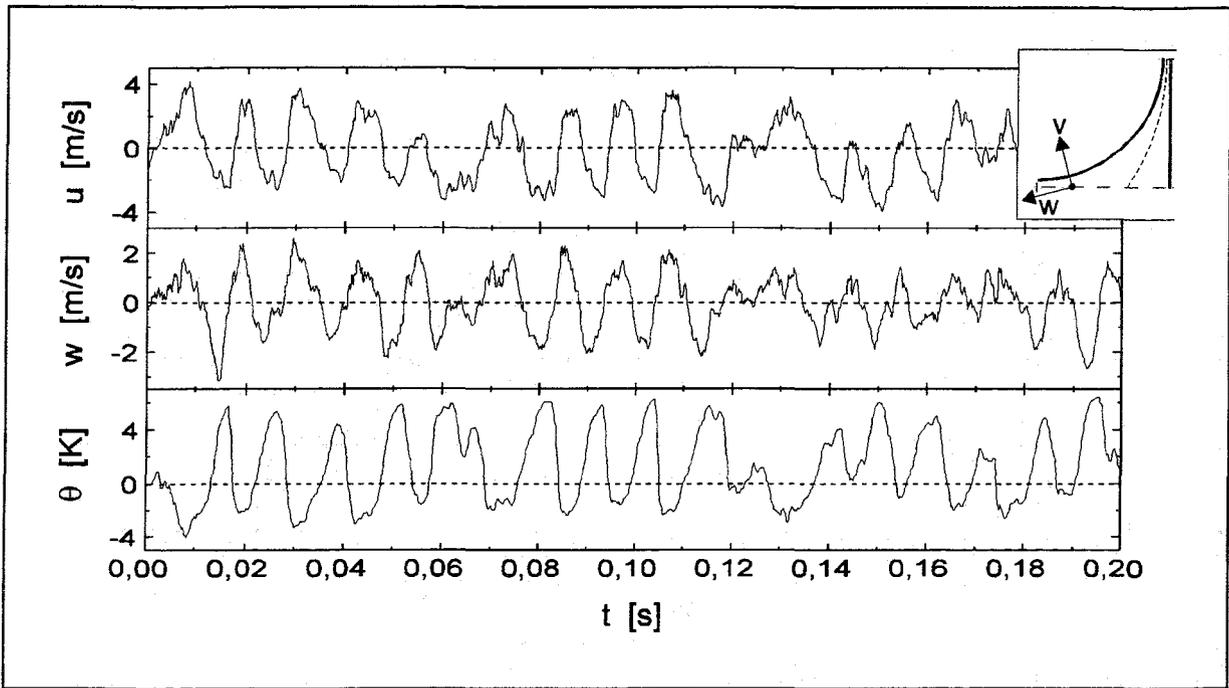


Abbildung 6.6: Zeitreihen der axialen (u) und azimuthalen Schwankungskomponente (w), sowie der Temperaturschwankung (θ) im Wandkanal bei $P/D=1,06$ und $W/D=1,03$ (zeitgleiche Messung).

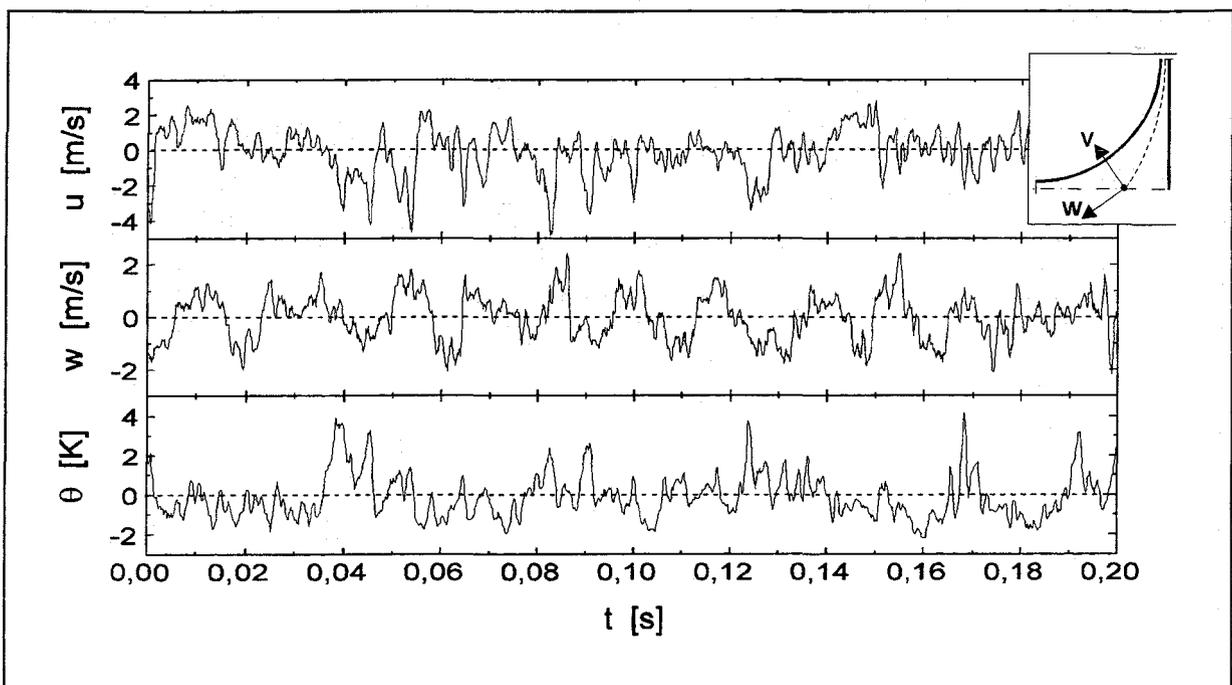


Abbildung 6.7: Zeitreihen der axialen (u) und azimuthalen Schwankungskomponente (w), sowie der Temperaturschwankung (θ) im Wandkanal bei $P/D=1,06$ und $W/D=1,03$ (zeitgleiche Messung).

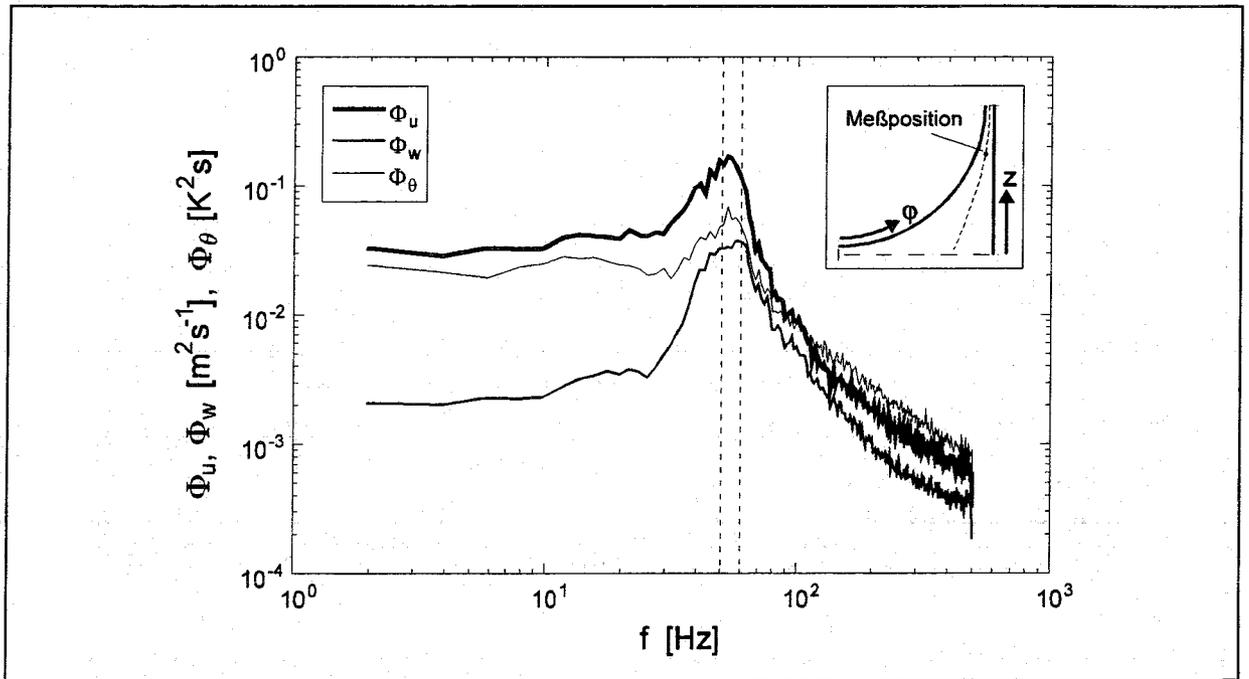


Abbildung 6.8: Autospektrale Leistungsdichten der axialen und azimuthalen Schwankungskomponente, sowie der Temperaturschwankung an der Position maximaler axialer Turbulenzintensität im Wandkanal bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$.

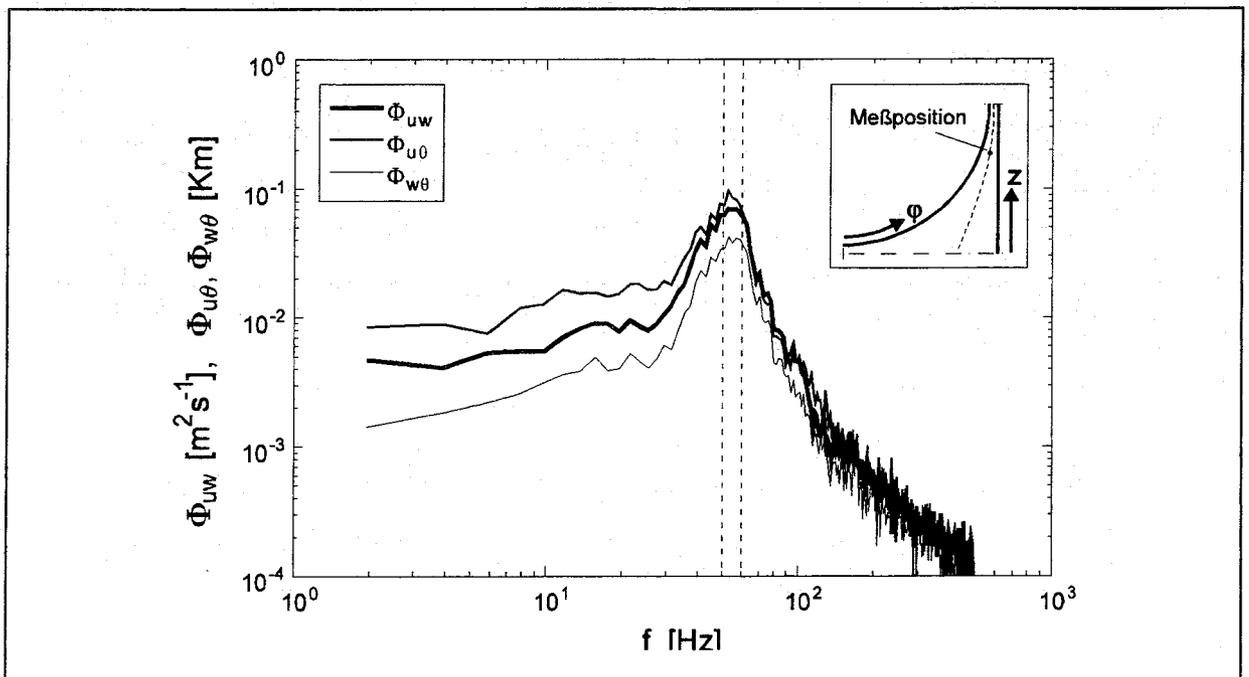


Abbildung 6.9: Kreuzspektrale Leistungsdichten an der Position maximaler axialer Turbulenzintensität im Wandkanal bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$.

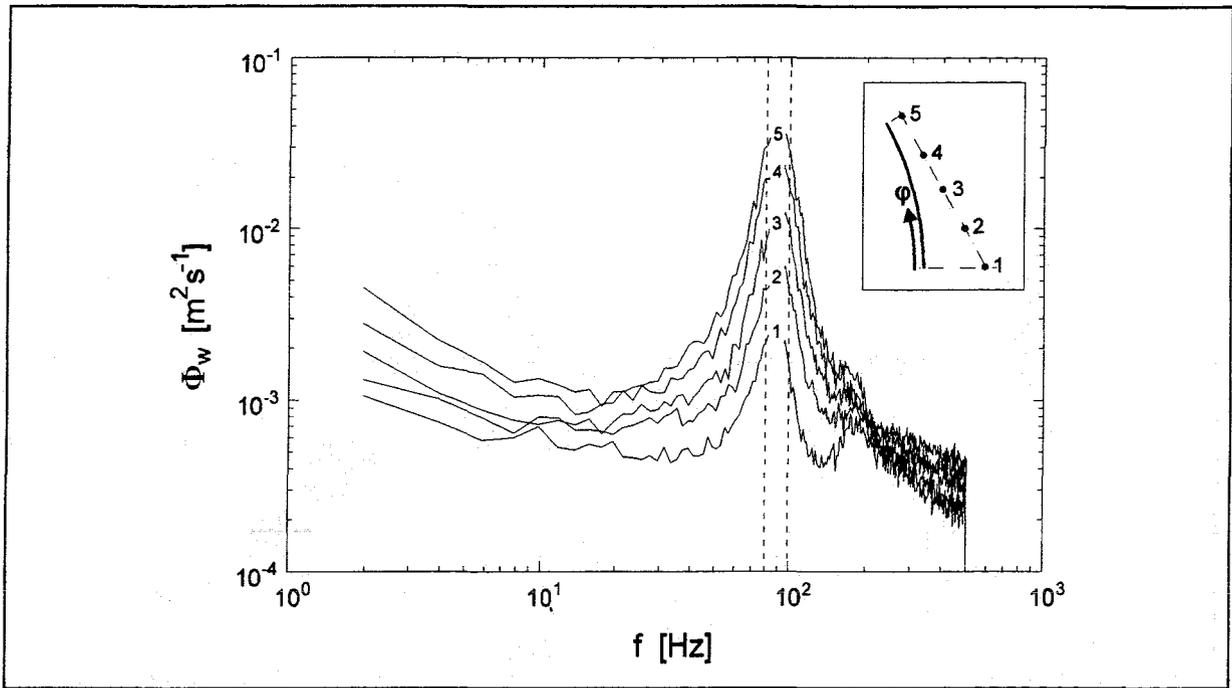


Abbildung 6.10: Autospektrale Leistungsdichte der azimuthalen Schwankungskomponente an unterschiedlichen Positionen im Zentralkanal bei $P/D=1,06$.

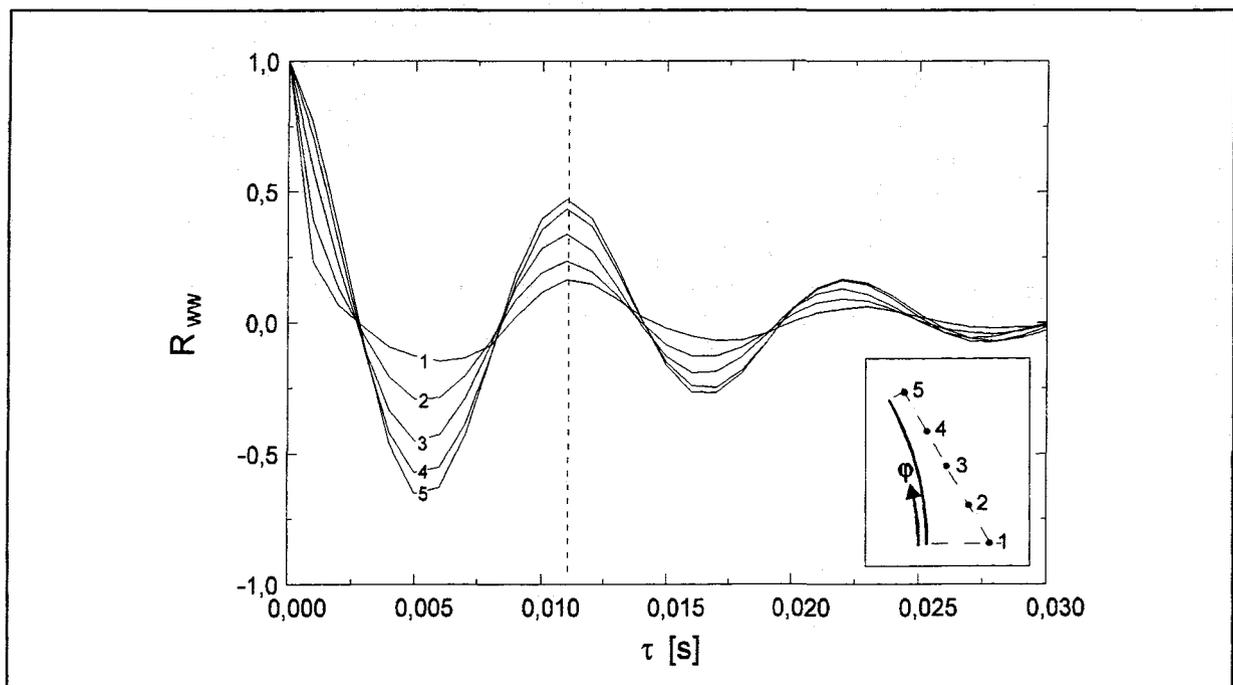


Abbildung 6.11: Autokorrelationsfunktion der azimuthalen Schwankungskomponente an unterschiedlichen Positionen im Zentralkanal bei $P/D=1,06$.

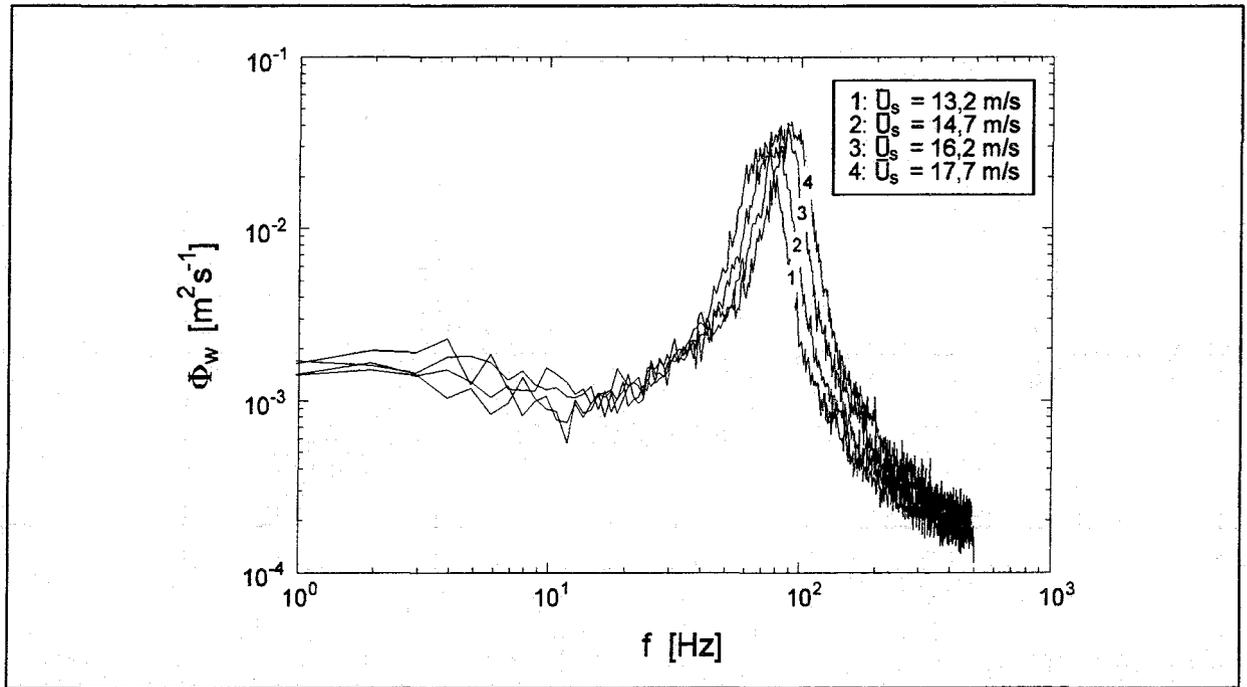


Abbildung 6.12: Autospektrale Leistungsdichte der azimuthalen Schwankungskomponente direkt im Spalt zwischen den Stäben im Zentralkanal bei $P/D=1,06$ bei Variation der mittleren Geschwindigkeit U_s in Spaltmitte.

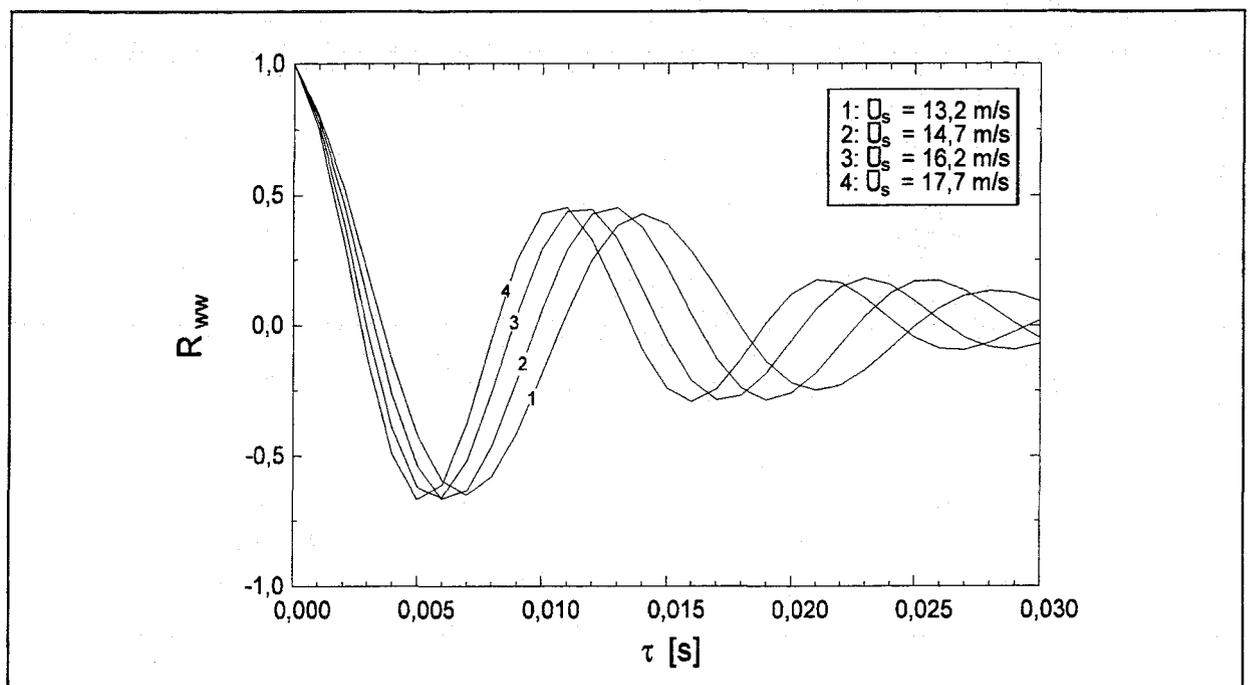


Abbildung 6.13: Autokorrelationsfunktion der azimuthalen Schwankungskomponente direkt im Spalt zwischen den Stäben im Zentralkanal bei $P/D=1,06$ bei Variation der mittleren Geschwindigkeit U_s in Spaltmitte.

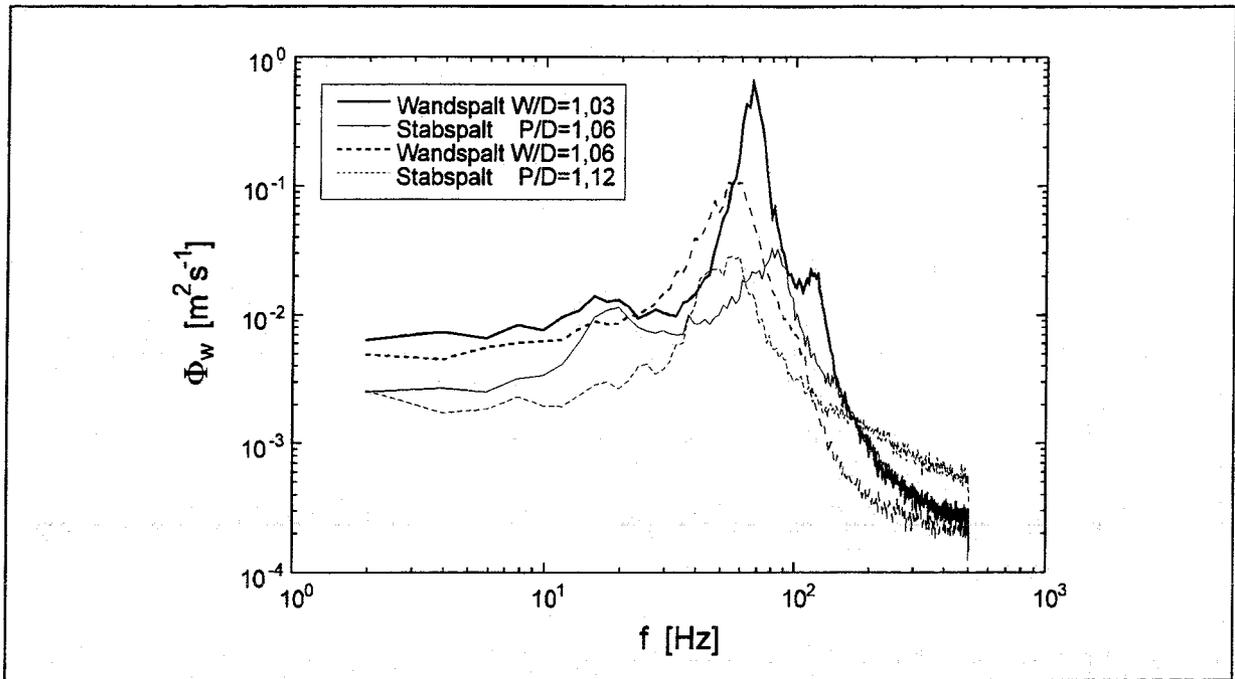


Abbildung 6.14: Autospektrale Leistungsdichten der azimuthalen Schwankungskomponente jeweils direkt im Wand- bzw. Stabspalt bei unterschiedlichen P/D - und W/D -Verhältnissen.

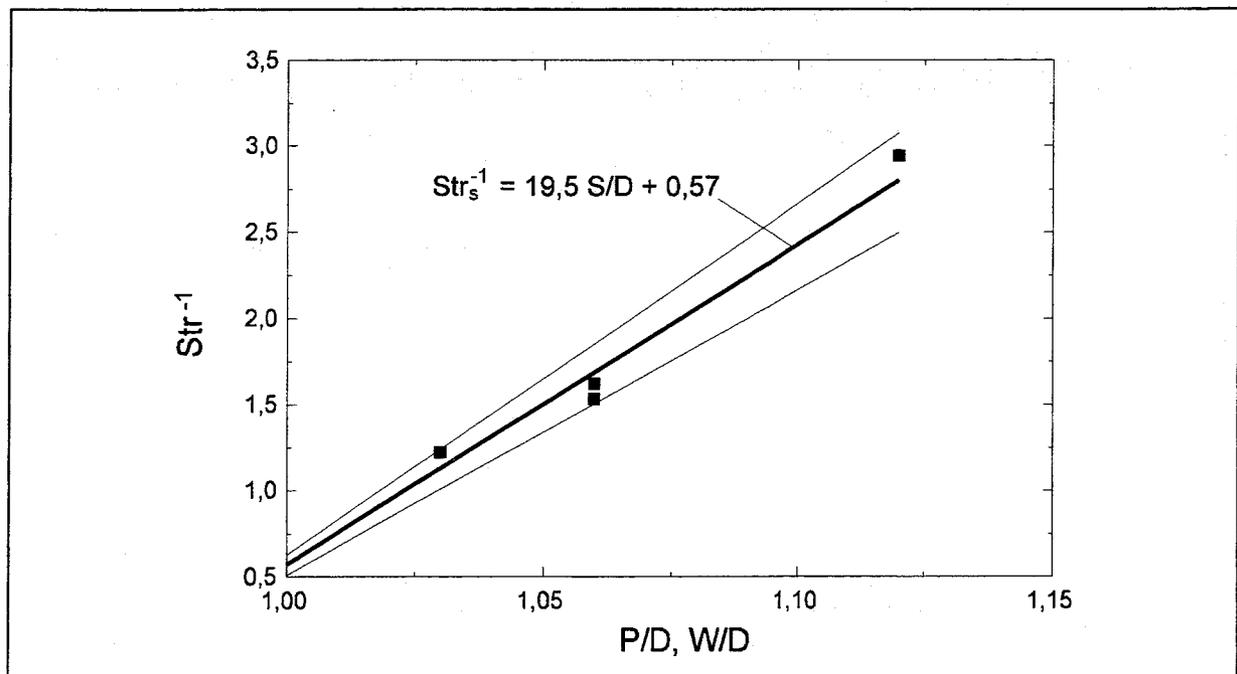


Abbildung 6.15: Strouhalzahl der Pulsationen als Funktion der Geometrie.

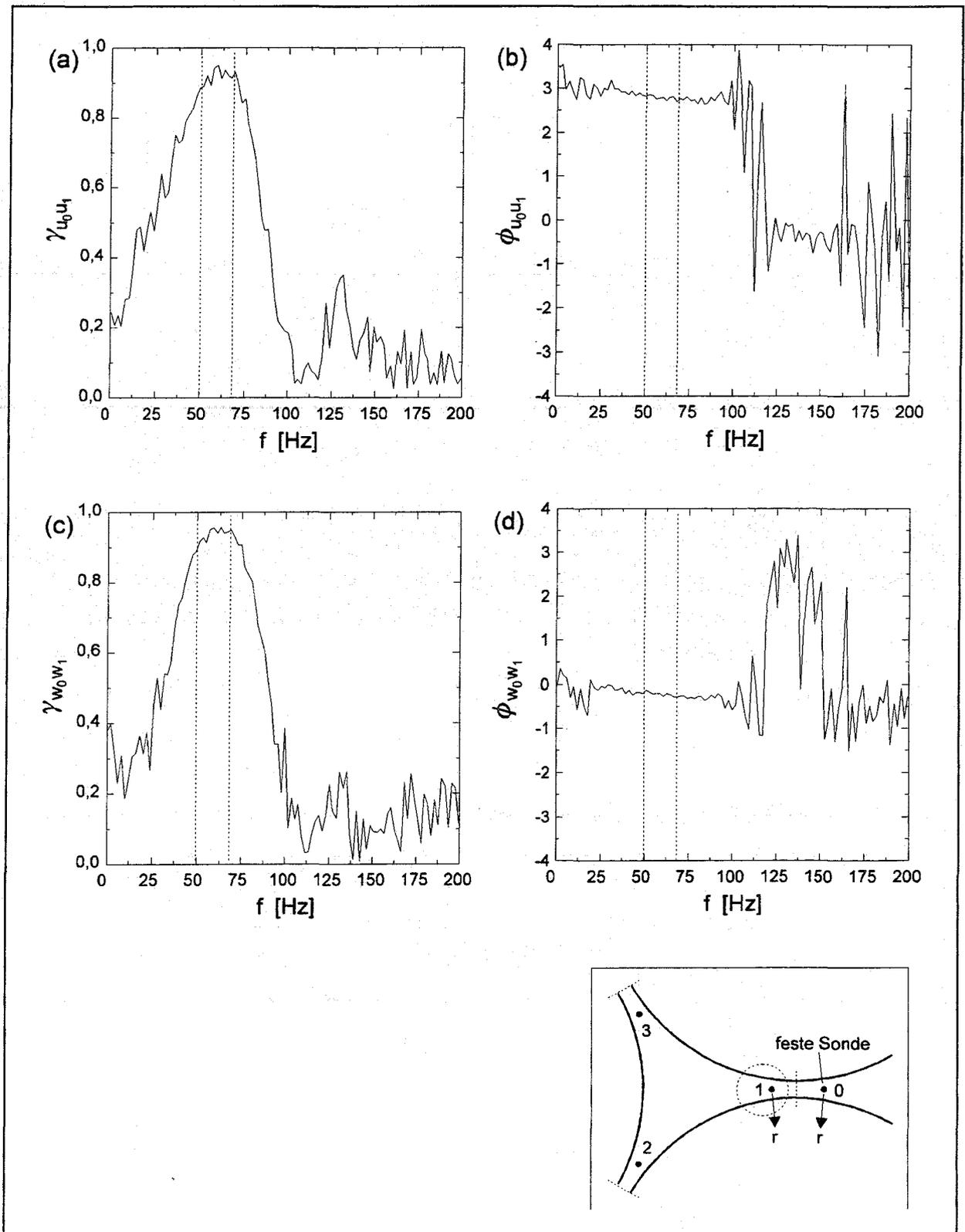


Abbildung 6.16: Kohärenzfunktion $\gamma_{u_0 u_1}$ (a), Phase $\phi_{u_0 u_1}$ (b), sowie Kohärenzfunktion $\gamma_{w_0 w_1}$ (c) und Phase $\phi_{w_0 w_1}$ (d) an den beiden Positionen 0 und 1 im Zentralkanal bei $P/D=1,06$.

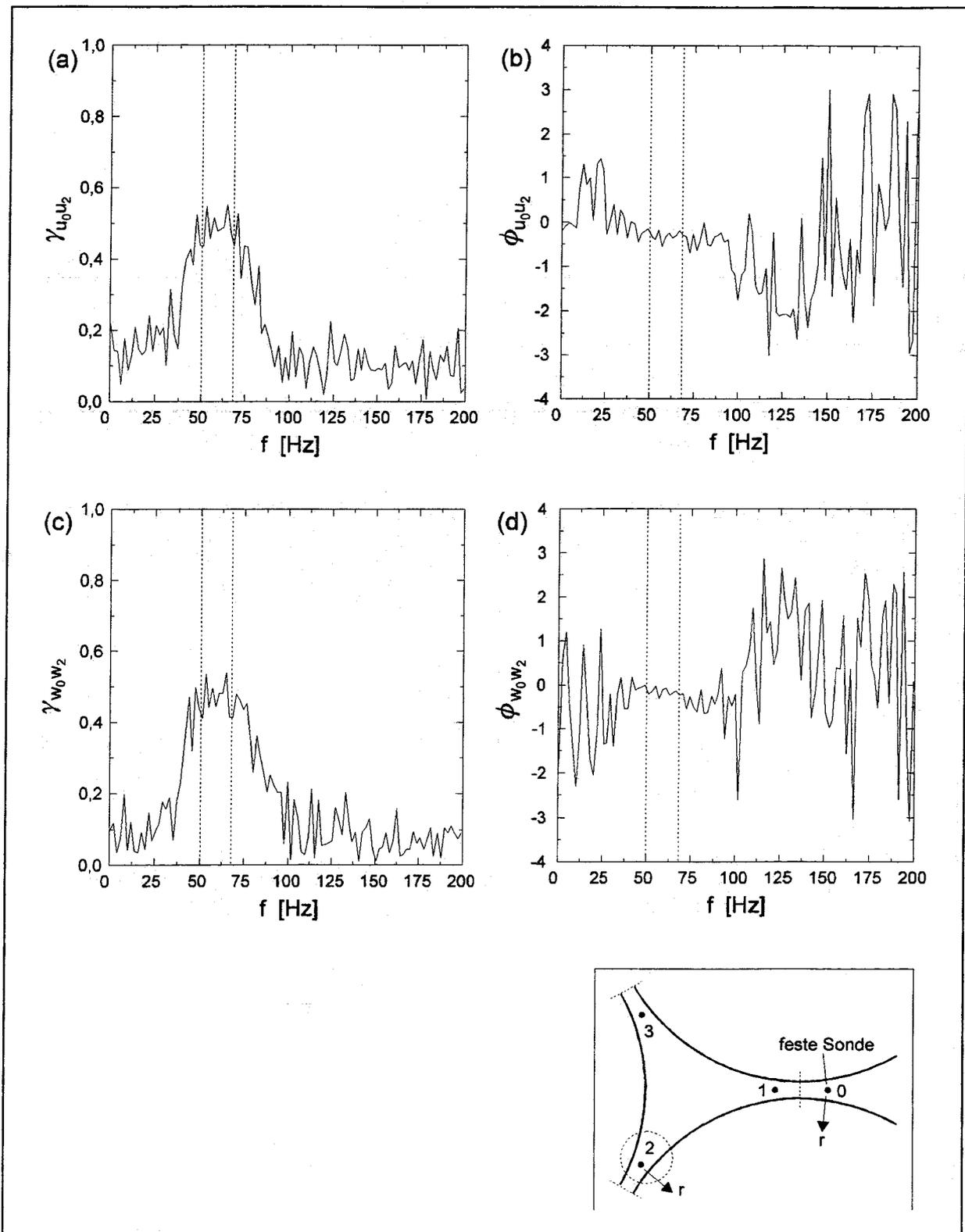


Abbildung 6.17: Kohärenzfunktion $\gamma_{u_0 u_2}$ (a), Phase $\phi_{u_0 u_2}$ (b), sowie Kohärenzfunktion $\gamma_{w_0 w_2}$ (c) und Phase $\phi_{w_0 w_2}$ (d) an den beiden Positionen 0 und 2 im Zentralkanal bei $P/D=1,06$.

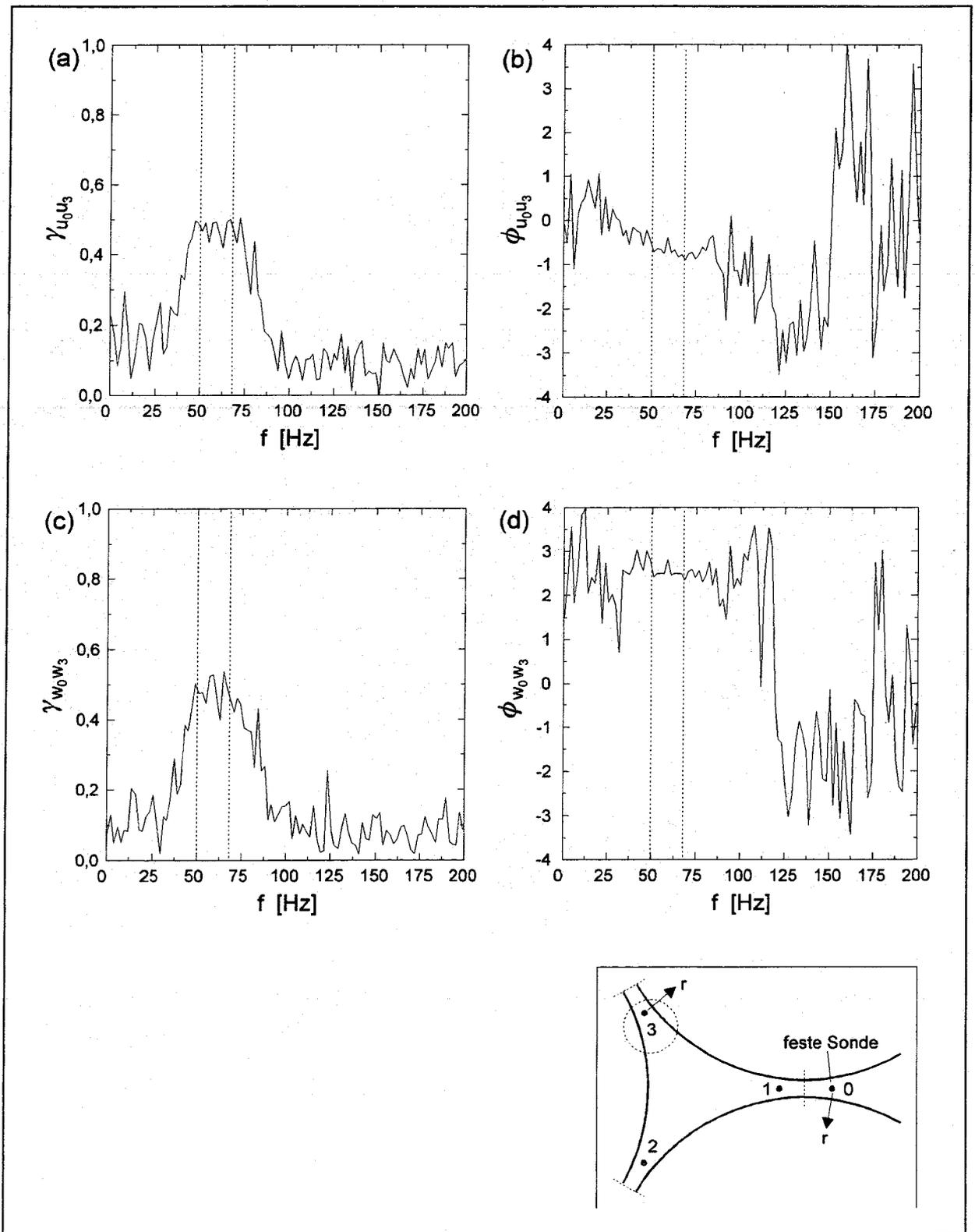


Abbildung 6.18: Kohärenzfunktion $\gamma_{u_0u_3}$ (a), Phase $\phi_{u_0u_3}$ (b), sowie Kohärenzfunktion $\gamma_{w_0w_3}$ (c) und Phase $\phi_{w_0w_3}$ (d) an den beiden Positionen 0 und 3 im Zentralkanal bei $P/D=1,06$.

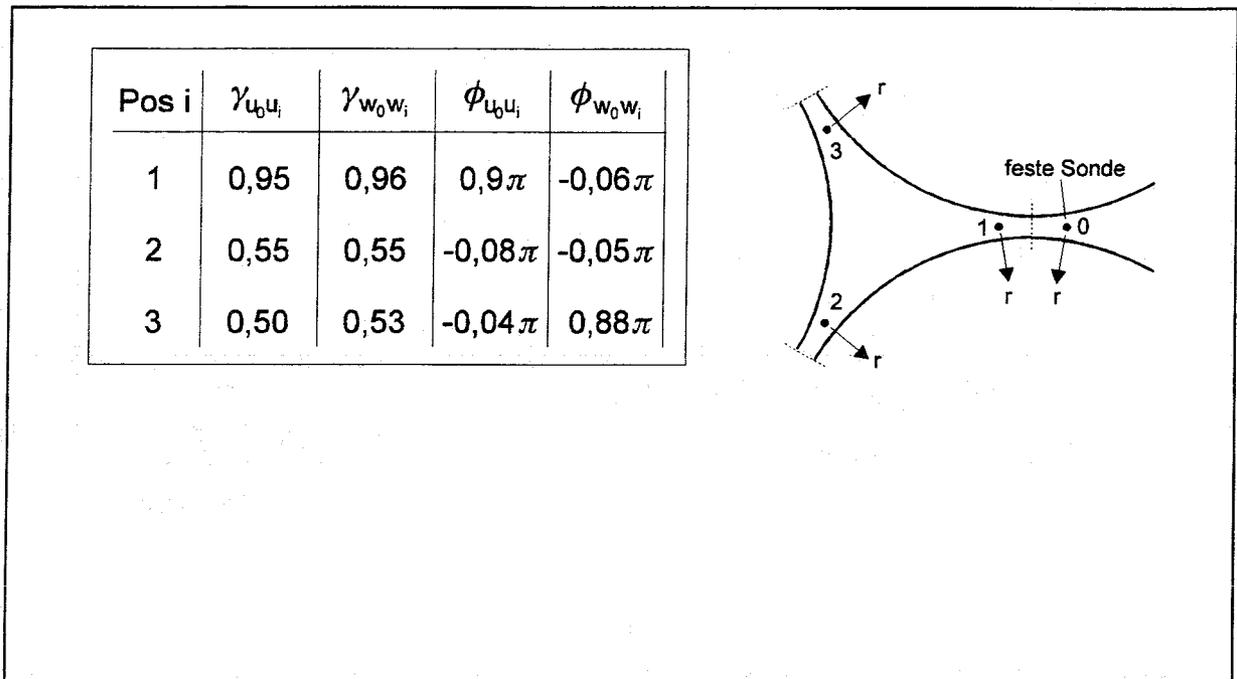


Abbildung 6.19: Kohärenz und Phase der großskaligen Pulsationen an verschiedenen Positionen im Zentralkanal ($P/D=1,06$).

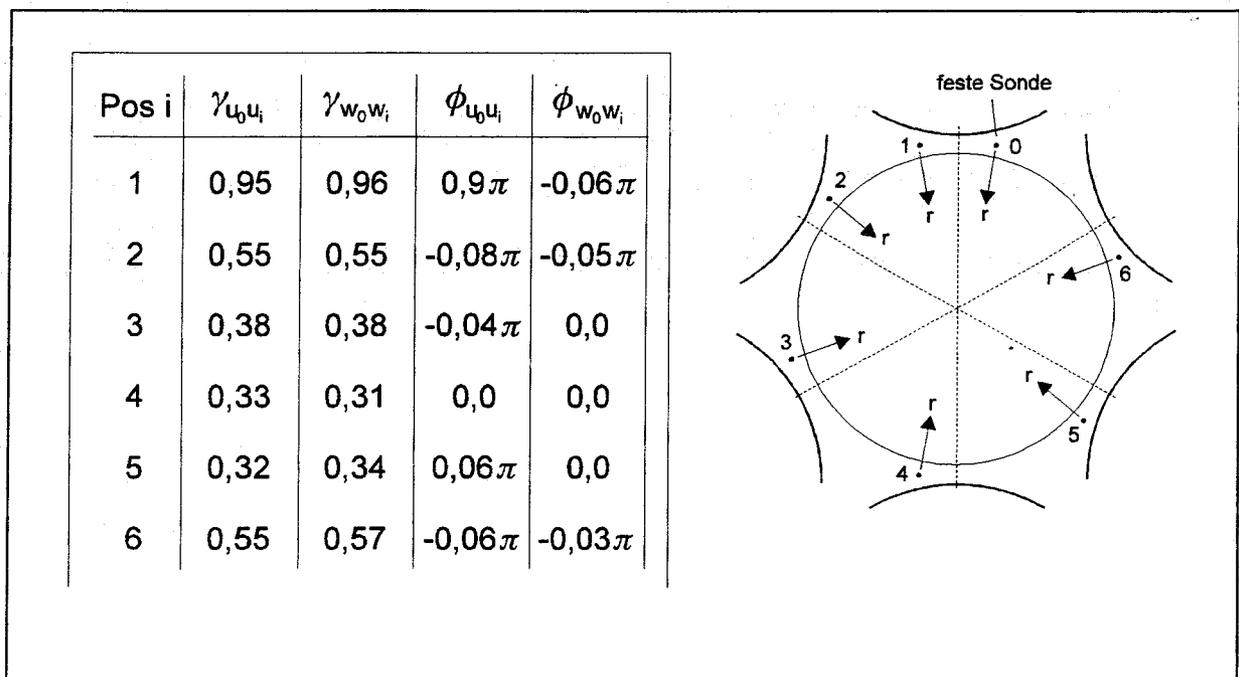


Abbildung 6.20: Kohärenz und Phase der großskaligen Pulsationen an verschiedenen Positionen entlang des zentralen Rohres ($P/D=1,06$).

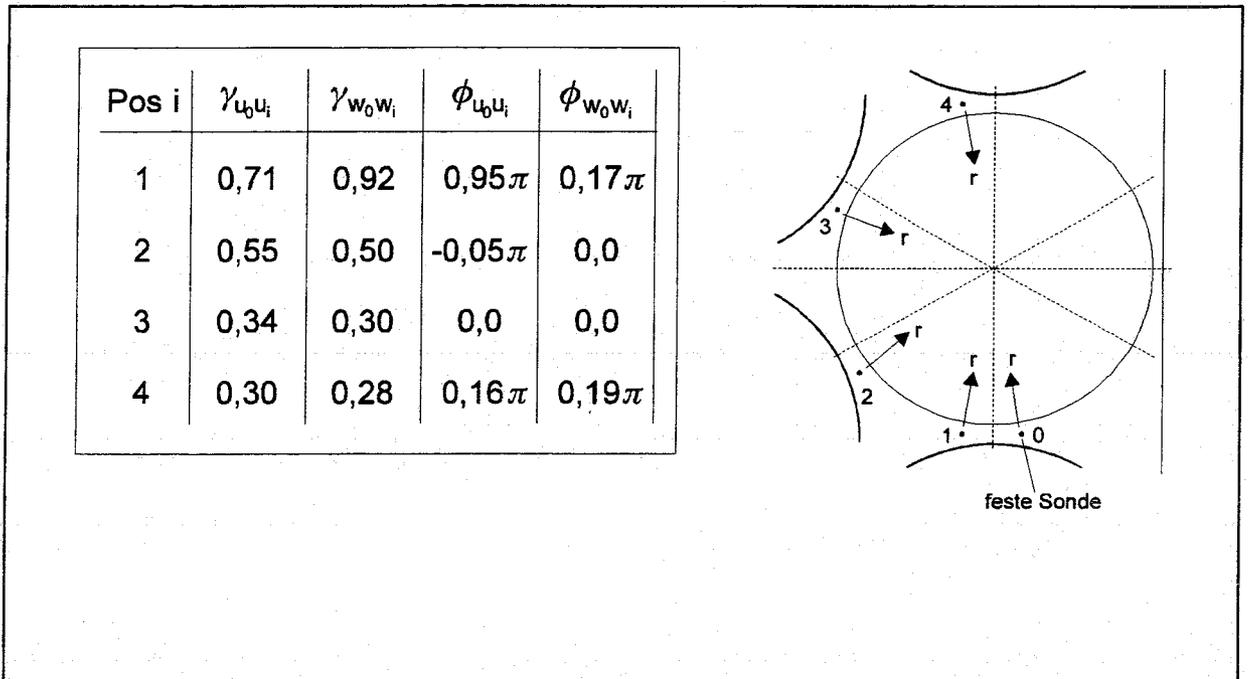


Abbildung 6.21: Kohärenz und Phase der großskaligen Pulsationen an verschiedenen Positionen entlang des Rohres nahe der Kanalwand ($P/D=1,06$; $W/D=1,03$).

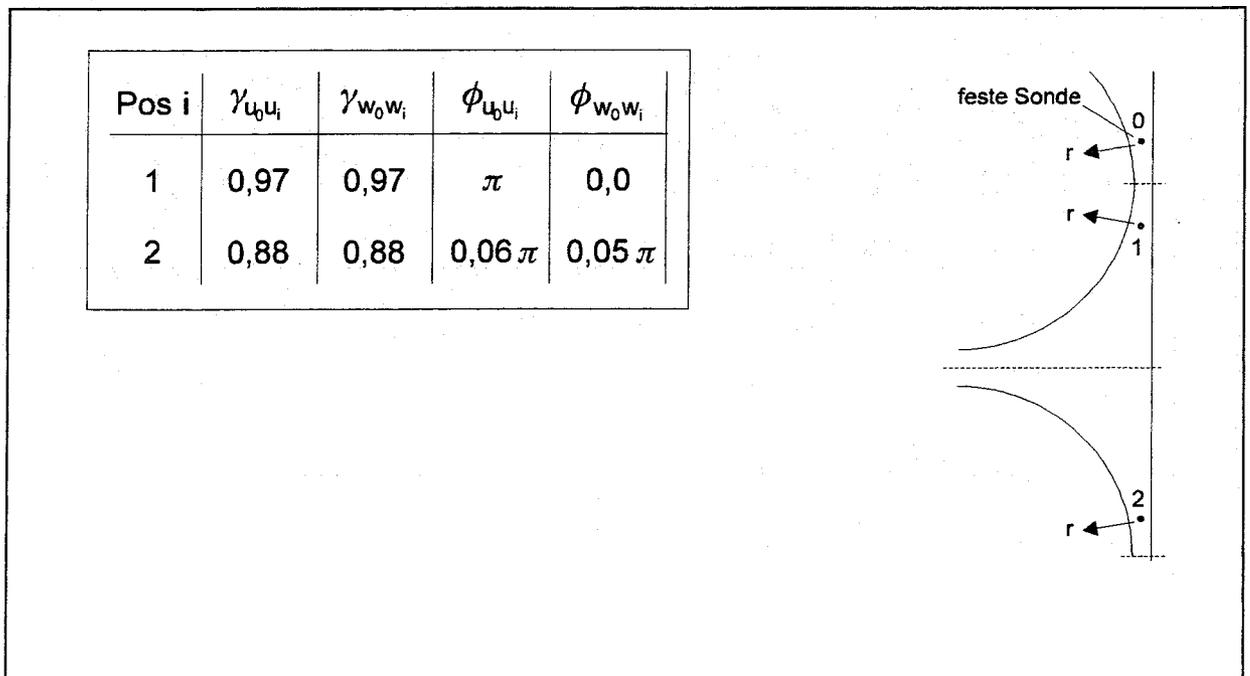


Abbildung 6.22: Kohärenz und Phase der großskaligen Pulsationen an verschiedenen Positionen im Wandkanal ($P/D=1,06$; $W/D=1,03$).

7 Zusammenfassung

Zur Verifizierung von Simulationsprogrammen und zur Entwicklung neuer Turbulenzmodelle für die Berechnung der turbulenten Strömung durch Stabbündel werden empirische Informationen benötigt, die die thermo- und fluiddynamischen Eigenschaften der Strömung beschreiben. In den letzten Jahren wurden deshalb zahlreiche Untersuchungen an Stabbündel-Geometrien in zumeist isothermer Strömung durchgeführt. Diese Experimente verschiedener Autoren haben gezeigt, daß die Turbulenzintensitäten vor allem in den Spalten zwischen den Stäben bzw. zwischen Stab und Kanalwand stark anisotrop und wesentlich höher als in Kreisrohren sind. Die Intensität der Turbulenz steigt mit abnehmendem Stab- bzw. Wandabstandsverhältnis stark an. Zwischen den Unterkanälen existiert eine großskalige, quasiperiodische Strömungsbewegung durch die Spalte, die für die unerwartet hohe Intensität des Mischungsprozesses verantwortlich ist. Meyer führte 1991 Hitzdraht-Messungen von Geschwindigkeits- und Temperaturschwankungen in einem Zentralkanal des im Rahmen dieser Arbeit untersuchten 37-Stabbündels für ein Stababstandsverhältnis durch. Ergebnisse über die Turbulenzstruktur in Wandkanälen von Stabbündeln bei beheizter Strömung, sowie des erwarteten stark anisotropen turbulenten Wärmetransports speziell in engen Bündel-Geometrien lagen vor Beginn der Arbeit nicht vor.

Fehlende Informationen über den turbulenten Wärme- und Impulstransport sollten deshalb an der HERA-Anlage, einem längsgeströmten Bündel aus 37 Stäben in hexagonaler Anordnung mit Luft als Strömungsmedium, gewonnen werden. Zu diesem Zweck sollten Messungen der Turbulenzstruktur in Zentral- und Wandkanälen des Bündels bei isothermer und beheizter Strömung mit Hilfe der Hitzdraht-Meßtechnik erfolgen. Zur Untersuchung des Einflusses der Bündel-Geometrie auf die Turbulenzgrößen waren jeweils Messungen bei Stababstandsverhältnissen von $P/D=1,12$ und $P/D=1,06$ bzw. Wandabstandsverhältnissen von $W/D=1,06$ und $W/D=1,03$ erforderlich.

Eine Analyse der Gleichungen des Hauptströmungsfeldes und der Transportdifferentialgleichungen führte zu den Größen, die den Wärme- und Impulsaustausch im Strömungsfeld charakterisieren und deren Bestimmung auf empirischem Wege somit wünschenswert ist. Ein bestehendes Meßprogramm wurde modifiziert, so daß die experimentelle Ermittlung aller heute mit ausreichender Genauigkeit meßbaren Größen möglich ist. Zur Bestimmung der in den Transportgleichungen enthaltenen Tripelkorrelationen wurden unter Verwendung des erweiterten Meßprogramms bereits erfolgte Messungen in isothermer Strömung bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$ in Zentral- und Wandkanal des Bündels, sowie in einem Zentralkanal bei beheizter Strömung und $P/D=1,12$ zunächst wiederholt. Die Ergebnisse der Untersuchungen zeigen gute Übereinstimmung mit den Resultaten früherer Messungen an dieser Geometrie.

Erstmalige Messungen in einem Wandkanal des Bündels von Krauss und Meyer (1995) bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$ bei beheizter Strömung zeigen im Vergleich zu Zentralkanälen höhere Intensitäten der Temperaturschwankungen, deren Maxima im Bereich des Spaltes zwischen den beheizten Stäben auftreten. Gegenüber den Ergebnissen in Zentralkanälen zeigt sich im Wandkanal die Anisotropie der turbulenten Austauschgrößen für Impuls und Wärme als sehr stark erhöht. Leistungsdichtespektren der turbulenten Geschwindigkeits- und Temperaturfluktuationen zeigen charakteristische Frequenzen quasiperiodischer Strömungs- und Temperaturpulsationen durch die Spalte zwischen den Stäben und zwischen Stab und Kanalwand.

Nach Umbau des Bündels auf ein Stababstandsverhältnis von $P/D=1,06$ und ein Wandabstandsverhältnis von $W/D=1,03$ wurden Messungen in Zentral- und Wandkanälen der engeren Geometrie bei isothermer und beheizter Strömung durchgeführt und mit den Ergebnissen bei $P/D=1,12$ und $W/D=1,06$ verglichen.

Bei kleinerem Stababstandsverhältnis zeigen die Verteilungen der Wandschubspannung und der Wandtemperatur in Zentral- und Wandkanal eine stärkere Variation entlang des benetzten Umfangs. Im Wandkanal stimmen die im 37-Stabbündel gemessenen Wandschubspannungsverteilungen bei $W/D=1,06$; $P/D=1,12$ und $W/D=1,03$; $P/D=1,06$ gut mit den Ergebnissen von Rehme (1982) bzw. Meyer und Rehme (1992) in einem 4-Stabbündel ähnlicher Geometrie überein.

Die aus den Wandschubspannungsverteilungen berechneten Reibungsbeiwerte stimmen bei allen untersuchten Stab- bzw. Wandabstandsverhältnissen sehr gut mit theoretisch anhand der Laminarmethode von Rehme (1973) erhaltenen Reibungsbeiwerten überein. Dies gilt sowohl in Zentralkanälen, als auch in Wandkanälen bei isothermer und beheizter Strömung. Gegenüber den Ergebnissen von Maubach (1970) für das Kreisrohr ergeben sich nur im Wandkanal bei $W/D=1,03$ ($P/D=1,06$) signifikante Abweichungen. Bei dieser Geometrie liegen die aus der Messung der Wandschubspannung im Stabbündel erhaltenen Reibungsbeiwerte deutlich unterhalb der Werte im Kreisrohr. Dies ist auf den im Vergleich zum Kreisrohr wesentlich größeren benetzten Umfang speziell in engen Gittern zurückzuführen.

Die Verteilungen der dimensionslosen Geschwindigkeit können im vollturbulenten Bereich in allen untersuchten Geometrien durch ein logarithmisches Gesetz der Form $u^+ = A \ln y^+ + C$ approximiert werden. Die Konstante A ergibt sich zu 2,5, wie bereits 1932 von Prandtl für Strömungen in der Nähe fester Wände hergeleitet wurde. Die Konstante C des logarithmischen Wandgesetzes wurde mit Werten zwischen 4,5 und 5,0 etwas niedriger als im Kreisrohr ($C=5,5$) bestimmt.

Die Verteilung der dimensionslosen Temperatur kann nur im Zentralkanal bei $P/D=1,12$ durch ein einziges logarithmisches Gesetz beschrieben werden. Bei engerem Gitter ergeben sich vor allem im Wandkanal aufgrund des stark asymmetrischen Temperaturfeldes logarithmische Gesetze, die entlang des benetzten Umfangs stark variieren. Dabei besteht die Tendenz zu kleinerer Steigung der Profile zwischen den beheizten Stäben und zu größerer Steigung im Bereich zwischen beheizter Stabwand und unbeheizter Kanalwand.

Anhand der Impulsbilanzgleichung für die zeitlichen Mittelwerte läßt sich ableiten, daß das Temperaturfeld innerhalb des betrachteten Temperaturbereichs keinen nennenswerten Einfluß auf das Strömungsfeld hat. Alle den turbulenten Impulsaustausch charakterisierenden Größen zeigen deshalb bei jeweils gleichen Stab- und Wandabstandsverhältnissen zwischen isothermer und beheizter Strömung keine oder nur sehr geringe Unterschiede.

Die in dem Wandkanal des 37-Stabbündels gemessenen Turbulenzintensitäten bestätigen bei beiden Stab- bzw. Wandabstandsverhältnissen die Ergebnisse von Rehme (1982 und 1984) in Wandkanälen eines 4-Stabbündels ähnlicher Geometrie. Die größte Ähnlichkeit der Intensitäten mit den Ergebnissen im Kreisrohr von Laufer (1954) zeigt sich im Zentralkanal mit $P/D=1,12$ im Bereich des größten Unterkanalquerschnitts. In der Nähe der Spalte zwischen den Stäben bzw. zwischen Stab und Wand weicht die Struktur der Turbulenz mit abnehmender Spaltbreite immer stärker von der Strömung im Kreisrohr ab, was ganz besonders auf die Wandkanäle mit $P/D=1,06$ und $P/D=1,03$ zutrifft.

In Analogie zu den Intensitäten der Geschwindigkeitsschwankungen besteht im Zentralkanal mit $P/D=1,12$ im Bereich des größten Unterkanalquerschnitts eine gute Übereinstimmung der Intensitäten der Temperaturfluktuationen mit den Ergebnissen von Hishida und Nagano (1979) in einem beheizten Kreisrohr. Bei kleinerem Stababstandsverhältnis von $P/D=1,06$ sind die Intensitäten der Temperaturschwankungen im Zentralkanal größer als bei $P/D=1,12$ und auf allen Traversen entlang des Stabumfangs nahezu konstant. Dies dürfte auf eine intensivere Durchmischung zwischen den Unterkanälen und somit auch innerhalb eines Unterkanals infolge der bei kleinerer Spaltbreite höheren Intensität der Strömungspulsationen zurückzuführen sein. In Wandkanälen erreichen die Temperaturschwankungen aufgrund der Asymmetrie des Temperaturfeldes höhere Werte als in Zentralkanälen, was besonders in der engeren Geometrie deutlich wird. Auch hier sind infolge der guten Durchmischung die Intensitäten der Temperaturschwankungen auf allen Traversen im Bereich des Spaltes zwischen den Stäben nahezu konstant.

Transversale turbulente Schubspannungen wurden in der Vergangenheit aufgrund experimenteller Schwierigkeiten nur äußerst selten untersucht. In Zentral- und Wandkanälen des Bündels

wurde für beide Geometrien die transversale Komponente des Reynoldsschen Spannungstensors mit Hilfe einer um ihre Rotationsachse gedrehten x -Sonde bestimmt. Zum Vergleich durchgeführte direkte Messungen der transversalen Komponente mittels einer 4-Draht-Sonde zeigten gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der x -Sonde.

In Übereinstimmung mit den Beobachtungen einiger weniger Autoren wurde in den Unterkanälen des 37-Stabbündels eine mit abnehmendem Stab- und Wandabstandsverhältnis stark ansteigende Wirbelviskosität festgestellt. Azimutale Wirbelviskositäten steigen mit abnehmender relativer Spaltbreite aufgrund der ansteigenden azimutalen turbulenten Schubspannungen stark an, während radiale Wirbelviskositäten sich nahezu unabhängig von der Geometrie des Bündels zeigen und in der Nähe der Wand mit den Ergebnissen von Reichardt (1951) im Kreisrohr übereinstimmen.

Die radialen Wirbelleitfähigkeiten sind allgemein etwas kleiner als die radialen Wirbelviskositäten und zeigen sich wie diese nahezu unabhängig vom Stab- bzw. Wandabstandsverhältnis. Die Wirbelleitfähigkeiten in wandparalleler Richtung unterscheiden sich grundsätzlich von denen senkrecht zur Wand. Infolge der mit abnehmender relativer Spaltbreite stark zunehmenden azimutalen turbulenten Wärmeströme steigen die azimutalen Wirbelleitfähigkeiten ebenfalls stark an. Dies hat in engen Geometrien hohe Werte der Anisotropie der Wirbelleitfähigkeiten zur Folge, die etwa die Größenordnung der Anisotropie der Wirbelviskositäten erreichen. Boussinesq entwickelte 1877 das Konzept der Wirbelviskositäten, um in Analogie zu dem molekularen Schubspannungsansatz die turbulente Schubspannung auf Gradienten des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsfeldes zurückführen zu können. In engen Stabbündeln sind die hohen azimutalen turbulenten Schubspannungen und Wärmeströme aber gerade nicht auf Gradienten der zeitlich gemittelten Geschwindigkeits- und Temperaturfelder zurückzuführen, sondern sie sind eine Folge der großskaligen Pulsationen durch die Spalte. Die Voraussetzungen des Ansatzes von Boussinesq sind in Stabbündeln demnach nicht mehr zutreffend. Als Konsequenz aus diesen Überlegungen können Simulationsprogramme, die auf dem Wirbelviskositätskonzept beruhen, nur dann zu realistischen Ergebnissen führen, wenn für jede spezielle Geometrie des zu berechnenden Stabbündels Anisotropiefaktoren aus empirischen Untersuchungen zur Verfügung stehen und in das Programm zur numerischen Simulation der Strömung implementiert werden.

Zur weitergehenden Charakterisierung der großskaligen Wirbelbewegungen in den Spalten zwischen den Stäben und zwischen Stab und Kanalwand dienten umfangreiche Frequenzanalysen an ausgewählten Positionen in Zentral- und Wandkanälen des Bündels. Diese Analysen belegen eindeutig die Existenz einer energetischen kohärenten Struktur. Die Frequenz dieser quasiperiodischen Geschwindigkeits- und Temperaturpulsationen stimmt überein und ist bei

gegebener Geometrie eine lineare Funktion der Reynoldszahl. Mit der Frequenz der Pulsationen, dem Stabdurchmesser und der mittleren Geschwindigkeit im Spalt berechnete Strouhalzahlen bestätigen für Wandspalte und Stabspalte von Wandkanälen die von Möller (1991) in einem 4-Stabbündel gefundene Beziehung. Mit Hilfe von zwei x-Sonden wurden zeitgleich in unterschiedlichen Spalten des Bündels axiale und azimutale Geschwindigkeitssignale gemessen und daraus Kohärenzfunktionen und Phasenverschiebungen berechnet. Diese Untersuchungen zeigen interessanterweise, daß sowohl die in den Spalten zwischen den Stäben, als auch die in den Spalten zwischen Stab und Kanalwand existierenden charakteristischen Wirbelbewegungen jeweils eine große Ähnlichkeit besitzen und eine kaum zu messende Phasenverschiebung aufweisen.

Die Untersuchung der axialen Strömung in spaltähnlichen Geometrien, die mit einem Strömungsquerschnitt größerer Ausdehnung in Verbindung stehen, stellt einen wichtigen Teilbereich der Turbulenzforschung dar. Kohärente Strukturen innerhalb der Spalte beeinflussen den turbulenten Wärme- und Impulstransport im Hauptkanal in entscheidender Weise. Die in Stabbündeln gewonnenen Erkenntnisse lassen sich auf eine Vielzahl anderer Geometrien in Natur und Technik übertragen. So beobachtet man beispielsweise an flachen Uferböschungen einen stark erhöhten Sedimenttransport in horizontaler Richtung. Analogiebetrachtungen zwischen dem turbulenten Austausch von Masse, Energie und Impuls legen hier gleichermaßen einen Mechanismus nahe, der auf der Beeinflussung des Stofftransportes durch periodische Strömungsbewegungen beruht.

Ansatzpunkte für weitere Arbeiten auf diesem Gebiet betreffen vor allem die theoretische Behandlung turbulenter Strömungen durch Stabbündel. Die Weiterentwicklung von Turbulenzmodellen und die bei steigender Kapazität zukünftiger Rechenanlagen mögliche zunehmende Verwendung hybrider Berechnungsmethoden, wie z.B. die „large eddy“-Simulation auch für komplexere Geometrien dürften wichtige Impulse für die Turbulenzforschung liefern.

8 Literaturverzeichnis

Bäumer, V. (1991)

Zum Wärmetransport in turbulenten einphasigen Strömungen, Diplomarbeit, K 9143, Institut für Raumflugtechnik und Reaktortechnik, Technische Universität Braunschweig.

Bartzis, J.G. and Todreas, N.E. (1979)

Turbulence modeling of axial flow in a bare rod bundle, J. Heat Transfer 101, 628-634.

Bendat, J.S. und Piersol, A.G. (1986)

Random data - analysis and measurement procedures, John Wiley & Sons.

Biemüller, M. (1995)

Numerische Untersuchung der turbulenten Strömung durch parallele Kanäle, die durch einen Spalt miteinander verbunden sind, Dissertation, FZKA 5602, Forschungszentrum Karlsruhe.

Boussinesq, J. (1877)

Essai sur la théorie des eaux courantes, Mém. prés. Acad. Sci. XXIII, 46, Paris.

Bradshaw, P. (1970)

Experimental Fluid Mechanics, Oxford: Pergamon Press Ltd.

Bradshaw, P. (1971)

An Introduction to Turbulence and its Measurement, Oxford: Pergamon Press Ltd.

Bradshaw, P. und Cebeci, T. (1981)

Engineering Calculation Methods for Turbulent Flow, Academic Press.

Bruun, H.H (1995)

Hot-Wire Anemometry, Oxford, New York, Tokyo: Oxford University Press.

Carajilescov, P. und Todreas, N.E. (1976)

Experimental and analytical study of axial turbulent flows in an interior subchannel of a bare rod bundle, J. Heat Transfer, Trans ASME, 262-268.

Craya, A. und Milliat, J.P. (1955)

Compt. rend., 241, 587.

Cutler, A.D. und Bradshaw, P. (1991)

A crossed hot-wire technique for complex turbulent flows, *Exp. in Fluids*, 12, 17-22.

Eckert, E.R.G. und Drake, R.M. (1972)

Analysis of Heat and Mass Transfer, McGraw-Hill Book Comp., New York.

Eifler, W. (1970)

Begrenzungen für die Anwendbarkeit von Preston-Rohren in Kanalströmungen, Wärme- und Stoffübertragung, Bd. 3, S. 58-62.

Elsner, J. und Gundlach, W.R. (1973)

Some remarks on the thermal equilibrium equation of hot-wire probes, *DISA Info.*, 14, 21-24.

Fakory, M. und Todreas, N.E. (1979)

Experimental investigation of flow resistance and wall shear stress in the interior subchannel of a triangular array of parallel rods, *J. Fluids Engng.*, *Trans ASME* 101, 429-435.

Freytmuth, P. (1967)

Feedback control theory for constant-temperature hot-wire anemometers, *Rev. Sci. Instr.*, 38, 677-681.

Giloi, W. (1967)

Simulation und Analyse stochastischer Vorgänge, München: R. Oldenbourg.

Gowen, R.A. und Smith, J.W. (1967)

The effect of the Prandtl number on temperature profiles for heat transfer in turbulent pipe flow, *Chem. Engng. Sci.*, 22, 1701-1711.

Gowen, R.A. und Smith, J.W. (1968)

Turbulent heat transfer from smooth and rough surfaces, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 11, 1657-1673.

Guellouz, M.S. und Tavoularis, S. (1995)

Large-Scale Transport Across Narrow Gaps in Rod Bundles, NURETH-7, Saratoga Springs, USA, 10.-15. September 1995, Vol. 4, 2738-2761.

Hejna, J. und Mantlik, F. (1988)

The structure of turbulent flow in finite rod bundles, 1st World Conf. on Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics, Dubrovnik, 4.-9. September 1988 (Edited by R.K. Shah, E.N. Ganic und K.T. Yang), 1712-1719, Elsevier, Amsterdam.

Hinze, J.O. (1959)

Turbulence, Mc Graw-Hill, New York.

Hishida, M. und Nagano, Y. (1979)

Structure of Turbulent Velocity and Temperature Fluctuations in Fully Developed Pipe Flow, Trans. ASME, J. Heat Transfer 101, 15-22.

Hishida, M., Nagano, Y. und Tagawa, M. (1986)

Transport processes of heat and momentum in the wall region of turbulent pipe flow, 8 th. Int. Heat Transfer Conf., San Francisco, Vol. 3, 925-930.

Hofmann, G. (1964)

Unveröffentlichter Bericht, Institut für Reaktorbauelemente, KfK Karlsruhe, F.R.G.

Hooper, J.D. (1980)

Fully developed turbulent flow through a rod cluster, Ph. D. Thesis, University of New South Wales, Australia.

Hooper, J.D. und Rehme, K. (1983)

The structure of single-phase turbulent flows through closely spaced rod arrays, KfK 3467, Kernforschungszentrum Karlsruhe, F.R.G.

Hooper, J.D. und Rehme, K. (1984)

Large-scale structural effects in developed turbulent flow through closely spaced rod arrays, J. Fluid Mech. 145, 305-337.

Jischa, M. (1982)

Konvektiver Impuls-, Wärme- und Stoffaustausch, Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg.

King, L.V. (1914)

On the convection of heat from small cylinders in a stream of fluid: Determination of the convection constants of small platinum wires with applications to hot-wire anemometry, Phil. Trans. Roy. Soc., A214, 373-432.

Klebanoff, P.S. und Diehl, Z.W. (1951)

NACA 2475.

Klein, B (1993)

LDA- und HD-Meßsysteme für turbulente Wärmeströme in Grenzschicht- und rezirkulierenden Strömungen, Düsseldorf: VDI-Verlag.

Krauss, T. und Meyer, L. (1995)

Measurements of Turbulent Velocity and Temperature in a Wall Channel of a Heated Rod Bundle, FZKA 5582, Forschungszentrum Karlsruhe.

Krauss, T. und Meyer, L. (1995)

Characteristics of Turbulent Velocity and Temperature in a Wall Channel of a Heated Rod Bundle, NURETH-7, Saratoga Springs, USA, 10.-15. September 1995, Vol. 1, 603-626.

Krauss, T. und Meyer, L. (1996)

Unveröffentlichter Bericht, Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe.

Laufer, J. (1954)

The structure of turbulence in fully developed pipe flow, NACA report 1174.

Lomas, C.G (1986)

Fundamentals of hot wire anemometry, Cambridge University Press.

Lueptow R.M., Breuer, K.S. und Haritonidis, J.H. (1988)

Computer-aided calibration of X-probes using a look-up table, Exp. in Fluids, 6, 115-118.

MacMillan, F.A. (1957)

Experiments on Pitot tubes in shear flow, Aero. Res. Council. R.&M. no. 3028.

Maubach, K. (1970)

Reibungsgesetze turbulenter Strömungen, Chem. Ing. Techn., Vol. 42, pp. 995-1004.

Meyer, L. (1986)

Unveröffentlichter Bericht, Kernforschungszentrum Karlsruhe.

Meyer, L. (1990)

Kalibration einer 3-Draht Sonde für Messungen in nicht-isothermer Luftströmung, KfK 4707, Kernforschungszentrum Karlsruhe.

Meyer, L. (1991)

Measurements of Turbulent Velocity and Temperature in a Central Channel of a Heated Rod Bundle, KfK 4818, Kernforschungszentrum Karlsruhe.

Meyer, L. (1992)

Calibration of a three-wire probe for measurements in nonisothermal flow, *Exp. Thermal and Fluid Science* 5 (3), pp. 260-267.

Meyer, L. (1994)

Measurements of turbulent velocity and temperature in axial flow through a heated rod bundle, *Nucl. Engrg. Des.*, 146, pp. 71-82.

Meyer, L. und Rehme, K. (1992)

Turbulente Strömung durch Wandkanäle von Stabbündeln, KfK 5007, Kernforschungszentrum Karlsruhe.

Meyer, L. und Rehme, K. (1994)

Large-Scale Turbulence Phenomena in Compound Rectangular Channels, *Exp. Thermal and Fluid Science* 8, pp. 286-304.

Meyer, L. und Rehme, K. (1995)

Periodic Vortices in Flow through Channels with Longitudinal Slots or Fins, 10th symposium on turbulent shear flows, University Park, PA, July 1995, Volume 1, P1-55.

Miller, I.S., Shah, D.A. und Antonia, R.A. (1987)

A constant temperature hot-wire anemometer, *J. Phys. E.: Sci. Instr.*, 20, 311-314.

Möller, S.V. (1991)

On Phenomena of Turbulent Flow Through Rod Bundles, *Exp. Thermal and Fluid Sci.*, 4, 25-35.

Moffat, R.J. (1988)

Describing the Uncertainties in Experimental Results, *Exp. Thermal and Fluid Sci.*, 1, 3-17.

Monir, C. (1987)

Bedeutung des Sekundärströmungsterms bei der Berechnung turbulenter Strömungen durch enge hexagonale Stabgitter mit dem Modell VELASCO-TUBS, Bericht K8724, Institut für Raumflug- und Reaktortechnik, TU Braunschweig.

Neelen, N. (1987)

Modellierung des Impulstransports achsparalleler turbulenter Strömungen, Dr. Ing. Dissertation, TU Braunschweig.

Patel, V.C. (1965)

Calibration of the Preston tube and limitations on its use in pressure gradients, *J. Fluid Mech.*, vol. 23, part 1, pp. 185-208.

Perry, A.E. und Morrison, G.L. (1971)

A Study of the constant-temperature hot-wire anemometer, *J. Fluid Mech.*, 47, 577-599.

Perry, A.E. (1982)

Hot-wire Anemometry, New York: Oxford University Press.

Petukhov, B.S., Polyakov, A.F. und Martynenko, O.G. (1982)

Buoyancy effect on heat transfer in forced channel flows, 7th Int. Heat Transfer Conf., München FRG, 6.-10. September 1982, Vol 1, pp 343-362.

Prandtl, L. (1961)

Gesammelte Abhandlungen, Ed. W. Tollmien, H. Schlichting, H. Görtler, Band 2, Springer-Verlag, Berlin.

Preston, J.H. (1954)

The determination of turbulent skin friction by means of Pitot tubes, *J. Roy. Aero. Soc.* 58, S. 109.

Rapier, A.C. (1967)

Turbulent mixing in a fluid flowing in a passage of constant cross-section, TRG-Report-1417(W), UKAEA.

Rehme, K. (1973)

Simple method of predicting friction factors of turbulent flow in non-circular channels, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 16, pp. 933-950.

Rehme, K. (1977)

Anisotropic eddy viscosities in the turbulent flow through a rod bundle, Symp. on Turbulent Shear Flows, University Park, Pennsylvania, 18-20 April 1977, Paper 8F.

Rehme, K. (1977)

Experimental investigation of the turbulent flow through a wall subchannel of a rod bundle, KfK 2441, Kernforschungszentrum Karlsruhe.

Rehme, K. (1982)

Strömungsuntersuchungen an einem asymmetrischen Stabbündel ($W/D=1,026$), KfK 3324, Kernforschungszentrum Karlsruhe.

Rehme, K. (1984 a)

Strömungsuntersuchungen an einem asymmetrischen Stabbündel ($P/D=1,148$, $W/D=1,074$), KfK 3818, Kernforschungszentrum Karlsruhe.

Rehme, K. (1984 b)

Rechnergesteuerte Versuchsanlage zur Messung von Geschwindigkeits- und Turbulenzverteilungen mit Hitzdrähten, KfK 3744, Kernforschungszentrum Karlsruhe.

Rehme, K. (1986)

Geschwindigkeits- und Turbulenzverteilungen in Wandkanälen von Stabbündeln mit einem Gitterabstandshalter, KfK 4094, Kernforschungszentrum Karlsruhe.

Rehme, K. (1987 a)

The structure of turbulent flow through rod bundles, Proc. 3rd Int. Topical Meeting on Reactor Thermal Hydraulics, Vol. 2, Paper 16.A, Newport, Oct. 15-18, 1985; auch: Nucl. Engrg. Des., 99, pp. 141-154.

Rehme, K. (1987 b)

The structure of turbulent flow through rod bundles, Nucl. Engng Des. 99, 141-154.

Rehme, K. (1989)

Experimental observations of turbulent flow through subchannels of rod bundles, Exp. Thermal Fluid Sci. 2, 341-349.

Reichardt, H. (1951)

Vollständige Darstellung der turbulenten Geschwindigkeitsverteilung in glatten Leitungen, *Z. angew. Math. Mech.* 31, 208-219.

Rieke, H.B. (1981)

Bestimmung des Wärmeübergangs bei turbulenter Rohrströmung mit Hilfe von Transportgleichungen, Diss. Univ. Essen-GH.

Rodi, W. (1972)

The Prediction of Free Turbulent Boundary Layers by Use of a Two-Equation Model of Turbulence, Ph.D. Thesis, Imperial College London, Mech. Eng. Dept.

Rodi, W. (1984)

Turbulence Models and their Application in Hydraulics, Habilitationsschrift, Institut für Hydromechanik der Universität Karlsruhe.

Rogers, J.T. und Tarasuk, W.R. (1968)

A generalized correlation for natural turbulent mixing of coolant in fuel bundles, *Trans. ANS* 11(1), 346.

Rogers, J.T. und Todreas, N.E. (1968)

Coolant Interchannel Mixing in Reactor Fuel Rod Bundles Single-phase Coolants, *Heat Transfer in Rod Bundles* (Edited by V.E. Schrock). ASME, New York.

Rotta, J.C. (1972)

Turbulente Strömungen, B.G. Teubner, Stuttgart.

Rowe, D.S. und Angle, C.W. (1967)

Cross-flow mixing between parallel flow channels during boiling (Part II), measurement of flow and enthalpy in two parallel channels, BNWL-371 Pt. 2, Battelle Northwest Laboratories.

Rowe, D.S. (1973)

Measurement of turbulent velocity, intensity and scale in rod bundle flow channels, BNWL-1736, Battelle Pacific Northwest Laboratories, Richland, Washington.

Schlichting, H. (1982)

Grenzschicht-Theorie, Verlag G. Braun, Karlsruhe.

Seale, W.J. (1979)

Turbulent diffusion of heat between connected flow passages, Part I: outline of problem and experimental investigation, Nucl. Engng Des. 54, 183-195.

Seale, W.J. (1979)

Turbulent diffusion of heat between connected flow passages, Part II: predictions using the 'k- ϵ ' turbulence model, Nucl. Engng Des. 54, 197-209.

Skinner, V.R., Freeman, A.R. und Lyall, H.G. (1969)

Gas mixing in Rod clusters, Int. J. Heat Mass Transfer 12, 265-278.

Sleicher, C.A. (1958)

Experimental velocity and temperature profiles for air in turbulent pipe flow, Trans. ASME, 80, 677-689.

Smol'yakow, A.V. und Tkachenko, V.M. (1983)

The Measurement of Turbulent Fluctuations, Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag.

Suckow, D. (1993)

Experimentelle Untersuchung turbulenter Mischkonvektion im Nachlauf einer beheizten Kugel, Dissertation, KfK 5174, Forschungszentrum Karlsruhe.

Tahir, A.E.E. and Rogers, J.T. (1986)

Turbulent flow structure in a closely-spaced triangular-array rod bundle, Proc. 8th Heat Transfer Conf., San Francisco, California, 17.-22. August 1986 (Edited by C.L. Tien et al.), 3, 1035-1040, Hemisphere, Washington DC.

Tchen, C.M. (1953)

On the spectrum of energy in turbulent shear flow, J. Res. Nat. Bur. Std., 50, 51-62.

Townsend, A.A. (1976)

The Structure of Turbulent Shear Flow, Cambridge Univ. Press, 2. Auflage.

Trupp, A.C. (1973)

The structure of turbulent flow in triangular array rod bundles, Ph. D. Thesis, Univ. of Manitoba, Canada.

Trupp, A.C. und Azad, R.S. (1975)

The structure of turbulent flow in triangular array rod bundles, Nucl. Engng. Des. 32, 47-84.

Trupp, A.C. und Aly, A.M.M. (1979)

Predicted secondary flows in triangular array rod bundles, J. Fluids Engng., Trans ASME 101, 354-363.

Tsinober, A., Kit, E. und Dracos, T. (1990)

Measuring invariant (frame independent) quantities composed of velocity derivatives in turbulent flows, Proceedings of the 3rd Europ. turb. Conf., Stockholm, July 1990.

Van der Ros, T., Bogaardt, M. (1970)

Mass and heat exchange between adjacent channels in liquid-cooled rod bundles, Nucl. Engng. Des. 12, 259-268.

Welty, Wicks, Wilson (1969)

Fundamentals of Momentum, Heat & Mass Transfer, John Wiley & Sons, Inc, USA.

Wu, S.R. und Rehme, K. (1990)

An experimental investigation on turbulent flow through symmetric wall subchannels of two rod bundles, Nucl. Technol. 89, 103-115.

Wu, X. und Trupp, A.C. (1993)

Experimental Study on the Unusual Turbulence Intensity Distributions in Rod-to-Wall Gap Regions, Exp. Thermal and Fluid Sci., 6(4), 360-370.

Wyngaard, J.C. und Lumley, J.L. (1967)

A constant temperature hot-wire anemometer, J. Sci. Instr., 44, 363-365.

Zierep, J. (1991)

Ähnlichkeitsgesetze und Modellregeln der Strömungslehre, Karlsruhe: G. Braun.

Anhang A. Abbildung des 37-Stabbündels

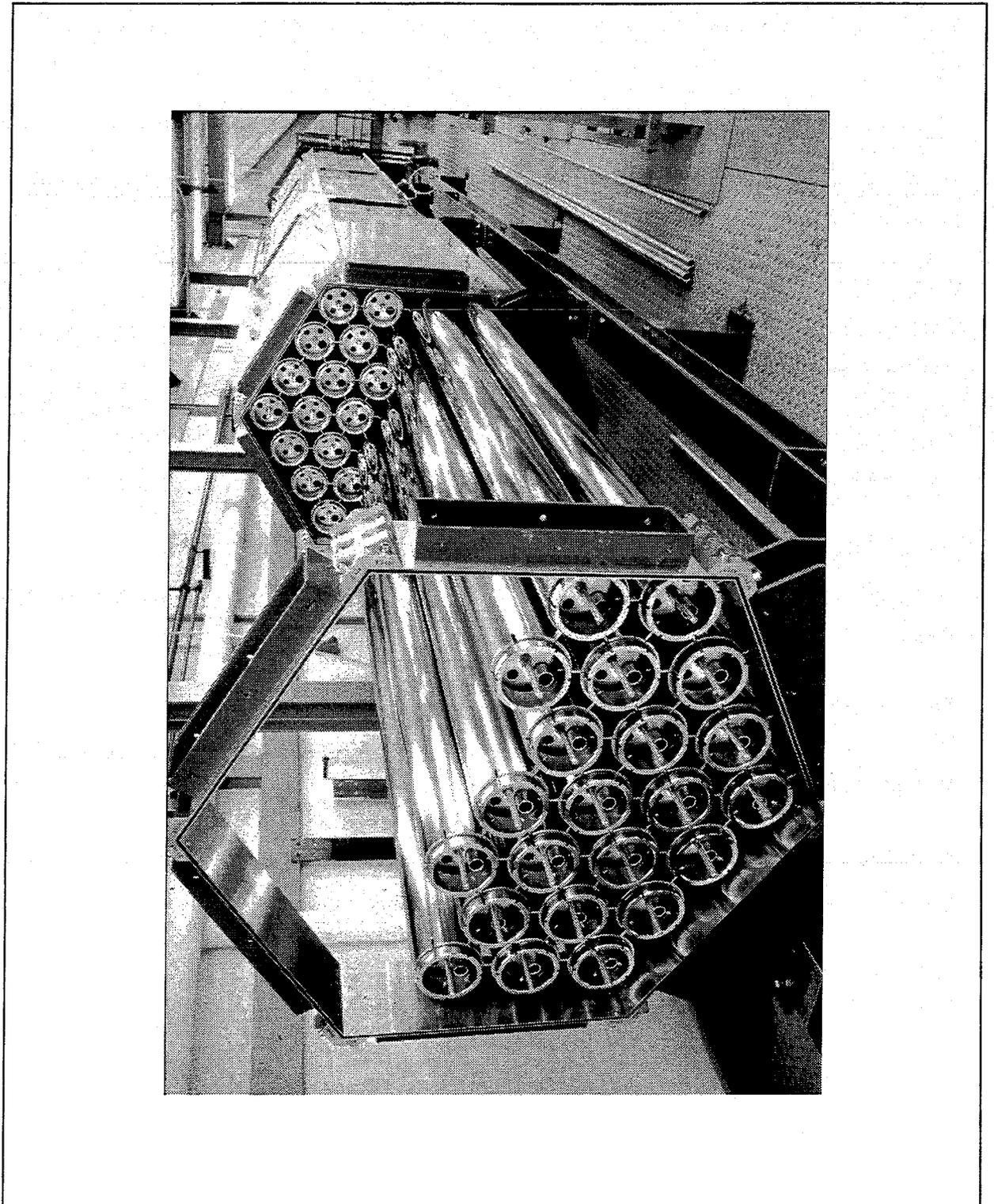


Abbildung A.1: Aufnahme der Versuchsanlage HERA in der Aufbauphase.

Anhang B. Experimentelle Unsicherheiten

Abgesehen von den Unsicherheiten aufgrund der Kalibrierung treten bei x-Drahtsonden typische Fehler auf, die von Meyer (1992) ausführlich beschrieben werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde der bei beheizten Strömungen zu beachtende Fehler aufgrund der Dämpfung des Temperaturdrahtes, die Unsicherheit infolge der Kalibrierung und der Einfluß von Abweichungen der Systemparameter (Referenzgeschwindigkeit, Wandwärmestrom usw.) auf die Größen des Hauptströmungsfeldes und die Turbulenzgrößen untersucht. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind nachfolgend beschrieben.

Zur Fehleranalyse wurden die Meß- und Auswertprogramme in der Weise modifiziert, daß die Simulation einer Messung durch Einlesen an mehreren Positionen in Zentral- und Wandkanal gemessener Signale $E(t)$ der drei Hitzdrähte möglich war. Durch systematische Variation aller in die Meß- und Auswertprogramme eingehenden Größen konnte der Beitrag der Unsicherheit in diesen Größen zu der Gesamtunsicherheit bestimmt werden.

Bei der Kalibrierung der x-Sonde mit Temperaturdraht werden die Anemometerausgangsspannungen E_1 , E_2 und E_3 der Hitzdrähte als Funktion der Strömungsgeschwindigkeit, der Winkelstellung der Sonde und der Fluidtemperatur bestimmt (vgl. 3.2.3.3) und nach der Interpolation von Zwischenwerten in einer Matrix gespeichert. Zur Ermittlung des Fehlers bei der Kalibrierung wurden diese Einflußgrößen systematisch mit einer Meßunsicherheit versehen und jeweils eine neue Kalibriermatrix berechnet. Quantisierungsfehler aufgrund der Analog/Digital-Wandlung wurden ebenfalls berücksichtigt. Auf der Grundlage der somit erhaltenen Kalibriermatrizen wurden Simulationen von Messungen durchgeführt und die jeweils ermittelten Turbulenzgrößen mit den Ergebnissen der Simulation bei Verwendung der nicht mit Fehlern versehenen Kalibriermatrix verglichen. Die Gesamtunsicherheit der Kalibrierung berechnet sich als Wurzel aus der Summe der Einzelfehlerquadrate (Moffat (1988)).

Meyer (1992) fand, daß die größten Fehler in beheizten Strömungen durch eine Dämpfung des Temperatursignals hervorgerufen werden. Aufgrund der thermischen Trägheit des Drahtes erfährt das Temperatursignal eine Abschwächung der Amplitude und eine Phasenverschiebung. Die Zeitkonstante des Temperaturdrahtes läßt sich anhand von

$$M = \frac{d^2 \rho c}{4 \text{Nu} \lambda_h} \quad (\text{B.1})$$

abschätzen, mit dem Durchmesser d , der Dichte ρ und der spezifischen Wärmekapazität c des Temperaturdrahtes, der in der Regel aus den Materialien Platin oder Wolfram besteht, sowie

der Wärmeleitfähigkeit der Luft λ_h und der Nusselt-Zahl Nu . Die Nusselt-Zahl wird gewöhnlich angegeben zu

$$Nu = A + B Re^n \quad \text{mit} \quad Re = \frac{Ud}{\nu} \quad (B.2)$$

Die Konstanten in Gleichung (B.2) wurden von Collis und Williams (1959) zu $A=0,24$, $B=0,56$ und $n=0,45$ bestimmt. Innerhalb der Geschwindigkeits- und Temperaturbereiche der Messungen ergeben sich aus (B.2) Zeitkonstanten M zwischen $3 \cdot 10^{-5}$ s und $4 \cdot 10^{-5}$ s und somit Grenzfrequenzen $f_c > 4$ kHz. Da die Zeitkonstante des Drahtes außerdem von der Drahtlänge, seiner Befestigung und einer eventuellen Verschmutzung des Drahtes abhängt, ist es nicht möglich, ihren Wert genau zu bestimmen.

Meyer (1992) untersuchte den Einfluß der Dämpfung des Temperatursignals auf die Turbulenzgrößen durch analoge Filterung des Temperatursignals bei unterschiedlichen Eckfrequenzen. Es zeigte sich, daß aufgrund der Abschwächung der Amplitude der hochfrequenten Anteile die Temperaturschwankung θ und alle Korrelationen mit dieser Größe zu klein bestimmt werden. Korrelationen zwischen Geschwindigkeitsschwankungen allein wurden hingegen zu groß bestimmt, da bei Dämpfung des Temperatursignals bei hohen Frequenzen die Geschwindigkeitssignale nicht mehr richtig korrigiert werden können. Die Geschwindigkeitssignale enthalten somit Temperaturschwankungen, was sich in zu hohen RMS-Werten bzw. Korrelationen äußert.

Zur Untersuchung des Einflusses der thermischen Trägheit des Temperaturdrahtes auf die Turbulenzgrößen wurde im Rahmen dieser Arbeit ein anderer Weg gewählt. Die Idee bestand darin, aus den an einer Position gemessenen Geschwindigkeitssignalen ein virtuelles Temperatursignal zu konstruieren, das hinsichtlich Amplitude und Phasenlage näherungsweise dem an dieser Position gemessenen Temperatursignal entspricht. Dieses konstruierte Temperatursignal enthält nun die im gemessenen Signal fehlenden hochfrequenten Anteile. Eine Simulation der Messungen mit gemessenem und virtuellem Temperatursignal zeigte eine gute Übereinstimmung der erhaltenen Turbulenzgrößen. Das virtuelle Temperatursignal wurde nun mit Hilfe eines digitalen Tiefpasses bei Eckfrequenzen zwischen 1 kHz und 4 kHz gefiltert. Mit den gefilterten Temperatursignalen durchgeführte Simulationen belegten die bereits von Meyer festgestellten Tendenzen. Alle Korrelationen mit der Temperaturschwankung wurden zu klein und Korrelationen mit den Geschwindigkeitsschwankungen allein zu groß bestimmt.

Aus allen Einzelfehlern wurden mit Hilfe der 'root sum square'-Methode Gesamtunsicherheiten berechnet. Tabelle B-1 zeigt die Gesamtunsicherheit in den Größen des Hauptströmungs-

feldes. Die Tabellen B-2, B-3, B-4 und B-5 zeigen für die x-Sonde die Gesamtfehler in den Turbulenzintensitäten, den Korrelationen zwischen Geschwindigkeits- bzw. Temperaturschwankungen, sowie den turbulenten Austauschgrößen.

Größe X	\bar{U}	\bar{T}	τ_w	T_w	u_τ	T_τ	λ_τ
$\partial X_+/X$	+0,4%	+0,2%	+2,0%	+1,5%	+1,0%	+1,0%	+2,9%
$\partial X-/X$	-0,4%	-0,2%	-2,0%	-1,5%	-1,0%	-1,0%	-2,9%

Tabelle B-1: Gesamtunsicherheit in den zeitlich gemittelten Größen.

Größe X	$\sqrt{\bar{u}^2}/u_\tau$	$\sqrt{\bar{v}^2}/u_\tau$	$\sqrt{\bar{w}^2}/u_\tau$	k^+	$\sqrt{\bar{\theta}^2}/T_\tau$
$\partial X_+/X$	+1,0%	+1,1%	+1,1%	+2,4%	+1,0%
$\partial X-/X$	-1,0%	-1,1%	-1,1%	-2,4%	-1,1%

Tabelle B-2: Gesamtunsicherheit in den Intensitäten.

Größe X	$-\overline{uv}/u_\tau^2$	$-\overline{vw}/u_\tau^2$	\overline{vw}/u_τ^2	$-\overline{u\theta}/u_\tau T_\tau$	$\overline{v\theta}/u_\tau T_\tau$	$\overline{w\theta}/u_\tau T_\tau$
$\partial X_+/X$	+2,7%	+2,2%	+26,3%	+2,0%	+2,2%	+2,1%
$\partial X-/X$	-2,4%	-2,2%	-26,3%	-2,4%	-11,3%	-2,4%

Tabelle B-3: Gesamtunsicherheit in den Zweifach-Korrelationen.

Größe X	$\varepsilon_{\tau,x}^+$	$\varepsilon_{q,x}^+$	$Pr_{tur,x}$	$\varepsilon_{\tau,a}^+$	$\varepsilon_{q,a}^+$	$Pr_{tur,a}$
$\partial X_+/X$	+14,2%	+6,8%	+15,7%	+33,0%	+19,1%	+38,1%
$\partial X-/X$	-14,2%	-13,0%	-19,3%	-33,0%	-19,1%	-38,1%

Tabelle B-4: Gesamtunsicherheit in den turbulenten Austauschgrößen.

Größe X	$-\overline{u^2 w}/u_\tau^3$	$\overline{uw^2}/u_\tau^3$	\overline{uvw}/u_τ^3
$\partial X_+/X$	+4,2%	+3,2%	+116,0%
$\partial X-/X$	-4,2%	-3,2%	-116,0%

Tabelle B-5: Gesamtunsicherheit in $u_i u_j u_k$.

Anhang C. Verfahren von Cutler/Bradshaw

Die von Cutler und Bradshaw (1991) beschriebene Methode erlaubt die Bestimmung aller drei Geschwindigkeitsschwankungen $\overline{u_i}$, aller sechs Komponenten des Reynoldsschen Tensors der turbulenten Spannungen $\overline{u_i u_j}$ und der zehn Tripelprodukte $\overline{u_i u_j u_k}$ mit Hilfe einer x-Sonde. Hierzu sind Messungen an den 4 Winkelpositionen 0° , 45° , 90° und 135° bezogen auf die wandsenkrechte Richtung erforderlich (Abbildung C.1).

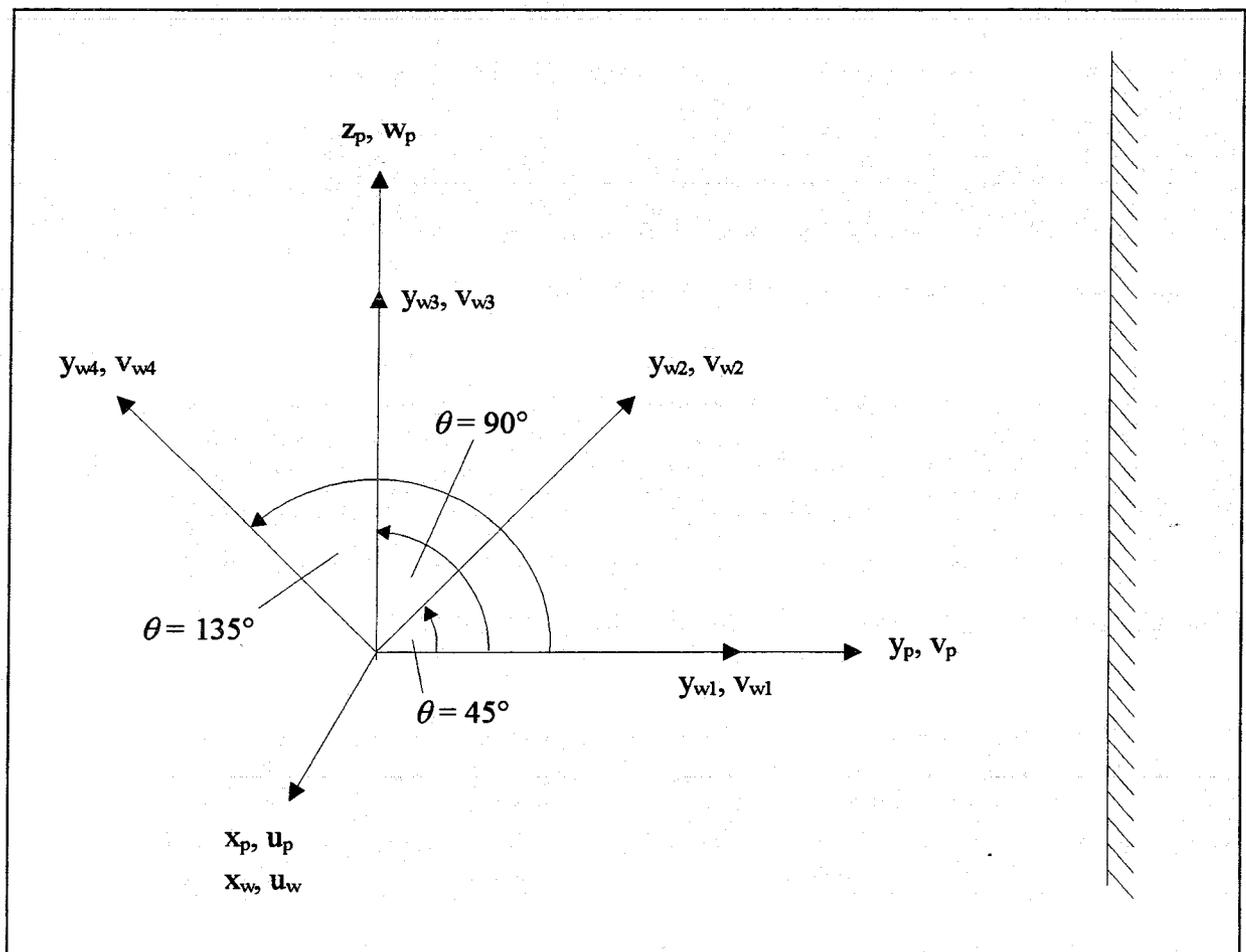


Abbildung C.1: Rotierendes Koordinatensystem (Index w_i) und raumfestes Koordinatensystem (Index p).

Durch Transformation der Komponenten u_w und v_{wi} des rotierenden Koordinatensystems in die raumfesten Komponenten u_p , v_p und w_p lassen sich alle sechs Reynolds-Spannungen und zehn Tripelkorrelationen berechnen. Die Gleichungen zur Koordinatentransformation sind nach-

folgend in Tensorschreibweise angegeben, d.h. es ist eine Summation aller doppelt vorkommenden Indizes über alle drei Raumrichtungen vorzunehmen (Bezeichnungen: $x_1=x$, $x_2=y$, $x_3=z$, $u_1=u$, $u_2=v$, $u_3=w$).

$$\overline{(u_i)_w} = a_{ij} \overline{(u_j)_p} \quad (\text{C.1})$$

$$\overline{(u_i)_w (u_j)_w} = a_{ik} a_{jl} \overline{(u_k)_p (u_l)_p} \quad (\text{C.2})$$

$$\overline{(u_i)_w (u_j)_w (u_k)_w} = a_{il} a_{jm} a_{kn} \overline{(u_l)_p (u_m)_p (u_n)_p} \quad (\text{C.3})$$

Der Transformationstensor a_{ij} ergibt sich nach Cutler und Bradshaw (1991) aus einer Betrachtung der an den Hitzdrähten wirkenden effektiven Kühlgeschwindigkeiten zu

$$a_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (\text{C.4})$$

Neben Korrelationen zwischen der axialen Komponente u_p und der radialen Komponente v_p bzw. der axialen Komponente u_p und der azimuthalen Komponente w_p lassen sich somit auch alle Korrelationen zwischen der radialen und azimuthalen Komponente berechnen:

$$\overline{v_p w_p} = \frac{1}{2} (\overline{v_{w2}^2} - \overline{v_{w4}^2}) \quad (\text{C.5})$$

$$\overline{v_p^2 w_p} = \frac{1}{3} (\sqrt{2} (\overline{v_{w2}^3} + \overline{v_{w4}^3}) - \overline{v_{w3}^3}) \quad (\text{C.6})$$

$$\overline{v_p w_p^2} = \frac{1}{3} (\sqrt{2} (\overline{v_{w2}^3} - \overline{v_{w4}^3}) - \overline{v_{w1}^3}) \quad (\text{C.7})$$

$$\overline{u_p v_p w_p} = \frac{1}{2} (\overline{u_{w2} v_{w2}^2} - \overline{u_{w4} v_{w4}^2}) \quad (\text{C.8})$$

Der Nachweis der Gleichheit zwischen der linken und rechten Seite dieser Gleichungen wird nachfolgend beispielhaft für die transversale Komponente $\overline{v_p w_p}$ des Reynoldsschen Spannungstensors erbracht.

Man berechnet zunächst die Komponenten auf der rechten Seite der Gleichung (C.5) durch Transformation von raumfesten in mitbewegte Koordinaten entsprechend den Gleichungen (C.2) und (C.4):

$$\begin{aligned}
 \overline{v_w^2} &= \overline{(u_2)_w (u_2)_w} = a_{2k} a_{2l} \overline{(u_k)_p (u_l)_p} \\
 &= a_{21} a_{21} \overline{(u_1)_p (u_1)_p} + a_{21} a_{22} \overline{(u_1)_p (u_2)_p} + a_{21} a_{23} \overline{(u_1)_p (u_3)_p} \\
 &+ a_{22} a_{21} \overline{(u_2)_p (u_1)_p} + a_{22} a_{22} \overline{(u_2)_p (u_2)_p} + a_{22} a_{23} \overline{(u_2)_p (u_3)_p} \\
 &+ a_{23} a_{21} \overline{(u_3)_p (u_1)_p} + a_{23} a_{22} \overline{(u_3)_p (u_2)_p} + a_{23} a_{23} \overline{(u_3)_p (u_3)_p} \\
 &= \sin^2 \theta \overline{w_p^2} + \cos^2 \theta \overline{v_p^2} + 2 \sin \theta \cos \theta \overline{v_p w_p}
 \end{aligned}$$

Das Einsetzen der Winkelstellungen $\theta = 45^\circ$ und $\theta = 135^\circ$ für $\overline{v_{w2}^2}$ und $\overline{v_{w4}^2}$ auf der rechten Seite der Gleichung (C.5) führt unmittelbar zu

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} (\overline{v_{w2}^2} - \overline{v_{w4}^2}) &= \frac{1}{2} [\sin^2(45^\circ) \overline{w_p^2} + \cos^2(45^\circ) \overline{v_p^2} + 2 \sin(45^\circ) \cos(45^\circ) \overline{v_p w_p} \\
 &\quad - \sin^2(135^\circ) \overline{w_p^2} - \cos^2(135^\circ) \overline{v_p^2} - 2 \sin(135^\circ) \cos(135^\circ) \overline{v_p w_p}] \\
 &= \overline{v_p w_p} \quad \text{q.e.d.}
 \end{aligned}$$

Entsprechende Überlegungen liefern die Beziehungen (C.6) bis (C.8).